

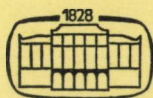
# MŰSZAKI TUDOMÁNY

---

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: MAJOR MÁTÉ

51. KÖTET  
1-2. SZÁM



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1976

MŰSZ. TUD.

# MŰSZAKI TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐ BIZOTTSÁG

BARTA ISTVÁN, BÖLCSKEI ELEMÉR, GESZTI P. OTTÓ,  
HELLER LÁSZLÓ

SZERKESZTŐSÉG: 1383 BUDAPEST, MÜNNICH FERENC UTCA 7.

KIADÓHIVATAL: 1363 BUDAPEST, ALKOTMÁNY UTCA 21.

A *Műszaki Tudomány* változó terjedelmű füzetekben jelenik meg Négy füzet alkot egy kötetet.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia  
Műszaki Tudomány  
1383 Budapest, Münnich Ferenc utca 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A *Műszaki Tudomány* előfizetési ára kötetenként 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó 1363 (Budapest, Alkotmány utca 21. Pénzforgalmi jelzőszám 215—11488). külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat 1389 (Budapest, Fő utca 32. Pénzforgalmi jelzőszám: 218—10990) útján eszközölhetők.

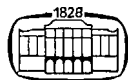


# MŰSZAKI TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: MAJOR MÁTÉ

50. KÖTET



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1975



## TARTALOMJEGYZÉK

|               |           |     |
|---------------|-----------|-----|
| Benedikt Ottó | 1897—1975 | 277 |
| Dékány Sándor | 1904—1974 | 281 |
| Kator Lajos   | 1932—1974 | 283 |

Olvasóinkhoz ..... 1

AZ MTA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK A MAGYAR—SZOVJET TUDOMÁNYOS  
ÉS MŰSZAKI EGYÜTTMŰKÖDÉS 25 ÉVES ÉVFORDULÓJA ALKALMÁBÓL  
1974. SZEPTEMBER 19-ÉN TARTOTT TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

|  |    |
|--|----|
| <i>Csáki Frigyes</i> : A magyar és a szovjet tudományos iskolák munkakapcsolatainak fejlesztése a szabályozás- és információelmélet területén .....  | 3  |
| <i>Sziforov, V. I.</i> : Szovjet—magyar együttműködés tapasztalatai és távlatai az információelmélet és annak alkalmazása területén .....  | 21 |
| <i>Csibi Sándor</i> : Eredmények az információelmélet és felismerési problémák közös kutatásában, valamint a szív- és érrendszeri vizsgálatok számítógépes módszereinek közös kidolgozásában ..... | 35 |
| <i>Szendy Károly</i> : Mágneses hidrodinamikus generátor (MHD generátor) kifejlesztése .....   | 47 |
| <i>Seindlin, A. E.</i> : Az energetika fejlődése a Szovjetunióban és általános fejlődési tendenciák a világban .....   | 65 |
| <i>Litovcsenkó, V. G.</i> : A félvezető fizika újabb eredményei és azok ipari alkalmazása .....  | 79 |
| <i>Szigeti György—Bodó Zalán</i> : Magyar—szovjet együttműködés a félvezetők kutatása területén .....  | 89 |

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYA KÖZGYŰLÉSI OSZTÁLYÜLÉSÉNEK ELŐADÁSAI  
AZ MTA FENNÁLLÁSÁNAK 150 ÉVES JUBILEUMA ALKALMÁBÓL 1975. MÁJUS 8-ÁN

|   |     |
|---|-----|
| <i>Lévai András</i> : A műszaki tudományok szerepe és jelentősége a Magyar Tudományos Akadémia életében .....             | 101 |
| <i>Bogárdi János</i> : Széchenyi szerepe a hazai műszaki fejlődésben .....  | 121 |
| <i>Gillemot László</i> : Az alumíniumipar központi kutatási célprogramjának néhány kérdése ...                            | 139 |
| <i>Bognár Géza</i> : Digitális hírközlés .....  | 153 |
| <i>Szabó János</i> : A komplex könnyűszerkezetes építési mód központi fejlesztési programjának tudományos feladatai ..... | 163 |

### BESZÁMOLÓ

|  |     |
|--|-----|
| A Műszaki Tudományok Osztályának 1974. évi tevékenységéről ..... | 285 |
|--|-----|

### TANULMÁNYOK

|   |     |
|---|-----|
| <i>Bosznay Ádám</i> : Változó keresztmetszetű, egyenes rudakból álló térbeli rúdszerkezet rezgési sajátfrekvenciáinak javítható közrefogása I. .... | 443 |
| <i>Csonka Pál</i> : Csillaghéjak tervezése totális teherre .....  | 365 |
| <i>Drahoš István—Bancsik Zsolt</i> : A hengeres lefejtőmarók gyártásgeometriai modellje és eljárások annak számítására .....                        | 253 |
| <i>Gesztli P. Ottó</i> : Nagy villamos vezetékek problémái különös tekintettel a létesítendő hazai 750 kV-os vezetésekre .....                      | 179 |
| <i>Jándy Géza és munkatársai</i> : Számítástechnika a településtudományban .....  | 423 |
| <i>Kalló Péter</i> : Algoritmus a triplet automatikus tervezéséhez .....  | 397 |
| <i>Király Béla</i> : Egymással érintkező felületpárokon megvalósuló kényszerrendszerek kinematikai vizsgálata .....                                 | 429 |



|   |     |
|---|-----|
| <i>Lévai András</i> : A magenergia hasznosítás néhány időszerű kérdése .....  | 303 |
| <i>Palotás László</i> : A beton sajátfeszültségi állapota és a repedésérzékenység .....   | 203 |
| <i>Petrasovits Géza</i> : Vert cölöpök süllyedésének elméleti vizsgálata .....  | 329 |
| <i>Reményi Károly—Vörös László</i> : Szénportüzelés fluidizációs módszerrel .....   | 415 |
| <i>Singer Dénes</i> : Hatékony számítógépes eljárás gázhálózat optimális üzemi feltételeinek meghatározására .....                              | 381 |
| <i>Ter-Steparian, G.</i> : Az anyag kúszása nyírógénybevétel hatására .....   | 339 |
| <i>Zámbó János—Orbáné Kelemen Mária</i> : CaO és MgO vegyületeinek képződése a kalcitodolomitos bauxitok feldolgozásakor Bayer eljárással ..... | 233 |

KÖNYVISMERTETÉS

|  |     |
|--|-----|
| <u>Botka I.</u> — <i>Erney Gy.</i> : Fogaskerékpárok méretezése (Ferde fogazat) (Terplán Z.) ..        | 461 |
| <i>Hofman A.</i> : Das elektromagnetische Feld. Theorie und grundlegende Anwendungen (Szendy K.) ..... | 463 |
| <i>L. Johnson Kenneth</i> : Operations Research (Jándy G.) .....                                       | 463 |
| <i>Kubinszky M.</i> : Ungarische Lokomotiven und Triebwagen (Terplán Z.) .....                         | 465 |
| <i>Makhult M.</i> : Gépágyazások méretezése (Major S.) .....   | 466 |
| <i>Reményi K.</i> : The Theory of Grindability and the Comminution of Binary Mixtures (Beke B.) .....  | 467 |
| <i>Sitkei Gy.</i> : Hőátadás és hőterhelés belsőégésű motorokban (Pásztor E.) .....                    | 467 |
| <u>Széchy K.</u> The Art of Tunnelling (Varga L.) .....  | 468 |
| <i>Varga L.—Kaliszky S.</i> : Gründungen turmartiger Bauwerke (Szmodits K.) .....                      | 469 |
| <i>Vörös I.</i> : Géprajz (Terplán Z.) .....   | 470 |

## INHALTSVERZEICHNIS

|                              |                   |          |
|------------------------------|-------------------|----------|
| Benedikt, O.                 | 1897—1975 .....   | 277      |
| Dékány, S.                   | (1904—1974) ..... | 281      |
| Kator, L.                    | (1932—1974) ..... | 283      |
| <b>An unsere Leser .....</b> |                   | <b>1</b> |

VORTÄGE AN DER WISSENSCHAFTLICHEN TAGUNG DER ABTEILUNG DER TECHNISCHEN  
WISSENSCHAFTEN, ABGEHALTEN AM 19. SEPTEMBER 1974. ANLÄSSLICH DER  
FÜNFUNDZWANZIGSTEN JAHRESWENDE DER UNGARISCH—SOWJETISCHEN WISSENSCHAFTLICHEN  
UND TECHNISCHEN KOOPERATION

|  |    |
|--|----|
| <i>Csáki, Fr.</i> : Arbeitsbeziehungen zwischen den ungarischen und sowjetischen wissenschaftlichen Schulen auf dem Gebiet der Regelungs- und Informationstheorie .....  | 3  |
| <i>Siforov, B. V. I.</i> : Die Ergebnisse und Perspektiven der sowjetisch—ungarischen Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Informationstheorie und ihrer Anwendung .....  | 21 |
| <i>Csibi, S.</i> : Ergebnisse der gemeinsamen Erforschung von Problemen der Informationstheorie und der Erkennung, sowie in der Ausarbeitung von rechentechnischen Methoden für die Untersuchung des Herz- und Geäßsystems ..... | 35 |
| <i>Szendy, K.</i> : Entwicklung der Magneto hydrodynamischen (MHD) Generatoren .....   | 47 |
| <i>Seindlin, A. E.</i> : Die Entwicklung der Energetik in der Sowjetunion und allgemeine Entwicklungstendenzen in der Welt .....   | 65 |
| <i>Litowtschenko, V. G.</i> : Die neueren Ergebnisse der Halbleiterphysik und ihre industrielle Anwendung .....  | 79 |
| <i>Szigeti, Gy.—Bodó, Z.</i> : Ungarisch—sowjetische Zusammenarbeit in der Halbleiterforschung .....   | 89 |

VORTRÄGE DER ABTEILUNGSVERSAMMLUNG DER ABTEILUNG DER TECHNISCHEN  
WISSENSCHAFTEN AM 8. MAI 1975. ANLÄSSLICH DES HUNDERTFÜNFZIGJÄHRIGEN  
JAHRESWENDE DER GRÜNDUNG DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

|   |     |
|---|-----|
| <i>Lévai, A.</i> : Die Rolle und Bedeutung der Technischen Wissenschaften im Leben der Ungarischen Akademie der Wissenschaften .....    | 101 |
| <i>Bogárdi, J.</i> : Széchenyi's Rolle auf dem Gebiet der technischen Entwicklung in Ungarn   | 121 |
| <i>Gillemot, L.</i> : Einige Probleme des zentralen Forschungs-Programs der Aluminiumindustrie  | 139 |
| <i>Bognár, G.</i> : Digitale Nachrichtenübertragung .....   | 153 |
| <i>Szabó, J.</i> : Wissenschaftliche Aufgaben in Zusammenhang mit dem zentralen Entwicklungsprogramm der komplexen Leichtbauweise ..... | 163 |

BERICHT

|  |     |
|--|-----|
| Die Tätigkeit der Abteilung der Technischen Wissenschaften im Jahre 1974 ..... | 285 |
|--|-----|

ABHANDLUNGEN

|   |     |
|---|-----|
| <i>Bosznay, Á.</i> : Verbesserungsfähige Einschließung der Eigenfrequenz der Schwingungen von räumlichen Fachwerken aus geraden Stäben mit veränderlichem Querschnitt I. Teil | 443 |
| <i>Csonka, P.</i> : Berechnung von Sternschalen für Totalbelastung .....  | 365 |
| <i>Drahos, I.—Bancsik, Zs.</i> : Das herstellungsgeometrische Modell der zylindrischen Abwälzfräser und seine Berechnungsverfahren .....                                      | 253 |
| <i>Geszti, P. O.</i> : Die Probleme der großen elektrischen Leitungen unter besonderer Berücksichtigung der zu errichtenden ungarischen 750 kV-Leitung .....                  | 179 |
| <i>Jándy, G. et al.</i> : Rechentechnik in der Siedlungswissenschaft .....  | 423 |

|   |     |
|---|-----|
| <b>Kalló, P.:</b> Ein Algorithmus für den automatischen Entwurf von Triplets .....  | 397 |
| <b>Király, B.:</b> Kinematische Untersuchung der an den sich berührenden Flächenpaaren verwirklichten Zwangssysteme ..... | 429 |

#### ABHANDLUNGEN

|   |     |
|---|-----|
| <b>Lévai, A.:</b> Einige zweckmäßige Fragen der Nutzung der Kernenergie .....   | 303 |
| <b>Palotás, L.:</b> Der Eigenspannungszustand und die Reißempfindlichkeit des Betons .....  | 203 |
| <b>Petrasovits, G.:</b> Theoretische Untersuchung der Setzung von Ramppfählen .....   | 329 |
| <b>Reményi, K.—Vörös, L.:</b> Kohlenstaubfeuerung nach dem Wirbelschicht-Verfahren .....  | 415 |
| <b>Singer, D. et al.:</b> Eine leistungsfähige Methode zur Bestimmung der optimalen Arbeitsverhältnisse von Gasnetzen .....   | 381 |
| <b>Ter-Stepanian, G.:</b> Über das Kriechen des Tons unter Schubbeanspruchung .....   | 339 |
| <b>Zámbó, J.—Frau M. Kelemen Orbán:</b> Bildung von CaO- und MgO-Verbindungen bei der Verarbeitung der kalzitisch-dolomitischen Bauxite nach dem Bayer-Verfahren .. | 233 |

#### BUCHBESPRECHUNG

|  |     |
|--|-----|
| <b>Botka I.</b> — <b>Erney, Gy.:</b> Fogaskerékpárok méretezése (Ferde fogazat) (Terplán Z.)             | 461 |
| <b>Hofmann, A.:</b> Das elektromagnetische Feld. Theorie und grundlegende Anwendungen (Szendy, K.) ..... | 463 |
| <b>L. Johnson Kenneth:</b> Operations Research (Jándy, G.) .....   | 463 |
| <b>Kubinszky, M.:</b> Ungarische Lokomotiven und Triebwagen (Terplán, Z.) .....                          | 465 |
| <b>Makhult, M.:</b> Gépágyazások rezgéstani méretezése (Major, S.) .....                                 | 466 |
| <b>Reményi, K.:</b> The Theory of Grindability and the Comminution of Binary Mixtures (Beke, B.) .....   | 467 |
| <b>Sütkei, Gy.:</b> Hőátadás és hőterhelés belsőégésű motorokban (Pásztor E.) .....                      | 467 |
| <b>Széchy, K.:</b> The Art of Tunnelling (Varga, L.) .....   | 468 |
| <b>Varga, L.—Kaliszky, S.:</b> Gründungen turmartiger Bauwerke (Szmodits, K.) .....                      | 469 |
| <b>Vörös, I.:</b> Géprajz (Terplán, Z.) .....  | 470 |



## CONTENTS

|              |                 |     |
|--------------|-----------------|-----|
| Benedikt, O. | 1897—1975 ..... | 277 |
| Dékány, S.   | 1904—1974 ..... | 281 |
| Kator, L.    | 1932—1974 ..... | 283 |

|                      |   |
|----------------------|---|
| To our Redears ..... | 1 |
|----------------------|---|

LECTURES GIVEN AT THE SCIENTIFIC MEETING OF THE DEPARTMENT OF TECHNICAL SCIENCES)  
HELD ON THE OCCASION OF THE 150 ANNIVERSARY OF THE HUNGARIAN AND SOVIET SCIENTIFIC  
AND TECHNICAL COOPERATION, ON SEPTEMBER 19, 1974

|   |    |
|---|----|
| <i>Csáki, Fr.</i> : Working Contacts between the Hungarian and Soviet Scientific Schools in the Field of Control and Information Theories .....   | 3  |
| <i>Siforov, V. I.</i> : The Results and Perspectives of the Soviet—Hungarian Cooperation in the Field of Information Theory and its Application .....   | 21 |
| <i>Csibi, S.</i> : Results of the Common Research on Problems of Information Theory and Recognition, and in the Elaboration of Computational Techniques for the Investigation of Cardiac and Vascular Disease ..... | 35 |
| <i>Szendy, K.</i> : The Development of Magneto-Hydrodynamic (MHD) Generators .....  | 47 |
| <i>Seindlin, A. E.</i> : The Development of Energetics in the Soviet Union and the General Tendencies of Development in the World .....   | 65 |
| <i>Litovchenko, V. G.</i> : The Newer Results of Semiconductor Physics and their Industrial Application .....   | 79 |
| <i>Szigeti, Gy.—Bodó, Z.</i> : Hungarian—Soviet Cooperation in Semiconductor Research .....   | 89 |

LECTURES HELD AT THE DEPARTMENT-MEETING OF THE GENERAL ASSEMBLY  
OF THE DEPARTMENT OF TECHNICAL SCIENCES ON THE OCCASION OF THE 150th ANNIVERSARY  
OF THE FOUNDATION OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, ON MAY 8, 1975

|   |     |
|---|-----|
| <i>Lévai, A.</i> : Role and Significance of Engineering Sciences in the Life of the Hungarian Academy of Sciences .....               | 101 |
| <i>Bogárdi, J.</i> : Role of I. Széchenyi in the Field of Technical Development in Hungary .....                                      | 121 |
| <i>Gillemot, L.</i> : Some Questions of the Central Research Program of the Aluminium Industry .....                                  | 139 |
| <i>Bognár, G.</i> : Digital Telecommunication .....   | 153 |
| <i>Szabó J.</i> : Scientific Problems in the Central Development Problem of the Complex Light-Weight-Structure Building Methods ..... | 163 |

### REPORT

|  |     |
|--|-----|
| The Work of the Department of Technical Sciences in 1974 ..... | 285 |
|--|-----|

### PAPERS

|  |     |
|--|-----|
| <i>Bosznay, Á.</i> : Improveable Bracketing of the Eigenfrequency of a Space Frame Structure Consisting of Rods with Varying Cross Section ..... | 443 |
| <i>Csonka, P.</i> : Design of Star-Shells Subjected to Full Loads .....  | 365 |
| <i>Drahos, I.—Bancsik, Zs.</i> : The Geometrical Model for the Production of Cylindrical Hobs and a Method for its Calculation .....             | 253 |
| <i>Geszt, P. O.</i> : The Problems of Large Electrical Transmission Lines with Special Regard to the Future Hungarian 750 kV Line .....          | 179 |
| <i>Jándy, G. et al.</i> : Computer Techniques in Settlement Science .....  | 423 |
| <i>Kalló, P.</i> : Algorithm for Automatic Triplet Design .....  | 397 |
| <i>Király, B.</i> : Examination of Constraint Systems Realized on Pairs of Surfaces in Contact .....   | 429 |

PAPER

|  |     |
|--|-----|
| <i>Lévai A.</i> : Some Actual Problems of Nuclear Energy Utilization .....   | 303 |
| <i>Palotás, Z.</i> : State of Eigenstress and Crack Selectivity of Concrete .....  | 203 |
| <i>Petrasovits, G.</i> : Settlement Analysis of Driven Piles .....   | 329 |
| <i>Reményi, K.—Vörös, L.</i> : Pulverized Coal Firing with Fluidization .....  | 415 |
| <i>Singer, D. et al.</i> : An Efficient Computer Method for Optimal Working Conditions of Gas Networks .....   | 381 |
| <i>Ter-Stepanian, G.</i> : Creep of Clay at Shear .....  | 339 |
| <i>Zámbó, J.—Mrs. M. Kelemen, Orbán</i> : The Formation of CaO and MgO Compounds in the Treatment of Calcitic-Dolomitic Bauxites by the Bayer Method ..... | 233 |

BOOK REVIEW

|  |     |
|--|-----|
| <b>Botka, I.</b> — <i>Erney, Gy.</i> : Fogaskerékpárok méretezése (Ferde fogazat Terplán, Z.)            | 461 |
| <i>Hofman, A.</i> : Das elektromagnetische Feld. Theorie und grundlegende Anwendungen (Szendy, K.) ..... | 463 |
| <i>L. Johnson Kenneth</i> : Operations Research (Jándy, G.) .....  | 463 |
| <i>Kubinszky, M.</i> : Ungarische Lokomotiven und Triebwagen (Terplán, Z.) .....                         | 465 |
| <i>Makhult, M.</i> : Gépágyazások rezgéstani méretezése (Major, S.) .....                                | 466 |
| <i>Reményi, K.</i> : The Theory of Grindability and the Comminution of Binary Mixtures (Beke, B.) .....  | 467 |
| <i>Sütkei, Gy.</i> : Hőátadás és hőtermelés belsőégésű motorokban (Pásztor, E.) .....                    | 467 |
| <b>Széchy, K.</b> The Art of Tunnelling (Varga, L.) .....  | 468 |
| <i>Varga, L.—Kaliszky, S.</i> : Gründungen turmartiger Bauwerke (Szmodits, K.) .....                     | 469 |
| <i>Vörös, I.</i> : Géprajz (Terplán, Z.) .....   | 470 |

## СОДЕРЖАНИЕ

|               |                 |     |
|---------------|-----------------|-----|
| Отто БЕНЕДИКТ | 1897—1975 ..... | 277 |
| Шандор ДЕКАНЬ | 1904—1974 ..... | 281 |
| Лайош КАТОР   | 1982—1974 ..... | 283 |

### ОТЧЕТНЫЙ ДОКЛАД

|   |   |
|---|---|
| О работе Отделения технических наук Академии наук Венгрии за 1974 г. .... | 1 |
| К нашим читателям .....   | 1 |

#### НАУЧНАЯ СЕССИЯ 19 СЕНТЯБРЯ 1974 Г. ОТДЕЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК АКАДЕМИИ НАУК ВЕНГРИИ ПО СЛУЧАЮ 25-ОЙ ГОДОВЩИНЫ ВЕНГЕРСКО—СОВЕТСКОГО НАУЧНО—ТЕХНИЧЕСКОГО СОТРУДНИЧЕСТВА

|  |    |
|--|----|
| <i>Ф. Чаки</i> : Развитие рабочих связей советской и венгерской научных школ в области регулирования и теории информации .....   | 3  |
| <i>В. И. Сифоров</i> : Опыт и перспективы советско—венгерского сотрудничества в области теории информации и ее применения .....  | 21 |
| <i>Ш. Чибби</i> : Достижения в области совместных исследований по теории информации и проблемам опознания, а также в области совместной разработки методов исследований сердечно-сосудистой системы с помощью вычислительной машины .... | 35 |
| <i>К. Сенди</i> : Разработка МГД генератора .....  | 47 |
| <i>А. Е. Шейндлин</i> : Развитие энергетики в Советском Союзе и общие тенденции развития в мире .....  | 65 |
| <i>В. Г. Литовченко</i> : Новые достижения техники полупроводников и их промышленное применение .....  | 79 |
| <i>Д. Сигети, З. Бодо</i> : Советско-венгерское сотрудничество в области исследований по полупроводникам .....   | 89 |

#### ДОКЛАДЫ СЕССИИ ОТДЕЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК АКАДЕМИИ НАУК ВЕНГРИИ ПО СЛУЧАЮ 150-ЛЕТИЯ СОЗДАНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ВЕНГРИИ (8-ГО МАЯ 1975 Г.)

|  |     |
|--|-----|
| <i>А. Леваи</i> : Роль и значение технических наук в жизни Академии наук Венгрии .....   | 101 |
| <i>Я. Богарди</i> : Роль Счени в венгерском техническом развитии .....   | 121 |
| <i>Л. Жильмо</i> : Некоторые вопросы центральной исследовательской программы алюминиевой промышленности .....                              | 139 |
| <i>Г. Богнар</i> : Дигитальная связь .....   | 153 |
| <i>Я. Сабо</i> : Научные задачи центральной программы развития комплексного метода строительства на легких конструкционных элементах ..... | 163 |
| О работе Отделения технических наук Академии наук Венгрии за 1974 г. ....  | 285 |

### РАБОТЫ

|   |     |
|---|-----|
| <i>Адам Боснаи</i> : Улучшаемый охват собственных частот колебаний пространственных стержневых конструкций, состоящих из прямых стержней переменного сечения, I | 443 |
| <i>Пал Чонка</i> : Проектирование звездных оболочек для тотальных нагрузок .....  | 365 |
| <i>П. О. Гести</i> : Проблемы мощных ЛЭП, уделяя при этом особое внимание на создаваемую в Венгрии 750 кВ ЛЭП .....   | 179 |
| <i>Геца Янди и сотр.</i> : Вычислительная техника в науке о поселении .....   | 423 |
| <i>Петер Калло</i> : Алгоритм для автоматического проектирования триплета .....   | 397 |
| <i>Бела Кирай</i> : Кинематический анализа принудительных систем, осуществляющихся на соприкасающихся друг с другом парах поверхностей .....                    | 429 |



|   |     |
|---|-----|
| <i>Л. Палоташ</i> : Состояние собственных напряжений бетона и чувствительность его к трещинообразованию .....                             | 203 |
| <i>Геза Петрашович</i> : Теоретическое исследование погружения забитых свай .....   | 329 |
| <i>Денеш Зингер</i> : Эффективный метод определения с помощью вычислительной машины оптимальных условий эксплуатации газовой сети .....   | 381 |
| <i>Карой Ремени, Ласло Вереш</i> : Пылеугольная топка флюидизационным методом .....   | 415 |
| <i>Г. Тер-Степаян</i> : Крип материала под воздействием введения азота .....  | 339 |
| <i>И. Драшош, Ж. Банчик</i> : Модель геометрии изготовления цилиндрических обкаточных фрез и методы расчета этих фрез .....               | 253 |
| <i>Я. Замбо, М. Келемен (Орбан)</i> : Образование соединений СаО и MgO при переработке кальцито-доломитовых бокситов методом Байера ..... | 233 |

#### ОБЗОР КНИГ

|   |     |
|---|-----|
| <b>И. Ботка</b> <i>Д. Эрнеи</i> : Расчет зубчатых пар (косозубое зацепление) (З. Терплан) ...               | 461 |
| <i>А. Гоффман</i> : Электромагнитное поле. Теория и основные области применения (К. Сенди) .....            | 463 |
| <i>Л. Джонсон Кенет</i> : Операционные исследования (Г. Янди) .....   | 463 |
| <i>М. Кубински</i> : Венгерские локомотивы и моторные ватоны (З. Терплан) .....                             | 465 |
| <i>М. Макхульт</i> : Расчет по теории колебаний машинных фундаментов (Ш. Майор) ...                         | 466 |
| <i>К. Ремени</i> : <i>The Theory of Grindability and the Comminution of Binary Mixtures</i> (Б. Беке) ..... | 467 |
| <i>Д. Ситкеи</i> : Теплопередача и тепловая нагрузка двигателей внутреннего сгорания (Е. Пастор) .....      | 467 |
| <b>К. Сечи</b> <i>The Art of Tunneling</i> (Л. Варга) .....   | 468 |
| <i>Л. Варга, Ш. Калиски</i> : Изготовление фундамента башнеобразных сооружений (К. Смодич) .....            | 469 |
| <i>И. Вереш</i> : Техническое черчение в машиностроении (З. Терплан) .....                                  | 470 |

## TARTALOMJEGYZÉK

|   |     |
|---|-----|
| Emlékezés Pattantyus Á. Gézára (1885—1956) .....  | 1   |
| Csonka Pál: Álparaboloid-héjak .....  | 15  |
| Bitó János—Antal Kálmán—Bolla István: Aktív plazmadiagnosztikai vizsgálati módszerek  | 27  |
| Somlyódy László: Az elkeveredés vizsgálata vízfolyásokban a tömegáramvonalak használataival .....   | 61  |
| Gausz Tamás: Repülőgépszárny dinamikai terhelésének numerikus közelítő módszerrel történő meghatározása szélleőkésben .....                               | 75  |
| Varga László: Ortotróp hengerhéjak feszültségi állapotának meghatározása életterhelések eseteiben .....   | 85  |
| Bosznay Ádám: Változó keresztmetszetű egyenes rudakból álló térbeli rúdszerkezet rezgési sajátfrekvenciáinak javítható közrefogása II .....               | 107 |
| íj. Makai Endre—Tarnai Tibor: Gömbrácsok morfológiája .....   | 123 |
| Szőke Béla: Ferde fogazatú hengeres kerek ujjmarójának lefejtő gyártása II. Az ujjmarót gyártó készülék leírása és beállítása .....                       | 157 |
| Lipka István: Ferde fogazatú hengeres kerek ujjmarójának lefejtő gyártása III. Az ujjmaró által előállított fogoldal evolvens jellegének vizsgálata ..... | 179 |
| Csillag István: A villamos gépek légrésében keletkezett gázsurlódási veszteség meghatározása a felületi érdesség figyelembevételével .....                | 189 |
| Kolonits Ferenc: Fogaskerék — villámhőmérséklet I. A kérdéskör áttekintése; stacioner modellek .....  | 201 |
| Horváth Zoltán: Összetett szerkezetek számítása .....   | 221 |
| Petrasovits Géza: A Műegyetem új építőipari laboratóriuma és az akadémiai műszaki mechanikai kutatások .....  | 227 |
| Tegze Judit—Lenkei Péter: Stochasztikus optimalizálási módszerek a törőteher meghatározására .....  | 233 |

## INHALTSVERZEICHNIS

|  |     |
|--|-----|
| Erinnerung an Á. G. Pattantyús (1885—1956) .....   | 1   |
| <i>Csonka, P.</i> : Schein-Paraboloid Schalen .....  | 15  |
| <i>Bitó, J.—Antal, K.—Bolla, I.</i> : Aktive plasmadiagnostische Untersuchungsmethoden ...   | 27  |
| <i>Somlyódy, L.</i> : Untersuchung der Vermischung in Wasserläufen mit Hilfe der Massenstromlinien .....   | 61  |
| <i>Gausz, T.</i> : Näherungsweise Bestimmung der dynamischen Belastung von Flugzeugtragflügeln in Windböen .....   | 75  |
| <i>Varga, L.</i> : Ermittlung des Spannungszustandes in orthotropen Zylinderschalen unter Kantenbelastung .....  | 85  |
| <i>Bosznay, Á.</i> : Verbesserungsfähige Einschließung der Eigenfrequenzen der Schwingungen von räumlichen Fachwerken aus geraden Stäben mit veränderlichem Querschnitt II. Teil ..... | 107 |
| <i>Makai, E. jr.—Tarnai, T.</i> : Morphologie der Kugelgitterwerke .....   | 123 |
| <i>Szöke, B.</i> : Herstellung der Fingerfräser für schrägverzahnte Stirnräder nach dem Wälzverfahren II. Teil .....   | 157 |
| <i>Lipka, I.</i> : Herstellung der Fingerfräser für schrägverzahnte Stirnräder nach dem Wälzverfahren. III. Teil .....   | 179 |
| <i>Csillag, I.</i> : Bestimmung der Reibungsverluste im Luftspalt von elektrischen Maschinen unter Berücksichtigung der Ober-Flächenrauheit .....                                      | 189 |
| <i>Kolonits, F.</i> : Blitztemperaturen von Zahnrädern. I. Teil. Überblick und stationäre Modelle  | 201 |
| <i>Horváth, Z.</i> : Berechnung komplexer Konstruktionen .....   | 221 |
| <i>Petrasovits, G.</i> : Das neue Bauindustrie-Laboratorium der Budapester Technischen Universität und die ingenieur-mechanischen Forschungen der Akademie .....                       | 227 |
| <i>Tegze, J.—Lenkei, P.</i> : Stochastische Optimalisationsmethoden bei Bruchlastrechnungen  | 233 |



## CONTENTS

|   |     |
|---|-----|
| Memory of Á. G. Pattantyús (1885—1956) . . . . .  | 1   |
| <i>Csonka, P.</i> : Paraboloid-like Shells . . . . .  | 15  |
| <i>Bitó, J.—Antal, K.—Bolla, I.</i> : Active Plasmadiagnostic Probing Techniques . . . . .  | 27  |
| <i>Somlyódy, L.</i> : Examination of Mixing in Water Streams by Using Mass Flux Constant Curves . . . . .   | 61  |
| <i>Gausz, T.</i> : Approximate Numerical Determination of the Dynamic Load of Aircraft Wings in Wind Gusts . . . . .  | 75  |
| <i>Varga, L.</i> : Determination of the Stress Pattern Induced in an Orthotropic Cylindrical Shell by Line Loads . . . . .  | 85  |
| <i>Bosznay, Á.</i> : Improvable Bracketing of the Eigenfrequencies of a Space Frame Structure Consisting of Rods with Varying Cross Section, Part II . . . . .                  | 107 |
| <i>Makai, E. jr.—Tarnai, T.</i> : Morphology of Spherical Grids . . . . .   | 123 |
| <i>Szóke, B.</i> : Generating of the End Milling Cutters for Helical Gears Part II . . . . .  | 157 |
| <i>Lipka, I.</i> : Generation of End Milling Cutters for Helical Gears Part. III . . . . .  | 179 |
| <i>Csillag, I.</i> : Determination of the Friction Loss in the Gap of Electrical Machine Accounting for the Surface Roughness . . . . .   | 189 |
| <i>Kolonits, F.</i> : Flash Temperature of Gears, Part I. Review of the Problem and Stationary Models . . . . .   | 201 |
| <i>Horváth, Z.</i> : Calculation of Compound Structures . . . . .   | 221 |
| <i>Petrasovits, G.</i> : The New Building-Industrial Laboratory of the Technical University of Budapest and the Research Work of the Academy on Engineering Mechanics . . . . . | 227 |
| <i>Tegze, J.—Lenkei, P.</i> : Stochastic Optimization Methods in Collapse Load Analysis . . . . .   | 233 |

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |     |
|--|-----|
| Памяти академика А. Геза Паттантюш (1885—1956) .....   | 1   |
| <i>П. Чонка</i> : Псевдопараболоидные оболочки .....   | 15  |
| <i>Я. Бито, К. Антал, И. Болла</i> : Активные методы испытаний плазменной диагностикой .....   | 27  |
| <i>Л. Шоййоди</i> : Исследования в водотоках при использовании массовых элементарных линий тока .....  | 61  |
| <i>Т. Гаус</i> : Определение приближенным числовым методом динамической нагрузки самолетных крыльев при порывах ветра .....  | 75  |
| <i>Л. Варга</i> : Определение напряженного состояния ортотропных цилиндрических оболочек в случае действующих на края нагрузок .....   | 85  |
| <i>А. Боснаи</i> , Улучшенный охват собственных частот колебаний пространственных конструкций, состоящих из прямых стержней переменного сечения, II .....  | 107 |
| <i>Э. Макаш (мл.), Т. Тарнаи</i> : Морфология сферических решеток .....  | 123 |
| <i>Б. Сэке</i> : Производство обкаткой концевых фрез для обработки косозубых цилиндрических колес, II. Описание и наладка приспособлений для производства концевых фрез .....                            | 157 |
| <i>И. Липка</i> : Производство обкаткой концевых фрез для обработки косозубых цилиндрических колес, III. Исследование эвольвентного характера стороны зуба, изготовленной с помощью концевой фрезы ..... | 179 |
| <i>И. Чиллаг</i> : Определение потерь от трения газов, возникающих в воздушном зазоре электрических машин, с учетом поверхностной шероховатости .....  | 189 |
| <i>Ф. Колонич</i> : Температура молнии зубчатых колес, I. Обзор данной тематики; стационарные модели .....   | 201 |
| <i>З. Хорват</i> : Расчет комбинированных конструкций .....  | 221 |
| <i>Г. Петрашович</i> : Новая лаборатория по строительной промышленности Будапештского политического института и академические технико-механические исследования .....                                    | 227 |
| <i>Ш. Тегзе, П. Ленкеи</i> : Методы стохастической оптимизации для определения разрушающей нагрузки .....  | 233 |

# EMLÉKEZÉS PATTANTYÚS Á. GÉZÁRA (1885—1956)

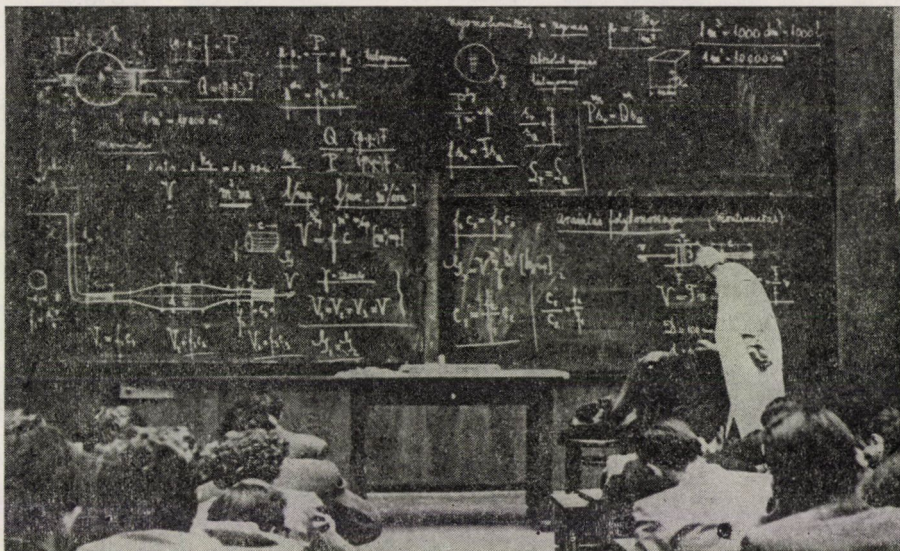
TERPLÁN ZÉNÓ\*

A MŰSZ. TUDOMÁNYOK DOKTORA

Elhangzott az MTA Áramlás és Hőtechnikai Gépek és Berendezések, illetve Gép szerkezettani Bizottságainak 1975. december 15-én tartott együttes emlékülésén

1975. december 11-én 90 éve volt annak, hogy PATTANTYÚS Á. Géza Selmechányán megszületett. 1956. szeptember 29-én halt meg Budapesten. Az azóta eltelt csaknem húsz év alatt több emlékezés jelent meg róla, de a rá vonatkozó adatok kiegészítése még mindig nem fejeződött be.

Dr. PATTANTYÚS Á. Géza akadémikus professzor sokoldalú gépészmérnöki oktató-nevelő-kutató, tervező-beruházó-szakértő-feltaláló és társadalmi-közéleti-vezető tevékenységéből leginkább mint műszaki szakíró alkotott maradandót.



PATTANTYÚS professzor irodalmi munkáinak csatolt felsorolása teljesebb minden előző összeállításnál. Az időrendi sorrend pusztá áttekintése szinte életrajzi váz. Ebben az irodalmi összeállításban megtalálhatók könyvei, szakcikkei, értekezései, akadémiai székfoglalói, szabadalmi, egyetemi, mérnök-továbbképző jegyzetei, a mérnökneveléssel foglalkozó cikkei, főszerkesztői előszavai, tudományos hozzászólásai, szabvány-kidolgozó munkái, interjúi stb.

\* Prof. Dr. Terplán Zénó, 3529 Miskolc. Szabadságharc u. 12.

PATTANTYÚS Á. Géza apja orvos volt, az anyai ágon, a PÖSCHL családban bécsi, selmechányai, később budapesti professzorok találhatók. Az öt testvér közül négy fiú, és három a mérnöki pályát választotta. Gépészmérnöki oklevelének 1907-ben történt megszerzése után először ZIPERNOWSKY Károly professzor tanársegéde, majd magánmérnöki pályájával párhuzamosan HERRMANN Miksa professzor mellett tanársegéd, később adjunktus, 1921-től egyetemi magántanár egészen 1930. szeptember 30-i műegyetemi rendes tanári kinevezéséig, amikor megbízták a budapesti műegyetem III. Gépszerkezettani (hidro- és emelőgépek) Tanszékének vezetésével.

1909-ben jelent meg első szakcikke a kohászati hengerjáratok energia-kiegyenlítéséről [1]. E problémákkal foglalkozhatott már fiatal tanársegéd korában [2], részben ezt tanulmányozhatta az USA-ban [3], és e témakört érlelte az 1911-ben elfogadott műszaki egyetemi doktori értekezéssel [4, 5]. E kutatási programot ZIPERNOWSKY professzor jelölte ki számára, amint az az értekezés köszönő soraiból kiderül.

Már ezekben az első cikkekben és az értekezésben megtalálható az az egyéni vizsgálati mód, amely nem jellemző sem volt tanáraira, sem pályatársaira. Ennek a módszernek az alapja: a probléma lehető legegyszerűbb megfogalmazása, a lényeges befolyásoló tényező vagy tényezők megtalálása, és a vizuális, szerkesztő eljárások [30, 34, 84], diagramok [115] előnyben részesítése. Ezt az elektrotechnikai vizsgálatokban bevált módszert terjesztette ki későbbi pályafutása során más tudományágakban (a gépszerkezettanban, emelőgépekben és szállítóberendezésekben, áramlástechnikai gépekben) végzett kutatásaiban. Ez tette írásait annyira közérthetővé és népszerűvé. Ugyanakkor a tárgyalás sosem „sértette” sem a fizikai jelenség szabatos leírását, sem a matematikai eszközök használatát.

Az 1913-ban megjelent daru-cikk [6] jelzi, hogy HERRMANN professzor az emelőgépek oktatásával bízta meg. A háborús évek kihagyása után, 1918-tól további cikkek [7–9] igazolják e témakör folytatását, amelyet 1921-ben „Az elektromos üzemű felvonók és energiakiegyenlítő szerkezetek” c. egyetemi magántanári témakör [11] zár le, ill. „Emelőgépek” címen ekkor jelenik meg az első egyetemi jegyzete [12], amely az e tárgyú cikkei [15, 16] után 1926-ban első tan- és szakkönyvvé [17] volt fejleszhető.

Erre PATTANTYÚS professzor idős korában egy interjúban [154] a következőképpen emlékezett vissza: „Magam is csak egykori kedves professzoromnak, HERRMANN Miksának a nyomdokait követem ilyenkor. Valamikor ő volt a műegyetemen az Emelőgépek c. tárgy tanára. Egyik esztendőben sok munkája miatt másra kellett bíznia az előadásokat, és egyik fiatal munkatársát szemelte ki. Én voltam ez. Nem sokkal később azzal is biztatott, hogy írjam meg a tárgy tankönyvét. Így született meg 1926-ban első tankönyvem. Ennek előszavában HERRMANN professzor meleg szavakkal emlékezett meg arról, hogy milyen jó érzés fiatal tanítványának sikereit látni.”

De idézhetők HERRMANN professzor előszavából [17] a következők is: „... az emelőgépek igen számottevő része, mondhatni zöme ma már villamos hajtású, s ezt a tényt az előadásokban is kellő méltatásra kell juttatni. A tanításnak ezt a részét akkori adjunktusomra: PATTANTYÚS Á. Géza dr.-ra bízom, s várakozásomban nem csalódtam...”

HERRMANN professzor tehát méltányolta PATTANTYÚS-nak azt a képességét, hogy egyaránt uralja a gépszerkezettant és az elektrotechnikát [20–22].

Erre az időszakra jellemző még az az epizód, amelyet Dr. CSONKA Pál professzor írt le az édesapjáról szóló „Egy magyar gyár bölcsőjénél” c. írásában: „... A gépek 1925. január elsején már a kis műhelyben voltak. Ámde, miként ötven évvel korábban a műgyetem gépműhelyében, itt is nehézségek mutatkoztak az erőforrás körül. Ekkor CSONKA János a műgyetem neves professzorához, PATTANTYÚS Á. Gézához fordult tanácsért, aki boldog volt mindig, ha másokon segíteni tudott. PATTANTYÚS professzor azt javasolta, hogy CSONKA építse meg gépeihez a rendes, háromfázisú vezeték-hálózatot, vegyen egy szabványos háromfázisú motort és kösse azt és a gépek motorjait a hálózatba. Azután az egyfázisú városi áram két vezetékét kapcsolja rá a kis műhely háromfázisú vezetékének két drótfára. Nevezze ki a műhely egyik nagyobb motorját „anyamotor”-nak, és mielőtt azt megindítaná, hozza forgásba annak szíjtárcsáját a szíj megrántása által. És elindult az anyamotor. Ezzel 1925. január 22-én CSONKA János 73-dik születésnapján elindult a kis műhely is...”

A HERRMANN professzorral együtt eltöltött éveknek egy másik eredménye is volt. HERRMANN professzor USA-beli tanulmányútja óta a földgázzal, mint energiahordozóval foglalkozott, amelyet előadása a mérnökegyeletben, és „A földgáz termelése, vezetése és értékesítése” c. 1911-ben megjelent mérnökegyeleti közlönybeli cikke is jelez. Az első világháború után ennek jelentősége hazánkban fokozódott. Ekkor kezdett PATTANTYÚS professzor az alföldi gázoskutakkal behatóan foglalkozni, amelynek több ekkortájt megjelent cikk [13, 14, 18, 19, 32, 70], ill. egy 1942-ben megjelent, akadémiai jutalommal díjazott tudományos munka [97] lett az eredménye. A légn nyomásos vízemelőre, vagyis a mammutszivattyúra vonatkozó kutatási eredményeit ma is felhasználják a szakemberek.

A végleges professzori kinevezés előtti időszakra esik még néhány szabadalom (eddig csak az egyik forrást [10] sikerült megtalálni), továbbá a gazdasági világválság, amely PATTANTYÚS Á. Gézát mint egy kis vállalat társ tulajdonosát (Esső és Társa) anyagilag is súlyosan érintett. Ez a körülmény — mint később említette — nemcsak anyagilag hozta nehéz helyzetbe, hanem a „sikertelennek” minősített gépészmérnöki munkája még professzori kinevezését is veszélyeztette. Tény, hogy a kinevezés éveket késett, 1930. szeptember 30-án nyerte el nyilvános rendes tanári kinevezését.



PATTANTYÚS professzor a neves BÁNKI Donát professzor örökébe lépett. A tanszék elnevezésével kapcsolatban az „Emelőgépek” tárgykörét illetően teljesen felkészült volt, a hidrogépek közül a gázos kutakkal végzett kutatásai jelentettek számára előtanulmányt. Az időszaki nehézségeire jellemző egy későbbi visszaemlékezése [132]: „...BÁNKI professzor halála után a műegyetemen az ő tanszéke csaknem egy évtizedig betöltetlen maradt, a Hidrogépeket pedig törölték a szigorlati tárgyak sorából. Talán még ennél is nagyobb visszaesést okozott abban az időben a vízgéplaboratórium teljes leállása, és a vízgépészeti gyakorlati oktatás teljes hiánya. Csak a harmincas években sikerült a vízgéplaboratórium fokozatos felújítása és üzembehelyezése után a gépészmérnökhallgatók egyik tagozata részére a gyakorlati oktatás megindítása a Vízérőgépkísérletek című nem kötelező tárgy beiktatásával. Végnélküli viták eredménye volt az is, hogy a Vízgépek előadása ismét a szigorlati tárgyak közé emelkedett.”

A tanári évek kezdetben három irányú tevékenységre irányultak az előadások tartásán és a tanszékvezetésen kívül: egyetemi jegyzetek, mérnöknevelési cikkek írására, továbbá egy mérnöki folyóirat, a *Technika* főszerkesztői teendőire.

A Vízérőgépek előadásaira készülve 1932 és 1936 között három ragyogóan összeállított egyetemi jegyzet született „Hidrogépek üzemtana és szerkezet-tana” címen [62, 68, 71], amely kb. két évtizeden át alapvető forrás volt a szivattyúkkal-turbinákkal foglalkozó szakemberek és egyetemi hallgatók számára. De közben, ezekben az években az „Általános géptan” c. tantárgy jegyzete [40] és példatára [67], továbbá az „Emelőgépek” c. könyvet kiegészítő „Szállítóberendezések üzemtana és szerkezet-tana” [69, 116, 122] is elkészült. A már méltatott könyv és ezek a kitűnő jegyzetek hosszú időn át megalapozták a gépészmérnökhallgatók szakmai ismereteit.

Szép feladatot teljesített PATTANTYÚS professzor, amikor BÁNKI professzor félbemaradt tankönyvét kiegészítette és kiadta [50]. Az előszóban a következők olvashatók: „Egy évtized múlt el azóta, hogy 1922-ben nagynevű tanárom: BÁNKI Donát halálával a »Hidrogépek« c. műegyetemi előadás II. részét felölelő tankönyvének kiadása az első tíz év megjelenése után félbemaradt. Ennek a csonkán maradt kiadványnak átlapozása közben érlelődött meg az a gondolat, hogy az abban feldolgozott értékes tanulmányi anyagot a műegyetemi hallgatóság részére hozzáférhetővé kell tenni, s azt legalábbis annyira be kell fejezni, hogy az könyv-alakban forgalomba kerülhessen. Amikor azután műegyetemi tanári kinevezésemmel ennek a tárgynak előadása rám hárult, időszakiútvé vált ennek a kérdésnek oly módon való rendezése, hogy a kegyeltséért értékrögzítés helyett valóban értékmentés lehessen.”

Kb. három tanév (1929–32) terméke az a mérnökképzéssel, mérnökneveléssel foglalkozó cikksorozat [25–27, 35–37, 39, 42, 44, 45–49, 52, 54–61], amely zömmel a *Technika* c. folyóirat mellékletében, a „Mérnöknevelés”-

ben tollából megjelent, s amelynek időtálló részeit ma is sokan idézik. Ez a sorozat éppen a gazdasági világválság éveiben jelent meg. Különös értéke az az optimizmus, amellyel az akkor kilátástalan jövőjű hallgatóit mégis szakmaszeretetre és általános műveltségre nevelte. Elég ha e sok cikk közül a „Több lendületet!” [56] c. rövid írásból idézünk egy gondolatot: „Tanulmányaink, törekvéseink és munkálkodásunk eredményessége is azon fordu meg, vajon hivatásunk teljesítése közben fel tudunk-e emelkedni mindennapi gondjaink rögös-talajáról, legyőzve a nyomasztó gazdasági helyzet és a bizonytalan jövő ránk nehezedő »gravitációját«!” — írta 1930-ban.

1928-ig cikkeinek legtöbbje az *Elektrotechnika* és a *Magyar Mérnök-és Építész-Egylet Közleményében* jelent meg. Ettől kezdve azonban az 50-es évek elejéig elsősorban a *Technika*, majd a *Magyar Technika* c. folyóiratban publikált, amely folyóiratoknak 1928 és 1954 között főszerkesztője volt. Évente egy-két cikke jelent meg, és ő írta az év eleji köszöntőket [31, 41, 45, 53, 63, 72, 75, 86, 89, 95, 101, 103, 107]. A folyóirat jól szerkesztett volt és a két világháború között a mérnökegyleti közlöny mellett a másik, több mérnöki tudományágra kiterjedő publikálási lehetőséget jelentette, a felszabadulás után pedig éveken át az egyetlen átfogó technikai folyóiratot jelentette először a mérnökszakszervezet, majd a MTESZ kiadásában, amelyből fokozatosan a mai helyzetnek megfelelő folyóiratok szakosodtak. A főszerkesztőre nyilván a kényesebb ügyek intézése tartoztak. Gyakran emlegette később PATTANTYÚS professzor, mennyire nehéz helyzetben volt, amikor a még ma is emlékezetes Jendrassik—Schimanek gázturbina-polémia közlésére sor került a *Technika* hasábjain, és amelyet — véleménye szerint — sikerült akkor mindkét fél számára elfogadható szövegezésben közzétennie.

E szerkesztői rátermettségnek köszönhető már ebben az időben több, példamutató könyvismertetése [29, 33, 38, 47, 91], tanulmányértékű hozzászólása [28, 43], továbbá a III. *Magyar Országos Mérnökkongresszus* anyagának sajtó alá rendezése [51], amely munkájára ugyancsak büszke volt élete végéig.

A 30-as évek második felének nagy vállalkozása, hogy az Egyetemi Nyomda felkérésére elvállalta a később annyira híressé vált, kétkötetes „Gépészeti Zsebkönyv” [76] (GZS) főszerkesztői teendőit. A GZS mai átforgatása is bárkit meggyőzhet tartalmának akkori korszerűségéről, tömör stílusról, műszaki nyelvezetének frissességéről. Mindez elsősorban a főszerkesztőt dicséri, aki vette a fáradságot, hogy az eredeti kéziratokat átolvasva, azokat az egységes koncepció érdekében átírja, nyelvezetét és szakszavait egységesítse és szinte minden esetben rövidítsen, vállalva a megbántódások özönét. Mégis azzal a jó érzéssel emlékezett vissza e több éves munkájára, hogy „sok neves magyar gépésmérnököt megtanított a szakíráásra”.

A GZS több fejezetét [77—83] maga PATTANTYÚS professzor írta, és a hasonlóságból arra lehet következtetni, hogy több előző [64, 65, 73, 74], ill. utóbb megjelent cikke [84, 85, 87, 88, 92, 98] a GZS-nek köszönhető.

1938/39-ben a budapesti műegyetem Gépész- és Vegyészmérnöki Karának dékánja, 1939/40-ben a Gépészmérnöki Osztály elnöke volt. Akkoriban az a szokás alakult ki, hogy a professzorok ilyen vezető tisztségeket csak 1—1 tanévre vállaltak. PATTANTYÚS professzor ezt a megbízatását is rendkívül lelkesen látta el. Erre utal, hogy ezekben az években megcsappant szakirodalmi tevékenysége. Vállalta, hogy a kiképzési idő alatt végző gépészmérnökhallgatók rendkívül rossz százalékos arányát lényegesen megnöveli. Ennek érdekében számos intézkedést tervezett a gépészmérnök-képzés ésszerűsítésére. Ha minden elképzelése nem is valósult meg ilyen rövid tisztségi idő alatt, annyit elért, hogy az akkor beiratkozott gépészmérnökhallgatók sokkal nagyobb arányban végeztek az előírt 9 félév alatt, mint a 20-as és a 30-as években [100]. Nagy szolgálatokat tett ezekben az években mint a Műegyetemi Zenekar, ill. a Műegyetemi Sportrepülő Egyesület tanárelnöke.

A háborús években méginkább a munkába menekült. A 40-es évek elején kezdte meg működését a *Mérnök Továbbképző Intézet*. Ebben azonnal vezető szerepet kapott. Ő képviselte a vezető testületben a gépészmérnöki szakmát éppúgy, mint ahogyan ő volt már ekkor a MMÉE gépészeti szakosztályának is a vezetője.

E tisztségei előadások, tanfolyamok szervezését és az elhangzott előadások sajtó alá rendezését jelentették. Úgy is fogalmazható, hogy folytatta azt a munkát, amit a GZS szerkesztésekor elkezdett: előadásra-írásra buzdította kortársait és kereste-felkarolta a fiatalabb tehetségeket. Amíg a Mérnöki Továbbképző Intézetbeli megbízatása tartott (1941—50), mintegy 100 értékes kiadvány jelent meg a gépészeti sorozatban.

A Mérnöki Továbbképző Intézet felkérésének köszönhető, hogy PATTANTYÚS professzor könyvírói munkája folytatódott. Sorban jelentek meg mindhárom oktatott tantárgyából a következő könyvek: 1942-ben az „Áramlástan” [96], 1944-ben „A gépek üzemtana” [105], 1945-ben az általa szerkesztett „Felvonók” [106] és 1949-ben a GRUBER Józseffel közösen írt a „Szárnylapátos vízgépek” [115] című. E könyvek írása közben, ill. a mérnöktovábbképző előadásokra készülve rendkívül értékes cikkeket is közzétett magyar, ill. valamelyik világnyelven [93, 94, 98, 99, 108—110, 114].

A felsorolt könyvek közül az Áramlástan, Gyakorlati áramlástan címen már a Tankönyvkiadó gondozásában további két, átdolgozott kiadást [121, 159] ért meg. Legnagyobb sikert azonban „A gépek üzemtana” c. könyv ért el, amely PATTANTYÚS professzor életében hét [105, 112, 117, 118, 131, 139, 152], majd halála után további hat kiadást [158, 160—164] ért eddig meg (megjegyezve, hogy a 11. kiadástól átdolgozott formában). A hazai gépészeti szakirodalomban egyedülálló csúcs, hogy egy könyv három évtized alatt a 13 kiadás mellett meghaladja a 40 ezres példányszámot. És ebben még nincs is benne az e könyvből készített rövidített két kiadásnak, az „Általános géptan” címűnek [119, 134] példányszáma.



A felszabadulás után PATTANTYÚS professzor fiatalos lendülettel látott hozzá, hogy az általa vezetett tanszék és laboratórium újjáépüljön, majd korszerűsödjön. Érdeklődése egyre inkább az áramlástechnikai gépek és a hazai vízgazdálkodás [102, 110, 123, 142, 153] irányába terjedt ki. Könyv- és szakkcikk-írói munkája mellett technikatörténeti összeállítást írt [111, 149], újabb szabadalma jelent meg egy különleges vízemelő szerkezetéről, a vízemelő kosról [113, 126], részt vett elnökként a turbinaszivattyú szabványának kidolgozásában [120], vezető szerepet vállalt a gépészmérnök-oktatás reformmunkálataiban és a tudományos közéletben.

Az oktatási reformbeli munkáját írásban is fennmaradt néhány vallomása [124, 148, 150, 154], a tudományos közéletbeli szereplését pedig néhány tudományos hozzászólása [125, 127–129, 137, 140, 144–146, 151] jelzi.

Tudományos munkásságát ezekben az években leginkább két akadémiai székfoglalója jellemzi. 1946-ban „Csillapított lengések energetikai jellemzői” címen tartott székfoglalót. Ezt a témakört cikkben is [108] közreadta, ill. más tanulmányainak felhasználásával, kiegészítésével az Akadémiai Kiadó gondozásában, 1952-ben „Gépészeti lengéstan” c. könyvvé [130] érlelte. 1953-ban tartotta második székfoglalóját az „Anyagszállítás légáramban” címen. E témából is több cikket, ill. mérnöktovábbképző jegyzetet írt [133, 135, 136, 138, 141, 143, 155, 156, 157]. Ez azt is jelenti, hogy figyelme — ipari megkeresésre — két tantárgyának határterületére esett olyan időpontban, amikor az eredeti tanszék ketté oszódott, és PATTANTYÚS professzor a Vízgépek Tanszékének vezetését vitte tovább. Még ugyanebben az évben jelent meg a Mérnöki Továbbképző Intézet sorozatában „A vízgépkutatás korszerű feladata” c. „tudományos programadó” füzeté [132], amelyben elemezte a tudományterület oktatásának-kutatásának hazai múltját, és programot adott a jövőre.

E megemlékezésben sokoldalú munkásságából elsősorban szakírói tevékenységét emeltük ki. Ez azonban szorosan összefonódott mindenirányú egyéb tevékenységével. Mindezt a nagyon gazdag munkásságot kiegészítette a nagyszerű humanista ember munkája, aki egyéniségével, szaktudásával, általános műveltségével meghatározója volt hallgatói, munkatársai fejlődésének. Tanszékének létszáma az 50-es évek első felében nagyra duzzadt, volt munkatársai, aspiránsai közül később sokan jutottak el magas oktatói beosztásukig és tudományos fokozatig.

70. születésnapját még látszólag jó egészségben ünnepelhette meg szűkebb családjá (második felesége, két felnőtt gyermeke és sok unokája) társaságában, ill. bővebb „családjá”: volt és akkori tanszéki munkatársainak népes táborában. Pár hónap múlva, 1956. szeptember 29-én halt meg váratlanul. Erről GILLEMOT László akadémikus professzor — a BME az idő szerinti rektora a következőképpen emlékezett meg: „Mint elsőéves hallgatók, nem tudtuk megítélni PATTANTYÚS Géza addigi tudományos munkásságát és a

mérnöki pályán addig elért sikereit, de a fiatalság helyes ösztönével megéreztek benne a fiatalságot szerető és a fiatalságért lelkesedni tudó embert. Ettől a naptól kezdve 26 éven keresztül személyesen tudtam követni PATTANTYÚS professzor tudományos és tanári pályafutását egészen addig a szomorú pillanatig, amíg néhány nappal ezelőtt éppen nálam egy hivatalos tárgyalás közben érte az a szívroham, amely azután néhány órán belül végzett vele.”

Már életében, de halála után különösen a hazai gépészmérnökök példaképévé vált. Emlékét őrzi a GZS utóda: Pattantyús-féle Gépész- és villamosmérnökök kézikönyvének 11 kötete, a GTE Pattantyús-díja, arcképe egy emlékbélyegen, egyik győri szakközépiskola elnevezése, több azóta megjelent könyv ajánlata, a Műszaki Nagyjaink könyvsorozat 1. kötetébe való besorolás, a műveire való számtalan hivatkozás, műveinek továbbélése. De mindezeknél még többet jelent azoknak a mérnök-nemzedékeknek az emléke, amelyek volt tanítványainak nevezhetik magukat.

A Budapesti Műszaki Egyetem aulájában 1956. október 4-én lezajlott gyászszertartáson a tanítványok nevében búcsúzó SÁLYI István professzor szavait idézve zárjuk e megemlékezést:

„Az emlékezés szárnyain a múltba repülve, most is élesen látom kissé idegesen mozgó szikár alakodat. Látom az élettelen nagy fekete táblát fokozatosan étellel megtöltő, biztos kézzel, művésziesen felrajzolt ábrákat, a gyöngybetűkkel, gyönyörű rendben felírt képleteket, és tisztán hallom a belső tűztől fűtött, mégis többnyire elfogódott magyarázó szavaidat, a gondolatok torlódó árájában meg-megpihenő beszédedet.

Ebben a keretben jelenik meg előttem a végtelenül szerény professzor egyénisége. Így tanítottál fegyelmezett gondolkodásra, biztos tájékozódásra a természet és az élet rendkívül bonyolult viszonyai között, a lényeges és lényegtelen elválasztására, a rend keresésére, a rend szeretetére.

Írásaid: nagy-nagy gonddal és gyönyörű magyarsággal megírt könyveid, tankönyveid, dolgozataid a gépészeti tudományok szerteágazó, széles területeire kiterjedő tudásodnak gazdag tárházai. Belőlük könnyű volt meríteni, ezek az írások megtanítják a bennük elmélyülőt a tudomány, a mérnöki hivatás tiszteletére és szeretetére.”

#### Pattantyús Á. Géza irodalmi munkássága\*

1. Energiakiegyenlítés reverzáló hengerjáratoknál. — *Elektrotechnika* 2 (1909), 6, 69–75
2. Az elektromosság alkalmazása a vasiparban. — *MMÉE Értesítője* 29 (1910), 43, 455. (Összefoglalás az 1910. nov. 26-i előadásról, amely a MMÉE gépipari, bányászati, gyáripari és elektrotechnikai szakosztályok ülésén hangzott el.)
3. Elektromos üzem az Egyesült Államok legmodernebb acéltelepén. — *Elektrotechnika* 3 (1910), 22, 285–289

\* Az irodalmi munkák összeállításához segítséget nyújtottak: JÁLICS Károly, NAGY Géza, SZABÓ Ákos és dr. SZŐKE Béla.

4. Elektromos hengerjáratok üzemének vizsgálata gyorsulások alapján. (A József Műegyetemre benyújtott és elfogadott műszaki egyetemi doktori értekezés.) Pátria Nyomda. Budapest 1911, 60 old.
5. Elektromos hengerjáratok üzemének vizsgálata gyorsulások alapján. — *Elektrotechnika* 5 (1912) 14, 197—200, 15, 218—221, 17, 249—252, 19, 283—287, 20, 302—305
6. A daru-óriások fejlődése az utolsó 25 év alatt. — *MMÉE Közl.* 47 (1913), 28, 492—493
7. Fejezetek az elektrogépek melegedéséről. I. — *Elektrotechnika* 11 (1918), 3, 17—20, 4, 26—30
8. Villamos daruk tervezéséről. — *Elektrotechnika* 11 (1918), 17, 129—135, 18, 137—143, 19, 147—149
9. Egy új fogaskeréktípusról. — *MMÉE Közl.* 52 (1918), 31, 260—264
10. Forgó hengertömb és központosított vezérlés mindennemű dugattyús gépek, főleg explóziós motorok számára. Társzerző: Dr. STEINER Leó okl. közgazdász. (Szabadalom. 1921. márc. 26; 77 721. sz. V/d. 2. oszt.)
11. Elektromos üzemű felvonók és energiakiegyenlítő szerkezetek. (A József Műegyetemen elfogadott műszaki egyetemi magántanári témakör.) Budapest 1921
12. Emelőgépek. (Herrmann Miksa professzor előadásai alapján.) (Műszaki egyetemi jegyzet.) Saját kiadás, Budapest 1921, 151 old.
13. A hajdúszoboszlói gázos gyógyvizet kút technikai értékesítéséről. — *MMÉE Közl.* 60 (1926), 15—16, 87—92
14. A hajdúszoboszlói gázos gyógyvizet kút értékesítésével kapcsolatos műszaki feladatok. Debrecen. T. I. Tudományos Társaság. 1926, 23—29
15. Fejezetek az elektrogépek melegedéséről. II. (A melegétszármaztatás tényezőinek meghatározása több test kölcsönös hőcseréjének figyelembevételével.) — *Technika* 8 (1927), 7, 198—205, 8, 239—245, 9, 278—287
16. Kocsira szerelt forgódaru keréknyomásainak grafikus meghatározása. — *Technika* 8 (1927), 10, 309—314
17. *Emelőgépek* üzemtana és szerkezetana, a villamos üzem különös méltatásával. Németh. J. kiadása. Budapest 1927, 495 old. (307 ábra). (Ismeretetés ROSTÁSY I.-tól. — *Technika* 8 (1927), 8, 224—225; VÉRTÉSSY K.-tól. — *MMÉE Közl.* 62 (1928), 7—8, 51)
18. Az alföldi gázoskutak energiagazdasági jelentőségéről. — *Technika* 9 (1928), 1, 12—14
19. Gázos kutak dinamikájáról. — *Technika.* 9 (1928), 1, 27—36
20. Lengő keresztartók a szabadvezetékek támszerkezetein. — *Technika* 9 (1928), 6, 239—241
21. A fázisszög kiszámítása két wattmérő adataiból. — *Technika.* 9 (1928), 7, 289—290
22. A kölcsönös melegétszármaztatásról. — *Elektrotechnika* 21 (1928), 13—14, 123—127
23. A „Technikai fejlődésünk története” c. könyv „Emelőgépek” fejezete. *MMÉE* kiadása. Budapest 1928, 856—863
24. A „Technikai lexikon” (szerk. Győző A.) „Emelőgépek és szállítóberendezések” címszavai. Győző A. kiadása. Budapest 1928, 301—306
25. A gépészmérnök hivatásáról. — *Technika* 10 (1929), 1, 1—2
26. A technika kultúrtörténeti jelentőségéről. — *Technika.* 10 (1929), 3, 71—73
27. A technika szerepe mindennapi életünkben. — *Technika* 10 (1929), 5, 135—137
28. Hozzászólás Kerékgyártó Gy. „A fémrudak csavarása” c. cikkéhez. — *MMÉE Közl. Havi Füzetek.* 6 (1929), 5—6, 92—95
29. Könyvismertetés Stasney Albert „A rajzolás elemei” és „Vázolás minta nélkül” c. műveiről. — *Technika.* 10 (1929), 8—9, 253
30. Jellegzetes lengési feladatok grafikus tárgyalása. — *Technika* 10 (1929), 10, 268—274
31. A „Technika” első évtizede. — *Technika* 11 (1930), 1, 32—33
32. A hajdúszoboszlói földgáz mint energiaforrás. — *Technika* 11 (1930), 2—3, 53—58
33. Könyvismertetés Romsauer Lajos „Ábrázoló geometria. I.” c. könyvéről. — *Technika* 11 (1930), 2—3, 111
34. Grafikus módszerek a felmelegedés és a lehűlés szabatosabb meghatározására. — *Technika* 11 (1930), 4, 135—145
35. Magyar mérnöknevelés. — *Technika* 11 (1930), 7, mell., 59—61
36. Nemzeti erőforrásaink. — *Technika* 11 (1930), 8, mell., 66—68
37. Arany középút. — *Technika* 11 (1930), 9, 81
38. Könyvismertetés Frölich „Handbuch für industrielle Werkleitung” c. könyvéről. — *Technika* 11 (1930), 9, 285—286
39. Kenyér és hivatás. — *Technika* 11 (1930), 10, mell., 93
40. Általános géptan. (Műszaki egyetemi jegyzet.) Saját kiadás. Budapest 1930, 234 old.
41. Olvasóinkhoz. — *Technika* 12 (1931), 1—2, 1
42. Tanszabadság. — *Technika* 12 (1931), 3—4, mell., 17—18

43. Mérnökgresszusi határozat Pattantyús Á. Géza javaslataira. — *Technika* 12 (1931) 3–4, 113
44. Technische Pedagogik. — *Technika* 12 (1931), 5. mell., 37
45. An unsere Leser — Olvasóinkhoz. — *Technika* 12 (1931), 5, 125–126
46. Fiainkhoz. — *Technika* 12 (1931), 6. mell., 49
47. Könyvismertetés Lósy-Schmidt Ede „Hatvani István élete és művei 1718–86. I. r.” c. művéről. — *Technika* 12 (1931), 6. mell., 50
48. A mérnöknevelés Franciaországban. — *Technika* 12 (1931), 7. mell., 53–54
49. A magyar mérnök látóköre. — *Technika* 12 (1931), 9. mell. 61
50. Dugattyús szivattyúk és kompresszorok gépszerkezetana. Társ szerző: BÁNKI Donát. Németh J. kiadása, Budapest 1932, 163 old. (Ismertetés EÖRI FINTOR Z.-től. — *MMÉE Közl.* 67 (1933), 1–2, 10–11.)
51. Szerkesztés. Az 1931. évi Magyar Országos Mérnökgresszus iratai. Bp. M. K. József Műegyetem. 1932. 280. old. (A III. Magyar Országos Mérnökgresszus anyaga.)
52. A mérnökök nevelése és továbbképzése. — Az 1931. évi Magyar Országos Mérnökgresszus iratai. M. K. József Műegyetem, Budapest 1932, 57–62.
53. Olvasóinkhoz. — *Technika* 13 (1932), 1–3. 1
54. A mérnöknevelés alapelvei. — *Technika* 13 (1932), 1–3. mell., 1–3
55. Doktori cím a soproni főiskolán. — *Technika* 13 (1932), 1–3. mell., 1
56. Több lendület! — *Technika* 13 (1932), 5. mell., 21
57. Ép testben ép lélek. — *Technika* 13 (1932), 6. mell., 27
58. Hogyan tanuljunk a Műegyetemen? — *Technika* 13 (1932), 6. mell., 27
59. Az új tanév küszöbén. — *Technika* 13 (1932), 6. mell., 27
60. Dolgozz felelősséggel. — *Technika* 13 (1932), 10. mell., 39
61. A mérnöknevelés és technikai érzék. — *MMÉE Közl.* 66 (1932), 35–36, 193–198
62. Hidrogépek üzemtana és szerkezetana. III. rész. (Turbinaszivattyúk szerkesztése.) (Műszaki egyetemi jegyzet.) Saját kiadás. Budapest 1932, 163 old. (Ismertetés FÉNYES K.-tól. — *MMÉE Közl.* 67 (1933), 23–24. 147.)
63. Olvasóinkhoz! — *Technika* 14 (1933), 1–2, 1
64. Változó sebességű folyadéksugár reakciója és munkája. — *Technika* 14 (1933), 5–6, 72–80
65. Windkessel an Kolbenpumpen. Wirkungsweise und Berechnung. Nach einem Forschungsbericht von G. A. PATTANTYÚS, Budapest. (Closterhalfen, A. kivonata.) — *VDI-Z.* 77 (1933), 42, 1143–1146
66. „Az otthon és gazdasága” c. könyv „Energia ellátás”, „Villamos energia”, „Villamos energia termelése” és „Központi telepek és közművek” c. fejezetei. Természettudományi Társulat kiadása. (Szerk. Gombócz E.), Budapest 1933, 298–314, 331–340, 353–359 és 359–376
67. Általános géptani példatár. (Műszaki egyetemi jegyzet.) Saját kiadás. Budapest 1933, 50 old.
68. Hidrogépek üzemtana és szerkezetana. I. rész. (A víz vezetése és elosztása: csövek és csőhálózatok.) (Műszaki egyetemi jegyzet.) Saját kiadás. Budapest 1934, 132 old. (Ismertetés MÁTYUS S.-tól. — *Technika* 16 (1935), 5, 74; Kováts Á.-tól. — *MMÉE Közl.* 69 (1935), 45–46, 318.)
69. Szállítóberendezések üzemtana és szerkezetana. I. kiad. (Műszaki egyetemi jegyzet.) Saját kiadás. Budapest 1934. (Ismertetés VANKÓ R.-tól. — *Technika* 15 (1934), 3, 53.)
70. A gázos kutak üzemi jellemzői. — *Bányászati és Kohászati Lapok* 68 (1936), 12, 209–216, 15–16, 253–261
71. Hidrogépek üzemtana és szerkezetana. II. rész. (Turbinák és turbószivattyúk elmélete.) (Műszaki egyetemi jegyzet.) Saját kiadás. Budapest 1936, 200 old.
72. 1936. — *Technika* 17 (1936), 1, 1
73. A végnélküli lánc hidrosztatikai analógiája. — *Technika* 17 (1936), 4, 62
74. A légüst szerepe dugattyús szivattyú üzemében. — *Bányászati és Kohászati Lapok* 69 (1936), 6, 121–127, 7, 148, 154, 8, 169–179
75. Beköszöntő. — *Technika* 18 (1937), 1, 1
76. Főszerkesztés. Gépészeti zsebkönyv. I–II. Egyetemi nyomda. Budapest 1937. I. k. 1567 old.; II. k. 1560 old. (Az *MMÉE* ezüstéremmel tüntette ki.) (Ismertetés QUIRIN L.-tól. — *Bányászati és Kohászati Lapok* 70 (1937), 11, 213–214, N. S.-tól. — *Technika* 18 (1937), 4, 108.)
77. Számológépek. Társ szerző: THAMM István. I. k. 117–135
78. Gyakorlati áramlástan. I. k. 411–452
79. Gépek üzemtana. I. k. 873–924
80. Forgattyús hajtóművek. I. k. 1110–1123
81. Szivattyúk. Társ szerző: BÁNFI György. I. k., 1344–1389
82. Felvonók. I. k., 1470–1493

83. Lengővályúk és rázócsatornák. I. k., 1520—1528
84. Bütökös tárcsás hajtóművek mozgástörvényei. — *Technika* 19 (1938), 4,
85. Munkagépek hatásának üzemteni feltétele. — *Technika* 19 (1938), 6, 187—193
86. A *Technika* XX. évfolyama. — *Technika* 20 (1939), 1, 1
87. Az anyag-szállítás üzemtana. — *Technika* 20 (1939), 10, 369—377
88. Rugós kioldású fogókészülék. — *Bányászati és Kohászati Lapok* 72 (1939), 13, 309—313
89. A *Technika* második évtizede. — *Technika* 21 (1940), 1, 1
90. Lektor a Lechner Egon „Géprajz rövid foglalata” c. könyvnek. Bp. Magyar Szabványügyi Iroda. 1941, 162 old.
91. Könyvismertetés Tettamanti Jenő „Nagynyomású centrifugális szivattyúk és bányavízmentesítő telepek” c. könyvéről. — *MMÉE Közl.* 75 (1941), 17—18, 79
92. A gépcsoport üzemeről. — *Technika* 22 (1941), 3, 89—94
93. A vízemelő-kos üzemeről. — *Technika* 32 (1941), 5, 173—179
94. Korszerű belvív-átemelőművek. — *Öntözésügyi Közl.* 3 (1941), 2, 243—254
95. 1942. — *Technika* 23 (1942), 1, 1
96. Áramlástan. 1. kiad. Bp. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. 1942. 160 old. (Ismertetés ABODY E.-től. — *Technika* 24 (1943), 6, 351—352; TETTAMANTI J.-től. — *MMÉE Közl.* 77 (1943), 6, 45—46.)
97. Vízszolgáltatás mélykutakból tekintettel az Alföld ivóvíz ellátására. A légnymósos vízemelő (mammutszivattyú) üzemtana. (Díjazott pályamunka.) Magyar Tudományos Akadémia kiadása. Budapest 1942, 56 old. (Ismertetés ismeretlen szerzőtől. — *Technika* 23 (1942), 8, 334.)
98. A vízerőgép lapátterhelése. — *Technika* 23 (1942), 6, 193—196
99. A víz lehűlése szabadon álló medencében. — *Technika* 23 (1942), 8, 279—285
100. Hozzászólás Kelemen M. „A magyar felsőoktatási kongresszus és tanulságai, a gépészmérnök-képzés új irányai” c. előadásához. — *MMÉE „Értekezések—Beszámolók”* (1942), VIII. füzet, 75—77
101. 1943. — *Technika* 24 (1943), 1, 1
102. Vízerőgép-kísérlet a vízgazdálkodás szolgálatában. — Tisza—Dunavölgyi Társulat Közp. Biz. kiadványa. 2 (1943), 1, 13—24 + 8 ábra
103. Beköszöntő a 25. évfolyam küszöbén. — *Technika* 25 (1944), 1, 1
104. Herrmann Miksa. — *Technika* 25 (1944), 5, 203—204
105. A gépek üzemtana. 1. kiad. Bp. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. 1944. 462 old. (Ismertetés HERCZEG J.-től angolul. — *Műegyetemi Közlemények* 1 (1947), 1, 88—89.)
106. Felvonók. (Szerkesztője és „A felvonó erőtana és üzemtana” rész szerzője. Bp. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. 1945. 244 old. (Ismertetés EÖRI FINTOR Z.-től. — *Technika* 26 (1945) T. 246. sz. 61, TERPLÁN Z.-től angolul. — *Műegyetemi Közlemények* 1 (1947), 2, 187.)
107. Főszerkesztői bevezető. — *Magyar Technika* 1 (1946), 1, 1
108. Csillapított lengések energetikai jellemzői. — *Magyar Technika* 1 (1946), 4, 125—129. (1-ső, 1946-beli akadémikus székfoglaló beszéd anyaga.)
109. Oscillations of Water Level in Surge Tanks or Break Pressure Reservoirs of Water Power Plants. — *Műegyetemi Közlemények* 1 (1947), 1, 42—69. (Magyar nyelvű összefoglalóval „A víztükör lengései vízerőmű aknás-kiegyenlítő medencéjében” címen.)
110. Vízerőgép-kísérleti laboratórium. — *Vízügyi Közlemények* 2 (1948), 1, 13—24
111. Magyarország technikai fejlődésének évszázada. — *Magyar Technika* 3 (1948), 3, 7—8
112. A gépek üzemtana. 2. kiad. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. Budapest 1948, 462 old. (Ismertetés TERPLÁN Z.-től. — *Gép.* 2 (1950), 9, 408—409.)
113. Öntöző-kos. Társzerző: MAZALÁN Pál. (Szabadalom. 138 300. sz. 1948.)
114. Approximative Design of the Characteristic Curve of Axialflow (Propeller) Pumps from the Velocity Diagram. — *Műegyetemi Közlemények* 3 (1949), 1, 51—57. (Magyar nyelvű összefoglalóval „A szárnylapátos szivattyú jelleggörbéjének közelítő szerkesztése a sebességi háromszögekben” címen.)
115. Szárnylapátos vízgépek. Társzerző: GRUBER József. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. Budapest 1949, 95 old.
116. Szállítóberendezések. 2. változatlan kiad. (Műszaki egyetemi jegyzet.) MEFESZ kiadása. Budapest 1949, 106 old.
117. A gépek üzemtana. 3. kiad. Tudományos Könyvkiadó, Budapest 1950, 462 old.
118. A gépek üzemtana. 4. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1950, 462 old.
119. Általános géptan. 1. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1950, 212 old.
120. Elnöke az MSZ 269 „Turbinaszivattyú vizsgálata és átvétele” c. szabvány szakbizottságának. Budapest. 1950—51
121. Gyakorlati áramlástan. (Áramlástan 2. kiad.-sa.) Tankönyvkiadó. Budapest 1951, 280 old.

122. Szállítóberendezések. 3. változatlan kiad. Állami Műszaki Főiskola kiadása, Budapest 1951, 171 old.
123. Áramlástanai tudnivalók a cukorgyártásban. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. Budapest 1951, 70 old.
124. A műszaki kéaderképzés és a mérnöktoábbképzés. — *Magyar Technika* 7 (1952), 7—8, 380—381
125. Hozzászólás MOSONYI E. „A dunai vízerőhasznosítás hidrológiájához” c. előadásához. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 2 (1952), 4, 522—523
126. Wirkungsweise und Berechnung des Stoßhebers (Hydraulischen Widders). Társszerző: TERPLÁN ZÉNÓ. — *Acta Techn. Hung.* 5 (1952), 4, 463—488.
127. Hozzászólás RÁZSÓ I. „Adatok a traktor dinamikájához” c. előadásához. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 4 (1952), 2, 31—34
128. Hozzászólás NÉMETH E. „Az öntözővíz mérésére szolgáló korszerű berendezések, különös tekintettel a Venturi-csatornákra” c. előadásához. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 5 (1952), 4, 20—22
129. Hozzászólás MOSONYI E. „Eljárás a hidraulikai felületi érdesség meghatározásához” c. előadásához. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 5 (1952), 4, 94—95
130. Gépészeti lengéstan. (Lengési folyamatok a műszaki gyakorlatban.) Akadémiai Kiadó. Budapest 1952, 264 old. (Ismertetés Vörös I.-től. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 8 (1953), 3—4, 670—671.)
131. A gépek üzemtana. 5. kiad. Tankönyvkiadó, Budapest 1953, 462 old.
132. A vízgépkiputatás korszerű feladatai. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. Budapest 1953, 48 old.
133. Anyagszállítás légáramban. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. Budapest 1953, 98 old. (2-dik, 1953-beli akadémikusi székfoglaló beszéd bővített anyaga.)
134. Általános géptan. 2. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1953, 212 old.
135. Áramlás betoncsatornában. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 8 (1953), 3—4, 455—469
136. Nyugvó folyadék munkaképessége gravitációs erőterben. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 9 (1953), 1—4, 407—414
137. Hozzászólás MOSONYI E. „A méretarány szerepe a kisminta-kísérleteknél” c. előadásához. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 10 (1953), 3—4, 396—397
138. Dvizenije potoka v betonah kanalah. (Áramlás betoncsatornában.) — *Acta Techn. Hung.* 6 (1953), 3—4, 331—350
139. A gépek üzemtana. 6. kiad. Tankönyvkiadó Budapest 1954, 462 old.
140. Vízgépíparunk mai és távolabbi feladatairól. (Szluca Emil beszélgetése Pattantyús Á. Géza Kossuth-díjas akadémikussal.) — *Szabad Nép.* 12 (1954), ápr. 1. sz.
141. Pneumatic Conveying. — *Acta Techn. Hung.* 8 (1954), 1—2, 129—177
142. A helvízáttemelő és öntözőtelepek szivattyúinak fejlődése. Társszerző: TRENKA Ernő. — *Vízügyi Közlemények* 36 (1954), 4, 467—482
143. Anyagszállítás légáramban. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 13 (1954), 1—4, 59—84
144. Hozzászólás MOSONYI E. „Országos Vizgazdálkodási Keretterv” c. tanulmányához. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 14 (1954), 4, 417—418
145. Hozzászólás PAP J. „Vízérőink hasznosítása és víziutaink fejlesztése” c. cikkéhez. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 14 (1954), 4, 494
146. Hozzászólás HORVÁTH J. „A fizikai mennyiségek mértékrendszerei az oktatásban” c. cikkéhez. — *Felsőoktatási Szemle* 3 (1954), 9, 413—415
147. Lektor a Dr. h. c. Schimanek Emil „Bánki Donát tudományos munkássága és alkotásai” c. könyvének. Akadémiai Kiadó Budapest 1954, 168 old.
148. A gépészmérnökkipzés szakosításáról. (Hozzászólás STROMMER Gy. cikkéhez.) — *Felsőoktatási Szemle* 4 (1955), 3, 136—137
149. A gépészeti tudomány tíz éve. Társszerző: RÁZSÓ Imre. Részlet „A magyar tudomány tíz éve” c. könyvből. Akadémiai Kiadó, Budapest 1955, 311—314
150. A jövő mérnökeinek neveléséről. — *Esti Budapest* 4 (1955), okt. 21. sz.
151. Hozzászólás HEVESI Gy. „Osztálytitkári beszámoló”-jához. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 17 (1955), 1—2, 34—35
152. A gépek üzemtana. 7. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1956, 462 old.
153. Növeljük vízgépíparunk teljesítőképességét. — *Szabad Nép* 14 (1956), máj. 13. sz.
154. L. E.: Beszélgetés Pattantyús Á. Géza professzorral, hogyan segíti elő munkatársainak fejlődését. — *Felsőoktatási Szemle* 4 (1955), 1, 33—36
155. Anyagszállítás légáramban. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. Budapest 1956, 98. old.
156. Pneumatikus szállítás. — *Magyar Energiagazdaság.* 9 (1956), 11—12, 444—453

157. Maximum Liquid Yield of Vertical Pipes with Gaseous Liquid. Társzszerzők: NÉMETH Árpád, SZABÓ Ákos és GAÁL József. — *Acta Techn. Hung.* 22 (1958), 1—2, 101—119
158. A gépek üzemtana. 8. kiad. Tankönyvkiadó Budapest 1958, 462 old.
159. Gyakorlati áramlástan. 3. átdolg. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1959, 444 old.
160. A gépek üzemtana. 9. kissé bőv. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1960, 474 old. (Ismer-tetés TERPLÁN Z.-tól. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 29 (1961), 1—4, 423—424; SZEBENYI O.-tól. — *Gép* 13 (1961), 8, 310.)
161. A gépek üzemtana. 10. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1963, 474 old.
162. A gépek üzemtana. 11. átd. kiad. Tankönyvkiadó, Budapest 1964. (Ismer-tetés TAKÁCS L.-tól. — *Felsőoktatási Szemle* 14 (1965), 7—8, 518—519; BOCÁTI D.-tól. — *Gép* 17 (1965), 7, 284; FÁY Cs.-tól. — *Gépgyártástechnológia* 5 (1965), 5, 240.)
163. A gépek üzemtana. 12. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1966, 590 old.
164. A gépek üzemtana. 13. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1973, 590 old.
165. Előszó SVÁB János „Emelőgépek” c. műszaki egyetemi jegyzetéhez. MTESZ. Budapest 1949, 1—300
166. Előszó TERPLÁN Zénó „A műszaki mérések elemei” c. műszaki egyetemi jegyzetéhez. Nehézipari Műszaki Egyetem kiadása. Miskolc 1950, 1—115
167. Hozzászólás „A műszaki tudománytörténeti vitauilésen”. — *Magyar Tudomány* 62 (1955), 509, 131—132
168. Szakmai lektora a Csudakov: Gépipari enciklopédia. 12. k. (VIII. Szivattyúk) c. könyv-részletnek. Nehézipari Könyv- és Folyóiratkiadó. Budapest 1955, 350—433
169. Vízérgépek (csak szigorló gépészmérnök-hallgatók részére). Dr. PATTANTYÚS Á. Géza professzor előadásai alapján összeállította: PÁPAI László, RÉTHY Miklós és SELMECZI Vilmos. (Műszaki egyetemi jegyzet.) BME. Budapest 1950, 1—95

#### Források

- PATTANTYÚS Á. Géza: Szakirodalmi működése (szak-előadások, értekezések és tankönyvek 1948-ig). (Saját kézírás.) Budapest 1949, 4 old.
- REUSS Endre: A 70 éves PATTANTYÚS Á. Géza professzor méltatása a Budapesti Műszaki Egyetem Gépészmérnöki Karán. (Dékáni beszéd.) Budapest 1955.
- Pattantyús Á. Géza professzor 70 éves. (Ünnepi megemlékezések a *Jövő mérnöke* 1955. dec. 7-i, a *Magyar Nemzet* 1955. dec. 10-i, a *Népszava* 1955. dec. 11-i és a *Szabad Nép* 1955. dec. 11-i sz.-ban.)
- Nekrológok: „A mi egyetemünk” 1956. okt.-i, a *Hidrológiai Közönlöny* 1957. jan.-i, a *Járművek, Mezőgazdasági gépek* 1957. jan.-i, a *Jövő Mérnöke* 1956. okt. 10-i, a *Magyar Nemzet* 1956. okt. 5-i, a *Magyar Tudomány* 1956. VII—XII-i, a *Műszaki Élet* 1956. 19-i, a *Szabad Nép* 1956. szept. 30-i, a *Technika* 1957. jún.-i sz.-ban.
- Gyászbeszéd: GELEJI Sándor az MTA, GILLEMOT László a BME, SÁLYI István a volt hall-gatók, GEREY Tamás a tanszéki-munkatársak nevében. Budapest 1956. okt. 4.
- Születésének 75-dik évfordulójára megjelent bővebb megemlékezések:
- GEREY Tamás: PATTANTYÚS Á. Géza (1885—1956). (GTE 1961. évi Évkönyve. Budapest 85—88).
- SZLUKA Emil: A Pattantyús-iskola. (Egy nagy tudós és ember emlékezete.) — *Népszabadság* 1960. dec 10-i sz.
- TERPLÁN Zénó: PATTANTYÚS Á. Géza (1885—1956) professzor munkássága. — *NME Gépelemek Tanszékének Közl.* 36. sz. Miskolc 1960, 1—20. — Erinnerung an Professor Géza PATTAN-TYÚS Á. — *Acta Techn. Hung.* 34 (1961), 1—2, 5—7. — Emlékezés PATTANTYÚS Á. Géza professzorra. — *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 29 (1961), 1—4, 33—38
- VARGA József: Dr PATTANTYÚS Á. Géza születésének 75. évfordulója. — *Jövő Mérnöke*, 1960. dec. 12-i sz.
- Emlékiállítással egybekötött megemlékezés a Nehézipari Műszaki Egyetemen 1960. dec. 10—17 között Miskolcon.
- RÁZSÓ Imre—VARGA József: Megemlékezés PATTANTYÚS Ábrahám Gézáról és síremlékének leleplezése. Budapest 1963. szept. 28 (a Farkasréti temetőben).
- Megemlékezés születésének 80-dik évfordulóján:
- SZLUKA Emil: Emlékezés PATTANTYÚS professzorra. — *Népszabadság*, 1965. dec. 11-i sz.
- A GTE vízgép szakosztályának megemlékezése a Farkasréti temetőben 1966. szept. 29-én.
- TERPLÁN Zénó: Dr. PATTANTYÚS Á. Géza. Műszaki Nagyaink. 1. k. GTE Budapest (1967) 211—235.
- TERPLÁN Zénó: PATTANTYÚS Ábrahám Géza (1885—1956). — *Gépipar* 2 (1962), 1, 5. old.
- FÁY Csaba: A negyvenezres példányszámhoz. — *Gépipar* 5 (1975), 1, 4. old.
- CSONKA Pál: Egy magyar gyár bölcsőjénél. — *Autómotor* 28 (1975), 2, 10—11.





# ÁLPARABOLOID-HÉJAK

CSONKA PÁL\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

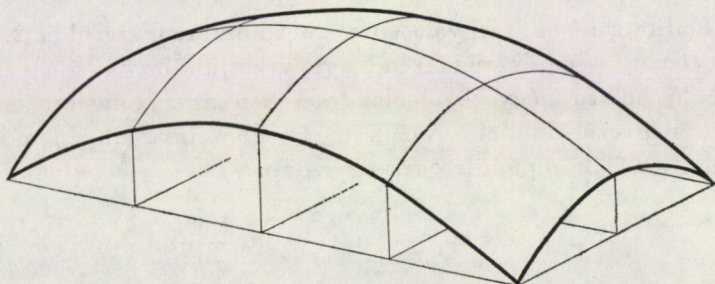
[Beérkezett 1975. február 28.]

Az *álparaboloid-héjak* derékszögű négyszögalaprajz fölé szerkesztett, negyedrendű felület szerint alakított olyan héjak, amelyek középfelülete a négyszögalaprajz oldalait felező függőleges síkokra nézve szimmetrikus. E héjak középfelületének a szimmetriasíkokkal párhuzamos metszetei másodfokú parabolák. A dolgozat olyan álparaboloid-héjakat tárgyal, amelyek peremét oldalirányú erőkkel szemben nem ellenálló függőleges síkú peremtartók gyámolítják. A figyelembe vett terhek a szimmetriasíkokra nézve szimmetrikus elrendezésű függőleges megoszló erők. A dolgozat bemutatja, miként kell a hég magassági arányait megadni ahhoz, hogy a feszítőerők egyszerű képletekkel legyenek kifejezhetők. A szóban forgó képletekben négy paraméter szerepel. Ezek értéke az alaprajz területén egyenletesen megoszló teher esetében a dolgozatban közölt táblázatból vezető ki, vagy az ott megadott képletekkel határozható meg. Az alkalmazandó számító eljárást és annak pontossági viszonyait számpélda világítja meg.

## 1. Bevezetés

A héjszerkezetek számítása néhány különlegesen egyszerű esettől eltekintve általában bonyolult, miért is a gyakorlat sok esetben kénytelen különféle közelítő elméletekhez, illetve közelítő eljárásokhoz folyamodni.

A gyakorlatban alkalmazott közelítő elméletek legjelentősebbje az ún. *membránelmélet*, amely a héjfalban keletkező hajlító- és csavaróhatásokat figyelmen kívül hagyja és a héjnak, valamint peremtartóinak alakváltozását egymástól függetlennek tekinti. Ez az elmélet — elliptikus típusú héjak esetében — a hég viselkedését a peremek közvetlen környezetének kivételével általában



1. ábra. Álparaboloid-hég

\* Prof. Dr. Csonka Pál, 1114 Budapest, Bartók B. u. 31.



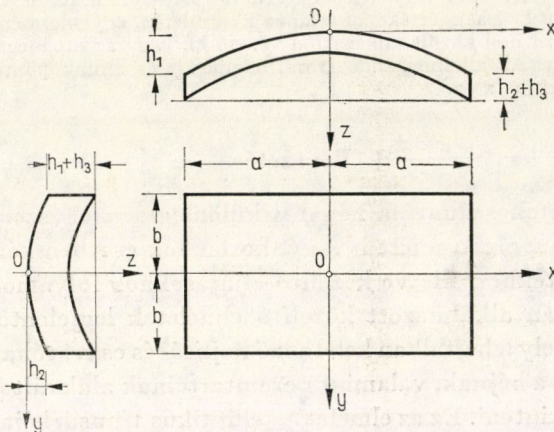
kellő pontossággal írja le és mint ilyen, a gyakorlatban széles körben kerül alkalmazásra.

Ámde a héjszerkezetek számítása még a membránelmélet feltevéseinek keretében is aránylag körülményes, és ezért a feladat egyszerűsítéseként a héjra ható teherrendszert sok esetben valamely egyszerűbb teherrendszerrel, pl. az alaprajz területén *egyenletesen megoszló teherrendszerrel* szokás helyettesíteni.

A héjszerkezetek számítása során további egyszerűsítést érhetünk el a *héj alakjának* célszerű megválasztásával is. Az alábbiakban erre mutatunk be példát.

## 2. Jelölések, feltevések

*Álparaboloid-héj*on derékszögű négyszögalaprajz fölé szerkesztett, negyedrendű felület szerint alakított olyan héjat értünk, amelynek középfelülete az alaprajzi idom oldalait felező függőleges síkokra nézve szimmetrikus, ezen síkokkal párhuzamos metszetei pedig másodfokú parabolák (1. ábra).



2. ábra. Az  $O(x, y, z)$  koordinátarendszer

Az említett héjak tárgyalásához koordinátarendszerül a 2. ábrán feltüntetett  $O(x, y, z)$  derékszögű rendszert vezetjük be, megjegyezvén, hogy nem egyenlő hosszú négyszögoldalok esetében az  $x$  tengelyt mindenkor a hosszabbik négyszögoldallal vesszük párhuzamosnak. Ebben a koordinátarendszerben a héj középfelületének egyenlete

$$z = h_1 \frac{x^2}{a^2} + h_2 \frac{y^2}{b^2} + h_3 \frac{x^2 y^2}{a^2 b^2}, \quad (1)$$

illetve a

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{b} \quad (2)$$

egyszerűsítő jelöléssel

$$z = h_1 \xi^2 + h_2 \eta^2 + h_3 \xi^2 \eta^2. \quad (3)$$

Vizsgálatainkat a membránelmélet szokásos feltevéseinek keretében végezzük. Feltesszük, hogy a héj peremét függőleges síkú olyan peremtartók szegélyezik, amelyek oldalirányú erőkkkel szemben semmiféle ellenállást sem tudnak kifejteni.

Terhelésként — az egyszerűség kedvéért — az alaprajz területén egyenletesen megoszló

$$\bar{p} = \bar{p}_0 = \text{konst}$$

intenzitású függőleges teherrendszert veszünk számításba, és tárgyalásainkat csak a

$$h_1 > 0, \quad h_2 \geq 0,3h_1, \quad h_3 > 0$$

esetre korlátozzuk.

### 3. A feszültségfüggvény és a magassági arányok

Az álpárolloid-héj feszültségfüggvényéül az aránylag egyszerű szerkezetű

$$F = \frac{\bar{p}_0 a^2 b^2}{h_1} [K_{22}(1 - \xi^2)(1 - \eta^2) + K_{24}(1 - \xi^2)(1 - \eta^4) + K_{42}(1 - \xi^4)(1 - \eta^2) + K_{44}(1 - \xi^4)(1 - \eta^4)] \quad (4)$$

függvényt választjuk, ahol a  $K_{22}$ ,  $K_{24}$ ,  $K_{42}$ ,  $K_{44}$  együtthatók alkalmasan felveendő állandók. Ez az  $F$  függvény a héj peremén, vagyis a  $\xi = \pm 1$  és  $\eta = \pm 1$  helyeken eleve megfelel a peremívek oldalnyomás mentességét kifejező

$$F = 0 \quad (5)$$

peremfeltételnek [1–6].

Ha a fenti feszültségfüggvényt és a (3) alatti alakfüggvényt a függőleges erőkkkel terhelt membránhéjak Pucher-féle

$$\frac{1}{a^2 b^2} (z_{\xi\xi} F_{\eta\eta} - 2z_{\xi\eta} F_{\xi\eta} + z_{\eta\eta} F_{\xi\xi}) + \bar{p} = 0$$

differenciálegyenletébe [1–6] behelyettesítjük, és az így nyert algebrai egyenletet  $\bar{p}$ -re megoldjuk, a felvett feszültségfüggvénynek megfelelő  $\bar{p}$  teherrendszerre az alábbi képletet kapjuk:

$$\begin{aligned} \bar{p} = 4\bar{p}_0 & \left\{ \left( 1 + \frac{h_3}{h_1} \eta^2 \right) [(1 - \xi^2)(K_{22} + 6K_{24}\eta^2) + (1 - \xi^4)(K_{42} + 6K_{44}\eta^2)] + \right. \\ & + \left( \frac{h_2}{h_1} + \frac{h_3}{h_1} \xi^2 \right) [(1 - \eta^2)(K_{22} + 6K_{42}\xi^2) + (1 - \eta^4)(K_{24} + 6K_{44}\xi^2)] + \\ & \left. + 8 \frac{h_3}{h_1} \xi^2 \eta^2 (K_{22} + 2K_{24}\eta^2 + 2K_{42}\xi^2 + 4K_{44}\xi^2\eta^2) \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

A fenti  $\bar{p}$  függvény a  $h_1, h_2, h_3$  értékek tetszőleges aránya esetében általában jelentősen eltérhet a számításba veendő  $\bar{p}_0 = \text{konst}$  teherértéktől. Ha azonban adott  $h_1$  és  $h_2$  magassági méretek esetében a  $h_3$  magassági méretet alkalmasan vesszük fel, a gyakorlatban szóba jövő esetekben lehet a  $K$  együtthatóknak olyan értéket tulajdonítani, hogy

$$\bar{p} - \bar{p}_0 \simeq 0$$

legyen [3, 5, 7–11].

A  $h_3$  magassági méretek a fenti szempontból optimális értékét a

$$h_2/h_1 = 1, \quad h_2/h_1 = 2/3 \quad \text{és} \quad h_2/h_1 = 1/3$$

esetekre a Ritz—Galerkin-féle módszerrel határoztuk meg. Mindhárom esetre felírtuk az

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 (\bar{p} - \bar{p}_0) (1 - \xi^2) (1 - \eta^2) d\xi \cdot d\eta &= 0, \\ \int_0^1 \int_0^1 (\bar{p} - \bar{p}_0) (1 - \xi^2) (1 - \eta^4) d\xi \cdot d\eta &= 0, \\ \int_0^1 \int_0^1 (\bar{p} - \bar{p}_0) (1 - \xi^4) (1 - \eta^2) d\xi \cdot d\eta &= 0, \\ \int_0^1 \int_0^1 (\bar{p} - \bar{p}_0) (1 - \xi^4) (1 - \eta^4) d\xi \cdot d\eta &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

egyenleteket és megállapítottuk, minő  $h_3/h_1$  arány esetében lesz a

$$Q = \frac{\bar{p} - \bar{p}_0}{\bar{p}_0} \quad (8)$$

hibahányados abszolút értékének átlaga minimális. Az elvégzett hosszadalmas számítás arra az eredményre vezetett, hogy a hibaminimumhoz tartozó  $h_3/h_1$  érték

$$\begin{aligned} \text{a } h_2/h_1 = 1 \quad \text{esetben:} & \quad 0,16821; \\ \text{a } h_2/h_1 = 2/3 \quad \text{esetben:} & \quad 0,14092; \\ \text{a } h_2/h_1 = 1/3 \quad \text{esetben:} & \quad 0,11574. \end{aligned} \quad (9)$$

Másként fogalmazva a feladatot, az optimális  $h_3$  érték

$$\begin{aligned} \text{a } h_2/h_1 = 1 \text{ esetben: } & 0,084105 (h_1 + h_2); \\ \text{a } h_2/h_1 = 2/3 \text{ esetben: } & 0,084552 (h_1 + h_2); \\ \text{a } h_2/h_1 = 1/3 \text{ esetben: } & 0,086805 (h_1 + h_2), \end{aligned} \quad (10)$$

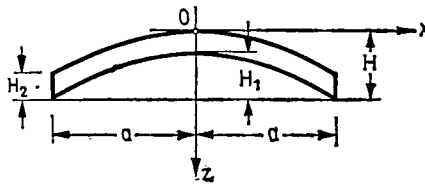
vagyis igen jó közelítéssel

$$h_3 = 0,084 (h_1 + h_2) \left[ 1 + \frac{1}{10} \left( \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right)^2 \right].$$

Az alábbiakban  $h_3$  értékét — az egyszerűség kedvéért — a fenti pontosabb képlet helyett az egyszerűbb

$$h_3 \simeq 0,084 (h_1 + h_2) \quad (11)$$

képlet szerint fogjuk számításba venni.



3. ábra. A  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H$  magassági méretek

Ha a  $h_1$  és  $h_2$  méretek helyett az  $x$ , illetve  $y$  tengellyel párhuzamos síkú peremívek magassága, vagyis  $H_1$  és  $H_2$  az adott (3. ábra), akkor a (11) alatti szabályt betartva, a  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  magassági méretek a

$$\begin{aligned} h_1 &= 0,9281 H_1 - 0,0719 H_2, \\ h_2 &= 0,9281 H_2 - 0,0719 H_1, \\ h_3 &= 0,072 (H_1 + H_2) \end{aligned} \quad (12a)$$

képletekkel határozhatók meg, a héj teljes magassága pedig a

$$H = h_1 + h_2 + h_3 = 0,9281 (H_1 + H_2) \quad (12b)$$

képlet szerint számítható.

Ha viszont  $h_1$  és  $h_2$  az adott, akkor a  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H$  magassági méretek:

$$\begin{aligned} H_1 &= 1,084 h_1 + 0,084 h_2, \\ H_2 &= 0,084 h_1 + 1,084 h_2, \\ H &= 1,084 (h_1 + h_2). \end{aligned} \quad (13)$$



Az alábbiakban ismertetendő számító eljárás pontossága nagymértékben függ a fent javasolt magassági arányok pontos betartásától.

#### 4. A feladat megoldása

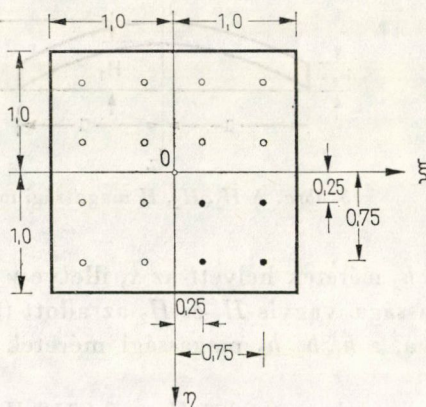
A feszültségfüggvény (4) jelű képletében szereplő  $K_{22}$ ,  $K_{24}$ ,  $K_{42}$ ,  $K_{44}$  együtthatók meghatározására területi kollokációt alkalmazunk. Kollokációs helyekül a héjalaprajz

$$\begin{aligned} \xi &= \pm 0,25, & \eta &= \pm 0,25, \\ \xi &= \pm 0,25, & \eta &= \pm 0,75, \\ \xi &= \pm 0,75, & \eta &= \pm 0,25, \\ \xi &= \pm 0,75, & \eta &= \pm 0,75 \end{aligned}$$

pontjait választjuk (4. ábra) és azt a követelményt írjuk fel, hogy ezekben a pontokban

$$\bar{p} = \bar{p}_0$$

legyen.



4. ábra. A kollokációs pontok

Az így kiadódó négy lineáris egyenletet az ismeretlen  $K_{22}$ ,  $K_{24}$ ,  $K_{42}$ ,  $K_{44}$  együtthatókra megoldva, az alábbi értékeket kapjuk:

$$\begin{aligned} K_{22} &= \frac{1}{D} \left( -23,1776 + 383,0537 \frac{h_2}{h_1} + 383,0537 \frac{h_2^2}{h_1^2} - 23,1776 \frac{h_2^3}{h_1^3} \right), \\ K_{24} &= \frac{1}{D} \left( +7,5193 - 43,3715 \frac{h_2}{h_1} + 12,1921 \frac{h_2^2}{h_1^2} + 63,0829 \frac{h_2^3}{h_1^3} \right), \\ K_{42} &= \frac{1}{D} \left( +63,0829 + 12,1921 \frac{h_2}{h_1} - 43,3715 \frac{h_2^2}{h_1^2} + 7,5193 \frac{h_2^3}{h_1^3} \right), \\ K_{44} &= \frac{1}{D} \left( -7,5738 + 33,9957 \frac{h_2}{h_1} + 33,9957 \frac{h_2^2}{h_1^2} - 7,5758 \frac{h_2^3}{h_1^3} \right), \end{aligned} \quad (14a)$$

ahol

$$D = 164,4995 + 1514,8021 \frac{h_2}{h_1} + 2700,6055 \frac{h_2^2}{h_1^2} + 1514,8021 \frac{h_2^3}{h_1^3} + 164,4995 \frac{h_2^4}{h_1^4}. \quad (14b)$$

A (14) képletekkel a  $K_{22}, K_{24}, K_{42}, K_{44}$  együtthatók értékét tetszőleges  $h_2 : h_1$  arány esetében közvetlenül számítani tudjuk.

A gyakorlat igényeit szem előtt tartva, a  $K_{22}, K_{24}, K_{42}, K_{44}$  együtthatók értékét egyes  $h_2 : h_1$  arányok esetére az I. táblázatba foglaltuk. Ugyanott a választandó  $h_3 : h_1$  magassági arányt is feltüntettük.

I. Táblázat

$A K_{22}, K_{24}, K_{42}, K_{44}$  együtthatók értéke

| $h_2/h_1$ | $h_3/h_1$ | $K_{22}$    | $K_{24}$    | $K_{42}$    | $K_{44}$    |
|-----------|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1,0       | 0,1680    | + 0,118 787 | + 0,006 506 | + 0,006 506 | + 0,008 721 |
| 0,9       | 0,1596    | + 0,124 798 | + 0,004 941 | + 0,009 012 | + 0,009 139 |
| 0,8       | 0,1512    | + 0,130 849 | + 0,003 274 | + 0,012 394 | + 0,009 499 |
| 0,7       | 0,1428    | + 0,136 683 | + 0,001 535 | + 0,017 039 | + 0,009 745 |
| 0,6       | 0,1344    | + 0,141 826 | - 0,000 204 | + 0,023 561 | + 0,009 784 |
| 0,5       | 0,1260    | + 0,145 387 | - 0,001 799 | + 0,032 992 | + 0,009 447 |
| 0,4       | 0,1176    | + 0,145 626 | - 0,002 946 | + 0,047 175 | + 0,008 420 |
| 0,3       | 0,1092    | + 0,138 889 | - 0,002 977 | + 0,069 717 | + 0,006 058 |

Az  $F$  feszültségfüggvényt ismerve, a redukált feszítőerők az ismert [1–6]

$$\bar{N}_x = \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2}, \quad \bar{N}_{xy} = -\frac{1}{ab} \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \cdot \partial \eta}, \quad \bar{N}_y = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}$$

képletek szerint számíthatók.

Esetünkben

$$\begin{aligned} \bar{N}_x &= -\bar{p}_0 \frac{a^2}{h_1} [2(1 - \xi^2)(K_{22} + 6K_{24}\eta^2) + 2(1 - \xi^4)(K_{42} + 6K_{44}\eta^2)], \\ \bar{N}_{xy} &= -\bar{p}_0 \frac{ab}{h_1} [4\xi\eta(K_{22} + 2K_{24}\eta^2 + 2K_{42}\xi^2 + 4K_{44}\xi^2\eta^2)], \\ \bar{N}_y &= -\bar{p}_0 \frac{b^2}{h_1} [2(1 - \eta^2)(K_{22} + 6K_{42}\xi^2) + 2(1 - \eta^4)(K_{24} + 6K_{44}\xi^2)]. \end{aligned} \quad (15)$$



Végezetül az alkalmazott közelítő számító eljárás pontossági fokának ellenőrzésére kiszámítottuk a négyszögalaprajz egyes jellegzetes pontjaiban a

$$Q = \frac{\bar{P} - \bar{P}_0}{\bar{P}}$$

hibahányados értékét és a számítás eredményét a II. táblázatba foglaltuk. E táblázat szerint a közelítés révén elkövetett hiba gyakorlati szempontból teljesen lényegtelen.

## II. Táblázat

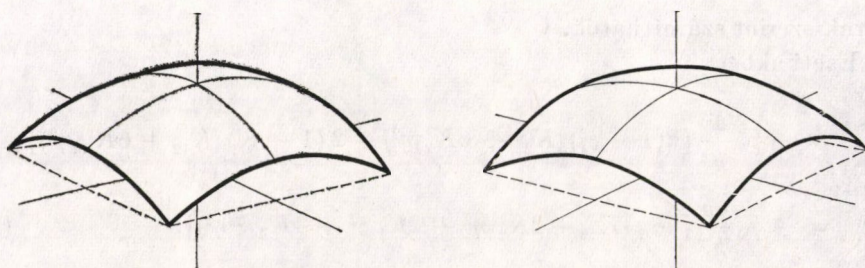
*A Q hibahányados értéke*

| $h_2/h_1$ | $\xi = 0, \eta = 0$ | $\xi = 1, \eta = 0$ | $\xi = 0, \eta = 1$ | $\xi = 1, \eta = 1$ |
|-----------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1,0       | + 0,002             | + 0,012             | + 0,012             | - 0,034             |
| 0,9       | + 0,002             | + 0,011             | + 0,013             | - 0,033             |
| 0,8       | + 0,002             | + 0,010             | + 0,013             | - 0,031             |
| 0,7       | + 0,002             | + 0,008             | + 0,012             | - 0,028             |
| 0,6       | + 0,011             | + 0,004             | + 0,011             | - 0,021             |
| 0,5       | + 0,001             | - 0,003             | + 0,010             | - 0,010             |
| 0,4       | - 0,001             | - 0,014             | + 0,009             | + 0,008             |
| 0,3       | - 0,002             | - 0,033             | + 0,008             | + 0,036             |

## 5. Szépészeti szempontok

Az álparaboloid-héjak ellipszoidfelülethez hasonlóak, és mint ilyenek, kedvezőbb megjelenésűek, mint az azonos peremívekkel bíró elliptikus paraboloidhéjak. Igazolással az 5. ábrára hivatkozunk, amely azonos peremívekkel bíró elliptikus paraboloidhéjat és ál-paraboloidhéjat tüntet fel. Előbbi kissé „csúcsos” volta miatt kevésbé szép, mint az utóbbi.

Négyszetalaprajzú álparaboloid-héj esetében a méretarányok alkalmas felvételével az is elérhető, hogy az álparaboloid-héj alakja gömbfelületből,



5. ábra. Azonos peremívekkel bíró két héj: elliptikus paraboloid-héj (baloldalt), álparaboloid-héj (jobbaldalt)



illetve forgásellipszoid-felületből lementszett süveghez legyen hasonló. Ehhez azt kell biztosítanunk, hogy a középfelület

$$\xi = 0, \eta = 0; \quad \xi = 0, \eta = 1; \quad \xi = 1, \eta = 0 \quad \text{és} \quad \xi = 1, \eta = 1$$

pontjai azonos gömbfelületen, illetve forgásellipszoid-felületen feküdjenek. A fenti követelmény akkor teljesül, ha

$$\frac{h_1}{a} = \frac{h_2}{b} = 0,2576, \quad \frac{h_3}{a} = 0,0433,$$

illetve, ha

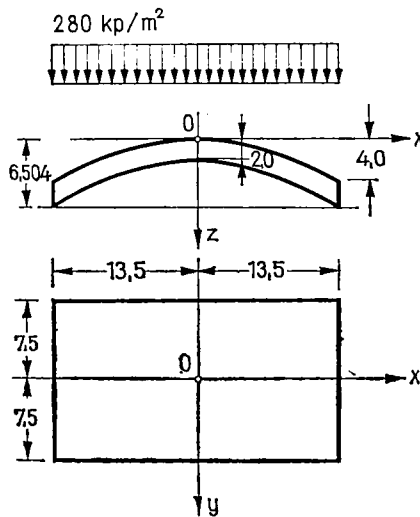
$$\frac{H_1}{a} = \frac{H_2}{b} = 0,3008, \quad \frac{H}{a} = 0,5585.$$

### 6. Számpélda

Alkalmazzuk a fentiekben ismeretett számító eljárást a 6. ábrán feltüntetett álpároloid-héjra, melynek méretadatai

$$a = 13,5 \text{ m}, \quad b = 7,5 \text{ m},$$

$$h_1 = 4,0 \text{ m}, \quad h_2 = 2,0 \text{ m}.$$



6. ábra. Számpélda

Ebben az esetben a (11) képlet szerint felveendő  $h_3$  méret

$$h_3 = 0,084 (4,0 + 2,0) = 0,504 \text{ m.}$$

A héjra ható redukált teher értéke legyen

$$\bar{p}_0 = 280 \text{ kp/m}^2.$$

Mint ahogy az adott esetben

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5,$$

a feszültségfüggvény képletében szereplő  $K_{22}$ ,  $K_{24}$ ,  $K_{42}$ ,  $K_{44}$  együtthatókat nem kell a (14) képletekkel számítani, azok értéke az I. táblázatból közvetlenül kivethető:

$$\begin{aligned} K_{22} &= + 0,145 \ 387, \\ K_{24} &= - 0,001 \ 799, \\ K_{42} &= + 0,032 \ 992, \\ K_{44} &= + 0,009 \ 447. \end{aligned}$$

Így a feladat feszültségfüggvénye a (4) képlet szerint

$$\begin{aligned} F = \frac{280 \cdot 13,5^2 \cdot 7,5^2}{4,0} & [0,145 \ 387(1 - \xi^2)(1 - \eta^2) - 0,001 \ 799(1 - \xi^2)(1 - \eta^4) + \\ & + 0,032 \ 992(1 - \xi^4)(1 - \eta^2) + 0,009 \ 447(1 - \xi^4)(1 - \eta^4)], \end{aligned}$$

a redukált feszítőerők képletei pedig a (15) képletek szerint:

$$\begin{aligned} \bar{N}_x &= - \frac{280 \cdot 13,5^2}{4,0} [2(1 - \xi^2)(0,145 \ 387 - 6 \cdot 0,001 \ 799\eta^2) + \\ & + 2(1 - \xi^4)(0,032 \ 992 + 6 \cdot 0,009 \ 447\eta^2)], \\ \bar{N}_{xy} &= - \frac{280 \cdot 13,5 \cdot 7,5}{4,0} [4\xi\eta(0,145 \ 387 - 2 \cdot 0,001 \ 799\eta^2 + \\ & + 2 \cdot 0,032 \ 992\xi^2 + 4 \cdot 0,009 \ 447\xi^2\eta^2)], \\ \bar{N}_y &= - \frac{280 \cdot 7,5^2}{4,0} [2(1 - \eta^2)(0,145 \ 387 + 6 \cdot 0,032 \ 992\xi^2) + \\ & + 2(1 - \eta^4)(-0,001 \ 799 + 6 \cdot 0,009 \ 447\xi^2)]. \end{aligned} \tag{16}$$

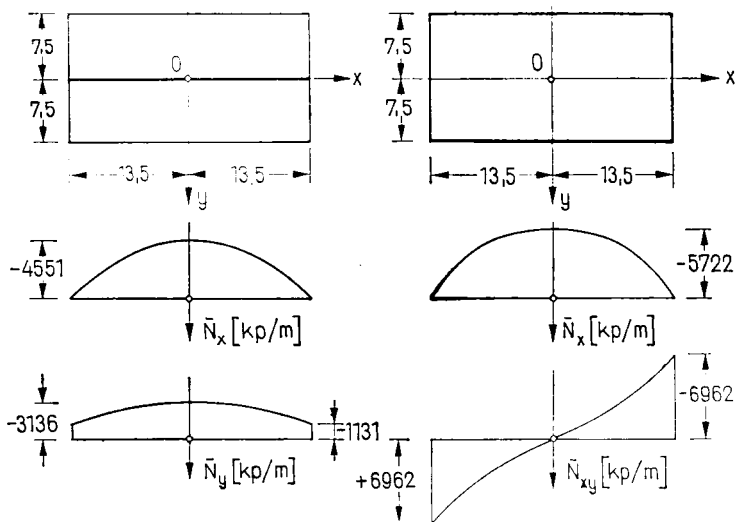
A redukált feszítőerők megoszlása az  $\eta = 0$ , illetve  $\eta = 1$  vonalak mentén a 7. ábrán látható.

Végezetül, a számítás pontossági fokának megítéléséhez meghatároztuk a

$$Q = \frac{\bar{P} - \bar{P}_0}{\bar{P}_0}$$

hibahányados értékét a héjalaprajz egyes pontjaiban, és eredményül a III. táblázatba foglalt értékeket kaptuk. Mint a táblázat adataiból megállapítható, az adott esetben az eljárás rendkívül pontos, a négyzetes középhiba a Simpson-féle

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum k Q^2}{\sum k}}$$



7. ábra. A redukált feszítőerők megoszlása az  $\eta = 0$ , illetve az  $\eta = 1$  vonalak mentén

képlettel számítva mindössze

$$\varepsilon = 0,00233.$$

További ellenőrzésként meghatároztuk a redukált feszítőerők pontos értékét azokban a pontokban, amelyekben a feszítőerők egyszerű képletekkel közvetlenül számíthatók [12]. Ezeket az értékeket, valamint a (16) képletekkel számítható közelítő értékeket a IV. táblázatba foglaltuk. Mint látható, a (16) képletekkel számítható közelítő értékek alig térnek el a pontos értékektől.

III. Táblázat

A Q hibahányados értéke

| $\xi \backslash \eta$ | 0        | 0,2      | 0,4      | 0,6      | 0,8      | 1,0      |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0                     | + 0,0007 | + 0,0007 | + 0,0006 | + 0,0003 | - 0,0007 | - 0,0029 |
| 0,2                   | + 0,0000 | + 0,0002 | + 0,0004 | + 0,0004 | - 0,0005 | - 0,0032 |
| 0,4                   | - 0,0014 | - 0,0010 | - 0,0000 | + 0,0008 | + 0,0000 | - 0,0040 |
| 0,6                   | - 0,0021 | - 0,0015 | - 0,0001 | + 0,0011 | + 0,0001 | - 0,0055 |
| 0,8                   | + 0,0006 | + 0,0008 | + 0,0011 | + 0,0009 | - 0,0014 | - 0,0075 |
| 1,0                   | + 0,0101 | + 0,0087 | + 0,0049 | - 0,0004 | - 0,0060 | - 0,0099 |

IV. Táblázat

A redukált feszítőerők közelítő és pontos értékei

| $\xi$ | $\eta$ | Közelítő érték               | Pontos érték                 | A hibahányados |
|-------|--------|------------------------------|------------------------------|----------------|
| 1     | 0      | $\bar{N}_y = - 3136$ kp/m    | $\bar{N}_y = - 3145$ kp/m    | - 0,0029       |
| 0     | 1      | $\bar{N}_x = - 5722$ kp/m    | $\bar{N}_x = - 5665$ kp/m    | + 0,0101       |
| 1     | 1      | $\bar{N}_{xy} = - 6962$ kp/m | $\bar{N}_{xy} = - 7031$ kp/m | - 0,0099       |

## IRODALOM

1. PUCHER, A.: Über den Spannungszustand in doppelt gekrümmten Flächen. *Beton u. Eisen* **33** (1934), 298–304
2. MENYHÁRD, I.: Héjszerkezetek elmélete. I. rész. *A Mérnöki Továbbképző Intézet Kiadványai*, III. kötet, 11. füzet, Budapest 1942
3. CSONKA, P.: Membránhéjak. Tankönyvkiadó, Budapest 1965
4. MENYHÁRD, I.: Héjszerkezetek számítása és szerkesztése. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1966
5. CSONKA, P.: Membranschalen. *Bauingenieur-Praxis* **16**. Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin—München 1966
6. FLÜGGE, W.: Stresses in Shells. 2nd Ed. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973
7. CSONKA, P.: Calculation of Calotte Shells over Rectangular Bases. *Acta Techn. Hung.* **11** (1955), 427–440
8. DRAHONOVSKY, Z.: Statické řešení Csonkovy báně. *Sborník Vysoké Školy Stavitelství v Brně*, **4** (1955), N°32, pp. 19–32
9. CSONKA, P.: Eljárás derékszögű négyszögalaprajzú süveghéjak számítására. *MTA VI. Oszt. Közl.* **18** (1956), 31–43
10. PROCHÁZKA, M.: Ponziti metody siti při řešení Csonkovy báně
11. CSONKA, P.: Six types de coques en forme de calotte. *Costruzioni in Cemento Armato. Studi e Rendiconti* **11** (1974), 143–169
12. CSONKA, P.: Ellenőrző képletek süveghéjak feszültség számításához. *MTA VI. Oszt. Közl.* **29** (1961), 49–50

**Paraboloid-like Shells.** Shells of quadrangular ground-plan, shaped according to a surface of the fourth degree are called *paraboloid-like shells*, provided that their vertical sections parallel to the sides of the ground-plan figure are parabolae of the second degree. Paper discusses this type of shells assuming that their edges are supported by vertical-planed edge members, non-resistant to lateral forces. The loads taken into calculation are forces acting in vertical direction, symmetrically distributed in respect to the symmetry planes of the shell. Paper shows, how the shell's height dimensions have to be chosen, so that the stress resultants can be expressed by simple formulae. In the latter only four parameters are figuring. In case of a load system uniformly distributed over the ground-plan area, suitable values of these parameters can be determined with the aid of the tables and formulae, given in the paper. The suggested calculation method and its exactitude are demonstrated by a practical numerical example.

**Scheinparaboloidschalen.** Scheinparaboloidschalen sind über einen Rechteckgrundriß konstruierte, nach einer Fläche vierter Ordnung gestaltete Schalen, deren Mittelfläche in Bezug auf die, die Seiten des Viereckgrundrisses halbierenden senkrechten Ebenen, symmetrisch ist. Die mit den Symmetrieebenen parallelen Schnitte der Mittelfläche dieser Schalen sind Parabeln zweiten Grades. Es werden solche Scheinparaboloidschalen behandelt, deren Rand durch gegen Seitenkräfte keinen Widerstand leistende vertikale Randglieder gestützt sind. Die in Betracht gezogenen Lasten sind senkrechte, hinsichtlich der Symmetrieebenen symmetrisch angeordnete, verteilte Kräfte. Es wird besprochen, auf welche Art die Höhenabmessungen der Scheinparaboloid Schalen angenommen werden müssen, damit die Schnittkräfte mittels einfacher Formeln ausgedrückt werden können. In diesen Formeln kommen vier Parameter vor, ihr Wert kann im Falle einer Gleichlast aus der im Aufsatz mitgeteilten Tafel entnommen werden, oder ist durch die dort angegebenen Formeln zu bestimmen. Ein Zahlenbeispiel erklärt den anzuwendenden Rechengang, sowie dessen Genauigkeitsverhältnisse.

# AKTÍV PLAZMADIAGNOSZTIKAI VIZSGÁLATI MÓDSZEREK

## HELYZETKÉP

BITÓ JÁNOS\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

ANTAL KÁLMÁN\*\* és BOLLA ISTVÁN\*\*\*

[Beérkezett 1975. március 25-én]

A dolgozatban bemutatjuk az aktív plazmadiagnosztikát — a plazma korpuzkuláris részecskékkal és szondák által közvetített elektromágneses terekkel való kölcsönhatásán alapuló vizsgálati módszerek összehangolt rendszerét. Az ismertetést az atomi és töltött részecskenyalábokat alkalmazó korpuzkuláris szondázási eljárások elemzésével, s néhány kísérleti vonatkozás bemutatásával kezdjük. A dolgozat második részében az aktív elektromágneses vizsgálati módszerek közül részletesebben elemezzük az alacsony- és nagynyomású villamos szondák elméletét, elsősorban az alkalmazástechnika vonatkozásában. Röviden kitérünk a bemerülő mágneses, nagyfrekvenciás elektromágneses és rezonancia szondák kísérleti alkalmazásával kapcsolatos néhány kérdésre, csak utalva az elektromágneses sugárzás és plazma nemlineáris kölcsönhatásának problémakörére, amely fontossága miatt külön tanulmányt érdemel.

## 1. Bevezetés

A plazmadiagnosztikának mint a plazmaállapotú anyag alapvető paramétereinek meghatározására és leírására szolgáló tudományágnak az [1] összefoglaló munkában alkalmazott felosztását követve — a passzív diagnosztikai módszerek áttekintése után — az alábbiakban a plazma aktív vizsgálati módszereivel foglalkozunk, különválasztva a korpuzkuláris és elektromágneses módszereket.

A dolgozat első részében ismertetjük a semleges atomokból, illetve pozitív és negatív töltött részecskékből álló nyalábok és a plazmarészecskék, illetve a plazmában uralkodó elektromágneses terek közötti kölcsönhatásokon alapuló fontosabb vizsgálati módszereket, s áttekintjük azok konkrét alkalmazási lehetőségeit.

Utalunk arra, hogy az aktív korpuzkuláris diagnosztikai módszerek a részecskenyalábok bonyolult be- és kicsatolása, valamint a drága berendezésigény következtében elsősorban a magashőmérsékletű (fúziós) plazmák kutatásában kerülnek alkalmazásra [2].

Lényegesen sokrétűbb elterjedési körük van a bemerülő szondák segítségével a plazmában keltett elektromos, mágneses és elektromágneses terek

\* Dr. Bitó János, 1124 Budapest, Korompai u. 22/A.

\*\* Antal Kálmán, 1204 Budapest, Ritka u. 3.

\*\*\* Bolla István, 1036 Budapest, Korvin u. 47.

és a plazmarészecskék kölcsönhatása, illetve a külső forrás által keltett elektromágneses hullámok és a plazmarészecskék közötti kölcsönhatáson alapuló vizsgálati módszereknek [3].

Az ismertetett különböző szondamérések elterjedését az olcsó berendezésigény, s a mérések egyszerű kivitelezhetősége indokolja. Meg kell említeni, azonban, hogy a konkrét mérési eredmények kiértékeléséhez szükséges, megfelelő modellek felállítása egyes esetekben még ma is problémát jelent.

Az utóbbi évtizedben az új típusú, nagy intenzitású koherens EM források megjelenésével (laserek, maserek), rohamos fejlődésen mentek keresztül az elektromágneses hullámok és a plazma közötti kölcsönhatáson alapuló aktív „szondázási” módszerek, mivel ily módon a  $\gamma$ -tartománytól a röntgen-, UV-, látható, infra hullámhossz tartományon át egész a mikrohullámú tartományig nagy intenzitású szondázó sugárnyaláb áll rendelkezésre a legkülönbözőbb sűrűségű és hőmérsékletű plazmák vizsgálatára [4].

Az elektromágneses hullámok és a plazma közötti „aktív” kölcsönhatás ma már nem csupán a plazmadiagnosztika egyik hatékony vizsgálati lehetősége, hanem a nagy energiájú nemlineáris kölcsönhatás következtében a plazma fűtésének egyik perspektivikus módszerét is kínálja (pl. laser-fúzió).

A téma fontossága teszi indokolttá, hogy az elektromágneses sugárzás-plazma kölcsönhatáson alapuló aktív diagnosztikai módszerekkel külön dolgozat keretében foglalkozzunk.

## 2. Korpuszkuláris módszerek

Az aktív korpuszkuláris diagnosztika egyik legfontosabb feladata a plazma koncentrációjának meghatározása részecskenyalábokkal történő szondázás segítségével.

Erre a célra különböző módszereket dolgoztak ki, amelyeket a kölcsönhatás típusa szerint szokás csoportosítani. Léteznek olyan módszerek, amelyek magreakciókon, s vannak olyanok, amelyek a szondázó nyaláb töltésváltozás okozta intenzitás csökkenésén alapulnak. Vannak olyan törekvések is, amelyek a nyaláb vagy a plazma részecskéinek gerjesztési és ionizációs jelenségeit kívánják felhasználni diagnosztikai célokra.

Az aktív korpuszkuláris diagnosztika egy másik területét a plazmában kialakuló elektromos terek töltött részecskékből álló nyalábok segítségével való szondázása alkotja. Ilyen vizsgálatokat végeznek a forró plazmáknál és a különböző típusú gázkisüléses plazmáknál mindazon esetekben, amikor az időben váltakozó erősségű terek hatására nem lép fel jelentős trajektória változás a nyalábnál, s lehetőség van a nyaláb plazmából történő kivezetésére. Ezt a módszert gyakran alkalmazzák a plazmapotenciál és a plazmában kialakuló elektromos terek vizsgálatához az injekciós mágneses csapdáknál is.

## 2.1. *Atomi részecskenyalábokkal történő szondázás*

A magkölesönhatásokra épülő egyik vizsgálati módszer [5, 6] a deutérium plazma trícium ionnyalábbal való szondázásán és a  $T(d, n)_4\text{He}$  reakció során keletkező neutronok mennyiségének mérésén alapul.

Ezzel a módszerrel meg lehet határozni a plazmaberendezés kamrájában a deutérium atomok és ionok teljes sűrűségét. Azonban a plazma „cél tárgy”  $nL < 10^{15} \text{ cm}^{-2}$  vastagsága esetén a módszer alkalmazása a viszonylag kis érzékenység miatt nehézségekbe ütközik. Ez annak következménye, hogy a lejátszódó magreakciók hatáskeresztmetszete kicsi, mindössze kb.  $10^{-24} \text{ cm}^2$ .

A fenti módszer azért is előnytelen, mivel a szondázáshoz szükséges kb.  $10^5 \text{ eV}$  energiájú trícium ionokat csak bonyolult injektor segítségével lehet a plazmába belőni.

Egy másik, a  $D(d, p)T$  magreakción alapuló módszer a deutériumplazma deutériummagok segítségével történő szondázása [7]. E módszer érzékenysége hasonló a fenti módszeréhez. Ezt az érzékenységet a szondázó nyaláb ionjainál az energia  $10^6 \text{ eV}$ -ra való emelésével — amely csökkenti a  $d - T$  és a  $d - d$  reakciók hatáskeresztmetszete közötti különbséget —, valamint protonok alkalmazásával érték el; ez utóbbiak nagyobb hatásfokkal regisztrálhatók, mint a neutronok. Az említett módszer előnye abban nyilvánul meg, hogy nincs szükség tríciumra. Hátránya a módszernek viszont az, hogy az ionnyalábot kb.  $1 \text{ MeV}$  energiára kell felgyorsítani, s a protonokat nem lehet a plazmaberendezésen kívül elhelyezett detektorok segítségével regisztrálni.

Lényegesen nagyobb érzékenységgűek az olyan módszerek, amelyeknél az atomi részecskenyaláb azon intenzitáscsökkenését mérik, amely a nyaláb részecskéinek töltésállapot változása következtében jelentkezett. Ezek a módszerek elvben lehetővé teszik a plazmában a töltött részecskék koncentrációjának külön mérését semleges részecskékkel végzett szondázás útján, valamint a semleges részecskék koncentrációjának meghatározását különböző energiájú semleges vagy esetleg ionizált részecskenyalábok alkalmazásával.

A plazma koncentrációjának mérésével párhuzamosan, a semleges részecskékkel való szondázás során közelítőleg meg lehet határozni az elektronhőmérséklet értékét is. A semleges részecskenyalábokkal végzett szondázási módszerek azért terjedtek el igen széles körben, mivel azokat gyakorlatilag bármely plazma berendezésnél alkalmazni lehet.

A plazmában levő töltött részecskék koncentrációjának meghatározásához ismerni kell azon folyamatok részarányát, amelyek a szondázásra felhasznált atomnyaláb csillapítását létrehozzák. Az elsődleges szerepet itt azok a folyamatok játsszák, amelyek során az atomok ionokká alakulnak át; a plazma ionjaival létrejövő töltéscserelődés, elektronütközéses ionizáció, stb. Ezenkívül az atomi részecskeáram csökkenését az ütközésekkor fellépő részecske-szóródás is előidézheti.

Teljesen világos, hogy a szondázás során arra kell törekednünk, hogy a részecskeáram gyengülését alapvető mértékben egyetlen olyan folyamat idézze elő, amelynek hatáskeresztmetszete jól ismert. Ezt a célt különböző módszerek segítségével lehet megvalósítani.

A plazma koncentrációjának meghatározásához igen előnyösen alkalmazhatók az olyan atomi részecskenyalábok, amelyek energiája néhány keV körül van. Ebben az esetben a nyaláb csillapítási mechanizmusai közül ugyanis kiesik a szóródás; ennek szerepe elhanyagolhatóan kicsi azokhoz a folyamatokhoz képest, amelyeknél a szondázó részecskeáram elektronvesztéseget okoz. Ezenkívül igen fontos még az a tény, hogy az ilyen energiával rendelkező részecskenyalábok alkalmazása esetén a nyaláb gyengüléséhez vezető folyamatok hatáskeresztmetszete gyakorlatilag csak a szondázó nyaláb energiájától függ, s a  $kT \approx 10^4$  eV energiáig, nem függ az ionhőmérséklettől, azaz mindaddig amíg az ionok sebessége el nem éri a szondázó nyaláb részecskéinek sebességét [8].

A viszonylag nagy energiával rendelkező szondázó részecskék alkalmazása lényegesen lecsökkenti a plazma elektronjai által létrehozott ionizáció szerepét. A hidrogénplazma koncentrációjának meghatározására például előnyösen alkalmazhatók hidrogénatomokból álló részecskenyalábok, mivel a nyaláb gyengítésében itt az alapvető szerepet a hidrogénionokon létrejövő rezonancia töltéscikserélődés játssza, amelynek hatáskeresztmetszete a 10 keV energiáig meghaladja a  $10^{-15}$  cm<sup>2</sup> értéket.

Az elektronok által kiváltott ionizáció következtében jelentkező nyaláb gyengülés 5 ÷ 10-szer kisebb mint a rezonancia töltéscikserélődés következtében jelentkező csillapítás. A plazma koncentrációja és a szondázó nyaláb gyengülése közötti kapcsolatot jó közelítéssel az alábbi összefüggéssel lehet jellemezni [9]:

$$n = \frac{\ln \frac{l_1}{l_2}}{L \left( \sigma_k + \frac{\langle \sigma_i v \rangle}{v_0} \right)} \quad (2)$$

- ahol:  $l_1$  — szondázó nyaláb intenzitása a plazmaberendezés kamráján áthaladva plazma jelenléte nélkül;  
 $l_2$  — a nyaláb intenzitása a plazma jelenlétében a kamrán való áthaladás után;  
 $L$  — a sugár által megtett út a plazmában;  
 $\sigma_k$  — a plazma ionjain létrejövő töltéscikserélődés hatáskeresztmetszete;  
 $\langle \sigma_i v \rangle$  — a nyaláb atomjai elektronokkal szembeni ionizációs hatáskeresztmetszetének és azok egymáshoz viszonyított sebességének szorzata. A zárójel az elektronok sebességeloszlási függvénye szerinti középértéket jelenti (8);  
 $v_0$  — a szondázó nyaláb atomjainak sebessége.

Amennyiben a plazma koncentráció meghatározásához olyan feltételeket választunk, hogy az (1) összefüggés nevezőjében az első tag, azaz a töltés-



kicszerélődés hatáskeresztmetszete  $\sigma_k$  lényegesen nagyobb legyen a másodiknál, akkor az elektronhőmérséklet közelítő meghatározásához olyan atomi részecskenyalábokat célszerű alkalmazni, amelyeknél a töltéskicszerélődés hatáskeresztmetszete viszonylag kicsi, s az elektronokkal szembeni ionizációs hatáskeresztmetszet igen nagy, azaz:

$$\frac{\langle \sigma_i v \rangle}{v_0} > \sigma_k. \quad (2)$$

A fenti egyenlőtlenség a hidrogénplazma esetében több olyan nehéz atomra teljesül, amelyek energiája  $E \leq 10^3$  eV. A  $T_e$  meghatározása a  $10^5 \div 10^6$  K hőmérsékleti tartományban lehetséges, ahol az ionizációs hatáskeresztmetszetek megfelelően nagyok, s igen erősen függenek a plazma elektronjainak energiaeloszlásától ( $10 \div 100$  eV). Ebben az esetben azonban a plazmában nem lehetnek olyan szennyező ionok, amelyek a töltéskicszerélődéssel a szondázó nyaláb atomjaira vonatkoztatva nagy a hatáskeresztmetszetük, illetve ezen szennyezések mennyiségének legalább ismertnek kell lennie. Azokban az esetekben, amikor mind a plazma koncentrációját, mind a plazma elektronhőmérsékletét meg akarjuk határozni, a plazmát két különböző nyalábbal kell szondázni. Így például a hidrogénplazma esetében (proton plazma) célszerű a szondázáshoz hidrogénatomokból és argonatomokból álló nyalábokat használni [10].

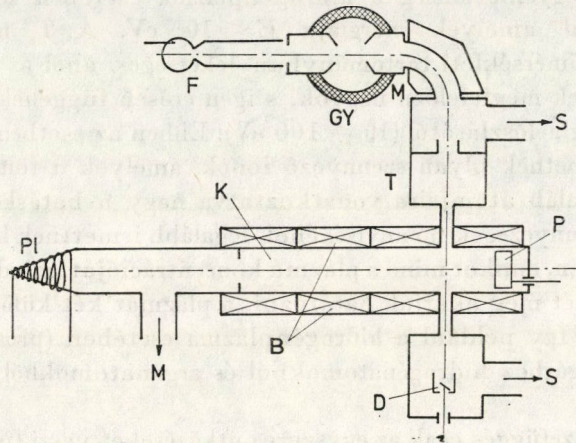
Az (1) összefüggés csak az egyszeres ütközéseket veszi figyelembe a szondázó atomi részecskeáram és a plazma részecskéi között. Ez azzal magyarázható, hogy abban a pillanatban, amikor a szondázó atom ionná alakul át, kölcsönhatásba lép a plazmában jelenlevő mágneses térrel, s az eltéríti a nyalábot eredeti pályájától. A szondázó nyaláb fenti „megtisztításához” elegendő, ha a plazmában mindössze néhányszor tíz Oe mágneses térerősség uralkodik. A plazmában az elektromos és mágneses tér hiányában feltétlenül figyelembe kell vennünk a szondázó részecske többszörös ütközését, melynek során elektronvesztés, majd ezt követően elektronbefogás lép fel, azonban az ilyen esetek a gyakorlatban viszonylag ritkán fordulnak elő.

Az alábbiakban röviden áttekintjük, hogyan valósítják meg a plazma szondázását a néhány keV energiájú részecskékből álló atomnyalábokkal. Az egyik legcélszerűbbnek tekintett módszer [11] ma is az, amit először alkalmaztak a plazmacsomók kísérleti tanulmányozására (1. ábra).

A protonok töltéskicszerélődése útján előállított, monoenergetikus hidrogén atom nyaláb áthalad a K csatornán keresztül, amelyben a plazmacsomag haladó mozgást végez. A csatornából való kilépés után a nyalábot egy szekunderemisszió alapján működő detektor segítségével regisztráljuk. A nyaláb gyengülésének időbeli függéséből — ismerve a plazmacsomag haladási sebességét — információt nyerhetünk a csomag hosszában kialakuló plazmakoncentrációról. A hidrogén atom nyalábok, valamint a különböző energiájú

protonok alkalmazása útján lehetőség nyílik az ionok és a neutrális részecskék koncentrációjának meghatározására a plazmacsomagokban [12–13].

A gyors atomokból álló részecskenyalábokkal végzett szondázást alkalmazták még a [14–15] munkában is, az elektronoszillációs kisülékes plazmában, valamint a nagy frekvenciás kisülékes plazmákban. A [11–13] munkáktól eltérően ezen utóbbi munkákban nem alkalmazták a szondázó nyaláb tömegmonokromatizációját. Azonban előrelépést jelentett a szondázó nyaláb modulációja (10 kHz-es frekvenciával), mivel ez lehetőséget teremtett a mérések



1. ábra. A plazmacsomók sűrűségének meghatározására szolgáló berendezés vázlata. A vizsgálat gyors atomi részecskékkel történő szondázáson alapul [11].

F — ionforrás; GY — gyorsító cső; M — mágneses tömegmonochromátor; T — az ionok töltéscserélődésére szolgáló kamra; K — csatorna, amelyben a plazmacsomó mozog; PI — a plazmacsomók injektora; B — a mágneses teret létrehozó tekercesek; P — plazmaszkóp; D — a szondázó nyaláb regisztrálására szolgáló detektor, amely a szekunderemisszió hatásán alapul; S — szivattyú csatlakozás.

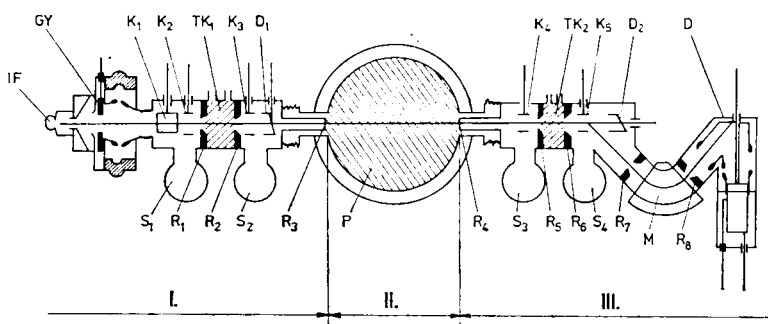
elvégzésére olyan, plazmától származó sugárzási háttér esetén is, amely összevethető volt a szondázó nyaláb által keltett hasznos jel amplitúdójával. A semleges gázokból álló részecskenyalábok alkalmazásával lehetőség nyílt a plazma elektronhőmérsékletének becslésére is [13–15].

Az aktív diagnosztika nagyméretű plazmaberendezéseken való alkalmazása még egy egész sor további nehézséget vet fel, s így olyan kísérleti elrendezések váltak szükségessé [16–18], amelyek eltérnek a [11–15] munkákban ismertettektől. Az alapvető nehézség abban áll, hogy az ilyen berendezéseknél a plazma igen intenzív saját korpuszkuláris és elektromágneses sugárzást bocsát ki.

Az ALFA-berendezésen például a plazma sugárzás által a kamrafalból kiváltott emissziós áramsűrűség értéke  $0,5 \div 1 \text{ A/cm}^2$ .

Világos, hogy hasonló intenzitású atomi részecske nyalábok alkalmazása nem célszerű. A nehézségek kiküszöbölését teszi lehetővé a 2. ábrán bemutatott

kísérleti berendezés [17]. Ebben a sémában detektorként egy atomi részecske-detektort alkalmaznak. Az analizátor segítségével ki lehet választani a szondázó nyaláb szükséges komponensét tömeg és energia szerint. Ezzel egyidejűleg a készülék biztosítja a teljes elektromágneses sugárzás leválasztását is. A detektor nagy felbontóképessége és érzékenysége következtében lehetőség nyílik olyan intenzitású részecskenyalábok alkalmazására a szondázásnál, amelyek mindössze  $10^{-9} \div 10^{-10}$  A áramnak felelnek meg. Az ilyen szondázási módszer gyakorlatilag egyáltalán nem perturbálja a plazmát, s a módszer „kontaktusmentessé” válik.



2. ábra. Komplex berendezés a forró plazmák semleges részecskenyalábok segítségével történő aktív és passzív vizsgálatára [17].

I — a szondázó nyaláb injektora; II — a plazmaberendezés kamrája; III — detektor; IF — ionforrás; GY — gyorsító cső;  $K_1$  és  $K_2$  — az ionsugár irányát korrigáló kondenzátorok;  $TK_1$  — kamra az ionok töltéskicsérélésének létrehozására;  $K_3$  — kondenzátor, amely megtisztítja az atomokból álló részecskenyalábot a töltéskicsérélés után megmaradt ionoktól; P — a vizsgálandó plazma;  $K_4$  — kondenzátor, amely megtisztítja a nyalábot a plazma által kibocsátott töltött részecskéktől;  $TK_2$  — a gyors atomok ionizálására szolgáló kamra;  $K_5$  — az ionokat az energia szerint analizáló kondenzátor; M — mágneses tömeganalizátor; D — iondetektor;  $D_1$  és  $D_2$  — a semleges részecskék segéd-detektorai;  $R_1, R_2, R_5-R_8$  — a vákuum leromlása nélkül szabályozható rések;  $R_3$  — az injektor kimeneti rése;  $R_4$  — a detektor bemeneti rése;  $S_1-S_4$  — nagyvákuumszivattyúk.

A detektáló berendezésbe beépített tömeganalizátor lehetővé teszi, hogy a szondázó nyaláb injektora tömegmonokromátor nélkül működtethető legyen (2. ábra).

A fentiek következtében igen lényeges mértékben egyszerűsíteni lehet az injektor árnyékolását a szórt mágneses terekkel szemben, amelyek a kisülés folyamán keletkeznek, s amelyek azzal az ionnyalábbal lépnek kölcsönhatásba, amelyet az atomi részecskenyaláb előállításához felhasználunk. A 2. ábrán bemutatott rendszer további előnye még az, hogy az injektort kikapcsolva, tömeganalizátorral a plazma passzív diagnosztikai vizsgálata is elvégezhető.

A plazmakoncentrációt gyors atomi részecskékből álló nyaláb segítségével mérve a nyaláb intenzitásának oszcillografikus megfigyelése alapján folyamatosan követni lehet a plazma koncentrációjának változását a plazmaberendezésben a kisülés fenntartása idején és a kisülés megszűnése után egyaránt.

A gyors részecskékből álló nyalábok segítségével végzett szondázási módszerek nagy idő- és térfelbontást biztosítanak. A koncentráció mérés tartományának nagysága függ a plazma méreteitől, s megfelel a plazma „céltárgy” teljes keresztmetszetének, azaz  $nL = 10^{13} \div 10^{16} \text{ cm}^{-2}$ -nek.

A részecskenyalábok segítségével való szondázás alkalmazható a kis sűrűségű plazmák esetében is (például  $nL = 10^{11} \div 10^{13} \text{ cm}^{-2}$  céltárgy-vastagság esetében) akkor, ha a plazma elektronhőmérséklete megfelelően nagy ( $kT_e \geq 10^2 \text{ eV}$ ) és az ionizációs fok nem kisebb néhány ezreléknél. Ekkor más kísérleti módszer alkalmazása célszerű – termikus atomok, vagy molekulák segítségével végzett szondázás [19, 20, 21]. Amennyiben a nyalábnak a plazma ionjain létrejövő töltéskicserélődési jelensége nem rezonancia jellegű, s az ionhőmérséklet értéke nem túl nagy, ( $kT_i < 1 \text{ keV}$ ), akkor a termikus nyaláb alapvető gyengülési mechanizmusát az elektronütközéses ionizáció adja. Az ionizációs folyamat effektív hatáskeresztmetszete  $\langle \sigma_i v \rangle / v_0$  a nyaláb részecskéinek az elektronsebességhez viszonyított kicsi sebessége következtében  $10^{-13} \div 10^{-12} \text{ cm}^{-2}$ , s ennek következtében jelentős mértékű nyaláb gyengülés jön létre viszonylag kis vastagságú plazma céltárgy esetében is. A koncentráció meghatározásához ismerni kell a plazma elektronhőmérsékletét, de itt a pontossági követelmények nem nagyok, mivel a  $\langle \sigma_i v \rangle$  mennyiség az igen széles,  $10^2 < kT_e < 10^3 \text{ eV}$  tartományban gyengén függ az elektronhőmérséklettől.

Meg kell jegyeznünk, hogy a plazma termikus nyalábok segítségével való szondázását a gyakorlatban csak kevesen valósították meg.

Erre a célra főleg arany atomokat [20] és hidrogén molekulákat [21] használtak fel. A hidrogén molekulákból álló részecskenyaláb intenzitását egy manometrikus detektorral, az arany atomokból álló nyaláb intenzitását pedig a hideg céltárgyon kondenzálódott fémcsapadék mennyisége alapján regisztrálták. A szondázásra igen előnyösen alkalmazhatók az alkáli fémek nyalábjai is, mivel ezek nagy ionizációs hatáskeresztmetszettel rendelkeznek, s detektálásuk viszonylag egyszerűen, igen érzékeny, a felületi ionizáció elvén működő detektorok segítségével valósítható meg [22].

A fejezet végén megemlítjük még, hogy a nyaláb részecskéinek gerjesztésén alapuló szondázási módszerek most vannak elterjedőben. A [23] munkában például meghatározott ionfajták koncentráció mérési módszerét ismeretlik, amelynél az ionokat gyors protonokból álló nyaláb segítségével gerjesztik, s a sugárzás intenzitását megfelelő spektrális berendezések segítségével analizálják. A módszer hátránya az, hogy csak olyan plazmák esetében alkalmazható, ahol a plazma saját sugárzása nem túl nagy intenzitású. Hátrányként jelentkezik továbbá, hogy a plazmába intenzív proton nyalábot kell beinjektálni, s a hidrogén komponens esetében az ionok gerjesztéséhez a módszer nem alkalmazható.



## 2.2. Töltött részecskenyalábokkal történő szondázás

A plazmában kialakuló EM-terek erőssége és struktúrájának meghatározása szempontjából igen fontosak a töltött részecskék és a vizsgálandó terek közötti kölcsönhatáson alapuló mérési módszerek.

A töltött részecskenyalábokkal végzett szondázási módszereket a legjobban az OGRA-típusú berendezésnél fejlesztették ki [24, 25]. A csapda belsejében az elektromos terek tanulmányozásához monoenergetikus elektronnyalábot alkalmaztak, amelyet a mágneses erővonalak mentén átbocsátottak az egész csapdán keresztül, mintegy 12 m-es távolságon. A csapda kimeneténél a nyaláb vagy egy fényporral bevont ernyőre, vagy pedig egy elektrosztatikus energia-analizátorra került. Mérve a plazma jelenlétében a nyaláb merőleges irányú eltolódását — amely az egymásra merőleges elektromos és mágneses térben az elektronok driftmozgásának következménye — meg lehet határozni a plazmában kialakuló hosszirányú elektromos terek amplitúdóját és frekvenciáját. Az elektronnyaláb csapda keresztmetszetében való elmozdításával tanulmányozható a plazma elektromos tereinek radiális eloszlása.

A kamra falának közvetlen közelében kialakult radiális elektromos tér vizsgálatára például cézium ionokból álló nyalábot alkalmaztak. A nyalábot a csapdába a mágneses térre merőlegesen injektálták be, a kamra oldalfalára felszerelt ionforrásból. A 180°-os eltérítés után a nyaláb egy az oldalfalon elhelyezett regisztráló berendezésbe került. A nyaláb elmozdulását a részecskék kezdeti energiájával lehetett kompenzálni a vizsgálatok során, s ennek alapján meghatározható volt a radiális tér nagysága. A fentiekben ismertetett módszer egyik alkalmazására is az OGRA-berendezésen került sor, ahol a plazma elektromos terét vizsgálták a gömbszerű instabilitások kialakulása során [25].

A vizsgálat során a cézium ionforrásra csak akkora gyorsítófeszültséget adtak, hogy a plazmában jelenlevő adott radiális térerősség esetén az ionok még a detektorra jussanak. Így lehetőség nyílt az említett terek regisztrálására és az instabilitások megjelenésekor a plazma által kibocsátott, gyors hidrogén ionokból álló nyalábok detektálására, amelyeket a kamra falába épített érzékelők vettek fel. A cézium forrásra adott különböző gyorsítófeszültségek segítségével meghatározták továbbá a tértöltési zónák ekvipotenciális felületeinek profilját is az instabil plazmában.

A plazmában kialakuló terek tanulmányozása igen hasznos segítségnek bizonyult a kollektív folyamatok vizsgálata során is. A vizsgálatok szerint igen éles különbségek jelentkeztek az elektromos tér radiális eloszlásában akkor, ha a plazmában „makkszerű” instabilitások lépnek fel ahhoz képest, amikor a plazma a fenti instabilitásoktól mentes. A ciklotron instabilitások kialakulása során észlelt longitudinális hullámok váltakozó elektromos terének vizsgálata információt szolgáltatott arról, hogy miért jelentkezik anomális elektronvesz-

teség az OGRA berendezésen — amely veszteség 10 kV pozitív potenciállal egyenértékű.

A periodikus téreloszlású potenciállal rendelkező csapdákban a plazmapotenciál mérésére [26] a csapda tengelyén keresztül bocsátott elektronsugár szolgál. A potenciál értéket az elektronok azon legkisebb energiája alapján határozták meg, amelynél még a nyaláb áthaladt a csapdán. Megjegyezzük, hogy a plazmapotenciál értéke nemcsak a töltött részecskékből álló nyaláb eltérítése, vagy visszatartása alapján határozható meg. Sűrű plazmákban, ahol a Debay-féle árnyékolási sugár kicsi és az elektromos tér a plazma vékony határrétegre korlátozódik, valószínű, hogy sikeresen alkalmazható a részecskék átrepülési idejének mérésén alapuló módszer is.

A [27] munkában a  $Kr^+$  ionokból álló részecskenyaláb — amelyet 1 MHz frekvenciával moduláltak — egy csapdában elhelyezkedő, elektronbeinjektálással létrehozott plazmán haladt keresztül. A  $Kr^+$  ionok átrepülési idejét a plazmán a modulátoron megjelenő feszültség fázisa és az ionnyalábot regisztráló detektor kimenőjele közötti fáziskülönbség alapján határozták meg, mérve a különbséget a plazma jelenlétében, s anélkül. A nyaláb energiáját úgy választották ki, hogy a plazmapotenciál egész mérési tartományában az átrepülési idő egyértelmű kapcsolatban legyen a fáziskülönbséggel (azaz, hogy a fáziskülönbség ne haladja meg a  $90^\circ$ -ot). A fáziseltolás analízise alapján lehetővé vált a plazmapotenciál időbeli alakulásának meghatározása.

A töltött részecskék segítségével végzett szondázás nemcsak a plazmában kialakuló elektromos terekről szolgáltathat információt, hanem a mágneses terektől is. Így például a [28] munkában a kontrakciós ívplazmák és a tengelyirányú vezetővel ellátott kisülések mágneses felületeinek deformációját tanulmányozva jelentős,  $E \approx 200$  keV energiájú elektronokból álló részecskenyalábot alkalmaztak a vizsgálatokhoz. A nyalábot a hengeres kamra elején injektálták be, az a mágneses erővonalak mentén haladt tovább, s a kamra másik végén elhelyezett szcintillációs számlálóval regisztrálták a beérkező részecskéket. Ezen kísérlet feltételei között a nyaláb elmozdulására alapvető hatást nem az elektromos, hanem a plazmában kialakult mágneses tér gyakorolta. Az elektronnyaláb a vizsgálatok során igen érzékeny indikátornak bizonyult a plazma instabilitásainak vizsgálata során. Ezen módszer segítségével mutatták meg azt is, hogy a plazma instabilitásai megszűnnek, ha a kisülésbe egy központi vezetőt visznek be (szupravezető-levitron).

A fentieket összegezve megállapíthatjuk, hogy a részecskenyalábokkal történő szondázást a drága, nagy berendezéseknél, elsősorban a fúziós plazmáknál alkalmazzák — mint azt a bemutatott példák is jól szemléltetik —, elméletük főleg a klasszikus atomfizikán alapul.

### 3. Aktív elektromágneses vizsgálati módszerek

Az aktív plazmadiagnosztika vizsgálati módszereinek másik nagy csoportját a villamos, mágneses és elektromágneses terek és a plazma részecskéi, illetve terei közötti kölcsönhatást felhasználó mérési eljárások alkotják. Ezeknél a vizsgálati módszereknél a plazmaméterek meghatározásakor alapfeltételként jelentkezik a plazma külső terek segítségével történő perturbációja, de ügyelni kell arra, hogy a perturbáció ne képviseljen olyan energiabetáplálást vagy kicsatolást, amely megváltoztathatja a plazma globális jellemzőit.

A kölcsönhatás jellegétől függően beszélhetünk villamos, mágneses, valamint elektromágneses terekkel és elektromágneses hullámokkal történő szondázásról. Mind a négy szondázási módszereknél a plazmával kölcsönhatásba lépő terek kialakítása történhet bemerített szondákkal, s a jeldetektálás végezhető a plazmától független külső áramkörben. Ezek a módszerek elsősorban igen egyszerű technikai kivitelezhetőségük miatt terjedtek el, ki kell emelni azonban, hogy a mérési eredmények kiértékelése sokszor igen bonyolult modellalkotást kíván meg.

Az aktív elektromágneses vizsgálati módszerek másik nagy csoportját a nem bemerülő szondákkal közvetített elektromágneses hullámok segítségével való szondázás alkotja, ahol a „mérő” hullámok frekvenciája a röntgen tartománytól az UV, a látható és infravörös tartományon át a radiofrekvenciás tartományig terjed. Az elektromágneses hullámokkal végzett „aktív” plazmavizsgálatok terén az utóbbi évtizedben nagyméretű fejlődés jelentkezett, egyrészt a plazma-elektromágneses tér nemlineáris kölcsönhatásait leíró elméletek továbbfejlődése, másrészt pedig a nagy energiájú elektromágneses hullámforrások új fajtáinak megjelenése (pl. lézerek és mézerek) következtében. Ez a terület ma is igen gyorsan fejlődik, s jelenleg már az aktív diagnosztika egy speciális ágát képezi, ezért ezekkel a módszerekkel külön áttekintésben fogunk foglalkozni.

Az alábbiakban a bemerülő szondákkal történő vizsgálatokra korlátozódunk, külön választva a már klasszikusnak tekinthető alacsony- és nagynyomású villamos szondákat, s röviden kitérünk a mágneses, a nagyfrekvenciás elektromágneses és az elektromágneses hullámok be-, illetve kicsatolására szolgáló rezonancia szondákra.

#### 3.1. Villamos szondák

Az aktív plazmadiagnosztikai módszerek egyik legelterjedtebb már klasszikusnak tekintett változata a plazmába merített, villamos szondák segítségével történő mérés, amellyel viszonylag egyszerű úton határozhatók meg a plazmát jellemző alapvető mikroparaméterek, így a töltött részecskék koncentrációja, hőmérséklete, sebességeloszlása stb.

A villamos szondákkal végzett vizsgálatok elterjedését főleg a mérések egyszerű kivitelezhetősége és viszonylag olcsó berendezésigénye indokolja (szemben például a spektroszkópiai és mikrohullámú vizsgálatokkal).

A mérés maga oly módon történik, hogy a plazmába bemelegített kisméretű vezetőre külső feszültséget kapcsolnak, amelynek hatására a szonda egy meghatározott környezetében a vizsgált plazma kismértékben polarizálódik — a szonda körül egy kettős tértöltési réteg alakul ki, amelyet csak a megfelelő előjelű és megfelelő energiával rendelkező töltött részecskék tudnak átlépni. A tértöltési réteg akkor épül le, amikor a plazmába merülő szonda potenciálja megegyezik a plazmapotenciál értékével. A plazmapotenciálhoz képest negatív szondafeszültségeknél a szondára belépő ionáram, pozitív feszültségeknél pedig az elektronáram dominál. A szondára adott feszültség változtatásával felvehető a plazmába merülő szonda feszültség-áram karakterisztikája, amelynél az egyes szakaszok értelmezése útján meghatározhatók a fentiekben már említett mikroparaméterek.

A szondamérések gyakorlatában éppen a feszültség-áram karakterisztikák megfelelő értelmezése jelenti a legnagyobb problémát, mivel a kapott görbék alakja igen erősen függ a plazmát alkotó töltött részecskék sebesség- és energiaeloszlásától, a szonda karakterisztikus méreteinek és a töltött részecskék szabad úthosszának viszonyától, a külső villamos és mágneses terektől, a szonda által a plazmában előidézett perturbációktól, a szonda geometriájától és orientációjától stb.

Mivel a szondamérések során meghatározott mikroparaméterek közül a részecskék hőmérséklete az egyik legfontosabb, s ez csak az egyensúlyi eloszlások esetére van értelmezve, így érthető, hogy a mérések feldolgozásához alkalmazott modellek többsége legalább lokális egyensúlyi eloszlást tételez fel.

A karakterisztikák értékeléséhez szükséges modellalkotás szempontjából lényeges még a töltött részecskék szabad úthosszának, a szonda és a szonda körüli kettős réteg karakterisztikus méreteinek összevetése is, mivel ezek arányának megfelelően a töltött részecskék két különböző mozgási mechanizmussal — az energiájuknak megfelelő „szabadeséssel”, vagy pedig többszörös ütközéssel, diffúzió útján érik el a szonda felületét.

A néhány torr nyomásokig terjedő plazmákban felvett szondakarakterisztikák kiértékelési elméletét Langmuir és Mott-Smith még 1926-ban kidolgozták [29—32], s azóta ennek a témának mind elméleti, mind kísérleti vonatkozásait széles körben tanulmányozták.

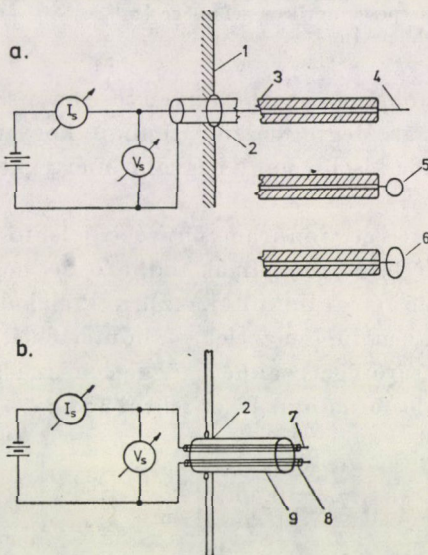
A 10 torr-tól néhány atmoszféráig terjedő nyomástartományban felvett szondakarakterisztikák kiértékelése már sokkal nagyobb problémát okoz, mivel a nagynyomású plazmáknál a töltött részecskék mozgását olyan összetett tényezők szabják meg, mint a diffúzió és a mozgékonyág, amelyek a felállított modellben paraméterként szerepelnek, s megadásuk különböző elméleti feltételezések, illetve bonyolult mérések alapján történhet.



Az alábbiakban röviden áttekintjük az alacsony- és nagynyomású villamos szondák által kapott karakterisztikák értékeléséhez szükséges néhány alapmodellt, s utalunk az egyes alkalmazási területekre.

### 3.1.1. Alacsonynyomású szondamérések

A külső mágneses tér hiányában a plazma vezetőképességének meghatározására alkalmas Langmuir-féle szondákat a 3. ábrán mutatjuk be. Az ilyen szondák geometriai méretei kisebbek, mint az elektronok, illetve ionok szabad úthossza a plazmában.



3. ábra. A Langmuir-féle szondák néhány alapvető típusa

a — egyszerű hengeres, gömb és lapszonda; b — kettős hengeres szonda

1 — viszonyítási felület (pl. kisülési edény fala); 2 — vákuumtömített mozgatószerkezet; 3 — szigetelő burkolat; 4 — hengeres szonda; 5 — gömbszonda; 6 — lapszonda; 7 — szonda csúcsa; 8 — üveg kapilláris, 9 — üveg, vagy fém burkolat.

A szonda potenciálját általában valamilyen egyéb megfontolásból rögzített potenciálhoz hasonlítják, például az anódhoz, a kisülési cső falához, vagy egy úgynevezett viszonyítási elektródhoz, amelynek felülete legalább 50-szer nagyobb, mint a szonda felülete. Annak érdekében, hogy a plazma és a viszonyítási pont között a potenciálkülönbség állandó legyen, az áramfluktuáció következtében gyakran célszerű viszonyítási elektródként az anódot, vagy a kisülési kamra falát felhasználni. Az egyszerűbb áttekintés kedvéért tételezzük fel, hogy viszonyítási pontként a plazmapotenciált tekintjük, s azt  $V_s$ -el jelöljük. Amikor a  $V$  negatív, akkor a szonda csak az ionokat

gyűjti össze, s eltaszítja magától az elektronokat. A plazmában az  $A$  felületen keresztül az ionáram értéke az ionok sűrűségétől és sebességétől függ, s az alábbi összefüggés segítségével adható meg:

$$j_i = \frac{I_i}{A_s} = \frac{n_i e v_i}{4} = \frac{n_i}{4} e \left( \frac{2kT_i}{m_i} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

ahol:  $I_i$  — a kaotikus mozgást végző ionok árama [A];  
 $j_i$  — a kaotikus mozgást végző ionok áramsűrűsége [A/m<sup>2</sup>];  
 $e$  — az elektron töltése [A/sec];  
 $m_i$  — az ionok tömege [kg];  
 $n_i$  — az ionok sűrűsége [1/m<sup>3</sup>];  
 $v_i$  — az ionok közepes kinetikus sebessége [m/sec];  
 $A_s$  — a szonda felülete [m<sup>2</sup>].

A (3) egyenlet abban az esetben érvényes, ha a szonda nem perturbálja a körülötte levő plazmát. Megjegyezzük azonban, hogy a potenciálkülönbségek következtében a szonda kisebb vagy nagyobb mértékben mindig okoz perturbációt [33, 34].

A szonda által felvett ionáram sűrűsége jelentős mértékben függ még az elektronhőmérséklettől is. Ez annak tudható be, hogy a szonda körül egy pozitív töltésekből álló réteg alakul ki. Az így kialakult réteg hatósugarának nagysága nagymértékben függ az elektronhőmérséklet értékétől. A  $T_i < T_e$  esetében az ionáram sűrűsége csaknem független az ionhőmérséklettől, s így az egyenletet az alábbi formában lehet felírni [35]:

$$j_i = 0,4 n_i e \left( \frac{2kT_e}{m_i} \right)^{1/2}. \quad (4)$$

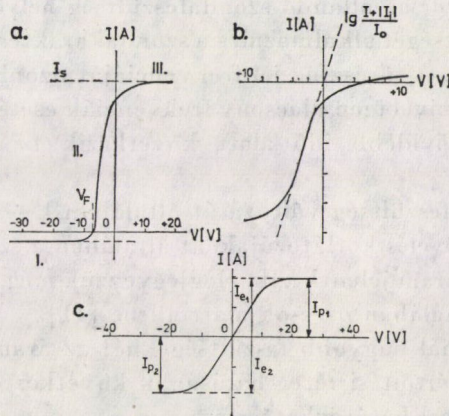
A szondát érő ionbombázáskor keletkező szekunder elektronok ugyan csak okozhatják az ionáram sűrűségének téves meghatározását. Ezt a hibát a szonda kilépési munkájának, illetve hőmérsékletének mérése alapján lehet becsülni. Amennyiben a szonda  $V$  potenciálja kis negatív érték, akkor a nagy energiával rendelkező elektronok is eljutnak a szondára, s részben kompenzálják a szonda áramát. A továbbiakban, ha a potenciált pozitív irányban növeljük, akkor egy meghatározott értéknél az elektronok és ionok kaotikus mozgás következtében jelentkező árama kiegyenlíti egymást, s ezt a potenciált nevezzük „lebegő” potenciálnak (l. 4a ábra). A termikus plazmák esetében ennek értéke  $V_F \approx kT_e/2$ .

A  $V$ ,  $V_F$ -nél nagyobb értékekre való növelésekor az elektronáram a karakterisztika II. részében igen élesen növekszik. Ez az áram a  $V_s$  potenciálnál megy át telítésbe a tértöltés kialakulása következtében. A 4a ábrán a  $V_s = 0$  helyen jelentkezik a telítés. A II. szakaszban a szonda elektronáramát a következő összefüggés alapján határozhatjuk meg:



$$\ln I_e = \frac{V}{kT_e} = \ln A'_s j_0, \tag{5}$$

ahol:  $A'_s$  — a szonda körül kialakuló kettős réteg felületének területe, amely körülbelül egyenlő  $A_s$ -el;  
 $I_e$  — a szondára jutó elektronáram;  
 $j_0 = j_s + |j_i|$ ;  
 $j_s$  — telítési áramsűrűség;  
 $kT_e$  — energia [eV].



4. ábra. A Langmuir-féle szondák tipikus feszültség-áram karakterisztikái.

a — lineáris feszültség-áram karakterisztika; b — logaritmusos feszültség-áram karakterisztika; c — kettős, lebegőpotenciálú szonda feszültség-áram karakterisztikája

A szondára jutó teljes áram az elektron- és ionáramok különbségéből adódik.

Mivel a mérések során az eredő áram értékét határozzuk meg, így az (5) összefüggésben az  $I_e$  alábbi alakját használjuk fel:

$$I_e = I + |I_i| \quad j = j + |j_i|. \tag{6}$$

A (6) egyenletnél feltételeztük, hogy a kettős réteg vastagsága sokkal kisebb, mint a szonda karakterisztikus mérete, azaz  $A'_s \approx A_s$ , s a kettős réteg nem változtatja vastagságát. A legtöbb plazmamérés esetében a kettős réteg vastagsága kisebb, mint 0,1 mm, s így a fenti feltételezés helyes.

Amennyiben a  $j_e$  logaritmusát a  $V$  szondafeszültség függvényében ábrázoljuk, vagy az áramjelet logaritmusos erősítővel ellátott oszcilloszkóp segítségével analizáljuk, akkor a görbe hajlásszöge közvetlenül megadja az elektronhőmérséklet értékét:

$$kT_e = \frac{dV}{d[\ln(j + |j_i|)]} \approx \frac{\Delta V}{\Delta[\ln(j + |j_i|)]}. \tag{7}$$

Amennyiben az elektronok energiaeloszlása nem Maxwell-féle eloszlásnak felel meg, akkor az itt közölt összefüggés nem alkalmazható. Különböző módszerek segítségével azonban itt is helyre lehet állítani a Maxwell-féle eloszlást; így például a [36] hivatkozásban a kiértékeléshez a szondakarakterisztika feszültség szerinti második deriváltját használták fel. A második derivált meghatározásának gyakorlati módszereit a [37–38] hivatkozás tárgyalja részletesen.

