

# MŰSZAKI TUDOMÁNY

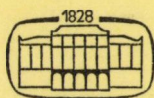
---

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: MAJOR MÁTÉ

44. KÖTET

1—2. SZÁM



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1971

MŰSZ. TUD.

# MŰSZAKI TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐ BIZOTTSÁG

BARTA ISTVÁN, BÖLCSKEI ELEMÉR, GESZTI P. OTTÓ,  
LÉVAI ANDRÁS

44. KÖTET 1—2. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG: BUDAPEST V., MÜNNICH FERENC UTCA 7.  
KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21.

A *Műszaki Tudomány* változó terjedelmű füzetekben jelenik meg. Négy füzet alkot egy kötetet.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia  
Műszaki Tudomány  
Budapest V., Münnich Ferenc utca 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A *Műszaki Tudomány* előfizetési ára kötetenként 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest V., Alkotmány utca 21. Pénzforgalmi jelzőszám 215—11488), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest I., Fő utca 32., Pénzforgalmi jelzőszám: 218—10990) útján eszközölhetők.

# MŰSZAKI TUDOMÁNY

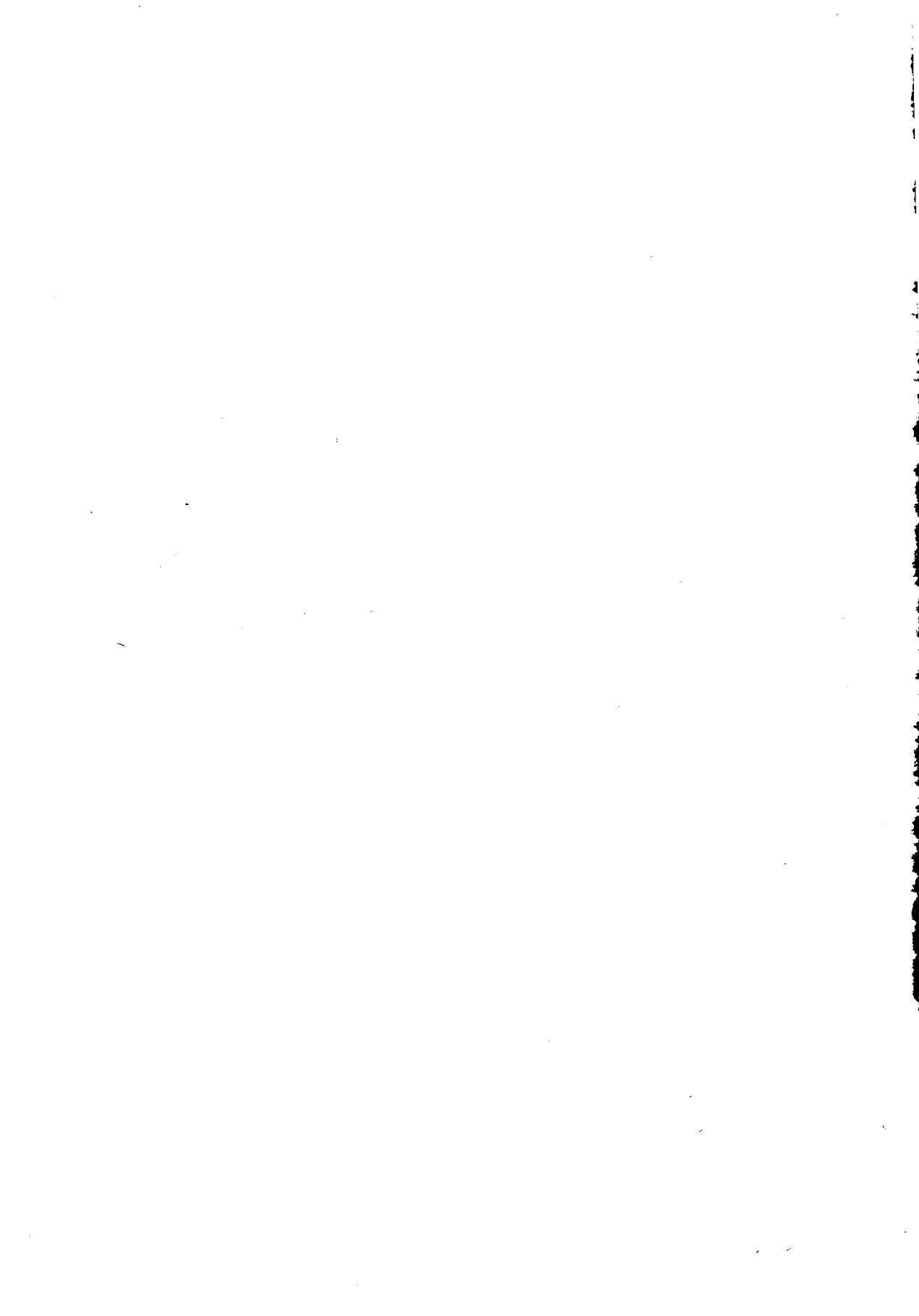
A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: MAJOR MÁTÉ

44. KÖTET



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1971





ALEKSZANDR MIHAJLOVICS SZAMARIN  
1902 — 1970

A. M. SZAMARIN, a Szovjetunió Tudományos Akadémiájának 1966 óta rendes tagja, a Magyar Tudományos Akadémia tiszteleti tagja ez év május 20.-án, munkában, sikerekben és elismerésben gazdag életének 68. esztendejében elhunyt.

Hatvanadik születésnapja alkalmából a MTA VI. osztályának közleményei munkásságának főbb állomásait és eredményeit már ismertették.\* Azóta is járt nálunk, legutóbb 1968 júniusában, mint a szovjet műszaki tudományos egyesületek szövetségének elnöke. Ez évben még elkészítette és el is küldte a Balatonfüreden júniusban lebonyolított nemzetközi „Tiszta acél” konferenciára szánt előadását, annak megtartásában azonban halála megakadályozta.

Halálának hírére nemcsak hazájában, hanem a világ minden országában, ahol a vaskohászat tudományos fejlesztésén dolgoznak, súlyos veszteségként fogadták. Az egész világon ismert és elismert, nagyon termékeny kutatója volt a vaskohászati folyamatok elméleti kérdéseinek, de mint szervező is

\* VI. Oszl. Közl., 32 (1963), 3–5.

eredményesen tevékenykedett, hogy a tudomány szálaival erősítse a népek barátságát. Mindig emlékezetes élmény maradt valamennyi résztvevő számára az A. A. BAIKOV nevét viselő Metallurgiai Intézetben kétévenként rendezett nagyszabású nemzetközi konferenciák sorozata; a legutóbbi, 1968 májusában, centennáris megemlékezés volt D. K. CSERNOVRA és a vas allotrópiájának felfedezésére.

Mi magyarok, főleg magyar kohászok A. M. SZAMARINban nemcsak Akadémiánk tiszteleti tagját és a kohászat tudományának világhírű művelőjét gyászoljuk, hanem népünknek, szakembereinknek melegszívű, igaz barátját is.

*Dr. Verő József*

# ERŐSÁRAMÚ HÁLÓZATTERVEZÉS FEJLESZTÉSE ÉS A MAGYAR ALAPHÁLÓZAT TÁVLATI FEJLŐDÉSE\*

SZENDY KÁROLY\*\*

LEVELEZŐ TAG

Beérkezett: 1970. december 24-én

Az erősáramú hálózat szintézis adott műszaki feltételek mellett a leggazdaságosabb hálózat kialakítását tűzi ki céljául. A hálózat maximális gráfjában az élek bővítése Boole-változókkal fejezhető ki. A műszaki feltételeket kielégítő halmazhoz rendelt és a költségeket kifejező funkcionál minimumát kell meghatározni. Ez a feladat megoldható a javasolt teljesítményáramlási módszerrel és a Ford—Fulkerson-féle eljárással, de lehet alkalmazni a szállítási feladat modelljét is, amelyek segítségével a szállítási utakat lehet kijelölni a hálózat-alakzat számára. Ezekkel a módszerekkel, a dinamikus tervezéssel kombinálva, hosszabb időre lehet megállapítani a hálózat gazdaságos fejlesztését. A szállítási feladattal, mint egyszerűsített eljárással, a szerző példaképpen bemutatja a 400 kV-os feszültségre létesülő magyar kooperációs hálózatnak távlati kialakítását.

## I. Hálózati vizsgálatok

Az erősáramú hálózattervezés feladata az erőművekben termelt villamos energiának a fogyasztókhoz szállítására — adott műszaki feltételek mellett — a leggazdaságosabb megoldás kialakítása. A negyedik ötéves tervben (1971—1975) a hálózati beruházási költségek 8÷9 milliárd forintot jelentenek, amelyekhez a hálózati veszteség és az üzemvitel költségeit kell még hozzáadni. Ezek a beruházási költségeknek mintegy  $\frac{2}{3}$ -át teszik ki. Ha a jobb tervezéssel, a termelékenység növelésével, az üzemvitel szervezésével 1÷2%-os költségcsökkentést sikerül elérni, akkor a megtakarítás ebben az ötéves tervben 150÷300 millió forint lehet. A tervezés túlnyomóan a hálózat beruházási és veszteségköltségeire hat ki, de befolyással van az üzemvitelre is. A hálózatfejlesztési tervek alapján meghozott beruházási döntések hatása azonban az ötéves tervperiódust meghaladja.

A hálózati rendszer hierarchikus felépítése megkülönböztet alap-, főelosztó és elosztó hálózatot. Az erőművek együttműködő rendszerének fontossága kiemeli az alaphálózatot, bár ennek költsége az összes hálózati költségnek csak mintegy 20%-át teszi ki. Az alaphálózatnak üzembiztonsága kihat az energiarendszer egészére, és ez a hálózat biztosítja a szomszédos rendszerekkel való kapcsolatot is. Megjegyzendő, hogy a kiefeszültségű elosztó költségrézsesedése számottevő, mintegy 40%.

\* Dr. SZENDY KÁROLY 1970. december 14-én tartott akadémiai székfoglaló előadása.

\*\* Dr. Szendy Károly; Budapest II., Ábrányi E. u. 1.

A beruházási döntésekhez ismerni kell a jövő fejlődését, a létesítmények megbízhatóságát, és jól összegyűjtött adatokból kell a matematikai statisztika és a valószínűségszámítás segítségével következtetni. Ha a megalapozás hiányos, a tervezéshez szükséges adatokat csak becsülni lehet. Ilyenkor különösen fontos a tervező megfelelő gyakorlati tapasztalata és áttekintőképessége. Korszerűnek azonban ma már csak az a tervezés mondható, amely a megfelelő felkészültség és jól megszervezett információcsere mellett a rendelkezésre álló számítástechnikát is alkalmazza. Még a számítógépek megjelenése előtt a hálózatanalízist villamos modellek segítségével végeztük, és elég gyorsan tértünk át a villamos hálózatok teljesítményáramlásainak számítógépes meghatározására. Matematikai modellek készültek az erőművek közötti gazdaságos terheléelosztásnak, a meghibásodások hálózati kihatásainak, a villamos energiaellátás megbízhatóságának kiértékelésére. Ezeket a modelleket a hálózat üzemviteléhez és továbbfejlesztéséhez jól lehetett felhasználni.

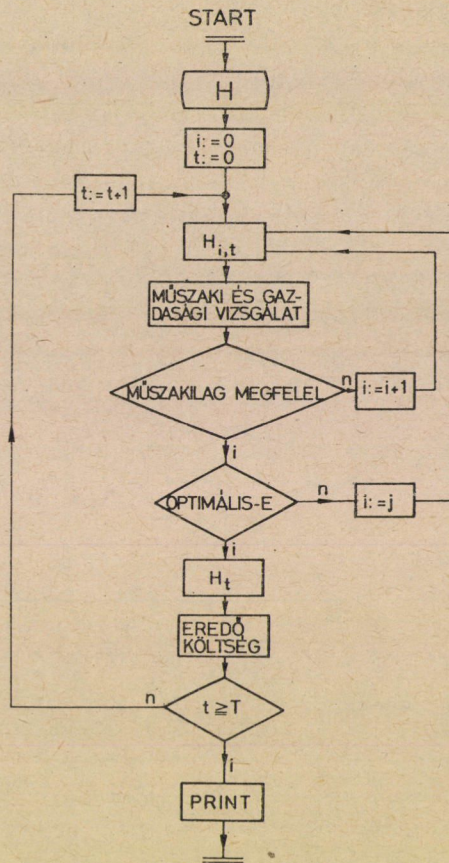
A hálózatfejlesztés változatait a tervező gyakorlatának megfelelően, de heurisztikus módon választja ki. A tervezés továbbfejlesztését jelenti, ha sikerül olyan modelleket kifejleszteni, amelyek segítségével a tervező útbaigazítást kap az optimális hálózatalakzat kiválasztására. Készült már újabban néhány tervezési modell, amelyek segítségével bizonyos elosztóhálózat-típusokra a szintézis elvégezhető. Ezek a modellek egy terhelési időpontban sugaras, gyűrűs, íves hálózatok optimális kialakítására, a táppont gazdaságos helyének megállapítására (centrumfeladat) alkalmasak.

### I. táblázat

#### Műszaki vizsgálatok

Normális állapotban	Hiányos állapotban (karbantartás vagy/és üzem- zavar miatt)
Erőművek optimális betáplálása és 1 vagy 2 erőmű legnagyobb betáplálása esetén:	
Teljesítményeloszlás a létesítményekben (vezeték és transzformátor) Feszültségviszonyok csomópontokban	
Hálózati veszteség Veszteségüvekmény a csomópontokban	
Üzemzavari állapot	Zárlati viszonyok Stabilitás (gerjesztés szabályozást figyelembe véve) Meghibásodás valószínűsége (megbízhatóság a csomópontokban)





I. ábra. Hálózati vizsgálat

## II. táblázat

Hálózattervezésre közvetlenül nem tartozó, arra közvetve kiható vizsgálatok

## 1. Rendszervizsgálatok

- 1.1 Rendszerösszeköttetések vizsgálatai
- 1.2 Túlfeszültségvizsgálatok
- 1.3 Frekvencia és feszültség szabályozás vizsgálatai
- 1.4 Távközlő berendezésekre, környezetre gyakorolt zavartatás, érintésvédelmi kérdések

## 2. Létesítményvizsgálatok

- Alállomások tervezése (kapcsolási vázlat, a transzformátorok és készülékek megválasztása)  
Vezetékek tervezése

A hálózati vizsgálatokat, ha egy terhelési időpontra készülnek *statikus*, ha több évre — évenként ismétlődő terhelési időpontokra — *dinamikus* vizsgálatoknak nevezzük. A műszaki vizsgálatokat az áttekinthetőség érdekében az I. táblázat szemlélteti. A gazdasági vizsgálatok a beruházási, veszteségi, üzemviteli és üzemzavar okozta népgazdasági kár költségeit értékelik az egyes évekre, és az évi költségekből diszkontálással határozzák meg a vizsgálat időtartamára a hálózat eredő költségét. A hálózattervezéshez közvetlenül nem tartozó, de közvetve arra kiható vizsgálatok a II. táblázaton láthatók. A hálózatvizsgálatok elvi felépítését pedig az 1. ábrán bemutatott blokkvázlaton lehet áttekinteni.

## II. Műszaki vizsgálatok

A műszaki vizsgálatok eredményei befolyásolhatják a hálózat kialakítását, ilyenek pl. egyes helyeken fellépő túlterhelés vagy nagy zárlati teljesítmény. Lehetséges, hogy a zárlati teljesítmény csökkentésére hálózatbontások szükségesek, ha megfelelő műszaki intézkedésekkel — automatikákkal — az üzembiztos és gazdaságos ellátás nem biztosítható.

Az igen nagyfeszültségű átvitel számos műszaki problémát vet fel. Az átvitelhez már nem elegendő a távvezeték és a csomópontot képező kapcsolóberendezés, hanem több járulékos létesítményről kell gondoskodni. Ilyenek például a vezeték töltőteliességét felvevő párhuzamos fojtótekercecsek, a feszültség rögzítésére a meddőteljesítményt előállító berendezések. Különleges megszakítókat és túlfeszültséglevezetőket kell beépíteni, amelyekkel csökkenthetők a kapcsolási túlfeszültségek. Az igen nagyfeszültségű berendezések fejlesztése terén elért eredmények alapján az 1200–1500 kV-os váltakozó áramú átvitel 10 év múlva már megoldhatónak látszik. A váltakozó áramú átvitel mellett nagy átviteli távolságok esetén vagy különleges célokra (pl. kábelvezetékhez) az egyenáramú átvitel is szóba kerülhet. Az igen nagyfeszültségű váltakozó áramú és egyenáramú átvitelek több szerteágazó, a normál átvitelhez nem tartozó problémát jelentenek, amelyekre a következőkben ismertetett hálózattervezési módszerek nem vonatkoznak.

Állandóan növekvő átviteli igény időszakonként újabb nagyobb feszültségű hálózat kiépítését követeli meg. Számos műszaki feladat jelentkezik a nagyobb feszültségszintű hálózat kiépítésekor. Az első nagyobb feszültségű vezeték tartalékát az alacsony feszültségszintű hálózat képezi. Ezért az első vezeték nagyobb átviteli képessége a további vezetékek kiépítéséig csak korlátozott mértékben használható ki. Ebből eredően a statikus tervezés a magasabb feszültségszint bevezetését későbbi időpontra halaszthatja, és így a meglévő feszültségszinten a kívánnál több vezeték kerül üzembe, ami viszont gazdaságtalan megoldás. A dinamikus tervezés ezt a hátrányt megszünteti, és a hálózatfejlesztést helyes irányba tereli. Az új feszültségszint

bevezetésénél még figyelembe kell venni a szomszédos energiarendszerek fejlődési elgondolásait is.

Lényeges műszaki feltétel a villamosenergia-szolgáltatás minőségének biztosítása, tehát a gyakorlatilag zavartalan energiaellátás, a fogyasztói feszültség és a frekvencia előírt határok között tartása. Az energiaszolgáltatásban jelentkező zavarok a népgazdaság folyamatos működését gátolják, akadályozzák az ipari termelést, károsan befolyásolják a lakosság életmódját, bénítják a közlekedés egy részét, és balesetveszélyt okoznak. A nem szolgáltatott villamos energia okozta népgazdasági kárt egzakt módon még egyik energiarendszerben sem sikerült meghatározni. Szokásos a villamos energia költségének  $10 \div 40$ -szeres értékével számolni, ezt a fajlagos költséget behelyettesítve azonban olyan kis tartalék adódik, hogy a villamos energia korlátozás évente  $100 \div 200$  óra időtartama kifogásolható. Ezért műszakilag 10 óra korlátozásnak megfelelő megbízhatóságot kívánatos előírni, ebből 100 Ft/kWh fajlagos marginális érték adódik, ami viszont számszerűen nem támasztható alá. Ezért a gazdasági célfüggvénybe a továbbiakban is  $15 \div 20$  Ft/kWh fajlagos gazdasági kárt lehet beállítani, de elviselhető korlátozás miatt a megbízhatóságot évente legfeljebb 10 óra korlátozásban célszerű előírni. Ha részletes hálózati megbízhatóság-vizsgálat nem készül, ki kell elégíteni azt a műszaki feltételt, hogy a hálózat egyszeres hiba esetén a zavartalan üzemvitelt biztosítsa.

Műszaki vizsgálat állapítja meg továbbá, hogy egy üzemzavar ne okozzon olyan kaszkád folyamatot, amelynek következménye egy energiarendszer teljes vagy részleges bénítása. Ennek megállapítására a védelmek működését zárlati vizsgálatokkal kell ellenőrizni, és stabilitási vizsgálatokat kell készíteni.

Műszaki tervezés további fontos kérdése a hálózati létesítmények kialakítása. Ide tartoznak a szabadvezetékek, kábelek, kapcsolóberendezések, transzformátorállomások, irányítás-, és híradástechnikai berendezések. Ezekkel kapcsolatos számos feladat azonban csak közvetve befolyásolja a hálózat-tervezést. Ezért ezek a feladatok a jelen vizsgálat tárgyát nem képezik.

### III. Hálózat-tervezés feladatai

Az erősáramú villamos hálózat bemutatható egy  $G = (V, \Gamma)$  nem irányított gráf segítségével, amely a csúcsok  $V$  halmazából és a csúcsok közötti kétirányú (reciprok) kapcsolatot képviselő élekből áll. Az élek a hozzájuk tartozó párhuzamos ágak halmazait alkotják. A villamos hálózatban az ágakhoz egy-egy impedancia, illetve admittancia tartozik, az energiaátviteli hálózatban azonkívül ismert a csúcsok, ill. a csomópontok fogyasztói terhelése. A műszaki megvalósítás szempontjából szóba jöhető összes éleket tartalmazza a *maximális gráf*, amelyhez még hozzátartoznak az egyes *élek maximális ághalmazai*.

A statikus és dinamikus tervezés keretében a következő feladatok adódnak:

- a) Egy feszültség szintre adott betáplálás és fogyasztás esetén megállapítandók a beépítendő ágak;
- b) egy feszültség szintre adott hálózat képhez megállapítandók az optimális betáplálás helyei és azok között a teljesítmény megosztása;
- c) ugyanaz, mint b), de figyelembe veendő a föléhelyezett hálózat alakzat;
- d) egy feszültség szintre megállapítandók a beépítendő ágak és az újabb betáplálások.

A továbbiakban az a) pontban megjelölt tervezési feladattal foglalkozunk. Az említésre kerülő módszerek azonban bizonyos mértékig felhasználhatók a b)—d) pontban megjelöltek részére is.

Az operációkutatás módszerei közül az egészértékű programozás és a Boole-algebra célszerűnek mutatkozik a hálózat tervezési feladatok megoldására. A matematikának ez az új, fejlődő ága a számítástechnikai programok segítségével villamosenergia-rendszerek optimalizálási eljárásai részére jól használható [1].

Az erőáramú hálózatszintézis részére javasolt eljárás a következőkben foglalható össze. A feladatot a bővítendő hálózat új ágainak meghatározása képezi. Ebből a célból a bővítéshez szóba jöhető új ágakhoz rendeljük a Boole-változókat, amelyek értéke 1 vagy 0 aszerint, hogy a változóhoz tartozó ág bővítése szóba kerül vagy nem. Ezek a Boole-változók alkossanak egy halmazt, amelyből a műszakilag megfelelő megoldások jelentik a megvalósítandó hálózatok halmazát, amelyből az optimális, legkisebb költséget jelentő megoldást kell kiválasztani.

Ezt a tárgyalásmódot fel lehet használni a bővítés helyett a hálózati üzemzavarok vizsgálatára, a váratlan meghibásodás hatásának értékelésére. Ebben az esetben a Boole-változók valószínűségi változók. A kettő kombinációja egy olyan továbbfejlesztést eredményez, amely a műszaki feltételeket hálózati üzemzavarok tekintetbe vételével adja meg.

A  $k$  számú Boole-változóval kifejezett műszaki feltételek bizonyos esetekben  $\Phi$  karakterisztikus Boole-függvénybe foglalhatók, amelynek értéke a feltételek kielégítése esetén 1, tehát

$$\Phi(x) = 1, \\ x \in M.$$

A hálózatszintézis feladata ilyenkor a célfüggvényt kifejező funkcionálnak, amely  $\Phi(x)$  karakterisztikus függvényrel megadott halmazt valós számértékekre (költségekre) képez le, a minimalizálása, tehát

$$\min g(x), \\ x \in M.$$

A bemutatásra kerülő eljárások nem képeznek teljes megoldásokat, de továbbfejleszthetők. Első lépésben a statikus hálózattervezést célszerű megismerni, és abból kiindulva lehet a dinamikus hálózattervezést vizsgálni. A statikus tervezésnél ismertetésre kerülő módszereket, pl. a szállítási feladat modellt lehet a dinamikus tervezéshez is alkalmazni. Ez a szállítási modell, bár nem ad egzakt megoldást, azonban mint a hálózatfejlesztés irányát behatároló módszer jól használható a távlati elképzelések kialakítására. Ezzel kapcsolatban a magyar 400 kV-os alaphálózat fejlesztését az 1980. és a 2000. évek között példaképpen mutatjuk be.

A távlati tervekkel kapcsolatban megjegyzendő, hogy nem célszerű azokat részletesen kidolgozni. Az összevont hálózat áttekinthetőbb, több csomópontot összpontosítva a hálózati alakzat leegyszerűsödik, és az így kialakított gerinchez a későbbi vizsgálatok során jobban illeszthetők a részletek.

#### IV. Statikus hálózattervezés

A műszaki feltételeket és a hálózati költséget az eljárások különbözőképpen értékelik. A teljesítményáramlási eljárás a legpontosabb, mert a csomóponti törvényen kívül a huroktörvényt is figyelembe veszi, és a hálózat ágimpedanciáival számol. Egyszerűbb az összefüggés, ha az impedanciákat a váltakozó áramú leképzés komplex értékei helyett valós számok fejezik ki, ez az egyenáramú leképzés. A huroktörvény elhagyásával számottevően egyszerűsödnek a vizsgálatok. Ezzel az egyszerűsítéssel lehet a hálózatot Ford—Fulkerson „minimális vágat és maximális folyam” kritériuma szerint vizsgálni, vagy szállítási feladatként kezelni.

##### 1. Tervezés teljesítményáramlással

A javasolt *szintetikus módszer* a III. fejezetben lefektetett irányelvek szerint a  $H_0$  meglevő hálózathól kiindulva  $G_m$  maximális gráfban határozza meg a hálózathővítéshez szóba jöhető ( $k = 1, \dots, r$ ) éleket és az azokhoz tartozó ágakat. A  $k$ -ik él 1. vagy 2. új ágának Boole-változója  $x'_k$  vagy  $x''_k$ , amelynek értéke 0, ha az ág nem tartozik a bővítéshez, vagy 1, ha annak egy része. Természetesen egy élhez több új ág is kapcsolható. A többi bővítésre nem kerülő ágakat  $l$  index jelölje.

A műszaki feltételek közül csak az ágáramok korlátozó hatását vesszük figyelembe, a gazdasági optimumot pedig a beruházási és veszteségköltségekből értékeljük ki. (Azonban ebben az egyszerű esetben is bonyolultak az összefüggések.) Az ágáramok korlátozó feltételét helyettesíthetik az élfeszültségek max. értékei. Ismeretes, hogy az élfeszültségek  $u$  vektora a csúcsheszültségek  $u_c$  vektorával és az  $A$  incidencia mátrix transzponáltjával fejez-

hető ki, a csúcsheszültség-vektorhoz pedig szükséges az  $Y_c$  csúcshadmittancia-mátrix inverzét meghatározni, ugyanis

$$u = A^* u_c = A^* Y_c^{-1} i_c,$$

ahol  $i_c$  csúcsharam-vektor ismert, továbbá

$$Y_c^{-1} = \det^{-1} Y_c \cdot \text{adj } Y_c.$$

A csúcshadmittancia-mátrix determinánsát és adjungált mátrixát célszerű a topológiai összefüggések alapján, a gráf fa- és kettős faalakzataiból kifejezni [2, 3]. Szükséges, hogy a determináns ne legyen zérus. Ennek feltétele, hogy a megoldás nem tartalmazhat izolált csúcsokat, tehát a megoldás-gráf összefüggő. Legyen

$F_g$  a  $G_m$  gráf egyik faalakzata;

$F_g^{ij}$  a  $G_m$  gráf  $i$  és  $j$  csúcshához tartozó egyik kettős fa ( $i$  és  $j$  között bármely út az egyik fa kiindulása, a referencia csúcsh a másiké);

$y_k, y_l$ , ill.  $y'_k, y''_k$  a meglevő, illetve az új ágak admittanciája. Ennek alapján:

$$\det Y_c = \sum_{F_g \subset G_m} \left[ \prod_{k,l \in F_g} (y_k + y'_k x'_k + y''_k x''_k) y_l \right], \quad (1)$$

$$[\text{adj } Y_c]_{ij} = \sum_{F_g^{ij} \subset G_m^{ij}} \left[ \prod_{k,l \in F_g^{ij}} (y_k + y'_k x'_k + y''_k x''_k) y_l \right]. \quad (2)$$

Az (1) és (2) összefüggésben a bináris változók fokszámát a faalakzatok  $k$  éleinek száma képezi.

Az élfeszültségek *korlátozó feltétele* mátrix alakban, ahol  $|\dots|$  jelöléssel a vektor komplexszámú összetevőinek abszolút értékei értendőek a következő:

$$|A^* \cdot \det^{-1} Y_c \cdot \text{adj } Y_c \cdot i_c| \leq |u_{\max}|. \quad (3)$$

A determináns ne legyen zérus:

$$\det Y_c < 0.$$

A *célfüggvény* pedig, amelynek minimumát kell meghatározni a következő:

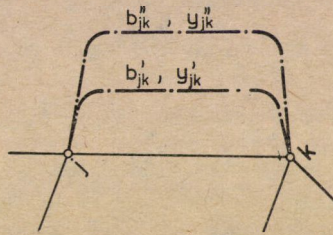
$$K(x'_1, x''_1, \dots, x'_r, x''_r) = \left( \sum_{k=1}^r B'_k x'_k + B''_k x''_k \right) + c_0 i_c^* R_c \cdot i_c,$$

ahol  $B'_k, B''_k$   $k$ -ik él 1., 2. új ágának beruházási költsége;

$c_v$  a hálózati veszteségek arányossági tényezője;

$$\mathbf{R}_c = \operatorname{Re}(\det^{-1} \mathbf{Y}_c \cdot \operatorname{adj} \mathbf{Y}_c).$$

Ezek alapján a feladat megállapítani a  $K(x'_1, x''_1, \dots, x'_r, x''_r)$  nem lineáris pszeudo Boole-törtfüggvénynek minimumát a (3) szerinti nem lineáris korlátozó feltétel mellett. Egyszerűsödnek az összefüggések, ha egyenáramú modellt lehet használni. Az összefüggések szemléltetésére a függelékben példákat mutatunk be. Néhány csomópont esetén a feladat könnyen kezelhető. Ha a csomópontok száma a 12-t eléri, az egyenletekben szereplő tagok száma a 10 000-t is meghaladja, amely már a mai nagy teljesítőképességű számítógépek esetén az alkalmazás határát jelenti. A 8. ábrán bemutatott, a később-



2. ábra. Hálózatbővítés

biekben sorra kerülő magyar alaphálózat meghatározásához felhasznált, maximális gráf faalakzatainak száma 10 226, amely bizonyos egyszerűsítésekkel pl. a 11. csomópont megszüntetésével 7,395-re, továbbá a 3–4 csomópont összevonásával 2,613-ra, majd a 2–3 él elhagyásával 1,288-ra redukálódik.

Sok csomópontos hálózat esetén, ha a hálózatbővítés szempontjából szóba jöhető élek mennyisége 10-nél nem nagyobb, az eredeti hálózat csomóponti összefüggését ezeknek az éleknek megfelelő csomópont-párookra kell transzformálni. A 2. ábra szerint a  $jk$  él bővítése az  $j$ -ik csomópontból az  $i_{jk}$  áram kihozatalát a  $k$ -ik csomópontba a  $-i_{jk}$  áram behozatalát jelenti, az  $u_{jk}$  feszültség pedig a  $j$  és  $k$  csomópontok között fellépő feszültség. Az egyes élek csomópont-párjaihoz tartozó értékek alkotják az  $\mathbf{i}_p$  és  $\mathbf{u}_p$  áram- és feszültségvektorokat, amelyek között a következő összefüggést lehet a megfelelő mátrixtranszformációval megállapítani:

$$\mathbf{u}_p = -\mathbf{Z}_p \mathbf{i}_p,$$

ahol  $\mathbf{Z}_p$  az eredeti hálózatból képzett csomópontpár-impedancia mátrix. Az eredeti hálózat csomóponti feszültségeihez rögzített  $\mathbf{u}_p$  vektorból az  $\mathbf{i}_p$  áramvektor kiadódik. Ha az eredeti hálózatban a szóban forgó csomópont-párokhoz a hálózatbővítést eredményező ágakat tartalmazó  $\mathbf{Y}_x$  admittancia mátrixot hozzákapsoljuk, a csomópont-párok (az élek) feszültségei a következők lesznek:

$$\mathbf{u}_x = -\mathbf{Z}_p(\mathbf{i}_p + \mathbf{i}_x) = -\mathbf{Y}_x^{-1}\mathbf{i}_x,$$

ahol  $\mathbf{i}_x^* = [i'_{ik} + i''_{jk}]$  a bővítéshez szóba jövő (új) ágak áramainak vektora. Az új ágak admittancia mátrixa, ha a bővítendő élek hurkot nem tartalmaznak, diagonálmátrix és a következőképpen jelölhető:

$$\mathbf{Y}_x = \langle b'_{jk} x'_{jk} + b''_{jk} x''_{jk} \rangle, \quad (4)$$

ahol az  $x'_{jk}$ ,  $x''_{jk}$  Boole-változók és a  $b'_{ij}$ ,  $b''_{ij}$  a bővítendő élek admittanciái.

Ha a bővítendő élek hurkot is magukban foglalnak, egy fát kell kiválasztani és a fa éleire a csomópont összefüggést felírni. Ebben az esetben az  $\mathbf{Y}_x$  mátrix nem lesz diagonál alakú. A közöltekből

$$\mathbf{u}_p = -(\mathbf{Z}_p + \mathbf{Y}_x^{-1})\mathbf{i}_x,$$

amelyekből  $\mathbf{i}_x$  kifejezhető és azt behelyettesítve

$$\mathbf{u}_x = \mathbf{Y}_x^{-1}(\mathbf{Y}_x^{-1} + \mathbf{Z}_p)^{-1} \cdot \mathbf{u}_p = (\mathbf{I} + \mathbf{Z}_p \mathbf{Y}_x)^{-1} \cdot \mathbf{u}_p.$$

Mivel az  $\mathbf{u}_x$  élfeszültség-vektornak a korlátozó feltételek által megadott határon belül kell lennie, amelyet az  $\mathbf{u}_m$  vektor képvisel, ennek alapján a korlátozást kifejező mátrixegyenlet

$$|\mathbf{u}_m| \geq |(\mathbf{I} + \mathbf{Z}_p \mathbf{Y}_x)^{-1} \mathbf{u}_p|, \quad (5)$$

ahol a Boole változókat  $\mathbf{Y}_x$  admittancia mátrix tartalmazza. A veszteség kifejezése is hasonló megfontolással határozható meg.

A feltételei egyenletek fokszáma a Boole-változók számával azonos, a tagok száma pedig egyenletenként legfeljebb  $2^k$ . Két Boole-változó esetén az összefüggést a Függelék 4. példája tartalmazza.

Teljesítményáramlást vizsgálva, próbálgatással a maximális hálózathól indul ki egy másik eljárás. Ez az eljárás lépésről-lépésre azt az ágat iktatja ki, amely a műszaki feltételek kielégítése mellett egy jellemző értéknek legnagyobb csökkenését vonja maga után [4]. Ilyen jellemző lehet pl. az eredő költség, az ághossznak az átvitt teljesítményhez való viszonya. Az ágak kiiktatását pedig addig kell folytatni, amíg a hálózat eredő költsége csökkenhet. Az így nyert optimum azonban nem feltétlen jelenti a legkisebb költséget. Az eljárás előnye, hogy nagyobb hálózatra könnyebben programozható, és egyszerű üzemzavar esetén a műszaki feltételek is könnyen ellenőrizhetők.

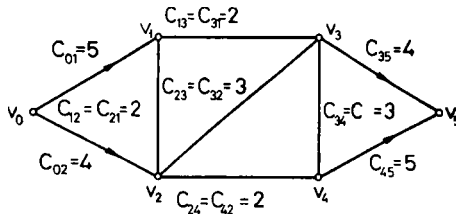
## 2. Tervezés Ford—Fulkerson eljárással

Az általános hálózatelméletben a csomóponti összeköttetések gazdaságos méretezésére jól használható a Ford—Fulkerson féle összefüggés [5, 6], amely szerint a hálózat teljesítőkéességét (maximális folyamot) a vágatok legkisebb átviteli képessége határozza meg.



A  $V$  csúcshalmazt tényleges  $v_1, \dots, v_n$  csomópontokon kívül egészítsük ki  $v_0$  és  $v_{n+1}$  csúcsokkal. A 3. ábra szerint a betápláló csúcsok egy  $v_0$  forrás-csúcshoz, a fogyasztói csúcsok egy  $v_{n+1}$  nyelőcsúcshoz csatlakoznak. A  $v_0$  forrásból a  $v_{n+1}$  nyelőbe irányuló  $p$  áramláshoz (folyam) a  $h_{ij}$  élből  $p_{ij}$  áramlás tartozik. Nyilvánvaló, hogy a  $p_{ij}$  áramlásnak nem szabad  $c_{ij}$  átviteli képességet meghaladnia.

Képezzük azokat az  $M$  vágatokat, amelyek a  $v_0$ -t és a  $v_{n+1}$ -t egymástól elválasztják és a gráf csomópontjait két tartományra bontják. Az  $M$  vágatot  $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n, \xi_{n+1}$  elemű bináris vektor határozza meg, amelyben  $\xi_i = 1$ , ha  $v_i$  csomópont a vágat  $v_0$  forrást tartalmazó tartományában helyezkedik, ellenkező esetben 0, tehát ha a nyelővel azonos tartományban található.



3. ábra. A Ford–Fulkerson eljárás

Definíció szerint  $\xi_0 = 1$  és  $\xi_{n+1} = 0$ . Nyilvánvaló, hogy ha  $\xi_i \bar{\xi}_j = 1$  (ahol  $\bar{\xi}_j$  a  $\xi_j$  negáltja) a  $h_{ij}$  él a vágathoz tartozik, tehát

$$h_{ij} \in M \iff (\xi_i \bar{\xi}_j = 1).$$

Így a vágat átviteli képességét a következő egyszerű kifejezés adja:

$$C = \sum_i \sum_j c_{ij} \xi_i \bar{\xi}_j.$$

A legkisebb átviteli képességet  $\min C$  jelenti, amelynél nem lehet nagyobb az áramlás. Ha az  $L$  áramlási igény ezt az átviteli képességet meghaladja, az áramlást korlátozni kell, és így az összefüggés jól használható a korlátozás mértékének megállapítására. Az összefüggés alkalmas továbbá a hálózatbővítés hatásának vizsgálatára is. Ugyanis a  $h_{ij}$  él  $c_{ij}$  átviteli képességét az élből fekvő párhuzamos ágak határozzák meg

$$c_{ij} = c_{ij}^0 + c'_{ij} x'_{ij} + c''_{ij} x''_{ij},$$

ahol  $ij$  élből 0 indexszel a meglévő ágat, ' -vel az első bővítést, '' -vel a másodikat jelöltük; az  $x'_{ij}, x''_{ij}$  az első, ill. a második bővítés Boole-változója. A korlátozás kiküszöbölését előíró műszaki feltétel a következő:

$$\min_{\xi_i, \xi_j} \sum_i \sum_j (c_{ij}^0 + c'_{ij} x'_{ij} + c''_{ij} x''_{ij}) \xi_i \bar{\xi}_j = L, \quad (6)$$

amelyben a változók:  $x'_{ij}$ ,  $x''_{ij}$ .

E műszaki feltételen kívül szükséges, hogy a hálózat költsége minimális legyen. Jelen esetben a beruházási költségeket figyelembe vevő célfüggvény:

$$K = \sum (B'_{ij} x'_{ij} + B''_{ij} x''_{ij}),$$

amelynek minimumát kell meghatározni

$$(\min. K)_{x'_{ij}, x''_{ij}}$$

Mivel ezek az összefüggések a huroktörvényt nem tartalmazzák, ezért az erősáramú villamos hálózatok leírására kevésbé pontosak, azonban könnyebben kezelhetők a pseudo Boole-algebra segítségével [1].

A 3. ábrán látható hálózat értékelését a Függelék 5. példája tárgyalja, amely azonos a Függelék 3. példájának hálózatával, amelyet teljesítményáramlással vizsgáltunk. A *Ford—Fulkerson*-módszer esetén elegendőnek mutatkozik egy vezetékkel bővíteni, a teljesítményáramlási módszerrel viszont egy egyszerű és egy kettős vezetékkel való bővítés szükséges. Normálisnak tekinthető hurkolt hálózati üzem esetén a teljesítményáramlási módszer adja a helyes eredményt és ebben az esetben a *Ford—Fulkerson*-módszer nem elegendő áteresztőképességű hálózatot ad. A *Ford—Fulkerson*-módszerrel kiadódó bővítéssel csak akkor biztosítható az ellátás, ha az egyszerű hurkolt hálózati üzembről le kell mondani és állandó átkapcsolásokkal lehet biztosítani az átvitelt. Erre a helyzetre csak oly esetben kerülhet sor, ha a hálózat karbantartás vagy üzemzavar miatt gyengített. Az ilyen állapot azonban állandó központi ellenőrzés nélkül nem engedhető meg és csak mint szükségállapotot lehet elfogadni.

Célszerűnek mutatkozik először a hálózatot a *Ford—Fulkerson*-módszerrel kialakítani és a tervezést teljesítményáramlással folytatni, amely már a huroktörvény és a hálózati veszteségeket is magába foglalja.

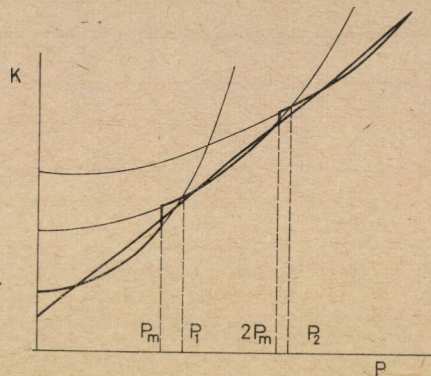
### 3. Tervezés szállítási feladat szerint

A szállítási feladat műszaki feltétele a csomóponti egyenleg, a költségfüggvény a betáplálástól a fogyasztóhoz átvitt teljesítménnyel és a szállítási távolsággal arányos összefüggés. Az eljárás algoritmus egyszerű, és a következő megfontolás alapján alkalmazható villamos hálózatok tervezésére [7].

Két adott pont között villamosenergia-szállítás a távvezetékek beruházási és veszteségi költségeiből tevődik össze.  $n$  párhuzamos vezeték esetén a költség

$$k = nB + c \frac{P^2}{n} \quad (7)$$

Ez az összefüggés  $n = 3$  esetén a 4. ábrán tanulmányozható. Megállapítható, hogy az átviteli teljesítmény  $0 - P_1$  csúcsértéke között egy ág,  $P_1 - P_2$  között két ág,  $P_2$ -nél nagyobb csúcsterhelés esetén a három ág adja a leggazdaságosabb megoldást. Lehetséges továbbá olyan műszaki feltétel, hogy egy vezeték terhelése  $P_m$  értéket ne lépje túl. Ezáltal csökken a vezeték meghibásodásakor a szállítási korlátozás veszélye. E feltétel miatt a költség-



4. ábra. Két pont közötti villamosenergia-szállítás költsége

összefüggés parabolaszakaszokból álló szakadós függvény, amelyet regresszió számítással az  $i$ -ik él részére a következő lineáris függvény helyettesíthet

$$w_i = A_i + b_i |P_i|, \quad (8)$$

ahol

$$A_i = A_0 + a l_i,$$

$$b_i = b_0 + b' l_i;$$

$l_i$  az él hossza.

Ebben az összefüggésben a vezeték költsége mellett a kapcsolómezők költségét is figyelembe vehetjük.

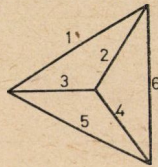
Adott csomóponti betáplálásokhoz és terhelésekhez a (8) alatti lineáris szállítási költség alapján kell a  $G$  maximális gráfban az optimális hálózatot megállapítani. Nyilvánvaló, hogy a lineáris összefüggés miatt az optimális megoldást egy faalakzat adja. A csomóponti összefüggésből a fa élein keresztül szállított teljesítmények egyértelműen meghatározhatók. A hálózatban a szállítási költség:

$$w_F = \sum_{i \in F} w_i. \quad (9)$$

A feladat annak a  $H$  fának megállapítása, amelynek a szállítási költsége a legkisebb, tehát

$$w_H = \min_{F \subset G} w_F. \quad (10)$$

Egyik eljárás a  $G$  gráfhoz tartozó összes fák generálása, amely kis csúcsszám esetén valamelyik gráfelméleti módszerrel lehetséges. Ilyen eljárás



Független hurkok:

$$\{1, 2, 3\} \quad \{2, 4, 6\} \quad \{3, 4, 5\}$$

Fát kiegészítő húrágak:

1 2 3	<del>2 4 3</del>	<del>3 2 4</del>
1 2 4	2 4 5	3 2 5
1 2 5		
1 4 3	2 6 3	3 4 5
1 4 5	2 6 4	
	2 6 5	3 6 4
1 6 3		3 6 5
1 6 4		
1 6 5		

Fák száma: 16

5. ábra. Faalakzatok előállítása

lehet a fák kiegészítő (komplement) húrerek előállítása, amely szerint a  $G$  gráfban felvett független hurkokból egy-egy, egymástól különböző élt kell kiválasztani. Ha ezekből képzett élkombináció kétszer fordul elő, akkor az már nem képezheti a fát kiegészítő húrerek alakzatát. Ugyanis a húrerek ilyen esetben egy csúcsot kiiktatnak, ami nincs megengedve. Az 5. ábra a fát kiegészítő húrerek generálását mutatja be. Mivel 2 4 3 és 3 2 4 azonos alakzat, törlendő.

A másik eljárás szerint, amely nagyobb csúcsszámhoz is jól használható, a (9) költségösszefüggés két részre bontandó [7]. Az egyik rész az állandó tagokat, a másik a teljesítménytől függőket tartalmazza. Az állandó tagokból álló rész:

$$u_F = \sum_{i \in F} A_i. \quad (11)$$

A teljesítménytől függő tagokból álló rész:

$$v_F = \sum_{i \in F} b_i |P_i|. \quad (12)$$

Az  $A_i$  állandó tagokból álló rész ( $u_F$ ) költségminimuma a *Kruskál* algoritmus-sal állapítható meg és az  $R$  faalakzatot (ún. minimális fát) jelöli meg:

$$u_R = \min u_F = u. \quad (13)$$

A *Kruskál* algoritmus szerint az élek növekvő  $A_i$  érték szerint sorrendbe állítandók. A legkisebb  $A_i$  értékű éllel kezdve sorrendbe azokat az éleket kell a faalakzatba bevenni, amelyek nem jelentenek húrét.

A teljesítménytől függő tagokból álló rész ( $v_F$ ) minimuma a szállítási feladat megoldása. Először meghatározandók a betápláló és fogyasztó csomópontok közötti  $b_{jk}$  arányossági tényezők eredői. Egységnyi teljesítmény szállítása a  $j$  betápláló és  $k$  fogyasztó pont közötti ( $jk$ ) úton

$$b_{jk} = \sum_{i \in (jk)} b_i$$

fajlagos költséget jelent. Nyilvánvaló, hogy a min  $b_{jk}$  értékű utat kell választani.

A szállítási feladattal megoldott minimális  $v_F$  költséghez  $S$  faalakzat tartozik, tehát

$$v_S = \min v_F = v. \quad (14)$$

Mivel

$$w_H \geq u_R + v_S = u + v, \quad (15)$$

az  $u + v$  érték a  $w_H$  szállítási költség alsó határát képezi. Költségegyenlőség csak akkor áll fenn, ha a két ( $R$  és  $S$ ) fa azonos. Ellenkező esetben megvizsgálendő, hogy az optimális alakzat megközelítésére az  $R$  és  $S$  halmazból mely éleket kell elhagyni, vagy megtartani. Ezért határozzuk meg

$$R' = R \cap S \quad (16)$$

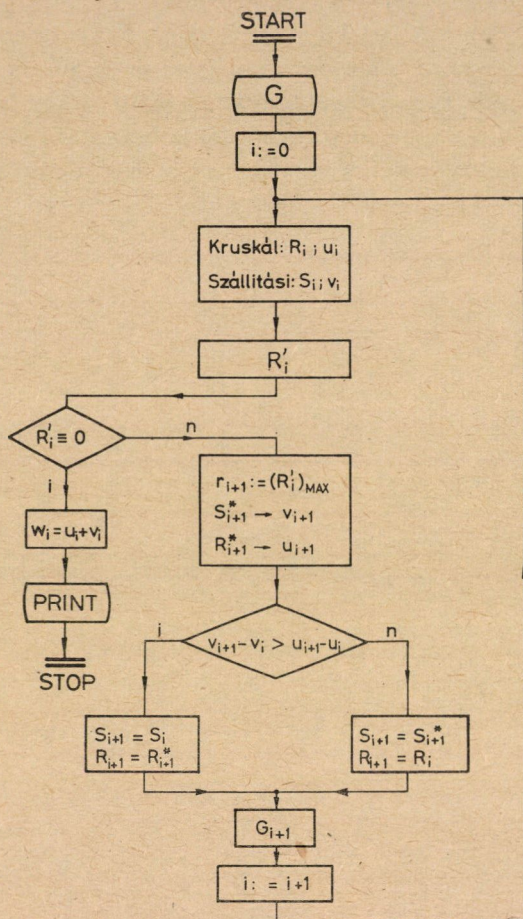
halmazt.  $R'$ -ben a legnagyobb értékű él az  $r_1$ , amelynek elfogadásával faalakzat megtartására  $S \cap R$ -ből a megfelelő él kizárható (új halmaz  $S_1^*$ ), ezért a költség alsó határa  $u + v_1$ -re változik,  $r_1$  elvetésével (új halmaz  $R_1^*$ ) pedig  $u_1 + v$  lesz. Nyilvánvaló, ha akkor az  $r_1$  él elvetendő, ellenkező esetben

$$(v_1 - v) > (u_1 - u)$$

megtartandó. E döntés alapján  $R_1$ ,  $S_1$ ,  $R_1'$  halmazok keletkeznek. Az  $R_1'$  halmaz leghosszabb eleme legyen  $r_2$ . Az eljárás így tovább folytatható, az egyes lépéseket a 6. ábra szerinti blokkvázlat mutatja be.

Az eljárással nyert faalakzatban az egyes éleken áramló teljesítményből a 6. ábra alapján a párhuzamos ágak száma kiértékelhető.

A faalakzat optimális megoldása magában foglalja a beruházási és veszteségi költségeket, nem veszi azonban figyelembe a huroktörvényt, amelynek egyszerű faalakzat esetén nincs is jelentősége. A faalakzat azonban az együttműködő rendszer és a fogyasztók zavartalan energiaellátása szem-



6. ábra. Kombinált szállítási és gráf algoritmus

pontjából kifogásolható. Az energiaellátás biztonsági feltétele pl. a következőképpen fogalmazható meg:

a) egy-egy betáplálási pont (erőmű) a többihez legalább két (esetleg három) párhuzamos ágat tartalmazó úton keresztül csatlakozzon, az út négy-nél több sorba kapcsolt ágat ne tartalmazzon;

b) mindegyik fogyasztói pont részére kettős ellátás biztosítandó.

A biztonsági feltételeknek minimális költséggel való kielégítése az egész számú programozás valamelyik módszerével (pl. *Branch and Bound*-módszerrel) vizsgálható. Ebben az esetben is célszerű a szóba jöhető ágakat növekvő költségek szerint sorrendbe állítani.

### V. Dinamikus hálózattervezés

A hálózatot nem célszerű csak egy állapotra kialakítani, hanem a fejlődés dinamikáját kell vizsgálni. A vizsgálat  $T$  időtartama alatt a  $t$  időpontokban, amelyek az egyes éveknek felelnek meg, adottak a kialakítandó hálózat  $i$  csomópontjai, az azokban fellépő  $p_{it}$  a csúcsterhelések ill. betáplálások és a terhelések kihasználási időtartama. Sztochasztikus értékek esetén a valószínűségi eloszlásuk ismert. Természetesen a vizsgálati időtartam alatt új csomópontok is megjelenhetnek, azonban nem tételezhető fel a meglevő vagy új csomópontok későbbi megszüntetése. A csomópontokat összekötő, műszakilag lehetséges hálózatképeknek, tehát a  $H_j$  ágalakzatoknak halmaza legyen  $H$ . A  $H_j$  ágalakzathoz egy vagy több ág hozzáadásával lehet a  $H_k$  ágalakzathoz jutni. A vizsgálat időtartama alatt az egyes időpontokban beépítendő ágak megszüntetése nincs feltételezve. Egyszerűsíti a vizsgálatot, ha az ágak által képviselt létesítmények műszaki avulásával nem kell számolni, leírásuk a vizsgálati időtartam végén, a  $T$  időpontban még nem fejlődött be.

A dinamikus tervezés egyik módszere a  $t-1$  időpontra meghatározott hálózatot  $t$  időpontra az egyik statikus tervezés-eljárással optimalizálja. Ennek hátránya, hogy változott betáplálási viszonyok mellett a hálózat nem feltétlenül az optimális irányba fejlődik (pl. a hálózatban egy új betáplálás oly mértékben megváltoztatja a teljesítményáramlást, hogy az előző időszakban optimálisnak ítélt vezetékek a továbbiakban csak kismértékben kihasználtak). Ennek kiküszöbölésére a következőkben ismertetett módszert lehet ajánlani.

A kezdeti  $t = 0$  időpontban, adott a  $H_0$  ágalakzat. Legyen a  $t$  időpontban valamelyik statikus eljárással optimális a  $H_t$  ágalakzat. A  $H$  halmazban a hálózatképek között sorrendben legutolsó, az összes ágakat tartalmazó maximális  $H_m$  ágalakzat. A  $t-1$  és  $t$  időtartam között a  $H_t$  ágalakzat  $k_t$  évi költségéből a vizsgálat  $T$  időtartama alatt fellépő, a kezdeti  $t = 0$  időpontra diszkontált eredő hálózati költség

$$K = \sum_1^T k_t q^{-t}, \quad (17)$$

ahol  $q$  a diszkonttényező, amely a villamos hálózati számításokban 1,125.

Mivel ágak elhagyása nincs megengedve, ez az optimális hálózatfejlesztés csak akkor fogadható el, ha

$$H_0 \subseteq H_1 \subseteq \dots \subseteq H_t \subseteq \dots \subseteq H_m.$$

Ez a feltétel teljesül, ha

$$(\forall t) : H_{t-1} \cap \bar{H}_t = 0. \quad (19)$$

Ha a (19) összefüggés nem teljesül, a következő ágalakzat képezhető:

$$F_{st} = H_s \cap \bar{H}_t, \quad (20)$$

$$s < t.$$

Az  $F_{st}$  alakzat tartalmazza azokat az új ágakat, amelyek statikus eljárással optimalizálva az  $s$  időpontban szükségesek, azonban későbbi  $t$  időpontban szükségtelenek. Nyilvánvaló, hogy a  $t$  időpontban szükségtelen ágakat a következő alakzatban lehet összefoglalni

$$F_t = \bigcup_s F_{st}. \quad (21)$$

Első lépésben a (18) összefüggés korrigálandó azokra a  $t$  évekre, amelyekre  $F_t \neq 0$ . Az  $F_t$  alakzatokhoz tartozó ágakat a szóban forgó  $t$  években is be kell venni a hálózatképbe, és költségeiket szerepeltetni kell. Az így kiadódó diszkontált eredő költség  $K^0$ . Ez a költség azonban nem feltétlenül a minimum. Lehetséges, hogy az  $F_t$  alakzatokban szereplő ágak közül egyeseket vagy az összeset a vizsgálatból az egész időtartamra vagy csak részlegesen kihagyva, az eredő diszkontált költség kisebb. Ezért a  $F_t$  alakzatokban foglalt ágak kombinatív kapcsolataiból oly fejlesztési változatok alakíthatók ki, amelyekben a szóban forgó ágak bizonyos időpontig hiányoznak. Ha egy optimálisnak talált ágnak a későbbi időpontban szükségtelen volta kétszer vagy többször megismétlődik, megállapítandó, hogy az ág bevételének letiltása melyik optimumállapotig szükséges.

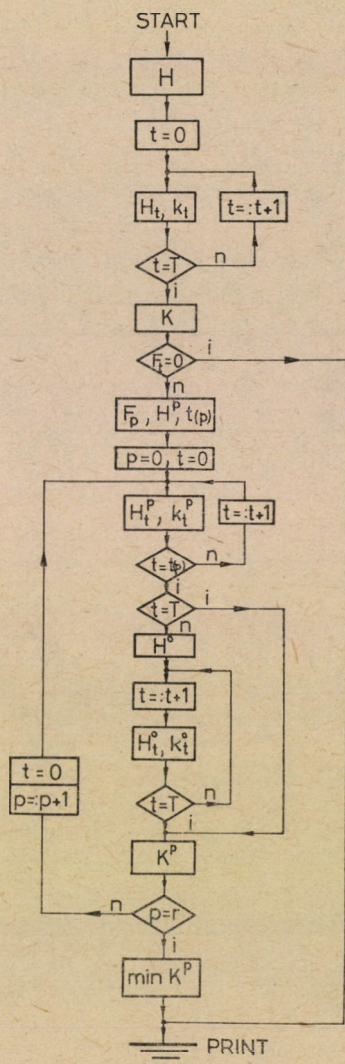
Legyen az  $F_t$  alakzatoknak egyesített halmaza, amely azonban a  $H_0$  kezdeti hálózat elemeit nem tartalmazza, és ahonnan a kizárt ágak fejlesztési változatok képezhetők:

$$F = \bigcup_{t=2}^T F_t \cap \bar{H}_0. \quad (22)$$

E halmaz  $F_p$  ( $p = 1, \dots, r$ ) elemre bontható fel. A  $p$ -ik elemmel  $t(p)$  időpontig csökkentett ághalmaz

$$H^p = H \cap \bar{F}_p.$$





7. ábra. Dinamikus tervezési program

Ebben a halmazban a meghatározott időpontig kell az optimális fejlesztést, a bevett ágakat későbbiekben megtartva, meghatározni. A  $p$  változat  $K^p$  diszkontált eredő költsége kiértékelhető. Nyilvánvaló, hogy a 0-ik változatban nincs ágkizárás és  $t(0) = T$ . A legkisebb  $K^0$ , vagy  $K^p$  költség jelenti az optimális fejlesztési változatot. A számítás elemei a 7. ábrán feltüntetett egyszerűsített blokkvázlatban tanulmányozhatók.

## VI. A magyar alaphálózat fejlődése 1980 és 2000 között

A szállítási feladat alapján tárgyalt hálózattervezés munkamenetét a magyar alaphálózat távlati kialakítása során mutatjuk be. Az alaphálózat gerincét 1980, 1985, 1990 és 2000 évre határoztuk meg. Kiindulási adatként szolgál a 400 kV-os átvitel. Az első 400 kV-os magyar vezeték *Göd—Munkács* között 1969. év óta van üzemben és 1972. évtől kezdve a fontosabb vezetékek, amelyek későbbi időpontban a 400 kV-os hálózat részét képezhetik, már erre a feszültségre épülnek (pl. a *Dunamenti Erőmű* és *Litér* közötti vezeték). Vizsgálatok mutatták ki, hogy 1980. körül a 400 kV-os feszültség a gazdaságos, és ezért 120 kV-os feszültség feletti 220 kV-os hálózat kiépítését nem célszerű tovább folytatni. Kérdéses azonban, hogy a 400 kV-os feszültség hosszabb időtávlatra milyen mértékben felel meg, és mely szállítási irányokat lehet kijelölni.

Tájékoztatásul a különböző feszültségű vezetékeken az átviteli távolság figyelembevételével a III. táblázatban foglalt teljesítményértékek

III. táblázat

*Teljesítményértékek*

Feszültség [kV]	Átviteli távolság [km]	Átviteli teljesítmény [MW]
220	300—100	80— 250
400	500—110	300— 800
750	800—300	1500— 4000
1000	1000—300	2000— 5000
1200	1000—300	3000— 7000
1500	1000—300	4000— 12000

jönnek számításba. A 220 és 400 kV-os vezetékek két- vagy több rendszerben készülhetnek, s ennek megfelelően az átviteli teljesítményértékek a fenti tájékoztató adatok többszörösét tehetik ki.

A rendszer csúcsterhelésének növekedése az *Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság* idevonatkozó tanulmányaiból 1985-ig adott. Ettől az időponttól kezdve 2000-ig a terhelésemelkedés kisebb mértékű csökkenésével számoltunk. A csúcsigények fedezésére felvett erőmű építési program összeállításánál feltételezésekből indultunk ki. Így a nagyteljesítményű alaperőművek 1978—1979-től kezdve 500 MW-os egységekkel épülnek. Ezek a kondenzációs erőművek feltehetően hűtővízhez közel, a *Duna* vagy *Tisza* mellett fognak létesülni. A *Tiszaszederkényi* és a *Paksi Erőmű* után a *Szeged*, *Adony*, *Győr* környéki erőművek jönnek számításba. E betáplálási pontokat felvéve, a fogyasztói csomópontokat célszerű koncentrálni abból a célból, hogy a részletek helyett csak az átviteli rendszer vázát határozzuk meg. A szállítási feladat

## IV. táblázat

## Hazai villamosenergia-rendszer fejlődése

Év	Csúcsterhelés (erőmű összes fogyasztásával együtt) [MW]	Import csúcs [MW]	Hazai erőmű csúcs [MW]	Hazai erőmű EBT* [MW]	Növekmény EBT*		Erőmű + import csúcs- betáplálás		
					alap-erőmű [MW]	egyéb erőmű [MW]	400 kV-ra [MW]	220 kV-ra [MW]	120 kV és kisebb feszültségre [MW]
1 970	2 970	625	2 345	2 846			300	325	2 345
1 975	4 450	815	3 635	4 460	1 460	154	500	1 655	2 295
1 980	6 600	815	5 785	7 160	2 290	410	1 820	2 440	2 345
1 985	9 800	410	9 390	11 560	3 500	905	5 000	2 100	2 700
1 990	14 100	0	14 100	17 000	4 000	1 440	8 200	2 100	3 800
1 995	19 600	0	19 600	23 600	5 000	1 600	12 800	2 100	4 700
2 000	26 000	0	26 000	31 300	5 500	2 200	17 400	2 100	6 500

\*EBT Elméletileg beépített teljesítmény.

egyébként is legjobban az átvitel vázának meghatározására használható fel. Így a budapesti fogyasztást két csomópontba koncentráltuk, egy északi és egy déli csomópontba. Az összevonások 2000-re már olyan nagy koncentrációt jelentenek, hogy azokat nyilvánvalóan csak több alállomással és megfelelő hálózatfelbontással lehet feloldani. 1990—2000. évek között a koncentrált csomópontok száma 12, melyek közül 2 csomópont csak betápláló pont.

A magyar villamosenergia-rendszer várható fejlődését a IV. táblázat mutatja be. Ebből a táblázatból az alaperőművek csúcsteljesítménye és a 400 kV-ra csatlakozó betáplálások megállapíthatók. 2000. évben a várható csúcsterhelés 26 000 MW, amiből 400 kV-ra 17 400 MW jut. Ezt a 400 kV-os terhelést osztottuk fel 10 csomópont között (lásd az V. táblázatot). Ez a

## V. táblázat

## 400 kV-os gyűjtősinterhelések csúcsidejében MW-ban

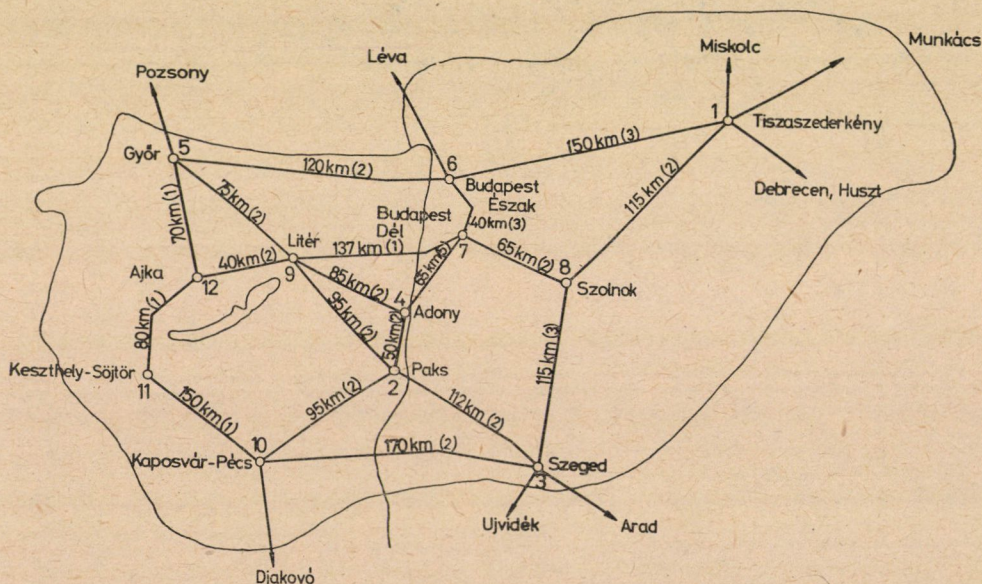
A csomópont helyneve	1980	1985	1990	2000
1. Tiszaszederkény, Miskolc, Debrecen	300	600	1 300	3 000
2. Paks	—	—	—	—
3. Szeged, Békéscsaba	200	500	1 000	2 500
4. Adony	—	—	—	—
5. Győr	200	500	700	1 600
6. Budapest-Észak	400	1 000	1 200	2 000
7. Budapest-Dél	200	400	800	1 700
8. Szolnok	200	400	600	1 400
9. Litér, Székesfehérvár	—	500	700	1 500
10. Kaposvár, Pécs	300	400	800	1 500
11. Keszthely, Söjtör	—	300	500	1 000
12. Ajka, Szombathely	—	400	600	1 200
Összesen	1 800	5 000	8 200	17 400

## VI. táblázat

Alaperőművek csúcsidei betáplálása a 400 kV-os gyűjtősinre

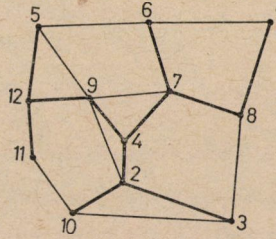
Év	Tiszaszerdékény (+ import) [MW]	Paks [MW]	Szeged [MW]	Adony [MW]	Győr [MW]
1 980	1 820	—	—	—	—
1 985	2 700	2 300	—	—	—
1 990	2 300	2 700	2 300	900	—
1 995	2 300	2 700	2 300	5 500	—
2 000	2 300	2 700	4 600	5 500	2 300

felosztás csak a hálózati tervező példaként való bemutatására készült, és nincs területi fogyasztás vizsgálatával megalapozva. Mivel az 1, 3, 5 csomópontokba erőművek is betáplálnak, a 400 kV-os hálózatba csak a teljesítményegyenleg 11 000 MW-os értéke áramlik. Az alaperőművek közötti teljesítménymegosztás ütemezését a VI. táblázat szemlélteti. A nagy teljesítőképességű gépegyeségek üzemét a nemzetközi összeköttetéseink nagymértékben elősegítik. 1980—1990. évek között 13—15, 500 MW-os, 1990—2000. évek között 12, 1000 MW-os gépegyeségek beépítését tételleztük fel. A hálózatot pedig ezeknek figyelembevételével kell kialakítani. Lehetséges azonban, hogy 2000. év körül egy 1000 MW-nál nagyobb teljesítőképességű gépegyeség is üzembe kerül. A maximális gráf a 8. ábrán látható (az ágak maximális száma az élhossz mellett zárójelben szerepel). A maximális gráfból 1980. évben a 2, 4, 9, 11, 12 sűcsok hiányoznak a megfelelő élekkel együtt, a gráfban csak a később léte-



8. ábra. 400 kV-os hálózat maximális gráfja

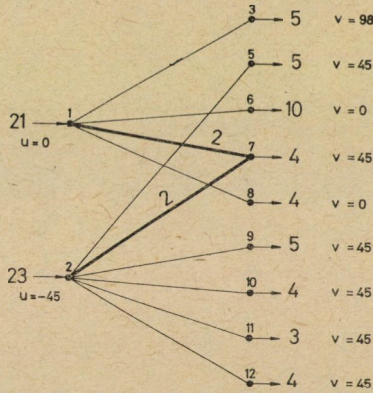
sülő 2—4 csúcsok mellett haladó 7—10 él szerepel. 1985. évben az ábrán megadott maximális gráfból már csak a 4. csúcs és a hozzátartozó 4—9 él hiányzik.



9. ábra. 400 kV-os magyar hálózat (mértékegység: 100 MW)

(-) betáplálás

	1980	1985	1990	2000
1	-15	-21	-10	7
2	0	-23	-27	-27
3	2	5	-13	-21
4	0	0	-9	-55
5	2	5	7	-7
6	4	10	12	20
7	2	4	8	17
8	2	4	6	14
9	0	5	7	15
10	3	4	8	15
11	0	3	5	10
12	0	4	6	12



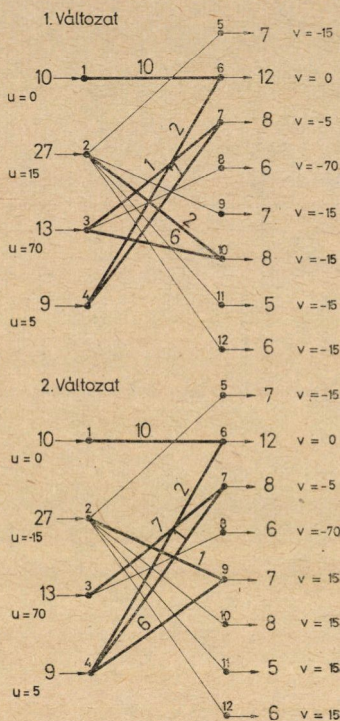
10. ábra. Szállítási diagram 1985. évre

A maximális gráf  $R$  fája a 9. ábrán látható. Ugyanez az ábra tünteti fel az egyes csúcsok eredő betáplálásait (negatív előjel), illetve terheléseit (pozitív előjel). A szállítási feladat megoldásához a csúcsok közötti távolságot

a VII. táblázat tartalmazza. A lineáris szállítási költségösszefüggés a 400 kV-os feszültségre évi 1 millió Ft egységben a következőképpen adódik:

$$w = 0,1 l + 0,0456 l P,$$

ahol  $P$  a szállítandó teljesítmény 100 MW-os egységben;  
 $l$  a szállítási távolság km-ben.



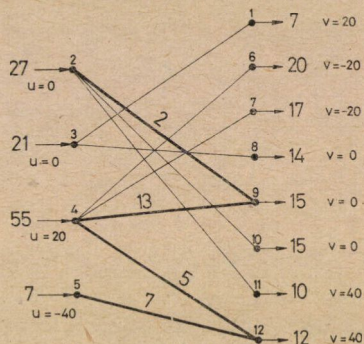
11. ábra. Szállítási diagram 1990. évre

### VII. táblázat

Csúcsok közötti távolság [km]

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	—	295	230	245	270	150	180	115	317	390	420	340
2	295	—	112	50	170	155	115	180	95	95	215	135
3	230	112	—	162	282	220	180	115	207	170	320	247
4	245	50	162	—	160	105	65	130	85	145	205	125
5	270	170	282	160	—	120	160	225	75	265	150	70

1980. évre csak egy betáplálási csúcs van, így a megoldás közvetlenül adódik. A szállítási feladat 1985—1990. és 2000. évre *Vogel—Korda*-módszerrel a csúcsok közötti szállításra, a 10—12. ábrán szereplő diagramokat adja. Ezekon az ábrákon a vastag vonallal jellettek azok az élek, melyek két betáplálási csúcsot kötnek össze. Ha ilyen összeköttetéshez tartozó fogyasztói csúcs terhelés határán belül változik a szóban forgó betáplálási csúcsok között a teljesítménymegosztás, a megoldási gráf változatlan marad. Pl. 2000. évben a 4. és 5. betáplálási csúcs a 12. fogyasztói csúcson keresztül érintkezik egymással, amelynek terhelése 12, amelyből a 4. csúcsra 5 és 7-re 7 egység adódik.

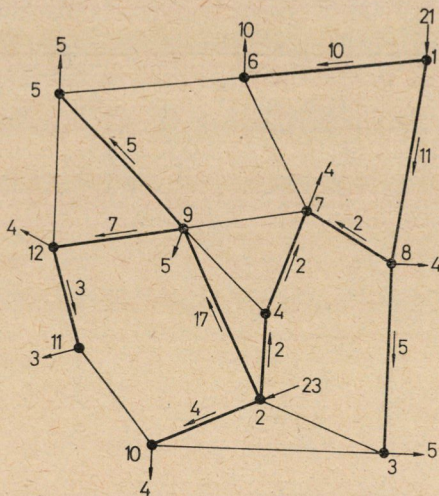


12. ábra. Szállítási diagram 2000. évre

Ebből következik, hogyha a 4. csúcs betáplálását 7 egységgel növeljük vagy 5-tel csökkentjük, a gráf változatlan marad. A 10—12. ábrákon megtalálható a szállítási feladat duál változója a betáplálási csúcsokon  $u$ -val, a fogyasztói csúcsokon  $v$ -vel jelölve. Ezek a duál változók a 0,0456 arányosági tényezővel szorozva a csúcsok szállítási költségnövekményét adják 1 millió Ft/100 MW mértékegységben. E növekményértékekkel a villamosenergia-szállítás szempontjából a különböző telephelyek összehasonlíthatók, és a fogyasztói csúcsok elhelyezkedése értékelhető.

A betáplálások változtatása a vázolt határt túllépve új  $S$  gráfot ad. Nyilvánvalóan az a hálózat részesítendő előnyben, amelyhez több betáplálási változat alakítható ki. Ezért elsősorban azokat az éleket kell kiválasztani, amelyek az egyes változatok  $S$  gráfjainak közös részét képezik. A közös részen kívül pedig olyan éleket célszerű a megoldási gráfba bevinni, amelyek a különböző változatokhoz a legkisebb költségkockázatot jelentik. Ezt az elképzelést tovább fejlesztve lehet az alaphálózat tervezését tökéletesíteni.

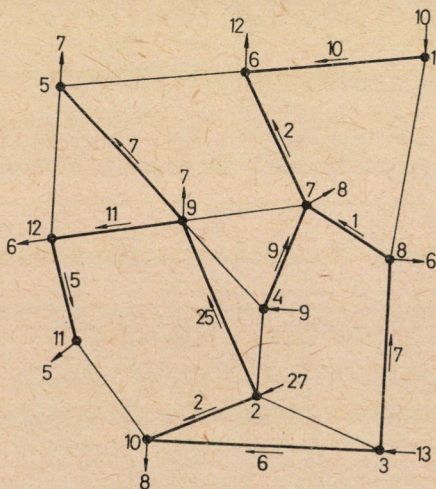
A szállítási diagramokból a maximális gráfban az  $S$  fák egyértelműen megjelölhetők. Az eredményt a 13—16. ábrák mutatják be. Az 1990. évre az 1. és 2. változatot a 14. és 15. ábra tünteti fel. A szállítási feladat optimális megoldása az 1. változat, Ebben azonban az 1—3 él szerepel, amelyre 2000.



13. ábra. 1985. évi teljesítményszállítás (a teljesítmény mértékegysége: 100 MW)

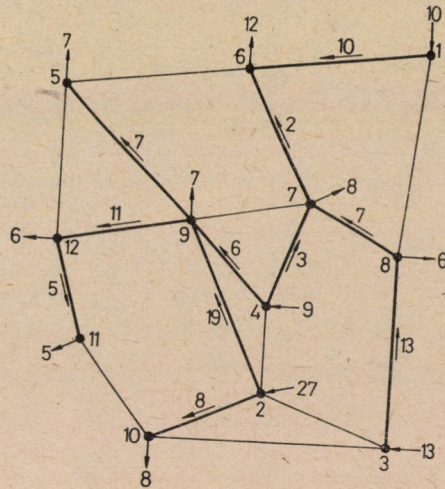
évben nincs szükség. Az V. fejezetben ismertetett dinamikus tervezés algoritmus szerint meg kell vizsgálni, hogy 1990. és 2000. évben az optimális megoldás az 1—3 él bevétele vagy kihagyása mellett adódik. A vizsgálat a 2. változatot, tehát az 1—2 él elvetését tartotta megfelelőbbnek. A rendszer hurkoltsága szempontjából viszont az 1. változat az előnyösebb.

Az  $R$  és  $S$  gráfokból a IV. fejezet szerint lehet az egyes időpontokban az élkehez tartozó párhuzamos ágakat is tartalmazó villamos hálózatot megállapítani. Ezekre a hálózatokra teljesítményáramlási vizsgálatokkal (lásd



14. ábra. 1990. évi teljesítményszállítás, 1. változat (a teljesítmény mértékegysége: 100 MW)

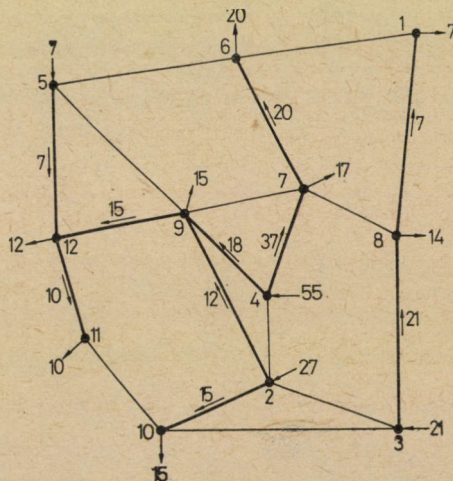




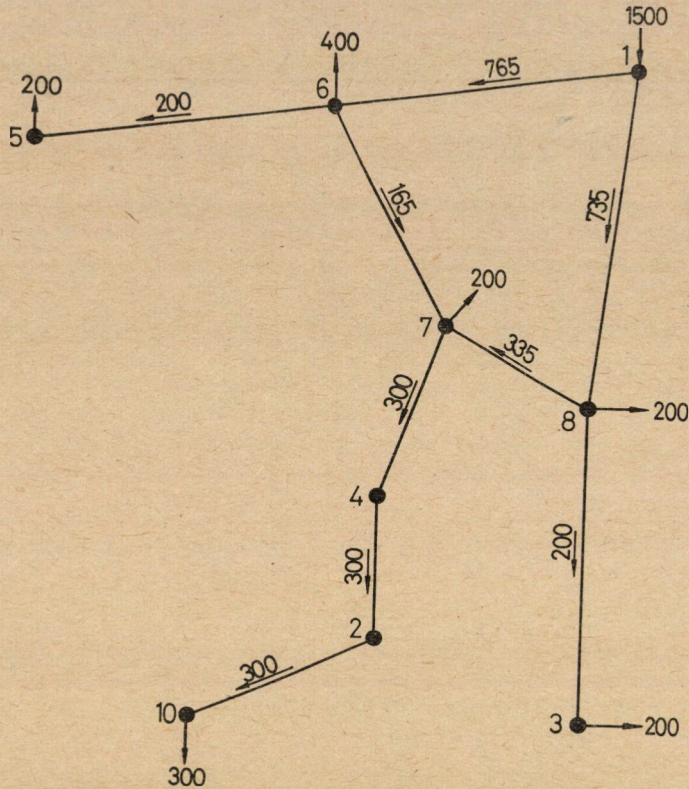
15. ábra. 1990. évi teljesítményszállítás 2. változat (a teljesítmény mértékegysége: 100 MW)

a 17—22. ábrákat) lehet ellenőrizni a szállítási feladat megoldásait. Az összehasonlító eredményeket a VIII. táblázat mutatja be, amely szerint a szállítási feladattal kiadódó hálózati költségek gyakorlatilag nem térnek el az elméletileg pontos teljesítményáramlási számítással nyert szállítási költségektől.

Ezek szerint 1985-től kezdve a 400 kV-os hálózat kihasználása megfelelő, tehát az eddigi vizsgálatok alapján hozott döntés ezúton is igazolást nyert. A szállítási feladattal meghatározott átlagos szállítási távolság a III.



16. ábra. 2000. évi teljesítményszállítás (a teljesítmény mértékegysége: 100 MW)

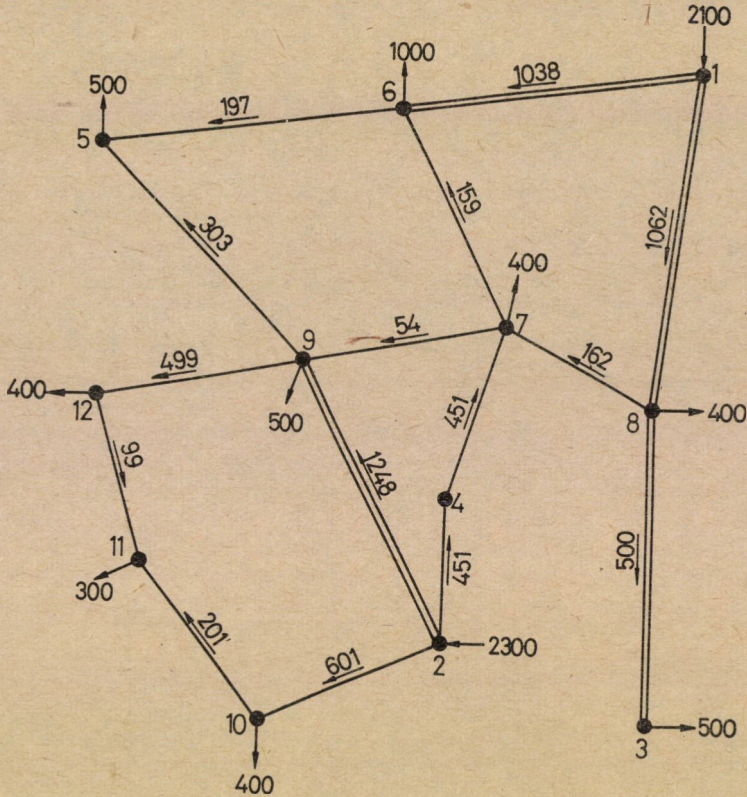


17. ábra. 1980. évi teljesítményáramlás MW-ban (a hálózati veszteség 22 MW)

### VIII. táblázat

#### A hálózattervezés eredményei

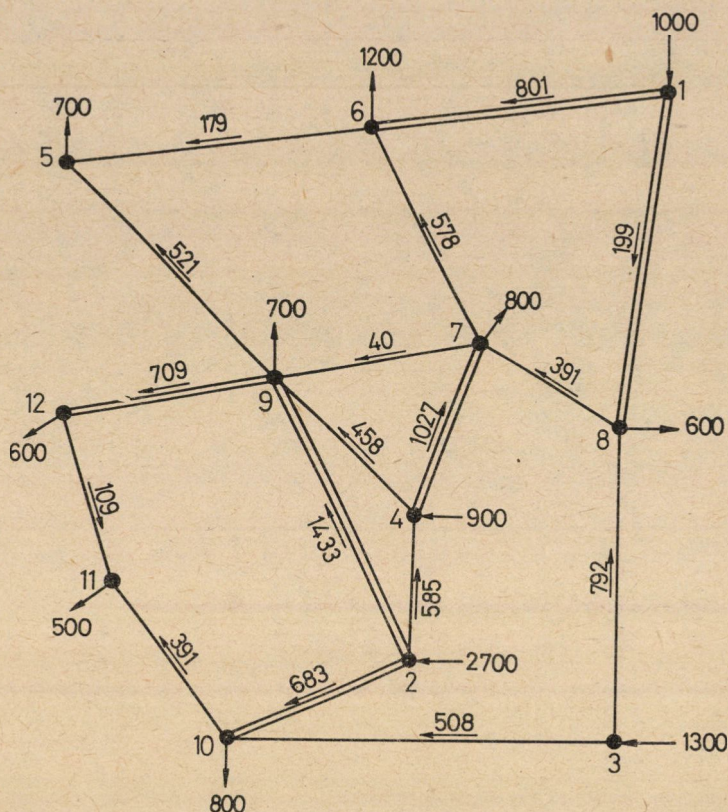
	1980. év	1985. év	1990. év		2000. év	
			1. vált.	2. vált.	1. vált.	2. vált.
<b>1. Szállítási feladat</b>						
Átviteli teljesítmény, P [100 MW]	15	44	59	59	110	
Teljesítményút, Q [100 MWkm]	3360	6590	7985	8165	12 410	
Átvitel átlagos hossza, Q/P [km]	224	148	135	138	113	
S fa élhossza, l [km]	815	945	990	905	800	
Átlagos átviteli teljesítmény, Q/l [MW]	410	695	810	900	1 530	
Évi költség, $K_t$ [mFt]	235,5	475,2	576,2	566,2	836,2	
<b>2. Ellenőrzés teljesítményáram- lással</b>						
Veszteség [MW]	21,5	64,0	85	87	147	155
Ághosszúság [km]	815	1867	2122	2067	2962	2 792
Évi költség, $K_t$ [mFt]	203	491,0	582	578	864	841



18. ábra. 1985. évi teljesítményáramlás MW-ban (a hálózati veszteség 64 MW)

táblázat alapján 1980. évi 238 km-ről 1990-re 130 km-re, a 2000. évre mintegy 110 km-re csökken. Ezzel együtt az átviteli költségekben a kapcsolóberendezés költséghányada megnő, és ez előtérbe hozza a kapcsolóberendezés költségeinek csökkenésére irányuló továbbfejlesztést.

Az egy úton szállítandó teljesítmény átlaga a szállítási feladat alapján az 1980. évi 410 MW-ról 1990. évre 800 ÷ 900 MW-ra, 2000. évre 1530 MW-ra emelkedik. Ezért a 750 kV-os feszültség szint, ha 400 kV-ot nem fejlesztenénk, 1990. és 2000. év között jöhetne számításba. A 750 kV-os átvitel egyrészt a rövid átviteli távolság miatt kedvezőtlen, másrészt 1990-ig túlzottan nagy 220 kV-os hálózatot kellene kiépíteni, ami gazdaságtalan. A 400 kV-nál nagyobb feszültség szint bevezetésére magyar átviteli célokra 2000-ig nem kerülhet sor, a 400 kV fölé helyezett átvitel csak mint rendszerközi kapcsolat jöhet számításba. Ebből azt a következtetést is levonhatjuk, hogy hazai vonatkozásban 400 kV-nál nagyobb feszültség szint fejlesztésével egyelőre nem szükséges foglalkozni. Az egyes utakon 1000 MW-ot meghaladó teljesítmény szállítására azonban megfelelő átvitelt kell kidolgozni a 400 kV-os szabadvezeték sodrony-

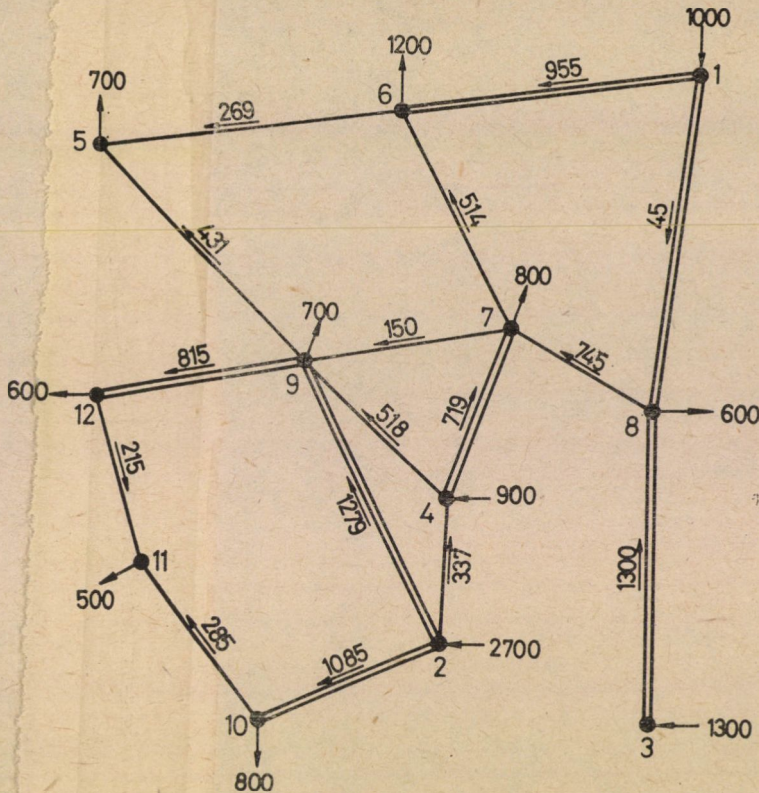


19. ábra. 1990. évi teljesítményáramlás MW-ban, 1. változat (a hálózati veszteség 84 MW)

keresztmetszetét növelve vagy kétrendszerű vezetéket alkalmazva. Megjegyzendő, hogy a teljesítményáramlással kiadódó átlagos átviteli hossz nagyobb, az átlagos átviteli teljesítmény kisebb értékre adódik.

1990. és 2000. évre meghatároztuk a hálózati csomópontokban a zárlat teljesítmény értékeket (lásd a IX. táblázatot). Megállapítható, hogy 1990-ben a zárlati teljesítmény a jelenleg alkalmazott olajszegény megszakítómegszakítóképességet az egyes táppontokban meghaladja. A *Tiszaszederkényi Erőműnél* a túllépés nem számottevő és később lehet eldönteni, hogy a jelenleg tervezett megszakítók esetleg csomópont-bontást vagy korlátozó automatikát alkalmazva megmaradjanak, vagy azokat újakkal cserélik fel. A paksi atomerőműben azonban már nagyobb megszakítóképességű készülékeket kell alkalmazni. Az *Adonyi Erőműben* pedig a megszakítási képesség a 45 kA-nél nagyobb, ha a hálózatot nem bontjuk. További problémát okozhat egy 400 kV-nál nagyobb feszültségű rendszerközi kapcsolat csatlakozása.

A szomszédos energiarendszerek közül 1990. évre a *Német Demokratikus Köztársaságban* és a *Lengyel Népköztársaságban* mintegy 50 000 MW-os, Cseh-



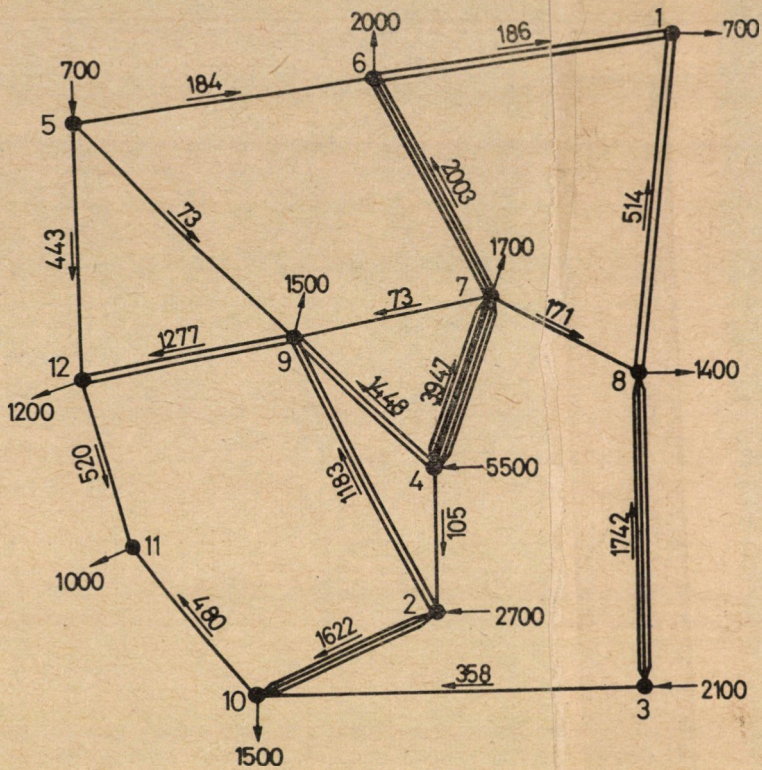
20. ábra. 1990. évi teljesítményáramlás MW-ban, 2. változat (a hálózati veszteség 87 MW)

### IX. táblázat

A csomópontok háromfázisú zárlati áramai és zárlati teljesítményei\*

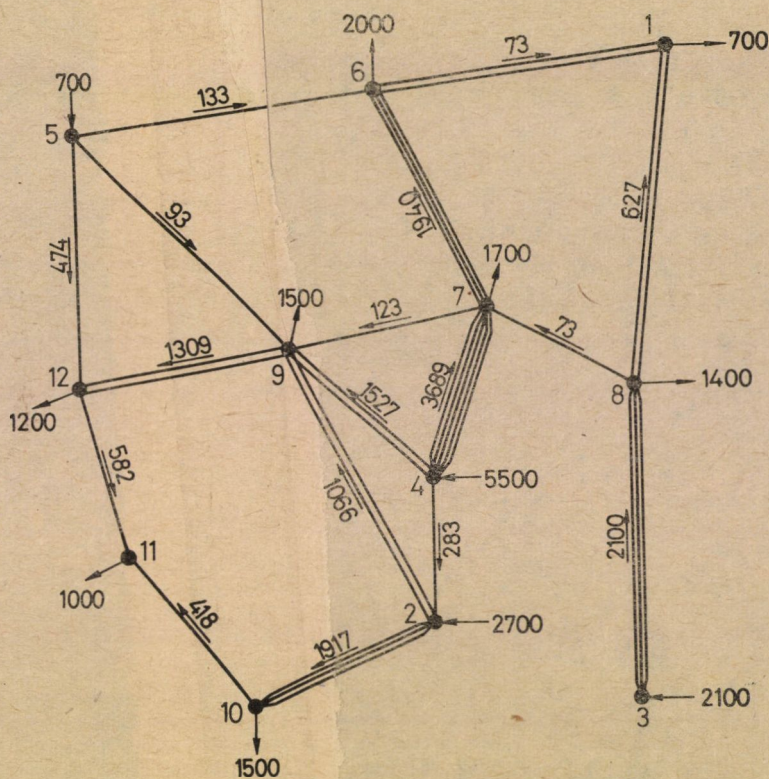
Csomópontszám	1990. év		2000. év	
	$I_z$ [kA]	$S_z$ [MVA]	$I_z$ [kA]	$S_z$ [MVA]
1	30,9	21 700	34,1	23 870
2	28,9	20 200	38,2	26 740
3	21,0	14 700	40,55	28 385
4	21,4	15 200	56,7	39 690
5	16,8	11 800	33,85	23 695
6	23,0	16 100	35,4	24 780
7	22,9	16 050	43,3	30 310
8	18,4	12 900	27,1	18 970
9	17,9	12 550	32,9	23 030
10	15,1	10 600	22,85	15 995
11	7,7	5 400	9,48	6 636
12	12,9	9 050	22,8	15 960

\* A zárlati áramértékek 405 kV-os feszültségszintre vonatkoznak.



21. ábra. 2000. évi teljesítményáramlás MW-ban, 1. változat (a hálózati veszteség 147 MW)

szlovákiában és Romániában 30 000 ÷ 35 000 MW-os csúcsterhelést irányoznak elő. Az átviteli távolság ezekben az országokban a 200 ÷ 300 km távolságot is eléri, és az egy úton szállítandó teljesítmény egyes esetekben feltehetően meghaladja az 1500 MW-ot. Ezért a rendszerek részére 1985–1990. évre már 750 kV-os átvitel is gazdaságos lehet, de ezt a kérdést csak a szóban forgó rendszerek részletes ismeretében végzett vizsgálatok dönthetik el. A nagy keresztmetszetű, két- vagy több rendszerű 400 kV-os vezeték nem foglal el szélesebb nyomvonalat, mint a 750 kV-os, de annak átviteli képességét megközelíti. Ezért Nyugat-Európában a 400 kV-os átvitelt 150 ÷ 200 km átviteli távolság mellett 3000 MW átviteli teljesítményhatárig kívánják megtartani, és a feszültséglépcsők csökkentése érdekében 1990. után a 400 kV felett 750 kV-nál nagyobb feszültség szint bevezetését irányozzák elő. Részletes vizsgálatok alapján lehet majd elhatározni a 400 kV fölé helyezett szuperhálózat feszültségét és a magyar energiarendszerrel való kapcsolatát.



22. ábra. 2000. évi teljesítményáramlás MW-ban, 2. változat (a. hálózati veszteség 155 MW)

## VII. Következtetések

Összefoglalva megállapítható hogy a bemutatott erősáramú hálózatszintézis jól felhasználható az energiaszállítási irányok, a hálózat gerincének kiképzésére. Ebből a szempontból a hálózat összevontan kezelendő, és kevés csomópontot tartalmaz. A bemutatott vizsgálatok alapján a magyar alaphálózat részére 20–30 éves távlatban a 400 kV-os feszültség megfelelő megoldást ad, csak nemzetközi összeköttetés esetén jöhet figyelembe nagyobb feszültség szint.

Az erősáramú hálózatszintézis egzakt megoldása 12÷15-nél nagyobb csomópontszám vagy több csomópont és bővítésre kijelölt legfeljebb 10 él esetén a jelenlegi ismeretek és eszközök mellett nehézségekbe ütközik. Sok csomópontú hálózat vizsgálatára csak az analízis használható, amelynek módszereit tovább kell fejleszteni (sok csomópont, rövid vizsgálati idő). Ezért a villamosenergia-iparág részére nagyobb teljesítőképességű számító-

gépnek szükségszerűen rendelkezésre kell állnia. Az analízis részére ún. fél-automatikus programok is készíthetők, amelyek az eredményektől függően bizonyos beavatkozásokat önműködően hajtanak végre. Ezek a programok teljesítményeloszlási és stabilitási vizsgálatokon kívül hálózat megbízhatósági vizsgálati részére is kiterjesztendők.

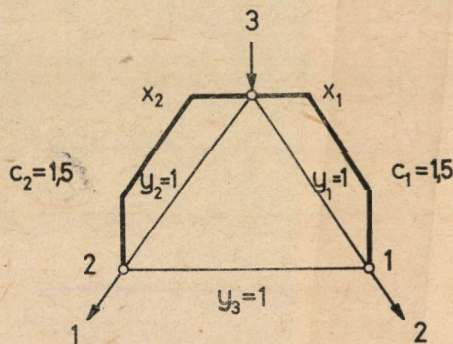
Az erőáramú hálózatszintézis ún. egzakt és közelítő eljárások segítségével pedig továbbfejlesztendő, mert ezek alapján a hálózatanalízist használó tervező oly irányítást kap, hogy a vizsgálandó változatok száma lecsökken és a legkedvezőbb megoldás is jobban biztosítható.

## FÜGGELÉK

### 1. példa

A három csomópontot tartalmazó hálózat bővítése a 3—1 csomópont közötti 1. éllel és/vagy a 3—2 csomópont közötti 2. éllel a feladat (ld. a 23. ábrát). Mindkét él hossza azonos. A 23. ábrán a műszaki jellemzők relatív egységben szerepelnek, az ág átviteli képességét  $c_i$ -vel jelöltük. A 3. pontra mint referenciapontra az összefüggéseket egyenáramú modellként tárgyalva a csomóponti impedanciámátrix a következő:

$$Y_c^{-1} = \frac{1}{3 + 2x_1 + 2x_2 + x_1 x_2} \begin{bmatrix} 2 + x_2 & 1 \\ 1 & 2 + x_1 \end{bmatrix}.$$



23. ábra. Hálózatbővítés 2 csomópont azonos ágadmittancia esetén

A korlátozó feltételeket tartalmazó egyenletek pedig:

$$1,5 x_1 x_2 + 3x_1 + x_2 \geq 0,5,$$

$$1,5 x_1 x_2 + 2x_1 + 3x_2 \geq 0,5.$$

A második egyenlet redundáns, mivel bármely  $x_1$  és  $x_2$  értéket kielégíti. A karakterisztikus Boole-függvény

$$\Phi = \Phi_1 = x_1 V x_2.$$

A költségfüggvénye

$$K = 3x_1 + 3x_2 + \frac{14 + x_1 + 4x_2}{3 + 2x_1 + 2x_2 + x_1 x_2}.$$

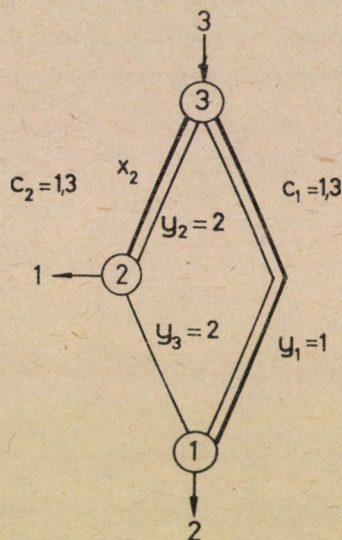
Az optimális megoldás  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 0$ , esetén  $K_{\min} = 6$ .



## 2. példa

Az 1. példához hasonlóan ismét egy három csomópontot tartalmazó hálózat bővítése a feladat, azonban ebben az esetben 1. él hossza kétszerese a 2. és 3. él hosszának. A terheléseket és az ágak terhelhetőségét a 24. ábra tünteti fel. Ismét a 3. pontra mint referencia-pontra felírva a csomóponti impedancia mátrixot

$$Y_c^{-1} = \frac{1}{8 + 4x_1 + 6x_2 + 3x_1x_2} \begin{bmatrix} 4+2x_2 & 2 \\ 2 & 3+x_1 \end{bmatrix}$$



24. ábra. Hálózatbővítés 3 csomópont esetén

A korlátozó feltételeket tartalmazó egyenletek pedig:

$$2,6 x_1 x_2 + 5,2 x_1 + 3,8 x_2 \geq 1,6,$$

$$1,3 x_1 x_2 + 1,6 x_1 + 3 x_2 \geq 1,8.$$

A két egyenlet karakterisztikus Boole-függvénye

$$\Phi_1 = x_1 \vee x_2,$$

$$\Phi_2 = x_2,$$

$$\Phi = \Phi_1 \Phi_2 = x_2,$$

tehát 2 éllel kell legalább bővíteni.

A költségfüggvény:

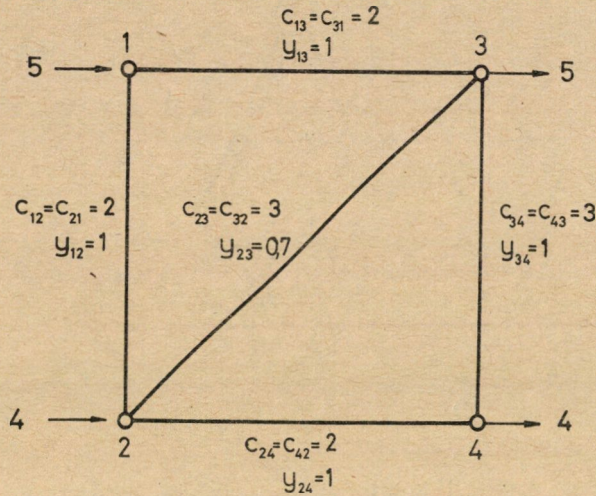
$$K = 3x_1 + 1,5x_2 + \frac{27 + x_1 + 8x_2}{8 + 4x_1 + 6x_2 + 2x_1x_2}.$$

Az optimális megoldás  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$  esetén  $K_{\min} = 4$ .

## 3. példa

Négy csomópontot tartalmazó hálózat adatait a 25. ábra tünteti fel. Bővíthető a 13. és 24. él. A bővítés megoldható egy- vagy kétrendszerű vezetékkel. A két rendszer esetén admitancia és az átviteli képesség természetesen kétszeres érték. Az egyrendszerű bővítést ' -vel, a kétrendszerűt '' -vel jelöltük. A 13. és 14. élre a korlátozó feltétel:

$$\begin{aligned} 3,2 x'_{13} x''_{24} + 1,6 (x''_{13} x'_{24} + x'_{13} x''_{24}) + 0,8 x'_{12} x'_{24} + 1,3 x'_{13} + \\ + 2,6 x'_{13} - 1,065 x'_{24} - 2,13 x''_{24} &\geq 1,685; \\ 3,2 x'_{13} x''_{24} + 1,6 (x''_{13} x'_{24} + x'_{13} x''_{24}) + 0,8 x'_{13} x'_{24} - 0,62 x'_{13} - \\ - 1,65 x''_{13} + 1,2 x'_{24} + 2,4 x''_{24} &\geq 1,095. \end{aligned}$$



25. ábra. Hálózatbővítés 4 csomópont esetén

A két egyenlet karakterisztikus Boole-függvénye

$$\begin{aligned} \Phi_{13} &= x''_{13} V x'_{13} x''_{24}, \\ \Phi_{24} &= x''_{24} V x'_{23} x'_{24}; \\ \Phi &= \Phi_{13} \Phi_{24} = x''_{13} x''_{24} V x'_{13} x''_{24} V x'_{13} x'_{24}. \end{aligned}$$

A költségfüggvény ebben az esetben csak a beruházási költségeket tartalmazza (ezért lineáris)

$$K = x'_{13} + 1,6 x''_{23} + x'_{14} + 1,6 x''_{24}.$$

Az optimális megoldás ebben az esetben

$$x'_{13} = 1, x''_{13} = 0, x'_{24} = 0, x''_{24} = 1,$$

vagy

$$x'_{13} = 0, x''_{13} = 1, x'_{23} = 1, x''_{24} = 0$$

és így

$$K_{\min} = 2,6.$$

## 4. példa

Több csomópontos hálózat bővítése ebben az esetben két élre terjed ki (ld. a IV. 1. pontot). A két élnek megfelelően a csomóponti impedancia mátrixot a csomópont-pár részére átalakítva

$$\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} A_1 & B \\ B & A_2 \end{bmatrix}.$$

A többi jelölést megtartva a (4) és (5) alapján:

$$(\mathbf{I} + \mathbf{Z}_p \mathbf{Y}_x)^{-1} = \frac{1}{(1 + A_1 b_1 x_1)(1 + A_2 b_2 x_2) - B^2 b_1 b_2 x} \begin{bmatrix} 1 + A_2 b_2 x_2 & -B b_2 x_2 \\ -B b_1 x_1 & 1 + A_1 b_1 x_1 \end{bmatrix}.$$

A műveleteket végrehajtva és rendezve:

$$\begin{aligned} u_{m1}(A_1 A_2 - B^2) b_1 b_2 x_1 x_2 + u_{m1} A_1 b_1 x_1 - [(u_{p1} - u_{m1}) A_2 - u_{p2} B] b_2 x_2 &\geq u_{p1} - u_{m1}, \\ u_{m2}(A_1 A_2 - B^2) b_1 b_2 x_1 x_2 - [(u_{p2} - u_{m2}) A_1 - u_{p1} B] b_1 x_1 + u_{m2} A_2 b_2 x_2 &\geq u_{p2} - u_{m2}. \end{aligned}$$

A karakterisztikus Boole-függvény  $\Phi = \Phi_1 \Phi_2$ .

Ha a hálózati veszteségtől eltekintünk, a költségfüggvény:

$$K = B_1 x_1 + B_2 x_2,$$

amelynek minimumát kell megtalálni a műszaki korlátozó feltételek mellett.

## 5. példa

*Ford—Fulkerson-módszer alkalmazása.* A 25. ábrán bemutatott hálózat 1—4 csúcsai közötti átviteli képesség mindkét irányban azonos. A vágat átviteli képessége a következőképpen írható fel:

$$\begin{aligned} C = 5 \bar{\xi}_1 + 4 \bar{\xi}_2 + 2(\xi_1 \bar{\xi}_2 + \bar{\xi}_1 \xi_2) + 2(\xi_1 \bar{\xi}_3 + \bar{\xi}_1 \xi_3) + 3(\xi_2 \bar{\xi}_3 + \bar{\xi}_2 \xi_3) + \\ + 2(\xi_1 \bar{\xi}_4 + \bar{\xi}_1 \xi_4) + 3(\xi_3 \bar{\xi}_4 + \bar{\xi}_3 \xi_4) + 4 \xi_4 + 5 \xi_5, \end{aligned}$$

melyet rendezve és  $\xi_i = 1 - \bar{\xi}_i$ -t helyettesítve

$$C = 9 - \xi_1 + 3 \xi_2 + 12 \xi_3 + 10 \xi_4 - \xi_1 \xi_2 - 4 \xi_1 \xi_3 - 6 \xi_2 \xi_3 - 4 \xi_2 \xi_4 - 6 \xi_3 \xi_4.$$

A legkisebb vágat-átviteli képesség a min  $C(\xi)$  feltételből a pseudo-Boole algebra Hammer módszerével [1] meghatározható és

$$\min C = 7$$

a  $\xi_1 = 1$ ,  $\xi_2 = 1$ ,  $\xi_3 = 0$ ,  $\xi_4 = 0$  helyen, tehát  $h_{13}$ ,  $h_{23}$ ,  $h_{24}$  éleket tartalmazó vágaton. Az áramlási igény a fogyasztói csúcsokon  $L = 9$ , ezért  $9 - 7 = 2$  értékű korlátozással kell számolni, ha a hálózatot nem erősítjük meg az említett vágathoz tartozó bármely élén.

## IRODALOM

- HAMMER, P. L.—RUDEANU, S.: Boolean Methods in Operations research and Related Areas. Springer, Berlin/Heidelberg/New York 1968.
- SESHU, S.—REED, M. B.: Linear Graphs and Electrical Networks. Addison—Wesley Publ. Co., Reading (Mass. USA)—London 1961.
- SZENDY, K.: Korszerű hálózatszámítási módszerek. Akadémiai Kiadó, Budapest 1967.
- KREJČOVA, E.—PACÁK, S.: Méthode éliminatoire pour l'optimisation statique du schéma d'un réseau électrique. CIGRÉ Comité d'Études 32, Groupe de Travail B<sub>1</sub> jelentése.

5. FORD, L. R.—FULKERSON, D. R.: Maximal Flow through a Network. *Canad. J. Math.* 8 (1956), 339—404. old.
6. FORD, L. R.—FULKERSON, D. R.: Flow in Networks. Princeton Univ. Press, Princeton 1962.
7. SZENDY K.: Hozzájárulás a CIGRÉ 1970. évi konferencián a 32. szekció ülésén (megjelenés alatt).
8. Маркович, И. М.—Лазебник, А. И.: Использование метода ветвей и границ в некоторых энергетических оптимизационных задачах. *Электричество* (1970); VII, 65.

**Development of Power Network Planning and the Perspective Development of the Hungarian Basic Network.** The synthesis of the electrical power network aims at creating the most economical network under given technical conditions. In the maximum graph of the network the extension of the edges can be expressed by Boole variables. The minimum of the functional ordered to the set satisfying the technical conditions and expressing the costs must be determined. The problem can be solved by the proposed power flow method and the Ford—Fulkerson method, but the transportation problem model may be used too, which permits to assign the transportation paths for the network configuration. With these methods, combined with dynamic planning, the economical development of the network can be determined for a longer period. Using the transportation problem as a simplified method, the author presents as an example the perspective development of the Hungarian 400 kV cooperation network.

**Entwicklung der Projektierung von Starkstromnetzen und die perspektivische Entwicklung des ungarischen Grundnetzes.** Die Synthese der Starkstromnetze setzt sich die Ausgestaltung des wirtschaftlichsten Netzes bei gegebenen technischen Bedingungen zum Ziel. Im maximalen Graph des Netzes kann die Vermehrung der Kanten durch Boole-Veränderliche ausgedrückt werden. Das Minimum des Funktionals welches der die technischen Bedingungen erfüllenden Menge zugeordnet ist und die Kosten ausdrückt, muß bestimmt werden. Diese Aufgabe kann mit dem vorgeschlagenen Leistungsflußverfahren und mit der Ford—Fulkerson-Methode gelöst werden, aber auch das Modell des Transportproblems kann benützt werden, mit dessen Hilfe die Transportwege für die Netzwerkkonfiguration vorgeschrieben werden können. Mit diesen Verfahren, kombiniert mit der dynamischen Projektierung, kann die wirtschaftliche Entwicklung des Netzes für längere Zeit vorausbestimmt werden. Mit der Transportaufgabe als vereinfachtem Verfahren führt der Verfasser beispielsweise die perspektivische Gestaltung des entstehenden ungarischen 400 kV Kooperationsnetzes vor.

# A KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYOK HELYZETKÉPE

TURÁNYI ISTVÁN\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett: 1971. jan. 7-én]

Az utóbbi időben néhány alkalommal módunkban állt megismerkedni az egyes tudományterületek elért eredményeit feltáró, elemző, hazai feladatait kijelölő tanulmányokkal. Ezúttal egy fiatal tudományterület — a közlekedéstudományok — lényegében *első* számvetését kívánjuk közreadni.

## I. A közlekedéstudományok tárgya és módszere

Napjaink nagyütemű és egyre gyorsuló technikai fejlődése, történelmi jelentőségű társadalmi mozgásai többek között annak az eredménye, hogy a tudomány egyre inkább közvetlen kapcsolatba kerül a termeléssel és az élettel.

Ilyen értelemben beszélhetünk a tudomány reneszánszáról is, hiszen a tudomány nem más, mint a törvény megismerésének és gyakorlati felhasználásának egysége.

Ez a közvetlen kapcsolat lendületet ad magának a tudomány fejlődésének is, mégpedig azzal, hogy a tudományos kutatás egyre közvetlenebb célja a megismerés útján a természeti környezetbe, sőt mind gyakrabban a társadalom életébe való beavatkozás lett. Ez a törekvés mindinkább a kutatások területének kiszélesítését, *tárgyának* differenciálódását eredményezte, amely a korábban „klasszikusnak” tekintett merev tudományosztályozási rendszer megváltozhatatlanságát is egyre kétségesebbé tette. A tudományos feladatok mindinkább megkövetelték a kutatás tárgyának többoldalú, számos esetben *komplex* tanulmányozását. Ennek megfelelően — szükségszerűen — bővült az alkalmazott *módszerek* köre is. Így nyertek polgárjogot a határterületeket művelő tudományok, mint pl. a természettudományok területén a fizikokémia, a biofizika, avagy a még régebbi hagyományokkal rendelkező műszaki tudományok, továbbá a természet- és a társadalomtudományok mezsgyéin a tulajdonképpen komplex alkalmazott tudományok egész sora, köztük a *közlekedéstudományok*.

A tudományok mai fejlődési tendenciái és integrációs mozzanatai s az így született komplex alkalmazott tudományok — köztük a közlekedés-

\* Prof. Dr. Turányi István, Budapest I., Hunyadi J. u. 1.

tudományok — olyan szoros egységbe ötvöznek össze számos természettudományi, de egyre inkább társadalomtudományi területet, hogy a komplex alkalmazott tudományok természet-, valamint társadalomtudományi vonatkozásainak elkülönítése legfeljebb csak egy-egy lokális elemzés céljára lehetséges. Így van ez a közlekedéstudományoknál is.

A közlekedéstudományok komplexitása elsősorban abban nyilvánul meg, hogy *kutatásának tárgya a közlekedés*, amely nem más, mint bonyolult, részben vagy egészben egy időben, párhuzamosan avagy egymás után zajló fizikai, kémiai, fiziológiai, egyben közgazdasági, jogi, pszichológiai stb., tehát természet és társadalmi folyamatok összessége.

Ezeket a folyamatokat s az azokat hordozó berendezéseket (eszközöket) tanulmányozó-kutató tudományos diszciplínák — mint az út- és vasútépítéstan, közlekedésdinamika, járműszerkezettan, közlekedésüzemtan, közlekedésgazdaságtan stb. — már korábban más, jellegükben eltérő tudománycsoportok talaján fejlődtek ki, de az idők folyamán egyre közelebb hozta őket egymáshoz kutatásuk közös tárgya: a közlekedés. Ezekre a tudományokra — eltérő genetikai adottságaik, módszertani sajátosságaik ellenére — az a jellemző, hogy mindannyian a közlekedés folyamatait, berendezéseit (eszközzeit) tanulmányozzák, ennek során egymás eredményeit is kénytelenek figyelembe venni. Egymásra hatást gyakorolnak anélkül azonban, hogy elszakadnának a maguk alaptudományától, mint pl. az út- vasútépítéstan, a járműdinamika, járműszerkezettan a fizikától, a közlekedésgazdaságtan a politikai gazdaságtantól stb.

A közlekedéstudományok komplexitását az is kiemeli, hogy a közlekedési folyamatok — különösen szocialista gazdasági rendszerben — párhuzamos és egymás után kapcsolt, egymást kiegészítő és egymás munkáját befolyásoló különböző közlekedési ágak (vasút, közúti közlekedés, hajózás, légi közlekedés stb.) együttműködése útján a közlekedési rendszerben bonyolódhatnak le. Ezek a közlekedési ágak, mint sajátos közlekedési pályával, járművel rendelkező meghatározott gazdasági, jogi stb. viszonylatok között működő egységek, önmagukban is tárgyát képezhetik egy-egy olyan önálló tudománynak, mint a *vasúti közlekedésről*, a *közúti közlekedésről* vagy a *városi közlekedésről* stb. szóló tudománynak.

A közös tárgy közös művelése — különösen az utóbbi időben — szükségszerűen vetette fel a közlekedési részfolyamatok egymáshoz kapcsolódásának, az egyes közlekedési ágak mint közlekedési alrendszerek együttműködésének, a közlekedési folyamat s a közlekedési rendszer legáltalánosabb törvényszerűségei, illetve összefüggései vizsgálatának igényét, mintegy a közlekedéstudományok önálló, új tudományágának kialakulását. Ez a közlekedéstudományok valamennyi ágának eredményeit felhasználó s az alaptudományokra, elsősorban a matematikára támaszkodó új tudomány a *közlekedési kibernetika*, az információáramlás és feldolgozás legmodernebb

eszközeinek felhasználásával hivatott ellátni a közlekedés folyamatának és rendszerének *átfogó elemzését* és ez alapon való célratörő, tudatos modellezését.

A fentiek alapján belátható, hogy a komplex, alkalmazott tudományoknak a természet- és társadalomtudományok közötti áthidaló határterületi jellegére — mind a tárgy, mind a módszer tekintetében — a közlekedéstudományok jó példát szolgáltatnak.

Egyúttal azonban az is megállapítható, hogy a közlekedéstudományok pontosabb rendszertani bemutatása részletesebben kimunkált formában egyelőre még nem áll rendelkezésre.

Ennek hiányában a közlekedéstudományok eredményeinek számbavételéhez viszonylag egyszerű, logikailag felépített gondolatmenethez folyamodunk.

## 2. A kutatások főbb irányai

A közlekedés — mint ismeretes — a társadalmi újratermelési folyamat fontos láncszeme. Mint ilyennek a termelés fejlettségétől, a területi tagoltságától és kooperációjától függően az egyes országokban betöltött szerepe, súlya különböző. Az egyes országok közlekedési rendszerében a különböző közlekedési ágak részesedése is eltérő. Az arányokat, továbbá a közlekedési hálózat területi eloszlását a társadalmi újratermelési folyamat technikai színvonala mellett a földrajzi, népesedési, történeti, gazdasági stb. tényezők is befolyásolják.

Ezek is bizonyítják, hogy a közlekedés, a társadalmi újratermelési folyamat többi területéhez hasonlóan nemcsak természeti, technikai, hanem egyúttal társadalmi-gazdasági kategória is, mégpedig ezek dialektikus egysége. Ebből pedig az következik, hogy a *közlekedés folyamatai, jelenségei összetettek, problémái is komplex módon jelentkeznek*. Ezért a közlekedés tárgykörében kutatandó témák is rendszerint összetettek, de legalábbis komplex szemléletet követelnek. A kutatási eredményeket is az *újra és újra felvetődő és megoldásra váró komplex problémák, helyesebben a közlekedés alapvető feladatai* alapján célszerű áttekintenünk.

Hogyan határozhatja meg a népgazdaság, a társadalom a közlekedés alapvető feladatait, s ezek milyen problémák megoldására ösztönözhetik a közlekedést?

Röviden ez a következőképpen fogalmazható meg: a közlekedés igyekezzék feltárni a közlekedési szükségleteket, és gondoskodjék e szükségletek társadalmilag hatékony kielégítéséről.

A kutatások tárgyaként a közlekedést alapul vevő, kiterjedt közlekedéstudományi kutatások főbb irányai tehát úgy foglalhatók össze, hogy támaszkodva az alaptudományokban elért eredményekre, felhasználva más, a közlekedéstudományokhoz hasonlóan alkalmazott tudományok eredményeit is,

a közlekedéstudományok új törvényszerűségeket, összefüggéseket tárnak fel, hatékonyabb megoldásokat javasolnak, célszerűbb módszereket alakítanak ki a közlekedés számára, egyrészt a közlekedési szükségletek törvényszerűségeinek alaposabb megismeréséhez (nagyságának, összetételének, térbeli és időbeli eloszlásának stb.) feltárásához; másrészt e feltárt szükségletek társadalmilag hatékony, optimálisra törekvő kielégítéséhez.

A továbbiakban ilyen keresztmetszetben kíséreljük meg felvázolni a közlekedéstudományi kutatások helyzetét és főbb eredményeit.

E módszer követésénél azonban bizonyos objektív és szubjektív nehézségekkel kell számolnunk. A közlekedéstudomány által művelt kutatási területek jelentős részét mint „hagyományos” területeket már régóta, még a komplex közlekedési rendszert s közlekedéstudományt létrehozó integrálódási folyamat előtt külön a természet-, a műszaki, a gazdaságtudományok stb. keretében egymástól eltérő módszerekkel művelték; továbbá az egyes klasszikus tudományterületeken folyó kutatások érintkezési felületei is legfeljebb csak egy-egy közlekedési ághoz kötve alakultak ki. Ezek a hagyományok, beidegződések gyakran még ma is erősítenek terület és módszer tekintetében „önálló-kodó” tendenciákat, nehezítik a kutatásban a legfontosabb problémák megoldásához szükséges sokoldalú együttműködést, de nehezítik az eredmények lényegre törő áttekintését is.

### 3. A közlekedéstudományi kutatások helyzete

#### 31. A közlekedési szükségletek feltárásának tudományos problémái

A közlekedési szükségletek alakulásának, tendenciáinak tanulmányozása a közlekedéstudományi kutatások között sajátos helyet foglal el. Lényegében csak az utóbbi években kapott szélesebb teret, szoros összefüggésben a szocialista országokban fejlődő, az egész népgazdaságra kiterjedő távlati tervezés térhódításával.

A közlekedési szükségletek felderítése a közlekedési vállalatok, a közlekedési eszközöket gyártó ipar, az infrastruktúra kialakítása szempontjából kapitalista körülmények között is rendkívül fontos, azonban a kapitalista vállalatok a szükségleteket a kereslet-kínálat mechanizmusában saját üzleti szempontból a piacon becsülhetik meg, s e szükségletek kielégítésében való tényleges részvételük is csak az egymással szemben való verseny körülményei között realizálódhatik.

Szocialista viszonyok között azonban olyan tudományos előrelátásra van szükség, amely minél szélesebb, biztosabb alapokon, az egész népgazdaságot átfogó tervezésen nyugszik, és így az egész közlekedés arányos fejlődésének megalapozását szolgálhatja.

A népgazdaság újratermelési folyamata egyrészt döntően megszabja a közlekedési apparátus tevékenységének tartalmát és méretét, másrészt azon-



ban a maga műszaki és szervezetségi színvonalával, nem csekély mértékben ár- (tarifa-) politikájával a közlekedés is *visszahat* az újratermelési folyamat valamennyi láncszemére. Ez a hatás és visszahatás megfelelő arányokat alakít ki a közlekedés és a népgazdaság többi területe között, melyeket a közlekedési szükségletek, méginkább azok kielégítése során előállított teljesítmények fejeznek ki. Szocialista népgazdaságban csak az összes közlekedési szükségletek és ezek kielégítéséhez tartozó teljesítmények ismeretében jelölhető ki a differenciált szállítási teljesítmények sajátosságai szerint, az azok kielégítésére képes egyes közlekedési ágak népgazdaságilag legalkalmasabb területei. Következésképpen a személy- és áruszállítási szükségletek várható alakulásának lehető legrészletesebb felmérésén, előrevetítésén múlik az egyes közlekedési ágak fejlesztése, helyes arányainak kialakítása.

A népgazdaság és a közlekedés kölcsönhatásában a *szállítási szükségletek volumenének, összetételének, térbeli és időbeli eloszlásának megállapítása* rendkívül komplex feladat. Ez a tevékenység nem nélkülözheti az olyan tudományos vizsgálati eredményeket, amelyek egyrészt megállapítják a szállítási szükségletek alakulását befolyásoló *okokat* és *tendenciákat*, másrészt amelyek egy olyan zárt *módszert* hocsátanak rendelkezésre, mely alkalmas arra, hogy segítségével lehető legmegbízhatóbban legyen feltárható a szállítási szükségletek várható volumene, összetétele, tér- és időbeli megoszlása.

A szállítási szükségletek jövőbeli alakulását befolyásoló okok s a megállapítására szolgáló módszerek kutatásának kezdete még a II. világháború előtti évekre tehető, de nagyobb lendületet a háborút követő években ért el, különösen a Szovjetunióban.

Mind módszertani, mind tartalmi vonatkozásban a jelentősebb eredményeket az első kapcsolatvizsgálatok jelentették, annak ellenére, hogy az egyszerűbb — pl. a termelés és valamely közlekedési ág szállítási volumene közötti — elemzések alapján levont következtetések még abban az időben is igen sok vitára adtak okot.\* Az igazi fejlődés azonban csak később következett be, amikor a különböző ágazati és területi kapcsolatok és eloszlások tüzetesebb, kiterjedtebb, részben már számítógépes vizsgálatait tudták elvégezni, s az elemző kutatások megszabadultak a dogmatikus korlátoktól.

Az áruszállítási szükségletek alakulására ható tényezők vizsgálatával számos külföldi munka foglalkozik, azok hazánkban is ismertek. Sajnálatosan azonban olyan hazai kutatások, amelyek ezekből kiindulva a hazai elemzést szolgálnák, igen gyéren folynak.

Az új gazdaságirányítási rendszer előtti szállítástervezési módszereket — az új igényeket is tükröző metodikák nem váltották fel, e tekintetben

\* Ma már természetesen a múlté az az egyszerű kapcsolatvizsgálattal „alátámasztott” álláspont, amely szerint a szocializmus magasabbrendűségét az is „bizonyítja”, hogy ott, ellentétben a kapitalizmussal, a szállítások növekedési üteme törvényszerűen elmarad a termelés növekedési üteme mögött. Az adatok más csoportosításával ugyanis ennek éppen az ellenkezője is bizonyítható.

— különösen a vasútnál — bizonyos megtorpanás tapasztalható. A legutóbbi évben történtek csak kezdeti lépések az új gazdaságirányítási rendszer igényeit kielégítő ún. „piackutató” tevékenység tudományos megalapozására.

A személyközlekedési szükségletek alakulásának megállapítására kialakított külföldi és hazai módszerek az összes szükségletek előrevetítésére megbízhatóknak bizonyulnak.

A közforgalom tömegközlekedési utazási szükségletek alakulására vonatkozó hazai kutatások elméleti eredményeinek hasznosítását a bázisadatok hiányosságai akadályozzák.

A vázolt helyzetben megállapíthatjuk, hogy a közlekedési szükségletek előrevetítésére szolgáló kutatások részeredményei még csak az első lépéseknek tekinthetők, az eredők feltárása, a törvényszerűségek komplex elemzése alapfeltétele az arányos fejlesztés megvalósításának.

### 32. *A közlekedési szükségletek kielégítésének tudományos kutatási feladatai*

#### 321. *A műszaki haladás jelentősége*

A közlekedési szükségletek kielégítésében szerepet játszó tényezők vizsgálata a kutatás számára szocialista társadalmunkban nagyon összetetten vetődik fel. A kérdések komplex problémákká fonódnak, ahol azonban a leginkább változó *technikának* különös fontossága van.

Ezért elmondhatjuk, hogy a közlekedéstudományi kutatások központjában is — más alkalmazott komplex tudományterületekhez hasonlóan — mindenekelőtt korunk tudományos-technikai forradalma, közvetlenül a *műszaki-haladás* által felvetett problémák közlekedési vetületei állnak.

A közlekedéstudományi kutatások elsőrendű feladata tehát, hogy a *hatékony, balesetmentes és civilizált közlekedés biztosítása érdekében széleskörűen tárják fel a technikai haladásnak a közlekedésnél figyelembe veendő tendenciáit*, valamint ezeknek a közlekedés teljes üzemére, *dolgozóira, az utasokra, sőt az egész lakosságra gyakorolt hatásait* s a levonható következtetéseket.

A technikai haladás — mint általában — *egymással ellentétes tendenciákat* erősíthet a közlekedésben is. Mindenekelőtt megalapozhatja az üzem hatékonyságának fokozását, sőt közvetlenül is hozzájárulhat a közlekedés biztonságának és civilizáltságának növeléséhez is (pl. a nagyobb sebesség következtében az utas hamarabb eljuthat utazási céljához). Másrészt azonban az új, modernebb technika (különösen, ha a szállítási szükségletek növekedése miatt a forgalom is növekszik) a közlekedés biztonságát, civilizáltságát: az emberek egészségét, nyugalmát, a szállított áruk értékét és minőségét veszélyeztető káros tendenciákat is erősítheti.

Ezért a közlekedéstudományi kutatások közvetlenebb célja, hogy a társadalmi hatékonyság emelése érdekében a technikai fejlődésnek olyan

konkrét lehetőségeit és módjait tárja fel, amelyek segítségével a közlekedés lényegesen javíthatja az üzem hatékonyságát is, s egyúttal idejében gondoskodhatik a technikai fejlődésből adódóan a közlekedés biztonságát, kulturáltságát veszélyeztethető hatások megelőzéséről, illetve kiküszöböléséről is.

Szocialista társadalmunk tehát elvárja a közlekedéstudományi kutatóktól, hogy az *ellentétes tendenciák pozitív összhatásfokának* emeléséhez, másrészt a *társadalmi munkatermelékenység fokozásának* biztosításához — a maga eszközeivel — adjon meg minden segítséget.

### 322. Új anyagok és energiahordozók

Az általános *műszaki fejlődésnek* napjainkban jellemző fő irányait elemezve a közlekedéstudományi kutatások ma már elég egyértelműen tisztázták, hogy az *új, jobb minőségű, könnyebb anyagok* (nagyszilárdságú, hőállóbb ötvözetek, műanyagok stb.) a járműgyártáshoz, a pályák és tartozékainak építéséhez általában nagyon előnyösen felhasználhatók, és sikerrel helyettesíthetik a kevésbé jó tulajdonságú anyagokat, a nagyon drága színesfémeket, a fát stb. Könnyebben oldható meg az ilyen berendezések korrózióvédelme. Fenntartásuk — különösen, ha a szerkezeti kialakítás is kedvező — egyszerűbb és olcsóbb.

Mivel ezeknek az anyagoknak az előállítása ma még sok tekintetben költségesnek mondható, azért az új szerkezeti anyagok felhasználásával kapcsolatos közlekedéstudományi kutatások ma elsősorban arra irányulnak, hogy megállapítsák azokat a közlekedés számára — hatékonyság, biztonság stb. tekintetében — az adott időpontban optimálisnak mondható *paramétereket*, amelyekhez a járművek és a beépítésre kerülő szerkezetek új beszerzésénél célszerű igazodni.

Az *energiastuktúra* gyökeres megváltozásának a szén háttérbe szorulása mellett a villamos energia s a szénhidrogének nagyarányú térhódításának, sőt már az atomenergia gyakorlati felhasználásának is tanúi vagyunk. A közlekedést elsősorban mint nagy energiafogyasztó népgazdasági ágazatot, de mint az energiahordozók szállítóját is elsősorban érinti ez a változás. Sőt nem utolsósorban a közlekedés maga is ösztönzi ennek a folyamatnak a kiterjedését.

Az *energiastuktúra* átalakulásának nagy közlekedési előnye ma már világszerte, így nálunk is, vitán felüli. Az azonban még korántsem eldöntött, további kutatásokat igénylő — méghozzá nagyon komplex műszaki-gazdasági-üzemi probléma, hogy milyen legyen a közlekedés optimális *energiastuktúrája*. Hiszen ez összefügg az egyes közlekedési ágak közötti, egyéb hatásoknak is kitett arányok kérdésével, sőt a közlekedési ágakon belüli arányok problémájával is (pl. a vasúton a villamos- és a Diesel-vontatás, a közúti forgalomban a Diesel- és benzinüzemű járművek aránya stb.).

Ilyen kutatások hazánkban is megindultak.

### 323. *A méretek és a sebességek növelése*

A kedvezőbb paramétereket biztosító anyagok s a kis méret mellett is nagy teljesítmény kifejtésére alkalmas, nagy hatásfokkal működő motorok járművekben való felhasználása a közlekedés számára újabb előnyöket kínál: mód van a járművek (hajók, vonatszerelvények stb.) s az egyes pályaelemek *méreteinek*, továbbá a *sebességeknek* a növelésére. Az előbbi — az erőteljesen koncentrált utas- és áruáramlás mellett — az üzem hatékonyságát közvetlenül is emeli, az utóbbi különösen társadalmi szinten mutatkozik előnyös időmegtakarítást biztosító fejlesztési iránynak.

A méretek és a sebesség növelésére vonatkozó társadalmi és közlekedésüzemi előnyök megfogalmazásával a közlekedéstudomány (az egyéb területeken folyó kutatásokkal együtt) különösen az ilyen igényekre érzékenyen reagálni képes *járműfejlesztési kutatásokra, illetve a járműiparra* gyakorolt és gyakorol nagy hatást. A járműipar a világpiacon már igyekszik is kielégíteni ezeket az igényeket.

A vasúti és a közúti járműipar számára ma már nem jelent konstrukciós problémát a sebességnöveléssel kapcsolatos közlekedési igények kielégítésére képes járművek gyártása. A hajóipar is ténylegesen produkál korábban elképzelhetetlennek tartott, nagysebességű szárnyas és légpárnás hajókat. A polgári légiközlekedés számára is készülnek szuperszónikus gépek stb. Ma már a járművek méretei növelésének is tisztázottak az elvi-szerkezeti problémái. Évről évre meg is jelennek a piacon a nagyobbnál nagyobb teljesítményű, teherbírású, illetve befogadóképességű járművek (szupertankerek, óriási utaszállító repülőgépek, nagyteherbírású közúti járművek, a tehervonatok méreteinek növelését lehetővé tevő, automatikus központi kapcsolókészülékkel felszerelt vasúti járművek stb.).

A méretek és a sebességek növelésével kapcsolatos tudományos-fejlesztési problémák napjainkban főleg a pálya kérdéseire koncentrálnak.

Úttörők az előfeszített betonalj kialakítása terén elért eredményeink. A stabilitás és fenntartás terén kedvező hézag nélküli felépítmény elméletére és kialakítására vonatkozó eddigi hazai kutatások és kísérletek (sínhőmérsékletek hazai alakulása, hézag nélküli pályafelépítményen a menetellenállások elméleti és kísérleti meghatározása stb.) a határainkon is túlterjedő kiemelkedő eredményeket produkáltak.

Annak ellenére, hogy a hézag nélküli felépítménnyel kapcsolatos megalapozó kutatások lényegében lezárultak, egyes fontos részletkérdések azonban még ma sem tekinthetők megoldottnak. Különösen előtérbe kerülnek a pálya és a jármű kölcsönhatásának számos részletkérdésében való vizsgálatai.

A nagy sebességeket biztosító autóutak vonalvezetési problémái is tudományosan tisztázottnak tekinthetők. Elsősorban a kétszintű csomó-

pontok tervezésénél van még szükség nagyobb — főleg forgalomtechnikával kapcsolatos tudományos kutatásokra.

Egyes esetekben a pályafejlesztés problémáinak kutatása *más tudományterületek* közreműködését is megkívánja.

A folyami közlekedés pályájával, a víziutakkal kapcsolatos kérdések a legritkább esetben vetődnek fel elszigetelten csak mint közlekedési problémák. A víziútépítés, a folyamszabályozás, a hidrológia, a vízgazdálkodás és a vízienergianyerés feladatai általában összetetten szerepelnek az egyes vízmedencék komplex vízgazdálkodási kérdéseire vonatkozó kutatásokban. Ez az összhang a hajózás szempontjából — különösen az ún. vízmérleg és a tényleges hajóútmélység prognosztizálása tekintetében — rendkívül fontos.

### 324. *A technika térhódítását kísérő, káros jelenségek leküzdése*

Bár a műszaki fejlődés a legtöbbször *közvetlenül is biztosítja a fejlettebb, civilizáltabb közlekedést*, mégis éppen a technikai fejlődés következtében a *közlekedés* (egyres ágazatai eltérő mértékben) *egyre veszélyesebb üzemmé válik*.

A közlekedéstudomány ezért egyik legfontosabb feladatának tartja, hogy feltárja azokat a *káros* — a közlekedési dolgozók, utasok s a lakosság életét, egészségét, nyugalma veszélytető *tendenciákat és jelenségeket, amelyek a közlekedési eszközök folytonos sokasodásával kapcsolatban jelentkezhetnek*. Egyúttal azonban tanulmányozza, laboratóriumi, félézümi és üzemi kísérletekkel, mérésekkel tisztázza azokat a *lehetőségeket, amelyeket a biztonság s az egészségvédelem érdekében a technika fejlődése egyébként felkínál*. E problémákat és lehetőségeket összefüggéseiben igyekeznek a tervezők, szerkesztők, a gyártók, építők s a közlekedésüzemi dolgozók rendelkezésére bocsátani.

Nem utolsósorban a közlekedéstudományi kutatásoknak köszönhető, hogy ma már a technikailag egyre *korszerűbb járművek a balesetmentes közlekedéssel szemben támasztott igényeknek igyekeznek megfelelni*.

Az automatikus sebességváltók, sebesség- és gyorsításszabályozók nagymértékben emelik a járművezetők figyelemösszpontosítási lehetőségét, s ezzel fokozzák az utazás biztonságát. A könnyű fémvázas szerkezetű vasúti kocsiszerkezetek csökkentik az esetleges balesetek súlyosságát.

A technikai haladás károssá válható hatásainak megelőzése, illetve leküzdése, a biztonságos és civilizált közlekedés érdekében is elsősorban a *pályával* kapcsolatosan folynak kiterjedt közlekedéstudományi kutatások.

A vasúti pálya körívei a sebességnövelést — az oldalerők megnövekedése miatt — jelentős mértékben korlátozzák. Az oldalerők káros hatása a járműkorszerűsítés mellett elsősorban a pályafejlesztéssel küszöbölhető ki, illetve csökkenthető, amint azt hazai kutatásaink is alátámasztják.

A vasúti hézag nélküli felépítményeknél még több, a közlekedés biztonságát veszélyeztető probléma vár megoldásra. Nem ismeretesek pontosan pl.

a hézag nélküli sínszalakban fellépő, kagylós törések okai, vagy a mozgó jármű alatti dinamikus vágánykivetődések, a nagy sebességű vonalakon súlyos veszélyt jelentő alépítmény romlások s a vízszákok képződésének körülményei sem. E problémák felderítése érdekében egyes dinamikus mérések néhány esztendeje hazánkban is megindultak.

Az autóutakon, gyorsforgalmi utakon való biztonságos közlekedés érdekében ma már nélkülözhetetlen a nagy sebességek melletti útburkolati érdeségi követelmények tudományos alapokon nyugvó meghatározása. Ezzel kapcsolatban még a megfelelő mérési módszerek sem alakultak ki, de tökéletesítésre szorulnak a megfelelő érdeségű és hullámmentes burkolatok készítési technológiái is.

Hazánkban is folynak ilyen kutatások.

A műszaki haladással párhuzamosan felvetődő *egyéb* káros tendenciák és jelenségek megelőzése és leküzdése érdekében végzett közlekedéstudományi kutatások pedig főleg a *járművekre* vonatkoznak.

Az energiasztruktúra megváltozása csak átmenetileg csökkentette a *levegő szennyeződését*. Nem utolsósorban a belső égésű járművek elterjedése miatt, különösen nagyvárosokban a levegő egyre szennyezettebb lesz.

A levegő szennyezettségének megelőzésével, illetve csökkentésével foglalkozó egyébként szerteágazó, több tudományterület együttműködésével végzett, összetett kutatásokban a közlekedéstudomány fontos szerepet játszik. Elsősorban a közlekedéstudományi kutatások eredményeire támaszkodva születtek megoldások a belsőégésű motoros járművek által kibocsátott füstgázok szűrésére. A közlekedéstudományi kutatások ösztönzésére jelentek meg továbbá az akkumulátoros és az üzemanyagcellás villamosautók, valamint a külsőégésű motoros járművek kísérleti példányai.

Hazánkban elsősorban azért, mert a levegő szennyezettségének fő okozói között — a járműállomány viszonylag kis mennyisége miatt — a közlekedés nem számottevő tényező, az ilyen jellegű hazai közlekedéstudományi kutatások csak szórványosak.

Viszonylag újkeletűek azok a *zajártalommal* összefüggő, tudományos kutatási problémák, amelyeket nem kismértékben a közlekedési eszközök (hazánkban speciálisan a Diesel-tehergépkocsik) nagyarányú elterjedése vetett fel.

A zajártalom megelőzésével és csökkentésével foglalkozó ugyancsak komplex kutatásokba a közlekedéstudomány világszerte — az utóbbi időben hazánkban is — aktívan bekapcsolódott. A gyakorlatban elsősorban a járműipar igyekszik reagálni a zajproblémára fojtott motorok, gumirugózás stb. alkalmazásával. Hazánkban a vontatójárművek belső zajsintjének csökkentése érdekében végeztek sikeres kutatásokat. E kutatásokat folyamatosan a pályára is ki kell terjeszteni.

### 325. *A közlekedés berendezéseinek korszerű fenntartása*

Ahhoz, hogy a bármilyen korszerűen is megtervezett és elkészített közlekedési berendezések (főleg a járművek és a pályák) végeredményben működés közben is kielégítsék a velük szemben támasztott biztonsági s nem utolsósorban a hatékonysági követelményeket, szükséges, hogy azok *fenntartása* is magas szintet érjen el. Az ezt elősegítő közlekedési tudományos kutatások feladatai nagyon szerteágazóak.

A legkézenfekvőbb igény a közlekedési berendezéseknek olyan szakszerű fenntartását biztosító előírások, technológiák és rendszerek kidolgozása, amelyek garantálják a közlekedéssel szemben támasztott — elsősorban biztonsági — követelmények feltétlen teljesítését.

Az ilyen irányú kutatások a járművek vonatkozásában is fontosak (annak ellenére, hogy a tervező és a gyártó cégek a legtöbbször a járművekkel együtt fenntartási utasításokat is rendelkezésre bocsátanak), mert az optimális fenntartási rendszerek és technológiák kialakítása végeredményben a közlekedési üzemek érdeke. Ebben a vonatkozásban újabban a valószínűségelméletre támaszkodó, korszerű módszerek kidolgozása jelzi a közlekedéstudományi kutatások irányait, bár hazai vonatkozásban egyelőre szerény eredménnyel.

A vasúti hézag nélküli felépítménnyel kapcsolatos hazai kísérletek pedig többek között azt is kimutatták, hogy az ívekben nagy sebességgel haladó járművekről átadódó oldalerők nem utolsósorban a korszerűtlen pályafenntartás miatt növekednek meg veszélyesen. A korszerű jelző- és biztosítóberendezések is komoly követelményeket támasztanak a pályafenntartási munkákkal szemben stb. Mivel pedig a szükséges színvonalú pályafenntartási munka nagy technikai felkészültséget kíván s nagyon költséges, ezért a kutatások célja mind a biztonság, mind a költség szempontjából optimális pályafenntartási követelmények és gépi technológiák kimunkálása.

Kidolgozásra várnak az útpálya-, repülőtér- stb. burkolatok forgalmi és éghajlati viszonyainak közötti fenntartásának, hó- és fagyvédelmének a közlekedés biztonságát garantáló optimális technológiai előírásai is.

### 326. *Forgalomtechnikai problémák*

A nagy sebességekre törekvés s a forgalmi intenzitás fokozásának kényszerítő hatására manapság mind külföldön, mind nálunk a forgalomtechnikai kutatások reneszánszukat élik. Sőt elmondható, hogy ezek a kutatások éppen az utóbbi években váltak tudományosan egyre igényesebbekké, s lépnek ki az egyszerű kísérleti adatokat regisztráló és feldolgozó korszakukból.

A közlekedési forgalomtechnikai kutatások főbb területeit ma röviden a következők jellemzik:

A forgalom sűrűségének növekedése következtében valamennyi közlekedési ágban ugrásszerűen előtérbe került a forgalom *biztonságának* problémája. Mivel pedig az ipar a pályára telepíthető (kézi állítású, félautomatikus, automatikus működésű áramkörös, vagy más kényszerkapcsolattal stb. működő) jelző- és biztosítóberendezések legkülönbözőbb típusait alakítja ki, a forgalomtechnikai kutatások egyik legközvetlenebb célkitűzése a közlekedés ágazatainak sajátosságaitól, a helyi adottságoktól, a forgalom méretétől s növekedési ütemétől stb. függően az egyes megoldások, berendezéstípusok, típuscsaládok alkalmazásának, az igények szerinti fejlesztésének, tökéletesítésének vizsgálata, elemzése. Ilyen elemző, feltáró értékelések viszonylag szűk körben hazánkban is folynak.

A sebességeknek, valamint a forgalom intenzitásának növekedése felveti továbbá azt az igényt is, hogy a jelző- és biztosítóberendezések kisebb-nagyobb mennyiségét *program alapján* összehangoltan működtessék (pl. ilyen a vasúton az önműködő áthaladó üzem, vagy az automatikus vágányútválasztás; a közúti közlekedésben az ún. „zöldhullám” stb.). A szükségleteket optimálisan kielégítő programok kidolgozásának (illetve a megfelelő típusú berendezések megválasztásának) alapfeltétele a forgalmi folyamatok törvényszerűségeinek alapos ismerete. E stochasztikus forgalmi folyamatok valóság-hű leírása matematikai modellek, illetve számítógépes folyamatkövető rendszerek segítségével a korábbinál pontosabb és számosabb mérést és nagy elméleti kutatómunkát kíván.

Különösen a közúti közlekedés forgalmi folyamatainak modellezése ért el szép eredményeket elsősorban természetesen a fejlett autóközlekedéssel rendelkező országokban. Az utóbbi esztendőekben ezen a téren hazánkban is számottevő előrehaladás tapasztalható.

A forgalomtechnikai tudományos kutatásoktól ma már egyre inkább megkövetelik, hogy alapozzák meg a járművek (vonatszerelvények, kocsicsoportok) közlekedését befolyásoló berendezések minél nagyobb összefüggő mennyiségének olyan összekapcsolását, amely a mindenkori helyzetnek megfelelően kézi beavatkozással (tablón, vagy televízióon tájékozódva) vagy automatikus információk felvételére, átvitelére, feldolgozására és tárolására alkalmas berendezésekkel összekapcsolva *változtatható program segítségével képes a forgalom biztonságos és optimális lebonyolításának szabályozására*. Fejlett országokban, ahol mind a vasúti, mind a közúti közlekedésben az ilyen fejlesztések technikai és gazdasági akadályokba nem ütköznek, az ez irányú forgalomtechnikai kutatások igen nagy lendületet vettek.\*

Hazánkban azonban az ilyen fejlesztési elősegítő kutatásoknak egyelőre még csak a körvonalai kezdenek kibontakozni.

\* Nyugati országok egyes nagyvárosaiban a közlekedés irányítására már használnak ilyen berendezéseket. A Szovjetunióban egyes vasúti vonalszakaszok forgalmát távirányítással bonyolítják le.



### 327. *A közlekedési üzem tervezésének és irányításának módszerei*

A társadalmi munka hatékonyságának növelése a technikai haladás mellett új követelményeket támaszt az üzemi tevékenység színvonalával szemben is. Érthető tehát az üzemi munka magasabb szintjét biztosító, korszerű módszerek kutatása iránti igények megnövekedése.

A közlekedési üzemi munka színvonalának emelését elősegíteni kívánó kutatások nehéz problémája abban rejlik, hogy állandó mozgásban levő, fejlődő, de mégiscsak vegyesen régi és új technikát (pl. a vasúton egyszerre gőz- és villamosvontatást stb.) használó, a nagyfokú gépesítés ellenére is ember-gép üzem tervezésének, irányításának, szabályozásának és ellenőrzésének legmegfelelőbb módszereit kell időről-időre feltárnia, illetve azok fejlesztésének várható tendenciáit és szükséges ütemét megállapítania.

Az üzemi munka tervezésének, irányításának és ellenőrzésének módszereit kívánják tökéletesíteni pl. azok a már viszonylag nagy múlttal rendelkező kutatások, amelyek a vasúti vonatközlekedési tervezés, üreskocsiosztás, menetrendszerkesztés, gépkocsi kiállításának, járatkapcsolásának stb. optimalizálására alkalmas matematikai operációkutatási modellek szerkesztésére és gépi feldolgozására irányulnak. Ebben a tekintetben különösen kiemelkedők a különböző szovjet modellek. Hazánkban ezek alkalmazása, illetve új modellek (pl. járatszerkesztési modellek) szerkesztése jelzi a kutatás irányát és szintjét.

Ide sorolhatjuk azokat a — gyakran már a kibernetikához utalt — kutatásokat is, amelyek egyes egyszerű, de területileg kiterjedt folyamatok központi regisztrálását igyekeznek elősegíteni. Eredményesen folynak a központi jegy-helyjegy automaták, valamint kocsihelyzetregisztráló automaták üzembehelyezésével kapcsolatos kutatások. Ezen a téren azonban hazánkban legfeljebb csak az első lépéseket tettük meg.

A közlekedés üzemtudományának legmagasabb szintjét képviselik azok a napjainkban kibontakozó előremutató *közlekedéskibernetikai kutatások*, amelyek végső célja a közlekedés teljes bonyolult dinamikus folyamatrendszerének optimális irányításának a legkorszerűbb eszközökkel való megoldása.

