

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI

GELEJI SÁNDOR

39. KÖTET

1-4. SZÁM



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

1967

VI. OSZT. KÖZL.

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJI SÁNDOR

39. KÖTET 1—4. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG: BUDAPEST V., NÁDOR UTCA 7.
KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei változó terjedelmű füzetekben jelennek meg. Négy füzet alkot egy kötetet. Évenként általában egy kötet jelenik meg.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia
Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei
Budapest V., Nádor utca 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Megjelent munkájáért minden szerzőt száz különnyomat illet meg. Közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttat a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A Közlemények előfizetési ára kötetenként belföldi címre 40 forint, külföldi címre 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest V., Alkotmány utca 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest I., Fő utca 32., Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának kiadványa az
Acta Technica

című idegen nyelvű folyóirat.

E lap hivatott a magyar műszaki tudományok eredményeinek legjavát a külföld felé tolmácsolni. A cikkek német, angol, francia vagy orosz nyelven jelennek meg, lehetőleg a szerző kívánsága szerint, összefoglaló pedig a cikk nyelvén és azonkívül a másik három nyelven. A cikkeket magyar vagy a szerző választotta idegen nyelven a következő címre kell beküldeni:

Acta Technica szerkesztősége, Budapest V., Nádor utca 7.



GELEJI SÁNDOR

1898—1967

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI

GELEJI SÁNDOR

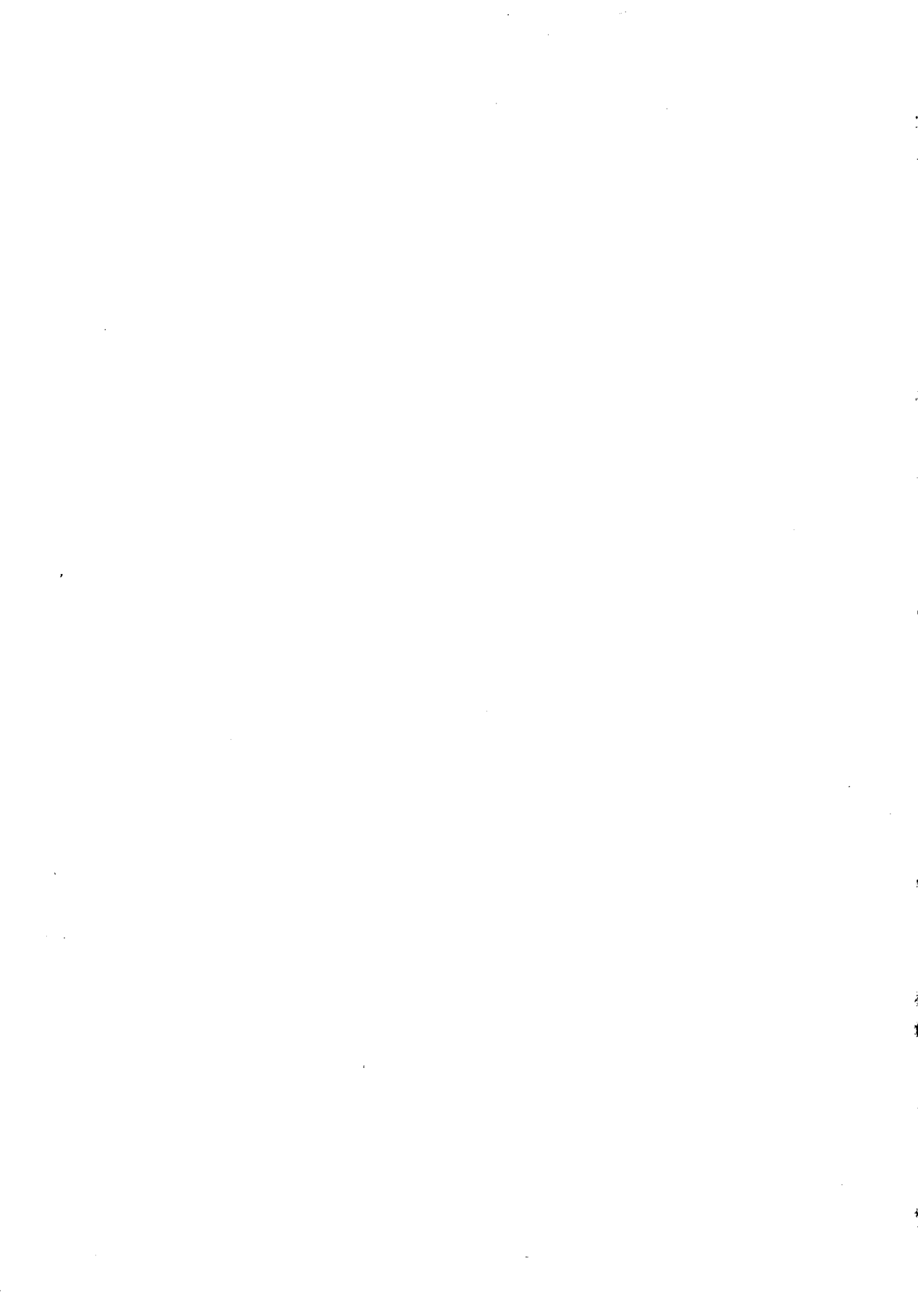
39. KÖTET



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

1967

VI. OSZT. KÖZL.



GELEJI SÁNDOR

1898—1967

Súlyos veszteség érte a magyar műszaki tudományt, GELEJI Sándor akadémikus, a kiváló tudós, a miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem tanszékvezető professzora, az *Acta Technica* és az *MTA Műszaki Tudományok Osztálya Közleményeinek* főszerkesztője, 1967. november 3-án elhunyt.

Halálával a kohászati tudományok egyik kitűnő művelőjét veszítettük el, ki megindítója és tevékeny művelője volt a hazai kohászati tudománynak. Nevét az országhatárokon túl is jól ismerték, munkásságával nemzetközi téren tiszteletet és megbecsülést szerzett a magyar műszaki tudománynak.

Temetésén, 1967. november 10-én megjelent a magyar műszaki közélet számos vezető képviselője. Ott voltak temetésén az Akadémia, az egyetemek, a szakegyesületek képviselői, jelen voltak munkatársai, tanítványai és a kohászati üzemek dolgozói, hogy leróják hálájukat az iránt a férfiú iránt, kinek értékes tanítását el nem múló betűk jegyezték fel a magyar kohászat történetének lapjaira.

A szomorú búcsúzó a Magyar Tudományos Akadémia nevében BOGNÁR Géza akadémikus osztálytitkár, a miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem nevében BEREZ Endre egyetemi tanár, rektorhelyettes, a freibergi Bergakademie nevében Prof. Dipl. Ing. G. JUREZEK, az Országos Magyar Bányászati és Kohászati Egyesület nevében VERŐ József akadémikus, tanszéke részéről KISS Ervin egyetemi tanár, tanítványai nevében pedig NÉMETH Ottó V. éves technológus kohómérnök mondott gyászbeszédet. E beszédeket GELEJI Sándor akadémikus iránt érzett megkülönböztetett tiszteletünk jeléül az alábbiakban teljes szövegükben közöljük, s részletes összeállítást hozunk GELEJI Sándor szakirodalmi tevékenységéről is.

Bognár Géza akadémikus, osztálytitkár beszéde

A Magyar Tudományos Akadémia elnökségének és a Műszaki Tudományok Osztálya vezetőségének nevében szomorú szívvel, mély megrendüléssel búcsúzom GELEJI Sándor akadémikustól, a kiváló tudóstól, a miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem kitűnő professzorától.

GELEJI Sándor 1898. május 17-én született Nagyikindán. Középkolai és egyetemi tanulmányait Sopronban végezte, s ott szerzett 1926-ban vaskohómérnöki oklevelet.

1934-ben Sopronban nyerte el a műszaki doktori címet, majd 1939-ben a magántanári képesítést. Ugyanott 1946-ban a Kohógéptani Tanszék rendes tanárává nevezték ki. Oktatói működését az egyetemnek átköltözése után Miskolcon folytatta.

GELEJI Sándor, a tudós fanatikusan hitt a tudomány jövőjében, s annak előbbrevitele érdekében tevékenyen munkálkodott. Tudományos munkásságában nagy segítséget jelentettek számára azok a tapasztalatok, melyeket hosszú üzemi gyakorlata során a fémek technológiája terén és a gépszerkesztés vonalán szerzett. Ezek a tapasztalatok képezték tudományos munkásságának szilárd bázisát.

Kutatásaiban kettős cél vezérelte: egyrészt tudományos magyarázatot kívánt adni a fémek képlékeny alakításával kapcsolatos különféle jelenségeknek, másrészt pedig meg akarta teremteni a képlékeny-alakítás gépegységeinek tervezéséhez szükséges elméleti alapokat. E feladatok megoldásához elsősorban a képlékeny-alakítás munkaszükségletének megállapítása, illetve az alakváltozási ellenállás megbízható meghatározása volt szükséges. Ezen kérdések tisztázása munkásságának egyik legjelentősebb eredménye. Számos dolgozatában behatóan foglalkozott a képlékeny-alakítás gépeinek méretezésével, a különféle hengerművek, sajtók, kalapácsok energia viszonyaival és szerkesztésével, de főleg a hengerlés munkaszükségletével. Különösen nevezetes a hengerlés Kármán-féle elméletének továbbfejlesztése terén kifejtett tevékenysége. Munkássága révén a képlékeny-alakítás tárgykörével foglalkozó hazai kutató tevékenység — mely a közelmúltban alig haladta meg a mesterségi ismeretek szintjét — a világszerte folyó kutatás élvonalába került.

GELEJI Sándor irodalmi munkássága rendkívül gazdag és általánosan elismert. Első dolgozatát 1928-ban tette közzé. Ezt 21 tudományos szakkönyv és 124 szakdolgozat követte, részben magyar, részben idegen nyelven.

Munkái közül igen nevezetes *A fémek képlékeny-alakításánál fellépő erők és erőszükséglet meghatározása számítás útján* című 1948-ban megjelent tanulmánya, majd a *Kohógéptan* című könyve, amelynek első kiadása 1950-ben, második bővített kiadása pedig 1953-ban látott napvilágot. Ebben a könyvben számos példa kapcsán a képlékeny-alakítás elméletének gyakorlati alkalmazását ismertette.

Munkái közül legjelentősebb azonban a *Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs bei der Formgebung im bildsamen Zustande der Metalle* című műve. Ennek első kiadása 1952-ben, második átdolgozott kiadása 1955-ben került a szakkörök elé. E könyvét 1955-ben cseh, 1958-ban orosz, majd japán nyelvre is lefordították. Nemzetközi síkon elért sikereit jelentősen öregbítette a *Walzwerks- und Schmiedemaschinen* címen 1954-ben kiadott munkája is.

Magyar nyelven megjelent szakkönyvei közül a már felsoroltakon felül megemlítenő *A fémek képlékeny-alakításának elmélete* címen 1954-ben megjelent munkája, mely a folyó évben teljesen átdolgozott és lényegesen bővített alakban ismét kiadásra került. Ebben a munkában a fémek képlékeny-alakítására vonatkozó alapismeretekre támaszkodva, lefektette a képlékeny-alakítás általános elméletét, részletesen ismertetve azokat a fizikai jelenségeket, melyek a képlékeny-alakítási műveletek lényegének megismeréséhez és tudományos magyarázatához szükségesek. Ugyanez a könyv *Forge Equipment, Rolling Mills and Accessories* címen a folyó évben angol nyelven is kiadásra került. Ezt még kézhez vehette, de legújabb művének, a közel jövőben megjelenő *Formgebung der Metalle—Versuch, Theorie und Anwendung* című összefoglaló munkájának megjelenését — sajnos — már nem érthette meg.

GELEJI Sándort értékes tudományos tevékenységének elismeréseként a Magyar Tudományos Akadémia 1951-ben levelező tagjává, majd 1954-ben rendes tagjává választotta. Munkássága elismeréseként személyét a magyar kormányzat számos kitüntetésben részesítette: 1949-ben a Köztársasági Érdemérem arany fokozatát, 1951-ben a Kossuth-díj I. fokozatát, 1952-ben a Magyar Népköztársasági Érdemrend IV. fokozatát, 1955-ben a Kossuth-díj II. fokozatát, 1958-ban a Munka Vörös Zászló Érdemrendet nyerte el.

GELEJI Sándor számos hazai és külföldi szakegyesületnek volt tagja. Állandó, eleven kapcsolatot tartott fenn a különféle tudományos központokkal, s azok vezető tudósaival; őket nagyrészt személyesen ismerte. Különösen szoros érintkezésben volt a freibergeri *Bergakademie*-vel, mely 1965-ben díszdoktorává avatta. Munkásságának újabb elismerését jelentette, hogy a *Lengyel Tudományos Akadémia* 1966-ban tiszteletbeli tagjává választotta.

GELEJI Sándor igen tevékenyen részt vett a Magyar Tudományos Akadémia munkájában. Mint a Műszaki Tudományok Osztályának megválasztott osztálytitkára 1956-tól 1964-ig sikeresen és fáradhatatlan buzgalommal irányította az Osztály működését. Osztálytitkári működése idején indult meg érdemlegesen a Műszaki Tudományok Osztálya kutatási bázisának kiépítése. Nagy energiával munkálkodott az egyetemi tudományos munka fellendítésén, a Műszaki Tudományok Osztálya és a műszaki egyetemek közötti tudományos kapcsolatok erősítésén és elmélyítésén. Értékes munkásságot fejtett ki az Akadémia számos bizottságában, többek közt az Akadémia Kohászati Bizottsága keretében is.

Több mint egy évtizedig, — 1954-től haláláig — főszerkesztője volt a Magyar Tudományos Akadémia kiadásában megjelenő *Acta Technica* című idegen nyelvű és a *Műszaki Tudományok Osztálya Közleményei* című magyar nyelvű tudományos folyóiratoknak.

Az éjt nappallá tevő sokirányú tevékenység, az állandó feszültség és a felelősségteljes munka — sajnos — felőrölte szervezetét, de hosszú betegsége alatt is tevékenyen dolgozott kiadás előtt álló könyveinek szerzői korrektúráján.

Betegágában különös örömet szerzett számára, hogy megérhette két újabb könyvének megjelenését, s kézhez vehette kiadás előtt álló német könyve néhány próbanyomatát.

Látván szívós akaraterejét és töretlen bizakodását, már azt hittük, hogy leküzdi a reátört súlyos betegséget, s felgyógyultan ismét átveheti vezetőszerepét a magyar műszaki közéletben. De, sajnos, nem így történt . . .

S most itt állunk megrendülten GELEJI Sándor ravatalánál, hogy szomorú szívvel örökre búcsút mondjunk annak a férfinak, akit mint embert, mint tudóst is mindnyájan szerettünk, s akit világszerte annyian tiszteltek és nagyrabecsültek.

Berecz Endre egyetemi tanár, rektorhelyettes beszéde

Búcsúzik Tőled, szeretve tisztelt Sándor Bátyánk, a Nehézipari Műszaki Egyetem Tanácsa, a Kohómérnöki Kar Tanácsa, búcsúznak Tőled a Kar professzorai, oktatói, hallgatói és dolgozói. A professzorok, akik hosszú esztendő-kön át kollégáid voltak, s őszinte szeretettel és megbecsüléssel vettek körül, s akik közül a fiatalabbak még azzal büszkélkedhettek, hogy tanítványaid lehettek. Búcsúznak Tőled fiatal oktatóink, akik a Te professzori útmutatásaid alapján tették meg első lépéseiket a kohászati tudományok művelésében, és azok az ifjú hallgatók, akik még a Te előadásaidat hallgathatták.

Alig egy esztendeje, amikor meghitt baráti környezetben ünnepeltük kohómérnöki működésed 40. és professzori munkásságod 20. évfordulóját, bizony nem gondoltuk, hogy egy röpke esztendő elmúltával ilyen szomorú hangulatban találkozhatunk — és utoljára.

Fáj kimondani ezt a szót: utoljára. Arra gondolni, hogy az a nagyszerű hév és lendület, amellyel egész életutadon a műszaki és tudományos haladásra törekedtél, nincs többé. Fáj arra gondolni, hogy az a szeretet, amellyel az ifjú mérnökjelölteket oktattad és neveltél — örökre kialudt.

Gazdag életpályád — a küzdelmek és átmeneti csalódások ellenére is — telve voltak ragyogó eredményekkel. Tudósi és tanári életműved igazi nagyságának méltó felmérésére és értékelésére a távlat túl kicsi még, hiszen több mint négy évtizedes munkásságod alatt tevékenységed kiterjedt nemcsak

szűkebb szakmád ipari-műszaki és elméleti tudományos kérdéseinek rendszeres és korszerű földolgozására, hanem az egész magyar műszaki tudományos élet felvirágoztatására, — és mindezek mellett a magyar kohómérnökképzés korszerűsítésére és megszervezésére.

E szomorú búcsúnál különösképpen azt a rendíthetetlen és törhetetlen akaratot, magasszintű tudományos és szakmai fölkészültséget, azt az igényeséget és következetességet szeretném kiemelni, amellyel ifjúságunkat neveltél. Igen nehéz körülmények között vetted át Sopronban a tanszék irányítását, s céltudatos, kitartó és fáradságot nem ismerő munkával — szinte a semmiből — teremtetted meg a mai jól felszerelt műhellyel és laboratóriumokkal ellátott tanszékedet.

Több mint két évtizedes professzori működésed hazai kohómérnökképzésünkben kitörölhetetlen: mint a hazai kohászati ipar kiváló ismerője helyesen láttad meg azt a mérnöki igényt, amely a rohamosan fejlődő feldolgozó ipar részéről jelentkezik. Elképzeléseid és közvetlen irányításod alapján indult meg a technológus kohómérnökképzés, amelynek eredményeként az ötvenes évek elején az első technológus kohómérnökök már el is hagyhatták egyetemünk padjait. De nemcsak a technológus kohómérnökképzés rendszerét, szervezeti kiépítését teremtetted meg, hanem ezernyi más irányú magasszintű elfoglaltságod mellett olyan magasszínvonalú tankönyvekkel és szakkönyvekkel is elláttad e szakterületet, amely nemzetközi viszonylatban is igen komoly elismerést váltott ki.

S e hatalmas és szerteágazó munkán túl sohasem tévesztetted szemed előtt az embert, a hittel és a szakma iránti lelkesedéssel teli, tanulnivaló ifjú embert, aki követni vágyja minden tettet. S Te ennek is — mint annyi más nehéz feladatnak életutadon — maradéktalanul eleget tettél. Előadásaid mindig élményszámba mentek. Pontosságod szállóigévé vált: előadásaid megtartását mindig a legfontosabb feladatodnak, igazi hivatásodnak tartottad.

Tudjuk, s tudtuk, hogy hatalmas volt az a munka, amit magadra vállaltál, s ezt csak az az ember tudta elvégezni, akiben olyan erős volt a hit az emberekben és a tudományban, mint Tebenned volt.

Elementél tőlünk örökre, s fájdalmunkra csak az lehet vigasz, hogy saját munkánkban érezzük: nem éltél hiába! Gazdag életed a mi munkánkban, s az utánunk következő kohómérnök-nemzedékek alkotásaiban fog majd kikristályosodni.

Köszönjük tanításodat, barátságodat, s szomorú szívvel köszönünk Neked — immáron utoljára — Jószerencsét!

Prof. Dipl. Ing. G. Juretzek beszéde

A freibergeri Bányászati Akadémia rektora és szenátusa, a kohászati kar dékánja, valamint a freibergeri Bányászati Akadémia tudományos intézetének tudományos munkatársai felkértek arra, hogy a hozzátartozóknak és a miskolci Nehézipari Egyetem jelenlevő képviselőinek kifejezzem azt a mélyen átértzett részvétet a felett a súlyos veszteség felett, mely Önöket dr. GELEJI professzor halálával érte.

GELEJI professzor elhunytával a miskolci Nehézipari Egyetem kiváló tanárát, a magyar tudományos élet egy jelentős tudóst, a nemzetközi kohászat pedig egy kiváló szakembert és rendkívül tehetséges mérnököt veszít el.

A freibergeri Bányászati Akadémia kohászati kara mélyen fájjalja nagytekintélyű tiszteletbeli doktorának, a főiskola barátjának elvesztését, ki soknak közülünk személyes barátot is jelentett. GELEJI professzort sok év óta szoros kapcsolatok fűzték a freibergeri Bányászati Akadémiához. Ő volt az egyetlen külföldi tudós, aki a világ legrégebbi, a bányaműveléssel foglalkozó tanintézet mindegyik bányászati és kohászati konferenciáján részt vett, és évente egy-egy tudományos referátummal aktívan járult hozzá a tudományos ülésszak programjának kialakításához.

Nem reám vár az a feladat, hogy ezen a helyen az elhunyt életművét méltassam. 1965 novemberében ünnepelték a freibergeri Bányászati Akadémia fennállásának 200 éves jubileumát. Ez az esemény jelentette a kellő időpontot és méltó keretet ahhoz, hogy egy nagytekintélyű, nemzetközileg is nagyrabecsült tudóst megtiszteljünk. Méltányolva azokat a nagy érdemeket, melyeket GELEJI professzor a Német Demokratikus Köztársaságban mint tudós, mint oktató és kutató szerzett, a freibergeri Bányászati Akadémia rektora és szenátusa, a kohászati kar egyhangú határozata alapján GELEJI Sándor professzornak, a Magyar Tudományos Akadémia rendes tagjának, a német szakirodalom értékes gazdagításáért, valamint saját tudományos, szakmai munkásságának elismeréséül a tiszteletbeli műszaki doktori fokozatot adományozta.

Igen nehéz felmérni azt a súlyos veszteséget és hiányt, amelyet ez a korai halál az Önök egyetemének és a fakultásnak, valamint a magyar kohászok körének jelent. Munkássága tovább fog hatni az Önök egyetemén, oktatási és szakmai intézményein, valamint világszerte számos publikációiban.

Az elhunyt emlékéért mindenkor nagy tiszteletben fogjuk tartani és sohasem fogjuk elfelejteni.

Verő József akadémikus beszéde

Az Országos Magyar Bányászati és Kohászati Egyesület GELEJI Sándorban régi kiváló prominens tagját, több cikluson át választmányi tagját gyászolja, az ízig-vérig mérnököt, aki tudását, képességét a fémfeldol-

gozó műveleteknek vizsgálatának és átfogó elméleti megvilágításának szentelte.

Első tudományos eredményeit az Egyesület lapjában publikálta, munkája elismerésének első jeleit, pályadíjait egyesületi érem alakjában ugyancsak az Egyesülettől kapta.

Az Egyesület tagságának idősebb generációja, amely vele egy sorban dolgozott kohóiparunkban és a fiatalabb generáció, amely tanítványa lehetett, egyaránt mélységes fájdalommal kénytelen tudomásul venni, hogy GELEJI Sándor letette a tollat, amelyet halála napjáig forgatott, hogy elnémult a szava, amellyel tanított, buzdított vagy bírált és korholt, ha kellett.

Élete munkáját és annak eredményeit számbavéve, a klasszikus költővel elmondhatta volna: Non omnis moriar. Szakirodalmi tevékenységének bőséges termése sokáig olvasott és felhasznált maradandó érték lesz. Még nagyobb érték, érenél is maradandóbb monumentum tanítványainak népes serege, akik tudásuknak, szakmai ismereteiknek javát tőle kapták. Egyetemi éve alatt nagy szeretettel segítette tanítványait és gondosan figyelte első lépéseiket életpályájukon.

Betegsége alatt is legtöbbször arról az aggodalmáról beszélt, vajon találkozik-e még hallgatóival.

Sírjánál a tanítványai, velük valamennyi magyar kohómérnök és azok társadalmi szervezete: az Országos Magyar Bányászati és Kohászati Egyesület, mély fájdalommal búcsúznak GELEJI Sándortól. Nevükben, de negyven évesnél hosszabb barátságunk jogán a magam nevében is mondom az utolsó Jószerencsét!

Kiss Ervin professzor beszéde

Megrendült szívvel, mély gyászban lép a ravatal elé a Tanszék, hogy elbúcsúzzon szeretett tanszékvezető professzorától, tanítómesterétől és atyai jóbarátjától. — Búcsúzik az a Tanszék, amelynek hajdani szegényesen berendezett egyetlen szobájába 1946 tavaszán Sopronban nagy tervekkel, felemelő célkitűzésekkel, a kohómérnökképzés és a kohászati tudományok továbbfejlesztésének elhatározásával mint tanszékvezető professzor először léptél be. — Az élet homokóráján nagyon, nagyon gyorsan lepergett az elmúlt 21 esztendő, sok-sok gonddal, örömmel, éjszakába nyúló dolgos hétköznappal, nehézségekkel és sikerekkel, megpróbáltatásokkal és vidám, színes emlékekkel. A kezdetben szegényesen felszerelt kis Tanszék a Te kezed alatt, vezetéseddel és irányításoddal felnőtt; munkásságod nyomán a technológus kohómérnökgenerációk iskolája a tudományos kutatás műhelyévé, a tanítványokból lett munkatársak baráti alkotó közösségévé lett.

Most, amikor az együtt megtett útra visszatekintünk és az együtt töltött évek emlékét idézzük, eltölti szívünket a hála mindazért, amit Tőled kaptunk,

amire bennünket tanítottál. Hálásan emlékezünk mindenre kiterjedő gondos figyelmességedre, aggódó törődésedre, őszinte és igaz emberségedre, amellyel nemcsak szakmai-tudományos fejlődésünket segítetted, de mint pater familias, nagy szeretettel osztottál mindennapos gondjainkban és örömeinkben is. Te tanítottál meg bennünket a szakma és a tudomány szeretetén túlmenően az egyetemes emberi kultúra és a művészetek tiszteletére. Példamutatásodon keresztül meg tudtad értetni velünk azt, hogy mennyire megtisztelő és felelősségteljes feladat a jövő mérnökének formálása, szakmaszeretetből, hivatástudatból, igényességből és emberségből álló szilárd ötvözetének kialakítása. Életed és nagyszerű munkásságod közvetlen példájával neveltél bennünket a tudományos alkotómunka és a műszaki-technikai előrehaladás fáradhatatlan szolgálatára. Hányszor megcsodáltuk soha nem lankadó hallatlan munkabírádsodat, kimagasló általános műveltségedet, áldozatos segítőkészségedet és fáradságot nem ismerő kötelességtudatodat.

Most, amikor fájó szívvel búcsúzunk Tőled, fájdalmunkat, gyászunkat csak az a tudat enyhíti, hogy gazdag szellemi örökségedben, soha el nem feledhető példamutatásodban és nagyszerű emberséged emlékében örökre velünk vagy és velünk is maradsz!

Németh Ottó V. éves technológus kohómérnök hallgató beszéde

A miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem Kohómérnöki Karának hallgatói nevében búcsúzom GELEJI Sándor professzorunktól, de búcsúzom azoknak a diákoknak a nevében is, akiket több mint két évtizedes oktatói munkája során nevelt és tanított. Az ő nevükben is köszönöm, hogy fáradságot nem kímélve, rengeteg elfoglaltsága mellett is mindig szakított időt arra, hogy tanítványaival elbeszélgessen, hogy széthintse közöttük a műszaki tudományok és a kohómérnöki szakma iránti szeretetét. Előadásait, melyeken megpróbált rávezetni bennünket egy-egy műszaki kérdés elméleti megoldására és továbbfejlesztésére, mindenkor feszült figyelemmel és rendkívüli érdeklődéssel hallgattuk, mert tudtuk, hogy azok egy életreszóló hasznos útravalót jelentenek számunkra.

Mi, akiket utoljára nevelt és tanított, érezzük csak igazán azt a mérhetetlen nagy veszteséget, hogy nem lehet többé ott a katedrán és nem taníthatja, magyarázhatja közvetlen egyszerűségével a természet bonyolult törvényeit és alapvető összefüggéseit. Példaképünk volt, akire mindig és mindenkor büszkén nézhettünk fel, sakitól tudást és energiát kölcsönözhattunk bonyolultabb feladataink megoldásához. Hisszük és tudjuk, hogy fáradozása, amelyet képzettségünk szintjének emelése érdekében tett, nem volt hiába való. Ígérjük, hogy tanításait megfogadjuk és emlékét örökre megőrizzük.

Dr., Dr. h. c. Geleji Sándor szakirodalmi munkásságának jegyzéke

Könyvek:

1. Nehéz- és könnyűfémlemezek hengerlése. Egyetemi jegyzet. Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest 1941.
2. Kohógéptan. Egyetemi tankönyv. Tankönyvkiadó, Budapest 1950, 478 old.
3. Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs bei der Formgebung im bildsamen Zustande der Metalle. Akadémiai Kiadó, Budapest 1952, 248 old.
4. Gépelemek I. Társzerző: Kiss Ervin. Közoktatási Jegyzetellátó, Miskolc 1953, 164 old.
5. Kohógéptan. Egyetemi tankönyv 2. bőv. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest 1953, 610 old.
6. Walzwerks- und Schmiedemaschinen. Verlag Technik, Berlin 1954, 718 old.
7. Die Berechnung der Kräfte und des Arbeitsbedarfs bei der Formgebung im bildsamen Zustande der Metalle. 2. átd. kiadás. Akadémiai Kiadó, Budapest 1955, 415 old.
8. Fémek gyakorlati technológiája 1—2. Felsőoktatási Jegyzetellátó, Miskolc 1955, 347 old.
9. A fémek képlékeny alakításának technológiája. Egyetemi tankönyv. Társzerző: Schey János. Tankönyvkiadó, Budapest 1955, 1083 old.
10. Выpočtení sil a spotřeby energie při tváření kovu. Nakl. Techn. Lit., Praha 1955, 254 old.
11. Расчет усилий и энергии при пластической деформации металлов. Metallurgizdat, Moszkva 1958, 419 old.
12. Bildsame Formung der Metalle in Rechnung und Versuch. Akademie Verlag, Berlin 1961, 754 old.
13. Walzwerks- und Schmiedemaschinen 2. átd., bőv. kiadás. Verlag Technik, Berlin 1961, 972 old.
14. Az acél képlékeny alakítása I. (Társzerzők: Dévényi György, Kiss Ervin, Széki Pálma) Vaskohászati Enciklopédia 12/1. kötet. Akadémiai Kiadó, Budapest 1964, 727 old.
15. Ein Überblick über meine wissenschaftliche Tätigkeit auf dem Gebiet der bildsamen Formung der Metalle. Sitzungsberichte der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. (Klasse für Bergbau, Hüttenwesen und Montangeologie, 1964. Nr. 1.) Akademie Verlag, Berlin 1964, 51 old.
16. A fémek képlékeny alakításának elmélete 1. Tankönyvkiadó, Budapest 1964. 331 old. (Mérnöki Továbbképző Intézet Nk. 1.)
17. A fémek képlékeny alakításának elmélete 2. Tankönyvkiadó, Budapest 1964, 192 old. (Mérnöki Továbbképző Intézet Nk. 12.)
18. Bildsame Formung der Metalle in Rechnung und Versuch. Tokio 1965, 311 old. (japán nyelven).
19. A fémek képlékeny alakításának elmélete. Akadémiai Kiadó, Budapest 1967, 422 old.
20. Forge Equipment, Rolling Mills and Accessories. Akadémiai Kiadó, Budapest 1967, 846 old.
21. Bildsame Formgebung der Metalle — Versuch, Theorie und Anwendung. Akademie Verlag Berlin (Közvetlenül megjelenés előtt).

Szaktervezések:

1. A hengerlésnél elméletileg fellépő erők és az elméleti munka. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1928), 561—567.
2. Adalékok a húzálhúzás elméletéhez. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1929), 519—522.
3. Az elméleti és gyakorlati hengerlési munkaszükséglet. *Magyar Mérnök- és Építészegylet Közlönye* (1930), 333—337.
4. Theoretischer und praktischer Arbeitsbedarf beim Walzen. *Stahl und Eisen* (1931), 886—887.
5. A hideghúzás problémái. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1932), 2—15.

6. A hengerlés erőszükségletének kiszámítása (Doktori disszertáció). *Bányászati és Kohászati Lapok* (1934).
7. A meleg darab lehűlése a hengerlés folyamán és a hengersor erőszükséglete. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1936), 49—60.
8. A metallurgiai lángkemencék tüzelőanyagszükségletének és átlagos lángtérhőmérsékletének kiszámítása. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1936), 378—388.
9. A hengersorok lendítőkereke. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1937), 177—187.
10. A hengerművek szilárdságtani méretezésének alapelvei. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1937), 357—366.
11. A Mannesmann-rendszerű lyukasztó-csőhengerlésnél fellépő erők és erőszükségletek kiszámítása. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1938), 145—147.
12. A Mannesmann-rendszerű csőnyújtó hengermű tervezésének elméleti alapjai. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1939), 327—333.
13. Átkormányozható hengersorokat hajtó motorok nagyságának kiszámítása. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1940), 226—231 és 238—241.
14. Der Kraftbedarf des Walzens und der Walzenstrassen. *Műgyetem Bánya- és Kohómérnöki Osztályának Közleményei*, Sopron 12 (1940), 192—213.
15. Lemezhengerművek rugalmas alakváltozásai. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1941), 74—77.
16. Berechnung der auftretenden Kräfte und des Kraftbedarfes bei den Mannesmannschen Schrägwalzverfahren. *Műgyetem Bánya- és Kohómérnöki Osztályának Közleményei* 13 (1941), 208—223.
17. Die mit der Konstruierung der Walzenständer zusammenhängenden theoretischen Probleme. *Műgyetem Bánya- és Kohómérnöki Osztályának Közleményei* 13 (1941), 224—242.
18. A képlékeny alakítás néhány elméleti problémája. *Technika* (1942), 369—377.
19. Die Kräfte und der Kraftbedarf bei der Formgebung im bildsamen Zustande der Metalle. *Műgyetem Bánya- és Kohómérnöki Osztályának Közleményei* 14 (1942), 268—309.
20. A maradó hajlító alakváltozásnak alávetett négyzetes keresztmetszetű rúd elméleti és gyakorlati problémái. *Értekezések és Beszámolók*, a Magyar Mérnök- és Építészegylet Kiadványa (1943). IV. füzet.
21. Einige Probleme des durch Biegung bleibend verformten Stabes mit rechteckigen Querschnitt. *Műgyetem Bányászati Kohászati Osztályának Közleményei* 15 (1943), 225—245.
22. Berechnung der Motorgröße der Umkehrwalzwerke. *Műgyetem Bánya- és Kohómérnöki Osztályának Közleményei*, 15 (1943), 246—264.
23. Dróthúzás többszörösen húzó gépekkel. *Technika* (1944), 230—234.
24. A hengerlésnél fellépő erők és a hengerlési munka kiszámítása az újabb kísérleti eredmények megvilágításában. *Technika* (1946), 13—18.
25. Kovácsoláshoz és sajtoláshoz fellépő erők. *Magyar Technika* (1947), 29—31.
26. Pressing of L and U Profiles from Sheet. *Műgyetemi Közlemények* (1947), 14—24.
27. Adalékok a kétállványos gőzkalapácsok méretezéséhez. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1947), 197—200.
28. Berechnung der beim Walzen auftretenden Kräfte und der Walzarbeit im Lichte der Versuchsergebnisse. *Schweizer Archiv für angewandte Wissenschaft und Technik* (1947). 336—344.
29. Wire-drawing in Continuous Drawing Machine. *Műgyetem Bányászati és Kohászati Osztály Közleményei* 16 (1944—1947), 45—58.
30. Fricciós csavarsajtók kinematikai, dinamikai és szilárdságtani vizsgálata. *Magyar Technika* (1948), 4—12.
31. The Calculations of Forces and Power Requirements for the Rolling of Metals. *The Engineers Digest*. London (1948), 126—129.
32. Calculating the Forces Arising and the Power Requirements in the Mannesmann Tube-Rolling Process. Iron and Steel Institute, London, 1948. *Translation Series*, No. 329.
33. The Theoretical Problems Connected with the Construction. Iron and Steel Institute. London, 1948. *Translation Series* No. 330.
34. Adalékok a hengerlési erőszükséglet kiszámításának elméletéhez. *Bányászati és Kohászati Lapok* (1948), 315—318.
35. Beszámoló a leobeni alumíniumkongresszusról, 1948. jún. 22—25. (Társzerzők: Domony András—Köves Elemér) *Bányászati és Kohászati Lapok* (1948), 217—224.
36. Beiträge zu der Berechnung der Walzarbeit. *Bánya- és Kohómérnöki Osztály Közleményei* (1948—1949), 3—12.
37. Hengerdei görgősorok erőszükséglete. *Bányászati és Kohászati Lapok* 82 (1949), 183—186.
38. Wire Drawing in Continuous Drawing Machines. *Wire Industry* 16 (1949), 53—56.
39. Az acélhengerlés és fejlődésének újabb irányai. *Bányászati Lapok* 83 (1950), 203—211.

40. Die Berechnung des Formänderungswiderstandes und des Kraftbedarfs beim Walzen. *Acta Techn. Hung.* 1 (1950), 78—109.
41. Die Berechnung der im Walzspalt wirkenden Kräfte. *Acta Techn. Hung.* 2 (1951), 123—142.
42. Die Dauer und der Nutzeffekt des Stossvorganges beim Schmieden. *Acta Techn. Hung.* 1 (1951), 299—318.
43. A hengerlésnél fellépő közepes alakítási ellenállás és a hengerlési munka kiszámítása. *VI. Oszt. Közl.* 1 (1951), 44—70.
44. Rúdsajtolás. *Kohászati Lapok* 84 (1951), 197—200.
45. Die graphische Ermittlung von Ziehplänen für Rohre. (Társszerző: Schey János). *Acta Techn. Hung.* 4 (1952), 347—364.
46. A hengerlés elméleti és gyakorlati problémáinak mennyiség-tani megoldása. *VI. Oszt. Közl.* 1 (1952), 414—449.
47. A kovácsolással kapcsolatos ütközési jelenségek tartama és hatásfoka. *VI. Oszt. Közl.* 2 (1952), 85—102.
48. Kupferraffination im Drehtrommelofen (Társszerző: Schey János). *Acta Techn. Hung.* 3 (1952), 393—425.
49. Mit nevezünk műszaki tudománynak? *VI. Oszt. Közl.* 7 (1952), 15—18.
50. Rézfinomítás forgódobos kemencében I. (Társszerző: Schey János). *Kohászati Lapok, Alumínium.* 85 (1952), 106—112.
51. Rézfinomítás forgódobos kemencében II. (Társszerző: Schey János). *Kohászati Lapok, Alumínium* 85 (1952), 135—138.
52. Rézfinomítás forgódobos kemencében. (Társszerző: Schey János). *VI. Oszt. Közl.* 3 (1952), 305—338.
53. Rúdsajtolás és tuskólyukasztás. *VI. Oszt. Közl.* 7 (1952), 265—282.
54. Strangpressen und Presslochverfahren. *Acta Techn. Hung.* 4 (1952), 273—292.
55. Die theoretischen Grundlagen der Bemessung von Kühlbetten. (Társszerző: Kiss Ervin). *Acta Techn. Hung.* 3 (1952), 433—442.
56. Az alakítási ellenállás megnövekedése vékony lemez hideghengerlésénél a hengerek belapulása következtében. *VI. Oszt. Közl.* 9 (1953), 313—318.
57. Die Berechnung der Kräfte und des Leistungsbedarfs bei dem Ehrhardtschen Rohrherstellungsverfahren. *Acta Techn. Hung.* 7 (1953), 477—505.
58. Der Einfluss der Walzenabmessungen beim Kaltwalzen von dünnen Metallblechen und Bändern. *Acta Techn. Hung.* 7 (1953), 217—223.
59. Die mathematische Lösung der praktischen und theoretischen Probleme des Walzens. *Metallurgie und Gießereitechnik* 3 (1953), 263—273.
60. Alakos üregben való hengerlés teljesítményszükséglete. *VI. Oszt. Közl.* 12 (1954), 463—472.
61. Berechnung der Breitung und Voreilung beim Walzen. *Acta Techn. Hung.* 9 (1954), 443—458.
62. Berechnung des Leistungsbedarfs bei der Walzung in Kalibern. *Acta Techn. Hung.* 9 (1954), 203—212.
63. Az Ehrhardt-féle csögyártásnál keletkező erőszükséglet és teljesítményszükséglet meghatározása. *VI. Oszt. Közl.* 12 (1954), 205—231.
64. Sajtolás rúdsajtón és sülllesztékben. *VI. Oszt. Közl.* 14 (1954), 257—290.
65. Die Berechnung der in Hammerfundamenten auftretenden Kräfte und des dynamischen Faktors. *Acta Techn. Hung.* 11 (1955), 217—230.
66. Die Berechnung der Kräfte und des Leistungsbedarfs beim Kaltpilgern von Rohren. *Acta Techn. Hung.* 11 (1955), 461—478.
67. Kraftbedarf und Fließvorgänge beim Strangpressen und beim Pressen im Gesenk. *Acta Techn. Hung.* 10 (1954), 187—220.
68. A nagy alakváltozások létrehozó képlékeny fémalakítás mechanikájának továbbfejlesztése. *VI. Oszt. Közl.* 17 (1955), 71—107.
69. Der Antrieb von Metallfolien-Walzwerken durch Asynchronmotoren mit Kaskadenschaltung (Társszerző: Uray Vilmos). *Acta Techn. Hung.* 14 (1956), 463—476.
70. Die Messung und Berechnung der beim Rohrpilgern auftretenden Kräfte und des Leistungsbedarfs (Társszerző: Schey János, Fink Konrád). *Acta Techn. Hung.* 15 (1956), 205—218.
71. Die Berechnung des Leistungsbedarfs der Blech-Rollenrichtmaschinen (Társszerző: Dévényi György). *Acta Techn. Hung.* 17 (1957), 361—380.
72. Die Berechnung des Mittleren Verformungswiderstandes, bzw. Walzdruckes beim Warm- und Kaltwalzen. *Freiberger Forschungshefte, B* 16 (1957), 35—48.
73. Die Berechnung des mittleren Verformungswiderstandes, bzw. Walzdruckes beim Warm- und Kaltwalzen von quadratischen stangen- und blechförmigen Körpern. *Acta Techn. Hung.* 18 (1947), 77—100.
74. Eine neue Walztheorie. *Acta Techn. Hung.* 19 (1957), 199—243.

75. Fémfólia-hengermű hajtása kaszkádkapcsolású aszinkronmotorokkal. (Társszerző: Uray Vilmos). *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* 1 (1957), 149—158.
76. A közepes alakítási ellenállás kiszámítása a meleg- és hideghengerlésnél. *Kohászati Lapok* 90 (1957), 145—149.
77. A műszaki egyetemeken folyó kutatómunka jelentősége. *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* 1 (1957), 93—95.
78. Az alakítási ellenállás eloszlása a nyomott ív mentén. *Kohászati Lapok* 91 (1958), 70—71.
79. Beszámoló a Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának munkájáról az MTA 1957. nagygyűlésén. *VI. Oszt. Közl.* 22 (1958), 279—299.
80. Betriebsversuche über den Kraftbedarf beim Ehrhardtschen Rohrstosverfahren. (Társszerzők: Kiss Ervin, Dévényi György). *Acta Techn. Hung.* 22 (1958), 395—412.
81. Egy új hengerlési elmélet. *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* 2 (1958), 123—158.
82. Eine neue Walztheorie. *Freiberger Forschungshefte, B.* 27 (1958), 52—83.
83. A görgős lemezegyengetőgépek teljesítményszükségletének meghatározása (Társszerző: Dévényi György). *Kohászati Lapok* 91 (1958), 111—117.
84. Новая теория прокатки. *Экспресс Информация* Прокатка и прокатное оборудование. 1958, 27—28.
85. Beszámoló az MTA Műszaki Tudományok Osztályának munkájáról, az MTA 1958. évi nagygyűlésén. *VI. Oszt. Közl.* 23 (1959), 411—429.
86. A drót- és rúdhúzás több problémájának elméleti és kísérleti adatokkal való megvilágítása. *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* 3 (1959), 25—47.
87. Momenty i moc przy walcowaniu. *Hutnik* 26 (1959), 105—113.
88. A nagy alakváltozásokat létrehozó képlékeny fémalakítás mechanikájának továbbfejlesztése. *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei*, 3 (1959), 51—79.
89. Versuche über den Kraft- und Leistungsbedarf beim Warmwalzen von Grobblechen auf einem Lautschen Triowalzwerk. (Társszerzők: Kiss Ervin, Dévényi György). *Acta Techn. Hung.* 24 (1959), 157—180.
90. Versuche zur Ermittlung der Walzkräfte und des Leistungsbedarfs an einem Mannesmann Schrägwalzwerk (Társszerzők: Kiss Ervin, Dévényi György). *Stahl und Eisen* 79 (1959), 1352—1356.
91. Walzdrehmoment und Walzleistung. *Acta Techn. Hung.* 24 (1959), 447—460.
92. A Bánya-, Kohó- és Gépészmérnöki Kar tudományos munkássága, 1949-től 1959-ig. *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* 4 (1960), 43—52.
93. Beszámoló a Műszaki Tudományok Osztályának munkájáról a Magyar Tudományos Akadémia 1960. évi nagygyűlésén. *VI. Oszt. Közl.* 27 (1960), 1—17.
94. Az egyetemi tanszékek előtt álló tudományos és gyakorlati feladatok megoldása. *Magyar Tudomány* 5 (1960), 718—721.
95. Ermittlung der Walzkräfte und des Leistungsbedarfs beim Warmwalzen von Profilen durch Rechnung und Versuch. *Archiv für das Eisenhüttenwesen*, 31 (1960), 571—577.
96. Исследование усилий и необходимой мощности при пришивке слитков. (Társszerzők: Kiss Ervin, Dévényi György), *Экспресс Информация*. Прокатка и прокатное оборудование (1960), 1—8.
97. A Nehézipari Műszaki Egyetem Bánya-, Kohó- és Gépészmérnöki Karának tudományos munkássága 1949—1959-ig. *Gép* 12 (1960), 84—86.
98. Berechnung des Kraftbedarfs beim Pressen im Gesenk. *Acta Techn. Hung.* 34 (1961), 185—197.
99. Ermittlung der Walz- und Strangenkräfte bei den Stiefel-Stopfen Walzwerken. *Acta Techn. Hung.* 33 (1961), 437—455.
100. Kraftbedarf und Fließvorgänge beim Pressen im Gesenk. *Freiberger Forschungshefte, B.* 61 (1961), 18—41.
101. A Műszaki Tudományok Osztályának munkája. *VI. Oszt. Közl.* 29 (1961), 5—20.
102. Sajtolás sülllesztékben. *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* 5 (1961), 119—148.
103. Természettudomány, műszaki tudomány. *Magyar Tudomány* 58 (1961), 451—453.
104. Beszámoló a Műszaki Tudományok Osztályának munkájáról. *VI. Oszt. Közl.* 31 (1962), 13—35.
105. Deformationsarbeit bei bleibender Verdrehung von Stäben mit einfachem Querschnitt. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* (1962), 221—230.
106. Egyszerű keresztmetszetű rudak maradó csavarása. *VI. Oszt. Közl.* 31 (1962), 243—261.
107. Egyszerű keresztmetszetű rudak maradó csavarása. *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* 8 (1962), 135—148.
108. Obliczanie sił w procesie wspanlbielnego wciskania. *Obrobka Plastyczna. Zeszyty Centralnego Laboratorium Obrobki Plastycznej* 3 (1962), 507—519.

109. Eine Weiterführung und allgemeingültige Lösung der Kármánschen Theorie des Walzens. *Archiv für das Eisenhüttenwesen* **34** (1963), 565—570.
110. A műszaki alapkutatók problémái. *Magyar Tudomány* **70** (1963), 338—354.
111. A rúdsajtolás folyamatának megvilágítása kísérletekkel és számítással. *Kohászati Lapok* **96** (1963), 386—390.
112. Strangpressen in Rechnung und Versuch. *Neue Hütte* **8** (1963), 475—479.
113. Versuche über den Strangpressvorgang (Társszerzők: Dévényi György, Gulyás József). *Acta Techn. Hung.* **44** (1963), 437—445.
114. Berechnung der Kräfte und des Leistungsbedarfs beim Rohrwalzverfahren nach Calmes. *Bänder-Bleche-Rohre* (1964), 543—550.
115. Beszámoló a Műszaki Tudományok Osztályának munkájáról. *VI. Oszt. Közl.* **33** (1964), 17—38.
116. Eine Weiterführung und allgemeingültige Lösung der Kármánschen Theorie des Walzens. *Acta Techn. Hung.* **46** (1964), 171—196.
117. Das elastisch-plastische Biegen von Rundstäben *C. I. R. P. Annalen* **2** (1964), 165—169.
118. Rúd- és csőhúzás. *VI. Oszt. Közl.* **33** (1964), 365—382.
119. Walzdrehmoment und Walzdruck. *Acta Techn. Hung.* **45** (1964), 275—281.
120. Walzdrehmoment und Walzdruck. *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* **23** (1964), 201—206.
121. Stangen- und Rohrziehen bei ortsabhängiger Formänderungsfestigkeit im Ziehhol. *Polska Akademia Nauk Warszawa* 1965, 175—192.
122. Die Berechnung der Kräfte und des Leistungsbedarfs beim Rohrwalzverfahren nach Calmes. *Freiberger Forschungshefte, B 107 Metallformung* (1965), 37—55.
123. Räumliche Verteilung des Werkstoffflusses und des Walzdruckes im Walzspalt. *Archiv für das Eisenhüttenwesen* (1967), 99—105.
124. Rechnerische Grundlagen für die Bemessung der Pilgerwalzwerke (Társszerzők: Voith Márton, Mecseki István, Tóth Lajos). *Acta Techn. Hung.* **57** (1967), 227—260; **58** (1967), 375—400; **58** (1967) 425—450.
125. Bestimmung des günstigsten Zieh winkels beim Ziehen von Metallstangen. (Társszerző: Gulyás József). *Acta Techn. Hung.* **58** (1967), 181—190.