Amennyiben a kisülés nem stacioner jellegű, illetve ha az kifejezetten impulzus kisülés, akkor az állandó szondafeszültség helyett célszerű fűrészfog alakú analizáló feszültséget alkalmazni, s a szondakarakterisztikát oszcilloszkóp segítségével vizsgálni. A fűrészfog-jel frekvenciáját azonban nagyon óvatosan kell megválasztani, mivel igen alacsony frekvenciák esetén a plazma tulajdonságának változása rövidebb idő alatt következik be mint az analizálási idő [39, 40].

Az analizáló jelfeszültség változását általában  $1 \div 10 \text{ V}/\mu\text{sec}$ -re választják, s a frekvencia növelés korlátozójaként általában a szonda-plazma kapacitáson fellépő eltolási áram jelentkezik. Megjegyezzük még, hogy a szonda körüli egyensúlyi állapot általában  $\mu\text{sec}$ -ok alatt áll be [41].

A  $V_s$  potenciálnál nagyobb feszültségeknél az áram értéke  $I_s$  már nem növekszik tovább a tértöltési réteg hatásának következtében. A telítési áram az alábbi összefüggéssel határozható meg:

$$I_s = j_s A'_s \approx j_0 A'_s = \frac{n_e e A'_s}{4} \left( \frac{2 k T_e}{m_e} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

Összevetve a (3) és (8) kifejezéseket, azt kapjuk, hogy

$$\frac{j_s}{j_i} \approx \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \cdot \frac{n_e}{n_i} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{1/2}. \quad (9)$$

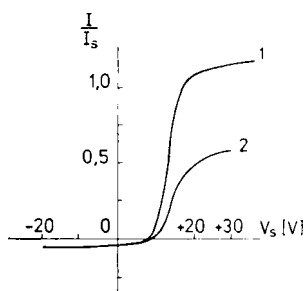
A legtöbb esetben kvazineutrális plazmát vizsgálunk, azaz az ionok és elektronok sűrűsége azonos, s így ezen összefüggés alapján meggyőződhetünk a töltött részecskék sűrűségének meghatározási pontosságáról is.

A III jelzésű intervallumban (l. 4a ábra) jelentős karakterisztika torzulások lépnek fel, amely a tértöltések által keltett elektromos tér torzító hatásának tudható be.

Amennyiben a vizsgálni kívánt plazma mágneses térben helyezkedik el és az elektronok ciklotron frekvenciáján a pálya sugara összevethető a mérőszonda méreteivel, akkor a fentiekhez viszonyítva alapvetően megváltozik a helyzet. Mivel ugyanakkor a szabad úthosszak effektív értéke is összevethető a szonda méreteivel, így a tértöltések következtében jelentkező telítési áram értéke is jelentős mértékben változik. A mágneses tér lecsökkenti az elektronok

erővonalakra merőleges irányú mozgékonyását, a mágneses tér mentén azonban a mozgékonyág nem változik lényegesen. Az ionokra kisebb mértékben hat a mágneses tér, mivel itt a ciklotron-sugár lényegesen kisebb, mint az elektronok esetében. Vizsgáljuk meg a mágneses tér hatását a szonda karakterisztikára a fenti két esetben: az erővonalakkal párhuzamosan és az erővonalakra merőlegesen elhelyezett szondáknál.

Kvalitatíve ezt a jelenséget az 5. ábrán mutatjuk be, ahol jól lehet látni az  $I/I_s$  jelentős mértékű csökkentését a mágneses térre merőlegesen elhelyezett szonda esetében. A görbe meredeksége kis telítési áramoknál is hasonló marad.



5. ábra. A Langmuir-féle szondák tipikus feszültség-áram karakterisztikái mágneses tér jelenlétében

1 — a szonda tengelye merőleges a mágneses erővonalakra; 2 — a szonda tengelye párhuzamos a mágneses erővonalakkal

Megjegyzendő azonban, hogy kis mágneses térerősségeknél a szonda helyes értékeket ad az elektronhőmérsékletre [35].

A III karakterisztika intervallumban ahhoz, hogy kiküszöböljük a kollektor árammal kapcsolatos hibalehetőségeket, lebegő potenciálon levő kettős szondát alkalmaznak a mérések során. Amennyiben a mágneses tér hiányzik, akkor a plazmába merülő szonda karakterisztikája analogikus a 4c ábrán bemutatottal. Egyenlő felületű szondák esetében a karakterisztika felső és alsó része szimmetrikus, s belőle csak a telítési ionáram határozható meg. Ez teljesen így is van, hisz a szondaáramok összege nulla, s amikor a negatív potenciálon levő szonda az ionáram szempontjából telítésbe megy át, akkor a pozitív potenciálon levő szonda árama is telítésbe kell hogy kerüljön.

Amennyiben ismert a plazmában az elektronhőmérséklet, akkor a telítési áram értékét a (8) összefüggés segítségével lehet meghatározni.

Mivel a plazma legtöbb esetben neutrálisnak tekinthető, így általában feltételezhető, hogy  $n_e = n_i$ , ha  $Z = 1$ .

Az elektronhőmérséklet meghatározása érdekében térjünk vissza ismét az (5) összefüggéshez. Ezt az összefüggést célszerű átírni a 4c ábra jelöléseinek megfelelően. Általános esetben feltételezzük, hogy a szondák felülete nem

egyenlő egymással, s ezért  $I_{p_1} \neq I_{p_2}$ . Mivel a rendszerben a teljes áram értéke nulla, így:

$$I_{p_1} + I_{p_2} = I_{e_1} + I_{e_2} = A_1 j_0 e^{\frac{eV_1}{kT_e}} + A_2 j_0 e^{\frac{eV_2}{kT_e}}, \quad (10)$$

ahol:  $A_1, A_2$  — a megfelelő szondák felülete;  
 $V_1, V_2$  — a plazma-szonda közötti potenciál értéke

$$\begin{aligned} V_D &= V_2 - V_1, \\ I_D &= I_{p_1} - I_{e_1} = I_{e_2} - I_{p_2}. \end{aligned}$$

Logaritmizálva a (9) összefüggést:

$$\ln \left[ \frac{\sum I_p}{I_{e_2}} - 1 \right] = - \frac{eV_D}{kT_e} + \ln \frac{A_1}{A_2}. \quad (11)$$

A kapott kifejezés hajlásszöge a  $V_D$  függvényében való ábrázolásakor megadja az elektronhőmérséklet értékét [42].

A kettős szonda segítségével felvett szondakarakterisztikák mágneses térben nem változnak olyan erős mértékben, mint az egyszerű szondák esetében. A kollektorra jutó részecskék áramát az ionok mozgékonyága határozza meg mindaddig, amíg az ionok ciklotron sugara összevethető nem lesz a szonda karakterisztikus méreteivel, azaz a néhány ezer Gauss értékig. Ha a negatív potenciál megfelelő abszolút értéket ér el, de szondát körülvevő határréteg vastagsága nagy a szonda átmérőjéhez képest, akkor egészen néhány ezer Gauss mágneses térerősségi alkalmazható a Langmuir–Mott-Smith-elmélet. Az áramsűrűség feszültségtől való függése kvadrátikus jellegű:

$$j = j_i \frac{2}{\pi} \left( \frac{eV}{kT_e} + 1 \right)^{1/2}, \quad (12)$$

ahol:  $j_i$  — az ionsűrűség lineáris függvénye, mint az a (4) összefüggésből is látható.

Az I intervallumon kívül [36] az ionok sűrűsége az alábbi összefüggés segítségével adható meg:

$$n_i = \left( \frac{2\pi m_i}{kT_i} \right)^{1/2} \frac{j_i}{e} = 3,32 \cdot 10^{11} \frac{S^{1/2}}{A'} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

ahol:  $S$  — a  $j^2 - V$  karakterisztika meredeksége.

A [43] hivatkozásban a szerzők ezt az összefüggést az áramsűrűségeen keresztül fejezték ki, s nem határozták meg az  $A$  értékét, de feltételezték, hogy a  $V$  változtatása során az állandó marad:

$$n_i^2 = - \frac{d(j_i^2)}{dV} \frac{\pi^2 m_i}{2e^3}. \quad (14)$$

Végezetül megjegyezzük még, hogy a lebegő potenciálú szondák alkalmazása azért is előnyösebb, mivel sokkal kisebb perturbációt idéznek elő, mint az egyszerű szondák a stacioner kisülésekben.

### 3.1.2. Nagynyomású szondák

A nagynyomású szondák mérési eredményeinek kiértékeléséhez alkalmazható első egyszerűbb diffúziós modellt Cozens és von Engel alkotta meg [44 – 46] a 4c ábrán látható kettős szondákra.

A karakterisztikák értékeléséhez felhasznált modell alapfeltételezése, hogy a szonda közvetlen környezetében a töltött részecskék mozgását alapvetően a diffúzió és a szonda villamos terében kialakuló mozgékonyaság szabja meg. Ezen feltételezések egydimenziós esetben az alábbi egyenlet formájában rögzíthetők:

$$D_e \frac{dn_e}{dx} - \mu_e \frac{dV}{dx} n_e = 0, \quad (15)$$

ahol:  $D_e$  — az elektronok (ambipoláris) diffúziós tényezője;  
 $n_e$  — az elektronok koncentrációja;  
 $\mu_e$  — az elektronok mozgékonyasága;  
 $V$  — a szondapotenciál a szondától  $x$  távolságra.

Az egyenlet integrálása után a potenciálra az alábbi összefüggés adódik:

$$V = \frac{D_e}{\mu_e} \ln \frac{n_w}{n_0} = \frac{kT_e}{e} \ln \frac{n_w}{n_0}, \quad (16)$$

ahol:  $n_w$  — az elektronkoncentráció a fal közelében;  
 $n_0$  — az elektronkoncentráció a faltól távol, a perturbálatlan plazmában.

Felhasználva az áramfolytonosságon alapuló alábbi peremfeltételt:

$$\frac{n_w \bar{v}_e}{4} = \frac{n_i \bar{v}_i}{4} + \frac{j_p}{e}, \quad (17)$$

ahol:  $\bar{v}_e$  — az elektronok közepes termikus sebessége;  
 $\bar{v}_i$  — az ionok közepes termikus sebessége;  
 $j_p$  — a teljes szondaáram.

a feszültség áram karakterisztikát a következő alakban kapjuk:

$$V = \frac{kT_e}{e} \ln \left\{ \frac{1 + j_p/j_s}{1 - j_p/j_s} \right\}. \quad (18)$$

ahol:  $j_s$  — telítési áram, az alábbi összefüggéssel jellemezhető:

$$j_s = \frac{en_i \bar{v}_i}{4}. \quad (19)$$

A feszültség-áram karakterisztikát jellemző kifejezésben a szondaáram zéró pontja környékén sorfejtést végezve az elektronhőmérséklet meghatározására az alábbi egyszerű végformula adódik:

$$\frac{kT_e}{e} = \frac{j_s}{2 \left| \frac{\partial j_p}{\partial V} \right|_{j_p=0}} . \quad (20)$$

Megjegyezzük, hogy a fenti kifejezés formailag megegyezik az alacsony nyomású plazmákra kidolgozott szondaelmélet végeredményével [32], annak ellenére, hogy a kiindulási modell teljesen eltérő.

A fenti modell lehetőséget nyújt, a telítési áramot megadó kifejezés felhasználásával az elektronkoncentráció becslésére is, amennyiben olyan feltevéssel élünk, hogy az elektronhőmérséklet és az ionhőmérséklet megegyezik (LTE-plazma), vagy az ionok közepes sebességének megadásakor a más módszerrel meghatározott gázhőmérsékletből indulunk ki. Ezt követően számos szerző foglalkozott ezen modell elméleti továbbfejlesztésével és kísérleti igazolásával [47, 48].

A MALTER és JOHNSON [49], BRADLEY és MATTHEWS [50] korábban, az alacsonynyomású plazmákban végzett szondamérésekre kidolgozott modelljét fejlesztették tovább, s kisebb változtatásokkal alkalmazási körét kiterjesztették az atmoszferikus nyomások felé. A kapott összefüggést FERDINAND [51] kísérletileg is igazolta, s megállapította, hogy pl.  $H_2 - O_2$  lángban a spektroszkópiai úton meghatározott elektronhőmérséklet és a szondakarakteristikából kapott elektronhőmérséklet érték között alig 3%-os eltérés volt tapasztalható.

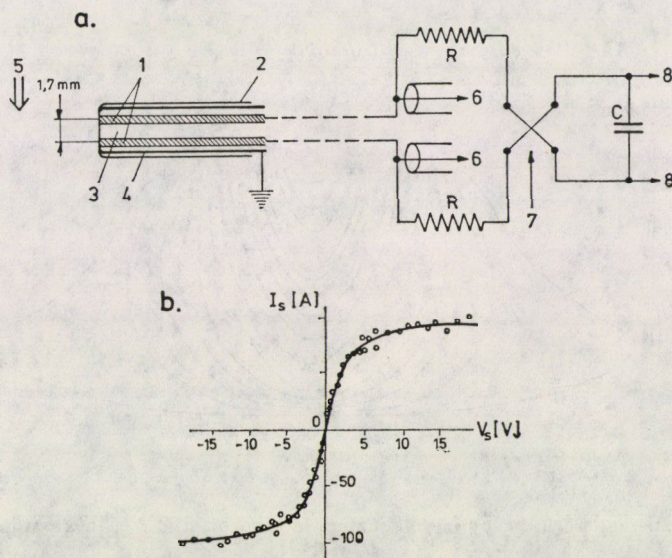
MOIZHES és NEMCHINSKII a viszonylag nagyobb problémát jelentő elektronkoncentráció meghatározására dolgozott ki modellt, két különböző szonda-geometria esetére [52]. Kiindulási alapként a klasszikus diffúziós egyenlet helyett a Boltzmann-egyenletet alkalmazta, figyelembe véve az ütközéses tagokat is. A szonda volt-ámpér karakterisztikáját leíró megoldást különböző  $T_e/T_i$  és  $r/l$  (sugár/hossz) arányok mellett vizsgálta hengeres és gömbszondák esetében.

ULJANOV [53] a szondakarakterisztika ionáram szakaszának analízise során egy hidrodinamikai modell alkalmazásával már figyelembe veszi a szonda körüli térben jelentkező ionizációs és rekombinációs folyamatokat, s ennek alapján összefüggést állít fel az ionkoncentráció meghatározására hengeres, gömb- és síkszondákra. A kapott összefüggésekben természetesen szerepelnek a plazmát jellemző ionizációs tényező és a diffúziós állandó, amelyeket egy meghatározott szondageometriával történő méréskor elméleti vagy kísérleti úton külön kell megadni. Érdeemes megjegyezni, hogy a szerzők által a különböző szondageometriákra kapott három megoldás az ionkoncentráció, a diffúziós és ionizációs állandó szempontjából függetlennek tekinthető, s ennek



következtében a volt-ámpér karakterisztika azonos helyen azonos időben, különböző geometriájú szondákkal történő felvételekor a kapcsolt egyenletek felhasználásával a két utóbbi paraméter is meghatározható a fenti elmélet alapján.

Az elméleti modellek finomításával párhuzamosan az utóbbi években itt is tovább tökéletesítették a nagynyomású szondamérések technikáját, s ma már a pontonkénti feszültség-áram mérések mellett egész sor olyan megoldás



6. ábra. Időfelbontásos szondamérés áramló plazmákban [54]

a — a mérés elrendezése; b — a kettős szonda feszültség-áram karakterisztikája  
 1 — platina elektródok; 2 — szigetelő burkolat; 3 — üvegcső; 4 — árnyékoló elektróda;  
 5 — plazma áramlás; 6 — erősítőhöz; 7 — keresztkapcsoló; 8 — tápegységhez

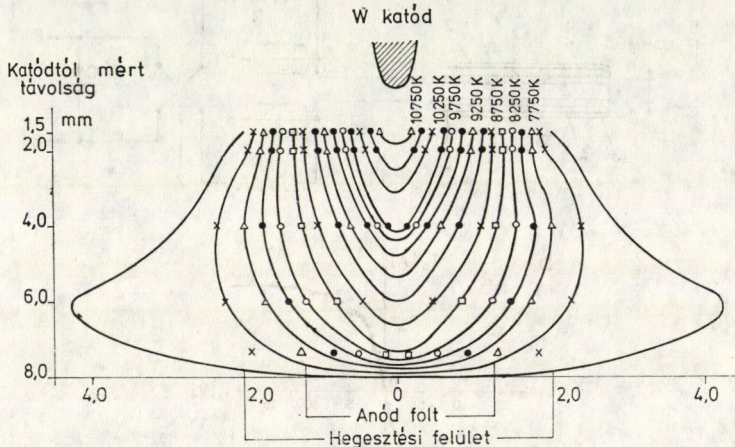
létezik, amely lehetővé teszi az idő- és térfelbontás növelését, s ezzel a gyorsan változó plazmák szondamérések segítségével történő vizsgálatát. Így például FEARN [54]  $10^5 \div 10^8$  cm/sec sebességgel áramló plazmacsomagokban  $10^{-6} \div 10^{-4}$  sec-es időfelbontású méréseket végzett kettős szonda alkalmazásával. A szondakarakteristika felvételéhez szükséges feszültséget egy feltöltött, s a kívánt felbontóképességnek megfelelő  $\tau$  időállandóval rendelkező kondenzátor kör kisütésével biztosította, és a kettős szonda áramát oszcilloszkopikus úton mérte (6. ábra).

A kétsugaras oszcilloszkóp ernyőjén megjelenő feszültségfutási görbe és a szonda áramgörbéje alapján tetszőleges időpillanatban a szonda-feszültség mellett meghatározható a szondaáram értéke. Ez a viszonylag egyszerű, ugyanakkor szellemes mérési módszer időfelbontás szempontjából már össze-



vethető a mikrohullámú interferometrikus, a laser szórásos, a spektroszkópiai módszerekkel, illetve a Schlieren-technikával.

A térfelbontásra pedig érdekes megoldást mutat be a Marchwood Engineering Laboratories kutatócsoportja [55] által ismertetett munka, ahol egy argon munkagázzal üzemeltetett TIG-rendszerű 100 A-es hegesztő ív hőmérsékleteloszlását határozták meg nagynyomású szondamérés segítségével. A molibdén huzalból készült szondát egy mozgatószerkezettel kb. 1 msec alatt „lökték” át a plazmaíven. Egy-egy adott szondafeszültség mellett a



7. ábra. Egy TIG-rendszerű, argon munkagázban létrehozott 100 A-es hegesztő ív hőmérséklet eloszlása [55]

szonda átfutási ideje alatt az integrált áramot regisztrálták, majd számítógépes program segítségével Ábel-inverzióknak vetették alá a görbesereget, s így határozták meg a kisülés izoterma térképét (7. ábra).

Az MHD-plazmák diagnosztikai vizsgálata során a nagynyomású szondák alkalmazása és a felvett feszültség-áram karakterisztikák értelmezése újabb nehézségeket vet fel. Itt ugyanis a plazmába merített szondára a külső elektromos és mágneses tér is hat, figyelembe kell venni a sózás következtében jelentkező ionizációs folyamatokat, s tekintettel a nagy sebességgel áramló plazmára, ügyelni kell a szonda helyes orientálására stb. Az itt felsorolt problémák jelentős elméleti nehézségeket vetnek fel, így az MHD-diagnosztikával foglalkozó közlemények többsége egy-egy fontosabb hatás vizsgálatára korlátozódik, s a diagnosztikai méréseket pedig többnyire modellberendezéseken végzik.

McKEE és MITCHNER [56] például az áramló MHD-plazmába bemenő szonda által kialakított perturbált térben lejátszódó ionizációs és rekombinációs folyamatokat vizsgálta, mivel az előzetes számítások azt mutatták, hogy

alacsony ionizációs potenciálú sózóanyag (pl. kálium) hordozógázba (pl. argonba) történő bevitele esetén a szonda által kialakított potenciáltérben már 1700 K felett is jelentős méretű ionizációs hatás léphet fel, amely erősen meghamisíthatja a szondák által adott töltéssűrűség értéket. Az elektronhőmérséklet meghatározására alkalmas modell felállítása során a kontinuitási egyenletet tekintették alapul, s figyelembe vették a szondaméreték és a töltések szabad úthosszainak viszonyát, az elektron-ion mozgékonyosság arányt, valamint az ionizációs és rekombinációs tényezőket. Feltételezték továbbá, hogy a plazma-szonda határon a töltések a „szabadesés” törvényeinek megfelelően mozognak és a szonda felületén nem lépnek fel emissziós jelenségek. A fenti modell keretében az elektronhőmérsékletre a Langmuir-féle kifejezés adódott, s a figyelembe vett paraméterek egy szorzótényező formájában jelentkeztek, amely a konkrét viszonyok megadásával, a paraméter értékek behelyettesítésével számítógépes program segítségével volt meghatározható.

KAGAN [57] az MHD-közegekben felvett szondakarakterisztikák kiértékeléséhez ugyancsak egy diffúziós modell alkalmazásáról számol be, s részletesen kifejti a felállított modell korlátait különböző szondageometriák és különböző MHD-viszonyok esetén. Módszerének egyik értéke abban rejlik, hogy analitikus kifejezéseket ad meg az elektronhőmérséklet és a töltéskonzentráció meghatározására. Elemezve a kapott összefüggéseket, a következő megállapítások tehetők:

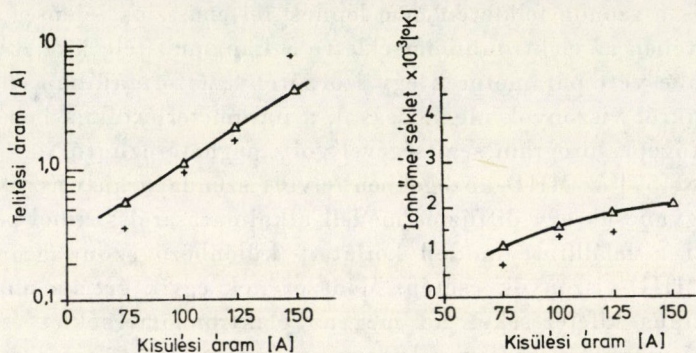
- az elektronhőmérsékletet célszerű a kettős szondák feszültség-áram karakterisztikája alapján, vagy egyes szonda segítségével meghatározni oly módon, hogy az utóbbi esetben a hőmérséklet kiszámítása során az elektronágban a plazmapotenciál környékén a szondaáram feszültség szerinti differenciálját vesszük;
- az elektronkoncentráció meghatározása pedig az egyes szonda és a kettős szonda ionága alapján történhet, nagy negatív szondapotenciálok mellett;
- az áramló MHD-plazmák vizsgálatánál a legkisebb perturbációt az áramlás irányával megegyezően elhelyezett hengeres szonda okozza.

WHITMAN és HSUAN YEH [58] pedig olyan nagynyomású szondaelmélet-ről számolnak be, ahol az ionizációs és rekombinációs folyamatokon túlmenően a külső villamos terek hatását is figyelembe vették. A szerzők a szondát körülvevő térséget három zónára osztják fel: a szonda felületénél levő úgynevezett „szabadesési” zóna, a közepén elhelyezkedő kvazineutrális zónára, valamint a villamos tér által perturbált külső zónára. Kiindulva a klasszikus határréteg elmélet feltételezéseiből, összefűzték az egyes zónákban érvényes megoldásokat, s végül analitikus kifejezést kaptak a gömbszondák volt-ámpere karakterisztikáinak leírására.



Elméleti számításaik eredményeit egy korábbi, ROHATGI és EMMONS [59] által atmoszferikus nyomású, 2000 K hőmérsékletű argon-cézium kisülések plazmában végzett mérések eredményeivel vetik össze. A 8. ábrából látható, hogy a különböző kisülési áramok mellett mért és számított telítési áramok és ionhőmérsékletek jó egyezést mutatnak.

A Szovjet Tudományos Akadémia Magashőmérsékletű Intézetének munkatársai [60] a nagynyomású szondák alkalmazásával nyert és spektroszkópiai úton meghatározott hőmérsékleti értékek összevetéséről számolnak be.



8. ábra. A telítési áram és az ionhőmérséklet kisülési áramtól való függése, a számított és mért értékek összehasonlítása [58, 59]

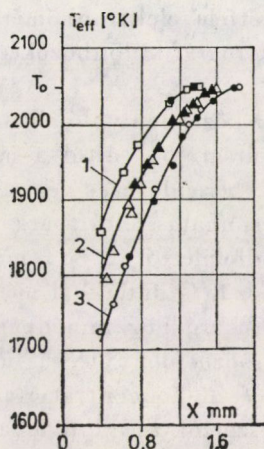
$\Delta$  — kísérleti úton meghatározott értékek [59]; + — számított értékek [58]

Tanulmányozták a kettős szondák környezetében kialakuló hőmérsékleti és potenciális rétegek hatását a [61] diffúziós modell figyelembevételével, ahol feltételezték, hogy a potenciális tér belsejében ionizációs, illetve rekombinációs jelenségek nem lépnek fel, s a  $T_e$  elektronhőmérséklet közelítőleg megegyezik a  $T_g$  gázhőmérséklettel. Az elektronhőmérsékletre kapott elméleti összefüggés szerint, amennyiben a szonda körül nem alakul ki hőréteg, azaz a szonda nem idéz elő termikus perturbációs hatást a plazmában, a szonda a tényleges elektronhőmérsékletet méri; termikus perturbáció esetén azonban a szonda által mért hőmérsékleti értékek a valódinál lényegesen kisebbek is lehetnek. A szerzők kísérleti úton is ellenőrizték eredményeiket, s ennek érdekében egy 25 mm átmérőkű csatornában atmoszferikus nyomáson földgáz-levegő égésterméket áramoltattak át, ügyelve arra, hogy a csatorna keresztmetszetében a gázhőmérséklet megközelítőleg állandó legyen. Az elektronkoncentrációt nátriummal történő sózás mértékével változtatták, s szonda körüli termikus perturbációt a szondahőmérséklet 300 ÷ 1650 K közötti szabályozásával érték el. A kapott kísérleti eredményeket a 9. és a 10. ábrákon mutatjuk be.

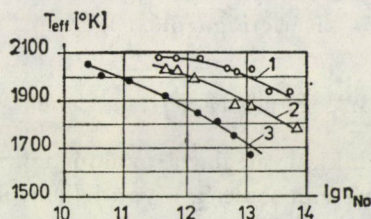
A 9. ábrából látható, hogy a szonda környezetén a különböző szonda-hőmérsékletek esetén jellegükben azonos hőmérsékleti eloszlások alakulnak ki,



s kitűnik az is, hogy a szondamérések alapján meghatározott elektronhőmérséklet értékek jó egyezést mutatnak a spektroszkópiai úton kapott eredményekkel.



9. ábra. Hőmérséklet eloszlás a szonda környezetében [61]  
 1 —  $d = 2$  mm,  $T_p = 1330$  °K; 2 —  $d = 4$  mm,  $T_p = 1260$  °K;  
 3 —  $d = 6$  mm,  $T_p = 1140$  °K  
 ■ ● ▲ — optikai mérések; □ ○ △ — szondamérések



10. ábra. A nátriumkoncentráció hatása a mért hőmérséklet értékekre [61]  
 1 —  $d = 2$  mm,  $T_p = 1330$  °K; 2 —  $d = 4$  mm,  $T_p = 1260$  °K;  
 3 —  $d = 6$  mm,  $T_p = 1140$  °K  
 ● — optikai mérések; △ ○ — szondamérések

A 10. ábrán a nátriummal történő sózásnak a szonda által meghatározott  $T_e$  elektronhőmérsékletre gyakorolt hatását mutatjuk be. Az ábrából látható, hogy kis Na-koncentrációk esetén a szonda által mért hőmérséklet értékek jól egyeznek az optikai mérések eredményeivel.

A Prágai Műszaki Egyetem munkatársai [62] szintén kettős szondákkal végzett vizsgálatokról számoltak be. Mérték, hogy a  $H_2O_2$  munkagáz keverési arányának függvényében milyen mértékben változik a szonda segítségével meghatározott elektronhőmérséklet értéke. Az összehasonlító méréseket optikai úton, spektroszkóppal végezték. Azt tapasztalták, hogy a munkagázban fűtőanyag felesleg esetében eltérés mutatkozik a kétféle mérési módszerrel meg-

határozott elektronhőmérsékletek között, míg a sztöhiometrikus keverési arány esetén a kétféle módszer azonos eredményhez vezetett. A szerzők a két módszerrel mért hőmérsékleti értékek közötti eltéréseket a szabad OH-gyökök jelenléte miatt kialakuló kétféle elektronhőmérséklet hatásának tulajdonították — a szonda és a spektrográf különbözőképpen integrálja a két hőmérsékleti értéket.

A szondamérések MHD-közegben való alkalmazásának még egy példajaként ZELIKSZON és munkatársai [63] által a moszkvai Magashőmérsékletű Intézetben felállított „Temp” berendezésen végzett, az árammal átfolyt plazma és az elektródok közötti kölcsönhatás feltárására irányuló vizsgálatokat ismertetjük. Ezek során a katódfelülettől  $2 \div 3$  mm-re elhelyezett platinából, illetve szilíciumkarbidból készült szondákkal mérték különböző K-szóanyag koncentrációk esetén, anódi és katódi üzemmódban a szondakarakterisztikákat. Vizsgálták továbbá a különböző mennyiségű fűtőanyag felesleg hatását is, állandó elektródhőmérséklet és K-koncentráció mellett.

Megjegyezzük, hogy a szerzők az adott hivatkozásban a felvett, szonda-karakterisztikák kiértékelését nem végezték el, s a karakterisztikák mered ségének változásait csak a katódi terek jellemzésére használták.

A fentiek alapján is megállapítható, hogy a nagynyomású plazmákban végzett szondamérések elmélete még nem teljesen lezárt, az elméleteket többnyire illeszteni kell a konkrét plazmafajtákhoz, illetve plazmaeszközökhöz, s többségük még jelentős kísérleti igazolást igényel.

### 3.2. Egyéb bemeztett szondák

A villamos szondákkal meghatározható mikroparaméterek —  $n_e$ ,  $n_i$ ,  $T_e$ ,  $T_i$  — mellett gyakran van szükség olyan jellemzőkre, mint a mágneses tér, vezetőképesség, valamint egyéb komplex plazmaparaméterek térbeli és időbeli változásának detektálására. Ezen utóbbiak meghatározására szolgáló aktív vizsgálati módszerek közül csak a „bemeztett szondák” alkalmazási körére térünk ki. Áttekintjük a mágneses és nagyfrekvenciás szondák fontosabb változatait, s a rezonancia szondák néhány kiragadott alkalmazási példáján keresztül utalunk az elektromágneses hullámokkal történő aktív diagnosztika lehetőségeire.

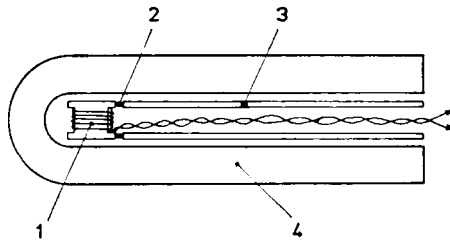
#### 3.2.1. Mágneses szondák

Csaknem valamennyi gyakorlatban előforduló plazma kisebb-nagyobb mértékben mágneses tér hatásának van kitéve, amely az árammal átjárt plazmák esetében származhat a plazma saját mágneses terétől, egyéb esetekben pedig külső hatások következményeként. Ily módon a plazma teljes leírásához információt kell szerezni a mágneses tér térbeli és időbeli eloszlásáról. A mágneses tér meghatározásának legfontosabb aktív eszközei a plazmába bemeztett

különböző konstrukciójú mágneses szondák, amelyek rendkívül egyszerű felépítésűek, s az általuk szolgáltatott jelek viszonylag egyszerű külső körök segítségével értékelhetők, s a kapott paraméterek kiértékelése sem kíván bonyolult elméleti interpretációt.

Működési elvüket tekintve a mágneses tér meghatározására szolgáló szondákat két alapvető csoportra oszthatjuk fel: induktív szondák, magnetogalvanikus szondák.

A plazmákba bemerített induktív mágneses szondákban a  $dB/dt$  indukcióváltozás esetén áramok indukálódnak. Az ilyen érzékelők segítségével viszonylag könnyen meghatározható a mágneses térerősség pillanatnyi értéke.



11. ábra. Az induktív mágneses szonda elvi felépítése

1 — indukciós tekercs; 2 — tekercsrögzés; 3 — tartócső; 4 — szigetelő burkolat

A mágneses szondákat általában igen kis méretűre készítik a térfelbontás növelése érdekében, s különböző irányú elhelyezésükkel lehetőség nyílik a mágneses tér térbeli struktúrájának mérésére is. Az induktív mágneses szondák elvi felépítését a 11. ábrán mutatjuk be.

A kb. 1 mm átmérőjű indukciós tekercs két tartópálcára van felerősítve, s a tekercs kivezetések a nagyfrekvenciás jelek csillapításmentes kicsatolása érdekében koaxiális kábelhez csatlakoznak. Mivel a plazmavizsgálatok során többnyire a közepes és magas hőmérsékleti tartományokban végzik a méréseket, így a tekercs termikus rongálódásának kiküszöbölése érdekében a szondát egy védőburokkal veszik körül.

A mágneses térerősség meghatározása érdekében az induktív szonda által szolgáltatott jelet integrálni kell, amelyre számos aktív és passzív áramköri megoldás ismeretes [64, 65].

A zárt csatornában az áramváltozás sebességének mérésére alkalmazható még az úgynevezett Rogowsky-féle öv is [66, 67].

A rendszer két tekercsből áll, az egyik teljes mértékben körülveszi a vizsgálni kívánt teret, a másik pedig csak az áramcsatornát öleli körül. Az indukált feszültségek közötti különbség arányos a külső és a belső tekercsek között átfolyó áram nagyságával. Az áramprofil meghatározása érdekében több Rogowsky-féle hurkot alkalmaznak, amelyek különböző áramterületeket ölelnek fel.



A második csoportba tartozó magnetogalvanikus szondáknál azt az ismert jelenséget használják fel, hogy a mágneses térben a vezetőben áramló töltéshordozókra a Lorentz-féle erő hat, amelynek következtében az áram-sűrűség vektora nem lesz párhuzamos az elektromos térerősség vektorával. Ez azt eredményezi, hogy az elektromos térerősségre merőlegesen egy járulékos, úgynevezett Hall-térerősség jelenik meg.

A merőleges térösszetevő megjelenése egyben azt is jelenti, hogy a kitüntetett irányban megnövekszik az alkalmazott szonda látszólagos ellenállása.

A fenti elvek alapján kétféle magnetogalvanikus szonda hozható létre: a Hall-feszültség mérésén alapuló szonda és az ellenállás változáson alapuló szonda.

Mivel a Hall-feszültség, illetve az ellenállás változás mértéke erősen függ az alkalmazott szondaanyagban az elektronok mozgékonyaságától, így a gyakorlati célokra jól alkalmazható szondák csak a nagy elektronmozgékonyasággal rendelkező félvezető anyagok megjelenésével váltak a gyakorlat szempontjából hozzáférhetővé. Jelenleg erre a célra elsősorban az indiumarzenid, és az indium-antimonid alkalmazható a legelőnyösebben [68, 69].

Szükségesnek látjuk megjegyezni, hogy a plazmában kialakuló mágneses tér mérésére szolgáló szondák nem csupán metodikai szempontból szerepelnek az aktív mérési módszerek között, hanem azért is, mivel a passzív indikálási mód ellenére nem elhanyagolható perturbációt keltenek a plazmában. A perturbációk jellegüket tekintve három alapvető mechanizmusra vezethetők vissza:

- a véges  $\sigma$  vezetőképességgel rendelkező plazmában a mágneses tér diffúziós sebessége korlátozott;
- a szigetelő burkolat a megváltozott peremfeltételek következtében torzítja az áram térbeli struktúráját;
- a szonda természetszerűleg lokálisan perturbálja a plazma vezetőképességét.

Mivel a fenti három effektus egymástól gyakorlatilag elválaszthatatlan, mind ez idáig nem sikerült olyan egységes kiértékelési módszert kialakítani, amely lehetővé tenné az említett perturbációk egzakt figyelembevételét.

### 3.2.2. Nagyfrekvenciás elektromágneses szondák

A nagyfrekvenciás bemerített szondák és a plazma közötti kölcsönhatás — a szonda által keltett elektromágneses terek hatására fellépő plazmaáramoknak a szonda terére való, külső kör segítségével detektálható visszacsatolása — egy igen fontos komplex paraméternek, a vezetőképességnek viszonylag egyszerű kivitelezésű méréssel történő meghatározását teszi lehetővé.

Azokban a plazmákban, ahol az ütközési frekvencia elég nagy, jelentős szerepet játszik a vezetőképesség aktív összetevője, mint az az alábbi Lorentz-féle elméletből származtatott egyszerű összefüggésből is látható:

$$\sigma = \sigma_r + i\sigma_i = \frac{n_e e^2}{m_e} \frac{\nu - i\omega}{\nu^2 + \omega^2}, \quad (21)$$

- ahol:  $\sigma$  — a komplex vezetőképesség;  
 $\sigma_r, \sigma_i$  — a vezetőképesség valós és képzetes összetevője;  
 $n_e$  — az elektronkoncentráció;  
 $e$  — az elektron töltése;  
 $m_e$  — az elektron tömege;  
 $\omega$  — szondázó elektromágneses tér körfrekvenciája;  
 $\nu$  — a plazma ütközési frekvenciája.

Egy kisméretű nagyfrekvenciás tekercs (szonda) plazmába történő bemerítésekor a plazmában indukált áram keletkezik. Az áram amplitúdója komplex értékkel jellemezhető; a  $j_r$  reális rész az elnyelt teljesítményt, a  $j_i$  képzetes rész pedig a szonda induktív ellenállásának változását jellemzi. A 12. ábrán a nagyfrekvenciás szonda elvi felépítését és a plazma nagyfrekvenciás hurokra gyakorolt hatásának kétféle mérési lehetőségét szemléltetjük.

A 12b ábrán látható elrendezésnél a szondán eső  $V$  feszültség a szonda impedanciáját jellemzi, a bemenő feszültség fázisához viszonyított fázisszög a  $j_i$  és  $j_r$  relatív értékeit adja.

A 12c ábrán látható elrendezésnél a terheletlen szonda az  $f_0$  frekvencián rezonál. A plazmában keltett áramok elhangolják a tekercset, megváltoztatják a  $Q$  jósági tényező értékét. Az elhangolás mértéke ugyancsak a szonda kapcsain mért  $V$  feszültséggel jellemezhető.

Az ilyen rendszerekre vonatkozó perturbációs elméletből [70] adódó tér és időfelbontást figyelembe vevő kifejezés:

$$\left( \frac{1}{Q_1(t)} - \frac{1}{Q_0(t)} \right) - 2i \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{\epsilon_0 \omega} \frac{\int \sigma(r, t) E^2(r, t) d^3r}{\int E^2(r, t) d^3r}, \quad (22)$$

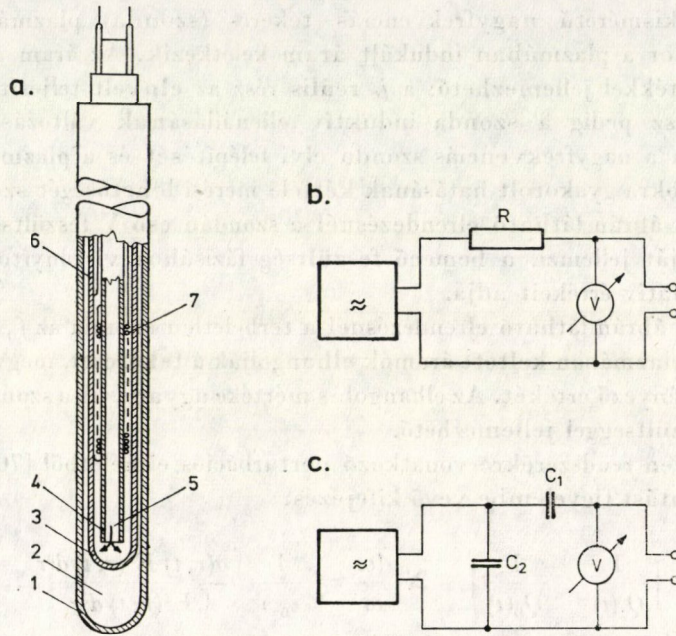
- ahol:  $Q_0(t)$  — a perturbálatlan rendszer jósági tényezője;  
 $Q_1(t)$  — a perturbált rendszer jósági tényezője;  
 $\Delta\omega$  — a frekvenciaelhangolódás;  
 $\epsilon_0$  — a dielektromos állandó;  
 $\omega$  — a perturbálatlan rendszer körfrekvenciája;  
 $E(r, t)$  — a kialakuló villamos tér erőssége,

felhasználható a  $Q$  jósági tényező vezetőképességtől való függésének meghatározására, abban az esetben, ha  $\nu \gg \omega$  és  $\omega_p \gg \omega$ . Amennyiben a hurok oly módon van a plazmában elhelyezve, hogy a  $\sigma$  vezetőképesség a térben homogén, akkor a (22) összefüggés az alábbi módon approximálható:

$$\frac{1}{Q_1(t)} - \frac{1}{Q_0(t)} = \frac{\sigma_r(t)}{\epsilon_0 \omega}. \quad (23)$$

Az esetek többségében azonban a szonda körüli térben a vezetőképességet nem lehet homogén mennyiségnek tekinteni. Ezt a nehézséget általában kísér-

leti módszerrel hidalgják át, hitelesítést alkalmaznak. A kalibrációt célszerű oly módon elvégezni, hogy a szondát megfelelő vezetőképességű elektrolit oldatba merítjük [71, 72], amelynek vezetőképességét előzetesen platina elektrod segítségével határozzuk meg. A 13. ábrán példaként bemutatjuk a [72] hivatkozásban alkalmazott, pirex csőre tekercselt nagyfrekvenciás szonda különböző oldatok felhasználásával történt kalibrációjának eredményeit. A jósági tényező mérése a 12c ábrán bemutatott elrendezésben történt. A gene-



12. ábra. A nagyfrekvenciás szonda elvi felépítése és a jeldetektálás módjai

- a — nagyfrekvenciás szonda; 1 — külső kvarc tok; 2 — hőszigetelést biztosító vákuumtér; 3 — belső pirex burkolat; 4 — csévetartó pirex cső; 5 — hűtő levegőáram; 6 — árnyékoló platina bevonat; 7 — indukciós tekercs  
 b — impedancia mérésre szolgáló áramkör;  $R \approx \omega L$ . c — jósági tényező mérésre szolgáló áramkör;  $C_2 > 10 \cdot C_1$

rátor frekvenciát változtatva a szonda kapcsain a rezonancia frekvenciának megfelelő feszültség félértékénél határozták meg a sáv szélességet, s a  $Q$  jósági tényezőt az alábbi egyszerű kifejezésből nyerték:

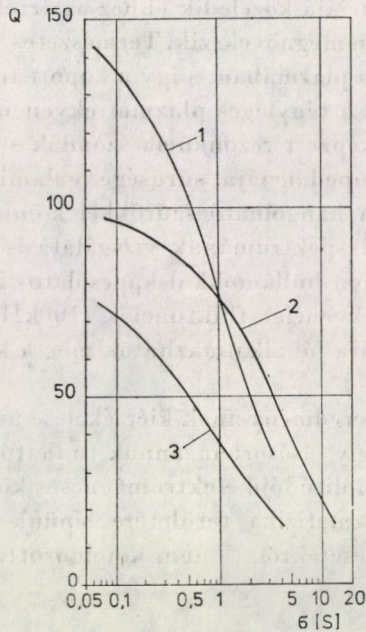
$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (24)$$

Az  $f_0$  rezonanciafrekvencia közel azonos értéken történő tartását a  $C_1$  kapacitás változtatásával oldották meg. Az oldat, illetve a plazma, valamint



a nagyfrekvenciás szonda tekerese között fellépő elektrosztatikus effektusok csökkentése érdekében a tekercsen belül egy Faraday-féle árnyékolóernyőt helyeztek el.

A fentiekben ismertetett elvek felhasználásával számos, elsősorban a jel-detektálás módjában eltérést mutató módszer került ismertetésre [73, 74, 75]. Megjegyezzük még, hogy a vizsgált plazmák dimenziójától, hőmérsékletétől, áramlási viszonyaitól függően a bemelegített nagyfrekvenciás szondák konstruk-



13. ábra. Az induktív vezetőképességmérő szonda jósági tényezőjének függése a mérendő közeg vezetőképességétől [72]

1 —  $f = 1$  MHz, hitelesítő oldat telített NaCl; 2 —  $f = 5$  MHz, hitelesítő oldat NaOH; 3 —  $f = 14$  MHz, hitelesítő oldat NaCl

ciója (mérete, alakja, burkolatának anyaga) a perturbációs hatás minimalizálása érdekében ugyancsak lényegesen eltérő lehet.

### 3.2.3. Rezonancia szondák

A bemelegített szondák speciális változatát képezik az úgynevezett rezonancia szondák, amelyek segítségével elektromágneses energiát táplálhatunk be, illetve csatolhatunk ki a plazmából.

Itt elsősorban a koaxiális kivitelű Langmuir-szondákat emeljük ki, amelyek kb. az 1000 MHz-es frekvenciáig alkalmazhatók [76]. A ritka plazmákban a nagyfrekvenciás hullámterjedési vizsgálatokhoz sikerrel alkalmaz-

hatók még a korong alakú elektródokból álló kettős szondák is — főleg a karaktersztikus plazmafrequenciák meghatározására [77].

A legelterjedtebb vizsgálati módszer, amikor a szondaáramot felvevő szondára az egyenfeszültségen kívül egyidejűleg nagy amplitúdójú nagyfrekvenciás jelet is adnak. Ekkor a szondát körülvevő plazmaréteg nemlineáris tulajdonságai következtében bizonyos nagyfrekvenciás jel egyenirányítás jön létre. A szondát körülvevő plazmában a nagyfrekvenciás tér erőssége a plazmafrequenciához közeli frekvencián éri el maximális értékét. Amikor a nagyfrekvenciás generátor frekvenciája közeledik ehhez az értékhez az egyenirányított jel amplitúdója meredeken megnövekszik. Természetes, hogy a szonda bizonyos perturbációkat hoz létre a plazmában, s így a kapott frekvenciaértékek általában alacsonyabbak, mint a tényleges plazmafrequenciák [78, 79].

A tápvonalként kiképzett rezonancia szondák segítségével meghatározható továbbá a plazma impedanciája, sűrűsége, valamint a plazmában terjedő rezgések hullámhossza. A hangolható szűrőkkel kombinált szondákkal pedig még a rezgések frekvenciaspektrumának vizsgálata is elvégezhető [80].

Az ion és ionciklotron hullámokkal kapcsolatos instabilitások következtében jelentkező nagyfrekvenciás fluktuációk (10 kHz ÷ 100 MHz) keltette rezgésmódusok vizsgálatára jól alkalmazhatók még a kis induktivitású induktív szondák is.

A fenti vizsgálatok eredményeinek kiértékelése azonban ma még jelentős nehézségeket vet fel, amely elsősorban annak tudható be, hogy a szondák és a plazma közötti nagy amplitúdójú elektromágneses kölcsönhatások következtében a nemlineáris plazmafizika területére lépünk át, amelynek elmélete — eltekintve a speciális esetektől — nem kidolgozott.

#### IRODALOM

1. BITÓ, J. — BOLLA, I. — ANTAL, K.: *Műszaki Tudomány* 48 (1974), 303
2. АФРОСИМОВ, В. В. — ГЛАДКОВСКИЙ, И. П.: *ЖТФ* 37<sub>1</sub> (1967), 1557
3. LOSCHTE-HOLTGREVEN, W.: „Plasma Diagnostics”, North-Holland Publ. Comp, Amsterdam 1968
4. HUDDLESTONE, R. H. — LEONARD, S. L.: „Plasma Diagnostic Techniques”, Academic Press, N. Y. — L. 1965
5. КИКОИН, И. К. — ГОХБЕРГ, Б. М. — МАЛЬЦЕВ, В. В. — ОТРОШЕНКО, Г. А. — КНЯЗЯТОВ, А. С.: Сб. «Диагностика плазмы» Госатомиздат, М. (1963), 193
6. ГОХБЕРГ, Б. М. — КИКОИН, И. К. — КНЯЗЯТОВ, А. С. — МАЛЬЦЕВ, В. В. — ОТРОШЕНКО, Г. А.: *ЖЭТФ*, 45 (1963), 428
7. НИСКОК, R. L. — ЛОВЕС, F. C. — MARSHALL, H. F.: *RSI* 37 (1966), 591
8. АГРЕСТ, М. М. — КУРСАНОВ, Ю. В. — ЛАБАХУА, С. И. — РИКЕНГЛАЗ, М. М.: *ЖТФ*, 36 (1966) 1911
9. СИМОНОВ, В. А. — КЛЕЙМЕНОВ, Б. Ф. — МИЛАШКИН, А. Г. — КОЧНЕВ, В. А.: Ядерный синтез (дополнение), часть I (1962), 325
10. Чернетский, А. В. — Зиновьев, О. А. — Козлов, О. В.: «Аппаратура и методы плазменных исследований», Атомиздат, М. (1965)
11. Крупник, Л. И. — Шулика, Н. Г.: Сб. «Диагностика плазмы» Госатомиздат, М. (1963), 212.
12. Крупник, Л. И. — Шулика, Н. Г. — Демченко, П. А.: *ЖТФ* 35 (1965), 711

13. Крупник, Л. И.—Шулика, Н. Г.—Демченко, П. А.: Сб. «Исследование плазменных сгустков», Наука думка, Киев 1965, 188
14. Козлов, О. В.—Родин, А. М.—Русанов, В. Д.—Скобло, Ю. А.—Чернетский, А. В.: Сб. «Диагностика плазмы» Госатомиздат, М. (1963), 199
15. Козлов, О. В.—Русанов, В. Д.: *Ядерный синтез* 4 (1964), 312
16. EUBANK, H. P.—NOLL, P.—TAPPERT, F.: *Nucl. Fusion* 5 (1965), 68
17. Афросимов, В. В.—Иванов, Б. А.—Кисляков, А. И.—Петров, М. П.: *ЖТФ* 36 (1966), 89
18. Афросимов, В. В.—Иванов, Б. А.—Кисляков, А. И.—Петров, М. П.: *ЖТФ* 36 (1966), 102
19. SIMONOV, V. A.—MILESIN, A. G.: *Ces. Cas. Fys.* 12 (1962), 653
20. ALEXEFF, J.—NEIDIGH, R. V.—PEED, W. F.: *Bull. Am. Phys. Soc.*, II. 8 (1963), 423
21. KERR, R. I.: *Nucl. Fusion* 3 (1963), 197
22. GOTT, Yu. V.—IOFFE, M. S.—YUSHMANOV, E. E.: *Plasma Physics, a. Controlled Nuclear Fusion Research*, I. Vienna 1966, 35
23. DUCLOS, D. P.: *RSI* 36 (1965), 806
24. КУСЧЕРИЯЕВ, Ю. А.—РАНОВ, Д. А.: *J. Nucl. En.*, part C, 5 (1963), 145
25. Кучеряев, Ю. А.—Панов, Д. А.: Сб. «Диагностика плазмы» Госатомиздат, М., (1963), 223
26. Симельников, К. Д.—Федоченко, В. Д.—Руткевич, Б. Н.—Черный, Б. М.—Сафронов, Б. Г.: *ЖТФ*, 30 (1960), 256
27. Лаврентьев, О. А.—Немашкало, Б. А.—Овчаренко, Л. И.—Сафронов, Б. Г.—Сидоркин, В. А.: Сб. «Диагностика плазмы» Госатомиздат, М., (1963), 233
28. BIRDSALL, D. H.—COLGATE, S. A.—FURTH, H. P.—HARTMAN, C. W.—SPOERLEIN, R. L.: *Ядерный синтез (дополнение), часть III*, (1962), 955
29. LANGMUIR, I.: *Science* 58 (1923), 290
30. LANGMUIR, I.: *G. E. Review* 26 (1923), 731
31. LANGMUIR, I.: *G. E. Review* 27 (1924), 449
32. LANGMUIR, I.: МОТТ, Н. Н.—SMITH: *Phys. Rev.* 29 (1926), 727
33. Генералов, Н. П.: «Атомная энергия», 4 (1958), 184
34. BERNSTEIN, I. V.—RABINOWITZ, I. N.: *Phys. Fluids* 2 (1959), 112
35. ВОМ, D.—BURHOPE, E. H. S.—MASSEY, H. S. W.: In „The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields”, McGraw Hill, N. Y., Chapt. 2, 1949
36. LANGMUIR, I.—МОТТ-SMITH, H.: *Gen. Elec. Rev.* 27 (1924), 449, 538, 616, 762, 810
37. MEDICUS, G. J.: *Appl. Phys.* 27 (1956), 1242
38. BOYD, R. L. F.—TWIDDY, N. D.: *Proc. Roy. Soc. A* 250 (1959), 53
39. WAYMOUTH, J. F.: *J. Appl. Phys.* 30 (1959), 1404
40. BITÓ, J. F.: *MTA III. Oszt. Köz.*, XII. 2. (1964), 121
41. BITÓ, J. F.: *Kandidátusi értekezés*
42. JOHNSON, E. O.—MALTER, L.: *Phys. Rev.* 80 (1950), 58
43. GARDNER, A. L.: In *Engineering Aspects of Magnetohydrodynamics* C. Manna and N. Mather ed. Columbia University Press, 1962, 438
44. COZENS, J. R.: *Symp. on Low-Temp. Plasma*, Moscow, (1965)
45. COZENS, J. R.: *7th Int. Conf. on Phen. in Ionized Gases*, v III., (1965), 19
46. COZENS, J. R.—VON ENGEL, A.: *Int. J. Electron* 19 (1965), 61
47. NATION, J. A.—SIMPSON, D.—BUIL, J.: *Appl. Phys.* 16 (1965), 1699
48. AL-HUSSAINI, J.—MAHMOOD, K.—RASUL, M.: *9th Int. Conf. on Phen. in Ionized Gases*, Bucharest, (1969), 624
49. JOHNSON, E. O.—MALTER, L.: *Phys. Rev.* 80 (1950), 58
50. BRADLEY, D.—MATTHEWS, K. J.: *Phys. Fluids* 10, 6. (1967), 1936
51. FERDINAND, J.: *9th Int. Conf. on Phen. in Ionized Gases*, Bucharest, (1969), 606
52. MOIZES, B. Ya. —NEMCHINSKII, V. A.: *9th Int. Conf. on Ionized Gases*, Bucharest (1969), 613
53. ULJANOV, K. N.: *9th Int. Conf. on Ionized Gases*, Bucharest (1969), 616
54. FEARN, D. G.: *10th Int. Conf. on Ionized Gases*, Oxford 1971, 398
55. GICK, A. E. F.—QUIGLEY, M. V. C.—RICHARDS, P. H.—SWIFT-HOOK, D. T.: *11th Int. Conf. on Ionized Gases*, Prague (1973), 433
56. МСКЕЕ, Н. В.—МИТЧНЕР, М.: *MHD Symp. IAEA*, Vienna, (1966), 107
57. КАГАН, Ю. М.: *MHD Symp. IAEA*, Vienna (1966), 117
58. WHITMAN, A. M.—HSUAN YEH: *MHD Symp. IAEA*, Vienna (1966), 127
59. RONATCI, Emmons: *Progr. Rep. High Temp. Gas Dyn. R. Pr. Harvard University*, Cambridge 1965
60. Василева И. А.—Нефедов, А. П.: *Int. Conf. on Gas Discharges*, London, (1970), 162
61. Василева, И. А.—Гапонов, И. М.—Кирилов, В. В.—Малюженко, Г. П.—Нефедов, А. П.—Побережский, Л. П.: *5th Int. MHD. Conf.*, München, v. I. (1971), 27

62. FERDINAND, J.—KRASIK, J.—LEGO, J.: *5th Int. Conf.*, München v. I. (1971), 57
63. ЗЕЛИКСОН, Я. М.—РЕШЕТОВ, Е. П.—ФЛИД, Б. Д.—ВИНОГРАДОВ, Я. А.: Магнитогиродинамический метод получения электроэнергии, Москва (1972)
64. VALLEY, G. E.—WALLMANN, H.: *Vacuum Tube Amplifiers*, MIT Rad. Lab. Ser. McGraw Hill, N. Y. 1948, 18
65. BERGLUND, S.—WESTERLUND, S.—SVENNERSTEDT, S.: *J. Sci. Instr.* **40** (1963), 250
66. ГОЛОВИН, И. Н.— и др. в кн. «Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии. Женева, 1958.» Доклады советских ученых. Т. I. М., Атомиздат, 1959, стр. 120
67. COOPER, J.: *Plasma Phys.*, *J. Nucl. Energy*, C. **5** (1963), 285
68. WEISS, H.—WILHELM, M.: *Z. Physik* **176** (1963), 399
69. WEISS, H.—SEIBT, F.: *Siemens Bauteile Information Heft* 11 (1965), 21
70. SLATER, J. C.: *Rev. Mod. Phys.* **18** (1946), 441
71. Van der POL. *Selected Scientific Papers*, I. North-Holland Publ. Co., Amsterdam 1960
72. WHARTON, C. B.—HAWKE, R.: *Lawrence Radiation Lab. Electronics Engineering Report*. LEL, Univ. of California, Livermore, Calif. 1962
73. BLACKMAN, V. H.: *Magneto-hydrodynamics Flow Experiments of a Steady State Nature*, *ARS Report No.* 1007—59, (1959)
74. ROSA, J. R.: *Phys. Fluids* **4**. (1961) 182
75. OLSON, R. A.—LARY, E. C.: *Rev. Sci. Instr.* **33**. (1962) 1350
76. BAILEY, R. A.—EMELEUS, K. G.: *Proc. Roy. Irish. Acad.*, **57A**. (1955) 53
77. YEUNG, T. H.—SAYERS, J.: *Proc. Phys. Soc.*, **A670**, (1957) 663
78. TAKAYAMA, K.—IKEMAGI, H.—MIYASAKI, S.: *Phys. Rev. Lett.*, **5**. (1960) 238
79. YKEGEMAI, H.—TAKAYAMA, K.: *Resonance probl. Institute of plasma Physics Report IPPJ—10*, Nagoya, University, Japan 1963
80. MALMBERG, J. H. et al. *Proc. 6th, Intl. Conf. on Ionization Phenomena in Gases*, Paris, **4**, (1963) 229

**Active Plasmadiagnostic Probing Techniques.** The paper presents a scope on „active plasma diagnostics” — the co-ordinated system of methods based on the interaction of corpuscular beams and electromagnetic fields, transmitted through the various probes with the plasma medium. The scope is started with the analysis of corpuscular sounding techniques, based on atomic and charged particle beams, and some connected experimental aspects are described. In the second part of the paper, from the active electromagnetic diagnostic techniques, the theoretical questions of low and high pressure electrical probes are described, mainly in connection with practical applications. The paper adverts briefly to the application of immersing magnetic, high frequency electromagnetic and resonance probes; the nonlinear interaction between electromagnetic waves and plasma, which because of its importance deserves a separate discussion, is only indicated.

**Aktive plasmadiagnostische Untersuchungsmethoden.** In der folgenden Arbeit wird die Plasmadiagnostik — ein koordiniertes System von Untersuchungsmethoden, durchgeführt auf Grund der Wechselwirkung von Plasma und korpuskularen Teilchen, bzw. von Plasma und durch Sonden übermittelten elektromagnetischen Feldern —, erörtert. Die Darlegung beginnt mit der Analyse der korpuskularen Sondiermethoden, bei welchen atomischer Strom und Teilchenstrom verwendet werden, weiters mit der Bekanntgebung einiger Experimente. In dem zweiten Teil der Arbeit wird innerhalb der aktiven elektromagnetischen Untersuchungsmethoden die Theorie von elektrischen Niederdruck — und Hochdruck — Sonden ausführlich analysiert, in erster Linie im Bereich der Verwendungstechnik. Einige Fragen, im Zusammenhang mit der experimentellen Verwendung von magnetischen und elektromagnetischen und elektromagnetischen Hochfrequenz- und Resonanz-Tauchsonden werden kurz behandelt: der Problemkreis der nicht linearen Wechselwirkung der elektromagnetischen Strahlung und des Plasmas wird nur erwähnt, da derselbe seiner Wichtigkeit wegen in einer separaten Arbeit erörtert werden muss.



# AZ ELKEVEREDÉS VIZSGÁLATA VÍZFOLYÁSOKBAN A TÖMEGÁRAMVONALAK HASZNÁLATÁVAL

SOMLYÓDY LÁSZLÓ\*

[Beérkezett 1975. március 25-én]

A dolgozat valamely vízfolyásba permanensen bevezetett passzív, oldott szennyanyag elkeveredésének vizsgálatával foglalkozik. A sebességteret ismertnek tételezi fel, és a jelenséget leíró turbulens diffúziós egyenletet a függélymenti integrál-átlagok bevezetésével alkalmazza áramvonalakból és azokra merőleges nívóvonalakból álló koordinátarendszerben. Az áramvonalak analógiájaként definiálja a tömegáram állandó görbéket (tömegáramvonalakat). Ezek használatával az eredeti differenciálegyenlet két — a numerikus számítás szempontjából igen egyszerűen kezelhető — egyenletre bomlik. Ismerteti a fenti görbék néhány jellegzetességét, majd a koncentráció-eloszlás számításával, illetve a fordított feladatnak, a diszperziós tényezőknek nyomjelzős mérésből történő meghatározásával foglalkozik.

## Jelölések

|                           |   |
|---------------------------|---|
| $x, y, z$                 | Descartes-i koordináták [m]   |
| $s, b, z$                 | Jobbsodrású, görbevonalú ortogonális koordinátarendszer; $s$ az áramvonal-irányú, $b$ a rá merőleges koordináta [m] |
| $H_s, H_b$                | Lamé-féle tényezők  |
| $b_m$                     | a tömegáram állandó vonal koordinátája [m]  |
| $B$                       | szélesség [m]   |
| $h$                       | mélység [m]   |
| $v_s, v_b, v_z$           | sebességek a megfelelő irányokban [m s <sup>-1</sup> ]  |
| $c$                       | koncentráció [kg m <sup>-3</sup> ]  |
| $D, D', D^*, \tilde{D}^*$ | diffúziós és diszperziós tényezők [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]   |
| $q(b)$                    | vízhozam-eloszlás [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]   |
| $\tilde{m}(b)$            | tömegáram-eloszlás [kg s <sup>-1</sup> ]  |
| $\bar{a}$                 | (a) mennyiség időbeli átlaga  |
| $a'$                      | (a) mennyiség ingadozása  |
| $\bar{a}$                 | (a) mennyiség függélymenti integrálátlaga   |
| $a^*$                     | (a) mennyiségnek $\bar{a}$ -tól való eltérése   |

## Bevezetés

V valamely vízfolyásba bevezetett passzív, oldott anyag elkeveredését turbulens áramlás esetében a Reynolds-féle mozgásegyenlet és a turbulens diffúziós egyenlet írja le.

\* Dr. Somlyódy László, 1125 Budapest, Szamóca u. 6/B.

Bár az ilyen feladatok megoldása a hatékony vízminőségsszabályozás szempontjából elengedhetetlen, ismereteink mégis hiányosak.

Nehézséget jelent, hogy a térbeli sebességeloszlás számítása ma még nem lehetséges, de a helyszínen történő kimérése is komoly nehézségekbe ütközik. Hasonlóan gondot okoz a diffúziós tényezők meghatározása — amelyekről igen keveset tudunk —, továbbá a diffúziós egyenlet megoldása. Ez zárt alakban csak néhány különleges esetben ismert.

Így a kutatók általában egy-egy részfeladat megoldására szorítkoznak.

Jelen munkában a permanens elkeveredés esetével foglalkozunk. A sebességteret ismertnek tekintjük, és a jelenséget áramvonal irányú és rá merőleges trajektóriákból álló koordinátarendszerben szemléljük (1. fejezet). Feltételezzük, hogy a bevezetés sűrűség- és sebességkülönbség nélkül történik.

Definiáljuk a *tömegáramvonalakat*, vagy más szóval *tömegáram állandó vonalakat* (azon vonalakat, amelyek mentén a tömegáram nem változik; 2. fejezet). Az ezekkel nyert egyenletek numerikusan egyszerűen kezelhetők mind a koncentrációeloszlás (3. fejezet), mind a diszperziós tényezők meghatározására (4. fejezet).

A módszer a függélymenti integrálátlagok bevezetése által adott korlátokon belül tetszőleges vízfolyásra alkalmazható.

### 1. A leíró egyenlet mélység mentén vett integrálátlaga görbevonalú koordinátarendszerben

Egy vízfolyásba permanensen bevezetett passzív, oldott anyag (valamilyen szennyezőanyag) térbeli eloszlását az  $(s, b, z)$  jobbsodrású, görbevonalú ortogonális koordinátarendszerben a

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial s} (H_b \bar{v}_s \bar{c}) + \frac{\partial}{\partial b} (H_s \bar{v}_b \bar{c}) + \frac{\partial}{\partial z} (H_s H_b \bar{v}_z \bar{c}) = \\ & = \frac{\partial}{\partial s} (-H_b \bar{v}'_s \bar{c}') + \frac{\partial}{\partial b} (-H_s \bar{v}'_b \bar{c}') + \frac{\partial}{\partial z} (-H_s H_b \bar{v}'_z \bar{c}') \end{aligned} \quad (1)$$

turbulens diffúziós egyenlet [1] megoldása adja, ahol a felülvonás időbeli átlagot jelent, a vesszős tagok pedig a pulzációk.

Az  $(s, b, z)$  rendszert a későbbiekben pontosan definiáljuk, most csupán annyit említünk, hogy  $s$  és  $b$  a szabad felszín érintősíkjában levő „áramvonal”-, illetve rá merőleges irányú görbevonalú koordináta,  $z$  pedig  $s$  és  $b$  síkjára merőleges egyenesvonalú koordináta. Az egyenletben szereplő  $H_s, H_b$  mennyiségek a Lamé-féle tényezők [2]

$$H_s = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)^2}, \quad H_b = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial b}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial b}\right)^2}.$$

Itt  $x, y$  Descartes-i koordináták.

Az (1) egyenlet megoldása a perem, a peremfeltételek (az áramlást határoló felületek mentén a koncentráció normális irányú deriváltja zérus), a sebességtér és a jobb oldalon szereplő korrelációk ismeretében lehetséges. Utóbbiak helyére szokás a Boussinesq-féle feltevással a  $D_s, D_b, D_z$  turbulens diffúziós tényezők bevezetése [3].

Az eddigi tapasztalatok alapján a  $z$  menti változások — a vízfolyások geometriai arányaiból következően (szélesség  $\gg$  mélység) — gyorsan kiegyenlítődnek [4]. Ez lehetőséget ad a feladat leegyszerűsítésére oly módon, hogy nem (1) pontos megoldását keressük, hanem azt, amely a mélység mentén, átlagban elégíti ki az egyenletet.

Integráljuk tehát az (1) összefüggést a felszíntől a fenékgig, majd a Leibnitz-féle szabály alkalmazásával cseréljük fel az integrálás és differenciálás sorrendjét [5]. Ekkor — figyelembe véve a felszínre és fenékre vonatkozó feltételeket (a sebesség és koncentráció normális irányú deriváltjának zérus voltát [4]) — a

$$\frac{\partial}{\partial s} \int_0^h H_b \bar{v}_s \bar{c} dz + \frac{\partial}{\partial b} \int_0^h H_s \bar{v}_b \bar{c} dz = \frac{\partial}{\partial s} \int_0^h -H_b \bar{v}'_s c' dz + \frac{\partial}{\partial b} \int_0^h -H_s \bar{v}'_b c' dz \quad (2)$$

egyenlet adódik ( $v$  és  $c$  időbeli átlagainál a felülvonást a továbbiakban elhagyjuk). Itt

$$\partial H_s / \partial z = \partial H_b / \partial z = 0$$

és a

$$c = \bar{c} + c^*, \quad v_s = \bar{v}_s + v_s^*, \quad v_b = \bar{v}_b + v_b^*$$

összefüggések bevezetésével (hullámos felülvonással a függélymenti integrál-átlagot jelöljük) a (2) egyetlet a

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} (H_b h \bar{v}_s \bar{c}) + \frac{\partial}{\partial b} (H_s h \bar{v}_b \bar{c}) &= \frac{\partial}{\partial s} \left[ H_b \int_0^h (-\bar{v}'_s c' - v_s^* c^*) dz \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial b} \left[ H_s \int_0^h (-\bar{v}'_b c' - v_b^* c^*) dz \right] \end{aligned} \quad (2a)$$

alakot veszi fel.

Az  $s$  és  $b$  irányokat rögzítsük most oly módon, hogy a bal oldal második tagja eltűnjék. Ez akkor következik be, ha a

$$H_s h \tilde{v}_b = 0 \quad \text{és} \quad \frac{\partial}{\partial b} (H_s h \tilde{v}_b) = 0$$

feltételek teljesülnek. Azaz az  $s$  iránynak — a kontinuitási egyenlet értelmében (feltesszük, hogy  $\partial v / \partial t = 0$ ) — a  $z$  mentén is görbült áramfelület kiegyenlítésével nyert felület és a szabad felszín metszévonalaként kiadódott áramvonal érintőirányával kell megegyeznie [6].

Mintthogy a sebességteret adott feladat esetében — általában helyszíni mérésből — már előre ismerjük, az  $(s, b)$  koordinátarendszer a leírt módon megválasztható és ezzel a fenti egyszerűsítés elérhető.

Tekintsük most a (2a) egyenlet jobboldalát és vezessük be az alábbi „Fick-törvényeket”:

$$-\int_0^h (\overline{v'_s c'} + v'_s c^*) dz = \frac{1}{H_s} (D_s + D'_s) \frac{\partial \tilde{c}}{\partial s} h, \quad (3a)$$

$$-\int_0^h (\overline{v'_b c'} + v'_b c^*) dz = \frac{1}{H_b} D_b \frac{\partial \tilde{c}}{\partial b} h - \widetilde{v'_b c^*} h = \frac{1}{H_b} (D_b + D'_b) \frac{\partial \tilde{c}}{\partial b} h. \quad (3b)$$

Ezekkel

$$\frac{\partial}{\partial s} (H_b h \tilde{v}_s \tilde{c}) = \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{H_b}{H_s} h (D_s + D'_s) \frac{\partial \tilde{c}}{\partial s} \right] + \frac{\partial}{\partial b} \left[ \frac{H_s}{H_b} h (D_b + D'_b) \frac{\partial \tilde{c}}{\partial b} \right]. \quad (4)$$

Itt

$$\begin{aligned} D'_s &= D_s + D'_s \text{ a hosszirányú,} \\ D'_b &= D_b + D'_b \text{ pedig a keresztirányú diszperziós tényező.} \end{aligned}$$

Az első tagok a turbulencia hatását, a második tagok az össz konvektív hatásoknak az átlagtól való eltérését veszik figyelembe.  $D_s, D_b$  pozitív számok, és TAYLOR, továbbá ELDER nyomán  $D'_s$  is az [7, 8].  $D'_b$  azonban a szekundér áramlások és az ezzel összefüggő anyagtranszport, valamint a turbulens anyagátvitel jellegétől függően negatív is lehet. Ekkor a keresztirányú diszperzió fogalmának bevezetése értelmét veszíti, és célszerű megkíséríteni a (3b) kifejezés első sorát használni (teljesen általános módszert természetesen a háromdimenziós tárgyalásmód adna, ehhez azonban ismereteink ma még nem elégségesek).

$D'_s$ , illetve  $D'_b$  eltűnik, ha

$$c^* = 0;$$

$$v_s^* = 0, \quad v_b^* = 0;$$

vagy ha a

$$\int_0^h v_s^* c^* dz = 0, \quad \int_0^h v_b^* c^* dz = 0$$

feltételek teljesülnek.

Ezek, és a  $\partial\bar{c}/\partial s$  derivált nagyságrendje miatt a

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{H_b}{H_s} h D_s^* \frac{\partial \bar{c}}{\partial s} \right] \cong 0$$

feltevésrel szokás élni, mely a szennyezőanyag-forrás közvetlen környezetét leszámítva az irodalom szerint jó közelítéssel teljesül [4]. Megjegyzendő, hogy a hosszirányú diszperzió fogalmának bevezetése gyakran szükségtelen, ekkor (4) — a  $D_s$ -et tartalmazó tag elhanyagolásával (ez nyílt felszínű, egyenes laboratóriumi csatornában végzett makroturbulencia-mérések szerint jó közelítéssel megtehető [6]) — a

$$\frac{\partial}{\partial s} (H_b h \widetilde{v_s c}) = \frac{\partial}{\partial b} \left[ \frac{H_s}{H_b} h D_b^* \frac{\partial \bar{c}}{\partial b} \right] \quad (4a)$$

alakot veszi fel.

Megemlíthető, hogy a (3a) összefüggéssel megadott  $D_s^*$  eltér az igen gyakran alkalmazott egydimenziós írásmódban szereplő  $D_L$  hosszirányú diszperziós tényezőtől [9, 10].

Az egydimenziós alak és  $D_L$  a (4) egyenlet  $b$  irányú, vízfolyás két széle közötti integrálásával származtatható.

## 2. Tömegáram állandó vonalak (tömegáramvonalak)

Szemléljük ismét az elkeveredést az előbbi koordináta-rendszerben. Ennek  $b = \text{konst.}$  vonalaira, illetve az ezeken átfektetett, az  $(s, b)$  síkra merőleges felületekre az jellemző, hogy azokon,  $z$  mentén, összességében nincs folyadékátáramlás.

Hasonlóan értelmezhetőek olyan vonalak (illetve felületek), amelyekeken nincsen anyagátáramlás.

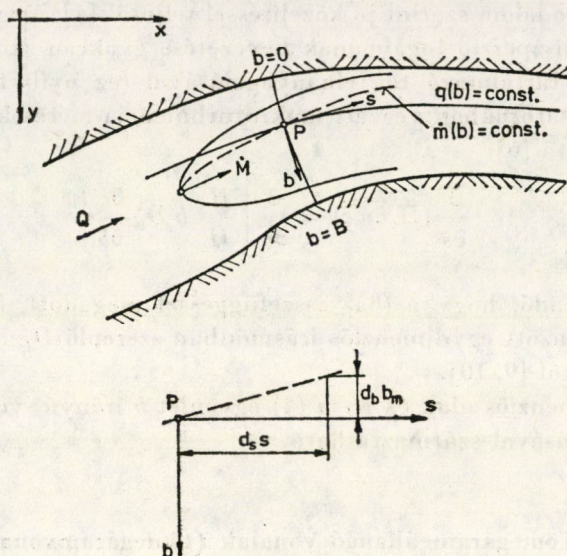
Ezek a tömegáramvonalak (1. ábra). Meghatározásukhoz írjuk fel a  $d_s s$  és  $d_b b_m$  ívelemeken átfektetett, a felszínre merőleges felületeken átmenő tömegáramok időbeli átlagát, melyek az anyagmegmaradás törvényeinek megfelelően egymással egyenlők.

A szokásos jelölésekkel

$$\begin{aligned} & \int_0^h (v_b c + \overline{v_b' c'}) dz H_s ds = \\ & = \int_0^h \left( v_s + v_s' + \frac{\partial(v_s + v_s')}{\partial s} ds \right) \left( c + c' + \frac{\partial(c + c')}{\partial s} ds \right) dz \left( H_b + \frac{\partial H_b}{\partial s} ds \right) db_m. \end{aligned}$$

Némi átalakítással, a másodrendűen kicsiny mennyiségek elhanyagolásával, a függélymenti integrálátlagok és a (3a, b) összefüggések bevezetésével

$$\begin{aligned}
 -\frac{H_s}{H_b} (D_b + D'_b) \frac{\partial \tilde{c}}{\partial b} h ds &= \left[ \tilde{v}_s c h H_b - \frac{H_b}{H_s} D_s \frac{\partial \tilde{c}}{\partial s} h \right] db_m = \\
 &= \left[ \tilde{v}_s c h H_b - \frac{H_b}{H_s} (D_s + D'_s) \frac{\partial \tilde{c}}{\partial s} h \right] db_m.
 \end{aligned} \tag{6}$$



1. ábra

Innen a tömegáram állandó görbe (ez természetesen időbeli átlagként értelmezendő) egyenlete az áramvonal-nívóvonal koordinátarendszerben:

$$\frac{ds}{\left[ \tilde{v}_s c - \frac{1}{H_s} D_s \frac{\partial \tilde{c}}{\partial s} \right] h H_b} + \frac{db_m}{\frac{H_s}{H_b} (D_b + D'_b) \frac{\partial \tilde{c}}{\partial b} h} = 0. \tag{7}$$

A kapott kifejezés analóg a síkáramlás áramvonalainak differenciálegyenletével.

Az áramvonalak és az  $m(b) = \text{konst.}$  vonalak által bezárt szög tangensére (feltétel, hogy (7) első tagjának nevezője zérustól különböző) (7)-ből a következő összefüggés adódik:

$$\frac{db_m}{ds} = -\frac{H_s}{H_b} \frac{(D_b + D'_b) \frac{\partial \tilde{c}}{\partial b}}{\tilde{v}_s c h H_b - \frac{H_b}{H_s} D_s \frac{\partial \tilde{c}}{\partial s}}, \tag{8}$$

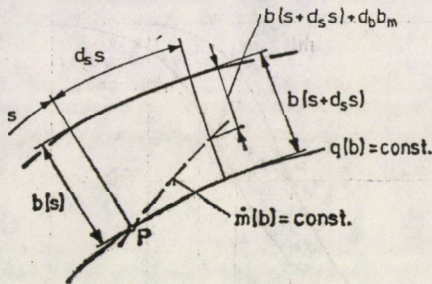


vagy (3b) első egyenlőségével

$$\frac{db_m}{ds} = - \frac{H_s}{H_b} \frac{D_b \frac{\partial \tilde{c}}{\partial b} - \tilde{v}_b^* c^* H_b}{\tilde{v}_s c H_b - \frac{H_b}{H_s} D_s \frac{\partial \tilde{c}}{\partial s}} \quad (8a)$$

A fenti képletekben az előzőeknek megfelelően  $\tilde{v}_s c$  helyébe  $\tilde{v}_s c - D_s/H_s \cdot \partial \tilde{c}/\partial s$  kerülhet; de a  $D_s$  és  $D'_s$ -t tartalmazó tagokat a legtöbb esetben elhanyagoljuk.

Valamely feladat megoldásához (8) önmagában nem elégséges, hiszen  $\tilde{c}$  mellett  $db_m/ds$  is ismeretlen.



2. ábra

A második egyenlet azt fejezi ki, hogy a tömegáram áramvonalmenti megváltozása egyenlő a  $db_m$  ívelemen átáramolt anyagmennyiséggel.

Az egyenlet a következőképpen vezethető le.

Tekintsünk két, egymástól  $ds$  távolságra levő trajektórialemet és a  $q(b) = \text{const.}$  áramvonalat (2. ábra).

A tömegárameloszlások legyenek a 3. ábra szerintiék.

A tömegáram állandó görbét  $d\dot{m} = 0$  jellemzi. Azaz

$$d\dot{m} = \frac{\partial \dot{m}}{\partial s} ds + \frac{\partial \dot{m}}{\partial b} db_m = 0,$$

ahol az első tag az 1., a második pedig a 2. vonal menti megváltozás.

Innen

$$\frac{db_m}{ds} = - \frac{\partial \dot{m} / \partial s}{\partial \dot{m} / \partial b} \quad (9)$$



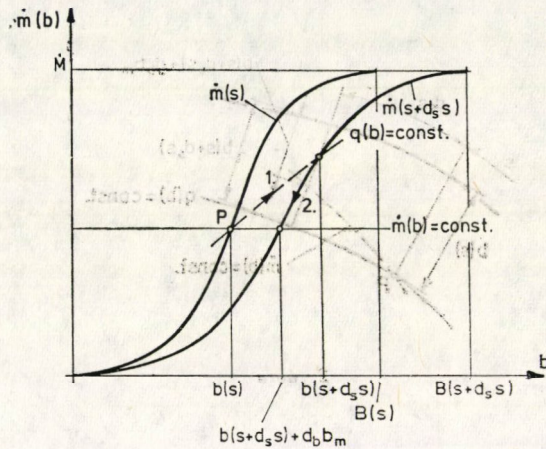
Az időben átlagolt tömegáram

$$\dot{m} = \int_0^b \widetilde{v}_s c h H_b db - \int_0^b \frac{H_b}{H_s} D_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial s} h db,$$

mellyel a (9) kifejezés

$$\frac{db_m}{ds} = \frac{\frac{\partial}{\partial s} \int_0^b \widetilde{v}_s c h H_b db - \frac{\partial}{\partial s} \int_0^b \frac{H_b}{H_s} D_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial s} h db}{\widetilde{v}_s c h H_b - \frac{H_b}{H_s} D_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial s} h} \quad (10)$$

alakú lesz.



3. ábra

Az így nyert és a (8) összefüggés egybevetése az eredeti (4) egyenletet adja. Tehát a (4) differenciálegyenletet a tömegáramvonalak bevezetésével két egyenlettel helyettesítjük. Ezek alkalmazása, ha zárt alakú megoldást keresnénk, nem feltétlenül jelentene egyszerűsítést; azonban a numerikus használatuk — mint az látható lesz — lényegesen könnyebb.

### 2.1. A $db_m/ds$ derivált és a tömegáramgörbék néhány sajátossága

A (8) egyenletből indulunk ki, s feltesszük, hogy  $(D_b + D'_b) > 0$ . Minthogy a  $b = 0$  és  $b = B$  helyeken a peremfeltétel

$$\left. \frac{\partial \bar{c}}{\partial b} \right|_{b=0} = \left. \frac{\partial \bar{c}}{\partial b} \right|_{b=B} = 0, \quad (11)$$

amiből

$$\left. \frac{db_m}{ds} \right|_{b=0} = \left. \frac{db_m}{ds} \right|_{b=B} = 0 \tag{12}$$

következik. A (8) egyenlet ui. ideális közeg áramlása esetén is fennáll, amikor is

$$\tilde{v}_s|_{b=0} \neq 0, \quad \tilde{v}_s|_{b=B} \neq 0,$$

és így a nevező zérustól különböző, azaz általánosan (11) csak (12) fennállása mellett teljesülhet (lásd (8)). Így (12) szerint a két partvonal nemcsak áramvonal, hanem egyben tömegáram állandó görbe is.

Ha a tartományon belül, valamely szelvény  $b$  helyén  $\partial\tilde{c}/\partial b = 0$ , ez szintén csak  $db_m/ds = 0$  mellett lehetséges.

Egymás utáni szelvények ilyen jellegű pontjait összekötve, a kapott görbe (8), valamint (9) értelmében áram-, és egyúttal tömegáramvonal is (természetesen az összes  $\dot{m}(b) = \text{konst.}$  görbe átmegy a bevezetési ponton).

Mint ahogy  $\partial\tilde{c}/\partial b = 0$ -nál maximumról van szó, a koncentrációcsúcsok a fenti áramvonal mentén helyezkednek el [ellenkező esetben (3b) második egyenletének értelmessége vitatható, l. 4. fejezet].

Az elmondottakból következik, hogy a vízfolyás két széle ( $b = 0, b = B$ ) között a  $db_m/ds = f(b)$  függvénynek — hacsak ez nem mindenütt zérus — legalább  $b$  egy helyén szükségszerűen szélsőértéke van. A szélsőérték (ha több van, a legnagyobb abszolútértékű) megadja a szelvényben lehetséges legnagyobb szétterülési szög tangensét.

A kiegyenlítődéshöz közeledve  $\partial\tilde{c}/\partial b$ , és ezzel  $db_m/ds \rightarrow 0$ , a tömegáramgörbék egyre jobban tartanak az áramvonalakhoz.

Ezen görbék használatának előnye, hogy egyúttal geometriai képet is adnak az elkeveredés folyamatáról.

### 3. A koncentrációeloszlás számítása

A (8) és (10) egyenletek zárt alakú megoldása általában nem lehetséges, bár adott  $s$  mellett  $db_m/ds = f(b)$  ismeretében  $\tilde{c}(b)$  — a hosszirányú diszperzió elhanyagolásával — (8)-ból számítható. Ekkor ugyanis az egyenlet közönséges differenciálegyenletté egyszerűsödik, amelyben a változók szétválaszthatók.

A megoldás

$$\tilde{c}(b) = \tilde{c}(b_1) \exp \left[ - \int_{b_1}^b \frac{H_b^2}{H_s} \frac{\tilde{v}_s}{D_b^*} \frac{db_m}{ds} db' \right], \tag{13}$$

ahol  $c(b_1)$  a kontinuitási feltételből határozandó meg

$$\dot{M} = \tilde{c}(b_1) \int_0^B h\tilde{v}_s \exp \left[ - \int_{b_1}^b \frac{H_b^2}{H_s} \frac{\tilde{v}_s}{D_b^*} \frac{db_m}{ds} db' \right] H_b db, \tag{14}$$

A  $b_1$  pontot célszerű a bevezetési ponton átmenő áramvonalon felvenni. (13) és (14) kifejezésekkel pedig

$$\tilde{c}(b) = \frac{\dot{M}}{\int_0^B h\tilde{v}_s \exp\left[-\int_{b_1}^b \frac{H_b^2}{H_s} \frac{\tilde{v}_s}{D_b^*} \frac{db_m}{ds} db'\right] H_b db} \exp\left[-\int_{b_1}^b \frac{H_b^2}{H_s} \frac{\tilde{v}_s}{D_b^*} \frac{db_m}{ds} db'\right]. \quad (15)$$

Ez, ha  $H_b = H_s = 1$ ,  $\tilde{v}_s$ ,  $h$ ,  $D_b^* = \text{konst.}$   $b^* = b - b_1$ ,  $b^* (b = 0) \rightarrow -\infty$ ,  $b^* (b = B) \rightarrow +\infty$ , s

$$\frac{db_m^*}{ds} = \frac{b^*}{2(s - s_1)}, \quad (16)$$

(azaz a tömegáram állandó vonalak  $s$  tengelyű parabolák)

$$\tilde{c}(s, b) = \frac{\dot{M}}{2h\sqrt{\pi D_b^* \tilde{v}_s} (s - s_1)} \exp\left[-\frac{\tilde{v}_s}{4D_b^* (s - s_1)} b^{*2}\right] \quad (15a)$$

alakú, mely az  $(s_1, b_1)$  pontból végtelen nagy térbe történő bevezetés ismert esetének felel meg. Ilyen megoldás azonban csak ritkán lehetséges. Ezért — általánosságban — az alábbi közelítő út követhető.

A perem, peremfeltételek,  $\tilde{v}_s$  sebességeloszlás (ezzel az áramvonalak, nívóvonalak,  $H_s$ ,  $H_b$  tényezők) és keresztirányú diszperziós tényezők adottak (a hosszirányút az egyszerűség kedvéért most elhanyagoljuk).

Ismert továbbá az  $\dot{M}$  tömegáram, a bevezetés helye és módja. Utóbbival összefüggésben a számítás szempontjából két eset különböztethető meg.

Először feltételezzük, hogy a koncentráció valamely szelvényben (ez lehet a bevezetés helyén vagy alatta) véges hosszon ismert. Ekkor itt  $db_m/ds(b)$  eloszlás (8)-ból máris számítható, s az  $\dot{m}(b) = \text{konst.}$  görbét az érintőjével helyettesítve (ez a differenciákra történő áttérést jelenti), a következő szelvénybeli pontok kijelölhetők. Minthogy két szomszédos tömegáram állandó vonal között ugyanaz az anyagmennyiség áramlik,  $\tilde{v}_s$ ,  $h$  ismeretében  $\tilde{c}$ , és ezzel az új szelvény  $\tilde{c}(b)$  eloszlása könnyen meghatározható.

Az eljárást alkalmazva az egész tartományra, akoncentrációmező ismertté válik.

A második esetben a bevezetés nem véges hosszon történik (pontoszerű bevezetés), így itt a koncentrációfüggvénynek szinguláris helye van, mely a numerikus megoldásnál nehézséget jelent. Amennyiben ezt sikerül áthidalni, és a forrás közelében valamely véges hosszon értelmezett koncentrációeloszlást meghatározni, az eljárás már azonos a fent leírttal.

Elképzelhető iterációs módszer is, melynek alapjául — a  $db_m/ds = f(s, b)$  függvény valamilyen közelítéséből kiindulva — a (8) és (10) egyenletek szol-

gálnak. A konvergencia bizonyíthatóságának hiányában azonban célszerű más utat követni, s feltételezni, hogy a bevezetés kicsiny környezetében a szétterülés véletlen jellegű hatások eredménye. Ekkor a koncentrációeloszlás — hacsak a bevezetés nem a vízfolyás két széle közelében történik — a (15a) összefüggésnek megfelelően alakul. Parti, vagy parthoz közeli szennyező források esetében a tükrözési elv alkalmazásával adódó, a (15a) alattihoz hasonló megoldások alkalmazhatók [4, 11, 12].

Ily módon a véges hosszra való áttérés keresztülvihető, majd a teljes koncentrációmező számítható.

#### 4. A diszperziós tényezőknek nyomjelzős mérésből történő meghatározása

Most a perem, a sebességek és a koncentrációmező ismert (utóbbi valamilyen nyomjelzős mérésből), és a (3a, b) összefüggésekkel definiált tényezőket kívánjuk megállapítani.

Ezek közül —  $D_s^* \approx D_s'$  közelítéssel — a hosszirányú diszperziós tényező meghatározása csak akkor lehetséges, ha a  $v_s(z)$ ,  $c(z)$  eloszlások is ismertek. A számítás (3a) alapján egyszerűen történhetik.

Miután számunkra elsősorban  $D_b^*$  érdekes, az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy  $D_s^* \partial \bar{c} / \partial s \cong 0$ , egyébként az ismertetendő eljárás ezt a megkötést nem igényli.

A mérési adatokból először az  $\dot{m}(b)$  eloszlásokat számítjuk ki, ezekből az  $\dot{m}(b) = \text{konst.}$  görbék, majd a  $db_m/ds$  deriváltak egyszerűen származtathatók (utóbbiak a (10) egyenlet segítségével is meghatározhatók).

Feltételezve, hogy  $D_b^* > 0$  ( $D_b > D_b'$ ) és  $\widetilde{v}_s \bar{c}(db_m/ds)$ , valamint  $\partial \bar{c} / \partial b$  zérushelyei megegyeznek [lásd (8)], továbbá feltételezve, hogy itt létezik a

$$\widetilde{v}_s \bar{c} \frac{db_m}{ds} \bigg/ \frac{\partial \bar{c}}{\partial b}$$

véges határérték,  $D_b^*$  kifejezhető

$$D_b^*(s, b) = - \frac{H_b^2}{H_s} \frac{\frac{db_m}{ds} \widetilde{v}_s \bar{c}}{\frac{\partial \bar{c}}{\partial b}}, \quad (17)$$

és pontonként számítható.

Amennyiben a  $\partial \bar{c} / \partial b$  derivált képzését el akarjuk kerülni, ez  $D_b^*$  Taylor polinomos felvételével (17) átrendezésével egyszerűen elérhető.

Arra a kérdésre vonatkozóan, mennyire érdemes a diszperziós tényezőt a vizsgált áramlási térben változónak tekinteni, mind a mai napig nem vagyunk elégséges ismeretek birtokában.

Egyrészt a legtöbb módszer eleve  $D_b^*(s, b) = \text{konst.}$  feltevessel él (kivétel például HOLLEY eljárása [4], amely az  $\dot{m}(b)$  eloszlások szórásnégyzetének hosszirányú változásából számítja  $D_b^*(s)$ -t), másrészt kérdéses, hogy a mérési és kiértékelési hibák mennyire terhelik az eredményként kiadódott változást.

A  $D_b^*(s, b)$  függvény minél részletesebb meghatározását elsősorban a keresztirányú transzport — és az ebben szereplő különböző hatások [lásd (3b)] — jobb megismerése indokolja. Különösen akkor, ha ezen hatások szétválasztása is lehetővé válik. Erre a vizsgált tartomány bizonyos helyein lehetőség is nyílik. Ugyanis — mint azt a 2.1. szakaszban ismertettük — az adagolási ponton átmenő áramvonal- és tömegáramgörbe (melyen egyúttal a koncentrációmaximumok is elhelyezkednek) egybesik —, feltéve, hogy  $D_b^* > 0$ .

Vizsgáljunk most olyan esetet, amikor ez a feltevés nem teljesül. Ekkor  $D_b^*$  bevezetése nyilvánvalóan nem célszerű, ezért tekintsük a (8a) egyenletet.

Valamely rögzített  $s$  mellett két olyan hely található, amelyekre a  $db_m/ds = 0$ , illetve  $\partial\tilde{c}/\partial b = 0$  feltétel teljesülése jellemző.

Az elsőből adódó  $b_1$ -nél

$$D_b(b_1) \frac{\partial\tilde{c}}{\partial b}(b_1) = \widetilde{v_b^* c^*}(b_1) H_b(b_1), \quad (18)$$

a koncentrációcsúcs nem a közös  $q(b) = \text{konst.}$ ,  $\dot{m}(b) = \text{konst.}$  vonalon helyezkedik el.

A második esetben (a korábbi közelítésekkel)

$$\widetilde{v_b^* c^*}(b_2) = \frac{H_b}{H_s}(b_2) \tilde{v}_s(b_2) \tilde{c}(b_2) \frac{db_m}{ds}(c_2), \quad (19)$$

azaz a turbulenzstól eltérő keresztirányú transzport a  $b_2$  pontban számítható. Más  $b$  értékek mellett ez — és így a két anyagátviteli forma szétválasztása — csak különböző feltevésekkel, (18), (19) figyelembevételével lehetséges.

A (17) kifejezés tehát alkalmas lehet  $D_b^*$  szelvényen belüli változásának kiszámítására, (18) és (19) pedig a két különböző jellegű transzportra ad némi felvilágosítást.

Mindemellett szükséges olyan összefüggés megadása is, mellyel a szelvényre vonatkozó átlag  $D_b^*$  definiálható.

Ésszerű célkitűzés, hogy az átlaggal ( $\tilde{D}_b^*$ ) számolva a helyes tömegáram adódjék ki, azaz (14)-ből

$$\dot{M} = \tilde{c}(b_1) \int_0^B h \tilde{v}_s \exp \left[ - \frac{1}{\tilde{D}_b^*} \int_{b_1}^b \frac{H_b^2}{H_s} \tilde{v}_s \frac{db_m}{ds} db' \right] H_b db, \quad (14a)$$

$s$  most  $\tilde{c}(b_1)$  ismert. Innen  $\tilde{D}_b^*$  például iterációval kifejezhető. Hasonlóképpen lehetséges, hogy a  $h \tilde{v}_s \tilde{c}$  elosztás szórásnégyzetének egyenlőségét írjuk elő, vagy

legkisebb négyzetes illeszkedést teljesítünk — mindkét esetben a mért és a (13) alapján számított értékek között.

## IRODALOM

1. FUKUOKA, S.—SAYRE, W. W.: Longitudinal Dispersion in Sinuous Channels. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 99 No. HY 1, (Jan. 1973)
2. FARKAS, M.: Speciális függvények. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1964
3. HINZE, J. O.: Turbulence. McGraw-Hill, London 1959
4. HOLLEY, E. R.—SIEMONS, J.—ABRAHAM, G.: Some Aspects of Analyzing Transverse Diffusion in Rivers. *Journal of Hydraulic Research* 10 (1972), no. 1
5. BRONSTEJN, J. N.—SZEMENGYEJEV, K. A.: Matematikai zsebkönyv. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1974
6. SOMLYÓDY, L.: Turbulens diffúzió és diszperzió elméleti kérdéseivel kapcsolatos laboratóriumi vizsgálatok. *VITUKI jelentés*, 1974
7. TAYLOR, G. J.: Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly through a Tube. *Proc. Roy. Soc. A* 212. (1953)
8. ELDER, J.W.: The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow. *Journal of Fluid Mechanics* 5 (1959)
9. STAROSOLSZKY, Ö.: Diffúzió és diszperzió a vízépítési hidraulikában. *Műszaki Tudomány*, 43 (1970)
10. STAROSOLSZKY, Ö.: On the Interpretation of the Longitudinal Dispersion Coefficient. *Fifteenth Congress of the IAHR*, Istambul 1973
11. SZEPESI, D.: Légszennyező anyagok turbulens diffúziójának meteorológiai föltételei Magyarországon. *Országos Meteorológiai Intézet Hivatalos Kiadványai* 32 (1967)
12. CZERNUSZENKO, W.: Mixing Processes in Wide Open Channels. *Journal of Hydrology* 19 (1973)

**Examination of Mixing in Water Streams by using Mass Flux Constant Curves.**

The paper investigates the mixing of some passive, dissolved polluting matter, permanently released into some water stream. The velocity field is assumed to be known, and the governing turbulent diffusion equation is applied by introducing the depth integrated values in the coordinate system consisting of stream lines and of equipotential [lines normal to them. As an analogy to the stream lines, the lines of constant mass flux are defined. Using these, the original differential equation is decomposed into two equations very easy to handle in numerical calculations. Some characteristics of the curves are discussed; then the paper deals with the calculation of the concentration distribution and with the inverse problem, the determination of the dispersion coefficients by tracer measurements.

**Untersuchung der Vermischung in Wasserläufen mit Hilfe der Massenstromlinien.** Gegenstand der Arbeit ist die Untersuchung der Vermischung eines in irgendeinen Wasserlauf permanent eingeleiteten, passiven, gelösten Schmutzstoffes. Das Geschwindigkeitsfeld wird als bekannt angenommen und die die Erscheinung beschreibende turbulente Diffusionsgleichung wird durch Einführung der vertikalen Integralschnitte in einem aus Stromlinien und den dazu senkrechten Niveaulinien bestehenden Koordinatensystem angewendet. Als Analogie der Stromlinien werden die Linien konstanten Massenstroms (die Massenstromlinien) definiert. Mit ihrer Hilfe wird die ursprüngliche DGL. in zwei — numerisch sehr einfach zu berechnende — Gleichungen zerlegt. Einige charakteristische Eigenschaften der obigen Kurven werden definiert und dann beschäftigt sich die Arbeit mit der Berechnung der Konzentrationsverteilung, bzw. mit der umgekehrten Aufgabe, der Bestimmung der Dispersionsfaktoren aus Farbmessungen.





# REPÜLŐGÉPSZÁRNY DINAMIKAI TERHELÉSÉNEK NUMERIKUS KÖZELÍTŐ MÓDSZERREL TÖRTÉNŐ MEGHATÁROZÁSA SZÉLLÖKÉSBEN

GAUSZ TAMÁS\*

[Beérkezett 1974. november 8-án]

E tanulmány célja repülőgépszárnyak széllökésben fellépő, a hajlító lengések okozta ún. dinamikai túlterhelésének meghatározása. Magát a dinamikai terhelést a dinamikai túlterhelés és a stacioner repülési állapotból származó terhelés együttese szolgáltatja. A tanulmány az ismert analitikai megoldást és az ismertetendő numerikus közelítő megoldást, valamint ezek eredményeit hasonlítja össze.

## Jelölések

|            |   |  |
|------------|---|--|
| $x$        | — | } koordináták  |
| $y$        | — |  |
| $z$        | — |  |
| $t$        | — | } idő  |
| $i$        | — |  |
| $j$        | — | } a koordináta tengelyek egységvektorai                        |
| $k$        | — |  |
| $\eta_i$   | — |  |
| $\xi_i$    | — | az $i$ -edik sajátlengéskép időbeli változását leíró függvény  |
| $\zeta$    | — | trapézviszony  |
| $m$        | — | megoszló tömeg   |
| $m_{sz}$   | — | a szárny megoszló tömege                                       |
| $M_0$      | — | a repülőgép össztömege   |
| $G_\delta$ | — | a repülőgép összsúlya  |
| $G_{sz}$   | — | a szárny súlya   |
| $p$        | — | megoszló terhelés  |
| $M$        | — | hajlító nyomaték   |
| $c_y$      | — | felhajtóerő-tényező  |
| $a$        | — | a felhajtóerő-tényező iránytangense                            |
| $\alpha$   | — | állásszög  |
| $\alpha_i$ | — | az $i$ -edik sajátkörfrekvencia                                |
| $V$        | — | a repülési sebesség  |
| $w$        | — | a széllökés sebessége  |
| $h$        | — | húrhossz   |
| $s$        | — | fesztáv  |
| $s_1$      | — | a trapézalak megváltozási helyének kétszerese, „belső fesztáv” |
| $A$        | — | szárnyfelület  |

## 1. Vonatkoztatási rendszer

A vizsgálatokat rögzített koordinátarendszerben végezzük, az egyes vektor mennyiségek nem kapnak külön jelölést, mert irányuk minden esetben azonos vagy pontosan ellentétes az egyes koordináta tengely-egységvektorok irányával.

\* Gausz Tamás, 1111 Budapest, Budafoki út 9–11.

Kivételt csak a sajátlengésképek, illetve jelen esetben az első sajátlengés-kép képez: ezt egy külön, a súlyponthoz rögzített koordinátarendszerben adjuk meg, ami az  $y(z, t)$  függvény megadási módja miatt szükséges.

A vizsgálatot egy olyan  $x-y-z$  koordinátarendszerben végezzük, amelyben

- az  $x$  tengely  $i$  vektorának iránya és értelme a vízszintes sebesség irányával és értelmével azonos,
- az  $y$  tengely  $j$  vektora függőleges, felfelé mutató,
- a  $z$  tengely  $k$  vektora vízszintes,
- az  $x - y$  sík tartalmazza a repülőgép súlypontját; mindaddig, amíg a repülőgép a széllelkésig el nem ér, a súlypont és az origó egybeesik,
- a koordinátarendszer a vizsgálat folyamán végig megtartja stacioner mozgási állapotát.

Meg kell jegyezni, hogy a fenti feltételek tartalmaznak több burkolt megállapítást. Eleve csúszásmentesen repülő gépet feltételeztünk. Feltettük továbbá, hogy a gép hossz tengelye és az  $x$  tengely által bezárt szög a vizsgálat folyamán nem változik és az összes fellépő hatás, illetve ezek eredményeképpen létrejövő deformáció, mozgás az  $x - y$  síkra szimmetrikus.

## 2. Az alap differenciálegyenlet-rendszer

A továbbiakban nem vizsgáljuk a csavaró lengéseket, illetve ezek esetleges kapcsolódását a hajlító lengésekkel.

A vizsgálat folyamán a repülőgépet egydimenziósnak tételezzük fel, másképp fogalmazva: a repülőgépet egy karakterisztikus vonallal helyettesítjük, amelyre az alábbi feltételeknek kell teljesülniök:

- a stacioner repülési állapotban alakja azonos a szárny deformált alakjával (a  $z$  tengelyen szélső pontjainak koordinátái:  $-s/2, s/2$ ),
- minden pontja a repülőgéphez mereven rögzített,
- a terjedtség menti tömegeloszlása azonos a repülőgépével,
- a terjedtség menti másodrendű nyomaték-megoszlása azonos a repülőgépével,
- a terjedtség menti felhajtóerő-megoszlása azonos a repülőgépével.

Egy ilyen, anyagi tulajdonságokkal rendelkező vonal hajlító lengését leíró parciális differenciálegyenlet:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( JE \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) = m(z) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + p(z, t), \quad (2.1)$$

ahol:  $E$  — a rugalmassági modulus,  
 $J$  — a terjedtség menti másodrendű nyomaték-megoszlás,  
 $p(z, t)$  — az eredő külső megoszló terhelés,  
 $y(z, t)$  — a karakterisztikus vonal térbeli és időbeli változását leíró függvény.

Az irodalomban szokásos módon ([2], [6], [7]) az  $y(z, t)$  függvényt felbontjuk az alábbi végtelen függvény-sorozat összegére:

$$y(z, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \xi_i(t) \eta_i(z). \tag{2.2}$$

Kimutatható, hogy jelen esetben a feladat megoldása nem függ az  $\eta_i(z)$  normálásától, kivételt csupán a csomópont képez, ahol  $\eta_i(z)$  értéke zérus; erre a pontra nem szabad normálni.

Az  $y(z, t)$  kifejezést felhasználva, valamint figyelembe véve a saját-lengések ortogonalitására vonatkozó tételt, [2], [6], [7] szerint levezethetjük a számítás alapjául szolgáló differenciálegyenlet-rendszert:

$$M_i \xi_i + M_i \alpha_i^2 \xi_i = Q_i, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, \tag{2.3}$$

ahol

$$M_i = \int_{-S/2}^{S/2} m(z) \eta_i^2(z) dz \quad \text{az } i\text{-edik általános tömeg}$$

és

$$Q_i = \int_{-S/2}^{S/2} p(z, t) \eta_i(z) dz \quad \text{az } i\text{-edik általános erő.}$$

Megjegyzendő, hogy a (2.3) differenciálegyenlet-rendszerből származtatható a merevnek feltételezett repülőgép mozgásegyenlete is; ekkor:

$$i = 0.$$

Természetesen  $\alpha_0 = 0$  és  $\eta_0(z) = 1$ , de ez minden más esetben is érvényes.

A számítási eljárás végső célja a szárny igénybevételének meghatározása; ehhez szükséges az eredő megoszló terhelés:

$$p_R(z, t) = -m(z) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + p(z, t). \tag{2.4}$$

Ennek az eredő megoszlós terhelésnek egyszeres integrálja a nyíróerőt, kétszeres integrálja a hajlítónyomatékot szolgáltatja:

$$M(z, t) = \int_{S/2}^z \int_{S/2}^z p_R(z, t) dz dz.$$

### 3. A differenciálegyenlet-rendszer megoldása

A következőkben csupán a numerikus megoldást mutatjuk be, az egzakt megoldási módszer elméleti része [6]-ban, a gyakorlati számítási része pedig [5]-ben található meg.

### 3.1. A szellőkés

A számítás azt az esetet tárgyalja, amikor a repülőgép szellőkésbe repül bele. Ennek tanulmányozásához először a szellőkést kell meghatározni.

A következőkben példaként egy 30 m-en belül 30 m/s sebességre lineárisan felnövekvő és ezután állandó sebességű szellőkés szerepel. A szellőkés függőlegesen felfelé mozgó levegőtömeget jelent. Feltételezve, hogy a repülőgép a  $t = 0$  időpontban pontosan a szellőkés határán van, a szellőkés időben változó sebességét az alábbi képletből kapjuk meg:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{30}{30} Vt, & \text{ha } t \leq \frac{30}{V}, \\ 30, & \text{ha } t \geq \frac{30}{V}. \end{cases} \quad (3.1)$$

### 3.2. Az eredő külső megoszló terhelés

Az eredő külső megoszló terhelés meghatározásához fel kell írni az egyes külső megoszló terheléseket. Külső terhelést csak a felhajtóerő és a súlyerő szolgáltat.

a) A felhajtóerőből származó megoszló terhelés:

$$p_f(z, t) = \frac{\partial}{\partial z} Y(z, t) = \frac{\rho}{2} v^2 c_y h,$$

ahol

$$c_y = a_{\text{inst}} \cdot \alpha \quad \text{és} \quad \alpha = \frac{a}{a_{\text{inst}}} \alpha_a + \Delta\alpha.$$

Itt

$a_{\text{inst}}$  — a felhajtóerőtényező iránytangense instacioner esetben ( $a_{\text{inst}} \simeq 0,75 a$ ),

$\alpha_a$  — a stacioner repülés állásszöge

$$\Delta\alpha \simeq \frac{w - \partial y / \partial t}{V}.$$

A súlyerőből származó megoszló teher:

$$p_G(z, t) = -m(z)g.$$

Ezzel már felírható az eredő külső megoszló teher:

$$p(z, t) = -gm(z) + \frac{\rho}{2} v^2 a_{\text{inst}} h \left[ \frac{a}{a_{\text{inst}}} \alpha_a + \frac{w - \partial y / \partial t}{V} \right].$$

### 3.3. Az általános erők

A számításban meg kell elégednünk véges számú tag figyelembevételével, ami azonban a gyakorlat számára elegendő pontosságot biztosít. Most csak a nulladik és első sajátlengésképet vizsgáljuk.

a) *A nulladik általános erő definíció szerint*

$$Q_0 = \int_{-S/2}^{S/2} P(z, t) dz.$$

Rögtön látható azonban, hogy a megoszló súlyerő és a megoszló felhajtóerő teljes terjedtség menti integráljának összege zérus. Az egyszerűbb írásmód kedvéért legyen

$$\int_{-S/2}^{S/2} h(z) dz = A \quad \text{és} \quad \int_{-S/2}^{S/2} h(z) \eta_1(z) dz = a_1.$$

Ezzel a nulladik általános erő:

$$Q_0 = \frac{\rho}{2} V a_{\text{inst}} (Aw - A\dot{\xi}_0 - a_1\dot{\xi}_1).$$

b) *Az első általános erő definíció szerint*

$$Q_1 = \int_{-S/2}^{S/2} P(z, t) \eta_1(z) dz.$$

Egyszerűsítő jelölést vezetve be:

$$\int_{-S/2}^{S/2} h(z) \eta_1^2(z) dz = a_2.$$

Az első általános erő tehát

$$Q_1 = \frac{\rho}{2} V a_{\text{inst}} (a_1 w - a_1 \dot{\xi}_0 - a_2 \dot{\xi}_1) + \frac{\rho}{2} V^2 \alpha_a a_1. \quad (3.2)$$

Mindkét általános erő felírásakor felhasználtuk  $y(z, t)$  felírásához az alábbi képletet:

$$y(z, t) = \sum_{i=0}^1 \xi_i \eta_i = \xi_0 + \xi_1 \eta_1.$$

### 3.4. A differenciálegyenlet-rendszer megoldása

Az előbbieken meghatározott általános erőkkel most már felírható a differenciálegyenlet-rendszer:

$$M_0 \ddot{\xi}_0 = \frac{\rho}{2} V a_{\text{inst}} (Aw - A\dot{\xi}_0 - a_1\dot{\xi}_1), \quad (3.3)$$



$$M_1 \ddot{\xi}_1 + M_1 \alpha_1^2 \dot{\xi}_1 = \frac{\rho}{2} V a_{\text{inst}} (a_1 w - a_1 \dot{\xi}_0 - a_2 \dot{\xi}_1) + \frac{\rho}{2} V^2 a \alpha_0 a_1. \quad (3.4)$$

Ezt a differenciálegyenlet-rendszert [6] szerint lehet megoldani.

A numerikus megoldáshoz  $t$  szerint deriváltuk a (3.4)-es egyenletét:

$$M_1 \ddot{\xi}_1 + M_1 \alpha_1^2 \dot{\xi}_1 = \frac{\rho}{2} V a_{\text{inst}} (a_1 \dot{w} - a_1 \ddot{\xi}_0 - a_2 \ddot{\xi}_1).$$

Mivel az elmozdulás az igénybevételek meghatározásához nem szükséges, helyettesíthetők  $\xi_0 = x_1$  és  $\xi_1 = x_2$  függvények. A numerikus megoldásnál a Runge–Kutta-módszert használtuk, ezért elsőrendűre kell redukálni a differenciálegyenlet-rendszert. Ez megoldható a  $\xi_1 = x_3$  új függvény bevezetésével.

Ezekkel az új függvényekkel három elsőrendű differenciálegyenletet kapunk. Rögtön kifejezve a  $t$ -szerinti deriváltakat

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{M_0} \frac{\rho}{2} V a_{\text{inst}} (A w - A x_1 - a_1 x_2), \quad (3.5)$$

$$\dot{x}_2 = x_3, \quad (3.6)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{M_1} \frac{\rho}{2} V a_{\text{inst}} (a_1 \dot{w} - a_1 \dot{x}_1 - a_2 x_3) - \alpha_1^2 x_2. \quad (3.7)$$

A numerikus megoldás során, az itt leírt sorrendben haladva,  $\dot{x}_1$  behelyettesítése  $\dot{x}_3$  kifejezésébe már nem okoz nehézséget.

A számítás elindításához szükséges egy kiinduló értékrendszer, ezt a kezdeti feltételek szolgáltatják:

$$\xi_0(0) = \ddot{\xi}_0(0) = \dot{\xi}_1(0) = \ddot{\xi}_1(0) = 0.$$

Ebből rögtön látható a kiinduló értékrendszer:

$$x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0 \quad \text{és} \quad \dot{x}_1(0) = 0.$$

Természetesen  $\dot{x}_1(0) = 0$  a  $\ddot{\xi}_0(0) = 0$  feltételből származik, de a (3.5) differenciálegyenletből is számítható.

A megoldásban  $w$  (3.1) szerinti felírásában két szakasz van:  $0 \leq t \leq 30/V$  és a  $30/V \leq t$ , de a Runge–Kutta-módszer egy időpillanatban kiszámított függvényértékeket a következő pillanat kezdeti értékeiként használja fel, tehát a módszer a fenti változást automatikusan figyelembe veszi.

4. Gyakorlati számítás

A 3.4 pontban leírt módszert a CIRRUS-B típusú vitorlázó gépre alkalmaztuk, ennél a géptípusnál ugyanis rendelkezésre állt a kimért sajátlengés-kép [8], ami a számítás egyik kiinduló adata.

4.1. A CIRRUS-B adatai

- $G_{\delta} = 360$  kp
- $G_{sz} = 160$  kp
- $V = 39,6$  m/s
- $A = 12,6$  m<sup>2</sup>
- $s = 17,74$  m
- $s_1 = 10,28$  m
- $a_{inst} = 4,348$
- $\zeta_1 = 0,8358$
- $\zeta_2 = 0,4653$

A trapézviszonyok, definíció szerint, az alábbi képletekből számíthatók:

$$\zeta_1 = \frac{h(s_1/2)}{h(0)} \quad \text{és} \quad \zeta_2 = \frac{h(s/2)}{h(s_1/2)}$$

A számításhoz szükséges a repülőgép terjedtség menti tömegeloszlása, ez nyilván a törzs és a szárny tömegeloszlásának összege.

A törzs tömege ismert, a szárny tömegeloszlásának kiszámításához fel kell tételeznünk, hogy a tömegeloszlás négyzetes parabolával közelíthető:

$$m_{sz}(z) = \begin{cases} \left[ 1 - (1 - \zeta_1) \frac{2|z|}{s_1} \right]^2 \cdot m_{01}, & \text{ha } |z| \leq \frac{s_1}{2}, \\ \left[ 1 - (1 - \zeta_2) \frac{2|z - \frac{s_1}{2}|}{s - s_1} \right]^2 \cdot m_{02}, & \text{ha } \left| z - \frac{s_1}{2} \right| \leq \frac{s - s_1}{2}. \end{cases}$$

Az  $m_{01}$  és  $m_{02}$  meghatározására két egyenlet áll rendelkezésünkre:

$$\int_{-s/2}^{s/2} m_{sz}(z) dz = G_{sz}/g,$$

és az  $m_{sz}(s_1/2)$  helyen folytonos.

Ez utóbbi egyenletből következik

$$m_{01} \zeta_1^2 = m_{02}.$$

Így

$$\begin{aligned} m_{01} &= 1,404 \text{ kps}^2/\text{m}^2, \\ m_{02} &= 0,9811 \text{ kps}^2/\text{m}^2. \end{aligned}$$

A félszárnyat tíz részintervallumra bontottuk fel. Az egyes pontok adatai az alábbi táblázatban találhatóak meg:

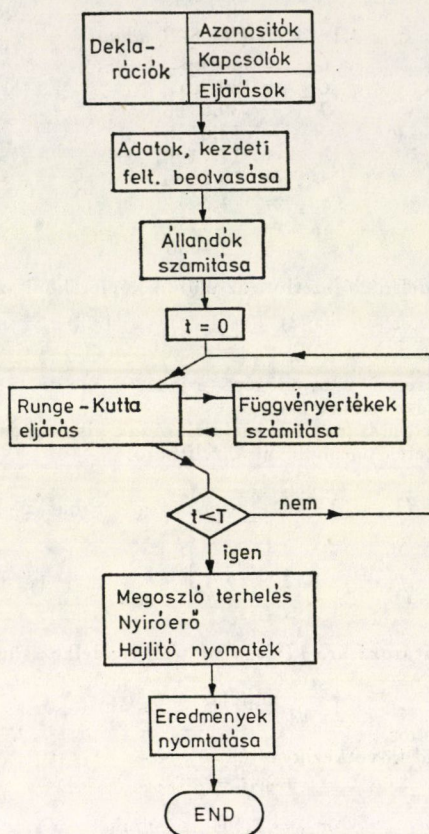
| $z$   | $h$    | $m$    | $\eta_i$  |
|-------|--------|--------|-----------|
| 0,0   | 0,9105 | 21,813 | - 0,211   |
| 0,887 | 0,8835 | 1,335  | - 0,1971  |
| 1,774 | 0,856  | 1,259  | - 0,1756  |
| 2,661 | 0,8285 | 1,189  | - 0,1365  |
| 3,548 | 0,801  | 1,115  | - 0,07888 |
| 4,435 | 0,7735 | 1,038  | 0,02118   |
| 5,322 | 0,723  | 0,927  | 0,1591    |
| 6,209 | 0,6375 | 0,698  | 0,3285    |
| 7,096 | 0,541  | 0,505  | 0,5627    |
| 7,983 | 0,4455 | 0,356  | 0,7755    |
| 8,87  | 0,3505 | 0,211  | 1,000     |

Az első sajátkörfrekvencia:  $\alpha_1 = 11,58$  1/s.

## 4.2. A számításban felhasznált program blokk-diagramja

A számítást ODRA 1204 típusú számítógépen végeztük, a programnyelv ALGOL 1204 volt. (ALGOL 1204  $\subset$  ALGOL 60.)

A blokkdiagramot csak vázlatosan ismertetjük.



## 4.3. A megoldás számszerű értékei

A következőkben összefoglaljuk a különböző számítási módszerek eredményeképp adódó hajlítónyomatékokat. Az összes hajlítónyomaték a szimmetriasíktól 0,887 m-re levő keresztmetszetre vonatkozik. Az itt levő alaphajlítónyomaték, amely a stacioner repülés megoszló felhajtóerejének és a megoszló súlyerőnek eredőjeképpen jön létre, számszerűen 272 mkp.

## a) Statikai terhelés

Amennyiben a repülőgépet merevnek tételezzük fel, a gépen az ún. statikus terhelés jön létre. A hajlítónyomaték változását az időben az alábbi táblázat tartalmazza:

| t | 0,2 | 0,4  | 0,6  | 0,758 | 0,8  | 1,0 | 1,2 [sec] |
|---|-----|------|------|-------|------|-----|-----------|
| M | 950 | 1212 | 1310 | 1340  | 1150 | 605 | 394 [mkp] |



b) *Dinamikai terhelés, egzakt módon számítva*

Az [5]-ben szereplő számítás végeredménye:

|          |       |       |      |      |      |      |            |            |
|----------|-------|-------|------|------|------|------|------------|------------|
| <i>t</i> | 0,076 | 0,15  | 0,30 | 0,38 | 0,45 | 0,53 | 0,61 [sec] |            |
| <i>M</i> | 557   | 799   | 1218 | 1371 | 1477 | 1546 | 1590 [mkp] |            |
| <i>t</i> | 0,68  | 0,758 | 0,83 | 0,91 | 0,98 | 1,06 | 1,14       | 1,21 [sec] |
| <i>M</i> | 1621  | 1648  | 1386 | 1164 | 956  | 771  | 625        | 523 [mkp]  |

c) *Dinamikai terhelés, numerikus módszerrel számítva (lépésköz:  $t = 0,1$  sec):*

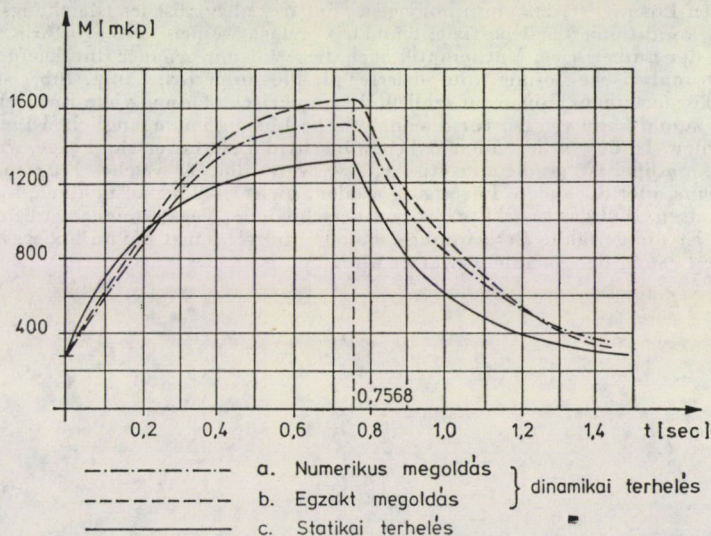
|          |      |     |      |           |      |      |      |            |
|----------|------|-----|------|-----------|------|------|------|------------|
| <i>t</i> | 0,1  | 0,2 | 0,3  | 0,4       | 0,5  | 0,6  | 0,7  | 0,8 [sec]  |
| <i>M</i> | 602  | 892 | 1149 | 1333      | 1438 | 1492 | 1529 | 1390 [mkp] |
| <i>t</i> | 0,9  | 1,0 | 1,1  | 1,2 [sec] |      |      |      |            |
| <i>M</i> | 1123 | 876 | 659  | 512 [mkp] |      |      |      |            |

A legutóbbi számítási eredmény [4]-ben található, olyan Runge —Kutta-módszer alapján lett számítva, amely módszer egy lépésben a függvényérték hibája a lépésköz ötödik hatványával egyenlő. Ez önmagában is biztosítaná a kellő pontosságot, a biztonság kedvéért azonban a számítást megismételtük  $t = 0,05$  sec lépésközzel is. A két eredmény eltérése egészen minimális, a számítógép négy értékes jegyre kiírt végeredménye teljesen azonos.

Kiemelve a maximális nyomaték-értékeket:

|                     |           |
|---------------------|-----------|
| statikus            | 1340 mkp  |
| egzakt dinamikus    | 1648 mkp  |
| numerikus dinamikus | 1536 mkp. |

Az 1. ábrán az előbbi táblázatokban található nyomatékok grafikus ábrázolása látható.



1. ábra

## IRODALOM

1. BÁLINT, E.: *Közelítő matematikai módszerek*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1966
2. BISPLINGHOFF R. L.—ASHLEY, H.—HAFFMAN, R. L.: *Aeroelasticity* Addison-Wesley P. C. 1955
3. LŐCS, Gy.: *ALGOL—60*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1971
4. OBÁDOVICS, J. Gy.: *Gyakorlati számítási eljárások*
5. RÁCZ, E.: *Ergänzung zum Aufsatz [6], Kézirat*
6. RÁCZ, E.: *Präliminare Bemessung des Flügels eines Segelflugzeuges auf die dynamische Belastung in Böen. Rev. Roman. Sci-Techn.-Mech. Appl.* 17, (1972)
7. RÁCZ, E.: *Repülőgépszárnyak dinamikai terhelése széllelkésben J Árművek, Mezőgazdasági Gépek*, 17 (1970), 7. szám
8. TORODE, H. A.: *Resonance Tests on a Shamp-Hirth CIRRUS—B Sailplane. Cranfield MEMO No. 62 (1971)*

**The Approximate Numerical Determination of the Dynamic Load of Aircraft Wings in Wind Gusts.** The analytical calculation method of the dynamical load this being on the safe side, is far better than the statical calculation, and the accurate calculation can be better carried out numerically. The reasoutual the analytical solution is inaccurate, is that a system of inhomogeneous linear algebraic equations with a feebly conditioned coefficient matrix must be solved. Naturally, by the methods of numerical mathematics the accuracy of this solution can also be increased, but the analytical solution is more complicated than the numerical one, amongst others, because it leaves the set of real numbers. On the other hand, the numerical solution conceals many possibilities for development, e. g. it is possible to omit the inevitable linearization required for the analytical method. The author does not want to decide in which case the numerical method is more suitable than the analytical one, i. e. when and for which aircraft it is better to choose one or the other solution. He only wants to point out that the proposed aim may be attained in several ways, and the way, i. e. the selected calculation method strongly depends on what is finally expected from the solution of the problem.

**Näherungsweise Bestimmung der dynamischen Belastung von Flugzeugtragflügeln in Windböen.** Auch das analytische Berechnungsverfahren für die dynamische Belastung ist besser, als die statische Berechnung und weicht in Richtung der Sicherheit ab; es ist zweckmäßiger die genaue Berechnung numerisch durchzuführen. Der Grund für die Ungenauigkeit der analytischen Lösung ist, daß ein inhomogenes lineares algebraisches Gleichungssystem mit einer schwach konditionierten Koeffizientenmatrix gelöst werden muß. Natürlich kann mit den Methoden der numerischen Mathematik auch diese Lösung genauer durchgeführt werden. Jedoch ist die analytische Lösung komplizierter als die numerische, u. a. führt sie aus dem reellen Zahlenkörper hinaus. Hingegen schließt die numerische Lösung viele Entwicklungsmöglichkeiten ein, zumal kann von der für die analytische Lösung unumgänglichen Linearisierung abgesehen werden. In der vorliegenden Arbeit wünscht der Verfasser zur Frage, wann die numerische zweckmäßiger ist, als die analytische, bzw. wann und für welches Flugzeug es zweckmäßig ist die eine oder die andere Lösung zu wählen, nicht Stellung zu nehmen, sondern bloß darauf hinzuweisen, daß das gesteckte Ziel auf verschiedene Wege erreicht werden kann. Der jeweilige Weg ist die gewählte Berechnungsmethode und sie hängt davon ab, was im Endergebnis von der Lösung der Aufgabe erwartet wird.

# ORTOTRÓP HENGERHÉJAK FESZÜLTSEGI ÁLLAPOTÁNAK MEGHATÁROZÁSA ÉLTERHELÉSEK ESETEIBEN

VARGA LÁSZLÓ\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1975. február 5-én]

A címbeli feladat megoldása a szerző előző munkáiban értelmezett és meghatározott eltolódásfüggvények felhasználásával történt. Lényege a külső terhelések ismeretében az eltolódásfüggvényeknek, majd pedig az eltolódásoknak és a belső erőknek Fourier-sorok alakjában való előállítására. A levezetett összefüggések alapján tetszőleges — az alkotó vagy a főkör mentén működő — élteher okozta feszültségi állapot viszonylag egyszerűen számítható. A szerző végül egy főkör mentén ható helyi jellegű merőleges élteher hatását vizsgálja.

## Jelölések

|  |  |
|--|--|
| $m$  | — alkotóirányú hullámszám  |
| $n$  | — ívirányú hullámszám  |
| $s$  | — héjvastagság [cm]  |
| $u_0$  | — alkotóirányú eltolódás [cm]  |
| $v_0$  | — ívirányú eltolódás [cm]  |
| $w_0$  | — sugárirányú eltolódás [cm]   |
| $\bar{x}_1 = x_1/R$                                  | — alkotóirányú méretnélküli koordináta   |
| $\bar{x}_2 = x_2/R$                                  | — ívirányú méretnélküli koordináta   |
| $B_{11}$   | — alkotóirányra vonatkozó hajlítómerevség [kpcm]   |
| $B_{22}$   | — ívirányra vonatkozó hajlítómerevség [kpcm]   |
| $B_{12}$   | — csavarómerevség [kpcm]   |
| $D_{11}$   | — alkotóirányra vonatkozó nyúlásmerevség [kp/cm]   |
| $D_{22}$   | — ívirányra vonatkozó nyúlásmerevség [kp/cm]   |
| $D_{12}$   | — nyírómerevség [kp/cm]  |
| $E_1$  | — alkotóirányra vonatkozó rugalmassági modulus [kp/cm <sup>2</sup> ]                       |
| $E_2$  | — ívirányra vonatkozó rugalmassági modulus [kp/cm <sup>2</sup> ]                           |
| $F_0$  | — eltolódásfüggvény [cm]   |
| $G$  | — nyíró rugalmassági modulus [kp/cm <sup>2</sup> ]   |
| $M_{11}, M_{22}$                                     | — hajlító metszetyomatékok [cmkp/cm]   |
| $M_{12}, M_{21}$                                     | — csavaró metszetyomatékok [cmkp/cm]   |
| $N_{11}, N_{22}$                                     | — normál metszeterők [kp/cm]   |
| $N_{12}, N_{21}$                                     | — nyíró metszeterők [kp/cm]  |
| $P(\bar{x}_1)$                                       | — az alkotó mentén ható élteher [kp/cm]  |
| $P(\bar{x}_2)$                                       | — a kerület mentén ható élteher [kp/cm]  |
| $R$  | — a hengerhéj görbületi sugara [cm]  |
| $U_{0i}, V_{0i}, W_{0i}$                             | — rugalmassági együtthatók   |
| $Q_{13}, Q_{23}$                                     | — a középfelületre merőleges metszeterők [kp/cm]   |
| $\beta_1$  | — az alkotóirányra vonatkozó héjállandó  |
| $\beta_2$  | — az ívirányra vonatkozó héjállandó  |
| $\nu_{12}, \nu_{21}$                                 | — Poisson-tényezők (az első index az alakváltozás irányát, a második az erő irányát jelzi) |
| $\Phi_m$   | — kerületirányra vonatkozó amplitúdó függvény  |
| $\psi_m$   | — alkotóirányra vonatkozó amplitúdó függvény   |
| $(\cdot)' \equiv \partial(\cdot)/\partial\bar{x}_1$  |  |
| $(\cdot)'' \equiv \partial(\cdot)/\partial\bar{x}_2$ |  |

A további jelölések értelme a szöveg között található.

\* Dr. Varga László, 1026 Budapest, Gábor Áron u. 42.



### Bevezetés

Az ortotróp hengerhéjak (pl. erősített műanyagból készült héjszerkezetek) feszültségi állapotának számítása viszonylag egyszerűen, az eltolódásfüggvények bevezetése és meghatározása útján történhetik. Ez lényegében annak köszönhető, hogy a keresett mennyiségek (eltolódások, metszeterők és metszetenyomatékok) egyetlen változóból, az eltolódásfüggvényből származtathatók és vele a perem-, vagy illesztési feltételek is közvetlenül kifejezhetők. Ezáltal a számítások egyszerűsödnek és gépiessé válnak. Előnyei természetesen az izotróp héjak vizsgálata során is érvényesülnek, különösen az olyan feladatoknál, ahol a belső erők mellett az alakváltozások is érdekesek.

Az ortotróp hengerhéjak eltolódásfüggvényeinek meghatározásával a szerző egy előző dolgozatában [1] foglalkozott. Használatukat szemléltető példa ugyancsak egy előző munkájában [2] található. Ebben egy koszinusz függvény szerint változó élteher hatását vizsgálta a DONNEL [3]-féle közelítés alapján. Jelen dolgozat a héj főköre és alkotója mentén ható tetszőleges élteher hatását vizsgálja a feszültségi állapotot leíró eltolódásfüggvények, eltolódások, metszeterők és metszetenyomatékok meghatározásán keresztül.

### 1. A vizsgálatok módszere

Élterheléseknek a héj peremlein működő, vagy a felületén ható — főkör vagy alkotó mentén lefutó — vonalszerű terheléseket értünk. Hatásuk vizsgálata során feltételezzük, hogy a felületen megoszló terhelés nem működik, tehát a feszültségi állapot, az egyensúlyi és alakváltozási feltételek az

$$F_0^{VIII} + a_{01}F_0^{VI} + a_{02}F_0^{IV} + a_{03}F_0^{II} + a_{04}F_0^{0} + a_{05}F_0^{VI} + a_{06}F_0^{IV} + a_{07}F_0^{II} + a_{08}F_0^{0} + a_{09}F_0^{IV} + a_{010}F_0^{II} + a_{011}F_0^{0} = 0$$

homogén differenciálegyenlet általános megoldásaként adódó eltolódásfüggvénnyel jellemezhetők [1]. A rugalmas héj eltolódásai, így az eltolódásfüggvények is, a külső erők nagyságának, irányának és eloszlásának megfelelően alakulnak. A feladatok többségénél a külső terhelés nagysága, iránya és eloszlása adott, egyes esetekben (pl. illesztési feladatoknál) csak az alakváltozások jellege ismert. A terhelések és alakváltozások vagy ismert függvények szerint változnak, vagy alakulásuk közelítő függvényekkel írható le. Ez utóbbi történik az ugrásszerűen változó (helyi jellegű) terhelések hatásának vizsgálatakor. Hengeres héjak vizsgálata során a terhelések változását leíró közelítő függvényeket Fourier-sorok alakjában célszerű előállítani [4]. Ugyanis a keresett eltolódások és belső erők a terhelést leíró sorok integráljaiból származtathatók. Így az elfogadható közelítés és a konvergencia rendszerint biztosítható.

Más helyzet adódnék, ha az eltolódások változását kellene közelítő függvényekkel jellemezni. Ezért az ilyen feladatok megoldását is — ügyesen értelmezett rugóállandó bevezetésével — az ismert terhelések oldaláról célszerű közelíteni. Így az alkalmazásra kerülő módszer: a külső terhelések ismeretében az eltolódásfüggvényeknek, majd az eltolódásoknak és a belső erőknek Fourier-sorok alakjában történő előállítás. Ennek során célravezető az életterheléseket két csoportba sorolni, illetve a főkör és az alkotó mentén ható igénybevételekre osztani, majd hatásukat külön-külön vizsgálni.

## 2. Főkör mentén ható élteher okozta feszültségi állapot meghatározása

A vizsgálatok során feltételezhető, hogy az 1. ábrán látható tetszőleges élteher az  $0 \leq x_2 \leq 2p_2$  közben korlátos, integrálható és  $2p_2$  szerint periodikus. Változása a

$$P(\bar{x}_2) = \sum_{n^*=0}^{\infty} \bar{P}_{nsz} \cos n\bar{x}_2 + \bar{P}_{nan} \sin n\bar{x}_2 \quad (1)$$

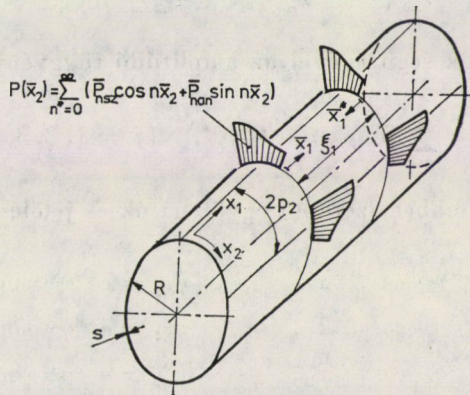
végtelen sorral írható le, amelyben:

$$n = n^* \frac{\pi R}{p_2} \quad \text{és} \quad n^* = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty.$$

(Az együtthatók „sz” és „an” indexe a szimmetrikus, illetve a ferdén szimmetrikus terhelést jelzi.)

Az eltolódásfüggvény a terheléshez hasonló alakú:

$$F_0 = \sum_{n^*=0}^{\infty} [\psi_{nsz} \cos n\bar{x}_2 + \psi_{nan} \sin n\bar{x}_2]. \quad (2)$$



1. ábra

A (2) kifejezést a homogén differenciálegyenletbe helyettesítve, majd a deriválást elvégezve:

$$\sum_{n^*=0}^{\infty} [d(\psi_{nsz}) \cos n\bar{x}_2 + d_n(\psi_{nan}) \sin n\bar{x}_2] = 0$$

adódik. A megjelenő  $d_n(\ )$  differenciáloperátor értelme [1]:

$$d_n(\ ) \equiv \frac{d^8(\ )}{d\bar{x}_1^8} - (a_{01}n^2 - a_{05}) \frac{d^6(\ )}{d\bar{x}_1^6} + [a_{02}n^2(n^2 - 1) + a_{09}] \frac{d^4(\ )}{d\bar{x}_1^4} - \\ - n^2(a_{03}n^4 - a_{07}n^2 + a_{010}) \frac{d^2(\ )}{d\bar{x}_1^2} + a_{04}n^4(n^2 - 1)(\ ). \quad (4)$$

A (3) összefüggés szerint, a  $\psi_{nsz} = \psi_{nan} = \psi_n$  alkotóirányra jellemző amplitúdó függvény minden előforduló  $n$  értékre kielégíteni tartozik a

$$d_n(\psi_n) = 0 \quad (5)$$

differenciálegyenletet. Megoldásul a

$$\psi_n = C_n e^{\lambda_n \bar{x}_1} \quad (6)$$

függvény helyettesíthető. A benne előforduló  $\lambda_n$  együtthatók a

$$\lambda_n^8 - (a_{01}n^2 - a_{05}) \lambda_n^6 + a_{02}n^2(n^2 - 1) \lambda_n^4 - n^2(a_{03}n^4 - a_{07}n^2 + a_{010}) \lambda_n^2 + \\ + a_{04}n^4(n^2 - 1)^2 + a_{09} \lambda_n^4 = 0 \quad (7)$$

karakterisztikus egyenlet gyökei. A megoldást jelentő konjugált komplex gyökök az alábbiak szerint csoportosíthatók:

$$\lambda_{n1,2} = -\lambda_{n1,2}^* = -\alpha_{n1} \pm i\beta_{n1}, \\ \lambda_{n3,4} = -\lambda_{n3,4}^* = -\alpha_{n2} \pm i\beta_{n2}. \quad (8a-b)$$

Megfelelő átalakítások segítségével az amplitúdó függvény:

$$\psi_n = \sum_{j=1}^4 [C_{nj} \bar{\psi}_{nj} + C_{nj}^* \bar{\psi}_{nj}^*] \quad (j = 1, 2, 3, 4) \quad (9)$$

alakúra hozható. Az ebben szereplő együtthatók és jelölések értelme a következő:

$$\bar{\psi}_{n1} = e^{-\alpha_{n1} \bar{x}_1} \cos \beta_{n1} \bar{x}_1, \quad \bar{\psi}_{n2} = e^{-\alpha_{n1} \bar{x}_1} \sin \beta_{n1} \bar{x}_1, \\ \bar{\psi}_{n3} = e^{-\alpha_{n2} \bar{x}_1} \cos \beta_{n2} \bar{x}_1, \quad \bar{\psi}_{n4} = e^{-\alpha_{n2} \bar{x}_1} \sin \beta_{n2} \bar{x}_1, \\ \bar{\psi}_{n1}^* = e^{-\alpha_{n1} \bar{x}_1^*} \cos \beta_{n1} \bar{x}_1^*, \quad \bar{\psi}_{n2}^* = e^{-\alpha_{n1} \bar{x}_1^*} \sin \beta_{n1} \bar{x}_1^*, \\ \bar{\psi}_{n3}^* = e^{-\alpha_{n2} \bar{x}_1^*} \cos \beta_{n2} \bar{x}_1^*, \quad \bar{\psi}_{n4}^* = e^{-\alpha_{n2} \bar{x}_1^*} \sin \beta_{n2} \bar{x}_1^*, \quad (10a-b)$$

továbbá:

$$\bar{x}_1^* = \bar{\xi}_1 - \bar{x}_1. \quad (11)$$

A megjelenő és a továbbiakban is előforduló \* jelzés, az  $\bar{x}_1 = \bar{\xi}_1$  ( $\bar{x}_1^* = 0$ ) peremről induló zavarásokra utal. A  $C_{nj}$  és  $C_{nj}^*$  integrálási állandók alakulását a perem-, vagy illesztési feltételek szabják meg. (Végtelen hosszú vagy annak tekinthető héjak eseteiben:  $C_{nj}^* = 0$ .)

Végegeredményben tehát a keresett eltolódásfüggvény a következő alakban írható:

$$F_0 = \sum_{n^*=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cos n\bar{x}_2}{\sin n\bar{x}_2} \left[ \sum_{j=1}^4 (C_{nj}\bar{\psi}_{nj} + C_{nj}^*\bar{\psi}_{nj}^*) \right] \right\}. \quad (12)$$

A két sorban megjelenő és a továbbiakban is előforduló szögfüggvények közül a felső a szimmetrikus terhelésből adódó, az alsó pedig a ferde-szimmetrikus terheléshez tartozó mennyiségek ívirányú változását jelzi.

Mivel az eltolódások és a belső erők az eltolódásfüggvény deriválása útján származtathatók, kifejezésük a (12) összefüggéshez hasonló

$$f = (c) \sum_{n^*=0}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} (t_{nsz}) \\ (t_{nan}) \end{matrix} \sum_{j=1}^4 [C_{nj}(\bar{f}_{nj}) + C_{nj}^*(\bar{f}_{nj}^*)] \right\} \quad (13)$$

általános alakban írható. A képletben szereplő együtthatók kifejezései az I. táblázatban találhatóak [1]. A kifejezések értelemszerű használatával természetesen a \*-gal jelzett együtthatók is meghatározhatók. Az amplitúdó függvények és az eltolódások felett zárójelben található számok, az  $\bar{x}_1$  szerinti deriváltak számát jelzik. A deriváltak meghatározásához nyújtanak segítséget:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_{n1}^{(\mu)} &= A_{1\mu}\bar{\psi}_{n1} + A_{2\mu}\bar{\psi}_{n2}, \\ \bar{\psi}_{n2}^{(\mu)} &= A_{1\mu}\bar{\psi}_{n2} - A_{2\mu}\bar{\psi}_{n1}, \\ \bar{\psi}_{n3}^{(\mu)} &= A_{3\mu}\bar{\psi}_{n3} + A_{4\mu}\bar{\psi}_{n4}, \\ \bar{\psi}_{n4}^{(\mu)} &= A_{3\mu}\bar{\psi}_{n4} - A_{4\mu}\bar{\psi}_{n3}, \end{aligned} \quad (14a-d)$$

továbbá a

$$\begin{aligned} A_{1\mu} &= -\alpha_{n1}A_{1(\mu-1)} + \beta_{n1}A_{2(\mu-1)} \\ A_{2\mu} &= -\beta_{n1}A_{1(\mu-1)} - \alpha_{n1}A_{2(\mu-1)} \\ A_{3\mu} &= -\alpha_{n2}A_{3(\mu-1)} + \alpha_{n2}A_{4(\mu-1)} \\ A_{4\mu} &= -\beta_{n2}A_{3(\mu-1)} - \alpha_{n2}A_{4(\mu-1)} \end{aligned} \quad (15a-d)$$

kifejezések. Ha  $\mu = 0$ , akkor az

$$A_{10} = A_{30} = 1 \quad \text{és} \quad A_{20} = A_{40} = 0$$

értékek veendőek számításba.

## I. táblázat

A kerület mentén ható éltéher okozta eltolódások és belső erők meghatározására szolgáló összefüggések

$$P(\bar{x}_1) = \sum_{n^*=0}^{\infty} (\bar{P}_{n^*z} \cos n\bar{x}_1 + \bar{P}_{n^*n} \sin n\bar{x}_1)$$

| $f$      | $c$                  | $\bar{f}_{nj}(\bar{f}_{nj}^*)$   | $t_{n^*z}$<br>$t_{n^*n}$                |
|----------|----------------------|--|---|
| $F_0$    | 1                    | $\bar{\psi}_{nj}$  | $\cos n\bar{x}_2$<br>$\sin n\bar{x}_2$  |
| $u_0$    | 1                    | $kU_{04}\bar{\psi}_{nj}^{(5)} + (U_{01} - kn^2U_{05})\bar{\psi}_{nj}^{(3)} - n^2(1 + kn^2)\bar{\psi}_{nj}^{(1)}$ | $\cos n\bar{x}_2$<br>$\sin n\bar{x}_2$  |
| $v_0$    | 1                    | $-knV_{04}\bar{\psi}_{nj}^{(4)} - n(V_{01} - kn^2V_{05})\bar{\psi}_{nj}^{(2)} - n^3\bar{\psi}_{nj}$              | $\sin n\bar{x}_2$<br>$-\cos n\bar{x}_2$ |
| $w_0$    | 1                    | $W_{01}\bar{\psi}_{nj}^{(4)} - n^2W_{02}\bar{\psi}_{nj}^{(2)} + n^4\bar{\psi}_{nj}$                              | $\cos n\bar{x}_2$<br>$\sin n\bar{x}_2$  |
| $N_{11}$ | $\frac{D_{11}}{R}$   | $\bar{u}_{0nj}^{(1)} + \nu_{12}n\bar{v}_{0nj} + \nu_{12}\bar{w}_{0nj} - k\bar{w}_{0nj}^{(2)}$                    | $\cos n\bar{x}_2$<br>$\sin n\bar{x}_2$  |
| $N_{22}$ | $\frac{D_{22}}{R}$   | $\nu_{21}\bar{u}_{0nj}^{(1)} + n\bar{v}_{0nj} + (1 - kn^2)\bar{w}_{0nj}$   | $\cos n\bar{x}_2$<br>$\sin n\bar{x}_2$  |
| $N_{12}$ | $\frac{D_{12}}{R}$   | $-n\bar{u}_{0jn} + \bar{v}_{0nj}^{(1)} + kn\bar{w}_{0nj}^{(1)}$  | $\sin n\bar{x}_2$<br>$-\cos n\bar{x}_2$ |
| $N_{21}$ | $\frac{D_{12}}{R}$   | $-n\bar{u}_{0nj} + \bar{v}_{0nj}^{(1)} - kn\bar{w}_{0nj}^{(1)}$  | $\sin n\bar{x}_2$<br>$-\cos n\bar{x}_2$ |
| $M_{11}$ | $\frac{B_{11}}{R^2}$ | $\bar{w}_{0nj}^{(2)} - \nu_{12}n^2\bar{w}_{0nj} - \bar{u}_{0nj}^{(1)} - \nu_{12}n\bar{v}_{0nj}$                  | $\cos n\bar{x}_2$<br>$\sin n\bar{x}_2$  |
| $M_{22}$ | $\frac{B_{22}}{R^2}$ | $\nu_{21}\bar{w}_{0nj}^{(2)} + (1 - n^2)\bar{w}_{0nj}$   | $\cos n\bar{x}_2$<br>$\sin n\bar{x}_2$  |
| $M_{12}$ | $\frac{B_{12}}{R^2}$ | $-2n\bar{w}_{0nj}^{(1)} - 2\bar{v}_{0nj}^{(1)}$  | $\sin n\bar{x}_2$<br>$-\cos n\bar{x}_2$ |
| $M_{21}$ | $\frac{B_{12}}{R^2}$ | $-2n\bar{w}_{0nj}^{(1)} - n\bar{u}_{0nj} - \bar{v}_{0nj}^{(1)}$  | $\sin n\bar{x}_2$<br>$-\cos n\bar{x}_2$ |
| $Q_{13}$ | $\frac{B_{11}}{R^3}$ | $\bar{M}_{11nj}^{(1)} + n\frac{G}{E_1^*}\bar{M}_{21nj}$  | $\cos n\bar{x}_2$<br>$\sin n\bar{x}_2$  |
| $Q_{23}$ | $\frac{B_{22}}{R^3}$ | $-n\bar{M}_{22nj} + \frac{G}{E_2^*}\bar{M}_{12nj}^{(1)}$   | $\sin n\bar{x}_2$<br>$-\cos n\bar{x}_2$ |



Az  $A_{j\mu}$  együtthatók még egyszerűbben, a II. táblázat alapján számíthatók.

Gyakorlati jelentőségükre való tekintettel célszerű külön foglalkozni az  $n = 0$ ,  $n = 1$  és  $n \gg 1$  hullámszámokhoz tartozó éltérhelések hatásának vizsgálatával.

$n = 0$  esete: Tengelyszimmetrikus terhelést vizsgálva az élteher:

$$P(\bar{x}_2) = P_0 \quad (16)$$

alakban írható. Így az eltolódásfüggvény az

$$F_0 = \psi_0 \quad (17)$$

amplitúdó függvénnyel egyenlő. A  $\psi_0 = \psi_0(\bar{x}_1)$  függvény most a következő differenciálegyenlet megoldásaként adódik:

$$d_0(\psi_0) = 0. \quad (18)$$

A  $d_0()$  differenciáloperátor értelme a jelen esetben:

$$d_0() \equiv \frac{d^8()}{d\bar{x}_1^8} + a_{05} \frac{d^6()}{d\bar{x}_1^6} + a_{09} \frac{d^4()}{d\bar{x}_1^4}. \quad (19)$$

Megoldásul a

$$\psi_0 = C_0 e^{\lambda_0 \bar{x}_1} \quad (20)$$

függvény helyettesíthető, amelyben szereplő  $\lambda_0$  együtthatók a

$$\lambda_0^8 + a_{05} \lambda_0^6 + a_{09} \lambda_0^4 = 0 \quad (21)$$

karakterisztikus egyenlet gyökei. A gyökök a következőképpen csoportosíthatók:

$$\begin{aligned} \lambda_{01,2} &= -\lambda_{01,2}^* = -\alpha_{01} \pm i\beta_{01}, \\ \lambda_{03,4} &= \lambda_{03,4}^* = 0. \end{aligned} \quad (22a - b)$$

Megfelelő átalakítások után

$$F_0 = \psi_0 = \sum_{j=1}^2 [c_{0j} \bar{\psi}_{0j} + c_{0j}^* \bar{\psi}_{0j}^*] + \sum_{\eta=0}^3 [c_{\eta} \bar{x}_1^{\eta}] \quad (23)$$

írható. A vizsgált vékony héjak eseteiben az

$$\alpha_{01} \approx \beta_{01} \approx \beta_1 = \sqrt[4]{\frac{a_{09}}{4}} \approx \sqrt[4]{3(1 - \nu_{12}\nu_{21}) \frac{E_2}{E_1} \left(\frac{R}{s}\right)^2} \quad (24)$$

II. táblázat

Az amplitudó függvény deriváltjainak együtthatói

| $\mu$ | $A_{1\mu}$  | $A_{2\mu}$   | $A_{3\mu}$  | $A_{4\mu}$   |
|-------|---|--|---|--|
| 0     | 1   | 0  | 1   | 0  |
| 1     | $-\alpha_{n1}$  | $-\beta_{n1}$  | $-\alpha_{n2}$  | $-\beta_{n2}$  |
| 2     | $\alpha_{n1}^2 - \beta_{n1}^2$  | $2\alpha_{n1}\beta_{n1}$   | $\alpha_{n2}^2 - \beta_{n2}^2$  | $2\alpha_{n2}\beta_{n2}$   |
| 3     | $-\alpha_{n1}^3 + 3\alpha_{n1}\beta_{n1}^2$   | $\beta_{n1}^3 - 3\alpha_{n1}^2\beta_{n1}$  | $-\alpha_{n2}^3 + 3\alpha_{n2}\beta_{n2}^2$   | $\beta_{n2}^3 - 3\alpha_{n2}^2\beta_{n2}$  |
| 4     | $\alpha_{n1}^4 - 6\alpha_{n1}^2\beta_{n1}^2 + \beta_{n1}^4$   | $4\alpha_{n1}^3\beta_{n1} - 4\alpha_{n1}\beta_{n1}^3$  | $\alpha_{n2}^4 - 6\alpha_{n2}^2\beta_{n2}^2 + \beta_{n2}^4$   | $4\alpha_{n2}^3\beta_{n2} - 4\alpha_{n2}\beta_{n2}^3$  |
| 5     | $-\alpha_{n1}^5 + 10\alpha_{n1}^3\beta_{n1}^2 - 5\alpha_{n1}\beta_{n1}^4$                               | $-5\alpha_{n1}^4\beta_{n1} + 10\alpha_{n1}^2\beta_{n1}^3 - \beta_{n1}^5$                               | $-\alpha_{n2}^5 + 10\alpha_{n2}^3\beta_{n2}^2 - 5\alpha_{n2}\beta_{n2}^4$                               | $-5\alpha_{n2}^4\beta_{n2} + 10\alpha_{n2}^2\beta_{n2}^3 - \beta_{n2}^5$                               |
| 6     | $\alpha_{n1}^6 - 15\alpha_{n1}^4\beta_{n1}^2 + 15\alpha_{n1}^2\beta_{n1}^4 - \beta_{n1}^6$              | $6\alpha_{n1}^5\beta_{n1} - 20\alpha_{n1}^3\beta_{n1}^3 + 6\alpha_{n1}\beta_{n1}^5$                    | $\alpha_{n2}^6 - 15\alpha_{n2}^4\beta_{n2}^2 + 15\alpha_{n2}^2\beta_{n2}^4 - \beta_{n2}^6$              | $6\alpha_{n2}^5\beta_{n2} - 20\alpha_{n2}^3\beta_{n2}^3 + 6\alpha_{n2}\beta_{n2}^5$                    |
| 7     | $-\alpha_{n1}^7 + 21\alpha_{n1}^5\beta_{n1}^2 - 35\alpha_{n1}^3\beta_{n1}^4 + 7\alpha_{n1}\beta_{n1}^6$ | $-7\alpha_{n1}^6\beta_{n1} + 35\alpha_{n1}^4\beta_{n1}^3 - 21\alpha_{n1}^2\beta_{n1}^5 + \beta_{n1}^7$ | $-\alpha_{n2}^7 + 21\alpha_{n2}^5\beta_{n2}^2 - 35\alpha_{n2}^3\beta_{n2}^4 + 7\alpha_{n2}\beta_{n2}^6$ | $-7\alpha_{n2}^6\beta_{n2} + 35\alpha_{n2}^4\beta_{n2}^3 - 21\alpha_{n2}^2\beta_{n2}^5 + \beta_{n2}^7$ |

közelítések alkalmazhatók, tehát az amplitúdó függvények az alábbiak szerint fejezhetők ki:

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_{01} &= e^{-\beta_1 \bar{x}_1} \cos \beta_1 \bar{x}_1, & \bar{\psi}_{02} &= e^{-\beta_1 \bar{x}_1} \sin \beta_1 \bar{x}_1, \\ \bar{\psi}_{01}^* &= e^{-\beta_1 \bar{x}_1} \cos \beta_1 \bar{x}_1^*, & \bar{\psi}_{02}^* &= e^{-\beta_1 \bar{x}_1} \sin \beta_1 \bar{x}_1^*.\end{aligned}\quad (25a-d)$$

A középfelület eltolódásai — a vizsgált esetben — a következők szerint alakulnak:

$$\begin{aligned}u_0 &= -\nu_{21} \sum_{j=1}^2 [c_{0j} \bar{\psi}_{0j}^{(3)} + c_{0j}^* \bar{\psi}_{0j}^{*(3)}] - 6\nu_{21} c_3, \\ v_0 &= 0, \\ w_0 &= \frac{E_1}{E_2} \sum_{j=1}^2 [c_{0j} \bar{\psi}_{0j}^{(4)} + c_{0j}^* \bar{\psi}_{0j}^{*(4)}].\end{aligned}\quad (26a-c)$$

A zérustól eltérő belső erők legegyszerűbben a következő összefüggésekből számíthatók:

$$\begin{aligned}N_{22} &= \frac{E_2 s}{R} w_0, \\ M_{11} &= \frac{B_{11}}{R^2} w_0^{(2)}, \\ M_{22} &= \nu_{12} M_{11}, \\ Q_{13} &= \frac{B_{11}}{R^3} w_0^{(3)}.\end{aligned}\quad (27a-d)$$

$n = 1$  esete: Fekvő elrendezésű folyadéktartályok vizsgálata során jelentkezhetik például a

$$P(\bar{x}_2) = P_{1sz} \cos \bar{x}_2 + P_{1an} \sin \bar{x}_2 \quad (28)$$

függvény szerint változó élteher. Az eltolódásfüggvény ez esetben is a terhelésfüggvényhez hasonló

$$F_0 = \psi_{1sz} \cos \bar{x}_2 + \psi_{1an} \sin \bar{x}_2 \quad (29)$$

alakban kereshető, melyet az alapidifferenciálegyenletbe helyettesítve és a műveleteket elvégezve azt kapjuk, hogy

$$d_1(\psi_{1sz}) \cos \bar{x}_2 + d_1(\psi_{1an}) \sin \bar{x}_2 = 0. \quad (30)$$

A  $d_1(\ )$  operátor értelme:

$$d_1(\ ) \equiv \frac{d^8(\ )}{d\bar{x}_1^8} + (a_{05} - a_{01}) \frac{d^6(\ )}{d\bar{x}_1^6} + a_{09} \frac{d^4(\ )}{d\bar{x}_1^4}. \quad (31)$$

Az alkotóirányú csillapodásra jellemző  $\psi_{1sz} = \psi_{1an} = \psi_1$  függvény a (30) értelmében a

$$d_1(\psi_1) = 0 \quad (32)$$

differenciálegyenlet megoldásaként adódik s így

$$\psi_1 = C_1 e^{\lambda_1 \bar{x}_1} \quad (33)$$

alakban kereshető, ahol a  $\lambda_1$  együtthatók a

$$\lambda_1^8 + (a_{05} - a_{01}) \lambda_1^6 + a_{09} \lambda_1^4 = 0 \quad (34)$$

karakterisztikus egyenlet gyökei. A gyökök a következők:

$$\begin{aligned} \lambda_{11,2} &= -\lambda_{11,2}^* = -\alpha_{11} \pm i\beta_{11}, \\ \lambda_{13,4} &= \lambda_{13,4}^* = 0. \end{aligned} \quad (35a-b)$$

A (35a-b) összefüggések alapján az amplitúdó függvény

$$\psi_1 = \sum_{j=1}^2 [c_{1j} \bar{\psi}_{1j} + c_{1j}^* \bar{\psi}_{1j}^*] + \sum_{\eta=0}^3 [c_{\eta} \bar{x}_1^{\eta}] \quad (36)$$

alakban fejezhető ki. Mivel a jelen esetben ugyancsak az

$$\alpha_{11} \approx \beta_{11} \approx \beta_1 \quad (37)$$

közelítés tehető, a  $\bar{\psi}_{1j}$  függvények a már közölt (25a-d) kifejezések szerint alakulnak.

Végeredményben tehát a vizsgált esetre vonatkozó eltolódásfüggvény

$$F_0 = \left[ \sum_{j=1}^2 (c_{1j} \bar{\psi}_{1j} + c_{1j}^* \bar{\psi}_{1j}^*) + \sum_{\eta=0}^3 (c_{\eta} \bar{x}_1^{\eta}) \right] \begin{bmatrix} \cos \bar{x}_2 \\ \sin \bar{x}_2 \end{bmatrix} \quad (38)$$

alakban írható. Az eltolódásfüggvényből az eltolódások és a belső erők a már közölt módon származtathatók. Ez esetben a belső erők kellő pontossággal számíthatók az eltolódásokra vonatkozó

$$\begin{aligned} u_0 &= - [v_{21} \psi_1^{(3)}] \begin{bmatrix} \cos \bar{x}_2 \\ \sin \bar{x}_2 \end{bmatrix} \\ v_0 &= \left[ \left( \frac{E_1}{G} - v_{21} \right) \psi_1^{(2)} - \psi_1 \right] \begin{bmatrix} \sin \bar{x}_2 \\ -\cos \bar{x}_2 \end{bmatrix} \\ w_0 &= \left[ \frac{E_1}{E_2} \psi_1^{(4)} - \left( \frac{E_1}{G} - 2v_{21} \right) \psi_1^{(2)} + \psi_1 \right] \begin{bmatrix} \cos \bar{x}_2 \\ \sin \bar{x}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39a-b)$$

egyszerűsített összefüggések figyelembevételével is.

Mivel az  $n = 1$  hullámhosszhoz tartozó tehertagok önmagukban kiegyensúlyozatlanok, csak a végein alátámasztott héjon működtethetők. A megtámasztás hatásának figyelembevételére szolgálnak a (36) összefüggésben megjelenő integrálási állandók.

$n \gg 1$  esete: Helyi jellegű élteher hatásának vizsgálata során, a viszonylag nagy hullámszámok tartományában, a (7) karakterisztikus egyenlet egyszerűbb alakra hozható. A gyökök ugyanis kellő pontossággal számíthatók az alábbi közelítések és elhanyagolások után is.\*

Figyelembe véve, hogy  $n^2 a_{01} \gg a_{05}$ , tehát  $n^2 a_{01} - a_{05} \approx n^2 a_{01}$ , továbbá, hogy  $a_{07} \approx 2a_{03}$  és  $a_{010} \approx a_{03}$  írható, azt találjuk, hogy

$$\lambda_n^8 - a_{01} n^2 \lambda_n^6 + a_{02} n^2 (n^2 - 1) \lambda_n^4 - a_{03} n^2 (n^2 - 1)^2 \lambda_n^2 + a_{04} n^4 (n^2 - 1)^2 + a_{09} \lambda_n^4 = 0. \quad (40)$$

Mivel  $n > 1$ , következik, hogy  $n^2 \gg 1$ , vagyis az  $n^2 - 1 \approx n^2$  közelítés alkalmazható, amelynek figyelembevételével végeredményül

$$\lambda_n^8 - a_{01} n^2 \lambda_n^6 + a_{02} n^4 \lambda_n^4 - a_{03} n^6 \lambda_n^2 + a_{04} n^8 + a_{09} \lambda_n^4 = 0 \quad (41)$$

adódik.

Végül említést érdemel, hogy tehertagok — az  $n = 1$  tag kivételével — egyensúlyban levő erőrendszert képeznek, és így az alkotó mentén gyorsan csillapodó belső erőket okoznak. Természetesen a megtámasztás nélküli héjra csak olyan terhelések működtethetők, amelyek Fourier-sorában csupán az  $n = 2, 4, 6$  stb. hullámszámok szerepelnek.

### 3. Az alkotó mentén ható élteher okozta feszültségi állapot meghatározása

A főkör mentén ható élteher esetéhez hasonlóan feltételezhető, hogy a 2. ábrán jelzett tetszőleges élterhelés az  $0 \leq x_1 \leq 2p_1$  közben korlátos, integrálható és  $2p_1$  szerint periodikus. Változása ez esetben a

$$P(\bar{x}_1) = \sum_{m^*=0}^{\infty} [\bar{P}_{msz} \cos m\bar{x}_1 + \bar{P}_{man} \sin m\bar{x}_1] \quad (42)$$

végtelen sorral írható le, amelyben:

$$m = m^* \frac{\pi R}{p_1} \quad \text{és} \quad m^* = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty.$$

\* A szerző számszerű vizsgálatai szerint, az elhanyagolásból származó hiba erősített műanyagból készült vékony héjak eseteiben,  $n > 10$  hullámszámoknál már nem is érzékelhető.

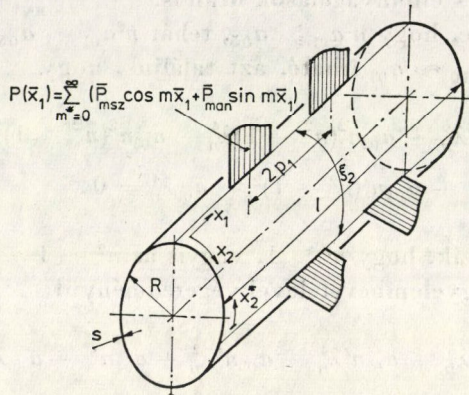


Az eltolódásfüggvény a (42) kifejezéshez hasonló

$$F_0 = \sum_{m^*=0}^{\infty} [\Phi_{msz} \cos m\bar{x}_1 + \Phi_{man} \sin m\bar{x}_1] \quad (43)$$

alakban kereshető. A differenciálegyenlet szerint:

$$\sum_{m^*=0}^{\infty} [d_m(\Phi_{msz}) \cos m\bar{x}_1 + d_m(\Phi_{man}) \sin m\bar{x}_1] = 0. \quad (44)$$



2. ábra

Itt a  $d_m()$  értelme:

$$\begin{aligned} d_m() &\equiv \frac{d^8()}{dx_2^8} - \left( \frac{E_1}{E_2} a_{01} m^2 - 2 \right) \frac{d^6()}{dx_2^6} - \left[ \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^2 m^2 (a_{02} m^2 - a_{07}) + 1 \right] \frac{d^4()}{dx_2^4} - \\ &- \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^2 m^2 (a_{01} m^4 - a_{02} m^2 + a_{010}) \frac{d^2()}{dx_2^2} + \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^2 m^4 (m^4 - 2\nu_{12} m^2 + a_{09}()). \end{aligned} \quad (45)$$

A (44) összefüggés alapján: a  $\Phi_{msz} = \Phi_{man} = \Phi_m$  írányra vonatkozó amplitúdó függvény minden előforduló  $m$  értékre a

$$d_m(\Phi_m) = 0 \quad (46)$$

differenciálegyenlet megoldásaként adódik. Tehát

$$\Phi_m = C_m e^{-\lambda_m \bar{x}_1} \quad (47)$$

alakban írható. A  $\lambda_m$  együtthatók a

$$\begin{aligned} \lambda_m^8 - \left( \frac{E_1}{E_2} a_{01} m^2 - 2 \right) \lambda_m^6 + \left[ \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^2 m^2 (a_{02} m^2 - a_{07}) + 1 \right] \lambda_m^4 - \\ - \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^2 m^2 (a_{01} m^4 - a_{02} m^2 + a_{010}) \lambda_m^2 + \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^2 m^4 (m^4 - 2\nu_{12} m^2) + 4\beta_2^4 m^4 = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

karakterisztikus egyenlet gyökei.

A (48) összefüggésben megjelenő

$$\beta_2 = \sqrt[4]{3(1 - \nu_{12}\nu_{21}) \frac{E_1}{E_2} \left(\frac{R}{s}\right)^2} = \beta_1 \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \quad (49)$$

az ívirányú csillapodásra jellemző héjállandó. Egyébként a gyökök jelen esetben is a

$$\begin{aligned} \lambda_{m1,2} &= -\lambda_{m1,2}^* = -\alpha_{m1} \pm i\beta_{m1} \\ \lambda_{m3,4} &= -\lambda_{m3,4}^* = -\alpha_{m2} \pm i\beta_{m2} \end{aligned} \quad (50a-b)$$

összefüggések szerint csoportosíthatók. Így az amplitúdó függvény

$$\bar{\Phi}_{mj} = \sum_{j=1}^4 [c_{mj} \bar{\Phi}_{mj} + c_{mj}^* \bar{\Phi}_{mj}^*] \quad (51)$$

alakúra hozható. Az előforduló  $\bar{\Phi}_{mj}$  és  $\bar{\Phi}_{mj}^*$  függvények a következő képletekből számíthatók:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{m1} &= e^{-\alpha_{m1}\bar{x}_2} \cos \beta_{m1}\bar{x}_2, & \bar{\Phi}_{m2} &= e^{-\alpha_{m1}\bar{x}_2} \sin \beta_{m1}\bar{x}_2, \\ \bar{\Phi}_{m3} &= e^{-\alpha_{m1}\bar{x}_2} \cos \beta_{m2}\bar{x}_2, & \bar{\Phi}_{m4} &= e^{-\alpha_{m1}\bar{x}_2} \sin \beta_{m2}\bar{x}_2, \\ \bar{\Phi}_{m1}^* &= e^{-\alpha_{m1}\bar{x}_2^*} \cos \beta_{m1}\bar{x}_2^*, & \bar{\Phi}_{m2}^* &= e^{-\alpha_{m1}\bar{x}_2^*} \sin \beta_{m1}\bar{x}_2^*, \\ \bar{\Phi}_{m3}^* &= e^{-\alpha_{m1}\bar{x}_2^*} \cos \beta_{m2}\bar{x}_2^*, & \bar{\Phi}_{m4}^* &= e^{-\alpha_{m1}\bar{x}_2^*} \sin \beta_{m2}\bar{x}_2^*. \end{aligned}$$

Az (52e-h) kifejezésekben

$$\bar{x}_2^* = \bar{\xi}_2 - \bar{x}_2, \quad (53)$$

a \* jelzés tehát az  $\bar{x}_2 = \bar{\xi}_2$  ( $\bar{x}_2^* = 0$ ) peremről induló zavarásokra utal.

Az előzőek alapján az eltolódásfüggvény a következő alakban írható:

$$F_0 = \sum_{m^*=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cos m\bar{x}_1}{\sin m\bar{x}_1} \left[ \sum_{j=1}^4 c_{mj} \bar{\Phi}_{mj} + c_{mj}^* \bar{\Phi}_{mj}^* \right] \right\}. \quad (54)$$

Az eltolódások és a belső erők meghatározása az (54) kifejezéshez hasonló

$$f = (c) \sum_{m^*=0}^{\infty} \left\{ \frac{(t_{msz})}{(t_{man})} \sum_{j=1}^4 [c_{mj}(\bar{f}_{mj}) + c_{mj}^*(\bar{f}_{mj}^*)] \right\} \quad (55)$$

képlet alapján történhetik. Az ebben megjelenő változók a III. táblázat segítségével számíthatók [1]. Az amplitúdó függvények és az eltolódások felett zárójelben található számok most az  $\bar{x}_2$  szerinti deriválások számát jelzik. A deriváltak meghatározásához jelen esetben is használhatók a (14a-d) és a (15a-d) összefüggések, vagy a II. táblázat, természetesen a (48) egyenlet megoldásából adódó  $\alpha_{mj}$  és  $\beta_{mj}$  gyöktényezők helyettesítésével.