A közlekedési kibernetika ma már nemcsak tudományos elmélet, vagy elképzelés, mert több fejlett országban konkrét alkalmazásaival is találkozunk. Világszinten ma már sok közlekedési vállalat jutott el oda, hogy az üzem viteléhez szükséges adatáramlás lényeges részeit kibernetikai rendszerre építette össze különböző tudományos módszereket (matematikai statisztikát, kódelméletet, elektronikát, matematikai modellezést stb.) felhasználva.

Az eddigi nemzetközi eredményeket értékelve a fejlődés három, egymástól teljesen el nem választható, egymásból továbbfejlődő *fekozatot mutat*:

a) operatív regisztráló és számviteli munka helyettesítése gépi távadatfeldolgozó rendszerek kiépítésével;

b) a meglevő vagy kiépített rendszer által szolgáltatott adatok segítségével a bonyolult közlekedési folyamatok elemzése és a megfelelő beavatkozások emberi megtétele;

c) integrált közlekedésvállalati információs rendszer kialakítása, alkalmassá téve a perspektív és rövid időközre vonatkozó dinamikus tervezésre.

A közlekedés kibernetizálásának megvalósítása érdekében a nagyteljesítményű, információk felvételére, átvitelére és feldolgozására alkalmas információs technikai apparátus méretezése és összehangolása mellett mindenekelőtt szükséges a közlekedési folyamatok és az egész szervezet egységes elvek szerinti alapos elemzése. Ez, az integrált információs rendszer kialakításával kapcsolatos problémákban való jártasságot is igénylő, a közlekedés teljes üzemének ismeretét megkövetelő előkészítő munka ma világszerte a közlekedéstudományi kutatások előterébe került, s még minden bizonnyal nagyszámú kutatóapparátus sokévi közreműködését fogja igényelni.

A közlekedés kibernetizálásának hazai helyzete lehangoló. A közlekedési folyamatok, illetve általában a dinamikus üzemi folyamatok kibernetizálásának kérdésével teljes munkaidejében ez idő szerint egyetlen kutató sem foglalkozik! A szubjektív tényezők hiánya alapvetően a nem kielégítő szemléletmódra vezethető vissza de szűkösek az objektív feltételek is.

### 328. *A közgazdasági problémák jelentősége*

Mint e rövid áttekintés során is tapasztalhattuk, az alkalmazott közlekedéstudományok kutatási problémái rendszerint összetettek, komplexek, s így azokat a közgazdasági kérdések minden esetben átszövik. Hiszen mint láttuk, a közlekedéstudományi kutatások egyik legfontosabb célja éppen a közlekedési üzem hatékonyságának emelésére leginkább alkalmas korszerű eszközök, megoldások és módszerek feltárása, alkalmazása. Gyakran azonban az egyes komplex problémák hangsúlyosabban közgazdasági jellegűek, sőt kifejezetten azok.

Mind külföldön, mind hazánkban a kutatott közgazdasági témák zöme ágazati jellegű, s szorosan kapcsolódik az adott ágazat adottságaihoz, technológiai folyamatához. Jellemző továbbá, hogy a szocialista országok régi gazdaságirányítási módszereinek felülvizsgálata az új gazdasági mechanizmusra való áttérés óta növekedett a vállalati gazdálkodás körébe tartozó (önköltség-, jövedelmezőségsszámítás és elemzés stb. módszertani problémáihoz kapcsolódó), kutatott témák mennyisége és színvonala.

Viszonylag nem régi keletűek a különböző közlekedési ágak közötti arányok kérdésével, az arányos fejlesztés hatékonysági módszereinek feltárásával, az ágazatok közötti koordinációval, kooperációval foglalkozó kutatások sem. Hazánkban ezen a téren elért kutatási eredmények — a kisszámú

tanszéki és kutatóintézeti kutatóapparátus ellenére — úttörő jelentőségűek s jó alapul szolgálnak közlekedéspolitikai koncepciók kidolgozásához.

A hatékony közlekedési rendszer kialakításának, fejlesztésének megalapozását szolgáló üzemszervezési, állóeszközgazdálkodási, kereskedelmi, fuvarjogi, munkaerőgazdálkodási, szociológiai stb. feladatok kutatása terén, egyes úttörő eredmények ellenére még sok vonatkozásban elmaradtunk a nemzetközi szinten elért eredményektől.

#### 4. A közlekedéstudományok hazai kutatóbázisai

Közlekedésünk kutatóbázisainak kialakulása viszonylag rövid múltra tekinthet vissza.

Önálló közlekedési tudományos kutatóbázisról a felszabadulás előtt nem is beszélhettünk. Kutatásokat csak egyes egyetemi kerettanszékeken folytattak, ezek köre — több más tudományterület művelése mellett — elsősorban a vasúti közlekedés műszaki problémáira, az útépitésre, a közlekedésügy alapjaira vonatkoztak. Ezekből a kerettanszékekből specializálódott a felszabadulás után a mai *Útépitési*, valamint a *Vasútépitési* tanszék.

Ahogy újjaépülő, majd a szocialista útra térő népgazdaságunk erőteljesen növelte a közlekedési szükségleteket s ennek alapján a nagyobb teljesítményekre képes közlekedési rendszer kiépítését, úgy vált mindinkább szükségessé a közlekedéstudományok szervezett művelése. A kezdeményező lépéseket a MTESZ, majd a Magyar Tudományos Akadémia tette meg, melyek eredményeként a Közlekedés- és Postaügyi Minisztérium felügyelete alatt először a *Vasúti*, majd az *Útügyi*, illetve az *Autóközlekedési* tudományos kutatóintézet alakult meg.

Az 1951-ben életre hívott hazai közlekedésmérnök-képzés több olyan új tanszék létesítését is eredményezte (*Vasúti járművek*, *Gépjárművek*, *Közlekedésvillamossági*, *Közlekedésüzemi*, *Közlekedésgazdasági*), melyek szakmai profilja nagyobb részt vagy teljes egészében a közlekedés felé orientálódott. Az új Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetemen is megszervezték a *Közlekedés gazdaságtana* tanszéket.

Közvetlen közlekedésfejlesztési feladatok ellátására az egyes tervezőintézetekben (UVATERV, Vasúttervező Ü. V.), illetve az egyes közlekedési ágazati (tröszt) vezérigazgatóságok központjaiban is viszonylag nem nagy létszámú csoportokat alakítottak.

A létrehozott ágazati kutatóintézetek lényegében teljes körű bázisai a közlekedéstudományi kutatásoknak, csupán a hajózás és repülés területére nem terjed ki funkciójuk. A három kutatóintézet az ágazati fejlesztési problémák szerteágazó területét érintő kutatások mellett igen elismerésre méltó erőfeszítéssel kidolgozta a közlekedési koordináció alapelveit, módszereit, gyakorlati eljárási metodikáit, melyek külföldön is elismerést váltottak ki.

Az *egyetemi tanszékek* — az oktatók egyenként nem lebecsülendő személyes produktumainak ellenére — kutatóbázisként való hatékony felhasználásának körvonalai csak a legutóbbi időben rajzolódtak ki.

A többségében fiatal tanszékek munkájának legnagyobb részét az oktatáshoz szükséges tananyag összegyűjtése és feldolgozása kötötte le. Kutatási tevékenységük — elsősorban a többféle finanszírozási csatorna miatt — szétaprózódik. Ebben a tekintetben a legjobban összefogott az MTA Közlekedéstudományi Munkaközösségéhez tartozó 5 tanszék kutatómunkája, ahol az utóbbi esztendőkből a kutatási témáknak bizonyos súlypontozása is bekövetkezett. E tanszékek kutatási felszerelése mindmáig nagyon szegényes, többségükben korszerűtlen s a Munkaközösség mindössze három főállású kutatóval rendelkezik.

Közlekedéstudományi kutatóbázisaink jellemző hiányossága, hogy jelentős kutatási területek művelésére kutatói kapacitás nem áll rendelkezésre, a kutatói utánpótlás is hiányos. *A hajózás és a légiközlekedés kutatási területe jóformán teljesen gazdátlan:* kutatóintézeti képvisellel egyáltalán, de tanszéki képvisellel is csak alig rendelkeznek.

Végül meg kell említenünk, hogy a szervezetileg széttagolt kutatóbázisok munkáját rendszerint csak egy-egy koordinációs téma közös kutatására alkalomszerűen sikerült összefogni. A kutatási tevékenység összehangolása így egyes területeken még hiányos.

## 5. A közlekedéstudományi kutatások továbbfejlesztésének hazai teendői

Fiatal hazai közlekedéstudományunk eredményeinek, valamint kutatóbázisunknak vázlatos bemutatása során feladatunk elsősorban az volt, hogy áttekintsük hazai közlekedéstudományi kutatásaink helyét, színvonalát és körülményeit.

E rövid áttekintés egyúttal rámutat a hazai közlekedéstudományi kutatások továbbfejlesztésének lényeges problémáira is. A Tudománypolitikai Irányelvek ismeretében pedig konkrétan is megfogalmazhatjuk a legfontosabb teendőket.

Mindenekelőtt szükségesnek látszik egy olyan átgondolt, több évre szóló nagyvonalú *kutatási koncepciótervezet* kidolgozása, amely főhatósági hovatartozásától függetlenül összehangolná a hazai közlekedéstudományi kutatások teljes területét és figyelembe venné az összes szóbajhető hazai kutatóbázisokat.

Egy ilyen koncepciótervezetnek feltétlenül számolnia kell a hazai realitásokkal.

Mindenekelőtt tudomásul kell vennünk, hogy az alkalmazott közlekedéstudományok hazai művelői kénytelenek foglalkozni sok, nagyon széles skálán

mozgó, de a közlekedés, vagy az egyetemi tananyag közvetlen fejlesztése számára mégis rendkívül fontos téma kimunkálásával is. Az ágazati kutatóintézetekben és az egyetemi tanszékeken ezek a feladatok viszonylag nagy erőket fognak lekötni a jövőben is.

Már csak azért sem vállalkozhatunk a közlekedéstudományt világviszonylatban is foglalkoztató valamennyi tudományos probléma mélyreható kutatására az egyébként is szűkös anyagi lehetőségekről nem is beszélve. Ezért a témákat erőteljesen meg kell szűrniünk s csak azok kutatására szabad vállalkoznunk, amelyek egyrészt a közlekedéstudományoknak nem a határterületein, hanem a „centrumában” helyezkednek el, másrészt amelyek megoldásában a külföldi eredmények nem, vagy csak nehezen adaptálhatók hazai viszonyainkra, *amelyek kutatását feltétlenül nekünk magunknak kell megoldanunk!*

Közlekedési rendszerünk továbbfejlesztése szempontjából előremutató és központi témacsoportonként kellene kezelniünk mindenekelőtt a *közlekedés fokozatos kibernetizálását előkészítő kutatásokat*. Ezzel kapcsolatban különösen azokra a hosszú évek fáradságos munkáját igénylő, de alapvetően szükséges *folyamat és rendszerelemzési* kutatásokra kell nagy gondot fordítanunk, amelyek nemzetközi, vagy más hazai nem közlekedési kibernetikai kutatási eredmények közvetlen adaptálásával nem pótolhatók. Ezeket a kutatásokat másrészt a hazai viszonyainkat (a forgalom összetételét, jármű- és pálya-jellemzőket stb.) figyelembe vevő olyan *forgalomtechnikai* kutatásokkal kell kiegészíteni, amelyek a forgalmi folyamatok jellemzésére alkalmas különböző *matematikai modellek* kidolgozására összpontosítják a figyelmet.

Kiemelt témacsoportként kezelhetők továbbra is a közlekedési rendszer arányos fejlesztését, az egyes közlekedési ágak hatékony együttműködését megalapozó *közlekedési koordináció tudományos kutatásai*. E témakörben a jövőben elsősorban arra volna szükség, hogy a technikai fejlődés következtében várható különböző hatások kvantitatív mérésére is alkalmas *dinamikus modellek*, illetve számítási módszerek kerüljenek kidolgozásra. Ezeket a kutatásokat elsősorban ki kellene egészíteni a népgazdaság és a közlekedés kapcsolatának, a *közlekedési szükségletek* alakulásának törvényszerűségeit feltáró, továbbá a közlekedés (gazdaságirányítási rendszerünkbe illeszkedő, s a társadalmi hatékonyságot szolgáló) gazdasági ösztönzési rendszerének fejlesztésére irányuló kutatásokkal. A koordinációs kutatások kiterjesztéseképpen az eddigieknél többet kell foglalkoznunk a *nemzetközi gazdasági integrációból folyó, közlekedési problémák* vizsgálatával is.

Nélkülözhetetlen a pálya és a járművek kialakítására, fejlesztésére, *egymásra gyakorolt kölcsönhatásra* vonatkozó kísérletek, kutatások széleskörű kialakítása, valamint a fenntartási munkák korszerű, a népgazdasági hatékonyságot szolgáló rendszereinek és technológiáinak kidolgozásával kapcsolatos tudományos és módszertani kérdések hazai kutatása. Fokozottabban

kell figyelmet fordítani a közlekedési munkagazdasági, szociológiai stb. kutatásokra is.

Tisztában kell továbbá lennünk azzal, hogy még az így kijelölt néhány nagyobb témacsoport művelését is csak az egyes *kutatóhelyeknek* — különböző főhatósági hovatartozásuk miatt — *a jelenleginél szorosabb és hatékonyabb együttműködésével* lehet megoldani! Az ilyen koordinálás nagyfokú rugalmasságot kíván már a kutatások tervezésénél is, de különösen a végrehajtásánál. Ezt a koordinálást, véleményünk szerint elsősorban az MTA Közlekedéstudományi Munkaközösségének kellene ellátnia.

Meg kell találnunk a jelenleginél alkalmasabb módját annak, hogy a nemzetközi — elsősorban szocialista országok közötti — együttműködés keretében a közlekedéstudományok hazai művelői — főhivatású kutatók, egyetemi oktatók, fejlesztéssel foglalkozók — személyes tapasztalatsere és dokumentációk segítségével a mainál gyorsabban ismerhessék meg a külföldi tudományos eredményeket.

Mindezeknek a feladatoknak a megvalósítása érdekében mindenekelőtt biztosítani kell a megfelelő *tudományos káderutánpótlást*. Ennek során az egyetemeken és a főiskolákon a közlekedés felsőszintű kádereinek olyan képzései és továbbképzési rendszerét és szintjét kell biztosítanunk, amely megfelel a legkorszerűbb követelményeknek. Legalább ilyen fontos azonban, hogy a nagy országos közlekedési vállalatoknál, tervezőintézeteknél és a minisztériumokban olyan következetes kádermunka folyék, amely minden eszközzel támogatja és segíti az igyekvő, továbbképzésben résztvevő, a műszaki fejlesztés érdekében munkálkodó szakembereket. Csak ilyen képzési-, továbbképzési, illetve gondos kádermunkával vethetjük meg az alapját a közlekedéstudományok művelésére kész tudományos káderutánpótlásnak.

**General Survey over Transport Sciences.** The *transport sciences* by making also use of results obtained in the fields of other sciences, are dealing with the relationships between systems of transport, reveal their laws and develop appropriate methods with whose help the *requirements of the transport* may be recognized and evaluated, furthermore, the socially effective ways of *satisfying* them may be developed. The author surveys the results of the research investigations and problems to be solved, as well as the situation and tasks of the transport research work in Hungary.

**Lagebericht über die Verkehrswissenschaften.** Die *Verkehrswissenschaften* behandeln, durch Benützung auch der auf anderen Wissenschaftsgebieten erzielten Ergebnisse, die Zusammenhänge zwischen den Verkehrssystemen. legen die Gesetzmässigkeiten dar, und entwickeln Methoden, mit deren Hilfe die *Verkehrsbedürfnisse* erkannt, ausgewertet und die gesellschaftlich wirksamen Befriedigungsarten dieser Bedürfnisse ausgearbeitet werden können. Der Autor gibt eine Übersicht über die Ergebnisse der verkehrswissenschaftlichen Forschungen, über die zu lösenden Probleme und Situation sowie über die Aufgaben der heimischen verkehrswissenschaftlichen Forschungen.

# A KRITIKAI DOKUMENTÁCIÓ\*

S. JUHÁSZ\*\* — O. AMMINGER\*\*

[Beérkezett 1970. febr. 16]

A műszaki kiadványok kritikai dokumentációja értékes segítséget nyújt a tudományos kutatóknak és mérnököknek annak eldöntésében, hogy mely műveket vásárolják meg, mely műveket vegyék kölcsön és melyeket rendeljék meg, vagyis mire fizessenek elő. A számítógépek használatával a jövőben a kritikai dokumentáció gyökeresen meg fog gyorsulni. Az adatfeldolgozó berendezések és elektronikus számítógépek mind intenzívebb használata ellenére azonban mindig a referáló (kritikai tartalmi kivonatokat készítő személy) marad a kritikai dokumentáció kulcsszemélye, aki bíráló tevékenységével segíti a technikai fejlődést, de ugyanakkor minden bizonnyal közreműködik a műszaki irodalom nem kívánatos robbanásszerű fejlődésének megfékezésében is.

## I. A kritikai dokumentáció története

A kritikai összefoglaló művek kezdetei után, sajnos, hiába kutatunk a görög ókorban. Igaz, hogy PLUTARCHOSNAK a „Párhuzamos életrajzok” című műve, amelyben az író híres görög és római emberek élettörténete között von párhuzamot, mindenesetre kritikai munka, de csak egy-egy ember életének kritikai ismertetése, nem pedig egy-egy írásműé. Így tehát ahhoz, hogy a kritikai összefoglaló művek születési időpontjához eljuthassunk, át kell ugranunk néhány évszázadot.

Az I. sz. táblázat összefoglalja a kritikai kivonatokat ismertető kiadványok — kritikai dokumentációs szemlék rövid történetét. Az ilyen művek között az első volt a *Journal des Scavants* (Tudósok Lapja) című kiadvány, amely Franciaországban látott napvilágot. (1. ábra.) Megszületésének háttere a következő volt: COLBERT, XIV. Lajos francia király pénz- és kereskedelemügyi minisztere megtudta, hogy a Francia Tudományos Akadémia tagjai egymással élénk levelezést folytatnak. Úgy látta, hogy a levelekben foglalt tudományos anyag másoknak is hasznára válhatnék, tehát célszerű lenne ezt az anyagot valamilyen formában összegyűjteni. Ez az elgondolás teremtette meg az első szakfolyóiratot. A *Journal des Scavants* háromféle tudósítást tartalmazott. Ezek egyike volt a megjelent könyvek bírálata, a második rész

\* E tanulmányt S. JUHÁSZ, az Applied Mechanics Reviews főszerkesztője, az MTA felolvasó ülésén kivonatossan ismertette.

\*\* Southwest Research Institute, 8500 Culebra Road, San Antonio — Texas 78228. U.S.A.

## I. táblázat

A kritikai tartalmi kivonatokat ismertető kiadványok története

Év	Kiadvány	Ország
1665 —	Journal des Scavants	Franciaország
1665 —	Philosophical Transactions	Anglia
1845 — 1918	Fortschritte der Physik	Németország
1931 —	Zentralblatt für Mathematik	Németország
1934 — 1937	Zentralblatt für Mechanik	Németország
1940 —	Mathematical Reviews	USA
1948 —	Applied Mechanics Reviews	USA
1953 —	Referativnűj Zsurnal Mehanika	Szovjetunió
1949 —	Pharmacological Review	USA

(A táblázatban több, ma is megjelenő folyóirat nem szerepel.)

lényegében nagy tudósok halálhírét, valamint életrajzukat hozta és méltatta munkásságukat. Végül, de jelentőségét tekintve nem utolsó sorban, a harmadik rész a fizikai és kémiai tudományok terén akkoriban folyamatban levő tudományos kutatási munkák állásáról hozott tudósításokat.

Néhány hónappal később Angliában megindult a *Philosophical Transactions* (Filozófiai beszámolók) című folyóirat (2. ábra). Ezt Angliában a Royal Society kezdeményezte és támogatta. Figyelemre méltó, hogy mind a *Journal des Scavants*, mind a *Philosophical Transactions* még ma is megjelenik csupán azzal az eltéréssel, hogy a címben a „Scavants” szó mai helyesírásával, mint „Savants” szerepel. Ezeknek a lapoknak az első megjelenésétől kezdve hosszú szünet állt be egészen 1845-ig; ekkor indult meg Németországban a *Fortschritte der Physik* című szakfolyóirat. A huszadik század kezdetétől azonban már folyamatos fejlődés indult meg a kritikai dokumentációs kiadványok területén. Németországban 1931-ben a *Zentralblatt für Mathematik*, majd 1934-ben a *Zentralblatt für Mechanik* című folyóiratot alapították meg. A *Mathematical Reviews* 1940-ben indult meg, majd az *Applied Mechanics Reviews* első kötete 1948-ban látott napvilágot. A Szovjetunióban a *Referativnűj Zsurnal Mehanika*, amely tartalmilag megfelel az *Applied Mechanics Reviews* folyóiratnak, 1953-ban indult meg. Az itt említettekén kívül még jó egynéhány kritikai folyóirat jelenik meg. De példaként az előbbiektől eltérő természetű folyóiratot, a *Pharmacological Review* címűt is feltüntettük az I. táblázat legutolsó sorában. Ez abban különbözik az előbbiektől, hogy egyévi áttekintést tartalmaz erről a speciális szakterületről és az idetartozó irodalmi események méltatásáról. Ezeket egyetlenegy személy írja. Megfigyelhető, hogy a felsorolt szemlék mind fizikai tudományokkal foglalkoznak az utoljára említett folyóirat kivételével, amely orvosi, illetőleg élettudományokkal foglalkozik. Az élettudományok terén dolgozó kutatók inkább a címjegyzékszerű és tárgymutatós rendszereket részesítik előnyben.



LE  
I O V R N A L  
D E S  
S C A V A N S .

*Du Lundy V. Janvier, M. DC. LXV.*

Par le Sieur DE HEDOVILLE.



A P A R I S ,

Chez I E A N C Y S S O N , ruë S. Iacques, à l'Ima-  
ge de S. Iean Baptiste.

---

M. DC. LXV.

**AVEC PRIVILEGE DV ROY!**

*1. ábra. A Le Journal des Scavants első számának címoldala*

*PHILOSOPHICAL*  
**TRANSACTIONS:**  
 GIVING SOME  
**A C C O M P T**  
 OF THE PRESENT  
 Undertakings, Studies, and Labours  
 OF THE  
**I N G E N I O U S**  
 IN MANY  
 CONSIDERABLE PARTS  
 OF THE  
**W O R L D.**

---

*Vol I.*

For *Anno* 1665, and 1666.

---

In the *SAVOY*,  
 Printed by *T. N.* for *John Martyn* at the Bell, a little with-  
 out *Temple-Bar*, and *James Allestry* in *Duck-Lane*,  
 Printers to the *Royal Society*.

2. ábra. A *Philosophical Transactions* első számának címlapja

Egyébként érdekes megemlíteni, hogy a *Referativnűj Zsurnal Mehanika* csupán egyike a *Referativnűj Zsurnal* sorozat húszféle folyóiratának. Ezeknek a nyomása, külalakja stb. teljesen egyforma. Nagymértékben eltérnek azonban egymástól kritikai szemléletükben. A különbség a legnagyobb a kémia és a mechanika terén. A kémiai szemlék egyszerű kivonatokat tartalmaznak, a mechanikai szakfolyóiratokban közölt kivonatokat viszont egyúttal kritikai értékelések is. A helyzet itt tehát némileg hasonló azokhoz a viszonyokhoz, amelyek az amerikai *Chemical Abstracts* és *Applied Mechanical Abstracts* között állnak fenn. Nem kevésbé érdekes, hogy a kritikai jelleg sokkal inkább hangsúlyozott a szovjet, mint az Amerikai Egyesült Államokban megjelent kritikai folyóiratokban.

## 2. A szemlék tárgya

A kritikai dokumentációs szemlékkel kapcsolatban tisztázni kell, hogy mi az, amit az ilyen természetű folyóiratnak tartalmaznia kell. Ezek felsorolása előtt elsősorban a ki nem adott kéziratokat kell megemlítenünk, amelyeket a szerzők valamely folyóirat szerkesztőségéhez küldenek be. Ezeket a kéziratokat a szerkesztő kiadja egy vagy több szaklektornak felülvizsgálat és javaslattétel céljából. A kézirat ekkor bizalmas jellegű felülvizsgálaton esik át. Ez a felülvizsgálatnak, a „szemlének” a legalaposabb módja, mert a szerkesztő a kéziratot a szaklektor véleménye alapján vagy elfogadja vagy visszautasítja.

Lássuk most a megjelent tanulmányokat, cikkeket és könyveket. Ezek a folyóirat- és könyvszemlékben kerülnek megtárgyalásra, és bár a könyvszemlék kisebb számúak, mégis igen fontosak, minthogy költséges kiadványokat tárgyalnak. Az olvasó gyakran a könyvszemle alapján dönti el azt, hogy a könyvet megvásárolja-e vagy sem. Van ezenkívül még olyan szakfolyóirat-szemle szolgálat is, mint amilyen nemrégén indult meg, például az *Applied Mechanics Reviews* mellett; ezek a műszaki filmek, valamint a teljesen új folyóiratok, tehát egy teljesen újonnan megjelent szaklap első évfolyambeli első számának kritikai értékelését tartalmazzák

## 3. A kritikai szemlék közlésalakja

Lássuk most a kritikai felülvizsgálatok közlésének módját. A közlési mód lehet bizalmas természetű levél, rövid kritikai összefoglaló ismertetést tartalmazó kritikai szemle, vagyis folyóirat. Lehet ezenkívül szakfolyóirat, amelyben elsősorban eredeti tanulmányok jelennek meg, de tartalmazhat könyvszemléket vagy egyéb fontos közleményeket is. Ebbe a kategóriába tartoznak azok az összefoglaló ismeretések is, amelyeket egyetlen személy ír

egy szakterületre vonatkozóan, továbbá az említett évi megjelenésű összefoglaló szemlék. Ide tartozik még a kiadványoknak egy különleges fajtája, mégpedig a kísérleti jegyzőkönyvek. Ilyenek például az *Oakridge National Laboratories* kísérleti jegyzőkönyvei. Ezek kritikai jellegűek abban az értelemben, hogy olyan adatokat hoznak nyilvánosságra, amelyeket megbízhatóknak lehet tekinteni.

#### 4. A kritikai tartalmi kivonat célja

A kritikai tartalmi kivonat egyik célja tájékoztatást nyújtani a tudományos kutatók számára, azért, hogy azok ennek alapján eldönthessék, vajon kölcsön vegyenek-e, megvásároljanak-e vagy megrendeljenek-e valamely őket érdeklő kiadványt. Néha hetekbe, sőt hónapokba kerül egy-egy kiadvány megszerzése, és ha az érdeklődő személy reméli és úgy érzi, hogy ezzel meg tudná oldani nehézségeit, nagy lesz a csalódása, ha a cikk nem azt tartalmazza, amit remélt. Egy további cél az, hogy az új anyag beleilleszthető legyen a már ismert anyag kereteibe.

#### 5. A kritikai tartalmi kivonat szerkezete (3. ábra)

Minden tartalmi kivonat először is a közlemény bibliográfiai adatait hozza. Ezt követi a kivonat szövege. Magának a szövegrésznek a beosztása kétféle módon történhet. (3. ábra) Az ábra bal oldalán a kiértékelés a kivonat szövege után következik. Célszerű, ha van még egy további része is a referátumnak (kritikai kivonatnak), ez pedig az optimális olvasóközönség. Amint az ábra bal oldalán láthatjuk, a kritikai referátum négy különálló részre oszlik. Az ábra jobb oldalán egy másik beosztást láthatunk; itt a ki-



3. ábra. A kritikai dokumentáció szerkezete

értékelő megjegyzéseket a tartalmi kivonat szövege foglalja magában. Mindkét rendszernek megvan a maga előnye, de a hátránya is. Az ábra jobb oldalán feltüntetett szerkezetnek az előnye az, hogy ennél az elrendezésnél a kritikai tartalmi kivonat elolvasása érdekesebb, a bal oldalié pedig, hogy az érdeklődő személy azonnal külön olvashatja el a méltatás szövegét, valamint az abban a tárgyban érdekelt olvasói tábor megjelölését.

## 6. Egy kritikai dokumentációs szemle szerkesztőségi szervezete

A szervezet működésének ismertetése céljából vegyük példának egy dokumentációs szemlének, az *Applied Mechanics Reviews*-nak az üzemmenetét.

Ez a dokumentációs szemle 35 országból összesen 900 folyóirat anyagát referálja. A szerkesztőség a beérkezett folyóiratokat cikkről cikkekre átnézi. A vizsgálat eredményeként először elhatározza, hogy megküldi-e a cikket a kritikai dokumentálás számára vagy sem (a cikkek egy kisebb részének csak címe vagy a szerzői összefoglalója kerül közlésre). Ha más eldől az, hogy a cikket megküldik tartalomkivonat készítése céljából, akkor ajánlatos azt tárgy vagy aktualitás szerint osztályozni, illetőleg minősíteni, hogy a tanulmányok a megfelelő szakmai bírálóhoz kerüljenek. Mintegy 1500 bíráló évenként mintegy 800 cikket tanulmányoz át. Ezek a bírálók 25 országban élnek. A bírálók visszaküldik az átvizsgálás eredményét a szerkesztőséghez. Az összefoglaló tartalmi kivonatok a kiadóhoz, innen a nyomdába kerülnek, ahonnan a lapnak mintegy 5000 példányát szétküldik mintegy 30 országba.

Egy ilyen lapnak a szakterülete olyan nagy, hogy a befutó irodalom állandó növekedése komoly feladatokat ró a szerkesztőségre, de a nehézségek mégsem olyan nagyok, hogy egy ilyen nagy lapvállalat szervezete a módszerek gyors tökéletesítésével, új eljárások kikísérletezésével meg ne tudna velük birkózni viszonylag nem nagy költséggel és nem nagyon bonyolult eszközökkel. Az egyik ilyen nagy lapvállalat például egy információszerző (gyűjtő) szerv tervével foglalkozik (WADEX = Word and Authors inDEX), amely a folyóiratcímeken alapszik. Ezt a mutatót elektronikus számítógép állítja elő. Ennek ismertetése azonban már nem tartozik cikkünk keretébe.

## 7. A bírálat tárgyának alaki típusai

A bírálóknak ki lehet adni egyes közleményeket vagy könyveket, de ki lehet küldeni rendszeresen egy-egy tartalmi kivonatot készítő referálónak egész folyóiratot is. A szerkesztői munkakör szempontjából ez utóbbi nyilván a legcélszerűbb, legegyszerűbb módszer, de az egyes közlemények kiértékelése nem lehet olyan színes, ha csak egyetlenegy bíráló végzi el azt egy egész folyóiraatra nézve, mert ismételten elkövetheti ugyanazt a hibát, vagy lehet, hogy egy irányban van befolyásolva. Ezért célszerűbb az egyes cikkenként való kijelölési módszer. A kritikai dokumentációs szemlék legnagyobb része ezt a gyakorlatot követi. A *Chemical Abstracts*, amely nem kritikai szemle

és valószínűleg a legnagyobb és legrégebb ilyen lap, mindkét módszert alkalmazza. A *Chemical Abstracts* sok tanulmányt egyenként oszt ki a referálóknak, de vannak olyan folyóiratok is, amelyeket teljes egészükben egyetlenegy személy dokumentál. Az utóbbi módszernél természetesen szükséges előfeltétel, hogy az illető folyóiratoknak viszonylag homogén legyen a témaköre. Ez a módszer nem lehet célszerű egy kritikai dokumentációs szemlénél való alkalmazásra, habár jól megfelelhet egy nem kritikai referátumokat közlő lap számára.

### 8. A fordítással kapcsolatos kérdések a dokumentációs folyóiratok szerkesztésekor

A kritikai dokumentációs munkában a fordítással kapcsolatban felmerülő nehézségek szerencsére sokkal kisebbek, mint azt általában gondolják. A referáló, aki rendszerint szakember a reábizott szakterületen, átvizsgálja a közleményt anélkül, hogy az eredeti szöveget szóról szóra lefordítaná. Egyébként nyelvészeti kutatásokkal és fordítási ügyekkel foglalkozó szakemberek véleménye szerint a referálók munkaidejüknek 90 százalékát fordítják a kivonat szövegének a nyelvtani szabályoknak megfelelő megfogalmazására és a leírásra, és mindössze 10 százalékát a cikk tartalmi lényegének tanulmányozására, feltéve, hogy a referáló járatos a nyelvben és eléggé tájékozott a szakkérdés területén. Minden kritikai dokumentációs szemlénél vannak nehézségei egyes nyelvekkel kapcsolatban, amelyekre nehezen lehet megfelelő referálót találni.

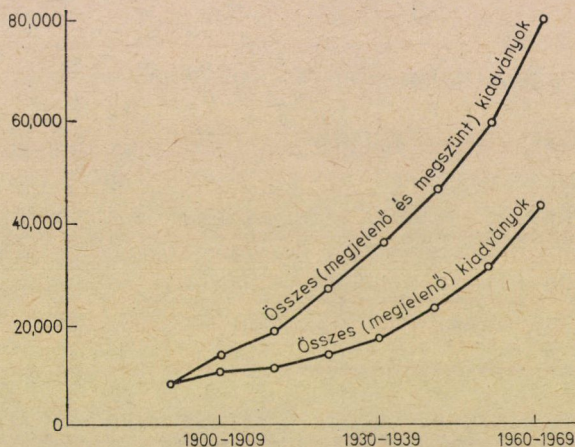
A fordítási tevékenység általában a bibliográfiai tájékoztatásra szorítkozik, és ezt a munkát a szerkesztőségek végzik. A szótár alkalmazásával felmerülő nehézségek háromféle típusúak. (1). Ha több személy használja ugyanazt a szótársorozatot, probléma lehet az adott nyelv szótárának az elhelyezése; (2). Ha a szótár egy szóra többféle jelentést ad meg, nehézséget jelenthet a helyes értelmezés kiválasztása; (3). Nagy nehézséget jelenthet, ha nincs — például az angol nyelvben — a keresett szónak megfelelő egyenértékű kifejezés. A szerkesztőségek ezeket a nehézségeket igyekeznek áthidalni mégpedig többféle módon. Először: valaki körülírja a cselekvés lényegét és erre meg kell keresni a megfelelő nevet; ez azonban nem komoly eljárás. Egyik amerikai kritikai dokumentációs szemle szerkesztősége rendszeresen összegyűjtött mintegy 1000 fontos műszaki kifejezést egy tudományág adott részterületén, ott is például a tervezés szűkebb körében. Ez a *mikroszótár* szerkesztésére vonatkozó tevékenység. De más szótáraktól eltérően ebben rendelkezésre áll a szótár bal oldalán az abc sorrend szerinti szójegyzék 10 idegen nyelven, jobb oldalt a megfelelő angol kifejezéssel. Munkaalapokat küldtek meg a referálóknak abból a célból, hogy adjanak meg egyes kifejezéseket a megfelelő angol kifejezésekkel együtt emlékezetből. Csakis egyetlenegy

egyenértékű szót volt szabad megadni. Ez a munka még nincs befejezve. A szerkesztőség ezt a mikroszótárt *Bábeli Bibliának* nevezi és bár csak saját használatára készült, de kiadja azoknak a referálóknak is, akik az összeállításban közreműködtek.

A szótárkérdés mellett egy másik nehézség a címek fordítása, minthogy a címek rendszerint nagyon sűrítettek és minden szót a pontos értelmezéssel kell fordítani, hogy kifejezze a szerző eredeti meghatározását.

### 9. A kiadványok és közlemények számának növekedése (4. ábra)

Korunkra jellemző a szakirodalom robbanásszerű felfejlődése. Nemrégien jelent meg egy nagyon értékes jelentés, amelyet W. DESMOND a Kongresszusi Könyvtár alkalmazottja készített erről a tárgyról. Jelentésében a folyóiratok



4. ábra. A tudományos és műszaki kiadványok száma (1964) (W. DESMOND jelentése alapján)  
Az 1., 2., és 4. sz. táblázat a fordítási szövegben benne van.

III. táblázat (8. oldal, Fig. 12)

számát nagyon óvatosan közli. Az 1960-tól 1969-ig terjedő időszakra a megjelenő kiadványok számát kerekén 50 000-re becsüli. A jelentés rámutat arra, hogy nemcsak a folyóiratok száma növekszik, hanem az egyes folyóiratonként megjelenő cikkek száma és terjedelme is állandóan növekvő irányzatú. Ráadásul a folyóiratok számának és terjedelmének növekedése mellett több egyéb tényező is bonyolultabbá teszi a helyzetet. Ez pedig azoknak a formáknak a burjánzása, amelyekben a műszaki tárgyú cikkek, tanulmányok vagy jelentések nyomtatásban megjelennek. A műszaki információk közlésének néhány ilyen alakja:

Disszertáció  
 Jelentés  
 Műszaki jegyzet  
 Szabadalmi leírás  
 Vállalati kiadvány  
 Előzetes jelentés  
 Folyóiratcikk  
 Cikk megvitatása  
 Szimpóziumi jelentés  
 Szabályos időközökben megjelenő jegyzőkönyvek, jelentések  
 Nem szabályos időközökben megjelenő jegyzőkönyvek, jelentések  
 Évi jelentések  
 Beszámolók  
 Könyvek, kézikönyvek

Ez a felsorolás azt bizonyítja, hogy ugyanazokat az információkat különböző külső alakban lehet megjelentetni. Sajnos, ez igen gyakran megtörténik.

## 10. A jövő kilátásai

Kétségtelen, hogy a jövőben mind nagyobb szerep vár a számítógépekre. Ez azonban két véglet egyikéhez vezethet. Egyik véglet az SDI (Selective Distribution Information) rendszer túlzott használata, ami azt jelenti, hogy csak azok a személyek kapnak külön közleményt vagy értesítést, akik első-sorban vannak érdekelve valamely tárgykörben. Ez mind kevesebb és kevesebb kinyomtatott műszaki kiadványhoz vezetne, és végül egyes műszaki folyóiratok mai formájának halálát eredményezné. Lehet, hogy a szelektív információszerzés jó dolog, de az is valószínű, hogy egy-egy műszaki folyóirat halála jövátéhetetlen helyzetet teremtene, mert ez megölné a szerzők kezdeményezési kedvét. Emellett műszaki folyóiratok nélkül nincs tudományos irodalomböngészés, kölcsönös termékenyítés és ösztönzés.

A másik véglet az elektronikus számítógépeknek és a közvetlen azonnali közlés más eszközeinek használata. VERNE Gyula fantáziái közé tartozónak hangzanék egy TELE-REVIEW SYSTEM (magyarul talán: TÁVSEMLE RENDSZER)-szerű megoldás. Ezen azt kell érteni, hogy a szerkesztő és a kritikai referáló egy-egy távíró-távbeszélő készülék előtt ül. Egy hívójelre a szerkesztő televíziós úton közölné a referálóval a tanulmány címét és szerzői tartalmi kivonatát. Ha a referáló érdemesnek tartja, hogy a cikkről kritikai kivonatot készítsen, és erre magát illetékesnek ítéli, megnyom egy gombot, mire a tanulmány teljes szövegét nyomtatva kézhez kapja. A tanulmány átnézésére van kb. egy napi ideje. Ha ezzel kész, gombnyomással felhívja a szerkesztőt. Egy újabb gombnyomásra a szerzői tartalmi kivonat még egyszer megjelenik mindkét képernyőn. A referáló egy elektronikus írószerszámmal töröl vagy hozzátesz néhány szót és átváltoztatja a tartalmi kivonatot kritikai referátummá. A kritikai kiértékelést vagy a referátum végén közli, vagy be-



illeszti a referátum szövegébe. Ez az írás azonnal megjelenik abban a betűöntésben, amelyben a kritikai dokumentációs szemlét közzéteszik. A számítógép a nyomtatást átváltoztathatja az egyik betűtípusról a másik betűtípusra és végrehajtja a jobb oldali sorkiegyenlítést. A szerkesztő figyeli a referáló egész munkáját a saját képernyőjén. Ha helyesli a kritikai tartalmi kivonat szövegét és azzal egyetért, akkor egy külön lenyomatot kap saját céljaira. Nyilvánvalóan, a maga képernyőjén végezhet beszúráásokat vagy törléseket, ilyen módon a szerkesztő és a referáló egymással azonnali és közvetlen összeköttetésben vannak beszédben és írásban.

Egyébként ennek az álomnak a valóra váltásához minden szükséges tárgyi eszköz máris rendelkezésre áll. Ennek a kölcsönös összeköttetésnek csak a gazdaságossági oldalát kell még megoldani.

#### Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönetet mondanak Dr. Joseph SHIPMANNnak, a Linda Hall Könyvtár igazgatójának, aki segítséget nyújtott a történeti adatok beszerzésében, valamint a *Journal des Savants* és a *Philosophical Transactions of the Royal Society* fotokópiáinak rendelkezésre bocsátásával.

**The Critical Documentation.** The critical documentation of technical publications is a valuable aid to research workers and engineers when deciding which works they should buy, which works they ought to borrow and which to order, and what is worth to subscribe to. The use of computers will in the future radically accelerate the critical documentation. But notwithstanding the more and more intensive use of data processing equipment and electric computers, always the reviewer (the person making the critical abstract) will remain the key figure of critical documentation, who by its action and judgment will aid technical development, but certainly will also co-operate in braking the unwanted explosive development of technical literature.

**Die kritische Dokumentation.** Die kritische Dokumentation der technischen Publikationen leistet den Forschern und Ingenieuren wertvolle Hilfe bei der Entscheidung, welche Werke zu kaufen sind, welche zu entleihen, welche zu bestellen sind und was zu abonnieren ist. Mit Hilfe der Rechner wird in Zukunft die kritische Dokumentation radikal beschleunigt werden. Trotz der stets intensiveren Verwendung der datenverarbeitenden Einrichtungen und der Elektronenrechner bleibt immer der Referent (die Person welche die kritischen Inhaltsauszüge anfertigt) die Schlüsselperson der kritischen Dokumentation, die mit ihrer beurteilenden Tätigkeit die technische Entwicklung fördert, aber zugleich sicherlich an der Bremsung der unerwünschten explosiven Entwicklung der technischen Literatur mitwirkt.



# ELJÁRÁS TRANZLÁCIÓS HÉJAK SZÁMÍTÁSÁRA

CSONKA PÁL\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

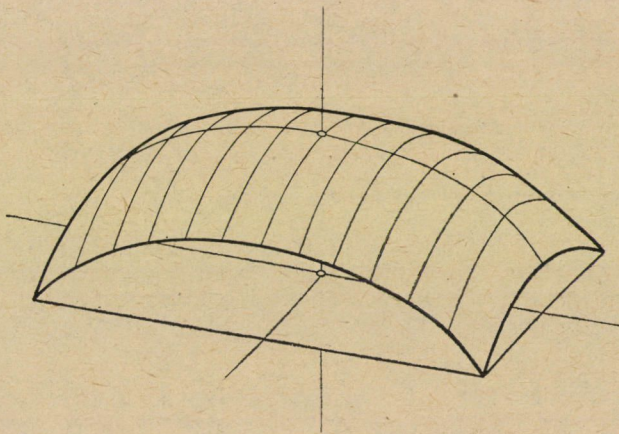
[Béérkezett 1970. november 3-án]

*Dr. Menyhárd István emlékére*

Ez a tanulmány derékszögű négyszögalaprajzú olyan translációs héjak számításával foglalkozik, amelyek peremívei csak saját síkjukban működő erőhatásokkal szemben ellenállók. Az ismertetett eljárás lehetővé teszi a redukált feszítőerők közvetlen meghatározását anélkül, hogy előzőleg a feszültségfüggvényt elő kellene állítani. A javasolt módszer főleg akkor előnyös, ha a héj középfelületének egyik vezérgörbéje másodfokú parabola.

## 1. Bevezetés

A négy peremükön egy-egy ívtartóra támaszkodó translációs héjak (1. ábra) számítása általában komoly nehézségekbe ütközik és rendszerint



1. ábra. Négy peremívre támaszkodó translációs héj

csak numerikus módszerekkel hajtható végre. Kivételt alkotnak e tekintetben az elliptikus paraboloid alakú héjak, amelyek vizsgálatára MENYHÁRD István [1—3], illetve MENYHÁRD István és SZMODITS Kázmér [4] dolgoztak

\* Prof. Dr. CSONKA PÁL, Budapest, XI. Bartók Béla út 31.

ki jól kezelhető analitikus számító eljárást, továbbá a patkó- és sarlóhéjak, amelyek számításával szerző [6—8] foglalkozott.

Az alábbiak legalább egyszeresen szimmetrikus, egyébként azonban tetszőleges alakkal bíró derékszögű négyszög alaprajzú translációs héjak vizsgálatára alkalmas numerikus számító eljárást ismertetnek. Ilyen eljárás kidolgozását főképpen az indokolja, hogy nagyobb fesztávolságú translációs héjak esetében a héj vezérgörbéjeként — legalább is a nagyobb fesztáv irányában — parabolaív helyett egyéb alakú görbét, pl. láncgörbét célszerű választani.

## 2. Feltevések

Feltesszük, hogy a héj szegélyét négy függélyes síkú peremív támasztja alá, s ezek csupán saját síkjukba eső erőhatásokkal szemben fejtenek ki ellenállást, a síkjukra merőleges — oldalirányú — erőkkel szemben nem ellenállók.

Fejtegetéseinket a héjak membránelméletében szokásos feltevésekre alapozzuk. A héj és peremívek csatlakozásánál az alakváltozási kényszerekből származó zavaró hatásokat figyelmen kívül hagyjuk.

A héjra ható teherként csak függőleges megoszló erőket veszünk számításba, és feltesszük, hogy ezek az erők a héj szimmetriasíkjára (ha két szimmetriasík, akkor legalább is azok egyikére) nézve szimmetrikus megoszlásúak.

## 3. Alapismeretek

Vizsgálatainkat olyan  $O(x, y, z)$  derékszögű koordinátarendszerben végezzük, amelynek  $z$  tengelye függőleges és az alaprajzi négyszög középpontján megy át (2. ábra). Az  $xz$  koordinátasík a héj és a héjat terhelő külső erőrendszer közös szimmetriasíkjával esik egybe, a  $z$  tengely pozitív ága lefelé mutat. Ebben a koordinátarendszerben az alaprajzi négyszög oldalainak egyenlete

$$x = \pm a, \quad y = \pm b.$$

A héjra ható függőleges terhet a héjalaprajz területegységére vonatkoztatott fajlagos értékével jellemezzük, s a lefelé ható erőket tekintjük pozitívoknak. A fajlagos teherértéket a

$$g = g(x, y) \tag{1}$$

teherfüggvénnyel fejezzük ki.

A héj feszültségi állapotának vizsgálatára a héjból az  $xz$  és  $yz$  koordinátasíkokkal párhuzamos síkokkal egy alaprajzban derékszögű négyszögalakú héjelemet metszünk ki. E héjelem feszültségi állapotát az  $x, y$  irányú

$$n_x, n_{xy} = n_{yx}, n_y$$

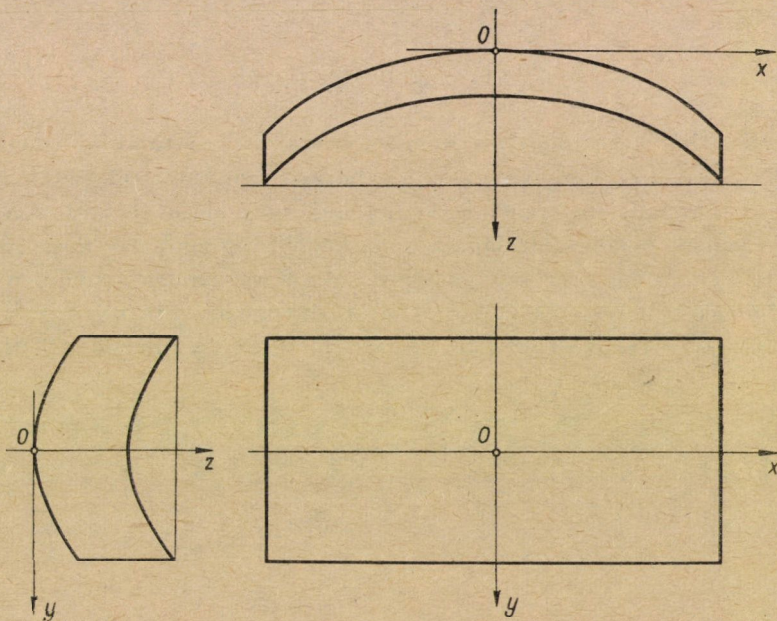
redukált feszítőerőkkel jellemezzük.

A kimetszett héjelem  $x, y, z$  irányú egyensúlyát az alábbi három vetületi egyenlettel fejezhetjük ki [5]:

$$\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{yx}}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_y}{\partial y} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} n_x + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} n_y + g = 0. \quad (4)$$



2. ábra. Az  $0(x, y, z)$  koordinárendszer

A (2) alatti parciális differenciálegyenletet  $x$  szerint, a (3) alatti pedig  $y$  szerint deriválva, a

$$\frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n_{yx}}{\partial x \cdot \partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n_{xy}}{\partial x \cdot \partial y} = 0$$

összefüggésekhez jutunk. Ezeknek az egyenleteknek bal oldalán a második tagok azonosak, következésképpen az első tagoknak is azonosaknak kell lenniök, vagyis

$$\frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} \quad (5)$$

Mint hogy a peremívek feltevésünk szerint oldalirányú erőket nem tudnak felvenni, az  $x = \pm a$  peremvonalak mentén

$$n_x = 0, \quad (6)$$

az  $y = \pm b$  peremvonalak mentén pedig

$$n_y = 0 \quad (7)$$

tartozik lenni.

#### 4. A redukált feszítőerők

Membránhéjak redukált feszítőerőinek számítása általában a héjfeladat  $F = F(x, y)$  feszültségfüggvényének meghatározását, nevezetesen a feszültségfüggvény parciális differenciálegyenletének megoldását teszi szükségessé. Ez a differenciálegyenlet általában csak közelítőleg oldható meg, ami azt jelenti, hogy a nemegyszer igen hosszadalmas számítás eredményeként pontos  $F$  értékek helyett csak pontatlan  $F$  értékekhez jutunk.

Mint hogy a redukált feszítőerők az  $F$  függvény második deriváltjai

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \\ n_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y}, \\ n_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \end{aligned}$$

a feszültségfüggvény pontatlan ismeretéből származó hibák a redukált feszítőerők értékében fokozott mértékben jelentkeznek. Kívánatos tehát, ha lehetséges, olyan eljárás kidolgozása, amely a redukált feszítőerők meghatározását közvetlenül — a feszültségfüggvény előzetes előállításánál — teszi lehetővé.

Ennek a célnak az érdekében olyan egyenleteket kell előállítanunk, amelyek mindegyikében ismeretlenként csak egyetlen egy redukált feszítőerő szerepel. További szükséges feltétel, hogy a szóban forgó redukált feszítőerő kerületi vagy kezdeti értékei ismertek, illetve közvetlenül meghatározhatók legyenek.

a) Az  $n_x$  redukált feszítőerő

Foglalkozunk először az  $n_x$  redukált feszítőerő meghatározásával. Evégett induljunk ki a (4) differenciálegyenletről és deriváljuk azt kétszer  $y$  szerint:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 n_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} n_y + 2 \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} \cdot \frac{\partial n_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = 0.$$

Ezt az egyenletet az (5) összefüggés felhasználásával így írhatjuk:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 n_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} n_y + 2 \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} \cdot \frac{\partial n_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = 0. \quad (8)$$

A fenti egyenletben nemcsak  $n_x$ , hanem  $n_y$  is előfordul azonban a (4) egyenlet szerint  $n_y$  az  $n_x$  függvényeként egyszerűen kifejezhető:

$$n_y = - \frac{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} n_x + g}{\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}}. \quad (9)$$

Ugyanez vonatkozik a  $\partial n_y / \partial y$  deriváltra is, mely az előző képlet figyelembevételével így írható fel:

$$\frac{\partial n_y}{\partial y} = \frac{\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} n_x + g \right) - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial n_x}{\partial y} + \frac{\partial g}{\partial y} \right)}{\left( \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)^2}. \quad (10)$$

A (7) és (8) alattiakat a (6) differenciálegyenletbe betéve, olyan differenciálegyenletet kapunk, amelyben ismeretlenként csupán az  $n_x$  függvény és ennek a függvénynek a deriváltjai szerepelnek. Ezt a parciális differenciálegyenletet olyan módon kell megoldanunk, hogy az  $n_x$  függvény a héj peremvonalai mentén az  $n_x$ -re vonatkozó kerületi feltételeknek is eleget tegyen.

A (6) alattiak szerint az  $n_x$  függvény által az  $x = \pm a$  peremvonalak mentén teljesítendő kerületi feltétel

$$n_x = 0. \quad (11)$$

Az  $y = \pm b$  peremvonalak mentén viszont  $n_x$  a (4) egyenletnek tartozik megfelelni, amely ez esetben a (7) alattiakra való tekintettel így írható:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} n_x + g = 0.$$

Ezek szerint az  $n_x$  függvény által az  $y = \pm b$  peremvonalak mentén teljesítendő kerületi feltétel:

$$n_x = - \frac{g}{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}}. \quad (12)$$

Abban a különleges esetben, amidőn a héj középfelületének egyenlete

$$z = f(x) + Ay^2, \quad A = \text{konst} \quad (13)$$

alakú, a fenti általános érvényű egyenletek lényegesen egyszerűbb alakot öltének. Ilyenkor

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2A, \quad \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = 0, \quad \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 0,$$

és így a (8) egyenlet helyett ez írható:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 n_x}{\partial y^2} + 2A \frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = 0. \quad (14)$$

A szóban forgó különleges esetben a (14) differenciálegyenletet kell tehát a (11) és (12) kerületi feltételek betartásával  $n_x$ -re megoldani.

Ha viszont

$$g = g(x)$$

és

$$z = A(x^2 + y^2), \quad A = \text{konst}, \quad (15)$$

a (14) egyenlet a Menyhárd-féle

$$\frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n_x}{\partial y^2} = 0 \quad (16)$$

alakba megy át. Az itt ismertetett eljárás tehát a Menyhárd-féle eljárás [1] általánosításának tekinthető.

Talán visszásnak tűnik, hogy a (16) differenciálegyenletben maga a  $g$  teherfüggvény elő sem fordul, holott az  $n_x$  feszítőerő nem lehet a héjra ható  $g$  teherből független. Ez a visszásság azonban csak látszólagos, mert az  $n_x$  által teljesítendő (12) kerületi feltételben a  $g$  teherfüggvény benne szerepel és ezért (16) differenciálegyenlet megoldása nem független  $g$ -től. — Ugyanezen megállapítás vonatkozik a (8) és (14) differenciálegyenletekre is, melyekben a  $g$  teherfüggvény helyett csak annak  $y$  szerinti deriváltjai fordulnak elő.



*b) Az  $n_y$  redukált feszítőerő*

Az  $n_y$  redukált feszítőerőre nézve a (10) alattihoz hasonló differenciálegyenlet írható fel és ebből  $n_y$  kiszámítható. Ha azonban az  $n_x$  függvényt már ismerjük, az  $n_y$  függvény értékét egyszerűbb az említett differenciálegyenlet helyett a (4) egyenlet segítségével meghatározni. E szerint az egyenlet szerint ugyanis

$$n_y = - \frac{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} n_x + g}{\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}} \quad (17)$$

A (13) alatti különleges esetben a fenti képlet helyébe az

$$n_y = - \frac{1}{2A} \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} n_x + g \right) \quad (18)$$

képlet lép, a (15) alatti esetben pedig  $n_y$  így fejezhető ki:

$$n_y = - n_x - \frac{g}{2A} \quad (19)$$

*c) Az  $n_{xy}$  redukált feszítőerő*

Az  $n_{xy}$  redukált feszítőerő meghatározása a (2) egyenlet segítségével történhetik. E szerint az egyenlet szerint

$$n_{xy} = \int \frac{\partial n_x}{\partial x} dy \quad (20)$$

Mint hogy a héj és terhelése feltevésünk szerint az  $xz$  koordinátáskra nézve szimmetrikus, az  $y = 0$  helyen  $n_{xy}$ -nak el kell tűnnie. Ezt a körülményt a (20) képletben kijelölt integrálás elvégzése alkalmával kezdeti feltételként tekintetbe kell venni.

### 5. A számítás gyakorlati végrehajtása

A (10) illetve (14) jelű változó együtthatós parciális differenciaegyenletek — bonyolult voltak miatt — általában csak közelítő numerikus módszerekkel oldhatók meg. A számítás elvégzéséhez a héj alaprajzára egyenlő osztásközű olyan derékszögű hálózatot kell fektetni, amelynek szélső hálózati vonalai a héjalaprajzú oldalaival esnek egybe. Ezután a (12) illetve (14)

egyenletben az  $n_x$  deriváltjait közelítésként a hálózat csomópontjaiban képzett megfelelő differenciahányadosokkal kell helyettesíteni és az így nyert véges differenciaegyenleteket kell pl. relaxációval megoldani. A számítás során  $n_x$  kezdő értékeiül a vizsgálandó héj ívmagasságaival azonos ívmagasságú patkóhéjak [6—8]  $n_x$  értékeit célszerű választani, s ezeket az értékeket kell a következő számítási lépésekben a differenciaegyenletnek megfelelően fokról-fokra javítani.

## 6. Megjegyzés

Ha a héj sarokpontjaiban

$$g \neq 0,$$

a sarokpontok környezetében a (4) egyenlet helyett az általánosabb

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} n_x + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \cdot \partial y} n_{xy} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} n_y + g = 0$$

egyenlethez kell folyamodnunk. Az utóbbi egyenlet a sarokpontokban akkor is teljesülhet, ha

$$n_{xy} = \infty.$$

A fenti elméleti értékekkel szemben a javasolt közelítő számító eljárás a sarokpontokban  $n_{xy}$ -ra véges értéket szolgáltat. Ez a visszásság annak a következménye, hogy a számítás alkalmával a differenciáhányadosokat — közelítésként — differenciahányadosokkal helyettesítettük.

Egyébként a sarokpontokban  $n_{xy}$  valóban véges értékű. Itt a héj peremívei ui. sarokmereven kapcsolódnak egymáshoz, és így a peremívek a sarokpontok környezetében — feltevésünktől eltérően — oldalirányú erők felvételére is alkalmasak. Ezek az oldalirányú erők a héj sarokrészeinek egyensúlyát hajlító- és csavarónyomatékok igénybevétele nélkül is biztosíthatják.

## IRODALOM

1. MENYHÁRD I.: A B.Sz.K.R.T. Kelenföldi Autóbusz kocsiszinjének héjszerkezetei. Doktor értekezés. Élet és Irodalom Nyomda R. T. Budapest 1942.
2. MENYHÁRD I.: Héjszerkezetek elmélete, II. rész. *Mérnöki Továbbképző Intézet Kiadványai* 19. kötet, Budapest 1943.
3. MENYHÁRD I.: Héjszerkezetek számítása és szerkesztése. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1966.
4. MENYHÁRD, I.—SZMODITS, K.: Der Membranzustand der elliptischen Paraboloidschalen. *Bauplanung-Bautechnik* 16 (1962), 29—34.
5. FLÜGGE, W.: Stresses in Shells. Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1960.
6. CSONKA, P.: Results on Shells of Translation. *Acta Techn. Hung.* 10 (1955), 55—71.

7. CSONKA, P.: Membranschalen *Bauingenieur-Praxis*, Heft 16. Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin—München 1966.
8. CSONKA, P.: Shell of Translation Constructed over a Rectangular Basis. *Acta Techn. Hung.* 44 (1963), 404—417.

**Procedure of Calculation of Shells of Translation.** The subject of this paper is the calculation of shells of translation having a quadrangular parallelogram shape in plan. The edge arches of the investigated shells are not resistant to lateral forces. The procedure expounded here gives a possibility for the direct calculation of the reduced inner forces without previously determining the stress function of the problem. The suggested method is especially favourable in case if one of the generators of the shell's middle surface is a parabola of second degree.

**Ein Verfahren zur Berechnung von Translationsschalen.** Der Gegenstand dieses Aufsatzes ist die Berechnung von Translationsschalen mit rechteckigem Grundriss. Die Randbögen der betreffenden Schalen leisten Seitenkräften gegenüber keinen Widerstand. Das hier auseinander gesetzte Verfahren ermöglicht es die reduzierten Streckenkräfte unmittelbar zu berechnen ohne vorher die Spannungsfunktion des Problems zu bestimmen. Die vorgeschlagene Methode ist besonders günstig in dem Falle, wo eine der Leitlinien der Schalenmittelfläche eine Parabel zweiten Grades ist.



# ŐRLEMÉNYEK SZEMCSEMÉRET-ELOSZLÁSÁNAK EGYENLETESSÉGI TÉNYEZŐJE

BEKE BÉLA\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett: 1970. május 8.]

A tanulmány az őrlemények szemcseméret-összetételére vonatkozó Rosin—Rammler-féle eloszlás  $n$  paraméterét, az *egyenletességi tényezőt* mint az anyagnak fontos jellemzőjét mutatja be. A dolgozat szerint: *a)* az egyenletességi tényező arányos a szemcseméret-eloszlás szórásának reciprok értékével, ha a szemcseméretet logaritmusával vesszük számításba; *b)* nagyobb egyenletességi tényezőjű anyagok kevesbé, kisebb egyenletességi tényezőjű anyagok nagyobb mértékben hajlamosak a finomőrlést akadályozó agglomerációra; *c)* nagyobb egyenletességi tényezőjű anyagoknak rosszabb, kisebb egyenletességi tényezőjű anyagoknak jobb az őrlhetőségük; *d)* nagyobb egyenletességi tényező homogén, kisebb egyenletességi tényező heterogén felépítésű anyagokra jellemző. A szerző számítási eljárást mutat be az egyenletességi tényező számszerű meghatározására az eloszlás diszkrét értékeiből.

## 1. Bevezetés

Az aprítás, de különösen annak finom fokozata, az őrlés művelete látszólagos egyszerűsége mellett igen sok körülménytől befolyásolva megy végbe. E körülmények részben az anyagra, részben az aprítóberendezésre jellemzők. A paraméterek sokasága eleve kilátástalanná teszi általános érvényű, egzakt törvényszerűségek felismerését. A tudományos kutatás ezért a jelenségek vizsgálatára két, egymástól eltérő módszert követ. Az első, egzakt módszer a paraméterek leszűkítése, mint pl. egyetlen szemcsének egyetlen mechanikai erőhatásra való aprózódásának tanulmányozása. Ennek elméletileg figyelemre méltó eredményei a gyakorlati őrlési műveletre, amely nagyszámú szemcsére gyakorolt nagyszámú behatásból áll, egyelőre aligha vihetők át. A másik megközelítés a statisztikai módszer, az empiria és elmélet különböző mérvű szintézisével. Az ipari gyakorlat ma kizárólag ilyenekre támaszkodik. Ennek példái az energiafogyasztásra vonatkozó, több mint száz éves Rittinger-féle „elmélet” és ennek korszerűbb változatai. A gyakorlatot érdeklő másik fontosabb kérdés az őrlemény szemcseméreteloszlása. Az alábbiakban e kérdés néhány vonatkozásával foglalkozunk, ugyancsak egy empirikus, közelítő képletre támaszkodva.

\* Dr. Beke Béla, Budapest XI., Fadrusz u. 14.

## 2. Az egyenletességi tényező fogalma és meghatározása

Őrlemények szemcseméret-eloszlásának leírására számos képlet ismeretes, amelyek közül az európai gyakorlatban a legelterjedtebb a Rosin—Rammler-féle empirikus eredetű és közelítő érvényességű

$$R = e^{-\left(\frac{x}{x_0}\right)^n} \quad (1)$$

vagy

$$\ln \ln \frac{1}{R} = n (\ln x - \ln x_0) \quad (1a)$$

összefüggés, ahol  $R$  az  $x$  méretnél nagyobb szemcsék tömeghányada (szita-maradék az  $x$  nyílású szitán),  $x_0$  és  $n$  állandó paraméterek.

Az állandók szokásos értelmezése:

$x = x_0$  helyettesítésre  $R = 1/e = 0,368$ , vagyis  $x_0$  a 36,8%-os maradékhoz tartozó szitanyílás, szokásos megnevezése méretmodulus.

$n$  az  $\ln x - \ln \ln (1/R)$  beosztású koordinátarendszerben (DIN 4190) kapott egyenes iránytangense, a szakirodalomban egyenletességi tényezőként említik.

A következőkben ki fogjuk mutatni, hogy az egyenletességi tényező az őrlési tulajdonságok szempontjából az anyagnak olyan fontos jellemzője, mint akár más szempontból pl. a nyomószilárdság.

Bizonyára meglepőnek tűnik egy közelítő érvényű, empirikus eredetű összefüggés önkényesen választott torzító ábrázolásának egy állandóját anyagjellemzőnek tekinteni.

A Rosin—Rammler-féle képlet alapján az eloszlás egyes statisztikai jellemzőit kiszámítva, lineáris lépték alkalmazása mellett a frekvenciamaximumra (modus,  $M$ ) és a szórásra ( $\sigma$ ) az alábbi, az idevágó irodalomból ismert értékeket kapjuk:

$$M = x_0 \sqrt[n]{\frac{n-1}{n}} \quad (2)$$

$$\sigma = x_0 \sqrt{\frac{2}{n}! - \left(\frac{1}{n}!\right)^2} \quad (3)$$

A (2) képlet rámutat a Rosin—Rammler-féle eloszlás  $n < 1$  mellett való irreálisára. A (2)—(3) képletek az  $x_0$  és  $n$  állandók értelmezéséhez segítséget nem nyújtanak.

Ha azonban meggondoljuk, hogy az őrlés során az egyes szemcsék darabokra osztódnak, akkor természetesnek fog tűnni, ha az abszcisszán az osztásnak megfelelő logaritmikusan léptéket alkalmazunk, vagyis a szemcseméret helyett annak logaritmusával számolunk.

Ha a statisztikai jellemzőket a szemcseméret logaritmikus léptéke mellett számítjuk ki, akkor, mint ezt a szerző korábban kimutatta [1], a következő képletekhez jutunk:

$$M_l = x_0 \tag{2a}$$

$$\sigma_l = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{n}, \tag{3a}$$

vagyis  $x_0$  és  $n$  világos statisztikai értelmezést nyer: logaritmikus argumentum mellett  $x_0$  az eloszlás modusa,  $n$  pedig a szórás reciprok értékének  $\pi/\sqrt{6} = 1,282$ -szerese.

Az egyenletességi tényező tehát közvetlen mértéke az eloszlás szórásának, nem önkényes állandó, hanem az őrlés stochasztikus folyamatának legfontosabb statisztikai jellemzője.

Az egyenletességi tényező számszerű értékének megállapítása az eddigi gyakorlat szerint többnyire az egyenes dőlésének a DIN 4190 szerinti szemszerkezeti háló szegélyléptékén való leolvasásával történik. Miután azonban az őrlés stochasztikus folyamatát zavaró körülmények, nemkülönben a szemcse nagyság — szitamaradék összefüggés megállapítását célzó mérési eljárások (szitálás, szedimentálás) hibái a várt egyenes vonalat a diagramhálón ritkán szolgáltatják, az egyenletességi tényező értékének megadása meglehetősen bizonytalan.

Fenti (3a) képlet alapján a számítás szemcseméret — szitamaradék összetartozó értékpárok felhasználásával már elvégezhető, ha az eloszlás logaritmikus argumentum melletti szórását kiszámítjuk. A szórás a statisztika tanítása szerint a második momentum és az első momentum négyzetének különbségéből vont négyzetgyök.

A használandó képletek, illetve a számítás menete tehát a következő:

$$\mu_1 = \Sigma \ln x \Delta R \tag{4}$$

$$\mu_2 = \Sigma \ln^2 x \Delta R \tag{5}$$

$$\sigma_l = \sqrt{\mu_2 - \mu_1^2} = \sqrt{\Sigma \ln^2 x \Delta R - (\Sigma \ln x \Delta R)^2} \tag{6}$$

$$n = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sigma_l} = \frac{1,282}{\sigma_l}, \tag{7}$$

ahol  $\mu$  a logaritmikus argumentum melletti momentumokat jelenti.

A számítás menetét az I. táblázatban mutatjuk be. Ez a cementszilárd-ság vizsgálatához használatos normálhomok (0,74 és 1,33 mm közötti szemcse nagyságú kvarchomok) 200 mm átmérőjű laboratóriumi malomban kb. 10 mm  $\varnothing$  acélgolyókkal 3 órán át való őrlésének adatait dolgozza fel a 3. ábrából leolvasott értékek alapján.

## I. táblázat

Az egyenletességi tényező kiszámítása logaritmikus momentumokkal

$x \mu\text{m}$	2	5	10	30	40	60	90	
$x \mu\text{m}$	0,50	3,16	7,07	17,32	34,64	48,98	73,48	200
$\ln x$	-0,694	1,151	1,956	2,851	3,545	3,891	4,296	5,298
$\ln^2 x$	0,482	1,325	3,825	8,123	12,567	15,209	18,455	28
$R \%$	94	85	75	30	18	9	4	
$\Delta R \%$	6	9	10	45	12	9	5	4
$\ln x \Delta R$	-4,164	10,359	19,560	128,295	42,540	35,019	21,480	21,112
$\ln^2 x \Delta R$	2,892	11,925	38,250	365,535	150,804	136,881	92,275	112

$$\Sigma \ln x \Delta R = \mu_1 = 2,742, \quad \mu_1^2 = 7,518$$

$$\Sigma \ln^2 x \Delta R = \mu_2 = 9,106$$

$$\sigma_1^2 = \mu_2 - \mu_1^2 = 1,588, \quad \sigma_1 = 1,26$$

$$n = \frac{1,282}{1,260} = 1,02$$

$n$  kiszámítható természetesen a korrelációs számítás ismert módszerével, mint a regressziós egyenes iránytangense is. Az erre vonatkozó képlet esetünkre alkalmazva

$$n = \frac{\Sigma \ln x_i \ln \ln \frac{1}{R_i} - \ln \ln \frac{1}{R} \Sigma \ln x_i}{\Sigma \ln^2 x_i - \ln x \Sigma \ln x_i}, \quad (8)$$

vagy

$$n = \frac{\Sigma \lg x_i \lg \lg \frac{1}{R_i} - \frac{1}{N} \Sigma \lg \lg \frac{1}{R_i} \Sigma \lg x_i}{\Sigma \lg^2 x_i - \frac{1}{N} (\Sigma \lg x_i)^2} \quad (8a)$$

Az előbbi számpélda (8 a) szerinti kidolgozása a II. táblázaton látható.

Az I. szerinti számítás a megbízhatóbb, mert az eloszlás szórását számítja, míg a második egy torzított ábrázolás kiegyenlítése.



II. táblázat

Az egyenletességi tényező kiszámítása korrelációs módszerrel

$x$	$\lg x$	$\lg^2 x$	$R$	$\lg \lg \frac{1}{R}$	$\lg x \lg \lg \frac{1}{R}$
2	0,3010	0,0906	0,94	0,4291-2	-0,4729
5	0,6990	0,4886	0,85	0,8487-2	-0,8047
10	1,—	1,—	0,75	0,0967-1	-0,9033
30	1,4771	2,1819	0,30	0,7184-1	-0,4195
40	1,6021	2,5666	0,18	0,8720-1	-0,2051
60	1,7782	3,1618	0,09	0,0194	0,0347
90	1,9542	3,8191	0,04	0,1455	0,2843
$\Sigma$	8,8116	13,3086	—	3,1298-7 -3,8702	-2,4865

$$n = \frac{-2,4865 + \frac{1}{7} \cdot 3,8702 \cdot 8,8116}{13,3086 - \frac{1}{7} 8,8116^2} = \frac{2,3889}{2,2166} = 1,07$$

3. Őrléskinetikai megfontolások

ALJÁVDIN (1938) feltételezte, hogy golyósmalmokban az őrlési sebesség, vagyis az időegységben megőrlődő, a kiválasztott minősítősztán újonnan áteső anyaghányad arányos a malomban levő megőrletlen anyaghányaddal [2]:

$$\frac{dR}{dt} = -cR,$$

amiből

$$R = R_0 e^{-ct},$$

ahol  $R_0$  a folyamat kezdetén még megőrletlen, a kiválasztott szitanyílásnál nagyobb anyaghányad.

Ezt az összefüggést a kísérletek nem igazolták, ezért ALJÁVDIN a képletet módosította az

$$R = R_0 e^{-ct^n} \tag{9}$$

alakra. Ezt

$$\frac{R}{R_0} = e^{-ct^n} \tag{9a}$$

alakban írva, az (1) alatti Rosin—Rammler-féle összefüggéssel azonos összefüggést látunk, különösképpen ha az  $R_0 = 100\%$  gyakori esetet tekintjük. Az Aljávadin-féle őrléskinetikai összefüggés tehát az  $R$  hálón szintén egyenlővel ábrázolható, ha az abszcisszán az őrlési idő (csőmalmoknál bizonyos elhanyagolással a beömléstől mért malomhossz) logaritmusát rakjuk fel.

$n$  nagyobb értéke, tehát a vonal meredekebb menete az őrlés gyorsabb előrehaladását jelzi.

Ha a Rosin—Rammler- és Aljávdi-féle képletek kapcsolatát keressük, akkor megállapítható, hogy az Aljávdi-féle képlet a Rosin—Rammler-féleből egyszerűen levezethető a Rittinger-féle törvény (energiafogyasztás arányos a képzett új felülettel) érvényességének elfogadásával.

A Rittinger-féle törvény egyik ismert alakja

$$W/x_0 = \text{konst}, \quad (10)$$

ahol  $W$  az energiafogyasztás, ami az őrlési idővel arányosnak fogadható el, vagyis

$$tx_0 = \text{konst} = k \quad (10a)$$

és  $x_0 = k/t$ -t helyettesítve az (1) egyenletbe, nyerjük

$$R = e^{-\left(\frac{xt}{k}\right)^n} = e^{-ct^n}, \quad (11)$$

ahol  $c = x/k$ ,  $x$  a választott szitanyílás.

E levezetésből következik, hogy a Rosin—Rammler-féle  $n$  egyenletességi tényező és az Aljávdi-féle képlet  $n$  kitevője azonos, feltéve természetesen, hogy a folyamat követi a Rittinger-féle törvényt, és hogy a folyamat során, tehát az  $R(x)$  diagramban  $t$  növekedésével, illetve  $R(t)$  diagramban változó  $x$  szitanyílások mellett  $n$  értéke állandó marad. Kísérletek azonban azt mutatják, mint erre alább még részletesen rátérünk, hogy  $n$  nem marad állandó.

Az őrlési sebesség kiszámítható, ha  $R$  (11) alatti értékét  $t$  szerint deriváljuk:

$$\frac{dR}{dt} = -cn t^{n-1} R. \quad (12)$$

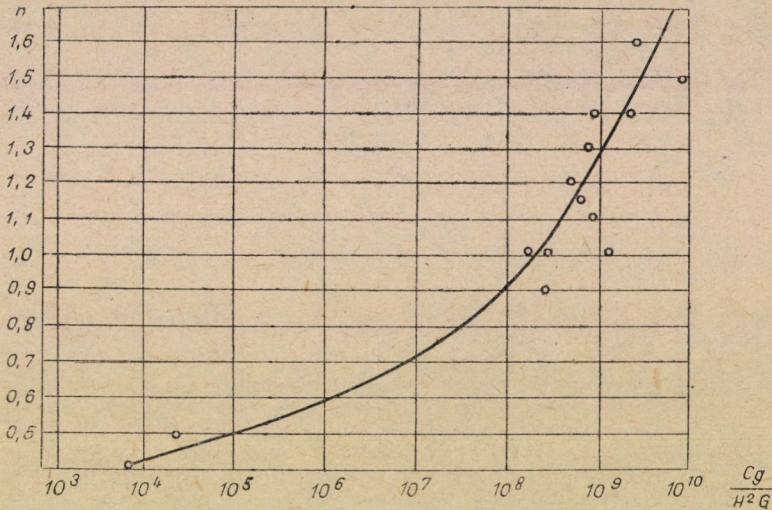
Az őrlési sebesség (12) alatti értéke állandó marad, ha  $n = 1$ . Ha  $n > 1$ ,  $t$  növekedésével  $dR/dt$  növekszik, ha  $n < 1$ , csökken. Tapasztalat szerint keményebb, homogén anyagok egyenletességi tényezője kissé nagyobb, lágyabb heterogén anyagoké kisebb 1-nél. Ugyancsak tapasztalati eredmény, hogy nagyobb  $n$ -hez kisebb  $c$  tartozik, és viszont. Ebből pedig az következik, hogy kemény, homogén anyagok kezdetben nehezen, de azután egyre könnyebben, lágy heterogén anyagok kezdetben könnyen, azután egyre nehezebben őrlődnek.

A viszonyok azonban nem ilyen egyszerűek és torzulnak  $n$  említett változásával.

E változás természetes menete  $n$  értékének növekedését jelenti [3]. A szerző golyósmalmokon végzett korábbi vizsgálatai kimutatták, hogy  $n$  a golyóbehatások számával nő, azok egyedi energiájának növekedésével csökken:

$$n = f\left(\frac{C_g}{H^2 G}\right), \tag{13}$$

ahol  $C_g$  a golyóütések száma,  $H$  a golyók átlagos esési magassága,  $G$  a golyók átlagos súlya.



1. ábra. Az  $n$  egyenletességi tényező változása az őrlőtestbehatások száma és azok egyedi energiája függvényében. Őrölt anyag: portlandcement-klinker

Laboratóriumi és üzemi vizsgálatok összefoglalásaként egy cement-klinkerfajtára az összefüggés az 1. ábrán látható.

A gondolatmenet általánosításával kimondható: a szemcseméret-eloszlás kialakulása szempontjából nem közömbös, hogy a ráfordított őrlési energiát milyen adagokban működtetjük. Ha az energiahozzávetetés nagyobb adagokban történik, kisebb, ha kisebb adagokban történik, nagyobb egyenletességi tényezőt kapunk.

Ezt a megállapítást illusztrálja a következő kísérlet:

Laboratóriumi golyósmalomban üzemi cementet utánőröltünk háromféle töltéssel.

A kiinduló anyag jellemzői:

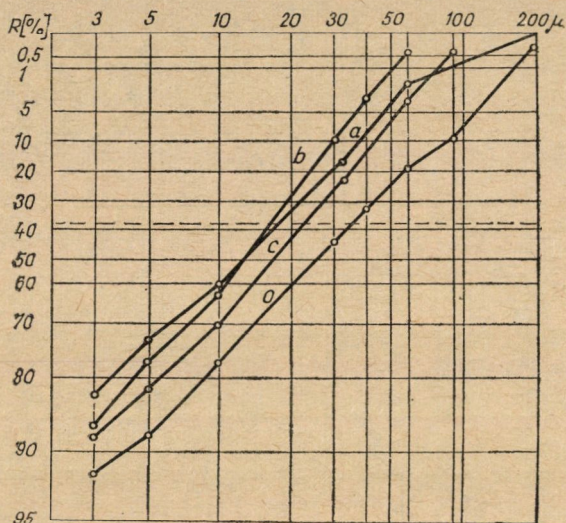
$$R(90) = 10\%, \quad x_0 = 38 \mu\text{m}, \quad n = 1$$

a) Őrlés 90 darab kb.  $23 \text{ } \varnothing \times 25 \text{ mm}$  méretű cilpebszből álló töltettel (1,8 liter, 8 kg). Őrlési idő 6 óra. Egy darab cilpebsz súlya kb. 90 g.

b) Őrlés 1350 darab  $8 \div 12 \text{ mm } \varnothing$  csapágygolyóból álló töltettel (1,8 liter, 8 kg). Őrlési idő 6 óra. Egy darab golyó súlya kb. 6 g.

c) Őrlés 45 darab  $30 \div 35 \text{ mm } \varnothing$  porcelángolyóból álló töltettel. (1,8 liter, 2,4 kg). Őrlési idő 20 óra. Egy darab golyó súlya kb. 53 g.

Az energiaráfordítás mindhárom esetben kb. azonos volt. A keletkezett szemcseméret-eloszlás a 2. ábrán látható.



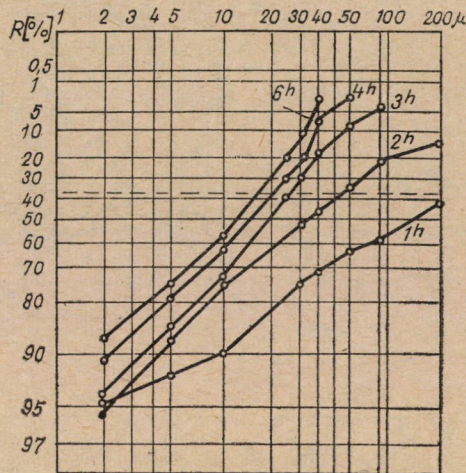
2. ábra. Portlandcement utánőrlése laboratóriumi malomban

- 0 = kiinduló anyag  
 a = őrlés  $20 \text{ mm } \varnothing$  cilpebszel,  
 b = őrlés  $8-12 \text{ mm } \varnothing$  acélgolyókkal,  
 c = őrlés  $30-35 \text{ mm } \varnothing$  porcelángolyókkal

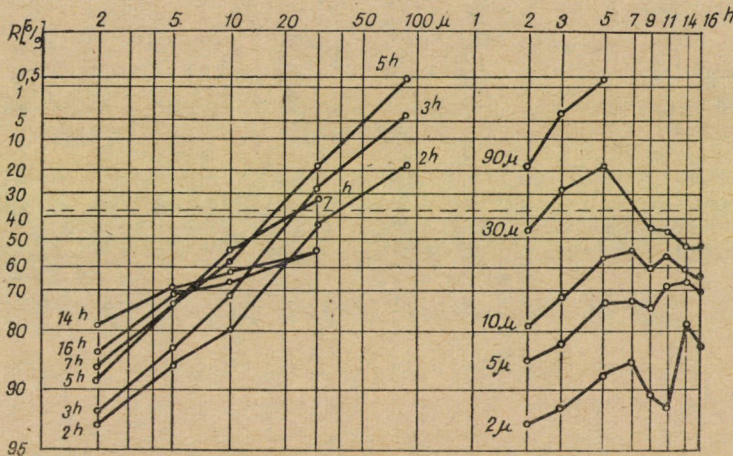
A korábban már említett normálhomokra vonatkozó őrlési kísérlet adatai a 3. ábrán vannak szemléltetve, a 4. ábrán flitkőőrlésé, a bal oldalon az  $R(x)$ , a jobb oldalon az  $R(t)$  vonalsorozat.

Megfontolásainkban azonban nem hagyhatjuk figyelmen kívül a finom-őrlés során mindig fellépő agglomerációt, a már megőrölt szemcsék újbóli összenövését. Korábbi vizsgálataink szerint ez szoros összefüggésben van az egyenetlenségi tényezővel és annak változásával: az agglomeráció fellépésére az egyenetlenségi tényező növekedése megfordul és újra, erősen csökkenni kezd. De a tétel fordítottja is igaz, sőt talán még fontosabb: a kis egyenetlenségi tényezőjű anyagok erősen hajlamosak az agglomerációra. Az egyenetlenségi tényező őrlésdinamikai befolyását ezek után a következőképpen foglaltuk össze:

Az őrlés agglomerációmentes szakaszában az  $R(x)$  ábrán az egyenletességi tényező az őrlés előrehaladásával egyre lassuló mértékben nő. Ennek folyamánya az  $R(t)$  ábrán a vonal meredekebbé válása, vagyis az őrlési sebesség növekedése.



3. ábra. Normálhomok őrlése 8-12 mm  $\varnothing$  acélgolyókkal

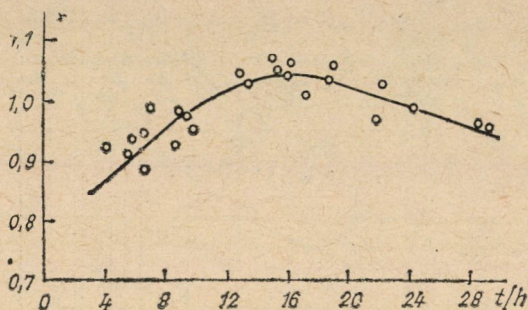


4. ábra. Kalapáccstörővel előtört flintkő nedves őrlése 20 mm  $\varnothing$  cilpebsszel

Az agglomeráció megjelenésével és érvényre jutásával az  $R(x)$  ábrán az egyenletességi tényező csökken, később  $x_0$  is újra növekszik. Az  $R(t)$  ábrán a vonal meredeksége csökken, sőt lefelé tart.

E folyamatot jól szemlélteti a 4. ábra, amely flintkőnek a laboratóriumi malomban való nedves őrlését mutatja be.

Laboratóriumi kísérleteink eredményeivel összhangban vannak SUZUKI [4]  $2,4 \text{ } \varnothing \times 12 \text{ m}$  méretű többkamrás golyósmalmon végzett cementörlési vizsgálatainak megállapításai. Az 5. ábra a malom teljesítményének függvényében mutatja be  $n$  változását. A malom névleges,  $16 \text{ t/ó}$  teljesítménye mellett  $n$  értéke maximumot ér el, kisebb teljesítménynél, vagyis túlörlésnél az agglomeráció miatt, nagyobb teljesítménynél a nem elegendő ütésszám miatt lesz  $n$  értéke kisebb.



5. ábra. Cementörlés  $2,4 \text{ } \varnothing \times 16 \text{ mm}$  főméretű, többkamrás golyósmalomban. SUZUKI kísérlete [4]

Említést kell tenni az őrlés kezdeti, bevezető szakaszáról is. Ekkor az őrlésre jellemző szemcseméret-eloszlás még nem alakulhatott ki és a kiinduló eloszlás jellemzői még túlnyomóak. Így pl. ha egyező méretű gömbalakú szemcsékből indulunk ki ( $n = \infty$ ), a kezdeti szakaszban  $n$  nyilván csökkenni fog.

Végül meg kell jegyezni, hogy tapasztalat szerint a  $90 \mu\text{m}$  nyílású szitán mért kb. 10% maradék mellett az egyenletességi tényező értékét túlnyomóan az anyag tulajdonságai befolyásolják és az őrlési eljárás befolyása nem jelentős.

#### 4. Az egyenletességi tényező mint az őrlhetőség jellemzője

A korábbiakban láttuk, hogy az egyenletességi tényező jellemzője az anyagnak az agglomerációra való hajlam tekintetében. De ha rátekintünk az anyagok őrlhetőségére vonatkozó, az irodalomban található összehasonlító jelzőszámokra, akkor — figyelembe véve a meghatározási módszerek szórását — megállapíthatjuk, hogy az egyenletességi tényező szerinti sorbaállítás ugyanazt a sorrendet adja, mint pl. az elterjedten használatos Hardgrove-féle számoké. (Az egyenletességi tényezőknél, illetve azok szögértékeinek felsorolása megtalálható pl. ANSELM munkájában [5], a Hardgrove-féle számoké pl. a Taggart-féle kézikönyvben [6].) Itt kell megjegyezni, hogy a Hardgrove-féle számok egymáshoz viszonyítása nem jelent arányosságot az őrlési energiafogyasztásban, és természetesen az egyenletességi tényezőké sem.

Nagyobb egyenletességi tényező tehát rosszabb, kisebb egyenletességi tényező jobb örölhetőséget jelent. Ha ezt szembeállítjuk a korábbi megállapítással, hogy  $n$  nagyobb értéke az őrlés gyorsabb előrehaladását jelenti, akkor itt látszólagos ellentmondással találkozunk.

Az ellentmondást feloldja, ha figyelembe vesszük az őrléskinetika (11) alapképletének másik állandóját. Mint említettük, tapasztalat szerint nagy  $n$  értékhez kis  $c$  érték tartozik, és viszont. Erre vonatkozó számszerű értékeket TOVAROV kísérletei állapítottak meg [7]. Kísérletsorozatában 8 anyagra állapította meg  $n$  és  $c$  összetartozó értékét. Ezek felsorolása a III. táblázatban látható.

III. táblázat

$n$  és  $c$  összetartozó értékei Tovarov kísérletei szerint [7]

Anyag	$n$	$c$
Vasérc	0,72	0,442
Oxidált ólom-cinkérc	0,78	0,288
Ólom-cink szulfidérc	0,95	0,161
Ólom-cink érc	1,02	0,089
Ólom-cink szulfidérc	1,15	0,050
Ólom-cink-ón érc	1,23	0,030
Kvarc	1,29	0,022
Ólom-cink érc (szárazon őrölve)	1,47	0,012

A táblázat adatai alapján az  $R(t)$  vonalakat a 6. ábrán rajzoltuk fel. Egyértelműen kitűnik a kisebb  $n$  és nagyobb  $c$  értékekkel bíró anyagok jobb örölhetősége.

Az összetartozó értékek  $\ln c$ - $n$  ábrázolásban csaknem pontosan egyenest adnak, vagyis  $n$  látszólag  $c$ -nek exponenciális függvénye. Ennek könnyen kimutatható matematikai következménye, hogy az  $R(t)$  vonalak — ha  $x = \text{konst}$  —  $RR$  ábrázolásban sugársort alkotnak, miként ez a 6. ábrából is kivehető. Ha pedig az  $R(x) - R(t)$  rendszerek dualitását figyelembe vesszük, akkor az  $R(x)$ ,  $t = \text{konst}$ . vonalak is sugársort kell, hogy alkossanak. Ez pedig azt jelentené, hogy bizonyos őrlési idő után valamely szitán minden anyag azonos maradékot adna.

Ennek a meglepő megállapításnak igazolása saját ellenőrző kísérletsorozatunkban nem mindig sikerült. A kérdés további vizsgálata érdekesnek látszik.

A  $c$  és  $n$  paraméterek jelentősége természetesen nem azonos:  $n$  fontos anyagjellemző,  $c$  értéke pedig a választott  $x$  szemcsenagyság (szitanyílás) szerint más és más.  $c$  természetesen függ az őrlési körülményektől is.

Zavarólag hathat még, hogy az  $R(x)$  és  $R(t)$  vonalak dőlése nem mindig egyező. Ez azzal magyarázható, hogy kiinduló feltevésünk, a Rittinger-féle

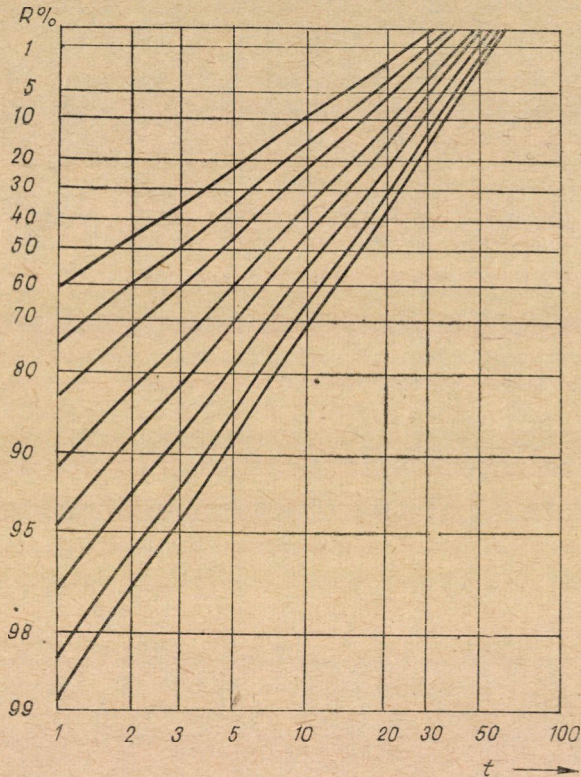
törvény érvényessége nem mindig áll fenn. Ha a (10) egyenletet ezért így írjuk:

$$t^b x_0 = k, \quad (10b)$$

akkor a (11) egyenlet kitevőjében  $b$  szorzóként jelentkezik:

$$R = e^{-ct^{bn}}, \quad (11a)$$

vagyis a dőlésszög tangense nem  $n$ , hanem  $bn$ .



6. ábra. Különbféle ércetek őrlése laboratóriumban. TOVAROV kísérlete [7]

### 5. Az anyag szövetszerkezete és egyenletességi tényezője

Miként a 3. cikkelyben már szó volt róla, egyrészt az egyenletességi tényező és az anyag őrlhetősége, másrészt az anyag szövetszerkezete között szoros kapcsolat található.

A 7. és 8. ábrán egy jellegzetesen könnyen őrlhető kis egyenletességi tényezőjű anyag, vagyis mészkő ( $n = 0,6 \div 0,8$ ) és egy jellegzetesen nehezen

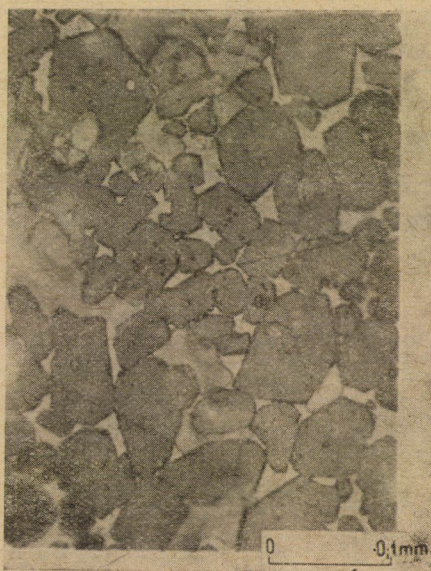




7. ábra. Mésző csiszolatának mikrofelvétele



8. ábra. Kvarcit csiszolatának mikrofelvétele



9. ábra. Alitos portlandcement-klinker mikrofelvétele

őrlődő, nagy egyenletességi tényezőjű anyag, vagyis kvarcit ( $n = 1 \div 1,2$ ) csiszolatának mikrofelvétele látható.

Világosan kivehető a mészkő kristályainak nagy méretszórása és a kristályok nagy részének egymás mellett való elmozdíthatósága, innen a jó kezdeti őrlhetőség és a szemcseméret-eloszlás nagy szórása.

A kvarcit egyenletes méreteloszlású és egymásba szövődő kristályai nem választhatók el egymástól és már az aprítás kezdeti fázisában a kristályok széttörésére van szükség. Ennek következménye a kezdeti nagy őrlési ellenállás és az őrlemény kis szórású szemcseméret-eloszlása.

Ugyanez még világosabban látható a 9. ábrán, amely egy erősen alitos portlandcement-klinker ( $n = 1$ ) mikrofelvétele.

#### IRODALOM

1. BEKE B.: Aprításmélet. Akadémiai Kiadó, Budapest 1963, 29—33.
2. PEROW, W. A.—BRAND, J. W.: Feinmahlen der Erze, VEB Verlag Technik. Berlin 1954. (Orosz nyelvű kiadás Moszkva, 1950) 30—31.
3. BEKE B.: Aprításmélet. Akadémiai Kiadó, Budapest 1963, 107—108.
4. SUZUKI, S.: Research on the Grinding Capacity of Open Circuit Cement Mills. *Proc. of Japan Cement Eng. Ass.* No 9, 1955. 189—194.
5. ANSELM, W.: Zerkleinerungstechnik und Staub. Deutscher Ingenieur Verlag. Düsseldorf 1950, 21.
6. TAGGART, A. F.: Handbook of Mineral Dressing. John Wiley, New York 1945, 6—46.
7. Андреев, С. Е.—Товаров, В. В.—Перов, В. А.: Закономерности Измельчения и Исчисление Характеристик Гранулометрического Составы Металлургиздат 1959, 259—261.

**The Uniformity Coefficient of Particle Size Distribution of Ground Materials.** The paper presents the uniformity coefficient of the Rosin—Rammler distribution formula as an important characteristic of the material. In authors opinion; *a*) there exists a linear relationship between the uniformity coefficient and the reciprocal of the standard deviation of the grain size distribution, provided the grain size is given by its logarithm; *b*) materials having a lower uniformity coefficient are more susceptible to agglomeration; *c*) lower uniformity coefficient is equivalent to a better grindability; *d*) homogeneous materials have a higher, heterogeneous materials a low uniformity coefficient. Methods are presented for calculating the uniformity coefficient from discrete values of distribution.

**Die Gleichmäßigkeit der Kornverteilung des Mahlgutes.** Der Aufsatz zeigt, daß die Gleichmäßigkeitszahl der Rosin—Rammler-Verteilung ein wichtiges Materialmerkmal ist: *a*) die Gleichmäßigkeitszahl ist umgekehrt proportional der Standardabweichung der Verteilung, wenn die Korngrößen durch ihre Logarithmen gekennzeichnet sind; *b*) Materialien mit größerer Gleichmäßigkeitszahl sind weniger, die mit kleinerer Gleichmäßigkeitszahl mehr zur die Feinmahlung hindernden Agglomeration geneigt; *c*) Materialien mit größerer Gleichmäßigkeitszahl haben eine schlechtere, die mit kleinerer Gleichmäßigkeitszahl eine bessere Mahlbarkeit; *d*) größere Gleichmäßigkeitszahl ist für die Materialien mit homogener, kleinere Gleichmäßigkeitszahl für die mit heterogener Struktur kennzeichnend. Der Aufsatz gibt die Methode der Berechnung der Gleichmäßigkeitszahl aus diskreten Werten der Verteilung an.

# ÖSSZEFÜGGÉSEK A KONZOLOS KÉTTÁMASZÚ TENGELY LEGKEDVEZŐBB CSAPÁGYTÁMASZKÖZE ÉS A TENGELYNEK, VALAMINT A CSAPÁGYAKNAK BIZONYOS PARAMÉTEREI KÖZÖTT

LIPKA ISTVÁN\*

SZERSZÁMGÉPIPARI MŰVEK FEJLESZTŐ INTÉZETE, HALÁSZTELEK

[Beérkezett: 1968. február 29-én]

A tanulmány az optimális csapágytámaszköze vonatkozó olyan tételek levezetésével foglalkozik, amelyek kifejezik az optimális csapágytámaszköz értékváltozásának a törvényszerűségeit arra az esetre, amikor a tengelyt és annak csapágyazását jellemző paraméterek közül egyeseknek az értékét változtatjuk. A levezetett tételek összefüggéseket fejeznek ki az optimális csapágytámaszköz hossza és a tengelyátmérő, a konzolhossz, valamint a csapágymeresvségek között. Elemzi a csapágymeresvségek értékének befolyását az optimális csapágytámaszköze, egymással megegyező és egymástól eltérő mellső és hátsó csapágymeresvségek esetében, és ezzel kapcsolatban becsléseket ad az optimális támaszköz csökkenésére az egyező mellső és hátsó csapágymeresvség növelésénél; továbbá megállapítja a csapágymeresvségek viszonyának a befolyását az optimális csapágytámaszköze eltérő mellső, illetve hátsó csapágymeresvség esetében. Végül foglalkozik az optimális orsómeresvséggel és a csapágytámaszköz változásának befolyásával az orsómeresvségek az értékére.

## I. Bevezetés

A legkedvezőbb csapágytámaszköz meghatározásával kéttámaszú konzolos tengelyek esetében két előbbi cikkünkben foglalkoztunk [1, 4]. Ezekon kívül még számos más cikk is foglalkozik ugyanezzel a kérdéssel [2, 3, 5—11].

Ebben a cikkben olyan tételket vezetünk le, amelyek összefüggéseket állapítanak meg az optimális csapágytámaszköz és a csapágyakat, valamint a tengelyt jellemző paraméterek között. Ezek a paraméterek: a tengelyátmérő, a konzolhossz, a tengelymeresvség és a két csapágy meresvsége. Az optimális csapágytámaszköz és e paraméterek közt fennálló, a továbbiakban levezetett tételek mutatják az egyes paramétereknek a befolyását az optimális csapágytámaszköz értékének a kialakulására.

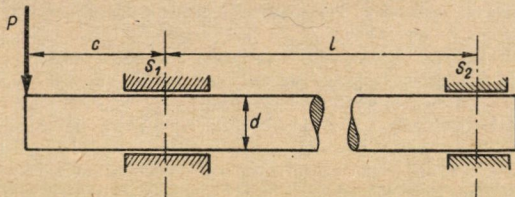
Vizsgálatainkban tömör és állandó keresztmetszetű tengelyekre szorítunk, és feltételezzük, hogy a terhelés csak a konzolon hat. Továbbá azt is feltételezzük, hogy a tengely a csapágyakban szabadon végezhet kisértékű szögelfordulást, tehát hogy a csapágy síkban nem lép fel reakciónyomaték. (Az utóbbi feltétel az önbeálló gördülőcsapágyaknál és a siklócsapágyak közül a saruscsapágyaknál valósul meg.)

\* Lipka István; Budapest XI., Szakasits Á. u. 43.

## II. Az optimális csapágytámaszköz meghatározása

A vizsgált orsó vázlatát az 1. ábra mutatja. Az állandó  $d$  átmérőjű tömör tengely az  $s_1$  [kp/ $\mu$ m] merevségű mellső és az  $s_2$  [kp/ $\mu$ m] merevségű hátsó csapágyban fut. A  $c$  hosszúságú konzol vége a  $P$  erő hatására lehajlik, amely lehajlás minimális, ha a csapágytámaszköz  $l$  értékét egy megfelelő, ún. optimális értéknek választjuk. Ezt az optimális  $l_{opt.}$  csapágytámaszközt acélanagú tengelyre a következő harmadfokú egyenlet egyetlen pozitív gyöke szolgáltatja [7]:

$$l^3 - \frac{10^6 d^4}{1,62 s_1 c} l - \frac{10^6 d^4}{1,62} \left( \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} \right) = 0. \quad (1)$$



1. ábra

Ennek az egyenletnek egyetlen pozitív gyökét — az optimális csapágytámaszközt — mint a  $d$ ,  $c$ ,  $s_1$  és  $s_2$  paramétereknek a függvényét kívánjuk vizsgálni. E célból bevezetjük az (1) egyenletbe a következő rövidítő jelöléseket:

$$\frac{10^6}{1,62} = h \quad (2)$$

és

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \sigma, \quad (2')$$

amelyekkel az (1) egyenlet a következő alakot veszi fel:

$$l^3 - \frac{hd^4}{s_1 c} l - hd^4 \sigma = 0. \quad (1')$$

Az (1') alatti harmadfokú egyenlet egyetlen pozitív gyökét (az optimális csapágytámaszközt) további vizsgálatainkhoz a Cardan-képlettel célszerű felírunk (ld. [1, 2]), amihez tekintjük az egyenletnek következő *normált* alakját:

$$l^3 + 3pl + 2q = 0. \quad (1^*)$$

Eszerint az (1') egyenletnek normált alakjában a  $p$  és  $q$  együtthatók a következő kifejezések:

$$p = -\frac{hd^4}{3s_1c} \quad \text{és} \quad q = -\frac{hd^4\sigma}{2} \quad (3)$$

Ha a normált egyenlet diszkriminánsa:

$$D = q^2 + p^3$$

pozitív, akkor az egyenletnek egy gyöke valós, a másik kettő komplex. Nálunk, amint azt majd a későbbiekben megmutatjuk, a tekintetbe jövő esetek túlnyomó többségében a diszkrimináns pozitív ( $D > 0$ ) és így az (1') alatti  $l$ -ben harmadfokú egyenlet egyetlen pozitív valós gyökét az

$$l = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}$$

Cardan-képlet szolgáltatja. Ide  $p$  és  $q$  (3) alatti értékeit beírva az optimális csapágytámaszközre a következő kifejezést nyerjük:

$$l_{opt.} = \sqrt[3]{\frac{hd^4\sigma}{2} + \sqrt{\frac{h^2d^8\sigma^2}{4} - \frac{h^3d^{12}}{27s_1^3c^3}}} + \sqrt[3]{\frac{hd^4\sigma}{2} - \sqrt{\frac{h^2d^8\sigma^2}{4} - \frac{h^3d^{12}}{27s_1^3c^3}}} \quad (4)$$

Innen az optimális csapágytámaszköz és a  $d$  tengelyátmérő viszonyára adódik, hogy:

$$\frac{l_{opt.}}{d} = \sqrt[3]{\frac{hd\sigma}{2} + \sqrt{\frac{h^2d^2\sigma^2}{4} - \frac{h^3d^6}{27s_1^3c^3}}} + \sqrt[3]{\frac{hd\sigma}{2} - \sqrt{\frac{h^2d^2\sigma^2}{4} - \frac{h^3d^6}{27s_1^3c^3}}} \quad (5)$$

Ha azokat a csapágyazásokat tekintjük, amelyeknél a mellső és hátsó csapágy merevsége egyenlő, tehát  $s_1 = s_2 = s$ , akkor (2') szerint

$$\sigma = \frac{2}{s},$$

amit az (5) alattiba írva az  $l_{opt.}/d$  viszonyra ebben az esetben nyerjük, hogy:

$$\frac{l_{\text{opt.}}}{d} = \sqrt[3]{h \frac{d}{s} + \sqrt{h^2 \left(\frac{d}{s}\right)^2 - \frac{h^3}{27} \left(\frac{d}{s}\right)^3 \left(\frac{d}{c}\right)^3}} + \sqrt[3]{h \frac{d}{s} - \sqrt{h^2 \left(\frac{d}{s}\right)^2 - \frac{h^3}{27} \left(\frac{d}{s}\right)^3 \left(\frac{d}{c}\right)^3}} \quad (5')$$

Az  $l_{\text{opt.}}$  optimális csapágytámaszközre, illetve az  $l_{\text{opt.}}/d$  viszonyra felírt (4) alatti, illetve (5) és (5') alatti képletekből tételeket vezethetünk le az optimális csapágytámaszközre a következő III. fejezetben behozandó két lemma segítségével.

### III. Két lemma behozandása

#### 1. lemma

Legyen  $a$  és  $b$  két pozitív szám és jelentsen  $x$  pozitív változót, akkor  $a$

$$\varphi(x) = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 - bx^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 - bx^3}} \quad \left(0 \leq x \leq \frac{a^{2/3}}{\sqrt[3]{b}}\right)$$

kifejezés az  $x$  változónak monoton növekvő függvénye.

*Bizonyítás.* Differenciáljuk a  $\varphi(x)$  kifejezést  $x$  szerint:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi(x)}{dx} &= \frac{bx^2}{2\sqrt{a^2 - bx^3}} \left[ \frac{1}{(a - \sqrt{a^2 - bx^3})^{2/3}} - \frac{1}{(a + \sqrt{a^2 - bx^3})^{2/3}} \right] = \\ &= b^{1/3} \frac{(a + \sqrt{a^2 - bx^3})^{2/3} - (a - \sqrt{a^2 - bx^3})^{2/3}}{2\sqrt{a^2 - bx^3}} \geq 0. \end{aligned}$$

Mintegy itt a számlálóban a kivonandó sohasem nagyobb, mint a kisebbítendő mert:

$$a + \sqrt{a^2 - bx^3} \geq a - \sqrt{a^2 - bx^3},$$

azért a számláló és ennél fogva a  $d\varphi(x)/dx$  differenciálhányados sohasem negatív. Ez éppen azt mondja, hogy  $\varphi(x)$  az  $x$ -nek monoton növekvő függvénye.

#### 2. lemma

Ha  $a$  és  $b$  adott pozitív számok és  $x$  pozitív változó, akkor  $a$

$$\varphi(x) = \sqrt[3]{ax + \sqrt{a^2x^2 - b}} + \sqrt[3]{ax - \sqrt{a^2x^2 - b}} \quad \left(x \geq \frac{\sqrt{b}}{a}\right)$$

kifejezés monoton nő, ha az  $x$  változó növekszik.

*Bizonyítás.*  $\varphi(x)$  kifejezés  $x$  szerinti differenciálhányadosa:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi(x)}{dx} &= \frac{a + \frac{a^2x}{\sqrt{a^2x^2 - b}}}{3(ax + \sqrt{a^2x^2 - b})^{2/3}} - \frac{a - \frac{a^2x}{\sqrt{a^2x^2 - b}}}{3(ax - \sqrt{a^2x^2 - b})^{2/3}} = \\ &= \frac{a}{3\sqrt{a^2x^2 - b}} [(ax + \sqrt{a^2x^2 - b})^{1/3} - (ax - \sqrt{a^2x^2 - b})^{1/3}] \geq 0. \end{aligned}$$

Az utóbbi egyenlőtlenség mindig fennáll, mivel a szögletes zárójelben álló kivonandó sohasem nagyobb, mint a kisebbítendő, amiből következik, hogy a  $\varphi(x)$  differenciálhányadosa sohasem negatív és így  $\varphi(x)$  az  $x$ -nek monoton növekvő függvénye.

#### IV. Tételek az optimális csapágytámaszközre egyező mellső és hátsó csapágymereség esetében

##### 1. tétel

Rögzített  $d$  tengelyátmérő és rögzített  $c$  konzolhossz esetében az  $l_{opt}$  optimális csapágytámaszköz csökken, ha a csapágymereséget ( $s$ ) növeljük.

*Bizonyítás.* A II. fejezet (5') alatti képletében  $h$  megadott numerikus érték (ld. II. (2) alatt) és mivel most feltétel szerint a  $d$  és  $c$  is rögzített értékek, azért (5') alattiban csak az  $s$  csapágymereség változó. Ennek megfelelően vezessük be az (5') alattiba az új  $x$  változót a következő összefüggés alapján:

$$s = \frac{1}{x^3}, \left( x = \frac{1}{\sqrt[3]{s}} \right).$$

Vezessük be továbbá ugyancsak (5')-be a következő jelöléseket:

$$hd = a$$

és

$$\frac{h^3}{27} \left( \frac{d}{c} \right)^3 d^3 = b,$$

ekkor (5') a következő alakot nyeri:

$$\begin{aligned} \frac{l_{opt}}{d} &= \sqrt[3]{ax^3 + \sqrt{a^2x^6 - bx^9}} + \sqrt[3]{ax^3 - \sqrt{a^2x^6 - bx^9}} = \\ &= x \left( \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 - bx^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 - bx^3}} \right). \end{aligned}$$

Mivel itt a kerek zárójelben álló kifejezés az 1. lemma szerint az  $x$ -nek monoton növekvő függvénye, azért nyilvánvaló, hogy annak  $x$ -szel való szorzata, vagyis az  $l_{opt}/d$  viszony is monoton növekvő függvénye az  $x$ -nek. Ebből következik — mivel a  $d$  rögzített érték —, hogy  $l_{opt}$  értéke csökken, amikor az  $x$  változó értéke csökken, vagyis az  $s = 1/x^3$  összefüggés alapján az  $s$  mereség növekszik. Tehát  $l_{opt}$  csökken, ha  $s$  növekszik, ami bebizonyítandó volt.

##### 2. tétel

Rögzítsük a tengelyátmérő  $d$  és a csapágymereség  $s$  értékét. Ekkor a  $c$  konzolhossz növelése az optimális csapágytámaszközt csökkenti.

**Bizonyítás.** A II. (5') alatti kifejezésben most  $d$ ,  $s$  és  $h$  a rögzített értékek és a  $c$  konzolhossz a változó; tehát írhatjuk, hogy:

$$\frac{hd}{s} = a \quad \text{és} \quad \frac{h^3}{27} \left(\frac{d}{s}\right)^3 d^3 = b;$$

továbbá, hogy

$$c = \frac{1}{x},$$

ahol  $x$  változó. Ezekkel (5') alatti

$$\frac{l_{\text{opt.}}}{d} = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - bx^3}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - bx^3}},$$

ami az 1. lemma szerint az  $x$ -nek monoton növekvő függvénye. Eszerint  $l_{\text{opt.}}/d$  csökken és így  $l_{\text{opt.}}$  is csökken — a  $d$  ugyanis rögzített érték — ha  $x$  csökken, vagyis  $x = 1/c$  folytán a  $c$  konzolhossz növekszik.

Az 1. és a 2. tétel folyamánya a következő, 3. tétel.

### 3. tétel

Rögzített tengelyátmérő esetében a csapágymerevségnek, valamint a konzolhossznak a megnövelése csökkenti az optimális csapágytámaszközt.

**Bizonyítás.** Rögzített  $d$  tengelyátmérőnél legyen a csapágymerevség, és konzolhossz értéke  $s_0$ , ill.  $c_0$ , amelyeket  $s_0 < s$ -re, illetve  $c_0 < c$ -re akarunk megnövelni. Tekintsük először rögzített  $d$ -nél a  $c_0$  konzolhosszat is rögzítettnek. Ekkor az  $s_0$  merevséget  $s$ -re megnövelve az 1. tétel szerint csökken az optimális csapágytámaszköz. Ezután rögzített  $d$ -nél és rögzített  $s$ -nél a  $c_0$  konzolhosszt növelve  $c$ -re a 2. tétel szerint csökken tovább az optimális támaszköz, ami behizonyítandó volt.

Tekintsünk olyan csapágy sorozatot, amelynél a csapágy merevség, az  $s$  arányos a  $d$  tengelyátmérővel (ld. [7]), tehát az  $s$  merevség lineáris függvénye a  $d$ -nek:

$$s = md.$$

Vezessük be a  $c$  konzolhossz és a  $d$  tengelyátmérő arányára a

$$\frac{c}{d} = \kappa, \quad (\kappa = 1, 2, 4, 8);$$

jelölést; ekkor (5') szerint:

$$\frac{l_{\text{opt.}}}{d} = \sqrt[3]{\frac{h}{m} + \sqrt{\left(\frac{h}{m}\right)^2 - \frac{h^3}{27} \frac{1}{(m\kappa)^3}}} + \sqrt[3]{\frac{h}{m} - \sqrt{\left(\frac{h}{m}\right)^2 - \frac{h^3}{27} \frac{1}{(m\kappa)^3}}}.$$

Ebből a képletből látható, hogy a tekintetbe vett csapágy sorozatra ( $m = \text{áll.}$ ) állandó

$$\kappa = \frac{\text{konzolhossz}}{\text{tengelyátmérő}}$$



arány esetében az optimális csapágytámaszköz a  $d$  átmérőnek a lineáris függvénye. Tehát érvényes a következő, 4. tétel.

4. tétel

Ha valamely csapágy sorozatra a csapágy merevség egyenesen arányos a  $d$  tengelyátmérővel ( $m =$  állandó), akkor a  $c$  konzolhossz és  $d$  tengelyátmérő állandó aránya ( $c/d =$  konst) esetében az optimális csapágytámaszköz a  $d$  átmérőnek lineáris függvénye.

V. Tételek az optimális csapágytámaszközre eltérő mellső- és hátsó csapágy merevség esetén

Tegyük fel most, hogy a mellső csapágy  $s_1$  merevségével nem egyezik meg a hátsó csapágy  $s_2$  merevsége, tehát

$$s_1 > s_2.$$

5. tétel

Ha a mellső csapágy  $s_1$  merevsége egyenesen arányos a  $d$  tengelyátmérővel, akkor rögzített  $d$  átmérőre és rögzített  $c$  konzolhosszra az optimális csapágytámaszköz értéke csökken, ha a hátsó csapágy  $s_2$  merevségét megnöveljük. Ha pedig rögzített  $s_2/s_1$  viszony és rögzített  $c/d$  viszony esetére a  $d$  átmérőt növeljük, akkor az optimális csapágytámaszköz is növekszik.

*Bizonyítás.* Mivel  $s_1 = md$  és  $c/d = \kappa$ , ahol  $m$  és  $\kappa$  legyenek most rögzített értékek, az  $l_{opt}/d$  viszonynak az (5) alatti kifejezése a következő alakot nyeri:

$$\frac{l_{opt.}}{d} = \sqrt[3]{\frac{hd}{2} \sigma + \sqrt{\frac{h^2 d^2}{4} \sigma^2 - \frac{h^3}{27 m^3 \kappa^3}}} + \sqrt[3]{\frac{hd}{2} \sigma - \sqrt{\frac{h^2 d^2}{4} \sigma^2 - \frac{h^3}{27 m^3 \kappa^3}}},$$

ahol

$$\sigma = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{md} + \frac{1}{s_2}. \tag{6}$$

Mivel itt az 5. tétel feltételei szerint  $h, d, m$  és  $\kappa$  rögzített értékek, azért írhatjuk, hogy

$$\frac{hd}{2} = a \quad \text{és} \quad \frac{h^3}{27 m^3 \kappa^3} = b,$$

a változó értékű  $\sigma$ -ra pedig — mivel (6) alatt az  $s_2$  merevséget változónak tekintjük — vezessük be a  $\sigma = x$  jelölést. Ezekkel a viszony kifejezése a következő alakot veszi fel:

$$\frac{l_{opt.}}{d} = \sqrt[3]{ax + \sqrt{a^2 x^2 - b}} + \sqrt[3]{ax - \sqrt{a^2 x^2 - b}},$$

amelynek értéke a 2. lemma szerint csökken, ha a (6) alatti

$$\sigma = \frac{1}{md} : \frac{1}{s_2} = \kappa$$

változó értéke csökken, vagyis az  $s_2$  merevség növekszik. Mivel pedig  $d$  rögzített érték, azért  $l_{\text{opt}}$  értéke is csökken, ha  $s_2$  növekszik. Ezzel az 5. tétel első részét bebizonyítottuk. Legyenek ezután az

$$\frac{s_2}{s_1} = \lambda \quad \text{és} \quad \frac{c}{d} = \kappa$$

viszonyok a rögzített értékek. Ekkor  $s_1 = md$  és  $s_2 = \lambda s_1 = \lambda md$  szerint

$$\sigma = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{d} \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{\lambda m} \right) = \frac{1}{d} \frac{1+\lambda}{\lambda m},$$

amelyet, valamint az  $s_1 = md$  és  $c = \kappa d$  értékeket az (5) alattiba behelyettesítve, az a következő alakot nyeri:

$$\begin{aligned} \frac{l_{\text{opt.}}}{d} = & \sqrt[3]{\frac{h}{2} \frac{1+\lambda}{\lambda m} + \sqrt{\frac{h^2}{4} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda^2 m^2} - \frac{h^3}{27} \frac{1}{m^3 \kappa^3}}} + \\ & + \sqrt[3]{\frac{h}{2} \frac{1+\lambda}{\lambda m} - \sqrt{\frac{h^2}{4} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda^2 m^2} - \frac{h^3}{27} \frac{1}{m^3 \kappa^3}}}. \end{aligned} \quad (6')$$

Mivel itt a gyökjel alatt csupa rögzített érték áll, azért

$$l_{\text{opt.}} = Cd,$$

ahol

$$C = \text{állandó};$$

vagyis  $l_{\text{opt.}}$  növekszik, ha a  $d$  átmérő nő, rögzített  $s_2/s_1 = \lambda$  és rögzített  $c/d = \kappa$  viszony esetében, amennyiben még a mellső csapágó  $s_1$  merevsége egyenesen arányos a  $d$  tengelyátmérővel.

Ha az  $l_{\text{opt.}}/d$  viszonyra (6') alatt felírt képletben a  $\kappa = c/d$  viszonyt változóznak, ellenben a  $\lambda = s_2/s_1$  viszonyt rögzítettnek tekintjük, akkor az 1. lemmából következik, ha abban  $x = 1/\kappa^3$ , hogy rögzített  $d$  esetében  $l_{\text{opt.}}$  csökken, ha  $x$  csökken, azaz  $\kappa = c/d$  növekszik; vagy mivel  $d$  rögzített, a  $c$  növekszik. Tehát érvényes a következő, 6. tétel.

### 6. tétel

Ha a mellső csapágó merevsége:  $s_1$  egyenesen arányos a  $d$  tengelyátmérővel, akkor rögzített  $\lambda = s_2/s_1$  viszony és rögzített  $d$  átmérő esetében az  $l_{\text{opt.}}$  csökken, ha a  $c$  konzolhossz növekszik.

Hasonlóképpen, ha (6') alattiban a  $\kappa = c/d$  és az  $m = s_1/d$  a rögzített értékek, ellenben a  $\lambda = s_2/s_1$  viszony változó, akkor az

$$\frac{1+\lambda}{\lambda} = 1 + \frac{1}{\lambda} = x$$

jelölést bevezetve a 2. lemmából következik a

7. tétel

Az  $l_{\text{opt.}}/d$  viszony értéke csökken, ha a  $\kappa = c/d$  viszony és az  $m = s_1/d$  viszony értéke rögzített, ellenben a  $\lambda = s_2/s_1$  viszony értékét megnöveljük. Végül az 1. lemma alkalmazásával adódik a

8. tétel

Ha a  $\lambda = s_2/s_1$  viszony és  $\kappa = c/d$  viszony értéke rögzítettek, akkor az  $l_{\text{opt.}}/d$  viszony értéke csökken, ha az  $m = s_1/d$  viszony értékét megnöveljük.

VI. Az optimális csapágytámaszköz és a tengelyátmérő  $l_{\text{opt.}}/d$  viszonyának értékváltozási tartománya

Az előzőkben láttuk, hogy az  $m = s_1/d$  paraméterviszony értékének a növelésekor az  $l_{\text{opt.}}/d$  viszony értéke csökken (8. tétel), és ugyanez következik be akkor is, ha az  $s_2/s_1$  viszony értékét növeljük (7. tétel). Ezzel kapcsolatban azt kérdezzük, hogy mi az optimális csapágytámaszköz és a  $d$  tengelyátmérő  $l_{\text{opt.}}/d$  viszonyának a lehetséges legkisebb és legnagyobb értéke. Az előzőkben már utaltunk arra, hogy az (1') alatti harmadfokú egyenletnek egyetlen pozitív gyöke, vagyis az  $l_{\text{opt.}}$  abban az esetben írható fel valós alakban a Cardan-képlettel, ha az egyenlet diszkriminánsa nem negatív, tehát:

$$a^2 + p^3 \geq 0.$$

Ide  $p$  és  $q$  (3) alatti jelentését beírva azt kapjuk, hogy abban az esetben, amikor az optimális csapágytámaszköz a Cardan-képlettel felírható, teljesülnie kell a következő egyenlőtlenségnek:

$$\frac{\sigma^2}{4} \geq \frac{hd^4}{27 s_1^3 c^3};$$

vagy mivel  $s_1 \geq s_2$  és így (2') szerint

$$\sigma = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} \geq \frac{2}{s_1},$$

fenn kell állnia a következő egyenlőtlenségnek:

$$\frac{1}{s_1^2} \geq \frac{hd^4}{27 s_1^3 c^3},$$

ahonnan

$$1 \geq \frac{hd^4}{27 s_1 c^3}.$$

Ide a  $c/d = \kappa$  és  $s_1/d = m$  jelölést bevezetve és  $h$  (2) alatti értékét beírva, azt kapjuk, hogy  $\kappa$  és  $m$  minden lehetséges értékre teljesülnie kell az

$$m \geq \frac{10^6}{27 \times 1,62 \cdot \kappa^3}$$

egyenlőtlenségek. Mivel az egyenlőtlenség jobb oldalának lehetséges legnagyobb értéke  $\kappa = 1$ -re:  $10^6/27 \times 1,62$ , azért az egyenlőtlenség bal oldalán álló  $m = s_1/d$  arány legkisebb értéke a következő lehet:

$$m = \frac{10^6}{27 \times 1,62} = 22\,862.$$

Ez az érték valóban megfelel a [3] cikkben levezetett „az esetek túlnyomó többségében fennálló” [3] (11) alatti egyenlőtlenségnek, amely  $c^3s/d^4 = \kappa^3m$ -re a

$$\kappa^3m > 22\,900$$

alsó korlátot adja meg. Ezek szerint a Cardan-képlettel az optimális csapágytámaszközt minden tekintetbe jövő esetben elő tudjuk állítani.

Mivel a 3. tétel szerint rögzített  $d$  tengelyátmérőnél a csapágymerevségnek ( $s_1 = s_2$ ), valamint a konzolhossznak, a  $c$ -nek csökkentése növeli az  $l_{\text{opt}}$  optimális csapágytámaszközt, azért  $l_{\text{opt}}$  és  $l_{\text{opt}}/d$  is a lehetséges legnagyobb értéket akkor éri el, amikor  $\kappa$  és  $m$  a lehető legkisebb, vagyis

$$\kappa = 1 \quad \text{és} \quad m = 22\,862.$$

Ebben az esetben az (1') egyenlet diszkriminánsa nulla, amikor is az (5') kifejezésben a négyzetgyökjel alatti differencia eltűnik és (5') a következő egyszerű alakot ölti fel:

$$\frac{l_{\text{opt.}}}{d} = 2 \sqrt[3]{h \frac{d}{s}} = 2 \sqrt[3]{\frac{h}{m}};$$

ide  $h = 10^6/1,62$  és  $m = 10^6/27 \times 1,62$  értékét beírva

$$\frac{l_{\text{opt.}}}{d} = 2 \sqrt[3]{27} = 6,$$

tehát

$$\max \frac{l_{\text{opt.}}}{d} = 6.$$

Az  $l_{\text{opt.}}/d$  lehetséges legkisebb értékét meg akkor kapjuk meg, amikor  $\kappa$  és  $m = s_1/d$  a lehető legnagyobb, vagyis [7] szerint

$$\kappa = 8$$

és

$$m = s_1/d = 230\,000.$$

Ezekkel az (5')-ből a legkisebb  $l_{\text{opt.}}/d$ -re nyerjük, hogy:

$$\begin{aligned} \frac{l_{\text{opt.}}}{d} &= \sqrt[3]{\frac{10^6}{1,62} \frac{1}{23 \cdot 10^4}} + \sqrt[3]{\left(\frac{10^6}{1,62}\right)^2 \frac{1}{23^2 10^8} - \frac{10^{18}}{1,62^3} \frac{1}{27} \frac{1}{23^3 \cdot 10^{12}} \frac{1}{8^3}} + \\ &+ \sqrt[3]{\frac{10^6}{1,62} \frac{1}{23 \cdot 10^4}} - \sqrt[3]{\left(\frac{10^6}{1,62}\right)^2 \frac{1}{23^2 10^8} - \frac{10^{18}}{1,62^3} \frac{1}{27} \frac{1}{23^3 \cdot 10^{12}} \frac{1}{8^3}} = \\ &= \sqrt[3]{5,3673} + \sqrt[3]{0,0003} = 1,7508 + 0,0669 \approx 1,8. \end{aligned}$$

Tehát az  $m = s_1/d$  viszony növelése, vagyis rögzített  $d$  esetében az  $s_1$  merevség növelése ( $s_2 = s_1$  esetében) lényegesen csökkenti az  $l_{\text{opt.}}/d$  viszony értékét. A továbbiakban részletes vizsgálatnak vetjük alá az  $l_{\text{opt.}}/d$  csökkenésének a mértékét abban az esetben, amikor az  $s = s_1 = s_2$  csapágymerevség növekszik.

### VII. Az $l_{\text{opt.}}/d$ kifejezés sorbafejtése

Mivel az (1') alatti harmadfokú egyenlet normált alakjában (1\*) alatti-ban (3)-szerint az elsőfokú tag és az állandó tag is negatív, azaz

$$p < 0, \text{ és } q < 0,$$

azért az  $l_{\text{opt.}}$  gyöknek a Cardan-képlettel való előállítás a következő formában is felírható:

$$\begin{aligned} l_{\text{opt.}} &= \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}} = \\ &= \sqrt[3]{|q| + \sqrt{q^2 - |p|^3}} + \sqrt[3]{|q| - \sqrt{q^2 - |p|^3}} = \\ &= \sqrt[3]{|q|} \left( \sqrt[3]{1 + \sqrt{1 - \frac{|p|^3}{q^2}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{1 - \frac{|p|^3}{q^2}}} \right). \end{aligned} \tag{7}$$

Legyen itt rövidség kedvéért

$$\sqrt[3]{1 - \frac{|p|^3}{q^2}} = a$$

és határozzuk meg a (7) alatti kerek zárójelben található

$$\sqrt[3]{1+a} + \sqrt[3]{1-a}$$

összegnek  $a$  szerinti sorbafejtését. Az általános binomiális tétel szerint:

$$\sqrt[3]{1+a} = 1 + \binom{1/3}{1} a + \binom{1/3}{2} a^2 + \binom{1/3}{3} a^3 + \binom{1/3}{4} a^4 + \dots$$

$$\sqrt[3]{1-a} = 1 - \binom{1/3}{1} a + \binom{1/3}{2} a^2 - \binom{1/3}{3} a^3 + \binom{1/3}{4} a^4 - \dots$$

A megfelelő oldalakat összeadva:

$$\sqrt[3]{1+a} + \sqrt[3]{1-a} = 2 \left[ 1 + \binom{1/3}{2} a^2 + \binom{1/3}{4} a^4 + \binom{1/3}{6} a^6 + \dots \right].$$

A binomiális együttható abszolút értékét  $C_k$ -val jelölve, mivel értéke páros  $k$ -ra negatív, azért írhatjuk, hogy

$$\binom{1/3}{2i} = -C_{2i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots);$$

amit az előbbi sorfejtésbe behelyettesítve:

$$\sqrt[3]{1+a} + \sqrt[3]{1-a} = 2(1 - C_2 a^2 - C_4 a^4 - C_6 a^6 - \dots), \quad (7')$$

ahol az együtthatók számértékei:

$$C_2 = \frac{1}{9}; \quad C_4 = \frac{10}{243}; \quad C_6 = \frac{154}{6561}; \quad \dots$$

(7') hatványsorban a hatványalap:

$$a = \sqrt[3]{1 - \frac{|p|^3}{q^2}},$$

ahová  $p$  és  $q$  (3) alatti értékeit beírva, továbbá figyelemmel arra, hogy  $s_1 = s_2$  esetében:  $\sigma = 2/s_1$ , az  $a$ -ra adódik, hogy

$$a = \sqrt{1 - \frac{h}{27} \left(\frac{d}{c}\right)^3 \frac{d}{s_1}},$$

vagy a  $c/d = \kappa$  és  $s_1/d = m$  jelölésekkel:

$$a = \sqrt{1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m}}.$$

Ezt az  $a$  értéket a (7') alatti jobb oldalába beírva és figyelembe véve azt, hogy (7') a (7) alatti jobb oldalán a kerek zárójelben álló kifejezéssel egyenlő, a (7) alatti alapján az  $l_{opt.}/d$  aránynak a következő végtelen sorba fejtett alakját nyerjük:

$$\frac{l_{opt.}}{d} = 2 \sqrt[3]{\frac{h}{m}} \left[ 1 - C_2 \left(1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m}\right) - C_4 \left(1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m}\right)^2 - C_6 \left(1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m}\right)^3 - \dots \right], \tag{8}$$

ahol a  $C_{2i}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) együtthatók a binomiális együtthatók abszolút értékével egyenlők:

$$C_2 = \frac{1}{9}; \quad C_4 = \frac{10}{243}; \quad C_6 = \frac{154}{6561}; \dots$$

A (8) alatti előállításból nyomban látható, hogy ha  $m = s_1/d$  növekszik, akkor a zárójelben álló hatványsor negatív részének az abszolút értéke is nő és így  $l_{opt.}/d$  csökken; vagyis rögzített  $d$ -re, ha  $s_1$  növekszik, akkor az  $l_{opt.}/d$  viszony és így az  $l_{opt.}$  támaszköz is csökken, ha a  $c$  konzolhossz értéke nem és így a  $\kappa$  sem csökken (3. tétel).

### VIII. Az $l_{opt.}/d$ kifejezés értékváltozásának a vizsgálata

Növeljük meg az  $s = s_1 = s_2$  csapágymerevséget, vegyünk tehát az  $s$  helyett ( $k \cdot s$ ) merevséget, ahol  $k > 1$ . Ekkor a (1') alatti egyenletnek az alakja, amely most  $s_1 = s_2 = s$  folytán a következő:

$$l^3 - \frac{hd^4}{sc} l - \frac{2hd^4}{s} = 0, \tag{1''}$$

így módosul:

$$l^3 - \frac{hd^4}{ks \cdot c} l - \frac{2hd^4}{ks} = 0. \quad (k > 1)$$

Most már, ha  $l$  az előbbi (1'') alatti egyenletnek egyetlen pozitív gyöke, akkor az utóbb felírt egyenlet egyetlen pozitív gyöke, mivel  $k > 1$ , nyilván kisebb mint  $l$ , vagyis ennek a gyöknek az értéke:

$$\vartheta l,$$

ahol

$$0 < \vartheta < 1.$$

Tehát

$$(\vartheta l)^3 - \frac{hd^4}{ks \cdot c} \vartheta l - \frac{2hd^4}{k \cdot s} = 0.$$

Mivel ennek a  $\vartheta$ -ban harmadfokú egyenletnek normált alakja:

$$\vartheta^3 - \frac{hd^4}{ks \cdot cl^2} \vartheta - \frac{2hd^4}{k \cdot sl^3} = 0,$$

azért a  $\vartheta$  gyöknek a kifejezése a Cardan-képlettel — azaz (7) szerint — mivel

$$p = -\frac{hd^4}{3kscl^2} \quad \text{és} \quad q = -\frac{hd^4}{ksl^3}$$

a következő:

$$\vartheta = \sqrt[3]{\frac{hd^4}{k \cdot s \cdot l^3}} \left[ \sqrt[3]{1 + \sqrt{1 - \frac{hd^4}{27ksc^3}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{1 - \frac{hd^4}{27ksc^3}}} \right].$$

Ha ide bevezetjük az előbbi  $c/d = \kappa$  és  $s_1/d = m$  jelöléseket, akkor:

$$\vartheta = \frac{d}{l} \sqrt[3]{\frac{h}{km}} \left[ \sqrt[3]{1 + \sqrt{1 - \frac{h}{27km\kappa^3}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{1 - \frac{h}{27km\kappa^3}}} \right].$$

Itt a zárójelben álló kifejezés végtelen sorba fejtt alakját a (7') alatti szolgáltatja, ha ott:

$$a = \sqrt[3]{1 - \frac{h}{27k\kappa^3m}}.$$



Eszerint:

$$\vartheta = \frac{d}{l} \sqrt[3]{\frac{h}{km}} 2 \left[ 1 - C_2 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 mk} \right) - C_4 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 mk} \right)^2 - \dots \right].$$

Ha ide  $l/d$  (8) alatti kifejezését beírjuk ( $l_{opt.} = l$ ), akkor végül  $\vartheta$ -ra a következő előállítást nyerjük:

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt[3]{k}} \frac{1 - C_2 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 mk} \right) - C_4 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 mk} \right)^2 - \dots}{1 - C_2 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m} \right) - C_4 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m} \right)^2 - \dots}.$$

Tehát, ha az  $s_1 = s_2 = s$  csapágymerevséget a  $k$ -szorosára növeljük ( $k > 1$ ), akkor az optimális csapágytámaszköz a  $\vartheta$ -szorosára csökken, ahol  $\vartheta$  valódi tört, mert az előbbi végtelen soros előállításban a számlálóban álló végtelen sorban az 1 után álló negatív rész abszolút értéke nagyobb, mint a nevezőben az 1 után álló negatív rész abszolút értéke. Ennek a  $\vartheta$  valódi törtnek az értékére akarunk becsléseket végezni a továbbiakban, ahol alkalmazni fogunk egy a következő IX. fejezetben bebizonyítandó általános egyenlőtlenséget.

### IX. Egy általános egyenlőtlenség bebizonyítása

Jelentsen  $\kappa$  és  $k$  két olyan pozitív számot, amelyre:

$$\kappa \geq 1 \text{ és } k \geq 1;$$

jelölje továbbá  $C_i$  a binomiális együttható abszolút értékét, tehát

$$C_i = \left| \binom{1/3}{i} \right|.$$

Ekkor mindig fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$\begin{aligned} & \frac{1 - C_2 \left( 1 - \frac{1}{\kappa k} \right) - C_4 \left( 1 - \frac{1}{\kappa k} \right)^2 - C_6 \left( 1 - \frac{1}{\kappa k} \right)^3 - \dots}{1 - C_2 \left( 1 - \frac{1}{\kappa} \right) - C_4 \left( 1 - \frac{1}{\kappa} \right)^2 - C_6 \left( 1 - \frac{1}{\kappa} \right)^3 - \dots} \geq \\ & \geq 1 - C_2 \frac{k-1}{k} - C_4 \left( \frac{k-1}{k} \right)^2 - C_6 \left( \frac{k-1}{k} \right)^3 - \dots \end{aligned} \tag{9}$$

Bebizonyítjuk, hogy a (9) bal oldalán álló törtkifejezés, amely  $x$ -nak a függvénye, legkisebb értékét  $x = 1$ -re veszi fel, amivel a (9) alatti egyenlőtlenség is igazolást nyer, mivel (9)-nek a bal oldala  $x = 1$ -re éppen az egyenlőtlenségnek a jobb oldalával egyenlő.

Vezessük be (9) alatti egyenlőtlenségbe az

$$x = 1 - \frac{1}{\kappa}$$

új változót, amely a  $(0; 1)$  intervallumban változik, ha  $\kappa$  befutja az  $(1; \infty)$  intervallumot. Ekkor (9) alatti a következő alakot ölti:

$$\frac{1 - C_2 \frac{k-1+x}{k} - C_4 \left( \frac{k-1+x}{k} \right)^2 - C_6 \left( \frac{k-1+x}{k} \right)^3 - \dots}{1 - C_2 x - C_4 x^2 - C_6 x^3 - \dots} \geq$$

$$\geq 1 - C_2 \frac{k-1}{k} - C_4 \left( \frac{k-1}{k} \right)^2 - C_6 \left( \frac{k-1}{k} \right)^3 - \dots \quad 0 \leq x \leq 1$$

Ha az egyenlőtlenség bal oldalán álló törtkifejezés nevezőjét mint  $x$ -nek a függvényét  $F(x)$ -szel jelöljük:

$$F(x) = 1 - C_2 x - C_4 x^2 - C_6 x^3 - \dots - C_{2k} x^k - \dots,$$

akkor a bebizonyítandó egyenlőtlenség:

$$\frac{F\left(\frac{k-1+x}{k}\right)}{F(x)} \geq F\left(\frac{k-1}{k}\right). \quad (9')$$

Ha ennek a (9')-nek a bal oldaláról megmutatjuk, hogy annak értéke monoton nő, ha az  $x$  0-tól 1-ig változik, akkor a (9') egyenlőtlenség is igazolást nyer, mert  $x = 0$ -ra a (9') bal oldala — minthogy  $F(0) = 1$  — éppen  $F[(k-1)/k]$ -val, vagyis a (9') jobb oldalával egyenlő.

Írjuk fel a (9') bal oldalának számlálójában álló függvény argumentumát a következő alakban:

$$\frac{k-1+x}{k} = x + h,$$

ahol

$$h = \frac{k-1}{k} (1-x).$$

Ezt a (9') alatti egyenlőtlenségbe beírva, az a következő alakot nyeri:

$$\frac{F(x+h)}{F(x)} \geq F\left(\frac{k-1}{k}\right), \quad (9'')$$

ahol

$$h = \frac{k-1}{k}(1-x); \quad (0 \leq x \leq 1).$$

Az előbbieket szerint azt fogjuk megmutatni, hogy (9'') bal oldala, vagyis az

$$\frac{F(x+h)}{F(x)}$$

törtkifejezés monoton nő, ha  $x$  növekszik 0-tól 1-ig. Ennek bebizonyításához vizsgálni fogjuk a

$$h \cdot \frac{F'(x)}{F(x)} \quad \text{és} \quad h = \frac{k-1}{k}(1-x)$$

kifejezés abszolút értékének a változását, ha  $x$  növekszik 0-tól 1-ig. Ennél a vizsgálatnál alkalmazást nyer a következő:

*Segédétel.* A negatív

$$h \frac{F'(x)}{F(x)}$$

kifejezés abszolút értéke csökken, ha  $x$  növekszik 0-tól 1-ig, ahol

$$h = \frac{k-1}{k}(1-x).$$

*Bizonyítás.* A (7') alatti kifejtés szerint, ha abban  $a = \sqrt{x}$ , az  $F(x)$  függvény a következő elemi alakban írható fel:

$$F(x) = 1 - C_2 x - C_4 x^2 - C_6 x^3 - \dots = \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}}}{2}$$

Eszerint  $F(x)$   $x$  szerinti deriváltja:

$$F'(x) = - \frac{(1+\sqrt{x})^{2/3} - (1-\sqrt{x})^{2/3}}{12\sqrt{x}(1-x)^{2/3}}$$

és így az

$$F(x) = \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}}}{2}$$

előállítás figyelembevételével a vizsgálandó kifejezés:

$$h \frac{F'(x)}{F(x)} = -\frac{k-1}{6k} \sqrt[3]{-x} \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} - \sqrt[3]{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}, \quad (9^*)$$

ahol

$$h = \frac{k-1}{k} (1-x).$$

Ebből látható, hogy  $h \cdot F'(x)/F(x)$  negatív, ha  $0 < x < 1$ . A (9\*) alattiban a jobb oldalon álló:

$$\sqrt[3]{1-x} \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} - \sqrt[3]{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$$

kifejezésbe vezessük be az

$$y = \sqrt{x}$$

új változót:

$$\sqrt[3]{1-y^2} \frac{\sqrt[3]{1+y} - \sqrt[3]{1-y}}{y}. \quad (10)$$

Legyen itt röviden

$$\sqrt[3]{1+y} = a, \quad \sqrt[3]{1-y} = b$$

és az

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

identitásból adódó

$$a-b = \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$$

összefüggésbe írjuk be  $a$  és  $b$  előbb megadott értékét. Ekkor

$$\sqrt[3]{1+y} - \sqrt[3]{1-y} = \frac{2y}{\sqrt[3]{(1+y)^2} + \sqrt[3]{1-y^2} + \sqrt[3]{(1-y)^2}}$$

Ezt a (10) alattiban álló törtkifejezés számlálójába behelyettesítve, a (10) alatti értéke:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{1-y^2} \frac{\sqrt[3]{1+y} - \sqrt[3]{1-y}}{y} &= \sqrt[3]{1-y^2} \frac{2}{\sqrt[3]{(1+y)^2} + \sqrt[3]{1-y^2} + \sqrt[3]{(1-y)^2}} = \\ &= \frac{2}{\sqrt[3]{\frac{1+y}{1-y}} + 1 + \sqrt[3]{\frac{1-y}{1+y}}} \end{aligned}$$

Ha ide bevezetjük az

$$u = \sqrt[3]{\frac{1+y}{1-y}}$$

új változót, akkor a (10) alatti kifejezésre a következő előállítást nyerjük:

$$\sqrt[3]{1-y^2} \frac{\sqrt[3]{1+y} - \sqrt[3]{1-y}}{y} = \frac{2}{u+1+\frac{1}{u}}$$

Most már, ha itt az  $u$  változik 1-től  $\infty$ -ig, akkor  $y$  változik 0-tól 1-ig, és mivel a nevező  $u$  szerinti differenciálhányadosa:

$$\frac{d}{du} \left( u+1+\frac{1}{u} \right) = 1 - \frac{1}{u^2}$$

pozitív, ha  $1 < u < \infty$ , azért a nevező értéke növekszik, ha  $u$  1-től  $\infty$ -ig nő. Ez a (10) alatti előállítás értelmében azt mondja, hogy a (10) alatti, vagyis a (9\*) alatti jobb oldalának abszolút értéke csökken, ha  $x$  0-tól 1-ig növekszik. Tehát, ha  $x'$  valamilyen, az  $x$ -nél nagyobb értéket (de valódi törtet) jelent, vagyis

$$0 < x < x' < 1$$

és

$$h' = (1-x') \frac{k-1}{k},$$

akkor (9\*) alattira fennáll, hogy

$$\frac{h|F'(x)|}{F(x)} > \frac{h'|F'(x')|}{F(x')} \tag{11}$$

és ezzel a segédtevélt bebizonyítottuk.

Visszatérve ezután az  $F(x+h)/F(x)$  kifejezés vizsgálatához

$$h = \frac{k-1}{k} (1-x),$$

amelyről azt akarjuk bebizonyítani, hogy értéke nő, ha  $x$  nő 0-tól 1-ig, határozzuk meg e kifejezés differenciálhányadosát:

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{F(x+h)}{F(x)} \right] = \frac{F'(x+h) \frac{d(x+h)}{dx} F(x) - F'(x) \cdot F(x+h)}{[F(x)]^2}; \quad \left[ h = \frac{k-1}{k} (1-x) \right].$$

Erről a differenciálhányadosról megmutatjuk, hogy annak értéke mindig pozitív, ha  $0 < x < 1$ . Mivel a  $h$  definíciója szerint az előbbi kifejezés számlálójában fellépő differenciálhányados értéke:

$$\frac{d(x+h)}{dx} = 1 - \frac{k-1}{k} = \frac{1}{k};$$

továbbá az  $F'(x)$  derivált értéke az

$$F(x) = 1 - C_2x - C_4x^2 - C_6x^3 - \dots$$

sorelőállítás szerint mindig negatív, azért a vizsgált differenciálhányados, azaz

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{F(x+h)}{F(x)} \right)$$

számlálóját a következő alakban is felírhatjuk:

$$F'(x+h) \frac{d(x+h)}{dx} F(x) - F'(x) F(x+h) = -|F'(x+h)| \frac{1}{k} F(x) + |F'(x)| F(x+h).$$

A számlálónak ez a kifejezése pedig akkor pozitív, ha

$$|F'(x)| F(x+h) > |F'(x+h)| \frac{1}{k} F(x),$$

vagyis, ha fennáll, hogy:

$$\frac{|F'(x)|}{F(x)} > \frac{1}{k} \frac{|F'(x+h)|}{F(x+h)}. \tag{12}$$

De az előbbiekben bebizonyított segédtevélt szerint, azaz a (11) alatti egyenlőtlenség szerint, ha abban  $x' = x + h$ , fennáll, hogy

$$\frac{|F'(x)|}{F(x)} > \frac{h'}{h} \frac{|F'(x+h)|}{F(x+h)}.$$

Így a (12) alatti is teljesül, amikor

$$\frac{h'}{h} \geq \frac{1}{k}$$

vagy tekintettel  $h$  és  $h'$  jelentésére

$$\left[ h = (1-x) \frac{k-1}{k}; h' = (1-x') \frac{k-1}{k} \right],$$

ha

$$\frac{1-x'}{1-x} \geq \frac{1}{k}.$$

Ez szélső esetben, amikor az egyenlőség jele érvényes, azaz:

$$\frac{1-x'}{1-x} = \frac{1}{k}$$

éppen azt jelenti, hogy

$$x' = \frac{k-1+x}{k} = x + \frac{k-1}{k}(1-x) = x+h; 0 \leq x \leq 1,$$

vagyis hogy az  $x$ -nél nagyobb  $x'$  értéket a  $(0; 1)$  intervallumból választottuk, tekintettel arra, hogy fennáll az

$$x' = \frac{k-1+x}{k} \leq 1$$

egyenlőtlenség, ha

$$x \leq 1.$$

Ezzel azt mutattuk meg, hogy a (9') alatti bal oldalán álló függvény  $x$  szerinti differenciálhányadosa mindig pozitív és ennél fogva a függvény monoton növekszik, ha  $x$  0-tól 1-ig változik. Ezzel a (9') alatti egyenlőtlenség helyessége is igazolást nyert, és maga a (9) alatti egyenlőtlenség is, ami bebizonyítandó volt.

### X. Az optimális csapágytámaszköz csökkenésének a becslése, a csapágymerevség növelésénél

A VIII. fejezetben levezettük, hogy ha az  $s_1 = s_2 = s$  csapágymerevséget a  $k$ -szorosára növeljük ( $k > 1$ ), akkor az  $l_{\text{opt}}$  optimális csapágytámaszköz a  $(\vartheta \cdot l_{\text{opt}})$ -ra csökken, ahol a  $\vartheta$  tört értéke:

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt[3]{k}} \frac{1 - C_2 \left(1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m k}\right) - C_4 \left(1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m k}\right)^2 - C_6 \left(1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m k}\right)^3 - \dots}{1 - C_2 \left(1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m}\right) - C_4 \left(1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m}\right)^2 - C_6 \left(1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m}\right)^3 - \dots}$$

Ennek az 1-nél kisebb  $\vartheta$  faktornak az értékére akarunk becslést végezni és ehhez abból az esetből indulunk ki, amikor a  $\vartheta$  előbbi végtelensoros elő-

állításában az  $m = s_1/d$  viszonyszám értéke a lehető legkisebb. Ez azt jelenti, hogy a lehető legkisebb  $s_1$  csapágyerevséget tekintjük és ezt a merevséget növeljük majd meg a  $k$ -szorosára. A VI. fejezet megfontolásai szerint az  $m = s_1/d$  arány legkisebb lehetséges értéke:

$$m = \frac{10^6}{27 \cdot 1,62}$$

Erre az  $m$  értékre a  $\vartheta$  előbbi végtelensoros előállításában, a nevezőben a kerek zárójelekben fellépő

$$\frac{h}{27\kappa^3 m}$$

kivonandó értéke — mivel  $h = 10^6/1,62$  — a következőképp egyszerűsödik:

$$\frac{h}{27 \kappa^3 m} = \frac{\frac{10^6}{1,62}}{27 \kappa^3 \frac{10^6}{27 \cdot 1,62}} = \frac{1}{\kappa^3}$$

Eszerint az  $m$  lehetséges legkisebb értékére a  $\vartheta$  előbbi előállítása a következő alakú lesz:

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt[3]{k}} \cdot \frac{1 - C_2 \left(1 - \frac{1}{\kappa^3 k}\right) - C_4 \left(1 - \frac{1}{\kappa^3 k}\right)^2 - C_6 \left(1 - \frac{1}{\kappa^3 k}\right)^3 - \dots}{1 - C_2 \left(1 - \frac{1}{\kappa^3}\right) - C_4 \left(1 - \frac{1}{\kappa^3}\right)^2 - C_6 \left(1 - \frac{1}{\kappa^3}\right)^3 - \dots}$$

Itt  $\kappa = 1, 2, 4, 8$  és így  $\kappa^3 \geq 1$ , vagyis  $\kappa^3$  olyan változó, amelynek értéke nagyobb mint 1. Ezért a  $\kappa^3$  hatványt egyszerűen  $\kappa$ -val jelölve, ahol  $\kappa \geq 1$ , a  $\vartheta$  előbb felírt előállításában az  $1/\sqrt[3]{k}$  mellett álló törtkifejezés a (9) alatti egyenlőtlenségnek a bal oldalával lesz azonos és így (9) alatti egyenlőtlenségnek a jobb oldala  $\vartheta$ -ra a következő alsó korlátot szolgáltatja:

$$\vartheta \geq \frac{1}{\sqrt[3]{k}} \left[ 1 - C_2 \frac{k-1}{k} - C_4 \left(\frac{k-1}{k}\right)^2 - C_6 \left(\frac{k-1}{k}\right)^3 - \dots \right]$$

Ebben az előállításban fellépő végtelen sor értéke (7') szerint, ha abban

$$a = \sqrt{\frac{k-1}{k}}$$

a következő elemi alakban írható fel:

$$1 - C_2 \left( \frac{k-1}{k} \right) - C_4 \left( \frac{k-1}{k} \right)^2 - C_6 \left( \frac{k-1}{k} \right)^3 - \dots =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt{\frac{k-1}{k}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{\frac{k-1}{k}}}}{2}$$

Ezzel az alsó korlát, amelyet  $K(k)$ -val jelölünk:

$$\vartheta \geq \frac{1}{\sqrt[3]{k}} \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt{\frac{k-1}{k}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{\frac{k-1}{k}}}}{2} = K(k).$$

Az alsó korlátnak a végtelensoros előállításából közvetlenül látható, hogy az legkisebb értékét  $k$ -nak a lehetséges legnagyobb értékére veszi fel, amely [7] szerint:  $k = 8$ . Erre a  $k$ -ra a legkisebb alsó korlát:

$$K(8) = 0,412.$$

$k = 2$ -re az alsó korlát:

$$K(2) = 0,7378$$

és  $k = 4$ -re

$$K(4) = 0,5489.$$

A  $(\vartheta l_{\text{opt.}})$ -ra csökkent optimális támaszközre a csökkenés mértéke:

$$\frac{l_{\text{opt.}} - \vartheta l_{\text{opt.}}}{l_{\text{opt.}}} = (1 - \vartheta) 100\%,$$

amelynek legnagyobb értéke nyilván akkor lép fel, amikor  $\vartheta$  éppen az alsó korláttal egyenlő. Eszerint, ha az  $s_1$  csapágymerevséget  $k = 2$ -szeresére,  $k = 4$ -szeresére, illetve  $k = 8$ -szorosára növeljük, akkor az optimális csapágytámaszköz a közöltek szerint hosszának a

$$[1 - K(2)]100 = (1 - 0,7378)100 = 26,$$

$$[1 - K(4)]100 = (1 - 0,5489)100 = 45,$$

illetve

$$[1 - K(8)]100 = (1 - 0,412)100 = 58,8$$

%-ával csökkenhet.