A SZOVJET AUTOMATIZÁLÁSI TUDOMÁNY 50 ÉVE

BENEDIKT OTTÓ
AKADÉMIKUS

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA AUTOMATIZÁLÁSI KUTATÓ INTÉZETE, BUDAPEST

A tanulmány nagy vonalakban ad képet a szovjet automatizálási tudomány hatalmas iramú fejlődéséről, a Nagy Októberi Szocialista Forradalom óta eltelt időszakban.

— „*Mi az automatizálás célja? Mit adhat az automatika az emberiségnek? Ahhoz, hogy ezekre a kérdésekre válaszolhassunk, megpróbáljuk körvonalazni az automatizálás következményeit és tisztázni, hogy milyen hatást fog gyakorolni az emberiségre a jövőben. Az automatizálás első és legfontosabb eredménye a munka termelékenységének hatalmas növekedése*” — az IFAC (Nemzetközi Automatizálási Szövetség) Moszkvában tartott első kongresszusán mondta ezeket a szavakat V. A. TRAPEZNYIKOV akadémikus, a plenáris ülésen elhangzott beszédében.

A kommunizmus felépítésének egyik alapfeltétele, hogy a munka termelékenysége és a termelés színvonala hatalmas mértékben növekedjék. Ez a feltétel elképzelhetetlen a termelési folyamatok automatizálása nélkül, és elengedhetetlenné válik a korszerű kibernetikai eszközök bevezetése az egész népgazdaságban, az irányítás és a szervezés területén. Napjainkban a két rendszer békés versenyének korszakában különös jelentősége van a tudományos és műszaki eredményeknek, mivel ezekre irányul az egész emberiség figyelme, ezek az eredmények egyúttal a békés verseny legfontosabb állomásait jelentik.

A Szovjetunió hatalmas sikerei az automatizálás és a műszaki kibernetika területén az egész világon nagy elismerést vívtak ki maguknak.

A Szovjetunió nagy figyelmet fordít a természettudományok minden ágának fejlesztésére és a legtöbb területen kiemelkedő sikereket ér el. Így az automatizálásban és a műszaki kibernetikában — különösen az elméleti kutatások területén — a Szovjetunió kimagasló szerepet tölt be. A szovjet tudósok nagyszerű eredményei nagymértékben hozzájárultak ahhoz, hogy az önműködő szabályozás elmélete önálló tudományos diszciplinává vált és ez alkotja a korszerű automatizálás alapját.

A szovjet tudomány eredményei nagy orosz tudósok és mérnökök korábbi eredményeinek talaján nőttek ki. Csak néhány alapvető találmányt és nevet említünk. Így I. I. POLZUNOV 1765-ben találta fel ismert automatikus szabályozóját. A világhírű szovjet matematikus, P. L. CSEBISEV, az orosz

matematikai iskola megalapítójának munkái nagy jelentőségűek az automatizálás elméletének fejlődésében is. A *centrifugális szabályozóról* írt könyve előfutára volt I. A. VISNYEGRADSKIJ alapvető munkáinak. VISNYEGRADSKIJ-nak 1876-ban kiadott „*A szabályozások általános elméletéről*” című dolgozata, amelyik az asztatikus szabályozók kérdéseit tárgyalta, a szabályozáselmélet egyik kiindulópontja lett.

VISNYEGRADSKIJ a centrifugális szabályozóval felszerelt gőzgép üzemi viszonyaiból indult ki, és ezt a feladatot jelentősen egyszerűsítette linearizálási módszerekkel (pl. a kis lengések módszerével). A szabályozott szakaszból és szabályozóból álló rendszert lineáris differenciálegyenlettel írta le, és a feladatot homogén egyenlet általános megoldásával jellemzett rendszer mozgására vezette vissza. VISNYEGRADSKIJ egyszerűsítő feltételezést vezetett be: eszerint a terhelés pillanatszerűen változik és ezután a továbbiakban állandó marad. Az így nyert egyenletből levezette a rendszer stabilitási feltételét, és elsőként különítette el a paraméter síkot stabilitási tartományokra (Visnyegradszkij-féle diagram). Említésre méltó, hogy a szabályozáselmélet nemlineáris kérdésével foglalkozó első munka a világon szintén VISNYEGRADSKIJ nevéhez fűződik („*A nem közvetlen működésű szabályozókról*”, 1878). 1892-ben jelent meg A. M. LJAPUNOV-nak „*A stabilitás általános feladata*” című munkája, amely a stabilitáselmélet és a teljes szabályozáselmélet fejlődésének egyik kiemelkedő jelentőségű alapmunkája. Ebben a munkában LJAPUNOV a tudomány történetében először fogalmazta meg a stabilitás fogalmának szigorú meghatározását és két módszert dolgozott ki a stabilitási feladatok megoldására. Az első módszer (vagy másként az első közelítés módszere) különleges jelentősége abban áll, hogy lehetővé teszi a lineáris differenciálegyenleteken alapuló stabilitás-vizsgálat alkalmazási határának pontos megállapítását. A második módszer tételei lehetővé teszik, hogy a stabilitást sok esetben nemcsak végtelenül kis eltérésekre („stabilitás kicsinyben”), hanem véges eltérésekre is („stabilitás nagyban”) vizsgálni lehessen. LJAPUNOV módszerének igazi reneszánszát a 60-as évek hozták meg, és ma az egész világon az ő munkái alkotják a szabályozási problémák mélyebb értelmezésének alapjait.

A Nagy Októberi Szocialista Forradalom után a tudományág hatalmas fejlődésnek indult. Feltétlenül figyelembe kell venni, hogy ez a fejlődés történelmileg rendkívül nehéz körülmények között ment végbe. A polgárháború évei, a szocialista átalakulás nehézségei, majd a második világháború óriási emberi és anyagi veszteségei számos nehézséget okoztak a fejlődés során. Meg kell jegyezni, hogy a felsorolt nehézségeken kívül az 50-es években bizonyos dogmatikus nézetek is gátolták a fejlődést a kibernetika elveinek terjesztésében. Mindennek ellenére a szovjetkorszakban az automatizálás, majd a műszaki kibernetika világraszóló eredményeket ért el.

A szovjet népgazdaság helyreállításának időszakában az irányításelmélet területén végzett kutatómunka leginkább az egyetemek tanszékein és

laboratóriumaiban folyt, vagyis azokban a központokban, amelyek még 1917 előtt jöttek létre (a *Leningrádi Technológiai Intézetben*, a *Leningrádi Műegyetemen*, a *Moszkvai Műegyetemen*, a *Dnyepropetrovszki Bányászati Egyetemen*). Már az első 5 éves tervek idején a kutatómunka súlypontja átkerült az újonnan szervezett nagy tudományos kutatóintézetekbe. Ilyenek voltak az *Össz-szövetségi Hőtechnikai Intézet (VTI)*, az *Össz-szövetségi Elektrotechnikai Intézet (VEI)*, több gépgyári laboratórium (pl. a *Leningrádi Fémtechnikai Gyár*, az „*Elektroszila*” gyár, a *Harkovi Elektrotechnikai Gyár* laboratóriuma) stb.

Az említett korszak egyik első szovjet munkája a szabályozáselmélet területén I. N. VOZNYESZENSZKIJ nevéhez fűződik, aki 1922-ben publikálta „*Nem közvetlen működésű szabályzókról*” szóló munkáját.

A Szovjetunió iparosításának éveiben a szovjet tudósok kiterjesztették a gépek és géprendszerek szabályozásának fogalmát és olyan problémákat vetettek fel, mint pl. a szabályozás minősége vagy a szabályozók szintézise. Viszonylag rövid idő alatt a szovjet tudósok még magasabb szinten vizsgálták a szabályozott rendszerek stabilitási módszereit. Jelentős eredményeket értek el a szabályozott szakaszok dinamikájának vizsgálatában is és lefektették a szabályozási rendszerek analizisének alapjait olyan esetre, amikor e rendszerekre állandó zavaró erők hatnak.

A második világháborúig terjedő időszakban egy sor alapvető munkát említhetnénk, amelyek a *VTI*-ben és a *VEI*-ben folytak. 1934-ben VOZNYESZENSZKIJ először fogalmazta meg az autonóm szabályozás elvét. Az autonóm szabályozás elméletével foglalkozik „*Több szabályozott paraméterű gép szabályozásáról*” szóló cikke. VOZNYESZENSZKIJ-nek fő érdeme, hogy olyan általános módszert dolgozott ki, amelynek segítségével a több szabályozott paraméterű rendszer szabályozási folyamatát több autonóm folyamatra lehet felbontani. Ezáltal kiterjesztette az autonómítás feltételeit és megoldotta a közvetlen szabályozás szintézisének konkrét feladatát az általa felállított korlátozó és egyszerűsítő feltételezések esetére.

Az *Össz-szövetségi Hőtechnikai Intézetben (VTI)* nagy munkát fejtettek ki a turbinaszabályozás és a hőtechnikai folyamatok szabályozása területén. A. V. SCSEGLAJJEV 1938-ban publikálta az első rendszerbe foglalt munkát a turbina szabályozásról. A Szovjetunió villamosításának rendkívül gyorsütemű fejlődése fokozódó követelményeket támasztott a villamosenergia előállításának és elosztásának automatikus szabályozásával szemben. Ezen a téren fontos munkát végeztek a *VEI*-ben. Itt dolgoztak ki elsőként nemlineáris visszacsatolású követő rendszereket.

Nagy jelentőségűek azok a munkák, amelyeket a *VEI*-ben Sz. A. LEBEGYEV és P. Sz. ZSDANOV dolgoztak ki az energiarendszer stabilitása területén.

1938-ban és 1939-ben publikálta A. V. MIHÁJLOV azokat a munkáit, amelyek a szabályozáselméletben döntő jelentőségűek voltak. MIHÁJLOV elő-

szőr használta fel a frekvenciamódszereket a szabályozók stabilitásvizsgálatára. Új kritériumot javasolt lineáris automatikus szabályozási rendszerek stabilitásvizsgálatára, amely a Cauchy-féle argumentum elvén alapszik.

MIHAJLOV fogalmazta meg a strukturális analízis kérdését is. A technika fejlődésével egyre fontosabb lett a stabilitási analízisre szolgáló módszerek korszerűsítése mellett a pontosság fokozására és a szabályozás minőségének javítására irányuló törekvés. Olyan tudományosan megalapozott módszereket kellett kifejleszteni, amelyek a szabályozási minőség vizsgálati módszereiben figyelembe veszik a rendszer folytonosan ható zavaró erőket. A VEI-ben fogalmazták meg az elosztott paraméterű rendszerek stabilitásvizsgálatának feladatát, megalapozták a frekvenciakritériumok felhasználását erre a célra. 1940-ben V. Sz. KULEBAKIN akadémikus fogalmazta meg azt a feladatot, amely szerint az automatikus szabályozó paramétereit a szabályozási folyamatra vonatkozó követelmények alapján kell meghatározni. Ugyanakkor módszert javasolt a szabályozás minőségének elemzésére a tranziens folyamat integrál-kritériumai alapján. N. N. LUZIN akadémikus javasolta a mátrix számítási módszerek alkalmazását a szabályozáselméletben.

1939-ben a Szovjetunió Tudományos Akadémiája létrehozta az *Automatizálási és Telemechanikai Intézetet (IAT)*, amely fennállása során napjainkig is nagy hatást gyakorol az automatizálás fejlődésére és az általános irányításelméletre.

1939-ben jelent meg az „*Avtomatika i Telemechanika*” című folyóiratban G. V. SIPANOV cikke a zavaró hatások teljes kompenzálásának elvéről. Ebben az időben SIPANOV munkáját éles kritika fogadta, azonban ma már nyilvánvaló, hogy ez a munka alapvető szerepet játszik az információelméletben.

Az automatika fejlődése a Szovjetunióban a Nagy Honvédő Háborúig a két össz-szövetségi automotikaelméleti kongresszus alapján követhető, amelyek közül az első 1935-ben Leningrádban, a másodikat 1940-ben Moszkvában tartották.

Az első leningrádi tanácskozás elsősorban a gőzturbinaszabályozók elméleti kérdéseivel és számításával foglalkozott. Ezen a tanácskozáson megállapították többek között, hogy a Hurwitz-kritérium nem elégséges a konstruktor számára a szabályozó tervezésekor, mivel a szabályozási rendszerek elemeiben levő nemlinearitások a szabályozó működésére lényeges hatást gyakorolnak. Így a szabályozási feladatok megoldására új utakat kellett keresni. Ez a kongresszus jelentős mértékben megszabta, hogy a szabályozáselmélet területén az ezt követő időszakban milyen legyen a fejlődés iránya.

Az 1940-ben lefolytatott *második* tanácskozást a Szovjetunió Tudományos Akadémiájának *Automatizálási és Telemechanikai Intézete (IAT)* rendezte meg. Az előző tanácskozástól eltérően, itt a feladatok viszonylag szűk körét tárgyalták meg. Ez a kongresszus elsősorban a szabályozás általános elméletének feladataival foglalkozott.

A. A. ANDRONOV először mutatott rá arra, hogy matematikai szempontból a rendszerek saját lengései statikus határciklusok. ANDRONOV a későbbiekben kidolgozta azt a matematikai apparátust, amely az elektrotechnika és rádiótechnika különböző területein előforduló nemlineáris feladatok megoldására alkalmas. Ez az apparátus lehetővé tette, hogy ANDRONOV és a körülötte kialakult iskola egy sereg fontos nemlineáris feladatot oldjon meg.

Az első öt éves terv éveiben helyeztek üzembe több nagyteljesítményű szinkrongenerátort. Ezek működése rendkívül időszerűvé tette a stabilitás kérdésének vizsgálatát. 1937-ben az ukrán *Ipari Energetikai Intézet* kiadta N. M. KRILOV és N. N. BOGULJUBOV munkáját a párhuzamosan működő generátorok lengéseinek stabilitás elemzéséről. Ez volt az egyik első kísérlet a szabályozáselmélettel határos nemlineáris feladat megoldására. Ugyanabban az évben jelent meg ANDRONOV, HAJKIN és VITTE „*Lengések elmélete*” című könyve, valamint KRILOV és BOGULJUBOV „*Bevezetés a nemlineáris mechanikába*” című műve. Ezek a munkák hamarosan világszerte ismertté váltak és a szabályozáselmélet legfontosabb nemlineáris feladatainak megoldására szolgáltak alapul.

1944-ben és az azt követő években ANDRONOV és a mellette dolgozó tudósok és munkatársak egy sereg fontos munkát publikáltak a nemlineáris automatikus szabályozó rendszerek vizsgálatáról. Módszerük alapján oldották meg a szabályozó rendszerek stabilitási feladatát, a szokásos egyszerűsítő feltételek figyelembevétele nélkül.

Az 1944-et követő években olyan módszereket dolgoztak ki a szovjet tudósok, amelyek segítségével koncentrált és elosztott paraméterű lineáris rendszerek stabilitásának vizsgálatát tudták elvégezni.

Jelentős fejlődésen mentek keresztül a lineáris szabályozási rendszerek minőségvizsgálati módszerei: a frekvencia módszer, az integrál-becslések módszere, gyökhelygörbe módszer. Jelentős sikereket értek a szakaszos szabályozási elmélet fejlesztésében is. Kidolgoztak módszereket tranziens folyamatok meghatározására a lineáris és nemlineáris rendszerekben.

A lineáris rendszerek szintézisének módszerei szintén nagy fejlődésnek indultak. Ezek segítségével a lineáris rendszereket adott minőségi követelmények szerint lehet felépíteni a külső — többek között az abszolút értékkel meghatározott vagy statisztikusan megadott — hatások figyelembevételével. Tökéletesítették továbbá a többparaméteres bonyolult rendszerek szintézis módszereit.

Jelentős eredményeket értek el a bonyolult szabályozási szakaszok dinamikus tulajdonságainak vizsgálatára szolgáló kísérleti módszerek kidolgozása területén is.

Az 50-es évek elején a szovjet tudósok komoly sikereket értek el a szabályozási rendszerek fizikai és matematikai modellezése területén. Ezekben az években dolgozták ki a rendszerek minőségének frekvencia-elemzésére és

szintézisére szolgáló módszereit és kimutatták annak szerves kapcsolatát a stabilitás frekvencia vizsgálati módszereivel. Jelentős mértékben előtérbe került a többváltozós, egymással keresztkezelésben álló bonyolult rendszerek szabályozási elméletének kidolgozása. Igen általános szintézis módszert dolgoztak ki a linearizált rendszerek stabilitása területén, mind elosztott paraméterű, mind diszkrét rendszerek esetében. Jelentős mértékben fejlődött a digitális szabályozás elmélete. Lefektették a statisztikusan ható zavaró hatások alatt működő rendszerek analizésének és szintézisének módszereit.

A legfontosabb eredmények felsorolása egyre nehezebbé válik, hiszen csaknem lehetetlen mindazokat a jelentős eredményeket megemlíteni, amelyeket szovjet tudósok az elmúlt évek során elértek. Talán csak egy kimagasló eredményt említenék meg, anélkül, hogy a többi jelentőségét csökkenteni akarnánk. 1956-ban L. Sz. PONTRIJAGIN és munkatársai nyilvánosságra hozták az A. A. FELDBAUM által megfogalmazott optimális irányítási probléma megoldására szolgáló elméletüket, amely a Pontrijagin-féle maximum-elv révén vált ismeretessé. Ennek segítségével komoly elméleti és gyakorlati eredményeket értek el, és ez az elv jelenleg is a nemzetközi automatikai kutatás középpontjában áll, mint az optimális irányítás egyik alapmódszere.

A kibernetikára vonatkozó dogmatikus nézetek kiküszöbölése nagy lendületet adott a témakör fejlődésének. Bár a szovjet tudósok kutatásai korábban is jelentősek voltak e területen, a szabadabb légkör új széles perspektívákat nyitott.

Nem véletlen, hogy az *IFAC* I. kongresszusát Moszkvában tartották. Ez a Szovjetunió automatikai és műszaki kibernetikai kutatása terén elért eredmények elismerését jelentette. A kongresszus széles körű nemzetközi elismerésben részesült. Igaz, ma már túl vagyunk az *IFAC* III. kongresszusán is, de az első kongresszust még mindig a legjelentősebbnek, legsikeresebbnek tartják, amely komoly mértékben járult hozzá a tudományág tudósainak és szakembereinek nemzetközi közeledéséhez. Az *IFAC* munkájában a szovjet tudósok vezető szerepet töltenek be, és munkájukat nagy elismerés kíséri. A szovjet automatika, műszaki kibernetika fejlődését, jelenlegi állapotát különböző dokumentumok alapján érzékelhetjük a legjobban.

1953-ban Moszkvában tartott *Össz-szövetségi Automatizálási Kongresszus* után 1965 szeptemberében tartották meg a *III. Össz-szövetségi automatikus irányítási (Műszaki-kibernetikai) kongresszust* Odesszában a „Nahimov admirális” cirkálón, széles körű nemzetközi érdeklődés mellett. A kongresszus határozata rögzítette a tudományág helyzetét a Szovjetunióban: „*A második Össz-szövetségi Kongresszus óta eltelt 12 év óriási fejlődést hozott az automatikus irányítás elméletében. Széles körben kerültek bevezetésre az automatikus irányítási rendszerek az ipar különböző területein, így a kohászati, a vegyi és az energetikai ipar területén. Ezek az eredmények tették lehetővé automatikus gépsorok*

automata üzemek, a legbonyolultabb nukleáris berendezések létrehozását, szputnyikok és kozmikus berendezések kilövését.

12 évvel ezelőtt az automatizálás csupán egyes berendezésekre, folyamatokra terjedt ki. Az ipar és a tudomány további fejlődése az ipar komplex automatizálását tette szükségessé. Jelenleg a műszaki kibernetika módszerei egyre átfogóbb alkalmazást nyernek az egész népgazdaság irányítása területén.”

A kongresszus határozata a továbbiakban leszögezte, hogy „az automatikus irányítás területén lényeges eredmények születtek. Az automatikus irányítás szovjet iskolájának elméleti eredményeit a világ összes tudósa elismeri. Az automatikus irányítás elméletének olyan klasszikus területei mellett, mint a lineáris, nemlineáris, keresztkapcsolatú és diszkrét rendszerek elmélete, az invariancia elmélete mellett új fejezetek születtek, mint az optimális rendszerek elmélete, a duális irányítás elmélete, alakfelismerés, érzékenységi elmélet, nagy rendszerek irányítási elmélete stb.”

Ez a határozat rögzítette le azokat az eredményeket, amelyeket a Szovjetúnióban a legutóbbi időszakban értek el. Így az utóbbi években a szovjet tudósok komoly eredményekre jutottak az invariancia elmélete terén. Megfogalmazták az invariancia feltételek megvalósíthatósági kritériumát. Eredményekre jutottak a nemlineáris rendszerek, a változó és elosztott paraméterű rendszerek, változó struktúrájú rendszerek invarianciája, valamint a poliinvariancia terén. Az invariancia vizsgálatba bevonták az optimális folyamatok elméleti apparátusát és ezáltal tömörített formában kapták meg az általános invariancia feltételeket, amelyek szorosan kapcsolódnak az irányíthatóság fogalmával.

Az utóbbi időben igen sok munka jelent meg a korrelált rendszerekre vonatkozólag, amelyek többségére a korrelált szabályozás elméletére korábban legtipikusabbnak tartott autonomitási problémától való eltávolodás jellemző. Mind nagyobb érdeklődésre tesz szert a rendszerek racionális struktúrájának szintézis feladata, bár ebben az irányban az eredmények még csak a kezdő lépések stádiumában vannak.

A korrelált rendszerek elmélete területén sok munka alapult az egyetlen szabályozott változójú rendszerekre kiterjesztett módszereken; a legtöbb gyakorlati feladat viszont ma már olyan új megoldási algoritmusokat igényel, amelyek figyelembe veszik a korrelált rendszerek, a nagy rendszerek sajátosságait.

Nagy érdeklődést keltettek azok az utóbbi években megjelent munkák, amelyek a szabályozási rendszerek érzékenységi problémáival foglalkoznak. Ezek a munkák nemcsak az irányítási rendszerek pontosság-vizsgálatára használható apparátust adtak, hanem segítségükkel hatékony adaptív, optimalizációs és automatikus szintézis algoritmusokat lehetett felépíteni.

Jelentős eredményeket értek el a szovjet tudósok a nemlineáris rendszerek vizsgálata területén is. A Ljapunov-féle módszert felhasználó munkák klasszi-

kussá váltak. Széles körben terjedtek el azok a frekvencia módszerek, amelyek mind folyamatos, mind diszkrét nemlineáris rendszerek abszolút stabilitásának vizsgálatára szolgálnak. Emellett fejlődésnek indultak a bonyolult nemlineáris rendszerekben fellépő periódusos üzemek meghatározására szolgáló módszerek, valamint a nemlineáris rendszerek elméletében új fejezetet jelentő változó struktúrájú irányítási rendszereket tárgyaló munkák.

A második *Össz-szövetségi Kongresszuson* tárgyalták először az optimális rendszerek elméletének feladatait. Napjainkban ez az elmélet már végleges körvonalat nyert, és egy sereg olyan eredménnyel gazdagodott, amelyek a modern matematikának a technikában való alkalmazására klasszikus példaként szolgálnak.

A második *Össz-szövetségi Kongresszus* utáni években elsőként vetették fel az önszervező — adaptív — és tanuló rendszerek létesítésének feladatait. E rendszerek elméletének gyors fejlődését a gyakorlat igényei indokolták, ahol folytonos és a priori ismeretlen módon változó paraméterű irányítási szakaszok feladatait kell megoldani. Az utóbbi években lényeges eredmények születtek az adaptív rendszerek elméletében, azonban még nincsenek eléggé általános vizsgálati módszerek, amelyekkel az adaptív folyamatokat egységes szempontból lehetne tanulmányozni. Egyetlen kivételt jelent talán a duális irányítás elmélete, azonban itt a rendszer-szintézis módszerek még igen bonyolultak.

Csupán néhány évvel ezelőtt merültek fel az irányítástechnika egy igen érdekes fejezetének, az alakfelismerésnek a feladatai. Ezek a munkák egyaránt folynak elméleti és alkalmazott szinten. Az ez irányban folyó elméleti munkák általában a feladat pontos megfogalmazását, algoritmusok kidolgozását és konvergencia-bizonyításokat jelentenek. Itt megkülönböztethetünk determinisztikus és véletlen feladatokat. Azonban a pontos megfogalmazásokat elég egyszerű feladatokra javasolták eddig még, bár a most kidolgozott algoritmusok is széles körű alkalmazásra tettek szert az orvosi diagnosztika, a geológiai és meteorológiai prognózisok, a rádiólokációs jelek desiffrirozása stb. területén. Az olyan bonyolultabb felismerési feladatok megoldása, mint géppel és kézzel írt szövegek olvasása, légi felvételek megfejtése stb., amelyeket az általános algoritmusú elméleti munkákban javasoltak, eddig nem bizonyultak túlságosan hatékonyaknak. Jelenleg heurisztikus algoritmusokat dolgoznak ki, amelyek ugyan mindenkor egy-egy konkrét feladatra vonatkoznak, de lényegesen hatásosabbak, mint az általános jellegű algoritmusok.

A relés berendezések és véges automaták elméletének jelenlegi helyzetét a vizsgált feladatok jelentős komplikálódásával lehet jellemezni és azzal, hogy ezek a feladatok mind szorosabban kapcsolódnak a kibernetika más területein keletkező feladatokkal, mint a kódolás elmélete, a megbízhatóság-elmélet stb.

A második *Össz-szövetségi Kongresszus* előtt messzemenően nem kielégítően fejlesztették a statisztikus módszereket az automatikus irányítás elméletében és alkalmazásuk is igen korlátozott volt. A legutóbbi időszakban viszont széles körben elismerték a statisztikus módszerek jelentőségét az irányítási folyamatok elméletében. Jelenleg elképzelhetetlen a statisztikus elmélet alkalmazása nélkül a bonyolult, különösen az adaptív tanuló és más önszervező rendszerek, valamint a nagy rendszerek elméletének fejlesztése. Az elmúlt időszakban széles körben terjedtek el a statisztikus linearizáláson alapuló módszerek nemlineáris rendszerek számítására. Kidolgozták az optimális rendszerek statisztikus elméletét és statisztikus módszereket fejlesztettek ki a rendszerek dinamikus jellemzőinek kísérleti meghatározására.

Az utóbbi években a nagy rendszerek irányításának elmélete és a gyakorlat terén lényeges eredmények születtek. Kidolgozták a hálós tervezési irányítási módszereket, amelyek széles körben kerültek gyakorlati alkalmazásra. Nagy fejlődésnek indult a tömegellátási rendszerek elmélete. Vizsgálatokat folytatnak a nagy rendszerek irányításához szükséges információmennyiség meghatározására, optimális hierarchikus irányítási rendszerek létesítése céljából.

Nagy figyelmet szenteltek a legutóbbi években a Szovjetunióban a nagy rendszerek matematikai modellezésének. Ennek eredményeképpen sikerült olyan irányítási algoritmusokat készíteni, amelyek a célfüggvény elérését optimális hatékonysági kritérium mellett biztosítják. Azonban a matematikai modellek építési alapelveinek fejlesztése még csak most indul meg. A termelési folyamatok operatív irányítási feladata egyre bonyolultabbá válik, és rendkívül fontossá teszi hatékony módszerek kialakítását a termelés operatív irányítása és az így kapott optimális tervek megvalósításának irányítása céljából.

A nagy rendszerek irányítása elképzelhetetlen lenne a korszerű számítástechnika eredményeinek felhasználása nélkül. Irányítási rendszereket dolgoztak ki és vezettek be nagyteljesítményű energetikai egységek irányítására, különleges számítógépeket készítettek energiarendszerek és hőerőművek gazdaságos üzemének számítására és automatikus irányítására. Azonban a számítástechnika bevezetését, különösen technológiai folyamatok irányítására, fékezte az a tény, hogy a gépeket a termelésirányító berendezésekkel szemben támasztott összes követelmény figyelembevétele nélkül dolgozták ki. Ezeket a fékező tényezőket a Szovjetunióban felismerték és intézkedéseket tettek a kiküszöbölésükre.

A digitális számológép-technika önmagában nem oldja meg az automatizálás minden feladatát. Eredményeket csak úgy lehet elérni, ha egyidejűleg az automatizálás teljes technikai fegyvertárát felhasználják. Ez vonatkozik a másik oldalról az irányítási rendszereket tervező intézményekre, amelyeknek kielégítő módon kell foglalkozniuk az algoritmizálás problémáival. Amint

a tapasztalat mutatja, a számológépes berendezéseket felhasználó irányító rendszerek szintéziséhez a blokk-elmet kell alkalmazni, ami azt jelenti, hogy egységesített információszerzési, feldolgozási és felhasználási blokkok alapján egyszerűen lehet tetszőleges hierarchikus struktúrát, irányítási rendszert felépíteni.

Az elmúlt időszakban jelentős eredmények születtek a telemechanika elmélete és technikája területén; kidolgozták az információátvitel optimális struktúráit és módszereit, a távvezérlési, távjelzési és távmérési berendezések építési elveit. Tömegesen áttértek az érintkező nélküli elemekre és kutatásokat végeztek a komplex telemechanikai rendszerek szintézisének elméleti alapjai területén.

Az utóbbi években különleges figyelmet szenteltek az objektumok matematikai modellezésének; széles körű alkalmazást nyertek a statisztikus-modell szerkesztési módszerek, különösen a regressziós módszerek. A legnagyobb érdeklődésre a kémiai technológiai folyamatok irányítása tett szert. Módszereket dolgoztak ki a kémiai reakciók irányítására.

Az elmúlt 10–12 évben megnőtt az automatikus irányítási berendezések, rendszerek és elemek megbízhatósági kérdéseinek jelentősége. A megbízhatóság egyik alapvető tényezővé vált a berendezések és rendszerek tervezésekor. Jelentős sikereket értek el a Szovjetunióban az egyes elemek megbízhatóságának növelésében, a megbízhatóság becslési módszereinek kidolgozásában, a tartalékolási módszerek fejlesztésében. További munkákat folytatnak a strukturális megbízhatóság, az optimális módszerek és a meghibásodások gazdasági oldalának becslése terén.

Az utóbbi éveket az új automatika elemek bevezetése jellemzi, olyan fizikai, fiziko-kémiai jelenségek és hatások alapján, amelyeket a legutóbbi időkben tártak fel, vagy régen ismertek ugyan, de csak most használják fel a technikában. Az információ feldolgozás elemei között széles körben terjedtek el az új félvezető és mágneses diszkrét funkcionális elemek. Meggyorsult az áttérés üteme a félvezető mikroelektronikus berendezésekre.

Az automatizálás műszaki eszközeinek fejlesztésében érdekes perspektivikus irányzatot jelentett az elmúlt periódusban a pneumatikus és hidraulikus digitális elemek és különösen a pneumatikus és hidraulikus fluid elemek megjelenése, ahol a szovjet tudomány elsőként ért el hasznosítható eredményeket.

A nagy jelentőségű, hatásában nemcsak a szovjet tudományt, hanem az egész világ tudományos életét érintő *III. Össz-szövetségi Automatizálási Kongresszus* határozatokat fogadott el a további tudományos kutatás végzésére az automatizálás és a műszaki kibernetika területén. Felhívta külön a figyelmet a szakemberképzés és utánpótlás rendkívül nagy jelentőségére. A kongresszus hangsúlyozta az automatizálási eszközök széles körű és komplex bevezetésének jelentőségét, nemcsak a technológiai folyamatok, hanem az egész gazdasági rendszer irányítása szempontjából is.

Ezzel kapcsolatosan meg kell még említeni azt a fontos tény, hogy az utóbbi években a Szovjetunióban meggyorsult és kiszélesedett a tudományos munka az automatizálás gazdaságossága kutatásának területén is. Különösen rá kell mutatni TRAPEZNYIKOV akadémikusnak az említett kongresszuson tartott előadására, amelyben e kérdést részletesen analizálta és rámutatott az e területen addig fennálló néhány hibás nézetre, meggyőzően kimutatta, hogy az automatizálás szovjetunióbeli gyorsabb elterjedésének egyik feltétele e hibás nézetek felszámolása. Hozzá kell még tenni, hogy néhány nappal a kongresszus után megjelent a *Szovjetunió Kommunista Pártja Központi Bizottságának* az említett hibákat felszámoló „*Az ipar irányításának javításáról, a tervezés tökéletesítéséről és az ipari termelés gazdasági ösztönzésének fokozásáról*” szóló határozata.

E tanulmány csak rendkívül vázlatosan és nagy vonalakban tudott képet adni a szovjet tudomány és ezen belül az automatizálás tudományának hatalmas iramú fejlődéséről, a forradalom óta eltelt időszakban. A szovjet nép diadalmasan legyőzve ellenségeit és begyógyítva a háború ütötte sebeket, ragyogó eredményekkel és világraszóló sikerekkel mutatta meg alkotó erejét.

A magyar nép és a magyar automatizálási szakemberek elismeréssel adóznak azoknak a szovjet tudósoknak és dolgozóknak, akik ezeket a sikereket nagy áldozatok árán szívós munkával érték el.

A VÍZÜGYI TUDOMÁNYOK 50 ÉVE A SZOVJETUNIÓBAN

BOGÁRDI JÁNOS
AZ MTA LEVELEZŐ TAGJA

[Beérkezett 1967. október 15-én]

A Nagy Októberi Szocialista Forradalom után megindult fejlődéshez, elsősorban a lenini villamosítási terv megvalósításához fokozott és új alapokon nyugvó kutatómunkára volt szükség. A vízgazdálkodás alapjait képező hidrológiai kutatások az észlelő és mérőhálózat fejlesztése után elsősorban a hidrológiai körfolyamat jelenségeinek vizsgálatára irányultak. A hidraulikai kutatások céljára számos laboratórium és kutatóintézet létesült; ezeknek a szivárgási elméletekre, a hordalékvizsgálatokra, valamint a nempermanens mozgásra vonatkozó kutatási eredményei világhírűek. A vízgazdálkodás terén folyó tudományos munkák közül a mezőgazdasági vízgazdálkodásra, elsősorban az öntözésre, valamint a vízierőhasznosításra és a víziutakra vonatkozó kutatások emelkednek ki. Ezek világviszonylatban is jelentős vízerőtelepek, tározók, csatornák és víziutak létesítését tették lehetővé.

A vízügyi tudományok igen nagy múltra tekinthetnek vissza. Az emberiség fejlődését tekintve a vízügyi tudományok a legrégebb tudományágak közé tartoznak. A vízügyi tudományok korai művelői között számos orosz tudóst találunk. Elég talán ZSUKOVSZKIJ, N. E. nevét említeni, aki életének utolsó néhány évét már az új szocialista államban, a Szovjetunióban élte le. De meg kell emlékeznünk EULER, L. és BERNOULLI, D.-ről is, akik világraszóló munkásságuknak jelentős részét Szentpéterváron, mint az Orosz Tudományos Akadémia tagjai végezték.

A Szovjetunió azonban, a régi tudós gárda értékes munkája mellett mégis egészen új, méreteiben eltérő jellegű tudományos kutatómunkát kívánt. A Szovjetunió rohamos gazdasági fejlődése, óriási területi kiterjedése, a helyenként igen ritka népsűrűség, a hatalmas és fel nem használt szűzterületek meghódítása, mind sajátos tudományos kutatómunkát igényeltek. A Nagy Októberi Szocialista Forradalom után megindult tervszerű országépítés keretében talán a legfontosabb szerepet játszotta a Lenin által életrehívott országos villamosítási terv (GOELRO), amely abból a felismerésből született, hogy minden gazdasági tevékenység alapját a szükséges energia biztosítása képezi.

A lenini villamosítási terv megvalósításához bővíteni kellett a hidrológiai, a hidraulikai és a hidromechanikai ismereteket. A nagy tervekhez méltó szintű kutatásokra és tudományos eredményekre volt szükség. Ennek folyamányaképpen a vízügyi tudományok terén szinte robbanásszerű fejlődés következett be.

A vízügyi tudományok 50 éves fejlődését talán legcélszerűbben bizonyos csoportosítást követve lehet áttekinteni.

Az a felismerés, hogy a vízgazdálkodás minden ágazatának tárgyi alapjait a *hidrológia* szolgáltatja, arra vezetett, hogy már 1919-ben felállították az *Állami Hidrológiai Intézetet* (GGI), majd 1936-ban megszervezték a *Központi Előrejelzési Intézetet* (CIP), amely ma *Hidrometeorológiai Kutatási Központ* néven működik. A Szovjetunió kormánya már 1929-ben a Népbiztosok Tanácsa mellé rendelte az *Országos Hidrometeorológiai Bizottságot*, amely 1936 óta közvetlenül a Minisztertanácstól függő *Országos Hidrometeorológiai Főigazgatóság*-ként működik.

Amíg a nyugat- és közép-európai országokban évszázados hidrológiai adatgyűjtésre támaszkodnak a vízgazdálkodás szakemberei, a Szovjetunióban a szűzterületek meghódítása és a rendkívül gyors gazdasági fejlődés igényelte tervezési alapadatokat tudományos megfontolásokból kiindulva kellett szolgáltatniuk a hidrológusoknak. Ennek következtében emelték fel a hidrológiát az empirizmus síkjáról és vezették be a statisztikai módszerek mellett a *genetikus hidrológia* alapelveit is. A hidrológiai körfolyamat jelenségeinek, a felszíni lefolyásnak, a beszivárgásnak, a párolgásnak oly módszeres és átfogó vizsgálatai indultak meg, amelyekhez hasonló példát sehol a világon nem találunk. A Szovjetunióban már 1922-től megindult egyetemi szinten a hidrológusképzés, míg a többi országban ez csak alig néhány éve kezdődött meg. Nyilvánvaló, hogy az egyetemi és főiskolai hidrológusképzés széles körű bázist teremtett a hidrológiai kutatások számára is. A hidrológia világhírű művelői közül elég itt VELIKANOV, M. A., SZOKOLOVSKIJ, D. L., KONDRATYEV, N. E., CSEBOTAREV, A. I., RIPKIN és PIKALOV, F. I. nevét megemlíteni.

Kis és nagy vízgyűjtőterületek vízháztartását, a lefolyást, a tározódás folyamatát elméleti és kísérleti síkon vizsgálták, és így rendkívül értékes eredményekre jutottak. Külön meg kell említeni a kísérleti telepek működését, amelyek közül néhány, mint pl. a valdaji kísérleti telep, világviszonylatban is a legértékesebb eredményeket szolgáltatja.

A nagyszabású vízimunkálatok tervezése és végrehajtása során számos új, illetőleg még megoldatlan *hidraulikai probléma* is felmerült. Ezek megoldásának elősegítése céljából egymás után létesítették a hidraulikai és a vízepítési laboratóriumokat, valamint a hidraulikai kutatásokkal foglalkozó kísérleti intézeteket. A nagyszámú és rendkívül szerteágazó kutatási programot végző intézetek felsorolása egy ilyen rövid összefoglaló keretében szinte lehetetlen lenne. Mégis a Vedeneevről elnevezett *Hidrotechnikai Össz-szövetségi Tudományos Kutató Intézetet* (VNIIG) külön meg kell említenünk, amely 1921-ben Lenin határozata alapján a vízerőtelepekkel kapcsolatos tudományos és gyakorlati kérdések vizsgálása céljából létesült. Mint a neve is mutatja, az egész Szovjetunióra kiterjedő hatáskörrel dolgozik, és több mint 20 nagy laboratóriumi egységével, valamint a Szövetségi Köztársaságokban

működő kutatórészlegeivel együtt talán a világ egyik legnagyobb hidraulikai kutatóintézete.

A hidraulika területén kiemelkedő eredmények születtek a *szivárgó vízmozgás* vizsgálatai során és PAVLOVSZKIJ, N. N. az elektromos áram és a szivárgó vízmozgás közötti analógia felismerésével megalapozta a ma már az egész világon alkalmazott analógia módszert. A PAVLOVSZKIJ, N. N. által 1922-ben megindított vizsgálatok tovább folytatódtak; ezek közül külön ki kell emelnünk POLUBARINOVA KOCSINA, P. J. munkásságát, aki a szivárgási feladatokat nagy matematikai felkészültséggel, szabatos módon oldotta meg. Jelentősek KOSZTJAKOV, A. N.-nak a csatornák szivárgási veszteségeivel kapcsolatos kutatásai, valamint a gáttesten és a gátak alatt kialakuló szivárgás szabatos meghatározására vonatkozó ARRAVIN és NUMEROV által végzett vizsgálatok is.

A legáltalánosabb *nempermanens vízmozgás* egyenletének megoldása is a szovjet tudósok nevéhez fűződik. HRISZTIANOVICS, Sz. A. kidolgozta a nempermanens mozgás hiperbolikus differenciálegyenleteinek karakterisztikus módszerrel történő megoldását.

A *hordalékmozgás* vizsgálatára VELIKANOV, M. A. bevezette híres gravitációs elméletét, MAKKAJEJEV, V. N. pedig a lebegtetett hordalékmozgás diffúziós-elméletét fejlesztette tovább. GONCSAROV, V. N. és LÉVI, I. I. hordalékkutatásai mellett igen jelentősek EGAZAROFF, I. V. által a vegyes szem-nagyságú hordalék mozgására vonatkozó vizsgálatok is. ZAMARIN, E. A. és GRISIN, M. A. a vízepítési műtárgyak, a földgátak hidraulikai és szerkezeti kérdéseinek megoldása során ért el nemzetközileg is elismert eredményeket.

A hidrológiai, hidraulikai és hidromechanikai elméleti kutatások jelentős segítséget nyújtottak a vízgazdálkodás különböző ágazataiban létesített vízműtárgyak és vizimunkálatok tervezéséhez és építéséhez. A vízgazdálkodás ágazataiból, méreteit és jelentőségét tekintve különösen a mezőgazdasági vízgazdálkodás, a vízerőhasznosítás és a víziutak terén elért eredményeket kell kiemelni.

A szovjet *mezőgazdasági vízgazdálkodás* központi kérdése az öntözés. A Szovjetunióban több mint 10 millió hektár területet öntöznek. Az első kiemelkedő kutatási eredmény a talaj vízgazdálkodásának helyes felismerése, a talaj morzsás szerkezetének biztosítása, valamint a másodlagos szikesedés folyamatának megállítása volt. A másodlagos elszikesedésre vonatkozóan különösen SAUMJÁN, V. A. vizsgálatai értékesek. Rendkívül kiterjedt vizsgálatok és kutatások útján tisztázták az öntözésnek és a talajvízszin alakulásának kapcsolatait. A közvetlen öntözési feladatok közül igen jelentős a növények vízigényének CSERKASZOV, A. A. által való megállapítása. A vízszerezés területén jelentős irányt mutattak a szovjet kutatók a helyi vizek, főleg a kisvízfolyások vizének felhasználásával, valamint az ezzel kapcsolatos számítási módszerek kidolgozásával. A tározás vízgazdálkodási szempontból helyes megoldásánál főleg

a valószínűségszámítási alapon álló hidrológiai vizsgálatokat, a tározók vizének mozgását jellemző hidraulikai tanulmányokat és a földgátak építési módszereinél elért eredményeket emelhetjük ki. A vízmérés területén újrendszerű szovjet műszerek és mérési berendezések egész sora ismeretes. A Zsesztovszkij-rendszerű szárnyas műszerek, valamint a csőáteresszel egybeépíthető mérőtölcsérek mellett, az egyszerű és a mellékáramkörű mérőzsilipek, a differenciál-úszós vízmennyiség mérők említendők meg. Igen jelentősek a vízszállító berendezéseknél alkalmazott úgynevezett ideiglenes csatornák létesítésével kapcsolatos megoldások. A vízszétosztás terén SAUMJÁN, V. A. eredményei alapján, főleg a csörgedezettető és az áztató öntözés hidraulikai kérdéseit fejlesztették. Komoly eredményeket mutatnak a műtárgyépítés során alkalmazott előregyártási módszerek. A földmunkák gépesítése terén is igen jelentős a fejlődés.

A mezőgazdasági vízgazdálkodás más területein, így a vízrendezési munkák terén is rendkívül nagy előrehaladást tapasztalhatunk. A lecsapolást mindenképpen az öntözéssel együtt és egységes szemlélet alapján oldották meg.

A *vízérőhasznosítás* fejlődését az a tény mutatja, hogy amíg 1913-ban Oroszország energiatermelése kereken 2 milliárd kWó volt évenként, 1965-ben ennek 250-szerese, vagyis kereken 500 milliárd kWó energiát termeltek. 1970-ig 900 milliárd kWó energiatermelést irányoztak elő, amelyből a vízérőhasznosítás részesedése eléri a 20%-ot.

A szovjet vízerőtelepek közül kiemelkedik a Bratszk-i vízerőmű az Angara folyón, amelynek teljesítőképessége 4500 MW, ami 2,5-szer annyi, mint hazánk jelenleg működő összes erőművének teljesítőképessége. A Bratszk-i vízerőmű medencéje lesz a világ legnagyobb mesterséges tározója. 179 km³ befogadóképessége 90 Balaton-nak felel meg. Rövidesen üzembe helyezik a 6000 MW teljesítőképességű Krasnojarszkij vízerőművet a Jenyiszej folyón. A jövő nagy tervei közül megemlíthjük a Lena folyón tervezett 20 000 MW teljesítőképességű vízerőművet, amelynek energiatermelése 10 Magyarországot tudna kielégíteni.

Kimagasló eredményeket értek el a szovjet tervezők és építők a *folyami vízlépcsők* és *völgyzárógátak* építése terén is. A Volga-i erőművekben egyenként mintegy 8 millió m³ betont, illetőleg vasbetont építettek be, ami világviszonylatban is kiemelkedő teljesítménynek számít. Az építkezések meggyorsítása és a költségek csökkentése érdekében bevezették az előregyártott elemek alkalmazását. A most épülő Kiev-i vízlépcső 60%-át már előregyártott elemek képezik.

A Szovjetunióban Tadzsikisztánban a Vash folyón építik a világ legmagasabb vegyes szerkezetű völgyzárógátját, a Nurek-i gátat. Ennek magassága 300 m. Ugyancsak itt, a Transz-Kaukázusban az Inguri folyón építik a világ legmagasabb íves betongátját, amelynek magassága a Nurek-i gátét is meg fogja haladni.

A *viziutak* létesítése terén is világraszóló eredmények jelzik a szovjet hatalom 50 évét.

Európa összes víziútjainak 60%-a, mintegy 80 000 km víziút a Szovjetunióban található. A Volga—Don-csatorna 1952. évi megnyitása óta a Volga-i víziútrendszer 5 tengert kapcsol össze: a Fekete-, a Káspi-, az Északi-Jeges-, a Fehér- és a Balti-tengert. Ezzel vált Moszkva 5 tenger kikötőjévé.

Különösen sokat tett a Szovjetunió a *viziszállítás* hatékonyságának növelése érdekében korszerű hajótípusok és hajózási módszerek bevezetésével. A nagysebességű hordszárnyas hajók kialakításában és építésében élen jár, viziszállításának 40%-át a legkorszerűbb tolóhajózással bonyolítja le.

Ezeknek a rendkívüli teljesítményeknek a megvalósítása csak a legmagasabb színvonalú tudományos és műszaki felkészültséggel volt lehetséges. Tudományos vonatkozásban kiemelkedő személyek voltak: PAVLOVSZKIJ, N. N., GONCSAROV, N. V. és IZBAS, Sz. V. a hidraulika terén, KVIATKOVSKIJ a vízgépészet terén. A gyakorlati megvalósításban vezető szerepet játszottak: MIHAJLOV, A. V. vízerő és víziút tervező, akinek nevéhez fűződik a Moszkva-csatorna, a Volga—Don-csatorna és más nagy létesítmények megvalósítása, ALEKSZANDROV, B. K., a Volga—Káma rendszer, valamint a Szaratov-i vízlépcső tervezője. Kimagasló szerepet játszott a volgai vízlépcsők megvalósításában RUSSO, G. A., a Cimljanszk-i vízlépcső — a világ egyik legjelentősebb komplex vízgazdálkodási létesítményének — megvalósításában pedig RAZIN, N. V.

A Szovjetunióban a vízügyi tudományok terén az 50 év alatt elért eredményeket megszámlálhatatlan kézikönyv és szakdolgozat ismerteti. A Szovjetunió vízügyi szakirodalmára jellemző, hogy a *Nemzetközi Hidrológiai Decennium*-mal kapcsolatban a világ hidrológiai tan- és kézikönyveiről készült összeírásban a Szovjetunió egymaga háromszor annyi művel szerepel, mint a többi ország együttevée.

A szovjet vízügyi szakirodalom szolgált különben alapul a Budapesti Műszaki Egyetem vízépítőmérnöki szakán a korszerű tananyag összeállításánál és kidolgozásánál. A nagy számban magyar nyelvre is lefordított szovjet szakkönyvek képezik a hazai vízügyi tudományos kutatómunka legfontosabb forrásmunkáit.

Az élvonalba tört szovjet vízügyi tudományok rendkívül nagy segítséget nyújtottak hazánknak, de a világ összes többi országának is. Kimagasló eredményei valóban az egész világ fejlődését szolgálják.