## III. táblázat

Az alkotó mentén ható élteher okozta eltolódások és belső erők meghatározására szolgáló összefüggések

$$P(\bar{x}_1) = \sum_{m^*=-0}^{\infty} (\bar{P}_{mez} \cos m\bar{x}_1 + \bar{P}_{man} \sin m\bar{x}_1)$$

| $f$      | $c$                  | $\bar{f}_{mj}(\bar{f}_{mj}^*)$   | $i_{msz}$<br>$i_{man}$                  |
|----------|----------------------|--|---|
| $F_0$    | 1                    | $\Phi_{mj}$  | $\cos m\bar{x}_1$<br>$\sin m\bar{x}_1$  |
| $u_0$    | 1                    | $km\bar{\Phi}_{mj}^{(4)} - m(1 - km^2 U_{05})\bar{\Phi}_{mj}^{(2)} + m^3(U_{01} - km^2 U_{04})\bar{\Phi}_{mj}$ | $\sin m\bar{x}_1$<br>$-\cos m\bar{x}_1$ |
| $v_0$    | 1                    | $-(1 + km^2 V_{05})\bar{\Phi}_{mj}^{(3)} - m^2(V_{01} - km^2 V_{04})\bar{\Phi}_{mj}^{(1)}$                     | $\cos m\bar{x}_1$<br>$\sin m\bar{x}_1$  |
| $w_0$    | 1                    | $\bar{\Phi}_{mj}^{(4)} - m^2 W_{02}\bar{\Phi}_{mj}^{(2)} + m^4 W_{01}\bar{\Phi}_{mj}$                          | $\cos m\bar{x}_1$<br>$\sin m\bar{x}_1$  |
| $N_{11}$ | $\frac{D_{11}}{R}$   | $m\bar{u}_{0mj} + v_{12}\bar{v}_{0mj}^{(1)} + (v_{12} + km^2)\bar{w}_{0mj}$                                    | $\cos m\bar{x}_1$<br>$\sin m\bar{x}_1$  |
| $N_{22}$ | $\frac{D_{22}}{R}$   | $v_{21}m\bar{u}_{0mj} + \bar{v}_{0mj}^{(1)} + \bar{w}_{0mj} + k\bar{w}_{0mj}^{(2)}$                            | $\cos m\bar{x}_1$<br>$\sin m\bar{x}_1$  |
| $N_{12}$ | $\frac{D_{12}}{R}$   | $\bar{u}_{0mj}^{(1)} - m\bar{v}_{0mj} + km\bar{w}_{0mj}^{(1)}$   | $\sin m\bar{x}_1$<br>$-\cos m\bar{x}_1$ |
| $N_{21}$ | $\frac{D_{12}}{R}$   | $\bar{u}_{0mj}^{(1)} - m\bar{v}_{0mj} - km\bar{w}_{0mj}^{(1)}$   | $\sin m\bar{x}_1$<br>$-\cos m\bar{x}_1$ |
| $M_{11}$ | $\frac{B_{11}}{R^2}$ | $v_{12}\bar{w}_{0mj}^{(2)} - m^2\bar{w}_{0jm} - m\bar{u}_{0mj} - v_{12}\bar{v}_{0mj}^{(1)}$                    | $\cos m\bar{x}_1$<br>$\sin m\bar{x}_1$  |
| $M_{22}$ | $\frac{B_{22}}{R^2}$ | $\bar{w}_{0mj}^{(2)} + (1 - v_{21}m^2)\bar{w}_{0mj}$   | $\cos m\bar{x}_1$<br>$\sin m\bar{x}_1$  |
| $M_{12}$ | $\frac{B_{12}}{R^2}$ | $2m(\bar{v}_{0mj} - \bar{w}_{0mj}^{(1)})$  | $\sin m\bar{x}_1$<br>$-\cos m\bar{x}_1$ |
| $M_{21}$ | $\frac{B_{12}}{R^2}$ | $m(\bar{v}_{0mj} - 2\bar{w}_{0mj}^{(1)}) - \bar{u}_{0mj}^{(1)}$  | $\sin m\bar{x}_1$<br>$-\cos m\bar{x}_1$ |
| $Q_{13}$ | $\frac{B_{11}}{R^3}$ | $-m\bar{M}_{11mj} + \frac{G}{E_1^*}\bar{M}_{21mj}^{(1)}$   | $\sin m\bar{x}_1$<br>$-\cos m\bar{x}_1$ |
| $Q_{23}$ | $\frac{B_{22}}{R^3}$ | $\bar{M}_{22mj}^{(1)} + m\frac{G}{E_2^*}\bar{M}_{12mj}$  | $\cos m\bar{x}_1$<br>$\sin m\bar{x}_1$  |

Meg kell említeni, hogy az  $m = 0$  esetben a közölt összefüggések nem adják a kívánt eredményeket. Ezért szükséges külön foglalkozni az  $m = 0$  hullámszámhoz tartozó élteher hatásának vizsgálatával.

$m = 0$  esete: A végtelen hosszú vagy annak tekinthető hengeres héjon a feltételezés szerint:

$$P(\bar{x}_1) = P_0 \quad (56)$$

alkotó mentén ható állandó élteher működik. Így az eltolódásfüggvény

$$F_0 = \Phi_0 \quad (57)$$

alakú. Az eltolódásfüggvénnyel azonos  $\Phi_0 = \Phi_0(\bar{x}_2)$  amplitúdó függvény a következő differenciálegyenletből számítható:

$$d_0(\Phi_0) = 0. \quad (58)$$

A  $d_0()$  operátor értelme jelen esetben

$$d_0() \equiv \frac{d^8()}{d\bar{x}_2^8} + 2 \frac{d^6()}{d\bar{x}_2^6} + \frac{d^4()}{d\bar{x}_2^4}. \quad (59)$$

Az (58) differenciálegyenlet megoldásaként a

$$\Phi_0 = C_0 e^{\lambda_0 \bar{x}_2} \quad (60)$$

függvény helyettesíthető és a  $\lambda_0$  együtthatók a

$$\lambda_0^8 + 2\lambda_0^6 + \lambda_0^4 = 0 \quad (61)$$

karakterisztikus egyenletből számíthatók. Az eltolódásfüggvényre pedig a következő összefüggés adódik:

$$F_0 = \Phi_0 = \sum_{j=1}^2 [c_{0j} \bar{\Phi}_{0j} + c_{0j}^* \bar{\Phi}_{0j}^*] + \sum_{\eta=0}^3 [c_{\eta} \bar{x}_2^{\eta}]. \quad (62)$$

Itt

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{01} &= \cos \bar{x}_2, & \bar{\Phi}_{02} &= \sin \bar{x}_2, \\ \bar{\Phi}_{01}^* &= \cos \bar{x}_2^*, & \bar{\Phi}_{02}^* &= \sin \bar{x}_2^*. \end{aligned} \quad (63a-d)$$

Az eltolódásfüggvény (62) alatti kifejezése sajnos a feszültségi állapotra vonatkozó triviális megoldást eredményezi.

További vizsgálatok mellőzésével, a rugalmas gyűrűk elmélete alapján történő számítást — mint a legegyszerűbb eljárást — lehet javasolni. Az orto-



tróp hengeres héjból képzeletben kivágott rugalmas gyűrű differenciálegyenlete

$$w'' + w = \frac{R^2}{B_{22}} M_{22} \quad (64)$$

alakban írható [1], amelynek megoldása és a feszültségi állapot meghatározása az izotróp héjaknál szokásos módszerrel történhetik.

Nagy hullámszámok ( $m \gg 1$ ) eseteiben, természetesen a (48) karakterisztikus egyenlet is egyszerűbb alakra hozható. A  $\lambda_m$  együtthatóiban végrehajtott elhanyagolások után a (48) összefüggés az alábbi alakot ölti:

$$\lambda_m^8 - \frac{E_1}{E_2} a_{01} m^2 \lambda_m^6 + \left(\frac{E_1}{E_2}\right)^2 a_{02} m^4 \lambda_m^4 - \left(\frac{E_1}{E_2}\right)^2 a_{01} m^6 \lambda_m^2 + \left(\frac{E_1}{E_2}\right)^2 m^8 + 4\beta_2^4 m^4 = 0. \quad (65)$$

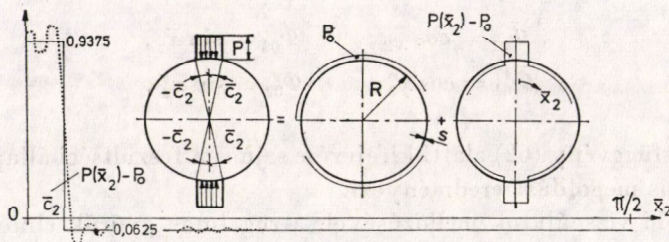
Az alkotó mentén periodikusan változó éltelhelés zéruspontjainál a Fourier-sor kielégít bizonyos kerületi feltételeket és így a héj végei körtárcsákkal lezárhatók. Az első hullámszám értékét e tárcsák távolsága határozza meg. Említést érdemel, hogy a  $C_{nj}$  és  $C_{mj}$  integrálási állandók, az adott éltelhehez tartozó perem- vagy illesztési feltételek kielégítése útján számíthatók. Erről részletes tájékoztatást nyújt az izotróp héjak vizsgálatával foglalkozó nagyszámú szakirodalom (pl. [5]).

#### 4. Számpélda a feszültségi állapot meghatározására

A közölt számítási módszer kezelhetőségének és alkalmazhatóságának bizonyítására a szerző számításokat végzett.

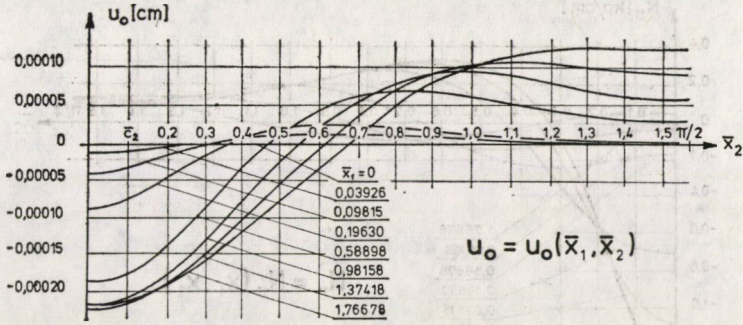
Működjék az  $R = 30, 25$  cm sugarú és  $s = 0,5$  cm falvastagságú végtelen hosszúnak tekinthető hengerhéj, középső főkörén a  $-\bar{c}_2 < \bar{x}_2 < \bar{c}_2$  közben  $R\pi$  szerint periodikus, a héjfelületre merőleges és állandó nagyságú  $P$  éltelhe (3. ábra). Így az éltelhet leíró terhelésfüggvény a

$$P(\bar{x}_2) = P_0 + \sum_{n^*=1}^{\infty} \bar{P}_{n^*s} \cos n\bar{x}_1$$

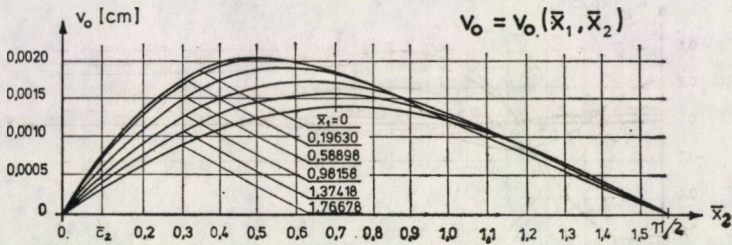


3. ábra

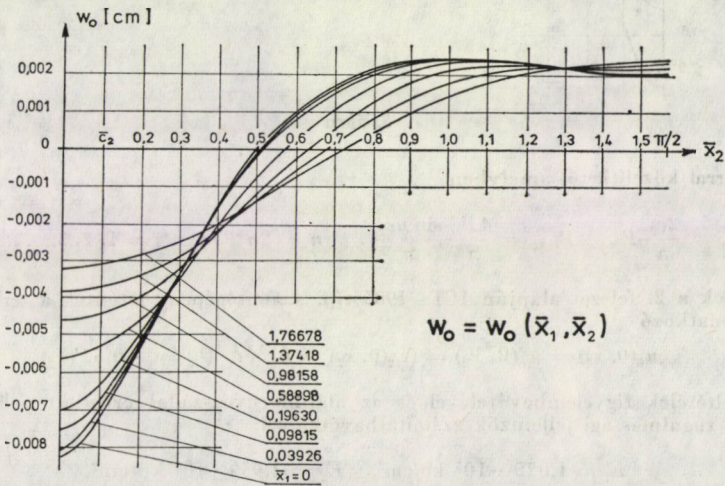




4. ábra

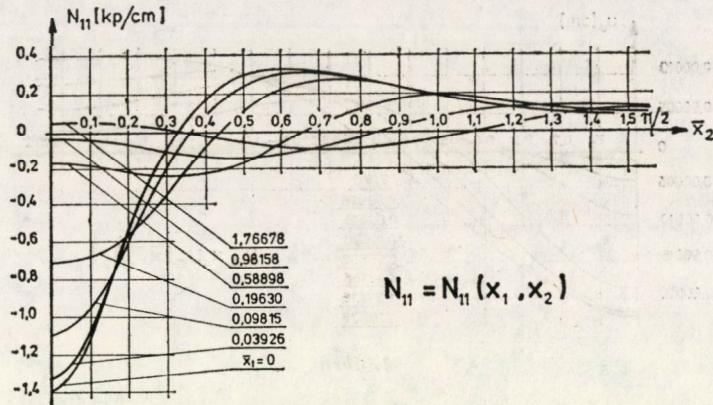


5. ábra

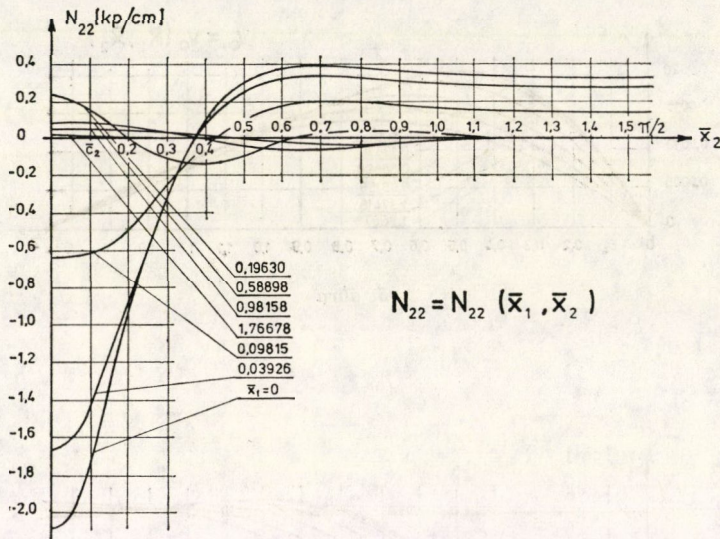


6. ábra





7. ábra



8. ábra

végtelen sorral közelíthető, amelyben

$$P_0 = \frac{2\bar{c}_2}{\pi} P, \quad \bar{P}_{nsz} = \frac{4P}{\pi} \frac{\sin n\bar{c}_2}{n}, \quad n = 2n^* \text{ és } n^* = 1, 2, 3, \dots, \infty.$$

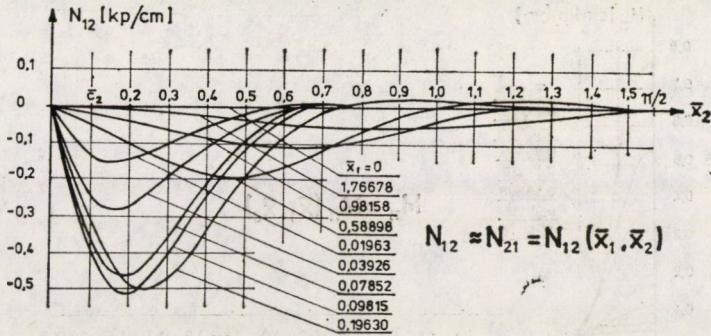
A számítások a 2. fejezet alapján ICT-1905 típ. számítógépen történtek a terhelt főkörrel ( $\bar{x}_1 = 0$ ) vonatkozó

$$u_0(0, \bar{x}_2) = w'_0(0, \bar{x}_2) = N_{12}(0, \bar{x}_2) = 0 \quad \text{és} \quad Q_{13} = -0,5P(\bar{x}_2)$$

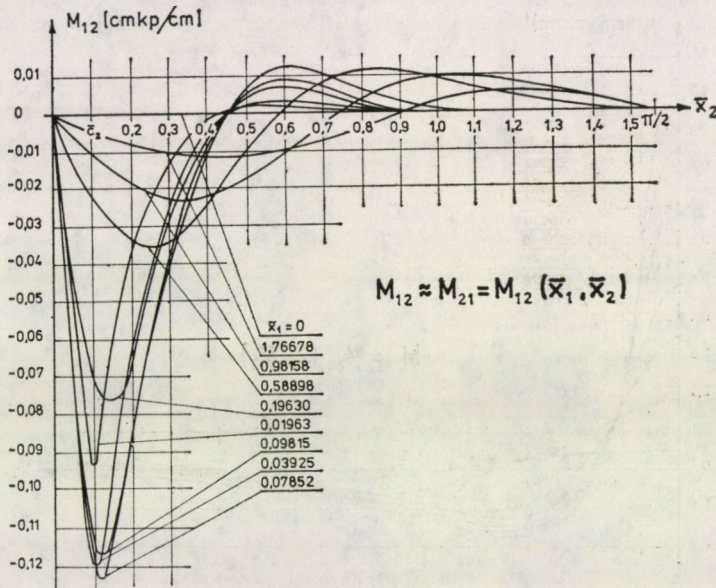
illesztési feltételek figyelembevételével és az alábbi (üvegszállal erősített poliészter héjra vonatkozó) rugalmassági jellemzők számításvételével:

$$E_1 = 1,025 \cdot 10^5 \text{ kp/cm}^2, \quad E_2 = 1,959 \cdot 10^5 \text{ kp/cm}^2, \\ G = 1,254 \cdot 10^5 \text{ kp/cm}^2, \quad \nu_{12} = 0,770 \text{ és } \nu_{21} = 0,403.$$





9. ábra

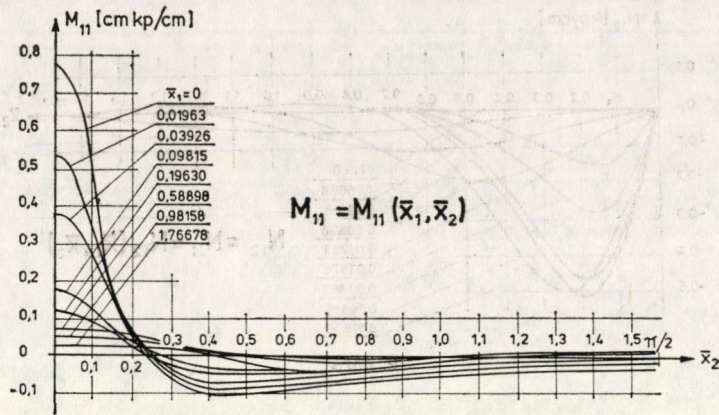


10. ábra

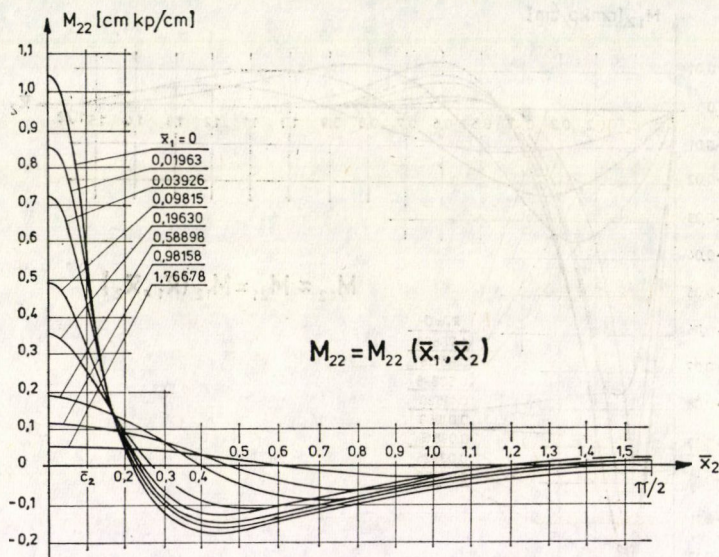
Mivel  $P_0$  tengelyszimmetrikus életterhet jelent (hatása egyszerű eszközökkel számítható) a számítógép csak a  $P(\bar{x}_2) - P_0$  erőrendszer hatását vizsgálta  $P = 1$  kp/cm és  $\bar{c}_2 = \pi/32$  értékek esetében. A terhelésfüggvény leírása a Fourier-sor első ötven tagjának ( $n^* = 1$ -től 50-ig) figyelembevételével történt és az a 3. ábrán látható (pontozott vonal) közelítést eredményezi. (Az elhanyagolt tagoknak még a leglassabban konvergáló metszetenyomatékok legnagyobb értékére észrevehető hatása.)

Az [1] alatt található együtthatók figyelembevételével számított értékek a 4–12. ábrákon láthatók. Az ábrák közül a 4., 5. és 6. ábrák az eltolódások, a 7., 8. és 9. ábrák a metszeterők, a 10., 11. és 12. ábrák pedig a metszetenyomatékok felület menti változását szemléltetik.





11. ábra



12. ábra

### 5. A vizsgálatok alapján levonható következtetések

A számszerű vizsgálatok menetét és a kapott eredményeket áttekintve a következő általános érvényű megállapítások tehetők.

A feszültségi állapot meghatározására javasolt számítási módszer könnyen áttekinthetőnek és egyszerűen kezelhetőnek (programozható) bizonyult. Nehézséget csak a karakterisztikus egyenlet gyökeinek a keresése jelentett. Az izotróp héjakra vonatkozó számítások ugyanis rendszerint a DONNELL [3]-féle elhanyagolások után adódó karakterisztikus egyenlet

megoldására korlátozódnak. Ez az egyenlet izotrópia esetében másodfokúra redukálható, így megoldása egyszerű. Az izotróp héjak „pontos” karakterisztikus egyenletének megoldásához FLÜGGE [5] és BROWN [6]-féle közelítő eljárás használatát javasolja. Ez a közelítő módszer anizotrópia esetén sajnos nem adta a kívánt eredményeket, miért is kénytelenek voltunk egy új közelítő módszert kidolgozni, amely az együtthatók analízisén alapult és már a kívánt értékeket szolgáltatta.

Ami a számított eltolódások és belső erők felületmenti változását illeti, lényegében az izotróp héjaknál megszokott kép adódott. Észrevehető eltérés csak az ív és az alkotó irányában ébredő derékfeszültségek arányában mutatkozik, ami egyszerűen az ívirányra vonatkozó nagyobb merevséggel magyarázható.

A javasolt módszer izotróp héjak és más terhelések eseteiben is előnyösen alkalmazható, mivel a kidolgozott gépi program lényeges változtatás nélkül használható.

#### IRODALOM

1. VARGA, L.: Displacement Functions of Orthogonally Anisotropic Cylindrical Shells. *Acta Techn. Hung.* 76 (1974), 371–389
2. VARGA, L.: Discussion of the Bending Theory of Cylindrical Shells of Orthogonally Anisotropic Structural Material, by Introducing the Displacement Function. *Acta Techn. Hung.* 73 (1972), 175–194
3. DONELL, H.: Stability of Thin-walled Tubes under Torsion *NACA, Tech. Rep.* 1933
4. GOLDENVEIZER, L.: Theory of Elastic Thin Shells. Pergamon Press, Oxford 1961
5. FLÜGGE, W.: Stresses in Shells. Springer Verlag, Berlin 1960
6. BROWN, S.: Solution of Biquadratic Equations. *Aircraft Engg.* 16 (1944)

**Determination of the Stress Pattern Induced in an Orthotropic Cylindrical Shell by Line Loads.** Determination of the stress pattern in orthotropic (for ex. reinforced plastic) cylindrical shells caused by local distributed loads is treated. Development of the method of calculation has been carried out by making use of the displacement functions interpreted and explained in the earlier works of the author. The essential in the method of calculation is the establishment of the displacement functions by knowing the external loads, then the production in the form of Fourier's series of the displacements and internal forces. With the aid of the relationships deduced the stress pattern induced by any local distributed load may be calculated in a comparatively simple way. Finally the effect of a local distributed load normal to the shell surface is investigated through a numerical example.

**Ermittlung des Spannungszustandes in orthotropen Zylinderschalen unter Kantenbelastung.** Behandelt wird die Ermittlungsmethode des Spannungszustandes von orthotropen (z. B. aus verstärktem Kunststoff hergestellten) Zylinderschalen im Fall von örtlichen, verteilten Belastungen. Die Rechnungsmethode wurde durch Benutzung der in den vorigen Werken des Verfassers gedeuteten und ermittelten Verschiebungsfunktionen ausgearbeitet. Das wesentliche der entwickelten Rechnungsmethode ist die Aufstellung der Verschiebungsfunktionen bei Kenntnis der äußeren Belastungen, sodann die Herstellung in der Form von Fourierschen Reihen der Verschiebungen und inneren Kräfte. Aufgrund der abgeleiteten Beziehungen kann der durch irgendeine örtliche, verteilte Belastung hervorgerufene Spannungszustand verhältnismäßig einfach berechnet werden. Schließlich wird die Auswirkung einer auf die Schalenfläche senkrecht wirkenden örtlichen, verteilten Belastung durch ein numerisches Beispiel untersucht.





# VÁLTOZÓ KERESZTMETSZETŰ, EGYENES RUDAKBÓL ÁLLÓ TÉRBELI RÚDSZERKEZET REZGÉSI SAJÁTFREKVENCIÁINAK JAVÍTHATÓ KÖZREFOGÁSA

## II. RÉSZ

BOSZNYAY ÁDÁM\*

a műsz. tud. doktora

[Beérkezett 1975. május 19-én]

Az ugyanezen folyóiratban megjelent első részhez kapcsolódva ez a dolgozat a Weinstein—Bazley—Fox-féle közbenső operátoros módszernek a címbeli feladatra való alkalmazását mutatja be különös tekintettel a „special choice” eljárással kapcsolatos, BAZLEY és FOX által is megemlített nehézségnek a vizsgált esetben lehetséges megoldására. A tanulmány a javított sajátfrekvencia-korlátok számításához szükséges algebrai sajátértékfeladatok felállításához részletes, explicit számítási módszert ad. Mind az alsó, mind a felső sajátfrekvencia-korlátok számítására a közbenső operátoros módszert javasolja. Ily módon a két feladatra lényegében ugyanaz a számítógépi programrendszer alkalmazható, csak más bemenő adatokkal.

### 1. Bevezetés

A dolgozatnak ebben a folyóiratban megjelent első része előkészítette a címben kitűzött feladatnak a közbenső operátoros módszerrel való megoldását. Ez a második rész a megoldás részleteit mutatja be, és ugyanazokat a jelöléseket alkalmazza, mint az első. Az első rész egyenleteire, pontjaira úgy hivatkozik, hogy a megfelelő szám elé I-et ír.

### 2. A $C_l$ operátor csökkentése

$C_l$ ,  $M_l$ ,  $C_u$  és  $M_u$  — ahogy ezt I(23)  $C_l$ -en, mint példán mutatja — az I(25) közrefogó tulajdonság elérése érdekében csökkentendők. A csökkentés véges dimenziós projektor operátorok segítségével történhetik; a megfelelő projektor-operátor felépítését  $C_l$ -el kapcsolatban tárgyaljuk.

Legyenek  $p_{1l}, p_{2l}, \dots, p_{k_l}$  az I.3-ban bevezetett Hilbert-tér lineárisan független elemei. Az ezekkel felépített, a

$$P_{k_l} u \doteq \sum_{j=1}^{k_l} a_j p_{jl} \quad (1)$$

egyenlettel definiált  $P_{k_l}$  operátor a  $p_{1l}, p_{2l}, \dots, p_{k_l}$  által felfeszített altérre vetítő projektor operátor, ha az  $a_j$ -ket úgy választjuk meg, hogy  $u = P_{k_l} u$

\* Prof. Dr. Bosznay Ádám, 1111 Budapest, Goldmann György tér 3.

a  $p_{il}$ -ekre ( $i = 1, 2, \dots, k_1$ ) ortogonális legyen, azaz

$$((u - \mathbf{P}_{k_1 l} u), p_{il}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k_1 \quad (2)$$

legyen. (2)-be (1)-et betéve inhomogén lineáris, kvadratikus együttható-mátrixú algebrai egyenletrendszer kapunk az  $a_j$ -kre. Az együtthatók a  $(p_{jl}, p_{il})$ ,  $j, i = 1, 2, \dots, k_1$  skalárszorzatok, és mivel az elemek lineárisan függetlenek, a belőlük felépített ún. Gram-féle mátrix nem lehet szinguláris, tehát invertálható. Ilyen módon

$$a_j = \sum_{i=1}^{k_1} b_{ji}(u, p_{il})$$

adódik, ahol a mondottak szerint

$$[b_{ji}] = [(p_{rl}, p_{sl})]_{jl}^{-1}; \quad r, s = 1, 2, \dots, k_1,$$

azaz a szóban forgó Gram-féle mátrix inverze. A szögletes zárójel a legutóbbi formulában a benne levő indexes mennyiségekből képzett kvadratikus mátrixot jelöl;  $j$  és  $r$  a sor-,  $i$  és  $s$  az oszlopindex.

A  $\mathbf{P}_{k_1 l}$  projektor operátor tehát:

$$\mathbf{P}_{k_1 l} u = \sum_{j,i=1}^{k_1} b_{ji}(u, p_{il}) p_{jl}. \quad (3)$$

Mint projektor operátor  $\mathbf{P}_{k_1 l}$  szimmetrikus, pozitív, továbbá eleget tesz tetszőleges  $j$ -vel az alábbi egyenlőtlenségsorozatnak az értelmezési tartományába eső bármely  $u$ -val:

$$(\mathbf{P}_{jl} u, u) \leq (\mathbf{P}_{j+1, l} u, u) \leq (u, u). \quad (4)$$

A csökkentés érdekében  $\mathbf{C}_l$ -et két megfelelő tényező szorzatára felbontjuk.

E célból képezzük  $u \in \mathcal{D}_A$ -val  $(\mathbf{C}_l u, u)$ -t I(7a), I(16l) és I(22) felhasználásával:

$$\begin{aligned} (\mathbf{C}_l u, u) &= ((A - A_l)u, u) = \\ &= \sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^{l_i} [(G_i I_i - (GI)_{ii}) \varphi_i'^2 + (E_i A_i - (EA)_{ii}) \xi_i'^2 + \right. \\ &+ (E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{ii}) \eta_i'^2 + (E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{ii}) \zeta_i'^2] dx_i + \\ &+ \left[ -(G_i I_i - (GI)_{ii}) \varphi_i' \varphi_i - (E_i A_i - (EA)_{ii}) \xi_i' \xi_i + \right. \\ &+ [(E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{ii}) \eta_i''] \eta_i - (E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{ii}) \eta_i'' \eta_i' + \\ &+ \left. [(E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{ii}) \zeta_i''] \zeta_i - (E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{ii}) \zeta_i'' \zeta_i']_0^{l_i} \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Az (5)-beli peremtagrendszer fizikai jelentése I(8a) és I(8b) alapján világlik ki; ezek szerint a peremtagrendszer a  $\sin^2 \alpha t/2$  faktor híján

$$U_s^{(0 \rightarrow t)} - U_{st}^{(0 \rightarrow t)}$$

értékű.

Az  $l$  rúdszerkezet csomóponti szerkezeteit az eredetiével azonosnak vettük, így

$$U_{st}^{(0 \rightarrow t)} = U_s^{(0 \rightarrow t)},$$

amiből az (5)-beli peremtagrendszer eltűnése következik.

Az

$$\mathbf{R}_l \doteq \langle \mathbf{R}_{l1}, \mathbf{R}_{l2}, \dots, \mathbf{R}_{ln} \rangle \quad (6)$$

diagonális hipermátrix operátornak — ahol

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{li} \doteq \left\langle \right. & -[G_i I_i - (GI)_{li}]^{1/2} \frac{d}{dx_i}, \\ & -[E_i A_i - (EA)_{li}]^{1/2} \frac{d}{dx_i}, \\ & [E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{li}]^{1/2} \frac{d^2}{dx_i^2}, \\ & \left. [E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{li}]^{1/2} \frac{d^2}{dx_i^2} \right\rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (7)$$

az a tulajdonsága, hogy  $u \in \mathcal{D}_A$ -ra

$$(\mathbf{C}_l u, u) = (\mathbf{R}_l u, \mathbf{R}_l u). \quad (8)$$

(8)-at a skalárszorzat I(5) és I(5a) alatti definiáló formuláit is felhasználva közvetlen számolással igazolhatjuk. A számolás során előforduló  $(\mathbf{R}_{li} u_i)^*$ -nál ügyelni kell arra, hogy az

$$(\mathbf{R}_{li} u_i)^* = u_i^* \tilde{\mathbf{R}}_{li}$$

összefüggés — mivel  $\mathbf{R}_{li}$  differenciáloperátor — úgy értelmezendő, hogy  $\mathbf{R}_{li}$  „hátrafelé” differenciál, amit a fölé tett nyíllal hangsúlyoztunk ki.

Feltéve, hogy  $\mathbf{R}_l$ -nek létezik  $\mathbf{R}_l^{\text{adj}}$ -al jelölt adjungáltja, (8) így is írható:

$$(\mathbf{C}_l u, u) = (\mathbf{R}_l^{\text{adj}} \mathbf{R}_l u, u),$$

amiből kitűnik, hogy ebben az esetben rendelkezésünkre áll  $\mathbf{C}_l$ -nek

$$\mathbf{C}_l = \mathbf{R}_l^{\text{adj}} \mathbf{R}_l \quad (8a)$$

alakú faktorizációja.

(8a) és a (3) projektor operátor felhasználásával meg lehet szerkeszteni az I(23)-nak és az I.5.-ben említett egyéb kívánalmaknak megfelelő  $\mathbf{C}_{k_1 i}$  operátort. A

$$\mathbf{C}_{k_1 l} \doteq \mathbf{R}_l^{\text{adj}} \mathbf{P}_{k_1 l} \mathbf{R}_l \quad (9)$$

egyenlettel definiált  $\mathbf{C}_{k_1 l}$  vizsgálata céljából alkalmazzuk a (4) egyenlőtlenség sorozatot az  $u = \mathbf{R}_l v$  oszlopmatrixra:

$$(\mathbf{P}_{j l} \mathbf{R}_l v, \mathbf{B}_l v) \leq (\mathbf{P}_{j+1, l} \mathbf{R}_l v) \leq (\mathbf{R}_l v, \mathbf{R}_l v). \quad (10)$$

Írjuk elő, hogy a  $\mathbf{P}_{j l}$ -t alkotó  $p_{j l}$ -ek legyenek benne  $\mathbf{R}_l^{\text{adj}}$  értelmezési tartományában, így (10) az alábbi alakba is írható mindjárt (8a)-t is felhasználva:

$$(\mathbf{R}_l^{\text{adj}} \mathbf{P}_{j l} \mathbf{R}_l v, v) \leq (\mathbf{R}_l^{\text{adj}} \mathbf{P}_{j+1, l} \mathbf{R}_l v, v) \leq (\mathbf{C}_l v, v). \quad (10a)$$

(10a)-ból kitűnik, hogy a (9) alatti  $\mathbf{C}_{k_1 l}$  operátor eleget tesz I(23)-nak, s  $k_1$  növelésével ((10a)-ban  $k_1$  szerepét  $j$  tölti be) monoton s gyengén  $\mathbf{C}_l$ -hez konvergál. Bizonyítható az erős konvergencia is, ha a  $p_{i l}$ -ek ( $i = 1, 2, \dots$ ) teljes vektorrendszert alkotnak.

Eddig a  $\mathbf{C}_l$  operátor csökkentését tárgyaltuk. Hasonló módon lehetséges  $\mathbf{M}_l$ ,  $\mathbf{C}_u$  és  $\mathbf{M}_u$  csökkentése.

### 3. $\mathbf{M}_l$ , $\mathbf{C}_u$ és $\mathbf{M}_u$ csökkentése

Az I(22)-ben definiált  $\mathbf{M}_l$ -et az alábbiakban lehet két tényező szorzatára bontani:

$$\mathbf{M}_l = \mathbf{T}_l \mathbf{T}_l, \quad (11)$$

ahol

$$\mathbf{T}_l = \langle \mathbf{T}_{l1}, \mathbf{T}_{l2}, \dots, \mathbf{T}_{ln} \rangle,$$

és

$$\mathbf{T}_{li} = \langle (\theta_{li} - \theta_i)^{1/2}, [(\varrho A)_{li} - \varrho_i A_i]^{1/2}, [(\varrho A)_{li} - \varrho_i A_i]^{1/2}, [(\varrho A)_{li} - \varrho_i A_i]^{1/2} \rangle.$$

$\mathbf{T}_l$  szimmetrikus operátor.

A (11) szerinti  $\mathbf{M}_l$ -et az

$$\mathbf{S}_{k_2 l} \doteq \sum_{j, l=1}^{k_2} d_{j l}(\dots, s_{il}) s_{j l} \quad (12)$$

projektor operátor segítségével csökkenthetjük. (12)-ben az  $s_{1l}, s_{2l}, \dots, s_{k_2 l}$ -ek az I.3.-ban bevezetett Hilbert-tér lineárisan független elemei, s  $b_{j l}$  mintájára:

$$[d_{j l}] = [(s_{r l}, s_{s l})]_{i j}^{-1}; \quad r, s = 1, 2, \dots, k_2.$$

Az  $s_{jl}$ -ekkel kapcsolatban más követelményt nem kell támasztani, mert a (10a) egyenlőtlenségsorozat jelen esetre érvényes analógjának felírhatóságát biztosítja az a körülmény, hogy a (11)-beli  $T_l$  az egész téren értelmezve van.

A csökkentett  $M_l$  operátor (9) mintájára:

$$M_{k_3l} = T_l S_{k_3l} T_l.$$

$M_{k_3l}$   $k_2$  növelésével növekedően, s gyenge értelemben monoton konvergál  $M_l$ -hez. A konvergencia erős, ha az  $s_{il}$ -ek ( $i = 1, 2, \dots$ ) teljes vektorrendszert alkotnak.

A  $C_{k_3u}$  operátort  $C_{k_1l}$ -hez hasonlóan

$$C_{k_3u} = R_u^{\text{adj}} P_{k_3u} R_u \quad (14)$$

alakban kell előállítani; itt

$$R_u = \langle R_{u1}, R_{u2}, \dots, R_{un} \rangle,$$

és

$$R_{ui} = \left\langle \begin{aligned} & -[(GI)_{ui} - G_i I_i]^{1/2} \frac{d}{dx_i}, \\ & -[(EA)_{ui} - E_i A_i]^{1/2} \frac{d}{dx_i}, \\ & [(EI_\zeta)_{ui} - E_i I_{\zeta i}]^{1/2} \frac{d^2}{dx_i^2}, \\ & [(EI_\eta)_{ui} - E_i I_{\eta i}]^{1/2} \frac{d^2}{dx_i^2} \end{aligned} \right\rangle,$$

továbbá

$$P_{k_3u} = \sum_{j,i=1}^{k_2} b_{jiu} (\dots, P_{iu}) P_{ju},$$

valamint

$$[b_{jiu}] = [(p_{ru}, p_{su})]_{ji}^{-1}; \quad r, s = 1, 2, \dots, k_3.$$

A  $p_{ju}$ ,  $j = 1, 2, \dots, k_3$  vektorok az alapul vett Hilbert-tér lineárisan független elemei. Abból a célból, hogy a (10a) egyenlőtlenségsorozat jelen esetre vonatkozó analógját felírhassuk, meg kell még követelni, hogy a  $p_{ju}$ -k legyenek benne  $R_u^{\text{adj}}$  értelmezési tartományában.  $k_3$  növelésével  $C_{k_3u}$  gyengén, monoton konvergál  $C_u$ -hoz. Ha a  $p_{ju}$ -k ( $j = 1, 2, \dots$ ) rendszere teljes, a konvergencia erős.

Az  $M_{k_3u}$  operátor  $M_{k_1l}$ -hez hasonlóan nyerhető:

$$M_{k_3u} = T_u S_{k_3u} T_u, \quad (15)$$



ahol

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_u &= \langle \mathbf{T}_{u1}, \mathbf{T}_{u2}, \dots, \mathbf{T}_{un} \rangle, \\ \mathbf{T}_{ui} &= \langle (\theta_i - \theta_{ui})^{1/2}, [\varrho_i A_i - (\varrho A)_{ui}]^{1/2}, \\ &\quad [\varrho_i A_i - (\varrho A)_{ui}]^{1/2}, [\varrho_i A_i - (\varrho A)_{ui}]^{1/2} \rangle, \\ \mathbf{S}_{k_4 u} &= \sum_{j,i=1}^{k_4} d_{jiu}(\dots, s_{iu}) s_{ju}, \end{aligned}$$

itt az  $s_{1u}, s_{2u}, \dots, s_{k_4 u}$  elemek az alapul vett Hilbert-tér lineárisan független elemei, és

$$[d_{jiu}] = [(s_{ru}, s_{su})]_{ji}^{-1}; \quad r, s = 1, 2, \dots, k_4.$$

$\mathbf{T}_u$  szimmetrikus operátor.

Az  $s_{ji}$ -ekhez hasonlóan az  $s_{ju}$ -kal kapcsolatban sem kell további előírást tenni, mert  $\mathbf{T}_u$  az egész téren értelmezve van.

$k_4$  növelésével  $\mathbf{M}_{k_4 u}$  gyengén, monoton konvergált  $\mathbf{M}_u$ -hoz. Ha az  $s_{ju}$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) vektorok rendszere teljes, a konvergencia erős.

#### 4. A projektor operátorok különleges megválasztása

Az előző pontban szerkesztett csökkentett operátorokkal felírt I(24l) és I(24u) szerinti sajátértékfeladatok sajátértékei eleget tesznek az I(25) egyenlőtlenségnek, továbbá  $k_1, k_2$  növelésével az alsó,  $k_3, k_4$  növelésével a felső sajátértékkorlátok javíthatók.

E kedvező sajáttságok kihasználhatósága érdekében előírt pontossággal ki kell tudni számítani I(24l) és I(24u) kívánt számú sajátértékét.

Az e cél elérését szolgáló eddig ismert két fő eljárás — az ún. operátorcsonkolással dolgozó és a Bazley—Fox-féle „special choice” módszer [1] közül az utóbbi elvei alapján haladunk tovább; a következőkben csupán az I(24l) feladat kapcsán fejtjük ki a részleteket; I(24u)-ra az eredmények értelemszerűen alkalmazhatók.

Az [1] szerinti „special choice” abban áll, hogy a  $p_{jl}$ - és  $s_{jl}$ -eket úgy kell megválasztani — ha lehetséges —, hogy azok a már ismertetteken kívül az alábbi feltételeket is kielégítsék:

$$\mathbf{R}_l^{\text{adj}} p_{jl} = \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lk}, \quad j = 1, 2, \dots, k_1, \quad (16)$$

$$\mathbf{T}_l s_{jl} = \sum_{k=1}^m \varepsilon_{jkl} \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lk}, \quad j = 1, 2, \dots, k_2, \quad (17)$$

ahol  $\mathbf{B}_l$  az alsó alaprúdszerkezet tömegoperátora,  $\mathbf{u}_{lv}$  pedig az alsó alaprúdszerkezet számszerűen ismertnek vett  $v$ -edik sajátvektora,  $m$  előre alkalmasan

megválasztott szám, a  $\beta_{jkl}$ - és  $\varepsilon_{jkl}$ -ek egyelőre ismeretlen állandók. (Az  $m$  szám megválasztását befolyásoló néhány szempontot e dolgozat harmadik része ismerteti.)

A „special choice” módszer nehézsége éppen ezeknek a  $\beta_{jkl}$  és  $\varepsilon_{jkl}$  állandóknak a kiszámíthatóságával kapcsolatos. A számításnak egyrészt elvben végrehajthatónak kell lennie, másrészt világos, hogy ez az adott célra akkor használható a legjobban, ha a számítás elvben zárt alakban lehetséges. Azt is célszerű tudatosítanunk, hogy a szóban forgó állandók kiszámíthatósága megkívánja, hogy (16) és (17) a  $p_{jl}$ -, illetve az  $s_{jl}$ -ekre megoldható legyen.

(16) és (17) tekintetbe vehetősége céljából kirészletezzük a 3.-ban mondtak alapján, majd kissé átalakítjuk az I(24l) sajátértékfeladatot:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{A}_l + \mathbf{C}_{k1l}) \mathbf{u} - \alpha^2 (\mathbf{B}_l - \mathbf{M}_{k1l}) \mathbf{u} &= \\
 &= (\mathbf{A}_l + \mathbf{R}_l^{\text{adj}} \mathbf{P}_{k1l} \mathbf{R}_l) \mathbf{u} - \alpha^2 (\mathbf{B}_l - \mathbf{T}_l \mathbf{S}_{k1l} \mathbf{T}_l) \mathbf{u} = \\
 &= \mathbf{A}_l \mathbf{u} + \sum_{j,i=1}^{k_1} b_{jil} (\mathbf{R}_l \mathbf{u}, p_{il}) \mathbf{R}_l^{\text{adj}} p_{jl} - \\
 &\quad - \alpha^2 \left[ \mathbf{B}_l \mathbf{u} - \sum_{j,i=1}^{k_2} d_{jil} (\mathbf{T}_l \mathbf{u}, s_{il}) \mathbf{T}_l \mathbf{S}_{jl} \right] = \\
 &= \mathbf{A}_l \mathbf{u} + \sum_{j,i=1}^{k_1} b_{jil} (\mathbf{u}, \mathbf{R}_l^{\text{adj}} p_{il}) \mathbf{R}_l^{\text{adj}} p_{jl} - \\
 &\quad - \alpha^2 \left[ \mathbf{B}_l \mathbf{u} - \sum_{j,i=1}^{k_2} d_{jil} (\mathbf{u}, \mathbf{T}_l s_{il}) \mathbf{T}_l \mathbf{S}_{jl} \right].
 \end{aligned} \tag{18}$$

Az utolsó egyenlőségjel után  $\mathbf{R}_l^{\text{adj}}$  tulajdonságát, s  $\mathbf{T}_l$  szimmetriáját vettük figyelembe.

(16)- és (17)-et (18)-ba téve

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_l \mathbf{u} + \sum_{j,i=1}^{k_1} b_{jil} \left( \mathbf{u}, \sum_{k=1}^m \beta_{ikl} \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lk} \right) \sum_{p=1}^m \beta_{jpl} \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lp} - \\
 - \alpha^2 \left[ \mathbf{B}_l \mathbf{u} - \sum_{j,i=1}^{k_2} d_{jil} \left( \mathbf{u}, \sum_{k=1}^m \varepsilon_{ikl} \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lk} \right) \sum_{p=1}^m \varepsilon_{jpl} \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lp} \right] = \\
 = \mathbf{A}_l \mathbf{u} + \sum_{j,i=1}^{k_1} \sum_{k,p=1}^m (\mathbf{u}, \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lk}) \beta_{jpl} b_{jil} \beta_{ikl} \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lp} - \\
 - \alpha^2 \left[ \mathbf{B}_l \mathbf{u} - \sum_{j,i=1}^{k_2} \sum_{k,p=1}^m (\mathbf{u}, \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lk}) \varepsilon_{jpl} d_{jil} \varepsilon_{ikl} \mathbf{B}_l \mathbf{u}_{lp} \right] = 0, \\
 \mathbf{K}_l \mathbf{u} = 0.
 \end{aligned} \tag{19}$$

### 5. A (19) sajátértékfeladat vizsgálata

A (19) sajátértékfeladatot az I(241)-ből származtattuk azzal, hogy a benne szereplő projektor operátorokat (3), (9), illetve (12), (13) szerint alkottuk meg, majd az alterüket alkotó elemeket különlegesen vettük fel. A (19) feladat önadjungáltságát elegendő lesz tehát a (3)-, (9)-, illetve (12)-, (13)-mal felírt I(241)-en igazolni.

Tekintsük e célból az  $u, v \in \vartheta_A = \vartheta_{A_l}$  elemeket, és képezzük az alábbi alakot:

$$\begin{aligned} (u, [A_l + R_l^{\text{adj}} P_{k_l} R_l] v) &= \left( u, \left[ A_l v + \sum_{j,i=1}^{k_l} b_{jil}(R_l v, p_{il}) R_l^{\text{adj}} p_{jl} \right] \right) = \\ &= (u, A_l v) + \sum_{j,i=1}^{k_l} b_{jil}(v, R_l^{\text{adj}} p_{il}) (u, R_l^{\text{adj}} p_{jl}). \end{aligned}$$

A jobb oldali első tagról az I.3.-beli bizonyítástechnikával megmutatható, hogy értékét  $u$  és  $v$  felcserélése nem befolyásolja; a második taggal kapcsolatban a  $b_{jil}$  2.-beli definíciójából következő  $b_{jil} = b_{ijl}$  egyenlőség alapján látható be, hogy hasonlóképpen nem változtatja meg értékét  $u$  és  $v$  felcserélése.

Az

$$(u, [B_l - T_l S_{k_l} T_l] v) = (u, B_l v) - \sum_{i,j=1}^{k_l} d_{jil}(v, T_l s_{il}) (u, T_l s_{jl})$$

skaláris szorzat értékét sem befolyásolja  $u$  és  $v$  felcserélése. A jobb oldal első tagjánál ez  $B_l$  ismeretében azonnal látszik, a második taggal kapcsolatban — az előzőhöz hasonló módon a  $d_{jil} = d_{ijl}$  egyenlőségből következik.

A fentiekkel igazolást nyert, hogy a (19) sajátértékfeladat önadjungált.

(19) sajátértékei a (16) és (17) felvétel következtében különlegesen alakulnak, és a közbenső operátoros megoldási módszer egyik sajátosságaként két sajátértékhalmoz egyesítéseként adódnak.

Az egyik sajátértékhalmoz az ismertnek vett  $\alpha_{l\nu}^2$ -ek halmazának az a része, amelyre  $\nu = m + 1, m + 2, \dots$ . Ez úgy látható be, hogy (19)-be betesszük  $u$  helyébe  $u_{l\nu}$ -t. A kettős szummák utáni skalárszorzatok  $u_{l,m+1}, u_{l,m+2}, \dots$  betevésekor eltűnnek, mert az alsó alaprúdszerkezet különböző indexű sajátvektorai  $B_l$  közvetítésével általánosított értelemben ortogonálisak egymásra. Ily módon (19)-ből az alábbi nyerjük:

$$A_l u_{l\nu} - \alpha_{l\nu}^2 B_l u_{l\nu} = 0, \quad \nu = m + 1, m + 2, \dots$$

Az alsó alaprúdszerkezet sajátértékeinek meghatározásából következik, hogy a fenti egyenlet

$$\alpha^2 = \alpha_{l\nu}^2 \quad (\nu = m + 1, m + 2, \dots)$$

behelyettesítéssel kielégül. A (19)-hez tartozó peremfeltételi egyenlet is kielégül  $u = u_{l\nu}$  behelyettesítéssel (tetszőleges  $\nu$ -re)  $u_{l\nu}$  definíciójából következően.

Megállapítható tehát, hogy  $\alpha_{l,m+1}^2, \alpha_{l,m+2}^2, \dots$  sajátértéke a (19) sajátértékfeladatnak.

A következőkből ki fog tűnni, hogy a (19) sajátértékfeladatnak további sajátértékei is kell, hogy legyenek.

A (19) feladat ugyanis amellet, hogy önadjungált, teljesdefinit is, ami az I(24u) egyenlet után felírt első két egyenlőtlenségből tűnik ki. Ennek következtében az  $\alpha_{k_1 k_2 v}^2$ -vel jelölendő sajátértékek a végtelenben torlódnak:

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \alpha_{k_1 k_2 v}^2 = \infty,$$

aminek viszont az a következménye, hogy (19) sajátfüggvényei teljes függvényrendszert alkotnak [2].

Mivel (19)-nek az  $u_{k_1 k_2 v}$ -vel jelölhető sajátfüggvényei teljes függvényrendszert alkotnak, nem létezhet az alapul vett függvénytérben olyan nem azonos zérus  $v_q$  elem, amely a rendszer valamennyi függvényével kielégítené a

$$\left( v_q \left[ \mathbf{B}_l u_{k_1 k_2 v} - \sum_{j,i=1}^{k_2} \sum_{k,p=1}^m (u_{k_1 k_2 v}, \mathbf{B}_l u_{ik}) \varepsilon_{jpl} d_{jil} \varepsilon_{ikl} \mathbf{B}_l u_{lp} \right] \right) = 0, \quad v = 1, 2, \dots \quad (20)$$

formulával kifejezett, általánosított ortogonalitási feltételt. [Az ortogonalitási feltételben szereplő operátor a (19)-beli tömegoperátor.]

Ha tehát (19)-nek csak az eddig megismert  $\alpha_{l,m+1}^2, \alpha_{l,m+2}^2, \dots$  volnának a sajátértékei, akkor (20)-at nem lehetne zérustól különböző  $v_q$ -val kielégíteni az alább felsorolt valamennyi  $u_{k_1 k_2 v}$ -vel:

$$u_{k_1 k_2 v_1} = u_{l,m+1}, \quad u_{k_1 k_2 v_2} = u_{l,m+2}, \quad \dots$$

Ennek a kérdésnek a vizsgálatát egyszerűsíti az a körülmény, hogy (20)-ba  $u_{lv}$ -t ( $v = m+1, m+2, \dots$ ) betéve  $u_{k_1 k_2 v}$  helyébe, a kettős szumma eltűnik, elegendő tehát (20) helyett a sokkal egyszerűbb

$$(v_q, \mathbf{B}_l u_{lv}) = 0, \quad v = m+1, m+2, \dots \quad (20a)$$

ortogonalitási feltételt vizsgálni.

(20a)-ból kitűnik az  $u_{lv}$  ( $v = 1, 2, \dots$ ) vektorrendszer tulajdonságai ismeretében, hogy azt ki lehet elégíteni

$$v_q = \sum_{\mu=1}^m \gamma_{\mu q} u_{l\mu} \quad (21)$$

alakú vektorral, ahol  $\gamma_{\mu q}$ -k tetszőleges állandók. Ez a tény csak abban az esetben jelenti azt, hogy (19)-nek vannak még más sajátértékei és sajátfüggvényei az eddig megismerteken kívül, ha a  $\gamma_{\mu q}$ -k nem mind zérusok.

A  $\gamma_{\mu q}$ -kra abból kaphatunk felvilágosítást, hogy  $v_q$ -nak (19)-et is ki kell elégítenie.

[Az a körülmény közvetlenül kiolvasható (19) első egyenletéből és (20a)-ból, hogy (20a)-t ki lehet ugyan elégíteni olyan  $v_q$ -val, amelyben csak egyetlen  $\mu$ -re — mondjuk  $\mu_1$ -re — volna  $\gamma_{\mu q} \neq 0$ . (19) első egyenletét azonban általában nem lehet kielégíteni ilyen  $v_q = \gamma_{\mu, q} u_{l_{\mu_1}}$ -et téve  $u$ , és  $\alpha_{l_v}^2$ -et téve  $\alpha^2$  helyébe. Ez azt mutatja, hogy (19) még meg nem talált további sajátértékei közé általában nem kerülhet bele  $\alpha_{l_v}^2$ ,  $v = 1, 2, \dots, m$  indexszel.]

A (19) alatti mellékfeltételi egyenletet  $v_q$  feltétlenül kielégíti, mert a mellékfeltételi egyenlet homogén, s (21) minden tagja — az  $u_{l_v}$ -k definíciója következtében — kielégíti azt.

$\gamma_{\mu q}$ -k —, illetve főként a még hiányzó sajátértékek — keresése érdekében betesszük a (25) szerinti  $v_q$ -t (19) első egyenletébe  $u$  helyébe. Azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}_l \sum_{\mu=1}^m \gamma_{\mu q} u_{l_{\mu}} + \sum_{j,i=1}^{k_1} \sum_{k,p,\mu=1}^m \gamma_{\mu q}(u_{l_{\mu}}, \mathbf{B}_l u_{lk}) \beta_{jpl} \mathbf{b}_{jil} \beta_{ikl} \mathbf{B}_l u_{lp} - \\ & - \alpha^2 \left[ \mathbf{B}_l \sum_{\mu=1}^m \gamma_{\mu q} u_{l_{\mu}} - \sum_{j,i=1}^{k_1} \sum_{k,p,\mu=1}^m \gamma_{\mu q}(u_{l_{\mu}}, \mathbf{B}_l u_{lk}) \varepsilon_{jpl} \mathbf{d}_{jil} \varepsilon_{ikl} \mathbf{B}_l u_{lp} \right] = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

(22)-ben —  $u_{l_v}$ -k ismert tulajdonsága következtében — a gömbölyű zárójellel kijelölt skaláris szorzatok  $\mu \neq k$  esetre eltűnnek, tehát

$$\sum_{\mu=1}^m (u_{l_{\mu}}, \mathbf{B}_l u_{lk}) = \sum_{\mu=1}^m \delta_{\mu k}(u_{l_{\mu}}, \mathbf{B}_l u_{lk}),$$

ahol  $\delta_{\mu k}$  a Kronecker-szimbólum.

Tekintetbe véve még, hogy

$$\mathbf{A}_l u_{l_{\mu}} = \alpha_{l_{\mu}}^2 \mathbf{B}_l u_{l_{\mu}},$$

továbbá, hogy

$$\mathbf{B}_l u_{l_{\mu}} = \sum_{p=1}^m \delta_{\mu p} \mathbf{B}_l u_{lp}, \quad \mu = 1, 2, \dots, m;$$

22) így lakul  $\mathbf{B}_l u_{lp}$  kiemelése után:

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu,p=1}^m \gamma_{\mu q} \left\{ \alpha_{l_{\mu}}^2 \delta_{\mu p} + \sum_{i,j=1}^{k_1} \sum_{k=1}^m \delta_{\mu k}(u_{l_{\mu}}, \mathbf{B}_l u_{lk}) \beta_{jpl} \mathbf{b}_{jil} \beta_{ikl} - \right. \\ & \left. - \alpha^2 \left[ \delta_{\mu p} - \sum_{i,j=1}^{k_2} \sum_{k=1}^m \delta_{\mu k}(u_{l_{\mu}}, \mathbf{B}_l u_{lk}) \varepsilon_{jpl} \mathbf{d}_{jil} \varepsilon_{ikl} \right] \right\} \mathbf{B}_l u_{lp} = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

(23) bal oldala a  $\mathbf{B}_l u_{lp}$ , ( $p = 1, 2, \dots, m$ ) vektorok

$$\sum_{p=1}^m a_p \mathbf{B}_l u_{lp} = \mathbf{B}_l \sum_{p=1}^m a_p u_{lp}$$



alakú lineáris kombinációja. Az  $u_{lp}$  vektorok — az  $l$  feladat első  $m$  sajátvektorai lévén — lineárisan függetlenek,

$$\sum_{p=1}^m a_p u_{lp}$$

tehát csak  $a_p = 0$  ( $p = 1, 2, \dots, m$ ) esetén lehet zérus.  $\mathbf{B}_l$  csak a zérusvektort viheti át zérusba, így (23) bal oldala csak úgy lehet zérus, ha  $a_p = 0$ ,  $p = 1, 2, \dots, m$ .

Az ezt kifejező egyenletrendszer  $m$  egyenletből álló homogén lineáris algebrai egyenletrendszer  $\gamma_{\mu q}$ -kra ( $\mu = 1, 2, \dots, m$ ). Mivel zérustól különböző (21) szerinti  $v_q$ -t keresünk,  $\gamma_{\mu q}$ -k nem lehetnek mind zérusok; a szóban forgó egyenletrendszer együtthatódeterminánsának tehát el kell tűnnie. (23)-ból kiolvasható, hogy együtthatómátrixa elemeinek sorindexe  $p$ , oszlopindexe  $\mu$  lesz: elemei tehát könnyen képezhetők. A kérdéses együtthatómátrix így alakul:

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_{l1}^2, \alpha_{l2}^2, \dots, \alpha_{lm}^2 \rangle + \begin{bmatrix} \beta_{11l} & \dots & \beta_{k_1 l} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{1ml} & \dots & \beta_{k_s ml} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11l} & \dots & b_{1k_1 l} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{k_1 l} & \dots & b_{k_s k_s l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11l} & \dots & \beta_{1ml} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{k_1 l} & \dots & \beta_{k_s ml} \end{bmatrix} \\ & \cdot \langle (u_{l1}, \mathbf{B}_l u_{l1}), (u_{l2}, \mathbf{B}_l u_{l2}), \dots, (u_{lm}, \mathbf{B}_l u_{lm}) \rangle - \\ & - \alpha^2 \left\{ \langle 1, 1, \dots, 1 \rangle - \right. \\ & - \begin{bmatrix} \varepsilon_{11l} & \dots & \varepsilon_{k_1 l} \\ \vdots & & \vdots \\ \varepsilon_{1ml} & \dots & \varepsilon_{k_s ml} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11l} & \dots & d_{1k_1 l} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{k_1 l} & \dots & d_{k_s k_s l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11l} & \dots & \varepsilon_{1ml} \\ \vdots & & \vdots \\ \varepsilon_{k_1 l} & \dots & \varepsilon_{k_s ml} \end{bmatrix} \\ & \left. \cdot \langle (u_{l1}, \mathbf{B}_l u_{l1}), (u_{l2}, \mathbf{B}_l u_{l2}), \dots, (u_{lm}, \mathbf{B}_l u_{lm}) \rangle \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

A (24) mátrix determinánsát — a  $\beta_{ijl}$ ,  $b_{ijl}$ ,  $\varepsilon_{ijl}$ ,  $d_{ijl}$  mennyiségeket rögzítettnek tekintve — a benne szereplő  $\alpha^2$  megfelelő választásával tüntethetjük el.  $\alpha^2$ -re ily módon

$$|\mathbf{A}_m - \alpha^2 \mathbf{B}_m| = 0 \quad (24a)$$

determinánsegyenletre vezető  $m$ -edrendű kvadratikus mátrixokkal felépített algebrai sajátértékfeladatot kapunk.  $\mathbf{A}_m$  és  $\mathbf{B}_m$  jelentése (24)-ből olvasható ki.

(24a)-ból számíthatók ki tehát a (19) sajátértékfeladat még hiányzó sajátértékei. Ezeknek, s az  $\alpha_{l,m+1}^2$ ,  $\alpha_{l,m+2}^2$ , ...-eknek a halmazát egyesítve,

és nagyság szerint rendezve kapjuk az I(25) egyenlőtlenségeket kielégítő  $\alpha_{k_i, k_v}^2$ -ket, azaz a javított alsó sajátérték korlátokat.

(24a)-ból természetesen csak  $\beta_{ijl}$ ,  $b_{ijl}$ ,  $\varepsilon_{ijl}$  és  $d_{ijl}$  ismeretében lehet sajátértékeket számítani; az előbbiek kiszámítása azonban még nem történt meg; ezzel foglalkozik a következő pont.

## 6. A projektor operátorok bázisának számítása

A (16) és (17) képletekből látható, hogy az előző pont végén felvetett feladat egyenértékű a  $p_{jl}$  és az  $s_{jl}$  bázisok meghatározásával. Az alábbiakban csak ezek számítását részletezzük ki; a javított felső korlátok számításához szükséges  $p_{ju}$  és  $s_{ju}$  bázisok analóg módon adódnak.

$p_{jl}$ -eket (16)-ból fogjuk kiszámítani. Vezessük be e célból az alábbi jelöléseket:

$$p_{jl} \doteq \begin{bmatrix} p_{jl1} \\ p_{jl2} \\ \vdots \\ p_{jln} \end{bmatrix}, \quad \text{ahol} \quad p_{jli} \doteq \begin{bmatrix} \varphi_{jli}(x_i) \\ \xi_{jli}(x_i) \\ \eta_{jli}(x_i) \\ \zeta_{jli}(x_i) \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$j = 1, 2, \dots, k_1,$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

$$u_{lk} \doteq \begin{bmatrix} u_{lk_1} \\ u_{lk_2} \\ \vdots \\ u_{lk_n} \end{bmatrix}, \quad \text{ahol} \quad u_{lki} \doteq \begin{bmatrix} \varphi_{lki}(x_i) \\ \xi_{lki}(x_i) \\ \eta_{lki}(x_i) \\ \zeta_{lki}(x_i) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$k = 1, 2, \dots, m,$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Előző megállapodásunk szerint az  $u_{lk}$  vektorokat ismertnek tekintjük.

A számításokhoz szükség van még  $\mathbf{R}_l^{\text{adj}}$  képzésére.  $\mathbf{R}_l$  (6) és (7) kifejezéséből kiindulva felírjuk  $u \in \mathcal{D}_A$ -val és  $v \in \text{dom } \mathbf{R}_l^{\text{adj}}$ -al  $(\mathbf{R}_l u, v)$ -t, majd megfelelő számú parciális integrálásokkal jutunk  $\mathbf{R}_l^{\text{adj}}$ -hoz. A számításokban  $v$ -t az alábbi alakúnak vesszük:

$$v \doteq \begin{bmatrix} v_1(x_1) \\ v_2(x_2) \\ \vdots \\ v_n(x_n) \end{bmatrix},$$

s a  $v_i(x_i)$  blokkoszlopokat I(6) szerintieknek. Ily módon:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{R}_i u, v) &= \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} v_i^* \mathbf{R}_{li} u_i dx_i = \\
 &= \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \left\{ -\Phi_i [G_i I_i - (GI)_{li}]^{1/2} \varphi_i' - \Xi_i [E_i A_i - (EA)_{li}]^{1/2} \xi_i' + \right. \\
 &\quad \left. + H_i [E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{li}]^{1/2} \eta_i'' + Z_i [E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{li}]^{1/2} \zeta_i'' \right\} dx_i = \\
 &= \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ -\Phi_i [G_i I_i - (GI)_{li}]^{1/2} \varphi_i - \Xi_i [E_i A_i - (EA)_{li}]^{1/2} \xi_i + \right. \right. \\
 &\quad \left. + H_i [E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{li}]^{1/2} \eta_i' - [H_i (E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{li})^{1/2}]' \eta_i + \right. \\
 &\quad \left. + Z_i [E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{li}]^{1/2} \zeta_i' - [Z_i (E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{li})^{1/2}]' \zeta_i \right]_0^{l_i} + \\
 &\quad \left. + \int_0^{l_i} \varphi_i [(G_i I_i - (GI)_{li})^{1/2}] \varphi_i + \xi_i [(E_i A_i - (EA)_{li})^{1/2}] \xi_i + \right. \\
 &\quad \left. + \eta_i [(E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{li})^{1/2}] \eta_i + \zeta_i [(E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{li})^{1/2}] \zeta_i \right\} dx_i. \quad (27)
 \end{aligned}$$

(27)-ből kiolvasható, hogy  $\mathbf{R}_i^{\text{adj}}$  az

$$\mathbf{R}_i^{\text{adj}} = \langle \mathbf{R}_{i1}^{\text{adj}}, \mathbf{R}_{i2}^{\text{adj}}, \dots, \mathbf{R}_{in}^{\text{adj}} \rangle \quad (28)$$

formulával az alábbi diagonális blokkokból építhető fel ( $i = 1, 2, \dots, n$ ):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_{ii}^{\text{adj}} &= \left\langle \left[ (G_i I_i - (GI)_{li})^{1/2} \right]' + (G_i I_i - (GI)_{li})^{1/2} \frac{d}{dx_i}, \right. \\
 &\quad \left[ (E_i A_i - (EA)_{li})^{1/2} \right] + (E_i A_i - (EA)_{li})^{1/2} \frac{d}{dx_i}, \\
 &\quad \left[ (E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{li})^{1/2} \right]'' + 2 \left[ (E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{li})^{1/2} \right]' \frac{d}{dx_i} + \\
 &\quad \left. + (E_i I_{\zeta i} - (EI_{\zeta})_{li})^{1/2} \frac{d^2}{dx_i^2}, \right. \\
 &\quad \left[ (E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{li})^{1/2} \right]'' + 2 \left[ (E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{li})^{1/2} \right]' \frac{d}{dx_i} + \\
 &\quad \left. + (E_i I_{\eta i} - (EI_{\eta})_{li})^{1/2} \frac{d^2}{dx_i^2} \right\rangle. \quad (29)
 \end{aligned}$$

(27)-ből az  $\mathbf{R}_i^{\text{adj}}$ -hoz tartozó mellékfeltételek is kiolvashatók, mivel tudjuk, hogy  $\mathbf{R}_i$  tartománya  $\vartheta_A$ . Az  $\mathbf{A}$  operátorhoz rendelt lényeges mellékfeltételek segítségével — amennyit lehetséges — a (27)-beli,  $s$   $u$ -ra vonatkozó peremkifejezésekből a többivel kifejezzük; rendezés után a megmaradó,  $s$   $u$ -ra vonatkozó ún. szabad peremkifejezések mindegyike a  $v$ -re vonatkozó peremkifejezések egy-egy lineáris kombinációjával van megszorozva. Az összes

peremtag eltűnését követelve, a szabad tagok együtthatóit zérussá kell tenni, és éppen ezek az egyenletek adják a keresett, az  $\mathbf{R}_l^{\text{adj}}$ -hoz tartozó mellékfeltételeket. Jelöljük ezeket a

$$\mathbf{K}_{le}^{\text{adj}} \mathbf{v} = 0 \quad (30)$$

egyenlettel.

$\mathbf{R}_l^{\text{adj}}$  és a hozzárendelt mellékfeltételek ismeretében rátérhetünk a projektorbázisok számítására.

A (16) formulába betéve  $p_{jl}$  (25), s  $u_{lk}$  (26) alatti kifejezését, valamint  $\mathbf{B}_l$ -nek I(4) mintájára az I(16l) két utolsó egyenlőtlensége alapján felépített alakját, továbbá  $\mathbf{R}_l^{\text{adj}}$  (28) és (29) szerinti képletét az alábbi  $4n$  egyenletből álló differenciálegyenletrendszert kapjuk  $p_{jl}$  elemekre:

$$\begin{aligned} [(G_1 I_1 - (GI)_{l1})^{1/2} \varphi_{jl1}]' &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} \theta_{l1} \varphi_{lk1}, \\ [(E_1 A_1 - (EA)_{l1})^{1/2} \xi_{jl1}]' &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} (\varrho A)_{l1} \xi_{lk1}, \\ [(E_1 I_{\zeta 1} - (EI_{\zeta})_{l1})^{1/2} \eta_{jl1}]'' &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} (\varrho A)_{l1} \eta_{lk1}, \\ [(E_1 I_{\eta 1} - (EI_{\eta})_{l1})^{1/2} \zeta_{jl1}]'' &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} (\varrho A)_{l1} \zeta_{lk1}, \\ &\vdots \\ [(G_n I_n - (GI)_{ln})^{1/2} \varphi_{jln}]' &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} \theta_{ln} \varphi_{lkn}, \\ [(E_n A_n - (EA)_{ln})^{1/2} \xi_{jln}]' &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} (\varrho A)_{ln} \xi_{lkn}, \\ [(E_n I_{\zeta n} - (EI_{\zeta})_{ln})^{1/2} \eta_{jln}]'' &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} (\varrho A)_{ln} \eta_{lkn}, \\ [(E_n I_{\eta n} - (EI_{\eta})_{ln})^{1/2} \zeta_{jln}]'' &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} (\varrho A)_{ln} \zeta_{lkn}, \end{aligned} \quad (31)$$

$j = 1, 2, \dots, k_1$

(31) egyenletei egyenként integrálhatók. Az integrációs állandók megválasztására nincsen megkötésünk; megállapodás szerint válasszuk valamenynyit zérusnak. Ezzel a választással (31)-ből az alábbi egyenleteket kapjuk; elegendő, ha csak az első és utolsó egyenletet írjuk ki:

$$\begin{aligned} (G_1 I_1 - (GI)_{l1})^{1/2} \varphi_{jl1} &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} \theta_{l1} \int_0^{x_1} \varphi_{lk1} dx_1, \\ &\vdots \\ (E_n I_{\eta n} - (EI_{\eta})_{ln})^{1/2} \zeta_{jln} &= \sum_{k=1}^m \beta_{jkl} (\varrho A)_{ln} \int_0^{x_n} \int_0^{x_n} \zeta_{lkn} dx_n dx_n. \end{aligned} \quad (32)$$

(32)-ből a  $p_{ji}$ -eket alkotó  $\varphi_{j11}, \dots, \zeta_{j1n}$  függvényeket csak akkor fejezhetjük ki, ha a  $G_1 I_1 - (GI)_{11}, \dots, E_n I_{nn} - (EI_n)_{1n}$  függvények sehol sem zérusok a megfelelő  $0 \leq x_1 \leq l_1, \dots, 0 \leq x_n \leq l_n$  intervallumokban. E körülmény arra figyelmeztet, hogy az I(16l) első négy egyenlőtlenségében — és a javított felső korlátokat adó, itt ki nem részletezett számításokban szereplő I(16u) első négy egyenlőtlenségében — szigorú egyenlőtlenségeket kell venni.

A (32)-ből így formálisan kifejezhető a keresett  $p_{ji}$ -ek; a bennük szereplő  $\beta_{jki}$ -ek azonban még ismeretlenek. Ezeket abból az előírásból kiindulva határozhatjuk meg, amelyet annak érdekében tettünk, hogy (10)-et (10a) alakba írassuk:  $p_{ji}$ -eknek benne kell lenniük  $R_i^{\text{adj}}$  tartományában, azaz eleget kell tenniük a (30) alatti feltételnek,  $v$  helyébe  $p_{ji}$ -et gondolva.

Tegyük be a (32)-ből kifejezhető  $p_{ji}$ -t  $m$  megválasztása után (30)-ba; eredményül homogén lineáris algebrai egyenletrendszer kapunk a  $\beta_{j11}, \beta_{j21}, \dots, \beta_{j1n}$ -re numerikusan ismert együtthatókkal. Jelöljük az együtthatómátrix rangját  $r_{1i}$ -val. Mivel  $k_1$  számú lineárisan független  $p_{ji}$ -re van szükségünk,  $k_1$  számú megoldásrendszerre van szükség a  $\beta_{jki}$ -ekből ( $j = 1, 2, \dots, k_1$ ). Fenn kell tehát állnia az

$$r_{1i} \leq m - k_1 \quad (33)$$

összefüggésnek. Legcélszerűbb az egyenlőség választása, így megkapjuk az adott  $r_{1i}$ -hoz és a megválasztott  $m$ -hez tartozó legnagyobb értékű, és egyúttal az adott  $r_{1i}$ - és  $m$ -mel számítható legjobb alsó sajátértékkorlátokat.

Áttérve  $s_{ji}$ -ek számítására csak rövid vázlatra szorítkozunk. Jelöléseink az alábbiak lesznek:

$$s_{ji} \doteq \begin{bmatrix} s_{j11} \\ s_{j12} \\ \vdots \\ s_{j1n} \end{bmatrix}, \quad \text{ahol} \quad s_{jli} \doteq \begin{bmatrix} \Phi_{jli}(x_i) \\ \varepsilon_{jli}(x_i) \\ H_{jli}(x_i) \\ Z_{jli}(x_i) \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$j = 1, 2, \dots, k_1,$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

(34)-et, továbbá a (11)-gyel definiált  $T_i$ -et (17)-be téve, az algebrai egyenletekké esik szét. A keresett  $\Phi_{j11}, \dots, Z_{j1n}$  függvényeket ezekből csak akkor fejezhetjük ki, ha I(16l) utolsó kettő egyenlőtlenségében is — és a javított felső korlátokat adó, itt ki nem részletezett számításokban szereplő I(16u) utolsó kettő egyenlőtlenségében is — szigorú egyenlőtlenségeket veszünk.

Ezt betartva az  $s_{ji}$ -ek formálisan rendelkezésünkre állnak, de a bennük szereplő  $\varepsilon_{jki}$ -ek még nem ismertek. Az eddigi megfontolások — eltérően a  $p_{ji}$ -ekkel kapcsolatos hasonló okfejtéstől — nem adnak egyértelmű előírást erre a számításra; csak az a követelmény elégítendő ki, hogy  $k_2$  számú lineárisan független  $s_{ji}$ -re van szükség. Egyértelműség elérése, és a  $p_{ji}$ -ekkel kapcsos-



latban követett eljáráshoz hasonló eljárás előírása végett az a javaslatunk, hogy  $s_{jl}$ -ektől kívánjuk meg, hogy elégítsék ki a (19) alatti  $K_l u = 0$  alakú mellékfeltételek közül a

$$K_{le} u = 0 \quad (35)$$

-val jelölt lényegeseket. Ez az egyenlet — az  $u$  helyébe az iménti vázlat szerint kifejezett  $s_{jl}$ -et betéve — ismét homogén lineáris algebrai egyenletrendszer lesz az  $\varepsilon_{j1l}$ ,  $\varepsilon_{j2l}$ , ...,  $\varepsilon_{jml}$ -re numerikusan adott együtthatókkal. Az együtthatómátrix rangja legyen  $r_{2l}$ .  $k_2$  számú lineárisan független megoldásrendszert ( $j = 1, 2, \dots, k_2$ ) követelve, az

$$r_{2l} \leq m - k_2 \quad (36)$$

egyenlőtlenséget kell előírni. Ismét egyenlőséget választva, az adott  $r_{2l}$ - és  $m$ -hez tartozó legjobb alsó korlát számítást lehetővé tevő  $k_2$ -t kapunk.

Ezzel rendelkezésünkre állnak a (24a) sajátértékfeladat felállításához szükséges mennyiségek.

#### IRODALOM

1. BAZLEY, N.—FOX, D. N.: Lower Bounds to Eigenvalues Using Operator Decompositions of the Form  $B^*B$ . *Archiv for Rational Mechanics and Analysis* **10** (1962), 352—360
2. GURTIN, M. E.: The Linear Theory of Elasticity. *Encyclopedia of Physics*, Chief editor: S. Flügge, Vol. VIa/2, Editor: C. Truesdell. Springer Berlin—Heidelberg—New York 1972, p. 271

**Improvable Bracketing of the Eigenfrequencies of a Space Frame Structure Consisting of Rods with Varying Cross Section, Part II.** In connection with the first part published in this review, this paper presents the application of the Weinstein-Bazley-Fox intermediary operator method to the problem circumscribed in the title, with special regard to a possible solution of the difficulty related to the „special choice” method also mentioned by Bazley and Fox in the present case. For the algebraic eigenwert problems required for the calculation of the improved eigenfrequency bounds a detailed, explicit method is presented. For calculating the upper as well as the lower eigenfrequency bound, the author proposes the intermediary operator method. Hence, basically the same computer programm system can be used for both problems, but with different input data.

**Verbesserungsfähige Einschließung der Eigenfrequenzen der Schwingungen von räumlichen Fachwerken aus geraden Stäben mit veränderlichem Querschnitt, II. Teil.** Im Anschluß an den in dieser Zeitschrift erschienenen I. Teil beschreibt die vorliegende Arbeit die Anwendung der Weinstein-Bazley-Foxschen intermediären Operatormethode auf das im Titel genannte Problem, unter besonderer Berücksichtigung einer möglichen Lösung für die mit dem „special choice”-Verfahren verbundene, auch von Bazley und Fox erwähnten, Schwierigkeit. Für die Aufstellung der algebraischen Eigenwertaufgaben zur Berechnung der verbesserten Eigenwert-Schranken wird ein detailliertes Berechnungsverfahren angegeben. Für die Berechnung sowohl der oberen, als auch der unteren Schranken wird in der Arbeit die Methode des intermediären Operators vorgeschlagen. Derart kann für beide Aufgaben im wesentlichen dasselbe Rechenprogrammssystem nur mit anderen Eingangsdaten verwendet werden.

# GÖMBRÁCSOK MORFOLÓGIÁJA

IFJ. MAKAI ENDRE\* és TARNAI TIBOR\*\*

[Beérkezett 1973. május 15-én]

A dolgozat a gömbfelülethez illekeszkedő rácsos szerkezetek hálózat-szerkesztésének néhány problémájával foglalkozik. Mindenekelőtt a rács-hálózatok egyenletességét vizsgálja, és ezzel összefüggésben azt, hogy hogyan szerkeszthető olyan, gömbbe vagy gömb köré írt nagy lapszámú poliéder, amelyre a legnagyobb és legkisebb él hosszának hányadosa a lehető legkisebb. A dolgozat legfontosabb eredménye, hogy különféle, gyakorlati szempontból érdekes mellékfeltételek mellett becsléseket ad erre a hányadosra.

## 1. Bevezetés

Előregyártott elemekből összeszerelt, fémvázás, rácsos gömbkupolák szerkezeti kialakításuk szerint egy- vagy többretegű ráccsal készülhetnek.

Egy adott gömbhöz illeszkedő *egyretegű gömbrácsról* akkor beszélünk, ha a rács az alábbi három tulajdonság valamelyikével rendelkezik:

- a) a rács csomópontjai a gömbfelületen helyezkednek el,
- b) a rácsrudak érintik a gömböt,
- c) amennyiben a rácsrudak által határolt cellák síkidomok, a cellák síkjai érintik a gömböt.

Egy gömbrács *két-* vagy *többretegű*, ha két vagy több, koncentrikus gömbhöz egyrétegű rácsok illeszkednek, és az egyes rétegeket rácsozás köti össze. A gyakorlatban előforduló gömbrácsok többnyire egy- és kétrétegűek.

A gömbi rácsszerkezetek konstruálásakor lényeges kérdés, hogy geometriailag milyen legyen a rács hálózata. Minthogy egy kétrétegű gömbrács két egyrétegű gömbrácsból és a két réteget összekötő rácsozásból áll, a hálózat geometriai kialakításának lehetőségeit elsősorban az egyrétegű gömbrácsok esetében kell tisztázni. Ezért *jelen dolgozat csak az egyrétegű gömbrácsokkal és hálózatukkal foglalkozik.*

A leggyakrabban olyan hálózatokkal találkozunk, amelyeknek vagy minden cellája háromszög, vagy minden csomópontjában három hálózaton fut össze. Az utóbbi típusú hálózat az előbbinek *duális*.

A háromszögekből álló gömbi hálózatokkal számos publikáció foglalkozik. Geometriai vizsgálatuk néhány újabb eredményét PATZELT [13] és

\* ifj. Makai Endre, 1015 Budapest, Donáti u. 67.

\*\* Tarnai Tibor, 1037 Budapest, Kolostor u. 17.

SCHÖNBACH [14, 15], valamint a jelen tanulmány egyik szerzőjének egy korábbi dolgozata [17] ismerteti. A duális hálózatokat viszonylag kevesebben tanulmányozták. Kevesebb szerkezet is épült ilyen hálózattal. Egy érdekesebb példát [16]-ban láthatunk.

Valamely gömbi hálózathoz tartozó poliéder élhálózatának egyenletességét az  $\eta$ -val jelölt és az alábbi összefüggéssel értelmezett számmal jellemezzük:

$$\eta = \frac{\text{a poliéder leghosszab élének a hossza}}{\text{a poliéder legrövidebb élének a hossza}}.$$

Az  $\eta$  számot a *hálózat egyenlőtlenégi hányadosának* fogjuk nevezni. Azt mondjuk, hogy a poliéder élhálózata *megközelítően egyenletes*, ha a hálózat egyenlőtlenégi hányadosa 1-hez közeli érték.

A gömbfelületnek gömbháromszögekre történő felosztásakor fontos szempont, hogy a felosztás révén előálló poliéder élhálózata megközelítően egyenletes legyen. A tapasztalat azt mutatja, hogy egy adott felosztásfajta esetében a hálózat sűrítésével az  $\eta$  hányados nő. Viselkedésének részletesebb vizsgálatával azonban a jelen dolgozat másik szerzőjének egy tanulmányán [10] kívül tudomásunk szerint eddig még nem foglalkoztak.

Dolgozatunk különböző feltételek mellett becsléseket fog adni  $\eta$ -ra. Elsődleges cél, hogy háromszögekből álló hálózat esetén megállapíttassék

a) a különböző fajta, hálózatsűrítéssel előállított felosztássorozatokhoz tartozó  $\eta$ -sorozatok lehetnek-e felülről korlátosak, és lehetnek-e konvergensek;

b) ha igen, akkor mi az a legkisebb szám, amely még határértéke lehet valamely minden határon túl finomodó felosztássorozathoz tartozó  $\eta$ -sorozatnak, vagyis mi az  $\eta$  számok adott lapszámú felosztásra vett *infimumának*<sup>1</sup> *limes inferiorja*<sup>2</sup>, amikor a lapszám a végtelenhez tart;

c) a [17] jelű munkában ismertetett legfontosabb felosztástípusoknál mi az  $\eta$ -sorozatok határértéke.

Célunk továbbá, hogy a duális hálózatok esetén is megkíséreljünk választ adni az előzőekben feltett kérdésekre.

A b) pont alatti kérdés megválaszolása gyakorlati szempontból nagyon lényeges. Ha ugyanis tudunk konstruálni olyan felosztássorozatot, amelyhez tartozó  $\eta$ -sorozat monoton növekedően tart a limes inferior számértékéhez, akkor a limes inferior az  $\eta$ -sorozat valamennyi tagjára nézve felső korlát lesz. Ez azt jelenti, hogy a felosztássorozat bármely tagját választva is, a leg-

<sup>1</sup> Egy alulról korlátos számhalmaz infimumán a számhalmaz legnagyobb alsó korlátját értjük. Jelölése: inf.

<sup>2</sup> Egy  $a_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) számsorozat limes inferiorja az a legkisebb érték (az értékbe  $A - \infty$ -t és  $A + \infty$ -t is beleértve), amelyhez az  $a_n$  sorozat valamely részsorozata tart. Jelölése:  $\lim \inf a_n$ . Határértéke (limese) nem minden számsorozatnak létezik, limes inferiorja azonban minden számsorozatnak van.

hosszabb él hossza a legrövidebb él hosszától relatíve kevesebbet fog eltérni, mint a limes inferior az 1-től. Ha ez az eltérés nem nagy — mint később látni fogjuk, kisebb mint 18% —, akkor valamennyi rácsrudat egyforma hosszúra lehet legyártani, és a hosszidifferenciákat a csomóponti illesztéseknél lehet megadni.

HAECKEL [5, 6] munkássága nyomán tudjuk, hogy a természetben is előfordulnak gömbrácsok, mégpedig egyes mélytengeri egysejtűek, a *sugárállatkák* (Radiolaria) vázaként. Ezeknek a vázának a matematikai, elsősorban topológiai és szimmetria tulajdonságait többek között MORDUHAJ-BOLTOVSZKOJ [11], THOMPSON [18] és WEYL [19] kutatta. A mérnök szemszögéből először R. LE RICOLAIS [8, 9] tanulmányozta a sugárállatkákat. A vázak statikai működésével kapcsolatban több lényeges megállapítást tett. A vázak méretviszonyaival, nevezetesen a vázak  $\eta$  élhányadosával azonban egyikük sem foglalkozott.

Célul tűztük ki végül, hogy a radiolaria-vázakkal foglalkozó szerzők eredményeit a vázak méretei alapján néhány megjegyzéssel kiegészítsük, és ezek segítségével támpontot adjunk azokhoz az elméleti fejtegetésekhez, amelyek a dolgozat főcéljának eléréséhez szükségesek.

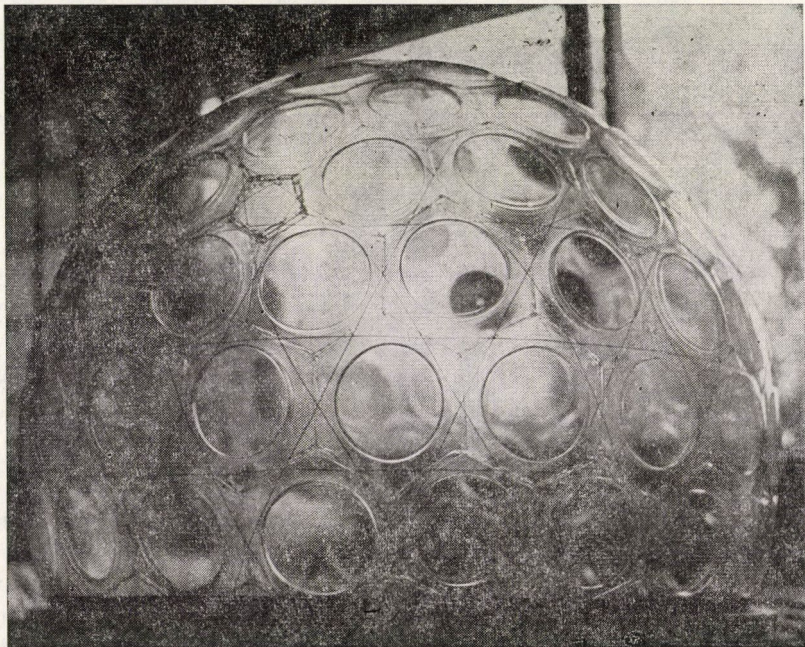
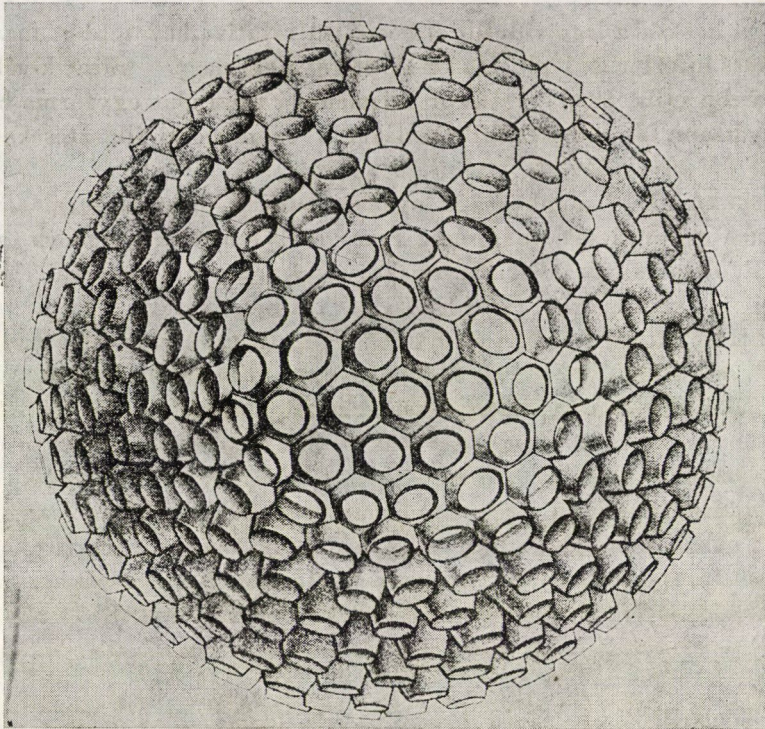
## 2. A radiolaria-vázak tulajdonságai. Analógia mérnöki szerkezetekkel

Az építészek az építészeti alapformákat igyekeznek a természetből levezetni. Térbeli rácsos szerkezetek esetében szívesen hivatkoznak a kristályok rácsára, vagy a különböző élő szervezeteket, például az egysejtű kóvamoszatokat szilárdító vázakra [7]. Gömbalak esetében szoros analógia mutatható ki egyes mérnöki szerkezetek és bizonyos radiolaria-fajok váza között (1. ábra). Rácsos gömbformákra a hasonlóságot a 2. és 3. ábrák szemléltetik.

A radiolariák vázának részletes vizsgálata nem feladatunk, de talán nem lesz érdektelen röviden utalnunk azokra a körülményekre, amelyek a rácsos vázak morfológiai sajátosságait magyarázzák.

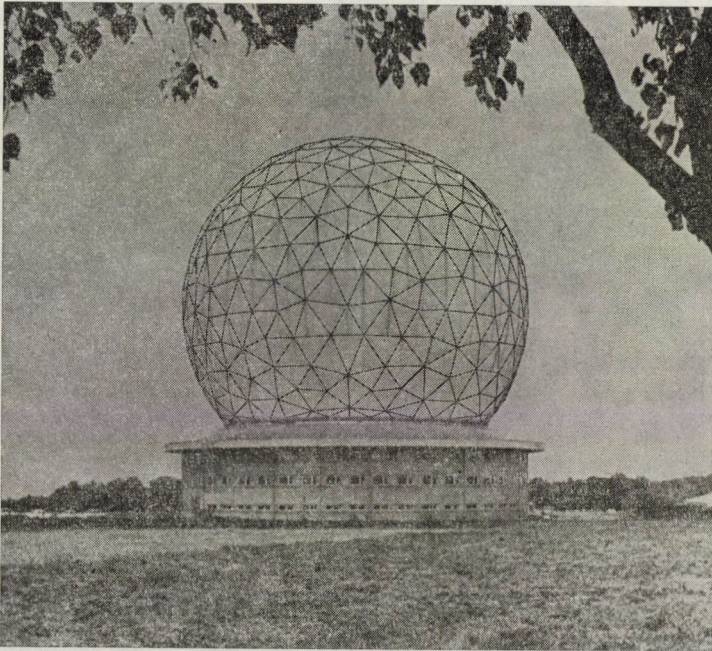
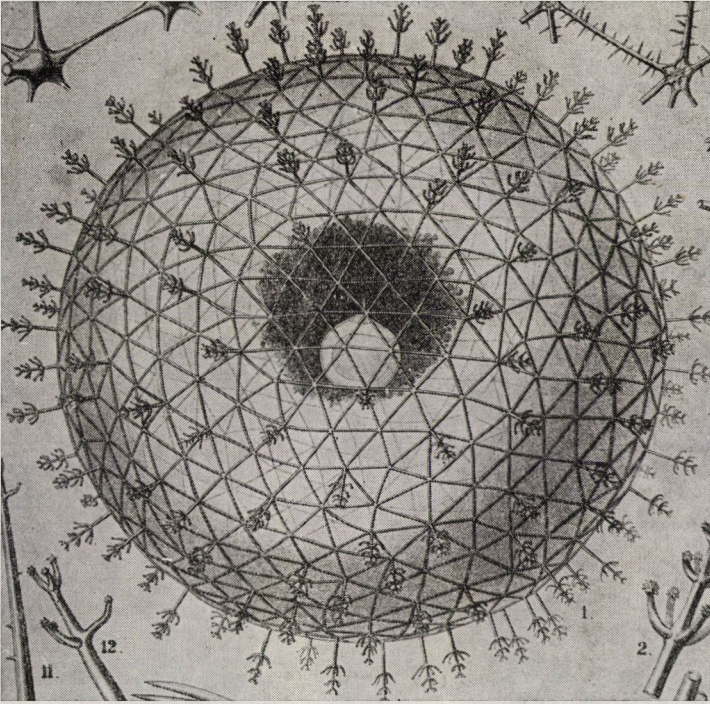
A radiolariák [1, 5, 6, 12] kovavázú, tengerben lebegő, egysejtű állati szervezetek. Egyes fajoknál a váz egy- vagy többrétegű gömbrács formájában alakul ki. A rácsrudak hengeres csövek, melyek a csomópontokban vagy csuklósan vagy merev kapcsolattal csatlakoznak. Ha a rács egyrétegű — és mi a továbbiakban csak ilyenekkel foglalkozunk —, akkor vagy valódi „rácsos szerkezettel” van dolgunk, vagy térbeli „keretszerkezettel”. Az előbbi szerkezet típus legjellegzetesebb fajtája az olyan rács, amelynek a hálózata csupa háromszögből áll (2a ábra), az utóbbi típusnál viszont a legjellegzetesebb az előbbi duálisa, vagyis az olyan rács, amelynek minden csomópontjában három rúd találkozik (3a ábra).





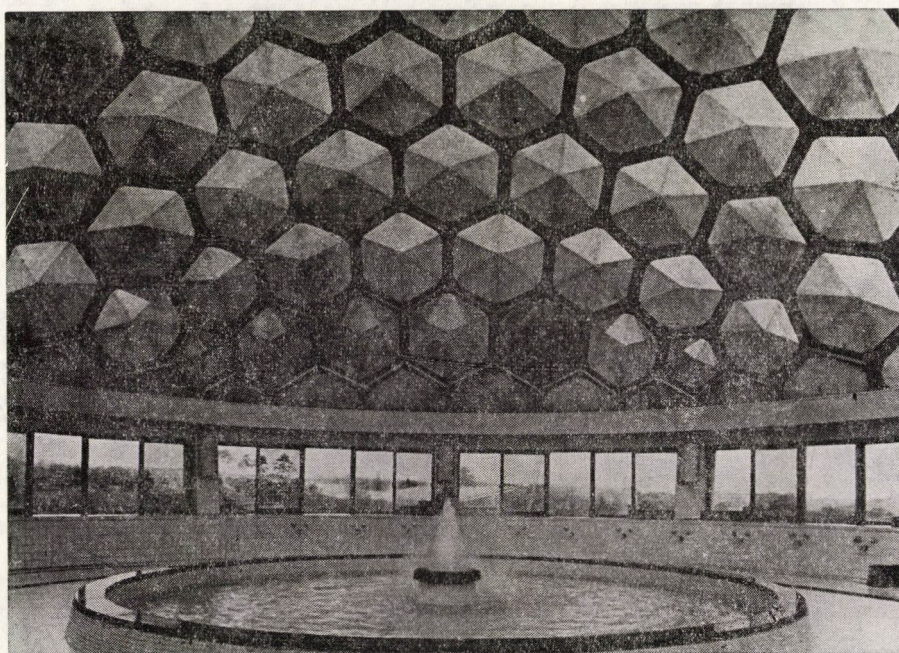
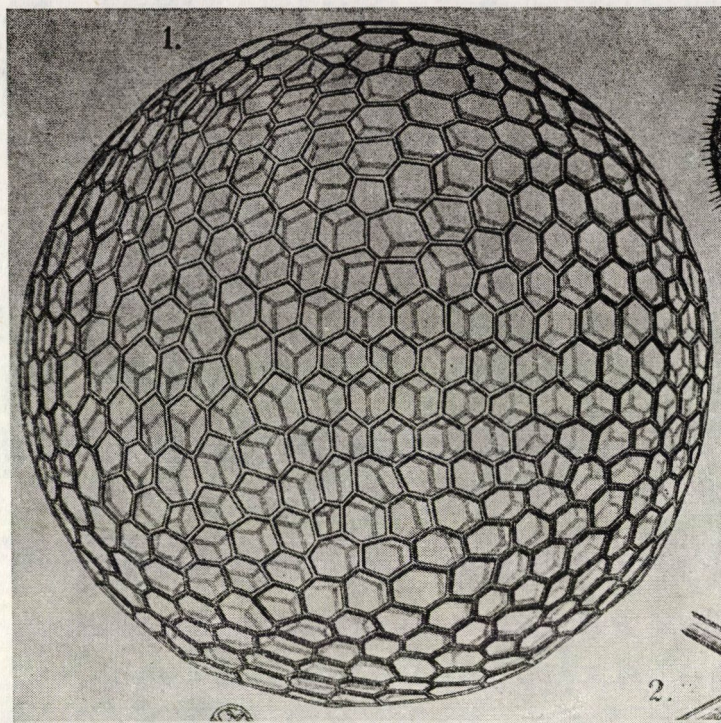
1. ábra. a) *Ethmosphaera conosiphonia* Hkl., b) FULLER úgynevezett „pávaszemés” (Fly’s Eye) kupola modellje





2. ábra. a) *Aulosphaera dendrophora* Hkl., b) 49 m átmérőjű rácsos gömbkupola rádióantenna számára





3. ábra. a) Aulonia hexagonia Hkl., b) Egy tokiói fürdőépület megközelítően 15 m átmérőjű rácsos gömbkupolája



A rács csomópontjaiból rendszerint radiális, többnyire ágbogas rudacskák állnak ki (2a ábra), amelyekre az állatka testét határoló hártya feszül. A víznyomás közvetlenül a hártát terheli. A hártya a nyomást a radiális elemekre továbbítja. Így a rács elsősorban csak csomóponti terhelést kap. Itt jegezzük meg, hogy FULLER gömbsátrai lényegében ugyanezen az elven alapulnak.

A gömb alakú radiolariáknak több faja a tengerben igen mélyen él (4000 ÷ 5000 m). Minthogy átmérőjük ehhez a mélységi mérethez képest kicsi (<5 mm), a víznyomás nagyságát a gömb felszínén azonosnak lehet tekinteni. Ezért nincs kitüntetett irány, amely a rácsforma kialakulására fizikailag döntő befolyással lenne. Energetikai megfontolásokból pedig az adódik, hogy a rácsrudakban megközelítően azonos rúderőknek kell ébredniök. Következésképp a rudaknak a gömbön megközelítően egyenletes elrendezésben kell elhelyezkedniük, azaz ha a rács háromszögekből áll, akkor az egyes rudak hossza nem térhet el nagy mértékben egymástól. Hasonlót mondhatunk a duális esetben is.

Felmerül már most a kérdés, hogy a radiolariák esetében a rudak megközelítően egyenletes elrendeződése milyen hálózati formákban jut kifejezésre.

Az *Aulosphaera dendrophora* (2a ábra) vázát szemügyre véve, megállapíthatjuk, hogy a csomópontokban a radiális rudacskákat leszámítva vagy 5, vagy 6, vagy 7 rúd találkozik. Van ugyan az ábrán egy csomópont, ahová 8 rúd fut be, de ez — mint a későbbiekből is kiderül — nem jellemző a rácsra.







Az *Aulonia hexagonia* (3a ábra) esetében pedig azt találjuk, hogy a rács egyes cellái vagy 5-, vagy 6-, vagy 7-szögűek.

HAECKEL [5] monográfiájában az *Aulosphaera spathillata*-nál, melynek rácsa lényegében csak a radiális elemek alakjában különbözik az *Aulosphaera dendrophora*-étól, leírja, hogy a gömb átmérője 3,2 mm, a rácsrudak hossza pedig 0,12 mm és 0,16 mm között változik. Ez azt jelenti, hogy a rács megközelítően 3800 darab háromszögből áll, és hálózatának egyenlőtlenégi hányadosa:  $\eta = 0,16/0,12 \approx 1,33$ . HAECKEL az *Aulosphaera dendrophora* és az *Aulonia hexagonia* esetében nem közli a rácsrudak hosszának határait.

Vizsgáljuk meg ezek után, mi az oka annak, hogy a rácsban 5-, 6- és 7-élű csúcsok, ill. 5-, 6- és 7-szögek fordulnak elő. A választ az *Aulosphaera spathillata* háromszöghálózatos rácsa esetén egyszerűen megadhatjuk.

Tekintsük az állatka rácsának, ill. az általa meghatározott, gömbbe írt konvex poliédernek egy rögzített csúcsát és ennek egy olyan kis gömbi környezetét, amely magába foglalja a szomszédos csúcsokat is. Ezt a környezetet merőlegesen vetítsük rá a gömbnek a rögzített csúcsbeli érintősíkjára. Így a csúcsnak egy síkbeli környezetét kapjuk, amely az *Aulosphaera spathillata* rácsának méreteiből következően igen jól approximálja az említett gömbi környezetet. A vetítéskor ugyanis a rögzített csúcsba összefutó háromszöglapok élleinek hossza legfeljebb 0,5%-ot változik.

Nézzük meg ezután, hogy az érintősíkban, a rögzített csúcs körül, a szomszédos csúcsok és élek vetületének milyen szabályos elrendeződései jöhetnek szóba. A 4. ábrán feltüntetett síkbeli szabályos sokszögekre kiszámítottuk a sokszög oldalának és a sokszög köré írható kör sugarának a hányadosát, illetve, ha ez 1-nél kisebb volt, akkor a reciprokát. Ezek a számok megközelítőleg a rögzített csúcs körüli szabályos gömbi alakzatok  $\eta$  értékei. Ha az ilyen oldalszámú síkbeli alakzatok szabályosságát elrontjuk, az  $\eta$  hányados nő, a 4. ábrától eltérő oldalszámokra pedig mindenképpen  $\eta > 1,33$  (sőt  $\eta > 1,462$ ).

|                                 |   |   |   |   |   |  |
|---------------------------------|---|---|---|---|---|--|
|                                 |  |  |  |  |  |  |
| $\frac{\max(a, b)}{\min(a, b)}$ | 1,414   | 1,176   | 1,000   | 1,153   | 1,307   | 1,462  |

4. ábra. Szabályos síkbeli sokszögekhez tartozó alakzatok  $\eta$  hálózat-egyenlőtlenségi hányadosai

A rácsban (a gömbön) a síkhoz képest a szabályos négy- és ötszög esetében csökken az  $\eta$ , hat- vagy annál több oldalú szabályos sokszög esetében viszont nő. A 4. ábra adatai alapján, figyelembe véve az itt elmondottakat, megállapítható, hogy a rácsban négyélű csúcs esetében az  $\eta$  hányados értéke nagyobb a HAECKEL által talált 1,33 számértéknél, nyolcélű csúcs esetében pedig csak kevéssel marad 1,33 alatt. Kilencélű csúcs esetében  $\eta > 1,33$  lesz.

Az eddigiekből következik, hogy az Aulosphaera spathillata rácsában sem négy- vagy annál kevesebb élű, sem kilenc- vagy annál több élű csúcs nem található. Nyolcélű csúcs előfordulása is eléggé kérdéses. A rácsban a nyolcélű csúcs környezetének  $\eta$  hányadosa ugyanis a síkban számított  $1/(2 \sin 22,5^\circ) \approx 1,307$  értéknél nagyobb lesz és esetenként túl is lépheti az 1,33-at, egyrészt a gömbi és a síkbeli környezet különbözősége miatt, másrészt a rácsban mutató torzulások miatt. Így nyolcélű csúcs előfordulása nem jellemző. Ez a megállapítás a 2a ábrán látható rácsra is fennáll.

A tapasztalat szerint olyan, megközelítően egyenletes hálózatú mérnöki rácsszerkezeteknél, amelyeknél a csomópontokba 5, 6 és 7 rúd fut be, az  $\eta$  egyenlőtlenségi hányados 1,33-nál nagyobb. Ez azért következik be, mert gyártási szempontok miatt a különböző hosszúságú rudak számát kevésre választják. Például egy SCHÖNBACH [15] által ismertett, megépült szerkezet esetében (2b ábra) a teljes gömbrács 860 db háromszögből áll, a különböző hosszúságú rudak száma pedig 6. A hálózat egyenlőtlenségi hányadosa:  $\eta = 1,41$ . SCHÖNBACH egy másik hálózatán [14] a teljes gömbrács 1700 db háromszögből áll, és a különböző hosszúságú rudak száma 14. A hálózat egyenlőtlenségi hányadosa:  $\eta = 1,82$ . Bizonyos megfontolások alapján az a sejtésünk, hogy egy rögzített topológiai jellemzőkkel rendelkező, háromszögekből

álló gömbrács esetében az  $\eta$  hányados csökkentése rendszerint a különböző hosszúságú rudak számának növelésével jár együtt. Ez arra enged következtetni, hogy az *Aulosphaera spathillata* rácsában valószínűleg sokféle hosszúságú rúd található.

Az *Aulosphaera spathillata* példáján keresztül láttuk, hogy a természetben megközelítően egyenletes hálózat lényegében 5-, 6- és 7-élű csúcsok segítségével áll elő. Ennek ismeretében a gyakorlati rácskonstrukciókkal kapcsolatosan felmerül a kérdés, hogy szükséges-e mind a három csúcsfajtát alkalmazni a megközelítően egyenletes hálózat szerkesztésekor, vagy elegendő ezek közül csak kettő, esetleg csupán egy fajta. A kérdést általánosabban is megfogalmazhatjuk: Milyen háromszöghálózatú gömbrácsok léteznek, és ezek közül mely típusoknál biztosítható a megközelítően egyenletes hálózat? Erre a kérdésre a következőkben fogunk válaszolni.

### 3. A háromszögekből álló gömbi hálózat topológiai jellemzése

Tekintsünk egy gömbháromszögekből álló gömbi hálót. Ha a háló csomópontjait főkörívek helyett egyenesszakaszokkal kötjük össze, akkor egy háromszöglapokkal határolt poliédert kapunk, amelyet a *gömbi háléhoz tartozó poliédernek* nevezünk. Vizsgáljuk meg, hogy az így nyert poliédereknél általános esetben milyen összefüggések szabályozzák a különböző élszámú csúcsok számát. Vezessük be az alábbi jelöléseket:

- $e$ : a poliéder éleinek a száma,
- $c$ : a poliéder csúcsainak a száma,
- $l$ : a poliéder lapjainak a száma,
- $c_i$ : azon csúcsoknak a száma, amelyekben  $i$  darab él találkozik;  $3 \leq i \leq m$ , ahol  $m$  jelenti az egy csúcsba befutó élek számának a maximumát.

Az Euler-féle poliéder-tétel szerint

$$c - e + l = 2. \quad (1)$$

Amiatt, hogy a poliéder valamennyi lapja háromszög, fennáll a következő egyenlőség:

$$2e = 3l. \quad (2)$$

Az élek száma azonban nemcsak a lapok, hanem a csúcsok számával is kifejezhető:

$$2e = \sum_{i=3}^m i c_i. \quad (3)$$

Végül a különböző csúcsok számának összege a poliéder összes csúcsainak a számát adja meg:

$$c = \sum_{i=3}^m c_i. \quad (4)$$

Az (1–4) egyenletekből az alábbi ismert összefüggéshez jutunk [3, 18]:

$$\sum_{i=3}^m (6-i)c_i = 12. \quad (5)$$

Ha csak egyfajta csúcstípus fordul elő, akkor (5) a

$$(6-m)c_m = 12 \quad (6)$$

alakra egyszerűsödik. A (6) jelű egyenletből látszik, hogy  $m$  értéke csak 3, 4 és 5 lehet. Ezek a számok a szabályos tetraéderre, oktaéderre és ikozaéderre az  $m$  értékei. Nem konstruálható tehát olyan poliéder, amelynek minden csúcsába ugyanannyi él fut be, és ezen éleknek a száma 6 vagy annál nagyobb. Az 5-, 6- és 7-élű csúcsok esetében (5) így alakul:

$$c_5 - c_7 = 12. \quad (7)$$

Ha az előző háromféle csúcsból csak kétfélét akarunk felhasználni, akkor kiderül, hogy nem konstruálható olyan poliéder, amelynek csúcsaiban 6, ill. 7 él található, de konstruálható egyrészt olyan, amelynek csúcsaiban 5, ill. 7 él fut össze, másrészt olyan, amelynek csúcsai 5-, illetve 6-élűek. *Az 5- és 6-élű csúcsokkal rendelkező poliédereknél az ötélű csúcsok száma mindig 12.* Ennek az állításnak a helyessége nyilvánvaló, hiszen, ha a poliédernek nincs 7-élű csúcsa, akkor  $c_7 = 0$ , és így (7)-ből  $c_5 = 12$  adódik.

A kérdés ezek után az, hogy mennyi lehet az utóbb említett poliéderfajtnál a hatélű csúcsok száma. Az egyenletekből ugyanis ez nem derül ki. Erre a kérdésre feleletet adni elég nehéz. Csak azt tudjuk, hogy a hatélű csúcsok száma nem lehet tetszőleges. Például 1 nem lehet. Hasonló problémákkal foglalkozik [3], igaz, hogy a duális megfogalmazásban. A 49. oldalon ezt a kérdést veti fel általánosabban, és megmutatja többek között, hogy minden  $k$ -ra létezik ilyen típusú poliéder 12 darab 5-élű és  $5k$  darab 6-élű csúccsal (lásd az idézett mű 206. oldalán az  $A_n$  poliédert).

A csúcsok és a lapok között dualitás áll fenn. Cseréljük fel a szövegben értelemszerűen a csúcsokat és a lapokat. Ekkor ennek a szakasznak valamennyi állítása igaz lesz azokra a poliéderekre, amelyeknek minden csúcsában három él található.

#### 4. A háromszöghálózatú gömbrácsokra vonatkozó felosztási feladat

A háromszögekből álló gömbi rácsszerkezetek tervezésénél fontos szempont a hálózat helyes, célszerű felvétele. A hálózat szerkesztését (a gömbfelületnek gömbháromszögekre történő felosztását) bizonyos kikötésekkel kell



elvégezni. Rúdszerkezet esetében ezek a kikötések például az alábbiak lehetnek [17]:

$\alpha$ ) a leghosszabb gömbháromszög-oldal is rövidebb legyen egy előre megadott hosszúságnál,

$\beta$ ) lehetőleg minél kevesebb fajta gömbháromszög-oldal forduljon elő, ill. lehetőleg minél több legyen az egyenlő gömbháromszög-oldal,

$\gamma$ ) a gömbháromszög-oldalak lehetőleg csak kevéssé térjenek el egymástól, azaz a felosztás megközelítően egyenletes legyen,

$\delta$ ) a felosztással előálló gömbi hálóalakzat konvex poliédert határoz meg.

A feladat ebben a megfogalmazásban eléggé általános. A négy követelmény közül ugyanis csak az  $\alpha$  és  $\delta$  követelmény jelent egyértelmű feltételt. Hogy magát a feladatot korrektté tegyük, a  $\beta$  és  $\gamma$  követelmények általánosságát meg kell szüntetnünk. A feladat felállítása korrekt lesz például akkor, ha az  $\alpha$  és  $\delta$  feltételek mellett  $\gamma$ -ban rögzítjük az  $\eta$  hálózat-egyenlőtlenségi hányados felső korlátját,  $\beta$ -ben pedig megköveteljük, hogy az  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  feltételeknek eleget tevő felosztásokra legyen minimális a különböző hosszúságú oldalfajtáknak a száma.

Az így előálló feladatot a következőképpen próbálhatnánk meg megoldani. Előre felvesszük a különböző hosszúságú oldalak számát és az összes oldal számát, majd keresünk olyan felosztásokat (feltéve, hogy ilyenek vannak), amelyekre az  $\eta$  hányados az adott korlát alatt marad, és teljesül a  $\delta$  feltétel. Az eredményként kiadódó hálózatokra megnézzük, hogy van-e köztük olyan, amelyre a maximális élhossz kisebb az  $\alpha$  feltételben megjelöltnél. Majd a különböző hosszúságú élek számát és az összes él számát (vagy legalább egyiküket) tetszőleges módon megváltoztatva újra és újra megismételjük az eljárást. (Természetesen, ha kaptunk egy megfelelő felosztást, a különböző élek számát az ottaninál nagyobbra nem kell választani.) Végül a kapott, az  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  feltételeknek eleget tevő felosztások közül kiválasztjuk azokat, amelyekre a különböző hosszúságú oldalak száma minimális.

Ez az út azonban járhatatlan, mivel a számítás nem véges hosszú.

A legegyszerűbb esetben, amikor a különböző hosszúságú élek száma csak kettő, igen nagy számítási nehézségek vannak (itt sem tudjuk, hogy a számítás véges hosszú lesz-e, mivel a lenti  $k'$  tetszőleges nagy lehet, és minden értékére el kellene végezni a lenti számítást).

Induljunk ki az (5) egyenletből. Ebből következik, hogy létezik legalább egy  $i' \leq 5$  természetes szám, amelyre  $c_{i'}$  pozitív, és ha  $c_i = \sum c_i > 12$ , akkor létezik legalább egy  $k' \geq 6$  természetes szám, amelyre  $c_{k'}$  pozitív. Tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy  $c > 12$ . Legyen mondjuk  $c_5$  és  $c_6$  pozitív ( $i'$  és  $k'$  más értékeire hasonlóképpen okoskodhatunk).

Gömbünk sugarát válasszuk egységnyinek. A gömbnek gömbháromszögekre való felosztásánál tehát most kétféle gömbháromszög-oldalhossz

szerepel,  $u$  és  $v$ . Ezekből alkothatunk  $u$ , ill.  $v$  oldalú egyenlőoldalú gömbháromszöget, és olyan egyenlőszárú gömbháromszöget, amelynek alapja  $u$ , szára  $v$ , ill. alapja  $v$ , szára  $u$ . Ennek a négyfajta gömbháromszögnek kiszámíthatók a szögei  $u$  és  $v$  függvényében. Ezek között a szögek között hat (általában) különböző van, jelöljük ezeket  $\alpha_1, \dots, \alpha_6$ -tal. Mivel van 5-, ill. 6-élű csúcs, ezek közül a szögek közül ötnek, ill. hatnak az összege  $360^\circ$  (az összegben egy szög többször is szerepelhet). Azaz:

$$m_1\alpha_1 + \dots + m_6\alpha_6 = 360^\circ, \quad n_1\alpha_1 + \dots + n_6\alpha_6 = 360^\circ, \quad (8)$$

ahol  $m_j, n_j$  nemnegatív egész,

$$m_1 + \dots + m_6 = 5, \quad n_1 + \dots + n_6 = 6. \quad (9)$$

Most minden, a (9)-nek eleget tevő  $m_j, n_j$  értékrendszerre meg kell oldani a (8) egyenletrendszert, ahol  $\alpha_1, \dots, \alpha_6$  az  $u, v$  fenti függvényei. Így megkapjuk a lehetséges  $u, v$  értékpárokat. Ezután külön nehézség, hogyan illesztjük össze a gömbháromszögeket hálózattá. Mindenesetre a szögösszegnek minden csúcsnál  $360^\circ$ -nak kell lennie. Továbbá szükséges feltétel, hogy a négyfajta gömbháromszög területét alkalmas nemnegatív egészekkel megszorozva és ezeket összeadva  $4\pi$ -t kapjunk.

Bizonyos megszorításokkal a feladat egyszerűbbé tehető. Szorítkozunk pl. az 5- és 6-élű csúcsok esetére és tekintsük  $u < v$ -re az  $u, u, v$  és  $v, v, v$  oldalú gömbháromszögekből álló hálózatokat. Ekkor a figyelembe veendő (8) alakú egyenletrendszerek száma nem túl sok, viszont közülük néhány bonyolult egyenletekre vezet. Ennek a speciálisabb feladatnak egy megoldása a [17]-ben közölt, 140 lapú (3, 3, 3, 3, 5)<sub>g</sub> test.

A fenti gondolatmenet három vagy több különböző élhosszúság esetén nem alkalmazható, ugyanis ekkor is csak két egyenletből álló egyenletrendszerünk van (mint fent (8)).

Jelöljük  $e_k$ -val a különböző hosszúságú élek számát. Ami nagy lapszám esetén az  $\eta$  hányados és  $e_k$  egymástól való függését illeti (azaz milyen értékpárok lehetségesek az  $\eta$ -ra és  $e_k$ -ra, az egyiküket rögzítve a másik milyen értékeket vehet fel), erről semmit sem tudunk. Azt gondoljuk, hogy ha a lapszám a végtelenhez tart, nem maradhat mindkettő korlátos. [17]-ben szerepelnek bizonyos gömbháromszöghálózatok, amelyek tetszőlegesen nagy lapszám esetében is megkonstruálhatók és amelyek maximális élhossza tetszőlegesen kicsi. Ezekre a hálózatokra az  $\eta$  hányados korlátos, és  $e_k$  a lapszám négyzetgyökével azonos nagyságrendű. Másrészt a gömbbe írt szabályos (legalább ötszög alapú) kettősgúlákra  $e_k = 2$ , viszont az  $\eta$  hányados a lapszámmal azonos nagyságrendű.

Az előzőekben részletezett nehézségek miatt a gyakorlatban a feladatot mindig csak az eredeti, határozatlan alakjában vizsgálják.

A radiolariák esetében láttuk, hogy megközelítően egyenletes hálózatot 5-, 6- és 7-élű csúcsokkal lehet biztosítani. A mérnöki szerkezetek tervezői, nem tudni, hogy ennek ismeretében-e, de mindenesetre ezzel összhangban alakították ki a különböző felosztástípusokat.

A 3. szakaszban bebizonyítottuk, hogy 5-, 6- és 7-élű csúcsok segítségével — leszámítva azokat a 12-csúcsú testeket, amelyeknek minden csúcsa 5-élű — csak az alábbi típusú poliéderek (felosztások) képezhetők:

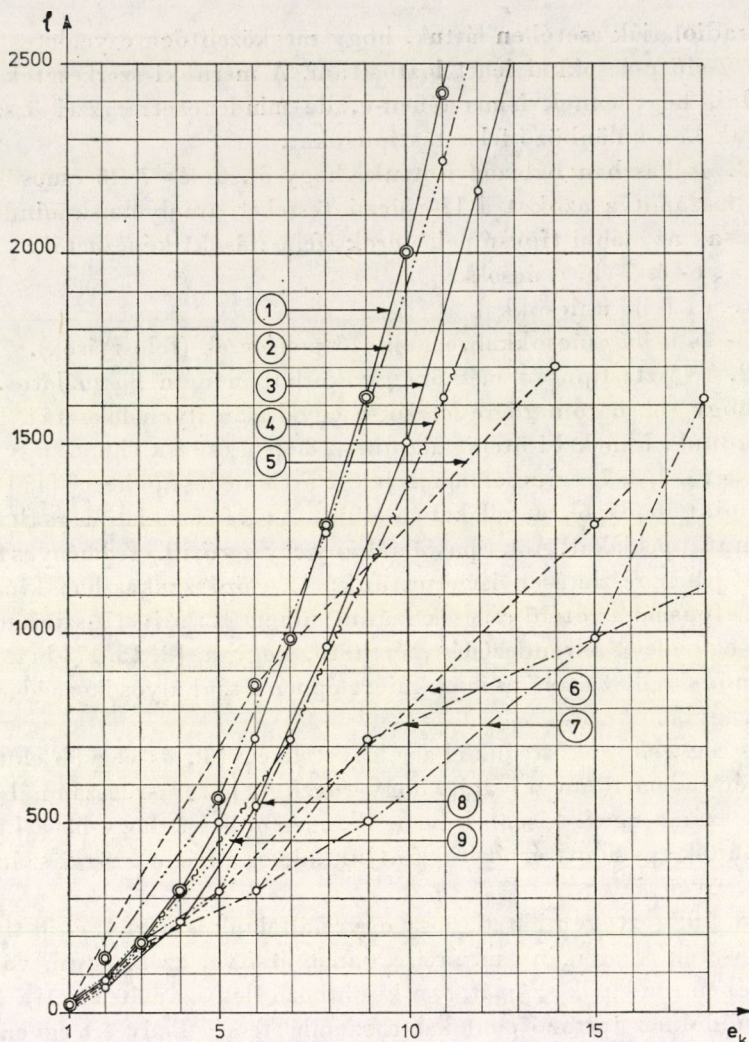
1. 5-, 6- és 7-élű csúcsokkal,
2. 5- és 7-élű csúcsokkal,
3. 5- és 6-élű csúcsokkal rendelkező poliéderek (felosztások).

A 2. felosztástípus a mérnöki gyakorlatban nem használatos. Nem is tudjuk, hogy sok háromszögre létezik-e egyáltalán ilyen felosztás. Egy poliéderről tudunk. Ennek 14 ötélű valamint 2 hétélű csúcsa van, és úgy állítható elő, hogy a (3, 3, 3, 7) szimbólummal jelölt archimedesi poliéder [17] hétszögű lapjaira, mint alaplapokra, gúlákat emelünk. Az 1. felosztástípusra SCHÖNBACH [14, 15] mutat példákat. A 3. típusra néhány egyszerű, ill. eredményes felosztásmódot [17]-ben részletesen ismertettünk. Az előző szakaszban kimutattuk, hogy a 3. típusnál az ötélű csúcsok száma mindig 12. Mivel a szimmetria elősegíti az egyenletes elrendeződést, érthető, hogy a [2, 13, 17]-ben tárgyalt felosztásmódoknál az ötélű csúcsok miért éppen a szabályos ikozaéder csúcsaival esnek egybe.

Most egyelőre tekintsünk el a  $\gamma$  követelménytől, és vegyük előtérbe a  $\beta$  követelményt, amely megkívánja, hogy rögzített háromszögszámnál a különböző élek száma minél kisebb legyen, ill. megfordítva, hogy ha a különböző élek számának egy adott értékét tekintjük, akkor a háromszögek száma minél nagyobb legyen.

Az 5. ábra azt szemlélteti, hogy egyes általunk ismert 1. és 3. típusú felosztások esetén ez az igény mennyire van teljesítve, az  $l$  hogyan változik  $e_k$  függvényében ( $l$  a lapok számát,  $e_k$  a különböző élek számát jelenti). Az egyes felosztásmódokhoz tartozó pontokat a szemléletesség kedvéért egyenesszakaszokkal kötöttük össze. A diagramból leolvasható, hogy egy adott  $e_k$  esetén melyik felosztásmód adja a legtöbb háromszöget az ott szereplő felosztásmódok között, azaz melyik az a felosztás, amelyik legjobban kielégíti a  $\beta$  követelményt. Az adott  $e_k$ -hoz tartozó legnagyobb  $l$  lapszámot kettős kör jelöli az ábrán. Úgy tűnik, hogy  $e_k \geq 7$ -re az ④ jelű felosztás szolgáltatja a maximális lapszámot. Az  $\alpha$  feltételt az a felosztás fogja teljesíteni, amelyikhez tartozó leghosszabb él (éppen) az adott korlát alatt marad.

Az eddigiek során csak azt vizsgáltuk, hogyan lehet viszonylag kevés különböző oldalhosszal a gömböt gömbháromszögekre bontani, illetve hogyan lehet gömbbe írt, háromszöglapokkal határolt konvex poliédert előállítani. Nem vizsgáltuk azonban azt, hogy a felosztás sűrítésével a  $\gamma$  követelmény mennyire lesz kielégítve. A hálózat egyenletességét az  $\eta$  hányados jellemzi.



5. ábra. A különböző felosztási módok

A görbék melletti számok jelentése: ① az ikozaéder [17]-ben javasolt felosztása, ② a  $(3, 3, 3, 3, 5)_g$  felosztása, ③ az  $(5, 5, 5)_g$  Fuller-féle egyenlőszárú háromszöges felosztása, ④ az  $(5, 6, 6)_g$  felosztása, ⑤ a Schönbach-féle felosztás [14, 15], ⑥ az ikozaéder oldalfelezéses felosztása, ⑦ Fuller ikozaéderes felosztása (5.1. szakasz), ⑧ az ikozaéder Fuller—Patzelt-féle felosztása [13], ⑨ az ikozaéder hálózatának sűrítése a háromszögek köré írható körök középpontjainak segítségével. Az irodalmi hivatkozás nélküli felosztási módokat lásd pl. [17]-ben.

A továbbiakban tehát elsősorban az  $\eta$  hálózat-egyenlőtlenségi hányadosról kell minél többet megtudnunk.

Nézzük meg, hogy a [17] tanulmányban tárgyalt néhány felosztás esetében miként viselkedik ez a hányados. Tekintsük a Fuller-féle ikozaéderes felosztássorozatot néhány első tagját egység sugarú gömb esetében. Mint ismer-

retes, ilyen felosztáshoz úgy jutunk, hogy a szabályos ikozaéder lapjait egyeneszakaszokkal egyenként  $n^2$  darab egybevágó szabályos háromszögre osztjuk fel (amelyek egymáshoz teljes élek mentén csatlakoznak), majd az osztóvonalakat az ikozaéder centrumából az ikozaéder köré írható gömb felületére vetítjük. A keletkező gömbháromszögek csúcsai egy háromszöglapokkal határolt konvex poliédert határoznak meg. A sorozat első hat tagja esetén az  $\eta$  hányadosokat az I. táblázatban tüntettük fel. Ezek az  $\eta$  számértékek monoton nőnek.

## I. táblázat

*Az  $\eta$  hálózat-egyenlőtlenségi hányados értéke a Fuller-féle ikozaédes felosztássorozat első tagjai esetében*

| $n$ | $l$ | $e_k$ | maximális élhossz | minimális élhossz | $\eta$ |
|-----|-----|-------|-------------------|-------------------|--------|
| 1   | 20  | 1     | 1,0515            | 1,0515            | 1      |
| 2   | 80  | 2     | 0,6180            | 0,5465            | 1,1308 |
| 3   | 180 | 3     | 0,4124            | 0,3486            | 1,1830 |
| 4   | 320 | 6     | 0,3249            | 0,2532            | 1,2834 |
| 5   | 500 | 9     | 0,2616            | 0,1981            | 1,3202 |
| 6   | 720 | 9     | 0,2166            | 0,1626            | 1,3325 |

Itt jegyezzük meg, hogy a különböző élek számára,  $e_k$ -ra a következő becslés érvényes:

$$\left. \begin{aligned} e_k &\leq \frac{n}{2} \left( \frac{n}{2} + 1 \right), & \text{ha } n \text{ páros és nem osztható 3-mal,} \\ e_k &\leq \left( \frac{n+1}{2} \right)^2, & \text{ha } n \text{ páratlan és nem osztható 3-mal,} \\ e_k &\leq \frac{n(n+3)}{6}, & \text{ha } n \text{ osztható 3-mal.} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(10) bizonyítása a felosztás szimmetriáinak figyelembevételével történik (ill. ha  $n$  osztható 3-mal, további élek is egyenlők lesznek, azt is figyelembe kell venni).

Az  $(5, 5, 5)_g$  [17] Fuller-féle egyenlőszárú háromszöges felosztássorozatára (5.2. szakasz) vonatkozik a II. táblázat. A felosztás sorszámát a felosztássorozatban  $n$ -nel jelöltük. A felosztássorozatnak a táblázatban szereplő kezdő tagjaira, mint előbb, most is megállapítható, hogy az  $\eta$  monoton nő. Az I. táblázat részben, a II. táblázat egészében J. D. CLINTON számításai alapján készült [2].

Az 5. szakaszban vizsgált felosztássorozatok közül egyesekre beláttuk a konvexitást és az  $\eta$  hányados monoton voltát. Valószínűleg hasonló teljesül más felosztássorozatokra is (bár egyes esetekben a monotonitás csak a hárommal való oszthatóság szerinti részsorozatokra áll fenn), de ezeket nem vizsgáltuk. A konvexitás és az  $\eta$  hányados monotonitása teljesül például az ikozaéder oldalfelezéses felosztássorozatára (5.3. szakasz). Ennél a felosztásfajtánál a gömbháromszögek oldalfelező pontjait összekötő főkörívek (a középvonalak) segítségével végezzük ismételten a felosztást (III. táblázat).



## II. táblázat

*Az  $\eta$  hálózat-egyenlőtlenségi hányados értéke az  $(5, 5, 5)_g$  Fuller-féle egyenlőszárú háromszöges felosztássorozatának első tagjai esetében*

| $n$ | $l$ | $e_k$ | maximális élhossz | minimális élhossz | $\eta$ |
|-----|-----|-------|-------------------|-------------------|--------|
| 1   | 60  | 2     | 0,7136            | 0,6409            | 1,1136 |
| 2   | 240 | 4     | 0,3895            | 0,3134            | 1,2429 |
| 3   | 540 | 6     | 0,2643            | 0,2060            | 1,2826 |
| 4   | 960 | 8     | 0,1994            | 0,1553            | 1,2835 |

## III. táblázat

*Az  $\eta$  hálózat-egyenlőtlenségi hányados értéke az ikozaéder oldalfelezéssel felosztássorozatának első tagjai esetében*

| $n$ | $l$   | $e_k$      | maximális élhossz | minimális élhossz | $\eta$ |
|-----|-------|------------|-------------------|-------------------|--------|
| 1   | 20    | 1          | 1,0515            | 1,0515            | 1      |
| 2   | 80    | 2          | 0,6180            | 0,5465            | 1,1308 |
| 3   | 320   | 5          | 0,3249            | 0,2758            | 1,1775 |
| 4   | 1280  | 15         | 0,1646            | 0,1383            | 1,1906 |
| 5   | 5120  | $\leq$ 51  | 0,04130           | 0,03459           | 1,1940 |
| 6   | 20480 | $\leq$ 187 | 0,02067           | 0,01730           | 1,1948 |
| 7   | 81920 | $\leq$ 715 | 0,01034           | 0,008649          | 1,1950 |

A III. táblázatban  $n \geq 5$ -re  $e_k$ -t nem számoltuk ki, hanem az ennél a felosztássorozatnál minden  $n$ -re érvényes

$$e_k \leq \frac{1}{3} + 2^{n-2} + \frac{4^{n-1}}{6} \quad (11)$$

becslést alkalmaztuk, ahol  $n$  jelöli a felosztás sorszámát a felosztássorozatban. (11) bizonyítása teljes indukcióval történik, figyelembe véve a felosztás szimmetriáit, és azt, hogy az  $(n-1)$ -edik felosztás egy éle felezésekor két azonos hosszúságú él keletkezik az  $n$ -edik felosztásban.

Ha a hálózatot sűrítjük, azaz a háromszögek számával a végtelen felé tartunk, akkor a következő kérdések merülnek fel:

a) A különböző felosztássorozatok esetén korlátos-e az  $\eta$  hányadosok sorozata? (Itt csak a felső korlát a kérdéses, mivel az 1 nyilvánvalóan alsó korlát.)

b) Ha korlátos és ezenfelül konvergens, akkor a különböző esetekben mi a sorozat határértéke?

c) Tekintsük az összes lehetséges, minden határon túl sűrűsödő (fino-modó) felosztássorozatot és tekintsük a hozzájuk tartozó  $\eta$  hányadossorozatokat. Ezen utóbbiak közül a konvergensek határértékeinek mi lesz a legnagyobb alsó korlátja, azaz mi lesz az  $\eta$  számok rögzített  $l$  lapszám melletti infimumának limes inferiorja, amikor a felosztás  $l$  lapszáma a végtelenhez tart?

## 5. Az $\eta$ -sorozatok határérték-vizsgálata

Most megvizsgáljuk néhány konkrét felosztássorozatra [17] az  $\eta$  hányados határértékét. Ha azt is tudjuk, hogy egy felosztássorozatra az  $\eta$  hányados monoton nő, akkor a határérték egyben a legkisebb felső korlát. A gömb sugarát egységnyinek választjuk. A határértékek meghatározásakor csak aszimptotikus számításokat végzünk.

Az egyes részzakaszokban  $n$  a megfelelő felosztássorozatban a felosztás sorszámát (indexét) jelöli. Egyébként az egyes részzakaszok jelölései egymástól függetlenek.

Először is megnézzük, hogy egy gömbháromszöghálózathoz tartozó háromszöglapú poliéder (3. szakasz) mikor lesz konvex. Könnyen belátható, hogy a konvexitás szükséges és elegendő feltétele a következő: bármely két, éllel csatlakozó poliéderlapra a közös oldallal szemközti szögek összege legfeljebb  $180^\circ$  legyen. (Ugyanis két, éllel csatlakozó gömbháromszög a közös él különböző partján fekszik, és az említett két szög összege pontosan akkor lesz legfeljebb  $180^\circ$ , ha a két háromszöglap lapszöge legfeljebb  $180^\circ$ .) Tehát a poliéder konvex, ha pl. minden lapja hegyesszögű háromszög. Ezt többféleképpen tudjuk biztosítani. Ha a felosztásban szereplő gömbháromszögek hegyesszögűek, akkor a poliéder lapjai is hegyesszögűek. Ha egy felosztássorozatnál az  $\eta$  hányados határértéke kisebb  $\sqrt{2}$ -nél, a poliéderlapok — elég nagy  $n$  esetében — akkor is hegyesszögűek. Ekkor viszont a felosztássorozat valahány kezdő tagjára nem tudjuk, hogy fennáll-e a konvexitás. Valószínűnek tartjuk, hogy az 5.2. és 5.4. szakaszokban vizsgált felosztássorozatok is konvex poliédert szolgáltatnak minden  $n$ -re.

### 5.1. A Fuller-féle ikozaédes felosztás

A gömbbe írt szabályos ikozaéder lapjait felosztjuk egyenként  $n^2$  számú egybevágó szabályos háromszögre, majd ezt a hálózatot a gömbközepptől a gömbfelszínre vetítjük. Az eredeti hálózat élei egyenlők voltak. Nézzük meg, milyen arányban változnak meg a kivetítéskor. Legyen az eredeti hálózat egy élének egyenese a gömbközepptől  $t$  távolságra, és az él egyenesére merőleges, a gömbközepptől áthaladó egyenes zárjon be  $\vartheta$  szöget azzal az egyenessel, amely a gömbközepptől az él középpontjával köti össze. Akkor ez a kérdéses arány aszimptotikusan  $(\cos^2 \vartheta)/t$ . Jelöljük az ikozaéder lapjának, illetve élének a gömbközepptől való távolságát  $t_1$ -gyel, illetve  $t_2$ -vel. Ekkor

$$\frac{\cos^2 \vartheta}{t} \leq \frac{1}{t} \leq \frac{1}{t_1}. \quad (12)$$

Legyen adott  $t$ -re  $\vartheta$  maximuma:  $\psi(t)$ , akkor<sup>3</sup>

$$\frac{\cos^2 \vartheta}{t} \geq \frac{\cos^2 \psi(t)}{t} \sim \frac{t}{t^2 + \frac{1}{3} \left( \pm \sqrt{t^2 - t_1^2} + \frac{d}{\sqrt{3}} \right)^2}, \quad (13)$$

ahol  $d$  az ikozaéderél hossza (euklideszi értelemben). A gyök előtt  $t_1 \leq t \leq t_2$  esetében plusz jel,  $t_2 < t \leq 1$  esetén mínusz jel áll. A legutolsó kifejezés  $t = t_2$ -re éri el a minimumát, ennek értéke  $t_2$ . Az  $\eta$  hányados értéke aszimptotikusan a  $(\cos^2 \vartheta)/t$  maximumának és minimumának aránya. Így:

$$\eta \sim \frac{1}{t_1 t_2} \approx 1,480. \quad (14)$$

A poliéder minden  $n$ -re konvex lesz. Ugyanis bármely lapjának mindegyik súlyvonala nagyobb a megfelelő oldal felénél (ez a (12)-höz és (13)-hoz hasonló egyenlőtlenségekből látható), így minden lap hegyesszögű.

### 5.2. Az $(5, 5, 5)_g$ Fuller-féle egyenlőszárú háromszöges felosztása [17]

A kiinduló hálózat az  $(5, 5, 5)_g$  poliédernek a köré írt gömb középpontjából a köré írt gömb felszínére vetített hálózata. (Az  $(5, 5, 5)_g$  poliéder [17] felülete a gömbbe írt szabályos dodekaéder lapjaira kifelé állított szabályos gúláak palástjaiból áll, midőn a gúláak csúcsai a gömbön vannak.) Ebben a hálózatban egyenlőszárú gömbháromszögek szerepelnek. Jelöljük ezek alapjait  $2a^*$ -gal és a hozzájuk tartozó magasságokat  $b^*$ -gal. Legyen

$$0 \leq b_1 \leq b_2 \leq 2b_1, \quad b_1 \leq b^*, \quad (15)$$

továbbá

$$b_1 = \frac{i^*}{n} b^*, \quad b_2 = \frac{j^*}{n} b^*, \quad 0 \leq i^* \leq n, \quad 0 \leq j^* \leq 2n \quad (16)$$

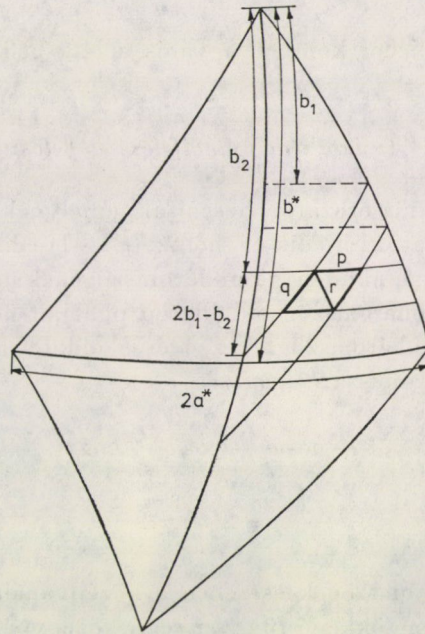
( $i^*, j^*, n$  egész számok,  $n$  nagy).

A 6. ábrán a kiinduló hálózat két egyenlőszárú háromszöge szerepel, amelyek egymáshoz alappal csatlakoznak. A felsőnek a magasságára (ill. lefelé való meghosszabbítására) a csúcstól kezdve felmérünk  $b_1, b_2, 2b_1$  hosszúságú íveket. A  $b_1$  hosszúságú ív végpontjában a magasságra merőleges főkörívet állítunk és annak a szárral való metszéspontját összekötjük főkörív segítségével a  $2b_1$  hosszúságú ív végpontjával. Továbbá megrajzoljuk a  $b_2$  hosszúságú ív végpontjában a magasságra állított merőleges főkörívet is. Ha  $i^* < n$

<sup>3</sup> A  $\sim$  jel aszimptotikus egyenlőséget jelent.

és  $j^* < 2n$ , ugyanezt  $i^*$  és  $j^*$  helyett  $(i^* + 1)$ -re és  $(j^* + 1)$ -re is megcsináljuk (azaz a magasságra, ill. meghosszabbítására felmérjük a megfelelő hosszú íveket, és a fentihez hasonlóan állítunk egy merőleges főkörívet, összekötő főkörívet és még egy merőleges főkörívet).

Mindkét esetben tekintsük az utoljára említett két-két főkörívet (ezeket a 6. ábrán folytonos vonal jelöli). Ezek egy négyszöget határolnak, amely közelítően parallelogramma (az ábrán vastag vonal jelöli). Ennek a négyszögnek



6. ábra. A hálózat egy elemi környezetének adatai a Fuller-féle egyenlőszárú háromszög felosztásban

a magasságra állított merőlegesen fekvő oldalát jelöljük  $p$ -vel, az egyik szomszédos oldalt  $q$ -val (az ábra szerint), a berajzolt átlóját pedig, amely a háromszögfelosztás egyik éle,  $r$ -rel. Legyen  $z = 2b_1 - b_2$ , ekkor:

$$\begin{aligned}
 p &\sim \frac{b^*}{n} \frac{\cos 36^\circ}{1 - \sin^2 36^\circ \cos^2 z} \cos z \cdot 2 \sin 36^\circ, \\
 q &\sim \frac{b^*}{n} \frac{\cos 36^\circ}{1 - \sin^2 36^\circ \cos^2 z}, \\
 r &\sim \frac{b^*}{n} \frac{\cos 36^\circ}{1 - \sin^2 36^\circ \cos^2 z}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

A háromszöglapok szárainál, ill. szimmetriatengelyénél fekvő felosztásélekre ugyanezek a képletek értelemszerűen érvényesek.

Fennáll  $0 \leq z \leq b^*$ . Könnyen látható, hogy adott  $z$ -re aszimptotikusan  $q = r \leq p$  (azaz a kifejezésükben az  $1/n$ -es nagyságrendű tagokra ez fennáll).  $p$  és  $q$  kifejezése  $z$ -ben monoton, így:

$$\eta \sim \frac{\max p}{\min q} \sim \frac{3}{2} \frac{\operatorname{tg} 36^\circ}{\cos 36^\circ} \approx 1,347. \quad (18)$$

Nagy  $n$ -re a poliéder konvex, ugyanis a (18)-beli érték kisebb  $\sqrt{2}$ -nél.

### 5.3. Az ikozaéder oldalfelezéses felosztása

Most azt a felosztássorozatot vizsgáljuk, amelynek első tagja a szabályos gömbi ikozaéderhálózat, az  $n$ -edik tagból az  $(n+1)$ -ediket pedig úgy kapjuk, hogy az  $n$ -edik hálózat minden gömbháromszögének megrajzoljuk a középvonalait (azaz a gömbháromszög oldalfelező pontjait összekötő főköríveket). Az  $a, b, c$  oldalú gömbháromszögre az  $a$  és  $b$  oldal felezőpontjait összekötő gömbi középvonal koszinusza:

$$\frac{1 + \cos a + \cos b + \cos c}{4 \cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2}}. \quad (19)$$

Hegyesszögű gömbháromszögek esetében a középvonalak hossza mindhárom oldalnak monoton nemcsökkenő függvénye, a középvonalak a megfelelő oldalak felénél nem kisebbek, és nagyobb oldalhoz nagyobb középvonal tartozik. Ha egy hegyesszögű gömbháromszöget középvonalaival felosztunk, hegyesszögű gömbháromszögeket kapunk. Ezért ebben a felosztássorozatban bármelyik felosztáshoz tartozó poliéder konvex.

A fentiek miatt a felosztásban a legnagyobb oldalhossz az ikozaéderlap középpontját tartalmazó szabályos háromszög oldalhossza, a legkisebb oldalhossz pedig a gömbi ikozaéderélen fekvő oldalak hossza. *A két (euklideszi) oldalhossz hányadosa az  $n$ -edik felosztásnál,  $\eta_n$ , monoton nő.  $\eta_n$ -et a következő kifejezés adja meg:*

$$\eta_n = \frac{1}{2^{n-1}} \frac{\sin w}{\sqrt{1 - \frac{4}{3} \left(1 - \frac{1}{4^{n-1}}\right) \sin^2 w}} \sin \frac{w}{2^{n-1}}, \quad (20)$$

ahol  $2w$  a gömbi ikozaéderél hossza.



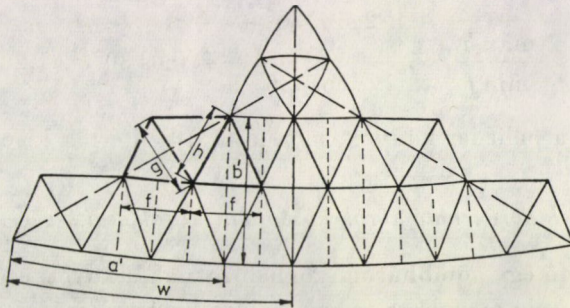
Innen<sup>4</sup>

$$\lim \eta_n = \sup \eta_n = \frac{\sin w}{w \sqrt{1 - \frac{4}{3} \sin^2 w}} \approx 1,195 \quad (21)$$

(a nevezőben szorzóként álló  $w$  radiánban mérve).  
(Részletesebben lásd [10].)

#### 5.4. A [17]-ben javasolt gömbfelosztás

Ezen eljárás során a gömbi ikozaéderelt  $n$  egyenlő részre osztjuk. A 7. ábrán ennek a gömbfelosztásnak egy részlete szerepel. (Ez a részlet a szabályos ikozaéder gömbi hálózata egy lapjának harmadrésze. Az ikozaéderlap szimmetriatengelyei a hosszabb szakaszokkal rajzolt szaggatott vonalakkal vannak jelölve.) Az ábrán vannak egyenlőszárú háromszögek, amelyeknek a szimmetriatengelyei merőlegesek a teljes hosszában megrajzolt ikozaéderélre. (Ezek a szimmetriatengelyek az ábrán szaggatott vonallal vannak jelölve.)



7. ábra. A hálózat egy elemi környezetének adatai a [17]-ben javasolt felosztásban

Tekintsük ezek közül a háromszögek közül csak azokat, amelyek teljesen az ikozaéderlap megrajzolt harmadrészébe esnek, alapjukkal (ill. csúcsukkal) a teljes hosszában megrajzolt ikozaéderél felé. Ezek sorokba rendezhetők (az ábrán a sorok vízszintesek). Az egy sorba esők egybevágók. Az alapjukkal az ikozaéderél felé eső háromszögek közül azokat tekintjük, amelyek saját sorukban a legszélsők.

Egy ilyen háromszög szimmetriatengelye metszi az ábrán teljes hosszában megrajzolt ikozaéderélt az él végpontjától  $a'$  távolságra. Jelölje  $b'$  ugyan ezen háromszög szimmetriatengelyének az ikozaéderél és a háromszög csúcsa közti szakasza hosszát. Legyen  $a' \leq w$ , ahol  $2w$  a gömbi ikozaéderél hossza.

<sup>4</sup> Egy felülről korlátos számsorozat (számhalmaz) szuprémumán a számsorozat (számhalmaz) legkisebb felső korlátját értjük. Az  $\eta_n$  sorozat szuprémumát  $\sup \eta_n$  jelöli.

( $w$ ,  $a'$  és  $b'$  az ábrán nyilakkal be van jelölve.) Jelöljük a tekintett háromszög alapját  $f$ -fel, szárát pedig  $h$ -val. Hozzá csúcsban, ill. élben csatlakozik két egyenlőszárú háromszög, amelyek szára  $f$ , ill.  $h$ ; közös alapjukat pedig jelöljük  $g$ -vel. (Az említett három háromszög az ábrán vastag vonallal van jelölve.) Ekkor:

$$\begin{aligned} f &\sim \frac{2w}{n} \cos b', \\ g &\sim \frac{2w}{n} 2 \cos b' \sin 36^\circ \cos a', \\ h &\sim \frac{2w}{n} \frac{1}{2} \cos b' \frac{\sqrt{8 \sin^2 36^\circ \cos^2 a' + 1}}{\sqrt{1 - \sin^2 36^\circ \cos^2 a'}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Adott  $a'$ -re  $f \leq g \leq h$  aszimptotikusan (azaz kifejezésükben az  $1/n$ -es nagyságrendű tagokra ez fennáll).  $b'$  együtt nő  $a'$ -vel, és  $f$  és  $h$  kifejezése ezeknek monoton csökkenő függvénye. Így

$$\eta \sim \frac{\max h}{\min f} \sim \frac{\sqrt{2 \sin^2 36^\circ + \frac{1}{4}}}{\cos^2 36^\circ} \cos 30^\circ \approx 1,284. \quad (23)$$

Nagy  $n$ -re a poliéder konvex, mert a (23)-beli érték kisebb  $\sqrt{2}$ -nél.

### 5.5. A háromszögek köré írható körök középpontjainak segítségével történő felosztás

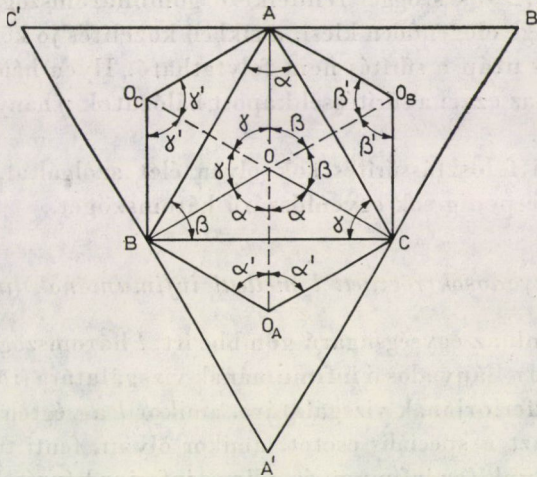
Elképzelhető egy gömbháromszöghálózatnak a következő sűrítési módja is: az új hálózat csúcsai egyrészt a régi hálózat csúcsai, másrészt a régi háromszögek köré írt körök középpontjai. Az új hálózat élei a régi háromszögek köré írt körök középpontjait a megfelelő háromszögek csúcsaival kötik össze (ha ezek az illető háromszögekben vannak), ill. két, éllel csatlakozó régi háromszög köré írt kör középpontját kötik össze. Ha a régi hálózatban van olyan háromszög, amely nem tartalmazza a belsejében a köré írt kör középpontját, az új hálózatot nem értelmezzük.

Alkalmazzuk most ezt a sűrítést síkbeli háromszöghálózatokra. Ha (egymáshoz teljes éllel mentén csatlakozó) szabályos háromszögekből álló rácsra alkalmazzuk, hasonló rácsot kapunk, kisebb élhosszal. Először megmutatjuk egy példán, hogy ez a sűrítés síkbeli háromszöghálózatokra nem mindig alkalmazható tetszésszerűen sokszor egymás után (úgy, hogy a háromszögek köré írt körök középpontjai mindig a háromszögek belsejében legyenek). Tartalmazzon a rács két egyenlőszárú háromszöget, amelyek alapjukkal csatlakoznak és szárszögük  $60^\circ + \varphi$ . Közös alapjukat lefedi az új hálózat két egyenlőszárú háromszöge. Ezek alapjukkal csatlakoznak, és szárszögük  $60^\circ - 2\varphi$ . Hasonlóan



látható, hogy a soron következő hálózatokban lesznek egyenlőszárú háromszögek, melyeknek szárszögei  $60^\circ + 4\varphi$ ,  $60^\circ - 8\varphi$ , stb., ami  $\varphi \neq 0$ -ra elég nagy lépésszám mellett lehetetlen.

Hasonló módon megmutatjuk, hogy ha egy síkbeli háromszöghálózat tartalmaz nem szabályos háromszöget, akkor ez a felosztássűrítés nem alkalmazható tetszésszerinti sokszor egymás után. Azaz: ha a felosztássűrítés tetszésszerinti sokszor alkalmazható egymás után, akkor a hálózat minden háromszöge szabályos. Legyen a hálózat egy háromszöge  $ABC$ , szögei  $\alpha, \beta, \gamma$ , a köré írt kör középpontja  $O$  (8. ábra). A szomszédos háromszögek legyenek  $A'B'C'$ ,



8. ábra. Felosztás a háromszögek köré írt köröknek középpontjai segítségével

$AB'C$  és  $ABC'$ . Ezeknek  $A'$ -nél,  $B'$ -nél és  $C'$ -nél levő szögeket jelöljük  $\alpha', \beta'$  és  $\gamma'$ -vel, a körjük írt körök középpontjait pedig  $O_A, O_B$  és  $O_C$ -vel. Tegyük fel, hogy  $\alpha + \alpha' \neq 120^\circ$ . Ekkor az  $OBO_A$  és  $OCO_A$  háromszögek az  $O_AO$  oldaluk mentén csatlakoznak,  $O$ -nál, ill.  $O_A$ -nál fekvő szögük  $\alpha$ , ill.  $\alpha'$ . Ha a körjük írt körök középpontjait  $O'_B$ -vel és  $O'_C$ -vel jelöljük, az  $O'_BO'_CO$  és  $O'_BO'_CO_A$  háromszögek alapjukkal csatlakozó egyenlőszárú háromszögek, és szárszögük  $2(\alpha + \alpha') - 180^\circ$ , ami  $60^\circ$ -tól különböző. Így a fentiek szerint a sűrítés nem folytatható tetszésszerinti sokszor egymás után. Ugyanez igaz, ha  $\beta + \beta'$  és  $\gamma + \gamma'$  valamelyike  $120^\circ$ -tól különböző. Ha pedig

$$\alpha + \alpha' = \beta + \beta' = \gamma + \gamma' = 120^\circ, \quad (24)$$

akkor tekintsük az  $O_CBO$  és  $O_ABO$  háromszögeket. Ezeknek  $O_C$ -nél, ill.  $O_A$ -nál fekvő szögeik  $\gamma'$  ill.  $\alpha'$ . Ha  $\gamma' + \alpha' \neq 120^\circ$ , a fentihez hasonlóan a sűrítés nem folytatható tetszésszerinti sokszor egymás után. Ugyanezt kapjuk, ha  $\alpha' + \beta'$  és  $\beta' + \gamma'$  közül valamelyik  $120^\circ$ -tól különböző (a megfelelő háromszögek

figyelembevételével). Ha pedig:

$$\gamma' + \alpha' = \alpha' + \beta' = \beta' + \gamma' = 120^\circ, \quad (25)$$

akkor:

$$\alpha' = \beta' = \gamma' = 60^\circ, \quad (26)$$

és így (24)-ből

$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ. \quad (27)$$

Alkalmazzuk most ezt a felosztássűrítést gömbháromszöghálózatra. A hálózat mindig tartalmaz legfeljebb 5-élű csúcsot (3. szakasz, (5)), így tartalmaz legalább  $72^\circ$ -os szöggel rendelkező gömbháromszöget. Ha a hálózat minden háromszöge elegendően kicsi, a síkbeli közelítés jó közelítés lesz, és így korlátos sok lépés után a sűrítés nem folytatható. Ilyen hálózatnál természetesen értelmetlen az ezzel a sűrítéssel kapott hálózatok  $\eta$  hányadosainak határértékéről beszélni.

Ez a gömbi felosztássűrítés sok olyan élet szolgáltat, amelyek hossza egyenlő, ismételve pedig sok egyenlőszárú háromszöget.

#### 5.6. Az $\eta$ hányadosok rögzített $l$ melletti infimumának limes inferiorja

Most áttérünk az egység sugarú gömbbe írt,  $l$  háromszöglap által határolt konvex poliéderek  $\eta$  hányadosai infimumának vizsgálatára (rögzített  $l$  mellett), ill. ennek limes inferiorjának vizsgálatára, amikor  $l$  a végtelenhez tart. Külön vizsgáljuk majd azt a speciális esetet, amikor olyan, fenti tulajdonságú poliéderekre szorítkozunk (az infimum, és a limes inferior képzések), amelyeknek csak öt- és hatélű csúcsai vannak. (Természetesen abból, hogy ha az eredeti feladatot megoldanánk, nem következik, hogy a speciális poliéderekre a feladatot meg tudjuk oldani, hiszen nem biztos, hogy az infimum egy speciális poliédernél lép fel.) [10]-ben a következő van bebizonyítva: egy fenti tulajdonságú poliéderre — *itt nincs a csúcsok élszámára megkötés* —, amelynek lapszáma  $l$ , az  $\eta$  hányados legalább

$$\sin 36^\circ / \sin \left( 30^\circ + \frac{120^\circ}{l} \right).$$

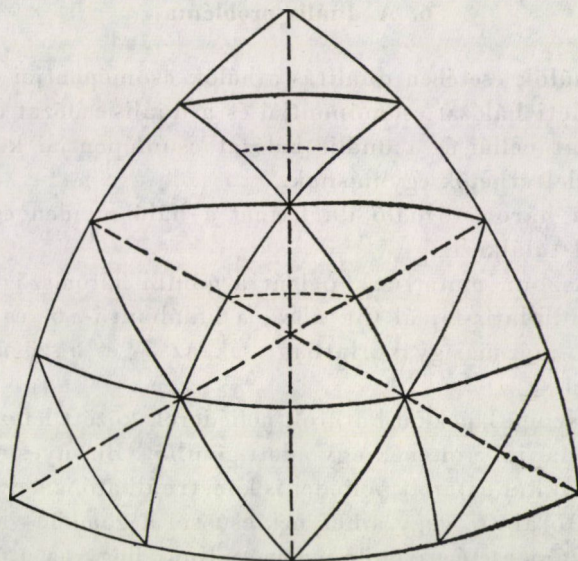
Ennek határértéke  $l \rightarrow \infty$  esetében  $2 \sin 36^\circ$ . Így a kérdéses *limes inferior értéke* — itt a csúcsok élszámára nincs megkötés — *legalább*  $2 \sin 36^\circ \approx 1,1756$ . Ennek a bizonyítása [4] szerzőjének egy ötletén alapul és egy, a [4]-ben található tételt használ fel.

Valószínűnek tartjuk, hogy a fenti tulajdonságú poliéderekre — még akkor is, ha kikötjük, hogy csak öt- és hatélű csúcsok vannak — a limes inferior értéke pontosan  $2 \sin 36^\circ$ . Bebizonyítani azonban csak annyit tudunk, hogy a *limes inferior értéke* — *akkor is, ha kikötjük, hogy csak öt- és hatélű csúcsok vannak* — *legfeljebb* 1,1780. Most ismertetjük a [10]-ben megadott konstruk-



ciót, amellyel tetszőleges nagy lapszámú fenti tulajdonságú poliéderek konstruálhatók — ezek csak öt- és hatélű csúcsokat tartalmaznak —, amelyekre  $\eta$  legfeljebb 1,1780.

Osszuk fel a szabályos gömbi ikozaéderhálózat minden háromszögét 16 háromszögre. Rendelkezzen a felosztás a szabályos ikozaéder szimmetriáival és az ikozaéderél eközben négy egyenlő részre legyen felosztva (a 9. ábra folytonos vonalai). Legyen az ikozaéderlap középpontját tartalmazó gömbháromszög oldala  $\approx 18^\circ 26,30'$ . A minimális, ill. maximális oldalak egyike az ikozaéder csúcsánál elhelyezkedő egyenlőszárú háromszög szára, ill. alapja.



9. ábra. A konstrukció vázlata

Az ábrán a rövidebb szakaszokból álló szaggatott vonalakkal jelölt két középvonal pontosan egyenlő. Az összes gömbháromszög hegyesszögű. Most rajzoljuk meg az összes gömbháromszög középvonalait, így kapunk egy felosztást.

Legyen az így kapott felosztás a felosztássorozat első tagja, és az  $(n + 1)$ -edik felosztást az  $n$ -edikből a gömbi középvonalak berajzolásával nyerjük. A felosztássorozatban bármelyik felosztáshoz tartozó poliéder konvex. A maximális és minimális (euklideszi) élhossz hányadosa az  $n$ -edik felosztásra,  $\eta_n$ , monoton nő. Az 5.3. szakaszban alkalmazott számításokhoz hasonlóan  $\eta_n$ -re most is kapható egy képlet, amelyből

$$\lim \eta_n = \sup \eta_n \approx \frac{\sin \frac{9^\circ 18,59'}{2}}{0,069197 \sqrt{1 - \frac{4}{3} \sin^2 \frac{9^\circ 18,59'}{2}}} \approx 1,1780 \quad (28)$$



( $9^\circ 18,59'$  a fent említett két egyenlő középvonal hossza, míg  $0,069197$  a gömbi ikozaéderél 16-od része, radiánban mérve, közelítőleg). Innen bármely  $n$ -re

$$\eta_n \leq 1,1780 \dots \quad (29)$$

Ezért a fenti tulajdonságú poliéderekre — még akkor is, ha kikötjük, hogy csak öt- és hatélű csúcsaik vannak — az  $\eta$  hányados adott  $l$ -re való infimumának limes inferiorja is legfeljebb  $1,1780$ .

## 6. A duális probléma

A gömbi hálók esetében dualitás a hálók csomópontjai és cellái között áll fenn. Az eredeti hálózat csomópontjai és a duális hálózat cellái, valamint az eredeti hálózat cellái és a duális hálózat csomópontjai kölcsönösen egyértelműen megfeleltethetők egymásnak.

Egy gömbi háromszögháló duálisánál a háló minden csomópontjában három hálóvonal találkozik.

A 2. szakaszban mutattunk példát a gömbi háromszögháló duálisára. A bemutatott radiolaria-fajnál (3a ábra) a hálóban 5-, 6- és 7-szögű cellák fordulnak elő. A mérnöki gyakorlatban csak az 5- és 6-szögű cellákból álló hálózat terjedt el.

Az 5- és 6-szögű lapokkal határolt poliéderek között létezik végtelen sok olyan, amelynek lapjai érintenek egy adott gömböt. Bizonyos esetekben olyan 5- és 6-szögű lapokkal határolt poliéder is konstruálható, amelynek élei érintik a gömböt [16] (3b ábra), vagy amelynek csúcsai a gömbön vannak.

Nagy lapszám esetén azonban nem tudjuk, hogy az utóbbi két típusú poliéder létezik-e.

Legyen egy 5- és 6-szögű lapokkal határolt olyan poliéderünk, amelynek minden csúcsában három él találkozik és amelynek élei érintenek egy egység-sugarú gömböt. A csúcsok száma legyen  $c$ . Ekkor az ötszöglapok száma  $12$ , a hatszöglapoké  $(c/2) - 10$ , az élké pedig  $3c/2$  (3. szakasz). A csúcspontok összesen  $3c$  adattal jellemezhetők. Öt, ill. hat csúcs egy síkba esése két, ill. három egyenletet ad, míg az, hogy az élék távolsága a gömbközponttól  $1$ ,  $3c/2$  egyenletet. Ez összesen  $3c - 6$  egyenlet a  $3c$  adatra. Emiatt azt gondolhatjuk, hogy ilyen poliéder — adott  $c$  csúcscsám mellett — talán létezik. Az, hogy az egyenletek száma kisebb az adatok számánál, ezt természetesen *nem* bizonyítja. (Ez biztosan nem igaz az egyetlen hatszöglappal rendelkező poliéder esetére, mert, mint a 3. szakaszban említettük, ilyen poliéder nincs is. Mint említettük, bizonyos  $c$ -kre viszont igaz. Pl. az (5, 6, 6) szimbólummal jelölt archimedesi test is ilyen.)

Egy gömbbe írt, 5- és 6-szögű cellákból álló rács egyes celláit általában térbeli sokszögek határolják. Ezeknél a rácsoknál, mint a későbbiek során látni

fogjuk, valószínűleg mindig megkövetelhetjük, hogy a sokszögek élei azonos hosszúságúak legyenek. Ilyenkor azon túl, hogy a rács csomópontjai a gömbön lesznek, a rács rúdjai érinteni fognak egy, az adott gömbnél kisebb sugarú gömböt is.

A továbbiakban két dolgot fogunk megvizsgálni: először azt, hogy az 5. szakaszban tárgyalt felosztások révén előálló, gömbbe írt, háromszöglapokkal határolt poliéderek duális (poláris) poliédereinél hogyan változik az  $\eta$  hálózat-egyenlőtlenségi hányados; másodsor azt, hogyan állíthatók elő gömbbe írt egyenlő rúdhosszúságú rácsok.

### 6.1. A duális poliéderek $\eta$ hányadosai

Itt a következő matematikai kérdést lehet felvetni. Tekintjük a gömb köré írt, csupa háromélű csúccsal rendelkező konvex poliédereket. Külön vizsgáljuk majd azt a speciális esetet, amikor olyan, fenti tulajdonságú poliéderekre szorítkozunk, amelyeknek csak öt- és hatszögű lapjaik vannak. Kérdezhetjük, mi az  $\eta$  hányados rögzített lapszám melletti infimumának limes inferiorja, amikor a lapszám a végtelenhez tart. Erre a limes inferiorra nem tudunk olyan jó becsléseket adni, mint a gömbbe írt háromszöglapú poliéderek esetében. Értéke mindenesetre legalább 1 — itt nincs a lapok oldalszámára megkötés —; ennél jobb alsó becslést nem is tudunk.

Célunk most olyan fenti tulajdonságú poliéderek konstruálása, amelyek  $\eta$  hányadosa lehetőleg kicsi, miközben a lapszám tetszőleges nagy lehet. A megkonstruált poliédereknek csak öt- és hatszöglapjaik lesznek.

Legyen megadva egy egységsugarú gömbbe beírt és egy, ugyanazon gömb köré írt konvex poliéder. Ezeket egymás *polárisának* hívjuk, ha a beírt poliéder csúcsai megegyeznek a köréírt poliéder lapjainak és a gömbnek érintési pontjaival.

Legyen  $n$  egy elég nagy természetes szám és tekintsük a [17]-ben javasolt gömbfelosztást, ahol a gömbi ikozaéderélt  $n$  egyenlő részre osztjuk, és a gömb sugara egységnyi. Vizsgálni fogjuk az ehhez tartozó beírt poliéder polárisát. Ez az egységsugarú gömb köré írt konvex poliéder. Megmutatjuk, hogy erre aszimptotikusan:

$$\eta \sim \operatorname{ctg} \left( 2 \operatorname{arc} \sin \frac{\cos 36^\circ}{\sqrt{8 \sin^2 36^\circ + 1}} \right) \cdot \frac{3}{2 \cos 36^\circ} \approx 1,595. \quad (30)$$

Ezért a fenti tulajdonságú poliéderekre — akkor is, ha kikötjük, hogy csak öt- és hatszöglapjaik vannak — az  $\eta$  hányados rögzített lapszám melletti infimumának limes inferiorja (amikor a lapszám a végtelenhez tart), nem nagyobb a (30)-beli értéknél.

Minden számítást csak  $n$  nagy értékeire, aszimptotikusan végzünk. Tudjuk, hogy a tekintett beírt poliéderre az  $\eta$  hányados aszimptotikusan

$\approx 1,284$ . Eszerint a lapok hegyesszögű háromszögek, sőt a legnagyobb szögük sem halad meg egy bizonyos,  $90^\circ$ -nál kisebb rögzített szöget. Nagy  $n$  esetben a poliéderfelület egy kis darabja jó közelítéssel síkbelinek tekinthető. Síkbeli, hegyesszögű háromszögekből álló hálózat esetében a poláris élhálózat a háromszögek oldalfelező merőlegeseiből áll, minden oldalfelező merőlegesnek azt a szakaszát véve, amely az illető oldalhoz csatlakozó két háromszög köré írt körök középpontjai közé esik.

Tekintsünk egy síkbeli egyenlőszárú háromszöget, amelynek alapja  $x$ , szára  $y$ . Az alaphoz — ill. szárhoz — tartozó oldalfelező merőlegesnek az alap — ill. szár — és a háromszög köré írt kör középpontja közötti szakaszának hossza:

$$\frac{2y^2 - x^2}{2\sqrt{4y^2 - x^2}}, \quad \text{illetve} \quad \frac{xy}{2\sqrt{4y^2 - x^2}} \quad (31)$$

(másképpen: a köré írt kör átmérőjének és a szemközti szög koszinuszának a szorzata).

Megtartjuk az 5.4. szakasz jelöléseit. A felosztásban szereplő háromszögek oldalai  $f, h, h$ ;  $f, f, g$  és  $g, h, h$ . Adott  $a'$ -re tekintsük ezen háromszögekre az oldalfelező merőlegeseknek a megfelelő oldal és a köré írt kör középpontja közti szakaszait (szintén  $1/n$ -es tagokig számolva). Ez az  $f, h, h$  oldalú háromszög alapjára lesz maximális. Ez az oldalfelezőszakasz maximumát (aszimptotikusan)  $a' = 0$ -ra éri el. Van két (aszimptotikusan) ilyen hosszú csatlakozó oldalfelező szakasz, amelyek együtt a poláris hálózat egy élét alkotják. Így ez a poláris hálózat (aszimptotikusan) maximális éle.

A poláris hálózat minimális élét nehezebb meghatározni. Tekintsük az éllel csatlakozó háromszögpárokat, adott  $a'$ -nél, és kiszámítjuk a köréjük írt körök középpontjai távolságát. (Azaz a két háromszög közül az egyik az adott  $a'$ -höz tartozó, a 7. ábrán vastag vonallal jelölt háromszögek valamelyike, ill. az  $f, h, h$  oldalú vastag vonallal jelölt háromszöggel egy sorban van.) Az oldalak nagyságviszonyai miatt látható, hogy ezen távolságok között egyesek nagyobbak másoknál. Amelyekről ez nem látható, azoknak megkeressük a hosszára vonatkozó kifejezés minimumát, ezek  $a' = w$ -ben lesznek felvéve. Ha a közös él egyik végpontja ikozaédercsúcs, a háromszögek köré írt körök középpontjainak távolsága nagyobb az előbbi minimumoknál. Ha  $a'$  közel van  $w$ -hez, azaz az ikozaéderlap középpontjához közeli háromszögeket tekintjük, azok közelítően szabályosak, így a poláris hálózat élei ott lesznek (aszimptotikusan) minimálisak. A maximális és minimális élhossz hányadosa (aszimptotikusan) a (30)-beli érték.

A poláris hálózatra is teljesül, hogy a különböző élek száma, sőt a különböző lapok száma is az összes lapszám négyzetgyökének egy konstansszorosa alatt marad. (Ugyanez igaz az 5.2. szakaszban tárgyalt felosztás polárisára is, szintén nagy  $n$  esetben.)

Az  $\eta$  hányados valószínűleg tovább csökkenthető, ha a kiindulásul használt felosztást az ikozaéderlap közepén levő háromszögek növelésével és a szélsők csökkentésével módosítjuk. A módosított felosztásban az egy sorban levő háromszögek csúcsai továbbra is koncentrikus köríveken vannak és az azokhoz csatlakozó oldalaik („alapjaik”) egyenlők, viszont a háromszögek nem lesznek többé egyenlőszárúak.

Tekintsük a többi, az 5. szakaszban vizsgált háromszöghálózatnak megfelelő beírt poliéder polárisát (kivéve az 5.5. szakaszbeli polárisát). Ezekre aszimptotikusan nagyobb lesz az  $\eta$  hányados, mint a [17]-ben javasolt gömbfelosztásra.

Tekintsünk ugyanis egy síkbeli,  $72^\circ$ -os szárszögű egyenlőszárú háromszöget, és középvonalaival bontsuk fel négy kisebb háromszögre. Tekintsük az éllel csatlakozó, most kapott kisebb háromszögekre a körjük írt körök középpontjainak a távolságát. Ezek közül a maximális és a minimális aránya:

$$\frac{\cos 54^\circ}{\cos 72^\circ} \approx 1,902. \quad (32)$$

Ha a  $72^\circ$  helyett nagyobb hegyesszögű szárszöget veszünk, ez az arány még nagyobb lesz.

Tekintsük a Fuller-féle ikozaéderes felosztást vagy az  $(5, 5, 5)_g$  Fuller-féle egyenlőszárú háromszöges felosztását, nagy  $n$  esetében. Ezekben a felosztásokban az ikozaédercsúcs közelében előfordul a fenti helyzetben levő négy,  $72^\circ$ -os egyenlőszárú háromszög (közelítőleg). Így a poláris hálózatra az  $\eta$  hányados egy, a (32)-höz közeli értéknél nem kisebb.

Tekintsünk az egység sugarú gömbön egy gömbháromszöghálózatot, és ezt gömbi középvonalakkal osszuk fel. A kapott hálózathoz tartozó poliéder lapjai legyenek elég kicsi, (euklideszi értelemben) hegyesszögű háromszögek. Az eredeti hálózathoz egy legfeljebb 5-élű csúcsonál volt egy legalább  $72^\circ$ -os gömbháromszög-szög. Így a fentihez hasonlóan látható, hogy a felosztott hálózat polárisára az  $\eta$  hányados egy, a (32)-höz közeli értéknél nem kisebb.