Tehát ha a csapágymerevséget  $p\%$ -kal megnöveljük, akkor ha  $p \leq 100$ , az optimális támaszköz hosszának kb.  $1/3$ -ával fog csökkenni ( $k = 2$  eset).



**XI. A csapágymeresvségek viszonyának befolyása az optimális csapágytámaszköz értékére eltérő mellső, illetve hátsó csapágymeresvség esetén**

Tegyük fel most, hogy a főorsó hátsó csapágyának meresvsége nem egyezik meg a mellső csapágy meresvségével. Tehát legyen a mellső csapágy meresvsége  $s_1$ , a hátsó csapágyé  $s_2$  és

$$s_1 > s_2.$$

Vezessük be a két meresvség viszonyára az

$$\frac{s_2}{s_1} = k \quad (0 < k < 1)$$

jelölést; ennek megfelelően a hátsó csapágy meresvsége:

$$s_2 = ks_1.$$

A két különböző csapágymeresvség esetében az optimális csapágytámaszköz értéke a (4) alatti képletből határozható meg. Írjuk be ebbe a képletbe az

$$s_2 = ks_1,$$

$$s_1 = md$$

és

$$c = \kappa d$$

értékeket, akkor az optimális csapágytámaszközre a következő előállítást nyerjük:

$$l_{opt.} = d \sqrt[3]{\frac{h}{2m} \left(1 + \frac{1}{k}\right)} \times \left\{ \sqrt[3]{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{k}\right)^2}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{k}\right)^2}} \right\}.$$

Mivel a harmadfokú egyenletnek (amelynek gyöke az  $l_{opt.}$ ) a normált alakjában [(1\*) alattiban] az állandó tag kifejezése most:

$$2q = -\frac{hd^3}{m} \left(1 + \frac{1}{k}\right),$$

azért az állandó tag abszolút értéke csökken, ha a  $k = s_2/s_1$  viszonyszám növekszik. Ebben az esetben az egyenlet pozitív valós gyökének az értéke is

csökken. Tehát ha a  $k$  viszony növekszik, akkor az optimális csapágytámaszköz csökken. Vagy fordítva, ha a hátsó csapágy  $s_2$  merevsége csökken a mellsőhöz viszonyítva, akkor az optimális csapágytámaszköz növekszik. Vizsgáljuk meg ennek a változásnak a mértékét és e célból vezessük be  $k$  helyett az

$$u = \sqrt[3]{1 + \frac{1}{k}}$$

új változót. Ekkor az optimális támaszköz előbbi képlete:

$$l_{\text{opt.}} = d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} u \left\{ \sqrt[3]{1 + \sqrt[3]{1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{u^6}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt[3]{1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{u^6}}} \right\}. \quad (12')$$

Ha  $u$  értéke nő, vagyis  $k$  csökken, akkor  $l_{\text{opt.}}$  is nő (mert a harmadfokú egyenlet konstans tagjának abszolút értéke,  $2|q|$  is növekszik). Vizsgáljuk az  $l_{\text{opt.}}$  növekedésének a mértékét, ha  $k$  értéke csökken 1-től 0,5-ig, vagyis  $u$  növekszik  $\sqrt[3]{2}$ -től  $\sqrt[3]{3}$ -ig.

Először tekintsük azt az esetet, amikor a konzol hosszú, vagyis  $\kappa$  nagy, tehát  $\kappa = 8$ . Ebben az esetben, mivel  $m$ -re fennáll, hogy

$$m \geq \frac{10^6}{27 \cdot 1,62},$$

továbbá

$$h = \frac{10^6}{1,62},$$

azért az  $l_{\text{opt.}}$  (12') kifejezésében a négyzetgyökjel alatt az 1 után álló törtre a következő felső korlátot írhatjuk fel:

$$\frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{u^6} \leq \frac{4}{27} \frac{10^6}{1,62} \frac{27 \cdot 1,62}{10^6 \kappa^3} \frac{1}{u^6} = \frac{4}{\kappa^3} \frac{1}{u^6} \leq \frac{4}{8^3} \frac{1}{2^2} = \frac{1}{512} = 0,00195.$$

Mivel ez kis érték, azért az  $l_{\text{opt.}}$  kifejezésében a négyzetgyök értéke 1-nek vehető, és  $l_{\text{opt.}}$ -ra írhatjuk, hogy

$$l_{\text{opt.}} = d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \cdot u \sqrt[3]{2}.$$

Ennélfogva az  $l_{\text{opt.}}$  növekedésének a mértékét, ha  $u$  változik  $\sqrt[3]{2}$ -től  $\sqrt[3]{3}$ -ig, a következő törtekifejezés adja meg:

$$\frac{d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{3} - d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{2}}{d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{1,5} - 1 = 1,1447 - 1 = 0,144 \approx 14\%.$$

Tehát arra az eredményre jutottunk, hogy nagy konzolhossz esetében az optimális csapágytámaszköz hossza kb. 14%-kal megnövekszik, ha a hátsó csapágy merevségét a mellső csapágy merevségének a felére csökkentjük ( $k = 0,5$ ).

Ezután tekintsük a rövid konzol esetét, amikor  $\kappa = 1$ . Ekkor az  $l_{opt}$ . kifejezésben a négyzetgyökjel alatt álló differencia:

$$1 - \frac{4}{27} \frac{10^6}{1,62} \frac{1}{m} \frac{1}{u^6}.$$

Ha itt  $m = 10^6 / (27 \cdot 1,62)$ , vagyis a legkisebb  $s_1$  mellső csapágy merevséget vesszük, akkor a négyzetgyökjel alatti differencia:

$$1 - \frac{4}{u^6},$$

amelynek értéke  $u = \sqrt[3]{2}$ -re nulla. Ebben az  $u = \sqrt[3]{2}$ -nek megfelelő esetben az optimális támaszköz előbbi képletéből:

$$l_{opt.} = d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{2} \cdot 2.$$

$u = \sqrt[3]{3}$ -ra pedig, mivel ebben az esetben a négyzetgyökjel alatti differencia

$$1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9},$$

és így  $\sqrt[3]{9} = 0,74536$ , az optimális támaszköz:

$$\begin{aligned}
 l_{\text{opt.}} &= d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{3} \{ \sqrt[3]{1+0,74536} + \sqrt[3]{1-0,74536} \} = \\
 &= d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{3} \{ \sqrt[3]{1,74536} + \sqrt[3]{0,25464} \} = \\
 &= d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{3} \cdot 1,83781.
 \end{aligned}$$

Ezek szerint az  $m = 10^6/(27 \cdot 1,62)$ -nek megfelelő leggyengébb  $s_1$  csapágy-merevségre, az optimális támaszköz relatív növekedésének a mértéke, ha a hátsó csapágy  $s_2$  merevsége a mellső csapágy  $s_1$  merevségének a felére csökken ( $s_2 = 0,5 s_1$ ) a következő lesz:

$$\begin{aligned}
 &\frac{d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{3} \cdot 1,83781 - d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{2} \cdot 2}{d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{2} \cdot 2} = \\
 &= \sqrt[3]{1,5} \cdot 0,9189 - 1 = 1,0518 - 1 = 0,0518 \approx 5\%.
 \end{aligned}$$

Ha a mellső csapágy most tekintett  $s_1$  merevségét a kétszeresére növeljük, amikor a megfelelő

$$m = 2 \frac{10^6}{27 \cdot 1,62},$$

akkor  $l_{\text{opt.}}$  kifejezésében a négyzetgyökjel alatt álló differencia

$$1 - \frac{1}{2} \frac{4}{u^6} = 1 - \frac{2}{u^6},$$

amelynek értékét  $u = \sqrt[3]{2}$  és  $u = \sqrt[3]{3}$ -ra meghatározva, az optimális támaszköz fenti képlete alapján a következő két optimális támaszköz értéket nyerjük:

$$d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{2} \cdot 1,8592 \text{ és } d \sqrt[3]{\frac{h}{2m}} \sqrt[3]{3} \cdot 1,7252,$$

amelyek szerint az optimális támaszköz relatív növekedésének a mértékére 6,2% adódik. Hasonlóképpen nyerhető, hogy ha

$$m = 4 \frac{10^6}{27 \cdot 1,62},$$

akkor 7,3% a támaszköz relatív növekedésének a mértéke; és végül, ha  $m = 8 \cdot 10^6 / (27 \cdot 1,62)$ , akkor 8,3% a támaszköz relatív növekedésének a mértéke, ha a hátsó csapágy merevségét a mellső csapágy merevségének a felére csökkentjük.

Ezek után rátérünk az optimális támaszköz relatív százalékos növekedésének a meghatározására abban az általános esetben, amikor a hátsó csapágy  $s_2$  merevségét a mellső csapágy  $s_1$  merevségének a  $k$ -szorosára csökkentjük ( $k < 1$ )  $s_2 = ks_1$ , vagyis amikor az  $u$  változik  $\sqrt[3]{2}$ -től

$$\sqrt[3]{1 + \frac{1}{k}} \text{-ig } (0 < k < 1).$$

E célból fejtsük az optimális csapágytámaszköz (12') képletében a kapcsos zárójelben álló részt sorba. Ekkor:

$$l_{\text{opt.}} = 2d \sqrt[3]{\frac{h}{2m} u \left[ 1 - C_2 \left( 1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{u^6} \right) - C_4 \left( 1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{u^6} \right)^2 - C_6 (\dots)^3 - \dots \right]}$$

E képlet alapján az  $l_{\text{opt.}}$  relatív növekedésének a mértéke, ha  $u$  változik  $\sqrt[3]{2}$ -től  $\sqrt[3]{1 + 1/k}$ -ig ( $0 < k < 1$ ) a következő lesz :

$$\frac{\sqrt[3]{1 + \frac{1}{k}} \left[ 1 - C_2 \left( 1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{(1 + 1/k)^2} \right) - C_4 (\dots)^2 - \dots \right]}{\sqrt[3]{2} \left[ 1 - C_2 \left( 1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{4} \right) - C_4 (\dots)^2 - \dots \right]} = \frac{\sqrt[3]{2} \left[ 1 - C_2 \left( 1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{4} \right) - C_4 (\dots)^2 - \dots \right]}{\sqrt[3]{2} \left[ 1 - C_2 \left( 1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{4} \right) - C_4 (\dots)^2 - \dots \right]} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{1}{2k}} \frac{1 - C_2 \left[ 1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m\kappa^3} \frac{1}{(1 + 1/k)^2} \right] - C_4 (\dots)^2 - \dots}{1 - C_2 \left( 1 - \frac{h}{27 m\kappa^3} \right) - C_4 (\dots)^2 - \dots} - 1.$$

Ebben az előállításban fellépő törtkifejezésnek, amelynek számlálója és nevezője végtelen sor, az értéke növekszik abban az esetben, ha növekszik az  $m$  vagy a  $\kappa$ . Ez a (9) alatti egyenlőtlenség levezetésének az alapján látható be. Ugyanis, ha a nevezőben álló hatványsorban a kerek zárójelben álló hatványalapot a következő alakban írjuk fel:

$$1 - \frac{h}{27 m \kappa^3} = 1 - \frac{1}{K},$$

ahol

$$K = 27 \frac{m}{h} \kappa^3 \geq 27 \frac{10^6}{27 \cdot 1,62} \frac{1,62}{10^6} \kappa^3 = \kappa^3 \geq 1,$$

akkor a számlálóban álló hatványsorban a kerek zárójelben álló hatványalap a következő alakban írható fel:

$$1 - \frac{4}{27} \frac{h}{m \kappa^3} \frac{1}{(1+1/k)^2} = 1 - \frac{1}{K\lambda},$$

ahol  $K$  jelentése az előbbi és

$$\lambda = \frac{(1+1/k)^2}{4} \geq 1,$$

mivel

$$\left(1 + \frac{1}{k}\right)^2 \geq 4 \quad (0 < k \leq 1).$$

Ezek szerint az  $l_{\text{opt}}$  relatív növekedésének előbbi kifejezése a következő alakban írható fel:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{1}{2k}} \cdot \frac{1 - C_2 \left(1 - \frac{1}{K\lambda}\right) - C_4 \left(1 - \frac{1}{K\lambda}\right)^2 - \dots}{1 - C_2 \left(1 - \frac{1}{K}\right) - C_4 \left(1 - \frac{1}{K}\right)^2 - \dots} - 1, \quad (13)$$

ahol a két hatványsor hányadosa megfelel a (9) alatti egyenlőtlenség bal oldalának, mivel  $K \geq 1$  és  $\lambda \geq 1$ . Minket most ennek a (13) alatti kifejezésnek azok a legnagyobb értékei érdekelnek, amelyeket (13) a  $k$  különböző értékeire ér el. A (13) alattiban fellépő törtkifejezésről, két hatványsornak a hányadosáról a IX. fejezetben [(9) alatti bizonyításánál] megmutattuk, hogy az a  $K$  változónak monoton növekvő függvénye, ha  $K$  a  $(1; \infty)$  intervallumban változik. Eszerint, mivel

$$K = 27 \frac{m}{h} \kappa^3$$

a (13)-ban fellépő hányados a legkisebb értékét  $K = 1$ -re veszi fel, amikor is  $\kappa = 1$  és az  $m$  értéke is a lehető legkisebb, vagyis:

$$m = \frac{10^6}{27 \cdot 1,62}$$

Ebből következik, hogy ha akár a  $\kappa (\geq 1)$ , akár az  $m (\geq 10^6/27 \times 1,62)$  viszony-szám értékét növeljük, akkor a (13)-ban fellépő törtkifejezés — amely  $K$ -nak monoton növekvő függvénye és így maga az egész (13) kifejezés is az — növekszik. Tehát hosszú konzol esetében, vagyis nagy  $\kappa$ -ra az  $l_{opt}$  relatív növekedésének a mértéke, amikor a hátsó csapágy merevségét csökkentjük ( $k < 1$ ), nagyobb lesz, mint rövid konzol esetében. A (13) alatti kifejezést elemi formában is felírhatjuk a (7') alapján. Ennek alkalmazásával a (13) alatti a következő:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{1}{2k}} \cdot \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt{1 - \frac{1}{K\lambda}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{K\lambda}}}}{\sqrt[3]{1 + \sqrt{1 - \frac{1}{K}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{K}}}} = 1 \quad (13')$$

Tekintsük először a rövid konzol esetét, amikor

$$\kappa = 1,$$

tekintettel arra, hogy az előzőek szerint a (13') alatti értéke nő, ha az  $m$  viszony-szám növekszik, határozzuk meg (13') alatti értékét a lehető legnagyobb  $m$ -re, és pedíg abban a két esetben, amikor a hátsó csapágy merevségét a mellső csapágy merevségének a felére, illetve 1/4-ére csökkentjük, tehát  $k = 1/2$ , ill.  $k = 1/4$ .

Mivel

$$\max m = 230\,000,$$

$\kappa = 1$ -re

$$K = 27 \frac{230\,000}{10^6} = 2,7 \cdot 2,3 \cdot 1,62 \quad \text{és} \quad \frac{1}{K} = 0,0994.$$

Mivel  $k = 1/2$ -re  $\lambda = 2,25$ , azért a (13')-ban fellépő négyzetgyökök értéke:

$$\sqrt{1 - \frac{1}{K\lambda}} = \sqrt{0,95583} = 0,97766,$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{K}} = \sqrt{0,9006} = 0,9490$$

és ezekkel a (13') alatti kifejezés értéke:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{1,5} \cdot \frac{\sqrt[3]{1,97766} + \sqrt[3]{0,02234}}{\sqrt[3]{1,9490} + \sqrt[3]{0,0510}} - 1 &= \sqrt[3]{1,5} \frac{1,2552 + 0,28163}{1,2491 + 0,37084} - 1 = \\ &= 1,1447 \frac{1,53683}{1,61994} - 1 = 1,086 - 1 = 0,086 \approx 8,6 \% \end{aligned}$$

Tehát ha a hátsó csapágy merevségét a mellső csapágy merevségének a felére csökkentjük ( $k = 1/2$ ), akkor az optimális csapágytámaszköz hosszának 8,6%-ával növekszik rövid konzol esetén.

Ha pedig  $k = 1/4$ , vagyis a hátsó csapágy merevségét a mellső csapágy merevségének az 1/4-ére csökkentjük, akkor (13') alatti a következő lesz:

$$\sqrt[3]{2,5} \cdot \frac{1,45811}{1,61994} - 1 = 1,221 - 1 \approx 22 \% .$$

Tehát 22%-kal növekszik az optimális csapágytámaszköz.

Hosszú konzol esetében pedig a  $\kappa = 4$ -re és  $\kappa = 8$ -ra vizsgálva az optimális csapágytámaszköz-növekedést, és pedig a legnagyobb  $m$ -re, hogy a támaszköz növekedése a lehető legnagyobb értékű legyen, a következőket nyerjük:

Ha  $\kappa = 4$  és  $k = 1/2$ , akkor a csapágytámaszköz relatív százalékos növekedése 12,8%;  $\kappa = 4$  és  $k = 1/4$ -re pedig 32%. Ha  $\kappa = 8$ , akkor  $k = 1/2$ -re: 13,6%;  $k = 1/4$ -re: 33,5% az optimális támaszköz relatív növekedése.

## XII. A csapágytámaszköz változásának befolyása az orsómerevség értékére és az optimális orsómerevség

Az állandó keresztmetszetű, a  $c$  hosszúságú konzol végén  $P$  erővel terhelt orsó merevsége, azonos merevségű mellső és hátsó csapágy esetében a következő kifejezéssel egyenlő {(ld. [3]; (6/a)}:



$$s_{\text{orsó}} = \frac{P}{y} = \frac{3 IE sl^2}{sc^2(c+l)l^2 + (l^2 + 2cl + 2c^2) 3 IE}, \quad (14)$$

ahol  $l$  a csapágytámaszköz,  $s$  a csapágymerevség\* és

$$y = P \left[ \frac{c^2(c+l)}{3 IE} + \frac{1}{s} \left( 1 + \frac{2c}{l} + \frac{2c^2}{l^2} \right) \right] \quad (14')$$

a terhelés hatásvonalába eső teljes besüllyedés, amely a tengely behajlásából és a csapágyak rugalmas besüllyedéséből tevődik össze. Az optimális csapágytámaszközre  $l = l_{\text{opt}}$ -ra az  $y$  besüllyedés minimális. Tehát

$$y = y_{\text{min}},$$

ha

$$l = l_{\text{opt}},$$

amikor is

$$\frac{dy}{dl} = y' = 0,$$

$$(l = l_{\text{opt}})$$

Mivel

$$\frac{ds_{\text{orsó}}}{dl} = \frac{d}{dl} \left( \frac{P}{y} \right) = - \frac{Py'}{y^2},$$

azért

$$\frac{ds_{\text{orsó}}}{dl} = 0,$$

ha

$$y' = 0;$$

$$(l = l_{\text{opt}})$$

vagyis  $l = l_{\text{opt}}$ -ra az  $s_{\text{orsó}}$  orsómerevségnek is szélső értéke van. Ez a szélső érték maximum, mert  $s_{\text{orsó}}$  második deriváltja az előzőek szerint:

$$\frac{d^2 s_{\text{orsó}}}{dl^2} = - P \frac{y'' y^2 - 2 y y'^2}{y^4} = - P \frac{y'' y - 2 y'}{y^3}$$

és ennek értéke az

$$l = l_{\text{opt}}$$

helyen, mivel itt  $y' = 0$ , a következő: •

$$\frac{d^2 s_{\text{orsó}}}{dl^2} = - P \frac{y''}{y^2} < 0,$$

\*  $E$  a tengely anyagának rugalmassági modulusa,  $I$  pedig a tengelykeresztmetszet ekvatoriális másodrendű tehetetlenségi nyomatéka.

tekintettel még arra, hogy (14') alattiból:

$$y'' = P \left( \frac{1}{s} \frac{4c}{l^3} + \frac{12c^2}{sl^4} \right) > 0.$$

Tehát az  $l = l_{\text{opt.}}$ -ra a (14) alatti  $s_{\text{orsó}}$  orsómerevség maximális, vagyis az orsómerevség optimális:

$$s_{\text{orsó}} = s_{\text{opt.}}$$

ha

$$l = l_{\text{opt.}}$$

Tekintsünk egy csapágysorozatot, amelyre az  $s$  csapágymerevség egyenesen arányos a  $d$  tengelyátmérővel:  $s = md$ , továbbá a  $c$  konzolhosszra is fennáll, hogy

$$c = \kappa \cdot d \quad (\kappa = \text{állandó}).$$

Ekkor a 4. tétel szerint az optimális csapágytámaszköz is *lineáris* függvénye a  $d$  tengelyátmérőnek:

$$l_{\text{opt.}} = C \cdot d.$$

Írjuk be  $s$ ,  $c$  és  $l_{\text{opt.}}$ -nak ezeket az értékeit az orsómerevség (14) alatti képletébe, figyelembe véve még, hogy:

$$I = \frac{d^4 \pi}{64} = 0,04907 \cdot d^4,$$

akkor az optimális orsómerevségre a következő kifejezést nyerjük:

$$s_{\text{opt.}} = \frac{0,14721 \cdot Em \cdot C^2 \cdot d}{m\kappa^2 (\kappa + C) C^2 + 0,14721 E(C^2 + 2\kappa C + 2\kappa^2)}$$

Ez  $d$ -nek *lineáris* függvénye, tehát áll a következő:

### 9. tétel

Ha valamely csapágysorozatra az  $s$  csapágymerevség egyenesen arányos a  $d$  tengelyátmérővel,  $s = md$ ; továbbá a  $c$  konzolhossz és a  $d$  tengelyátmérő aránya is állandó ( $c/d = \kappa = \text{állandó}$ ), akkor az  $s_{\text{opt.}}$  optimális orsómerevség *lineáris* függvénye a  $d$  tengelyátmérőnek.

Az  $s_{\text{opt.}}$ -nak mint  $d$  lineáris függvényének előbb felírt képletéből az is látható, hogy ha  $m$  növekszik, vagyis nagyobb merevségű csapágyorozatra térünk át, akkor az optimális orsómerevség,  $s_{\text{opt.}}$  növekszik. Ha pedig a  $c$

konzolhosszt növeljük (vagyis a  $\kappa$  viszonyszám értékét), akkor az optimális orsómerevség csökken.

Most rátérünk annak a vizsgálatára, hogy a hossza mentén állandó keresztmetszetű orsó esetében az optimálistól eltérő, az optimálisnál nagyobb értékűre választott csapágytámaszköz milyen mértékben változtatja meg az orsómerevség optimális értékét.

Írjuk fel az  $l$  hosszúságú csapágytámaszközhez tartozó orsómerevségnek a (14) alatti értékét a következő alakban:

$$s(l) = \frac{1}{\frac{c^2(c+l)}{3IE} + \frac{1}{s} \left( 1 + \frac{2c}{l} + \frac{2c^2}{l^2} \right)}$$

Ha az  $l$  csapágytámaszközt megváltoztatjuk  $(l + \Delta l)$ -re, akkor az orsómerevség:  $s(l + \Delta l)$  és az orsómerevség értékének a megváltozása

$$\begin{aligned} s(l + \Delta l) - s(l) &= \frac{1}{\frac{c^2(c+l+\Delta l)}{3IE} + \frac{1}{s} \left[ 1 + \frac{2c}{l+\Delta l} + \frac{2c^2}{(l+\Delta l)^2} \right]} - \\ &\quad - \frac{1}{\frac{c^2(c+l)}{3IE} + \frac{1}{s} \left( 1 + \frac{2c}{l} + \frac{2c^2}{l^2} \right)} = \\ &= \left\{ -\frac{c^2 \Delta l}{3IE} + \frac{1}{s} \left[ \frac{2c \Delta l}{l(l+\Delta l)} + \frac{4c^2 \Delta l}{l(l+\Delta l)^2} + \frac{2c^2 (\Delta l)^2}{l^2 (l+\Delta l)^2} \right] \right\} \times \\ &\quad \times \left\{ \frac{c^2(c+l+\Delta l)}{3IE} + \frac{1}{s} \left[ 1 + \frac{2c}{l+\Delta l} + \frac{2c^2}{(l+\Delta l)^2} \right] \right\}^{-1} \times \\ &\quad \times \left[ \frac{c^2(c+l)}{3IE} + \frac{1}{s} \left( 1 + \frac{2c}{l} + \frac{2c^2}{l^2} \right) \right]^{-1}. \end{aligned}$$

A számlálóban a kerek zárójelben álló első és második tagba vigyük be a következő kifejezéseket:

$$\frac{1}{l(l+\Delta l)} = \frac{1}{l^2} - \frac{\Delta l}{l^2(l+\Delta l)}$$

és

$$\frac{1}{l(l+\Delta l)^2} = \frac{1}{l^3} - \frac{2\Delta l + (\Delta l)^2}{l^3(l+\Delta l)^2}$$

Ekkor az orsómerevség megváltozása a következő alakban írható fel:

$$\begin{aligned}
 & s(l+\Delta l) - s(l) = \\
 & = \left\{ -\frac{c^2 \Delta l}{3IE} + \frac{1}{s} \left[ \frac{2c\Delta l}{l^2} - \frac{2c(\Delta l)^2}{l^2(l+\Delta l)} + \frac{4c^2 \Delta l}{l^3} - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{8c^2 l(\Delta l)^2 + 4c^2(\Delta l)^3}{l^3(l+\Delta l)^2} + \frac{2c^2(\Delta l)^2}{l^2(l+\Delta l)^2} \right] \right\} \times \\
 & \times \left\{ \frac{c^2(c+l+\Delta l)}{3IE} + \frac{1}{s} \left[ 1 + \frac{2c}{l+\Delta l} + \frac{2c^2}{(l+\Delta l)^2} \right] \right\}^{-1} \times \\
 & \times \left[ \frac{c^2(c+l)}{3IE} - \frac{1}{s} \left( 1 + \frac{2c}{l} + \frac{2c^2}{l^2} \right) \right]^{-1}.
 \end{aligned}$$

Ha itt a nevezőben álló két faktort, amelyek orsómerevséget jelentenek, a rövidség kedvéért helyettesítjük  $y/P$ -vel, illetve  $(y + \Delta y)/P$ -vel, akkor az orsómerevségnek előbb felírt megváltozását rövidebb formában a következő, differenciára bontott alakban írhatjuk fel:

$$\begin{aligned}
 s(l+\Delta l) - s(l) &= \frac{-\frac{c^2}{3IE} + \frac{1}{s} \left( \frac{2c}{l^2} + \frac{4c^2}{l^3} \right)}{\frac{y}{P} \frac{y+\Delta y}{P}} \Delta l - \\
 & \frac{1}{s} \frac{\frac{2c(\Delta l)^2}{l^2(l+\Delta l)} + \frac{6c^2(\Delta l)^2}{l^2(l+\Delta l)^2} + \frac{4c^2(\Delta l)^3}{l^3(l+\Delta l)^2}}{\frac{y}{P} \frac{y+\Delta y}{P}}.
 \end{aligned}$$

Legyen most már  $l$  az optimális csapágytámaszközzel egyenlő, amelyet röviden  $l_0$ -val jelölünk,  $l_{\text{opt.}} = l_0$ , akkor az első tört számlálója eltűnik, mivel az nem más, mint:

$$\frac{1}{P} \frac{dy}{dl} = 0$$

$$(l = l_0)$$

és így írhatjuk, hogy

$$\begin{aligned}
 s(l_0 + \Delta l) - s(l_0) &= -\frac{2}{s} \left( \frac{\Delta l}{l_0} \right)^2 \cdot \\
 & \frac{\frac{c}{l_0 + \Delta l} + 3 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 + 2 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 \frac{\Delta l}{l_0}}{\frac{y}{P} \frac{y+\Delta y}{P}}.
 \end{aligned}$$

$$(l = l_0)$$

Ide a

$$\frac{P}{y} = s(l_0)$$

$$, \quad (l = l_0)$$

optimális, azaz maximális orsómerevség értéket, valamint az  $(l_0 + \Delta l)$  támaszközkhöz tartozó

$$\frac{P}{y + \Delta y} = s(l_0 + \Delta l)$$

orsómerevséget bevezetve —  $s(l_0) > s(l_0 + \Delta l)$  — a maximális orsómerevség megváltozásának az abszolút értéke:

$$s(l_0) - s(l_0 + \Delta l) = \frac{2}{s} \left( \frac{\Delta l}{l_0} \right)^2 \left[ \frac{c}{l_0 + \Delta l} + 3 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 + \right. \\ \left. + 2 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 \frac{\Delta l}{l_0} \right] s(l_0) s(l_0 + \Delta l).$$

Innen a maximális orsómerevség relatív megváltozásának a mértékére a következő előállítás adódik:

$$\frac{s(l_0) - s(l_0 + \Delta l)}{s(l_0)} = \frac{2}{s} \left( \frac{\Delta l}{l_0} \right)^2 \left[ \frac{c}{l_0 + \Delta l} + 3 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 + \right. \\ \left. + 2 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 \frac{\Delta l}{l_0} \right] s(l_0 + \Delta l).$$

Ebbe a képletbe az orsómerevségnek (14')-ből adódó:

$$\frac{P}{y + \Delta y} = s(l_0 + \Delta l) = \frac{1}{\frac{c^2(c + l_0 + \Delta l)}{3IE} + \frac{1}{s} \left[ 1 + \frac{2c}{l_0 + \Delta l} + 2 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 \right]}$$

értékét helyettesítve, a maximális orsómerevség relatív megváltozására a következő kifejezést nyerjük:

$$\frac{s(l_0) - s(l_0 + \Delta l)}{s(l_0)} = 2 \left( \frac{\Delta l}{l_0} \right)^2 \frac{\frac{c}{l_0 + \Delta l} + 3 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 + 2 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 \frac{\Delta l}{l_0}}{s \frac{c^2(c + l_0 + \Delta l)}{3IE} + \left[ 1 + \frac{2c}{l_0 + \Delta l} + 2 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 \right]}$$

A jobb oldalon álló törtkifejezésbe vezessük be megint a

$$c = \alpha d, \quad s = m d \quad \text{és} \quad l_0 = C d$$

összefüggésekből adódó  $\kappa$ ,  $m$  és  $C$  paramétereket (viszonyszámokat), továbbá a

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \mu$$

viszonyszámot; akkor mivel a  $d$  átmérőjű tömör tengelyre nézve

$$3 IE = 308\,625 d^4,$$

az előbbi törtkifejezés:

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{c}{l_0 + \Delta l} + 3 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 + 2 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 \frac{\Delta l}{l_0}}{\frac{s \cdot c^2 (c + l_0 + \Delta l)}{3 IE} + \left[ 1 + \frac{2c}{l_0 + \Delta l} + 2 \left( \frac{c}{l_0 + \Delta l} \right)^2 \right]} = \\ & = \frac{\frac{\kappa}{C(1+\mu)} + \left( \frac{\kappa}{C(1+\mu)} \right)^2 (3+2\mu)}{\frac{\kappa^2 (\kappa + C(1+\mu))}{308\,625} m + 1 + 2 \frac{\kappa}{C(1+\mu)} + 2 \left[ \frac{\kappa}{C(1+\mu)} \right]^2} = f(\kappa, m, C, \mu). \end{aligned}$$

Eszerint az optimális orsómerevség relatív megváltozásának a mértékét, ha a csapágytámaszközt az  $l_0$  optimális értékről  $(l_0 + \Delta l)$ -re változtatjuk, a következőképp írhatjuk fel:

$$\frac{s(l_0) - s(l_0 + \Delta l)}{s(l_0)} = 2 \mu^2 f(\kappa, m, C, \mu).$$

Az  $f(\kappa, m, C, \mu)$  többváltozós racionális függvénynek az értékváltozását kell vizsgálnunk, ha a  $\kappa$ ,  $m$ ,  $C$ ,  $\mu$  paramétereknek az értékét változtatjuk.

Először megmutatjuk, hogy az  $f(\kappa, m, C, \mu)$  függvény értéke nő, ha az  $m$  paraméter növekszik.

Az  $f(\kappa, m, C, \mu)$  kifejezésben fellépő  $C$  paraméter függvénye az  $m$ -nek, amint ez pl. a (8).alatti képletéből nyomban látható tekintettel arra, hogy

$$\frac{l_{\text{opt.}}}{d} = \frac{l_0}{d} = C.$$

Legyen az  $f(\kappa, m, C, \mu)$  kifejezésben egyelőre:

$$\kappa = 1,$$

tehát tekintsük az

$$f(1, m, C, \mu) = \frac{\frac{1}{C(1+\mu)} + \frac{1}{[C(1+\mu)]^2} (3+2\mu)}{\frac{1+C(1+\mu)}{308625} m + 1 + \frac{2}{C(1+\mu)} + \frac{2}{[C(1+\mu)]^2}}$$

racionális törtkifejezést, amelyről megmutatjuk, hogy értéke növekszik, ha az  $m$  paraméter nő. Most a  $\mu$  viszony értékét is fixnek tekintjük és bevezetjük a következő rövidítő jelölést:

$$x = C(1 + \mu).$$

Mivel, amint arra az előzőekben rámutattunk, a  $C$  paraméter függvénye az  $m$ -nek, azért  $x$  változó is függvénye az  $m$ -nek és  $x$  bevezetésével:

$$\begin{aligned} f(1, m, C, \mu) &= \frac{\frac{1}{x} + \frac{3+2\mu}{x}}{\frac{1+x}{308625} m + 1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}} = \\ &= \frac{x+3+2\mu}{m \frac{x^3}{308625} + \left(1 + \frac{m}{308625}\right) x^2 + 2x + 2} \end{aligned}$$

Számítsuk ki ennek a törtkifejezésnek  $m$  szerinti differenciálhányadosát, figyelembe véve, hogy  $x$  függvénye az  $m$ -nek. A tört differenciálásának a szabályát alkalmazva:

$$\begin{aligned} \frac{df(1, m, C, \mu)}{dm} &= \\ &= \frac{\frac{dx}{dm} \left[ m \frac{x^3}{308625} + \left(1 + \frac{m}{308625}\right) x^2 + 2x + 2 \right]}{\left[ m \frac{x^3}{308625} + \left(1 + \frac{m}{308625}\right) x^2 + 2x + 2 \right]^2} - \\ &= \frac{\left[ \frac{3m}{308625} x^2 + \left(2 + \frac{2m}{308625}\right) x + 2 \right] \frac{dx}{dm} (x+3+2\mu)}{\left[ m \frac{x^3}{308625} + \left(1 + \frac{m}{308625}\right) x^2 + 2x + 2 \right]^2} \end{aligned}$$

Ha a számlálóban a szorzást és összevonásokat elvégezzük, akkor a differenciálhányados számlálójára a következő kifejezést nyerjük:

$$\begin{aligned} - \frac{dx}{dm} \left[ \frac{2m}{308625} x^3 + \left( \frac{m}{308625} + 1 + \frac{3m(3+2\mu)}{308625} \right) x^2 + \right. \\ \left. + 2 \left( \frac{m}{308625} + 1 \right) (3+2\mu) x + 4(1+\mu) \right]. \end{aligned}$$

Mármost, mivel:

$$x = C(1 + \mu),$$

azért

$$\frac{dx}{dm} = (1 + \mu) \frac{dC}{dm}.$$

De itt a (8) alatti szerint ( $l_{\text{opt.}} = l_0$ ):

$$C = 2 \sqrt[3]{\frac{h}{m}} \left[ 1 - C_2 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m} \right) - C_4 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m} \right)^2 - C_6 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m} \right)^3 - \dots \right]$$

és így

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dm} = & -\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{h}{m^4}} \left[ 1 - C_2 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m} \right) - C_4 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m} \right)^2 - C_6 (\dots)^3 - \dots \right] - \\ & - 2 \sqrt[3]{\frac{h}{m}} \frac{h}{27 \kappa^3 m^2} \left[ C_2 + 2C_4 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m} \right) + \right. \\ & \left. + 3C_6 \left( 1 - \frac{h}{27 \kappa^3 m} \right)^2 + \dots \right] < 0. \end{aligned}$$

Eszerint, tehát a

$$\frac{dx}{dm} = (1 + \mu) \frac{dC}{dm}$$

differenciálhányados is negatív, amiből következik, hogy a

$$\frac{df(1, m, C, \mu)}{dm}$$

differenciálhányadosnak a felírt számlálója pozitív, mert a szögletes zárójelben pozitív kifejezés áll. Ezzel bebizonyítottuk, hogy  $f(1, m, C, \mu)$  értéke növekszik, ha  $m$  nő.

Itt a  $\kappa$  paraméter értékét 1-nek választottuk, de könnyű megmutatni, hogy az  $f(\kappa, m, C, \mu)$  függvény értéke csökken, ha a  $\kappa$  változó növekszik ( $\kappa \geq 1$ ). Írjuk ugyanis fel az  $f(\kappa, m, C, \mu)$  kifejezést mint a  $\kappa$  változónak racionális tört függvényét, a következő rövidített alakban:

$$f(\kappa, m, C, \mu) = \frac{a\kappa + b\kappa^2}{c\kappa^3 + d\kappa^2 + e\kappa + 1},$$

ahol az



$$a = \frac{1}{C(1+\mu)}, \quad b = \frac{3+2\mu}{C^2(1+\mu)^2}, \quad c = \frac{m}{308625},$$

$$d = \frac{C(1+\mu)m}{308625} + \frac{2}{C^2(1+\mu)^2} \quad \text{és} \quad e = \frac{2}{C(1+\mu)}$$

együtthatók most a  $\kappa$ -tól független állandóknak tekinthetők. Mivel:

$$\frac{df(\kappa, m, C, \mu)}{d\kappa} = \frac{(2b\kappa+a)(c\kappa^3+d\kappa^2+e\kappa+1) - (3\kappa^2+2d\kappa+e)(a\kappa+b\kappa^2)}{(c\kappa^3+d\kappa^2+e\kappa+1)^2} =$$

$$= \frac{b(2c-3)\kappa^4 + a(c-3)\kappa^3 + (be-da)\kappa^2 + 2b\kappa + a}{(c\kappa^3+d\kappa^2+e\kappa+1)^2},$$

a számlálóban álló  $\kappa$ -ban negyedfokú polinom értékváltozását kell vizsgálnunk. Ehhez először a polinom együtthatóinak előjelét állapítjuk meg. A  $\kappa^4$ -nek az együtthatója negatív, mert

$$2c-3 = \frac{2m}{308625} - 3 < 0,$$

mivel  $m$ -nek a lehető legnagyobb értéke (ld. a VI. fejezetet):

$$m = 230\,000.$$

A  $\kappa^3$  együtthatója:

$$c-3 = \frac{m}{308625} - 3 < 0$$

szintén negatív. A  $\kappa^2$  együtthatója

$$be-da = \frac{(3+2\mu)2}{C^3(1+\mu)^3} - \frac{m}{308625} - \frac{2}{C^3(1+\mu)^3} =$$

$$= \frac{4+4\mu}{C^3(1+\mu)^3} - \frac{m}{308625}.$$

Ez a differencia akkor negatív, ill. nem pozitív, ha

$$\frac{4+4\mu}{C^3(1+\mu)^3} \leq \frac{m}{308625},$$

vagyis ha

$$C \geq \sqrt[3]{\frac{308625}{m}} \sqrt[3]{\frac{4}{(1+\mu)}}.$$

De a  $C$ -nek előbb felírt hatványsoros előállításából (8) nyomban látható, hogy  $C$  minimális értékét  $\kappa = \infty$ -re veszi fel, amikor is

$$C = 2 \sqrt[3]{\frac{h}{m}} (1 - C_2 - C_4 - C_6 - \dots),$$

ahol (7') szerint, ha abban  $a = 1$ :

$$1 - C_2 - C_4 - C_6 - \dots = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$$

és így  $C$  minimális értéke

$$C_{\min.} = \sqrt[3]{\frac{2h}{m}}$$

Mivel a (2) egyenlet szerint

$$h = \frac{10^6}{1,62},$$

azért

$$C_{\min.} = \sqrt[3]{\frac{10^6}{0,81 m}} = \sqrt[3]{\frac{1234500}{m}},$$

ami sohasem kisebb az előbb  $C$ -re nyert alsó korlátnál, ugyanis

$$\sqrt[3]{\frac{308625}{m}} \sqrt[3]{\frac{4}{(1+\mu)}} = \sqrt[3]{\frac{1234500}{m(1+\mu)}} \leq \sqrt[3]{\frac{1234500}{m}} = C_{\min.}$$

Ezzel megmutattuk, hogy a  $\kappa$ -ban negyedfokú polinomban a  $\kappa^2$  együttthatója is negatív; a  $\kappa$  együttthatója és a konstans tag pedig pozitív. Tehát a polinom együttthatóinak sorozatában pontosan egy jelváltás lép fel, ami azt jelenti, hogy a polinom pontosan egyszer tűnik el, ha  $\kappa$  változik 0-tól  $\infty$ -ig. De  $\kappa = 1$ -re a polinom értéke:

$$b(2c - 3) + a(c - 3) + (be - da) + 2b + a = b(2c - 1) + a(c - 2) + (be - da).$$

Itt a jobb oldalról, amely három tag összege, megmutatjuk, hogy annak értéke negatív. A harmadik tag,  $be - da$  ( $a \kappa^2$  együttthatója) mint az előbb megmutattuk negatív. Az első két tag összege

$$b(2c-1) + a(c-2) = \frac{1}{C(1+\mu)} \left[ \frac{3+2\mu}{C(1+\mu)} \left( \frac{2m}{308625} - 1 \right) + \frac{m}{308625} - 2 \right]$$

pedig akkor éri el legnagyobb értékét, amikor  $m$  maximális és így  $C$  minimális; tehát ha a (VI. fejezet szerint):

$$m = 230\,000$$

és az előbbieken levezetett

$$C_{\min} = \sqrt[3]{\frac{1234500}{m}}$$

képlet szerint

$$C = \sqrt[3]{\frac{1234500}{230000}} = \sqrt[3]{5,367} = 1,75 ;$$

továbbá  $\mu = 0$ . Akkor

$$\frac{3+2\mu}{C(1+\mu)} = \frac{3}{1,75} \quad \text{és} \quad \frac{m}{308625} = 0,74523,$$

amely értékekkel

$$\begin{aligned} b(2c-1) + a(c-2) &= \\ &= \frac{1}{1,75} \left( \frac{3}{1,75} \cdot 0,49046 - 1,25477 \right) = \frac{1}{1,75} \left( \frac{1,47138}{1,75} - 1,25477 \right) = \\ &= \frac{1}{1,75} \left( \frac{1,47138}{1,75} - 1,25477 \right) < 0 . \end{aligned}$$

Ez az eredmény azt mondja, hogy  $\kappa = 1$ -re a  $\kappa$ -ban negyedfokú polinom negatív — ugyanis  $(be - da) < 0$  — tehát minden  $\kappa$ -ra, amely  $\kappa \geq 1$ , a polinom negatív, vagyis a

$$\frac{df(\kappa, m, C, \mu)}{d\kappa}$$

derivált számlálója és így maga a derivált is negatív. Ennélfogva az  $f(\kappa, m, C, \mu)$  függvény monoton csökken, ha  $\kappa (\geq 1)$  növekszik 1-től  $\infty$ -ig.

Tehát az  $f(\kappa, m, C, \mu)$  négyváltozós függvényre vonatkozóan megállapítottuk, hogy annak értéke növekszik, ha az  $m$  paraméter nő, és a függvény értéke csökken, ha a  $\kappa$  paraméter növekszik. Válasszuk az  $m$  értékét

a lehető legnagyobbra és  $\kappa$  legyen a lehető legkisebb, vagyis  $\kappa = 1$ . Ekkor  $m = 230\,000$  esetében a  $C$  paraméter értéke, amint az előzőekben levezettük, minimális, éspedig

$$C = 1,75.$$

Írjuk be az  $f(\kappa, m, C, \mu)$  kifejezésébe a  $\kappa = 1$ ,  $m = 230\,000$  és  $C = 1,75$  értékeket, akkor:

$$\begin{aligned} f_0(\mu) &= f(1; 230000; 1,75; \mu) = \\ &= \frac{\frac{1}{1,75(1+\mu)} + \left(\frac{1}{1,75(1+\mu)}\right)^2 (3+2\mu)}{\frac{1+1,75(1+\mu)}{308625} 230000 + 1 + \frac{2}{1,75(1+\mu)} + 2 \left(\frac{1}{1,75(1+\mu)}\right)^2} \end{aligned}$$

Ha ide rövidség kedvéért bevezetjük

$$\lambda = 1,75(1 + \mu)$$

jelölést, akkor

$$f_0(\mu) = \frac{\frac{1}{\lambda} + \frac{3+2\mu}{\lambda^2}}{(1+\lambda) 0,745 + 1 + \frac{2}{\lambda} + \frac{2}{\lambda^2}}$$

Itt a  $\mu$  paraméter az  $l_0$  optimális csapágytámaszköz relatív megváltozásának a mértékét jelenti:

$$\mu = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Az  $f_0(\mu)$  értékét  $\mu = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$ -re meghatározva:

$$f_0(0,1) = 0,2907,$$

$$f_0(0,2) = 0,2645,$$

$$f_0(0,3) = 0,2412$$

és

$$f_0(0,4) = 0,2206.$$

Az optimális orsómerevség relatív megváltozásának a mértékére — ha a csapágytámaszköz az  $l_0$  optimális értékről  $(l_0 + \Delta l)$ -re változik — levezetett

$$\frac{s(l_0) - s(l_0 + \Delta l)}{s(l_0)} = 2\mu^2 f(\kappa, m, C, \mu)$$

képlet alapján, a maximális lehetséges orsómerevség-változásokra, ha az  $l_0$  optimális csapágytámaszközt hosszának 10, 20, 30 és 40%-ával változtatjuk meg, a következő értéket kapjuk:

$$\frac{s(l_0) - s(l_0 + \Delta l)}{s(l_0)} = 2\mu^2 f_0(\mu) \cdot 100\%,$$

ahonnan az előbb felírt  $f_0(0,1)$ ,  $f_0(0,2)$ ,  $f_0(0,3)$  és  $f_0(0,4)$  értékek alapján,

- ha  $\mu = 0,1$ , akkor  $2\mu^2 f_0(\mu) \cdot 100\% = 0,6\%$ ;  
 $\mu = 0,2$ , akkor  $2\mu^2 f_0(\mu) \cdot 100\% = 2\%$ ;  
 $\mu = 0,3$ , akkor  $2\mu^2 f_0(\mu) \cdot 100\% = 4\%$   
és  $\mu = 0,4$ , akkor  $2\mu^2 f_0(\mu) \cdot 100\% = 7\%$ .

Tehát arra az eredményre jutottunk, hogy az optimális csapágytámaszköz hosszának 40%-os megnövelése is csak 7%-kal csökkenti az orsómerevség értékét. Különbösen arra a tényre, hogy állandó keresztmetszetű orsó esetében az optimális csapágytámaszköz növelése csak kismértékben változtatja az orsómerevséget, már a [4] tanulmányunkban is rámutattunk.

#### IRODALOM

- LIPKA, I.: Investigation into the Deformation of Shafts and the Problem of Minimizing Deformation. *Acta Techn. Hung.* 21 (1958).
- CHVÁLA, B.: Nejvyhodnější vzdálenost ložisek vřetena soustruhu (The most suitable distance of the spindle bearings of lathes). *Strojirentsví* (1956), IV.
- HARKÁNYI, I.: The Determination of the Optimum Bearing Distance with Regard to Bearing Stiffness in the Case of Shafts with Constant and Variable Cross Section, respectively. *Acta Techn. Hung.* 33 (1961).
- LIPKA, I.: On the Determination of the Optimum Bearing Distance of Cantilever Shafts with two Supports. *Acta Techn. Hung.* 45 (1964).
- HARKÁNYI, I.: A legkedvezőbb csapágytámaszköz meghatározása eltérő mellső-, illetve hátsó csapágymerekesség esetén. *SZIM Közlemények* 6 (1966), I.
- KIROV, V.—NIKOLOV, SZ.: Fémforgácsoló szerszámgépek főorsói optimális csapágytámaszközének kiszámítása. *Technika* [Szófia] (1965).
- JAKKEL, O.—POPPER, GY.: Néhány paraméter hatása a legkedvezőbb csapágytámaszközre. *SZIM Közlemények* 6 (1966), IV.
- HONRATH, K.: Werkzeugmaschinen-spindeln und deren Lagerungen. *Industrie Anzeiger* (1957), Nr. 80.
- PIEKENBRINK, R.: Die Starrheit von Arbeitsspindeln und deren Lagerung. *Industrie Anzeiger* (1947), Nr. 80.
- OPITZ, H.—HONRATH, K.: Untersuchungen an Werkzeugmaschinen-spindeln-Wälzlageren und hydrostatischen Lagerungen; Köln—Opladen 1964.
- PITTRUF, H.: Beitrag zur Theorie und Konstruktion von Hauptspindellagerungen spanender Werkzeugmaschinen. *Werkstatt und Betrieb* (1963). IV.

**Relations between the Optimum Bearing Distance of a Two-Support Cantilever Shaft and Certain shaft and Bearing parameters.** The paper deals with deducing theorems on the optimum distance between the bearings, which express the variation of optimum bearing distance if some of the parameters characterizing the shaft and its bearings: shaft diameter, console length and bearing stiffness, change. The author analyses the influence of bearing dimensions on the optimum bearing distance for equal and for unequal front and rear bearing stiffnesses and estimates the reduction of the optimum bearing distance when the equal front and rear bearing stiffnesses are increased. The paper also deals with the influence of the ratio of the bearing stiffness on the optimum bearing distance for different stiffnesses of the two bearings. Finally the paper discusses optimum spindle stiffness and the influence of the change of bearing distance on spindle stiffness.

**Beziehungen zwischen der günstigsten Lagerentfernung einer zweifach kragträgerartig gelagerten Welle und gewissen Parametern der Welle und der Lager.** In der Arbeit werden solche Zusammenhänge für die optimale Auflagerentfernung abgeleitet, welche deren Änderung für den Fall ausdrücken, daß einige die Welle und die Lagerung charakterisierenden Parameter: Wellendurchmesser, Kraglänge, Lagersteifheit, sich ändern. Die Arbeit analysiert den Einfluß der Lagersteifheiten auf die optimale Lagerentfernung bei gleicher und bei verschiedener Steifheit des vorderen und des hinteren Lagers, und schätzt die Verminderung des optimalen Lagerabstands bei Vergrößerung der miteinander gleichen vorderen und rückwärtigen Lagersteifheit. Ferner wird der Einfluß des Verhältnisses der Lagersteifheiten auf die optimale Lagerentfernung bei verschiedener Steifheit des vorderen und des hinteren Lagers untersucht. Schließlich beschäftigt sich die Arbeit mit der optimalen Spindelsteifheit und dem Einfluß der Änderung der Lagerentfernung auf die Spindelsteifheit.

# A SZÉTVÁLASZTÁSI MŰVELETEK ÚJ MÉRŐSZÁMAIRÓL

PETHŐ SZILVESZTER\*  
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

TOMPOS ENDRE\*\*

CSÓKE BARNABÁS\*\*\*

[Beérkezett 1970. március 31-én]

A szétválasztási műveletek (fajsúly szerinti dúsítás, szemnagyság szerinti osztályozás stb.) megítélésére, jellemzésére használják a Tromp-görbét és ennek jellegzetes értékeit (1. ábra). Ilyen jellegzetes érték a medián, amely az 50%-os szemnagyság (vagy fajsúly), azaz a megoszlási szemnagyság (vagy fajsúly). Ugyancsak a Tromp-görbéről leolvashatók a kvartiliszeknek megfelelő szemnagyságok (v. fajsúlyok) és képezhetők ezekből az  $E_p = (x_{25} - x_{75})/2$ ,  $I = E_p/x_{50}$ , illetve  $I = E_p/(\delta_{50} - 1)$  és  $\kappa = x_{25}/x_{75}$  mérőszámok. Az olyan mérőszámok, mint a Tromp-görbe módusza, a 35 és 65%-os, a 10 és 90%-os, ill. a 16 és 84%-os megoszláshoz tartozó értékek különbsége, szintén a megrajzolt Tromp-görbe jellegzetes pontjaiból határozhatók meg.

A következőkben olyan mérőszámok kiszámításának módját mutatjuk be, amelyekhez nem szükséges a Tromp-görbét megrajzolnunk, tehát meghatározásuk kevesebb munkát igényel, és segítségükkel többet tudunk meg a szétválasztási műveletekről, mivel kiszámításukhoz a Tromp-görbe megrajzolásához szükséges mindegyik megoszlási értéket megfelelő módon figyelembe vesszük, szemben a Tromp-görbe meghatározott pontjait képviselő jelenleg használt mérőszámokkal.

A Tromp-görbének folytonos vonallal való megrajzolásával és eddigi értelmezésével sem lehet egyetérteni [21]. Az I. táblázat adatai a [4] tanulmányból valók és egy nehézsuszpenziós eljárás Tromp-görbéjének megrajzolásához szükséges adatokat tartalmaznak. A Tromp-görbe felvételekor 1,6 és 1,7-es fajsúlyok között szűk fajsúlyhatárokat alkalmaztak, hogy a megoszlási görbét elegendő pontossággal tudják megrajzolni. Az adatokból megállapítható, hogy 1,6 és 1,7 fajsúlyhatárok között az átlagos Tromp % 21,08. Ha azonban a nyersanyag összetételét 1,6 és 1,7-es fajsúlyok között a táblázat 6. oszlopában található értékek adnák, akkor az ilyen összetételű nyersanyagra az átlagos Tromp % 43,66 lenne. (Arról is meg lehet győződni,

\* Dr. Pethő Szilveszter, egyetemi docens, Miskolc Egyetemváros.

\*\* Dr. Tompos Endre, egyetemi adjunktus, Miskolc Egyetemváros.

\*\*\* Csóke Barnabás, egyetemi tanársegéd, Miskolc Egyetemváros.

hogy 1,6 és 1,7 fajsúlyhatárok között az átlagos Tromp-értékek 74,30, ill. 2,18%-ok lennének, ha csak az 1,66—1,70, ill. az 1,60—1,64 fajsúlyfrakciók tartalmaznák az 1,6-nál nagyobb és 1,7-nél kisebb fajsúlyú szemeket.)

A bemutatott példa segítségével meggyőződhattünk arról, hogy a megoszlási százalékok a nyersanyag tulajdonságaitól is függenek. Az előkészítés várható eredményének számításakor ezért csak a közvetlen kísérleti eredmények felhasználása indokolt.

Folytonos vonallal megrajzolt Tromp-görbéről a kísérleti eredményektől eltérő fajsúly vagy szemnagyságközökre leolvasott megoszlási értékekkel számolva, az I. táblázat szerinti hibalehetőségek állnak fenn. Mindenképpen indokolt tehát, hogy közvetlen mérési eredményekre épülő új mérőszámokat vezessünk be és alkalmazzunk.

Az új mérőszámok első csoportjának kiszámítási módja a II. táblázatban található meg. A táblázat első két oszlopában található fajsúlyhatárok és megoszlási számok segítségével a Tromp-görbe megrajzolható. (Az adatok a [6] alatti munkából valók; a megoszlási fajsúly 1,55;  $E_p = 0,065$ ,  $I = 0,120$ .) A 3. oszlopban a fajsúlyhatárok különbségeként a fajsúlyközök találhatók. Az újonnan javasolt elválasztási fajsúlyt a 4. oszlop alján találjuk, a megfelelő megoszlási számok és a fajsúlyközök szorzatainak összegeként számolva. Ezen elválasztási fajsúlyra vonatkozó fél hibafelület kiszámításának módja a táblázat 5. oszlopában található meg. 1,5 és 1,6 fajsúlyhatárok között a vonatkozó hibafelület nagysága  $(1,6-1,5905) \cdot 0,537 = 0,0051$ , a következő két fajsúlyközben pedig szintén a megoszlási számok és a fajsúlyközök szorzatai. Az elválasztás élessége mérőszámának a teljes hibafelületet, a bemutatott példában  $0,0495/0,5 = 0,099$  értéket javasoljuk. (A táblázat utolsó oszlopában kiszámítottuk a minimális, az 1,6-os fajsúlyra vonatkozó hibafelületet is.)

A szétválasztási műveletek szétválasztási fajsúlyának, ill. a szétválasztás szemnagyságának a Tromp-görbe megrajzolásához szükséges adatokból számítható várható értéket választottuk. A megrajzolható Tromp-görbe és a koordinátatengelyek közötti terület nagysága azon téglalapéval egyezik, amelynek magassága 1 (ill. 100 Tromp %), alapja pedig az új elválasztási paraméter [10, 19, 20]. A Tromp-görbe és az elválasztási paraméternél emelt függőleges közötti területek pontosan megegyeznek, a területrészek nyomtékának ennél a függőlegesnél van a minimumuk. Ha az elválasztási zónában a szétválasztandó termék eloszlásfüggvényének képe ferde egyenes, akkor az elválasztási paraméter a kiegyenlítő szemnagysággal, ill. fajsúllyal [10, 18, 19, 20] pontosan megegyezik. A kiegyenlítő paraméternél a feladásra vonatkozó hibás szemek aránya mindkét termékben egyaránt maximális. Különböző eloszlással rendelkező termékek szeparálása esetén pedig azt is mondhatjuk, hogy az új elválasztási fajsúly ill. szemnagyság a különböző nagyságú kiegyenlítő paraméterek várható értéke.



I. táblázat

Átlagos Tromp-százalékok számítása különböző tulajdonságú anyagokra

Fajsúlyhatárok	Feladás	Meddő	Tromp-%	Átlagos Tromp-% 1,6 ÷ 1,7 között	Feladás	Meddő	Átlagos Tromp-% 1,6–1,7 között
1	2	3	4	5	6	7	8
<1,4	26,67	0,02	0,07	$\frac{1,96}{9,30} 100 =$ $= 21,08$	26,67	0,02	$\frac{4,06}{9,30} 100 =$ $= 43,66 \%$
1,4–1,5	22,96	0,03	0,13		22,96	0,03	
1,5–1,6	13,68	0,02	0,15		13,68	0,02	
1,6–1,64	5,05	0,11	2,18		2,14	0,05	
1,64–1,65	0,86	0,10	11,62		1,25	0,15	
1,65–1,66	1,25	0,16	12,80		0,86	0,11	
1,66–1,70	2,14	1,59	74,30		5,05	3,75	
1,70–1,80	10,60	10,14	95,66		10,60	10,14	
1,80	16,79	16,76	99,82		16,79	16,76	
	100,—	28,93				31,03	

II. táblázat

Elválasztási fajsúly és a hibafelületek számítása

Fajsúlyhatárok	Megoszlási számok, $T_i$	Fajsúlyközők, $\Delta x_i$	Elválasztási fajsúly, $T_i/\Delta x_i$	Fél hibafelület az elválasztási fajsúlyra vonatköztatva	Min. hibafelület (1,6-os fajsúlyra vonatkoztatva)
1	2	3	4	5	6
<1,3	1,—	1,3	1,3	—	—
1,3–1,4	1,—	0,1	0,1	—	—
1,4–1,5	0,924	0,1	0,0924	—	0,1–0,0924 = 0,0076
(j–1)1,5–1,6(j)	0,537	0,1	0,0537	(1,6–1,5905)0,0537 = 0,0051	0,1–0,0537 = 0,0463 0,0539
1,6–1,8(j+1)	0,179	0,2	0,0358	0,0358	0,0358
1,8–2,0	0,043	0,2	0,0086	0,0086	0,0086 0,0444
2,0–2,2	∅	0,2	—	—	—
2,2	∅	?	—	—	—
			1,5905	0,0495	0,0983

A fél hibafelület olyan téglalappá alakítható, amelynek magassága 0,5, alapja a teljes hibafelülettel megegyező szám ( $0,5 \cdot 0,099 = 0,0495$ ) [2, 10, 19, 20]. Az  $E_p$  mérőszám helyett a szétválasztás élességének megítélésére a teljes hibafelület használata helyénvalóbb, mert értéke függ a mindegyik paraméterközre megadott megoszlási értéktől. A két mérőszám számszerű értéke akkor lenne egymással egyenlő, ha a Tromp-görbe lefutása nemcsak a mediánnál, hanem a quartiliseknél meghúzott függőlegesekre is (természetesen a görbe megfelelő része) szimmetrikus lenne. A javasolt mérőszám azonban az  $E_p$ -nél rendszerint nagyobb (0,099 ill. 0,065 a bemutatott példában), mert a Tromp-görbék általában a szétválasztási helytől távolabb laposabbak. A minimális hibafelület azon két fajsúlyköz határán keresendő, amelyekhez a 0,5-nél közvetlenül nagyobb, ill. a 0,5-nél közvetlenül kisebb eloszlási számok tartoznak [21].

Ezen két mérőszám, a II. táblázat jelöléseit figyelembe véve, a következőképpen fejezhető ki:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^l \Delta x_i T_i \quad (1)$$

és

$$h_F = 2 \left[ (x_j - \bar{x}) T_j + \sum_{i=j+1}^l \Delta x_i T_i \right], \quad (2)$$

ahol  $\bar{x}$  az elválasztási paramétert,  $h_F$  a hibafelületet jelenti; a képletekben szerepelnek a  $\Delta x_i$  közök,  $T_i$  megoszlási számok, továbbá az elválasztási paraméternél közvetlenül nagyobb  $x_j$  fajsúly vagy szemnagyság  $s$  az  $x_j$  és  $x_{j-1}$  paraméterközhöz tartozó  $T_j$  megoszlási szám.

A megadott hibafelületnél jobb mérőszámok is léteznek a szétválasztás élességének megítélésére. A hibafelületnek a szétválasztási helytől távolabbi részei sokkal inkább befolyásolják a termékek minőségét, ezért előfordulhat, hogy az azonos hibafelületű szétválasztó berendezések nem egyformán szerepnének hibafelületük elhelyezkedésének különbözősége miatt. Ezért különösen az ilyen esetben tesz jó szolgálatot a szórás vagy az elsőrendű nyomaték kiszámítása, amelyeknek a megadott szétválasztási helyre vonatkozóan minimumuk van.

A szórásnégyzet és az elsőrendű nyomaték [15, 16, 17, 20] számításának menetét a III. táblázatban találjuk meg. Mindkét mérőszám számítását úgy végezzük, hogy az egyes közök hibafületeit megszorozzuk a hibafelület súlypontjának az elválasztás fajsúlyától való távolságával, a szórásnégyzet számításakor ezen távolság négyzetével, és a vonatkozó szorzatokat összeadjuk. Az eredményt az összes hibafelülettel elosztjuk, a szórás kiszámításakor az eredményből gyököt vonunk. Ilyen módszerrel az  $E_p$ -hez, ill. a teljes hibafelülethez közelálló számot kapunk, tehát az elválasztás élességét azonnal meg tudjuk ítélni, de ezek a mérőszámok az említett mérőszámoknál többet

## III. táblázat

## Elsőrendű nyomatékok és szórások számítása

Fajsúlyhatárok	Hibafelület, $f_i$	Fajsúlyhatárok számtani átlaga, $x'_i$	Hibafelület súlypontjának távolsága $\bar{x}$ -től, ( $x'_i - \bar{x}$ )	Elsőrendű nyomaték $\bar{x}$ -re, $f_i  (x'_i - \bar{x}) $	Szórásnégyzet $\bar{x}$ -re, $f_i (x'_i - \bar{x})^2$	Mérőszámok
1	2	3	4	5	6	7
<1,3	—	—	—	—	—	$v < \bar{x} = \frac{0,002963775}{0,0495} = 0,0599$
1,3—1,4	—	—	—	—	—	$v > \bar{x} = \frac{0,006606025}{0,495} = 0,1335$
1,4—1,5	0,0076	$1,45 = \left(\frac{1,4 + 1,5}{2}\right)$	0,1405	0,001067800	0,000150026	$v = \frac{0,00956980}{0,099} = 0,0967$
1,5—1,5905	0,0419(j-1)	1,54525	0,04525	$\pm 0,001895975$	$+ 0,000085793$	
1,5905—1,6	0,0051(j)	1,59525	0,00475	0,000024225	0,000000115	$s < \bar{x} = \left(\frac{0,000235819}{0,0495}\right)^{\frac{1}{2}} = 0,0690$
1,6—1,8	0,0358	1,7	0,1095	0,003920100	0,000429251	$s > \bar{x} = \left(\frac{0,001253162}{0,0495}\right)^{\frac{1}{2}} = 0,1591$
1,8—2,0	0,0086	1,9	0,3095	$+ 0,002661700$	$+ 0,000823796$	$s = \left(\frac{0,001488981}{0,099}\right)^{\frac{1}{2}} = 0,1226$
2,0—2,2				— — — — —	— — — — —	
2,2						
	0,0990			0,009569800	0,001488981	

mondanak. A szórás használata a matematikai statisztikában általános, ezért célszerű a szétválasztási műveletek megítélésekor elsősorban ezt a mérőszámot használni. E két mérőszám kiszámításakor mód van arra is, hogy értéküket mindkét fél hibafelületre [17, 20] megadjuk, mint ahogyan a III. táblázat utolsó oszlopában megtalálható. Ezeket a mérőszámokat is ki tudjuk fejezni a következőképpen.

Elsőrendű nyomaték az  $\bar{x}$ -nél kisebb értékre:

$$v_{<\bar{x}} = \frac{1}{h_f/2} \sum_{i=1}^{j-1} f_i(\bar{x} - x'_i). \quad (3)$$

Elsőrendű nyomaték az  $\bar{x}$ -nél nagyobb értékre:

$$v_{>\bar{x}} = \frac{1}{h_f/2} \sum_{i=j}^l f_i(x'_i - \bar{x}). \quad (4)$$

Átlagos elsőrendű nyomaték:

$$v = \frac{1}{h_f} \sum_{i=1}^l f_i |x'_i - \bar{x}|. \quad (5)$$

A szórásnégyzetek értékei az előbbi sorrendben a következők lesznek:

$$s_{<\bar{x}}^2 = \frac{1}{h_f/2} \sum_{i=1}^{j-1} f_i (x'_i - \bar{x})^2, \quad (6)$$

$$s_{>\bar{x}}^2 = \frac{1}{h_f/2} \sum_{i=j}^l f_i (x'_i - \bar{x})^2, \quad (7)$$

$$s^2 = \frac{1}{h_f} \sum_{i=1}^l f_i (x'_i - \bar{x})^2. \quad (8)$$

#### IRODALOM

1. TROMP, K. F.: Neue Wege für die Beurteilung der Aufbereitung von Steinkohlen. *Glückauf* 73 (1937), 125—131, 151—156.
2. MEERMAN, P. G.—BECKERS, J. M. H.: The Accuracy of Distribution Curves for Coal Preparation. *Colliery Engng.* 29 (1952), 318—320, 376—380, 431—432.
3. PAUL, H.—KÜHN, CH.: Ermittlung des Mengenausbringens in der Steinkohlenaufbereitung. *Glückauf* 88 (1952), 1155—1161.
4. TADASHI, SAKAI: Dreigut-Sortierung in einem geneigten Trommelsinkscheider. 2. Internationaler Kongress für Steinkohlenaufbereitung, Essen 1954.
5. DRIESSEN, M. G.: The Use of the Centrifugal Force. *The Journal of the Institute of Fuel* (1954 Dec.).
6. Vornorm D/N 23011. „Richtlinien für Abnahme und Überwachung von Steinkohlenaufbereitungsanlagen”, Ausgabe 1954.

7. HEIDENREICH, H.: Die Erfolgsrechnung im Aufbereitungsbetrieb. Verlag Glückauf GmbH., Essen 1954.
8. ENGEL, O.: Untersuchungen zur Tragfähigkeit der Luft bei der Windsichtung. Dissertation, Aachen 1957.
9. GRUMBRECHT, K.—MAYER, F. W.: Die Lage des Trennschnittes bei Trennvorgängen in der Aufbereitung. *Glückauf* 96 (1960), 186—188.
10. TARJÁN G.: Javaslat a Tromp-görbe új mérőszámára. *Bányászati Lapok*, (1960), 361—369.
11. EDER, TH.: Probleme der Trennschärfe — Gesetze der Korntrennung. *Aufbereitungs-Technik* 2 (1961), 104—109.
12. EDER, TH.: Probleme der Trennschärfe — Die Trompsche Kurve als Mittel der Verfahrensbeschreibung. *Aufbereitungs-Technik* 2 (1961), 136—148.
13. EDER, TH.: Probleme der Trennschärfe — Streckung der Trompschen Kurve. *Aufbereitungs-Technik* 2 (1961), 313—321.
14. EDER, TH.: Probleme der Trennschärfe — Nutzen der Trompschen Kurve. *Aufbereitungs-Technik* 2 (1961), 484—495.
15. MAYER, F. W.: Allgemeine Grundlagen der T-Kurven. *Aufbereitungs-Technik* 8 (1967), 429—440.
16. MAYER, F. W.: Allgemeine Grundlagen der T-Kurven, 2. Teil: Kritik der Kennwerte der T-Kurven. *Aufbereitungs-Technik* 8 (1967), 673—678.
17. MAYER, F. W.: Allgemeine Grundlagen der T-Kurven, 3. Teil: Der neue Trennschärfenkennwert in Form der Momentensumme der Fehlgutflächen des T-Kurvendiagrammes. *Aufbereitungs-Technik* 9 (1968), 14—23.
18. WESSEL, J.: Grundlagen des Siebens und Sichtens Teil I. *Aufbereitungs-Technik* 8 (1967) 53—62.
19. TARJÁN G.: Ásványelőkészítés I és II (kézirat). Tankönyvkiadó, Budapest 1969.
20. PETHŐ, SZ.—TOMPOS, E.: Über die statistische Auswertung der Tromp-Kurven. *Bergakademie* 21 (1969), 430—433.
21. GAGYI PÁLFFY A.: Összefüggések a szeparálás jóságának mérőszámai és a Tromp-görbe között. *Bányászati és Kohászati Lapok (Bányászat)* 102 (1969), 689—693.

**New Characteristics for Separations.** In the paper the authors propose the introduction of new indices for separation operations, the determination of which requires less work than the determination of those used hitherto. There is no need to trace the Tromp curve, thus the uncertainties due to its tracing are eliminated, too. The new indices characterize the separation much better, because for calculating them every value of the distribution is taken into account, as opposed to the indices used so far, which are based on the characteristic points of the Tromp curve.

**Neue Kennzahl für Trennungen.** In ihrer Arbeit schlagen die Verfasser die Einführung von neuen Kennzahlen für Mineralscheidungen vor, deren Bestimmung weniger Arbeit als die der bisherigen erfordert. Die Tromp-Kurve muß nicht aufgezeichnet werden, wodurch auch die mit der Aufzeichnung dieser Kurve verbundenen Unsicherheiten vermieden werden. Die neuen Kennzahlen charakterisieren die Trennung viel besser, weil bei ihrer Berechnung jeder Wert der Verteilung in Betracht zu ziehen ist, im Gegensatz zu den auf den charakteristischen Punkten der Tromp-Kurve aufgebauten, bisher gebräuchlichen Kennzahlen.



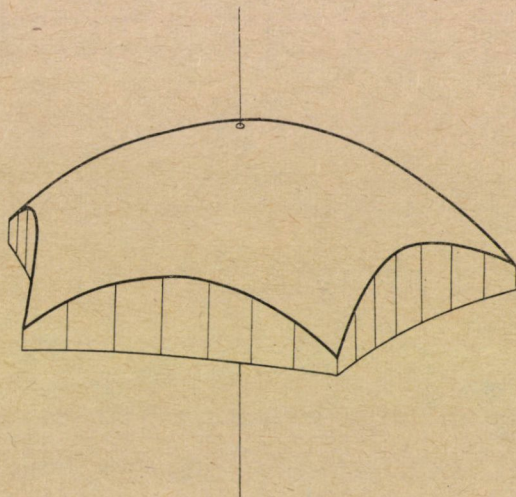
# KÖRSZIMMETRIKUSAN TERHELT CSILLAGSOKSZÖG ALAPRAJZÚ FORGÁSPARABOLOID HÉJAK

CSONKA PÁL\*  
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett: 1970. november 25-én]

## I. Bevezetés

A szabályos sokszögalaprajz fölé szerkesztett forgásparaboloid héjak peremívei aránylag csekély ívmagasságúak, ami több szempontból előnytelen. Ez a kedvezőtlen körülmény azáltal küszöbölhető ki, ha a héj alaprajzi idomaként szabályos sokszög helyett olyan idomot választunk, melynek oldalai befelé íveltek.



1. ábra. Ötoldalú csillaghéj

Ha a befelé ívelt oldalú szabályos alaprajzú idom ún. *csillagsokszög* [1], az építészeti előnyökhöz számítástechnikai előnyök is társulnak. Ez az előny, valamint a csillagsokszög alaprajzú forgásparaboloid héjak érdekes építészeti megjelenése (1. ábra) indokoltá teszi, hogy az efféle héjak — *acsillaghéjak* — erőtani vizsgálatára alkalmas számító eljárást ismertessünk.

## II. Feltevések

Az alábbi fejtegetésekben feltételezzük, hogy a héj szegélyén körbefutó abroncsszerű peremtartó készül, és azt teljes hosszában falazat vagy

\* Prof. Dr. Csonka Pál, Budapest XI., Bartók B. út 31.

sűrűn egymás mellett álló oszlopok támasztják alá. Ily alátámasztás híján a körbefutó peremtartót vonóvasas ívekkel kell helyettesíteni.

Számításainkat a héjak ún. membránelméletének szokásos felvételeire alapozzuk. A hég és peremtartó csatlakozásánál az alakváltozási kényszereknek a hég erőjátékát zavaró hatását figyelmen kívül hagyjuk.

A héjra ható teherként csak körszimmetrikus elrendezésű folytonos megoszló függőleges erőket veszünk számításba.

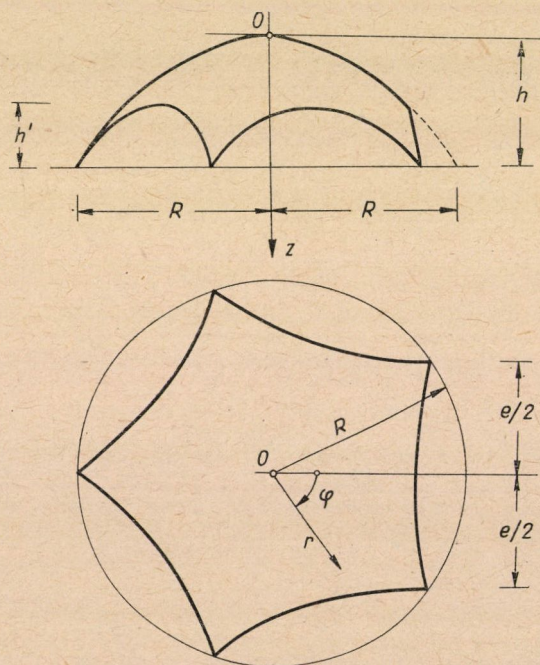
### III. Alapismeretek

Az  $n$  oldalú ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ) csillagsokszög egyenlete a 2. ábrán feltüntetett  $O(r, \varphi)$  poláris koordinátarendszerben

$$-\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n\varphi = 0, \quad (1)$$

az  $n$  oldalú csillagsokszög fölé mint alaprajz fölé szerkesztett csillaghég közép-felületének egyenlete az  $O(r, \varphi, z)$  hengeres koordinátarendszerben pedig:

$$z = h \frac{r^2}{R^2}. \quad (2)$$



2. ábra. Az  $O(r, \varphi, z)$  koordinátarendszer



A fenti képletekben  $R$  a középfelület sarokpontjainak rádiuszvektorát,  $h$  pedig a héj magassági méretét jelenti.

A vizsgálandó héjak  $F = F(r, \varphi)$  feszültségfüggvénye a Pucher-féle differenciálegyenletnek, vagyis a

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{R^2}{2h} g = 0 \quad (3)$$

egyenletnek tartozik megfelelni. Ez az egyenlet a  $g$  teherfüggvényre megoldott alakban így írható:

$$g = - \frac{2h}{R^2} \left( \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} \right) \equiv - \frac{2h}{R^2} \Delta F. \quad (4)$$

A fenti képletekben  $g$  a héjra ható függőleges megoszló tehernek az *alaprjz* területegységére vonatkoztatott fajlagos értékét jelenti.

Az  $F = F(r, \varphi)$  feszültségfüggvény a feladat (3) differenciálegyenletén felül teljesíteni tartozik a héj különleges megtámasztását kifejező kerületi feltételt is. Ez a feltétel teljes hosszában fallal alátámasztott, abroncsszerűen körbefutó peremtartóval bíró héjak esetében [2] az

$$F_{\text{perem}} = 0 \quad (5)$$

egyenlettel, függőleges oszlopokkal alátámasztott, abroncsszerűen körbefutó szegélytartó esetében pedig az

$$F_{\text{perem}} \simeq 0 \quad (6)$$

egyenlettel fejezhető ki. Ha az (5), illetve (6) alatti feltétel teljesül, a héj körbefutó szegélytartójában semmiféle, illetve legfeljebb lényegtelen hajlítós és csavarónyomatékok jönnek létre.

A vizsgálandó héj feszültségfüggvényét ismerve, a héj sugár- és ív-irányba *redukált* feszítőerői a következő képletekkel számíthatók [3]:

$$\begin{aligned} n_r &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2}, \\ n_{r\varphi} &= - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right), \\ n_\varphi &= \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

#### IV. Segédfüggvények

A kitűzött feladat megoldása tetszőleges körszimmetrikus terhelés esetében zárt alakban nem fejezhető ki, miért is a pontos megoldás helyett közelítő megoldáshoz kell folyamodnunk. A közelítő számítás céljaira három olyan segédfüggvényt vezetünk be, amelyek mindegyikéhez, mint feszültségfüggvényhez, forgásszimmetrikus megoszlású függőleges teherrendszer rendelhető, és amelyek mindegyike egyúttal megfelel az (5) kerületi feltételnek is.

##### 1. Az első segédfüggvény

Első segédfüggvényül az [1] dolgozathból ismert feszültségfüggvény  $1/g_0$ -szorosát választjuk. Az első segédfüggvény tehát

$$F^I = -\frac{R^4}{8h} \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n\varphi \right). \quad (8)$$

A fenti függvénynek mint feszültségfüggvénynek a (2) alattiak szerint az alábbi  $n_r^I$ ,  $n_{r\varphi}^I$ ,  $n_\varphi^I$  redukált feszítőerők felelnek meg:

$$\begin{aligned} n_r^I &= -\frac{R^2}{4h} \left[ 1 - (n-1) \frac{r^{n-2}}{R^{n-2}} \cos n\varphi \right], \\ n_{r\varphi}^I &= -\frac{R^2}{4h} (n-1) \frac{r^{n-2}}{R^{n-2}} \sin n\varphi, \\ n_\varphi^I &= -\frac{R^2}{4h} \left[ 1 + (n-1) \frac{r^{n-2}}{R^{n-2}} \cos n\varphi \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

A (8) függvényhez mint feszültségfüggvényhez rendelhető teherrendszer a (4) képlet szerint

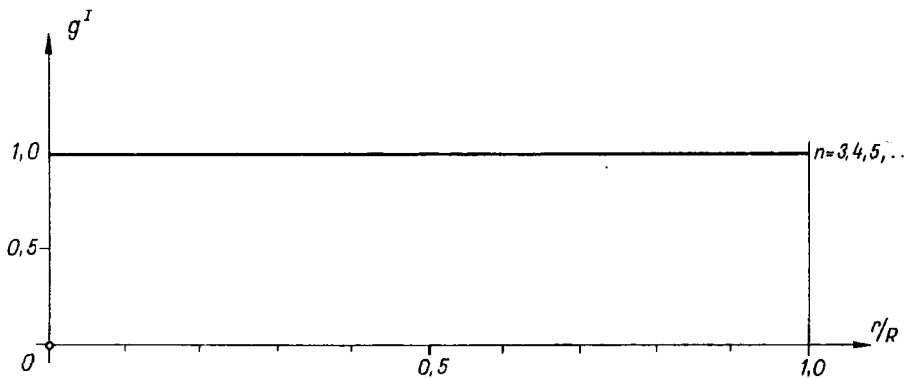
$$g^I = 1, \quad (10)$$

vagyis konstans értékű. Diagramja a 3. ábrán látható.

##### 2. A második segédfüggvény

Második segédfüggvényül az első segédfüggvénynek a

$$\begin{aligned} &-\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n \left( \varphi + \frac{\pi}{n} \right) = \\ &= -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} - \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n\varphi \end{aligned}$$



3. ábra. A  $g^I$  teherrendszer diagramja

kifejezéssel való szorzatát vezetjük be:

$$F^{II} = -\frac{R^4}{8h} \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n\varphi \right) \cdot \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} - \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n\varphi \right).$$

A szorzást elvégezve

$$F^{II} = -\frac{R^4}{8h} \left[ \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} \right)^2 - \frac{4}{n^2} \cdot \frac{r^{2n}}{R^{2n}} \cos^2 n\varphi \right].$$

Innen a

$$\cos^2 n\varphi = \frac{1 + \cos 2n\varphi}{2}$$

összefüggés felhasználásával

$$F^{II} = -\frac{R^4}{8h} \left[ \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} \right)^2 - \frac{2}{n^2} \cdot \frac{r^{2n}}{R^{2n}} (1 + \cos 2n\varphi) \right]. \quad (11)$$

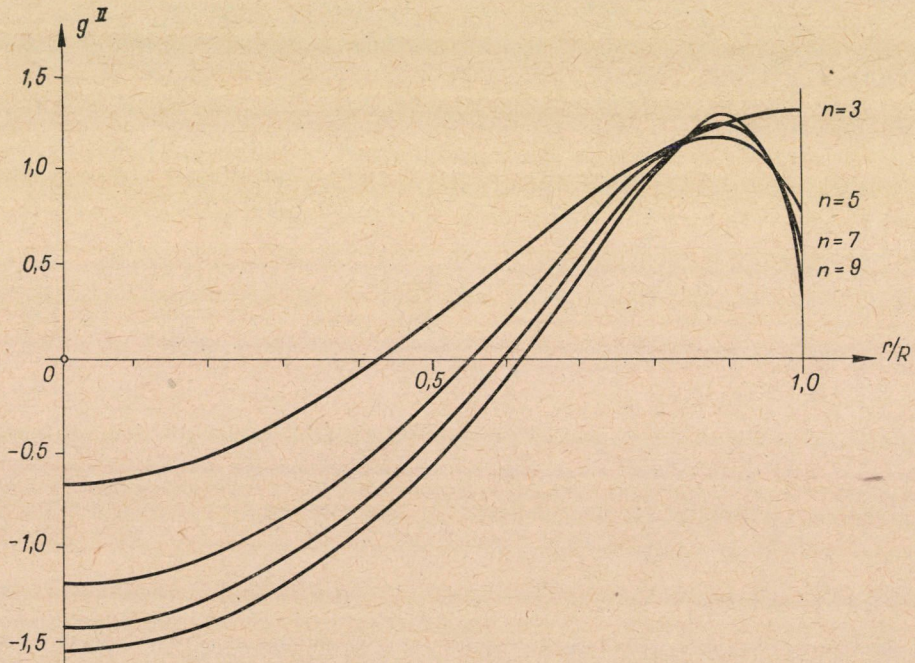
Ha feszültségfüggvényül ezt a függvényt választjuk, és az ehhez tartozó  $n_r^{II}$ ,  $n_{r\varphi}^{II}$ ,  $n_\varphi^{II}$  redukált feszítő erőket a (7) képletek szerint meghatározzuk, azt találjuk, hogy

$$\begin{aligned}
 n_r^{II} &= -\frac{R^2}{2h} \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} - \frac{1}{n} \cdot \frac{r^{2n-2}}{R^{2n-2}} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2n-1}{n} \cdot \frac{r^{2n-2}}{R^{2n-2}} \cos 2n\varphi \right), \\
 n_{r\varphi}^{II} &= -\frac{R^2}{2h} \cdot \frac{2n-1}{n} \cdot \frac{r^{2n-2}}{R^{2n-2}} \sin 2n\varphi, \\
 n_\varphi^{II} &= -\frac{R^2}{2h} \left( -\frac{n-2}{n} + 3 \frac{r^2}{R^2} - \frac{2n-1}{n} \cdot \frac{r^{2n-2}}{R^{2n-2}} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2n-1}{n} \cdot \frac{r^{2n-2}}{R^{2n-2}} \cos 2n\varphi \right).
 \end{aligned} \tag{12}$$

A második segédfüggvénynek megfelelő teherrendszer a (4) képlet szerint:

$$g^{II} = 2 \left( -\frac{n-2}{n} + 2 \frac{r^2}{R^2} - \frac{r^{2n-2}}{R^{2n-2}} \right). \tag{13}$$

Ez a teherrendszer szintén forgásszimmetrikus elrendezésű. Diagramja különböző oldalszámú csillaghéjak esetében a 4. ábrán látható. Egyes ordinátái az I. táblázatból vehetők ki.



4. ábra. A  $g^{II}$  teherfüggvény diagramja

I. táblázat  
*A* g<sup>II</sup> segédfüggvény értéke

r/R	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7	n = 8	n = 9	n = 10
0	-0,667	-1,000	-1,200	-1,333	-1,429	-1,500	-1,556	-1,600
0,05	-0,657	-0,990	-1,190	-1,323	-1,419	-1,490	-1,546	-1,590
0,10	-0,627	-0,960	-1,160	-1,293	-1,389	-1,460	-1,516	-1,560
0,15	-0,578	-0,910	-1,110	-1,243	-1,339	-1,410	-1,466	-1,510
0,20	-0,510	-0,840	-1,040	-1,173	-1,269	-1,340	-1,396	-1,440
0,25	-0,424	-0,750	-0,950	-1,083	-1,179	-1,250	-1,306	-1,350
0,30	-0,323	-0,641	-0,840	-0,973	-1,069	-1,140	-1,196	-1,240
0,35	-0,207	-0,514	-0,710	-0,843	-0,939	-1,010	-1,066	-1,110
0,40	-0,078	-0,368	-0,561	-0,694	-0,789	-0,860	-0,916	-0,960
0,45	0,061	-0,207	-0,393	-0,524	-0,619	-0,690	-0,746	-0,790
0,50	0,208	-0,031	-0,208	-0,335	-0,429	-0,500	-0,556	-0,600
0,55	0,360	0,155	-0,007	-0,128	-0,220	-0,290	-0,346	-0,390
0,60	0,514	0,347	0,206	0,095	0,007	-0,062	-0,116	-0,160
0,65	0,666	0,539	0,426	0,330	0,250	0,185	0,132	0,089
0,70	0,813	0,725	0,645	0,570	0,504	0,446	0,398	0,357
0,75	0,950	0,894	0,850	0,804	0,758	0,714	0,674	0,639
0,80	1,074	1,036	1,024	1,012	0,994	0,972	0,948	0,924
0,85	1,179	1,136	1,145	1,163	1,177	1,184	1,186	1,183
0,90	1,261	1,178	1,179	1,209	1,247	1,282	1,314	1,340
0,95	1,314	1,140	1,083	1,079	1,101	1,135	1,174	1,216
1,00	1,333	1,000	0,800	0,667	0,571	0,500	0,444	0,400

3. *A* harmadik segédfüggvény

*A* harmadik segédfüggvényt oly módon állítjuk elő, hogy az első segédfüggvényt a

$$\begin{aligned}
 & -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n \left( \varphi + \frac{2\pi}{3n} \right) = \\
 & = -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \left( -\frac{1}{2} \cos n\varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin n\varphi \right)
 \end{aligned}$$

és a

$$\begin{aligned}
 & -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n \left( \varphi - \frac{2\pi}{3n} \right) = \\
 & = -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \left( -\frac{1}{2} \cos n\varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin n\varphi \right)
 \end{aligned}$$

kifejezéssel megszorozzuk:

$$\begin{aligned}
 F_{III} = & -\frac{R^4}{8h} \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n\varphi \right) \cdot \\
 & \cdot \left[ -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \left( -\frac{1}{2} \cos n\varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin n\varphi \right) \right] \cdot \\
 & \cdot \left[ -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \left( -\frac{1}{2} \cos n\varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin n\varphi \right) \right].
 \end{aligned}$$

A szorzást elvégezve azt találjuk, hogy

$$F^{III} = -\frac{R^4}{8h} \left[ \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} \right)^3 - \frac{3}{n^2} \cdot \frac{r^{2n}}{R^{2n}} \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2}{n^3} \cdot \frac{r^{3n}}{R^{3n}} (\cos^3 n\varphi - 3 \cos n\varphi \cdot \sin^2 n\varphi) \right].$$

Ámde

$$\cos^3 n\varphi - 3 \cos n\varphi \cdot \sin^2 n\varphi = \cos 3n\varphi,$$

úgyhogy

$$F^{III} = -\frac{R^4}{8h} \left[ \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} \right)^3 - \frac{3}{n^2} \cdot \frac{r^{2n}}{R^{2n}} \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2}{n^3} \cdot \frac{r^{3n}}{R^{3n}} \cos 3n\varphi \right]. \quad (14)$$

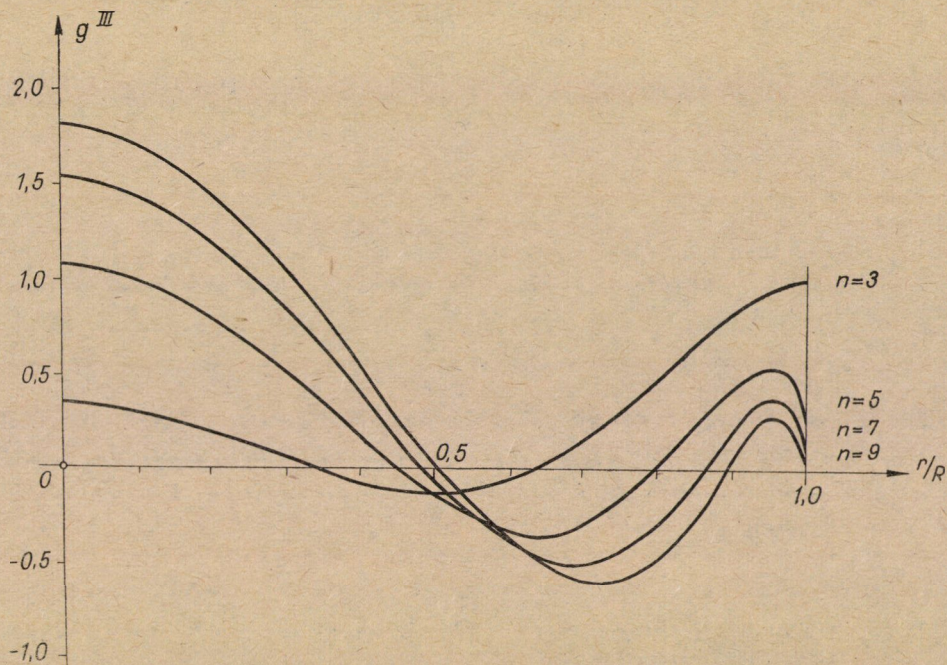
Az  $F^{III}$  segédfüggvényhez mint feszültségfüggvényhez a (7) alattiak szerint az alábbi redukált feszítőerők tartoznak:

$$n_r^{III} = -\frac{3R^2}{4h} \left[ \left( \frac{n-2}{n} \right)^2 - 2 \frac{n-2}{n} \cdot \frac{r^2}{R^2} + \frac{r^4}{R^4} + \frac{n-2}{n^2} \cdot \frac{r^{2n-2}}{R^{2n-2}} - \right. \\ \left. - \frac{n+1}{n^2} \cdot \frac{r^{2n}}{R^{2n}} + \frac{1-3n}{n^2} \cdot \frac{r^{3n-2}}{R^{3n-2}} \cos 3n\varphi \right], \\ n_{r\varphi}^{III} = -\frac{3R^2}{4h} \cdot \frac{3n-1}{n^2} \cdot \frac{r^{3n-2}}{R^{3n-2}} \sin 3n\varphi, \quad (15) \\ n_\varphi^{III} = -\frac{3R^2}{4h} \left[ \left( \frac{n-2}{n} \right)^2 - 6 \frac{n-2}{n} \cdot \frac{r^2}{R^2} + \frac{5r^4}{R^4} + \frac{(n-2)(2n-1)}{n^2} \cdot \right. \\ \left. \cdot \frac{r^{2n-2}}{R^{2n-2}} - \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} \cdot \frac{r^{2n}}{R^{2n}} - \frac{1-3n}{n^2} \cdot \frac{r^{3n-2}}{R^{3n-2}} \cos 3n\varphi \right].$$

Az  $F^{III}$  segédfüggvényhez a (4) képlet szerint a következő teherrendszer rendelhető:

$$g^{III} = 3 \left[ \left( \frac{n-2}{n} \right)^2 - 4 \frac{n-2}{n} \cdot \frac{r^2}{R^2} + 3 \frac{r^4}{R^4} + \right. \\ \left. + \frac{n-2}{n} \cdot \frac{r^{2n-2}}{R^{2n-2}} - \left( \frac{n+1}{n} \right)^2 \frac{r^{2n}}{R^{2n}} \right]. \quad (16)$$

Ez a teherrendszer forgásszimmetrikus elrendezésű. Diagramja különböző oldalszámú csillaghéjak esetében az 5. ábrán látható. A teherfüggvény egyes ordinátái a II. táblázatból vehetők ki.



5. ábra. A  $g^{III}$  teherfüggvény diagramja

II. táblázat

$A^{g^{III}}$  segédfüggvény értéke

$r/R$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$
0	0,333	0,750	1,080	1,333	1,531	1,688	1,815	1,920
0,05	0,323	0,735	1,062	1,313	1,509	1,665	1,792	1,896
0,10	0,294	0,691	1,009	1,254	1,446	1,598	1,722	1,825
0,15	0,248	0,620	0,923	1,158	1,342	1,490	1,609	1,709
0,20	0,189	0,524	0,806	1,028	1,202	1,342	1,456	1,550
0,25	0,121	0,410	0,665	0,868	1,030	1,160	1,267	1,355
0,30	0,050	0,284	0,505	0,686	0,832	0,950	1,048	1,129
0,35	-0,016	0,152	0,333	0,488	0,616	0,720	0,807	0,879
0,40	-0,073	0,023	0,159	0,284	0,390	0,478	0,552	0,614
0,45	-0,111	-0,091	-0,007	0,083	0,164	0,234	0,294	0,345
0,50	-0,125	-0,182	-0,155	-0,103	-0,049	0,000	0,044	0,083
0,55	-0,109	-0,239	-0,270	-0,261	-0,238	-0,211	-0,185	-0,160
0,60	-0,059	-0,252	-0,341	-0,377	-0,387	-0,385	-0,379	-0,369
0,65	0,026	-0,215	-0,356	-0,436	-0,481	-0,507	-0,521	-0,529
0,70	0,147	-0,123	-0,305	-0,426	-0,505	-0,559	-0,596	-0,622
0,75	0,298	0,020	-0,185	-0,336	-0,445	-0,525	-0,585	-0,630
0,80	0,471	0,203	-0,003	-0,166	-0,294	-0,394	-0,473	-0,536
0,85	0,651	0,401	0,216	0,064	-0,062	-0,168	-0,256	-0,330
0,90	0,820	0,574	0,421	0,302	0,201	0,114	0,036	-0,032
0,95	0,948	0,658	0,520	0,435	0,372	0,322	0,278	0,239
1,00	1,000	0,563	0,360	0,250	0,184	0,141	0,111	0,090

### V. A feladat megoldása általában

A IV. alatt megismert segédfüggvények felhasználásával a feladat keresett feszültségfüggvényét — közelítésképpen — a következő alakban szerkesztjük meg:

$$F^* = c_1 F^I + c_2 F^{II} + c_3 F^{III}. \quad (17)$$

Ebben a képletben a  $c_1, c_2, c_3$  ismeretlen együtthatókat jelentenek. Utóbbiaknak oly értéket kell tulajdonítanunk, hogy az  $F^*$  közelítő feszültségfüggvénynek megfelelő

$$g^* = c_1 g^I + c_2 g^{II} + c_3 g^{III} \quad (18)$$

teherrendszer lehetőleg kevésbé térjen el a tényleges  $g = g(r)$  teherrendszertől.

A fenti követelmény legegyszerűbben *kollokációval* biztosítható. A kollokáció helyéül három alkalmas  $r = \text{konst}$  kört választunk s azt írjuk elő, hogy e körök mentén

$$g^* = g \quad (19)$$

legyen. Ily módon három lineáris egyenletet kapunk. Ezekből a  $c_1, c_2, c_3$  együtthatókat kiszámíthatjuk.

A  $c_1, c_2, c_3$  együtthatók meghatározására célszerűen használható az ismert Ritz—Galerkin-féle eljárás is. Ez az adott esetben az

$$\int_0^R (g^* - g)^2 dr = \min!$$

feltétel teljesítését teszi szükségessé. A fenti követelmény nyilván akkor teljesül, ha

$$\begin{aligned} \int_0^R (g^* - g)^2 g^I dr &= 0, \\ \int_0^R (g^* - g)^2 g^{II} dr &= 0, \\ \int_0^R (g^* - g)^2 g^{III} dr &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

A  $c_1, c_2, c_3$  együtthatók legcélszerűbb értékét ebből a három lineáris egyenletből határozhatjuk meg. A számítás során az integrál kifejezések értékét numerikus eljárással célszerű megállapítani.

### VI. Önsúlyteher esete

Ha a héj falvastagsága állandó, és a héjfalnak a *középfelület* terület-egységére vonatkoztatott fajlagos értéke  $p_0 = \text{konst}$ , az *alaprajz* terület-egységére vonatkoztatott teherérték:



$$g = p_0 \sqrt{1 + (dz/dr)^2}.$$

Ez a teherérték a

$$\frac{dz}{dr} = 2 \frac{h}{R} \cdot \frac{r}{R}$$

összefüggés felhasználásával így fejezhető ki:

$$g = p_0 \sqrt{1 + 4 \frac{h^2}{R^2} \cdot \frac{r^2}{R^2}}. \tag{21}$$

Mint hogy a  $g$  teherrendszer folytonos és körszimmetrikus elrendezésű, a feladat megoldására az V. alatt ismertetett eljárások alkalmazhatók.

A Ritz—Galerkin-féle eljárás alkalmazása esetében a  $c_1, c_2, c_3$  együtthatókra a III—VI. táblázatokban közölt értékek adódnak.

III. táblázat

$A$   $c_1, c_2, c_3$  együtthatók értéke  $n = 3$  és  $n = 4$  oldalú csillaghéjak esetében

$h/R$	$n = 3$			$n = 4$		
	$c_1/p_0$	$c_2/p_0$	$c_3/p_0$	$c_1/p_0$	$c_2/p_0$	$c_3/p_0$
0,25	1,0225	0,0438	0,0265	1,0328	0,0471	0,0237
0,30	1,0322	0,0622	0,0364	1,0469	0,0665	0,0327
0,35	1,0436	0,0832	0,0470	1,0631	0,0884	0,0424
0,40	1,0566	0,1067	0,0580	1,0815	0,1127	0,0526
0,45	1,0710	0,1324	0,0691	1,1019	0,1390	0,0629
0,50	1,0869	0,1601	0,0800	1,1241	0,1670	0,0732
0,55	1,1041	0,1896	0,0907	1,1481	0,1965	0,0834
0,60	1,1225	0,2207	0,1009	1,1736	0,2273	0,0933
0,65	1,1422	0,2532	0,1106	1,2006	0,2592	0,1028
0,70	1,1629	0,2870	0,1197	1,2290	0,2920	0,1119
0,75	1,1847	0,3219	0,1282	1,2586	0,2356	0,1205

IV. táblázat

$A$   $c_1, c_2, c_3$  együtthatók értéke  $n = 5$  és  $n = 6$  oldalú csillaghéjak esetében

$h/R$	$n = 5$			$n = 6$		
	$c_1/p_0$	$c_2/p_0$	$c_3/p_0$	$c_1/p_0$	$c_2/p_0$	$c_3/p_0$
0,25	1,0399	0,0471	0,0190	1,0446	0,0457	0,0151
0,30	1,0568	0,0663	0,0261	1,0634	0,0643	0,0207
0,35	1,0763	0,0880	0,0337	1,0851	0,0853	0,0266
0,40	1,0983	0,1119	0,0417	1,1095	0,1083	0,0327
0,45	1,1225	0,1377	0,0497	1,1363	0,1330	0,0388
0,50	1,1489	0,1650	0,0577	1,1653	0,1591	0,0448
0,55	1,1771	0,1937	0,0655	1,1965	0,1865	0,0505
0,60	1,2072	0,2234	0,0729	1,2295	0,2148	0,0558
0,65	1,2389	0,2541	0,0800	1,2642	0,2440	0,0608
0,70	1,2721	0,2856	0,0867	1,3006	0,2738	0,0654
0,75	1,3067	0,3176	0,0930	1,3383	0,3041	0,0695

## V. táblázat

A  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  együtthatók értéke  $n = 7$  és  $n = 8$  oldalú csillaghéjak esetében

$h/R$	$n = 7$			$n = 8$		
	$c_1/P_0$	$c_2/P_0$	$c_3/P_0$	$c_1/P_0$	$c_2/P_0$	$c_3/P_0$
0,25	1,0478	0,0441	0,0122	1,0501	0,0425	0,0100
0,30	1,0680	0,0620	0,0166	1,0712	0,0597	0,0135
0,35	1,0911	0,0821	0,0213	1,0955	0,0791	0,0172
0,40	1,1171	0,1041	0,0260	1,1226	0,1002	0,0209
0,45	1,1457	0,1277	0,0306	1,1525	0,1229	0,0244
0,50	1,1766	0,1527	0,0350	1,1847	0,1468	0,0276
0,55	1,2097	0,1788	0,0391	1,2192	0,1717	0,0306
0,60	1,2448	0,2057	0,0429	1,2556	0,1974	0,0331
0,65	1,2816	0,2334	0,0462	1,2939	0,2238	0,0352
0,70	1,3200	0,2616	0,0491	1,3338	0,2506	0,0369
0,75	1,3599	0,2903	0,0516	1,3753	0,2779	0,0381

## VI. táblázat

A  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  együtthatók értéke  $n = 9$  és  $n = 10$  oldalú csillaghéjak esetében

$h/R$	$n = 9$			$n = 10$		
	$c_1/P_0$	$c_2/P_0$	$c_3/P_0$	$c_1/P_0$	$c_2/P_0$	$c_3/P_0$
0,25	1,0519	0,0411	0,0083	1,0532	0,0399	0,0070
0,30	1,0737	0,0577	0,0112	1,0755	0,0560	0,0093
0,35	1,0987	0,0764	0,0141	1,1012	0,0741	0,0117
0,40	1,1267	0,0968	0,0170	1,1300	0,0938	0,0139
0,45	1,1575	0,1186	0,0196	1,1613	0,1149	0,0159
0,50	1,1907	0,1416	0,0220	1,1953	0,1371	0,0175
0,55	1,2262	0,1655	0,0240	1,2316	0,1602	0,0188
0,60	1,2637	0,1902	0,0256	1,2698	0,1840	0,0197
0,65	1,3030	0,2154	0,0267	1,3100	0,2083	0,0201
0,70	1,3441	0,2412	0,0274	1,3519	0,2330	0,0200
0,75	1,3866	0,2672	0,0277	1,3953	0,2581	0,0195

## VII. Hóteher esete

Ha a héjra egyenletesen megoszló hóteher hat, a feladat feszültségfüggvénye zárt alakban a következőképpen fejezhető ki [1]:

$$F^{(0)} = \frac{R^4 g_0}{8h} \left( -\frac{n-2}{n} + \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{n} \cdot \frac{r^n}{R^n} \cos n\varphi \right). \quad (22)$$

A fenti képletben  $g_0$  a hótehernek az *alaprész* területegységére vonatkoztatott fajlagos értékét jelenti.

A szóban forgó esetben a héj redukált feszítő erőire a következő képletek adódnak:

$$\begin{aligned}
 n_r^{(0)} &= -\frac{R^2 g_0}{4h} \left[ 1 - (n-1) \frac{r^{n-2}}{R^{n-2}} \cos n\varphi \right], \\
 n_{r\varphi}^{(0)} &= -\frac{R^2 g_0}{4h} (n-1) \frac{r^{n-2}}{R^{n-1}} \sin n\varphi, \\
 n_\varphi^{(0)} &= -\frac{R^2 g_0}{4h} \left[ 1 + (n-1) \frac{r^{n-2}}{R^{n-2}} \cos n\varphi \right].
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

### VIII. Számpéldák

Az ismertett számító eljárások alkalmazását két számpéldán mutatjuk be. A számpéldák tárgyául a *szokásosnál meredekebb* csillaghéjakat választunk, mert azt óhajtjuk igazolni, hogy a javasolt eljárások még ezekben a *szélsőséges* esetekben is kellő pontosságúak.

A vizsgálandó csillaghéjak egyike *ötoldalú*, másika *kilencoldalú*. A héj geometriai adatai mindkét esetben azonosak:

$$R = 20,0 \text{ m}, \quad h = 14,0 \text{ m}.$$

A héjra ható teherként mindkét esetben azonos erőrendszert tételezünk fel. A héjfal önsúlyát a *középfelület* területegységére vonatkoztatott

$$p_0 = 200 \text{ kp/m}^2$$

fajlagos értékkel, a héjra ható hőterhet pedig az *alaprész* területegységére vonatkoztatott

$$g_0 = 80 \text{ kp/m}^2$$

fajlagos értékkel vesszük számításba.

#### 1. Ötoldalú csillaghéj (6. ábra)

A feladatot először *kollokációval* oldjuk meg. Illesztési helyekül az

$$r = 0,25 R, \quad r = 0,65 R, \quad r = 0,95 R$$

köröket választjuk. Az önsúlyterhet a hőterhellel összegezve egyidejűleg vesszük számításba. Az így képzett teherösszeg értéke

az $r = 0,25 R$	helyen:	291,99 kp/m <sup>2</sup> ,
az $r = 0,65 R$	helyen:	350,41 kp/m <sup>2</sup> ,
az $r = 0,95 R$	helyen:	412,80 kp/m <sup>2</sup> .

Ez esetben az  $F^I$ ,  $F^{II}$ ,  $F^{III}$  segédfüggvényeknek megfelelő  $g^I$  illetve  $g^{II}$ ,  $g^{III}$  teherértékek a (10) képlet, illetve az I. és II. táblázat szerint:

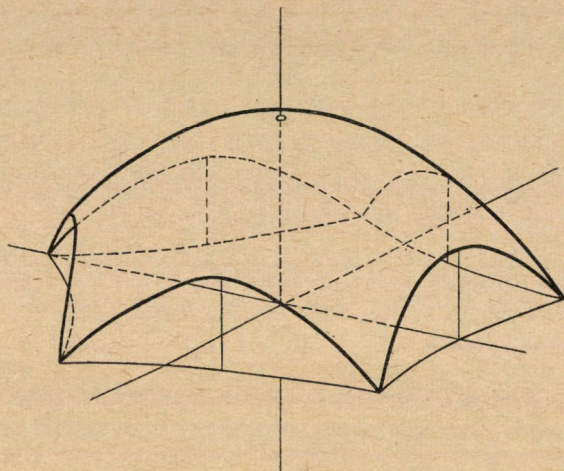
az $r = 0,25 R$	helyen:	1,0,	-1,179,	0,665;
az $r = 0,65 R$	helyen:	1,0,	0,426,	-0,356;
az $r = 0,95 R$	helyen:	1,0,	1,083,	0,520.

A fenti értékek felhasználásával a három kollokációs egyenlet:

$$\begin{aligned} 1,0 c_1 - 1,179 c_2 + 0,665 c_3 &= 291,99 \text{ kp/m}^2, \\ 1,0 c_1 + 0,426 c_2 - 0,356 c_3 &= 350,41 \text{ kp/m}^2, \\ 1,0 c_1 + 1,083 c_2 + 0,520 c_3 &= 412,80 \text{ kp/m}^2. \end{aligned}$$

Ebből a három egyenletből

$$\begin{aligned} c_1 &= 333,33 \text{ kp/m}^2 \\ c_2 &= 61,22 \text{ kp/m}^2 \\ c_3 &= 25,30 \text{ kp/m}^2. \end{aligned}$$



6. ábra. Ötoldalú csillaghéj

Ezekkel az értékekkel számítva a közelítő teherfüggvény:

$$g^* = 333,33 g^I + 61,22 g^{II} + 25,30 g^{III}. \quad (24)$$

Ha a szóban forgó feladatokat a *Ritz—Galerkin eljárással* óhajtjuk megoldani, a  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  együtthatókat a IV. táblázatból vehetjük ki:

$$\begin{aligned} c_1 &= (1,2729 \cdot 200) + 80 = 334,58 \text{ kp/m}^2, \\ c_2 &= 0,2856 \cdot 200 = 57,12 \text{ kp/m}^2, \\ c_3 &= 0,0867 \cdot 200 = 17,34 \text{ kp/m}^2. \end{aligned}$$

Ezen értékek figyelembevételével a közelítő teherfüggvény:

$$g^* = 334,58 g^I + 57,12 g^{II} + 17,34 g^{III}. \quad (25)$$

A javasolt számító eljárások pontosságának ellenőrzésére a héj különböző  $r = \text{konst}$  körei mentén kiszámítottuk a közelítő  $g^*$  teherfüggvény értékét, valamint az

$$\varepsilon = \frac{g - g^*}{g}$$

hibahányadost. A számítás eredményét a VII. táblázat tartalmazza. E táblázatból megállapítható, hogy mindkét javasolt számító eljárás pontossága

VII. táblázat

A  $g^*$  teherérték, valamint az  $\epsilon$  hibahányados értéke az ötoldalú csillaghéj esetében

$r/R$	Kollokációs eljárással számítva		Ritz—Galerkin eljárással számítva	
	$g^*$	$\epsilon$	$g^*$	$\epsilon$
0,00	287,18	-0,026	284,62	-0,016
0,05	287,34	-0,024	284,88	-0,015
0,10	287,83	-0,021	285,67	-0,013
0,15	288,71	-0,015	287,02	-0,009
0,20	290,05	-0,008	289,01	-0,005
0,25	291,99	0	291,70	+0,001
0,30	294,67	+0,006	295,20	+0,002
0,35	298,26	+0,015	299,63	+0,010
0,40	302,99	+0,020	305,12	+0,013
0,45	309,06	+0,023	311,83	+0,014
0,50	316,69	+0,022	319,87	+0,013
0,55	326,08	+0,019	329,35	+0,009
0,60	337,33	+0,011	340,29	+0,002
0,65	350,41	0	352,59	-0,006
0,70	365,07	-0,014	365,94	-0,016
0,75	380,66	-0,029	389,74	-0,053
0,80	395,96	-0,041	392,87	-0,033
0,85	408,89	-0,046	403,56	-0,032
0,90	416,17	-0,036	409,07	-0,018
0,95	412,80	0	405,30	+0,018
1,00	391,41	+0,077	386,35	+0,089

messzemenően kielégíti a gyakorlat igényeit. A  $g$  és  $g^*$  teherértékek közt jelentősebb eltérés csak a sarkok közelében, ott is csak egy egész szűk körzetben mutatkozik.

3. Kilencoldalú csillaghéj (7. ábra)

A feladatot ismét először kollokációval oldjuk meg. Ha a kollokáció helyeül ugyanazokat a köröket választjuk, mint az ötoldalú csillaghéj esetében, az ott ismertetett számítás-hoz hasonló számítással a  $c_1, c_2, c_3$  együtthatókra a következő értékeket kapjuk:

$$\begin{aligned} c_1 &= 348,45 \text{ kp/m}^2, \\ c_2 &= 52,54 \text{ kp/m}^2, \\ c_3 &= 9,58 \text{ kp/m}^2. \end{aligned}$$

Ezen értékek felhasználásával a közelítő teherfüggvény:

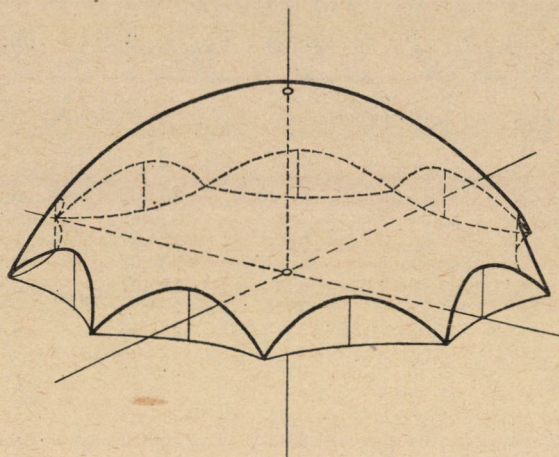
$$g^* = 348,45 g^I + 52,54 g^{II} + 9,58 g^{III}. \tag{26}$$

Ugyanezt a feladatot a Ritz—Galerkin-eljárással is megoldottuk. Ez esetben a  $c_1, c_2, c_3$  együtthatókat a VI. táblázatból vehetjük ki:

$$\begin{aligned} c_1 &= (1,3441 \cdot 200) + 80 = 348,82 \text{ kp/m}^2, \\ c_2 &= 0,2412 \cdot 200 = 48,24 \text{ kp/m}^2, \\ c_3 &= 0,0274 \cdot 200 = 5,48 \text{ kp/m}^2. \end{aligned}$$

A fenti értékek felhasználásával a közelítő teherfüggvény:

$$g^* = 348,82 g^I + 48,24 g^{II} + 5,48 g^{III}. \tag{27}$$



7. ábra. Kilencoldalú csillaghéj

A közelítő  $g^*$  teherértékeket, valamint az

$$\varepsilon = \frac{g - g^*}{g}$$

## VIII. táblázat

A  $g^*$  teherérték, valamint az  $\varepsilon$  hibahányados a kilencoldalú csillaghéj esetében

$r/R$	Kollokációs eljárással számítva		Ritz-Galerkin eljárással számítva	
	$g^*$	$\varepsilon$	$g^*$	$\varepsilon$
0,00	284,10	-0,015	283,74	-0,013
0,05	284,40	-0,014	284,10	-0,013
0,10	285,32	-0,012	285,16	-0,011
0,15	286,86	-0,009	286,96	-0,009
0,20	289,07	-0,005	289,49	-0,006
0,25	291,99	0	292,79	-0,003
0,30	295,67	+0,003	296,90	+0,000
0,35	300,19	+0,008	301,84	+0,003
0,40	305,63	+0,012	307,68	+0,005
0,45	312,09	+0,013	314,47	+0,006
0,50	319,68	+0,014	322,26	+0,006
0,55	328,52	+0,012	331,13	+0,004
0,60	338,72	+0,007	341,14	+0,000
0,65	350,41	0	352,34	-0,005
0,70	363,64	-0,010	364,73	-0,013
0,75	378,27	-0,022	378,13	-0,022
0,80	393,73	-0,035	391,95	-0,030
0,85	408,30	-0,045	404,61	-0,035
0,90	417,82	-0,040	412,38	-0,027
0,95	412,80	0	405,37	+0,018
1,00	372,86	+0,121	370,86	+0,126

hibahányados értékét a héj különböző  $r = \text{konst}$  körei mentén a VIII. táblázatban tüntettük fel. Mint látható, mindkét javasolt eljárás pontossága ebben az esetben is teljesen kielégítő. Most is csupán a héj sarokrészén van a  $g$  és  $g^*$  teherértékek közt számottevő különbség, de ez az eltérés is a sarokponttól távolodva rohamosan csökken.

#### IRODALOM

1. CSONKA P.: Csillagsokszög alaprajzú forgásparaboloidhéjak. *Műsz. Tud.* **42** (1970), 243—256.
2. CSONKA, P.: Membrane Shells with Vertically Supported Edge Beam. Simplified Calculation Methods of Shell Structures. *Proceedings of the Colloquium on Simplified Calculation Methods. Brussels*, September 4—6; 1961. North Holland Publishing Company, Amsterdam 1962. 219—234.
3. GIRKMANN, K.: Flächentragwerke. Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Falwerke. Springer-Verlag, Wien 1959.
4. CSONKA, P.: Paraboloid Shell of Revolution Star-Polygonal in Plan. *Acta Techn. Hung.* **68** (1970), 319—334.

**Axi-Symmetrically Loaded Paraboloid Shells of Revolution Star-Polygonal in Plan**  
Present paper deals with paraboloid shells of revolution star-polygonal in plan, in order to determine their membrane forces caused by axisymmetrically distributed, continuous vertical forces, such as dead load and uniformly distributed snow load. As an approximate solution of the problem, author establishes the stress function by a linear combination of three auxiliary functions. To each of these functions corresponds an axisymmetrically distributed vertical load system and each of them exactly satisfies the boundary conditions of the problem. For the case of dead load paper presents tables containing the expedient values of the unknown coefficients of the linear combination. In the case for uniformly distributed snow load the exact solution of the problem is expressed by simple closed formulae.

**Achsensymmetrisch belastete Rotationsparaboloidschalen mit sternförmigem Grundriß.**  
Der Aufsatz beschäftigt sich mit der Bestimmung der Membrankräfte von achsensymmetrisch belasteten Rotationsparaboloidschalen, die durch achsensymmetrisch verteilte Vertikalkräfte, wie z. B. Eigengewicht oder gleichmäßig verteilte Schneelast entstehen. Die Spannungsfunktion des Problems wird durch eine Linearkombination von drei Hilfsfunktionen angenähert, deren jede einem achsensymmetrisch verteilten vertikalen Lastsystem entspricht und gleichzeitig die Randbedingungen des Problems genau befriedigt. Für Eigengewicht enthält der Aufsatz Tafeln mit empfehlbaren Werten für die unbekanntenen Koeffizienten der Linearkombination. Für den Fall gleichmäßig verteilter Schneelast ist die exakte Lösung durch einfache, geschlossene Formeln ausgedrückt.





# REZGŐSZITÁK SZÉTVÁLASZTÁSI MÉRŐSZÁMAIRÓL

PETHŐ SZILVESZTER\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

TOMPOS ENDRE\*\*

[Béérkezett 1970. augusztus 24-én]

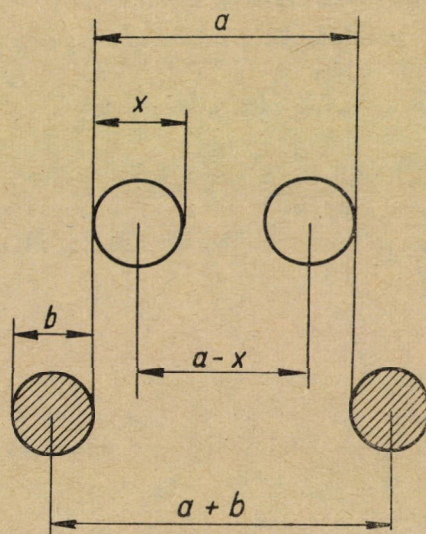
Rezgőszitáknál az ütközés nélküli függőlegesen történő átjutás valószínűsége [1] az 1. ábráról leolvashatóan a

$$P_{\square} = \frac{(a-x)^2}{(a+b)^2} = \varphi \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2, \quad (1)$$

$$P_{\square} = \frac{(a-x)(ca-x)}{(a+b)(ca+b)} = \varphi \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{x}{ca}\right), \quad (2)$$

és

$$P_{\square} = \frac{a-x}{a+b} = \varphi \left(1 - \frac{x}{a}\right) \quad (3)$$



1. ábra

\* Dr. Pethő Szilveszter, egyetemi docens, Miskolc Egyetemváros.

\*\* Dr. Tompos Endre, egyetemi adjunktus, Miskolc Egyetemváros

összefüggésekkel számítható ki négyzetes ( $p_{\square}$ ), téglalap ( $p_{\square}$ ) szelvényű nyílások, illetve rácsok ( $p_{||}$ ) esetében. Az itt szereplő képletekben  $x$  a szemnagyságot,  $a$  és  $ca$  a szitalap nyílásainak méreteit,  $b$  a drótvastagságot és  $\varphi$  a szabad szitafelületet jelentik. A szitán elhelyezkedő anyagnak többször van alkalma ( $n$ ) a szitalapra visszaesni, ezért az át nem jutás valószínűsége  $n$  visszaesés esetében

$$T_R = (1 - p)^n. \quad (4)$$

Ez az egyenlet egyúttal a szitalás Tromp-görbéjének egyenlete, amely logaritmálással

$$\lg T_R = n \lg (1 - p) \quad (5)$$

alakban írható, ami olyan egyenes egyenlete, amelynek iránytangense a ráesések számát jelenti.

A Tromp-görbe valószínűségelméleti alapon való helyes értelmezése egyedül a [2] alatti munkában található meg. KÁPLÁR szerint a Tromp-görbe mértani helye mindazon pontoknak, amelyeknek a megfelelő tulajdonságok nagyságát ábrázoló abszcisszatengelytől mért távolságai a vizsgált termékbe került alkotóhányadokkal egyenlők, és feltételes valószínűségeket jelentenek. Alakja sokszor hasonlít az eloszlásfüggvényekhez, azért általánosan értelmezik a függvény képéről leolvasható statisztikai jellemzőket, holott matematikai értelemben nem tekinthető eloszlásfüggvénynek. A következőkben a Tromp-görbe szokásos értelmezését tartjuk szem előtt.

A Tromp-görbe egyenletéből a szemnagyság szerinti osztályozás ismert mérőszámai azonnal megadhatók: az  $x_{50}$  medián, amelyet sokan a szétválasztás szemnagyságának tekintenek; a kvartilisek különbségének fél értéke, —  $Ep = (x_{75} - x_{25})/2$  — és hányadosa,  $K = x_{75}/x_{25}$ .

A felsorolt mérőszámokat a jobb áttekinthetőség érdekében az 1. táblázatban állítottuk össze. Értékük változása a négyzetes és téglalap nyílású szitákra, valamint a rácsokra vonatkozóan a 2., 3. és 4. ábrákon szemlélhető a drótvastagság függvényében. Mindegyik ábrán 4 ábrarész van, amelyeken az említett mérőszámok képei  $n = 1, 10, 100$  és  $1000$  ráesés esetén láthatók. A négyzetes nyílású szitára vonatkozó ábrarészekben (2. ábra) feltüntettük a legismertebb szitaszabványokra vonatkozó mérőszámokat is.

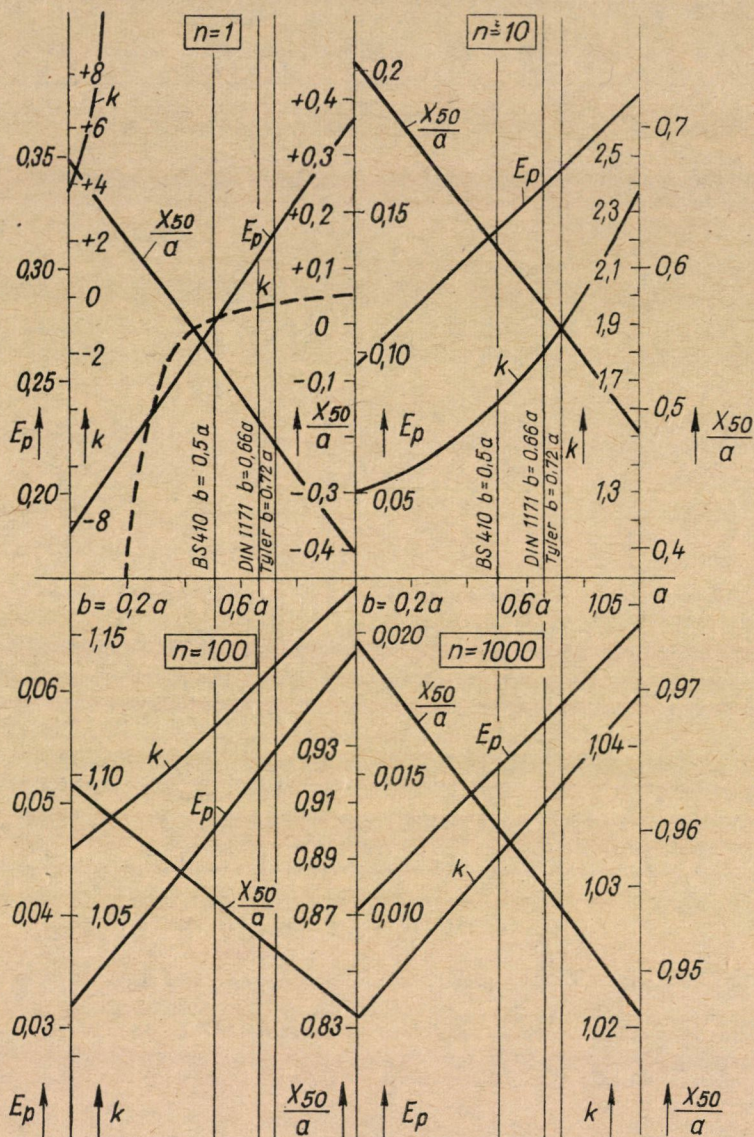
$n = 1$  esetében az  $x_{50}/a$  és a  $\kappa$  mérőszám nagyobb drótvastagságoknál 0-nál kisebb szám. Az  $x_{50} = 0$  feltételből megállapítható az az érték, amelynél nagyobb drótvastagságnál a medián negatív szám; a  $\kappa$  változását általános hiperbola írja le. Ennek nevezőjében szereplő  $x_{25}$  nullává tételével megállapítható a hiperbola függőleges érintőjének helye, vagyis az a drótvastagság, amelynél nagyobb értéknél a  $\kappa$  értéke nem valós.

Az I. táblázat összefüggéseiből, ill. ezek képéből jól láthatók a lyukbőség, a drótvastagság, ill. a szabad szitafelület, valamint a ráesések számának

I. táblázat

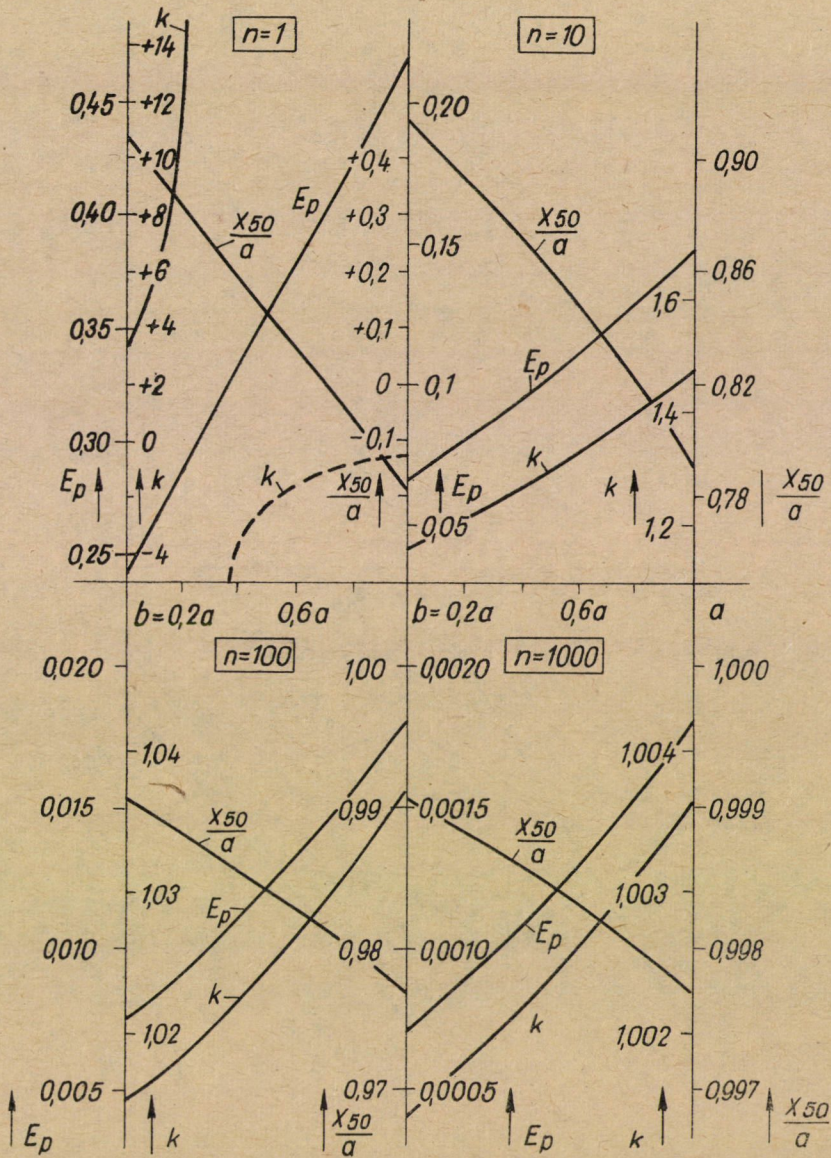
A szétválasztás mérőszámai különböző típusú szitalapok esetén

MÉRŐSZÁMOK	NÉGYZETES NYÍLÁSÚ SZITALAP
$p$ az ütközés nélküli átjutás valószínűsége	$\left(\frac{a-x}{a+b}\right)^2 = \varphi \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2$
$x_{50}$ (medián)	$a \left[1 - \left(\frac{1 - \sqrt[n]{0,5}}{\varphi}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$
$E_p = \frac{x_{75} - x_{25}}{2}$	$\frac{a}{2\sqrt{\varphi}} \left[ (1 - \sqrt[n]{0,25})^{\frac{1}{2}} - (1 - \sqrt[n]{0,75})^{\frac{1}{2}} \right]$
$\kappa = \frac{x_{75}}{x_{25}}$	$\frac{\varphi^{\frac{1}{2}} - (1 - \sqrt[n]{0,75})^{\frac{1}{2}}}{\varphi^{\frac{1}{2}} - (1 - \sqrt[n]{0,25})^{\frac{1}{2}}}$
	TÉGLALAP ALAKÚ NYÍLÁSSAL BÍRÓ SZITALAP
$p$ az ütközés nélküli átjutás valószínűsége	$\frac{(a-x)(ca-x)}{(a+b)(ca+b)} = \varphi \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{x}{ca}\right)$
$x_{50}$ (medián)	$a \left[ \frac{1+c}{2} - \left( \frac{c^2-1}{4} + \frac{1 - \sqrt[n]{0,5}}{\varphi} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$
$E_p = \frac{x_{75} - x_{25}}{2}$	$\frac{a}{4\sqrt{\varphi}} \left\{ [(c^2-1)\varphi + 4(1 - \sqrt[n]{0,25})]^{\frac{1}{2}} - [(c^2-1)\varphi + 4(1 - \sqrt[n]{0,75})]^{\frac{1}{2}} \right\}$
$\kappa = \frac{x_{75}}{x_{25}}$	$\frac{(1+c)(4\varphi)^{\frac{1}{2}} - 2[(c^2-1)\varphi + 4(1 - \sqrt[n]{0,75})]^{\frac{1}{2}}}{(1+c)(4\varphi)^{\frac{1}{2}} - 2[(c^2-1)\varphi + 4(1 - \sqrt[n]{0,25})]^{\frac{1}{2}}}$
	RÁCS-SZITALAP
$p$ az ütközés nélküli átjutás valószínűsége	$\frac{a-x}{a+b} = \varphi \left(1 - \frac{x}{a}\right)$
$x_{50}$ (medián)	$a \left(1 - \frac{1 - \sqrt[n]{0,5}}{\varphi}\right)$
$E_p = \frac{x_{75} - x_{25}}{2}$	$\frac{a}{2\varphi} (\sqrt[n]{0,75} - \sqrt[n]{0,25})$
$\kappa = \frac{x_{75}}{x_{25}}$	$\frac{\varphi - (1 - \sqrt[n]{0,75})}{\varphi - (1 - \sqrt[n]{0,25})}$



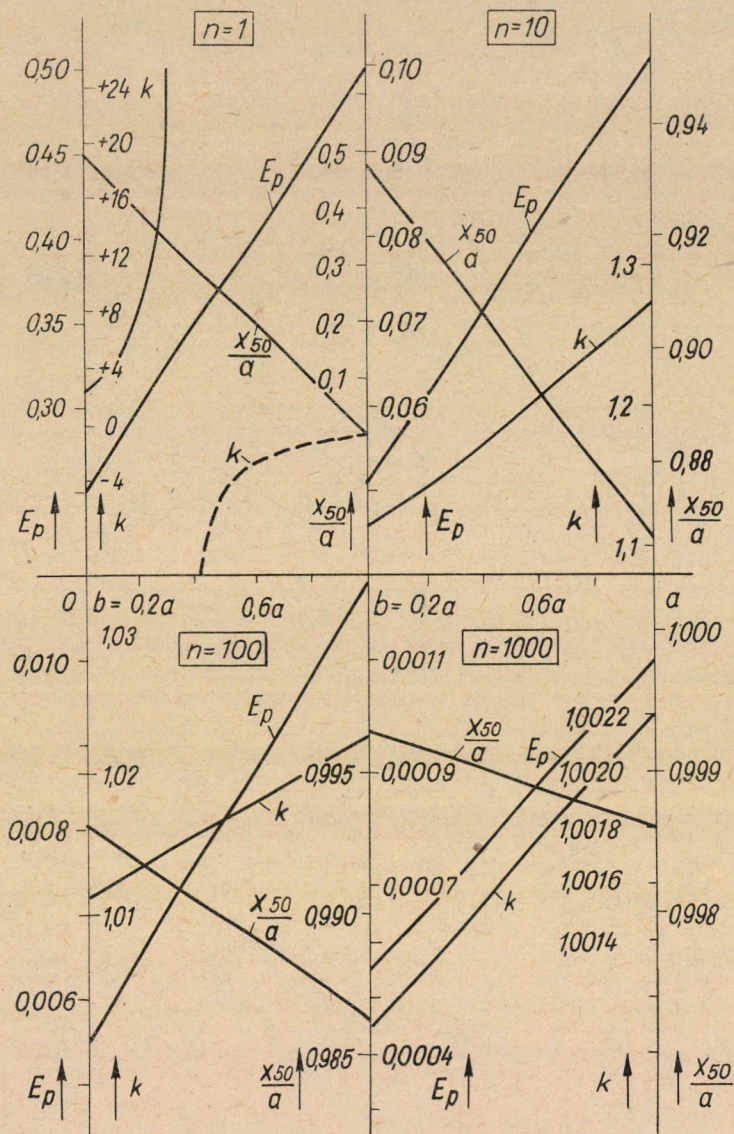
2. ábra. Négyzetes nyílású sziták

befolyása a szitálás mérőszámaira. A szitálás hatásossága szempontjából a nagy szabad szitafelületnek különösen az olyan üzemi szitáknál van jelentősége, amelyeknél a ráesések száma 100-nál kisebb: a bemutatott mérőszámok ( $b = 0$  és  $b = a$  intervallumban) nagyobb mértékben változnak, ha a szitára való visszaesések száma kevés.



3. ábra. Téglalap alakú nyílással bíró sziták

Az elvégzett laboratóriumi szitálási kísérletekből megállapítható volt, hogy a különböző szemnagyságközökhöz tartozó Tromp-értékek logaritmusai a  $\lg(1 - p)$  függvényében akkor határozhatók meg egyenest, ha a légszáraz feladásból a szita lyukbőségénél durvább és az egészen finom szemeket ( $< 0,2$  mm) eltávolítjuk. A II. táblázatban egy ilyen kísérlet eredményei találhatók.



4. ábra. Rács-sziták

A kísérleti szita laboratóriumi elektromágneses vibrátor volt 1 mm-es lyukbősséggel és 0,307 mm drótvastagsággal, a szitált termék folyami kavics volt. A táblázat eredményeiből megállapítható, hogy a vizsgált négy szitaosztályban az átesések száma 26 és 32 közötti érték (6. oszlop), vagyis állandónak tekinthető, de az átesések száma a ténylegesnél nagyobb, mivel a megismert egyenletek ütközés nélküli átjutásra vonatkoznak.

## II. táblázat

Állandó átesési számmal végzett szítalási kísérlet eredményei

Szemnagyság [mm]	Szita-maradvány [%]	Szita-áthullás [%]	Feladás [%]	$T_i$	$x_i$ [mm]	$n_i = \frac{\lg T_i}{\lg \left[ 1 - \left( \frac{a-x_i}{a+b} \right)^2 \right]}$	Megjegyzés
1	2	3	4	5	6	7	8
>1	1,22	—	1,22	1			$a = 1 \text{ mm}$
1 -0,8	10,80	2,06	12,86	0,840	0,9	30	$b = 0,307 \text{ mm}$
0,8 -0,63	2,66	10,09	12,75	0,209	0,715	32	
0,63 -0,4	0,234	27,63	27,864	0,00841	0,515	32	$\varphi = \left( \frac{a}{a+b} \right)^2 = 0,584$
0,4 -0,2	0,006	45,30	45,306	0,000132	0,3	26	
	14,920	85,08	100,000				

A szemek ugyanis akkor is átesnek a nyíláson, ha ütköznek a dróttal és ütközés után a nyílás belseje felé pattannak vissza, ezért az átesés tényleges valószínűsége nagyobb az ütközés nélküli feltételből számítható valószínűségnél [1]. Ha egy szítalási kísérlet során meg tudjuk figyelni a ráesések számát, akkor a megismert összefüggések felhasználásával meg tudjuk állapítani az egyszeres átesés tényleges valószínűségét, a tényleges valószínűségnek megfelelő szabad szita felületet és drótvastagságot.

A III. táblázatban újabb laboratóriumi szítalási eredmények láthatók, kiszámítva belőlük az említett paramétereket. Ezt a kísérletet is négyzetes nyílású, csaknem vízszintes szitalapú elektromágneses vibrátorral végezték el, a tényleges ráesések száma kb. 20 volt.

A szitaanalízisből kiszámított Tromp-féle %-ok és a ráesések számából az egyes szitaosztályokra a tényleges átesés valószínűsége

## III. táblázat

A tényleges átesés valószínűségének ( $p \square$ ), a szabad szita felületnek ( $\varphi'$ ) és drótvastagságnak ( $b'$ ) számítása szítalási kísérlet adataiból  $n = 20$  esetén

Szemnagyság [mm]	Szita-maradvány [%]	Szita-áthullás [%]	Feladás [%]	$p \square$	$\varphi'$	$b'$ [mm]
1	2	3	4	5	6	7
>3	15,68	—	15,68	—	—	—
3 -2	10,50	—	10,50	—	—	—
2 -1	20,09	—	20,09	—	—	—
1 -0,8	5,49	1,976	7,466	0,015	1,53	-0,190
0,8 -0,63	0,873	5,32	6,193	0,095	1,17	-0,162
0,63 -0,4	0,104	14,43	14,534	0,222	0,95	0,029
0,4 -0,1	0,017	25,52	25,537	0,283	0,67	0,201
	52,754	47,246	100,000			

$$p'_{\square} = \varphi' \left( 1 - \frac{x_i}{a} \right)^2 = 1 - \sqrt[n]{T_i}, \quad (6)$$

a  $p'$ -nek megfelelő szabad szita felület

$$\varphi' = \frac{1 - \sqrt[n]{T_i}}{\left( 1 - \frac{x_i}{a} \right)^2} \quad (7)$$

és a drótvastagság

$$b' = \frac{a - x_i}{\left( 1 - \sqrt[n]{T_i} \right)^{1/2}} - a. \quad (8)$$

Ezeket a paramétereket a III. táblázatban található szitakísérlet adataiból számítottuk ki. A kísérlethez felhasznált folyami kavicsban finom por nem volt. A táblázat adataiból látható, hogy a tényleges átesés valószínűségének megfelelő szabad szita felület 1-nél nagyobb szám is lehet és ennek megfelelően a drótvastagság negatív szám.

A bemutatott összefüggések segítségével bármilyen szitálási kísérlet eredményei is értékelhetők. Erre példát a IV. táblázatban találunk és az

#### IV. táblázat

*A Dorogi Szénbányák nagy teljesítményű rezonáns szitájával végzett kísérlet értékelése ( $a = 8$  mm,  $b = 1,5$  mm, teljesítmény 150 t/ó)*

Szem-nagyság [mm]	Szitammaradvány [%]	Szitaáthullás [%]	Feladás [%]	$T_i$	$n$
1	2	3	4	5	6
> 10	36,17	—	36,17	1	
10-5	8,29	3,98	12,27	0,6756	141
5-3	0,61	11,96	12,57	0,0485	16
3>	0,96	38,03	38,99	0,0246	9
	46,03	53,97	100,00		

eredmények a Dorogi Szénbányáknál gyártott új típusú, nagy teljesítményű (150 t/ó) rezonanciás szitára vonatkoznak. A szita négyzetes lyukbőssége 8 mm, a szitálandó anyag szén volt, olyan felületi nedvességtartalommal, hogy a legfinomabb szénpor egy része a durva szemekhez tapadt. A felületi nedvességtartalomnak és a szemek egymás közötti ütközésének az az eredménye, hogy a kisebb szitaosztályokra számítható ráesések száma kisebb.



## IRODALOM

1. TARJÁN GUSZTÁV: Ásványelőkészítés, I (kézirat). Tankönyvkiadó, Budapest 1969.
2. KAPLÁR ZSIGMOND: Nyersanyagelőkészítési műveletek hibakorlátja. *Bányászati Kutató Intézet Közleményei* (1970); I, 39—54.

**On the Characteristics of the Separation by Vibrating Screens.** From the probability of passing without shock and taking into consideration the repeated falling-back of the grains, the equations of the vibrating screens' Tromp-curve can be derived. These equations agree with the results of the experiments when the screened product is air-dry and dust-free.

**Über die Kennzahlen der Klassierung mit Schwingsieben.** Aus der Wahrscheinlichkeit des Durchfallens ohne Zusammenstoß kann, unter Berücksichtigung des mehrfachen Zurückfallens der Körner, die Tromp-Kurve der Schwingsiebe und die Gleichungen der für die Klassierung maßgebenden Kennzahlen abgeleitet werden. Die so abgeleiteten Gleichungen stimmen dann mit den Ergebnissen der Siebversuche überein, wenn das zu siebende Produkt lufttrocken und staubfrei ist.



# KÖNYVISMERTETÉS

BETONTECHNISCHE BERICHTE 1969

Beton-Verlag GmbH, Düsseldorf.

A kiadvány a beton és vasbeton időszerű tervezési és gyártási kérdéseit foglalja össze, és ezzel értékes támpontot nyújt a tervező mérnök és betontechnológus mindennapi munkájához. A tájékoztató az alábbi kérdéseket ismerteti:

1. A magas hőfokon üzemelő létesítmények betonjának összetétele és alapvető tulajdonságai. A Nekrasszov-féle kísérleti eredmények alapul vételével ismerteti a beton szilárdságának és alakváltozásának alakulását magas hőmérsékleten (800—900 °C), a hőingadozás szilárdságcsökkenő hatását, a hővédelemhez szükséges adalékanyagokat és a jelentősebb tervezési és szerkesztési szabályokat.

2. A beton védelme különlegesen erős korróziós hatások ellen. A tanulmány írója az érvényben levő előírások értékelésével párhuzamosan a korszerű védőbevonatok anyagát, felhordásának technológiáját, s a hézagok kialakítását ismerteti szemléltető ábrák közlésével.

3. A betonacélok korrózió elleni védelméről tudósít REHM professzor. A korróziót kiváltó elsődleges okok a beton folytonossági hiánya (repedések, üregek), a karbonátok, a kloridok, a feszültség és az elrögzedés. Ezek különösen a feszített betonszerkezeteket veszélyeztetik.

4. A cement klinker mikroszerkezetének szálas vagy szélképző anyagokkal történő javításáról számol be az egyik tudósítás. A kristályos szerkezetek elemzését elektronmikroszkópos felvételek egészítik ki. A Szovjetunióban mágneses ill. elektrohidraulikus eljárással növelik a szilárdságot.

5. A beton-minősítés korszerű irányelveinek összefoglalása, az elosztási diagramok értékelése, a CEB—FIP ajánlások, az ACI Standard 300—66 és DIN 1045 szabványok ismertetése képezi e tanulmány anyagát. A beton nyomószilárdságának becslésére, a cement-szilárdság és a víz—cement tényező ismeretében, nomogramok állnak rendelkezésre.

6. A továbbiakban a beton ellenálló képességének mértékét ismerteti a kiadvány sebesen áramló, szennyeződesmentes vizekben. Az áramlás következtében létrejövő örvények eróziós folyamatokat hoznak létre, amelyek azonban kedvező hidrodinamikai profilképzéssel, nagyszilárdságú és tömör betonfelülettel kiküszöbölhetők.

7. A könnyű betonok összetételéről és minőségi követelményeiről külön tanulmány tudósít.

A kiadvány a betonokkal foglalkozó nemzetközi szakirodalommal és szabványgyűjteménnyel zárul.

*Dr. Goschy Béla*

*Harvey, A. F.:*

KOHERENS FÉNY

Whiley-Interscience (John Wiley and Sons Ltd.) London 1970; 1329 oldal, 411 ábra

A szerző a malverni Royal Radar Establishment egyik vezetője. Könyvében foglalkozik a milliméteres hullámhosszú elektromágneses sugárzással, a ferritrendszerekkel, kvantumelektronikával és a koherens fény előállítási és vizsgálati módszereivel. A könyv megírásához felhasználta eddigi tudományos közleményeit, két e témával foglalkozó könyvét, valamint dolgozatait, közöttük azt is, amelyet az I.R.E. Mikrohullámú Díjával kitüntettek.

E referencia munka hiánypótló jellegű a koherens fény technikáját illetően, s igen hasznos áttekintést nyújt erről, az elektromérnöki gyakorlatban egyre nagyobb jelentőségű területről. Az alapismeretek pontos és egyértelmű tisztázása, bemutatása után tárgyalja

az alapjelenségek elméleti értelmezését, majd pedig a különböző laser-típusokkal foglalkozik azok tartozékait ismerteti, jellemezve az egyes modulátorokat, antennákat és vevőket. Minden témakörnél levonja az időszerű tudományos, műszaki és gyártási következtetéseket. Célja az eddig elért eredmények kritikai összegezése, s a soron következő kutatások és fejlesztések célszerű programjának körvonalazása. A könyvet igen kiterjedt irodalomjegyzék zárja, amely felöleli az összes alapvető hivatkozásokat, de főleg az elmúlt tíz év közleményeivel foglalkozik.

A könyv hasznos ötletforrás a rokonterületeken dolgozó szakemberek számára, s ezzel széles körű olvasótáborra számíthatunk; a kutatóintézetekben, tervezőintézetekben és az iparban dolgozó mérnökök, fizikusok, vegyészek bizonyára nagy érdeklődéssel fogják olvasni.

A számunkra látható elektromágneses hullámok jelenségeit régóta ismerjük, a nem koherens fényt hosszú idő óta vizsgáljuk, azonban a koherens sugárzás előállításához hosszú időn át nem voltak megfelelő generátoraink. Ezek birtokában a milliméteresnél rövidebb hullámhosszú sugárzásoktól a gamma-sugarakig, valamint a 300 GHz frekvenciájú, milliméteres hullámhosszú sugárzásoktól a 0,3 THz frekvenciájú, nanométeres hullámhosszú sugárzásokig igen sok új jelenséggel ismerkedtünk meg. Ezek a felfedezések szolgáltak kiindulási alapol az újabb kísérleti és elméleti vizsgálatokhoz. Ezen túlmenően ez az előrehaladás igen érdekes kölcsönhatást biztosított a régebben ismert és a mostanában felfedezett jelenségek elmélete között, s jelentősen hozzájárult eddigi koncepcióink és berendezéstechnikánk tökéletesítéséhez.