A SZOVJET TUDOMÁNY HOZZÁJÁRULÁSA A GEOTECHNIKAI TUDOMÁNYOK FEJLŐDÉSÉHEZ

SZÉCHY KÁROLY és KÉZDI ÁRPÁD
AZ MTA LEVELEZŐ TAGJA A MŰSZ. TUD. DOKTORA
BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM

[Beérkezett 1967. október 17-én]

A dolgozat részletesen foglalkozik szovjet tudósoknak az elméleti talajmechanika és talajfizika területén elért eredményeivel, ideértve a talajban való vízmozgásra vonatkozó kutatásokat is. Ismerteti az alapozáselmélet körébe vágó kutatótevékenységet, különös tekintettel az alapoknak a megengedett süllyedések alapján való méretezésére és a talajszilárdítás különleges kérdéseire. Végül a szovjet tudománynak a modern alagútépítési elvek és elméletek kidolgozásában való szerepét méltatja.

1. Elméleti talajmechanika és talajfizika

Bár a talajmechanika, mint tudomány, tulajdonképpen egyidős a Szovjetunióval, mégis azt mondhatjuk, hogy az a nagy fejlődés, mely a Nagy Októberi Szocialista Forradalom után bekövetkezett, korábbi, a múlt században végzett kutatásokon alapszik. FUSSZ, KURDJÜMOV, KARLOVICS és mások kuttatták a talajfeszültség eloszlásának, a rugalmasan ágyazott alaplemezek, a kerékvágás-képződésnek mechanizmusát; földnyomással és talajteherbírásal kapcsolatban számos modellkísérletet is hajtottak végre. A nagy fellendülés mégis a forradalom után következett be; egy-egy kiváló kutató nagy lépésekkel vitte előre a tudományt, s a körülöttük kialakult iskola biztosította, hogy az új kutatási eredmények a gyakorlatban is alkalmazásra kerüljenek. Így a század harmincas éveiben, az ötéves tervek nagy építkezései kapcsán a *Viosz* és *Vodgeo* tudományos intézetekben, GERSZEVANOV, N. M. irányításával tanulmányozták a sík- és cölöpalapok teherbírását, a talajban keletkező feszültségeket, a többrétegű rendszerek összenyomódását, a rugalmasságtan és a hidrodinamika elméletei alapján.

Ugyancsak GERSZEVANOV irányzatához csatlakozott a matematikai fizika szovjet iskolájának, a Szovjetunió tudományos akadémiájának mechanikai intézetében folyó kutatás. Ebből a munkából elsősorban SZOKOLOVSZKI, V. V. nevét kell kiemelni. A földnyomás, a rézsüállékonyság és a talajteherbírás kérdéseit vizsgálta. Általános törési feltétel alapján vizsgálta meg sík alakváltozási és törési állapotban a földtömegek határegyensúlyát meghatározó feltételeket, s klasszikusan teljes megoldást nyújtott, statikai alapokon, azokra az esetekre, melyekben az elmozdulások, vagy külső erőhatások révén

a földtömeg teljes egészében képlékeny állapotba kerül, vagyis a földtömegben végtelen sok csúszólap alakul ki. Megoldásai részben zárt alakban adhatók meg, részben pedig fokozatos közelítéssel kaphatók meg. Külön ki kell emelni azt, hogy a főfeszültségi körök burkolójaként általánosan használt lineáris, Coulomb-féle összefüggésen túlhaladva, görbe vonalú törési feltételeket is alkalmazott.

Az ő munkásságához csatlakozott BEREZANCEV kutatása, aki tengelyszimmetrikus esetekre dolgozta ki a határegyensúlyi elméleteket, s így az elmélet alkalmazási körét számos gyakorlati problémára kiterjesztette.

A talajban való vízmozgás kérdései számos gyakorlati problémában döntő szerepet játszanak. Ezért részesült ez a problémakör megkülönböztetett figyelemben. Itt elsősorban PAVLOVSKIJ nevét kell kiemelni, aki a potenciális vízmozgás leírására adott egységes matematikai módszert. Talajmechanikai szempontból azonban talán még fontosabb POLUBARINOVA-KOCSINA munkássága, aki a különböző vízmozgások fizikai alapjainak kutatásában jutott értékes eredményekre, és azokat gyakorlati problémákra is alkalmazta. A szivárgás, a kapilláris vízmozgás kérdéseiben könyvei átfogóak, s a részletekre is kiterjedőek. Azt a vízmozgást, illetve víz- és levegőmozgást, amely a megterhelt talajrétegek összenyomódásakor lép fel, s amely építmények süllyedésének időben való elhúzódását okozza, FLORIN, V. A. vizsgálta. Levezette és megoldotta a háromfázisú talaj összenyomódásának időbeli lefolyását leíró differenciál-egyenletet, két- ill. háromdimenziós terhelési esetekre.

A talajfizika területén észrevehető volt, hogy a szovjet kutatás elég hosszú időn át többé-kevésbé elszigetelten s ezért függetlenül folyt. Ez a fejlődés sok esetben érdekes eredményekre is vezetett. Így kifejlődött és szinte önálló tudománnyá vált a fagyott talajok mechanikája (CŰTOVICS, N. A.), mely újszerű alakváltozási és feszültségi kérdéseket vetett föl s megkövetelte a hőmérsékletnek, mint paraméternek a figyelembe vételét. Talajok törési feltételeit sajátos kísérleti berendezésekkel vizsgálták; a talajok szerkezetének kutatásában nagy segítséget jelentettek azok az eredmények és módszerek, melyeket a nagy múltú és rendkívül fejlett, s szinte hagyományosan orosz tudomány, a talajtan szolgáltatott.

E tekintetben elég csak VILJAMSZ, DOKUCSÁJEV, LEBEGYEV nevét megemlíteni. Az ő eredményeikre épülve az agyagásványok, a szemcsék felületén lezajló fiziko-kémiai jelenségek, a talajstabilizációs kérdések számos esetben kerültek talajmechanikai vonatkozásban is új megvilágításba.

Szovjet kutatás tárta fel a löszök talajfizikai és építéstechnikai tulajdonságait is. A löszterületeken végzett építkezések során kitűnt a löszök roszkadékonysága; a szovjet kutatók ennek nyomán módszereket dolgoztak ki ennek jellemzésére, feltárták a jelenség okait, majd eljárásokat javasoltak a löszterületeken való építés technikájára (ABELJEV, DENISZOV). Ide tartoznak a löszpartok állékonysága terén elért kutatási eredmények is.

Nagy előrehaladás volt tapasztalható az útépitések talajmechanikája területén is. Részletesen vizsgálták a burkolatokban és az altalajban a forgalom és egyéb hatások következtében fellépő feszültségeket mind elméleti, mind kísérleti úton; mérték a bekövetkező alakváltozásokat is és ezeken az alapokon általános oly burkolatméretezési eljárást dolgoztak ki, mely csaknem minden, a burkolatot érő hatást figyelembe vesz (BABKOV). Az útépités területére tartoznak azok a kutatások is, melyek a kerékvágás-képződés folyamatát, a földutak teherbírását, a stabilizált földutak kérdéseit vizsgálják.

A Szovjetunióban folyó talajmechanikai kutatásoknak mintegy szintézisét találhatjuk meg CŰTOVICŠ akadémius könyveiben, ki egyúttal a világszerte folyamatban levő munkákat is figyelembe veszi és egységes diszciplínává ötvözi. Intézetében a talajmechanika számos ágában értek el nagy jelentőségű eredményeket.

2. Alapozásmélet és gyakorlat

A szovjet tudomány az *alaptestek pontosabb méretezése területén* is nagy eredményeket ért el.

A rugalmas ágyazás hipotézisére felépített elméletekkel szemben — ZSEMOCSKIN—DAVIDOV feltevéseihez hasonlóan — rugalmasan összenyomódó rudakkal való képzelt koncentrált megtámasztás alapján számította ki a talpfeszültségek eloszlását. Ebben a számítási módban a talaj rugalmas összenyomódása mellett már az alaplemez behajlása is kifejezésre jutott.

Még tovább ment a kérdés megoldásának finomításában GORBUNOV-POSZADOV, aki az elméleti rugalmasságtan maradéktalan alkalmazásával és a talajt rugalmas félvégtelen térnek tekintve, nemcsak a tartó saját alakváltozásainak és a talaj alakváltozásainak azonosságát vette fel, hanem a terhelő alaptesttől oldalt fekvő terheletlen tartomány rugalmas alakváltozására is tekintettel volt. Az ő munkássága vetette meg az alapját az ún. „összenyomódási moduluson alapuló” eljárásoknak, melyek ma már táblázatok rendelkezésre bocsátásával gyakorlatilag is lehetővé teszik az elméletileg kissé bonyolult eljárás gyakorlati tervezés céljaira való felhasználását.

Igen nagy jelentőségű kezdeményezése a szovjet kutatásnak az *alaptestek megengedett süllyedések alapján való méretezésének* kidolgozása és szabályzati bevezetése is. Miután a talaj teherbírása függőleges terhelésekkel szemben az alaptest egyre növekvő süllyedései árán elvileg végtelenig volna fokozható, nyilvánvaló, hogy a terhelésnek az építmény megengedhető süllyedése, vagy az azon belüli süllyedéskülönbségek pontosabban fognak határt szabni, mint a talaj törőfeszültsége. Ebből kiindulva a Szovjetunió Alapozási Kutató Intézete már több mint egy évtizede megszervezett gondos megfigyelésekkel több ezer építmény süllyedését és szerkezetének viselkedését figyeli. Ennek eredményeképpen táblázatokban foglalta össze a különböző jellegzetes építményfajták alatt megengedhető süllyedéskülönbségeket és abszolút süllyedé-

seket. Ezeket a legújabb szovjet alapozási szabályzatba is felvették és ma a méretezés alapjául szolgálnak.

Végül igen nagy jelentőségűek BARKAN akadémikusnak a talajokra működő dinamikus hatásoknak, rezgéseknek vizsgálatával kapcsolatos kutatásai. Ezek egyfelől a gépalapok méretezési és a talajdinamika elméletének kidolgozásában jelentettek nagy előrehaladást, másrészt a talajvibrálásra alkalmas nagyteljesítményű gépek megszerkesztésében és a rendkívül gazdaságos vibrált kútcölöpök bevezetésében nyertek gyakorlati jelentőséget. Ez oda vezetett, hogy ma már a Szovjetunióban a költséges és egészségre ártalmas légnemű alapot a vibrált kútcölöpök az építési gyakorlatból úgyszólván teljesen kiszorították.

Talajszilárdítás, vagyis a talaj teherbírásának és vízzáróságának mesterséges növelése építési szempontból igen nagy tudományos és gazdasági jelentőséggel bír, amelyet a Szovjetunió tudományos körei azonnal felismertek. Az 1940-es évektől kezdve külön kutatócsoportok, majd az Alapozástudományi Intézetben külön osztály foglalkoznak a talajszilárdítás kérdésével. Az ezzel foglalkozó szovjet tudományos körök itt is arra törekedtek, hogy lehetőleg egyszerű és gazdaságos eljárásokat dolgozzanak ki a gyakorlat rendelkezésére. A húszas években nyugaton megindított szilikatizálási eljárások, valamint a későbbi műanyag (mügyantás, szerves savas) eljárások továbbfejlesztése mellett számos új eljárást dolgoztak ki, melyek a Szovjetunió egyes speciálisan nehéz alapozási problémáinak megoldásához is igen nagy segítséget nyújtottak.

Vonatkozik ez elsősorban a *roskadásra hajlamos lösztalajok szilárdítására* kidolgozott speciális eljárásokra, úm. a szilikatizálásnak csupán vízűveggel — reagens nélkül — a löszben levő sók reakcióit kiváltó hatásának kihasználásával való végrehajtására, továbbá a lösztalajokba fúrt kutaknak túlnyomás jelenlétében beszajtott naftával való kiegészítésére és helyi keramizálására.

Az *örök fagy hazájában levő vízdús agyag-iszap talajok szilárdítására* elektromos talajszilárdítási módszert dolgoztak ki, melynek során a talajba vezetett egyenáram hőhatása a jéggé fagyott talajt először megolvasztja, majd a benne levő vizet az elektroosmotikus áramlás a katódkutakba gyűjti, ahonnan elszivattyúzhatóvá válik. A kisebb víztartalmú talaj fagyveszélyessége kisebb, teherbírása pedig lényegesen nagyobb lesz.

Végül jelentős tudományos gyakorlati eredményeket ért el az Intézet a *műanyagokkal való szilárdítás* terén. Itt a kutatás elsősorban a vegyipar hulladéktermékeinek gazdaságos felhasználására irányult. Erre a célra a nagymolekulájú szintetikus *karbamidgyantákat* találták leggazdaságosabbnak a külföldön is használt furfuro-, epoxi- és fenolgyanták mellett, szemben az Amerikában használt szerves savakkal (akrilátokkal).

A mügyanták legnagyobb előnye, hogy kis viszkozitásuk folytán a finom szemcséjű homokliszt jellegű talajok is szilárdíthatók velük és megfelelő vízzáróság mellett nagy szilárdságot eredményeznek.

A talajszilárdítás Szovjetunióbeli fejlettségére a legjellemzőbb, hogy már néhány éve szabályzatokba foglalták a szilikatizálással, műgyantákkal stb. való szilárdítás tervezési és végrehajtási szabályait és kidolgozták a különféle eljárások alkalmazhatóságának beosztását — ami az egész világon egyedülálló.

3. Alagútépítés

A múlt század második felében és a XX. század első évtizedeiben ki-fejlődött ún. klasszikus alagútszerkezetek és építési módok a mai földalatti mélyépítésben egyre inkább háttérbe szorulnak. A fejlődés döntően abban az irányban halad, hogy egyrészt a korábbi merev falazatok helyett hajlékony falazattal bélelik a kifejtett üregeket, másrészt az üreg részletekben való kifejtése helyett teljes szelvényben való fejtést és folyamatosan előretolt mozgó alátámasztást használnak. A falazat előregyártott nagyelemekből készül és annak méretezésénél messzemenően figyelembe veszik a környező kőzettel való együttműködést, mind annak megtámasztó hatása, mind pedig a terhelés részbeni átvételében játszott szerepe tekintetében.

E modern elvek és elméletek kidolgozásában a szovjet tudománynak rendkívül jelentős szerepe van elsősorban a Szovjetunió nagyvárosaiban (Moszkva, Leningrád, Kijev, Baku, Tbiliszi stb.) már négy évtized óta folyó földalatti vasúthálózat kiépítésével kapcsolatban.

A hajlékony alagútfalazatra vonatkozólag HEWETT és JOHANESSON dolgoztak ki még a húszas évek elején egy erősen közelítő eljárást, mely az alakváltozások kölcsönhatását egészen durván vette csak figyelembe. A Szovjetunióban DAVIDOV, ZURABOV—BUGAJEVA, BODROV—GORELIK, valamint a moszkvai Metro tervező kollektívája fokozatosan kiépítették a rugalmas ágyazáson alapuló jóval pontosabb eljárást, amelyet a rugalmas féltér elmélete alapján ORLOV fejlesztett legújabbban tovább és megoldását az ágyazási tényező helyett az elméletileg helyesebb rugalmassági modulusra építette fel.

Alapvető munkásságot végzett a különböző alakú földalatti üregek körül kialakuló feszültségállapot meghatározásával SAVIN. Az összetett alakú, elméletileg egyelőre jól meg nem fogható, földalatti állomások körül kialakuló nyomás, alakváltozás- és feszültségállapotok megbízható leképezését ekvivalens kísérleti anyagok bevezetésével KUZNYECOV modellekben tette lehetővé.

Mind ezek a kutatások lényegesen előbbrevítették a földbe ágyazott szerkezetek tényleges viselkedésére és gazdaságos, valamint biztonságos méretezésére és kialakítására vonatkozó ismereteinket, és jelentősen hozzájárultak a Szovjetunióban épült hatalmas technikai alkotások: völgyzárógáták, vízi- és földalatti közlekedési vonalak, repülőterek és egyéb nagyszabású létesítmények kedvező építési feltételeinek megteremtéséhez.



A SZOVJET TUDOMÁNY FŐBB EREDMÉNYEI A MÉRNÖKI SZERKEZETTAN TERÜLETÉN

BÖLCSKEI ELEMÉR

AZ MTA LEVELEZŐ TAGJA
BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
VASBETONSZERKEZETEK TANSZÉKE

CSONKA PÁL

A MŰSZ. TUD. DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI
MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1967. október 17-én]

E dolgozat azokat az eredményeket méltatja, melyeket szovjet tudósok: VLASOV, V. Z., UMANSKII, A. A., GVOZDEV, A. A., NOVOZHILOV, V. V., GOLDENVEISER, A. L. és mások, a mérnöki szerkezetten és méretezélmélet megalapozása terén értek el. A történelmi háttér és előzmények bemutatása után a dolgozat részletesen foglalkozik a szovjet tudósok által a vékonyfalú rudak szilárdságának kiépítése terén kifejtett tevékenységgel és azokkal a kutatásokkal, amelyek célja a vékony héjak erőtani viselkedésének tisztázása volt. Behatóan ismerteti a dolgozat a szovjet tudomány azon eredményeit is, melyek egy új — a töréseméletre alapított — méretezési eljárás bevezetését tették lehetővé.

1. Előzmények

A mechanikai tudományok történetében nevezetes időpont az 1725-ik esztendő, a szentpétervári tudományos akadémia megalakulásának időpontja. John BERNOULLINAK, a kiváló francia tudósnek két fia, Nicolas és Dániel, a világ egyik legnagyobb matematikusával, Leonhard EULER-rel karöltve, itt vetette meg alapját annak a tudományos központnak, melynek oly számos neves művelője akadt Oroszországban, majd később a Szovjetunióban.

Jelentős szerepe volt a mérnöki szerkezetten terén folyó kutatás megalapozásában az 1809-ben életre hívott szentpétervári mérnöki főiskolának is, melynek éveken át többek között két igen neves francia tudós, LAMÉ, G. és CLAPEYRON, B. P. E. voltak tanárai. Ezek nemcsak elméleti munkásságukkal, de az anyagvizsgálat és a mérnöki szerkezetek tervezése terén kifejtett tevékenységükkel is döntő befolyást gyakoroltak a mechanikai tudományok, köztük a mérnöki szerkezetten és mérnök-építészet fejlődésére Oroszországban, s hathatósan működtek közre a mechanikai tudományok művelésére alkalmas tudós gárda kiképzésében.

2. A mérnöki szerkezetten helyzete az első világháború előtt

A szentpétervári mérnöki főiskolán felnövekedett kutatógárda a mechanikai tudományok terén kifejtett értékes tudományos munkásságával hamarosan komoly vetélytársa lett a nyugati tudományos központok tudósainak. E tekintetben különösen kimagasló érdemeket szerzett OSTROGRADSKY, M. V.

a hullámmozgás törvényének megállapításával, JOURAVSKI, D. J. a rácsos tartók elméletének kidolgozásával, a hajlított gerendában fellépő nyírófeszültségek vizsgálatával és merész hídkonstrukcióival, JASINSKI, F. S. a kihajlás-probléma körébe vágó alapvető vizsgálataival, JOUKOWSKI, N. E. az aerodinamika egyik úttörője, a csuklós rúdatatokra vonatkozó munkásságával, és KRYLOV, A. N., a híres hajóépítő, a dinamikus igénybevételekre vonatkozó alapvető tanulmányaival.

De nevezetes munkásságot fejtettek ki fentiek tanítványai is, kik közül itt csak GOLOVIN, H. (ívtartók), KALAKOUTZKI, N. (maradó feszültségek), KURDJUNOFF, V. J. (alapozási problémák), BELOLUBSKY, N. A. (hídszerkezetek), PETROV, N. P. (rugalmas ágyazású tartók), KIRPITCHEV, V. L. (statikailag határozatlan szerkezetek), KOJALOVICH, B. N. (lemezelmélet), KOLOSOFF, G. V. (táblaelmélet), KORABOV, A. (lemezelmélet) és BUBNOV, I. G. (lemezelmélet) nevét említjük.

3. A mérnöki szerkezettan helyzete az első világháború alatt és azt követően

Az első világháború éveitől a mérnöki szerkezettan művelése terén erős visszaesés következett be. E téren komoly változás csak a szovjet uralom éveiben állott be, amidőn a kormányzat a tudományok támogatását és a kutatás irányítását állami feladattá tette. Ezen intézkedés nyomán az egyetemeken és az újonnan alapított tudományos intézetekben intenzíven meginduló kutatómunka rövid idő alatt értékes eredményekre vezetett. Különösen vonatkozik ez a megállapítás a második világháborút követő időszak lázas kutatótevékenységére, melynek eredményességét az elméleti megállapításokon felül azok a kiváló sikerek jelzik, melyeket a szovjet tudomány és ipar, többek közt a kibernetika, a repülés és a rakétatechnika területén ért el.

Igen jelentős a szovjet tudósok tevékenysége az elméleti és alkalmazott mechanika terén is. Ezt a sok irányban szerteágazó tudományos tevékenységet egy rövid tanulmány keretében még áttekinteni sem lehetséges. Ezért jelen dolgozat csupán azoknak az eredményeknek az ismertetésére és méltatására szorítkozik, amelyeket a szovjet tudósok a *vékonyfalú szerkezetek szilárdságtanának* kiépítése, és a *töréseméleten alapuló méretezési eljárásnak* a bevezetése terén értek el.

Az idevágó eredmények összeállítását és értékelését nagymértékben megkönnyítették TIMOSHENKO, S. P.: *History of Strength of Materials*, VLASOV, V. Z.: *Thin-Walled Elastic Beams*, FLÜGGE, W.: *Stresses in Shells*, KAN, N. S. — PANOVKO, I. G.: *Héjszerkezetek mechanikájának elemei*, NOVOZHILOV, V. V.: *The Theory of Thin Shells* című kitűnő munkáiban található, jelen dolgozatban felhasznált adatok.

4. Eredmények a vékonyfalú rudak szilárdságtana területén

A technikai szilárdságtan sokáig nem tett különbséget a vékonyfalú és tömörszelvényű szerkezetek között, s a vékonyfalú rudak méretezésekor is a tömörszelvényű rudakra érvényes szabályokat alkalmazta.

A vékonyfalú és a tömörszelvényű rudak viselkedésének merőben eltérő voltát első ízben BACH, C. észlelte 1889-ben, de ezen eltérés tudományos magyarázatát egy izgalmas irodalmi vita kapcsán csak évtizedekkel később, 1921-ben MAILLART, R.-nek sikerült megadnia. Az említett vita révén a vékonyfalú rudak szilárdságtani problémái világszerte az érdeklődés homlokterébe kerültek; hiányzott azonban a vékonyfalú rudak erőjátékának átfogó tisztázása és e probléma megoldásának oly fogalmazása, melyet a gyakorló mérnök tervezési feladatai kapcsán közvetlenül felhasználhat. Ezt a hiányt VLASOV, V. Z. pótolta 1940-ben megjelent — immár klasszikusnak mondható — monográfiájában, melyet a szovjet kormányzat I. osztályú Sztálin-díjjal tüntetett ki. Ez a könyv, mely VLASOV, V. Z. korábban írt számos tanulmányának eredményeit is magában foglalja, *Thin-Walled Elastic Beams* címen 1961-ben angol nyelven is kiadásra került. Utóbbiban honfitársa GRIGOLIOUK, E. I. — megemlékezvén a fiatalon, 52 éves korában elhunyt szerzőről — a következő szavakkal méltatta érdemeit:

„Lehetetlen eléggé nagyra értékelnünk Vlasov gondolatainak és módszereinek kihatását a vékonyfalú térbeli szerkezetek szilárdságtanának fejlődésére. Kitiűnő mérnöki intuíciónál fogva mindenkor pontosan rátalált a tárgyalandó probléma fő tényezőire, s a mellékes hatások figyelmen kívül hagyásával olyan meggyőző tervezési modellt tudott konstruálni, mely a szerkezet erőjátékának minden jellegzetességét kifejezésre juttatta; ez a tény, valamint a matematika eszközeinek varázslatos birtoklása voltak azok a tulajdonságok, melyek segítségével Vlasov, V. Z. oly világosan érthető és gyakorlat számára oly hasznos eredményekre tudott jutni”.

VLASOV, V. Z. említett könyve részletesen foglalkozik a nyílt és zárt szelvényű vékonyfalú rudak számításával, a végeiken terhelt vékonyfalú rudak stabilitás kérdéseivel, továbbá az elcsavarodó kihajlás és dinamikus stabilitás esetével. Ily módon a könyv felöleli mindazokat az addig egyáltalán nem, vagy szétszórta tárgyalta problémákat, melyek az építőmérnöki gyakorlatban a nyitott szelvényű vagy egyszerűen összefüggő keresztmetszettel bíró vékonyfalú rudakkal kapcsolatban felmerülhetnek.

Hátra volt még azonban a többszörösen összefüggő keresztmetszettel bíró vékonyfalú rudak szilárdságtanának kidolgozása. Az idevágó első tanulmányt LORENZ, H. tette közzé 1913-ban, de e problémának a mérnöki gyakorlat igényeinek megfelelő átfogó tárgyalása szovjet kutatók érdeme. E téren BELYAEV, V. N. és UMANSKII, A. A. tették meg a döntő lépéseket. Utóbbi többek között eljárásokat dolgozott ki a nemprizmatikus és nemegyen-

tengelyű vékonyfalú rudak vizsgálatára is. Közelítő elméletüket, mely VLA-SOV, V. Z. elméletének általánosítása, az UMANSKII, A. A. körül kialakult szovjet iskola tagjai, főként GRIGORIEV, J. P., ADADUROV, R. A., majd AKH-METOV, U. M. és IL'YUSHIN, A. A. fejlesztették tovább. Az ő kutatásaik tisztázták a bordákkal merevített vékonyfalú lemezszerkezetek erőjátékát s teremtették meg azokat az alapokat, melyekre támaszkodva a szovjet repülő-gépkonstruktőrök később oly kiváló sikereket értek el.

5. Eredmények a héjépítészet területén

A vékonyfalú szerkezetek egy másik, a technikai alkalmazások szempont-jából fontos csoportját a *vékony héjszerkezetek* alkotják.

Igen érdekes tudni, hogy a vékony héjak szilárdságtani viselkedésére vonatkozó elméleti kutatások évtizedekkel megelőzték e szerkezetek gyakorlati alkalmazását. Az első idevágó elméleti tanulmányt ARON, H. tette közzé 1874-ben. Elméletét LOVE, A. E. H. fejlesztette tovább 1888-ban megjelent tanulmányában, illetve 1892–93-ban kiadott (s németre is lefordított) két-kötetes rugalmasságtanában. Ezekben a héjproblémát általános keretek közt, felületi koordinátarendszerben tárgyalta. Ez a könyv hosszú időn át a héjszerkezetek általános elmélete terén világszerte egyedülálló forrásmunkául szolgált. Általa a héjak erőjátékának problémája megoldottnak tűnt, s az elmélet továbbfejlesztése terén évtizedeken át semmi előrehaladás sem mutatkozott.

A héjak általános elméletének továbbfejlesztése irányában a 30-as években döntő változások történtek. Ebben az időszakban (1934) jelent meg FLÜGGE, W.: *Statik und Dynamik der Schalen* című kitűnő munkája, majd LUR'E, A. egy alapvető tanulmánya (1937), s ebből az időszakból származnak MUSHTARY, K. M. kitűnő dolgozatai. A negyvenes években a héjelmélet továbbfejlesztésére irányuló törekvés GOL'DENVEIZER, A. L., KIL'CHEVSKII, N. A DANIEL, L., NOVOZHILOV, V. V. (1941), MUSHTARY, K. M., VELENA, I. N., ROBOTNOV, I. N. tevékenységével vett komoly lendületet, majd NOVOZHILOV, V. V. újabb munkáival, valamint GOL'DENVEIZER, A. és LUR'E, A. L. munkásságával nyert betetőzést.

A héjszerkezetekre vonatkozó elméleti kutatások kezdete után csak fél évszázad múltán került sor az elméleti eredmények első *gyakorlati alkalmazására*. E tekintetben a döntő lépést a jénai planetárium gömbkupolájának megépítése jelentette (1925). Ezt követően világszerte számos gömb, illetve gümbüsűveg alakú kupolahéj épült. Utóbbiak sorában legjelentősebb a novoszibirszki operaház nézőterének lefedésére PASTERNAK, P. L. által 1931-ben tervezett, és rövidesen meg is épített 60 m fesztávolságú lapos gömbűsűveghéj, melynek falvastagsága, nagy fesztávolsága ellenére, csupán 8 cm-t tett ki.

A kupolahéjak építése során szerzett kitűnő tapasztalatok egycsapásra ráterelték a figyelmet a héjépítészetben rejlő kiaknázatlan lehetőségekre. Ezzel — s ez nem egyedülálló eset a természettudományok terén! — az eladdig pusztán elméleti jellegű kutatások egyszerre komoly gyakorlati jelentőségre tettek szert.

Az említett kupolaépítmények bebizonyították, hogy a héjszerkezetek igen alkalmasak nagy fesztávolságú terek lefedésére. E tény felismerése a kutatómunkának új lendületet adott. Egyre újabb, meg újabb héjfajta ötlete merült fel, ez a körülmény viszont a szóban forgó szerkezetek erőjátékának tisztázását tette szükségessé.

Az újabb héjfajták közt igen jelentősek voltak a hosszanti szegélybordákkal egybeépített, a végeiken rekeszfalakkal merevített nagy fesztávolságú *dongahéjak*. Ezek első példája — egy ellipszis vezérgörbéjű dongahéj — az egyik moszkvai garázs építése során került kivitelre (1923). Az efféle héjak elméletét egyidejűleg és egymástól függetlenül szovjet és német kutatók dolgozták ki. Az idevágó első német publikációval egyidejűleg jelentek meg GVOZDEV, A. A. (1932), VLASOV, V. Z. (1932), PASTERNAK, P. L. (1932), valamint GALERKIN, B. G. (1932) tanulmányai, majd ezeket követték RZHANITSYN, A. R. alapvető dolgozatai. A fejlődés oly ütemű volt, hogy a CNIPS már 1932-ben előírást készített vékonyfalú tető-, ill. födémszerkezetek tervezésére és méretezésére.

A héjszerkezetek elméletével foglalkozó szovjet tanulmányok közül különösen jelentősnek bizonyultak VLASOV, V. Z. azon dolgozatai, melyek szorosan kapcsolódtak szerzőjüknek a vékonyfalú rudak erőjátékát tárgyaló tanulmányaihoz. Ezeket a dolgozatokat VLASOV, V. Z. 1950-ben egy hatalmas monográfiában gyűjtötte össze. A szóban forgó művet, melyet a szovjet kormányzat II. oszt. Sztálin-díjjal jutalmazott, 1958-ban *Allgemeine Schalen-theorie und ihre Anwendung in der Technik* címen német nyelven is kiadták, angol nyelvű kiadása pedig most van sajtó alatt.

VLASOV, V. Z. e könyvében részletesen kifejti a közepes hosszúságú, tetszőleges keresztmetszetű prizmatikus héjakra és lemezművekre vonatkozó, előzőleg szakcikkekben közzétett nevezetes elméletét. A számítás alapjául végtelen sok keresztirányú ívből álló modellt választott, s az egyes ívek között oly kapcsolatot tételezett fel, amely csak membránerők továbbítására alkalmas. Elképzelése szerint a szóban forgó héjak hosszirányban membránként, keresztirányban hajlított ívszerkezetként működnek, bennük ívirányban semmiféle hosszváltozás sem keletkezik, a nyíróerők okozta alakváltozás pedig elhanyagolható. A problémának ez a tárgyalásmódja a héjfeladatot két parciális differenciálegyenlet megoldására vezette vissza, melyekben ismeretlen függvényként a hosszirányú derékerők és a keresztirányú hajlítónyomatékok szerepelnek. Az ezek megoldására általa bevezetett eljárás lehetővé tette e parciális differenciálegyenleteknek közönséges differenciálegyenletekre való visszavezetését.

Igen érdekes és nagy horderejű VLASOV, V. Z. azon megállapítása is, mely szerint a *negatív Gauss-görbületű középfelülettel bíró héjakra* az ún. membránelmélet nem minden esetben alkalmazható. Az ilyen héjak, ha peremeik meg is vannak támasztva, bizonyos körülmények közt nyúlásmentesen deformálhatók, tehát a síklemezekhez többé-kevésbé hasonló tulajdonságúak. Épp ezért az efféle héjak peremnyomatékai, miként síklemez esetében is, a peremtől távoli héjszakaszokon is jelentős belső erőket ébresztenek, s utóbbiak a membránszerű feszültségi állapotot jelentősen módosítják. Ezt a megállapítást modellkísérletek is igazolták.

VLASOV, V. Z. munkásságának legjelentősebb eredménye azonban a *lapos héjak elméletének* kidolgozása volt, mely világszerte ismertté tette nevét. Az erre vonatkozó vizsgálatokat először 1944-ben tette közzé. Elmélete szerint a lapos héjak erőjátékának meghatározása egy egyensúlyi és egy összeférhetőségi egyenlet megoldását teszi szükségessé. Mindkét egyenlet negyedrendű parciális differenciálegyenlet. Kimutatta, hogy e két szimultán negyedrendű differenciálegyenlet egy alkalmas függvénynek, az ún. Vlasov-féle függvénynek a bevezetésével egyetlenegy nyolcadrendű parciális differenciálegyenletté vonható össze. A héj belső erői az említett függvény segítségével igen egyszerűen fejezhetők ki, sőt mód nyílik a középfelületen fekvő pontok eltolódásalkotóinak meghatározására is. Elmélete azért is nevezetes, mert ez egyúttal a táblák és lemezek ismert elméletének általánosítását képezi. Az egyensúlyi egyenlet ugyanis a membránerőknek megfelelő tagok elhagyásával a lemezelmélet differenciálegyenletébe, az összeférhetőségi egyenlet pedig a hajlító- és csavarónyomatékoknak megfelelő tagok elhagyásával a táblaelmélet alapegyenletébe megy át. Érdekesekek és újszerűek azok a megállapításai is, melyek a rugalmasan ágyazott síklemez és az azonos módon terhelt laposhéjak differenciálegyenletének azonosságából folynak; ezek lehetővé teszik, hogy a rugalmasan ágyazott lemez deformációjából az analóg héj deformációjára következtessünk.

Igen nevezetes a héjak elmélete terén NOVOZHILOV, V. V. munkássága is, főleg pedig a vékony héjak lineáris elméletét tárgyaló, 1951-ben kiadott könyve. Ez világszerte igen kedvező fogadtatásra talált, s 1959-ben *The Theory of Thin Shells* címen angol nyelven is publikálásra került. Ebben a könyvében az egyensúlyi és összeférhetőségi egyenletek hasonló szerkezetét kihasználva, oly komplex segédfüggvényeket vezetett be, melyek segítségével a héjprobléma differenciálegyenlet-rendszerének rendszáma felényire redukálható.

A héjelmélet kiépítése terén világviszonylatban is alapvető jelentőségű GOL'DENVEISER, A. L. munkássága. Ő több dolgozatban, valamint a rugalmas héjakról 1953-ban kiadott nevezetes monográfiájában (mely utóbbi *Theory of Elastic Shells* címen 1961-ben angol nyelven is megjelent) a héjak szigorú elméletéből kiindulva a technikai gyakorlatban szokásos közelítő elméletek jogosságát vizsgálta és sikerrel határolta el azokat a területeket, melyeken a

közelítő eljárások alkalmazhatók, módszereket állapítván meg a közelítés révén elkövetett hibák nagyságrendjének megbecslésére. Ezáltal lehetővé vált a különféle közelítő elméletekkel kapcsolatban fennálló bizonytalanság felszámolása.

Nem volna teljes az a kép, melyet az előzőekben a szovjet tudósoknak a héjelmélet továbbfejlesztésére irányuló munkásságáról felvázoltunk, ha külön nem említünk meg azokat az elméleti kutatásokat, amelyeket szovjet részről a *héjak stabilitásvizsgálata* terén végeztek. Ezek sorában külön is rá kell mutatnunk GRIGOLIUK, E. J. által a lapos gömbsüveghéjak kihajlásbiztonságának megállapítására végzett vizsgálatokra, továbbá MUSTARE, H. M. és SURKIN, R. G. tanulmányára, mely a gömbhéjak Kármán—Tsien-féle elméletének hiányosságaira, nevezetesen a helyi horpadás zónájának peremére vonatkozó határfeltételek kielégítetlen voltára hívta fel a figyelmet. Vizsgálataikhoz csatlakozóan FEODOS'EV, B. I. egy nevezetes tanulmányában a gömbhéjak helyi horpadásának kérdését tisztázta, kimutatván e jelenségnek az elkerülhetetlen készítési pontatlanságokkal való összefüggését. Igen nevezetesek BOLOTIN, V. V. akadémikus által a héjak kinetikai stabilitására végzett vizsgálatok is. E kérdéseket analitikai úton ő tanulmányozta először, mégpedig végtelen kis, majd véges alakváltozások feltételezésével. Híres, 1956-ban megjelent könyvét *Kinetische Stabilität elastischer Systeme* címen német nyelven is kiadták. Itt kell megemlíteni ONIASVILI, O. D. akadémikusnak a héjak kinetikai stabilitására és rezgésviszonyaira vonatkozó alapvető munkáit is.

A héjak erőjátékának tisztázása terén a Szovjetunióban végzett intenzív kutatómunka jelentős *gyakorlati feladatok* megoldására nyújtott lehetőséget. A már említett gömb- és hengerhéjakon felül számos egyéb alakú héjtető is épült, főképp sátozottók, fűrésztetők, pozitív és negatív görbületű transzlációs héjak, esernyő- és koporsóhéjak, továbbá változatos alakú lemez-művek.

Igen érdekes irányban fejlődött a szovjet héjépítészet a *feszítés és előregyártási technika* bevezetésével (MIHAILOV, V. B.). Különösen nevezetesek e téren a mozaikszerű részekből összerakható oly süveghéjak, melyekkel különböző méretű, maximálisan 36×36 m kiterjedésű tereket lehet lefedni. Előregyártás céljaira igen alkalmasak vízszintes tengelyű gyűrűfelület alakú héjak is, melyek azonos alakú ívcelemekből állíthatók össze. Ezeket a szerkezeteket 100 m feszítávolságú terek lefedésére is sikerrel alkalmazták, sőt elkészült ugyanezen rendszer szerint a 150 m feszítávolságú leningrádi Lenin-stadion tetőszerkezetének terve is.

Jelenleg a Szovjetunióban jelentős elméleti kutatások folynak a *függőtetők* erőjátékának tisztázására is. Az ez irányú kutatómunka eredményeként több nagy feszítávolságú függőtető épült sportsarnokok, járműszínek lefedésére. Az eddigi eredmények a jövő lehetőségeit illetően igen biztatóak.

6. Eredmények a méretezéselmélet területén

A két világháború közti időszakban, főleg a 30-as évektől kezdve, a Szovjetunióban nagy horderejű konferenciák foglalkoztak a mérnöki szerkezet-tervezés alapját alkotó *méretezési elvek* kritikájával. Ez a kérdés főleg a vasbetonszerkezetek méretezésével kapcsolatban váltott ki élénk vitákat. Midőn ezek során felvetődött a vasbetonszerkezeteknek a *törési állapot* alapján álló (ún. „n”-mentes) méretezése (FOLEIT, A. F., STEUERMAN, M. J., GVOZDEV, A. A.), nyilvánvalóvá vált, hogy e módszer ellentétben áll a rugalmasságtan elvein alapuló korábbi méretezési eljárással. Az elmélet felállításához hasznos segítséget nyújtott a 30-as évek közepére összegyűlt igen gazdag kísérleti anyag, mely kétségtelenné tette, hogy a vasbetonszerkezetek még a törési állapothoz viszonyítva alacsony igénybevételi szinteken sem viselkednek tökéletesen rugalmasan. Fokozottan áll ez a statikai szempontból határozatlan vasbetonszerkezetekre.

Erre a felismerésre támaszkodva, GVOZDEV, A. A. 1934-ben első ízben fogalmazta meg, majd 1936-ban tökéletesebb alakban tette közzé a *képlékenységtan alapvető extremum tételeit*. Bebizonyította, hogy ideálisan rugalmas-képlékeny anyagok esetében a tényleges törőerőt az alsó — statikailag elérhető — és a felső — a kinematikailag lehetséges — határállapot egybeesése határozza meg. Ezen elméletet a „határegyensúly módszerének” nevezte el, s tételeit széles körben alkalmazta *vasbetonlemezek* törőterheinek megállapítására. Ezzel az addig elméletileg nem kellőképp megalapozott Ingerslev—Johansen-féle törésvonalelméletet szilárd elméleti alapokra helyezte.

GVOZDEV, A. A. az említett elméletet több cikkében és az 1949-ben megjelent monográfiájában (*Szerkezetek teherbíróképességének számítása a határegyensúly módszerével*) továbbfejlesztette, a Budapesti egyetemen pedig — melynek tiszteletbeli doktora — 1965-ben egy előadás kapcsán általánosított alakban tárgyalta.

Munkájának kísérleti és elméleti továbbfejlesztésében a körülötte felnövő fiatal kutatógárda tagjai is jelentősen kivették részüket. Köztük KRYLOV, S. M. a képlékenységtan elvei alapján méretezett vasbetonlemezeknek üzemi állapotban való lehajlását és e lemezek célszerű vasalásmódját tanulmányozta, KARPENKO, N. I.-vel közösen pedig a lemezek feszültségi és alakváltozási állapotát vizsgálta részben képlékeny és teljesen képlékeny állapotban.

A statikailag határozatlan *rúdszerkezetekben* a terhelés fokozódásával bekövetkező igénybevétel-átrendeződést illetően a Szovjetunióban már a 30-as évektől kezdve komoly kutatások folytak. Elég e téren MURASOV, D. I., KOTELIKOV, I. M., SHCHEPOTEV, A. S. és BULCAKOV, V. S. munkáira utalnunk. Különösen nevezetes KRYLOV, S. M. idevágó munkássága, mely azt igazolta, hogy a többtámaszú folytatólagos vasbeton- és feszített tartók nagyszilárd-ságú anyagok alkalmazása és nagy nyomott betonzóna esetében is tekintélyes

képlékeny alakváltozási képességgel rendelkeznek. Ezzel a kérdéssel foglalkozik 1964-ben megjelent könyve is (*Az igénybevételek átrendeződése határozatlan vasbetonszerkezetekben*), mely szakkörökben nagy érdeklődést váltott ki.

A Gvozdev-iskola fenti kutatómunkájára támaszkodva, a Szovjetunió 1960-ban már szabályzatot adott ki a statikailag határozatlan szerkezetek számítására. Ez lemez- és rúdszerkezetek tervezésekor kötelezően írja elő a képlékeny igénybevétel-átrendeződés figyelembevételét.

Érdekes kutatómunka folyt a *vasbetonhéjaknak* a törési állapot alapján való méretezése terén is. Így többek közt RZHANITSYN, A. R. és OVECHKIN, A. N. különféle héjfajták törésképeit és a vasalásnak a törésképre gyakorolt hatását vizsgálta, KHAIDUKOV, G. K. ferrobeton héjak törésfeltételeit tanulmányozta, ARUTUNIAN, N. H. pedig a lassú alakváltozásnak a héjak teherbíró képességére gyakorolt hatását tisztázta.

A mérnöki szerkezettan körébe vágó szovjet kutatótevékenység — a többi tudomány terén folyó szovjet kutatáshoz hasonlóan — egyre fokozódó intenzitással folyik, és sikereit egyre újabb meg újabb tudományos eredmények jelzik.

A kutatómunka terén elért eredmények új elméletek felállítását, s ezekre támaszkodva jelentős technikai alkotások megvalósítását tették lehetővé. Nem kétséges, hogy az a lelkes kutató- és alkotómunka, mely ezekre az eredményekre vezetett, a jövőben még hatékonyabban fogja szolgálni a haladást, s az eddiginél még jelentősebb eredmények elérését fogja biztosítani.



A SZOVJET KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNY EDDIG ELÉRT LEGFŐBB EREDMÉNYEI

TURÁNYI ISTVÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM

[Béérkezett 1967. szeptember 29-én]

A dolgozat a közlekedéstudomány terén elért szovjet eredményeket ismerteti. Részletesen tárgyalja a közlekedéstudomány s ezen belül a közlekedési üzeman területén folyó tudományos munkásságot és annak a hazai tudományra gyakorolt hatását. Behatóan foglalkozik a Szovjetunió vasúti közlekedésével, a villamos- és Diesel-vonatok alkalmazásával, valamint a nagyvasúti automatizálással. Ismerteti a közúti és városi közlekedés problémáit, a légi közlekedés jelentőségét s az itt, továbbá a víziközlekedés és hajóépítés terén elért nagyszabású eredményeket.

Azt a magyar méretekkel össze nem hasonlíthatóan széles spektrumú és mély tudománykomplexumot, amit a szovjet közlekedéstudomány az elmúlt 50 év alatt elért, csak nagyon vázlatosan lehet a rendelkezésre álló keretek között bemutatni. Az egyes ágazatok nagyon szűkreszabott ismertetése is csak úgy lehetséges, ha a Szovjetunióban a világszínvonalon mérve is élenjáró olyan tudományterületeket, mint a komplex közlekedési kérdéseké, a rakétatechnikáé, a cső- és vezetékes távvezetékeké, csak éppen megemlítjük annak tudatosítása végett is, hogy ezek a kérdések is a közlekedési rendszer szerves részei.

A *közlekedésgazdaságtan* művelése a Szovjetunióban módszereiben és eredményeiben egyaránt világszínvonalat ért el. Áll ez elsősorban a vasútgazdaságtanra. De az utóbbi évtizedben hasonló méretű és jellegű fejlődés következett be a közúti gépjárműközlekedés, a hajózás és a légiközlekedés vonatkozásában is. Hasonló szintén a helyzet a városi közlekedés tekintetében.

A szovjet közlekedési gazdaságtantudomány fejlődésére jellemző, hogy eredményeit a közlekedés gazdasági irányítása és tervezése, valamint egyáltalában a közlekedéspolitika sorozatosan felhasználja. Sőt a közlekedésgazdaságtani kutatások ez oldalról nyernek intézményes motíválást. A szovjet közlekedéstudomány gazdasági ága ezen nagyszabású fejlődésének a világhírű szovjet közlekedési mérnökképző intézmények és a közlekedési tudományos kutatóintézetek a bázisai.

Kiemelkedő tudósok a Szovjetunióban a közlekedésgazdaságtan vonatkozásában: HANUKOV, E. D. a *Moszkvai Vasúti Mérnökképző Intézet* világhírű professzora, aki 1962-ben az ÉKME meghívására nálunk is járt és több előadást is tartott, közülük egyet az Akadémián. A másik kiemelkedő tudós HACSATUROV, T. Sz. akadémikus professzor, aki hosszabb ideig a komplex *Közlekedési Kutató Intézet* vezetője volt. Utóbbi 1958-ban az ÉKME Közlekedés-

mérnöki Karán tett látogatást; jelenleg a Szovjet Tudományos Akadémia *Gazdaságtudományi Intézetében* dolgozik. Beruházások hatékonyságának megállapítására kidolgozott és 1946-ban közzé tett eredeti módszere világhírűvé vált. A gazdaságmatematikai módszerek közlekedési alkalmazásai tekintetében elévülhetetlen érdemei vannak LURJE, A. L. professzornak, aki már a 40-es évek közepétől kezdve a közlekedési operációkutatás élenjáró képviselője volt. Szép eredményeket ért el a közúti közlekedésgazdaságtanának fejlesztése terén BRONSTEIN, L. A. professzor, a Moszkvai Autóközlekedési Mérnökképző Intézet tanára is. Kiemelkedő eredményei vannak továbbá GIBSMAN, A. E. professzornak.

A szovjet közlekedésgazdaságtan már korán (1946-ban jelent meg HACSATUROV átfogó Vasútgazdaságtana) világszínvonalat elért ismeretanyaga megkönnyítette a hazai közlekedésgazdaságtan tananyagának színvonalas kialakítását. Ennek köszönhető, hogy az ágazati gazdaságtanok között a közlekedésgazdaságtan hazánkban viszonylag korán kiforrott és világszínvonalat képviselő ismeretanyaggal kerülhetett egyetemi (műszaki egyetemi) oktatásra. Sokat segített ebben HACSATUROV 1959-ben megjelent nagyszabású Közlekedésgazdaságtana, majd HANUKOV 1960-ban közreadott Vasútgazdaságtana, még előbb DANYILOV, Sz. K. professzor szerkesztésében 1956-ban megjelent Közlekedésgazdaságtan című egyetemi tankönyv. Emellett már korán, közvetlenül a felszabadulás után, alapvető szovjet közlekedésgazdasági (főképp vasútgazdasági) tudományos munkák magyarra fordítása (pl. a két CSERNOMORDNYIK könyve és más gyűjteményes munkák) segítettek a vonatkozó hazai kutatómunkát. BEBRITS miniszternek e munkák korai átültetésében elévülhetetlen érdemei voltak. Mindennek köszönhető, hogy a *Szolnoki Közlekedési Műszaki Egyetem* Közlekedésgazdaságtani Tanszéke már 1955-ben a hallgatóság rendelkezésére bocsátotta az első magyar nyelvű igen színvonalas közlekedésgazdaságtani tananyagot.

A szovjet közlekedésgazdasági tudományos eredmények átvétele hatékonyan segítette a hazai nehéz közlekedésfejlesztési feladatok sikeres megoldását.

A *közlekedési üzemtant*, miként hazánkban, a Szovjetunióban is, a szocializmus építése során jelentkező igények hozták létre, illetve ezek az igények inspirálták fejlődésében. Ezért e tudomány hazai fejlődésének „modelljeként” a szovjet közlekedési üzemtudomány szolgált, amely ott is szocialista talajon fejlődött ki, s melynek hatása valamennyi közlekedési ágban, de különösen a vasút területén már kézzelfoghatóan is lemérhető volt.