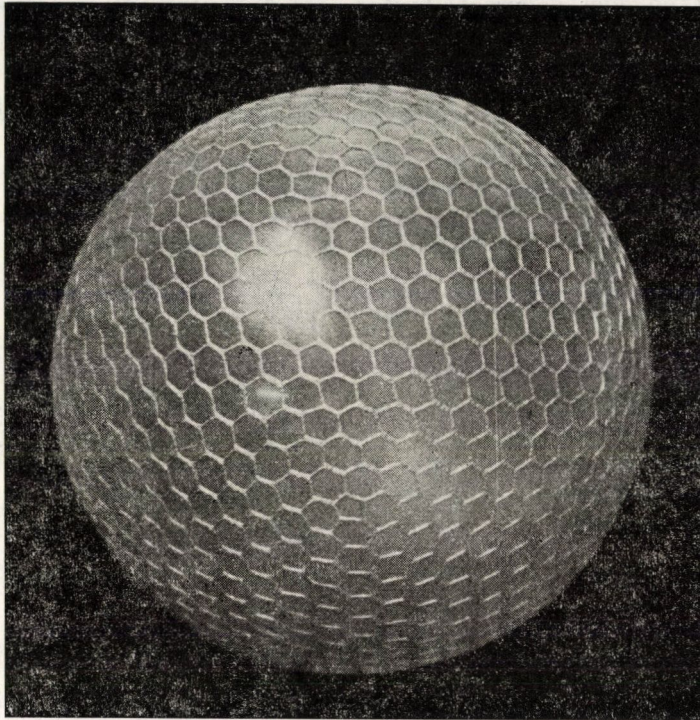
Nem is ismerünk olyan gömbháromszöghálózat-sűrítési eljárást, amely tetszőleges hálózathoz egy sűrűbb hálózatot rendel, és amelyre a sűrűbb hálózathoz tartozó poliéder polárisára az  $\eta$  hányados elég kicsi lenne (mondjuk aszimptotikusan kisebb, mint valamely, a (32)-beli értéknél kisebb szám). Egy ilyen hálózatsűrítési eljárás esetében az új csúcsokat valószínűleg több háromszög figyelembevételével kell elhelyezni.

## 6.2. Egyforma élhosszúságú duális gömbrácsok

A gömbbe írt, 5- és 6-élű cellákból álló, háromélű csúcsokkal rendelkező rács egyes celláit általában térbeli sokszögek határolják. Az, hogy ezek a sokszögek mind síkbeliek legyenek, elég sok megkötést jelent. Ha a csúcsok száma  $c$ ,



azok  $2c$  adattal jellemezhetők, és a megfelelő csúcsok egy síkba esése  $(3c/2) - 6$  egyenletet ad. Ebből azt gondolhatjuk, hogy létezik ilyen poliéder. Kis lapszám esetén valóban nem nehéz konstruálni öt- és hatszögű lapokkal határolt, háromélű csúcsokkal rendelkező, gömbbe írt poliédereket. Példaként említjük az  $(5, 6, 6)$  szimbólummal jelölt archimedesi testet. Nagy lapszám esetén azonban nem tudjuk, hogy létezik-e a fenti tulajdonságokkal rendelkező poliéder.



10. ábra. Öt- és hatszögű cellákból álló gömbi háló modellje

A továbbiakban eltekintünk a cellák síkbeli voltától, és azt a kérdést vizsgáljuk, lehetnek-e a sokszögek élei egyforma hosszúak.

Ha létezik ilyen rács, akkor azt a gömb középpontjából a felületre vetítve a gömbnek egy felbontását kapjuk gömbi öt- és hatszögekre, miközben az összes él egyforma hosszú. Ezentúl ilyen gömbi hálózatokat tekintünk, és kikötjük még az öt- és hatszögek konvexitását is (10. ábra).

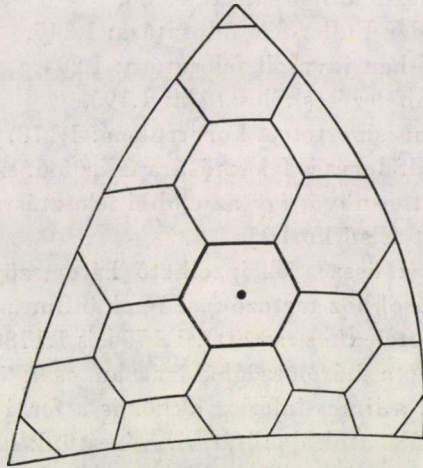
Kiindulunk az ikozaéder gömbi hálózatából. Olyan gömbi hálózatokat keresünk, amelyekben a tizenkét ötszög szabályos, középpontjaik az ikozaéder csúcspontjai és csúcsaik az ikozaéder élein vannak. Továbbá a hálózat ugyanolyan szimmetriákkal rendelkezik, mint az ikozaéder, és a hatszögek olyan módon csatlakoznak, mint a 11. ábrán. Az egyik hatszöglap (amelyiket közép-



sőnek hívhatunk) szabályos, középpontja egybeesik az ikozaéderlap középpontjával, oldalai pedig merőlegesek az ikozaéderlap magasságvonalaira (az ábrán vastag vonal jelöli).

Az ikozaéderoldalnak az ötszögeken kívül eső szakaszán felváltva hatszögoldalak, ill. hatszögátlók fekszenek, a hatszögoldalak száma  $n'$ ,  $n' = 1, 2, \dots$ . Az ábrán az ikozaéderoldal által félbevágott hatszögek másik fele nincs lerajzolva.

Gömbi trigonometriai számításokkal  $n' = 1$ , ill.  $n' = 2$ -esetén a hatszögoldal  $\approx 23^\circ 17'$ , ill.  $11^\circ 35'$  ( $n' = 1$ -re az (5, 6, 6) szimbólumú archimedesi test gömbi hálózatáról van szó).



11. ábra. Egyenlő élhosszúságú hálózat elrendezési sémája a gömbi ikozaéder egy lapján

$n' = 3$  esetén valószínű, hogy a feladatunknak egyetlen megoldása van. (Itt a felosztást jellemző adatok száma megegyezik az egyenletek számával.)  $n' \geq 4$  esetében a felosztást jellemző adatok száma nagyobb az egyenletek számánál. Emiatt valószínű, hogy a keresett típusú hálózat létezik, sőt bizonyos számú paraméter szabadon megválasztható. Ezeket bizonyítani viszont nem tudjuk.

## 7. Összefoglalás és értékelés

Bizonyos tengeri egysejtű állatok, a radiolariák vázának tulajdonságaiból kiindulva magyarázatát adtuk annak, hogy megközelítően egyenletes hálózatú rács esetében miért az ötös, hatos és a hetes szám dominál a rácsban. Nevezetesen, háromszöghálózatú, megközelítően egyenletes rácsban az egy csomópontba befutó rudak száma miért 5, vagy 6, vagy 7.

A továbbiakban a háromszöghálózatu gömbrácsok közül csak az öt- és hatélű csomópontokkal rendelkezőkkel foglalkoztunk. Megállapítottuk, hogy az ismert felosztástípusok esetében a rácsban levő leghosszabb és legrövidebb rúd hosszának aránya, azaz az  $\eta$  hálózat-egyenlőtlenségi hányados a rács hálózatának sűrítésével növekszik, vagyis a hálózat egyenletessége romlik. Egyes felosztássorozatokra — melyekre a felosztás mindig sűrűbb és sűrűbb hálózattal tetszőlegesen sokszor megismételhető volt — kimutattuk, hogy a hozzájuk tartozó  $\eta$ -sorozatok korlátosak és létezik határértékük. Sőt igen jól megbecsültük ezeknek a határértékeknek az infimumát is.

A különböző felosztásmódoknál a határértékek az alábbiak voltak:

az ikozaéder Fuller-féle felosztása: 1,480,

az  $(5, 5, 5)_g$  poliéder Fuller-féle felosztása: 1,347,

az ikozaéder [17]-ben javasolt felosztása: 1,284,

az ikozaéder oldalfelezéses felosztása: 1,195,

az 5.6. szakaszban ismertetett konstrukció: 1,178.

Az ikozaéder oldalfelezéses felosztására és az 5.6. szakaszban ismertetett konstrukcióra  $\eta_n$  monoton növekvő, így az előbbi felosztásra 1,195, míg az utóbbira 1,178 az  $\eta_n$  sorozat felső korlátja.

Ha tekintettük az összes elképzelhető háromszögfelosztást, akkor az adott lapszámú felosztásokhoz tartozó  $\eta$  számok infimumának limes inferiorja (amikor a lapszám a végtelenhez tartott), 1,1756 és 1,1780 között volt. Amikor eleve kikötöttük, hogy a háromszöghálózatban csak öt- és hatélű csomópontok szerepelhetnek, a limes inferior akkor is a fenti két érték közé esett.

A háromszöges hálózatok duálisára is végeztünk határérték-vizsgálatot. A [17]-ben javasolt felosztás poliédereinek polárisai segítségével megállapítottuk, hogy a gömb köré írt, öt- és hatszögű lapokkal határolt poliédereknél az  $\eta$  hálózat-egyenlőtlenségi hányados adott lapszámú poliéderekre vett infimumának limes inferiorja 1 és 1,595 között van.

Végezetül nem nagyszámú cella esetén kimutattuk, hogy létezik olyan öt- és hatszögű cellából álló gömbi háló, amelyben minden cellát azonos hosszúságú oldalak határolnak. Ez a szemlélet alapján várható volt.

*Dolgozatunk legfontosabb eredményei a háromszöghálózatu gömbrácsokkal kapcsolatosak.* Gyakorlati szempontból két dolog érdemel külön is figyelmet.

1. A [17] jelű tanulmányban végzett vizsgálatok megállapították és dolgozatunkban az 5. ábrán is látható, hogy bármely értékét rögzítjük is a különböző hosszúságú élek számának, a [17]-ben javasolt felosztás mindig több háromszöget, azaz sűrűbb hálózatot eredményez mint a mérnöki gyakorlatban legelterjedtebb két Fuller-féle felosztás. Mostani vizsgálataink során pedig még azt is sikerült kimutatni, hogy a [17]-ben javasolt felosztás aszimptotikusan egyenletesebb hálózatot biztosít mint Fuller két hálózata, hiszen az  $\eta$  hányadosának határértéke kisebb, mint a Fuller-féle hálózatok  $\eta$  hányadosainak határértékei. Mindent egybevetve az adódik, hogy egy háromszög-

hálózati gömbi rúdszerkezet — elég nagy háromszögszám mellett — a [17]-ben javasolt felosztás segítségével kevesebb különböző hosszúságú rúddal építhető meg mint a Fuller-féle felosztások esetében, és a rudak hossza is kevesebbet fog egymástól eltérni, mint a Fuller-féle felosztások esetében.

2. Ha a minél egyenletesebb hálózat biztosítása a főcél, akkor nem túlzottan lényeges, hogy a különböző hosszúságú rudak száma mennyi lesz a rácsban. Az 5.6. szakaszban ismertetett felosztási konstrukciónál a különböző hosszúságú rudak száma aránylag nagy, mégis valamennyi rudat egyforma hosszúra lehet gyártani. A konstrukció ugyanis olyan felosztássorozat, amelyhez tartozó  $\eta$ -sorozat minden tagjára 1,1780 felső korlát (ez az érték az elméleti aszimptotikus alsó korlátnál, 1,1756-nál alig nagyobb). Következésképp — a felosztássorozat bármelyik tagját tekintve — a rácsban a leghosszabb rúd hossza a legrövidebb rúd hosszától 17,8%-nál kevesebbet tér el. Az ilyen mértékű hossz-differenciákat pedig a csomóponti illesztéseknél is biztosítani lehet.

#### IRODALOM

1. CAMPBELL, A. S.—MOORE, R. C.: Treatise on Invertebrate Paleontology, Part D, Protista 3, Protozoa (Chiefly Radiolarians and Tintinnines). Geological Society of America and University of Kansas Press, 1954
2. DOMEBOOK 2. Second edition. Shelter Publications, Bolinas 1972, 106—112.
3. EBERHARD, V.: Zur Morphologie der Polyeder, Verlag B. G. Teubner, Leipzig 1891
4. FEJES TÓTH, L.: Lagerungen in der Ebene, auf der Kugel und im Raum. Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1953
5. НАЕСКЕЛ, Е.: Report on the Radiolaria. Report on the Scientific Results of the Voyage of H. M. S. Challenger during the Years 1873—76. Zoology Vol. XVIII. (Part 1, 2 and Tables), Edinburgh 1887
6. НАЕСКЕЛ, Е.: Kunstformen der Natur. Verlag des Bibliographischen Instituts, 1904
7. HELMCKE, J. G.—OTTO, F.: Lebende und technische Konstruktionen. Bemerkungen zu Schalen und Raumtragwerken in Natur und Technik. *Deutsche Bauzeitung* 67 (1962), 855—861.
8. LE RICOLAIS, R.: Essai sur des systèmes réticulés à 3 dimensions, *Annales des Ponts et Chaussées*, 1940 — VII. No 4 (63—70. old.) és 1940 — VIII. No 11 (153—166. old.)
9. LE RICOLAIS, R.: 30 Ans de Recherches sur les Structures, *L'Architecture d'Aujourd'hui* No 108, Juin—Juillet 1963, 86—101.
10. МАКАИ, Е. Jr.: On polyhedra with approximately equal edges, *Annales Univ. Sci., Budapest. Eötvös, Sect. Math.* (megjelenés alatt)
11. Мордухай-Болтовской, Д. Д.: Геометрия радиоларий. Ученые Записки Ростовского на Дону Государственного Университета, выпуск VIII. 1936. 3—91.
12. Решетняк, В. В.: Фауна СССР. Радиоларии. Глубоководные радиоларии *Phaeodaria* северо-западной части Тихого Океана. Издательство «Наука» Москва, Ленинград, 1966.
13. RÜHLE, H.: Räumliche Dachtragwerke. Konstruktion und Ausführung, Band 2. Stahl Plaste VEB Verlag für Bauwesen Berlin 1970. (Abschnitt 2. O. PATZELT: Raumfachwerke aus Metall)
14. SCHÖNBACH, W.: Netzkuppeln als Radome. *Der Stahlbau* 38 (1969), 33—43.
15. SCHÖNBACH, W.: Als Netzkuppel ausgebildetes Radom mit 49 m Durchmesser. *Der Stahlbau* 40 (1971), 45—55.
16. SUZUKI, E.—KITAMURA, H.—YAMADA, M.: Space trussed domes in Tokyo. Space Structures. Edited by R. M. DAVIES. A study of methods and developments in three-dimensional construction resulting from The International Conference on Space Structures University of Surrey, September 1966. Blackwell Scientific Publications, Oxford and Edinburgh 1967, Chapter 60.
17. TARNAI, T.: Spherical Grids of Triangular Network. *Acta Techn. Hung.* 76 (1974), 307—336.

18. THOMPSON, D'ARCY W.: On Growth and Form I—II. (2nd edition, reprinted), Cambridge University Press, 1963  
19. WEYL, H.: Symmetry. Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1952

#### Köszönetnyilvánítás

R. B. FULLER és D. MITCHELL uraknak az 1b ábra, W. SCHÖNBACH úrnak a 2b ábra, E. SUZUKI, H. KITAMURA és M. YAMADA uraknak a 3b ábra fotójának rendelkezésünkre bocsátásáért ill. közlésre való átengedéséért.

Az 1a, 2a és 3a ábrákat E. HAECKEL Report on the radiolaria [5] című munkájából vettük át.

**Morphology of Spherical Grids.** Some problems of construction of grid networks fitted onto spherical surfaces are dealt with. First of all, the uniformity of the grid networks is investigated and in this connection the problem how a polyhedron inscribed into, or circumscribed about a sphere having a great number of faces can be constructed, for which the quotient of the longest and shortest edges is the minimum. The most important result of the paper is that under different, from the practical point of view interesting conditions, estimates are given for the value of this quotient.

**Morphologie der Kugelgitterwerke.** Es werden einige Probleme der Konstruktion von Gitterwerknetzen, die sich einer Kugelfläche anschmiegen, behandelt. Vor allem wird die Gleichmäßigkeit der Gitterwerknetze und in diesem Zusammenhang auch das untersucht, ob und wie man ein in eine Kugel eingeschriebenes oder einer Kugel umgeschriebenes derartiges Polyeder mit großer Seitenflächenzahl konstruieren kann, bei welchem der Quotient der längsten und kürzesten Kanten minimal ist. Das wichtigste Resultat der Abhandlung ist, daß bei verschiedenen, vom praktischen Standpunkt aus interessanten Nebenbedingungen, für diesen Quotienten Schätzungen gegeben werden können.

# FERDE FOGAZATÚ HENGERES KEREKEK UJJMARÓJÁNAK LEFEJTŐ GYÁRTÁSA

## II. AZ UJJMARÓT GYÁRTÓ KÉSZÜLÉK LEÍRÁSA ÉS BEÁLLÍTÁSA

SZÓKE BÉLA\*

A MŰSZ. TUD. KANDIDÁTUSA

[Beérkezett: 1974. április 3-án]

Szerzők, tekintve a gyártó készülék nagy fordulatszámára, készen kapható hajtó motor alkalmazását javasolják és kétféle kiviteli megoldást ismertetnek: az egyik olyan helyen lehet gazdaságos, ahol csak kevés nagyságrendű ujjmaróra van szükség, a másik megoldás pedig a legkülönbözőbb ujjmarók gyártására használható. Bármelyik felszerelhető valamely alkalmas szerszámgépre is.

### V. A készülék szerkezeti felépítése

Az  $r_2$  sugarú alaphenger érintősíkjának kifejtését és visszagörbítését legegyszerűbben a 6. ábrán feltüntetett két pár acélszalaggal valósíthatjuk meg. Az érintősík az  $e$  egyenes vagy ferde fogalkotót mint vezető lécet magában foglaló merev keret. Az egyforma hosszú acél szalagok végei úgy vannak rögzítve, hogy az egyes szalagpároknál a rögzítés felváltva kerüljön az érintősíkra ( $A-B-C-D$ ) és az alaphengerre ( $A_1-B_1-C_1-D_1$ ). Az ábrán, az érintősíkot átlátszónak tekintettük.

Lefejtés közben az  $e$  hengeralkotó minden egyes pontja a tengelyre, merőleges síkban körevolvens görbét ír le (7. ábra). A hengeralkotók kifejtés közben elfoglalt  $e_0e_1e_2 \dots$  helyzetei az egyes fogoldal alkotói. Először az egyenes fogoldalt tárgyaljuk, és csak ezután térünk rá a ferde fogazatra

Ha egyenes fogazatú hengeres kerékhez akarnánk ujjmarót készíteni akkor  $e$  szerzám felülete keletkezhetnék olyan módon, hogy a nyugvó ujjmaró-anyag  $x$  tengelye körül forgatjuk a fogoldalt képező  $e_0e_1e_2 \dots$  szerszám-nak kiképzett seregét. Az egyes alkotóknak az  $x$  ujjmaró-tengellyel képezett normálisait  $n_0n_1n_2$ -vel jelölve, mondhatjuk, hogy forgatás közben az egyes alkotók a normáltranzverzális szakaszokhoz mint sugarakhoz tartozó köröket burkoló érintő-egyenesek seregét írják le.

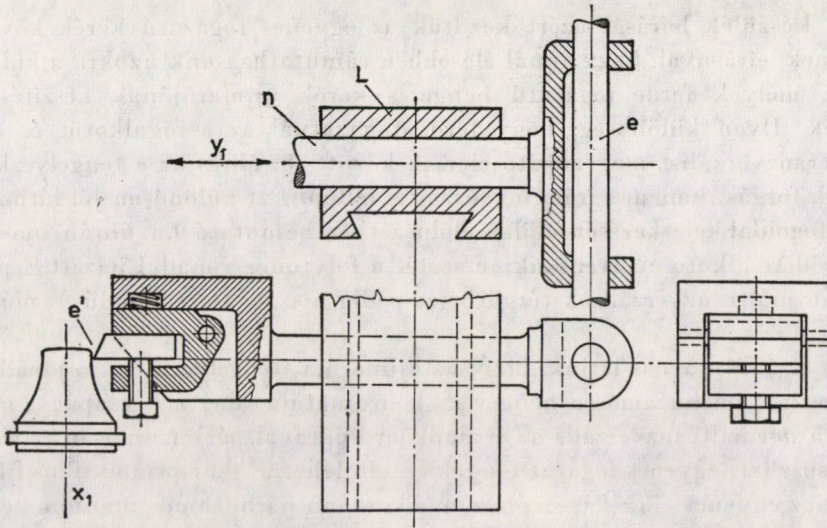
Keletkeztethetjük az ujjmaró felületét úgy is, hogy ennek anyagát forgatjuk az  $x$  tengely körül, miközben az *egyedüli*  $e$  alkotó végigcsúsz a körevolvens  $E_0E_1E_2 \dots$  pontjain.

\* Dr. Szóke Béla, 1182 Budapest, Batthyány u. 139.









8. ábra. Az egyidejűleg forgó és csúszó mozgást végző normaltranzverzális, mint az egyenes élű kés szerszám-befogója (felül-, elől- és oldalnézetben)

Harmadik mód az, amikor az ujjmaró anyaga forog az  $x$  tengely körül, és egyidejűleg a normaltranzverzálisok  $E_0E_1E_2\dots$  pontjait végigjáró  $e$  alkotó is elforg az ujjmaró  $x$  tengelye körül.

A munkaműveletnél az is szükséges, hogy az  $e$  alkotó nemcsak az alaphengertől a fogfej felé, hanem oda-vissza is bejárja a normaltranzverzálisok  $E_i$  pontjait. Ezt az oda-vissza járatást szerkezetileg úgy oldhatjuk meg, hogy a nyugvó alaphenger tengelyvonalaiban elhelyezünk egy  $z$  forgó tengelyt, állítható sugarú  $k$  forgattyúkkal, amely  $l$  hajtórúddal kapcsolódik az érintősík  $c$  csapjához (6. ábra).

Ha azonban a harmadik módon kívánjuk lefejtetni az ujjmarót, akkor gondoskodnunk kell arról, hogy az alaphenger a lefejtődő érintősíkjával együtt az ujjmaró  $x$  tengelye körül is elforoghasson. Ezt úgy érjük el, hogy az  $x$  meghosszabbításának negatív részét képező tengelyre  $k_x$  kúpkeréket szerelünk, mely az alaphenger  $z$  tengelyének  $k_z$  kúpkerékével kapcsolódik. A  $k_x$  kúpkerék elforgásakor a  $k_z$  kúpkerék által hajtott  $z$  tengely forgattyús hajtóműve ide-oda gördíti az alaphenger érintősíkját.

A készülék további felépítése céljából figyelembe vesszünk még két geometriai törvényszerűséget: Egyik az, hogy a lefejtődő érintősíknak az egymásután jelentkező  $n_0 n_1 n_2 \dots$  normaltranzverzálisokkal képezett szöge változó, éspedig az érintősík  $x$  tengellyel alkotott szögének pótszögével azonos. Ebből az következik, hogy a készülékben az egyes fog  $e$  alkotóját vagy olyan hengeres rúd tengelyeként valósíthatjuk meg, mely körül a normaltranzverzális elfordulhat, vagy olyan prizmatikus rúddal, mely  $e$  középvonal körül foroghat.

A készülék leírását azért kezdtük az egyenes fogazatú kerék követelményeinek leírásával, hogy annál élesebben rámutathassunk azokra a különbségekre, melyek ferde fogazatú hengeres kerék ujjmarójának készítésekor fellépnek. Ilyen különbség, hogy ferde fogazatnál az  $e$  fogalkotót és az  $n$  normáltranzverzális megvalósító elemek között (8. ábra) az  $e$  tengelye körül nemcsak forgás, hanem  $e$  irányú csúszás is fellép. Ezt különösen jól láthatjuk a ferde fogoldal keletkezését felül és előlnézetben bemutató 9.a. ábrán, amelyen a lefejtődő  $e$  alkotó evolvens síkmetszetét a folytonos vonallal jelzett  $E_i$  pontsor, a normáltranzverzálisok térgörbéjét pedig a szaggatott vonalú  $N_i$  pontsor jelzi.

A 8. ábrán azt is látjuk, hogy az ujjmaró  $x_1$  tengelye (a 12. összeállítási ábra szerint) párhuzamos a henger  $x$  koordinátájával. Az  $L$  csapágy, melyben az  $n$  normáltranzverzális az  $y$  alapkoordinátával párhuzamosan  $y_1$  irányban elcsúszhat, egyenes fogazatú kerék esetén lehetne akár prizmatikus furatú is, mert az egyenes élű  $\acute{e}$  vágó szerszám állandóan párhuzamos marad a henger  $z$  tengelyével. Nagyon fontos azonban, hogy *ferde fogazatú hengeres kerék esetén az  $n$  csap és ezzel együtt az  $\acute{e}$  egyenes élű vágó szerszám nemcsak csúszó, hanem egyidejűleg forgó mozgást is végez. Azért kell ezt különös nyomatékkal kiemelnünk, mert tapasztalatunk szerint európai és világhírű szaktekintélyeknek is nehézséget okozott, hogy ennek jelentőségét felismerjék.*

A hengeres furatú  $L$  csapágy szánvezetékben csúszhat el az  $x$  koordináta tengellyel párhuzamosan. (Gyakorlati megoldásnál olykor helyesebb, ha  $n$  csap az  $L$  csapágyban csak elfordulhat, és az  $y_1$  irányú csúszást egy második szán végzi.) A 8. ábrán a szerszámfejet a gyalulás kés-szánjaként tüntettük fel. Munkalöketnél a hátlap ütközése folytán az  $\acute{e}$  vágóél beáll az  $e$  fogalkotó és az  $n$  által meghatározott síkba, és így a pontos ujjmaró profilt hozza létre. Üres járatkor a szokásos módon csap körüli kilengés rugónyomásra emeli le a kést a megmunkálendő felületről.

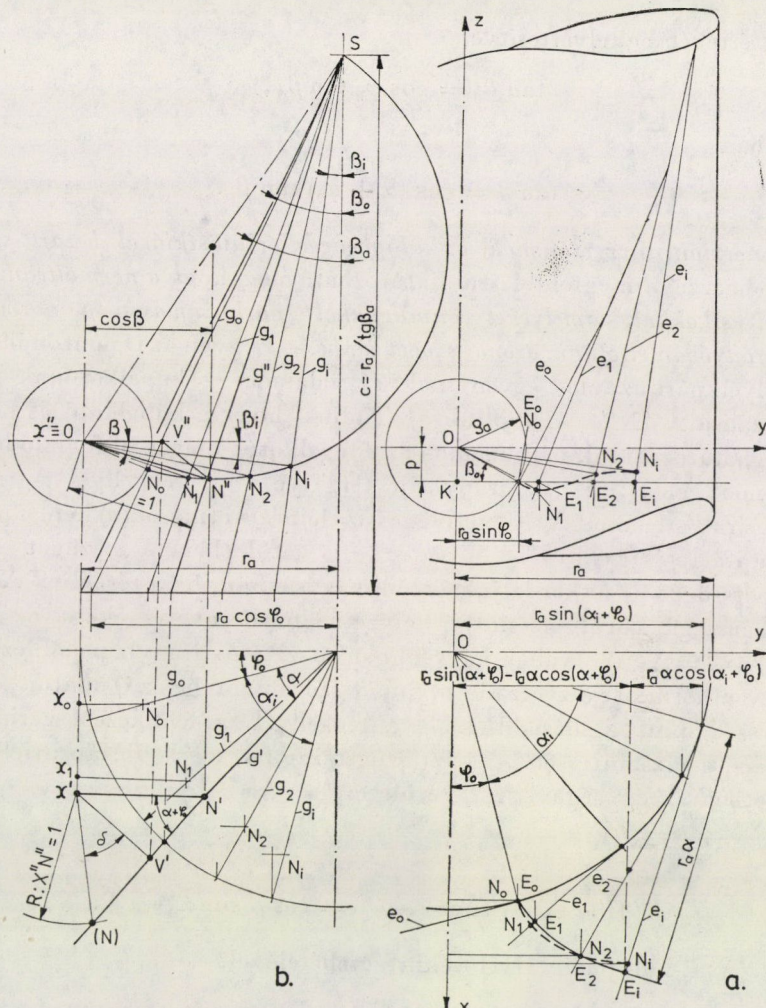
A normáltranzverzálisnak az érintősíkhöz való hajlásszögét és a vezető lécen végzett elcsúszását a 9a., 9b. és 9c. ábrák alapján határozhatjuk meg. Az előbb említett 9a. ábra a ferde fogazatú hengeres kerék fogoldalát az alapcsavarvonal érintőiként elől- és felülnézetben tünteti fel. A fogoldal alapcsavarvonalának  $\beta_0$  hajlású  $e_0$  érintője  $N_0 \equiv E_0$  pontban simul az ujjmaró  $\varrho_0$  sugarához. A 9b. ábrán az alapcsavarvonal iránykúpját látjuk. Ez olyan  $r_a$  alapkör sugarú egyenes körkúp, melynek alkotói  $\beta_a$  szög alatt hajolnak a tengelyhez, vagyis a kúp magassága

$$c = r_a / \tan \beta_a.$$

A csavarvonal minden  $e$  érintőjének egy vele párhuzamos  $g$  alkotó felel meg az iránykúpon. A 9b. ábra jelöléseivel  $g_0$  második képének a  $z$  tengellyel bezárt  $\beta_0$  szögére felírható

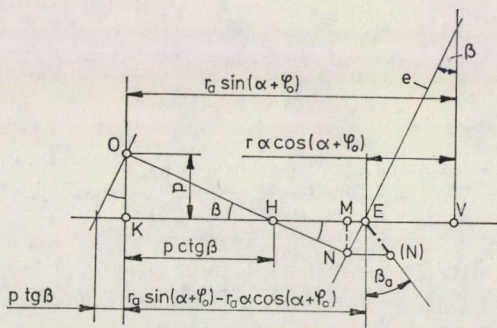
$$\tan \beta_0 = r_a \cos \varphi_0 / c,$$





9a. ábra. A ferde fogoldal keletkezése felül és elől nézetben.

9b. ábra. Az alapsavarrvonl iránykúpja felül- és előlnézetben, és a normáltranzverzális hajlásszögének meghatározása az alaphenger érintősíkjához.



9c. ábra. A normáltranzverzális csúszó elmozdulásának meghatározása.

és  $c$  fenti értékét behelyettesítve

$$\tan \beta_0 = \cos \varphi_0 \tan \beta_a,$$

és általában

$$\tan \beta = \cos (\alpha + \varphi_0) \tan \beta_a. \quad (\text{I})$$

*A normáltranzverzálisnak az alaphenger érintősíkjával bezárt szöge az iránykúpon azzal a megfontolással határozható meg, hogy a normáltranzverzális mindazon síkokkal, amelyeket önmagukkal párhuzamosan a normáltranzverzális irányában eltolunk, azonos szöget zár be.* — Legyen az  $O$  ponton illeszkedő  $x$  tengellyel párhuzamos egyenesnek és valamely  $g$  kúpalkotónak normáltranzverzálisa  $X''N'' = 1$  (9b. ábra). Tudjuk, hogy  $g$  kúpalkotó és  $c$  tengely által meghatározott sík párhuzamos az  $e$  fogalkotót magában foglaló lefejtődő síkkal, mert  $g \parallel e_1$ , és az iránykúp tengelye  $c \parallel z$  tengellyel  $A$  ( $g$   $c$ ) első vetítősíkjára  $g'$ -re emelt  $X'V'$  merőleges az előlnézeti (második) képen párhuzamos a kúp alapsíkjával és  $V''X''N'' \sphericalangle = \beta$  vetületben. A  $\beta$  szöget — a hajlásszög pótszögét — akkor látjuk valódi nagyságban, ha a térbeli  $VXN$   $\Delta$ -et  $X'V'$  magassága körül vízszintes helyzetbe fordítjuk, és ekkor az  $X'N' = X'(N) = 1 = X''N''$  valódi nagyságban látszik. Az iránykúp előlnézetén látjuk, hogy a normáltranzverzális olyan  $\beta$  szöget zár be az  $O$  ponton áthaladó vízszintessel, mint  $g$  második képe a tengellyel, a felülnézet szerint pedig  $g$  első képe a vízszintessel ( $\varphi_0 + \alpha$ ) szöget zár be, azért 9b. ábra jelöléseivel felülnézetben az egységnyi  $XN$  vetülete:

$$X'N' = \cos \beta, \quad (\text{II})$$

$$X'V' = X'N' \sin(\alpha + \varphi_0) = \cos \beta \sin(\alpha + \varphi_0). \quad (\text{III})$$

Az  $X'V'(N)$   $\Delta$ -ból pedig (III) tekintetvételével

$$X'V' = X'(N) \cos \delta = \cos \delta = \cos \beta \sin(\alpha + \varphi_0).$$

Láttuk azonban, hogy (I) szerint  $\tan \beta = \cos(\alpha + \varphi_0) \tan \beta_a$ . Szög mértani összefüggés szerint

$$\cos \beta = 1/\sqrt{1 + \tan^2 \beta} = 1/\sqrt{1 + \cos^2(\alpha + \varphi_0) \tan^2 \beta_a},$$

és így

$$\cos \delta = \frac{\sin(\alpha + \varphi_0)}{\sqrt{1 + \cos^2(\alpha + \varphi_0) \tan^2 \beta_a}}. \quad (8)$$

A teljesség kedvéért bemutatjuk a  $\delta$  szögnek, vagyis az alaphengert érintő sík normálisának a normáltranzverzálissal bezárt szögének a ЛІРКА Istvántól származó analitikai meghatározását is:



Az érintősíkban [amely a  $\varphi = (\varphi_0 + \alpha)$  paraméterekhez tartozik] fekvő fogoldal-alkotó egyenes paraméteres egyenletrendszere (1) szerint

$$\begin{aligned}x &= r_a \cos \varphi - tr_a \sin \varphi ; \\y &= r_a \sin \varphi + tr_a \cos \varphi ; \quad \varphi = \alpha + \varphi_0 . \\z &= c(\varphi - \varphi_0) + ct .\end{aligned}$$

Ebből az alkotó iránykoszinuszai:

$$-\frac{r_a \sin \varphi}{\sqrt{r_a^2 + c^2}} ; \quad \frac{r_a \cos \varphi}{\sqrt{r_a^2 + c^2}} ; \quad \frac{c}{\sqrt{r_a^2 + c^2}} ,$$

vagyis a  $t$  paraméter együtthatóit rendre osztottuk az együtthatók négyzetösszegéből vont négyzetgyökkel.

Az  $x$ -tengelyre merőleges normáltranszverzálisnak az  $x$  tengelyre vonatkozó iránykoszinusa nyilván: 0; az  $y$  tengelyre vonatkozó pedig  $\cos \psi$ , ha  $\psi$  a normáltranszverzális és az  $y$  tengely által bezárt szög; a  $z$ -tengelyre vonatkozó iránykoszinusz pedig  $\sin \psi$ , tehát a normáltranszverzális iránykoszinuszai:

$$0, \quad \cos \psi, \quad \sin \psi.$$

Mivel a normáltranszverzális merőleges a fogoldal-alkotóra, azért iránykoszinuszai kompozíciója zérus. Tehát

$$\frac{r_a \cos \varphi}{\sqrt{r_a^2 + c^2}} \cos \psi + \frac{c}{\sqrt{r_a^2 + c^2}} \sin \psi = 0 ,$$

vagyis

$$r_a \cos \varphi \cos \psi + c \sin \psi = 0 ,$$

ahonnan

$$\tan \psi = -\frac{r_a \cos \varphi}{c} .$$

A  $\cos \psi = 1/\sqrt{1 + \tan^2 \psi}$  és  $\sin \psi = \tan \psi/\sqrt{1 + \tan^2 \psi}$  összefüggésekből pedig:

$$\cos \psi = \frac{c}{\sqrt{c^2 + r_a^2 \cos^2 \varphi}} ; \quad \sin \psi = \frac{-r_a \cos \varphi}{\sqrt{c^2 + r_a^2 \cos^2 \varphi}} .$$

Ezzel a normáltranszverzális iránykoszinuszai:

$$0, \quad \frac{c}{\sqrt{c^2 + r_a^2 \cos^2 \varphi}} , \quad -\frac{r_a \cos \varphi}{\sqrt{c^2 + r_a^2 \cos^2 \varphi}} .$$

A  $\varphi = (\varphi_0 + \alpha)$  paraméterértékhez tartozó alaphengert érintő sík normálisának az iránykoszinuszai:

$$\cos \varphi, \quad \sin \varphi, \quad 0 .$$

Ha ezeket komponáljuk a normáltranzverzális iránykoszinuszaival, akkor kapjuk az érintősík normálisa és a normáltranzverzális által bezárt  $\delta$  szög koszinuszát:

$$\cos \delta = \frac{c \sin \varphi}{\sqrt{c^2 + r_a^2 \cos^2 \varphi}};$$

de  $c = r_a \cot \beta_a$  és így

$$\begin{aligned} \cos \delta &= \frac{r_a \cot \beta_a \sin \varphi}{\sqrt{r_a^2 \cot^2 \beta_a + r_a^2 \cos^2 \varphi}} = \frac{\cot \beta_a \sin \varphi \tan \beta_a}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi \tan^2 \beta_a}} = \\ &= \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi \tan^2 \beta_a}}, \end{aligned}$$

ami  $\varphi = (\alpha + \varphi_0)$  értéknél azonos a (8) képlettel.

*A vezető lécen történő elcsúszás valódi nagysága az iránykúpon nagyon könnyen meghatározható.* Csupán az  $e_i$  alkotón mutatkozó  $E_i N_i$  távolságot kell átvetíteni a  $\beta_a$  kúpszögű alkotóra. Az eltolódás valódi nagysága  $(E_i)(N_i)$ .

A számítás már körülményesebb:

A 9a. ábra jelöléseivel és (I) összefüggés szerint  $\alpha = 0$  esetében

$$p = r_a \sin \varphi_0 \tan \beta_0 = r_a \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \tan \beta_a = \frac{r_a \tan \beta_a \sin 2\varphi_0}{2}.$$

A 9c. ábra jelöléseivel (I) figyelembevétel

$$KH = p \cot \beta = \frac{r_a \tan \beta_a \sin 2\varphi_0}{2 \cos(\alpha + \varphi_0) \tan \beta_a} = \frac{r_a \sin 2\varphi_0}{2 \cos(\alpha + \varphi_0)},$$

$$KE = r_a \sin(\alpha + \varphi_0) - r_a \alpha \cos(\alpha + \varphi_0),$$

$$HE = KE - KH =$$

$$= r_a \sin(\alpha + \varphi_0) - r_a \alpha \cos(\alpha + \varphi_0) - r_a \frac{\sin 2\varphi_0}{2 \cos(\alpha + \varphi_0)},$$

$$HN = HE \cos \beta,$$

$$OH = p / \sin \beta,$$

$$p : MN = OH : HN,$$

$$MN = p \cdot HN / OH = p \cdot HE \cos \beta \sin \beta / p = HE \cos \beta \sin \beta,$$

$$\sin \beta \cos \beta = \tan \beta / 1 + \tan^2 \beta$$

$$\tan \beta = \cos(\alpha + \varphi_0) \tan \beta.$$

$$\sin \beta \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \varphi_0) \tan \beta_a}{1 + \cos^2(\alpha + \varphi_0) \tan^2 \beta_a},$$

vagyis

$$MN = \frac{\cos(\alpha + \varphi_0) \tan \beta_a}{1 + \cos^2(\alpha + \varphi_0) \tan^2 \beta_a} HE,$$

és az eltolódás valódi hossza

$$E(N) = MN / \cos \beta_a = \frac{\cos(\alpha + \varphi_0) \tan \beta_a}{\cos \beta_a [1 + \cos^2(\alpha + \varphi_0) \tan^2 \beta_a]} HE,$$

és  $HE$  értékét is beírva:

$$E(N) = \frac{\cos(\alpha + \varphi_0) \tan \beta_a}{\cos \beta_a [1 + \cos^2(\alpha + \varphi_0) \tan^2 \beta_a]} \cdot \left[ r_a \sin(\alpha + \varphi_0) - r_a \alpha \cos(\alpha + \varphi_0) - r_a \frac{\sin 2\varphi_0}{2 \cos(\alpha + \varphi_0)} \right].$$

A második többtagúból  $\cos(\alpha + \varphi_0)$  tagot kiemelve

$$\begin{aligned} & \frac{\cos(\alpha + \varphi_0) \tan \beta_a}{\cos \beta_a [1 + \cos^2(\alpha + \varphi_0) \tan^2 \beta_a]} \cdot \left[ \frac{r_a}{\cos(\alpha + \varphi_0)} \right] \cdot \\ & \cdot \left[ \frac{\sin(\alpha + \varphi_0)}{1} - \frac{\alpha \cos(\alpha + \varphi_0)}{\cos(\alpha + \varphi_0)} - \frac{\sin 2\varphi_0}{2} \right] = \\ = & \frac{r_a \tan \beta_a}{\cos \beta_a [1 + \cos^2(\alpha + \varphi_0) \tan^2 \beta_a]} \left[ \frac{\sin 2(\alpha + \varphi_0)}{2} - \frac{\sin 2\varphi_0}{2} - \alpha \cos^2(\alpha + \varphi_0) \right] = \\ = & \frac{r_a \tan \beta_a}{\cos \beta_a [1 + \cos^2(\alpha + \varphi_0) \tan^2 \beta_a]} [\cos(\alpha + 2\varphi_0) \sin \alpha - \alpha \cos^2(\alpha + \varphi_0)] = E(N). \end{aligned} \tag{9}$$

A (9) képletből most már kitűnik, hogy az  $E(N)$  eltolódás két esetben lehet zérus: Egyik eset az, amikor  $\alpha = 0$ , mert ekkor a szögletes zárjelben levő két tag mindegyike külön-külön eltűnik. A másik eset, amikor a szögletes zárjelben levő különbség a

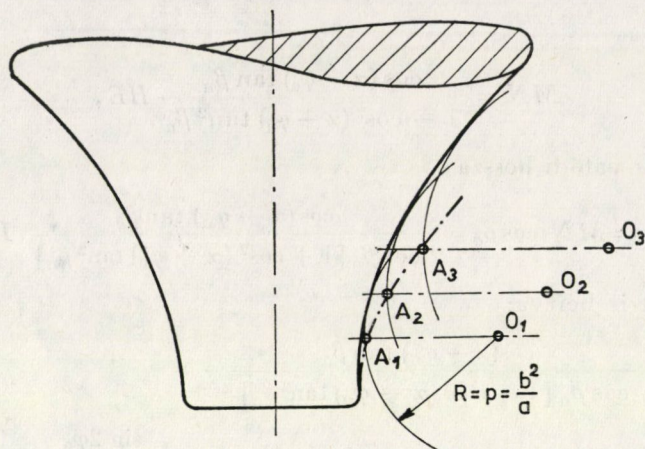
$$\cos(\alpha + 2\varphi_0) \sin \alpha = \alpha \cos^2(\alpha + \varphi_0)$$

egyenlőség miatt tűnik el.

A 9b. ábrán feltüntetett iránykúpon jelentkező normáltranzverzálisoknak a kúpalkotókon fekvő  $N_0 N_1 N_2 \dots$  pontjai az  $SO$  átmérőjű Thales-körön sorakoznak.

A legmélyebb helyzetet tehát a Thales-kör középpontján áthaladó függőleges sugár jelzi.

A 8. ábrán vázolt szerkezettel azért érhetjük el az elméletileg pontos evolvens profilt, mert a szerszám é egyenes éle valóban a keletkező hiperboloidok



10. ábra. Az ujjmaró profilja, mint a hiperboloidok meridián-metszetéből keletkezett hiperbolák burkoló görbéje. Az egyes hiperbolákat a csúcspontjaikhoz tartozó görbületi körök jelzik.

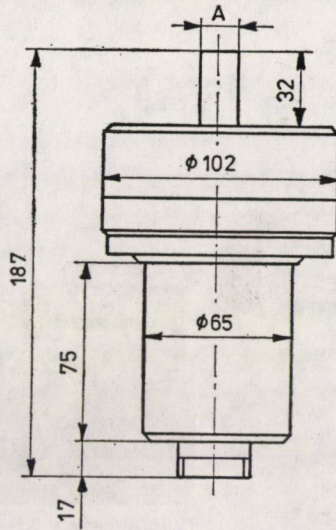
burkoló felületét súrolja végig. Ez annak köszönhető, hogy  $x$  irányú mozgása közben egyidejűleg az  $n$  csap körül megfelelően elfordul.

A 10. ábrán feltüntettük a keletkezett maró profilját, mint a hiperboloidok meridiánmetszetéből keletkező hiperbolák burkoló görbéjét. Az egyes hiperbolákat a csúcspontjaikhoz tartozó  $R = p = b^2/a$  sugarú görbületi körökkel helyettesítettük, ahol  $b$  a fél képzetes,  $a$  a fél valóstengely. Az  $A_1 A_2 \dots$  pontok az egyes hiperbolák csúcspontjait jelzik. Ha az  $n$  csap munka közben történő elfordulását nem vennénk figyelembe, akkor könnyen abba a tévedésbe esnénk, hogy a maró profilgörbéjét a normáltranzverzálisok  $A_1 A_2 \dots$  pontjai alkotják.

A maró és köszűrő szerszámok befogására olyan szerszámtartót készíthetünk, mely a nagy fordulatszámmal járó készen kapható hajtásokhoz megfelel. A 11a. ábrán a Groh und Sohn ( $A-1011$  Wien, Lugeck 1) cég által rendelkezésünkre bocsátott USF-35 turbó csiszoló-maró készülék körvonalrajzát, a 11b. ábrán pedig egyéb szerszámgépeken való alkalmazhatóságát mutatjuk be. Főbb műszaki adatai a következők:

- Hajtás: Szabadalmazott légnemű motor.
- Üzemi nyomás: 2–4 kp/cm<sup>2</sup> a teljesítmény és fordulatszám szerint.
- Levegő fogyasztás: 280 l/min 4 kp/cm<sup>2</sup> nyomásnál.
- Fordulatszám: 25 000 ÷ 40 000 ford/perc.
- Teljesítmény: 720 W 40 000/min-nél.
- Csapágyazása játégmentesre előfeszített, nagy pontosságú.
- Kenése olajköd által folyamatos.
- Hűtése a saját hajtó levegője által.
- Az orsó körkörös futási pontossága 0,002 mm.
- Befogási agya  $\varnothing A$  kívánság szerint 18-tól 40 mm-ig.
- Szerszámbe fogás nyéllel vagy hosszabbító tuskéval.
- Szerszámok keményfém-maró, gyémánt szerszámok.
- Tiszta súlya 3,2 kp.





11a. ábra. A GROH ÉS FIA cég által rendelkezésünkre bocsátott körvonalrajz egy 40 000 percnkénti fordulattal működő turbó-szerszámról.

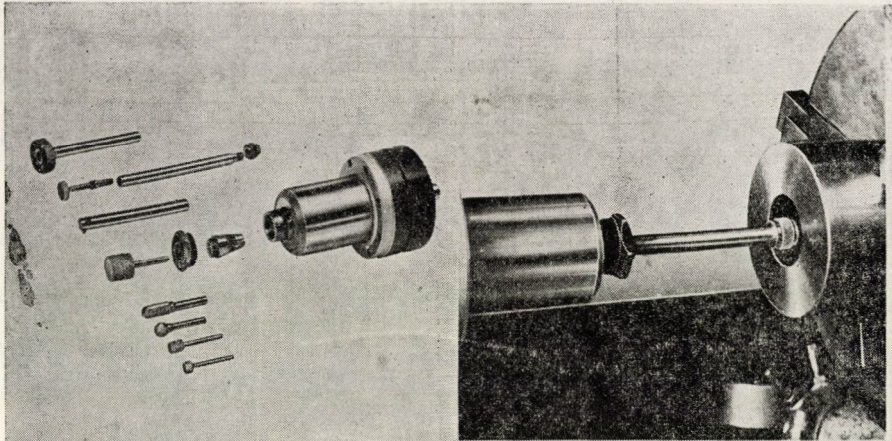
A cég közlése szerint ez a modell 40 000/min üzemi fordulatszámnál az  $\varnothing 8$  mm és  $\varnothing 10$  mm keramikus hengeres köszörűkövekhez is alkalmas, sőt stabil szerkezete megengedi a  $\varnothing 12 \times 125$  és  $\varnothing 12 \times 130$  mm hosszabbító tüskék használatát is.

Készülékünk összeállítását a 12a. ábra előlnézetben, a 12b. ábra oldalnézetben mint a készülék közép metszetét, a 12c. ábra felülnézetben szemlélteti. Az ábrából kitűnik, hogy az ujjmaró lefejtő (generáló) előállítására szolgáló készülék egyszerűen felszerelhető valamelyik szerszámgépre, pl. esztergára. Ebben az esetben a lefejtő vezető szerkezet  $x$  hajtó tengelyét  $X$  csőtengelyben ágyazzuk, a csőtengely  $V$  csapágóját pedig az esztergapad ágyához rögzítjük. A csőtengellyel egy darabból, vagy ahhoz derékszögben rögzítve van a  $z$  tengely számára szolgáló  $Z$  csapágy, melyhez az  $r_a$  sugarú alsó és felső alaphenger-tárcsákat rögzítettük. A szükséges lefejtő elmozdulásokhoz elegendő egy-egy fél tárcsa is, azért a kétrésű szíjkerekek gyártásának elve szerint elegendő egyetlen öntvény megmunkálása, csupán az agy legyen dupla hosszúságú, hogy a fél alaptárcsákat felfoghassuk a  $Z$  csőre.

Az irányított megmunkáló szerkezetet és a forgó munkadarab ágyazását a késtartó helyére az eszterga szánjára helyezhetjük. Az  $x$  tengely végére szerelt két ékszíjtárcsa közül a belsőt az eszterga főorsójába fogott tárcsáról hajthatjuk meg, a másik pedig átviszi a forgást munkadarabunk orsójára.

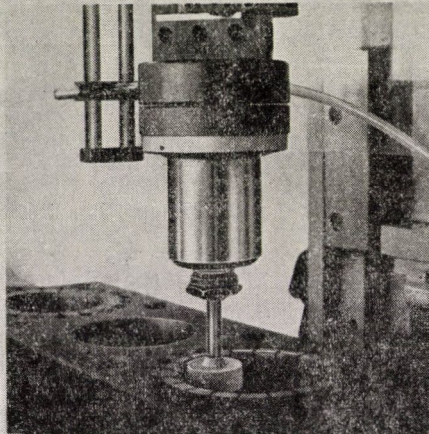
Természetesen befoghatjuk az ujjmarót az eszterga főorsójába is mint munkadarabot, és akkor a lefejtő szerkezetet szereljük a szánra, vagy ettől függetlenül az eszterga ágyára.



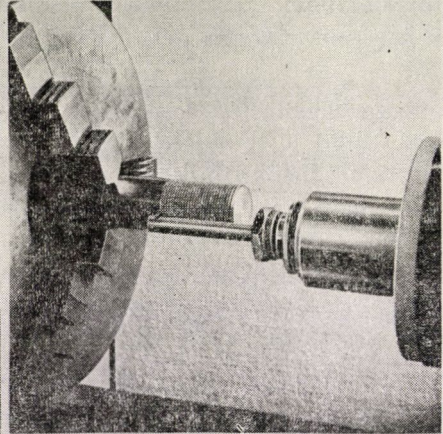


TURBO-Universal-Schleiffräser USF 35  
mit Werkzeugen.

TURBO-Universal-Schleiffräser USF 35  
auf einer Drehmaschine  
mit Verlängerungsstirn SK 146  
Ausschleifen einer Bohrung  $\varnothing 45 \times 98$  mm



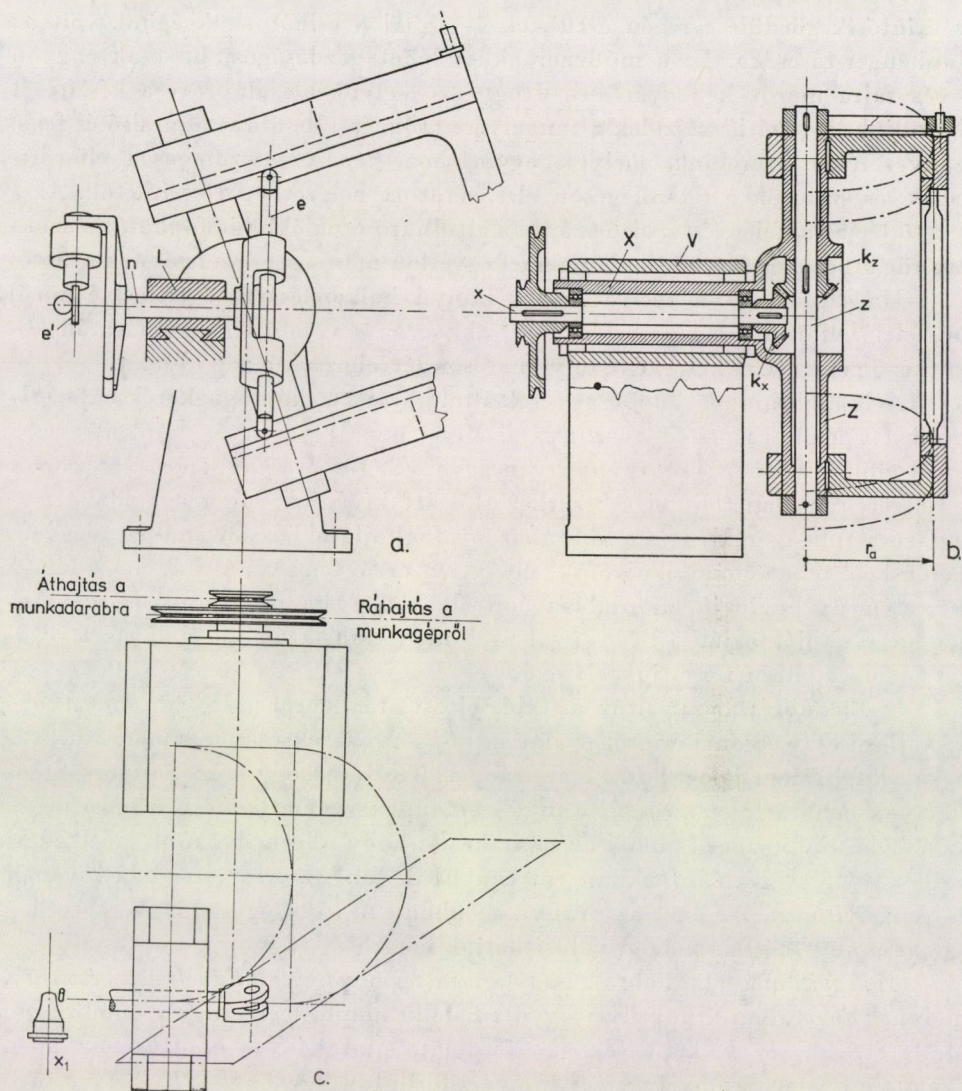
TURBO-Universal-Schleifer USF 35  
mit Ausdrehkopf LPA beim Ausschleifen  
einer Bohrung  $\varnothing 85 \times 65$  mm



TURBO-Universal-Schleifer USF 35  
beim Gewindefräsen in Aluminium  
Gewinde: M52 x 1,68 mm lang  
Werkstückumdrehung 30 Upm.

11b. ábra. A turbó csiszoló-maró alkalmazhatósága más szerszámgépeken.





12. ábra. a) A gördülősíkos készülék összeállítása előlnézetben;  
 b) ugyanaz oldalnézetbe n mint a készülék metszete;  
 c) ugyanaz felülnézetben

## VI. Vezérlés a csavarmozgás elve szerint

Az előző fejezetben az  $e$  fogalkotó egymásután következő helyzeteit az érintősík görbülése révén értük el, és ebből a célból szükségünk volt az alaphenger-tárcsára. Ez a módszer akkor lehet gazdaságos, ha csak nagyon kevés fajta marót kell gyártani. Hogy az esetenkénti alaptárcsa készítését elkerüljük, a vezérlő készülék  $z$  tengelyére (13a. és 13b. ábra) egy alsó és felső szánvezetékét szerelünk, melyek egymáshoz képest tetszőlegesen elfordíthatók, és szánjaik a tetszőlegesen elcsúsztatott helyzetben rögzíthetők. Az  $e$  vezető lécc az  $s_1$  felső és  $s_2$  alsó szánban eltolható csuklókba befogható és azokban rögzíthető, és így az alaphengerrel egyetlen merev rendszernek tekinthető.

Ha ezt az alaphengert tengely irányú haladó és saját tengelye körül megfelelő elforduló mozgásba hozzuk, akkor az  $e$  vezető lécc egymásután következő geometriai helyeként folyamatosan létrehozzuk a fog oldalát.

A 13a. ábrán a  $k_x$  kúpfogaskerék által hajtott  $k_z$  kúpfogaskerék egyszersmind a  $z$  menetes orsó csavaranyája. Mivel ez a csavaranyás kúpkerék az  $x$  körül elfordulható  $X$  csapágában van ágyazva, forgása közben a csavarorsót  $z$  tengelyirányban tolja el. A szerkezettől azt kívánjuk, hogy a különböző  $r_a$  sugarú alaphengerekhez és a különböző  $\beta_a$  foghajlásokhoz használható legyen. Arról kell tehát gondoskodnunk, hogy az orsó tengelyirányú elmozdulása és a tengely egyidejű elfordulása épp olyan legyen, mint amikor az alaphenger érintőjét saját  $\beta_a$  irányával és  $h$  menetmagasságával jellemzett csavarvonala mentén forgatjuk el.

A 13c. ábrán berajzoltuk a síkba fejtett alaphenger palástján mutatkozó  $\beta_a$  hajlású csavarvonal-érintőt, valamint a  $k_z$  kúpkerék csavarmentes furatának a kifejtésben jelentkező menetirányát. Tudjuk, hogy a menetesorsó gépelemnek a hatásfoka  $\eta = \tan \alpha / \tan(\alpha + \rho)$ , ahol  $\alpha$  az emelkedési szög,  $\rho$  pedig a súrlódási kúp szöge, amiből az következik, hogy a legkedvezőbb emelkedési szög  $\alpha \approx 45^\circ$ ; ezért ábránkban ezt tüntettük fel. Az orsó elfordulási ívének és tengelyirányú útjának az aránya azonban  $\tan \beta_a$ -val egyenlő. Szerkezetileg ezt az arányt kétféle módon valósíthatjuk meg:

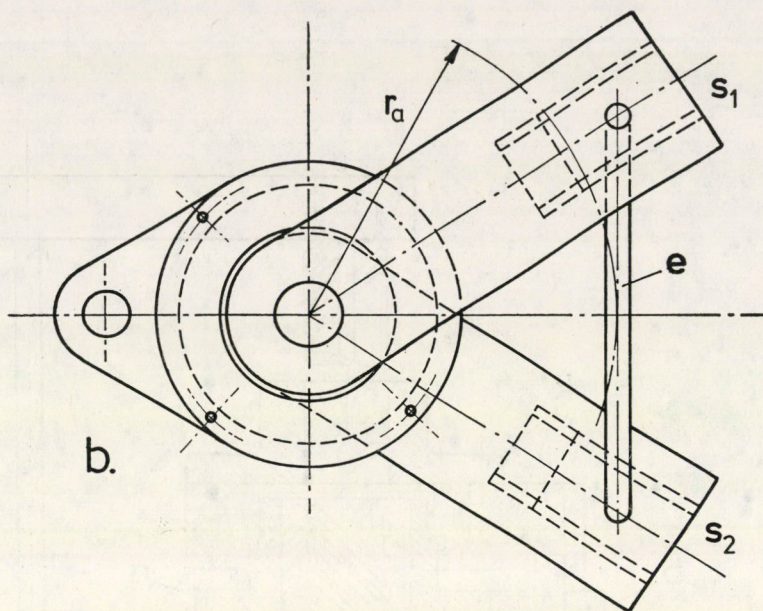
*Az egyik mód* (13d. ábra), hogy a *menetes orsót* olyan *hüvelynek készítjük*, melynek furatában a hüvellyel együtt haladó alaphenger-tengely elfodítható. Mialatt a hüvely  $k_z$  kúpkerék egy fordulata alatt  $AS = h_1$  utat tesz meg, azalatt a tengely a hüvelyben  $SH_1$  ívvel fordul el úgy, hogy  $SH_1/SA = \tan \beta_a$  legyen.

*A másik mód*, hogy *nincs külön hüvely* és a  $k_z$  kúpkerék csavaranyája csak a menetes orsó tengelyirányú eltolását végzi. A menetes orsó azonban el van látva egy tengelyirányú ékpályával is (13a. ábra), és a járulékos elfordítást a betételes  $k$  kar viszi át az orsós tengelyre. Mivel elfordulás közben a tengely kénytelen a kúpkerék forgó meneteiben is elcsúszni, kell, hogy az  $AB_2$  ívnek megfelelő elfordulás közben  $SB_1$  utat írja le.

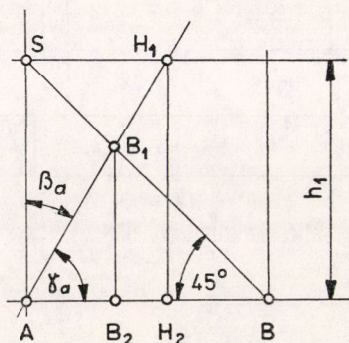




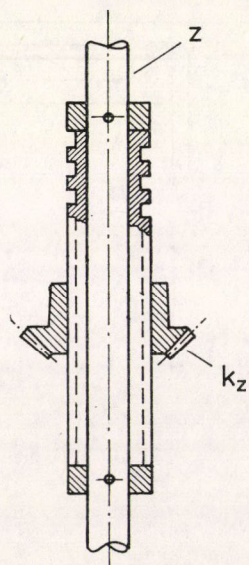




13b. ábra. Ugyanannak egyes részletei felülnézetben.



13c. ábra. A síkba fejtett alaphenger palástján mutatkozó haladási irányok



13d. ábra. Orsöhüvelyes megoldás a hüvellyben forgó tengellyel



Az elfordulási ív az  $A B B_1 \Delta$ -ben az  $r_c$  sugarú csavarorsó kerülete, és a  $45^\circ$  emelkedési szög folytán

$$2 r_c \pi = h_1 = A B$$

és

$$A B_2 = A B_1 \sin \beta_a$$

$$A B_1 : \sin 45^\circ = A B : \sin (45^\circ + \beta_a),$$

és ezzel, tekintetbe véve, hogy  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$  és  $A B = h_1 = 2 r_c \pi$ ,

$$A B_2 = 2 r_c \pi \tan \beta_a / (1 + \tan \beta_a).$$

Legyen pl.

$$r_c = 50 \text{ mm}; \tan \beta_a = 0,532,$$

akkor

$$A B_2 = 314 \cdot 0,532 / 1,532 = 109.$$

$314 : 109 \approx 23/8$ , tehát 23 kúpkerék-fordulatnál a  $k$  karnak 8 fordulattal kell elősietnie, vagyis a kar fordulatszám  $n_k = 31$ .

Ha pedig a 13d. ábra szerinti orsóhüvelyes megoldást választjuk, akkor a kúpkerékes csavaranya 1 fordulata alatt a  $k$  karnak  $S H_1 = h_1 \operatorname{tg} \beta_a = 314 \cdot 0,532 = 167,05$ -nek megfelelő fordulattal kell elősietnie.

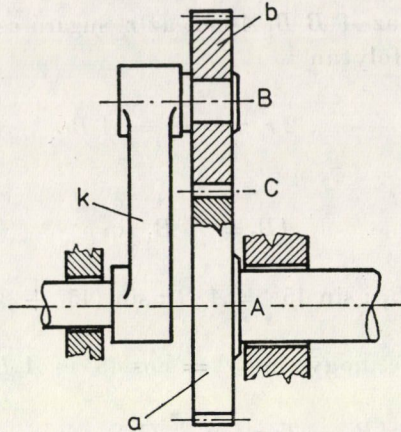
$314 : 167,05 \approx 20/11$ , tehát 20 fordulatnál 11 fordulat az elősietés, vagyis  $n_k = 20 + 11 = 31$ .

A szerkezeti megoldást nagyon leegyszerűsíti, ha a  $k_z$  kúpkerék fordulatszámát tekintjük egy kétkerekes bolygómű (14a. ábra) napkerék-fordulatszámának, az  $a$  napkereket és a  $b$  bolygókeréket pedig a különböző  $\beta_a$  hajlásszögekhez tartozó váltókerekeként fogjuk fel. Emlékeztetbe idézve a külső fogazatú kétkerekes bolygómű fordulatszámára vonatkozó összefüggést [11, 12 és 15]:

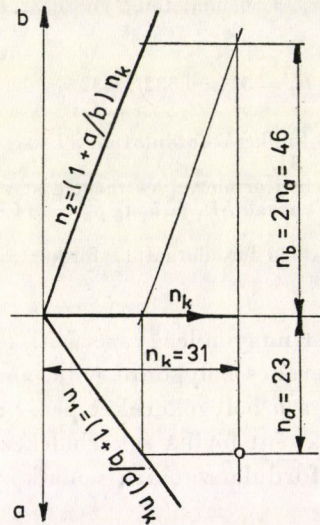
$$a n_a + b n_b - (a + b) n_k = 0, \quad (10)$$

ahol  $a$  a napkerék,  $b$  a bolygókerék jellemző adata (sugár vagy átmérő, vagy fogszám),  $k$  a bolygómű karja,  $n_a$  a napkerék fordulatszám,  $n_b$  a bolygókeréké,  $n_k$  a karé.

A (10) függvény adott  $a$  és  $b$  fogszámoknál az  $n_a n_b$  és  $n_k$  fordulatszámokra mint változó mennyiségekre vonatkoztatva egy bizonyos síknak az egyenlete. Ezt a síkot első és második nyomvonalával ábrázolhatjuk olyan térbeli koordinátarendszerben, melynek alsó (vízszintes) képsíkját az  $n_k n_a$ , a második (függőleges) képsíkját az  $n_k n_b$ , harmadik képsíkját pedig az  $n_a n_b$  tengelyek határozzák meg (14b. ábra).



14a. ábra. Kétkerekes bolygómű elvi vázlata külső fogazatú kerekkel.



14b. ábra. A kétkerekes bolygómű általános számító-ábrájának szemléltetése.

Az első nyomvonal egyenlete adódik  $n_b = 0$  érték felvételével; a második nyomvonalé pedig  $n_a = 0$  értéknél

$$n_1 = n_a = \left(1 + \frac{b}{a}\right) n_k \quad (10a)$$

$$n_2 = n_b = \left(1 + \frac{a}{b}\right) n_k \quad (10b)$$

Megjegyezzük, hogy a (10) képletben az  $A C$  irányú  $a$  sugarat pozitív, a  $B C$  irányú  $b$  sugarat negatív előjelűnek vettük. Ha a  $a$  napkerék belső fogazatú, akkor a (10) képlet így alakul:

$$an_a - bn_b - (a - b)n_k = 0. \quad (10')$$

Példaképp számítsuk ki, miként kell az  $a$  és  $b$  váltókerekek adatait meghatározni, ha ismerjük a napkerék  $n_a$  fordulatszámát, továbbá azt követeljük,  $n_b = qn_a$  és  $n_k = n_a + i$  legyen, ahol  $q$  és  $i$  tetszőlegesen megadott számok.

A (10) képlet szerint

$$\begin{aligned} an_a + bqn_a - (a + b)(n_a + i) &= 0, \\ an_a + bqn_a - an_a - bn_a - ai - bi &= 0, \\ ai &= b(qn_a - n_a - i), \end{aligned}$$

ahonnan

$$\frac{a}{b} = \frac{n_a(q - 1) - i}{i} = \frac{n_a(q - 1)}{i} - 1.$$

Legyen a 13c ábra szerint  $n_a = 23$ ,  $q = 2$ ,  $i = 8$ .

$$a/b = 23/8 - 1 = 15/8.$$

Ha pedig  $n_a = 23$ ,  $q = 3$ ,  $i = 8$ , akkor

$$a/b = 2n_a/8 - 1 = 46/8 - 1 = 38/8.$$

További példaként vegyünk fel a 15/8 aránynak megfelelően  $a = 30$ ,  $b = 16$ . Ezzel az aránnyal a 14b. ábrabeli sík nyomvonalainak egyenlete:

$$n_1 = \frac{23}{15} n_k \quad \text{és} \quad n_2 = \frac{23}{8} n_k.$$

A 14b. ábrán látjuk, hogy a síkalkotókkal való szerkesztéssel miként adódik ki az  $n_a = 23$ -hoz tartozó  $n_b = 46$  és  $n_k = 31$  fordulatszám, megfelelően a (10) egyenletnek, amely szerint

$$15n_a + 8n_b - 23n_k = 0.$$

A 13a ábrán az orsós tengely elfordítását végző retesz a szerelhetőség kedvéért a  $k$  kar fedelében van.

Ha azt kívánjuk, hogy a menetes orsó önműködően oda-vissza mozgást végezzen, akkor az  $x$  tengely forgásának irányváltásáról gondoskodunk.

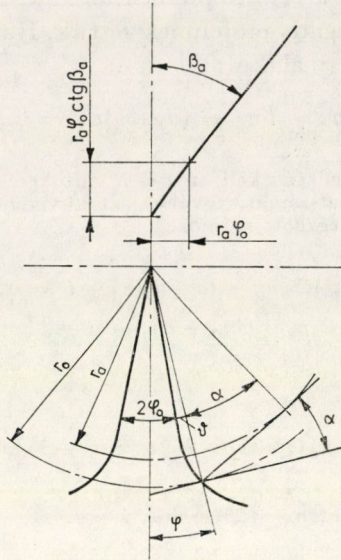
A menetes orsó eltolódása a 9a és 13c ábrák alapján határozható meg. A homlokprofil evolvensének lefejtési íve az alapkörön  $r_a\alpha$ ; ennek az ívnek a csavarvonalon  $l = r_a\alpha/\sin \beta_a$  ívhossz felel meg.

## VII. A készülék beállítása

A gördülősíkos készüléken az  $e$  vezető lécet úgy állítjuk be, hogy a  $z$  tengelyiránnyal  $\beta_a$  szöget zárjon be. A 15. ábra jelzéseivel  $z$  fogszám esetében

$$\begin{aligned} \varphi &= 2\pi/4z = \pi/2z, \\ r_a \tan \alpha &= r_a \arcc(\vartheta + \alpha) \\ \tan &= \arcc\vartheta + \arcc\alpha. \end{aligned} \quad (11)$$





15. ábra. A vezetőléc beállítása a gördülősíkos készüléken.

Az involuttáblázatból [13] az  $\alpha$  kapcsolási szög függvényeként

$$\text{arc } \vartheta = \text{inv } \alpha = \tan \alpha - \text{arc } \alpha$$

és így ívmértékben

$$\varphi_0 = \varphi - \vartheta = \pi/2z - \vartheta. \quad (12)$$

A csavarorsós készülék beállításához első sorban meg kell határoznunk az alaphenger csavarvonalának  $\beta_a$  hajlásszögét. — Az osztóhenger  $\beta_0$  hajlásszögét ismerve, a csavarvonal menetmagasságát felírhatjuk, hogy

$$h = 2r_0\pi/\tan \beta_0 = 2r_a\pi/\tan \beta_a,$$

vagyis

$$\tan \beta_a = r_a \tan \beta_0 / r_0,$$

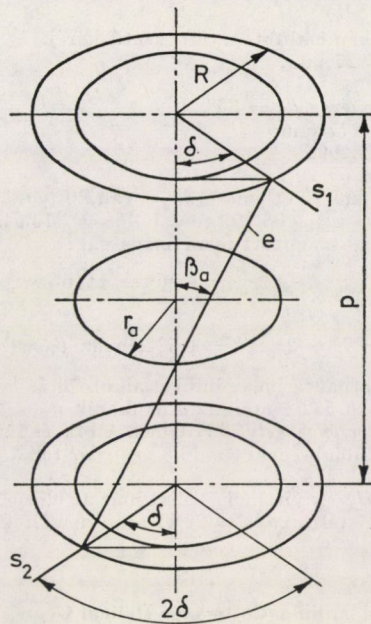
mivel

$$r_a = r_0 \cos \alpha = mz \cos \alpha / 2,$$

az alaphenger csavarvonalának a hajlásszöge:

$$\tan \beta_a = \tan \beta_0 \cos \alpha. \quad (13)$$





16. ábra. A vezetőléc beállítása a menetes orsós készüléken.

Amikor  $\beta \neq 0$ , akkor az  $e$  vezetőléc az alaphenger  $z$  tengelyével párhuzamos, és a készülék tiszta evolvens profilt hoz létre.

Ferde fogazatú kerék ujjmarója  $\beta_a$  szögének beállításához lássuk az összefüggést az  $s_1$   $s_2$  szánok  $2\delta$  hajlásszöge,  $p$  távolsága és  $\beta_a$  hajlásszög között A 16. ábra jelöléseivel

$$\cos \delta = r_a/R = m_z \cos \alpha/2 R \tag{14}$$

és

$$p = 2R \sin \delta / \operatorname{tg} \beta_a . \tag{15}$$

Ebből a két egyenlehből, tekintve, hogy  $m_{h,z} = 2r_0$ , és (13) tekintetbevételével

$$\tan \delta = p \tan \beta_a 2R/2Rm_{h,z} \cos \alpha = p \tan \beta_a / 2r_0 \cos \alpha = p \tan \beta_0 / 2r_0 \tag{16}$$

és (14)-ből

$$R = r_0 \cos \alpha / \cos \delta,$$

tehát  $R$ ,  $\delta$ , és  $p$  ismeretével  $\beta_a$  már beállítható.



A kétkerekes bolygómű  $a$  és  $b$  váltókerekeinek számításához csupán az előzőekben leírtakra kell rámutatnunk:

A IV. fejezetben példakép említett nyílfozgatú kerék

szerszámmodulja  $m_n = 27$  mm,

fogszáma  $z = 26$ ,

fogferdeség az osztóhengeren  $\beta_0 = 30^\circ$ ,

homlokmodul  $m_h = 31,177$  mm,

osztókör-sugár  $r_0 = 405,299$ ,

szerszámkapcsolószög  $\alpha_n = 20^\circ$ ,

kapcsolószög a homlokmetszetben  $\tan \alpha = \tan 20^\circ / \cos 30^\circ$ , azaz  $\alpha = 23^\circ 45'$ ,

alapkör-sugár  $r_a = r_0 \cos \alpha = 405,299 \cos 23^\circ 45' = 373,64$ .

Az osztóhenger adataival számított menetmagasság:

$$h = 2r_0\pi/\tan 30^\circ = 4410$$

és így

$$\tan \beta_a = 2r_a\pi/h = 0,532, \text{ azaz } \beta_a = 28^\circ.$$

A 13c. ábrával kapcsolatban a bolygóművet alkotó  $a$  és  $b$  váltókerekek  $k$  karjába már megállapítottuk, hogy  $\tan \beta_a = 0,532$  esetén az  $a$  napkerék  $n_a = 23$  fordulatakor  $n_k = 31$ -nek kell lennie a 13a. ábra szerinti *orsós tengelyű* kivitelnél. A 14a. és 14b. ábrákon pedig kimutattuk, hogy ezeket a fordulatszám-különbségeket a 15/8 arányú, tehát pl. az  $a/b = 30/16$  fogszámú kerekkel érhetjük el.

A 13d. ábrabeli *orsóhüvelyes* kivitelnél — mint már az előzőekben kiszámítottuk — a 13c. ábrán látható  $SH_2 = SH_1$  előcsietést az  $a/b = 29/11$  arányú váltókerekkel érhetjük el.

**Generating of the End Milling Cutters for Helical Gears. Part II.** Owing to the high number of revolution the author proposes the use of a ready-made drive and discuss two designs: one would be economical when only a few sizes of end cutters are needed; the other solution could be used for the production of most differing cutters. Any of them could be mounted one some suitable machine tool.

**Herstellung der Fingerfräser für schrägverzahnte Stirnräder nach dem Wälzverfahren, II. Teil.** Der Verfasser empfiehlt wegen der großen Umdrehungszahl der Vorrichtung die Verwendung eines fertig erhaltbaren Antriebs und bietet zwei Lösungen für die Ausführung an: die eine wäre dort wirtschaftlich wo nur wenige Größen von Fingerfräsern benötigt werden; die andere Lösung könnte für die Herstellung der verschiedensten Fingerfräser verwendet werden. Beide können auf irgendeine geeignete Werkzeugmaschine montiert werden.

# FERDE FOGAZATÚ HENGERES KEREKEK UJJMARÓJÁNAK LEFEJTŐ GYÁRTÁSA

## III. AZ UJJMARÓ ÁLTAL ELŐÁLLÍTOTT FOGOLDAL EVOLVENS JELLEGÉNEK VIZSGÁLATA

LIPKA ISTVÁN\*

[Beérkezett 1974. április 3-án]

A ferdefogú fogaskerék marására szolgáló ujjmaró forgási felülete, a dolgozat I. részében alkalmazott determinánsos eliminációs módszerünkkel vezethető le, amely az ujjmaró forgási felületét egy felületereg burkoló felületeként állítja elő. Az ilyen módon nyert ujjmaróval mart ferdefogú kerék fogoldala szintén egy burkoló felület lesz, éspedig a marófelület generáló mozgása által előálló felületeregnek a burkoló felülete. Ez a felület evolvens csavarfelület, vagyis olyan csavarfelület, amelynek homlokmetSZete közönséges hegyes körevolvens és így ez a burkoló felület valóban megfelel a ferdefogazatú kerék fogoldalfelületének.

### VIII. A fogoldalfelület paraméteres egyenletrendszerének a levezetése

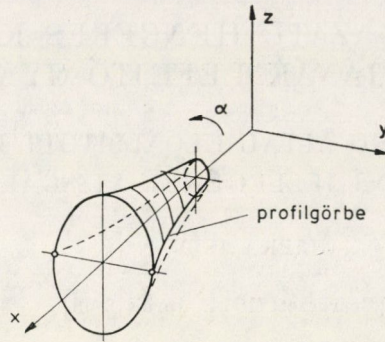
Az ujjmaró forgási felületének — amely egypalástú forgási hiperboloidok seregének burkoló felülete — a profilgörbéjére, amelyet a felületnek az  $(x, y)$ -koordinátákkal való metszése által nyerünk, a következő paraméteres egyenletrendszer vezethető le I. [2]:

$$\begin{aligned}x &= \frac{r_a}{\cos \varphi} + r_a \sin^2 \gamma_a [-\tan \varphi + (\varphi - \varphi_0)] \sin \varphi; \\y &= r_a \sin \gamma_a (1 - \sin^2 \gamma_a \sin^2 \varphi)^{1/2} [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)].\end{aligned}\tag{17}$$

Ha az  $(x, y)$  síkban fekvő — a (17) egyenletrendszerrel megadott — profilgörbét  $\alpha$ -szöggel az  $x$ -tengely körül elforgatjuk (17. ábra), akkor előáll az ujjmaró forgási felülete, amelynek paraméteres egyenletrendszere, ha a (17) alatti kifejezésekre bevezetjük az alábbi rövidítő jelöléseket:

$$\begin{aligned}f &= \frac{r_a}{\cos \varphi} + r_a \sin^2 \gamma_a [-\tan \varphi + (\varphi - \varphi_0)] \sin \varphi; \\g &= r_a \sin \gamma_a (1 - \sin^2 \gamma_a \sin^2 \varphi)^{1/2} [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)],\end{aligned}\tag{17'}$$

\* Lipka István, 1119 Budapest, Szakasits Á. u. 43.



17. ábra. Az ujjmaró profilgörcbájének elforgatásakor létre jövő forgási felület

a következő alakú lesz:

$$x = f,$$

$$y = g \cos \alpha,$$

$$z = g \sin \alpha,$$

amely kétparaméteres egyenletrendszer ( $\varphi$  és  $\alpha$  a paraméterek). Most már a ferdefogú kerék fogoldalának a marásánál ez a forgási felület végezt egy csavarmozgást (18. ábra), tehát valamely  $t$ -szöggel való elforgást a  $z$ -tengely körül és egy  $c \cdot t$  darabbal való eltolódást a  $z$ -tengely irányában ( $c = r_a \tan \gamma_a$ ). E csavarmozgás által a felületeknek, az ujjmaró forgási felületének, egy serege keletkezik, amelynek burkoló felülete szolgáltatja a mart fogoldal felületét. Ezek szerint a forgási felületek seregének analitikus előállítását a következő alakú:

$$X = f \cos t - g \cos \alpha \sin t,$$

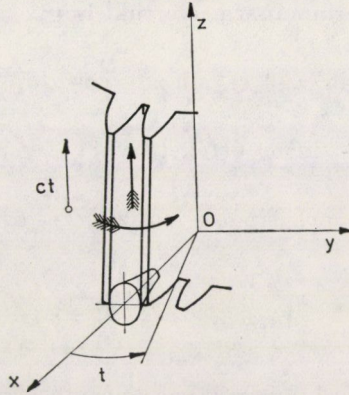
$$Y = f \sin t + g \cos \alpha \cos t, \quad (18)$$

$$Z = g \sin \alpha + ct.$$

Ezzel a háromparaméteres,  $\varphi$ ,  $t$ ,  $\alpha$  a paraméterek, egyenletrendszerrel előállított felületseregnek a burkoló felületét fogjuk meghatározni eliminációval, amelyhez kiszámítjuk a következő harmadrendű függvénydeterminánst:

$$\frac{\partial(X, Y, Z)}{\partial(\varphi, t, \alpha)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \varphi} & \frac{\partial X}{\partial t} & \frac{\partial X}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Y}{\partial \varphi} & \frac{\partial Y}{\partial t} & \frac{\partial Y}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Z}{\partial \varphi} & \frac{\partial Z}{\partial t} & \frac{\partial Z}{\partial \alpha} \end{vmatrix} = D.$$





18. ábra. Az ujjmaró forgása és csavarmozgása folytán a fogoldal jelentkezik az ujjmaró-sereg burkoló felületeként

Az  $X$ ,  $Y$  és  $Z$  függvények parciális differenciálhányadosai, a változók szerinti differenciálást röviden indexszel, továbbá az  $f$  és  $g$  függvények  $\varphi$ -szerinti differenciálhányadosát meg vesszővel jelölve:

$$\begin{aligned} X_\varphi &= f' \cos t - g' \cos \alpha \sin t, & X_t &= -f \sin t - g \cos \alpha \cos t, \\ & & X_\alpha &= g \sin \alpha \sin t; \\ Y_\varphi &= f' \sin t + g' \cos \alpha \cos t, & Y_t &= f \cos t - g \cos \alpha \sin t, \\ & & Y_\alpha &= -g \sin \alpha \cos t, \\ Z_\varphi &= g' \sin \alpha, & Z_t &= c, \\ & & Z_\alpha &= g \cos \alpha. \end{aligned}$$

Ezekkel a  $D = \partial(X, Y, Z)/\partial(\varphi, t, \alpha)$  függvénydetermináns

$$D = \begin{vmatrix} f' \cos t - g' \cos \alpha \cdot \sin t & -f \sin t - g \cos \alpha \cdot \cos t & \sin \alpha \cdot \sin t \\ f' \sin t + g' \cos \alpha \cdot \cos t & f \cos t - g \cos \alpha \cdot \sin t & -\sin \alpha \cdot \cos t \\ g' \sin \alpha & c & \cos \alpha \end{vmatrix} g.$$

A determinánst a harmadik sora szerint kifejtve:

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} D &= g' \sin \alpha \begin{vmatrix} -f \sin t - g \cos \alpha \cdot \cos t & \sin \alpha \cdot \sin t \\ f \cos t - g \cos \alpha \cdot \sin t & -\sin \alpha \cdot \cos t \end{vmatrix} - \\ &- c \begin{vmatrix} f' \cos t - g' \cos \alpha \cdot \sin t & \sin \alpha \cdot \sin t \\ f' \sin t + g' \cos \alpha \cdot \cos t & -\sin \alpha \cdot \cos t \end{vmatrix} + \\ &+ \cos \alpha \begin{vmatrix} f' \cos t - g' \cos \alpha \cdot \sin t & -f \sin t - g \cos \alpha \cdot \cos t \\ f' \sin t + g' \cos \alpha \cdot \cos t & f \cos t - g \cos \alpha \cdot \sin t \end{vmatrix} = \\ &= g' \sin \alpha \cdot g \sin \alpha \cdot \cos \alpha + cf' \sin \alpha + \cos \alpha (ff' + gg' \cos^2 \alpha). \end{aligned}$$



Tehát a  $D$  függvénydeterminánsra nyertük, hogy:

$$\frac{1}{g} D = gg' \cos \alpha \sin^2 \alpha + cf' \sin \alpha + \cos \alpha (ff' + gg' \cos^2 \alpha) = 0,$$

vagy  $\cos^2 \alpha$  helyébe  $(1 - \sin^2 \alpha)$  értéket írva:

$$\frac{1}{g} D = cf' \sin \alpha + \cos \alpha (ff' + gg') = 0,$$

ahonnan

$$\tan \alpha = - \frac{ff' + gg'}{cf'}. \quad (19)$$

a  $\tan \alpha$ -nak ezt az értékét kifejezzük a  $\varphi$  paraméterrel. A  $\tan \alpha$  (19) alatti kifejezésének a számlálóját röviden előállítja következő differenciálhányados:

$$ff' + gg' = \frac{1}{2} \cdot \frac{d(f^2 + g^2)}{d\varphi}.$$

Az  $f$  és  $g$  (17') alatti értéke alapján könnyű számolással adódik, hogy:

$$\begin{aligned} f^2 + g^2 &= \left( \frac{r_a}{\cos \varphi} + r_a \sin^2 \gamma_a (-\tan \varphi + \varphi - \varphi_0) \sin \varphi \right)^2 + \\ &+ (r_a \sin \gamma_a (1 - \sin^2 \gamma_a \sin^2 \varphi)^{1/2} [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)])^2 = \\ &= \frac{r_a^2}{\cos^2 \varphi} + 2r_a^2 \sin^2 \gamma_a [-\tan \varphi + (\varphi - \varphi_0)] \tan \varphi + \\ &+ r_a^2 \sin^2 \gamma_a [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)]^2, \end{aligned}$$

amelynek  $\varphi$ -szerinti differenciálhányadosa:

$$\begin{aligned} \frac{d(f^2 + g^2)}{d\varphi} &= 2(ff' + gg') = \frac{2r_a^2 \sin \varphi}{\cos^3 \varphi} + 2r_a^2 \sin^2 \gamma_a \left( -\frac{1}{\cos^2 \varphi} + 1 \right) \tan \varphi + \\ &+ 2r_a^2 \sin^2 \gamma_a [-\tan \varphi + \varphi - \varphi_0] \frac{1}{\cos^2 \varphi} + \\ &+ 2r_a^2 \sin^2 \gamma_a [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)] \left( \frac{1}{\cos^2 \varphi} - 1 \right) = \\ &= 2r_a^2 \left[ \frac{\sin \varphi}{\cos^3 \varphi} - \sin^2 \gamma_a \frac{\tan \varphi}{\cos^2 \varphi} + \sin^2 \gamma_a (\varphi - \varphi_0) \right] = \\ &= 2r_a^2 \left[ \frac{\tan \varphi}{\cos^2 \varphi} - \sin^2 \gamma_a \frac{\tan \varphi}{\cos^2 \varphi} + \sin^2 \gamma_a (\varphi - \varphi_0) \right] = \\ &= 2r_a^2 \left[ \cos^2 \gamma_a \frac{\tan \varphi}{\cos^2 \varphi} + \sin^2 \gamma_a (\varphi - \varphi_0) \right]. \end{aligned}$$

Tehát a (19) alatti tört számlálójára a következő kifejezést vezettük le:

$$ff' + gg' = r_a^2 \left[ \cos^2 \gamma_a \frac{\tan \varphi}{\cos^2 \varphi} + \sin^2 \gamma_a (\varphi - \varphi_0) \right]. \quad (19')$$

A (19) alatti képletben szerepel még  $f$ -nek a differenciáhányadosa:  $f'$ ; ez (17') szerint:

$$\begin{aligned} \frac{df}{d\varphi} &= \frac{r_a \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} + r_a \sin^2 \gamma_a \left( -\frac{1}{\cos^2 \varphi} + 1 \right) \sin \varphi + \\ &+ r_a \sin^2 \gamma_a (-\tan \varphi + \varphi - \varphi_0) \cos \varphi = \frac{r_a \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} - \\ &- r_a \frac{\sin^2 \gamma_a \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} + r_a \sin^2 \gamma_a \cos \varphi (\varphi - \varphi_0). \end{aligned}$$

Tehát

$$\begin{aligned} f' &= \frac{r_a \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \cos^2 \gamma_a + r_a \sin^2 \gamma_a (\varphi - \varphi_0) \cos \varphi = \\ &= r_a \left[ \frac{\tan \varphi}{\cos \varphi} \cos^2 \gamma_a + \sin^2 \gamma_a (\varphi - \varphi_0) \cos \varphi \right], \end{aligned}$$

amely értéket, valamint (19') alattit a (19)-be írva:

$$\tan \alpha = -\frac{1}{c} \frac{r_a^2 \left[ \cos^2 \gamma_a \frac{\tan \varphi}{\cos^2 \varphi} + \sin^2 \gamma_a (\varphi - \varphi_0) \right]}{r_a \left[ \cos^2 \gamma_a \frac{\tan \varphi}{\cos \varphi} + \sin^2 \gamma_a (\varphi - \varphi_0) \cos \varphi \right]} = -\frac{1}{c \cdot \cos \varphi} r_a.$$

Ezzel az  $\alpha$ -paramétert kifejeztük a  $\varphi$ -paraméterrel:

$$\tan \alpha = -\frac{1}{c \cdot \cos \varphi} r_a,$$

és mivel:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{c^2 \cos^2 \varphi + r_a^2}{c^2 \cos^2 \varphi},$$

azért

$$\cos \alpha = -\frac{c \cos \varphi}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}}; \quad \sin \alpha = \frac{r_a}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}}.$$

Most már, ha az így nyert  $\cos \alpha$  és  $\sin \alpha$  értékeket a (18) alatti egyenletrendszerbe helyettesítjük, akkor megkapjuk a burkoló felület, vagyis a mart felület

kétparaméteres egyenletrendszerét:

$$X = f \cos t + g \frac{c \cos \varphi}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}} \sin t,$$

$$Y = f \sin t - g \frac{c \cos \varphi}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}} \cos t,$$

$$Z = g \frac{r_a}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}} + ct,$$

ahol  $\varphi$  és  $t$  a paraméterek,  $f$  és  $g$  jelentése pedig a (17') alatti.

### IX. A fogoldal homlokmetszetében fellépő profilgörbe paraméteres egyenletrendszerének a levezetése

Meghatározzuk a fogoldalfelületnek, amelynek paraméteres egyenlet rendszerét az előző pontban vezettük le, a metszéspontját az  $(x, y)$ -koordináta síkkal (homloksík), amely görbéről meg kell mutatnunk, hogy az közös hegyes körevolvens.

Ha  $Z = 0$ , akkor a fogoldalfelület egyenletrendszerének harmadik egyenletéből:

$$t = -\frac{r_a}{c} \frac{g}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}},$$

amely értéket az első két egyenletbe írva, nyerjük a metszéspont paraméteres egyenletrendszerét, a következő egyparaméteres egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} x &= f \cos \left( \frac{r_a}{c} \frac{g}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}} \right) - \\ &\quad - g \frac{c \cos \varphi}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}} \sin \left( \frac{r_a}{c} \frac{g}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}} \right), \\ y &= -f \sin \left( \frac{r_a}{c} \frac{g}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}} \right) - \\ &\quad - g \frac{c \cos \varphi}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}} \cos \left( \frac{r_a}{c} \frac{g}{\sqrt{r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi}} \right). \end{aligned}$$

Ahhoz, hogy erről a görbéről kimutathassuk, hogy az hegyes körevolvens, az egyenletekben fellépő kifejezéseket átalakítjuk. Először is a  $g$  (17') alatti

kifejezésében fellépő négyzetgyök értéke, ha abban  $\sin^2 \varphi$  helyébe  $(1 - \cos^2 \varphi)$  értéket írunk, a következő lesz ( $\gamma$  mellől az  $a$  indexet most már elhagyjuk):

$$(1 - \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi)^{1/2} = (\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi)^{1/2}.$$

Mivel pedig  $c/a = \tan \gamma$ , vagyis  $\sin \gamma = (c/a) \cos \gamma$ , azért a négyzetgyök értéke:

$$\begin{aligned} (\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi)^{1/2} &= \left( \cos^2 \gamma + \frac{c^2}{a^2} \cos^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi \right)^{1/2} = \\ &= \frac{(a^2 \cos^2 \gamma + c^2 \cos^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi)^{1/2}}{a} = \frac{\cos \gamma}{a} (a^2 + c^2 \cos^2 \varphi)^{1/2} = \\ &= (1 - \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi)^{1/2}. \end{aligned}$$

Ennek figyelembevételével a  $g$  (17') alatti kifejezése:

$$g = a \sin \gamma \frac{\cos \gamma}{a} (a^2 + c^2 \cos^2 \varphi)^{1/2} [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)],$$

amiből nyerjük, hogy:

$$\frac{g}{(a^2 + c^2 \cos^2 \varphi)^{1/2}} = \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)]. \quad (20)$$

Az

$$f = \frac{r_a}{\cos \varphi} + r_a \sin^2 \gamma (-\tan \gamma + \varphi - \varphi_0) \sin \varphi$$

kifejezést pedig a következőképpen alakítjuk át. Beszorozzuk  $\sin \varphi$ -vel, amikor is:

$$f = \frac{r_a}{\cos \varphi} + r_a \sin^2 \gamma \left[ \frac{\cos^2 \varphi - 1}{\cos \varphi} + (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi \right],$$

azaz

$$f = \frac{r_a}{\cos \varphi} + r_a \sin^2 \gamma \cos \varphi - \frac{r_a \sin^2 \gamma}{\cos \varphi} + r_a \sin^2 \gamma (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi;$$

vagy a jobboldalon az első és harmadik tagot egybefoglalva:

$$f = r_a \frac{\cos^2 \varphi}{\cos \varphi} + r_a \sin^2 \gamma \cos \varphi + r_a \sin^2 \gamma (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi.$$

Mivel  $c = r \tan \gamma$ , azért

$$\cos^2 \gamma = \frac{r_a^2}{r_a^2 + c^2}, \quad \sin^2 \gamma = \frac{c^2}{r_a^2 + c^2},$$



amelyeket  $f$  előbbi kifejezésébe helyettesítve:

$$\begin{aligned} f &= r_a \frac{r_a^2}{r_a^2 + c^2} \cdot \frac{1}{\cos \varphi} + r_a \frac{c^2}{r_a^2 + c^2} \cos \varphi + r_a \frac{c^2}{r_a^2 + c^2} (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi = \\ &= \frac{1}{r_a^2 + c^2} \left\{ \frac{r_a^3}{\cos \varphi} + r_a c^2 (\cos \varphi + \varphi - \varphi_0) \sin \varphi \right\}. \end{aligned}$$

A zárójelben álló tört számlálóját szorozzuk meg  $(\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = 1$ -gyel, ekkor a tört:

$$\frac{r_a^3}{\cos \varphi} = \frac{r_a^3 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)}{\cos \varphi} = r_a^3 \cos \varphi + r_a^3 \tan \varphi \sin \varphi,$$

amelyet a zárójelbe beírva:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{r_a^2 + c^2} \{ r_a^3 \cos \varphi + r_a^3 \tan \varphi \sin \varphi + r_a c^2 \cos \varphi + r_a c^2 (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi \} = \\ &= \frac{1}{r_a^2 + c^2} \{ r_a (r_a^2 + c^2) \cos \varphi + r_a^3 \tan \varphi \sin \varphi + r_a c^2 (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi \} = \\ &= r_a \cos \varphi + \frac{r_a}{r_a^2 + c^2} [r_a^2 \tan \varphi + c^2 (\varphi - \varphi_0)] \sin \varphi. \end{aligned}$$

Ide a  $c^2 = r_a^2 \tan^2 \gamma$  értéket bevezetve végülis az  $f$  átalakított kifejezése:

$$f = r_a \cos \varphi + r_a [\cos^2 \gamma \tan \varphi + \sin^2 \gamma (\varphi - \varphi_0)] \sin \varphi. \quad (21)$$

Ezek után tekintsük a metszégörbe paraméteres egyenletrendszerét, amelyben a  $\sin$  és  $\cos$  függvények argumentuma:

$$\frac{r_a}{c} \frac{g}{(r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi)^{1/2}}.$$

Mivel  $r/c = \cot \gamma$  és (4) szerint:

$$\frac{g}{(r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi)^{1/2}} = \sin \gamma \cos \gamma [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)],$$

azért a  $\sin$  és  $\cos$  függvények argumentuma:

$$\frac{r_a}{c} \frac{g}{(r_a^2 + c^2 \cos^2 \varphi)} = \cos^2 \gamma [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)],$$

amelyet jelölünk rövidség kedvéért  $\psi$ -vel:

$$\psi = \cos^2 \gamma [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)].$$

Ezt a jelölést a metszégörbe paraméteres egyenletrendszerébe bevezetve, az a (20) és (21) szerint a következő alakú lesz:

$$x = \{r_a \cos \varphi + r_a [\cos^2 \gamma \tan \varphi + \sin^2 \gamma (\varphi - \varphi_0)] \sin \varphi\} \cos \psi - \\ - r_a \sin^2 \gamma \cos \varphi [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)] \sin \psi,$$

$$y = -\{r_a \cos \varphi + r_a [\cos^2 \gamma \tan \varphi + \sin^2 \gamma (\varphi - \varphi_0)] \sin \varphi\} \sin \psi - \\ - r_a \sin^2 \gamma \cos \varphi [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)] \cos \psi.$$

Ha rövidség kedvéért  $r_a = 1$  értéket veszünk fel, és  $\sin^2 \gamma$  helyébe  $(1 - \cos^2 \gamma)$  értéket írunk, akkor  $x$  és  $y$  kifejezését a következőképpen alakíthatjuk át:

$$x = \{\cos \varphi + [\cos^2 \gamma (\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)) + \varphi - \varphi_0] \sin \varphi\} \cos \psi - \\ - [\sin \varphi - (\varphi - \varphi_0) \cos \varphi - \cos^2 \gamma \cos \varphi [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)]] \sin \psi,$$

ahol  $\cos^2 \gamma [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)]$  helyébe a rövidítő  $\psi$  jelet bevezetve:

$$x = \{\cos \varphi + (\psi + \varphi - \varphi_0) \sin \varphi\} \cos \psi - [\sin \varphi - (\varphi - \varphi_0) \cos \varphi - \\ - \psi \cos \varphi] \sin \psi = \cos (\varphi + \psi) + (\psi + \varphi - \varphi_0) \sin (\varphi + \psi);$$

tehát:

$$x = \cos (\varphi + \psi) + (\psi + \varphi - \varphi_0) \sin (\varphi + \psi).$$

Hasonlóképpen az  $y$  koordináta előállítására:

$$y = -\{\cos \varphi + (\psi + \varphi - \varphi_0) \sin \varphi\} \sin \psi - \\ - [\sin \varphi - (\varphi - \varphi_0) \cos \varphi - \psi \cos \varphi] \cos \psi = \\ = -\sin (\varphi + \psi) + (\psi + \varphi - \varphi_0) \cos (\varphi + \psi).$$

Ha ezután a görbét az  $x$ -tengelyre vonatkozóan tükrözzük, vagyis  $y$  helyet  $-y$  értéket írunk, akkor a metszégörbe paraméteres egyenletrendszere a következő alakú lesz:

$$x = \cos (\varphi + \psi) + (\psi + \varphi - \varphi_0) \sin (\varphi + \psi); \\ y = \sin (\varphi + \psi) - (\psi + \varphi - \varphi_0) \cos (\varphi + \psi).$$

Végül forgassuk el a görbét az  $O$  origó körül  $(-\varphi_0)$ -szöggel, vagyis végezzük el az

$$X = x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0,$$

$$Y = -x \sin \varphi_0 + y \cos \varphi_0$$

transzformációt, akkor a görbére a következő paraméteres egyenletrendszert kapjuk:

$$X = \cos(\varphi + \psi - \varphi_0) + (\varphi + \psi - \varphi_0) \sin(\varphi + \psi - \varphi_0),$$

$$Y = \sin(\varphi + \psi - \varphi_0) - (\varphi + \psi - \varphi_0) \cos(\varphi + \psi - \varphi_0),$$

ami nyilván a közösleges hegyes körevolvens paraméteres egyenletrendszerének felel meg, mert ha bevezetjük a

$$\begin{aligned} \Phi &= \varphi + \psi - \varphi_0 = \varphi - \varphi_0 + \cos^2 \gamma [\tan \varphi - (\varphi - \varphi_0)] = \\ &= (\varphi - \varphi_0) \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma \tan \varphi \end{aligned}$$

paramétert, akkor az egyenletrendszer a következő ismert alakú lesz:

$$\left. \begin{aligned} X &= \cos \Phi + \Phi \sin \Phi \\ Y &= \sin \Phi - \Phi \cos \Phi \end{aligned} \right\}, \quad (r_a = 1)$$

**Generation of End Milling Cutters for Helical Gears, Part III. Investigation of the Involute Character of the Tooth Flank.** The surface of revolution of the end cutter for milling helical gears can be calculated by the determinant elimination method presented in Part I. of this paper, where the surface of the end cutter has been calculated as the envelope of a set of surfaces. The tooth flank of the helical gear milled by this end cutter will be an envelope surface too, i. e. the envelope surface of the set of surfaces produced by the generating movement of the cutter surface. This surface is an involute helicoidal surface: a helicoidal surface the normal section of which is a correct involute of a circle and hence the enveloping surface is indeed a true flank surface of a helical gear.

**Herstellung der Fingerfräser für Schrägverzahnte Stirnräder nach dem Wälzverfahren Teil III. Untersuchung des Evolventencharakters der von einem Fingerfräser erzeugten Zahnflanke.** Die Umdrehungsoberfläche eines Fingerfräasers für Schrägzahnräder kann mittels der im I. Teil des vorliegenden Aufsatzes abgeleiteten Determinanten-Eliminations-Methode als Hüllfläche einer Flächenschar berechnet werden. Die Zahnflanke eines mit einem solchen Fingerfräser gefrästen Schrägzahnrades ist ebenfalls eine Hüllfläche, u. zw. diejenige der durch die Bewegung der Fräseroberfläche entstehenden Flächenschar. Diese Hüllfläche ist eine Evolventen-Schraubenfläche, d. h. eine Schraubenfläche, deren Stirnschnitt eine gewöhnliche Kreisevolvente ist. Derart entspricht die Hüllfläche in der Tat der Zahnflankenfläche eines Schrägzahnrades.

# A VILLAMOS GÉPEK LÉGRÉSÉBEN KELETKEZETT GÁZSÚRLÓDÁSI VESZTESÉG MEGHATÁROZÁSA A FELÜLETI ÉRDESSÉG FIGYELEMBEVÉTELÉVEL

CSILLAG ISTVÁN\*

[Béérkezett 1975. május 26-án]

A cikk a súrlódási tényező és a felületi érdelesség közötti összefüggést, valamint a két hengerpalást eredő súrlódási tényezőjét tárgyalja eltérő felületi érdelességek esetében. Diagramot közöl, amelyből leolvasható a súrlódási tényező értéke, ha ismeretes a felület relatív érdelessége. Végül gyakorlati példában ismerteti a diagram használatának módját.

## Jelölések

- $d$  — légrés [m];  $d_b$  bandázsgyűrűk mentén
- $F$  — súrlódási felület a légrésben [m<sup>2</sup>];  $F_r$  forgórészé;  $F_s$  állórészé
- $e$  — a természetes logaritmus alapszáma
- $f$  — súrlódási tényező;  $f_c$  kritikus Taylor-számnál;  $f_l$  lamináris áramlásnál,  $f_t$  turbulens áramlásnál;  $f_r$  forgórész-felületén;  $f_s$  állórész-felületén
- $N_{Ta}$  — Taylor-szám [ $\sqrt{d/Rr}(V_f d/\nu)$ ];  $N_{Tay}$  az a Taylor-szám, amely fölött a felület hidraulikailag érdesnek tekintendő, azaz melynél a lamináris réteg vastagsága megegyezik a felületi egyenetlenségek magasságával
- $P$  — súrlódási veszteség a légrésben [W]
- $R$  — sugár [m];  $R_b$  bandázsgyűrűé;  $R_r$  forgórészé
- $u$  — gáz relatív kerületirányú sebessége a légrésben a vizsgált felülethez képest [m/s];  $u_l$  az ( $y_l$ ) vastagságú lamináris réteg magasságában
- $u_\tau$  — súrlódási sebesség ( $\sqrt{\tau_0/\rho}$ ) [m/s];  $u_{\tau_c}$  kritikus Taylor-számnál;  $u_\tau$  turbulens áramlásnál
- $V$  — kerületirányú sebesség [m/s];  $V_r$  forgórészé;  $V_f$  örvénylő forgatag relatív kerületirányú sebességének kétszerese;  $V_{fr}$  forgórész felületéhez képest;  $V_{fs}$  állórész felületéhez képest
- $y$  — sugárirányú méret a légrésben [m];  $y_e$  súrlódási felület kerületmenti egyenetlensége;  $y_{er}$  forgórészen;  $y_{es}$  állórészen;  $y_l$  lamináris réteg vastagsága;  $y_t$  turbulens réteg vastagsága;  $y_f$  örvénylő forgatag vastagsága
- $\lambda$  — a súrlódási felületből kiemelkedő egyenetlenségek csúcsai közötti kerületmenti távolság [m]
- $\nu$  — kinematikus viszkozitás [m<sup>2</sup>/s]
- $\rho$  — gáz sűrűség [kg/m<sup>3</sup>];  $\rho_l$  levegőnek, atmoszféra nyomáson, 20 °C-nál
- $\tau_0$  — súrlódó felületre ható nyírófeszültség [N/m<sup>2</sup>];  $\tau_{0r}$  forgórész-felületén;  $\tau_{0s}$  állórész-felületén
- $\omega$  — szögsebesség [1/s]

\* Csillag István 1022, Budapest, Bimbó u. 107.

## Bevezetés

Forgó villamos gép légrésében, mint ismeretes, súrlódási veszteség keletkezik, ami befolyásolja a gép melegedését és hatásfokára is kihat. Ez a veszteség a gépben a ventillációs veszteségekkel együtt jelentkezik, ezért értékét meghatározni közvetlen méréssel nem lehet. A gyakorlatban nagyságát tapasztalati képlettel határozzák meg [1–3]. Ezekben a képletekben a súrlódási tényező állandó és mindkét felületre azonos.

A hidraulikából azonban ismeretes, hogy a cső súrlódási tényezője nem állandó, a Reynolds-szám és a felületi érdesség függvénye. Feltételezhető tehát, hogy a hengerpalástok súrlódási tényezője is függvénye a felületi egyenetlenségeknek. Ennek a függvénynek az ismerete különösen szükségessé vált azoknál a nagyteljesítményű turbógenerátoroknál, amelyek forgórésze torlónyomás-hűtésű [4, 5]. Ezeknél a gépeknél ugyanis a forgórész felületéből ékek emelkednek ki, amelyek érdessé teszik a felületét. A hűtés fokozása céljából az állórész felületét is „érsdesítik” a légrésbe helyezett hosszirányú gátakkal [6, 7].

Ezek a változtatások növelik a légrés súrlódási veszteségét, amit tervezéskor figyelembe kell venni. A jelen tanulmánynak két célkitűzése van:

1. meghatározni a súrlódási tényező és a felületi „érsdeség” közötti összefüggést;
2. meghatározni a két hengerpalást eredő súrlódási tényezőjét, amikor azok felületi érdességben különböznek.

### 1. A súrlódási tényező és a felületi érdesség közötti összefüggés meghatározása

Többen foglalkoztak már a koncentrikus hengerpalástok súrlódási tényezőjével, amikor a belső henger forog [8, 9].

TAYLOR [8] egy összefüggést is levezetett a „kritikus” sebességre, amely fölött a lamináris áramlás megszűnik és háromdimenziójú örvénygyűrűpárok keletkeznek. Ebben a kifejezésben szereplő változók együttesét ( $N_{Ta}$ ), mely később fontos kifejezője lett a koncentrikus hengerpalástok között létrejövő áramlásnak, TAYLORRÓL nevezték el.

BJORKLUND és KAYS [10] egyenletbe foglalták TAYLOR [8] és WAGNER [9] eredményeit, melyek szerint ( $d/R_r \ll 1$ )

$$\text{lamináris áramláskor } (0 < N_{Ta} \leq 41) : \frac{f_l}{2\sqrt{d/R_r}} = \frac{1}{N_{Ta}}, \quad (1.1)$$

$$\text{turbulens áramláskor } (41 \leq N_{Ta} \leq 88) : \frac{f_{t_1}}{2\sqrt{d/R_r}} = \frac{0,0388}{N_{Ta}^{0,123}}, \quad (1.2)$$

$$\text{turbulens áramláskor } (88 \leq N_{Ta}) : \frac{f_{t_2}}{2\sqrt{d/R_r}} = \frac{0,19}{N_{Ta}^{0,478}}. \quad (1.3)$$



Ezek az adatok hidraulikailag „sima” felületű hengerpalástokra érvényesek, azaz olyan felületekre, amelyek egyenetlenségei a lamináris rétegen belül húzódnak. A villamos gépek álló- és forgórész felületei azonban a hornyok és ékek miatt egyenetlenek, „érdesekek”. Ezért, ezek az eredmények, az érdesfalú csövek analógiája alapján, a következő feltételezések mellett használhatók fel.

Az egymáshoz képest forgó, koncentrikus hengerpalástoknál:

a) minden felület sima felületként viselkedik, amíg felületének egyenetlenségei (érdessége) a lamináris rétegen belül húzódik;

b) az érdes felület súrlódási tényezője független a Taylor-számtól.

A feltételezések megvalósítása céljából ki kell fejezni a lamináris réteg vastagságát. Ebben a rétegben a sebességeloszlásra az ismert összefüggést véve

$$y_l \frac{u_\tau}{\nu} = \frac{u_l}{u_\tau}, \quad (1.4)$$

majd ezt kiterjesztve a kritikus sebességre is, figyelembe véve az  $u_{\tau_c} = V_r \sqrt{f_t/2}$  és  $u_{\tau_c} = 2u_c \sqrt{f_c/2}$  kifejezéseket, levezethető, hogy

$$y_l = \frac{\nu}{V_r} \frac{1}{\sqrt{f_t \cdot f_c}}. \quad (1.5)$$

Az egyenletben szereplő „ $f_c$ ” annál a kritikus sebességnél ( $N_{Tac}$ ) fellépő súrlódási tényező értéke, amelynél  $f_l \equiv f_c \equiv f_t$ . Ezen összefüggés alapján  $f_c$ -re két érték adódik,  $f_{c_1}$ , az (1.1) és (1.2) egyenlőségből adódó  $N_{Tac_1} = 41$ -gyel és  $f_{c_2}$ , az (1.1) és (1.3) egyenlőségből adódó  $N_{Tac_2} = 24$ -gyel. A következőkben mindenkor  $f_c = f_{c_1}$  értendő, amelynek magyarázatára későbbiekben kerül sor. A sebesség ( $V_r$ ), azaz a Taylor-szám ( $N_{Ta}$ ) növekedésével a lamináris réteg vastagsága csökken. Alsó határértékét a felület egyenetlensége határozza meg. Amikor a lamináris réteg vastagsága tovább már nem csökkenhet ( $y_l = y_e$ ) súrlódási tényezője állandósul, a b) pontban foglalt feltételezés szerint független lesz  $N_{Ta}$ -tól.

Az a Taylor-szám, amelynél  $y_l = y_e$ , (1.5) alapján (1.1) és (1.3) behelyettesítésével, valamint figyelembe véve, hogy  $f_l \equiv f_c \equiv f_t$  feltétel az (1.3) kifejezésre  $N_{Tac_2} = 24$ -nél teljesül,

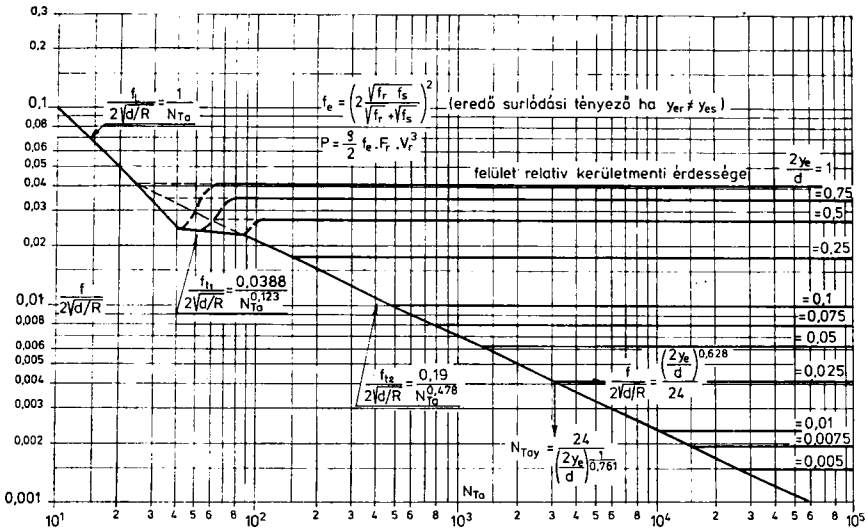
$$N_{Tay} = \frac{24}{(2y_e/d)^{1/0,781}}. \quad (1.6)$$

Ezzel, az állandósult súrlódási tényező értékére ( $f$ ), (1.6)-ot az (1.3)-ba behelyettesítve, felírható a következő képlet:

$$\frac{f}{2\sqrt{d/R_r}} = \frac{(2y_e/d)^{0,628}}{24}. \quad (1.7)$$

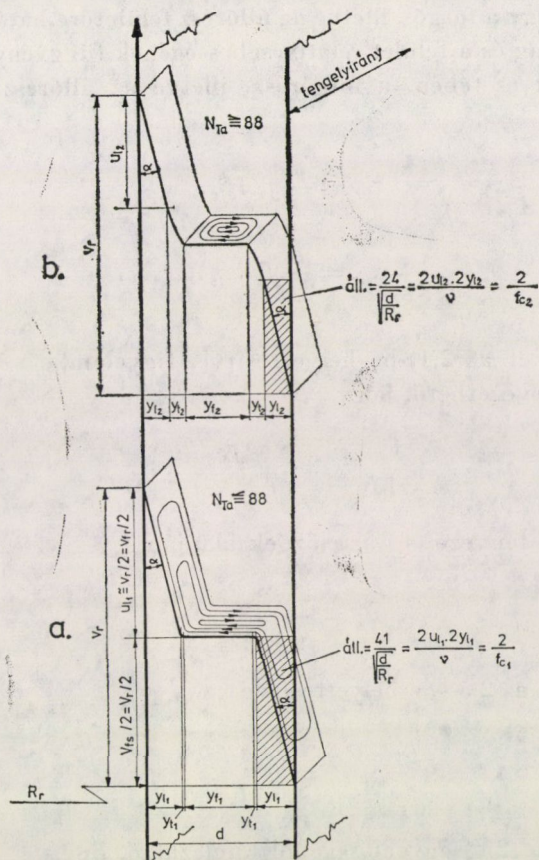
Amikor tehát  $N_{Ta} \geq N_{Ray}$ , a felület súrlódási tényezője ( $f$ ) az (1.7) egyenlettel meghatározható értéken állandósul. Az összefüggés helyességét kísérletek is igazolták [6]. Az egyenletek által leírt görbék az 1.1. ábrán vannak feltüntetve.

A sima felületre érvényes súrlódási tényező értékének alakulásában két változás tapasztalható,  $N_{Ta} = 41$  és  $N_{Ta} = 88$ -nál. Ezeket a változásokat az áramlásban bekövetkezett átalakulás okozza. .



1.1 ábra

Az előzőekből már ismeretes, hogy  $N_{Ta} = 41$ -nél a változást a lamináris áramlás megszűnése, azaz örvénygyűrűk keletkezése okozza. Az  $N_{Ta} = 88$ -nál tapasztalható változás a következőkkel magyarázható: Az örvénylés  $N_{Ta} < 88$ -nál alacsony intenzitású, így feltehető, hogy a „laminárisnak” vett rétegekre is kiterjed (1.2a ábra) és az a forgatag ( $y_r$ ), amelyben a keringési sebesség állandó, a rés középső részén elhelyezkedő vékonyabb rétegre korlátozódik. A kerületi sebesség, azaz a Taylor-szám növelésével nő az örvénylés intenzitása és ezáltal a forgatag vastagsága is. A lamináris rétegekre kiterjedő örvénylés „iránytörése” fokozódik, míg  $N_{Ta} = 88$ -nál, a „lamináris” réteg egy részében fel nem lép a turbulencia. A turbulens réteg vastagsága ugrásszerűen megnő ( $y_{t_2} \gg y_{t_1}$ ; 1.5; 1.2. ábra) és az örvénylés a forgatagra korlátozódik (1.2b ábra). Ez bekövetkezhetik  $N_{Ta} < 88$ -nál is, ha a felületi egyenetlenségek megakadályozzák a forgatag kiterjedését, ez ugyanis a turbulens réteg vastagságának növekedéséhez és ezáltal az 1.2b ábra szerinti áramlási képhez vezet. Így a súrlódási tényező értéke, egy bizonyos átmeneti szakasz után, szintén az (1.7) egyenlettel számítható.



1.2 ábra

## 2. Koncentrikus hengerpalástok eredő súrlódási tényezőjének meghatározása eltérő felületi érdességek esetében

Az 1.2. ábrából látható, hogy az örvénylő forgatagnak relatív sebessége van, mind az álló-, mind a forgórész felületéhez képest. Keringési sebessége a légrésre felírt energia-egyenletből határozható meg. Abban az esetben, ha gázbetáplálás a légrésbe sem az álló, sem a forgórész felől nincsen ( $F_r \approx F_s$  esetében)

$$\tau_{or} = \tau_{os}. \quad (2.1)$$

Ha a nyírófeszültséget a jellemző súrlódási tényezővel fejezzük ki

$$\tau_0 = f \frac{\rho}{2} V_r^2, \quad (2.2)$$

és feltételezzük, hogy a forgó-, illetve az állórész felületére ható nyírófeszültség az örvénylő forgatag és a felület relatív sebességének függvénye, akkor, eltérő súrlódási tényezők esetében, a forgórész, illetve az állórész felületére ható nyírófeszültségek:

$$\begin{aligned}\tau_{0r} &= \frac{\rho}{2} f_r V_{fr}^2, \\ \tau_{0s} &= \frac{\rho}{2} f_s V_{fs}^2.\end{aligned}\tag{2.3}$$

A (2.3) kifejezéseket a (2.1)-be helyettesítve, figyelembe véve, hogy  $V_r = V_{fr}/2 + V_{fs}/2$ , levezethető, hogy

$$\frac{V_{fr}}{V_r} = 2 \frac{\sqrt{f_s}}{\sqrt{f_r} + \sqrt{f_s}}.\tag{2.4}$$

Az eredő súrlódási tényező ( $f_e$ ) az előzőek alapján

$$f_e = \frac{\tau_{0r}}{\rho/2 V_r^2}.\tag{2.5}$$

A (2.3)-ból „ $\tau_{0r}$ ”-t a (2.5)-be helyettesítve

$$\frac{V_{fr}}{V_r} = \sqrt{\frac{f_e}{f_r}}.\tag{2.6}$$

A (2.4), valamint a (2.6) egyenlőségéből kifejezhető, hogy

$$f_e = \left( 2 \frac{\sqrt{f_r} \sqrt{f_s}}{\sqrt{f_r} + \sqrt{f_s}} \right)^2.\tag{2.7}$$

Az eredő súrlódási tényező ismeretében a légrésben keletkezett súrlódási veszteség

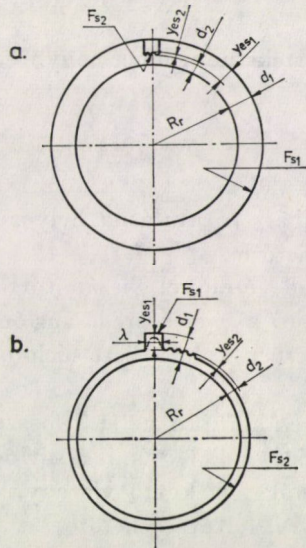
$$P = \frac{\rho}{2} f_e F_r V_r^3.\tag{2.8}$$

A számítással nyert eredményeket módunkban állt mért értékekkel is összehasonlítani. A méréseket a francia Alsthom gyár végezte, mely gyárral a Ganz Villamossági Művek kooperációs viszonyban áll. A mérési eredmények számítási eredményeinkkel jó összhangot mutatnak [6].



### 3. A felület surlódási tényezőjének meghatározása az „érdesség” szélső eseteiben

Mint az előzőekből már ismeretes, a kritikus Taylor-szám ( $N_{Tac_1}$ ) felett a légrésben örvénygyűrűk keletkeznek. Koncentrikus hengerpalástokat feltételezve, az örvénygyűrűknek is koncentrikusnak kell lenniök a hengerpalástokkal. Ez szükségképpen a lamináris és turbulens rétegek együttes vastagságának állandóságát jelenti a palástok kerülete mentén (1.2. ábra).



3.1. ábra

A belső hengerpalást kerületi sebességének növelésével csökken a lamináris réteg vastagsága (1.5). Alsó határértékét a felületi egyenetlenségek határozzák meg. Amikor vastagsága tovább már nem csökkenhet, b) pont szerint, súrlódási tényezője állandósul, független lesz  $N_{Ta}$ -tól.

Ha az egyenetlenséget egy, a palást felületéből kiemelkedő és axiális irányban húzó gát képezi [7], akkor a gát magasságával azonos vastagságú lamináris rétegnél fog állandósulni a súrlódási tényező és ezzel együtt az örvénygyűrűk külső, illetve belső átmérője.

A gátak számát, azaz a gátsűrűséget növelve, az áramló közeg sebessége a hullám völgyben, palást felület közelében, mindinkább csökken. Egy bizonyos gátsűrűség felett holtteret keletkezik, ami növekszik a gát sűrűségével. Ezáltal az egyenetlenségek mindinkább elsimulnak és a felület fokozatosan megközelíti a gátnélküli állapotot, de a gát magasságával csökkent légréssel.

Az elmondottak alapján a 3.1. ábra, a) ill. b) esetében az állórészfelület eredő súrlódási tényezője a következőképpen számítható:



Mindkét esetben [a), ill. b)]  $F_{s_1}$  felület felett a lamináris réteg vastagsága  $y_{es_1}$  és a légrés  $d_1$ , az  $F_{s_2}$  felület felett pedig a lamináris réteg vastagsága  $y_{es_2}$  és a légrés  $d_2$ . Ezek ismeretében úgy az a) mint a b) esetben az  $F_{s_1}$ , ill.  $F_{s_2}$  felületek súrlódási tényezője ( $f_{s_1}$ , ill.  $f_{s_2}$ ) az előbbiek alapján meghatározható. Ezek ismeretében az állórészfelület eredő súrlódási tényezője, mindkét esetben [a), ill. b)] a következő képlettel számítható:

$$f_s = \frac{F_{s_1} f_{s_1} + F_{s_2} f_{s_2}}{F_{s_1} + F_{s_2}}. \quad (3.1)$$

A b) ábra esetében „ $y_{es_1}$ ” értéke nem lehet nagyobb a „behatolási” mélységnél, azaz

$$y_e \leq \frac{e}{\pi} \lambda. \quad (3.2)$$

Ez az összefüggés a lamináris áramlásba helyezett „hullámos” falra felírt potenciál-elmélettel vezethető le.

Az előbbiek figyelembevételével kiszámított  $f_s$ , ill.  $f_r$  értékeket (2.7)-be behelyettesítve, kiszámítható a légrés eredő súrlódási tényezője  $f_e$ , amelynek ismeretében viszont a légrésben keletkezett súrlódási veszteség a (2.8) egyenlettel meghatározható.

A kísérleti eredmények alapján az (1.7) összefüggés az  $1 < (2y_e/d) < 2$  tartományban is jó eredményt ad. Ugyanis a súrlódási tényező értéke a lamináris réteg vastagságától függ, a kettő viszonyában a folytonosság, erre a viszonylag szűk tartományra, feltételezhető.

#### 4. Számpélda

Példaképpen kiszámítjuk a Ganz Villamossági Művek 220 MW-os turbógenerátorának légrésében keletkezett összes súrlódási veszteséget az 1.1. ábra felhasználásával. Mivel a felületi egyenetlenségek különböznek a tömb-, ill. a bandázsgyűrűk mentén, ezért a légrés e két szakaszában keletkezett veszteséget külön számítjuk. Külön határozzuk meg az állórészfelület lemezelt részeire, valamint szellőzőréseire eső súrlódási tényező ( $f_{s_1}$ ;  $f_{s_2}$ ) értékét, majd (3.1) szerint számítjuk a furat eredő súrlódási tényezőjét ( $f_s$ ).

*Szükséges adatok (4.1. ábra):*

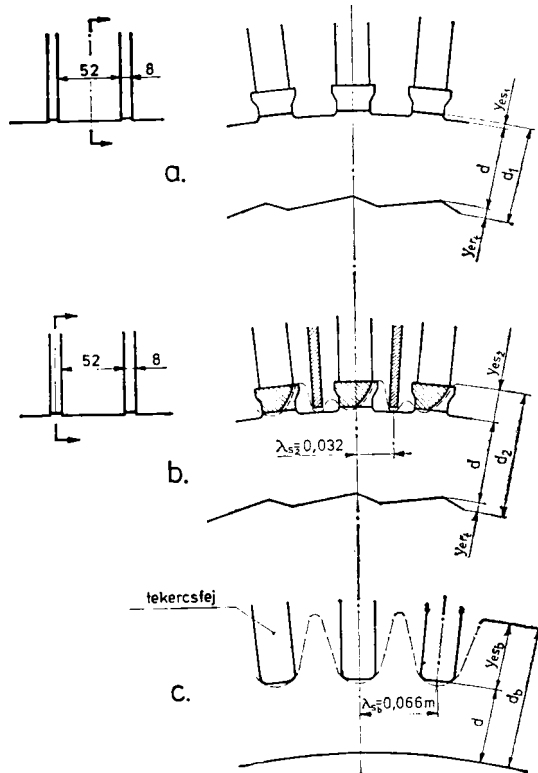
$$\begin{aligned} \rho &= 0,398 \text{ kg/m}^3 \text{ (4 ata, 97\% H}_2 \text{ + levegő, 60 }^\circ\text{C)} \\ v &= 27 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ (4 ata, 97\% H}_2 \text{ + levegő, 60 }^\circ\text{C)} \\ F_{r_1} &= 1,075 \cdot \pi \cdot 4,35 = 14,7 \text{ m}^2 \text{ (tömb felülete)} \\ F_{r_2} &= (1,14 \cdot \pi \cdot 0,607) \cdot 2 = 4,37 \text{ m}^2 \text{ (bandázsgyűrűk felülete)} \\ V_{r_1} &= Rr \cdot \omega = 0,5375 \cdot 314 = 169 \text{ m/s (tömbé)} \\ V_{r_2} &= 0,57 \cdot 314 = 179 \text{ m/s (bandázsgyűrűé)} \\ d &= 0,07 \text{ m} \end{aligned}$$

$y_{es_1} = 1,5 \cdot 10^{-3}$  m (állórész-felület lemezelt részeinek kerületmenti egyenetlensége a tömb felületével szemben, 4.1a ábra)

$y_{es_2} = \frac{e}{\pi} \lambda_{s_2} = 27,7 \cdot 10^{-3}$  m (állórész-felület szellőzőréseinek kerületmenti egyenetlensége a tömb felületével szemben, (3.2) alapján, 4.1b ábra)

$y_{es_b} = \frac{e}{\pi} \lambda_{s_b} = 57 \cdot 10^{-3}$  m (tekercsfejek által határolt felület kerületmenti egyenetlensége a bandázsgyűrűkkel szemben, 4.1c ábra)

$y_{er_t} = 8 \cdot 10^{-3}$  m (tömb felületének kerületmenti egyenetlensége,  $y_{er_t} \ll e/\pi \cdot \lambda_r$ , 4.1a és b ábra)



4.1. ábra

A bandázsgyűrűk felületéről tételezzük fel, hogy hidraulikailag „simák”, azaz kerületmenti egyenetlenségük ( $y_{er_b}$ ), az (1.6) egyenlet alapján,

$$y_{er_b} \leq \left( \frac{24}{N_{Tay}} \right)^{0,761} \frac{d_b}{2} = 0,04 \cdot 10^{-3} \text{ m,}$$

ahol

$$N_{Tay} = N_{Ta} = \sqrt{\frac{d_b}{R_{r_b}}} \frac{V_{fr} d_b}{\nu} \approx 4 \cdot 10^5.$$

*A súrlódási veszteség a forgórész-felület (tömb) által határolt légrésben ( $P_t$ )*

$$\frac{2y_{es1}}{d_1} \cong 0,038,$$

az 1.1. ábrából

$$f_{s1} = 2 \sqrt{\frac{d_1}{R_r}} 0,0055 \cong 0,0042 \cdot (N_{Ta} \gg N_{Tay} = 1400),$$

$$\frac{2y_{es2}}{d_2} = 0,525,$$

az 1.1. ábrából

$$f_{s2} = 2 \sqrt{\frac{d_2}{R_r}} 0,028 \cong 0,025 \cdot (N_{Ta} \gg N_{Tay} = 55).$$

A furat eredő súrlódási tényezője ( $f_{st}$ ), a (3.1) alapján

$$f_{st} = \frac{F_{s1} \cdot f_{s1} + F_{s2} \cdot f_{s2}}{F_{s1} + F_{s2}} = 6,96 \cdot 10^{-3},$$

ahol

$$F_{s1} + F_{s2} = 16,6 \text{ m}^2 \quad \text{és} \quad \frac{F_{s2}}{F_{s1}} = \frac{8}{52} \quad (4.1. \text{ ábra})$$

$$\frac{2y_{et}}{d_1} \cong 0,2,$$

az 1.1. ábrából pedig

$$f_{rt} = 2 \sqrt{\frac{d_1}{R_r}} 0,015 = 0,0115.$$

A légrés eredő súrlódási tényezője (2.7) szerint

$$f_{et} = \left( 2 \frac{\sqrt{f_{st}} \cdot f_{st}}{\sqrt{f_{rt}} + \sqrt{f_{st}}} \right)^2 = 8,8 \cdot 10^{-3},$$

és ezzel a súrlódási veszteség a (2.8) alapján

$$P_t = \frac{\rho}{2} f_{et} \cdot F_{rt} \cdot V_{rt}^3 = 124 \cdot 10^3 \text{ W}.$$

*Súrlódási veszteség a bandázsgyűrűk által határolt légrésben ( $P_b$ )*

A súrlódási tényező értéke a bandázsgyűrűk felületén, „sima” felületnek véve, az (1.3) alapján:

$$f_b = 2 \sqrt{\frac{d_b}{R_b}} \frac{0,19}{N_{Ta}^{0,478}} = 0,374 \cdot 10^{-3}.$$

A tekercsfejek által határolt felületen (4.1c ábra)

$$\frac{2y_{esb}}{d_b} \cong 0,9,$$

az 1.1. ábrából

$$f_{sb} = 2 \sqrt{\frac{d_b}{R_b}} 0,04 = 0,038.$$

A légrés eredő súrlódási tényezője (2.7) szerint:

$$f_{eb} = \left( 2 \frac{\sqrt{f_{rb} \cdot f_{sb}}}{\sqrt{f_{rb}} + \sqrt{f_{sb}}} \right)^2 = 0,00124$$

és ezzel a súrlódási veszteség a (2.8) alapján

$$P_b = \frac{\rho}{2} f_{eb} \cdot Fr_b \cdot V_{rb}^3 \approx 6,2 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

Az összes súrlódási veszteség a légrésben

$$P = P_t + P_b \approx 130 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

Az összes súrlódási veszteség a légrésben az [1–3] alapján

$$P = k \cdot Fr \cdot V^3 \cdot 10^3,$$

ahol, [1] és [3] szerint

$$k = \frac{\rho}{\rho_l} 4,71 \cdot 10^{-6},$$

és [2] szerint, a felületi érdességtől függően

$$k = \frac{\rho}{\rho_l} (3,5 \sim 4,5) \cdot 10^{-6}.$$

Az ismert értékek behelyettesítésével [1] és [3] alapján

$$P = P_t + P_b = (125 + 39) 10^3 = 164 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

Viszont [2] alapján, a felületi érdességtől függően

$$P = P_t + P_b = (79 + 25) \cdot 10^3 \sim (119 + 37) \cdot 10^3 = (104 \sim 156) \cdot 10^3 \text{ W.}$$

A gépen végzett mérési eredményekből, melyek mint ahogyan a bevezetésben is már említettük, a gázsúrlódási veszteségeken kívül a ventillációs veszteségeket is tartalmazzák, 180 kW adódik.

## IRODALOM

1. TITOV V. V.—HUTOECKIJ, G. M.—ZAGOROVNÁJÁ, G. A.—VARTANYAN, G. P.—ZASZLAVSZKIJ, D. I.—SZMOTROV, I. A.: Turbógeneratori. Raszcset i Konztrucija. *Energija*, Leningrádszkoje otdelenije (1967)
2. WIEDEMANN, E.—KELLENBERGER, W.: Konstruktion Elektrischer Maschinen Springer-Verlag, Berlin 1967
3. FILIPOV, I. F.: Osznivi teploobmena elektriceszkih masinah. *Energija*; Leningrádszkoje otdelenije, (1974)
4. WALLENSTEIN, M.: Nagyteljesítményű turbógenerátorok új, Ganz-rendszerű hidrogén-hűtése. *Elektrotechnika*, 61 (1968), 137–150
5. ASZTALOS, P. A.: Turbógenerátor-forgórész hűtési rendszerek összehasonlítása. *Műszaki Tudomány* 41 (1969)
6. CSILLAG, I.: Turbógenerátor-forgórész hűtése torlónyomással. *Elektrotechnika* 67 (1974), 370–373
7. 159.737 sz. magyar szabadalom (felt.: WALLENSTEIN Mihály)
8. TAYLOR, G. I.: Fluid Friction Between Rotating Cylinders *Proceedings*, Royal Society (London), Series A vol. 157 (1936), 546
9. WAGNER, E. M.: Frictional Resistance of a Cylinder Rotating in Viscous Fluid Within a Coaxial Cylinder, Thesis for the degree of engineer, Stanford University, June 1932
10. BJORKLUND, I. S.—KAYS, W. M.: Heat Transfer Between Concentric Rotating Cylinders, *Journal of Heat Transfer*. (1959), 175

**Determination of the Friction Loss in the Gap of Electrical Machine Accounting for the Surface Roughness.** The paper discusses the relationship between the friction factor and the surface roughness as well as the resultant friction factor of the two cylinder surfaces in the case of different surface roughness. It presents a diagram from which friction factor can be read off for a given relative surface roughness. Finally it introduces the use of the diagram in the course of a practical example.

**Bestimmung der Reibungsverluste im Luftspalt von elektrischen Maschinen unter Berücksichtigung der Oberflächenrauheit.** Die Arbeit behandelt den Zusammenhang zwischen der Reibungszahl und der Oberflächenrauheit sowie die resultierende Reibungszahl der zwei Zylindermäntel bei voneinander verschiedenen Oberflächenrauheiten. Aus einem Diagramm kann der Wert der Reibungszahl abgelesen werden, wenn die relative Rauheit der Oberfläche bekannt ist. Schließlich wird die Verwendung der Diagramme an einem praktischen Beispiel dargestellt.



# FOGASKERÉK – VILLÁMHŐMÉRSÉKLET

## I. RÉSZ: A KÉRDÉSKÖR ÁTTEKINTÉSE; STACIONER MODELLEK

KOLONITS FERENC\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1972. december 12-én]

A dolgozat áttekinti a fogaskerek érintkezési hőmérsékletének számításában eddig elért eredményeket és részletesen megvizsgálja azon modelleket, amelyek egy-, ill. kétdimenziós hővezetést, valamint stationer állapotot tételeznek fel. Tetszőleges hőforrásmegoszlásra olyan összefüggéseket vezet le, amelyek speciális esetként tartalmaznak az irodalomban közölt, adott megoszlásra vonatkozó eredményeket. Kimutatja, hogy az egydimenziós esetre vonatkozó hőmérsékleteloszlás általánosságban a kétdimenziós számítással kapott eredmények aszimptotikus közelítése nagy B Blok-szám esetén, a különbség  $\sqrt{B}$ -vel fordított arányban csökken. Az eredmények nemcsak fogaskerekre alkalmazhatók, hanem tetszőleges mozgó hőforrások vizsgálatánál is.

### Alkalmazott jelölések

- $p_n$  — normál vonalterhelés
  - $v$  — sebesség (cs-indexszel: csúszási)
  - $X, Y, Z$  — álló koordinátarendszer
  - $x, y, z$  — hőforrással együtt mozgó koordinátarendszer
  - $2w$  — érintkezési nyomsáv szélessége
  - $\xi, \beta$  —  $x, y/w$  dimenzió nélküli koordináták
  - $P(\beta)$  — felületi nyomás, ill. hőforrás megoszlása
  - $F$  —  $P$  integrálja a nyomsáv felett
  - $\mu$  — súrlódási tényező
  - $p$  — felületi nyomás
  - $q$  — hőforrás-intenzitás
  - $\rho$  — sűrűség
  - $c$  — fajhő
  - $\lambda$  — hővezetési tényező
  - $a$  — hődiffúziós állandó ( $\lambda/\rho c$ )
  - $b$  —  $\sqrt{\rho c \lambda}$  jelölése
  - $t, \tau$  — idő
  - $A$  — mechanikai hőegyenérték
  - $\varphi, \Phi$  — a kiskerekbe jutó hőmennyiség részaránya pontonként, ill. közepesen
  - $T$  — hőmérséklet
  - $\Theta$  — kontakthőmérséklet-emelkedés
  - $R$  — a hőmérsékletkép geometriáját jellemző mennyiség
  - $B$  — Blok-szám ( $wv/a$ )
  - $r_i$  —  $P$  hatványsorfejtésének együtthatói
  - $I, W_i$  — kétdimenziós hőmérsékletszámítás segédfüggvényei
  - $f, \psi$  — előbbi függvények (helyfüggő) argumentuma,  $f = B\varphi/2$
  - $a_{i,n}, b_{i,n}$  —  $W_{1,2}$  hatványsorfejtésének együtthatói
  - $N_{1,2}$  — kapcsolóvonal és alapkörök érintkezési pontjai
- Egyéb, ritkábban használt jelöléseket a megfelelő helyen definiáltunk.

\* Dr. Kolonits Ferenc, 1112 Budapest, Cirmos u. 4.

## 1. A kérdéskör áttekintése

A fogaskerekek tönkremenését előidézõ károsodási formák jó részét (fogastörés, pitting stb.) századunk első harmadában a kifáradási jelenség és érintkezési feszültségek elemzésével, a szilárdságtan általános fejlődésének eredményeit felhasználva elméletileg és kísérletileg megvizsgálták. Az eredmények alapján ezen hatások szempontjából kellõ biztonságot eredményező tervezési eljárások alakultak ki. A harmincas évektõl kezdve azonban egyre inkább elõtérbe került egy újabb károsodási forma, a berágódás. Ennek oka, hogy a mûszaki színvonal és a követelmények emelkedése miatt növekedtek a hajtómûvekben elõirányzott sebességek és fajlagos terhelések [1]. WELCH és BORON adatai szerint 1945 és 1960 között az US Navy részére tervezett turbinahajtású egységeknél a fajlagos terhelés közel kétszeresére nõtt és ez az irányzat érvényesült más országok haditengerészeténél is [2].

A terhelés és sebesség együttes hatásának jellemzésére félempirikus jellegû mutatókat dolgoztak ki. Ilyen pl. az Almen-szorzat, vagy a legördülõ ívelemre vett fajlagos súrlódási munka (ami a terhelés mellett a relatív csúszástól függ). BLOK 1937-bõl származó elmélete szerint a berágódási veszély szempontjából az érintkezési nyomsávon fellépõ legnagyobb pillanatnyi hőmérséklet a mérvadó, ennek számítására egyszerűsített módszert dolgozott ki. Mind az elmélet, mind a számítási módszer a legszélesebb körökben elterjedt. Ennek alapján BOTKA 1954-ben a legnagyobb berágódási biztonságra szerkesztett fogazatrendszerrel javasolt (Ganz—Botka-fogazat, ahol a kapcsolás fõpont elõtti és utáni szakaszán a legnagyobb hőmérsékletek egyformák) [3], [4], [5].

Az utóbbi három évtizedben számos újabb kutatási eredmény született mind a berágódási károsodás okai és természete, mind pedig az üzem közbeni hőmérsékletviszonyok elméleti és kísérleti vizsgálata során. A részeredményeket mind ez ideig nem sikerült egységes, kísérletileg igazolt elméletbe foglalni. A [6] tanulmányban NIEMANN kilenc különbözõ kutató javaslatát közli egy, a berágódási veszélyt jellemzõ,  $p_n v^k$  alakú jelzõszámra: a  $k$  kitevõre hatféle értéket adnak meg, elmélet, vagy kísérlet alapján, 0,25 és 2 közt.

A hőmérsékletszámítás pontosabbá tétele érdekében BLOK parabolikus közelítõ hőforrásmodellje helyett THEYSE változatlan egyszerűsítõ feltevések mellett a Hertz-féle elméletnek megfelelõ félelliptikus megoszlással számolt [1]. Ezen számításokban a fogfelülettel párhuzamos hőáramlást figyelmen kívül hagyták, a fogat végtelen feltérnek tekintik, ami a határoló felületre és az egyenletes sebességgel mozgó, állandó intenzitású sávszerû hőforrás haladási irányára merõleges, elemi vastagságú, egymástól szigetelt síkokból áll.

A felülettel párhuzamos hőáramlást is figyelembevéve, tehát homogén feltérre többféle eredmény ismeretes. ROSENTHAL vonalforrást feltételezve exponenciális és Bessei-függvényt tartalmazó megoldást kapott. NAKADA

és HASHIMOTO az érintkezési nyomsávon fellépő olajfilm-hőmérsékletből indul ki, és a film és fogfelület közti hőátadási tényezőt figyelembevéve Fourier-integrálokkal adja meg a fog felületi és belső pontjaiban a hőmérsékletértékeket, továbbá LIEBMANN numerikus módszerét alkalmazza [7]. TERAUCHI és HAMAMOTO parabolikus sávhőforrásra Bessel-függvények segítségével zárt alakban megoldotta a vonatkozó hővezetési egyenletet. A súrlódási hő eloszlása a kapcsolódó fogak közt bonyolultabban számítható, mint BLOK modelljénél: erre numerikus eljárást dolgoztak ki, ill. egyszerűsített közelítő módszert javasoltak [8].

A számítások kísérleti ellenőrzésére TERAUCHI és MIYAO [9], valamint NIEMANN és LECHNER [10] [11] hőelektromos effektuson alapuló hőmérséklet-méréseket végeztek. Az eredmények nem hoztak egyértelmű döntést — a kérdéstről folytatott vita során elhangzott érvelések szerint az eltérések oka az elmélet helytelen interpretációja és a kísérleti eredményeket befolyásoló egyes tényezők figyelmen kívül hagyása is lehet. A mérésekből NIEMANN empirikus formulát állított fel, de ez az alkalmazott kísérleti be rendezéshez kapcsolódik, általános számításokra nem alkalmas. Érdekes és a hőmérsékletkiegyenlített fogazatok méretezése szempontjából jelentős tény, hogy képletében a  $p_n$  és  $v$  tényezők kitevőinek aránya ugyanaz, mint BLOK formulájában, bár maguk a kitevők kisebbek. Általánosított, dimenziótlan csoportokból felépített empirikus képletet legújabbban YOKOYAMA—ISHIKAWA—HAYASHI javasoltak [12].

Bizonyos tényezők alakulását a kutatók részletesebben is megvizsgálták: a kenőanyagfilm alakulását elasztó-hidrodinamikai módszerekkel [13], a súrlódást [14], a kísérleti hőelektromos mérés és a tényleges hőmérsékletek kapcsolatát [15], és a fog üzem közbeni ún. tartós hőmérsékletét (amikor a fog nincs kapcsolódásban — erre szuperponálódik kapcsolódáskor a pillanatnyi hőmérsékletemelkedés) [6], [10], [11]. NIEMANN és munkatársai a berágódási kísérletekből azt a következtetést vonták le, hogy a berágódási veszély szempontjából nem a maximális, hanem az előbbi közepes hőmérséklet a mérvadó [6], [17]. A mérési eredmények ezt az adott ábrázolásban igazolni látszanak, de a szórásuk igen jelentős. A szakemberek széles köre nem ért egyet ezen végkövetkeztetéssel: újabb tanulmányokban a Blok-féle (esetenként plasztikus alakváltozást figyelembevéve módosított), ill. empirikus csúcshőmérsékletformulákkal (és mért hőmérsékletértékekkel) kísérlik meg a berágódási kísérletek eredményeinek értelmezését [18], [19].

Legújabbban TOBE, KATO és TAKATSU végeztek részletes elméleti és kísérleti vizsgálatot. Számítási módszerük figyelembe veszi a kapcsolódás során pontról pontra változó terhelési és sebességviszonyokat, ezért rendkívül munkaigényes és csak számítógéppel hajtható végre. Elméleti vonalnyomás-lefutásra általában a BLOK formulájával számítható értékkel számszerűen és jellegükben nagyjából egyező eredményeket kaptak, kivéve azon kapcsoló-

dási pontokat, ahol a vonalnyomás ugrásszerűen változik. A kísérleti eredményeket mért dinamikus terhelésekkel végzett számításokkal vetették egybe és (bár extrém, acél-konstantán anyagpárra  $\mu = 0,4$  feltételezéssel) jó egyezést tapasztaltak.

Hogy a hőmérsékletviszonyokat a valóságnak megfelelően elemezhesük, nem lehet eltekinteni azon hatásoktól, amelyek a hajtómű egészének működésével kapcsolatosak, és a kapcsolódás lefutásának szokásos modelljét befolyásolják. A szerkezet erőhatások okozta deformációjából előálló kapcsolódási hibákat KUDRJAVCEV és munkatársai vizsgálták [21]. WELCH és BORON szerint a hőtágulások is módosíthatják kedvezőtlenül a hordképét [2] (bár ők nem berágódást, hanem egyfajta fogtörést kívántak megfontolásaikkal indokolni). A szorosán vett hőtani vizsgálat sem korlátozható a kapcsolódás környezetére: az üzemi felmelegedést végső soron a teljes berendezés termikus viszonyai határozzák meg [21], [23].

Különös figyelmet érdemel az a körülmény, hogy az elméletileg és kísérletileg leginkább egybehangzó eredményt felmutató eljárás (TOBE) a számításokat mért dinamikus terhelésekre alapozta, amelyek alakulása az általánosan alkalmazott elméleti értékektől eltér. A tényleges üzemi terhelés-lefutásra vannak ugyan eredmények (NIEMANN [22], [23]), de ily módon (megalapozott hőmérsékletszámítási eljárás ez idő szerint nem ismeretes).

## 2. Villámhőmérséklet-számítási modellek

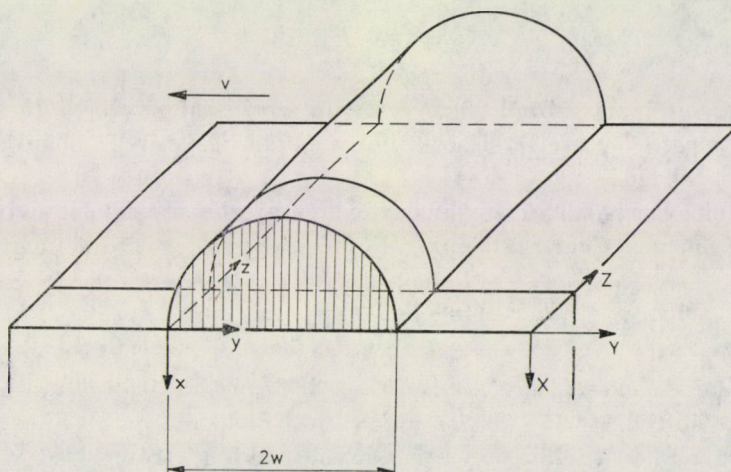
A továbbiakban részletesebben elemzünk néhány hőmérsékletszámítási módszert. Előljáróban összefoglaljuk ezen módszerek alapvető fizikai feltételezéseit. A számítani kívánt kapcsolódási hőmérsékletmező — és ezen belül a csúcshőmérséklet — úgy jön létre, hogy a fog tartós üzemi (kapcsolódáson kívüli) hőmérsékletére az érintkezési hely környezetében rövid ideig tartó hőmérsékletemelkedés szuperponálódik. A tartós üzemi hőmérsékletet a hajtómű hűlési viszonyai és a súrlódási veszteségek nagysága szabja meg. Az érintkezési nyomsávon fejlődő súrlódási hő a két érintkező fogba vezetődik, mégpedig olyan arányban oszolva meg, hogy a nyomsávon pontról pontra azonos hőmérsékletek alakuljanak ki mindkét fagon (a fogak közti kenőolajréteg esetleges módosító hatását figyelmen kívül hagyjuk). A két fog tartós hőmérséklete azonban nem szükségképp egyezik: a nagy- és kiskerek különböző fordulatszámra, hűlési viszonyai stb. következtében, bár az érintkező fogak azonos felülethőmérséklettel lépnek ki a kapcsolódásból, belépési hőmérsékletük általában különbözik. Érintkezéskor (ha az átmeneti hőellenállástól eltekin-tünk) azonnal közös felszíni hőmérséklet áll elő, a két fog közt kiegyenlítő hőáram indul. A súrlódásból származó hőáram és a megfelelő hőmérséklet-emelkedések ezekre szuperponálódnak. A pillanatnyi hőmérsékletnövekedést

ilyen feltételek mellett számoljuk, ezen közös felszíni hőmérséklethez képest. Az így számolt legnagyobb hőmérsékletemelkedést nevezzük hőfokvillámnak.

A tényleges fogalakkal körülményes lenne számolni; mivel a folyamat gyorsan lezajlik és az érintkezési nyomsáv a fog egyéb méreteihez képest kicsi, a számításokban a fogat mint (sík felülettel határolt) végtelen féltérre fogjuk tekintetbe venni. A súrlódás okozta hőfejlődést keresztirányban végtelen, sávszerű hőforrással modellezzük, amelynek alakját és nagyságát az érintkezési nyomsávon uralkodó nyomáeloszlási és súrlódási viszonyok szabják meg, és a féltér határán mozog. A fejlődött hőnek csupán egy része hatol be a vizsgált féltérbe (a maradék a kapcsolódó másik fogat melegíti) — a kiskerékfogra jutó hő részarányát jelöljük  $\varphi$ -vel. Ez a  $\varphi$  megoszlási tényező általános esetben a hely és idő függvényében egyaránt változik. Adott időpontban elemi időtartam alatti hőfejlődés a teljes nyomsávon összecszerűen számolt megoszlási tényezője (a  $\varphi$ -k integrálközepértéke) legyen  $\Phi$ . A viszonyokat előnyösebben vizsgálhatjuk a hőforrással együtt mozgó  $x, y, z$  koordinátarendszerben. Az ezzel párhuzamos, de álló rendszert jelöljük  $X, X, Z$ -vel (1. ábra, az ábrázolt hőforrás a Hertz-féle nyomásmegoszlásnak felel meg). Ilyen megközelítésben a feladat síkbeli, a  $z$ -tengely mentén hőmérsékletkülönbségek nincsenek, elegendő az  $y$ -tengely mentén kivágott egységnyi szélességű sík réteg vizsgálata.

További feltételezésekkel három használatos megközelítés alakult ki; az első kettő stacioner, a harmadik változó viszonyokat vizsgál:

— egydimenziós (Blok) modell, amely állandó haladási sebesség ( $v$ ), nyomsáv szélesség ( $2w$ ) és hőforrásintenzitás mellett úgy határozza meg a hőmérsékletnövekedéseket, hogy az  $y$ -irányú hővezetést figyelmen kívül hagy-



1. ábra



ja. Úgy tekinti tehát, hogy a sűrűdési hő döntően a fog belseje felé vezetődik el; a féltér mintegy  $xz$ -vel párhuzamos, egymástól szigetelt elemi rétegekből épül fel;

— kétdimenziós (Terauchi) modell, az előbbivel azonos, de az  $y$ -irányú hővezetést is számításba veszi,

,— TOBE modellje, ami kétdimenziós hővezetést alapul véve tekintetbe veszi, hogy az érintkezési nyomsáv a vizsgált helyzetbe nem a végtelenből érkezik, változatlan  $v$ ,  $w$  és hőforrásérosség mellett és a kapcsolódás kezdetétől pontról-pontra számítja változó jellemzők mellett a felmelegedést.

Jelen tanulmányban az első két módszert vizsgáljuk, a harmadikat egy további közleményben fogjuk elemezni.

### 3. A BLOK-modell

#### 3.1. Az összes fejlődött hő az egyik fogba áramlik

Hogy általános képet nyerjünk, jellemezze a felületi nyomás megoszlásának formáját a nyomsávon tetszőleges

$$P = P\left(\frac{y}{w}\right) = P(\beta) \quad (1)$$

függvény ( $\beta$  relatív hosszegységekben mért koordináta, a nyomsáv  $0 \leq \beta \leq 2$ )  
Legyen továbbá

$$F = \int_0^2 P(\beta) d\beta, \quad (2)$$

ekkor a tényleges felületi nyomások

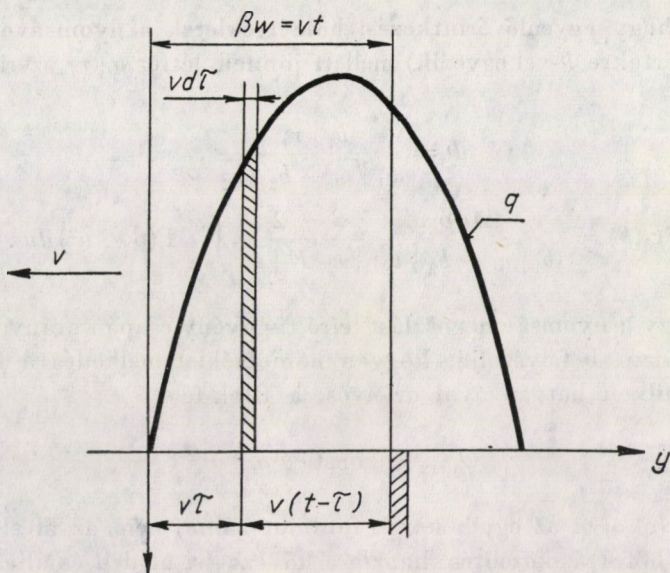
$$p = \frac{P_n}{Fw} P(\beta). \quad (3)$$

A  $q$  hőforrásmegoszlás ebből  $A\mu v_{cs}$ -vel való szorzással nyerhető (a stacioner modellnek megfelelően feltételezzük, hogy a számítási tér- és időintervallumban  $v_{cs}$  és  $\mu$  állandó).

Ha félegyenes-jellegű egydimenziós rendszerbe a végponton impulzus-szerűen  $Q$  hőmennyiséget táplálunk, a hőmérsékletek hely és idő függvényében

$$T(x, t) = \frac{Q}{b\sqrt{\pi t}} \exp(-x^2/4at) \quad (4)$$

(egydimenziós hőlokés [24],  $b = \sqrt{qc\lambda}$ ). A hőforrás hatását elemi hőlokések összegeként állítjuk elő (2. ábra, a hőforrást a Blok-féle parabolikus közelítés szerint ábrázoltuk). A jelölt helyzetben levő elemi féltér-rétegbe a  $0 \leq y \leq \beta w$  tartományban fekvő hőforrásrész adott le hőt. Az (állandó) sebesség kapcsos-



2. ábra

latot jelent az  $y$ -koordináták és a hőforrás elejének vizsgált ponton való áthaladásától, mint kezdeti időponttól számított idő közt: a vizsgált ponton  $t = \beta w/v$  idő óta van hőbetáplálás. A  $\tau$  és  $\tau + d\tau$  időpontok közt ható elemi hőforrás (a nyomzávon  $\beta = v\tau/w$  helyen)  $q d\tau$  hőmennyiséget — ami (4)  $Q$ -jának felel meg — táplált be a vizsgált helyen, és a hatás óta  $t - \tau$  idő telt el.

Összegezve a  $0 \leq \tau \leq t$  időpontban történt elemi hőlokések hatását, a vizsgált ponton a hőmérsékletemelkedés

$$\Theta = \frac{A\mu v_{cs} P_n}{Fbw\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{P\left(\frac{v\tau}{w}\right)}{\sqrt{t-\tau}} dt. \quad (5)$$

A jobb kezelhetőség végett vezessünk be új integrációs változót  $t - \tau = u^2 w/v$  szerint:

$$\Theta(\beta) = \frac{2A\mu P_n v_{cs}}{Fb\sqrt{\pi}vw} \int_0^{\sqrt{\beta}} P(\beta - u^2) du. \quad (6)$$

### 3.2. A megoszlási tényező

Ha a (6) képlet tényezőit elemezzük, megállapíthatjuk, hogy csupán a  $b\sqrt{v}$  csoport az, amelyik csak az egyik kapcsolódó fogra vonatkozik, a többi két fog, ill. a kapcsolódás közös jellemzője. A  $\beta$  szerinti változást a jelzett csoport csak mint arányossági szorzó befolyásolja, a megoszlás alakjára nem hat.

Belátható, hogy egyenlő érintkezési hőmérsékletek a nyomsávon állandó  $\varphi$  (amely így értékre  $\Phi$ -vel egyezik) mellett jönnek létre,  $b_i\sqrt{v_i}$  szerinti arányos osztással:

$$\Phi = \frac{b_1 \sqrt{v_1}}{b_1 \sqrt{v_1} + b_2 \sqrt{v_2}}, \quad (7)$$

$$\Theta(\beta) = \frac{A\mu p_n v_{cs}}{(b_1 \sqrt{v_1} + b_2 \sqrt{v_2}) \sqrt{w}} \frac{2}{F \sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\beta}} P(\beta - u^2) du. \quad (8)$$

Látható, hogy a nyomsávmegoszlást leíró függvény csupán arányossági tényezőt jelent, nem befolyásolja, hogy a hőmérsékletemelkedés a kapcsolódási jellemzők milyen hatványával arányos; a Blok-féle

$$\Theta_{\max} = \text{konst} \cdot \mu p_n^{3/4} n^{1/2} \quad (9)$$

összefüggés (ahol  $n$  az egyik kerék fordulatszáma) nem az általa választott parabolikus hőforrás-közelítés, hanem a hővezetési modell és állandónak vett jellemzők következménye.

Kiegészítésképp megjegyezzük: bebizonyítható, ha különböző  $T_i$  hőmérsékletű fogak érintkezését számítjuk (vö. 2.), a (8) hőmérsékletemelkedést a  $T_i$ -kből  $b_i\sqrt{v_i}$  súlyokkal képzett számtani középhőmérsékletre kell szuperponálnunk a Blok-modell feltételei mellett:

$$T_{\text{köz}} = \frac{T_1 b_1 \sqrt{v_1} + T_2 b_2 \sqrt{v_2}}{b_1 \sqrt{v_1} + b_2 \sqrt{v_2}}. \quad (10)$$

### 3.3. Jellegzetes nyomásmegoszlások

Az eloszlás formájának befolyását vizsgálándó, meghatározzuk néhány esetre az

$$R = \frac{2}{F \sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\beta}} P(\beta - u^2) du \quad (11)$$

hőfokeloszlással arányos tényező alakulását.

#### 3.3.1. Állandó megoszlás

Ez esetben  $P = 1$ , a hőmérsékleteloszlás

$$R_A = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\beta}. \quad (12)$$

A legnagyobb érték  $\beta = 2$ -nél lép fel,  $R_{A, \max} = \sqrt{2/\pi} = 0,7979$ .

Ilyen nyomáeloszlás lép fel, ha az érintkezési felületek plasztikusan deformálódnak.

### 3.3.2. Parabolikus megoszlás (BЛОК)

$$P = 2\beta - \beta^2, \quad (13)$$

$$R_B = \frac{2}{5\sqrt{\pi}} \beta\sqrt{\beta} (5 - 2\beta). \quad (14)$$

A maximális hőmérséklet helye  $\beta = 1,5$ , értéke pedig  $R_{B, \max} = 1,2 \sqrt{1,5/\pi} = 0,8292$ .

### 3.3.3. HERTZ szerinti elliptikus megoszlás (THEYSE)

$$P = \sqrt{2\beta - \beta^2}, \quad (15)$$

$$R_T = \frac{4}{\pi\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\beta}} \sqrt{(\beta - u^2)(2 - \beta + u^2)} du. \quad (16)$$

Hogy az integrált számszerűen értékelhessük, vezessünk be új változót  $u = \sqrt{\beta} \cos\varphi$  szerint. Ekkor

$$R_T = \frac{4\sqrt{2}\varphi}{\pi\sqrt{\pi}} \int_0^{\pi/2} \sin^2\varphi \sqrt{1 - \frac{\beta}{2}\sin^2\varphi} d\varphi. \quad (17)$$

Alkalmas átalakítások után

$$R_T = \frac{8\sqrt{2}}{3\pi\sqrt{\pi}} \left[ K \left( 1 - \frac{\beta}{2} \right) + E(\beta - 1) \right], \quad (18)$$

ahol  $K$  és  $E$   $\sqrt{\beta/2}$  argumentummal számolt első és másodfajú teljes elliptikus integrálok. A maximális hőmérséklet helye  $\beta = 1,6318$ , értéke pedig  $R_{T, \max} = 0,7860$  (ami megfelel a THEYSE által megadott legnagyobb értéknek).

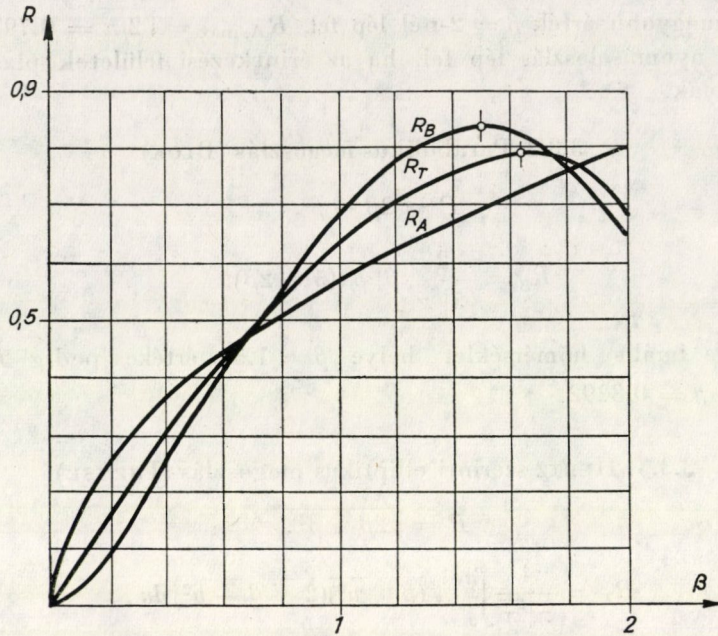
A háromféle megoszlást a 3. ábrán tüntettük fel.

### 3.4. Kiegészítő megjegyzések

A féltér hőmérsékletmegoszlása adott feltételek mellett ( $x$ -irányban nincs változás, időben változó peremfeltétel) általánosan az alábbi differenciálegyenletből számítható:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \Theta}{\partial t}. \quad (19)$$





3. ábra

A hőforrással együtt mozgó koordináta-rendszerre átvérve [25]

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} = \frac{v}{a} \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Theta}{\partial t}. \quad (20)$$

Ha ehhez hozzávesszük kezdeti feltételként, hogy a hőforrás az első időpillanatban impulzusszerűen lép fel, valamint (feltételezve, hogy a nyomzávon kívül a környezettel hőforgalom nincs) a

$$-\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|_{x=0} = q_0 P \left( \frac{y}{w} \right) \quad (21)$$

peremfeltételt, a probléma egzakt kitűzésű. A hasonlóságelmélet módszereit alkalmazva [26] a megoldás azonos  $P$  (tehát geometriai hasonlóság) mellett

$$\vartheta = f(\xi, \beta, \tau, B), \quad (22)$$

ahol

$$\vartheta = \frac{\lambda \Theta}{q_0 w}, \quad \xi = \frac{x}{w}, \quad \beta = \frac{y}{w}, \quad \tau = \frac{at}{w^2} \quad (23)$$

invariáns hőmérséklet-, hossz- és időlépték,

$$B = \frac{wv}{a} \quad (24)$$



pedig hasonlósági kritérium. Mivel alakilag megegyezik a hőátadási vizsgálatoknál szokásos Pécelet-számmal, az irodalomban [1] így nevezik. Azonban a Biot- és Nusselt-számok is egyező alakúak, a különböző fizikai tartalom miatt mégis megkülönböztetik őket: ezért a (24) dimenzió nélküli csoportot a jelen vizsgálatnak megfelelő interpretációban a továbbiakban Blok-számnak nevezük (BLOK alapvető [3] tanulmányában ugyanis rámutatott, hogy modelljének pontosságát  $B$  nagysága szabja meg). A (23)–(24) mennyiségekkel a (20)–(21) összefüggések

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \beta^2} = B \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} + \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau}. \quad (25)$$

$$- \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = P(\beta). \quad (26)$$

A Blok-modell egyrészt zérusnak tekinti (25)-ben az idő szerinti parciális deriváltat (kvázistacioner, „kezdeti feltétel nélküli” problémát vizsgál), másrészt a bal oldalról a  $\beta$  szerinti második deriváltat elhagyja. Az első elhanyagolással kirekesztjük a vizsgálatból a bekapcsolási jelenségeket. A melegedési vizsgálatokban pedig többnyire olyan pontoknak van kitüntetett szerepe, ahol a vonalnyomás és így a hőforrásintenzitás ugrásszerűen változik (szélső, ill. egyedi kapcsolódási pontok [4]), ezért — növekedés esetén — a bekapcsolási jelenségek befolyásolhatják a kialakuló csúcshőmérsékleteket (a kérdéskört részletesebben a Tobe-moddellel kapcsolatban vizsgáljuk).

A második elhanyagolás hatását BLOK megvizsgálta és úgy találta, hogy  $B \geq 20$  esetén nem okoz jelentős hibát. THEYSE elliptikus hőforrás esetén kb.  $B \geq 8$ -at jelöl meg határként [1].

A (6), (8), (14) szerinti megoldást (25) (26)-ból is előállíthatjuk, ha (25)-öt a fentiek szerint

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} = B \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} \quad (27)$$

alakúra egyszerűsítjük. A (25)-ben szereplő relatív helykoordináták szerinti deriváltak arányosak az álló koordinátarendszerben vett deriváltakkal: a hőáramsűrűségekkel és megváltozásukkal.  $B$  növekedtével az  $y$ -irányú gradiens (hőáramsűrűség) a baloldalhoz képest csökken, amiből a megfelelő hőáramsűrűség-változások csökkenésére következtethetünk (bár szigorúan véve ezt külön bizonyítani kellene). A (25) bal oldalán álló összegben belül növekvő  $B$  mellett az 1. tag részaránya növekszik. A (6), (14) képleteket megvizsgálva szintén kiadódik, hogy az  $y$ -irányú hőáramsűrűség a közepes hőforrásérősséghez viszonyítva  $B$  négyzetgyökével fordítva arányosan csökken.

$B$  fizikai tartalmát önmagában is megvizsgálhatjuk az alábbi átalakítás alapján, ha a hőforrást tekintjük állónak és a féltérrel mozognak:

$$B = \frac{v_0 c}{\lambda} \cdot \frac{1}{w} \quad (28)$$

A nevező az  $y$ -irányú vezetési hőáramsűrűséggel ( $w$  az érintkezés mint hőtani rendszer  $y$ -irányú jellemző mérete), a számláló a mozgó féltér mint „tömegáram” által szállított „konvektív hőáramsűrűséggel” arányos. Nagy  $B$  esetén az  $y$ -irányú hőforgalomban a hővezetés jelentősége kicsi, a féltér mozgásával kapcsolatos hőszállítás a jellemző transzportfolyamat.

BLOK ezen kívül megvizsgálta, hogy a hőforrás változó sebességű mozgása mekkora eltérést idéz elő az állandó, pillanatnyi kapcsolódási helyzetnek megfelelő sebességgel kapott eredményhez képest. Vizsgálataiban egyenletes hőforrásmegoszlást tételezett fel és figyelembe vette a csúszási sebesség változásából adódó hőforráserősség-módosulást is. Eredményei szerint az eltérés nem jelentős. Nem vette tekintetbe azonban, hogy a kapcsolódás során  $w$  is változik. Ez a változás  $N_1$  és  $N_2$  pontokhoz közeledve (tehát a legnagyobb hőmérséklet szempontjából jelentős szerepet játszó szélső kapcsolópontokban, különösen a  $N_1$  felé esőben) a hőforráserősség nagymértvű változását okozhatja. Ha rugalmas fogakat veszünk számításba, a hőforráserősség a vonalnyomás folyamatos változása [5] [21] miatt is változik.

### 3.5. Általános nyomásmegoszlás

Az érintkezési nyomsávon kialakuló nyomás- és hőforrásmegoszlás formája jelenleg nem tekinthető véglegesen tisztázottnak. Az előbbieken áttekintett esetek közelítések, amelyek az elmélet (különösen az elasztó-hidrodinamikusan kenélmélet [13]) és kísérletek tapasztalatai alapján a jövőben módosításra szorulhatnak. Ezenkívül mozgó hőforrások vizsgálata nem csupán fogaskerek vonatkozásában merül fel: mindez szükségessé teszi, hogy az eredményeket általánosan is megfogalmazzuk.

A (6) formula szerint tetszőleges  $P$  nyomás- (ill. hőforrás-) megoszlásra numerikus integrálással kaphatjuk meg a hőmérsékletképet. Képletszerű összefüggés levezetésére tételezzük fel, hogy

$$P(\beta) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n \beta^n \quad (29)$$

abszolút konvergens hatványsor (vagy véges hatványfüggvény) alakjában adott. Ekkor (6) általánosan

$$\Theta(\beta) = \frac{2A\mu p_n v_{cs}}{F\lambda} \sqrt{\frac{\beta}{\pi B}} \sum_{n=0}^{\infty} r_n \beta^n \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{2k+1} \binom{n}{k}, \quad (30)$$

ahol (2) szerint

$$F = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n r_n}{n+1}. \quad (31)$$

A (30) képlet nemcsak fogaskerékre igaz, hanem  $2w$  felett  $P$  szerint megoszló mozgó hőforrásra általában: a hőforrás ( $x$ -irányban) hosszegységre jutó, időegység alatti hőleadását  $A\mu p_n v_{cs}$  helyébe kell írni.