A könyv alapvető célja, hogy bemutassa, miként bővült ki az elektromérnöki gyakorlat az optikai felfedezések kapcsán, s ennek milyen jelentős kihatása van a tudomány előrehaladása és a technika fejlődése szempontjából.

Az anyag tartalmazza a fizikai alapelveket, a ma már alapvetőnek tekinthető elméleteket, a fontosabb, optikai tartományban kimutatott effektusokat és az azokon alapuló berendezéseket.

Ennek megfelelően a vizsgált elektromágneses színek igen nagy kiterjedésű. Nagyfrekvenciás határát a tartomány képezi, amelyben az alkalmazott berendezések geometriai méretei kicsinyek, itt a kvantum-jelenségek dominálnak, s a fizikai folyamatok között töltéscsoportokhoz kapcsolódnak. Az alacsonyfrekvenciás határán a hullámjelenségek dominálnak, alapvetően fontosak a diffrakciós folyamatok, s a fizikai jelenségek értelmezésénél, a rendszerek működésének elemzésénél a töltéshordozók mozgás egyenleteiből kell kiindulni. Az egyes jellegzetes tartományok tárgyalásánál a szerző visszautal az alapvetően fontosnak ítélt jelenségeket részletesebben leíró, eredeti közleményekre.

Színvonalát tekintve a könyv közepes nehézségű, ez azonban nem jelenti azt, hogy a szerző helyenként nem tér ki olyan részletekre, amely az adott témakörrel foglalkozó szakemberek számára is hasznos részleti utalásokat tartalmaz. Így a munka óriási anyagot fog össze — ezt egyébként terjedelme is tükrözi — minimális átfedéssel, mindvégig azonos jelölés-technikával és nomenklatúrával, nagyszámú illusztrációval, táblázattal.

Az első fejezet — az elektromágneses sugárzás alapjai — az alapösszefüggések, törvények, elvek rövid összefoglalását adja, jellemzi az elektromágneses sugárzást (termikus fluktuációk, koherenciajelenségek, moduláció, diffrakció).

Az optikai rendszerekben alkalmazott anyagok, izotróp és anizotróp közegek optikai, elektromos és mágneses jellemzése képezi a második fejezet — az anyag optikai tulajdonságai — tárgyát, s ennek bizonyos értelemben folytatása a negyedik fejezet — az anyag anizotróp tulajdonságai —, amely a különleges kölcsönhatások bevezetőjeként is szolgál. A harmadik fejezet — az anyag és a sugárzás rezonancia-kölcsönhatásai — a jellegzetes kölcsönhatások egy részét tárgyalja.

Az ötödik és a hatodik fejezet — transzmissziós vonalak, illetve áramköri komponensek — a rendszertechnika elemeivel foglalkozik; a hetedik és a nyolcadik fejezetben — a stimulált emisszió alapelvei, illetve a populáció inverzió technikája — a stimulált emisszió és a populáció inverzió alapelméletét, a szükséges technikai rendszereket ismerteti a szerző.

A kilencedik fejezet — szabad-elektron módszerrel történő generáció — a koherens fény szabad elektron módszerrel történő előállítását diszkuálja.

A tizedik, tizenegyedik és tizenkettedik fejezet — paramágneses laser-anyagok, gáz-laserek és félvezető laserek — a különböző, ma ismert laser-rendszerek bemutatását tartalmazza, egyenként jellemezve az egyes optikai generátorokat. E témakört zárja le a tizenharmadik fejezet — a laserek szerkezete és működése —, amely az egyes jellegzetes típusok felépítésével és működtetésével foglalkozik, erősen előtérbe helyezve a gyakorlati szempontokat.

A következő témakör az optikai generátorok tartozékaival foglalkozik, sorrendben a tizenegyedik — antennarendszerek —, tizenötödik — külső moduláció és ellenőrzés —, és a tizennyolcadik — a laserek belső kontrollálása — fejezet, amely ugyancsak gyakorlati szempontból igen hasznos információkat tartalmaz a kísérleti témákkal foglalkozók számára.

A különböző laserek térbeli és időbeli jelenségeivel, koherenciáival foglalkozik a tizenhatodik — laserek térbeli koherenciája — és a tizenhetedik — laserek időbeli koherenciája — fejezet.

Az optikai generátorokban alkalmazott anyagok és elemek jellegzetes paramétereit és az azok meghatározására szolgáló mérési módszereket összegezi a tizenkilencedik — alpmérések és mérőberendezések — és a huszadik — anyagvizsgálati módszerek — fejezet.

A különböző nemlineáris jelenségek bemutatására és részletes elemzésére egy külön fejezetet szenteltek, amelynek folytatása a magasabbrendű, nemlineáris optika elemeit foglalja össze: a huszonegyedik fejezet — másodrendű nemlineáris optika — és a huszonkettedik fejezet — magasabbrendű nemlineáris optika — ezek érdekes felfogásban megadott tárgyalása.

Bizonyos gyakorlati kiegészítésként tekinthetjük a huszonharmadik — vevőberendezések — és a huszonnegyedik — vételtechnika — fejezetet, amely az optikai hullámhossztartományra kidolgozott vevőrendszereket és vételtechnikai módszereket foglalja össze.

A könyvet négy, gyakorlati vonatkozásokat tárgyaló fejezet, a huszonötödik — földi terjedési jelenségek —, a huszonhatodik — a nagyenergiájú sugárnyalábok alkalmazása — huszonhetedik — információszállítás és feldolgozás — és a huszonnyolcadik — mérés-technika és a radar-berendezések — zárja. Ezekben gyűjti össze a szerző a rádióhullámok terjedésével kapcsolatos legfontosabb ismereteket, a laser-sugarak felületekkel történő kölcsönhatására vonatkozó legújabb eredményeket és a radar-rendszerek különböző jellegű, már meg-honosodott alkalmazási területét, utalva a várható újabb felhasználási területekre is.

*Dr. Bitó János*

*Geoffrey G. Thomas*

## PRODUCTION TECHNOLOGY

Oxford University Press, Oxford 1970. 445 oldal, 163 ábra.

A könyv szerzője az angliai Technical College Worcester gyártástechnológiai szakának professzora, a gyártástechnológiát önálló tudományként tárgyalja. A cél — eltérőleg az általában használt empirikus módszerektől — az egyes gyártási folyamatoknak matematikai eszközökkel való ismertetése.

A szerző felhívja a figyelmet arra, hogy a gépipar, a repülő-, űrhajózási és nukleáris ipar, a gyártmányok sokfélesége, az igénybevételekben és az élettartamban előírt bonyolult feltételek a gyártmány- és gyártástervező nagyfokú elméleti és gyakorlati felkészültségét igényli. A különböző és bonyolult technológiai folyamatokat egymás közötti összehasonlítást megengedő alapokra helyezi, és egyben az egyedi jellegzetességekre fizikai, kémiai és mechanikai vonatkozásban magyarázatot ad.

A mű az anyagot 14 fejezetben tárgyalja. Ezek címszavas tartalma a következők: 1. *A fémek olvasztása és öntése* (termodinamikai alapok, olvadás, dermedés, alapvető számítások, az elemi folyamat dinamikája, az öntött szerkezet, a gázok hatása, vákuum-öntés). — 2. *Fémporok összeolvasztása és zsugorítása* (hidegtömörítés és zsugorítás, melegzsugorítás, sűrűség, porozitás, permeabilitás, a porozitás geometriája és eloszlása, a szívódás geometriája). — 3. *A fémek melegalakítása* (a fémek képlékeny alakváltozása és annak alapjai, metallurgiai megfontolások, kovácslás, hengerlés, extrudálás). — 4. *A fémek hidegalakítása* (hidegkovácslás, hideghengerlés és extrudálás, sajtolás, mélyhúzás, csőhúzás, nyújtás, nagysebességű alakítás). — 5. *A műanyagok és gyártásuk* (alapvető rendszerezés, acril-gyanták, aminosyanták, cellulóz-szármarzékok, epoxy-gyanták, fenol-gyanták, polyamidok, polyesterek, polyetilén-összetételek, szilikonok, vinylösszetételek, a műanyagok mint gyártástechnológiai alapanyagok, végtermékek gyártása). — 6. *A fémek kötése* (lágú- és keményforrasztás, leolvasztó hegesztés, az ívhegesztés analízise, átalakulások az alapanyagban, a hegyarrat oxigén-abszorpciója, elektronsugaras hegesztés, dörzshegesztés). — 7. *A fémforgácsolás alapjai* (a feszültség és alakváltozás eloszlása, a képlékeny alakváltozás zónája, geometriai és erőtanai modellek, a nyírési mező feszültségeinek változása, a nyírési sík (iránysík) ismérvei, a homlok-lap nyomáseloszlása, a forgácsolólél feszültségei, hőmérsékleti gradiensek). — 8. *A szerszám-kopás mechanizmusa* (adhéziós-, abrazív-, korróziós kopás, felületi kifáradás, kopatásos korrózió, a száraz súrlódás mechanizmusa, a fémforgácsolás súrlódásos jelenségei, az éltartam, a szerszámkopás általános jellemzői, az időfüggvény, metallurgiai megfontolások, szabályzott érintkezési zóna, a marószerszámok kopása, a hűtő-kenő folyadékok hatása, vizsgálati eljárások). — 9. *A fémek köszőrülésének alapjai* (szemcserőgzítés, forgácsgeometria, termodinamikai megfontolások, metallurgiai vonatkozások, a köszőrűkorong anyagszerkezete és kiegyen-

súlyozása). — 10. *Flektrokémiai, elektro-erőzítés és laser-megmunkálás* (elektrokémiai megmunkálás, annak alapjai, az elektrolit, a hidrogénnyomás, a szilárd rész analízise, a változó üzem hatása, különleges alkalmazások, az elektrokémiai megmunkálás előnyei). — (Az elektro-erőzítés megmunkálás mechanizmusa, a fizikai környezet, termikus megfontolások, termodinamikai analízis, energiaegyensúly). — (A laser-megmunkálás, prototípus, laser-fejlesztés, laser-fizika, laser-típusok, gyártástechnológiai alkalmazás). — 11. *Ultrahangos megmunkálás* (ultrahang-hullám típusok átviteli hatások, az ultrahangos megmunkológép, a megmunkálási folyamat). — 12. *A szerszámgéptervezés alapjai* (szerkezeti tervezési megfontolások, orsó-csapágyazások, erőátviteli mozgások). — 13. *A megmunkálás műveleteinek jellegzetes rezgésjelenségei* (a rezgés alapjelenségei, a szerszámgép rezgésjelenségei, elméleti megfontolások, a köszörüléssel, a marással és a fúrással kapcsolatos rezgésjelenségek, a csillapítás alapelvei, a szerszámgép rezgéseinek csillapítása). — 14. *A szerszámgépek számjegyes vezérlése* (a vezérlés típusai, helyzetmeghatározás, mérőegységek, információ-hordozók, előtolás- és sebességvezérlés, tervezési megfontolások).

A könyv a felsorolt témakörök folyamatának fizikai, kémiai és mechanikai alapjait tárgyalja. Az egyes megmunkálási folyamatok gyakorlati és számszerűségi részleteivel nem foglalkozik. A gyártástechnológiát önálló fizikai elméleti alapokon ismerteti. A mű mint kézikönyv a kutató- és fejlesztőmérnök, valamint a gyártmány- és a gyártástervező mérnök számára igen hasznos. Megértése valamennyi alaptudomány átlagot meghaladó ismeretét igényli. Hazai szempontból is jelentős a könyv, mivel technológiai irodalmunkban csak kevés a magas szintű elméleti alapozó munka. A műnek külön érdeme a mintegy ötszáz szakcikket és szak-könyvet felsoroló irodalomjegyzéke. A tárgymutató pedig a meghatározott problémák iránt érdeklődők munkáját könnyíti meg.

Dr. Kazinczy László

## Perényi Imre

### A VÁROS KÖZPONTJA

Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1970. 211 oldal, több száz ábra.

A szerzőnek az elmúlt évtizedben publikált könyvei a településfejlesztés és a településtudomány mai problémájának csaknem egészét felölelik. *A városépítés története* (Városépítéstan I. kötet, 1961) a téma marxista szemléletű történeti feldolgozása, s mint ilyen szakirodalmunknak mindmáig nélkülözhetetlen műve. A *Településtervezés* (Városépítéstan II. kötet, 2. kiadás, 1963.) a tervezésnek ad — ideértve a regionális tervezést is főbb vonatkozásaiban — ugyancsak mindmáig jól használható és a legtöbb jelentős mozzanatra kiterjedő iránymutatást; a hazai társ- és átáras tudományok, szakterületek is általában e műre támaszkodnak, a leggyakrabban ezt idézik. Ezekből az enciklopedikus gazdagságú áttekintésekből a szerző továbblépett a városépítés időszéri, problematikus és több vitaanyagot rejtő, egyben ezért izgalmasabb aspektusai felé. Első ízben *A korszerű város* című művével (Budapest 1967), mely már a szakmai és tudományos körön túllépve a szélesebb közönségben is érdeklődést keltett, arra mindenképpen érdemes témával és feldolgozással. Jelen újabb munkájával pedig a települési problematikának mind ténylegesen, mind képletesen központi, talán leghonyolultabb részéhez nyúlt. Ilozzá kell tenni, hogy az említett könyv alakú publikációt már korábban számos nagyobb tanulmánnyal, kisebb kiadvánnyal készítette elő, illetve témájukat ily módon közelítette meg.

A városközpont-probléma izgalmasága, jelentősége többek között abban rejlik, hogy egyfelől itt sűrűsödnek a nehézségek, az ártalmak, a feladatok, másfelől az értékek is, mind gazdasági mind kulturális értelemben. Itt bonyolódnak leginkább akár a műszaki, akár a társadalmi összefüggések. A beavatkozások jóval nagyobb következményekkel járhatnak, mint másutt. Tehát itt lehet a legkevésbé alkalmazni azt az operatív és nem egyszer skematikus szemléletet, ami az új városok, új városrészek kialakítását többnyire jellemezte. A központok kevés kivétellel tovább élnek központokként, az átalakítás körülményes, a feladat megközelítése mélyreható elemzéseket kíván, s általában csak ütemezve, hosszabb idő alatt, régi és új szimbiózisaként oldható meg. A modern városépítészet korábbi időszakában a téma ekként, e bonyodalmaival fel sem merült, amit a CIAM 8. konferenciájáról — HODDESOON, 1951 — kiadott „The Heart of the City” (Szerk. TYRWHITT, I., SERT, I. L., ROGERS, E. N., London 1952) kezdeményező jelentősége ellenére is tanúsít; itt kizárólag új központok, központi együttesek építészeti alakításáról van szó. A szerző talán ezért nem említi egyébként kimerítő irodalomjegyzékében, de mint előzmény mindenképpen ide tartozik.

A könyv tartalma, szemlélete az azóta lényegesen bővült felfogást, ismereteket adja, amivel csak egyetérthetünk. Főbb tartalmi beosztása ezt jól tükrözi. A problémát és a fogalmakat megvilágító Bevezetést követően az I. fejezet (A táj, a település és a városközpont) az újabban kialakult felismeréseknek megfelelően a központot az egész város, sőt környéke viszonylatában és a regionális összefüggésekkel tárgyalja, aminek mellőzése korábban a túlzottan formai szemléletű, gyakran szellemes de általában utopisztikus felvetésekhez vezetett. Itt foglalkozik a városközpontok szerkezete és felépítése, egyben értelmezése kérdéseivel is. Csak helyeselni lehet a szerző felfogását, mely felszabadítja a témát a mérőben területi elhatárolás sokáig béklyózó és ugyancsak formálisnak bizonyult megközelítéséből — azáltal, hogy a város-mag területén túlmenő szerkezeti összefüggéseket mutat be, értelmezést ad az összetartozó központi létesítményeknek. E fejezetben foglalkozik az új városokkal és városközpontokkal, ami annyiban helyeselhető, hogy ideális megoldás elvileg csak ezekkel kapcsolatosan alakítható ki, a gyakorlatban azonban ritkán alkalmazhatóan. Mégis talán helyesebb lett volna ennek külön fejezetet szentelni, ugyanúgy, ahogyan a szerző a következő, II. fejezetet a városközpont rekonstrukciójának szánta.

A leggyakoribb s így a legvalóságosabb probléma voltaképpen ez utóbbi, s itt sorakoznak fel azok a korszerű szempontok, módszerek, megközelítések, amelyekre utaltunk: — az értékek védelme, a fokozatos megoldások szükségessége, az egyedi esetek jelentősége, általában az egész témának az új városok és városrészek létesítéséhez mérten nagyfokú különlegessége, bonyolultsága. Itt tárgyalja a szerző a metropolisok központrendszerének kialakítását is, ami nálunk még csak helyell-közzel, de a fejlett országokban egyre nagyobb és súlyosabb probléma —, a szerző által is bemutatott párizsi, de főként tokiói példák esetében már szinte hihetetlen méretű és egészen újszerű megoldásokra kényszerülten.

A III. fejezet a magyarországi városközpontok építéséről és rekonstrukciójáról szól. Ennek a belső tagolása a legmeggyőzőbb, tartalma pedig a hazai gyakorlat számára a legfontosabb. Ugyanis a könyv I. fejezete inkább az elvi alapokat tisztázza, a II. fejezet pedig a nemzetközi helyzetről ad részletes tájékoztatást. A szerző itt, a III. fejezetben is a város-hálózat, a regionális összefüggések alapvető témáiból indul ki, majd egy alfejezetben, de ezen belül különválasztva foglalkozik új központok alakításával és meglévők átépítésével, s külön alfejezetben a budapesti agglomeráció problémáival.

Az így alapjainban igen jól tagolt, és nemcsak a könyvben való eligazodást, hanem a világos gondolatcsoportosítást és kifejtést is szolgáló felépítésen túlmenően a könyvhöz voltaképpen nehéz volna részletesebb tartalmi vonatkozású észrevételeket tenni. Elsősorban azért, mert a téma egészét kiegyensúlyozottan, véleményünk szerint helyes felfogásban, kellő részletességgel és jó példákkal tárgyalja, s legfeljebb egy-egy részletmegállapításon vagy esetenként az arányokon lehetne vitatkozni. Másrészt azért is, mert a feladat alakulóban, a téma tágulóban van, nagyobb számú konkrét tapasztalat levonására még kevésbé alkalmas — az új városok kivételével — s így könnyen lehet, hogy amivel ma egyetértünk, később vitatottá válik. Elvi kérdéseket e nembn talán egyedül az merülhet fel már most, hogy a központok funkcionális tagolása olyan határozottsággal keresztülvihető-e, amint azt a szerző javasolja. Egyrészt csak nagy távlatokban, a települési prognosztika bizonytalan kereteiben valószínűsíthető meg. De mindinkább elméleti és gyakorlati megfontolásokra készítő a modern várostervezésnek az utóbbi évtizedekben kialakult funkcionális területi tagolási törekvése általában véve is. Ezen azonban még bőven lehet vitázni, kutatnivaló. Tartalmilag pedig felvethető, hogy — éppen a szerző részéről, aki a városépítés történetének már könyvet szentelt — nem lett volna-e helyes e téma határozottabb történeti áttekintését is adni, s ahhoz viszonyított mai helyzetét, a mai problémákat ezáltal még élesebben megvilágítani.

Külön említést érdemel az igen gazdag képanyag, ami egyben a könyv szép kivitelének is bizonyossága. Benne a téma legtöbb fontos és érdekes korszerű megnyilvánulása, megoldása fellelhető. A fotókat számos jól eligazító séma egészíti ki. A részletes és jól tájékoztató irodalomjegyzékből az említett CIAM kiadványon kívül még hiányolni lehet a szocialista országok tudományos akadémiainak a történeti városközpontok témájáról 1962-ben Budapesten tartott konferenciáját, illetve az *Építés- és Közlekedéstudományi Közleményeknek* annak teljes anyagát tartalmazó 1964. évi különszámát (VIII. kötet 1–2. sz.), ami csak véletlenül maradhatott ki, hiszen a szerző a konferencia egyik előkészítője és az egyik bevezető előadás előadója volt.

Összefoglalóan: a szépen kiállított és jól tagolt könyv mind a szakmai és a tudományos művelés, mind a szélesebb érdeklődő közönség számára fontos és hasznos mű. Jól kiegészíti Dr. PERÉNYI IMRE korábbi s a településfejlesztés, a településtudomány legfőbb témáira kiterjedő munkásságát, annak talán legbonyolultabb problémakörében. Az elkövetkező évek gyakorlata előreláthatóan még hozzá fog tenni a könyvben foglaltakhoz, esetleg módosítani is fog rajtuk, ámde a könyv az ilyen irányú fejlődéshez is fontos alapokat szolgáltat, s így szakirodalmunk jelentős nyeresége.

*Dr. Granasztói Pál*

*Alfred Pierburg:*

**VERGASER FÜR KRAFTFAHRZEUG-MOTOREN**

Vierte neu bearbeitete und erweiterte Auflage 1970 von *Hans Peter Lenz*. Vertrieb: VDI-Verlag GmbH. Düsseldorf. 150 pp, 139 ábra.

A szerző mint a Deutsche Vergaser GmbH. Neuss-Berlin és az A. Pierburg Auto- und Luftfahrt Gerätebau AG. vezetője, a VDI-ben tartott nagyszerű előadásait foglalta össze a könyvben, melynek első három kiadása néhány év alatt elfogyott. A negyedik kiadást a Deutsche Vergaser Gesellschaft kutató részlegének vezetője: Dr. H. P. Lenz dolgozta át és egészítette ki, figyelembe véve az elmúlt években tapasztalt rohamos fejlődést.

A könyv tartalmi részét tekintve az NSZK-ban megjelent Löhner—Müller-féle tudományos kézikönyv és az NDK-ban kiadott Ilgen-féle bő típusismertető között foglal helyet, jól összekapcsolva az elméleti és gyakorlati kérdéseket. Külön érdeme, hogy részletesen foglalkozik az égéstermékek káros összetevőinek csökkentésére irányuló törekvésekkel, elméleti és gyakorlati lehetőségekkel és ismerteti a legújabb vizsgálati eljárások közül a Kalifornia-Test, az Europa-Test és a Japán-Test előírásait.

A könyv bevezetője felhívja a figyelmet arra a rendkívül széles fordulatszám-tartományra, amelyen belül a mai karburátoroknak biztosítaniuk kell a motor gazdaságos és biztonságos működését. Ma már ugyanis az 5000 f/min normálisnak tekinthető, de nem szokatlan a 7000 f/min sem. A fojtott motor, a sportmotor és a versenymotor egymástól lényegesen eltérő követelményeinek csak a rendeltetésüknek megfelelően kialakított porlasztók tudnak megfelelni.

A kezdő fejezet a benzin—levegő keverékarány jelentőségével foglalkozik és közli azt az újabbban sokat használt diagramot, mely a keverékarány befolyását mutatja a teljesítményre, a fajlagos fogyasztásra és az égéstermékek káros összetevőire. Ezek között szerepel már a szénmonoxidon és a szénhidrogéneken kívül az  $N_xO_y$  nitrogén-oxid-emisszió is, mely jelenleg a legtöbb gondot okozza a szerkesztőnek.

Jól szemléltetik az üzemi viszonyokat azok a diagramok, melyek az effektív középnyomás, ill. a fordulatszám függvényében nemcsak az azonos fajlagos fogyasztás vonalait tüntetik fel, hanem a direktmenet jelleggörbéje mellett a szívótérnyomás, a keverékarány, a fojtószeleppállás, a gyújtási időpont, valamint a szénmonoxid-, ill. szénhidrogén-tartalom görbeseregét is.

A porlasztó áramlástanai kérdéseivel foglalkozó fejezet részletesen tárgyalja mind a légáramlás, mind a benzináramlás törvényszerűségeit, elméleti és gyakorlati vonatkozásban egyaránt. Ezekhez kapcsolódik a porlasztás, vagyis a cseppekre bontás kérdéseinek a tárgyalása, a számított és mért értékeket feltüntető diagramokkal.

Az elméleti részt követi a porlasztók általános felépítésének az ismertetése, igen szemléletes, könnyen áttekinthető ábrák segítségével. Sorrakerülnek a benzinnívótartás, az úszók, a fő- és korrektorfűvőkák, a pót- és feklevegőt biztosító rendszerek, az üresjárás és a „bypass” megoldások változatai, részben kivitelezett és bevált karburátorok elméleti és kísérleti adatainak ismertetése alapján. Bő ábraanyag könnyíti meg az indító, a gyorsító, valamint dúsító berendezések működésének a megértését.

Az atmoszferikus korrektorok szükségességét indokolják azok a diagramok, melyek különböző karburátoroknál mért keverékűsulást mutatnak, a földrajzi magasság, ill. a légnyomás-csökkenés függvényében. Az ebből a szempontból különösen érdekes helyek felsorolása-kor megemlítik a szerzők a Pamir-fennsíkot, ahol a 4700 m magasan átvezető egyik szakaszon a légnyomás mindössze 450 Hg mm. Példaképpen ábra mutatja a DVG magassági korrektorát, melyet pl. a VW 1600 Automatic típusánál alkalmaznak.

Ezek után röviden tárgyalja a könyv a fordulatszám-korlátozó szerkezeti megoldásokat is.

Az általános részt követi a korszerű karburátorok két alapvető típusának az ismertetése. Az ún. „egyennyomású” porlasztó működési elvét és felépítését a könyv a Zenith-Stromberg CD, valamint a Solex 34 SWT típusok alapján magyarázza. Ezeknél a keverőtér, ill. a torok szabad keresztmetszetének az önműködő változtatásával tartják a nyomást közel állandó értéken. Külön diagram mutatja a tűfűvőka-tű excentricitásának a befolyását a szállításra, ill. az átfolyási tényezőre.

A másik ismertetett alaptípus az ún. „regiszter”-porlasztó, melynél a szívási keresztmetszet két egyenlő vagy egyenlőtlen részre osztva több fokozat érhető el. Teljes terhelesnél és kis fordulatszámnál pl. a kis keresztmetszet, nagyobb fordulatszámoknál a közepes keresztmetszet, a legnagyobb fordulatszámok tartományában pedig a teljes keresztmetszet érvényesül. A regiszter-porlasztó kiviteli megoldását a könyv a szívással vezérelt, két egyenlő kereszt-



metszetre osztott Solex 32/32 DIDTA típusú porlasztó felhasználásával magyarázza. Diagram szemlélteti a szívóternyomás kedvezőtlen változását egy normális porlasztónál, ill. kedvező alakulását egy regiszterporlasztó esetében.

Részletesen foglalkozik ezután a könyv a motorok kipufogó gázainak az egészségre káros hatásával és külön-külön elemzi az egyes összetevők veszélyességét.

A szénmonoxid igen mérgező hatása abban rejlik, hogy a hemoglobinhoz kb. 250-szer erősebben köt, mint az oxigén, ezért pl. 20% szénmonoxid-hemoglobin tartalomnál már rosszullét jelentkezik. 60% pedig már fulladást okozhat. Mint érdekes összehasonlító kísérleti eredményt ismerteti a szerző, hogy egy dohányos közlekedési rendőrnél a vér szénmonoxid szintje szolgálat közben, amikor nem dohányozhat, csökken, még a legforgalmasabb kereszteződésben is. Ez pedig annyit jelent, hogy a dohányzás sokkal károsabb a szervezetre, mint a legsűrűbb gépkocsiforgalom. A németek által bevezetésre javasolt ún. Europa-Test a szénmonoxid maximálisan megengedett mennyiségét 50 ppm-ben állapítja meg (1 ppm =  $10^{-4}$  %).

Az égéstermék szénhidrogén koncentrációja a kísérletek szerint egy 8 órás munkaciklus alatt 500 ppm-ig ártalmatlannak tekinthető.

A nitrogénoxid viszont már 5 ppm esetén is káros, tekintettel annak rendkívül mérgező hatására.

Az ólom, amely a kopogásgátló ólomtetraetil adalékból származik, inkább az élelmi-szerekkel kerül a szervezetbe és nem a levegőből. Az USA-ban végzett mérések szerint ugyanis ott az utóbbi 30 évben a lakosságnál nem növekedett az ólomszint.

Az égéstermék káros összetevőit korlátozó hatósági előírások közül részletesen tárgyalja a könyv a három legfontosabbat: a Kaliforniában 1963-ban elsőként bevezetett Kalifornia-Test, a németek által javasolt Europa-Test, végül a Japán-Test rendelkezéseit. Közli pl. azt a tanulságos grafikont, mely 1940-től mutatja a Los Angeles városközpontjában mért szénhidrogén-emissziót. Ez 1945-ig mintegy 600 tonnát tett ki naponta és a lineárisnál gyorsabb növekedéssel 1965-ben már elérte a napi 2000 tonnát. A bevezetett korlátozó intézkedések nélkül a szénhidrogén szennyezés 1980-ban elérte volna a napi 4200 tonnát. Első lépésként a hatósági előírások megtiltották a nyitott forgattyúház szellőztetést és az égéstermékben még megengedhető szénhidrogén maradékok mennyiségét 275 ppm-re korlátozták. A fokozatosan bevezetendő szigorításokkal el kívánják érni, hogy 1980-ra a szénhidrogén szennyezés, a megnövekedett gépkocsiforgalom ellenére, lecsökkenjen legalább az 1940-es szintre.

Ma már az USA-ban szövetségi törvények korlátozzák az égéstermékben található szénmonoxid és szénhidrogén mennyiségét. A még megengedett szennyezés a gépkocsi súlyától függ. Így pl. egy 737 kg-nál nem nagyobb tömegű kocsiban a kipufogó gáz megengedett CO-tartalma 2,55 térfogat %, a  $C_xH_y$ -tartalom pedig 457 ppm lehet, viszont egy 2381 kg tömegű gépkocsinál a szénmonoxid 0,95 térfogat %, a szénhidrogén pedig 164 ppm lehet.

A könyv részletesen ismerteti az említett Test-eljárásokat. Fényképen láthatjuk pl. a Kalifornia-Test lefolytatásához szükséges teljes mérőberendezést. Diagramok szemléltetik a Kalifornia-, az Európa- és a Japán-Test programját.

A következő fejezetek a káros szennyezők csökkentésére alkalmas szerkezeteket ismertetik: a légbefúvást, az üresjárású keverék szabályozását, a gépkocsi tolóüzemenél alkalmazható gázadagolót, a többkarburátoros motorhoz alkalmas kivitelleket, a benzingőzők lekötését a motor leállításakor stb.

Fontos lehetőség az égéstermék javítására a gyújtási időpont önműködő változtatása. A bevált rendszerek közül a könyv a Chrysler-féle berendezést ismerteti.

Soros és boxer motoroknál külön problémát jelent a szívócsatornák megfelelő kiképzése, ill. összehangolása. Megismerjük a kiegyenlítő vezetékek alkalmazási lehetőségeit, továbbá a kétvezetékes ún. „Duplex”-rendszert, valamint az előporlasztó tölcsérek hatását. A kísérleti eredményeket több diagram szemlélteti.

A porlasztó jegesedésével is bő fejezet foglalkozik. Ismerteti a jegesedés feltételeit, a porlasztó egyes szerkezeti részein mért tényleges hőmérsékleteket és a védekezés lehetőségeit.

Röviden ismerteti a könyv a benzin-gőzszákok képződésének a veszélyeit, az elhárítás módjait, ezzel összefüggésben pedig a benzin fizikai jellemzőinek befolyását a porlasztó, ill. a motor működésére.

Részletesen foglalkozik a szerző a karburátorok mérés technikájával, a tömeggyártásban alkalmazott folyamatos ellenőrzéssel, a különböző mérési eljárásokkal és berendezésekkel.

Megfelelő terjedelem jutott a korszerű gyártástechnológia ismertetésére és több ábrán láthatjuk mind az európai, mind az amerikai tömeggyártás legfontosabb részleteit.

Végül egyes jellemző, kivitelezett és bevált karburátortípusok részletes ismertetésére kerül sor. Ezek között találjuk a következőket:

1. *Solex 32/32* DIDTA típusjelű esőáramú regiszter-karburátor;
2. *Stromberg 175* CDS típusú egyenymású porlasztó;
3. *Rochester*—*Quadraj*et elnevezésű kettős regiszter-karburátor;
4. *Solex 40* PHH jelű kettős, horizontális porlasztó;
5. *Zenith 35/40* INAT típusú regiszter-karburátor,

Befejezésül a szerzők annak a véleményüknek adnak hangot, hogy mérlegelve az akkumulátoros vagy a fűtőcellás elektromos hajtóművek reálisan várható fejlődési ütemét, még évtizedekig a dugattyús belsőégésű motor lesz a gépkocsik energiaforrása.

A könyvet 65 művet, ill. tanulmányt tartalmazó irodalomjegyzék, ábrajegyzék, valamint betűrendes tárgymutató egészíti ki.

A könyv nyomdai kivitele méltó a kitűnő tartalomhoz és a nagy múltú kiadóhoz egyaránt.

*Terplán Sándor*

*Rühle, H.:*

## RÄUMLICHE DACHTRAGWERKE, KONSTRUKTION UND AUSFÜHRUNG

BAND 2. STAHL, PLASTE

VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1970, 176 oldal, 174 kép, 42 táblázat.

A mű első kötetével szemben, mely beton, fa és kerámiai anyagú héjakkal foglalkozott, a könyv jelen második kötete az acél és műanyagú héjakat tárgyalja. Célja a könnyű anyagú héjak építése terén szerzett tapasztalatok összegyűjtése, a megépített ily fajta szerkezetek kritikai értékelése, a gazdaságossági kérdések fejtegetése és a jövő fejlődés útjainak kijelölése. Ez a tárgykör a könnyű térfelű szerkezetek egyre növekvő térhódítása és a nagy fesztávolságú terek lefedésére irányuló egyre fokozódó igény folytán felette időszerű, rendszerezése és átfogó tárgyalása hézagpótló jelentőségű.

Ez a kötet öt fejezetre tagozódik. Az *első* fejezet a függőtétőkkel foglalkozik. Ismerteti a terlefedésre alkalmas különféle kötélrendszereket, a függőtétők szerkezeti formáit, alépítményük problémáit. A tárgyalást a kivitelezett példák bő gyűjteménye, és készítési technológiájuk ismertetése zárja le. — A *második* fejezet a térbeli rácsos szerkezeteket tárgyalja, bemutatva azok különféle tipikus formáit és szerkezeti megoldásait. Részletesen foglalkozik a rácsos kupolák formai kialakításával és kiviteli problémáival. — A *harmadik* fejezet a sáttortókat, köztük főképpen a különféle légnymásos héjakat ismerteti. — A *negyedik* fejezet a műanyaghéjak anyagát, szerkezeti elveit és készítmódját foglalja össze. — Az *ötödik* fejezet a héjak hőszigetelési, vízszigetelési kérdéseit és a belső megvilágítás problémáját tárgyalja.

A szövegrészeket mindenkor gazdag, instruktív ábraanyag kíséri. A könyv nemcsak a szerkezetek nagy egészének elrendezését mutatja be, hanem jellegzetes szerkezeti részleteket, a csomópontok kialakítását is hozza. Igen tanulságosak a táblázatos összeállítások is, amelyek a lehetséges megoldások szinte kimeríthetetlen sokaságára utalnak.

Megállapítható, hogy a dr. RÜHLE vezetése alatt dolgozó szerzői kollektíva a jelen második kötet anyagának összeállításával is igen hasznos és hézagpótló munkát végzett. Külön is fel kell hívni a figyelmet a tárgyalt anyag változatosságára, áttekinthető csoportosítására, kritikai értékelésére és arra a körülményre, hogy a könyv, az acél és műanyag héjak építése terén eddig elért eredmények felsorolásán túlmenően, a különböző megoldások előnyeit és hátrányait is feltárja. Ezzel indítékot ad hibák kiküszöbölésére és újabb megoldások keresésére.

Nem vitás, hogy e kötetben tárgyalt, gondos gyűjtőmunkával összeállított anyag jelentős segítségére lesz az acél és műanyag-héjak tervezésével és kivitelezésével foglalkozó szakköröknek, és mint ilyen, az építő szakma részéről kedvező fogadtatásra fog találni.

*Dr. Csonka Pál*

## TARTALOM

Alexander Mihajlovics Szamarin	1902—1970 (Veró J.)	1
<i>Szendy Károly</i> : Erősáramú hálózattervezés fejlesztése és a magyar alaphálózat távlati fejlődése		
		5
<i>Turányi István</i> : A közlekedéstudományok helyzetképe		
		43
<i>Juhász, S.—Aminger, O.</i> : A kritikai dokumentáció		
		61
<i>Csonka Pál</i> : Eljárás translációs héjak számítására		
		73
<i>Beke Béla</i> : Örlemények szemcseméret-eloszlásának egyenletességi tényezője		
		83
<i>Lipka István</i> : Összefüggések a konzolos kéttámaszú tengely legkedvezőbb csapágytámaszköze és a tengelynek, valamint a csapágyaknak bizonyos paramétereinek között		
		97
<i>Pethő Szilveszter—Tompos Endre</i> : A szétválasztási műveletek új mérőszámairól		
		141
<i>Csonka Pál</i> : Körszimmetrikusan terhelt csillagsokszög alaprajzú forgásparaboloid héjak		
		149
<i>Pethő Szilveszter—Tompos Endre</i> : Rezgőszíták szétválasztási mérőszámairól		
		167

### KÖNYVISMERTETÉS

Betontechnische Berichte 1969 (Goschy B.)	177
<i>Harvey, A. F.</i> : Koherens fény (Bitó J.)	177
<i>G. G. Thomas</i> : Production Technology (Kazinczy L.)	179
<i>Perényi I.</i> : A város központja (Granasztói P.)	180
<i>A. Pierburg—H. P. Lenz</i> : Vergaser für Kraftfahrzeug-Motoren (Terplán S.)	182
<i>Rühle, H.</i> : Räumliche Dachtragwerke, Konstruktion und Ausführung (Csonka P.)	184

### CONTENT

Alexander Mihajlovich Samarín	1902—1970 (Veró, J.)	1
<i>Szendy, K.</i> : Development of Power Network Planning and the Perspective Development of the Hungarian Basic Network		
		5
<i>Turányi, I.</i> : General Survey over Transport Sciences		
		43
<i>Juhász, S.—Aminger, O.</i> : The Critical Documentation		
		61
<i>Csonka, P.</i> : Procedure for Calculation of Shells of Translation		
		73
<i>Beke, B.</i> : The Uniformity Coefficient of Particle Size Distribution of Ground Materials		
		83
<i>Lipka, I.</i> : Relations between the Optimum Bearing Distance of a Two-Support Cantilever Shaft and Certain Shaft and Bearing Parameters		
		97
<i>Pethő, Sz.—Tompos, E.</i> : New Characteristics for Separations		
		141
<i>Csonka, P.</i> : Axi-Symmetrically Loaded Paraboloid Shells of Revolution Star-Polygonal in Plan		
		149
<i>Pethő, Sz.—Tompos, E.</i> : On the Characteristics of the Separation by Vibrating Screens		
		167

### BOOK REVIEW

Betontechnische Berichte 1969 (Goschy, B.)	177
<i>Harvey, A. F.</i> : Coherent Lights (Bitó J.)	177
<i>Thomas, G. G.</i> : Production Technology (Kazinczy, L.)	179
<i>Perényi, I.</i> : A város központja (Granasztói, P.)	180
<i>Pierburg, A.—Lenz, H. P.</i> : Vergaser für Kraftfahrzeug-Motoren (Terplán, S.)	182
<i>Rühle, H.</i> : Räumliche Dachtragwerke. Konstruktion und Ausführung (Csonka, P.)	184

## INHALTSVERZEICHNIS

Alexander Mihajlovitsch Samarin	1902—1970 (Verő, J.)	3
<i>Szendy, K.</i> : Entwicklung der Projektierung von Starkstromnetzen und die perspektivische Entwicklung des ungarischen Grundnetzes		
		5
<i>Turányi, I.</i> : Lagebericht über die Verkehrswissenschaften		
		43
<i>Juhász, S.—Aminger, O.</i> : Die kritische Dokumentation		
		61
<i>Csonka, P.</i> : Ein Verfahren zur Berechnung von Translationsschalen		
		73
<i>Beke, B.</i> : Die Gleichmäßigkeit der Kornverteilung des Mahlgutes		
		83
<i>Lipka, I.</i> : Beziehungen zwischen der günstigsten Lagerentfernung einer zweifach kragträgerartig gelagerten Welle und gewissen Parametern der Welle und der Lager		
		97
<i>Pethő, Sz.—Tompos, E.</i> : Neue Kennzahl für Trennungen		
		141
<i>Csonka, P.</i> : Achsensymmetrisch belastete Rotationsparaboloidschalen mit sternförmigem Grundriß		
		149
<i>Pethő, Sz.—Tompos, E.</i> : Über die Kennzahlen der Klassierung mit Schwingsieben		
		167

### BUCHBESPRECHUNG

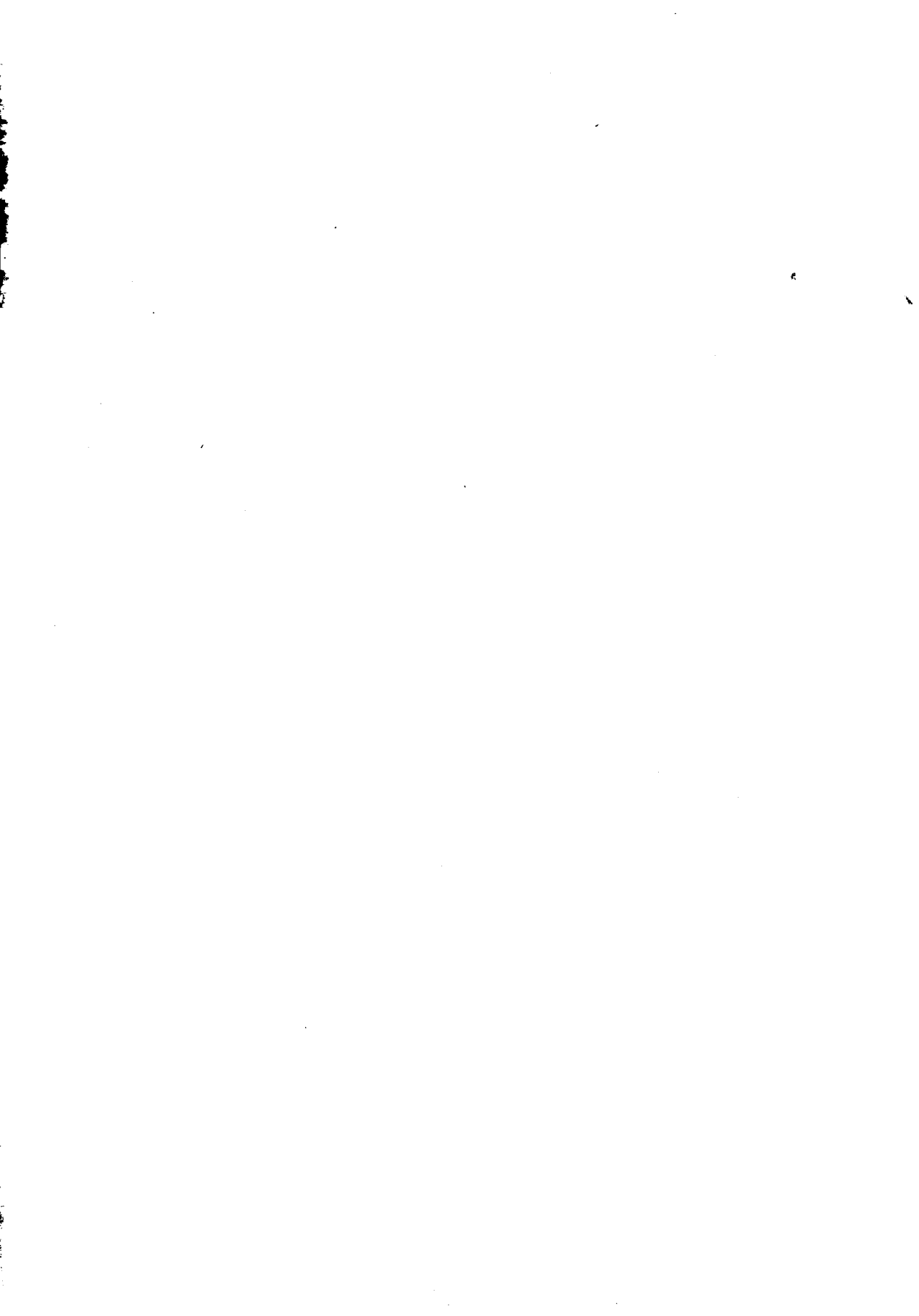
Betontechnische Berichte 1969 (Goschy, B.)	177
<i>Harvey, A. F.</i> : Coherent Lights (Bitó, J.)	177
<i>Thomas, G. G.</i> : Production Technology (Kazinczy, L.)	179
<i>Perényi, I.</i> : A város központja (Granasztói, P.)	180
<i>Pierburg, A.—Lenz, H. P.</i> : Vergaser für Kraftfahrzeug-Motoren (Terplán, S.)	182
<i>Rühle, H.</i> : Räumliche Dachtragwerke. Konstruktion und Ausführung (Csonka, P.)	184

### СОДЕРЖАНИЕ

Александр Михайлович Самарин	1902—1970 (Верё, Й.)	3
<i>Кароль Сенди</i> : Развитие планирования сильноточной сети и перспективное развитие венгерской основной сети		
		5
<i>Иштван Тураньи</i> : Описание положения транспортных наук		
		43
<i>Юухас—Амингер</i> : Критическая документация		
		61
<i>Пал Чонка</i> : Способ вычисления трансляционным слоев		
		73
<i>Бела Беке</i> : Равномерный фактор распределения размера зернистости помолов		
		83
<i>Иштван Липка</i> : Связи между самым подходящим пролетом подшипника консольной двухопорной оси и некоторыми параметрами оси а также подшипников		
		97
<i>Сильвестр Петё—Эндре Томпш</i> : О новых измерителях распределительных операций		
		141
<i>Пал Чонка</i> : Вращательно-параболоидные скорлупы с планом кругосимметрично нагруженного звездочного многоугольника		
		149
<i>Сильвестр Петё—Эндре Томпш</i> : О распределительных измерителях вибросит		
		167

### АННОТАЦИЯ

Betontechnische Berichte 1969 (Goschy, B.)	177
<i>Гарвей, А. Ф.</i> : Когерентный свет (Й. Бито)	177
<i>Г. Г. Томас</i> : Production Technology (Kazinczy, L.)	179
<i>Переньи И.</i> : Центр (П. Гранастон)	180
<i>А. Пьербург—Н. П. Ленц</i> : Vergaser für Kraftfahrzeug-Motoren (Terplán, S.)	182
<i>Рühle, H.</i> : Räumliche Dachtragwerke, Konstruktion und Ausführung (Csonka, P.)	184



A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Helle Mária

A kézirat nyomdába érkezett: 1971. III. 22. — Terjedelem: 16.45 (A/5) ív,

---

71.71463 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György







# MŰSZAKI TUDOMÁNY

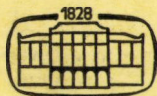
---

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: MAJOR MÁTÉ

44. KÖTET

3-4. SZÁM



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1971

MŰSZ. TUD.

# MŰSZAKI TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐ BIZOTTSÁG

BARTA ISTVÁN, BÖLCSKEI ELEMÉR, GESZTI P. OTTÓ,  
LÉVAI ANDRÁS

44. KÖTET 3–4. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG: BUDAPEST V., MÜNNICH FERENC UTCA 7.  
KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21.

A *Műszaki Tudomány* változó terjedelmű füzetekben jelenik meg. Négy füzet alkot egy kötetet.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia  
Műszaki Tudomány  
Budapest V., Münnich Ferenc utca 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelőséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A *Műszaki Tudomány* előfizetési ára kötetenként 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest V., Alkotmány utca 21. Pénzforgalmi jelzőszám 215—11488), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest I., Fő utca 32., Pénzforgalmi jelzőszám: 218—10990) útján eszközölhetők.



## WINTER ERNŐ

1897—1971

A Magyar Tudományos Akadémia Elnöksége és a Műszaki Tudományok Osztálya mély megrendüléssel búcsúzik WINTER Ernő akadémikustól, a Műszaki Tudományok Osztálya tagjától.

A váratlan halála miatt érzett megdöbbenésből még fel sem ocsudva, megkíséreltük áttekinteni Winter Ernő rendkívül széles körű tevékenységét és eredményekben gazdag életútját. Arra a következtetésre jutottunk, hogy annak teljességét átfogni nem vagyunk képesek, csak egy-egy oldalról inkább epizódok azok, amelyekről említést tehetünk.

Jelentős ipari, kutatói és tudományos alkotói tevékenységének elismerésül az MTA 1951-ben levelező, majd 1956-ban rendes tagjának választotta meg. Az MTA keretében kifejtett tevékenysége meghaladta a 20 esztendőt.

WINTER Ernő tudományos kutatási területe, az elektronsövények kutatása, olyan terület, ahol a legnagyobb mértékben érvényesült a tudományos-technikai forradalom. Olyan terület, ahol rendkívüli mértékben gyorsult a haladás üteme, és amely végeredményben megalapozta a korszerű technika fejlődésének vívmányait: a rádiótechnikát, az automatizálást és a számítástechnikát. Az ezen a területen dolgozó kutatóknak, újat alkotóknak állandó feszültségben kellett élnie, széleskörűen ismernie kellett a legújabb fejlődés eredményeit és azokat a csírájukban meglevő tényezőket, amelyek a fejlődés következő lépcsőfokának alapjául szolgálnak. Olyan adottságokkal kellett rendelkeznie, hogy a legkorszerűbb természettudományi ismereteket lefordítsa a technika nyelvére és alkalmazza azokat. Ilyen adottságokkal rendelkezett és ilyen feszültségben élt WINTER Ernő, aki eredményeivel lényeges hozzájárulást

adott a korunk technikáját megalapozó elektroncső és félvezetőtechnika fejlődéséhez.

Munkamódszerére jellemző, hogy bár hivatalos beosztásai folytán sok kutató munkáját kellett irányítania, mégis alkotói tevékenységét inkább, egy személyéhez közvetlenül kapcsolódó szűk körben fejtette ki saját ismereteire, saját tudására, saját gondolataira támaszkodva, amelyeknek realizálásában közvetlen munkatársai segítették.

Tudományos kutatásának problémái nem elvont spekulációkból származtak, hanem azokat mindig az élet, az ipar, a gyár és a gyártást alátámasztó kutatás adta fel. Szemléletében, tevékenységében a termelés és a tudomány sohasem vált szét, hiszen éppen az ő kutatásai alapján sikerült azt a technikai szintet biztosítani, amelyről való elmozdulás csak új ismeretek, új kutatási eredmények birtokában lehetséges, és ahol a termelés és tudományos kutatás kölcsönhatása és összhangja teljes mértékben érvényesül.

Ugyancsak a termelési problémákkal teljesen összhangban folytatta akadémiai, közéleti tevékenységét. Szakterületén az 50-es évek elején bizottságokat, tudományos munkacsoportokat szervezett, amelyekben résztvettek a tudományos kutatás, az egyetem és az ipar élvonalbeli képviselői. Ezeknek a bizottságoknak és munkacsoportoknak a figyelmét az ipar problémáira irányította, azokra a problémákra, amelyeknek megoldásához a leghatékonyabb segítséget éppen a tudományos kutatás adta.

Felismerve a mágneses anyagok kutatásának a híradástechnika fejlesztésének szempontjából való rendkívüli fontosságát, élve az akadémiai bizottsági munka által adott lehetőségekkel, a szakbizottságok keretében a mágneses anyagokról tudományos előadás-sorozatot indított meg, amely nemcsak arra adott alkalmat, hogy a szakemberek elsajátítsák a mágneses anyagokra vonatkozó legkorszerűbb ismereteket, hanem arra is, hogy ezen ismeretek birtokában folytatott véleményeserék konkrét ipari problémák megoldását segítsék elő.

Az anyag- és alkatrész szakbizottság keretében a szakterület vezető szakembereivel együtt patronálta az alkatrészgyártó üzemeket és a helyszínen adott értékes elméleti és gyakorlati tanácsokat.

Jellemző epizódja az alkatrészgyártás patronálásának, amikor egy ellenállás-típus hibásodásának okát keresve, észrevette, hogy az a munkás, aki az ellenállástestet a kemencébe helyezi, nem visel kesztyűt és az ily módon szennyezett felületre nem tapad meg az ellenállásréteg. Ez látszólag apróság, de összefüggésben van azzal, hogy az új felismerések, felfedezések úgy jönnek létre, hogy egy jelenséget százan, tízezren észlelnek, de elmennek mellette, nem veszik észre. WINTER Ernőt az újat alkotni akarás, a segíteni akarás készítette arra, hogy mindent észrevegyen, és a látszólag jelentéktelen problémák analizálásával, azok okainak mélyebb megismerésével a probléma megoldását segítse elő.

Elmélyült tudományos ismeretei, kiemelkedő alkotó készsége, ipari gyakorlata alapján képes volt mindig megjelölni a fejlődés tendenciáit, és az új létrehozásához szükséges legrövidebb és legeredményesebben járható utat.

Az 50-es évek közepén hangoztatta a párologtatott rétegek jelentős szerepét és fontosságát a félvezető technikában. Ez a technológia most napjainkban realizálódik. A rendkívül nagy bonyolultsági fokú integrált áramkörök megvalósításában alkalmazzák.

Ugyancsak úttörő munkát végzett a jelenlegi testületi tevékenység alapját képező helyzetképek és prognózisok készítésében. Az általa vezetett híradástechnikai bizottság keretében a mágneses anyagokról, félvezetőeszközökről, a telefonteknikáról készültek helyzetképek és prognózisok.

Közéleti tevékenysége kiterjedt az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság munkájában való részvételre, melynek egyik alapító tagja volt. Számos fejlesztési tanulmány kidolgozásának volt a kezdeményezője és részvevője. Az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság keretében végzett munkáját a tudományos kutatás és a népgazdasági érdekek összehangolása vezette.

Egy évtizedet meghaladó ideig tevékenykedett a tudományos minősítés vonalán. Elsők között volt és következetesen harcolt a műszaki alkotások tudományos elismeréséért. A Tudományos Minősítő Bizottságnak ma már megvan a lehetősége arra, hogy a műszaki alkotások tudományos vonatkozásait tudományos minősítésben részesítse.

Közel egy évtizedig tagja volt a Műszaki Tudományok Osztálya osztályvezetőségének. Elnöke volt a Nemzetközi Vákuumtechnikai Unió magyar nemzeti bizottságának. Tagja volt a Műszaki Tudományos Egyesületek Szövetsége elnökségének. Tudományos és műszaki tevékenységét számos műszaki alkotás, több száz szabadalom és tudományos publikációk jelzik. Ezek közül kiemelkedik a redukciós báriumfémgőz eljárás kidolgozása oxidkatódok előállítására, amelynek alapján a magyar ipar abban az időben a világ legjobb rádiócsöveit állította elő. Ezen eljárást világcégek használták fel. Ellenértékképpen az Egyesült Izzó engedélyt kapott a legfontosabb kulcsszabadalmak hasznosítására.

Az elektroncsövek rácsainak nemesfémmeel, arannyal, ezüsttel való bevonásával sikerült megszüntetnie a termikus rácsemmissziót és a rács szekunder emissziót. Ez az eljárás képezte alapját a minőségükben világszintet felülmúló magyar adócső típusok kifejlesztésének és gyártásának. Számos nagyjelentőségű elektroncső típus kidolgozása és számos, különböző célokra kifejlesztett katódtípus után a világviszonylatban új készletkatód típust — általa migrációs katódnak nevezett — katódtípust fejlesztett ki. Ennek alapján vált lehetővé az 1 MW-os magnetron kifejlesztése.

Műszaki megoldásai mellett legfőbb törekvése olyan új elméleti elvek kialakítására irányult, amelyek új működési elvű elektroncsövek kifejlesztését célozták.

A félvezetőtechnika jelentőségét korán felismerte, és elmélyülten tanulmányozta a rézoxidul cellákban lejátszódó fizikai jelenségeket. Vezetése alatt alapvető munka folyt félvezető alapanyagok, germánium és szilícium előállítására, valamint mikrohullámú félvezetőeszközök kifejlesztésére.

Munkásságát a tudományos élet legfelsőbb fórumainak és kormányzatunknak megbecsülése és elismerése kísérte. Pártunk és Kormányunk nemzetközileg kiemelkedő tudományos alkotómunkásságáért két ízben Kossuth-díjjal, három ízben a Munka Érdemrend arany fokozatával, a Magyar Népköztársasági Érdemrend V. fokozatával tüntette ki.

A hivatalos megbecsülésen és elismerésen túlmenően mindazok részéről, akikkel együtt dolgozott, tisztelet és szeretet nyilvánult meg irányában, ami számára talán a hivatalos elismeréseknél is többet jelentett.

A tudomány és technika fejlődése történelmének az a nagyszerű szakasza, amelyben WINTER Ernő élt és alkotott, abban a formában talán nem fog megisméltődni. Az a fajta tudományos tevékenység, amelyet WINTER Ernő úgyszólván egymagában fejtett ki, ma hatalmas szervezetekben működő kollektívának a feladata. De mindazok, akik a technikai és tudományos haladás előrevívői, mindazok akik a technikai haladásnak felhasználói, tisztelettel és hálával tartják meg emlékezetükben WINTER Ernőt, aki ennek a haladásnak úttörője volt.

*Bognár Géza*

# AZ AUTOMATIZÁLÁS HAZAI ÉS NEMZETKÖZI HELYZETE\*

BENEDIKT OTTÓ\*\*  
AKADÉMIKUS

## I. A pneumatikus irányítástechnika

Az automatizálás különböző területeit és problémáit a legkülönbözőbb szempontok szerint lehetne felsorolni. Ha először az automatizálási sémákat jellemző technológiából indulunk ki, három területet kell tárgyalnunk: az elsőre a pneumatikus segédenergia felhasználása, a másodikra a tirisztor elnevezésű félvezető, a harmadikra pedig a digitális számítógép alkalmazása jellemző (ez utóbbi részt, amely a legszélesebb, legfontosabb, legmodernebb és legperspektivikusabb területekre vonatkozik, alkalmazási célok, illetve rendszertechnikai szempontok szerint fogjuk tárgyalni).

A pneumatikus segédenergiával működő szabályozó és vezérlő eszközök ugyan elmaradnak a villamos segédenergiával működő eszközökkel szemben a működési sebességben és a hatósugár-nagyságban, mégis olyan fontos területeken alkalmazzák kiterjedten, ahol vagy tűz- és robbanásveszély áll fenn, mint pl. a vegyi- és olajiparban, vagy ahol a végrehajtó szervnek nagy erőt kell kifejtenie egyenesvonalú elmozdulás létesítésekor, mint pl. a gépgyártás és a közlekedés egyes területein.

A magasabbrendű, hierarchikus folyamatirányítás széles körű bevezetéséhez hazánkban még sok alapozó feladatot kell megoldani. Gondoljunk például arra, hogy a kohó- és gépipar munkáslétszámának kb. 30%-a anyagmozgatással foglalkozik. Ez a szám arra hívja fel a figyelmet, hogy mindenekelőtt a komplex automatizálás alapfeltételét jelentő mechanizálási és részleges automatizálási feladatokat kell megoldani, és csak ezek megoldása után léphetünk tovább a magasabbrendű irányítási feladatok megoldása irányában. Jelenlegi feladataink megoldásához jó alapot ad a svéd *Mecman* cég licenciája alapján az *Egri Finomszerelvény Gyárban* a közelmúltban megindított pneumatikus munkahenger-gyártás, minek révén létrejött gépiparunk automatizálásának egyik fontos feltétele. Természetesen a feladatok

\* Elhangzott a Magyar Tudományos Akadémia tudományos ülészakán, 1970 november 9-én.

\*\* Automatizálási Kutató Intézet, Budapest XI. Kende utca 13–17.

optimális megoldásához, főként pedig a számítógép adaptációjához még sok elem- és rendszertechnikai kutatás szükséges, ami az elkövetkező évek kutatási programjában lényeges szerepet fog játszani.

A pneumatikus irányítástechnika hagyományos rendszerei mellett az utóbbi időben mind nagyobb jelentőséget nyernek a pneumatikus logikai elemek és az azokból felépített rendszerek. Kezdetben az elektromechanikai relékkel analóg elven felépülő, mozgó alkatrészes alapelemeket alkalmazták. Később fejleszteni kezdték a mozgó alkatrészt nem tartalmazó, az előbbieknél lényegesen nagyobb élettartamú, aerodinamikai elven működő, másnéven fluid alapelemeket is.

A membrános elemek családjába tartozik az *Automatizálási Kutató Intézetben* kidolgozott, több országban szabadalmat kapott és sorozatgyártásra a *Mechanika Mérőműszerek Gyárának* átadott „Trimelog” elnevezésű rendszer univerzális logikai alapeleme is. A kutatás ezen a területen az optimális rendszertervezés, a gépi tervezésre alkalmas csatlakoztatási rendszer kialakítása, valamint a nagy volumenű hazai ipari alkalmazás némely különleges követelményét (pl. a szabadtéri üzem által meghatározott klímaviszonyokat, földgáz-, illetve oxigén-üzemet) kielégítő elemtípusok kialakítása irányában halad.

Minden eddiginél kutatás-igényesebbek a fluid logikai elemek, amelyeknek többsége új, illetve már korábban ismert, de eddig a gyakorlatban nem alkalmazott fizikai jelenségeken alapul. Helyes kialakításukhoz kiterjedt áramlástan kutatásra is szükség van.

A pneumatikus logikai elemek kutatásában az *Automatizálási Kutató Intézet* szorosan együttműködik a moszkvai akadémiai társintézettel.

## II. Az automatizálásnak a tirisztor felhasználása által jellemzett területe

Térjünk át az automatizálásnak egy teljesen más technológiai eszköz, mégpedig a tirisztor felhasználása által jellemzett területére. A tirisztor az automatizált villamos hajtások területén számos új megoldási lehetőséget teremt. Az egyenáramú hajtások feladatai lezártnak tekinthetők azon munkák alapján, amelyeket az *Automatizálási Kutató Intézet*, a *Villamosipari Kutató Intézet* és a *Villamos Automatika Intézet* végeztek el.

A váltakozóáramú hajtások területén már ma is komoly szerepet játszanak az ún. félvezetős kaszkád hajtásszabályozások, ahol a csúszógyűrűs aszinkron motor szlipteljesítményét tirisztoros inverter segítségével a hálózathoz táplálják vissza, ezáltal biztosítva a veszteségmentes fordulatszám-szabályozást. 1000 kW motor-teljesítményig ezek alaptípusai az *Automatizálási Kutató Intézetben* kerültek kifejlesztésre; a gyártás várhatóan 1971-től indul meg. Fejlesztés alatt állnak az *Automatizálási Kutató Intézetben* az állórész kapocsfeszültség-változtatásával működő váltakozóáramú hajtások,



egyfázisú kivitelben, szellőző hajtási célokra, háromfázisú kivitelben pedig daruhajtásra. Igen perspektivikusak az olyan sémák, ahol a szinkron vagy a rövidrezárt forgórészű aszinkron motor fordulatszámát a tápláló váltakozó-áram frekvenciájának változtatásával szabályozzuk tirisztoros inverterről. Néhány alaptípus az AKI-ban már kifejlesztésre került.

A villamos hajtásoktól eltekintve a tirisztorok felhasználása az ipar több más területén is nagy előnyöket ígér (az egyenáram gyártástechnológiai célokra való közvetlen felhasználása — elektrolízis, galvanizálás, hegesztés stb. — szinkron-generátorok gerjesztésszabályozása, a nagyvasúti villamos vontatás, a nagyfeszültségű egyenáramú energiaátvitel, mozgókontaktus nélküli kapcsoló stb.). Ezekon kívül már ma is igen nagy jelentősége van a normálfrekvenciás szükségáramforrásoknak, valamint a félvezetős statikus középfrekvenciás invertereknek.

Ami hazai eredményeinknek a világszinttel való összehasonlítását illeti, meg kell jegyezni, hogy azokon a területeken, ahol a magyar ipar egyáltalán félvezetős berendezéseket fog gyártani, jó néhány évvel a világszint mögött vagyunk, ami nagyrészt azzal magyarázható, hogy a magyar félvezetőgyártás, valamint a készülékekhez szükséges segédberendezések ipari sorozatgyártása csak most indul meg.

### III. Az automatizálásnak a számítógépek felhasználása által jellemzett területe

Rátérve a fő témánkat képező azon automatizálási területekre, amelyek a számítógépek széleskörű felhasználása jellemez, az egyik legfontosabb feladat a folytonos technológiai folyamatok számítógépes irányítása nagy rendszerekben. Érdekes, hogy az 1970-ben végződő évtized trendje azt mutatja, hogy az alkalmazások száma az egész világon évente közel megkétszereződik és jelenleg mintegy 10 000-re tehető.

A folyamatirányító számítógépek által ellátott funkciók a következők:

a) *Információ-gyűjtés és feldolgozás.* Ezen belül pedig adatgyűjtés, üzemellenőrzés és műszaki-gazdasági mutatók számítása (az eddigi alkalmazások közül ez a funkció a leggyakoribb).

b) *Az állandósult állapot önműködő szabályozása.* A szabályozás célja bizonyos folyamat-paraméterek előírt értéken tartása a folyamatot érő különböző hatások közepette. E hatások lehetnek spontán környezeti zavarok, vagy létrejöhetnek különböző kezelői beavatkozások következtében.

c) *Az állapot átmenetek vezérlése.* Ide tartozik az indítás, a leállítás, a munkapont-változtatás és az üzemzavar-elhárítás. A számítógépnek itt tehát nem annyira az aritmetikai, mint inkább a logikai műveletvégző képessége van kihasználva.

d) *Optimalizálás.* A feladat a beavatkozó független változók olyan értékrendszerének meghatározása, amely biztosítja az adott zavaró változó értékek

(pl. környezeti hatások, nyersanyag-minőség, termelési előírások) mellett az állandósult állapotot leíró gazdasági célfüggvény optimalitását. A gazdasági célfüggvény lehet a kibocsájtott termék mennyisége vagy adott termék-mennyiség mellett például az önköltség.

e) *Modellezés, identifikáció és szimulációs problémák megoldása.* Az előző pontokban világossá vált, hogy a számítógépes irányítás többnyire feltételezi a folyamat matematikai modelljének ismeretét. Csekély kivételtől eltekintve — függetlenül attól, hogy a modell struktúrája egzakt vagy közelítő-e — a modell paramétereit mérésekből kell meghatározni, vagyis a folyamatot *identifikálni kell*. Az identifikáció klasszikus módszere a folyamat tervszerű befolyásolásán alapul. A folyamat ilyen megzavarása azonban többnyire nem engedhető meg, ezért újabban egyre inkább előtérbe kerülnek a folyamat véletlenszerű mozgásai alapján identifikáló statisztikus módszerek.

#### IV. A számítógépes irányítás hazai helyzete

Hazánkban az 1960-as évek közepén a vegyi- és ásványolajiparban, az energiaiparban, a kohászatban és a cementiparban szinte egyidőben kezdődtek el az első próbálkozások.

A *vegyipar* első kísérlete a péti *Nitrogénművek* szintézisgáz-előállító és ammóniaszintézis üzemének dán—magyar együttműködésben kidolgozott, nyitott hatásláncú számítógépes optimális irányítása. A péti üzem irányításának végső megoldásában a befektetett összes munkának csak egy része kerül konkrét alkalmazásra. A munka többi része szükséges volt ahhoz, hogy a párhuzamosak közül megállapítást nyerjen az adott esetben leghelyesebb út. A végső megvalósulásban fel nem használt, „melléktermék”-eknek nevezhető eredmények is felhasználásra kerülnek más, hasonló feladatok megoldása során, pl. a *Dunai Kőolajipari Vállalat* nyersolaj desztillációs üzemének optimalizáló irányítása kidolgozásánál.

A péti irányító algoritmus kidolgozásának első lépéseként dán—magyar kooperációban elkészült az általános ammóniagyár modellezésére szolgáló ún. „*plant*” program. Ennek tapasztalatait felhasználva egy magyar kollektív munkacsoport közös eredménye az általános vegyipari modellezésre szolgáló, fejlettebb *SIMUL* program. Ezt a programot azóta különböző munkacsoportok több üzem modellezésére használták, pl. a *Veszprémi Számítás-technikai Csoport* etilén-pirolízis, a *VEGYTERV* metán parciális oxidációs és gázelválasztás, a *MAVEMI* ecetsav-pirolízis modellezésére.

A *villamosenergia-ipar* területén fejlesztették ki és helyezték kísérleti üzembe az első magyar digitális adatgyűjtő berendezést, s a már részlegesen működő *Gyöngyösi Gagarin Hőerőmű* lesz az első üzem Magyarországon, ahol folyamatirányító számítógépeket szerelnek fel. A jelenleg tervezés alatt álló két új nagy erőművet (*Százhalombatta II* és *Tiszapalkonya II*) a pilla-

natnyi elképzelések szerint hierarchikus számítógépes irányítórendszerrel fogják ellátni.

A *kohászat* területén Dunaújvárosban 1966-ban számítógépes termelés-irányítás létesült, a *Diósgyőri Lenin Kohászati Műveknél* pedig a francia licencia alapján hazánkban gyártott 10010 típusú kis számítógéppel kívánják a vágáshossz optimális beállítását végezni.

A *cementiparban* egyelőre a *Dunai Cement Műveknél* folytatók számítógépes identifikációs kísérletek a forgó kemencék dinamikus viselkedésének tanulmányozása céljából. S végül a magyar *papíripar* — az *OMFB* ösztönzésére — a múlt évben kezdett foglalkozni a számítógép alkalmazás lehetőségével. Első lépésként az *Automatizálási Kutató Intézet* előzetes tanulmányt készített számukra a folyamatirányítási alkalmazásokról, és már folyamatban van egy termelés-irányító rendszer előkészítése.

A *Központi Fizikai Kutató Intézet* a számítógépes reaktorirányításban végzett komoly munkát.

## V. Az ember—gép kapcsolat készülékes és programozási feladatainak kutatása

A korszerű automatizálás egy újabb, talán még izgalmasabb és rendkívül nagy perspektívákat nyújtó területe az ember—gép kapcsolat készülékes és programozási feladatainak megoldása. A számítógépek tudományos és ipari felhasználásában ugrásszerűen, hirtelen előnyös változást okozott az ember és számítógép kölcsönös kapcsolatának újfajta felhasználása, a számítógépes interaktív tervezés.

Ennek az a jellemző vonása, hogy a hagyományos tervezés lépései, vagyis a tervező ideiglenes döntése, a döntés megvalósítása, a döntés helyességét felülvizsgáló kritika, a konstrukciónak ennek megfelelő megváltoztatása, a szükséges számítások elvégzése, a szabványok, technológiai és egyéb műszaki információk tekintetbevétele a számítógép segítségével (állandó kétoldalú ember—számítógép kapcsolat révén) részben automatizálódnak, így rendkívül felgyorsulnak. Az interaktív tervezés első mérnöki felhasználásainak bemutatása óta mindössze hat év telt el, mégis elterjedt a világ összes iparilag fejlett országában.

E munka rendkívül sokrétű. Mindenekelőtt meg kell említeni a következőket: több előfizetős rendszerek és a működtetésükhöz szolgáló time sharing programok — a grafikus megjelenítés rendszertechnikája, software és hardware fejlesztése; grafikus és alfanumerikus display készülékek, memóriák, csatlakozó vezérlő egységek és különféle perifériák (pl. rajzoló és rajzoló gépek), mindezekhez a működtetésükhöz szükséges software, az egész rendszerhez pedig összefogó vezérlőprogramok és egy-egy témakörhöz tartozó számító programok; végül de nem utolsó sorban a tervező programnyelvek, ez utóbbiak közül pedig elsősorban azok, amelyek alkalmasak a számítógép

és a tervező közötti dialógus megvalósítására és a műszaki és kutatási problémák lehetőség szerinti egyszerű bemenő-nyelven való leírására (ezek az ún. probléma-orientált magasrendű tervező nyelvek).

Az ember—gép kapcsolatok hazai kutatását körülbelül három éve kezdtük meg, tehát abban az időpontban, amikor az amerikai és angol ipari alkalmazások már a gyakorlatban is igazolni kezdték az interaktív ember—gép kapcsolaton alapuló rendszer fölényét. Így az aktív kutató munka megindulásának korszakában módunk volt rá, hogy a hazai kutatás bázisául már az alapozás próbáját kiállott rendszereket válasszuk és azokat honosítsuk. Így az *APT* típusú rendszerek közül az *EXAPT I* honosítását az *Automatizálási Kutató Intézet* végezte el, és a *2 CL* rendszer is már futtatható hazai számítógépen. Nemzetközi kooperációs tevékenységünk sikere, hogy ezekhez a programrendszerekhez minimális anyagi befektetéssel jutottunk hozzá, holott kifejlesztésükbe több ezer emberévnyi munkát fektettek bele a nyugati kutató intézetek. Így elkerültük a provincializmus hibáját. Másrészt a realitásokhoz tartozik annak a ténynek a regisztrálása is, hogy a hazai számítógéppark fejlesztése részben gazdasági, részben nemzetközi kereskedelmi korlátozási okokból csak most válik képessé az alkalmazáshoz szükséges programok fogadására.

Ezt a hátrányt azzal ellensúlyozzuk, hogy ami rendelkezésünkre áll, azt néhány kiemelt — a ipar szempontjából is fontos — témára fordítjuk. Így pl. készült olyan nagy vertikális technológiai tervezőprogram, amely a munkadarab geometriai kiírásától elindulva a számjegyes szerszámgép vezérlésig interaktív rendszerbe fogja össze egy szűk körülhatárolt területen — a sajtólastechnikában — a technológiai tervezés teljes folyamatát. Ennek a programnak egy része az ipari alkalmazás stádiumáig jutott, a többit fokozatosan vezetik be a nemzetközi kooperációból birtokunkban levő, már honosított *2 CL* és *EXAPT I* rendszerek felhasználásával. Továbbá meg kell jegyezni, hogy vegyipari üzemek csővezetéseinek grafikus tervezésére is folyamatban van software írása.

Rendkívül örvedetes, hogy az építőiparban, a vegyiparban és különösen a magyar hajóiparban jelentékeny kezdeményezések vannak a számítógépes tervezőprogramok bevezetésére. Terjedelmében a hajóipar tervezése a legnagyobb, s ez a magyar—lengyel kooperációra alapozva jött létre.

A hardware területén a hazai kutatómunkát az erővel reálisan számoló, lépésről-lépésre-haladás jellemzi. Folyamatban levő legnagyobb vállalkozásunk a grafikus display megtervezése, miután az alfanumerikus display a közelmúltban már elkészült. Az alfanumerikus display gyártására a kutatás és az ipar között szerződés jött létre. Ennek a munkának jelentősége határainkon is túl terjed a baráti országok felé.

Az alfanumerikus display rendkívül kényes, bonyolult technológiát igénylő fejlesztés. Gyártása az ipart a megszokottnál valamivel nagyobb

gondot igénylő feladat elé állítja, mégsem kétséges, hogy a vele járó terhet sem a kutatás, sem az ipar nem vállalta hiába. A grafikus display kutatása is előrehaladott stádiumban van, mégpedig eddig példa nélkül álló ipari kooperációs összefogás alapján, amelyben az *Automatizálási Kutató Intézet*, a *Központi Fizikai Kutató Intézet*, az *Orion Rádió és Villamossági Vállalat*, az *Egyesült Vegyiművek* és a *Villamos Automatika Intézet* vesz részt.

A teljes képhez tartozik, hogy az ember—gép kapcsolatban felhasználható hardware lényeges láncszemét képviselő szatellit gép a közeljövőben hazai gyártásból válik hozzáférhetővé.

## VI. A szakaszos technológiai folyamatok irányítási kérdéseinek kutatása

Másik, rendkívül érdekes problémakomplexum szakaszos technológiai folyamatok irányítási kérdéseinek kutatása. A számítógépes irányítású gépi rendszerekkel kapcsolatos munkák összekötő kapcsot képeznek a tervezés és gyártás között. Ennek a munkának a kezdete — a számítógépes tervezéshez hasonlóan — csak néhány évre nyúlik vissza (1964-ben vezéreltek első ízben gyártó sort számítógéppel az *IBM*-nél). A kutatási fázistól kezdve a téma öt éven belül jutott el az ipari alkalmazásig, de ezzel kapcsolatosan rá kell mutatni, hogy a gépek számítógépes irányítástechnikája nemcsak úgy hatott a szerszámgépek fejlesztésére, hogy új géptípusok jöttek létre — legalábbis nem ez a változás lényege —, hanem úgy, hogy utat nyitott a gépgyártástechnológia teljes átalakulásához. A kezdeti szemlélet ugyanis középpontnak a szerszámgépet tekintette, amelyet a hagyományostól eltérő módszerrel programoztak és irányítottak, de a szerszámgép a hagyományos ember—gép viszony megmaradása miatt alig változott. A mai szemlélet középpontjában viszont a számítógép áll; a hozzákapcsolt termelőgép — méginkább azok csoportja — rendszertechnikailag perifériáknak tekinthető, ezért kivitelezésben is erősen megváltozik. Fontos megállapítani azt is, hogy a közgazdászok véleménye szerint a diszkrét irányítástechnika bevezetése szinte megszüntette a gazdaságosan gyártható mennyiségek alsó határait, ami főleg a korlátozott piacokkal rendelkező kis országok számára igen döntő előny.

Most úgy látszik, hogy a sok gépből álló bonyolult gyártó rendszerekben — amelyeket integrált gyártó rendszereknek is nevezünk — ugyancsak jelentős gazdasági eredmények várhatók, főképpen attól, hogy megszűnik a hosszú gépsorok közismert merevsége és lehetővé válik, hogy meghatározott gyártmány helyett egy-egy termelő gépsoron előre meg nem határozott gyártmányok egész sora fusson át.

E tekintetben hazai helyzetünket az első néhány évben összehangolatlan, gyors realizálásra törekvő, valódi kutatási eredményekre nem nagyon támaszkodó kezdeményezések jellemezték. Lényegesen változtatott a kilátáso-

kon annak az OMF-koncepciónak a létrejötte, amely megosztotta a feladatokat a kutatás és az ipar között.

Az első, iparilag használható számjegyes vezérlésű géptípust a széles körben ismert nyugatnémet kooperációval sikerült megvalósítani. Az első — hazai kutatásból származó — számjegyes pályavezérlés üzemi próbái már folynak hazai alapgéppel. Ebben már jelentkeznek a hazai software fejlesztés első eredményei.

Javultak a kutató munka és az ipari alkalmazás kilátásai azzal is, hogy francia licencia alapján megindul a *C II 10010* számítógép gyártása. Ez a harmadik generációs kis számítógép diszkrét folyamat-irányításra és szatellit gép céljaira egyaránt alkalmas. A *Központi Fizikai Kutató Intézetben* fejlesztett kisgép kitűnő háttérrel ad a honosításnak és a hazai továbbfejlesztésnek.

Tekintetbe véve a hazai kutatás lehetőségeit, teljesen reális az a vélemény, hogy komoly eredmények csak viszonylag szűk területen produkálhatók. Ezért igen hasznosnak látszik olyan nemzetközi kooperáció kialakítása, amelynek során kutatási eredményekért kutatási eredményekkel fizetnének.

A kutatásra tehát nagyon bonyolult feladat vár: a szorosán vett kutatási munkát össze kell hangolni a külföldi kooperációval, a hazai ipari lehetőségekkel, és vezető szerepet kell betölteni a szerszámgépek számítógépes irányításának szakember-képzésében.

## VII. A számítógép-alkatrészek gyártása és tervezése

Befejezésül az ember—gép viszonyok új kialakításának olyan területéről lesz szó, amely talán a legérdekesebb és legizgalmasabb, mégpedig azért, mert olyan produktumok gyártásáról és tervezéséről van szó, amelyek maguknak a rohamosan fejlődő számítógépeknek legfontosabb alkatrészeit képezik.

E témakör oly széles (emellett problémáinak száma és bonyolultsága a számítógépek technológiájával együtt olyan rohamosan növekszik), hogy csak néhány általános szempontot említhetek. Az integrált áramkörök megszületése óta alig néhány év telt el, de az egykristályba integrált funkciók bonyolultsága napjainkig majdnem eljutott a teljes számítógép-funkcióig. Jelenleg egy integrált áramkörön belül teljes digitális korrelátorokat vagy Fourier-transzformátorokat képező logikai hálózatokat tudnak már elhelyezni. Figyelembe véve azt a rendkívüli fejlődést, amely minőségileg sokkal magasabb színvonalra emelte az integrált áramkört, mint ahonnan elindult, újfajta gyártási filozófiát kellett kialakítani: egyrészt a megbízhatóság és egységesített gyártási folyamat követelményeinek megfelelően a logikai tervezőnek típus-áramkörökből (modulokból) kell a berendezést megterveznie, felépítenie, arra törekednie, hogy csökkentse a berendezés költségét (pl. a modulok szá-

mának minimalizálása útján), másrészt el kell helyezni ezeket az integrált áramköröket mechanikus egységekben, amelyek rendszerint nyomtatott áramköri lapok, és úgy kell őket összekötni, hogy megvalósuljon a megfelelő logikai hálózat, ami általában diszkrét optimalizációs feladatok megoldását jelenti.

Ezzel kapcsolatosan meg kell jegyezni: amellet, hogy többé-kevésbé teljes programrendszereket dolgoztak ki a tervezés egész folyamatának automatizálására, kidolgoztak olyan speciális rendeltetésű automatikus gépeket is, amelyek a logikai áramköröket tartalmazó berendezéseket automatikusan gyártják. A jelenleg legerjedtebb — nyomtatott áramköri lemezekre alapozó — technológiában ezek a gépek nagyjából a következők: elsősorban nyomtatott áramkör gyártására szolgáló gépek, amelyek a számítógép programok által megtervezett nyomtatási rajz megvalósítását eredményezik, továbbá alkatrész-beültető és -beforrasztó gépek, automatizált huzalozást végző gépek és végül automatikus ellenőrző berendezések. Mindezek a gépek általában numerikus vezérlésűek.

A bonyolult integrált áramkörös rendszerek nyomtatott áramköri technológiával való megvalósításaival kapcsolatosan egy sor olyan speciális problémát kellett megoldani, amelyek az integrált áramkörök alkalmazásából és a rendszer nagy bonyolultságából következnek. Speciális technológiai eljárásokat kellett kidolgozni, amelyek biztosítják, hogy a legbonyolultabb összekötési hálózattal rendelkező logikai hálózat is megvalósítható legyen. Konkrétan ez azt jelenti, hogy olyan többretegű nyomtatott áramkörök technológiáját kellett kidolgozni, amelyek lehetővé tehetik, hogy egymást 7—8 vagy 10-szeresen keresztező vezetékrendszert is meg lehessen valósítani. Különösen fontosak az integrált áramköröket vagy digitális berendezésrészegységeket ellenőrző berendezések, amelyek sokkal bonyolultabbak mint a gyártó gépek.

Az új, nagy integrált áramköröknél lehetetlen a régi manuális ellenőrzés. Itt csak a funkcionális ellenőrzést valósíthatjuk meg. Egy nagy integrált áramkör ellenőrzéséhez százezer vagy millió mérés végrehajtására is szükség lehet. Az ehhez szükséges készülékek maguk is nagy méretű, nagy sebességű logikai áramkörökből felépített digitális berendezések. Így ez esetben is célszerű kis számítógépet alkalmazni az ellenőrző berendezés vezérlésére, ami a gyakorlatban azt jelenti, hogy az ellenőrző berendezés tulajdonképpen maga az a számítógép program, amely az ellenőrző berendezés lényegét képező számítógépekben működik.

A hazai helyzet ezen a területen a következő: digitális áramkörök tervezésével és realizációjával kapcsolatban bevezetett eredmény jelenleg csak egy van: az *Automatizálási Kutató Intézet* által készített nyomtatott áramkört gyártó automata a hozzá tartozó technológiával és számítógép software-val. Ez a berendezés, illetve eljárás és berendezés már megtalálható a híradás-

technika és műszeripar minden nagyobb gyárában, valamint a Szovjetunióban, Csehszlovákiában és a Német Demokratikus Köztársaságban is.

Egyúttal azonban intenzív fejlesztő munka folyik, amelynek legfontosabb területe jelenleg a konstrukciós tervezés. Ezzel foglalkozik az *Infelor Rendszertechnikai Vállalat* és a *Távközlési Kutató Intézet* is. Az *Automatizálási Kutató Intézetben* egy teljes vertikális program konstrukciós tervezésre és a szimulációra, valamint diagnózisra vonatkozó részének kidolgozása, valamint az ennek összefoglalására és együttes kezelésére szolgáló operatív kezelő és adattároló rendszer kidolgozása folyik. A teljes számítógépes tervező programrendszer kidolgozásához azonban hiányzik a megfelelő számítógép. Az utóbbi hónapokban több nagy számítógép érkezett az országba. E gépvásárlások kapcsán nagy jelentőségű volna, ha programcsomagokat vásárolnánk a hazai elektronikus iparral közösen, amely vásárlások egyrészt a gyártási kultúra gyors növekedését tennék lehetővé, másrészt a hazai erőfeszítések összefogását is szükségessé tennék.

A *Budapesti Műszaki Egyetem Vezetékes Híradástechnikai Tanszékén* kutatások folynak a modellezésre alkalmas nyelvekkel kapcsolatban. Az előbb említett intézmények közötti együttműködés jelenleg kezdetleges állapotban van, bár már kialakult a gazdaságilag és szakmailag megalapozott együttműködés az *Automatizálási Kutató Intézet*, valamint az *Infelor Rendszertechnikai Vállalat* között, és megindult az együttműködés a nyomtatott áramköri lapok tervezése vonalán a *Német Demokratikus Köztársaság* üzemeivel.

#### *Mi a perspektíva a következő 4—5 évre?*

A hazai fejlődésre továbbra is erőteljes befolyást gyakorol a világfejlődés. E téren a fejlődés fő iránya várhatóan az interaktív tervezés kiterjesztése lesz.

A következő években várható, hogy a közepes és nagyméretű integrált áramkörök olyan mértékben elterjednek az elektronikus iparban, mint ma az integrált áramkörök, és ennek következtében a tervezői munka jellege erőteljesen megváltozik: megnövekszik magának az integrált áramkörnek a tervezésével kapcsolatos feladatok jelentősége.

Hazai viszonylatban a meghatározó tényező a számítástechnikai program által előírt fejlődés megvalósítása. Ez csak abban az esetben lehetséges, ha a gyártásdokumentációt teljesen, a tervezői munkát pedig jelentős részben számítógépes műszerekkel tudjuk megvalósítani. Ezt az igényt várhatóan részben licencia-vásárlás útján, részben hazai eredmények felhasználásával elégíthetjük ki.



## HOZZÁSZÓLÁS

STRIKER GYÖRGY

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

BENEDIKT akadémikus rendkívül érdekes expozéjában az automatizálás helyzetéről és problematikájáról indokoltan nagy helyet szentelt a számítógéptechnika meredeken növekvő szerepének, amely mind a szakaszos, mind a folyamatos technológiájú ipari termelés terén hazai vonatkozásban is meghatározó helyhez jut a következő évtizedben. BENEDIKT akadémikus előadásának ezen fejezetéhez kapcsolódva rá kívánok mutatni további feladatokra a technikai kibernetika területén.

Az előadás a folyamatirányító számítógépek funkciói közül kiemelte az információgyűjtést és a feldolgozást, az állandósult állapot önműködő szabályozását a folyamatot érő külső hatások közepette, az állapotátmenetek vezérlését, valamint az identifikáció funkcióit. Kétségtelenül a számítástechnika korszerű eszközei fontos funkciók ellátására rendkívül alkalmasak, amint ezt a BENEDIKT akadémikus által felsorolt számos gyakorlati példa is illusztrálta. Mind nagyobb számban állnak rendelkezésünkre számítástechnikai eszközök — számítógépidők és perifériák egyaránt — és részint külföldi forrásból, részint a hazai munka eredményeképpen szaporodik a jól használható algoritmusok és programok gyűjteménye is.

Hasonló a helyzet az előadásban második helyen említett szakaszos jellegű gépipari technológia számítógépes automatizálásának hardware és software vonatkozásaiban, ha valamelyest kezdetibb stádiumban is.

Nincs okunk kételkedni abban, hogy a már meglévő vagy megvalósulás előtt álló berendezések adatfeldolgozó-képessége, a programok belső logikája meg fog felelni azon követelményeknek, amelyek — a szabályozandó folyamat statikus és dinamikus jellemzőinek teljes ismeretében és számszerű adatainak birtokában — biztosítani képesek az egyre komplexebb szabályozástechnikai feladatok megoldását.

Nincs okunk kételkedni — feltéve, hogy a statikus és dinamikus jellemzők, a számításaink alapját képező, a továbbiakban folyamatosan betáplálandó adatok pontosságában, zavarmentességében is ugyanolyan biztosak lehetünk, mint az ezen adatok feldolgozására hivatott hardware és software minőségében, megbízhatóságában. Ezen adatokat pedig — akár a rendszer-identifikáció szakaszában, akár a folyamat felfuttatása vagy annak stacionárisantartása folyamán — mérésekkel, és pedig mind statikai, mind dinamikai szempontból kielégítő pontosságú mérésekkel kell a rendszerben betáplálnunk.

Fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a számítógép információáramlás szempontjából *három* interface útján kapcsolódik a külvilághoz. Ezek egyike a man-machine interface, az ember-gép kapcsolat, amelyet BENEDIKT akadémikus részletesen tárgyalt. A másik kettő nyilván magához a folyamathoz kapcsolódó két interface: egyrészt a folyamat és a környezet állapotát, változásait leíró bemeneti információ-tömeg beáramoltatása a gépbe, másrészt a folyamat befolyásolását szolgáló irányító parancsok kiáramlása a beavatkozó szervek irányában.

Minthogy pedig a számítógépes szabályozástól — annak nagy beruházási költségei ellenében — igen jelentős gazdasági megtakarításokat, műszaki előnyöket kell elvárunk, azért biztosítanunk kell, hogy a szabályozott folyamat minél kisebb eltéréssel, hibával kövesse a részére nagy szellemi és dologi ráfordításokkal meghatározott *optimális* értékeket, hiszen az optimumtól való eltérés mindenképpen veszteséget jelent.

Minthogy pedig a számítástechnikai adatfeldolgozó egységek gyakorlatilag hibamentesen követik a folyamat-identifikáció alapján kialakított program szerint előírt műveleteket — az optimumtól való eltérés kizárólag az identifikáció pontosságától, ezt követően pedig a mindenkor állapottjellelmezők meghatározásának, ill. betáplálásának hibaértékeitől fog függni.

Mindkettő az alkalmazott mérés-technikai módszerek és eszközök függvénye. Nem csodálkozhatunk tehát, ha mind gyakrabban találkozunk nemzetközileg is a megállapítással, hogy a legjobb számítógépes szabályozás sem közelíti meg jobban a műszaki-gazdasági optimumot, mint amit az állapotjellemzőket mérő, feldolgozó és továbbító primér érzékelők, valamint távadók statikus és dinamikus pontatlansága megenged.

A *hagyományosnak* tekinthető szabályozó rendszerek, egyedi szabályozó köreikkel viszonylag kielégítően működnek a bemenetükhöz kapcsolt lomha és viszonylag korlátozott pontosságú mérőérzékelőkkel; ezzel szemben a számítógépes szabályozású *gyorsműködésű méréspontváltók* által meghatározott mind rövidebb mintavételezési idő jelentékenyen fokozza az igényeket ezen elemek irányában. Emellett a mérőérzékelők — és nemegyszer a távadók, impulzusvezetékek — a szabályozólánc azon elemei, amelyeket nem lehet tiszta, légkondi-

cionált vezérlőterekben elhelyezve megvédeni a technológiai környezet — a technoklíma — néha bizony igen súlyos behatásaitól. A fokozott pontossági igényeket — a hagyományos  $\pm 1,5 \div 2\%$  helyett jelentkező  $\pm 1/2\%$ , néha pedig  $1/4\%$ -os hibahatárokat — rövidebb idő-állandókkal, precízebb jelátviteli dinamikával, gyorsműködésű és megbízható méréspont-váltásra alkalmas jelszinttel kell kielégíteni, gyakran külszíni nehéz üzemi feltételek mellett. Ezenfelül — éppen a technológiai folyamatok növekvő igényei miatt — rohamosan növekszik a mérendő állapotjellemzők száma, komplexitása és többrétűsége.

A BENEDIKT akadémikus által is említett ipari területeknél maradva, a *vegyiparban* például most lép be az ionszelektív analitikai folyamat-műszerezés; az *ásványolajiparban* áttérünk a volumetrikus mennyiségmérésről a tömegáramlásmérésre; a *földgázszállításnál* a szénhidrogéngázok harmatpont szerinti folyamat-mérésére; az *energiaiparban* a hőerőművi kazántápvíz szennyezőinek automatikus mikroanalitikai ellenőrzésére; az *építőanyagipari technológiában* a folyamatos anyagnedvesség-meghatározásra, és így tovább. Emellett ez a felsorolás csupán néhány kiragadott példa a *Méréstechnikai Kutató Laboratórium* jelenlegi munkaprogramjából — és egy valóban szegényes izelítő abból a széles skálából, amellyel az ipari mérés technikával foglalkozó külföldi és hazai kutató-fejlesztő gárda napjainkban foglalkozik.

Mindezekből is világos e tudományos tevékenység jelentősége annak érdekében is, hogy a számítógépes ipari automatizálás optimalizálásához feltétlenül szükséges számszerű primér folyamatidentifikációs adatok az átmeneti és az állandósult állapot mind komplexebb állapotjellemzői megbízható, gyors és mégis egyre fokozódó pontosságú bemeneti adatként álljanak az adatfeldolgozás rendelkezésére.

Azon túlmenően, hogy BENEDIKT akadémikus előadása kapcsán helyes volt felhívni az érdekelt tudományos szakkörök figyelmét a tárgyalt kérdés e vetületére, biztosítani kell a vitautlás résztvevőit a tekintetben, hogy jelentős hazai kutató-bázisok, így a *Méréstechnikai Központi Kutató Laboratórium* mellett a *Műszeripari Kutató Intézet* egyeztetett tematika szerint aktívan tevékenykednek az említett feladatok megoldásában, és mind a BENEDIKT akadémikus által is kiemelt nemzetközi tapasztalatcsere keretében, kooperációs és licenciamegállapodások útján, mind nem jelentéktelen hazai eredmények hasznosításával igyekeznek felkészülni az e téren rájuk háruló további fontos feladatokra.

# A HIDRAULIKUS ÉS A PNEUMATIKUS IRÁNYÍTÁSI RENDSZEREK SZEREPE A GÉPIPARBAN

SZÁDAY REZSŐ\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1970. november 9-én]

A technika történetében gyakran lehetünk szemlélői annak, hogy hasonló célokat szolgáló, de különböző elveken működő berendezések egymással versenyeznek. A verseny dönti el, hogy melyik műszaki kivitel tudja az adott feladatot tökéletesebben és gazdaságosabban megoldani, illetve melyik képes újonnan megnyíló alkalmazási területeket meghódítani. Ha a feladatkör szűk, akkor a verseny az egyik megoldás győzelmével és a másik teljes háttérbe szorításával járhat. Ha azonban a feladatkör széles, sőt technikának más szempontból való térhódítása folytán egyre jobban bővül, akkor az egymással eleinte versenyző megoldásoknak különböző szempontokból mutatkozó előnye és hátrányai azoknak más-más alkalmazási kört alakítanak ki, amelyben legjobb elvi lehetőségeiket leginkább lehet kibontakoztatni.

Az utóbbi jelenségnek lehetünk tanúi az irányítástechnikai berendezések segédenergia szempontjából alkotott három csoportja között. Kétségtelen, hogy a hidraulikus, a pneumatikus és villamos (elektronikus) rendszerek és elemek közül a villamosak azok, amelyek az utóbbi időben legnagyobb fejlődést és legnagyobb térhódítást könyvelhetnek el. A jelátvitelnek pontossága és nagy távolságok áthidalását is lehetővé tevő nagy sebessége, a jelformálásnak és műveletezésnek pontossága és egyszerűsége: a villamos irányítási rendszerek igen nagy elvi előnyei. Az ehhez járuló gyakorlati előnyök mint a segédenergia könnyű rendelkezésre állása, a tisztaság, kis súly és helyszükséglet, a miniatürizálás és végül a legbonyolultabb kapcsolások viszonylag áttekinthető megvalósításának lehetősége a villamos rendszereket kiválóan alkalmassá teszi a legegyszerűbb és legbonyolultabb irányítástechnikai feladatok megoldására egyaránt.

A tisztán villamos irányítórendszereknek három gyengéje az, amely teljes egyeduralkodást kizárja. Ezek:

a szakszerűtlen kezelésre és a durva környezeti hatásokra viszonylag érzékenyek;

\* SZÁDAY REZSŐ, Láng Gépgyár, Budapest XIII. Váci út 152–156.

kevésbé alkalmasak bizonytalanul alakuló erők ellenében való beavatkozásra;

nem alkalmasak nagy teljesítményeknek hirtelen és rövid ideg tartó kifejtésére.

Az e hátrányokkal nem terhelt hidraulikus és pneumatikus rendszerek helye a technikában ezzel adva is van. Ami már most e két nem villamos rendszer versenyét illeti: az is úgy dőlt el, hogy a két rendszernek más-más alkalmazási köre és fejlődési iránya alakult ki. A két rendszer tulajdonságainak párhuzamba állítását és összehasonlítását ezúttal mellőzzük. Ehelyett tekintsük át meglevő és elképzelhető alkalmazási köreiket; az azokban fennálló és várható követelményeket; határozzuk meg ezek alapján a hidraulikus, majd a pneumatikus rendszerek fejlődési és térhódítási tendenciáit.

*A hidraulikus elemeknek* kétségtelenül legnagyobb előnye, hogy a folyadék összenyomhatatlansága folytán igen nagy erők ellenében is képesek helyzeteket igen pontosan tartani. Ehhez járul az, hogy hidraulikus elven igen nagy segédenergia jól és gyorsan kormányozható, és így a hidraulikus szerkezet igen nagy teljesítmények hirtelen kifejtésére képes. E két téren a hidraulika egyedülálló.

Ezek a kedvező tulajdonságok főleg a beavatkozó szervek körében értékesek. Valóban, a nagy erőgépek szabályozásának, hajók, repülőgépek, rakéták kormányzásának, másoló szerszámgépek vezérlésének beavatkozó szervei; egyes legnehezebb munkafolyamatok mechanizálásának eszközei hidraulika nélkül el sem képzelhetők.

A hidraulikus működési elv alkalmas jelformáló, műveleti és logikai elemek megvalósítására is. Az ilyen elemek azonban a villamos és pneumatikus rendszerűekhez képest nehézkesek; csupán azért van létjogosultságuk, hogy az igen nagy beavatkozó erő és teljesítmény követelménye által megszabott hidraulikus rendszer egysége megmaradjon.

Tény, hogy ma már alig találunk csak valamennyire is bonyolult hidraulikus rendszert, amelyhez egyszerű elektrohidraulikus szerv útján villamos rendszer ne csatlakoznék.

Hogy a két rendszernek hol a határa azt a berendezéshez fűződő követelmények szabják meg (pl. egy gőzturbina-berendezés szabályozásában legfeljebb néhány vezetőjel villamos, repülőgépében csak a végrehajtó szerv hidraulikus).

Minthogy a hidraulikus berendezések elsősorban végrehajtó szervül alkalmasak, rendszerint igen szorosan kapcsolódnak az irányított berendezéshez, annak jóformán szerves részei. Természetes, hogy fejlesztésük is jórészt nem az irányítástechnikusnak, hanem az illető gépfajta fejlesztőjének hatáskörébe tartozik. A hidraulikus berendezések elsősorban nagy teljesítményekre előnyösek, ezért az általuk kiszolgált berendezések is többnyire

nagyméretűek, de nem túl bonyolultak és nem túl kiterjedtek. A hidraulikus szerkezetek *fejlődése és alkalmazási köre* is tehát e szerkezetekhez van kötve.

Az egyik fejlődési irányzat a *különböző környezeti viszonyokhoz való alkalmazkodás*. Ez a követelmény egyrészt nem gyulladó, tehát nagy hőmérsékletű helyek közelében aggálytalanul alkalmazható, másrészt fagyálló segédenergia folyadékok kifejlesztését követeli meg a klasszikusan alkalmazott, de gyúlékony és hidegben dermedő olaj helyett. Végül, minthogy a nem gyulladó folyadékok költségesek és egészségvédelmi szempontból is aggályosak, negyedik folyadékfajtaként a víz jön tekintetbe.

Mindezeknek az olajat helyettesítő folyadékoknak — főleg a víznek — két hátrányuk van az olajjal szemben. Az egyik az, hogy kenőképességük kisebb az olajénál. Ez a körülmény az olyan elemek kifejlesztését és elterjedését ösztönzi, amelyekben szilárd felületek egymáson nem csúsznak el, súrlódásuk csökkentése tehát nincs az anyagok megválasztására, vagy a felületek közötti folyadék kenőképességére bízva. A szilárd felületeket egymáson való elcsúszás helyett vagy rugalmas mechanikus támaszkodással, vagy hidrodinamikus úton kell vezetni és együttműködésüket megvalósítani.

Az olajjal szemben tapasztalható másik hátrány az oldóképesség, amelynél fogva a folyadék elektrolitot képezve korrózió okozója lehet. Ez a körülmény egyrészt tisztító rendszerek kifejlesztését, másrészt műanyag elemek alkalmazását teheti szükségessé.

A hidraulikus berendezések fejlődésének másik jellegzetes irányzata az általuk kiszolgált berendezések méreteinek növekedésével kapcsolatos. Nagy gőz- vagy vízturbinaberendezésekben, repülőgépekben, rakétákban ma már több megapond nagyságrendű beavatkozó erőkre van szükség. Mint-hogy ugyanakkor e berendezések időállandói egyre kisebbek, nagy beavatkozási sebességek kellene; ezt pedig csak nagy nyomásokkal lehet megvalósítani. Földi berendezésekben, ahol csupán ez a szempont érvényesül, a 20—30 éve szokásban volt 5—8 kp/cm<sup>2</sup> nyomás helyett 30—60 kp/cm<sup>2</sup> nyomás lehet kívánatos. Légi berendezésekben, ahol a súly csökkentése is nagy szerepet játszik, a szükséges nyomás néhány száz kp/cm<sup>2</sup> is lehet.

Az eközben fellépő problémákat nem is a nagy nyomások szilárdság és tömörség szempontjából való uralása, hanem a nagyteljesítményű folyadékáramnak a vezérlő szervre való visszahatása okozza. Általános irányzat tehát mennél nagyobb teljesítményerősítés megvalósítása mennél nagyobb működési pontosság megtartása mellett. Ez a követelmény a súllyal nem takarékoskodó földi berendezéseknél is fontos. Jellemző, hogy pl. érdemleges nagyságú gőzturbinák fordulatszabályozásában — ahol pedig az érzékelő energiája tekintélyes — kétszeres teljesítményerősítés általános; a kisebb energiájú nyomásszabályozóhoz még egy teljesítményerősítő fokozat lehet indokolt.

Még nagyobb szerepe van a teljesítményerősítésnek a súllyal takarékoskodó berendezésekben, főleg ha az érzékelést és jelformálást villamos

berendezés végzi, viszont igen pontos analóg jelátadásra van szükség. Ekkor néhány cm<sup>3</sup> energiájú bemenőjelből kell — igen pontosan! — néhány száz mkp energiájú kimenőjelet képezni. Ilyen nagymértékű teljesítményerősítés a hidraulikus szerkezettechnika egyik legidősebb problémája.

A hidraulikus szerkezetek fejlődésének harmadik irányzata a szabályozások *minőségi követelményeinek fokozódásával* kapcsolatos. Analóg, folyamatos elemekben a legfontosabb követelmény a *pontosság* — másszóval az érzéketlenségnek, a hiszterézisnek hiánya. Ennek első feltétele, hogy a folyadék áramot kormányzó együttműködő élek igen pontosan legyenek elkészíthetők és ellenőrizhetők. Ez vezeti a korszerű szerkezettechnikát a hosszú ideig egyeduralkodó hengeres tolattyúktól a rugalmasan vezetett, vagy hidraulikusan megtámasztott síktolattyúk felé, amelyek együttműködő éleit együtt lehet kialakítani.

Az érzéketlenség kiküszöbölésének második feltétele a szilárd alkatrészek súrlódásának kizárása. Ez az igény — mint említettük — a kevésbé kenőképes folyadékok használata esetén a legégetőbb, de egyre inkább kielégítik kenőképes folyadékú rendszerekben is. Az ön-vezető, ön-központosító tolattyúk és dugattyúk számos változata a fémes súrlódást jóformán teljesen kizárja. Ezek mellett nagyon háttérbe szorul az az eljárás, hogy a hengeres tolattyúkat forgatva, vagy az egész rendszert periódikusan bolygatva küzdik le az érzéketlenséget okozó súrlódást. A laza vagy rugalmasan vezetett elemek terén a hidraulika is egyre inkább alkalmazza a pneumatikában kialakult megoldásokat.

A pontosság növelésének harmadik feltétele a teljesítményerősítés visszahatásmentessége. Kedvező, ha a nagyteljesítményű berendezésekben szükséges igen nagy teljesítményerősítéseket mennél kevesebb fokozatban valószínűsítjük meg, mert minden fokozat pontatlanság forrása lehet. Továbbra is kedvező a kisméretű érzékelők után olajsugaras erősítőt kapcsolni, de többnyire csupán további, tolattyús erősítő irányítására. A tolattyús erősítők visszahatásmentessége is jelentősen fejlődött olyan változatok megvalósítása útján, amelyek a folyadékáramnak nem meridián-irányú összetevőit a végsőkig csökkentik.

Az említett pontosságnövelő fogások természetesen csak akkor hatásosak, ha a segédenergia-folyadék teljesen tiszta. A szilárd szennyezések kizárása érdekében nagyigényű helyekre a régebben kizárólag alkalmazott egyszerű szitaszöveten túlmenően térbeli és síkbeli szűrők számos változatát fejlesztették ki és fejlesztik tovább. A folyadék gázmentessége főleg nagy nyomású berendezésekben fontos, mert a nyomáscsökkenés alkalmával megjelenő buborékok a folyadék összenyomhatatlanságát megszüntetik. Korszerű folyadéktartályok és szivattyúk a levegő bekomprimálását zárják ki, a vezetékek nyomvonalának tervszerű vezetése és a légtelenítés pedig a káros légbuborékokat távolítja el.

A jelformáló, a műveleti és a logikai elemek fejlődése nem tekinthető a hidraulikus irányítási rendszerek általános fejlődési irányzatának. A hidraulikusan irányított berendezések különleges kívánalmai mégis szükségessé tehetik ilyenek alkalmazását; a környezeti és üzemi körülmények pedig azt, hogy e feladatokat ne a hidraulikus beavatkozáshoz csatlakozó villamos, hanem hidraulikus elven oldjuk meg. Ennek keretében különleges célokra szolgáló olyan késleltető ( $R-C$ ) elemeket is megvalósítottak és fejlesztenek tovább, amelyek felfutási ideje többször tíz másodperc; vannak műveleti elemek, amelyek 3—4 hidraulikus jel összegét vagy különbségét képezik. Kivételük néha azért jelent újdonságot, mert a különleges szabályozási feladat újszerű. Többnyire azonban a tekintetben fejlesztik ezeket a régebben kialakított berendezéseket, hogy pontosságukat növelik a súrlódások kizárása útján. Erre pedig azért van szükség, mert a hidraulikus rendszerek a folyadék összenyomhatatlansága és a feladatokból folyó nagy teljesítmények miatt nem nélkülözhetik a dugattyúkat és tolattyúkat, amelyek pedig — különleges rendszabályok nélkül — súrlódás forrásai lehetnek.

Ezzel visszaérkeztünk ahhoz a megállapításunkhoz, hogy a hidraulikus berendezések beavatkozásra kiválóan, érzékelésre és jelformálásra viszont kevésbé alkalmasak. Ez a megállapítás elektrohidraulikus szerkezetekre vezet. Valóban, a villamos elemek kezdenek jelentős szerepet kapni a hidraulikus irányítás legerősebb fellelgvárában, a nagy erőgépek szabályozásában is. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a nagyteljesítményű beavatkozásban a hidraulikus elemek fontossága csökkenne. Használatuk kiterjed a szervomechanizmusok irányában is — amit azonban csak elég tág értelmezésben tekinthetünk irányítástechnikai tárgykörnek.

A hidraulikus és villamos rendszerek együttműködésének szükségessége rávezet a pneumatikus rendszerek jelentőségére és alkalmazási körére is. Ezek elemei mind a hidraulikus, mind a villamos elemek előnyös tulajdonságaival rendelkeznek bizonyos határokon belül. Beavatkozó szervet kedvezően mozgatnak — ha a teljesítmény és környezeti igények nem nagyok. Jelátadás, jelformálás szempontjából igen jól használhatók, ha a rendszer nem túl bonyolult, mérsékelten kiterjedt és a súly- vagy helyszükségleti lehetőségek nem szabnak korlátokat.

A pneumatikus rendszereknek a beavatkozással kapcsolatos tulajdonságai miatt azok igen sokféle, de a beavatkozás szempontjából nem túl igényes berendezés kiszolgálására alkalmasak. Ezért nem kapcsolódnak az általuk kiszolgált berendezésekhez olyan szorosan, mint a hidraulikusok. Van tehát lehetőség arra, hogy igen különböző célokra megfelelő *egységes rendszerek és egységes elemek* teljes sorait és családjait kialakítsák.

A pneumatikus segédenergia kedvező tulajdonságai miatt ezek az elemek az *analóg folytonos szabályozástechnikai* alkalmazáson kívül jelentős szerepet kapnak *teljes műveletsorok* állásos vezérlésében is. A technológiai

műveletek mechanizálásának és automatizálásának terjedése, az ilyen irányú feladatok bonyolultságának és minőségi igényének fokozódása egyre további indítékot ad fejlesztésükre. E fejlődés keretében egyrészt az egyszerű két-állású vezérlő szerkezeteket logikai elemekké fejlesztik, másrészt az elemek méreteit csökkentik és megbízhatóságukat fokozzák.

A pneumatikának a műveletsorok vezérlésében ma már olyan jelentős a szerepe, hogy ez az alkalmazás az analóg folytonos technikától elszakadva, a pneumatikának önálló ágát képezi.

A pneumatika régebbi, klasszikus ágára jellemző, hogy rendszereinek és elemeinek elvei és fő adatai teljesen kiforrottak. Egységes pneumatikus jelként a 0,2—1,0 att közti jeltartomány általános. Kiforrottnak tekinthető a legkülönbözőbb céloknak eleget tevő elemek építőkocka-rendszerű sorozata, az érzékelt jellemző értékét egységes pneumatikus jellé alakító távadótól a szabályozókon át — esetleg jelformáló és műveleti elemeket is igénybe véve — a beavatkozó szervekig. Az elemek felépítési elveinek teljes kiforrottsága legfeljebb annyiban mutat hézagot, hogy némi verseny van az elmozdulás-, erő- és útkompenzációs elemek között.

Fejlődési irányzat a gyakran alkalmazott elemek sorozatgyártásának, ezzel az előállítás gazdaságosságának fokozása és a választék bővítése. Szigorúan véve fejlődési irányzatnak volna nevezhető az elemek pontosságának növelése, a jelformálások finomítása és a megbízhatóság fokozása is. Az ez irányú követelmények azonban elvben megvalósultnak tekinthetők és inkább arról a gyakorlati kérdéstről van szó, hogy hogyan lehet a jó minőséget az olcsó előállítással összhangba hozni.

Az említett három minőségi követelmény teljesevé az elemek mellett a kifogástalan műszerlevegőn is múlik. Ennek „nyersanyagát” a tápegység a környezetből veszi; a tápegység által szolgáltatott levegő pedig útjában a környezeti hőmérsékleti hatásoknak van kitéve. Ez jóformán az egyetlen pont, ahol a pneumatikának a környezethez alkalmazkodnia kell a minőségileg kifogástalan, de egyúttal gazdaságos megoldás érdekében. Rossz műszerlevegő többször okoz hibát, mint az elemek tökéletlensége; feleslegesen költséges tápegységek viszont a berendezés versenyképességét érinthetik.

Az elemeken kívül kiforrottnak tekinthető a pneumatikus rendszer-technika is. Ennek fejlődési irányzata egyre bonyolultabb és egyre kiterjedtebb rendszerek megvalósulása. A kiterjedés növelésének elvi határt szab a csővezetékek tároló kapacitása és az abból származó holt idő, amelyet csak irreálisan nagy teljesítményerősítőkkel és vezetékekkel lehetne korlátozni. A berendezés természetétől függően 100—200 m-re tehető az a legnagyobb kiterjedés, ameddig a pneumatika e téren még felveszi a versenyt a villamos berendezésekkel.

Az állásos vezérlőrendszerek fejlődése a pneumatikus munkahengerek elterjedésével és típusaikkal kialakulásával kezdődött. Ezt követte a vezérlő-



szelepek tipizálása. Irányításuk pneumatikus vagy villamos lehet. E két alkatrész napjainkig számos gyár szabványos elemévé vált; fejlődésük irányzata egyrészt sorozatgyártásuk fokozódása és választékuk növekedése, másrészt a céltudatos rendszertechnika kialakulása.

A legutóbbi években a vezérlőszelepek változataiból logikai elemek fejlődtek ki. Ez a fejlődés a pneumatikus szerkezeteket az állásos vezérlőrendszerek terén is versenyképessé kezdi tenni — nagyjában az analóg rendszerekével azonos korlátok között — a villamos szerkezetekkel szemben. A versenyképességet tovább fokozó egyik irányzat a miniaturizálás, ami a hely- és súlyigény tekintetében teszi lehetővé a villamos elemek megközelítését. Másik jelentős irányzat a tisztán áramlástan elven működő, *fluid elemek* kifejlesztése, amelyek a mozgó alkatrészek teljes mellőzésével igen megbízható működésű és olcsó állásos vezérlő elemek rendszerét ígérik. Napjainkban ezeknek számos változata képezi kísérletek, sőt az első alkalmazások tárgyát, de még korántsem mondhatjuk, hogy valamely változat kiforrottá és a többi túlszárnyalóan előnyössé fejlődött.

Kétségtelen azonban, hogy ezek jelentős elvi haladást jelentenek a mozgó elemekkel működő hasonló célú szerkezetekhez képest és így minden bizonnyal jelentősen hozzájárulnak a pneumatika által uralt alkalmazási terület kiterjesztéséhez.

Ennek a fejlődési folyamatnak ismeretében joggal vethető fel az a kérdés, hogy miért nem terjednek e korszerű állásos automatikaelemeknek hidraulikus megfelelői. A válasz kézenfekvő. A hidraulikus segédenergiát igénylő nagyméretű berendezések egyrészt egyszerűek és így rendszertechnika szempontjából alig lépik túl a munkahenger és vezérlőtollattyúja kereteit és ezzel a mechanizálás fogalmkörét. Másrészt a nagyteljesítményű berendezések különlegesebbek, és a kiszolgált berendezésekhez alkalmazkodnak; így a kifejezetten automatikaelemeket gyártó és fejlesztő vállalatok tevékenységének tárgyát nem képezve a „hivatásos” szabályozástechnikusok érdeklődését is elkerülik.

Bizonyos mértékben hasonló az analóg hidraulikus rendszerek megítélésbeli sorsa is. A kívülállónak úgy tűnik, hogy jelentőségük és tudományos igényük csökkent, holott azok a vállalatok amelyek gyártmányaihoz nélkülözhetetlenek, fejlesztésükre a termelt értékhez képest legalább annyit fordítanak, mint más, tisztán automatikát gyártó vállalatok saját automatikájuk fejlesztésére.

Ezzel eljutottunk gondolatmenetünk elején tett azon megállapításunkhoz, hogy *a kezdetben versenyző irányítástechnikai rendszerek mindegyike más-más, de egyaránt fontos szerepet tölt be az irányítástechnika és ezzel az ipar fejlődésében.*



# KÖNNYŰSZERKEZETEK ANYAGAI ÉS MECHANIKÁJA

SZABÓ JÁNOS  
AZ MTA LEVELEZŐ TAGJA

Jelen tanulmány azzal a nagy jelentőségű könnyű szerkezetes építési rendszerrel kíván foglalkozni, amelynek széleskörű bevezetése, az építés iparosításának folyamatában hazánkban is elkerülhetetlen lépés. Ezen építési rendszer bevezetésének előfeltételei a már máshol kialakított megoldások sikeres átvételében megnyugtatóan adótnak tekinthetők. Részben rendelkezésre áll, részben rövid idő alatt létrehozható az építési rendszer igényének megfelelő ipari háttér, azaz a szerkezeti anyagok és elemek gyártó bázisa. Néhány hazai — ipari méretű kísérletnek tekinthető — épületnél szerzett tapasztalat azt igazolja, hogy a könnyűszerkezetes építési rendszer követelményeinek elsajátítására a hazai építési szervezetek alkalmassá tehetők. A műszaki tervezés élénk érdeklődést mutat a rendszer iránt és fennakadás nélkül gyorsan elsajátíthatja hatékony alkalmazását.

A hazai kutatás több vonatkozásban megelőzte a rendszer bevezetését. Szilárdságtani, stabilitási vizsgálataival a hazai méretezési szabályzatok készítését megalapozta. Az épületfizikai vizsgálatok terén is olyan jelentős eredmények születtek, amelyek a rendszer bevezetésénél és továbbfejlesztésénél felmerülő problémák megoldásához megnyugtató alapot adhatnak. Hasonló a helyzet a légtechnikai kutatások terén is. A szükséges — és részben kialakult — előfeltételek között kell említeni a hazai számítástechnikai bázist is, amely nélkül a könnyűszerkezetes építési rendszer statikai, szilárdságtani, épületfizikai, gépészeti, méretezési feladatai, gyártási, szállítási, szerelési, szervezési feladatai optimálisan nem oldhatók meg.

Ezért nem elég egyszerűen a könnyűszerkezetekről beszélni, hanem sokszor és sok helyen kell a széleskörű hazai és nemzetközi kooperációt igénylő könnyűszerkezetes építési rendszer műszaki gazdasági problémáit elemezni. Ez a rendszer számtalan érdekes kutatási témát vet fel a műszaki tudományok terén, de döntő fontosságúvá mégis az teszi, hogy a népgazdaság egészséges fejlődését szolgáló iparpolitikai célkitűzések között kell szerepet kapnia. Nem egy tényező világosan utal arra, hogy a hazai iparágak fejlettségi szintje és a szükséges szakemberek felkészültsége lehetővé teszi, a termelőerők optimális kihasználására való törekvés pedig szükségessé teszi, hogy e területen kiemelten gyors fejlődést éadjunk el.

Talán nem kell félni attól, hogy az elméleti kutatók saját közvetlen kutatási területük lebecsülésének fogják tekinteni azt a kijelentést, hogy ma a könnyűszerkezetes építési mód gazdasági problémáinak elemzésére kell a legnagyobb erőt szentelni. Hiszen a könnyűszerkezetekre vonatkozó mechanikai, anyagtani és fizikai kutatásaink egy-két évtizeddel a gazdasági kutatások előtt járnak!

Félreértések elkerülése végett hangsúlyozni kell, hogy a könnyűszerkezetes építési rendszer megjelölés — többek véleménye szerint, tehát nem elfogadott definíció alapján — mit rejt magában. Országos — és országhatáron túlon is terjeszthető — elemrendszeren, méretkoordináción, kapcsolási-szerelési rendszeren, ipari tömeggyártáson alapuló nyílt építési rendszer ez. Anyagi és szerkezeti tulajdonságainak alapos ismerete megfelelő számítástechnika segítségével — optimális csoportosításban — lehetővé teszi az épületsúlyok, a szállítási igények, a munkaerőigény — és ezen belül külön-külön is a gyártási, építés-szerelési és fenntartási munkaerő igény — kivitelezési időtartam minden eddigit meghaladó csökkentését, az épület használati értékének (ezen belül kiemelten minőségének) növelését.

A könnyűszerkezetes építés — mint módszer — kialakulása hosszú folyamat eredménye. Gyökerei visszanyúlnak az iparosítás kezdetéig, a vas, az acél üzemi gyártásának megindulásáig. Hangsúlyozni kell, hogy a könnyűszerkezetes építési rendszer fogalmához nemcsak az acél és fémszerkezetekből készített épületek tartoznak. Azonban a fémszerkezetek megmunkálásának módja, a gyártási rendszere és az előkészítés során biztosítható mérettűrés meghatározója a szerkezeti rendszernek. Így azt kell mondani, hogy mintegy 200 esztendővel ezelőtt az öntöttvas hídépítési és magasépítési alkalmazása nyitotta meg a fejlődés útját. Szorosabban véve a hengerelt szerelvényeknek 150 évvel ezelőtt történt szabadalmaztatása nyitotta meg az utat az acélszerkezetek széleskörű alkalmazása előtt. Igazi előképekként a londoni kristálypalota, vagy Jams Bogardus New York-i többszintes épülete említhető. Mindkettő 120 évvel ezelőtt épült, s az acél, illetőleg öntöttvas vázszerkezeti előregyártás érdekes példája. Talán gyorsabban kifejlődött volna a könnyűszerkezetes építési mód, ha zseniális ötletként az acél és a beton házasságából nem született volna meg a vasbeton és ezzel hosszú időre az épületszerkezetek döntő alapanyaga. A vasbetonnal a magasépítés és a mérnöki építés egyaránt hosszú időre megtalálta azt a fontos tömeganyagot, mely jól formálható és gazdaságos építési anyagnak bizonyult. Fejlődése döntően a XX. század első felében bontakozott ki az anyag fontos tulajdonságainak vizsgálata alapján, felhasználva azt a fejlődést is, amely éppen hatására a tartószerkezetek számítása területén következett be. Erre az időszakra esik a nagyszilárdságú betonok előállítására, a feszített vasbetonszerkezetek gondolatának felvetése, kidolgozása és széleskörű alkalmazása, valamint az épület- és héjszerkezetek elméleti és gyakorlati alkalmazásának robbanás-

szerű fejlődése is. A vasbetonszerkezetek fejlődése erősen befolyásolta az acélszerkezetek fejlődését is. Már századunk közepén felmerült a két anyag, az acélváz és a vasbetonváz versengése. Világossá vált, hogy az előregyártott vasbetonszerkezetet alkalmazásának előnyei sem mindig teszik versenyképessé az acélszerkezetekkel szemben. Hazánkban a nagyelemes előregyártás különösen jelentős fejlődésen ment keresztül, s jóformán minden lehetőséget feltártak a nagyelemes gyártás elméletével és gyakorlatával foglalkozó szakembereink. De az is világossá vált e közben, hogy különösen a nagy nyílású épületszerkezetek, hídszerkezetek területén a vasbeton nagy önsúlya feltétlenül hátrányos és a közönséges vasalású előregyártott szerkezetek vasbetonjába több betonacélt kell felhasználni, mint hasonló áthidalás acélszerkezetében. Ez az aránytalanság különösen olyan szerkezeteknél merült fel élesen, amelyeknél a szerkezet erőjátékában az önsúly dominál. Így érthető, hogy mind többen foglalkoztak nálunk is azzal, hogy keressék az acélszerkezetek és a vasbetonszerkezetek alkalmazási területeit ésszerűen elhatároló vonalat.

A beton, illetőleg vasbetonszerkezetek és az acél, illetve fémvázak szerkezetek konkurenciája erősen befolyásolta az utóbbi fejlődését. Szükségszerűen kialakultak a gazdaságos, melegen hengerelt acélszerkezeti profilok, amelyeknek szilárdsági és stabilitási tulajdonságai kedvezőek és a mellett egyszerű, gyors kapcsolási lehetőségeket biztosítanak. A fejlődés jelentős stádiumaként megindult a könnyű, azaz lemezből hidegen kialakított acélprofilok gyártása is. A vékonyfalú acélszerkezetek alkalmazása sürgette a korróziós problémák megoldását és erre ma már több megnyugtató eljárás ismeretes. A megtisztított, tűzihorganyzott és több réteggel bevont acélszerkezetek korróziós védelmét 15—25 évre is garantálja egyik-másik szabadalom tulajdonosa.

Érthető, hogy elsősorban az iparilag fejlett országokban keresték azt az építési formát, amelynél a szűkösen rendelkezésre álló építési munkaerő jelentős része megtakarítható és ezért figyelmük az olyan eljárásokra terelődött, melyeknél a szerkezeti elemek, ugyanúgy mint a gépkocsi gyártásnál, futószalagon nagy készültségi fokon állíthatók elő.

Az építőipari munkaerő árának fokozódása — különösen a munkaerő kínálat beszűkülése miatt — egyre inkább sürgette a megfelelő megoldást. Azt mondhatjuk tehát, hogy a technikai előfeltételek a II. világháború idején mindenképpen megérették arra, hogy a háború idején az angolszászok gyorsan megoldandó épületigényeit ilyen szerkezetekkel fedezzék. A szükség tehát létrehozta azokat a kapacitásokat és szervezeteket, amelyek éppen a problémák sűrűsödése idején behozták a létjogosultságukat.

A könnyűszerkezetes építési mód második világháború utáni kifejlődésének legfontosabb tényezői tehát a nyugati államokban a következők voltak: A társadalom építési igényeinek rohamos növekedése; az építményekkel szembeni funkcionális és esztétikai követelmények növekedése; az anyagi

termelés egyéb ágainak készsége — esetenként gazdasági kényszerűsége — és műszaki felkészültsége arra, hogy közreműködjék az építési igények kielégítésében. Lényegében véve e három tényezőtől levezethető minden egyéb olyan másodlagos hatás is, amely az új építésmód általános elterjedésének megindulásához vezetett. Az építésmód sokféle előnye, mint pl. a nagyfokú termelékenység, rövid építési idő, szállíthatóság, tömeggyártási, gépesítési lehetőség stb., mind indokolja a szóban forgó építésmód alkalmazását, de ezek fejlődésére, illetve elterjedésére gyakorolt serkentő ereje csakis az említett három feltétel összefüggő rendszerében jut érvényre.

Hazai viszonylatban a könnyűszerkezetes építésmód elterjedésében döntő szereppel bír az építőipar objektív fejlesztési tendenciájának a felismerése. Ez szolgált elsődlegesen alapul ahhoz, hogy az építőipari műszaki fejlődés állami irányításának központi fejlesztési programjává váljék a könnyűszerkezetes építésmód általános bevezetése. Az eddigi, jórészt külföldi fejlesztési eredmények hazai hasznosításaként megvalósult építmények műszaki és gazdasági jellemzői, kivitelezésük során szerzett tapasztalatok igazolták, hogy nálunk is megérették a feltételek az új építési rendszer általános bevezetésére. Ehhez az említett három alapvető feltétel, az igények és a termelőerők fejlettségi színvonalát illetően lényegében megteremtődött, illetve néhány országos intézkedés végrehajtásaként fokozatosan megteremthető.

A könnyűszerkezetes építés általános bevezetésének feltétel-rendszerében olyan tényezőknek van fontos szerepük, mint az építőiparral szembeni igények növekedése, az ipari háttér fejlődése, a kivitelezés szervezeti feltételei, a könnyűszerkezetes építés szervezési problémái, a számítástechnika alkalmazásának lehetőségei és végül a megfelelő szakkaderek fejlesztésének követelmény rendszere. Mint már említést nyert, a rendszer bevezetéséhez szükséges elméleti, mechanikai, anyagtani, fizikai stb. kutatások színvonala elég magasan áll ahhoz, hogy a rendszer ilyen oldalról vett előfeltételei kielégítettnek legyenek tekinthetők. Nem áll azonban fenn ez az építési előírásokra, szabályokra vonatkozóan. Ugyanis építési szabályzataink ma minden további nélkül nem alkalmasak arra, hogy a könnyűszerkezetes építés optimális alkalmazását lehetővé tegyék. Különösen vonatkozik ez a tűzrendészeti előírásokra, melyeket újólág végig kell gondolni ahhoz, hogy az épületek biztonságos használatát egyrészt az optimális kialakításnak, másrészt a társadalmi igényeknek megfelelően biztosíthassuk.

Az építőiparral szemben támasztott igényeket a közelmúltban az Országgyűlés által elfogadott IV. ötéves terv rögzíti. E szerint az építőipar teljesítő-képességét, a termelőerők és a szervezeti formák sokoldalú fejlesztésével olyan mértékben kell növelni, hogy a fizetőképes kereslet kielégítése fokozatosan lehetővé váljék. Az építési szerelési tevékenység évi átlagban  $7 \div 8\%$ -kal növelendő és a IV. ötéves tervre előírányzott mintegy  $45\%$ -os évi kapacitás-növekedést  $70 \div 75\%$ -ban termelékenység emelésével kell elérni. Az ötéves

terv konkrétan előírja, hogy az építőipar tevékenységét elsősorban a fokozódó iparosodás, a munkafolyamatok egyre nagyobb részének komplex gépesítése, a gyors építési eljárások bevezetése, a korszerű anyagok, fémszerkezetek, különösen a könnyűszerkezetek széleskörű alkalmazása, a gyors kivitelezés érdekében történő koncentráció, az építési folyamatok szerelő jellegének elterjedése jellemezze. Világosan előírja azt is, hogy az építőipar fejlesztési koncepciójában a házgyári és közműépítési kapacitások fejlesztése, a gépállomány korszerűsítése, bővítése, a komplex gépesítés fokozása mellett döntő helyen és döntő céllal a könnyűszerkezetes építési mód általános bevezetése szerepeljen kiemelkedő feladatként.

A komplex könnyűszerkezetes építési mód koncepciójának tervezete az új építési rendszert olyan épületfajtáknál javasolja bevezetni, amelyeknél a rendszer előnyei a leghatékonyabban jelentkeznek. E koncepció szerint 1975-re el kell érni, hogy a mezőgazdasági épületek 38%-ban, a hűtött tárolók 100%-ban, az ipari raktározási épületek 15%-ban, a kereskedelmi és közösségi épületek mintegy 28%-ban, tehát a felsorolt épületfajták összesen mintegy 25%-ban könnyűszerkezetes rendszerben valósuljanak meg. Ez mintegy 2 millió m<sup>2</sup> hasznos épület alapterületnek felel meg.

Összehasonlítva hazánk és a nyugati államok helyzetét a könnyűszerkezetes építésmód kialakulására hatást gyakorló tényezők szempontjából, azt a megállapítást tehetjük, hogy ha szerényebb mértékben is, de nálunk is megfigyelhető az iparvállalatok készségének kibontakozása abban a tekintetben, hogy az építőipar számára eddig ott nem alkalmazott új anyagokat és szerkezeteket ajánljának fel. A készség azonban nem terjed ki a könnyűszerkezetes rendszer minden komponensére, a közreműködés komplex jellege még nem fejlődött ki teljesen. A IV. ötéves terv időszakában e vonatkozásban gyökeres fordulat bekövetkezésével kell és lehet számolni. Az ipari vállalatok egész sora nagyarányú intézkedéseket készít elő annak érdekében, hogy a könnyűszerkezetes építés általános hazai bevezetéséhez termékeivel bekapcsolódjék. Például a kohászati üzemeknél végzett piackutatás feltárta, hogy jórésztük bővíti a könnyűszerkezetes építésmód keretében felhasználásra kerülő anyagok és szerelésre kész elemek gyártását. Problémát jelent azonban, hogy a korszerű gyártás gazdaságos sorozatnagysága fölötte van jelenlegi és közeljövőben várható hazai termékigényeinknek. E vonatkozásban igen nagy jelentősége van annak, hogy időben ismerjük fel azt az objektív fejlődési törvényt, hogy kis országban világszínvonalon álló technikát és technológiát csakis a nemzetközi munkamegosztás figyelembevételével lehet megvalósítani. Hasonló törekvések és követelmények jelentkeznek a gépipar területén is. Sok vállalat tanúsít érdeklődést az építőipar által reprezentált új piaci terület iránt. Azonban törekvésük ma még nem eléggé koordinált.

Könnyszerkezetes építési mód a kapcsolódó iparágak kiváló minőségű építési célokra gyártott termékeit igényli. A termékek paraméterei, méretük,

alakjuk, fizikai, szilárdságtani tulajdonságaik, minőségük, pontosságuk, felületkezelésük tudatos kutatási munka eredményeképpen alakult ki, illetőleg alakulhat ki. A kapcsolódó iparágak fejlesztése ezért a könnyűszerkezetes építési módban fontos programot kell hogy lásson. A termékek anyagának sajátosságai, formálhatóság, könnyűség, manipuláció, a legkorszerűbb nagy sorozatú ipari építési elemgyártást az ipari sajátosságok érvényesülését teszik lehetővé és szükségessé. Az építési elemek száraz csomópontú mechanikai kötése nagy pontosságú épületösszeszerelési eljárás megvalósítását igényli. A többcélú felhasználhatóság érdekében kidolgozott szerkesztéssel, modulkoordinációval, illetőleg a modulált építési mód alkalmazásával nemcsak variálható igény szintű építmények előállítását teszi lehetővé, hanem hatékonyabbá teszi a tervezési, gyártási és szerelési tevékenységet és kihatással van az építéstechnika egészének fejlődésére is. A modulált szerkezetek alkalmazása korszerű művelet-szervezést, programozást tesz lehetővé és szükségessé: a tervezésben, gyártásban, szerelésben egyaránt ezzel az elektronikus számológépek ésszerű használatát segíti elő.

A könnyűszerkezetes építésmód gazdasági hatékonyságának megítélésében mindenképp azt kell figyelembe vennünk, hogy a műszaki fejlődés objektív tendenciáinak érvényesülését, illetve kibontakozását gazdasági problémák csak átmenetileg hátráltathatják. A fejlődési tendenciák törvényszerű jellegéből következik ugyanis, hogy azok kibontakozásának alapját a magasabb műszaki színvonal és a nagyobb fokú hatékonyság összhangja jelenti.

Más kérdés az, hogy minél korszerűbbé válik bármely termelési ágban a technika, technológia gazdasági hatékonysága, annál inkább a termelési sorozatnagyság függvényévé válik. Következésképpen a korszerű technika és technológia gazdasági hatékonysága — jellegével nem összhangban álló alacsony termelési sorozatnagyság esetében — jóval kisebb lehet, mint a kevésbé korszerűé.

Ha tehát abból indulunk ki, hogy a könnyűszerkezetes építésmód műszaki oldalról a gépesített nagyüzemi tömeggyártás építőiparban való megvalósításának alapvető formáját jelenti, akkor ezt a műszaki fejlesztési koncepciót a gazdasági vonatkozások tekintetében is a tömeggyártási feltételekhez igazodóan kell hazánkban érvényre juttatni, illetve bevezetni.

E megfontolásból következik, hogy a könnyűszerkezetes építés ipari háttérének létrehozásában a lehetőségekhez képest maximális termelési koncentrációra kell törekedni. Nem remélhető az építésmód alkalmazása során felhasználásra kerülő anyagok tekintetében a kívánatos árszínvonal elérése, ha azok gyártásában széleskörű horizontális munkamegosztás fejlődik ki.

A hatékonyság megítélésének másik fontos problémája a nemzetközi és hazai összehasonlítás. A könnyűszerkezetes építésmód jellemző sajátossága, hogy az építőiparban jelentkező fajlagos (1 m<sup>2</sup> alapterületre jutó) *élőmunka-*



*igénye* jóval kisebb, mint a hagyományos építésmódoké. Ismeretes az is, hogy termelőerők technikai bázisának költségei lényegében a világszínvonalon, vagy azt meghaladó szinten jelentkeznek a termelési költségekben. Ezzel szemben a termelés élőmunka költségei — vállalati szinten — jóval alacsonyabbak, mint újratermelésük népgazdasági szinten számított költségei, illetve alacsonyabbak, mint azokban az államokban, amelyekben az állami költségvetés a munkaerő újratermelési költségeinek a mienknél viszonylag kisebb hányadára szolgál fedezeti forrásul.

Ennek következtében a könnyűszerkezetes építésmód jelenlegi — és a közeljövőben várható vállalati szinten vizsgált költség — (és ár) színvonala a hazai hagyományos építéshez képest magasabb, a külföldi könnyűszerkezeteshez képest viszont alacsonyabb lesz. Hosszabb távlatban — az ipari háttér termelési sorozatnagyságának növekedésével azonban számolni kell azzal, hogy a hazai árszínvonal fokozatosan csökkenni fog.

Mindebből azt a következtetést kell levonni, hogy a könnyűszerkezetes építésmód hazai ipari háttére megvalósítandó nagyságrendjének meghatározásánál az optimális gyártási sorozatnagyságot kell elsődlegesen alapul venni, nem pedig a hazai szükségleteket. Az építésmód műszaki jellege lehetővé teszi a gyártott szerkezetek országon túli gazdaságos szállítását, az építés minimális helyszíni élőmunka igénye, valamint rövid átfutási ideje pedig az építés exportját.

A hatékonyság megítélésének harmadik problémája a *kivitelezési időtartam*. Építményeink költsége (és lényegében ára is) a rájuk fordított élő- és holtmunka újratermelési költségeinek alapján kerül megállapításra. Az időtartamnak az árak alakulásában számottevő szerepe nincs.

Gyakorlatilag azonban minden építetű — különösen a termelő létesítmények építetűi — pontosan meg tudja határozni, hogy egy-egy létesítmény tervezettnél korábbi, illetve későbbi üzembehelyezése milyen előnyökkel és hátrányokkal jár. Különösen olyan ipari létesítmények kivitelezésénél nagy az időtényező jelentősége, amelyekben folyó termelési-technológiai folyamatok erkölcsi elavulása gyors, vagy nagy érdekek fűződnek az új gyártmányokkal való mielőbbi piaci jelentkezéshez.

A sebesség növekedése a tudomány és a technika minden területén érvényesülő — és az általános haladást leginkább jellemző — tendencia. A gazdasági hatékonyság növelésének éppen úgy kritériuma az eszközök forgási sebességének gyorsítása, mint ahogy a műszaki hatékonyság növekedése a technikai alkatrészek, berendezések mozgási sebességének növekedő tendenciájában jut kifejezésre.

Ezért az időtényező szerepének a jelenleginél sokkal nagyobb jelentőséget kell tulajdonítani.

Ebből a szempontból vizsgálva a könnyűszerkezetes építés gazdasági hatékonyságát, arra a következtetésre kell jutni, hogy az építési idő radikális

rövidítése népgazdasági szinten lényegesen nagyobb pozitív hatást von maga után, mint a viszonylag magasabb árszínvonal negatív hatása.

A könnyűszerkezetes építés népgazdasági jelentősége helyes megítélésének alapvető kritériumai tehát a következők:

a) A termelés tömegszerűségi fokának növekedése objektív gazdasági törvény, az országnagyságoké viszont nem. Hazánk építési technika fejlődésével lépést tartani csak a nemzetközi munkamegosztás alapulvételével tud.

b) Az élőmunkaigény fajlagos mennyiségének csökkenésével az építőipari árakban egyre kisebb részarányt képviselnek azok a ráfordítások, amelyek újratermelési költségéhez az állami költségvetés jelentős mértékben hozzájárul.

c) A kivitelezési idő csökkenése az országon belüli osztársadalmi termelőmunka hatékonyságát növeli azáltal, hogy az általános fejlődési ütemet gyorsítja.

# A KÖNNYŰSZERKEZETES KUTATÁS NÉHÁNY KÉRDÉSE

SEBESTYÉN GYULA  
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

Az Építésügyi és Városfejlesztési Minisztérium és az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság az elmúlt év alatt a könnyűszerkezetes kutatási célprogram keretében széleskörű kutatómunkát indított el. Számos hazai kutató szervezet, az ÉTI, az ÉMI, a BME és mások vettek és vesznek részt ebben a munkában. Jelen tanulmány e kutatómunka néhány aktuális problémájával foglalkozik.

## 1. Épületfizika és épületgépészet

A hazai épületfizikai kutatás által megalkotott „ME 30—65 Műszaki Előírás épületek és épületszerkezetek hőtechnikai méretezése” c. szabályzat a könnyűszerkezetes építés problémáinak többségére is kiterjed. Ennek ellenére ezt az előírást előbb vagy utóbb át kell dolgozni, az alábbi négy fő ok miatt.

a) Mai felfogásunk szerint a műszaki előírásoknak csak a kielégítendő követelményeket kell tartalmazniuk. Ez az előírás — egyéb szabályzatainkhoz hasonlóan —, sok olyan részt tartalmaz, aminek szakkönyvben, tankönyvben, segédletben, de nem szabályzatban lenne helye. Ilyen például az üreges, réteges, bordás határoló szerkezetek hőátbocsátási tényezőjének ( $k$ ) számítására javasolt közelítő képletek. Ezek ma is helyesek, de ugyanerre a célra más módszerek is rendelkezésünkre állnak. Így a hőáramlás síkbeli vagy térbeli differenciálegyenlete a szokásos numerikus módszerekkel (differencia-egyenletek iteratív vagy relaxációs megoldása) elektronikus számítógéppel vagy a nélkül megoldható, fizikai modellel leképezhető.

A jövőben nagyobb súlyt indokolt helyezni a matematikai és a fizikai modellezésre, mivel ezek segítségével az épületek komplexen vizsgálhatók, illetve a különböző hatások előzetesen értékelhetők.

b) A könnyűszerkezetes építés bizonyos problémáival az ME 30—65 még nem foglalkozott, illetőleg ezekre nézve helytelen előírást tartalmaz. Így például előírja, hogyha a külső falszerkezet tömege kisebb, mint  $300 \text{ kg/m}^2$ , úgy a hőátbocsátási tényezője kevesebb legyen, mint  $1,20 \text{ kcal/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

\* Építéstudományi Intézet Budapest, XI., Diószegi u. 37.

Ez a követelmény nem tartható be, ha a teljes homlokzati falfelület üvegből készül, mert ekkor a  $k$  értéke legalább 2,60. A tapasztalat bizonyítja, hogy az ilyen üvegfal bizonyos tervezési elvek betartása mellett teljesen megfelelő lehet (például repülőtéri várócsarnokokban), ha a homlokzat északi tájolású vagy megfelelően árnyékol, ha a mögötte levő tér levegője hűtött, télen pedig valamelyest magasabb hőmérsékletre fűtött.

c) Bizonyos építésfizikai kérdésekben kutatás szükséges még a megfelelő szabályozáshoz. Ide tartozik például a szellőztetett légrétegnek, illetőleg burkolati kérgének a viselkedése.

A könnyűszerkezetes építéssel kapcsolatos épületgépészeti kutatások közül kiemelendő a *légtechnikai* fejlesztés néhány kérdése. Bár megfelelő épületszerkezeti kialakítás (elsősorban árnyékolás) gyakran szükségtelenné teheti a bonyolultabb légtechnikai berendezést, sok esetben erre mégis szükség van.

d) Az épületszerkezetek hőtechnikai méretezésénél lényegesebb az épület egészének mint „zárt tér”-nek a hőtechnikai vizsgálata. Ebből a szempontból figyelemreméltó eredmény, hogy az Építéstudományi Intézetben kidolgozott számítógépes program segítségével már a tervezés kezdeti fázisában néhány építészeti alternatívára meghatározható a belső hőmérséklet várható alakulása, s ezek ismeretében a változatok közül kiválasztható a legkedvezőbb megoldás.

*A hazánkban jelenleg gyártott légbeszívó és légkifúvó szerkezetek, valamint az anemosztátok* teljesen elavultak, áramlási és esztétikai szempontból kifogásolhatók. Célszerű — a korszerű szerkezetek kialakítását megelőző kutatási eredmények átvétele és az extrudált alumínium profilok minél nagyobb mértékű felhasználása céljából — valamelyik vezető céggel kooperációs gyártás iránti tárgyalásokat kezdeményezni.

A kutatás (az ÉTI) közreműködhet a kooperációs gyártás megalapozásában és a további fejlesztésben, áramlási és akusztikai szempontból optimális szerkezetek kialakításában. E célból jelenleg az ÉTI-ben tanulmány készül az igényeket kielégítő szerkezet-választék és típusok meghatározására.

Kutatás-igényű a szellőztetett lámpatestek gyártásának meghonosítása. Az álmennyezetbe süllyeszthető lámpatesteket elszívó anemosztátnak használják, ezzel a világítási hőterhelés számottevően csökkenthető a szellőztetett (kondicionált) térben. A lámpatestek a gyártott (gyártani tervezett) álmennyezettel (szerkezeti kialakítás és méretek), továbbá a hazai világító testekkel (fénycső) vannak kapcsolatban, következésképpen külföldi típusok átvétele sem nélkülözheti a laboratóriumi méréseket (beleértve a világítás-technikai vizsgálatokat is).

A léghálózati célra jelenleg gyártott csőanyag rendkívül anyagigényes, csőkötései elavultak.

Az országban rendelkezésre áll a köralakú csöveket gyártó Spiró berendezés, de a felhasználás körét gátolja, hogy nincs az országban „négyszögletesítő” adapter; a síkba fejthető elemrészekből korcolással összeállított idomok korszerűtlenek, kézimunka igényesek, viszont nem gyártanak préselt idomokat. Külföldön kialakult formák kaphatók, célszerű megvásárolni a présszerszámokat.

Előbb-utóbb meg kell honosítani a flexibilis légtechnikai csővezetékek gyártását, mert e csőtípussal a készülékek, szerkezetek csőhálózathoz kapcsolásának helyszíni élmunka igénye jelentősen csökkenthető. Az ilyen célú csővezetékeket műanyag-, fém-kombinációból, sőt rozsdamentes acélból gyártják. Ez utóbbit, főleg a gázprogram megvalósításához, a régi kémények bélelésére is számításba lehet venni (Angliában ezt a megoldást elterjedten használják), mert a kémények gáz égéstermék elvezetésére szolgáló megoldásai nem kiforrottak.

A légcsővezetési, akusztikai csillapító csőszakasz gyártása megoldatlan (jelenleg egyetlen típust gyártanak). Itt is külföldi eredmények, típusok gyártásának átvétele indokolt. Az Építéstudomány Intézet közreműködhet a kutatás-fejlesztés területén, különösen a kombinált csillapítók (mélyhang elnyelés üregrezonátorsorozattal, magashang elnyelés abszorpciós anyaggal) kifejlesztésében.

A *légtechnikai központokat* a legnagyobb gyakorisággal építőelemes rendszerben gyártják. A jelenleg hazánkban gyártott típus korszerűtlen (nehéz szögvas keret, vastag lemez, vas hőcserélő alkalmazása, zajos stb.), és nem elegendő mennyiségben gyártják. A „szokzónás központ” területén gyári műszaki korszerűsítés célszerű. Ehhez szükséges kutatás, mérés, a hőcserélők (kaloriferek) korszerűsítése (alumíniumlamella, alucső), akusztikai csillapítóelemek kidolgozása (építőelemes adapter, nedvesítővel).

Külföldön gyártanak szabadterben elhelyezhető klímaközpontokat. Ennek hazai megfelelője nincs. A tetőre elhelyezhető központ előnye az egy egységben beszerelés, épület helyigénye nincs. Vagy külföldi típust kell adaptálni, vagy itthon kell az iparnak a kutatással közösen kifejleszteni ilyen szabadterei központokat.

Jelenleg Magyarországon csak dugattyús kompresszoros vízűtő egységeket gyártanak, viszonylag kis egységteljesítménnyel, szabályozásuk nem korszerű és a tartomány szűk.

Egyelőre helyesebbnek látszik a turbokompresszoros, továbbá abszorpciós vízűtőegységek importja.

Kooperációs gyártásban célszerű viszont meghonosítani a közvetlen gáztüzelésű abszorpciós hűtőegységek (kondicionáló egységek) gyártását. Az ÉTI a Diósgyőri Gépgyárral közösen kialakított egy típust, de a gyártmány család összes egységének gyártását célszerű az említett módon gyorsítani.

Nagy feladat az állattenyésztési épületek légtechnikai berendezéseinek fejlesztése. Ezen belül kutatási cél lehet különösen mezőgazdasági célú felhasználásra alkalmas közvetlen olajtüzelésű abszorpciós hűtőegységek kifejlesztése.

A jelenlegi víz-, csatorna-szerelési technológia már lehetővé teszi korszerű könnyűszerkezetes szerelési eljárások alkalmazását. Itt elsősorban a könnyűszerkezetű vizes térelemek alkalmazására gondolok, amelyekkel kapcsolatosan mind külföldön, mind belföldön tapasztalatok állnak rendelkezésre. Célszerű lenne kialakítani olyan könnyűszerkezetes vizes térelemegységeket, amelyek az épület egyéb szerkezeteivel együtt üzemben előregyárthatók és a helyszínen a szerelési munka csupán néhány órás csőkapcsolási munkára korlátozódnék.

E téren az Építéstudományi Intézet első lépcsőként a lakóépületek könnyűszerkezetes vizes térelemeit kutatja és alakítja ki. A továbbiakban az üzemi és az irodaépületek egészségügyi mellékhelyiségeinek, illetőleg vizes helyiségeinek könnyűszerkezetes kialakítására is sor kerülhet.

## 2. Műanyagok mechanikája

A műanyagokkal kapcsolatos mechanikai kutatásra annak ellenére szükség van, hogy a közeli években nem tervezzük műanyag teherhordó szerkezetek bevezetését. A műanyagok azonban széleskörűen alkalmazásra kerülnek *habok* formájában, amikor is támasztó szerephez jutnak. Ennek során és egyéb szerkezetek kialakításánál növekvő fontosságú a ragasztás; ezen felül fokozatosan számítani lehet az *üvegszálvázás műgyanták* növekvő alkalmazására.