A szovjet közlekedési üzemtudomány eredményei a felszabadulás óta folyóiratok és szakkönyvek útján, valamint személyes kapcsolatok révén jutottak el hozzánk.

Vasútüzemi vonatkozásban — a legjelentősebbek közül is — ki kell emelnünk OBRAZCOV, V. N. akadémikusnak, a nagy tudósnek és nevelőnek sok-

oldalú munkásságát, különösen azokat a műveit, amelyek az állomások és gócpontok tervezésével és hálózati megoszlásával (telepítésével) foglalkoztak. Ezekből mind a tervező-, mind az egyetemi oktatómunka sok hasznos ismeretet meríthetett. Nagy érdeklődés kísérte nálunk OBRAZCOVNAK (SAULSZKIJ docenssel közösen) 1948-ban írott tankönyvét, melyben első ízben fejtette ki az összes közlekedési ágak komplex kihasználásáról (üzemeltetéséről) szóló elméletét. Nálunk is hasznosított eredeti tudományos módszert és következtetéseket köszönhet a vasúti üzemtudomány FROLOV, A. N. professzornak a vonat-specializáció és az állomási tolatási munkák kérdésében. VASZILJEV, I. I. (1925) később PETROV, A. P. (1941) professzorok által kidolgozott vonatspecializáció és vonatközlekedési tervnek (a kocsiaramlást figyelembe vevő analitikus, ill. abszolút) számítási módszerei megfelelő átértékeléssel ma is elméleti alapját képezik a kocsiaramlattovábbítás szervezésének. Az 1918-ban, a szovjet hatalom évében létesített egyetemi közlekedési üzemmérnöki fakultások tanszékein folyó kutatások sok-sok eredménye áll rendelkezésünkre.

Az autóközlekedés üzemtudományának kialakulása és fejlődése tulajdonképpen csak az utóbbi évekre tehető. Ebben a vonatkozásban azonban máris jól hasznosíthatók hazai körülményeink között is pl. AFANASZJEV, L. L., KRAMAZENKO, G. V., RUSZJEV, G. V. munkái.

A Szovjetunió vasúthálózatára az óriási szállítási teljesítmények a jellemzők, melyek tonnakiló méterben ma már az amerikai (USA) vasútakénál sokkalta nagyobbak. A Szovjetunió hatalmas vasúthálózata és műszaki berendezése korszerűség és műszaki fejlettség szempontjából ma már össze sem hasonlítható akár csak a pár évtized előtti állapottal sem. A vasúti pályán tapasztalható nagyarányú fejlődés, a hegesztett, hézag nélküli korszerű vágányzat, a betonaltaljak, új műszaki részletmegoldások és részletes előzetes műszaki-tudományos kutatómunkálatok, valamint nagyszabású kísérleti vizsgálatok sorozata után érlelődtek ki. Emellett a Szovjetunió ma is évente több ezer kilométer új vasútvonalat tervez a légi fotogrammetria és számítógépek felhasználásával. E vonalakat nagyon koncentrált, korszerű teljes gépesítéssel építi meg. Ez irányú tevékenysége az egész világon egyedülálló.

A nagyarányú dieselesítési és villamosítási program velejárójaként nemcsak az új vasútvonalak, hanem a régiek forgalmas törzshálózata is újratemtődött. A vasutak általános korszerűsítésének és fejlesztésének ilyen üteme és színvonala csakis a legnagyobb tudományos megalapozottsággal biztosítható. Mindezeket a rendkívül bőséges irodalom is tanúsítja.

Már a cári időkben is világos volt a tudósok előtt, hogy milyen nagy jelentőségű lenne ebben a hatalmas országban a gőzmozdonynál nagyobb teljesítményű *villamos vagy motoros mozdonyok* alkalmazása. A villamosítás feltételei azonban akkor még nem voltak meg, de motoros mozdony kifejlesztésével már az első világháború alatt is foglalkozott GRINEVECKIJ, V. professzor. A szovjet hatalom első éveiben pedig határozottan felmerült a villamos- és Diesel-vontatás

alkalmazásának kérdése. 1921 decemberében a szovjetek IX. Kongresszusán jóváhagyott GOELRO tervben előirányozták kb. 3500 verszt (1067 km) hosszúságú vasútvonal villamosítását és egyben megfogalmazták a villamosvontatást jellemző főbb előnyöket. Ezzel egy időben megkezdték a motoros mozdonyok tervezését is. 1921—22-ben HACKEL, J. M. professzor megalkotta annak a motormozdonynak a vázlatos tervét, amelynek első kísérleti példányát 1924-ben gyártották le. Ezzel a mozdonnyal végezte világhírű kísérleteit LOMONOSZOV, G. professzor.

1932—33-ban kezdődött meg az első motoros mozdonyok ipari előállítására. HACKEL, J. M. professzor motoros mozdonya volt a világon az első villamos erőátvitelű, egyben pedig az első üzemképes fővonalis motoros mozdony. 1927-ben építették meg az első mechanikus erőátvitelű Diesel-mozdonyt. A mozdony hatásfoka 31% volt, ami ma is igen jó eredménynek számít. Érdemes megemlíteni, hogy ugyanezekben az években sikertelenek voltak a svájci, angol és olasz cégek motoros mozdony kísérletei. Végül a külföldi Diesel-mozdony gyártás is a Szovjetunióban kidolgozott, villamos erőátviteli rendszerű Diesel-mozdonyok építésére tért át.

1931—38 között dieselesítettek egy vízszegény vonalszakaszt. A további dieselesítést fékezte a második világháború. A háború után azonban a korábbi tapasztalatok felhasználásával igen gyorsan fejlődött a dieselesítés. 1953-ban már 4000 LE-s Diesel-mozdonyt gyártottak. 1955 után pedig a Diesel-villamos mozdonyok tökéletesítése mellett megkezdték a hidraulikus erőátvitelű Diesel-mozdonyok kifejlesztését is. A szovjet Diesel-mozdony gyártás mai fejlettségét az egy egységben megvalósított teljesítmény növekedése jellemzi. További jellemzői: új erőátviteli rendszer és önhordó szerkezet alkalmazása, a sebesség fokozása, az egy LE teljesítményre jutó fémfelhasználás csökkentése, a nagy-szilárdságú és polimer anyagok alkalmazása, a gépcsoportok automata ellenőrzési és vezérlési rendszerének alkalmazása, a megbízhatóság és az élettartam növekedése, továbbá az üzemeltetési költség csökkentése. Korszerű négyütemű szovjet Diesel-motorok fajlagos tüzelőanyagfogyasztása ma már $146 \div 150$ g/LEh értéket mutat. 1966-ban a dieselesített vasútvonalak hossza 62 000 km volt, ami a teljes hálózat 47%-a; 1968-ra a dieselesített vasútvonalak hossza előreláthatólag eléri a 67 000 km-t.

A hidraulikus erőátvitel nemzetközileg elismert szaktekintélye SZEMICSAZITNOV, a vasúti kocsiké pedig VINOKUROV. Mindegyikük könyveit eredményesen hasznosítjuk hazánkban is, részben az iparban, részben az egyetemi oktatásban.

Szovjet szakemberek munkájának eredménye az M 62 sor. 2000 LE-s Co'Co'-Diesel-villamos mozdony, amely az európai szocialista országok többségének — köztük a magyar vasutak dieselesítésének egyik fő mozdonytípusa.

A villamosvontatás gyakorlati alkalmazását a személyforgalomban 1926-ban, teherforgalomban pedig 1932-ben kezdték meg.

A vasútvillamosítást a második világháború nehézségei ellenére is folytatták. Az 1956-ban elfogadott vasútvillamosítási terv megvalósítása során 3332 km-ről napjainkig mintegy 29000 km-re, az egész hálózat 35%-ára növelték a villamosított vonalak hosszát.

1966-ban befejezték a korábban 1500 V-os egyenárammal villamosított vonalakon a 3000 V feszültségre való áttérést. 1956-ban kezdték meg a 25 kV-os egyfázisú 50 periódusú váltóárammal való villamosítást, és 1966 óta a 27000 km villamosított vonalból több mint 9000 km-en váltóárammal történik a vontatás.

A villamosítással párhuzamosan fejlődtek a villamos mozdonyok is: a harmincas években 2040 kW, ma pedig 6320 kW teljesítményűeket gyártanak.

Az egyen- és váltóáramú szakaszok egymáshoz csatlakozását korábban vegyes feszültségű (áram nemű) állomások építésével oldották meg. Újabban ehelyett a gazdaságosabb megoldást biztosító kettős táplálású villamos mozdonyokat üzemeltetnek, amelyek egyen- és váltóárammal egyaránt működnek. Az utóbbi években már valamennyi új váltóáramú mozdonyt félvezetős egyenirányítókkal gyártják.

Széles körben ismerik és hasznosítják az *Össz-szövetségi Vasúti Tudományos Kutató Intézet* munkásságának eredményeit, amelyeket az intézet közleményei tesznek hozzáférhetővé. Ugyancsak elismert a *Villamos és Diesel-motoros vontatás* című folyóirat is.

A szovjet vasutak villamosítása és dieselesítése a tudomány és a gyakorlat példamutató egységét mutatja.

Az elmúlt 50 év során elért eredmények főként a Szovjetunió egyetemeken kiképzett magyar mérnökök és kandidátusok munkáján keresztül hatják át a magyar tudományos életet.

A *nagyvasúti automatizálás* terén a Szovjetunió közlekedéstudományának a helyzetét a nemzetközi érdeklődés és gyakorlat valamennyi területére vonatkozó teljes skálájú kutatómunka, valamint egyes területeken a nemzetközi kutatási ütemet megelőző magasszintű tudományos eszközök alkalmazása és folyamatos továbbfejlesztése mellett végzett kutatásokban elért jelentős eredmények jellemzik. Tárgykörébe egyaránt beletartozik a jelfogós automaták és rendszereik (pl. biztosítástechnika, rendezéstechnika stb.), valamint a nagyvasúti automatizálást teljes szervezeti szinten lehetővé tevő kibernetikai, ezen belül elektronikus-gépi, matematikai és információstechnikai eszközök. Tudományos igényű, átütő erejű, de a gyakorlat igényeihez rendkívül helyes arányokban és ütemben illesztett, komplex tudományos kutatás nélkül nem is képzelhető el a vasúthálózati irányítástechnikai berendezések fejlesztése.

Az *útépítés* vonatkozásában a Szovjetunióban a tudományos kutatómunkának és az útépítési feladatoknak az éghajlati nehézségeket kielégítő speciális módszerei azok, amelyeket különös eredményképpen kell értékelni. Nemzetközi feltűnést keltettek a rendkívül körültekintően, elméletileg és kísér-

letekkel megalapozott útpályaszerkezet-tervezési és méretezési módszereik, melyek tudományos igényességgel évtizedek alatt kialakult és rendszerezetten fejlődött kutatómunkának a szerves eredményei. Ugyanez mondható el az igen fejlett, önálló utakon járó útépitési anyagvizsgálati módszereikről is. Európai méretekkkel mérve, óriási távolságokra terjedő új útépitéseik a legkorszerűbb gépesítéssel történnek, s a távoli óriási területek feltárásában fontos szerepet töltenek be.

A Szovjetunió városainak közlekedésére jellemző, hogy az 1000 lakosra eső személygépkocsiszám jelenleg nem nagy. Ennek következtében az igen magas fajlagos közlekedési igényeket fejlett tömegközlekedési eszközökkel elégítik ki. A moszkvai Metro az utazás sebessége és kényelme, valamint nyújtott teljesítménye szempontjából a világ egyik első földalatti vasútja. A közeljövőben várható, hogy az új 700 000 szgk/év kapacitású személygépkocsigyár üzembehelyezésével a fajlagos személygépkocsi ellátottság még rohamosan tovább fog növekedni.

A Szovjetunió városait a második világháború után végrehajtott óriási rekonstrukciós munkák jellemzik. Az új lakónegyedek útvonalai irigylésre méltóan szélesek, így a várható nagy személygépkocsi-forgalom lebonyolítására előreláthatóan elegendő helyet biztosítanak. Ott, ahol a forgalom megkívánta, a külön szintű csomópontokat és városi autópályákat már eleve megépítették (pl. a Moszkva autópálya környékén), és megfelelő automatikus (ahol kellett koordinált) irányító berendezéseket szereltek fel.

A Szovjetunió a magyarországi városi közlekedés továbbfejlesztéséhez számos területen nyújtott nagy segítséget. A budapesti trolibusz közlekedés indításához ez a segítségnyújtás döntő volt. A budapesti kelet—nyugati földalatti építésén a tervezés, az alagútépítés, a felépítmény, a járművek, a mozgólépcsők és egyéb műszaki berendezések vagy a Szovjetunióból származnak, vagy a Szovjetunió segítségével és közreműködésével készülnek.

A budapesti közlekedésfejlesztési terv elkészítésekor számos kérdésben a hazai tervezők a moszkvai közlekedésfejlesztési terv készítése során lefolyt vitát nagymértékben figyelembe vették.

A szovjet közúti gépjárműtudomány főként a gépjármű elméletével kapcsolatos kutatások terén és gépkocsik alkatrészeinek igénybevételének meghatározásában ért el kiváló eredményeket. Jelenleg további kutatások folynak a gépkocsik lengéstan, stabilitási és fékezési problémáit illetően. Foglalkoznak azzal is, hogy az alkatrészek szilárdsági igénybevétele az eddiginél pontosabban meghatározható legyen.

A légi közlekedés talán egy ország számára sem olyan nagy jelentőségű kérdés, mint a Szovjetunió számára. Az ország hatalmas kiterjedése, az óriási távolságok, számos a vasúttól, illetőleg a közúti fő útvonalhálózattól távol eső területnek a forgalomba való bekapcsolhatósága a légi közlekedés nagyarányú fejlesztését követeli meg. Ma már 2000 km-nél nagyobb távolságokra a sze-

mélyforgalom 80%-át repülőgépek bonyolítják le. Moszkvát napi 50 repülőgépjárat köti össze Vlagyivosztkkal.

A legutóbbi években a belföldi forgalom mellett a nemzetközi forgalom is rohamosan fejlődött. Az *Aeroflot*, a világ legnagyobb légiforgalmi vállalata, 1965-ben 42 millió utast szállított, míg ugyanakkor a legnagyobb európai társaság, az *Air France* csak 4 milliót.

Az *Aeroflot* feladatát kizárólag szovjet tervezésű és gyártású repülőgépekkel látja el. A már repülő *Tu—134* (60 ÷ 72 utas, 3000 km hatótávolság) és az *Il—62* (180 ÷ 200 utas, 8000 km) mellett kifejlesztés alatt áll a *Tu—154* (130 ÷ 150 utas, 4500 km) szubszonikus és az angol—francia együttműködésben készülő *Concord*dal mindenben egyenértékű *Tu—144*-es szuperszonikus gép, amely néhány év múlva 120 utast 20 000 m magasságban, 2,2-szeres hangsebességgel fog szállítani.

A repüléstudomány megalapozása jórészt orosz tudósok nevéhez fűződik. A felhajtóerő keletkezésére és számítására ZSUKOVSKIJ, N. J. adott általános érvényű magyarázatot és módszert. CSAPLYGIN, Sz. A. a nagysebességű áramlás törvényszerűségeinek kifejtésével a szuperszonikus repülés alapjait vetette meg, míg CIOLKOVSKIJ, K. E. a rakétának, mint változó tömegű testnek a mechanikáját alapozta meg és már korán felvetette a többlépcsős rakéta gondolatát.

A szovjet repülőgépkonstruktőrök két nevezetes repülési kutatóintézet, a ZSUKOVSKIJ alapította *Központi Aero- és Hidrodinamikai Intézet* és a *Központi Repülőmotorfejlesztési Intézet* támogatja hathatósan; az előbbi elsősorban aerodinamikai és szerkezeti kérdésekben, az utóbbi pedig a hajtóművekkel kapcsolatos kutatásban nyújt segítséget.

A viziközlekedés terén a Szovjetunió több mint 113 000 km hosszú belvizi úthálózatával, az ezen közlekedő hajóparkjával a világ hajózásának élvonalában áll. A Nagy Októberi Forradalom óta eltelt 50 esztendő alatt elterjesztette széles körben a tolóhajózást, a nagyméretű önjáró szárazárus- és folyékonyárus hajók közlekedtetését. A szovjet tudósok, valamint a hajóépítés, hajózás és viziútépítés szakemberei a katamarán típusú egységeknek, továbbá a személyhajózásban a szárnyas és a vízszugárlökéses, valamint légpárnás hajótípusoknak a kialakításával és folyamatos továbbfejlesztésével úttörő munkát végeztek. A viziutak fejlesztése terén az egyes nagy folyamok és folyók csatornázása révén kimagasló eredmények születtek; elég itt e tekintetben a Volga csatornázására, a Dnyepr és a Dnyeszter csatornázására, valamint arra a nagyszámú mesterséges csatornára utalni, amelyek a természetes viziutak között (pl. Volga—Don-csatorna, Moszkva—Volga-csatorna stb.) teremtenek összeköttetést. A tengeri hajózás terén a cári Oroszország elmaradottságát sikeresen felszámolták, és ma már a Szovjetunió tengeri hajóparkja szám és hordképesség szerint az első tíz tengeri hatalom között, míg a hajók kora és műszaki állapota szerint az elsők között van.

A sok százezres hajós dolgozó szakmai továbbképzését számos tudományos intézet, vízi- és hajóépítő, valamint hajózási főiskola, illetőleg intézet biztosítja.

A szovjet tudósok és gyakorlati szakemberek a legkorszerűbb technika alkalmazása révén a hajózás terén is élen járnak. Számítási módszereiket — akár a hajóépítés, akár a víziépítés, vagy a hajózás üzeme területén — a szocialista országokban, ezek között hazánkban is, mindenütt széles körben alkalmazzák.

A Szovjetunió nagyarányú hajórendelése a magyar folyami és tengeri hajógyártásra, nemkülönben a parti és úszódaruk építésére is serkentőleg hatottak; az egyes típusokból a sorozat megrendelések lehetővé tették a legkorszerűbb technológiai eljárások alkalmazását. Kapcsolataink serkentőleg hatottak a dunai hajózásra is.

Bizonyos, hogy az a nagyszabású, világméretekben is jelentős tudományos és gyakorlati tevékenység, melyet a szovjet tudósok és mérnökök szoros együttműködése jellemez, a jövőben is az eddigiekhez hasonló sikerre fog vezetni, s hatékonyan fog hozzájárulni a közlekedéstudomány és általában a közlekedésügy további fejlődéséhez.

IRODALOM

1. Матийко, Н. М.—Радунский, Л. Д.: Развитие дуговой электросварки в СССР. Госэнергоиздат, 1960.
2. Гельман, А. С.: Контактная электросварка. Машгиз, 1949.
3. НИКОЛАЈЕВ, С. А.: Hegesztés. Nehézipari Könyvkiadó, Budapest 1952.
4. GILLEMOT L.: Szerkezeti anyagok technológiája; II. Hegesztés. Tankönyvkiadó, Budapest 1960.
5. Рабинович, И. Я.: Оборудование для дуговой электрической сварки. Машгиз, 1958.
6. Хренов, К. К.: Сварка, резка и пайка металлов. Машгиз, 1959.
7. Патон, Б. Е.: Технология электрической сварки плавлением. Машгиз, 1962.
8. Николаев, Г. А.: Сварные конструкции. Машгиз, 1962.
9. Патон, Б. Е.: Автоматическая электродуговая сварка. Машгиз, 1953.
10. Бродский, А. Я.: Аргонодуговая сварка вольфрамовым электродом. Машгиз, 1956.
11. Патон, Б. Е.: Электрошлаковая сварка. Машгиз, 1959.
12. Новожилов, Н. М.—Сулов, В. И.: Сварка плавящимся электродом в углекислом газе. Машгиз, 1958.
13. Соколов, Е. В.: Справочник по сварке; I, II. Машгиз; 1960, 1961.
14. Автоматическая сварка (1966), № 11.
15. Патон, Б. Е.: Сварка в мире будущего. Автоматическая сварка (1963), № 2.
16. РОСОУИН-АЛЕКСЗЕЈЕВ, С. I.: A hegesztő folyamatok elmélete. Tankönyvkiadó, Budapest 1952.

A HEGESZTÉSTECHNIKA FEJLŐDÉSE A SZOVJETUNIÓBAN

ROMVÁRI PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, MISKOLC

[Béérkezett 1967. október 3-án]

E tanulmány a Nagy Októberi Szocialista Forradalom 50. évfordulója alkalmából azzal a céllal készült, hogy rövid áttekintésben bemutassa az egyik legfiatalabb és nagy jövő előtt álló technológiai ágazatnak, a hegesztésnek a létrejöttét és rohamos fejlődését a Szovjetunióban, továbbá ezzel párhuzamosan a hegesztés egyetemes fejlődését. A szerző a történelmi hűség kedvéért vázlatosan ismerteti a hegesztés helyzetét a XIX. század második felében és a XX. század elején. Részletesebben tárgyalja a korszerű hegesztéstechnika műszaki, gazdasági és személyi feltételeinek megteremtését a szovjethatalom kezdetén, valamint az első népgazdasági tervek éveit. Végül vázlatosan összefoglalja a szovjet tudósok és mérnökök tevékenységének jelentőségét a hegesztés egyetemes fejlődésében.

I. Bevezetés

Az elmúlt 50 év társadalmi, politikai és gazdasági fejlődésében kiemelkedő jelentősége volt a Nagy Októberi Szocialista Forradalomnak, a Szovjetunió létrejöttének. A szovjetek a párt irányításával Európa egyik legelmaradottabb országából, a cári Oroszországból egy társadalmi rendszerében élenjáró, iparilag fejlett országot teremtettek.

Az iparnak abban a rohamos fejlődésében, amelynek révén a Szovjetunió az ipar fejlettsége és az ipari termelés mennyisége tekintetében Európában az első, a világon pedig az Amerikai Egyesült Államok után a második helyre került, elvitathatatlan érdemei voltak a népgazdasági terveknek, amelyek biztosították a szovjet gazdaság nélkülözhetetlen ágazatainak folyamatos és arányos fejlődését. Az ipari ágazatok és ezen belül az egyes technológiák fejlődési ütemét e terveknek megfelelően a népgazdasági érdek és a gazdaságosság együttesen határozta meg.

A hegesztéstechnika fejlődése a szovjethatalom éveitől kezdve az említett általános elvek érvényesülése útján valósult meg, de az ipar átlagos fejlődési ütemét is meghaladó elterjedését alapvetően két tényező határozta meg:

Az orosz tudósoknak és mérnököknek az ív- és az ellenálláshegesztés elvi lehetőségének felfedezésében és gyakorlati alkalmazása irányában kifejtett, világvizonylatban elismerést nyert tevékenysége; és

a hegesztés elterjedéséig használatos szegecskötéshez képest kezdetben csupán a nagyobb termelékenység és az olcsóbb előállítás, később pedig a gazdasági előnyökkel párosult kötés megbízhatóság.

II. A hegesztés helyzete a cári Oroszországban

Oroszország az iparilag gyengén fejlett mezőgazdasági országok közé tartozott, az iparilag fejlett országoktól — az Amerikai Egyesült Államoktól, Angliától, Franciaországtól, Németországtól és Japántól — messze elmaradt. A hegesztés tekintetében az elmaradás nem lehetett számottevő, mivel a XIX. század végéig az iparilag fejlett országokban is csaknem kizárólag a tüzi kovácshegesztést és a vízgáz-hegesztést alkalmazták. A korszerű hegesztő eljárások felfedezése után az ipari termelés mennyiségéből és szintjéből adódó eltérés e területen is egyre inkább érezhetővé vált. Az ipar elmaradottsága ellenére a korszerű hegesztőeljárások felfedezésében és kidolgozásában az orosz tudósoknak és mérnököknek elvitathatatlan érdemük volt [1].

A hegesztéstechnikában vezető helyet elfoglaló villamos ívhegesztés elvi alapjául szolgáló villamos ívet PETROV, V. V. orosz akadémikus 1802-ben fedezte fel. Bár PETROV akadémikus munkáiban kifejtette a villamos ív alkalmazhatóságának lehetőségét fémek olvasztására, ennek gyakorlati felhasználására csak a villamosság szélesebb körű elterjedése után kerülhetett sor.

A villamos áramot fémek megolvasztására, ill. hegesztett kötés kialakítására a világon elsőként BENARDOSZ N. N. orosz mérnök alkalmazta 1882-ben. BENARDOSZ kísérletei és szabadalma kiterjedt az ívhegesztésre és az ellenálláshegesztésre egyaránt. Az ívkeltéshez BENARDOSZ szénelektrodot alkalmazott és főleg öntvények vagy törött, kopott alkatrészek javítóhegesztésére használt eljárásnál külön töltőanyagot adagolt. A ponthegesztett kötések lemezek szintén szénelektrodok között készítette [2].

A napjainkban leginkább használatos leolvadó elektródos hegesztés kidolgozása SZLAVJANOV, N. G. orosz mérnök nevéhez fűződik (1888). BENARDOSZ és SZLAVJANOV számos, a korszerű hegesztő eljárásoknál is alkalmazott technikai fogást javasolt és dolgozott ki a varrat minőségének javítására, a termelékenység növelésére. Így többek között a hegfürdő védelmére törött üvegszemcsés fedőport használtak, a varratfém dezoxidálására pedig ferromangánt, ill. ferroszilíciumot alkalmaztak. A hegesztés gépesítésére SZLAVJANOV elkészítette az első automatikus működésű hegesztőfejet [3].

E korszakalkotó felfedezések nyújtotta lehetőségeket az orosz ipar elmaradottsága miatt kihasználni nem igen tudta. A fejlett villamos iparral rendelkező országok viszont az orosz szabadalmak megvásárlásával kezdik el egyre szélesebb körben alkalmazni az ívhegesztést.

A bonyolult egyenáramú gépet, vagy a későbbiekben különleges transzformátort igénylő ívhegesztés kezdeti gyors elterjedését lefékezte az 1900-as évek elején LE CHATELIER francia kutató által kidolgozott acetilén—oxigén gázkeverék égéshőjét hasznosító lánghegesztés, amely ez idő tájt egyszerűbb berendezéssel megbízhatóbb kötés kialakítását tette lehetővé [4].

Az 1888-ban TOMPSON (Amerikai Egyesült Államok) által kidolgozott zömítő tompahegesztés, majd a német mérnök-kollektíva által 1903-ban továbbfejlesztett leolvasztó tompahegesztés Oroszországban az ívhegesztéshez hasonlóan villamosenergia és hegesztő berendezés hiányában nem terjedhetett el.

Az elmondottakból következik, hogy bár az orosz tudósok és mérnökök a korszerű hegesztés megteremtésében kiemelkedő szerepet játszottak, felfedezéseik és kutatásaik eredményét népük felemelkedésére az ipar elmaradottsága miatt nem hasznosíthatták.

III. A hegesztéstechnika fejlődése a két világháború között

1. A hegesztés helyzete 1928—1938 között

A hegesztés fejlődését a szovjethatalom kezdeti szakaszában a cári Oroszországtól örökölt és az előzőkben részletezett objektív nehézségek gátolták, amelyek az első világháború, a polgárháború és a nemzetközi intervenció okozta károkkal tovább növekedtek.

Az iparilag fejlett országokban KJELLBERG svéd mérnök szabadalma (1907) alapján az egyre tökéletesebb bevontatott elektródák kidolgozásával a kézi ívhegesztés igen gyors fejlődésnek indult és elkezdte a széles körben alkalmazott oxiacetilén lánghegesztést visszaszorítani.

Az első meggyőző példát az amerikai hajóipar szolgáltatta azáltal, hogy a németektől zsákmányolt, robbantással megrongált hajók kijavítására kézi ívhegesztést alkalmazva, a hagyományos szegecselési technológiával 2 évre tervezett munkát 5,5 hónap alatt készítette el. Az ívhegesztés létjogosultságát kívánta demonstrálni az 1920-as évek közepén a *Westinghouse* cég egy négyemeletes (67 m hosszú, 21 m széles és 24 m magas) üzemi épület vasszerkezetének hegesztett kivitelben való elkészítésével is, valamint azzal, hogy az új technológia révén 65 Mp-dal kisebb acélfelhasználással oldotta meg a feladatot. Ezzel egyidejűleg került alkalmazásra a bevont-elektrodos kézi ívhegesztés csővezetékek, tartók és hídelemek, kisebb méretű hajók hegesztésénél, majd a *General Electric Co.* a legnagyobb teljesítményű víz- és gőzturbinák álló- és forgórészeinek sorozatgyártásánál használja fel teljes sikerrel a kézi ívhegesztést.

A Szovjetunió ugyanezen időszakban kénytelen a háborúk okozta károk felszámolásán, a népgazdaság helyreállításán dolgozni. Bár a különböző iparágak egyre sürgetőbben igénylik az ívhegesztő berendezéseket, a bevont elektródákat, a lánghegesztéshez szükséges karbidot és oxigént, a népgazdaság importlehetőségei azonban ebben az időszakban még igen szerények, a szükségletek hazai kielégítésére pedig a feltételek még nem értek meg [1].

A szovjet üzemek egy része — megismerve a hegesztés gazdasági és műszaki előnyeit és látva a korlátozott import lehetőségeket — saját használatra üzemben belül készítettett hegesztő dinamókat vagy a svéd *Weck* cég tapasztalatai alapján hegesztő transzformátorokat, ill. vékonybevonatú elektródokat. A hegesztés minősége a mostoha feltételek mellett csak a minimális igényeket elégíthette ki.

Az iparágak vezetői, meggyőződve a hegesztésben rejlő lehetőségekről és megismerve az iparban jelentkező nehézségeket, meghozták első intézkedéseiket a szakemberképzés, a hegesztőgép és a hegesztőanyagok gyártásának megszervezésére.

A hegesztő szakmunkások egységes program szerinti képzése az 1920-as évek második felében indul meg HRENOV, K. K. akadémikus által összeállított tanmenetnek megfelelően. Ez tekintetbe vette a hegesztő eljárások különbözőségét és a készítendő szerkezet bonyolultságából adódó eltérő követelményeket, tehát tartalmazta a mai szakosított képzés alapelveit.

A hegesztő szakmérnökképzés kezdeményezői NYIKITYIN, V. P. és VOLOGCYN, V. P. professzorok voltak, akik 1925-ben Dnyepropetrovszkban, ill. Vlagyivosztokban megkezdték a villamos- és gépészmérnök hallgatók részére a hegesztéssel kapcsolatos tantárgyak előadását.

A hegesztő áramforrások racionális tervezéséhez elengedhetetlen volt az ív sajátosságainak ismerete. Ezt a problémát különös hangsúllyal húzta alá a Szovjetunió nehéz energiahelyzete és az üzemek által egyéni tervezésű és előállítású áramforrások megengedhetetlenül kis hatásfoka. Erre a világviszonylatban is jelentős kutatómunkára vállalkozott NYIKITYIN akadémikus, meghatározva a hegesztő áramforrásokkal szemben támasztott alapvető követelményeket. Kutatásai eredményességét meggyőzően bizonyítja az általa tervezett *SzTN* típusú transzformátor-család, amelynek elvét két évtizeden keresztül számos nyugati cég is felhasználta kézi, ill. automatikus ívhegesztő transzformátorok előállítására [5].

A hegesztőberendezések gyártásával 1924-ben a leningrádi *Elektrik* gyárat bízták meg, de az erőfeszítések ellenére a szovjet ipart ebben az időszakban a hegesztési technológia elmaradottsága jellemezte. A statisztikai adatok szerint a Szovjetunió 1928-ban mindössze 1400 hegesztőberendezéssel rendelkezett; ebből 1200 volt ívhegesztőberendezés. Ennek is jelentős része, mintegy 650 berendezés importból származott; közel 200-at az *Elektrik* gyár készített; 280 egyedi tervezésű és előállítású; 70 pedig az 1920-as évek előtt készített berendezés volt.

A hegesztéstechnika műszaki színvonalának emelésében, elterjesztésében és továbbfejlesztésében az említettekén kívül kiemelkedő szerepe volt DULCSEVSKIJ D. A. odesszai mérnöknek [6] is.

Az 1923-ban megjelent könyvében hegesztés területén szerzett 25 évi tapasztalatait összegezte. A hegesztés továbbfejlesztése érdekében kifejített

tevékenységét jól érzékelteti közel 50 hegesztés tárgyú szabadalma. Ezek közül is kiemelendő a réz fedőpor alatti hegesztésére kidolgozott eljárása (1927), amely a fedettívű hegesztés első gyakorlati megvalósításának tekinthető, valamint az ívhegesztés automatizálására kidolgozott számos szabadalma (1928).

Az előzőkből megállapítható, hogy a szovjethatalom első tíz évében a hegesztés a rendkívül mostoha körülmények ellenére elismerést érdemlő fejlődésnek indult, és ha lassan is, de létrejöttek a további elterjedésének anyagai és műszaki feltételei. A mennyiségi igény mellett egyre inkább előtérbe kerültek a hegesztőberendezések, a hegesztett kötések minőségi problémái. Ezek megoldása azonban csak a hegesztés közben végbemenő metallurgiai és fizikai folyamatok pontosabb megismerése útján volt várható. Az első 5 éves népgazdasági terv keretében a hegesztés ez irányú problémáinak megoldása is kezdetét vette [7].

2. A népgazdasági tervek hatása a hegesztés fejlődésére

A Szovjetunió első 5 éves népgazdasági terve elsősorban a meglévő nehézipar korszerűsítését és új, hatalmas nehézipari objektumok megteremtését tűzte ki célul. Ezek között szerepelt a *Dnyeperi Vízerőmű*; az *Urali Nehézgépgyár*; a *Bereznyikovi és Szolikamszkiji Vegyiművek*; a *Magnyitogorszki, Krivojrogi, Kuznyeckei és Azovi Acélművek* stb.

A méreteiben hatalmas és rendkívül rövid határidőre tervezett beruházások elkészítése, valamint a gépgyártás általános korszerűsítése egyaránt feltételezte a hegesztéstechnika erőteljes térhódítását és színvonalának jelentős növelését, bár ehhez a feltételek csak részben álltak rendelkezésre.

Az 1930-as évek elejétől a Szovjetunióban is általánossá vált a hegesztés alkalmazása. Ebben nem kis szerepe volt a hegesztésben nagyobb tapasztalattal rendelkező nyugati államok kísérleti eredményei gyors átvételének, valamint a nyugati szaktanácsadók (főleg amerikai, kisebb számban angol és német) alkalmazásának. Már ezekben az években hegesztett kivitelben készültek a nagy átmérőjű víz- és gázvezetékek (100 km nagyságrendben), továbbá a kazánok, a tartályok és a nagyolvasztók köpenyei, a villamos sínek, az üzemi és lakóépületek vasszerkezetei, a különböző daruk, a közúti és vasúti hidak, a hajók egy része, vasúti kocsik és mozdonyok stb. [8].

A hegesztés egyre szélesedő felhasználására jellemző, hogy az első 5 éves terv végére a szovjet ipar 14 000 ívhegesztő munkahellyel rendelkezett, a hegesztéssel és lángvágással foglalkozó szakemberek száma pedig elérte az 50 000 főt [1].

A szovjet ipar a hegesztéssel előállított termékek változatosságát és mennyiségét tekintve a 30-as évek közepére számos iparilag fejlett nyugati országot megelőzött. Ezen eredmények elérésében fontos szerepe volt a külföldi tapasztalatok felhasználásának, de ez mégis csupán alapul szolgált az

önálló hegesztőipar megteremtéséhez. Ebben a tekintetben legfontosabbnak a hegesztéssel, illetve a hegesztett szerkezetekkel foglalkozó tudományos kutatómunkák módszertana és eredményei ítéltetők meg. Ezek példaként szolgáltak a szovjet hegesztési intézetek megszervezésekor, a legaktuálisabb kutatómunkák — zsgorodási feszültségek, minőségi varratok előállítása, ezek ellenőrzése stb. — megindításakor.

Gazdasági és műszaki jelentőségét tekintve a szovjet hegesztés tárgyú kutatások főleg két feladat megoldására összpontosultak:

A minőségi varratot adó bevonatok tanulmányozására; és
a célnak leginkább megfelelő áramforrások kidolgozására.

Mindkét probléma megoldásában elismerésre méltó eredmény született, de míg a nyugati hegesztőgépektől eltérő felépítésű áramforrások (főleg transzformátorok) nagysorozatban való előállítása az első 5 éves népgazdasági tervidőszak alatt megoldást nyert, a minőségi elektródok kellő mennyiségben és minőségben történő gyártása nem valósult meg.

A szovjet hegesztőipar az előzőekben részletezett nehézségek ellenére is nagyban hozzájárult az első 5 éves népgazdasági terv sikeres teljesítéséhez, a kiemelt beruházási objektumok határidő előtti üzembehelyezéséhez. Figyelembe véve azt a körülményt, hogy ez az időszak egybeesett a gazdasági válság éveivel, amikor is a kiterjedt kutatómunka eredményei a tőkés iparban nem realizálódtak, a szovjet hegesztőknek több évtizedes elmaradást néhány év alatt sikerült bepótolniuk, egyidejűleg megteremtve a további fejlesztés feltételeit.

A hegesztési kutatómunkák színvonalának emelését szolgálta az *Ukrán Szovjet Szocialista Köztársaság Tudományos Akadémiája Villamos Hegesztési Intézetének* megszervezése PATON E. O. akadémikus vezetése alatt (1934). A hegesztőmérnökök képzésével a nagy múltú *Moszkvai Bauman Egyetemet*, a *Leningrádi Műszaki Egyetemet* és néhány évvel később a *Kievi Műszaki Egyetemet* bízták meg. Ennek pozitív hatása hamarosan érezhetővé vált mind az iparban, mind a kutatóintézetekben.

A második 5 éves terv időszakában a hegesztés minőségének és automatizálásának kérdései kerültek előtérbe. A szerkezeti acélok hegesztéséhez 1936-1938-ban kidolgozott elektródbevonatok minőségére jellemző, hogy többségük napjainkig sem változott. Az általánosan használt kötőelektródok mellett egymás után fejlesztik ki a közepes szilárdságú, majd a különleges acélok hegesztésére szolgáló bevonatos elektródokat. A minőségi bevonatú elektródok gyártott mennyisége azonban továbbra is messze elmarad a szovjet ipar igényeitől.

Kevésbé kedvezően alakult az ívhegesztés gépesítésének problémája annak ellenére, hogy megoldásán számos hegesztési intézet és tanszéki, üzemi kollektíva dolgozott. Bár ebben pozitív jellegű objektív akadály is közrejátszott, nevezetesen az újítómozgalom, amely 1935-ben a hegesztés területén is tért hódított és rendkívül gyorsan elterjedt.

Az akkori kézi ívhegesztésre megállapított 4–6 m/óra varratkészítési normákkal szemben a jó szakmunkások éves átlagban 20 m/óra hegesztési sebességgel kifogástalan minőségű varratokat készítettek. Ezt a teljesítményt azáltal érték el, hogy az elektródokra megengedett áramerősség legnagyobb értékével hegesztettek és a hagyományos 6 mm átmérőjű elektródok mellett felhasználták a 8–10 mm-es elektródokat is, továbbá a 6 órás munkaidőből több mint 5 órát ténylegesen hegesztéssel töltöttek; a kiegészítő munkákat lakatosok, ill. segédmunkások végezték.

A kézi ívhegesztést utánzó, vagy a tekerceselt elektródhuzalra különböző formában felvitt bevonatú „automatikus” hegesztés áramerősségének felső határa a nagy fröccskölési veszteség miatt alig haladhatta meg a kézi ívhegesztésnél használatos értékeket. Így az „automaták” által biztosított termelékenységnövekedés nem állt arányban a többletköltségekkel. Ennek ellenére ezeket az „automatákat” a szovjet ipar is sorozatban gyártotta, bár felhasználásuk elég nagy ellenállásba ütközött.

Az ívhegesztés automatizálására a nyugati államokban is komoly erőfeszítések folytak. Ennek lett eredménye az *Union Carbide and Carbon Corporation* cég munkatársainak az acélok fedőpor alatti hegesztésére 1935-ben benyújtott szabadalma. Bár ennek szövege az elvi lehetőségén kívül más, az eljárás lényegét érintő kérdést (fedőpor- és huzalösszetétel) nem tartalmazott, mégis újabb lendületet adott a szovjet kutatóintézeteknek, amelyek évek óta kitaróan fáradoztak az ívhegesztés automatizálásán.

A fedettívú automatikus hegesztés ipari felhasználásra alkalmas technológiájának kidolgozását PATON, E. O. akadémikus munkatársaival DJATLOV, V. I., LAPIN, A. M. és SIPIN, V. Sz. 1939-ben fejezte be. E munka magában foglalta a fedőpor, az elektródhuzal, a hegesztő automata és a hegesztési technológia kifejlesztését. PATON akadémikus kiemelkedő érdeme mindezeken túlmenően abban volt, hogy ennek a nagy termelékenységet biztosító eljárásnak az ipari lag fontosabb fémek hegesztéstechnológiájának meghatározásával egyidejűleg ipari felhasználását is megteremtette [9].

A fedettívú automatikus hegesztéssel párhuzamosan megkezdődött a Szovjetunióban az ellenálláshegesztő gépek gyártása, korszerűsítése is. A kezdetben mechanikus vezérlésű gépek előállításával egyidejűleg a második 5 éves terv végére a szovjet ipar felkészült a korszerű elektronikus vezérlésű berendezések sorozatgyártására is.

IV. A hegesztés fejlődése a második világháború alatt és az azt követő időszakban

A második világháború rendkívül nehéz helyzetet teremtett a Szovjetunió számára többek között azzal, hogy a fejlett iparral rendelkező nyugati országrész német megszállás alá került. Az ipari üzemekkel együtt a *Villamos*

Hegesztési Intézet Kievből az Uralba evakuált és megkezdte az urali hadiüzemek hegesztéstechnológiájának automatizálását.

A háború következtében a normális szerkezeti acélok mellett előtérbe kerültek a különleges acélok (nagyzilárdságú, nagyvastagságú anyagok, páncéllemezek stb.) hegesztésének problémái. A minőségi, a mennyiségi és főleg a termelékenységi igény egyértelműleg a fedettívű automatikus hegesztés széles körű bevezetését indokolta és teremtette meg. A Szovjetunióban a hadifelszerelés területén a fedettívű hegesztés vezető technológiává vált, ugyanakkor a nyugati államokban, beleértve az Amerikai Egyesült Államokat is, felhasználása teljesen mellőzött volt.

A háborús évek első legjelentősebb hegesztés tárgyú felfedezése az iv önvezérlése volt (DJATLOV, V.I., 1942), amelynek révén lehetővé vált a bonyolult és sok hibalehetőséget magában rejtő külső ivvezérlés helyett az egyszerűbb és megbízhatóbb belső ivvezérlésre való áttérés. A *másik* említésre méltó eredmény a kényszer-varratképzésű, függőleges irányú fedettívű hegesztés technológiájának kidolgozása volt, amelyből a későbbiekben a salakhegesztés fejlődött ki. A *harmadik* eredmény HRENOV, K. K. akadémikus nevéhez fűződik, aki a víz alatti vágás és hegesztés problémáit oldotta meg korszerű szinten. A *negyedik* számottevő eredménynek a különleges, elsősorban a repülőgépgyártás igényeit kielégítő elektronikus vezérlésű ellenálláshegesztő-gépek kifejlesztése tekinthető.

A szovjet hegesztőiparnak összességében véve igen nagy érdemei voltak a hadifelszerelés minőségi és mennyiségi előállításában, a megsérült hadigépek, járművek és objektumok gyors helyreállításában, valamint a győzelem kivívásában.

A második világháború után a haditermelésről a békés termelésre való átállás a hegesztés mennyiségi fejlődésében időleges megtorpanást okozott. A hegesztő eljárások tökéletesítése, a hegesztett szerkezetek korszerűsítése, a hegesztés személyi, műszaki és gazdasági alapjainak további megerősítése érdekében kifejtett tevékenység azonban egyre erősödött.

Erre az időszakra esett az Amerikai Egyesült Államokban kifejlesztett argon (hélium) védőgázos wolframelektrodos hegesztés elterjesztése [10], a félautomatikus fedettívű hegesztés kidolgozása. Ennek vezérlési elve (kis huzalátmérő, nagy áramsűrűség, jó önvezérlés) alapul szolgált az amerikai semleges védőgázos fogyóelektrodos hegesztés; majd néhány évvel később a széndioxid-védőgázos hegesztés eredményes megoldásához. A fedettívű hegesztés függőleges változatának kísérletei is tovább folytak és végül a nehézsúlyú gyártást forradalmasító új eljárás, a salakhegesztés kidolgozásához vezettek (VOLOSKEVICS, G. Z., PATON, B. E. és mások) [11].

A salakhegesztés mai fejlettségi fokán a technikai gyakorlatban leginkább használatos valamennyi fém és ötvözet egyesítésére, alkalmazható tetszőlegesen nagy anyagkeresztmetszetek mellett. Az öntött, kovácsolt és hengerelt

anyagok egymással nehézség nélkül egyesíthetők egy rétegben salakhegesztéssel; így a méretei miatt nem, vagy csak igen nagy költségáfordítással gyártható nagyteljesítményű berendezések (vízturbinák, cementégető kemencék, sajtoló és kovácsgépek stb.) gazdaságos előállítására is lehetővé válik. A salakhegesztés nemzetközi elismerését demonstrálta többek között a *Brüsszeli Világkiállításon* odaítélt nagydíj.

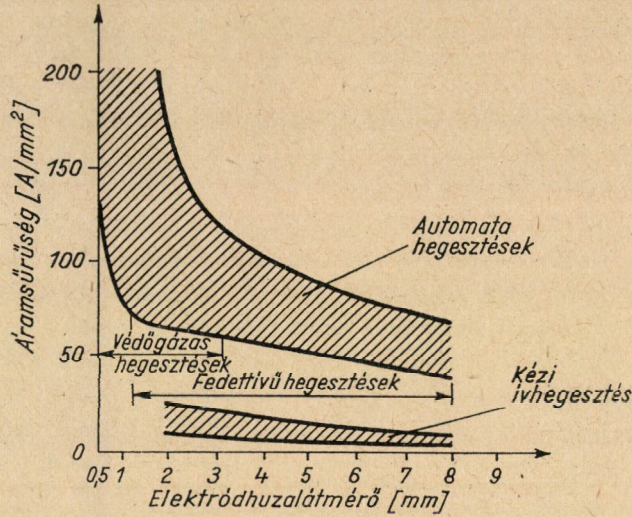
Az újabb hegesztő eljárások terjedő felhasználása ellenére a szerkezeti acélok hegesztése terén továbbra is a kis termelékenységet adó kézi ívhegesztés volt túlsúlyban, mivel a nagyobb termelékenységet biztosító (3 ÷ 5-szörös) félautomatikus leolvadó-elektrodos argon-védőgázos hegesztés az argon nagy ára miatt általános rendeltetésű hegesztett szerkezetek előállításánál nem kerülhetett alkalmazásra.

A kézi ívhegesztést helyettesítő, termelékenységben és költségben is elfogadható automatikus hegesztő eljárás kifejlesztésére csaknem valamennyi iparilag fejlett államban kiterjedt kutatómunka folyt. A feladatot LJUBAVSZKIJ, K. V. és NOVOZSILOV, N. M. szovjet kutatók oldották meg 1950–52 között olcsó széndioxid védőgáz, szilíciummal és mangánnal gyengén ötvözött elektródhuzal felhasználásával [12]. Az elmúlt 10 évben ez az eljárás fejlődött és terjedt el a leggyorsabban, amit az elfogadható önköltség és a kézi ívhegesztéshez képest 3 ÷ 5-szörös termelékenység tett lehetővé.

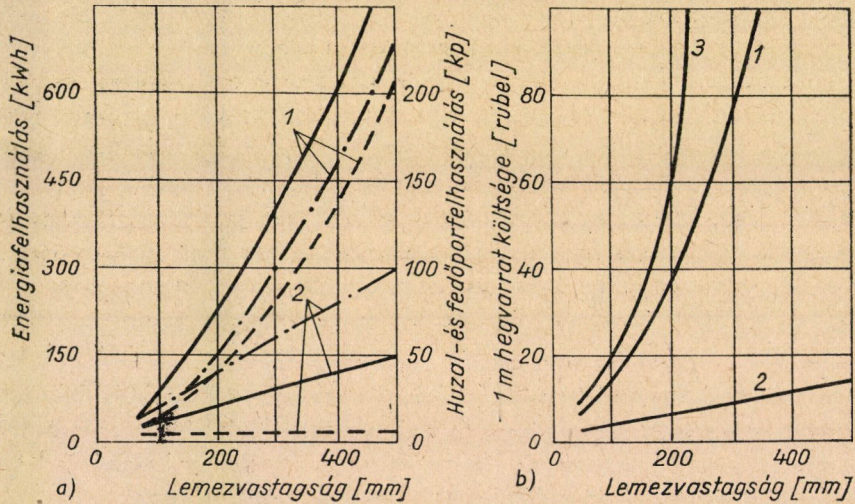
A hegesztésnek egy gyorsan fejlődő és terjedő felhasználási területe az elkopott, ill. új, kopásálló felületek felrakóhegesztése. A szovjet kutatók e területen is kiemelkedő eredményeket értek el a porbeles, a szalagelektrodos, a salakhegesztéses felrakás stb. technológiák kifejlesztése révén [12].