#### 4. A Terauchi-modell

TERAUCHI [8] tanulmányában továbbfejlesztette a BLOK-modellt, amennyiben az  $y$ -irányú hővezetést is számításba véve (25) stacioner alakjának megoldását határozza meg.

##### 4.1. Az összes fejlődött hő az egyik fogba áramlik

##### 4.1.1. Általános megoldás

A megoldást [8] szintén elemi hőlökések összegzésével állítja elő (megjegyezzük, hogy kétdimenziós hővezetésre vonatkozó formulát BLOK is szerkesztett [3], de a szereplő integrált nem alakította át tabellázott függvényé, és numerikus számítással ellenőrzési célokra alkalmazta csupán). A (4) képlet analógiájára  $n$ -dimenziós hőlökékre általában [27]

$$T(\bar{r}, t) = \frac{2Q}{\rho c (4a\pi t)^{n/2}} \exp\left(-\frac{|\bar{r}|^2}{4at}\right), \quad (32)$$

ahol  $\bar{r}$  a hőbetáplálástól vett helyzetvektor,  $n$  a dimenziószám, a  $Q$  hőbetáplálás pedig a hosszegység  $(3-n)$ -ik hatványának megfelelően vett fajlagos érték.

A hőforrás legyen az előbbiek szerint

$$q = \frac{A\mu v_{cs} p_n}{Fw} P(\beta) = q_0 P(\beta). \quad (33)$$

Az elemi hőlökések valamely vizsgált  $\beta$  helyen a (végtelen távolinak feltételezett) indulásig visszamenőleg valamennyi  $t$  időpontbeli  $dt$  időszakban valamennyi  $\beta'$  helyzetben  $Q = qwd\beta'$  elemi hőforrásra kell számolni és összegezni:

$$\Theta(\xi, \beta) = \frac{q_0 w}{2\pi\lambda} \int_0^2 d\beta' \int_0^\infty \frac{P(\beta')}{t} \exp\left\{-\frac{[(\beta' - \beta)w + vt]^2 + w^2 \xi^2}{4at}\right\} dt. \quad (34)$$

Az idő szerint integrált a  $K_0$  módosított másodfajú zérusrendű Bessel-függvényre vonatkozó összefüggés [28] szerint átalakíthatjuk.

$$\Theta(\xi, \beta) = \frac{q_0 w}{\pi\lambda} \int_0^2 P(\beta') \exp\left[-\frac{B}{2}(\beta' - \beta)\right] K_0\left(\frac{B}{2}\sqrt{(\beta' - \beta)^2 + \xi^2}\right) d\beta'. \quad (35)$$

Felületi hőmérsékletekre ( $\xi = 0$ ) új integrációs változóval

$$\Theta(\beta) = \frac{2q_0 w}{B\pi\lambda} \int_{-B/2\beta}^{B/2(2-\beta)} P\left(\beta + \frac{2u}{B}\right) e^{-u} K_0(|u|) du. \quad (36)$$

Ha a szereplő integrál 0 alsó és  $f$  felső határ közt számított értékét  $I(f)$ -el jelöljük,

$$\Theta(\beta) = \frac{A\mu v_{cs} P_n}{B\lambda} \frac{2}{F\pi} \left\{ I\left[\frac{B}{2}(2-\beta)\right] - I\left[-\frac{B}{2}\beta\right] \right\}. \quad (37)$$

Mivel  $K_0$  zérus argumentumnál végtelenné válik, (35), (36) numerikus integrálása nem rutinfeladat, mint az egydimenziós esetben. Ezzel a továbbiakban nem is foglalkozunk, hanem 3.5. mintájára általános összefüggések felállítására törekszünk. Bebizonyítható, hogy

$$I = [W_0(f)K_0(|f|) \mp W_1(f)K_1(|f|)]e^{-f} - W_2, \quad (38)$$

ahol

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_0}{df} - W_0 + W_1 &= P|_{u=f} = S(\beta, f), \\ \frac{dW_1}{df} - \left(1 + \frac{1}{f}\right)W_1 + W_0 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$W_2$  pedig (38) első tagjának határértéke, ha  $f$  zérushoz tart; (38)-ban a felső előjel pozitív, az alsó negatív  $f$  esetén érvényes;  $f = 0$ -nál  $I = 0$ .

A (29) hatványsorra alkalmazzuk a (36)-ban bevezetett változó-transzformációt; (39/1) jobb oldalán a zavaró tag

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} f^n \left(\frac{2}{B}\right)^n \sum_{k=n}^{\infty} r^n \binom{k}{n} \beta^{n-k}. \quad (40)$$

A (39) egyenletrendszer megoldását a  $S_n = f^n$  zavaró tagokra meghatározott részmegoldások szuperpozíciójával állítjuk elő. Keressük ezeket

$$w_{0,n} = \sum_{i=0}^{n+1} a_{i,n} f^i, \quad w_{1,n} = \sum_{i=0}^{n+1} b_{i,n} f^i \quad (41)$$

alakban. Helyettesítve (39)-be, az együtthatókat meghatározhatjuk:

$$\left. \begin{aligned} a_{n+1,n} &= b_{n+1,n} = \frac{1}{2n+1}; \\ a_{i,n} &= -\frac{i-1}{i} b_{i,n}; \quad b_{i,n} = \frac{n^2(n-1)^2 \dots i^2}{(2n+1)(2n-1) \dots (2i-1)} \\ (n+1 > i > 0); \\ a_{0,n} &= b_{0,n} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Mivel az integrálási határookban  $B/2$  szorzó szerepel, vezessük be a

$$\psi = \frac{2f}{B} \tag{43}$$

jelölést. Ezzel

$$W_0 = \frac{B}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{2}{B}\right)^m \sum_{n=0}^{\infty} r_{n+m} \sum_{k=m}^{n+m} a_{k-m+1,k} \binom{n+m}{k} \beta^{n+m-k} \psi^{k-m+1}, \tag{44}$$

a helyébe  $b$ -t írva  $W_1$ -et kapjuk; innen

$$W_2 = - \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{2}{B}\right)^m \sum_{n=0}^{\infty} r_{n+m} b_{1,m} \binom{n+m}{m} \beta^n \tag{45}$$

összefüggést nyerjük, ha a szereplő Bessel-függvényeket zérushoz tartó argumentum esetén egyre jobban közelítő

$$K_0(x) \cong \ln \frac{2}{\gamma x}, \quad K_1(x) \cong \frac{1}{x} + \frac{x}{2} \ln \frac{2}{\gamma x} - \frac{x}{4} \quad (\gamma = 1,781072) \tag{46}$$

formulákat alkalmazzuk (helyességük a vonatkozó sorfejtések alapján [16] könnyen belátható), és figyelembe vesszük, hogy  $W_{1,2}$ -ből  $f$  kiemelhető. Az eredmények pozitív és negatív  $f$ -re egyaránt érvényesek.

A  $W$ -ket  $B$  reciproka szerint haladó hatványsor alakjában határoztuk meg; növekvő  $B$  mellett az egymást követő tagok nagyságrendje közt egyre nagyobb a különbség, elég nagy  $B$  esetén a sorok összegét az első (értékes) taggal közelíthetjük (annál inkább, mert (37) szerint  $B$ -vel még osztani kell):

$$\left. \begin{aligned} W_0 \cong W_1 \cong \psi \frac{B}{2} \sum_{n=0}^{\infty} r_n \sum_{k=0}^n \frac{1}{2k+1} \binom{n}{k} \beta^{n-k} \psi^k &= \psi \frac{B}{2} W^*(\psi), \\ W_2 \cong - \sum_{n=0}^{\infty} r_n \beta^n &= -P(\beta). \end{aligned} \right\} \tag{47}$$

A szereplő Bessel-függvények aszimptotikus sorfejtései nagy argumentum mellett (első elmaradó tag becsli a hibát) [16]

$$\left. \begin{aligned} K_0(x) &= e^{-x} \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \left( 1 - \frac{1}{8x} + \frac{9}{128x^2} \mp \dots \right), \\ K_1(x) &= e^{-x} \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \left( 1 + \frac{3}{8x} - \frac{15}{128x^2} \pm \dots \right). \end{aligned} \right\} \tag{48}$$



Ha  $I/B$  értékét  $I^*$ -al jelöljük, úgy minden határon túl növekvő  $B$ -re  $0 < \beta < 2$  esetén

$$\left. \begin{aligned} I_1^* &= I^* \left[ \frac{B}{2} (2 - \beta) \right] = - \frac{W^*(2 - \beta)}{2B} \sqrt{\frac{\pi}{B(2 - \beta)}} e^{-B(2 - \beta)} + \frac{P(\beta)}{B}, \\ I_2^* &= I^* \left[ - \frac{B}{2} \beta \right] = - W^*(-\beta) \sqrt{\frac{\pi\beta}{B}} + \frac{P(\beta)}{B}. \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

$\beta = 2$ -nél  $I_1^*$ -re a fenti közelítés nem érvényes, értéke zérus, a hőmérsékleteket  $I_2^*$  szabja meg. Ennek második tagja  $B$  négyzetgyökének arányában kisebb az elsőnél, tehát növekvő  $B$  esetén egyre inkább az első tag dominál. Ennek figyelembevételével értékelve (37)-t, a (30) általánosított Blok-formulát kapjuk.

$0 < \beta < 2$  esetén mindkét  $I^*$ -t a közelítő formulák alapján számíthatjuk. Az előbbihez hasonló gondolatmenettel ez esetben is (30)-hoz jutunk.

$\beta = 0$ -ra a Blok-modell szerint  $\Theta = 0$ -t kell kapnunk.  $I_2^*$ -ra a közelítő képlet nem érvényes, értéke zérus;  $I_1^*$  tagjai pedig  $B$ -nek magasabb hatványai-val arányosan csökkennek, mint a többi pont hőmérsékletére a domináns tag alapján jellemző  $1/2$ . Tehát az utóbbiakhoz képest a  $\beta = 0$  pontban számítható hőmérsékletek  $B$  növekedtével valóban eltűnnek. Megjegyezzük, hogy  $P(0) = 0$  mellett (49/1) nem tekinthető közelítő formulának, hiszen ekkor  $P(\beta)/B$   $W_2$  sorának nem az első értékes tagja, helyette magasabb sorszámú tagot kell venni a (47) szerinti közelítéshez: azok viszont növekvő  $B$ -vel még erősebben csökkennek, tehát gondolatmenetünk helyes marad.

Láthatjuk, hogy a Blok-képlet valóban a kétdimenziós hőáramlást feltételező hőmérsékleteloszlás aszimptotikus értékét adja nagy  $B$  mellett, és az elkövetett hiba legalábbis  $B$  négyzetgyökével arányosan csökken (v.ö. 3.4. alatti megfontolások).

#### 4.1.2. Speciális esetek

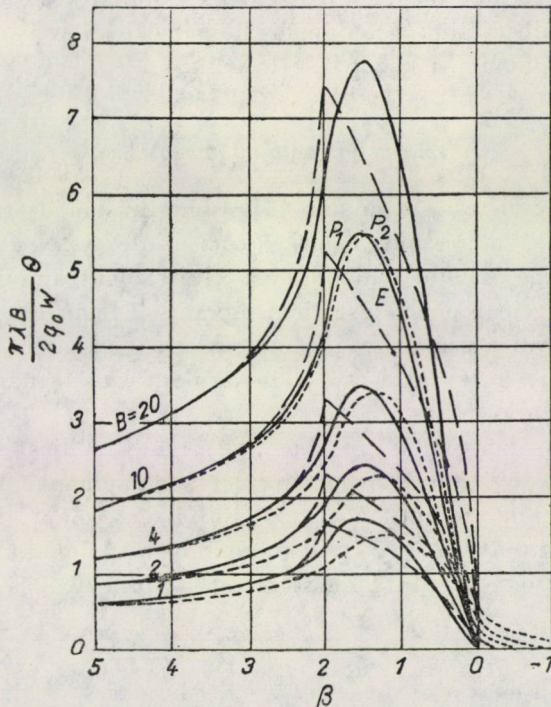
A (44)–(45) képletek alkalmazásával egyenletes hőforrásmegoszlásra ( $\gamma_0 = 1$ , a többi zérus)

$$W_0 = W_1 = \frac{B}{2} \psi, \quad W_2 = -1; \quad (50)$$

$r_0 = 0, r_1 = 2, r_2 = -1$  parabolikus megoszlásra pedig

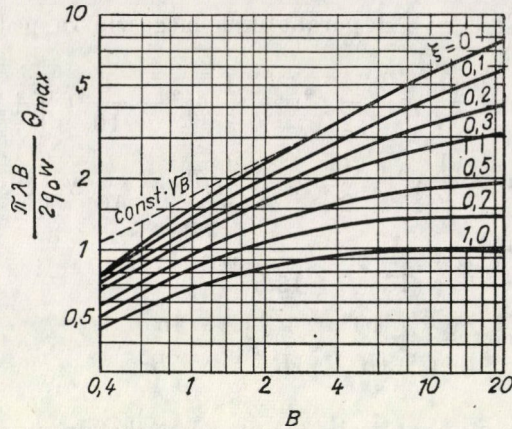
$$\left. \begin{aligned} W_0 &= B \left( \beta\psi + \frac{1}{3}\psi^2 - \frac{1}{2}\beta^2\psi - \frac{1}{3}\beta\psi^2 - \frac{1}{10}\psi^3 \right) + \frac{2}{15}\psi^2, \\ W_1 &= B \left( \beta\psi + \frac{1}{3}\psi^2 - \frac{1}{2}\beta^2\psi - \frac{1}{3}\beta^2\psi - \frac{1}{10}\psi^3 \right) + \\ &+ \frac{2}{3}\psi - \frac{2}{3}\beta\psi - \frac{4}{15}\psi^2 - \frac{8}{15B}\psi, \\ W_2 &= -2\beta + \beta^2 - \frac{4}{3B} + \frac{4}{3B}\beta + \frac{16}{15B^2}. \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

TERAUCHI és munkatársai (35)-öt numerikusan integrálták parabolaforrásra különféle  $\xi$ -k mellett; a felszíni hőmérsékleteloszlásra zárt képletet adnak, amely – sajtóhiba-jellegű eltérésektől eltekintve – megegyezik (51)-el (természetesen megfelelő koordinátatranszformációk után) [8]. Az általuk közölt adatok alapján a 4. ábrán bemutatjuk a hőmérsékletek alakulását (azonos összintenzitású) egyenletes megoszlású hőforrás és egydimenziós hővezetés; parabolikus hőforrás és egydimenziós hővezetés; parabolikus hő-



4. ábra





5. ábra

forrás és kétdimenziós hővezetés mellett ( $E$  jelű szaggatott,  $P_1$  jelű folytonos,  $P_2$  jelű pontozott görbék). Az 5. ábrán ugyancsak az ő számításai szerint a legnagyobb hőmérsékletek alakulását ábrázoltuk különböző  $\xi$ -k esetén (A  $\text{const. } \sqrt{B}$  szaggatott vonal a Blok-képletnek felel meg). Az ábrából leolvasható, hogy ha  $\text{THEYSE } B \geq 8$  feltétele teljesül, a Blok-képlet alkalmazásával gyakorlatilag megfelelő közelítést kapunk, kisebb  $B$  mellett pedig egyre inkább felülbecsüljük a maximális hőmérsékleteket és az eloszlás jellege is változik, a maximum a közép felé tolódik.

#### 4.2. A fejlődött hő megoszlása

A kérdés részletes vizsgálatát [8] numerikus módszerekkel végzi: az érintkezési nyomsváot részekre bontja és az érintő testek felületi hőmérsékletének egyenlősége és időbeli állandósága feltételéből számolja a hőforgalmat. Az eljárást részleteiben nem vizsgáljuk, ugyanis [8] emellett közelítő eljárást is javasol, amellyel a számítható hőmérsékletkép alig tér el a 40 osztással számolt részletes elemzés adta értékeknél, különösen a legnagyobb hőmérséklet környékén jó a közelítés.

A közelítés alap gondolata a következő: ha a teljes fejlődött hő egyik fogba áramlana,  $q_0 \theta_i^*$  ( $i = 1, 2$ ) hőmérsékletek alakulnának ki ( $\theta^*$ -ba foglaltuk a vizsgált kerékre vonatkozóan (36) többi tényezőjét). Ha feltételezzük, hogy a megoszlási tényező a nyomsváon állandó,  $q_0$ -t a  $\theta^*$ -kkel arányosan kell felosztani, hogy azonos felszíni hőmérsékletet kapjunk. Végül is egy adott pontra

$$\theta = \frac{\theta_1 \theta_2}{\theta_1 + \theta_2}, \quad (52)$$

ahol  $\theta_i$  a teljes hőmennyiséggel számolt hőmérséklet.

Az így nyerhető megoszlási tényező természetesen a nyomsávon pontról pontra változik, hisz  $\Theta_i$ -ben a nyomsáv menti változás a két kerékre különböző  $B$ -től is függ: a fizikai jellemzők nem emelhetők ki, mint a Blok képletnél. Adott ponton a mozgó érintkezés során más-más megoszlási tényező szabja meg a betáplált hőmennyiséget, (52)-vel egyfajta középértéket képzünk. TERAUCHI [8]  $B_2/B_1 = 10$ ,  $B_2 = 0,4-20$  mellett végzett számításai a közelítés hosszágát igazolják.

## 5. Összefoglalás

Áttekintettük a fogaskerék-kontakthőmérséklet számításában eddig elért eredményeket és részletesen elemeztük a stacioner állapot, egy-, ill. kétdimenziós hővezetés feltételezésével alkotott modelleket. Tetszőleges hőforrásmegoszlásra érvényes összefüggéseket vezettünk le [(30), ill. (37), (44), (45)], amelyek speciális esetként tartalmazzák az irodalomban adott megoszlásra vonatkozó eredményeket. Megállapítottuk, hogy az egydimenziós feltételezéssel kapott eloszlás általánosan a kétdimenziós eset asszimptotikus közelítése nagy Blok-szám esetén, az eltérés  $\sqrt{B}$ -vel fordított arányban csökken. Az eredmények nem csupán fogaskerekek, hanem tetszőleges mozgó hőforrások vizsgálatánál alkalmazhatók.

## IRODALOM

1. THEYSE, F. H.: Die Blitztemperaturhypothese nach Blok und ihre praktische Anwendung bei Zahnradern, Schmiertechnik, 14. Jahrg., Nr. 1. (Jan./Febr. 1967.) S. 22—29.
2. WELCH, W. P.—BORON, J. F.: Thermal Instability in High-Speed Gearing, Trans. ASME, (Ser. A., Power) Vol. 83, No. 1. (Jan. 1961), pp. 91—107.
3. BLOK, H.: The Surface Temperatures under Extreme Pressure Lubricating Conditions, Szerző kiadása, 1937. Delft.
4. BOTKA, I.: Fogaskerékméretezés kiegyenlített kontakthőmérsékletre, Gép, XVI. évf. 8. sz. (1967. aug.), 339—343. o.
5. VÖRÖS, I.: Gépelemek III. (Fogaskerekek), Tankönyvkiadó, 1961. Bp.
6. NIEMANN, G.—SEITZINGER, K.: Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre Fresstragfähigkeit, VDI—Z, Bd. 113. Nr. 2. (Febr. 1971.), S. 97—105.
7. NAKADA, T.—HASHIMOTO, S.: Heat Conduction in a Semi-Infinite Solid Heated by a Moving Heat Source along the Boundary, Bulletin of JSME, Vol. 6. No. 21. (1963), pp. 59—69.
8. TERAUCHI, Y.—HAMAMOTO, T.: On the Surface Temperature Rise Caused by Frictional Heating, Journal of JSLE, Vol. 15. No. 3. (1970), pp. 133—138.
9. TERAUCHI, Y.—MIYAO, Y.: On the Measurement of Temperature Flashes on Spur Gear Teeth, Bulletin of JSME, Vol. 7. No. 26. (1964), pp. 444—451; Vol. 8. No. 29. (1965), pp. 109—120.
10. NIEMANN, G.—LECHNER, G.: The Measurement of Surface Temperatures on Gear Teeth, Trans. ASME (Ser. D., Basic), Vol. 87. (Sep. 1965), pp. 641—654.
11. NIEMANN, G.—LECHNER, G.: Die Erwärmung der Zahnräder im Betrieb, Schmiertechnik, 14. Jahrg. Nr. 1. (Jan./Febr. 1967), S. 13—20.
12. YOKOYAMA, M.—ISHIKAWA, J.—HAYASHI, K.: Measurement of Surface Temperatures on Gear Teeth by Dynamic Thermocouple Method, Journal of JSLE, Vol. 16. No. 7. (1971), pp. 475—485.
13. DOWSON, D.—HIGGINSON, G. R.: Theorie der Evolventenzahnradschmierung, Maschinenbautechnik, 20 (1971) Heft 4. S. 185—190.

14. TERAUCHI, Y.—KUMAMOTO, Y.—KIMOTO, I.—SASAKI, T.: Sic Reibung der Zahnflanken bei geradverzahnten Stirnrädern, Bulletin of JSME, Vol. 10. No. 39. (1967), pp. 550—558.
15. YOKOYAMA, M.—ISHIKAWA, J.—HAYASHI, K.: A Note on the Indicated Temperature of a Surface Thermocouple, Journal of JSLE, Vol. 16. No. 6. (1971), pp. 437—443.
16. „PATTANTYÚS” Gépész- és villamosmérnökök kézikönyve I., Műszaki kk., 1959. Bp.
17. NIEMANN, G.—LECHNER, G.: Die Fress-Grenzlast bei Stirnrädern aus Stahl, Erdöl u. Kohle, 20. Jahrg. Nr. 2. (Febr. 1967), S. 96—106.
18. TERAUCHI, Y.—MIYAO, Y.—NADANO, H.: On the Seizure Caused by Pure Sliding and Rolling-Sliding Motion, Trans. JSME. Vol. 36. No. 281. (Jan. 1970), pp. 119—125.
19. YOKOYAMA, M.—ISHIKAWA, J.—HAYASHI, K.: A Study on the Effect of Tooth Profile Modification upon the Seizure Resistance of Heavy-Duty Spur Gears, Journal of JSLE, Vol. 16. No. 9. (1971), pp. 656—665.
20. TOBE, T.—KATO, M.—TAKATSU, N.: Surface Temperatures on Gear Teeth, MTA IV. Kor-szerű Méretezési Konferencia, B. szekció, 1971. okt. 5—7. Bp.
21. KUDRJAVCEV, V. N.—GYERZSAVEC, JU. A.—GLUHARJEV, JE. G.: Konzstrukcii i raszesot zubcsatüh reduktorov, Izd. „Masinosztroenyie”, 1971. Leningrád.
22. NIEMANN, G.—SCHMIDT, G.: Untersuchungen über den Einfluss von Zahnbreite und Schrägungswinkel auf die Zahnbelastung bei Stirnrädern, VDI—Z. Bd. 113. Nr. 2. (Febr. 1971), S. 165—170.
23. NIEMANN, G.: Maschinenelemente II., Springer, 1961. Berlin.
24. FREUD, G.: Parciális differenciálegyenletek (Műsz. mat. gyak. B. VIII), Tankönyvkiadó, 1958. Bp.
25. KOLONITS, F.: Fogaskerék-fogprofil hőokozta igénybevétele (BME doktori értekezés) 1971. Bp.
26. SZÜCS, E.: A hasonlóságelmélet alapjai, Műszaki kk., 1967. Bp.
27. STEINHILPER, W.: Der zeitliche Temperaturverlauf in schnellgeschalteten Reibungskupp-lungen und -bremsen, ATZ Vol. 65. Nr. 8. (Aug. 1963), S. 223—229.
28. RIZSIK, I. M.: Tablicü integralov, szumm, rjadov i proizvegyenyij, Ogiz, 1948. Moszkva—Leningrád.

**Flash Temperature of Gears Part I. Review of the Problem, and stationary Models**  
 The results attained so far in the calculation of the contact temperature of gears have been surveyed and the models assuming one- and two-dimensional heat conduction and stationary state have been examined in detail. Equations for arbitrary heatsource distribution have been deduced, which involve as special cases the already published results for given distributions. It has been shown that the distribution for the one-dimensional case is, in general, the asymptotic approximation of the two-dimensional case for large Blok numbers  $B$ , the difference diminishes in inverse proportion to  $B$ . The results can be applied not only to gears, but to the investigation of any moving heat source.

**Blitztemperaturen von Zahnradern. I. Teil. Überblick und stationäre Modelle.** Die bisherigen Ergebnisse der Verfahren für die Berechnung der Kontakttemperaturen von Zahnradern wurden überblickt, und die Modelle für stationären Zustand und ein- bzw. zweidimensionale Wärmeleitung wurden eingehend analysiert. Zusammenhänge für beliebige Wärmequellenverteilung wurden abgeleitet, welche die im Schrifttum für eine gegebene Verteilung mitgeteilten Ergebnisse als Sonderfälle enthalten. Es wurde festgestellt, daß im allgemeinen die unter Voraussetzung von eindimensionaler Wärmeleitung erhaltene Verteilung, bei großen Blok-Zahlen  $B$ , eine asymptotische Näherung des zweidimensionalen Falles ist, die Abweichung verringert sich in umgekehrten Verhältnis zu  $B$ . Die Ergebnisse können nicht nur auf Zahnradern, sondern auch auf die Untersuchung von beliebigen beweglichen Wärmequellen angewendet werden.



# ÖSSZETETT SZERKEZETEK SZÁMÍTÁSA

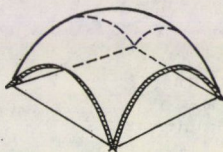
HORVÁTH ZOLTÁN\*

[Beérkezett 1975. január 14-én]

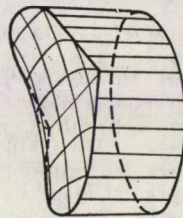
Jelen tanulmányban bemutatjuk, hogy összetett szerkezetek esetén az egyik rész-szerkezetre felírt általános egyenletrendszerbe hogyan lehet beleépíteni egy másik, ún. merevítő rész-szerkezet hatását. A közölt gondolatmenet célszerűen alkalmazható peremtartós héjszerkezet, rugalmas peremre feszített kötélháló, rugalmas féltérre helyezett lemez és más hasonló összetett szerkezetek számításánál.

## 1. Bevezetés

A műszaki gyakorlatban előfordulnak olyan összetett szerkezetek, amelyek egyes részeitegymástól eltérő számítási módszerrel számítjuk (1. ábra). Eltérő számítási módszer használata jelentheti például, azt hogy a szerkezet egy részét mozgásmódszerrel, más részét pedig „vegyes” mozaik módszerrel számítjuk. Erre az esetre példa lehet egy peremtartós héj vizsgálata, amikor a héjat „vegyes” mozaik módszerrel, a peremtartót pedig mozgásmódszerrel számítjuk (1a. ábra). Ugyancsak eltérő számítási módszert jelenthet az, ha egy szerkezet egy részét elsőrendű, más részét pedig harmadrendű elmélet alapján vizsgáljuk. Ez az eset fordulhat elő egy rugalmas peremre feszített kötélháló vizsgálatakor, amikor is a peremtartót alkotó és megtámasztó rúdszerkezetet elsőrendű, a kötélhálót pedig harmadrendű elmélet alapján számítjuk (1b. ábra).



a. Héj peremtartóval



b. Rugalmas peremre feszített kötélháló

1. ábra

\* Horváth Zoltán, 2040 Budaörs, Ifjúság u. 12.



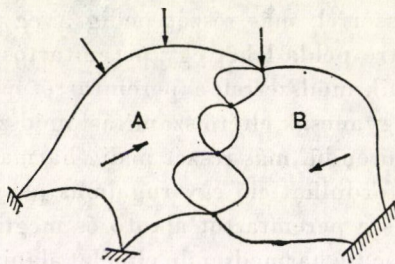
Amikor eldöntjük, hogy egy összetett szerkezet részeit milyen módszerrel számítjuk, akkor azt tulajdonképpen rész-szerkezetekre bontjuk. A rész-szerkezetek csatlakozási helyeit nevezzük *kapcsolási pontoknak*. Az együttműködést az biztosítja, hogy a kapcsolási pontokban néhány (vagy akár az összes) mozgás-komponens értékét azonosnak írjuk elő a csatlakozó rész-szerkezeteken. Nevezzük ezeket a mozgáskomponenseket *kapcsolati mozgásoknak*.

Egy összetett szerkezet természetesen kettőnél több rész-szerkezetre is bontható. A továbbiakban az egyszerűség kedvéért az összetett szerkezeteket mindig két részszerkezetre bontva képzeljük el. Azokat a rész-szerkezeteket, melyeket merevségi mátrixuk reprezentál, nevezzük *merevítő* vagy *kiegészítő-szerkezetnek*, azokat pedig melyeket hajlékonysági és geometriai stb. mátrixuk reprezentál, *merevített* vagy *fő-szerkezetnek*. Az így felbontott összetett szerkezetek számítását mátrix szimbolikával tömören és egységesen tárgyalhatjuk.

## 2. Jelölések

A használt jelöléseket a 2. ábrával kapcsolatosan vezetjük be.

Jelölje  $A$  a merevített szerkezetet,  $B$  a merevítő szerkezetet.



2. ábra.

Legyen:

- $F$  = az összetett szerkezet hajlékonysági mátrixa
- $G$  = az összetett szerkezet geometriai mátrixa
- $u$  = az összetett szerkezet elmozdulás vektora
- $s$  = az összetett szerkezet igénybevételi vektora
- $q$  = az összetett szerkezet erőteher-vektora
- $t$  = az összetett szerkezet kinematikai teher-vektora
- $F_A$  = a merevített szerkezet hajlékonysági mátrixa
- $D$  = a merevített szerkezet kiegészítő merevségi mátrixa
- $\hat{C}_A$  = a merevített szerkezet geometriai mátrixa
- $\hat{u}_A$  = a merevített szerkezet elmozdulás vektora
- $s_A$  = a merevített szerkezet igénybevételi vektora
- $q_A$  = a merevített szerkezet erőteher-vektora
- $t_A$  = a merevített szerkezet kinematikai tehervektora
- $\hat{K}_B$  = a merevítő szerkezet merevségi mátrixa
- $\hat{u}_B$  = a merevítő szerkezet elmozdulás vektora
- $\hat{q}_B$  = a merevítő szerkezet erőteher-vektora

A rész-szerkezeteket tekintjük véges méretű elemek halmazának, melyek elmozdulásait az elemek sarokpontjainak elmozdulásaival, igénybevételeit pedig az elemeken keletkező igénybevételekkel reprezentáljuk.

### 3. Összetett szerkezetek általános egyenlete

Kiindulásként megemlítjük, hogy ha a 2. ábrán látható összetett szerkezetet elsőrendű elmélettel, egységes számítási eljárással kívánjuk számítani (tehát nem szükséges a rész-szerkezetekre bontás) akkor a szerkezetre vonatkozó egyensúlyi és kinematikai egyenleteket egy mátrix egyenletben foglalhatjuk össze [1].

$$\begin{bmatrix} G^* \\ G F \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q \\ t \end{bmatrix} = 0. \quad (1)$$

Ez a mátrix egyenlet a minormátrixok megfelelő előállításával lehet egy kontinuum diszkrét modelljének — vagy egy rúdszerkezet alapegyenlete. A következőkben tekintünk két példát az összetett szerkezetek általános egyenletének felírására.

a) Mindkét rész-szerkezetet elsőrendű elmélettel kívánjuk számítani, tehát  $D = 0$ .

A két rész-szerkezetre a következő mátrix-egyenleteket írhatjuk fel. Az  $A$  jelű rész-szerkezetre:

$$\begin{bmatrix} \hat{G}_A^* \\ \hat{G}_A F_A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{u}_A \\ s_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{q}_A \\ t_A \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

A  $B$  jelű rész-szerkezetre:

$$\hat{K}_B \hat{u}_B + \hat{q}_B = 0 \quad (3)$$

A mátrixokat és a vektorokat particionálva a kapcsolati és nem kapcsolati mozgások szerint (a kapcsolati mozgásokat  $\kappa$ -val jelölve):

$$\hat{u}_A = \begin{bmatrix} u_A \\ u_{KA} \end{bmatrix}, \quad \hat{q}_A = \begin{bmatrix} q_A \\ q_{KA} \end{bmatrix}, \quad \hat{u}_B = \begin{bmatrix} u_{KB} \\ u_B \end{bmatrix}, \quad \hat{q}_B = \begin{bmatrix} q_{KB} \\ q_B \end{bmatrix},$$

$$G_A = [G_A G_K], \quad \hat{K}_B = \begin{bmatrix} K_K & K_{KB} \\ K_{BK} & K_B \end{bmatrix}.$$

Behelyettesítve a particionált mátrixokat, vektorokat a (2) és (3) jelű egyenletekbe:

$$\begin{bmatrix} G_A^* \\ G_K^* \\ G_A \ G_K \ F_A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_A \\ u_{KA} \\ s_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_A \\ q_{KA} \\ t_A \end{bmatrix} = 0, \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} K_K \ K_{KB} \\ K_{BK} \ K_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{KB} \\ u_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_{KB} \\ q_B \end{bmatrix} = 0. \quad (5)$$

Mivel a kapcsolati mozgások megegyeznek a terheket pedig összegezhethetjük: legyen

$$u_K = u_{KB} = u_{KA} \quad \text{és} \quad q_K = q_{KB} + q_{KA}$$

A (4) és (5) jelű egyenleteket összevonva felírhatjuk az összetett szerkezet általános egyenletét.

$$\begin{bmatrix} G_A^* \\ K_K \ K_{KB} \ G_K^* \\ K_{BK} \ K_B \\ G_A \ G_K \ F_A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_A \\ u_K \\ u_B \\ s_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_A \\ q_K \\ q_B \\ t_A \end{bmatrix} = 0. \quad (6)$$

Abban az esetben, ha a merevítő-szerkezet minden pontja kapcsolási pont és e pontokban minden mozgás-komponens kapcsolati mozgás,  $K_B$  particionálása szükségtelen. Ekkor (6) helyett ezt írhatjuk:

$$\begin{bmatrix} G_A^* \\ \hat{K}_B \ G_K^* \\ G_A \ G_K \ F_A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_A \\ u_K \\ s_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_A \\ q_K \\ t_A \end{bmatrix} = 0. \quad (7)$$

b) Az  $A$  jelű rész-szerkezetet harmadrendű- a  $B$  jelű rész-szerkezetet elsőrendű elmélettel kívánjuk számítani, tehát  $D \neq 0$ .

Felírva az ismert mátrix egyenleteket ([1], [2]) az  $A$  jelű rész-szerkezet állapotváltozási differenciálegyenlet-rendszere mátrix jelöléssel:

$$\begin{bmatrix} D \ \hat{G}_A^* \\ \hat{G}_A \ F_A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\hat{u}_A \\ ds_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\hat{q}_A \\ dt_A \end{bmatrix} = 0. \quad (8a)$$

Ezt a nemlineáris együtthatójú differenciálegyenletrendszert végesen kicsiny teher- és állapotváltozás esetén jól közelíti a

$$\begin{bmatrix} D \ \hat{G}_A^* \\ \hat{G}_A \ F_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{u}_A \\ \Delta s_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\hat{q}_A \\ \Delta t_A \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

mátrixegyenlet. A [2]-ben leírt iterációs módszert (140. oldal) alkalmazva a (8a) jelű egyenlet a (8) jelű egyenlet segítségével oldható meg. A  $B$  jelű szerkezetre felírható a (3) jelű egyenlet. Azért, hogy a két rész-szerkezet számítását

összevonhassuk, írjuk fel a (3) jelű egyenletet végesen kicsiny teher és alakváltozások esetére:

$$\dot{K}_B \Delta \hat{u}_B + \Delta \hat{q}_B = 0. \quad (9)$$

Az a) pontban leírt particionálást elvégezve,  $D$ -t is particionáljuk:

$$D = \begin{bmatrix} D_A & D_{AK} \\ D_{KA} & D_K \end{bmatrix}.$$

Az (8) jelű egyenlet ekkor:

$$\begin{bmatrix} D_A & D_{AK} & G_A^* \\ D_{KA} & D_K & G_K^* \\ G_A & G_K & F_A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_A \\ \Delta u_{KA} \\ \Delta s_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta q_A \\ \Delta q_{KA} \\ \Delta t_A \end{bmatrix} = 0. \quad (10)$$

A (9) jelű egyenlet pedig:

$$\begin{bmatrix} K_K & K_{KB} \\ K_{BK} & K_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_{KB} \\ \Delta u_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta q_{KB} \\ \Delta q_B \end{bmatrix} = 0. \quad (11)$$

Az előző pontban már bevezetett  $u_K$  és  $q_K$  vektorok végesen kicsiny megváltozásaira bevezetve a  $\Delta u_K$  és  $\Delta q_K$  vektorokat, és a  $C_K = D_K + K_K$  mátrixot a (10) és (11) jelű egyenletek összevonásával felírhatjuk az összetett szerkezet általános egyenletét, amely végesen kicsiny teher és állapotváltozás között ad összefüggést.

$$\begin{bmatrix} D_A & D_{AK} & G_A^* \\ D_{KA} & C_K & K_{KB} & G_K^* \\ & K_{BK} & K_B & \\ G_A & G_K & F_A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_A \\ \Delta u_K \\ \Delta u_B \\ \Delta s_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta q_A \\ \Delta q_K \\ \Delta q_B \\ \Delta t_A \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

#### 4. A megoldás módja

Az a) pontban bemutatott feladat megoldása a (6) vagy a (7) jelű lineáris egyenletrendszer megoldását jelenti. A b) pontban vázolt probléma megoldása a végesen kicsiny teher és állapotváltozásokra felírt lineáris egyenletrendszer segítségével iteratív úton történhetik. A megoldás részletes ismertetése helyett [2] itt csak arra mutatunk rá, hogy annak során szükségessé válik a (12) jelű egyenlettel azonos felépítésű lineáris egyenletrendszerek megoldása is. A lineáris egyenletrendszerek megoldása gyakorlati feladatoknál csak gépi úton valósítható meg. A megoldó program írásakor célszerű figyelembe venni az együtttható mátrixok szimmetrikus és hiányosan kitöltött felépítését.



## IRODALOM

1. SZABÓ, J.—ROLLER, B.: Rúdszerkezetek elmélete és számítása. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1971.
2. SZABÓ, J.—KOLLÁR, L.: Függettetők számítása. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1974.
3. GÁSPÁR, Zs.: Rúdszerkezetek nagy elmozdulásának számítása különböző modellek esetén. *Építés-Építészettudomány* 4 (1973), 345—356.

**Calculation of Compound Structures.** It is pointed out in case of a compound structure, how the effect of a so-called stiffening structural part could be built into the general set of equations established for only a part of the compound structure. The described order of ideas may conveniently be applied to the calculation of shell structures supported by an edge beam, cable networks stressed on elastic edge beams, slabs placed on elastic half-space and other compound structures.

**Berechnung komplexer Konstruktionen.** Es wird beschrieben, wie man im Fall von zusammengesetzten Tragwerken, in ein für eine Teilkonstruktion aufgeschriebenes allgemeines Gleichungssystem den Einfluß eines anderen sog. Verspannungsbauteils einbauen kann. Das behandelte Verfahren kann zweckmäßig bei der Berechnung von an den Rändern abgestützten Flächentragwerken, von auf elastische Ränder gespannten Seilnetzen, sowie von auf elastischem Halbraum liegenden Platten und anderen ähnlichen komplexen Konstruktionen angewandt werden.

# A MŰEGYETEM ÚJ ÉPÍTŐIPARI LABORATÓRIUMA ÉS AZ AKADÉMIAI MŰSZAKI MECHANIKAI KUTATÁSOK

PETRASOVITS GÉZA\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

A dolgozat az új laboratórium megnyitása alkalmából annak szervezetét, kutatási területét és nemzetközi kapcsolatait ismerteti.

A hazai műszaki felsőoktatás és kutatás szempontjából jelentős új létesítmény átadására került sor a budapesti Műegyetem 1975. évi jubileumi tudományos ülészakának keretében. A 7800 m<sup>2</sup> hasznos alapterületű, korszerűen megépített és jól felszerelt új építőipari laboratórium az Oktatási Minisztérium beruházási keretéből, a Magyar Tudományos Akadémia és az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság anyagi támogatásával készült (lásd: kép). A laboratórium az Építőmérnöki, valamint az Építészmérnöki Kar 9 tanszéke kutató- és oktatómunkájához biztosít hosszú időn át kiváló feltétel-



\* Prof. Dr. Petrasovits Géza, a Műszaki Mechanikai Munkaközösség vezetője, 1091 Budapest, Ifjúmunkás u. 20.

ket. Az új laboratórium mind a hallgatók képzésében, mind pedig a laboratóriumban helyet kapott tanszékek kutatómunkája eredményességének és hatékonyságának növelésében jelentős mértékben kell, hogy éreztesse kedvező hatását.

A laboratórium helyiségeinek jelentős részét, a rendelkezésre álló hasznos területnek mintegy 50%-át az MTA Műszaki Mechanikai Munkaközösséghez tartozó tanszékek kapták meg. A Munkaközösséghez tartozó tanszékek közül az Acélszerkezetek, a Geotechnikai, Vasbetonszerkezetek, valamint a Szilárdságtani és Tartószerkezetek tanszékei számára biztosítottak mindazok a laboratóriumi feltételek, amelyek a magas színvonalú kutatáshoz és oktatáshoz szükségesek. Lényegében kiépült az a laboratóriumi bázis, amely egy magasabb szervezeti keretben is jól meg tud felelni mindazoknak a követelményeknek, amelyeket a hazai szilárdtest-mechanikai kutatásoktól elvárnak.

Az új laboratóriumban szinte kivétel nélkül olyan korszerű berendezések és műszerek kerültek elhelyezésre, amelyek nemcsak az oktatáshoz, hanem jelentős tudományos problémák megoldásához, valamint népgazdaságilag nagyfontosságú feladatok tudományos megalapozásához szükséges kutatásokhoz is igen jó feltételeket biztosítanak. A Munkaközösséghez tartozó és a laboratóriumban helyet kapott tanszékek gép- és műszerparkjának értéke eléri a 60 millió forintot, amelynek többsége MTA-keretből származik. Megemlítendő, hogy a Munkaközösséghez tartozó további három tanszék közül kettőnek a kutatási területe kevésbé laboratóriumigényes, a harmadik tanszék laboratóriumi problémája pedig megfelelő egyetemi támogatással, és a szükséges anyagi keretek biztosításával ugyancsak jól megoldható. Összességében megállapítható, hogy a Munkaközösség laboratóriumi bázisa olyan szintű, amely hosszabb időszakra lényeges fejlesztést nem igényel.

Az elmúlt néhány év a Munkaközösség számára nemcsak az anyagi eszközökkel való felfejlesztésnek, hanem a kutatási kapacitás gyors növekedésének időszaka is volt. Az elmúlt 4 évben az akadémiai állományban levők száma a Munkaközösségben több mint 50%-kal nőtt és ez év végére eléri a 67 főt, amelyből az új laboratóriumban helyet kapott és a Munkaközösséghez tartozó 4 tanszéken 40 fő dolgozik.

A Munkaközösség kutatói kapacitásához reálisan számításba vehető a Munkaközösséghez tartozó tanszékek oktatóinak mintegy 25%-a. Ily módon a Munkaközösség kutatói és kutatási segéderő kapacitása együttesen egy 100–100 fős kutatóintézzettel tekinthető azonosnak.

A Munkaközösség akadémiai állományban levők száma, valamint anyagi ellátottsága az elmúlt időszakban kedvezően alakult. A kimutatásból részletes áttekintés nyerhető a Munkaközösséghez tartozó tanszékeken foglalkoztatott MTA és OM állományúakról, tudományos fokozat, valamint beosztás szerinti tagolásban. Megemlítendő külön is, hogy



*Kimutatás*

a Munkaközösséghez tartozó tanszékek akadémiai és egyetemi állományú dolgozóiról tudományos fokozat, illetve beosztás szerint 1975

| Akadémiai állományúak |            |                      |             |                      |                           |                        |  | Tanszékek                          | Egyetemi állományúak |                    |            |                |        |           |          |              |                        |                   |
|-----------------------|------------|----------------------|-------------|----------------------|---------------------------|------------------------|--|------------------------------------|----------------------|--------------------|------------|----------------|--------|-----------|----------|--------------|------------------------|-------------------|
| Tudományok doktora    | Kandidátus | Tudományos tanácsadó | Főmunkatárs | Tudományos munkatárs | Tudományos segédmunkatárs | Adminisztratív dolgozó | Műszaki ügyintéző és kutatási segéderő |                                    | Akadémikus           | Tudományok doktora | Kandidátus | Egyetemi tanár | Docens | Adjunktus | Tanárság | Kutatómérnök | Adminisztratív dolgozó | Kutatási segéderő |
| —                     | —          | —                    | —           | 4                    | —                         | —                      | 5                                      | Acélszerkezetek                    | —                    | —                  | 6          | 1              | 4      | 6         | 2        | 2            | 4                      | 5                 |
| —                     | —          | —                    | —           | 2                    | 2                         | 2                      | 8                                      | Geotechnikai                       | 1                    | 1                  | —          | 2              | 1      | 5         | 2        | 1            | 2                      | 3                 |
| 1                     | —          | —                    | 1           | 3                    | 2                         | 1                      | 2                                      | Építőmérnökkari Mechanika          | 1                    | 1                  | 4          | 2              | 3      | 6         | 6        | —            | 3                      | 1                 |
| —                     | —          | —                    | —           | 2                    | 2                         | —                      | 3                                      | Gépészkar Műszaki Mechanika        | —                    | —                  | 4          | 1              | 4      | 9         | 6        | —            | 4                      | 4                 |
| —                     | —          | —                    | —           | 2                    | 1                         | —                      | 2                                      | Szilárdságtani és Tartószerkezetek | —                    | —                  | 2          | 1              | 3      | 13        | 1        | —            | 3                      | 2                 |
| 1                     | 2          | 1                    | 2           | 1                    | 2                         | 1                      | 5                                      | Vasbetonszerkezetek                | 1                    | —                  | 4          | 1              | 4      | 8         | 2        | 2            | 4                      | 5                 |
| —                     | —          | —                    | —           | 3                    | 3                         | —                      | —                                      | Villamoskari Műszaki Mechanika     | —                    | —                  | 1          | 1              | 1      | 3         | 4        | —            | 2                      | 1                 |
| 2                     | 2          | 1                    | 3           | 17                   | 12                        | 4                      | 25                                     |                                    | 3                    | 2                  | 21         | 9              | 20     | 50        | 23       | 5            | 22                     | 21                |

a munkaközösség keretében végzi kutatómunkáját három akadémikus, négy műszaki tudományok doktora és huszonhárom műszaki tudományok kandidátusa. Ilyen értékű szellemi kapacitás hazai körülményeink között — egy, az egyetemtől teljesen különálló kutatási intézmény felállítása esetében — csak nagyon hosszú idő múlva lenne biztosítható.

A Munkaközösségben folyó elméleti és kísérleti kutatások eredményei hozzájárultak a szakterület tudományos fejlődéséhez és segítséget nyújtottak az ipar számára a korszerű mérnöki szerkezetek és alapozási problémák, valamint a járműfejlesztés feladatainak tudományos megalapozásához, illetve megoldásához.

A kutatást jelentősen segítette a számítógépek alkalmazását lehetővé tevő módszerek felhasználása és továbbfejlesztése.

Numerikus eljárások és algoritmusok készültek a rugalmas állapotú szerkezetek és kontinuumok statikai és dinamikai vizsgálatára, kötélnálók tervezésének továbbfejlesztésére. Figyelemre méltóak a másod- és harmadrendű elmélet alkalmazásával elért — elsősorban a posztkritikus állapotot leíró — eredmények.

Gépek és gépszerkezetek mozgásviszonyainak tanulmányozása, a dinamikai kérdések tisztázása több új számítási eljárás kidolgozásához vezetett, és az eddigieknél gazdaságosabb és üzembiztosabb termékek előállítását teszik lehetővé.

Rúdszerkezetek előírt számú rezgési sajátfrekvenciájának kontinuummodellel való meghatározására olyan számítási eljárás készült, amely a kívánt frekvenciákat javítható módon képes közrefogni.

A képlékeny állapotú szerkezetek és kontinuumok kutatása a lökészerű teherrel terhelt szerkezetek vizsgálatára, rúdszerkezetek teherbírásszámítására, optimális tervezésére, statikus és dinamikus terhelési folyamatok alatti viselkedésük megfigyelésére terjed ki. Az eddigieknél általánosabb alakban sikerült felírni a dinamikus terhelés során végbemenő képlékeny alakváltozás anyagtvényét.

Fémszerkezetek — keretek, sejtartók stb. — méretezésére vonatkozó kutatások szabályzati szinten kerültek alkalmazásra. Mechanikus és hegesztett kapcsolatok statikus és fáradt törésének elemzése korszerű műszaki előírások alapjait vetette meg.

A lassú alakváltozás elméletének tisztázása, a hajlított gerendák és nyomott vasbeton rudak stabilitásának vizsgálata, a különböző alaprajzú és szinguláris pontokon támaszkodó héjak számítása, a hengerkoordinátákban felírt héjelmélet, a feszített szerkezetekre és magasházakra vonatkozó kutatások hozzájárultak a vasbetonból épülő tartószerkezetek tervezésének és erőtan vizsgálatának tökéletesítéséhez. Új kísérleti módszerek alkalmazásával lehetővé vált vasbeton falelemek, teherhordó falak és falrendszerek feszültségi- és alakváltozási állapotának pontosabb megismerése.



Széles körű kutatómunka folyt az épületek teherviselő szerkezeteinek a matematikai statisztika módszerén alapuló méretezésével kapcsolatban. A kutatási eredmények hasznosításra kerültek a vonatkozó szabványok korszerűsítésekor.

Földtömegek statikájában és szilárdságtanában fontos új felismerést jelentett az a megállapítás, hogy a súlytámfalra ható földnyomás a fal súlyának függvénye. A fázismozgások általános törvényszerűségeinek megismerésére irányuló elméleti és kísérleti vizsgálatok elősegítették a szemcsés közegek szilárdsági és alakváltozási tulajdonságainak jobb megismerését.

Elméleti kutatások és modellkísérletek eredményei lehetővé tették a cölöpök és cölöpcsoportok terhelés alatti viselkedésének pontosabb meghatározását, amelyeket a vonatkozó szabványban is hasznosítottak.

A kutatási eredmények jelentős része gyakorlati problémákkal áll szoros kapcsolatban.

A tudományos eredmények nemcsak a hazai ismeretek gyarapodását jelentik, hanem egyesek a nemzetközi tudományos életben is elismerést kaptak.

A Munkaközösségben kifejlesztésre került egy nagyteljesítményű mérőlánc, számos újszerű mérőműszer, valamint modellek és nagyelemek vizsgálatahoz szükséges korszerű berendezés.

Fentiekből kitűnik, hogy a hazai műszaki mechanikai kutatások területén az MSZMP tudománypolitikai irányelveinek szellemében kialakult egy olyan jelentősebb kutatási bázis, amely megvalósította a szakterület szellemi és anyagi erőinek kellő szintű koncentrációját. Ezzel a megoldással elkerülhető volt az oktatásban és a kutatásban egyaránt felhasználásra kerülő számos nagyértékű speciális berendezés párhuzamos beszerzése. Ez a szervezeti keret az oktatók nagy csoportja számára biztosít lehetőséget a korszerű eszközök felhasználásával végzett intenzív kutatómunkára. A munkaközösségi kutatásban résztvevő oktatók közül 1972—1975. években egy a műszaki tudományok doktora, négy a műszaki tudományok kandidátusa fokozatot, tizenkettő pedig az egyetemi doktori címet szerezte meg. Ugyanezen időszak alatt az akadémiai állományúak közül egy kutató a műszaki tudományok doktora fokozatot és négy kutató pedig egyetemi doktori címet szerzett. Jelentős a kutatók azon tevékenysége is, amit az oktatásban való részvételük jelent.

Az új laboratórium átadásával megteremtődtek a szükséges feltételek ahhoz, hogy a kutatás arra a szintre emelkedjék, amelynek alapján megalapozottan vehetünk részt a szocialista országok mechanikai kutatóintézetei közötti tudományos együttműködésben, fontos kutatási témák két- és többoldalú megállapodások keretében való kimunkálásában. Ez év nyarán Moszkvában elfogadást nyert a SZUTA azon javaslata, hogy jöjjön létre a szocialista országok akadémiai mechanikai kutatóintézete vezetőinek állandóan működő Koordinációs Tanácsa, amelynek működtetését a SZUTA Mechanikai Problé-

mák Intézete magára vállalta. A Koordinációs Tanács ajánlása alapján 1976-tól több téma keretében közvetlen együttműködés indul közöttünk, valamint a SZUTA Mechanikai Problémák Intézete, a Lengyel Műszaki Tudományok Alapvető Problémái Intézete, az NDK Központi Matematikai és Mechanikai Intézete, valamint a Csehszlovák Elméleti és Alkalmazott Mechanikai Intézete között. A koordinációs értekezlet ajánlása volt továbbá, hogy az értekezleten résztvevő szocialista országok képviselői terjesszék az akadémiajuk illetékesei elé azt a javaslatot, hogy megfelelő előkészítés után kerüljön felvételre az akadémiaik közötti sokoldalú együttműködési egyezménybe „A gépek, szerkezetek és technológiai folyamatok mechanikai alapjai” című téma. Ily módon jól kialakíthatók a szervezett együttműködés keretei, amelyek a már eddig is elég fejlett szakmai-személyi kapcsolatokon túlmenően lehetőséget biztosítanak nemcsak a publikált eredmények cseréjére, hanem a vállalt kutatási feladatok közös kidolgozására, ezen belül az egyes részfeladatoknak egymás intézetében való elvégzésére. Nagyon jelentős az a tevékenység is, amelyet a Munkaközösség vezető szakemberei a szakterületünkön működő nemzetközi szervezetekben, illetve annak vezető testületeiben hazai és külföldi tudományos rendezvényeken végeznek. Ez nem kis mértékben annak a tudományos, és számos esetben nemzetközi elismerést kiváltó szakirodalmi tevékenységnek köszönhető, amelyet a Munkaközösség keretében művelt témákhoz kapcsolódóan az akadémiai állományú kutatók és oktatók végeztek. A Munkaközösségi kutatásokhoz kapcsolódóan az elmúlt 4 évben 19 könyv, 97 idegen nyelven és 110 magyar nyelven megjelent tanulmány készült.

Befejezésül szólni kell arról, hogy a laboratórium fontosságának elismerésével és a szükséges anyagi eszközök biztosításával az építésben érdekelt OM, MTA és OMFB vezetők jó szolgálatot tettek mind a mérnökképzés, mind pedig a mechanikai kutatás fejlesztése érdekében. Elismerést és köszönetet érdemelnek a BME illetékes vezetői és oktatói, akiknek kitartó munkájával valósult meg az új építőipari laboratórium.

# STOCHASZTIKUS OPTIMALIZÁLÁSI MÓDSZEREK A TÖRŐTEHER MEGHATÁROZÁSÁRA

TEGZE JUDIT\*

és

LENKEI PÉTER\*\*

A MŰSZAKI TUD. KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1976. február 13-án]

Statikailag határozatlan egyenes rudakból álló síkbeli szerkezetek adott valószínűségű képlékeny törőterhének a szokásos determinisztikus módszer szerinti számításokhoz képest való növekedését vizsgáljuk, feltételezve, hogy a kritikus keresztmetszetek képlékeny nyomatéki teherbírásai korlátlanul osztható valószínűségi változók. A „mechanizmusok kombinációjának módszerét” fejlesztettük tovább a stochasztikus szerkezeti modellre is alkalmassá. A felmerülő matematikai és számítástechnikai nehézségek megoldása után a módszert 30 egyszerű keretszerkezet példáján vizsgáltuk meg. Az eredmények azt mutatták, hogy a stochasztikus modellre nagyobb képlékeny törőteher kisebb szórással és az egyes kritikus keresztmetszetre nagyobb megengedhető tönkremeneteli valószínűség adódik a determinisztikus modellhez képest.

## 1. Bevezetés

A statikailag határozatlan vasbeton- vagy acélszerkezetek törőterhének meghatározása determinisztikus optimalizálási módszerekkel részletesen kidolgozott [1, 2, 3]. Ezzel szemben a stochasztikus optimalizálási módszerek alkalmazása területén még sok megoldatlan kérdés akad. Ismeretes, hogy a statikailag határozatlan szerkezet tönkremeneteli valószínűsége kisebb, mint a statikailag határozotté [4]. Ez annak köszönhető, hogy majdnem az egész világon a félvalószínűségi méretezést használják, ahol a tönkremeneteli valószínűséget egyetlen kritikus keresztmetszet (elemi hosszúságú rúdszakasz) tönkremenetelére írják elő. Valójában a statikailag határozatlan szerkezet tönkremenetelére nem egyetlen, hanem több kritikus keresztmetszet egyidejű tönkremenetelével következik be. Ennek az egyidejű tönkremenetelnek kisebb a valószínűsége, mint egyetlen keresztmetszet tönkremenetelének.

## 2. A szerkezet modellje

A szerkezetek vizsgálatát az alábbi feltevések mellett végezzük:

- a) a szerkezet egyenes rudakból álló síkbeli szerkezet;
- b) a teher koncentrált erőkből álló, egy paraméteres, monoton növekvő, azzal a korlátozással, hogy nem alakulhat ki állandó nyomatékú szakasz;
- c) a nyíró- és derékerők, valamint a hosszirányú alakváltozások hatása elhanyagolható;

\* Tegze Judit, 1065 Budapest, Rudas László u. 18.

\*\* Dr. Lenkei Péter, 1119 Budapest, Szakasits Árpád u. 4.

*d)* csak a hajlítási képlékeny csuklók által meghatározott törési mechanizmus létrejöttével bekövetkező tönkremenetelt vizsgáljuk;

*e)* az anyagmodell merev — képlékeny, az elfordulásokat a képlékeny csuklókba koncentráljuk, s a köztük levő rúdszakaszokat merevnek tekintjük;

*f)* azokat az elemi hosszúságú rúdszakaszokat (a továbbiakban kritikus keresztmetszetek), ahol képlékeny csukló jöhet létre, azokon a pontokon kell felvenni, ahol a nyomaték vagy a nyomatéki teherbírások függvényei, vagy azok első deriváltjai nem folytonosak;

*g)* minden, a törőterhet befolyásoló tényezőt determinisztikusnak, a nyomatéki teherbírásokat azonban korlátlanul osztható eloszlású [8] valószínűségi változóknak tekintjük.

A *c)* és *d)* feltevésekből következik, hogy nem vizsgáljuk a stabilitásvesztés következtében beálló tönkremenetelt.

A *b)* feltétel, mely szerint nem alakulhat ki konstans nyomatéki szakasz, biztosítja, hogy a kritikus keresztmetszet helye determinisztikusnak tekinthető. Ha konstans nyomatéki szakasz létezik, akkor a kritikus keresztmetszet helye is valószínűségi változó, s így a nyomatéki teherbírással együtt csak egy extrémális eloszlásfüggvénnyel jellemezhető.

A *g)* feltétel szerinti eloszlásfüggvények többek közt lehetnek normális vagy gamma-típusú eloszlások is.

### 3. A feladat megfogalmazása és megoldása

A feladat megoldására a képlékenységtan kinematikai extrémumtételét használjuk fel, azaz meghatározzuk azt a legkisebb teherparamétert, melyre törési mechanizmus alakul ki. A megoldásra az ún. „mechanizmusok kombinációjának módszerét” alkalmaztuk, amely független mechanizmusok rendszeréből alkotott lineáris kombinációk közül választja ki a tényleges törési mechanizmust, azt, amelyikhez a legkisebb teherparaméter tartozik. Ezt a módszert, amely determinisztikus modellre már kidolgozott [9, 1, 2], fejlesztettük tovább a stochasztikus modellre is alkalmas számítási eljárássá. Hasonló módszert közgazdasági feladat megoldására tőlünk függetlenül kidolgoztak [10].

A feladat mindkét modell esetére egy matematikai programozási feladatként fogalmazható meg, melynek minimalizálandó célfüggvénye a  $\lambda$  teherparaméter

$$\lambda = \Theta^* \cdot M \rightarrow \min ; \quad (1)$$

el tételrendszere pedig a következő lineáris egyenletrendszerek

$$\Theta^* = t^* \Theta_f, \quad (2)$$

$$t^* e = 1, \quad (3)$$

ahol  $\Theta$  az  $s$  számú kritikus keresztmetszet képlékeny elfordulás vektora  
 $\Theta_f$  az  $m$  számú független mechanizmus képlékeny elfordulásából alkotott mátrix és  $m = s - n$ , ahol  $n$  a statikai határozatlanság foka  
 $e$  a terhek által az elemi mechanizmusokon végzett külső munkák vektora  
 $t$  a törési mechanizmust megadó lineáris kombinációs együtthatók vektora.

A képlékeny elfordulások vektorát [1, 2] szerint a következőképpen bontjuk fel:

$$\Theta = \Theta^+ - \Theta^- \tag{4}$$

A módszert kiegészítettük annak bizonyításával, hogy a (4) felbontás egyértelműségét biztosító feltétel [6, 7],

$$\Theta^+ \odot \Theta^- = 0 \tag{5}$$

(ahol a jelölés az ún. logikai szorzat) valóban elhagyható. Mind a determinisztikus, mind a stochasztikus modellre bebizonyítottuk, hogy az (5) egyértelműségi feltétel a célfüggvény szélső értékére minden esetben automatikusan teljesül. Ennek következményeként ez a nemlineáris feltétel a feltételrendszerből elhagyható, és a megmaradó feltételek lineárisak.

A  $t$  vektor pedig a következő alakba írható:

$$t = t' - t'' \tag{6}$$

ahol  $t'$  az új változók vektora, amely alkalmasan választott  $t''$  esetén mindig nem-negatív  $t''$  konstans vektor.

(4) és (6) alapján a célfüggvény a következő lesz:

$$\lambda = M^* \cdot x \rightarrow \min, \tag{7}$$

(2s+m) (2s+m)

és a feltételrendszer a következő lineáris egyenletrendszerrel adható meg

$$A \cdot x = b, \tag{8}$$

(2s+m, s+1) (2s+m) (s+1)

ahol  $M^* = [M^{+*}, M^{-*}, O^*]$ ,  $x^* = [\Theta^{+*}, \Theta^{-*}, t^{**}]$ ,

$$A = \begin{bmatrix} I & -I & -\Theta_f^* \\ O^* & O^* & e^* \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -\Theta_f^* \cdot t'' \\ 1 + e^* \cdot t'' \end{bmatrix}.$$

$M^+$  és  $M^-$  a pozitív és negatív képlékeny nyomatóki teherbírások a kritikus a keresztmetszetekben

$I$  és  $-I$  az egységmátrix megfelelő előjellel.

A képlékeny nyomatóki teherbírások a determinisztikus modell esetében rögzített értékek, a sztochasztikus modellnél azonban ismert eloszlású



valószínűségi változók. Ezeknek a képlékeny nyomatéki teherbírásoknak a kombinációjaként kapjuk meg a teherparamétert, amely az előzőkből következően ugyancsak valószínűségi változó lesz ugyanolyan típusú eloszlásfüggvénnyel. A törőteherparaméter eloszlásfüggvényének tetszőleges pontja — tehát egy adott valószínűségű törőteher — meghatározható a következőképpen.

Ismeretes [8], hogy a korlátlanul osztható eloszlású valószínűségi változók tetszőleges lineáris kombinációja is ugyanolyan típusú eloszlású valószínűségi változó. Ennek várható értéke, szórása kifejezhető az eredeti eloszlásfüggvények várható értékeivel és szórásaival, valamint a kombináció együtthatóival:

$$\bar{\lambda} = (\Theta^+)^* \bar{M}^+ + (\Theta^-)^* \bar{M}^-, \quad (9)$$

$$D^2(\lambda) = \{(\Theta^+)^2\}^* \cdot q^+ + \{(\Theta^-)^2\}^* \cdot q^- \quad (10)$$

ahol  $q^+$  és  $q^-$  a megfelelő képlékeny nyomatéki teherbírások szórásnégyzetei,  $(\Theta^+)^2$  és  $(\Theta^-)^2$  az elfordulások négyzeteiből alkotott vektorok.

A szerkezet tönkremeneteli valószínűségét [11] szerint vettük fel  $p_0 = 8,2 \cdot 10^{-5}$  értékre.  $\lambda$  eloszlásfüggvényének ismeretében határozzuk meg azt a  $\Theta^+$  és  $\Theta^-$  vektoroktól függő  $\lambda_s$  értéket, amelynél kisebb törőerő bekövetkezésének valószínűsége kisebb, mint az előre megadott  $p_0$  érték. Jelölje  $u_0$  a standardizált eloszlásfüggvény  $p_0$  kvantilisét, akkor a  $\lambda_s$  érték ezzel kifejezhető:

$$\lambda_s = D(\lambda)u_0 + \bar{\lambda}. \quad (11)$$

A korábbi kifejezéseket felhasználva,  $\lambda_s$  felírható az elfordulásvektorok függvényeként

$$\lambda_s = u_0 \sqrt{x^* \mathbf{Q} x} + \bar{M}^* x, \quad (12)$$

ahol  $\mathbf{Q} = \langle q^+, q^- \rangle$  a  $q^+$  és  $q^-$  vektorokból alkotott diagonálmátrix.

Az ily módon kapott, most már determinisztikus célfüggvénynek a minimuma adja meg a stochasztikus modell adott valószínűségű törőterhét. Míg a determinisztikus modell célfüggvénye lineáris, s így megoldására alkalmas a szimplex-módszer, a stochasztikus modell minimalizálandó célfüggvénye azonban, mint ezt [6] munkában kimutattuk, konkáv.

Ilyen célfüggvény, s lineáris feltételrendszer esetén a feladat megoldható a metszősíkok módszerével [12], amely számítógépre jól alkalmazható eljárás [13].

### 4. A módszer gyakorlati alkalmazása

A pontosabb sztochasztikus számítás hatékonyságát néhány különböző paraméterű gyakorlati példán vizsgáltuk.

A determinisztikus és a stochasztikus modell összehasonlítására az egyik lehetőség az, hogy a determinisztikus modellnél az egyes kritikus keresztmetszetekre ugyanakkora ( $p_i$ ) tönkrementeli valószínűséget írunk elő, mint a stochasztikus modellnél a teljes szerkezetre ( $p_0$ ) és megvizsgáljuk, hogy a stochasztikus modell teherbírása mennyire haladja meg a determinisztikus modellét.

Bebizonyítottuk [7], hogy ilyen feltételek mellett a determinisztikus modell teherbírása alsó korlátja a stochasztikus modell teherbírásának. Ugyancsak megadtunk két egyszerűen számítható felső korlátot is [6, 7]. Egyenylású, egy szintes, befogott kereteket vizsgáltunk 7 különböző függőleges és vízszintes koncentrált terhekből álló teherrendszerre. A lehetséges megoszló terheket páratlan számú koncentrált erőkből álló teherrendszerrel helyettesítettük.

A kritikus keresztmetszetek képlékeny nyomatéki teherbírásainak eloszlásfüggvényeit normális eloszlásoknak vettük fel.

A fesztáv ( $l$ ) és a magasság ( $h$ ) aránya  $l/h = 2,4, 1/2$ . A képlékeny nyomatéki teherbírások arányait a gerendára ( $M_l$ ) és az oszlopra ( $M_h$ ) vonatkozóan az 1. táblázatban mutatjuk be.

1. táblázat

| Képlékeny<br>nyomatéki teherbírás<br>típusa | 1 |     |     | 2   |  | 3 |  |
|---|---|-----|-----|-----|--|---|--|
|   |   |     |     |     |  |   |  |
| $M_l/M_h$                                   | + | 3/2 | 1   | 3   |  |   |  |
|   | - | 1   | 2/3 | 3/2 |  |   |  |

A + és - jelek azokat a nyomatékokat jelölik, melyek a belső, ill. a külső oldalon okoznak húzást az egyes rudakban. A képlékeny nyomatéki teherbírások relatív szórásait a következő értékekre vettük fel:

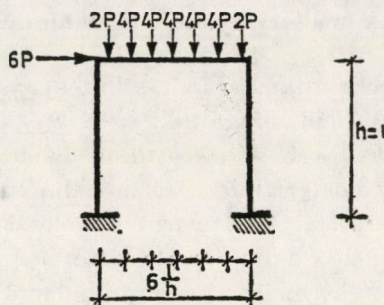
$$r = 0,015, 0,05, 0,15 \text{ és } 0,25.$$

Természetesen ez utóbbinál kis tönkremeneteli valószínűség esetében a normális eloszlás feltételezése jelentős hibát eredményezhet. Nagy szórások esetében a számítás konvergenciája is nagyon lassú volt.

Összesen 30 keretszerkezetet vizsgáltunk meg mind a determinisztikus, mind a stochasztikus modellre. Példaként megadjuk az 1. ábrán bemutatott keretszerkezet számításának eredményeit a 2. táblázatban

- ahol  $\lambda_{50}$  és  $\lambda_{d0}$  a stochasztikus és a determinisztikus modell törőteherparaméterei,
- $r_\lambda$  a keretszerkezet törőteherparaméterének relatív szórása,
- $r$  a kritikus keresztmetszetek képlékeny nyomatéki teherbírásának relatív szórása,
- $p_i$  a képlékeny tönkremenetel valószínűségei az egyes kritikus keresztmetszetekben, figyelembevétel, hogy a teljes szerkezet tönkremeneteli valószínűsége  $p_0 = 8,2 \cdot 10^{-5}$ .

A 2. táblázat egyes rovataiban található két érték az iteráció végeredményeként kapott alsó és felső határ, ugyanis csak korlátozott gépidő állt rendelkezésünkre.



1. ábra

2. táblázat

| Paraméterek<br>Feladatok sorszáma | $l/h$ | Képlékeny<br>nyomatéki<br>teherbírás<br>típusa | $\frac{\lambda_{s0}}{\lambda_{d0}}$ | $\frac{r\lambda}{r}$ | $P_i$                                      |
|-----------------------------------|-------|--|-------------------------------------|----------------------|--|
| 10                                | 2     | 1  | 1,104<br>1,051                      | 0,553<br>0,782       | $1,9 \cdot 10^{-2}$<br>$1,6 \cdot 10^{-3}$ |
| 13                                | 4     | 1  | 1,078<br>1,026                      | 0,663<br>0,887       | $6,1 \cdot 10^{-3}$<br>$4,1 \cdot 10^{-4}$ |
| 16                                | 1/2   | 1  | 1,116<br>1,061                      | 0,500<br>0,738       | $3,0 \cdot 10^{-2}$<br>$2,7 \cdot 10^{-3}$ |
| 22                                | 2     | 3  | 1,082<br>1,032                      | 0,648<br>0,862       | $7,4 \cdot 10^{-3}$<br>$5,8 \cdot 10^{-4}$ |

## 5. Az eredmények vizsgálata

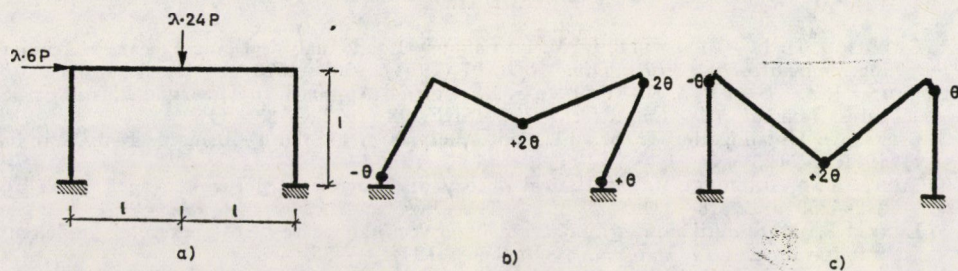
a) Az eredményekből kitűnik, hogy a determinisztikus és a stochasztikus modell teherbírása között jelentős eltérés lehet. Ezeket az eltéréseket adtuk meg a 3. táblázatban.

3. táblázat

| $r$                         | 0,015 | 0,05  | 0,15 |
|-----------------------------|-------|-------|------|
| $\lambda_{s0}/\lambda_{d0}$ | 2—3%  | 3—12% | 22%  |

b) A determinisztikus és a stochasztikus modell szerinti vizsgálatok nemcsak különböző törőteher paramétereket eredményeznek, hanem nemegyszer eltérő törési mechanizmusokat is. Ld. 2. ábra. b) — determinisztikus modell; c) — stochasztikus modell.





2. ábra

c) A szerkezet törőteherparaméterének szórása jóval kisebb a stochasztikus modell esetén, mint a determinisztikusnál, ami kiolvasható a 2. táblázatból. Az  $r_\lambda/r$  arány 0,5 és 0,78 között volt.

d) A két modell eredményeinek összehasonlítására van egy másik lehetőség is, mégpedig azoknak a  $p_i$  valószínűségeknek a meghatározása, amelyet az egyes kritikus keresztmetszetekre kell előírni, hogy a teljes szerkezet tönkremeneteli valószínűsége a stochasztikus modell szerint  $p_0$  legyen. Azoknál a feladatoknál, amelyek elég jól konvergálnak, ezek a  $p_i$  értékek a  $10^{-3}$ – $2 \cdot 10^{-2}$  tartományba esnek, s így sokkal nagyobbak, mint a determinisztikus modellnél a kritikus keresztmetszetekre előírt — szokásosan a teljes szerkezettől megkívánt tönkremeneteli valószínűséggel megegyező —  $p_i = 8,2 \cdot 10^{-5}$  érték.

## 6. Következtetések

Az egyenes rudakból álló statikailag határozatlan síkbeli keretszerkezet stochasztikus modellje lényegesen nagyobb teherbírást ad, kisebb szórást a törőteherparaméterre és nagyobb megengedhető tönkremeneteli valószínűséget az egyes kritikus keresztmetszetekre, mint a determinisztikus modell. Egyes esetekben a törési mechanizmus is eltérő lehet a két modell esetén.

A további kutatásokra vonatkozóan tervbe vettük a nyomatóki teherbírást a normális eloszlásnál jobban leíró eloszlásfüggvények alkalmazását, az anyag rugalmas-képlékeny tulajdonságának, valamint a kritikus keresztmetszetek helye mint valószínűségi változónak a számításba vételét. Sokkal bonyolultabb szerkezetek esetében szükségessé válhatik a számítási módszer konvergenciájának gyorsítása is.

## IRODALOM

1. GRIERSON, D. E.—GLADWELL, G. M. L.: Collapse Load Analysis Using Linear Programming. *Journal of the Struct. Div. ASCE* 97 (1971), 1561—1573
2. COHN, M. Z.—GHOSH, S. K.—PARIMI, S. R.: Unified Approach to Theory of Plastic Structures. *Journal of the Eng. Mech. Div. ASCE*, 98 (1972), 1133—1158
3. CIRAS, A.: Optimization Theory in Limit Analysis of a Solid Deformable Body, Vilnius 1971, 1—123
4. TICHY, M.—VORLICEK, M.: Statistical Theory of Concrete Structures, Prague 1972, pp. 242—260 and 318—331
5. LENKEI P.: Matematikai programozási módszerek alkalmazása tartószerkezetek képlékeny számításához. *ÉTI Tanulmány*, Budapest 1972, 1—56
6. TEGZE J.: Matematikai programozási módszerek vasbeton rúdszerkezetek képlékenységtan szerinti vizsgálatánál. *ÉTI Kutatási Jelentés*, Budapest 1974, pp. 1—42. Mellékletként: „Síkbeli keretszerkezetek sztochasztikus modelljének vizsgálata” pp. 1—48
7. TEGZE J.: Vasbeton rúdszerkezetek törőteherbírásainak meghatározása optimalizációs módszerekkel. *ÉTI Kutatási Jelentés* Budapest 1975, pp. 1—67
8. FELLER, W.: An Introduction to Probability Theory and its Applications, Vol. II. Wiley, New York 1966
9. NEAL, B. G.—SYMONDS, P. S.: The Rapid Calculation of the Plastic Collapse Load for a Framed Structure. *Proceedings ICE*, London Vol. I. Pt. 3, 1952, pp. 58
10. CALLAHAN, J. R.—BECTOR, C. R.: Optimization with General Stochastic Objective Functions, *ZAMM* 55 (1975), pp. 528—530
11. KORDA J.: Megépült tartószerkezetek erőtani felülvizsgálata az új tervezési előírások felhasználásával. *Magyar Építőipar* (1975) 342—348
12. FORGÓ, F.: Cutting Plane Methods for Solving Nonconvex Programming Problems. *Acta Cybernetica*, Tom. I. Fasc. 3. Szeged (1972), 171—192
13. ZSIGMOND I.: Nemlineáris programozási feladatok megoldása metszősík módszerrel. Tájékoztató az Egyetemi Számítóközpont munkájáról. Budapest 1975. 16. sz., 32—35

**Stochastic Optimization Methods in Collapse Load Analysis.** — The increase of the plastic collapse load of a given probability is investigated for statically indeterminate linear plane structures, assuming the plastic moment capacities at the critical section to be random variables of infinitely divisible distribution. The Combinations of Mechanisms method was developed for the stochastic structural model. The mathematical and computational problems were solved and 30 simple frame examples were investigated. The results showed higher plastic collapse load, lower coefficient of variation and higher possible critical section failure probabilities of the stochastic model as compared to the deterministic one.

**Stochastische Optimalisationsmethoden bei Bruchlastrechnungen.** — Die Erhöhung der plastischen Bruchlast gegebener Wahrscheinlichkeit wurde bei statisch unbestimmten ebenen Stabwerken unter der Bedingung geprüft, daß die plastische Momenttragfähigkeit in den kritischen Querschnitten eine unbegrenzt dividierbar verteilte Zufallvariante ist. Die Methode der „Kombination der Mechanismen“ wurde im Fall einer stochastischen Konstruktionsmodell weiterentwickelt. Mathematische und rechnungstechnische Fragen wurden gelöst und das Beispiel von 30 einfachen Rahmen geprüft. Die Ergebnisse zeigten eine höhere plastische Bruchlast, kleinere Variationskoeffizient und grössere mögliche Wahrscheinlichkeit der Zerstörung im Fall des stochastischen Modells dem deterministischen Modell entgegen.



A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója.

Műszaki szerkesztő: Agócs András

A kézirat nyomdába érkezett: 1975. XI. 28. — Terjedelem: 21,70 (A/5) ív

---

76.2528 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György







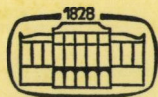
# MŰSZAKI TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: MAJOR MÁTÉ

51. KÖTET

3-4. SZÁM



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1976

MŰSZ. TUD.



# MŰSZAKI TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐ BIZOTTSÁG

BARTA ISTVÁN, BÖLCSKEI ELEMÉR, GESZTI P. OTTÓ,  
HELLER LÁSZLÓ

SZERKESZTŐSÉG: 1383 BUDAPEST, MÜNNICH FERENC UTCA 7.

KIADÓHIVATAL: 1363 BUDAPEST, ALKOTMÁNY UTCA 21.

A *Műszaki Tudomány* változó terjedelmű füzetekben jelenik meg. Négy füzet alkot egy kötetet.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia  
Műszaki Tudomány  
1383 Budapest, Münnich Ferenc utca 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A *Műszaki Tudomány* előfizetési ára kötetenként 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó 1363 (Budapest, Alkotmány utca 21. Pénzforgalmi jelzőszám 215—11488). külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat 1389 (Budapest, Fő utca 32. Pénzforgalmi jelzőszám: 218—10990) útján eszközölhetők.

## SZÉCHENYI EMLÉKÜLÉS



A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya 1975. november 19-én emlékülés keretében foglalkozott alapítójának, *Széchenyi István*nak a hazai műszaki tudományok fejlesztése és főként a hazai közlekedéstudományok megalapozása terén szerzett hervadhatatlan érdemeivel. Az emlékülés előadásait az alábbiakban közöljük.



## BEVEZETŐ

LÉVAI ANDRÁS  
OSZTÁLYELNÖK, AKADÉMIKUS

Az idei évet Akadémiánk 150 éves fennállását ünnepeelve egyúttal alapítója, SZÉCHENYI István emlékének is szenteli. Ennek jegyében folyt le első sorban az akadémiai közgyűlés, majd az osztályülések egész sora, köztük a Műszaki Tudományok Osztályáé. Ennek jegyében folynak a különböző osztályok rendezvényeként megtartott emlékülések, s így kerül sor Osztályunk Széchenyi-emlékülésére is.

SZÉCHENYI Istvánnak emberi nagyságát, az elmaradott Magyarország felemelkedéséért vívott harcát, elért eredményeit a történelem igazolta, ezt számos előadás és kiadvány méltatta. Érdekes módon azonban még az idei akadémiai közgyűlés során, így a jubileum alkalmával kiadott hivatalos emlékkönyvben és másutt is, minduntalan hangzanak el olyan észrevételek, miszerint SZÉCHENYI István működése során igyekezett volna háttérbe szorítani a műszaki tudományokat a nyelvművelés javára és a hazai iparfejlesztéssel szemben előnyben részesítette volna a külföldi vállalkozókat és az agrárpolitikát.

Nem lehet feladatunk, hogy ezúttal részletesen analizáljuk SZÉCHENYI szerepét a hazai iparfejlesztésben, vagy hogy elemezzük azokat az okokat, amelyek arra készítették, hogy a Lánchidat ne az erre jelentkező magyar vállalkozókkal, hanem az angolokkal építtesse meg. Úgy gondoljuk azonban, hogy a Műszaki Tudományok Osztályának feladatai közé tartozik az is, hogy akadémiai szintű, tehát az összes körülményeket figyelembe vevő, a kor fel fogásába illeszkedő technika történeti és gazdasági feldolgozásból kiindulva értékelje SZÉCHENYI István szerepét és jelentőségét a műszaki tudományok hazai kifejlesztésében.

E nagy feladat egy nagyon fontos részét kívánjuk bemutatni akkor, amidőn SZÉCHENYI Istvánról mint a magyar közlekedési rendszer alapjainak megteremtőjéről, közlekedési programjának közlekedésünk fejlődésére gyakorolt hatásairól, eredményességéről kívánunk tudományos igényű képet alkotni.

SZÉCHENYI István, a Batthyány kormányban 7 hónapon át az első magyar közlekedési miniszter, élete legfontosabb művének szavai szerint „építményei zárókövének” tekintette közlekedéspolitikai „javaslatát”. Ezt a megítélését az élet igazolta, és ezért joggal tekinti őt a magyar közlekedésügy ma is példamutatónak abban, hogy miként kell a közlekedés szerepét, jelentőségét az ország életében megítélni és fejlesztését felelősséggel, tudományos alapossággal előirányozni.





# SZÉCHENYI ISTVÁN ÉS A KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYOK JELENTŐSÉGE

ÁBRAHÁM KÁLMÁN

KÖZLEKEDÉS- ÉS POSTAÜGYI MINISZTERIUMI ÁLLAMTITKÁR

A hazai közlekedés több százezer dolgozója, a magyar közlekedésfejlesztés fáradhatatlan és előrelátó úttörőjeként tiszteli SZÉCHENYI Istvánt. Közlekedésünk felemelkedéséért tett alkotó kezdeményezéseit maradandóan őrzik haladó szellemű tevékenységének megtestesült elképzelései.

Kiemelkedő szellemi alkotása, az 1848. évi híres közlekedési koncepció évszázadnál is tovább szolgált például. Mint a polgári haladásért küzdő reformkorszak kimagasló szellemi hagyatékáról emlékezett meg róla az Országgyűlés által 1968-ban elfogadott Közlekedéspolitikai Koncepció.

SZÉCHENYI neve összeforrott a hazai közlekedéspolitika megteremtésével!

Az Akadémiának 150 éves történelme során számos olyan kiváló tudós tagja volt, akiknek kutató szelleme a közlekedés ügyét szolgálta, a közlekedéstudomány eredményeit gazdagította. Ezt tükrözi a Magyar Tudományos Akadémia felszabadulás utáni, a szocialista országépítést szolgáló átszervezése, a műszaki — köztük a közlekedéstudományok — magasszintű művelése is. Az azóta eltelt 25 esztendő alatt az Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya és Közlekedéstudományi Bizottsága számos esetben szolgált olyan tudományos iránymutatással, amely elősegítette közlekedéspolitikánk kidolgozását, a közlekedés egyes ágazatainak továbbfejlesztését. Ennek az építő együttműködésnek tapasztalataira utalva kíséreljük meg néhány gondolatban felvázolni azokat a területeket, amelyeken a tudományok művelőinek, az Akadémia testületi szerveinek további hathatós segítsége kívánatos.

Együttműködésünk irányvonalát alapvetően a Magyar Szocialista Munkáspárt XI. Kongresszusán is megerősített Tudománypolitikai Irányelvek határozzák meg.

A népgazdaság fejlesztése mind nagyobb arányban igényli a tudomány aktív közreműködését. Az a követelmény, hogy a tudományos tervek jobban kapcsolódjanak a hosszútávú népgazdasági tervhez, az eddigieknél szelektívebb tudománypolitika kialakítását kívánja. A szelektivitás nem csupán a kutatási témák kiválasztására és belső arányaira vonatkozik, hanem tükrözi a műszaki fejlesztési munkákkal kapcsolatos elvárásokat, a tudományos ered-

mények gyors, szervezett gyakorlati alkalmazását. A közlekedéstudomány művelőitől azt kérjük, hogy alkotó munkájukkal segítsék a Közlekedéspolitikai Konceptió továbbfejlesztését, a közlekedési ágazat kutatási célprogramjában kitűzött feladatok megvalósítását.

A közlekedéstudomány az elmúlt időszakban inkább az aktuális rövidtávú feladatokra orientálódott. A tudományágazat hosszútávú eredményes fejlődéséhez nélkülözhetetlen az alapkutatások erőteljesebb támogatása is.

A tudományok integrálódása, a tudományágak határainak elmosódása, az egyes tudományterületek egyre szorosabbá váló kapcsolata a közlekedéstudomány területén is jelentős változásokat hozott.

Egyre nő azoknak a kutatásoknak a száma, amelyek csak a társadalomtudományi, közgazdasági, szociológiai és más tudományterületek ismeretében végezhetők el eredményesen. Mielőbb meg kell találni azokat a módokat, amelyek hozzásegítenek a komplex közlekedési szemlélet kialakulásához. Örvendetes, hogy korunk és társadalmunk egyik legjelentősebb problémája az urbanizáció és a közlekedés összefüggéseivel, az Akadémia két bizottsága együttesen foglalkozott.

Népgazdaságunkban az irányítási, különösen a tervezési és koordinálási módszerek fejlesztése és ezáltal a rendelkezésre álló anyagi és szellemi erők összpontosítása kiemelt, fontos feladat.

A közlekedési pályák építése és fenntartása, a járművek, az energiafelhasználás, a környezetvédelem további kutatási, fejlesztési munkákat igényelnek annak érdekében, hogy a népgazdaság egészéből a közlekedésre háruló feladatokat kívánt színvonalon végezhesük, s ebben a közlekedéstudomány kutatóinak megkülönböztetett, fontos szerepük van.

Jelen emlékülésünk akkor méltó SZÉCHENYI István alkotó szelleméhez, ha munkánkban magunkévá tesszük közlekedésfejlesztési „Javaslatát” — „ne állítsunk fel egyedül elveket, s ne készítsünk egyedül terveket. A közlekedési ügyek elintézésénél megállni nem lehet.”

Az Akadémia emlékülése Széchenyi István hazánk felemelkedése érdekében végzett fáradhatatlan, önfeláldozó munkáját, a haladásba vetett hitét példázza.

Jövőbe látó bölcs szellemének adózunk, amikor mai korunk igényei szerint a tudomány és a gyakorlat egységének erősítésével hazánk szocialista előrehaladását és dolgozó népünk jólétét szolgáljuk.

## SZÉCHENYI KÖZLEKEDÉSPOLITIKÁJA ÉS HATÁSA A MAGYAR KÖZLEKEDÉS FEJLŐDÉSÉRE

CZÉRE BÉLA\*

A KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYOK DOKTORA

SZÉCHENYI Istvánt a történelem úgy tartja számon, mint a 19. század húszas éveiben megindult reformmozgalom kezdeményezőjét, vezető alakját. Ő, aki „polgári létet” kívánt teremteni az elmaradott, feudális Magyarország lakosainak, aki a gazdagodás és művelődés útjára akarta vezetni nemzetét, korán felismerte és reform-célkitűzéseinek legfontosabbjai közé állította a közlekedés fejlesztését.

„Amikor a politika terére léptem, Magyarország sírkerthez hasonlított, ahol minden aluszik” — írta egyik levélben SZÉCHENYI. Ez a megállapítása teljes mértékben találó a korabeli hazai közlekedési viszonyokra is.

Magyarország közúthálózata a múlt század elején mennyiségileg is, minőségileg is messze elmaradt nemcsak a nyugati országok fejlődésétől, hanem már a hazai igényektől is. 1790-ben, amikor az országgyűlés tanulmányoztatta az utügyek helyzetét, hazánk mai területén mindössze 700 km hosszú úthálózat volt, amely 1850-ig csupán 1770 km-re nőtt. De az egész ország területén is alig haladta meg a hálózat hossza a 4000 km-t és 26 megye területén egyáltalán nem vezetett kiépített közút.

Még rosszabb volt a helyzet az utak minőségét illetően. Az útépités és fenntartás egyedüli anyagi alapját a jobbágyok közmunkakötelezettsége, a robot képezte. Hiányzott az utügyek szakszerű vezetése is, a megyei önkormányzat pedig lehetővé tette, hogy a vármegyék a helyi érdekeket helyezték előtérbe; e miatt az országos és nemzetközi jelentőségű utak kiépítettsége és állapota erősen szakaszos jelleget mutatott. Az utak nagy része primitív, alap nélküli kavicsolt út volt. Súlyosbította a helyzetet az állandó hidak hiánya is; a nagyobb folyókon át általában csak révátelések tették lehetővé a forgalmat.

Az ország peremvidékein — ahol az útépitéshez a kőanyag rendelkezésre állott — ha kevés számban is, voltak jó utak, mint pl. Horvátország területén a 18. század végén épített József-út és Karolina-út, valamint a 19. század első évtizedeiben épült Lujza-út, amelyek a tengeri forgalom kiszolgálására létesültek. Az ország sík vidékein, különösen az Alföldön azonban a meglévő utak sem voltak mindig használhatók, a Duna—Tisza közén pedig még a múlt század közepén sem vezetett kiépített közút.

\*Dr. CZÉRE BÉLA, 1055 Budapest, Bajcsy-Zsilinszky u. 74

Számos adat — így SZÉCHENYI éles kritikája is az 1830-ban megjelent Hitel-ben — tanúskodik a korabeli közúti közlekedés viszontagságairól. Feljegyezték pl., hogy a hadsereg szekereszei 1813-ban a magyarországi utakon naponta átlagosan mintegy 15 km-nyi utat tudtak csak megtenni. A közforgalmú személyszállítást és kisebb részben az áruszállítást abban az időben nálunk is a posta bonyolította le, — ritka járatai azonban eléggé megbízhatatlanok, s e mellett meglehetősen drágák és lassúak is voltak.

A közúti közlekedés mellett az ország közlekedésében a folyami hajózás jelentős szerepet töltött be. Egyik fő iránya Ausztria—Magyarország, a másik Erdély—Horvátország volt. Az Alföld gabonája, Máramaros sója, a kender, dohány, gyapjú és más áruk a Duna és a Tisza, illetőleg a Maros, Száva és Kulpa természetes víziútjain jutottak el rendeltetési helyükre.

A hajókat az ősi módszerrel továbbították: völgyemenetben ereszkedéssel, úsztatással, hegymenetben pedig emberekkel vagy lovakkal vontatták. Az utazás időtartama és biztonsága nagy mértékben függött az időjárástól, az évszaktól. Az elhanyagolt, szabályozatlan folyók gyakran kiöntöttek és inkább közlekedési akadályul, mint közlekedő útként szolgáltak. A vizek partjai sok helyen alig voltak hozzáférhetőek, a kiépített kikötők is hiányoztak.

A dunai hajóút jobb kihasználásának, a nemzetközi kereskedelem kiterjesztésének délen fizikai akadálya volt: a Vaskapu szirtjei jórészt elzárták a keleti országokkal az összeköttetést. A Tisza ebben az időben még teljesen szabályozatlan, a korábban megépített Béga- és Ferenc-csatorna pedig rövid idő múltán teljesen elhanyagolt állapotba került.

SZÉCHENYI, amikor a közélet porondjára lépett, ilyennek ismerte meg Magyarország közlekedését; mindez éles ellentétben állott tapasztalataival, amelyeket 1815—17-ben, majd 1822-től Európa országaiban tett utazásai során szerzett. Hiszen a 18. század végén megindult nagy út- és hídépítések alaposan átformálták az európai közúti közlekedést, az angol gyorspostakocsiknak már napi 70—80 km volt a teljesítményük. Amerika után Európa belvizein is megjelentek a gőzhajók, a lóvasutak már bevált közlekedési eszközök voltak, s a gőzmozdony is túljutott a kezdeti próbálkozások időszakán. Mindez: az ipari forradalom nyomán kibontakozó közlekedési forradalom szele azonban még alig érintette meg hazánkat.

Pedig a 19. század fordulóján a magyarországi áruforgalom is élénkülni kezdett: a háborús viszonyok közt megnőtt a kereslet a magyar mezőgazdasági termékek iránt. Ehhez járult, hogy a Napóleon-féle kontinentális zárlat miatt a keleti fűszerkereskedelem is szárazföldi útra kényszerült, — Magyarországon keresztül. Ennek nyomán a kereskedelmi tőke megerősödött, kezdetét vette a manufaktúrák, ipar üzemek alapítása, megindult a hazai ipari tőke kialakulása. A termelés és a kereskedelem növekedése viszont egyre jobban ellentétbe került a közlekedés elmaradott állapotával.

Mindezt látva és értékelve írta SZÉCHENYI a Hitel-ben: „A jó közlekedés

előfeltétele a kultúra felvirágzásának”; majd ugyancsak 1830-ban, aldunai hajóútján: „Magyarország felemelkedésére csak három eszköz van: nemzetiség, közlekedés és végre más nemzetekkel való kereskedelmi összekapcsolás...”

E felismerések szellemében, hatalmas tettvágytól sarkallva lett SZÉCHENYI a reformkorszak közlekedéspolitikájának legnagyobb hatású kezdeményezője és irányítója. Közlekedéspolitikájának, gyakorlati közlekedésfejlesztési programjának részletei az évek múlásával és a külföldi közlekedéstechnika fejlődésének megismerésével formálódtak, módosultak, váltak egyre teljesebbé. Kezdetben reformtörekvései főleg a pest-budai állandó híd építésére, a vízi közlekedés fejlesztésére irányultak, 1830-tól azonban a vasútépítés szükségességét egyre erőteljesebben említi a Hitel-ben, a Világ-ban és a Stádium-ban. A Hitel-ben még a magánvasúti vállalkozás mellett foglal állást, de a Stádium-ban már felveti az államköltségen történő vasútépítés gondolatát. E téren is találó tehát KOSSUTH híres megállapítása Széchenyről: „Ujjait a kor ütőerére tevő, és megértette lüktetéseit...” Ezméi nem az élettől visszahúzódó doktriner gondolatai voltak, hanem a gyakorlat küzdelmeinek tapasztalatain érlelt célkitűzések. „A tett az első, a szó a második... Legyünk igaz hazafiak nem annyira szájjal, mint inkább vállal”... — írta 1831-ben a Világ-ban. Ez a mély meggyőződés vezette egész életútján és gyakorlati közlekedési alkotásaiban is, amelyeknek akár csak rövid áttekintése is csodálattal töltötte és tölti el az utókor emberét.

SZÉCHENYI életművének egyik legnagyobb alkotása — és egyben talán a legkifejezőbb szimbóluma is — a Lánchíd. 1849-ben történt megnyitásáig Budát és Pestet csak egy 42 úszó egységből álló hajóhíd kötötte össze a Nagyhíd utca (jelenleg a Deák Ferenc utca) irányában, amelyen az egyébként is lassú és nehézkes forgalom télen hónapokig szünetelt. Széchenyi már 1821-ben felvetette az állandó jellegű Duna-híd megépítését, amelyet nemcsak az ország szívének fejlődése, hanem a keleti és nyugati országrészek összekapcsolása szempontjából is létfontosságúnak tartott. De csak az 1836: XXVI. törvény-cikk teremtette meg kemény közéleti küzdelmek után a híd megépítésének társadalmi-gazdasági feltételeit, így azt, hogy a hídvám megfizetése alól a nemesség nem mentesít. SZÉCHENYI fáradhatatlan szervező munkájának eredményeként a következő évben SINA bankár vezetésével megalakult a Lánchíd Rt., amely — William Tierney CLARK tervei alapján, Adam CLARK vezetésével — igen sok nehézség közepette 1840—49 közt a hidat felépítette. Méltán írta KOSSUTH 1842. augusztus 24-én, amikor a Lánchíd alapkövét letették, hogy „A híd nem hypothézis többé... ma tették le a legelső követ a polgári egyenlőségnek”. Ő javasolta, hogy a hidat Széchenyről nevezzék el, arról a férfiről, aki közel három évtizedes küzdelmei után, végül is, sohasem mehetett át a kész hídon.

A dunai gőzhajózás kialakulását a 19. század első évtizedeiben több, lényegében sikertelen próbálkozás előzte meg. Az első gyakorlati sikert a



Dunán BERNHARD Antal érte el „Carolina” nevű gőzhajójával, amelyet 1816—17-ben épített. De sem ő, sem követője, a francia St. LEON, aki a „Duna” nevű gőzhajót építette meg 1818-ban, nem tudott gazdaságilag életképes vállalkozást létrehozni. SZÉCHENYI kitartó fáradozásának, a maradiság elleni küzdelmének nagy szerepe volt abban, hogy az Első Dunagőzhajózási Társaság „Franz I.” nevű gőzhajójával 1831. február 1-én végül is megindulhatott a menetrendszerű hajózás a Dunán. Az ő kezdeményezésére építették meg 1836-ban az óbudai szigeten a társaság téli kikötőjét és javítóműhelyét, amely megvetette alapját a később nagyra fejlődött Óbudai Hajógyárnak.

SZÉCHENYI 1830-ban a „Desdemona” nevű kis evezős fahajóval végigutazott a Dunán, hogy személyes tapasztalatokat szerezzen a hajózási viszonyokról, az aldunai hajózás megteremtésének lehetőségeiről. A zuhatagi szakasz rendezését — híres vízépítő mérnökünk, VÁSÁRHELYI Pál nemzetközileg is elismerést aratott felmérése és tervei alapján — a következő években valósították meg; 1834-ben már áthaladhatott az első gőzhajó a Vaskapun. A sok küzdelemmel, csekély anyagi támogatás mellett folyt munka alapját képezte a század végén, 1896-ban megvalósult nagyszabású Alduna-szabályozásnak, amely a hajózás akadályait végleg elhárította.

1833—37 közt történt — ugyancsak VÁSÁRHELYI Pál tervei alapján — a Kazán-szorosban a korszak legnagyobb jelentőségű útépitése. Célja az volt, hogy magas vízállás mellett is lehetővé váljék a partról való hajóvontatás, illetőleg, hogy az árut szekerekre rakva is továbbítani lehessen a zuhatagi szakasz partján, ha az alacsony vízállás ezt szükségessé teszi. Kezdeményezőjéről nevezte el a hálás utókor „Széchenyi út”-nak.

Az aldunai munkák Széchenyi alapvető közlekedéspolitikai célkitűzéseit szolgálták. „Folyónk — írta — beltengerbe ömlik — mégis alkalmas a nyílt tenger elérésére. Éppen ezért kell a Dunát a Fekete-tengerig ... nyűgeitől megszabadítva hajózhatóvá tenni.”

SZÉCHENYI nevéhez fűződik a balatoni gőzhajózás megteremtése is. 1846-ban megjelent „Balatoni gőzhajózás” c. röpiratával szállt síkra azért, hogy a hajózás révén az egész Balaton környékének élete fellendüljön. Kezdeményezésére megalakult a Balatoni Gőzhajózási Társaság, amelynek első hajóját, a „Kisfaludy”-t 1846. szeptember 21-én bocsátották vízre.

Magyarországon a múlt század harmincas éveiben fordult a közvélemény nagyobb érdeklődéssel a vasútügy kérdései felé, amikor az 1830-ban megnyílt Liverpool—Manchesteri Vasút végleg bebizonyította már a gőzüzem fölényét.

Ezt megelőzően a vasút gondolatának kevés előzménye volt hazánkban. Az első gyakorlati próbálkozás az 1827-ben megnyílt és háromnegyed év után műszaki és gazdasági okokból megbukott pest-kőbányai lóvontatású ún. „lebegő vasút” volt, amely a későbbi függővasutak kezdetleges őskének tekinthető. Balsikerének minden bizonnyal szerepe volt abban, hogy ezt követően hazánkban 12 évig kellett az első és egyetlen távolsági közforgalmú konvencio-

nális lóvasút, a pozsony—nagyszombati lóvasút első szakaszának megnyitására várni. Jellemző, hogy ennek a 49,5 km hosszú volnálnak kiépítése 9 évig tartott és 1846-ra lett készen, abban az évben, amikor már az első gőzüzemű vasút, a pest—váci vasút is megnyílt hazánkban.

A pest—kőbányai lebegővasút bukása után SZÉCHENYI, aki a részvényjegyzők közé tartozott, ezt írta: „... a próba, ha nem sikerül is, nem árt, de én azt hiszem, ha sokat próbálgatunk, mi nem sikerül, az többé nem lesz próba, hanem lesz tétova; ez pedig már árt, útját vágja a helyes vállalatnak is”...

A hazai tőkeszegénység és maradiság légkörében a kudarctól való félelme, a kipróbált, legfejlettebb külföldi megoldásokhoz, a tőkeerős vállalkozókhoz való ragaszkodása vezette nyilvánvalóan SZÉCHENYIT a jobb és balparti vasút híressé vált vitájában is, amikor az osztrák Sina-pénzcsoport Duna-jobbparti tervét támogatta, szemben a SZITÁNYI ULLMANN Móric által vezetett Magyar Középponti Vasút Duna-balparti tervével. A Pest-Budát Béccsel összekötő vonal építésének engedélyét az országgyűlés többségének támogatásával végül a magyar tőkés csoport kapta meg, amiben szerepe volt az 1840—41. évi pénzügyi válságnak és SINA visszalépésének a magyarországi vasútépítésektől.

Személyes alulmaradása az első gőzüzemű vasút vonalvezetése ügyében azonban nem csökkentette SZÉCHENYI érdeklődését a vasút iránt, még kevésbé meggyőződését a kor e hatalmas jelentőségű technikai vívmányának jövőjéről. De megerősítette azt a felfogását, hogy az ország közlekedésének fejlesztéséhez egységes tervre és egységes irányításra van szükség.

Amikor 1845-ben az osztrák kormány elhatározta, hogy a Helytartótanácsban közlekedési bizottságot létesít, ennek vezetésére SZÉCHENYIT kérték fel. Ő — noha népszerűsége a kormányhivatal elfogadásával a reformellenzék körében sokat csökken — vállalta a megbízást, így remélve közlekedéspolitikai elgondolásainak könnyebb megvalósítását.

Legsürgősebb feladatának ekkor a Tisza szabályozását tekintette. 1845-ben VÁSÁRHELYI Pál már elkészült a részletes tervekkel, amelyek a külföldi szakkörök csodálatát is kiérdemelték. SZÉCHENYI az árvédelmi munkákon túl a tiszai gőzhajózás megteremtését is célul tűzte ki. VÁSÁRHELYI 1846-ban bekövetkezett hirtelen halála ellenére 1848 elején már arról számolhatott be, hogy „a megmentett ártér harmadfél millió holdat meghalad”. A Tisza-szabályozás Európában páratlan méretű munkája: két és fél millió hektár ármentesítése a későbbiekben a Széchenyi által kijelölt úton valósult meg.

Az 1840-es években már igen sok, egymástól független vasútépítési terv és más közlekedésfejlesztési elgondolás merült fel az országban. SZÉCHENYI új pozíciójában világosan látta, hogy a közlekedés céltudatos fejlesztése érdekében egységes koncepcióra van szükség. Ezért munkatársaival — többek közt KOVÁCS Lajossal és CLARK Ádámmal — hozzáfogott az egész magyar közlekedésügy fejlesztésére irányuló program kidolgozásához. A munka 1848-ban

jelent meg „Javaslat a magyar közlekedésügy rendezéséről” címmel és nemzetközi mértékkel mérve is a korszak egyik legnagyobb hatású és legmagasabb színvonalú közlekedéspolitikai tanulmányának bizonyult: summázata SZÉCHENYI sok évtizedes tanulmányainak, gyakorlati közlekedésfejlesztési tapasztalatainak, tartalmazva kora szinte minden, a közlekedéspolitika terén felszínre került haladó elvét és gondolatát.

A „Javaslat” szerves rendszerbe foglalta az ország teljes közlekedési hálózatát, a kiépítendő vasútvonalakat éppúgy, mint a közúthálózat és a víziúthálózat fejlesztését. Mai terminológiával azt mondhatnánk, hogy SZÉCHENYI komplex közlekedésfejlesztési tervet tárt az ország közvéleménye elé és művének ez a komplexitása magyarázza elsősorban nagy sikerét, messze kisugárzó hatását az utókorra.

A „Javaslat” kitűnik alaposágával is: az elvi fejezetek mellett részletes gazdasági számításokat is bemutatva elemzi a javasolt közlekedő utak várható társadalmi-gazdasági hatásait.

A „Javaslat” célját SZÉCHENYI igen határozottan megvilágítja, amikor elvként szögezi le, hogy „ezenkívül semminemű közlekedési eszközt, amely közhasználatra szolgálendő — legyen az vaspálya, vízpítmény a folyókon, csatorna vagy kőút — kiállítani ne lehessen az ország által e célra föllállított hatóság tudta s beleszólása nélkül”. Kimondja, hogy a fő vasútvonalak vezetését nem lehet „vállalkozók önkényére bízni”, mert „... ettől függ a vasutak használhatósága terményeinkre nézve”.

Hangsúlyozza, hogy a közlekedésnek ipart és kereskedelmet teremtő ereje van, de a hazai közlekedésnek az ország természetes adottságaihoz, tehát nagy mértékben a mezőgazdaság érdekeihez kell igazodnia. Külföldön kezdetben a vasutak fő jövedelmi forrásának a személyforgalmat tekintették; SZÉCHENYI azonban felismerte, hogy a vasutak fő tevékenysége, igazi bevételi forrása az áruforgalom lesz. Ebből vonta le azt a fontos következtetést, hogy a vonalak kiépítésénél minden felesleges kerülőt mellőzni kell, minthogy az növeli a szállítási távolságot és költséget.

Bírálja a „Javaslat” a kamatbiztosítással támogatott, magántőkével történő vasútépités rendszerét és teljesen az államköltségen történő vasútépités elvére helyezkedik. Az államvasúti rendszert — mint a legolcsóbb szállítást biztosító rendszert — azért is döntően fontosnak tartja, mert „előre biztosan nem lehet tudni, minő érdekeket érint, alakulásokat teremt nálunk a vasúrendszer, s míg ez kifejlenék, mindenesetre szükséges, hogy az ország teljesen megóvja intézkedési jogát minden idegen befolyástól”...

Ezzel szoros összefüggésben — helyesen és előrelátóan felismerve a tarifapolitika nagy gazdasági jelentőségét — határozottan állást foglal a díj-szabások állami szabályozásának elve mellett.

Ami az egyes közlekedési ágazatokat illeti, a „Javaslat” a vasútnak szánja a fő szerepet, mert „a közlekedési eszközök között a vaspálya a leg-

célszerűbb arra, hogy a nemzeti kereskedelem tökéletesítésének alapjául tétessék”...

A közlekedési hálózat kiépítésének sarkalatos alapelve, hogy közép-pontja Buda-Pest, az ország fővárosa és egyben egyetlen nagy ipari és kereskedelmi központja. Széchenyi terve szerint a fő vonalaknak a fővárosból sugarasan kell kiindulni és szétágazni az egész országban úgy, hogy „azok hazánkat világkapcsolatba juttassák és a jótétéményt lehetőleg az egész országra árásszák”. Ez felelt meg egyébként SZÉCHENYI nemzetiségi politikájának is, mert ily módon kívánta a nemzetiségi területeket az ország fővárosához kapcsolni.

A „Javaslat”-ban szereplő vasúthálózati terv összesen 12 vonal: 4 fővonal, 4 mellékvonal és 4 szárnyvonal kiépítését tartalmazza, figyelembe véve a már kiépült vonalszakaszokat is. Ily módon összesen 1884 km hosszúságú vasútvonal kiépítését javasolja.

A 4 fővonal, Buda-Pestről kiindulva a következő:

1. a Duna bal partján, Pozsonyon át az osztrák „Nordbahn”-ig,
2. Székesfehérváron át a Balaton déli partján, Károlyvároson keresztül Fiuméig,
3. Szolnokon át Aradig (a jövőben kapcsolat Erdélyen át kelet felé),
4. Miskolcon át Kassáig (a jövőben kapcsolat Galícia felé).

A 4 mellékvonal a fővonalakból ágazik ki, és pedíg a pest—aradi fővonalból a szolnok—debrecen—szatmárnémeti vonal, valamint a cegléd—kecskemét—szegedi vonal. A másik két mellékvonal a fiumei fővonallal biztosítaná az összeköttetést, egyfelől Sopronból Vas és Zala megyén át, másfelől Mohácsról Pécsen át. Utóbbi valósítaná meg a folyami szállítás kapcsolatát a vasúthoz, oly módon, hogy az áruk a dunai víziútról Mohácson átrakva vasúton jutnának el a tengeri kikötőhöz.

A 4 szárnyvonal egyes nagyobb városokat kívánt a fővonalak forgalmába bekapcsolni (Arad—Temesvár; Debrecen—Nagyvárad; Miskolc—Tokaj, Szeged—Szabadka).

Ami SZÉCHENYI közúthálózati programját illeti, ennek fő elvei a következők voltak. Közút épüljön:

1. a hegyvidékeken, ahol a kőanyag rendelkezésre áll és a rövidtávú szállítását is figyelembe véve az útépités olcsóbb, mint a vasútépités;
2. olyan helyeken, ahol valamilyen oknál fogva nem épül vasút;
3. ahol a közutak a vasútállomások megközelítése végett szükségesek;
4. az Alföldön csak ott, ahol az útépités már multhatatlanul szükséges, valamint a vasútállomások elérése végett;
5. ahol a rendelkezésre álló közmunka mennyisége azt indokolja.

Az utak vonalvezetését, a hálózat kialakítását illetően szükségesnek tartja, hogy az elsőrendű, ún. sugárutakhoz (vasutak, közutak) a másod- és harmadrendű utak kiegészítő utakként csatlakozzanak, és hogy a természetlenebb

hegyvidékek kapcsolatba kerüljenek a termékenyebb völgyvidékekkel. A centrális, fővárosi központú közlekedési hálózat elvének felel meg az az elgondolása, hogy a felvidéki közutak dél felé, a dunántúliak a Duna felé, a délvidékiek pedig az Alföld felé irányuljanak.

A „Javaslat” a fenti elvek alapján 3962 km elsőrendű út (ún. sugárút), 1601 km másodrendű út (ún. keresztút) és 429 km harmadrendű út (ún. szárnyút), összesen 5992 km hosszú közút építését tartalmazó programot dolgozott ki.

A vízi közlekedés fejlesztése érdekében a „Javaslat” elsősorban a természetes víziutak fejlesztését, szabályozását, a hajózás rendészeti kérdéseit tartja döntő feladatnak, míg a csatornák építésének — okulva a külföldi tapasztalatokon, a vasút megjelenése okozta változásokon — hazai viszonyaink közt kisebb jelentőséget tulajdonít. Ennek megfelelően a főbb tennivalókat a következőkben irányozza elő:

1. a Duna szabályozásának minden erővel való folytatását;
2. a Tisza szabályozását, medrének hajózhatóvá tételét, a hajózó út megrövidítését;
3. a Tisza mellékfolyóinak rendezését (a Szamos és a Maros már hajózható volt, a Bodrog és a Körös pedig csak tutajjal volt járható);
4. A Dráva hajózhatóvá tételét Ó-Légrádig (addig a pontig, ahol a fiumei vasútvonalat érinti);
5. a Vág, Garam, Rába, Lajta, Répce és más kisebb folyók felmérését és tervek készítését a hajózás előmozdítására;
6. a Balatont a Dunával összekötő Sió-csatorna rendezését és hajózhatóvá tételét.

Fontos indítványokat tesz SZÉCHENYI a fentiekben felül egy hajózási törvény megalkotására, a hajózó utak kisajátítására, állandó műszaki szolgálat létrehozására, amely a hajózó utak felügyeletét, a hajózás akadályainak elhárítását, a folyók medrének tisztítását stb. biztosítja.

A Javaslat lényegét SZÉCHENYI mint az első felelős magyar kormány közmunka- és közlekedésügyi minisztere az 1848. évi országgyűlésen rövid törvényjavaslat formájában terjesztette elő, amely azt XXX. törvénycikként törvényerőre emelte és a szükséges költségeket is megszavazta. De a nagyszabású terv realizálását akkor a szabadságharc és az azt követő események megakadályozták.

SZÉCHENYI közlekedési életműve azonban nagy hatást tett az utókorra, eszméi később, a történelmi és gazdasági viszonyok lényeges változásai közepe is tovább éltek, s befolyásolták a magyar közlekedés fejlődését.

Így a centrális hálózat kialakítás koncepciója az egyik olyan eszme, amelynek nagy hatása volt a magyar vasúthálózat későbbi kiépítésére, fővárosunk rohamos fejlődésére, világvárossá alakulására. SZÉCHENYI idejében, a Monarchia viszonyai között és a magyar nemzeti törekvések tükrében ez a



koncepció teljesen egyértelmű volt és történelmileg messzemenően érthető. Hiszen már az 1825—27. évi országgyűlési bizottság javaslatában, majd az 1836: XXV. t.c. csaknem azonos hálózati programjában is a 12, illetve 13 fővonal közül 7-nek a fővárosból kell kiindulnia. Ezzel szemben SZÉCHENYI Javaslatára, nagyon reálisan, csak 4 fővonalat tartalmazott; ennek ellenére a mellék- és szárnyvonallakkal együtt 29 megyét, 3 kerületet, s ezen belül 30 várost érintett volna. Már az 1848: XXX. t.c. a fővonalak számát 6-ra emelte, az utókor pedig a centrális hálózati elgondolást még inkább eltűzve, illetőleg egyoldalúan valósította meg.

Magyarország történelmileg kialakult 22 vasúti fővonala közül ma 8 közvetlenül, 9 pedig közvetve a fővárosból indul ki, s a sugárirányú fővonalak között csak 5 transzverzális fővonal létesít összeköttetést. Ezzel a magyar vasúthálózat egyedülállóan centralizált lett Európában.

Ha az utókor a tényleg kiépült egyetlen gyűrű mellett a második gyűrűs vonalrendszert is megvalósította volna — aminek gondolata már az első világháború előtt felmerült — akkor hazánk vasúti hálózatának geometriája az ún. pókhálórendszer alakját vette volna fel, amely a korszerű hálózatelmélet tanúsága szerint ugyan beruházási szempontból az egyik legköltségesebb, de a közlekedés lebonyolítása szempontjából az egyik leghatékonyabb forma.

SZÉCHENYINEK — KOSSUTHAL együtt — másik fontos eszméje az államvasúti rendszer és ehhez kapcsolódva a tarifák állami szabályozásának elve. Ismeretes, hogy az abszolutizmus idején osztrák államhatalmi érdekekből néhány évre megvalósított államvasúti rendszert rövidesen felváltotta a magánvasúti rendszer. De a kiegyezés után közvetlenül, 1868-ban már megalakult a Magyar Államvasutak és rövidesen kezdetét vette a magánvasutak államosítása. SZÉCHENYI előrelátását a magánvasutakkal kapcsolatos problémákról a hazai vasúttörténet eseményei messzemenően igazolták. Ezért a magánvasutak államosítása a dualizmus korában nemzeti ügyé vált, amelyet BAROSS GÁBOR, a „vasminiszter” juttatott el a csaknem teljes megvalósulásig, amikor 1891-ben az Osztrák Államvaspálya Társaság, a legnagyobb magyarországi magánvasút vonalait is államosította.

SZÉCHENYI közlekedéspolitikájának talán legnagyobb hatású, máig is erőteljesen ható eszmei öröksége azonban a közlekedés nagy nemzetgazdasági, társadalmi jelentőségének mély felismerése, ennek kapcsán az egységes közlekedési rendszer gondolata, ezen belül pedig az egyes közlekedési ágazatok összehangolt, műszaki és gazdasági alkalmasságuk szerinti fejlesztése. SZÉCHENYI kora óta a közlekedés technikai eszközei és lehetőségei megsokszorozódtak, egymáshoz viszonyított hatékonyságuk is változott — és a tudományos-technikai fejlődéssel a jövőben is változni fog — de az alapeszme: a közlekedés egysége, optimális belső struktúrája talán sohasem volt olyan alapvető követelmény, mint napjainkban, a szocialista tervgazdaság korszakában. Ezért idézte CSANÁDI György akadémikus, akkori közlekedés- és postaügyi minisz-

terünk a közlekedéspolitikai koncepció 1968. évi parlamenti tárgyalásán a nagy előd, Magyarország első nagy közlekedéspolitikusa emlékét és életművének máig is ható alapelveit.

SZÉCHENYI közlekedési életművének szellemi hagyatéka azonban napjainkban arra is kötelez, hogy ne csak a közlekedéspolitika, a közlekedésfejlesztés gyakorlatában, hanem a tudományban is levonjuk a komplex szemlélet tanulságait. Ez egyfelől azt kívánja, hogy a közlekedési ágazatok parciális tudományos problémái mellett a közlekedés egészének problematikáját is műveljük, a közlekedés műszaki tudományos alapjai mellett annak társadalomtudományi, gazdaságtudományi és más elemeit is integráljuk a modern, napjainkban világszerte kibontakozó komplex közlekedéstudományokban. Úgy véljük — sok jeles közlekedéstudományi eredményünk mellett is — még van fejleszteni valónk tudománypolitikánknak ezen a területén.

A SZÉCHENYI személye körüli évszázados vita napjainkban jut nyugvópontra. A szocialista Magyarország történettudománya méltó helyet jelöl ki számára nemzetünk történetében. Régi adósságot törlesztettünk tehát, amikor Nagycenken újjáépítettük a SZÉCHENYI család ősi kastélyát és benne 1973-ban létrehoztuk a Széchenyi István Emlékmúzeumot, amely egész életútjának keretében kiemelten mutatja meg a késői utókornak SZÉCHENYIT, a nagy építőmestert, a magyar közlekedéspolitika megalapozóját. Ma évente mintegy másfélszázezer látogató ismerheti meg itt eszméit és gyakorlati alkotó munkáját, amellyel előbbre vitte hazánk fejlődését, polgári átalakulását és ragyogó példát mutatott a hazaszeretetből, az önzetlen, áldozatos munkából a késői generációknak.

SZÉCHENYI István hatalmas életművére, Akadémiánk alapításának 150. évében, mélységes tisztelettel és csodálattal emlékeznek kezdeményezéseinek mai folytatói.

\*

# SZÉCHENYI TUDOMÁNYFEJLESZTÉSI KONCEPCIÓJÁNAK HATÁSA A KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYOK FEJLŐDÉSÉRE

TURÁNYI ISTVÁN  
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

A közlekedéstudomány — mint minden más tudomány — a többi, különösen a természettudományokkal együtt fejlődik. Integratív jellegénél fogva azonban szoros a kapcsolata a társadalomtudományokkal, főleg a gazdaságtannal, a szociológiával és az embertudományokkal is. Azonban nemcsak a vizsgálódásunk tárgyát jelentő kort megelőző időkben, de a különválás után és napjainkban is, sokszor nehéz elkülöníteni a közlekedéstudomány fejlődését a kapcsolódó többi tudományokétól, főleg pedig a műszaki tudományok többi ágaitól.

A természettudományok minden új felfedezése hamarosan jelentkezett a műszaki, s így a közlekedéstudományok terén; viszont a technika, s ennek keretében a közlekedés fejlődése napról napra újabb és nehezebb problémák megoldására serkentette a természet- és társadalomtudományokat egyaránt.

A közlekedés és vele együtt a közlekedéstudományok története az emberi haladás, a tudomány és a technika fejlődésének egyik legérdekesebb fejezete. Mögötte ott húzódik az egész emberiség küzdelme a természet megismeréséért, legyőzéséért, a szebb és jobb életért. Nem választható el a közlekedéstudományok története az ember termelő munkájától, a társadalom fejlődésétől, az életszínvonal és -mód javulásától sem.

Korunkban, éppen az elmúlt 150 év fejlődésének eredményeként, hallatlanul megrövidült az az idő, amely valamely távolság megtételére szükséges.

A modern élet parancsa a gyorsaság. Minden nagyobb fejlődési fok egyben rendszerint a közlekedés legfőbb paraméterének a sebességnek növekedését is eredményezte.

Minél nagyobb tömegeket, minél gyorsabban mozgatunk, annál több az energia ráfordítás, annál nagyobb a szükséges kinetikai energia. Ezt az energiát a közlekedés minden energiahordozó felhasználásával, motorok útján veszi igénybe. Innen már kézenfekvő a következtetés, hogy *a közlekedés lelke a motor és legforradalmibb eleme a jármű.*

A közlekedés nagy felfedezései nem véletlenül születtek és többnyire nem is egy-egy zseniális feltaláló jóvoltából. Például a gőzvontatásra is akkor gondoltak, amikor a tömeges szállítások már megkövetelték a nagy teljesítő-

képességű szárazföldi közlekedési eszközt is. De kellett ehhez az is, hogy a gőzgépet, a kötőpályás járművet és pályát, a szabályozást és mégegy sereg technikai eszközt felfedezzenek, megalkossanak, s legyenek emberi agyak, amelyek mindezt egyetlen rendszerbe összekombinálják.

*Vizsgált korszakunk kezdete* az ipari forradalom korára esik, amely oka, de egyben következménye is a közlekedés forradalmának: a korszerű közlekedés kialakulásának.

Még ismeretlen volt az 1842-ben deklarálendő energia megmaradás elve; a mechanikai hőelmélet alapjait CARNOT 1828-ban, MAYER Róbert 1842-ben publikálta. GAUSS és WEBER 1833-ban mutatták be az első táviratozást, az elektrotechnika még csak gyermekcipőben járt. WATT 1769-ben szabadalmaztatott gőzgépe egyfelől az első ipari forradalom, másfelől a vasúthálózat kialakításának megindítója.

*A tengereken* a vitorlás flották aranykora zajlik, de közeledik a végéhez. Már megjelentek a gőzhajók. A *folyókon* a parti vontatás és az evezés uralkodott. Hazánkban ilyen módszerek mellett a Duna volt a fő forgalmi útőér. A forradalmat itt is a gőzgép váltotta ki.

A Dunán az első kísérlet BERNHARD Antal Carolinájához fűződik 1817-ben. A Balatonon az első gőzhajó, a *Kisfaludi* csak 1846-ban tette meg első útját. A belvízi hajózás fejlesztését hamarosan lelassította a vasút előretörése.

*A vasút* volt az igazi forradalmi tényező e korban, a sínpálya és a gőzgép egy rendszerbe foglalása révén.

*A sínpálya* viszonylag egyszerű szerkezetűnek látszik és bár passzív szereplője e házasságnak, semmivel sem kisebb jelentőségű részrendszer, mint a gőzgép, általában a jármű. Korunk kísérletei igazolták, hogy kb. 500 km/ó sebességig a sín biztonságosan teljesíteni tudja mindkét feladatát.

A vaspálya emberi és lőüzemben Európában kb. egy évszázaddal megelőzte a gőzmozdonyt. Tehát funkcióinak jó teljesítése céljából már számottevő fejlődés állt mögötte, olyan fejlődés, amely alkalmassá tette a házasságkötésre.

*A gőzmozdony ősei* az 1770-től a közutakon mozgó „gőzkocsik”. Amint ezek TREWITHIK gondolatából (1803—1804) és STEPHENSON által (1814-ben) realizáltak a sínpályára kerültek, közúti szerepük teljesen megszűnt. Egy új erőgépnak és újfajta pályának kellett megszületni ahhoz, hogy a közúti közlekedési rendszer sikeresen versenyre kelhessen a vasúttal.

*A közúti közforgalmú közlekedésben* Akadémiánk születésének korszakát hazánkban a társzekér, a posta-szekér, a gyors-posta, az egyénit pedig a szekér és a kocsi jellemezték.

Utakról alig lehet beszélni (amint ezt SZÉCHENYI művében oly szemléletesen leírta).

*Ilyen előzmények (környezet) mellett* kell szemügyre vennünk az elmúlt 150 év közlekedésének fejlődését (és azt, hogy ebben hogy alakult a helyzet

nálunk, s mennyiben és hogyan segítette elő ezt SZÉCHENYI koncepciójából kiindulva a Magyar Tudományos Akadémia).

Jelen tanulmány csak a szoros értelemben vett *műszaki* közlekedési tudományterületeket öleli fel, s még ezek körében is csak helyenként utal *a műtárgyakkal foglalkozó tudományokra*. Nem érinti a közlekedéstudományok körébe tartozó olyan tudományokat, mint a közlekedésgazdaságtan, a közlekedéspolitikai, a közlekedési földrajz stb.

*A XIX. század* mint a természettudományok forradalmasodásának korszaka, 1825-ben másféle akadémiát igényelt volna már, mint aminőt épp a „nemzeti tudományok” terén elmaradott hazánk megvalósítani tudott.

A természettudományok hazai fejlődése még nem jutott el olyan fokra, hogy szerepük jelentőssé válhatott volna az Akadémián.

Még nem jelentek meg azok a találmányok hazánkban, amelyek 1850 után egy új technikai civilizációt hoznak majd létre.

SZÉCHENYI utazásai során lenyűgözte a nyugati haladás látványa és ennek hatása alatt borúlátóan ítélte meg akkori állapotában a magyarországi technikai bázist. Ezért úgy vélte csak külföldi szakemberek, technológia és gyártmányok behozatalával oldhatók meg (legalábbis egyelőre) a sürgősen létrehozandó műszaki alkotások. *A jövő érdekében* viszont sürgette a Műegyetem létesítését. Nyilatkozatai s még inkább konkrét döntései és tervei tanúsítják, hogy e tekintetben azonban „hosszan elhúzódó, gyümölcseit csak a messzi jövőben meghozó” fejlődésre számított.

Véleménye azonban világos. 1842. évi akadémiai megnyitó beszédében mondja: „a természettudományok kifejtéséből és a polgári életre alkalmazásából hármlik legtöbb műveltség, tudomány és valódi erő a népekre.”

Az akkor a világszínvonalon állóan korszerűnek mondható Akadémia koncepcióját SZÉCHENYI nem képviselhette.

SZÉCHENYI számára elsőrendű fontosságú kérdés volt, hogy terveiben támaszkodhat-e a hazai műszaki tudomány, illetőleg gyakorlat eredményeire és szakembereire. Végeredményben ez szabta meg azt is, hogy SZÉCHENYI e tudományterületek művelésében az alakuló Akadémiának milyen szerepet szánt.

SZÉCHENYI fejlesztési koncepciója két ágú, ami az adott körülményekkel kellően magyarázható:

- kimondva és meghirdetve a nyelvi, irodalmi központú Akadémia,
- tettekben és intézkedésekben a technika sürgős fejlesztése, a szakemberképzés megindítása.

*A vízépítész mérnökök szerepe* SZÉCHENYI világos helyzetmegítélését bizonyítja. Az akkori magyar műszaki tudományok egész területéről tudásban és létszámban is, messze kiemelkedő vízépítész mérnököknek (akiknek volt színvonalas oktatási intézményük) az Akadémia publikációs és vitatkozási fórumot nyújtott, s ezt gyakran igénybe is vették. Ebben az időszakban



(a fentiek után érhetően) VÁSÁRHELYI Pálon kívül BESZÉDES József, GYÖRY Sándor, GÁTY István és FEST Vilmos vízépítész mérnökök kerültek be az Akadémiára.

*A közlekedés fejlesztése* SZÉCHENYI modernizáló tervei közt első helyen állt, nagyszabású közlekedési koncepciója, a mai napig is ható „Javaslat” nemcsak a vasúti rendszert, hanem a köz- és víziutakét is felöleli, egységes rendszerbe fogja össze, ha a főszerepet akkor a vasútnak szánta is.

A megalakult Akadémián BESZÉDES József volt az, aki 1840-től leginkább bekapcsolódott a vasútépítésbe. GYÖRY Sándor viszont sokoldalú tevékenysége keretében „A közlekedés rendszeréről” címen 1835-ben jelentetett meg publikációt.

*A közúti problémák*, amelyek amúgy is háttérbe szorultak, ebben a korban kevésbé kaptak hangot. Két polihisztor közgazdász akadémikus: BALLA Károly: Pest vármegye országutairól és UDVARDY CHERNA János: Az utakról értekezett. A közutak későbbi szakembere FEST Vilmos ekkor még inkább csak a híd-problémák iránt érdeklődött.

A természettudomány és a technika azonban világszerte és hazánkban is, egyre népszerűbbé és művelhetőbbé válik. E folyamat hatása alól az Akadémia sem vonhatta ki magát. Mindig voltak olyan akadémikusok, akik helyesen értették meg SZÉCHENYI koncepcióját, s alkalmazták a változó körülményekhez a megnyíló feltételekhez.

GYÖRY Sándor és VÖRÖSMARTY közösen ajánlja 1835-ben VÁSÁRHELYI Pált.

DESSEFFY Emil programja a mezőgazdaság és közlekedés fejlesztését hangsúlyozza.

VÁLLAS Antal már 1844-ben javasolja, hogy „A magyar tudós társaság nem szépirodalmi, hanem tudományos intézet” legyen.

BALÁSHÁZY János terve: a természettudományokat érdemlegesen karolják fel. A Természettudományi Osztályba több tagot vegyenek fel; nagyobb gondot fordítsanak a külföldi szakirodalomra és fejlesszék a szaktudományt is.

Külön munkát kívánnak kiadni „az ipari legnevezetesebb és hatalmasb segédeszközeinek, a gőzmachináknak, gőzhajóknak, gőzszekereknek, vasutaknak, csatornáknak, vízszabályozásoknak, hidaknak és gátaknak leírására”.

Az első műszaki pályázatot 1832-ben írták ki.

Az évkönyvek közölték ugyan a természettudós tagok értekezéseit, de maga az Akadémia egyelőre nem vált ezek tudományos fórumává.

A vasút- és a hídépítéshez kapcsolódó cikkeknek, javaslatoknak csak csekélyebb része került publikálásra akadémiai kiadványokban.

*Az 1850–60-as évek* magyar eszmei mozgalmainak irányát bizonyos mértékben megszabta, hogy a természettudományok új eredményei közül ekkor váltak szélesebb körűen ismertekké a termodinamikai törvények, az energia, illetőleg az anyag megmaradásának az elve. Ebben a korban az Akadé-

mia fölismerte feladatát a műszaki tudományok terén is. Kibontakozott (főleg Eötvös József hatására) *a korszerű Akadémia koncepciója*.

A műszaki tudományok akadémiai rangra emelésére méltán tarthattak igényt, mert nagyban ezeken múltott az ország fejlődése.

SZONTÁGH Gusztáv és NENDTVICH Károly tettek nagy szolgálatot az ügynek azzal, hogy a műszaki tudományok polgárosodási és nemzeti fontosságát tudatosították. A kérdés realizálási oldalát nézve azonban TOLDYNak igaza volt. Az ő koncepciója a következőkben foglalható össze: A műszaki tudományok fejlesztésére oktatási bázisokat kell létrehozni, s az Akadémia nem hozhatja létre, hanem csak felkarolhatja és összefoghatja ezeket a tudományokat.

A tudományoknak nem „központosúlniok” kell az Akadémiára, hanem az országban szerte terjedniök.

E korszak nagyarányú és új típusú műszaki létesítményei *a vasutak* még mindig nagy részt külföldi tőkével, gyártmányokkal és mérnöki gárdával készültek. Nagyra kell értékelni azonban a kor hazai műszaki oktatását, amely a mostoha viszonyok között is, egy tudományosan jól képzett, gyakorlati érzékkel is beoltott mérnök-gárdát nevelt az 1867 utáni nagy feladatok magas színvonalú megoldására, s akik 1867-ben már megalapították a *Mérnök Egyletet* is.

HOLLÁN Ernő mérnök közlekedéspolitikai tevékenységéért lett 1858-ban levelező tag, majd 1861-ben rendes tag, először: Magyarország vasúthálózatának rendszere című 1856-ban megjelent munkájában az abszolutista bécsi kormányzat SZÉCHENYI koncepciójával való szembehelyezkedését leleplezve, megerősítette, s bizonyos értelemben továbbfejlesztette a Pest-Buda centrumú rendszert.

HOLLÁN az Akadémia Értesítőjében két alkalommal is kifejtette álláspontját.

HUNFALVY János ugyanezen a véleményen volt. Ennek a kérdésnek szentelte székfoglaló előadását, amelyben a vasúti vonalak és a vízi utak egymásra hangolása mellett tört lándzsát.

REITTER (TEMESI) János is inkább a folyamhajózással kapcsolatos tevékenységeiért kapott levelező tagságot.

FEST Vilmos ebben a korszakban az elhanyagolt közút fejlesztésre hívta fel a figyelmet 1859-ben megjelent publikációjában és 3-kötetes főművében is. Ezért választották 1871-ben levelező taggá.

GANZ Ábrahám volt — a sok feltaláló mellett — egyik aki a kéregöntésű vasúti kerekekkel nemzetközileg is elismert (főleg üzleti) sikereket ért el.

Mindez azt bizonyítja, hogy az abszolutizmus kora a műszaki tudományok terén nem múlt el eredménytelenül, alapozta a későbbi fellendülést.

*A kiegyezés és az első világháború vége közötti időszakon belül az első két*

évtized az Akadémia alkotó és célját tisztázó korszaka volt. Az 1868 tavaszán publikált alapszabály-tervezet szerint az Akadémiának:

- a tudomány *minden ágát* kutatási körébe kellett vonnia,
- önálló fejlődésüket kellett biztosítani, és
- főként az ország gazdasági életének, iparának és mezőgazdaságának a *fejlődését közvetlenül szolgáló* tudományok szerepét kellett növelnie.

A természet- és műszaki tudományok képviselői jelentik ezekben az évtizedekben azt a színvonalat, amely az intézmény rangját fenntartja. Ezt a szempontot igyekezett érvényesíteni már TREFORT Ágoston is.

A vázolt fejlődés realizálásaként került első ízben a természettudományokat képviselő fizikus STOCZEK József a másodelnöki székbe.

A korszak (fél évszázad) a műszaki lemaradás felszámolásának korszaka volt. A nagy alkotásokhoz már méltó mérnöki gárda nevelkedett fel, amely képes volt kiépíteni a tökéletes gazdálkodás számára nélkülözhetetlen infrastruktúrát, elsősorban a *vasúthálózatot*. A korszak itthon és Európában is a vasút teljes diadala kibontakozásának korszaka volt. Ez a diadalút nemcsak valamennyi kontinens vasúti hálózatát alkotta meg, hanem minden technikai alrendszerének, elemének és üzemeltetésének hatalmas fejlesztését is megoldotta. Ez a fejlődés hasznosította és gerjesztette is, ama alaptudományi, műszaki tudományi kutatásokat, találmányokat, eredményeket, amelyek egyébként is jellemezték e korszakot (energiahasznosítási fok növelése, anyagok fejlesztése, technológiák, gépek fejlesztése, híradás- és biztonságtechnika kibontakoztatása stb.).

Az Akadémia fő figyelmét az alaptudományok művelésére fordította. Tudománynak általában csak az elméletet tekintették, az alkalmazást viszont mesterségnek. Ritkák voltak a műszaki tárgyú pályatételek, s még ritkébbak a pályamunkák, ami az Akadémia iránti közönyre mutat.

Hangzottak azonban el más vélemények is. WARTHA Vince akadémiai másodelnök szerint: „Ma a technikai tudományok korszakában élünk és annak jelszava a gyors és praktikus cél felé való törekvés.” Mint mondta: „Meg vagyok győződve, hogy a technikai tudomány Akadémiánk körében meghonosítottván, fölébreszti a nagy-közönség figyelmét és ezáltal egy már lazulófélben levő kapcsolat meg fog erősíttetni.”

Műszaki értelmiségünk tudományos képzettségének és elmélyülésének következtében növekedett az elégedetlenség amiatt, hogy ezt az Akadémia nem akarta tudomásul venni és elismerni.

A műszakiak agitációja nem volt teljesen sikertelen. LIPTHAY, majd a hozzácsatlakozó WARTHA már EÖTVÖS elnöksége alatt valamelyest fordulatot tudott kiharcolni a műszaki tudományok, sőt a műszaki alkotások akadémiai megbecsülésében. Több műszaki eredményt jutalmaztak, s így adtak akadémiai elismerést azoknak, akik nem válhattak az Akadémia tagjaivá.

ILOSVAJ Lajos másodelnöki beszédében határozottan elutasította a „természeti és technikai tudományok” közötti elvi különbségtételt.

Míg korábban egész sor gyakorló mérnök lett akadémikus 1871—1918 között szinte kizárólag csak műegyetemi tanárok közül választották az Akadémia tagjait. Nem sorolom fel azokat, akik sajátosan a *hidépítés* terén alkottak nagyokat és sokat, de utalni kell rá, hogy nem jutott be az akadémikusok sorába a vasbeton szerkezeteket meghonosító ZIELINSKI Szilárd. A már említett LIPTHAY Sándor főleg a vasútépítéstan területét művelte, de számos más különösen vasúti üzemgazdaságtani területen is tevékenykedett. A korszak másik nagy közlekedési szakembere HOLLÁN Ernő, aki miniszterével MIKÓ Imrével SZÉCHENYI koncepciójához híven újból körvonalazta a magyar közlekedés politikát.

A vízügyet KENESSEY Albert képviselte.

TOLNAY Lajos és LUDWIGH Gyula a vasúthálózat kiépítésében és üzemének megoldásában alkottak nagyot. Ők azonban már azok közé tartoztak, akik elkerülték az Akadémia figyelmét.

Erre a korszakra esik a belsőégésű motorok (OTTÓ: 1876, BENZ: 1879, DIESEL: 1892, DUNLOP: 1888) és a villamos motorok (SIEMENS—WERNER: dinamóelv 1867) bevezetése a közlekedésbe.

Elsőnek, időrendi sorrendben MARTIN Lajost a repülés egyik korai hazai képviselőjét kell megemlíteni. Utána P. HORVÁTH Ignác következhet közlekedés-gépészeti, hidraulikai és építőanyagvizsgálati munkássággal. KERPELY Antal sokoldalú kohász nevét kell időrendileg következőként megemlíteni, aki a vasúti rugógyártás és drótkötélpálya építés terén tűnt ki.

Az automobilizmus nagyhírű magyar úttörőjét BÁNKI DONÁTOT 1911-ben levelező taggá választották ugyan, de társát, az első magyar gáz- és petróleum motorok, valamint autók megalkotóját, CSONKA Jánost már nem érte ez a figyelem.

A vasúti és közúti járművek korszerű színvonalra emelése terén napjainkig hatóan alkotott és már 1917-ben világszerte ismert KANDÓ Kálmánt élete végén, 1927-ben választották az Akadémia levelező tagjává. Nem vált ez osztályrészévé mindenkori munkatársának KORBULY Károlynak. Hasonló sorsra jutott KORBULY József, aki a vasúti csapágy megalkotásában jeleskedett. Ugyanakkor lett BLÁTHY Ottó Títusz is tiszteletbeli tag, de elválaszthatatlan, vele mindenben együtt dolgozó két munkatársát ZIPERNOVSZKY Károlyt és DÉRI Miksát nem érte ez a kitüntetés.

Kimaradtak az elismertek sorából azok is, akik a hazai mozdonygyártás kifejlesztése körül tevékenykedtek kiemelkedően, továbbá BÖRZSÖNYI Jenő a magyar motor- és autógyártás úttörője, valamint ZÁMOR Ferenc is, aki SÁRMEZEI Endrével és BOROS Bénivel a vasúti motoros és személykocsik bevezetése, illetőleg fejlesztése terén alkottak nagyot.

Az elmondottakból kiviláglik, hogy a közlekedéstudománynak sem előző-

leg, sem azóta nem volt annyi jeles képviselője, mint ebben a korszakban. Még talán azt is megkockáztathatjuk, hogy a közlekedéstudományok jelesei a műszaki tudományok képviselői között többségben voltak, ami azóta sem ismétlődött meg.

*A Tanácsköztársaság alatt* az Akadémia csak terveket tudott készíteni. Ezek realizálása majd felszabadulásunk után történik meg.

*A két világháború közötti korszakban* az Akadémia orientációja tradicionális, a demokratikus irányzatoktól elzárkózó volt. Ez a konzervatizmus tükröződött a humán tudományok egyoldalú kultiválásában, a természeti- és műszaki tudományoknak a kor szellemével szemben egyre anakronisztikusabbnak tűnő elhanyagolásában is.

A természettudományok világszerte tapasztalható nagy előretörése, erőteljes differenciálódásuk, gyakorlati alkalmazásuk igényének megnövekedése ellenére, az Akadémia megmerevedett szervezete, valamint a múltszázadból örökölt alapszabályai szerint az összes természet, agrár és műszaki tudományok változatlanul egyetlen (a két humán jellegű osztály mellett a III.) osztályba zsúfolódtak.

1929-ben hangzott el a műszaki tudományok fejlesztése érdekében az a javaslat, hogy az Akadémia állítson fel külön technikai osztályt, amiről azonban BALOGH főtitkár úgy nyilatkozott, hogy „az Akadémia jelenlegi helyzetében ... új szervezeti alapításokra nem gondolhat”.

A műszaki, de a természettudományok és a matematika is az ellenforradalom korszakában — főleg az egyes népgazdasági ágak (élén az iparral) kutatás-támogató hatására — mind jobban kivonták magukat az Akadémia területéről. Az akadémiai osztályok és bizottságok a műszaki tudományos problémák keretében a megkisebbedett ország közlekedésének problémáit is igyekeztek tisztázni, és a legfeljebb már csak a tőlük függetlenül folytatódó, felnövekvő vagy kialakuló irányokat próbálták figyelni és — ha tudták — segíteni.

A műszaki értelmiségnek a Tanácsköztársaság ügyéhez való tömeges, lelkes csatlakozása egyáltalán nem mozdította elő a technika, főleg pedig a technikusok iránti rokonszenvet. Mindez szöges ellentétben állt a nemzetközi tudományosságban már bontakozó ama tendenciával, amely a természeti alaptudományokat és műszaki alkalmazásukat egyre inkább közelítette egymáshoz.

A magántőke (Richter, Chinoin, Ganz, Egyesült Izzó stb.) hamarabb teremtette meg a kutatóhelyeket, mint a más célra orientált állami tudománypolitika. Az Akadémia kutatóhálózatát, kevés kivétellel, a tanszékek jelentették.

A területváltozás miatt legtöbb problémával küszködő vízügyet az Akadémián ROHRINGER Sándor képviselte. Viszont sem TRUMMER Árpádnak, sem LAMPL Hugónak, sem pedig SAJÓ Elemérnek nem jutott hely.



A közlekedés ügyét, s bizonyos fokig a műszaki tudományt is, e korban ZELOVICH Kornél, többek között az első magyar „A vasúti üzem” című könyv szerzője képviselte. Ide számítható még a bizonyos fokig már a közlekedéstudományok területének a peremére került JÁKY József is. A közlekedési gépészet terén elért kimagasló eredményeket ismerte el az Akadémia VEREBÉLY László és JENDRASSIK György személyén keresztül.

Nem terjedt ki az Akadémia figyelme azokra, akik a fellendült hajózás keretében a híres Duna-tengerjáró hajókat megalkották.

Végképp nem regisztrálta az Akadémia a repülés terén sem a 80-as években léghajót alkotó SCHWARTZ Dávid munkásságát, sem a repülőgép úttörőit, de a helikoptert alkotó KÁRMÁN—ZUROVETZ—PETRÓCZY triót épp úgy nem, mint az e téren világhírré szert tett ASBOTH Oszkárt sem.

A második világháború utáni időszakot kétségkívül az jellemzi, hogy a tudományos kutatások élén a természet- és műszaki tudományok járnak.

A természettudományok és technika viszonyában új, minőségileg más helyzet állt elő.

A természettudományok és a technika határai egyre inkább összemossódnak. Néha az egyik, néha a másik jár előbbre.

A technika felzárkózása a természettudományokhoz, más szóval a tudomány behatolása a technikába azt is jelenti, hogy megváltozott az alap- és alkalmazott kutatások viszonya. Az alapkutatásba fektetett anyagi és szellemi beruházás minden korábbinál gyorsabban és egyre tudatosabban irányítva érik gyakorlati, a jólétet és műveltséget fokozó eredményekké.

1949-ben kezdődik meg az Akadémia tevékenységének az az új korszaka, amely feladatainak sokféleségében, tevékenységének intenzitásában minden korábbi korszakot felülmúlt. Az 50-es évek fő irányzata az Akadémiának első sorban a természettudományok és a műszaki tudományok fórumává tétele. Ekkor alapították meg HEVESI Gyula kezdeményezésére az Akadémia műszaki osztályát is.

Az 1954-ben megjelent MT rendelet alapján készült és 1956-ban rendkívüli közgyűlés által elfogadott alapszabályok mindmáig változatlan érvényvel, széleskörűen szabták meg az Akadémia célját.

Az elmúlt 150 év során a *közlekedéstudományok* osztoztak a műszaki tudományok sorsában. E tudományok széles spektrumán belül kerültek néha még súlyponti helyzetbe is. Azonban e korszak második felére mégis az jellemző, hogy egyre inkább e spektrumnak, a támogatások szempontjából vett, legkedvezőtlenebb szélére kerültek.

A közlekedéstudományok tipikusan azok közé tartoznak, amelyek saját útjukat járták. Az Akadémián kívül, illetékes főhatóságaink bizonyos értelemben akkora feladatokat vállaltak e téren magukra, amelyek megoldásának feltételeit úgy látszik nem tudták megteremteni. A közlekedési rendszer

komplex voltáról beszélve, nem tudták megakadályozni ágazataik befelé fordulását, a komplex problémák növekvő elhanyagolását, bizonyos közlekedési ágazatok tudományos kutatómunkájának és tudományos bázisainak nem kielégítő fejlődését.

A közlekedéstudományok fejlődését mindenkor és mindennek előtt a szükségletek nyomása alatt is nagy mértékben fejlődött technikai tudományok jellemezték. Kezdetben a szállítási feladatokhoz mérten kapacitás-többlet volt a közlekedés területén. Ezt a többletet időnként, pl. századunk első évtizedében, különösen pedig a felszabadulás után a szállítási szükségletek növekedése felemésztette. A közlekedési rendszerben fekvő értékek még a többi népgazdasági ágakhoz mérten is nagyok, üzemben tartásuk és fejlesztésük rendkívül nagy gazdasági-társadalmi terheket jelent, ezért a kapacitások jobb kihasználását először mindenkor a technológiai, üzemtani és gazdaságtani alapokon nyugvó módszerekkel igyekeztek elérni. Ezek a periódusok e tudományok nagy fejlődésének korszakai. A szükségletek azonban e módszerek alkalmazása esetében is megközelítik a teljes kapacitás-kimerülés állapotát. Ilyenkor a nagy műszaki fejlesztési lépések és ezek tudományos megalapozásai kerülnek előtérbe. Ekkor minden tudomány maximális, együttes, összehangolt erőfeszítése szükséges a társadalmi szükségletek kielégítésére. Ilyen a mi korunk is.

A tudományos kutató munka ma már, a valamennyire is fejlettebb országokban, s így hazánkban is, iparági méretekre nőtt és még ennél is nagyobb a jelentősége. Ezt kell tisztán látni a közlekedéstudomány és kutatások műveltetéséért és műveléséért felelős minden embernek. Az erre a célra csoportosított erőfeszítéseknek, — különösen az ily szempontból lemaradottabb közlekedési ágazatoknál —, a nemzeti jövedelemnél, és ezen belül a közlekedés fejlődésére fordított forrásoknál gyorsabban kell növekedniök. E feladatok megoldására az eddig kialakult formák és szervezetnagyságok, csekély kivételtől eltekintve, nem elégségesek. Ilyen alapokon kell megítélni, helyesbítenni, de minden esetre végrehajtani az elkészült kutatóhálózat fejlesztési tervet és a második Országos távlati tudományos kutatási tervben foglalt feladatokat.

Bizonyos, hogy a közlekedés kutatóhálózatán belüli arányokat — sehol semmit nem csökkentve — meg kell változtatni és új kutató szervezet is kell alkotni, különös súlyt fektetve a komplex és szervezéstudományi problémákra és a más területeken és más országokban folyó kutatásokkal való összehangoltságra.

Az Akadémia a gyakorlat, a hasznosítás fontosságát korunkban mindenkor hangsúlyozza, ugyanakkor következetesen szembeszáll az olyan nézetekkel, amelyek szerint az alap kutatásokat a gazdagabb országokra kellene bízni, s a magyar tudomány beérhetné az alkalmazás teendőivel. Az ilyen nézetek képviselői figyelmen kívül hagyják, hogy még az alkalmazás helyességét is, csak az alap kutatások fejlettsége biztosíthatja. A közlekedési tudományokban

is lehetetlen lemondani az azonnali gyakorlati eredményt nem hozó alapkutatásokról.

A közlekedéstudományok terén is igazolódott, hogy éppen a gyakorlathoz leginkább kötődő tudományágakat fenyegeti az a veszély, hogy egyoldalú gyakorlatiségük következtében a továbbfejlődés egyik legfontosabb feltételétől, a nem közvetlenül gyakorlati értékű elméleti kutatásoktól elszakadnak, s emiatt csakhamar korszerűtlenné válnak. Az ilyen területeken a tudomány helytelen szemlélete bontakozik ki, a meglévő tudományos káderek fejlődése megtorpan, az új káderek odaáramlása pedig lelassul, esetleg stagnál is.

*A közlekedéstudomány jelenlegi helyzetéről* hosszú, alapos, kollektív munka eredményeként az Akadémia fórumain két ízben, 1971-ben és 1973-ban is beszámoltunk. Beszámolóinkat az Akadémia Elnöksége is megtárgyalta és a lemaradások megszüntetésére javaslatait a Közlekedés- és Postaügyi Minisztérium felé megtette. Ezek hatására a kutatásfejlesztés területén már is érezhető mozgás indult meg. Ezért most elégséges csak néhány gondolat, illetőleg adat ismertetése.

A közlekedési rendszer elpusztítása, majd újjáépítése; a mozgó tömegek és a sebességek szakadatlan, végülis nagyságrenddel való növekedése, előtérbe állította a közlekedési kapacitások kihasználásának nagy jelentőségét. Bizonyosodott, hogy a közlekedés fejlesztése és irányítása, tudományos alapok nélkül elképzelhetetlen és a közlekedés egészének műszaki fejlesztése, üzemvitele, hatékonnyá tétele, csak a többi műszaki és természettudományok eredményére alapozott tudományos elemző és kutató munkával biztosítható. Mindez az egész világon és hazánkban is felvirágoztatta a nagy hagyományú *közlekedésgazdaságtant* és kibontakoztatta az integratív jellegű *közlekedési üzemtant*, majd a *közlekedési kibernetikát és rendszertechnikát* is. E tudományos munkákra alapozta CSANÁDI György az előttünk álló évtizedekben is ható és törvénybe iktatott *közlekedéspolitikai koncepcióját*.

Az értekező- és automatikus berendezésekkel összefüggő, szerteágazó tudományos munkára csak utalva, *a pályával kapcsolatos néhány eredmény* emelendő ki.

A nagymértékben fejlődő és jelentőségében kellően nem hangsúlyozható motorizáció által gerjesztett *útépítés* területén, főleg VÁSÁRHELYI Boldizsár irányításával, széleskörű kutatás és tudományosan kialakított elvek alapján rögzítették, mind a vonalvezetés, mind a burkolatméretezés irányelveit és a közúti csomópontok megoldását.

*A vasútépítésben* nagy jelentőségű volt a hosszúsínes felépítmény fokozott alkalmazása, amely NEMESDY-NEMCSEK József által megalapozottan, magyar tudományos kutatáson nyugszik, továbbá a korszerű vasbeton-aljak bevezetése.

A közlekedéstudomány művelésének helyzetét a vázoltak után az jellemezte, hogy az illetékes tárcák és az Akadémia is, nagyon nehéz feladattal kerültek szembe, amikor az e területi lemaradást pótolni akarták.

Különösen az elismerés terén az *Akadémia* megtette a magáét. A Műszaki Osztály keretébe beillesztette a közlekedéstudományt, 1951-ben megszervezte a Közlekedéstudományi Bizottságot, 1960-ban megalapította a Műszaki Egyetemen a Tanszéki Közlekedéstudományi Munkaközösséget. A tudományterület reprezentatív képviselőjét CSANÁDI Györgyöt pedig 1958-ban levelező, 1970-ben rendes taggá választották. Sajnos CSANÁDI rövidesen bekövetkezett halálával ez a képviselő megszűnt.

A *járműfejlesztés terén* kiemelkedő tevékenységükért TÓTH Lászlót, RATKOVSKY Ferencet, LISKA Józsefet és SEIDNER Mihályt tagjai sorába választotta az Akadémia.

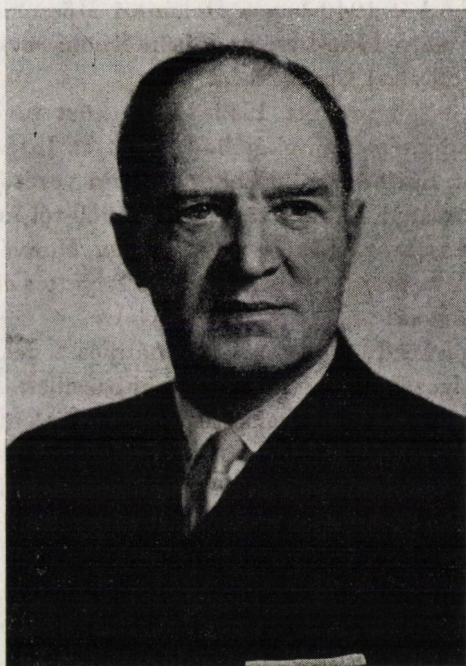
A vázolt problémák megoldása döntő mértékben a *tárca* feladata. A SZÉCHENYI koncepcióját immáron helyesen értelmező és a változott viszonyoknak megfelelően továbbfejlesztő *Akadémiánktól* nem új feladatok vállalását, hanem az ismertekkel kapcsolatos erőfeszítések fokozását kérjük. Azokat a korszakokat, módszereket és arányokat idézzük, amelyek a 150 év során olykor-olykor (a szükségletek nyomására is) a közlekedéstudomány számára kedvezően osztályrészül jutottak. Kérjük, hogy a Magyar Tudományos Akadémia továbbra is hatékonyan támogassa ennek a megnövekedett jelentőségű tudományterületnek a művelését.

#### IRODALOM

1. CZÉRE BÉLA: A közlekedés fejlődése (A kultúra világa, Technika, Minerva Kiadó, Budapest.)
2. PACH ZSIGMOND PÁL: szerk.: A Magyar Tudományos Akadémia másfél évszázada 1825—1975. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.
3. SÓTÉR ISTVÁN: A sas és a serleg. Akadémiai arcképek Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.
4. SZÓKE BÉLA szerk.: Műszaki nagyjaink Gépipari Tudományos Egyesület Kiadása, Budapest, 1967.
5. ZELOVICH KORNÉL: A Magyar Tudományos Akadémia hatása a technikai tudományok fejlődésére Magyar Tudományos Akadémia, Budapest, 1926.
6. ZELOVICH KORNÉL: A m. kir. József műegyetem és a hazai Technikai felsőoktatás története. Budapest, 1922.
7. ZVORIN és társai: A technika története. Kossuth Kiadó, Budapest, 1964.

## ARVO YLINEN

1902—1975



Súlyos veszteség érte Akadémiánkat: Prof. Dr.-Ing. ARVO ALBIN JOHANNES YLINEN, a Magyar Tudományos Akadémia tiszteleti tagja 1975. július 27-én súlyos betegségben elhunyt.

ARVO A. J. YLINEN 1902. március 5-én a finn Yläne nevű helységben született. Középiskolai tanulmányait Finnország ősi fővárosában, Turkuban (Åbo) végezte, amelynek régi várára, nevezetes műemlékeire és élénk kereskedelmi életére mindig szívesen emlékezett vissza. Az ottani líceum elvégzése után a Helsinkii Műszaki Egyetemre iratkozott be, ahol 1930-ban kitűnő minősítésű mérnöki oklevelet szerzett. Már egyetemi hallgató korában is különös érdeklődést tanúsított a repülés ügye és a repülőgépszerkezetek iránt. Ilyen irányú ismereteinek bővítésére oklevelének megszerzése után 1930—31-ben a Berliini Műszaki Egyetem repülőgépipítési szakán végzett tanulmányokat. Innen hazatérve, 1932-ben a Finn Állami Repülőgépgyárban helyezkedett el mint tervező mérnök. E gyár megbízásából több külföldi úton vett részt. Tervező mérnöki tapasztalatainak és a repülőgépgyártás terén szerzett szakismereteinek birtokában 1937-ben a Finn Állami Repülőgépgyár igazgatójává nevezték ki. E felelősségteljes munkakörben bő alkalma nyílt széles körű szakmai gyakorlat szerzésére.



1938-ban a Helsinkii Műszaki Egyetemen műszaki doktori képesítést szerzett. Még ugyanebben az évben a Helsinkii Műszaki Egyetemen megbízást nyert a Repülőgépipítés című tárgykör egyetemi előadásainak megtartására. Ugyanebből a tárgykörből 1940-ben a Helsinkii Műszaki Egyetemen rendes tanárrá nevezték ki, majd 1956-ban az építőmérnöki szak statika-szilárdságtani tanszékének vezetésével bízták meg.

Oktatói elfoglaltsága mellett 1942–1956 közt tevékeny részt vett a Finn Technikai Kutatóintézet munkájában, mint az Intézet Elnöki Tanácsának tagja, illetve az Építőmérnöki Laboratórium vezetője. 1959–1960-ban a finn Természettudományi Tanács tagjaként, 1960-tól kezdve pedig elnökeként fejtett ki munkásságot. Elnöke volt a finn Honvédelmi Minisztérium Technikai Tanácsának is, majd 1961-től kezdve helyettes elnöke a Finn Állami Technológiai Bizottságnak.

Már ifjú korától kezdve komoly tudományos tevékenységet fejtett ki. Első tudományos dolgozata, amely a villás hajtórudak számításával foglalkozott, 1929-ben, még egyetemi hallgató korában jelent meg. Ugyanekkor készítette el a fogaskerekek méretezésével foglalkozó tanulmányát is. Ezt követően megjelent tanulmányaiban a rugalmasságtan, képlékenységtan, hidro- és aeromechanika különleges problémáit tárgyalta. Doktori disszertációjában a központos nyomásra igénybevett prizmatikus rúd rugalmas és képlékeny kihajlásával foglalkozott, egy olyan kérdéssel, melyre később is többször, így egyik utolsó dolgozatában is visszatért. Szakirodalmi működése terén különösen eredményes volt az 1942. esztendő, amikor 10 különböző dolgozata látott különféle finn és külföldi folyóiratokban napvilágot. Ezekben a dolgozatokban új témaként jelentkezik a fának, mint szerkezeti anyagnak szilárdságtani vizsgálata, olyan téma, amely a finn faipar és repülőgépgyártás szempontjából egyaránt alapvető jelentőségűnek bizonyult. Ebben a témakörben különösen érdekesek azok a későbbi tanulmányai, amelyek a fának a rugalmas állapotot követő nem rugalmas állapotban való viselkedésével foglalkoznak. Ezekben a dolgozatokban szerencsésen ötvöződtek azok a technológiai ismeretek, amelyeket hosszú repülőgépgyári gyakorlata során szerzett, a technikai szilárdságtan terén végzett elméleti kutatásainak eredményeivel.

Szakirodalmi munkásságának legjelentősebb terméke a technikai rugalmasságtan és szilárdságtan kérdéseit elemző munkája, amelynek első kötete 1948-ban, második kötete 1949-ben jelent meg. Ezt a művet, amely egyben egyetemi előadásainak is foglalata, nagy szeretettel ismertette e sorok írója előtt, amidőn őt 1973-ban Helsinki egyik szigetén épült otthonában meglátogatta. E látogatás alkalmával melegen emlékezett vissza 1961. 1963. 1965. és 1967. évi magyarországi látogatására, magyar barátaira és szívesen ecsetelte a finn–magyar nyelvi rokonság emlékeit.

Tudományos munkássága során hazájában és annak határain kívül is számos kitüntetésben részesült. 1940-ben a Finn Tudományos Akadémia

rendes tagjává, majd 1957-ben elnökévé választotta meg. 1942-ben munkássága elismeréseként a Deutsche Akademie für Luftfahrtforschung külföldi levelező tagjává hívta meg, 1943-ban a Svéd Tudományos Műszaki Akadémia külföldi tagjává választotta, 1967-ben pedig a Magyar Tudományos Akadémia tiszteleti tagjainak sorába iktatta. Birtokosa volt az Olasz Korona Rendjelnek (1940), a Finn Oroszlánrend Parancsnoka Keresztjének (1958), valamint a Finn Véderő Aranyérmének (1960).

Halálával a mechanikai tudományok kiváló művelőjét, általunk is nagyrabecsült olyan tudóst veszítettünk el, akinek személyére és tevékeny tudományos munkásságára, mint példaképre, a késői nemzedékek is tisztelettel tekinthetnek vissza.

Csonka Pál

#### Arvo A. J. Ylinen irodalmi munkássága

1. Haarukanmuotoisten kiertokankien laskemisesta (Villás hajtórudak méretezéséről) *Teknillinen Aikakaustahti*, 19 (1929), 456.
2. Hammaspyörien likimääräinen laskeminen staattosesti epämääräisinä rakenteina (Fogaskerekeknek, mint statikailag határozatlan szerkezeteknek közelítő számítása) *Teknillinen Aikakaustahti*, 20 (1930), 432.
3. Kesleisesti puristetun sauvan nurjahtamisesta suhteellisuusrajan yläpuolella (Központos nyomásra igénybevett rudak kihajlása az arányossági határon túl) *Teknillinen Aikakaustahti* 21 (1931), 95.
4. Nasteen virtaamisesta vinosti asetettua suoraa levyä vastaan (Folyadék áramlása ferdén elhelyezkedő lemez körül) *Teknillinen Aikakaustahti* 21 (1931), 611.
5. Lentokoneen siipipinta-alan määräämisestä silmälläpitäen koneen edullisinta maksiminopeutta (Repülőgépek szükséges szárnyfelületének meghatározása a legnagyobb repülősebesség figyelembevételével) *Aero* (1935)
6. Die Knickfestigkeit eines zentrisch gedrückten geraden Stabes im elastischen und unelastischen Bereich. Doktori disszertáció, Helsinki 1938.
7. Die Anwendung von Holz im Flugzeugbau Finnlands. *Holz als Roh- und Werkstoff* 5 (1942).
8. Erweiterung der Bernoullischen Biegungstheorie auf den unelastischen Bereich. *Ann. Acad. Scientiarum Fennicae. Ser. A. Tom. LVII.* (1942).
9. Über die Knickbiegefestigkeit eines exzentrisch belasteten geraden Stabes und eines zentrisch belasteten ursprünglich gekrümmten Stabes. *Ann. Acad. Scient. Fenn. Ser. A. Tom. LVII.* (1942).
10. Über den Einfluß des Spätholzanteils und der Rohwichte auf die Festigkeits- und elastischen Eigenschaften des Nadelholzes. *Acta Forestalia Fennica* 50, (1942).
11. Om knäckning av en sträva sammansatt av ett flertal längsgående element, speciellt med tillämpning på Sandöbroraset (A több hosszirányú elemből összetett farúd kihajláselemélete és annak alkalmazása a Sandró-híd beomlásának esetére). *Teknisk Tidskrift*, Stockholm 1942.
12. Über die Bemessung hölzerner Knickstäbe mit Hilfe von Nomogrammen. *Schweizerische Bauzeitung* (1942)
13. Ein neues Messverfahren für die Bestimmung der Schubmoduln des Holzes. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 5 (1942), 375—376.
14. Dehnungsmessungen in der Umgebung von Asten beim Kiefernholz *Holz als Roh- und Werkstoff*, 5 (1942), 337—338.
15. Über den Einfluß der Probekörpergröße auf die Biegefestigkeit des Holzes. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 5 (1942), 299—305.
16. Die Differentialgleichung der Biegungsschwingungen eines axial belasteten geraden Stabes, dessen Material dem Hookeschen Gesetz nicht folgt. *Z. angew. Math. Mech.*, 22 (1942), 163—164
17. Neuere Ergebnisse der mechanisch-technologischen Holzforschung in Finnland. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 6 (1943), 221—230.
18. Über den Einfluß der Rohwichte und des Spätholzanteils auf die Brinellhärte des Holzes. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 6 (1943), 125—127

19. Über die Bestimmung der Spannungen und Formänderungen von Holzbalken mit rechteckigem Querschnitt. *Ingeniörsvetenskapsakademien*, Stockholm 1945.
20. Eras aksiaalisen jännitystilan muodonmuutosfunktio ja sitä vastaava nurhajahduskaava (Az axiális feszültségi állapot egy alakváltozó függvényéről és az annak megfelelő kihajlásképletről) *Teknillinen Aikakauslehti* 38 (1948)
21. Kimmo- ja lujuusoppi I (Rugalmasságtan és szilárdáságtan). Helsinki 1948, 476 old, 327 ábra.
22. Drying Stresses in a Cylindrical Stock of Wood. *Scientific Researches* No. 1, Finland Institute of Technology, 1949
23. Kimmo- ja lujuusoppi II (Rugalmasságtan és szilárdáságtan) Helsinki 1950, 535 old., 310 ábra
24. Über den Einfluß des Spatholzanteils und der Jahrringbreite auf die Rohwichte beim finnischen Kiefernholz. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 9 (1951)
25. Über die mechanische Schaffformtheorie der Räume. *Wissenschaftliche Untersuchungen* No. 7, Helsinki, Műegyetem 1952
26. A Method of Determining the Buckling Stress and the Required Cross-Sectional Area for Centrally Loaded Straight Columns in Elastic and Inelastic Range. Zürich 1956.
27. Über den Einfluß des Spätholzanteils und der Rohwichte auf die Elastizitätsmoduln, die Poissonschen Konstanten und die Schubmoduln bei Holz mit ausgeprägtem Jahrringbau. *Wissenschaftliche Untersuchungen* No 9, Helsinki műegyetem 1956.
28. Solution of the Problem of the Pressure between Two Bodies in Contact. *IUTAM*, Brüssel 1957.
29. Zur Theorie der Dauerstandfestigkeit des Holzes. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 15 (1957)
30. Keskeiseesti kuormitetun teräsbetoniseinän lommahduslujuus (Központosan terhelt vasbetonfalak horpadása). Állami Technikai Kutatóintézet, Helsinki 1958.
31. Über den Einfluß der Schubspannungen auf die Durchbiegung, das Biegemoment und die Querkraft eines Balkens auf elastischer Unterlage *Wissenschaftliche Untersuchungen* No 16. Helsinki Műegyetem 1956.
32. Über die Einfluß der Verformungsgeschwindigkeit auf die Bruchfestigkeit des Holzes. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 17 (1959)
33. Theory of a Statically Indeterminate Pin-Jointed Framework the Material of which Does not Follow Hooke's Law. *IVBH*, Zürich 1960.
34. Über die Theorie eines durchlaufenden Trägers bei beliebigem Verformungsgesetz. *Acta Techn. Hung.* 25—26 (1961)
35. Theory of Continuous Beam whose Material Does not Follow Hooke's Law. *Archivum Mechaniki Stosowanej* 2 (1962)
36. Vergleichende Untersuchung über den Einfluß der Belastungs- und der Verformungsgeschwindigkeit auf die Bruchfestigkeit des Holzes. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 21 (1963).
37. A Comparative Study of Different Types of Shear Test of Wood. *Fifth Conference on Wood Technology*. Madison, U.S.A. 1963.
38. Effect of Shearing Force on the Deflection of a Beam of Finite Length on an Elastic Foundation. *Acta Polytechnica Scandinavica*. Helsinki (1964). — (Munkatárs. Martti Mikkola)
39. Bruchschlagarbeit von finnischem Kiefernholz. Állami Technikai Kutatóintézet, Helsinki 1965.
40. The Effect of Shearing Force on the Buckling Load beyond the Limit of Proportionality. *Acta Techn.* 50 (1965)
41. Über die Bestimmung der zeitbedingten elastischen und Festigkeitseigenschaften des Holzes mit Hilfe eines allgemeinen nichtlinearen visko-elastischen rheologischen Modelles. *Holz als Roh- und Werkstoff*. 23 (1965)
42. Lateral Buckling of an I Beam in Pure Bending beyond the Limit of Proportionality. Előadás a Magyar Tudományos Akadémián, Budapest 1965.
43. Über die Festigkeit von gedrückten Holzstäben. „Festschrift Fritz Stüssi“, *IVBH*, Zürich 1966
44. Über den Einfluß der Belastungszeit auf die Festigkeit eines zentrisch und eines exzentrisch belasteten geraden Holzstabes. „Festschrift Franz Kollmann“, *Holz als Roh- und Werkstoff*, 24 (1966)
45. A Beam on a Wiegardt-Type Elastic Foundation (Munkatárs Martti Mikkola). *Int. Journal of Solids and Structures*, 3 (1967), 617—633.
46. Contribution to the History of Timber Mechanics and Wood Rheology. *Wood Science and Technology*, 1 (1967), 164—166
47. Theory of the Shrinkage of Wood (Munkatárs Pauli Jumppanen). *Wood Science and Technology*, 1 (1967), 241—252.

## CSONKA PÁL NYOLCVAN ÉVES



CSONKA Pál, a neves feltalálónak, CSONKA Jánosnak a fia, 1896. július 8-án Budapesten született. Középiskolai tanulmányait a budapesti Lónyai utcai gimnáziumban jeles eredménnyel végezte. 1914-ben a budapesti József műegyetem építészeti osztályára iratkozott be, ahol 1920-ban kitűnő minősítésű oklevelet szerzett. Közben — tanulmányait megszakítva — az aradi Marta gyárban vállalt műszaki gyakornoki állást. 1916—1918-ban előbb az orosz, majd az olasz hadszíntéren teljesített katonai szolgálatot, ahol bronz és ezüst vitézségi éremmel tüntették ki. A harcterről a tüzérségi hangmérés tökéletesítése terén végzett elméleti munkássága elismeréseként a bécsi Schallmeißchule-ra vezényelték előadótanárnak.