A műanyagok két fontos tulajdonsága tér el a fémekétől: a *kúszás* és az *anizotrópia*. A kúszás (és ezzel együtt a fáradás) statikus terhelés hatására is bekövetkezik; így a műanyag-szerkezetek méretezését a Hooke-törvény helyett bonyolultabb, nem-lineáris anyagtörvényre kell alapoznunk, és ezt tovább bonyolítja az, hogy a műanyagok szilárdsági tulajdonságai összetételüktől és megmunkálásuktól függően az igénybevételi irányoktól függenek.

A műanyagok mechanikája terén külföldön már eddig is hatalmas kutató munkát végeztek. Ennek eredményeként olyan elméleti matematikai modelleket, fél-empirikus anyagegyenleteket és méretezési összefüggéseket dolgoztak ki, amelyekkel — bár gyakran csak igen bonyolultan — a méretezési feladatok elvégezhetőek. A kutatások méretére jellemző az a közlés, hogy az Amerikai Egyesült Államokban a műanyag gyártó cégek évi 40 millió dollárt fordítanak a műanyagok építőipari alkalmazásainak a kutatására. Nyilvánvaló, hogy Magyarországon tényként kell elfogadni, hogy másutt a mi lehetőségeinket sokszorosan meghaladó erők állnak e célra rendelkezésre. Ennek ellenére fel kell készülnünk a műanyag-szerkezetek mechanikai kutatá-

sára és vizsgálataira, mert jelenlegi körülményeink e célra nem kielégítőek. Nem szabad elfelejteni, hogy az alakváltozások függnek a terhelések időbeli lefolyásától és nagyok érzékenyek a hőmérsékletre. A vizsgálati környezetet, a vizsgáló eszközöket és módszereket tehát e körülményekhez kell igazítanunk, annál is inkább, mert e területen a pusztán elméleti számítások mellett mindig szükség lesz a modell méretű és teljes nagyságú ellenőrző szerkezeti vizsgálatokra. A kutatási programmal messzemenően támaszkodni kell a nemzetközi, különösen a KGST keretében lehetséges munkamegosztásra, aminek a mechanikai kutatásokban már eddig is pozitív eredményei voltak.

### 3. Szerkezeti-gyártási fejlesztési kutatás

A könnyűszerkezetek tervezésekor olyan összetett hatásokat kell figyelembe venni, amire a szerkezettervezés eddigi gyakorlatában nem volt szükség. Ennek egyik legutóbbi példajaként megemlítendő, hogy az IPARTERV, a Magyar Alumíniumipari Tröszt és a 31. sz. Állami Építőipari Vállalat népgazdasági szinten nagyraértékelt kezdeményezése nyomán megvalósult a hűtőházi és egyéb építkezések céljára a poliuretánhabbal kitöltött bordás alumínium-szerkezet hazai gyártása.

Az egyenletesen bordázott acél vagy alumíniumlemezek gyártása elsődlegesen a lemezek teherhordó tulajdonságainak a növelése érdekében fejlődött ki. Ennek során a lemezeknek önálló teherhordó szerepük volt és így bordázásuk teljes szélességükben előnyös volt, mert ez inercia-nyomatékukat és teherbírásukat növelte.

E szerkezetek továbbfejlesztéseként két oldalukon sík hőszigetelő réteget erősítettek hozzá az ilyen bordás lemezekhez. Általában a hőszigetelő réteg a teherviselésben ilyenkor sem vett részt és így a szerkezet keresztmetszeti kialakítására az előzőekben kifejtettek érvényesek. Elvileg már itt is felmerül annak a lehetősége, hogy nyíróerő felvételére alkalmas, ragasztás révén együttdolgozó szerkezetet hozzanak létre, ez azonban e szerkezeteknél nem valósult meg.

Új helyzetet hozott a poliuretánhabbal való kitöltés. Minthogy a poliuretánhab és a fémlemez között intenzív tapadás érhető el, a hab támasztó szerephez jut, sőt kétoldali fémlemez esetén a teljes szerkezet tekinthető teherhordónak. Ebben az esetben a sűrű és mély bordázás már nem szükséges, elegendő kevesebb és ritkább bordázás, sőt minthogy a semleges tengely ilyen esetben a szerkezet mértani tengelyébe kerül, a bordák mélységének és számának a csökkentése inkább előnyös.

A bordás lemezeket falszerkezetként általában függőleges bordázattal használják és amennyiben sík hőszigetelő réteg kerül a bordás lemezek mögé, úgy a lemezek mögött egyenletesen elosztva trapéz keresztmetszetű légrétegek jönnek létre. A nemzetközi építési gyakorlatban ezt arra használják

ki, hogy „szellőztetett” légréteget képezzenek ki és ezáltal belső, kevésbé párazáró burkolatok esetén is megelőzzék a szerkezetben a páralecsapódást. Ebben az esetben tehát az egyenletes bordázás, építésfizikai szempontból indokolt.

A bordás lemezek poliuretánhabbal való kitöltése és a belső oldalon párazáró burkolati réteg esetén a bordákra építésfizikai szempontból nincs szükség. Minthogy légréteg nincs, ritkábban elhelyezett, kisebb mélységű bordák is elegendők.

Magától értetődik, az, hogy a gyártó gépsor és az alakítási munka költségesebb, ha több és minél mélyebb bordát kell készíteni. Ha tehát statikai és építésfizikai szempontból kevesebb és esetleg kisebb mélységű borda elegendő, úgy gazdaságossági szempontból indokolt erre berendezkedni.

Külföldön (NSZK-ban, NDK-ban stb.) gyártott szerkezetek ezen elvek alapján a Magyarországon alkalmazottnál kevesebb bordázattal kerültek kialakításra.

Figyelembe veendő azonban a poliuretánhab és az alumíniumlemez tapadásának a kérdése. Megfelelő anyagú közbenső réteg (Haftvermittler) esetén síklemezhez is jól tapad a poliuretánhab. A szerkezet tervezésekor a megfelelő tapadás érdekében látszott szükségesnek a sűrű bordázat. A kialakított bordázatot ez indokolja és e bordázat jóval kisebb mélységű, mint a tisztán teherhordó funkciójú bordás lemezeké. Vizsgálni kell azonban a habosítás módját és a tapadást, mert ez visszahat a lemez profilozására.

Az előbbieken kifejtettek alapján látszik, hogy elég bonyolult (statikai, építésfizikai, műanyagvegyészeti, alumínium-megmunkálási) kölcsönhatásokkal állunk szemben, és e tényezők komplex vizsgálata alapján esetleg kedvezőbb keresztmetszet (pl. ritkább és kisebb mélységű bordázat) érhető el.

A technológiai fejlesztési kutatással kapcsolatos problémák összetett jellegéről ma már számos más hasonló tapasztalattal rendelkezünk. Új korszerű könnyűszerkezetek gyártásának a kifejlesztése igen nagy költséget, munkaráfordítást igényel. Ebből következik a helyi és nemzetközi munkamegosztás fontossága. Már utaltam a KGST keretében szükséges és lehetséges együttműködésre. A nemzetközi együttműködés más országok kutató szervezeteivel is kívánatos. Ennek egyik eszköze a CIB, az építőipari kutató intézetek nemzetközi szövetsége, amelynek 56 sz. szervező csoportja 1971 áprilisában Budapesten szervezi az alacsony könnyűszerkezetes épületek kérdéséről szimpóziumját. A szimpóziumon több, mint 30 előadás fog elhangzani különböző országok szerzőitől és bizonyára ez is hozzá fog járulni ismereteink szélesítéséhez, elmélyítéséhez.

A hazai építőipari kutatás feladata a nemzetközi műszaki fejlődés figyelemmel kísérése a könnyűszerkezetű építésben. E fejlődés egyes tényezőinek a megismerése és elemzése alapján lehet és kell állástfoglalni a tekintetben, hogy mely fejlesztési eredményeket vegyünk át a hazai gyakorlatba és mi



legyen az a viszonylag szűk kör, amelyen saját hazai önálló kutatást kell végezni. A tapasztalatok azt mutatják, hogy rendkívül érdekes, felelősségteljes és hasznos munka a világ különböző országaiban megvalósuló, gyakran igen ellentétes fejlődési irányok elemzése, annak megállapítása céljából, hogy Magyarország számára milyen irány elfogadása a legcélszerűbb.

A fentiekben kifejtettek azt igazolják, hogy a könnyűszerkezetes építésmód bevezetése és széleskörű hazai elterjesztése során az építőipari kutató szervezetekre igen nagy és felelősségteljes munka hárul.

### Hozzászólások

*Halász Ottó*, a műszaki tudományok kandidátusa:

A könnyűszerkezetes építésmód egyik jellegzetes tartószerkezete a kohászat korszerű termékeit felhasználó, vékonyfalú elemekből felépülő, könnyű acéltartó.

A vékonyfalú acélszerkezetek méretezési kérdéseit hazánkban — még a tömeges gyártást megelőzően — kb. egy évtizede kibocsátott műszaki előírás foglalta össze. Ennek felhasználásával az utóbbi években meglehetősen nagyszámú, főleg mezőgazdasági rendeltetésű könnyű acélszerkezet készült. Ezek tervezésével, próbaterhelésével és — nem utolsósorban — meghibásodásával kapcsolatban szerzett tapasztalatok számos jelenség jobb megértését tették lehetővé, és felhasználásukkal egy javított méretezési előírás kiadása van folyamatban. E munkához fűződő néhány problémáról — a teljesség igénye nélkül, inkább illusztrációként — a következők számolnak be.

#### I. A szerkezetek anyagával kapcsolatos problémák

A könnyű acélszerkezetek hidegalakítással készült szerkezeti elemeinek — elsősorban a zárt szelvényeknek — anyaga a technológiai műveletek során mechanikai tulajdonságait lényegesen megváltoztatja; folyáshatára jelentősen, szakítószilárdsága kisebb mértékben megnövekszik — szakadási nyúlása viszont számottevően lecsökkenhet. Nagyon hasonló jelenséggel állunk szemben a különböző alumínium ötvözetek körében is, és a nagyobb szilárdságú acélananyagok várható térhódítása e jelenségekre még fokozottabban hívja fel a figyelmet.

Mindezek szükségessé teszik az alkalmazható anyagfélések osztályozását. Célszerű különválasztani a szerkezeti anyagokat — olyan kritérium alapján, hogy ezek mechanikai tulajdonságai még lehetővé teszik-e hagyományosan kialakult méretezési rendszerünk *alapvető* feltételezéseinek megtartását avagy nem — azoktól az anyagoktól, melyek esetében ez utóbbi nem lehetséges, és így alkalmazásuk csak lényegesen módosított méretezési eljárás bevezetésével lehet biztonságos.

A hagyományos méretezési rendszer igen nagy mértékben a szerkezeti anyag jó képlékeny tulajdonságaira épül fel. Olyan alapvető feltételezések — mint például a gyakran jelentős nagyságú, de nehezen megbecsülhető belső feszültségek figyelmen kívül hagyása, rácsos tartóknak csuklós modellel való számítása, kapcsolatok vizsgálatának leegyszerűsített módszere stb.

a kitűnő képlékeny tulajdonságokkal rendelkező lágy acélokkal szerzett, hosszú tapasztalatok útján nyertek igazolást. Fenti és hasonló alapvető feltételezések lényegében az *ideálisan rugalmas-képlékeny* anyagmodell felhasználására vezethetők vissza, és így a „szerkezeti anyag” kritériuma az anyagmodell alkalmazhatóságával kapcsolható össze.

Az elvi vizsgálatok azt mutatták, hogy a korlátlan alakváltozási képességet feltételező, idealizált rugalmas-képlékeny  $\sigma - \epsilon$  diagram alkalmazása még a hagyományos, szerkezeti anyagok esetében is ellentmondásra vezet: a segítségével leírt egyes folyamatokban olyan nagy képlékeny alakváltozások szerepelnek, amelyeket még e rendkívül nagy szakadási nyúlással rendelkező anyagfélések sem tudnának *szakadás nélkül* elviselni. Így az idealizált diagrammal számított teherbírás irreálissá válhatik.

Az ellentmondást az a tény vezeti le, hogy a folyás után felkeményedés következik be és a folyási határ és szakítószilárdság között fennálló, az anyagmodellrel figyelmen kívül hagyott *feszültségtartalék* a törőterhet megnöveli és azt eredményezi, hogy az idealizált diagrammal számított eredmények *biztonságos kötelítést* szolgáltatnak. A lágy szerkezeti acélokból

készült tartószerkezeti elemek egyszerű méretezési módszerei tehát onnan eredhetnek, hogy a rendelkezésre álló *feszültségtartalék* elégséges — és általában *bőségesen elégséges* — a *szakadási nyúlás korlátozottságának* kompenzálására. A hidegalakítás hatására azonban kedvezőtlen változás áll be: a méretezés alapjául elfogadott egyezményes folyáshatár ( $\sigma_{0,2}$ ) és a  $\sigma_{sz}$  szakítószilárdság közötti *feszültségtartalék* csökken és ezzel együtt az  $\epsilon_{sz}$  szakadási nyúlás is kisebb lesz. E jelenségek együttesen arra vezethetnek, hogy az idealizált diagramhoz kötődő számítási eljárásaink nem adhatnak kellően biztonságos közelítéseket.

A „szerkezeti anyag” kritériuma így egy olyan egyenlőtlenséggel fejezhető ki, amely a szakadási nyúlást a feszültségtartalékkal hozza összefüggésbe. Szélső esetben, tehát képlékeny alakváltozásra képtelen, rideg anyag esetében olyan nagy feszültségtartalékra van szükségünk, amely elégséges a számítással nem követett, de képlékeny alakváltozások hiányában *nem mérséklődő* feszültségcsúcsok kompenzálására. *Korlátlan nyúlóképességű* anyagnál a feszültségtartalék hasznosítása sem nem szükséges, sem nem lehetséges: a közbenső esetekben pedig a  $\sigma - \epsilon$  diagram egyszerűsítése és átlagos esetek elemzése útján elvileg rögzíthetjük azokat az alapvető mechanikai jellemzők közti összefüggéseket, amelyek betartása esetében méretezési eljárásaink még kellően biztonságos eredményekre vezetnek, és amelyek az alkalmazható „szerkezeti anyag” kritériumát jelentik.

Noha az ezirányban végzett helyezések és konkrét vizsgálatok még nem eléggé kiterjedtek, fentiek alapján lehetővé válik a hidegalakítással járó felkeményedés hasznosítása és egyben olyan korlátok közé való szorítása, amelyek — méretezési eljárásaink alapvető módosítása nélkül — biztonságos tervezést eredményeznek.

## II. Egy jellemző stabilitási probléma

A vékonyfalú nyomott acélrudak vagy hajlított acéltartók stabilitásuk elvesztésekor bonyolult alakváltozásokat végeznek, és így a stabilitásvizsgálati módszerek (elcsavarodó kihajlásvizsgálat, kifordulásvizsgálat stb.) is meglehetősen bonyolultak. *Karcsú elemek* esetére vonatkozó kiterjedt vizsgálatok és ezek eredményeit feldolgozó táblázatok és grafikonok azonban a gyakorlati végrehajtást kellően könnyedé teszik.

Lényegesen komplikáltabb helyzet áll elő *kevésbé karcsú* vagy éppen *zömök* elemek esetében; nagyon hasonlóan ahhoz, hogy a közepesen karcsú vagy rövid rudak ún. képlékeny zónában lejártszódó, egyszerű kihajlásának vizsgálata is csak több mint félévszázados elemzés után tudott kellően megalapozott eredményekre jutni.

Vékonyfalú rudak esetében a fő problémát nem is a feszültségek és nyúlások közötti arányosság megszűnése jelenti, hanem inkább az a tény, hogy az elem karcsúságának csökkentésével a teljes elem stabilitásvesztését az alkotó lemezek ún. lokális instabilitása (horpadása) váltja fel. Hagyományos eljárásainkban e két jelenség elkülönítésére törekedtünk, és külön vizsgálatot végeztünk a teljes rúd kihajlására, és külön a lemezek horpadására. Vékonyfalú rudak esetében e különválasztás durva eredményeket adhat, és kedvezőtlenül befolyásolhatja a gazdaságos keresztmetszetkialakítást, a valóban vékony falak alkalmazását.

A kísérletek azt mutatják, hogy három jelenségszámítást különböztethető meg. Igen hosszú elemeknél az egész elem stabilitásvesztése (kihajlás, kifordulás) következik be. A karcsúság csökkenésével a kihajlás és horpadás (generális és lokális instabilitás) nem választható el és egymással kölcsönhatásban jön létre. Végül egészen rövid rudak esetében a horpadásvizsgálat klasszikus módszereivel le nem írható, a horpadás és folyás együttes felléptét jelző tönkremenetel áll elő, amelyet célszerűen gyűrődésnek nevezhetünk.

Az elsőnek említett jelenség számítására jól használható elméletek állnak rendelkezésre; a két másik jelenség számítása még sok bizonytalanságot rejt magában. A korábban említett, hagyományos, „különválasztó” módszer ezért a gazdaságosság kárára levő elhanyagolásokra kényszerül.

Az elmúlt években a gyűrődés számítására — bizonyos keresztmetszeti alakok esetére — használható fél-empirikus eljárás alakult ki. A középső szakasz még további olyan vizsgálatokat igényel, amelyeknek az elmondottak szerint komoly gazdaságossági jelentőségük van.

## III. A próbaterhelések útján nyerhető eredmények fontossága

Az acél tartóváz általában térbeli felépítésű és működésű szerkezet, és ebben az alárendelt elemek szerepe nemcsak abban áll, hogy a terhet a fő tartószerkezeti részekre hárítják át, hanem abban is, hogy ez utóbbiak térbeli megtámasztását, a számítási feltételekkel összhangban való működését biztosítják, és nem kívánt instabilitási jelenségeket elhárítanak.

Utóbbi szempontból ez elemek kellő merevsége fontos szerepet játszik. Hagyományos felépítésű, kellő csavarómerevségű és általában szimmetrikus főtartószerkezetek esetében a megtámasztó elemek *axiális* merevsége bír jelentőséggel, és az ezzel kapcsolatos követelmények általában — külön vizsgálat előírása nélkül is — kielégülnek. Ha azonban a vékonyfalú szerkezetekre jellemző kis csavarómerevségű és esetenként a gyártási adottságok miatt aszimmetrikus keresztmetszetű tartóelemek kerülnek alkalmazásra, ezek elcsavarodásának meggátolása céljából a *hajlítási merevség* is fontossá válik, és az ehhez kapcsolódó követelmények vizsgálata olyan térbeli tartómodellek elemzését követeli meg, amelyek kapcsolatai nyomatké-átvitelre is képesek, és amely elemzés során az ún. gátolt csavarás viszonylag bonyolult fizikai összefüggéseit alkalmazzuk.

E számítások — amennyiben jól modellezhető tartórendszerrel van szó — megbízható eredményre vezetnek. Nehezebb helyzet áll elő azonban olyan — nagy gyakorlati jelentőségű — esetekben, amelyekben a szerkezet térbeli merevségét a térelhatároló elemek biztosítják.

Ilyenkor ugyanis egyrészt ismerni kell e felületszerkezetként működő elemek — hullámlemezek, profillemezek, fém- és műanyagrétegekből álló szendvicelemek-szilárdsági és merevségi jellemzőit; ezek hazai vizsgálata éppen csak kezdetét vette, és a külföldi adatok nehezen ültethetők át. Ennél nehezebb problémát jelent a térelhatároló és tartószerkezeti elemek sokszor újszerű és szokatlan kapcsolatainak elemzése, szilárdsági — és *főleg merevségi* tulajdonságainak felderítése. Ez utóbbiak pedig a szerkezet működését erősen befolyásolhatják.

Példaképpen egy igen elterjedt hazai könnyű acélszerkezet-típus többszörösen megismételt próbaterhelésének tanulságaira szeretnék hivatkozni, amely nem szimmetrikus, kis csavarómerevségű fő- és melléktartókból épül fel. Ennek az épületnek térbeli merevségére és stabilitására döntő kihatással van olyan alárendeltnek látszó szerkezeti részlet, mint a térelhatároló hullámlemez és Z-szelvényű szelemen kapcsolata. E számítással nem elemezhető kapcsolat merevsége a szelemennek elfordulását különböző mértékben gátolhatja, és ezen keresztül a főtartó alakváltozását és egyensúlyának stabilitását jelentősen befolyásolja.

Ilyen és hasonló problémák a teljes szerkezet próbaterhelés útján való vizsgálatának jelentőségét állítják előtérbe. Ezért a könnyű acélszerkezetekre vonatkozó új műszaki előírás igyekszik rendszerbe foglalni azokat a követelményeket és módszereket, melyek hehezen vagy alig számítható szerkezetek mérerezését a próbaterhelés adatainak felhasználásával teszik lehetővé.



# EGYESÍTETT ENERGIARENDSZER VIZSGÁLATA

SZENDY KÁROLY\*  
AZ MTA LEVELEZŐ TAGJA

[Beérkezett: 1971. február 3-án]

Nagy kiterjedésű együttműködő rendszereket úgy célszerű komponens-rendszerekre felbontani, hogy azok a kooperációs pontokon keresztül érintkezzenek. A komponens-rendszerek önálló dobozokat képeznek és a kivezetéseik a komponens kooperációs pontok, amelyeket a rendszer-csomópontokkal impedanciamentes vezetékek kötik össze. Az egyesített rendszer vizsgálható csomóponti vagy hurok-módszer segítségével. Csomóponti módszer esetén nem szükséges komponens-referenciapontokat kijelölni. A komponens-dobozokban független csomópontpároknak megfelelő élek bevezetésével a hurokmódszer áttekinthető módon tárgyalható. Célszerű lehetőleg egyszerű hurkokat alkalmazni, amelyek közös éleket nem tartalmaznak. Ez síkba fejthető rendszerkapcsolat esetén megvalósítható. Az élek közötti kölcsönhatás a hurkok kapcsolatait meghatározza. A módszer alkalmazását a Függelékben közölt példák szemléltetik.

## I. A feladat áttekintése

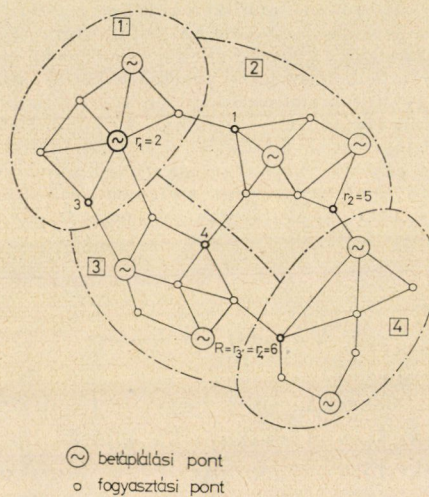
Több rendszerből összekapcsolt, egyesített energiarendszer vizsgálata leegyszerűsíthető KRON GÁBOR diakoptika eljárásához hasonló, de a feladathoz jobban illeszkedő, csomóponti vagy hurokmódszer segítségével. Az eljárás lényege, hogy az egyesített energiarendszert először komponenseire bontva vizsgálja. Ezt követően az egyesítés hatását határozza meg, amelynek alapján tér vissza a komponens-rendszerre és oldja meg a feladatot. A komponens-rendszerek önálló dobozokat képviselnek, amelyekben a kooperációs pontok képezik a kivezetéseket. Ezek a *komponens kooperációs pontok* az egyesített *rendszer-csomópontokon* keresztül kapcsolódnak egymással. Ily módon a rendszervizsgálat áttekinthetősége érdekében a fizikai valóságban egy-egy kooperációs pont  $K$  jelű komponens kooperációs pontokat és egy  $C$  ill.  $c$  jelű rendszer-csomópontot jelent aszerint, hogy a komponens rendszerekhez vagy az egyesített rendszerhez tartozik.

A komponens rendszerek csomópontjai két csoportba osztályozhatók. Az egyik csoportba tartoznak a  $K$  jelű komponens kooperációs pontok, a másikba az  $S$  jelű saját csomópontok. A komponens rendszer  $K$  és  $S$  csomópontjai lehetnek betáplálások vagy fogyasztások.

\* DR. SZENDY KÁROLY a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja; Erőmű- és Hálózattervező Vállalat, Budapest V. Széchenyi rakpart 3.

Az 1. ábrán példaképpen bemutatott négy komponens-rendszer hat összekötő vezetéken csatlakozik egymáshoz. Az összekötő vezeték egyik végpontja képezi — 1—6 számozású — a kooperációs pontot, a másik végpont természetesen a szóbanforgó komponens rendszer saját csomópontja.

Az ábrán feltüntetett hálózat négy komponens rendszerének összekötését mutatják be a 4., 5. és 7. ábrák, amelyeken a  $K$  komponens kooperációs pontokat a 1—12 számozás jelöli. A  $K$  pontok a dobozokban; a  $C$ , ill.  $c$  pontok a dobozokon kívül helyezkednek el. A  $K$  és  $C$ , ill.  $c$  pontok közötti vastag vonallal jelzett összekötései impedanciamentes, ideális kapcsolatok.



1. ábra. Négy komponensből álló egyesített villamos rendszer

A komponens rendszerekben a betáplálás és a fogyasztás általában nem kiegyenlített, tehát a betápláló és a fogyasztó áramok összege nem zérus. A kiegyenlítettség csak a teljes együttműködő rendszerre teljesül. A vizsgálat részére azonban szükséges a komponens rendszereket kiegyenlíteni és a különbözetet a kooperációs pontokon a szomszédos komponens rendszerre a kooperációs pontokon áthelyezni. Így pl. a 4. ábrán az 1 rendszerben mutatkozó felesleg úgy egyenlíthető ki, hogy a 1 komponens kooperációs pontban a feleslegnek megfelelő fogyasztás a 4 komponens kooperációs pontban pedig azonos értékű betáplálás helyezendő, ezáltal az 1 komponens rendszerből 2-be az áthelyezés megtörténik. Ha a kiegyenlítettség a 2 rendszerben is fennáll, ez az eljárás tovább folytatandó.

A vizsgálat három lépésben végezhető: az első és harmadik a komponens-rendszerekben egymástól függetlenül készül, a második lépés az egyesített rendszerben. Az *első lépésben* (II. fejezet) a komponens-rendszerek belső

összefüggéseit a kooperációs csomópontokra kell redukálni, tehát a dobozok kivezető kapcsaira. Bizonyos esetekben a csomópontpárokat célszerű bevezetni. Ezek — komponens-rendszerenként — egy-egy gráf élével szemléltethetők. Komponens-gráfon belül az élek között kölcsönös kapcsolat áll fenn és ebben különböznek a hálózat egyszerű ágaitól. Ezeket az éleket  $k$  indexjelölés foglalja össze. Az 1. ábra szerinti együttműködő hálózathoz tartozó dobozokban a  $k$  jelű éleket az 5. és 7. ábra tünteti fel. Az élek 1—8 számozással irányítottak, pl. 5 él 7 komponens kooperációs pontból halad a 8 pont felé.

A második lépésben (III—V. fejezet) a komponens kooperációs pontok feszültségét kell megállapítani. Ebből a célból az egyesített rendszerre felírt csomóponti vagy hurokösszefüggéseket lehet használni, kiindulva a dobozok kapcsaira redukált összefüggésekből, ill azokat összekötő gráfokból.

Harmadik lépésben (VI. fejezet) a vizsgálat ismét a komponens rendszerekben készül, a komponens kooperációs pontok feszültségéből a hálózat összefüggések alapján a saját pontok feszültségei meghatározhatók. Ily módon a komponens csomópontok összes feszültségének az ismeretében az ágadmittanciákból az ágakon keresztülhaladó áramértékek kiszámíthatók.

Ezek alapján az összefüggés közvetlenül az áram- és feszültségértékek között állapítható meg. Természetesen iterációs eljárással a teljesítmény és feszültség közötti kapcsolatok is megvizsgálhatók. Az erőáramú hálózat ún. egyenáramú leképzésével a módszer iteráció nélkül csak a hatásos teljesítmény-áramlás közelítő meghatározására alkalmas. A váltakozóáramú leképzés ezzel szemben a hatásos és meddő teljesítményáramlásnak a feszültségviszonyokkal való együttes vizsgálatát teszi lehetővé. A következők azonban csak az áram- és feszültségértékeknek az egyesített energiarendszerben való meghatározásával foglalkoznak.

## II. Komponens-rendszerek redukálása

a) A komponens rendszer csomóponti admittanciákkal felírt összefüggéséből lehet kiindulni. A csomóponti áramokat a kooperációs pontokon kell redukálni, ezek képezik az  $i_F$  belső áramvektort, amely a kooperációs pontok  $i_H$  áramvektorából és a saját pontok  $i_S$  áramvektorából állapítható meg. A kooperációs pontokon a komponens rendszer külső kapcsolatát, tehát a dobozból kivezető áramokat  $i_K$  vektor képviseli. Megállapodás szerint bármely csomópontból kilépő áram pozitív előjelű, a belépő negatív. A kooperációs pontok feszültségeit  $u_K$ , a saját pontokét  $u_S$  vektor tartalmazza. A feszültségek a rendszer 0-pontjára vonatkoznak. A  $K$  és  $S$  jelzés szerint particionált csomóponti admittancia mátrixok:  $Y_{KK}$ ,  $Y_{SS}$ ,  $Y_{KS} = Y_{SK}^*$ , ahol a \* jelölés transzponálást jelent. A particionált mátrixokból a következők szerint az  $Y_K$  komponens kooperációs pontokra redukált mátrix kiszámítható.

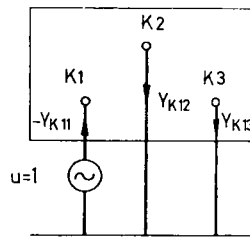
A  $j$ -ik komponens rendszerben a  $K$  és  $S$  jelű pontokra csoportosított csomóponti admittancia összefüggés:

$$\mathbf{i}_{Kj} = \mathbf{Y}_{KKj} \mathbf{u}_{Kj} + \mathbf{Y}_{KSj} \mathbf{u}_{Sj} + \mathbf{i}_{Hj}, \quad (1)$$

$$\mathbf{i}_{Sj} = \mathbf{Y}_{SKj} \mathbf{u}_{Kj} + \mathbf{Y}_{SSj} \mathbf{u}_{Sj}.$$

Nyilvánvaló, hogy  $\mathbf{Y}_{SSj}$  admittancia-mátrix invertálható, mivel az elemei a kooperációs pontokra rögzített hálózatra vonatkoznak (ld. a 2. ábrát). Ezért az (1) második egyenletéből

$$\mathbf{u}_{Sj} = -\mathbf{Y}_{SSj}^{-1} \mathbf{i}_{Sj} - \mathbf{Y}_{SSj}^{-1} \mathbf{Y}_{SK} \mathbf{u}_{Kj}. \quad (2)$$



2. ábra. Komponens-rendszerben kooperációs pontokra redukált  $\mathbf{Y}_{Kj}$  admittancia-mátrix meghatározása

Ennek az egyenletnek a segítségével, ha  $\mathbf{u}_{Kj}$  vektor a későbbiek szerint (a IV. vagy V. fejezet alapján) megállapítást nyert; a saját csomópontok feszültségvektora kiadódik. Bevezetve a kooperációs pontokra redukált admittancia-mátrix és belső áramvektor kifejezéseit:

$$\mathbf{Y}_{Kj} = \mathbf{Y}_{KKj} - \mathbf{Y}_{KSj} \mathbf{Y}_{SSj}^{-1} \mathbf{Y}_{SKj} \quad (3)$$

$$\mathbf{i}_{Fj} = \mathbf{Y}_{KSj} \mathbf{Y}_{SSj} \mathbf{i}_{Sj} - \mathbf{i}_{Hj}.$$

A (2)-t az (1) első egyenletébe helyettesítve és figyelembe véve (3)-at:

$$-\mathbf{i}_{Kj} = \mathbf{Y}_{Kj} \mathbf{u}_{Kj} - \mathbf{i}_{Fj}. \quad (4)$$

Ez az egyenlet nyerhető Gauss-féle eliminációs eljárással is. Az  $\mathbf{Y}_{Kj}$  mátrix szinguláris és nem invertálható; a mátrix soraiban és oszlopaiban az elemek összege zérus, tehát

$$\mathbf{e}_j^* \mathbf{Y}_{Kj} = 0;$$

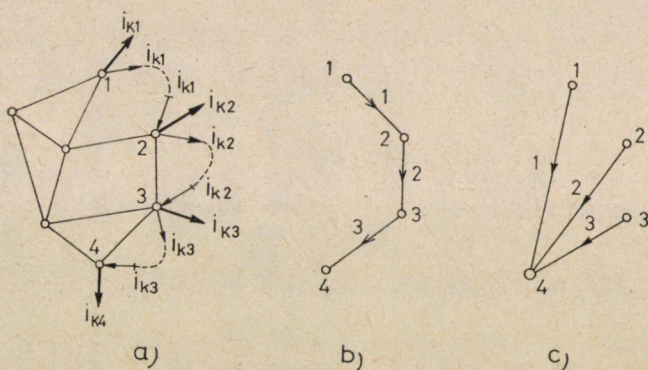
ahol  $\mathbf{e}_j^* = [1, 1, \dots, 1]$ , amelynek rendszáma a kooperációs pontok száma.

b) *Független csomópontpárokkal* invertálható összefüggés nyerhető. A hálózatelméletből ismeretes, hogy a független csomópontpárok száma a csomó-



pontokénál eggyel kevesebb. A kooperációs pontokra redukált összefüggések csomópontpárookra áttranszformálhatók. A csomópontpárokat a csomópontoktól kis betű jelölés különbözteti meg. A csomópontpár áramvektorából a csomóponi áramvektor, a csomóponi feszültségvektorból a csomópontpár feszültségvektora fejezhető ki a következő transzformációs összefüggés segítségével:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{Fj} &= \mathbf{M}_j \mathbf{i}_{fj}, \quad \mathbf{i}_{Kj} = \mathbf{M}_j \mathbf{i}_{kj}; \\ \mathbf{u}_{kj} &= \mathbf{M}^* \mathbf{u}_{Kj}. \end{aligned} \tag{5}$$



3. ábra. Csomópontpár és csomópont közötti kapcsolat

A Függelék 1. pontja a 3. ábrán feltüntetett példa transzformációs összefüggését mutatja be. A csomópontpár definíciójából következik, hogy az  $\mathbf{M}_j$  mátrix oszlopaiban az elemek összege zérus, ennél fogva az (5) első sorát  $\mathbf{e}_j^*$ -vel beszorozva

$$\mathbf{e}_j^* \mathbf{i}_{Fj} = 0, \quad \mathbf{e}_j^* \mathbf{i}_{Kj} = 0.$$

Ez az összefüggés feltételként szabja meg, hogy a terheléseknek komponensrendszerként kiegyenlítettnek kell lenniök. Az egyik csomópont a komponensrendszer referenciapontjának választható, amelynek árama a többiekéből közvetlenül adódik. Bevezetve az  $\mathbf{N}_j$  transzformáló mátrixot

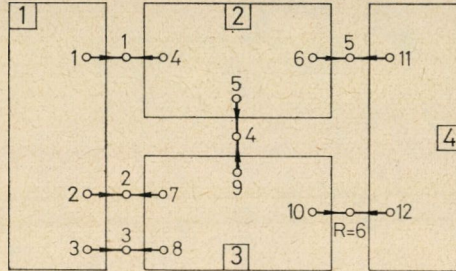
$$\mathbf{N}_j \mathbf{M}_j = \mathbf{I}_j,$$

ahol  $\mathbf{I}_j$  egységmátrix és rendszáma eggyel kisebb, mint a csomópontok száma. E feltételt kielégítő  $\mathbf{N}_j$  mátrixot célszerű úgy választani, hogy a referenciapont oszlopának összes elemei zérus legyen. Az  $\mathbf{N}_j$  transzformáló mátrixszal

felírható összefüggésekkel a csomópontpár admittancia-mátrix meghatározható:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{kj} &= \mathbf{N}_j \mathbf{i}_{Kj}, & \mathbf{i}_{fj} &= \mathbf{N}_j \mathbf{i}_{Fj}; \\ \mathbf{u}_{Kj} &= \mathbf{N}_j^* \mathbf{u}_{kj} + u_{rj} \mathbf{e}_j; \\ \mathbf{Y}_{kj} &= \mathbf{N}_j \mathbf{Y}_{Kj} \mathbf{N}_j^*, \end{aligned} \quad (6)$$

ahol  $u_{rj}$  a  $j$ -ik komponens rendszer referenciapontjának feszültsége (referenciafeszültség).



4. ábra. Az 1. ábra szerinti rendszerben a komponens dobozok közvetlen kapcsolata csomóponti módszer részére

A (6) segítségével a (4) összefüggésből a csomópontpárokra a komponens rendszer mátrixegyenlete:

$$-\mathbf{i}_{kj} = \mathbf{Y}_{kj} \mathbf{u}_{kj} - \mathbf{i}_{fj}. \quad (7)$$

A csomópontpárok oly módon is választhatók, hogy a negatív áramú pontjuk a referenciaponttal közös legyen. Ebben az esetben a transzformáció igen egyszerű, a (4)-ből a (7) összefüggés úgy nyerhető, hogy a referenciaponthoz tartozó sorok és oszlopok a (4)-ből elhagyandók. Az 1. ábrán szereplő egyesített energiarendszerhez tartozó komponens rendszerekben a referenciapontokat  $r_1$ -gyel,  $r_2$ -vel,  $r_3$ -mal,  $r_4$ -gyel jelöltük.

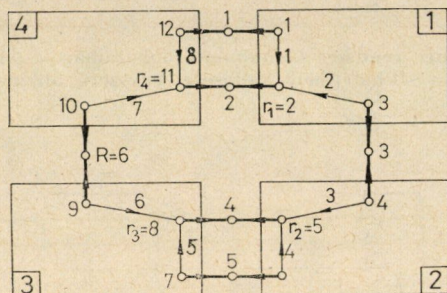
A csomópontpárokkal a 3a. ábra szerinti komponens hálózat az 1–4 pontokra, a 3b. ábra szerint redukálható (ld. a Függelék 1. pontját). A redukált hálózat élei jelképesek és a csomópontpárokat rögzítik. Az egyes élek közötti kölcsönhatást a (7) összefüggés fejezi ki. Ha a referenciapont a csomópontpárok egyik közös pontja, a 3a ábra szerinti hálózat redukciója példaképpen a 3c. ábrán végezhető.

### III. A kooperációs pontokra redukált komponens-rendszerek összekapcsolása

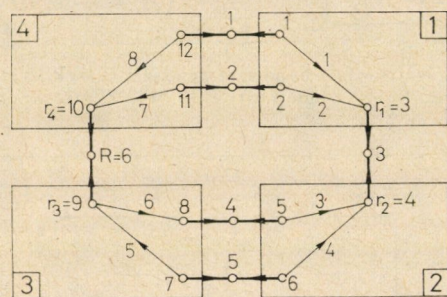
a) Az egyesített rendszer a csomóponti törvény alapján a következő IVa. pont szerint a kooperációs pontokra redukált (4) összefüggéssel *közvetlenül* megoldható és nem szükséges a csomópontpárokat képző élek gráfjait bevezetni. A komponens rendszerek közötti kapcsolatokat az 1. ábrán bemutatott hálózatra ebben az esetben a 4. ábra szerint lehet kifejezni.



Síkbafejthető egyesített rendszer-kapcsolatok esetén, pl. az 5. ábra szerint párhuzamos élek (2 és 5 él) és egyszerű hurkok (1—6—3 és 4—8—7 élekből álló hurkok) választhatók, amelyek segítségével a vizsgálat megkönnyíthető. Síkba nem fejthető kapcsolat keletkezik föléhelyezett, igen nagyfeszültségű összeköttetés esetén, pl. 6. ábra szerint a 7 rendszer-csomópont beiktatásával, amely az 1 komponens 15 pontjával, a 2 komponens 14 pontjával



8. ábra. Együttműködő rendszerkapcsolat leképezése



9. ábra. A 8. ábrán látható kapcsolat egy másik leképezése

val és a 4 komponens 13 pontjával eredményvonallal jelölt közvetlen összeköttetésben van. A referenciaponttal közös pontot tartalmazó csomópont-párookra ad példát a 7. ábra.

A 8—9. és a 10—11. ábrák további kooperációs hálózati kapcsolatra mutatnak példát. A 10—11. ábrán a 2 rendszer-csomópont 1, 2, 3 komponens rendszer 2, 7, 10 komponens kooperációs pontjait kapcsolja össze, a 4 rendszer-csomópont-hoz tartozik az 1, 3, 4 komponens-rendszer 4, 12, 15 komponens kooperációs pontja.

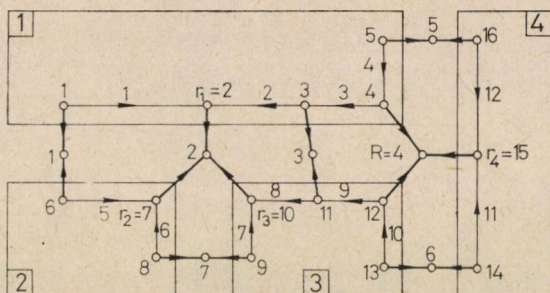
#### IV. Egyesített rendszer csomópont egyenlete

a) *Komponens kooperációs pontokra redukált kifejezések közvetlen megoldására a komponens rendszerek egyenletei (4) alapján írhatók fel. Ezek*

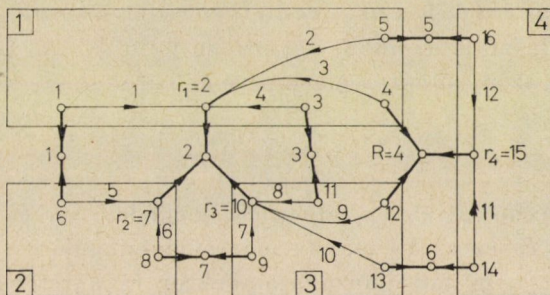
az egyenletek bármilyen kooperációs kapcsolatra érvényesek és hipermátrix alakban tömöríthetők.

Bevezetve a kooperációs, belső áramvektor, valamint feszültségvektor hipermátrix kifejezését:

$$\mathbf{i}_K = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{K1} \\ \vdots \\ \mathbf{i}_{Kn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{F1} \\ \vdots \\ \mathbf{i}_{Fn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_K = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{K1} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{Kn} \end{bmatrix}.$$



10. ábra. Együttműködő rendszerkapcsolat, amelyben két rendszerpontban három komponens találkozik



11. ábra. A 10. ábrán látható kapcsolat egy másik leképezése

Az admittancia mátrix mint diagonál-hipermátrix:

$$\mathbf{Y}_K = \langle \mathbf{Y}_{K1}, \dots, \mathbf{Y}_{Kn} \rangle.$$

Ennek alapján a komponens rendszerekből, tetszőleges kooperációs kapcsolatra, a következő hipermátrix-összefüggés írható fel:

$$-\mathbf{i}_K = \mathbf{Y}_K \mathbf{u}_K - \mathbf{i}_F. \tag{8}$$

A kooperációs kapcsolatot rögzítse a csomóponti törvény. Az  $i$  rendszer csomóponti áramvektor a komponens kooperációs ponti áramokból  $A$  incidencia mátrix segítségével képezhető, mivel

$$\mathbf{i} = \mathbf{A} \mathbf{i}_K.$$

A komponens kooperációs ponti áramok pozitívok, ha a csomópontból távoznak. Ezért az  $A$  incidencia-mátrix csak nem negatív  $(0, 1)$  elemeket tartalmaz. A feszültségekre pedig a következő összefüggés állapítható meg:

$$\mathbf{u}_K = \mathbf{A}^* \mathbf{u}.$$

Bevezetve

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{Y}_K \mathbf{A}^*. \quad (9)$$

jelölést és mivel

$$\mathbf{i} = 0$$

az együttműködő rendszer csomóponti egyenlete

$$\mathbf{Y} \mathbf{u} = \mathbf{A} \mathbf{i}_F.$$

Ebben az egyenletben azonban az  $\mathbf{Y}$  mátrix szinguláris és ezért nem invertálható. A megoldás érdekében az egyesített energiarendszerben egy referenciapontot ( $R$ -t) kiválasztva, az ahhoz tartozó sort törölve  $\mathbf{A}_K$  az új incidencia-mátrix, amelyből az új admittancia hiper-mátrix

$$\mathbf{Y}_C = \mathbf{A}_K \mathbf{Y}_K \mathbf{A}_K^*, \quad (10)$$

amely az  $\mathbf{Y}$  mátrixból a referenciapontnak megfelelő sor és oszlop elhagyásával is nyerhető és ez az  $\mathbf{Y}_C$  mátrix már nem szinguláris. Az  $\mathbf{i}$ -ből a referenciapont elemét nem tartalmazó áramvektor és a referenciapont  $u_R$  feszültségéhez képesti  $\mathbf{u}_c$  feszültségvektorból az  $\mathbf{u}_K$  csomóponti feszültségvektor:

$$\mathbf{i}_c = \mathbf{A}_K \mathbf{i}_K; \quad (11)$$

$$\mathbf{u}_K = \mathbf{A}_K^* \mathbf{u}_c + u_R \mathbf{e}_K,$$

ahol  $\mathbf{e}_K^* = [1, 1, \dots, 1]$ .

Ebben az esetben  $u_R$  független változó (tetszőleges érték). A (8)-, (10)- és (11)-ből, mivel  $\mathbf{i}_c = 0$

$$\mathbf{u}_K = \mathbf{A}_K^* \mathbf{Y}_C^{-1} \mathbf{A}_K \mathbf{i}_F + u_R \mathbf{e}_K. \quad (12)$$

Az  $\mathbf{Y}_K$  diagonál-hipermátrix blokkjai szingulárisak és soraiban a skalár elemek összege zérus, ezért

$$\mathbf{Y}_K \mathbf{e}_K = \mathbf{0}.$$

Ennek figyelembevételével, továbbá (8) és (12)-ből

$$-\mathbf{i}_K = (\mathbf{Y}_K \mathbf{A}_K^* \mathbf{Y}_C^{-1} \mathbf{A}_K - \mathbf{I}) \mathbf{i}_F. \quad (13)$$

A Függelék 2. pontja bemutatja az 1. ábrán feltüntetett hálózat  $\mathbf{Y}$  admittanciamátrixának kiszámítását, Az  $R = 6$ -nak megfelelően a 6. sor és oszlop törlésével  $\mathbf{Y}_C$  admittancia mátrixot kapjuk.

b) *Kooperációs pontokra redukált csomópontpárok* esetén a (7) összefüggésből kell kiindulni. A komponens rendszerek kooperációs és belső csomópontpárainak áram-, illetve feszültségvektora hipervektor-alakban összefoglalva:

$$\mathbf{i}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{k1} \\ \vdots \\ \mathbf{i}_{kn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{f1} \\ \vdots \\ \mathbf{i}_{fn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{k1} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{kn} \end{bmatrix}$$

referencia pontok vektora

$$\mathbf{u}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{r1} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{rn} \end{bmatrix}$$

a csomópontpár képző hipermátrix:

$$\mathbf{N} = \langle \mathbf{N}_1, \dots, \mathbf{N}_n \rangle$$

és a visszatranszformáló hipermátrix

$$\mathbf{M} = \langle \mathbf{M}_1, \dots, \mathbf{M}_n \rangle,$$

az admittancia hipermátrix pedig

$$\mathbf{Y}_k = \langle \mathbf{Y}_{k1}, \dots, \mathbf{Y}_{kn} \rangle.$$

A komponens rendszerekre érvényes (5) és (6) összefüggés hipermátrix alakba sűrítve az egész egyesített rendszerre, bármely kooperációs kapcsolat esetén így írható fel:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_K &= \mathbf{M} \mathbf{i}_k, & \mathbf{i}_F &= \mathbf{M} \mathbf{i}_f, \\ \mathbf{i}_K &= \mathbf{N} \mathbf{i}_K, & \mathbf{i}_F &= \mathbf{N} \mathbf{i}_F; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k &= \mathbf{M}^* \mathbf{u}_K, \\ \mathbf{u}_K &= \mathbf{N}^* \mathbf{u}_k + \mathbf{u}_r, \\ \mathbf{Y}_K &= \mathbf{M} \mathbf{Y}_k \mathbf{M}^*, \\ \mathbf{Y}_k &= \mathbf{N} \mathbf{Y}_K \mathbf{N}^*, \end{aligned}$$

ahol  $\mathbf{u}_r$  hipervektor  $j$ -ik blokkjában minden elem  $u_{rj}$ . A komponens-rendszerek referenciafeszültségei azonban az egyesített energiarendszer referenciafeszültségén kívül nem választhatók szabadon, mert azokat az  $\mathbf{u}_K$  komponens kooperációs-ponti feszültségvektor tartalmazza. Megjegyzendő továbbá, hogy az  $\mathbf{N}$  mátrix blokkjaiban a referenciapontok megfelelő oszlop elemei zérusak. A (7) összefüggésből az egyesített rendszerre bármely kooperációs kapcsolatot kielégíti a következő egyenlet:

$$-\mathbf{i}_k = \mathbf{Y}_k \mathbf{u}_k - \mathbf{i}_f. \quad (15)$$

A kooperációs kapcsolatot rögzítheti a csomóponti törvény. A megoldhatóság miatt a rendszer-csomópontok közül egy referenciapontot kiválasztva,  $\mathbf{A}_k$  incidencia mátrix segítségével (amelyben a referenciapont hiányzik)

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_c &= \mathbf{A}_k \mathbf{i}_k; \\ \mathbf{u}_k &= \mathbf{A}_k^* \mathbf{u}_c. \end{aligned} \quad (16)$$

A (11), (14) és (16) összefüggésekből nyilvánvaló, hogy

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &= \mathbf{A}_K \mathbf{M}, \\ \mathbf{A}_k^* &= \mathbf{M}^* \mathbf{A}_K^*. \end{aligned} \quad (17)$$

Ennek megfelelően az  $\mathbf{A}_k$  incidenciamátrix — az  $\mathbf{A}_K$ -tól eltérően —  $-1$  elemeket is tartalmaz. Bevezetve

$$\mathbf{Y}_c = \mathbf{A}_k \mathbf{Y}_k \mathbf{A}_k^* \quad (18)$$

jelölést, mivel

$$\mathbf{i}_c = 0$$

és  $\mathbf{Y}_c$  invertálható, a (15)-, (16)-, (18)-ből

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{Y}_c^{-1} \mathbf{A}_k \mathbf{i}_f.$$

A (11)-, (14)- és (17)-ből

$$\mathbf{u}_K = \mathbf{A}_K^* \mathbf{Y}_c^{-1} \mathbf{A}_K \mathbf{M} \mathbf{i}_f + \mathbf{u}_r \mathbf{e} = \mathbf{A}_K^* \mathbf{Y}_c^{-1} \mathbf{A}_K \mathbf{i}_f + \mathbf{u}_r \mathbf{e}_K,$$



amely megegyezik (11)-gyel és ezért  $Y_c = Y_C$ , ha mindkettőhöz tartozó referenciapont azonos. Egyébként ez következik (14)- és (17)-ből is, mert

$$Y_c = A_k Y_k A_k^* = A_K M Y_k M^* A_K^* = A_K Y_K A_K^* = Y_C.$$

Ezért a csomóponti összefüggés esetén szükségtelen a csomópontpárokkal dolgozni, a Függelék 3. pontjában azonban bemutatjuk az eljárást, ha a csomópontpárok egyik csomópontja közös. A redukáló hálózatot a 7. ábra tünteti fel.

### V. Egyesített rendszer hurok-egyenlete

A hurokegyenlet felírásához a komponens rendszerek impedancia-mátrixai szükségesek. Mivel  $Y_{Kj}$  admittancia mátrixok determinánsai zérusok, viszont  $Y_{kj}$  mátrixok determinánsai nem zérusok, az utóbbi admittancia mátrixokból lehet impedanciamátrixokat képezni:

$$Z_{kj} = Y_{kj}^{-1}.$$

Az együttműködő rendszer redukált hurokimpedancia—hipermátrixa:

$$Z_k = \langle Z_{k1}, \dots, Z_{kn} \rangle = Y_k^{-1}. \quad (19)$$

A (15) összefüggésből a komponens rendszereket, a kooperációs kapcsolatokat nélkül, a következő hipermátrixalakba lehet foglalni:

$$u_k = Z_k (i_k - i_f), \quad (20)$$

ahol  $Z_k = \langle Z_{k1}, \dots, Z_{kn} \rangle$  diagonál-hipermátrix.

A kooperációs kapcsolatok huroktörvénnyel is kifejezhetők. A kooperációs csomópontok száma legyen  $m$ , a komponens rendszerek élleinek száma

$$h = \sum_1^n h_i.$$

A független hurkok száma nyilvánvalóan:

$$b = m - 1 + h.$$

Az  $u_b$  hurokfelültségre és  $i_b$  hurokára a hálózatelméletből ismert következő összefüggés írható fel

$$\begin{aligned} u_b &= B u_k, \\ i_k &= B^* i_b. \end{aligned} \quad (21)$$

A  $\mathbf{B}$  hurokmátrix meghatározására a Függelék 4. pontja példát mutat be. Bevezetve

$$\mathbf{Z}_b = \mathbf{BZ}_k \mathbf{B}^* \quad (22)$$

jelölést, mivel általában

$$\mathbf{u}_b = 0$$

és  $\mathbf{Z}_b$  invertálható, a (20)-, (21)- és (22)-ből

$$\mathbf{i}_k = \mathbf{B}^* \mathbf{Z}_b^{-1} \mathbf{BZ}_k \mathbf{i}_f. \quad (23)$$

A hurokfeszültség nem zérus, ha a kooperációs összeköttetésben feszültség szabályozó van elhelyezve. Ebben az esetben a hálózatszámításnál eddig is használt helyettesítő módszerek alkalmazhatók.

A (14)- és (23)-ből

$$\mathbf{i}_K = \mathbf{MB}^* \mathbf{Z}_b^{-1} \mathbf{BZ}_k \mathbf{Ni}_F. \quad (24)$$

Az élek (csomópontpárok) feszültségvektora (20)- és (23)-ből

$$-\mathbf{u}_k = \mathbf{Z}_k (\mathbf{B}^* \mathbf{Z}_b^{-1} \mathbf{BZ}_k - \mathbf{I}) \mathbf{Ni}_F. \quad (25)$$

A (25)-ből a komponens kooperációs pontok  $\mathbf{u}_K$  feszültségvektora (14) szerint kifejezhető, de az összefüggés tartalmazza  $\mathbf{u}_r$  komponens referenciafeszültség-vektort, amelynek elemei a rendszer referenciafeszültségéből és egyes élek feszültségeiből kiadódnak. A komponens referenciafeszültség a rendszer referenciapontjából kiinduló valamely élúthoz tartozó élek feszültségeinek összege. A komponens referenciafeszültségek  $\mathbf{R}$  mátrix segítségével (ld. a Függelék 4. pontját) határozhatók meg:

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{Ru}_k.$$

Ennek alapján (14)- és (25)-ből a komponens kooperációs pontok feszültsége:

$$-\mathbf{u}_K = (\mathbf{N}^* + \mathbf{R}) \mathbf{Z}_k (\mathbf{B}^* \mathbf{Z}_b^{-1} \mathbf{BZ}_k - \mathbf{I}) \mathbf{Ni}_F - \mathbf{u}_R \mathbf{e}_K. \quad (26)$$

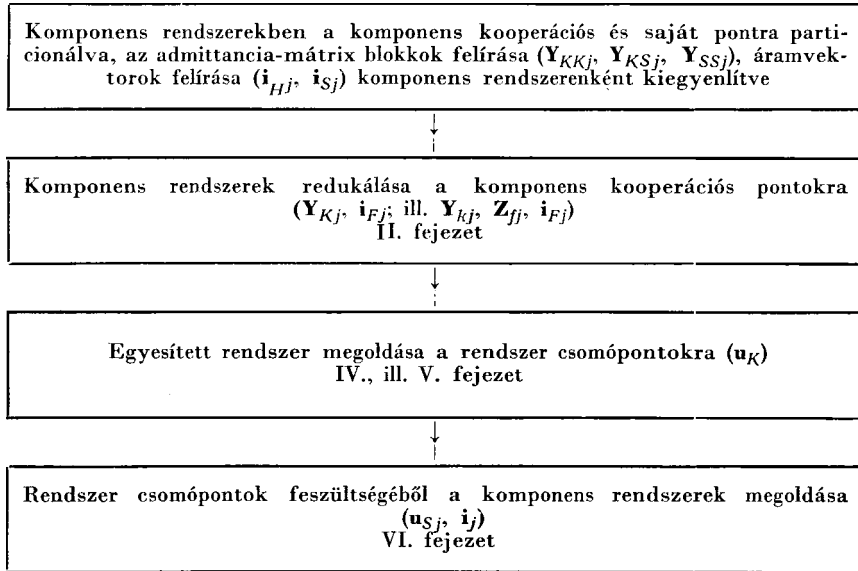
A hurok-módszer alkalmazását az 1. ábrán feltüntetett, de az 5. vagy 7. ábra szerint redukált hálózatra a Függelék 4. pontja tárgyalja.

## VI. A komponens-rendszerek megoldása

Az egyesített energiarendszernek a kooperációs pontokra redukált hálózatát a IV. fejezet szerint csomóponti összefüggésekkel, az V. fejezet szerint hurokösszefüggésekkel lehet megoldani. A komponens rendszerekben

legegyszerűbben az árameloszlás a csomópontok feszültségeiből állapítható meg. Ezért a komponens kooperációs pontokon kívül a komponens rendszerek saját csomópontjainak feszültségét is meg kell határozni, amely a (2) összefüggés alapján lehetséges.

A csomóponti egyenlettel a (12) összefüggés alapján, a hurokegyenlettel az (26) összefüggés alapján az  $u_K$  komponens kooperációs-ponti feszült-



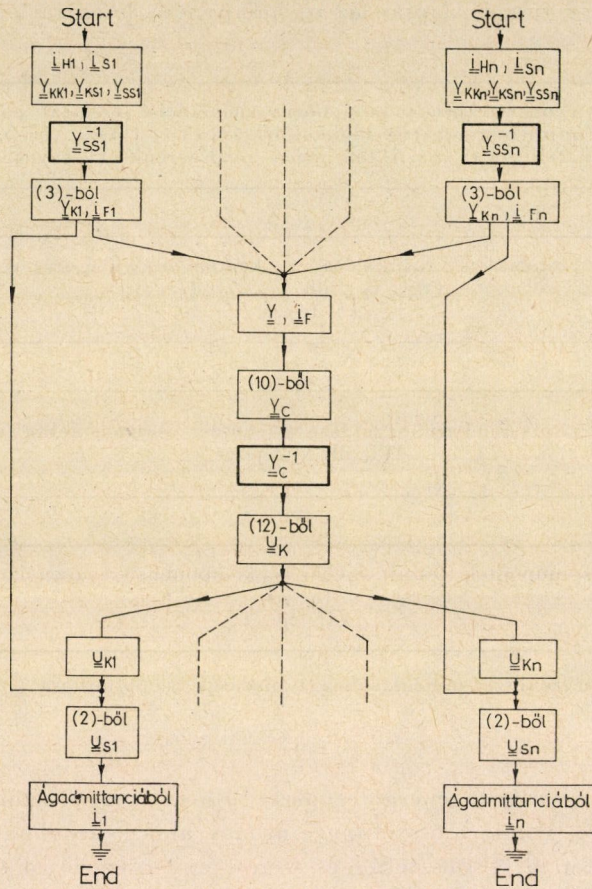
12. ábra. Egyesített rendszer megoldásához a feladatok csoportosítása

ségvektor, az egyesített energiarendszer  $u_R$  referenciafeszültségét felvéve meghatározható. Mindkét összefüggés azonos alakú, azonban a (26) hurok-összefüggés esetén a (19) összefüggés szerint egy inverzióval több szükséges. Megjegyzendő azonban, hogy komponens kooperációs pontok száma kevés, ezért ennek az inverzióknak időigénye nem jelentős, továbbá a hurokimpedancia-mátrix rendszáma általában kisebb, mint a csomóponti admittancia mátrixé.

### VII. Eredmények

A vizsgálat fokozatait a 12. ábra szemlélteti. Az egyesített rendszer megoldására a csomóponti, vagy a hurok-összefüggés használható. A csomóponti összefüggés esetén csomópontpárookra bontást nem érdemes használni, a komponens rendszerekben referenciapontot nem szükséges kijelölni, a

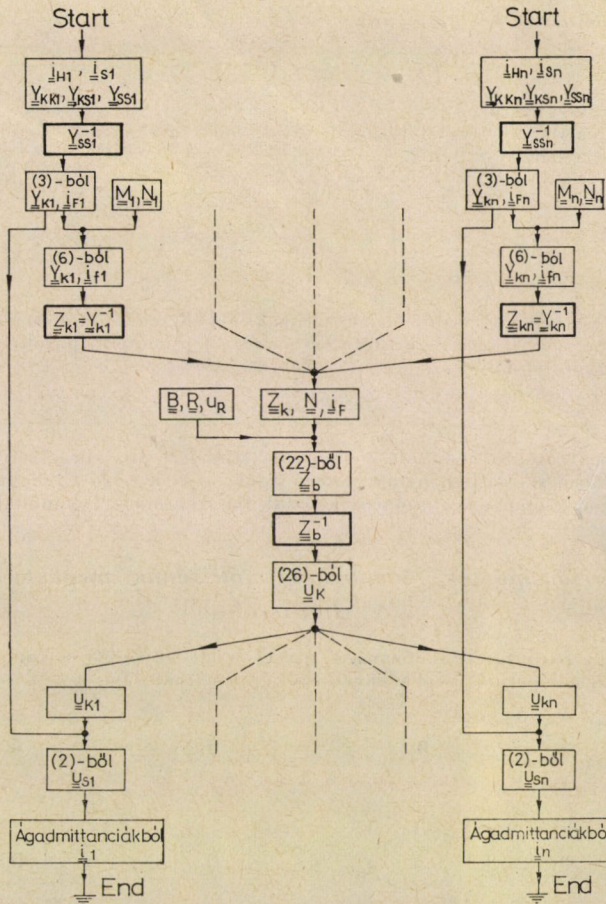
számítás blokkvázlatát a 13. ábra tünteti fel. A hurokmódszer csak a redukált komponens hálózatok csomópontpárainak segítségével oldható meg, amelyek közül az egyik pont lehet a komponens rendszerek referenciapontja, a számítás menetét a 14. ábra mutatja be. Mindkét blokkvázlaton az invertálást



13. ábra. Csomóponti módszer blokk-vázlata az egyesített rendszer megoldására

vastag vonallal bekeretezett címkék jelzik. Mindkét módszer azonos kezdeti állapotról (hálózati adatokból) indul ki és azonos végállapotba kerül.

Bármely komponens rendszerben a vezeték kikapcsolása megváltoztatja  $\underline{Y}_{Kj}$ , ill.  $\underline{Z}_{kj}$  mátrixokat és az  $\underline{i}_{Fj}$ , ill.  $\underline{i}_{jj}$  vektorokat, a terhelés változtatása csak  $\underline{i}_{Fj}$ , ill.  $\underline{i}_{jj}$  vektorokra hat ki. Vezetékkikapcsolás és terhelés megváltoztatás hatása rendszerenként egy mátrix és vektor-sorozat megadásával értékelhető az egyesített energiarendszerben. Az eljárás mind tervezési feladatokhoz, mind a rendszer irányítására jól felhasználható.



14. ábra. Hurokmódszer blokk-vázlata az egyesített rendszer megoldására

## FÜGGELÉK

### F.1. Hálózatban csomópontpárok kijelölése

A 3a. ábrán látható komponens hálózat négykomponens kooperációs pontot tartalmaz. A pozitív előjelű kooperációs áramokat  $i_{K1}$ ,  $i_{K2}$ ,  $i_{K3}$ ,  $i_{K4}$  képezi. A komponens rendszer kiegyenlítve  $i_{K1} + i_{K2} + i_{K3} + i_{K4} = 0$ , az áramegyenletet valamelyik szomszédos komponens rendszerhez kell a valamelyik kooperációs pontban csatolni. A csomópontpár áramokat az ábrán eredményvonalak jelölik és azok  $i_{k1}$ ,  $i_{k2}$ ,  $i_{k3}$ . Nyilvánvaló, hogy

$$\begin{bmatrix} i_{K1} \\ i_{K2} \\ i_{K3} \\ i_{K4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{k1} \\ i_{k2} \\ i_{k3} \end{bmatrix},$$

tehát

$$i_K = M i_k.$$



A (9) összefüggés alapján a rendszeresomópontok admittancia-hipermátrixa:

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccccc} Y_{11}+Y_{44} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{45} & Y_{46} & 0 \\ Y_{21} & Y_{22}+Y_{77} & Y_{23}+Y_{78} & Y_{79} & 0 & Y_{7,10} \\ Y_{31} & Y_{32}+Y_{87} & Y_{33}+Y_{88} & Y_{89} & 0 & Y_{8,10} \\ Y_{54} & Y_{97} & Y_{98} & Y_{55}+Y_{99} & Y_{56} & Y_{9,10} \\ Y_{35} & 0 & 0 & Y_{65} & Y_{66}+Y_{11,11} & Y_{11,12} \\ 0 & Y_{10,7} & Y_{10,8} & Y_{10,9} & Y_{12,11} & Y_{10,10}+Y_{12,10} \end{array} \right] \end{matrix}$$

A komponens rendszerekben a kooperációs pontok közötti kölcsönhatás érvényesülése jól mutatkozik a fenti kifejezés rendszeresomóponti kapcsolataiban. Ez közvetlen leírást is lehetővé tesz.

Az egyesített rendszer  $R$  referenciapontja legyen a 6. rendszeresomópont. Ennek megfelelően  $A$ -ból a 6. sor törlésével nyerjük  $A_K$ -t,  $Y$ -ból a 6. sor és oszlop törlésével  $Y_c$ -t.

### F.3. Rendszeresomópontok admittancia-mátrixának meghatározása csomópontpárokkal

Az 1. ábrán feltüntetett hálózat a 7. ábra szerint leképezve, úgy, hogy a csomópont-párok egyik pontja a komponens referenciapontok egyikével közös. Komponens referenciapontok: 2, 6, 10, 12. Az élek (csomópontpárok) admittancia hipermátrixa ebben az esetben  $Y_K$ -ből blokkonként a referenciapontoknak megfelelő sor és oszlop elhagyásával keletkezik, az élek számozásával így írható fel:

$$Y_K = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} Y_k = 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccccccc} Y_{11} & Y_{12} & & & & & & \\ Y_{21} & Y_{22} & & 0 & & & & 0 \\ & & Y_{33} & Y_{34} & & & 0 & \\ & 0 & Y_{43} & Y_{44} & & & & 0 \\ & & & & Y_{55} & Y_{56} & Y_{57} & \\ & 0 & & 0 & Y_{65} & Y_{66} & Y_{67} & 0 \\ & & & & Y_{75} & Y_{76} & Y_{77} & \\ & 0 & & 0 & & & & 0 & Y_{88} \end{array} \right] \end{matrix}$$

A kooperációs pontok incidencia-mátrixa ebben az esetben a komponens referenciapontokban  $-1$  elemeket is tartalmaz. Az egyesített rendszer  $R$  referenciapontja ismét a 6. rendszeresomópont.

Az élek csomóponti incidencia-mátrixa:

$$A_K = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} & \begin{matrix} \text{él} \\ \text{Rend-} \\ \text{szer-} \\ \text{csomó-} \\ \text{pont} \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \left[ \begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Az incidencia-mátrixszal végzett transzformáció után a rendszer csomóponti admitancia-mátrixa:

$$Y_c = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \left[ \begin{array}{c|c|c} 1 & 2 & 3 \\ \hline Y_{11} + Y_{33} & -Y_{11} - Y_{12} & Y_{12} \\ -Y_{11} - Y_{12} & Y_{11} + Y_{22} + Y_{55} + 2Y_{12} & -Y_{12} - Y_{22} + Y_{56} \\ Y_{12} & -Y_{12} - Y_{22} + Y_{56} & Y_{22} + Y_{66} \\ Y_{34} & Y_{57} & Y_{67} \\ -Y_{33} - Y_{34} & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{c} 4 \\ 5 \end{array} \left[ \begin{array}{c|c} 4 & 5 \\ \hline Y_{34} & -Y_{33} - Y_{34} \\ Y_{57} & 0 \\ Y_{67} & 0 \\ Y_{44} + Y_{77} & -Y_{43} - Y_{44} + Y_{88} \\ -Y_{43} + Y_{44} + Y_{88} & Y_{33} + Y_{44} + Y_{88} + 2Y_{34} \end{array} \right]$$

figyelembe véve, hogy  $Y_{ij} = Y_{ji}$ .

#### F.4. Egyesített rendszer hurokösszefüggéseinek meghatározása

a) Az 1. ábrán feltüntetett együttműködő rendszer az 5. ábra szerinti redukált hálózatból hurok módszerrel a következőképpen oldható meg. Először megállapítandó a csomópontpárok (élek) admittancia mátrixa. Legyenek a komponens referenciapontok: 3, 6, 10, 12 komponens kooperációs pontok. Az 5. ábra alapján:

$$M = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{array} \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \text{él} \\ \hline 1 & 1 & 0 & & & & & & \\ 2 & -1 & -1 & 0 & & & 0 & & 0 \\ 3 & 0 & 1 & & & & & & \\ \hline 4 & & & -1 & 0 & & & & \\ 5 & 0 & & 1 & 1 & 0 & & 0 & \\ 6 & & & 0 & -1 & & & & \\ \hline 7 & & & & & -1 & 1 & 0 & \\ 8 & & & & & 1 & 0 & 0 & \\ 9 & 0 & & 0 & & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 10 & & & & & 0 & 0 & 1 & \\ \hline 11 & 0 & & 0 & & & & & 1 \\ 12 & & & & & & & & -1 \end{array} \right]$$



		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	komponens kooperációs pont
N = 1 2 3 4 Él 5 6 7 8	1	1	0	0										
	2	0	0	1		0			0				0	
	3													
	4		0		-1	0	0		0				0	
	5				1	1	0							
	6		0						0	1	0	0		
	7								1	1	0	0		0
	8		0						-1	-1	-1	0		
									0				1	0

Az éladmittancia-mátrix a F.2 szerint meghatározott  $Y_K$ -ból:

$$Y_K = N Y_K N^*$$

Az éladmittancia-mátrix:

$$Z_K = Y_K^{-1}$$

amely az elemeiből így írható fel:

		1	2	3	4	5	6	7	8
$Z_K =$	1	$Z_{11}$	$Z_{12}$						
	2	$Z_{21}$	$Z_{22}$		0		0		0
	3			0	$Z_{33}$	$Z_{34}$		0	
	4				$Z_{43}$	$Z_{44}$		0	
	5						$Z_{55}$	$Z_{56}$	$Z_{57}$
	6		0			0	$Z_{65}$	$Z_{66}$	$Z_{67}$
	7						$Z_{75}$	$Z_{76}$	$Z_{77}$
	8		0		0			0	$Z_{88}$

Az 5. ábra szerint legyen a három független hurok a következő:

- 1. hurok: 1 - 3 - 6 él,
- 2. hurok: 2 - 5 él,
- 3. hurok: 4 - 7 - 8 él.

Az egyes hurkok csak a kooperációs és rendszerpontokon keresztül érintkeznek, közös élük nincs. Az 1. és 2. hurok közös része: 2, 7 komponens kooperációs pont, 2. rendszer-csomópont. Az 1. és 3. hurok közös része 5, 9 komponens kooperációs pont, 4. rendszer csomópont. A 2. és 3. huroknak közvetlen közös része nincs. Mivel az élek az egyes komponens-rendszerben egymással kölcsönös hatásban vannak annak ellenére, hogy 2. és 3. huroknak nincs közös csomópontja és éle, csak a 3. komponens-rendszer élein keresztül egymásra hatnak és ezért a következőkben bemutatott hurokimpedancia-mátrixban 2. és 3. hurok közötti kölcsönös impedancia nem zérus. Az 1 és 2, valamint az 1 és 3 hurok közötti összefüggés is az élek közötti kölcsönhatással magyarázható.

A hurok-incidencia mátrix a következő:

		1	2	3	4	5	6	7	8	Él
Hurok	1	1	0	1	0	0	1	0	0	
	2	0	1	0	0	1	0	0	0	
	3	0	0	0	1	0	0	1	1	



A transzformáció után a hurokimpedancia-mátrix:

$$Z_b = \begin{bmatrix} Z_{b11} & Z_{b12} & Z_{b13} \\ Z_{b12} & Z_{b22} & Z_{b23} \\ Z_{b13} & Z_{b23} & Z_{b33} \end{bmatrix},$$

ahol  $Z_{b11} = Z_{11} + Z_{33} + Z_{44} + Z_{55} + Z_{77} - 2Z_{34} - 2Z_{57}$ ,  
 $Z_{b12} = Z_{55} + Z_{12} - Z_{56} - Z_{57} + Z_{67}$ ,  
 $Z_{b13} = Z_{44} + Z_{77} - Z_{34} - Z_{57}$ ,  
 $Z_{b22} = Z_{22} + Z_{55} + Z_{66} - 2Z_{56}$ ,  
 $Z_{b23} = -Z_{57} + Z_{67}$ ,  
 $Z_{b33} = Z_{44} + Z_{77} + Z_{88}$ .

A referenciapontot képező R mátrix ebben az esetben

		1	2	3	4	5	6	7	8	él
R =	1					1	0	0		
	2	0		0		1	0	0	0	
	3					1	0	0		
	4								1	
Kompenzációs kooperációs pont	5	0		0			0		1	
	6								1	
	7									
	8	0		0			0		0	
	9									
	10									
	11	0		0			0		0	
	12									

IRODALOM

1. KRON, G.: Diakoptics — The Piecewise Solution of Large-Scale Systems. MacDonald' London, 1963.
2. HAPP, H. H.; Diakoptics and Piecewise Methods. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* (1970), 1373.

**Investigation of Interconnected Energy Systems.** It is suitable to divide cooperating systems into component systems in such a way that they touch each other in the cooperation points. The component systems form independent boxes and their terminals are the component cooperation points, which are connected to the vertices of the system by impedance-free lines. The interconnected system can be examined by the node or by the mesh method. With the node method it is not necessary to designate component reference points. In the component boxes the mesh method can be treated lucidly by introducing edges corresponding to independent vertex pairs. It is advisable to use as far as possible simple meshes, which do not contain common edges. This is possible with developable system connections. The interaction between the edges determines the connection between meshes. The application of the method is illustrated by the examples presented in the Appendix.

**Untersuchung von vereinigten Energiesystemen.** Es ist zweckmäßig, ausgedehnte Verbundsysteme derart in Teilsysteme zu zerlegen, daß dieselben sich in den Kooperationspunkten berühren. Die Teilsysteme bilden selbständige Boxen und ihre Klemmen sind die Kooperationspunkte der Komponente, welchen mit den Knotenpunkten des Systems durch impedanzlose Leitungen verbunden sind. Das vereinigte System kann mit der Knoten- oder der Schleifenmethode untersucht werden. Bei der Knotenmethode ist es nicht nötig Komponentenreferenzpunkte zu bezeichnen. In den Komponentenboxen kann durch Einführung von den Knotenpunktpaaren entsprechenden Kanten die Schleifenmethoden übersichtlich verwendet werden. Es ist zweckmäßig möglichst einfache Schleife zu verwenden, welche keine gemeinsamen Kanten enthalten. Dies kann bei einem in eine Ebene abwickelbaren Systemzusammenhang verwirklicht werden. Die Wechselwirkung zwischen den Kanten bestimmt den Zusammenhang zwischen den Schleifen. Die Anwendung der Methode illustrieren die im Anhang mitgeteilten Beispiele.

# A KÖZEPES HŐMÉRSÉKLETEKEN IGÉNYBEVETT FÉMES SZERKEZETI ANYAGOK MECHANIKAI TULAJDONSÁGAINAK VÁRHATÓ FEJLŐDÉSE\*

PROHÁSZKA JÁNOS\*\*  
AZ MTA LEVELEZŐ TAGJA

[Beérkezett: 1971. február 1-én]

A dolgozat áttekintést ad a fémek szerkezeti anyagok folyási határának az elkövetkező időszakban várható fejlődéséről. A tárgyalás alapját azok a megfontolások adják, amelyeket a folyási határ növekedésével kapcsolatban a diszlokációs elméletben kidolgoztak. A szilárdságnövelési mechanizmusok folyáshatárnövelési lehetőségeinek az összehasonlításával lehetővé válik annak tisztázása, hogy mely mechanizmusok akadályozzák a diszlokációk mozgását a leghatásosabban és ennek révén a legnagyobb mértékben növelik a folyási határt. A dolgozat végkövetkeztetése az, hogy közepes hőmérsékleteken, ahol a szakítóvizsgálat során a képlékeny alakváltozás hatása nem csökken termikus gerjesztés révén, az acéloknál a marantizációs átalakulás, az egyéb fémeknél pedig a kiválásos keményedéstől várható a legnagyobb szilárdságnövekedés.

## I. A probléma időszerűsége és népgazdasági jelentősége

A világ valamennyi államában, így hazánkban is állandóan nő a felhasznált fémek és ötvözetek mennyisége. Az előállított mennyiségnek túlnyomó többségét a szerkezeti anyagok teszik ki, amelyeket mechanikai terhelhetőségük alapján minősítenek. A cikk a következőkben kísérletet tesz arra, hogy a szerkezeti anyagok mechanikai tulajdonságainak belátható fejlődéséről áttekintést adjon. Valamennyi tulajdonságnak a tárgyalása azonban egyetlen dolgozat keretében megvalósíthatatlan feladat és ezért elsősorban a fémek és ötvözetek olyan mechanikai tulajdonságait tekintjük át, amelyek szakítóvizsgálattal meghatározhatók és a vizsgálat során bekövetkező képlékeny alakítás okozta szerkezetváltozás termikus gerjesztés révén nem csökken. Így pl. nem tárgyaljuk az ún. időtartam (rupture stress) vizsgálat, vagy a kifáradási vizsgálatok mechanikai jellemzőinek várható alakulását.

A tárgyalásra kerülő mechanikai tulajdonságok kiemelését indokolja az a tény, hogy az évenként Magyarországon gyártott, mintegy 3 millió tonna fémnek és ötvözetnek a túlnyomó mennyiségét ezeknek a tulajdonságoknak az alapján minősítik, ill. használják fel. Elenyészően kevés az előállított mennyiségnek az a hányada, amit más tulajdonságok (villamos, mágneses, hőállóság, tartósfolyási határ stb.) szerint ítélnék meg.

\* Akadémiai székfoglaló előadás, amely „Fémek mechanikai tulajdonságainak várható fejlődése” címmel elhangzott 1970. november 11-én.

\*\* Prof. PROHÁSZKA JÁNOS Budapesti Műszaki Egyetem, Anyagtechnológiai Tanszék; Budapest XI., Műegyetem rakpart 3-9.

Mivel az esetek többségében — adott terhelés mellett — a *szobahőfokon mért folyási határ* szabja meg a fémekből készített berendezések méreteit és súlyát, nyilvánvaló, hogy gyártásuknál (első közelítésben) annyival kevesebb anyagot kell felhasználni, ill. annyival csökkenthető súlyuk, amennyivel nagyobb a felhasznált anyagok folyási határa. Ez pedig azt jelenti, hogy ha csak 10%-kal sikerül a folyási határt megnövelni, úgy 10%-kal kevesebb anyagot kell előállítani, vagy más fogalmazásban 10%-kal növelhetjük a hazai gyártó kapacitást beruházás nélkül, és ehhez járul még a berendezések könnyebb súlyával, kisebb méretével jelentkező kedvezőbb piaci helyzet. Ennek a lehetőségnek óriási gazdasági jelentősége van, mert csak a vasalapú ötvözeteink évi termelési értéke 25 milliárd Ft és ennek 10%-a évenként 2,5 milliárd Ft.

A *szakító szilárdság* és a *képlékenységi tulajdonságok* a szerkesztők számára alig nyújtanak tájékoztatást, a képlékeny alakítással foglalkozó technológusok számára viszont nélkülözhetetlenek. Mivel a képlékeny alakítási technológia egyre nagyobb teret hódít a fémek megmunkálásában, az utóbbi időben egyre inkább előtérbe kerül a képlékenységi mutatók javításának a kérdése is. Így ezek is röviden áttekintésre kerülnek.

Az elmondott néhány tény adja meg a fémek mechanikai tulajdonságainak várható fejlődésével kapcsolatban, annak népgazdasági jelentőségét, de a probléma időszerűségét is.

## II. Technológiai műveletek a mechanikai tulajdonságok javítására

A *mechanikai tulajdonságok* fejlődésének várható alakulása, mint minden egyéb hasonló mennyiség, általában háromféle úton becsülhető meg

extrapolációval az elmúlt időszak eredményeiből,  
a szakterület tudósainak véleménye szerint, és  
az új kutatási eredmények törvényszerűségei alapján.

A műszaki életben az extrapoláció rendszerint alábecsüli a fejlődést különösen az utóbbi években, mert a természettudományos eredmények a fejlődést — a korábbihoz képest — nagyobb mértékben gyorsítják. A következőkben — ahol ez rendelkezésre állt — felhasználtuk tudósaink véleményét, de figyelembe vettük a korszerű elméletben kidolgozott, ill. javasolt összefüggéseket is a várható maximum meghatározására. Ezen túlmenően nemcsak a számszerű eredmény közlése volt a cél, hanem az is, hogy felhívjuk a figyelmet arra, hogy a szóbanforgó tulajdonság-javítás milyen módszerekkel valósítható meg, azt a korszerű elmélet milyen modell segítségével értelmezi, és az adott modell révén milyen a legnagyobb várható fejlődés. Így ugyanis kézbentARTHATÓ és mérlegelhető az a néhány technológiai folyamat, amely a jobb minőségű, nagyobb szilárdságú ötvözetek előállításához vezet.

A fémalapú szerkezeti anyagok mechanikai tulajdonságainak a javítása, jelenlegi ismereteink szerint a következő *technológiai műveletekkel* valósítható meg:

ötvözés,  
képlékeny alakítás,  
hőkezelés, és  
besugárzás nagyenergiájú részecskékkel.

Az utolsó lehetőséget kivéve — amely ma még csak laboratóriumi módszer — a megadott eljárásokat hosszú idő óta használják a fémek és ötvözetek mechanikai tulajdonságainak javítására. A gyorsabb fejlődés, az eredményesebb kutatás azonban megköveteli, hogy a felsorolt technológiai műveletek mögött megismerjük azokat az okokat, amelyek a tulajdonság-változásokat létrehozzák.

A technológiai műveletek az anyagok szerkezetét változtatják meg és ez a szerkezetváltozás tükröződik a tulajdonságváltozásokban. Régi törekvés ezért az, hogy a szerkezet sajátosságainak ismeretében valamilyen modell alapján számítással határozzuk meg a tulajdonságokat jellemző paramétereiket. Így pl. GRIFFITH [1] (1920) összefüggést vezetett le az ún. elméleti törőszilárdságra a  $\sigma_{ci}$ -re, azzal a feltételezéssel, hogy a ridegen törő anyagokban  $c$  méretű repedések vannak. Ezek szerint

$$\sigma_{ci} = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi c}}, \quad (1)$$

ahol  $\gamma$  a szóbanforgó anyag felületi energiája,  $E$  pedig a rugalmassági modulusa. A ridegen, képlékeny alakváltozás nélkül, törő anyagok minőségét tulajdonképpen a  $\sigma_c$  értéke, az ún. törőszilárdság alapján minősítik és így ugyanolyan fontos paraméter, mint a szívós anyagok folyási határa.

FRENKEL [2] (1926) az elméleti folyási határt, számításai alapján a kristályszerkezet állandóinak a segítségével az alábbiak szerint adta meg:

$$\sigma_{fi} = \frac{a}{b} \cdot \frac{G}{\pi}. \quad (2)$$

Itt  $\sigma_{fi}$  az elméleti folyáshatár,  $G$  a csúsztató rugalmassági modulus,  $a$  a legközelebbi szomszédok távolsága a csúszósíkban,  $b$  pedig a csúszósíkok távolsága.

Mind GRIFFITH, mind FRENKEL eredménye nagy vitát keltett, mert az akkor ismert anyagok kísérleti úton mért törőszilárdsága és folyási határa  $2 \div 3$  nagyságrenddel kisebb volt, mint az elméleti úton számított érték. A szak-

emberek jelentős része az elméleti számítás alapjául szolgáló *modell*t okolta a számított és mért értékek közötti nagy eltérésért annak ellenére, hogy OROWÁN [3], POLÁNYI [4] és TAYLOR [5], mindhárman 1934-ben a kristályok egy különleges hibájának az ún. *diszlokációknak* tulajdonították a feltűnően nagy különbséget.

Rengeteg kísérlet irányult arra, hogy a FRENKEL modellt javították, módosították, de még egy teljes nagyságrenddel sem sikerült az ún. elméleti folyási határt a (2) képletben megadotthoz képest csökkenteni. Ezt a helyzetet gyökeresen megváltoztatta az, hogy az 50-es években egész sor olyan kristályt állított elő GYULAI [6] (1954), BRENNER [7] (1958) és GILMAN [8] (1959), amelyek folyási határa nagyon jól megközelítette az elméleti értéket. Azóta számtalan anyagból előállítottak ilyen ideális szilárdságú kristályokat. Sajnos, ezek mérete alig éri el az 5 mikron vastagságot és ezért gyakorlati felhasználásra jelenleg alkalmatlanok.

A fémek mechanikai tulajdonságai és technológiája problémájában azonban felbecsülhetetlen jelentőségű a *tűkristályok* (*whiskers*) felfedezése, mert egyértelműen bizonyította, hogy a Frenkel modell és a belőle számolt elméleti folyáshatár reális érték, közvetve pedig azt is, hogy a kísérleti úton mért folyási határ valóban a diszlokációk jelenlétének a következménye. Ugyanis ezeknek a nagyon kisméretű sörte- vagy tűkristályoknak a folyási határa azért éri el az elméleti értéket, mert méretük olyan kicsiny, hogy általában nem teszi lehetővé bennük a diszlokációk kialakulását.

Végeredményben tehát hebizonyosodott, hogy

*a)* a tökéletes vagy közel tökéletes kristályok  $\sigma_{fi}$  folyási határa az elméleti értékkel azonos nagyságrendű közel  $0,06 G \sim 0,3 G$ ; és hogy  
*b)* a közönséges fémek és ötvözetek több nagyságrenddel kisebb folyási határa annak következménye, hogy ezek nagyszámú diszlokációt tartalmaznak, amelyek irreverzibilis mozgása a mért folyási határnak megfelelő feszültségnél megkezdődik. A diszlokációk irreverzibilis mozgása pedig képlékeny alakváltozással jár.

E két megállapításból azonban az is kiderül az első pillantásra, hogy a folyási határ növelése elvileg szintén kétféle módon érhető el:

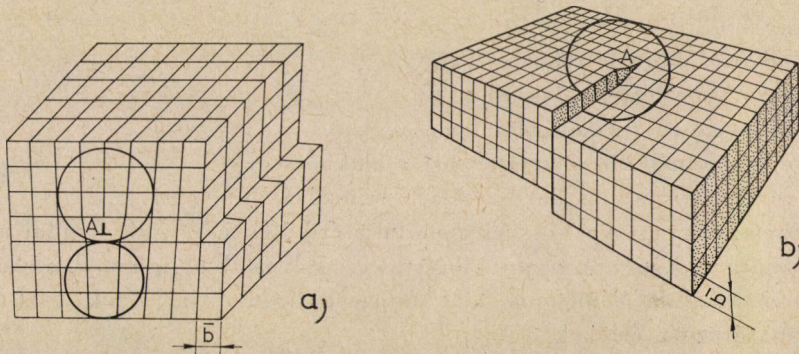
*a)* ideális szerkezetű, diszlokációmentes kristályok előállításával; vagy  
*b)* a reális szerkezetű kristályokban a diszlokációk mozgásának a megakadályozásával.

Normális méretű, néhány cm vastag, diszlokációmentes fémeket eddig nem sikerült előállítani annak ellenére, hogy az ilyen irányú kutatások száma nagy. Sokkal kézzelfoghatóbb eredményeket szolgáltat a diszlokációk mozgásának a korlátozása. Minden szilárdságnövelésre irányuló kutatás a múltban önkéntelenül, jelenleg pedig tudatosan a diszlokációk mozgásának a megindulását korlátozza. Minél nagyobb feszültségnél indulnak mozgásnak a diszlokációk, annál nagyobb a mért folyási határ.



### III. A technológiai folyamatok hatásmechanizmusa

A következőkben részletesen áttekintjük, hogy a már említett technológiai folyamatok milyen mechanizmusok révén gátolják a diszlokációk mozgását és növelik a folyási határt. Előbb azonban az 1. ábrán bemutatjuk a diszlokációk két legegyszerűbb és legáltalánosabb típusát azoknak a részleteknek a kihangsúlyozására, melyek a szilárdságnövelésnél a legfontosabbak.



1. ábra.

Az 1a. ábra egy ún. *éldiszlokációt* mutat, mely az  $A$  pontban a kristály homlok-felületére merőlegesen helyezkedik el a kristályban. Ha egy ilyen diszlokáció végighaladt a kristályban a  $\perp$  jellel megadott csúszósíkon, akkor a kristály felső része az alsóhoz képest  $\bar{b}$  értékkel irreverzibilisen elmozdult, a kristály alakja képlékenyen megváltozott. Az 1b. ábra egy ún. *csavardiszlokációt* szemléltet, amely a kristály felső felületére merőlegesen foglal helyet a kristályban és az  $A$  pontból indul ki. A kristály homlokfelületén látható az a maradé alakváltozás, melynek nagysága  $\bar{b}$  és amit a csavardiszlokáció a beárnyékolt (az  $A$  ponton átmenő) felületen végighaladva létrehozott.

Mindkét diszlokáció közvetlen környezetében körökkel jelöltük meg azokat a tartományokat, ahol a kristályok rugalmas torzulása rendkívül nagy. Ezek a rugalmas tartományok játsszák a mechanikai tulajdonságok megszabásában a legfontosabb szerepet. Az éldiszlokációnál a csúszósík alatt és felett erősen összenyomott, ill. szétfeszített tartomány van annak következtében, hogy ez a diszlokáció egy olyan extra kristálytani síknak az éle, melynek a csúszósík alatt nincs folytatása. A csavardiszlokáció körül pedig nagy mértékű csúsztató feszültség alakul ki, amely a középponttól mért  $r$  távolságnak a függvényében csökken.

A gondosan kilágyított fémkristályok négyzetcentiméterenként  $10^6 - 10^7$  diszlokációt tartalmaznak, melyek finom hálózatként átszövik az egész kris-

tályt. A diszlokációkat körülölelő rugalmasan torzult tartományok kölcsönösen hatnak egymásra, de minden egyéb ok miatt a kristályban kialakult feszültségmezőre is. Ezeknek a feszültségmezőknek a kölcsönhatása akadályozza a diszlokációk mozgását. Így tulajdonképpen a folyási határ növelése olyan feszültségmezőknek a létrehozását jelenti, amelyek a diszlokációk mozgását akadályozzák.

A diszlokációk mozgását akadályozó *feszültségmezők kialakítása*, ill. a *folyási határ növelése* a következőképpen érhető el:

- a) képlékeny alakváltozással,
- b) krisztallithatórok létrehozásával,
- c) szilárd oldat létrehozásával,
- d) kiválások létrehozásával,
- e) diszperz részecskék létrehozásával,
- f) diffúzió nélküli (martenzites) átalakulással,
- g) rendezett rácsú szilárd oldat létrehozásával.

A számszerű értékek összehasonlítása érdekében meg kell adni azt a  $\sigma_e$  folyási határt is, amely a jól kilagyított egykristályokban a diszlokációk mozgását és ezzel a képlékeny alakváltozást megindítja. Ezek a kísérleti úton meghatározott értékek a

$$10^{-5} G \div 10^{-3} G$$

tartományba esnek, amint azt néhány fémkristályon mért érték az I. táblázatban mutatja. Az egykristályok folyási határával kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy az a tisztaságnak és az előállítási technológiának is függvénye.

I. táblázat

Anyag	Kristályszerkezet*	Csúszási		Rugalmassági modulus [kp/mm <sup>2</sup> ]	Folyási határ [kp/mm <sup>2</sup> ]
		sík	irány		
Ag	F. k. k.	111	10 $\bar{1}$	3000	0,06
Au	F. k. k.	111	10 $\bar{1}$	2780	0,09
Cu	F. k. k.	111	10 $\bar{1}$	4800	0,10
Ni	F. k. k.	111	10 $\bar{1}$	7450	0,58
Fe	T. k. k.	110	1 $\bar{1}$ 1	8300	2,8
Mo	T. k. k.	110	1 $\bar{1}$ 1	12800	5,0
Cd	Hex.	0001	11 $\bar{2}$ 0	1730	0,058
Mg	Hex.	0001	11 $\bar{2}$ 0	1700	0,083
Zn	Hex.	0001	11 $\bar{2}$ 0	4080	0,094
Sn	Tetr.	100	001	1790	0,189

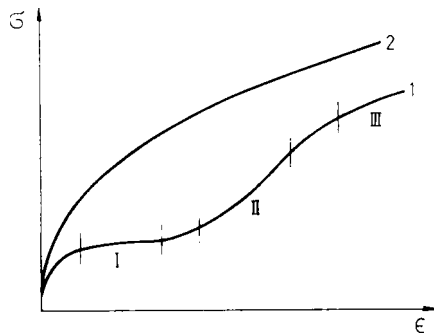
\* F. k. k. felületen középpontos köbös; T. k. k. térben középpontos köbös; Hex. hexagonális; Tetr. tetragonális.

## IV. A folyási határt növelő lehetőségek

Most pedig nézzük meg pontról-pontra a korábban felsorolt folyási határt növelő lehetőségeket.

a) A *képlékeny alakváltozás* tulajdonképpen a diszlokáció-sűrűséget növeli. A nagyobb diszlokáció-sűrűségű kristályban erősebb a diszlokációk közötti kölcsönhatás és ezért mozgatásukhoz nagyobb feszültségre van szükség. TAYLOR [5] volt az első, aki meghatározta a folyási határt a diszlokációk sűrűségének a függvényében és a következő kifejezésre jutott:

$$\sigma_k = \alpha \frac{Gb}{\pi} \sqrt{\rho} = \alpha \frac{Gb}{\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{bL}} \quad (3)$$



2. ábra.

Itt  $\alpha$  egy állandó, mely csavardiszlokációknál éppen az egység, éldiszlokációknál pedig kb. 1,5;  $b$  a diszlokációk Burgers vektorának abszolút értéke, ami nem más, mint a kristályban a legközelebbi atomok távolsága;  $\varepsilon$  az alakváltozás mértéke;  $L$  pedig a diszlokációk szabad úthosszúsága. Az egyenlőség jobb oldala a szakítógörbék jól ismert alakjának felel meg. (Ezzel kapcsolatban fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a  $\rho$  diszlokáció-sűrűség függvényében megadott értékek csak a jól kilagyított kristályoknál nagyobb diszlokáció-sűrűségű anyagokra vonatkoznak. Ha a diszlokáció-sűrűség ennél kisebb, akkor az összefüggés hiperbolikus és a folyáshatár a  $\rho$  csökkenésével nő, ami azonban a műszaki gyakorlatban felhasznált anyagokban nem fordul elő.)

Az egykristályok feszültség-alakváltozási görbéje nem felel meg mindig a (3) egyenlet parabolikus törvényének, amint az a 2. ábrán is látható. Az alsó görbe olyan kristály alakítási feszültségét mutatja be az alakváltozás függvényében, melyben a csúszás egyetlen csúszási rendszeren indul meg. Az ilyen ún. egyszerű csúszásnak megfelelő alakváltozás tartozik az I. szakaszhoz. Az alakváltozás során a kristály orientációja megváltozik. Amikor a

kristály orientációja az alakváltozás közben már annyira megváltozott, hogy a csúszás egyszerre két csúszási rendszeren megy végbe, a feszültség a II. szakasz szerint nő. Végül a III. szakaszra az jellemző, hogy a mozgó diszlokációk saját csúszó síkjukon már alig tudnak lényeges utat megtenni és keresztcsúszással más csúszó síkra kényszerülnek, mert a korábbi képlékeny alakváltozás nagyon sok COTTRELL—LOMER [10, 11] diszlokációt hozott létre. Természetesen mindhárom szakaszban a képlékeny alakváltozás okozta folyáshatár-növekedés más-más törvényszerűséggel megy végbe.

A 2. ábra felső görbéje a polikristallin, a gyakorlati fémek folyási határának a változását mutatja. Látható, hogy ez leginkább a III. szakasznak felel meg. Ennek a szakasznak a leírására SEEGER [9] a következő összefüggést vezette le:

$$\sigma_k = \frac{2}{n} \left( \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2\gamma}{b} \right). \quad (4)$$

Itt  $n$  azoknak a diszlokációknak a száma, amelyek valamilyen akadály miatt feltorlódnak;  $\gamma$  pedig az ún. rétegződési hibának a felületegységre eső energiája.

Ugyanerre a szakaszra más modell alapján KOCKS munkatársaival [12] a következő eredményre jutott:

$$\sigma_k = kGb \sqrt{\rho}. \quad (5)$$

Látható, hogy ez az összefüggés csak a  $k$  állandóban különbözik Taylor kifejezésétől. Ez utóbbi kifejezésben a szerzők a  $k$  értékét  $0,4 \div 1,0$ -re becsülik attól függően, hogy milyen az az akadály, mely a diszlokációk mozgását oly mértékben akadályozza, hogy azok feltorlódnak (pile up). (Ld. pl. a 4. ábrát, amely ugyanazon a szemcsehatáron feltorlódtott diszlokáció-sort mutat. A feltorlódás azonban az akadályok természetétől függetlenül bekövetkezik, csupán számuk különbözik, amit az szab meg, hogy mekkora az a kritikus  $\tau_{kr}$  feszültség, amely a legelső diszlokációt az akadályon keresztülkényszeríti.)

A három összefüggést mérlegelve nyilvánvaló, hogy a (3) és az (5) összefüggés közel azonos. Annak ellenére, hogy a kiindulási modellek lényegesen eltérnek egymástól. Látszólag egészen más jellegű Seeger képlete, amely a diszlokáció-sűrűséget kifejezetten nem is tartalmazza. Közvetve azonban benne rejlik, mert a feltorlódtott diszlokációk  $n$  száma nyilvánvalóan annak a függvénye. Eredményében azonban semmi esetre sem térhet el jelentősen a másik két kifejezéstől, mivel ugyanazt a szakaszt írja le, mint Kocks és munkatársai.

A II. táblázatban a képlékeny alakváltozás, ill. a diszlokációk sűrűségének a hatását néhány fémre számszerűen is megadtam azzal a feltételezéssel, hogy a maximális diszlokáció-sűrűség  $10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , annak ellenére, hogy irodalmi források szerint ez két nagyságrenddel nagyobb is lehet. A maximális

II. táblázat

Sorszám	Anyag	$G$ [kp/mm <sup>2</sup> ]	$b$ [mm]	$b \sqrt{e}$	$G \cdot b \cdot \sqrt{e}$ [kp/mm <sup>2</sup> ]
1	Al	2 700	$2,86 \cdot 10^{-7}$	$2,86 \cdot 10^{-3}$	$7 722 \cdot 10^{-3}$
2	Cu	4 800	$2,56 \cdot 10^{-7}$	$2,56 \cdot 10^{-3}$	$12 288 \cdot 10^{-3}$
3	Cr	7 400	$2,50 \cdot 10^{-7}$	$2,50 \cdot 10^{-3}$	$18 500 \cdot 10^{-3}$
4	Fe	8 300	$2,48 \cdot 10^{-7}$	$2,48 \cdot 10^{-3}$	$20 584 \cdot 10^{-3}$
5	Mo	12 800	$2,72 \cdot 10^{-7}$	$2,72 \cdot 10^{-3}$	$34 816 \cdot 10^{-3}$
6	Ni	7 450	$2,49 \cdot 10^{-7}$	$2,49 \cdot 10^{-3}$	$18 550,5 \cdot 10^{-3}$
7	V	4 660	$2,63 \cdot 10^{-7}$	$2,63 \cdot 10^{-3}$	$12 255,8 \cdot 10^{-3}$
8	W	16 000	$2,74 \cdot 10^{-7}$	$2,74 \cdot 10^{-3}$	$43 840 \cdot 10^{-3}$

értéket kihasználni azonban jelenleg nem tudjuk. A térben középpontos köbös fémekben ugyanis nagyobb diszlokáció-sűrűségnél COTTRELL [13] szerint egy különleges diszlokáció típus alakul ki, amely az egymásra merőleges repedések [14] egész sorát hozza létre és így törékennyé válik az anyag. A felületen középpontos köbös fémekben pedig — amelyek rendszerint alacsonyabb olvadáspontúak — megindul a lágyulás. Végeredményben tehát a képlékeny alakváltozás következtében a folyási határ

$$10^{-3} G \div 10^{-2} G$$

értékre nő.

b) A *krisztallühatárok* folyási határt növelő hatásának a leírására PETCH [15] tapasztalatai alapján jutott a következő összefüggésre:

$$\sigma_h = \sigma_e + \frac{K}{\sqrt{D}}, \quad (6)$$

ahol  $\sigma_e$  az egykristály folyási határa;  $K$  egy az anyagtól függő állandó;  $D$  pedig a krisztallitok átlagos átmérője. Az összefüggés helyességét mutatja néhány anyagra a 3. ábra.

KOEHLER [16] és STROH [17] diszlokációs modell alapján határozták meg a (6) egyenlet  $K$  értékét [18]. Szerintük

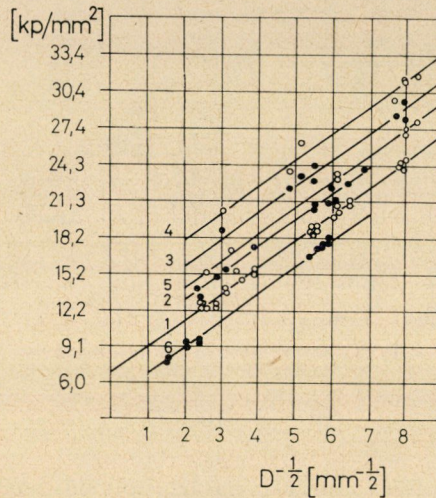
$$K = \sqrt{\frac{8Gb\sigma_m}{\pi(1-\nu)}}. \quad (7)$$

Itt a  $\sigma_m$  a szemcsehatároknál feltorlódó diszlokációk okozta feszültségcsúcsot jelenti (ld. a 4. ábrát). A  $K$  értéke nagymértékben függ attól, hogy milyen távol van a diszlokációk forrása a szemcsehatártól és ezért hatását megbecsülni nehéz. VERŐ [19] mintegy  $20 \text{ kp/mm}^2$  értékre becsüli azt a folyásihatár-növekedést, ami a szemcseméret csökkentésével az  $\alpha$  vasban elérhető akkor, ha a minimális szemcseméretet  $10^{-3} \text{ cm}$  nagyságúnak tételezzük fel.

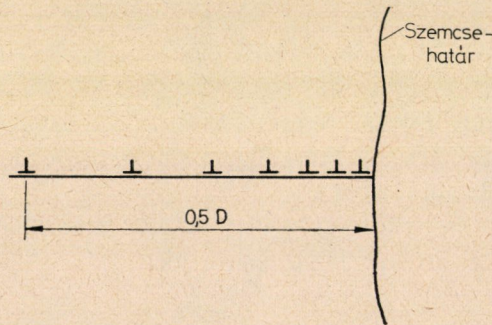
Ez azt jelenti, hogy a szemcsehatárok következtében elérhető folyási határ növekedése közelítőleg

$$\sim 2 \cdot 10^{-3} G.$$

Az újrakristályosodás és az allotróp módosulatváltozás lehetőséget ad arra, hogy a kristallitok méretét  $10^{-3}$  cm-nél jóval kisebbre csökkentsük



3. ábra.



4. ábra.

megfelelő hőkezeléssel. Azonban a folyáshatárnövekedés egy bizonyos kristallitméretnél (ugyanúgy mint a diszlokációk sűrűségénél) megfordul és a nagyon kis kristallitú anyagok folyáshatára csökken. Sajátos szerepet kap ez a tény a szuperképlékenységben.

c) A szilárd oldatot képező *ötvöző elemek* körül szintén erősen eltorzul a kristály. Ez a feszültséggel terhelt tartomány lép kölcsönhatásba a disz-

lokációkkal, amelynek egyik eredménye a folyási határ növekedése. Ennek a feszültségtérnek a milyensége, az oldó és az oldott atomok méretétől, vegyértékétől, a mátrix és az oldott atom rugalmas tulajdonságaitól stb. függ. Az irodalomban az oldott atomok hatásának a leírását a folyási határra többféleképpen adják meg attól függően, hogy milyen modellt szolgál a leírás alapjául. A legelső és leggyakrabban idézett összefüggést MOTT és NABARRO [20] írta le, az atomátmérők különbsége okozta hatások figyelembevételével, amely szerint a folyáshatárnövekedés

$$\sigma_0 = G\varepsilon^2c, \quad (8)$$

vagy

$$\sigma_0 = 2,5 G\varepsilon^{4/3}c. \quad (9)$$

Az összefüggésekben  $\varepsilon$  az oldó és az oldott atomok fajlagos méretkülönbségét jelenti, azaz

$$\varepsilon = \frac{r - r_0}{r_0}, \quad (10)$$

ahol  $r$  az oldott,  $r_0$  az oldó fém atomjainak sugara,  $c$  pedig a szilárd oldat koncentrációja.

A (8) összefüggés érvényes akkor, ha a  $c$  koncentráció nagyobb, mint  $10^{-2}$ , a (9) összefüggés pedig akkor adja meg az eredményt, ha a koncentráció  $10^{-2}$ – $10^{-3}$  közé esik.

Nézzük meg egy olyan ötvözetrendszer folyáshatárát a koncentráció függvényében, amely minden koncentrációnál azonos kristályszerkezetű szilárd oldatot képez. Ebben az esetben olyan görbét kapunk, mint amilyent az 5. ábra szemléltet. Ez világosan mutatja, hogy csak kis koncentrációknál érvényesülhet a (8) és (9) összefüggés, amely a koncentrációtól lineárisan, ill.  $4/3$ -os hatvány szerint függ. Az 5. ábra egyértelműen mutatja, hogy — legalábbis nagyobb koncentrációknál — a folyáshatárt megadó összefüggésben a  $c$  koncentráció kitevőjének 1-nél kisebbnek kell lenni.

FLEISCHER [21] a következő összefüggésre jut:

$$\sigma_0 = AG\varepsilon^{3/2}c^{1/2}, \quad (11)$$

ahol  $A$  az anyagtól függő állandó.

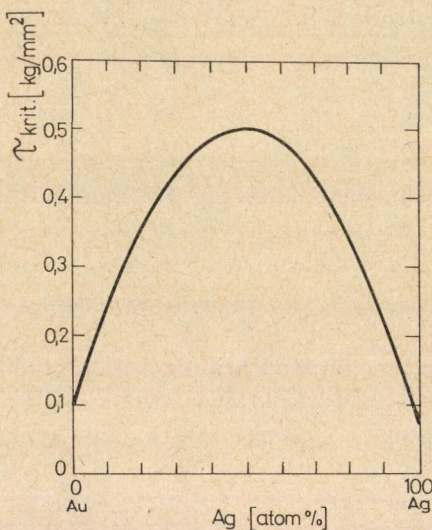
Az oldott atomok folyáshatárt növelő hatásának a becslésénél számításba kell venni azt, hogy az  $\varepsilon$  értéke nem lehet nagyobb, mint 0,15, ha a  $c$  koncentrációt maximálisan ki akarjuk használni. Ugyanis HUME—ROTHERY [22] tapasztalati törvénye szerint a szilárd oldat ennél nagyobb fajlagos atomátmérő különbségnél csak nagyon szűk koncentráció tartományban jöhet létre. Ennek megfelelően, ha  $\varepsilon$ -ra 0,1-et,  $c$ -re pedig 0,5 értéket veszünk,

akkor a szilárd oldat képződéséből eredő folyási határ növekedése a (8) kifejezés szerint

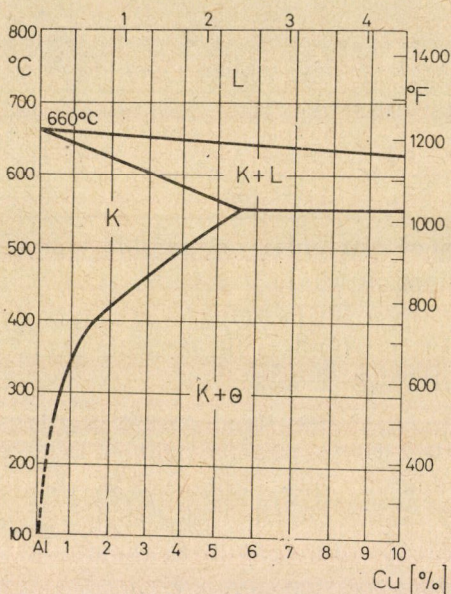
$$\sim 10^{-3} G$$

értékű lehet a szubsztitúciós szilárd oldatokra.

Itt meg kell jegyezni azt is, hogy a térben középpontos köbös kristályszerkezetű interszticiós szilárd oldatokban az  $\varepsilon$  értéke megközelíti az egységet. Így ezekben a szilárd oldatokban a folyási határ azonos koncentrációértéknél közel két nagyságrenddel lenne nagyobb, mint a szubsztitúciós szilárd oldatoké. Ez lenne a leghatásosabb folyási határt növelő lehetőség



5. ábra.



6. ábra.

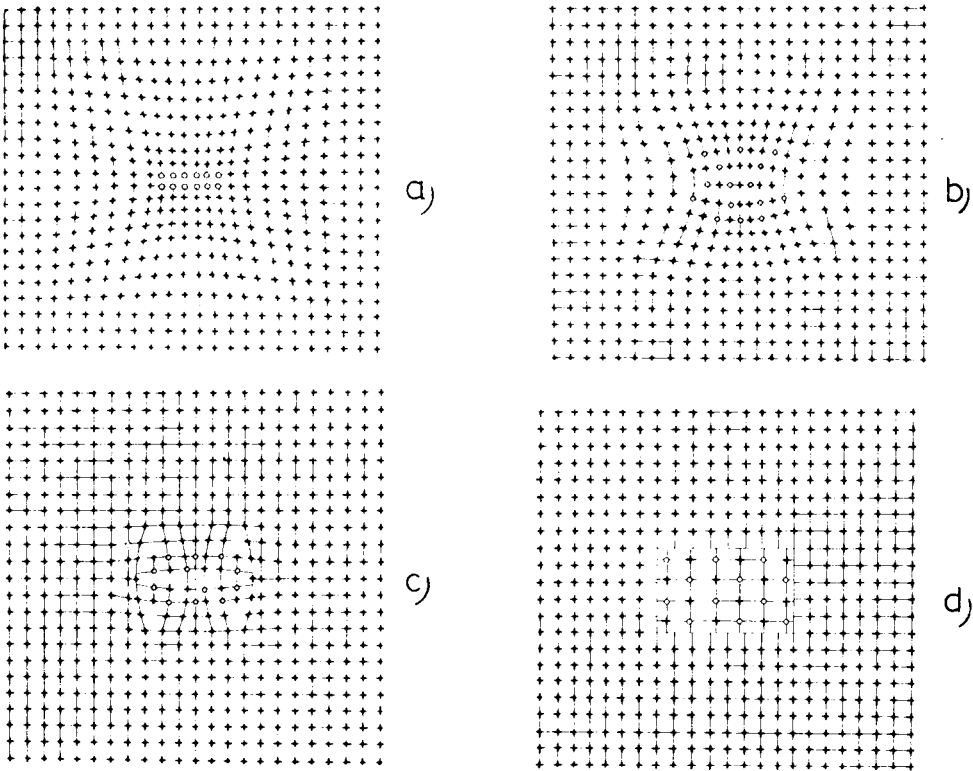
akkor, ha az interszticiós szilárd oldatok maximális koncentrációja nem lenne túl kicsi. A műszaki fontosságú  $\alpha$  vasban pl. a szénatomok maximális oldhatósága szobahőmérsékleten nem éri el a 0,01%-ot. A korlátozás ezt a csábító lehetőséget kizárja.

d) A kiválóan keményíthető ötvözetek általános jellemzője, hogy egyik alkotójuk oldhatósága a hőmérséklet csökkenésével csökken. A 6. ábra egy jellegzetes ötvözet, az Al—Cu rendszer állapotábrájának azt a részletét mutatja, mely arra a koncentrációra korlátozódik, melyben a kiválás hatásosan megvalósítható. Megfelelő hőkezeléssel az ilyen ötvözetekben  $\text{Al}_2\text{Cu}$  vegyület keletkezik, melynek mennyiségét a  $c$  koncentráció, kristallitjainak



méretét és eloszlását pedig a hőkezelés szabja meg. A 7. ábra vázlatosan mutatja, hogy a kiválás milyen változásokon megy át a hőkezelés során.

Közvetlenül a gyors hűtés után a *GP-I* zónának nevezett tartományok keletkeznek [23], amelyek 1–2 réteg vastagságúak Cu atomokból állnak, az alapanyag {100} síkjai mentén helyezkednek el és átmérőjük kb. 25 Cu atom. A további hűntartás során ebből alakul ki a *GP-II*-nek nevezett



7. ábra.

tartomány, mely a 7b. ábrán látható. Ennek mérete az előbbinél valamivel nagyobb, kémiai összetétele pedig az  $\text{Al}_5\text{Cu}_3$  képletnek felel meg. A következő metastabil fázis a  $\theta$  már megfelel az  $\text{Al}_2\text{Cu}$  kémiai összetételnek, de tetragonálisan torzult az egyensúlyi  $\theta$  fázishoz képest.

Az eddig említett négyféle képződmény közül az első háromnak két jellegzetessége van: Metastabil tartományok és koherens vagy közel koherens határt képeznek az alapötvetzzel. A metastabilitás következik abból, hogy az egyensúlyi ötvözetrendszer az alumíniumnak felületen középpontos köbös, kevés rezet tartalmazó szilárd oldatába ágyazott, és  $\text{Al}_2\text{Cu}$  alapon középpontos tetragonális szerkezetű intermetallikus vegyületből áll. A *GP* zónákat

tartalmazó rendszer azonban kisebb szabadenergiájú, mint a gyors hűtés utáni túltelített szilárd oldat. A koherens határ is ezért alakul ki a  $GP$  zónák és a szilárd oldat között, mert az inkohereus határnak a felületi energiájából eredő szabadenergia csökkenés kisebb, mint a koherens határokkal kialakuló rendszeré, annak ellenére, hogy ez utóbbi nagy rugalmas torzulásokkal jár. A rugalmas alakváltozás különösen nagy a korongalakú  $GP$  zónák átmérői mentén, hiszen ennek a rugalmas alakváltozásnak kell kompenzálnia az Al és a Cu atomok átmérő eltéréseiből ( $d_{Al} = 2,86 \cdot 10^{-8}$  cm,  $d_{Cu} = 2,56 \cdot 10^{-8}$  cm) eredő térfogatváltozásokat.

Elsősorban ez az oka a folyási határ növekedésének. Az ilyen ötvözetekben a diszlokációk mozgásának az a leglényegesebb vonása, hogy azok átmetszik az eddig említett három tartományt, mivel a koherens kapcsolat az alapötvözet és a metastabil tartományok között a  $GP-I$  zóna esetén teljesen, a  $GP-II$  és a  $\theta$  szerkezettel pedig részben fenntartja a csúszósíkok foyamatosságát.

Bár az eddigiek az Al—Cu ötvözetre vonatkoztak, de lényegében hasonló folyamat megy végbe valamennyi kiválásosan keményíthető ötvözetben. Mindegyikben megtaláljuk a  $GP-I$  és a  $GP-II$  zónát, valamint a metastabil semikohereus határu fázist is.

Ezek a tartományok, ill. a fázisok a folyási határt MOTT és NABARRO [20] szerint az alábbi módon növelik:

$$\sigma_p = 2 G \epsilon c. \quad (12)$$

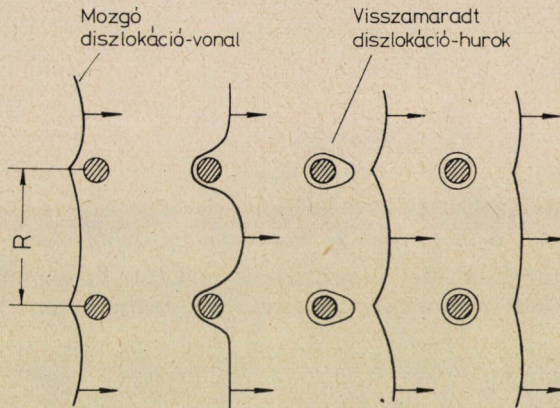
Ami a számszerű értékeket illeti, a (12) és a (8) egyenlet összevetésével azonnal kiderül, hogy a kiválások lényegesen nagyobb folyásihatár-növekedést okoznak, mint az oldott atomok. Már a kétszeres szorzó is megduplázza a hatást és ez tovább nő egy nagyságrenddel annak következtében, hogy az  $\epsilon$  fajlagos méretkülönbség nem a második, hanem az első hatványon szerepel. Így a kiválásosan keményített ötvözetekben a folyási határ növekedése

$$\sim 10^{-2} G$$

nagyságúra becsülhető.

e) Eddig alig esett szó a 7d. ábráról, amely az egyensúlyi  $Al_2Cu$  fázis körül kialakult szerkezetet vázolja. A másik három előbb tárgyalt tartományhoz képest az a döntő különbség, hogy ennek a fázisnak a határa inkohereus. Ez azt jelenti, hogy az alumíniumalapú rezes tartalmazó szilárd oldat csúszósíkjai nem folytatódnak az  $Al_2Cu$  alaplapon középpontos tetragonális fázis valamely kristálytani síkjában és ezért a diszlokációk az alakváltozásnál nem tudják az ilyen fázist átmetszeni. Egy másik lényeges különbség pedig az, hogy ez a fázis egyensúlyi fázis (már amennyire egy szilárd test egyensúlyi állapotban lehet.) Az ilyen részecskéket nem kiválásnak, hanem

diszperz részecskéknek tekintjük. Ez a megkülönböztetés részben azért fontos, mert a diszperz részecskék más mechanizmussal növelik a szilárdságot, mint a kivált részecskék, részben pedig azért, mert egyensúlyi fázisok. Az ilyen ötvözetrendszerek közül ki kell emelni azokat, melyekben a diszperz fázis kötési energiája olyan nagy, hogy ha már egyszer létrejött, az alapmátrixba visszaoldódni képtelen; ezért az ilyen ötvözetrendszerekben a második fázis mennyisége és eloszlása független a hőmérséklettől és csak az előállítás körülményeitől függ. Ezek a „valódi” diszperz részecskékkel keményített ötvözetek, szemben az olyan ötvözetekkel, mint amilyen pl. az Al—Cu ötvözetrendszer is, melyben az egyensúlyi diszperz részecskék, az  $Al_2Cu$  krisztallitok mennyisége a hőmérséklet növekedésével csökken (ld. a 6. ábrát).



8. ábra.

Az alapmátrixban oldhatatlan diszperz fázissal keményített ötvözetekben a második fázis rendszerint valamilyen kemény fénoxid. Egy jellegzetes ilyen ötvözet az Al— $Al_2O_3$  vagy a Cu— $Al_2O_3$ . A diszperziósan keményíthető ötvözeteket rendszerint porkohászati úton vagy belső oxidációval állítják elő. Az első esetben a finom oxidport az alapfém porával keverik össze és így zsugorítják. A belső oxidáció pedig abból áll, hogy olyan ötvözetet készítenek szokásos kohászati eljárással, melyben az egyik alkotó a későbbi diszperz fázisnak egyik eleme. Az ilyen ötvözetet oxigénnel telítik, miközben kialakul a diszperz oxid. A diszperziósan keményített ötvözetek közé soroljuk az egyébként kiválóan keményíthető ötvözeteket is akkor, ha azok túl öregbített állapotban vannak, ahogy ezt tettük az Al—Cu ötvözet esetében is.

A diszperz részecskéket tartalmazó ötvözetekben a diszlokációk mozgását OROWAN [24] írta le. Ezt a mechanizmust mutatja a 8. ábra. A diszlokációk a diszperz részecskék között csak úgy tudnak áthaladni, hogy minden

részecske körül egy teljes diszlokációs hurok marad hátra. A képlékeny alakváltozás megindulását az a feszültség szabja meg, mely a diszlokációkat két szomszédos részecske között át tudja kényszeríteni. Így a diszperz részecskék hatására bekövetkező folyási-határ-növekedés OROWAN szerint

$$\sigma_d = \frac{Gb}{R}, \quad (13)$$

ahol  $R$  a részecskék közötti távolság. Feltéve, hogy ezt a távolságot  $10^{-4}$  mm-re sikerül csökkenteni, ami nagyon finoman diszpergált részecskéket jelent, az így elérhető szilárdságnövekedés

$$\sim 10^{-3} G.$$

Bár az az érték kisebb, mint amit kiválásos keménnyedéssel el lehet érni, az ilyen ötvözeteknek mégis nagy a jelentőségük, mert nagy hőmérsékleten is terhelhetők (kivéve a kiválásokkal létrehozott diszperziós ötvözeteket) annak veszélye nélkül, hogy a részecskék eldurvulnának, ami az  $R$  növekedésével és a folyási határ csökkenésével járna.

f) A *diffúzió nélküli vagy martenzites átalakulásokra* az jellemző, hogy az ilyen folyamatokban az atomok csak nagyon kis elmozdulást végeznek a szomszédjaikhoz képest. Ezért rendszerint gyorsan mennek végbe. A martenzites átalakulásokban résztvevő régi és új fázis fajtérfogata különböző. A fajtérfogat-különbségből eredő eltéréseket, vagy a képlékeny alakváltozás, vagy ikerképződés csökkentti, de nem szünteti meg. Ezért az új fázist külső igénybevétel nélkül is nagy rugalmassági feszültségek terhelik.

A diffúzió nélküli átalakulás új fázisának koncentrációja azonos az eredetivel, mert nincs diffúzió. A szilárdságnövelésben fontos szerepe van annak a ténynek is, hogy a martenzites átalakulásnál az új fázis kristallitjai rendkívül finomak. Így az ilyen átalakulásokban az előzőekben már emített hatások közül több is szerephez jut, nevezetesen

- a finom szemcseméret,
- a képlékeny alakváltozás okozta diszlokáció-sűrűség növekedése,
- az oldódási keményedés,
- az ikerképződés.

Az első három hatást a korábbiakban már tárgyaltuk, és azt is láttuk, hogy hatásukra milyen mértékben nő a folyási határ. Az ikerképződésről ugyan nem esett szó, de annak hatása a kristallithatárokéhoz hasonló, mert az ikerhatárok is különböző orientációjú kristálytartományokat választanak el egymástól és ennek következtében ott a diszlokációk ugyanúgy feltorlódnak, mint a kristallithatárokon.

Külön ki kell emelni az oldódás okozta keményedésvövedést. Már korábban szó volt arról, hogy az intersticiós atomok, mint amilyenek a B, C, H, N és az O térben középpontos köbös kristályokban sokkal nagyobb keményedést okoznak, mint a szubsztitúciósok. Normális körülmények között azonban ezek koncentrációja elhanyagolható. A martenzites átalakulás azonban lehetővé teszi, hogy pl. a C-atomok koncentrációját két nagyságrenddel megnöveljük az egyensúlyi koncentrációhoz képest, az új martenzites fázisban. Ez az egyik oka a vasalapú ötvözetekben a martenzit rendkívül nagy folyási határának.

A nagy keménység másik oka az, hogy helyi kis tartományokra kiterjedően nagy képlékeny alakváltozás megy végbe. Ennek következtében a diszlokáció-sűrűséget minimálisan  $10^{12}$  cm<sup>-2</sup>-ra becsülik (MACHLIN [25]). Ez azt jelenti, hogy az ebből eredő keménység nagyobb, mint amit a korábbiakban a diszlokációk sűrűségének hatására  $10^{-2}$  G-re becsültem. Ha az intersticiós atomok koncentrációjának a megnövekedését, a diszlokációk nagy sűrűségét és a szemcsék elaprózódását az ikerképződéssel együtt számításba vesszük, a martenzites átalakulás folyási határ növekedését a vasalapú ötvözetekben

$$\sigma_m \sim 10^{-1} G \div 10^{12} \text{ G-re}$$

becsülhetjük. Ez közel jár az elméleti folyáshatár értékéhez.

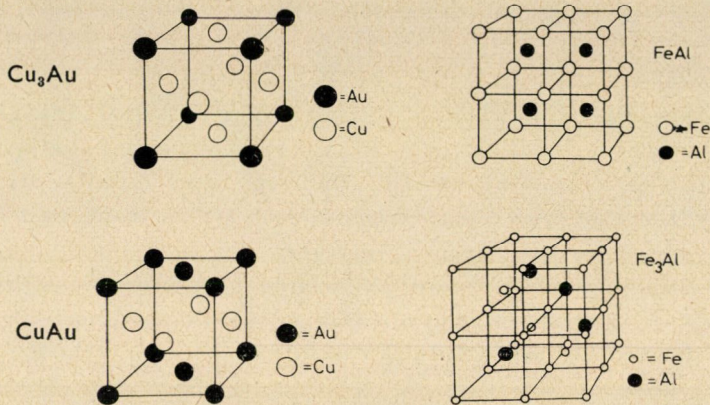
Ha azonban meggondoljuk, hogy a vas tükristályain 1300 kp/mm<sup>2</sup> folyási határt mértek és az ún. maraging acélok szíárdsága [26] az 500 kp/mm<sup>2</sup> nagyságot is eléri, akkor kiderül, hogy a fenti becslést a gyakorlati eredmények megerősítik.

Az előbbiekhöz annyit még hozzá kell tenni, hogy az ötvözetlen martenzit sokkal kisebb feszültségnélridegen törik. Ez valószínűleg annak következménye, hogy a nagyon nagy diszlokáció-sűrűségű tartományokban Cottrell-féle hasadási diszlokációk keletkeznek [14]. Az ezzel járó ridegtörékenységet kellene valamilyen módon csökkenteni.

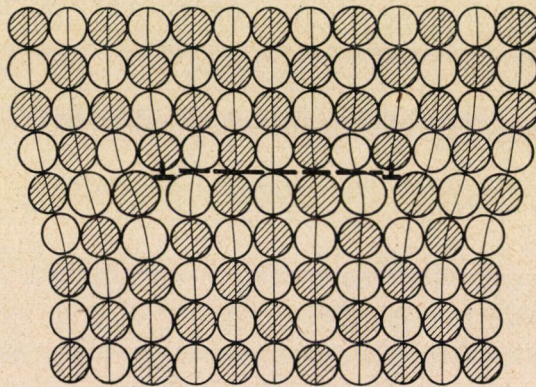
A martenzites átalakulásokkal kapcsolatban meg kell említeni, hogy az nem csupán a vasalapú ötvözetekben fordul elő. Egyre több olyan ötvözetet ismertetnek, melyekben a martenzites átalakulás végbemegy és amelyek egyáltalán nem tartalmaznak vasat. Ismerünk közöttük olyan martenzites átalakulást, melynél a martenzites fázis lágyabb mint amiből keletkezett. Ezek azonban egyelőre inkább elvi jelentőségűek. Kétségtelen, hogy a gyakorlati hasznosításban manapság a vasalapú ötvözetek a legfontosabbak.

g) Nézzük most a *rendezett rácsú szilárd oldat* folyási határt növelő szerepét. Az ilyen szerkezetekre, mint amilyenek a 9. ábrán is láthatók az jellemző, hogy bennük a különböző fajtájú atomok nem statisztikusan, hanem meghatározott rendben helyezkednek el. Az ilyen rendezett szerkezet alacsony hőmérsékletű képződmény olyan értelemben, hogy egy bizonyos hő-

mérsékleten, amit Curie-hőmérsékletnek neveznek (bár az esetek túlnyomó többségében ennek a szerkezetváltozásnak a ferromágneses  $\rightleftharpoons$  paramágneses átalakuláshoz semmi köze nincs) a szerkezet a hevítésnél normális szilárd oldatra esik szét. Minél nagyobb egy rendezett szerkezetnek a Curie-hőmérséklete, annál nagyobb a rendeződést létrehozó kölcsönhatási energia. Sok



9. ábra.

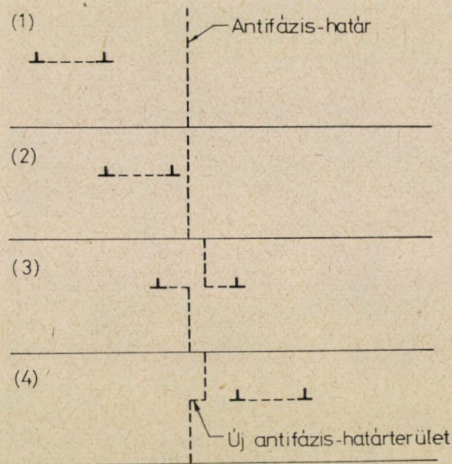


10. ábra.

esetben ez olyan nagy, mint pl. az  $\text{AgMg}$  vagy az  $\text{AuZn}$  ötvözeteknél, hogy a rendezett rács az olvadáspontig megmarad.

A rendezettrácsú szilárd oldatok folyási határának a megszabásában nagy szerepe van annak, hogy az ilyen szerkezetekben a diszlokációk Burgersvektora sokkal nagyobb, mint az ugyanolyan szerkezetű normális szilárd oldatokban, vagy pedig két diszlokáció szoros kapcsolatban áll egymással, amint azt a 10. ábra mutatja. Ezt a rácshibát nevezzük szuperdiszlokációnak. A  $\perp$  jellel megadott két diszlokáció között szaggatott vonással jelöltük meg

a rendezett rácsú szilárd oldatokra jellemző antifázis határt, mely nem más, mint két olyan rendezett tartománynak közös felülete, ahol az ideális rend csak egy olyan vékony rétegben nem valósul meg, mely két atomátmérő vastagságú. Ez a két diszlokáció szorosan összetartozik [27] és egymástól csak úgy távolodhat el, ha az antifázis határ felülete megnő, ami növeli a rendszer belső energiáját. Ezt pedig a külső feszültség munkája végzi el. Ez a helyzet hasonló ahhoz, mint amikor a felületen középpontos köbös kristályokban az egységnyi diszlokáció két Schockley parciálusra bomlik. Így



11. ábra.

a rendezettrácsú szilárd oldatokban az ábrán megadott két diszlokáció együtt mozog, ahogy ezt egy példán a 11. ábra mutatja. Ezen látható, hogy amikor a diszlokációk egy antifázis határt metszenek, akkor annak felülete megnő. Ez is hozzájárul a folyási határ növekedéséhez.

A szilárdságnövelés másik oka az, hogy a rendezett rács kialakulásával általában rugalmas alakváltozás is jár. E két ok miatt a rendezettrácsú szilárd oldatok rendszerint nem is alakíthatók, ridegen törnek. Az általános képhez azonban az ilyen folyási határnövekedés is hozzátartozik. A folyási határ növekedését elsősorban a rendezett tartományok határainak a felületi energiája szabja meg. Az ilyen szerkezetben a diszlokációk mozgatásához szükséges feszültségnek a kiszámítására COTTRELL [28] adta meg a következő kifejezést:

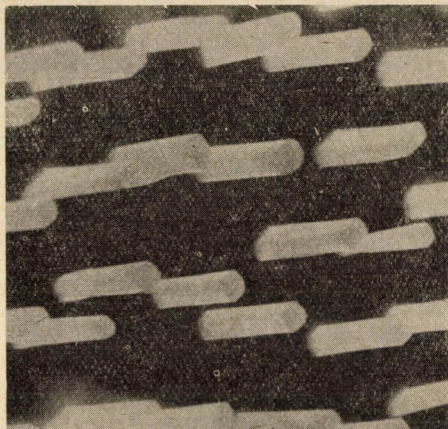
$$\sigma_r = \frac{2\gamma}{l} \left( 1 - \frac{3t}{l} \right) \sim \frac{2\gamma}{l}. \quad (14)$$

Itt  $\gamma$  a rendezett tartomány felületi energiája,  $l$  a rendezett tartomány mérete és  $t$  pedig az antifázishatár vastagsága. Ha pl. a  $\beta$  sárgaréz megfelelő adataival

a folyáshatárt kiszámítjuk, akkor a rendeződés okozta folyási határ növekedéshez jutunk, melynek nagysága

$$\sim 10^{-3} G.$$

Ez azonban a rendezett tartomány méretétől erősen függ.



12. ábra.

### V. A tűkristályoknak és ezek tulajdonságainak hasznosítása

Az előbbieken áttekintettük azokat a folyási határt növelő eljárásokat, amelyeket alapos kutatási eredményekre támaszkodva a mindennapi gyakorlatban általánosan használnak. A következőkben egy olyan kutatási irány kerül említésre, mely mintegy 4—5 éves múltra tekint és azzal a céllal indult, hogy az ideális szilárdságú tűkristályokat, ill. ezek tulajdonságait hasznosítsa. Az ilyen néhány mikron átmérőjű és 2÷3 cm hosszú kristályokat méretük miatt gyakorlati célokra felhasználni nem lehet. Ennek a nehézségnek a kiküszöbölésére jelenleg két irányban végeznek kutatásokat.

Az egyik szerint a tűkristályokat egy alacsonyabb olvadáspontú fémbe ágyazzák. Itt az a cél, hogy a kisebb olvadáspontú fém tartsa össze a nagy-szilárdságú tűkristályokat, melyeknek a terhelést kellene hordani. Az ilyen anyagok előállításával sok nehézség jár annak ellenére, hogy a tűkristályok tömeges előállítását megoldották. A beágyazás helyes elvégzése, valamint a beágyazó fém és a tűkristályok közötti kölcsönhatás okozza a problémát.

A második megoldás szerint eutektikus ötvözetrendszerben irányítottan kristályosítanak. Egy ilyen rendszerben az eutektikum egyik fázisa, a kisebb mennyiségű és nagyobb szilárdságú, hosszú tűk alakjában kristályosodik, a másik fázis pedig ezt veszi körül. Egy ilyen szerkezetű ötvözet elszakított felületét mutatja a 12. ábra [29]. Itt a sötét alapanyagból kiálló sörték  $TiZn_{15}$



képletű intermetallikus vegyületkristályok, míg a sötét alapanyag kevés titánt tartalmazó Zn.

Bár a folyóiratok az ilyenirányú kutatások egyre több eredményéről számolnak be, a gyakorlati felhasználást eddig még nem sikerült megoldani (legalábbis a folyóiratirodalomban nem közölték), bár az a néhány éves kutatás, amit eddig lefolytattak, sok eredményre jogosít.

Mielőtt a bemutatott eredményeket összehasonlítanánk, a folyási határ növelésének az előzőekben felsorolt lehetőségeivel kapcsolatban meg kell említeni azt, hogy azok, az oldódás, a diszperzió és a rendezettrács kialakulását kivéve olyan folyamatok, melyek az anyagnak mint termodinamikai rendszernek a metastabilitását növelik. Legyen a metastabilitás az a  $\Delta F$  szabadenergia többlet, amit a tényleges állapot  $F_i$  és az ideális egyensúlyi állapot  $F_e$  szabadenergiák különbségeként kapunk. Az előbbi felsorolásból kimaradt lehetőségek kihasználása egyúttal azt is jelenti, hogy a folyási határ növelésével együtt jár a  $\Delta F$  metastabilitás növekedés. Ezért ezeket a lehetőségeket csak akkor szabad használni, ha a szerkezeti anyagokat viszonylag alacsony hőmérsékleten tartjuk. Ez a hőmérséklet kb.  $0,3 T_{op}$ , ahol  $T_{op}$  a Kelvin-fokokban mért olvadáspont. Természetesen ez csak tájékoztató jellegű érték, ami a metastabilitás mértékétől nagymértékben függ. Minél nagyobb a metastabilitás mértéke, annál kisebb az a hőmérséklet, melyen az anyag tulajdonságai változatlanok maradnak.

A metastabil állapotú anyagokban termikus gerjesztés hatására, olyan folyamatok mennek végbe, melyek az egyensúlyi állapot felé tolják el a rendszert. Ez természetesen a mechanikai tulajdonságok változására, a legtöbb esetben a folyási határ csökkenésére vezet. Ez az oka annak, hogy a metastabilitás növelésével létrehozott növelt folyáshatárú anyagok csak gondosan körülhatárolt, viszonylag alacsony hőmérsékleteken terhelhetők.

Ezek után összehasonlíthatjuk a különböző szilárdságnövelő eljárásokat, hiszen az elmondottakból láttuk, hogy melyiktől milyen szilárdságnövekedés várható. Az áttekintés megkönnyítése érdekében állítottuk össze a III. táblázatot. Ebből kiderül, hogy a legnagyobb szilárdságnövekedést a martenzites átalakulás okozza. Ezután következik a képlékeny alakváltozás és a kiválások hatása, és csak ezeket követik a többi eljárások. Ebből a néhány adatból az is következik, hogy a martenzites átalakulás, a képlékeny alakváltozás és a kiválások tanulmányozása és kutatása kecsesítet a legnagyobb eredménnyel. Az eddigi kutatások alapján pedig várható, hogy — legalábbis a vasalapú ötvözeteknél — az elméleti folyáshatárnak kb. a negyedét laboratóriumi eredményként 10 ÷ 15 éven belül elérik.

A szerkezeti anyagok felhasználásánál a folyási határ, a terhelhetőség a legfontosabb anyagjellemző. A technológiai feltételek megkönnyítése érdekében az utóbbi időben az alakíthatóság növelése is előtérbe került a kutatási feladatokban. Néhány évtizeddel ezelőtt a képlékenységi mutatók, mint

## III. táblázat

A szilárdságnövelő eljárás	Folyási határ
Elméleti	$3 \cdot 10^{-2} G \div 3 \cdot 10^{-1} G$
Egykristályok	$10^{-5} G \div 10^{-3} G$
A képlékeny alakítás okozta keményedés	$10^{-2} G$
A szemcseméret hatása	$10^{-3} G$
Az oldott atomok hatása	$10^{-3} G$
A kivált szemcsék hatása	$10^{-2} G$
A diszperz szemcsék hatása	$10^{-3} G$
A martenzites átalakulás hatása	$10^{-2} G \div 10^{-1} G$
A rendezettrácsú szilárd oldat hatása	$10^{-3} G$

amilyenek az egyenletes- vagy az össznyúlás és a szakadásnál mért fajlagos keresztmetszetcsökkenés, alig jutottak szerephez. A képlékenyalakítási eljárások megtervezésében azonban ezekre a mutatókra támaszkodnak, a szilárdsági paraméterek mellett. Sajnálatos, hogy a képlékenységi mutatókat meghatározó tényezőkről alig tudunk valamit.

CONSIDÈRE [30] a feszültség és az alakváltozás között a

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad (15)$$

összefüggést feltételezve (ami a (3), ill. (5) egyenleteknek felel meg akkor, ha  $n = 0,5$ ) kiszámította, hogy az egyenletes nyúlás  $\varepsilon_e$  értéke éppen az  $n$  hatványkitevővel egyenlő. Ennek a számértéknek a nagyságáról és az azt meghatározó tényezőkről alig áll rendelkezésre használható adat.

Az utóbbi néhány évtizedben az alakíthatóság részben a technológiai követelmények, részben pedig egy különleges, az ún. szuperképlékeny állapot felismerése révén került előtérbe [31—33]. Szuperképlékenynek, ill. szuperképlékeny állapotban levőnek tekintjük azt a fémeket, melynek az alakításához a szokásos folyási határnak csak néhány százaléka szükséges és alakíthatósága, amit a húzóvizsgálatnál mért egyenletes nyúlás jellemez rendkívül nagy. Számszerűen ez azt jelenti, hogy amíg a nagyon jól alakíthatónak tartott réz egyenletes nyúlása nem több 40%-nál, addig a szuperképlékeny ötvözeteké a 2000%-ot is eléri.

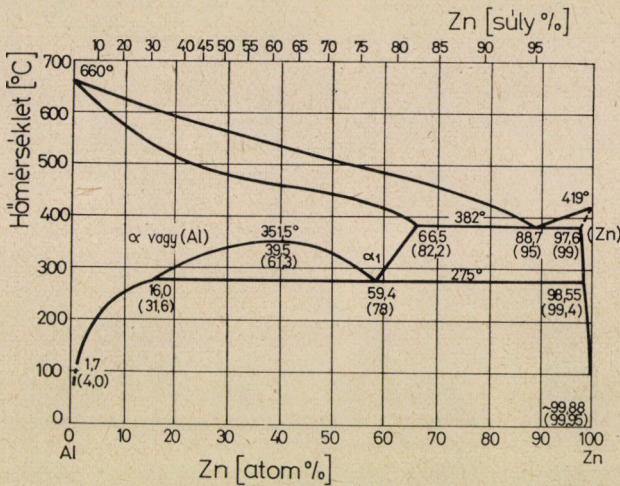
A szuperképlékeny állapotra egységes elméletet még nem dolgoztak ki. Néhány paraméternek a hatása azonban már ismertnek tekinthető. Így csak azok az anyagok alakíthatók szuperképlékenyen, melyek metastabil állapotúak (bár ezt néhány kutató tagadja), nagyon kisméretű krisztallitokból épülnek fel, és az  $m$  alakítási sebességérzékenyséjük nagy.

A metastabilitás problémáját már említettük. Így ez a feltétel minden szilárd testre teljesül, mert egyensúlyi szilárd test nem létezik. A szuperképlékeny állapot azonban annyira metastabil, hogy az ilyen állapotú anyagokban már néhány száz °C-on termikusan aktivált folyamatok indulnak meg.

A második feltétel az apró krisztallit méret. A kb.  $5 \mu$  szemcseméretű Al—Cu eutektikus rendszerben már szokatlanul nagy nyúlás várható [34]. Az ilyen ötvözeteknek a folyási határa sokkal kisebb, mint amit a (6) összefüggés alapján várni lehet, amint azt korábban már meg is említettük.

Az  $m$  alakítási sebességérzékenységet a következő kifejezés határozza meg:

$$m = \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon} \quad (16)$$



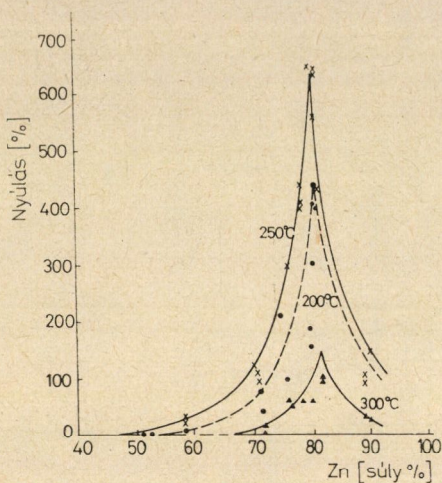
13. ábra.

(Az eddigiek során és most is  $\sigma$  a valódi feszültséget,  $\varepsilon$  pedig a valódi  $\ln l/l_0$  alakváltozást jelentette, ha azt másképpen meg nem adtuk, mint pl. az atomátmérők fajlagos értékénél.) Az  $m$  szokásos értéke a normális állapotú fémeknél  $0,01 \div 0,1$  körüli érték. Ezzel szemben a szuperképlékeny fémeknél  $0,4 \div 0,7$  közé esik [34].

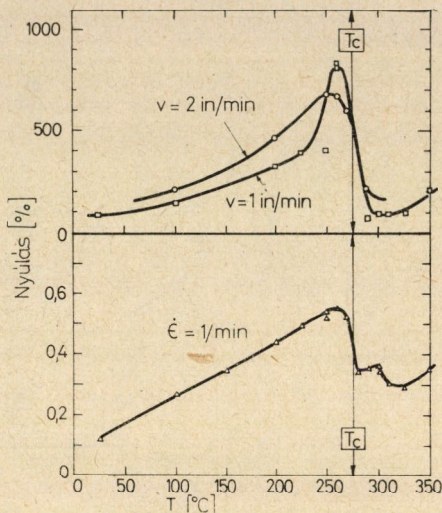
Ha e feltételek teljesülnek, akkor az anyag milyenségétől függően néhány száz °C-on a mérhető nyúlás a szobahőmérsékleti értéknek  $10 \div 20$ -szorosára nő. Példaként az Al—Zn rendszert említjük meg. A 13. ábra mutatja e rendszer állapotábráját [35]. Ennek az ötvözetrendszernek a metastabilitását azzal érik el, hogy a közel eutektoidos összetételű ötvözeteket a felületen középpontos köbös szilárd oldatnak megfelelő tartományban homogenizálják, majd gyorsan leedzik. A gyors hűtés ugyan nem tudja meggátolni az eutektoidos szétesést, de az így képződött két fázisnak a kémiai összetétele nagyon eltér az egyensúlytól [36]. A 14. ábra mutatja az ötvözet koncentrációjának és a mérési hőmérsékletnek a függvényében a gyorsan hűtött ötvözetek egyenletes nyúlásának nagyságát. A 15. ábra pedig a közel eutektoidos összetételű

ötvözet (80%<sub>o</sub>, Zn 20%<sub>o</sub> Al) nyúlását és alakítási sebességérzékenységét a hőmérséklet függvényében, két alakítási sebességnél [33].

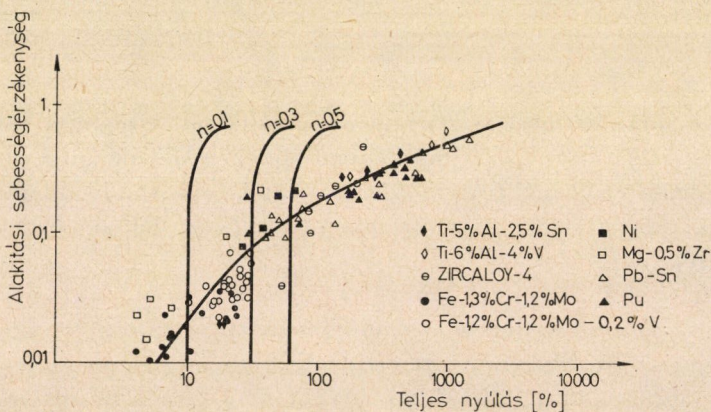
A 15. ábra világosan mutatja, hogy minél nagyobb az  $m$  alakítási sebességérzékenység, annál nagyobb a megnyúlás értéke is. CONSIDÈRE



14. ábra.



15. ábra.



16. ábra.

nyomán formálisan kimutatható [37], hogy ha az alakítási sebesség folyási-határt növelő hatását figyelembe vesszük, akkor az egyenletes nyúlásra az alábbi összefüggésre jutunk:

$$\varepsilon_e = \frac{n}{1-m} \quad (17)$$

Ha  $m = 0$ , akkor a Considère-féle megoldásra jutunk; ha pedig az  $m = 1$ , akkor a newtoni viszkózus anyagokra vonatkozó eredményekre.

A 16. ábrában WOODFORD [38] összegyűjtötte a rendelkezésre álló irodalmi adatok alapján azokat a megnyúlás-értékeket, melyeknél az  $m$  alakítási sebességérzékenység számértéke is ismert. Ebbe a diagramba rajzoltuk be a különböző  $n$  értékeknek megfelelő görbéket a (17) egyenlet szerint). Annak ellenére, hogy a mérési pontok illeszkedése nem tökéletes, az világosan látszik, hogy az alakíthatóság nagyságának a meghatározásában az  $m$  milyen fontos szerepet játszik.

Az utóbbi leírt eredmények és az azokból levont következtetések világosan mutatják, hogy ha az alakíthatóság kérdésében előre akarunk lépni, akkor az alakítási sebesség hatásának a tisztázását kell kutatási feladatként megjelölni.

Összefoglalásként tehát a fémes szerkezetű anyagok leggyorsabb, legeredményesebb kutatási irányaként a martenzites átalakulást, a kiválások keményedést, az alakítási keményedést és az alakítási sebességérzékenységet kell a kutatás középponti problémájává tenni akkor, ha a közepes hőmérsékleten terhelhető anyagok minőségének a javítása a feladata.