Az iparban széles körben felhasználásra kerülő hegesztő eljárások kidolgozásában és továbbfejlesztésében a szovjet szakembereknek elismert szerepük volt. A hegesztés termelékenységében elért változás érzékelhető az 1. ábra alapján, amelyen a különféle ívhegesztő eljárásokban használatos elektródhuzalátmérőket és a hozzájuk tartozó áramsűrűségeket tüntettük fel. Bár az egyes eljárások alkalmazási területe a lemezvastagság, a hegesztési helyzet stb. függvénye, mégis jól látható, hogy az automatikus eljárásokban az áramerősséggel (áramsűrűséggel) arányos elektródhuzal leolvadás, a hegesztés termelékenysége többszöröse a kézi ívhegesztés termelékenységének.

A salakhegesztés műszaki és gazdasági előnyeit mutatjuk be a 2. ábrán a *Paton Intézet* adatai alapján [13]. Az 1 m varrat elkészítéséhez szükséges villamosenergia (folytonos vonal), az elektródhuzal (pont-vonal) és a fedőporfelhasználás (szaggatott vonal) változását a lemezvastagság függvényében a 2a ábra érzékelteti többrétegű fedettívű hegesztésre (az 1 jelzésű görbék) és salakhegesztésre (a 2 jelzésű görbék). Az 1 m varrathosszra eső közvetlen költségeket a lemezvastagság függvényében a 2b ábra szemlélteti többrétegű fedettívű hegesztésre (1 jelű görbe); salakhegesztésre (2 jelű görbe), ill. többrétegű kézi ívhegesztésre (3 jelű görbe). Ezek az adatok meggyőzően bizo-



1. ábra. A bevont-elektrodos kézi ívhegesztés és a leolvadó-elektrodos automatikus hegesztő eljárások összehasonlítása a megengedett áramsűrűség alapján



2. ábra. A fedettív automatikus hegesztés, a salakhegesztés és a bevont-elektrodos kézi ívhegesztés költség tényezőinek változása a lemezvastagság függvényében, 1 m varrathosszúságra vonatkoztatva

Jelmagyarázat: — energiafelhasználás, --- huzalfelhasználás, - - - fedőporfelhasználás;
1 fedettív hegesztés, 2 salakhegesztés, 3 kézi ívhegesztés.

nyítják, hogy a salakhegesztés az elmúlt 50 év egyik legkiemelkedőbb felfedezése.

A szovjet hegesztőiparban bekövetkezett hatalmas fejlődés lemérhető a rendelkezésre álló statisztikai adatok alapján is, amelyek szerint a Szovjet-

unióban 1965-ben 36,3 millió tonna hegesztett szerkezetet készítettek. A hegesztés gépesítési foka országos szinten elérte a 46%-ot, az iparban pedig az 55,1%-ot; a hegesztő szakmunkások száma meghaladta a 279 ezret. A hegesztőberendezések száma több mint 382 ezer; ebből ívhegesztő automata és félautomata 36,1 ezer, az ellenálláshegesztőgépek száma 36 ezer volt. Az egy év alatt gyártott elektródhuzal súlya 380 ezer tonna, a bevont elektródoké 442 ezer tonna [14].

Az ismertetett 1928-as hegesztőgépparkkal összehasonlítva ezeket az adatokat, válnak igazán elismerésre méltóvá a hegesztés területén kifejtett erőfeszítések és azok eredményei.

A szovjet szakemberek szerepét a legújabb hegesztő eljárások (plazma, elektronsugaras és ultrahangos technológiák, a dörzs-, a diffúziós-, a hideg-, a nagyfrekvenciás- és a laserhegesztés stb.) kidolgozásában és továbbfejlesztésében nagyszámú szabadalom és a széles körű ipari felhasználás igazolja.

V. A szovjet hegesztés tárgyú kutatás jelentősége

A Szovjetunió nem csupán a hegesztő eljárások kidolgozása és a felhasználása területén vívott ki elismerést, de a tudományos és üzemi kutatóintézetek tudósainak, kutatóinak és mérnökeinek szakirodalmi munkássága is éppoly megbecsülésre tett szert világviszonylatban.

A szovjet kutatók munkásságának jelentősége abból is megítélhető, hogy az orosz nyelvű „*Szvarocsnoje proizvodstvo*” és az „*Automaticseszkaja szvarka*” hegesztési folyóiratokat angol nyelvre fordítva széles körben terjesztik és tanulmányozzák Amerikában, Angliában, Kanadában, Japánban stb., ill. számos szerző és szerzői kollektíva könyvét fordították le idegen nyelvre.

A Szovjetunióban ma már a hegesztés egyes részterületeit neves szakemberek irányításával nagyszámú kutató vizsgálja, és a hegesztés fő problémáinak tisztázására iskolák alakultak ki. A hegesztés különböző területein elért eredményekről a folyóiratcikkek százai és nagyszámú összefoglaló mű, szakkönyv számol be.

A Szovjetunió és a szovjet hegesztőszakemberek közvetlen segítségnyújtása az iparilag gyengébben fejlett országok számára szintén felbecsülhetetlen értékű volt. A baráti segítségnyújtás keretében a nemzeti függetlenségüket visszanyert országok a hegesztés területén a legkorszerűbb eredmények és berendezések birtokába jutottak, megtakarítva a rendkívül költséges kutatóintézetek és kutatások soronkívüli megszervezését és a kutatásokra szánt éveket.

A segítségnyújtás számos formája közül is kiemelést érdemel annak a lehetőségnek a biztosítása, amelynek keretében a Szovjetunió vállalta a baráti országok részére szakosított mérnökök, tudományos minősítésű szakemberek

képzését, a legnevesebb egyetemeken és kutatóintézetekben, a legjobb szakembereit bízva meg e feladattal.

Ennek a baráti segítségnyújtásnak a keretében jutott többek között a magyar ipar is az első fedettívú automatákhoz, a korszerű ellenálláshegesztő berendezésekhez és a Szovjetunióban kiképzett hegesztőmérnökökhöz. A számos magyar nyelvre fordított szakkönyv közül NIKOLÁJEV G. A. professzor szerkesztésében megjelent „Hegesztés” [3] és POGOGYIN-ALEKSZEJEV G. I. professzor „A hegesztő folyamatok elmélete” [15] című könyve útján ismerkedhetett meg a magyar hegesztőszakemberek széles rétege a hegesztés problémáival és a korszerű hegesztő eljárásokkal.

A szovjet tudósoknak és mérnököknek a hegesztéssel összefüggő tudományágak alkotó továbbfejlesztése terén kifejtett tevékenységének és a számos új hegesztő eljárás kidolgozásában elért sikereknek a nemzetközi elismerése jutott kifejezésre az *International Institute of Welding* 1967. évi londoni közgyűlésén, ahol a Portevin emlékelőadás megtartására PATON B. E. akadémikust kérték fel.

A szovjet hegesztőszakemberekre a kommunizmus anyagi és műszaki bázisának megteremtésében ismét hatalmas feladatok várnak. E feladatok PATON akadémikus szerint [16] az egyre nagyobb szilárdságú anyagok hegesztéstechnológiájának kidolgozásában, új hegesztő eljárások kutatásában, a hegesztett kötés készítésének és ellenőrzésének komplex gépesítésében, valamint automatizálásában foglalhatók össze.

IRODALOM

1. MATIJKO, N. M.—RADUNSKIJ, L. D.: A villamos ívhegesztés fejlődése a Szovjetunióban. Goszenergoizdat, 1960.
2. GELMAN, A. SZ.: Villamos ellenálláshegesztés. Masgiz, 1949.
3. NIKOLAJEV, G. A.: Hegesztés. Nehézipari Könyvkiadó, Budapest 1952.
4. GILLEMOT L.: Szerkezeti anyagok technológiája; II. Hegesztés. Tankönyvkiadó, Budapest 1960.
5. RABINOVICS, I. JA.: A villamos ívhegesztés berendezései. Masgiz, 1958.
6. HRENOV, K. K.: Fémek hegesztése, vágása és forrasztása. Masgiz, 1959.
7. PATON, B. E.: A villamos ömlesztő hegesztés technológiája. Masgiz, 1962.
8. NIKOLAJEV, G. A.: Hegesztett szerkezetek. Masgiz, 1962.
9. PATON, E. O.: Automatikus ívhegesztés. Masgiz, 1953.
10. BRODSZKIJ, A. JA.: Wolframelektrodás argon védőgáz as ívhegesztés. Masgiz, 1956.
11. PATON, B. E.: Villamos salakhegesztés. Masgiz, 1959.
12. NOVOZSILOV, N. M.—SZUSZLOV, V. I.: Fogyóelektrodás hegesztés széndioxid védőgázban. Masgiz, 1958.
13. SZOKOLOV, E. V.: Hegesztési kézikönyv; I, II. Masgiz; 1960, 1961.
14. *Automaticeszkaja szvarka* (1966), No 11.
15. POGOGYIN-ALEKSZEJEV, G. I.: A hegesztő folyamatok elmélete. Tankönyvkiadó, Budapest 1952.
16. PATON, B. E.: A jövő hegesztése. *Automaticeszkaja szvarka* (1963), No 2.

EGYSZERES ZSUGORGYÚRÚS KOMMUTÁTOROK ERŐJÁTÉKÁNAK SZÁMÍTÁSA

HUSZÁR ISTVÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

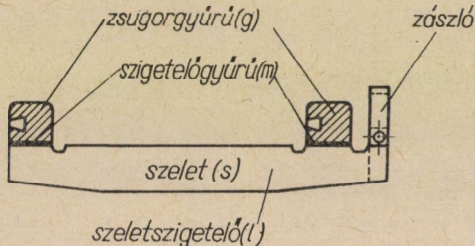
CANZ VILLAMOSSÁGI MŰVEK, BUDAPEST

[Beérkezett 1964. április 20-án]

Szimmetrikusnak tekinthető zsugorgyűrűs kommutátor erőviszonyainak tisztázására az egész szerkezetet egydimenziós rugórendszerrel lehet helyettesíteni. A rugórendszer általános megoldásának bevezetésével megadja a cikk a kommutátor erőjátékának számítási módját. Az eljárást különféle üzemi (szerelés, álló meleg, forgó hideg, forgó meleg) állapotokra alkalmazza.

I. A zsugorgyűrűs kommutátor ismertetése

Vázlatunk tünteti fel a zsugorgyűrűs kommutátor felépítését (1. ábra). A rézből készült szeletek (s) között mikanit szigetelő lemezek (l) helyezkednek el. Melegen ráhúzott zsugorgyűrűvel (g) történik a kellő összeszorító erő kifejtése. A gyűrűk és a szeletek közé szigetelés (m) van iktatva mika anyagból [1].



1. ábra. Zsugorgyűrűs kommutátor felépítése

A kész kommutátor megfelelően kiképzett agyra kerül. Kisebb igénybevételek és kis méretek esetén az agy a felületének egy részén támaszkodik fel a szigetelőréteg közbeiktatásával. Ilyenkor a kommutátorhoz képest lágy szigetelőanyag biztosítja azt, hogy az agy hatása a kommutátorra csekély. Nagyobb hosszúságok és igénybevételek esetén a hő okozta tágulás és a forgás közben fellépő deformáció hatásának csökkentésére lágyabb megtámasztást kell kialakítani. Axiális irányban ez történhet a kommutátor végéhez csatlakozó rugógyűrű révén [2], amely esetleg membránszerű. Sugárirányban viszont úgy lehet az agy befolyását csökkenteni, hogy a kommu-

tátort csak egyik végén támasztjuk fel az agyra. Ismeretes olyan megoldás is, amelynél a kommutátor két végén axiálisan lágy membránrugókra van felfüggesztve és az agy teljesen elmarad, vagyis az egész rendszer szabadon állónak tekinthető.

A kommutátor hosszmetsetében nagyjából szimmetrikus, keresztmetsetében pedig körszimmetrikus. Vizsgálatainkban (a zászlós végre nem nézve) hosszában is szimmetrikusnak vesszük a szerkezetet. Ezenkívül az agytól független egységként kezeljük megfelelően annak, hogy a készre szerelt kommutátor üzemében kellő megtámasztás esetén elhanyagolhatjuk az agyhatását.

• II. Az ideális kommutátor erőviszonyai

Szimmetrikusnak tekintjük a szerkezetet az erők szempontjából is, azaz feltételezzük a szorítógyűrűk egyenletes felfekvését a paláston és a szeletek azonos felfekvését egymáson. Mindez azt jelenti, hogy a gyűrűn keresztül sugárirányú, egyenletesen megoszló q terhelés adódik át a szeletre, másrészt a szeletek között fellépő p normális erőrendszer azonos megoszlású bármely szeletre nézve és a hossz mentén szimmetrikus. Első közelítésképp a legegyszerűbb megoszlással számolunk, azaz $p =$ állandó feltételt tesszük. Az előbbieken kívül azt is feltételezzük, hogy a szelet, a szeletszigetelés, a szigetelőgyűrű és a zsugorgyűrű egyaránt ideálisan homogén, izotróp anyagból valók.

A 2. ábrán feltüntettük a szerkezet egyes részeit, berajzolva a terhelő erőket, valamint a centrifugális erőt is.

Egyetlen szeletre hat a gyűrűkön q megoszló erőrendszer Q_s eredővel, illetve p boltozatnyomás P_s eredővel, valamint C_s centrifugális erő. Az egész szelet egyensúlyából felírható a vektorábra szerint:

$$Q_s - C_s = 2 P_s \sin \chi = B_s, \quad (1)$$

ahol B_s -et boltozaterőnek nevezzük.

A szeletszigetelő terhelését és egyensúlyát az ábrából könnyű belátni.

A szeletkoszorú erőjátékát szintén az ábra szemlélteti. Most külső terhelés a sugárirány Q_s erők egyensúlyi rendszere, melyeknek numerikus összegét célszerű bevezetni:

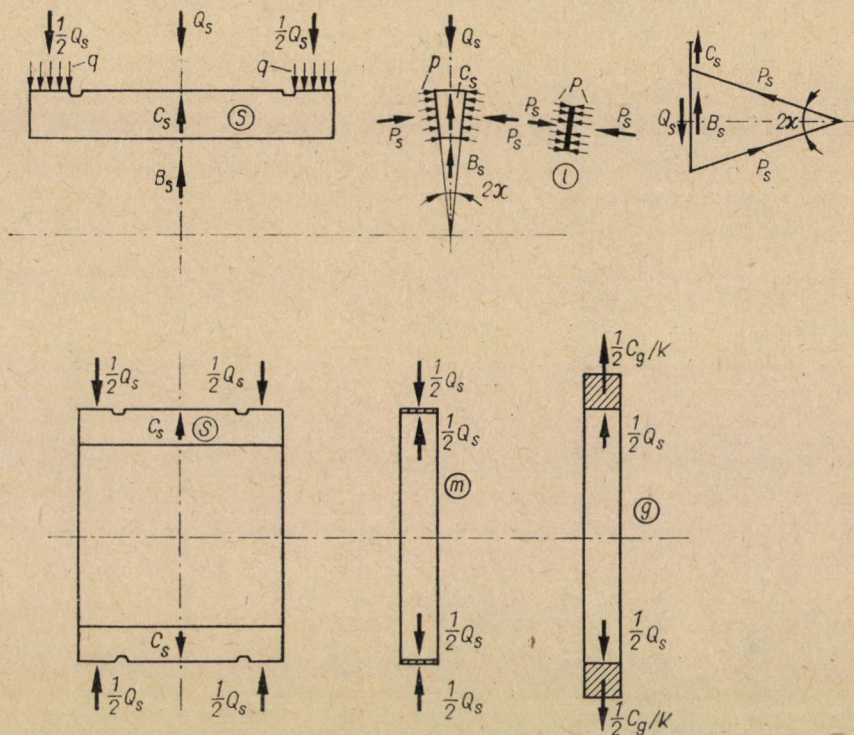
$$Q = K Q_s, \quad (2)$$

ahol K a szeletek száma. A későbbiek miatt a boltozaterők numerikus összegét is felírjuk az előzőek alapján

$$B = K B_s. \quad (3)$$

Hasonlóan az egyes szeletek centrifugális erőinek numerikus összege

$$C = K C_s. \quad (4)$$



2. ábra. Kommutátor alkatrészek erőviszonyai

Az (1) — (4) összefüggések alapján

$$B = Q - C. \tag{5}$$

Ugyancsak az ábra mutatja a szigetelőgyűrűt szeletenként terhelő $1/2 \cdot Q_s$ egyensúlyi erőrendszert.

Végül a szorítógyűrű terhelése egy-egy szeletre eső $1/2 \cdot Q_s$, valamint $1/2 \cdot C_g/K$ centrifugális erők egyensúlyi erőrendszere. ($1/2 \cdot C_g/K$ az egy szelet-hez tartozó gyűrűrész centrifugális erejét jelenti.)

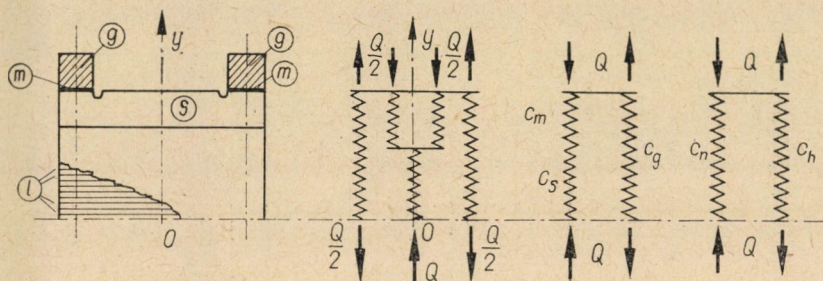
III. Helyettesítő rugórendszer

Az összeszerelt kommutátor statikailag határozatlan szerkezetet jelent, amelynek megoldását a deformációk figyelembevételével tudjuk elvégezni. Éppen ezért, de a könnyebb áttekintés miatt is célszerű a kommutátort egy egyenértékű rugórendszerrel helyettesíteni, amely éppen a deformációk és az erők szempontjából egyenértékű az eredeti rendszerrel. A 3. ábra tünteti fel a helyettesítő rugórendszert.

Mivel a deformációk sugárirányúak és teljes körszimmetria van, egy-dimenziós, y irányban dolgozó rendszerrel lehet helyettesíteni a kommutátort

úgy, hogy az origót a szerkezet középpontjában választjuk meg. Az egyenértékűség fennáll akkor, ha bármely alkatrész sugármenti deformációja megegyezik az eredeti, ill. a helyettesítő rendszerben, feltéve, hogy az eredeti terhelés működik. Válasszuk a terhelést Q -nak, azaz a gyűrűk és a szeletkoszorú között fellépő erővel számoljunk a továbbiakban. Akkor csak azt kell megkövetelni, hogy

$$y = c Q \quad (6)$$



3. ábra. Helyettesítő rúgórendszer

kifejezés szerint számítandó deformációban a c rugóállandó az eredeti terhelésnek megfelelő pozitív állandó legyen. Ezt úgy érhetjük el, ha az eredeti terheléshez tartozó alakváltozást meghatározzuk Q_s függvényében, majd a Q_s és Q között fennálló kapcsolat segítségével a fenti alakot állítjuk elő. Ekkor c automatikusan rendelkezésünkre áll. c_s a szeletkoszorú, c_m a szigetelőgyűrűk, c_g pedig a zsigorgyűrűk állandóját jelenti.

IV. Rugóállandók

Közelítéssel feltételeztük, hogy a szeletek közt ébredő p nyomás egyenletesen megoszló terhelést jelent, akárcsak a gyűrű helyén fellépő q erőrendszer [3].

1. c_s számítása

Határozzuk meg először egyetlen szeletnek (λ_s) és a határoló mikaszigetelésnek (λ_l) a kerület mentén bekövetkező deformációját a Q_s erőrendszer, illetve a vele egyenértékű P_s erő hatására. A 4. ábra alapján

$$\lambda_s + \lambda_l = s_s \varepsilon_s + s_l \varepsilon_l = s_s \frac{\sigma}{E_s} + s_l \frac{\sigma}{E_l},$$

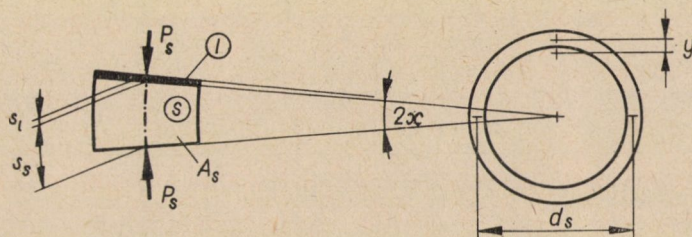
ahol ε a fajlagos nyúlás, E a rugalmassági tényező, $\sigma = p$ pedig a felületekre

ható nyomófeszültség. Az egész kerület hosszváltozása a K szeletszámnak megfelelően

$$\Delta k = K(\lambda_s + \lambda_l) = K \left(\frac{s_s}{E_s} + \frac{s_l}{E_l} \right) p = 2y\pi,$$

ha a $d_s + 2y$ megváltozott átmérőjű és a d_s átmérőjű eredeti kerületek különbségét képezzük. Mivel a nyomást állandónak vettük,

$$p = \frac{P_s}{A_s} = \frac{B_s}{2 \sin \chi A_s} \frac{K}{K} = \frac{B}{2 \pi A_s} = \frac{Q - C}{2 \pi A_s}, \quad (7)$$



4. ábra. Kommutátor-koszorú

ahol A_s a szelet felülete. P_s -t az (1) kifejezésből számítjuk és $\sin \chi = \chi$ közelítéssel élünk a kis szögre való tekintettel, másrészt $2K\chi = 2\pi$ behelyettesítést végeztük el.

Az előbbi két kifejezésből tehát $C = 0$ helyettesítéssel

$$y = \frac{1}{2\pi} K \left(\frac{s_s}{E_s} + \frac{s_l}{E_l} \right) \frac{Q}{2\pi A_s} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{K}{A_s} \left(\frac{s_s}{E_s} + \frac{s_l}{E_l} \right) Q.$$

Végül is a szeletkoszorú rugóállandója

$$c_s = \frac{K}{4\pi^2 A_s} \left(\frac{s_s}{E_s} + \frac{s_l}{E_l} \right). \quad (8)$$

2. c_m számítása

A szigetelőgyűrűk egész felületükön egyenletesen nyomottak. $\sigma = q$ nyomófeszültség hatására bekövetkező rövidülések tehát az 5. ábra szerint:

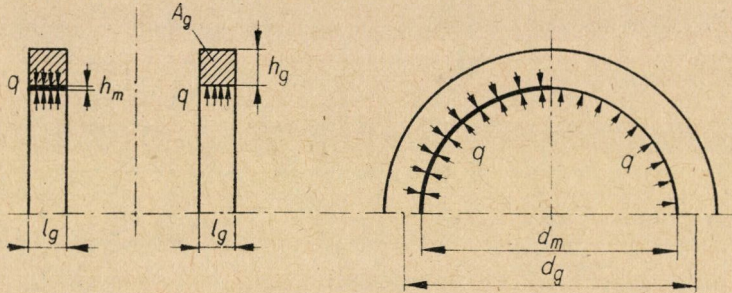
$$y = \varepsilon_m h_m = \frac{\sigma}{E_m} h_m = \frac{h_m}{E_m} q.$$

Könnyen számíthatjuk a nyomást az eredeti Q_s terhelésből az ábra szerint

$$q = \frac{Q_s K}{2l_g \cdot d_m \pi} = \frac{Q}{2\pi l_g d_m}. \quad (9)$$

Betéve y kifejezésébe

$$y = \frac{h_m}{E_m} \frac{Q}{2 \pi l_g d_m} = \frac{h_m}{2 \pi E_m l_g d_m} Q,$$



5. ábra. Kommutátor-gyűrűk

azaz a két szigetelőgyűrű együttes rugóállandója

$$c_m = \frac{h_m}{2 l_g \pi E_m d_m} \quad (10)$$

3. c_g számítása

Közelítéssel mint vékony gyűrű határozzuk meg a q hatására előálló deformációt az 5. ábra jelöléseivel:

$$y = \varepsilon_g \frac{d_g}{2} = \frac{\sigma}{E_g} \cdot \frac{d_g}{2} = \frac{d_g}{2 E_g} \cdot \frac{d_g q}{2 h_g}$$

Felhasználva Q -ra az előbbieken nyert kifejezést,

$$y = \frac{d_g^2}{4 E_g h_g} \frac{Q}{2 \pi l_g d_m} = \frac{d_g^2}{8 \pi E_g d_m h_g l_g} Q.$$

Tehát a két zsongoryűrű együttes rugóállandója

$$c_g = \frac{d_g^2}{8 \pi E_g d_m A_g}, \quad (11)$$

ahol A_g egy gyűrű keresztmetszetének területét jelenti.

4. Eredő rugóállandók

A 3. ábra alapján a szorítógyűrűkből alkotott húzott rendszer eredő rugóállandója

$$c_h = c_g. \quad (12)$$

A szeletkoszorú és a szigetelőgyűrű nyomott rendszerének eredője pedig

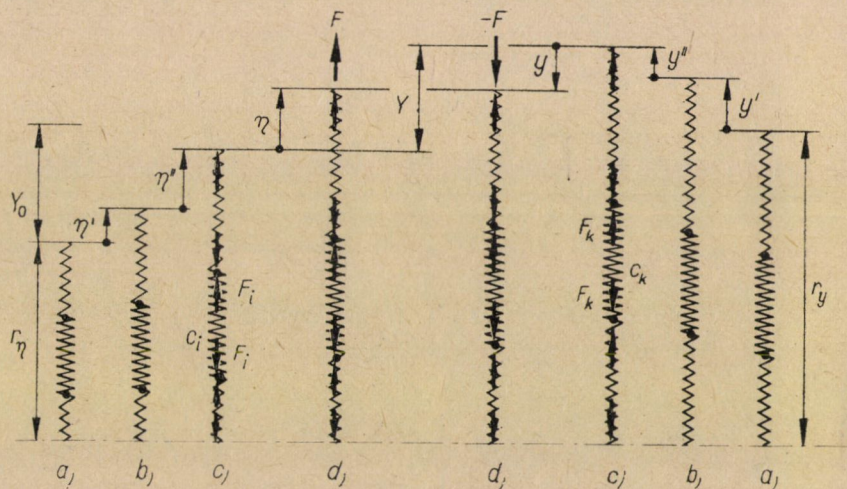
$$c_n = c_s + c_m. \quad (13)$$

Végül az egész rendszerre jellemző tényező

$$c = c_h + c_n. \quad (14)$$

V. A rugórendszer számítása

Egydimenziós, csak az y tengely irányában elmozduló rendszert tüntet fel a 6. ábra. Elegendő lesz a későbbiek számára csupán a szimmetrikus felépítésű rugóláncot vizsgálni — bár megfontolásaink érvényesek tetszőleges rendszerre is. Éppen ezért ábránkon a rugórendszer felét tüntetjük fel.



6. ábra. Rugórendszer-séma

Az összeszerelés előtti helyzetet az $a - a$ jelű rész mutatja. Ekkor a rugórendszer két oldala között

$$Y_0 = r_y - r_\eta \quad (15)$$

méretkülönbség áll fenn.

Ha valamely külső körülmény folytán — pl. az egyes alkotó elemek melegedésekor — a rugók hossza megváltozik, akkor a $b - b$ helyzet áll elő. Most a két oldal egymáshoz képest

$$Y_{\Delta l} = y' - \eta' \quad (16)$$

értékkel mozdult el.

További deformációval kell számolni akkor, ha az egyes rugókra valamilyen egyensúlyban levő erők hatnak — pl. forgáskor számításba veendő centrifugális erők. Ezt az állapotot a $c - c$ jelzés mutatja. A két rugóoldalnak további relatív elmozdulása

$$Y_c = y'' - \eta'' \quad (17)$$

Ha végül a két rugóoldalt a tényleges állapotnak megfelelően egyesítjük úgy, hogy felső végpontjaikat összekapcsoljuk, akkor előáll a $d - d$ jelű helyzet. Ilyenkor az egyes oldalak elmozdulásából felírhatjuk:

$$Y = \eta - y \quad (18)$$

Az egyes deformációkat a megváltozást előidéző körülmények ismeretében számíthatjuk a rugók deformációjának összegezésével:

$$y' = \sum_k y'_k; \quad \eta' = \sum_i \eta'_i \quad (19)$$

Hasonlóan a c_i rugón fellépő F_i és a c_k rugón működő F_k erőknek megfelelően

$$y'' = \sum_k c_k F_k; \quad \eta'' = \sum_i c_i F_i \quad (20)$$

A végállapotban a rugóvégeken F , ill. $-F$ erővel kell számolni a húzott, ill. a nyomott oldalon. A megfelelő alakváltozás így $\sum c_k = c_n$, ill. $\sum c_i = c_h$ jelöléssel

$$y = \sum_k c_k (-F) = -c_n F, \quad \text{ill.} \quad \eta = \sum_i c_i F = c_h F, \quad (21)$$

ugyanis a $\pm F$ erő az összes rugóra hat.

A keresett erő végül a

$$c_n + c_h = c$$

jelöléssel az

$$Y = Fc \quad (22)$$

összefüggésből számítható ki a (18) és (21) kifejezés alapján. Ugyanakkor a 6. ábra szerint egyszerűen

$$Y = (r_y + y' + y'') - (r_\eta + \eta' + \eta''),$$

vagy másként a (15), (16) és (17) összefüggéssel

$$y = (r_y - r_\eta) + (y' - \eta') + (y'' - \eta'') = Y_0 + Y_d + Y_c \quad (23)$$

Egyes különleges esetekben a rugóvégeken fellépő erők számítására felírhatjuk a (22) kifejezés szerint:

$$y' = 0 = \eta' \quad \text{és} \quad y'' = 0 = \eta''; \quad Y_0 = cF_0, \quad (24)$$

$$r_y - r_\eta = 0 \quad \text{és} \quad y'' = 0 = \eta''; \quad Y_{\Delta l} = cF_{\Delta l}, \quad (25)$$

$$r_y - r_\eta = 0 \quad \text{és} \quad y' = 0 = \eta'; \quad Y_c = cF_c. \quad (26)$$

Vagy pedig a (23) figyelembevételével

$$F = F_0 + F_{\Delta l} + F_c, \quad (27)$$

azaz az erők egyszerűen összegezhetőek.

VI. A zsugorgyűrűs kommutátor erőjátéka

A kommutátor üzemét tekintve az alábbi körülményekre kell figyelemmel lennünk. A szereléskor az egyes szeleteket a szorítógyűrűvel szilárd rendszerre alakítják, létrehozva a szükséges összeszorító erőt a boltozatnyomás formájában.

Üzemben az áramterhelés, a kefesúrlódás és az egész gép felmelegedése következtében a kommutátor jelentősen felmelegszik. A szeletek rézanyaga természetesen a tőle hő szempontjából is szigetelt agyhoz és szorítógyűrűkhöz képest lényegesen nagyobb hőmérsékletű lesz. Könnyű belátni, hogy ezen felmelegedés kapcsán a kommutátorrendszerben az erőviszonyok megváltoznak, a boltozatnyomás megnövekszik. Minthogy pedig a gép üzemben forog, számolni kell a centrifugális erőkkel is. Ez az erőrendszer viszont a koszorút lazítani igyekszik, tehát a boltozatnyomást csökkenti. Vizsgáljuk meg közelebbről az egyes terhelési állapotokat.

1. Szerelés.

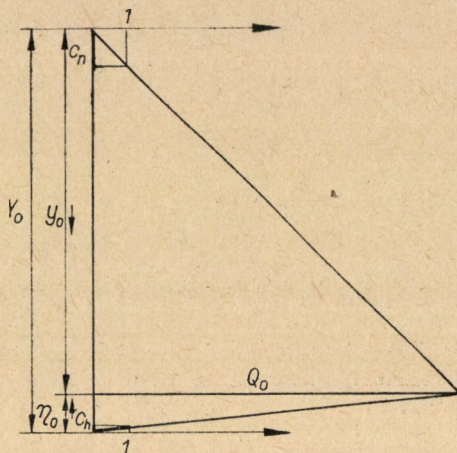
Azzal hozzák létre az összeszorító erőt a szeletek által alkotott dongarendszerben, hogy a szorítógyűrűk és a szeletkoszorú felülete között $Y_0 = r_y - r_\eta$ méretkülönbség van. Melegen felhúzza a gyűrűket, azok lehülve rázsugorodnak a szeletekre, kifejtve a megfelelő erőhatást. A (15) és (24) kifejezést felhasználva, az ott szereplő F erő helyébe a megfelelő érintkezési ponton fellépő Q_0 erőt írva

$$Q_0 = \frac{1}{c} Y_0. \quad (28)$$

Ugyanakkor a húzott gyűrű, ill. a nyomott koszorúrendszer elmozdulása a szerelés előtti helyzethez képest a (21) összefüggés szerint

$$\eta_0 = c_h Q_0 \quad \text{és} \quad y_0 = -c_n Q_0. \quad (29)$$

Eredményeinket egyetlen diagramban foglalja össze a 7. ábra. Itt a függőleges tengelyre az elmozdulásokat, a vízszintesre a velük arányos erőt vittük fel. Bejelöltük az egységnyi erőhöz tartozó elmozdulást is, amely éppen a rugóállandó.



7. ábra. Erőjáték ábrája szereléskor

2. Melegedés

Tételezzük fel az egyszerűség kedvéért, hogy a szeletkoszorú és a szorítógyűrűk között nincs gyártási méretkülönbség. A felmelegedéskor megváltozik a gyűrűk hőmérséklete Δt_g -vel, tehát mérete is

$$\eta' = \alpha_g \frac{d_m}{2} \Delta t_g \quad (30)$$

értékkel, ahol α_g a hőtágulási együttható. Hasonlóan a szeletkoszorú mérete is megnő. Ennek kiszámítására a (8) összefüggés levezetésének megfelelően járhatunk el. A 4. ábra jelöléseivel

$$y' = \frac{1}{2\pi} \Delta k = \frac{1}{2\pi} K (\alpha_s s_s \Delta t_s + \alpha_l s_l \Delta t_l). \quad (31)$$

Itt α_s , ill. α_l és Δt_s , ill. Δt_l a szelet, ill. a szeletszigetelés hőtágulási együtthatója és hőmérsékletváltozása. A szigetelőgyűrű hő okozta méretváltozásától eltekinthetünk, mivel a kis vastagság miatt az csekély a többi alkatrészhez képest.

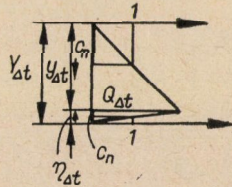
Felhasználva a (16) és (25) összefüggéseket, a melegedéskor előálló erő a szorítógyűrű és szeletkoszorú között

$$Q_{\Delta t} = \frac{1}{c} Y_{\Delta t}. \quad (32)$$

A rugórendszer helyzetét a szabad deformációnak megfelelő helyzethez képest a (21) összefüggés szerint nyerjük:

$$\eta_{\Delta t} = c_h Q_{\Delta t} \quad \text{és} \quad y_{\Delta t} = -c_n Q_{\Delta t}. \quad (33)$$

A 8. ábra ezt az állapotot szemlélteti.



8. ábra. Erőjáték ábrája melegeedéskor

3. Forgás

Ismét feltételezzük azt, hogy nincs gyártási méretkülönbség. A forgás során az egyes alkatrészek deformációt szenvednek. Mégpedig a húzott rugórendszer, azaz a gyűrűk méretváltozása a (20) összefüggés értelmében

$$\eta'' = c_g C_g, \quad (34)$$

ahol C_g a két gyűrűre számítandó centrifugális erők numerikus összege. Az 5. ábra jelöléseivel egyszerűen

$$C_g = 2 \left(\frac{\gamma_g}{g} A_g d_g \pi \right) \frac{d_g}{2} \omega^2 = \frac{G_g}{2g} d_g \omega^2, \quad (35)$$

ha γ_g a gyűrű fajsúlya, ω a forgás szögsebessége, G_g a gyűrűk együttes súlya.

A nyomott rendszer méretváltozásánál elhanyagolva ismét a szigetelőgyűrű csekély deformációját, elég a szeletkoszorú alakváltozását meghatározni. A (20) összefüggésnek megfelelően.

$$y'' = c_s C, \quad (36)$$

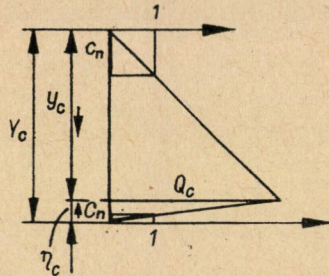
ahol C az egész szeletkoszorú centrifugális erejének numerikus összege (lásd a 4. ábrát):

$$\begin{aligned} C &= K \left(\frac{\gamma_s}{g} A_s s_s \right) \frac{d_s}{2} \omega^2 + K \left(\frac{\gamma_l}{g} A_s s_l \right) \frac{d_s}{2} \omega^2 = \\ &= K \frac{A_s}{2g} (\gamma_s s_s + \gamma_l s_l) d_s \omega^2. \end{aligned} \quad (37)$$

Itt γ_s , ill. γ_l a szelet, ill. a szeletszigetelés fajsúlya.

Hivatkozva a (17) és (26) összefüggésre, a forgáskor előálló erő a rugórendszer kapcsolódásánál

$$Q_c = \frac{1}{c} Y_c \quad (38)$$



9. ábra. Erőjáték ábrája forgáskor

A rugórendszer helyzetét pedig a (21) összefüggés alapján nyerjük

$$\eta_c = c_n Q_c \quad \text{és} \quad y_c = -c_n Q_c, \quad (39)$$

amelyet a 9. ábra szemléltet.

4. Összetett terhelési állapotok

A kommutátor üzemében előforduló összes terhelési eseteket ezekután könnyűszerrel tudjuk követni. Egyik állapotot a szerelés véghelyzete jelenti. Üzem után leállított gépnél meleg kommutátorral kell számolni, azaz a szerelés és a melegedés együttes hatását kell vizsgálni. Hidegen induló gép esetén viszont a szerelés és a forgás hatásai összegeződnek. Végül üzemi állapotnak nevezhetjük azt a helyzetet, amelyeknek során a gép meleg és forog, tehát a szerelést, a melegedést és a forgást egyidejűleg kell figyelembe venni.

Álló hideg állapot: Jellemzi a (15) összefüggéssel meghatározott Y_0 méretkülönbség, valamint a (28) kifejezés szerint számított Q_0 erő. Figyelembe véve $C = 0$ egyenlőséget, az (5) összefüggésből egyszerűen kapjuk a boltozatnyomóerőt

$$B_0 = Q_0 \quad (40)$$

(lásd a 10. ábrát).

Álló meleg állapot: Q számításánál figyelembe veendő méretkülönbség a (15), (16) és (23) összefüggés értelmében

$$Y_\delta = Y_0 + Y_{\Delta t}, \quad (41)$$

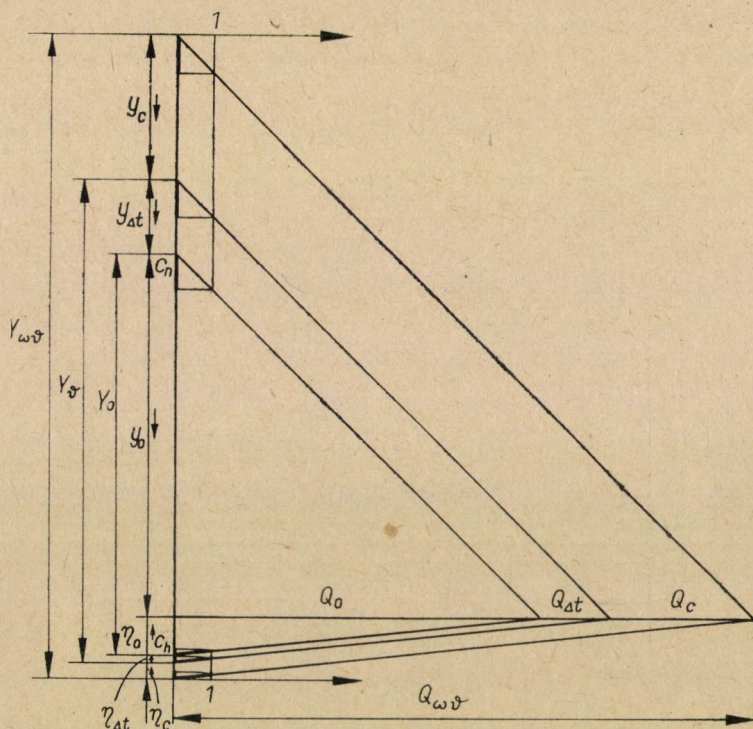
amelyből a (22), (28), (32) és (27) kifejezések alapján

$$Q_\delta = \frac{1}{c} Y_\delta = Q_0 + Q_{\Delta t}. \quad (42)$$

A boltozatnyomóerő ismét $C = 0$ miatt

$$B_{\vartheta} = Q_{\vartheta}, \quad (43)$$

amely a szerelési állapothoz képest megnövekedett érték.



10. ábra. Erőjáték ábrája üzemi állapotban

A viszonyokat összefoglalja a 10. ábra, ahol mind Y_{ϑ} , mind Q_{ϑ} fel van tüntetve és különösebb magyarázat nélkül mutatja a szereléshez képest megváltozott deformáció és erő értékeket.

Forgó hideg állapot: A számítás alapjául szolgáló méretkülönbség most a (15), (17) és (23) összefüggések szerint

$$Y_{\omega} = Y_0 + Y_c. \quad (44)$$

A megfelelő erő a két rugórendszer között a (22), (28) és (38) kifejezésekből

$$Q_{\omega} = \frac{1}{c} Y_{\omega} = Q_0 + Q_c. \quad (45)$$

Most természetesen $C_g \neq 0$, $C \neq 0$ [lásd (35) és (37)]. Éppen ezért a boltozatnyomóerő az (5) szerint

$$B_{\omega} = Q_{\omega} - C. \quad (46)$$

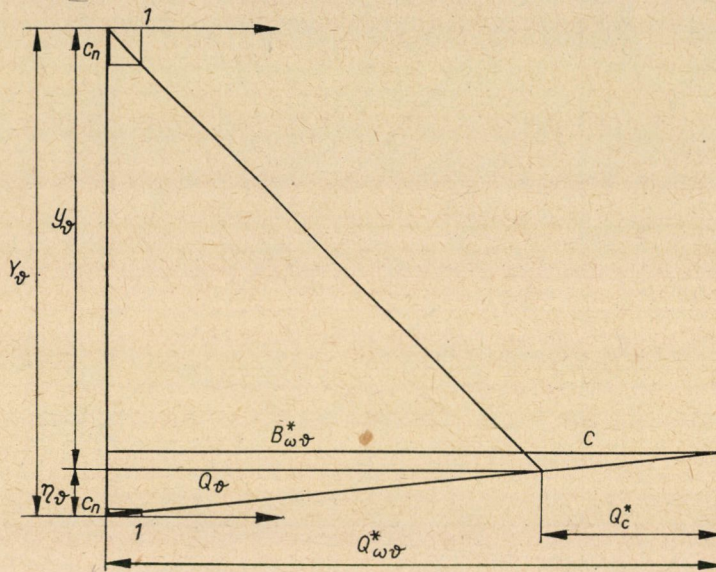
A szorítógyűrűket terhelő erő pedig a 2. ábra alapján könnyen belátható módon

$$S_{\omega} = Q_{\omega} + C_g. \quad (47)$$

A grafikus ábrázolás a 10. ábra szerint történhet, Y_{θ} helyébe Y_{ω} -t téve.

Üzemi állapot: Most a (15) — (17) és (23) összefüggések alapján írhatjuk

$$Y_{\omega\vartheta} = Y_0 + Y_{\Delta t} + Y_c, \quad (48)$$



11. ábra. Közelítéssel nyert erők ábrája

illetve az erőre a (22), (28) és (38) szerint

$$Q_{\omega\vartheta} = \frac{1}{c} Y_{\omega\vartheta} = Q_0 + Q_{\Delta t} + Q_c. \quad (49)$$

Míthogy pedig $C_g \neq 0$, $C \neq 0$ [lásd (35) és (37) kifejezéseket], az (5) összefüggés alapján

$$B_{\omega\vartheta} = Q_{\omega\vartheta} - C, \quad (50)$$

illetve a szorítógyűrűkre

$$S_{\omega\vartheta} = Q_{\omega\vartheta} + C_g. \quad (51)$$

10. ábránk szemlélteti a viszonyokat.

*

A [2] alatt közölt módszer a fentiek alapján csak közelítésnek tekinthető a forgás okozta változások követésére. A 11. ábrán tüntettük fel az eljárás szerint meghatározott $Q_{\omega\vartheta}^*$, ill. $B_{\omega\vartheta}^*$ erőket. A szerkesztés alapelve az, hogy

a C erő a c_n rugóállandóval jellemzett nyomott rugórendszer végein hat húzóerőként. Így a diagram szerint a húzott oldal terhelése $B_{\omega\delta}^* + C$ lesz, a nyomott oldalé pedig $B_{\omega\delta}^*$ -ra csökken. A felfogás egyik hibája az, hogy C erő nem az egész nyomott c_n rugórendszerre működik, csak a szeletkoszorúra, azaz a c_s -el jellemzett részre; másik pedig az, hogy nem veszi tekintetbe a gyűrűk deformációját C_g hatására. Az említett eljárás szerint

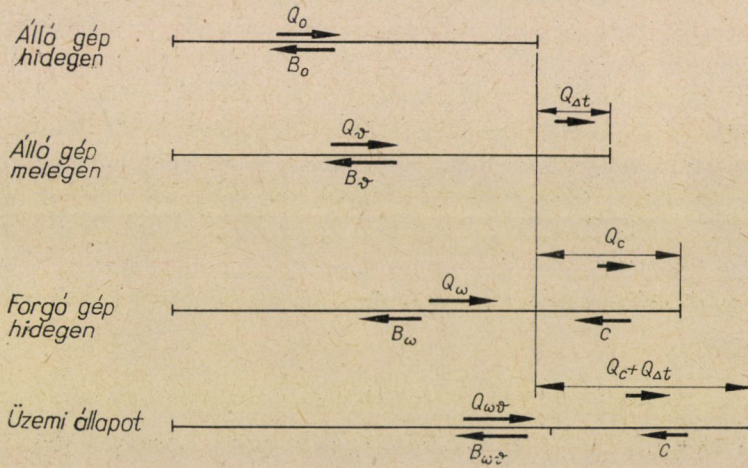
$$Y_c^* = y_*'' - \eta_*'' = c_n C.$$

Ezzel szemben helyesen számítva a (17), (34) és (36) alapján

$$Y_c = y'' - \eta'' = c_s C - c_g C_g < Y_c^*.$$

A (38) összefüggés alapján belátható, hogy

$$Q_c^* = \frac{1}{c} Y_c^* > Q_c = \frac{1}{c} Y_c.$$



12. ábra. Az egyes üzemiállapotoknak megfelelő erők ábrája

A különbségekre pedig (10. és 11. ábrák)

$$Q_{\omega\delta}^* - Q_{\omega\delta} = Q_c^* - Q_c = \frac{1}{c} [c_n C - (c_s C - c_g C_g)] = \frac{1}{c} [c_m C + c_g C_g].$$

Hasonlóan a boltozaterőre

$$B_{\omega\delta}^* - B_{\omega\delta} = Q_{\omega\delta}^* - C - (Q_{\omega\delta} - C) = Q_c^* - Q_c > 0.$$

*

Célszerű a diagramot az összes előforduló állapotok áttekintésére a 12. ábra szerint kiegészíteni a 10. ábrán nyert adatokkal. Ennek segítségével könnyűszerrel lehet ítéletet mondani a kommutátorról a boltozatnyomóerő

szempontjából. Legnagyobb a boltozaterő az álló meleg állapotban, legkisebb a forgó hideg állapotban. (Ha a villamos gépeknél próba alkalmára előírt növelt, ún. pörgetési fordulatszámot vesszük tekintetbe, akkor ω helyet ω_p -vel számított C_p és a még kisebb $B_{\omega p}$ értékét kell figyelembe venni.) Áttérhetünk a fajlagos erőkre is, azaz a (7) összefüggés szerint B -vel arányos boltozatnyomással számolva

$$p_{\max} = \frac{B_{\nu}}{2 \pi A_s} \quad (52)$$

és

$$p_{\min} = \frac{B_{\omega p}}{2 \pi A_s} \quad (53)$$

a két szélső nyomásérték.

Nyilván (az ábra alapján is ellenőrizhető módon) tetszőleges üzemi állapotban $B_{\omega\theta}$, illetve $p_{\omega\theta}$ a két szélső érték közé esik. Természetszerűleg meg kell kívánni azt, hogy p_{\min} zérusnál nagyobb legyen, ellenkező esetben nincs összetartó erő a lamellák között, azaz lazulás áll elő. Könnyű belátni, hogy biztonságból a legkisebb nyomásértéket valamilyen határ fölött kell megválasztanunk [2, 4, 5]; másrészt a felső határ sem lehet bármekkora, hiszen a boltozatnyomás nöttével az összes erők, tehát a feszültségek is nőnek a kommutátorrendszerben. A tervezésnek éppen egyik feladata az említett két határérték figyelembevételével a kommutátor geometriai méreteinek kiszámítása természetesen úgy, hogy ugyanakkor a villamos szempontból is megfelelő legyen.

IRODALOM

1. LISKA J.: Villamos gépek; II. Egyenáramú gépek. Tankönyvkiadó, Budapest 1951.
2. LISKA J.: Villamosgépek; V. Szerkezettan. Tankönyvkiadó, Budapest 1954.
3. КРАСОВСКИЙ В. И.: Вопросы прочности электрических машин. Изд. Академии Наук С.С.С.Р., Москва 1951.
4. RAUHUT P.: Berechnung von Kommutatoren auf innere Reibung. *Schweizer Archiv* (1946).
5. HUSZÁR I.: Bemerkungen zur Wahl des Gewölbdruckes von Kommutatoren. *Elektrische Bahnen* (1965).