1920 és 1925 között mint építésvezető mérnök vállalati beosztásban dolgozott, 1925-től 1927-ig pedig mint a Magyar Magas- és Mélyépítő Részvénytársaság igazgatója fejtett ki szakmai tevékenységet. 1928-ban építőmesterei képesítést szerzett.

Fiatal éveiben több városrendezési tervpályázaton vett részt. 1920-ban közvetlenül oklevelének megszerzése után — általános feltűnést keltve — megnyerte a Margitsziget rendezésére kiírt tervpályázat második díját. Hasonló helyezést ért el 1922-ben Székesfehérvár, 1923-ban pedig Szombathely rende-



zésére kiírt pályázaton. 1923-ban a Székesfőváros építészeti jubileumi díjával tüntették ki.

Már kora ifjúságától kezdve komoly érdeklődést tanúsított a mechanikai tudományok iránt. Mint másodéves építészhallgató elnyerte a műegyetem Horváth Ignác-féle mechanikai pályadíját. 1927-től kezdve fizetéstelen gyakorlonokként a műegyetem alkalmazott Szilárdságtani Laboratóriumában dolgozott. 1928-tól 1936-ig a műegyetem építészeti osztályán a Matematika című tárgy meghívott előadója. 1930-tól 1936-ig a műegyetem Alkalmazott Szilárdságtani Tanszékének adjunktusa. 1930-ban kitűnő minősítésű műszaki doktori oklevelet szerez. 1931-től 1936-ig mint helyettes tanár vezeti az Alkalmazott Szilárdságtani Tanszékét. 1933-ban a József műegyetemtől, 1936-ban pedig a József Nádor Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemtől magántanári képesítést nyer. 1936-ban az Alkalmazott Szilárdságtani Tanszék nyilvános rendkívüli tanárává, 1939-ben ugyanennek a tanszéknek rendes tanárává nevezik ki. Az 1942–43. tanévben a műegyetem Mérnöki és Építésmérnöki Karának dékánja, 1946–47-ben az Építésmérnöki Kar dékánja. A Műegyetem átszervezése után 1945-től 1950-ig a Budapesti Műszaki Egyetemnek, majd 1950-től 1957-ig az Építőipari és Közlekedési Műszaki Egyetemnek tanszékvezető tanára. 1951-ben a TMB a műszaki tudományok doktorává avatja. 1957-től 1969-ig az MTA Építéstudományi Munkaközösségének keretében működő Szilárdságtani Kutató Csoport vezetője. 1969 óta tudományos tanácsadó.

Mint egyetemi tanár hallgatósága részére több száz lapra kiterjedő könyvnyomatos mintalapgyűjteményt adott ki. A statika és szilárdságtan előadási anyagát felölelő jegyzetei számos kiadásban kerültek hallgatósága elé. *Statikai Példatár I és II, Statika I és II* című tankönyvei több kiadásban jelentek meg.

Tudományos munkássága a mérnöki mechanika és technikai szilárdságtan széles területeire terjedt ki. A *Rugalmasságtan, Tanulmányok a szilárdságtan köréből, Membránhéjak* című szakkönyvein kívül számos önálló kiadványa jelent meg. *Membranschalen* című könyve világszerte kedvező fogadtatásra talált, s lengyel nyelven is kiadták. Társ szerzője a *Schalen in Beton und Kunststoff* című kiadványnak. Szakdolgozatai hazai és előkelő külföldi folyóiratokban, egyetemi és kongresszusi kiadványokban láttak napvilágot. Több mint 500 közleménye, köztük idegen nyelven több mint 200 dolgozata, került publikálásra. Az Applied Mechanics Reviews című referáló folyóirat állandó munkatársa. Itt, valamint különféle hazai és külföldi folyóiratokban összesen több mint 200 recenziója jelent meg. Dolgozataira a hazai és külföldi irodalom számos helyen hivatkozik.

*Rugalmasságtan* című könyvében a rugalmasságelmélet alapvető összefüggéseit a maguk általánosságában, egyszerűsítő feltevések mellőzésével mutatja be. Ugyanebben a tárgykörben egyik dolgozata az izotróp anyagok egy különleges csoportjának rugalmassági törvényeit tárgyalja, egy másik



dolgozata pedig a rugalmas alapegyenletek egy újszerű megoldását ismerteti. Egy építési szerencsétlenség okait kutatva legelsőként ő alkalmazta a képlékenységtan elveit egy vasbeton keretszerkezet erőtanú vizsgálatára (1928).

Több dolgozata foglalkozik a csavarás elméletével. Ezek egyike a de Saint-Venant-féle elméletet általánosítja, egy másik dolgozata a csavarás okozta feszültségek meghatározására újszerű numerikus eljárást ismertet. Doktori disszertációja is ebbe a témakörbe vág. Több dolgozatában a hasáb, illetve gúla alakú rácsos szerkezetek csavarásával, egy olyan problémával foglalkozik, amely a távvezetékoszlopok méretezése szempontjából bír jelentőséggel.

A stabilitáselmélet tárgykörében legjelentősebb a Shanley-féle kihajlás elméletet tárgyaló tanulmánya. Ebben kimutatja, hogy a szakirodalom ezt az elméletet helytelenül értelmezi, sőt a feszültség-lépcsők tekintetében magának Shanleynek a dolgozatában is bizonytalanságok vannak. A Shanley-féle elméletet továbbfejlesztve, azt oly rudakra alkalmazza, amelyeknek nemesak egyetlen eleme, hanem teljes egésze rugalmas. Több dolgozata tárgyalja a két végén felfüggesztett tartó oldalirányú kifordulásának esetét, egy olyan problémát, melyre egy hazai építési baleset terelte a figyelmet. E dolgozat nyomán élénk irodalmi tevékenység bontakozott ki a kifordulás kérdésének tisztázására.

A keretelmélet körébe vágó dolgozatai egy újfajta alakváltozási lépésnek, az általa tiszta elfordulásnak (disztorciónak) nevezett műveletnek a bevezetésével az emeletes keretszerkezetek (épületvázak) számítását lényegesen egyszerűbbé tették. Új eljárását, mely élénk nemzetközi visszhangot váltott ki, Vierendeel-tartók és vasúti kocsivázak számítására is sikerrel alkalmazta. Említést érdemelnek a relaxációs számító eljárásokkal foglalkozó dolgozatai is. Kár, hogy a parciális differenciálegyenletek sajátérték problémájával foglalkozó, 1931-ben írt tanulmánya, valamint a többtámaszú tartó problémájának fokozatosan közelítő módszerrel való megoldására vonatkozó tanulmányai és különböző fórumok előtt tartott szakelőadásai annak idején nem kerültek publikálásra.

A gerendasorok kérdésével, vagyis a szorosan egymásmellé sorolt, teljes hosszukban csuklósan egymáshoz kapcsolt elemekből álló szerkezetekkel ő foglalkozott legelőször. A gerendasor elnevezést és a gerendasornak mint szerkezeti alakzatnak a fogalmát ő vezette be a nemzetközi irodalomba.

Számos dolgozatának tárgya a membránhéjak problémája. Ezek peremfeltételeire újszerű törvényszerűségeket állapított meg. A két irányban görbe héjak számítására többféle egyszerűen kezelhető eljárást dolgozott ki, többek közt az általa határozatlan alak módszerének elnevezett eljárást. Ez a módszer a héj alakfüggvényében szabad paramétereket szerepeltet, amelyeknek értékét számítástechnikai szempontok figyelembevételével állapítja meg. Több újfajta héjalakot vezetett be. Közülük külön is megemlíthető az általa álparaboloidnak nevezett héjfajta (amelyet a nemzetközi irodalom Csonka-féle héjként említ), a patkóhéj, a sarlóhéj és a csillaghéj. Egyszerűen kezelhető számítási

eljárásokat dolgozott ki különféle alaprajzú süveghéjak, továbbá összetett és cikkelyes héjak számítására. Több dolgozatában a szinguláris pontokon támaszkodó, szabályos vagy szabálytalan sokszögalaprajzú baldahin héjak elméletét tárgyalta.

A rugalmas körhengerhéj problémájának megoldására olyan eljárást dolgozott ki, amely a feszítőerők és az elmozdulások egzakt számítását egyetlen feszültségfüggvény meghatározására vezeti vissza. Újszerű utakon haladva, több dolgozatban a vastag síklemezek problémájával is eredményesen foglalkozott.

Irodalmi munkássága mellett széles körű szakelőadói tevékenységet fejtett ki. Különböző szakegyesületekben, egyetemeken és konferenciákon 184 tudományos előadást tartott, közülük 64-et külföldön. Több nemzetközi konferencia főelőadójául kérte fel.

A mérnöki közéletbe már korán bekapcsolódott. Részt vett a Magyar Mérnök- és Építész Egylet különféle bizottságainak munkájában. Szerkesztője volt számos MOSZ szabványnak, több méretezési előírásnak, valamint a Fővárosi Közmunkák Tanácsa által 1940-ben kiadott új Építési Szabályzat szerkezetani-szilárdságtani fejezeteinek. Ő készítette az 1949. évi Országos Magasépítési Szabályzatnak a terhelési adatokra vonatkozó fejezetét. 1942-től 1945-ig tagja volt az Igazságügyi Műszaki Tanácsnak, 1946-ban az Épületkárokat Kivizsgáló Bizottságnak.

Tevékeny részt vállalt az MTA újjászervezése után alakított akadémiai Építési Főbizottság, valamint egyéb akadémiai bizottságok és albizottságok munkájában, részben mint bizottsági tag, részben mint bizottsági elnök. Jelenleg az Elméleti Mechanikai Bizottság tagja és 1962 óta a Műszaki Tudományok Osztálya gondozásában megjelenő két folyóiratnak az Acta Technicanak és a Műszaki Tudománynak (a korábban VI. Osztály Közleményei címen jelentet meg) technikai szerkesztője.

Mint szakértő több építési szerencsétlenség kivizsgálásában, többek közt a Rákóczi úti házösszeomlás okainak kiderítésében vett részt. Az UVATERV megbízásából ellenőrző számításokat végzett az új Erzsébet híd pilléreinek állékonyságát illetően.

Jelentős tervező mérnöki tevékenységet folytatott. Ő készítette a műegyetem központi épületének emeletráépítési terveit. Ő vezette a bombázás, valamint az ostrom során megsérült központi épület helyreállítási munkáit. Tervei szerint állították helyre az esztergomi bazilika háborús-sérült kupoláját, valamint a budapesti bazilika tűzkárt szenvedett kupolaszerkezetét. Tervezője volt többek közt a Feri-hegyi polgári repülőtér két 50 + 50 m fesztávolságú hangárának, több gyárépületnek és ipari csarnoknak. Az ő tervei szerint épült a taksonyi templom ellipszis alaprajzú héj-kupolája.

Munkásságát a hazai és külföldi fórumok több kitüntető elismerésben részesítették. 1931-ben elnyerte a Magyar Mérnök- és Építész- Egylet Czizler

érmét, 1932-nen az Egylet Hollán pályadíját. 1954-ben Kossuth-díjjal tüntették ki. 1965 óta a MTESZ Csongrád-megyei Szervezete tiszteletbeli tagja, 1968 óta tiszteletbeli elnökségi tagja. 1966-ban az IASS nemzetközi héjegyeesület végrehajtó bizottsági tagja, 1967-ben tiszteleti tagja. 1969 óta a Lengyel Elméleti és Alkalmazott Mechanikai Társaság külső tagja. 1975-ben a drezdai műszaki egyetem tiszteletbeli doktorrá avatta.

\*

Ez a kissé száraz életrajzi adatfelsorolás is jól megvilágítja CSONKA Pál több mint hatvan esztendő felölelő pályafutásának gazdagságát, sokoldalúságát, tudományos műveket és alkotásokat teremtő munkáját. Ennek az időnek körülbelül a fele — párhuzamosan az elméleti és az alkotó produkcióval — az építész- s ezen belül a statikusnevelés szolgálatában telt el. Szélesebb és szűkebb szakterületének minden dolgozó és alkotó embere, kor- és munkatársak, tanítványok generációi tehát nem csak a tudóst, hanem a kiváló előadót, a szakma tiszteletére és szeretetére nevelő tanárt is becsülik Csonka Pálban. És ünneplik szeretettel betöltött nyolcvanadik esztendejében azzal az őszinte és meleg kívánsággal, hogy eddigi munkáját minél tovább folytassa a szakma és az egész magyar társadalom javára.

*Major Máté*

#### Csonka Pál irodalmi tevékenysége\*

1. A csavarószilárdságról. *Anyagvizsgálók Közlönye*, 6 (1928), pp. 139—144.
- \*3. A fémrudak csavarása. Budapest, Magyar Egyetemi Nyomda (1928), 15 old.
- \*3. Üreges prizmatikus rudak csavarása. *Doktori értekezés* Budapest Állami Nyomda (1930), 59 old.
4. A rugalmasságelmélet alapegyenleteiről. *Technika*, 11 (1930).
5. Adalékok a rugalmas lemez elméletéhez. A *MMÉE Közlönyének Havifüzetei* 7 (1930), pp. 51—58.
6. Az állványozás nélkül erősített vashidak nyomott rúdjaikról. A *MMÉE Közlönye*, 64 (1930), pp. 397—403.
- \*7. Rugalmasságtan I. Budapest, Magyar Egyetemi Nyomda (1930), 292 old.
8. A körszimmetrikusan terhelt állandó vastagságú körlemez problémája. A *MMÉE Közlönye*, 65 (1931), pp. 9—15.
9. Rugalmasságtan, II. köt. Kézirat (1931).
10. Bevezetés a héjbojtózatok elméletébe. *Technika* 12 (1931), pp. 195—202.
11. Über das Eigenwertproblem der partiellen Differentialgleichungen. Kézirat (1931).
12. Rácsos szerkezetek csavarása. A *MMÉE Közlönye* 66 (1932).
- \*13. Vasbeton keresztmetszetek méretezése és ellenőrzése (1932), Könyomat, 19 lap.
14. Zur Berechnung unsymmetrischer Querschnitte auf Biegung. *Der Bauingenieur* 14 (1933), pp. 149—150.
- \*15. Fővárosi bérház. Mintalapgyűjtemény (1934), Könyomat.
16. Über die neuen ungarischen Vorschriften für geschweißte Stahlhochbauten. *Der Stahlbau*, 7 (1934), pp. 21—24. (Társszerzőkkel)
17. A szélteher. A MOSZ 522. szabvány tervezete (1934). Könyomat
- \*18. Födém szerkezetek. Mintalapgyűjtemény (1932—4). Könyomat 37 lap.
19. Vasbeton gyárépület. Tervezési mintalapok (1934). Könyomat, 37 lap.
20. A földnyomás. A MOSZ 524 szabvány tervezete (1934).
21. Terhelési adatok. A MOSZ 510, 512, 514, 516, 518, 520. szabványok tervezete (1932). *A Magyar Szabványügyi Intézet Közleményei* (1935), pp. 827—828.

A \*-gal jelzett művek önálló kiadványok.

- \*22. Tanulmányok a szilárdságtan köréből. I. Budapest (1935).
23. A sűrűgerendás födémek gerendáinak együttdolgozásáról (1935), Kézirat.
24. Le secret des voütes minces. (1935). Kézirat.
25. Földalpok erőtani számítása. A MOSZ 532. szabvány tervezete (1935).
26. Monolithischer Zusammenhang der Eisenbeton-Konstruktionen und Lastverteilung in der Querrichtung. *Beton- u. Eisen* 34 (1935), p. 68.
27. Die Verdrehung dickwandiger prismatischer Hohlstäbe. *Ingenieur Archiv*, 6 (1935), pp. 373—382.
28. Kő- és téglaszerkezetek erőtani számítása. A MOSZ 548. szabvány tervezete (1936).
29. Über frei aufliegende, längs eines einzigen Zwischenbalkens belastete Balkenketten. *Beton u. Eisen* 35 (1936) pp. 187—195.
30. Épületszerkezetek tűzvédelmi értékelése (MOSZ 595—599). *A Magyar Szabványügyi Intézet Közleményei* 27—30 (1937).
31. A német óvóhelyszabályzatról. *Légoltalmi Közlemények* 1—2. (1937—38), pp. 16—17.
32. Óvóhelyek nyílászáró szerkezetei MOSZ 800. *A Magyar Szabványügyi Intézet Közleményei* 27—30 (1937), pp. 1347—1351.
33. Az első magyar légoltalmi szabályrendelet tervezete (1937).
- \*34. Alkalmazott szilárdságtan. Méretszámítási táblázatok (1933—39) Könyv, 11 lap.
- \*35. Vasbetonszerkezetek. Táblázatok és Szerkesztési Szabályok. (1931—40), Könyv, 23 lap.
36. Építőanyagok és szerkezetek. Építésügyi Szabályzat Budapest Székesfőváros területére. A XX. fejezet tervezete (1940).
37. Épületek átalakítása, bővítése, magasítása. Építésügyi Szabályzat Budapest Székesfőváros területére. XXIII. fejezet tervezete (1940).
38. Építkezések és bontások végrehajtása. Építésügyi Szabályzat Budapest Székesfőváros területére. A XXV. és XXVIII. fejezetek tervezete (1940).
39. Építmények használata és karbantartása. Építésügyi Szabályzat Budapest Székesfőváros területére. A XXVI. és XXVII. fejezetek tervezete (1940).
40. Búcsúbeszéd Czakó Adolf ravatalánál. *A budapesti József Nádor Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem évkönyve és az 1942/43 tanévének megnyitásakor tartott beszédek*. (1942), pp. 172—175.
41. Dr.h.c. Czakó Adolf —. *Technika* 23 (1942), pp. 37—38.
42. A vasbetonépítés fejlődése és szerepe korunk építészetében. *Honi Ipar*, 3 (1942), 17. szám, pp. 8—9.
43. Dr.h.c. Czakó Adolf élete és munkássága. *A MMÉE Közlönye*, 76 (1942), pp. 25—27.
44. Dr.h.c. Czakó Adolf. *Hungaria Magyar Technikusok Lapja* 9 (1942), febr. 1.
45. Keretszerkezetek számítása a Cross-módszer segítségével. *Építési Zsebkönyv* I., 3. kiadás (1943), pp. 465—491.
- \*46. Keretszerkezetek számítása. Egyetemi Nyomda, Budapest (1944), 29 oldal.
47. Középletelek óvóhelyeiről. *Légoltalmi Közlemények* 6 (1944) pp. 257—260.
48. Gyászbeszéd Wälder Gyula műegyetemi tanár ravatalánál (1944).
49. Wälder Gyula. — *Technika* 25 (1944), pp. 245—246.
50. Csarnoktetők. Kotsis Endre: „Épületszerkezetek” c. munkájának XX. fejezete. (1945), pp. 265—283. mint társszerző.
51. Bevezetés a vasbetonszerkezetek szilárdságtanába. *A vasbeton*. A MÉE kiadványa, Budapest (1947), pp. 1—69.
52. Többtámaszú vasbetontartók. *A vasbeton*. A MÉE kiadványa.
53. Analysis of Frames with Movable Joints. *Műegyetemi Közlemények* (1948), pp. 22—36.
54. Kerettartók számítása. *Építéstudományi Közlemények* (1948), okt.—dec. füzet, pp. 11—15.
55. Statikai feladatok. *Technika*, 2 (1948), p. 6.
56. Terhelési adatok. Az Országos Magasépítési Szabályzat I. részének tervezete (1949). 26 old.
- \*57. A hajlításra igénybevett körhengerháj elmélete. Könyv (1949).
- \*58. A rugalmas körhengerháj differenciálegyenletének közelítő megoldásai. Könyv (1949).
59. A Szovjetunió 1948. évi vasbetonszabályzatáról. *Magyar Közlekedés Mély- és Vízépítés* 2 (1950), pp. 4—11.
- \*60. Eljárás elmozdulósarkú derékszögű keretek számítására. Budapest, Tudományos Könyvkiadó Vállalat (1950).
61. A ferde hajlítás okozta feszültségek. *Magyar Közlekedés, Mély- és Vízépítés* 2 (1950), pp. 53—54.
62. Fa-, kő-, tégl és betonszerkezetek méretszámítása. Az Országos Magasépítési Méretezési Szabályzat III. részének tervezete (1950).

- \*63. Szilárdságtan. I. Egyetemi jegyzet, I. rész, (1950), Könyomat 95 old.
64. Ein beschleunigtes Verfahren zur Berechnung von Stockwerkrahmen. Kézirat (1950).
65. Vasúti kocsiházak méretezése. Tanulmány a Ganz-Wagongyár részére. Kézirat (1950).
66. Gyorsított eljárás emeletes keretszerkezetek számítására (1951). Kézirat.
67. A semleges tengely helyzete ferde hajlítás esetén. *Mélyépités tudományi Szemle*, 1 (1951), p. 405.
- \*68. Szilárdságtan I. Egyetemi jegyzet. II. rész (1951), Könyomat.
- \*69. Nagyszerkezetek. Egyetemi jegyzet. II. rész (1951), Könyomat. Munkatárs: Somogyi László.
- \*70. Statikai Példatár I. Egyetemi tankönyv, Budapest Tankönyvkiadó (1951), 200 old.
- \*71. Szilárdságtan II. Egyetemi jegyzet (1951). Könyomat. Munkatárs: Vass Endre.
- \*72. Statika, I. kötet. Egyetemi tankönyv, Budapest Tankönyvkiadó (1951), 140 old.
- \*73. Szilárdságtan I. Egyetemi jegyzet, III. rész (1951) Könyomat 187 old.
74. Az építészmérnök hallgatóság szilárdságtani oktatása. Kézirat a *Magyar Technika* részére (1951).
75. Korszerű mérekszámítási elvek és eljárások a szerkezeti építészetben. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 1 (1952), 816—838.
76. Kétirányban teherbíró vasbetonlemezek méretezése a képlékenységtan elvei szerint. Hozzászólás Menyhárd István előadásához. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 6 (1952), p. 330.
77. Une contribution à la simplification de la méthode de Hardy Cross. A „*La Technique Moderne-Construction*” 7 (1952), pp. 85—90.
- \*78. Statika II. kötet. Egyetemi tankönyv. Budapest Tankönyvkiadó (1952), 230 old.
79. Ein Lösungssystem der Grundgleichungen der Elastizitätstheorie. *Acta Technica*, 3 (1952), pp. 487—490.
80. Fléxion déviée de barres prismatiques. *Acta Technica* 3 (1952), pp. 247—256.
81. Süveghéjak erőjátéka (1952). Kézirat.
82. Adalékok a kihajlás elméletéhez. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 6 (1952), pp. 281—314.
83. Über die wirklichen Dehnungsverhältnisse bei plastischer Knickung (1952). Kézirat.
84. A képlékeny kihajlásról (1952). Kézirat.
85. Zur Theorie der plastischen Knickung. *Acta Technica* 5 (1952), pp. 47—55.
86. A szilárdságtani oktatás az építészmérnöki karon (1952). Kézirat.
87. A mechanikai oktatás néhány alapvető kérdéséről. Hozzászólás Sályi István: „Új mechanika-tankönyvek a Műszaki Egyetemen” c. cikkéhez. *Felsőoktatási Szemle* (1952), pp. 137—138.
88. Vasbetonlemezek törésméletének néhány kérdéséről. Hozzászólás Menyhárd Istvának az MTA Műsz. Oszt. felolvasó ülésén tartott előadásához (1952). Kézirat.
89. Folyadékkal telt csövek kihajlása. Budapest, Építésügyi Kiadó (*Tanulmányok az épületszerkezetek köréből*), 1953, pp. 37—39.
90. Die plastische Knickung des zentrisch gedrückten Stahlstabes. *Acta Technica* 5 (1953), pp. 153—162.
91. Beitrag zur Theorie der elastischen Kreiszyinderschale. *Acta Technica*, 6 (1953), pp. 167—176.
92. Szkorosztnoj szposzob raszeseta mnogoetazsnüh ramnüh konztrukcij. *Acta Technica*, 6 (1953), pp. 177—188.
93. Adalékok a rugalmas körhengerhéj elméletéhez. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 8 (1953), pp. 527—534.
94. Merevvégű rácsos vezetékoszlopok méretezése csavarásra. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 8 (1953), pp. 585—593.
- \*95. Szilárdságtan II. Egyetemi jegyzet. Könyomat, 2. kiad. (1953).
96. Néhány szó az egyetemi előadásról. *Felsőoktatási Szemle* 2 (1953), pp. 59—61.
97. Szabadvégű rácsos vezetékoszlopok méretezése csavarásra. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 9 (1953), pp. 257—267.
- \*98. A kihajlás. *Egyetemi jegyzet* (1953), Könyomat, 17 lap.
99. Die Berechnung steifendiger Gittermaste auf Verdrehen. *Acta Technica* 6 (1953), pp. 387—398.
100. Pár szó az egyetemi előadásokról. Oktató és nevelő munka. *Az Építőipari Műszaki Egyetem Oktatási Oszt. Közleményei* (1953), pp. 7—15.
101. Die Berechnung freieidiger Gittermaste auf Verdrehen. *Acta Technica* 7 (1953), pp. 147—158.
102. Structural Analysis of Truncated Pyramidal Frames. *Acta Technica* 7 (1953), pp. 507—519.



103. Deformation of Truncated Pyramidal Frames. *Acta Technica* 7 (1953), pp. 465—475.
104. A végein felfüggesztett négyszögkeresztmetszetű rúd stabilitása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 9 (1953), pp. 437—447.
105. Folyadéknyomással terhelt kettősfalú szigetelt körhengerhéjak bélésfalának erőtanai számítása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 12 (1954), pp. 283—403.
106. Az egy ponton felfüggesztett négyszögkeresztmetszetű rúd stabilitása. *Az MTA Műsz. Oszt. Közleményei* 12 (1954), pp. 395—402.
107. Torsion of Cross-braced Pyramidal Transmission Towers. *Acta Technica* 8 (1954), pp. 25—34.
108. Die Stabilität der an ihren Enden aufgehängten prismatischen Stäbe von rechteckigem Querschnitt. *Acta Technica* 8 (1954), pp. 79—90.
109. Különleges kötésben falazott téglapillérek szilárdsága. *Magyar Építőipar* 4 (1954), pp. 154—156.
110. Elastic Theory of the Lining of Double-Walled Insulated Circular Cylindrical Shells under Fluid Pressure. *Acta Technica*, 8 (1954), pp. 295—317.
111. Die Stabilität des an einem Punkte aufgehängten geraden Balkens. *Acta Technica* 8 (1954), pp. 389—397.
112. Belső túlnyomással előfeszített csövek kihajlása. *Magyar Építőipar*, 3 (1954), pp. 15—17.
- \*113. A Cross-módszer. Egyetemi jegyzet. Könyvomat (1954).
- \*114. Statikai Példatár II. Egyetemi tankönyv. Budapest Tankönyvkiadó (1954), 212 old.
115. Die Standsicherheit des an zwei Punkten aufgehängten Rechteckbalkens. *Bauplanung-Bautechnik*, 8 (1954), pp. 290—293.
116. Az egyetemi oktatás színvonalának emeléséről. *A Jövő Mérnöke*, 2 (1954), 6. szám.
117. Berechnung verschieblicher Rahmentragwerke. *Die Bautechnik* 31 (1954), pp. 401—414.
118. Héjszerkezetek statikája. Szmodits Kázmér könyvének bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 13 (1954), p. 420.
119. A vizsgára felkészülés helyes módja. *Vizsgahíradó* (1954), 6. pp. 3—4.
120. Buckling of Stressed Bars of Heterogeneous Materials. *Acta Technica* 9 (1954), pp. 391—404.
121. Dis Statik des Schalenbaues. Szmodits Kázmér „Héjszerkezetek” c. könyvének bírálata. *Acta Technica* 9 (1954), pp. 469—470.
122. Hozzászólás a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem Rektori Tanácsának a Felsőoktatási Szemle 1953. okt.-i számában megjelent határozatához. *Az Építőipari Műszaki Egyetem Műsz. Okt. Oszt. és a Szakszervezeti Bizottság által közösen kiadott „Közlemények”-ben* (1954).
- \*123. Statika II. Egyetemi tankönyv. Budapest. Tankönyvkiadó (1954).
124. Hozzászólás az MTA 1954. évi nagygyűlésén elhangzott osztálytitkári jelentéséhez. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 14 (1954), pp. 56—56
125. Die Stabilität des an seinen Enden aufgehängten, an seiner seitlichen Verschiebung gehinderten Balkens. *Acta Technica* 10 (1955), pp. 31—42.
126. Results on Shells of Translation. *Acta Technica* 10 (1955), pp. 59—71.
127. Az építésmérnök-oktatás szakosításáról. *Felsőoktatási Szemle* 4 (1955), pp. 19—22.
128. Csonkagúla alakú rácsos szerkezetek rúderői. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei*, 17 (1955), pp. 249—258.
129. Csonkagúla alakú rácsos szerkezetek alakváltozása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei*, 17 (1955), pp. 259—268.
130. Keresztkötésekkel merevített csonkagúla alakú rácsos vezetékoszlopok csavarása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 17 (1955), pp. 269—278.
131. Az oldalirányú elmozdulásában gátolt kéttámaszú tartó stabilitása, *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei*, 15 (1955), pp. 139—150.
132. Heterogén anyagú feszített rudak kihajlása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei*, 15 (1955), pp. 249—260.
133. A translációs felület szerint alakított héjakról. *Az MTA Műszaki Tud. Oszt. Közleményei* 15 (1955), pp. 333—345.
134. Special Kind of Shells of Translation with Two Vertical Planes of Symmetry. *Acta Technica*, 11 (1955), pp. 231—240.
135. Theory of the Bending of the Flat Slab Floor Supported on Four Rectangular Faces. N. Müller cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 8 (1955) p.
136. Simple Calculation of 3 Storey Frames Loaded by Lateral Forces. E. Lusser cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 8 (1955) p. 197.
137. Zur Berechnung kreisrunder Stollenauskleidungen. *Die Bautechnik* 32 (1955) pp. 334—337.

138. Calculation of Calotte Shells over Rectangular Bases. *Acta Technica* 11 (1955) pp. 427—440.
139. A smolenicai betonkongresszusról. *Akadémiai Értesítő* 1955.
140. Über proportionierte Rahmen. *Die Bautechnik* 33 (1955) pp. 19—20.
141. Calotte Shell over Rectangular Base. *Acta Technica* 13 (1955) pp. 149—164.
142. La torsion des prismes multicellulaires en treillis. *Acta Technica* 12 (1955) pp. 339—350.
143. Pogány Béla 65 éves. Kézirat a *Magyar Építőipar* részére 1955.
144. Mit lättunk Lengyelországban? *Felsőoktatási Szemle* 4 (1955) pp. 563—565. (Társ-szerző: Gábor László)
145. A miedzydrojei építési konferenciáról. *Akadémiai Értesítő* 57 (1955), pp. 390—392.
146. Berechnung verschieblicher Rahmentragwerke. Bericht. *Die Bautechnik*, 32 (1955), p. 101.
147. Egy két irányban görbe kupolaszerű héj kihajlása. *Az Építőipari és Közlekedési Műszaki Egyetem Tudományos Ülésszakának Előadásai* (1955), pp. 253—260.
148. Die Knickung geradachsiger Stäbe bei Behandlung mit der Methode der elastischen Punkte. *Acta Technica* 12 (1955), pp. 275—287.
149. Einfache Methoden zur Berechnung von Kappenschalen über rechteckigem Grundriß. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Dresden* 5 (1955), 56. pp. 1031—3.
150. A kétmenetű héjak egyik különleges fajtájáról. *Az MTA Műsz. Tud. Közleményei*, 18 (1956), pp. 9—16.
151. Eljárás derékszögű négyszögalaprajzú süveghéjak számítására. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 18 (1956), p. 31—43.
152. K vypoctu kupolovych skrupin nad pravouholnikovym podorysom *Problémy Teórie A.Oceli Zelezobetonu* (1956), pp. 128—148.
153. A körlap tetetlenségi nyomatéka. *Magyar Építőipar* 5 (1956), p. 94.
154. Sokrekeszű rácsos hasábok csavarása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 18 (1956), pp. 201—211.
155. Ein Beitrag zur zweckmäßigen Formgebung der Kappenschalen über rechteckigem Grundriß. *Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau* 16 (1956), pp. 71—84.
156. Berechnung verschieblicher Rahmentragwerke. *Zuschriftserwiderung. Die Bautechnik* 33 (1956), pp. 33—34.
157. Calculation of Prestresses in Strip-Wound High-Pressure Vessels. *Acta Technica*, 14 (1956), pp. 127—135.
158. Approximative Calculation of Buckling-Length of Multistored Frames. P. Sahmel cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews*, 9 (1956), p. 66.
159. Structural Design of Straight-Member Trusses and of Multistory Frames with Parallel Columns. K. Rudmann könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 9 (1956), pp. 104—105.
160. Konstrukcije Zebetoew. J. Nechay könyvének ismertetése és bírálata. Kézirat a *Magyar Építőipar* részére.
161. Calculation and Design of Prestressed Steel Trusses. B. Fritz cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 9 (1956), pp. 202—203.
162. The Buckling of a Spheroidal Shell Curved in Two Directions. *Acta Technica* 14 (1956), pp. 425—437.
163. Simplification of the Cross Method for Symmetrical Frames. Kozák I. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 9 (1956), pp. 152—153.
164. A külpontos nyomásra igénybevett vasbeton oszlop problémája. Tanulmány a Közlekedés- és Postaügyi Minisztérium Hídosztálya részére (1956), 75 oldal, 46 ábra.
165. Nyomatékmentes, forgáhéjak kinematikai határozatlanságának feltétele. Hozzászólás Vlaszov V. Z. előadásához. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 19 (1956), p. 223.
166. Approximative Calculation of Decrease of Tension in Prestressing Steel Wire Wound on Circular Cylindrical Shell Containers. Bauer, F. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews*, 9 (1956), p. 249.
167. Horonnyal kapcsolt többlépcsőfokok erőjátéka. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 19 (1956), pp. 257—264.
168. Oblique Reinforcement of Reinforced Concret Foundation over Individual Piles. Bay, H. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews*, 9 (1956), p. 249.
169. A fűtőcsövek elhelyezéséről. Kézirat a *Magyar Építőipar* részére.
170. A New Method for the Calculation of Grillage. Klemp, W. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews*, 9 (1956), p. 249.
171. High Building Frames and Foundation, Baker, A. L. L. cikkének ismertetése. *Applied Mechanics Reviews* 9 (1956), p. 383.

172. Die Standsicherheit der aufgehängten Fertigbauteile. *Bauplanung-Bautechnik*, **10** (1956), pp. 355–360.
173. International Calculation of Multistorey Building Frames with Sidesway. I. Eisemann cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews*, **9** (1956), p. 424.
174. Drezdai tanulmányutamról. *Felsőoktatási Szemle* **5** (1956), pp. 452–453.
175. Influence of Inaccuracies of Execution upon Stability of Beams of Rectangular Cross Section, Suspended at Both Ends. Böröcz I. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews*, **9** (1956), p. 522.
176. Hozzászólás Murasev tanulmányához. *Problémy Teórie A Oceli Zelezobetónu* (1956),
177. Megjegyzés Prof. K. Havelka tanulmányához. *Problémy Teórie A Oceli Zelezobetónu* 1956, p. 67.
178. Hozzászólás Prof. K. Hruban tanulmányához. *Problémy Teórie A. Oceli Zelezobetónu*, 1956. pp. 72–73.
179. Dr. Warga László. *Az Építőipari és Közlekedési Műszaki Egyetem Évkönyve* (1955/56. tanév) Budapest, 1957. pp. 100–101.
180. Tekercselt nagynyomású edény kezdőfeszültségének meghatározása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* **21** (1957), pp. 67–74.
181. Egy alapvető természeti törvényről. Kézirat a *Felsőoktatási Szemle* részére.
182. A nyomott rúd határteherbírásának kiszámításáról. Hozzászólás Bölskei E. előadásához. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* **9** (1956), p. 188.
183. Beitrag zur Gestaltung u. Berechnung kuppelartiger Rechteckschalen. *Bauplanung Bautechnik* **11** (1957), pp. 149–154.
184. A kritikus nyomóerő meghatározására szolgáló Barta-fele iterációs eljárás módosítása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* **21** (1957), pp. 362.
185. Barré de Saint-Venant emléke 100 év távlatában. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei*, **21** (1957), pp. 365–367.
186. Contribution to the Elastic Theory of Isotopic Bodies. *Acta Technica* **17** (1957), pp. 355–359.
187. Modifikation des Barta'schen Iterationsverfahrens zur Bestimmung der Knickkraft gerader Druckstäbe. *Acta Technica* **17** (1957), pp. 349–353.
188. Numerikus eljárás a csavarás-okozta feszültségek számítására. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* **21** (1957),
189. Az építészmérnök hallgatók középiskolai matematikai ismereteiről. Kézirat a *Felsőoktatási Szemle* részére.
190. Méthode de calcul numérique des contraintes causées par la torsion. *Acta Technica* **18** (1957), pp. 399–407.
191. Calcul des calottes minces reposant sur une base rectangulaire. *Béton Armé* **1** (1957), pp. 1–7.
192. Consideratii asupra invelitorilor subtiri de translatie *Industria Constructiilor si a Materialelor de Constructii*.
193. Un tip special de invelitoare subtire de translatie cu doua plane verticale des simetrie. *Industria Constructiilor si a Materialelor de Constructii* **1** (1957), pp. 7–11.
194. Elasticity Theory of Plane Plates of Uniform Thickness. *Periodica Polytechnica, Engineering-Maschinen- und Bauwesen* **1** (1957), pp. 103–120.
195. Stress Analysis of Block Steps with Grooved Joints. *Acta Technica* **16** (1957), pp. 195–204.
196. An Elctrical Resistance Network Analogue for the Solution of Moment Distribution Problems. Sved, G. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* **10** (1957).
197. Einige Worte über Universitätsvorlesungen. Kézirat a *Das Hochschulwesen* részére.
198. La stabilité des éléments de construction préfabriqués suspendus. *Béton Armé* **1** (1957), pp. 45–56.
199. Research and Methods of Limit Analysis of Framed Structures of Mild Steel, Part I. Jaeger, Th. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* **10** (1957), p. 295.
200. Research and Methods of Limit Analysis of Framed Structures of Mild Steel, Part II. Jaeger, Th. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews*, **10** (1957), p. 295.
201. Research and Methods of Limit Analysis of Framed Structures of Mild Steel, Part III. Jaeger, Th. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews*, **10** (1957), pp. 295–296.
202. On Shells Curved in Two Directions. *Proceedings of the Second Symposium on Concrete Shell Roof Construction*, Juli 1–3, 1957. Teknisk Ukeblad, Oslo 1958, pp. 203–209.

203. Measuring Systems of Physics and Engineering. Oberdorfer, G. könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 10 (1957), pp. 336—337.
204. A New Method for the Calculation of Statically Indeterminate Framed Structures. Braun, O. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 10 (1957), p. 355.
205. A la mémoire d'un savant français: Barré de Saint-Venant. *Acta Technica* 17 (1957), pp. 159—163.
206. Généralisation de la théorie de la torsion de Saint-Venant *Acta Technica* 17 (1957), pp. 171—173.
207. The Analysis for Wind Loading of Rigid-Jointed Multi-Storey Building Frames. Part I Lightfoot, E. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews*.
208. The Analysis for Wind Loading of Rigid-Jointed Multi-Storey Building Frames. Part 2 Lightfoot, E. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 10 (1957), p. 465.
209. The Use of Wire Models to Solve the Continuous Vierendeel Girder, Part 1. and Part 2. Hondros, G.—Kirkby, D. A. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 10 (1957), p. 509.
210. The Desing of Triangulated Frameworks on an Elastic Basis. Allen, H. G. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 10 (1957), p. 559.
211. Pure Bending of Lattice Trusses with Parallel Chords. *Acta Technica* 19 (1957), pp. 155—167.
212. Prof. Dr. Ing. E.h. Dr. techn. habil. V. Mihailich 80 Jahre. *Die Bautechnik* 34 (1957), p. 444.
213. Prof. Dr. Ing. E. h. Dr. techn. V. Mihailich 80 Jahre alt. *Beton u. Stahlbetonbau* 52 (1957), p. 307.
214. Ein Verfahren zur angenäherten Lösung von Stabilitätsproblemen rahmenartiger Fertigteile. II. *Internationaler Kongress für „Montagebau mit Fertigteilen.“* Vorbericht, Dresden, 1957.
215. Generalreferat zur Themengruppe „Statik und Bemessung“. *Zweiter Internationaler Kongress für Montagebauweise mit Stahlbeton Fertigteilen* Dresden, 1957.
216. Süveghéj derékszögű négyszögalaprajz felett. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 22 (1958), pp. 17—33.
217. Egyenestengelyű rudak kihajlása a rugalmas pontok módszerével tárgyalva. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 22 (1958), p. 35.
218. Adalékok az izotrop anyagok rugalmasságtanához. *Az MTA Műsz. Oszt. Tud. Közleményei* 22 (1958), pp. 75—76.
219. A tiszta csavarás de Saint-Venant-féle elméletének általánosítása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei*, 22 (1958), pp. 77—78.
220. Sokszoros rácozású párhuzamos övű tartók tiszta hajlítása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 23 (1958), pp. 27—32.
221. Helyettesítő eljárás síkbeli kerettartókra vonatkozó stabilitási feladatok közelítő tárgyalásához. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 23 (1958), pp. 23—26.
222. Kőralakú furattal bíró, sokszögkeresztmetszetű, prizmatikus rudak csavarása. Kézirat.
223. Hevederes tartók merevségi jellemzői. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 23 (1958), pp. 33—37.
224. Ein Verfahren zur angenäherten Lösung von Stabilitäteproblemen rahmenartiger Fertigteile. *Montagebauweise mit Stahlbetonfertigteilen im Industrie u. Wohnungsbau*, Berlin VEB Verlag Technik, 1958, pp. 308—312.
225. Die Verformung und nachträgliche Verstärkung einer kuppelartigen Schale in Ungarn. *Die Bautechnik* 35 (1958), pp. 69) 72.
226. Svidkisznij szposzib rozrahunku bagatostazsnih ramnih konsztrukcij. *Priklada Mehanika*. Institut Budivelnj Mehaniki an URSZR. 4. B1(1958), pp. 47—54.
227. Stiffness Characteristics of Vierendeel Girders with Parallel Chords. *Acta Technica* 20 (1958), pp. 251—260.
228. Stiffness Characteristics of Rigid Warren Girders. *Acta Technica* 20 (1958), pp. 103—118.
229. Generalreferat II. zur Themengruppe Statik u. Bemessung Montagebauweise mit Stahlbeton Fertigteilen im Industrie u. Wohnungsbau Berlin, VEB Veralag, Technik, 1958, pp. 305—306.
230. 100 évesek a Clapeyron-féle egyenletek. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 23 (1958), pp. 63—64.
231. On Stresses and Deformation of Ellipsoidal Shells Subjected to Internal Pressure. Clark, R.A.—Reissner, E. cikkének ismertetése és bírálata. *Applia Mechanics Reviews* 11 (1958), p. 482.

232. Pin-Ended Gabled Frames. Chinn, I. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 11 (1958), p. 170.
233. Bending Forces in Block-Steps of Supported Stairs, if Each Step is Loaded in the Same Way. *Acta Technica* 23 (1958), pp. 217—231.
234. Előregyártott szerkezeti elemek stabilitása. *Építési és Közlekedéstudományi Közlemények* 2(1958), pp. 101—112.
235. Auswertung von an Stahlbetonrippendecken durchgeführten Probelastungen nach der Theorie der orthotropen Platten *Die Bautechnik* 35 (1958), pp. 436—439.
236. Verfahren zur Auswertung von Probelastungen auf Decken. *Die Bautechnik* 35 (1958), pp. 396—399.
237. Lateral Deflections and Stresses in Building Frames. McCellan, R. E. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 11 (1958), pp. 169—170.
238. Les équations de Clapeyron ont 100 ans. *Acta Technica* 21 (1958), pp. 423—425.
239. Einige statische Probleme der Montagebauweise mit Stahlbetonfertigteilen. *Bauplanung-Bautechnik* 12 (1958), pp. 58—61.
240. Design of Multi-Level Guyed Towers. Structural Analysis. Gohen, E. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 11 (1958), p. 170.
241. Substitution Method for the Approximate Analysis of Stability Problems of Plane Framed Trusses with Rigid Joints. *Acta Technica* 19 (1958), pp. 405—414
242. On the Stresses in a Composite Truncated Cone due to Shearing Stresses on the Curved Surface. Das, S. C. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 7 (1958), p. 355.
243. Über frei aufliegende Balkenketten. *Die Bautechnik* 35 (1958), pp. 138—140.
244. Design of Multi-Level Guyed Towers with Wind Loading. Cohen E. — Ferrin, H. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 11 (1958), pp. 199—200.
245. A Szilárdságtani Kutatócsoport 1957. évi munkásságáról. Kézirat az *Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények* részére.
246. Stresses in a Circular Cylinder and in a Paraboloid of Revolution due to Shearing Forces. Verma G. R. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 7(1958), p. 353.
- \*247. Statika II. kötet. *Egyetemi tankönyv*. Budapest, Tankönyvkiadó (1958), Harmadik javított kiadás, 230 oldal.
248. Pin-ended Gabled Frames. Chinn, I. cikkének ismertetése és bírálata. *Journal of the American Concrete Institute* 30 (1958), p. 296.
249. Az affin héjakról. Kézirat a *Magyar Építőipar* részére.
250. Állandó falvastagságú forgásciklois-héjból származtatott ellipszis alaprajzú kupola. Kézirat a *Magyar Építőipar* részére.
251. Generalization of Macaulay's Method. *Acta Technica* 24 (1959), pp. 109—120.
252. Eljárás két irányban görbe héjak közelítő számítására. *Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények* 3 (1959), pp. 191—199.
253. Method for Approximate Calculation of Shells Curved in two Directions. *Proceedings of the Third Congress on Theoretical and Applied Mechanics*. Bangalore, India (1959) pp. 49—58.
254. A Macaulay-féle eljárás általánosítása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 24 (1959), pp. 65—66.
255. Két végén megfogott négyzetes cső csavarása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 24 (1959), pp. 61—63.
256. Alapozási hibák. Dr. Széchy Károly könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 24 (1959), pp. 492—493.
257. Die Spannungsverteilung in der Haut eines kugelförmigen Behälters bei tangentialer Krafteinleitung durch äquidistanten Stützen in einem beliebigen Breitenkreis nach der Membrantheorie. Mainzer, F.—Z. cikkének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 12 (1959), p. 33.
258. On Approximate Method for the Analysis of Disks by Decomposition into Strips. Hibajegyzék Craemer, H. cikkéhez. *Acta Technica* részére.
259. Proceedings of the Symposium on „Prestressed Concrete an Applied to Buildings”, 10—12 February 1958, Roorkee. A kongresszusi kiadvány ismertetése és bírálata. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 24 (1959), pp. 496—497.
260. Dimitrij Ivanovics Zsuravszkij. *Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények* 3 (1959), pp. 377—389.
261. Hochgradig statisch unbestimmte Tragwerke. Baldauf., H. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 9 (1959), p. 152.
262. Torsion of a Square-Shaped Tube Clapsed-in at Both Ends *Acta Technica* 24 (1959), pp. 379—390.



263. Ernst Lewicki 65 éves. *Mélyépitéstudományi Szemle* 9 (1959), p. 27.
264. Stabilitätstheorie mit Erläuterungen zu DIN 4114, Teil I. Bürgermeister, G.—Steup, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 24 (1959), pp. 495—496.
265. Bending Forces in Block Steps of Supported Stairs Loaded along a Single Stair-Groove. *Acta Technica* 25 (1959), pp. 321—334.
266. Rács kerettartók merevségi jellemzői. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 24 (1959), pp. 1—5.
267. Voiles minces a double courbure. *Béton Armé* 3 (1959), No 4. (Février-Mars) pp. 5—9.
268. Valamennyi lépcsőfokon azonosan terhelt gyámolított lépcsőfok fokainak hajlítógénybevétele. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 24 (1959), pp. 43—44.
269. The Analysis of a Cylindrical Shell Roof with Edge Beams, Gerard, F. A. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 12 (1959), p. 757.
270. Problems in Engineering Structures. Ashby, R. J.—Chilver, könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 12 (1959), p. 845.
271. Forgásciklois héjből származtatott ellipszis alaprajzú héj. Kézirat a *Magyar Építőipar* részére.
272. Two Methods of Calculation of Paraboloid-Shells of Revolution over a Regular Triangular Base. *The Indian Concrete Journal* 33 (1959), pp. 411—416.
273. An Interesting Translation Shell. Nyffeler, H. tanulmányai ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 12 (1959), p. 460.
274. Calcul des cadres orthogonaux à noeuds deplacables. *Construction* 14 (1959), pp. 232—236, 275—277.
275. Über doppelt gekrümmte Schalen. *Acta Technica* 26 (1959), pp. 87—101. (Mihailich emlékkönyv)
276. Geometrical Verification of J. Pelikán's Thesis on Evolution *Acta Technica* 26 (1959), pp. 399—402.
277. Constructional Method to Determine the Coefficients Figuring in the Stress Formula for Eccentric Loading. *Acta Technica* 26 (1959), pp. 419—422.
278. Egyetlen lépcsőhorony mentén terhelt lépcsőkar fokainak hajlítógénybevétele. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 25 (1960), pp. 83—84.
279. Pelikán J. kifejtési tételének mértani igazolása. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 25 (1960), pp. 84—86.
280. Csonka János élete és munkássága. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 25 (1960), pp. 345—385.
281. Szerkesztő eljárás a külpontos igénybevétel feszültségképletében szereplő állandók meghatározására. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 25 (1960), pp. 141—143.
282. Egyszerűen számítható különleges alakú süveghéjak. *Magyar Építőipar* 9 (1960), pp. 89—94.
283. A Macaulay-féle eljárás alkalmazási körének kiterjesztése. *Az MTA Műsz. Oszt. Közleményei* 27 (1960), pp. 217—219.
284. A rugalmas körhengerhéj feszültségfüggvényéről. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 27 (1960), pp. 221—225.
285. Kontrollformeln zur Spannungsberechnung der Kappenschalen *Die Bautechnik* 37 (1960), pp. 59—63.
286. Tartószerkezetek. Pelikán J. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 10 (1960), p. 59.
287. Bevezetés a héjszerkezetek statikájába. Menyhárd I. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 10 (1960), p. 40.
288. Építőanyagok I. Palotás László könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 25 (1960), pp. 405—406.
289. On the Torsion of a Cylindrical Beam Having a Trapezoidal Cross Section. Shirely L. K.—Stanisio M. K. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 13 (1960), p. 94.
290. Méthod pratique de calcul des voiles minces à double courbure. *Construction* 15 (1960), pp. 311—313.
291. Vierendeel-Träger mit verhältnismässig biegsamen Wandstäben. *Bauplanung-Bautechnik* 14 (1960), pp. 310—314.
292. Die Montagebauweise mit Stahlbetonfertigteilen im Industrie und Wohnungsbau. A II. Nemzetközi Vasbeton Előgyártási Kongresszus kiadványának ismertetése és bírálata. *Magyar Építőipar* 9 (1960), p. 238.
293. On the Stress-Function of the Circular Cylindrical Shell. *Acta Technica* 29 (1960), pp. 87—98.

294. Conference on Metallurgical and Engineering Aspects of Weight-Saving in Steel Structures. A Scotland Iron and Steel Institute 1958. évi kongresszusi kiadványának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 13 (1960) p. 339.
295. Megemlékezés két világhírű tudós haláláról. *Mélyépítéstudományi Szemle* 10 (1960), p. 218.
296. Procédé de calcul et d'interprétation des épreuves de charges des planchers. *Béton Armé* 4 (1960), pp. 13–17.
297. Procédé de détermination graphique des contraintes figurant dans la formule de tension des sollicitation excentriques. *Béton Armé* 4 (1960), pp. 13–14.
298. Dimitri Ivanovich Jourawski. *Acta Technica* 28 (1960), pp. 423–439.
299. The Extension of the Application-Range of Macaulay's Method *Acta Technica* 31 (1960), pp. 3–12.
300. Paraboloid Shell of Revolution over Equilateral Triangle Basis. *Acta Technica* 29 (1960), pp. 313–322.
301. The Life and Activity of J. Csonka. *Acta Technica* 29 (1960), pp. 235–244.
302. Formulae for Controlling Stress Calculations of Calotte Shells. *Acta Technica* 29 (1960), pp. 355–368.
303. Épületek óvóhelyeiről. *Légtalmi Szemle* (1960), 10. szám pp. 71–86.
304. Some Simple Cases of the Torsion Problem of Prismatic Bars. *Proceedings of the Sixth Congress on Theoretical and Applied Mechanics*. Delhi, December 23–26. 1960. pp. 141–146.
305. Calculation of Paraboloid Shells of Revolution on a Base Comprising a Regular Triangle or Hexagon by the Relaxation Method. *Acta Technica* 31 (1960), pp. 343–357.
306. Membrane boltite de forma speciala, calculabile prin metode simple. *Constructii si Mecanizare in Constructii*.
307. Different Forms of the Stress Function of Circular Cylindrical Shells. Proceedings of the Glasgow Symposium on „Nuclear Reactor Containment, Buildings and Pressure Vessels.” Messrs Butterworths, London 1960, pp. 434–441.
308. Csonka János élete és munkássága. Budapest, Akadémiai Kiadó 1960, 41 old.
309. Különleges alakú membránhéjak szabályos háromszög alaprajz felett. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 31 (1960), pp. 185–191.
310. A szabadon támaszkodó kéttámaszú gerendasorokról. *Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények* 5 (1961), pp. 361–367.
311. Eljárás födémeken végzett próbaterhelések kiértékelésére. *Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények* 5 (1961), pp. 369–380.
312. Forgásparaboloid alakú héj szabályos háromszög alaprajz felett. *Az MTA Műsz. Oszt. Közleményei* 29 (1961), pp. 43–47.
313. Szabályos háromszög- és hatszög alaprajzú forgásparaboloid-alakú héjak számítása relaxációval. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 28 (1961), pp. 49–53.
314. Forgásparaboloid szerint alakított fülkehéjak. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 28 (1961), pp. 55–59.
315. Megemlékezés Czákó Adolfról születésének 100-ik évfordulóján. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 28 (1961), pp. 447–450.
316. A teljes hosszában rugalmasan befogott rúd kihajlása. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 29 (1961), pp. 85–88.
317. Stahlbetonkonstruktionen. Gyengő, T.—Menyhárd, I. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 38 (1961), p. 107.
318. Közelítő eljárás párhuzamos övű kerettartók számítására. *Magyar Építőipar* 10 (1961), pp. 221–225.
319. Új eljárás kismerevségű hevederekkel bíró kerettartók számítására. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 28 (1961), pp. 123–131.
320. Eine praktische Formulierung des Prinzips des statischen Massenausgleiches bei affinen Schalen. *Die Bautechnik* 38 (1961), pp. 53–54.
321. Die Größtmomente der durch Wind belasteten Stockwerkrahmen. *Bauplanung-Bautechnik* 16 (1961), pp. 336–337.
322. Lemezvázas önhordó vasúti kocsiszekrények számítása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 28 (1961), pp. 299–300.
323. Some Remarks Referring to the Calculation of Paraboloid Shells of Revolution over a Regular Triangular Base. *The Indian Concrete Journal* 35 (1961), pp. 223–224.
324. Symmetrisch bzw. antimetrisch belastete symmetrische und antimetrische Schalen. *Die Bautechnik* 38 (1961), pp. 413–15.
325. Apse-Like Formed Paraboloid Shells of Revolution. *Acta Technica* 32 (1961), pp. 39–52.
326. A szomszédos födemelemek szerkezeti együttműködéséről. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 29 (1961), pp. 155–170.

327. Változó keresztmetszetű oszlop kihajlása. *Magyar Építőipar* 10 (1961), pp. 195—197.
328. On the Annular Edge Beam of Membrane Shells. *Acta Technica* 33 (1961), pp. 413—430.
329. Megemlékezés a statika tanítómesteréről, Czakó Adolf műegyetemi tanárról. Szemelvények a Műegyetemi Könyvtár részére (1961)
330. Zweckmäßige Konstruktionsformen für vorgefertigte Schalen. *Bauplanung-Bautechnik* 16 (1961), pp. 367—374.
331. Bemerkungen zu den von A. P. Sohadse durchgeführten Versuchen mit flachen Kugelschalen. Kézirat, Prof. O. D. Oniaswilli részére.
332. Praktische Schalenstatik. Born, J. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitésstudományi Szemle* 11 (1961), p. 283.
333. Procédé d'interprétation des épreuves de charges des planchers à nervures en béton armé, selon la théorie des plaques orthotropes. *Béton Armé* 5 (1961), pp. 22—25.
334. Buckling of Bars Elastically Built-in along their Entire Length. *Acta Technica* 32 (1961), pp. 423—427.
335. Hajlításra igénybevett szerkezeti elemek elmélete. Hruban K.—Hruban I.—Vitek, B. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitésstudományi Szemle* 11 (1961), p. 283.
336. Membrane Shells with Vertically Supported Edge Beam. *International Colloquium on Simplified Calculation Methods, Brussels, September 4—6, 1961, Report II/6.* (1961), pp. 1—25.
337. Az Akadémia műszaki kiadványairól. Hozzászólás az Osztálytitkári jelentéshez a Műszaki Tudományok Osztályának 1962. évi ápr. 5-én tartott ülésén. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 3 (1961), p. 40.
338. Nachruf an Prof. Dr. Ing. E. h. A. Czakó an der 100-sten Jahreswende seiner Geburt. *Acta Technica* 33 (1961), pp. 209—213.
339. Az önhordó válaszfalak erőtani szerepéről. *Magyar Építőipari* 9 (1961), p. 258.
140. Calculation of Auto-Portante Railway Carriage Frames. *Acta Technica* 33 (1961), pp. 143—161.
341. Über das statische Verhalten der Decken aus vorgefertigten Stahlbetondielen. *Historia Rozwoju Katedry i Zakładu Budownictwa Zebetowego*, Dansk 17—18. 1961, pp. 127—134.
342. Analysis of the Wind Load Effect on Rigid-Jointed Multi-Storied Building Frames. *Acta Technica* 34 (1961), pp. 135—40.
343. Ellenőrző képletek süveghéjak feszültség számításához. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 29 (1961), pp. 49—50.
344. Contribution to the Theory of Plane Plates. *Proceedings of the Seventh Congress on Theoretical and Applied Mechani.* Bombay, December, 23—26, 1961, pp. 61—76.
345. Az 1961-évi krynciai tudományos konferenciáról. *Magyar Tudomány* 6 (1961), p. 769.
346. Calcul plastique des Construction. Volume I. Massonnet, Ch. — Save, M. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitésstudományi Szemle* 11 (1961), p. 574.
347. Elliptic Paraboloid Shells with Constant or Continuously Varying Thickness, Having an Elliptic Base. *Acta Technica* 34 (1961), pp. 337—349.
348. Die Berechnung der Zylinderschalen. Chronowicz., A.—Born J. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitésstudományi Szemle* 11 (1961), p. 574.
349. Épületek állékonyságának talajmechanikai feltetelei. Hozzászólás Rétháti László előadásához. Az Építésügyi Minisztérium Kutató Intézeteinek 1960 évi tudományos ülészaka. É.M. Építésügyi Dokumentációs Iroda, Budapest 1961, p. 144.
350. Dr. h.c. Kármán Tódor a Budapesti Műszaki Egyetem díszdoktora *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 31 (1961), pp. 9—12.
351. A membránhéjak peremabroncsáról. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 30 (1962), 1962), pp. 89—91.
352. Nouvelle méthode pour le calcul de poutres Vierendeel à montants relativement élastiques. *Acier-Stahl-Steel* 27 (1962), pp. 60—62.
353. Neues Verfahren zur Berechnung von Vierendeel-Trägern mit verhältnismäßig biegsamen Pfosten. *Acier-Stahl-Steel* (Német nyelvű kiadás), 27 (1962), pp. 71—82.
354. A New Method for the Analysis of Vierendeel Girders with Relatively Flexible Posts. *Acier-Stahl-Steel* (Angol nyelvű kiadás) 27 (1962), pp. 58—60.
355. A csavarási probléma néhány zárt alakú megoldása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 30 (1962), pp. 121—126.
356. Beitrag zur Berechnung waagrecht belasteter Stockwerkrahmen. *Die Bautechnik* 39 (1962), pp. 237—240.
357. Dimitrij Ivanovics Zsuravszkij. *Priklada Mechanica* részére
358. Állandó, vagy folyamatosan változó falvastagságú elliptikus paraboloidhéj ellipszis alaprajz felett. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 30 (1962), pp. 93—96.

359. Die Windberechnung von Stockwerkrahmen mittels Differenzgleichungen. *Die Bautechnik* 39 (1962), pp. 349—352.
360. Appropriate Structural Types of Precast Shell Structures. *Bulletin of the International Association for Shell Structures* No. 10 (1962), pp. 1—25.
361. Toronyházak vázszerkezetének számítása szélterhelésre. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 30 (1962), pp. 85—88.
362. Some Geometrical Aspects on the Shaping of Precast Shell Elements. *Bulletin of the International Association for Shell Structures*. No.10(1962), p. 26.
363. Formules pour le controle de l'état de tension des calottes. *Béton Armé* 6 (1962), pp. 10—14.
364. Szélerőkkel terhelt épületek földemeinek erőtani viselkedése. *Magyar Építőipar* 11(1962), pp. 66—68.
365. Membránhéjak teljesen szabad peremmel. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 31 (1962), pp. 213—215.
366. Az új Erzsébet-híd kapuzati oszlopainak vizsgálata horpadásveszély szempontjából. *Az UVATERV megbízásából sokszorosított kivitelben készült tanulmány*. 1962.
367. Vierendeel-Frames. El-Demirdash, J.A. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 15 (1962).
368. O dwóch specjalnych typach powłok w stanie blonowym. *Inżynieria i Budownictwo* 19 (1962), pp. 15—18.
369. Szellőzőnyílás falpilléreken. *Magyar Építőipar* 11 (1962), pp. 93—94.
370. Barèmes et abaque de construction métallique. Vol. II. Macquart B. könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 15 (1962), pp. 264.
371. Építőanyagok II. Palotás L. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 31 (1962), pp. 461—462.
372. Az új Erzsébet-híd kapuzati pilléreinak vizsgálata a kábelsaruk által átadott összpontosított erők szempontjából. *Az UVATERV megbízásából sokszorosított kivitelben készült tanulmány*. 1962.
373. Some Solutions in Closed Form of Problems on Torsion. *Acta Technica* 38(1962), pp. 221—227.
374. Über die Simponsche Formel. *Zuschrift. Der Bauingenieur* 37 (1962), p. 364.
375. Poutres Vierendeel avec montants relativement flexibles. *Béton Armé* 6 (1962), pp. 16—21.
376. Mechanics of Engineering Structures. Rogers, G. L.—Causey, M. L. könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 8 (1962), pp. 618—619.
377. Membrane Shells with Perfectly Free Edges. *Acta Technica* 40 (1962), pp. 151—167.
378. Toleranzen in der Statik. Genauigkeitswesen im Hochbau. *Internationales Kolloquium an der TU Dresden von 19. bis 22. Juni*. 1962. pp. 983—986. és *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden* 11 (1962), pp. 983—986.
379. Specially Shaped Membrane Shells on a Base Comprising an Equilateral Triangle. *Acta Technica* 39 (1962), pp. 187—94.
380. A IV. nemzetközi előfeszített vasbetonkongresszusról. *Magyar Tudomány*
381. Über zwei besondere Schalenarten. *Bauplanung-Bautechnik* 16 (1962), pp. 348—350.
382. Membrane Shells with Vertically Supported Edge Beam. *Bulletin of the International Association for Shell Structures*. No. 11 (1962).
383. Dr. h. c. Mihailich Győző 85 éves (Sz. K.) *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 31(1962), pp. 7—8.
384. Dr. h. c. Schleicher Aladár 1881—1962. (Sz. k.) *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 31 (1962), pp. 7—8.
385. A szakcikkek kéziratairól. *Az MAT Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* (Szerk.), 31 (1962) pp. 471—481.
386. Voiles minces en forme de paraboloïde elliptique d'épaisseur de paroi constante ou à variation continue construit sur une base elliptique. *Béton Armé* 6 (1962), pp. 13—17.
387. Mechanics of Engineering Structures. Rogers, C.—Causey, M. L. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 11 (1962), p. 520.
388. Membrane Shells with Vertically Supported Edge Beam. Simplified Calculation Methods of Shell Structures. *Proceedings of the Colloquium on Simplified Calculation Methods Brussels, September 4—6, 1961*. North—Holland Publishing Company—Amsterdam 1962, pp. 219—234.
389. Az Euler-féle kritikus nyomóerő egy alsó és egy felső korlátja. *Kézirat*. 1962.
390. Vasbetonszerkezetek elmélete, méretezése és szerkezeti kialakítása. Gyengő T.—Menyhárd I. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 32 (1963), pp. 477—478.

391. A lakóház födémeken számításba veendő hasznosteher. *Magyar Építőipar* 12 (1963), pp. 66–69.
392. Forgáshiperboloid alakú hűtőtorony egyenszilárdságú köpenyfallal. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 32 (1963), pp. 119–123.
393. Beitrag zur Berechnung waagrecht belasteter Stockwerkrahmen. Erwiderung. *Die Bautechnik* 40 (1963), p. 108.
394. Über die Spannungsberechnung ausmittig belasteter Pfeiler mit asymmetrischem Querschnitt. *Die Bautechnik* 40 (1963), pp. 272–274.
395. Coefficients for Analysis of Two and Three Span Continuous Beams of Constant Moment of Inertia. Muscatina, Yowa, Stanley Co. kiadványának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 16 (1963), p. 360.
396. A héjszerkezetekről. *Magyar Tudomány* 8 (1963), pp. 403–412.
397. Beitrag zur Berechnung waagrecht belasteter Stockwerkrahmen. Ergänzung. *Die Bautechnik* 40 (1963), p. 144.
398. Shortening of the Moment Distribution Process of Kani in the Case of Poor Convergence. Schoppe I. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 16 (1963), p. 50.
399. Comportement statique des planchers et plafonds soumis à l'action du vent. *Béton Armé* (1963), No. 52. pp. 5–7.
400. Application des équations aux differences finies au calcul des coques. Soare, M. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 13 (1963), p. 432.
401. Hochgradig statisch unbestimmte Tragwerke. II. kiadás Baldauf, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 13 (1963), p. 432.
402. Voiles minces de forme speciale construits sur une base en triangle équilatéral. *Béton Armé* No. 50 (1963), Aout-Septembre pp. 4–6.
403. Thermoelasticity. Nowacki W. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 32 (1963), p. 462.
404. Échafaudages tubulaires. Theorie et pratique. Coppel, Th. — Coulon J. J. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 13 (1963), p. 421.
405. Hyperboloid Shaped Cooling Tower with a Mantle-Wall of Equal Strength. *Acta Technica* 44 (1963), pp. 215–221.
406. Kappenschale über einem rechtwinkligen gleichschenkligen Dreieckgrundriß. *Bauplanung-Bautechnik* 17 (1963), pp. 231–234.
407. Calculation of Polygonal Shells Consisting of Translational Sectors, Perfectly Free at their External Edge. *Bulletin of The International Association for Shell Structures* No. 15 (1963), pp. 41–51.
408. Építőanyagok II. kötet. Palotás L. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 32 (1963), pp. 475–476.
409. Shell of Translation Constructed over a Rectangular Basis. *Acta Technica* 44 (1963), pp. 404–417.
410. Die Theorie, Dimensionierung und Konstruktive Gestaltung der Stahlbetonkonstruktionen. Gyengő T.—Menyhárd I. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 44 (1963), pp. 458–459.
411. Paraboloid Shell of Revolution with an Eccentric Skylight Opening. *Bulletin of the International Association for Shell Structures*. No. 14 (1963), p. 25.
412. A Budapesti Nemzetközi Vásár főpavillonjának tervpályázata. Hozzászólás Mikolás Tibor előadásához. *Magyar Építőművészet* (1963), p. 11.
413. Szimmetrikusan, vagy antiszimetrikusan terhelt szimmetrikus és antiszimetrikus héjak. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 33 (1964), pp. 261–269.
414. Forgáshyperboloid-alakú héj külpontos elhelyezkedésű köralaprajzú nyílással. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 33 (1964), pp. 243–259.
415. Transzlációs felületű héj négyszög alaprajz felett. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 33 (1964), pp. 201–204.
416. Über die Ausbildung und Berechnung der Grenzmauerfundamente. *Die Bautechnik* 41 (1964), pp. 101–102.
417. Helyettesítő módszer vasúti kocsiszekrények statikai vizsgálatára az övek hosszváltozásának figyelembevételével. *Ganz-Mávag Közlemények* 34. füzet 1964. pp. 3–12.
418. Véges membránerekkel nem egyensúlyozható héjak. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 34 (1964), pp. 311–318.
419. Alapozási hibák. Széchy K. második bővített kiadásban megjelent könyvének ismertetése és bírálata. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 32 (1963), p. 480.
420. Beitrag zur Berechnung waagrecht belasteter Stockwerkrahmen. Zuschriftserwiderung. *Die Bautechnik* 40 (1963), p. 168.



421. Sokszög alaprajz fölé szerkesztett cikkelyes héj, másodrendű felület szerint alakított cikkelyekkel. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 34(1964), pp. 179—185.
422. Numerikus eljárás teljesen szabad peremszakasszal bíró translációs héjak számítására. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 34 (1964), pp. 143—157.
423. Über die Genauigkeit der statischen Berechnungen. *Bauplanung-Bautechnik* 18 (1964), pp. 81—83.
424. A varsói nemzetközi héjszerkezeti konferenciáról. *Mélyépitéstudományi Szemle* 14 (1964), p. 35.
425. Nádai Árpád, 1883—1936. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 33 (1964), pp. 11—15.
426. A szláv technikai irodalom nyilvántartása a nyugati országokban. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 33 (1964), p. 461.
427. Kármán Tódor. *Mélyépitéstudományi Szemle* 14 (1964), p. 34.
428. Nádai Árpád. *Mélyépitéstudományi Szemle* 14 (1964), pp. 34—35.
429. Stabilitätstheorie mit Erläuterungen zu den Knick- und Beulvorschriften, Teil II. Bürgermeister, G.—Steup, H.—Kretschmar, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 33 (1964), pp. 469—470.
430. Substitution Method for the Statical Analysis of Railway Carbodies with Regard to the Changes in Length of the Cords. *Ganz-Mávag Bulletin* 34 (1964), pp. 3—13.
431. Árpád Nádai, 1883—1963. *Acta Technica* 45 (1964), pp. 11—14.
432. Shells which Cannot be Balanced by Finite Membrane Forces. *Acta Technica* 46 (1964), pp. 247—260.
433. Kör alaprajzú felülvilágítóval bíró forgásparaboloid héjak belső peremgerendájáról. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 34 (1964), pp. 1—5.
434. † Dr.—Ing. G. v. Kazinczy. *Die Bautechnik* 4 (1964), p. 318.
435. Dr. Kazinczy Gábor 1889—1964. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 34 (1964), pp. 337—341.
436. Vasbetonépítéstan. A vasbeton szilárdságtana. Mihailich Gy.—Palotás L. könyvének ismertetése és bírálata. *Magyar Tudomány* 9 (1964), p. 799.
437. The Boundary Line of the Stress Surface of Calotte Shells. *Acta Technica* 48 (1964), pp. 203—209.
438. Über das statische Verhalten der Decken aus vorgefertigten Stahlbetondielen. Neue Probleme der Vorfertigung im Bauwesen. Deutsche Bauakademie, Schriftenreihe Technologie Organisation und Mechanisierung. VEB Verlag für Bauwesen Berlin 1964, Teil E: pp. 25—27.
439. Cromoplastitaten. Belan, St.—Rautu, S.—Petcu, S. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 14 (1964), p. 470.
440. A rugalmasságelmélet elmozdulásfüggvényeiről. Kézirat, 1964.
441. Elementary Theory of Structural Strength. Panlilio F. könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 17 (1964), p. 535.
442. Computation of a Dome with Elliptical Paraboloid Shape and its Support. Layrangues. P. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 17 (1964), p. 882.
443. Paraboloidal Shell of Revolution with an Eccentric Skylight Opening. *World Conference on Shell Structures* October 1—4, 1962. San Francisco, California. National Academy of Sciences-National Research Council. Washington, D. C., 1964. pp. 501—508.
444. The Effect of Shear and Normal Forces on Stability of Structures. Absi, E. dolgozatának ismertetése. *Applied Mechanics Reviews* 17 (1964), p. 981.
445. Sectorial Shells Consisting of Elements Formed According to a Surface of Second Order over a Polygonal Plan-Form. *Bulletin of the International Association for Shell Structures*, No. 19 (1964), pp. 53—57.
446. Shell Curved in Two Directions Constructed over a Rhombus Plan-Form. *Acta Technica* 48 (1964), pp. 401—409.
447. On the Internal Edge Beam of Paraboloidal Shells of Revolution Having a Circular Skylight Opening. *Acta Technica* 49 (1964), pp. 219—231.
448. Special Boundary Conditions in Membrane Shells—I. *Concrete and Constructional Engineering* 59 (1964), pp. 327—331.
449. Special Boundary Conditions in Membrane Shells—II. *Concrete and Constructional Engineering* 59 (1964), pp. 375—377.
450. Calculation of Conoid Shells Having a Parabolic Generating Curve. *Acta Technica* 49 (1964), pp. 463—473.
451. Thermoelasticity. Nowacki W. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 45 (1964), pp. 475—476.

452. Szélérőkkel terhelt sokemeletes keretek legnagyobb nyomatókai. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 35 (1965), pp. 271—275.
453. Lewicki professzor 65 éves. Kézirat a Magyar Építőipar részére.
454. Keresztszerkezetek számítása szélteherre differenciaegyenletek segítségével. *Magyar Építőipar* 14 (1965), pp. 576—8.
455. Egyszerűsített eljárás szélérőkkel terhelt emeletes keretszerkezetek számítására. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 35 (1965), pp. 209—219.
456. Tartóelemek stabilitása emelés közben. *Magyar Építőipar* 14 (1965), pp. 311—317.
457. Czakó Adolf (1860—1942), *Magyar Építőművészet* (1960), 3. szám, p. 63.
458. Süveghéjak feszültségfelületének peremvonaláról. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 34 (1965), pp. 367—372.
459. Két irányban görbe héj rombuszalaprajz felett. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 35 (1965), pp. 167—172.
- \*461. Segédlet derékszögű négyszögalaprajz fölé szerkesztett parabola-vezérgörbéjű konoidhéjak számításához. E.M. Építésügyi Dokumentációs Iroda, Budapest 1965.
462. Cross Vault-Shaped Sectorial Shells with Catilever-Like Overhanging Free Boundary. *Acta Technica* 50 (1965), pp. 43—52.
463. Einflußfelder elastischer Platten. Pucher, A. könyvének ismertetése és bírálata. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 34 (1965), pp. 458—459.
464. The Analysis of Light Structures. Owen, J. B. B. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépités tudományi Szemle*
465. Rotationsparaboloidschale über einem rechtwinkligen gleichschenkligen Dreieckgrundriß. *Bauplanung-Bautechnik* 19 (1965), pp. 33—37.
466. Egyiptom, ahol a múlt és a jövő találkozik. *Magyar Tudomány* 10 (1965), pp. 441—443.
467. Stress Analysis of Composite Sectorial Shells of Unsupported Cantilevered Front Side. *Proceedings of the IASS Symposium* Építéstudományi Intézet, Budapest 1965, I. kiadás, 19 old.
- \*468. Short History of Shell Architecture. Lecture Notes, Cairo 1965.
- \*469. Surface Types Used for Shaping of Shells. Lecture Notes, Cairo 1965.
- \*470. Fundamental Concept of the Theory of Membrane Shells, Lecture Notes, Cairo 1965.
- \*471. Membrane Shells of Revolution Loaded by Circular-Symmetrical Forces. Lecture Notes, Cairo 1965.
- \*472. Pipes and Barrel Shells. Lecture Notes, Cairo 1965.
473. Keresztboltozat alakú cikkelyes héjak konzolosan előrenyúló szabad peremmel. *Mélyépités tudományi Szemle* 8 (1965), pp. 402—405.
- \*474. Membránhéjak. 1965, 192 oldal, 168 ábra. Mérnöki Továbbképző Intézet, É. 25. sz. kiadvány, 192 old.
475. The Progress in the Field of Reinforced Concrete Building and its Influence on the Development in Human Habitations. *Symposium on „Changing Concept of Human Habitations”*, Roorkee (India), 1965. Session IV, Paper 1, pp. 1—3.
476. Membrane Analysis of Parabolic Conoids. *Concrete and Constructional Engineering* 50 (1965), pp. 403—409.
477. A Macaulay-féle eljárásról. *ÉKME tudományos ülészek* 1965.
478. Membrane Shells Constructed over Equilateral, Triangular Ground-Plan. *Bygningstatistiske Meddelelser* 36 (1965), pp. 63—77.
479. A tartalmi kivonatok (szinopszisok) szerkesztéséről. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 36 (1965), pp. 365—366.
480. Eljárás cikkelyes héjak számítására. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 36(1965), pp. 347—359.
481. Sectorial Shells Constructed over a Polygonal Plan Form. Vydavatel'stvo Slovenskej Akadémie Vied, Bratislava 1966, pp. 167—173.
482. Gábor Kazinczy, 1889—1964. *Acta Technica* 53 (1966), pp. 455—460.
483. A lektorok bevezetője Mihailich Győző—Haviár Győző: A vasbetonépítés megindítása és első létesítményei Magyarországon” című könyvében, 1966, pp. 17—19. Társzerző: dr. Széchy Károly.
- \*484. General Theory of Membrane Shells. Lecture Notes, Cairo 1966, 32 old.
- \*485. Membran Shells of Triangular Ground-Plan. Lecture Notes, Cairo 1966, 27 old.
- \*486. Membrane Shells of Quadrangular Ground-Plan. Lecture Notes, Cairo 1966, 32 old.
- \*487. Hyperbolic Paraboloid Shells. Lecture Notes, Cairo 1966.
- \*488. Composite Polygonal Shells. Lecture Notes, Cairo 1966.
- \*489. Miscellaneous Shell Types. Lecture Notes, Cairo 1966.
490. Statik der Stabtragwerke. Bd. 1. Rothe A. könyvének ismertetése és bírálata. *VDI Zeitschrift* 108 (1966), p. 80.

491. Theorie des Kriechens, Lineare Viscoelastizität. Nowacki, W. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 53 (1966), p. 461.
492. Linear Elastic Theory of Thin Shells. Gibson, J. E. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 16 (1966), p. 145.
493. Mitre Bends Subjected to In-Plane Bending Moments-Kitching, R. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 19 (1966), p. 216.
494. Procedeu simplificat pentru calculul cadrelor etajate la incarcari date de vint. *Revista Constructiilor si a Materialeror de Constructii*. 18 (1966), pp. 17–21.
495. Két eljárás háromszögalaprajzú forgáspároloid héjak számítására. *Mélyépitéstudományi Szemle* 16 (1966), pp. 237–241.
496. Mihailich Győző, 1877–1966. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 37(1966), pp. 3–8.
497. Mechanics I–II. Ziegler, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 37 (1966), pp. 431–432.
498. Táblázatok egyenlő nyílású többtámaszú tartók méretezésére. Kollár I. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 37 (1966), p. 238.
499. A membránhéjak problémája a budapesti IASS szimpóziumon. *Mélyépitéstudományi Szemle* 16 (1966), pp. 282–289.
500. Képek Csonka Ferenc és János ifjú korából. *Délmagyarország*.
501. Die statische Berechnung von Hochhauswänden mit Öffnungsreihen. Rosman, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 16 (1966), p. 188.
502. Héjszerkezetek statikája (Statik der Schalenkonstruktionen) Szmodits K. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 37(1966), pp. 239–240.
503. On Elasto-Plastic Buckling of Bars. L'Hermite, R. G. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Review* 19 (1966), p. 680.
504. Statik der Schalenkonstruktionen. Szmodits K. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 53 (1966), pp. 462–3.
505. Berechnung der Kreiszyinderschalen mit Randgliedern. Rabich, R. könyvének ismertetése és bírálata. *Magyar Építőipar* 15 (1966), p. 418.
506. Prof. Dr.—Ing., E. h., Dr.—techn. Victor Mihailich —. *Beton und Stahlbetonbau* 61 (1966), p. 144.
507. Torsional Buckling of Straight Bars with Circular Cross Section. *Acta Technica* 53(1966), pp. 445–454.
508. Az egyenestengelyű, körkeresztmetszetű rúd csavarásokozta kihajlása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 37 (1966), pp. 213–222.
509. General Report for Session I. of the IASS Symposium Budapest 1965. *Bulletin of the International Association for Shell Structures*, No. 24, pp. 15–38.
510. Prof. Dr.—Ing. V. Mihailich —. *Die Bautechnik* 43 (1966), p. 220.
511. Beszámoló a pozsonyi IASS szimpóziumról. *Mélyépitéstudományi Szemle* 16 (1966), p. 458.
512. Prof. Dr. techn., Dr.—Ing. E. h. V. Mihailich verstorben. *Bauplanung—Bautechnik* 20 (1966), p. 297.
513. Mechanika II. Szilárdságtan. Cholnoky T. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 37 (1966), pp. 430–431.
514. Placi curbe subtiri sectoriale pe contur poligonal, trasate dupa o cuadrice. *Revista Constructiilor si a Materialeror de Constructii*. 18 (1966), pp. 195–197.
515. A lassú alakváltozás elmélete. Lineáris viszkoelaszticitástan. (Theorie des Kriechens. Lineare Viscoelastizität). Nowacki, W. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 37 (1966), p. 237.
- \*516. Membranschalen. *Bauingenieur Praxis* 16. Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin—München 1966, 92 old.
517. Stabilitási kérdések a mérnöki gyakorlatban. Korányi I. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 37 (1966), pp. 240–241.
518. Mihailich Győző élete és munkássága. *Magyar Építőipar* 15 (1966), p. 423.
519. Stress Analysis of Composite Polygonal Shells. *Symposium on Problems of Interdependence of Design and Construction of Large-Span Shells for Industrial and Civil Buildings*, Leningrad, 6–9. September 1966. p. 1–19.
520. Megemlékezés Mihailich Győző akadémikusról. *Magyar Építőművészet* (1966), 3. füzet, p. 64.
521. Stabilitätsfragen in der Ingenieurpraxis, Knickung in der Ebene. Korányi, I. könyvének p. 64.
521. Stabilitätsfragen in der Ingenieurpraxis, Knickung in der Ebene. Korányi, I. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 55 (1966), pp. 267–268.

522. Tabellen für Momente und Stützkräfte von Durchlaufträgern Kollár, I. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 55 (1966), p. 268.
523. Torsion of Prismatic Bars of Regular Triangular Cross-Section with a Circular Hole. *The Proceedings of the Eleventh Congress on Theoretical and Applied Mechanics*. Madras, December 28—31, 1966., pp. 15—22.
524. Bezpečnost Staveb Z Hlediska Chyb pri Provádeni Stavebnich Praci. Problémy Kvality Staveb a Priciny Poruch na Betonovych a Zdenych Konstrukcich, Vd. 3, Brno 1966, pp. 67—86.
525. Tartószerkezetek II. A Gheorghin könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 37 (1966), p. 432.
526. Victor Mihailich, 1877—1966. *Acta Technica* 55 (1966), pp. 3—6.
527. Lemezek és héjak elmélete. Timoshenko. S.—Woinowsky—Krieger, S. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 16 (1966), p. 445.
528. Stress Analysis of Composite Sectorial Shells of Unsupported Cantilevered Front Side. *Bulletin of the International Association for Shell Structures*, No. 26, p. 35.
529. Általános függvények és deriváltak alkalmazása a szilárdságtanban. Hozzászólás Mikolás S. előadásához. *Az Építőipari és Közlekedési Műszaki Egyetem Tudományos Közleményei* 12 (1966), pp. 13—15.
530. Mechanics. Ziegler, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 57 (1967), pp. 224—225.
531. Stress Analysis of Composite Sectorial Shells of Unsupported Cantilevered Front Side. IASS Symposium Budapest Építéstudományi Intézet, Budapest 1966, Tome 1, pp. 111—126.
532. A képlékenységtan alkalmazása az építőmérnöki gyakorlatban. *Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények* 10 (1967) pp. 527—539.
533. La statique des constructions. II. Gheorghiu. A. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 57(1967), pp. 211—222.
534. Beitrag zur Theorie der rotationssymmetrisch belasteten dicken Kreisplatte. *Wissenschaftliche Zeitschrift der T. U. Dresden* 16 (1967), pp. 45—50.
535. A feszültségfüggvény kerületi feltételei táblák és héjak szabad peremén. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 38 (1967), pp. 203—214.
536. Composite Sectorial Shells with Cantilevered Front Side. *Bulletin of the International Association for Shell Structures*. No. 28 (1967), pp. 25—36.
537. A leningrádi héjszerkezeti szimpozium és annak tanulságai. *Mélyépitéstudományi Szemle* 17 (1967), pp. 93—96.
538. Spannungszustand flacher Rotationsparaboloid-Schalen von regelmäßigem Dreieckgrundriß. *Bauplanung-Bautechnik* 21 (1967), pp. 343—345.
539. Vorgespannte Konstruktionen. Theorie, Technologie, Konstruktion. Hampe, E. könyvének (I és II. köt.) ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 17 (1967) p. 114.
540. Czako Adolf emléke egy emberöltő távlatából. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 38 (1967), pp. 3—4.
541. Zahlentafeln für die Schnittkräfte von Windscheiben mit Öffnungsreihen. Rosman. R. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 59 (1967), p. 266.
542. Boundary Conditions of the Stress Function along Perfectly Free Edges of Discs and Shells. *Acta Technica* 57 (1967), pp. 211—222.
543. Mechanik II, Festigkeitslehre. Cholnoky T. könyvének ismertetése, és bírálata. *Acta Technica* 57 (1967), pp. 223—224.
544. Héjszerkezetek számítása és szerkesztése. Menyhárd István könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 17 (1967), p. 407.
545. Placi Curbe Subtiri Intersectate cu Margini Libere in Consola. *Studii si Cercetari de Mecanică Aplicată* 24 (1967), pp. 63—70.
546. A műszaki mechanikai kutatás hazai helyzetképe. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 38 (1967), pp. 5—19. (Társszerzőkkel)
547. Voiles composites en voute d'arêtes, à bords libres en porte à faux. *Béton Armé* 9 (1967), No. 71. pp. 26—30.
548. Körfurattal bíró vastagfalú prizmatikus rudak csavarása. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 38 (1967), pp. 221—239.
549. Vorgespannte Konstruktionen. Hampe, E. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 59 (1967), p. 267.
550. Vasbeton héjak tervezése. Haas, A. M. könyvének ismertetése, és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 17 (1967), p. 178.
551. Membrane Shells (General Report). IASS Symposium Budapest Építéstudományi Intézet, Budapest 1967. Tome 4, pp. 41—65.

552. Membrane Shells (Reply to oral distributors). IASS Symposium Budapest. Építéstudományi Intézet, Budapest 1967. Tome 4, pp. 72—73.
553. A szovjet tudomány főbb eredményei a mérnöki szerkezetten területén. (Munkatárs: Bölcskei E.). *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 39 (1967) pp. 41—49.
554. Patkóhéjak peremerői. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 39 (1967), pp. 277—284.
555. A légnyomások héjakról. *Mélyépítéstudományi Szemle* 17 (1967), pp. 572—574.
556. Torsion von dickwandigen prismatischen Stäben mit axialer Kreishöhllung. *Acta Technica* 59 (1967), pp. 215—233.
557. Design of Thin Concrete Shells. Haas, A. M. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 59 (1967), pp. 267—268.
558. The Analysis of Light Structures. Owen, J. B. B. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 17 (1967), p. 468.
559. A körszimmetrikusan terhelt vastag körlemez problémája. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 39 (1967), pp. 323—338.
560. Konstruktionslehre des Stahlbetons, Bd. I. Franz, G. könyvének ismertetése és bírálata. *Az M.T.A. Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 39 (1967), p. 379.
561. Az elliptikus és hiperbolikus paraboloid mint szerkezeti elem. Beles, A. A.—Soire, M. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 39 (1967), pp. 381—382.
562. A gömbhéj homogén differenciálegyenletének partikuláris megoldásai. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 40 (1968), pp. 261—286.
563. Konstruktionslehre des Stahlbetons, Bd. I., Franz, G. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 60 (1968) p. 440.
564. Szekrénytartós szerkezetek számítása. Bölcskei—Szalai—Knébel egyetemi kiadványának ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 18 (1968), p. 48.
565. Magasépületek nyílászorral áttört, lépcsőzetesen változó keresztmetszetű rekeszfalainak számítása. Rosman, R. könyvének ismertetése és bírálata. *Magyar Építőipar* 17 (1968), p. 247.
566. Szabályos háromszög alaprajzú lapos forgásparaboloidhéjak feszültségi viszonyai. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 40 (1968), pp. 325—332.
567. Stress-Concentration Factors for Rectangular Keyways in Shafts under Pure Torsion. Paul, A. K. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 21 (1968), p. 682.
568. The Generalization of the Theorem of Three Mometns. Molnár, B. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 21 (1968), p. 139.
569. Edge Forces in Horseshoe Shells. *Acta Technica* 60 (1968), pp. 315—323.
570. Analysis and Construction of Shell Structures. Menyhárd, I. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 60 (1968) p. 439.
571. An Investigation of Free Standing Proportional Multy-Story Building Frames with Horizontal Loads. Rosman, R. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 21 (1968), p. 492.
572. Particular Solutions to the Homogeneous Differential Equation of Spherical Shells. *Acta Technica* 62 (1968).
573. Torsion in Sections with Open and Closed Parts. Ch. K. H.—Longinow, A. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 21 (1968), p. 682.
574. A differenciámódszer alkalmazása a héjstatikában. Soare, M. könyvének ismertetése és bírálata. *Az MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei* 40 (1968), pp. 465—466.
575. Esturas membranales de planta poligonai regular formades por segmentos de borde libre y nervios comunes sin flexion. *Noticiero Sima* 14 (1968), pp. 14—16.
576. Statik der Tragwerke, Bd. II. Rothe, A. könyvének ismertetése és bírálata. *VDI-Zeitschrift* 110 (1968), p. 533.
577. Die statische Berechnung von Hochhauswänden mit Öffnungsreihen. Rosman, R. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 45 (1968), p. 287.
578. Zahlentafeln für die Schnittkräfte von Windscheiben mit Öffnungsreihen. Rosman, R. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 45 (1968), p. 323.
579. Gegliederte Windscheiben mit stufenartig veränderlichen Querschnittswerten. Rosman, R. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 45 (1968), p. 252.
580. Reuss Endre, 1900—1968. *Műszaki Tudomány* 41 (1965), pp. 9—10.
581. Die Kräfteinheit „Newton“ in der Bautechnik. Haeder, W. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 45 (1968), p. 252.
582. Application of Finite Difference Equations to Shell Analysis. Soare, M. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 62 (1968), pp. 236—237.



583. Praktische Schwingungsberechnung von Türmen, Maschinenpodesten und Hochbauten. Wrycza, W. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 45 (1968), p. 288.
584. Elementare Schalenstatik. Pflüger, A. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 45 (1968), 429.
585. Egyenlőoldalú háromszögalaprajz fölé szerkesztett süveghejak számítása. A Nemzetközi Héjszerkezeti Egyesület Magyar Tagozatának Héjszerkezeti Kollokviuma, Budapest 1968, pp. 47–68.
586. Les paraboloides elliptiques et hyperboliques dans les constructions. Beleş A. A.—Soare, M. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 62 (1968), pp. 275–276.
587. Théorie und Berechnung rotationssymmetrischer Bauwerke. Márkus Gy. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* (1968), pp. 237–238.
588. Le calcul des grillages de poutres et dalles orthotropes selon la méthode Guyon-Massonet—Bares. Bares, R.—Massonet, Ch. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 62 (1968), p. 239.
589. Statik und Dynamik der Scheibensysteme des Hochbaues. Rosman, R. könyvének ismertetése és bírálata. 41 (1968), *Műszaki Tudomány* pp. 423–424.
590. Investigation of Cylindrical Silo Cells Asymmetrically Loaded when Dumping. Szalay I. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 21 (1968), p. 1239.
591. A Method for Checking the Axial Forces in Space Trusses. Rédel J. dolgozatának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 21 (1968), p. 1261.
592. Gegliederte Windscheiben mit stufenartig veränderlichen Querschnittswerten. Rosman, R. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 62 (1968), p. 238.
593. Héjszerkezetek elmélete és gyakorlata. Fischer, L. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle* 18 (1968), p. 291.
594. Theorie der Schalenkonstruktionen. Fischer, L. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 46 (1969), p. 142.
595. Plastizitätslehre und ihre Anwendung auf Festigkeitsproblemse. Rechling, K. A. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 46 (1969), p. 143.
596. Lineáris rugalmasságtan. Solomon, L. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 41 (1969), pp. 197–205.
597. Composite Shells Polygonal in Plan with Free Front Edge and Unbent Dividing Ribs. Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaues. Festschrift zum 65. Geburtstag von Herrn Dr.—Ing. Gotthard Franz Karlsruhe. Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn. Berlin—München 1969, pp. 160–165.
598. Voiles minces en béton armé. Paduart, A. könyvének ismertetése és bírálata. *Bulletin of the IASS* No 39 (1969), p. 52.
599. A budapesti héjszerkezeti kollokvium. *Műszaki Tudomány* 41 (1969), pp. 413–418.
600. Konstruktionslehre des Stahlbetons. II. Tragwerke. Gotthard Franz könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 65 (1969), pp. 456–457.
601. Dr. Pelikán József, 1913–1969. *Magyar Építőművészet* (1969), 5. p. 61.
- \*602. Powłoki Cienkie Stan Blonowy. Biblioteka Inzynierii i Budownictwa. No 21. Arkady, Warszawa 1969.
603. Élasticité linéaire. Solomon, L. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 65 (1969), pp. 458–459.
604. Triangular Shell Supported by Vertical Arches. *Bulletin of the IASS*, No 39 (1969), pp. 3–10.
605. Endre Reuss, 1900–1968. *Acta Technica* 64 (1969), pp. 257–258.
606. Practical Calculation of the Lateral Stability of I Beams Subjected to Terminal Moments, Distributed Load and Axial Load. Loos W.—Goeben, H. E.—Frank, H. W. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 22 (1969), p. 241.
607. Statik und Dynamik der Scheibensysteme des Hochbaues. Rosman, R. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 65 (1969), p. 456.
608. Buckling of Helical Rods Subjected to Conservative Axial Loads. Nixdorff, K. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 22 (1969), p. 73.
609. Paraboloid Shell of Revolution Triangular in Plan with a Circular Skylight Opening in its Centre. *IASS Bulletin* No 36 (1969), pp. 77–84.
610. A vasbeton szerkesztésana. Gotthard Franz könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépitéstudományi Szemle*
611. Barèmes et abaques de construction metallique. Vol. 2. Macquart, B. könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 65 (1969), p. 458.
612. The Budapest Colloquium on Shell Structures. *Acta Technica* 65 (1969), pp. 449–453.
613. Praktische Schalenstatik. Pflüger, A. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 65 (1969), p. 458.

614. Le voile autoportant. Conil, P. könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 22 (1969), p. 1264.
615. Szabályos háromszög alaprajzú forgásparaboloidhéj közepén köralakú felülvilágító nyílással. *Műszaki Tudomány* 41 (1969), pp. 197—205.
616. Scientific Session on Shell Structures Held at Budapest. *Bulletin of the IASS*, No 38 (1969), pp. 45—48.
617. Elementare Schalenstatik. Pflüger A. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 65 (1969), p. 458.
618. The Self-Supporting Shell. Conil, P. könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 22 (1969), p. 1264.
- \*619. Kappenschlen über Polygongrundriß. *Schalen in Beton u. Kunststoff*, Entwurf, Bemessung, Ausführung, Bauverlag GmbH, Wiesbaden und Berlin 1970, pp. 61—96 (Mint társszerző)
620. Essentials of the Theory of Structures. Joiner, J. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 68 (1970), p. 45.
621. A szakdolgozatok kéziratáról. *Műszaki Tudomány* 43 (1970).
622. Pelikán József, 1913—1969. *Műszaki Tudomány* 42 (1970), pp. 173—175.
623. Determination of the Optimum Profile of I Beams. Nagy S. dolgozatának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 23 (1970), p. 57.
624. Búcsú dr. Menyhárd Istvántól. *Magyar Építőművészet* (1970) I, p. 59.
625. Essentials of the Theory of Structures. Joiner, H. J. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 68 (1970), p. 435.
626. Tragsysteme. Engel, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 43 (1970), pp. 230—231.
627. A Ferrybridge-i hűtőtornyok összeomlása. *Magyar Építőipar* 19 (1970), pp. 374—378.
628. Guide for the Design of Aluminium Formed-Sheet Building Sheatings. Ismertetés. *Applied Mechanics Reviews*
629. Az 1936.-évi Rákóczi-úti házbeomlás és annak tanulságai. *Magyar Építőipar* 19 (1970), pp. 88—92.
630. Ultimate Strength Analysis of Coupled Shear Walls. Winockur, A.—Gluck, J. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 23 (1970), p. 59.
631. A külföldi héjépítésetéről. *Magyar Építőipar* 19 (1970), pp. 267—282.
632. Voiles minces en béton armé. Paduart, A. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 68 (1970), p. 438.
633. Vékony vasbetonhéjak. Paduart, A. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 42 (1970), p. 399.
634. Le voile autoportant. Conception-Tracé-Construction. P. Conil könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 68 (1970), p. 432.
635. Mitteilungen des Instituts für leichte Flächentragwerke (IL) A kiadvány első füzetének ismertetése ábrákkal. *Műszaki Tudomány* 43 (1970), pp. 229—230.
636. Paraboloid Shell of Revolution Star-Polygonal in Plan. *Acta Technica* 68 (1970), pp. 319—334.
637. Buckling of Rigidly Jointed Plane Trusses. Salem, A. K. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 23 (1970), p. 283.
638. Theory of Arch Dams. Edited by Rydzewski. Symposium Publications Division. Pergamon Press. London—Edinburgh—New York—Paris—Frankfurt 1965. Contribution to the discussions, p. 546.
639. Räumliche Dachtragwerke. Konstruktion und Ausführung. Vol. I. Rühle, S. könyvének ismertetése és bírálata. *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures*. No 41 (1970), p. 58.
640. Mitteilungen des Institutes für leichte Flächentragwerke. Ismertetés és bírálat. *Acta Technica* 68 (1970), pp. 435—436.
641. Egy londoni toronyház sarokrészének összeomlása. *Magyar Építőipar* 19 (1970), pp. 19—624.
642. Tragsysteme. Structure Systems. Engel, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 68 (1970), pp. 433—434.
643. Essentials of the Theory of Structures. Joiner, J. H. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 42 (1970), p. 398.
644. Structure Systems. Engel, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 68 (1970), pp. 433—434.
645. Csillagsokszög alaprajzú forgásparaboloidhéjak. *Műszaki Tudomány* 42 (1970), pp. 243—
646. On the Elastic Stability of Thick Columns. Nowinsky J. L. dolgozatának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 23 (1970), p. 647.

647. Räumliche Dachtragwerke. Konstruktion und Ausführung. Vol. II. Rühle, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial* No 42 (1970), p. 52.
648. Analogy between the Stress States of Spherical Shells and Paraboloid Shells of Revolution. *Acta Technica* 69 (1970), pp. 195–218.
649. Beton Kalender 1970. Ismertetés és bírálata. *Acta Technica* 69 (1970), pp. 219–220.
650. Räumlich Dachtragwerke. Konstruktion und Ausführung Bd. I. Beton, Holz, Keramik. Rühle, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 69 (1970), pp. 220–221.
651. Opening Address. Proceedings of the 3rd Meeting on „Shell and Spatial Foundations of Towers and High Buildings” Sopron, Hungary, 1–4 October, 1970, pp. 3–4.
652. Räumlich Dachtragwerke, Konstruktion und Ausführung, Bd. I. Rühle, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 43 (1970), pp. 522–523.
653. Héjszerkezetek számítása (Calcul Placilor Curbe Subtiri, Beleş, A. A.—Soare, M. K. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 43 (1970), p. 519.
654. Beton—Kalender 1970. Könyvismertetés. *Műszaki Tudomány* 43 (1970), pp. 520–521.
655. Gömbhéjak és forgásparaboloidhéjak erőtétéká közt fennálló analógia. *Műszaki Tudomány* 43 (1971), pp. 307–331.
656. Calcul placilor curbe subtiri. Formule, abace, tabele, exemple de calcul. Beleş, A. A.—Soare M. V. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 43 (1971), p. 519.
657. Methodology and Technique of Testing Structures. Rilem Colloque International. Bucuresti 9–11 Sept. Ismertetés és bírálata. *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures*, No 43 (1971), pp. 55–55.
658. Térbeli erőtétékú tetők. Szerkesztésük és kivitelük. (Räumliche Dachtragwerke). I. kötet: Beton, fa, tégl. Rühle, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 43 (1971), pp. 522–523.
659. Stresses in Shells of Translation. *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures* No 47 (1971), pp. 3–8.
660. Membránhéjak fallal alátámasztott peremtartóval. *Műszaki Tudomány* 44(1971), pp. 317–326.
661. Három ferde síkú peremívre támaszkodó gömbhéj I. rész: Elméleti vizsgálatok. *Műszaki Tudomány* 44 (1971), pp. 389–405.
662. Három ferde síkú peremívre támaszkodó gömbhéj. II. rész; Alkalmazás. *Műszaki Tudomány* 44 (1971), pp. 423–433.
663. A CISM (Centre International des Sciences Mécaniques) szervezete és működése. *Műszaki Tudomány* 44 (1961), pp. 435–436.
664. Egy londoni toronyház sarokrészletének leomlása. *Tűzvédelem*, 1971
665. Egy budapesti malomépület összeomlása. *Magyar Építőipar*
666. Eljárás translációs héjak számítására. *Műszaki Tudomány* 44 (1971), pp. 73–81.
667. Konstruktionslehre des Stahlbetons, Bd. I. Franz, G. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 70 (1971), p. 481.
668. Térbeli erőtétékú tetők, szerkesztésük és kivitelük. II. kötet: Acél és műanyagok. Rühle, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 44 (1971), pp. 184.
669. Large Exhibition Hall Assembled of Prefabricated Concrete Elements. *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures*. No 45 (1971), p. 57.
670. General Report for Session II (Bulgaria, Czechoslovakia, German Dem. Rep., Hungary, Poland, U. S. S. R., Jugoslavia). International Colloquium on Progress of Shell Structures in the Last 10 Years and its Future Development. *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures*. No 47 (1971), pp. 1–18.
671. Räumliche Dachtragwerke. Konstruktion und Ausführung Bd. II. Rühle, H. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 70 (1971), pp. 266–267.
672. Membrane Shells with Edge Beam Supported by a Wall. *Acta Technica* 71 (1971), pp. 149–159.
673. Körszimmetrikusan terhelt csillagsokszög alaprajzú forgásparaboloidhéjak. *Műszaki Tudomány* 44 (1971), pp. 149–165.
674. Spherical Shells Supported by Three Oblique Planed Edge Arches. Part I. *Acta Technica* 71 (1971), pp. 205–222.
675. Bending Analysis of Symmetrically or Antimetrically Loaded Straight-Edge Shells with Surfaces of Fourth Order. Kollár, L.—Gárdonyi, Z. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 24 (1971), p. 882.
676. Horizontally Loaded One-span Multy Story Frames. Svéd, Gy. tanulmányának ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 24 (1971), p. 1171.
677. Spherical Shells Supported by Three Oblique-Planed Edge Arches. Part II. *Acta Technica* 72 (1972), pp. 273–284.

678. Dr. Szmodits Kázmér. *Magyar Tudomány* 79 (1972), pp. 483—485.
679. Beton-Kalender 1972. Könyvismertetés és bíráló. *Műszaki Tudomány* 45 (1972), p. 463.
680. Képek Csonka János ifjú korából. *A jövő Mérnöke* 19 (1972), 5. szám, febr. 19.
- \*681. Statikai Példatár. Feladatok és Megoldások. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1972, B. 5, 500 old.
682. Pontokon támaszkodó szabadperemű membránhéjak. *Műszaki Tudomány* 46 (1973), pp. 37—52.
683. Membrane Shells with Point Supports. Hydromechanically Loaded Shells. Proceedings of the 1971 Symposium of the International Association for Shell and Structures. Pacific Symposium Part I, The University Press of Hawaii, Honolulu 1973, pp. 794—799.
684. Beton-Kalender 1971. Könyvismertetés és bíráló. *Acta Technica* 73 (1973), pp. 482—483.
685. Structural Concrete, Troels Broendum-Nielsen könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 47 (1973), pp. 407—426.
686. Építészeti szakirodalom—kutatás. Gáspár Istvánné—Spányi Balázs né könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 47 (1973), p. 437.
687. Berechnung von Schalentragwerken. Beleş, A. A.—Soare, M. V. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 47 (1973), pp. 445—446.
688. Beton-Kalender 1972. Ismertetés és bírálata. *Acta Technica* 74 (1973), p. 477.
689. Ernst Lewicki. *Magyar Építészeti* 22 (1973), p. 574.
690. Dr. Ing. Kálmán Hajnal-Kónyi. *Beton und Stahlbetonbau* 68 (1973), pp. 159—160.
691. Elliptikus paraboidhéj egyenlőszárú háromszög alaprajz fölött. *Műszaki Tudomány* 47 (1973), pp. 407—426.
692. Point Supported Shells with Free Boundary. *Acta Technica* 75 (1973), pp. 121—136.
- \*693. A hazai mechanikai publikációk helyzete (Sokszorozott kézirat) 1973, 33 old.
694. Berechnung von Schalentragwerken. Beleş A. A.—Soare, M. V. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 79 (1974), p. 465.
695. Statik rotationssymmetrischer Flächentragwerke 5. Bd. Hyperboloidschalen. Hampe, E. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 79 (1974), p. 466.
696. Gábor László. *Műszaki Tudomány* 48 (1974), pp. 15—18.
697. Sickel Shaped Shells. *Prispevky k teorii stavebných konstrukcii*. Veda, vydavateľstvo Slovenskej Akademie Vied Bratislava 1974, pp. 18—27.
698. Theorie des Stahlbetons. Palotás L. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 79 (1974), pp. 469—470.
699. Statik rotationssymmetrischer Flächentragwerke, 5. kötet. Hyperboloidschalen. Hampe, E. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 24 (1974), p. 211.
700. A membránhéjak differenciálegyenlete hengeres koordinátarendszerben. *Mélyépítéstudományi Szemle* 24 (1974), pp. 241—3.
701. Hydrodynamically Loaded Shell. A Hawai Héjszimposium Kongresszusi Könyvének ismertetése. *Acta Technica* 79 (1974), pp. 473—474.
702. Theory and Analysis of Plates. Classical and Numerical Methods. Szilárd, R. könyvének ismertetése és bírálata. *Die Bautechnik* 51 (1974), p. 360.
703. Betonkalender 1974. Könyvismertetés és bíráló. *Magyar Építőipar* 23 (1974), 734—735.
704. Theory and Analysis of Plates. Classical and Numerical Methods. Szilárd R. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 79 (1974), pp. 472—473.
705. Folyadéknyomással terhelt héjak (Hydrodynamically Loaded Shells) A hawai héjszimposium kongresszusi könyvének ismertetése. *Mélyépítéstudományi Szemle* 24 (1974), p. 362.
706. Coque-baldaquin sans flexion. *Costruzioni in Cemento Armato*. Studi e rendiconti 11 (1974), pp. 109—121.
707. Coque-baldaquin sur plan triangulaire equilateral ou sur plan carré. *Costruzioni in Cemento Armato*. Studi e rendiconti 11 (1974), pp. 123—141.
708. Six types de coques en forme de calotte. *Costruzioni in Cemento Armato*. Studi e rendiconti. 11 (1974), pp. 143—169.
709. Theory and Analysis of Plates. Classical and Numerical Methods. Szilárd, R. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 24 (1974), p. 280.
710. Vasbetonszerkezetek. Héjak. Bölcskei E.—Orosz Á. könyvének ismertetése és bírálata. *Magyar Építőipar* 23 (1974), p. 734.
711. Gyakorlati Szerkezettervezés I, II. Breuer György könyvének ismertetése és bírálata. *Magyar Építőipar* 23 (1974), p. 735.
712. Szabályos sokszög alaprajzú forgásparaboloidhéjak köralakú felülvilágító nyílással. *Műszaki Tudomány* 48 (1974), pp. 167—183.

713. Theory and Analysis of Plates. Classical and Numerical Methods. Szilárd R. könyvének ismertetése és bírálata. *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures*, No 55 (1974), p. 66.
714. Regular Polygon Based Paraboloid Shells of Revolution, Having a Circular Skylight Opening. *Acta Technica* 79 (1974), pp. 73–91.
715. Berechnung von Schalenträgwerken. Beleş A. A.—Soare, M. V. könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 79 (1974), p. 465.
716. Theory and Analysis of Plates. Classical and Numerical Methods. Szilárd R. könyvének ismertetése és bírálata. *Applied Mechanics Reviews* 27 (1974), p. 1381.
717. Ribless Membrane Shells above a Polygonal Base. *Byggningsstatiske Meddelelser* 46 (1975), pp. 109–144
718. Betonkalender 1973. Könyvismertetés. *Acta Technica* 80 (1975), p. 466.
719. Structural Concrete. Troels Broendum-Nielsen könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 80 (1975), pp. 471–2.
720. Egy magyar gyár bölcsőjénél. *Auto—Motor* 28 (1975), 2. pp. 10–11.
721. Calculation of Elliptic Paraboloid Shells Isosceles Triangle in Projected Form. *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures*, No 56 (1975), pp. 39–51.
722. A Czakó-féle labororium. *A Jövő Mérnöke* 21, 15. szám, 1975. ápr. 26.
723. Betonkalender 1975. Könyvismertetés. *Mélyépítéstudományi Szemle* 25 (1975), p. 430.
724. Betonkalender 1975. Könyvismertetés. *Acta Technica* 80 (1975) p. 46.
- \*725. Coques baldaquin sans fléxion. Istituto di Scienza delle Costruzioni. Pubblicazione N. II. 175. Editrice E. S. A Roma 1975., 12 old.
- \*726. Coques baldaquin sur plan triangulaire équilatéral ou sur plan carré. Istituto di Scienza delle costruzioni. Pubblicazione N. II—176. Editrice E. S. A.—Roma 1975, 19 old.
- \*727. Six types de coques en forme de calotte. Istituto di Scienze delle costruzioni. Pubblicazione N. II—177. Editrice E. S. A.—Roma 1975. 27 old.
728. Structural Concrete. Broendum-Nielsen könyvének ismertetése és bírálata. *Acta Technica* 80 (1975), pp. 471–472.
729. Héjak horpadása. Kollár L.—Dulácska E. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítéstudományi Szemle* 25 (1975), 10. füzet 3. boríték oldalán.
730. Csillaghéjak tervezése totális teherre. *Műszaki Tudomány* 50 (1976), pp. 365–379.
731. Beton-Kalender 1975. Ismertetés és bírálat. *Acta Technica* 81 (1976), pp. 50–51
732. Axisymmetrically Loaded Paraboloid Shells of Revolution on Star Polygon Base. *Acta Technica* 81 (1975), pp. 341–359.
733. Útmutató panelépületek statikai tervezéséhez. Szmodits K. könyvének ismertetése és bírálata. *Mélyépítési Szemle* 25 (1975), a 12. füzet borítéklapján.
734. Arvo Ylinen, 1992–1975. *Magyar Tudomány* 83 (1976), pp. 50–51.
735. Design of Star-Shells Subjected to Full Load. *Acta Technica* 82 (1976), pp. 15–22.
736. Egyenlőszáru háromszögalaprajz fölé szerkesztett forgásparaboloid héjak számítása. *Mélyépítéstudományi Szemle* 26 (1976), 68–70.
737. Álparaboloidhéjak. *Műszaki Tudomány* 51 (1976) pp. 15–26.
738. Héjak horpadása Kollár L.—Dulácska E. könyvének ismertetése és bírálata. *Műszaki Tudomány* 51 (1916), pp. 427–428.
739. Arvo Ylinen, 1902–1975. *Műszaki Tudomány* 51 (1976), pp. 297–300.
740. Ribless Membrane Shells above a Regular Polygonal Base. *Byggningsstatiske Meddelelser* 46 (1976), pp. 109–144.
741. Paraboloid Shells of Revolution on a Base Comprising an Isosceles Triangle. *IASS Bulletin* 17 No 69 (1976), pp. 3–10.





# A TERMELÉS TERVEZÉSÉNEK ÉS IRÁNYÍTÁSÁNAK SZÁMÍTÓGÉPES RENDSZERE\*

JÁNDY GÉZA\*\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

A termelés számítógépes irányítási rendszerei bevezetésének és fejlesztésének legnagyobb gondja ma abban van, hogy az automatizált adatkezelés, információ-termelés és döntéshozatal lehetőségeit szem előtt tartva helyesen ismerjük fel a határos termelésirányítás összefüggő feladatait és azok megoldásának kölcsönhatásait. A cikk arra hívja fel a figyelmet, hogy az ipari termelés korszerű tervezéséért és irányításáért felelős mérnök gyakorlatban felmerülő gondoljai és felhalmozódó tapasztalatai a mennyiségi növekedésből eljutottak a tudományos elemzés, problémamegoldás és előrelátás igényléséig. Ilyen szemléletben foglalkozik a vállalat stratégiai tervezésével, a vállalkozáselőkészítéssel, a taktikai tervezéssel, a munkafeladatok részletezésével és a termelésirányítás információrendszerével.

## I. Bevezetés

A termelési folyamatok szervezőit, irányítóit korunk tudományos technikai forradalma hirtelen megnövekedett gyakorlati feladatok elé állította. Hiszen a termelés nagymértékű koncentrációja, gépesített és automatizált technológiája nagy pontosságú kooperációt és koordinációt követel meg. Köztudott, hogy a termelő kapacitások növekvő képességétől, a termelő munkafolyamatok gyorsuló sebességétől a termelés irányításának a sebessége, hatékonysága messze elmaradt. Ezt a lemaradást kell behoznia a mai szervezés-technikának, amely a XIX. század végére eső kialakulása óta szintén sok új eszközzel, diszciplínával és tapasztalattal gazdagodott.

A vezetés és szervezés sokrétű feladatainak megoldásában a mérnöknek nyilvánvalóan a termelési folyamatok irányításának tervezésére és szervezésére, a szervezés és irányítás technikai, módszertani oldalára kell fordítania a figyelmét.

A Műszaki Tudományok Osztályának 1974. évi termelésirányítási ankétja gyakorlati tapasztalatokkal igazolta, hogy a villamosenergia-iparban és az áramszolgáltatásban, a gázellátásban, a műszeriparban, a gépiparban, a kohászatban, a hajógyártásban, az építőiparban, a számítógépek gyártásában, a könnyűiparban, sőt a gyógyszeriparban a termelésirányítási rendszerek kidol-

\* Az MTA Műszaki Tudományok Osztályának 1975. október 1-i felolvasó ülésén elhangzott előadás.

\*\* Prof. Dr. Jándy Géza 1111 Budapest, Lágymányosi u. 28.

gozása és megvalósítása azonos rendszerelméleti és operációkutatási diszciplínákon, nagyon hasonló információrendszereken, sőt sokszor azonos programcsomagokon alapul. Műszaki-Gazdasági Rendszertechnikai Albizottságunk éppen e közös elméleti bázison foglalkozik a termelésirányítás gondjaival is.

A termelés tervezésének és irányításának számítógépes rendszere címmel ma már — könyvtárnyi dokumentációra támaszkodva — többezer oldalt lehetne írni. Az ilyen — kisebb-nagyobb részfeladatokat megoldó vagy teljes egészére törekedő — rendszerek korai kifejlődésében a meghatározó a számítógép volt, a hozzá tapadó üzleti, vállalati és egyéni érdekekkel együtt. A számítógépek terjedése hatásosan sürgette a számítástechnika, az adatfeldolgozás és a nagy tömegű adatkezelés szakembereinek a képzését, de természetesen csak jóval lassabban és áttételesebben tudott hatni a termelés vezetésének tudatosabbá és korszerűbbé válására. Így nagy számban fejlődtek ki olyan számítógépes irányítási rendszerek és rengeteg munkával készülő programcsomagok, amelyek fogadására, bevezetésére a felhasználók, az ipari és építőipari vállalatok és szakembereik, sőt a termelés irányításának tudományos elmélete még nem voltak felkészülve. Bár ez sok fonák helyzetnek és elhallgatott kudarcnak lett okozója, mégis elősegítette a minőségi változások bekövetkezését. A termelés tervezésével és irányításával foglalkozó és a gyakorlat oldaláról mind nagyobb követelmények elé állított mérnököket a számítógépes irányítási rendszerek kínálata arra ösztönzi, hogy jobban gondolják végig a vállalati irányítás teljes folyamatát, összefüggéseit és lehetőségeit, valamint információigényét, és az elektronikus adatfeldolgozás, ill. számítástechnika várható hasznát. A számítógép és az adatfeldolgozás szakemberei pedig mindinkább figyelembe kell vegyék az irányítás tényleges gondjait, feladatait, valamint az elektronika ténylegesen hasznosítható lehetőségeit. Így egyre jobban megvalósul ezen a területen is a gyakorlat igazi szolgálata, ehhez a termelésirányítás gondjainak tudományos elemzése, módszereinek tudományos értékelése és szintetizálása.

A számítógépes irányítási rendszerek bevezetésének és fejlesztésének legnagyobb gondja ma abban van, hogy az automatizált adatkezelés, információtermelés és döntéshozatal lehetőségeit szem előtt tartva helyesen ismerjük fel a határos termelésirányítás összefüggő feladatait és azok megoldásának kölcsönhatásait.

A mellékelt kapcsolódási vázlat\* csupán ezeknek az összefüggő feladatköröknek könnyebb áttekintését kívánja elősegíteni.

A *termelést* olyan transzformációként, ill. egy állapotterben végbemenő változás-sorozatként szoktuk jellemezni, amely bizonyos élő és holt munka ráfordításokból, vagyis bizonyos termelési tényezők, másnéven erőforrások felhasználásával bizonyos kibocsátásokat, vagyis új használati értékeket állít elő.

\* Az ábrák bekarikázott számai a köztük levő kapcsolatokat jelzik.

Termék a tv- készülék, a zsebszámológép, a mozdony, az erőmű, a híd, a lakótelep, sőt a szállítási teljesítmény is. A továbbiakban nem a vonalszerű, folytonos tömeggyártás, hanem elsősorban az egyedi vagy kissorozatú, esetenkénti vagy szakaszosan ismétlődő, összetettebb termelési folyamatok tervezésével és irányításával fogok foglalkozni. Abból a szempontból, hogy a termelés helyét a termék (pl. építőipari létesítmény) vagy a termelő berendezések (pl. gyár) helyhez kötöttsége határozza-e meg, a tervezés és irányítás módszerei, számítógépes rendszerei között ma már nem látható annyira éles különbség.

A termelés tervezését az is befolyásolja, hogy a kibocsátott termék raktáron keresztül jut el a fogyasztóhoz, vagy csak konkrét megrendelésre készül és azonnal átadják. Az előbbi esetben a késztermék raktári készletének szintjét, ill. a kibocsátás időszakos mennyiségét a keresleti prognózisok alapján lehet meghatározni. A termelés másik típusa az, amikor a készterméket nem tárolják és így a gyártás (vagy kivitelezés) csak a fogyasztó megrendelésére indul meg. Ebben az esetben a termék elkészülése határidejének nyilvánvalóan már jóval nagyobb a jelentősége.

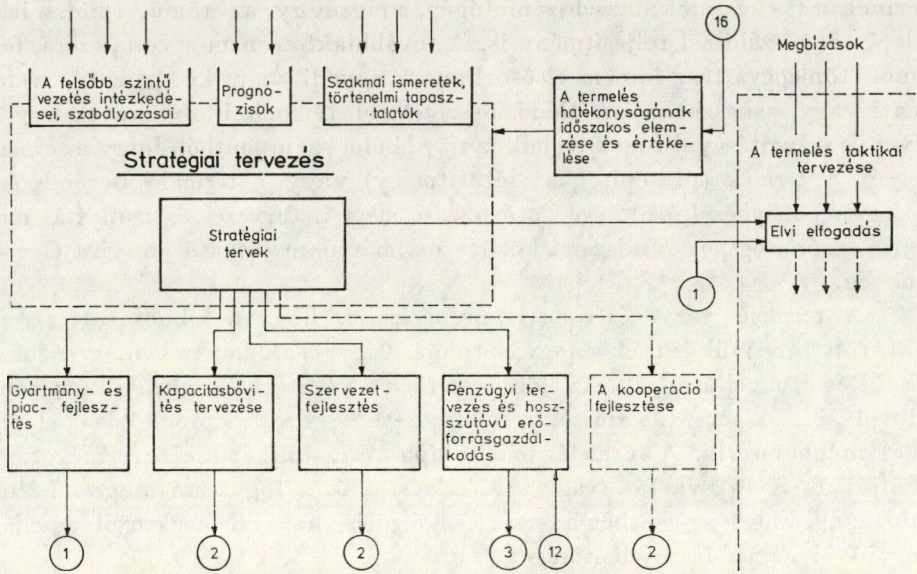
A termelési feladat előkészítése, pontosabban a vállalat termelési tervébe illesztése különböző indítékkal, különböző részletezettségi szintű műszaki tervdokumentáció alapján is megkezdődhet. A feladat teljes elvégzését, vagyis a gyártásnak, kivitelezésnek teljes folyamatát előre látni és tervezni azonban csak akkor lehet, ha ahhoz szükséges mélységben a tervdokumentáció már elkészült.

A termék tervezésének számítógépes rendszere, majd további elképzelésként integrációja a termelésirányítás rendszerével jelen tanulmány keretein kívül marad.

A szocialista országokban a termelés tudatos tervezése és irányítása nem csak reális lehetőség, hanem állandóan napirenden levő és fejlődő valóság is.

## 2. A stratégiai tervezés

A termelés megvalósulásában meghatározó szerepe van a *stratégiai tervezésnek*, amely a termelés vezetési rendszerének hierarchiájában magasabb szinten és hosszabb időtávon megy végbe. A stratégiai tervek hosszútávúak és bár nagyvonalúan, de komplex módon kiterjednek a vállalat összes jellemző tevékenységére. Elsősorban a jó stratégia teszi képessé a vállalatot, hogy környezetének változó körülményeihez és saját lehetőségeihez rugalmasan és eredményesen tudjon alkalmazkodni. A stratégiai tervezés a vezetett termelő szervezet (vállalat) nagyvonalú rendszerelemzésén alapszik, amelynek keretében különös gonddal kell tanulmányozni a vállalat profiljába tartozó termékek fejlődő választékát, alkalmassági és minőségi paramétereit, és a vállalat kör-



nyezetét (beleértve a társadalmi-gazdasági környezetet, a népgazdasági és a külgazdasági elvárásokat, ill. a fizetőképes keresletet, az irányító hatóság elvárásait és az erőforrások piacát). Ismerni kell a vállalatra ható jogi és gazdasági szabályozásokat, a vállalat lehetőségeit és korlátait, kapacitását, a felhasználható technológiákat, valamint a műszaki fejlődés irányait és hasonlókat, mindezt 5–10 (sőt néha 15–20) évre előretekintve. E rendszerelemzés után lehet csak meghatározni — főleg elvek formájában — a vállalat stratégiai céljait, hosszú távon a vállalat eredményes fentmaradásának a kritériumait, pl. a gyártmány- és a piacfejlesztés irányait, a beruházások normatív megtérülési idejét, a megrendelések (ill. a termelési feladatok) prioritásának elveit, a vállalt feladatok teljesítésére, az erőforrások felhasználására, a termelékenységre és a kapacitásfejlesztésre vonatkozó előírásokat. Ezek a stratégiai célok közvetlenül hatnak a stratégiai tervek kialakítására, de irányt szabnak a taktikai tervezésnek is. A célok meghatározása után ki kell jelölni elérésük érdekében a lehetséges (alternatív) cselekvési irányokat. Végül a cselekvési alternatívákat a stratégiai kritériumok szerint mérlegelve, meglehetősen bizonytalan döntési szituációban választjuk ki a hosszabb időszakra érvényes és annál is jóval hosszabb időtávon ható stratégiai terveket.

A stratégiai tervezésben nagy jelentőségük van a történelmi (vagy statisztikai) adatoknak, idősoroknak. Ezeket részben, tömörítő transzformációk útján a számítógépes, másnéven automatizált irányítási rendszer adatbankjából kapja, de általában nem szükségszerű, hogy a stratégiai tervezés közvetlenül is használjon számítógépi memóriákban tárolt adatbankot. Viszont szá-



mos stratégiai döntési szituáció elemezhető esetenként számítógépen a „ha-akkor” következtetések matematikai modelljeiben, vagy javaslattevő modellekben számítható az optimális döntés. Ilyen döntési probléma a hosszútávú kapacitásfejlesztés ütemezése az egyes egységek kapacitásának meghatározásával és esetleg telephelyének kijelölésével, oly módon, hogy a fejlesztési követelményeknek a diszkontált költségáramlatok összesített jelen-értéke minimumával telessünk eleget. Ugyancsak matematikai modellben megfogalmazható stratégiai döntési probléma a kibocsátásösszetétel, vagyis a termékstruktúra meghatározása a meglévő erőforrásstruktúra figyelembevételével, a várható keresletnek megfelelően a műszaki fejlesztési feladatok kijelölése, az eszközfejlesztés és a szervezetfejlesztés tervezése és hasonlók. Nem lehet azonban elégszer hangsúlyozni, hogy a matematikai programozástól sem várhatjuk más feladatnak a megoldását, mint amit megfogalmaztunk.

Az előrelátás bizonytalansága és a környezet előre nem is látható bizonytalanságai miatt már a stratégiai tervezést is dinamikussá kell tenni, ami — az időhorizontot mindig előbbre tolva — a tervek elkészítésének időszakaszonkénti (pl. évenkénti), valamint a lényeges változások miatt esetenkénti megismétlésével a számítógépek segítségével könnyen megvalósítható.

A stratégiai tervek irányt szabnak a vállalászási és a taktikai döntéseknek, korlátozzák a taktikai tervezésben a sokféleség lehetőségét.

A termelés (vagyis a gyártás, a kivitelezés stb.) *taktikai tervezése* az a folyamat, amelynek keretében meghatározzuk az egyes termelési feladatokat, részletezzük tevékenységeiket és kidolgozzuk megvalósításuk terveit. A taktikai tervezés magába foglalja a megrendelt, ill. elvállalt feladatok megvalósításának és a korlátos erőforrások adagolásának, lekötésének, felhasználásának együttes (durva és finom) ütemezését, valamint a munkahelyi (műhelyszintű) irányítás megtervezését.

A taktikai tervek minden tervezési szinten, de különböző részletességgel tartalmazzák az erőforrások fő csoportjainak, a munkaerőnek, a gépeknek és az egyéb termelő eszközöknek, az anyagoknak, az energiahordozóknak és a pénzügyi eszközöknek a felhasználására, utánpótlására stb. vonatkozó részletterveket.

A taktikai tervezés összefüggő részfeladatai jól modellezhetők és algoritmizálhatók, adatbankjai a számítógép külső memóriáiban berendezhetők, és így a számítógép segítségével e tervezési munka valóban dinamikussá és integrálttá, az ember és a gép közvetlen párbeszédén belül nagymértékben automatikussá tehető. Viszont a termelési feladatok felgyorsulásával és bonyolultabbá válásával a korábban nagyon megfelelőnek bizonyult manuális módszerek már képtelenek lépést tartani.

### 3. A vállalkozáselőkészítés

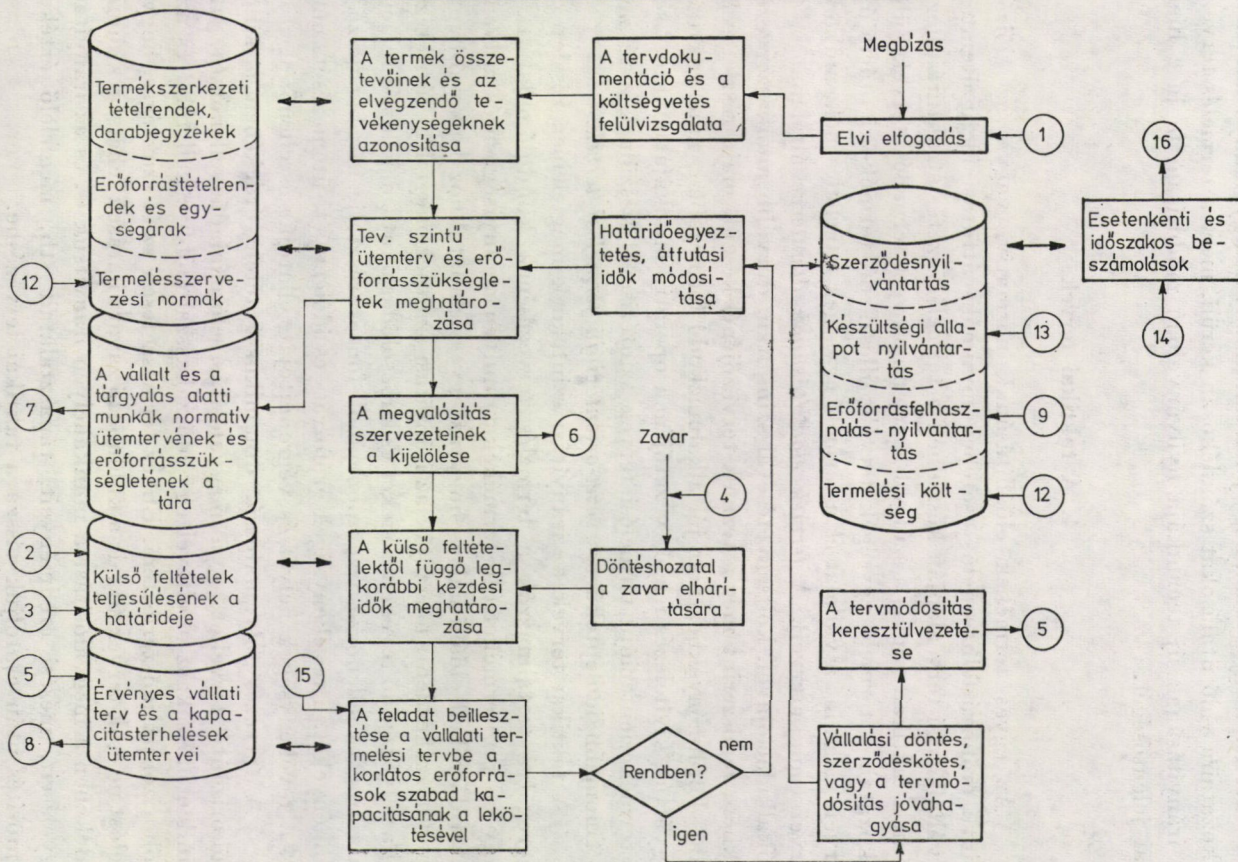
A vállalat stratégiájának kialakítása és a konkrét termelési folyamatok megtervezése között a vállalatnak, ill. a szerződéskötésre, önálló gazdálkodásra feljogosított kisebb szervezeti egységnek folyamatosan döntenie kell a megrendelések vállalásáról, sorolásáról (amilyen mértékben ezekben ő dönthet), de erőforrásellátottságát, leterhelését és egyéb körülményeit figyelembe véve mindenképpen terveznie kell a vállalt határidőket, ill. ellenőriznie kell, hogy a kívánt határidőket tudja-e tartani. Nevezük ezt a folyamatot vállalkozáselőkészítésnek, amelynek ismétlődő következménye az *összesített termelési tervnek*, vagy másnéven a *vállalkozási tervnek* aktualizálása, időszerűsítése. Ez mindig — esetleg már költségvetéssel és azonos részletességű gyártási (kivitelezési) tervvel felszerelt — tényleges megrendeléseken, ill. eladási előrejelzéseken alapul. A szállítási (átadási) határidőt, rendszerint már a szerződés elfogadása előtt, elég nagy biztonsággal meg kell becsülni. A fő erőforrascsoportok jövőbeli kapacitásterhelését éppen a vállalkozástervezés során lehet elemezni. Így a vállalkozástervezés időhorizontját az szabja meg, hogy a vállalat erőforrásainak lekötését biztonságosan általában mennyi időre láthatja előre, és hogy mekkora a nagyobb megrendelések átlagos átfutási ideje (a szerződéskötés és a termék átadása között eltelő idő).

A vállalkozástervezés fontos input adattömege a műszaki tervdokumentáció (és azon belül a költségvetés). Ezt alapul véve a teljes munkát úgy kell felbontani tevékenységekre, más néven termelési részfolyamatokra, hogy azok minden lényeges erőforrásigénye és azokkal összetartozóan időtartama a *vállalati szervezési normák* számításba vételével meghatározható legyen. Az azonosított tevékenységek összekapcsolásaival alakul ki a gyártási (kivitelezési) folyamat és elkészíthető a teljes feladat kapacitáskorlátozás nélküli ütemterve, valamint a tevékenységekhez rendelt és összesített erőforrásszükségletek kimutatása. Természetesen ez az ütemterv nem valósítható meg, hiszen számos erőforrás ismert időbeli eloszlású korlátos mennyiségben áll csak rendelkezésre, és hosszabb időre előre ismerjük más munkák miatti terhelésüket is. Mégis a kapacitáskorlátozás nélküli *normatív ütemterv* a tervdokumentáció fontos kiegészítőjévé, a különböző részletezettségi szintű és időhorizontú termelési tervek bázisává válik. Ennek alapján már hozzá lehet kezdeni a *megvalósítás feltételeinek* a megteremtéséhez, a termelés főfolyamata és segédfolyamatai térbeli és időbeli harmonikus, koordinált lebonyolításának, szervezetének és ellenőrzésének, irányításának kialakításához, vagyis a *termelés-szervezéshez*.

A vállalkozási tervbe, amely lényegében a vállalat kapacitáslekötési terve, belekerül az új termelési feladattal kapcsolatosan a korlátos erőforrások további lekötésének (és általában a készletek utánrendelésének) az ütemterve, a lehetőségeket, az erőforráskorlátokat szigorúan figyelembe véve.

Az így készült összesített termelési terv segíti a vállalati vezetést a

## Vállalkozáselőkészítés és taktikai tervezés



kapacitásfoglalási döntések meghozatalában is, valamint a terhelési előrejelzések figyelembe vételénél a hosszabb távú termelési tervek kialakításában.

Itt kell megjegyezni, hogy jelen tanulmány a hagyományos tervhierarchia fokozataira való utalásokat szándékosan kerüli, mert a termelés tervezésének és irányításának új technikája nyilvánvalóan módosítani fogja e hierarchia mai jelentőségét.

#### 4. A taktikai tervek

Az egyes termékek előállításának normatív, vagyis az előirányzott szintű erőforrásfelhasználás esetében minimális átfutási idejű ütemtervei és a vállalkozási terv alapján készülnek a termelésvezetés struktúrájához igazodóan a taktikai, vagyis a szűkebb értelemben vett termelési tervek különböző fokozatai, a termelő egységek tervébe illeszkedő termék-orientációjú ütemtervei, valamint a vállalat és a termelő egységek leterhelésének, működésének tervei (munkatervei). A *termék előállításának ütemterve* általában a termék előkalkulációjával, költségvetésével szimultán, durvább munkaszervezési lépésekben, rendszerint még a termék tervezőjénél készül, majd részletesebb és a valós körülményekhez már jól alkalmazkodó formájában, mint taktikai terv a gyártás, kivitelezés felelős vezetőjének operatív munkáját hivatott segíteni. A termékorientációjú termelési tervek szintézisével készülnek a részletesebb és finomabb időléptékű *szervezet-orientációjú termelési tervek*.

A taktikai tervek az irányítási szinteknek megfelelően részletezve, ill. aggregálva tartalmazzák a termelés tervezésének kiinduló adatait, vagyis hogy milyen terméket (ill. termékeket) milyen mennyiségben és milyen végső határidőre kell előállítani és hogy az egyes feladatokhoz legkorábban mikor lehet hozzákezdeni; megadják az irányítási szintnek megfelelő részletezettséggel az elvégzendő tevékenységeket és kapcsolódásaikat (megelőzési relációikat), valamint az ellenőrzés szempontjából fontos részteljesítéseket jelző kulcseményeket, a tevékenységek erőforrás- és időigényét, ütemezését, megnevezik a tevékenységek helyét és végrehajtóját, ellátóját és ellenőret.

A tervezés folyamatossá, dinamikussá tétele érdekében a különböző időhorizontú terveket — a megvalósítás, előrehaladás ellenőrzése után — minden időszakasz elteltével egy időszakasszal előbbre kell tolni és az egész időhorizontra időszerűsíteni. Ehhez természetesen az is szükséges, hogy a termelést ne csak tervezzük, de a különböző zavaró hatások lehetséges eliminálása érdekében a megvalósítást a munkahelyen irányítsuk is, és az irányítás megfigyeléseit, mérési eredményeit, tapasztalatait stb. megfelelő értékelés és tömörítés után csatoljuk vissza a taktikai tervezésbe.

A taktikai tervezés időhorizontja attól függ, hogy a terv használójának milyen időtávolságú előrelátásra van szüksége ahhoz, hogy az irányítása alá tartozó termelő egység munkájában ne legyenek anyagihiány és hasonlók miatt

fennakadások. Az időhorizontnak tehát hosszabbnak kell lennie, mint a rendszer ellátásának szükséges előretartási (vagyis az erőforrásokról való gondoskodás átfutási) ideje. Az időhorizonton belül az időskála a közelebbi időszakaszokra vonatkozóan finomabb, a távolabbiakra durvább lehet.

Az időhorizont és az időskála megválasztásában szerepe van a visszacsatolások és a tervaktualizálások időzítésének, valamint a terv aktualizálása, továbbfejlesztése időszükségletének is. Kétségtelen, hogy a termelésstervezés időráfordításának növelésével növelhető a terv megbízhatósága, részletezettsége, viszont az időkésedelem a munka irányításában, folyamatában kárt okozhat. Ezért e két ellentétes szempont között keresnünk kell a kompromisszumot. Ugyanis minden termelési terv egy-egy nagyon komplex ütemirányítási kritériumnak, normának, az irányítási rendszer alapjel-gyűjteményének tekinthető. A bonyolult, több szervezetre is kiterjedő termelési folyamatok valós-idejű komplex irányításának a lehetősége a munka tempójának, pontosabban az állapotváltozás sebességének és az irányítási ciklusidőnek a viszonyától függ. A megfigyelendő állapot itt sok összetevőből áll és amíg ennek adatait bevisszük a számítógépbe és attól megkapjuk a módosított termelési és erőforrásfelhasználási ütemtervet, majd annak alapján intézkedések kiadásával beavatkozunk a folyamatba és a termelő és ellátó szervezetek a szükséges átcsoportosításokat, átállásokat végre is hajtják, tehát az egész feladatra (a termelő rendszerre) kiterjedő *irányítás ciklusideje*, késedelme alatt a megfigyelt állapot majdnem bizonyosan megváltozott és ezt a változást többkevesebb bizonytalansággal tudjuk csak előre látni. A bonyolultabb termelő rendszereknek viszonylag nagyobb a tehetetlenségük, azonos technikai színvonalú irányítási rendszert feltételezve a beavatkozásokra lassabban tudnak csak válaszolni. Ezért olyan nagy fontosságú a termelés vezetésben a tervezés és a szervezés. A termelő folyamat tervezésének és szervezésének hibáit irányítással már csak jelentős idővesztéssel lehet helyrehozni. A megfigyelt adatokat célszerű folyamatosan feltüntetni a terveken, és egy-egy tevékenység végrehajtásába a munka irányítója közvetlenül, számítógép nélkül is képes beavatkozni. Viszont a terveket átdolgozni csak akkor érdemes, amikor annak alapján több tevékenységet és erőforrást érintően, ténylegesen és megvalósíthatóan intézkedni is tudunk. Ennek lehetősége a vezetési szinttől is függ.

A termelésirányítás a feladatok ütemezett (és előírt minőségű) megvalósításának és az erőforrások felhasználásának, ill. készleteinek megfigyelésén, felülvizsgálatán alapszik. Így ehhez kell igazodniuk a terveknek is. A feladatokat olyan mélységig kell csak részletezni, hogy az egyes részfeladatok teljesítése és a munka előrehaladása, valamint az erőforrás-gondok még jól felismerhetők, ellenőrizhetők legyenek. Az ellenőrzés visszacsatolásának ciklusideje a vezetés felső szintjén hosszabb, pl. negyedév, a középső szinten pl. egy hónap, vagy csak egy hét, és az alsó szinten, pl. már csak egy nap, vagy még rövidebb idő. A sok összetevőjű (párhuzamos, soros és átlapoltszerű) tevékeny-





mutatás), és a számítógépes információrendszerben a darabjegyzékkezelő alrendszer (valamint a munka belső logikai sorrendje). Ezzel kezdetét veszi az adatbázis kialakítása. Az egyes termékek előállításának folyamatában a termékrend stabil. Tudjuk, hogy milyennek kell lennie a készterméknek (ill. a kibocsátási terméknek), tudjuk, hogy ehhez milyen félkésztermékek, köz-benső termékek és alapanyagok kellene, és hogy a termelési folyamatban milyen melléktermékek keletkeznek. Ehhez jól kell ismerni a termék szerkezetét, elemeinek kapcsolati rendjét, ami rendszerint jól ábrázolható egy hierarchikus hálózattal, az ún. termékfával. A gyártás technológiájának és logikájának ismeretében a termék minden egyes — pontos minőségi specifikációval jellemzett — alkotóelem-típusához egy-egy tevékenységtípus, egy-egy termelési részfolyamat rendelhető és a termékfából már az is kideríthető, hogy melyek a szükségszerűen sorbakapcsolt, és melyek az átlapolható vagy pedig párhuzamosan is végezhető tevékenységek. Minden tevékenységnek ismert az erőforrásigénye, azzal összhangban elvégzésének időtartama és mind minőségi, mind mennyiségi szempontból ismert az előírt produktuma.

Itt jelentkezik az első számítástechnikai gond, a termékstruktúrát és az összetevők kapcsolati rendjét hüen tükröző, jól kezelhető és tömör, hierarchikus *azonosító jelrendszer*.

A termékfelbontást olyan mélységig érdemes részletezni, ameddig a munkahelyi irányítás számára a termékfa legalsó szintjén feltüntetett elemek mennyisége, állapota még használható információt jelent. A nagyobb részletettség már ezen a szinten is rontaná az irányítás hatékonyságát. Nevezzük ezt a részletezést *részletes (vagy munkahelyi) termékszerkezeti tételrendnek*. Például az *építőipari költségszámítási normák* (az ÉKN) ennél részletesebb tételrendben készültek, amire a szerződési ár kalkulációjához van szükség, de az így készült költségvetés, mivel nem igazodik szigorúan a kivitelezés tényleges feltételeihez és részletettsége sem felel meg az ellenőrzés és beavatkozás lehetőségeinek, nem ad megbízható összehasonlítási alapot az irányítás számára.

A részletesebb tételrendből az elemi tételek összevonásával lehet átmenni a tömörebb, nagyvonalúbb termékstruktúrába. Így hozhatjuk létre pl. a *vállalati (összevont) termékszerkezeti tételrendet*. Az azonosító jelrendszernek azonban képesnek kell lennie arra, hogy a tételrend ilyen transzformációját nyomon kövesse. Néhol pl. az építőiparban a termékszerkezeti tételrenddel szemben a termelési részfolyamatok tételrendje, általánosabb nevén a folyamatkataszter kerül előtérbe. Természetesen e két tételrend között a megfeleltetés egyértelmű.

Ha már ismerjük a termelés outputjának különböző szintű tételrendjeit, azzal összhangban ki kell dolgozni az erőforrások különböző szintű (részletes és összevont) tételrendjeit. A számítógépes tervezés szempontjából figyelmet érdemel, hogy külön a termékekre és külön az erőforrásokra vonatkozóan

a részletes és az összevont tételrend közötti transzformáció leírható egy-egy mátrixban. A részletes termékszerkezeti tételek részletes erőforrásigénye ugyancsak mátrixban írható le, ezt szoktuk technológiai mátrixnak nevezni. Már a mátrixaritmetika elemi műveletei is többféle lehetőséget kínálnak a tervezőnek e struktúrák, valamint a termékkövetelmények és az erőforrás-szükségletek közötti kapcsolatok elemzésére és célszerű tömörítésére.

Természetesen minél kevésbé szabványosítottak az elemi tételek, annál inkább szükség van a részletes termékszerkezeti tételrend rugalmasságára.

A taktikai tervezés legalsó szintje (utolsó fázisa) már közvetlen kapcsolatban áll a megvalósítás szférájával, ezért ezt munkahelyi termelés-tervezésnek, üzemelés-tervezésnek, gyakran finom programozásnak is nevezik. Ezt megelőzőleg már elkészültek a gyártás (ill. kivitelezés) sorrendjére és vonalaira, vagyis a gyártási folyamat útjára, sőt a megkezdésnek és a befejezésnek ütemezésére vonatkozó, ill. azzal kapcsolatos intézkedések mind a termelő (üzemelő) szervezetek, mind az ellátó szolgálat (a munkaerőgazdálkodás, a termelőeszközgazdálkodás, az anyag- és energiagazdálkodás és a pénzügyi gazdálkodás) számára. A munkahelyi termelés-tervek már operatív munkatervek a termelés első vonalbeli közvetlen irányítói számára, rövidtávú (heti vagy napi) ütemtervek, tevékenységi és műveletjegyzékek, anyagfelhasználási tervek és hasonló formájában. A munkahelyi, operatív irányításba természetesen az is beletartozik, hogy a termelési ütemtervek megvalósítását célzó cselekményekről, a teljesítményről, a munka előrehaladásáról meghatározott rendben jelentéseket küld az irányítás felsőbb szintjeire. Ez a tervteljesítési információk visszacsatolása.

Tegyük itt egy kis kitérőt a *közlekedés* területére, ahol a termelési ütemterv közismert példája a vasúti személyszállítás meglehetősen stabil menetrendje. Ennél már jóval dinamikusabb és problémátikusabb a teherszállítás menetrendje. A teherszállításhoz a vonatösszeállítás hosszabb időre csak durván tervezhető, az már esetenként a forgalomirányítás feladata. A közúti gépjárműforgalom és ugyanígy a városi közlekedés pedig teljességében egyáltalán nem tervezhető, csupán prognosztizálható és különböző eszközökkel területfejlesztéssel és gazdasági szabályozással befolyásolható. A forgalom lebonyolításának napi gondja ott jelenleg teljesen az irányításra hárul. Igaz, egy csomóponton az irányítás ciklusideje nagyon rövid, de már egy városi főútvonal csomópontjaiban a jelzőlámpák összehangolása igen bonyolult és jelenleg elsősorban kutatási (rendszerlemzési-operációkutatási), ill. tervezési feladat.

Bonyolult, sok összetevőjű termelési folyamatok esetében a munkahelyi termelési terveknek és a munkaszervezésnek gerince a *hálós ütemterv*, amely a szükséges részletezettséggel és kapcsolódásaikkal, a technológiából, a kooperációból és a koordinációból származó egymás közötti relációikkal tartalmazza a tevékenységeket az erőforrások előirányzott felhasználási szintjével és meg-

valósításuk időtartamával együtt. Az ütemezésnek, az egyes tevékenységek időzítésének kiinduló adatai éppen ezek az időtartamok. A hálón feltüntetett időtartamok (és így a tevékenységek is) három típusba sorolhatók:

1. tényleges kiszolgálási, megmunkálási, szerelési és átlapolási idő;
2. szállítási és anyagmozgatási idő;
3. természeti folyamatok (pl. betonkötés, festékszáradás stb.) miatt szükséges késleltetési idő.

A *kritikus út számítás*on alapuló, vagyis a kritikus úthoz igazodó ütemezés megadja a tevékenységek lehetséges legkorábbi és megengedett legkésőbbi kezdési és befejezési és ezekből következően a tartalékidejét, valamint a teljes munka legkorábbi befejezésének az időpontját. Ez a normatív ütemterv a korlátos erőforrások lekötésének dinamikus ütemezésekor a vállalalkozási határ-idő és az erőforrásfelhasználás kompromisszumával folyamatosan módosul.

A taktikai tervezés számítógéppel jól segíthető, sőt nagy mértékben automatizálható.

## 6. A termelés irányítása

Az automatikában, vagyis a műszaki irányítástechnikában az irányítási folyamat *érzékelésből, ítéletalkotásból, rendelkezésből, jelformálásból és beavatkozásból* áll. Utóbbin az irányított folyamat befolyásolását értjük a rendelkezés alapján. A termelési terv megvalósításának irányításáról is csak akkor beszélhetünk, ha a megvalósítás folyamatába a terv szerinti teljesítés érdekében, ill. az irányítás kritériumai szempontjából még idejében, közvetlenül beavatkozhatunk. Ez a beavatkozás *megfigyelésen, mérésen, összehasonlítás*on és az ütemtervek, ill. az ellátási-ráfordítási áramlatok *helyesbítésének meghatározásán* alapszik. Az irányító e helyesbítésekkel tudja kiegyenlíteni az eltéréseket, kompenzálni a zavaró hatásokat, figyelembe venni a környezetnek, esetleg a vállalati stratégiának a változásait. Ezután ellenőrzi a beavatkozás hatását és mindez a termelés folyamata során előre kijelölt időpontokban, valamint bizonyos eseményekhez kapcsolódóan újra megismétlődik. Ha a végrehajtásba már nem avatkozhatunk be, akkor a megfigyeléssel csupán a jövőben elvégzendő feladatok előkészítéséhez gyűjtöttünk tapasztalatokat.

A különböző vezetési szinteken a termelési folyamat irányíthatóságával összehangoltan kell megválasztani az irányítás kritériumait, ún. alapjeleit és azokat a mozzanatokat, eseményeket, amelyek megfigyelésével teljesülésüket, értékük betartását ellenőrizni tudjuk.

A stratégiai tervezés az általános vállalati célokat, valamint a funkcionális és a főosztály, vagy gyáregység szintű részcélokat adja meg, főleg kvalitatív kifejezésekkel. A taktikai tervezés feladata, hogy ezeket az általános célokat pontosabb kifejezésekkel a termelő munka jobban részletezett és

mérhető jellemzőire, teljesítési kritériumokra, ütemtervekre, irányítási támpontokra bontsa.

A bonyolult, hálós szerkezetű termelési folyamatok irányításában az alapjel megválasztása korántsem egyértelmű, mivel sok, időben változó összetevőből áll. Az ilyen termelési folyamat mind időbelileg, mind térbelileg erősen tagolt. Ismernünk kell a beavatkozási lehetőségeket térben és időben, ügyelve arra, hogy ezzel ne növeljük a teljes folyamat hibáját, és méginkább, hogy ne teremtsünk veszélyes helyzeteket. A beavatkozási lehetőségekkel összhangban kell megjelölni azokat a támpontokat, amelyeket az irányításnak érdemes megfigyelnie, amelyekben a folyamat jellemző állapotát egyértelműen (pl. igennel vagy nemmel) ki lehet fejezni, eltérését az irányítás célértékétől elegendő pontossággal és megbízhatósággal meg lehet mérni stb.

Az irányítás támpontjai részben az ütemtervben megállapított *részhatáridők* (az egyes tevékenységek megkezdésének és befejezésének lehetséges legkorábbi és megengedett legkésőbbi, valamint a tényleges időpontjai), a hozzátartozó minőségi és mennyiségi jellemzőkkel; a támpontok másik csoportját a félkésztermékek, alapanyagok és energiahordozók raktáraiban és depóniáiban található *készletszintek* jelentik; az irányítás támpontjainak harmadik csoportja a munkaerőfelhasználásnak, a nagyértékű termelőeszközök kapacitáskihasználásának és az anyagfelhasználásnak a *rendellenességeire* vonatkozik.

Minden munka (akár az egész vállalkozás, akár legkisebb tevékenysége) tervszerűen csak akkor hajtható végre, ha *megkezdhetőségének kritériumai* teljesültek. Ilyen kritériumok:

1. a szükséges megelőző tevékenységek már befejeződtek, ill. a szüksége<sup>s</sup> megelőző esemény (események) már bekövetkezett; itt nemcsak a közvetlen termelő munka logikai, technológiai sorrendjére, de pl. jogi kritériumokra is gondolnunk kell;

2. a tevékenység elvégzéséhez szükséges erőforrások főcsoportonként, az irányításhoz szükséges részletezettségben megfigyelhetően, térben és időben rendelkezésre állnak.

Ha az ütemtervben előírányozott megkezdési időközben teljesülnek ezek a kritériumok, akkor az irányító megindítja a tevékenységet. Ha a tevékenységet pl. a munkaerő egyenletes kihasználása érdekében a megengedett legkésőbbi időpontnál korábban indítja, akkor sebességét az erőforrások fajlagos felhasználásának a csökkentésével lelassíthatja. De mit tehet és mit tegyen, ha a megkezdhetőség kritériumai még nem teljesültek? Itt már szembe kell néznünk a különböző szintű irányító tervmódosítási és intézkedési jogkörével. Az 1. kritériumra vonatkozóan meg kell becsülnie a megkezdhetőség várható tényleges időpontjának késedelmét (csúszását) és fontolóra kell vennie, hogy a szükséges megelőző tevékenységek meggyorsítása, ill. a megelőző esemény korábbi bekövetkezése érdekében mit tehet. A 2. kritérium teljesülése hiányos-



ságainak megszüntetésére intézkednie kell, vagy felsőbb szintről kell intézkedést kérnie. Ha a tevékenység tényleges kezdési időpontja a megengedett legkésőbbi időpontot túlhaladja, akkor fontolóra kell vennie, hogy az ütemterv soronkövetkező részében mely tevékenységek felgyorsításával lehet e késedelmet behozni, ill. át kell ütemezni az ütemterv hátra levő részét. (Felsőbb szinten a késés behozása miatt olyan döntések mérlegelésére kerülhet sor, mint alvállalkozók bevonása, túlóra vagy további műszakidő igénybe vétele, betanított munkások átcsoportosítása vagy felvétele, az anyag-készletek növelése stb.)

A tevékenység befejezésének kritériumai főleg a teljesítés minőségére és mennyiségére vonatkoznak. A beavatkozás a tevékenység folytatására vagy megismétlésére irányulhat. A tevékenység befejezésének időpontja egyrészt — akár csak kezdése — történelmi adat, másrészt a követő tevékenységek megkezdhetőségének kritériuma szempontjából figyelendő. Fő vonalában így jellemezhetjük az irányítási támpontoknak az ütemtervben megállapított — a határidőtervezéssel közvetlen kapcsolatban álló — csoportját. Ezek a támpontok a legközvetlenebb kapcsolatban állnak a megbízások, ill. az elvállalt *feladatok teljesítésével*, a *fogyasztók kiszolgálásával*, amit a vállalat egyik érdekszférájának is tekinthetünk. Rendszercélok ebben az érdekszférában:

a) a megvalósítható és vállalható szállítási (átadási) határidők megállapítása és betartása;

b) a megrendelés átvételétől a szállításig (átadásig) terjedő teljes átfutási idő minimalálása;

c) a gyártás vagy a kivitelezés késedelmének minimalálása a részfeladatok olyan ütemezésével, hogy az azonos eseménybe torkolló tevékenységek, más szavakkal pl. az egyidejűleg összeszerelendő elemek ugyanarra az időre készüljenek el.

Ez utóbbi rendszercél már az eszközkötés minimalálásával és így az irányítási támpontoknak egy másik csoportjával, egy másik vállalati érdekszférával kapcsolatos, ez pedig a termelési folyamatban *lekötött eszközök állománya*.

A munkahelyi irányításban gondosan kell figyelni a *várakozó sorok* és a *várakozási idők* alakulását. Ha a munkadarab előírt sorrendben több munkahelyen (gépállaton stb.) megy keresztül (vagy fordítva, a különböző brigádok követik egymást előírt sorrendben), az érkezéseknek és a megmunkálási időknek valamilyen valószínűségi eloszlással jellemezhető véletlenszerűsége miatt az egyes megmunkálási helyek előtt a munkadarabok várakozni kénytelenek, vagyis a munka tárgya várakozó sorba rendeződik. Ha a várakozó sor üres, könnyen előfordulhat, hogy a munkaerő és a munkaeszköz fog várakozni. Ha viszont a várakozó sor hosszú, akkor feleslegesen növekszik a termelésben lekötött eszközök, a forgó alap értéke. A várakozó sor csökkenthető a kapacitás

jobb kihasználásával vagy a munkahely párhuzamos kiszolgáló útvonalai (csatornái) számának a növelésével. A várakozó sorok alakulása a számítógépes rendszerszimuláció segítségével jól elemezhető.

A termelési folyamatban lekötött készletek értékének három fő összetevője:

1. a gyártásban (megmunkálásban, kivitelezésben) és a szállításban levő, ill. várakozó nyersanyagok, alkatrészek és szerelvények (félkésztermékek) értéke;
2. az előbbire ráakódó munkabér és járulékai;
3. az átfutási idő alatti raktározási költségek.

Természetesen ez az érték a termék előállítása alatt a termelés megindításától kezdve az átadásig (ill. a készáru-raktárba szállításig), tehát a termelési költség realizálásáig különböző, egymásra halmozódó költségáramlatok formájában állandóan növekszik. A nagy beruházásokban a befejezetlen termékben lekötött eszközök értékének országos kihatású jelentősége közismert. De nem elhanyagolható ez a lényegesen kisebb értékű termékek előállítása esetében sem. A termelési folyamatban lekötött készletek miatti költségáramlatok diszkontált jelenértéke csökkenthető, ha

*A)* minimáljuk a munka tárgyának az egyes tevékenységek (műveletek) között eltelő állási idejét;

*B)* az erőforrásgazdálkodás, ill. az ellátó szolgálat úgy rendeli az egyes munkarészekhez az anyagot, alkatrészeket és bérelt gépeket, hogy azok a munkarész megkezdésének időpontjára, de akkorra természetesen megbízhatóan érkezzenek meg;

*C)* az egyes tevékenységeket nem indítjuk hamarabb, mint ahogy feltétlenül szükséges.

Azonban tisztában kell lennünk azzal, hogy a vállalati érdekelttség e kritériumoknak néha ellentmond.

Az *A)* szerinti kritérium a munkaszervezési hálóban az egyenletes időkihasználással, vagyis a tevékenységek tartalékidejének a lassítás általi kiküszöbölésével valósítható meg. Az ilyen hálóban a kezdő- és a végpont között minden út *kritikus*. Gondolni kell itt arra is, hogy a kapacitáskihasználás fokozása rendszerint maga után vonja a várakozási idők növekedését. Ezért a várakozó sorokban lekötött forgalmi eszközök értékét és a felhasznált kapacitások költségét a kibocsátási mennyiségre vetítve együttesen kell minimalni.

A *C)* kritérium összhangban van a feladat teljesítésére vonatkozó *c)* szerinti rendszercéllal.

Az eszközök érdekszférájába tartozik, és részben korrigálja az előbbi *B)* kritériumot az ún. optimális készletgazdálkodás, a készletek utánrendelésének irányítása. Ennek lényege, hogy az anyagok és alkatrészek raktárába

olyan tételekben és ezzel összhangban olyan időközönként, ill. olyan készlet-szinteknél rendeljük meg az utánpótlást, hogy a beszerzési költségek és a tárolási költségek áramlatainak diszkontált jelen értéke minimális legyen.

A vállalat működésének gazdasági hatékonysága nagymértékben függ az anyagáramlások irányításától a termelés folyamatában.

Termelési vonatkozásban jelentős fogalom itt készletfajtánként az optimális utánrendelési tétel nagyság, ami lényegében a méretek gazdaságosságának és a tárolásban lekötött eszközök gazdaságtalanságának a kompromisszuma. Az adott utánrendelési tétel nagyságból és a felhasználás sebességéből az egymást követő rendelések időbeli távolsága már egyértelműen következik. A másik jelentős fogalom a biztonsági készlet nagyság, amire a felhasználás, az eladás és az utánpótlás ingadozásai miatt van szükség.

Gondoljunk egy olyan gyártási folyamatra, amely két fő szakaszra bomlik: megmunkálásra és összeszerelésre. Milyen anyagáramlás tartozik ehhez a folyamathoz? A megmunkáláshoz szükség van az anyagok és a félkész termékek készleteire. A megmunkálást követően az összeszerelésnek szüksége van a közbenső termékek készleteire, majd az értékesítésnek a késztermékek készleteire, ha a megrendelőt (vásárlót) raktárból szolgáljuk ki. Így máris adottak az anyagáramlás irányításának a támpontjai és megfigyelési helyei. Egyébként az anyagáramlások irányításának, az anyagrendelések tervezésének információrendszerei, optimumszámító vagy elemző matematikai modelljei, szimulációs eljárásai már könnyen hozzáférhetők.

A már említett harmadik vállalati érdekszféra a munkaerőfelhasználás és a nagyértékű termelőeszközök kapacitásának a kihasználása. A terhelési csúcsokat már a vállalkozási tervekben és természetesen a munkahelyi ütemtervekben is fel kell ismerni, és a feladatok, tevékenységek lehetőségek szerinti eltolásával, vagy más erőforrások igénybevételével, vállalati szinten esetleg alvállalkozók bevonásával ki kell küszöbölni. Az ilyen lehetőségeket a termelési terveknek tartalmazniuk kell. A kapacitáskihasználás hatékonyságának a fokozásával növelhető az üzem és a vállalat teljes kibocsátása, bár a pusztán mennyiség-növelés maga után vonhatja a várakozó sorokban lekötött forgalmi eszközök értékének a növekedését.

Látnunk kell, hogy a termelés irányításában egyaránt felismerhetők az *akaratlagos vezérlés és szabályozás műveletei*, és bár kisebb mértékben, de — a számítástechnika fejlődésének köszönhetően — növekvő hatáskörrel az *önműködő vezérlés és szabályozás műveletei* is. Azonban a bonyolult termelő rendszerekben az akaratlagos vezérlés és szabályozás is rákényszerül a számítógép nagykapacitású memóriáinak és a számítástechnikának az igénybevételére. A teljes termelésirányítási rendszer többnyire olyan kombinált alrendszerből épül fel, amelyekben a szabályozás alapjelét vezérléssel képezzük. A munkahelyi irányítás szintjén inkább szabályozási műveletekkel, a felsőbb szinteken inkább vezérlési műveletekkel találkozunk.

## 7. A termelésirányítás információrendszere

A termelés tervezésének és irányításának cselekményeit és információ-típusait kapcsolódási vázlatban (blokkdiagramban) szoktuk ábrázolni. Ez a visszacsatolós döntéshozatali és információs folyamat a vállalat teljes információrendszerének a legfőbb része. A többi, a különböző erőforrásnemek gazdálkodásával és elszámolásával kapcsolatos információs folyamatok a termelést szolgálják ki, azt regisztrálják és értékelik. Természetes, hogy a vállalat vezetése szempontjából információrendszerét célszerű egységes egésznek tekintenünk. Ahhoz, hogy a részletekkel foglalkozni tudjunk, előbb át kell tekintenünk a teljes rendszert. De nem szabad abba a tévedésbe esnünk, hogy a vállalat információrendszere azonos minőségű és eszközellátottságú alrendszerek homogén együttese. Megtalálhatók ebben az információrendszerben az adatfelvétel, -rögzítés és -kezelés legváltozatosabb formái és a keresett információk előállítására az egyszerű adatvisszakereséstől a bonyolult algoritmusokig különböző eszközigényű transzformációkkal megy végbe.

Hiszen a vállalat napi ügyviteléhez szükséges, rutinszerű és tömeges adatfeldolgozás mellett a termelésirányítás információrendszerének képesnek kell lennie a különböző részletezettségű termelési tervek elkészítésére és dinamikus módosítására, a teljesítmény és az utókalkuláció elemzésére, a várakozó sorok és a készletszintek elemzésére, zavarelhárító intézkedések kidolgozására és hasonlókra. Az ilyen információk előállításában a számvitel mellett már a matematikai analízis, a statisztika, az operációkutatás, és a rendszerszimuláció módszereire is szükségünk van.

A vállalat mint rendszer kölcsönhatásban levő, de nemcsak együtt, hanem külön is azonosítható, tanulmányozható, igazgatható és értékelhető alrendszerekből áll. Ennek megfelelően alrendszerekre, modulokra bontható a vállalat információrendszere is. Így ezeket külön is egy-egy vezetési információrendszernek szokták tekinteni.

Valamely szervezet információrendszerébe széles értelemben beletartozik valamennyi jelet termelő forrás, jelátviteli, átalakító eszköz és befogadó szerv, tehát emberek, adattárak, adatkezelő eszközök és a formális kommunikációs struktúrák mellett a közvetlen közlések, véleménycserék, ötletszerű feljegyzések is.

A korszerű információrendszer agya egy szimultán működésű, real-time feldolgozásra képes (vagyis idejében válaszoló), *közvetlen elérésű* adattárakkal és a megjelenítés on-line eszközeivel ellátott számítógép.

Az információrendszerek, ill. alrendszerek vizsgálata kiterjed a folyamat négy fő elemére, mégpedig sorrendben az outputra, az inputra, az algoritmusra és a szükséges adatállományra.

A vállalati információrendszer feltárása, elemzése rávilágíthat több, jelenleg használt bizonylat feleslegességére, esetleg néhányak a hiányára.

Elterjedten használják ma a *vezetési információrendszer* és különösen a szocialista országokban, a Szovjetunió kezdeményezésére az *automatizált irányítási rendszerek* elnevezéseket. A vezetési információrendszeren egy szervezeten belül a *vezetési döntések és az irányítás* számára az adatok gyűjtését, kódolását, tárolását, feldolgozását, visszakeresését, közlését, dekódolását és felhasználását végző embereknek, anyagi eszközöknek, ügyviteli előírásoknak és adatfeldolgozási programoknak rendezett — újabban inkább építőelemekből (*modulokból*) összeállított, semmint monolitikus — együttesét értik.

Az „*automatizált irányítási rendszerek*” (AIR) egy közös — a társadalmi hatékonyságot növelő — cél érdekében egyesítik magukban az irányítás szervezetét, módszereit és eszközeit, az információrendszert, a hardware-t, a belső és külső software-t és az ezekkel dolgozó embereket. Legfőbb jellegzetessége az ilyen rendszernek, hogy az irányítási apparátus és a termelés között az információcsere jórészt a számítógépen keresztül bonyolódik le, amely valóságos archívumként működve tárolja a viszonylag állandó adatok nagy tömegeit, terveket készít és továbbfejleszt, döntéseket hoz vagy javasol. Ez a fogalom kiterjed a számítógépes irányítási és adatfeldolgozási rendszerek teljességére. A vezetési információrendszer koncepciója bizonyos értelemben ennél szűkebb, mivel az AIR fogalomkörén belül csupán meghatározott funkciókhoz kapcsolódik. Az AIR a számítógépes információrendszerek legdinamikusabb alkalmazása. De szélesebb értelemben e fogalom kiterjed minden olyan döntéshozatali vagy csupán tájékoztatási információrendszerre is, amelyben az adatelrendezés, az adatfeldolgozás és az adatvisszaszerzés már automatizált.

A vállalati információrendszer egy lépéses, totális megközelítése helyett a vezetési információrendszerek tervezőinek figyelme mindinkább az építőköcka-elvet hasznosító *modul-koncepció* felé fordult. Ehhez azonban azonosítani kell a teljes rendszer funkcionális komponenseit és el kell készíteni azok kidolgozásának, egymásba kapcsolható bevezetésének, vagyis a teljes rendszer modulus kiépítésének ütemtervét.

A modulus adatfeldolgozási rendszerszervezés a teljes rendszert a még azonosítható, kisebb ügyviteli és vezetési tevékenységekre bontja és az ezeket kiszolgáló adatfeldolgozási komponenseket, mint önálló modulokat egyenként szerkeszti meg és teszi alkalmassá a feldolgozásra. Vagyis az egyes modulok számítógépi programjai külön készülnek és önállóan is használhatók. Így az egyes modulok a többi veszélyeztetése nélkül könnyen javíthatók, változtathatók, ellenőrizhetők.

A vezetési információrendszerek tervezésénél az *elsődleges szempont* a vezetés igénye, a felhasználás módja, vagyis az információk termelésének és hasznosításának összhangja. A *második szempont* az előbbihez szükséges, megbízható, a *környezet tényeit jól tükröző adattömegek gyűjteménye*. Sajnos a gyakorlatban ez a sorrend — bár érthető okokból — általában megfordult. A számítógépes információrendszerek két évtizedes története azt mutatja, hogy



a második szempontot könnyebb volt érvényesíteni és az elektronikára áttért ügyvitelszervezőkhöz ez a probléma állt közelebb. Hiszen a szervezeten belül ma is elkülönül az információrendszer input és output oldala, vagyis az egyik oldalon az adatok képzése vagy átvétele, ellenőrzése, tárolása stb., a másik oldalon pedig a vezetési információk felhasználása. E két feladatkört más személyek és részlegek látják el, a szerkezeti kapcsolatot, a kommunikációs lehetőséget közöttük az adattár teremti meg.

Az információrendszer sikeressége az igénynek, a felhasználás módjának szabatos megfogalmazása után elsősorban adatbázisától függ. Az *adattáris* terve tartalmazza a használandó eszközök típusát, a szükséges adatkezelési programcsomagokat, az illetéktelen használat elleni adatvédelem mértékét, és a válaszadás megkövetelt gyorsaságát. Az adatbázisban tárolandó adatok azonosítása, felsorolása alapos megfontolást igényel, hiszen a tárolt adatok mennyiségének a gazdaságosság és az adatvisszaszerzés gyorsasága miatt is valahol határt kell szabni. Ugyanakkor arról sem szabad megfeledkeznünk, hogy csak olyan információ generálható, amelynek alapadatai megvannak az adattárisban. Világosan érthető az a követelmény, hogy *egy adatot csak egy helyen* tároljunk, de a célszerűség (mind gazdasági, mind számítástechnikai szempontból) ennek korlátot szab.

A számítógépes információrendszer hatékonyságának előfeltétele a vezetési döntéshozatalt ténylegesen elősegítő információszükséglet felismerése. Ezt a feladatot sikeresen a rendszerelemzők, az operációkutatók és az információrendszer tervezői (fejlesztői) csak a vállalat érintett vezetőivel és dolgozóival közösen oldhatják meg. A számítógépes információrendszer hatékonysága elsősorban itt dől el.

A termelésirányítás folyamata *teljességében* általában nem programozható. Azonban e folyamatot részekre bontva mindig több olyan döntési probléma bukkan elő, amelyek szabályszerű lefolyásúak és programozhatók.