#### IRODALOM

1. GRIFFITH, A. A.: *Phil. Trans. Roy. Soc. (London)* **A221** (1920), 163.
2. FRENKEL, J.: *Z. Physik* **37** (1926), 572.
3. OROWÁN, E.: *Z. Physik* **89** (1934), 634.
4. POLÁNYI, M.: *Z. Physik* **89** (1934), 660.
5. TAYLOR, G. I.: *Proc. Roy. Soc. (London)* **A145** (1934), 362.
6. GYULAI, Z.: *Z. Physik* **138** (1954), 317.
7. BRENNER, S. S.: *Growth and Perfection of Crystals*. Wiley 1958; 157. o.
8. GILMAN, J. J.: *J. Appl. Phys.* **30** (1959), 1584.
9. SEEGER, A.: *Electron Microscopy and Strength of Crystals*. Interscience, New York, 1963; 14. fejezet.
10. LOMER, W. M.: *Phil. Mag.* **42** (1951), 1327.
11. COTTRELL, A. H.: *Phil. Mag.* **43** (1952), 645.
12. KOCKS, U. F.—CHEN, H. S.—RIGNEY, D. A.—SCHAFER, R. J.: *Work Hardening*. Gordon and Breach Sci. Publ., New York 1968; 151.
13. COTTRELL, A. H.: *Trans. A. I. M. E.* **212** (1958), 196.
14. PROHÁSZKA, J.—TÓTH, I.: *Acta Techn. Hung.* **64** (1969), 443—453.
15. PETCH, N. J.: *J. Iron and Steel Inst.* **173** (1953), 25.
16. KOEHLER, J. S.: *Phys. Rev.* **85** (1952), 480.
17. STROH, A. N.: *Proc. Roy. Soc. (London)* **223** (1954), 404.
18. DIETER, G. E.: *Mechanical Metallurgy*. Mc Graw-Hill 1961; 189.
19. VERŐ, J.: *Kohászati Lapok* **100** (1967), 193.
20. MOTT, N. F.—NABARRO, F. R. N.: *Strength of Solids*. Phys. Soc., London 1948; 1.
21. FLEISCHER, R. L.: *The Strengthening of Metals*. Reinhold Publ., New York 1966; 121.
22. HUME-ROTHARY, W.: *Elektronok, atomok, fémek és ötvözetek*. Akadémiai Kiadó, Budapest 1955; 311.
23. KELLY, A.—NICHOLSON, R. B.: *Progress in Materials Science*. Pergamon Press, New-York 1947; 457.
24. OROWAN, E.: *Symposium on Internal Stresses*. Institute of Metals, London 1947; 457.
25. MACHLIN, E. S.: *The Strengthening of Metals*. Reinhold Publ. 1964; 216.
26. CONTRACTOR, G.: *Cobalt* **33** (1966), 187.
27. KOEHLER, J. S.—SEITZ, F.: *J. Appl. Mech.* **14** (1947), 217.

28. COTTRELL, A. H.: Relation of Properties to Microstructure. *Am. Soc. Metals* (1954).
29. KODA, S.: *Jeol News* 3M (1970), 20.
30. CONSIDÈRE, A.: *Ann. Ponts et Chaussées* 9 (1885), 574.
31. BOCHWAR, A. A.—VIDERSKAYA, Z. A. S.: *Izv. Ak. Nauk CCCR Tek. Nauk.* 9 (1945), 821.
32. PRESNYAKOV, A. A.—CHERVYAKOVA: *Zv. Ak. Nauk CCCR Tek. Nauk* 3 (1960), 92.
33. BACKOFEN, W. A.—TURNER, I. R.—AVERY, D. H.: *Trans. ASM* 57 (1964), 980.
34. HOLT, D. L.—BACKOFEN, W. A.: *Trans ASM* 59 (1966), 755.
35. HANSEN, M.—ANDERKO, K.: Constitution of Binary Alloys. McGraw 1958; 149
36. UNDERWOOD, E. E.: *Journ of Met.* (1962), 914.
37. PROHÁSZKA, J.: *Zv. Ak. Nauk KCCR* 6 (1969), 85.
38. WOODFORD, D. A.: *Trans. ASM* 62 (1969), 291.

**Probable Development of the Mechanical Properties of Metallic Structural Materials stressed at medium temperatures.** The paper reviews the development to be expected in the near future as for the yield point of metallic structural materials. The discussion is based on considerations on the increase of the yield point, forming part of the dislocation theory. By comparing the possibilities for increasing the yield point inherent to the mechanisms for increasing strength, it can be elucidated which mechanisms prevent most effectively the movement of the dislocations and increase thus the yield point most effectively. The final conclusion of the paper is that at medium temperatures, where during tensile testing the influence of the plastic deformation does not decrease due to thermal excitation, for steels it is martensitic transformation, for other metals it is segregation hardening from which the greatest increase of strength can be expected.

**Voraussichtliche Entwicklung der Mechanischen Eigenschaften der bei mittleren Temperaturen beanspruchten metallischen Werkstoffe.** Die Arbeit bringt einen Überblick über die für die nächste Zeit zu erwartende Entwicklung der Fließgrenze der metallischen Werkstoffe. Grundlage der Untersuchung sind jene Überlegungen, die im Zusammenhang mit der Erhöhung der Fließgrenze im Rahmen der Dislokationstheorie ausgearbeitet wurden. Der Vergleich der durch die Mechanismen für die Erhöhung der Festigkeit dargebotenen Möglichkeiten für die Erhöhung der Fließgrenze ermöglicht es zu klären, welche Mechanismen die Bewegung der Dislokationen behindern und dadurch im größten Maße die Fließgrenze erhöhen. Die Arbeit kommt zu dem Schluß, daß bei mittleren Temperaturen, wo beim Zerreiβversuch die Wirkung der plastischen Verformung nicht durch thermische Erregung verringert wird, bei den Stählen die martensitische Umwandlung, bei den sonstigen Metallen von der Ausscheidungsverfestigung die größte Erhöhung der Festigung erwartet werden kann.

# MÁGNESES TEREK NEMLINEÁRIS, HETEROPOLÁRIS FORGÓGÉPEK BEN\*

EDWARD A. ERDÉLYI\*\*

[Beérkezett: 1970. november 30-án]

Ha figyelembe vesszük a vasteltődés által okozott nemlinearitásokat, akkor a vilamos forgógépek üzemi tulajdonságainak meghatározására szolgáló szokásos lineáris elméletek nem használhatók. E tanulmány a szerző által kidolgozott, a kétdimenziós, nemlineáris vektorpotenciál-határérték probléma megoldására szolgáló módszereket tartalmazza. Ismerteti a parciális differenciálegyenletek átalakítását differenciaegyenletekké és a megoldásukra kidolgozott numerikus módszereket. Az eljárást kiálló pólusú forgógépekre alkalmazva illusztrálja.

## I. Bevezetés

Forgógépek tervezési módszerei leginkább az úgynevezett mágneses ohm-törvényen és a tapasztalaton alapulnak. Az üresjárási gerjesztés meghatározásához először felveszünk egy légrésindukciót. Ezután megbecsüljük az indukciót a mágneses kör különböző részeiben és a szükséges térerősségeket az anyagok  $B-H$  jelleggörbéiből vesszük. A mágneses feszültségeséseket összeadva nyerjük a gerjesztést. Terhelésnél megkíséreljük megbecsülni a mágneses feszültséget a légrés és a vas különböző részeiben, majd a légrés és a mező alakja alapján pontról pontra megbecsülni az egyes részek mágneses ellenállását. Alapjában véve ez próbálgatási folyamat, amelynek során megpróbáljuk felvázolni a valószínű fluxuscsatornákat azon célból, hogy azok mágneses ellenállását meghatározzuk. Ezt a fáradságos munkát folytatva megkapjuk a mágneses feszültséget egy zárt út mentén és ezt összehasonlítjuk a rendelkezésre álló gerjesztéssel. A kezdeti becsült értékeket ezután megfelelően módosítva az eljárást megismételjük egészen addig, amíg a kívánt egyezést el nem értük.

Ez a kényelmetlen és lassú módszer nem vezet mindig helyes eredményekre és általánosan elismert, hogy a mágneses ohm-törvény nem kielégítő alapkoncepció. Egy szisztematikusabb módszer kidolgozása, amellyel egyenáramú gépek mágneses tere meghatározható, már számos kutatót foglalkoz-

\* A cikk EDWARD A. ERDÉLYI professzor 1970 nyarán, a *Magyar Tudományos Akadémia* tartott előadásának anyaga.

\*\* Villamosmérnök, Colorado Egyetem professzora: Boulder (Colorado). Amerikai Egyesült Államok.

tatott. CARTER [1] klasszikus munkájában a Schwarz—Christoffel transzformáció alapján az egyenáramú gép főpólusa és armatúrája közötti fluxuseloszlás megoldását adta. CARTER matematikai teljesítménye jelentős volt, de csak nagyon egyszerű, idealizált gépkontúrokra alkalmazható.

HAGUE [2] felülvizsgálta és kiterjesztette Carter módszerét a Maxwell-egyenletek közvetlen megoldása alapján. Módszere főleg nem kiálló pólusú gépekre vonatkozik. HAGUE és a korábbi kutatók mind, a térprobléma explicit megoldására törekedtek és így szükségszerűen nagyon idealizált gép keresztmetszetekre szorítkoztak. MOTZ és WORTHY [3] villamosgépek mágneses terének meghatározására szolgáló eljárást ismertettek, amely Southwell relaxációs módszerét alkalmazza. Mindezekben a korai munkákban a vas permeabilitását végtelennek tételezték fel és a diszkrét áramokat folytonos árameloszlással helyettesítették.

BENEDIKT [4] nagy részletességgel írja le és számos jelentős példával illusztrálja az általa kidolgozott nomogramos módszert. BENEDIKT már figyelembe veszi a megfelelő egyenleteknek a vastelítődés által okozott nemlinearitását. A *Coloradó Egyetem* kutató csoportja az elmúlt néhány év során, villamos gépekben levő terek meghatározására kidolgozott egy numerikus módszert. A térjellemzők a forgógép keresztmetszetében mindenhol a Maxwell-egyenletek megoldásából adódnak. A felhasznált Poisson-egyenlet nem lineáris és a nehéz határfeltételeket kielégítő megoldás csoport-relaxációs eljárásokkal kombinált relaxációs módszerrel található meg. E tanulmányban az eljárást terhelt, kiálló pólusú gépben levő mágneses tér meghatározása során mutatjuk be. Teljes mértékben tekintettel vagyunk a telítődésre és a tényleges horonyáramokat vesszük számításba.

Néhány tervező felvetheti, hogy a jelenleg létező módszerek, amelyek a mágneses kört különböző részekre osztják fel, megfelelőek. Véleményünk szerint azonban ez a módszer forgógépek vizsgálatában számos fontos probléma eredményes megoldására nem alkalmas. Több szokásos egyszerűsítés elhagyása és nagysebességű elektronikus számítógépek alkalmazása jelentősen megnövelte a megoldásra alkalmas problémák körét.

Az úgynevezett kéttengely-elmélet alapján a terhelt szinkron gépek elméletét a század elején BLONDEL [5] és mások dolgozták ki. Ezen elméletben az armatúreakció két, egyaránt szinuszos eloszlású komponensre van felbontva. Az egyik komponens amplitúdója a pólus tengelyének irányába, a *hossztengely* irányába, a másiké a pólusok közötti, a *kereszttengety* irányába esik. Blondel elmélete kifejezetten a szuperpozíció elvén alapult, és így nem tudta a vas nemlineáris karakterisztikáját helyesen figyelembe venni. Magának a gépnek üzemi karakterisztikáit vektorábra felhasználásával határozza meg.

SUMEC [6] tökéletesítette ezt a diagramot, bizonyos feltételek bevezetésével figyelembe vette a telítődést, amelyet kiálló pólusú gép üresjárási



karakterisztikáiból becsült meg. DOHERTY és NICKLE [7] klasszikus tanulmányok egész sorában fejlesztették tovább a terhelt szinkron gép elméletét. E munkák mindegyikében a légrés mágneses vezetésének nagyságát a terheléstől függetlennek tételezték fel és mindegyikben szabadon használták a lineáris szuperpozíció elvét. Fluxusképek felrajzolásán alapuló görbesereget publikált WIESEMAN 1926-ban [8], amellyel meghatározta a terhelő áram hatását a légrésindukcióra, feltételezve, hogy szinuszos armaturagerjesztés hat vagy a hossz-, vagy a kereszttengetly irányában.

Általánosan használt közelítés generátorok állandósult és tranziens üzemének egyszerűsített tárgyalásánál a vas permeabilitását végtelennek, vagy állandónak venni. Ennek a feltételezésnek lehet oka az, hogy a két tengely-elmélettel nyert eredmények gyakran nem egyeznek a szinkron gépek mérésekből kapott jellemzőivel.

Nagy változások történtek a villamos gépek tervezésében mióta BLONDEL megalkotta elméletét. A tervezés egyre kevésbé a kísérletezésen alapuló tudománnyá vált. A legmodernebb gépek méretei olyan elképesztően nagyok, hogy a kísérletezés lehetetlenné válik, ugyanakkor viszont az üzemi jellemzőket előre, és a korábbinál pontosabban kell meghatározni.

A kéttengely-elmélet olyan általánosan elfogadott, hogy alkalmazói közül legtöbben már szem elől tévesztették az elmélet megalkotói által alkalmazott egyszerűsítő feltételezéseket. A hossz- és keresztirányú fluxusok, ha figyelembe vesszük a nemlinearitást, nem szuperponálhatók.

Bár néhány tervezőnek szentségtörésnek tűnhet a kéttengely-elmélet feladására vonatkozó javaslat, a következőkben mégis egy olyan — szimmetrikusan terhelt kiálló pólusú gépekben lévő fluxuselozslás meghatározására szolgáló — módszert ismertetünk, amely a nemlineáris vektorpotenciál-egyenlet numerikus megoldásán alapul és nem támaszkodik a linearizáló feltételezéseken nyugvó kéttengely elméletre.

## II. Heteropoláris gépek mágneses terének nemlineáris, parciális differenciál-egyenlete

### 1. Feltételezések

Azon célból, hogy a heteropoláris gépek radiális keresztmetszetében a mágneses indukció meghatározásának roppant nagy volumenű feladatát csökkentjük, a következő egyszerűsítő feltételezéseket tesszük:

a) A heteropoláris gép tengelyirányban végtelen hosszúságú, ily módon a feladat síkproblémává redukálódik;

b) a mágneses anyag izotróp, a telítődési görbe egyértékű, azaz a hiszterézis hatástól eltekintünk;

c) a gerjesztő tekercsek diszkrét áramait a gerjesztő tekercsek keresztmetszetében,  $\mathbf{J}$  vektorral jelzett, egyenletes áramsűrűségű áramtérrel helyettesítjük;

d) a mágneses indukció a gép kontúrjain kívül elhanyagolható.

Nem fogjuk azonban alkalmazni azt a feltételezést, hogy a permeabilitás végtelen nagy, vagy a mágneses indukciótól független nagyságú.

### 2. *A mágneses anyagok alapegyenlete*

A térjellelmezők közötti összefüggést megadó mágnesezési görbe általában a következőképpen adott:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (1)$$

ahol a  $\mu$  permeabilitás a  $H$  függvénye.

E tanulmányban ezen egyenletnek KING [9] által javasolt másik alakját használjuk:

$$\mathbf{H} = \nu \mathbf{B}, \quad (2)$$

ahol  $\nu$  az anyag fajlagos mágneses ellenállása, amely  $B$ -nek a függvénye és nyilvánvalóan reciproka a  $\mu$  permeabilitásnak. Egysége a racionalizált MKS mértérendszerben méter/henry.

### 3. *A vektorpotenciál parciális differenciálegyenlete*

Az eltolási áramok elhanyagolásával az első Maxwell-egyenlet erősáramú frekvenciáknál a következőre redukálódik

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}. \quad (3)$$

Az  $\mathbf{A}$  vektorpotenciál rotációja definíció-egyenlete

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}. \quad (4)$$

Coulomb szerint felvehetjük, hogy

$$\text{div } \mathbf{A} = 0.$$

Az áramsűrűség-vektor folytonosságára vonatkozó egyenlet

$$\text{div } \mathbf{J} = 0.$$

A (3)—(9) egyenletet a (2) felhasználásával kombinálva

$$\text{rot } (\nu \text{ rot } \mathbf{A}) = 0. \quad (5)$$

Az *a*) feltételezés miatt a tér kétdimenziós, így felírható tehát, hogy

$$B_z = 0, \quad \frac{\partial B}{\partial z} = 0;$$

továbbá, hogy

$$J_x = 0, J_y = 0, J_z = J.$$

Így

$$A_x = A_y = 0 \text{ és } \mathbf{A} = A_z.$$

Az (5) parciális differenciálegyenlet kifejtve derékszögű, illetve poláris koordinátarendszerben

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J \quad (6)$$

és

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\nu}{r} \left( \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \Phi} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial \Phi} \right) = -J. \quad (7)$$

A (6), (7) egyenletekben *x*, *y*, *r* és  $\Phi$  ortogonális koordinátákat jelölnek. A koordinátarendszer *z* tengelye egybeesik a gép tengelyével.

#### 4. A mágneses indukció számítása

A (6), (7) egyenletek megoldása megadja a vektorpotenciált a heteropoláris gép keresztmetszetében. A **B** mágneses indukció mint az **A** vektorpotenciál rotációja nyerhető. Derékszögű koordinátákban az indukció komponenseire adódik:

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y} \quad \text{és} \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}. \quad (8)$$

Hasonlóan poláris koordinátákban az indukció komponensei

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \Phi} \quad \text{és} \quad B_\Phi = -\frac{\partial A}{\partial r}. \quad (9)$$

Az indukció ezután mint a komponensek négyzetösszegéből vont négyzetgyök számítható.

#### 5. Határfeltételek

A (6) és (7) egyenletek megoldásának a következő határfeltételeket kell kielégítenie:

a) A hossz tengelyben üresjáráskor és tisztán reaktív terhelésnél a vektorpotenciál állandó. A fluxusvonalaknak merőlegeseknek kell lenniök a kereszt tengelyre.

b) Levegő—vas határfelületeken a  $\mathbf{H}$  mágneses térerősség tangenciális és a  $\mathbf{B}$  mágneses indukció normális komponensének folytonosan kell átmennie. Sarkoknál e feltételeknek kell teljesülniök a sarkot alkotó mindkét határfelületen a sarokponttól végtelen közeli távolságban.

c) Áramterek határán az áramot vivő vezető permeabilitása a levegő illetve a vezetőt körülvevő szigetelés permeabilitásával egyezik meg. A  $\mathbf{H}$  tangenciális komponense a lineáris áramsűrűség miatt nem folytonos, a  $\mathbf{B}$  normális komponense folytonos.

d) Terhelésnél a vektorpotenciál kétszeres pólusosztással periódikus függvény marad, tehát egy  $P$  pontbeli  $A_p$  vektorpotenciál nagyságra egyező, előjelre ellentétes lesz az ugyanazon íven, de pólusosztással odébb levő  $P'$  pont  $A'_p$  vektorpotenciáljával.

e) A vektorpotenciál a gép kontúrján kívül és a forgórész belső furatában zérus, feltételezve, hogy a levegő permeabilitása a gépen kívül zérus.

### III. A parciális differenciálegyenlet átalakítása véges differenciákat tartalmazó alakra

#### 1. Diszkrétizálás és rácsháló

A (6) és (7) egyenlet olyan explicit megoldása nem lehetséges, amely tekintetbe veszi a különböző tartományok bonyolult kontúrajait, a határfeltételeket és nemlinearitásokat.

A numerikus megoldás első lépéseként a parciális differenciálegyenletet parciális differenciaegyenletekkel helyettesítsük. Ezért a gép keresztmetszetének folytonos tartományát rácshálózattal helyettesítjük, ahol a rácspontok kicsiny, de véges távolságra vannak egymástól. Ezekben a differencia-egyenletekben az eredeti egyenletek parciális deriváltjait az azokat közelítő algebrai differenciákat tartalmazó kifejezésekkel helyettesítjük. Az eredményű adódó változó együtthatós algebrai egyenletrendszer megoldjuk a vektorpotenciálra. Eredményül az  $\mathbf{A}$  vektorpotenciál értékeit kapjuk a diszkrét rácspontokban, amely így a nemlineáris probléma közelítő megoldását jelenti.

#### 2. A rácshálózat (1., 2. ábra)

Azért, hogy minimális fáradsággal vagy különleges eljárás alkalmazása nélkül indexelhessük a rácspontokat, korábbi dolgozatoknál már elkerülhetetlennek látszott mind a radiális, mind a transzverzális rácsvonalak kiterjesztése a teljes vizsgált gépkeresztmetszetre. A radiális rácsvonalak számát

általában meghatározzák a radiális vagy közel radiális hornyok és fogak alakja, valamint elhelyezkedése. A rácsvonalakat a határfelületekhez közel kell elhelyezni, hogy a határfeltételeket teljesítsük. Minthogy a sztátor és a rotor konstrukciók által megkívánt rácsvonalak általában nem esnek egybe, jelentős megtakarítás adódik rácsponatokban és következésképpen memóriában, ha a sztátoron és a rotoron a saját struktúrájuk által megkívánt különálló rácshálózatot használunk. Ezért tehát kényelmesebb a sztátor és rotor rácshálót egymástól szétválasztani.

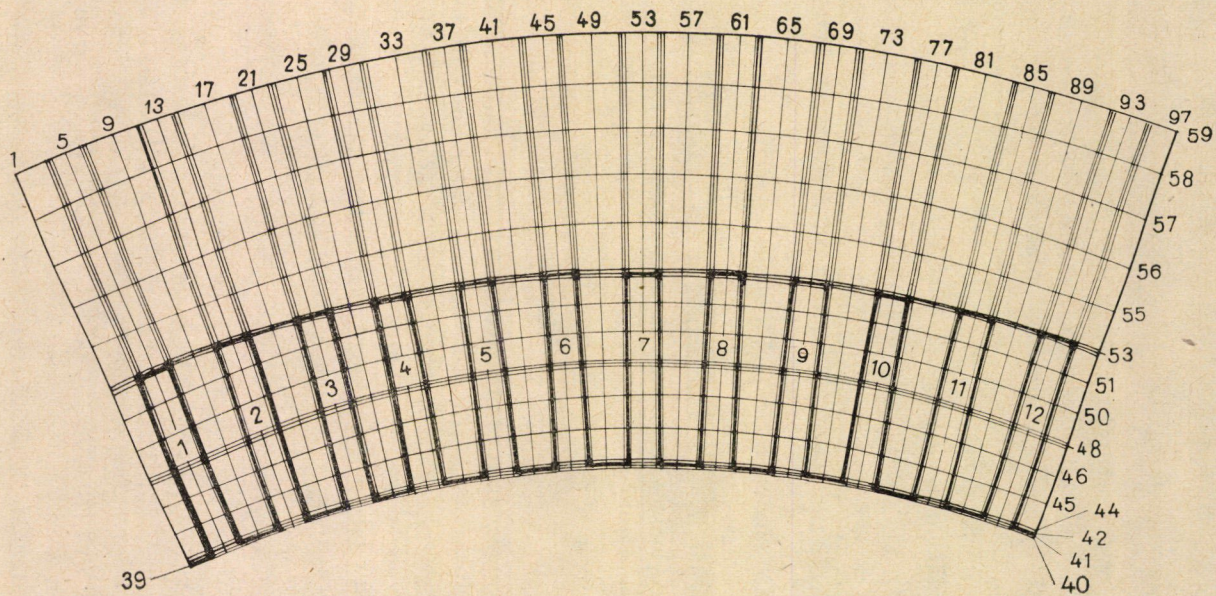
A légrés ebben a rendszerben két poláris rácshálóval van fedve: az egyik a sztátorhoz, a másik a rotorhoz van kötve. A vektorpotenciálok folytonosságát lineáris interpoláló eljárás biztosítja. A sztátor és rotor rácshálóknak két közös köralakú rácsvonala van a légrésben.

A transzverzális kör rácsvonalakat  $K$  betűvel jelöljük, és folytonosan számozzuk. A 2. ábra rotor rácsrendszerének  $K 38$  rácsvonala egybeesik az 1. ábrán látható sztátorrácsháló  $K 40$  rácsvonalával. Hasonlóan a rotorháló  $K 39$  és a sztátorháló  $K 41$  vonalai azonosak. A sztátor-rácshálózat radiális vonalai a sztátor  $K 40$  (rotor  $K 38$  körvonala) körvonalánál végződnek. Hasonlóan minden radiális rotor rácsvonal a rotor  $K 39$  körvonalánál végződik (a sztátor háló  $K 41$  körvonala). A radiális rácsvonalakat, vagy hornyok esetén a horonyoldalakkal párhuzamos rácsvonalakat  $J$  betűvel jelöljük és folytonosan számozzuk.

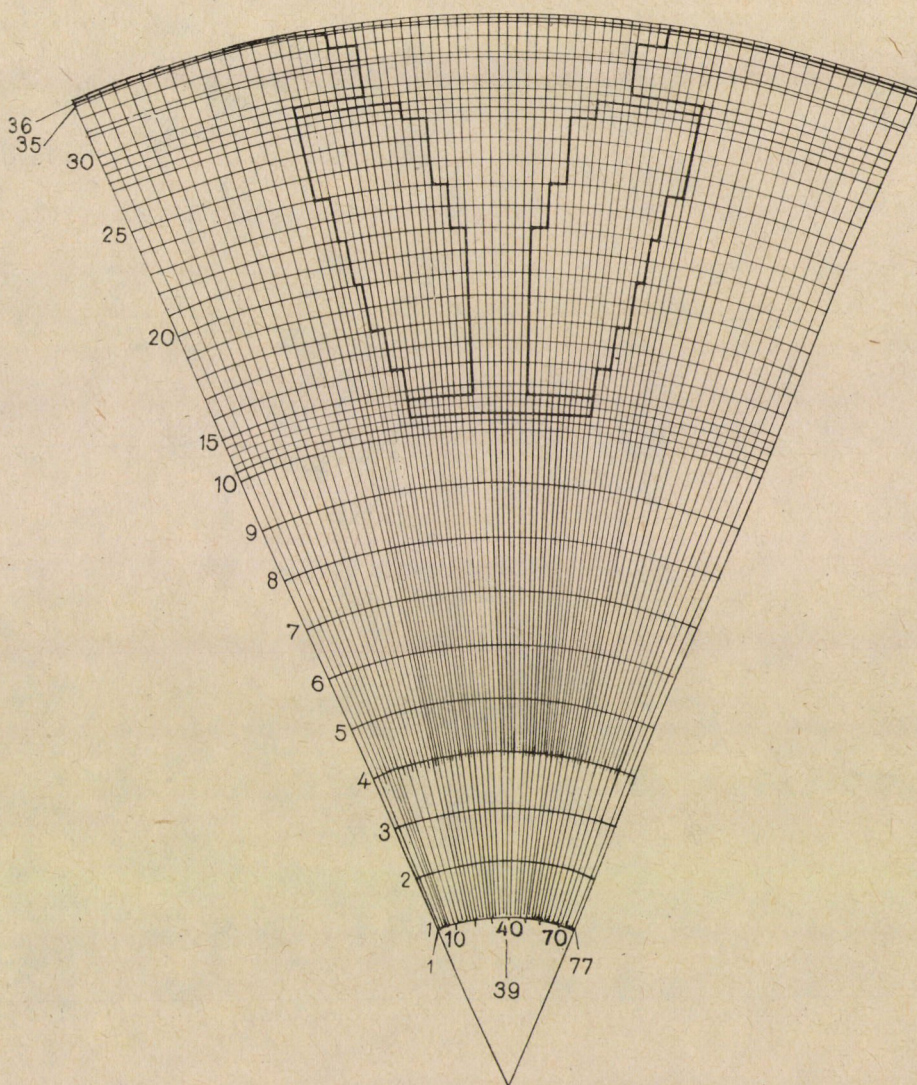
### 3. Sztátor-rácsháló

Az 1. ábrán a sztátor félig-meddig köralakú rácsvonalai a  $K 40$  rácsvonallal kezdődnek és a sztátor-kivágás  $K 59$  rácsvonallal ábrázolt külső kontúrjáig terjednek. A  $K 55$ -től  $K 59$ -ig a rácsvonalak körök. A  $K 42$ -től  $K 54$ -ig a rácsvonalak részben körívekből és húrokból állnak, azért mert a sztátor hornyok felületei derékszögű rácsozattal vannak fedve. Így például az 1. ábra  $I$  hornyának  $J$  vonalai 2-től 8-ig a  $K 42$  és  $K 47$  ívek között mind párhuzamosak a horony oldalával. A horony oldalait a  $J 3$  és  $J 7$  vonalak határozzák meg.  $K 42$ -től  $K 47$ -ig a rácsvonalak  $J 2$  és  $J 8$  vonalak közötti részei hurok, amelyek merőlegesek a horonyoldalakra. A horonyoldalakkal párhuzamos  $J$  vonalak, a  $K 40$  és  $K 42$ , illetve  $K 55$  és  $K 59$  rácsvonalak között, mint a középpontból húzott radiális vonalak folytatódnak. Feltételezzük, hogy a hornyok négyszögletesek és a horonyék bevágásoktól eltekintünk. A fogfejeknél tovább finomított rácshálóval a horonyék bevágások okozta telítődést könnyen figyelembe vehetnénk.

A sztátor-fognak  $I$  és  $2$  hornyok között megmaradt részére poláris rácshálót választottunk. Ennek a polár koordinátarendszernek kezdőpontja a  $J 8$  rácsvonal meghosszabbításának metszéspontjában van (a  $2$  horony oldalával párhuzamos). Hasonló különálló poláris rácshálókat használunk a többi,



1. ábra. Állórész-rácsháló



2. ábra. Forgórész-rácsáló

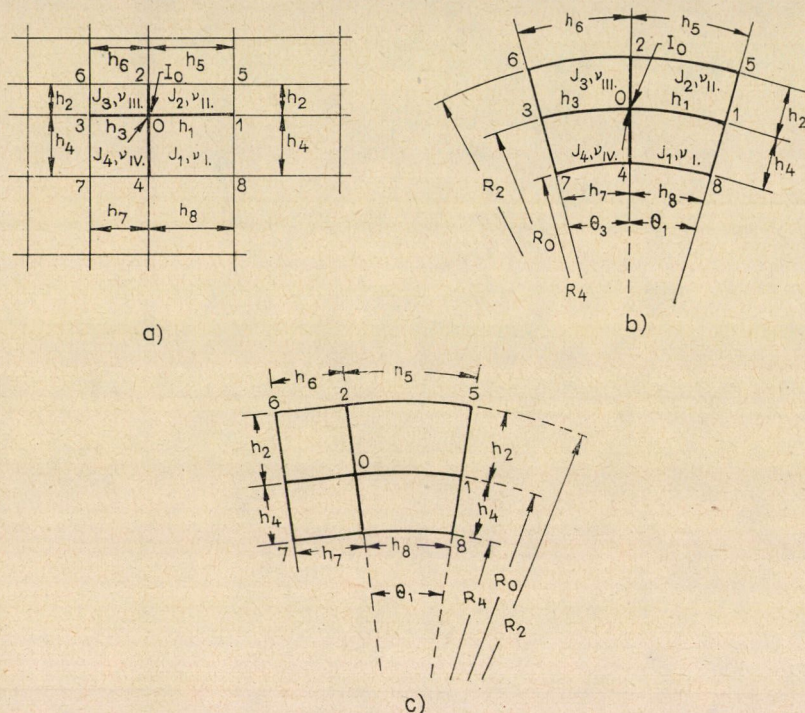
szomszédos hornyok közötti fogrészeknél is. Az ilyen rács elfogadott elnevezése policentrikus. Sztátornál a policentrikus középpontok az állórészfurattal koncentrikus kör kerületére esnek.

#### 4. Rotor-rácsáló

A 2. ábrán a  $K$  kör rácsvonalak a rotoron 1—39-ig terjednek. A rotoron belső furatot tételeztünk fel az origó és a  $K$   $l$  vonal között. Ez a fel-

tételezés szükségszerű azért, hogy a differenciál egyenletek és a differencia kifejezések ne váljanak szingulárisak. A rotor rácsrendszer  $K$  vonalai teljes körök, mivel tisztán polár koordináta rendszert használunk a gerjesztő rendszer diszkrétizálására.

$J 1$  és  $J 14$  között két egymást követő radiális rácsvonal közötti távolság  $3/4^\circ$ . Két szomszédos radiális rácsvonal közötti távolság  $J 14$  és  $J 58$  között



3. ábra. Rácsháló csoportok: derékszögű (a), poláris (b) és kombinált (c)

$1/2^\circ$ . A rácsrendszer szimmetrikus a kereszttenegelyre ( $J 39$  vonal), így a  $J 58$  és  $J 72$  közötti vonalak távolsága  $3/4^\circ$ .

### 5. Parciális differencia-algoritmus

A számítóprogram ésszerűsítése céljából előnyös egy differencia-algoritmus kidolgozása, amely minden típusú rácsháló csoportra érvényes — azaz derékszögű, poláris és a 3. ábrán látható a kettőből kombinált koordináta-rendszereknél is.



Az amper-törvény felhasználásával a  $J$ ,  $K$  rácspont  $A_0$  vektorpotenciálja következőképpen fejezhető ki:

$$A_0 = (I_0 + \sum_i \alpha_i A_i) \sum_i \alpha_i; \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (10)$$

Az egyenletben  $\alpha_i$  a háló geometriájának és a mágneses ellenállásoknak a következő függvénye:

$$\alpha_1 = (\nu_2 h_2 + \nu_1 h_4)/2h_1, \quad \alpha_3 = (\nu_3 h_3 + \nu_4 h_4)/2h_3; \quad (11a, b)$$

$$\alpha_2 = [\nu_2(h_1 + h_5) + \nu_3(h_3 + h_6)]/4h_2, \quad (11c, d)$$

$$\alpha_4 = [\nu_4(h_3 + h_2) + \nu_1(h_1 + h_8)]/4h_4.$$

Az  $I_0$  áramtag az áramsűrűségek és a hálócsoport geometriájának függvénye:

$$I_0 = (1/8) [J_1(h_1 + h_8) h_4 + J_2(h_1 + h_2) h + J_3(h_3 + h_6) h_2 + J_4(h_3 + h_2) h_4]. \quad (12)$$

A rácspontok távolságára a következő összefüggés áll fenn. Derékszögű hálónál

$$h_1 = h_8 = h_3, \quad h_2 = h_3 = h_6. \quad (13a, b)$$

Hengeres polár koordinátáknál a  $h_1 - h_8$  rácspontok távolsága

$$h_1 = R_0 \Theta_1, \quad h_2 = R_2 - R_0, \quad h_3 = R_3 \Theta_3, \quad h_4 = R_0 = R_4; \quad (14a, b, c, d)$$

$$h_3 = R_2 \Theta_2, \quad h_6 = R_2 \Theta_3, \quad h_7 = R_1 \Theta_3, \quad h_8 = R_1 \Theta_1. \quad (14e, f, g, h)$$

Az  $I_0$  áramok a (10) egyenletben és (11), (12) egyenletekkel adott állandók tárolva vannak a számítógép memóriájában. Minden iterációhoz csupán a (11) egyenlettel meghatározott állandókat, a (10) egyenlettel meghatározott vektorpotenciálokat és a következőkben ismertetett mágneses ellenállásokat kell meghatározni.

### 6. A mágneses indukciók differencia kifejezései

Egy rácselemben a  $\nu$  fajlagos mágneses ellenállás átlagos értéke a rácselem geometriai középpontjában fellépő  $B$  indukció függvénye. Például a mágneses indukció radiális komponensének átlagos értéke a 3a. ábrán látható 0, 1, 5, 2 rácselemben

$$B_{r1} = \left[ \frac{A_1 - A_0}{2h_1} + \frac{A_5 - A_2}{2h_5} \right]. \quad (15a)$$

### A tangenciális komponens

$$B_{\phi 1} = \left[ \frac{A_1 - A_0 + A_5 - A_2}{2h_2} \right]. \quad (15b)$$

A (15) egyenletekben a  $h$  értékek derékszögű háló esetén a (13a) és (13b) egyenletekből, poláris háló esetén a (14a—h) egyenletekből határozhatók meg. A rácselem geometriai középpontjának indukciója ezután mint az indukció radiális és tangenciális komponense négyzetösszegéből vont négyzetgyök számítható. A  $B$  indukcióhoz tartozó  $\nu$  fajlagos mágneses ellenállás a következőkben leírt numerikus eljárással kapható meg.

#### 7. A mágnesezési görbe számítógépes leképzése

A tapasztalat szerint egyetlen függvénnyel nagyon ritkán érhető el jó közelítés a mágnesezési görbe teljes felhasznált tartományában. Az alkalmazott iterációs eljárás során az indukció túllőhet az erősen telített tartományba is, így megfelelő közelítést kell elérni a telítődési ponton túl is. Ennek elérésére a mágnesezési görbét 2—4 részre kell felbontani, hogy biztosítsuk a relaxációs eljárások jó konvergenciáját. A mágneses ellenállás számítása a telített tartományban — nem megfelelő közelítésnél — nagy értékű fajlagos mágneses ellenállásokhoz vezethetnek, amelyek gátolják a konvergenciát, mivel a telített tartományban a  $B$  indukció kis változásához a  $H$  térerősség nagy változásai tartoznak.

A mágnesezési görbe felosztása könnyen megvalósítható, azonban a számítógép programban biztosítani kell annak érzékelését, hogy a fajlagos mágneses ellenállás vagy egy adott indukcióhoz tartozó mágneses ellenállás számításához a mágnesezési görbe melyik részét kell használni.

Ha már egyszer eltökéltük a mágnesezési görbe felosztását, akkor valójában már nem számít, hogy azt kevesebb vagy több szakaszra bontjuk. Az érzékelési idő független a választott szakaszok számától. A számítási eljárás gyorsításához elkerülhetetlen, hogy minden szakaszban a térerősség vagy az indukció számításához szükséges műveletek száma kicsi legyen. Ez legkönnyebben TRUTT és ERDÉLYI [10] által leírt megfelelően kis szakaszokon belüli lineáris interpolációval érhető el.

## IV. Relaxáció pontról-pontra

### 1. Váltakozó módszer

Miután az  $N$  rácspontokra felírtuk a véges differencia egyenleteket, egy iterációs módszert használunk az  $N$  egyenlet egyidejű szimultán megoldására. Az  $N$  egyenletből álló egyenletrendszer megoldása a potenciálokat

eredményezi az  $N$  rácspontban. A nemlinearitások okozta probléma könynyítésére az iterációs eljárás két lépésre van osztva. Az elsőben a potenciálokat relaxáljuk feltételezve, hogy a mágneses ellenállások az adott helyen nem változnak az iteráció során. A második lépésben az ellenállásokat számítjuk újra a vektorpotenciálokból a később ismertetett módon. Számos programmal nyert tapasztalatok azt mutatták, hogy a vektorpotenciál problémáknál ez három egymást követő lépésben valósítható meg a legjobban, nevezetesen

- a) A potenciálok relaxációja;
- b) az a) eljárás gyorsítása;
- c) a fajlagos mágneses ellenállások alulrelaxációja.

### 2. A potenciálok relaxációja

Kezdeti értékeket veszünk fel a potenciálokra és az ellenállásokra. Az áramok  $J_0$  értékét a (12) egyenlethől határozzuk meg. A potenciálokat relaxáljuk minden rácspontban, tehát az eredeti értéket helyettesítjük a (10) egyenlet algoritmusa alapján számított értékekkel.

### 3. A konvergencia gyorsítása multiplikatív csoportrelaxációval

Ha semmilyen eszközzel sem gyorsítanánk az iterációs eljárások konvergenciáját néhány száz iterációra lenne szükség a vektorpotenciálok végső értékének eléréséhez. Stokes tételén alapuló csoport vagy blokk relaxációs technika alkalmazása szokásos. A *Colorado Egyetemen* az AHAMED [11] által javasolt multiplikatív konvergencia gyorsítást (*MAC*) vezettük be. A gerjesztési törvényt:

$$\oint_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \oint_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} \quad (16)$$

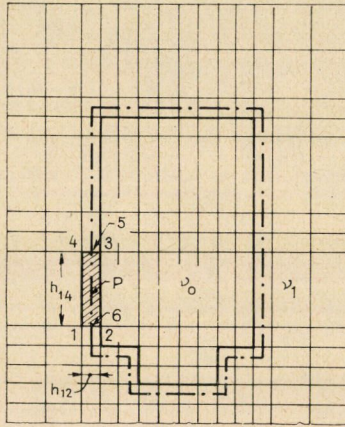
a tér minden tartományában ki kell elégíteni. A *MAC* eljárásnál a tartomány körül alkalmasan választott zárt úton (általában a külső kontúr) képezzük a  $H$  vonalintegrálját az  $r$ -ik iteráció után és ezt  $F(r)$ -rel jelöljük. Az áramsűrűség felületi integrálja (az  $I$  gerjesztés) a független változó. Az  $I$  és  $F(r)$  hányadosát  $C(r)$ -rel jelöljük. A (16) egyenlet általában nem teljesül az  $r$ -ik iterációnál. Az egyezés kieszközlésére az integrálási út mentén minden potenciált megszorozunk  $C(r)$ -rel.

Számos integrálási utat és egy a potenciál korrekciójára szolgáló formulát tartalmazó bővített *MAC* eljárást írnak le ERDÉLYI és mások. REECE [12] arra a következtetésre jutott, hogy a módszer sikeres alkalmazása a felhasználó gyakorlatán és ítéletén múlik és egy megbízható automatikus eljárás valószínűleg gazdaságtalan lenne.

#### 4. A vektorpotenciálok additív gyorsítása

A *Colorado Egyetemen* jelenleg az additív konvergencia gyorsító eljárást (*ACC*) használjuk, amelyet *LA VALLÉE—POUSSIN* és *LION* [13] dolgozott ki. Elméleti bizonyítása azon a feltevésen alapul, hogy a levegőből álló tartományok, „ablakok” zérus mágneses ellenállású vassal teljesen zártak.

Az eljárásnál egy zárt integrálási utat veszünk fel a vashan (4. ábra), amely szorosan körül fogja az ablak kontúráját és képezzük a  $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$  vonalintegrált a zárt út mentén. A gerjesztési törvény szerint az integrálnak ismét



4. ábra. Az additív konvergencia gyorsításhoz felvett integrálási út

a görbe által közrefogott  $I_c$  árammal kell egyenlőnek lennie. Ez azonban az iteráció kezdeti stádiumában még nem fog teljesülni. Az eredményül adódó különbség az integrációs út súlyozott hosszával elosztva egy  $\Delta A$ -val jelölt mennyiséget ad. Az  $A'$  korrigált vektorpotenciál érték definíciója

$$A' = A + \Delta A. \quad (17)$$

Ha az alkalmazott feltevésünk teljesülne, ennek gyorsítania kellene a vektorpotenciál differencia egyenlet iterációs eljárását. Ekkor a konvergencia ugyanolyan lenne, mintha a tartományok ellenállásdifferenciái kicsinyek lennének.

Számos számítógép program azt mutatta, hogy a gyorsítás ezen módszere a konvergencia javulásához vezethet még ha az idealizálási feltevések pontosan nem is teljesülnek. Valóságos gépeknél mindig ez a helyzet, amelyeknél az ablakok azaz a hornyok nem zártak és a vas mágneses ellenállása nem zérus. A számítások eredményei azt mutatták, hogy a konvergencia additív gyorsítása a túrelaxációk oszcillációját is némileg csillapítja.

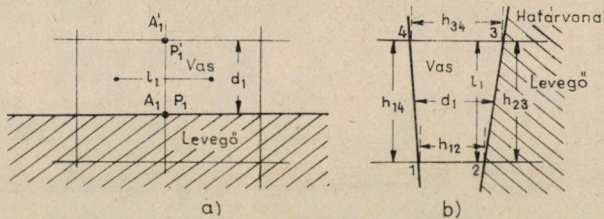
A szerzők a módszert nem terjesztették ki nemlineáris problémákra. Az 5. ábrán alapuló nemlineáris formulát ERDÉLYI [16] és mások dolgozták ki.

$$\Delta A = [I_c + \sum_i (v_{fe})_i (l_i/d_i) (A'_i - A_i) / \sum_i (v_{fe})_i (l_i/d_i)], \quad (18)$$

$$\Delta A = \frac{I_c + \sum_i \left( \frac{v_{fe}}{2} \right)_i \frac{h_{14} + h_{23}}{h_{12} + h_{34}} [A_1 - A_2 + A_4 - A_3]}{\sum_i (v_{fe})_i \frac{h_{14} + h_{23}}{h_{12} + h_{34}}} \quad (18a)$$

és

$$h_{34} = h_{12}; \quad h_{14} = h_{23}.$$



5. ábra. Konvergencia gyorsítása nemlineáris esetben

A (18a) egyenlet egyszerűsödik:

$$\Delta A = \frac{I_c + \sum_i (v_{fe}/2)_i (h_{14}/h_{12}) (A_1 - A_2 + A_4 - A_3)}{\sum_i v_{fe} (h_{14}/h_{12})}. \quad (18b)$$

### 5. A mágneses ellenállások alulrelaxációja

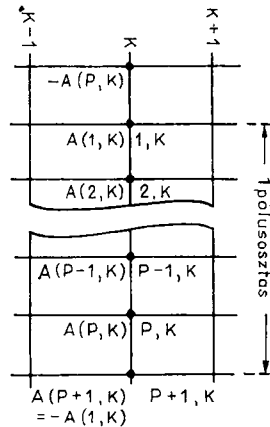
A tapasztalat azt mutatta, hogy (15) egyenletből számolt értékek oszcillációhoz vezethetnek és a konvergencia sebessége csökken. Ezért a  $(r + 1)$ -ik iteráció után a (15) egyenlettel számolt  $v_{r+1}$  mágneses ellenállást alulrelaxáljuk

$$v^{r+1} = (v_{r+1} - v^r) \omega(u) + v^r. \quad (19)$$

## V. A szukcesszív sor túlrelaxációs technika (SLOR)

A relaxációs iteráció gyorsabb konvergenciájának biztosítására tanácsos egy pont potenciáljának meghatározásához a négy szomszéd pontnál több pontot figyelembe venni. Ez okból a sor iterációs eljárást vezetjük be. A fent leírt pontról pontra iterációs módszernél egy pont vektorpotenciálja

a négy déli, nyugati, északi és keleti irányba eső szomszéd pont függvénye volt. A sor iterációs módszernél egy rácsvonalon levő pontok potenciáljai a két szomszédos rácsvonal potenciáljaiból adódnak. A sor iterációkon alapuló vektorpotenciál differencia egyenletek az ún. Young-féle  $A$  tulajdonsággal rendelkeznek [14]. Ily módon enyhe túlrelaxáció lehetséges még a mágneses tér nemlineáris kezelésénél is.



6. ábra. Periodicitási feltétel

A pontról pontra relaxációk lassú konvergenciájának kiküszöbölésére a gyorsabban konvergáló *SLOR* eljárásban egy rácsvonal minden pontjának potenciálját egyidejűleg relaxáljuk és ahogy a továbbiakban megmutatjuk túlrelaxálásuk valóban lehetséges.

### 1. Nehézségek a periodicitási feltételek teljesítésében

A potenciálok implicit megoldása egy vonal mentén — ha a határ-feltételek Dirichlet vagy Neumann típusúak — egy tridiagonális mátrixhoz vezet. Ekkor a potenciálok szimpla rekurziós formulával nyerhetők [15]. Terhelésnél mind a sztátor mind a rotor vezetőkben áram folyik és a 6. ábrán látható ún. periodicitási feltételeket ki kell elégíteni. A potenciáloknak egy  $K$  vonalon ki kell elégíteni a következő feltételt:

$$A(J_1K) = -A(J + P_1K),$$

ahol  $2P$  a  $K$  vonalon levő kontúr—periódus rácspontjainak a száma. A potenciálok a  $K$  vonalon az  $r$ -ik iteráció során a következő egyenlethől vehetők:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{I} & -g_1(\mathbf{I}) & 0 & 0 & 0 & g_3(\mathbf{I}), \\ -g_3(2) & \mathbf{I} & -g_1(2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & -g_1(\mathbf{P}-\mathbf{I}) & \\ g_1(\mathbf{P}) & 0 & & 0 & -g_3(\mathbf{P}) & \mathbf{I} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} A(\mathbf{I}, K) \\ A(2, K) \\ A(\mathbf{P}_1 K) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C(\mathbf{I}) \\ C(2) \\ C(\mathbf{P}) \end{vmatrix} \quad (20)$$

vagy

$$|G| |A| = |C|. \quad (20a)$$

A  $g$  és  $C$  együtthatók a következőket jelentik:

$$g_1(\mathbf{I}) = \alpha_i(\mathbf{I}) / \sum_i \alpha_i(\mathbf{I}); \dots g_1(\mathbf{P}) = \alpha_1(\mathbf{P}) / \sum_i \alpha_i(\mathbf{P}), \quad (21a-n)$$

$$g_3(\mathbf{I}) = \alpha_3(\mathbf{I}) / \sum_i \alpha_i(\mathbf{I}); \dots g_3(\mathbf{P}) = \alpha_3(\mathbf{P}) / \sum_i \alpha_i(\mathbf{P}); \quad (22a-n)$$

$$C(\mathbf{I}) = [\alpha_2(\mathbf{I})A(\mathbf{I}, K+1) + \alpha_4(\mathbf{I})A(\mathbf{I}, K-1) + I_0(\mathbf{I}, K)] / \sum_i \alpha_i(\mathbf{I}), \quad (23a)$$

$$C(\mathbf{P}) = [\alpha_2(\mathbf{P})A(\mathbf{P}, K+1) + \alpha_4(\mathbf{P})A(\mathbf{P}, K-1) + I_0(\mathbf{P}, K)] / \sum_i \alpha_i(\mathbf{P}). \quad (23n)$$

Itt  $i = 1, 2, 3, 4$ .

A (20) mátrix elemeit csökkentjük átvive a  $g_3(\mathbf{I})$  és  $g_1(\mathbf{P})$  tagokat az egyenlet jobb oldalára és összevonva őket a  $C$  vektor megfelelő  $C(\mathbf{I})$  és  $C(\mathbf{P})$  tagjaival. A módosított  $C$  vektort  $D$ -vel jelöljük. Ebben a lépésben az  $A(\mathbf{I}, K)^{r-1}$  és  $A(\mathbf{P}, K)^{r-1}$  potenciálokat, amelyek az  $(r-1)$ -ik iterációnál adódnak használjuk az  $r$ -ik iteráció során az  $A(\mathbf{J}, K)^r$  potenciálok számításához:

$$|G'| |A| = |C|, \quad (24)$$

ahol

$$|G'| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g_3(2) & 1 & -g_1(2) & & \\ & -g_3(3) & 1 & -g_1(3) & \\ & & & & \\ 0 & 0 & & & -g_3(\mathbf{P}) & 1 \end{vmatrix} |D| = \begin{vmatrix} D(1) \\ D(2) \\ D(3) \\ \cdot \\ D(\mathbf{P}) \end{vmatrix}. \quad (24a, b)$$

Az új  $|G'|$  mátrix tisztán tridiagonális lesz és a jólismert rekurzív formula használható.

## 2. A vektorpotenciálok túlrelaxációja

Elliptikus parciális differenciálegyenletek relaxációs módszerekkel történő megoldásánál kimutatták, hogy a differencia egyenletek szimultán megoldásának konvergenciája nagy mértékben javítható túlrelaxációs tényezőként ismert súlyozó faktorok alkalmazásával. Ezt a következőképpen használjuk:

$$A'(J, K)_{r+1} = A(J, K)_r + W[A(J, K)_{r+1} - A(J, K)_r]. \quad (25)$$

A (25) egyenletben  $W$  a túlrelaxációs tényező és a  $r$  az befejezett iterációk száma,  $A_{r+1}$  a rácspontban a potenciál új számított értéke.

Ez a módszer használható nemlineáris differenciálegyenletre is, bár jelenleg elméletileg ez nem igazolható. A leggyorsabb konvergenciához tartozó optimális  $W$  érték nemlineáris problémáknál analitikailag nem található meg csupán kísérletileg.

A sor iterációs technika megengedi a túlrelaxációt, mivel az eleget tesz az  $A$  tulajdonságnak. Skalár potenciál problémákon nyert tapasztalatok szerint a túlrelaxáció nemlineáris problémákra is alkalmazható, ha mérsékeljük a túlrelaxációs tényezőt. Növekvő telítődéssel ezt a tényezőt rendszerint csökkenteni kell. Egyenáramú gépen szerzett tapasztalatok alapján a vektorpotenciálok túlrelaxációja alkalmazható, ha a túlrelaxációs tényező 1,3 körül van és biztosítjuk a potenciálok és a maradékok oszcillálásának csillapítását.

### 3. $A$ konvergencia ellenőrzése

A nagy számítási költségek miatt az iteráció nem folytatódik, ha mérnöki szempontból elfogadható eredményeket értünk el. A maradékok definíciója

$$\varrho(J, K) = [A(J, K) - I_0(J, K) + \sum_i (\alpha_i A_i)] / \sum \alpha_i \text{ és } i = 1, 2, 3, 4. \quad (26)$$

Az  $r$ -ik  $SLOR$  iteráció maradékai a következő egyenletből nyerhetők:

$$|\varrho^r(J, K)| = |G'[A^r(J, K)]| \cdot |A^r(J, K)| - |D[A^r(J, K)]|. \quad (27)$$

A szerző jelenlegi programjaiban az  $R_S$  maradékok abszolút értékeinek összege definíció szerint

$$R_S = \sum_K \sum_I |\varrho^r(J, K)|, \quad (28)$$

ahol  $K = 1, \dots, K_{(\max)}$ ;  $J = 1, \dots, J_{(\max)}$

és a maximális  $R_M$  maradékot használjuk mint a konvergencia kritériumát. Ha  $R_S$  és  $R_M$  értékek egyaránt kisebbek egy bizonyos előre meghatározott  $\varepsilon(S)$  és  $\varepsilon(M)$  határnál és mindketten monoton csökkennek, akkor feltételezzük, hogy az  $A$  megfelelő megoldásrendszerét megkaptuk és az iterációt leállítjuk.

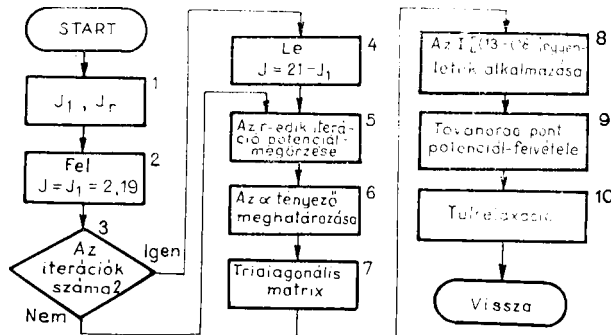
### 4. $A$ műveletek sorrendje (7. ábra)

A műveletek sorrendjének megválasztása ahhoz, hogy egy adott terhelési állapot és rotor pozíció mellett a vektorpotenciálokat megkapjuk, számos



előző program tapasztalatai alapján történt. További útmutatásként az alábbi blokkvázlat szerinti számítógép programmal végzett kb. 30 rövid és számos hosszabb futtatás szolgált. A  $K 59$ -tól  $K 1$  rácsvonalakig (vagy az ellenkező irányban) a relaxációs iteráció végrehajtása a következő lépésekben történt:

- szukcesszív sor túlrelaxáció a sztátoron ( $K 59$ -tól  $K 21$ -ig);
- interpoláció a  $K 21$  vonalon;
- szukcesszív sor túlrelaxáció a rotoron ( $K 19$ -tól  $K 1$ -ig);
- minden ablaknál a konvergencia additív gyorsítása csoportrelaxációval;



7. ábra. A számítási folyamat blokkvázlata

- a maradékok számítása minden egyes belső rácspontban;
- a maradékok  $R_S$  abszolút értékei összegének meghatározása;
- az  $R_M$  legnagyobb maradék nagyságának és helyének megkeresése;
- annak vizsgálata, hogy a maradékok  $R_S$  abszolút értékének összege és az  $R_M$  legnagyobb maradék kisebb-e, mint az előre felvett  $\epsilon_S$  és  $\epsilon_M$  mennyiségek.
- a mágneses ellenállások számítása és az új ellenállások alulrelaxációja.

### 5. A számítás befejező részei

Az  $a$ )– $i$ ) lépéseket addig kellett ismételni, amíg a  $h$ ) pontban foglalt feltételek nem teljesültek. Ezután kezdődött a következő befejező eljárás:

$j$ ) az  $a$ ) és  $c$ ) lépések túlrelaxációs tényezőit 1,00-ra csökkentettük és elhagytuk a konvergencia additív gyorsítását ( $d$ ) lépés). Az iterációt folytattuk, amíg az  $f$ ) és  $g$ ) kritériumok monoton csökkentek. A maradékok abszolút összegének növekedésekor az iterációt leállítottuk és kiszámítottuk

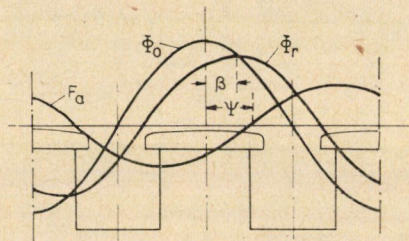
$k$ ) a mágneses indukciók radiális komponenseit a rotor felületén. Ezután következett

1) a vektorpotenciálok, mágneses ellenállások, maradékok, a maradékok abszolút értékeinek összege, a maximális maradék nagysága és helye és a radiális indukciók kinyomtatása.

## VI A számítások eredményei

### 1. Iterációk pontról pontra

A leírt módszereket számos kiálló pólusú gépre alkalmaztuk. A pontról pontra iteráció módszerét egy háromfázisú generátor légrésében a radiális mágneses indukció meghatározására használtuk. Névleges jellemzők 2750 kVA, 2300 V vonali feszültség, csillag kapcsolás, 60 Hz, 900 fordulat/perc, 8 pólus

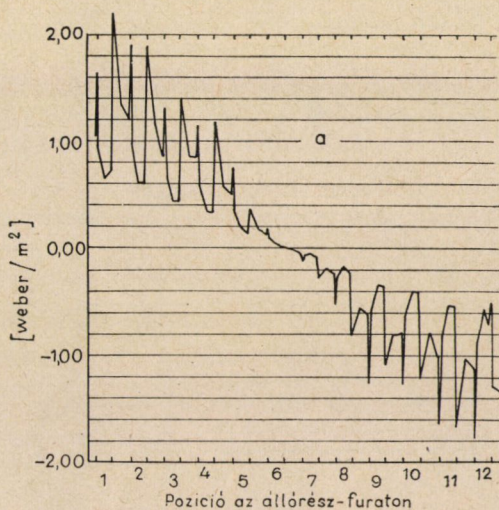


8. ábra. Belső fázisszög

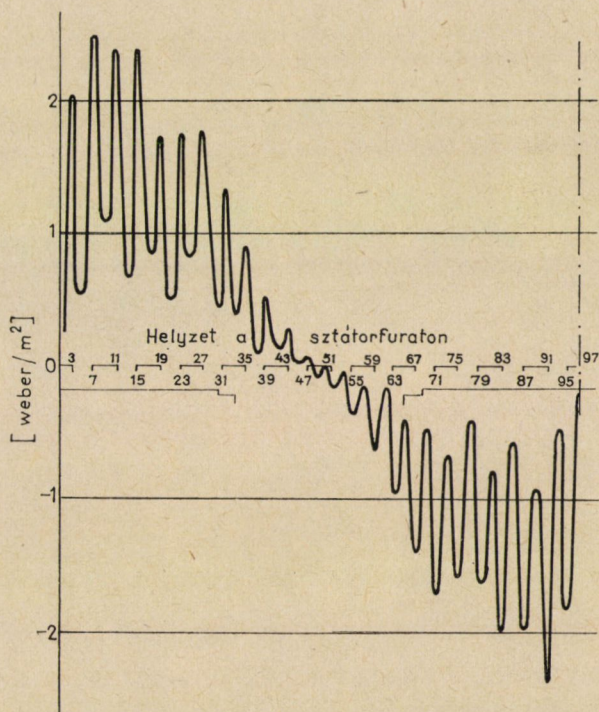
(1. és 2. ábra). A radiális légrésindukciót a névleges 10 500 ampermenet/pólus és a teljes terheléshez tartozó 696 A zérus belső terhelési szögű áramnál határoztuk meg. A probléma nemlineáris jellege miatt a belső teljesítmény szög új fogalmát vezettük be.

A szinkron gépek nemlineáris analízisének természetéből (8. ábra) következik, hogy  $\psi$  szöget kell független változónak választani és nem a kapcsolásfeszültség-áram szöget, mint ahogy azt telítetlen generátorok lineáris elméleténél tesszük. A javasolt módszernél a belső teljesítménytényezőt kell először megbecsülni, a terhelési szög és teljesítménytényezőhöz tartozó  $\theta$  szög a számítások eredményeiként adódnak.

Egy tipikus eredményt ábrázoltunk a 9. ábrán, amely az armatúra furatnál fellépő radiális légrésindukciót mutatja. Digitál-analóg átalakító berendezést használtunk a görbe felrajzolásához. Ez az ábra nem túlságosan használható a tervező számára, mert a rácsrendszer felvételéből eredő harmonikusokat tartalmaz, így ezt Fourier analízisnek vetettük alá, hogy az eredményeket a gyakorlatnak megfelelő alakban kapjuk meg. Ezután képeztük a harmonikusok összegét a 2. horonyharmonikusokig. A 10. ábrán látható az eredő fluxuseloszlás mint ezen harmonikusok összege.



9. ábra. Radiális légrésindukció (számítógépen nyert eredmény)

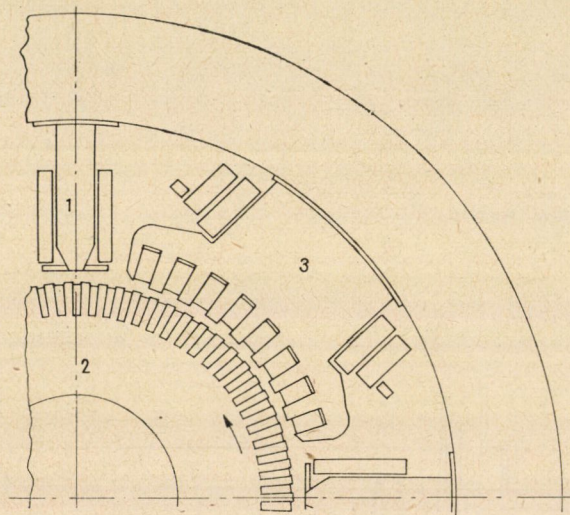


10. ábra. Radiális légrésindukció (harmonikusok összege)

## 2. A SLOR alkalmazása egyenáramú gépekre [16]

Az új SLOR eljárást alkalmaztuk a 11. ábrán vázlatosan feltüntetett 4 pólusú Westinghouse gépre (500 Le, 7500 V, 544 A, 300/900 fordulat/perc). A 11. ábra mutatja az alkalmazott rácshálót egy pólus felére.

A teljes terhelés állapotát négy rotor pozícióban és a kétszeres terhelés állapotát az 1. rotorpozícióban számítottuk. Az áramok és a gerjesztések a következők voltak: armatúra áram 544 A; külső gerjesztés 8300 A-menet;

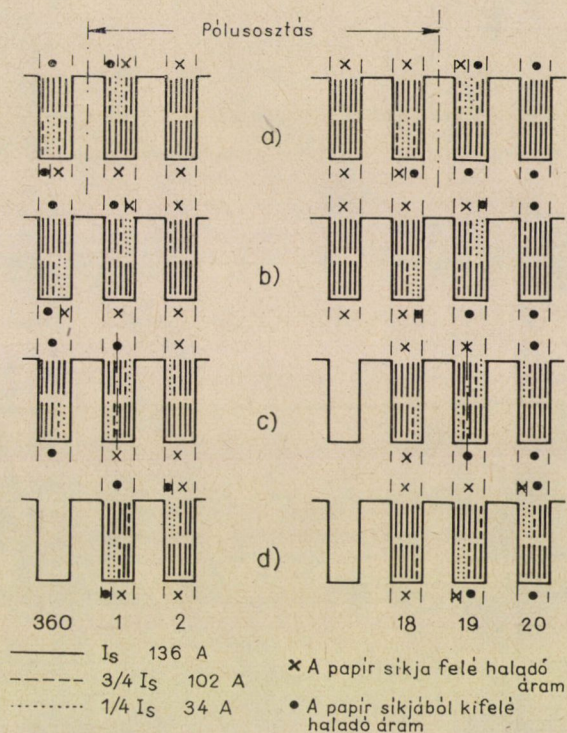


11. ábra. Egyenáramú gép vázlatos keresztmetszete (1 északi segédpólus; 2 a kefetengely; 3 északi főpólus)

kompenzáló tekercs gerjesztése 8720 ampermenet; kompaund gerjesztés 540 ampermenet; segédpólus gerjesztés 5450 ampermenet. A kommutáló zóna vezetőinek árama a 12. ábrán látható.

A vektorpotenciál túlrelaxációs tényezőjét 1,3-re választottuk. Ez az érték az alább ismertetett tapasztalaton alapul. A mágneses ellenállások alulrelaxációs tényezőjét az összes iteráció során 0,1 értékben állandónak tartottuk. A maradékok abszolút értékének összegére előre megadott elfogadható maximumot  $\varepsilon_S = 2,2 \times 10^{-1}$  Wb/m és  $\varepsilon_M = 1,75 \times 10^{-3}$  Wb/m értékre vettük. A számításokat 3 különböző számítógépen végeztük. Az  $\varepsilon_S$  és  $\varepsilon_M$  konvergencia kritériumok eléréséhez átlagosan 90–100 iterációra volt szükség. Az  $\varepsilon_S$  és  $\varepsilon_M$  elérése után 20 iterációt végeztünk túlrelaxáció és a konvergencia gyorsítása nélkül. Általában összesen 110–130 iteráció után fejeződött be a számítás, ily módon minden esetben  $R_S$  és  $R_M$  végső értékei  $\varepsilon_S$  és  $\varepsilon_M$  értékeknél kisebbek voltak.

*Az eredő radiális légrésindukciók.* A 13. ábrán látható az armatúra felületénél a teljes terheléskor fellépő eredő légrésindukció a négy rotor pozícióban. Az egyes radiális rácsvonalak indukcióit egyenes szakaszokkal kötöttük össze, így az eredmény csipkézett. Ez részben a hornyok sarkainak hatásából, részben a rácsháló megválasztásából ered. Hogy használható eredményeket



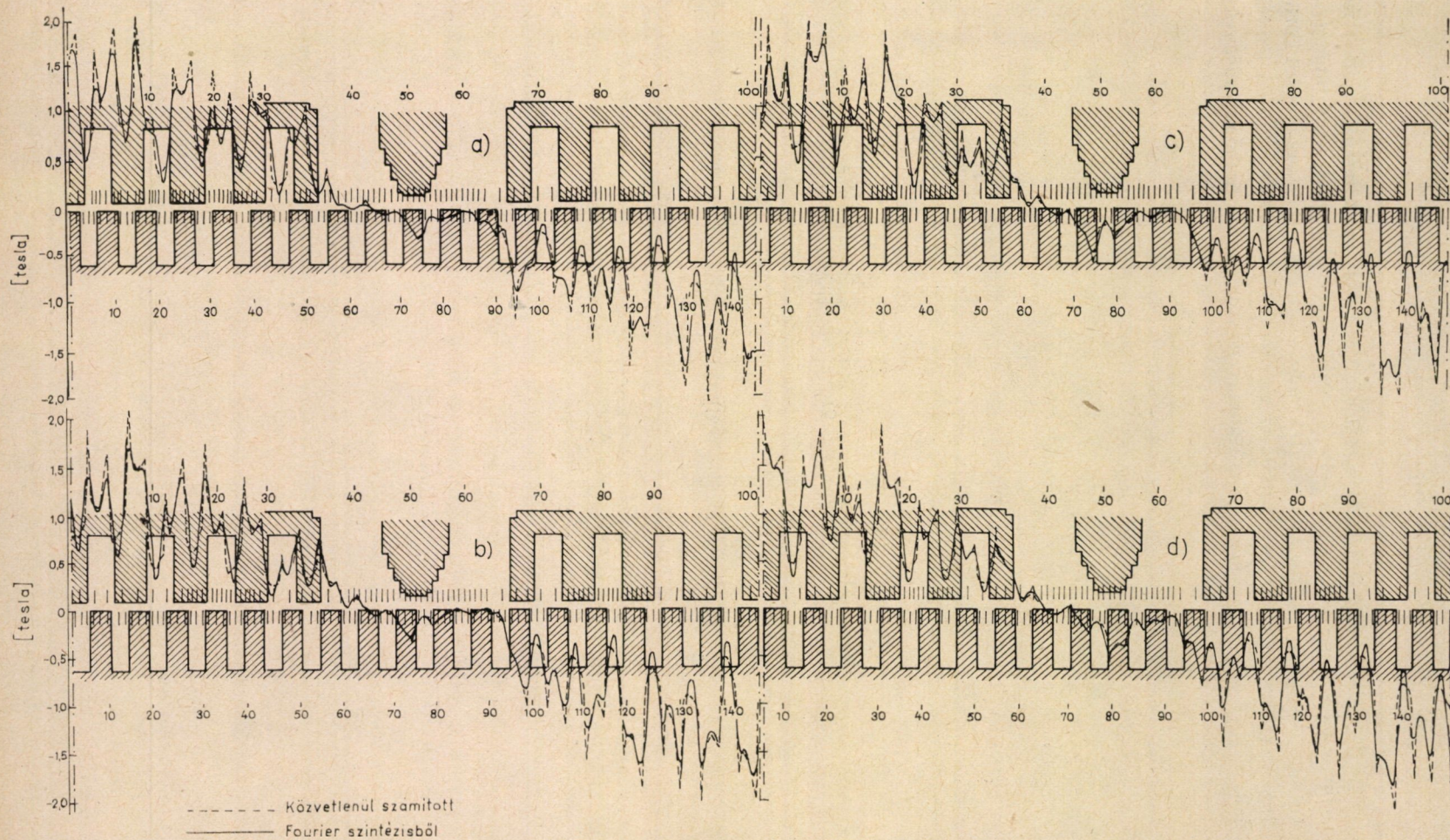
12. ábra. A kommutáló zóna áramai (a 1. rotor-helyzet, b 2. rotor-helyzet, c 3. rotor-helyzet, d 4. rotor-helyzet)

nyerjünk, a törtvonallal összekötött indukcióértékeket Fourier analízisnek vetettük alá és a jelentős harmonikusokat a harmadik horonyharmonikusig összegeztük. Az így összerakott görbék vastagon vannak jelölve.

A 13a—13d. és 14. ábrán látható, hogy a kompenzáció ennél a gépnél teljesen tökéletes. A mágneses indukció változása a különböző rotor pozícióknál és változásai a kommutáló zónában világosan láthatók.

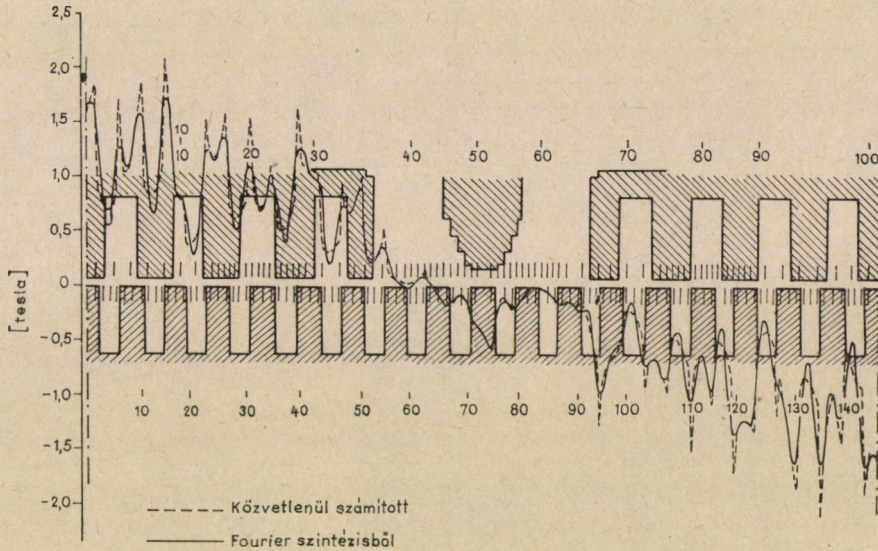
### 3. A SLOR alkalmazása nagy szinkron gépre [17]

Az új programot alkalmaztuk egy háromfázisú 82,5 MVA, 16,5 kV, 40 pólus, 60 Hz csillag kapesolású hidrogenerátorra is. A rácsháló a 15. ábrán látható. A nagy plóusszám miatt a generátort kiterítettük. A radiális légrés-



indukciókat és a 16. ábrán látható üresjárású karakterisztikát határoztuk meg. Látható, hogy a számított pontok jól egyeznek a mérésrel.

A névleges terhelésnél  $\psi = \pi/6$  belső terhelési szög, 1680 A gerjesztő áram, 2886,75 A/fázis armatúra áram mellett számoltunk. A radiális indukciót a sztátor furaton a 17. ábrán a szaggatott vonalú csipkés görbe ábrázolja. Ennek Fourier analízisével a rácsrendszerből adódó harmonikusok elmaradnak. A vektorábra mennyiségeinek kiszámításához meghatároztuk a horony

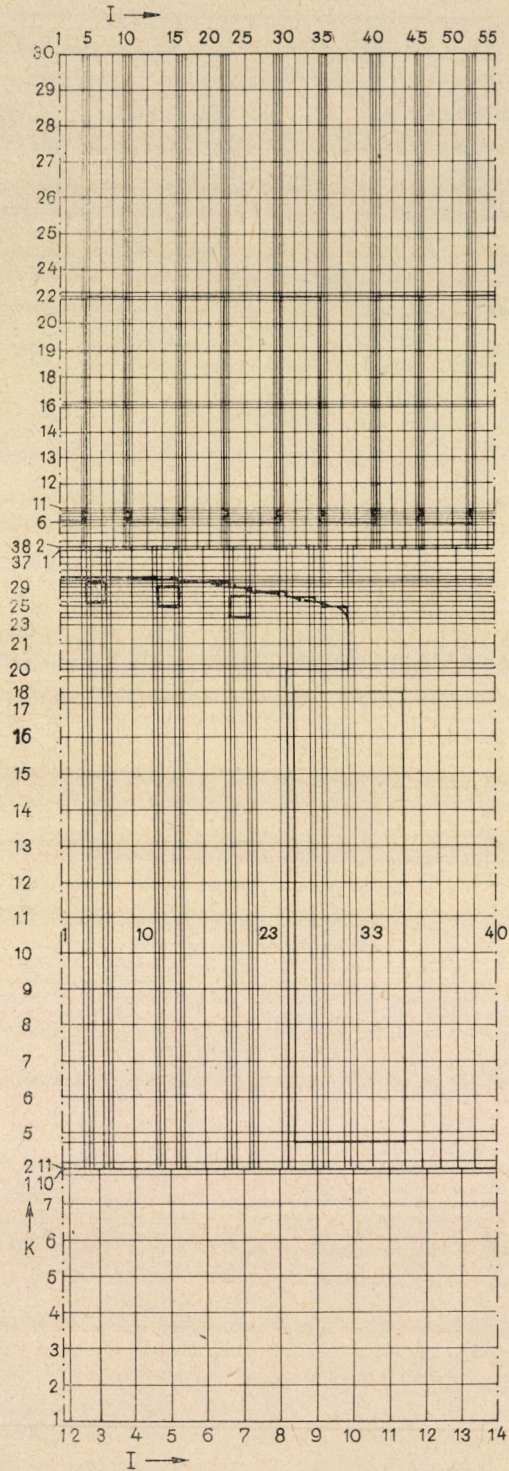


14. ábra. Radiális légrésindukció kétszeres névleges terhelésnél

középpontokat összekötő vonal mentén is az indukciókat, de ez itt nincs feltüntetve.

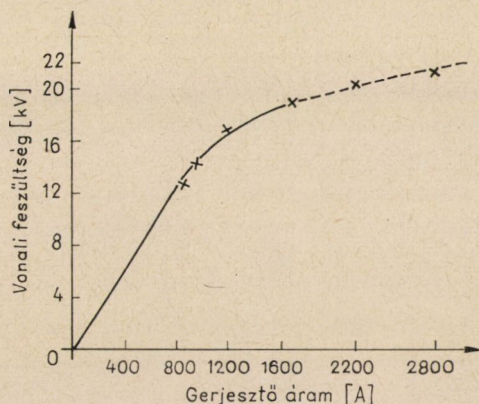
Az  $E_0$  üresjárású feszültség, amelyet a 18. ábrán látható fluxuseloszlás alapján számítottunk 18 892,0 V (vonali). A Fourier analízisből (V. 2.) számított belső (vonali) feszültség 16 931,0 V. A belső teljesítménytényezőt  $\psi = 30^\circ$ -nak vettük. Az üresjárású feszültség  $E_0$  és a belső feszültség közötti szög a Fourier analízisből  $4,76^\circ$ -ra (villamos) adódott. A terhelési szög  $\delta = 12^\circ$  (villamos). A teljesítménytényezőt  $\cos \Theta = 0,951$  (induktív) és az armatúra szórásreaktanciája  $X_{al} = 0,142$  (viszonylagos egység). A vektorábra egyszerű, mivel az összes adatokat a Fourier analízisből megkaptuk (18. ábra).

13. ábra. Radiális légrésindukció teljes terhelésnél (a 1. rotor-helyzet, b 2. rotor-helyzet, c 3. rotor-helyzet, d 4. rotor-helyzet)

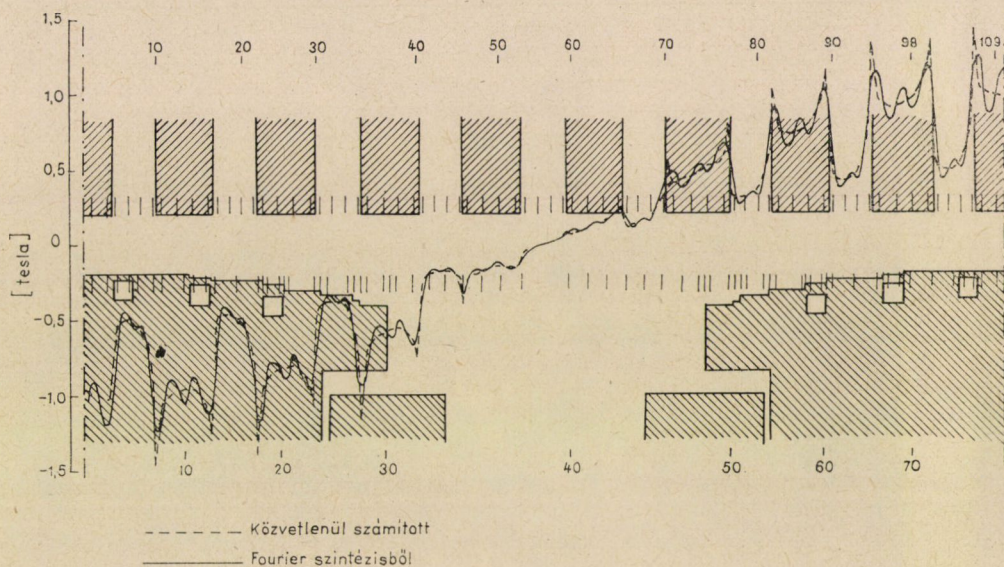


15. ábra. Nagy hidrogén-generátor rácshálózata





16. ábra. Hidrogenerátor üresjárású jelleggörbéje (— — — mért, × számított)

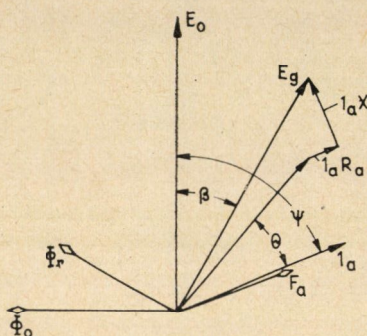


17. ábra. A radiális légrésindukció eloszlása névlegesen terhelt, nagy hidrogenerátorban

#### 4. A fluxusképek

Hogy a fluxuselozslást szemléletesebben lássuk, egy programot készítettünk a fluxusgörbéknek a számítógép és egy  $x-y$  író segítségével történő felrajzolására. Ez az új program a következő lépéseket hajtja végre. Végigpásztázza a keresztmetszet rácsvonalait, hogy az ismertetett módszerrel meghatározott diszkrét vektorpotenciálokból megtalálja az adott mágneses potenciálú pontokat. Ezután az adott vektorpotenciálú helyet tartalmazó rácsban a pont helyét interpolációval határozza meg. A pontok helye derék-

szögű koordinátákkal van kifejezve és miután az összes azonos vektorpotenciálú pontot megtalálta, a koordinátaíró kinyomtatja. Ezt az eljárást számos vektorpotenciál értékre megismételve a fluxusvonalakról átfogó képet nyerünk. Ezzel a rajzoló programmal a teljes terhelésű, 500 lóerős egyenáramú gépen nyert eredmények láthatók a 19. ábrán. A 20a, b, c ábrák mutatják a részletes fluxusképet a kommutáló zónában három különböző rotor pozíció



18. ábra. Vektorábra

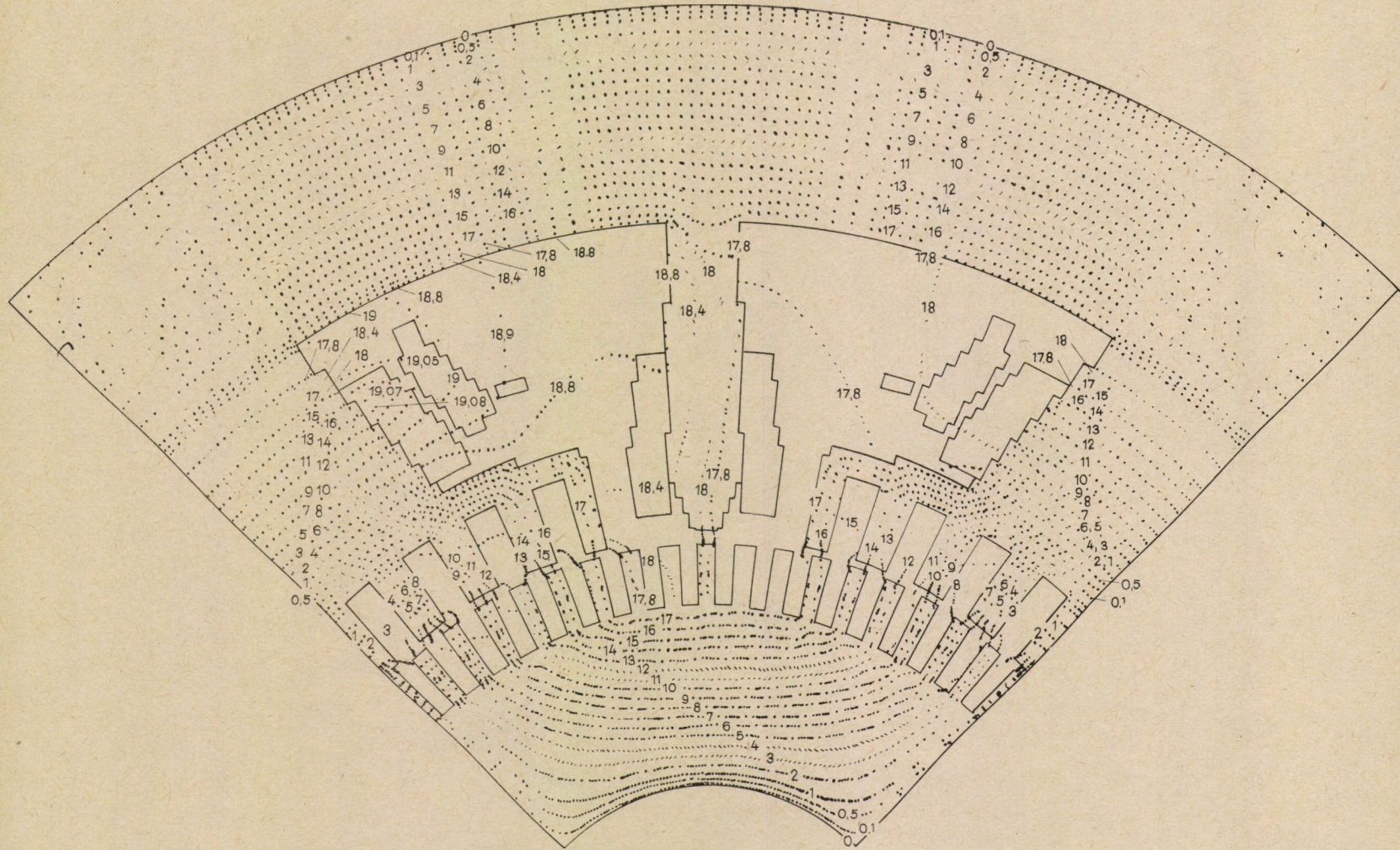
mellett. A 21. ábra mutatja a kommutáló zóna fluxusát a névleges terhelés kétszeresénél. A 22. ábrán a 82 MVA, 40 pólusú generátor fluxusképe látható teljes terhelésnél, 0,95 kapacitív teljesítménytényezőnél.

### 5. A SLOR konvergenciájának vizsgálata

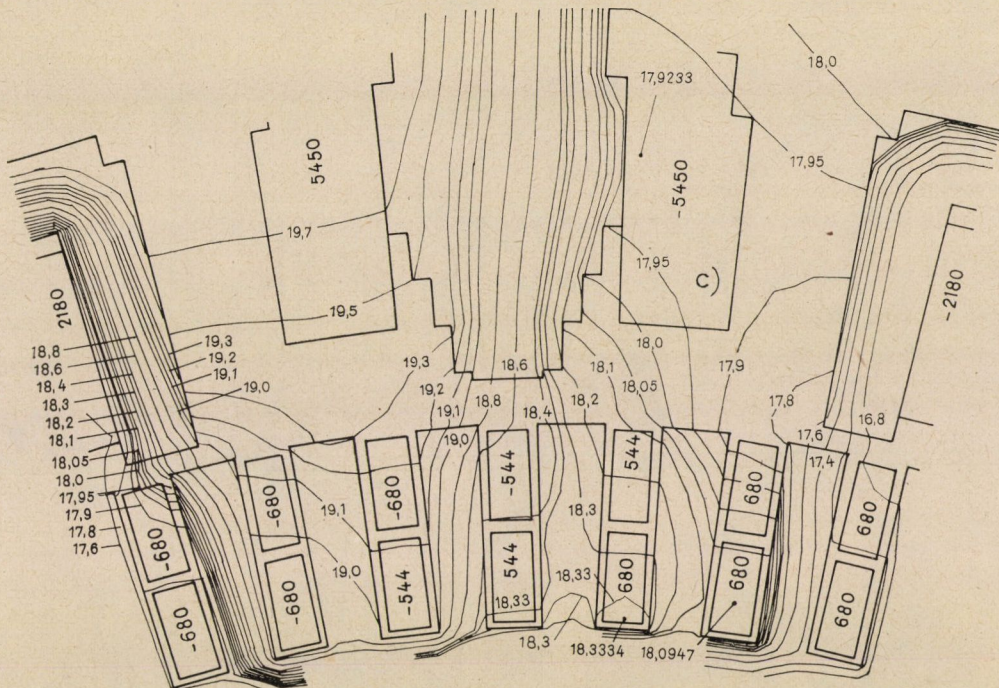
A teljes számítás elvégzése előtt kísérleteket végeztünk a konvergencia additív gyorsítása befolyásának vizsgálatára. A 23. ábra világosan mutatja a hatást. A pont-vonásos I görbe az  $R_S$  diagramja az AAC nélkül, a II görbe AAC-vel. A csillapító hatás és  $R_S$  gyorsabb csökkenése tisztán látható. Az integrációs utak akár külön, akár együttesen felvehetők a tartományokra. Bármelyik választás hatása a 24. ábrán látható. A közös integrációs út gyorsabb konvergenciát biztosít.

A 25. ábra mutatja a túrelaxációs tényező megválasztásának a konvergencia additív gyorsításával párosult hatását az itterációs eljárásra.  $R_S$  és  $R_M$  viselkedéséből ítélve  $\omega = 1,3$  biztosítja a leggyorsabb konvergenciát.

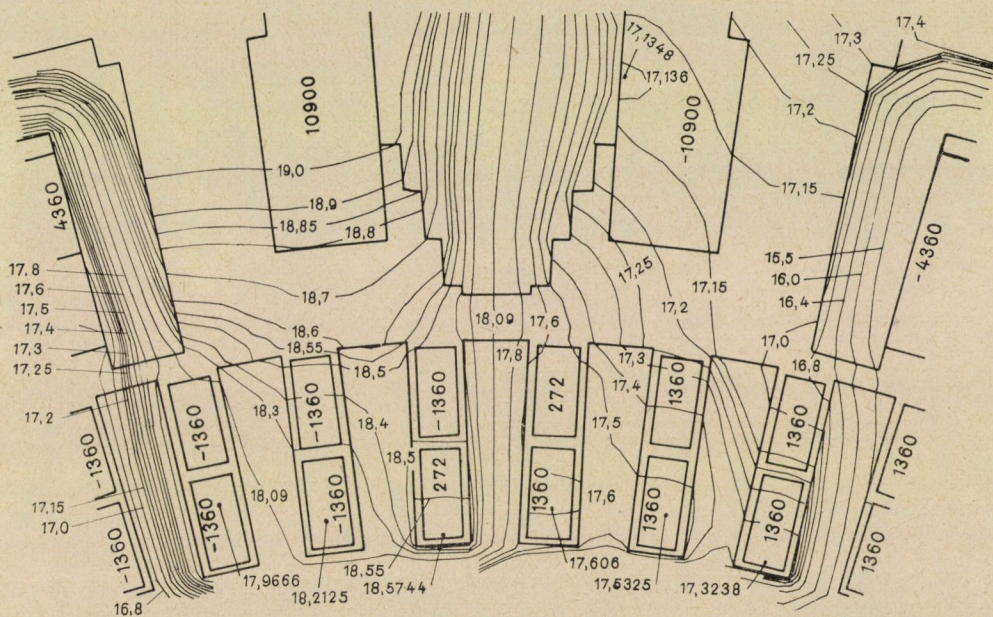
19. ábra. Fluxuseloszlás névlegesen terhelt egyenáramú gépben (minden vektorpotenciál-érték  $10^{-2}$ -nel szorzandó)



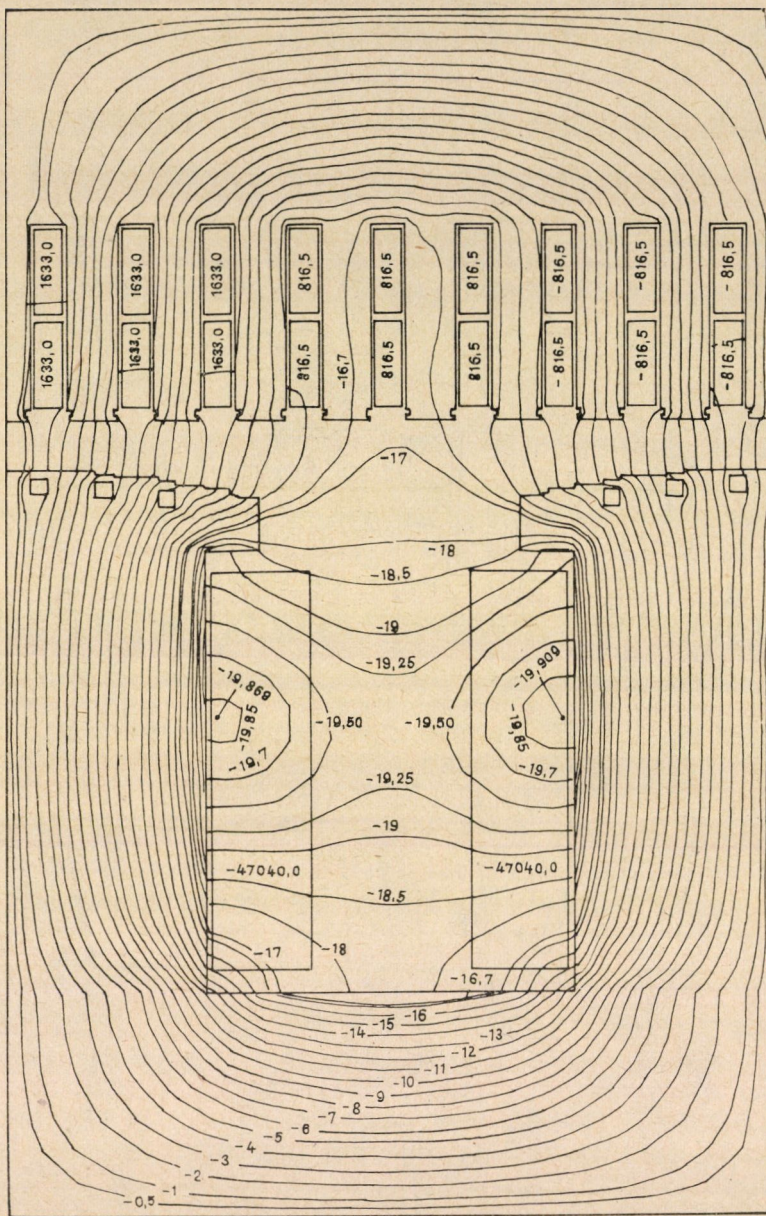




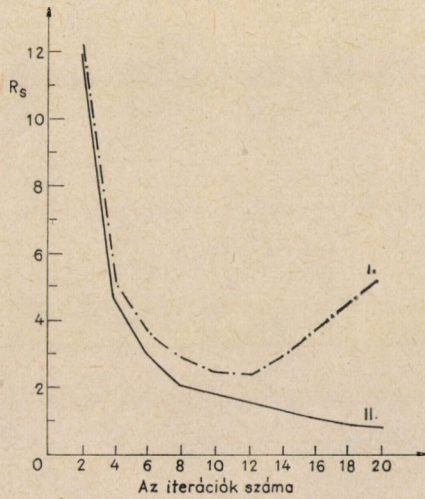
c 3. rotor-helyzet; minden vektorpotenciál-érték  $10^{-2}$ -nel szorzandó)



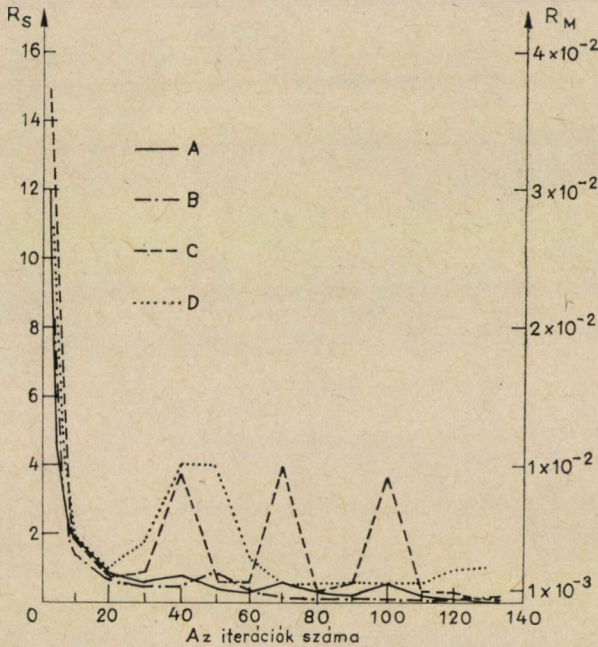
21. ábra. Fluxeloszlás a kommutáló zónában kétszeres terhelésnél



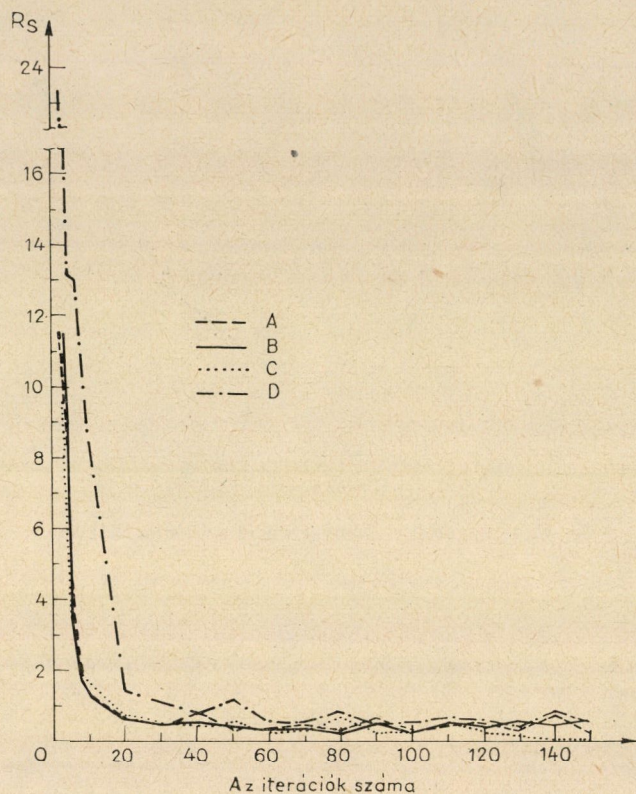
22. ábra. Fluxeloszlás nagy hidrogenerátorban teljes terhelésnél (minden vektor-potenciál-érték  $10^{-2}$ -nel szorzandó)



23. ábra. Az additív konvergencia gyorsítás hatása



24. ábra. Különálló és közös integrálási utak (—  $R_S$ , túlrelaxációs tényező 1,3, a  $Hdl$  vonalintegrál közös úton képezve, 1. rotor-helyzet; -.-.-  $R_S$ , túlrelaxációs tényező 1,3, a  $Hdl$  vonalintegrál különálló úton képezve, 1. rotor-helyzet; - - - -  $R_M$ , túlrelaxációs tényező 1,3, a  $Hdl$  vonalintegrál közös úton képezve, 1. rotor-helyzet; . . . .  $R_M$ , túlrelaxációs tényező 1,3, a  $Hdl$  vonalintegrál különálló úton képezve, 1. rotor-helyzet)



25. ábra. A túrelaxációs tényező hatása a konvergenciára (a túrelaxációs tényező értéke: — — — 1,0; — 1,2; ..... 1,3; -.-.- 1,5)

Ezt a tényezőt már más vizsgálatoknál is alkalmaztuk és nagyon hasznosnak bizonyult.

## VII. Következtetések

Villamos berendezések mágneses vektorpotenciáljának számítására az itt ismertetett eljárás, amely szukcesszív sor túrelaxációból, additív konvergencia gyorsításból és a maradékok folytonos ellenőrzéséből áll, jó konvergencia gyorsassággal rendelkezik. A maradékok és a potenciálok oszcillációja kis amplitúdójú marad. Sikerült kísérletileg megtalálni a forgógép problémák számára alkalmas túrelaxációs tényezőket.



## REFERENCES

1. CARTER, F. W.: Airgap Induction. *Electrical World* 38 (1901), 884—888
2. HAGUE, B.: The Principles of Electromagnetism Applied to Electrical Machines. Dover, New York 1962
3. MOTZ, H.—WORTHY, W. D.: Calculation of Magnetic Field by Southwell's Relaxation Method. *J. Instn. Elect. Engrs* (Part 2) 92 (1946), 522—528
4. BENEDIKT, O.: Die nomographische Methode der Berechnung komplizierter und stark gesättigter magnetischer Kreise elektrischer Maschinen. Akadémiai Kiadó, Budapest 1960
5. BLONDEL, A. E.: On the Armature Reaction of Alternators. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* 129 (1899), 586—589
6. SUMEC, J.: Impedance Drop of Polyphase Synchronous Generators. *Elektrotechnische Zeitschrift* 31 (1910), 1174—1177 and 32 (1911), 77—80
7. DOHERTY, R. E.—NICKLE, C. A.: Synchronous Machines (Part I and Part II „An Extension of Blondel's Two-Reaction Theory”) *Transaction AIEE* 44 (1925), 403—418
8. WIESEMAN, R. W.: Graphical Determination of Magnetic Fields. *Trans AIEE* 46 (1927), 141—151
9. KING, R. W. P.: Fundamental Electromagnetic Theory. Dover, New York 1963; 139
10. TRUTT, F. C.—ERDÉLYI, E. A.—HOPKINS, R. E.: Representation of the Magnetization Characteristic of D. C. Machine for Computer Use. *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems* PAS-87 (1968), 665—669
11. ERDÉLYI, E. A.—AHAMED, S. V.—HOPKINS, R. E.: Nonlinear Theory of Synchronous Machines On-Load. *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems* PAS-85 (1966), 792—801
12. REECE, P.: Some Experiences with the Application of Block Relaxation to the Automatic Iteration of Finite Difference Equation. IEE Coll. of Computers to Field Analyses, London 1967; 4/1—4/13
13. AHAMED, S. V.: Acceleration of Convergence of Numerical Solutions of Vector Field Problems. *Computer Journal* 8 (1965), 73—76
14. YOUNG, D.: The Numerical Solution of Elliptic and Parabolic Partial Differential Equations (Modern Mathematics for the Engineer). MacGraw-Hill Book Co. Inc., New York 1961; 373—419
15. McCRACKEN, D. D.—DORN, W. S.: Numerical Methods and Fortran Programming. John Wiley & Sons Inc., New York 1964; 398
16. ERDÉLYI, E. A.—FUCHS, E. F.: Nonlinear Magnetic Field Analysis of DC Machines, Part I (Theoretical Fundamentals). IEEE Winter Power Meeting, New York (N. Y.) January 25—30 1970; Paper 70 TP 183  
FUCHS, E. F.—ERDÉLYI, E. A.: Nonlinear Magnetic Analysis of DC Machines, Part II (Application of the Improved Treatment); *ibidem* Paper 70 TP 184  
ERDÉLYI, E. A.—FUCHS, E. F.—BINKLEY, D. H.: Nonlinear Magnetic Field Analysis of DC Machines, Part III (Equipotential Plots Drawn by Computer); *ibidem* Paper 70 TP 185
17. FUCHS, E. F.—ERDÉLYI, E. A.: Steady State Reactances and Magnetic Fields in Non-linear Large, Saturated Waterwheel Alternators Determined from Flux Plots. Record 22nd Southwestern IEEE Conference, Dallas (Texas) April 1970; 387—391

**Magnetic Fields in Nonlinear Heteropolar Rotating Machines.** When the non-linearities caused by iron saturation are considered, the usual linear theories for the determination of the performance characteristic of rotating electrical machines cannot be used. In this paper methods are developed by the author for solving the boundary value problem of the non-linear two-dimensional vector potential. The transformation of the practical differential equations into difference equations is explained and numerical methods developed to obtain solutions. The procedure is illustrated by applications to heteropolar salient rotating machines.

**Magnetische Felder in nichtlinearen, heteropolaren Drehmaschinen.** Werden die durch die Sättigung des Eisens verursachten Nichtlinearitäten in Betracht gezogen, so sind die zur Bestimmung der Betriebseigenschaften von elektrischen Drehmaschinen verwendeten üblichen linearen Theorien nicht anzuwenden. Die vorliegende Arbeit enthält die vom Verfasser ausgearbeiteten Verfahren zur Lösung des Grenzwertproblems des zweidimensionalen nichtlinearen Vektorpotentials und die Umwandlung der partiellen Differentialgleichungen in Differenzgleichungen sowie die zu deren Lösung ausgearbeiteten numerischen Verfahren. Das Verfahren wird in Bezug auf Drehmaschinen mit hervorstehenden Polen dargestellt.



# MEMBRÁNHÉJAK FALLAL ALÁTÁMASZTOTT PEREMTARTÓVAL

CSONKA PÁL\*  
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett: 1971. márc. 25]

Ez a tanulmány tetszőleges megoszlású függőleges erővel terhelt általános alakú oly membránhéjakkal foglalkozik, melyek peremtartója csak függőleges erőkkel szemben ellenálló fallal van alátámasztva. Ha e héjak peremtartójának nincsen hajlító- és csavaró-ellenállása, a peremtartó tengelyvonalának alaprajzi vetülete a héj által a peremtartóra gyakorolt vízszintes erők kötélgörbéje. A tanulmány megállapítja, minő különleges peremfeltételnek tartozik a szóban forgó héjak feszültségfüggvénye megfelelni és mekkora kötélerő keletkezik a peremtartó keresztmetszeteiben. A levezetett összefüggések közelítőleg olyankor is érvényesek, amidőn a héj peremtartója fal helyett sűrűn egymás mellett álló karcsú oszlopokkal van alátámasztva. Forgásparaboloid alakú héj esetében a héjprobléma feszültségfüggvénye szoros kapcsolatba hozható a héj alaprajzi idomához hasonló keresztmetszeti idommal bíró prizmatikus rúd feszültségfüggvényével.

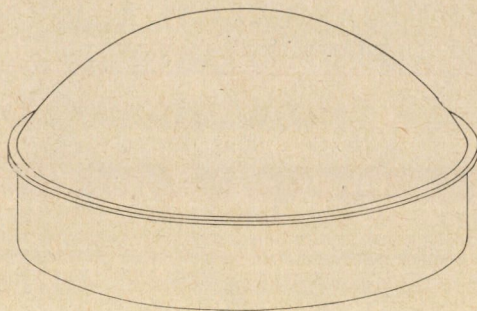
## 1. Bevezetés

A héjak membránelméletének egyik elemi feladata a körszimmetrikusan terhelt forgáshéjak (kupolák) falazattal alátámasztott peremgyűrűjének vizsgálata [1]. Ennek a feladatnak a tárgyalása során hallgatólagosan fel szokás tételezni, hogy a talpgyűrűt alátámasztó falazat csak függőleges erőkkel szemben, a talpgyűrű pedig csak gyűrűirányú erőkkel szemben fejt ki ellenállást (1. ábra).

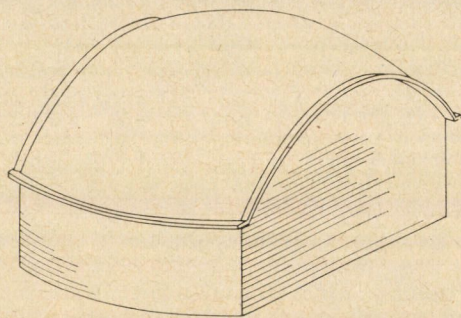
Jelen tanulmányban fenti feladat általánosításaként azt óhajtjuk megvizsgálni, milyen erők keletkeznek a tetszőleges megoszlású függőleges erőkkel terhelt általános alakú membránhéj falazattal alátámasztott peremtartójában. Vizsgálataink során feltesszük, hogy a peremtartót alátámasztó falazat csak függőleges erőkkel szemben fejt ki ellenállást, a peremtartó pedig csak húzó-nyomó erőkkel szemben ellenálló. Feltételezzük továbbá, hogy a peremtartó az őt alátámasztó falazatról nem tud felemelkedni, (2. ábra).

Az alant ismertetendő összefüggések közelítő érvénnyel olyan esetekben is alkalmazhatók, amelyekben a héj peremtartója fal helyett részben vagy egészben sűrűn egymás mellett álló karcsú vagy két végükön csuklós kialakítású oszlopokkal van alátámasztva (3. ábra). Ilyen esetekben a héj peremtartójában derékerőkön kívül az oszlopok elrendezésétől függően némi hajlító- és csavarónyomatékok is keletkeznek.

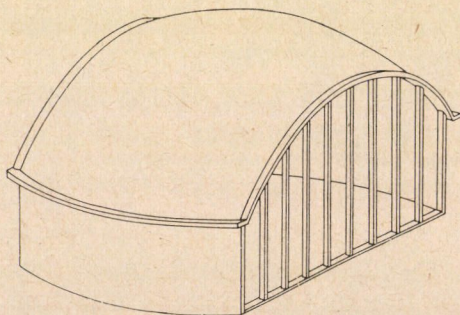
\* Prof. Dr. Csonka Pál, Bartók B. út 31, Budapest XI.



1. ábra. Forgáshéj fallal alátámasztott talpgyűrűvel



2. ábra. Általános alakú héj, fallal alátámasztott peremtartóval



3. ábra. Általános alakú héj, részben fallal, részben sűrűn egymás mellett álló oszlopokkal alátámasztott peremtartóval

A tárgyalandó problémával szerző már egy előző dolgozatában [2] is foglalkozott. A jelen dolgozat az ott levezetett tételeket más eljárással bizonyítja, s új megállapításokkal egészíti ki.

## 2. Alapismeretek

Vizsgálatainkat olyan  $O(x, y, z)$  jobbos derékszögű koordinátarendszerben végezzük, amelynek  $x$  és  $y$  tengelye vízszintes,  $z$  tengelyének pozitív ága pedig lefelé irányul. Ebben a koordinátarendszerben a héj középfelületének alakját a

$$z = z(x, y) \quad (1)$$

alakfüggvénnyel jellemezzük.

A héjra ható függőleges tehernek az *alaprajz* területegységére vonatkoztatott fajlagos értékét a

$$g = g(x, y) \quad (2)$$

teherfüggvénnyel fejezzük ki, és megállapodunk abban, hogy pozitívnak a lefelé ható erőket tekintjük.

A héj feszültségi állapotának leírására a Pucher-féle

$$F = F(x, y)$$

feszültségfüggvényt vezetjük be. Ez a függvény, mint ismeretes [3, 4], a

$$z_{xx} F_{yy} - 2z_{xy} F_{xy} + z_{yy} F_{xx} + g = 0 \quad (3)$$

differenciálegyenletnek tartozik megfelelni, de ezen felül megfelelni tartozik a héj megtámasztási viszonyaitól függő peremfeltételnek is.

A héj feszültségfüggvénye a héj  $x, y$  irányú  $n_x, n_{xy}, n_{yx}, n_y$  redukált feszítőerőivel a következő kapcsolatban áll:

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \\ n_{xy} = n_{yx} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y}, \\ n_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Mint hogy a (3) differenciálegyenletben, valamint a redukált feszítőerők (4) képleteiben az  $F$  feszültségfüggvénynek csak második deriváltjai fordulnak elő, az  $F$  függvény a tetszőleges

$$Ax + By + C$$

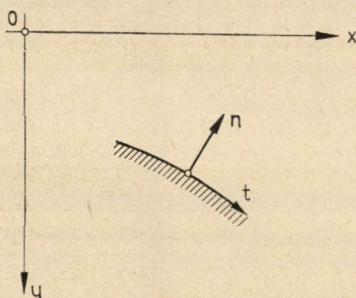
lineáris alakzattal kiegészített

$$F^*(x, y) = F(x, y) + Ax + By + C \quad (5)$$

függvénnyel helyettesíthető. Ez más szóval azt jelenti, hogy az  $F$  függvény-nyel jellezett *feszültségfelület* az alapsíkjának dőlése és magassági helyzete tetszőlegesen módosítható anélkül, hogy ez a módosítás a héj erőjátékát megváltoztatná.

### 3. A héj által a peremtartóra gyakorolt erők

Minthogy feltevésünk szerint a héj peremtartója hajlító és csavaró erőkkel szemben semmi ellenállást sem tud kifejteni, a héj peremtartójának tengelyvonala a peremtartóra ható erők kötélpoligonja. Hasonló a helyzet a peremtartó tengelyvonalának alaprajzi vetülete és a peremtartóra ható



4. ábra. A pozitív  $n$  és  $t$  irányok

vízszintes erők vonatkozásában is, nevezetesen a peremtartó tengelyvonalának alaprajzi vetülete a peremtartóra ható vízszintes erők kötélpoligonja.

A héj által a peremtartóra gyakorolt erők meghatározásához a szóban forgó erőket  $x, y, z$  irányú alkotókra bontjuk. Ezeknek az alkotóknak a peremvonal alaprajzi vetületének egységnyi hosszára vonatkoztatott fajlagos értékét  $r_x, r_y, r_z$  betűvel jelöljük. A héj peremvonalának alaprajzi vetületén a körbeháladás irányát ( $t$ ) az óramutató forgásértelmével egyezően, a peremvonal normálisán ( $n$ ) való haladást pedig kifelé irányulólag tekintjük pozitívnak (4. ábra).

A héj által a peremtartóra gyakorolt vízszintes erők az 5. ábra szerint kimetszett héjelem egyensúlyi vizsgálatával határozhatók meg. Az  $x$  illetve  $y$  irányú erőkre vonatkozó vetületi feltétel szerint ti.:

$$r_x = n_{yx} \frac{dx}{dt} - n_x \frac{dy}{dt},$$

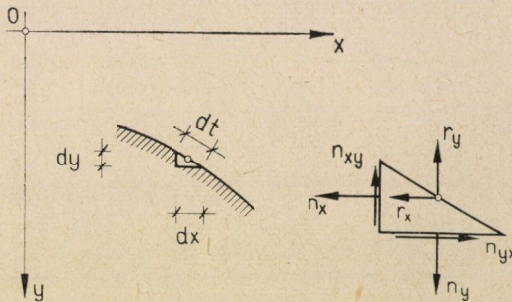
$$r_y = n_y \frac{dx}{dt} - n_{xy} \frac{dy}{dt}.$$

Innen a (4) összefüggések figyelembevételével

$$\begin{aligned} r_x &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \frac{dy}{dt} = -\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right), \\ r_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} \cdot \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

A héj által a peremtartóra gyakorolt (részben a peremtartót alátámasztó falazatra továbbított) függőleges erők fajlagos értéke

$$r_z = r_x \frac{dz}{dx} + r_y \frac{dz}{dy},$$



5. ábra. A kimetszett héjelemre ható erők

vagyis a (6) alattiakra való tekintettel

$$r_z = -\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right) \cdot \frac{dz}{dx} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right) \cdot \frac{dz}{dy}. \quad (7)$$

#### 4. A peremtartó igénybevétele

A peremtartóra ható erők a peremtartó keresztmetszetén  $T$  derékerőt (húzó, vagy nyomó erőt) ébresztenek. E derékerőt *kötélerőnek* nevezzük, és  $x, y, z$  irányú alkotóit  $X, Y, Z$  betűvel jelöljük.

A  $T$  kötélrő  $x$  és  $y$  irányú alkotóit a peremtartó kiragadott — alaprajzban  $dt$  hosszúságú — szakaszának egyensúlyi vizsgálatával határozhatjuk meg (6. ábra). Az  $x$  illetve  $y$  irányú erőkre vonatkozó vetületi feltétel szerint

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} dt &= -r_x dt, \\ \frac{dY}{dt} dt &= -r_y dt, \end{aligned}$$

vagyis a (6) alattiak figyelembevételével

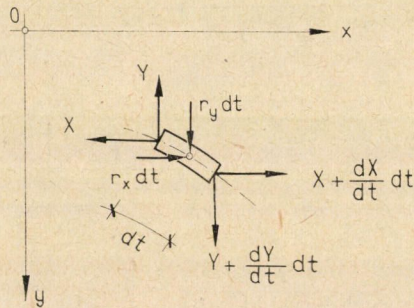
$$\frac{dX}{dt} dt = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right) dt,$$

$$\frac{dY}{dt} dt = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right) dt.$$

Innen

$$X = \frac{\partial F}{\partial y} + c_1 ; c_1 = \text{konst.},$$

$$Y = -\frac{\partial F}{\partial x} + c_2 ; c_2 = \text{konst.}$$



6. ábra. A peremtartó kiragadotelemi szakaszára ható vízszintes erők

Ámde a feszültségfelület alapsíkja tetszőlegesen dönthető, így az alapok dőlését megfelelőképpen módosítva, az előbbi képleteket így egyszerűsíthetjük:

$$\begin{aligned} X &= \frac{\partial F}{\partial y}, \\ Y &= -\frac{\partial F}{\partial x}. \end{aligned} \quad (8)$$

Ismervén valamely keresztmetszetben a derékerő  $x, y$  irányú alkotóit-e két vízszintes erőalkotó eredőjét—a  $H$  erőt—a következő képlettel számíthatjuk (7. ábra):

$$H = Y \cos \alpha = X \sin \alpha = Y \frac{dx}{dn} - X \frac{dy}{dn}.$$



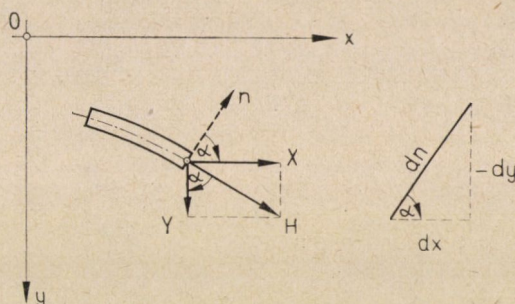
Innen a (8) alattiak figyelembevételével

$$H = -\frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dn} - \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dn},$$

vagyis

$$H = -\frac{\partial F}{\partial n}. \quad (9)$$

A  $T$  kötél erő függőleges alkotóját — a  $V$  erőt — úgy kapjuk meg, hogy a vízszintes  $H$  erőt a peremvonal gradiensevel megszorozzuk:



7. ábra. A peremtartó  $P$  keresztmetszetére ható  $T$  derékerő  $H$  vízszintes alkotója

$$V = H \frac{dz}{dt}.$$

Ezek után azonnal megadhatjuk a hég által a peremtartó  $dt$  hosszúságú szakaszára gyakorolt  $r_z \cdot dt$  erőnek azt a részletét, amelyet maga a peremtartó egyensúlyoz. Ez az  $r'_z dt$  erőérzéslet a  $dt$  hosszúságú tartóelemre ható erők függőleges alkotóira vonatkozó vetületi egyenletből számítható:

$$r'_z dt = -\frac{dV}{dt} dt, \quad (10)$$

vagyis

$$r'_z = -\frac{dV}{dt}.$$

A hég által a peremtartóra gyakorolt  $r_z$  erők másik részletét, az  $r''_z$  erőérzésletet, a peremtartó az őt alátámasztó falra továbbítja. Ezt az

$$r''_z = r_z - r'_z \quad (11)$$

erőérzésletet a fal által a peremtartóra gyakorolt reakció erő egyensúlyozza.

Olyan esetekben, melyekben a peremtartó *nincs fallal alátámasztva*, az  $r_z''$  erőket a peremtartó ívtartó módjára kénytelen hordani. Ilyenkor az  $r_z''$  erők hatására a peremtartó keresztmetszetein derékerőn kívül erőpárok (hajlító és csavaró nyomatékok) is működnek. Az ívtartóra ható nyomatékokat vonóvasak beépítésével célszerű csökkenteni.

### 5. A feszültségfüggvény peremfeltétele

Mind ez ideig nem használtuk ki azt a követelményt, hogy a peremtartó  $P$  keresztmetszetére ható  $X$  és  $Y$  erők eredőjének — a  $H$  erőnek — a peremvonal alaprajzi vetületének  $P$  pontbeli érintőjébe kell esnie. Ezt a követelményt az

$$Y : X = dy : dx,$$

illetve

$$-Y \cdot dx + X \cdot dy = 0$$

egyenletekkel fejezhetjük ki. Innen a (8) alattiak figyelembevételével a

$$\frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy = 0,$$

vagyis a

$$dF = 0$$

feltétel következik. Ezek szerint a tengelyvonal mentén az

$$F = c_3 = \text{konst.}$$

feltételnek kell teljesülnie. Ha még figyelembe vesszük, hogy a feszültségfelület alapsíkja magasság irányban tetszőlegesen eltolható, az alapsíkot  $z$  irányban megfelelőképpen eltolva, az előbbi peremfeltételt így fogalmazhatjuk:

$$F = 0. \quad (12)$$

### 6. Csavarási analógia

A következőkben, a tárgyalási kört szűkítve, az általános eset tárgyalása helyett csak a *forgásparaboloid alakú*, egyébként azonban tetszőleges alaprajzi idommal bíró héjak esetére szorítkozunk. Az ilyen héjak középfelületének egyenlete

$$z = K(x^2 + y^2), \quad K = \text{konst.} \quad (13)$$

A héjra ható függőleges terheket illetően is megszorítást teszünk, nevezetesen kikötjük, hogy

$$g = g_0 = \text{konst.} \quad (14)$$

legyen.

A szóban forgó különleges esetben a feladat (3) differenciálegyenlete így egyszerűsödik:

$$F_{xx} + F_{yy} = -\frac{g_0}{2K} = \text{konst.} \quad (15)$$

A feszültségfüggvény peremfeltétele ez esetben is

$$F_{\text{perem}} = 0, \quad (16)$$

és változatlan a peremtartóban működő  $T$  kötél erő  $H$  vízszintes alkotójának képlete is:

$$H = \frac{\partial F}{\partial n}. \quad (17)$$

A (15) differenciálegyenlet ugyanolyan szerkezetű, mint a *tiszta csavarásra* igénybevett prizmatikus rúd  $\Phi = \Phi(x, y)$  feszültségfüggvényének differenciálegyenlete [5]:

$$\Phi_{xx} + \Phi_{yy} = -2G\vartheta = \text{konst.} \quad (18)$$

Ebben az egyenletben  $G$  a nyíró rugalmasság modulusát,  $\vartheta$  a rúd fajlagos elcsavarodási szögét jelenti. A  $\Phi$  feszültség függvény a

$$\Phi_{\text{perem}} = 0 \quad (19)$$

peremfeltételnek tartozik megfelelni. Ez a peremfeltétel az  $F$  függvényre vonatkozó (16) peremfeltétellel lényegileg azonos. Végül a csavart rúd keresztmetszetének peremén keletkező  $\tau$  nyírófeszültség képlete, vagyis a

$$\tau = \frac{\partial F}{\partial n} \quad (20)$$

képlet a héjperemtartójában keletkező húzó-nyomóerő vízszintes alkotójának (17) alatti képletéhez hasonló szerkezetű.

A (15—17) és (18—20) képletek hasonlósága módot ad arra, hogy kapcsolatot állapítsunk meg a forgásparaboloidhéj erőjátéka és a forgásparaboloidhéj alaprajzához hasonló keresztmetszeti idommal bíró prizmatikus rúd erőjátéka közt. Ha ui. a tiszta csavarásra igénybevett prizmatikus rúd  $\Phi = \Phi(x, y)$  feszültségfüggvénye ismeretes, akkor a rúd keresztmetszeti idomával azonos alaprajzi idommal bíró forgáshéj feszültségfüggvénye

$$F(x, y) = \frac{g}{4KG} \Phi(x, y).$$

Egyszerű kapcsolat áll fenn a paraboloidhéj peremtartójában keletkező kötélcrő  $H$  vízszintes vetülete és a csavarásra igénybevett rúd peremén keletkező  $\tau$  nyírófeszültség között is, nevezetesen

$$H = \frac{g}{4KG\theta} \tau.$$

A fentiekben kimutatott analógia — a *csavarási analógia* — folytán a héjproblémát megoldótnak tekinthetjük, ha a héj alaprajzához hasonló keresztmetszeti idommal bíró prizmatikus rúd csavarási problémájának megoldása ismeretes.

#### IRODALOM

1. GIRKMANN, K.: Flächentragwerke. Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke. 5. Aufl. Springer Verlag, Wien 1959
2. CSONKA, P.: On the Annular Edge Beam of Membrane Shells *Acta Techn. Hung.* **33** (1961), 413—430
3. PUCHER, A.: Die Berechnung von doppelt gekrümmten Flächen. *Beton und Eisen* **33** (1934), 298—304
4. CSONKA, P.: Membranschalen. *Bauingenieur-Praxis* **16**. Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin—München 1966
5. FÖPPL, A.—FÖPPL, L.: Drang und Zwang. Eine höhere Festigkeitslehre für Ingenieure, II. Band, 2. Aufl. R. Oldenbourg, München—Berlin 1928

**Membrane Shells the Edge Beam of which is Supported by a Wall.** Paper deals with membrane shells of general form subjected to arbitrarily distributed vertical forces. The edge beam of the investigated shells is supported by a wall only resistant to vertical forces. If the edge beam is unable to resist bending and torsional forces, the ground-plan projection of the axis line of the edge beam will be a funicular curve of the horizontal forces exerted by the shell upon the edge beam. Paper establishes the boundary condition which the stress function of the investigated shells has to satisfy and determines the hoop force arising in the cross-sections of the edge beam. The deduced relations are approximately valid also in the case when the edge beam is supported by a number of slender columns instead of a wall. In case of paraboloid shells of revolution the stress function of the shell problem can be brought into close relation with the stress function of prismatic bars subjected to pure torsion, but only if the cross-section of the bars in question is similar to the ground-plan projection of the investigated shell.

**Membranschalen mit einem durch Mauer unterstützten Randträger.** Der Aufsatz befaßt sich mit durch beliebig verteilte vertikale Kräfte belasteten beliebig gestalteten Membranschalen. Der Randträger der behandelten Schalen ist durch eine Mauer unterstützt, die ausschließlich vertikalen Kräften Widerstand leistet. Wenn der Randträger Biege- und Torsionskräften gegenüber nicht widerstandsfähig ist, dann ist die Grundrißprojektion der Achsenlinie des Randträgers eine Seilkurve der durch die Schale auf den Randträger ausgeübten horizontalen Kräfte. Es wird im Aufsatz festgestellt, welcher Randbedingung die Spannungsfunktion der behandelten Schalen zu entsprechen hat und wie groß die Seilkraft ist, die in den Querschnitten des Randträgers entsteht. Die abgeleiteten Relationen sind annäherungsweise gültig auch in dem Fall, wo der Randträger anstatt einer Mauer durch dicht aneinandergereihte Säulen gestützt wird. Bei Rotationsparaboloid-Schalen kann die Spannungsfunktion des Schalenproblems mit der Spannungsfunktion der auf reine Torsion beanspruchten prismatischen Stäben in eine enge Beziehung gebracht werden, vorausgesetzt, daß die Querschnittsform der betreffenden Stäbe der Grundrißfigur der Schale ähnlich ist.

# DIAKOPTIKA VAGY A NAGY RENDSZEREK TUDOMÁNYA. KRON GÁBOR ÉLETMŰVÉRŐL

SINGER DÉNES\*

A műszaki tudományok kandidátusa

[Beérkezett 1970. június 25-én]

A tanulmány ismertetést nyújt KRON GÁBOR életművéről és azokról a gondolatokról, amelyek fundamentális hatással voltak a korszerű hálózatelmélet és a villamos gépek elméletének kialakításánál. Röviden ismerteti az általa, a nagy rendszerek numerikus vizsgálatára kidolgozott módszereket, melyek éppen a digitális számítógépek megjelenésével nyertek különleges jelentőséget.

## I. Bevezetés

Kron Gábor a „*Diakoptika*” című művében a következőképpen definiálta az új tudományágat: „*A diakoptika vagy a rendszerek részekre bontásának tudománya a rendszerre vonatkozó olyan információk összessége, melyek egyrészt mátrixok, másrészt gráfok alakjában vannak tárolva.*” E meghatározás keveset mond a dolog lényegére vonatkozólag. A valóságban a *nagy rendszerek* elméletének újfajta megközelítéséről van szó, ami méltán emeli őt a technikai tudományok elméleti megalapozóinak legjelentősebbjei közé.

Első volt, aki határozott célul tűzte ki nagy rendszerek vizsgálatára szolgáló módszerek kidolgozását. Felismerte, hogy a nagy rendszerek vizsgálata elsősorban módszertani probléma. A klasszikus fizika szemszögéből a világ jelenségek halmaza, a kroni szemlélet szerint a *fizikai világ egyenlő jelenség plusz struktúra*. Átvette a LAGRANGE, MAXWELL, DUHAMEL és mások által kialakított szemléletet, miszerint valamennyi fizikai jelenség értelmezhető a mechanika vagy az elektrodinamika törvényei segítségével, de ezt kiegészítette egy hálózati koncepcióval és így nagyban hozzájárult a fizikai jelenségek *strukturális szemléletének* megalapozásához.

A *Diakoptika* és KRON egész munkássága nagyszabású kísérlet a klasszikus fizika térkonceptiójának és az elektrotechnika hálózatkonceptiójának közös nevezőre való hozására. Célja az intuitív mérnöki gondolkodást helyettesítő új, elvi alapokon nyugvó műszaki szemlélet kialakítása. Az elméleti fizika fegyvertárából átvette a differenciálgeometriai és függvénytani módszereket, amelyeket a hálózatok kombinatorikus-topológiai leírásával öntött egyetlen egészbe.

\* MTA Automatizálási Kutató Intézet; Budapest XI., Kende utca 13–17.

Nagy mestere a különböző elméleti módszerek kombinálásának. Éppen ez teszi műveit viszonylag nehezen érthetővé és ez okozta, hogy gondolatai csak lassan terjedtek el. Teljes értékelésükre csak az utolsó években került sor. Ezzel szemben manapság tanúi lehetünk eszméi olyan mértékű befogadásának, hogy alig képzelhető el a hálózatok elméletére vonatkozó korszerű mű, amely nem az ő általa felfedezett alapvető mátrixösszefüggésekből indulna ki. Úgyszintén a villamos erőgépek (és általában az elektro-mechanikus energiaátalakítók) elméletével foglalkozó egyetlen mai munka sem lehet meg azon alapvetően új szemlélet nélkül, amely a „*Non-Riemannian Dynamics of Rotating Electrical Machinery*” sajátja.

## II. Kron Gábor élete és munkássága

KRON GÁBOR magyar származású, 1901-ben *Nagybányán* született. Mint 20 éves fiatalember került az *Amerikai Egyesült Államokba*, ahol 1924-ben villamos mérnöki oklevelet nyert. Különböző vállalatoknál dolgozott, mint villamos motorok és berendezések tervezője. 1936-ban a közismert villamosipari tröszthez, a *General Electric Company*-hoz került, ahol 1966-ig visszavonulásáig működött, mint ennek tervező mérnöke és később, mint tudományos tanácsadója.

Elméleti problémákkal korán kezdett foglalkozni. Munkásságát nagy mértékben meghatározta az elméleti fizika módszereinek alapos ismerete és a pozitívista-relativisztikus szemlélet, amely e század első harmadában a modern fizika kialakulására olyan termékenyítőleg hatott. Kutatásaira nagy hatással voltak azok a konkrét műszaki feladatok is, amelyeket meg kellett oldania. Az az igény, hogy módszerei műszaki problémák megoldására alkalmasak legyenek döntően befolyásolta célkitűzéseit és megmagyarázza azokat a metodikai különbözőségeket, melyek közte és a tiszta elméleti tudomány képviselői között fennállnak.

Első összefüggő elméleti munkája a villamos erőgépek elméletét megalapozó már említett, 1934-ben kiadott „*Non Riemannian Dynamics of Rotating Electrical Machinery*” volt. Másik ma már klasszikusnak számító könyve az 1939-ben megjelent „*Tensor Analysis of Networks*”. Tenzoroknak a villamos gépek tervezésénél való alkalmazásával foglalkozik az „*Application of tensors to the Analysis of Rotating Electrical Machinery*” (1938). Az életművét betetőző összefoglaló műve a „*Diakoptics; the Piecewise Solution of Large-Scale Systems*” öt évvel halála előtt, 1963-ban jelent meg. Tudományos eredményein túlmenően itt lép fel először azzal az igénnyel, hogy újfajta műszaki szemléletnek válják hirdetőjévé.

A továbbiakban ismerkedjünk meg azon elvekkkel, és módszerekkel, amelyek az új szemlélet vázát képezik.

### III. A hálózatok tenzoranalízise

A kroni hálózatelméletre jellemző a hálózatot alkotó elemek és a struktúra éles szétválasztása. Elsődlegesen adva van a különálló elemeknek b számosságú halmaza az ún. *primitív hálózat* és egy az elemek összekapcsolását szemléltető, topológiai mátrix-szal leírt gráf. A *zárt hálózat* létrejötte úgy értelmezendő, mint a primitív hálózat egyenletein végrehajtott transzformáció.

Bár a hálózat e koncepciója általános érvényű, az egyszerűbb magyarázat kedvéért szorítkozzunk lineáris kétpólusokból álló stacionárius villamos hálózatokra. Az elemek áram és feszültségese közötti összefüggést ebben az esetben az Ohm-féle törvény szolgáltatja. A primitív hálózat áram és feszültségvektorainak  $i_p$ , ill.  $e_p$ -nek összefüggése egy az Ohm-féle törvénnyel formálisan analóg

$$e_p = Z_p i_p \tag{1}$$

összefüggéssel írható le, ahol  $Z_p$  diagonális mátrix a primitív hálózat impedancia mátrixa.

Nemcsak a primitív hálózat egyenletét lehet formálisan az Ohm-féle törvény alakjára hozni. Ez a lehetőség fennáll a zárt hálózat egyenleteinél is. Ha a zárt hálózat jellemzésére az  $E'$  hurok forrásfeszültségvektort, ill. az  $i'$  hurokáramot használjuk a következő összefüggés írható fel:

$$E' = Zi', \tag{2}$$

ahol  $Z$  a hálózat-hurok impedanciamátrixa.

A  $Z$  mátrix az (1) kifejezésben szereplő  $Z_p$  primitív impedanciamátrixból egy a hálózat áram és feszültségviszonyaitól független transzformáció segítségével származtatható, mely mint ilyen csupán a zárt hálózat topológiai struktúrájának függvénye. A struktúra jellemzésére KRON bevezette az ág-hurok mátrixot az ún.  $C$  mátrixot, amely lehetővé teszi a  $Z_p$  és  $Z$  közötti összefüggés tömör és elegáns leírását. Nem célunk a tenzoriális hálózatelmélet részletes ismertetése, de az új szemlélet megvilágításához mégis rövid levezetését adjuk ezen mátrixtranszformációnak.

Az általánosság kedvéért tételizzük fel, hogy a hálózatot alkotó minden kétpólussal párhuzamosan egy  $I$  áramot szolgáltató ideális áramforrás és sorba egy  $E$  kapocsfeszültséget adó feszültségforrás van kapcsolva. Az  $I$ , ill.  $E$  természetesen lehet nulla értékű is. A kétpólus, áram- és feszültségforrás e konfigurációja, amelyet KRON „tekercsnek” (coil) nevez, alkotja a hálózat tulajdonképpeni elemeit. Ilyen „tekercsből” álló *primitív hálózat* az (1) helyett az

$$[e_p + E] = Z_p [i_p + I] \tag{3}$$

vektoregyenlettel írható le.

A  $C$  ág-hurok mátrix definíciója alapján felírható a következő összefüggés:

$$i = Ci'. \quad (4)$$

A hálózatokra vonatkozó II. Kirchhoff-féle törvény a  $C$ -mátrix segítségével a következőképpen írható fel.

$$C'e = 0, \quad (5)$$

ahol  $C^t$  a  $C$  transzponált mátrixa. A (3) kifejezés jobb és bal oldalát  $C^t$ -vel szorozva a

$$C^t [E \quad Z_p I] + C'e = C^t Z_p i \quad (6)$$

kifejezést nyerjük, amely a (4) és (5) figyelembevételével a következőképpen írható fel:

$$C^t [E \quad Z_p I] = [C^t Z_p C] i'. \quad (7)$$

Ha a bal oldalon álló vektort, a hurok forrásfeszültségek vektorát, mint előzőleg  $E'$ -vel jelöljük ez a

$$i' = [C^t Z_p C]^{-1} E' \quad (8)$$

alakot nyeri. A (2) és (8) összevetésével látható, hogy a  $Z$  hurokimpedancia-mátrix a  $Z_p$  primitív impedanciamátrixból a  $C^t Z C$  transzformációval nyerhető.

KRON a (8) mátrixegyenlet levezetésével mechanizálta a MAXWELL által kidolgozott hurokmódszert. Ezzel párhuzamosan a hálózatok számítására egy új módszert vezetett be, amely a hurokáramok helyett a csomópontpárok között fennálló feszültségeket (junction-pair potentials) alkalmazza elsődleges változókként. Bevezette az *ág-csomópont mátrixot*, az ún.  $A$  mátrixot, amelylyel hasonló megfontolások alapján, mint ezt a (8) levezetésénél láttuk, a hálózati egyenleteknek csomóponti (nodális) alakját nyerte:

$$e' = [A^t Y_p A]^{-1} I', \quad (9)$$

ahol  $e'$  a csomópontoknak a választott bázispontra vonatkozó feszültségvektorát,  $I'$  a csomóponti forrásáramokat jelenti. Az  $Y_p$  a hálózat primitív admittanciamátrixa, amely mint a  $Z_p$  inverz mátrixa adódik.

A (8) és (9) alapvető összefüggések egyszerű rutinmunkává változtatják a hálózatok számítását és alapját képezik a nagy energiaeosztórendszerek számítására szolgáló digitális eljárásoknak.

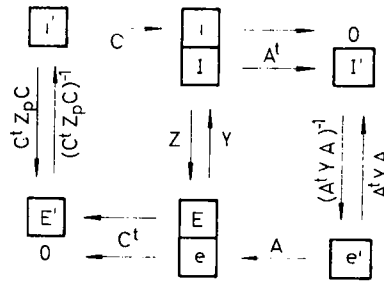
A hálózatok jellemzésére bevezetett  $i$ ,  $e$ ,  $I$ ,  $E$ ,  $i'$ ,  $e'$ ,  $I'$ ,  $E'$  vektorok között mátrixalgebrai megfontolások alapján további összefüggések is levezethetők. Ezen mátrixtranszformációk legplasztikusabban egy séma segítségé-



gével szemléltethetők, amely előnyösen használható a hálózati egyenletek különböző alakjainak előállítására 1. ábra [13].

**IV. A hálózati egyenletek ortogonális alakjai; a hálózatok részekre bontása és részhálózatokból való felépítése**

A hálózati egyenletek lehetséges felírási módjait KRON tovább növelte az *ortogonális hálózatok* fogalmának bevezetésével. Ezen eredmények különösen azért jelentősek, mert közvetlenül elvezetnek a nagy hálózatok egyen-



1. ábra.

leteinek gazdaságos megoldásmódjaihoz, ezeknek részekre bontásával, ill. részmegoldásokból való szerkesztésével.

A hálózati egyenletek hurok-alakjára — mint ez a (7)-ből látható — jellemző, hogy az összes forrást, mint *feszültségforrást* kezeli. Ezt az  $I$  forrás-áramvektornak a  $Z_p I$  transzformációval egy  $E$  forrásfeszültség vektorrá való átalakításával éri el. A (9) csomóponti egyenlet levezetésénél viszont egy  $Y_p E$  transzformációval a hálózat feszültségforrásait egyenértékű áramforrásokká alakítjuk át. A hurok, ill. a csomóponti egyenletekkel szemben a hálózati egyenletek *ortogonális* alakjainál mind az áram, mind a feszültségforrások megtartják eredeti jellegüket.

Az ortogonális hálózati egyenletek

$$[e + E] = Q \begin{bmatrix} e' \\ E' \end{bmatrix}, \tag{10}$$

ill.

$$[i + I] = S \begin{bmatrix} I' \\ i' \end{bmatrix} \tag{11}$$

alakba írhatók, ahol a  $Q$  és az  $S$  megfelelően választott mátrixok. Megjegyezzük, hogy az „ortogonális” elnevezés nem túl szerencsés és onnan származik, hogy az  $e$  és  $E$ , ill.  $I$  és  $i$  részvektorok össze nem függő altérket alkotnak,

úgyhogy bármelyik projekciója egy másik alterébe nulla értékű skaláris szorzatot ad.

A hurok ill. a csomóponti egyenletek megoldása mint ez a (8) és (9) kifejezésekből látható, az  $[A^t Y_p A]$ , ill.  $[C^t Z_p C]$  hármasmátrixszorzatok inverztálásával egyenértékű. Minthogy a mátrixinverzió időszükséglete a mátrix méretének kb. köbével arányos, célszerű a közvetlen inverzió helyett a megoldást másképpen keresni. Erre a (10) és (11) egyenletek többfajta lehetőséget is nyújtanak.

A (10) és (11) alapján az  $[A^t Y_p A]^{-1}$  inverz mátrix kifejezhető a következő módon

$$[A^t Y_p A]^{-1} = Z_1^{-1} Z_2 Z_4^{-1} Z_3, \quad (12)$$

ahol a  $Z_1, \dots, Z_4$  mátrixok az  $A$ , ill.  $C$  mátrixokból képezhetők. A direkt mátrixinverzióval szemben a (12) alkalmazásából származó időmegtakarítás abból származik, hogy a  $Z_4$  méretei általában lényegesen kisebbek a hármasmátrixszorzaténál. A (12)-hez hasonló kifejezés nyerhető a (9)-ben szereplő  $[C^t Z_p C]$  mátrixszorzat invertálásához.

Egy másik lehetőség, hogy a teljes hálózatra vonatkozó  $[A^t Y_p A]$  helyett ennek egyik kitüntetett részhálózatára — az ún. *teljes fájára*, vonatkozó  $[A_T^t Y_p A_T]$  hármasmátrixszorzatot invertáljuk. A hálózat teljes fája alatt azon ágak összességét értjük, melyek sehol nem alkotnak zárt hurkot. Mivel a teljes fa  $A_T$  mátrixa az  $A$ -val ellentétben *nem* szinguláris az  $[A_T^t Y_p A_T]$  inverze egy a mátrixszorzatok inverziójára vonatkozó egyszerű szabály alapján nyerhető. Ennek birtokában a teljes hálózatra vonatkozó  $[A^t Y_p A]$  kifejezést lépésről lépésre nyerhetjük a teljes fához hozzáadva a megfelelő híd-ágakat. Az erre a célra szolgáló rekurzív formula nem tartalmaz mátrixinverziót, úgyhogy a legidőigényesebb művelet elesik.

A hálózati egyenletek gazdaságos megoldására vonatkozó ezen módszereknek, — melyeket KRON gyűjtőnévvel részekre bontásnak és részekből való felépítésnek (tearing and fusion) nevez — még sokfajta variációja lehetséges, melyeket részben ő maga, részben követői dolgoztak ki. A nagy számítógépek software-jaként rendelkezésre álló és az irodalomban leírt programok bő választékot nyújtanak ezekből a szellemes módszerekből.

A hálózatok számítására szolgáló ezen eljárások szoros kapcsolatban állanak KRON egy másik érdeklődési területével a parciális differenciálegyenletek megoldásának numerikus módszerével. Mint ismeretes, az analitikai módon megoldható parciális differenciálegyenletek a lehetséges esetek csekély hányadát teszik ki. Erősen gépidő és memóriaigényesek a szokásos numerikus megoldások is.

A parciális differenciálegyenletek modellezhetők villamos hálózatokkal. A hálózat csomópontjaiban mérhető feszültségek reprezentálják itt a határfeltételeknek megfelelő megoldásértékeket. Az adott egyenletek teljes pon-

tossággal egy megfelelően kialakított térbeli vezető felelne meg, de az ellenálláshálózat ágai számának növelésével ennek feszültség és áramviszonyai általában kielégítő pontossággal megközelíthetők. A hálózati módszer alkalmazásának éppen a kívánt pontosság eléréséhez szükséges ágszám és az ezzel egyre bonyolultabbá váló hálózati egyenletek megoldásának igényessége szab határt.

A „tearing and fusion” módszerek itt előnyösen alkalmazhatók. Lényeges ebben az esetben, hogy a hálózatok nagyfokú belső periodicitást mutatnak, melynek figyelembevételével a megoldás lényegesen felgyorsítható. Sajnos a parciális differenciálegyenletek megoldására szolgáló ezen módszereknek mind ez ideig nem tulajdonítanak megfelelő jelentőséget. Alkalmazásuk pontosíthatná pl. a vegyipari berendezések modellezési technikáját, ahol éppen a parciális differenciálegyenletek numerikus megoldásával egybekötött nehézségek miatt, sokszor ki nem elégítő egyszerűsített modellek kerülnek alkalmazásra.

#### V. Fizikai rendszerek dinamikája és a hálózatok elmélete; az elektromechanikus energiaátalakítók dinamikája

A hálózati módszer általánosítása nem-elektromos rendszerekre történhet az energiaállapotfüggvények segítségével. Állapotfüggvények alatt a rendszer jellemzőinek olyan összefüggéseit értjük, melyek függetlenek ennek előtörténetétől. Az energia állapotfüggvények ezen túlmenően azon előnyös tulajdonsággal rendelkeznek, hogy összetett rendszereknél függetlenek az elemek kapcsolásának módjától. A villamos hálózat energiaállapotfüggvényei azonosak a megfelelő primitív hálózatával.

Az energia állapotfüggvények egyike a Lagrange-féle függvény  $\mathcal{L}(\xi, \dot{\xi}, t)$ , amelynek segítségével diszkrét elemekből álló fizikai rendszer „mozgásegyenletei”, függetlenül ennek jellegétől, egységes alakra hozhatók. KRON volt egyike az elsőeknek, aki a villamos erőgépekkel kapcsolatos munkájában felismerte a fizikai rendszer Lagrange-féle egyenletei és ennek hálózati modellje közötti szoros kapcsolatot.

A villamos hálózat jellemzői, az áram és a feszültség pusztán speciális esetei az általánosított fizikai erőknél. Ilyenek még a tehetetlenségi erő, a translációs sebesség, a forgató nyomaték, a szögsebesség stb. Megfelelően választott változók segítségével kifejezve a rendszer állapotfüggvényeit, az általánosított erők ezekből egyszerű deriválással nyerhetők.

A rendszer energiaállapotfüggvényének deriválásával adódó általánosított erők egy része a rendszer elemeinek kapcsolódási pontjaiban úgy adódik össze mint az áramok a villamos hálózat csomópontjaiban. Ezekre az általánosított erőkre tehát érvényes az I. Kirchhoff-féle törvény. Az energia-

állapotfüggvényből deriválással nyerhető általánosított erőik másik csoportja a II. Kirchhoff-féle törvénynek engedelmeskedik.

Az általánosított erőik hozzárendelhetők egy a rendszer struktúráját visszatükröző gráfhoz és az így nyert hálózatra érvényesek mindazon tenzoriális összefüggések, melyeket az előzőekben ismertettünk. Az ún. primitív villamos gép Lagrange-féle állapotfüggvényeinek felírásával így sikerült KRONnak eljutni ennek hálózati modelljéhez, mely számot tudott adni ennek úgy villamos mint erőátviteli tulajdonságairól.

Az új hálózatelmélet eredményeinek átültetése nem elektromos rendszerekre nem szükségszerűen az energia állapotfüggvények segítségével kell, hogy történjen. Egy másik lehetséges mód az ún. izomorfia elvnek alkalmazása. Ezen lehetőségre azért is szeretnénk rámutatni, mivel az új hálózatelmélet alkalmazásának lehetőségét kiterjeszti nem-fizikai rendszerekre, mint pl. gazdasági rendszerekre vagy a járműforgalomra.

Az izomorfia elve a következőképpen fogalmazható: A fizikai rendszer egy  $n$ -pólussal egyenértékű, melynek viszonyai tökéletesen jellemezhetők  $(n-1)$  komplementér jellemzőpár közötti fennálló  $(n-1)$  egyenlettel melyek egyértelműen hozzá vannak rendelve, egy egyébként tetszőleges gráf, ágaihoz. *Komplementér* jellemzőpároknak nevezzük azokat, melyek szorzata egy *teljesítményt* ad, vagyis  $P(t) = x(t) \cdot y(t)$ ;  $x(t)$  a villamos feszültséggel,  $y(t)$  az árammal izomorf változók. Az elsők az ún. *átfogó* a másodikkak az *átmenő* változók (across resp. through variables).

Ha többé kevésbé intuitív módon meg tudjuk adni a vizsgált rendszer struktúráját jellemző gráfot és a megfelelő komplementér jellemzőket, valamint az egyes ágak komplementér jellemzői között fennálló összefüggéseket (vagyis a rendszer primitív impedancia mátrixát), alkalmazhatjuk mindazon mátrixösszefüggéseket, melyeket villamos rendszerek esetére leírtunk.

Az izomorfia elvének *nem-fizikai* rendszerekre való alkalmazásánál szükséges az átmenő és átfogó változókat úgy választani, hogy ezek szorzata (nemfizikai) teljesítményként legyen értelmezhető (pl. közgazdasági problémákra való alkalmazásnál az *egységár* és az *áruforgalom* használható mint átfogó, ill. átmenő változó). A járműforgalom esetében a két változó a *járműforgalom sűrűsége* és a *járművek száma*.

## VI. Kron munkásságának értékelése

Munkásságának jelentőségét értékelve, elsősorban a hálózatok tenzoriális elméletét kell kiemelni. Bevezette a *primitív* hálózat fogalmát, amelyből a *zárt* hálózat egy tenzortranszformáció eredményeként adódik. A hálózat kétpólusú elemeinek impedanciáját másodfokú tenzorként, az áramokat és a feszültségeket kontravariáns vektorokként, vagyis elsőfokú tenzorokként

értelmezte. Mechanizálta a  $C$  mátrix bevezetésével a hálózati egyenletek hurokalakjának megoldását.

A csomópontpár fogalmának megalkotásával és az  $A$  mátrix bevezetésével a hálózati egyenleteknek egy új alakját és ennek megoldásának új módszerét adta meg. A mátrixmegfogalmazás lehetővé teszi bonyolult hálózatok egyenleteinek formálisan rendkívül egyszerű alakra való hozását és önműködően biztosítja ezek lineáris függetlenségét.

KRON nem elégedett meg, mint mérnök azzal, hogy szisztémát alkotott nagy fizikai rendszerek hálózati egyenleteinek kompakt alakban való felírására. Abból az igényből kiindulva, hogy ezeket numerikusan meg is oldja, megalkotta a részekre való bontás, ill. a megoldásoknak részmegoldásokból való felépítésének módszerét. Ezen módszer csoport nagy jelentőségre tett szert éppen a digitális számítógépek bevezetésével.

Megalkotta az elektromos erőgépek modern elméletét. Abból az igényből kiindulva, mely hálózatelméleti munkáira is jellemző, hogy objektív fizikai tények invariánsak koordinátatranszformációkkal szemben, levezette az ún. primitív villamos gép tenzoriális egyenletét, amelyből a többi villamos gép egyenletei egyszerű tenzortranszformációkkal nyerhetők.

Ezen eredmények nem merítik ki egész munkásságát. Könyvei és körülbelül 100 közleménye a gondolatok és ötletek bő tárháza. Utolsó éveinek munkásságáról, a kristálykomputerekről, a konvencionális hálózatok multi-struktúrájáról, az egydimenziós hálózatok háromszorosán ortogonális organizációjáról és az önmagát szervező (tanuló) modellek polihedron-konceptiójáról alig tudunk többet mondani, mint azt, hogy egy rendkívüli általánosító képességgel rendelkező elme alkotásai. Az ezekben rejlő gondolatok értékelése és esetleges felhasználása a jövő feladata.