ASZINKRON MOTOROK RÖVIDREZÁRT TÁMASZTOTT GYŰRŰS KALICKARENDSZERÉNEK SZILÁRDSÁGI SZÁMÍTÁSA, II

HUSZÁR ISTVÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
GANZ VILLAMOSSÁGI MŰVEK, BUDAPEST

[Beérkezett 1965. szeptember 2-án]

Nagyobb igénybevétel esetén az aszinkron motor kalicka—rendszerének gyűrűit a forgórészre erősítik fel. A tanulmány az ilyen, ún. támasztott kivitelre vonatkozó szilárdsági számítást részletezi, tárgyalva a különféle üzemi (szerelési, forgási, melegedési) állapotokat.

I. Bevezetés

Nagyobb sebességek esetén a kalickarendszer gyűrűit a forgórészre fel-támasztott kivitelben készítik el a kellő mechanikai szilárdság biztosítására [1, 2]. Ilyen ún. támasztott gyűrűk esetére vonatkozik számításunk, melynek célja az erőjáték tisztázása, majd a méretezésre szükséges feszültségek meghatározása [3].

A gyűrű, rúd és alátámasztás kapcsolatát több állapotnak (szerelés, forgás és melegedés) megfelelően tárgyaljuk. Ezek eredője az üzemi állapot.

II. A belső erőrendszer számítása

A kalickarendszer statikailag határozatlan. A belső erőrendszer egy rúdra vonatkoztatva — $Q, M, T; R, N, T$ — meghatározására abból indulunk ki, hogy az érintkező alkatrészek együtt mozognak és fordulnak el (1b. ábra). Az elemeket különválasztva, szerelés előtti állapotnak megfelelően egyébként az 1a. ábra mutatja.

Az ábrán bejelölt pozitív irányokkal végezzük el a számítást. A rúdra r , a gyűrű felső részére g , a gyűrű alsó részére b , a tengelyre t indexet használunk. A szerelésre σ , a forgásra ω , a melegedésre ϑ index utal.

A kapcsolódó helyek elmozdulásai és elfordulásai megegyeznek, azaz bármely állapotra nézve fennáll

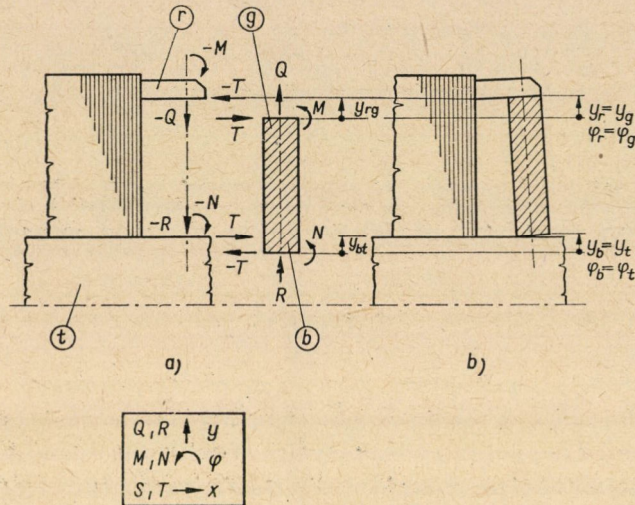
$$\begin{aligned}y_r &= y_g, & \varphi_r &= \varphi_g, \\y_b &= y_t, & \varphi_b &= \varphi_t;\end{aligned}$$

* A tanulmány szervesen kapcsolódik a [3] alatti cikk anyagához. Az ott részletezettek — az ismétlések elkerülése végett — csupán utalunk.

A részletes számításnál az egyszerűség kedvéért a c és a γ rugóállandókat használjuk, melyeket

$$y = c Q \text{ és } \varphi = \gamma M$$

összefüggés definiál, ahol Q a terhelő erő, M a terhelő nyomaték.



1. ábra

1. Szerelés (index 0)

Pozitívnak tekintjük az 1. ábra szerint y_{rg} szerelési hézagot felül és y_{bt} szerelési fedést alul.

A deformációkból nyert egyenletek részletesebben kiírva és figyelembe véve, hogy most vízszintes irányú erők nem lépnek fel, azaz $T_0 = 0$:

$$c_{gQ} Q_0 + c_{gM} M_0 + c_{gR} R_0 + c_{gN} N_0 = c_{rQ} (-Q_0) + c_{rM} (-M_0) + \gamma_{rg},$$

$$c_{bQ} Q_0 + c_{bM} M_0 + c_{bR} R_0 + c_{bN} N_0 = c_{lR} (-R_0) + c_{lN} (-N_0) + y_{bt},$$

$$\gamma_{gQ} Q_0 + \gamma_{gM} M_0 + \gamma_{gR} R_0 + \gamma_{gN} N_0 = \gamma_{rQ} (-Q_0) + \gamma_{rM} (-M_0),$$

$$\gamma_{bQ} Q_0 + \gamma_{bM} M_0 + \gamma_{bR} R_0 + \gamma_{bN} N_0 = \gamma_{lR} (-R_0) + \gamma_{lN} (-N_0).$$

Rendezzük az egyenletrendszert és vezessük be a következő jelöléseket:

$$a_{1Q} = c_{gQ} + c_{rQ}, \quad a_{1M} = c_{gM} + c_{rM},$$

$$a_{2Q} = c_{bQ}, \quad a_{2M} = c_{bM},$$

$$a_{3Q} = \gamma_{gQ} + \gamma_{rQ}, \quad a_{3M} = \gamma_{gM} + \gamma_{rM},$$

$$a_{4Q} = \gamma_{bQ}; \quad a_{4M} = \gamma_{bM};$$

$$\begin{aligned}
 a_{1R} &= c_{gR} & a_{1N} &= c_{gN}, \\
 a_{2R} &= c_{bR} + c_{lR}, & a_{2N} &= c_{bN} + c_{lN}, \\
 a_{3R} &= \gamma_{gR}, & a_{3N} &= \gamma_{gN}, \\
 a_{4R} &= \gamma_{bR} + \gamma_{lR}, & a_{4N} &= \gamma_{bN} + \gamma_{lN}.
 \end{aligned}$$

Az előbbiekkal az egyenletrendszer felírható az

$$\bar{y}_0 = A \bar{F}_0$$

alakban, ahol \bar{y}_0 az elmozdulásokat összefoglaló vektor, A a rugóállandókból alkotott mátrix, \bar{F}_0 pedig az egyes erőhatásokat foglalja egybe:

$$A \begin{vmatrix} a_{1Q} & a_{1M} & a_{1R} & a_{1N} \\ a_{2Q} & a_{2M} & a_{2R} & a_{2N} \\ a_{3Q} & a_{3M} & a_{3R} & a_{3N} \\ a_{4Q} & a_{4M} & a_{4R} & a_{4N} \end{vmatrix}, \quad \bar{y}_0 \begin{vmatrix} y_{rg} \\ y_{bt} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \bar{F}_0 \begin{vmatrix} Q_0 \\ N_0 \\ R_0 \\ N_0 \end{vmatrix}.$$

Áttérve A^{-1} reciprok mátrixra, az erőrendszer a következő egyenletből egyszerűen számítható:

$$\bar{F}_0 = A^{-1} \bar{y}_0.$$

Az egyes komponensek szolgáltatják a szerelésnél fellépő Q_0, M_0, R_0, N_0 erőrendszert.

2. Forgás (index ω)

Feltételezzük, hogy szerelési méretkülönbség nincs, azaz $y_{rg} = 0, y_{bt} = 0$, másrészt most is fennáll $T_\omega = 0$. Az elmozdulások és az elfordulások azonosságát kifejező egyenletek felírhatók az előbbieket mintájára. Figyelembe kell azt venni, hogy a forgás következtében az egyes elemek külön-külön elmozdulnának, illetve elfordulnának ω^2 -el arányos mértékben, mégpedig

$$c_{ic} \omega^2, \text{ ill. } \gamma_{ic} \omega^2 \quad (i = r, g, b, t)$$

mintájára c_{ic} és γ_{ic} állandókkal kifejezhető módra. A részleteket mellőzve az egyenletrendszer tömör alakban

$$\bar{y}_\omega = A \bar{F}_\omega,$$

ahol

$$\bar{y}_\omega \begin{vmatrix} (c_{rc} - c_{gc}) \omega^2 \\ (c_{lc} - c_{bc}) \omega^2 \\ (\gamma_{rc} - \gamma_{gc}) \omega^2 \\ (\gamma_{lc} - \gamma_{bc}) \omega^2 \end{vmatrix}, \quad \bar{F}_\omega \begin{vmatrix} Q_\omega \\ M_\omega \\ R_\omega \\ N_\omega \end{vmatrix},$$

illetve

$$\bar{\mathbf{F}}_{\omega} = A^{-1} \bar{\mathbf{y}}_{\omega}.$$

$\bar{\mathbf{F}}_{\omega}$ komponensei szolgáltatják a forgásnak megfelelő erőrendszert: Q_{ω} , M_{ω} , R_{ω} , N_{ω} .

3. Melegedés (index ϑ)

Ismét feltételezzük, hogy $y_{rg} = 0$, $y_{bt} = 0$. A továbbiakban két esetet kell megkülönböztetnünk: lehet a gyűrű támasztása olyan, hogy axiális erőt nem vesz fel, azaz az axiális irányú hőtágulás következtében nem ébred erő a rendszerben (a); ha viszont axiális irányban is meg van fogva, akkor kell számolni T_{ϑ} erővel (b).

a) Axiálisan szabad rendszernél $T_{\vartheta} = 0$. Az egyenletrendszer ismét a deformációk azonosságát fejezi ki. Az egyes alkatrészek hőokozta tágulását azonban figyelembe kell venni sugárirányban, mégpedig

$$y_{i\vartheta} = \alpha_{ii} l_i \vartheta_i; \quad (i = r, g, b, t)$$

képlet szerint, ahol α_{ii} a hőtágulás együtthatója, l_i a kérdéses elem geometriai mérete, ϑ_i a hőfokemelkedés. Ezek felhasználásával az egyenlet

$$\bar{\mathbf{y}}_{\vartheta} = A \bar{\mathbf{F}}_{\vartheta},$$

ahol

$$\bar{\mathbf{y}}_{\vartheta} \begin{vmatrix} y_{r\vartheta} - y_{g\vartheta} \\ y_{t\vartheta} - y_{b\vartheta} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \bar{\mathbf{F}}_{\vartheta} \begin{vmatrix} Q_{\vartheta} \\ M_{\vartheta} \\ R_{\vartheta} \\ N_{\vartheta} \end{vmatrix},$$

illetve

$$\bar{\mathbf{F}}_{\vartheta} = A^{-1} \bar{\mathbf{y}}_{\vartheta}.$$

b) Axiálisan támasztott rendszernél figyelembe kell venni T_{ϑ} axiális erőt is, amelynek meghatározására az x irányú deformációk azonosságát fel kell használni, azaz a rudak és a gyűrű kapcsolódási helyén (2. ábra)

$$x_g = x_r,$$

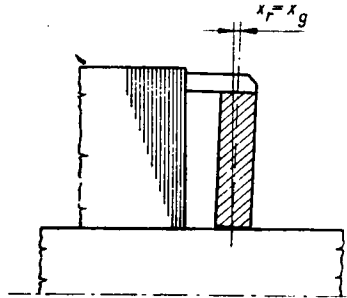
részletesen pedig

$$c_{gQx} Q_{\vartheta} + c_{gMx} M_{\vartheta} + c_{gRx} R_{\vartheta} + c_{gNx} N_{\vartheta} + c_{gTx} T_{\vartheta} = c_{rx} (-T_{\vartheta}) + x_{r\vartheta}$$

A gyűrű és a tengely érintkezési helyét az egyszerűség kedvéért helytállónak tekintjük. Ez egyenértékű azzal a közelítéssel, hogy a nagyfelületű,

jól hűtött tengely hőfokemelkedését zérusnak vesszük és a gyűrű—rúd-rendszerhez képest lényegesen merevebb tengelynek x irányú deformációját a gyűrűvel való kapcsolódás helyén fellépő erő hatására elhanyagoljuk. Az egyes egyenleteket természetesen a T_ϑ erő okozta deformációk figyelembevételével írjuk fel a sugárirányú elmozdulásra és a szögelfordulásra nézve is. A részleteket mellőzve

$$\bar{y}_\vartheta^* = A^* \bar{F}_\vartheta^*,$$



2. ábra

ahol

$$A^* \begin{pmatrix} a_{1Q} & a_{1M} & a_{1R} & a_{1N} & a_{1T} \\ a_{2Q} & a_{2M} & a_{2R} & a_{2N} & a_{2T} \\ a_{3Q} & a_{3M} & a_{3R} & a_{3N} & a_{3T} \\ a_{4Q} & a_{4M} & a_{4R} & a_{4N} & a_{4T} \\ a_{5Q} & a_{5M} & a_{5R} & a_{5N} & a_{5T} \end{pmatrix}, \bar{y}_\vartheta^* \begin{pmatrix} y_{r\vartheta} - y_{g\vartheta} \\ y_{l\vartheta} - y_{b\vartheta} \\ 0 \\ 0 \\ x_{r\vartheta} \end{pmatrix}, \bar{F}_\vartheta^* \begin{pmatrix} Q_\vartheta \\ M_\vartheta \\ R_\vartheta \\ N_\vartheta \\ T_\vartheta \end{pmatrix};$$

másrészt

$$\begin{aligned} a_{5Q} &= c_{gQx}, & a_{1T} &= c_{gT} + c_{rT}, \\ a_{5M} &= c_{gMx}, & a_{2T} &= -c_{bT} - c_{lT}, \\ a_{5R} &= c_{gRx}, & a_{3T} &= -\gamma_{gT} - \gamma_{rT}, \\ a_{5N} &= c_{gNx}, & a_{4T} &= -\gamma_{bT} - \gamma_{lT}, \\ x_{r\vartheta} &= \alpha_{rl} l_r \vartheta_r, & a_{5T} &= c_{gTx} + c_{rx}. \end{aligned}$$

Ha a gyűrűnek a tengelyen való axiális elmozdulását csak a súrlódás gátolja, akkor a helyben maradás feltétele

$$T_\vartheta < S = \mu_0 R,$$

ahol μ_0 a nyugalmi súrlódás tényezője.

4. Az üzemi állapotok

a) *Álló állapot (0)*: Azonos a tárgyalat szerelési állapottal (Q_0 ; M_0 ; R_0 ; N_0).

b) *Pörgetés* (ω_{\max}): Az ω_{\max} pörgetési szögsebesség helyettesítésével nyert forgási és a szerelési állapot szuperpozíciójával nyerjük az egyes erőket

$$(Q_0 + Q_{\omega_{\max}}; M_0 + M_{\omega_{\max}}; R_0 + R_{\omega_{\max}}; N_0 + N_{\omega_{\max}}).$$

c) *Leállítás* (index ϑ_{\max}): A legnagyobb melegeedésnek megfelelően a ϑ_{\max} értéket kell beírni a melegeedési állapot számítására használt kifejezésekbe, majd a szerelési erőkkkel kell az összegezést elvégezni

$$(Q_0 + Q_{\vartheta_{\max}}; M_0 + M_{\vartheta_{\max}}; R_0 + R_{\vartheta_{\max}}; N_0 + N_{\vartheta_{\max}}; T_{\vartheta_{\max}}).$$

d) *Normális üzem* (index $\omega\vartheta$): Szuperpozícióval nyerjük ismét az egyes erőket a szerelés, a forgás és a melegeedés figyelembevételével

$$(Q_0 + Q_{\omega} + Q_{\vartheta}; M_0 + M_{\omega} + M_{\vartheta}; R_0 + R_{\omega} + R_{\vartheta}; N_0 + N_{\omega} + N_{\vartheta}; T_{\vartheta}).$$

e) *Veszélyes állapot* ($\omega\vartheta_{\max}$): Kritikus üzemi állapotot általában a legnagyobb melegeedés és a forgás együtt jellemez. Az erőket szuperponálással nyerjük:

$$\begin{aligned} Q_{\omega\vartheta_{\max}} &= Q_0 + Q_{\omega} + Q_{\vartheta_{\max}}, \\ M_{\omega\vartheta_{\max}} &= M_0 + M_{\omega} + M_{\vartheta_{\max}}, \\ R_{\omega\vartheta_{\max}} &= R_0 + R_{\omega} + R_{\vartheta_{\max}}, \\ N_{\omega\vartheta_{\max}} &= N_0 + N_{\omega} + N_{\vartheta_{\max}}, \\ T_{\omega\vartheta_{\max}} &= T_{\vartheta_{\max}}. \end{aligned}$$

Megjegyzés : Lehet a fenti eseteket összegezve is tárgyalni, azaz

$$\bar{y} = A\bar{F}, \text{ illetve } \bar{F} = A^{-1}\bar{y}$$

alakban, ahol

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \bar{y}_0 + \bar{y}_{\omega} + \bar{y}_{\vartheta}, \\ \bar{F} &= \bar{F}_0 + \bar{F}_{\omega} + \bar{F}_{\vartheta}. \end{aligned}$$

Helyenkor az egyes állapotokra a megfelelő eseteket úgy nyerjük, hogy értelemszerűen — indexekkel kifejezve — helyettesítünk be az összefüggésekbe.

III. A rugóállandók számítása

1. Rúd (3. ábra) [3, 4]*

A rugóállandókban szereplő l érték jelenti a rudak ún. redukált hosszát. Ezzel azt vesszük figyelembe, hogy a rúd befogási keresztmetszete nem a lemeztest szélén, hanem attól beljebb helyezkedik el:

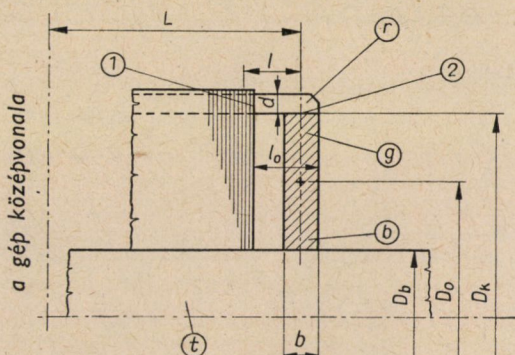
$$l = l_0 - \frac{b}{2} + \psi d.$$

* A rugóállandók számítási részleteit az irodalom tartalmazza [3]. Ezért itt megelégedtünk a legszükségesebb magyarázattal és az eredmény közlésével.

A mérések alapján

$$\psi = 0,2 \sim 0,5.$$

Példaként körkeresztmetszetű rúdra és az ábra szerinti téglalap keresztmetszetű gyűrűre számítjuk ki az állandókat.



3. ábra

a) A gyűrűvel való érintkezési pont elmozdulása az y irányban, illetve a szögelfordulás, ha a terhelés egységnyi Q erő:

$$c_{rQ} = \frac{64l^3}{3\pi E_r d^4}, \quad \gamma_{rQ} = \frac{32l^2}{\pi E_r d^4};$$

egységnyi M nyomaték:

$$c_{rM} = \frac{32l^2}{\pi E_r d^4}, \quad \gamma_{rM} = \frac{64l}{\pi E_r d^4};$$

egységnyi T erő:

$$c_{rT} = \frac{16l^2}{\pi E_r d^3}, \quad \gamma_{rT} = \frac{32l}{\pi E_r d^3};$$

egységnyi ω szögsebesség:

$$c_{rc} = \frac{D_k l^4 \mu_r}{E_r d^2}, \quad \gamma_{rc} = \frac{4D_k l^3 \mu_r}{3E_r d^2}.$$

A gyűrűvel érintkező keresztmetszet elmozdulása az x irányban, ha a terhelés az egységnyi T erő:

$$c_{rx} = \frac{4L}{\pi E_r d^2}.$$

2. A gyűrű (felső rész)

a) A rúddal való érintkezési pont elmozdulása y irányban, illetve a szögelfordulás, ha a terhelés egységnyi Q erő:

$$c_{gQ} = \frac{Z}{2\pi E_g b} \left(\frac{D_k^2 + D_b^2}{D_k^2 - D_b^2} - \nu_g \right), \quad \gamma_{gQ} = 0;$$

egységnyi M nyomaték:

$$c_{gM} = 0, \quad \gamma_{gM} = \frac{6Z}{\pi E_g b^3} \frac{D_0}{D_b - D_k};$$

egységnyi R erő*:

$$c_{gR} = \frac{Z D_k}{\pi E_g b D_b} \frac{D_b^2}{D_k^2 - D_b^2}, \quad \gamma_{gR} = 0;$$

egységnyi N nyomaték*:

$$c_{gN} = 0; \quad \gamma_{gN} = \gamma_{gM};$$

egységnyi T erő (T ; $-T$ erőpár)*:

$$c_{gT} = 0, \quad \gamma_{gT} = \frac{-3ZD_0}{\pi E_g b^2},$$

egységnyi ω szögsebesség:

$$c_{g\omega} = \frac{D_k D_0^2 \mu_g}{8E_g}, \quad \gamma_{g\omega} = 0.$$

b) A rúddal való érintkezési pont elmozdulása az x irányban, ha a terhelés

egységnyi M nyomaték

$$c_{gMx} = -\frac{3ZD_0}{2\pi E_g b^3};$$

egységnyi N nyomaték*:

$$c_{gNx} = c_{gMx};$$

egységnyi T erő:

$$c_{gTx} = \frac{3ZD_0(D_k - D_b)}{8\pi E_g b^3}.$$

* Feltételezve, hogy R , N , T a felső részhez hasonlóan Z számú helyen lép fel. (Szakaszos megtámasztásnál csak közelítéssel számolhatunk így.)

3. A gyűrű (alsó rész)

A támasztással való érintkezési pont elmozdulása y irányban, illetve a szögelfordulás, ha a terhelés egységnyi Q erő:

$$c_{bQ} = \frac{ZD_b}{\pi E_g b D_k} \frac{D_k^2}{D_k^2 - D_b^2} \quad \gamma_{bQ} = 0;$$

egységnyi M nyomaték:

$$c_{bM} = 0, \quad \gamma_{bM} = \gamma_{gM};$$

egységnyi R erő*:

$$c_{bR} = \frac{Z}{2\pi E_g b} \left(\frac{D_k^2 + D_b^2}{D_k^2 - D_b^2} + \nu_g \right), \quad \gamma_{bR} = 0;$$

egységnyi N nyomaték*:

$$c_{bN} = 0, \quad \gamma_{bN} = \gamma_{gN};$$

egységnyi T erő (T ; $-T$ erőpár)*:

$$c_{bT} = 0, \quad \gamma_{bT} = \gamma_{gT};$$

egységnyi ω szögsebesség:

$$c_{bc} = \frac{D_b D_b^2 \mu_g}{8E_g}, \quad \gamma_{bc} = 0.$$

4. Támasztás

a)–b) Tengely vagy tengelyen ülő szilárd borda esete (4a. és 4b. ábra).

A gyűrűvel való érintkezési pont elmozdulása y irányban, illetve a szögelfordulás, ha a terhelés

egységnyi R erő:

$$c_{tR} = 0, \quad \gamma_{tR} = 0;$$

egységnyi N nyomaték:

$$c_{tN} = 0, \quad \gamma_{tN} = 0;$$

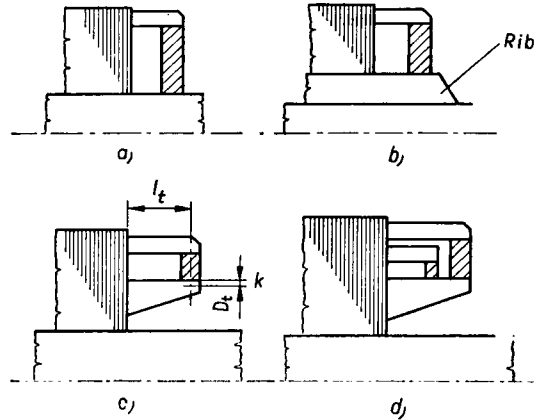
egységnyi T erő:

$$c_{tT} = 0, \quad \gamma_{tT} = 0;$$

egységnyi ω szögsebesség:

$$c_{t\omega} = 0, \quad \gamma_{t\omega} = 0.$$

c) Külön kiképzett deformábilis borda esete (4c. ábra).^{*} Jelöljük a bordák számát z -vel, a borda közepes inercianyomatékát I_k -val. A gyűrűvel való érintkezési pont elmozdulása y irányban, illetve a szögelfordulás, ha a terhelés



4. ábra

egységnyi R erő:

$$c_{tR} = \frac{Zl_t^3}{3z E_t I_k}, \quad \gamma_{tR} = \frac{Zl_t^2}{2z E_t I_k};$$

egységnyi N nyomaték:

$$c_{tN} = \frac{Zl_t^2}{2z I_k R_t}, \quad \gamma_{tN} = \frac{Zl_t}{z I_k E_t};$$

egységnyi T erő:

$$c_{tT} = -\frac{Z^2 l_t^2 k}{2z^2 I_k E_t}, \quad \gamma_{tT} = -\frac{Z^2 l_t k}{z^2 I_k E_t};$$

egységnyi ω szögsebesség

$$c_{t\omega} = \frac{D_t A_t l_t^4 \mu_t}{16 E_t E_t I_k}, \quad \gamma_{t\omega} = \frac{D_t A_t l_t^3 \mu_t}{12 E_t I_k}.$$

^{*} A levezetésekét mellőzzük egyszerűségük miatt. Utalunk itt példaként az irodalomra [4].

d) Előfordul az az eset is, amelyet a 4d. ábra mutat, azaz ugyanazon a bordán támaszkodik meg mind a belső, mind a külső gyűrű. Az egyes rugó-állandók módosításával vehetjük figyelembe ezt a körülményt:

$$c'_{ii} = \lambda c_{ii} \quad (i = R, N, T),$$

ahol közelítéssel

$$\lambda = 1,1 \sim 1,4.$$

Megjegyzés: A rudak szerelésénél megválasztandó y_{rg} maximális értékét abból a feltételből számíthatjuk ki, hogy a szereléskor ne lépjen fel maradó alakváltozás a rudakban [3]. Így nyerjük

$$y_{rg} \leq \frac{l_0^2 \sigma_m}{1,5 E_r d}, \quad \sigma_m < \sigma_F$$

összefüggést, ahol σ_F a folyáshatár. Ha a rudakban ébredő feszültség messze esik a megengedettől, akkor kisebb értéket írunk elő y_{rg} számára.

A gyűrű szerelését meghatározó y_{bt} maximális értékét az a körülmény szabja meg, hogy a szereléskor nem léphet fel a gyűrű belső felületén a folyáshatár nagyságú feszültség. Tekintsük a támaszkodás helyét merevnek, akkor y_{bt} fedéshez tartozó tangenciális feszültség a gyűrűben

$$\sigma_b = \frac{2 E_t}{D_b} y_{bt}.$$

Innen

$$y_{bt} \leq \frac{D_b}{2 E_t} \sigma_m, \quad \sigma_m < \sigma_F.$$

A minimális fedést viszont az a feltétel határozza meg, hogy üzem közben egy bizonyos melegedésnél megcsússzon a gyűrű (az axiális erők hatásának kiküszöbölésére), illetve egyáltalán ne csússzon meg a gyűrű. Az előbbi esetben $\theta' < \theta$ túlmelegedésnél fellépő T'_θ, R'_θ erőkre.

$$T'_\theta = \mu_0 R'$$

egyenlőségénél következik be a csúszás. A második esetben viszont

$$T_\theta < \mu_0 R_\theta$$

miatt nem lesz elmozdulás.

IV. A feszültségek meghatározása*

a) Rúd (körkeresztmetszettel számolva) [4]. Az 1 jelzésű helyen Q, M, T erőrendszernek és a centrifugális erőnek megfelelő maximális feszültségek rendre:

$$\sigma_r^I = \pm \frac{32 Q l^*}{d^3 \pi}, \quad \sigma_r^{II} = \pm \frac{32 M}{d^3 \pi},$$

$$\sigma_r^{III} = \pm \frac{16 T}{d^2 \pi}, \quad \sigma_r^{IV} = \pm \frac{2 \mu_r D_k l_2^* \omega^2}{d}.$$

* A feszültségek elemi szilárdságtani összefüggésekkel számíthatók. Részletes levezetésüket ezért mellőzhetjük. Példaként utalunk az irodalomra [4].

A 2 jelzésű helyen M , T erőrendszernek megfelel

$$\sigma_r^{II} = \pm \frac{32M}{d^3 \pi}, \quad \sigma_r^{III} = \pm \frac{16T}{d^2 \pi}.$$

A redukált feszültség az előjelhelyes összegezéssel adódik mindkét esetben.

b) Gyűrű (négyszögszelvény leszámolva) [3, 4]. Kívül Q , M , T , R , N erőrendszerből és a forgásból adódik — a gyűrűt vastagfalú csőként kezelve —

$$\sigma_g^I = \frac{D_k^2 + D_b^2}{D_k^2 - D_b^2} \frac{ZQ}{D_k \pi b},$$

$$\sigma_g^I = \gamma_{gM} \frac{b}{D_0} E_g M,$$

$$\sigma_g^{III} = \gamma_{gM} \frac{b}{D_0} E_g \frac{D_k - D_b}{2} T,$$

$$\sigma_g^{IV} = 2 \frac{D_b^2}{D_k^2 - D_b^2} \frac{ZR}{D_b \pi b},$$

$$\sigma_g^V = \gamma_{gN} \frac{b}{D_0} E_g N,$$

$$\sigma_g^{IV} = \frac{\mu_g}{16} D_k^2 \omega^2 \left[1 - \nu_g + (3 + \nu_g) \frac{D_b^2}{D_k^2} \right].$$

Belül hasonlóképpen:

$$\sigma_b^I = 2 \frac{D_k^2}{D_k^2 - D_b^2} \frac{ZQ}{D_k \pi b},$$

$$\sigma_b^{II} = \gamma_{bM} \frac{b}{D_0} E_g M,$$

$$\sigma_b^{III} = \gamma_{bM} \frac{b}{D_0} E_g \frac{D_k - D_b}{2} T,$$

$$\sigma_b^{IV} = \frac{D_k^2 + D_b^2}{D_k^2 - D_b^2} \frac{ZR}{D_b \pi b},$$

$$\sigma_b^V = \gamma_{bN} \frac{b}{D_0} E_g N,$$

$$\sigma_b^{VI} = \frac{\mu_g}{16} D_k^2 \omega^2 \left[3 + \nu_g + (1 - \nu_g) \frac{D_b^2}{D_k^2} \right].$$

A mértékadó feszültség a felsorolt feszültségek előjelhelyes összege.

Természetesen, az ellenőrzés során a legkritikusabb állapotnak megfelelően kell a számítást elvégezni.

IRODALOM

1. LISKA J.: Villamosgépek V. Szerkezettan. Tankönyvkiadó, Budapest 1954.
2. BRAMBILLA T.: Alcuni problemi relativi alla costruzione e al dimensionamento delle gabbie rotoriche dei motori asincroni. *L'elettrotecnica* (1961).
3. HUSZÁR I.—KOVÁCS I.: Aszinkron motorok rövidrezárt szabad gyűrűs kalickarendszerének szilárdsági számítása, I. *VI. Oszt. Közl.* 38 (1967).
4. MUTNYÁNSZKY Á.: Szilárdságtan. Tankönyvkiadó, Budapest 1957.

AZ ENERGIAFOLYAM CÉLSZERŰ VEZETÉSE ÉS AZ ÖNKIEGYENSÚLYOZÓ MOZGÉKONY TENGELYKAPCSOLÓ

SZŐKE BÉLA

[Beérkezett 1966. május 2-án]

ELSŐ RÉSZ: SORBAKAPCSOLÁSNÁL SZÁMÍTÁSBA JÖVŐ MECHANIKAI TÖRVÉNYSZERŰSÉGEK

Elméleti megfontolások alapján a szerző levezeti a malomhengerszék energiafolyamánál a visszatáplált teljesítménynek a szakirodalom által ez ideig eredménytelenül kutatott olyan képletét, amely magyarázatot ad arra, hogy ez a teljesítmény miért tűnik el, amikor a kényszerkapcsolás áttétele $1 : 1$ -hez, vagy $\infty : 1$ -hez közeledik. A levezetett összefüggések összhangban vannak a hazai és külföldi kísérletek mérési adataival, ami az elmélet helyességét igazolja. Bemutatja a szerző a különböző átmérőjű hengerek sorbakapcsolásának olyan csoportosítását, amelynél a visszatáplált energiafolyam nem a módosító hajtást terheli, hanem a rendszeren belül kering, és ezáltal az összes hajtó elemek (fogaskerek, tengelyek, tengelykapcsolók) lényegesen kevésbé terheltek.

JELÖLÉSEK

- b a hengerek közötti munkarés;
- c rugóállandó [cm/kp];
- d a behúzóható legnagyobb örlendő szemcsegömb átmérője;
- e a szabadhengeren érvényesülő nyomatéki kar az aprítás munkájához;
- h hengerhossz;
- $i = v/v_1 > 1$, az együttjáró hengerek kerületi sebességének aránya;
- $k = D_1/D = R_1/R < 1$ a kisebbik henger átmérő aránya a nagyobbikhoz (egyforma átmérőknél a lassabban forgó kapja az indexet);
- k_s nyírási ellenállás;
- l_0 a rugó szabad hossza;
- n a gyorsan forgó henger fordulatszám;
- $n_1 = n/i$ a lassan forgó henger fordulatszám;
- r a gyorshenger kis fogaskerekének osztókörugara;
- r_1 a lassúhenger nagy fogaskerekének osztókörugara;
- r_c a henger csap sugara;
- s a rugó merevség [kp/cm];
- $t = R + R_1 + b$ tengelytávolság;
- v a gyorshenger kerületi sebessége (általában sebesség);
- v_1 a lassúhenger kerületi sebessége;
- w relatív sebesség;
- A kívülről bevezetett teljesítmény;
- A_1 teljesítményvesztés a behajtásnál;
- A_2 súrlódási veszteség a csapágyakban (a 2 után következő második index a csapágyszám);
- A_3 a fogaskerék hajtás súrlódási vesztesége;
- A_4 a horzsolék súrlódási teljesítménye;
- A_5 a táphengerek teljesítmény-fogyasztása;
- A_a az aprítás teljesítmény-fogyasztása;
- A_z a zúzás teljesítmény-fogyasztása;
- $A_\delta = A_a + A_z$ örlés teljesítmény-fogyasztása;
- $B_{\max} = d \cos \varrho$ az örlési szalag legnagyobb szélessége;
- $B = 2l_0 \cos \varphi$ a betáplált örlési szalag szélessége;
- D a gyorshenger átmérője;
- D_1 lassúhenger átmérője;
- F az örlési munkánál fellépő súrlódási erők algebrai összege;
- $L = A + W$ a torlódó teljesítmény;
- M a gyorshenger forgatónyomatéka;

M_a	az aprítási erő nyomatéka a gyorshengeren;
M_{a1}	az aprítási erő nyomatéka a lassúhengeren;
M_1	a csapsúrlódás R sugárra vonatkoztatott forgatónyomatéka;
N	a hengerre ható sugárirányú erő;
P	a lóerőben kifejezett teljesítmény;
Q	a fognyomás;
R	a gyorshenger sugara;
R_1	a lassúhenger sugara;
S	nyíró (aprító) erő;
S	a hengerkörök külső hasonlósági pontja (egyenlő átmérőjű hengereknél S_∞);
T	a hasonlósági ponton átmenő elemi erők eredője;
W	a visszatáplált teljesítmény a súrlódások elhanyagolásakor;
W_s	a visszatáplált teljesítmény a súrlódások figyelembevételével;
Z	a lassan forgó hengerre ható külső ellenállásnak a palástra redukált ereje a fogoldalok átváltásánál;
$\epsilon = \lambda/l_0$	a rugó fajlagos megrövidülése;
ϵ_r	relatív szöggyorsulás a fogoldalok átváltásánál;
θ	a fogaskerékpár kotyogási szöge a nagykeréknél;
λ	az elemi rugó megrövidülése;
μ	súrlódási tényező a hengerek között;
μ_c	csapsúrlódási tényező;
φ	változó szögnyílás abszolút mérőszámában;
ω	a gyorshenger szögsebessége;
ω_1	a lassúhenger szögsebessége;
ω_δ	a nagyhenger utánsietési szögsebessége a fogoldalok átváltásánál;
$\omega_r = \omega_\delta - \omega$	a nagyhengernek a gyorshengerre vonatkoztatott relatív szögsebessége a fogoldalok átváltásának időtartama alatt;
Θ	a lassú hengerrel együtt forgó tömegek tehetetlenségi nyomatéka.

I. Bevezetés — Néhány gyakorlati tapasztalat

A gépészmérnöki gyakorlatban olykor előfordul, hogy egyszerűnek látszó konstrukciók leg gondosabb kivitelezése után az üzemi próba a várt siker helyett meglepetésszerű kudarccal jár. 1928—1932 között KALMÁR MIHÁLY, az egykori Első Magyar Gazdasági Gépgyár igazgatója megbízta a gyár egyik legtehetségesebb konstruktőrét, néhai FEJÉR PÁL okl. gépészmérnököt, hogy szerkesszen fekvő helyzetű (vízszintes tengelyű) *forgó dobos* búzamosógépet. A lelkiismeretes méretezési számítások, a körültekintő anyagmegválasztás, a figyelmes műhelymunka ellenére a próbák sorozata csupán azt igazolta, hogy az egyre erősebbre készített fogaskerékek törtek, majd az ezeket helyettesítő lánchajtás láncjai folyton szakadtak. A gyár műszaki testülete előtt teljesen érthetetlenek voltak e jelenségek. 1932-ben, amikor e sorok szerzője — mint a gyár konstruktőre — feladatként kapta a gőzszáritóoszlop nélküli búzamosógép megszerkesztését, csupán a *függőleges* tengelyű, *álló dobos* típusnál merté elgondolásait megvalósítani [1].

Ma már tudjuk, hogy a sikertelen forgó dobos búzamosógépnél a hajtóműre visszatáplálódó, *a hajtó motor teljesítményét többszörösen felülmúló energiafolyam* okozta az elkerülhetetlen töréseket.

A malomhengersizék őrlő hengerpárjainál már a XIX. században alkalmaztak olyan fogaskerekes kényszerkapcsolást, amely a működő henger-

palástok különböző kerületi sebességét biztosította. A szakirodalom [2] szerint azonban csak a XX. század harmincas éveiben kezdtek felfigyelni arra, hogy a fogordalak úgy kopnak, mintha nem a kívülről hajtott gyorsan forgó henger kis fogaskereke hajtáná a lassan forgó henger nagy fogaskerekét, hanem ellenkezőleg, a lassan forgó henger energiát táplál vissza [3].

E sorok írója maga is hallotta GOMBÁS TIBORTÓL, a GANZ-MÁVAG gyár nyugalmazott gépészmérnökétől, hogy annak idején, amikor a fogazó gépek még nem léteztek, és a GANZ-DANUBIUS gyár kéregöntésű nyílfogazatú nyers kerekkel készítette a hengerszékeket, külön bejárató gépen csiszoló anyaggal „összeköszörülték” a kerekeket, és nagyon elcsodálkoztak, amikor henger-csiszolásra a gyárba visszakerült hengerek kerekein azt látták, hogy a „bejáratott” fogordalak épek maradtak és a kopási nyomok azokon a fogordalakon jelentkeztek, amelyeknek összeccsiszolásával nem törődtek.

Azok az évtizedes kísérletek, melyekkel az amerikai *Allis Chalmers* gyár próbálkozott megoldani a hengerszékek sorbakapcsolását, végeredményben azért maradtak sikertelenek, mert nem vették kellően figyelembe az energiafolyam sajátosságait.

II. Célkitűzés

Az őrlőhengerek sorbakapcsolásánál mellékeredményként jelentkezik, hogy a balesetveszélyt magában rejtő egyedi szíjhajtás megszűnik. Főkövetelménynek tekinthető, hogy azok a működéshelyi és szerkezeti hiányosságok, amelyek ma az egyedi hajtású hengerszékeknél úgyszólván általánosan jelentkeznek, kiküszöbölhetőek legyenek.

Legfontosabb követelménynek tekinthető a két henger közötti *munkarés helyes beállíthatósága* [33]. Ha a munkarés már a rugós terhelésű csapágházak konstrukciós tévedésből származó helytelen felfüggesztési módja [1, 4, 5] és a fogaskerék-, vagy lánchajtás kerületi erejének a terheléstől függő változása miatt [3] nem állítható be helyesen és tartósan, akkor az őrlémény egy része a malom osztályozó járatait is ismételten terheli és így az egész berendezés teljesítőképességét csökkenti. Az őrlő hengerek sorbakapcsolásának a *lelke* tehát *olyan mozgékony tengelykapcsoló*, amely sem rugalmas alakváltozásból származó, sem a kapcsoló kinematikai láncából eredő terheléseket nem viszi át a szomszédos csapágyakra. A tengelykapcsoló olyan legyen, mely a forgató nyomatékot hirtelenző nyomaték fellépése nélkül *tiszta erőpárral viszi át, nem pedig kerületi erővel, amely a teljesítmény átviteléből származó csapágyreakciót okozna.*

Ha tudunk ilyen tengelykapcsolót készíteni, amely amellet még könnyen szerelhető is, akkor mellékeredményként kapjuk, hogy nemcsak a fogaskerék-hajtás maradhat el, hanem azokról a tartalék-fogaskerekekről sem kell gon-

doskodni, amelyek egyébként a kopás, valamint az ennek folytán ismételt végzett csiszolás és rovátkolás miatt ma még raktáron tartandók. Egyébként a műhelytechnika mai fejlettségi fokán nem tekinthető korszerű megoldásnak homlokkerekek alkalmazása olyan tengelyek hajtására, amelyek között sem a távolság állandósága, sem a párhuzamosság nincs biztosítva.

További követelmény, hogy helyes képet alkossunk az összekapcsolt *örölhengerek között áramló mechanikai energiáról*. Ehhez szükséges az egyetlen hengerpárnál végbemenő energiaáramlás jelenségeinek előzetes vizsgálata és általános törvényeinek elméleti tisztázása.

Csak ezek után állapítható meg, hogy a hengerátmérők választásával és csoportosításával, a hajtások megfelelő elrendezésével miként védhetők a berendezés gépelemei a túlterheléstől. Az ilyen módon készült örölberendezésnek az előállítási költsége, helyszükséglete és — mellékeredményként — az energiafogyasztása is kisebb.

III. Néhány alapismeret felidézése

A hengerszéken végzett teljesítménymérések az energiaszállásról ma már helyes képet adnak [6–8]. Ezzel szemben az elméleti vizsgálatok eredményeiben mutatkozó ellentmondások olyan tatóngó űrt támasztanak a kérdés felett, ami felhatalmazza szerzőt néhány olyan alapismeret felidezésére, amelyek a mechanika legáltalánosabb törvényeivel kapcsolatosak:

a) Minden energiaszállás (teljesítmény) olyan két tag szorzatának tekinthető, amelyek közül az egyik tag meddőnek, a másik hatékonynak vehető. Hőenergiánál a nagyobb *hőmérsékletű* testből áramlik a meleg a kisebb hőfokú felé. Közlekedő edényeknél a nagyobb *folydékoszlop-magasságú* tartályból áramlik a folyadék az alacsonyabb szintű tartályba. Az $L = Fv$ mechanikai teljesítménynél a v *sebesség* a hatékony tényező.

Ha két különböző sebességgel mozgó test (pl. egy lovas teherkocsi és egy villamos) szorosan egymás mellett halad és mozgás közben egymáshoz súrlódik, akkor a gyorsabban haladó v sebességű villamos ad át mechanikai energiát a $v_1 < v$ sebességgel haladó lovaskocsinak.

Az időegység alatt a villamos valamely A pontja a tér A_V pontjába ér, a villamos sebessége $v = \overrightarrow{AA_V}$. A teherkocsi A -val érintkező pontja ez idő alatt a tér A_T pontjába ér, a teherkocsi sebessége $\overrightarrow{AA_T} = v_1$ (1a. ábra). A teherkocsi oldalán a villamos A pontjának relatív sebessége

$$\vec{w}_T = + \vec{v} - \vec{v}_1 = \overrightarrow{AT_A} = w_T,$$

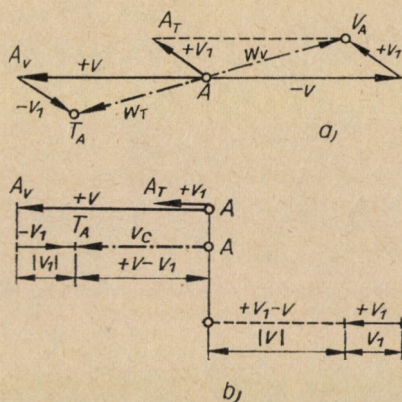
vagyis az időegység alatt a villamos A pontja $\overrightarrow{AT_A}$ karcot ejti a teherkocsi oldalán, és a teherkocsi által felvett teljesítmény

$$L = N\mu(\vec{v} - \vec{v}_1) = N\mu w_T,$$

ahol N az érintkezési pont normálisában érvényesülő nyomás, μ pedig a súrlódási tényező.

A villamos oldalán a teherkocsi A pontjának relatív útja

$$\vec{w}_p = +\vec{v}_1 - \vec{v} = AV_A,$$



1. ábra. Az energiafolyam hatékony tényezője a sebesség: a relatív sebességek különböző irányoknál (a) és egyforma irányoknál (b)

a villamos oldalán A pontból kiinduló karcolás \vec{AV}_A , és a villamos által leadott teljesítmény

$$-L = N\mu(\vec{v}_1 - \vec{v}) = -N\mu\vec{w}_{iv}.$$

Ha a két jármű egymással párhuzamosan halad, akkor a vektorális összegeztést a számtani összegezés helyettesíti (1b. ábra). A sebességek aránya legyen

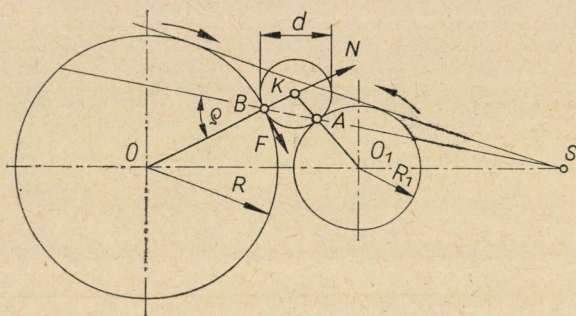
$$\frac{v}{v_1} = i, \text{ és } N\mu = F,$$

akkor

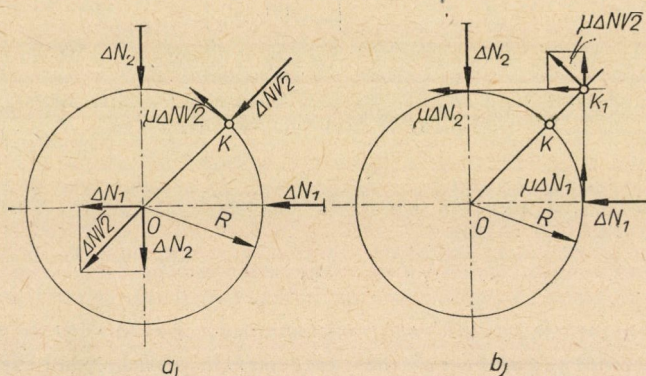
$$L = F(v - v_1) = Fv \left(1 - \frac{v_1}{v}\right) = Fv \frac{i - 1}{i}. \quad (1)$$

b) Szerző más helyen [9, 10] bebizonyította, hogy két párhuzamos tengelyű henger közé került anyag szemcsegömbjére a behúzási helyzetében olyan erő hat, amely átmegy a hengerek körének külső hasonlósági pontján (2. ábra). Ez az erő a hengerfelületre merőleges N normális erőnek és az $F = N \operatorname{tg} \varrho$ súrlódási erőnek az eredője, ahol ϱ a súrlódási szög az anyag és a henger felülete között. A különböző súrlódási szögnek megfelelő szemcsegömbök középpontjai pedig kúpszeleten sorakoznak [1, 11, 12].

c) A hengerkörök S hasonlósági pontján átmenő egyeneshez tartozó normális erők, valamint ebben az egyenesben fekvő, a hengerek felületére ható elemi erők éppen úgy egyforma nagyságúak az A és B pontban, mint amikor két ember tartja ugyanazt a csavarrugót összenyomott állapotban. Természetesen a nyomó erő akkor sem változik, ha a rugó közepe falnak



2. ábra. A szemcségömb behúzóhatóságának geometriai törvényszerűsége



3. ábra. A súrlódási erők nyomatéka: (a) az elemi erők eredőjének nyomatéka $\Delta M = R\mu N\sqrt{2}$; (b) az elemi súrlódási erők eredőjének nyomatéka $\Delta M_1 = R\sqrt{2}\mu\Delta N\sqrt{2} = 2R\mu\Delta N$

támaszkodik. A felületre merőleges „rugó középpontok” geometriai helye általános esetben kúpszelet, egyenlő átmérőjű hengereknél egyenes. Ha azonban a „rugók” összenyomódnak, akkor mindkét henger munkája számításba veendő.

d) Miként a szerző más helyen [13, 14] is megemlítette, a normális erők vektoriális eredőjéből számított súrlódási erő nyomatéka mindig kisebb, mint az elemi súrlódási erők nyomatékának algebrai összege. Így tehát helytelen szemléletet követnénk, ha csak az egy búzaszemre, vagy egy tömegpontra ható erőket vennénk figyelembe.