Azokon a döntési pontokon, ahol a tényleges vezetési probléma *operációkutatósi modellben* megfelelő hűséggel megfogalmazható, a döntési mechanizmus már gyakran automatikussá tehető. Viszont a programozatlan döntések meghozatalában az információrendszer csak adatbankjával segíthet. De e két szélső eset között a modellezhető vezetési problémátípusok felismerésével, feltárásával, elemző vagy megoldó algoritmusaik kifejlesztésével egyre több döntés válik programozhatóvá.

A vállalati információrendszer működésének hasznosságát a számítástechnika és az információrendszer, vagyis az input oldal szakemberei önmagukban nem biztosíthatják, ehhez a felhasználókat, vagyis az output oldalt is megfelelően fel kell készíteni. Ez mindenek előtt képzési probléma, amelynek megoldását mi újabban elsősorban a szervező mérnök-képzéstől remélhetjük. A Szovjetunióban „automatizált irányítási rendszerek” elnevezéssel már külön egyetemi karokat is szerveztek.

Beszámolhatok itt arról, hogy a Budapesti Műszaki Egyetemen az építőipari szervező szakmérnök-képzésünkben a „Termelésirányítás”, a Villamosmérnöki Kar szervező szakmérnöki szakán a „Vállalati folyamatok szervezése és irányítása”, csakúgy mint mindkét szakon a „Rendszerelemzés és operációkutatás” jelentős óraszámú államvizsgatárgyak. Nagy súlyt helyezünk ebben a képzésben a számítógépesítésre, számítástechnikára és ezzel együtt az információrendszer és az adatfeldolgozás szervezésére is. Ez a tendencia figyelhető meg a Gépészmérnöki Kar termelési rendszer szakán, valamint a Közlekedésmérnöki Kar rendszertervező ágazatán is. Az Építőmérnöki Kar rendszertervezési szakirányú képzésében pedig már megjelent a „Számítógépes irányítási rendszerek” című tantárgy.

### 8. Számítógépes tervezési és irányítási rendszerek

A számítógépes termelésirányítási rendszer bevezetésének általában következménye kell legyen az egyes munkák átfutási idejének megrövidülése, a részhatáridők pontosabb betartása, a minőség javulása, a munkaerő és a többi erőforrás egyenletesebb kihasználása, a termelés folyamatában lekötött eszközök értékének csökkenése, az irányítás tudatosabbá válása és hasonlók, de mindezek a kedvező hatások együttesen a vállalat működésének eredményességében, gazdaságosságában csak hosszabb idő után és többnyire csak a számítógépes irányítási rendszer bevezetése előtti gazdasági mutatók előre vetített értékeinek bázisán értékelhetők. Ezért egyelőre jóval pontosabban tudjuk azt megmondani, hogy konkrét esetben egy számítógépes irányítási rendszer kifejlesztése mibe kerül, mint hogy mennyit hoz. A legtöbb indokolt esetben a termelés méreteinek növekedése, összetettebbé és az ember számára már áttekinthetlenebbé válása kényszeríti ki az áttérést a számítógépes irányítási rendszerre, mivel az eredményes működés biztosításának már nem igen marad más, gazdaságosabb alternatívája.

Ha érzékeltetni akarjuk egy vállalati termelésirányítási rendszer kidolgozásának munkaidő-ráfordítását, akkor szovjet véleményre hivatkozva azt mondhatjuk, hogy ez átlagosan és nagy szóródással 60–80 szakembernek 2–3 évi munkája. A hazai tapasztalatok szerint ezek a számok egyáltalán nem túlzottak. Így hamar nyilvánvaló lett, hogy olyan rugalmas, modulus felépítésű *típusrendszerek* kifejlesztésére kell törekedni, amelyek a felhasználói igényekhez elég tág határok között hozzáigazíthatók.

Sokáig tartana annak felsorolása, hogy hány számítógépgyártó cég termelésirányítási rendszere és hány itthon kidolgozott rendszer ismert ma nálunk. Rávilágított erre az 1974. évi termelésirányítási anketünk, és a külföldi elképzelésekről jó áttekintést kaphatunk pl. Hajtó Aurél és Terplán Kornél 1974-ben megjelent könyvéből (A dinamikus termelésirányítás modulrendszere) is. Hasznos munka lenne ezeknek egységes szemléletű, részletesebb

ismertetése és kritikai értékelése. Utalásszerűen megemlíthetők az IBM termelésirányítási modulrendszere, a hazai hajógyártásban és mélyépítésben egyaránt használt ICL PERT rendszer, az INFELOR integrált irányítási rendszer-alképzései és annak kidolgozott moduljai, az EMG Plan Control, az Építésügyi Számítástechnikai és Ügyvitelgépesítési Vállalat ERALL és VOP rendszerei, az ÉGSZI és az UTOG által kidolgozott rendszerek, a győri RÁBA Hátsóhídgyárának és a Betonútépítő Vállalatnak a termelésirányítási rendszere. Több irányítási rendszer, ill. alrendszer kidolgozásában résztvettek a BME Automatizálási Tanszéke és szervezési tanszékei, a VILATI és más szervező- és kutatóintézetek is.

Érdekes lenne a teljes képen belül rámutatni arra, hogy az egyes rendszerek mit oldanak meg. Az ÉVM Termelésszervezési Bizottsága a szervezésfejlesztés kiemelt feladatai között tűzte napirendre az építőipari vállalati termelésprogramozásban eddig kialakított számítógépes módszerek felülvizsgálatát. Bizonyára más ágazatokban is sor került vagy kerül erre.

Ha e munkák gyakorlati tapasztalatait akárcsak nagy vonalaiban áttekintjük, látnunk kell, hogy e terület megérett az alap kutatás jellegű tudományos munkára. A gyakorlati munka számos olyan kérdésbe ütközött, amelyre már csak a tudományos elemzés és kísérlet adhatja meg a választ.

Jelen tanulmány igyekezett ráirányítani a figyelmet arra, hogy a termelés irányításának bonyolult összefüggésű folyamatában mire törekedhetünk a számítógépes irányítási rendszer fejlesztésekor, mit várhatunk attól. A termelésirányítás automatizálása a vállalat számára eszköz és nem cél. Csak a lehetőségek és a követelmények tisztázása után érdemes hozzákezdeni az információrendszer tervezéséhez, fejlesztéséhez, az adatbank (ill. adatbankok) szervezéséhez, az elemző és javaslattevő operációkutatási modellek megszerkesztéséhez és beillesztéséhez, és csak ezután lehet megfogalmazni a hardware, a software és az adatkezelés követelményeit, és kidolgozni megoldásait. Természetesen a komplex rendszerek kifejlesztésének, üzemléstervezésének, karbantartástervezésének, bevezetésének és működtetésének a módszertanával foglalkozó rendszertechnika hasznos vezérfonal e munka további fázisában is. Ugyancsak fel kell készülni a számítógépes irányítási rendszerek hatásságának, eredményességének tudományos értékű vizsgálatára is.

Az ipari termelés korszerű tervezéséért és irányításáért felelős mérnöknek a gyakorlatban felmerülő gondjai és felhalmozódó tapasztalatai a mennyiségi növekedésből eljutottak a tudományos elemzés, problémamegoldás és előrelátás igényléséig.

**Computerized Production Planning and Control** — The greatest problem when introducing and developing a computerized system of production control is to correctly recognize the complex tasks of efficient production control and the interactions their solution, also taking into consideration the possibilities of automatic data processing, data origination and decision making. The paper points out the fact that engineers responsible for modern planning and control of industrial production have progressed with the growing accumulation of problems and experience to requirement of scientific analysis, solution of problems and forecasting. In this sense strategic planning of the enterprise, arrangements of undertaking, tactical planning, specification of working tasks and information system of the production control are dealt with.

**Rechnergestütztes System für Produktionsplanung und -Steuerung.** Das größte Problem bei der Einführung und Entwicklung der Produktionssteuerung durch Rechner liegt darin, unter Berücksichtigung der Möglichkeiten für die automatische Datenverarbeitung, Informationsgewinnung und Entscheidungstreffen die Zusammenhänge zwischen den Aufgaben der wirksamen Produktionssteuerung und ihren Lösungen richtig zu erkennen. Die Arbeit macht darauf aufmerksam, daß die in der Praxis des für moderne Planung und Steuerung der Produktion verantwortlichen Ingenieurs auftauchenden Sorgen und die sich anhäufenden Erfahrungen sich von der bloßen quantitativen Anhäufung zum Stadium der wissenschaftlichen Analyse, Problemlösung und Prognose entwickelt haben. In diesem Sinn befaßt sich die Arbeit mit der strategischen Planung, der Vorbereitung der Auftragsannahme, der taktischen Planung, der Detaillierung der Arbeitsaufgaben und mit dem Informationssystem der Produktionssteuerung.





# A SAVÁLLÓ ACÉLOK KÜLÖNLEGES KORRÓZIÓS JELENSÉGEI

## HELYZETKÉP

SZÉKELY LEVENTE\*, SZÉKI PÁLMA\*\*, VERŐ JÓZSEF\*\*\*

A tanulmány a korrózió ellenálló vasötvözetek korróziós jelenségeivel és az ötvözetek alkalmazásának gazdasági kérdéseivel foglalkozik. Ismerteti az ilyen ötvözetek közös tulajdonságának, a passzíválhatóságnak feltételeit, az egyes ötvöző elemeknek korróziós tulajdonságokra gyakorolt hatását. A korrózióálló ötvözetek felosztását szövetszerkezetük alapján tárgyalja és külön fejezetben ismerteti a különleges korróziós jelenségeket. Tárgyalja a korróziós hajlam vizsgálati módszereit, beleértve a módszerek alkalmazási vonatkozású kritikáját is. Foglalkozik a korrózió ellenálló acélfajták gyártásával és felhasználásával kapcsolatos hazai és külföldi helyzet összehasonlításával, beleértve a szabványosítási helyzet kritikáját, a gyártással kapcsolatos hazai technológiai problémák feltárását és import kérdéseket. A tanulmány — kiindulva a hazai gépgyártás közép- és hosszútávú fejlesztési elképzeléseiből — javaslatokat tartalmaz a korrózió ellenálló acélfajták gyártásfejlesztésére.

A mai vegyipar, valamint az atomerőművek egyre nagyobb méretű berendezéseket használnak, bennük a folyamatok gyorsítása érdekében a hőmérsékletet és nyomást növelni törekszenek. Nagy méretűek a cellulóze- és papíripar, valamint a textilipar berendezései is. Ezeknek a termelő berendezéseknek szerkezeti anyagaival szemben is egyre szigorúbb követelményeket támasztanak, hogy azok az adott hőmérsékleten és nyomáson különféle agresszív anyagokkal szemben kellően ellenállóak legyenek mind kémiai, mind mechanikai tekintetben és ezúton azok zavartalan működését hosszú időn át biztosítsák.

A nagy termelő berendezések minden hibája, átlukadása, repedése vagy törése üzemzavart és evvel a termelésben kiesést okoz; az ebből származó kár akkor is jelentős, ha az üzemzavar elég rövid idő alatt megszüntethető. Ezenkívül a hibás részt ki is kell javítani legtöbbször azonban ki kell cserélni. Ennek költsége kisebb ugyan a termelés kiesés értékénél, de nem elhanyagolható tétel. Egy amerikai olajfinomító vállalat évenként egy millió dollárt költ a berendezéseinek javítására, alkatrészeinek cseréjére.

Ipari nagy berendezés a kémiailag ellenálló aranyból, platinából, vagy titánból, tantáliból nem készülhet, mert ezek a fémek túlságosan drágák volnának. Olcsóbb és mind kémiailag kellően ellenálló, mind szilárdság tekintetében

\*Székely Levente 1012 Bp. Attila u. 105,

\*\*Dr. Széki Pálma 1055. Bp. Markó u. 7,

\*\*\*Prof. Dr. Verő József 1021 Bp. Széphalom u. 3. b.

is megfelelő szerkezeti anyagnak a lényegében krómmal ötvözött acélfajták bizonyultak. Ezek oxidáló hatásra könnyen passzívva lesznek és mindenféle oxidáló oldattal szemben nagyon ellenállóak. Ha az ilyen acéllal érintkező oldat annak egész felületét egyenletesen oldja, egy mm vastag réteg oldódása legalább tíz évig tart. Az ilyen acélból készült berendezések ezért kielégítően hosszú élettartamúak.

A berendezés élettartama azonban jelentősen megrövidül, ha az oldódás, a korróziós folyamat a fém felületének kis részére korlátozódik. Ilyenkor csekély mennyiségű anyag elkorrodálódása folytán az acél elveszti a szilárdságát és szívósságát, vagy átlukad, esetleg össze-vissza repedezik és ridegen eltörik. Ezek a korróziós folyamatok, amelyek az áldozatul esett szerkezeti részt használhatatlanná és rendszerint kijavíthatatlanná teszik, mindig nagyon gyorsan mennek végbe. Csak kis mennyiségű anyag megy oldatba és ezt az oldódást még elektrokémiai erők gyorsítják is. Ha korrózióknak ellenálló acélon ilyen helyileg korlátozott, lokalizált oldási folyamat kezdődik meg, a megtámadott szerkezeti rész sok év helyett néhány hónap, de nemritkán pár nap alatt válik használhatatlanná, ennek pedig mindig jelentős gazdasági kár a következménye. Ma a világon nagyon sok vegyipari és könnyűipari berendezés működik és a korrózióknak ellenálló vasötvözetekből készült szerkezeti részeiken elég sokszor jelentkeznek korróziós károk. Ez a magyarázata annak a körülménynek, hogy sokat foglalkoznak a gyors korróziós folyamatok okának és mechanizmusának felderítésével; egyben szorgos kutató tevékenység folyik abban az irányban is, hogy sikerüljön a gyors korróziós folyamatoknak jobban, esetleg tökéletesen ellenálló új acélfajták kifejlesztése.

Nem termelő berendezésekben jelentős mennyiségű ferrites, martensites krómaccélt használ fel az építőipar és az orvosi eszközöket gyártó ipar.

## 1. A korrózióknak ellenálló vasötvözetek

### 1.1. Általános ismertetés

A korrózióálló acélok közös tulajdonsága a passzíválhatóság. Ez a tulajdonságuk teszi lehetővé, hogy ellen tudjanak állni fokozott, főleg oxidáló korróziós hatásoknak. A passzivitást a felületen kialakult oxidhártya hozza létre, amely feltehetően elektronvezető és pórustalan. Pontos összetétele és szerkezete nem ismeretes. Feltételezhető, hogy nem a fém és az oxigén sztöchiometriás vegyülete, sem pedig az oxigén felületi adszorpciója, hanem inkább kemoszorpció útján keletkezik.

A passzív hártya lényegesen megváltoztatja az ötvözet felületi, különösen elektrokémiai tulajdonságait, potenciálját a félnemes fémekéhez hasonlóvá teszi. Hatására jelentősen lelassul a nedves korrózió során mutatkozó elektrokémiai folyamat, amelynek következtében a fém felületéről fémionok vándorolhatnak az elektrolitbe. A korrózióálló acélok passzíválhatóságát a bennük levő ötvözőelemek hozzák létre.

## 1.2. A korrózióálló acélok ötvözőelemei

A *króm* a korrózióálló acélok legfontosabb ötvözője, amelyből legalább 12%-ot tartalmaznak. A króm aktív állapotában pozitívabb potenciálú, mint a vas, tehát a korrózió könnyebben megtámadja. Azonban rendkívül nagy a hajlama a passzíválódásra és ez a passzivitása nagyon stabilis. Ha valamely ötvözetben a króm mennyisége a 12%-nál több, az ötvözet is könnyen passzíválódik.

A korrózióálló acélok passzivitását tehát a bennük levő króm hozza létre. A vas passzív állapotba akkor juthat, ha atomonként legalább egy elektront elveszít. A króm, amelynek 3d héján 5 üres elektronhely van, 5 elektront képes felvenni, azaz egy atom króm öt atom vasat passzivál. Ez az arány 15,7 súly% krómnak felel meg. Elméletileg tehát ez az a króm mennyiség, amely a korrózióálló acélt erősen passzívvá, jó korróziónak ellenállóvá tehet.

A króm ferritképző ötvözőelem. Kiszélesíti az alfa-vas tartományát és szűkíti vagy teljesen megszünteti a gamma-vas mezejét. Ötvözőként csupán krómot tartalmaznak a ferrites és a martensites acélok. A kétféle acél összetételében lényegében a karbontartalmukban van különbség. A ferrites acélok nagyon kevés, legfeljebb 0,15% karbont tartalmaznak, a martensites karbon-tartalma 1% is lehet. A karbon austenitképző elem, a gamma hurok határát a nagyobb krómtartalmak felé bővíti. Ezért a ferrites acélok szilárdsága, keménysége edzéssel jelentős mértékben nem növelhető, a martensites acélok pedig könnyen edzhetők.

A korrózióálló acélok egy csoportjának a króm mellett fontos ötvözője a *nikkel* is. A nikkel a krómmal ellentétben austenitképző ötvöző, növeli az austenit stabilitásának területét. A két ellentétes hatású ötvöző arányának változtatásával különféle szövetű acélok állíthatók elő. Tisztán austenites például közönséges hőmérsékleten a 18% krómot és 8–10% nikkelt tartalmazó, röviden 18/8 vagy 18/10 elnevezésű ötvözet. Ha azonban tiszta fémekből vákuumban vagy védőgázban készítünk 18/8-as acélt és így annak karbon és nitrogéntartalmát 10–20 ppm alá szorítjuk, ennek a két austenitképző elemnek hiánya miatt az austenit elveszti stabilitását. Az ilyen tiszta Fe-Cr-Ni-ötvözet 150 °C-on martensitté (ferritté) alakul át. A 18% krómot és 8%-nál több nikkelt tartalmazó tiszta ötvözetek kisebb hőmérsékleten alakulnak át: a 18/10-es –20 °C-on, a 18/12-es –50 °C-on, a 18/14 azonban már nem alakul át.

A nikkel hasznos ötvözőeleme a szerkezeti acélfajtáknak, csak nikkellel ötvözött korrózióálló acél azonban nem használatos.

A *mangán* austenitképző elem, de jóval elektropozitívabb (kevésbé nemes), mint a nikkel. A nikkelt austenites acélban részben vagy egészen helyettesítheti ugyan, az ilyen acélok azonban korróziónak annál kevésbé állhatnak ellen, minél több bennük a mangán és minél kevesebb a nikkel.

A légkör és számos élelmiszeripari oldat korrodáló hatásának a mangántartalmú austenites acélok elég jól ellenállnak.

A *molibdén* ferritképző ötvözőelem, tehát csökkenti az austenit stabilitását. Kitűnő tulajdonsága viszont, hogy elősegíti az acél felületének passzíválódását és a passzív állapotot védi az aktiváló, korróziót megindító hatásoktól. Az egynemű austenites szerkezet fenntartása céljából a molibdénnel is ötvözött acélt nagyobb mennyiségű austenitképző elemmel, nikkellel, esetleg nitrogénnel kell ötvözni. A kARBONT  $\text{Mo}_2\text{C}$ -ként megköti. A molibdént is tartalmazó acél ezért az egyébként szükségesnél kevesebb titánnal, nióbiummal stabilizálható.

*Rezet* néha azért adnak a korrózióálló acélokhöz, hogy javítsák az ellenállásukat bizonyos reagensekkel pl. kénsavval szemben. Bár megvan a hajlama a gamma-képzésre és erősíti a nikkellel hatását az acélban, egymagában nem változtatja meg a krómacél struktúráját, nem teszi austenitessé.

A *nitrogén* hasonló hatású, mint a *karbon*, mindkettő erősen gammaképző elem. Ilyen értelemben használják a nitrogént, hogy austenitessé tegyék az acélt és így gazdasági okokból a nikkellel mennyisége csökkenthető. A karbon erre a célra nem használható, mert mennyiségének növelése a kristályközi korrózió veszélyét növeli.

A *titánt* és a *nióbiomot* különösen az austenites acélokba ötvözik. A szerepük különleges. A karbon iránti erős affinitásuk következtében az acélban levő karbonnal titánkarbiddá vagy nióbiumkanbiddá egyesülnek, így kivonják az ötvözetből a kARBONT; ezzel el lehet kerülni a krómkarbid precipitációját az ötvözet lassú lehűlésekor vagy  $650^\circ\text{C}$  körüli hőmérsékletre hevítéskor. Így megakadályozható a helyi krómtalanodás, amely interkrisztallin korrózióra vezethet. Mindkét elem erősen alfa-képző. A  $\text{TiC}$  nagyon kemény, a felület polírozását erősen zavarja.

### 1.3. A korrózióálló acélok felosztása szövetszerkezetük alapján

A *ferrites acélok* 13, 17 vagy 26% krómot és esetleg 2% Mo-t tartalmaznak, legfeljebb 0,08 vagy 0,15% kARBONTARTALOMMAL. Szövetük alapanyaga közönséges hőmérsékleten króm-ferrit, vas és króm szilárd oldata. A szilárd oldat nagyon kevés kARBONT képes oldatban tartani, a karbon legnagyobb része karbid alakjában kiválik. Ha a krómtartalma 20% fölé emelkedik és a karbon nagyon kevés (0,1%-nál kevesebb), akkor ezek az acélok nem alakulnak át, hanem minden hőmérsékleten megtartják ferrites struktúrájukat.

A ferrites acéloknak nincs  $\text{A}_3$  átalakulása. Ha a szövetük a melegalakítás vagy hőkezelés eredményeképpen eldurvult, csupán hőkezeléssel nem tehető finomszeművé.  $475^\circ\text{C}$ -on hosszabb ideig hevítve ridegednek, ezenkívül bemetszésre érzékenyek, a hegesztésük pedig nehézséggel jár.

A Fe-Cr-rendszernek csak szilárd állapotban képződő szigma-fázisa,

ez a rideg, nem mágneses Fe-Cr vegyület a 20%-nál kevesebb krómot tartalmazó ötvözetekben csak 600 °C körüli hőmérsékleten hosszú ideig tartó ízzítás után, a 25 ÷ 30% krómtartalmú ötvözetekben azonban sokkal könnyebben jön létre. A szigma fázis képződését a keménység növekedése, de minden olyan tulajdonság romlása kíséri, amely a képlékenységgel kapcsolatos.

Feszültségi korrózióknak a ferrites acélok ellenállnak, feltéve, hogy Ni-t, Cu-ot nem tartalmaznak, ellentétben az austenitesekkel, amelyek hajlamosak a korrózióknak erre a fajtájára. Ez a jelenség kristályszerkezetük természetéből ered. A térben középpontos kockarácsnak több csúszási síkja van, mint a felületen középpontosnak, ezért a ferrites acél több feszültséggel képes megbirkózni, mint az austenites.

A ferrites acélok kedvező tulajdonságai, hogy jól ellenállnak a légköri korrózióknak, oxidáló anyagoknak, különösen a salétromsavnak és számos szerves anyagnak. Könnyű alakítani sajtolással, mélyhúzással. A kémiai iparban gyakran alkalmazzák, különösen salétromsavval érintkező berendezésekben.

A *martensites acélok* krómtartalma 13 vagy 18%, karbontartalmuk aránylag nagy, az 1%-ot is elérheti. Ezek az acélok edzhetők, austenites állapothól gyorsan lehűtve nagy keménységűek lesznek; ilyenkor természetesen az acél szívóssága romlik. A karbon mennyiségének növelése emeli a martensites keménységet. Ezek az acélok önedződők, vagyis levegőn hűtve is meg-edződnek.

Az edzést rendszerint megeresztés követi. A megeresztés során kezdetben  $(\text{FeCr})_3\text{C}$  válik ki, ez fokozatosan átalakul  $(\text{CrFe})_7\text{C}_3$ -dá, majd  $(\text{CrFe})_{23}\text{C}_6$ -tá. A megeresztés folyamán az acél korrózióellenállása romlik, ami az alapanyag helyi krómtalanodásával függhet össze. Korróziós kísérletek, amelyeket külföldi késgyárak 0,4% C tartalmú acélokon végeztek, azt mutatták, hogy a korrózióállóság csökkenését okozó megeresztés időtartama annál rövidebb, minél nagyobb a megeresztés hőmérséklete. 475 °C-on 200 óráig kell tartani az acélt, hogy megfigyelhessék a passzív állapothól az átmenetet az aktívba. 600 °C-on erre 10 perc elegendő, 700 °C-on pedig egy perc elég, hogy ezt a jelenséget megfigyelhessék.

A martensites acélok közül legjobban ellenáll korrózióknak az 1,5 ÷ 2,5% nikkelt is tartalmazó, amely elektrokémiai korrózióknak, tengervíz hatásának jól ellenáll. Az ilyen típusú acélokat főként kedvező mechanikai tulajdonságaik miatt választják.

A *félig austenites acéloknak* az alfa-képző és a gamma-képző ötvözők aránya olyan, hogy szövetségben a ferrit mellett megjelenik az austenit is. Rendszerint 13 vagy 18% krómot, 4% nikkelt és gyakran 8–10% mangánt is tartalmaznak. A ferrit mennyisége hőkezeléssel változtatható; annál nagyobb mennyiségű, minél nagyobb a hőkezelés hőmérséklete.

A ferrit jelenléte csökkenti az austenites acélokra oly veszedelmes interkristallin korróziós hajlam kialakulását. Ennek oka valószínűleg az, hogy a



ferrit krómtartalma nagyobb, mint a vele egyensúlyban levő austenité. Érzékenyítő hőkezelés okozta krómtalanodás ellenére a ferrit még krómban elég gazdag ahhoz, hogy ellenálljon a kristályközi korrózióknak. Az is kedvező, hogy a kivált karbidok nem képeznek összefüggő hálót, mint a tisztán austenites acélban. Az austenoferrites acélok öntésre különösen alkalmasak, mechanikai tulajdonságaik kedvezőek, jól ellenállnak a korrózióknak, különösen a feszültségi korrózióknak. Hátrányuk, hogy feldolgozásuk aránylag nehéz, nagy gondosságot kíván.

*Az austenites acélok* a legértékesebb korrózióálló acélok; szövetük közönséges hőmérsékleten elvben homogén austenit. 18 vagy 26% krómot, valamint 8–10 vagy 28% nikkelt tartalmaznak. A passzivitás fokozására a sorozat egyes tagjaiba 2÷3% molibdént is ötvöznek. Karbontartalmuk lehetőleg 0,1%-nál kevesebb legyen. Ezt a kismennyiségű karbont is a legtöbb austenites acélban vegyületté alakítják át ötszörös mennyiségű titán vagy nyolcszoros mennyiségű niobium hozzáötvözésével, másszóval az acél stabilizálásával. A nem stabilizált 0,03%-nál több karbont tartalmazó austenites acélok könnyen hajlamosakká válhatnak interkrisztallin korrózióra. Az általános korrózióállóság fokozására molibdénen kívül néha még rezet is ötvöznek az acélba. Az ilyen acél nagyon jól ellenáll kénsavas és elég jól a sósavas közegnek.

Az austenites acélok szívósak és 200 J/cm<sup>2</sup> ütőmunkájukat még 100 K hőmérsékleten is megtartják. A ferrites és martensites acélok szívóssága már 250 K-en is erősen csökken. Számtottevő mennyiségű ferrit jelenléte az austenites acél szívósságát is rontja, már szobahőmérsékleten is; 30% ferrit például 50%-ról 25%-ra csökkenti az austenites acél kontrakcióját, az ütőmunkáját pedig 200 J/cm<sup>2</sup>-ről 50÷60 J/cm<sup>2</sup>-re.

Hőkezelésük szokásos módja általában 1150 °C-on izzítás és utána gyors hűtés vízbe. Ez a hőkezelés eltünteti a hidegalakítás minden nyomát, feloldja a krómkarbidot, vagyis homogén austenit szilárd oldatot hoz létre. Ez a homogén austenites szövet azonban nem felel meg az egyensúlyi állapotnak; a karbon csak a gyors lehülés miatt marad oldatban. Ha az így kezelt acélt 500 és 850 °C közötti hőmérsékleten izzítjuk, a túltelített oldatból a karbon karbid alakjában kiválik és ezzel megváltoznak az acél tulajdonságai. A kristályhatárokon kivált karbid összetétele (Cr,Fe)<sub>23</sub>C<sub>6</sub>. A fémkomponens főként króm és vas. A karbid hosszabb ideig tartó hevítéskor krómban dúsul, vasban szegényedik. A kristályhatáron kiváló karbid eleinte vékony ágú dendriteket alkot; hosszabb ideig tartó hevítéskor, amikor fokozatosan egyensúlyi összetételű lesz, kompaktabb, poliéderez alakot ölt. A karbid kiválását az ütőmunka csökkenése és a keménység némi növekedése kíséri, legfontosabb következménye azonban az interkrisztallin korrózióra való hajlam.

## 2. A különleges korróziós jelenségek

### 2.1. Az interkristallin korrózió

A korrózióznak ez a változata avval kezdődik, hogy az acéltárgy felületére kifutó kristályhatárok anyaga oldódni kezd. Az oldódás a kristályhatárok mentén halad előre a darab belseje felé. Ennek következtében egyre vastagabb rétegben megszakad a kristályok összefüggése, az acél fokozatosan a szilárdságát, szívósságát egyaránt elveszti, sőt egészen szétmállhatik. A megtámadott acél hajlításkor a húzott oldalon megreped, ha pedig a korrózió elég mélyre haladt előre, el is törik.

A folyamatot az okozza, hogy az acél ferrit- vagy austenitkristályainak határán  $(CrFe)_{23}C_6$  krómkarbid vagy  $FeCr$  képletű szigma fázis jelenik meg. Ezek a fázisok kétszer-háromszor annyi krómot tartalmaznak, mint a rendszerint 17–25% krómtartalmú acél. Ezek a fázisok a képződésükkor krómot vonnak el a ferrit- vagy austenitkristályok peremének anyagából, azt krómban megszegényítik és ezzel azt passziválódásra kevésbé, oldódásra pedig jobban hajlamossá teszik. A kristályok szélének oldódását erősen gyorsítja az a mintegy 1 V nagyságú potenciálkülönbség, amely a változatlan összetételű kristályok belseje és csökkent krómtartalmú peremük közt áll fenn. A krómban szegény kristályperemek az acél felületének kis részét alkotják, ezért ezeken az anódfelületeken nagy áramsűrűség gyorsítja az oldódás folyamatát. Az oldódás sebességére jellemző adat, hogy az 0,01%-nál több C-t tartalmazó 17% krómtartalmú ferrites acél 4 mm vastag lemeze, 1000 °C-on izzított és bármilyen gyorsan hűtött állapotban, a vizsgálatra gyakran használt kénsavas rézsulfát oldatban 24 óráig tartó főzés végén kristályaira mállik el.

Interkristallin korrózióra hajlamos lehet vagy hajlamossá tehető minden olyan ferrites acél, amely 0,002%-nál és minden olyan austenites acél, amely 0,02%-nál több C-t tartalmaz. A ferritben, austenitben ugyanis a megnevezett C-tartalom oldódik azon a 600 ÷ 800 °C hőmérsékleten, amelyen a krómkarbid képződése és kiválása a leggyorsabb. A krómkarbid kiválása ezen a hőmérsékleten 0,05% C-tartalmú austenites acélban mintegy 30 s, 0,027% C-tartalmú acélban pedig 250 ÷ 300 s alatt megy végbe olyan mértékben, hogy az interkristallin korrózióra való hajlamosság megnyilvánulhasson.

Az austenites acélfajták nem hajlamosak interkristallin korrózióra, ha a C-tartalmuk oldott állapotban van; ezt úgy érhetjük el, hogy a készterméket 1100 ÷ 1150 °C-on homogenizáljuk és lehetőleg gyorsan, pl. vízben hűtjük. Ferrites acélt viszont befejezésül 800 °C-on legalább egy óra hosszat kell izzítani, hogy a karbid kiválása végbemenjen, a kristályok szélének anyagába pedig króm diffundálhasson. Ferrites acélban ugyanis 900 °C-nál nagyobb hőmérsékleten oldatba vitt C bármilyen gyors hűlés közben is kiválik a kristályok határán és korrózióra nagyon hajlamos állapotot teremt.

Az összes C lekötéséhez szükséges mennyiségű titánnal vagy niobiummal ötvözött ferrites vagy austenites acél interkristallin korrózióra gyakorlatilag nem hajlamos, különösen 800 °C-on legalább egy óra hosszát tartó, ún. stabilizáló izzítás után. Nem hajlamos az ilyen korrózióra a heterogén szövétű, austenit-ferrites acél; ebben a krómkarbid a kristályok határa helyett a ferrit-kristályokban válik ki. Hidegen alakított acélban a karbid jelentős része a kristályok belsejében, a csúszási síkokban válik ki; a hidegalakítás evvel a korrózióra való hajlamot csökkenti. Nem stabilizált ferrites vagy austenites acél interkristallin korrózióra lágyított és újrakristályosodott állapotban a leghajlamosabb, különösen akkor, ha a szemnagyság durva. Az újjáalakult már nem deformált állapotú kristályok határán az átlagosnál több C van, a karbid képződéséhez tehát a C-nek nem kell a kristályhatárra diffundálnia; így a karbid képződése néhány másodperc alatt is végbemehet.

Karbid okozta interkristallin korrózió minden olyan oldatban végbemeget, amely a csökkent krómtartalmú, nem nemes potenciálú vasötvözetet, a kristályok határán elhelyezkedő anyagot oldja. Ilyen a legtöbb szerves sav: tejsav, hangyasav, citromsav, szalicilsav, továbbá a kénsavas kupriszulfát vagy ferriszulfát, a salétromsav és kénsav elegye.

Sigma-fázis olyan ferrites vagy austenites acélban képződhetik, amelyben a ferrit- és karbidképző elemek (Cr, Mo, Ti, Nb) együttes mennyisége bizonyos határnál több. Legfeljebb 8% nikkelt tartalmazó acélban mintegy 13%, 20% nikkelt tartalmazóban pedig 18% króm szükséges, hogy sigma-fázis mintegy 800 °C-on, rendszerint nagyon lassú ütemben képződhessék. Korrózió ellenálló anyagként használt vasötvözetben sigma-fázis csak akkor lehet jelen, ha a melegalakításkor vagy hőkezelés során képződött. Korrózió szempontjából a karbidnál ártalmatlanabb, mert csak salétromsavban okoz interkristallin korróziót.

A gyártó üzemek a korrózió ellenálló acélból készült termékeiket korrózióra nem hajlamos állapotban szállítják. Ezen az állapoton, mint gyakori szerelő művelet, a hegesztés változtat. 0,02%-nál több C-t tartalmazó, nem stabilizált austenites acél a varrattól 3÷10 mm távolságban 600÷800 °C-ra melegszik és itt 2÷5 mm széles, korrózióra hajlamos sáv alakul ki. Ferrites acél a varrat közelében 1000÷1400 °C-ra melegszik; ezen a hőmérsékleten oldatba megy a karbid, a következő lehűléskor pedig az el is durvult ferritkristályok határán válik ki; a varrat közvetlen közelében a korrózióra való hajlam nagyon erős. Hasonló folyamat megy végbe a stabilizált ferrites vagy austenites acélfajtákban is. A varrat közelében 1000÷1400 °C-ra melegedő sávban a TiC, NbC is oldatba megy; a lehűléskor az oldatban levő C-atomok nem a Ti- vagy Nb-atomokkal egyesülnek karbiddá, hanem a sokkal nagyobb számú Cr-atomokkal. A varrat közelében keskeny, korrózióra hajlamos sáv jön létre, amelynek helyén, ha agresszív hatás éri, késsel ejtett vágásra emlékeztető rés jön létre (késél-korrózió). Az elmondottakból következik,

hogy a hegesztés csak olyan acélfajtákon nem hoz létre korrózióra hajlamos helyet, amelyek minden körülmények között oldatban maradó mennyiségnél kevesebb C-t tartalmaznak; ferrites acél legfeljebb 0,002, austenites pedig 0,02%-nál kevesebb C-t tartalmazzon. Ilyenek csak költséges technológiával gyárthatók.

Szigorúan véve nem interkrisztallin, de hasonló következménnyel járó korróziós folyamat megy végbe a  $2,5 \div 3\%$  molibdént is tartalmazó, egyébként tehát legellenállóbbnak ismert austenites acélon, ha a szövetségben többé-kevésbé összefüggő hálózatként ferrit van. A molibdén ferritképző elem; ha az acélban az austenitképző elemek, ideértve a C-t és N-t is, a szokásos mennyiség alsó határa közelébe esnek, 10—15% ferrit is van a szövetben. Ilyen szövetből meleg, híg kénsav, ha csak kevés oldott oxigént tartalmaz, a felületről kiindulva gyorsan oldja a ferritet. 50 °C hőmérsékletű 10÷12%-os vizes kénsav-oldatban egy év alatt közel 3 mm, 80 °C hőmérsékletűben pedig 7—8 mm vastag rétegnek megfelelő mennyiségű anyag oldódik. A mechanikai tulajdonságok ennél vastagabb rétegben végzetesen romlanak. Az ilyen szövetű acélon 65%-os salétromsavban hasonló korróziós folyamat lehetséges.

A ferritháló kioldódásával járó korróziós folyamatot kevésbé vizsgálták, kevésbé is ismeretes. Feltételezhető, hogy ugyanazok az acélfajták nem eshetnek a korrózió áldozatául, ha a ferrit sorosan helyezkedik el az austenites alpanyagban. Egyébként pedig forró, híg kénsavas oldattal érintkezésbe kerülő szerkezeti részeket helyesebb molibdént nem tartalmazó, olcsóbb homogén austenites acélból készíteni.

## 2.2. Lyukkorrózió (pitting korrózió)

A korrózióknak ez a változata avval kezdődik, hogy a fém felületén néhány tized mm átmérőjű kimaródás jön létre,  $\text{cm}^2$ -kint egy-kettő, de esetleg ötven is. A kimaródások gödröcskékké nőnek, gyorsan mélyülnek, úgyhogy néhány mm vastag lemezt, csőfalat néhány hét, de néha napok alatt átfúrnak, perforálnak. A kimaródás és a gödör mélyülésének sebessége az acél minősége, a vele érintkező oldat természete, koncentrációja és hőmérséklete szerint tág határok közt változik.

Lyukkorrózióra, azt kiváltó oldatban, minden eddig ismert korrózióálló acél hajlamos, tekintet nélkül a szerkezetére. Az acélfajták lyukkorróziós hajlama közt csak árnyalati különbség mutatkozik, amelyet leginkább az ún. pitting-potenciál nagyságával jellemezhetünk. Ha ugyanis elektrolitba merülő acélpróbára növekedő pozitív potenciált kapcsolunk, bizonyos érték elérésekor hirtelen megnő az áramsűrűség, annak jeléül, hogy a felületi passzív réteg szigetelő hatása megszűnt, a felület a passzív állapotból aktívba ment át. Ezt a potenciált depassziváló-nak nevezhetjük (idegen szóval Durchbruch-Potential, break-down-potential, lefordítva: áttörési potenciál) Ennek a

## 2.2.1. táblázat

Néhány ismertebb korrózióálló acél pittingpotenciálja tengervízben mérve

| A lényeges ötvözőelemek mennyisége tömegszázalékban |    |    |    |     |          | MSZ 4360-72<br>szerinti<br>minőség | Pitting-potenciál<br>mV |
|---|----|----|----|-----|----------|------------------------------------|-------------------------|
| C   | Mn | Cr | Ni | Mo  | egyéb    |                                    |                         |
| 0,2   | —  | 13 | —  | —   | —        | KO 11                              | -100                    |
| 0,2   | 8  | 8  | 5  | —   | —        | KO 21                              | +120                    |
| 0,1   | —  | 17 | —  | —   | < 0,8 Ti | KO 4                               | +180                    |
| 0,05  | —  | 18 | 8  | —   | —        | KO 32,36                           | +200                    |
| 0,2   | 6  | 17 | 9  | —   | —        | KO 31                              | +300                    |
| 0,05  | —  | 18 | 10 | 2,5 | —        | KO 35,38                           | +470                    |
| 0,04  | —  | 17 | 13 | 4,5 | 0,15N    | —                                  | >+1100                  |

*Megjegyzés.* A MSZ minőségek némelyike kissé más összetételű ugyan, a különbség azonban a potenciálon számottevően nem változtat.

potenciálnak annál nagyobb az értéke, minél több krómot és molibdént tartalmaz az acél.

A lyukkorrózió olyan elektrokémiai oldódási folyamat, amelynek hajtóereje az aktív és passzív állapotú fémfelület potenciáljának mintegy 500 mV különbsége. A kimaródás a néhány tized mm átmérőjű aktív állapotú pontokon, az anódokon következik be; a katód szerepét a fém felületének túlnyomó nagy része tölti be; a kis felületű anódokon nagy az áramsűrűség, ennek megfelelően ott az oldódás, a kimaródás mélyülése nagyon gyors.

Nem ismeretes megbízhatóan, hogy az acél szövetének milyen részletei okozzák az anód felületének létrejöttét. Ennek nyilván az az oka, hogy a kimaródás megkezdődésével eltűnik a felületről a kimaródást kezdeményező részlet. Többféle feltételezés van, legtöbbjükkel szemben nyomós ellenérvek is szólnak. Legvalószínűbb, hogy a nemfémes zárványok közül, a zárvány és a fémes matrix érintkezési felületén kezdődik meg a kimaródás. A szulfid- és oxidzárványok egyaránt kiinduló helye lehetnek a kimarodásnak, legveszélyesebbnek pedig a komplex, oxid-szulfid zárványok bizonyultak. Egyforma anyagú zárványok közül a pontszerűek ártalmasabbak, mint a melegalakítás-kor megnyújtott zárványok. Ezeket a megállapításokat legújabbán közzétett mikroszkópos és elektronmikroszkópos felvételek elég meggyőzően bizonyítják.

Lyukkorróziót számottevő mértékben, bármilyen korrózióálló acélon csak Cl<sup>-</sup>-ionokat is tartalmazó oldatok okoznak. A kimaródás sebessége annál nagyobb, minél koncentráltabb az oldat és bizonyos határig, minél melegebb. A klór-ionokon kívül az oldatban pontosan meg nem nevezhető mennyiségű oldott oxigén is szükséges, annyi, amennyi a katód felületén kialakuló hidrogénfilm megsemmisítéséhez, depolarizálásához kell; enélkül a film megszakítaná a potenciál-különbség keltette áramot és az anód oldódásának folyamatát. Sok oldott oxigént tartalmazó oldat viszont fenntartja az anód felületek passzív állapotát, ezért örvénylő áramlásban levő, levegővel érintkező oldat



klorid-oldat nem okoz lyukkorróziót. A hidrogénfilmet megsemmisítő oxigént olyan fémek kloridja helyettesítheti, amelyeknek többféle vegyértékük van, feltéve, hogy a kloridjuk redoxipotenciálja  $-0,5$  V-nál nagyobb; ilyen kloridok a higany(II)-klorid, a vas(III)-klorid, a réz(II)-klorid. Az ón(IV) és a króm(III)-klorid kimaródást nem okoz.

A nagyobb mennyiségű oxigénhez hasonlóan, oxidáló hatású vegyületek jelenléte a klorid oldatban szintén megakadályozza a kimaródást. Molibdént nem tartalmazó acélt  $0,01$  mol/l NaCl-ot tartalmazó oldat már megtámad, de  $0,01$  mol/l NaNO<sub>3</sub> az oldatot ártalmatlanná teszi.

Az acél pitting-potenciálja és evvel az ellenálló képessége úgy is növelhető, ha külső áramkörbe a védendő acéltárgyat katódként kapcsoljuk; mintegy  $1$  V potenciál többnyire biztosan véd.

Lyukkorrózióra egyaránt hajlamos minden austenites, ferrites vagy heterogén szövetű, austenit-ferrites acél. Sokan vitáztak azon, hogy az austenites fajtákban gyakran jelenlevő kevés ferrit kiindulópontja, okozója-e a lyukkorrózióknak. Egységes vélemény nem alakult ki. Tekintettel arra, hogy akár a leghomogénebb austenites vagy tisztán ferrites acél is áldozatul eshetik a lyukkorrózióknak, a vita voltaképpen értelmetlen. Nincs szükség arra, hogy az austenitben levő kevés ferritnek ilyen kezdeményező szerepet tulajdonítsunk, hiszen ferrit híján is korrodálna. Az is könnyen lehetséges, hogy a kevés ferrit inkább az egyenletes korrózió kialakulását segíti elő, hasonlóan a többi heterogén szövetű ötvözethez, amelyek mindig kevésbé hajlamosak a kis helyre koncentrálni, helyi kimaródásra.

Az oldat oxigéntartalmának szerepét érdekes módon világítja meg a fém felületére telepedett idegen testek, például porszemek körül bekövetkező kimaródás. A porszem és az acél közötti keskeny részbe a vizet a kapilláris erők beszívják. Az esővíznek elég nagy az oxigéntartalma, az nem okoz korróziót, bár kevés Cl<sup>-</sup>-ion mindig van benne. A részbe húzódtott víz oxigéntartalmát azonban az acél gyenge egyenletes korróziójának primer terméke, főleg a Fe(II)-ionoknak Fe(III)-ionokká való oxidálódása fogyasztja és olyan szintre csökkenti, amely a kimaródáshoz éppen szükséges. Ennek eredményeképpen az idegen test és az acél érintkezésének helye körül gyűrű alakban sorakozó kimaródások jönnek létre, amelyek perforálódásához is vezethetnek. A lyukkorrózióknak ezt a változatát réskorrózióknak (crevice corrosion) is nevezik. Hasonló folyamat az acél felületén levő, más eredetű,  $1 \div 2$  mm-nél nem szélesebb részben is lehetséges.

A réskorrózió megelőzése céljából azokat a korrózióálló acélból készült részeket, amelyeket esővíz nedvesít, sűrű időközökben alaposan meg kell tisztítani, portalanítani; ilyenek az épület burkoló lemezek, az ún. kötény. Szerkezetek tervezésekor és szerelésekor pedig pontosan ügyelni kell, hogy keskeny rés a felületen, a szögletekben ne legyen.

### 2.3. A feszültségi korrózió

A feszültségi korrózió intrakristallin, tehát a kristályok testén áthaladó repedések létrejöttében nyilvánul meg; ha a repedések a megtámadott szerkezeti elem keresztmetszetét kellően meggyengítették, maradó alakváltozás nélkül rideg jellegű törés következik be.

Feszültségi korrózióra különböző mértékben ugyan, de minden eddig ismert austenites szerkezetű, tehát az egyébként legellenállóbb acélfajta hajlamos. Az ilyen korrózió bekövetkezésének feltételei a következők: a kérdéses acél folyási határának legalább 0,1%-ával egyenlő feszültség, legalább 5 ppm mennyiségű kloridot tartalmazó 30–150 °C hőmérsékletű oldattal való érintkezés. A repedések az acélban 0,05–10 mm/óra sebességgel, vagyis esetleg nagyon gyorsan terjednek. 2 mm átmérőjű drót vagy ugyanilyen vastag lemezpróba forró, telített  $MgCl_2$  oldatban kis feszültséggel terhelten 1 óránál rövidebb idő alatt szakad, törik. Adott méretű próba vagy szerkezeti elem szakadásához szükséges idő logaritmusosan megközelítően arányosan csökken a hőmérséklet emelkedésével, valamint a feszültség növekedésével.

A 13%-nál több krómot és esetleg még 2% molibdént is tartalmazó ferrites acélfajták feszültségi korrózióra alig vagy egyáltalán nem hajlamosak; a legalább 2% nikkelt is tartalmazó ferrites acélon azonban feszültségi korrózió előfordul.

A rövid idő alatt is tetemes kárt okozó feszültségi korrózió magyarázata céljából számos elmélet született, ezek azonban inkább a repedések terjedésének mechanizmusát kísérlik meg leírni, de semmit sem mondanak a folyamatot megindító okról. A leginkább elfogadható elmélet szerint a feszültségi korrózió mindig gödrös kimaródással kezdődik. Ha ennek következtében az austenites acélból készült szerkezeti elem keresztmetszete kellően meggyengült és emiatt a terhelő erőből származó feszültség elég nagyra nőtt, a kimaródások fenekén, mint feszültséggyűjtő helyeken, a repedés kialakulása megkezdődhetik. Ezt a feltételezést számos közvetett bizonyíték támasztja alá. A feszültségi korrózió feltételei közül, főleg a  $Cl^-$ -ion jelenlétének szükségessége, a lyukkorrózió legfontosabb feltételével megegyezik; a különböző austenites acélfajták sorrendje a feszültségi korrózióra való hajlamosság szempontjából ugyanaz, mint a lyukkorrózió szempontjából; minél nagyobb valamely acélfajta pitting-potenciálja, annál kevésbé hajlamos a korrózióknak mindkét változatára; végül mindkét korrózióval szemben a katódos védelem a leghatásosabb.

Azt a körülményt, hogy a ferrites acélok lyukkorrózióra hajlamosak, feszültségi korrózióra azonban nem, avval megmagyarázzák, hogy a térben középpontos rácsú ferritkristályoknak lényegesen több translációs síkjuk és alakváltozási lehetőségük van, mint a felületen középpontos rácsú austenitkristályoknak. Ha ui. ferrites acélpróba keresztmetszetét a lyukkorrózió meggyengítette és bekövetkezik a szakadás, akkor annak közelében mindig meg

találhatók a maradó alakváltozás jelei, például kontrahálás alakjában. Ferrites acél ilyenkor tehát nem ridegen törik, mint az austenites.

A sokszor leírt magyarázat azonban nem egészen tökéletes. A 2% nikkelt vagy 0,5% rezet is tartalmazó ferrites acélfajták rácsszerkezetében ugyanannyi transzlációs lehetőség van, mint a tisztább Fe-Cr-C-ötvözetek ferritjében, erősen agresszív, pl. forró  $MgCl_2$ -oldatban mégis számolnunk kell a feszültségi korrózió bekövetkezésével.

A leírt elmélet ugyanúgy nem jelöli meg a feszültségi korrózió végső okát, amint a lyukkorrózió megindulásának helye sem ismeretes.

Agresszív környezetben használt austenites acélt a feszültségi korróziótól legmegbízhatóbban katódos védelemmel óvhatjuk meg. A nagyon agresszív forró telített  $MgCl_2$ -oldatban 3 mm átmérőjű, 0,8 mm falvastagságú KO 36 minőségű cső 1 óránál rövidebb idő alatt megy tönkre, 3 mA/cm<sup>2</sup> áramsűrűség azonban ezt az időt 10÷11 órára növeli. Előpasszíválás = ideiglenes (késleltető) védelem.

Azt, hogy az austenites acéltárgy felületének milyen részlete lehet kiinduló pontja a kimaradásnak és evvel a feszültségi korrózióknak, még nem tudjuk. Könnyen lehetséges, hogy valami ki nem küszöbölhető részlet vagy jelenség, például nemfémes zárványok bizonyulnak kiinduló pontnak. Ezért jelentős a károk csökkentésének az a módja, hogy minél nagyobb pitting potenciálú austenites acélfajtákat fejlesztenek ki. Ennek a tevékenységnek értékes eredménye a táblázatban utolsóként felsorolt, a szokásosnál több molibdént és ezenkívül az austenit stabilizálása céljából nitrogént is tartalmaz.

### 3. A korróziós hajlam vizsgálatának módszerei

#### 3.1. A vizsgálatok célja

A korrózióálló acélokat felhasználásuk előtt ajánlatos megvizsgálni, hogy az ismerttetett különleges korróziók valamelyikére nem hajlamos-e. A vizsgálatok célja arról tájékozódni, hogy a gyakorlati felhasználás körülményei között nem várható-e korrózió. Különböző szabványok és kézikönyvek ismertetik az erre a célra alkalmas módszereket. A vizsgálati módszereknek a következő követelményeket kell kielégíteni:

Reprodukálhatók legyenek, továbbá az acélról az adott körülmények közötti felhasználhatóságára vonatkozóan adjanak lehetőleg megbízható felvilágosítást, beleértve a várható korrózió mértékét vagy sebességét is.

A korrózióálló acélok különleges korróziós hajlamának felderítésére vonatkozó módszerek mind laboratóriumi eljárások. Mint minden laboratóriumi korróziós kísérlet, a következőkben leírt vizsgáló módszerek sem utánozhatják pontosan a gyakorlati körülményeket; ezért inkább arra a kérdésre adnak választ, hogy melyik acélfajta ellenállóbb a korrózió valamilyen válto-

zatával szemben, de nem tájékoztatnak arról, hogy valami berendezésbe beépített alkatrész biztosan ellenáll-e majd az üzemi körülmények között rá váró korróziós hatásoknak.

### 3.2. Elektrokémiai módszerek

A korrózió elektrokémiai természetének következtében ugyanaz a korróziós jelenség mutatkozik az elektrolittal érintkező fémeken, akár a fém elektrokémiai potenciálja vezérli a reakciót, akár kívülről rákapcsolt elektromos feszültség a hajtóereje. Ennek az alapján fejlesztették ki a polarizációs görbék felvételét korróziós vizsgálati módszerként. A polarizációs görbék felvételének többféle módja van:

Legelterjedtebb a potenciosztatikus módszer. Ilyenkor a vizsgálandó anyagból készített elektród potenciálját állandó értéken tartják és a hozzátartozó áramsűrűséget mérik. Ennek a módszernek kétféle változata van. Az egyik során minden egyes mérést más potenciálon külön-külön mintával végeznek. A másik változathoz pedig csak egy mintát használnak úgy, hogy az adott potenciálértékhez tartozó áramsűrűség meghatározása után az elektród potenciálját előírt program szerint növelik és az áramsűrűség változását regisztrálják.

A potenciokinetikus módszer lényege, hogy mérés közben az elektród-potenciál nem szakaszosan, hanem folyamatosan változik.

A görbék felvételéhez szükséges műszer a potenciosztat, amely a potenciált állandó értéken tartja, kicsi a belső ellenállása és aránylag gyorsan követi az elektród potenciálváltozását.

Az így felvett görbék a passzív állapot kialakulásáról, megszűnéséről, a korrózió sebességéről, a lyukkorrózió megjelenéséről, az interkrisztallin korróziós hajlamról adnak felvilágosítást. Megismerhető továbbá az egyes ötvözők vagy a hőkezelés hatása az ötvözet korróziós tulajdonságaira.

A potenciosztatikus módszer szerinti vizsgálat céljából a fémből vagy ötvözetből készült elektródot a kívánt elektrolitba helyezzük. A másik elektród platinából készült, a vonatkozó elektród pedig telített kalomel elektród. A nyugalmi potenciál beállta után a vizsgálandó ötvözetből készült elektródot polarizáljuk előre meghatározott, terv szerint növekedő állandó potenciálokra. Fontos, hogy a polarizáció sebessége ne legyen nagy; általában 1,0 V/perc-től 0,1 V/óra sebesség szokásos.

#### 3.2.1. A passzivitás kialakulása

Az anódos polarizációs görbén megfigyelhető, hogy már csekély pozitív potenciál növeli az áramsűrűséget, bizonyos potenciálértéket elérve azonban erősen csökken. Ez annak a jele, hogy a felület passzivalódott, a felületi passzív

hártya szigetelő réteggént hat. Minél tágabb potenciálhatárok közt marad fenn ez az állapot, annál állandóbbnak, ellenállóbbnak tartjuk a passzív réteget. Tovább növelve a próbára kapcsolt pozitív potenciált, bizonyos értéket elérve az áramsűrűség ismét nőni kezd, a próba anyaga pedig oldódásnak indul. Tehát felismerhető a görbén az a két potenciálzóna, amelynek beálltakor a fém vagy ötvözet oldódik, ez az aktivitás és a transzpasszivitás zónája. Megfigyelhetők továbbá azok a potenciál tartományok is, amelyeknek folyamán az acél változatlan marad, az immunitás, a passzivitás és a másodlagos passzivitás zónája.

A 18—8-as korrózióálló acél előnyös korróziós tulajdonságai is leolvashatók a görbéről. Az aktív állapotnak kicsiny a potenciálszélessége, tehát a passzíválódás már csekély potenciálértéknél megjelenik. A szűk aktív tartomány a Ni, Mo, Cu ötvözéssel érhető el. A passzíválódási áramsűrűség kicsi, gyakorlatilag zérus és hosszúsávú, nyújtott. A nikkeltötvözés szélesíti a passzív tartományt.

### 3.2.2. A lyukkorróziós hajlam felismerése

Az anódos áramsűrűség-potenciál görbéken jól felismerhető a lyukkorróziót megindító potenciál.

A vizsgálatot ugyanazzal az acélpróbával kétféle oldatban végzik. Először lyukkorróziót nem okozó oldatban, például híg kénsavban vizsgálják. Ezután a kísérletet megismétlik ugyanavval az elektrolittal, de ahhoz egyúttal még NaCl-ot is adnak. Az első esetben a passzív tartomány hosszúsávú és az áramsűrűség csak pl. +900 mV-nál kezd nőni. Ez a potenciál az ún. áttörési (depasszíváló) potenciál; az áramsűrűség növekedése azt árulja el, hogy a szigetelő hatású passzív hártya megsemmisült. Ilyen oldatban lyukkorrózió nem valószínű, a próba anyaga az egész felületen egyenletesen oldódik. A Cl<sup>-</sup>-ionokat is tartalmazó második oldatban az áramsűrűség kisebb, pl. +500 mV potenciál hatására kezd nőni, annak következtében, hogy a passzív hártya a felület néhány pontjában megszakadt; az áramsűrűség ekkor ingadozni is szokott. A klorid oldatban mért kisebb potenciál az ún. pitting-potenciál, a helyi kimaródás kezdetét jelzi. Minél közelebb esik ez a pitting-potenciál a depasszíváló értékhez, annál jobban ellenáll a vizsgált anyag a lyukkorrózióval szemben.

A pitting-potenciál helyzetét főként az acél passzív hártyájának a tulajdonságai, az ötvözet és az elektrolit összetétele, valamint a hőmérséklet határozza meg.

### 3.2.3. Az interkrisztallin korróziós hajlam vizsgálata

Az itt leírt módszer lényege nem a polarizációs görbe felvétele, hanem egyszerű elektrokémiai maratás. Az acélpróba megmaradásának a módjából következtethetünk az esetleges interkrisztallin korróziós hajlamra.



A polírozott felületű próbatestet anódként kell elhelyezni 10%-os oxálsav oldatban. A katód korrózióálló acél lehet. Az áramsűrűség  $1 \text{ A/cm}^2$ , az idő 1,5 perc, az oldat hőmérséklete  $30^\circ\text{C}$  alatt maradjon. Maratás után a próbát meleg vízben, majd alkoholban lemoszuk és mikroszkóppal vizsgáljuk.

A maratás háromféle szövetképet hozhat létre. 1. A kristályhatárok finom vonalai jelennek meg. A marodás következtében az egyes kristallitok felszíne nincs teljesen egy síkban. Ez a lépcsős struktúra, a „step structure”. Az így maradó acélok biztosan ellent állnak a legagresszívebb oldatok hatásának is. 2. Kettős struktúrájú, vagyis a finom kristályhatárok helyenkint mély árokká változnak. Ezek az árkok azonban nem képeznek összefüggő hálózatot. Az ilyen „duplex structure”-t mutató acélok tovább vizsgálandók a később ismertetendő salétromsavas módszerrel, mert az ilyenek ellenállóképessége bizonytalan. 3. Árkos struktúra, „ditch structure” jelenik meg, amikor a kristályhatárok helyén összefüggő hálózatban mély árkok jelennek meg. Ez a jelenség már nagy valószínűséggel az interkristallin korróziós hajlamra mutat. Biztosság okáért ezért ezt is célszerű salétromsavas vizsgálattal ellenőrizni.

Ez a módszer nem alkalmas titánnal vagy niobiummal stabilizált acélok vizsgálatára.

### 3.3. Kémiai módszerek

Az előzőekben ismertetett elektrokémiai módszerek mindegyikére jellemző, hogy külső elektromos feszültség szükséges hozzájuk. A kémiai módszerekhez külső áramforrásra nincs szükség, mégis elektrokémiai jellegűek.

#### 3.3.1. A lyukkorróziós hajlam kimutatása

Egyszerű és gyors vizsgálat a Schwenk-féle indikátor próba. A megfelelően előkészített próbadarabokat a literenkint 30 g NaCl-ot, 0,1 g  $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ -ot és 0,1 g  $\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$ -ot tartalmazó vizes oldatba merítjük. Az oldat redoxipotenciálja  $-460 \text{ mV}$ . A próba felületén a  $\text{Cl}^-$  ionok hatására létrejövő anód-pontokon Fe(II) ionok mennek oldatba és ezek a vörös vérlúgsóval kék színeződést adnak. A reakció kezdetén a pontok még megszámlálhatók, később azonban a kék szín összefolyik és az egyes pontok felismerhetetlenné válnak.

Egy másik egyszerű, 1938-ban ismertetett, de ma is használatos módszer a Smith-féle eljárás. A korróziót okozó oldat 10,8%  $\text{FeCl}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ -t tartalmaz 0,05 normál HCl-ban oldva. Az oldatot a próbatest felületén eredetileg lassú áramlásban tartották, újabban azonban a próbákat nyugalomban levő oldatba merítik. A vizsgálat időtartama 4 óra, újabban azonban 72 órás kísérletet is végeznek. A lyukkorrózió megjelenése szemmel látható.

### 3.3.2. Az interkristallin korróziós érzékenység vizsgálata

Az acél kristályközi korróziós hajlamának felderítésére többféle vizsgálati módszer használatos. Mint általában a korróziós vizsgálati módszerek, ezek is elég önkényesek és a korlátozott ideig tartó laboratóriumi kísérletekből csak bizonytalanul lehet következtetni a hosszú ideig tartó használat következményeire. Mégis elég nagy a valószínűsége annak, hogy a vizsgálatot kielégítően elviselő acélok a gyakorlatban nem szenvednek korróziót.

A *kénsavas rézszulfát* módszer különféle néven ismeretes, Hatfield-, vagy Strauss-féle próbának is nevezik. Az oldódást a kénsav okozza, a rézszulfát pedig a felületet a kristályhatárok kivételével passziválja. Az oldat összetétele a MSz 2670 szerint:

Rézszulfát,  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  160 g  
 Kénsav,  $\text{H}_2\text{SO}_4$  (fajsúly: 1,84) 100 cm<sup>3</sup>  
 Desztillált vízzel 1 literre kiegészíteni.

A próbákat becsiszolt dugós Erlenmayer-lombikban az előírt ideig (általában 72 óráig) főzni kell, majd értékelésre kerülnek elektromos ellenállás méréssel, hajlítással vagy mikroszkópos vizsgálattal. Újabban a 180°-os hajlítást és a megjelenő repedések vizsgálatát eredményesebbnek tartják, mint az ellenállás változásának a mérését. Az értékelés legegyszerűbb módja a függő próbatest megcsendítése fémpálcával. Ha a hang csengő, a próba korróziót nem szenvedett, ha tompa, az korrózióra mutat.

A tapasztalat szerint ez a vizsgálati módszer nem elég szigorú és nem mindig tárja fel a próba érzékenységét. A vizsgálatot szigorítja és gyorsítja, ha az oldatba rézforgácsot vagy rézgolyócskákat teszünk. Ha a próba az oldatban a rézzel érintkezik, a próba potenciálja aktívabbá válik, a réz anóddá, a próba katóddá lesz a közegben. Réz jelenlétében a vizsgálat legalább a háromszorosára gyorsul. 24 órás főzés elegendő a hajlam kimutatására. A korrózióálló acél potenciálja az oldatban kezdetben +0,34 V, ha rezet adunk bele, de a próba a rézzel nem érintkezik, a potenciál +0,13 V-ra változik. Ha érintkezés van, a potenciál +0,06 V-ra aktiválódik. A korrózióálló acél oldódása mindig aktívabbá válik, amint a  $\text{Cu}^{++}$  a lokális katódon  $\text{Cu}^+$ -vá és fémrézzé redukálódik. Réz nélkül a vizsgáló oldatnak a redoxi-potenciálja változik a korrózió mértéke, a próba nagysága és száma szerint, vagyis réz nélkül a redoxi-potenciál nem határozott. A rézzel való érintkezés azt állandó értéken tartja kezdetétől végig, tekintet nélkül a próbák nagyságára és számára. A rézrel való gyorsítás nem változtatja meg a támadás jellegét. Az elmondottak szerint tehát a réz a vizsgálatot az állandó potenciálú berendezéshez hasonló rendszerűvé teszi.

Ez a vizsgálati módszer a titánnal elégtelenül stabilizált acélok hajlamát is felderíti, de a szigma fázis okozta hiba így nem mutatható ki. Az említett MSz ezt a módszert „A” módszernek nevezi.

A leírt módszernek egyik változata, a próbatestnek 110 g  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  és  $50 \text{ cm}^3$  1,84 fs. kénsavnak 1 literre kiegészített oldatában való főzése 5 g cinkpor hozzáadása után. A cinkpor az oldatból rezet cementál, ezért itt is fémréz van jelen, bár csökkent az oldat rézszulfát tartalma. Az MSZ 2670 szerint ez az „E” módszer.

A *salétromsavas* módszer különösen Amerikában nagyon elterjedt. Huey-féle vizsgálatnak is nevezik. Az acélpróbát ötször 48 órán át becsiszolt dugós, visszafolyó hűtővel ellátott Erlenmeyer-lombikban 65%-os salétromsavban főzik. A próbát a vizsgálat előtt és minden 48 órás periódus után le kell mérni, hogy a súlyvesztés meghatározható legyen. A salétromsavat minden 48 órás szakasz után ki kell cserélni, mert az acél oldódása következtében az oldatba króm kerül. A salétromsav oxidáló hatására hatértékű krómionok szennyezik az oldatot. A  $\text{Cr}^{6+}$  ion jelenlétében a korrózió sebessége erősen megnő és ez nem reális eredményre vezethet.

Főzés közben a nem érzékeny acél maródása lassú és nem vezet szemcsék kiesésére. Az érzékeny acélból azonban a szemcsék kihullnak és a korrózió sebessége fokozatosan nő.

A salétromsavas módszer valamennyi eljárás közül a leghosszadalmasabb, de a ferrites és az austenites acéloknak akár a krómkarbid, akár a szigmafázis okozta korróziós hajlamát feltárja. A magyar szabvány „B” módszerként jelöli.

A 3.2.3. alatt ismertetett elektrokémiai módszer a salétromsavas főzés szelektáló módszerének tekinthető. Az olyan acélt azonban, amely használat közben salétromsavval kerül érintkezésbe, biztonság okából mindenképpen evvel a módszerrel ajánlatos megvizsgálni.

Újabban potenciálmérésekkel kimutatták, hogy a Huey-próba lényegileg a helyi katódok képződését vizsgálja, vagyis a salétromsav redukálhatóságát az acélpróbán. Ez a tulajdonság egyáltalában nem vagy csak közvetett módon függ össze a kristályközi korróziós hajlammal. Ez a vizsgálat tehát főként csak a salétromsavban tanúsított ellenállóképességet állapítja meg.

A salétromsavas vizsgálat előnyei: Mérőszámot ad (súlyvesztéséget) a rézszulfátos igen-nem helyett, nagyon érzékeny és a krómkarbidon kívül a szigma fázist is kimutatja; erre a célra ez az egyetlen módszer. Hátrányai: Hosszadalmas és költséges, az oldat korróziós termékekkel való szennyeződése esetleges zavarokra vezethet. Továbbá az eredményt a próba felületi állapota és a szövet egyenlőtlensége is befolyásolja, amely azonban közvetlenül nem függ össze a kristályközi korrózióval. Ezért nem elég jellemző.

A *ferriszulfát-kénsavas* módszerhez szükséges oldat literenkint  $500 \text{ cm}^3$  1,84 fajsúlyú kénsavat és 40 g kristályos ferriszulfátot tartalmaz. A próbákat

ebben az oldatban 120 óráig főzzük. A korróziós hajlamot súlyveszteség meghatározással értékeljük.

A korrózió folyamán hidrogéngáz buborékok nem jelennek meg az acél felületén. Fe(III) ionok jelenlétében a hidrogén ionok töltésvesztés helyett redukálják a ferri ionokat. Ezért a korrózió során a Fe(III) ionok fogynak az oldatból. Amint a Fe(III) ionok mennyisége az inhibításhoz szükséges mennyiség alá csökken, a hidrogén fejlődése hirtelen megindul. A Fe(III) ionok ugyanis inhibítáló hatásúak, késleltetik a szemcsék felületi korrózióját, de a szemcsék közötti maródást nem akadályozzák. Ebben az oldatban a szemcsék meglazulása és kiesése kétszeres sebességű, mint a salétromsavban. Ez a módszer azonban a szigma fázis okozta érzékenységet általában nem fedi fel, bár újabban a titánnal stabilizált 18–8-as acélban a szigma fázis jelenlétét ezzel a vizsgálattal is sikerült felismerni.

A *salétromsav-folysavas* módszernek az a lényege, hogy az acélpróbát  $65 \div 70$  °C hőmérsékletű, 10% salétromsavat és 3% hidrogénfluoridot tartalmazó vizes oldatban háromszor 30 perces szakaszban maratjuk. Minden periódushoz frissen készített  $200 \text{ cm}^3$  oldatot használunk. A hengeres műanyag tartályban levő oldatot vízfürdőben melegítjük. Az oldatba függesztett műanyag csészében vannak a próbák. Az értékelés módja a súlyveszteség meghatározása vagy hajlítás. Gyors és megbízható módszer, de csak a krómkarbid jelenlétét mutatja ki, a szigma fázist nem.

### 3.3.3. A feszültségi korrózió vizsgálata

A fényesített felületű, húzófeszültséggel terhelt próbatesteket 42%-os forró, 154 °C-os  $\text{MgCl}_2$  oldatba helyezük. Próbatestként 2–3 mm átmérőjű drót, ugyanilyen vastag lemezcsík, vékonyfalú cső szokásos. A kísérletet időnkint megszakítjuk, a leöblített és megszártott próbákat kézi nagyítóval vagy binokuláris mikroszkóppal vizsgáljuk. A kísérlet kezdetétől az első repedés megjelenéséig eltelt időt feljegyezzük és a kísérletet folytatjuk mindaddig, amíg a próbatestek erősebben károsodnak, végül pedig eltörnek.

A próbát feszültséggel különböző módon terhelhetjük. Egyik módja az, hogy a felfüggesztett próbatesteket súllyal terheljük. Újabban leginkább könnyen kezelhető, alkalmas szerkezet használatos, amelyben csavar segítségével a próbatest meghajlítható. A csavar elforgatásából könnyen kiszámítható a feszültség mértéke.

## 4. A hazai és külföldi helyzet összehasonlítása

A korrózióálló acélfajtákat igénylő iparágak — mint a vegyipar, az élelmiszeripar stb. — az elmúlt évtizedekben jelentős fejlődésnek indultak, ami a következő évtizedekben előreláthatóan fokozódni fog. Ennek megvalósítását

jelentősen befolyásolja a korrózióálló acélok korszerűsége, az igények valamilyen forrásból történő kielégíthetősége. Az ezzel kapcsolatos hazai helyzetet a szabványaink elemzése és az itthon gyártott, valamint importált anyagok felhasználásának alakulásában vizsgáljuk.

#### 4.1. Korrózióálló acélok szabványosítási helyzete

Mindenféle szerkezeti anyag gyártásának és felhasználásának általános érvényű előírásait szabványokban foglalják össze. A korrózióálló acélfajták az utóbbi évtizedekben erősen fejlődtek és ez a fejlődésük a nemzeti és nemzetközi szabványokban is tükröződik.

#### 4.11. táblázat

Hazai korrózióálló ötvözetek szabványainak (MSZ 4360 és MSZ 21053) fejlődése az elmúlt 20 év alatt

M.e.: db

| Acéltípus:      | Alakítható acélok: |                |                | Önthető ötvözetek |                 |
|-----------------|--------------------|----------------|----------------|-------------------|-----------------|
|                 | MSz<br>4360—58     | MSz<br>4360—66 | MSz<br>4360—72 | MSz<br>21053—55   | MSz<br>21053—70 |
| Ferrites        | 1                  | 5              | 4              | —                 | 1               |
| Martensites     | 3                  | 6              | 6              | 3                 | 4               |
| Félaustenites   | —                  | —              | 1              | —                 | —               |
| Austenites      | 3                  | 9              | 12             | 2                 | 8               |
| Takarék ötvözet | —                  | 3              | 1              | —                 | 1               |
| Összesen        | 7                  | 23             | 24             | 5                 | 14              |

Az 4.11. táblázat mutatja be a hazai korrózióálló ötvözetek szabványainak fejlődését az elmúlt 20 év alatt. Mind az alakítható, mind az önthető ötvözetek 1950-es évek közepén kialakult első szabványjavaslata, mind az ötvözetek számának, mind típusainak korszerűsége tekintetében jelentősen elmaradtak a külföldi gyakorlattól. Alakítható acélok szabványában 7, önthető ötvözetek közül 5 acélminőséget szabványosítottak. Némiképp javult a helyzet az MSz 4360—66 szabvány kiadásával, melyben a választék már 23 acéltípus volt. Az 1960-as évek végén a korrózióálló acélok hazai szabványos választéka és ennek megfelelő külföldi helyzet összehasonlítása azt mutatta, hogy

- néhány korszerű, fontos acélfajtát nem szabványosítottak, ugyanakkor néhány acélfajta felesleges vagy korszerűtlen előírású, így azt a feldolgozó ipar nem igényelte;
- néhány acélfajta összetételi értékei pontosításra szorulnak;
- a korróziós vizsgálati előírások ma már nem megfelelőek.

A megállapítások alapján, de a Szabványügyi Hivatal szokásos munkastílusának megfelelően mindkét korrózióálló szabványt átdolgozták. Ennek



megfelelően jelenleg az alakítható acélok területén az MSz 4360—72, az önthető ötvözetek esetén pedig az MSz 21053—70 szabvány van érvényben. Több olyan termékszabvány is van — mint pl. az MSz 4399 — ,mely korrózióálló termékek szabványosításával foglalkozik; ezek a szabványok azonban kivétel nélkül az előzőekben már említett két alapszabvány minőségeire támaszkodnak, elégségesnek látszik azok helyzetével foglalkozni.

## 4.12. táblázat

*Korrózióálló alakítható ötvözetek (MSZ 4360) összehasonlítása néhány nemzetközi és nemzeti előírásban szereplő acélfajtákkal*

M.e.: db

| Acéltípus:                      | MSz<br>4360—72 | KGST<br>RSz<br>4—70 | ISO<br>DIS 683<br>XIII<br>(1972) | Euronorm<br>88—71 | DIN<br>17440<br>(1972) | GOSzT<br>GOSzT<br>5632—72 |
|---------------------------------|----------------|---------------------|----------------------------------|-------------------|------------------------|---------------------------|
| Ferites                         | 4              | 5                   | 6                                | 6                 | 7                      | 5                         |
| Martensites                     | 6              | 6                   | 9                                | 9                 | 6                      | 8                         |
| Félaustenites                   | 1              | 1                   | —                                | —                 | —                      | 9                         |
| Austenites                      | 12             | 12                  | 18                               | 17                | 16                     | 22                        |
| Takarék ötvözet                 | 1              | 1                   | 2                                | —                 | —                      | 2                         |
| Összesen                        | 24             | 25                  | 35                               | 32                | 29                     | 46                        |
| MSZ acéloknak megfelelő ötvözet | —              | 19                  | 16                               | 15                | 9                      | 23                        |
| Közelítő minőség                | —              | —                   | 3                                | —                 | 6                      | —                         |

Az 4.12. számú táblázat az alakítható ötvözetek, az 4.13. számú táblázat az önthető ötvözetek szabványosított típusait hasonlítja össze néhány nemzetközi és nemzeti előírásban szereplő acélfajtákkal. Mindkét táblázat utolsó két sora mutatja be, hogy a kérdéses nemzetközi, vagy nemzeti előírásokban szereplő acélfajtából hány felel meg az MSz acéloknak és hány közelítő minőségű.

Az 4.12. számú táblázathoz felmérhető, hogy az MSz 4360—72 szabvány választéka hazai feldolgozóipari követelmények szempontjából is megfelelő. A korábbi szabványokból törölték a felesleges és a felhasználóipar által nem rendelt minőségeket (lásd az 4.11. táblázat acéltípus szerinti fejlődését) és felvettek olyan korszerű minőségeket, amelyeket ma már nem nélkülözhetünk.

Lényegében ugyanezt mondhatjuk az MSz 21053—70 szabványról is. A választék ma már itt is megfelelő, kielégíti a felhasználó iparágak követelményeit.

Annak ellenére, hogy szabványaink korszerűek, jelentős importra szorulóunk. A hazai gyártóművek különféle okok miatt ugyanis nem gyártják a teljes választékot. Az okokat a gyártóművek szerint a következőkben soroljuk fel:

## 4.13. táblázat

Korrózióálló önthető ötvözetek (MSZ 21053) összehasonlítása néhány nemzetközi és nemzeti előírásban szereplő acélfajtákkal

M.e: db

| Acéltípus:                         | MSZ<br>21053-70 | KGST<br>RSz<br>1480-68 | ISO | Euronorm | DIN<br>17445<br>(1969) | GOSzT<br>2176-67 |
|------------------------------------|-----------------|------------------------|-----|----------|------------------------|------------------|
| Ferrites                           | 1               | 2                      | —   | —        | 1                      | 3                |
| Martensites                        | 4               | 6                      | —   | —        | 2                      | 8                |
| Félaustenites                      | —               | 1                      | —   | —        | —                      | 4                |
| Austenites                         | 8               | 7                      | —   | —        | 6                      | 7                |
| Takarék ötvözet                    | 1               | —                      | —   | —        | —                      | —                |
| Összesen                           | 14              | 16                     | —   | —        | 9                      | 22               |
| MSZ acéloknak megfelelő<br>ötvözet | —               | 12                     | —   | —        | 5                      | 6                |
| Közelítő minőség                   | —               | —                      | —   | —        | —                      | —                |

a) *Lenin Kohászati Művek*

A Mű acélművében még nem áll rendelkezésre oxigén, ezért megfelelő biztonsággal csak a normál minőségű (C = 0,10% és e feletti) acélokat tudják gyártani. Ennél kisebb C-tartalom elérése esetén a találati valószínűség, ennek következtében a programszerűség, valamint a gazdaságosság is nagymértékben romlik, ezért nagyobb mennyiségben történő gyártását nem vállalják. Ez azt eredményezi, hogy a Mű gyártási profilja elsősorban a martensites acélok gyártási irányába tolódott el, ferrites típusú acélt kisebb mennyiségben, austenites típusú acélt pedig jóformán alig gyártanak.

b) *Dunai Vasmű*

A Vasmű folyamatosan a KO 1, KO 2, KO 11, KO 13, KO 32, KO 35 és KO 36 jelű acélfajtákat gyártja. A szabványban szereplő 24 acélminőség helyett tehát csupán 7-fajta acél kerül gyártásra, mert a többi acéltípus, így elsősorban az LC acélok gyártásának feltételei hiányoznak. A Vasmű — gyártástechnológiai okokból — egyelőre választékbővítést sem tervez.

c) *Borsodnádasi Lemezgyár*

A Lemezgyár melegen hengerelt finomlemezeket gyárt ferrites és martensites típusban. A szabványsorból csupán a KO 1, KO 2 és KO 13 acélminőségeket gyártják folyamatosan és egy további Stilbia 313 megjelölésű martensites házi szabványos acéltípust. A hazai szabványsor többi acélfajtájának gyártására nincs meg a vállalat technológiai berendezése.

Pár évvel ezelőtt egy 3000 t/év kapacitású acélöntödét helyeztek üzembe a vállalatnál. Csupán megjegyezzük, hogy az acélöntöde berendezéseit nem erősen ötvözött acélfajták gyártási programjára telepítették, így a felkészültség sincs meg ahhoz, hogy a közeljövőben a vállalat korrózióálló acélöntvény gyártással számoljon.

#### d) *Csepeli Acélmű*

Az Acélmű az elmúlt 5 évben kizárólagosan csak a KO 12 és KO 36 minőségeket gyártotta. A vállalatnál a KO 38, KO 39 és KO 40, valamint az LC acélok kivételével a gyártási lehetőség ugyan megvan, de a gyártási profil szerinti rendelések esetenkénti elbírálása után tudnak csak vállalkozni gyártásra.

#### e) *Öntödei Vállalat*

Az Öntödei Vállalatnál a különféle termékfajták esetén a következő minőségek gyártása folyamatos:

- varratnélküli és hegesztett acélsövek: KO 33, KO 35, KO 36, KO 37. A vállalat egyéb minőségek gyártását ilyen termékfajtákból nem vállalja;
- kovácsolt rúd- és idomacélok: KO 11, KO 13, KO 35, KO 36, KO 37 és KO 44 minőségek. A teljes szabványsorból tehát 7 minőséget gyártanak, további 3-ra (KO 1, KO 2, KO 4) fel vannak készülve;
- varratnélküli hidegen vont acélsövek: KO 33, KO 35, KO 36 és KO 37 minőségek;
- korrózióálló acélöntvények szabványos sorából (14 ötvözet) 12 ötvözetet folyamatosan gyártanak. A szabvány minőségei közül az AöX 15 MnCr NiN 9 19 és AöX 8 CrNiMo 18 10 minőségek gyártására nincsenek felkészülve.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a jelenleg érvényben levő választék-szabvány mind szövetszerkezeti típus, mind minőségi előírások tekintetében korszerű. Nem szabványosítási okokra vezethető tehát vissza, hogy a korrózióálló acélok hazai szükségletét csak kb. 50%-ban tudjuk hazai gyártásból biztosítani. Elsősorban a gyártó művek technológiai adottságai nem teszik lehetővé a teljes választék gyártását. Megállapíthatjuk azt is, hogy mindkét alapszabványunkban foglalt minőségek a korszerű nemzetközi előírásoknak, illetve az ilyen acélfajtákat nagyobb mennyiségben gyártó országok nemzeti szabványos minőségeinek megfelelnek, azokban rögzített minőségi szintet elérik.

#### 4.2. *Korrózióálló acélok hazai gyártása és importja*

Az 4.21. számú táblázat a korrózióálló acélok hazai termelését típus- és termékfajta bontásban mutatja be a IV. ötéves tervben. A táblázattal kapcsolatosan a következő fontosabb megállapítások tehetők:

- szinte teljesen hiányzik a félaustenites típusok gyártása. Ezt azért

## 4.21. táblázat

Korrózióálló acélok hazai termelése, típus és termékfajta szerint a IV. öt éves tervben

M.e: t

| Acélfajta és termékfajta megnevezése: | 1971. évi tény | 1972. évi tény | 1973. évi tény | 1974. évi tény | 1975. évi terv |      |
|---------------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------|
| Ferrites:                             | finomlemez     | 6              | 12             | 11,8           | 35,7           | 30   |
|                                       | durvalemez     | 370            | 350            | 300            | 320            | 400  |
|                                       | rúd-profil     | 90             | 110            | 192            | 262            | 237  |
|                                       | huzal          | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | cső            | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | kovácsoltáru   | 40             | 50             | 46             | 45             | 22   |
|                                       | öntvény        | 20             | 20             | 30             | 30             | 30   |
| Martensites:                          | finomlemez     | 70             | 80             | 107,6          | 79             | 80   |
|                                       | durvalemez     | 370            | 200            | 150            | 60             | 150  |
|                                       | rúd-profil     | 190            | 240            | 167            | 266            | 159  |
|                                       | huzal          | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | cső            | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | kovácsoltáru   | 144            | 235,6          | 85             | 110            | 99   |
|                                       | öntvény        | 20             | 20             | 30             | 30             | 30   |
| Félaustenites:                        | finomlemez     | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | durvalemez     | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | rúd-profil     | —              | —              | 15             | —              | —    |
|                                       | huzal          | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | cső            | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | kovácsoltáru   | —              | —              | —              | —              | —    |
| Austenites:                           | finomlemez     | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | durvalemez     | 1580           | 560            | 1360           | 2420           | 2950 |
|                                       | rúd-profil     | 62             | 94             | 58             | 102            | 41   |
|                                       | huzal          | —              | —              | —              | —              | —    |
|                                       | cső            | 350            | 270            | 240            | 290            | 260  |
|                                       | kovácsoltáru   | 460            | 431            | 375            | 400            | 308  |
|                                       | öntvény        | 300            | 300            | 340            | 400            | 340  |

emeljük ki, mert ezek az acéltípusok külföldön mind jobban terjednek. Közülük néhány kiválóan alakítható, néhány pedig speciális korróziós ellenállás szempontjából kitűnő. Érthetetlen, hogy a hazai felhasználó ipar miért nem igényli ezeket az acéltípusokat sem hazai gyártásból, sem importból;

— a ferrites, martensites acéltípusokból nem gyártanak huzalt és csövet;

— az austenites típusú acélból nem gyártunk finomlemezt és huzalt.

Az ilyen acélból készült finomlemez csaknem kivétel nélkül hidegen hengerelt minőség, nyilván ez az oka annak, hogy a hazai gyártásból hiányzik. A Dunai Vasmű hideghengerműve nem alkalmas hidegen hengerelt, korrózióálló finomlemez gyártására. Jelentős hátrány, hogy huzalgyártásunk ebben a minőségben sem megoldott és hogy csőgyártási kapacitásunk sokkal kisebb, mint a hazai szükséglet.

Az 4.22. táblázat a korrózióálló acélok importját mutatja be acéltípus és termékfajta szerint az 1974. évi tény- és 1975. évi tervszámok tükrében.

## 4.22. táblázat

Korrózióálló acélok importja acéltípus és termékfajta szerint 1974. és 1975-ben

M.e: t.

| Acéltípus és termékfajta<br>megnevezése: | 1974. évi<br>tény | 1975. évi<br>terv |      |
|--|-------------------|-------------------|------|
| Ferrites:                                | finomlemez        | 59,—              | 100  |
|  | durvalemez        | 1,5               | —    |
|  | rúd-profil        | 66,4              | 151  |
|  | huzal             | 37,—              | 70   |
|  | cső               | —                 | —    |
|  | kovácsoltvas      | —                 | —    |
|  | kovácsoltáru      | —                 | —    |
|  | öntvény           | —                 | —    |
| Martensites:                             | finomlemez        | —                 | —    |
|  | durvalemez        | —                 | 100  |
|  | rúd-profil        | 119,—             | 100  |
|  | huzal             | 46,—              | 86   |
|  | cső               | —                 | —    |
|  | kovácsoltáru      | —                 | —    |
| Félaustenites:                           | finomlemez        | —                 | —    |
|  | durvalemez        | —                 | —    |
|  | rúd-profil        | —                 | —    |
|  | huzal             | —                 | —    |
|  | cső               | —                 | —    |
|  | kovácsoltáru      | —                 | —    |
| Austenites:                              | öntvény           | —                 | —    |
|  | finomlemez        | 1500,—            | 1100 |
|  | durvalemez        | 1500,—            | 2300 |
|  | rúd-profil        | 320,—             | 75   |
|  | huzal             | 229,—             | 260  |
|  | cső               | Dem. 318          | 400  |
|  | kovácsoltáru      | Tők. 251          | 350  |
| öntvény                                  | —                 | —                 |      |

Úgy véljük, hogy technikai importként elvben bármilyen itthon nem, vagy nagy nehézséggel gyártott acélfajta beszerezhető, illetve igényelhető, azt azonban nagyon kedvezőtlennek tartjuk, hogy az austenites acéltípus-csoportban ilyen jelentős mennyiségű termékfajták kerüljenek beszerzésre. Ezek a számok arra is következtetni engednek, hogy a hazai felhasználó ipar szívesebben fordul külföldi import-beszerzés felé, sem minthogy hazai gyártó-vállalatoknál rendelje meg.

Az 4.23. számú táblázatban a hazai gyártóművek szerint adjuk meg a hazai gyártás volumenét, valamint a METALIMPEX adatszolgáltatása szerint az importált mennyiségeket 1974. évi tényszámban és az 1975. évi tervek szerint. A táblázatból — annak feltételezésével, hogy a hazai gyártást és importot együttesen a hazai felhasználásnak tekinthetjük és ha egyáltalán



## 4.23. táblázat

Korrózióálló acélok hazai gyártása és importja vállalatok szerint 1974—1975  
M. e: t

| Vállalat:                     | 1974. évi tény | 1975. évi terv |
|-------------------------------|----------------|----------------|
| Lenin Kohászati Művek         | 807,—          | 1000           |
| Ózdi Kohászati Üzemek         | —              | —              |
| Dunai Vasmű                   | 2800,—         | 3500           |
| Salgótarjáni Kohászati Üzemek | —              | —              |
| Borsodnádasi Lemezgyár        | 114,7          | 110            |
| „December 4.” Drótművek       | —              | —              |
| Csepeli Acélmű                | 28,—           | —              |
| Öntödei Vállalat              | 1100,—         | 990            |
| <b>Gyártás összesen</b>       | <b>4849,7</b>  | <b>5600</b>    |
| <b>Import (METALIMPEX)</b>    | <b>4446,9</b>  | <b>5092</b>    |
| <b>Összesen:</b>              | <b>9296,6</b>  | <b>10692</b>   |

van féltermék exportunk, az elenyészően kicsi — a következőket állapíthatjuk meg:

— a hazai felhasználásnak durván 50%-a kerül ki hazai termelésből. Ezt az arányt nagyon kedvezőtlennek tartjuk, okáról az előbbieken már szöveltünk. A hazai felhasználás elégtelenségét az a közismert egyszerű szabály is alátámasztja, hogy alig éri el acéltermelésünk 0,4%-át. Közismert mutató-

## 4.24.

Korrózióálló acéltermelés megoszlása 1974—

| Acéltípus és termékfajta megnevezése: |                                  | Hidegen hengerelt lemez, szélesacél: |           |           | Melegen |           |           |
|---------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|-----------|-----------|---------|-----------|-----------|
|                                       |                                  | —                                    | 1974 tény | 1975 terv | lemez   |           |           |
|                                       |                                  |                                      |           |           | *       | 1974 tény | 1975 terv |
| Külföld                               | Ferrites + perlit-martensites    | 50,—                                 | —         | —         | 18,—    | 17,—      | 21,—      |
|                                       | Austenites                       | 50,—                                 | —         | —         | 82,—    | 83,—      | 79,—      |
|                                       | Termékarány a teljes termelésben | 40,—                                 | —         | —         | 20,—    | 66,6      | 76,—      |
| MNK                                   | Ferrites + perlit-martensites    | 50,—                                 | 3,—       | 8,—       | 18,—    | 11,—      | 12,—      |
|                                       | Austenites                       | 50,—                                 | 97,—      | 92,—      | 82,—    | 89,—      | 88,—      |
|                                       | Termékarány a teljes termelésben | 40,—                                 | 17,6      | 12,3      | 20,—    | 50,—      | 61,—      |

Megjegyzés: \* Megoszlás az NSZK-ban 1963-ban.

szám, hogy a fejlett ipari államokban az erősen ötvözött korrózió- és hőálló acélok együttes termelése általában eléri az illető ország teljes acéltermelésének 1%-át, de sokszor e felett alakul. Nálunk ez az érték gyártás esetében 0,2%, de a felhasználás sem több 0,4%-nál. Lényegesen el vagyunk tehát maradva külföldtől mind gyártás, mind felhasználás tekintetében;

— az LKM gyártási volumenét jelentősen tudná fokozni, ha a hazai vállalatok igénnyel jelentkeznének. Ugyanezt kell megállapítsuk a Csepeli Acélmű termelési hányadára is;

— a Dunai Vasmű feltüntetett gyártása gyakorlatilag elérte a vállalat ilyen termékekre vonatkozó teljes gyártási kapacitását. Különbéféle vizsgálatok alapján jelenleg az a helyzet, hogy a Vasmű 4000÷5000 t/év korrózióálló acéltermelést tudna vállalni.

Az 4.24. számú táblázatban bemutatjuk a korrózióálló acéltermelés megoszlását termékfajta és acéltípus szerint 1974. évi tény és 1975. évi terv vonatkozásában, százalékos értékben. A táblázat azt igyekszik szemléltetni, hogy a hazai korrózióálló acéltermelés, illetve felhasználás acéltípus szerinti és termékarány-megoszlás szempontjából megfelelő-e. Ebben a táblázatban feltüntettük az NSZK 1963. évi termék-megoszlását, amit napjainkban a hazai viszonyok között még mindig irányadónak tekinthetünk. Ezeket az adatokat adják a \*-gal megjelölt oszlopok. A táblázatból a következő fontosabb megállapítások tehetők:

— a külföldi felhasználás elsősorban a hidegen hengerelt lapostermékeket igényli és jelentősen számol a korrózióálló huzalok különféle szerkezetben való felhasználásával. Ezzel szemben a hazai gyártás és felhasználás jelentős

## táblázat

1975-ben, termékfajta és acéltípus szerint

M. e: %

| hengerelt |           |           | Huzal: |           |           | Kovácsoltára, cső: |           |           |
|-----------|-----------|-----------|--------|-----------|-----------|--------------------|-----------|-----------|
| rúdidos   |           |           |        |           |           |                    |           |           |
| *         | 1974 tény | 1975 terv | *      | 1974 tény | 1975 terv | *                  | 1974 tény | 1975 terv |
| 45,—      | 84,—      | 90,—      | 40,—   | —         | —         | 35,—               | 18,—      | 18,—      |
| 55,—      | 16,—      | 10,—      | 60,—   | —         | —         | 65,—               | 82,—      | 82,—      |
| 21,5      | 14,4      | 9,4       | 6,5    | —         | —         | 12,—               | 19,—      | 14,6      |
| 45,—      | 63,—      | 85,—      | 40,—   | 26,—      | 38,—      | 35,—               | 11,—      | 8,—       |
| 55,—      | 37,—      | 15,—      | 60,—   | 74,—      | 62,—      | 65,—               | 89,—      | 92,—      |
| 21,5      | 13,8      | 7,6       | 6,5    | 3,5       | 4,3       | 12,—               | 15,1      | 14,8      |

mértékben a melegen hengerelt termékfajta irányába tolódott el és teljesen hiányzik a huzalfajták hazai gyártása;

— korszerűtlennek kell tekinteni, hogy a hazai melegen hengerelt termékfajta gyártása lapostermék vonatkozásában  $66 \div 76\%$  a külföldi  $20\%$ -kal szemben, a rúdidom-termelés pedig nem éri el azt a szintet, melynek gyártása elvben megoldott. A külföldi  $21\%$ -kal szemben a rúd- és idomárúk itthon gyártása 1974-ben csak  $14\%$  volt és 1975-ben ez csökkenést jelez;

— a kovácsoltáru és csőgyártásunk, valamint felhasználásuk aránya megfelelő szintű;

— jellemzője a hazai gyártásnak és felhasználásnak, hogy a melegen hengerelt lapostermékeknél a ferrit-perlit-martensites, illetve austenites acéltípusok aránya megfelelő, a rúdidom esetén azonban jelentősen a ferrit-perlit-martensites acéltípusok irányába van eltolódva. Nem gyártjuk kellő mennyiségben az austenites típusú rúd- és idomacélokat, pedig azok gyártása — mint korábban említettük — hazánkban megoldott;

— szóltunk már arról, hogy hidegen hengerelt laposterméket hazánkban nem tudunk gyártani. Annál inkább kirívó, hogy a felhasználó ipar az importból beszerzett hidegen hengerelt lapostermékeknél a ferrit-perlit-martensites, illetve austenites acéltípusok  $50 \div 50\%$ -os korszerű megoszlása helyett túlzott mértékben használja az austenites típusú acélokat. Mindenképpen fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a ferrites acélok sok helyen kitűnően korrózióállóak. Felületük kiváló minőségű és mindenképpen nagyobb alkalmazási teret kívánnak.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy hazai gyártási kapacitásunk nem kielégítő, technológiai felszereltségünk sem teszi lehetővé olyan gyártási szint elérését, amely a hazai felhasználó ipar követelményeit akár mennyiségben, akár minőségben kielégítené. Jelentős importra szorulunk, mellyel valószínűleg — figyelembe véve a vaskohászati alágazat ismert fejlesztési irányát —, hosszú időn keresztül is számolnunk kell. Ez természetesen nem jelenti azt, hogy erre a körülményre ne hívjuk fel a figyelmet és ha szerény mértékben is, ne fejlesszük az ilyen típusú acélok hazai gyártását.

## 5. Következtetések

A korrózióálló acélt felhasználó iparágaink, elsősorban a vegyipar igényeinek hazai termelésből való ellátásának helyzetét tömören úgy jellemezhetjük, hogy a hazai gyártás az igényeket sem mennyiségi, sem minőségi választék tekintetében nem elégíti ki.

A felhasználó ipar igénye és a tervezett gyártás közt a különbség, a hiány egyre nagyobb lesz. Ez tűnik ki az OMF megbízásából a vegyipari

gépgyártás szakembereinek közreműködésével 1974-ben készült 4—904-T számú tanulmányból. Ez a tanulmány többek között a vaskohászattal szemben támasztott igényeket ismerteti. A tanulmány készítői nyilván nem voltak, de nem is lehettek kellően tájékozottak arról, hogy vaskohászatunk milyen feltételek teljesítése után lehetne képes a tanulmányban felsorolt minőségi és mennyiségi igények kielégítésére. Arra, hogy a vegyipar is hajlandó-e áldozatra a kívánt anyagok gyártásának lehetővé tétele céljából, a tanulmányban utalás nem található, csupán a vaskohászatnak címzett, többnyire nem éppen igazságos szemrehányás.

A legutóbbi időig a vaskohászatunk rövid és hosszabb távú fejlesztésének programját és terveit tárgyaló tanulmányok semmit sem árulnak el a korrózióálló acélok gyártásának jövőjéről, a fejlesztés irányairól, mértékéről.

A felhasználó iparágak részéről felvetett igények jogossága nem vitatható. Másrészt azonban az igények kielégítése hazai gyártmányokkal csak jelentős költséggel valósítható meg. Kis C-tartalmú és N-nel ötvözött korszerű minőségeket, amelyeket a felhasználók egyre nagyobb mennyiségben igényelnek, csak kivételesen tiszta és ezért drága alapanyagokból lehet olvasztani a metallurgiai feltételeket is kielégítő, ugyancsak nem olcsó berendezésben. A feldolgozásuk is külön, csak erre a célra használt hengerművön végezhető a kívánatos eredménnyel, a kikészítésük, hőkezelésük, pácolásuk is elkülönítendő a többi vaskohászati termékétől.

Konkrét javaslat az igények teljes kielégítésére jelenleg nem tehető, legfeljebb azokat a változatokat sorolhatjuk fel, amelyek a hazai termelés és az igények közt tatóngó, várhatóan egyre szélesedő szakadék áthidalására egyáltalán szóba jöhetnek.

a) Fenntartjuk a már kialakult helyzetet, vagyis importból elégtjük ki a hazai termelésen felül jelentkező igényeket. Az egyre nagyobb mértékű és a drágább minőségek felé eltolódó import (tőkés) devizamérlegünket eléggé megterhelné. A vegyipari berendezések egy részét előreláthatóan a jövőben is importálni fogjuk. Ezek javítása, alkatrészeik cseréje az acélimport fenntartása esetén a világpiac bő választékából a legmegfelelőbb gyártmányok behozatalával a legcélszerűbben oldható meg.

b) Valamelyik meglevő acélművünkben olyan fejlesztést hajtunk végre hogy az a jövőben igényelt korrózióálló acélfajták közül legalább a nagyobb mennyiségben igényelteteket gyárthassa és feldolgozhassa. Ez lényegében a tömegacélgyártástól minden részletében elkülönített gyáregység létesítését jelenti, amelyben a korszerű gyártás minden feltételét meg kell teremteni az olvasztástól egészen a végső kikészítésig, pácolásig.

c) Már többször felvetődött gondolat egy önálló, kis kapacitású, ún. mini-acélmű létesítésére a kényesebb acél minőségek gyártására. A korrózióálló acélban várható távlati igény, évi 20—25 000 t még kevés az önálló acélmű programjaként; ha még azt is figyelembe vesszük, hogy önálló acélművet

az összes közművekkel is el kellene látni, a létesítése a *b)* alatti változatnál jóval költségesebb lenne és valószínűen gazdaságtalan beruházásnak minősülne.

*d)* Negyedikként a KGST integráció kínálkozhatik. A KGST-országok jelenleg 170—180 mt acélt, ebben megközelítően 1,5—2 mt korrózióálló acélt gyártanak. Sok gyártmányt, pl. a számítógép típusokat már sikerült a tagországok között szétosztani. Hasonló megoldást kellene keresni a korrózióálló acélfajták gyártásának felosztására. A jelenlegi helyzet, hogy mindegyik ország gyártja az ilyen acélok kisebb-nagyobb választékát, az integráció révén bizonyára kedvezőbbre fordulna. A megoldásnak kétségtelenül nehézségei is vannak, például a tőkés piacon beszerezendő alapanyagok és ötvözőfémek — tiszta vas, nikkell, molibdén, króm — tekintetében. Korrózióálló acélszükségletünknek a kívánatos választékban integrációs együttműködés útján rövid idő alatt nem látszik megoldhatónak.

A megoldás négy lehetősége közül a *c)* alatti, egy önálló nemesacélt gyártó üzem létesítése a beruházás költségei miatt valószínűen nem jöhet szóba, az *a)* alattit pedig az évről évre növekvő — tőkés — devizaigény miatt, meg a kapitalista piactól való, nem kívánatos függőség miatt mielőbb kívánatos volna felszámolni. Lényegében tehát két lehetőség között választhatunk; ha sikerül az integráció keretében a szükséges mennyiségek és minőségek gyártásában a KGST-országokkal megegyezni, ezt a megoldást kellene választanunk; ha ez nem valósulna meg, valamelyik meglévő acélművünkben kell megteremteni a feltételeket, hogy gyárthassa főleg a legfeljebb 0,02÷0,03% C-tartalmú korrózióálló acélokat, amelyeket a vegyipar a jövőben egyre nagyobb mennyiségben igényel.

A népgazdaság számára bármelyik megoldás jelentős teher vállalását kívánná, amely azonban megtérül a felhasználó iparágak várható hozama révén. A legutóbbi időben hozott döntés értelmében az V. ötéves terv idejében megkezdődik a *b)* alatt leírt változat megvalósítása. A nemesacélt gyártó üzemünk olyan metallurgiai berendezéssel gazdagodik, amelyben olyan acélfajták is gyárthatók, amelyeknek olvasztása nálunk eddig nem volt megoldható; ilyenek elsősorban a kis karbontartalmú, stabilizálás nélkül is hegeszthető, interkristallin korrózióra nem hajlamos austenites minőségek.

Várható továbbá, hogy az atomenergia iparnak már megkezdett meghonosítása további lökést ad a korrózió ellenálló ötvözetek gyártásának, de ezenkívül a biztonságos gyártáshoz szükséges tudományos és technológiai ismeretek előteremtésének is. Az Atomerőmű Beruházási Titkárság máris megbízást kapott az I—7500-T tanulmány elkészítésére, amely az atomerőművekben szükséges, korrózió ellenálló acélfajtákkal foglalkozó kutatás és fejlesztés programját is tárgyalja. A tanulmány első lépésként egy sor kutatási célprogram kidolgozását és végrehajtását irányozza elő. Korrózió ellenálló acélra a következők vonatkoznak:



- a) kis C-tartalmú saválló acélok gyártása,
- b) nitrogénnel is ötvözött saválló acél gyártása,
- c) az austenites saválló acél folyási, melegfolyási határának növelése a DIN, GOSZT szerinti értékekig,
- d) saválló acél gyártása oxigénes konverterben,
- e) korrózióknak ellenálló nikkeltötvözetek fejlesztése,
- f) saválló tartályfenékgyártás műszaki feltételeinek kidolgozása,
- g) nukleáris berendezések gyártásához alkalmas kohászati termékek minősítésének és bizonylatolásának rendje.

A felsorolt és további három, nem saválló acélra vonatkozó célprogramok költségét a tanulmány az V. ötéves terv idejére 70 MFt-ban irányozza elő. A kutatáson kívül műszaki fejlesztés költsége mintegy 1 Md Ft.

A célprogramokban elérendő kutatási és fejlesztési eredményeket az atomenergia iparon kívül természetesen a többi iparág is hasznosíthatná.

A célprogramok tematikájának egy része benne foglaltatik az illetékes kutató intézeteknek még jóvá nem hagyott V. ötéves tervében, hiszen ezek az intézetek számítanak a szükséges metallurgiai feltételek megteremtésére. Amire ezek a feltételek 1980 táján már adva lesznek, birtokában kell lennünk a gyártáshoz szükséges ismereteknek. Azt minden esetre meg kell majd vizsgálni, hogy ezeket az eredményeket, ismereteket hazai kutatással, vagy pedig know-how vásárlásával előnyösebb-e előteremtenünk. Számos külföldi üzemből évek óta működnek olyan metallurgiai berendezések, amelyeket a következő években fogunk létesíteni; ezeknek az üzemeknek már bőszeges tapasztalatuk van például a kis C-tartalmú acélok gyártásában; ezeket a tapasztalatokat valószínűen célszerűbb készen átvenni, mint hosszú idő alatt magunknak megszerezni.

Főleg az elhatározott fejlesztés befejezése után, de talán már előbb is bőven kínálkozik lehetőség — főleg laboratóriumi — kutatásra az acélfajták korróziós hajlamának, valamint a korróziós folyamataik mechanizmusának és kinetikájának vizsgálata céljából. A korróziós hajlam vizsgálatával — természetesen csak a valóban gyártott minőségekre korlátozottan — három üzemi, két kutatóintézeti laboratórium már eddig is foglalkozott. Ezeket a rutinszerűen végzett vizsgálatokat csak ki kellene egészíteni mikroszkópos és elektronmikroszkópos, mikroszondás megfigyelésekkel, hogy tudományos értékű eredményeket kapjunk.

Kutatás feladata lehet a különböző acélminőségek általános korróziós folyamatának vizsgálata a vegyipari és élelmiszer ipari oldatokban, trópusi körülmények között, 40 °C hőmérsékleten, 90% páratartalmú levegőben a felület minőségének, simaságának, valamint a nemfemes — oxid, szulfid, nitrid — zárványok szerepének vizsgálata és tisztázása. A lyukkorrózió és feszültségi korrózió kezdeti szakaszának pontos megfigyelése is hasznos eredménnyel járhat.

Elektrokémiai vizsgálatokat főleg egy-két egyetemi, főiskolai tanszéken folytatnak. Az egyik tanszéken a potenciál és áramerősség mérését a lyuk-korróziós hajlam előrejelzésére alkalmas módszerré fejlesztették.

Ezenkívül szükséges, hogy egy-két laboratórium fel legyen készülve a bekövetkezett korrózió jellegének felismerésére és okának kellően biztos megállapítására is. Ilyen laboratóriumunk is van és azt egyelőre főleg az olaj-finomítók látják el feladatokkal.

A korrózióálló acélokkal foglalkozó hazai irodalom elég szerény; ennek valószínűen az az oka, hogy a két-három gyártó vállalatnak a régóta ismert minőségekre korlátozódó gyártási profiljában kutatást-vizsgálatot kívánó probléma alig vetődik fel. Változás akkor várható, ha újabb minőségek gyártása, feldolgozása és felhasználása megkezdődött.

**Special Corrosion Effects on Acid-Resistant Steels.** — The paper deals with the corrosion phenomena of corrosion-resistant iron alloys and with economic problems in the application of these alloys. It treats the in common, properties of such alloys the condition for passivationability, the effect of the various alloying elements on the corrosion characteristics. The classification of the corrosion-resistant alloys is based on their structure, and in a separate chapter various special effects are dealt with. The methods for investigating corrosion resistance, including the criticism of their application, are discussed. The Hungarian and the foreign situation in the production and use of corrosion-resistant steels are compared, including criticism of the standardization, the analysis of Hungarian technological problems and import questions. Starting from the medium-range and long-range development plans for Hungarian engineering, the paper contains proposals for the development of the production of corrosion-resistant steels.

**Spezielle Korrosionserscheinungen bei säurebeständigen Stählen.** — Die Arbeit befaßt sich mit den Korrosionserscheinungen von korrosionsbeständigen Eisenlegierungen und mit Fragen der Wirtschaftlichkeit bei der Verwendung der Legierungen und bespricht die gemeinsamen Eigenschaften der Legierungen, die Bedingungen für die Passivierbarkeit und den Einfluß der einzelnen Elemente auf die Korrosionseigenschaften. Die korrosionsbeständigen Legierungen werden aufgrund ihrer Struktur behandelt und in einem eigenen Kapitel werden spezielle Korrosionserscheinungen angeführt. Es werden auch die Methoden der Prüfung auf die Neigung zur Korrosion, samt der Kritik der Methoden vom Standpunkt der Anwendung besprochen. Die Arbeit befaßt sich weiters mit dem Vergleich der einheimischen und der ausländischen Situation in der Produktion und Verwendung der korrosionsbeständigen Stahlsorten, einschließlich der Kritik der Lage auf dem Gebiet der Standardisierung, der technologischen Probleme, der einheimischen Produktion und des Importes. Ausgehend von den mittel- und langfristigen Konzeptionen für die Entwicklung der einheimischen Maschinenproduktion, werden Vorschläge zur Entwicklung der Herstellung von korrosionsbeständigen Stählen gemacht.

# VEGYIPARI LÉGHŰTŐBERENDEZÉSEK

## HELYZETKÉP\*

SZENTGYÖRGYI SÁNDOR\*\*

A MŰSZ. TUD. KANDIDÁTUSA

és

MOLNÁR KÁROLY\*\*\*

[Beérkezett: 1975. november 1-én]

Jelen tanulmány a léghűtés vegyipari alkalmazásának lehetőségeivel, a már kialakult konstrukciós megoldásokkal és a vegyipari léghűtés áramlástanai, hőtani és korróziós kutatása terén elért eredményekkel foglalkozik. A tanulmány vázolja a vegyipari léghűtőberendezések gyártásának, alkalmazásának és kutatásainak helyzetét Magyarországon, illetve rámutat a hazai kutatási feladatokra.

### 1. Bevezetés

Gőzök kondenzálására, folyadékok hűtésére régóta alkalmaznak léghűtőket a különböző iparágakban. Ez a hűtési mód az elmúlt évtizedben egyre inkább elterjedt. Különösen jelentősen emelkedett a léghűtő alkalmazásának gyakorisága és mértéke a vegyiparban.

Utóbbi iparág gyors fejlődése és egyre növekvő népgazdasági súlya indokolttá teszi, hogy foglalkozzunk a léghűtés elterjedésének okaival, a vegyiparban bevált léghűtési elvekkel és konstrukciókkal világviszonylatban, valamint hazai viszonylatban.

### 2. A léghűtők alkalmazásának és terjedésének okai a vegyiparban

Minden kondenzáció, illetve termék hűtés, amelyet ebben az iparágban (de más iparágakban is így van ez) léghűtőkkel végeznek, vízhűtéses hőcserélőkben is elvégezhető volna. A léghűtők alkalmazásának kényszerítő és gazdasági okai vannak.

A kényszerítő ok a természetes vízkészletek korlátozottságával kapcsolatos. A lakosság vízigényének növekedése, a mezőgazdaság öntözött területeinek bővülése és főképpen az erőteljes ipari fejlődés arra vezet, hogy a rendelkezésre álló vízkészleteinket mind nagyobb mértékben használjuk ki. Mivel

\* Ezt a helyzetképet az Áramlás- és Hőtechnikai Gépek és Berendezések Akadémiai Bizottság 1975. október 9-i ülésén megvitatta. A szöveg az ülésen elhangzott javaslatok figyelembevételével készült.

\*\* Dr. Szentgyörgyi Sándor, 1024 Budapest, Keleti K. u. 27.

\*\*\* Dr. Molnár Károly, 1125 Budapest, György A. u. 13.

természetvédelmi, hajózási és egyéb szempontok miatt a folyók vizének csak egy része hasznosítható hűtési célokra, belátható, hogy aránylag rövid időn belül a jelenlegi technológiákra épített vízigény meg fogja haladni a rendelkezésre álló vízkészletet. Fentiek miatt rendkívül fontos a távlati ipari fejlődés szempontjából, hogy a jelenlegi technológiákat víztakarékos technológiák váltsák fel. Mivel az ipari technológiák közül a hűtés vízigénye nagy, kézenfekvő a léghűtés fejlesztése.

Fenti okoktól eltekintve is, a léghűtésnek számos előnye van a vízűtésessel szemben. A léghűtés lehetővé teszi, hogy az ipartelep telepítése a vízellátástól függetlenné váljék. Kiküszöböli a vízkészletek kémiai szennyeződésével kapcsolatos problémákat. A karbantartási költségek igen kicsinyek. Kiküszöböli a vízkezelés és vízkőmentesítés költségeit és problémáit. A technológiai folyamatban résztvevő közeg kiléő hőmérséklete szabályozható az átáramló levegő mennyiségének változtatásával, míg víznél azt a vízkőlerakódás korlátozza. A kisebb korrózió miatt a léghűtőberendezések általában hosszabb élettartamúak; ismeretesek olyan külföldi példák, amikor a léghűtők 25 ÷ 30 évig működtek kifogástalanul folyamatos üzemben.

Természetesen vannak a léghűtésnek hátrányai is. Ezek között legfontosabb az, hogy a levegőnek a vízhez viszonyítva kicsi a fajhője és a hővezetési tényezője. Emiatt a léghűtőknél nagytömegű hűtőközeg áramoltatására és nagy hőátadó felületre van szükség, ami a berendezést drágítja. A másik többletköltséget okozó hátrány, hogy a levegő hőmérséklete gyorsan és nagymértékben változik, ezért a léghűtő-ventillátorok mennyiségi szabályozása többnyire elkerülhetetlen. Fentiek ellenére a hűtési feladatok egy nagy részénél a léghűtés — évi költségeit tekintve — gazdaságosabb, mint a vízűtés.

Az ipari víz felhasználásának nagymértékű növekedése és a vízárak ezzel kapcsolatos emelkedése világszerte a léghűtés gazdaságos alkalmazási területének vizsgálatára készítette a hőcserélőket alkalmazó, tervező és gyártó vállalatok és intézmények szakembereit. Ennek egyik következménye, hogy igen sok olyan cikk, illetve tanulmány jelent meg az elmúlt évtizedekben, amely a léghűtők alkalmazásának előnyeit [1—14], célszerű szerkezeti kialakítását [2, 4, 5, 7, 15—21, 34], tervezési irányelveit [1, 2, 10, 12, 15, 16, 17, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29] vízűtővel való gazdaságossági összehasonlítását [4, 12, 30, 31, 32, 33] tárgyalja. Külön kiemelnénk a léghűtők vegyipari alkalmazásáról megjelent közleményeket [3, 7, 10, 14, 35, 36, 37].

A vegyipari léghűtés gazdaságos területeinek vizsgálatával foglalkozó munkák, elemzések kimutatták, hogy minden olyan esetben, amikor a terméket nem kell 38 ÷ 42 °C-nál alacsonyabb hőmérsékletűre lehűteni, akkor a mérsékelt égövbe eső területeken, átlagos vízellátási körülmények mellett a léghűtés gazdaságosabb, mint a vízűtés. Hazai viszonyokra alkalmazott vizsgálatok és tanulmányok is ezt igazolták [10, 38, 35].

### 3. Léghűtési rendszerek és konstrukciók

A kérdés behatóbb tárgyalása előtt említést kell tenni a vegyipar speciális igényeiről.

A vegyipar többek között abban is különbözik sok más, — léghűtést szintén alkalmazó iparágaktól, hogy kondenzálandó, hűtendő termékeinek állapotjelzői, anyagjellemzői, korróziós tulajdonságai, lerakódási hajlamai igen sokfélék lehetnek.

A léghűtés gazdaságos területein alkalmazott típusoknak, konstrukcióknak ezen igen sokrétű követelményeket kell kielégíteniök. Ennek megfelelően a gyakorlatban az alábbi alapelvek jellemzik a vegyiparban kialakult, bevált és általánosan alkalmazott léghűtő berendezéseket.

A berendezések csőkötegek, a termék áramlik a csövön belül, a levegő a csövön kívül. A levegőoldal nyitott, gyakorlatilag atmoszférikus nyomású, a hűtőlevegő környezeti levegő. A csövek külső oldala bordázott, a borda anyaga alumínium. A cső szerkezeti anyagát a termék korróziós tulajdonságai, átmérőjét a tisztíthatóság, továbbá a termék sűrűsége és viszkozitása szabja meg, míg a falvastagságát a nyomás. A bordáscsövek több, vízszintes síkban fekvő sorban helyezkednek el, csőköteggel, fordulókamrával egybefogott csőköteget alkotnak. A hűtőlevegőt axiális átömlésű ventilátor szállítja alulról felfelé. A csőköteg és a ventilátor vasszerkezetű állványon van; utóbbi vagy a csőköteg felett van elhelyezve, vagy a csőköteg alatt. Az első esetben szívott üzembről, a másodikban nyomott üzembről beszélünk. Szívott üzem alkalmazása esetében egyenletesebb az átáramló levegő sebességeloszlása, nagyobb a kéményhatás és nagyobb szabad tér van a csőköteg alatt. A nyomott üzemű léghűtők előnyei, hogy a ventilátor hideg levegőt szállít és így kisebb a motor teljesítményfelvétele. Mivel a motor és a ventilátor hideg levegőáramban van, így nagyobb levegő-felmelegedés engedhető meg, és így a léghűtő méretei csökkenthetők. A léghűtők csőkötege külön szerelési egységet képez. A csövek végein elhelyezkedő fordulókamrák a piszkolódási veszélytől függően dugós kiképzésűek vagy levehető fedéllel vannak ellátva.

A bordáscsövek keresztbordásak és többféle konstrukcióban készülnek: tekercselt L bordás cső, horonyba tekercselt és zömített bordás cső, bimetal mángorolt csövek, csőre hegesztett bordák stb. A bordáscsövekhez legtöbbször 25 mm külső és 20 mm belső átmérőjű magcsöveket alkalmaznak; a bordák magassága  $9,5 \div 15,5$  mm, vastagsága  $0,35 \div 0,55$  mm, bordák sűrűsége  $3 \div 5$  borda/cm. A csövek egyenlőoldalú háromszög elrendezésűek, az osztás  $50 \div 62$  mm. A bordáscsövekkel elérhető felületnövelés a cső belső felületére vonatkoztatva  $10 \div 20$ -szoros, a csövek közötti legszűkebb szabad keresztmetszet a homlok-keresztmetszetnek kb. fele.

A léghűtőknél alkalmazott ventilátorok axiális átömlésűek, mivel nagymennyiségű levegőt kell szállítani viszonylag kis nyomásesés mellett (a nyomás-

esés kb.  $30 \div 40$  mm vízszlop). A használatos ventilátorok átmérője  $1 \div 4$  m között változik. A lapátok szokásos száma 4, 6 vagy 8. A lapátok anyaga acél, öntött alumínium ötvözet, illetőleg legújabban üvegszálas műanyag lehet. A ventilátor agya készülhet teljesen fix lapátozáshoz, álló helyzetben beállítható lapátokhoz és üzem közben automatikusan állítható lapátokhoz. A kerületi sebességet a megengedhető zajsztint korlátozza, mintegy  $65 \div 70$  m/sec értékre. Kis átmérőjű ventilátorokat közvetlenül a motor tengelyére ékelnek, nagyobbakhoz áttételi szerkezet szükséges. A ventilátor és a hűtő közötti tér az elosztókamra, amely szívóüzem esetén konfuzor, nyomóüzem esetén diffuzor.

A léghűtők jól szabályozhatók. A szabályozási módok közül a legelterjedtebbek az alábbiak:

- a ventilátor hajtásához többfokozatú ékszíjtárcsát alkalmaznak,
- változtatható fordulatszámú motort használnak,
- a hűtőegységben egyes ventilátorokat szükség esetén kikapcsolnak,
- a levegő kiáramló keresztmetszetét zsaluzattal változtatják,
- a ventilátorok lapátszögét változtatják.

Léghűtőket sok esetben nagy-, néhány millió kcal/h hűtőteljesítményre építenek, ezért nagyjelentőségű kérdés a léghűtők helyszükséglete. Erre jellemző a homlokkeresztmetszet nagysága. Adott hőteljesítmény esetén annál kisebb lehet a homlokkeresztmetszet, minél több sorból áll a léghűtő. Ez előnyös, mivel a berendezés kisebb helyen fér el. Figyelembe kell venni azonban két másik lényeges tényezőt is, a ventilátor teljesítményfelvételét és a léghűtő felületét. Ha azt akarjuk, hogy a sorszám növelésével a felület ne változzék, akkor a hűtendő és a hűtő közeg közötti közepes hőmérsékletkülönbséget állandó értéken kell tartani, azaz a kisebb homlokkeresztmetszeten is változatlan mennyiségű levegőt kell átáramoltatni. Emiatt nő a levegő sebessége, tehát az egy sorban előálló nyomásvesztés is. A sorok száma is több, tehát még nagyobb mértékben nő a nyomásesés, ami nagyobb teljesítményfelvételt eredményez. Ha a sorszám növelésével egyidejűleg csökkentjük a hűtőlevegő mennyiségét, úgy annak felmelegedése nagyobb lesz, tehát csökken a hűtendő és a hűtő közeg közötti közepes hőmérsékletkülönbség, emiatt pedig nő a szükséges hőátadó felület. Mind a ventilátor teljesítmény, mind a hűtőfelület növekedése gazdaságilag előnytelen. Fentiek alapján nyilvánvaló, hogy minden konkrét esetben gondos mérlegelés alapján kell meghatározni az optimális sorszámot és levegősebességet [10].

#### **4. A vegyipari léghűtőberendezések gyártásának és kutatásának helyzete Magyarországon**

1962-ben történt az első próbálkozás hazai vegyipari léghűtő gyártására, amikor a Borsodi Vegyikombinát részére a VEGYTERV tervei alapján, a Szellőző Művek elkészített egy kisebb teljesítményű léghűtőt. A léghűtő azóta is



jól működik az üzemben. A tapasztalatok alapján nyilvánvalóvá vált, hogy a léghűtés bevezetésének technikai feltétele megfelelő hűtéstechikai és gazdasági jellemzőkkel rendelkező bordáscső-, és egy megfelelő, állítható lapátozású ventilátor konstrukció kialakítása és gyártó kapacitás létrehozása.

A különféle bordáscső-konstrukciók tanulmányozása alapján nyilvánvalóvá vált, hogy az egyik legmegfelelőbb csőkonstrukció a vastagfalú alumíniumcsőből tetszőleges szerkezeti anyagú magcsőre mángorolt bordáscső, mivel ennél igen jók a hőátadási viszonyok.

A VEGYTERV és az Építéstudományi Intézet kísérletei alapján a Székesfehérvári Könnyűfémű berendezkedett a mángorolt bordáscső gyártásra. Két típust gyártanak, az egyiknél a bordák átmérője: 49 mm, és a béléscsőre vonatkozó felületkiterjesztés mértéke 9,59-szeres, a másiknál a bordák átmérője 57 mm, és a felületkiterjesztés mértéke 20,8-szoros. A csövek anyaga a termék-közeg követelményeitől függően lehet alumínium, szénacél, savállóacél stb. A bordák anyaga: 99,5% alumínium. A gyártott bordáscsövek hőtani és áramlástani jellemzőinek kimérését a Budapesti Műszaki Egyetem Vegyipari Gépek és Mezőgazdasági Iparok Tanszéke, ill. az Építéstudományi Intézet végezte [39, 40].

A léghűtőberendezéshez szükséges állítható lapátozású axiális ventilátor kidolgozásával a VEGYTERV a Budapesti Műszaki Egyetem Áramlástan Tanszékét bízta meg. A kísérleti vizsgálatok eredményeként a VEGYTERV a Műanyagipari Kutató Intézettel karöltve elkészített egy üvegszál-erősítésű poliészter gyantából készült műanyag lapátot. A ventilátor lapátok antizstatikus felülettel rendelkeznek, így robbanásveszélyes helyen is alkalmazhatók [41]. A kialakított ventilátoragyat a Kiskunfélegyházi Vegyipari Gépgyár gyártja. Fentiek alapján a VEGYTERV kifejlesztette a nehéz üzemi körülmények között gazdaságosan üzemeltethető léghűtőket, amely léghűtőcsalád gyártását a Kiskunfélegyházi Vegyipari Gépgyár végzi. Fenti léghűtőtípus alkalmazásával valósult meg a Dunai Kőolajipari Vállalat 2000 m<sup>2</sup>-es hőátadó felületű benzínfrakcionáló üzemének kondenzátortelepe.

A Hőtechnikai Tervező Iroda kezdeményezte az indirekt léghűtő bevezetését a vegyiparba. Ennél a hűtési módnál az egyes technológiai helyeken a szokásos vízhűtők vannak, míg a felmelegedett hűtővíz hűtése történik léghűtővel.

E hűtési mód azért jöhetett szóba a vegyiparban, mert az ellennyomásos erőműveknél és más helyen alkalmazott Heller—Forgó rendszerű apróbordás léghűtők igen jól beváltak, továbbá azok gyártási bázisa is kialakult.

Jellemzője, hogy kis légoldali ellenállás mellett jó hőátadási tényezővel rendelkezik. A jó hőátadási tényezőt a hűtőbordák másodlagos bordázásával az ún. apróbordákkal érik el.

Az apróbordás hűtőelemek 99,5%-os tisztaságú alumíniumból készülnek. Korrózióállóak, festést, gondozást nem igényelnek. Kis térfogatba nagy hő-

teljesítmény építhető be. A hűtőelemek párhuzamos csövekre felfűzött apróbordás lemezekből és a bordák között elhelyezkedő távolságtartó gyűrűkből állnak. A csőköteg két végén egy-egy csőfal van elhelyezve, melyre csavarokkal csatlakoznak a vízkamrák. A hűtőelemek vízoldalon kétjáratúak. A hűtőelemeket merevítő vasszerkezet fogja közre, amely a további szerelés lehetőségét is biztosítja. A hűtőelem csöveinek külső átmérője 15 mm, falvastagsága  $1 \div 0,5$  mm, anyaga sárgaréz vagy alumínium. A csőfalak és a vízkamrák anyaga alumínium vagy acél.

A víz—levegő hűtőfelületen a levegő átáramoltatása két módon lehetséges: az egyik nagyméretű, függőleges tengelyű hűtőtorony-ventillátorok alkalmazásával, másik természetes huzattal működő kürtő építésével.

Legújabban (1974-ben) a Budapesti Műszaki Egyetem Vegyipari Gépek és Mezőgazdasági Iparok Tanszéke az OLAJTERV (Kőolaj és Gázipari Tervező Vállalat) megbízásából kutatásokat kezdett apróbordás direkt rendszerű vegyipari léghűtő kialakítása céljából. A vegyipar korábbiakban ismertetett igényeinek megfelelően az alkalmazott béléscső  $\varnothing 25/20$  mm méretű, anyaga az áramló közeg korrózióvédelmének megfelelő minőségi acél. Az apróbordás hűtőlemezek anyaga 99,5% alumínium.

A kényszeráramlású esetekben szokásosabb eltolt csőosztást alkalmazták. A csőosztás nagysága megegyezik a VEGYTERV keresztbordás léghűtőtípusának csőosztásával. A csősorok távolsága 30 mm, amely a berendezést kompaktabbá teszi. A felületkiterjesztés mértéke a cső belső felületére vonatkoztatva 9,85-szeres. A Vegyipari Gépek és Mezőgazdasági Iparok Tanszékén kimérték a léghűtő hőtani és áramlástani jellemzőit [42, 43]. A kísérleti mérések eredményeiből megállapítható, hogy az apróborda-hatás következtében ezen típusnál a levegőoldali hőátadási tényező ugyanazon homloksebesség mellett jelentősen nagyobb — mintegy kétszeres, háromszoros — mint a keresztbordás léghűtőknél, ugyanakkor azonban a nyomásesés is nagyobb. A két típus összehasonlításakor az a döntő, hogy ugyanazt a hőátadási tényezőt ez az apróbordás típus jóval kisebb nyomáseséssel képes biztosítani. Ezért jelentős költségmegtakarítást jelentene ilyen apróbordás direkt léghűtők alkalmazása, minthogy sokkal kisebb ventillátorteljesítmény mellett képes azonos hőmennyiség átszármaztatására. Fenti kedvező eredmények után korróziós vizsgálatokat is végeztek, amelyek eredményeként kiderült, hogy az alumínium bordák és az acél cső közötti kapcsolat jó konstrukciós megoldása következtében még hosszú idő után sem mutatkoznak a hőátadási viszonyokat lerontó korróziós jelenségek [44].

A kísérleti eredmények alapján jelenleg prototípus léghűtő egység készül a Tanszék tervei alapján, amelyet a Dunai Kőolajipari Vállalat pantánmentesítő üzemében fognak felállítani.

## 5. A hazai kutatás feladatai

Célszerűnek mutatkozik egy ipari méretű bemérőállomás létrehozása. A kísérleti mérőállomást olyan mértékű műszerezettséggel kell ellátni, hogy lehetővé váljék a különféle vegyipari léghűtő típusok, konstrukciók áramlás-tani, hőtani összehasonlítása, a különféle ventilátor típusok alkalmazhatóságának, gazdaságosságának kipróbálása, az egyes ventilátor szabályozási módok összehasonlítása.

A vegyipar léghűtési igényeinek figyelembevételével apróbordás direkt léghűtőegység méretcsaládot kell kifejleszteni és a felhasználók részére számítógépi módszerekkel olyan kiválasztási programot kell létrehozni, amelynek segítségével a kívánt hűtési feladat a leggazdaságosabban a típuscsalád valamelyik tagjának alkalmazásával megoldható.

## 6. Vegyipari léghűtőberendezések alkalmazása Magyarországon

A léghűtők hazai alkalmazása messze elmarad a lehetőségektől. A Budapesti Műszaki Egyetem Vegyipari Gépek és Mezőgazdasági Iparok Tanszéke pl. már 1964-ben megvizsgálta a közvetlen léghűtés alkalmazásának lehetőségét a Komárommegyei Kőolajipari Vállalat szőnyi telepén. A tanulmányban gazdaságossági számításokkal összehasonlították a működő vízhűtéses hőcserélők helyett alkalmazható léghűtők évi költségeit a vízhűtés számított költségeivel [45]. Az 1969-ben készült OMF B tanulmány [38] a különféle hűtési eljárások költségkihatásait részletesen elemzi, amelyből nyilvánvaló a léghűtés gazdaságossága. A [14] irodalomban a szerzők gazdaságossági számításokkal igazolják a léghűtők évi lehetséges költségmegtakarítását ammónia-szintézis körben, ill. káliumkarbonátos szénsavmosás folyamatában.

Jelenleg Magyarországon a VEGYTERV. KGV típusú léghűtővel működik a Dunai Kőolajipari Vállalatnál (DKV), a benzínfrakcionáló üzem kondenzátortelepe. A DKV telephelyén szerelik a 1,5 millió tonnás atmoszférikus desztillációs kolonnát, amely szovjet léghűtő egységgel épül.

1963-ban a Csepeli Kőolajipari Vállalat csepeli telephelyén egy Forgó-féle apróbordás elemekből készített 1 millió kcal/h teljesítményű indirekt hűtési rendszert helyeztek üzembe egy vákumdesztillációs torony stripper gőz kondenzátoraként. Az itt szerzett jó tapasztalatok bebizonyították az indirekt hűtés ásványolajipari alkalmazhatóságát is.

Az Energiagazdálkodási Intézet és a Ganz Villamos Művek nagytranszformátorok olajhűtői részére szintén ilyen apróbordás típuselemeket dolgozott ki. Az alumínium bordás olajhűtők kb. 50%-kal olcsóbbak az előzőleg vörösrézről előállított hőcserélőknél [34].

Apróbordás elemekből épített indirekt léghűtést vezettek be a Moszkvai Olajfinomítónál és a Zalai Kőolajfinomító Vállalatnál is.

Újabban az Energiagazdálkodási Intézet tervei szerint a Jászberényi Hűtőgépgyár a Szovjetunió részére távvezetékek kompresszorállomásainak olajhűtőit készítik apróbordás elemekből. Az első prototípus berendezés kísérleti bemérését a VEIKI végezte. A berendezés biztosította a tervezési értékeknek megfelelő viszonyokat.

A Tiszai Kőolajipari Vállalatnál jelenleg épülő finomító kombinált üzemenél az összes hűtést kb. 80%-ban import léghűtőkkel oldották meg.

A Tiszai Vegyi Kombinát Olefinműben a GEA cég által gyártott ovális bordácsöves léghűtőket alkalmaztak. Az Algyői Gázüzemnél szovjet, ill. francia léghűtők üzemelnek, ill. vannak beépítés alatt.

Az alkalmazások azt mutatják, hogy a léghűtés vegyipari alkalmazása hazai viszonylatban is túljutott a kísérleti stádiumon. Elterjedése a jövőben minden bizonnyal az eddigieknél dinamikusabb lesz.

A mángorolt keresztbordás típusok a világszínvonalat elérik. A Forgóféle apróbordás elemekből kialakított léghűtők kedvező hőátadási és ellenállási viszonyaik, azaz az apróbordahatás miatt, mint indirekt léghűtők méltó versenytársai lehetnek az említett keresztbordás direkt léghűtőknek. Örvendetes az is, hogy mindkét rendszerű léghűtők gyártásának van hazai hegyezkorlott bázisa.

Különleges és a fentiekhez képest is újabb előnyöket jelent a vegyipari termékek direkt léghűtésére kifejlesztett apróbordás léghűtő. Ez, üzemeltetési jellemzőit tekintve, jobb, mint a világon üzemelő léghűtők.

## IRODALOM

1. ANDERSON, R. J.: *Brit. Chem. Eng.* **6**(1961), 468
2. SMITH, E. C.: *Chem. Eng.* **65**(1958), 145
3. DEHNE, M. F.: *Chem. Eng. Prog.* **65**(1969), 51
4. MAZE, R. W.: *Chem. Eng.* **82**(1975), 106
5. ROZEMAN, T.—PUNDYK, J.: *Chem. Eng. Prog.* **70**(1974), 10
6. HEEREN, H.—HOLLY, L.: *Energie* **23**(1971), 298
7. KASSAT, H.: *Verfahrenstechnik* **5**(1971), 443
8. ELLIOT, T.: *Power*, August 88 (1971)
9. COURTY, M.: *R. G. T.* **48**(1965), 1385
10. SZENTGYÖRGYI, S.: *Magyar Kémikusok Lapja* 9 sz. (1962), 411
11. BLOCK, G. M.—SCHOONMAN, W.: *Hydrocarbon Processing* **49**, Oct. (1970.)
12. WILLIAMS, C. L.—DAMRON, R. D.: *Hydrocarbon Processing* **44**, Feb. (1965)
13. HARRIS, L. S.: *Chem. Eng.* **69**(1962), 77
14. BARÁTOSSY, J.—GÁNOCZY, J.—HAY, J.: *Magyar Kémikusok Lapja* (1971), 282
15. RUBIN, F. L.: *Chem. Eng.* **67**(1960), 91
16. SCHOOMAN, W.: *Erdöl u. Kohle* **14**(1961), 375
17. SAUNDERS, E. A. D.: *The Ind. Chem.* **37**(1961), 285 és 339
18. FRANKLIN, G. M.—MUNN, W. B.: *The Oil and Gas Journal* June (1974)
19. GUNTER, A. Y.—SHIPES, K. V.: *Chem. Eng. Prog.* **68**(1972), 49
20. COLLINS, G. F.—MATHEWS, R. T.: *Chem. Eng.* **67**(1960), 137
21. KALS, W.: *Chem. Eng.* **78**(1971), 90
22. MURTHA, J. W.—FRIEDMAN, S. H.: *Chem. Eng.* **68**(1961), 99
23. KERN, D. Q.—SEATON, R. E.: *Chem. Eng. Prog.* **55**(1959), 69

24. KERN, D. Q.: Optimum Air Fin Cooler Design. Paper no. 32. Znd. Natl. Conf. on Heat Transfer A. I. Ch. E.—ASME, Chicago, Ill. Aug. (1958)
25. LESNER, E. J.: *Hydrocarbon Processing* 51(1972), 93
26. COOK, E. M.: *Chem. Eng.* 71(1964), 97
27. NAKAYAMA, E. U.: *Chem. Eng. Prog.* 55(1959), 46
28. EMBERSOLT, M.: *Revue Generale de Thermique* 19. sz. (1963), 809.
29. LACHAUX, P.: *Revue Generale de Thermique* 109. sz. 45. (1971)
30. MAZE, R. W.: *The Oil and Gas Journal*, (1974), 75
31. CLERK, J.: *Chem. Eng.* 72(1965), 100
32. THOMAS, J. W.: *Chem. Eng. Prog.* 55(1959), 38
33. PERKINS, B. G.: *Chem. Eng. Prog.* 55(1959), 41
34. POHL, O.: *Magyar Alumínium*, 11(1974), 94
35. MATHEWS, R. T.: *Chem. Eng. Prog.* 55(1959), 68
36. CERMAK, J.—BURES, Z.: *British Chemical Engineering* 12(1967), 458
37. KASSAT, H.: *Chem. Ing. Techn.* Heft 9. (1966), 987
38. KERESZTES, S.—DOBÓ, L.—LIGETI, P.—SZINYEI, G.—VADAS, Z.: A léghűtés technikájának újabb irányai, OMFB 12—307—T. Budapest, (1969)
39. „Bordáscsöves modellek hőtechnikai bemérése” Kutatási zárójelentés 1/1967. BME. Vegyipari Gépek és Mezőgazdasági Iparok Tanszék (1967)
40. Építéstudományi Intézet Kutatási Jelentés: Bordáscsövek jellemzőinek meghatározása 346/72 Budapest (1972)
41. MOLNÁR, J.—BODÓ, I.: Léghűtéses kondenzátorok axiális ventilátorainak tervezése. A II. Vegyipari Gépészeti Konferencia előadásai, GTE Budapest (1975)
42. „Apróbordás hőcserélő elem” kutatási terv 15/1973. Bp. Vegyipari Gépek és Mezőgazdasági Iparok Tanszék (1973)
43. „Kőolajipari és vegyipari léghűtők fejlesztése” Kutatási zárójelentés 15/1974. Bp. Vegyipari Gépek és Mezőgazdasági Iparok Tanszék (1974)
44. „Apróbordás hőcserélő elemekből álló léghűtőtípus kialakítása” Kutatási zárójelentés 10/1975. Bp. Vegyipari Gépek és Mezőgazdasági Iparok Tanszék (1975)
45. „A közvetlen léghűtés alkalmazásának lehetőségei a Komáromgyei Kőolajipari Vállalat szőnyi telepén” Kutatási zárójelentés 14/1964. Bp. Vegyipari Gépek és Mezőgazdasági Iparok Tanszék (1964)

**Air Cooling Installations in Chemical Engineering.** — The paper deals with the possibilities of air cooling in chemical engineering, with the existing designs and with the results attained in the aerodynamical, thermodynamical and corrosion-resistance research on air cooling in chemical engineering. The situation of research, application and production of such installations in Hungary is analysed, and the authors point out the tasks of Hungarian research.

**Luftkühlanlagen in der chemischen Industrie.** — Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind die Möglichkeiten für die Anwendung der Luftkühlung in der chemischen Industrie und die in der aerodynamischen, wärmetechnischen und Korrosionsforschung erzielten Ergebnisse. Die Arbeit schildert die Lage in der ungarischen Forschung, Fertigung und Anwendung der Luftkühler für die chemische Industrie und verweist auf die weiteren Aufgaben der ungarischen Forschungstätigkeit.





# OPTIKAI FESZÜLTSEGVIZSGÁLÓ BERENDEZÉS A KŐZETMECHANIKÁBAN ELŐFORDULÓ ÜREGEK KÖRÜLI FESZÜLTSEGMEZŐ VIZSGÁLATÁRA

SELMECINÉ NAGY MELINDA\*

A talaj- és kőzetmechanika témaköréhez tartozó optikai feszültségvizsgálatok modellanyagául többnyire a zselatint használják. A zselatinnal történő modellezéshez egy házi tervezésű és kivitelezésű, függőleges irányú, szórt fényű feszültségoptikai berendezés készült. A dolgozat e berendezés részletes leírását, valamint a kikísérleztet zselatinanyag jellemzőit és előállításának módját, továbbá egy — a berendezésen végrehajtott — kísérletet ismerteti.

## 1. Bevezetés

A talaj- és kőzetmechanika témaköréhez tartozó optikai feszültségvizsgálatok modellanyagául többnyire a zselatint használják, nagy optikai érzékenysége, valamint könnyű és olcsó beszerezhetősége miatt. A tulajdonképpeni modellanyagot a szilárd állapotú kereskedelmi zselatinból víz és glicerin megfelelő százalékos hozzáadásával állítják elő és lágy (kocsonyás) állapotban tábla alakban használják. A nagy víztartalmú zselatin olyan lágy, hogy függőleges helyzetben csak két üveglap közé téve terhelhető és vizsgálható. Ilyen helyzetben az alábbi nehézségek, problémák jelentkeznek:

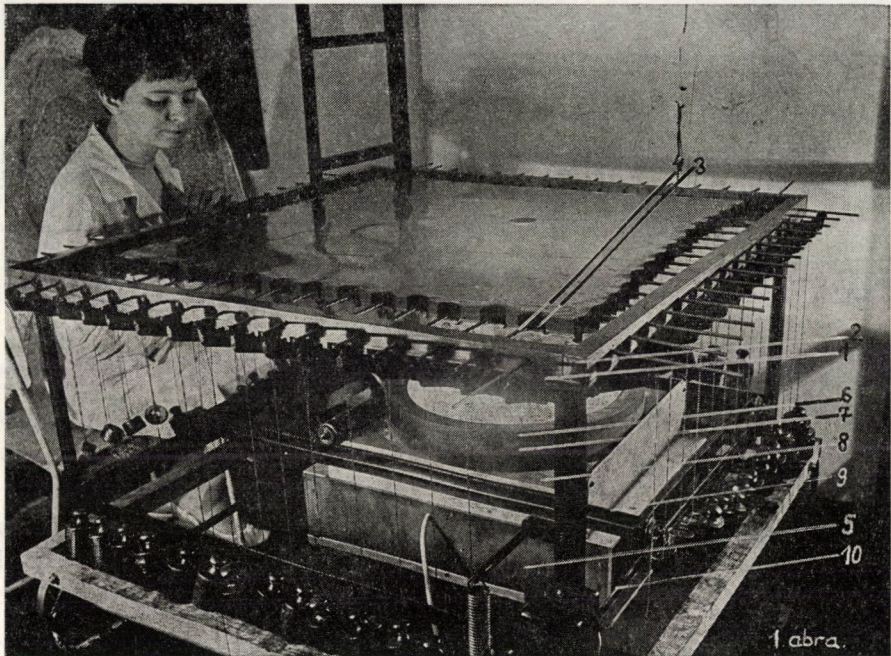
- körülményes a terhelés megvalósítása;
- a zselatinmodell nem elhanyagolható önsúlyterhelést okoz;
- a két függőleges támasztóüveglap és a modell között jelentős súrlódás

lép fel, valamint azokon a tartományokon, ahol a zselatinmodell az üveglaphoz tapad, az optikai képen sötét folt jelentkezik.

A súrlódás csökkenthető és a terhelésráadás megoldása egyszerűbb, ha vízszintes terhelőkeretben vizsgáljuk a zselatinmodellt. A letapadás kiküszöbölhető, ha a zselatintábla paraffinolaj — vagy a jobban bevált ultrás desztilláltvíz — rétegen úszik. A nagy rugalmasságú és nagy optikai aktivitású zselatinnal a kőzet- és talajmechanikában előforduló primer, szekunder és terciér feszültségmező jó eredménnyel vizsgálható [8]. A nagy alakváltozásra való hajlama révén a zselatinból készült modelleken deformációvizsgálatok is könnyen végezhetőek [1], [2].

\* Selmeciné Nagy Melinda 3532 Miskolc, Ságvári u. 5

A talaj- és kőzetmechanikai vizsgálatok zselatinnal történő modellezéséhez Dr. Kapolyi László kísérleti -és berendezés-építési tapasztalatainak felhasználásával egy házi tervezésű és kivitelezésű feszültségoptikai berendezés készült (1. ábra). Ez a berendezés függőleges irányú, szórt fényvel dolgozik, a terhelés iránya vízszintes. A berendezéssel síkfeszültségi állapot vizsgálható [3]. A tárgyasztal (1) és a terhelőkeret (2) vízszintes helyzetű. A



1. ábra Optikai feszültségvizsgáló berendezés zselatin modellanyag használatára

tárgyasztal 5 mm vastagságú tüköruveg, amelynek mérete  $1000 \times 1000$  mm, hasznos (átvilágítható) területe pedig  $930 \times 930$  mm. A terhelőkeret nagysága  $1040 \times 1040$  mm, keresztmetszete  $30 \times 30$  mm. A terhelés ráadása 4 oldalon, oldalanként összesen 16 db félhenger alakú papuccsal (3) ellátott súlyterhelésű terhelőrúddal (4) valósítható meg. A terhelőrudak hossza 200 mm, átmérője  $\varnothing 4$  mm, egymástól való távolságuk 60 mm. A terhelőkeret és a rudak anyaga kemény krómbevonattal ellátott acél.

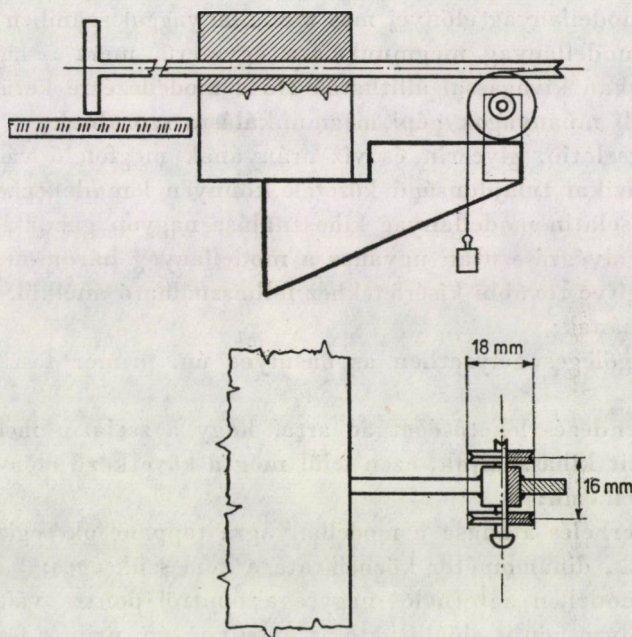
A terhelést a modellanyagra közvetlenül átadó félhengerek (papucskok) átmérője  $\varnothing 35$  mm, magassága 25 mm. A papucs anyaga 1 mm vastag sárgarézlemez.

A berendezés fényforrását 6 db fehér 20 W-os F 6-os típusú fénycső alkotja.



Közeliítőleg monokromatikus zöldszínű fény 1 mm vastag zöld plexi-lemezzel állítható elő. A fényforrással egybe van építve a polarizátort (6) és a  $\lambda/4$  lemezt (7) tartó forgatható tárcsa, amelyeken fokbeosztás van. A polarizátor és a  $\lambda/4$  lemez átmérője  $\varnothing 425$  mm (a londoni H. S. B. Meakin-cég terméke).

A fényforrást és a szűrőket tartalmazó szekrény (8) a vízszintes síkban két-, egymásra merőleges irányban sineken (9, 10) eltolható. Így a tárgyasztal bármely tartománya átvilágítható.



2. ábra Az Optikai feszültségvizsgáló berendezés teherátadó szerkezetének vázlata

A fényképezés felülről történik, egy állítható magasságú állványról. Kisfilmes, Practica típusú fényképezőgéppel fényképezünk.

Az analízátort és a másik  $\lambda/4$  lemezt a fényképezőgép lenséje elé szűrő-előtétként szereljük fel.

A kísérlet során 25 mm vastag modell használata bizonyult megfelelőnek.

A zselatinmodell öntőformája hőálló dekoritlemezzel bevont, 25 mm vastag keményfából készült. Mérete:  $950 \times 1000 \times 25$  mm.

A zselatin, glicerín és víz különböző arányú összetételéből, különböző keménységű modellsanyag állítható elő [4] [5]. A miskolci Nehézipari Műszaki Egyetemen az MTA Bányászati Munkaközösségében kikísérletezett zselatinsanyag két szélső (legkeményebb, leglágyabb) állapotának jellemzői:



| Összetétel                  | Keverési arány                | $E$ kp/cm <sup>2</sup><br>rug. mod. | $S$ $\frac{\text{kp/cm}^2}{\text{rendszer/cm}}$<br>fesz. opt. áll. |
|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|--|
| Zselatin +<br>+ glyc. + víz | 3,5 kp +<br>+ 3,5 lit + 20 l. | 0,994                               | 0,0382   |
| Zselatin +<br>+ glyc. + víz | 7,5 kp +<br>+ 5 lit + 20 lit. | 8,343                               | 0,3190   |

A zselatin modellanyag előnyei más modellanyaggal szemben a következők:

— a modellanyag megmunkálása egyszerű, mert a lágy (kocsonyás) modellanyagban kivágással állíthatók elő a modellezésre kerülő üregek, míg a keményebb műanyagok gépi megmunkálásra szorulnak;

— a zselatin, glicerin és víz arányának megfelelő változtatásával a különböző fizikai tulajdonságú közetek könnyen lemodellezhetők;

— a zselatin modellanyag kihasználása nagyon gazdaságos, mert egy-egy kísérlet elvégzése után ugyanaz a modellanyag három-négy alkalommal újra átmelegítve további kísérletekhez felhasználható anélkül, hogy tulajdonságai romlanának;

— függőleges helyzetben az önsúlyos ún. primer feszültségállapot is vizsgálható.

A berendezés lehetőséget ad arra, hogy a zselatin modellanyag ezen tulajdonságait kihasználjuk, ezen felül még a következő előnyös tulajdonságokkal rendelkezik:

— a terhelés átadása a modellanyagra tappancsok segítségével áttételesen történik, dinamométer közbeiktatása nem szükséges;

— a modellen a terhelés nagysága pontról pontra változtatható, így vízszintes helyzetben is előállítható az önsúlyos, ún. primer feszültségállapot;

— egy-egy kísérlet alkalmával maximálisan  $860 \times 860$  mm méretű modellanyag vizsgálható, így az üregek környezetében a feszültségek alakulása minden irányban jól nyomon követhető.

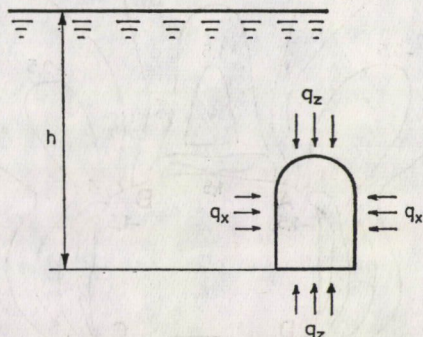
## 2. A modellanyag előállítása

Először a kimért zselatint feloldjuk az előírt mennyiségű,  $60^\circ\text{C}$  hőmérsékletű vízben. Amikor sima folyadékot kapunk, hozzáöntjük a kívánt mennyiségű glicerint, és  $70^\circ\text{C}$ -os vízfürdőben 2,5 óráig melegítjük. A formába való kiöntés  $40 \div 50^\circ\text{C}$  közötti hőmérsékleten történik. A zselatinnak a formához való tapadását paraffinolajjal akadályozzuk meg oly módon, hogy kiöntés előtt a formát vékony, egyenletes vastagságú paraffinolajréteggel vonjuk be. Ily módon elérhető, hogy a tárgyasztalra való áthelyezéskor (formából történő



kiöntéskor) nagy zselatintábla is szépen leválik a formáról és ugyanakkor felülete tükörsima lesz. A vékony paraffinréteg növeli a modellanyag átlátszóságát is.

Példaként a 3. ábrán—[6] alapján—egy boltozatos vágat környezetében kialakuló feszültségek optikai modellvizsgálatát mutatjuk be.



3. ábra Egyszerű közetmechanikai eset:  $h$  mélységben kialakított vágatra ható erő

A talp és főte felőli oldalról a vágat környezetét egyenletesen megoszló  $q$  erőrendszer terheli.  $q_z$  értéke az ismert

$$q_z = z \cdot \gamma \quad (1)$$

összefüggésből adódik, ahol  $z$  = a vágat távolsága a felszíntől,  $\gamma$  = a közet térfogatsúlya

A függőleges erőrendszer hatására egyenletesen megoszló  $q_x$  vízszintes erőrendszer alakul ki.  $q_x$  a Poisson-szám segítségével számítható:

$$q_x = \frac{q_z}{k-1}, \quad (2)$$

ahol  $k$  a közet kvázi Poisson-száma. A fenti képletben  $q_z$  és  $q_x$  az üregnyitás előtti ún. primer feszültségállapot főfeszültségei.

Az üreg körül kialakuló feszültségmező vizsgálatához a modellre  $p_z$  és  $p_x$  egyenletesen megoszló erőket alkalmazunk. Ezek arányosak  $q_z$  és  $q_x$  értékével. A legegyszerűbb idealizált esetben  $k = \infty$ , és így  $p_x = 0$  adódik. A modellenél alkalmazott terhelés  $0,5 \text{ kg/6 cm}$ , ebből  $p_z = -0,0333 \text{ kg/cm}^2$ -re adódik.

A szelvény (vágat) két egymásra merőleges tengelyének mérete:  $5 \times 7,5 \text{ cm}$ . A modellanyag mérete:  $85 \times 85 \times 2,5 \text{ cm}$ . A modellanyag jellemzői: feszültségoptikai állandója — amellyel a modellanyag optikai aktivitását jellemzik — nátriumgőzlámpa sárga fényére

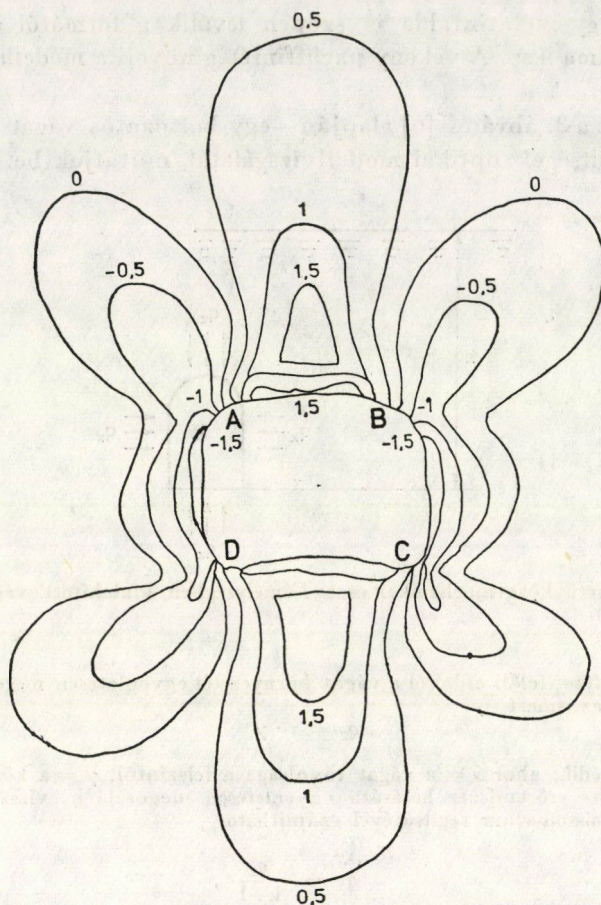
$$S = \frac{0,0392 \text{ kp/cm}^2}{\text{rendszám/cm}}, \text{ rugalmassági modulusa: } E = 0,994 \text{ kp/cm}^2.$$

A 4. ábrán az izokrómok az állandó főfeszültségkülönbségek geometriai helyét mutatják a vágat környezetében. Az alakváltozás és a feszültségállapot tengelyszimmetrikus, így az izokróm ábra is az. A vágat belső, szabad (megtámasztás nélküli) felülete mentén — szekunder feszültségállapotról lévén szó— az egyik főfeszültség nagysága zérus. Kérdés, hogy nyomó- vagy húzóigénybevétel van-e a vágat felülete mentén. Erre egyértelmű választ az élpróba segítségével kapunk [7].

Esetünkben a főte és talp felőli oldalon húzás (+), a két függőleges oldalon pedig nyomás (–) uralkodik. Különböző rendszámokra a főfeszültségértékek különbségét a

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{S}{d} m; \quad (3)$$





4. ábra A főte és talp felőli oldalról egyenletesen megoszló erőrendszerrel terhelt boltozatos vágat izokrómvonalai

képlettel számíthatjuk, ahol

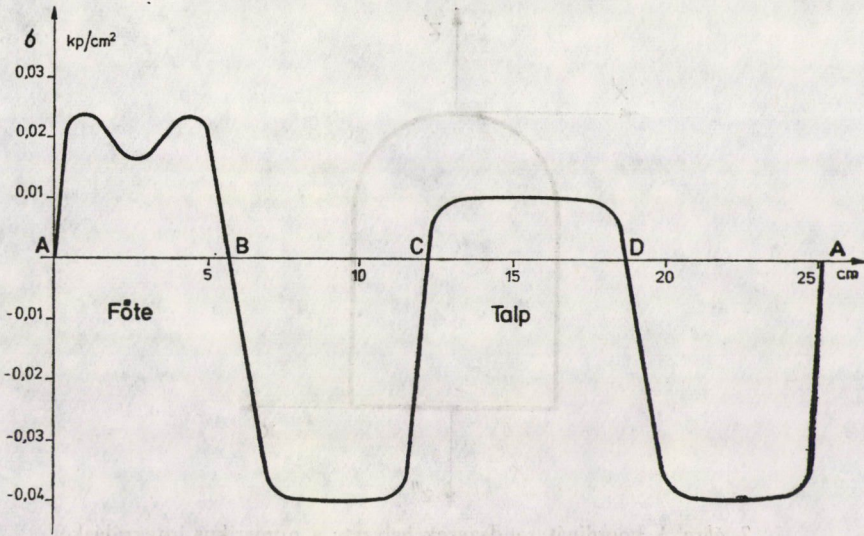
- $S$  – feszültségoptikai állandó
- $m$  – rendszám
- $d$  – modell vastagsága.

Esetünkben  $\sigma_1 - \sigma_2 = 0,0153$  m. A vágat kerületén kialakult tangenciális feszültségeket az 5. ábrán láthatjuk.

A modell többi részére a feszültegeloszlás meghatározásához a Frocht-módszer segítségével (de kis változtatással) numerikus grafikus integrálást végezhetünk a főte és a talp szimmetriavonalában. A változás lényege a következő: A  $z$  tengely mentén végzett integrálás-kor a  $\Delta z$  metszeteket az izokrómok sűrűségének megfelelően választjuk. Sűrűbb izokrómnál kisebbre, ritkábbaknál nagyobbra. Az izoklinákat  $15^\circ$ -onként vesszük fel, az  $x$  metszékeket az integrálási úttól ( $0^\circ$ -os izoklina) a  $15^\circ$ -os izoklináig mérjük. Ezekkel a módosításokkal a pontosság romlása nélkül jelentős számítási munka takarítható meg. A számításnál felhasznált képletek [7] alapján:

$$\tau_{z\alpha} = -\frac{S \cdot m}{2d} \sin 2\alpha 15^\circ, \quad (4)$$





5. ábra Tangenciális feszültségek lefutása a vágat kerülete mentén

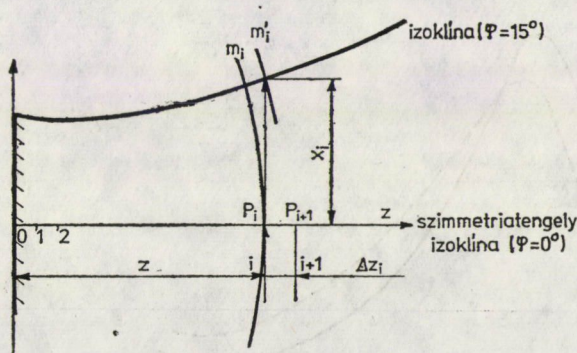
$$\sigma_{z_i} = - \sum_{k=1}^i \left( \frac{\Delta \tau_{zx_i}}{x_i} \right) \Delta z_i, \quad (5)$$

$$\sigma_{x_i} = \frac{S \cdot m_i}{d} + \sigma_{z_i}, \quad (6)$$

ahol  $\tau_{zx_i}$ -t a  $15^\circ$ -os izoklinán számítjuk,  $x_i$  a szimmetriatengely és a  $15^\circ$ -os izoklina közötti metszék,  $\sigma_{z_i}$  és  $\sigma_{x_i}$  a főfeszültségek értéke a szimmetriatengelyen levő  $p_i$  pontban. Az előbbieket megértését a 6. ábra könnyíti meg.

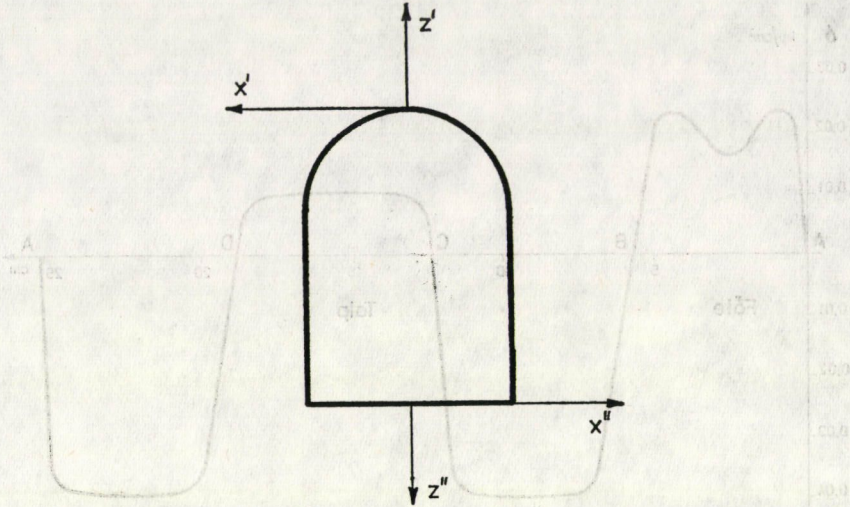
A számítást a főte és a talp szimmetriavonalában természetesen külön-külön koordináta-rendszerekben végeztük, amint ez a 7. ábrán is látható. A számítás eredményeképpen a  $\sigma_x$  és  $\sigma_z$  feszültségek lefutása a főte és a talp szimmetriavonalában a 8., 9. ábrán látható.

A diagramokból derül ki az a kézenfekvő tény, hogy a vágattól távol a feszültségek kiegyenlítődnek és egyre inkább a primer feszültség értékét veszik fel.

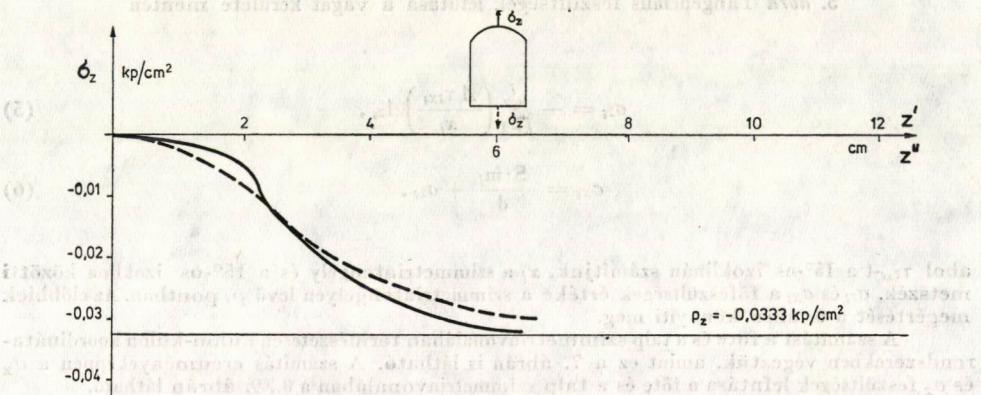


6. ábra Vázlat a numerikus integrálás szemléltetésére

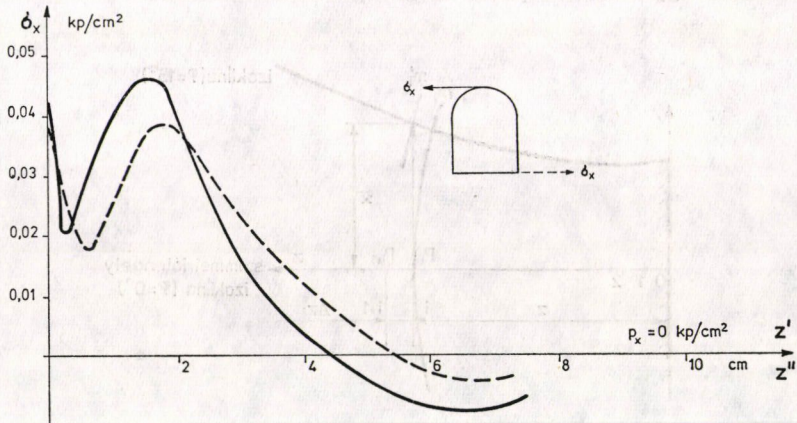




7. ábra A koordináta-rendszerek helyzete a numerikus integrálásakor



8. ábra Ortogonális feszültségek a szimmetriatengelyen



9. ábra Axiális ( $\sigma_x$ ) Axiális feszültségek a főté és a talp szimmetriavonalában

## IRODALOM

1. WOLF, H.: Spannungsoptik. Springer-Verlag Berlin (Göttingen) Heidelberg 1961
2. FÖPPL—MÖNCH: Praktische Spannungsoptik. Springer-Verlag Berlin (Göttingen) Heidelberg 1959
3. KUSKE, A.: Einführung in die Spannungsoptik. Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft M.B.H. Stuttgart 1959
4. BOITEAUX, H.: Élasticité. Photoélasticimétrie. Hermann C<sup>re</sup> Editeurs. Paris 1940
5. PIRARD, A.: La Photoélasticité. Dunod, Éditeur Paris, 1947
6. SAVIN, G. N.: Stress Concentration around Holes. Pergamon Press Oxford, London. New York. Paris 1961
7. THAMM—LUDVIG—HUSZÁR—SZÁNTÓ: A szilárdságtan kísérleti módszerei. Műszaki Könyvkiadó. Budapest 1968
8. KAPOLYI L.: Bányabiztosító szerkezetek hatásának vizsgálata. Kandidátusi értekezés. Tatabánya 1967

**Photoelasticity Test Instrument for the Investigation of a Stress Field around Cavities in Rock Mechanics.** — For photoelastic studies of stresses in the field of soil and rock mechanics gelatine is mainly used as a model material. For the model tests a home-made vertical instrument for photoelastic analysis with diffused light, was constructed. The construction of the instrument, the properties of the experimentally developed model material and the method of its production are given in detail by presenting a test as an example, carried out with the measuring instrument in question.

**Spannungsoptisches Meßgerät für die Untersuchung der Spannungsfelder um die in der Gesteinsmechanik befindlichen Hohlräume.** Für die spannungsoptischen Untersuchungen auf dem Gebiet der Boden- und Gesteinsmechanik wird meistens Gelatine als Modellstoff verwendet. Für das Modellieren mit Gelatine wurde ein in eigener Regie angefertigtes, vertikales spannungsoptisches Meßgerät mit Streustrahl verwendet. Es folgt auch eine ausführliche Beschreibung des Meßgeräts, der Eigenschaften des experimentell entwickelten Modellstoffs und dessen Fertigungsmethode sowie eines mit dem Meßgerät durchgeführten Versuches.



# MŰSZAKI MECHANIKAI KUTATÁSAINK A FINIT MÓDSZEREK TERÜLETÉN

## HELYZETKÉP\*

ROLLER BÉLA\*\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

A dolgozat a műszaki mechanika finit módszereit a modellalkotás, a matematikai módszerek és a mechanikai problémák szerint csoportosítja. Értékeli az 1972–75. évek kutatási tervidőszakának főbb hazai eredményeit, felveti a kialakult problémákat és igyekszik megfogalmazni az elektronikus számológépek alkalmazásával történő műszaki mechanikai kutatás soron következő hazai feladatait.

### 1. Bevezetés

E sorok írója az MTA Műszaki Mechanikai Bizottságának megbízásából áttekintette azokat a kutatásokat, amelyeket hazánkban az 1972–75. években a finit módszerek területén végeztek. Ennek érdekében érintkezésbe lépett a témában érdekelt, finit módszerek kutatásával foglalkozó hazai kutatóhelyekkel annak megállapítására, hogy beszámolója miként segíthetné elő azoknak a tudománypolitikai irányelveknek érvényesülését, amelyeket a Bizottság szolgál.

Az információ a következő kutatóhelyekre támaszkodott:

- a) BME Acélszerkezetek Tanszéke
- b) BME Építőmérnökkari Mechanika Tanszék
- c) BME Gépészmérnökkari Műszaki Mechanika Tanszék
- d) BME Villamoskari Műszaki Mechanika Tanszék
- e) BME Geotechnika Tanszék
- f) BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék
- g) BME Vasbetonépítési Tanszék
- h) BME Közlekedésmérnöki Kar Mechanika Tanszék
- i) NME Mechanika Tanszék
- j) ÉVM Építéstudományi Intézet
- k) ÉVM Számítástechnikai és Ügyvitelgépesítési Vállalat.

\* Tárgyalta és megvitatás után jóváhagyta az MTA Műszaki Mechanikai Bizottság 1975. december 9-i ülésén.

\*\* Dr. Roller Béla 1027 Budapest, Mártírok u. 54.

A kutatásokról készült beszámolóban a finit módszereket először a modellalkotás szerint csoportosítottuk. Azután vázoltuk a problémák megoldásakor használatos matematikai apparátust, majd a tárgyidőszak kutatásait a mechanikai problémák szerint rendeztük. Ismertetésre került az időszak néhány fontosabb kutatási eredménye, utaltunk a jelentősebb problémákra és tennivalókra, végül összeállítottuk azoknak a főbb forrásmunkáknak jegyzékét, amelyekre a beszámoló támaszkodik.

A beszámolót a Bizottság 1975. december 3-i ülésén megvitatta. Az anyagot — a hozzászólások alapján véglegesítve — alább közöljük.

## 2. A finit módszerek csoportosítása a modellalkotás szerint

Finit, vagyis véges szabadságfokú mechanikai feladatokat két esetben lehet kapni:

- a) ténylegesen véges szabadságfokú rendszerek elemzésekor,
- b) kontinuumok vizsgálatakor.

Az *a)* esetben a mérnöki munka során előforduló modell vagy rugókkal összekötött tömegpontok, illetve merev testek rendszere, vagy még inkább olyan tömegpontok rendszere, amelyeket szilárd kapcsolórudak kötnek össze. E rudak mechanikai jellemzőit kontinuummodellre alapozott számításokkal kapjuk meg, de a jellemzők száma véges.

A fenti felfogással alkotjuk meg például a térbeli keretek modelljét.

A *b)* esetben ismét kétféle módon járhatunk el.

*b*—1. A vizsgált mechanikai rendszerre (pl. felületszerkezetre) jellemző folytonos tartományban a szerkezetet kontinuummodellel jellemezzük és felírjuk az ennek megfelelő összefüggéseket (pl. parciális differenciálegyenleteket), de ez után a matematikai összefüggéseket finitizáljuk (pl. differenciaegyenletek alkalmazásával).