Gyökeresen új szemléletek elfogadásával szemben a közgondolkodás ellenállást tanúsít. Ez érvényesült KRON GÁBOR munkáinak megítélésénél is. Vita tárgyát képezte tenzoriális szemlélete. Kétségtelenül nála a tenzor fogalmának egy kiszélesített koncepciójával állunk szemben. Szemére vetették, hogy a hálózatok elméletében tenzorokról beszél mátrixok helyett. Ebben az esetben tenzorok bevezetése valóban nem szükségszerű, mivel az impedanciatenzor mint másodrendű tenzor komponensei felírhatók mátrixalakban is. Általánosságban azonban ez nem megengedett és ellentmond annak az igénynek, hogy objektív fizikai tényeknek objektív jellemzők — vektorok, tenzorok — feleljenek meg.\*

Az ortogonális hálózatok elméletével szemben felmerült olyan nézet is, hogy ez csupán a „helyettesítő sémák” koncepciójának újfajta megfogalmazása. Kétségtelenül az új hálózatelméletben mindez implicite bennfoga-

\* A kroni tenzorkonceptió helyes értelmezésére vonatkozólag utalunk B. HOFFMANN cikkére; *J. Franklin Inst.* 286 (1968), 557—560.

laltatik. Szemléletének mélysége és módszereinek általánossága azonban magasan felülemeli ezt a régebbi elektrotechnika gondolatvilága fölé. A valóságban egy új műszaki tudományos platformmal állunk szemben, amely az elektrotechnikán túlmenően egységes módszereket biztosít másfajta műszaki problémák megoldására is.

KRON munkásságának hatása rendkívül nagy. Gondolatai megtermékenyítőleg hatnak a műszaki tudományok sok területén. Már most is százakra tehető a módszereinek továbbfejlesztésével és munkáinak értelmezésével foglalkozó közlemények száma.

KRONban a műszaki tudományok elméletének egyik legeredetibb képviselőjével állunk szemben. A *Journal of Franklin Institute* 1968-ban tiszteletére kiadott külön száma bevezetőjében T. J. HIGGINS egyéni nagyságát és munkásságának jelentőségét méltatva a mai kor OLIVER HEAVISIDE-jének nevezi. Ezzel az értékeléssel mi is egyetérthetünk.

#### IRODALOM

1. KRON, G.: *Tensor Analysis of Networks*. J. Wiley, New York 1939; McDonald, London 1965
2. KRON, G.: *The Application of Tensors to The Analysis of Rotating Electrical Machinery*. General Electric Company, Schenectady (N. Y.) 1938
3. KRON, G.: *Tensors for Circuits*. Dover Publ., New York 1959
4. KRON, G.: *Equivalent Circuits of Electrical Machinery*. J. Wiley, New York 1951; Dover Publ., New York 1967
5. KRON, G.: *Diakoptics — The Piecewise Solution of Large Scale Systems*. McDonald, London 1963
6. KRON, G.: *Non-Riemannian Dynamics of Rotating Electrical Machinery. I. Math. and Phys.* **13** (1934), 103—104
7. KRON, G.: *A Set of Principles to Interconnect the Solution of Physical Systems. I. of Appl. Phys.* **24** (1953), 965—980
8. KRON, G.: *The Piecewise Solution of Large Scale Systems. The Electrical Journal* (1957), 385—394
9. KRON, G.: *A Method of Solving Very Large Physical Systems in Easy Stages. Proc. IRE* (1954), 680—686
10. KRON, G.: *Numerical Solution of Ordinary and Partial Differential Equations by Means of Equivalent Circuits. J. Appl. Phys.* **16** (1945), 172—181
11. KRON, G.: *Four Abstract Reference Frames of an Electric Network. IEEE Trans. PAS—87* (1968), 815—824
12. Gabriel Kron Memorial Issue. *Journal of The Franklin Inst.* **286** (1968), 553—660
13. ROTH, J. P.: *The Validity of Kroon's Method of Thearing. Proc. Nat. Acad. Sc.* **41** (1955), 518—521.

**Diakoptics or the Science of Large Systems. On the Life-Work of Gábor Kron.** The paper describes the life-work of G. KRON and those ideas which had a fundamental influence on modern network theory and on the theory of electrical machines. The methods for the numerical analysis of large systems, elaborated by G. KRON, are briefly reviewed; they rose to particular importance when the digital computers appeared.

**Diakoptik oder die Wissenschaft von den großen Systemen. Über das Lebenswerk von Gábor Kron.** Die Arbeit überblickt das Lebenswerk von GÁBOR KRON und jene Ideen, die bei der Entwicklung der modernen Netzwerktheorie und der Theorie der elektrischen Maschinen von grundlegender Wirkung waren. Kurz werden die von KRON für die numerische Untersuchung von großen Systemen ausgearbeiteten Methoden besprochen, die eben mit dem Erscheinen der Digitalrechner besondere Bedeutung erlangten.

# A SZERSZÁMGÉP ÁLLVÁNYÁNAK KOORDINÁTARENSZERÉBEN EGYENESVONALÚ EGYENLETES MOZGÁST VÉGZŐ, EGYENESÉLŰ SZERSZÁMMAL ESZTERGÁLHATÓ FELÜLETEK \*

HIDAS KÁROLY\*\*

[Beérkezett: 1970. május 14-én]

Egyenes élű szerszámmal, a gép állványának koordinátarendszerében egyenletes egyenes irányú előtolással forgácsolható felületek metrikája az él és az előtolás sebességvektora által meghatározott síknak, valamint e síkban az élnek a helyzetétől függ. Tizenkétféle felület-típus állítható elő e feltételek mellett. A felületek jellemző paramétere a kinematikus viszonyokból levezethető. Kimutatható, hogy sík, forgáskúp és forgási torzhiperboloid esztergalása esetén a közöséges csavarfelülettől eltérő, a műszaki gyakorlatban kevésbé ismert „forgácsolt” felületek jönnek létre, amelyek különböző (csigák, menetek stb.) munkadarabokon mint „megmunkált” felületrészek fordulnak elő. A torzfelületek alkotómenti normálisainak különleges tulajdonságát felhasználva a működő homlokoszög értékére olyan összefüggést sikerült megállapítani, amely minden olyan megmunkálásra érvényes, amikor a szerszámmal egyenes és a homloklap sík.

## Jelölések

$t$	a munkadarab, ill. a forgó tér tengelye;
$\vec{\omega}$	a munkadarab, ill. a forgó tér szögsebesség vektora;
$f$	a végtelenített egyenes szerszámmal;
$\vec{f}_0$	a szerszámmal egyenesének egységvektora;
$\vec{v}$	a szerszám (-él) mozgásának (előtolásának) sebességvektora az álló koordinátarendszerben;
$\vec{v}_a$	a munkadarab, ill. a forgó tér pontjainak sebességvektora az álló koordinátarendszerben;
[ $f$ ; $\vec{v}$ ]	a szerszámmal és előtolásirány által meghatározott sík (vagy szerszámmal és mozgásának sebességvektora által meghatározott sík) az álló koordinátarendszerben;
$\vec{v}_f$	a $\vec{v}$ $f$ irányú komponense;
$\vec{v}_n$	a $\vec{v}$ $f$ -re merőleges komponense az [ $f$ ; $\vec{v}$ ] síkban;
$T$	az $f$ és $t$ normáltranszverzálisának $f$ -en lévő talppontja;
$\vec{v}_m$	a $T$ mozgásának sebességvektora az álló koordinátarendszerben;
$h$	az [ $f$ ; $\vec{v}$ ] sík és a $t$ -re merőleges [ $x$ ; $y$ ] alapsík metszészvonala;
$\vec{v}_h$	a $\vec{v}$ $f$ és $h$ irányú felbontásából származó $h$ irányú összetevője;
$H$	forgáshenger (a felületek gördítéssel származtatása esetén, az axoidpár egyik tagja);
$S$	sík (a felületek gördítéssel származtatása esetén, az axoidpár másik tagja);
$r_a$	a hengeraxoid sugara;
$\lambda_s$	szerszám terelőszög;
$\alpha$	szerszám elhelyezési szög;
$\varphi$	az élesmenetű kúpos csavarfelület vektoregyenletében szereplő szögparaméter, amely az $f$ (szerszámmal, de itt felületi alkotó) $T$ pontjához kötött;
$\lambda$	az $f$ alkotómenti futókoordináta (második felületi paraméter);
$\beta$	az $f$ és a $t$ által bezárt szög pótszöge;

\* Kivonat a miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem Gépészmérnöki Karához benyújtott, és elfogadott egyetemi doktori értekezésből.

\*\* Dr. HIDAS KÁROLY okl. gépészmérnök, adjunktus; Nehézipari Műszaki Egyetem Ábrázoló Geometriai Tanszéke, Miskolc-Egyetemváros.

$c_1$	$T$ -nek a $t$ -től vett távolságának (sugárirányú) növekményének mértéke;
$c_2$	$T$ -nek a $t$ -re merőleges alapsíktól vett távolságának (tengelyirányú) növekményének mértéke;
$m_r$	a $T$ egy fordulatra eső sugárirányú menetemelkedése;
$m_t$	a $T$ egy fordulatra eső tengelyirányú menetemelkedése;
$v_r$	a $T \vec{v}_m$ sebességvektorának sugárirányú komponensének abszolút értéke az álló koordinátarendszerben;
$v_t$	a $T \vec{v}_m$ sebességvektorának tengelyirányú komponensének abszolút értéke az álló koordinátarendszerben;
$S_t$	strikiós pont;
$\lambda_{St}$	a $T$ és $S_t$ távolsága az $f$ szerszámél mentén;
$D$	a „drall” értéke;
$\nu$	az alkotómenti normálisok által alkotott egyenlőoldalú hiperbolikus paraboloid egy tetszőleges és a csúcspontja által bezárt szög;
$\vec{n}_{St}$	a strikiós pontbeli „forgácsolt” felület normálisa;
$\vec{n}_\nu$	a szerszám-homloklap normálisa;
$\vec{n}'_\nu$	a „forgácsolt” felület egy tetszőleges normálisa;
$\gamma_e$	működő homlokszög.

## I. Bevezetés

Egy kész munkadarab felülete rendszerint különböző fajtájú felületek egymáshoz csatlakozó véges részeiből összetett (pl. síklapok, hengeres-, kúpos-, csavar-, kifejthető, torz vagy egyéb „felület-szalagok”, részek). E felületrészek kombinációjából elvileg számtalan sokféle „munkadarab” felület állítható elő. Előljáróban megjegyezzük, hogy nem az analitikus felületrészekből összetett „munkadarab” felületek vizsgálata és rendszerezése a célunk, hanem az, hogy a címben megadott feltételek között milyen analitikus felületek (felületrészek) jöhetnek létre, ezek milyen geometriai tulajdonsággal rendelkeznek és hol lehet ezeket felhasználni.

Mindenekelőtt a forgácsolási művelet közben és eredményéül létrejövő felületek vizsgálatához szükséges alapvető fogalmak geometriai definícióját adjuk meg:

a) „Álló koordinátarendszer” a gép állványához — a rezgésektől eltekintve mondhatjuk — a Földhöz kötött koordinátarendszer;

b) „munkadarab koordinátarendszere” a munkadarabhoz kötött koordinátarendszer (esztergálás esetén a munkadarab forgástengelyét célszerű egyik koordinátatengelynek választani, amely tengely körül a koordinátarendszer a munkadarabbal együtt forog);

c) a „szerszám” és a „munkadarab” sík és görbelapokkal határolt összefüggő térbeli tartomány;

d) „forgácsolt” felület a forgácsolási művelet közben, a munkadarab koordinátarendszerében, a szerszámél (él = vonal) azon része által leírt felület, amelyik a forgácsolási művelet adott időpontjában a szerszám által az adott időpontig súrolt térrészen kívül és a munkadarabnak a forgácsolási művelet előtti térrészen belül van;

e) „megmunkált” felület a munkadarab koordinátarendszerében a szerszámél (többélű szerszám esetén élek) által leírt felületnek (felületeknek) az



a része, amely a szerszám által az egész művelet alatt súrolt térrészen kívül és a munkadarabnak a művelet előtti térrészen belül helyezkedik el;

f) „eszmei megmunkált” felület az — a munkadarab leendő funkciójának megfelelő — előre megtervezett felület, amelyet a „megmunkált” felülettel közelítünk meg.

Összevetve a 4. és 5. definíciókat, kitűnik, hogy a megmunkált felület vagy a forgácsolt felülettel, vagy pedig a forgácsolt felületnek (több élű szerzám esetén: a forgácsolt felületeknek) a forgácsolási művelet után a munkadarabon maradt részével egyenlő. Természetesen nem érdektelen, hogy e résznek (részeknek) hol van a határa, hiszen a *felületi érdesség* legszámottevőbb összetevője, az *elsőrendű egyenetlenség* éppen e határoktól függ. Mindezekből egyértelműen következik, hogy a forgácsolt és a megmunkált felületek vizsgálati alapjául a munkadarab koordinátarendszerében a szerszámél által leírt felületek szolgálnak.

### 1. A szerszámél által leírt felületről általában

Egy szerszámél geometriailag folytonos vonaldarabként definiálható. Ez a vonaldarab rendszerint különböző egymáshoz csatlakozó egyenes, vagy egyenes és görbe, vagy csak görbe szakaszokból áll. Ezek a szakaszok az analitikusan jól definiálható görbék (egyenes, kör, ruletták, analitikus felületek síkmetszetei, csavarvonalak, egyéb térgörbék, felületek áthatási vonalai) bizonyos intervallumaival egyenlők. Így a szerszámél által leírt felület is egymástól jól elkülöníthető tulajdonságú analitikus felületrészekből összetett. Ha az él által leírt felületet — mint egységes egészet — akarjuk vizsgálni, a következő módon járhatunk el:

a) megállapítjuk a szerszámél egymástól elkülöníthető szakaszait, azok határpontjait;

b) a görbeszakaszokat „teljes” analitikus görbévé kiegészítve (egyenes szakasz helyett végtelen hosszú egyenest, körív helyett teljes kört, csavarvonal szakasz helyett végtelen hosszú csavarvonalat stb. gondolva) külön-külön meghatározzuk a „teljes” görbék mozgás által leképzett felületeit;

c) egy-egy ilyen „teljes” felületen elvégezzük a geometriai vizsgálatokat; (hány féle előállítási módja létezik, milyen jellemző vonalsereget találunk rajta, melyek a felületre jellemző konstansok, paraméterek, milyen differenciálgeometriai tulajdonságokkal rendelkezik? stb.);

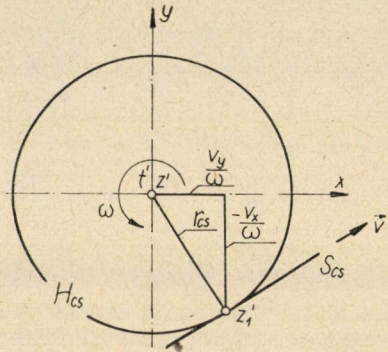
d) a szerszámélen levő szakaszhatárpontok által leírt görbék segítségével a „teljes” felületekből lehatároljuk az él által leképzett felületrészeket;

e) és végül az így kapott felületrészekből összetett, szerszámél által leírt felületről — a „teljes” felületek ismeretében — megállapítjuk, hogy a rajta húzódó határok között milyen tulajdonságok érvényesülnek.

## II. Az álló koordináta-rendszerben egyenesvonalú egyenletes mozgást végző, egyenes szerszámél által a munkadarab koordináta-rendszerében leírt felületek származtatása és rendszerezése

### 1. A szerszám mozgása a munkadarab koordináta-rendszerében

A szán terének pontjai — pl. együttes hossz- és keresztirányú eltolás esetén, a munkadarab tengelyével általános szöget bezáró irányban mozognak, a munkadarab terének pontjai tengely körüli forgó mozgást végeznek az álló koordináta-rendszerben. Az álló és forgó derékszögű koordináta-rendszer  $z$  tengelyét a  $t$ -be helyezve, a két tér pontjainak sebessége az álló rendszerben:



1. ábra. Az egyenletesen haladó és az egyenletesen forgó tér relatív mozgásának axoidpárja tengelyirányú vetületben

$$\vec{v} = \{v_x; v_y; v_z\} \quad \text{és} \quad \vec{v}_\omega = \{-\omega y; \omega x; 0\}.$$

Az  $x$ -,  $y$ -, és  $z$ -vel (álló rendszerbeli koordináták) jellemzett pontok relatív sebessége a forgó rendszerben:

$$\vec{v}_{\text{rel}} = \vec{v} - \vec{v}_\omega = \{v_x + \omega y; v_y - \omega x; v_z\}.$$

Bevezetve az  $x = x_1 + x_0$  és  $y = y_1 + y_0$  transzformációt, ahol  $x_0 = v_y/\omega$  és  $y_0 = -v_x/\omega$ , a  $\vec{v}_{\text{rel}}$  az  $x_1 y_1 z_1$  koordináta-rendszerben a következő:

$$\vec{v}_{\text{rel},1} = \{\omega y_1; -\omega x_1; v_z\}.$$

E sebességtér egy  $z_1$  tengelyű,  $p = v_z/\omega$  paraméterű csavarmozgás tere. A  $z_1$  tengely párhuzamos  $z$ -vel, és az  $x y z$  rendszerbeli koordinátái  $x_0$  és  $y_0$ .  $z_1$  a relatív mozgás *momentán csavartengelye*, mely a forgó térben

$$r_{cs} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

sugarú,  $t$  tengelyű forgáshengert, a  $\vec{v}$  sebességgel haladó térben pedig egy síkot ír le. A  $H_{cs}$  henger és az  $S_{cs}$  sík a relatív mozgás axoidpárja, amelyet az 1. ábra szemléltet  $t$  irányú vetületben. Az axoidpár segítségével a mozgás

a következőképpen valósítható meg:  $S_{cs}$ -t legördítve a  $H_{cs}$ -n, miközben az érintkezési alkotó irányában  $S_{cs}$  elcsúszik, az  $S_{cs}$ -hez mereven kapcsolt tér pontjai leírják mozgáspályáikat. E mozgáspályák forgási hiperboloidra írt „csavarvonalak”, ill. az  $S_{cs}$   $t$  felőli oldalán,  $r_{cs}$  távolságra levő pontok által leírt görbék — mint különleges esetek — kúpra írt „csavarvonalak” lesznek [1].

A szerszám által súrolt térrész e hipoidcsavarvonal-tér része. A térrész behatárolása aránylag könnyű. Ugyanis a szerszám fő- és mellék hátszögeinek biztosítanunk kell, hogy a munkadarab megmunkálás előtti térrészen belül, a szerszám minden pontjának mozgáspályája a homloklap pontjai által súrolt térrészen belül essen (mindez a munkadarab koordinátarendszerében értendő). A homloklap határa a szerszámé, az általa leírt felület, pedig a szerszám által súrolt térrész határa lesz.

Meg kell említenünk, hogy amennyiben a szerszám előtolásiránya párhuzamos a  $t$ -vel, a mozgás állandó,  $t$  tengelyű csavarmozgássá ( $v_x = v_y = 0$ ), és ha az előtolásirány merőleges a  $t$ -re, sík mozgássá (ahol a szerszám pontjai körevolvenseket írnak le a munkadarab koordinátarendszerében) redukálódik.

## 2. Az egyenes szerszámél által leírt felületek

Az I. fejezet 1. pontjában lerögzített elv szerint, a végtelenített egyenes által leírt felületeket fogjuk vizsgálni.

Egy térgörbe mozgásával súrolt felület nem változik, ha mozgásához olyan másodlagos mozgást tudunk szuperponálni, amely a görbét önmagába viszi át. Ennek a lehetősége minden térgörbe közül, a csavarvonal, a kör és az egyenes esetében áll fenn.

Jelen esetben az él egyenese — ezentúl  $f$  — által leírt felület nem változik, ha  $f$   $\vec{v}$  sebességéhez egy tetszőleges nagyságú, de  $f$  irányú  $\vec{v}_f^*$  sebességet adunk hozzá. A II. fejezet 1. pontjában megállapítottuk, hogy haladó tér mozgása forgó térben állandó tengelyű csavarmozgást eredményez, ha  $\vec{v}$  párhuzamos  $t$ -vel. A fenti lehetőség, azonos felület súrolás mellett, ennél többet enged meg. A

$$\vec{v}^* = \vec{v} + \vec{v}_f^*$$

sebesség komponenseit  $x_0$  és  $y_0$  képletébe helyettesítve az

$$x_0 = \frac{v_y + v_{fy}^*}{\omega} = 0 \quad \text{és} \quad y_0 = -\frac{v_x + v_{fx}^*}{\omega} = 0$$

egyenletekből következik, hogy — bár az általános irányú  $\vec{v}$  mellett az egyenes pontjai hipoidcsavarvonalat írnak le, ha az  $[f; \vec{v}]$  sík párhuzamos  $t$ -vel, az egyenes által leírt felület  $t$  tengelyű és

$$p = \frac{v_z + v_{fz}^*}{\omega}$$

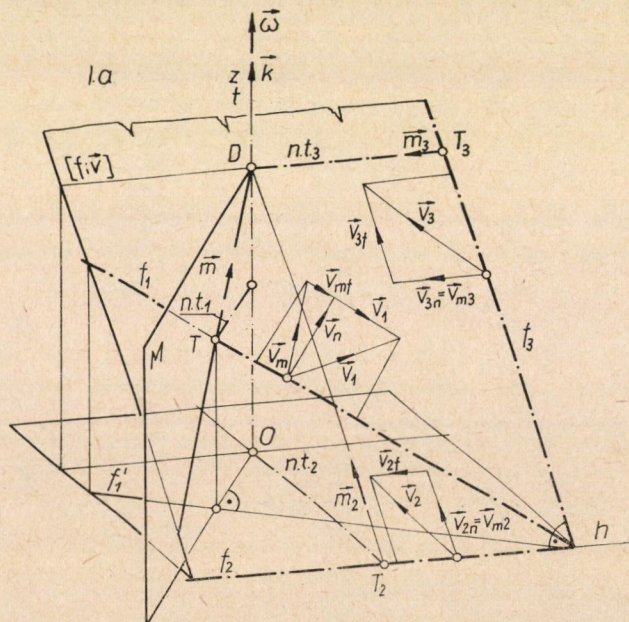
paraméterű csavarfelület.

Így az  $f$  által leírható felületeket az  $[f, \vec{v}]$  síknak a  $t$ -hez viszonyított helyzete alapján a következők szerint rendezhetjük:

- I. a. Az  $[f; \vec{v}]$  sík és a  $t$  általános szöget zárnak be és metszéspontjuk a végesben van;
- b. az  $[f; \vec{v}]$  sík és a  $t$  derékszöget zárnak be és metszéspontjuk a végesben van.
- II. a. Az  $[f; \vec{v}]$  sík és a  $t$  metszéspontja a végtelenben van, tehát  $[f; \vec{v}]$  párhuzamos  $t$ -vel;
- b. az  $[f; \vec{v}]$  sík és a  $t$  illeszkednek egymásra, tehát  $t$  benne van  $[f; \vec{v}]$ -ben.

Az  $f$  által súrolt felületek között eltérő tulajdonságaik miatt, még a következő megkülönböztetést tehetjük: a  $t$ -re merőleges  $[x, y]$  sík és az álló koordinátarendszerbeli  $[f; \vec{v}]$  sík  $h$  metszésvonalához képest az  $f$  helyzete: 1. általános, 2. párhuzamos, 3. merőleges.

Az I. a., b. és II. a., b. eseteket az  $[f, \vec{v}]$  síkban levő 1, 2 és 3 helyzetű  $f$  alkotóval, annak az álló rendszerbeli sebességével, ill. különböző irányú komponenseivel a 2., 3., 4., és 5. ábra szemlélteti.



2. ábra. A szerszámél és az előtolás-sebesség által, az álló koordinátarendszerben meghatározott sík általános esetben



Mivel a  $\vec{v}f$  irányú összetevője a leírt felület szempontjából közömbös, az  $[f; \vec{v}]$  síkban levő  $f$ -re merőleges  $\vec{v}_n$  komponenstől függ a felület metrikája:

$$\vec{v}_n = \vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{f}_0) \vec{f}_0. \quad (1)$$

Az  $f$  által leírt felületek jellegzetes görbéje — mely a felület vektor-egyenletének fölírásában szerepet játszik — az  $f$  és  $t$  normáltranszverzálisának  $f$ -en levő  $T$  talppontja által a munkadarab koordinátarendszerében leírt görbe. A  $T$  2., 3., 4. és 5. ábrán bejelölt álló rendszerbeli  $\vec{m}$  irányú  $\vec{v}_m$  sebessége:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{v}_n^2}{\vec{v}_n \cdot \vec{m}_0} \cdot \vec{m}_0, \quad (2)$$

ahol  $\vec{m}_0 = \frac{\vec{m}}{|\vec{m}|}$ ,  $\vec{m} = \vec{v}_n - (\vec{k} \cdot \vec{f}_0) \cdot \vec{h}$  és  $\vec{h} = \vec{k} \times (\vec{v} \times \vec{f}_0)$ .

Minden értéket célszerű a  $\vec{k}$  (a munkadarab tengelyével egybeesik) az  $\vec{f}_0$  (a szerszámél egyenesének egységvektora) és a  $\vec{v}$  (az előtolás sebessége) függvényében kiszámítani. Ezen vektorok függvényében a

$$|\vec{v}_m| = \frac{\vec{v}_n^2}{\vec{v}_n \cdot \vec{m}_0} = \left| \vec{v} + \frac{f_{0z} \cdot v_z - (\vec{v} \cdot \vec{f}_0)}{1 - f_{0z}^2} \cdot \vec{f}_0 \right|.$$

Az a tény, hogy az  $f$  által leírt felületek megváltoztatása nélkül  $\vec{v}$  helyett egy olyan  $\vec{v}^*$  sebességet rendelhetünk, melyre fennáll a  $\vec{v}^* \times \vec{f}_0 = \vec{v} \times \vec{f}_0 = \vec{v}_n \times \vec{f}_0$  egyenlőség, lehetővé teszi, hogy a felületet létrehozó elemi csavar- mozgásokból álló mozgást, elemi forgásokból álló mozgássá alakítsuk át. Legyen ez a  $\vec{v}^* \vec{h}$  irányú, és nevezzük  $\vec{v}_h$ -nak. Értéke  $\vec{v}_n$  függvényében:

$$\vec{v}_h = \frac{\vec{v}_n^2}{\vec{v}_n \cdot \vec{h}_0} \cdot \vec{h}_0. \quad (3)$$

A  $|\vec{v}_h|$  nagyságát is célszerű  $\vec{k}$ ,  $\vec{f}_0$  és  $\vec{v}$  függvényében meghatározni:

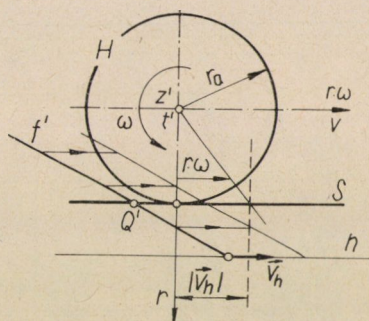
$$|\vec{v}_h| = \frac{\vec{v}_n^2}{\vec{v}_n \cdot \vec{h}_0} = \frac{|f_{0z} \cdot \vec{v} - v_z \cdot \vec{f}_0|}{f_{0z}}.$$

Mivel  $\vec{v}_h$  merőleges  $t$ -re, ill.  $\vec{\omega}$ -ra, a relatív mozgás elemi forgásokból áll. A momentán forgástengelyek mértani helye a forgó rendszerben egy  $t$  tengelyű,  $r_a = |\vec{v}_h|/\omega$  sugarú  $H$  forgáshenger, a haladó rendszerben pedig

a henger  $\vec{v}_h$ -val párhuzamos  $S$  érintősíkjai közül az, amelyik érintősíkban az  $\vec{\omega} \times \vec{r}$  a  $\vec{v}_h$  irányába mutat.

Az axoidpár szerkesztését tengelyirányú vetületben a 6. ábráról olvashatjuk le. Az  $S$  és  $H$  segítségével a következőképpen valósítható meg a mozgás:  $S$ -et  $H$ -n legördítve, az  $S$ -hez mereven hozzákötött  $f$  leírja a felületet.

Ezzel a származtatással elvileg a *I. a. 1.*—*II. b. 3.*, tehát minden esetben előállíthatók a felületek, azonban találhatók köztük elfajult axoidpárokkal megvalósítható mozgások is. E különleges eseteket az  $r_a = 0$  és  $r_a = \infty$  értékei szolgáltatják. Mivel  $\omega = 0$ -nál nem beszélhetünk esztergályozásról, és  $\omega = \infty$  a valóságban nem valósítható meg,  $r_a$  különleges értékei csak az  $|\vec{v}_h|$ -ből következhetnek.

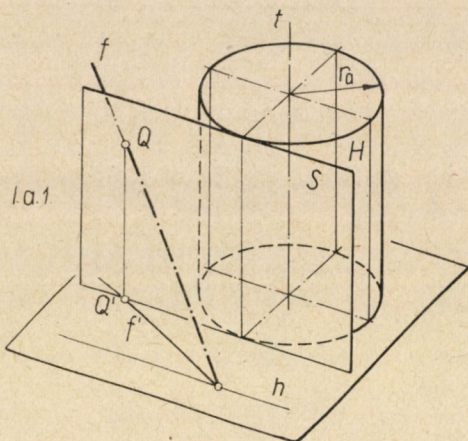


6. ábra. A momentán-forgástengelyekből álló, átalakított axoidpár szerkesztése tengelyirányú vetületben

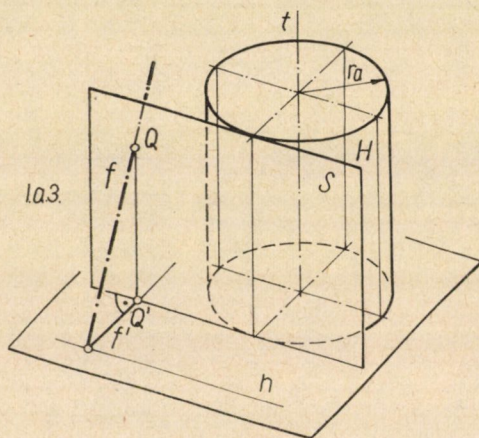
A vizsgálatokból egyértelműen kiderül, hogy ha  $f_z \neq 0$  és  $\vec{v}_n = \vec{0}$ , akkor az  $S$  egy  $r_a = 0$  sugarú hengeren „gördül le”, vagyis forgást végez, és a hozzákapcsolt  $f$  forgáshengert, forgáskúpot vagy forgási torzhiperbolidot ír le. Ha az  $f_{0z} = 0$ , de  $v_z \neq 0$ , akkor az  $r_a = \infty$ . Ez a laposmenetű felületekre jellemző. Ebben az esetben a  $t$ -re merőleges  $f$  által leírt felületek (*I. a. 2.*, *II. a. 2.*, *II. b. 2.* alatt besorolt alakzatok) véges sugarú  $H$  segítségével nem állíthatók elő, de az  $r_a = \infty$  értékkel beletartoznak a rendszerbe. Ha az  $f_{0z} = 0$  és a  $v_z = 0$  feltétel áll fenn, úgy  $f$  a forgó térben  $t$ -re merőleges síkot ír le, és ez a sík tetszőleges  $r_a$  értékkel létrehozható.

Az axoidpárt, a hozzá viszonyított különböző helyzetben levő  $f$ -et — az  $r_a = 0$  és  $r_a = \infty$  szélső eseteket kivéve — a 7., 8., 9., 10., 11., 12. és 13. ábra tünteti fel. Az  $S$ -ben benne levő  $f$  helyzetek az *I. b.*, *II. a. 1.* és *II. a. 3.* helyzetek különleges esetei, ezért nincsenek külön ábrán föltüntetve.

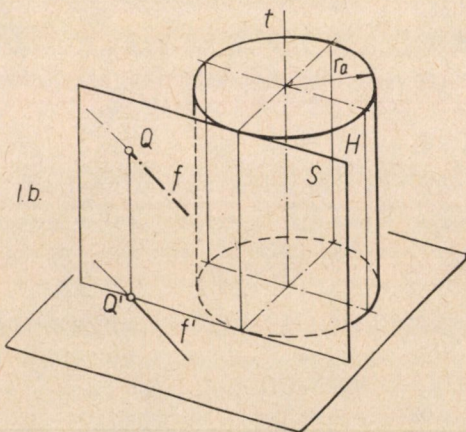
A rendszerezésből következik, hogy a tér minden egyenesre képviselve van a felsorolásban. Így megállapítható, hogy az  $r_a$  sugarú  $H$  forgáshengeren legördítve az  $S$  síkot, a hozzá kapcsolt tér egyenesei az eddig tárgyalt felületeket írják le, amennyiben az  $r_a = 0$  és  $r_a = \infty$  eseteket is közéjük számítjuk.



7. ábra. Az élesmenetű kúpos csavarfelület tiszta gördítéses származtatásának axoidpárja

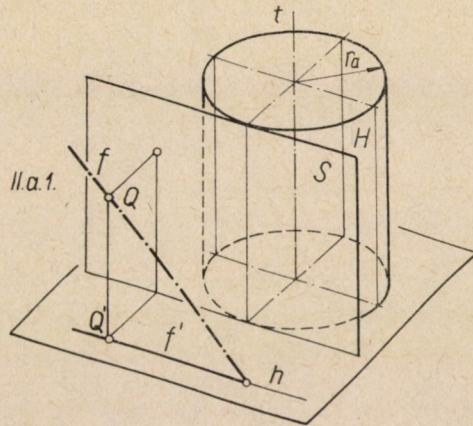


8. ábra. A kúpos evolvensfelület tiszta gördítéses származtatásának axoidpárja

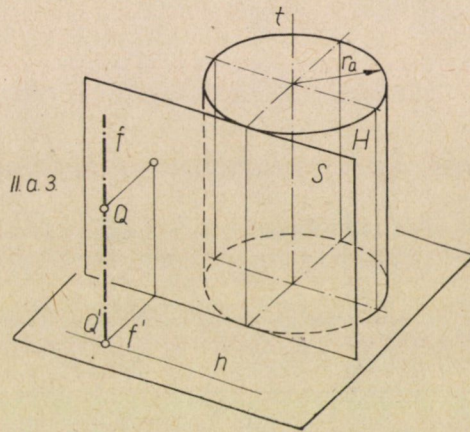


9. ábra. A sík tiszta gördítéses származtatásának axoidpárja

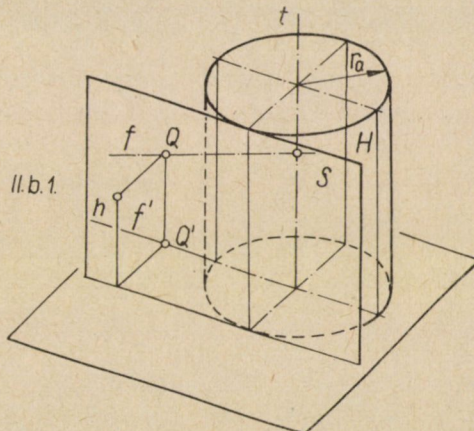




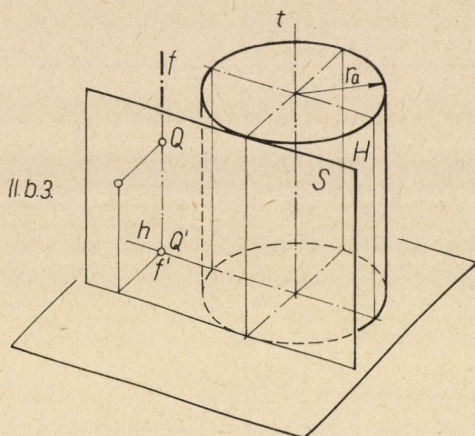
10. ábra. A nyitott élesmenetű csavarfelület tiszta gördítéses származtatásának axoidpárja



11. ábra. Az evolvens alapgörbéjű egyenes henger tiszta gördítéses származtatásának axoid párja



12. ábra. A zárt élesmenetű csavarfelület tiszta gördítéses származtatásának axoidpárja



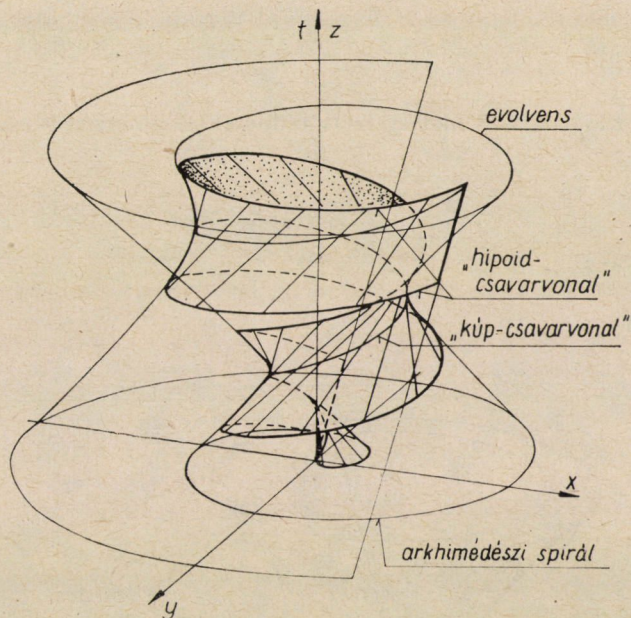
13. ábra. Az archimedesi spirál alapgörbéjű egyenes henger tiszta gördítéssel származtatásának axoidpárja

Az álló koordinátarendszerben különböző helyzetet elfoglaló  $f$  által a forgó rendszerben leírt felületek megnevezése:

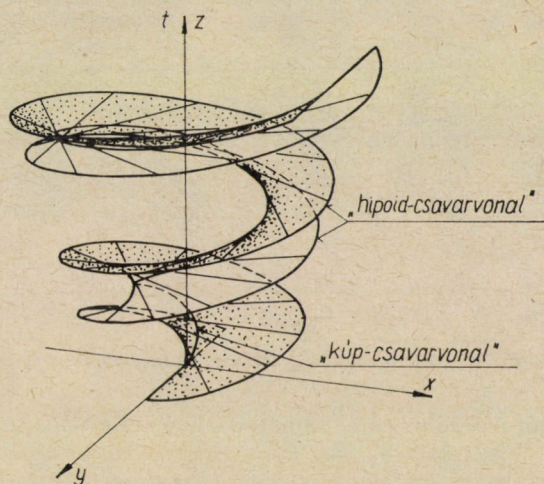
- I. a. 1. Élesmenetű kúpos csavarfelület,
- I. a. 2. laposmenetű kúpos csavarfelület,
- I. a. 3. kúpos evolvensfelület,
- I. b. sík.
- II. a. 1. Nyitott élesmenetű csavarfelület (különleges esetben, ha  $f$  benne van  $S$ -ben: kifejthető csavarfelület),
- II. a. 2. nyitott laposmenetű csavarfelület,
- II. a. 3. evolvens (nyújtott, csúcsos, hurkolt) alapgörbéjű egyenes henger;
- II. b. 1. zárt élesmenetű csavarfelület,
- II. b. 2. zárt laposmenetű csavarfelület,
- II. b. 3. archimedesi spirál-alapgörbéjű egyenes henger.
- III.  $\vec{v}_n = \vec{0}$  esetén
  - 1. forgási torzhiperboloid,
  - 2. forgáskúp,
  - 3. forgáshenger,
  - 4. sík.

A kevésbé ismert I. a./1—2—3. alatt jelzett felületeket a 14., 15. és 16. ábrán szemléltetjük.

Ez a felsorolás teljes. Vagyis, ha a gép álló koordinátarendszerében az egyenesélű szerszám egyenletes haladó mozgást végez (akár egyidejű hossz-



14. ábra. Az élesmenetű kúpos csavarfelület egy lehatárolt „szalag”-jának szemléletes képe

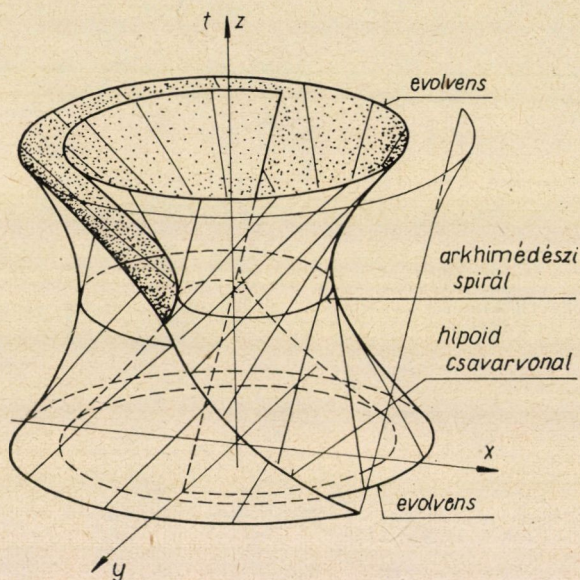


15. ábra. A laposmenetű kúpos csavarfelület egy lehatárolt „szalag”-jának szemléletes képe

és keresztirányú eltolással, vagy egyenes másolóléccel történő megmunkálás esetében is) és a munkadarab egyenletesen forog, a szerszámél egyenesese *ennyi és csakis ennyi féle* felületet írhat le a munkadarab koordinátarendszerében.

### III. Az I.a./1—2—3 alatt jelzett felületek geometriai vizsgálata

Az élesmenetű kúpos csavarfelület, mivel egyenes mozgásával jön létre, ún. vonalfelület. Paraméteres vektoregyenletét a 17. ábra alapján,  $T$  pontjának segítségével határozhatjuk meg:



16. ábra. A kúpos evolvens felület egy lehatárolt „szalag”-jának szemléletes képe

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \lambda \vec{f}_0 = \rho(\varphi) + \lambda \cdot \vec{f}_0(\varphi),$$

$$\vec{r} = \{c_1 \varphi \cos \varphi - \lambda \cos \beta \sin \varphi; c_1 \varphi \sin \varphi + \lambda \cos \beta \cos \varphi; c_2 \varphi + \lambda \sin \beta\}. \quad (4)$$

Az egyenletben előforduló  $c_1$  és  $c_2$  konstansok értékeit a (2)-ből kapjuk:

$$v_r = |\vec{v}_m \times \vec{k}|, \quad v_t = \vec{v}_m \cdot \vec{k};$$

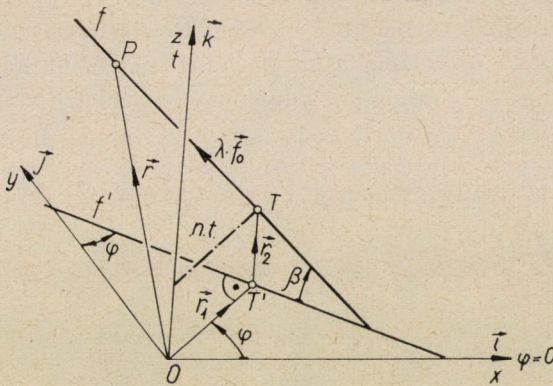
$$c_1 = \frac{v_r}{\omega}, \quad c_2 = \frac{v_t}{\omega};$$

$$m_r = c_1 \cdot 2\pi, \quad m_t = c_2 \cdot 2\pi.$$

A vektoregyenletben szereplő  $\beta$  értékét a  $\sin \beta = \vec{f}_0 \cdot \vec{k}$  alapján számíthatjuk. Amennyiben  $\beta = 0$ , a laposmenetű kúpos csavarfelület, valamint ha  $c_2 = 0$ , a kúpos evolvensfelület vektoregyenletét kapjuk (4)-ből. Így a (4) alapján mindhárom felületet együtt tárgyalhatjuk.

1. A felületek jellegzetes vonalai

A vonalfelületen levő görbének vektoregyenletét megkapjuk, ha az  $\vec{r}(\varphi; \lambda)$  egyenletben a  $\lambda = \lambda(\varphi)$  helyettesítést elvégezzük. A legegyszerűbben képezhető felületi görbék a II. fejezet 1. pontjában tárgyalt forgáskúpra vagy



17. ábra. A tárgyalt felületek paraméteres vektoregyenletének alapábrája

forgási torzhiperboloidra írt csavarvonalak. (A szerszámél egy megjelölt pontja is ilyen görbét ír le a munkadarab koordinátarendszerében.)

E görbék egyenletét a  $\lambda = \lambda_0 + c_3\varphi$  ( $\lambda_0 = \text{állandó}$ )-nak a (4)-be való behelyettesítésével nyerjük. Amennyiben  $\lambda_0 \neq 0$  és  $c_3 \neq 0$ , úgy a görbékre fektethető koaxiális forgási torzhiperboloidok  $z$  tengelyű hengerkoordinátás egyenlete a következő:

$$\frac{r^2}{a^2} - \frac{(z-v)^2}{b^2} = 1, \tag{5}$$

ahol  $r^2 = x^2 + y^2$ ,

$$a^2 = \frac{c_1^2 \cdot \lambda_0^2 \cdot \cos^2 \beta}{c_1^2 + c_3^2 \cdot \cos^2 \beta},$$

$$b^2 = \frac{c_1^2 \cdot \lambda_0^2 \cdot \cos^2 \beta (c_2 + c_3 \sin \beta)^2}{(c_1^2 + c_3^2 \cdot \cos^2 \beta)^2}$$

és

$$v = \frac{c_1^2 \cdot \lambda_0 \cdot \sin \beta - c_2 \cdot c_3 \cdot \lambda_0 \cdot \cos^2 \beta}{c_1^2 + c_3^2 \cdot \cos^2 \beta}.$$

Ha  $\lambda_0 = 0$ , akkor a görbékre fektethető forgáskúpok egyenletét kapjuk:

$$z = \pm r \frac{c_2 + c_3 \cdot \sin \beta}{\sqrt{c_1^2 + c_3^2 \cdot \cos^2 \beta}}.$$

E kúpok között találjuk a  $T$  pályáján átfektethető kúpot is ( $\lambda_0 = 0$ ,  $c_3 = 0$ ).

A  $\lambda = \lambda_0$ , ill. a  $\varphi =$  állandó értékek behelyettesítésével nyerjük a felület paramétervonalainak egyenletét. A  $\lambda = \lambda_0$  ( $c_3 = 0$ ) esetén forgási torzhiperbolidokra írt csavarvonalak, a  $\varphi = \text{const.}$  esetében pedig a felületi alkotók lesznek a paramétervonalak. Megjegyzés: a kúpos evolvensfelületnél a  $T$  pályagörbéje az  $[x; y]$  síkban levő archimedeszi spirál, és a  $\lambda = \lambda_0$ -val jellemzett paramétervonalak a  $z = \lambda_0 \cdot \sin \beta$  síkban levő körevolvensek lesznek.

A felületek jellemző görbéi közé tartoznak a  $t$ -re merőleges síkmetszetek is, melyek a  $\lambda = \lambda_0 + c\varphi$  reláció azon speciális esetei, amikor a (4)-ben a  $z$  komponens constans. Az élesmenetű kúpos csavarfelületre vonatkoztatva:

$$c_2 \cdot \varphi + \lambda \cdot \sin \beta = z_0.$$

Ebből  $\lambda$ -t kifejezve:

$$\lambda = \frac{z_0}{\sin \beta} - \frac{c_2}{\sin \beta} \varphi.$$

A  $\lambda$ -t a (4.)  $x$  és  $y$  komponenseibe behelyettesítve:

$$x = c_1 \cdot \varphi \cdot \cos \varphi - z_0 \cdot \cot \beta \cdot \sin \varphi + c_2 \cdot \varphi \cdot \cot \beta \cdot \sin \varphi;$$

$$y = c_1 \cdot \varphi \cdot \sin \varphi + z_0 \cot \beta \cdot \cos \varphi - c_2 \cdot \varphi \cdot \cot \beta \cdot \cos \varphi.$$

Kétszeres transzformációval az egyenletek a következő alakra hozhatók:

$$x_* = r_a \cdot \cos \varphi_* + r_a \cdot \varphi_* \cdot \sin \varphi_* + l_* \cdot \cos \varphi_*;$$

$$y_* = r_a \cdot \sin \varphi_* - r_a \cdot \varphi_* \cdot \cos \varphi_* + l_* \cdot \sin \varphi_*,$$

ahol

$$r_a = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 \cdot \cot^2 \beta} \quad \text{és} \quad l_* = \frac{c_1 \cdot z_0 \cdot \cot \beta - r_a^2}{r_a}.$$

Az  $x_*$  és  $y_*$  paraméteres egyenlete egy  $r_a$  sugarú alapkörű evolvenssereget ír le  $z_0$  függvényében. Az evolvenssereg néhány tagját, az alapkört, a rajta gördülő  $S$ -et a hozzákapcsolt  $f'$ -vel, a koordináta és paraméter transzformációt meghatározó értékeket a 18. ábra tünteti fel.

Az ábrán bejelölt szögek értéke a

$$\tan \delta = \frac{c_1}{c_2} \cdot \tan \beta \quad \text{és} \quad \varepsilon = \frac{z_0 \cdot c_2}{c_1^2 \cdot \tan^2 \beta + c_2^2}$$



A torzfelület érintősíkjai csak egy pontban érintenek, az alkotómenti normálisai egyenlő oldalú hiperbolikus paraboloidot alkotnak [5], a felületi pontok hiperbolikus típusúak. Az alkotómenti normálisok alkotta hiperbolikus paraboloid nyeregpontja az alkotó közép, ill. strikciós pontjával esik egybe. A hiperbolikus paraboloid egymásra merőleges két csúcsalkotója az  $f$  torzfelületi alkotó és az  $f$ -en levő strikciós pontbeli  $\vec{n}_{St}$  felületi normális lesz. Az egyenlőoldalú hiperbolikus paraboloidot meghatározó főmetszeti paraboláinak paramétere a torzfelület alkotómenti „drall”-jával egyenlő.

Egyelőre föltételezve, hogy a szóbanforgó felületek torzak, meghatározzuk a hiperbolikus paraboloid adatait a  $\varphi$  függvényében. Ha a torzfelület egyenletét

$$\vec{r}(\varphi; \lambda) = \vec{\rho}(\varphi) + \lambda \cdot \vec{f}_0(\varphi)$$

alakban írjuk fel, akkor a strikciós pont alkotómenti paramétere:

$$\lambda_{St} = - \frac{\dot{\vec{\rho}} \cdot \dot{\vec{f}}_0}{\dot{\vec{f}}_0^2},$$

ahol a  $\dot{\phantom{x}}$   $\varphi$  szerinti deriválást jelent. A  $\lambda_{St}$ -t  $\vec{r}$ -be helyettesítve megkapjuk a felületen húzódó strikciós vonal egyenletét.

A (4) alapján a  $\lambda_{St} = c_1 / \cos \beta$ , ezt visszahelyettesítve (4)-be nyerjük az élesmenetű kúpos csavarfelület strikciós vonalának egyenletét:

$$\vec{r} = \{c_1 \cdot \varphi \cdot \cos \varphi - c_1 \cdot \sin \varphi; c_1 \cdot \varphi \cdot \sin \varphi + c_1 \cdot \cos \varphi; c_2 \varphi + c_1 \cdot \tan \beta\}. \quad (6)$$

A strikciós vonal is „hipoidcsavarvonal”. A ráfektethető forgási torz-hyperboloid egyenletét a  $c_3 = 0$  és  $\lambda_0 = \lambda_{St}$  figyelembevételével az (5)-ből kaphatjuk:

$$\frac{r^2}{c_1^2} - \frac{(z - c_1 \cdot \tan \beta)^2}{c_2^2} = 1.$$

A strikciós pontbeli torzfelületi normális egységvektora:

$$\vec{n}_{St} = \frac{\dot{\vec{f}}_0}{\sqrt{\dot{\vec{f}}_0^2}} = \{-\cos \varphi; -\sin \varphi; 0\}. \quad (7)$$

*Megjegyzés:* A kúpos evolvensfelület strikciós vonala a  $z = c_1 \cdot \tan \beta$  síkban levő csúcsos körevolvens; mivel továbbá — mindhárom felület esetén — a strikciós pontban az érintősík párhuzamos  $t$ -vel, a felületek  $t$  irányú kontúrgörbéje megegyezik a strikciós vonallal. A strikciós vonal  $[x, y]$  síkra vetett merőleges vetülete csúcsos körevolvens, melynek alapkör-sugara  $c_1$ .

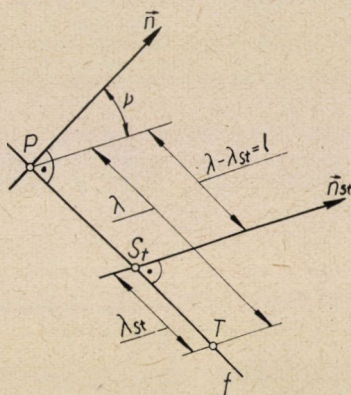
Jelöljük az

$$\vec{r} = \vec{\rho}(\varphi) + \lambda \cdot \vec{f}_0(\varphi)$$



vonalfelület  $\varphi_1$  és  $\varphi_2$  paraméterű alkotóinak hajlásszögét  $\alpha$ -val és normál-transzverzálisuk hosszát  $d$ -vel. Az  $\alpha$  és a  $d$  is  $\varphi$  függvénye. Képezzük a  $d$  és  $\alpha$  hányadosának határértékét, midőn  $\varphi_1, \varphi_2 \rightarrow \varphi$ . Az így kapott erős határérték az ún. „drall”. Gyenge alakját a  $\varphi_2 \rightarrow \varphi_1$  relációban kapjuk. Szimbólikusan:

$$D = \lim_{\varphi_2 \rightarrow \varphi_1} \frac{d}{\alpha} = \lim_{\varphi_2 \rightarrow \varphi_1} \frac{d}{\sin \alpha} = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{d(\varphi; \Delta\varphi)}{\alpha(\varphi; \Delta\varphi)}$$



19. ábra. A torzfelület strikciós pontjabeli és egy általános normálisának egymáshoz viszonyított helyzete egy alkotó mentén

Az  $\vec{r}(\varphi; \lambda)$  függvényre képezve a határértéket, majd a (4)-ből konkrétan kiszámolva, a „drall”-ra a következő értéket kapjuk:

$$D = \frac{(\vec{f}_0 \times \dot{\vec{f}}_0) \cdot \dot{\vec{\rho}}}{\dot{f}_0^2} = c_2 - c_1 \cdot \varphi \cdot \tan \beta = \frac{m_t}{2\pi} - \frac{m_r}{2\pi} \cdot \varphi \cdot \tan \beta. \quad (8)$$

A (8)-ből kapott érték pozitív (negatív) volta azt jelenti, hogy a felületi pontot az alkotó mentén egy irányba mozgatva, haladás közben a ponthoz tartozó felületi normálisok az óramutató járásával ellentétes (megegyező) értelemben forognak.

A torzfelület alkotója menti normálisok alkotta egyenlőoldalú hiperbolikus paraboloidnak van egy jól felhasználható tulajdonsága: egy tetszőleges normálisnak a strikciós pontbeli normálissal bezárt  $\nu$  szögének tangense egyenesen arányos a normális és a strikciós pont távolságával és fordítva a „drall”-al. Kissé átalakítva (lásd a 19. ábrát):

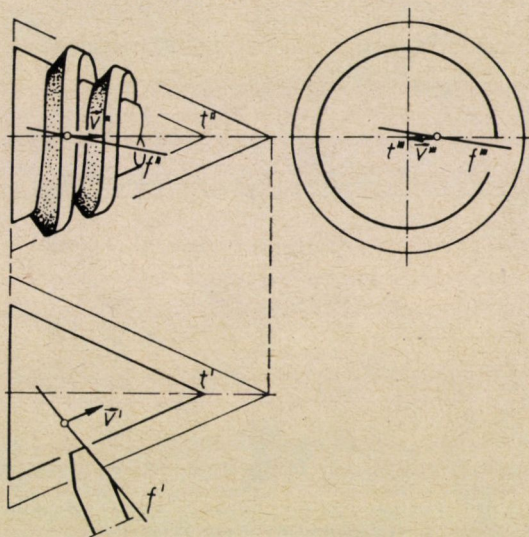
$$l = \lambda - \lambda_{st} = D \cdot \tan \nu. \quad (9)$$

a) A dolgozatban szereplő felületek „drall”-ját az 1. táblázatban közöljük. Ha minden  $\varphi$  értéknél 0 vagy  $\infty$  a  $D$ , az a felület sík vagy síkba teríthető.

## I. táblázat

A felület		
megnevezése	különleges tulajdonsága	„drall”-jának értéke
I. a. 1. Élesmenetű kúpos csavarfelület	--	$D = -\frac{m_r}{2\pi} \varphi \tan \beta + \frac{m_t}{2\pi}$
I. a. 2. Laposmenetű kúpos csavarfelület	$\beta = 0,$ $\tan \beta = 0$	$D = \frac{m_t}{2\pi}$
I. a. 3. Kúpos evolvens felület	$c_2 = \frac{m_t}{2\pi} = 0$	$D = -\frac{m_r}{2\pi} \varphi \tan \beta$
I. b. 1. Sík	$\beta = 0, \operatorname{tg} \beta = 0,$ $c_2 = \frac{m_t}{2\pi} = 0$	$D = 0$
II. a. 1. Nyitott, élesmenetű csavarfelület	$c_1 \varphi \approx R = \text{const.}$ ( $R$ a torok-csavarvonal hengerének a sugara)	$D = -R \cdot \tan \beta + \frac{m}{2\pi}$ ( $m = m_t$ )
II. a. 2. Nyitott, laposmenetű csavarfelület	$\beta = 0,$ $\tan \beta = 0$	$D = \frac{m}{2\pi}$
II. a. 3. Evolvens alapgörbájű, egyenes henger	$\beta = 90^\circ$ $\tan \beta = \infty$	$D = \infty$
II. b. 1. Zárt, élesmenetű csavarfelület	$c_1 \varphi \approx R = 0$	$D = \frac{m}{2\pi}$
II. b. 2. Zárt, laposmenetű csavarfelület	$c_1 \varphi \approx R = 0,$ $\beta = 0, \tan \beta = 0$	$D = \frac{m}{2\pi}$
II. b. 3. Archimedesi spirál alapgörbájű egyenes henger	$\beta = 90^\circ$ $\tan \beta = \infty$	$D = \infty$
III. 1. $\vec{v}_n = \vec{0}$ Forgási torzhiperboloid	$c_1 \varphi \approx R_t$ ( $R_t = \text{torokkör sugar}$ ) $c_2 = \frac{m_t}{2\pi} = 0$	$D = -R_t \cdot \tan \beta$
III. 2. Forgáskúp	$c_1 = 0,$ $c_2 = 0$	$D = 0$
III. 3. Forgáshenger	$\beta = 90^\circ$ $\tan \beta = \infty$ $c_2 = 0$	$D = \infty$
III. 4. Sík	Már egyszer szerepelt	$D = 0$

Ilyenek az *I. b. 1.*, *II. a. 3.*, *II. b. 3.*, *III. 2.*, *III. 3.* és *III. 4.* jelzésű felületek. Csak torz alakban fordulnak elő — és nincs egy alkotójuk sem, amely mentén az érintősík végig érintene, de a *D* minden alkotóhelyzetben ugyanannyi az *I. a. 2.*, *II. a. 2.*, *II. b. 1.*, *II. b. 2.* és *III. 1.* felületek esetében. Az *I. a. 1.* és *I. a. 3.* felületek torzfelületek és „drall”-juk a  $\varphi$  függvényében változik, de az előbbinél a  $\varphi = c_2/c_1 \tan \beta = m_t/m_r \tan \beta$  és a  $\varphi = \infty$ -nel, az utóbbinál a  $\varphi = 0$  és  $\varphi = \infty$ -nel jellemzett helyen az érintősík végig érint az alkotó



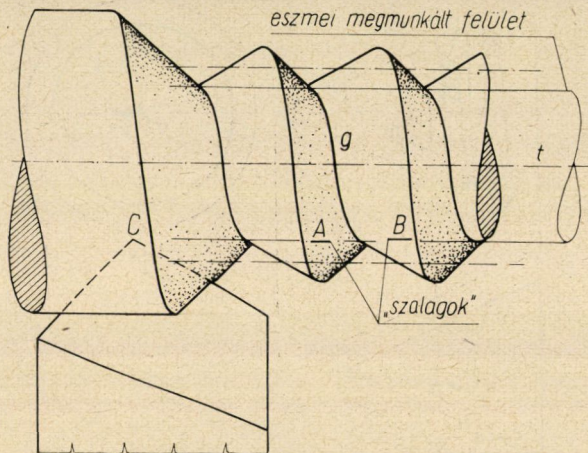
20. ábra. Egy kúpos csiga élesmenetű kúpos csavarfelületű hernyója

mentén. A *II. a. 1.* felület az egyetlen, amelyik torz és az  $R \cdot \tan \beta = m/2\pi$  esetén síkba teríthető alakban is előfordul.

#### IV. A címben megadott feltételek mellett esztergálható felületek

Amint a bevezetésben írtuk, nem a munkadarab felületének, hanem annak minőségileg elkülöníthető felület részeinek, ill. a forgácsolás közben létrejövő, de a szerszám által súrolt térrészben megszűnő felületek vizsgálata a célunk. Abban az esetben, ha az „eszmei megmunkált” felület — eltekintve a szerszámél és gépmozgás hibáitól — egybeesik a „megmunkált” felülettel, a szerszámél egyenesé által leírt — az előző fejezetekben tárgyalt — analitikus felületek részei alkotják a munkadarab felületét. Ez fordul elő különböző menetek, csigák, tokmányspirál stb. esztergálásánál, amikor az utolsó művelet során a szerszámél által leírt felület egy része marad vissza a munkadarabon. Így például szolgáljon a 20. ábrán feltüntetett kúpos csiga élesmenetű kúpos csavarfelület „szalag”-ja.

Azonban az esztergált munkadarabok zömében az „eszmei megmunkált” és a „megmunkált” felület nem esik egybe. Ebben az esetben a „megmunkált” felületek a szerint rendezhetők, hogy a szerszámcsúcs (csúcscsúgar = 0) az álló koordinátarendszerben milyen egyenes mentén mozog. Ez az egyenes a munkadarab  $t$  tengelyéhez képest: 1. párhuzamos, 2. metsző, 3. kitérő lehet. Ezen egyenest  $t$  körül megforgatva: 1. hengert, 2. kúpot, 3. torzhiperboloidot — a 2. és 3. határesetben — 4. síkot kapunk „eszmei megmunkált” felületként. A  $C$  szerszámcsúcs: 1. hengerre, 2. kúpra, 3. forgási torzhiperboloidra



21. ábra. A „megmunkált” és az „eszmei megmunkált” felület szemléltetése hengeresztergálás esetén torzított arányok mellett

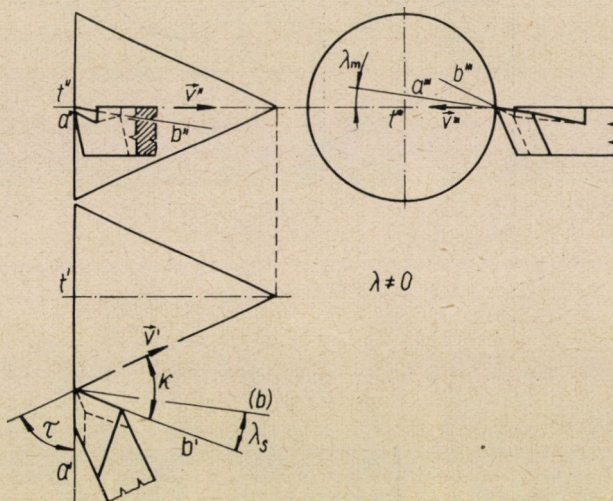
írt csavarvonalat [1] — a 2. és 3. határesetében — a  $t$ -re merőleges síkban levő körevolvenseket ír le a munkadarab koordinátarendszerében. A „megmunkált” felület elvileg:

1. Henger- (hossz-) esztergálás esetén a II. a. 1., II. a. 2., II. b. 1. és II. b. 2. felületek;
2. kúp-esztergálás esetén a I. a. 1., I. a. 2., I. a. 3., II. b. 1., II. b. 2. és II. b. 3. felületek;
3. hiperboloid-esztergálás esetén a I. a. 1., I. a. 2., I. a. 3., II. a. 1., II. a. 2. és II. a. 3. felületek;
4. sík (kereszt-) esztergálás esetén a I. a. 1., I. a. 3., I. b., II. a. 1., II. a. 3., II. b. 1., II. b. 3. felületek

részeiből, ill. „szalag”-jaiból állhat. E „szalagok” egyik határvonala a  $C$  szerszámcsúcs által leírt  $g$  görbe, a másik pedig rendszerint a fő- és mellékél által leírt felületek  $g$ -hez legközelebb eső áthatási vonala.

Az elmondottakat a 21. ábra szemlélteti hosszesztergálás esetén torzított arányok mellett. Az  $A$  és a  $B$  szalag együttesen adja a „megmunkált” felületet.

Azt, hogy egy konkrét forgácsolás esetében milyen felületet fog leírni a szerszámél egyenese, a II. fejezet 2. pontjában leírt rendszerezés alapján eldönthetjük. A szerszámélek helyzete az álló koordinátarendszerben a csúcs helyétől, a  $\alpha$  fő-, ill.  $\tau$  mellékél elhelyezési szögétől, a  $\lambda_s$  terelőszögtől, ill. a mellékélnek a fősíkkal [3] bezárt  $\lambda_m$  szögétől függ. Az él  $f$  egyenese és a  $\vec{v}$  előtolás vektor meghatározza az  $[f; \vec{v}]$  síkot, melyet elmetszve a  $t$ -re merőleges



22. ábra. Zárt éles- és laposmenetű csavarfelület, mint „forgácsolt” felület keletkezése kúpsztergálás esetén

síkkal megkapjuk  $h$ -t. Az  $[f; \vec{v}]$  sík  $t$ -hez és  $f$ -nek  $h$ -hoz viszonyított helyzete eldönti az él által leírt felület milyenségét.

A 22. ábrán bemutatott kúpsztergálás esetén az  $a$  mellékél laposmenetű-, a  $b$  főél élesmenetű zárt csavarfelületet; a 23. ábrán az  $a$  mellékél lapos-, a  $b$  főél élesmenetű kúpos csavarfelületet ír le ( $C$  süllyesztésével vagy emelésével forgási torzhiperboloidot esztergálhatunk).

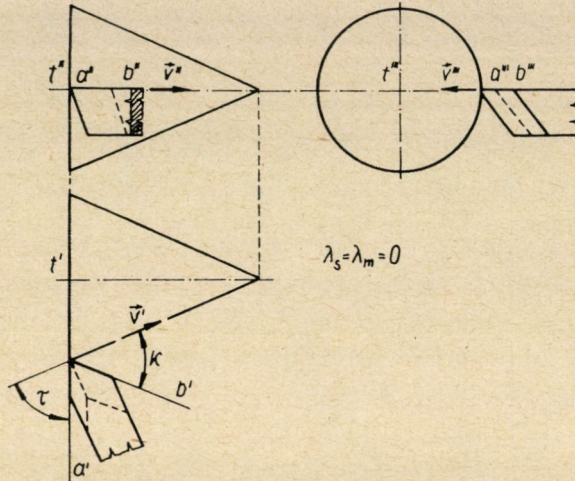
### 1. A „forgácsolt” felület és a működő homlokszög

A forgácsoló él egy pontjában a  $\gamma_e$  működő homlokszöget a homloklap és a „forgácsolt” felület, ill. ezek normálisai által bezárt szög pótszögével definiáljuk. A forgácsoló él a „forgácsolt” felület alkotója, így a torz felület alkotómenti normálisait felhasználva a 24. ábra alapján fennáll a  $90^\circ - \gamma_e = v - v_0$  egyenlőség. Ebből  $\gamma_e$ -t kifejezve:

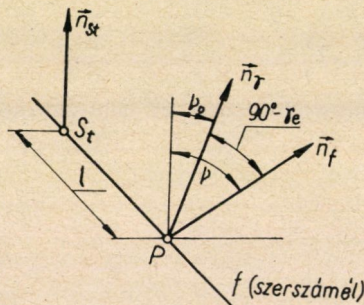
ahol

$$\gamma_e = 90^\circ - \nu + \nu_0.$$

$$\cos \nu_0 = \frac{\vec{n}_{St} \cdot \vec{n}_y}{|\vec{n}_{St}| \cdot |\vec{n}_y|}$$



23. ábra. Éles- és laposmenetű kúpos csavarfelület, mint „forgácsolt” felület keletkezése kúpsztergálás esetén



24. ábra. A „forgácsolt” felület és a szerszám homloklapjának normálisai a szerszámél egy pontjában

A (9)-et felhasználva:

$$\gamma_e = 90^\circ - \arctan \frac{l}{D} + \nu_0 \quad (10)$$

vagy trigonometrikus alakban:

$$\tan \gamma_e = \frac{1}{D} \cdot \frac{D^2 + l \cdot l_0}{l - l_0},$$

ahol  $l_0 = D \cdot \tan \nu_0$ .

A munkadarab méretei és a technológiai adatok az esetek nagy részében az  $l \gg D$  egyenlőtlenséget állítják elő. Ilyenkor a  $(90^\circ - \arctan l/D) \approx 0$ , vagyis  $\gamma_e = \nu_0$  jól közelíti a tényleges működő homlokszöveget.

A (10) nemcsak esztergálásra, hanem *minden olyan megmunkálásra érvényes, amikor a szerszámél egyenes és a homloklap sík*. Természetesen ilyenkor a  $\gamma_e$  képletében szereplő  $D$ ,  $l$  és  $\vec{n}_{St}$  értékét a konkrét torzfelületre kell megállapítani a  $\varphi$  és  $\lambda$  függvényében. A  $\gamma_e(\varphi; \lambda)$  függvény érvényességi határait a „forgácsolt” felület határaiból kell megállapítani.

### IRODALOM

1. DRAHOS, I.: Evolvens és ciklois csavarvonalak. *NME Magyar Nyelvű Közleményei* 5 (1960)
2. DRAHOS, I.: Die Grundlagen der Geometrie von Hypoidkegelzahnradern. *NME Idegen Nyelvű Közleményei* 22 (1962).
3. FAZEKAS, B.—HORNYIK, L.: A forgácsolás elmélete (egyetemi jegyzet). Tankönyvkiadó, Budapest 1965.
4. FAZAKAS, B.: Forgácsolás és forgácsoló szerszámok alapfogalmai, jelölései és azok közti összefüggések (témabeszámoló). NME Szerszámgépek Tanszéke, Miskolc 1965.
5. HOHENBERG, F.: Über die Zusammensetzung zweier gleichförmigen Schraubungen. *Monatshefte Mathematik (Graz)* 54, H. 3.
6. KRUPPA, E.: Analytische und Konstruktive Differentialgeometrie. Springer-Verlag, Wien 1957.
7. PACHNÉ-FREY: Vektor- és tenzoranalízis. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1960.
8. ROMSAUER, L.: Ábrázoló Geometria, II. kötet. Franklin, Budapest 1929.
9. SÁLYI, I.: Műszaki mechanika, I. kötet. Tankönyvkiadó, Budapest 1964.
10. SZENICZEI L.: Csigahajtóművek. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1957.
11. TERPLÁN Z.—LÉVAI I.: Gépelemek, IV. fogaskerekek (egyetemi jegyzet). Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat, Budapest 1958.
12. HIDASI K.: Kúpsztergálás dobrevolvereztergán másoló eljárással (német nyelven). *Acta Techn. Hung.* 58 (1967).
13. HIDASI K.: A forgácsoló szerszámok működő élszögeinek koordinátarendszere. *NME Magyar Nyelvű Közleményei* 17 (sajtó alatt).

Surfaces which can be Turned with a Straight-Edge Tool Uniformly Moving with Respect to the Co-ordinate System Connected to the Frame of the Machine-Tool. The matrices of surfaces which can be machined with a tool having a straight cutting edge and moving with a uniformly straight feed in a co-ordinate system attached to the frame of the machine depend on the plane determined by the edge and the velocity vector of the feed and on the position occupied by the tool in this plane. Under these conditions twelve types of surfaces can be generated. The parameter characterizing the surfaces can be deduced from the kinematic conditions. It can be proved that while turning planes, rotational cones and distorted rotational hyper-boloids, „machined” surfaces different from the ordinary helicoidal surface are generated which are less known in engineering practice and which occur on different workpieces as parts of „machined” surfaces. Using the special properties of the normal to the generatrix of the distorted surfaces, an equation for the efficient rake angle was derived, which is valid for every machining where the cutting edge of the tool is straight and the rake-face is a plane.

Die durch im Koordinatensystem des Werkzeugmaschinenstells eine geradlinige gleichmäßige Bewegung verrichtenden geradschneidigen Werkzeuge drehbaren Flächen. Die Metrik der mit Hilfe eines geradschneidigen Werkzeuges im Koordinatensystem des Maschinenstells durch geradlinigen Vorschub spannabhebend formbaren Flächen hängt von der Lage der durch die Schneide und den Geschwindigkeitsvektor des Vorschubes bestimmten Ebene sowie von der durch die Schneide in dieser Ebene eingenommenen Lage ab. Unter

obigen Bedingungen können zwölferlei verschiedene Flächen hergestellt werden. Die kennzeichnende Einflussgröße der Flächen kann aus den kinematischen Verhältnissen abgeleitet werden. Es lässt sich nachweisen, dass beim Drehen von Ebenen, Drehkegeln und eines einschaligen Drehhyperboloids von den üblichen Schraubenflächen abweichende und in der technischen Praxis wenig bekannte Spannungsflächen zustande kommen, die an verschiedenen Werkstücken (wie Schnecken, Gewinde usw.) als bearbeitete Flächenteile vorkommen. Unter Nutzbarmachung der Sondereigenschaften der Normalen entlang der Erzeugenden dieser windschiefen Flächen gelang es für den Wert des Wirk-Spannwinkels eine für all jene Bearbeitungen gültige Beziehung zu bestimmen, bei welchen das Werkzeug über eine gerade Schneide verfügt und die Spannfläche eine Ebene ist.



# A SZEKUNDER-EMISSZIÓS RÖNTGEN- SZÍNKÉPELEMZÉS

MARTIN KORNÉL\*

[Beérkezett 1970. november 18-án]

Szerző a röntgenszínképelemzés alapelveinek és módszereinek rövid áttekintése után a szekunder-emissziós változat, más néven röntgenfluoreszcens analízis (*RFA*) metodikáját, majd — egy jellegzetes készülék részein keresztül — apparatív megoldását ismerteti. A minőségi elemzés azonosítási adottságainak említése mellett a mennyiségi elemzés keretében tárgyalja az abszorpció és más rendszeres hibát okozó tényezők hatását és a kiküszöbölésükre irányuló gyakorlati eljárásokat, valamint az analízis pontosságát jellemző összefüggéseket. A továbbiakban összehasonlítást ad az optikai emissziós színképelemzés és a *RFA* között a két módszer hibaforrásainak, lehetőségeinek és korlátainak tükrében. Végül említést tesz a *RFA* hazai alkalmazásáról.

## I. Bevezetés

A félévszázad óta ismert fizikai alapelveken [1—14] nyugvó *emissziós-röntgenszínképelemzés* analitikai alkalmazhatósága is már régen beigazolódott, pl. egyes, a periódusos rendszerben még hiányzó elemek — *Hf\** és *Re\*\** — felfedezésével. A *szekunderemissziós\*\*\** — *fluoreszcens* — technika pedig kaput nyitott a gyors, részben roncsolásmentes vizsgálatoknak. A módszer szélesebbkörű — az emissziós színképelemzést, a polarográfiás és a nedves kémiai analitikai eljárásokat kiegészítő vagy helyettesítő — elterjedését mégis napjaink hozták meg, a röntgenberendezések — feszültségforrások, csövek, kristályok, sugármérő detektorok és számláló elektronika — rohamos fejlődésének következményeként. Kifogástalan rutin vákuumberendezéssel jelenleg a  $_{80}$ -nél nagyobb rendszámú elemek határozhatók meg, a kutatás számára azonban legújabban a  $_{4}$ Be is hozzáférhetővé vált. A készüléképítés vonalán manapság a drága, automatikus, programvezérelt folyamatos vagy szimultán berendezések sorozatos megjelenése mellett a kézi beállítású univerzális készülékek némileg vontatottabb továbbfejlesztésének lehetünk tanúi.

## II. Alapelvek

Ismeretes, hogy *röntgensugárzáson* az anyag gerjesztés hatására bekövetkező sugárzásának, a gamma és ultraibolya színképtartomány közé eső —

\* MARTIN KORNÉL Tungstam Kutatóintézet Anyagvizsgálat; Budapest IV., Váci út 77.

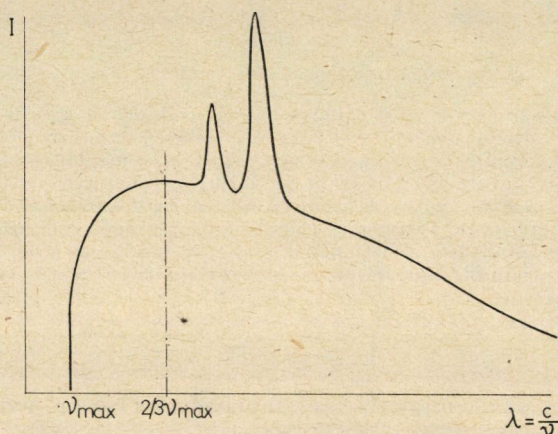
\* COSTER és HEVESI (1923.)

\*\* NODDACK és TAKE (1925.)

\*\*\* GLOCKER és SCHREIBER (1928.)

$\lambda = 10^{-4} \div 200 \text{ \AA}$  hullámhosszakra kiterjedő — részét értjük. Gyakorlati analitikai szempontból azonban ma még főként csak az elektromágneses spektrum  $10^{-1} \div 20 \text{ \AA}$  közti szakasza jön tekintetbe.

Kisülési röntgensugárzóban nagyenergiájú elektronokat az anódba ütköztetve *primer röntgensugárzás*hoz jutunk. A túlnyomórészt folytonos, *polikromatikus* sugárzásra az anód *jellemző színeképvonalai* szuperponálódnak (1. ábra).



1. ábra. Primer röntgensugárzás I intenzitás eloszlása a  $\lambda$  hullámhossz, ill.  $\nu$  frekvencia függvényében

Az anódba ütköző elektronok lefékeződéséből eredő, folytonos színeképet adó *fehér-* vagy *fékezési-sugárzás*  $\sim 2/3 \nu_{\max}$ -nál\* mutatkozó maximuma és intenzitásmegoszlása kvantumstatisztikai — a gerjesztő elektronok sebességeloszlásával összefüggő — okokra vezethető vissza. A rövidhullámú tartomány tapasztalat szerinti éles határára pedig kvantummechanikai magyarázat adható. A  $V$  gerjesztőfeszültség hatására az  $e$  töltésű elektron  $eV = 1/2 m v^2$  kinetikus energiára tesz szert. Az einsteini ekvivalencia elv szerint egy-egy röntgenkvantum legfeljebb ekkora energiát hordozhat, tehát  $h\nu \leq eV$  (ahol  $h$  a Planck-állandó és  $\nu$  a sugárzás frekvenciája). Megfelelő átalakítással a *Duane—Hunt-összefüggés*hez jutunk. A

$$\lambda_{\min}[\text{kX}] = \frac{12,370}{V[\text{kV}]}, \quad (1)$$

— mellékesen a Planck-állandó ma ismert legpontosabb kísérleti meghatározására is alkalmas — formula egzakt határt szab a még gerjeszthető legkisebb hullámhosszú sugárzásnak, egyben alátámasztja azt a kísérleti tényt, hogy

\* A  $\lambda$  hullámhossz,  $c$  fénysebesség és  $\nu$  frekvencia közötti ismert összefüggés  $\lambda = c/\nu$

a kontinuum határa a feszültség növekedtével a rövidebb hullámhosszak felé tolódik el (1 kX = 1 kiloröntgen = 0,99798 Å; 12,370 a  $hc/e$  állandó értéke; kV a  $V$  gerjesztési feszültség mértékegysége). A primer fénysugárzás *integrális intenzitása* közelítőleg a gerjesztő feszültség négyzetével és az áramerősséggel arányosan növekszik, de egyenesen arányos az atommegtöltés számával is, anélkül, hogy e tényezők a — némileg a *Maxwell—Boltzmann* függvényhez hasonló — intenzitáseloszlást számottevően befolyásolnák.

Jellemző sugárzás — a gerjesztő elektronok sebesség eloszlásától független — megjelenésének egyedüli kritériuma, hogy az alkalmazott feszültség elég nagy legyen az adott elem gerjesztéséhez. Ennek elemenként és elemen belül energiaszintenként változó értéke az ún. *kritikus* feszültség.

A röntgensugárzás az atomok belső elektronhéjain lejátszódó folyamatok során jön létre. A jellemző sugárzás analitikailag hasznosított színeképvonalai a  $K$  és  $L$  héjakon gerjesztés hatására végbemenő elektronkiütés és a külső héjakról felzárkózó elektronpótlás pozitív energiaegyenlegeként, *sugárzás-kvantumokban* jelentkeznek. Az egyes elemek adott elektronhéjainak különböző gerjesztési energiaszintje és a keletkező röntgenszíneképvonalak eltérő hullámhossza — az optikai emissziós színeképelemzéshez hasonlóan — a röntgenszíneképelemzés alapja. Az egy energianívós  $K$ -héjra irányuló, számbajövő négy elektronátmenettel kapcsolatos *relatív sugárzásintenzitás* — ahol az  $L \rightarrow K$  átmeneteket  $\alpha_1, \alpha_2$ -vel, az  $M \rightarrow K$  átmeneteket  $\beta_1, \beta_2$ -vel szokás jelölni — az egyidejű átmenetek valószínűségi arányának megfelelően, *nehéz* elemeknél rendre 100 : 54 : 26 : 9, a *közepes* és *könnyű* elemeknél pedig a  $\beta$ -sugárzások valószínűsége némileg csökken. Az atommag szomszédsága miatt legnagyobb energiaszintet képviselő  $K$ -héj gerjesztése eredményezi a nagyobb frekvenciájú röntgensugárzást. A  $K$ - $\alpha$  színeképvonalak gerjesztéséhez a  ${}_{92}\text{U}$  és a  ${}_{12}\text{Mg}$  közötti elemeknél — a 0,13 ÷ 9,9 Å-ig terjedő hullámhosszaknak megfelelő — 115 ÷ 1 keV energia szükséges.

A következő, három energiaszintű  $L$ -héj esetében praktikusán 12 átmenettel kell számolni, ezek 3 közel eső csoportba sorolhatók. Gerjesztésük pl. wolfrám esetében — a  $K$ -sugárzás 69,5 keV-jával szemben — csak 10,1, 11,5, ill. 12 keV-t igényel. Legintenzívebbek az  $\alpha_1, \beta_1, \beta_2, \alpha_2$ , ill.  $\gamma_1$  átmenetek 100:52:20:12:10 arányban.

A kisszámú színeképvonal láttán önként kínálkozik az *optikai emissziós spektroszkópiával* történő összehasonlítás. Valóban, a röntgenszínekép hozzávetőlegesen két nagyságrenddel vonalszegényebb; wolfram esetében az arány mintegy 40:4000. A belső héjon lejátszódó ionizáció miatt — további formai egyszerűsödésként is — az elemek a periódusos változástól függetlenül a rendszám lineáris függvényében növekvő feszültséggel gerjeszthetők. MOSELEY 1913. óta ismert összefüggése szerint

$$\sqrt{\nu^*} = A + B \cdot Z, \quad (2)$$

ahol  $\nu^*$  a hullámszám ( $1/\lambda$ );  $Z$  a rendszám;  $A$  és  $B$  állandók. Az atommag közvetlen hatásának további következménye még az a kísérleti tény, hogy a gerjesztett elemek sugárzása — *gyakorlatilag* — *független* attól, hogy elemi alakban vagy valamilyen vegyületben vannak jelen.

Nagypontosságú vizsgálatokkal észlelt csekély hullámhossz-eltolódások analitikai hasznosítására a — ma még elméleti érdekességű — lágy röntgenspektroszkópia törekszik.

### III. Módszerek

Az elektrongerjesztéssel előidézett primer röntgenszínkép gyakorlati analitikai célokra hosszú időn át alig jött tekintetbe, a nehézkes minta-elhelyezés és -váltás miatt. Az anódként kapcsolt minta többnyire el is ronc-szolódott. A módszer most éli reneszánszát a *röntgenlokál-mikroelemzés* [pl. 15, 16] (*EPMA*: Electron Probe Micro Analyser, Röntgenmikroszonda; *PMA*: рентреновский микроанализатор) területén. Por alakú minták, oldatok vagy szilárd anyagok összetételének vizsgálata azonban a — ma már hagyományosnak tekinthető — *szekunderemissziós* vagy *fluoreszcens* röntgenmódszerrel (röntgenfluoreszcens analízis; rövidítve *RFA*) végezhető el legelőnyösebben.

### IV. Röntgenfluoreszcens analízis (RFA)

Röntgensugárzás primerröntgensugarasgerjesztéssel — ún. hideg-gerjesztéssel — is nyerhető. Bár az így keletkező\* szekunder, vagy fluoreszcens-sugárzás a gerjesztősugárzás intenzitásának csak tört részét teszi ki, a módszer alkalmazása mégis számos előnnyel jár. A könnyen cserélhető minták, megfelelően sima felülettel, a mintatartó által megszabott méretekig (*Philips* spektrográfnál pl.  $\sim 30$  mm átmérő és  $\sim 20$  mm vastagság) roncsolásmentesen vizsgálhatók, és a jellemző sugárzás viszonya az alapsugárzáshoz nagy mértékben javul. Nem egészen helytálló azonban az a széltében elterjedt nézet, hogy a szekunder röntgensugárzás spektruma mentes a „fehér” komponenstől. A primer sugárzás részleges szóródása folytán nemcsak a számláló elektronika zajszintjére szuperponálódott gyenge kontinuum és az anódra jellemző színkép-vonalak megjelenésével kell számolni a szekunder spektrumban, hanem egyes esetekben az anód *Compton vonalaival* is.

Ha gamma-, illetve röntgenfoton szabad vagy gyengén kötött elektronba ütközik, akkor vele a kvantummechanikai energiaszintektől különböző és a klasszikus megmaradási törvényeknek megfelelő impulzust közöl, önmaga pedig csökkent energiával, eltérő irányban halad tovább. Az ilyen fotonok serege okozza az egyes színkép-vonalaknál hosszabb hullámú diffúz inkoherens sugárzást. Ezt, a fotonok részecske-természetét bizonyító és a klasszikus

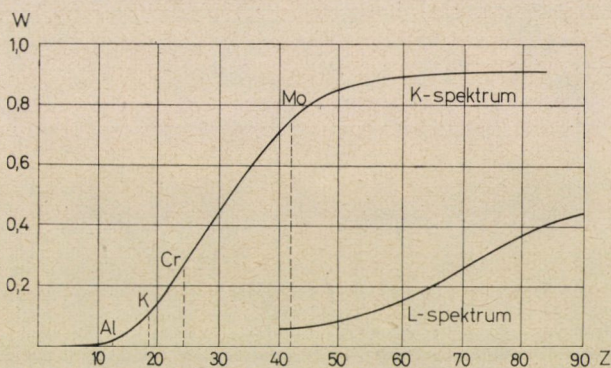
\* Helyhez kötött fluoreszcens berendezésekben a hideg gerjesztés csaknem kizárólag röntgensugárforrás segítségével történik. Újabban, különösen hordozható készülékek-nél előnyösen alkalmazzák a jóval olcsóbb radioaktív sugárforrásokat [17—21]. Üzemi-kutatói anyagvizsgálati célokra azonban — a csősugárzás pontosabb, egyetemesebb, intenzívebb volta miatt — az izotópok alkalmazása háttérbe szorul.

Thomson-szórástól eltérő jelenséget, megkülönböztetésül, felismerőjéről Compton effektusnak szokás nevezni.

Az RFA fő problémáját azonban történelmileg és ma is az intenzitás kérdése jelenti. A könnyű elemek felé rendre kritikusabb intenzitáscsökkenés komplex eredetű és a következő okokra bontható:

a) Adott  $\lambda_i$  hullámhosszúságú karakterisztikus színeképvonal szekunder gerjesztési-valószínűsége a primer gerjesztő sugárzás hullámhosszának a  $\lambda < \lambda_k < \lambda_i$  tartományra korlátozott alábbi függvénye

$$f(\lambda/\lambda_i) = \frac{(\lambda/\lambda_i)^4}{(\lambda/\lambda_i)^3 + 1/s_q}, \quad (3)$$



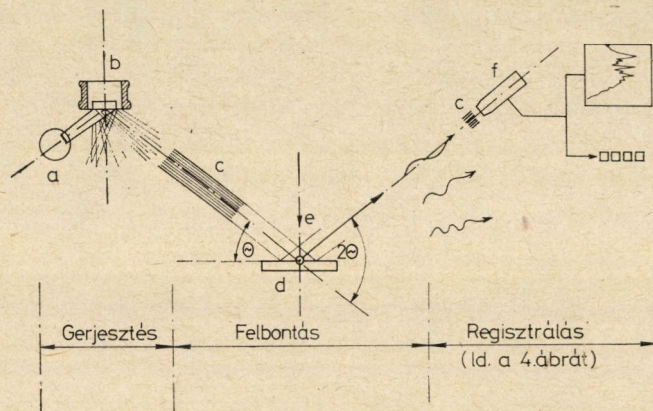
2. ábra. A fluoreszcens gerjesztés határfoka ( $w$ ) a rendszám ( $Z$ ) függvényében. [TÖGEL, K.: Siemens Zeitschrift 34 (1960), 726]

ahol  $\lambda_k$  az elem abszorpciós élé és  $s_q$  az abszorpciós ugrás nagysága (jó közelítéssel  $s_q = \lambda_{L1}/\lambda_K$ ; vö. a IV. fejezet 4. pontjával). A szekundergerjesztés valószínűsége tehát az abszorpciós élhez legközelebb eső, nagyobb energiájú (kisebb hullámhosszúságú) primersugárzás hatására a legkedvezőbb, távolodva csökken.

b) A fluoreszcens-gerjesztés határfoka a rendszám csökkenésével rohamosan csökken. A határfokot ( $w_q$ ) a szekunder sugárzást kibocsátó atomok számának ( $n_{qf}$ ) és a gerjesztett atomok számának ( $n_q$ ) hányadosával jellemezhetjük ( $w_q = n_{qf}/n_q$ ). A maradék ( $n_{qe} = n_q - n_{qf}$ ) pedig Auger elektronok alakjában veszik el az RFA számára.  $w_q$  [23] pl. K-sugárzás esetén a  $^{42}\text{Mo}$ -re 0,74, a  $^{24}\text{Cr}$ -ra 0,26, a  $^{19}\text{K}$ -ra 0,11, a  $^{13}\text{Al}$ -ra pedig csak 0,025 (2. ábra).

Az Auger elektronok az atomok külső héjaiból erednek és a gerjesztésnél felszabaduló fotoelektronokkal analóg természetűek, pl. Wilson-kamrában kimutathatók. Az Auger-jelenség az atomban létrejövő sugárzásmentes átmenet, melynek során az atomi rendszer

diszkrét energiaállapotából egy ugyanolyan energiájú folytonos spektrumhoz tartozó állapotba megy át. Tisztán kvalitatív úg is elképzelhetjük, hogy pl. a  $K$ -héj feltöltésére egy az  $L$ -héjból átlépő elektron által szabaddá tett energia egy  $N$ -héjbéli elektron felszabadítására használódik el, és ezáltal a környezet felé csak ez utóbbi elektron kilépési munkájával esőkentett energia érvényesül, fotoelektron formájában. Legújabbban az Auger-elektronok kimutatására és — a  $RFA$  kiegészítéseként — analitikai alkalmazására számos erőfeszítés történt. Elsősorban SIEGBAHN [22] és munkatársai értek el ezen a téren kiemelkedő eredményeket.  $ESCA$  (Electron Spectroscopy for Chemical Analysis) elnevezésű módszerükkel valamennyi, legalább két elektronhéjjal rendelkező elem — tehát már a  ${}^3\text{Li}$  is — kimutatható. Az első berendezés a  $NBS$  (USA) tervezésében készült,  $AN 1$  jelű gyári példányai ezidőtájt kerültek kereskedelmi forgalomba. A nagyvákuumot igénylő, tömegspektrográfra emlékeztető konstrukció ma még nem kombinálható a merőben más felépítésű  $RFA$  készülékekkel.



3. ábra. Röntgenfluoreszcens spektrométer működési vázlata ( $a$  röntgenső;  $b$  mintatartó, mintával;  $c$  kollimátor;  $d$  analizátor kristály;  $e$  goniométer tengely;  $f$  detektor) [BRÄM, H: Die Röntgenspektroanalyse zur Entlastung des Chemielaboratoriums (Int. Jahrb. Chem. Ind.); Verlag Vogt-Schild AG., Solothurn (Schweiz) 1966]

$c$ ) További intenzitáscsökkenéshez vezet az a körülmény, hogy a szekunder sugárzás a levegőben a hullámhossztól függő mértékű abszorpciót szenved. Definiálható az ún. *félrétegvastagság*, amelyen áthaladva a sugárzás az eredeti intenzitás felére gyengül. Ez a félrétegvastagság pl. [22] a

$$\lambda = 1,5 \text{ \AA} \text{ (a } {}_{74}\text{W } L_{\alpha 1} \text{ közelébe eső) sugárzásra } 59 \text{ cm,}$$

$$\lambda = 2,5 \text{ \AA} \text{ (a } {}_{23}\text{V } K_{\alpha 1} \text{ közelébe eső) sugárzásra } 13,5 \text{ cm,}$$

$$\lambda = 8,0 \text{ \AA} \text{ (a } {}_{13}\text{Al } K_{\alpha 1} \text{ közelébe eső) sugárzásra } 0,53 \text{ cm.}$$

Ennek megfelelő gyakorlati alapelv, hogy a  $RFA$ -ben a  ${}_{22}\text{Ti}$  és ennél kisebb rendszámú elemek vizsgálatát  $0,1$  Torr-nál jobb vákuumban kell végeznünk [24].

Szerepet játszanak a szekunder sugárzás intenzitáscsökkenésében a *kollimátorcső* (*Soller blende*; ld.  $c$ )) geometriája mellett az analizátorkristályok abszorpció, ill. reflexiók viszonyai is.

### 1. Készülék

Az *RFA* apparatív megoldásának felidézésére kövessük egy *Philips* gyártású sík-kristályos, nem fókuszált *röntgenspektrométer* vázlatát (3. ábra). Az egyes szerkezeti elemek működésmódját a sugáriránynak megfelelő sorrendben tárgyaljuk.

A szekunder röntgensugárzás színeképpé bontása elvileg két úton, az itt vázoltakon kívül fókuszált sugárral is történhet. Ehhez hajlított analizátorkristály szükséges, és ilyenkor a sugárforrást, a kristályt és a számlálót a kristály görbületi sugarával egyező ún. *Rowland-körön* kell elmozdítani vagy nagyobb számú, rögzítetten fókuszált homorú bontókristályt és hozzátartozó számlálót kell beépíteni.

A *RFA* célját szolgáló spektrométerek — a bevezetőben említett — *automatizálás* főleg két irányban halad. A *folyamatos* műszerek programozott goniométerrel, egymás után mérik a vizsgálandó elemek sugárzását, míg a *szimultán* készülékek a mérendő elem alkalmas színeképvonalára rögzítetten beállított goniométerekkel egyidejűleg végzik az elemzést. Előbbiek sokoldalúbb, az utóbbiak gyorsabb analízist tesznek lehetővé. Mindkét változat kiegészíthető *számítógépes értékelő* egységgel. Az ilyen berendezések telepítése természetesen csak nagyüzemi termékek állandó ellenőrzésére fizetődik ki, igen magas árak miatt.

A röntgenfluoreszcens-technika ugrásszerű fejlődését hozza napjainkban a *kristály nélküli* — *nem-diszperziós*, vagy *energia-diszperziós* [72] — *detektálási* módszer elterjedése. Alkalmas — lítiummal szennyezett szilícium, ill. germánium — tranzisztorokkal a szekundér sugárzást a bontókristály kiküszöbölésével, tisztán elektronikus úton, többsatornás analizátorok segítségével azonosítják a sugárzó elemekre. Bár a tranzisztor — megfelelő felbontóképesség elérésére — a folyékony nitrogén hőmérsékletén kell üzemeltetni, gerjesztésre viszont előnyösen alkalmazhatók radioaktív izotópok, így — egészségben — igen kedvező méretű és súlyú hordozható készülékeket sikerült már eddig is kialakítani.

a) *Röntgensövek*. Legalább 6—50 kV-tal és 6—40 mA-rel terhelhető kombinált olaj-víz-hűtésű\* zárt csövek,  ${}_4\text{Be}$  ablakkal, leginkább  ${}_{79}\text{Au}$ ,  ${}_{74}\text{W}$ ,  ${}_{42}\text{Mo}$  vagy  ${}_{24}\text{Cr}$ , újabban  ${}_{47}\text{Ag}$  anóddal. A nehezebb anódú csövek általános analitikai célokra használatosak, azért is, mert a keletkező primer sugárzás intenzitása az atommag töltésével arányos, a könnyebb anódanyagok pedig egyes kisebb rendszámú elemek kedvező kimutatására alkalmazhatók. Elméleti intenzitás-számításokkal (3) megközelítőleg egyezően, a legnagyobb tapasztalati szekunderintenzitás-értékek [25] olyan anód alkalmazásával nyerhetők, melynek legintenzívebb sugárzás tartománya mintegy 20%-kal haladja meg a gerjesztendő elem abszorpciós élének energiaszintjét. Optimális anódanyagok seregét igénylő sok-alkotós minták esetén a gyakorlat természetesen kompromisszumra kényszerül.

A csövek energiaellátása e célra készült stabilizált nagyfeszültségű gerjesztőberendezésről történik. A ma már századszázalék pontosságú feszültségstabilitási katalógus-adatok [26] sajnos, a gyakorlatban alig érhetőek el, különösen a 25 C°-ot meghaladó környezeti (laboratóriumi) hőmérséklet okozhat tetemes ingadozást. Ezért erre megfelelő figyelmet kell fordítani. A röntgensöveket két okból is célszerű nagyobb feszültségértékeken működ-

\* A legújabb csövek határfoka sem haladja meg az 1%-ot, vagyis az elektronütöközéskor elnyelt kinetikus energia 99%-a pusztán hőfejlődést okoz.

tetni. Egyrészt a színképvonalak intenzitása ( $I$ ) a feszültség hatványával növekszik,

$$I = k \cdot i (V - V_0)^{3/2} \quad (4)$$

legalábbis a  $V \leq 3 V_0$  tartományban (ahol  $V$  az alkalmazott gerjesztési feszültség;  $V_0$  az elem gerjesztéséhez szükséges kritikus-feszültség,  $i$  az áramerősség,  $k$  csőállandó). Másrészt két különböző elem két azonos jelzésű vonalnak intenzitásvisszonya a gerjesztő feszültség növelésével 1-hez tart. Kivételt képez, ha szelektív gerjesztést kívánunk elérni vagy ha hosszú hullámú jellemző sugárzást vizsgálunk; utóbbi esetben a primer fehér sugárzás szórása zavar.

b) *Minta, elhelyezés.* A lehető legnagyobb szekunderintenzitás — pl. W anódú csővel  $1,2 \cdot 10^6$  röntgen/perc — elérése érdekében a vizsgálandó mintát az anód közelében kell elhelyezni. Ez a szükségszerűség azonban két következménnyel jár. Egyrészt a gyakorlatban kb. 25 mm-nyi távolságot a minta legalább  $\pm 0,1$  mm pontosságra reprodukálható elhelyezésével be kell tartani, a távolság négyzetével arányos sugárintenzitás ingadozásából eredő hibák visszaszorítása érdekében. Másrészt az anódnak a mintához képest kényyszerűen ferde elhelyezése miatt a primer sugár nem merőlegesen, hanem  $35 \div 78^\circ$  közti szögekben és eltérő úthosszal is esik a minta egyes részeire, ezzel és polikromatikus volta miatt egyaránt nehezítve a szekundersugárzás intenzitásával kapcsolatos egzakt elméleti számításokat. Inhomogén felületű mintákat reprodukálható átlagérték elérésére, ugyanez okból forgatni kell.

A *RFA* — legalábbis szilárd minták vizsgálata esetén — jellegzetes *felületi vizsgálati módszer*. Definiálható az ún. „végtelen vastag” mintaréteg. Ez megfelel annak az anyagokénti változó rétegvastagságnak, melyet tovább növelve a szekunder sugárzás intenzitása már nem növekszik. Ez a vastagság pl. a  $_{47}\text{Ag}$  esetében 0,05 mm, a  $_{29}\text{Cu}$  esetében 0,06 mm [27] és nagy mértékben függ a vizsgált elem rendszámán kívül a mátrix abszorpciós viszonyaitól is.

A szilárd, csiszolt vagy tablettázott minta 5–8  $\mu\text{m}$ -es — így általában elhanyagolható abszorpciójú — mylar (etilénglikol-tereftalát) fólián nyugszik. A primer sugárzás csak mintegy  $(10 \times 15)$  mm<sup>2</sup>-nyi felületet gerjeszt, a  $\sim 30$  mm  $\varnothing$ -jú mintatartó közepén.

c) *Kollimátor.* A divergens szekundersugárzás aliquot része a *Soller-blendének* nevezett, mintegy 2 cm<sup>2</sup> keresztmetszetű kollimátor-rés rendszerbe jut, ahol a szokásos kompromisszum: több-kevesebb energiavesztés árán jobbra párhuzamos sugárnyaláb jön létre. A pl. 160 és 480  $\mu\text{m}$  lemeztávolságú (b) rés-seregből álló 100 mm hosszú (l) kollimátorokat e két adat viszonyát kifejező —  $0,18^\circ$ , ill.  $0,55^\circ$  — *maradékdivergencia-szöggel* ( $\Delta$ ) is szokás jellemezni ( $\Delta \cong 2b/l$ ).

d) *Goniométer, analizátorkristályok.* A párhuzamos szekundersugárzás színképpé bontása egy goniométerben elhelyezett analizátorkristály segítségével történik. A goniométer tengelyére központosított, századfok pontossággal



beállítható és pl.  $1/8 \div 2^\circ$ /perc sebességgel forgatható kristály  $\Theta$  elmozdulásának a számláló  $2\Theta$  elfordulása felel meg, hogy utóbbi a Bragg-egyenlet —  $n\lambda = 2d \sin \Theta$  (ahol  $d$  a kristályrác ismétlődési távolsága) — szerint a rendelkezésre álló szögtartományban rendre reflektálódó jellemző sugárzás intenzitását megmérhesse. Mivel a felbontási viszonyok csak mintegy  $2\Theta = 65^\circ$ -ig gazdaságosak, az egyes kristályokkal gyakorlatilag csak olyan színképvonalak mutathatók ki, amelyekre nézve  $n\lambda \leq 1,8d$ . E szükséges feltétel mellett a kristályoknak számos egyéb — a mérettel, mechanikai szilárdsággal, röntgensugár stabilitással, egykristály-szerkezettel, felülettel, elhanyagolható saját sugárzással és csekély abszorpcióval kapcsolatos — követelményt kell kielégíteniük. E tények magyarázzák, hogy a — természetesen kompromisszumok árán — alkalmazható kristályok száma ma is csak tucatnyi. Nehéz elemekre a  $^{23}\text{V}$ -ig  $\text{LiF}$  ( $2d = 4,03 \text{ \AA}$ ) használatos. Kis  $d$  értéke kedvezőbb felbontást tesz lehetővé. A könnyű elemekhez leginkább  $\text{PE}$  (Pentaeritritol;  $2d = 8,74 \text{ \AA}$ ), vagy gipsz ( $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ;  $2d = 15,19 \text{ \AA}$ ) szokásos. A nátriumnál kisebb rendszámú elemek kimutatásánál sokáig elvi akadályként tartották számon a kielégítően nagy  $d$ -értékű analizátorkristályok hiányát. Újabban bárium- és ólomszappanok unimolekulás rétegekből felépített pseudo-kristályaival ( $2d \approx 100 \text{ \AA}$ ) lehetővé vált a Be, B, C, N, O, F sugárzás felbontása is, bár még nem a gyakorlati  $\text{RFA}$  vizsgálatok céljaira.

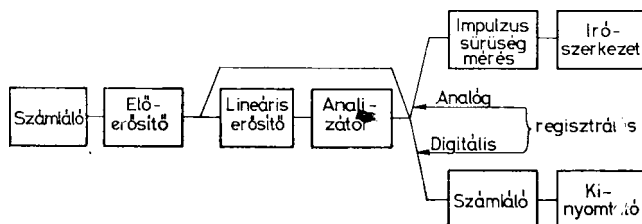
e) *Detektorok, regisztrálás.* A szekunder színeképet alkotó sugárzás elektromos jellé alakítására a magkémiai és radioaktív technikából ismert számlálók közül a hosszú — mintegy  $200 \mu\text{sec}$  — holtidejű  $\text{GM}$  csövet ma már alig alkalmazzák, inkább a fluoreszcencián alapuló *szcintillációs* és a gázionizációt felhasználó két válfajú *proporcionális* számlálók használatosak. A  $\text{Tl}$ -mal aktivált  $\text{NaJ}$  kristály röntgenkvantumok hatására bekövetkező felvillanásait elektron-sokszorozóval felerősítő szcintillációs számláló a kvantumenergiával arányos — tehát diszkriminálásra alkalmas — impulzusokat szolgáltat. Elhanyagolható ( $\sim 1 \mu\text{sec}$ ) holtideje és csaknem az egész szóhajóhető hullámhossz tartományban közel azonos spektrális érzékenysége miatt a  $^{92}\text{U}$ -tól a  $^{23}\text{V}$ -ig bezárólag leginkább ezt használják. A vákuumröntgenspektrográfiában az ugyancsak elhanyagolható holtidejű és a kvantumenergiával arányos impulzusokat adó gáztöltésű proporcionális számláló alkalmas változatát, az ún. *flow* (*Durchfluss*) számlálót alkalmazzák. E konstrukció spektrális érzékenysége csak  $2 \text{ \AA}$  fölötti hullámhosszakon kielégítő. A vákuumtérben elhelyezett és az abszorpció veszteség csökkentésére szemipermecabilis Mylar fóliával borított számláló-szerkezet a gázvesztés pótlása érdekében átáramló  $90\%$  argon— $10\%$  metán tartalmú gázkeverékkel működik. A szabadba vezetett gáz miatt a barometrikus nyomásváltozás — jelentős,  $1,5\%/Torr$  — hibát okozhat [28] a méréseredményben.

A számlálók feszültségének növelésével — adott színeképvonalat mérve — egy ideig emelkedik az impulzusszám, majd konstans — a szokványos függ-

vényábrázolásban vízszintes — szakasz, az ún. „plató” következik. A számlálót ilyen feszültségen kell működtetni, figyelemmel arra is, hogy a könnyű elemek esetében a plató csak nagyobb feszültségnél áll be.

Az előbb említett — a kvantumenergia és impulzusmagasság közt fennálló — arányosság megfelelő elektronikus *impulzus diszkriminátor* segítségével felhasználható mind az alapszint csökkentésére (*küszöbérték diszkrimináció*), mind a különböző színképvonalak elválasztására, ha ezek legalább három rendszámnyira vannak egymástól (*csatornaanalízis*).

Egycsatornás röntgenfluoreszcens spektrométer regisztráló elektronikája többnyire a 4. ábra blokk-szkémája szerinti. Az analízátor elektronikus szűrőköréi — amplitudó-arányos erősítés után — lehetővé teszik az említett analízist, ill. diszkriminációt. Az analízátor és erősítője tetszés szerint kiiktatható.



4. ábra. Röntgenfluoreszcens spektrométer regisztráló elektronikájának blokk-szkémája [KRAMER, L.—MORAS, K.: Jenaer Jahrbuch; VEB G. Fischer Verlag, Jena 1965; 87. o.]

## 2. Alkalmazás

A röntgenszínképelemzés — a többi spektroszkópai módszerhez hasonlóan — kezdetben főként minőségi elemzési célok elérésére szolgált. A növekvő elektronikus stabilitás és a fejlett regisztráló műszerezettség — idő- és számkorlátos impulzusszámlálás, kompenzográf — kihasználásával, megfelelő módszer-kialakítással pontos rutinelemzések vagy közelítő mennyiségi meghatározások gyors elvégzése is lehetővé vált.

Alkalmazást talált a módszer *rétegvastagságmérésre* is, mintegy 0,01–40  $\mu\text{m}$  szélső határok között, de elemenként csak szűk intervallumokban. Mivel kellően vékony rétegeknél a fluoreszcens intenzitás a felületegységnyi tömeggel — a borítottással — arányos, ill. a réteget hordozó sugárzás-intenzitása ennek megfelelően gyengül, ezért a mérés mennyiségi *RFA* meghatározásra redukálható. Az egyes részletmegoldások [pl. 29–32] tárgyalása kívül esik témakörünkön.

## 3. Minőségi elemzés

A minőségi *RFA*-nél a vizsgálandó mintából kilépő karakterisztikus röntgensugárzás hullámhosszából következtethetünk a mintát alkotó elemekre. Az egyes elemek jellemző színképvonalainak hullámhosszadatai mellett

az egyes  $d$  értékeknek megfelelő  $2\theta$  értékeket is tartalmazó táblázatok [33–34] segítségével kikeressük azt a tartományt, melyről az előzőleg célszerűen megválasztott analizátorkristály alkalmazásával felvételt készítünk. A kompenzográf írószerkezete az egyes elemek színeképvonalainak  $I$  szekunder-intenzitását rajzolja fel a

$$I(2\theta) = f[c_1, c_2, \dots]_{kV, mA} \quad (5)$$

függvény választott  $\theta$  értékek közti szakaszaként, a kristály  $d$  érték, ill. goniométer-szögelfordulás és a papírelmozdulás sebessége által megszabott, alkalmas léptékben.

Az elemek azonosítása a felvételen megjelenő csúcsokkal általában egyszerű, a viszonylag kisszámú színeképvonal miatt. Hibás elemzéshez leginkább a különböző elemek vonalainak egybeesése vezethet, főleg akkor, ha az egyik elem kis koncentrációban van jelen. A koincidencia gyakran a 2. és 3. rendű vonalakra is kiterjed (pl. Pb  $L$  sorozat-As  $K$  sorozat, vagy Re  $L$  sorozat-Mo  $K_2$  sorozat; utóbbinál ugyan diszkriminátorral célt érhetünk). Ilyenkor egyes gyengébb vonalak jelenléte perdöntő lehet, kis koncentrációnál viszont ezek gyakran nem mutathatók ki. Alapelveként: egy-egy elem jelenlétét akkor tekintjük bizonyosnak, ha egy ( $K, L_I$  stb.) sorozathól legalább két vonalát azonosítani tudjuk. Ha csak a legerősebb vonal jelentkezik, akkor meg kell próbálni paraméter (feszültség, kristály stb.) változtatással egy másik sorozatbeli vonalat is kimutatni. Mivel az alapszint (*mátrix*) is statisztikusan ingadozik a felvétel során, konvenció szerint egy-egy csúcsot akkor szokás színeképvonalnak minősíteni, ha a lokális intenzitásnövekedés maximuma ( $\varphi$ ) legalább az alapszint statisztikus ingadozásának ( $\sigma$ ) háromszorosa.  $\varphi \geq 3\sigma = \pm 3\sqrt{N_a}$ , ahol  $N_a$  az alapszint mért másodpercenkénti impulzusszáma.

E konvenció matematikai alapját képező — két statisztikus mennyiség közötti szignifikáns különbségre vonatkozó — számítás [35] szerint annak valószínűsége, hogy a  $\pm k\sigma$  szórásnak megfelelő két átlagérték két különböző eloszláshoz tartozik  $k = 3$  esetén 99,73%.

A kimutathatóság definíciója során önként felvetődik a kérdés, milyen alsó koncentráció-határig remélhetjük az egyes elemek jelentkezését a *RFA* spektrumban. Erre egyértelmű válasz csak elemenként, kísérleti úton és az összes paraméterek feltüntetésével adható. E paraméterek legfontosabbjai közül ugyanis csak a csőtéljesítmény írható le folytonos monoton függvénnyel, az anódanyag, analizátorkristály, számlálósövek, de főként a minta és mátrix abszorpciós viszonyainak intenzitás/hullámhossz-(rendszer-)függése szakadásos, vagy legalábbis nem monoton. E tényezők hatását a mennyiségi elemzési kérdések kapcsán vizsgáljuk majd kissé részletesebben. A minőségi elemzés kimutathatósági határai durva közelítésként az alábbi módon csoportosíthatók:

- ${}^1\text{H} - {}^3\text{Li}$ -ig terjedő elemek ma ismert röntgenspektroszkópiai módszerekkel nem mutathatók ki;
- ${}^4\text{Be} - {}^8\text{O}$ -ig csak újabb röntgen-mikroanalizátorok számára váltak hozzáférhetővé;
- ${}^9\text{F} - {}^{10}\text{Ne}$  a gyakorlati *RFA* jelenlegi alsó határa, korszerű vákuum röntgenspektrográfokkal nagy koncentrációban, KHP (káliumhidroftalát;  $2d = 26,4 \text{ \AA}$ ) vagy muskovit (K-alumoszilikát;  $2d = 19,8 \text{ \AA}$ ) kristállyal;
- ${}^{11}\text{Na} - {}^{12}\text{Mg}$  vákuum röntgenspektrográfban, nagy koncentrációban, KHP vagy beryll (Be-alumoszilikát;  $2d = 15,95 \text{ \AA}$ ) kristállyal;
- ${}^{13}\text{Al} - {}^{14}\text{Si}$  vákuum röntgenspektrográfban  $0,5 \div 10\%$  feletti koncentrációban;
- ${}^{15}\text{P} - {}^{16}\text{S}$  vákuum röntgenspektrográfban  $0,1 \div 2\%$  feletti koncentrációban;
- ${}^{27}\text{Cl} - {}^{22}\text{Ti}$  vákuum röntgenspektrográfban és
- ${}^{23}\text{V} - {}^{92}\text{U}$  levegőn általában  $0,001 \div 0,1\%$ -ot meghaladó koncentrációban.

A  ${}^{25}\text{Mn} - {}^{41}\text{Mo}$ -ig terjedő elemek könnyű mátrixban gyakran már  $2 \div 5$  ppm koncentrációban kimutathatók. Nem szabad azonban figyelmen kívül hagyni, hogy a Cr, Mn, Ni, Zn, de leginkább a Fe nyomokban való jelenlétére utaló színképvonalak a készülék, ill. röntgenső anyagából is származhatnak.

#### 4. Mennyiségi elemzés

Mennyiségi *RFA* módszerek kialakításának igénye elkerülhetetlenné teszi egy sereg olyan — már érintett — módszerbeli sajátosság számbavételét, amelyek az analízis szempontjából rendszeres hibának minősülhetnek. Ezek legfontosabbika az abszorpció jelenségével függ össze. Két vagy több komponensű anyagkeverékek esetén a társalkotók rendellenesen gyengíthetik a kérdéses elem színképvonalait.

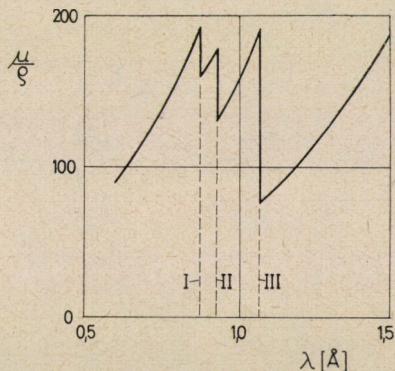
A röntgensugarakra az elektromágneses sugárzás abszorpciójának általános összefüggései alkalmazhatók bizonyos megszorításokkal.  $I_0$  kezdeti intenzitású röntgensugarat  $d$  vastagságú anyagi testen átbocsátva az eredő  $I$  sugárzásnál  $e^{-\mu d}$  veszteségtényezővel kell számolnunk:  $I = I_0 \cdot e^{-\mu d}$ . Az energiaveszteség főként abszorpció, részint sugárszóródás következménye. Ennek megfelelően a  $\mu$  gyengítési együttható a  $\tau$  valódi abszorpcióra és a  $\psi$  szóródásra\* bontható. Innen — a minta fizikai állapotától független — koeficienshez úgy jutunk, hogy ha egységnyi sűrűsége redukálunk. Az így nyert  $\tau/\rho + \psi/\rho = \mu/\rho$  tényező — ahol  $\rho$  a minta sűrűsége — *tömeggyengítési együtthatóként* ismert. Mivel a  $\psi/\rho$  tömegszóródási együttható a hullámhosszal keveset változik, ezért a gyakorlatban csak a *tömegabszorpció*s együtthatót veszik számításba: erre közelítően igaz a

$$\frac{\mu}{\rho} \approx C \cdot \lambda^3 \cdot Z^3 \quad (6)$$

\* A  $\psi$  tömegszóródási együttható, a koherens és inkoherens szóródásnak megfelelően ismét két additív tagból tevődik össze. Az előbbi jelenség a már említett szabályos Thomson-szórást, míg az utóbbi az eredetétől eltérő hullámhosszúságú Compton-szórást okozza.

összefüggés — ahol  $Z$  a rendszám — azonban csak a  $\lambda < \lambda_k$  hullámhosszakra.  $\lambda_k$ -nál — az ún. abszorpciós él hullámhosszán — a függvény szakadást szenved, majd másik,  $C'$ -konstanssal folytatódik a következő  $\lambda_k$ -ig és í. t. Az állandókra nézve  $C > C' > C''$  (5. ábra).

Adott abszorpciós él hullámhosszát a *Duane-Hunt* (1) összefüggésbe helyettesítve megkapjuk az illető színekpivonal gerjesztési energiaszintjét. A tömeggyengítési (tömegabszorpciós) együtthatók — az egyes elemekre, ill. különböző hullámhosszúságú sugárzásra vonatkozó — számszerű értékei táblázatokban [pl. 5, 11] találhatóak. A  $g^{-1} \cdot \text{cm}^2$  dimenziójú és praktikusán  $5 \div 5000$  között ingadozó értékek a hullámhossz, ill. rendszám növekedtével emelkedő tendenciát mutatnak, a monoton emelkedést az abszorpciós élnek megfelelő szakadási helyek értékcsökkenései tarkítják.



5. ábra. Platina  $\mu/\rho$  tömeggyengítési együtthatója a hullámhossz függvényében [GLOCKER, R.: Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, 4. Aufl.; Springer, Berlin — Göttingen — Heidelberg 1958]

Szemléletes képet nyerhetünk a jelenségről, ha az abszorpció folyamatát, tisztán kvalitatív a következők szerint írjuk le. Elemi anyagok a röntgensugárzást, hullámhosszának növekedtével egyre fokozódó mértékben nyelik el egy adott frekvenciaértékig, melynek hosszú hullámú közvetlen szomszédságában saját sugárzásra gerjednek. A közölt energia elnyelése tehát a rezonancia-jelenséghez hasonlóan a saját frekvenciát közelítve növekszik, az irreverzibilitás ténye azonban nem intenzitás-, hanem frekvencia-csökkenés formájában — mintegy „fékezett” rezonanciaként — mutatkozik. Az atomok olyan kisebb frekvencián sugároznak, ahol már nem vagy alig abszorbeálódnak. Mindez annyiszor ismétlődik — matematikai fogalmazásban a (6) függvénynek annyi  $C$  konstansa képezhető — ahány karakterisztikus színekpivonala a kérdéses,  $Z$  rendszámú elemnek a röntgenspektrumban egzisztál.

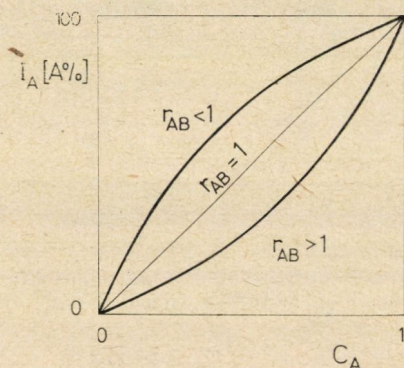
E törvényszerűségek miatt anyagkeverékek *RFA* vizsgálata esetén — bár a gyengébb, vagy  $n$ -ed rendű színekpivonalak elhanyagolhatóak — már néhány erősebb vonal és ezek abszorpciós sávjainak egymásra hatása is jelentős eltéréseket okozhat az arányosság alapján számított intenzitásvizonyokhoz képest. Ha pl. a kérdéses elem vizsgált színekpivonala a kísérő elem, vagy azok egyikének abszorpciós éléhez viszonyítva némileg rövidebb hullámú tartományba esik, akkor ott számottevő gyengítést szenved.

Kétkomponensű anyagkeverékeknél definiálható az ún. *regressziós koeficiens* ( $r_{AB}$ ) a  $B$  komponensnek az  $A$  komponenshez viszonyított abszorpciója a szekundersugárzás hullámhosszán

$$r_{AB} = \frac{\bar{\mu}_{B(\lambda)}}{\bar{\mu}_{A(\lambda)}}$$

Az előzők alapján már könnyen belátható, hogy eltérő tömeggyengítési együttható esetén kétkomponensű elegy alkotóinak fluoreszcens intenzitása ( $I_A$ , ill.  $I_B$ ) nem lesz a  $C$  koncentrációkkal ( $C_A$ ;  $C_B$ , ahol  $C_A + C_B = 1$ ) arányos, hanem — minthogy  $r_{AB}$  az egész koncentrációtartományra állandó — az ún. regressziós függvényvel ( $R$ ) írható le

$$R(C_A) = \frac{I_A}{I_{A(100\%)}} = \frac{C_A}{C_A + (1 - C_A)r_{AB}} \quad (7)$$



6. ábra. Kalibrációs függvények szkematikus képe a regressziós együttható különböző értékei esetén

A  $I_A$  intenzitás (7)-ből számítás útján nyerhető. Ennek megfelelően a sugárzás intenzitás/koncentráció-függése kalibrációs függvényen ábrázolható (6. ábra), szemléletessé téve az abszorpció különbözőségéből eredő eltéréseket.

A regressziós koeficiens értékét természetesen befolyásolja a primér gerjesztés — tehát az anód minősége — is. Erre csőcserénél tekintettel kell lenni. Több komponensű elegyeknél az intenzitásnak számítás útján történő meghatározása, a komponensek számának növekedésével mind bonyolultabbá válik, grafikus ábrázolás pedig nem valósítható meg.

A különböző tömeggyengítési együtthatójú és nagy —  $> 1\%$  — koncentrációban jelenlevő komponensek regressziós együtthatója 0,3—4,0 közötti értékeket vehet fel, ezzel szemben a kis koncentrációknál a regressziós koeficiens — 0,1%-ig szigorúan, 1%-ig jó közelítéssel — egységnyinek vehető, vagyis az elemek fluoreszcens intenzitása arányos a koncentrációval. Az iránytangens azonban — ha nem a 6. ábra szerinti speciális módon, hanem a szokásos extenzív léptékben vesszük fel a függvényt, akkor — nagy mértékben függ a kísérőelemektől, könnyebb elemek jelenlétében nagyobb, nehezebbek mellett kisebb meredekségű.

Az abszorpciónál kisebb, mégis számottevő szerepet játszhat anyagkeverékek intenzitásviszonyainak bonyolításánál az *interelementáris gerjesztés* is. Ha a kísérő elemek szekunder sugárzása valamivel rövidebb hullámú, mint a vizsgált elem abszorpciós éle, akkor saját fluoreszcenciaintenzitás-veszteség árán részt vesznek a vizsgált elem gerjesztésében, ennek színekvonalát rendszeresen erősítik.

KOPINECK [36] és SCHMITT pl. 50% Fe-Mo keveréket vizsgálva megállapították, hogy a vas fluoreszcens intenzitásának gerjesztési feszültségtől függően 20-25%-át a molibdén másodlagos gerjesztése szolgáltatja.

A *röntgenső anódjának* primer karakterisztikus sugárzása egyes atomnívók szelektív gerjesztését és a megfelelő színekvonalak rendkívüli erősödését idézheti elő (pl. tóriumot Mo-anódú csővel gerjesztve az  $L\alpha$  vonal intenzitása, az Au anóddal nyert intenzitáshoz képest mintegy megduplázódik). Elemenként változó intenzitású gerjesztést érünk el a különböző anódok primer féhérsugárzásával is, a már említett eltérő spektrális energiaeloszlás miatt.

Ugyancsak szó volt a *számlálócsövek érzékenységének* hullámhossz-függő, különböző mértékű *változásáról* [37, 38]. Ezen felül a gáztöltés — pl. argon — is befolyásolhatja az intenzitást, ha az egyes színekvonalak az Ar abszorpciós élének ellentétes oldalaira esnek.

Tetemes eltérést okozhatnak a minta szemcseméretében vagy a felület minőségében, más szóval a felületegységre eső sugárzó atomok számában mutatkozó különbségek. Homogén keverékeknel KOPINECK [28] és SCHMITT vizsgálatai szerint a szemcseátmérő növekedése 60  $\mu\text{m}$  felett kezd kritikussá válni, és a szemcséket 1 mm átmérőig növelve mintegy 20% intenzitáscsökkenést tapasztalhatunk. A felület érdessége ugyancsak ilyen méretekben [39] okozhat akár 50% intenzitáscsökkenést, de csak a sugárirányra merőleges barázdáltság esetén. Kellően sima felület elérése érdekében végzett csiszolásnál ércek, vagy ötvözetek lágyabb komponensei kenődés útján a felületen feldúsulhatnak, de a csiszolóvászson vagy szuszpenzió szemcséi is odatapadhatnak a mintához, így azután a valódi összetétel helyett „műterméket” vizsgálunk. Heterogén anyagkeverékek őrlése során a könnyebb (kisebb atomsúlyú) komponens intenzitása csökken, míg a nehezebbé növekszik.

A mennyiségi elemzésben az ismertetett, rendszeres hibákat okozó *RFA*-metodikai sajátságok kiküszöbölésére számos — részint egyéb — műszeres analitikai vizsgálatokból ismert — műfogást alkalmazhatunk.

Mindenekelőtt arra törekszünk, hogy *relatív — összehasonlító* — vizsgálatokkal sikerüljön célt érni. Ilyenkor mintáinkat a kérdéses elemekre azonos felvételi körülmények (anód, gerjesztés, kollimátor, kristály, számláló, ill. számláló feszültség) között kell vizsgálnunk, így egyúttal kiküszöbölve az e tényezőkre visszavezethető eltéréseket.

Nagyobb számú elemzés elvégzésére *kalibrációs függvényt* célszerű felvenni. Ennek egyes pontjait a kérdéses elemre ismert koncentrációjú és a vizsgált mintával lényegileg azonos mátrixú *etalonsorozat (külső standard)* analízis eredményei szolgáltatják. Mivel a tabletták sokszor felhasználhatók, ez a módszer *RFA* mennyiségi rutinvizsgálatokra különösen előnyös, a mindenkori készülékállapotot is jellemző függvény esetenkénti újrafelvételével.

Bonyolult összetételű mátrix esetén, az előbbi eljárásnak egy a műszeres analitikában gyakran használt változatát, az *addíciós módszert* alkalmazzuk [40]. A vizsgálandó elemre nézve legkisebb koncentrációjú adott mintára preparálunk ismert mennyiségeket. Nagyobb számú etalon esetén a lineáristól eltérő intenzitás/koncentráció-függés is jól közelíthető grafikusán [41] vagy aritmetikai úton [42]. E módszer legegyszerűbb változata — már egyetlen külső standard alkalmazásával — előnyösen felhasználható közelítő mennyiségi meghatározásra, ha a vizsgált mintára ( $x + u$ , ahol  $x$  a kérdéses elemet,  $u$  az alapszintet jelenti) ismert mennyiséget ( $a$ ) preparálva a nyert impulzus-számok ( $I_{x+u}$  stb.) felhasználásával zérusra extrapolálunk. Ilyenkor

$$x[\%] = \frac{I_{x+u} - I_u}{I_{x+a+u} - I_{x+u}} \cdot a[\%]. \quad (8)$$

Ez a változat annyira pontos, amennyire az intenzitás koncentráció-függése lineáris.

Több-alkotós minták analízisénel a komponensek változó koncentrációja miatt ingadozó mátrix-hatás kiegyenlítésére két ellentétes jellegű adalék alkalmazása szokásos.

*Hígítószerként* bóraxos ömlesztés, vagy szerves anyagok, viaszfélék, keményítők adagolása jöhet szóba. Mivel a kis abszorpciójú anyagok — intenzív reflektált primersugárzás révén — az alapszintet növelik, nyomelemek kimutatása kedvezőtlenebbé válik. A reflektált sugárzás csökkentésére ún. *nivelláló szert* használhatunk [43]. Ez egyben a mátrixnál észlelhető és a komponensek változó koncentrációja által előidézett abszorpciós szint-ingadozás kiküszöbölésére is alkalmas bizonyos határok között. E célokra elvileg bármelyik nehéz elem tekintetbe jöhet, zavaró vonalaira azonban figyelemmel kell lenni.

Az emissziós spektroszkópiában előszeretettel használt *belső standard* módszer alkalmazását — vagyis a kérdéses koncentrációjú komponenshez közelálló rendszámú elem ismert mennyiségének hozzáadását a mintához az intenzitások összevetésére — ugyancsak az abszorpció okozta rendellenességek korlátozzák a *RFA*-nél. Számos szerző foglalkozott megfelelő elempárok keresésével [44—46]. Sok-alkotós minta esetében azonban további elemek adalékolása súlyos bonyodalmakkal járhat, egy elem viszont nem használható valamennyi komponenshez. E nehézségek a belső standard alkalmazását



olyan mintákra korlátozzák, melyekhez kalibrációs sorozat készítése nem látszik gazdaságosnak és az ismeretlen koncentráció 10%-nál kisebb. Ellenkező esetben a kényszerűen nagy mennyiségű standard adalék mátrixra gyakorolt hatása többnyire nem hanyagolható el. Lehet az anód valamely reflektált színeképvonalát, esetleg Compton vonalát is használni hitelesítésként, noha ezek a belső standarddal szemben támasztott követelményeket nem mindenben elégítik ki.

Nyomelemek kimutatási határának kiterjesztésére különböző kémiai előkészítő eljárások — *feltárás* [47], *dúsítás* [48—53] alkalmazhatók. E műveletek elvégzésével azonban részben elveszítjük a RFA-nek a nedveskémiai vagy más műszeres — pl. polarográfiás — analízisekkel szembeni fő előnyeit, a gyorsaságot [54] és a relatív roncsolásmentességet is.

Por alakú mintákkal még megfelelő —  $< 60 \mu\text{m}$  — szemcseátmérő esetén is csak definiált tömörítéssel remélhetünk reprodukálható mérési eredményeket. Ez legegyszerűbben tablettázással érhető el. A körülményesebb ömlesztési módszerek mellett célravezető a nagynyomású préselés is; ( $\geq 2 \text{ to/cm}^2$ ,  $\geq 30 \text{ sec}$ ) előzőleg homogenizált csúsztató-, illetve kötőanyag adalékkal.

### 5. Az analízis pontossága

Azok a véletlen-hiba források, melyekkel kellő körültekintéssel végzett elemzés esetében is számolni kell a RFA-nél, három csoportra bonthatók.

A  $h_a$  *apparatív hiba* tartalmazza a készülék és a mérési folyamat instabilitására visszavezethető — a gerjesztéssel, áram- és feszültségingadozással, mintaelhelyezéssel, goniométer-beállítással, detektor instabilitással kapcsolatos — ingadozásokat és bizonytalanságokat.

A  $h_x$  a *minta-előkészítés és kalibráció* hibáit foglalja magában. Itt meg kell jegyezni, hogy ha pusztán kémiai hitelesítés alapján mérünk, akkor a módszer hibái is jelentkeznek az eredményben.

A  $h_i$  az impulzus-számlálás *statisztikus hibáját* jelenti. A mérés teljes hibája ( $h_t$ ) az egyes független hibatípusokból additív úton, az ismert hibanegyzet számítással nyerhető

$$h_t = \pm \sqrt{h_a^2 + h_x^2 + h_i^2}. \quad (9)$$

Az egyes hibák nagyságára vonatkozóan igen különböző adatokra bukkanhatunk [pl. 35, 55—58 stb.]. Saját viszonyaink megismerésére  $h_a$ -ra nézve, nagy intenzitású színeképvonalak impulzus számlálásával — ahol, mint látni fogjuk a statisztikus hiba elhanyagolható — hibaszámítást végeztünk. Megállapítottuk, hogy a *Philips PW 1540* típusú vakuumspektrográf és a hozzá tartozó elektronikák *rövidtávú* készülékingadozása relatív százalékban kifejezve  $\approx \pm 0,25\%$ . Ehhez járul — valójában additív tagként — a minta

ki- és behelyezéséből eredő, a közeli anód miatt nem kellően reprodukálható fókusz-minta távolság okozta hiba. A rövidtávú apparatív bizonytalanság ezzel együtt  $h_a \approx \pm 0,4\%$ .

A rövidtávú készülékingadozáson, mint véletlen hibán felül nem szabad figyelmen kívül hagyni a hosszútávú, készülék öregedésből eredő — a generátor, anód, számláló stb. elhasználódás miatt keletkező — rendszeres hibákat sem. Ezekre évi 2–10%-ot ad meg az irodalom [59]. Nem találni utalást a gyakran megfigyelhető, de közelebről nem ismert közép-távú ingadozásra, a flow-counter, már említett légnymás (hőmérséklet) változás okozta instabilitásától [28] eltekintve. Az impulzusszám, ill. csúcsmagasság egyik hétről, olykor egyik napról a másikra %-os nagyságrendű eltérést mutathat. A bizonyára komplex eredetű jelenség miatt a kalibrációs függvények csak esetenkénti hitelesítéssel alkalmazhatók. 25 °C-ot huzamosan meghaladó laboratóriumi — géptermi — hőmérséklet esetén a mérések bizonytalansága — gyaníthatóan az elektronika túlmelegedése miatt — jelentősen megnövekedhet, és nagyobb számban ismételt számlálás esetén időnként rendszeres ingadozás, pl. monoton impulzuscsökkenés, vagy növekedés is tapasztalható.

A mintaelőkészítésből eredő hibák ( $h_x$ ) közül a *preparálás pontatlanságát*, illetve inhomogenitását vizsgáltuk, mint a kalibrációs tablettasorozatoknál leginkább számbajövő bizonytalanságot. Azt találtuk, hogy százalékos nagyságrendű preparálás esetén a  $h_x$  hiba  $h_a$ -hoz képest elhanyagolható, tehát

$$\sqrt{h_a^2 + h_x^2} \approx \sqrt{h_a^2} \approx \pm 0,4 \%,$$

0,2 ÷ 1% között a mérési bizonytalanság mintegy  $\pm 0,45\%$ -ra, 0,05–0,2% preparáló komponens esetén pedig kb.  $\pm 0,5\%$ -ra növekszik.

Mivel a röntgensugárzás számlálócsövekkel és szcintillációs számlálóval történő regisztrálásánál az egyes sugárzáskvantumokat közvetlenül elektromos impulzussá alakítva számláljuk, az a tény, hogy a sugárzás-emisszió statisztikus-valószínűség-szerinti szabálytalan folyamat, közvetlenül kihat a mérés-eredményre. Az impulzusszámlálás statisztikus hibáját a Poisson, ill. Gauss eloszlás standard deviációját feltüntető  $\sigma = \pm \sqrt{\bar{m}}$  összefüggésből — ahol  $\bar{m}$  a mérések középértéke — lezármaztatható, a  $N$  impulzusszámmal operáló

$$\sigma = \pm \sqrt{N} \quad (10)$$

képlettel szokás kifejezni, egyetlen számlálás esetén is. A  $h_i$ -nek megfelelő  $\delta$  relatív, százalékos hiba pedig

$$\delta_{(\text{rel.})} [\%] = \frac{\Delta N \cdot 100}{N} = \frac{\sigma \cdot 100}{N} = \frac{100}{\sqrt{N}} = h_i. \quad (11)$$

Kézenfekvő, hogy a statisztikus hiba csökkentésére a regisztrált impulzusszámot kell megnövelni. Pl.  $10^4$  impulzusra  $\delta = \pm 1\%$ ,  $10^6$ -ra pedig  $\pm 0,1\%$ . A statisztikus hiba csökkentése azonban csak addig ésszerű, amíg a készülékingadozás határát el nem érjük. Az előbbi adatot figyelembe véve ez mintegy 100 000 impulzust jelent egy-egy meghatározás során. A mérési *alapszint*

*korrekcióját* olyankor szokás elhanyagolni, ha a színeképvonal impulzus számának 1%-át nem éri el.

A számított hibahatároknak megfelelő pontosságú eredményhez akkor jutunk, ha egyrészt a méréssel kapcsolatos összes számba jöhető rendszeres hibát sikerül kiküszöbölni, másrészt, ha valamennyi készülék paraméter beállítása a legkedvezőbb, a konkrét analitikai feladat szempontjából. Az *optimalizálás* fogalmán az utóbbi célra irányuló munkák összességét értjük. A röntgenszó anódanyag, a gerjesztési feszültség és áramerősség a vákuumviszonyok, a kollimátor, az analizátorkristály, a számlálócső és az esetleges diszkriminálás már említett megfelelő megválasztásán kívül szerepet játszik itt a *számlálási taktika* is. Két alapvető technika, az *időkorlátos*, vagy az *impulzuskorlátos* számlálás jöhet szóba. Bár utóbbinál a statisztikus hiba azonos marad [60], alkalmazása valójában mégsem mindig célszerű. Levezethető, hogy ha két színeképvonal intenzitásának különbségét vizsgáljuk, akkor az időkorlátos módszer általában közelebb visz a hiba minimumhoz, míg a két intenzitás viszonyát vizsgálva elvileg a számkorlátos módszer előnyösebb; a gyakorlatban mindkét technika egyenértékű [61]. A színeképben — fizikai és instrumentális okok miatt — véges szélességben, sztochasztikusan jelentkező jellemző vonalak intenzitásmérésére ugyancsak két apparatív lehetőség kínálkozik: adott goniométersébséggel a teljes impulzus szórás kép, a „görbe alatti terület” leszámlálása, vagy rögzített goniométer állásnál a színeképvonal csúcsának megfelelő impulzusszám megállapítása. Előbbinél a számkorlátos technika elvileg nem alkalmazható.

Arra a kérdésre, hogy mennyire jogos a csúcsok intenzitás-mérésénél a véges szélességű impulzuseloszlás helyett az impulzus-maximumokat összevetni, a következő válasz adható. Bár az ilyen jellegű szórások függvény-burkoló görbéi a szabályos statisztikus eloszlásától többé-kevésbé eltérnek, mégis ez utóbbi törvényszerűségei alkalmazhatók, a jelenség természete miatt jogos egyszerűsítésként. A statisztikus szórást ábrázoló Gauss-görbe általános alakja az

$$y = (h/\sqrt{\pi}) e^{-h^2 x^2} \quad (12)$$

egyenlettel [62] írható le. A haranggörbe mindenkor alakját a  $h$  konstans értéke szabja meg, egyben azt is, hogy hol metszi az  $y$  tengelyt.  $y_{\max}(x=0) = h/\sqrt{\pi}$ , ebből kitűnik, hogy nagyobb  $h$  érték kedvezőbb eloszlást, kisebb szórást jelent. Megfordítva, könnyen belátható, hogy ha  $h$  azonos — és ez fennáll minden olyan esetben, amikor az analíziseket egyező kísérleti körülmények közt folytatjuk le, csak a koncentráció változik —, akkor az egyes eloszlások csak az összipulzus-számban térnek el egymástól, az eloszlási függvények alakja megegyezik. Ilyen esetben tehát az egyes összipulzus-számok és csúcsmagasságok között azonos arányosság áll fenn, vagyis impulzus számlálásra és ezzel koncentráció meghatározásra egyaránt alkalmasak.

Az elmondottakból következik, hogy a számított hibahatár olyan ideális optimum, melyet csak kivételesen érhetünk el. Tapasztalataink szerint ez a határ a nagyobb koncentrációknál (nagyobb impulzusszámnál és kisebb zajszintnél) jól megközelíthető, míg ellentett esetben — feltehetően az ismert műszereffektus miatt — többnyire csak a hibahatárral nagyságrendileg egyező eredményre számíthatunk.

## V. Összehasonlítás az optikai emissziós színeképelemzéssel

Minden olyan laboratóriumban, ahol optikai emissziós\* színeképelemzésre és RFA-re egyaránt van lehetőség, gyakran vetődik fel a kérdés, hogy az analízis megoldására melyik módszer alkalmazása célravezetőbb, előnyösebb.

A kérdést — néhány egyéb szempont mellett — sok esetben már a két módszer általános, illetőleg az egyes kémiai elemekre specifikusan fennálló lehetőségei és korlátai eldöntik.

Az optikai emissziós színeképelemzés a szokásos gerjesztési és apparatív feltételekkel fémek és néhány metalloid — mintegy 50—60 elem — kimutatására alkalmas. Halogének, nemesgázok, atmoszférikus gázok és különböző nem fémes elemek csak extrém körülmények között analizálhatók [63]. C, P és S érzékeny meghatározásához vákuumspektrométer szükséges [64, 65]. Az optikai emissziós színeképelemzés szokásos alkalmazási területe valamennyi „technikai fém” elemzése [64—66]. Különös jelentőséggel bír a módszer nyomelemek kimutatásánál. Kedvező esetekben 1 ppm, tehát  $10^{-4}$  % koncentrációnak megfelelő nyomok még teljes bizonyossággal kimutathatók [67, 68]. 10 ppm nagyságrendben már kielégítő pontosságú mennyiségi meghatározások lehetségesek; ez mintegy  $10^{-6}$  g (1  $\mu$ g) abszolút kimutathatóságának felel meg. A mennyiségi meghatározások alsó határa természetesen főleg a kérdéses vizsgálatról, illetőleg magától a meghatározandó elemről függ. Vonalszegény, tehát a gerjesztési energiát kevesebb vonalra koncentráltan visszacsugárzó és/vagy illékonyabb elemek könnyebben határozhatóak meg. Szóba jöhetnek dúsítási eljárások is, melyek során az érzékenység még néhány nagyságrenddel növelhető [69]. Az optikai színeképelemzést nagyobb koncentrációk irányába plazma-effektusok korlátozzák. Adott színeképvonal intenzitása növekvő koncentráció esetén határértékhez tart, tehát a koncentrációváltozásra egyre érzéketlenebb. A mennyiségi elemzések szempontjából számbajöhető felső határt általában 5—10%-ban szokás megjelölni.

Mint már szóba került (vö. IV. 3), a röntgenszíneképelemzés vákuumspektrográf segítségével valamennyi  $Z > 8 \div 12$ \*\* rendszámú elem meghatározására alkalmas, és az egyes elemek jellemző színeképelemek intenzitása, tehát a kimutatás érzékenysége durva közelítéssel a rendszámmal arányos. Ez a megállapítás szigorúan csak a  ${}_{27}\text{Co}$ -ig igaz, a továbbiakban, jórészt a gerjesztéstől függő ingadozás lép fel. A  ${}_{23}\text{V}$  és ennél nagyobb rendszámú elemek analízise nem igényel vákuumot. A röntgenfluoreszcens analízis ipari alkalmazási területei nagyjából megegyeznek az optikai emissziós színeképelemzéssel. Előnyösen alkalmazható az ív-, illetve szikragerjesztés számára kedvezőtlen anyagok, pl. ércek, salakok elemzésére is [70]. Különösen előnyös felhasználási

\* Jelen összevetés csak az ív- és szikragerjesztéses színeképelemzéssel történik, a lánggerjesztésre nem terjed ki.

\*\* Készüléktől függően.

tartománya minden olyan vizsgálat, ahol könnyű mátrixban (szerves vegyületekben, vagy pl. alumíniumoxidban stb.) közepes vagy nagyobb rendszámú elemekből álló komponensek hányadát kell kimutatni. Ellentett összetételű minták, így nehéz mátrix könnyű ( $Z < 20$ ) komponenseinek azonosítása — legalábbis a kimutathatósági határ szempontjából — igen kedvezőtlen.

A minőségi analízis menetét a IV. 3. fejezetben ismertettük. A diagramként ábrázolt színeképvonalak — ha a koncentráció elegendő ahhoz, hogy egyáltalán megjelenjenek — megfelelő táblázatok [33, 34] segítségével, összehasonlító spektrum nélkül, az optikai színeképelemzéshez viszonyítva gyorsabban, egyszerűbben és általában biztosabban értékelhetők, legalább is nem túl nagy számú komponens esetén. A közvetlen — dúsítás nélküli — kimutathatósági határ viszont az elemek túlnyomó részénél egy-két nagyságrenddel kedvezőtlenebb, mint az optikai emissziós spektrálanalízisnél.

Direkt mennyiségi röntgenfluoreszcens analízisek — általában — a  $0,05 \div 100\%$ -os koncentráció tartományban végezhetőek el, ahol az elemzés abszolút pontossága a beérkező impulzusszám növekedésével, így a statisztikus hiba csökkenésével együtt növekszik, és nagyobb koncentrációkban csak a műszeres mérésekre jellemző — az abszolút értéket közelítő — relatív, százalékos hiba korlátozza.

Itt mutatkozik tehát a röntgenfluoreszcens színeképelemzés különlegesen előnyös területe: az optikai emissziós spektroszkópiát mintegy kiegészítve a  $10\%$  feletti tartományban is alkalmas mennyiségi analízisre. De — éppen az abszolút mérési hiba kis relatív értéke miatt — az  $1\%$  körüli koncentrációk is már előnyösen határozhatóak meg. Ezzel szemben nyomelemek kimutatására a *RFA* — jelenlegi fejlettségi fokán — többnyire nem előnyös és sokszor közvetlenül nem is alkalmas. Adott elem kimutathatósági határa — a készülék paramétereken felül — mint említettük nagy mértékben a mátrix, tehát a többi alkotó összetételének függvénye. Ha a jelenlevő szennyező szekunder sugárzását a mátrix abszorbeálja, akkor nem mutatható ki. Mivel a könnyű elemek primer sugárzásra vonatkoztatott szekunder sugárzása sokkal gyengébb (vö. IV. 4), mint a nehezebb elemeké, utóbbiaknak viszont többnyire nagyobb a fajlagos abszorpciója, tehát a többi elemre vonatkoztatott tömeggyengítési együtthatója (vö. IV. 4) az analízis érzékenységének fokozatos csökkenése különösen a  ${}_{20}\text{Ca}$  alatti rendszámú elemekre kétszeresen is indokolt. Mintegy  $0,1\%$  koncentráció felett azonban pl. ritkaföldfémek, valamint Zr, Nb és Ta mennyiségi meghatározására [71] a *RFA* nemcsak gyorsabb, az optikai emissziós spektroszkópiái vagy a kémiai analízisnél, hanem jobb mint bármely más ma ismert módszer.

Főként a mennyiségi meghatározásokat érintő *hibaforrások* összevetésénél meg kell állapítani, hogy az optikai emissziós színeképelemzés legfőbb bizonytalansági tényezői a gerjesztési folyamatban rejlenek [57]. Ismeretes, hogy a színeképvonal-emisszió forrása a mintából és a környező gázokból

alakult nagy hőfokú, szabad elektronokat is tartalmazó fémgőzfelhő, a plazma. Ez a tény két következménnyel jár. Egyrészt a tenzióknak megfelelő különböző mértékű párolgási folyamatok miatt a plazma összetétele nem szükségszerűen azonos a minta összetételével és arányainak kialakulásánál valamennyi lehetséges komponens — kísérő elemek, környező gáz — szerepet játszik. Másrészt plazmatermodinamikai folyamatok zavarhatják a színképvonal-intenzitás és az elemek koncentrációja közti arányosságot. Ívgerjesztésnél, 3000—10 000 K° között a plazma gerjesztési és ionizációs feltételeket szabályozó elektronnyomás értékek nagyságrenddel eltérhetnek egymástól, és több komponens jelenléte súlyos intenzitás-eltolódások forrása lehet. Szikra-gerjesztéskor — 10 000 °K felett — ez utóbbi aránytalanság, közös határérték alapján kiküszöbölődik. A harmadik és további komponensek ilyen jellegű befolyásának csökkentésére egyébként különböző műfogásokat, leginkább pufferanyagokkal történő keverést szokás alkalmazni. További nehézséget okozhat az önabszorpció jelensége. A plazma „hidegebb” burkában levő számottevő nem gerjesztett atom az emittált sugárzás egy részét absorbeálja. Ennek következményeként az elemek bizonyos koncentrációján felül a százalékos arány további növekedtével a vonal-intenzitás nem változik, vagy csökken, így nagy koncentrációjú elemek mennyiségi meghatározása elvi akadályba ütközik. Számolni kell végül a fotografikus regisztrálásnál és kiértékelésnél fellépő véletlen-, esetleg rendszeres-hibákkal is.

A mennyiségi optikai színképelemzés elérhető pontosságára — előbbiek miatt is — számszerű átlagérték alig írható fel, ezt döntően a feladat nehézségei szabják meg. Egészen általánosan, fotografikus regisztrálás esetén mintegy  $\pm 2 \div 5\%$  abszolút bizonytalansággal kell számolni [73]. Nyomelemek mennyiségi meghatározásánál azonban ennek többszöröse is felléphet.

A röntgenfluoreszcens elemzés hibaforrásairól a IV. 5. fejezetben szó esett. Szükségesnek látszik azonban ismételtén rámutatni, hogy a statisztikus hiba nagysága az eljárás mindenkori abszolút pontosságának végső határa, szemben az optikai emissziós színképelemzéssel, ahol az eleve sokkal nagyobb kvantumáramok miatt — egyéb befolyások nagysága mellett — ez az ingadozás alárendelt szerepet játszik. Az egyéb, így a készülékből eredő és a mintára visszavezethető (ásványtani, szemcsék közötti és szemcsén belüli, elemek közötti abszorpciós és másodlagos gerjesztési) hatások a már említett (vö. IV. 4) módokon alacsony szinten tarthatók, illetve korrekcióba vehetők. Ennek megfelelően az analízis abszolút hibája nagyobb koncentrációknál  $\pm 0,5 \div 1\%$ , kisebb koncentrációknál  $\pm 1 \div 5\%$  között mozog.