A 3. ábrán példaképp felvett terhelési eseténél a $\overrightarrow{\Delta N_1} + \overrightarrow{\Delta N_2}$ elemi erők $\Delta N\sqrt{2}$ eredője által keltett súrlódási erő nyomatéka a 3a. ábra szerint

$$|\Delta N_1| = |\Delta N_2| = \Delta N \text{ esetén}$$

$$\Delta M = \Delta N \sqrt{2} \mu OK = \Delta N \sqrt{2} \mu R.$$

Az elemi erők által keltett súrlódási erők nyomatékának algebrai összege a 3b. ábra szerint

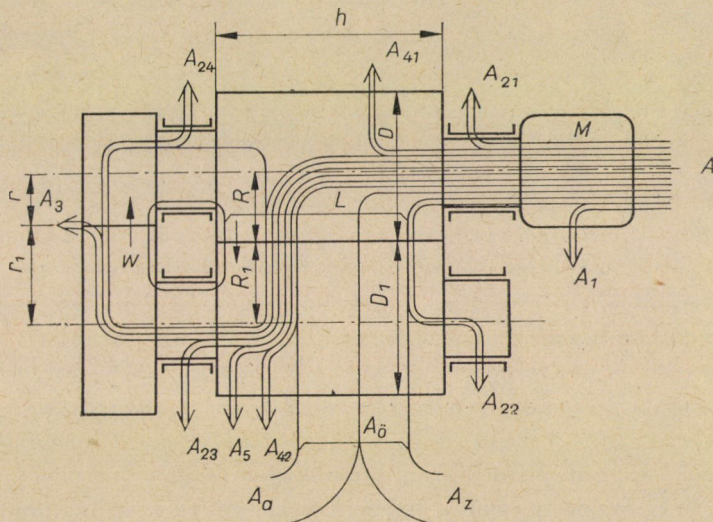
$$\Delta M_1 = 2 \Delta N \mu R > \Delta M.$$

Ennek az egyenlőtlenségnek a helyessége úgy is belátható, ha figyelembe vesszük, hogy a két súrlódó erő $\overrightarrow{\Delta N} \mu \sqrt{2}$ eredője az $OK_1 > OK$ karon hat, és $OK_1 = R \sqrt{2}$, vagyis

$$\Delta N \mu \sqrt{2} \cdot OK_1 = \Delta N \mu \sqrt{2} \cdot R \sqrt{2} = 2 \Delta N \mu R = \Delta M_1.$$

IV. Az energiafolyam jellege

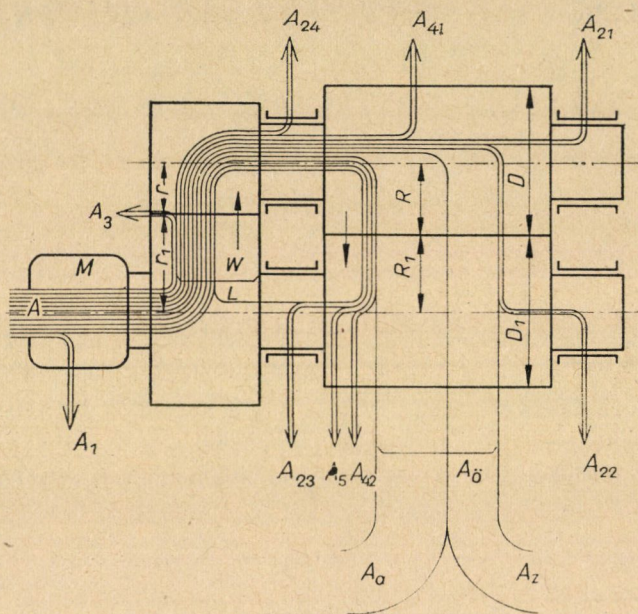
Több kutató mérési eredményei alapján [6–8] az őrlő hengerpároknál létesülő energia áramlása a 4. ábra szerint vázolható fel. Az ábra jelzése szerint az A bevezetett teljesítményből fedeződik: A_1 a motor vagy szíjhajtás vesztesége; $A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24}$ csapágy súrlódási veszteség; A_3 a fogaskerék hajtás súrlódási vesztesége; $A_{41} + A_{42}$ a horzsolók teljesítményszükséglete; A_5 a táphenger hajtás teljesítményszükséglete; A_z az anyag zúzódásának teljesítményszükséglete; és A_a az anyag aprításának teljesítményszükséglete.



4a. ábra. Az energiafolyam áramlása őrlő hengerpároknál (M hajtás a gyorshengeren; a fogaskerék hajtást a W visszatáplált teljesítmény terheli)

Jelmagyarázat: A bevezetett teljesítmény; L a torló ló teljesítmény; A_0 az őrlési teljesítmény; A_1 a hajtás; A_2 csapágyak; A_3 a fogaskerék hajtás; A_4 a horzsolók súrlódási veszteségei; A_5 a táptengely hajtás teljesítményszükséglete.

Bár a malomtechnikában az „őrölés” fogalma alatt a termék osztályozását is értik, e helyen arra szorítkozunk, hogy csupán a zúzás és aprítás egyidejű lefolyását nevezzük „őrítő” műveletnek, vagyis $A_{\delta} = A_z + A_a$ az őrlésnek a hajtás által fedezett teljesítményszüksége, amit esetünkben hasznos teljesítménynek tekinthetünk. A mai gördülőcsapágy és a korszerű műhelytechnikai kivánalmaknak megfelelő fogaskerék-hajtás súrlódási vesztesége elhanyagolható az A_{δ} teljesítmény mellett. A 4. ábra szerint azonban az őrlés



5. ábra. Az energiafolyam áramlása őrlő hengerpárok-nál (M hajtás a lassúhengeren; a fogaskerék hajtást az $L = A + W$ torlódó teljesítmény terheli)

létrehozásához a súrlódási veszteségek figyelmen kívül hagyásakor sem elegendő a kívülről betáplált teljesítmény, hanem szükséges, hogy létesüljön olyan W visszatáplált teljesítmény, amely mint meddő vagy holt teljesítmény zárt körfolyamban a gépalkatrészeket terheli, és áramlási iránya a *ténylegesen hajtó* gépelemtől az általa *hajtott gépelem felé* mutat. A III. fejezet a) pontja szerint a motor teljesítmény nem az R sugarú henger r sugarú kis fogaskeréken adódik át, hanem $R > r$ miatt a nagyobb kerületi sebességű hengerpaláston az őrléménysúrlódás révén. Minthogy a lassúhenger tengelyén ülő $r_1 > R_1$, azért a lassúhenger r_1 sugarú kereke a hajtó kerék. A gyorsabban forgó hengeren tehát

$$L = A + W$$

a torlódó teljesítmény.

A felsorolt teljesítmények részben a mechanikai súrlódás, részben a termék anyagának belső súrlódása és az anyag kohéziójának legyőzése folytán hővé alakulnak, ami a gépet, őrléményt és a környezetet melegíti.

Ha ugyanannál az őrlő hengerpárnál az M hajtást a nagy fogaskerék tengelyéhez kapcsoljuk, akkor az 5. ábra szerint áramlik az energiafolyam. A III. fejezet *a)* pontja szerint most nem a henger, hanem a nagy fogaskerék adja át az egész hajtó energiát a gyorshenger tengelyének. Ugyancsak a fogaskerék-hajtást és a gyorshenger tengelyét terheli a W visszatáplált teljesítmény is. A 4. és 5. ábrák összehasonlításából kitűnik, hogy ez utóbbi esetben a fogaskerék-hajtás és a gyorshenger tengelye lényegesen túl van terhelve az előző elrendezéshez képest, annak ellenére, hogy maga az őrlési művelet ugyanolyan körülmények között megy végbe, mint az előző esetben és az őrlés A_δ hasznos energiafogyasztása változatlan maradt.

Az energiafolyam figyelembevétele a hengerszékek sorbakapcsolásánál döntő módon befolyásolhatja tehát az egész berendezés üzembiztonságát.

Az őrlésnél tapasztalható energiavisszatáplálásnak elfogadható magyarázata a szakirodalomban nem volt található; ezért a szerző megkísérelte a jelenség törvényszerűségének kielégítő feltárását [3]. A követett gondolatmenetet — az ott rögzített elvek alapján a számítások továbbfejlesztésével — a következő fejezetekben közöljük.

V. A zúzás

1. Ideális eset

Az egyforma kerületi sebességgel forgó hengerek csupán zúzzák, és nem aprítják a behúzott szemcsét. A behúzhatóságot csak az egyforma átmérőjű hengerek esetén vizsgálta a szakirodalom. A szerző levezette [3, 9, 10] azt az egész általános összefüggést, amely a behúzható legnagyobb szemcse-gömb d átmérőjét a különböző sugarú hengerek esetére is megadja:

$$d = \frac{1}{\cos \varrho} \sqrt{(k+1)^2 \cos^2 \varrho R^2 + 4k \sin^2 \varrho R^2 + 2(k+1)bR + b^2} - (k+1)R, \quad (2)$$

ahol

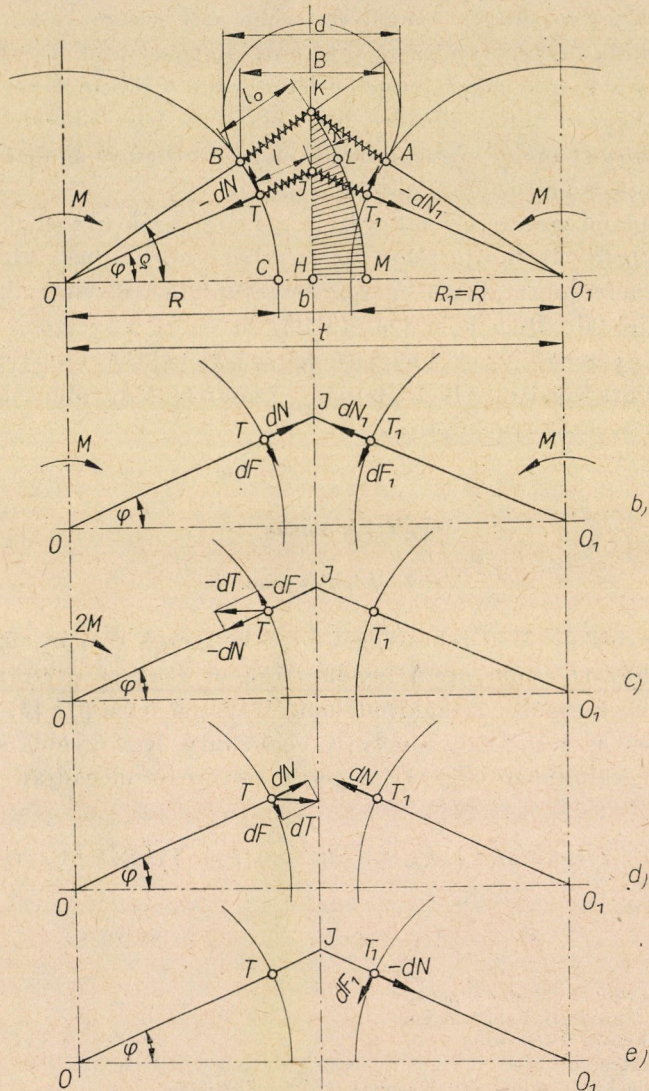
- R a nagyobbik henger sugara,
- $R_1 = kR$ a kisebbik henger sugara,
- $k < 1$ arányossági tényező,
- b munkarés,
- ϱ súrlódási szög a hengerpalást és a szemcse között.

Ha a nagyobb sugarú henger homorú, akkor $k+1$ helyett $k-1$ veendő. Egyforma hengerátmérők esetében (6a. ábra) pedig $k=1$, és az általános

képlet szerint $2R = D$ jelöléssel

$$d = \frac{D(1 - \cos \varrho) + b}{\cos \varrho} \quad (3)$$

A behúzható legnagyobb átmérő megállapítása azért fontos, mert adott b rés mellett annál nagyobb erőhatások keletkezhetnek a működési zónában,



6. ábra. Erőhatások egyforma fordulatszámmal járó hengereknél rugalmas szalag-modellen, ha mindegyik henger külön van hajtva: (a) a hengerre ható erők, (b) a szalagra ható erők; ha csak az egyik henger van hajtva: (c) a hajtott hengerre ható erők, (d) a szalagra ható erők, (e) a szalag által hajtott hengerre ható erők

minél nagyobb a behúzzható szemcsegőmb $AB = B = d \cos \varrho$ húrja által jellemzett befogadóképesség.

A következőkben csupán elvi megfontolásokat kívánunk nyújtani a fellépő jelenségek erőtérkéjáról, ezért az egyszerűbb tárgyalhatóság kedvéért képzeletben modellnek tekintendő rugalmas anyagú szalag útját követjük a hengerek között, és a csapsúrlódást figyelmen kívül hagyjuk (6a. ábra).

Ennek a szalagnak legnagyobb szélessége a ϱ súrlódási szöghöz tartozó $AB = B$ húr. Valamely tetszőleges $\varphi < \varrho$ szögnél pedig már megkeskenyedett a rugalmas szalag. Egyszerűség kedvéért az s rugómerevséget a hosszváltozás lineáris függvényének tekintjük, mint amilyen a hengeres csavarrugóé.

Képzeld el, hogy a munkaviszonyok mindkét hengernél teljesen egyformák, ami úgy érhető el, hogy O_1 tengelyt kívülről ugyanolyan fordulatszámú külön motorral hajtjuk, mint az O tengelyt. A 6a. ábrán a hengerfelületelemekre ható erőket, a 6b. ábrán a szalagelemekre ható erőket tüntettük fel.

A szalag φ szög alatt hajló TJ és T_1J elemi rugóira ható dN és dN_1 normális elemi erők (6b. ábra) a hengerek T és T_1 pontjainál a szalagra ható dF és dF_1 behúzó erőket létesítik.

A szimmetrikus hajtásnak megfelelően a

$$dFR = dF_1R_1$$

nyomatékokat mindkét motor külön-külön fejt ki.

Tegyük fel, hogy csak az O tengelyt hajtjuk kívülről (6c. ábra) és R henger a súrlódás által hajtja az R_1 -et. Miután a csapágysúrlódástól eltekinthetünk, az O_1 tengely is ugyanazzal a fordulatszámmal forog mint az O tengely, mert a betáplált szalaggal érintkező hengerek a súrlódás miatt elméletileg végtelenül apró fogazatú homlokkerekeknek tekinthetők.

Ha csapágysúrlódás is van, akkor a fékezés miatt csak *némi kis fordulatszámkülönbséggel* marad el az O_1 tengely, amit a gyakorlat is igazol abból az időből, amikor a két henger között még nem alkalmaztak kényszerhajtást. Jegyezzük meg tehát, hogy ebben az esetben az áttétel 1:1-hez közeledik, visszatáplálás nincs, és a kényszerkapcsolású hajtás bevezetésére éppen azért volt szükség, hogy a két henger között nagyobb kerületi sebességkülönbséget érjenek el.

2. A behúzási íven keletkező forgatónyomaték

A ϱ súrlódási szög nyílásában levő $l_0 = BK$ „rugóhosszúság” (6a. és 6b. ábra) szabadhossznak tekintendő, amelynél még csak az önsúlyból származó kerületi nyomás lép fel, ami a kezdeti súrlódást létesíti. A $\varphi < \varrho$ szögnél az

elemi rugó megrövidülése $\lambda = JL$ és ennek megfelelően a c [cm/kp] rugó-
állandó reciprokértékével s [kp/cm] rugómerevséggel számítva, a hengerpalást
 T környékén levő felületelemre ható normális nyomás az ábra jelöléseivel

$$dN = \lambda s R h d\varphi,$$

ahol h a hengerhossz. Bevezetve az

$$OH = R + \frac{b}{2} = \frac{1}{2}(D + b) = \frac{t}{2}$$

jelölést, $\lambda = OL - OJ$, vagyis

$$\lambda = \frac{t}{2 \cos \varrho} - \frac{t}{2 \cos \varphi},$$

amivel az egyik rugóelem összenyomásánál fellépő elemi normális erő

$$dN = \frac{t}{2} R h s \left(\frac{1}{\cos \varrho} - \frac{1}{\cos \varphi} \right) d\varphi, \quad (4)$$

és az ennek megfelelő súrlódási erő

$$dF = dN \tan \varrho = \frac{t}{2} R h s \tan \varrho \left(\frac{1}{\cos \varrho} - \frac{1}{\cos \varphi} \right) d\varphi. \quad (5)$$

A 6c. ábra a hajtott hengerre, 6d. ábra a szalagra, 6e. ábra a laza hengerre
ható elemi erőket tünteti fel (a szalagelem önsúlyának elhagyásával, ami ezen
a szakaszon már nem játszik fontos szerepet).

$$\frac{t}{2} = R + \frac{b}{2}$$

figyelembevételével

$$\begin{aligned} F &= R \left(R + \frac{b}{2} \right) h s \tan \varrho \left(\int_0^{\varrho} \frac{d\varphi}{\cos \varrho} - \int_0^{\varrho} \frac{d\varphi}{\cos \varphi} \right), \\ F &= R \left(R + \frac{b}{2} \right) h s \tan \varrho \left[\left[\frac{\varphi}{\cos \varrho} \right]_{\varphi=0}^{\varphi=\varrho} - \left[\ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right]_{\varphi=0}^{\varphi=\varrho} \right], \\ F &= R \left(R + \frac{b}{2} \right) h s \tan \varrho \left[\frac{\varrho}{\cos \varrho} - \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

A III. fejezet *c*) pontjának figyelembevételével a kívülről bevezetendő teljesítmény $A = 2 FR\omega$ ($P = 2 FRn\pi/30 \cdot 75$ LE), és az egyik henger behúzási ívén keletkező forgatónyomaték

$$FR = R^2 \left(R + \frac{b}{2} \right) hs \tan \varrho \left[\frac{\varrho}{\cos \varrho} - \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2} \right) \right]. \quad (6a)$$

Példaképpen helyettesítsük be (6) képletbe a búza és az öntöttvas henger között szokás szerint felvett $\varrho = 17^\circ$ -ot:

$$\arcsin 17^\circ = 0,29671; \cos 17^\circ = 0,95630; \tan 17^\circ = 0,30573,$$

$$\frac{\varrho}{\cos \varrho} = \frac{0,29671}{0,95630} \approx 0,3123,$$

$$\ln \tan (45^\circ + 8^\circ 30') = \ln \tan 53^\circ 30' = \ln 1,35142 = 0,30084,$$

$$\left[\frac{\varrho}{\cos \varrho} - \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2} \right) \right] = 0,3123 - 0,3008 = 0,0115,$$

$$0,0115 \tan 17^\circ = 0,00352;$$

$$F = 0,00352 R \left(R + \frac{b}{2} \right) hs. \quad (6b)$$

A csapsúrlódás nélküli ideális laza hengert tehát az őrlemény a hajtott hengerével egyenlő fordulatszámmal forgatja, és az egy hengerre eső zúzási munka nyomatéki karja is kiszámítható.

3. A nyomatéki kar kiszámítása

A III. fejezet *b*) pontja szerint az R sugarú hengerre ható $-dN$ normális erőnek és az általa keltett $-\mu dN$ súrlódási erőnek dT eredője átmegy az R és R_1 sugarú hengerkörök S hasonlósági pontján. Ezzel egyensúlyt tart a szalagra ható dT (6c. és 6d. ábra). Egyenlő átmérőjű hengerek esetén a külső hasonlósági pont a végtelenben van, ennél fogva dT párhuzamos a tengelyek síkjával.

Mínthogy $(-dT)$ elemi erőnek az O középponton átmenő $(-dN)$ komponensei nem fejtenek ki nyomatékot, azért a $(-dT)$ elemi erők nyomatékainak összege ugyanakkora, mint a már kiszámított dF elemi erőké. Ezek szerint $-dT$ erők $-T$ eredőjének nagyságát kiszámítva és ezzel elosztva, a már ismeretes forgatónyomatékot, megkapjuk az e nyomatéki kart:

$$dT = \frac{dN}{\sin \varphi},$$

behelyettesítve dN értékét a (4) egyenlethől

$$dT = \frac{t}{2} Rhs \left(\frac{1}{\cos \varrho \sin \varphi} - \frac{1}{\cos \varphi \sin \varrho} \right) d\varphi.$$

$$\sin \varphi \cos \varphi = \frac{\sin 2\varphi}{2}$$

figyelembevételével

$$dT = \frac{t}{2} Rhs \left(\frac{d\varphi}{\cos \varphi \sin \varphi} - \frac{2 d\varphi}{\sin 2\varphi} \right) d\varphi,$$

és

$$T = \frac{t}{2} Rhs \left(\frac{1}{\cos \varrho} \int_0^e \frac{d\varphi}{\sin \varphi} - 2 \int_0^e \frac{d\varphi}{\sin 2\varphi} \right);$$

ahonnan

$$T = \frac{t}{2} Rhs \left\{ \frac{1}{\cos \varrho} \left[\ln \tan \frac{\varphi}{2} \right]_0^e - 2 \left[\frac{1}{2} \ln \tan \frac{2\varphi}{2} \right]_0^e \right\}.$$

$t/2 = R + b/2$ figyelembevételével

$$T = R \left(R + \frac{b}{2} \right) hs \left(\frac{1}{\cos \varrho} \ln \tan \frac{\varrho}{2} - \ln \tan \varrho \right).$$

Az e nyomatéki kar tehát a (6) és a (7) összefüggésből

$$e = \frac{FR}{T} = \frac{R \tan \varrho \left[\frac{\varrho}{\cos \varrho} - \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2} \right) \right]}{\frac{1}{\cos \varrho} \ln \tan \frac{\varrho}{2} - \ln \tan \varrho}.$$

Ebből láthatjuk, hogy a nyomatéki kar az R és ϱ függvénye, és amint az alábbi számításból is kitűnik, az e kar nagyon kicsiny.

Most is $\varrho = 17^\circ$ -kal számolva

$$\frac{1}{\cos \varrho} = \frac{1}{0,95630},$$

$$\tan \frac{\varrho}{2} = \tan 8^\circ 30' = 0,14945,$$

$$\ln 0,14945 = -1,905;$$

$$\frac{1}{\cos \varrho} \ln \tan \frac{\varrho}{2} = \frac{-1,905}{0,95630} = -1,994,$$

$$\ln \tan \varrho = \ln 0,30573 - 1,185,$$

$$\frac{1}{\cos \varrho} \ln \tan \frac{\varrho}{2} - \ln \tan \varrho = -1,994 + 1,185 = -0,809.$$

A

$$\frac{t}{2} = R + \frac{b}{2}$$

helyettesítéssel tehát

$$T = 0,809 R \left(R + \frac{b}{2} \right) hs. \quad (7a)$$

A tangenciális súrlódási erők nyomatéka (6a) és (6b) szerint

$$FR = 0,00352 R^2 \left(R + \frac{b}{2} \right) hs, \quad (6c)$$

és így az eredő T erő nyomatéki karja

$$e = \frac{FR}{T} = \frac{0,00352 R}{0,809} \approx 0,0049 R.$$

Így például $R = 125$ mm hengernél $e = 0,612$ mm.

VI. Aprítás

1. Az egyik henger áll

Képzeljük el most azt az esetet, hogy az R_1 sugarú hengert, amelyik az előbb még szabadon foroghatott, illetve csupán az őrlemény súrlódása hozta forgásba, most teljesen rögzítjük (6a. ábra).

Nyilvánvaló, hogy a kívülről hajtott hengernek most az előbbtől eltérő ellenállást kell legyőznie; az előbbi esetben ugyanis csupán össze kellett nyomni az anyagot. Ez a zúzás vagy roppantás nagyrészt csak az anyag belső súrlódásait győzte le és esetleg olyan deformációt is okozott, amely az anyag rugalmasságánál fogva részben visszaalakult. Az aprítás műveleténél a mozdulatlan henger a mozgó „szalag” egy részét lehántja, ami a kohézió legyőzését jelenti. Az álló hengerre ennél fogva a nyírási ellenállás is hat.

Szokás szerint a nyíróerőt a nyírt felület és a felületegységre vonatkozó k_s nyírási ellenállás szorzatával fejezik ki. Minél kisebb a b rés, annál valószínűbb, hogy a nyírás HK középsíkban megy végbe. Amikor a fajlagos rövidülés

$$\varepsilon = \frac{HM}{BK} = \frac{\lambda}{l_0} = 1$$

értéket eléri, akkor $b = 0$. Véges b értéknél $\varepsilon < 1$, és $b = B$ értéknél, amikor $\varphi = 0$, és a nyíró hatás is megszűnik: $\lambda = 0$, és $\varepsilon = 0$.

Helyes tehát a nyíróerő számításánál az

$$\varepsilon = \frac{HM}{BK} = \frac{\frac{t}{2 \cos \varrho} - \frac{t}{2}}{\frac{t}{2 \cos \varrho} - R} = \frac{t(1 - \cos \varrho)}{t - D \cos \varrho}$$

korrekciós tényezőt is tekintethe vennünk. Azonban

$$t = D + b,$$

és így

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{(D + b)(1 - \cos \varrho)}{(D + b) - D \cos \varrho} = \frac{(D + b)(1 - \cos \varrho)}{D(1 - \cos \varrho) + b} = \\ &= \frac{D + b}{D + b/(1 - \cos \varrho)} = \frac{1 + (b/D)}{1 + b/[D(1 - \cos \varrho)]} \end{aligned}$$

Azonban

$$D(1 - \cos \varrho) = 2R(1 - \cos \varrho) = B - b,$$

tehát

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1 + (b/D)}{1 + \frac{b}{B - b}} = \frac{B - b + (B - b)b/D}{B - b + b} = \\ &= \frac{(B - b)D + (B - b)b}{B \cdot D} = \frac{(B - b)(D + b)}{B \cdot D}, \end{aligned}$$

és

$$\overline{HK} = \frac{t}{2} \tan \varrho = \frac{D + b}{2} \tan \varrho;$$

minek folytán a nyíróerő h hengerhossznál

$$\begin{aligned} S &= \overline{HK} \varepsilon k_s h = \frac{hk_s \tan \varrho (D + b)(B - b)(D + b)}{2 B \cdot D} = \\ &= \frac{hk_s \tan \varrho (D + b)^2 (B - b)}{2 B \cdot D} \end{aligned} \quad (8)$$

Amikor $b = 0$, akkor

$$S = \frac{hk_s \tan \varrho D^2 \cdot B}{2 B \cdot D} = hk_s R \tan \varrho. \quad (8a)$$

2. *A hengerek között módosító kényszerkapcsolás van*

Feltételezésünk szerint tiszta zúzási műveletnél az 5a. és 5b. pontok szerint a csapsúrlódás elhanyagolásakor a kívülről betáplált teljesítmény

$$A = 2 R \omega F = R (\omega + \omega) F.$$

Amikor az R_1 sugarú henger áttételes hajtás folytán $\omega_1 = \omega/i$ szögsebességgel forog, akkor a zúzási teljesítmény

$$R (\omega + \omega_1) F = R \left(\omega + \frac{\omega}{i} \right) F = R \omega F \frac{i+1}{i}.$$

A lassan forgó henger időegység alatti visszamaradásával pedig a kívülről bevezetendő aprítási munka arányos, vagyis

$$R (\omega - \omega_1) S = R \omega S \frac{i-1}{i}.$$

Egyidejű zúzás és aprítás esetén tehát a kívülről bevezetendő teljesítmény

$$A = R \omega \frac{F(i+1) + S(i-1)}{i}. \quad (9)$$

Az n percenkénti fordulatszámmal lóerőben kifejezve

$$P = R \frac{n\pi}{30 \cdot 75} \frac{F(i+1) + S(i-1)}{i}. \quad (9a)$$

Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a két tagból álló

$$F \frac{i+1}{i} + S \frac{i-1}{i}$$

kerületi erőnek az előző okfejtések szerint csakis a második

$$S \frac{i-1}{i}$$

tagja van szoros kapcsolatban a fékezést jelentő visszamaradással és az ebből eredő energiavisszatáplálással.

VII. Visszatáplálás

1. A visszatáplált teljesítmény meghatározása

Az $R_1 = R$ sugarú (4. ábra) lassújárátú hengerre ható

$$S \frac{i-1}{i}$$

aprítási erő nyomatéka

$$M_{a1} = RS \frac{i-1}{i} \quad (10)$$

Ez a nyomaték az r_1 sugarú nagy fogaskeréken

$$\frac{RS}{r_1} \frac{i-1}{i}$$

kerületi erőt ébreszt. Ez a kerületi erő érvényesül az r sugarú kis fogaskeréken és a gyorshenger O tengelyére kifejtett forgatónyomaték

$$\frac{RS}{r_1} \frac{i-1}{i} r.$$

Figyelembe véve, hogy

$$\frac{r}{r_1} = \frac{1}{i},$$

az aprítási erő gyorshengerre ható forgatónyomatéka

$$M_a = R \cdot S \frac{i-1}{i^2}, \quad (11)$$

és a visszatáplált teljesítmény

$$W = \frac{R \cdot S (i-1) \omega}{i^2} = \frac{R \cdot S (i-1)}{i^2} \frac{n\pi}{30} \quad (12)$$

Ebből következik, hogy ha $i = 1$, akkor $W = 0$; ha pedig $r_1/r =$, igen nagy, akkor W igen kicsiny.

Lássuk továbbá, milyen i értéknél van a W visszatáplált teljesítménynek szélsőértéke:

$$\frac{dW}{di} = \frac{d}{di} RS\omega \frac{i-1}{i^2} = RS\omega \frac{i^2 - (i-1)2i}{i^4} = 0,$$

ahonnan

$$i^2 - 2i^2 + 2i = 0$$

és

$$i = 2.$$

Ezzel az értékkel (10)-ből

$$W_{\max} = \frac{RS}{4} \omega = RS \frac{n\pi}{120} \quad (12a)$$

Így pl. $b = 0$ esetén (8a) figyelembevételével

$$W_{\max} = hk_s \tan \varrho R^2 \frac{n\pi}{120}.$$

2. A gyorshengerre torlódó teljesítmény

A 4. ábra szerint a gyorshengerre nagyobb teljesítmény torlódik, mint a kívülről betáplált A teljesítmény, éspedig a torlódó teljesítmény a (9) és (12) szerint

$$L = A + W = R\omega \left[\frac{F(i+i) + S(i-1)}{i} + \frac{S(i-1)}{i^2} \right]$$

és

$$\begin{aligned} L &= R\omega \left[\frac{F(i+1)i + S(i-1)i}{i^2} + \frac{S(i-1)}{i^2} \right] = \\ &= R\omega \frac{F(i^2+i) + S(i^2-i) + S(i-1)}{i^2} = \\ &= R\omega \frac{F(i^2+i) + S(i^2-1)}{i^2} = R\omega \left[\frac{i^2(F+S)}{i^2} + \frac{Fi-S}{i^2} \right], \end{aligned}$$

vagyis

$$L = R\omega \left(F + S + \frac{F}{i} - \frac{S}{i^2} \right). \quad (13)$$

A torlódó teljesítmény szélső értéke a

$$\frac{dL}{di} = R\omega \left(-\frac{F}{i^2} + \frac{2S}{i^3} \right) = 0$$

egyenletből a

$$\frac{2S}{F} = i$$

értéknél következik be. A szélső érték tehát

$$L_{\max} = R\omega \left(F + S + \frac{F^2}{2S} - \frac{SF^2}{4S^2} \right) = R\omega \left(F + S + \frac{F^2}{4S} \right).$$

Némi átalakítással

$$L_{\max} = R\omega S \left(\frac{F}{2S} + 1 \right)^2. \quad (13a)$$

3. A csapsúrlódás befolyása

Az V. fejezet 1. pontjában említettük, hogy *gyakorlati tapasztalat* szerint a lazahenger fordulatszáma valamivel kisebb, mint a hajtott hengeré. A visszatáplálódó energifolyamra levezetett előző vizsgálataink alapján ennek a visszamaradásnak a mérvét is megállapíthatjuk.

Jelöljük N -nel a tengelyek síkjában ható hengereket összeszorító erőt. A csapsúrlódás fékező nyomatéka

$$M_c = \mu_c N r_c,$$

ahol μ_c a csapsúrlódási tényező, r_c a csap sugara.

Az előzők szerint azonban a laza henger $R_1 = R$ sugarú palástján az aprító erő folytán (10) szerint

$$S \frac{i-1}{i} R = \mu_c N r_c$$

nyomatéknak kell fellépnie, ahonnan

$$SRi - SR = iN\mu_c r_c;$$

$$i(SR - N\mu_c r_c) = SR$$

és

$$i = \frac{SR}{SR - N\mu_c r_c},$$

ahol (8a) szerint $b \rightarrow 0$ esetén

$$S = k_s R \mu h.$$

Itt μ a hengerek közötti súrlódási tényező és

$$\frac{n}{n_1} = i = \frac{k_s R^2 \mu h}{k_s R^2 \mu h - N\mu_c r_c}$$

4. A súrlódás befolyása fogaskerékajtású hengerpárnánál

Az egyedi hajtású hengerszékek fogaskerekei a normálisnál sokkal hosszabb fogúak és lényegesen nagyobb a foghézaguk is, hogy a munkarés üzem közben történő beállításánál a tengelytáv és a tengelyek párhuzamos helyzetének a változása ne szakítsa meg a kapcsolódást.

A következőkben leírt jelenség a szerző által tárgyalt sorbakapcsolásnál nem jelentkezik. Létezik azonban a sorbakapcsolásnak olyan módja is, amelynél csupán a rögzített csapágyakban forgó tengelyek vannak tengelykapcsolókkal összekötve, ellenben az üzem közben történő beállításnál a fogaskereknek kell vállalniuk a párhuzamos és kitérő helyzetben való kapcsolódás korszerűtlen szerepét.

A túl nagy hézag okozta kotyogás a fogoldalok átváltásánál játszik szerepet. Ugyanis a lassúhengerre csak a súrlódási ellenállás hat, a kisfogaskerék azonban hajt, amikor pedig a munkarésbe megfelelő mennyiségű őrlemény jut, akkor az eddig hajtott nagyfogaskerék válik hajtóvá. Ez az átváltás csak úgy mehet végbe, hogy a nagykerék a foghézagnak megfelelő kotyogási szöggel a kisfogaskerék ω szögsebességéhez előresiet, hogy a fogárok másik oldalfala újra felvehesse a kiskerék állandó ω szögsebességének megfelelő $\omega_1 = \omega/i$ szögsebességet.

Az R sugárra redukált súrlódási ellenállások összegét Z -vel, a gyors-henger által kifejtett N normális nyomásból létrejött súrlódási hajtóerőt $F = \mu N$ -nel, a lassúhengerrel együtt forgó tömegek tehetetlenségi nyomatékát Θ -val, a gyorshengerre vonatkoztatott relatív szögsebességet $\omega_\vartheta = \omega - \omega = \omega_r$ -rel jelölve, a forgatónyomatékokra felírhatjuk:

$$FR = N\mu R = ZR + \Theta \frac{d\omega_r}{dt}.$$

A relatív szöggyorsulás

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \varepsilon_r = \frac{R(F - Z)}{\Theta} = \frac{R(N\mu - Z)}{\Theta}.$$

Rövid véges időközön belül a jobb oldal minden tagját, és így az szöggyorsulást is állandónak tekinthetjük, ennél fogva a foghézagnak megfelelő ϑ utáni sietési szöggel való elforduláshoz szükséges idő

$$t = \sqrt{\frac{2\vartheta}{\varepsilon_r}} = \sqrt{\frac{2\vartheta\Theta}{R(N\mu - Z)}} = \sqrt{\frac{2\vartheta\Theta}{R(F - Z)}}.$$

Ez az eredmény azért tanulságos, mert nemcsak azt jelenti, hogy hirtelen jelentkező nagy F erő esetén t idő igen kicsi, és ütközés következik be, hanem

azt is, hogy nagy Θ tehetetlenségi nyomaték és kis $(F - Z)$ különbség esetén túl hosszú idő is eltelhet, amíg a fogak egyáltalában nem is érintkeznek.

VIII. A szakirodalom néhány tévedésének ismertetése

A szakirodalom — eltérőleg a szerző által követett módszertől — bizonyos elhanyagolásokkal számítja az őrlés teljesítményszükségletét. Így például a háromszög átfogójára emelt magassága helyett a befogót, szögfüggvény helyett a szöget, sorbafejtésnél az első tagot veszi stb. Ettől eltekintve csupán az elvi eltérésekre kívánunk rámutatni.

a) A zúzásra vonatkozó *Afanaszjev-féle elmélet* [2] egyszerre két tévedést rejt magában. Az *egyik*, hogy vét a III. fejezet *d)* pontjában említett elv ellen és a behúzó erő számításánál az elemi súrlódó erők helyett az eredő erő súrlódási erejét veszi figyelembe; a *másik* tévedés, hogy ebből kivonja azt az ellenkező előjelű erőt, ami már nem az őrleményre, hanem a hengerre hat.

b) Szakkönyvekben [15] találkozunk az

$$N_k = \frac{N_r}{r_1 - r}$$

kifejezéssel, amelyben

- N hajtó teljesítmény;
- N_k visszatáplált teljesítmény;
- r a kisfogaskerék osztókörének sugara;
- r_1 a nagyfogaskerék osztókörének sugara.

Ezt az összefüggést a következőképpen bizonyítják:

Legyen P az R sugarú hengerek palástján, Q a fogaskerek osztkörén ható erő; v pedig a gyorsan forgó henger kerületi sebessége. Az erők egyensúlyából így

$$Q = P \frac{R}{r_1},$$

és a teljesítménymérleg

$$N = Pv - Qv \frac{r}{R}$$

P értékét behelyettesítve a Q -ra felírt egyenletből:

$$N = Q \frac{r_1}{R} v - Qv \frac{r}{R} = Qv \left(\frac{r_1}{R} - \frac{r}{R} \right) = Qv \frac{r_1 - r}{R},$$

$$Q = \frac{NR}{v(r_1 - r)};$$

és a visszatáplált teljesítmény

$$N_k = Qv \frac{r}{R}$$

Q értékét behelyettesítve a $Q = NR/v(r_1 - r)$ egyenletből:

$$N_k = \frac{NR}{v(r_1 - r)} \cdot v \frac{r}{R} = \frac{Nr}{r_1 - r}$$

Ennek a képletnek a tarthatatlanságát mi sem bizonyítja jobban, mint az, hogy $r_1 = r$ esetében a gyakorlati tapasztalattal és szerzőnek az előzőekben kifejtett elméletével egyezően nullát kell kapnunk, nem pedig $+\infty$ értéket.

Nem segít ezen O. Mooc által javasolt helyesbítés [6] sem, amely szerint

$$N_k = \frac{Nr}{1,4r_1 - r}$$

Ennél a képletnél $r_1 = r$ esetében, számlálót és nevezőt r -rel osztva

$$N_k = \frac{N}{1,4 - 1} = \frac{N}{0,4} = 2,5 N$$

az elméleti nulla helyett.

Mooc maga is megállapítja, hogy a $v/v_1 = \infty$ és a $v/v_1 = 1$ értéknél a visszatáplálódó energiafolyam nulla, amit kísérleti mérésekkel igazol. Az általa közölt függvénygörbék maximumának helye az előbbieken kiszámított $i = 2$ helyett $i \approx 1,25$. Ha a hengersugárra redukált súrlódási erők összegét S_1 -gyel jelöljük, akkor számításaink szerint is $i < 2$ helyen jelentkezik a szélső érték, és pedig a lassúhengerre ható aprítási és súrlódási erők fékezőnyomatéka

$$RS \frac{i-1}{i} + S_1 R,$$

ahol S_1 a fogaskerék- és csapsúrlódás R sugárra redukált súrlódási erője. Az r_1 sugarú nagyfogaskeréken ébresztett kerületi erő

$$\frac{R}{r_1} \left(S \frac{i-1}{i} + S_1 \right);$$

a gyorsenger O tengelyén keltett nyomaték

$$\frac{r}{r_1} R \left(S \frac{i-1}{i} + S_1 \right) = \frac{1}{i} R \left(S \frac{i-1}{i} + S_1 \right) = R \left(S \frac{i-1}{i^2} + \frac{S_1}{i} \right);$$

a visszatáplált teljesítmény pedig

$$W_s = R\omega \left(S \frac{i-1}{i^2} + \frac{S_1}{i} \right) = R\omega S \left(\frac{i-1}{i^2} + \frac{S_1}{Si} \right). \quad (12b)$$

Innen

$$\frac{dW}{di} = R\omega S \left[\frac{i^2 - (i-1)2i}{i^4} - \frac{S_1}{Si^2} \right] = 0;$$

$$\frac{2i - i^2}{i^4} = \frac{S_1}{Si^2}, \quad \frac{2i - i^2}{i^2} = \frac{S_1}{S}, \quad \frac{2}{i} - 1 = \frac{S_1}{S}, \quad \frac{2}{i} = \frac{S_1}{S} + 1$$

és

$$i = \frac{2}{S_1/S + 1} < 2.$$

A nevező ugyanis nagyobb mint 1. A kísérleti adatokkal egyező értelmű eredményünk elméletünk helyességét igazolja.

c) Többféle megfontolásból kiindulva számítja ki a kívülről bevezetendő őrlési munkát J. PRATIQUE [8] és az általunk levezetett (9) eredményhez teljesen hasonló képlethez jut. A visszatáplált teljesítményre levezetett képlete

$$W = (-T \cdot R + Ne) \omega_1,$$

ahol R a henger sugara; T a termény tömegpontjára ható, a tengelyek síkjára merőleges, N pedig az ezzel párhuzamos erő; e a tömegpont tengelysík feletti távolsága; ω_1 a lassú henger szögsebessége. E képlet csak $\omega_1 = 0$, vagyis $i = v/v_1 = \infty$ esetére érvényes, de $i = 1$ esetére nem mond semmit. A III. fejezet d) pontja szerint e probléma valóban nem is tárgyalható egyetlen tömegpont felvételével.

d) A visszatáplálódó teljesítménynek igen nagy szerepe van a fogaskerék-fárasztó gépeknél. Erről a kérdésről értékes tanulmányt írt MAROS DEZSŐ [16]. Dolgozatában előfordul, hogy a III. fejezet a) pontjában említett energiahelyesség irányát nem veszi figyelembe.

e) A szerzőnek [3] alatt idézett dolgozatában szintén található egy előjelhiba. A 77. oldalon a torlódott energiahelyesség $L = A + W$ értéke helyett tévesen $L = A - W$.

f) A visszafolyó és a betáplált teljesítmény aránya. A (12b) szerint

$$W_s = R\omega \left(S \frac{i-1}{i^2} \right) + \frac{S_1}{i} = R\omega \frac{i(S + S_1) - S}{i^2},$$

amelynek szélső értéke e fejezet b) pontja szerint

$$i = \frac{2S}{S + S_1}$$

helyen van, vagyis

$$W_{s \max} = R\omega \frac{(S + S_1)^2}{4S}. \quad (12c)$$

A betáplált teljesítmény (9) szerint

$$A = R\omega \frac{F(i+1) + S(i-1)}{i} = R\omega \left(\frac{F-S}{i} + F + S \right).$$

Ennek értéke a $W_{s \max}$ -ot adó i helyen

$$A = R\omega \frac{(F-S)(S + S_1) + 2S(F + S)}{2S}. \quad (9a)$$

Kimutatjuk, hogy a (12c) és (9a) értékek hányadosa olyan p pozitív szám, mely S_1 elég nagy értékeinél nagyobb lehet 1-nél:

$$\frac{W_{s \max}}{A} = p = \frac{(S + S_1)^2}{2[(F-S)(S + S_1) + 2S(F + S)]} > 1.$$

Vezessük be az

$$F = qS$$

jelölést; ezzel

$$p = \frac{S^2 + 2SS_1 + S_1^2}{2S^2(1 + 3q) + 2SS_1(q - 1)}.$$

Azt kívánjuk kimutatni, hogy

$$S^2 + 2SS_1 + S_1^2 > 2S^2(1 + 3q) + 2SS_1(q - 1),$$

vagyis

$$S_1^2 + 2SS_1(2 - q) > 2S^2(1 + 3q) - S^2.$$

S^2 -tel végig osztva, és a jobb oldalt összevonva

$$\left(\frac{S_1}{S}\right)^2 + 2\left(\frac{S_1}{S}\right)(2 - q) > 1 + 6q.$$

Egészítsük ki a bal oldalt teljes négyzetté, vagyis adjuk az egyenlőtlenség mindkét oldalához a

$$(2 - q)^2 = 4 - 4q + q^2$$

értéket, akkor

$$\left[\frac{S_1}{S} + (2 - q)\right]^2 > 5 + 2q + q^2;$$

tehát

$$\frac{S_1}{S} + 2 - q > \sqrt{5 + 2q + q^2},$$

azaz

$$\frac{S_1}{S} > \sqrt{5 + 2q + q^2} + q - 2. \quad (12d)$$

Az $F/S = q$ olyan paraméternek tekinthető, amely elsősorban az anyag minőségétől függ. Az S_1 érték pedig a hengerek befogásának erősségével tetszés szerint változtatható. Ez utóbbi azonban a lassúhengerre, mint „hajtó” hengerre ható csapágý- és fogaskerekek súrlódási erejét, vagyis a hengersugárra redukált S_1 súrlódási erőt szabja meg. Ha

$$q = 0 \text{ (töretés), akkor } W_{s\max} > A,$$

amennyiben

$$\frac{S_1}{S} > \sqrt{5} - 2 = 0,24;$$

$$q = 1, \text{ akkor } W_{s\max} > A,$$

amennyiben:

$$\frac{S_1}{S} > \sqrt{8} - 1 = 1,83;$$

$$q = 2, \text{ akkor } W_{s\max} > A,$$

amennyiben

$$\frac{S_1}{S} > \sqrt{13} = 3,6.$$

IX. Az energifolyam változása a sorbakapcsolás módja szerint

1. A Gabona Tröszt Kutatóintézetének mérési eredménye

A IV. fejezetben a 4. és 5. ábrák összehasonlításakor láttuk, hogy már egyetlen hengerjárat esetén is jelentősen növekszik a fogaskerékhajtás terhelése, ha a motort a lassúhengerhez szereljük. A számszerű különbségről is fogalmat alkothatunk, ha figyelembe vesszük a *Gabona Tröszt Kutatóintézetének* (korábban *Országos Malomipari és Terménytaralási Kutatóintézet*) körültekintő gondossággal végzett méréseinek eredményeit [7]. KOLOSTORI JÓZSEF közleménye szerint:

„Sima hengerpárnál a lassúhengerről a gyorshengerre visszatáplált (W) teljesítménynek a gyorshengerre kívülről betáplált (A) teljesítményhez való viszonya — a csapsúrlódásokat, valamint a fogaskerekek hatásfokát elhanyagolva — $i = 1,5$ áttételnél ($W/A \approx 2$).

A gyorshengerre átvitt $[A - (A_1 + A_{21})]$ teljesítmény 6,6 kW volt. A lassúhenger ekkor 12,5 kW-ot táplált vissza a gyorshengerre, tehát 1,9-szer akkora, mint amennyit a gyorshenger kívülről felvett. A hengerek azonban ekkor már túlzottan szorítva voltak. Valamivel gyengébben szorítva a hengereket, a viszonyszám $8,7/4,3 = 2,1$.

Sima hengereknél két nagy jelentőségű megállapítás tehető:

a) Jó őrléskor igen nagy teljesítmény cirkulál vissza a lassúhengerről a gyorshengerre, lényegesen nagyobb, mint egy törető hengerpárnál. *Míg a törető hengerpárnál a lassúhengerről a gyorshengerre visszatáplált teljesítmény a gyorshengerre táplált külső teljesítménynek csak kb. 40%-a, addig sima hengerpárnál ez meghaladja a 200%-ot.*

b) *A liszthozam annál kedvezőbb, minél nagyobb a lassúhengerről a gyorshengerre visszatáplált teljesítmény a kívülről betáplált teljesítményhez képest."*

Az idézett sorok alapján belátható, hogy ugyanannál a hengerszorításnál, amelynél a 4. ábra szerinti elrendezésnél a fogaskerékajtás 12,5 kW-tal van terhelve, az 5. ábra szerinti elrendezésnél *ugyanolyan őrlési* teljesítménynél már kénytelen volna $12,5 + 6,6 = 19,1$ kW teljesítményt átvinni. Ha a szerkesztő mérnök a fogaskerekeket és a vele kapcsolatos gépelemeket csak a 6,6 kW motorteljesítményre méretezi, akkor — most már érthető módon — üzembehelyezéskor nagyon kínos meglepetések érhetik.

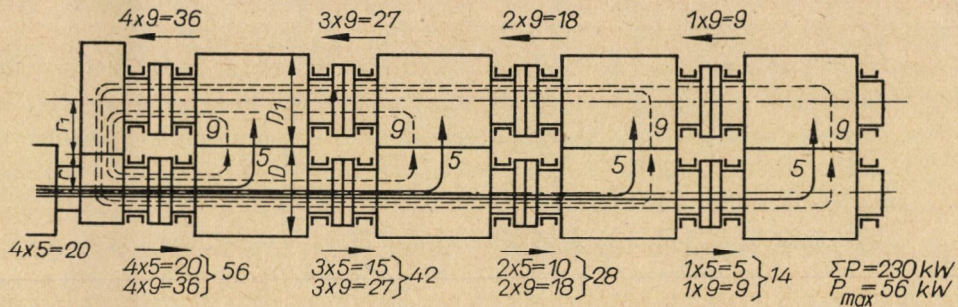
2. A különböző átmérőjű őrlőhengerek sajátosságai

A különböző átmérőjű őrlőhengerek várható előnyeit a szerző más helyen [9, 10] már tárgyalta, sőt arra is rámutatott, hogy *egyetlen közös módosító hajtással* lehetne járítani ugyanannak a két hengernek a kombinációjaként a *rovátkolt* (törető) és a *sima* (őrlő) hengerjáratokat [17].