*b*—2. A kontinuumot véges számú, véges méretű kontinuumelemre bontjuk. Ezekben belül, esetleg a peremeiken maradéktalanul érvényesítjük a kontinuummechanika összefüggéseit (pl. a kompatibilitási differenciálegyenleteket), de különben a feladatban csak véges számú mechanikai feltételt kívánunk kielégíteni, és csak véges számú ismeretlen meghatározásával foglalkozunk.

*b*—1-re példa a differenciámódszer, vagy a hagyományos Ritz-módszer, *b*—2-re példa a véges elemekkel eszközölt elmozdulásmódszer.

Itt említjük meg azt a tényt, hogy a napjainkban esedékes mérnöki feladatok túlnyomó többsége olyan kérdésekre vezet, amelyeket csak numerikus úton lehet megoldani. Az analitikus eljárások javarésze is olyan függvények meghatározását követeli meg, amelyek csak végtelen sorokkal jellemezhetők. Ezek tényleges kiszámítása a sor egy megfelelő szeletének megállapításával jár,



ami vagy nyíltan numerikus munka, vagy — amennyiben táblázatokat használunk — burkoltan az.

Ilyen módon az analitikus eljárásokat is besorolhatnánk, és pedig úgy, hogy:

*b*—3. A szerkezetet kontinuummodellel jellemezzük, a feladatot ennek megfelelően oldjuk meg, és a számítást olyan értelemben finitizáljuk, hogy véges számú értékelési pontban véges közelítő összegeket veszünk figyelembe. A *b*—3. gondolatkörrel nem foglalkozunk tovább.

Hangoztatni kell azonban, hogy a „numerikus” és az „analitikus” tárgyalási és megoldási módoknak egymással való szembeállítását céltalan, hiszen nyilvánvaló, hogy mindegyiknek megvan a maga alkalmazási területe és ezek a módszerek nem ellenkeznek egymással, hanem kiegészítik egymást.

Mind a *b*—1, mind pedig a *b*—2 modellalkotásból kiindulva lehet vegyes eljárásokat is alkalmazni. Például:

*b*—4.1. A szerkezetet kontinuummal modellezzük és a megfelelő többváltozós összefüggéseket egyes változók szerint finitizáljuk (pl. differenciadifferenciálegyenleteket alkalmazunk).

*b*—4.2. A szerkezetet véges számú kontinuumelemre bontjuk, ezeken belül maradéktalanul érvényesítjük a kontinuummechanika összefüggéseit. A feladatban a további mechanikai feltételeket csak előre megszabott vonalak mentén teljesítjük, így csak véges számú ismeretlen függvényt keresünk (véges sávok módszere).

*b*—4.3. A szerkezetet véges kontinuumelemekre bontjuk, de ezek tulajdonságait a differenciámódszerrel elemezzük.

### 3. A matematikai módszerek áttekintése

*a*) A véges szabadságfokú szerkezetek vizsgálatának alapja a lineáris egyenletek rendszerének megoldása.

*a*1) A megoldás létezésének és egyértelműségének kérdése az együtthatómátrix rangjával és belső struktúrájával, továbbá a szabad taggal függ össze. A megoldás hatékony módszereit az együtthatómátrix elemeinek elrendezése befolyásolja.

*a*2) Ha a mechanikai rendszer — akár fizikai, akár geometriai okból, akár mindkettő együttese miatt — nem lineáris, akkor előtérbe kerül a nemlineáris egyenletrendszerek problémaköre, amely az előbbinél jóval kevésbé tisztázott, és az esetek java részében rá támaszkodik.

*a*3) Az egyenletrendszerek kérdéséhez csatlakozik még a lineáris és nemlineáris optimumszámítás (matematikai programozás) is, amelyeket a képlékenységtani határállapotvizsgálatban, az elasztoplasztikus vizsgálatban, az egyoldalú kényszerek figyelembevételkor és a szerkezeti szintézis területén alkalmaznak.

b) A kontinuumok vizsgálata véges szabadságfokú modell esetén ugyanezeket a kérdéseket veheti fel. Általánosabb mérlegelés végett azonban kontinuummodell esetében abból kell kiindulni, hogy ha a probléma teljesen determinisztikus és a feladat a szerkezeti analízis, akkor egy — többnyire parciális — differenciálegyenlet-, vagy rendszer határérték-, kerületérték-, kezdeti érték-, vagy kerületi-kezdeti értékfeladatával állunk szemben. Ennek megoldására többnyire numerikus eljárásokat alkalmazunk.

b1) Az első lehetőség a differenciálegyenlet helyettesítése differenciálegyenletek rendszerével, az egyszerű, vagy a bővített differenciamódszer, esetleg a többhely-módszer szerint. A második a differencia-differenciálegyenletekkel, illetve közönséges differenciálegyenlet-rendszerrel való helyettesítés.

b2) Más irányzat egy megfelelő, egyenértékű funkcionál felírása és a rá vonatkozó stacionaritási feladat közelítő megoldása. Funkcionál gyanánt akár a potenciális energia extrémum-tétele, akár a komplementer-energia extrémum-tétele, akár egy összetett extrémum-tétel (pl. Reissner-elv, vagy Ho-Washizu-funkcionál) alkalmazható, mindezeknek mechanikai tartalma van. Ezen kívül célt érünk a megoldás hibájára vonatkozóan felírt legkisebb négyzetek módszerével, vagy a súlyozott maradékoknak egyéb módszereivel, illetve a Galjorkin-módszerrel is.

b3) Ismét másik elgondolás, ha a differenciálegyenletek helyett integrál-egyenletekkel [2], [34], esetleg integrodifferenciálegyenletekkel jellemzik a feladatot, és ezeket oldjuk meg számszerűen.

A közelítés úgy válik numerikus módszerré, hogy a feladat megoldását előírt függvények kombinációival közelítjük meg, és csak a kombinációs tényezőket, a léptékeket keressük. Az egyes előírt függvényeket vagy a vizsgálati tartomány egészén, vagy csak egyes résztartományokon fogadjuk el érvényesnek. A közelítés lehet olyan, hogy a peremfeltételeket szigorúan kielégíti, de a mechanikai állapotegyenleteket a tartományon belül nem, de lehet fordított is, és lehet olyan is, hogy sem a peremeken, sem a tartományban nem egzaktt.

E szempont szerint például a differenciamódszert az jellemzi, hogy a megoldásfüggvényt egy-egy pont környezetében egy-egy magasabbfokú polinommal helyettesítjük. Itt a léptékek, azaz a Lagrange- vagy Hermite-alappolinomok szorzói a keresett függvény ordinátái, illetve parciális deriváltjainak helyettesítési értékei.

Az eljárás a tartományban és a peremen egyaránt csak a mechanikai egyenletek pontonkénti kielégítésére törekszik.

A Ritz-módszer hagyományos alakjában a peremfeltételeket kielégíti, bázisfüggvényei a vizsgálati tartomány egészén érvényesek, de ezen belül sehol sem nyújt szabatos megoldást. A véges elemek módszere, amelynek alkalmazásakor a léptékek ugyancsak a megoldásfüggvények és deriváltjaik helyettesítési értékei, és a bázisfüggvények csak egyes résztartományokon

érvényesek, elsősorban a tartományi elemek csatlakozás pontjain igyekeznek pontos eredményt nyújtani. E tekintetben a tartományi kollokáció egy fajtája.

Itt említjük meg, hogy a szilárd testek mechanikájának integrálegyenleteit ugyancsak lehetséges az előbbiekkal párhuzamos alapon tárgyalni.

Teljesen külön problémakör a sztochasztikus hatások figyelembevétele, amelyenél a valószínűségszámítás matematikáját kell alkalmazni. Itt az egyik kérdés a mérési eredményeket híven jellemző adateloszlásfüggvények megállapítása, a másik a stohasztikus adatoktól determinisztikusan (pl. differenciálegyenletek, vagy lineáris egyenletek stb. révén) függő eredmények valószínűségi jellemzőinek meghatározása. Az előforduló határozott integrálokat többnyire numerikusan célszerű megállapítani, így a finit és numerikus eljárásoknak nagy terük van.

#### 4. A feladatok csoportosítása a mechanikai probléma szerint

A mechanikai problémák, illetve műszaki felhasználásuk terén, ezek nagy száma miatt, az egyes kutatóhelyeken folyó munkát csak vázlatosan lehet áttekinteni.

A kutatás kisebb része a dinamikai, nagyobb része a statikai-szilárdságtani területre vonatkozik. Ez utóbbin nehéz szétválasztani a problémákat, mert a hatékony módszerek mindkét területen egyaránt alkalmazhatók és alkalmazást is nyernek.

A kutatások téma szerinti összeállítása az alábbi:

##### *Dinamikai kutatások:*

a) Térbeli rúdrendszerek sajátrezgési vizsgálatának elméleti kérdései és számítási módszerei.

b) Véges szabadságfokú rendszerek vizsgálata a dinamikus igénybevételek megállapítása és a méretezés szempontjából.

##### *Szerkezetek statikájára vonatkozó kutatások:*

a) Rúdszerkezetek hatékony számítása az elsőrendű elmélet szerint, különös tekintettel a speciális műszaki kérdésekre.

b) Lemezek és lemezművek számítása

c) Héjszerkezetek számítása az elsőrendű elmélettel

d) Sík- és térbeli viselkedésű kontinuumok számítása elsőrendű elmélettel

- e) A másod- és harmadrendű elmélet alkalmazása a nagy elmozdulású szerkezetek állapotvizsgálatára, illetve stabilitási vizsgálatokra
- f) Nagy hatékonyságú számítási programrendszerek kialakítása
- A felsorolt fő témákon belül a következő részletesebb kutatásokat lehet megkülönböztetni:

### *Dinamikai kérdések*

- a1) Kontinuumnak modellezett rudakból összekapcsolt térbeli rúd-szerkezetek sajátfrekvenciáinak javítható közrefogása [5]
- a2) A dinamikus merevségmátrix numerikus alkalmazására vonatkozó vizsgálatok [4]
- a3) Újabb numerikus eljárások sajátértékek számítására [6], [12], [36]
- b1) Diszkrét rendszerekkel helyettesített járművek dinamikus igénybevételeinek vizsgálata megadott útprofilon való áthaladása esetén [27]
- b2) Magasépületek lengéstani modellezése és a sajátrezgések vizsgálata
- b3) Lökésszerű terhelésnek alávetett tartók dinamikus-képlékenységtani vizsgálata

### *Statika-szilárdságtani kérdések*

- a1) Rúdszerkezetek számítása egyoldalú kényszerek esetében [32], [33], [34]
- a2) Rúdszerkezetek számítása pontatlan gyártás, vagy korlátozott mértékű kapcsolati elmozdulások esetében [17]
- a3) Rúdszerkezetek számítása előírt intervallumokban változtatható alapadatok esetében
- a4) Rúdszerkezetek számítása előírt eloszlású, stochasztikusan változó alapadatok esetében [23], [24], [25], [26], [28]
- a5) Rúdszerkezetek elasztoplasztikus vizsgálata és határállapotvizsgálata
- a6) Térrácsok és rácsos kupolák számítása helyettesítő kontinuummodellek közvetítésével [19], [20], [21]
- a7) Hálók interaktív tervezése
- a8) Magasházak statikai vázainak különleges számítási módszerei [39]
- b1) Lemezek számítása egyszerű differenciámódszerrel, az együtthatómátrixok spektrálfelbontásának alkalmazásával
- b2) Tetszőleges alaprajzú, és tetszőleges kerületi feltételű lemezek számítása egyszerű differenciámódszerrel [50]
- b3) Lemezek számítása összetett peremfeltételek esetén többhely-módszerrel [15]

- b4)* Lemezek számítása a véges elemek módszerével, nagy szabadságfokú véges elemek segítségével
- b5)* Lemezek és lemezművek számítása a véges sávok módszerével [49]
- b6)* Lemezek számítása a nagy véges elemek módszerével [13]
- c1)* Héjszerkezetek számítása differenciamódszerrel [15], [29], [30]
- c2)* Forgáshéjak számítása véges elemekkel [14]
- c3)* Általános elrendezésű héjszerkezetek számítása véges elemekkel [3]
- d1)* Tárcsák számítása izoparametrikus véges elemekkel
- d2)* Tárcsák számítása összetett, illetve elfordulási szabadságfokokat is figyelembe vevő véges elemekkel [31]
- d3)* Sík alakváltozási állapotú, csak nyomásnak ellenálló közegek számítása véges elemekkel.
- d4)* Feszített tartóvégek vizsgálata véges elemekkel modellezett tárcsaként [52], [54]
- d5)* Betonelemekből és acélbetétekből összetett tárcsák számítása a véges elemek módszerével [1]
- d6)* Cölöpök és cölöpcsoportok süllyedésszámítása véges elemekkel [35]
- d7)* Izotróp és anizotróp, nemlineárisan rugalmas közegek vizsgálata véges elemekkel [41]
- d8)* Végtelen félterek állapotának közelítő számítása különböző típusú véges elemekkel
- e1)* A másodrendű merevségi mátrix energetikai meghatározása [37]
- e2)* A szendvics-lemezek stabilitási és lengéstani vizsgálata
- e3)* Változó vastagságú hengerhéjak stabilitási vizsgálata véges elemekkel
- e4)* Hálók alakjának, illetve nagy elmozdulásainak számítása [44], [46]
- e5)* Rúdszerkezetek nagy elmozdulásainak számítása [48]
- e6)* Rúdszerkezetek, illetve lapos héjak stabilitási és posztkritikus állapotának vizsgálata [11], [38], [45]
- f1)* Probléma-orientált nyelvek és fordítóprogramok a tartószerkezetek tervezésében [16]
- f2)* Összetett tartószerkezetek számítására szolgáló komplex programok és programcsomagok célszerű kidolgozásának módszerei [16], [53]

## 5. A vizsgált időszak néhány tudományos eredménye

Az alábbiakban röviden összefoglaljuk a főbb kutatások néhány eredményét. Ezzel igyekszünk az 1972—1975 évi kutatásokról reprezentatív áttekintést adni.

*a)* A gyakorlatban leginkább előforduló térrácsok, például a kétrétegű térrácsok számítására a merevség szempontjából egyenértékű kontinuum-

modell született [19], [20], [21]. Ennek metszeterőiből az eredeti térrács rúde-  
rőit jó közelítéssel vissza lehet számítani. A helyettesítő kontinuum vizsgálá-  
lata, tekintettel a bonyolult peremfeltételekre, Hermite-féle interpoláción  
alapuló, numerikus differenciáloperátor meghatározással történt. A számítási  
eredményeket a térbeli rácsos tartóra vonatkozó program alkalmazásával,  
elektronikus számológépen is ellenőrizték.

b) A rúdszerkezetek általános elméletéből [43], [47], [48] kiindulva,  
megoldottak több fontos gyakorlati kérdést (pl. az Ohde-féle ágyazaton  
nyugvó, ablaknyílásokkal gyengített faltárcsák számítását véges elemekkel),  
majd energetikai alapon meghatározott kiegészítő merevségi mátrixok [37]  
felhasználásával, a Newton—Raphson-módszerrel kiépítették a rúdszerkeze-  
tek nagy elmozdulásainak hatékony gépi számítását, amellyel azután a szer-  
kezet kritikus [11], [38] és posztkritikus [45] állapotát is vizsgálni lehetett.  
Ezt alkalmazták keretszerkezetek globális stabilitási vizsgálatára.

c) Lineáris és kvadratikus programozással és az utóbbiakat helyettesítő  
szigorú és közelítő módszerek segítségével megvizsgálták a rúdszerkezetek  
törési határállapotát [9], az egyoldalú kényszerekkel kapcsolat, az elasztó-  
plasztikus [9], [18] és a korlátozott kapcsolatú — esetenként a záruló kap-  
csolatú (merevedő) szerkezetek [17] viselkedését, beleértve például az elasztó-  
plasztikus lemezek számítását véges elemekkel. Az apparátus a szimplex-  
módszer, a Wolfe-módszer, a komplementer-probléma módszere és a kine-  
matikai terhek módszere [22] volt. Az eredmények segítségével értékelni  
lehetett egyes előregyártott épületvázak statikai viselkedését.

d) Elméletet és ennek alapján álló numerikus módszert sikerült kiépíteni  
a térbeli, változó keresztmetszetű rudakból álló keretszerkezetek sajátfrek-  
venciáinak javítható közrefogására, éspedig a változó együtthatójú differenciál-  
operátoroknak állandó együtthatójúvá való dekomponálása révén, projektor-  
operátorokkal, valamint az ortogonális invariánsok Fichera-féle elméletének  
alkalmazásával [4]. Újabb, paraméteres és paraméter nélküli eljárások szület-  
tek a sajátértékek számítására [4], [6]. Számításokból és mérésekből összetett  
eljárásokat alkalmaztak turbogenerátorok összetett dinamikai rendszereinek  
elemzésére [5].

e) Eljárást alakítottak ki a cölöpök és cölöpcsoportok süllyedésszámítására  
a véges elemek módszerével. Az eredmények egyeztek a kísérletek eredményei-  
vel [35].

f) Számítást alakítottak ki a nyílássalal áttört teherhordó vasbeton-  
falak erőjátékának követésére, ennek kapcsán sikerült szobaméretű fal-ele-  
mek viselkedését tisztázni, és a kapcsolt hevederes rendszerben a repedéseket  
és képlékeny csuklókat figyelembe venni [7].

g) A vasbeton tárcsák és feszített tartóvégek erőjátékának elemzésére  
többféle eljárást is sikerült találni, illetve hatékonyá tenni. Az egyik, amely  
a kihúzóadás problémáját egyszerűbb modellel vizsgálja, a mátrixanalízis



eszközeivel képletszerű megoldást ad az acélbetét és a beton közt átadódó feszültségek eloszlására, a másik, amely a véges elemek módszerén alapul, ezt a kérdést általánosabb elrendezés esetén is megoldja, de nem képletek, hanem egyenletrendszer segítségével [52], [54]. Egyszersmind a vasbeton tárcsa erőjátékát az acélbetéteknek, mint változó húzófeszültségű, és a betonban meglazulható szerkezeti elemeknek figyelembevételével vizsgálja [1].

*h)* A rúdszerkezetek gyártási pontatlanságából adódó hézagot stochasztikusan változó kinematikai tehernek tekintve meghatározták azt a függvénykapcsolatot, amely a kinematikai teher vektorát igénybevételi vektorrá transzformálja. A mérési adatok sokaságából kiválasztott mintákat közvetlenül, a magasabb momentumaik révén jellemezték és a méretpontatlanságok stochasztikus hatását kevés számú minta esetén is figyelembe tudták venni, alkalmas korrekciókkal [23]–[26].

Valószínűségi elméletet alakítottak ki a határozatlan tartók teherbírásának megállapítására is, a határteherbírási mértékek különböző meghatározása alapján [28].

*i)* A surlódásmentes érintkezési probléma megoldására eredményesen alkalmazták a Fridmann és Csernyina által javasolt különleges gradiens módszert, majd a kérdést elsőfajú Fredholm-féle integrálegyenletek alakjában is felvetették, a numerikus megoldást a rugalmas rendszer sajátfüggvényei szerint haladó sorok révén keresve [33], [34]. A problémát kvadrátikus programozási kérdés alakjában is megfogalmazták, és mivel héjak meg lemezek érintkezési és más problémái esetében igen eredményes a véges elemek módszere, megkeresték ennek egy hatékony változatát, amely minimálisan 12 szabadságfokú, vékony rugalmas héjelemeket használ [14].

*j)* Hatékony izoparametrikus véges elemeket dolgoztak ki a síkbeli és a térbeli rugalmasságtani feladatok megoldására. Ezeket anizotróp nemlineárisan rugalmas kontinuumok vizsgálatára is alkalmazták [41], [42], és a feladaton realizálták azokat az elvi megfontolásokat, amelyekkel a véges elemek módszerét elhelyezték a diszkrét eljárások csoportjában [40].

*k)* Különlegesen hatékony algoritmusokat [15], [50] és programokat dolgoztak ki a differenciámódszert általánosításaira, az ennek kapcsán jelentkező egyenletrendszerek megoldására és az így vizsgálható felületszerkezetek kapcsolt rendszereinek vizsgálatára.

## 6. Problémák és tennivalók

Az előző pontokból látható, hogy a hazai kutatás 1972 és 1975 között a finit módszerek területén jelentős eredményeket ért el és nemzetközi viszonylatban is megállja a helyét. Érdeklődésének középpontjában a differenciámódszer és a véges elemek módszerének alkalmazásai, meg a sajátérték-számítással megoldható kérdések álltak. Ezek területén több témát sikerült

lezárni, és pedig nemcsak elméletben, de hatékony számítási programok készítésével is.

Néhány ponton a kutatás igen érdekes és korszerű gondolatokat vetett fel, ezek tisztázása még folyamatban van. Megkönnyíti a helyzetet, hogy némelyikkel több kutatóhely is foglalkozik, de nem azonos aspektusból.

a) Napirendre került a tartószerkezetek számítása véletlenszerűen változó hatások esetében. Ha meggondoljuk, hogy a végcél a sok szabadságfokú szerkezetek vizsgálata, mégpedig elvben minden olyan esetben, amelyet determinisztikusan is vizsgálunk, és a legkülönbözőbb eloszlású, ráadásul esetleg kevés adattal jellemzett hatás esetén is, továbbá, hogy az elemzéstől műszaki értékelést és iránymutatást is várunk, akkor nyilvánvaló, hogy az eddigi eredmények még tovább fejleszthetők.

b) Egyre összetettebb feladatokat kell a véges elemek módszerével megvizsgálni. Megindult a munka a vizsgálati funkcionálok összefüggésének, az esetenként célszerű stacionaritási feltételeknek, a terhelés miatt folytonosan változó szerkezeti alakot követő, ún. izoparametrikus véges elemeknek és a konvergencia-feltételeknek vizsgálata irányában. A már elért eredmények jelentősek, de mind elméleti téren, különösen a nemlineáris feladatok megoldó eljárásának konvergenciavizsgálata terén, mind gyakorlati téren, a célszerű alakfüggvények megválasztásában további kutatás szükséges.

c) Kidolgozást nyert a véges elemek módszerének egy olyan változata is, amely az elemeken belül nem biztosítja a kompatibilitást, csak a csatlakozási vonalakon, ugyanakkor túlhatározott algebrai egyenletrendszert eredményez [3].

d) Igen hatékony egyenletrendszer-megoldó eljárások vannak szimmetrikus szalagmátrixokkal jellemzett esetekre, de ez annyira fontos része a gépi számításnak, hogy szüntelen fejlesztést kíván. Hiányos, de különleges elrendezésű együtthatómátrixszal rendelkező egyenletrendszerek megoldására ugyancsak többféle eljárás nyert kidolgozást, a határozatlan törzstartók módszere nyomán [10]. Ez a probléma sem lezárt. Tovább folyik a kutatás olyan feladatokkal kapcsolatban is, amelyek együtthatómátrixait képletszerűen lehet invertálni, vagy ilyenekre lehet visszavezetni [8], [51].

e) A sok szabadságfokú szerkezetek gépi számításának lényeges gyakorlati kérdései a célszerű, lehetőleg automatikus adatgenerálás [53], és a célszerű, minél keskenyebb együtthatószalagokat eredményező csomópontszámozás.

A felsoroltakból látható, hogy a finit módszerek kutatása terén a műszaki mechanika művelőinek fokozottan kell a matematikusokkal együttműködni. Például az a) alatt említett kérdésekhez a valószínűségszámítással és operációkutatással, a b) alattiakhoz a funkcionálmélységgel, az e) alattiakhoz pedig a gráfelmélettel foglalkozó matematikusok tudnak segítséget nyújtani.

Ugyancsak fokozni kell az együttműködést más kutatóhelyekkel és tervezőintézetekkel, amelyek nem közvetlenül a műszaki mechanikával foglalkoznak, de azt alkalmazzák. Ezekről a gyakorlati kérdések felvetésében lehet segítséget kapni. Ilyen igény ösztönzi például az érintkezési feladatok megoldását a fogaskeréktervezésben, vagy a termoelaszticitási kérdéseket a vasbeton elemek előregyártásában.

Másrészt, noha a Bizottság égisze alatt dolgozó kutatóhelyeknek van számítógépi bázisuk, mégis fokozni kellene az együttműködést a számolóközpontokkal, több „terminált” biztosítani a kutatóhelyeknek a nagy számítógépekhez és jobban elősegíteni az eredmények automatikus, rajzi feldolgozását.

Ilyen körülmények között remélhető, hogy a sajátérték-problémákkal, a véges-elemfeladatokkal és a sztochasztikus kérdésekkel az élen a finit módszer minden eddig művelt területén további eredményeket sikerül majd felmutatni.

#### IRODALOM

1. ALMÁSI J.: Vasbetonszerkezeti elemek vizsgálata a véges elemek módszerével *Építés-Építészettudomány* 6 (1974), 279—323.
2. ÁRVAY, K.: Numerical Solution of the Integral Equation of a Hinged Bridge Structure *Periodica Polytechnica Civ. Eng.* 18 (1974), 3—12.
3. BÉRES E.: Hajlított héjak számítása ÉM. Számgép kiadvány, Budapest 1974
4. BOSZNAY, Á.: Einzelne Probleme der Dynamik zusammengesetzter Systeme *Periodica Polytechnica* 17 (1973), 7—27.
5. BOSZNAY, Á.: Kontinuumnak modellezett rúdszerkezet sajátfrekvenciáinak javítható közrefogása. Akadémiai doktori értekezés, Budapest 1974
6. CZEGLÉDY, GY.: Näherungsverfahren zur Bestimmung der Eigenkreisfrequenzen von Stabwerken. *Periodica Polytechnica* 18 (1974), 191—202.
7. DRASKÓCZY A.: Nyílássorral áttört teherhordozó vasbeton falak számítógépes számítása. „Számítástechnika az építőiparban” konferencia ÉTE kiadvány 1974. II. szekció, 25—33. old.
8. ECSEDI I.: Diszkrét argumentumú függvények alkalmazása prizmatikus rudak, rugalmas, szabad csavarásának elemzésére. *Műszaki Tudomány* 47 (1973), 320—328.
9. FARKAS GY.: Vasbeton rúdszerkezetek képlékenységtani vizsgálata a lineáris programozás módszerével. Egyetemi doktori disszertáció, Budapest 1975.
10. FEKETE S.: Lineáris egyenletrendszerek megoldása vetületekre való bontással. ÉM. Számgép. kiadvány, Budapest 1975.
11. GÁSPÁR, Zs.: Stabilitätsprüfung von Stabkonstruktionen. *Acta Techn. Hung.* 72 (1972), 315—322.
12. GYÖRCYI, J.: Undamped, Free Vibrations of Bar Structures. *Periodica Polytechnica Civ. Eng.* 18 (1974), 13—22.
13. HEGEDŰS, I.: Analysis of Circular Arc Shaped Deck Bridges by the Method of Large Finite Elements. *Periodica Polytechnica* 18 (1974), 23—37.
14. HERPAI B.: Forgásszimmetrikus héjszerkezetek szilárdsági feladatainak számítása a véges elemek módszerével II. Magyar Mechanikai Konferencia anyaga Miskolc, 1975. szeptember 4—6.
15. HOLNAPY D.: Numerikus algoritmus peremérték-feladatok differenciaoperátorainak meghatározására. *Műszaki Tudomány* 48 (1974), 357—367., *Acta Technica Hung.* 76 (1974), 413—423.
16. HORVÁTH Z.: Genesys (ismertetés) ÉM. Számgép kiadvány
17. KALISZKY S.: Feltételes kapcsolatokat tartalmazó szerkezetek vizsgálata *Építés-Építészettudomány* 6 (1974), 325—340.

18. KALISZKY S.—KURUTZNÉ KOVÁCS M.—NÉDLI P.: Képlékenységtani feladatok közelítő és numerikus megoldásai MTA Műszaki Mechanikai Tanszéki Munkaközösség Tudományos Ülésszaka. Budapest, 1974, 107—117.
19. KOLLÁR L.: Kétrétegű, alaprajzban átlós-négyzetes térrácsok számítása a kontinuum-módszerrel. *Műszaki Tudomány* 46 (1973), 179—196.
20. KOLLÁR L.: Különböző merevséggel bíró alsó—felső övsíkú, kétrétegű térrácsok számítása a kontinuum-módszerrel *Műszaki Tudomány* 47 (1973), 226—236.
21. KOLLÁR L.—HEGEDÜS I.: Kétrétegű, általános háromszög hálózatú rácsszerkezet megoldása folytonos számítási modellel. *Műszaki Tudomány* 46 (1973), 53—70
22. KURUTZNÉ, KOVÁCS, M.: Analysis of Plastic Load Capacity of Plane Frameworks by Kinematic Loading. *Periodica Polytechnica Civ. Eng.* 18 (1974), 71—82.
23. MICHELBERGER, P.: Berechnung der durch die Fertigungsungenauigkeiten des Fahrgestell hervorgerufenen Montagespannungen mit Hilfe des Matrizen-Kraftgössenverfahrens. *Acta Techn. Hung.* 73 (1972) 335—347.
24. MICHELBERGER, P.: Auswirkung der Fertigungs- und Montierungsungenauigkeiten auf die Beanspruchung der Stabkonstruktionen. *Acta Techn. Hung.* 75 (1973), 301—308.
25. MICHELBERGER, P.—KERESZTES, A.: The Estimation of Stresses due to Production Inaccuracies by Mans of Higher Order Moments. *Acta Techn. Hung.* 79 (1974), 63—72.
26. MICHELBERGER P.—KERESZTES A.: Véletlen méretpontatlanságokból keletkező igénybevétel számítása rudakkal modellezhető gépszerkezeteknél *Gép* 76 (1974), 299—304.
27. MICHELBERGER P.—ÁGOSTON A.—UJHELYI Z.: Járműkocsiszekrények dinamikai méretezése *Periodica Polytechnica* — Sajtó alatt.
28. MISTÉTH E.: Plasztikus anyagú határozatlan tartók teherbírása a valószínűségelmélet alkalmazásával. II. Magyar Mechanikai Konferencia anyaga, Miskolc 1975, szeptember 4—6.
29. NAGY, T.: Computer Analysis of Orthotropic Shallow Shells. *Periodica Polytechnica.* 18 (1974), 83—94.
30. NAGY T.: A geometriai nemlinearitás hatása lapos elliptikus paraboloidhéj vizsgálatokor. *Műszaki Tudomány* 49 (1974), 218—227.
31. NAGY, T.: Incomplete Displacement Funktion for Deriving Stiffness Matrix. *Periodica Polytechnica* 18 (1974), 179—187.
32. PÁCZELT I.: A gépészetben, építészetben felmerülő érintkezési feladatok egy közelítő megoldása *Borsodi Műszaki és Ipargazdasági Élet* (1972), No. 4, 25—28.
33. PÁCZELT, I.: Iteracionnij metod dlja resenyija kontaktnoj zadacsi uprugih szisztem sz odnosztoronnimi szvjazjami, *Acta Techn. Hung.* 76 (1974), 217—241.
34. PÁCZELT I.: Rugalmas érintkezési feladatok tárgyalása a testek hatásfüggvényének, rezgéseképének ismeretében. *Építés-Építésztudomány* 6 (1974), 241—260.
35. PETRASOVITS, G.: Settlement Analysis of Driven Piles *Acta Techn. Hung.* 80(1975), 343—351.
36. POPPER, GY.—GÁSPÁR, Zs.: A Numerical Method for the Solution of the Eigenvalue Problem of Damped Vibrations. *Periodica Polytechnica. Civ. Eng.* 18 (1974), 103—107.
37. ROLLER B.—GÁSPÁR Zs.: A véges szabadságfokú szerkezetek másodrendű elméletének néhány kérdéséről. *Építés-Építésztudomány* 4 (1973) 373—394.
38. ROLLER, B.—GÁSPÁR, Zs.: Generalization of the Stability Analysis of Elastic Systems. *Periodica Polytechnica* 18 (1974), 109—119.
39. ROLLER B.—KURUTZNÉ KOVÁCS M.—SZENTIVÁNYI B.: Süllyedő alátámasztású magasépítmények gépesített számításának módszerei: *Építés-Építésztudomány* 6 (1974), 215—240.
40. SCHARLE P.: A mozaikmódszer mérnöki és matematikai értelmezésének kialakulása és kapcsolatai. *Építés-Építésztudomány* VI. kötet 3—4. sz. 6 (1974), 261—278.
41. SCHARLE P.: Rugalmas állapotú talajmező feszültségi és alakváltozási állapotának számítása véges-elem módszerrel SZÁMGÉP 1975.
42. SCHARLE P.: Építőmérnöki Kontinuumfeladatok numerikus vizsgálatának néhány kérdése Kandidátusi értekezés, 1975.
43. SZABÓ, J.: The Equation of State-change of Structures. *Periodica Polytechnica, Civ. Eng.* 17 (1973), 55—71.
44. SZABÓ, J.—BERÉNYI, M.: Theorie und Praxis der Berechnung von Seilkonstruktionen. *IVBH.* Band 33—II. (1973), 193—208.
45. SZABÓ, J.—GÁSPÁR, Zs.: Überkritischer Verhalten der Stabkonstruktionen *IVBH Kongress.* Amsterdam, May 8—13, 1972. Vorbericht. 69—77.
46. SZABÓ, J.—GÁSPÁR, Zs.: Berechnung des auf Randkabel gespannten rechtwinkligen Seilnetzes. *Acta Techn. Hung.* 77 (1974), 365—384.
47. SZABÓ, J.—ROLLER, B.: The General Matrix Differential Equation of the Skeletal Frames

- Előadás: „International symposium on Computer-aided structural design”, Coventry 1972.
48. SZABÓ, J.—RÓZSA, P.: Große Verschiebungen von Stabkonstruktionen. *Acta Techn. Hung.* 73 (1972), 53—60.
49. SZILÁGYI, GY.: Quelques applications de la methode des bandes finies. *IVBH Band 34—II.* (1974), 149—168.
50. SZÓTS M.—VARGA G.: Lineáris parciális differenciál egyenletrendszer számítása majdnem szabályos hálózat felett. *ÉM. Számgép kiadvány*, Budapest 1974.
51. TASSI G.: Két kapcsolt elemből álló rúd egydimenziós számítási modelljének vizsgálata. *BME Építőmérnöki Kar Építőanyagok Tanszék Tudományos közlemények* 21. Beton és vasbeton. *KÖZDOK* 1975, 141—188.
52. TASSI, G.—WINDISCH A.: Analysis and Model Testing of the Anchorage Zone of Post-tensioned Peame *FIP. VII. Congress.* New York 1974. *ÉTI Bulletin* 12. szám, 27—35.
53. VÁSÁRHELYI P.: Rendező programok alkalmazása statikai számítások adatkezelésében. *ÉM. Számgép kiadvány (CIBW52 Symposium by Correspondences Computer Languages in Building, Budapest 1975.*
54. WINDISCH, A.—KISBÁN, S.: A Two Dimensional Investigation of the Distribution of Stresses in the End-blocks of Prestressed Concrete Beams. *FIP VII. Congress, New York 1974. ÉTI Bulletin* 12. szám, 36—49.

#### Hungarian Engineering-Mechanical Investigation in the Field of Discrete Methods.

The discrete methods of engineering mechanics are grouped according to the model-building, problems concerned with mathematical methods and mechanics. The main results of the Hungarian research work carried out in the plan period 1972 to 1975 are evaluated, the problems of posed development and the formulation of the subsequent problems to be solved by domestic engineering-mechanical research work using computers endeavoured.

#### Ungarische ingenieurmechanische Forschungen auf dem Gebiet der Finiten Methoden.

Die finiten Methoden der Ingenieurmechanik werden nach den Problemen des Modellbaus, der mathematischen Methoden und der Mechanik gruppiert. Die wichtigsten Ergebnisse der in den Jahren 1972 bis 1975 durchgeführten heimischen Forschungen werden ausgewertet, die entwickelten Probleme angeführt und die an die Reihe kommenden und unter Anwendung von Rechenanlagen durchzuführenden heimischen ingenieurmechanischen Forschungsaufgaben aufgezählt.





# A HAZAI MŰSZAKI MECHANIKAI KUTATÁS\*

## HELYZETKÉP

(1967–1975)

BOSZNAVY ÁDÁM

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

KOZÁK IMRE

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

KALISZKY SÁNDOR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

LAZÁNYI ISTVÁN

VAJNA ZOLTÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

A helyzetkép áttekintést nyújt az 1967–75. években Magyarországon, a műszaki mechanikai kutatás terén elért eredményekről és összeveti azokat a nemzetközi helyzettel. Ismerteti a tudományágazattal összefüggő oktatási problémákat és vázolja a várható fejlődés legfontosabb irányait. Végül összefoglalja azokat a legfontosabb javaslatokat, amelyek megvalósítása a hazai műszaki mechanikai kutatás fejlesztését elősegítené.

Az MTA Műszaki Tudományok Osztályának 1974. február 12-én tartott ülése határozatot hozott arra, hogy a Műszaki Mechanikai Bizottság az Áramlás- és Hőtechnikai Gépek és Berendezések Bizottság, a Talaj- és Kőzetmechanikai Bizottság és a Gépszerkezettani Bizottság bevonásával mérje fel a Magyarországon művelt elméleti és alkalmazott műszaki mechanikai kutatás helyzetét, eredményeit és igényeit, és ennek alapján nyújtson áttekintést egyrészt az MTA Műszaki Mechanikai Tanszéki Munkaközösség által művelt, másrészt a többi, a mechanika tudományterületéhez tartozó kutatómunkáról. A Műszaki Tudományok Osztálya a felsorolt Bizottságok egy-egy képviselőjéből Szakértői Bizottságot hozott létre és azt megbízta a műszaki mechanika hazai helyzetképének elkészítésével. Jelen tanulmány a Szakértői Bizottság jelentését tartalmazza.

### I. A TUDOMÁNYÁGAZAT KÖRÉNEK MEGHATÁROZÁSA

A Szakértői Bizottság megbízásának és személyi összetételének megfelelően jelen helyzetkép elkészítésekor a Műszaki Mechanikai Bizottság, az Áramlás- és Hőtechnikai Gépek és Berendezések Bizottság, a Talaj- és Kőzetmechanikai Bizottság és a Gépszerkezettani Bizottság területéhez tartozó műszaki mechanikai kutatásokat vette alapul, különös tekintettel a Műszaki Mechanikai Tanszéki Munkaközösség keretében folytatott kutatói munkára. Mivel a műszaki mechanikai kutatás hazai helyzetéről 1966-ban készült egy felmérés [lásd: *MTA VI. Osztály Közleményei* 38 (1967) 5–19. old], ezért

\* Az MTA Műszaki Tudományok Osztálya megbízásából készült tanulmány.

munkája során az 1967—1975. években végzett kutatói tevékenységet tekintette át.

A mechanika számos tudományterület alapja. A sokféle elmélet és alkalmazási terület közül a felmérés az alábbi területekre terjedt ki:

- szilárd testek és szerkezetek dinamikája,
- rugalmas testek és szerkezetek egyensúlyi vizsgálata,
- képlékeny testek és szerkezetek egyensúlyi vizsgálata,
- folyadékok mechanikája,
- talaj- és kőzetmechanika.

Nem foglalkozik a helyzetkép többek között az anyagvizsgálattal, a törési mechanikával, a fémek képlékeny alakításával, mivel ezek a szakágazatok nem tartoznak a megbízásban megjelölt Bizottságok munkaterületéhez. A felmérés egyébként sem törekedhetett teljességre. Csak a jelentősebb oktatási és kutatói intézmények munkájára, ill. a szaklapokban publikált eredményekre terjedhetett ki. A gyárakban, a honvédség területén és az egyéni úton végzett műszaki mechanikai kutatói eredmények rendszeres összegyűjtésére nem volt lehetőség.

## II. A TUDOMÁNYÁGAZAT TÁRSADALMI ÉS TUDOMÁNYOS JELENTŐSÉGE

A műszaki mechanika a társadalom előtt álló feladatok megoldásának nagy részében fontos szerepet játszik. A rakéatechnika, a gép-, építő-, kohó- és bányaiipar tevékenysége, különösen műszaki fejlesztése nem képzelhető el beható mechanikai ismeretek és kutatás nélkül. Emellett azonban jóformán valamennyi iparág közvetlenül vagy közvetve a műszaki mechanikával kapcsolatban áll.

Jóformán valamennyi mechanikai jelenség időben változó jellegű, ezért a mechanikai feladatok vizsgálatának nagy része dinamikai ismereteket is igényel. Ennek megfelelően a kutatómunka ezen a területen rohamosan fejlődik.

A rugalmasságtan a mechanika egyik klasszikus fejezete. Tudományos megalapozása a múlt századra tehető, ennek ellenére napjainkban is fejlődik és alkalmazásának jelentősége nem csökkent, hiszen az egyre nagyobb számú és méretű mérnöki alkotások jelentős részénél a biztonságos üzemeltetés miatt csak rugalmas alakváltozás engedhető meg.

A képlékenységtan az utóbbi 30 évben indult gyors fejlődésnek. Ma már egyre szélesebb körben alkalmazzák, fontosságát a vonatkozó szabványok és műszaki előírások is egyre inkább hangsúlyozzák. A szilárd testek és szerkezetek maradó alakváltozásairól nyújt tájékoztatást és így a rugalmasságtan alapján nyerhető információkat jól kiegészíti és számos technológia elméleti alapját képezi.

A talaj- és kőzetmechanika viszonylag fiatal tudományág. Rohamos fejlődését nagyban elősegítette az utóbbi évtizedben világszerte kibontakozott

nagyarányú mérnöki építő tevékenység. Ez elsősorban gyakorlati feladatok megoldását követelte, de egyben az alapkutatás iránti igények megnövekedésével is járt.

A folyadékok mechanikája különösen olyan tudományágazat, melyet az élet szerzteágazó területén alkalmaznak. A vízépítés és a hidraulika klasszikus kereteit túllépve a vízgépészet, környezetvédelem, árvízvédelem, energia-termelés, automatizálás és mezőgazdaság területén is fontos szerepet játszik.

Nemzetközi vonatkozásban a mechanika utóbbi évtizedekben tapasztalható nagymértékű fejlődését elsősorban a repülőgép-, rakéta-, hajó-, szerkezetépítő- és hadiipar egyre növekvő igénye és jelentős anyagi támogatása segítette elő. A fejlődés szempontjából — különösen a numerikus módszerek területén — az elektronikus számítógépek széles körű elterjedése is igen nagy jelentőségű.

Bár hazánkban a fent említett ipari bázis kisebb szerepet játszik és részben hiányzik is, a többi iparág — elsősorban a gép-, építő-, kohó- és bányai ipar — mechanikai kutatások iránti igénye ugyancsak jelentős. Ezt tükrözik azok az országos szintű kutatási célprogramok, tárcaszintű kutatási főirányok és célprogramok, amelyek közvetlenül vagy közvetve mechanika tárgyú kutatásokra irányulnak. Ugyanakkor a rendszeres mechanikai kutatást a kutatóhelyek kutatási tervei és jelentései is híven tükrözik.

### III. A TUDOMÁNYÁGAZAT HAZAI KUTATÁSI BÁZISÁNAK JELLEMZÉSE ÉS EREDMÉNYEI

Hazánkban — e felmérés területét tekintve — az MTA Műszaki Mechanikai Tanszéki Munkaközösség, és a közelmúltban átszervezett MTA Áramlás-technikai Tanszéki Munkaközösség keretében, a Budapesti Műszaki Egyetem és a Miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem tanszékein, valamint több kutató-intézet, nagyobb gyár és tervező intézet egyes osztályain folyik szervezett műszaki mechanikai kutatás. Emellett egy-egy részletprobléma megoldásán különböző intézményeknél számos kisebb csoport vagy egyéni kutató is dolgozik. Az 1967–75. időszakban elért fontosabb, a Bizottság részére hozzáférhető műszaki mechanikai kutatási eredményeket — a teljesség igénye nélkül — az alábbiakban ismertetjük.

#### A) Szilárd testek és szerkezetek dinamikája

##### 1. Az anyagtörvénnyel kapcsolatos kutatások

A képlékenységi tartományig előfeszített vékony, egyenes rudak (szalagok) erős és gyenge hullámok hatására előálló viselkedésének a méréséből viszonylag a legkönnyebben juthatunk az anyagtörvény vizsgálatához. E cél-

ből elég általános feltevések mellett elvben megoldották a probléma differenciál-egyenletét, majd a mérési eredmények alapján következtettek az elvi megoldásban szereplő ismeretlenekre, illetve az anyagtvényre.

## 2. Rúdszerkezetek és építmények rezgésszámítása

Az egyik megközelítési módban a szerkezet megoszló tömegét és tehetlenségi nyomatékát a csomópontokba koncentrálták, majd az így kialakuló modellt a rúdszerkezetekre vonatkozó állapotegyenlet segítségével vizsgálták.

Foglalkoztak keret- és panelvázaz épületek önrezgésszámának és dinamikus gerjesztés hatására létrejövő igénybevételeinek meghatározásával, épületrezgések fizikai és fiziológiai hatásainak elemzésével.

Egy másik megközelítés az ún. fixpont-módszer általánosításával az eredeti kontinuum modellel dolgozik közvetlenül. Ez a módszer csak prizmatikus rudakból felépített szerkezetekre alkalmazható.

Ugyancsak az eredeti kontinuum modellhez csatlakozóan olyan eljárás is kidolgozásra került, amely finit modellek két sorozatát rendel hozzá az eredetihez. Az egyikkel javítható felső, a másikkal javítható alsó sajátfrekvencia-korlátok számíthatók.

## 3. A mozaik-módszer és a numerikus matematika alkalmazása

Rendszerezett, s a továbbhaladást szolgáló irodalmi összefoglalás készült, a véges elemek módszer területén.

A numerikus matematika alkalmazása területén az egyik irányzat speciális szerkezetű mátrixok spektrálfelbontását adta meg, egy másik irányzat pedig sajátértékfeladatok numerikusan hatékonyabb megoldására alakított ki eljárásokat.

## 4. Szeleprugók

Az egydimenziós hullámterjedési feladat numerikus megoldása adott surlódás esetén. A munka nemlineáris peremfeltételek esetére ad a karakterisztikák elméletén alapuló, numerikus szempontból stabilis megoldást. Felhasználja azt a felismerést, hogy a surlódás a közeg minden pontján okoz visszaverődéseket.

A hengeres csavarrugók, vagy több rugóból kialakított rugórendszerek menetfelütközéssel járó, nemlineáris rezgésének vizsgálatára olyan elméletet dolgoztak ki, ami a helyettesítő egyenes rúdmodellel dolgozik. A módszer a felütközés helyén kielégítendő elemi összefüggések felírásával, s lépésenkénti integrálással dolgozik. Méréssel az elméletet alátámasztó eredmények adódtak.

V-motor szelepvezérlésének optimalizálása. A motor mindkét oldalát ugyanarról a büttyökről kell vezérelni. Az optimalizálás változója a büttyök-



alak. Ezt úgy alakítja ki a számítás, hogy a gyorsulások és a rugólengések mindkét oldalon adott értékeket ne lépjenek túl, a vezérlés időkeresztmetszetei pedig maximálisak legyenek.

### 5. *Forgattyús tengelyek*

A torziós lengések csillapítására gyakran használnak külső olajtáplálású, cellás rendszerű csillapítót. Üzemi tapasztalat, hogy rezonanciaközben ez a szerkezet hatástalanná válik, mert a táprendszert ekkor nem képes a kellő olajnyomást a cellákban fenntartani. Analóg szimulációval olyan új, ugyancsak cellás csillapítót dolgoztak ki, amelyben a szükséges olajnyomást maga a torziós lengés állítja elő.

Lineárisan modellezett, egyébként tetszőleges torziós lengőrendszer számítására olyan számítógépi programrendszert építettek ki, amely az adat-előkészítéstől a tervezéshez szükséges adatokig mindent magában foglal. A nagy számítógépes cégek által felhasználásra ajánlott hasonló programrendszerekhez képest ez szélesebben alkalmazható.

Hajlító és csavaró lengéseknek kitett forgattyús tengely szilárdsági méretezésére számítási program kialakítása.

Az előző két téma tartozékként lengéscsillapító optimalizálását célzó gépi programot alakítottak ki.

Többsapátú, siklócsapágyakkal ágyazott forgattyús tengely csapágyreakcióinak számítására olyan programot alakítottak ki, amely tekintetbe veszi a kialakuló, a csapágyerőktől is függő vastagságú olajréteg dinamikai viselkedését is.

A hajók hajtásánál alkalmazott motor-hajócsavar rendszert diszkrét modellhez kapcsolódó kontinuus modellre leképezve analitikus módszert találunk a frekvencia-egyenlet felírására, majd ennek alapján grafikus eljárást legkisebb gyökének meghatározására.

Páros számú hengerrel bíró kétütemű Diesel-motornál vizsgálták a tömegkiegyensúlyozás feltételeit. Az eredmények alapján új konstrukciót kialakítva kiderül, hogy ez a konstrukció gyakorlatilag egyenértékű egy korábban megvalósított konstrukcióval, amely azonban páratlan számú hengerrel felszerelt csillag motorra vonatkozik; a kialakított új konstrukció azonban egyszerűbb a régebbinél.

### 6. *Vasúti járművek*

Kardáncsuklós hajtás szöghibái által gerjesztett lengésnek a szerkezet paraméterei által való optimalizálására programrendszert alakítottak ki.

Vasúti kocsik keresztirányú lengését 28 szabadságfokú modellel vizsgálták, s azok stabilitására vonatkozóan nyertek eredményeket.

Vasúti szerelvény hosszirányú lengését a vonókészülék nemlineáris rugó-karakterisztikájának tekintetbevételével vizsgálták.

### 7. Közúti járművek

Kétszabadságfokú, nemlineáris modelleket analóg számítógépen vizsgáltak mágneses szalagon tárolt, méréssel előállított útprofillal gerjesztve. Ennek kapcsán egy elvben új felfüggesztő elemet (pneumatikus lengéscsillapítót) alakítottak ki.

Digitális szimulációs programot dolgoztak ki két- vagy háromtengelyes jármű síkbeli mozgásának vizsgálatára. A modellt a gumiabroncs és a talaj közötti tapadás jelenségét nagy pontossággal veszi tekintetbe, de a rugózási lengést figyelmen kívül hagyja. E program blokkolásgátló rendszerek analízisére vagy szintézisére is felhasználható. Alkalmas ízelt járművek menetstabilitásának, s összecsuklásukat gátló rendszereknek a vizsgálatára.

Közúti járművek dinamikai és szilárdságtani vizsgálata stochasztikus módszerek alkalmazásával is napirendre került.

Autóbuszok baleseti viselkedésére (a borulás dinamikája) elméleti, modell-kísérleti és természetbeni kísérleti vizsgálatot végeztek.

A dugattyús motorral hajtott járműtestet a motor működése üresjáratban is ún. paraméteresen gerjesztett rezgésbe hozza. A jelenség vizsgálatához szükséges, meglehetősen bonyolult egyenletrendszer megalkotása mellett javaslatot találunk azok közelítő megoldására Galjorkin módszerével.

### 8. Turbinalapátok

Az irodalomból ismert elméletek egyike alapján számítógépi program készült a lengéseket is figyelembe vevő méretezésre.

### 9. Tervezési segédletek (meglevő tudományos eredmények szelektált, rendezett, kiegészített összefoglalásai)

Rezgő szállítóvályuk méretezéséhez.

Egyenes rudak és sík lemezek legkisebb sajátfrekvenciáinak számításához.

Több szabadságfokúnak modellezett gép lökésekre való méretezéséhez.

Alap nélküli, rugalmasan támasztott, vagy talajrugózású gépek gépágyazásának rezgéstani méretezéséhez.

### 10. *Hegesztett szerkezetek optimális méretezése*

Bordázott lemez optimális méretezése előírt legkisebb sajátfrekvencia esetén. Optimálisnak azt az esetet tekinti ez a vizsgálat, amelyben a szerkezet-súlytól és a hegesztési költségektől függő összköltség minimális.

A rezgéscsillapítási tulajdonságok elméleti és kísérleti vizsgálata — irodalomtanulmányozás.

### 11. *Szerszámgépek*

Az akadozó csúcszás jelenségével több vizsgálat foglalkozott. Egyik elsősorban a szemléletre alapozva vezet le egyenleteket és szerkesztő eljárást, s azokkal az egyes paraméterek befolyását vizsgálja; a jelenség elkerülését lehetségesnek tartja. Egy másik vizsgálat ugyanezt a modellt a fázis-sík felhasználásával vizsgálva osztályozza a különböző lehetőségeket; eszerint az akadozó csúszás elkerülése nem lehetséges, legfeljebb az egy periódusidőre eső csúszási idő minimalizálható. Egy harmadik vizsgálat analóg számítógéppel vizsgálta ugyanezt a modellt; a nyert eredmények megegyeztek a fent említett második vizsgálat eredményeivel.

A szerszámgép főorsó-csapágy rendszerének statikus merevségét különböző szempontok szerint optimalták. Ugyane rendszer hajlítózregési sajátfrekvenciáit szakaszmátrixos módszerrel approximálták, és kísérlettel is vizsgálták, külön kitérve a pótcsillapítók és a csillapítással rendelkező csapágyak hatására. A rendszer kritikus fordulatszámait ugyancsak szakaszmátrixos módszerrel közelítőleg kiszámították.

Merevnek modellezett szerszámgépszán támasztásainak rugalmasságát és csillapítását tekintetbe véve koncentrált, szinuszos erő hatására végbemenő stacionárius rezgését vizsgálták. Számítógép segítségével adott numerikus tartományban az egyes paraméterek hatását áttekintették. A numerikus számításokhoz kísérletek is kapcsolódtak, amelyek az egyes modelljellemzők kimérésével foglalkoztak.

Fúrórörök két leegyszerűsített kontinuum-modelljének előállították a frekvencia-egyenletét, majd ennek legkisebb pozitív gyökét egy konkrét példában kiszámították.

### 12. *Forgórészek*

Izotróp csapágyazású, tengelykapcsolóval összekapcsolt motorok hajlítózregési sajátfrekvenciáit úgy vizsgálták, hogy a csapágyak és a tengelykapcsoló rugalmas tulajdonságait is tekintetbe vették.

Adott műszaki fejlesztési feladathoz csatlakozva a járműkerék kiegyensúlyozó gépek fő típusait rezgéstani szempontból analizálták, kitértek az előnyökre és hátrányokra, végül a munka egy megvalósított berendezést mutat be.

### 13. *Antennatorony rezgése*

Az antennatornyot kifeszítő köteleknek viszonylag nagy a belógása, ami miatt a torony kifeszítése szempontjából mértékadó rugóállandó függ az előfeszítés mértékétől. Ezt a nemlineáris tulajdonságot ki lehet használni arra a célra, hogy a torony szél okozta kényszerrezgéseinek amplitudóját korlátozzuk. E probléma felvetése és megoldása, valamint számpéldával való illusztrálása a tárgya egy munkának.

Az előző vizsgálat előkészítéseképpen a kötelekkel merevített torony hajlítórezgésének legkisebb sajátfrekvenciáját egy speciális közelítéssel számítják ki. A pontonként rugalmasan támasztott tornyot pontonként mereven megtámasztottnak, de egyébként kontinuusan rugalmasan ágyazottnak veszik, s a Dunkerley-féle sajátérték approximációit alkalmazzák.

### 14. *Vibrációs betontömörítés*

Betontömörítő rúd Vibrátorok tömörítési hatásfoka főleg a Vibrátor és a beton rezgése közötti fázisszögtől függ. Ez a beton összetételétől és a betonnak — a folyamat alatt is változó — tömörségtől függ. Elméleti úton egy formulát vezettek le a fázisszög meghatározására.

### 15. *Golyócsapágy rezgése*

A csapágyhézag és e deformációk által különböző üzemi körülmények között lehetővé tett tengelyközéppont-mozgások tüzetes vizsgálata során elemzik az erőhatásokat és a csapágyalkatrészek forgásra szuperponált rezgéseit. A vizsgálat több dinamikai és geometriai paraméter hatására is kiterjed.

### 16. *A váltópályás hajtómű*

A vizsgálatok egy része azokat az okokat tárta fel, amelyek miatt a megvalósuló mozgástörvény eltér az elméletileg tervezettől.

A vizsgálatok másik része módszert származtat le a hajtóműben felépő erőhatás csökkentésére.

### 17. *Áttekintést adó munkák*

Elsőként a szovjet kutatók által 1960—1970 között művelt főbb dinamikai témacsoportokról készült rövid áttekintést említjük meg.

Az utóbbi idők dinamikai kutatásaiból kiszűrhető legfontosabb finitizálási módszerekről, majd a nemzetközi és hazai kutatás főbb irányairól kapunk áttekintést, végül javaslatot a hazai kutatás főirányaira, illetve egyes, már művelt irányok intenzifikálására.

A szilárd testek anyagtörvényeinek kutatásával kapcsolatban eddig kialakult legfontosabb elméletek alapvonalairól összefoglalás készült.

A kapcsolt géprendszerek dinamikájának problémái.

Az anyagmozgatók dinamikai kérdései.

A dinamikus terhelésű siklócsapágyak számításának fejlődési irányai.

A nagysebességű rotorok dinamikus stabilitása.

Nemlineáris rugókarakterisztikájú tengelykapcsolók.

### 18. Mechanizmusok lengése

Szilárd tagokból álló mechanizmus üzem közben elkerülhetetlenül lengésbe jön. Újabban — különösen diplomamunkákban — különböző finitizálási alapelvek, továbbá a lengés stabilitására vonatkozó vizsgálatok látnak napvilágot.

### 19. Anyagmozgató gépek

Ezeket a gépeket általában véges szabadságfokú modell alapján vizsgálva főként a tranziens (indulás vagy megállás során előálló) viselkedést analizálták a konstrukció kedvezőbbé való tétele céljából.

### 20. Fogaskerék problémák

Ívelt kúpfogaskerekek tervezésének néhány problémája.

Korszerű csigahajtóművek gyártási problémái.

A fogaskerék-bolygóművek alkalmazási problémái.

Hengeres kerékpárok fogazatának tervezése.

### 21. Általános méretezési, tervezési problémák

A szilárdságtan módszerei és alkalmazásai.

A Hertz-feszültségre való méretezés gyakorlati problémái.

A gépszerkesztési gyakorlat állásfoglalása a terhelés, a határállapot és a méretezési eljárás kérdésében.

A gépszerkezetek szilárdsági méretezése időben változó terhelési esetekre.

A műszaki tervezés néhány alapja és módszere.

A hegesztett szerkezetek tervezése és gyártása különös tekintettel a növelt folyáshatárú acélokra és acélöntésű fődarabok kötésére.



## 22. Kinematikai kutatások

Kiegyensúlyozatlan köszörűkorong hatása a munkadarab alakhűségére. A Burmester-féle méretmeghatározó tervezési eljárás alkalmazásának lehetőségei és korlátai.

Merev testekből álló holonóm rendszer sebességállapota, kényszerrendszere és kinematikai határozottsága.

A „Mechanizmusok” tudományágának egyes fejlődési irányai.

### B) Rugalmas testek és szerkezetek egyensúlyi vizsgálata

#### 1. Átfogó elméleti módszerek

Kiemelkedő jelentőségűek azok a kutatások, amelyek egy-egy területen átfogó elméleti rendszer megalkotásához vezettek vagy valamely elmélet alkalmazásának széles spektrumait mutatták be. Ilyenek:

Rúdszerkezetek és felületszerkezetek állapotváltozási differenciálegyenletének (alapegyenletének) előállítása mátrixmegfogalmazásban és alkalmazása a rúd- és felületszerkezetek kis és nagy elmozdulásokkal járó állapotainak, valamint az állapotváltozások stabilitásának és posztkritikus állapotának elemzésére és numerikus számítására.

Általános érvényű számítási módszer kidolgozása tetszőleges elrendezésű függőtetők vizsgálatára számos alkalmazással.

Többtámaszú tartók és keretszerkezetek statikai vizsgálatára szolgáló fixpont eljárás új egyszerűsített változatának kidolgozása és alkalmazása a keretszerkezetek statikai, dinamikai és stabilitási feladatainak megoldására.

Teherviselő szerkezetek méretezési alapelveinek kidolgozása a valószínűségelméleti mechanika alapelveinek és módszereinek felhasználásával. E vizsgálatok alapján méretezési előírások összeállítása.

Véges elemek és véges sávok módszer alkalmazása rúd-, felület-, híd- és panelvázás szerkezetek, valamint különböző elméleti rugalmasságtani feladatok (pl. parciálisan terhelt féltér, érintkezési és elválási feladatok) vizsgálatára.

#### 2. Elméleti rugalmasságtan

Néhány középértéktétel a potenciálméletben.

A rugalmasságtan első alapproblémájának megoldása valós potenciálok segítségével.

A másodfokú szimmetrikus tenzorok Mohr-féle ábrázolásának továbbfejlesztése.

Szilárd kontinuumok (tetszőleges, héj-, rúdalakú testek) egyensúlyi egyenleteinek azonos alakú előállítása.

Tárcsák vegyes peremértékfeladatának megoldása sorok segítségével.

Téglalap alakú tárcsák számítása biharmonikus függvényekkel.

Körfurattal bíró prizmatikus rudak csavarási feszültségfüggvényének közelítő előállítása.

Térbeli feladatok vizsgálata feszültségfüggvényekkel és mérési eredmények felhasználásával.

Nagymértékű rugalmas alakváltozások meghatározása gumyszerű anyagoknál.

### 3. Általános módszerek rugalmasságtani feladatok megoldására

Különböző terheléseknek és hatásoknak kitett vasbeton szerkezetek számítása.

Az optikai feszültségvizsgálat módszerének megbízhatósága és pontossága.

Görbevonalú koordináta-rendszer használata a feszültségeloszlás meghatározására optikai feszültségvizsgálatnál.

Iterációs eljárás továbbfejlesztése rugalmas rendszerek érintkezési feladatainak vizsgálatára.

Aszimptotikus és iterációs módszerek szerkezetek mátrixanalízisének.

Új módszer a lemezek és tartórácsok számításával kapcsolatos differenciáloperatorokra.

A differenciámódszer alkalmazása síkbeli és csavarási rugalmasságtani feladatokra.

Algoritmus a peremértékfeladatok véges differenciák módszerével történő számításakor a lineáris egyenletrendszer meghatározására.

Nagykiterjedésű rendszerek hőmérsékletmezőjének és hőokozta feszültségeinek meghatározására szolgáló feladatok számítástechnikai kérdései.

Közelítő módszer véges méretű elemek segítségével az elemre felvett feszültségeloszlásra támaszkodva.

Az Airy-féle feszültségfüggvények közelítő előállítása.

Feltételes kapcsolatokat tartalmazó szerkezetek vizsgálata.

### 4. Szerkezetek belső erőrendszerének és elmozdulásainak vizsgálata

Elméleti és kísérleti vizsgálatok vékonyfalú acélszerkezetek méretezési irányelveihez.

Extrémumtétel a rúd- és felületszerkezetek másodrendű elméletében.

Algoritmus kidolgozása gyártási és szerelési pontatlanságok, rúdszerkezetek igénybevételeire gyakorolt hatásának számítására.

Nyílásokkal áttört falak méretezése szélterhelés hatására.

Kereszttartók nyírás okozta alakváltozásának hatása sokrudas hídrácszatok terheléseloszlására.

Hajlításra igénybevett tartók optimális méretezése.

Konzolos kéttámaszú tengely optimális csapágytámaszköze.

Köszörűkorong optimális elhelyezése az alakváltozások figyelembevételével.

Szokrényes tartók csavarása.

Statikailag többszörösen határozatlan szerkezetek számítása Nikolszkij iterációs eljárásának általánosításával.

Módszer térbeli terhelésű síkbeli zárt keretekre.

Keretszerkezetek nagy elmozdulásainak számítása integrálegyenletek felhasználásával.

Egyenlőtlen hőmérsékleteloszlás és a hajlítási merevség változásának hatása statikailag határozatlan rúdszerkezeteknél.

Kétrétegű térbeli rácsosszerkezet vizsgálata helyettesítő síkbeli kontinuum segítségével.

Rúdszerkezetek hálózatelmélete.

Jármű-vázszerkezetek és kocsiszokrények statikai számítási módszere. Térbeli rácsos tartók rúderőinek ellenőrzése geometriai-statikai módszerrel.

Viereendel-tartók vizsgálata.

Rugalmas befogású tartószerkezetek.

Ékhoronnyal gyengített tiszta csavarásra igénybevett rúd.

Küllős kötél tárcsa belső erőrendszere.

Síkgörbe tartók erőjátékának számítása.

Síkbeli keretsor számítása.

Komplex rendszerű panelépületek számításának alapelvei.

Talaj és a panelváz együttdolgozásának figyelembevétele és az együttdolgozás hatásának vizsgálata.

Membránhéjak és rácsfelületek vizsgálata komponens egytengelyű feszültségállapotok alapján.

Gömbhéj alakhibájának hatása a belső erőrendszerre.

Geometriai nemlinearitás figyelembevétele elliptikus paraboloid héjnal.

Membránhéjak oldalnyomásmentességének feltétele.

Speciális lapos membránhéj feszültségfüggvényének közelítése hatványsorral.

Speciális translációs héj belső erőrendszere az élek közelében.

Köralakú felülvilágító nyílással ellátott szabályos sokszögalaprajzú forgásparaboloidhéj.

Pontokon támaszkodó, állandó jellegű függőleges megoszlású erőrendszerrel terhelt membránhéjak alakja.

Egyenlőszárú háromszög alaprajzú, elliptikus paraboloid alakú membránhéj.

Körszimmetrikusan terhelt, csillagsokszög alaprajzú, forgási paraboloid alakú membránhéj.

Csak függőleges erőkkel szemben ellenálló fallal megtámasztott általános alakú membránhéj.

Három ferdesíkú, oldalnyomással szemben nem ellenálló peremmel megtámasztott gömbalakú membránhéj.

Analógia a gömbhéj és egy hozzárendelt forgásparaboloidhéj membrán-erői között.

Membrán gömbhéjak vizsgálata derékszögű koordinátarendszerben.

Szerkesztő eljárás szabályos háromszög alaprajzú forgási paraboloid alakú membrán héjak erőjátékának meghatározására.

Membránállapotú héjak feszültségfüggvényeinek kerületi feltételei szabad peremszakaszokon.

Általános négyszögalaprajz feletti torznégyszög alakú membránhéj.

Héjszerkezetek általános vizsgálata hengerkoordináta-rendszerben.

Hajlított ortogonális anizotróp hengeres héjak vizsgálata az elmozdulás-függvény segítségével.

Héjak peremfeltételei tetszőleges görbevonallú koordinátarendszerben.

Lapos héjak hajlításelméletének alkalmazása.

Transzlációs héjak peremzavarásainak számítása.

Befogott peremek mentén ébredő hajlítónyomatékok vizsgálata.

Negyedrendű felületű egyenes peremű héjak.

Torznégyszög alakú hiperbolikus paraboloidhéjak peremzavarásainak számítása.

Tengelyére merőleges síkban tetszőleges egyensúlyi erőrendszerrel terhelt körhengerhéj.

Lineáris erőrendszerrel támasztott, koncentrált erővel excentrikusan terhelt körlap.

Álló tartályokban keletkező feszültségek a megtámasztás környezetében.

Tartórácsmodell hajlított héjak közelítő számítására.

Hosszbordákkal merevített körhengerhéj együttdeformálódó körhengerhéj és tartórendszer modell alapján.

Belső nyomással terhelt reaktortartály különböző üzemiállapotokban.

Féloldalas földnyomással terhelt rövid vasbeton folyadéktartály.

### 5. Szerkezetek egyensúlyi helyzeteinek stabilitása

Rugalmas rendszerek stabilitását fokozó és csökkentő hatások kritikai elemzése.

Tételek a rugalmas rendszerek stabilitása területén.

Ferde tartóoszlopú befogott keret.

Parabolikus ívek stabilitása.

Felfüggesztett vékonyfalú tartók kifordulása.

A beton- és vasbetonhéjak speciális tulajdonságainak figyelembevétele homogén stabilitásánál.

Térbeli szerkezetű panelépületek stabilitása.

Lapos, anizotróp héjak rezgései és stabilitása.

Hiperbolikus paraboloidhéj stabilitása a lapos héjak elmélete alapján.

Felfújható gumiballonok húzófeszültségek mellett fellépő speciális stabilitási feladata.

Héjívек oldalirányú stabilitása.

Kör és körgyűrű alakú tárcsák stabilitása különböző peremfeltételek és terhelések esetén.

Héjszerkezetek stabilitási viselkedése a kritikuson túli állapotban.

Réteges (sandwich) lemezek stabilitása.

### 6. Különleges témák

Ragasztórétegekben ébredő feszültségi állapotok számítása.

Szegmens csapágyak optimális csapágyszélességének meghatározása.

Zsugorgyűrűs kommutátorok és fecskéfarkas kommutátor-szerkezetek erőjátékának számítása.

Aszinkron motorok rövidrezárt szabadgyűrűs kalickarendszerének szilárdsági számítása.

Excentrikus terhelésű axiális golyóscsapágy terhelhetősége.

Hajtórúdfej szilárdságtani analízise.

### C) Képlékeny testek és szerkezetek egyensúlyi vizsgálata

A hazai képlékenységtani kutatások többsége egyes szerkezet típusoknak vagy szerkezeteknek a képlékenységtan törési határállapotvizsgálatán alapuló teherbírásszámítására, ill. tervezésére irányul. Számos megoldás az acél vagy a vasbeton különleges sajátságaiából származó jelenségeket is figyelembe veszi és így a gyakorlat számára is közvetlen hasznosítható eredményekre vezet. Emellett néhány olyan általános elméletet is kidolgoztak, amelyek bizonyos képlékenységtani feladatok (pl. keretek stabilitásvizsgálata, lökészerű teherrel terhelt szerkezetek vizsgálata, vasbetonszerkezetek optimális méretezése) szélesebb körű vizsgálatára alkalmasak. Viszonylag kevesebb a matematikai képlékenységtan elméleti feladataival foglalkozó kutatás.

A fontosabb képlékenységtani kutatások és eredmények az alábbiakban foglalhatók össze.



## 1. Általános összefüggések és anyagtörvények

Elméleti és kísérleti kutatás folyik a képlékeny alakváltozási energia meghatározására és a képlékeny alakváltozás, ill. a törés és a terhelési folyamat közötti kapcsolat vizsgálatára. Ide sorolható az ortotróp anyagok képlékenységi feltételeivel foglalkozó kutatás is.

Dinamikai problémák alapját képezi az a kutatás, amely az előfeszített rudakban keletkező képlékeny ütéshullámok terjedését vizsgálja és a dinamikus képlékeny húzás anyagtörvényének általános alakját igyekszik felállítani. Az e téren végzett kísérleti kutatás különösen figyelemre méltó.

A betonnal és a különböző műanyagokkal végzett kísérleti és elméleti vizsgálatok a törés feltételeinek, az anyagtörvényeknek és a reológiai tulajdonságoknak a meghatározására irányulnak. Eredményeik a beton- és vasbetonszerkezetek pontosabb vizsgálatát és a műanyagok teherviselő szerkezetként való szélesebb körű alkalmazását segítik elő. Az utóbbinak a könnyűszerkezeteknél és a sandwich-szerkezeteknél van különösen fontos szerepe.

## 2. Szerkezetek vizsgálatának általános elmélete

Olyan általános eljárást dolgoztak ki, amely a lökészerű teherrel terhelt képlékeny kontinuumok és szerkezetek elmozdulásainak közelítő meghatározására alkalmas. Az eljárás a viszkózitásnak és a nagy alakváltozásoknak a hatását is figyelembe veszi. Eredményei a teherviselő szerkezetek vizsgálata mellett a járműiparban és a fémek alakításánál is alkalmazhatók.

A keretszerkezetek vizsgálatakor igen fontos szerepet játszik a stabilitás kérdése. Az ezzel kapcsolatban kidolgozott számítási eljárás a rugalmas-képlékeny anyagú keretek másodrendű elméletre alapuló közelítő vizsgálatára alkalmas. A kidolgozott tételek elméleti jelentőségük mellett a gyakorlati számításoknál is aránylag egyszerűen felhasználhatók.

A rugalmas-képlékeny anyagú keretek törőterhelésének meghatározására alkalmas az a számítási eljárás, amely a merevségi mátrix változtatása helyett a képlékeny csuklók helyén alkalmazott kinematikai terhek révén oldja meg a feladatot.

Kutatás indult meg a matematikai programozásra és más numerikus módszerekre alapuló olyan eljárások terén, amelyek különböző fajta képlékeny anyagú szerkezetek teherbírásának meghatározására, optimális tervezésére és beállításának vizsgálatára alkalmasak illetőleg állapotváltozását írják le. A tartórácsok és egyszerűbb keretszerkezetek vonatkozásában már eredményekről is be lehet számolni.

### 3. Acél- és fémszerkezetek

Az acélgerendák lokális instabilitási jelenségeit vizsgáló kísérleti és elméleti kutatás a felkeményedés hatását is figyelembe veszi. Eredményei a vonatkozó szabványokba is beépíthetők.

A magasított acélgerendák kísérleti és elméleti vizsgálata lehetővé teszi ezeknek a gazdaságos szerkezeteknek a szélesebb körű gyakorlati alkalmazását.

Az acélkeretek, gerendák és oszlopok képlékenységtani eljárásait rendszerező tanulmányok több részletkérdést (pl. a kapcsolatok viselkedését) feltárták és ezzel elősegítik a képlékenységtan gyakorlatban való szélesebb körű elterjedését.

Alumínium ötvözetek méretezési kérdései (kihajlás, horpadás, kapcsolatok viselkedése).

### 4. Vasbetonszerkezetek

A vasbetontartók alakváltozásainak és alakváltozás képességének vizsgálata megadta a nem rugalmas alakváltozások és a szerkezeti méretek közötti összefüggést és lehetővé tette a repedések kialakulásának, valamint az ismétlődő jellegű terhelés hatásának a tanulmányozását.

A feszített vasbetongerendákkal, oszlopokkal és vastagfalú csövekkel kapcsolatos kutatás részben kísérletek, részben numerikus módszerek révén igyekszik választ adni a képlékeny állapot és a rideg törés bekövetkezésénél felmerülő problémákra. A feszített vastagfalú csöveknél termikus hatásokat és lökészerű terhelést is figyelembe vesznek, ezért ezek az eredmények az atomreaktorok tervezésénél is felhasználhatók.

A nyomott vasbeton rudakkal foglalkozó kutatás a képlékenységtan korszerű elveinek megfelelően tárgyalja a teherbírás kimerülésének feltételeit, és eredményeivel elősegíti a szabványok vonatkozó előírásainak pontosabb megfogalmazását.

A fejnélküli gombafödémek fontos problémája az oszlop környékének átlukadása. Az erre vonatkozó kísérleti és elméleti kutatás új eredményekre vezetett és hozzájárult több kérdés tisztázásához.

A vasbeton tartók hajlítás és nyírás hatására bekövetkező törését kísérleti és elméleti úton vizsgálták.

A vasbeton lemez képlékenységi feltételeinél számos megoldatlan kérdés és ellentmondás tapasztalható. Kutatás folyik e kérdés kísérleti és elméleti vizsgálatára különös tekintettel a ferdén vasalt lemezekre és a vasalás optimális elrendezésére.

Elméleti és kísérleti munkát végeznek a teherhordó falak teherbírásának meghatározására. E kutatásnak a panelvázás szerkezetek vonatkozásában nagy gyakorlati szerepe is van.

Általános tételeket és eljárásokat dolgoztak ki a vasbetonszerkezetek (gerendák, lemezek és tengelyszimmetrikus héjak) optimális tervezésére. A kutatás elméleti érdekessége mellett gazdasági szempontból is érdeklődésre tarthat számot, mivel beton- és acélangyag megtakarítást tesz lehetővé.

## D) Talaj- és kőzetmechanika

### 1. Talajmechanikai alapkutatás

Talajok fizikai tulajdonságai; a szemcsés közegek szilárdsági alakváltozási és fázismozgási jellemzői. Célja a talaj tulajdonságainak az általános fizikai törvényekből való levezetése; a szemcsés közegnek mint az anyag külön halmazállapotának a vizsgálata, az általános alapegyenlet meghatározása. A kutatás magában foglalja a talajalkotó fázisok eloszlásának és relatív mozgásainak, a gravitációs és kapilláris vízmozgásnak, a szuffózióknak, a hidraulikus talajtörésnek, a talaj összenyomódásának és konszolidációjának, valamint reológiai tulajdonságainak a vizsgálatát.

Földtömegek statikája és szilárdságtana. Célja a megtámasztó szerkezetekre ható földnyomás meghatározása a szerkezet deformációjával és elmozdulásaival kölcsönhatásban. Földtömegek bevonása a megtámasztó szerkezetek és alapok teherviselésébe.

Szemcsés és kohéziós talajok átmeneti talajok fizikai tulajdonságainak a kutatása; fázismozgások, áteresztőképesség, összenyomhatóság, nyírószilárdság vizsgálata kritikus fázisos állapotok meghatározása.

### 2. Alkalmazott geotechnikai kutatás

Cölöpök és cölöpcsoportok teherbírása és alakváltozása. Célja a cölöpök viselkedési mechanizmusának vizsgálata: a teherbírás összetevőinek (köpenysurlódás és csúcsellenállás) viszonya, cölöpök egymásrahatása. Numerikus módszerek kifejlesztése a teherbírás és a süllyedés számítására.

Modern támasztószerkezetek; munkagödrök körülhatárolásának és megtámasztásának korszerű módszerei. Függőleges munkaárkok állékonysága. Résfalás és cölöpfalás megtámasztás elméleti kérdései. Kihorgonyzások; a horgonyzás mechanizmusa, a törőerő meghatározása.

Talajok tömörítése; a tömörítés mechanizmusa, statikus és dinamikus tömöríthetőségek összehasonlítása, a tömörítés hatása a talaj fizikai-mechanikai jellemzőire.

Földtömegek határgyensúlya: vízáramlás hatása rézsűk állékonyságára; rétegzett és anizotróp talajokban épült rézsűk állékonysága; az időtényező vizsgálata. Külszíni bányafejtések laza meddőhányóinak állékonysági vizsgálata.

Természetes lejtők káros mozgásainak (suvaszás, rogyás stb.) vizsgálata; a mozgás mechanizmusa, az időtényező szerepe, az állékonyság vizsgálatának módszerei.

Talajok víztelenítése; a különböző fizikai hatások hatékonysága, a víztelenítés okozta fázismozgások és fizikai változások, a víztelenítés hatására bekövetkező felszínsüllyedések.

Toronyszerű építmények alapozásának különleges kérdései; ismétlődő terhelések hatása, az alapok állékonysága, a külpontosság kritikus mértéke.

Útpályaszerkezetek teherbírása; feszültségeloszlás rétegzett rendszerekben; a szerkezeti rétegek szilárdsági (teherbírási) jellemzőinek a meghatározása, lehajlás és teherbírás összefüggése.

Nagy, hirtelen terhelésnek kitett építmények (víztornyok, silók) alapozási kérdései; a terhelés okozta pórusvíznyomás hatása a talaj törőterhelésére, a süllyedések és a konszolidáció számítása, egyenlőtlen süllyedések hatása.

Épületszerkezet és alapozás kölcsönhatása; süllyedés okozta többlet-igénybevételek és alakváltozások a szerkezeten, süllyedési kritériumok meghatározása.

Árvédelmi gátak állékonyságának a vizsgálata; tartós vízelárasztás hatására bekövetkező fizikai változások (térfogatváltozás, szilárdság-csökkenés); gátak stabilitása, a talaj húzószilárdságának a szerepe.

Cölöpalapozások méretezése; a cölöpteherbírás meghatározása és a vasbeton gerendarács méretezése számítógépes eljárással. Vízsintes erőkkel terhelt cölöp határteherbírásának a számítása.

A talajok rezgésközvetítő tulajdonságai. Felszíni és mélységi rezgésforrások hatása. Talajok rezgésközvetítő tulajdonságainak kísérleti meghatározása. Impulzusszerű hatásokból eredő rezgések terjedése.

Földet támasztó szerkezetek méretezése számítógépes eljárással; a földnyomás meghatározása, a fal állékonysági vizsgálata és méretezése.

### 3. Kőzetmechanikai alapkutatás

Kőzettani—kőzetfizikai—kőzetmechanikai összefüggések vizsgálata; a geológiai keletkezési körülmények és a kőzetmechanikai tulajdonságok közti kapcsolat tisztázása; az egyedi kőzetalkotók közti kötési szilárdság szerepe; kőzetek időállóságának a vizsgálata.

A törési állapot megfogalmazása kőzetek esetére; a nyírási szilárdság értelmezése; a törési határgörbe kísérleti meghatározása; szilárdsági vizsgálatok összetett feszültségállapotban.

Kőzetek primér (in situ) feszültségállapotának a meghatározása; vizsgálati módszerek a feszültségek és alakváltozások mérésére.

Üregek környezetében kialakuló feszültség- és alakváltozási mező (tér)

elméleti vizsgálata; lineárisan rugalmas és nemlineárisan rugalmas közeg fel-tételezésével. Képlékeny jelenségek figyelembevétele. Numerikus módszerek (véges elemek módszer) alkalmazása; folytonossági hiányok (elválási felületek, réteghatárok) figyelembevétele.

A kőzetmechanika reológiai alapegyenleteinek a megfogalmazása. Üreg körüli reológiai mező vizsgálata.

#### 4. *Alkalmazott kőzetmechanikai (mérnökgeológiai) kutatás*

Bánya-biztosítószerkezetekre ható terhelések helyszíni meghatározása. Köríves biztosításra ható normál- és tangenciális erők mérési módszereinek kifejlesztése. A lazulási nyomás kialakulása, az időtényező szerepe.

Védőpillérek méretezése és a bányászás hatására bekövetkező felszín-süllyedések meghatározása; a védőpillérek optimális alakja, a külszín mozgásainak időbeni változása.

Geomechanikai jelenségek vizsgálata modellkísérlettel. „Ekvivalens” anyagból és granulált anyagból épült modellek alkalmazása kőzettömegek viselkedésének a reprodukálására; bányafejtések hatásterében kialakuló kőzetmozgások és felszín-süllyedések vizsgálata, a vajatok deformációinak a meghatározása.

Modern bányászati biztosítószerkezetek kifejlesztése és teherbírásának a vizsgálata; acél hengerelt harangszekrényes és vasbeton vágatbiztosító szerkezetek, hidraulikus táмок, alumíniumötvözetből készült tartószerkezetek, önjáró fejtésbiztosító pajzs, főtécsavarozás stb. kifejlesztése.

Alábányászás okozta felszín-süllyedések vizsgálata; vízszintsüllyesztés hatása; numerikus módszerek alkalmazása.

Földalatti nagyrobbantások kőzetmechanikai problémái.

### E) *Folyadékok mechanikája*

#### 1. *Áramlástechnikai alapjelenségek*

Az áramlástechnikai elméleti vizsgálatok jelentős részénél az áramló közeg idealizálásának kényszerű feltevésével kell élni. Ez az elhanyagolás gyakran jelentős hibát okoz. A közeg surlódásos volta főleg szilárd falak közelében érvényesül. Ennek az ún. határrétegnek a folyamatban levő vizsgálata azt mutatja, hogy jelentős az eltérés az álló síklap, forgó síklap, ill. forgó görbült felszín közelében kialakuló áramlás jellemzői között (sebességeloszlás, hő-átadás).

Hidrodinamikai szingularitások módszerének nevezik azt az eljárást, melynél egy áramlásba helyezett szilárd test (pl. egy szivattyú járókerékének lapátjai) körül kialakuló áramkép elméleti vizsgálatánál a szilárd testet ör-

vényekkel, forrásokkal, ill. nyelőkkel (szingularitásokkal) helyettesítik. A módszer az ötvenes évek óta alkalmazzák hazánkban elsősorban áramlástechnikai gépek lapátozásának számítására. A vizsgált időszakra esik a szingularitáshordozó segédgörbe elméletének, valamint gyűrűs testek körül, ill. forgásszimmetrikus terekben kialakuló áramlások elméletének kidolgozása.

Csővezetékben, ill. csőrendszerekben az áramlási viszonyok megváltoztatása (pl. szivattyú leállása áramkimaradás következtében) tranziens jelenségeket okoz. Ezek vizsgálata mind üzemeltetési, mind biztonsági szempontból nagy jelentőségű.

Folyadék áramlásánál előforduló nem kívánatos jelenségek, a kavitációnak vizsgálatával kapcsolatban sikerült a zajszintmérést felhasználni, mely a kavitáció meghatározására ezideig az egyetlen indirekt módszer. Jelentős a kavitációs erózió intenzitását jellemző ún. kritikus adatok meghatározási módszerének és ennek alapján az anyagok erózióval szembeni ellenállásának jellemzésére alkalmas eljárás kidolgozása.

A szivárgási probléma mozgásegyenleteiben szereplő állandók (elsősorban a szivárgási tényezők) vizsgálata, a gyakorlatot kielégítő meghatározása. A szivárgással szemben működő ellenállást jellemző egységes dinamikai rendszer megalkotása.

A háromfázisú zónában kialakuló hidrológiai folyamatok, a telítetlen porózus közegben végbemenő áramlás elemzése, a talajnedvesség tárolódását leíró pF görbe dinamikai értelmezése és alkalmazása szivárgás-hidraulikai feladatok megoldására.

A mozgó alkatrészt nem tartalmazó kapcsoló és szabályozó ún. fluid elemek áramlástan vizsgálata, a veszteségek csökkentésére irányuló kutatások, az elemekben kialakuló áramlás alapjelenségeinek elméleti és kísérleti vizsgálata.

Az áramlásba helyezett testek által gerjesztett hangjelenségek vizsgálata mind a hangforrás lehetséges megszüntetése vagy csökkentése, mind a keletkezett zaj csillapítása szempontjából.

Épületek szélterhelésének vizsgálata.

Rúd-, cső-, stb. szerkezetek szélterhelésének és gerjesztett rezgéseinek vizsgálata.

Hígáramú pneumatikus szállítás fizikai jellemzőinek elméleti és kísérleti vizsgálata.

Sűrűáramú (fluidizációs) és dugós szállítás vizsgálata, gazdaságos szállítási mód meghatározása.

Porszerű anyagmozgatás kifejlesztése, pneumatikus szállítóberendezés ciklonjaihoz méretezési módszer kidolgozása.

Porkoncentráció mérési módszer kidolgozása, ehhez új gázmennyiségmérési eljárás kifejlesztése.



## 2. Áramlástechnikai gépek és berendezések

Az 1. alatt említett szingularitások módszerének alkalmazása járókerék lapátrácsának tervezésére és ellenőrzésére a járókerék előtti áramlási viszonyok figyelembevételével összenyomhatatlan közeg feltételezésével.

A szingularitások módszerén alapuló, az áramlástechnikai gépek lapátosításnak méretezésére és ellenőrzésére kidolgozott módszer általánosítása összenyomható közeg esetére, kísérleti vizsgálatok.

A szingularitások módszerének alkalmazása erősen ívelt profilos kettős lapátrácsok számítására.

A szingularitások módszerének alkalmazása lapátrácsokban fellépő instacionárius áramlás esetére, a vizsgálat kifejlesztése kettős rácsokra.

Áramlástechnikai gépek elméleti jelleggörbéjének meghatározása hidrodinamikai rácselmélet alapján.

Vízgépekben keletkező hidraulikai veszteségek analízise azok csökkentése, azaz a hatásfok javítása érdekében.

Áramlástechnikai gépek főméretének, a belső tér kialakításának optimalizációjára irányuló vizsgálatok.

Vízgépek kavitációs jelenségeinek, egyben a léptékhatásnak a vizsgálata. A vízgépek alkatrészeire ható hidraulikai erők elméleti és kísérleti vizsgálata.

Instacioner jelenségek vizsgálata turbina- és szivattyútelepeknél.

Instacioner aerodinamikai hatások tanulmányozása a repülőgépeken észlelhető lengési jelenségekkel kapcsolatban.

Helikopter és autogiro rotorok aerodinamikája, a ferde csavarörvényfelület által indukált sebességek számítása.

A Rogallo típusú (egyenlőszárú háromszög alaprajzú) szárny gyakorlati aerodinamikai jellemzőinek mérése a geometriai arányok függvényében.

A sugár irányában változó perdületre méretezett axiális átömlésű ventillátorok elméleti és kísérleti vizsgálata, a célszerű alkalmazás feltételeinek meghatározása.

Keresztáramú ventillátorok elméleti és kísérleti vizsgálata.

Nagyerőművek speciális követelményeit kielégítő kazán aláfúvó és elszívó ventillátorainak elméleti alapon történő kifejlesztése és kísérleti vizsgálata.

Légfüggönyök elméleti és kísérleti vizsgálata.

Hidrodinamikus tengelykapcsolók elméleti és kísérleti vizsgálata, elméleti méretezési eljárás kidolgozása. A forgó rendszerbeni hőmérsékletmérés alapján a biztosítási szinthez tartozó jelleggörbék felvétele. Új, magas lobbanáspontú töltőfolyadék kikísérletezése.

Turbinás áramlásmérők metrológiai tulajdonságai és a bennük kialakuló valóságos áramlás közti kapcsolat elméleti és kísérleti vizsgálata.

Vákuumszivattyúk előttét injektoraként alkalmazható hangsebesség feletti gázinjektor kifejlesztése, elméleti számítási módszer kidolgozása.

### 3. Vízgazdálkodás és vízépités

A mesterséges és természetes medrekben levonuló nem permanens vízmozgások leírása (árvizek levonulása, öntözőcsatornák üzemi kérdései stb.).

Tároló és tisztító medencék áramlástanai vizsgálata, a medencék geometriájának optimalizálása az adott cél szempontjából, elméleti és kísérleti módszerek.

Rezgésvizsgálatok a műtárgyhidraulika tárgyköréből.

Sekélyvízi hullámvázások vizsgálata (sekélyvízű hazai tavak és tározók problémái).

A hordalékszemcsék megindulásának, mozgásának, lerakódásának és rendeződésének elméleti és kísérleti vizsgálata (a hordalékmozgás dinamikai elemzése, a görgetett hordalékiszállítás leírása, statisztikai módszerének kidolgozása).

Szennyvízbeocsátás, hőszennyeződés stb. során fellépő elkeveredési problémák elméleti és kísérleti vizsgálata.

A szivárgáshidraulika kismintatörvényeinek meghatározása.

Felszín alatti vízutánpótlás kérdéseinek vizsgálata.

Nagykiterjedésű, mély üledékgyűjtőmedencék összefüggő dinamikai rendszerének vizsgálata.

Árvízvédelmi töltések szivárgási problémáinak vizsgálata, gyakorlati számítási módszer kidolgozása.

Duzzasztó művek okozta talajvízproblémák vizsgálata, a természetes helyzet elemzése, szabályozó rendszerek tervezése.

Kutak vízáradóképeségével kapcsolatos vizsgálatok, a vízelszakadás jelenségének elemzése és számítása, a beáramlás eloszlásának és a rétegek konszolidációja révén kitermelhető vízkészlet számítása.

Öntözőcsatornák szivárgási veszteségeinek számítása, a talajvízfelszínváltozás előrejelzésének, a talajvízháztartás és sófelhalmozás folyamata kapcsolatának vizsgálata.

A drénezési és lecsapolási munkálatok szivárgáshidraulikai problémáinak vizsgálata.

Nagy területeken végbemenő felszín alatti víztermelés hatása új számítástechnikai módszerének kidolgozása.

## IV. A TUDOMÁNYÁG KÜLÖNBÖZŐ IRÁNYÚ KAPCSOLATAIRÓL

A műszaki mechanikát egységesen átfogó, szervezett koordináció hazánkban ezideig még nem alakult ki. Az egyes tudományágazatok területén folyó kutatási munka koordinálása szempontjából fontos szerepük van a helyzetkép elején felsorolt Akadémiai Bizottságoknak. Ezek mellett ki kell emelni a IUTAM Magyar Nemzeti Bizottság és az IFTOMM Magyar Nemzeti Bizottság koordinációs tevékenységét is és a különböző mechanikával kapcsolatos hazai és nemzetközi egyesületek tagjaiból alakult csoportok szervező munkáját. A Budapesti Műszaki Egyetemen folyó mechanikai kutatás összefogásában és anyagi támogatásában az MTA Műszaki Mechanikai Tanszéki Munkaközösségnek van kiemelkedő szerepe. Hasonló szerepet töltött be fennállásáig az MTA Áramlástechnikai Tanszéki Munkaközösség is.

Az elmúlt években hazánkban a műszaki mechanika egyes területein számos nemzeti és nemzetközi konferenciát, kollokviumot ankétot és tudományos ülészakot rendeztek. Ezek a kutatók kapcsolatát és munkájuk koordinálását ugyancsak nagyban elősegítették.

A műszaki mechanikai kutatás más tudományágakkal (pl. matematika, fizika) való kapcsolata szervezett formában nincs biztosítva, csupán személyes ismeretségekre alapul. A gyakorlattal való kapcsolat az ipari kutatóintézetekben és a gyárakban általában közvetlenül megvalósul, az egyetemi kutatóhelyek esetében pedig többek között az ipari megbízások révén realizálódik. Az információcsere és ezen keresztül a gyakorlati alkalmazás szempontjából az említett tudományos rendezvényeknek és publikációknak (monográfiák, tankönyvek, szakkönyvek, jegyzetek, kutatási jelentések, tanulmányok) valamint vitáknak, előadásoknak, ill. tanfolyamoknak van jelentőségük.

A mechanikával foglalkozó magyar nyelvű könyvek száma viszonylag kevés.

A mechanika tárgyú tanulmányok mintegy 10 különböző szaklapban, más tárgyú cikkekkel vegyesen jelennek meg és ezért nehezen áttekinthetők. Nincs hazánkban egy olyan — jóformán minden más országban meglévő — magyar vagy idegen nyelvű szakfolyóirat, amely csak mechanikai tárgyú tanulmányokat publikál. Egy ilyen folyóirat a mechanikai kutatás koordinálását valamint hazai és nemzetközi kapcsolatát nagymértékben előmozdítaná.

## V. A HAZAI KUTATÁS HELYZETÉNEK ÖSSZEVETÉSE A NEMZETKÖZI HELYZETTEL

A Szovjetunióban, az Amerikai Egyesült Államokban és a fejlett kapitalista országokban igen sok olyan intézet működik, ahol kifejezetten mechanikai kutatással foglalkoznak. Ezek a tudományos akadémiák keretében működnek, illetőleg elsősorban a rakéta-, repülőgép-, hajó- és hadiipartól részesülnek jelentős anyagi támogatásban. A környező szocialista országok-

ban ugyancsak mindenhol szerveztek mechanikai kutatóintézeteket. Ezek közül különösen a Lengyel Tudományos Akadémia keretében működő varsói kutatóintézet vívott ki nagy nemzetközi tekintélyt és elismerést. Érthető, hogy az említett országokban elsősorban ezekben az intézetekben végeznek szervezett mechanikai alapkutatást és a nagy költségigényű kísérleti kutatómunka is ezekre a helyekre koncentrálódik. Jellegzetességük még ezeknek az intézeteknek az is, hogy az elméleti vonatkozású munkában sok alkalmazott matematikus is részt vesz.

Hazánkban mechanikai intézet nincsen, ezért mechanikai kutatással csak a különböző intézmények keretében működő kisebb csoportok (tanszékek, osztályok) foglalkoznak. A kutatott témákat legtöbbször az egyének felkészültsége és érdeklődése szabja meg, és csak az utóbbi időben alakult ki néhány olyan kutatócsoport, ahol a témákat és a kutatókat tervszerűen választják meg. Bár a hazai mechanikai kutatás mennyiségileg elmarad a fejlett nagy országokétól, vannak olyan témák, amelyek terén az elért eredmények nemzetközi színvonalon állnak, és az ennek megfelelő elismerést is kivívták. Megállapítható, hogy ezek a témák (pl. a numerikus matematika alkalmazása diszkrét rendszerek statikai és dinamikai vizsgálatára, nagy alakváltozások és posztkritikus állapot tanulmányozása, a képlékenységtan anyagtörvényei, képlékeny szerkezetek statikai, dinamikai és stabilitás-vizsgálata, kontinuumok és szerkezetek rezgéstani kérdései, a valószínűségelméleti mechanika alkalmazása, szerkezetek modellkísérletei, a talaj fizikai tulajdonságai, földnyomáselméleti és cölöpalapozási problémák, áramlástechnikai gépek lapátózásának elmélete, kavitáció vizsgálatok, hordalékmozgás, szabad felszíni parmenens és nem permanens mozgás) jól beleilleszkednek a mechanikai kutatás nemzetközi irányvonalába és így biztosítják a hazai mechanikai kutatás helyes irányú fejlődését. Számos olyan téma is van természetesen, ahol csupán a külföldi eredmények tanulmányozása és módszeres feldolgozása folyik. Ez a munka ugyancsak hasznos, mert lehetővé teszi az eredmények átvételét és gyakorlati alkalmazását.

Szervezett nemzetközi munkakapcsolat eddig még csak kismértékben alakult ki. A meglévő együttműködés kisebb részben hivatalos, nagyrészt azonban egyéni kapcsolatokra alapszik. Az utóbbi években megnövekedett a hazánkban szervezett mechanikai tárgyú nemzetközi rendezvények száma, ami az együttműködést jelentősen előmozdítja. Szorgalmazni kell, hogy elsősorban a Szovjetunióban és a szocialista országokban működő mechanikai intézetekkel az eddigieknél szorosabb kapcsolat alakuljon ki.

## VI. A MŰSZAKI MECHANIKA VÁRHATÓ FEJLŐDÉSE

A jelenlegi nemzetközi fejlődést vizsgálva az elkövetkező néhány évtizedben a műszaki mechanikai kutatások feltehetően elsősorban az alábbi területekre fognak összpontosulni:

- anyagtörvények és alapvető összefüggések pontosabb és általánosabb megfogalmazása, az anyag időtől függő tulajdonságainak fokozottabb figyelembevétele, különböző fázisú közegek mozgástörvényei,
  - nem rugalmas és összetett anyagok vizsgálata,
  - új típusú szerkezetek (pl. sandwich-szerkezetek, nagy térelhatároló szerkezetek) vizsgálata,
  - nagy alakváltozások hatása,
  - szerkezetek postkritikus állapotának vizsgálata,
  - a nemlineáris alakváltozások, az alakváltozástól és az időtől függő dinamikai hatások figyelembevétele,
  - nem mechanikai hatások (pl. hőhatás) figyelembevétele,
  - a mechanikai jelenségek dinamikai jellegének behatóbb vizsgálata,
  - rezgéstani sajátérték problémák különös tekintettel a szerkezetvizsgálatra,
  - rendszerek és folyamatok identifikálási kérdései,
  - numerikus módszerek tökéletesítése és alkalmazásának szélesebb körű elterjedése,
  - finitizáló módszerek továbbfejlesztése,
  - variációs elvek továbbfejlesztése és szélesebb körű alkalmazása,
  - stochasztikus módszerek alkalmazása,
  - optimalizálási módszerek alkalmazása,
  - diszkontinuitások (repedések) vizsgálata,
  - az áramlástannak elsősorban a valóságos közeg figyelembevételével kapcsolatos kérdései.

Hazánkban elmélyült, rendszeres kutatást a jövőben is csak azon a néhány területen célszerű végezni, ahol már eddig is kollektív jellegű eredményes munka folyt, és jól összeforrt kutatócsoportok alakultak ki. Ezek a fentiekben felsorolt témákkal nagyrészt egybeesnek és így a mechanikai kutatás várható nemzetközi trendjével jó összhangban vannak. A kutatási erőket e témákon belül is elsősorban azokra a feladatokra kell összpontosítani, amelyek a népgazdasági fejlesztési tervekben, országos és tárcaszintű célprogramokban is szerepelnek és amelyekre a hazai ipar közvetlen igényt támaszt. Különösen fontosnak látszik, hogy ezeknek a feladatoknak számítógépes vizsgálatára egységes nyelvű programkönyvtárak kerüljenek kidolgozásra.

A műszaki mechanikai egyéb, hazánk kutatási és ipari profiljától távolabb eső területein a munka az információszerzésre, a külföldi eredmények rendszerezésére és átvételére korlátozható.

A mechanikai kutatások területén hazánkban az eddigiekhez képest lényeges struktúraváltozás és súlyponteltolódás nem várható. A numerikus módszerek és a számítógépek alkalmazása a jövőben még az eddigieknél is lényegesen nagyobb szerepet fog játszani. Az is várható, hogy a tervezett Műszaki Mechanikai Intézet megalakulása és a már eddig is kialakult kutató-csoportok további erősödése a kutatás területét, színvonalát és szervezettségét egyaránt növelni fogja.

## VII. A MŰSZAKI MECHANIKÁVAL KAPCSOLATOS OKTATÁS HELYZETÉNEK ÁTTEKINTÉSE

A Mechanika tudományterületén jelentkezett fejlődési irányok az oktatás területén is éreztetik hatásukat. Ez a mérnökképzésben, alaptárgyi jellegű műszaki mechanikai tantárgyak oktatásában az igényesebb elméleti megalapozásban mutatkozik meg. A szakok szerint differenciálódó oktatás segítségével az alkalmazási területek bizonyos mértékű bővülése is megfigyelhető. Sajnos, utóbbiak terén az oktatás kibővítésének gátat szab a rendelkezésre álló előadási órák száma. A kiutat a Nehézipari Műszaki Egyetem is és a Budapesti Műszaki Egyetem is a műszaki mechanika és a matematika területére orientált specialisták képzésében keresi. Ebben az elképzelésben folyik a képzés a BME Építőmérnöki Kar szerkezetépítőmérnöki és mérnök — matematikus szakán, továbbá a Gépészmérnöki Kar gépszerkesztő szakának matematikus mérnök, valamint a NME Gépészmérnöki Kar alkalmazott mechanikai ágazatán. Emeltebb szintű műszaki mechanikai képzést kapnak a Nehézipari Műszaki Egyetem géptervező szakán az általános gépészeti ágazat hallgatói is.

A Folyadékok mechanikáját ezen a néven, vagy az alkalmazások témaköreinek gyűjtőnéven az egyes műszaki egyetemek nappali, esti és levelező tagozatán oktatják. Az oktatás jelentős és általános problémája, hogy az elméleti vonatkozások a többi szaktárgyhoz viszonyítva magasabb szintű matematikai ismereteket igényelnek, a hallgatók ilyenirányú képzése pedig nem minden esetben kielégítő.

A Talajmechanika — ill. az alkalmazásokat is felölelő Geotechnika tárgy a BME Építőmérnöki karán fontos alapoó szaktárgyként — az új tantervben pedig választható államvizsgatárgyként — kerül előadásra.

A kőzetmechanika oktatás egyik bázisa a MNE. E tudományág oktatása különösen nagy lendületet nyert a geológus-mérnök képzés megindításával. Az oktatást korszerű laboratóriumok, modell-kísérleti berendezések segítik. Az építőmérnök képzésben a mérnökgeológia tárgy keretében oktatnak kőzetmechanikai alapismereteket.

A magasabb szintű mechanikai ismeretek oktatásában az említett



specialista képzések mellett igen fontos szerepe van a szakmérnökképzésnek és az egyetemi Továbbképző Intézet keretében szervezett ilyen vonatkozású tanfolyamoknak. Több olyan szakmérnöki tanfolyam is van, amely kifejezetten a műszaki mechanikai elméletnek, illetőleg mérnöki alkalmazásának oktatásával foglalkozik.

Sajnálatos, hogy a tudományegyetemeken mechanikával foglalkozó specialistákat (matematikusok, fizikusok) nem képeznek ki. Ez a magyarázata annak, hogy hazánkban — néhány kivételtől eltekintve — nincsenek a mechanika területén működő alkalmazott matematikusok.

A továbbképzés szempontjából is kedvezőtlen, hogy nincs hazánkban mechanika profilú tudományos folyóirat, és magasszintű magyarnyelvű mechanikai könyvek is csak egy-egy szűkebb területről jelentek meg.

### VIII. ÖSSZEFOGLALÓ ÉRTÉKELÉS ÉS KÖVETKEZTETÉSEK

Nemzetközi vonatkozásban az elmúlt néhány évtizedben elsősorban a rakéta-, repülőgép-, hajó- és hadiipar igényei és rohamos fejlődése a műszaki mechanikai kutatásoknak is kedvező anyagi feltételeket biztosított és erőteljes lendületet adott. A legjelentősebb fejlődés azokban a nagy országokban tapasztalható, amelyekben a fenti iparágaknak fontos szerepük van (pl. Szovjetunió, USA), elméleti téren azonban más országokban is (pl. Lengyelország) elérték jelentősebb eredményeket.

Hazánkban a kutatás volumene a kisebb államokhoz, például a szomszédos szocialista országokhoz képest sem kielégítő és a kutatások színvonala is heterogén. Ez a kisebb lélekszámon kívül elsősorban a mechanikai kutatásokat leginkább ösztönző ipari igények kisebb mennyiségével, a mechanikai profilú kutatóintézetek hiányával, valamint azzal a hiányossággal magyarázható, amely a műszaki mechanikának nemzetközileg megfigyelhető erős matematikai bázisa tekintetében nálunk észlelhető. Ugyanakkor azonban azt is megállapíthatjuk, hogy egyes — a nemzetközi fejlődést követő — területeken kutatóink magasszínvonalú, nemzetközileg is elismert eredményeket értek el, és több olyan tudományos iskola van kialakulóban, amely a kutatás további fejlesztésének és a káderutánpótlás biztosításának bázisát képezheti. Emellett annak a munkának is nagy jelentősége van, amely a kutatók érdeklődésétől és az ipar közvetlen igényeitől távolabb eső területeken az információszerzésre, a külföldi eredmények rendszerezésére és átvételére korlátozódik.

A hazai műszaki mechanikai kutatás továbbfejlesztésekor személyi és anyagi erőinket a jövőben is elsősorban a már eddig is eredményesen művelt területekre és kutatócsoportokra célszerű összpontosítani.

A kutatói munka mennyiségének és színvonalának emelése, valamint az összefüggő témák területén levő hézagok megszüntetése érdekében a meglévő szakemberek mellé fiatal kutatókat — közöttük lehetőleg nagyobb számban

alkalmazott matematikusokat és fizikusokat — célszerű bevonni. A mechanika távolabbi területein a jelenleg is meglévő információgyűjtő és adaptáló tevékenység a jövőben sem nélkülözhető.

A szakember utánpótlás biztosítása érdekében tovább kell erősíteni a mechanika tárgyakkal a felsőoktatásban betöltött jelentőségét, valamint az ilyen irányú szakágakat és szakmérnök tanfolyamokat. Az aspirantúrák és a hosszabb külföldi tanulmányutak keretében az eddigieknél nagyobb számban és szervezettebb módon kell biztosítani a mechanikai témakörök tanulmányozásának lehetőségét. A továbbképzést az eredeti magyar nyelvű vagy esetleg fordításban megjelenő magasszintű mechanika szakkönyvek nagyobb számban való publikálása is jelentősen elősegítené.

A mechanikai kutatás bázisát nagymértékben erősítené a tervezett Műszaki Mechanikai Kutató Intézet megalakulása és a Nehézipari Műszaki Egyetemen folyó szilárd test és folyadékmechanikai kutatás erősítése. Emellett az információcsere elősegítése érdekében szervezettebb együttműködést kell létrehozni az MTA illetékes bizottságai, valamint a hazai tanszéki kutatóhelyek és ipari kutatóintézetek között. Végül a fejlettebb országok kutatási eredményeinek átvétele céljából a külföldi — elsősorban a baráti országokban működő — kutatóhelyekkel és nemzetközi tudományos szervezetekkel az eddigieknél szorosabb és rendszeresebb kapcsolatot lenne célszerű kiépíteni.

**Situation Report on Technical Mechanics Research (1967 to 1975).** A report is made on the results of technical mechanics research conducted in Hungary from 1967 to 1975, and are compared with those achieved on international level. The teaching problems in connection with this discipline are dealt with and the anticipated directions of development of major importance are outlined. Finally, the proposals of essential importance are summarized whose realization would foster the development of the technical mechanics research in Hungary.

**Lagebericht über die ingenieurmechanischen Forschungen (1967 bis 1975).** Der Lagebericht gibt eine Übersicht über die Ergebnisse der ingenieurmechanischen Forschungen in Ungarn in den Jahren 1967 bis 1975 und vergleicht sie mit der internationalen Lage. Behandelt werden die mit der Disziplin zusammenhängenden Unterrichtsprobleme und die wichtigsten Vorschläge, deren Verwirklichung die Entwicklung der heimischen ingenieur-mechanischen Forschungen fördern würde.

## A NEMZETKÖZI HIDRAULIKAI SZÖVETSÉG XVI. KONGRESSZUSA

A Nemzetközi Hidraulikai Kutatási Szövetség São Paulóban 1975. július 27 – augusztus 2 között rendezett XVI. kongresszusának alap célkitűzéseként a környezeti problémák megoldására alkalmas alapvető eszközök vizsgálatát tűzte ki.

A kongresszus négy műszaki és négy szemináriumi tárgykört ölelt fel, nevezetesen:

A) *Tengeri hidraulika*: kikötők és folyótorkolatok fizikai és matematikai modellezése, műtárgyakra ható erőhatások, tengerparti mérések.

B) *Folyami hidraulika*: Nem-permanens morfológiai jelenségek, a kimosás és feltöltődés fizikai és matematikai modellezése a folyamszabályozás technikája, kohéziós talajok és sziklák eróziója.

C) *A környezetvédelem hidrodinamikai vonatkozásai*: A rétegzett áramlás fizikai és matematikai modellezése a vízminőség szabályozás vízépítési műtárgyai, az áramlás kölcsönhatásai a biológiai és kémiai folyamatokra, a vízminőség szabályozás műszerezése.

D) *Vízgazdálkodási rendszerek*: Vízgazdálkodási optimalizációk alapkövetelményei, vízminőségi modellek folyókra és torkolatokra, vízgyűjtő területek hasznosítása.

*Szemináriumi témák voltak*: 1. A hidraulika oktatásának a fejlődése. 2. A turbulencia és mérnöki vonatkozásai. 3. A vízátteresztő közegekbeli szivárgás analóg és matematikai modellezése. 4. A víz- és szennyvíztisztító telepek hidraulikai problémái.

Az előadásokat a B) és a D) tárgykörben ún. összefoglaló jelentés vezette be, míg az A) és a C) tárgykörben az előadók saját maguk ismertették dolgozatukat. A szemináriumon az előzetesen beadott összefoglalókat az előadók bővíthették ki. Az IAHR ezzel a változatos előadásmóddal kísérletet folytatott le és ezért a résztvevők között kérdőívet osztottak ki. Ezek alapján kívánják eldönteni, hogy a jövőben milyen rendezési forma felel meg legjobban a résztvevőknek. A kongresszusra beadott mintegy 250 dolgozat alapján a hidraulika fejlődése területén a következő irányzatok vázolhatók fel:

1. A hidraulika tárgykörének értelmezése a mindennapi mérnöki gyakorlat igényeinek megfelelően egyre bővül, illetve bizonyos fokig átalakul. A hagyományosnak tekinthető ún. tiszta vízzel foglalkozó feladatokon túlmenően egyre inkább jelentkeznek olyan problémák, ahol a folyadék tiszta víztől eltérő tulajdonságú és a tulajdonságok a víztérben rendkívül változóak. Az IAHR feladatának tekinti a szabatos hidraulikai módszerek meghonosítását a vízgazdálkodás területén és ezzel foglalkozik a vízgazdálkodási rendszerek osztálya, amelynek megjelenése a D) tárgykörben tűnt fel.

2. A matematikai modellezés, a fizikai modellek elektronikus műszerezése, a statisztikai módszerek egyre hódítanak a hidraulika területén és segítségükkel egyre bonyolultabb folyamatokat írnak le. A gyakorlati leírások érdekében azonban még ma is igen sok közelítés szükséges és számos alapvető feladat megoldásához nélkülözhetetlenek a kísérleti paraméterek.

3. A víztisztítási, szennyvíztisztítási, vízminőségsszabályozási problémák egyre inkább foglalkoztatják a nemzetközi hidraulikai köröket és ezen a területen különösen sok átfedés alakul ki az egyes nemzetközi szervezetek munkájában.

A kongresszusra beadott dolgozatok témakör szerinti megoszlásban a következők voltak:

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| A) Tengeri hidraulika            | 49 |
| B) Folyami hidraulika            | 60 |
| C) Környezetvédelem hidraulikája | 72 |
| D) Vízgazdálkodási rendszerek    | 35 |

|       |                        |    |
|-------|------------------------|----|
| Szem. | 1. Hidraulikai oktatás | 6  |
|       | 2. Turbulencia         | 14 |
|       | 3. Szivárgás           | 15 |
|       | 4. Víztisztítás        | 6  |

A megoszlás is mutatja a környezetvédelmi problémák iránti érdeklődés növekedését. A kongresszuson 2 általános előadás és 15 összefoglaló jelentés (közte egy magyar részről) hangzott el.

A résztvevők száma elérte a 700 főt, akik kereken 40 országot képviseltek.

Különösen népes volt Brazília után az Egyesült Államok és Hollandia küldötteinek száma. A kongresszuson került sor az új vezetőség megválasztására, ennek értelmében a jelöl-bizottság javaslatára elnökké: HUG (Franciaország), alelnökké: BOCÁRDI (Magyarország), KENNEDY (USA) és PLATE (NSZK), főtítkárrá: SHOEMAKER (Hollandia) tagokat választották meg közfelkiáltással.

A kongresszus ideje alatt szakmai látogatásokat is szerveztek, ennek során a São Paulo-i egyetemen létesített, de szervezetenként a São Paulo Állam Víz- és Energiaügyi Hivatához (DAE) tartozó laboratóriumot volt alkalmunk megnézni. A laboratórium igen nagy fedett térrel és külső területtel rendelkezik, és igen nagyszámú kísérletet végeznek, főleg vízerőhasznosítással és hajózással kapcsolatban.

Ezenkívül felkerestük a *Hydroservice* nevű, 2800 alkalmazottat foglalkoztató vízügyi tervező irodát is, ahol alkalmunk volt megismerkedni a La Plata rendszer felső vízgyűjtőjén nemzetközi összefogásban épülő vagy tervezett vízlépcsőrendszerekkel, továbbá a Rio Sao Francesco folyó hasznosításával. A munkában szovjet cégek is résztvesznek, és a turbinákat szovjet gyár készíti.

A kongresszusra a B) tárgykörben 5 a C) tárgykörben 3, a D) tárgykörben 1 és 3, Szemináriumra 1, összesen 10 magyar dolgozatot, ill. 1 összefoglaló jelentést adtak be, amelyeket általában elismeréssel méltattak.

A következő kongresszusra az NSZK-ban Badenben kerül sor. A XVII. kongresszus napirendje a következő lesz:

- A) A matematikai és fizikai modellezés hidraulikai alapjai.
- B) A tengerparti és folyótorkolati területek környezeti problémái.
- C) A vízepítési műtárgyak új tervezési kritériumai.
- D) Új tervezési lehetőségek a vízgépészet fejlődése révén.

*Szemináriumok:* 1. Többfeladatú rendszerek optimalizálása, 2. Szimuláció a vízgazdálkodási tervezésben, 3. A hidraulikai kutatás műszereinek fejlődése, 4. Talajvízkivételek és megóvásuk a szennyezéstől, 5. A hidraulika története, 6. A kotrók ekológia vonatkozásai.

Az 1979. évi XVIII. kongresszust Olaszországban, Cagliari-ban fogják megrendezni.

A három tagú magyar küldöttség erőteljesen kívette részét a kongresszus munkájából. Jelentős elismerésnek számít, hogy BOCÁRDI János akadémikust ismételten megválasztották az IAHR alelnökévé, STAROSOLSKY Ödönt pedig a Jégbizottság elnökévé, illetve, hogy BOCÁRDI János és KOZÁK egy-egy ülésen elnöki. STAROSOLSKY Ödön pedig főelőadói tiszteletet töltött be.

Dr. Starosolszky Ödön

## SZIMPÓZIUM A SZÁMÍTÓGÉPES RENDSZERSZIMULÁCIÓRÓL

A Műszaki Tudományok Osztálya 1975. június 9–10-én „számítógépes rendszerszimuláció” szimpóziумot tartott a következő témakörben: a különböző termelő és szolgáltató, valamint a szűkebb értelemben vett műszaki rendszerek valós folyamatainak utánzása számítástechnikai eszközökkel.

Ilyen eljárást akkor indokolt alkalmazni, amikor a vizsgálandó rendszer már bonyolultabb annál, mint amit valós környezetében könnyen tanulmányozni lehet, és a keresett információk gyorsabb és olcsóbb megszerzését lehetővé tevő analitikai modellben a probléma valóságghűen már nem fogalmazható meg, ill. a valóságot megfelelő hűséggel tükröző dinamikus modell analitikai eljárásokkal nehezen kezelhető.

A szimpóziум legfőbb célja az volt, hogy felhívja a figyelmet a számítógépek és a számítógépes információrendszerek szimulációs képességére és a különböző műszaki és műszaki-gazdasági rendszerek szimulációjának közös gondjaira. Ezért az előadók a vizsgált probléma lényegének a bemutatása után a hangsúlyt a jellegzetes közös diszciplínákra, a számítógépes rendszerszimuláció indokoltására, a szimulációs modell megszerkesztésére, a valószínűségi eloszlások azonosítására, a kísérlet megszervezésére és számítógépi megvalósítására, majd a kiértékelésben alkalmazott módszerekre és hasonlókra helyezték. Így olyan fórumot sikerült teremteni, amelyen a számítógépes rendszerszimuláció hazai művelői és alkalmazói találkozhattak egymással. A szimpóziум azt igazolta, hogy ilyen szakembereink már szép számmal vannak a mérnöki alkalmazások különböző területein. A szimpóziум 33 előadás (köztük egy német nyelvű) és pár nagyobb lélegzetű hozzászólás hangzott el, és az egyes üléseket figyelemre méltó vita követte.

Általános értelemben a *szimuláció* való folyamatok leutánzása mesterséges eszközökkel. Ehhez először is a lehetőségek szerinti hűséggel modellezni kell a valóság vizsgálandó részét, hogy azután tulajdonságait kísérletezés útján tanulmányozhassuk. Erre a műszaki kutatásban és tervezésben sok példát ismerünk.

Ha elemzésünk célja a rendszer folyamatos változásainak a megfigyelése és a szimulációs modellt is ennek megfelelően — vagyis differenciálegyenletek rendszerében — szerkesztjük meg, akkor *folytonos szimulációról* beszélhetünk.

A diszkrét rendszerekben, amelyekre az a jellemző, hogy a változásokat események formájában tartjuk nyilván, a szimuláció az események egymásutánjával együttjáró állapotváltozásoknak a követéséből áll. Az ilyen szimulációt *diszkrét szimulációnak* nevezik.

A nagyobb méretű, bonyolultabb rendszerfolyamatok szimulálása gyakorlatilag csak számítógépen valósítható meg. Ilyenkor a rendszer bizonytalanságainak, dinamikus kölcsönhatásainak és függőségi kapcsolatainak leképezéseit a számítógép memóriája őrzi. A rendszer szimulációja egy adott állapotból indul. A diszkrét rendszer az általa nem irányítható és ezért általában véletlenszerű eseményeknek, és esetleg a döntéseinkkel irányítható (többnyire ugyancsak véletlenszerű) eseményeknek hatására az egyik állapotból bizonyos időpontban egy másik állapotba megy át. Ez az állapotváltozási folyamat az előre felvett *időhorizontig* tart. Az események egymásutáni bekövetkezésének időpontjait azonosító *szimulált idő állandó* vagy *változó növekményekkel* haladhat előre. Az előbbit *időintervallumra* orientált, az utóbbit *eseményre* orientált módszernek is szokták nevezni.

*Rendszerszimuláción* olyan eljárást értünk, amely a rendszerre jellemző információkat — a rendszer dinamikus modelljében — a kezdeti állapotból kiindulva, az összes további állapotváltozás nyomonkövetésével határozza meg. A számítógépes (vagy digitális) *szimuláció* a valós folyamatok leutánzása numerikus számítások segítségével, amelyekben a változók helyett számérték-reprezentánsaikat, a sztochasztikus változók helyett pedig a megfelelő

valószínűség-eloszlásokból kiemelt, ill. generált pszeudo-véletlen számokat használjuk. A kettő együtt a számítógépes rendszerszimuláció, de ezt az együttes fogalmat is szokták rövidebben rendszerszimulációnak, vagy számítógépes szimulációnak nevezni. A számítógépes szimuláció azért is előnyös, mert lehetővé teszi a kísérletezőnek, hogy a folyamatot időben összenyomja, vagy széthúzza.

Rávilágított a szimpózium arra is, hogy a szimulációnak csak akkor van létjogosultsága, ha a probléma valóság-hűen — a szükséges információkhoz gyorsabb és olcsóbb úton elvezető — analitikai modellben nem fogalmazható meg. Olyan problémák ezek, amelyekben az elemek között bonyolult kölcsönhatásokat kell figyelembe venni, amikor az egyes változók sztochasztikusak, nem-lineárisak és dinamikusak (időben változók) is lehetnek, sőt amikor a rendszer viselkedését rendkívüli körülmények, nehézségek és megpróbáltatások közepette (pl. csúcs-terhelés alatt) kell vizsgálni. De a mérnöknek gyakran szembe kell néznie az ilyen bonyolult problémákkal. Elhangzottak olyan előadások, amelyek konkrét feladatokról számoltak be, és pl. a gyártásirányítással kapcsolatban rámutattak jelentős megtakarítási lehetőségekre is.

Egy tervezés alatt álló új rendszer szimulálásának okai kézenfekvők, hiszen olcsóbb és jobb a tervezési hibákat modellben felismerni, mint a valóságos rendszerben. De mivel a kísérletezés céljából a meglévő rendszerek működése sok esetben nem szakítható meg (gondoljunk például a városi közlekedésre), a rendszer viselkedése káros következményeinek az okai, vagy éppen a tevékenységet javító új elgondolások célszerűen ilyenkor is szimulációs modellben tanulmányozhatók. A szimuláció lehetővé teszi az elemzőnek, hogy a rendszer teljesítményét és annak érzékenységet különböző korlátozó környezeti feltételek között is mérhesse és jósolhassa. Ily módon felismerhetővé válnak azok az alternatív megoldások és kritikus paraméterek, amelyek a konkrét szituációban a gyakorlat számára a legényesebbek. Méginkább vonatkozik ez a túlságosan veszélyes folyamatok tanulmányozására.

Elismerten hasznos eszköze a szimuláció a vezetőképzésnek is. A rendszerek optimális szerkezetének és stratégiájának meghatározására használt olyan szimulációt, amelynek különböző szakaszaiban az emberek hoznak döntéseket, vagyis amelyben a játékosok aktív részvételén van, *operációs* (vagy *vezetési*) *játéknak* szokták nevezni.

A szimuláció segítségével a gyakorlatban lehetővé válik a több kritériumú döntési szituációk elemzése is. A Műszaki-Gazdasági Rendszertechnikai Albizottság a következő években minden bizonnyal napirenden fogja tartani azt a kérdést, hogy a vezetett műszaki-gazdasági szervezetek struktúrájának irányításának, működésének és viselkedésének elemzésében milyen segítséget remélhetünk a szimulációtól.

A szimpózium előadásai a szimulációval elemzett problémákat igen széles, a Műszaki Tudományok Osztályának csaknem teljes területéről merítették, de kivétel nélkül rámutattak e diszciplína egységes vonásaira, közös nyelvére. Ennek volt köszönhető, hogy az egyes üléseken a különböző — néha egymástól meglehetősen távol álló — műszaki és műszaki-gazdasági rendszerek szakemberei behatóan érdeklődtek egymás tapasztalatai felől. A résztvevők az elhangzott előadásokat összefűzve, sokszorosított formában is megkapták.

A zárszóban LÉVAI András akadémikus úgy értékelte ezt a szimpóziumot, mint az Osztály 1974. évi termelésirányítási ankétjának szerves folytatását. Valóban, a jelen akadémiai ciklusban az Automatizálási és Számítástechnikai Bizottság keretében működő Műszaki-Gazdasági Rendszertechnikai Albizottság elsősorban erre a két témakörre koncentrált figyelmét, mindkettőben a rendszertechnikai megközelítést és módszertant kutatva. Érthető, hogy e fiatal, de fontosságát már eddig is sikeresen bizonyító tudományterület feltárása, kifejlesztése a fiatalabb szakemberek körében különösen nagy érdeklődést kelt, ami ezen a szimpóziumon is megmutatkozott.

Dr. Jándy Géza



# KÖNYVSZEMLE

*Máté Major*

GESCHICHTE DER ARCHITEKTUR BAND I.

Akadémiai Kiadó Budapest, 1974.

(Gemeinschaftsausgabe des Akadémiai Kiadó und des Henschelverlages Kunst und Gesellschaft) 719 old., 423 ábra, 4 db térképmelléklet

MAJOR Máté akadémikus könyve első kötete annak az egyetemes építészettörténettel foglalkozó trilógiának, amely először magyarul jelent meg 1954 és 1960 között (I. k. 1954, II. k. 1955, III. k. 1960), majd 1957–1960 között már német nyelven is (I. k. 1957, II. k. 1958, III. k. 1960). Látszólag tehát e könyv a mű harmadik kiadása kezdetének tűnik — de sem ez, sem pedig a kéziratban már meglevő második részt, s a készülő harmadik sem pusztán újra nyomását jelenti a régieknek, mert struktúrája is, de a funkciója is nagyot változott azóta, amióta szerzője először papírra vetette.

Habent sua fata libelli — idézhetem a régi mondást, két okból is: e műnek magának megvan a saját története-sorsa, s mint történettel foglalkozó munkának is sajátos affinitása a felszabadulásunk után újjáéledő művelődéstörténetünk azon ágával, amelynek MAJOR Máté egyik vezéregénységévé vált: építészetünk újjászületésével és alakulásával. A negyvenes évek végén a szerzőt még az építőiparunk elé tornyosuló enormis feladatok meghatározói, megoldani-törekvői között látjuk több társával együtt, olyanokkal, akiknek a felszabadulás előtti szakmai és politikai tevékenysége biztosítéka volt a sikeres kibontakozásnak. A gyorsuló események az idő tájt azonban úgy hozták magukkal, hogy MAJOR Máté közvetlen irányító-formáló szerepe megszűnt az építőiparban, s miniszteriális állását egyetemi katedrával, a gyakorlatot a tudománnyal cserélte fel. A Műegyetemre kerülvén egy speciális profilú tanszékot szervezett, s ezzel nem a közvetlen jelen, hanem a legalább olyan fontos közvetlen eljövendő sorsának harcosává lett: a nagy feladatokra hivatott, új típusú, leendő építészmérnökök nevelőjévé. A korszerű építészetről határozott, kialakult véleménye volt már ekkor is, s arról is, hogy ezt nem lehet átplántálni az ifjúságba úgy, ahogyan azt korábban tették az egyetemen, ahol a felszabadulást követő években is divott még a régi hagyomány, az architektúra bizonyos formalisztikus princípiumokból való levezetésének, megértetésének, oktatásának a gyakorlata. A cél tisztán állt előtte, de hiányoztak a módszerek, amelyekkel azt akkor elérni lehetett.

Mindenfajta forradalomnak van egy jellegzetes, a szellemi élet területén jelentkező kísérője — hol megelőzője, hol közvetlen velejárója —: az addigi tudásanyag újból való átgondolása, és ennek következményeképp annak revíziója. Ennek az újraértékelésnek a jellege általában kettős, egyrészt a totalitás igényével lép fel, mert számbavesz minden mozzanatot és adatot annak érdekében, hogy az elkövetett hibák, amelyek kátyuba vitték a fejlődés útját, ne ismétlődhessenek meg; másrészt nem öncélú, hanem tanító és nevelő szándékú, nem is pusztán ismeret-, hanem tudásterjesztő, az, amelynek a műfaját a hasonló sorsfordulók már kiérlelték, s amit enciklopédiának nevezett el és tart nyilván a tudomány. Nos, MAJOR Máté, akinek a kezdet kezdetén már kialakult marxista világnézete volt, s aki az elméleti tanulmányok során át bontakoztatta ki fokozatosan egy eddig nem létező diszciplína, a dialektikus-materialista alapokon nyugvó építészetteória körvonalait, ilyenfajta tevékenységbe kezdett, amikor azon feladat előtt állt, hogy elveit a história roppant épületével kísérelje affinitásba hozni, azok helyességét igazolandó. A forradalmár elhivatottságérzetével és a tudós alázatával látott neki a szinte képtelen munkának, tudva azt, hogy hogyan nem szabad csinálni, s azt, hogy hogyan kellene, s kezdte meg egyetemi előadásait nem a régi, avult módszerrel, amely az építészetnek csak egyik ~ s ezért szükségszerűen torzított — aspektusát tárta a a hallgatóság elé, hanem ezer arcát kísérelte meg bemutatni. Ennek érdekében bevonta előadásába az eddig teljesen elhanyagolt terület, a prehisztorikum korának, az építészet lényegének megértése szempontjából olyannyira fontos, tárgyalását és nem állapodott meg az eddig is tárgyalt ókori, közel-keleti, valamint klasszikus kultúrák építési gyakorlatának elemzésénél, mert hallgatói figyelmét, érdeklődését az európai fejlődést ugyan kevésbé befolyásoló, de az összképhez mégis hozzátartozó, távol-keleti eredményekre is felhívta és felkeltette. Kétség-

telen, hogy MAJOR Mátének e vállalkozás megindulásakor volt mire támaszkodnia: a szovjet építészeti akadémia több tudósból álló kollektívájának enciklopedikus jellegű könyveire, de ezek csak az ókor architektúrájával foglalkoztak, a későbbiekkel nem, így a középkori, az újkori és a legújabbkori építészettörténet korszerű interpretálásának a megindítása egyedül reá várt. Mindez azonban önmagában a témának pusztá kvanitatív kiszélesítése lett volna, ennél sokkal lényegesebb lett, ahogyan azt feltárta: a szélesen megrajzolt gazdasági-társadalmi alapok, a technikai-technológiai fejlettség és készség, s nem utolsósorban a művelődési eredmények, közöttük: a tudományok és a művészetek jellegének, meghatározó erejének együttes bemutatása az architektúrával, az építészeti vívmányok dialektikus értelmezésének a biztosítékául szolgált.

Mindezek először egyetemi jegyzetek formájában láttak napvilágot, és szolgálták forrásul az építészet tudományával megismerkedő, fiatal építészgeneráció tudásszomjának. Az elmondottak hitelét pedig nemcsak annak belső igényessége erősítette, de az előadó személye is, hiszen mindenki tudta, hogy a katedréről nem egy a gyakorlatától független és idegen szaktudós beszél, hanem a közelmúltig sikeresen tevékenykedő, alkotó architektus, a felszabadulás előtti idők hazai — nem minden veszélyt nélkülöző — avantgardista mozgalmának egyik harcosa: a tudós és a pedagógus elméletének értékét az előadónak a gyakorlati életben kivívott rangja fényjelezte. S megfordítva: bizony nem lett volna annyira előrelátó az ötvenes évek elején viharzó építészeti vitákban történelmi tanulmányok nélkül; ekkor a tudósmivolta jött a gyakorlati életben ítélt segítségére, és óvta meg a meggyőződése ellenére való kompromisszumoktól, a dogmától, vállalva még a belső konfrontáció keservét is. Ami hamarosan fel is oldódott, éppen azért, mert MAJOR Máté komplex építészetszemlélete végül is megkapta a maga történelmi igazolását.

Ezzel le is zárult a mű „kísérleti”, közvetlen pedagógiai-didaktikai korszaka, megérett arra, hogy könyv formáját öltse. És nem is pusztán egyetemi tankönyvét, hanem tudományos kézikönyvét, hiszen az egész szakma igényelte a dialektikus és történelmi materializmus szellemében írt építészettörténetet. És hiába érte afféle kritika a trilogiát — pontosabban: első kötetét — a társterületek felől, a művésztörténet és régészet oldaláról, hogy az alap és a felépítmény összefüggései nem érzékelhetők a megfelelő plaszticitással, meg hogy a felhasznált források nem eléggé újak, a bírálók semmiféle frissen elsajátított dialektikája, s méginkább öntetszelgő — és néha kajánkodó — pozitívizmusa sem vonhatta kétségbe a mű úttörő voltát, azt, hogy egy ember tollából, egységes és korszerű szemléletmódot érvényesítő, egyetemes építészettörténelmi szintézis még sohasem jelent meg hazánkban ezen kívül és nem akadályozhatta meg azt sem, hogy a könyvek ne legyenek a magyar építésztársadalom történelmi tájékozódásának hiteles és szakavatott irányítói. S mint kiderült, nemcsak Magyarországon nem jelent meg ilyen soha azelőtt, de a szocialista országokban sem, így idegen nyelvű kiadása is indokoltá vált. A mű bevezető kötetének magyar nyelvű megjelenését három évvel követte ui. a németre fordított első kötet, hogy a befejező rész mindkét nyelven már egyazon évben hagyja el a sajtót.

Az elmondottak nélkül valahogyan nem lenne teljes a most megjelent első kötetről való írás, mivel a könyv szerves folytatása is az előzményeinek, s mégsem az. Az alapkonceptió természetesen változatlan maradt, de a végrehajtott strukturális módosítások lehetővé tették a jelenségek árnyaltabb értelmezését és magyarázatát. Amit az is segített, hogy az egyes korszakokat bevezető gazdasági-, társadalmi- és eseménytörténelmi, valamint kultúrtörténelmi rész közel azonos terjedelemben íródott meg, mint az építészetet taglaló rész. Ez a számszerű adat pusztán önmagában is kifejezi a mű — itt most teljességében kibontakozó — szándékát, és a használatában rejtlő gazdag lehetőségeket, olyanira, hogy a könyv címe szinte kevesebbet mond a tartalmánál. Az ui. nem a szoros szakmai szempontból megrajzolt útja az architektúrának, hanem az építészetet életre hívó, lehetővé tevő, ezernyi tényező foglalatja. Mindezeket „Az építészeti kultúra története” cím talán jobban ki is fejezette volna.

A *Geschichte der Architektur* első kötetének témája az ösközösség és a rabszolgatartó társadalmak építészeti kultúrájának a bemutatása, tehát az építészet története a prehisztorkumtól kezdve a római birodalom bukásáig. MAJOR Máté, a korábbiakból szerzett tapasztalatok okula, részben leszűkíti az első kötet tartalmát — csak eljött a Távok-Kelet eredményeit —, részben kibővíti: az antik Róma tárgyalása végén adja az eljövendő kötet preludiumát, a kora keresztény építészet emlékeinek elemzését. Minden korszak tárgyalása azonos rendszert és sorrendet mutat, tagoltabbat azonban az előzményeinél. Addig ui., amíg a magyar és az első német nyelvű kiadásban csupán két fejezetre oszlott a történelmi etapok bemutatása, a kultúrát és az építészetet taglalóra, itt négyre emelkedett azok száma. Az általános történelmi részt a kultúrtörténet követi, majd az építészettel foglalkozót rövid összegezés. Ezen a kereteken belül az általános történettel foglalkozó fejezet az anyagi kultúra eredményeiből kiindulva a gazdasági-társadalmi alapok felvázolásával kezdődik, és az eseménytörténettel folytatódik; a kultúrát bemutató szakasz a vallás jelenségeit és jellegét veszi először számba, majd a

tudományét, végül a művészetekét — irodalom, ábrázolóművészetek, zene sorrendben. Az *építészeti fejezetben* a kor által szükségelt építészeti terminológia szemléje után az építőanyagok, az építéstechnika jellemzése következik, az építéskivitelezés dologi és személyi feltételeit követően pedig a természetszerűleg leghosszabb és legfontosabb szakasz: az építészeti fejlődéstörténete. Mindezeket lezárja a „*Rövid összegezés*” c. szakasz, amely az elért építészeti eredményeket sommázza, és rámutat azokra a hatásokra, amelyeket a kor az elkövetkezendőkre gyakorolt.

A szerző ezt a közvetlen összefüggéseket felfedni tudó rendszert következetesen érvényesíti azoknak a területeknek, illetve korszakoknak a bemutatásakor, amelyek viszonylag rövidek, önállóak, és építészetiük karaktere markánsan jellemezhető. I. Elő-Ázsia építészetének egyes korszakait, a Földközi-tenger keleti medencéje körül kialakult építészeti kultúrákat. Egy lehetőséget azonban sajátos módon nem aknáz ki: a viszonylag hosszan tartó és ezért bizonyos — de látszólagos — egységességet mutató korszakok (ősközösség, Egyiptom, Hellas, Róma) építészetének a tárgyalásakor ez a négyes beosztás csorbát szenved, mert a fejlődés egyes szakaszaira bontott tárgyalást nem követik összegezések, hanem csak a nagy egész ismertetése után, egyetlen egyszerű vonja le a kor, a terület építészetének jellegéről, jelentőségéről a konklúziókat. Így a fejlődés menetének tudatosított nyomon követése kissé nehézkessé válik, és bizonyos önkéntes utángondolásra kényszerít. Magyarán: külön fejezetben esik szó pl. az egyiptomi Óbirodalom történetéről-kultúrájáról-építészetről, külön fejezetben a Középbírodalom történetéről-kultúrájáról-építészetről, és így tovább, de részértékelések — rövid összefoglalások — nem követik e szakaszokat, csupán az egészért egy; holott ha a történet és kultúra változásairól etapjaiban szólt, az építészeti fejlődésének akkori állapotát is markánsan — újból — röviden regisztrálnia kellett volna. A sokszor évezredek átfogó korszakok építészetének — hiába nevezzük azonos névvel — fejlődésében nagy változások következtek be. Pl. a görög homéroszi és archaikus, valamint a hellenizmus korszaka között, vagy a római királyság és köztársaság, valamint a császárság korának építészete között legalább olyan nagy különbség van — ha nem nagyobb —, mint a sumér, valamint újbabiloni között stb. Az utóbbiak megkapták a maguk fejlődéstörténeti jelzését, határkövet, az előbbieket nem. Természetesen önmagától adódik erre a vitatható megjegyzésre a válasz: a szerző nem akarta a tárgyalás menetét feleslegesen megszakítani.

A mű tartalmának súlyához illő az a komoly — szolid és elegáns — külső, amelyben formát öltött, és az a szemléltető apparátus, amely élményszerűvé teszi a szöveg értelmét. A bőséges és változatos — jelentős részében új — fényképanyagot rajzok egészítik ki, amelyeket a szerző munkatársai, H. SIPOS Edith és dr. ISTVÁNYI Gyula rajzolt. A rajzok közül kiemelendők a teljesen újonnan szerkesztett és új nézőpontú épületekonstrukciók vázlatok — dr. ISTVÁNYI Gyula munkája —, mint pl. a Cheops piramis, a Beni Hassan-i sziklásir, a karnaki Chonsu templom, a miletosi Bouleuterion stb. perspektivikus, ill. exonometrikus metszete, az oszloprendek — nem agyonunt, hanem — didaktikus bemutatása, és a térképmelléletek. A könyv használatát könnyíti a Függelék: 1/a képjegyzék, amelyben az emlékek keletkezési időpontja, a felvételek származási helye is szerepel; 2. a felhasznált irodalom listája; 3/a névmutató; 4/a hely- és tárgymutató.

E kissé rendhagyó módon megírt könyvismertetést rendhagyó módon egy recenzió recenziója és egy másik könyv recenziója fejezi be. Hugh PLOMMER — a Simpson-féle építészettörténet új kiadása első kötetének — többek között a — a szerzője az — angol *Architectural Design* nevű építészeti szaklap ez év áprilisi számában (Vol. XLV. 4/1975. 254 p.) *Marxist History* címen ismerteti MAJOR Máté akadémikus könyvét. Az — enyhén szólva — tendenciózus írás e könyvről mint a vasfüggöny mögötti tipikus alkotásról beszél, amely a nyugati tudomány folyamának hordalékából rakódott össze, a marxista—leninista dogmák szerint. Ezt a megállapítást a gazdasági-társadalmi alapokat figyelembe vevő periodizáció alkalmazásával indokolja, meg azzal, hogy — szemben a nyugati szokással — nem minden gondolat, kép, ábra eredete regisztrálódik, s hogy néhány elvi rekonstrukció nem a legújabb kutatások alapján rajzolódott meg, végül egy-két ábráról hiányzik a lépték. A külsőleg csinos, részletes és jól szerkesztett könyv — úgymond — természetesen jó részeket is tartalmaz — Boghazköi és Tiryns kapcsolatai, a Ptolemaios-kor reliefművészetének értékelése —, mégis „több okból” kifolyólag mégsem ajánlható a használata.

E kritika olvasása után nyomban feltámad a vágy meg a kíváncsiság, mi az aranyfedezete ennek a kategorikus ítéltképeségnek, magabiztosságnak. Aki kézbe veszi Hugh PLOMMER azonos témájú könyvét (*Ancient and Classical Architecture, Simpson's History of Architectural Development, vol. I. 1956*) és csupán a tartalomjegyzékét nézi át, azonnal megérti, milyen is a dogmáktól mentes, korszerűen megírt ókori építészettörténet. E könyv ui. hemzseg a dogmáktól, igaz nem afféléktől, mint amilyenekre MAJOR Máté könyvével kapcsolatban gondol, hanem a szakmaiaktól. Hugh PLOMMER annyira greco-centrikus, mintha WINCKELMANN közvetlen tanítványa lenne, s ezzel olyan szemlélet híve, amely több mint egy

évszázadon át teljesen egyoldalúvá tette az ókorral foglalkozó műtörténetírást. Legalábbis is erre vall a könyve nagyvonalú hármasságos oszta: *I. Architecture before Greece, II. Greece, III. Architecture after Greece*. Ugyanezt a sajátos „kizárásos” módszert alkalmazza az első részben, a III. fejezetben, ahol Elő-Ázsiának, a Földközi-tenger bronzkorának, és „más” „prehellén” stílusoknak az építészetét *Architecture outside Egypt* címszó alatt tárgyalja: itt a viszonyítási norma tehát Egyiptom, pusztán azért, mert az épületek anyaga miatt és a szerencsés klimatikus viszonyok miatt számtalan emlék megmaradt, és a történelem eseményei itt — viszonyítva a többihez — jól rekonstruálhatóak. A görög oszloprendek tárgyalásakor annyira hosszan elidőz az illusztris szerző, hogy az egy PALLADIONnak vagy VIGNOLÁnak is becsületére vált volna, emellett hol a kronológiai, hol a tipológiai módszert alkalmazza meghökkenítő rugalmassággal, ezáltal fokozva a könyv tiszta koncepciójáról kialakuló képet. Mindezekben természetesen az eredeti publikációkból átvett — hiteles — rajzok, ezek eredetének minőciózus precizitással való megjelölése, valamint a legújabb ismeretek felhasználásai társulnak. Így a „keleti” olvasó méltán elszórakozhat annak találgatásán, hogy a sok szakmai közhely általánossága és avultsága hogyan fér meg az auctoritással precízírozott újdonságokkal.

A két könyv összevetése a következő tanulsággal szolgál: lehetnek a detailok korszerűek, ha az épület összességében ősi, s lehet a ház új és a jövőndő, még akkor is, ha nem minden részlete, mindenhol, a legújabb felfedezések terméke. Mert az utóbbinál csak néhány téglát kell — esetleg — kicserélni, az előbbinél — le kell bontani az egész házat.

Dr. Hajnóczy Gyula

## Kubinszky Mihály

### GYÖRGYI DÉNES

Az *Architektúra* sorozat tizenhatodik köteteként Kubinszky Mihály könyve jelent meg Györgyi Dénesről, a századelő egyik ismert magyar építészeről. A könyv szövegterjedelme kb. 1,2 szerzői ív, ehhez kb. 0,50 ívnyi jegyzetanyag és a művek kb. 0,25 ívnyi jegyzéke járul, a teljes szerzői ív terjedelmé tehát csaknem 2 ív. A szöveget szokás szerint a képek egészítik ki, éspedig 40 képdalra 50 foto- és rajzra. A könyv tagolódása nagyjából megfelel az addigieknek: rövid *Bevetés* után *Élete és kora*, *Életműve* következik, s végül egy rövid, összegező *Zárszó* fejezi be a szövegrészt.

Györgyi Dénes 1886-ban született és 1961-ben halt meg. Diplomáját 1908-ban szerezte és szinte rögtön praktizálni kezdett. Egy évvel később már az Iparművészeti Iskola tanára. Abba a generációba tartozott, mely a század elején — lényege szerint a szecesszió jegyében — indult, s valamiféle sajátosan magyar formaalakítás, mondhatni a nemzeti építészet megteremtésének vágya hajtotta. Ez az első világháború előtti mintegy két évtized amúgy is a magyar kultúra alakulásának egyik legpezsgőbb, legharcosabb, legizgalmasabb korszaka. Vonatkozik ez elsősorban az irodalomra, a Nyugat — Ady, Babits, Kosztolányi és Karinthy, Móricz, Krúdy stb. — ragyogó kora ez, de a festészeté is — a nagybányaiaké, a nyolcaké, az aktivistáké. Nem beszélve a zenéről, melyet Bartók és Kodály világszínvonalra emelt. Ha az építészet talán nem is éri el egészen az előbbieket szintjét, mindenesetre van egy LAJTÁJA, aki, főleg három fő alkotásával, európai nagyság lehetne, ha történetesen nem lenne a magyar művészet korlátai közé zárva, és van egy „fiatalok”-nak elnevezett, a néven kívül, csak számdékaiban összetartozó, kötetlen építész-társasága, mely összességében jelentős művelője a magyar építészetnek. A „fiatalok” közé tartozott: Györgyi Dénes, JANSZKY Béla, KOZMA Lajos, MEDGYASZAY István, MENDE Valér, SZIVESSY Tibor, TÁTRAI Lajos, THEOROCZKAY WIGAND Ede, ZRUMECZKY Dezső. Ez a kilenc fiatal építész Kós Károly mint virtuális vezető körül csoportosult, s egyikük másikuk (GYÖRGYI, JANSZKY, ZRUMECZKY) egy-egy művében szerzőtársa is volt. A Kós vezette „Fiatalok”-nak volt néhány szerencsés esztendője, amikor a népi formák továbbéltetésének keresésével — az erdélyi és a korabeli finn építészet hatásával — friss, derűs építészetet produkáltak. Györgyi Dénesnek is alighanem az a legjobb alkotása, amit Kós Károllyal közösen tervezett, s ez a Városmajor utcai elemi iskola (1911–1912). Ez egyébként jellemzi Györgyi első világháború előtti építészeti tevékenységét is. Később, az első világháború után, Györgyi Dénes is belekeveredik a magyar építészetre a két világháború közötti időben általánosan jellemző stílárís bizonytalanságokba. Györgyi sem vesz tudomást az új építészet indulásáról és kibontakozásáról, bár kétségtelen, hogy ennek formai hatása is kimutatható műveiben.



A sorozat egyes kötetének különböző színvonala is az elmondottakból következik, s csak az említett intenció állandó szorgalmazásával javítható.

Külön vitakérdés a magyar közelmúlt már befejezett pályájú építészeinek bemutatása a sorozatban, mely kérdés újból éppen Györgyi Dénes kötetének megjelentetésével kapcsolatban merült fel. E recenzió szerzője azt is említette, hogy ezzel a kérdéssel már foglalkozott (M.É. A „nagy”-ok és a mi „nagy”-jaink. 1968. 6. sz.), s itt most csak azt a két fő érvet említi, melyek a már kiadott, s a még kiadandó magyar építész monografiákat indokolják. Az egyik érv a relativitás érve. A magyar építészettörténet egészét és a mai új építészetet illetően is viszonylag jelentős a századelő és a közelmúlt egyes magyar építészeinek működése — tehát ÁRKAY is, GyÖRGYI is —, és hozzátartozik a magyar új építészetet megalapozó előzményekhez. A másik érv, hogy ha akad is ezek között olyan, aki világviszonylatban abszolúte is jelentős — mint például LAJTA Béla — azt az európai építészettörténetben vagy nem jegyzik, vagy aláértékeli. Még magának az új építészetnek olyan jelentős alakja, mint MOLNÁR Farkas sem kap külföldön olyan elismerést, amelyet — műveinek színvonalával — megérdemelne.

Györgyi-kötet recenziójával kapcsolatban szükségesnek mutatkozott ezeket is elmondani az *Architektúra* sorozatról.

Dr. Major Máté

### S. S. Penner—L. Icerman:

#### ENERGY, VOL. I.

A szénhidrogén alapanyagú energiahordozók árnyvekedése, valamint a világgazdaságban előállott változások következtében az energetika ágazat népgazdasági szerepe néhány év óta jelentős mértékben megnövekedett. Az Addison-Wesley Publishing Co. kiadványában a Kalifornia Egyetem Energetikai Központja (San Diego, La Volla) részéről a szerzők három kötetet tartalmazó energetikai kérdésekkel foglalkozó értékes összeállítást készítenek, felhasználva a témakörben 1968—1974 között USA-ban megjelent számos közlemény adatait. A szóban forgó 1974-ben megjelent 1. kötet az energiaigények, források, technológia és környezeti hatások általános kérdéseit tárgyalja. A nem nukleáris technológiával az 1975-ben megjelent 2. kötet, a nukleáris technológiával és az energiapolitikával a kiadásra 1976-ban előirányzott 3. kötet fog foglalkozni.

A 372 oldal terjedelmű 1. kötet az USA adatokon és előirányzatokon kívül foglalkozik a többi földrészek és egyes kiemelt országok energiahelyzetével és fejlesztési elképzeléseivel. Az előirányzatok a közeltávlati 1985. évre és több esetben hosszú távlatra kb. 2000-ig készültek. Az energiaforrásokat a könyv teljes keresztmetszetben tárgyalja, többek között megemlítve a geometrikus és szélenergia-felhasználási forrásokat is. Az energiafogyasztók között kiemelten szerepel az egyes iparágak fogyasztása mellett a szállítás, ill. közlekedés 22—23%-ot kitevő energiafogyasztás. Az energiafogyasztási adatok azonban csak az USA-ra vonatkozó 1968., ill. 1970. évi tényértékeket és 1985. évi előirányzatot tartalmaznak. A kiadvány a vízi, szárazföldi és légi szállítás energiaköltség összefüggéseit is bemutatja. Több ország adatait ismertette foglalkozik az energia hasznosítás gazdasági értékelésével, többek között a nemzeti jövedelem és a villamosenergia-fogyasztás közötti kapcsolattal, azonban részletesebben tárgyalja az USA-ra vonatkozó összefüggéseket. A primer energia-költség emelkedésének hatását egyes USA-beli példákon keresztül mutatja be, foglalkozva a villamosenergia-önköltségre való kihatással. Két (5. és 6.) fejezetben foglalkozik az energiafelhasználás hatáskörének javításával, az energiaveszteségek csökkentésével, pl. épületek fűtése vonatkozásában a hőszigetelés fokozásának, valamint a környezetvédelmi szempontokkal. Ez a kötet az utolsó, 8. fejezetében tartalmaz egyes energiapolitikai kérdéseket is, amelyek kapcsolódnak a 7. fejezetben tárgyalt, a szénfeltárással kapcsolatos problémákhoz.

A megjelent munka értékes tájékoztatásul szolgál egyrészt az energetikával foglalkozó szakemberek részére, másrészt az energetikának a gazdasági élettel való szoros kapcsolata révén a kiadvány általános érdeklődésre tart számot.

Dr. Szendy Károly



*Kollár Lajos—Dulácska Endre*  
HÉJAK HORPADÁSA

Akadémiai Kiadó Budapest 1975. 191 oldal. 125 ábra, 5 táblázat, irodalomjegyzék, tárgy- és névmutató

A rúdszerkezetek különböző stabilitási és rezgésproblémáit számos kiadvány részletesen feltárta, mind ez ideig hiányzott azonban a lemezszerkezetek stabilitásproblémáival foglalkozó monográfia. KOLLÁR Lajos és DULÁCSKA Endre könyve ezt a hiányt óhajtja a héjszerkezetek vonalán pótolni.

A könyv két szerzője közül KOLLÁR Lajostól van a könyv kitűnően megírt bevezető fejezete, a henger- és kúphejak horpadásával, a gömb- és elliptikus kupolák kihajlásával, valamint a hiperbolikus paraboloidhejak stabilitásproblémáival foglalkozó fejezet. Őtőle származnak a könyvek a szabadszélű héjak stabilitásproblémáit, valamint a bordás és rácsos héjak horpadását tárgyaló részek is. Viszont az ortotróp héjaknak, a szendvics- és hullámos héjaknak stabilitásproblémáit tárgyaló részek szerzője DULÁCSKA Endre. Ő írta a stabilitáselmélet eredményeinek gyakorlati felhasználását tárgyaló záró fejezetet is.

A héjak kihajlásproblémái a technikai szilárdságtan legbonyolultabb és nagyon sok vonatkozásban ma is még tisztázatlan fejezetét alkotják. Ezeknek a problémáknak a megoldásával az elméleti és kísérleti kutatók százai foglalkoztak, de vizsgálataik nem hozták a feladatok megnyugtató megoldását, márcsak azért sem, mert megállapításaik sok tekintetben jelentősen eltérnek egymástól. Különösen szembeszökő, hogy a héjak kritikus terhe a kísérletek és az építési tapasztalatok tanúsága szerint tág határok közt ingadozik és lényegesen kisebb, mint a számítások alapján várható érték. A mutatkozó eltérések egyrészt onnét származnak, hogy az elméleti vizsgálatok a valóságos anyagtulajdonságok helyett azoktól többekévé eltérő, különbözőképpen idealizált anyagtulajdonságokat tételeznek fel és a felmerülő matematikai nehézségekre való tekintettel a számítások egyes lépéseiben különböző elhanyagolásokat alkalmaznak. Az eltérések másik fő oka, hogy az elméleti vizsgálatok a szerkezet alakját és támasztásmódját idealizálva, a kiviteli pontatlanságok okozta kezdeti hullámosságok figyelmen kívül hagyásával végzik, illetve szabályosan elrendezett szabályos alakú hullámosságot feltételeznek. Az elméleti vizsgálatok általában nincsenek tekintettel azokra a fizikai, kémiai hatásokra (hőtágulásra, zsugorodásra, lassú alakváltozásra, korrozóra) sem, amelyek a szerkezetet fennállása során érik. Hiba származik abból is, hogy az elméleti vizsgálatok a kihajlási alakváltozás végtelen sok elképzelhető változata helyett csupán korlátolt számú változat figyelembevételére szorítkoznak. Ezért és a héj falvastagságának az elméleti vastagságtól való bizonytalan eltérése folytán az elméleti eredmények gyakorlati felhasználása során a biztonsági tényező ésszerű felvétele maga is komoly problémát jelent.

Szerzők könyve egyrészt közérthető áttekintést óhajt adni a tárgyalandó összetett problémakörben, másrészt segítséget kíván nyújtani a gyakorlat számára a héjak gazdaságos és biztonságos méretezéséhez. Ezt a kettős célt — a feladat bonyolult volta ellenére — a könyv sikeresen oldja meg. A lineáris elmélet szerinti kritikus feszültség számítását illetően hosszas levezetések mellőzésével csak a Dulácska-féle eljárást ismerteti, amely szellemesen azon a kísérleti megfigyelésen alapszik, hogy a héjak horpadása általában kis területre kiterjedő hullámban, vagy hullámokban megy végbe, és így a horpadási feladat a lapos héjak egyszerűsített elméletével tárgyalható.

Behatóan foglalkozik a könyv a héjak kezdeti hullámosságának (az elméleti alaktól való eltérésnek) a horpadási jelenségre gyakorolt hatásával. Képletek és levezetések helyett szemléletes diagramokban tünteti fel a különböző szerzők vizsgálati eredményeit, ideértve a kritikusan túli viselkedésre vonatkozó elméleti és kísérleti megfigyeléseket is. Rendkívül szemléletes — a nemzetközi irodalomból nem is ismert — ábra magyarázza a torznegységűhøj feltételezhető kihajlási alakját és a lehetséges nyúlásmentes alakváltozás esetét. Érdekes a szabadszélű héjak stabilitására vonatkozó Kollár-féle elméleti és kísérleti eredmények összefoglaló ismertetése is.

A könyv a gyakorlati alkalmazásokra való tekintettel részletesen tárgyalja az ortotróp héjak kihajlására, továbbá a különleges szerkezeti megoldású héjak stabilitására vonatkozó problémakört, köztük a szerzők önálló kutatási eredményeit is. Figyelmet érdemel a kellő fantáziával és praktikus érzékkel megírt zárófejezet is.

Általában megállapítható, hogy a könyv — célkitűzésének megfelelően — szemléletesen és közérthetően magyarázza a héjhorpadás rendkívül bonyolult jelenségét, annak fizikai okait. Gondosan ismerteti a héjak horpadásával foglalkozó széles körű nemzetközi irodalom eredményeit, melyekhez szerzők maguk is értékes dolgozatokkal járultak hozzá. Az irodalmi

hivatkozások és a több mint 200 tételt tartalmazó irodalomjegyzék a további kutatáshoz nyújt kiváló lehetőséget.

KOLLÁR Lajos és DULÁCSKA Endre könyve a nemzetközi szakirodalom értékes, hézagpótló terméke, amely nyilván számot tarthat széles körű érdeklődésére.

*Dr. Csonka Pál*

### *Sitkei György:*

## HŐÁTADÁS ÉS HŐTERHELÉS BELSŐÉGÉSŰ MOTOROKBAN

Akadémiai Kiadó, Budapest 1974, 268 old., 231 ábra

Szerző műve jelentősen gazdagítja a belsőégésű dugattyús motorok szakirodalmát. A dugattyús motorokkal foglalkozó szakemberek régóta várták olyan tudományos igényeket is kielégítő könyv megjelenését, mely a dugattyús motorokban lejátszódó hőátadási és az ezzel kapcsolatos hőterhelési folyamatokat az alapismeretektől kezdve a legújabb kutatási eredményekig szigorú rendszerességgel tárgyalja.

A mű első két fejezete a belsőégésű motorokban bekövetkező hőátadás, hővezetés és sugárzás elméleti és fizikai alapjait ismerteti. A szerző különös figyelmet fordít az égésfolyamat alatti sugárzási problémák szabatos és pontos tárgyalására, mivel az eddigi ilyen irányú kutatásokban a sugárzási folyamatokat nem eléggé mélyrehatóan elemezték. A következő fejezetek a dugattyú, a henger-persely, a hengerfej, a szelepek hőállapota és hőterhelése meghatározásának lehetőségeit tárgyalják. A szerző a téma átfogó tárgyalása mellett saját kutatási eredményeit is ismerteti, különösen értékesek a hőátadás és sugárzás, valamint a legfontosabb alkatrészek (dugattyú, hengerperselyek, előkamra, ill. égéstér) hőmérsékleteloszlása területén, elsősorban a Csepel Diesel-motorok vonatkozásában kimunkált elméleti és kísérleti eredmények.

Az utolsó fejezet a belsőégésű motorokban a hőterhelés hatására keletkező hőfeszültség problémáival foglalkozik. Mivel az időben változó hőfeszültség az anyag kifáradását okozza, a szerző röviden összefoglalja a dugattyús motorok alkatrészeivel kapcsolatos kifáradási ismereteinket, különös tekintettel a kifáradás szempontjából még nem teljesen tisztázott alumínium-ötvözetekre, amelyek a belsőégésű motorok egyre fontosabb szerkezeti anyagai. A hőfeszültségek számítására a szerző kétféle módszert ismertet: a speciális esetekre jól használható, immár klasszikusnak számító, differenciál-egyenlet megoldásán alapuló eljárást és a tetszőleges esetek, asszimmetrikus formák, számítására is alkalmas korszerű eljárást, a véges elemek módszerét. Ez utóbbi az elektronikus számítógépek elterjedésének időszakában különös jelentőségű és lényegében egyetlen módszer, az általános esetek tetszőleges pontosságú számítására. Külön érdeme a szerzőnek, hogy az általános érdeklődésre számot tartó véges elemek módszerét olyan mélységig ismerteti, hogy a számítás annak alapján ténylegesen végre is hajtható.

A befejező részben az olvasó a feszültség analízis kísérleti módszereinek elemeivel ismerkedhet meg. A függelékben a belsőégésű motorok szerkezeti anyagainak legfontosabb anyagjellemzői, valamint az ismerttetett számítások egyes elemei gyors elvégzéséhez szükséges függvény táblázatok találhatók. A művet gazdag, a mű megjelenésének időpontja szempontjából legújabb irodalmi adatokat is tartalmazó irodalomjegyzék egészíti ki.

*Dr. Pásztor Endre*

## TARTALOMJEGYZÉK

1980. évi kiadás

### SZÉCHENYI EMLÉKÜLÉS

|  |     |
|--|-----|
| <i>Lévai András</i> : Bevezető .....   | 243 |
| <i>Abrahám Kálmán</i> : Széchenyi István és a közlekedéstudományok jelentősége .....                                 | 245 |
| <i>Czére Béla</i> : Széchenyi közlekedéspolitikája és hatása a magyar közlekedés fejlődésére ....                    | 247 |
| <i>Turányi István</i> : Széchenyi tudományfejlesztési koncepciójának hatása a közlekedéstudományok fejlődésére ..... | 257 |
| <b>Arvo Ylinen</b> 1902—1975. ....   | 269 |
| Csonka Pál 80 éves .....   | 273 |

### TANULMÁNYOK

|  |     |
|--|-----|
| <i>Jándy Géza</i> : A termelés tervezésének és irányításának számítógépes rendszere .....  | 301 |
| <i>Székely Levente—Széki Pálma—Verő József</i> : A saválló acélok különleges korróziós jelenségei .....  | 325 |
| <i>Szentgyörgyi Sándor—Molnár Károly</i> : Vegyipari léghűtőberendezések .....   | 357 |
| <i>Selmeciné Nagy Melinda</i> : Optikai feszültségvizsgáló berendezés a közetmechanikában előforduló üregek körüli feszültségmező vizsgálatára ..... | 367 |
| <i>Roller Béla</i> : Műszaki mechanikai kutatásaink a finit módszerek területén .....  | 377 |
| <i>Bosznay Ádám—Kaliszky Sándor—Kozák Imre—Lazányi István és Vajna Zoltán</i> : A hazai műszaki kutatás (1967—1975) .....                            | 391 |

### KÖZLEMÉNYEK

|  |     |
|--|-----|
| A Nemzetközi Hidraulikai Szövetség XVI. Kongresszusa (Starosolszky Ö.) ..... | 419 |
| Szimpozium a számítógépes rendszerszimulációról (Jándy G.) .....             | 421 |

### KÖNYVISMERTETÉS

|   |     |
|---|-----|
| <i>Major, M.</i> : Geschichte der Architektur I. (Építészettörténet I.) (Hajnóczy Gy.) .....  | 423 |
| <i>Kubinszky M.</i> : Györgyi Dénes (Major M.) .....  | 426 |
| <i>Penner, S. S.—Icerman, L.</i> : Energy (Szendy K.) .....   | 428 |
| <i>Kollár L.—Dulácska E.</i> : Héjak horpadása (Csonka P.) .....  | 429 |
| <i>Sütkei Gy.</i> : Heat Transfer and Thermal Loading in Internal Combustion Engines (Hőátadás és hőterhelés belsőégésű motorokban (Pásztor E.) ..... | 430 |

## INHALTSVERZEICHNIS

### SZÉCHENYI GEDENKSITZUNG

|   |     |
|---|-----|
| <i>Lévai, A.</i> : Einleitung .....   | 243 |
| <i>Ábrahám, K.</i> : Die Bedeutung von Stephan Széchenyi und der Verkehrswissenschaften ....  | 245 |
| <i>Czéere, B.</i> : Széchenyi's Verkehrspolitik und ihre Auswirkung an die Entwicklung des ungarischen Verkehrswesens .....               | 247 |
| <i>Turányi, I.</i> : Die Auswirkung Széchenyi's verkehrswissenschaftlichen Konzeption an die Entwicklung der Verkehrswissenschaften ..... | 257 |
| <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Arvo Ylinen</span> 1902—1975. ....   | 269 |
| P. Csonka 80 Jahre alt .....  | 273 |

### ABHANDLUNGEN

|  |     |
|--|-----|
| <i>Jándy, G.</i> : Rechentechnisches System für Produktionsplanung- und Lenkung .....  | 301 |
| <i>Székely, L.—Széki, P.—Verő, J.</i> : Spezielle Korrosionserscheinungen bei säurebeständigen Stählen .....   | 325 |
| <i>Szentgyörgyi, L.—Molnár K.</i> : Luftkühlanlagen in der chemischen Industrie .....  | 357 |
| <i>Frau Selmeczi, M. Nagy</i> : Spannungsoptisches Meßgerät für die Untersuchung der Spannungsfelder um in der Gesteinmechanik befindlichen Hohlräumen ..... | 367 |
| <i>Roller, B.</i> : Unreine Ingenieurmechanischen Forschungen auf dem Gebiet der finiten Methoden .....  | 377 |
| <i>Bosznay, Á.—Kaliszky, S.—Kozák, I.—Lazanyi, I.—Vajna, Z.</i> : Lagebericht über die ungarischen ingenieurmechanischen Forschungen (1967—1975) .....       | 391 |

### MITTEILUNGEN

|   |     |
|---|-----|
| XVI. Kongress des Internationalen Vereins für Hydraulik (Ö. Starosolszky) ..... | 419 |
| Symposium über Systemsimulation mittels Rechenmaschinen (G. Jándy). ....        | 421 |

### BUCHBESPRECHUNG

|   |     |
|---|-----|
| <i>Major, M.</i> : Geschichte der Architektur Band I. (Hajnóczy, Gy.) .....                             | 423 |
| <i>Kubinszky, M.</i> : Dénes Györgyi (Major, M.) .....  | 426 |
| <i>Penner, S. S.—Icerman, L.</i> : Energy (Szendy, K.) .....  | 428 |
| <i>Kollár, L.—Dulácska, E.</i> : Schalenbeulung (Csonka, P.) .....                                      | 429 |
| <i>Sitkei, Gy.</i> : Heat Transfer and Thermal Loading in Internal Combustion Engines (Pásztor, E.) 430 |     |

## CONTENTS

### COMMEMORATION MEETING IN HONOUR OF SZÉCHENYI

|   |     |
|---|-----|
| <i>Lévai, A.</i> : Inaugural Address .....  | 243 |
| <i>Ábrahám, K.</i> : Significance of Transport Sciences and I. Széchenyi .....  | 245 |
| <i>Czére, B.</i> : Széchenyi's Transport Policy and its Effect on the Evolution of the Hungarian Transport Sciences .....       | 247 |
| <i>Turányi, I.</i> : The Influence of Széchenyi's Conception of Science Development on the Evolution of Transport Science ..... | 257 |
| <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Arvo Ylinen</span> 1902—1975 .....   | 269 |
| P. Csonka's 80 <sup>th</sup> Anniversary .....  | 273 |

### PAPERS

|  |     |
|--|-----|
| <i>Jándy, G.</i> : Computerized Production Planning and Control .....  | 301 |
| <i>Székely, L.—Széki, P.—Verő, J.</i> : Special Corrosion Effects on Acid-Resistant Steels ....  | 325 |
| <i>Szenigygögyi, S.—Molnár, K.</i> : Air Cooling Installations in Chemical Engineering .....   | 357 |
| <i>Mrs. M. Selmeci, Nagy</i> : Photoelasticity Test Instrument for the Investigation of a Stress Field around Cavities in Rock Mechanics .....     | 367 |
| <i>Roller, B.</i> : Our Engineering-Mechanical Investigation in the Field of Finite Methods .....  | 377 |
| <i>Bosznay, Á.—Kaliszky, S.—Kozák, I.—Lazányi, I.—Vajna, Z.</i> : Situation Report on Engineering Mechanical Research in Hungary (1967—1975) ..... | 391 |

### PUBLICATIONS

|  |     |
|--|-----|
| 16th Congress of the International Hydraulic Association (Ö. Starosolszky) ..... | 419 |
| Symposium on Computerized System Simulation (G. Jándy) .....                     | 421 |

### BOOK REVIEW

|   |     |
|---|-----|
| <i>Major, M.</i> : Geschichte der Architektur I. (Hajnóczy, Gy.) .....                                    | 423 |
| <i>Kubinszky, M.</i> : Dénes Györgyi (Major, M.) .....  | 426 |
| <i>Penner, S. S.—Icerman, L.</i> : Energy (Szendy, K.) .....  | 428 |
| <i>Kollár, L.—Dulácska, E.</i> : Schalenbeulung (Csonka, P.) .....  | 429 |
| <i>Sütkei, Gy.</i> : Heat Transfer and Thermal Loading in Internal Combustion Engines (Pásztor, E.) ..... | 430 |

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |     |
|--|-----|
| <i>Андраш Леваи</i> : Введение .....   | 243 |
| <i>Кальман Абрахам</i> : Иштван Сечени и значение транспортных наук .....                          | 245 |
| <i>Бела Цере</i> : Воздействие концепций развития науки Сечени на развитие транспортных наук ..... | 247 |
| <b>Арво Илинен</b> (1902—1975) .....   | 269 |
| К 80-летию Пала Чонка .....  | 273 |

### НАУЧНЫЕ ТРУДЫ

|  |     |
|--|-----|
| <i>Геза Янди</i> : Система планирования и управления промышленностью на базе ЭВМ ....  | 301 |
| <i>Левенте Секей, Пальма Секи, Йозеф Верэ</i> : Особые коррозионные явления кислотоупорных сталей .....  | 325 |
| <i>Шандор Сентдьерди, Карой Мольнар</i> : Оборудование охлаждения воздуха для химической промышленности .....  | 357 |
| <i>Шельмеци (Мелинда Надь)</i> : Устройство для испытания оптических напряжений, служащее для измерения напряжений вокруг полостей, встречающихся в механике пород ..... | 367 |
| <i>Бела Роллер</i> : Техничко-механические исследования в области финитных методов .....   | 377 |
| <i>Адам Боснаи, Шандор Калиски, Имре Козак, Иштван Лазани и Золтан Вайна</i> : Техничко механические исследования в Венгрии (1967—1975) .....                            | 391 |

### СООБШЕНИЯ

|   |     |
|---|-----|
| XVI Конгресс Международной Гидравлической Ассоциации (Старошольски Э.) .... | 419 |
| Симпозиум по машинной системной симуляции (Янди Г.) .....                   | 421 |

### ОБЗОР КНИГ

|  |     |
|--|-----|
| <i>Майор М.</i> : История архитектуры (на нем. яз.) том I (Хайноци Д.) ..... | 423 |
| <i>Кубински М.</i> : Денеш Дьерди (Майор М.) .....                           | 426 |
| <i>Пеннер С. С., Икерман Л.</i> : Энергия (на англ. яз.) (Сенди К.) .....    | 428 |
| <i>Коллар Л., Дулачка Е.</i> : Изгиб оболочек (на нем. яз.) (Чонка П.) ..... | 429 |





A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója. Műszaki szerkesztő: Agócs András.  
A kézirat nyomdába érkezett: 1976. III. 10. — Terjedelem: 17,15 (A/5) fv  
76.2897 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György



**36,— Ft**

***Megjelent 1976. VIII. 19.***

**Index: 26.499**