A minták előkészítése mindkét esetben különös gondosságot igényel, mégis az optikai elemzés tisztasági követelményei még szigorúbbak, mint a röntgenmódszeré, nagyjából azonos időigény mellett. A homogenitás egyaránt fontos, az optikai módszernél leginkább a gyakori részleges-mintakiégetés miatt, a RFA-nél főleg azért, mert felületi vizsgálati módszer (vö. IV. 4).

Ugyancsak szó volt a *RFA*-nél a — bizonyos korlátok közötti — roncsolásmentességről és így a standard etalonsorozatok előnyös újramérhetőségéről is.

Az *analízisek időtartamára* nehéz általános adatot szolgáltatni. Megállapítható azonban, hogy a *RFA* össz-időszükséglete rutinelemzési célokra csak mintegy fele, harmada az optikai emissziós spektroszkópiának.

Az optikai emissziós színeképelemzés és a szekunder emissziós röntgen-színeképelemzés — *RFA* — részletesebb összehasonlítása után megállapítható, hogy alkalmazási területüket és lehetőségeiket tekintve nem helyettesítik, hanem jórészt kölcsönösen kiegészítik egymást.

## VI. A *RFA* hazai alkalmazásáról

A röntgenfluoreszcens analitikai kérdésekkel és konkrét elemzési feladatok megoldásával foglalkozó nemzetközi irodalom — bár az ilyen tárgyú közlemények megjelenése viszonylag későn, az 50-es évek közepén és feltehetően a berendezések magas ára miatt, eleinte kisebb számban indult meg — ma már alig tekinthető át. Gyors tájékozódást elsősorban egyes szakkönyvek — korántsem teljes — bibliográfiája [pl. 11] nyújt.

A *RFA* hazai úttörői közül elsősorban HEGEDÜS ZOLTÁN [74—76] és munkatársai végeztek a *Csepel Fémművek* laboratóriumában szerteágazó munkát az acélelemzés területén. A magyarországi helyzet részletes felmérése 1966-ig SZAKÁCS OTTÓ [77] — a módszer fejlődését és irányait számbavevő — gazdag ismertetésben található. Azóta még néhány kisebb-nagyobb terjedelmű, a metodikát vagy alkalmazási területeit is tárgyaló hazai dolgozat [78], illetve bibliográfiát tartalmazó jegyzet [79], sőt legújabban tankönyv-fejezet [80] is megjelent.

Említést érdemel a *RFA* hazai alkalmazása FÖLDVÁRINÉ VOGL MÁRIA, valamint BÁRDOSSY GYÖRGY földtani természetű vizsgálatainál, végül — 1965 óta — az *Egyesült Izzólámpa és Villamossági Rt.* Kutatóintézetének Anyagvizsgálatán folyó wolframit-ércelemzés terén [81—83].

## IRODALOM

### 1. Monográfiák

1. SIEGBAHN, M.: *Spektroskopie der Röntgenstrahlen* (2. Aufl.). Springer, Berlin 1931.
2. FLÜGGE, S.: *Handbuch der Physik* (Band 30). Springer, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1957.
3. BLOCHIN, M. A.: *Physik der Röntgenstrahlen*. Verlag Technik, Berlin 1957.
4. GLOCKER, R.: *Materialprüfung mit Röntgenstrahlen* (4. Aufl.). Springer, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1958.
5. SAGEL, K.: *Tabellen zur Röntgen-Emissions- und Absorptions-Analyse*. Springer, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1959.
6. BIRKS, L. S.: *X-Ray Spectrochemical Analysis* (L. S. BIRKS X-Ray Optics Branch, U. S. Naval Research Laboratory). John Wiley and Sons Ltd., London 1959.
7. ENGSTRÖM, A.—COSSLETT, V.—PATTEE, H.: *X-Ray Microanalysis*. Elsevier, Amsterdam—London—New York—Princeton 1960.
8. LIEBHAFSKY—PFEIFFER—WINSLOW—ZEMANY: *X-Ray Absorption and Emission in Analytical Chemistry* (General Electric Research Laboratory). John Wiley and Sons Ltd., London 1960.

9. ERDEY-GRÚZ, T.: Az anyagszerkezet alapjai. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1961.
10. BLOCHIN, M. A.: Methoden der Röntgenspektroanalyse. Verlag B. G. Taubner, Leipzig 1963.
11. MÜLLER, R. O.: Spektrochemische Analysen mit Röntgenfluoreszenz. R. Oldenburg, München—Wien 1967.
12. JENKINS, R.—DE VRIES—J. L.: Practical X-Ray Spectrometry. Philips Technical Library. N. V. Philips'Gloilampenfabrieken, Eindhoven (The Netherlands) 1967.
13. KAELBE, E. F. (Ed.): Handbook of X-Rays, for diffraction, emission, absorption and microscopy. Mc. Hraw-Hill Book Company, New York 1967.
14. Az *Analytical Chemistry* „X-Ray Absorption and Emission” összefoglaló cikkei páros években.
15. THEISEN, R.: Quantitative Electron Microprobe Analysis Springer, Berlin—Heidelberg—Göttingen 1965.

## 2. Közlemények egyes részletkérdésekről

16. PÓLOS, L.: *Kémiai Közlemények*. **34** (1970), 29.
17. KÜHN, W.: *Kerntechnik*. **6** (1964), 239.
18. FINK, R. W. et al.: *Rev. Mod. Phys.* **38** (1966), 513.
19. MÜLLER, R. H.: *Anal. Chem.* **38** (1966), 155.
20. RFA mit Radionukleiden: *Kerntechnik* (1968); X. 519.
21. FRANKEL, R. S.: Nondispersive X-Ray Spectrometers. *Amer. Laboratory* (1969), May.
22. SIEGBAHN, K. et al.: ESCA Atomic, Molecular and Solid State Structure. Studied by Means of Electron Almqvist, Uppsala 1967.
23. TÖGEL, K.: *Siemens-Zeitschrift* **34** (1960), 726.
24. WILDE, W.: *Z. Chem.* **7** (1967), 6.
25. KOPINECK, H. J.: *Arch. Eisenhüttenwes.* **33** (1962), 327.
26. Például Philips PW 1410 Universal Vacuum X-Ray Spektrometer. Pamphlet, Eindhoven (Netherlands), 1969.
27. KIRCHMAYR, H. R.: *Acta Phys. Austriaca* **20** (1965), 211.
28. KOPINECK, H. J.—SCHMITT, P.: *Arch. Eisenhüttenwes.* **36** (1965), 87.
29. KOH, P. K.—CAUCHERTY, B.: *J. Appl. Phys.* **23** (1952), 427.
30. ZEMANY, P. D.—LIEBHAFSKY, H. A.: *J. Elchem. Soc.* **103** (1956), 157.
31. COOK, B.—MELLISH, C. E.—PAYNE, J. A.: *Anal. Chem.* **32** (1960), 590.
32. LASSNER, E.—PÜSCHEL, R.: *Metalloberfläche* **19** (1965), 337.
33. POWERS, M. C.: X-Ray Fluorescent Spektrometer Conversion Tables. Philips Electronic Instr. Mount Vernon, New York 1960.
34. FREIBURG, C.—REICHERT, W.: 2  $\Theta$  Werte für die Röntgenspektroanalyse. *Jül* 530—536 CA, Kernforschungsanlage Jülich GmbH. Zlab. für chem. Anal. 1968.
35. PLESCH, R.: *ATM L* 384 R1 (1968), jan.
36. KOPINECK, H. J.—SCHMITT, P.: *Arch. Eisenhüttenwes.* **32** (1961), 19.
37. TAYLOR, J.—PARRISH, W.: *Rev. Sci. Instr.* **26** (1955), 365.
38. NEFF, H.: *Siemens Z.* **33** (1959), 655.
39. JENKINS, R.—HURLEY, P. W.: 12 Coll. Spectrosc. Int., Exeter. S. 444. Hilger and Watts Ltd., London 1965.
40. CAMPBELL, W. J.—CARL, H. F.: *Anal. Chem.* **26** (1954), 800.
41. STORK, G.—MAHR, C.: *Z. Anal. Chem.* **222** (1966), 363.
42. BRODKORB, E.: *Z. Anal. Chem.* **246** (1969), 289.
43. MAHR, C.—STORK, G.: *Z. Anal. Chem.* **222** (1966), 1.
44. WEDEPHOL, K. H.: *Z. Anal. Chem.* **180** (1961), 246.
45. WLOTZKA, F.: *Z. Anal. Chem.* **215** (1966), 81.
46. FACEL, J. E.—LIEBHAFSKY, H. A.—ZEMANY, P. D.: *Anal. Chem.* **30** (1958), 1918.
47. Például BRUCH, J.: *Arch. Eisenhüttenwes.* **33** (1962), 5.
48. SPANO, E. F.—GREEN, T. E.—CAMPBELL, W. J.: US Dept. of the Interior Bureau of Mines. Rept. of Investigations 6565, 1964.
49. HUBBARD, G. L.—GREEN, T. E.: *Anal. Chemistry* **38** (1966), 428.
50. PÜSCHEL, R.—LASSNER, E.: *Microchimica Acta* (1965), IV, 751.
51. PÜSCHEL, R.: *Mikrochimica Acta* (1965); IV, 770.
52. PÜSCHEL, R.: *Talanta* **16** (1969), 251.
53. PÜSCHEL, R.—LASSNER, E.: *J. Less-Common Metals* **17** (1969), 313.
54. LASSNER, E.: *Z. Anal. Chem.* **222** (1966), 170.
55. LASSNER, E.—PÜSCHEL, R.—SCHEDLE, H.: *Talanta* **12** (1965), 871.
56. DAVIS, G. M.—SHALGOSKY, H. J.: *Brit J. Appl. Phys.* **10** (1959), 105.



57. KRAMER, L.—MORAS, K.: Jenaer Jahrbuch 1965. VEB G. Fischer Verlag, Jena 1965.
58. DE VRIES, J. L.: Vortrag der Informationstagung der CHF. Müller AG. Hamburg, in Darmstadt, 1958. Eigene Ausgabe 1959, 86.
59. MÜLLER, R.: *Spectrochim. Acta* 18 (1962), 1515.
60. PFUNDT, H.: *Metall* 18 (1964), 1067.
61. NEFF, H.: *Archiv. Eisenhüttenwes.* 34 (1963), 903.
62. SIRK, H.—DRAEGER, M.: *Mathematik für Naturwissenschaftler und Chemiker* (9. Aufl.) Th. Steinkopf, Dresden und Leipzig 1963.
63. GATTERER, A.: *Spektrochim. Acta* 4 (1948), 214.
64. *ASTM Methods for Emission Spectrochemical Analysis* (2 Ed.); 1957, 504.
65. Proc. Coll. Spectroscop. Int. VI. Amsterdam, 1956. *Spectrochim. Acta* Sonderband 11 (1957), 663.
66. SCRIBNER, B. F.: *Anal. Chemistry* 30 (1958), 596.
67. GERLACH, WA.—SCHWEIZER, E.: *Die chemische Emissionsspektralanalyse, 1. Teil*; Leipzig 1930.
68. SCHLISSMANN, O.: *Arch. Eisenhüttenw.* 15 (1941/42), 167.
69. ADDINK, N. W. H.: *Microchim. Acta* I (1956), 209.
70. STANSFIELD, J. R.: VIII. Coll. Spectrosc. Int. 1959 Luzern. H. R. Sauerländer und Co. Aarau 1960; 278.
71. HEGEDÜS, Z.: *Koh. Lapok* 96 (1963), 319.
72. FRANKEL, R. S.—AITKEN, D. W.: *Appl. Spectrosc.* 24 (1970), 557.
73. SCHELLER, H.: *Einführung in die Angewandte Spektrochemische Analyse*. Verlag Technik, Berlin 1960.
74. HEGEDÜS, Z.: *Koh. Lapok* 80 (1963), 319.
75. HEGEDÜS, Z.—WESZPRÉMI, B.: *Koh. Lapok* 81 (1964), 340.
76. HEGEDÜS, Z.—KOVÁCS, GY.—WESZPRÉMI, B.: *M. K. Folyóirat* 70 (1964), 559.
77. SZAKÁCS, O.: *MTA Kém. Tud. Oszt. Közleményei* 25 (1966), 361.
78. GADÓ, P.: *Atomtechnikai Tájékoztató* 11 (1968), 213.
79. KÁLMÁN, L.—TÓTH, E.: *A Röntgenfluoreszcencia-módszer és alkalmazása* (33. sz. jelentés). MTA Izotóp Intézete, Budapest 1968.
80. CSÁNYI, L.—FARSANG, GY.—SZAKÁCS, O.: *Műszeres analízis*. Tankönyvkiadó, Budapest 1969; 93—114. o.
81. MARTIN, K.: *A Híradástechnikai Ipari Kutató Intézet 11006/1238/1965—66. sz. összefoglaló jelentése*.
82. MAJOR, T.—NÉ—GADÓ, P.: *M. Kém. Folyóirat* 74 (1968), 196.
83. MARTIN, K.—BEREZNAI, T.: *Az Egyesült Izzólámpa és Villamossági Rt. Fényforráskut. Főo. Alapanyagvizsgálat 158—301/1969—70. sz. munkajelentése*.

**Secondary Emission X-Ray Spectroscopy.** After a brief survey of the general principles and methods of X-ray spectroscopy, the special features of X-ray fluorescence analysis — *RFA* — are dealt with in details. Referring to a typical apparatus there is described the usual instrumentation of producing secondary — fluorescent — emission and of the spectroscopic measurements. Summing up the possible applications, the paper treats the problems of chemical identification by qualitative analysis, then in respect of quantitative analysis those of the influence of absorption and other factors introducing systematic errors and also of the practical procedures currently used to eliminate these errors. The scope of the paper extends as well on the relationships characterizing the accuracy of the analysis, and to a comparison of optical emission spectroscopy and *RFA* as regards the sources of errors, the capabilities and the limitations of both methods. Finally the applications of *RFA* in Hungary are mentioned.

**Röntgenspektralanalyse mittels sekundärer Emission.** Nach einem kurzen Überblick der Grundlagen und Methoden der Röntgenspektroskopie werden die Methodik des Sekundär-emission-Verfahrens, mit bekanntem Namen: der Röntgenfluoreszenzanalyse (*RFA*) und — durch ein typisches Gerät — ihre apparativen Lösungen besprochen. Nach der Erörterung der Identifizierungs-Gegebenheiten der qualitativen Analyse werden die Einflüsse der Absorption und anderer, systematische Fehler verursachender Faktoren, bzw. die auf ihre Behebung abgestellten praktischen Verfahrenen und die, die Genauigkeit der Analyse charakterisierenden Beziehungen im Rahmen der quantitativen Analyse behandelt. Es wird im weiteren ein Vergleich zwischen der optischen Emissionsspektralanalyse und der *RFA* gegeben, im Spiegel der Fehlerquellen, Möglichkeiten und Schranken der beiden Methoden. Es werden zuletzt die heimischen Anwendungen der *RFA* kurz erwähnt.



# HÁROM FERDE SÍKÚ PEREMÍVRE TÁMASZKODÓ GÖMBHÉJ

## I. RÉSZ. ELMÉLETI VIZSGÁLATOK

CSONKA PÁL\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1971. márc. 26-án]

A dolgozat háromszorosan szimmetrikus olyan gömbhéjak számításával foglalkozik, melyeket három ferde síkú peremív támaszt alá. A peremívek oldalnyomással szemben nem ellenállók, síkjuk a héj középfelületét alkotó gömbfelület nadírpontjában metsződik. A héj körszimmetrikus megoszlású függőleges megoszló erőkkel van terhelve. — Szerző a feladatot a gömbhéj és a hozzárendelt forgásparaboloidhéj közt fennálló analógia segítségével oldja meg. A gömbhéjra ható függőleges terheknek a paraboloidhéj rendszerében a forgástengelyen átmenő ferde erők felelnek meg. Ezeket a szerző függőleges és a forgástengelyre merőleges alkotókra bontja és a feladatot e két terhelési részre külön-külön oldja meg. Végül a két terhelési részből származó feszítőerőket összezezi.

### 1. Bevezetés

A héjépítészetben alkalmazott süveghéjak általában függőleges síkú peremívekre támaszkodnak, több ízben találkozunk azonban ferde síkú peremívekre támaszkodó süveghéjakkal, főként ferde síkú peremívekre támaszkodó gömbhéjakkal is.

Az alábbiak a ferde síkú peremívekre támaszkodó gömbsüveghéjak egy különlegesen kedvelt típusának számításával foglalkoznak. A tárgyalandó süveghéjnak három függőleges szimmetriasíkjuk van, ferde peremíveiknek síkja pedig egy közös pontban, — a héj középfelületét alkotó gömbfelület  $N$  nadír pontjában — metsződik (1. ábra).

Az ismertetendő számítóeljárás egyes lépései ferde síkú peremívekre támaszkodó, háromnál több függőleges szimmetriasíkkal bíró gömbsüveghéjakra is alkalmazhatók, feltéve, hogy a peremívek síkja a gömbhéj középfelületének nadír pontján megy át.

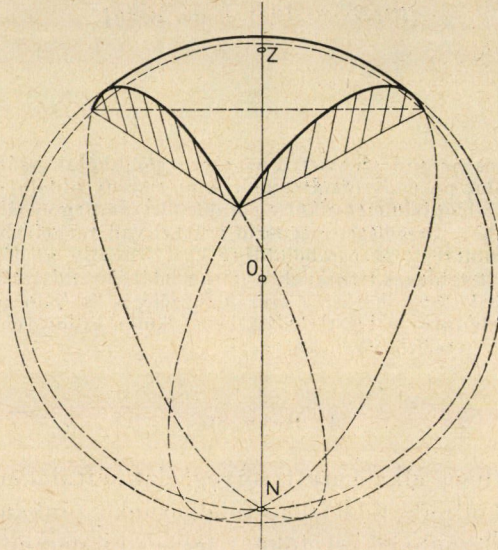
### 2. Feltevések

Vizsgálatainkat a héjak ún. *membránelméletének* keretében végezzük. A héjfal hajlító ellenállását, valamint a héj és peremívek csatlakozásánál a kétféle szerkezet különböző alakváltozásából származó zavaró hatásokat figyelmen kívül hagyjuk.

\* Prof. Dr. Csonka Pál, Bartók B. út 31. Budapest, XI.

Feltesszük, hogy a héj peremívei csak saját síkjukba eső erőhatásokkal szemben fejtenek ki ellenállást, ennek megfelelően a héj a peremívekre nem gyakorol oldalerőt.

A héjra ható terhekként csak körszimmetrikus megoszlású függőleges megoszló erőket veszünk számításba.



1. ábra. Három ferde síkú peremíven nyugvó gömbhéj

### 3. Alapismeretek

Szerző egyik tanulmányában [1] összefüggést állapított meg a gömbhéj és egy hozzárendelt forgásparaboloidhéj (a továbbiakban: *paraboloidhéj*) terhei és feszültségi állapota közt. E tanulmányában a szerző az említett gömbhéj középfelületéhez — az  $R$  sugarú gömbfelülethez — olyan forgásparaboloid felületet rendelt (2. ábra), amelynek magassága  $R$ , talpkörének sugara pedig  $2R$ .

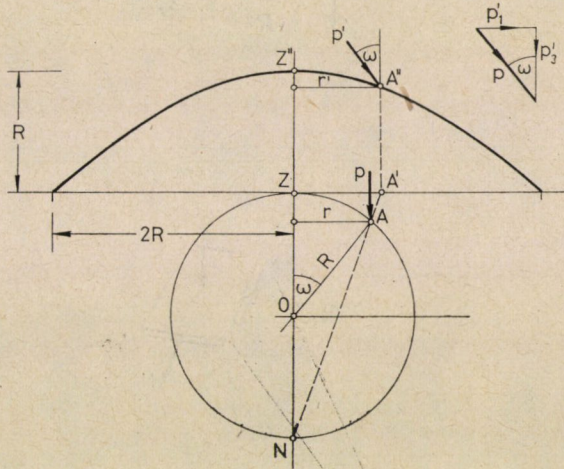
A gömb felületi pontjait az  $N$  nadir pontból a  $Z$  zenitpontbeli érintősíkra vetítve (stereografikus projekció!), a gömbfelület  $A$  pontjának a vetületi síkon az  $A'$  pont felel meg, ehhez pedig  $z$  irányú vetítéssel a paraboloid felületén az  $A''$  pont rendelhető.

A gömbhéj középfelületének a vetületi síkon egy egyenlőoldalú háromszög felel meg, melyhez a paraboloidhéj rendszerében olyan süvegrész tartozik, amelyet három függőleges síkú parabolaív határol.

A sztereografikus projekció szögtartó volta miatt a gömbhéj középfelületén kijelölt elemi idomnak a vetületi síkon hasonló alakú (konformis)

elemi idom felel meg. A gömbhéj peremvonala mentén kijelölt, a peremvonalra merőleges felületi vonalelemekhez a vetületi síkon a vetületi háromszög oldalaira merőleges vonalelemek tartoznak.

Szerző említett tanulmánya [1] a gömbhéj és paraboloidhéj terhei közt is kapcsolatot állapított meg. Ha a gömbhéj középfelületének  $A$  pontjára ható függőleges tehernek a gömbhéj középfelületének felszínegységére vonatkoztatott fajlagos értéke  $p$ , akkor e tehernek a paraboloid rendszerében az



2. ábra. A gömbfelület és a hozzárendelt paraboloid felület

$A''$  pontra ható oly  $p'$  teher felel meg, melynek az *alaprész* területegységére vonatkoztatott fajlagos értéke

$$p' = \left( \frac{4R^2}{4R^2 + r'^2} \right)^3 p. \quad (1)$$

E képletben  $r'$  az  $A''$  pontnak a paraboloid forgástengelyétől mért távolságát jelenti. A  $p'$  erőnek a forgástengelyen átmenő alkotója

$$p'_1 = \left( \frac{4R^2}{4R^2 + r'^2} \right)^3 \frac{4Rr'}{4R^2 + r'^2} p, \quad (2a)$$

ívirányú alkotója

$$p'_2 = 0, \quad (2b)$$

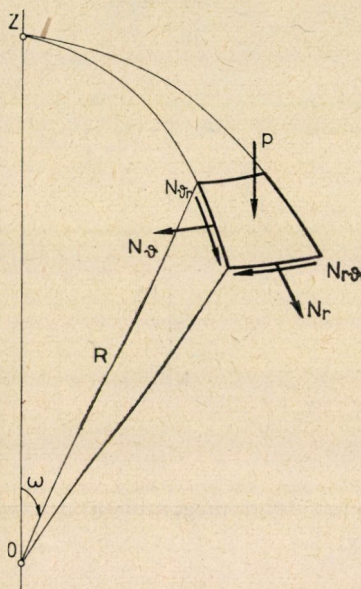
függőleges alkotója pedig

$$p'_3 = \left( \frac{4R^2}{4R^2 + r'^2} \right)^3 \frac{4R^2 - r'^2}{4R^2 + r'^2} p. \quad (2c)$$

A gömbhéjban a  $p$  teher hatására  $N_r$ ,  $N_{r\vartheta} = N_{\vartheta r}$ ,  $N_{\vartheta}$  *tényleges* feszítőerők keletkeznek (3. ábra). Ezeknek a forgásparaboloid rendszerében az  $N'_r$ ,  $N'_{r\vartheta} = N'_{\vartheta r}$ ,  $N'_{\vartheta}$  *redukált* feszítőerők felelnek meg (4. ábra). Utóbbiak az előbbiekként arányosak:

$$N_r = \left( \frac{4R^2 + r'^2}{4R^2} \right)^2 N'_r,$$

$$N_{r\vartheta} = \left( \frac{4R^2 + r'^2}{4R^2} \right)^2 N'_{r\vartheta}, \quad (3)$$



3. ábra. A gömbhéj  $N_r$ ,  $N_{r\vartheta} = N_{\vartheta r}$ ,  $N_{\vartheta}$  *tényleges* feszítőerői

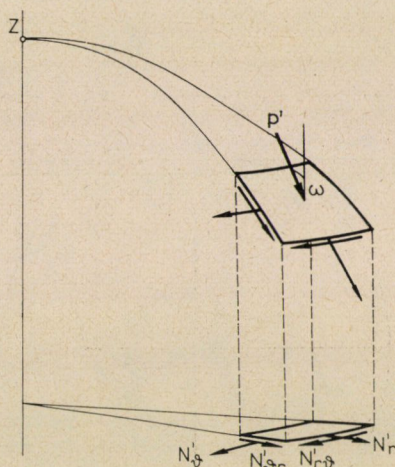
$$N_{\vartheta r} = \left( \frac{4R^2 + r'^2}{4R^2} \right)^2 N'_{\vartheta r},$$

$$N_{\vartheta} = \left( \frac{4R^2 + r'^2}{4R^2} \right)^2 N'_{\vartheta}.$$

Érdekes kapcsolat áll fenn a *kilépő* (a peremvonalakra merőleges) feszítőerők között is. Ha  $u_i$  a vetületi síkon a háromszögoldal mentén a *kilépő* feszítőerő zérus, akkor hasonló a helyzet a peremvonal mentén a paraboloidhéj esetében is. Sőt ez esetben a gömbhéj peremvonala mentén sincs *kilépő* feszítőerő. A (3) alattiak folytán  $u_i$  a gömbhéj *tényleges* feszítőerői pontonként arányosak a paraboloidhéj *redukált* feszítőerőivel, és a sztereo-

grafikus vetítés folytán az összetartozó felületelemek is hasonlóak egymáshoz. Ez a megállapítás más szóval azt jelenti, hogy az említett kapcsolatok következtében a ferde síkú peremívekre oldalerő-mentesen támaszkodó gömbhéjnak olyan paraboloidhéj felel meg, amely oldal-erőmentesen támaszkodik a függőleges síkú peremívekre. Ez a tétel fordítva is áll: az oldal-erőmentesen támaszkodó paraboloidhéjnak oldalerő-mentesen támaszkodó gömbhéj felel meg.

A fenti tétel ferde peremívekre támaszkodó háromnál többsarkú szabályos, vagy szabálytalan alakú gömbhéjakra is általánosítható, feltéve, hogy



4. ábra. A paraboloidhéj  $N'_r$ ,  $N'_{\phi} = N'_{\phi r}$ ,  $N'_{r\phi}$  redukált feszítőerői

a peremívek síkja egy közös pontban, a gömb középfelületének nadir pontjában metsződik.

#### 4. A feladat megoldása

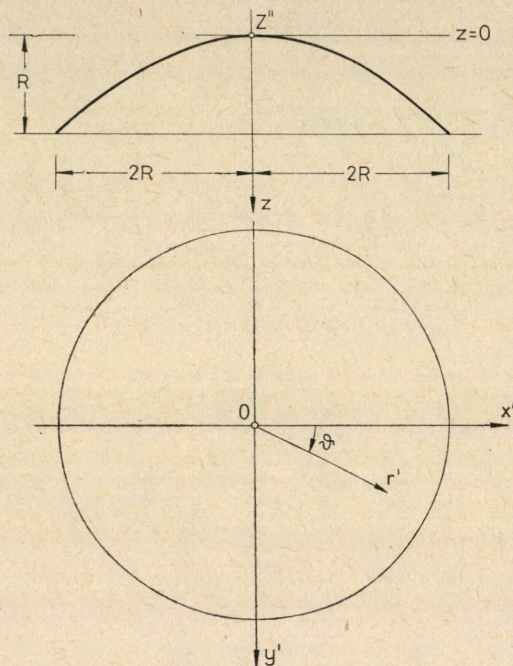
Kitűzött feladatunk tárgyalása során a gömb- és paraboloidhéjak között fennálló említett analógiát használjuk fel. A feladatot először a paraboloidhéj rendszerében oldjuk meg, és csak ennek a feladatnak a megoldása után térünk át az említett analógia segítségével a gömbhéj feszítőerőinek meghatározására.

##### 4.1. A $p'_1$ és $p'_3$ teherkomponensek

A számítás első lépéseként meg kell állapítani a gömbhéjra ható  $p = p(r)$  függőleges terheket. Ezeknek a paraboloidhéj rendszerében a forgástengelyen átmenő ferde irányú  $p' = p'(r')$  terhek felelnek meg. Utóbbiakat függőleges  $p'_3 = p'_3(r')$  és vízszintes  $p'_1 = p'_1(r')$  komponenseikkel helyettesítjük. A szóban forgó komponenseket a (2) képletekkel határozhatjuk meg.

4.2. A  $p'$  teherkomponenst egyensúlyozó feszítőerők

A  $p'_1 = p'_1(r')$  teherkomponens által ébresztett redukált feszítőerők meghatározásához olyan  $H = H(r', \vartheta)$  feszültségfüggvényt igyekszünk előállítani, mely egyrészt megfelel a Pucher-féle differenciálegyenletnek, másrészt pedig a vetületi háromszög kerülete mentén zérus értékű.

5. ábra. Az  $x'$ ,  $y'$  koordinátarendszer

A keresett feszültségfüggvény differenciálegyenletét először az 5. ábrán feltüntetett  $x'$ ,  $y'$  derékszögű koordinátarendszerben írjuk fel. E koordinátarendszerben

$$x' = r' \cos \vartheta, \quad y' = r' \sin \vartheta,$$

és a vizsgált esetre vonatkozó differenciálegyenlet [2, 3, 4]:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y'^2} - \frac{\partial}{\partial x'} \left( x' \int p'_1 \frac{x'}{r'} dx' \right) - \frac{\partial}{\partial y'} \left( y' \int p'_1 \frac{y'}{r'} dy' \right) = 0. \quad (4)$$

Mint hogy a  $p'_1$  teherérték képlete általában bonyolult, helyettesítsük a pontos  $p'_1$  teherfüggvényt a közelítő

$$p'_1^* = B_1 \frac{r'}{a'} + B_2 \frac{r'^3}{a'^3} + B_3 \frac{r'^5}{a'^5} \quad (5)$$



teherfüggvénnyel. Az ebben szereplő  $B_1, B_2, B_3$  paraméterek úgy állapítandók meg, hogy a közelítő  $p_1^*$  teherfüggvény lehetőleg kevésbé térjen el a pontos  $p_1$  teherfüggvénytől. Ezt legegyszerűbben kollokációval érhetjük el, mégpedig oly módon, hogy előírjuk, hogy a közelítő  $p_1^*$  függvény három alkalmasan kijelölt kör mentén a pontos  $p_1$  függvénnyel egyezzen. Az így nyert, a három lineáris egyenletből  $B_1, B_2, B_3$  értéke kiszámítható.

A közelítő  $p_1^*$  teherrendszernek megfelelő  $H^* = H^*(x', y')$  közelítő feszültségfüggvény differenciálegyenlete a (4) alattiak mintájára írható fel:

$$\frac{\partial^2 H^*}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 H^*}{\partial y'^2} - \frac{\partial}{\partial x'} \left( x' \int p_1^* \frac{x'}{r'} dx' \right) - \frac{\partial}{\partial y'} \left( y' \int p_1^* \frac{y'}{r'} dy' \right) = 0. \quad (6)$$

A jelen esetben

$$\begin{aligned} \int p_1^* \frac{x'}{r'} dx' &= \int \left( B_1 \frac{x'}{a'} + B_2 \frac{(x'^2 + y'^2) x'}{a'^3} + B_3 \frac{(x' + y'^2)^2 x'}{a'^5} \right) dx' = \\ &= \frac{B_1}{2a'} (x'^2 + y'^2) + \frac{B_2}{4a'^3} (x'^2 + y'^2)^2 + \frac{B_3}{6a'^5} (x'^2 + y'^2)^3 \end{aligned} \quad (7)$$

és így

$$\begin{aligned} x' \int p_1^* \frac{x'}{r'} dx' &= \frac{B_1}{2a'} (x'^3 + x' y'^2) + \frac{B_2}{4a'^3} (x'^5 + 2x'^3 y'^2 + x' y'^4) + \\ &+ \frac{B_3}{6a'^5} (x'^7 + 3x'^5 y'^2 + 3x'^3 y'^4 + x' y'^6), \end{aligned}$$

illetve

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x'} \left( x' \int p_1^* \frac{x'}{r'} dx \right) &= \frac{B_1}{2a'} (3x'^2 + y'^2) + \frac{B_2}{4a'^3} (5x'^4 + 6x'^2 y'^2 + y'^4) + \\ &+ \frac{B_3}{6a'^5} (7x'^6 + 15x'^4 y'^2 + 9x'^2 y'^4 + y'^6). \end{aligned} \quad (8)$$

Teljesen hasonló módon számítva

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y'} \left( y' \int p_1^* \frac{y'}{r'} dy' \right) &= \frac{B_1}{2a'} (x'^2 + 3y'^2) + \frac{B_2}{4a'^3} (x'^4 + 6x'^2 y'^2 + 5y'^4) + \\ &+ \frac{B_3}{6a'^5} (x'^6 + 9x'^4 y'^2 + 15x'^2 y'^4 + 7y'^6). \end{aligned} \quad (9)$$

Ha a (8) és (9) alattiakat a (6) differenciálegyenletbe behelyettesítjük, a szóban forgó differenciálegyenlet a következőképpen alakul:

$$\frac{\partial^2 H^*}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 H^*}{\partial y'^2} - \frac{4B_1}{2a'}(x'^2 + y'^2) - \frac{6B_2}{4a'^3}(x'^2 + y'^2)^2 - \frac{8B_3}{6a'^5}(x'^2 + y'^2)^3 = 0. \quad (10)$$

A fenti differenciálegyenlet megoldását

$$\begin{aligned} H^* = & \frac{C_1}{a'^4}(x'^2 + y'^2)^2 + \frac{C_2}{a'^6}(x'^2 + y'^2)^3 + \frac{C_3}{a'^8}(x'^2 + y'^2)^4 + \\ & + \frac{D_1}{a'^3}(x'^3 - 3x'y'^2) + \frac{D_2}{a'^6}(x'^6 - 15x'^4y'^2 + 15x'^2y'^4 - y'^6) + \\ & + \frac{D_3}{a'^9}(x'^9 - 36x'^7y'^2 + 126x'^5y'^4 - 84x'^3y'^6 + 9x'y'^8) + \\ & + \frac{D_4}{a'^{12}}(x'^{12} - 66x'^{10}y'^2 + 495x'^8y'^4 - 924x'^6y'^6 - 495x'^4y'^8 - \\ & - 66x'^2y'^{10} + y'^{12}) \end{aligned} \quad (11)$$

alakban kíséreljük meg előállítani, ahol a  $C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3, D_4$  mennyiségek ismeretlen paraméterek, a  $D_1, D_2, D_3, D_4$  paraméterekkel szorzott zárójeles kifejezések pedig potenciálfüggvények. Utóbbiak együtthatói a binomális együtthatókkal állanak egyszerű összefüggésben.

Ha a (11) függvényt a (10) differenciálegyenletbe behelyettesítjük, a

$$\begin{aligned} & \frac{16C_1}{a'^4}(x'^2 + y'^2) + \frac{36C_2}{a'^6}(x'^2 + y'^2)^2 + \frac{64C_3}{a'^8}(x'^2 + y'^2)^3 - \\ & - \frac{4B_1}{2a'}(x'^2 + y'^2) - \frac{6B_2}{4a'^3}(x'^2 + y'^2)^2 - \frac{8B_3}{6a'^5}(x'^2 + y'^2)^3 = 0 \end{aligned}$$

feltételhez jutunk, amely az  $x'$  és  $y'$  tetszőleges értékei esetében — identikusan — csak akkor teljesül, ha

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{B_1 a'^3}{8}, \\ C_2 &= \frac{B_2 a'^3}{24}, \\ C_3 &= \frac{B_3 a'^3}{48}. \end{aligned} \quad (12)$$



Ha ez a feltétel teljesítve van, akkor a fennforgó háromszoros szimmetria miatt a paraboloidhéj másik két peremívére sem hárul oldalalőr. Ezek szerint a paraboloidhéj és egyben a gömbhéj oldalnyomásmentességének feltétele:

$$[N'_x]_{x'=a'} = 0. \quad (17)_1$$

A (14a) és (15) képletek szerint

$$N'_x = \frac{\partial^2 H^*}{\partial y^2} - \frac{B_1}{2a'} (x'^2 + y'^2) + \frac{B_2}{4a'^3} (x'^2 + y'^2)^2 + \frac{B_3}{6a'^5} (x'^2 + y'^2)^3.$$

Ha ide a (13) alattiakat behelyettesítjük, azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} N'_x = & \frac{B_1}{8a'} (4x'^2 - 12y'^2) + \frac{B_2}{24a'^3} (6x'^4 + 36x'^2 y'^2 + 30y'^4) + \\ & + \frac{B_3}{48a'^5} (8x'^6 + 72x'^4 y'^2 + 120x'^2 y'^4 + 56y'^6) + \\ & + \frac{D_1}{a'^3} (-6x') + \\ & + \frac{D_3}{a'^6} (-30x'^4 + 180x'^2 y'^2 - 30y'^4) + \\ & + \frac{D_3}{a'^9} (-72x'^7 + 1512x'^5 y'^2 - 2520x'^3 y'^4 + 504x' y'^6) + \\ & + \frac{D_4}{a'^{12}} (-132x'^{10} + 5940x'^8 y'^2 - 27720x'^6 y'^4 + \\ & + 27720x'^4 y'^8 - 5940x'^2 y'^8 + 132y'^{12}) - \\ & - \frac{B_1}{2a'} (x'^2 + y'^2) - \frac{B_2}{4a'^3} (x'^4 + 2x'^2 y'^2 + y'^4) - \\ & - \frac{B_3}{6a'^5} (x'^6 + 3x'^4 y'^2 + 3x'^2 y'^4 + y'^6). \end{aligned}$$

Innen egyszerűsítés után az

$$\begin{aligned} N'_x = & \frac{B_1}{a'} y'^2 + \frac{B_2}{a'^3} y'^2 (x'^2 + y'^2) + \frac{B_3}{a'^5} y'^2 (x'^2 + y'^2)^2 - \\ & - \frac{6D_1}{a'^3} - \frac{30D_2}{a'^6} (x'^4 - 6x'^2 y'^2 + y'^4) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{72D_3}{a'^9} (x'^7 - 21x'^5 y'^2 + 35x'^3 y'^4 - 7' x' y'^6) - \\
 & \frac{132D_4}{a'^{12}} (x'^{10} - 45x'^8 y'^2 + \\
 & + 210x'^6 y'^4 - 210x'^4 y'^6 + 45x'^2 y'^8 - y'^{10})
 \end{aligned}$$

képlet adódik. Ezek szerint

$$\begin{aligned}
 [N'_x]_{x'=a'} = a' \frac{y'^2}{a'^2} & \left[ B_1 + B_2 \left( 1 + \frac{y'^2}{a'^2} \right) + B_3 \left( 1 + \frac{y'^2}{a'^2} \right)^2 \right] - \\
 & - \frac{6}{a'^2} \left[ D_1 + 5D_2 \left( 1 - 6 \frac{y'^2}{a'^2} + \frac{y'^4}{a'^4} \right) + \right. \\
 & + 12D_3 \left( 1 - 21 \frac{y'^2}{a'^2} + 35 \frac{y'^4}{a'^4} - 7 \frac{y'^6}{a'^6} \right) + \\
 & + 22D_4 \left( 1 - 45 \frac{y'^2}{a'^2} + 210 \frac{y'^4}{a'^4} - \right. \\
 & \left. \left. - 210 \frac{y'^6}{a'^6} + 45 \frac{y'^8}{a'^8} - \frac{y'^{10}}{a'^{10}} \right) \right], \tag{18}
 \end{aligned}$$

s ezért az oldalerő-mentességet kifejező (17) feltétel így fogalmazható:

$$\begin{aligned}
 \frac{a' y'^2}{a'^2} & \left[ B_1 + B_2 \left( 1 + \frac{y'^2}{a'^2} \right) + B_3 \left( 1 + \frac{y'^2}{a'^2} \right)^2 \right] - \\
 & - \frac{6}{a'^2} \left[ D_1 + 5D_2 \left( 1 - 6 \frac{y'^2}{a'^2} + \frac{y'^4}{a'^4} \right) + \right. \\
 & + 12D_3 \left( 1 - 21 \frac{y'^2}{a'^2} + 35 \frac{y'^4}{a'^4} - 7 \frac{y'^6}{a'^6} \right) + \\
 & + 22D_4 \left( 1 - 45 \frac{y'^2}{a'^2} + 210 \frac{y'^4}{a'^4} - \right. \\
 & \left. \left. 210 \frac{y'^6}{a'^6} + 45 \frac{y'^8}{a'^8} - \frac{y'^{10}}{a'^{10}} \right) \right] = 0. \tag{19}
 \end{aligned}$$

A  $H^* = H^*(x', y')$  feszültségfüggvény nem elégíti ki a (19) feltételt, de a  $D_1, D_2, D_3, D_4$  paramétereknek megfelelő értékeket tulajdonítva, elérhetjük, hogy a szóban forgó feltétel a vetületi háromszög oldalai mentén közelítőleg teljesüljön. Ezt a követelményt ez esetben is legegyszerűbb kollokációval biztosítani, nevezetesen az  $x' = a'$  háromszögoldal alkalmasan választott,

zérustól eltérő három pontjában előírni, hogy ott a (19) egyenlet legyen érvényben. Az így nyert négy egyenlethől a  $D_1, D_2, D_3, D_4$  paraméterek kiszámíthatók.

Az eddigiekben a  $H^*$  közelítő feszültségfüggvényt derékszögű koordinátákban írtuk fel. Most pótlólag ide iktatjuk a (13) alatti feszültségfüggvénynek a  $Z(r', \vartheta)$  poláris koordinátarendszerben kifejezett alakját:

$$H^* = \frac{B_1}{8a'} r'^4 + \frac{B_2}{24a'^3} r'^6 + \frac{B_3}{48a'^5} r'^8 + \frac{D_1}{a'^3} r'^3 \cos 3\vartheta + \frac{D_2}{a'^6} r'^6 \cos 6\vartheta + \frac{D_3}{a'^9} r'^9 \cos 9\vartheta - \frac{D_4}{a'^{12}} r'^{12} \cos 12\vartheta. \quad (20)$$

Ha ezt a függvényt ismerjük, a  $p_1^*$  teherrendszer által a paraboloidhéjban ébresztett  $r', \vartheta$  irányú redukált feszítőerőket az alábbi képletekkel határozhatjuk meg:

$$N'_r = \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial H^*}{\partial r'} + \frac{1}{r'^2} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial \vartheta^2} - \frac{1}{r'} \int p_1^* r' dr', \quad (21a)$$

$$N'_{r\vartheta} = -\frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial H^*}{\partial \vartheta} \right), \quad (21b)$$

$$N'_\vartheta = \frac{\partial^2 H^*}{\partial r'^2}. \quad (21c)$$

A (21a) egyenletben a jobb oldalt szereplő utolsó tag értéke az (5) alattiak figyelembevételével

$$\frac{1}{r'} \int p_1^* r' dr' = \frac{B_1}{3a'} r'^2 + \frac{B_2}{5a'^3} r'^4 + \frac{B_3}{7a'^5} r'^6. \quad (22)$$

#### 4.3. A $p_3$ teherkomponens egyensúlyozó feszítőerők

A  $p'_3 = p'_3(r')$  teherkomponens által előidézett feszítőerők számításakor pontos számítás helyett általában szintén közelítésre vagyunk utalva. A közelítő számítás céljaira két eljárás jöhet szóba.

Az első eljárás a  $p'_1$  teherkomponens hatására keletkező feszítőerők számításakor alkalmazott eljáráshoz hasonló. Ezen eljárás során a  $p_3$  teherfüggvényt a

$$p'_3 = K_1 + K_2 r'^2 + K_3 r'^4$$

polinommal helyettesítjük és közelítő feszültségfüggvényül az  $L_1, L_2, L_3, L_4$  szabad paramétereket tartalmazó

$$F^* = 2R \left[ \frac{K_1 r'^2}{4} + \frac{K_2 r'^4}{16} + \frac{K_3 r'^6}{36} \right] + L_1 r'^3 \cos 3\vartheta + L_2 r'^6 \cos 6\vartheta + L_3 r'^9 \cos 9\vartheta + L_4 r'^{12} \cos 12\vartheta \quad (23)$$

függvényt választjuk. Ez az  $F^*$  függvény pontosan megfelel a jelen esetre vonatkozó Pucher-féle [2, 3]

$$\frac{1}{2R} \left( \frac{\partial^2 F^*}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial F^*}{\partial r'} + \frac{1}{r'^2} \cdot \frac{\partial^2 F^*}{\partial \vartheta^2} \right) + P_3^* = 0$$

differenciálegyenletnek, de a héj peremén a héj oldalnyomás mentességét biztosító  $F^* = \text{konst}$  kerületi feltételnek az  $L_1, L_2, L_3, L_4$  paraméterek alkalmas kijelölése esetében is csak tökéletlenül tesz eleget.

A második eljárás során szabad paramétereket tartalmazó olyan  $F^*$  közelítő feszültségfüggvénnyel dolgozunk, amely a héj peremén pontosan megfelel a héj oldalnyomás-mentességét biztosító  $F^* = \text{konst}$  kerületi feltételnek. Ez a függvény a feladat differenciálegyenletének az említett paraméterek alkalmas kijelölése esetében is csak tökéletlenül tesz eleget.

A két eljárás közül itt a második eljárást alkalmazzuk, mert a differenciálegyenlet nem pontos teljesítéséből származó következmények könnyebben mérhetőek fel, mint a kerületi feltétel nem pontos teljesítéséből származó következmények.

A második eljárást alkalmazva az  $F$  feszültségfüggvényt olyan  $F^I, F^{II}, F^{III}$  segédfüggvények lineáris kombinációjával közelítjük meg, amelyek mindegyikéhez, mint feszültségfüggvényhez, egy-egy körszimmetrikus megoszlású

$$p^I = p^I(r'), p^{II} = p^{II}(r'), p^{III} = p^{III}(r')$$

függőleges megoszló erőrendszer tartozik, és amelyik mindegyike a vetületi háromszög kerületén zérus értékű.

Ilyen segédfüggvények szerző egy korábbi tanulmányában [6] már szerepeltek. Ezek a jelen tanulmány jelölésével a következőképp írhatók fel:

$$\begin{aligned} F^I &= -2Ra'^2 \left[ \left( -\frac{1}{3} + \frac{r'^2}{4a'^2} \right) + \frac{2}{3} \cdot \frac{r'^3}{8a'^3} \cos 3\vartheta \right], \\ F^{II} &= -2Ra'^2 \left[ \left( -\frac{1}{3} + \frac{r'^2}{4a'^2} \right)^2 - \frac{2}{9} \cdot \frac{r'^6}{64a'^6} \cdot (1 + \cos 6\vartheta) \right], \\ F^{III} &= -2Ra'^2 \left[ \left( -\frac{1}{3} + \frac{r'^2}{4a'^2} \right)^3 - \frac{1}{3} \frac{r'^6}{64a'^6} \left( -\frac{1}{3} + \frac{r'^2}{4a'^2} \right) + \frac{2}{27} \cdot \frac{r'^9}{512a'^9} \cos 9\vartheta \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Az említett segédfüggvényekhez, mint feszültségfüggvényekhez rendelhető teherrendszerek [6]:

$$\begin{aligned}
 p^I &= 1, \\
 p^{II} &= 2 \left( -\frac{1}{3} + 2 \frac{r'^2}{4a'^2} - \frac{r'^4}{16a'^4} \right) = \\
 &= -\frac{2}{3} + \frac{r'^2}{a'^2} - \frac{r'^4}{8a'^4}, \\
 p^{III} &= 3 \left( \frac{1}{9} - 4 \frac{1}{3} \frac{r'^2}{4a'^2} + 3 \frac{r'^4}{16a'^4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{r'^4}{16a'^4} - \frac{16}{9} \cdot \frac{r'^6}{64a'^6} \right) = \\
 &= \frac{1}{3} - \frac{r'^2}{a'^2} + \frac{5}{8} \frac{r'^4}{a'^4} - \frac{1}{12} \frac{r'^6}{a'^6}.
 \end{aligned} \tag{25}$$

A fenti képletek segítségével a keresett közelítő feszültségfüggvényt

$$F^* = A_1 F^I + A_2 F^{II} + A_3 F^{III} \tag{26}$$

alakban állítjuk elő. Az itt szereplő  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  határozatlan paraméterek célszerű értékét legegyszerűbben kollokációval lehet megállapítani. Ehhez azt kell előírnunk, hogy három alkalmasan kijelölt  $r' = \text{konst}$  kör mentén a közelítő feszültségfüggvénynek megfelelő

$$p_3^* = A_1 p^I + A_2 p^{II} + A_3 p^{III} \tag{27}$$

közeliítő teherérték egyezzen meg a pontos  $p_3'$  teherértékkel. Az így nyert három lineáris egyenletből az  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  paraméterek értéke kiszámítható.

Az  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  paraméterek meghatározásával a (26) jelű közelítő feszültségfüggvény ismertté vált, és így a  $p_3^* = p_3^*(r')$  függőleges erővel terhelt paraboloidhéj redukált feszítőerőinek értéke az ismert [5]

$$\begin{aligned}
 N_r' &= \frac{1}{r'^2} \cdot \frac{\partial^2 F^*}{\partial \vartheta^2} + \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial F^*}{\partial r'}, \\
 N_{r\vartheta}' &= -\frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial F^*}{\partial \vartheta} \right), \\
 N_\vartheta' &= \frac{\partial^2 F^*}{\partial r'^2}
 \end{aligned} \tag{28}$$

képletekkel már közvetlenül számítható.



Végezetül, a teljesség kedvéért, ide iktatjuk a három segédfüggvények a  $Z(x', y')$  derékszögű koordinátarendszerben kifejezett képleteit:

$$\begin{aligned}
 F^I &= -2Ra'^2 \left[ \left( -\frac{1}{3} + \frac{x'^2 + y'^2}{4a'^2} \right) + \frac{2}{3} \cdot \frac{x'^3 - 3x'y'^2}{8a'^3} \right], \\
 F^{II} &= -2Ra'^2 \left[ \left( -\frac{1}{3} + \frac{x'^2 + y'^2}{4a'^2} \right)^2 - \frac{4}{9} \cdot \frac{x'^6 - 6x'^4y'^2 + 9x'^2y'^4}{64a'^6} \right], \\
 F^{III} &= -2Ra'^2 \left[ \left( -\frac{1}{3} + \frac{x'^2 + y'^2}{4a'^2} \right)^3 - \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{x'^2 + y'^2}{64a'^6} \right)^3 \left( -\frac{1}{3} + \frac{x'^2 + y'^2}{4a'^2} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2}{27} \cdot \frac{x'^9 - 36x'^7y'^2 + 126x'^5y'^4 - 84x'^3y'^6 + 9x'y'^8}{512a'^9} \right].
 \end{aligned} \tag{29}$$

E feszültségfüggvényeknek megfelelő  $x', y'$  irányú redukált feszítőerők az ismert módon határozhatók meg:

$$\begin{aligned}
 N'_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y'^2}, \\
 N'_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x' \partial y'}, \\
 N'_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}.
 \end{aligned} \tag{30}$$

Megjegyezzük, hogy az  $x' = a'$  peremvonal mentén a  $p'_3$  teheralkotóból származó  $N'_y$  feszítőerőt felesleges a (26) feszültségfüggvény három tagjának megfelelő feszítőerők összegeként közelítőleg meghatározni. A szóban forgó feszítőerő pontos értéke ui. [7] szerint egyszerű zárt képlettel számítható:

$$N'_y = -\frac{P'_3}{\partial^2 z' / \partial y'^2} = 2Rp'_3. \tag{31}$$

#### 4.4. A $p'_1$ és $p'_3$ teherkomponensekből származó feszítőerők összege

Az előzőekben a megoldandó feladatot két részre bontottuk: külön-külön foglalkoztunk a  $p'_1$  és  $p'_3$  teherkomponenseknek megfelelő redukált feszítőerők számításával. Most ezt a két feszítőerő rendszert összetesszük, és ezáltal megkapjuk a teljes  $p'$  teherrendszer előidézte redukált feszítőerőket.

Ezek után a (3) összefüggések felhasználásával a gömbhéj *tényleges* feszítőerőit is számítani tudjuk.

Végezetül a javasolt számító eljárás pontosságának ellenőrzésére célszerű lesz az  $x' = a'$  peremvonal különböző pontjaiban megvizsgálni, miként viszonylik a kilépő  $N'_x$  feszítőerő az  $N'_y$  feszítőerőhöz.

Az  $N'_x$  redukált feszítőerő az  $x' = a'$  peremvonal mentén a  $p_1'^*$  és  $p_3'^*$  teherkomponenseknek megfelelőleg két részből tevődik össze. A  $p_1'^*$  teherkomponensből származó első részlet a (18) képlettel számítható, a  $p_3'^*$  teherkomponensnek megfelelő második részlet viszont zérus. Így végeredményben az  $N'_x$  redukált feszítőerőnek az  $x' = a'$  peremvonal menti értékét a (18) képlet fejezi ki.

Az  $N'_y$  redukált feszítőerő az  $x' = a'$  peremvonal mentén szintén két részből tevődik össze. A  $p_1'^*$  teherkomponensből származó első részlet a (18) képlethez hasonló alakú alábbi képlettel számítható:

$$\begin{aligned}
 [N'_y]_{x'=a'} = a' & \left[ B_1 + B_2 \left( 1 + \frac{y'^2}{a'^2} \right) + B_3 \left( 1 + \frac{y'^2}{a'^2} \right)^2 \right] + \\
 & + \frac{6}{a'^2} \left[ D_1 + 5D_2 \left( 1 - 6 \frac{y'^2}{a'^2} + \frac{y'^4}{a'^4} \right) + \right. \\
 & + 12D_3 \left( 1 - 21 \frac{y'^2}{a'^2} + 35 \frac{y'^4}{a'^4} - 7 \frac{y'^6}{a'^6} \right) + \\
 & \left. + 22D_4 \left( 1 - 45 \frac{y'^2}{a'^2} + 210 \frac{y'^4}{a'^4} - 210 \frac{y'^6}{a'^6} + \frac{45y'^8}{a'^8} + \frac{y'^{10}}{a'^{10}} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{32}$$

A  $p_3'^*$  teherkomponensből származó  $N'_y$  feszítőerő helyett egyszerűen a  $p_1'$  teherkomponensből keletkező  $N'_y$  feszítőerő vehető számításba, melynek pontos értéke a (31) képlettel határozható meg. Ezt az utóbbi értéket kell tehát a (32) alatti értékkel összetenni.

Ha az  $x' = a'$  peremvonal mentén az  $N'_x$  redukált feszítőerők eredője elhanyagolhatóan kicsiny az  $N'_y$  redukált feszítőerők eredőjéhez képest, akkor az alkalmazott számításmód a gyakorlat céljaira megfelelő pontosságúnak minősítendő. A szóban forgó esetben ui. a (3) összefüggések folytán hasonló a helyzet a gömbhéj peremvonala mentén is: a peremvonalra merőleges *tényleges* feszítőerők — a kilépő feszítőerők — szintén elhanyagolhatóan kicsinyek az ugyanott működő érintőleges *tényleges* feszítőerőkhöz képest.

#### IRODALOM

1. CSONKA, P.: A gömbhéjak és forgásparaboloidhéjak erőjátéka közt fennálló analógia *Műsz. Tud.* 43 (1970) 306–331.
2. PUCHER, A.: Die Berechnung von doppelt gekrümmten Flächen. *Beton u. Eisen* 33 (1934), 298–304.
3. FLÜGGE, W.: Stresses in Shells. Springer Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1960.
4. CSONKA, P.: Membranschalen. *Bauingenieur-Praxis*, Heft 16. Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin—München 1966.
5. GIRKMANN, K.: Flächentragwerke. Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke. Springer Verlag, Wien 1959.
6. CSONKA, P.: Forgásszimmetrikusan terhelt csillaghéjak erőjátéka (sajtó alatt).
7. CSONKA, P.: Ellenőrző képletek süveghéjak feszültségszámításához. *VI. Oszl. Közl.* 29 (1961), 49–50.

**Spherical Shells Supported by Three Edge Arches with Oblique Planes. Part I. Theoretical Investigations.** First part of this paper dealt with the statical investigation of threefold symmetrical spherical shells bordered by three edge arches with oblique planes. The edge arches are not resistant to lateral forces; the intersection of their planes lies in the nadir point of the middle surface of the spherical shell. The loads to which the spherical shell is subjected are axisymmetrically distributed vertical forces. The problem is solved with the aid of the analogy existing between the spherical shell and the paraboloid shell correlated to it. To the vertical loads acting upon the spherical shell oblique forces correspond in the system of the paraboloid shell. Author resolved these into two components, one vertical, and one normal to the axis of revolution. The solution of the problem is carried out separately for each of these two force systems. Finally, the stress resultants originating from the two load systems are summarized.

**Kugelschalen auf drei schrägen Randbögen. I. Teil: Theoretische Grundlagen.** — Der vorliegende erste Teil des Aufsatzes behandelt die Berechnung von dreifach symmetrischen Kugelschalen, die von drei Randbögen mit schrägen Ebenen gestützt werden. Die Randbögen üben gegen Seitendruck keinen Widerstand aus, ihre Ebenen überschneiden sich im Nadirpunkt der kugelförmigen Schalenmittelfläche. Die Schale wird von kreis-symmetrisch verteilten Vertikalkräften belastet. Die Aufgabe wird unter Zuhilfenahme der Analogie gelöst, die zwischen der Kugelschale und der ihr zugeordneten Rotations-Paraboloid-schale besteht. Den auf die Kugelschale wirkenden Vertikallasten entsprechen im System der Paraboloidschale schräge Kräfte, deren Wirkungslinie durch die Rotationsachse verläuft. Diese Kräfte werden in zwei Komponenten zerlegt, deren eine vertikal ist, die andere senkrecht zur Rotationsachse steht. Verfasser löst die beiden sich so ergebenden Probleme jedes für sich und addiert schließlich die Spannkkräfte der zwei Teillösungen.



# HÁLÓZATI MÓDSZER ELOSZTOTT PARAMÉTERŰ RENDSZEREK DIGITÁLIS MODELLEZÉSÉHEZ

SINGER DÉNES\*

a műszaki tudományok kandidátusa

[Beérkezett 1970. október 30-án]

A fizikai analógia elvéből és a hálózatelmélet tenzoriális megfogalmazásából kiindulva a tanulmány az elosztott paraméterű fizikai rendszerek digitális modellezéséhez nyújt útmutatást. Ismerteti az elosztott paraméterű rendszerrel egyenértékű hálózat levezetését és ennek diakoptikai módszerekkel történő megoldását. Példaképpen megmutatja egy térbeli hővezető tranziens folyamatainak számítását.

## I. Bevezetés

Hálózatelméleti módszerek alkalmazása fizikai és technológiai rendszerek leírására egyre fokozódó jelentőséggel bír, aminek bizonyítékául szolgálhat az idevonatkozó közlemények egyre növekvő száma. A módszer elve már régebben ismert, de egzakt megalapozására csupán újabb időben került sor. H. M. TRENT megfogalmazta a hálózatok és koncentrált paraméterű fizikai rendszerek izomorfiájának elvét, ami lehetővé teszi a Kirchhoff-féle hálózati törvények érvényességének kiterjesztését minden olyan rendszerre, amelynek struktúrája egy gráffal jellemezhető és melynek oldalaihoz bizonyos általánosított koordinátapárok rendelhetők [1]. A koordinátapár egy extenzív, illetőleg egy intenzív jellemző, melyek szorzata a hálózat kérdéses ágának teljesítményfelvételét jelenti.

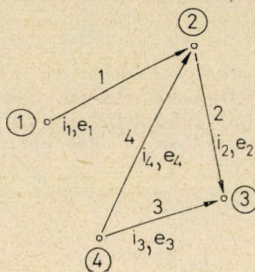
A hálózatelméleti módszerek alkalmazása különösen nagy rendszerek analízisének indokolt, ahol a villamos hálózatok számítására használt rutinmódszerek alkalmazásával a vizsgált rendszer egyenleteinek megfogalmazása általában lényegesen egyszerűbbé válik.

Minden esetre a hálózati módszer alkalmazása csupán a számítógépek megjelenésével és diakoptikai módszerek alkalmazásával vált teljesen indokolttá. Ugyanis a nagy hálózatok numerikus megoldása általában még nagy számítógépek alkalmazása esetén is erősen idő- és memóriaigényes. Ezen feladatok megoldásának gazdaságosságához lényegesen hozzájárultak a Kron-féle diakoptika által kínált konstrukciós és lebontási módszerek [2, 3].

\* MTA Automatizálási Kutató Intézet; Budapest XI. Kende utca 13-17.

## II. Koncentrált paraméterű rendszerek hálózati modellje

Mielőtt az elosztott paraméterű rendszerek tárgyalásához hozzá kezdenénk ejtsünk néhány szót a koncentrált paraméterű rendszerek hálózati modelljéről. Jellemezzük a rendszert az  $i_1, i_2, \dots, i_n$  extenzív, ill. az  $e_1, e_2, \dots, e_n$  intenzív változókkal és ennek struktúráját érzékeltető  $G$  gráffal (1. ábra). A rendszerrel egyenértékű hálózat úgy jön létre, hogy a gráf ágait megfelelő kétpóluselemekkel helyettesítjük. Formálisan ez annyit jelent,



1. ábra.

hogy az  $i_k$  és  $e_k$  ágjellemzők között  $e_k = f(i_k)$ ;  $k = 1, \dots, n$  összefüggéseket tételezzünk fel. Lineáris rendszerek esetében három kétpóluselem jön tekintetbe, melyek rendre a következő összefüggésekkel jellemezhetők:

$$e = Ri, \quad (1)$$

$$e = L \frac{di}{dt}, \quad (2)$$

$$e = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t idt + K. \quad (3)$$

A három kétpólus-elem az általánosított ellenállás elem, a kinetikai energia, ill. potenciális energia tároló. A három elemet a  $R, L, C$  állandók egyértelműen jellemzik.

A rendszer gráfja egy topológiai mátrixal írható le [4]. Az egyik ilyen mátrix az ún.  $A$ -mátrix, amely a gráf ágainak és csomópontjainak kapcsolatát adja meg. A mátrix elemei a következőképpen vannak definiálva:

$$A_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{ha az } i \text{ ág iránya a } j \text{ csomóponttól távolodó;} \\ -1, & \text{ha az } i \text{ ág iránya a } j \text{ csomóponthoz közeledő;} \\ 0, & \text{ha az } i \text{ ág a } j \text{ csomópontot nem tartalmazza.} \end{cases}$$

Egy másik lehetőség a gráf jellemzésére a  $C$  mátrix használata, mely az ágak és a független hurkok között létesít kapcsolatot. Ennek  $C_{ik}$ -eleme a következőképpen van definiálva:

$$C_{ik} = \begin{cases} +1, & \text{ha az ág iránya a hurokírányal megegyező;} \\ -1, & \text{ha az ág iránya a hurokírányal ellentétes;} \\ 0, & \text{ha a hurok az ágot nem tartalmazza.} \end{cases}$$

Szükséges hangsúlyozni, hogy a vizsgált fizikai rendszerrel egyenértékű hálózat megszerkesztésénél az építőelemekként használt kétpólusok és a hálózat struktúrájának megválasztásánál a szerkesztő általában több lehetőség között választhat. A hálózati modell és a vizsgált rendszer egyenértékűségét a zárt hálózat egyenleteinek és az utóbbi egyenleteinek formális azonossága biztosítja. Tensoriális értelmezésben a két egyenletrendszer egyenértékűsége abban áll, hogy transzformációkkal formálisan azonos alakra hozhatók.

A zárt hálózat egyenleteinek megszerkesztése, mint erre elsőnek G. KRON mutatott rá, egy a hálózat elemeinek egyenleteiből képezett mátrixon végrehajtott transzformációként értelmezhető [4]. A zárt hálózat egyenleteinek lehetséges felírási módjaiból emeljünk ki kettőt a csomóponti és hurokalakot. Az első mátrix alakban a következőképpen írható

$$e' = (A^t YA)^{-1} I. \quad (4)$$

Az  $e'$  vektor a hálózat csomópontjainak a bázispontra vonatkoztatott intenzitás értékeit jelöli,  $I$  a csomópontok extenzív forrásainak vektora,  $A$  ill.  $A^t$  a hálózat ágcsompont mátrixa, ill. ennek transzponáltja.  $Y$  a hálózat elemeinek admittancia mátrixa (az ún. primitív admittancia mátrix).

A  $Y$  mátrix elemei az (1), (2) és (3) egyenletekből nyerhetők; a leg egyszerűbb esetben, ha a mátrix elem egy általánosított ellenállásnak felel meg egyszerűen  $Y_{ii} = 1/R_{ii}$ . A potenciális és kinetikai energia tárolóknak megfelelően  $Y$  mátrix elemek

$$Y_{ii} = C \frac{d}{dt}, \quad \text{ill.} \quad Y_{ii} = \frac{1}{L} \int_{t_1}^t dt \quad (4a)$$

típusú operátorok.

A zárt hálózat egyenleteinek *hurok* alakja

$$i' = (C^t ZC)^{-1} E, \quad (5)$$

ahol  $i'$  a hálózat hurok extenzitásainak vektora,  $E$  a hurok forrás intenzitások vektora,  $C$  és  $C^t$  a hálózat hurok mátrixa ill. ennek transzponáltja.  $Z$  a hálózat elemeinek impedancia mátrixa, melynek elemei az (1), (2) és (3) alapján

$$\begin{aligned}
 Z_{ii} &= R, \\
 Z_{ii} &= L \frac{d}{dt}, \\
 Z_{ii} &= \frac{1}{C} \int_t^t dt
 \end{aligned}
 \tag{5a}$$

operátorok, aszerint, hogy általánosított ellenállásról, kinetikai, ill. potenciális energiátárolókról van szó.

A hálózat (4) csomóponti egyenleteinek felírása főleg abban az esetben célszerű, ha a fizikai rendszer bemenő jelei (független változói) csomóponti extenzív forrásváltozók jellegével bírnak és a kimenő jelek, melyek értékeit meghatározni óhajtjuk csomóponti intenzitások. Az (5) hurok alak alkalmazása akkor előnyös, ha a bemenő jelek hurok intenzitások jellegével bírnak és a rendszer kimenő jelei hurok extenzitások.

### III. A hálózatelmélet alkalmazása elosztott paraméterű rendszerekre

Az elosztott paraméterű rendszerek a koncentrált paraméterűektől abban különböznek, hogy a változók összefüggései algebrai ill. közönséges differenciálegyenletek helyett parciális differenciálegyenletek alakjában vannak adva. A fizikai izomorfia elve mindkét típusú rendszerre alkalmazható, de míg koncentrált paraméterű rendszereknél a hálózati modell teljes mértékben egyenértékű az eredetivel az elosztott paraméterűeknél a modell és az eredeti rendszer egyezése közelítőleges. Ez a részleges megegyezés kb. úgy értendő, mint egy analitikai kifejezés megegyezése a megfelelő sorbafejtéssel: a hálózat strukturális bonyolultságának rovására fokozni lehet az adott rendszerrel való egyezés jóságát.

Az izomorfia elvből levezetett (3) és (4) összefüggések elosztott paraméterű rendszereknél csak egy végtelen kicsi térelemre vonatkoznak. Az egyenértékű hálózat megszerkesztése itt abból áll, hogy a kontinuumot nagyobb számú kis térelemre bontjuk, melyeknél külön-külön megszerkesztjük az egyenértékű hálózatokat. A rendszer hálózatát a részhálózatok összekapcsolásával nyerjük. Ehhez azután megszerkeszthetjük ill. megoldhatjuk a (3), ill. (4) hálózati egyenleteket.

Szerkesszük meg egy viszonylag egyszerű elosztott paraméterű rendszer, egy izolált lineáris hővezető hálózati egyenleteit; 2a ábra. Ezen rendszert a

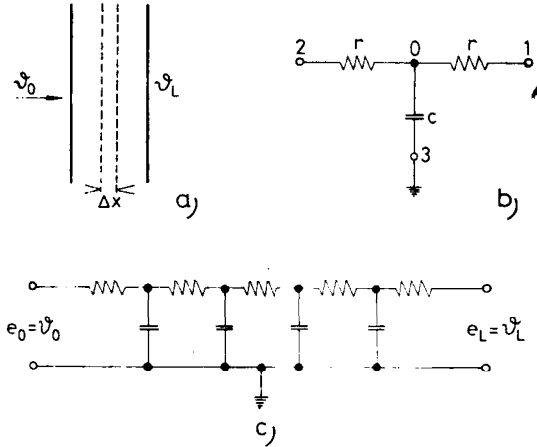
$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = k \frac{\partial \vartheta}{\partial t}
 \tag{6}$$

parciális differenciálegyenletet és a hozzája tartozó kezdeti és határfeltételek írják le;  $\vartheta$  a hőmérséklet,  $x$  és  $t$  a tér és időkoordináta,  $k$  egy anyagállandó.



A határfeltételek esetünkben  $\vartheta_{(0,t)} = \vartheta_0$ , ill.  $\vartheta_{(L,t)} = \vartheta_L$ . A kezdeti feltételek, melyek a  $t = 0$  időben a hőmérséklet alakulását adják meg legyenek  $\vartheta_{(x,0)} = \vartheta_L$ .

Osszuk a hővezetőt 5 egyenlő részre és minden részt tekintsünk egy-egy koncentrált paraméterű rendszernek. Könnyen belátható, hogy az  $i$ -edik résznek a 2b ábrán látható hálózat felel meg. A hálózat a  $r-r$  hőellenállások-



2. ábra,

ből és a  $c$  hőtárolóból (potenciális energiatároló) áll. A 0 pontban összefutó ill. szétágazó hőáramok az energia megmaradás elve szerint

$$q_1 - q_2 - q_3 = 0 \tag{7}$$

értéket adnak. Esetünkben az extenzív jellemzők a  $q$ -hőáramok, az intenzívek a  $\vartheta$  hőmérsékletek. Az előzőekben használt jelölésnek megfelelően használjuk ezekre az  $i$ , ill.  $e$  jelölést.

Az  $i_3 = q_3$  hőáramot mint potenciális energia tárolón áthaladó extenzív jellemzőt a (3) adja meg, mely differenciális alakban a következőképpen írható

$$i_3 = C \frac{de}{dt} = C' Ax \frac{de}{dt}, \tag{8}$$

ahol  $C$  és  $C'$  a hőkapacitás, ill. a hosszegységre eső hőkapacitás tényezője,  $Ax$  az elemi hővezető hossza. Az  $r_1$  és  $r_2$  hőellenállásokon áthaladó hőáramok különbsége írható a következő alakban

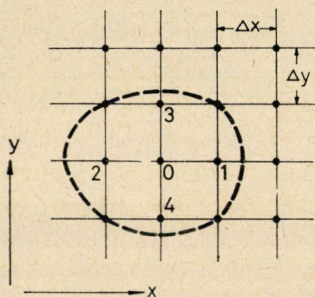
$$i_1 - i_2 = \frac{Ai}{Ax} Ax, \tag{9}$$

ahol  $\Delta i/\Delta x$  a hosszegységre eső hőáramváltozás. Másrészt az (1) alapján  $\Delta i/\Delta x$  a

$$-\frac{\Delta i}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{1}{R'} \frac{\Delta e'}{\Delta x} \right) \quad (10)$$

alakba írható, ahol  $R'$  a hosszegységre eső ellenállás tényező. A (8), (9) és (10)-nek a (7)-be való behelyettesítésével a

$$\frac{\Delta^2 e}{\Delta x^2} = R' C' \frac{de}{dt} \quad (11)$$



3. ábra.

egyenletet nyerjük, amely a 2b ábrán látható elemi hálózat differenciálegyenlete.

A 4 elemi részre bontott hővezetőnek így a 2c ábrabeli hálózat felel meg. Ennek csomóponti egyenleteit a (4) alapján felírhatjuk és a határ, ill. kezdeti feltételek ismeretében meg is oldhatjuk.

Ha az elosztott paraméterű rendszert leíró parciális differenciálegyenlet adott, az egyenértékű hálózat megszerkesztéséhez nem kell feltétlenül igénybe venni a fizikai izomorfia elvét. Hasonlóan mint az ismert differencia mód-szereknél az egyenlet értelmezési terét egy négyzetes (vagy az adott koordináta rendszernek és a határfeltételeknek jobban megfelelő) hálóval fedjük le és ennek csomópontjaiban az egyenletben szereplő parciális differenciáhányadosokat a megfelelő differencia hányadosokkal helyettesítjük. A 3. ábrán látható kétdimenziós hálónál a differencia hányadosok a csomópontokban érvényes  $e$  intenzitásértékekből a következőképpen számíthatók; lásd ehhez [5, 6]:

$$\left( \frac{\partial e}{\partial x} \right)_{0-1} \simeq \frac{e_1 - e_0}{\Delta x}, \quad \left( \frac{\partial e}{\partial y} \right)_{0-3} \simeq \frac{e_3 - e_0}{\Delta y};$$

$$\left(\frac{\partial e}{\partial x}\right)_{2-0} \simeq \frac{e_0 - e_2}{\Delta x}, \quad \left(\frac{\partial e}{\partial y}\right)_{4-0} \simeq \frac{e_0 - e_4}{\Delta y}; \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial^2 e}{\partial x^2}\right)_0 \simeq \frac{e_1 + e_2 - 2e_0}{\Delta x^2}, \quad \left(\frac{\partial^2 e}{\partial y^2}\right) \simeq \frac{e_3 + e_4 - 2e_0}{\Delta y^2}.$$

Helyettesítsük a (6) egyenletekben a térbeli differenciálhányadost a megfelelő (12) differenciahányadossal;  $\vartheta = e$

$$\frac{\partial_1 + \partial_2 - 2\partial_0}{\Delta x^2} = k \frac{\partial \vartheta}{\partial t}, \quad (13)$$

amelyet nyilvánvalóan a

$$\frac{e_1 - e_0}{Z} + \frac{e_2 - e_0}{Z} - C \frac{\partial}{\partial t} e = 0 \quad (14)$$

alakba is írhatunk, ahol  $\vartheta$  helyébe  $e$ -t,  $\Delta x^2$  helyébe  $Z$ -t és  $k$  helyébe  $C$ -t írtunk. Ha a  $(e_1 - e_0)$ -t és  $(e_2 - e_0)$ -t intenzitások különbségekként,  $Z$ -t egy általánosított ellenállásként értelmezünk, úgy (14) első két tagja az (1) alapján, két ellenálláson „átfolyó” extenzitásként fogható fel. (Az „átfolyás” átvitt értelemben értendő, mert nem minden extenzív változó vonatkozik ténylegesen áramló médiumra.)

A (3) alapján (14) harmadik tagja egy potenciális energiatárolón átfolyó médium extenzív jellemzőjeként fogható föl. Ebben az értelmezésben a (14) tehát az I. Kirchhoff-féle tétel kifejezése arra az esetre, ha a csomóponttra két általánosított ellenállás és egy potenciális energiatároló van kapcsolva. A (6) parciális differenciálegyenletnek így tényleg a 2b ábrán látható elemi hálózat felel meg.

Szeretnénk kihangsúlyozni, hogy egy elosztott paraméterű rendszer absztrakt hálózati modelljének megszerkesztésénél azért vonatkoztattunk el a változók fizikai értelmezésétől, mert ellentétben pl. a villamos hálózati modellekkel, itt a valóság pontos megfelelőjéről van szó (eltekintve az értelmezési tér véges számú résztartományaira való bontásából eredő hibájától). A villamos elemekből felépített hálózati modell — elemeinek véges pontossága mellett — tartalmaz bizonyos parazitikus villamos hatásoknak megfelelő ágakat, pl. átmeneti és szórási ellenállásokat. A villamos hálózati séma továbbá komplikálódik azáltal is, hogy forrásáramokat és forrásfeszültségeket csak korlátolt pontossággal segédhálózatok bevezetésével lehet előállítani.

A villamos hálózati séma általában sokszor már azért sem felelhet meg az absztrakt hálózati sémának, mivel az előbbinél a villamos energiafelvételnek sehol sem szabad bizonyos előírt határokat túllépni, ellenkező esetben ugyanis a hőmérséklet emelkedése folytán pontosság csökkenés és meghibásodás állna elő.

Hasonló módon más típusú parciális differenciálegyenletek hálózati sémáját is megszerkeszthetjük. Természetesen nem bizonyos, hogy ezen hálózatok előnyösek-e numerikus számítások céljaira. A (4) egyenlet, amennyiben a hálózatban tárolók is előfordulnak ténylegesen differenciál, ill. integrodifferenciál egyenletek rendszere, melyek megoldása digitális módon nem gazdaságos. Analóg számítógépek alkalmazásának viszont határt szab az ezekkel elérhető lényegesen kisebb pontosság és a szükséges hardware elemek sokasága.

A hálózati módszer alkalmazása parciális differenciálegyenletek digitális megoldásánál általában csak akkor indokolt, ha a hálózatot sikerül *tisztán általánosított ellenállásokból* felépíteni.\* Tiszta ellenálláshálózatoknál a (4)-ben szereplő  $Y$  primitív admittancia mátrix reális számokból áll. Ez a (4) megoldásánál, azaz az  $(A^1YA)^{-1}$  inverz mátrix előállításánál olyan diakoptikai módszer alkalmazását teszi lehetővé, amely a számbajövő nagy hálózatoknál is általában gazdaságosnak tekinthető.

#### IV. A hálózati egyenletek megoldása

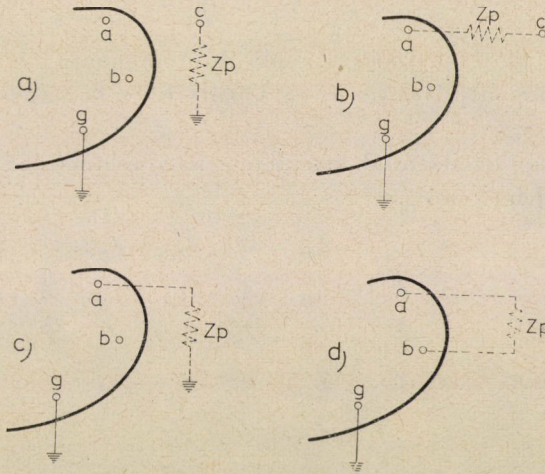
Az elosztott paraméterű rendszer hálózati modelljének szerkesztésénél, mint már előzőleg hangsúlyoztuk általában több lehetőség között lehet választani. Gyakorlati szempontból, amennyiben a feladatot digitális gépen oldjuk meg, előnyös tisztán általánosított ellenállásokból álló hálózatot választani. Ha feltételezzük, hogy a hálózati egyenleteket a (4) alakban írjuk fel az ezek megoldásának gazdaságosságát elsősorban a mátrixinverzió időszükséglete határozza meg.

Több lehetőséget mérlegelve a  $Z_N = (A^1YA)^{-1}$  csomóponti admittancia mátrix áganként, lépésről-lépésre való felépítésének módszerét alkalmazzuk [8]. A módszer lényege abban áll, hogy egy részhálózattól kiindulva, melynek csomóponti impedancia mátrixa ismert, kiszámítjuk egy ág hozzáadásával nyerhető, kibővített részhálózat  $Z_N$  mátrixát. A kiinduló részhálózat lehet egyetlen ág is, melynek  $Z_N$ -mátrixa egyszerűen az ág admittancia reciprokjával egyenlő. Ebben az esetben egy második ág hozzáadásával nyert kétágú hálózat  $Z_N$  mátrixát számítjuk. Ezután újabb ág hozzáadásával meghatározzuk a három ágból álló hálózat mátrixát és így tovább, míg az utolsó ághoz el nem jutunk. Az ágak hozzáadásának sorrendje tetszőleges lehet. (Minden esetre a gépidőigény szempontjából létezik egy, vagy több optimális sorrend.) A módszer alkalmazása azért előnyös, mivel a szóbanforgó hálózatok nagyfokú belső szimmetriát mutatnak.

\* *Megjegyzés:* Ez előnyös egyébként analóg technika alkalmazásakor is, mivel pl. megfelelő pontosságú villamos ellenállások előállítása lényegesen egyszerűbb feladat, mint kondenzátoroké vagy önindukcióké. Villamos ellenállásokból összeállított modellek, ha a pontossági követelmények kicsinyek, jó szolgálatokat tehetnek parciális differenciálegyenletek megoldásánál [7].

Válasszunk a módszer alkalmazásánál kiindulópontként egy olyan reszhálózatot (ágot), melynek egyik csomópontja a bázispont, azaz az a pont, melyre a fizikai rendszer intenzív jellemzői vonatkoztatva vannak. Egy további ág megválasztásánál négyfajta eset lehetséges:

1. eset. Az új ág egyik végpontja a  $g$  bázispont, míg a másik egy olyan  $c$  csomópont, mely a kiinduló hálózatban nem szerepel (4a ábra);



4. ábra.

2. eset. az új ág egyik végpontja a kiinduló hálózat egyik  $a$  csomópontjával azonos, míg a másik egy ebben nem szereplő  $c$  csomópont (4b ábra);

3. eset. az új ág egyik végpontja a  $g$  bázispont, míg a másik a kiinduló hálózat  $a$  csomópontja (4c ábra);

4. eset. az új ág mindkét csomópontja a kiinduló hálózat egy-egy csomópontjával azonos, ( $a$  és  $b$  csomópontok), melyek közül egyik sem azonos a bázisponttal (4d ábra).

Meg lehet mutatni, hogy mind a négy esetben az új hálózat csomóponti egyenlete a következő alakban írható:

$$\begin{bmatrix} e_0 \\ e_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ i_p \end{bmatrix} \quad (16)$$

$e_0$  és  $e_p$  a kiinduló hálózat, ill. az új ág csomóponti intenzitásvektora;  $I_0$  a kiinduló hálózat forrásintenzitás vektora,  $i_p$  az új ág intenzitás. A hiper-mátrix elemei közül  $\mathbf{Z}_{11}$  a kiinduló hálózat csomópont impedancia mátrixa,

egy  $[n \times n]$ -es mátrix, ahol  $n$  a csomópontok száma.  $\mathbf{Z}_{12}$   $[n \times 1]$ -es mátrix (oszlopvektor),  $\mathbf{Z}_{21}$   $[1 \times n]$ -es mátrix (sorvektor),  $\mathbf{Z}_{22}$   $[1 \times 1]$ -es mátrix (skalár).

A  $\mathbf{Z}_{12}$ ,  $\mathbf{Z}_{21}$ ,  $\mathbf{Z}_{22}$  részmátrixok kifejezhetők a  $\mathbf{Z}_{11}$ , az új ág  $\mathbf{Z}_p$  impedanciája, valamint a kiinduló hálózat és az új ág kapcsolatát kifejező  $\mathbf{A}_k$  topológiai mátrix segítségével:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{12} &= \mathbf{Z}_{11} \mathbf{A}_k, \\ \mathbf{Z}_{21} &= \mathbf{A}_k^t \mathbf{Z}_{11}, \\ \mathbf{Z}_{22} &= \mathbf{A}_k^t \mathbf{Z}_{11} \mathbf{A}_k + \mathbf{Z}_p. \end{aligned} \quad (17)$$

Az  $\mathbf{A}_k$  hasonlóan az előzőekben szereplő  $\mathbf{A}$  csomópontág mátrixhoz, az eredeti hálózat csomópontjai és az új ág között fejez ki kapcsolatot az 1,  $-1$  és 0 elemek segítségével.

Az új ág kapcsolódásánál lehetséges négy esetnek különböző  $\mathbf{Z}_{12}$ ,  $\mathbf{Z}_{21}$ ,  $\mathbf{Z}_{22}$  kifejezések felelnek meg.

$$\begin{aligned} 1. \text{ eset } \mathbf{Z}_{12} &= \mathbf{Z}_{21}^t = 0; \quad \mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_p; \\ 2. \text{ eset } \mathbf{Z}_{12} &= \mathbf{Z}_{21}^t = \mathbf{Z}_a; \quad \mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_{aa} + \mathbf{Z}_p; \\ 3. \text{ eset } \mathbf{Z}_{12} &= \mathbf{Z}_{21}^t = \mathbf{Z}_a; \quad \mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_{aa} + \mathbf{Z}_p; \\ 4. \text{ eset } \mathbf{Z}_{12} &= \mathbf{Z}_{21} = \mathbf{Z}_a - \mathbf{Z}_b; \\ &\mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_{aa} + \mathbf{Z}_{bb} - 2\mathbf{Z}_{ab} + \mathbf{Z}_p. \end{aligned} \quad (18)$$

Itt a következő jelölést vezettük be.  $\mathbf{Z}_a$ ,  $\mathbf{Z}_b$  a  $\mathbf{Z}_{11}$  mátrix  $a$ , ill.  $b$  csomópontjának megfelelő oszlopvektorok.  $\mathbf{Z}_{aa}$  a  $\mathbf{Z}_{22}$  mátrix a sorának és  $a$  oszlopának megfelelő elem;  $\mathbf{Z}_{bb}$  a  $\mathbf{Z}_{22}$   $b$  sorának és oszlopának megfelelő elem;  $\mathbf{Z}_{ab}$  a  $\mathbf{Z}_{22}$  a sorának és  $b$  oszlopának megfelelő elem.

Az elosztott paraméterű rendszer viselkedését az egyenértékű hálózaton kívül a kezdeti és határfeltételek is meghatározzák. Ezek a hálózati modellnél, mint adott forrásintenzitások, ill. forrásextenzitások jelentkeznek. A (4) egyenlet jobb oldalán csakis forrásextenzitások szerepelnek ezért a forrásintenzitások alakjában adott határ és kezdeti feltételek, valamint elosztott térhatásoknak megfelelő térfüggvényeket a

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{E} \quad (19)$$

transzformációval szükséges forrásextenzitások alakjára hozni;  $\mathbf{Y}$  a hálózat primitív admittancia mátrixa. Konkrét esetekben (19) kiértékelése nélkül is az egyenértékű forrásextenzitásokat általában könnyen felírhatók (lásd az alkalmazási példát).

A (18) alapján számított  $\mathbf{Z}_N$  csomóponti impedanciamátrixnak az  $\mathbf{I}$  forrásextenzitáció vektorral való szorzásával a keresett csomóponti intenzitásvektort nyerjük.

$$\mathbf{e} = \mathbf{Z}_N \mathbf{I}. \quad (20)$$

## V. Alkalmazási példa

Határozzuk meg a (8) parabolikus differenciálegyenlettel és az ott megadott határ, ill. kezdeti feltételekkel jellemzett hővezető tranzienst viszonyait. A határfeltételek szerint a  $t = 0$  időben a hővezető  $x = 0$  végpontjára egy  $\vartheta_0$  hőmérsékletű hőforrást kapcsolunk, míg a  $x = L$  távolságban levő másik végét állandóan  $\vartheta_L$  hőmérsékleten tartjuk. A kezdeti feltételek szerint a  $t = 0$  időben a hőmérséklet mindenütt egyező  $\vartheta(x) = \vartheta_L$ . A rendszer hőmérséklet viszonyait négy térbeli pontban vizsgáljuk. Helyettesítsük a (6)-ban előforduló térbeli és időbeli differenciálhányadosokat a (12) alapján a megfelelő differenciahányadosokkal. A következő differenciaegyenlet adódik

$$\frac{\vartheta_1 + \vartheta_2 - 2\vartheta_0}{\Delta x^2} = k \frac{\vartheta_0 - \vartheta_{(0-\Delta t)}}{\Delta t}, \quad (21)$$

ahol  $\vartheta_{(0-\Delta t)}$  a hőmérsékletnek a vizsgált 0 pontban és a  $(0 - \Delta t)$  időben vett értékét jelenti. A  $\vartheta$  intenzív változót  $e$ -vel, a  $\Delta x^2$  és  $\Delta t$ -t  $Z_x$ , ill.  $Z_t$ -vel jelölve a (21) a következőképpen írható

$$\frac{e_1 - e_0}{Z_x} + \frac{e_2 - e_0}{Z_x} - k \frac{e_0 - e_{(0-\Delta t)}}{Z_t} = 0. \quad (22)$$

Ha a  $Z_x$  és  $Z_t = Z_t/k$  paramétereket, mint impedanciákat értelmezzük a (22)-t mint az  $l$  csomópontba összefutó hőáramokra vonatkozó I. Kirchhoff-féle tételt értelmezhetjük; 5a ábra. A (22) összefüggés természetesen érvényes a hálózat többi csomópontjára is. A hálózatban szereplő  $E_0$  és  $E_L$  forrásintenzitások az  $x = 0$  és  $x = L$  pontokban előírt hőmérséklet értékeket, az  $E_1, E_2, E_3$  és  $E_4$  forrásintenzitások a  $t = 0$  időpillanatban az  $x = \Delta x, 2\Delta x, 3\Delta x, 4\Delta x$  pontokban előírt hőmérsékleteket jelentik.

Az egyenletben szereplő állandók értékei, ill. a határ és kezdeti feltételek a következők:  $k = 8 \text{ sec cm}^{-2}$ ;  $\vartheta_0 = E_0 = \vartheta_{(0,t)} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $\vartheta_L = E_L = \vartheta_{(L,t)} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$  és  $\vartheta_1, \vartheta_2 = \vartheta_3 = \vartheta_4 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ . A hosszlépték  $\Delta x = 1 \text{ cm}$ ; az időléptéket válasszuk  $\Delta t = 2 \text{ sec}$ -nek. A  $Z_x$  és  $Z_t$  impedancia közül az egyik tetszőlegesen választható. Válasszunk  $Z_x = 1$  értéket. A  $Z_x/Z_t = \alpha$  hányadost egyszerű dimenzióanalitikai megfontolások alapján nyerhetjük. Tekintve, hogy  $\alpha$  dimenzió nélküli szám, képezzük a  $\Delta x^2, \Delta t$  és  $k$  elemekből egy dimenzió nélküli számot. Ez

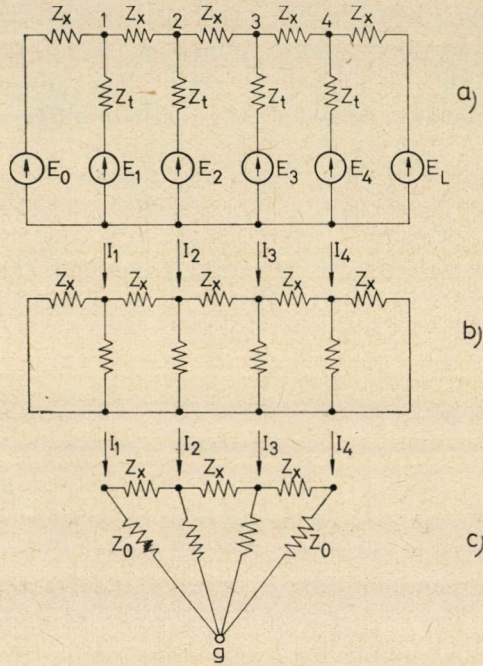
$$\alpha = k \frac{\Delta x^2}{\Delta t}. \quad (23)$$

Vagyis a  $k, \Delta x$  és  $\Delta t$  adott értékeivel az  $\alpha$  számára a  $8 \cdot 1^2/2 = 4$  érték adódik. Ebből  $Z_t = Z_x/4$ .

A (4) csomóponti egyenlet és a (18) kifejezések alkalmazásához távolítsuk el a hálózatból az intenzitás forrásokat, ill. helyettesítsük meg-

felelő extenzitás forrásokkal. Az így nyert egyenértékű hálózat az 5b ábrán látható. Az  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  és  $I_4$  forrásextenzitások, mint az I. Kirchhoff-féle tételből folyik:

$$\begin{aligned} I_1 &= E_0/Z_x + E_1/Z_t, I_2 = E_2/Z_t, \\ I_3 &= E_3/Z_t, I_4 = E_4/Z_t + E_L/Z_x. \end{aligned} \quad (24)$$



5. ábra.

Az 5b ábra tovább egyszerűsíthető. A párhuzamos hőellenállások összevonásával az 5c ábra adódik, ahol a  $Z_0$  ellenállás:

$$Z_0 = \frac{Z_x Z_t}{Z_x + Z_t} = 0,20. \quad (25)$$

Az adott kezdeti és határfeltételekkel a (24) alapján a forrásextenzitások értékei

$$I_1 = 140, I_2 = 40, I_3 = 40 \text{ és } I_4 = 50.$$

A további számítás a (4), (18) és (20) alapján történik. A digitális gépen végrehajtott számítások az  $e$  intenzitásvektor számára a következő értékeket adták

$$e = \text{col} \{25,44; 12,65; 10,45; 10,07\}.$$





A számítógép-program csak csekély mértékben lesz bonyolultabb abban az esetben, ha a  $k$  tényező a hőmérséklet függvénye, mint ez a gyakorlatban gyakran előfordul. Minden esetre ebben az esetben minden  $\Delta t$  időpillanatban a program újra számítja a  $Z_t$ ,  $Z_0$  és  $I$  értékeket és így a  $Z_N$  csomóponti admitancia mátrixot is. Úgy szintén a program könnyen figyelembe veheti azt az esetet is, midőn a rendszerben térben elosztott források, esetleg negatív források (hővesztések) vannak jelen. Ehhez pusztán (24)-ben szereplő  $I_t$  forrásáramok kifejezéseit additív tagokkal kell kiegészíteni, melyek természetesen lehetnek a hőmérsékletek függvényei.

Az itt adott numerikus példában a határfeltételeket időben állandónak tételeztük fel. Semmi akadálya sincsen annak, hogy pl. az  $x = 0$  helyen levő hőmérsékletforrást időben változónak vegyük fel egy  $E_0(t)$  függvény szerint. Ezt a függvényt minden esetre a  $E_0(m\Delta t)$  diszkrét függvénnyel helyettesítjük, ahol a  $\Delta t$  az időintervallum értéke azonos az előzőekben szereplő értékkel;  $m$  az időintervallum sorszáma. A számítás csak annyiban változik, hogy minden ciklusban  $E_0$  állandó érték helyett  $E_0(m\Delta t)$  függvényérték fog szerepelni.

Az előbbieken leírt digitális módszer elosztott paraméterű rendszerek tranziens viszonyainak vizsgálatára minden esetben alkalmazható, amikor a leíró parciális differenciál egyenlethez hozzárendelhető az egyenértékű hálózati modell. Sok esetben ez azáltal nyerhető, hogy az egyenletben a differenciálokat megfelelő differenciákkal helyettesítjük és az így nyert algebrai egyenleteket csomóponti egyenletek alakjára hozzuk. Amennyiben ez nem volna lehetséges az eredeti differenciálegyenletet transzformációkkal megfelelő alakra hozzuk. Ilyen transzformáció szükséges lehet a határfeltételek kielégítése céljából is [9].

Hangsúlyozzuk, hogy a leírt hálózati módszer nem általános eljárás elosztott paraméterű rendszerek digitális számítására, de a feladatok egy viszonylag széles osztályánál az általánosan használt differencia és relaxációs módszerekkel szemben alkalmazása lényegesen előnyökkel járhat.

#### IRODALOM

1. TRENT, H. M.: Isomorphisms between Oriented Linear Graphs and Lumped Physical Systems. *J. Acoust. Soc. Am.* (1955), 500—527.
2. KRON, G.: A Method of Solving Very Large Physical Systems in Easy Stages. *Proc. IRE* (1954), IV. 680—686.
3. KRON, G.: *Tensor Analysis of Networks*. Macdonald, London 1965.
4. SIMONYI, K.—FODOR, GY.—VÁCÓ, I.: *Elméleti Villamosságtan példatár*. Tankönyvkiadó 1967; 283—340.
5. SCARBOROUGH, I. B.: *Numerical Mathematical Analysis* (6. ed.). I. Hopkins, Baltimore 1966; 391.
6. JENSEN, R. W.—LIEBERMANN M. D.: IBM Circuit Analysis Program. *Prentice Hall Series* (1968), 331—335.
7. LIEBERMANN, G.: A New Electrical Analog Method for the Solution of Transient Heat Conductor Problems *Trans ASME* 78 (1956), 655—665.

8. BROWN, H. E.—PERSON, C. E.—KIRCHMAYER, L. K.—STAGG, G. W.: Digital Calculation of 3-Phase Short Circuits by Matrix Methods. *Trans AIEE* 79 Pt III 1277—1282.
9. VICHNEVETSKY, R.: The Method of Decomposition for. Space Dependent Boundary Value Problems. Proc. 4th Princeton Conference on Information Sciences and Systems 1970; 100—103.

**A Network Method for Digital Modelling Systems with Distributed Parameters.** Starting from the principle of physical analogy and from the tensor formulation of the network theory the digital modelling of physical systems with distributed parameters is explained. The deduction of an equivalent network to the system with distributed parameters is shown and further its solution by diakoptical methods is demonstrated. The method is illustrated by a transient heat conduction problem.

**Eine Netzwerkmethoden zur digitalen Modellierung von Systemen mit verteilten Parametern.** Ausgehend vom Prinzip der physikalischen Analogie und einer tensoriellen Auffassung der Netzwerktheorie wird eine Anleitung zur digitalen Modellierung von physikalischen Systemen mit verteilten Parametern gegeben. Es wird die Ableitung des mit dem System äquivalenten Netzes und jener der Netzgleichungen gezeigt welche danach mittels einer diakoptischer Methode gelöst werden. Die Methode wird an Hand eines Beispiels — jenes der Untersuchung der Übergangsverhältnisse in einem Wärmeleiter — illustriert.



# HÁROM FERDE SÍKÚ PEREMÍVRE TÁMASZKODÓ GÖMBHÉJ

## II. RÉSZ. ALKALMAZÁS

CSONKA PÁL\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1971. márc. 26-án]

Jelen tanulmány I. része három ferde síkú peremíven nyugvó háromszorosan szimmetrikus olyan gömbsüveghéjak számításmódját ismertette, amelyeket körszimmetrikus megoszlású, függőleges megoszló erők terheltek. A ferde peremívek síkja közös pontban, a héj középfelületét alkotó gömbfelület nadirpontjában metsződött. A peremívek csak saját síkjukba eső erőhatásokkal szemben voltak ellenállóak. A tanulmány jelen II. része egy konkrét feladat kapcsán az I. részben javasolt számítóeljárás alkalmazását mutatja be.

### 5. A megoldandó feladat

Alkalmazzuk a jelen tanulmány I. részében [8] ismertetett számító eljárást a 6. ábrán feltüntetett gömbsüveghéjra. A szóban forgó héj középfelületének sugara  $R$ , a gömbhéj magassága  $0,4 R$ . Terhelésként

$$p_0 = \text{konst}$$

önsúlyterhet veszünk számításba.

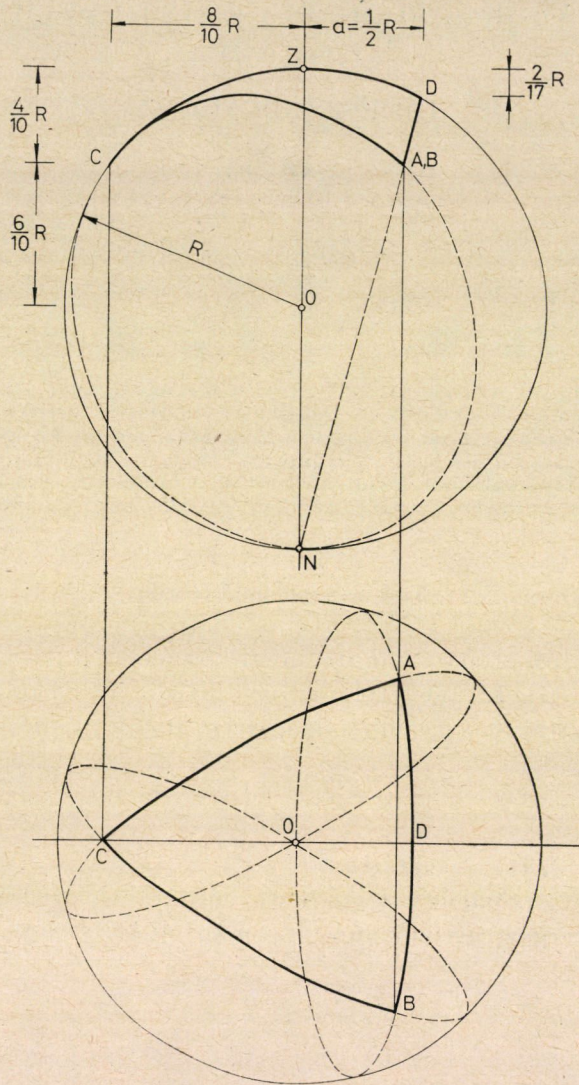
Esetünket a gömbhéjhoz rendelt forgásparaboloidalakú süveghéj sarokpontjainak a forgástengelytől mért távolsága [9] (7. ábra):

$$a' = \frac{R}{2}$$

#### 5.1. A $p'_1$ és $p'_3$ teherkomponensek

A gömbhéjra ható  $p = p_0 = \text{konst}$  függőleges tehernek az analóg paraboloidhéj rendszerében a forgástengelyen átmenő ferde teher felel meg. Az utóbbinak vízszintes sugárirányú  $p'_1$  és függőleges  $p'_3$  komponensei a (2a), illetve (2c) képletekkel határozhatók meg. Az adott esetre ezt a számítást elvégeztük és eredményét az I. táblázatba foglaltuk.

\* Prof. Dr. Csonka Pál, Bartók B. út 31. Budapest XI.

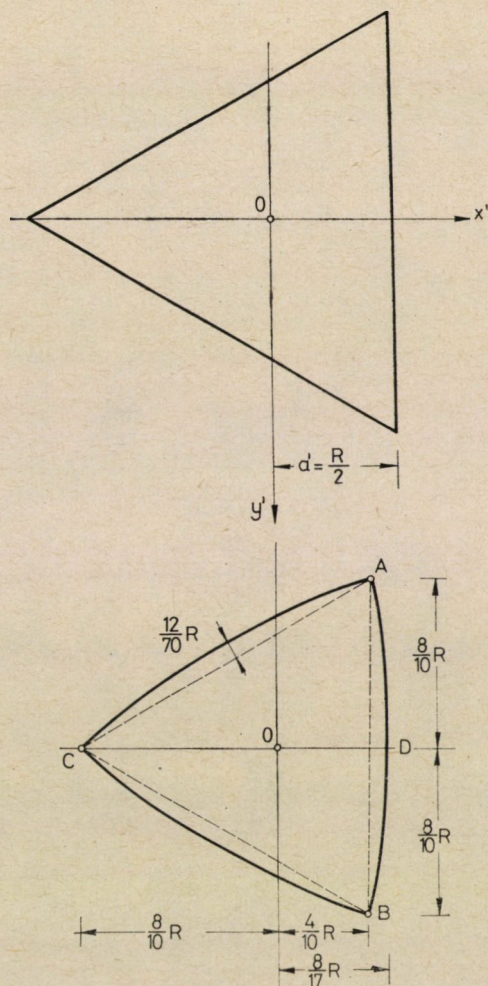


6. ábra. Alkalmazási példa

### 5.2. A $p_1$ terherkomponenst egyensúlyozó feszítőerők

A paraboloidhéjra ható vízszintes  $p_1$  terhet az  $r'/a'$  hatványai szerint haladó véges sorral közelítettük meg:

$$p_1^* = B_1 \frac{r'}{a'} + B_2 \frac{r'^3}{a'^3} + B_3 \frac{r'^5}{a'^5}.$$



7. ábra. A hég alaprajza és stereografikus vetülete

A közelítést kollokációval végeztük el, mégpedig oly módon, hogy az  $r'/a' = 0,8, 1,4$  és  $1,9$  pontokban a közelítő  $p_1^*$  teher a pontos  $p_1$  teherértékkel egyezzen. Ez a számítás a  $B_1, B_2, B_3$  paraméterekre a következő értékeket szolgáltatta:

$$\begin{aligned} B_1 &= 0,494\ 017\ p_0, \\ B_2 &= -0,110\ 255\ p_0, \\ B_3 &= 0,009\ 637\ p_0. \end{aligned}$$

Ezekkel az értékekkel számítva a közelítő  $p_1^*$  teherfüggvényre a II. táblázatba foglalt értékeket kaptuk. Ugyanebben a táblázatban a pontos  $p_1$  teherértékeket, a  $p_1^*$  teherértéknek a pontos  $p_1$  teherértéktől való  $\Delta p_1'$  eltérését,

## I. Táblázat

Az analóg paraboloidhéjra ható teherkomponensek

$r'/a'$	$p'_i$	$p'_s$
0	0,000 000 $p_0$	1,000 000 $p_0$
0,2	0,099 006 $p_0$	0,987 585 $p_0$
0,4	0,192 196 $p_0$	0,951 370 $p_0$
0,6	0,274 420 $p_0$	0,894 149 $p_0$
0,8	0,341 921 $p_0$	0,820 611 $p_0$
1,0	0,392 332 $p_0$	0,735 622 $p_0$
1,2	0,425 055 $p_0$	0,644 666 $p_0$
1,4	0,440 913 $p_0$	0,552 716 $p_0$
1,6	0,441 833 $p_0$	0,463 925 $p_0$
1,8	0,430 430 $p_0$	0,381 409 $p_0$
2,0	0,409 600 $p_0$	0,307 200 $p_0$

## II. Táblázat

A pontos  $p'_1$  és közelítő  $p'_2$ \* teherértékek

$r'/a'$	$p'_1/p_0$	$p'_2^*/p_0$	$\Delta p'_1/p_0$	$\Delta p'_1/p'_1$
0	0,000 000	0,000 000	0,000 000	0,0000
0,2	0,099 006	0,097 927	0,001 079	0,0109
0,4	0,192 196	0,190 650	0,001 546	0,0080
0,6	0,274 420	0,273 344	0,001 076	0,0039
0,8	0,341 921	0,341 921	0	0
1,0	0,392 332	0,393 399	-0,001 067	-0,0027
1,2	0,425 055	0,426 279	-0,001 224	-0,0029
1,4	0,440 913	0,440 913	0	0
1,6	0,441 833	0,439 874	0,001 959	0,0044
1,8	0,430 430	0,428 322	0,002 108	0,0049
1,9	0,421 010	0,421 010	0	0
2,0	0,409 600	0,414 378	-0,004 778	-0,0117

valamint  $\Delta p'_1/p'_1$  hibahányados értékét is feltüntettük. Mint látható a pontos és közelítő teherfüggvény csak egész lényegtelenül tér el egymástól.

Ezekután olyan  $H^*$  feszültségfüggvényt állítottunk elő, mely a paraboloidhéj  $x' = a'$  peremvonala mentén az  $N'_x \cong 0$  kerületi feltételt teljesíti. Evégett  $N'_x$  (26) alatti képletében szereplő  $D_1, D_2, D_3, D_4$  paramétereknek oly értékeket tulajdonítottunk, hogy az említett feltétel az  $y'/a' = 0,4, 1,0, 1,4$  és  $1,65$  helyeken pontosan teljesedjék. Ez a követelmény négy lineáris egyenlet felírását tette lehetővé:

$$0,030\ 327\ a'^3 - 24D_1 - 7,872\ D_2 + 429,890\ D_2 + 873,72D_4 = 0,$$

$$0,156\ 028\ a'^3 - 24D_1 + 480,00\ D_2 - 2\ 304,00\ D_3 + 0,00D_4 = 0,$$

$$0,247\ 056\ a'^3 - 24D_1 + 830,21\ D_2 - 11\ 977,70\ D_3 + 119\ 585,10D_4 = 0,$$

$$0,295\ 572\ a'^3 - 24D_1 + 950,76\ D_2 - 17\ 854,14\ D_3 + 253\ 228,23D_4 = 0.$$



Ezekből az egyenletekből

$$\begin{aligned} D_1 &= 0,001\,260\,681\, a'^3, \\ D_2 &= -0,000\,285\,354\, a'^3, \\ D_3 &= -0,000\,004\,847\, a'^3, \\ D_4 &= -0,000\,000\,318\, a'^3. \end{aligned}$$

A fenti értékekkel számítva a paraboloidhéj  $x' = a'$  peremvonalának különböző pontjaiban a redukált feszítőerőkre a III. táblázatban közölt értékeket kaptuk.

### III. Táblázat

*A  $p_1^*$  teherkomponensből származó redukált feszítőerők értéke a paraboloidhéj  $x' = a'$  peremvonala mentén*

$y'/a'$	$N_z/(Rp_0)$	$N_{zy}/(Rp_0)$	$N_y/(Rp_0)$
0	+0,005 55	0	+0,195 31
0,2	+0,003 84	0,025 61	+0,195 88
0,4	0	0,062 80	+0,197 14
0,6	-0,003 18	0,120 17	+0,198 03
0,8	-0,003 12	0,202 91	+0,197 46
1,0	0	0,324 28	+0,195 05
1,2	+0,002 00	0,455 76	+0,191 44
1,4	0	0,639 00	+0,187 84
1,6	-0,002 32	0,883 25	+0,181 28
1,65	0	0,957 98	+0,182 49
$\frac{1}{3}$	+0,009 93	1,092 51	+0,178 82

A teljesség kedvéért kiszámítottuk a  $p_1^*$  teherkomponensből származó redukált feszítőerőket a paraboloidhéj  $y' = 0$  szimmetriásíkjának egyes pontjaiban is. A számítás eredményét a IV. táblázat tünteti fel.

### 5.3. A $p_3'$ teherkomponens teherfüggetlen feszítőerők

A  $p_3'$  teherkomponens a (25) alatti teherfüggvények lineáris kombinációjával közelítettük meg. A közelítő teherfüggvényt

$$p_3^* = A_1 p^I + A_2 p^{II} + A_3 p^{III}$$

alakban írtuk fel. Kollokációs pontokul az  $r'/r' = 0,5, 1,3$  és  $1,9$  köröket választottuk. E helyeken azt a követelményt, hogy a  $p_3^*$  és  $p_3'$  teherértékeknek egyezniük kell, a következő egyenletek fejezik ki:

$$\begin{aligned} A_1 - 0,424\,479A_2 + 0,121\,094A_3 &= 0,925\,181\, p_0, \\ A_1 + 0,666\,324A_2 + 0,026\,162A_3 &= 0,598\,534\, p_0, \\ A_1 + 1,314\,321A_2 + 0,947\,906A_3 &= 0,343\,179\, p_0. \end{aligned}$$

## IV. Táblázat

A  $p_3^*$  teherkomponensből származó redukált feszítőerők értéke a paraboloidhéj  $y' = 0$  szimmetria síkjában

$x'/a'$	$N_z(Rp_0)$	$N_{xy}(Rp_0)$	$N_y'(Rp_0)$
-1	0,602 35	0	-0,188 14
-0,9	0,412 78	0	-0,027 29
-0,8	0,253 99	0	0,097 91
-0,7	0,164 11	0	0,144 53
-0,6	0,103 37	0	0,152 40
-0,5	0,063 29	0	0,133 41
-0,4	0,037 94	0	0,098 83
-0,3	0,022 56	0	0,059 44
-0,2	0,012 98	0	0,025 15
-0,1	0,006 10	0	0,003 70
0	0	0	0
0,1	-0,006 00	0	0,015 79
0,2	-0,011 21	0	0,049 34
0,3	-0,013 68	0	0,095 68
0,4	-0,009 72	0	0,146 49
0,5	0,005 55	0	0,191 16

A fenti egyenletekből

$$A_1 = 0,803\ 342\ p_0,$$

$$A_2 = -0,304\ 910\ p_0,$$

$$A_3 = -0,062\ 674\ p_0.$$

A számítás pontosságának megítéléséhez az V. táblázatban feltüntetettük különböző  $r'/a' = \text{konst}$  körök mentén a paraboloidhéjra ható függőleges terhek pontos ( $p_3'$ ) és közelítő ( $p_3^*$ ) értékét, továbbá a pontos értékkel szemben mutatkozó  $\Delta p_3'$  eltérést, végül a  $\Delta p_3'/p_3'$  hibahányadost. Mint látható, számottevő hiba csak a sarokpontok közelében, ott is csak lényegtelenül szűk körzetben mutatkozik. Ettől az eltéréstől azonban nyugodtan eltekinthetünk, mert a héj peremívei sarokmereven kapcsolódnak egymáshoz és így — feltevésünktől eltérően — a sarokpontok környezetében oldalerők felvételére is alkalmasak. Ezek az oldalerők hivatottak a  $\Delta p_3'$  erők egyensúlyozására.

Az  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  értékekkel számítva, a paraboloidhéj  $x' = a'$  peremvonalának különböző pontjaiban a redukált feszítőerőkre a VI. táblázatban foglalt értékeket kaptuk:

A fentiek kiegészítéseként meghatároztuk a  $p_3^*$  teherkomponensből származó redukált feszítőerőket a paraboloidhéj  $y' = 0$  szimmetriasíkjának különböző pontjaiban is. A számítás eredményét a VII. táblázatba foglaltuk.

V. Táblázat

*A pontos ( $p_3$ ) és közelítő ( $p_3^*$ ) teherértékek*

$r'/a'$	$p_3/p_0$	$p_3^*/p_0$	$\Delta p_3/p_0$	$\Delta p_3^*/p_3$
0	1,000 000	0,985 724	0,014 276	0,014 3
0,2	0,987 585	0,976 033	0,011 552	0,011 7
0,4	0,951 370	0,946 961	0,004 409	0,004 6
0,5	0,925 181	0,925 181	0,000 000	0,000 0
0,6	0,894 149	0,898 625	-0,004 476	-0,005 0
0,8	0,820 611	0,831 629	-0,011 018	-0,013 4
1,0	0,735 622	0,747 653	-0,012 031	-0,016 4
1,2	0,644 666	0,648 764	-0,004 098	-0,006 4
1,3	0,598 534	0,598 534	0,000 000	0,000 0
1,4	0,552 716	0,546 205	0,006 511	0,011 8
1,6	0,463 925	0,446 294	0,017 631	0,038 0
1,8	0,381 409	0,367 419	0,013 990	0,036 7
1,9	0,343 179	0,343 180	0,000 000	0,000 0
2,0	0,307 200	0,334 121	-0,026 921	-0,087 6

VI. Táblázat

*A  $p_3^*$  teherkomponensből származó redukált feszítő erők értéke a paraboloidhéj  $x' = a'$  peremvonala mentén*

$y'/a'$	$N_z^*/(Rp_0)$	$N_{zy}^*/(Rp_0)$	$N_y^*/(Rp_0)$
0	0	0	-1,471 24
0,2	0	0,081 33	-1,453 59
0,4	0	0,150 68	-1,402 02
0,6	0	0,196 00	-1,320 48
0,8	0	0,205 33	-1,214 93
1,0	0	0,166 67	-1,092 52
1,2	0	0,068 00	-0,960 74
1,4	0	-0,102 67	-0,826 64
1,6	0	-0,357 33	-0,696 20
$\sqrt{3}$	0	-0,577 35	-0,614 40

5.4. *A  $p_1$  és  $p_3$  teherkomponensekből származó feszítőerők összege*

A teljes  $p'$  teher hatására az  $x' = a'$  peremvonal mentén keletkező redukált feszítőerőket — a III. és VI. táblázatbeli feszítőerők összegét — a VIII. táblázat tünteti fel.

A teljes  $p'$  teher hatására az  $y' = 0$  szimmetriasíkban keletkező redukált feszítőerőket — a IV. és VII. táblázatbeli feszítőerő értékek összegét pedig a IX. táblázat tartalmazza.

Az alkalmazott számító eljárás megbízhatóságának bizonyítékául — kiszámítottuk a paraboloidhéj  $x' = a'$  peremvonala mentén kilépő  $\Sigma N'_x$

## VII. Táblázat

A  $p_3^*$  teherkomponensből származó redukált feszítőerők értéke a paraboloidhég  $y' = 0$  szimmetriásíkjában

$x'/a'$	$N_x'(Rp_0)$	$N_{xy}'(Rp_0)$	$N_y'(Rp_0)$
-1,0	-1,000 00	0	0,333 33
-0,9	-0,675 73	0	0,045 17
-0,8	-0,426 40	0	-0,110 67
-0,7	-0,238 40	0	-0,168 17
-0,6	-0,099 73	0	-0,157 33
-0,5	0	0	-0,104 17
-0,4	0,069 60	0	-0,030 67
-0,3	0,116 27	0	0,045 17
-0,2	0,145 60	0	0,109 33
-0,1	0,161 60	0	0,151 83
0	0,166 67	0	0,166 67
0,1	0,161 60	0	0,151 83
0,2	0,145 60	0	0,109 33
0,3	0,116 27	0	0,045 17
0,4	0,069 60	0	-0,030 67
0,5	0	0	-0,104 17

## VIII. Táblázat

A teljes  $p'$  teher hatására keletkező redukált feszítőerők értéke a paraboloidhég  $x' = a'$  peremvonala mentén

$y'/a'$	$\Sigma N_x'(Rp_0)$	$\Sigma N_{xy}'(Rp_0)$	$\Sigma N_y'(Rp_0)$
0	+0,005 55	0	-1,275 93
0,2	+0,003 84	0,025 61	-1,257 72
0,4	0	0,062 80	-1,204 88
0,6	-0,003 18	0,120 17	-1,122 45
0,8	-0,003 12	0,202 91	-1,017 28
1,0	0	0,324 28	-0,897 47
1,2	+0,002 00	0,455 76	-0,769 31
1,4	0	0,639 00	-0,638 80
1,6	-0,002 32	0,883 25	-0,514 92
1,65	0	0,957 98	-0,483 73
$\sqrt{3}$	+0,009 93	1,092 51	-0,435 58

redukált feszítőerőnek és a hég középpontjában működő  $\Sigma N_x'$  redukált feszítőerőnek a hányadosát. Ezen hibahányados értékeit a X. táblázatba foglaltuk. A táblázatból kiderül, hogy a kilépő  $\Sigma N_x'$  feszültség a gömbhég középpontjában működő  $\Sigma N_x'$  feszültséghez képest valóban elhanyagolhatóan csekély.

Végezetül a (3) képletek segítségével meghatároztuk a VIII. és IX. táblázatokban megadott  $\Sigma N_x'$ ,  $\Sigma N_{xy}'$ ,  $\Sigma N_y'$  redukált feszítőerőknek a gömbhég

## IX. Táblázat

A teljes  $p'$  teher hatására keletkező redukált feszítőerők értéke a paraboloidhéj  $y' = 0$  szimmetria síkjában

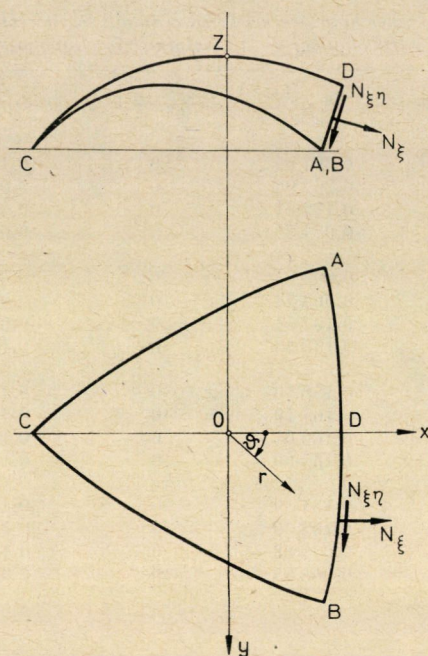
$x'/a'$	$\Sigma N_z'/(Rp_0)$	$\Sigma N_{zy}'/(Rp_0)$	$\Sigma N_y'/(Rp_0)$
-1,0	-0,397 65	0	0,145 20
-0,9	-0,262 96	0	0,017 88
-0,8	-0,172 41	0	-0,012 76
-0,7	-0,074 29	0	-0,023 64
-0,6	0,003 63	0	-0,004 93
-0,5	0,063 29	0	0,029 25
-0,4	0,107 54	0	0,068 16
-0,3	0,138 83	0	0,104 61
-0,2	0,158 58	0	0,134 48
-0,1	0,167 70	0	0,155 53
0	0,166 67	0	0,166 67
0,1	0,155 60	0	0,167 63
0,2	0,134 39	0	0,158 67
0,3	0,102 59	0	0,140 85
0,4	0,059 88	0	0,115 82
0,5	0,005 55	0	0,086 99

## X. Táblázat

A hibahányados értéke a paraboloidhéj  $x' = a'$  peremvonala mentén

$y'/a'$	Hibahányados
0	-0,0140
0,2	-0,0097
0,4	0
0,6	0,0080
0,8	0,0078
1,0	0
1,2	-0,0050
1,4	0
1,6	0,0058
1,65	0
$\sqrt{3}$	-0,0250

rendszerében megfelelő  $N_\xi$ ,  $N_{\xi\eta}$ ,  $N_\eta$  tényleges feszítőerőket. A számítás eredményét a XI. és XII. táblázatokba foglaltuk. E táblázatok közül a XI. táblázat az  $AB$  peremvonal mentén működő tényleges feszítőerőket tartalmazza. Itt  $N_\xi$  a peremvonalra merőleges — „kilépő” — feszítőerőt,  $N_{\xi\eta}$  az érintőleges feszítőerőt,  $N_\eta$  pedig a peremvonnallal párhuzamos derékfeszítő erőt



8. ábra. A gömbhéj  $AB$  peremvonala mentén működő  $N_x$  és  $N_{xy}$  tényleges feszítőerők

### XI. Táblázat

A tényleges feszítőerők értéke a gömbhéj  $AB$  peremvonala mentén

$y/R$	$N_{\xi}$	$N_{\xi\eta}$	$N_{\eta}$
0	0,006 27	0	-1,440 41
0,2	0,004 42	0,029 46	-1,446 70
0,4	0	0,076 33	-1,464 54
0,6	-0,004 22	0,159 62	-1,490 90
0,8	-0,004 66	0,303 25	-1,520 33
1,0	0	0,558 62	-1,546 03
1,2	0,004 05	0,922 23	-1,556 67
1,4	0	1,540 15	-1,539 67
1,6	-0,006 72	2,560 11	-1,492 50
1,65	0	2,920 84	-1,474 87
$\sqrt{3}$	0,032 62	3,589 07	-1,430 95

jelenti (8. ábra). — A XII. táblázat a  $CD$  oldalfelező mentén működő tényleges feszítőerőket tünteti fel. Itt  $N_{\xi}$  helyett  $N_r$ ,  $N_{\xi\eta}$  helyett  $N_{r\theta}$ ,  $N_{\eta}$  helyett pedig  $N_{\theta}$  írható.

## XII. Táblázat

A tényleges feszítőerők értéke a gömbhéj CD oldalfelvezőjében

$x/R$	$N_{\xi} = N_r$	$N_{\xi\eta} = N_{r\delta}$	$N_{\eta} = N_{\delta}$
-1,0	-0,621 33	0	0,226 88
-0,9	-0,380 24	0	0,025 85
-0,8	-0,231 99	0	-0,017 17
-0,7	-0,093 61	0	-0,029 79
-0,6	0,004 31	0	-0,005 86
-0,5	0,071 45	0	0,033 02
-0,4	0,116 32	0	0,073 72
-0,3	0,145 15	0	0,109 37
-0,2	0,161 77	0	0,137 18
-0,1	0,168 54	0	0,156 31
0	0,166 67	0	0,166 67
0,1	0,156 38	0	0,168 47
0,2	0,137 21	0	0,161 86
0,3	0,107 26	0	0,147 26
0,4	0,064 77	0	0,125 27
0,5	0,006 27	0	0,098 20

## IRODALOM

8. CSONKA, P.: Ferde síkú peremívre támaszkodó gömbhéj erőjátéka. I. rész: a feszítőerők számítása (sajtó alatt)
9. CSONKA, P.: A gömbhéjak és forgásparaboloid-héjak erőjátéka közt fennálló analógia *Műsz. Tud.* (sajtó alatt)

**Kugelschalen auf drei schrägen Randbögen. II. Teil: Anwendungsbeispiel.** Der erste Teil des Aufsatzes behandelte die Berechnung von dreifach symmetrischen Kugelschalen, die von drei Randbögen mit schrägen Ebenen gestützt wurden. Die Ebene der drei Randbögen überschneiden sich im Nadirpunkt der kugelförmigen Schalenmittelfläche. Die Randbögen übten gegen Seitenkräfte keinen Widerstand aus. Der vorliegende zweite Teil des Aufsatzes stellt, anhand eines praktischen Beispiels, die Anwendung des im ersten Teil vorgeschlagenen Berechnungsverfahrens dar.

**Spherical Shells Supported by Three Edge Arches with Oblique Planes. Part II.: Application.** The first part of this paper was dealing with the statical investigation of threefold symmetrical spherical shells supported by three edge arches with oblique planes. The edge arches were not resistant to lateral forces, the intersection of their planes lay in the nadir point of the middle surface of the spherical shell. This second part of the paper illustrates by a concrete example, how the result of the investigation presented in Part I of this paper may be applied in practice.





## A CISM (CENTRE INTERNATIONAL DES SCIENCES MÉCANIQUES) SZERVEZETE ÉS MŰKÖDÉSE

A CISM, a mechanikai tudományok nemzetközi központi intézete, a CISM 1969-ben alakult meg. Célja, az intézet tájékoztatója szerint, a mechanikai tudományok terén való kutatás előmozdítása, az alapvető ismeretek cseréjének, elterjesztésének és alkalmazásának biztosítása, a hasonló célú nemzeti és nemzetközi intézményekkel való kapcsolatok kiépítése, a világ különböző részein dolgozó élvonalbeli tudósok és kutatók közreműködésének megszervezése, kutató laboratóriumok és könyvtárak létesítése, valamint magas színvonalú tudományos tanfolyamok és szemináriumok rendezése.

Az intézet hatáskörébe tartozik különleges szakösszejövetelek tartása, előkészítő tanfolyamok szervezése, tudományos dolgozatok és kiadványok közzététele, időszakos vagy kivételes tudományos ösztöndíjak adományozása, és az intézet céljait szolgáló egyéb tevékenység kifejtése.

Az intézet a következő tudósok védnöksége alatt áll: Luigi Broglio (Róma), Matteo Declava (Trieszt), Luc Gauthier (Párizs), Witold Nowacki (Varsó), Wacław Olszak (Varsó), Octav Onicescu (Bukarest), Julio Palacios (Madrid), Hermann Schaefer (Braunschweig), Luigi Sobrero (Trieszt).

Az intézet létrehozását — az ismertető kiadvány szerint — elsősorban az a körülbelül 15 évre tehető és egyre növekvőnek látszó lemaradás indokolja, amely a műszaki tudományok terén az Egyesült Államok és Európa közt fennáll. Az intézet tájékoztatója szerint az 1963. évben minden USA állampolgár átlagosan évi 110 dollárt adózott tudományos kutatásra, míg ez a szám Francia- és Nyugat-Németországban 25 dollárt, Olaszországban meg éppen csak 5 dollárt tett ki.

Az európai lemaradás oka elsősorban a tudományos kutatás elégtelen finanszírozása, az új tudományos eredmények kellő ismeretének hiánya, az egyetemi dolgozóknak oktatói munkával való túlzott igénybevétele, az országok közti tapasztalatcsere elégtelensége stb.

Az elmaradás okozta hátrányok leküzdése meghaladja az egyes államok lehetőségeit, de jelentékeny haladás érhető el az érdekelt országok összefogásával. Ezért határozta el egy különböző nemzetiségű tudósokból álló csoport a CISM létrehozását. Az intézet elhelyezésére a különböző ajánlatok közül a Friuli-Venezia Giulia tartomány által felajánlott Codroipo-i Villa Manin látszott a legalkalmasabbnak, amely klimatikus gyógyhelyek és régészeti központok közelében, körülbelül félúton fekszik Trieszt és Velence között. Addig is, amíg ezen az épületen a szükséges átalakítások megtörténnek, az intézmény ideiglenes székhelye Udine város központjában van, a Palazzo de Torsóban.

Az intézet szervezete nemzetközi és demokratikus jellegű. Nemzetközi jellegét az biztosítja, hogy vezető szerveiben minden tagország képviselve van, függetlenül az illető ország politikai szemléletétől és pénzügyi helyzetétől. A többi országgal szemben egyetlen országot sem illet meg semmiféle kiváltság, még azt az országot sem, amelynek területén az intézet központja áll. Ennek az elvnek céltudatos keresztülvitele érdekében az intézetnek otthont adó ország képviselői egyelőre nem tölthetnek be vezető állást a központ intéző szerveiben.

A kutató központ hivatalos nyelvei, a nemzetköziség kívánalmainak eleget teendő, a főbb európai nyelvek, elsősorban az angol és francia. Hivatalos nyelvek ezeken kívül az orosz, német, olasz és spanyol.

Az intézet ún. Tudományos Tanácsában a mechanikai tudományok számos kiváló művelője foglal helyet. Ebbe a tanácsba minden tagország általában 3 tagot küldhet, de ha a kiküldöttek száma háromnál kevesebb, akkor is minden ország legalább három szavazattal rendelkezik. A tanács évente kétszer ülésezik.

Az intézet ún. Akadémiai Kollégiuma szélesebb körű és magában foglalja a Tudományos Tanács és a kutatók képviselőin kívül mindazon szervek kiküldöttein, amelyek a intézetet anyagilag támogatják. Tagjai nemcsak a mechanikai tudományok művelői lehetnek, hanem kulturális és társadalmi téren elismert személyek is. Tagjai továbbá azok a tudósok, akik kezdetről fogva védnökei az intézménynek. A legfontosabb döntések meghozatalára ez a szerv hivatott. Az Akadémiai Kollégium általában évente egyszer ülésezik.

A Tudományos Tanács mellett egy három különböző nemzetiségű rektorból álló végrehajtó bizottság működik, az Akadémiai Kollégium határozatait pedig egy igazgatói választmány hajtja végre.

Az intézetbe újonnan belépők azonos jogokkal bírnak mint az alapító és azt pénzügyileg támogató országok képviselői.

Az intézet a mechanikai tudományok különböző ágazatának megfelelő különleges osztályokat óhajt kiépíteni. Egyelőre 14 mechanikai osztály szervezéséről van szó, de tervbe vették egy jogi osztály felállítását, valamint egy olyan osztály létesítését is, amelynek feladata egy mechanikai enciklopédia és egy többnyelvű műszaki értelmező szótár kiadása volna. Egyes mechanikai osztályok máris működnek.

Az intézet alapszabályai szerint évente néhány nemzetközileg elismert tudóst hívnak meg különleges előadássorozatok tartására. Ezek az előadássorozatok általában hat hónaposak, de rendeznek erősen specializált rövidebb ideig tartó szemináriumokat, valamint előkészítő jellegű tanfolyamokat is.

Kívánatos, hogy minden tagország anyagi lehetőségei szerint ösztöndíjakat biztosítson kutatói és tudósai részére. Az ösztöndíjasok az egyes osztályokba való felvétel során előnyt élveznek.

A tagországok az intézet fenntartásához és igazgatásához önként vállalt összeggel pénzügyileg hozzájárulnak. Udine tartomány évi szubvenciója 32 000 dollár, Udine városé pedig évi 8000 dollár. Friuli község tanácsa és egyes pénzintézetek összesen évi 25 000 dollár összegű anyagi támogatást helyeztek kilátásba. Jelentős segélyösszegek várhatók még az olasz minisztériumoktól, valamint Friuli-Venezia Julia tartományi tanácsától is. Udine városa 1969-re 80 000, 1970-re 32 000 dollár egyszeri szubvenciót szavazott meg.

Az intézet munkája már 1969-ben megindult és máris jelentős eredményeket hozott. Munkájának eredményéről a kiadványok jegyzéke tanúskodik. Az Intézet az 1969–70. években összesen 65 tanulmányt publikált. Ezek közül 4 szovjet, 6 lengyel, 7 jugoszláv, 4 román, 1 cseh és 2 magyar szerzőtől származik (*Csiszár, J.: Channel Cooling Theory; Katona, G.: General Theory of Noiseless Channels*).

Az intézet 1969. évi tanfolyamán 9 országból 20 professzor és 8 országból 42 kutató vett részt. Az 1970. évi nyári tanfolyamának 7 országból 21 professzor és 8 országból 63 kutató volt látogatója, míg az ülészak munkájába 10 országból 27 professzor és 9 országból 28 kutató kapcsolódott be.

Az intézet tanfolyamain való részvétel díjtalan. Azok részére, akiknek költségeiről nem valamely kiküldő intézmény gondoskodik, díjtalan szállás és ellátás ajánlható fel, de csak korlátolt számú jelentkező számára. Egyéni jelentkezés a CISM titkárságán nyújtandó be (CISM, Palazzo de Torso, Piazza Garibaldi 11, Udine, Olaszország).

Kívánatos, hogy a környező országok példáját követve Magyarország is komolyan bekapcsolódjék e nemzetközi intézet munkájába, fiatal tudósai és kutatói számára több tanulmányi ösztöndíjat biztosítson, és az érdeklődőknek tegye lehetővé az intézet tanfolyamain való részvételt.

Dr. Csonka Pál

# KÖNYVISMERTETÉSEK

*Dr. Sályi István:*

## MŰSZAKI MECHANIKA. I. KÖTET: A KINEMATIKA ELEMEI

Harmadik, javított kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest 1970. 331 oldal, 306 ábra

A könyv első fejezete arányos terjedelmű történeti áttekintés után néhány általános alapfogalomra irányítja az olvasó figyelmét.

A második fejezet a pont kinematikáját tárgyalja a szokásos sorrendben: mozgás-törvény, sebesség, gyorsulás. A mozgások vizsgálatát derékszögű koordináta-rendszerben és külön hengerkoordináta-rendszerben is elvégzi. Megismerkedünk a mozgások meghatározás-módjával különböző kinematikai jellemzők alapján. Mindezek során kellő részletességű bemutatásra kerülnek a gyakorlatban legtöbbször előforduló mozgástípusok.

A harmadik fejezet merev testek mozgásával foglalkozik, minden részletre kiterjedően ismerteti a test sebesség- és gyorsulásállapotát. Gondosan kidolgozott rész tárgyalja a mozgás-jellemzőket egymáshoz képest mozgó koordináta-rendszerekben. Befejezésül a test mozgásainak osztályozásával, és néhány fontos mozgástípussal ismerkedünk meg.

A könyv függeléke a vektor- és tenzorszámítás elemeit foglalja össze. A vektor- és tenzoralgebra után sor kerül a vektor-skalár és tenzor-skalár függvények tárgyalására.

A tankönyvben mindenütt érvényesül a szerző kiváló magyarázó készsége. A szerencsésen megválasztott példák a megfelelő begyakorlást is lehetővé teszik. Érvényre jut a fokozatosság elve, hiszen a legegyszerűbb kérdésektől kiindulva az olvasó szinte észrevétlenül jut el az összetettebb problémákig. A könnyen érthetőség mellett külön ki kell emelni a mérnökök számára oly fontos — és néha mégsem eléggé szem előtt tartott — matematikai precízséget, ami ebben az esetben bizonyára a mechanika tudós és hivatott matematikus egy személyben való egyesülésének eredménye.

A tankönyvvel szemben legfeljebb csak az a kérdés vethető fel, hogy az elég terjedelmes függelékre, a vektor- és tenzorszámítás összefoglalására még ma is szükség van-e úgy, mint ahogy ez évtizedekkel ezelőtt valóban indokolható volt. Hiszen ma már a műszaki egyetemek matematika oktatásának ezek a témakörök bizonyára épp olyan alapvető tartozékai, mint pl. a differenciál- és integrálszámítás stb. Erre a kérdésre azonban a választ nyilván csak az oktatási tapasztalat adhatja meg, amit a könyv tematikájának elfogadásakor az illetékesek bizonyára helyesen mérlegeltek is.

Végezetül és összefoglalóan megállapíthatjuk, hogy bár a szóban levő tankönyv most már a harmadik kiadásban jelent meg, lényegében maradt mégis az, ami volt: a magyar egyetemi tankönyvirodalom egyik gyöngyszeme.

*Dr. Cholnoky Tibor*

*Vörös Imre:*

## GÉPELEMEK I.

2-dik átdolgozott kiadás, 377 oldal, 342 ábra, Tankönyvkiadó, Budapest 1970.

Vörös Imre professzor három kötetes *Gépelemek* című könyvsorozata 1957. és 1961. között jelent meg először. A közben eltelt egy évtized alatt a magyar műszaki felsőoktatásban végrehajtott tanulmányi reform többek között a Gépelemek c. tantárgyat is érintette, és mérlegelte e könyvsorozat átdolgozását és újrakiadását.

A három kötetre tervezett Gépelemek c. egyetemi tankönyv célja, hogy megismertesse a leendő gépészmérnököket a gépelemek méretezésével, a szerkezeti anyag megválasztásának problémájával és a gépelemek üzemi sajátosságaiival. Vörös Imre professzor e célt a tudományág legújabb eredményeire támaszkodva és a magyar szabványok előírásainak figyelembe vételével valósította meg, s így könyve minden magyar gépészmérnök számára hasznos forrásmű.

A három kötet tartalmi elválasztása úgy történt, hogy az I. kötet a kötőgépelemeket és a kötéseket, a tartályokat, a csöveket és csőszerelvényeket, a tengelyeket, és a tengelykapcsolókat; a II. kötet a rugalmas hajtóműveket, a forgattyús hajtóműveket és elemeit, a sikló- és gördülőcsapágyakat, a rúgókat; a III. kötet a fogaskerekeket, a gépalapozásokat és a módszeres géptervezés alapjait tárgyalja.

Az első kötet bevezető fejezete részletesen tartalmazza a méretezéshez szükséges fogalmakat, első sorban a gépelemeket fázisra igénybevevő tudnivalókat.

A második fejezet a csavarkötésekkel, az ékkötésekkel, a hegesztett kötésekkel, a fémragasztással és a zsigorkötésekkel foglalkozik.

A harmadik fejezet először a belső túlnyomással terhelt hegesztett tartályköpenyeket, majd a csöveket, ill. csőszerelvényeket (idomdarabokat, csőelzáró szerkezeteket, csőkiegénylítőket, csőtámaszokat) tárgyalja.

Végül a negyedik fejezet már a forgó gépelemek közül a tengelyekre és a tengelykapcsolókra vonatkozó tudnivalókat foglalja össze. A tengelyek közül csak az egyenes tengelyvonalú állandó és tagolt keresztmetszetűeket, ill. hajlékony tengelyeket tárgyalja, a görbevonalú tengelyeket nem. A tengelykapcsolók közül részletesen foglalkozik a mechanikus (merev, mozgékony, hajlékony, rugalmas, oldható és dörzs-) kapcsolókkal, rövid összefoglalást nyújt a légnemű, hidraulikus és elektromos tengelykapcsolókról.

Összehasonlítva e kötetet az 1958-ban megjelent első kiadással, szembetűnő lényegesen kisebb terjedelme, ugyanakkor néhány új részlete, korszerűbb tárgyalásmódja. Érződik az egész kötetben, hogy szerzője nagy figyelmet fordított az előző kiadás után megjelent elismerő bírálatokra és továbbfejlesztő javaslatokra.

A gépelemek tárgykörébe vágó könyvet írni ma nagyon nehéz, mert a szakirodalom annyira bőségesen ontja a gépelemek újabb és újabb részeredményeit. Ugyanakkor a gépészmérnök-oktatásban a gépelemek oktatásának keretei egyre szűkülnek. Ezért a tan- és szak-könyvírónak az okozza a legtöbb gondot, hogyan lehet tömören, kevesebb terjedelemben többet nyújtani. Vörös Imre professzor ezt az átdolgozást több mint 30 éves felsőoktatási gyakorlat birtokában végezte el, felhasználhatta tehát gazdag oktatói, kutatói tapasztalatait, munkatársai és volt hallgatói javaslatait. Építhetett tovább nemcsak az első kiadású könyvére, hanem azokra az egyetemi jegyzeteire is, amelyeket többször átdolgozott. Így tehát e könyv a szerzőnek kiforrott műve, amely azonban magán viseli a minden gépészeti tárgyú műnek körlátját, azt tudniillik, hogy mire megjelenik, máris átdolgozásra szorul. E tekintetben most csak két formai tényezőre utalunk: a műszaki mértékrendszer helyett az SI mértékrendszerre való fokozatos és célszerű áttérési kényszerre, továbbá az ugyancsak fokozatosan kialakuló KGST gépraiz-szabványokra, amelyek az egyébként rendkívül tiszta ábranyag átrajzolását teszik majd szükségessé.

A magyar nyelvű gépelemek-szakirodalom kiemelkedő műve az 1924-ben megjelent Hermann-féle könyv volt. Vörös professzor nemcsak a tanszék vezetését örökölte Hermann Miksától, hanem azt a feladatot is, hogy e tárgykör összefoglaló irodalmát folytassa. Ennek a feladatnak Vörös professzor könyve minden szempontból megfelel, miért is azt melegen ajánlhatjuk gépészmérnök-hallgatóknak, szerkesztő mérnököknek, és tudományos részletértékei miatt e tárgykör kutatóinak egyaránt.

*Dr. Terplán Zénó*

## TARTALOM

<b>WINTER ERNŐ</b>	1897–1971 (Bognár Géza) .....	189
<i>Benedikti Ottó</i> : Az automatizálás hazai és nemzetközi helyzete .....		
193		193
<i>Száday Rezső</i> : A hidraulikus és a pneumatikus irányítási rendszerek szerepe a gépiparban .....		
205		205
<i>Szabó János</i> : Könnyűszerkezetek anyagai és mechanikája .....		
213		213
<i>Sebestyén Gyula</i> : A könnyűszerkezetes kutatás néhány kérdése .....		
221		221
<i>Szendy K.</i> : Egyesített energiarendszer vizsgálata .....		
231		231
<i>Prohászka J.</i> : A közepes hőmérsékleteken igénybevett fémek szerkezeti anyagok mecha- nikai tulajdonságainak várható fejlődése .....		
255		255
<i>Erdélyi A. Edward</i> : Mágneses terek nemlineáris, heteropoláris forgógépekben .....		
281		281
<i>Csonka Pál</i> : Membránhéjak fallal alátámasztott peremtartóval .....		
317		317
<i>Singer Dénes</i> : Diakoptika vagy a nagy rendszerek tudománya. KRON GÁBOR életművéről .....		
327		327
<i>Hidasi Károly</i> : A szerszámgép állványának koordináta-rendszerében egyenesvonalú egyen- letes mozgást végző, egyenesélű szerszámmal esztergálható felületek .....		
337		337
<i>Martin Kornél</i> : A szekunder-emissziós röntgen-színképelemzés .....		
363		363
<i>Csonka Pál</i> : Három ferde síkú peremívre támaszkodó gömbhéj, I. rész. Elméleti vizs- gálatok .....		
389		389
<i>Singer Dénes</i> : Hálózati módszer elosztott paraméterű rendszerek digitális modellezéséhez .....		
407		407
<i>Csonka Pál</i> : Három ferde síkú peremívre támaszkodó gömbhéj, II. rész. Alkalmazás .....		
423		423
A CISM (Centre International des Sciences Mécaniques) szervezete és működése (Csonka, P.) .....		
435		435

### KÖNYVISMERTETÉSEK

Sályi I.: Műszaki Mechanika I. A kinematika elemei (Cholnoky, T.) .....	437
Vörös Imre: Gépelemek I. (Terplán, Z.) .....	437

## CONTENT

<b>ERNŐ WINTER</b>	1897–1971 (Bognár, G.) .....	189
<i>Benedikti, O.</i> : Development of the Automation in Hungary and in other countries. ....		
193		193
<i>Száday, R.</i> : Role of the Hydraulic and Pneumatic Control Systems in the Machine Industry .....		
205		205
<i>Szabó, J.</i> : Material and Mechanics of Light Weight Structures .....		
213		213
<i>Sebestyén, Gy.</i> : Some Questions of the Investigation on Light Weight Structures .....		
221		221
<i>Szendy, K.</i> : Investigation of Interconnected Energy Systems .....		
231		231
<i>Prohászka, J.</i> : Probable Development of the Mechanical Properties of Metallic Structural Materials Stressed at Medium Temperatures .....		
255		255
<i>Erdélyi, E., A.</i> : Magnetic Fields in Nonlinear Heteropolar Rotating Machines .....		
281		281
<i>Csonka, P.</i> : Membrane Shells the Edge Beam of which is Supported by a Wall .....		
317		317
<i>Singer, D.</i> : Diakoptics or the Science of Large Systems. On the Life-Work of Gábor KRON .....		
327		327
<i>Hidasi, K.</i> : Surfaces which can be Turned with a Straight-Edge Tool Uniformly Moving with Respect to the Co-Ordinate System Connected to the Frame of the Machine- Tool .....		
337		337

<i>Martin, K.</i> : Secondary Emission X-Ray Spectroscopy .....	363
<i>Csonka, P.</i> : Spherical Shells Supported by Three Edge Arches with Oblique Planes. Part I. Theoretical Investigations .....	389
<i>Singer, D.</i> : A Network Method for Digital Modelling Systems with Distributed Parameters .....	407
<i>Csonka, P.</i> : Spherical Shells Supported by Three Edge Arches with Oblique Planes Part II. Application .....	423
Organisation of CISM (Centre International des Sciences Mécaniques) ( <i>Csonka, P.</i> ) .....	435

#### BOOK REVIEW

<i>Sályi, I.</i> : Műszaki Mechanika I. ( <i>Cholnoky, T.</i> ) .....	437
<i>Vörös, I.</i> : Gépelemek I. ( <i>Terplán, Z.</i> ) .....	437

#### INHALTSVERZEICHNIS

<b>ERNŐ WINTER</b> (1897–1971) ( <i>Bognár, G.</i> ) .....	189
<i>Benedikt, O.</i> : Entwicklung der Automatisierung in Ungarn und im Ausland .....	193
<i>Száday, R.</i> : Die Rolle der hydraulischen und pneumatischen Steuerung in der Maschinenindustrie .....	205
<i>Szabó, J.</i> : Materialien und Mechanik der Leichtkonstruktionen .....	213
<i>Szestyén, Gy.</i> : Einige Forschungsprobleme der Leichtkonstruktionen .....	221
<i>Szendy, K.</i> : Untersuchung von vereinigten Energiesystemen .....	231
<i>Prohászka, J.</i> : Voraussichtliche Entwicklung der mechanischen Eigenschaften der bei mittleren Temperaturen beanspruchten metallischen Werkstoffe .....	255
<i>Erdélyi, A., E.</i> : Magnetische Felder in nichtlinearen, heteropolaren Drehmaschinen .....	281
<i>Csonka, P.</i> : Membranschalen mit einem durch Mauer unterstützten Randträger .....	317
<i>Singer, D.</i> : Diakoptik oder die Wissenschaft von den großen Systemen. Über das Lebenswerk von <b>Gábor KRON</b> .....	327
<i>Hidasi, K.</i> : Die durch im Koordinatensystem des Werkzeugmaschinenstells eine geradlinige gleichmäßige Bewegung verrichtenden geradschneidigen Werkzeuge drehbaren Flächen .....	337
<i>Martin, K.</i> : Röntgenspektralanalyse mittels sekundärer Emission .....	363
<i>Csonka, P.</i> : Kugelschalen auf drei schrägen Randbögen I. Teil. Theoretische Grundlagen .....	383
<i>Singer, D.</i> : Eine Netzwerkmethod zur digitalen Modellierung von Systemen mit verteilten Parametern .....	407
<i>Csonka, P.</i> : Kugelschalen auf drei schrägen Randbögen II. Teil .....	423
Organisation der CISM (Centre International des Sciences Mécaniques) ( <i>Csonka, P.</i> ) .....	435

#### BUCHBESPRECHUNG

<i>Sályi, I.</i> : Műszaki Mechanika I. Teil ( <i>Cholnoky, T.</i> ) .....	437
<i>Vörös, I.</i> : Gépelemek I. Teil. ( <i>Terplán, Z.</i> ) .....	437

#### СОДЕРЖАНИЕ

<b>Е. ВИНТЕР</b> 1897–1971 ( <i>Богнар, Г.</i> ) .....	189
<i>О. Бенедикт</i> : Отечественное и заграничное положение автоматизации .....	193
<i>Р. Садаи</i> : Роль в машиностроении систем гидравлического и пневматического управления .....	265
<i>Я. Сабо</i> : Материалы и механика легких конструкций .....	213
<i>Д. Шебештён</i> : Некоторые вопросы в области исследований по легким конструкциям .....	221
<i>К. Сенди</i> : Исследование объединенной энергосистемы .....	231
<i>Й. Прохаска</i> : Ожидаемое развитие механических свойств металлических конструкционных материалов, работающих при средних температурах .....	255
<i>Э. Эрдеи</i> : Магнитные поля в нелинейных гетерополярных вращающихся машинах .....	281

Д. Зингер: Студенческое воззрение или наука больших систем — из трудов Габора КРОН .....	327
К. Хидаши: Поверхности, обрабатываемые инструментом с прямоугольной режущей кромкой, выполняющим прямолинейное равномерное движение в системе координат станины металлорежущего станка .....	337
К. Мартин: Рентгеновский спектральный анализ с вторичной эмиссией .....	363
П. Чонка: Сферическая оболочка, опирающаяся на три косые краевые дуги .....	383
Д. Зингер: Сетевой метод цифрового моделирования систем с разделенными параметрами .....	407
П. Чонка: Сферическая оболочка, опирающаяся на три косые краевые дуги .....	423
Организация и деятельность Международного центра по механике (СІMS) (П. Чонка)	435

#### ОБЗОР КНИГ

И. Шайи: Техническая механика, I. Элементы кинематики (Т. Чольноки) .....	437
И. Вереш: Элементы машин, I. (З. Терплан) .....	437







A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Helle Mária

A kézirat nyomdába érkezett: 1971. VI. 3. — Terjedelem: 24,40 (A/5) ív

---

71.71904 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György



48,— Ft

*Megjelent 1971. X. 22.*

**Index : 26.499**