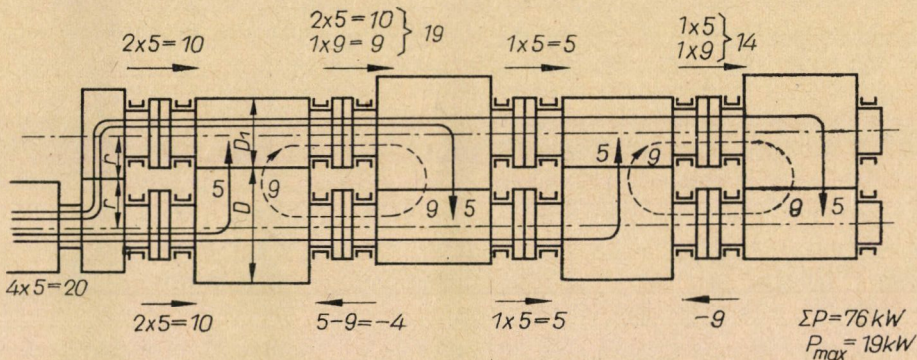
A szerző egy kéziratból [18] értesült arról, hogy már MECHWART ANDRÁS a múlt században sejtette a különböző átmérőjű hengerpárok várható előnyeit és készített is ilyen hengerszéket. Azonban a mai törekvéseket figyelembe véve, az egyetlen hengerszéknél várható előnyöknél mérhetetlenül fontosabb a különböző átmérőjű hengereknek az eddig figyelmen kívül hagyott energiafolyamánál érvényesülő sajátossága. Hasonlítsuk össze ebből a célból a hengerek sorbakapcsolásának az ipar által kivitelezett módját (7. ábra) azzal a módszerrel, amelynél az energiafolyam célszerű vezetésére (8. ábra) már gondot fordítunk [19].

Az ábrákban a motor által betáplált teljesítmény áramlását folytonos vonallal, a zárt körfolyam szerint áramló visszatáplált, meddő teljesítmény áramlását szaggatott vonallal jeleztük. A mérési eredményekkel összhangban feltételeztük, hogy hengerjáratonként az őrléshez szükséges motorteljesítmény 5 kW, a visszatáplált teljesítmény pedig 9 kW.

A gyakorlati tapasztalat azt igazolja, hogy a hengerszékek sorbakapcsolásánál a tengelykapcsoló és a vele szomszédos gépelemek a legkényesebbek; ezért a 7. és 8. ábrák összehasonlításánál arra fordítottunk figyelmet, hogy ezek a helyek milyen teljesítménnyel vannak terhelve.



7. ábra. Energiafolyam a hengercsatlósorok sorbakapcsolásának korábbi elrendezésénél (a folytonos vonal az őrlési teljesítményt, a szakadozott vonal a visszatáplált teljesítményt, a nyilak az energiafolyam irányát, a számok a hengerekre, tengelykapcsolókra és a fogaskerék-hajtásra eső teljesítményt jelzik)



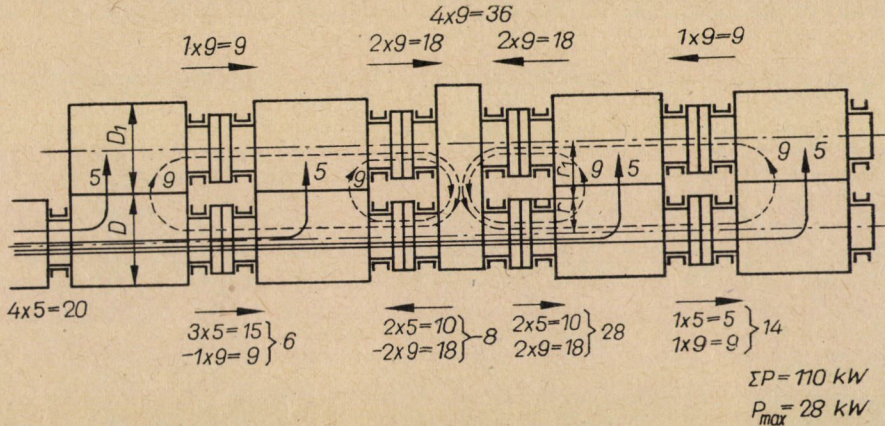
8. ábra. Energiafolyam áramlása különböző átmérőjű hengercsatlósorok sorbakapcsolásánál

Négy hengerpár esetén a 7. ábra szerinti megoldásnál legerősebben terhelt tengelykapcsolóra 56 kW esik, és a 8 kapcsolóra jutó teljesítmények összege 230 kW, a fogaskerék-hajtás terhelése 36 kW. Ugyanannyi szerkezeti elemmel és ugyanolyan építési hossz mellett a találmány szerinti 8. ábrának megfelelő megoldásnál a legerősebben terhelt kapcsolóra csak 19 kW esik és a kapcsolókra jutó összes teljesítmény 76 kW, vagyis alig 1/3-ad része az előzőnek, a fogaskerék-hajtás terhelése pedig 10 kW.

A találmány lényegét a következő szabadalmi igénypont tartalmazza: „Hengersoros őrleberendezés, melynek legalább két egymás melletti hengerpárja van, ezek összeforgó hengerei ugyanazon tengelytávúak, és az egymás melletti hengerek tengelykapcsolókkal hengersonként vannak összekötve,

azzal jellemezve, hogy a hengersorok között 1 : 1 arányú áttételi mű van, és a hengersorokban legalább két szomszédos henger átmérője egymástól különböző.”

Ha az energiafolyam jelentőségét felismertük, és figyelembe vesszük, akkor egyforma átmérőjű összeforgó hengerek esetében is nyújthatunk kielé-



9. ábra. Energiafolyam áramlása egyforma átmérőjű hengerjártak új sorbakapcsolásánál

gítő megoldást [20]. A 9. ábrán ugyanazokból a szerkezeti elemekből állítottuk össze az őrlőberendezést, mint a 7. ábrán. A legerősebben terhelt tengelykapcsoló ez utóbbinál 28 kW, vagyis pontosan a 7. ábrabeli fele; a tengelykapcsolókra jutó teljesítmények összege pedig 110 kW, vagyis kevesebb, mint a 7. ábrabeli fele.

A tengelykapcsolókat azonban nem a teljesítményre, hanem a forgatónyomatékokra kell méreteznünk. Ha *adott gyakorlati* fordulatszámok mellett az átvendő forgatónyomatékokat hasonlítjuk össze, akkor a fentebb említett arányszámoknál még kedvezőbbeket kapunk.

Az egyenlő átmérőjű összeforgó hengerekből álló járatok kapcsolásánál követendő elv lényegét az alábbi szabadalmi igénypont fejezi ki: „Őrlőberendezés, amelynek egyenként gyorsjárású és lassújárású hengerből álló, legalább két egymás melletti hengerpárja van, ezeknek gyors-, illetve lassújárású hengerei egymással gyors-, illetve lassúhengersorrá vannak sorbakötve, a hengersorok közé sebességkülönbséget biztosító áttétel van iktatva, és az őrlőberendezés hajtása a gyorshengersorhoz van csatlakoztatva, azzal jellemezve, hogy az őrlőberendezés hajtása és a sebességkülönbséget biztosító áttétel között legalább egy hengerpár van”.

IRODALOM

1. SZŐKE, B.: Beitrag zur Entstehung von technischen Irrtümern. *Acta Techn. Hung.* **39** (1962), 3—27.
2. DEMIDOV, A. R.: Malomipari hengersizékek c. orosznyelvű könyvének magyar fordítása. Élelmezési Minisztérium Könyv- és Lapkiadó Vállalata, Budapest 1951.
3. SZŐKE, B.: The Dynamics of Roller Mills. *Acta Techn. Hung.* **33** (1961), 65—85.
4. SZŐKE, B.: Malomhengersizékek munkarés-beállítójának egyik szokásos szerkezeti hibája. *Malomipar* (1957); október—december, 9—13.
5. SZŐKE B.: Az őrlőhenger hajtásának néhány hibaforrása. *Malomipar* (1958), 17—19.
6. MOOG, O.: Der Antrieb der Walzenstühle und seine Berechnung. Hugo Mattheas Verlag, Stuttgart 1952.
7. KOLOSTORI J.: Energiaviszonyok a hengersizéknél, az energiavisszatáplálás különböző megoldásai. *Malomipar és Terményforgalom* **10** (1963), 382—393.
8. PRATIQUES, J.: Contribution a l'energetique des machines a cylindres. *Bulletin des anciennes élèves de l'école française de meunerie* (1964); július—augusztus / 202. füzet, 169—175.
9. SZŐKE, B.: Shoud Grinding Rolls of Different Diameters be Operated together *Acta Techn. Hung.* **24** (1959), 3—44.
10. SZŐKE B.: Járassunk-e együtt különböző átmérőjű őrlőhengereket? Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása, Budapest 1959; T. sz. 9—501.
11. SZŐKE B.: Behúzási viszonyok hengerjáratoknál; a kúpszeletek őrléstechnológiai értelmezése. *Malomipar és Terményforgalom* **10** (1963), 294—300.
12. SZŐKE B.: Bevezetés a forgácsoló szerszámok geometriájába (a gépgyártás geometriai szemléletének alapjai). Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1966.
13. SZŐKE, B.: Self locking of the Sliding Surface Bearings. *Acta Techn. Hung.* **22** (1958), 329—347.
14. SZŐKE B.: Csúszócsapágy önzáródása. *Gép* **8** (1956), 113—119.
15. HOPF, L.: Mühlen technisches Praktikum; Band II.: Mühlenbau. Hugo Mathaes Verlag, Stuttgart 1952.
16. MAROS D.: Meddő teljesítmény a fogaskerek hajtóművekben. *Gép* **12** (1960), 265—270.
17. SZŐKE, B.: One Way to Cut down Power Requirement for Flour Milling. *Acta Techn. Hung.* **31** (1960), 13—17.
18. PÉNZES I.: Mechwart András. A Gépipari Tudományos Egyesület megbízásából SZŐKE BÉLA által szerkesztett „Műszaki Nagyjaink” c. életrajzsorozat, 1967; II., 91—147.
19. SZŐKE B.—KOLOSTORI J.: Őrlőberendezés hengersorokkal (Az Országos Malomipari és Terménytárolási Kutatóintézet 151 480. számú szolgálati találmánya, 1963). *Malomipar és Terményforgalom* **12** (1965), 52—54.
20. KOLOSTORI J.—SZŐKE B.: Őrlőberendezés hengersorokkal. (Az Országos Malomipari és Terménytárolási Kutatóintézet 151 974. számú szolgálati találmánya, 1963). *Malomipar és Terményforgalom* **12** (1965), 49—52.
33. Kolostori József és Hamza Béla: Bestimmung und Bedeutung des Betriebs-Mahlspaltes von Walzenpaaren. *Die Mühle* **103** (1966), 103—105 és 119—120.

A SOKLEMEZES TENGELYKAPCSOLÓ BE- ÉS KIKAPCSOLÁSI FOLYAMATA

SZÓKE BÉLA

[Beérkezett 1966. május 16-án]

A dolgozat fejtegetései szerint a soklemezes tengelykapcsoló bekapcsolásának első szakaszában a tolóerő nem lehet tetszőleges, hanem adódik, a második szakaszában viszont tetszőlegesen választható, és a vezetéksúrlódás a létrehozható nyomatékot olyképp befolyásolja, hogy annak differenciálegyenlete felírható. Ennek megoldása lehetővé teszi, hogy kilenc független változó figyelembevételével a lemezek számát racionális mérlegelés alapján kiszámíthassuk. A kikapcsolás folyamatánál ismertetünk néhány konstrukciós elvet és annak rövid bírálatát az „utánfutás” meggátlására és a súrlódási meleg elvezetésére.

I. Bevezetés

Századunk húszas éveiben még élénk vitát folytattak a szakkörök afelett, hogy a soklemezes, vagy a kúpos súrlódó kapcsoló előnyösebb-e. Szerszámgépeknél a keményfém szerszám feltűnésével kapcsolatos fordulatszám-növelés, járműveknél a sebességnövelésre irányuló törekvés kis helyszükségletű és nagy nyomaték átvitelére alkalmas súrlódó kapcsolókat követelt. Ilyen körülmények között a járműveknél a kúpos, szerszámgépeknél a feszítőgyűrűs súrlódókapcsolókat egyre inkább a lemezes tengelykapcsolók váltották fel, bár ezeknél az olajréteg tapadása kikapcsolásnál a kellemetlen „utánfutás” jelenségét okozza. Ennek elhárítása ez ideig szerkezetileg csak részben tekinthető megoldottnak.

A soklemezes tengelykapcsolóknál ugyanis bizonyos időt vesz igénybe, míg kikapcsolás után a lemezek „táncolása” folytán az olajtapadás megszűnik. Ez nemcsak felesleges melegfejlődéssel jár, hanem (pl. szerszámgépeknél) nagyon sok esetben külön automatikus fék alkalmazását is megköveteli. Az ilyen féknek nemcsak a „szabadon forgó” tömegeket, hanem a tengelykapcsoló tapadási teljesítményét is le kell győznie, ami gyakori kapcsolásnál nagy energiavesztéssel jár. Indokolt tehát, hogy a lemezek között lejátszódó be- és kikapcsolási folyamatot kissé behatóbban megvizsgáljuk, annál is inkább, mert a szakirodalom [1–5] főképp a teljesítményátvitel dinamikai összefüggéseivel foglalkozik behatóan, és alig találkozunk olyan közleménnyel, amely a lemezek között végbemenő jelenségeket tárgyalja [6, 7].

A soklemezes tengelykapcsoló lényege abban rejlik, hogy a lemezek számának szaporításával kis térfogatban nagy súrlódó felületet tud felhal-

mozni. Vizsgálatunknak tehát annak eldöntésére kell irányulnia, hogy egyrészt mi szab határt a lemezzvastagság csökkentésének, másrészt meddig célszerű a lemezek számának növelése.

Az *első* kérdésünkre könnyen válaszolhatunk: a lemezzvastagság csak addig a határig csökkenthető, amíg fűlei a vezetékhorony anyagát berágódással nem veszélyeztetik. Vékony lemezeknél tehát a horony felülete megfelelő kemény legyen. A *második* kérdésre vonatkozó gondolatokat VARGA JÓZSEF [7] alatt idézett dolgozata ébresztette a szerzőben.

II. A bekapcsolás

A bekapcsolás kiindulási állapotának azt az eszményi helyzetet tekintjük, amikor az összes külső és belső lemezek forgás közben történt „táncolásuk” folytán szétváltak egymástól. Ilyképp a bekapcsoláskor két, egymástól lényegesen különböző mozzanatot különböztethetünk meg: az *első szakasz* a lemezek közötti hézag eltüntetése, amikor — eltekintve a lemezeknek kölcsönzött mozgási energiától — csak annyi lehet a tolóerő, mint amennyi a súrlódási ellenállás legyőzésére szükséges. A kapcsolás *második szakaszában* már tetszőleges nagyságú lehet a tolóerő, és ennek nagysága szabja meg a lemezek közötti olaj kifolyási sebességét, illetve a bekapcsolási időt.

1. A bekapcsolás első szakasza

Az 1. és 2. ábrán x a tengelyközépvonalat és egyszersmind a koordináta-rendszer abszcisszáját jelenti. A jelölések a belső lemezek esetében $0, 1, 2, 3$; a külső lemezek esetében I, II, III, \dots ; a külső gyűrű érintkező felületei esetében pedig $I_1, I_2; II_1, II_2; \dots$. A belső horonyvezeték középsugara a , a külsőé b . Az érintkező körgyűrű belső sugara r_1 , külső sugara r_2 . Pontos számítások esetén az egyenletes nyomáseloszlás feltételezése mellett a súrlódási erők eredőjének r sugarát a nyomócsapágyaknál szokásos módon számítják [2, 6, 7], és

$$r = \frac{2}{3} \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}.$$

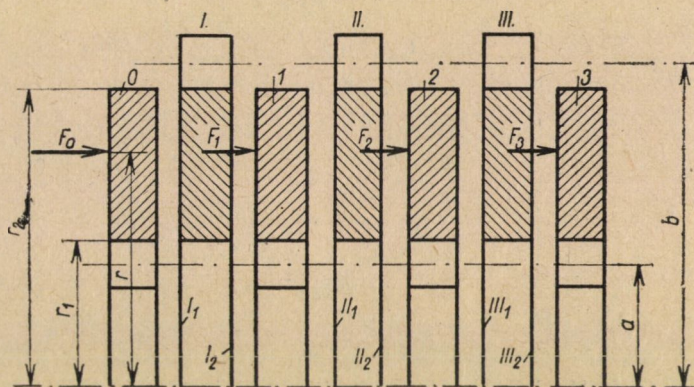
A 0 jelű belső és I jelű külső lemez közötti hézag eltüntetéséhez a $G_0\mu_1$ erő szükséges, ahol G_0 a lemez önsúlya, μ_1 a vezeték súrlódási tényezője. Az álló I lemezzel való érintkezés után pedig nemcsak az önsúlyból eredő $G\mu_1$ -et, hanem a lemezek közötti μ súrlódási tényezővel számított forgatónyomatékból ébredő vezeték súrlódásokat is le kell győzni, mivel ez a *vezető hornyokhoz szorítja mind a forgó belső, mind az álló külső lemezt*. A forgató-

nyomatékból származó tolóerőtöbbletet, mely az I_2 után következő hézagút folyamán érvényesül, az I lemez ellenállása kelti, vagyis

$$F_{h1} = F_{h1} \frac{\mu r}{b} \mu_1 + G_1 \mu_1,$$

ahonnan

$$F_{h1} = \frac{G_1 \mu_1}{1 - \mu \mu_1 \frac{r}{b}} = \frac{G_1 \mu_1 b}{b - \mu \mu_1 r}.$$



1. ábra. A lemezek jelölései

A belső lemez eltolásához szükséges erő most már nagyobbodik és lesz

$$F_{h0} = F_{h1} \frac{\mu r}{a} \mu_1 + G_0 \mu_1,$$

és F_{h1} előbbi értékének behelyettesítésével

$$F_{h0} = \frac{G_1 \mu_1 b}{b - \mu \mu_1 r} \frac{\mu \mu_1 r}{a} + G_0 \mu_1 = \frac{G_1 \mu_1^2 \mu b r}{ab - \mu \mu_1 a r} + G_0 \mu_1.$$

Az első lemezpár eltolásához szükséges tolóerő tehát

$$F_{h1} + F_{h0} = \frac{G_1 \mu_1 b}{b - \mu \mu_1 r} + \frac{G_1 \mu_1^2 \mu b r}{ab - \mu \mu_1 a r} + G_0 \mu_1.$$

E számítással pusztán az alábbiakban követett gondolatmenetet mutatuk be és azt igazoltuk, hogy az egyenlőség jobb oldalán nincs szabadon választható tag. Feltételezzük azonban, hogy a hézagok eltűnnek, még mielőtt számottevő tolóerőt kellene kifejteni.

2. A bekapcsolás második szakasza

a) *A vezetéksúrlódás hatása.* A bekapcsolás második szakaszában az olajkiszorítás analógiájaként olyan hengert vehetünk figyelembe, melynek dugattyúja és egyenértékű kifolyónyílása van. A dugattyún kifejtett erő nagysága megszabja a kiömlősebesség időbeli lefolyását és a kiömlés idejét, számítás helyett azonban biztosabbnak tűnik a forgó elemekkel lefolytatott kísérlet.

Lényegesen valószínűbb alapokon indulhat el az elméleti vizsgálat, ha pusztán az F erő és az M nyomaték x tengelyirányú változásának függvényével kívánunk foglalkozni.

Bár az F erő és M nyomaték x szerinti függvénye nem folytonos, hanem lépcsős függvény, bizonyos megszorításokkal mégis olyan jó függvényképet nyerhetünk a kapcsolási jelenség lefolyásáról, mely a gyakorlati célnak teljesen megfelel. Csupán azt kell feltételeznünk, hogy a külső és belső lemezek egyforma vastagok és ezen a vastagságon belül a működő felületek között az F erő és az M nyomaték lineárisan változik. Lássuk azonban előbb a lépcsős függvénynek azt a szabatos megoldását, amikor az F és M értéke mértani haladvány szerint változik, hogy az így nyert értékeket az elképzelt folytonos függvény alkotásánál felhasználhassuk.

Ha nem volna vezetéksúrlódás, akkor a 0 -val jelölt belső lemezre ható F_0 nyomóerő a I külső lemez I_1 oldalán, vagyis az x tengely l pontjában (2a. ábra)

$$M_0 = F_0 r \mu \quad (1)$$

nyomatékot keltene. A 2a. ábra értelmében az x tengely valamely tetszőleges egész számú x pontjában vezetéksúrlódás nélkül a nyomaték

$$\bar{M} = M_0 x \quad (1a)$$

lenne.

A 0 számú belső és az I külső lemez érintkezésénél a I_1 oldalon csak akkor keletkezik nyomaték, amikor az I lemeznek el kell mozdulnia. Minthogy I lemez csak akkor mozdulhat el, ha 0 belső lemez tolja, az I külső lemez elmozdításához már nem áll rendelkezésre F_0 erő, hanem azzal az F_{s_1} -gyel kevesebb, mely az első lemezpár elmozdításához szükséges.

A bekapcsolás e második szakaszában, amikor már a lemezek közötti olajréteg préselődik ki, a most fellépő erők mellett a lemezek önsúlyát elhanyagolva, az I_1 felület érintkezésekor a 0 és I lemezpár elmozdításához a vezetéksúrlódási erő

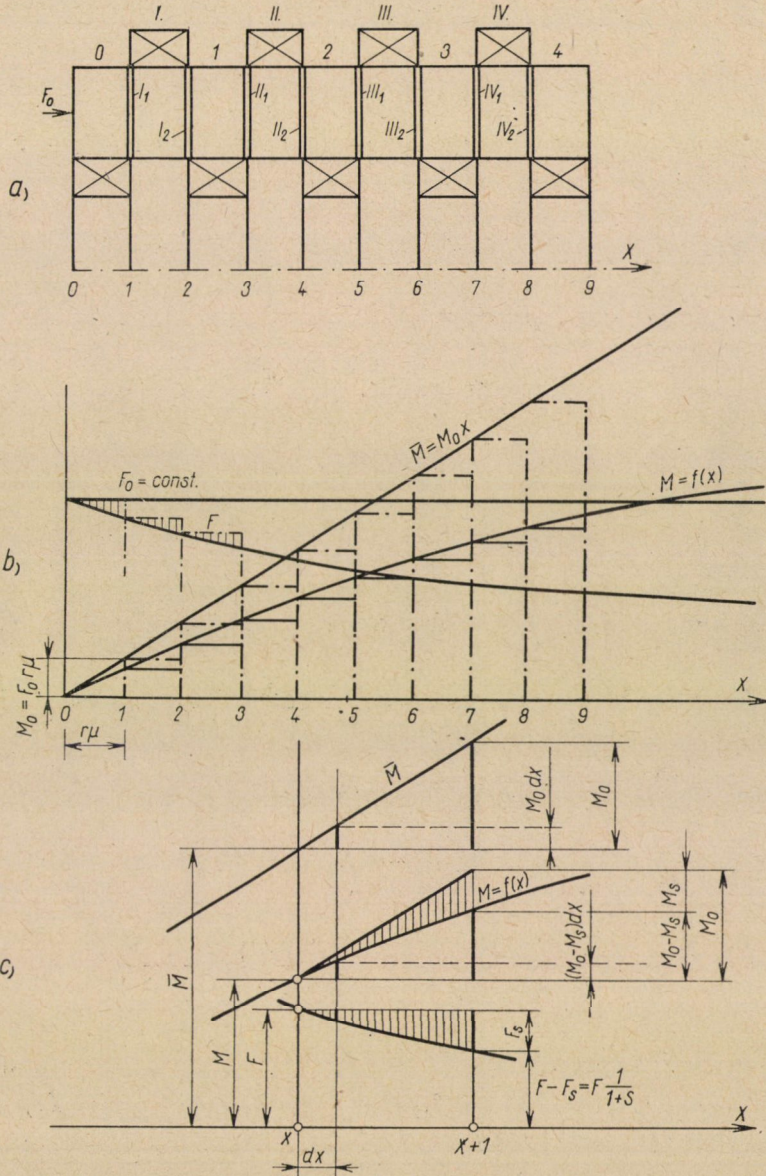
$$F_{s_1} = (F_0 - F_{s_1}) \frac{r}{a} \mu \mu_1 + (F_0 - F_{s_1}) \frac{r}{b} \mu \mu_1.$$

Bevezetve a súrlódási tényezőket magában foglaló tagra a

$$r\mu\mu_1 \frac{a+b}{ab} = S \quad (2)$$

jelölést:

$$F_{s1} = (F_0 - F_{s1}) S,$$



2. ábra. A keletkező nyomaték görbéje a lemezpárok fg-gvényében

ahonnan

$$F_{s_1} = \frac{F_0 S}{1 + S} \quad (3)$$

Az I_1 oldalon maradó nyomatékkeltő erő tehát az x tengely 1 pontjában

$$F_1 = F_0 - F_{s_1} = F_0 - \frac{F_0 S}{1 + S} = \frac{F_0}{1 + S} \quad (4)$$

Amikor az I_2 lemezoldal is nyomást fejt ki az I lemezre, akkor további F_{s_2} erőt emészt fel az első lemezpár elmozdítása és most már csak $(F_0 - F_{s_1} - F_{s_2})$ erő kelti I_2 felületen a nyomatékot, és

$$F_{s_2} = (F_0 - F_{s_1} - F_{s_2}) S = F_0 S - F_{s_1} S - F_{s_2} S.$$

Behelyettesítve (3)-ból F_{s_1} értékét

$$F_{s_2} = F_0 S - \frac{F_0 S^2}{1 + S} - F_{s_2} S,$$

ahonnan

$$F_{s_2} = \frac{F_0 S \left(1 - \frac{S}{1 + S}\right)}{1 + S} = \frac{F_0 S (1 + S - S)}{(1 + S)^2} = \frac{F_0 S}{(1 + S)^2} \quad (3')$$

Az I külső lemez mindkét oldala által keltett tolóerő-veszteség (3) és (3')-ből

$$F_{s_{12}} = F_{s_1} + F_{s_2} = \frac{F_0 S}{1 + S} + \frac{F_0 S}{(1 + S)^2} = \frac{F_0 S + F_0 S^2 + F_0 S}{(1 + S)^2} = F_0 \frac{S^2 + 2S}{(1 + S)^2}.$$

Az I belső lemezre az x tengely 2 pontjában ható erő

$$\begin{aligned} F_2 &= F_0 - F_{s_{12}} = F_0 - F_0 \frac{S^2 + 2S}{(1 + S)^2} = \\ &= F_0 \left(\frac{1 + 2S + S^2}{(1 + S)^2} - \frac{S^2 + 2S}{(1 + S)^2} \right) = \frac{F_0}{(1 + S)^2} \end{aligned} \quad (4')$$

A II_1 felület érintkezésekor az x tengely 3 pontjában már nem áll rendelkezésre F_2 erő, hanem azzal az F_{s_3} -mal kevesebb, ami az (I, II) lemezpár elmozdításához szükséges, vagyis

$$F_{s_3} = (F_2 - F_{s_3}) S,$$

ahol (4') szerint

$$F_2 = \frac{F_0}{(1+S)^2},$$

és így (3') analógiájára

$$F_{s_3} = \frac{F_2 S}{1+S} = \frac{F_0 S}{(1+S)^2 (1+S)} = \frac{F_0 S}{(1+S)^3}. \quad (3'')$$

Ennélfogva az I és II lemezek érintkezésénél az x tengely 3 pontjában a nyomatékot keltő erő

$$F_3 = F_2 + F_{s_3} = \frac{F_0}{(1+S)^2} + \frac{F_0 S}{(1+S)^3} = \frac{F_0}{(1+S)^3}. \quad (4'')$$

A (4), (4') és (4'') összefüggésekből kitűnik, hogy az egymásután következő működő felületeken átvihető nyomatékok nagyságai olyan geometriai haladvány tagjaiként sorakoznak, melynek hányadosa $q = 1/(1+S)$ és első tagja $a_1 = M_0/(1+S)$, vagyis az (1) betűjelzéseinek értelmében az összes átvihető nyomaték

$$M = \frac{M_0}{1+S} + \frac{M_0}{(1+S)^2} + \frac{M_0}{(1+S)^3} + \frac{M_0}{(1+S)^4} + \dots$$

E fogyó geometriai haladvány összege

$$M = \frac{a_1(1-q^x)}{1-q} = \frac{\frac{M_0}{1+S} \left[1 - \frac{1}{(1+S)^x} \right]}{1 - \frac{1}{1+S}} = M_0 \frac{(1+S)^x - 1}{S(1+S)^x}$$

számlálót s nevezőt $(1+S)^x$ -szel szorozva

$$M = M_0 \frac{(1+S)^x - 1}{S(1+S)^x}. \quad (5)$$

A vezetéksúrlódás figyelembevétele nélkül $F_0 =$ állandó esetén a felépítő nyomatékot az (1a) közismert képlettel számítják, bár a legújabb irodalomban [11] más számítási módszerrel is találkozunk. Az (1a)-ban felírt egyenes vonalat ábrázoló folytonos függvénynek esetünkben csak x egész számú értékeinél van értelme, és így jön létre a 2b. ábrán feltüntetett lépcsős függvény, ha egységnek az $r\mu$ értéket tekintjük. Közelfekvő gondolat, hogy vezetéksúrlódás esetére más módszerrel is levezessük annak a folytonos

görbének az egyenletét, mely a működő rétegek x számának megfelelően a lépcsős függvény értékeit a gyakorlat számára megfelelő pontossággal megadja.

b) *A keletkező nyomaték differenciálegyenletének megoldása.* Képzeljük el, hogy az összes átvihető M momentán nyomatékot az x tengelyen mutatkozó momentán érintési pontokban ordinátaként felmérjük.

Ha nem volna horonysúrlódás, akkor a 2c. ábra jelöléseivel a tetszőleges x távolságban felvett dx réteg mellső szintjében a nyomaték \bar{M} , a hátsó szintjében pedig $(\bar{M} + M_0 dx)$ lenne, tehát a dx rétegben keletkező nyomatéknövekedés

$$d\bar{M} = (\bar{M} + M_0 dx) - \bar{M} = M_0 dx$$

lenne. Mivel az $F_0 =$ állandó erő helyett a vezeték F_s súrlódási ellenállása miatt csak a folyton csökkenő F nyomóerő érvényesül, az

$$M = f(x)$$

görbe az $\bar{M} = M_0 x$ egyeneshez képest elhajlik. Ez azt jelenti, hogy a dx rétegben levő nyomatéknövekedés az $M_0 dx$ értéknél kisebb lesz az itt érvényesülő F_s erő folytán valamilyen

$$F_s r \mu dx$$

értékkel. Ennélfogva a nyomatéknövekedés $M_0 dx$ helyett csak

$$dM = F_0 r \mu dx - F_s r \mu dx = r \mu (F_0 - F_s) dx,$$

vagyis

$$dM = (M_0 - M_s) dx, \quad (6)$$

ahol a 2c. ábra jelöléseivel M_0 és M_s az $(x + 1)$ -ik lemezfelületre értelmezett nyomatékrészek az x -edik felületen érvényesülő M nyomatékhoz képest. Ha a két szomszédos felület közötti nyomatéknövekedést lineárisnak tételezzük fel, akkor a dx rétegre jutó nyomatéknövekedést a (6) egyenlet fejezi ki.

Az előzőekben mondottak szerint

$$\frac{F_s}{F} = \frac{M_s}{M} \quad (7)$$

és a 2c. ábra, valamint a fogyó geometriai haladvány szerint

$$F - F_s = \frac{F}{1 + S}$$

és

$$F_s = F - \frac{F}{1+S} = F \frac{S}{1+S};$$

vagyis bevezethetjük a következő jelölést

$$\frac{F_s}{F} = \frac{M_s}{M} = \frac{S}{1+S} = K, \quad (8)$$

ahonnan

$$M_s = MK.$$

Ezzel az értékkel (6) felírható a következő alakban:

$$dM = (M_0 - MK) dx = M_0 \left(1 - \frac{MK}{M_0}\right) dx.$$

A változók szétválasztása után a megoldandó differenciálegyenlet

$$\frac{dM}{M_0 \left(1 - \frac{MK}{M_0}\right)} = dx \quad (9)$$

és

$$\int \frac{dM}{M_0 \left(1 - \frac{MK}{M_0}\right)} = \frac{1}{K} \left[-\ln \left(1 - \frac{MK}{M_0}\right) \right] = x + C.$$

Az integrál C állandójának meghatározására ismeretes, hogy $x = 0$ helyen $M = 0$, a kis zárójel második tagja tehát eltűnik. Úgyszintén $\ln 1 = 0$, tehát eltűnik a szögletes zárójel egész értéke és így $C = 0$, tehát

$$\ln \left(1 - \frac{M}{M_0} K\right) = -Kx,$$

vagyis

$$1 - \frac{M}{M_0} K = e^{-Kx}$$

és

$$1 - e^{-Kx} = \frac{M}{M_0} K.$$

Ebből

$$M = \frac{M_0}{K} (1 - e^{-Kx}). \quad (10)$$

Behelyettesítve (1)-ből M_0 értékét, az x működő felületen kifejtendő nyomaték

$$M = \frac{F_0 r \mu}{K} (1 - e^{-Kx}), \quad (11)$$

ahol (8) és (2) szerint

$$K = \frac{r(a+b)}{\frac{ab}{\mu\mu_1} + r(a+b)}. \quad (12)$$

A (11) egyenlet x szerinti differenciálhányadosa megadja az $F = f'(x)$ függvényt:

$$F = \frac{dM}{dx} = M_0 e^{-Kx} = F_0 r \mu e^{-Kx}. \quad (13)$$

Ha $\mu_1 = 0$, akkor (12) szerint $K = 0$, és (13)-ból a horonysúrlódás nélküli $M_0 = F_0 r \mu$ összefüggéshez jutunk, melyből (1) szerint kiindultunk.

c) *Meddig érdemes növelni a lemezek számát?* A (11) vagy (13) összefüggés magában foglalja, hogy a lemezek r_1 , r_2 , a , b méretei, μ és μ_1 súrlódási tényezők, a lemezek érintkező felületeinek x számú működő rétege, az F_0 nyomóerő és a keletkező M nyomaték között mi az összefüggés. E kilenc változó között a lemezek számának a megválasztásánál merül fel a legtöbb bizonytalanság. Ennek oka — amint a bevezető sorokból is kitűnik — az „utánfutással” járó melegedéstől való aggodalom, mivel a lemezsám növelésével a „tapadás” valószínűsége is nagyobb. A 2b. ábrát tekintve észszerűnek tűnik, hogy a lemezek számát csak addig a határig növeljük, amíg az átvihető nyomaték nagyobb, mint a horonysúrlódási veszteségek miatt keletkező nyomatékveszteség, vagyis

$$M \geq \frac{1}{2} \bar{M}.$$

Az (1a) és (10) összefüggések figyelembevételével

$$\frac{M}{\bar{M}} = \frac{M_0(1 - e^{-Kx})}{KM_0 x} = \frac{1}{2},$$

ahonnan

$$e^{-Kx} = 1 - \frac{Kx}{2} = \frac{2 - Kx}{2};$$

áttérve a reciprok értékekre

$$e^{Kx} = \frac{2}{2 - Kx}. \quad (14)$$

Ebből a vegyes exponenciális egyenletből x értékét csak közelítő pontossággal kívánjuk meghatározni, mivel csak az egész számú eredménynek van gyakorlati értelme. Elegendő tehát, ha e^{Kx} sorbafejtésénél a *MacLaurin*-sornak csak az első három tagját vesszük figyelembe.

$$\begin{aligned}\varphi(x) &= e^{Kx} & \text{és} & & \varphi(0) &= 1, \\ \varphi'(x) &= Ke^{Kx} & \text{és} & & \varphi'(0) &= K, \\ \varphi''(x) &= K^2 e^{Kx} & \text{és} & & \varphi''(0) &= K^2;\end{aligned}$$

tehát a (14) egyenlet új alakja

$$e^{Kx} = 1 + \frac{Kx}{1!} + \frac{K^2 x^2}{2!} = \frac{2}{2 - Kx},$$

vagyis

$$(2 - Kx) \left(1 + Kx + \frac{K^2 x^2}{2} \right) = 2.$$

A műveletet elvégezve

$$2 + 2Kx + K^2 x^2 - Kx - K^2 x^2 - \frac{K^3 x^3}{2} = 2,$$

$$Kx - \frac{K^3 x^3}{2} = 0,$$

$$K^2 x^2 = 2,$$

$$x = \sqrt{\frac{2}{K^2}} = \frac{\sqrt{2}}{K}. \quad (15)$$

Példa. Melyik az a legnagyobb lemezszám, amelyet már nem érdemes növelni, ha a kapcsoló adatai a következők:

$$r_1 = 3,5 \text{ cm}, r_2 = 4,7 \text{ cm}, a = 3,2 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}, \mu = 0,1, \mu_1 = 0,3.$$

Előbb kiszámítjuk r értékét

$$r = \frac{2}{3} \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} = \frac{2}{3} \frac{103,8 - 42,88}{22,09 - 12,25} = \frac{2}{3} \frac{60,92}{9,84} = 4,15 \text{ cm}.$$

(2) alapján:

$$S = \mu \mu_1 r \frac{a+b}{ab} = 0,1 \cdot 0,3 \cdot 4,15 \frac{3,2+5}{3,2 \cdot 5} = 0,125 \cdot 0,513 = 0,0642$$

(8) szerint:

$$K = \frac{S}{1+S} = \frac{0,0642}{1,0642} = 0,0604.$$

Így az érintkező felületek száma (15) értelmében

$$x = \frac{\sqrt{2}}{K} = \frac{1,412}{0,0604} = 23,4 \approx 24,$$

ami legfeljebb 11, vagy 12 külső lemezt jelent.

Ellenőrzésképp számítsuk ki az $M/\bar{M} = 1/2$ értéknek megfelelő x értéket az (5) összefüggés szerint:

$$M = M_0 \frac{(1+S)^x - 1}{S(1+S)^x} = \frac{1}{2} M_0 x,$$

$$(1+S)^x - 1 = \frac{1}{2} S(1+S)^x x,$$

$$2(1+S)^x - S(1+S)^x x = 2.$$

A közös tagot kiemelve

$$(1+S)^x(2-Sx) = 2. \quad (16)$$

Az előbb kiszámított $x = 24$ értéket behelyettesítve

$$1,0642^{24}(2 - 0,0642 \cdot 24) = 4,29(2 - 1,5308) = 4,29 \cdot 0,4692 = 2,015.$$

Ebből kitűnik, hogy a (15)-ből nyert x érték a (16) összefüggést elegendő pontosan kielégíti.

3. A kikapcsolás

Az üzemi követelmények sok esetben a lökésmentes lágy indítást kívánják főképp a gépi berendezés kímélése végett. Ezzel szemben nagyon gyakori kívánság a gyors kikapcsolás. Nemcsak a balesetveszély teszi ezt szükségessé, hanem a munkaidő gazdaságos kihasználása, sok esetben a munka elvégzésének lehetősége (pl. meredek emelkedésű menet vágása, mikor a késnek nincs szabad kifutása).

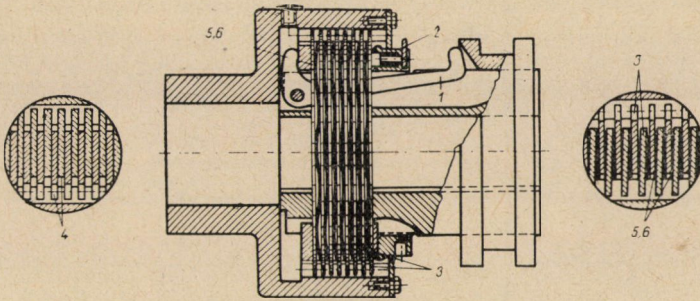
Nem lesz tehát érdektelen, ha bemutatunk néhány konstrukciós törekvést, melyek a kikapcsolás gyorsabbá tételére, az utánfutás lehető elkerülésére és a melegedés megszüntetésére irányulnak.

1. A lemezek szétválasztása

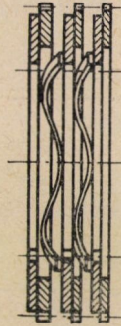
a) A 3. ábra az ún. „Sinus”-lamellás *Ortlinghaus-tengelykapcsolót* tünteti fel. Kikapcsolt állapotban, amint ez a jobboldali képrészleten látható, minden lemezpár már csak kis felületen érintkezik egymással [4]. A szakirodalom beszámol tényruggószerű lemezekkel folytatott kísérletekről is [6]. A lemezek „széttáncolására” nincs lehetőség.

b) A *Stromag-tengelykapcsolónál* a szomszédos belső lemezeket a 4. ábrán látható hullámos gyűrűk tartják távol egymástól. A lemezek fele tehát biztosan eltávolodik egymástól, a még érintkezésben maradt lemezekre nem hat nyomás, tehát a „széttáncolás” lehetősége fennforog. Ez a megoldás azonban a működési felületek csökkentésével jár [4].

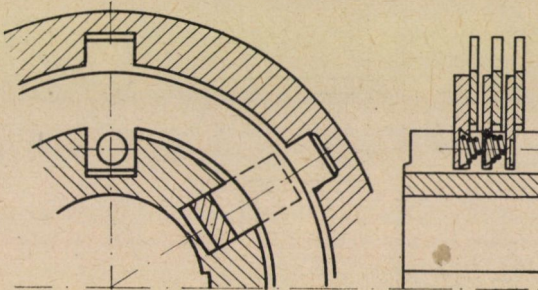
c) A szerző ugyanezt a célt a *működési felületek feláldozása nélkül* [4] a horonyvezetékbe helyezett kúpos spirálrugókkal érte el [8], amint az 5. ábrán látható.



3. ábra. Oldás elősegítése hullámos kapcsolólemezzel



4. ábra. Oldás elősegítése hullámos betétgyűrűkkel

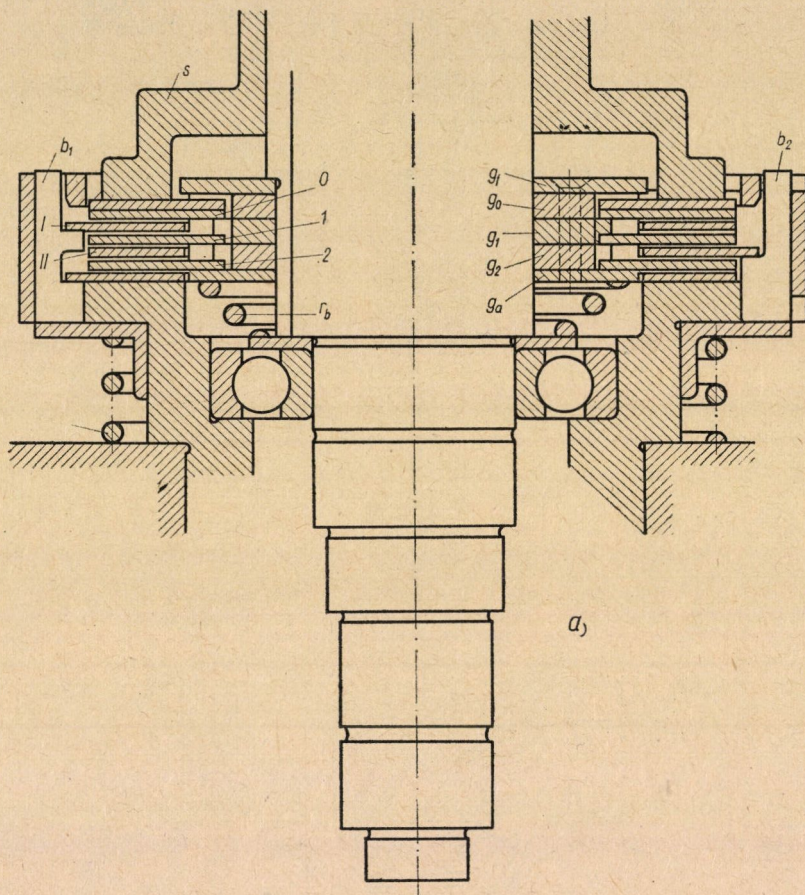


5. ábra. Oldás elősegítése kúpos spirálrugókkal

d) Függőleges tengelyű kapcsolónál különösen fontos, hogy a lemezek önsúlyuknál fogva ne süllyedjenek egymásra. Az ilyen kapcsolónál *minden* egyes lemez szétválasztásáról gondoskodni kell. A 6. ábra az Oerlikon koordináta fúrógép függőleges tengelykapcsolóját tünteti fel.

A tengely három ékén csúszik a g_f felső- és g_a alsó gyűrűk közé csavarozott g_0 , g_1 , g_2 gyűrű (6b. ábra). E gyűrűkből alkotott csúszótömb vezeték-

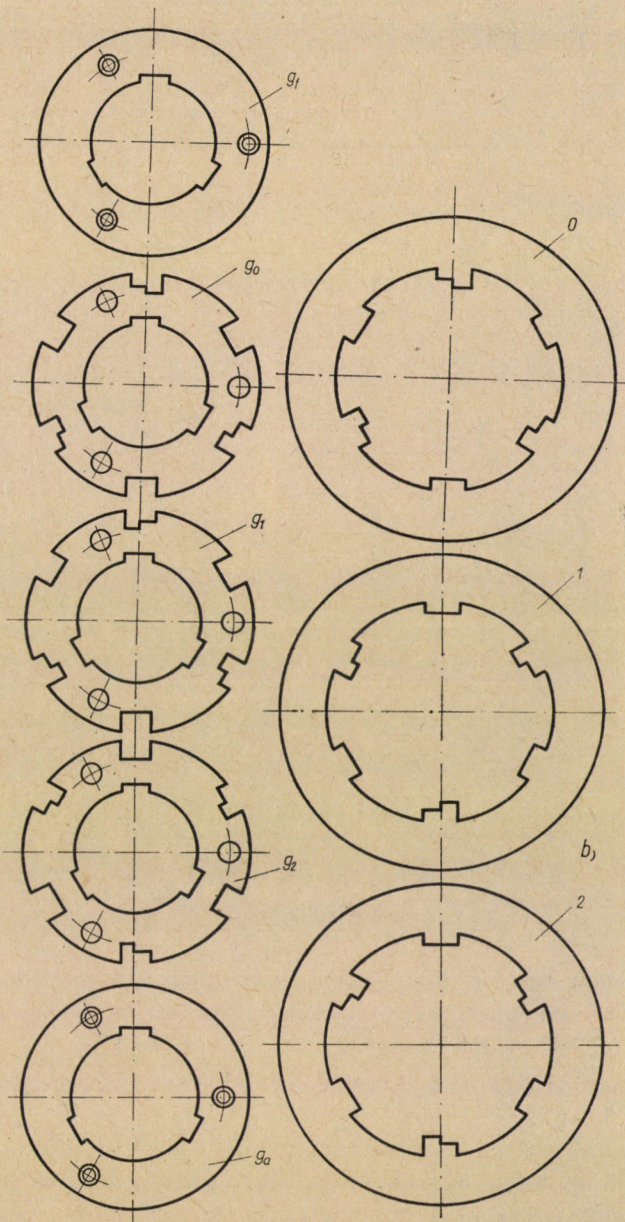
hornyai olyan alakra vannak kivésve, hogy a 2 belső lemez a g_0, g_1, g_2 gyűrűkön átcúsúszik és csak az alsó g_a gyűrűn akad fenn (6a. ábra), és g_2 -ben van vezetve. Az I belső lemez g_0 gyűrűn átcúsúszik, g_2 -re támaszkodik és g_1 -ben van a vezetéke. A 0 belső gyűrű g_1 -re támaszkodik és g_0 -ban van vezetve.



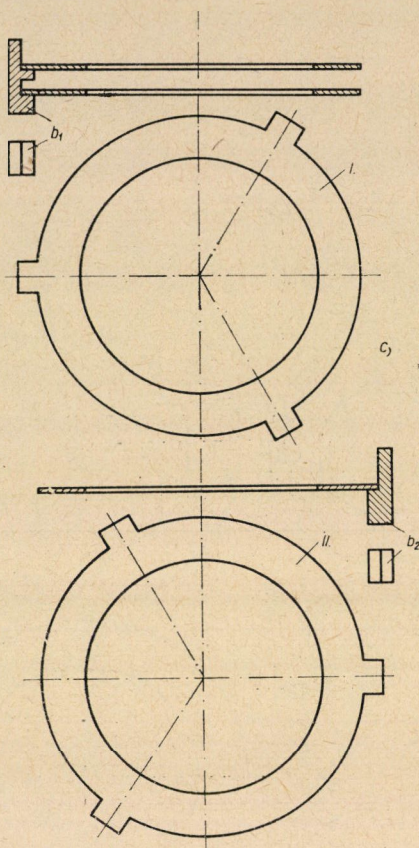
6a. ábra. Oldás elősegítése támasztékokkal:
összeállítás

Az I és II külső lemezeket támasztó b_1 és b_2 betétek (6c. ábra) kívülről szerelhetők a forgatandó dob hornyaiba és abronccsal rögzíthetők.

A 6a. ábrán látható, hogy r_b rugó a belső lemezeket, r_k pedig a külsőket kikapcsoláskor olyan határhelyzetbe tolja, hogy minden egyes lemez érintkezés nélkül foroghat. Az s kapcsolóhüvely lenyomásakor kissé mindkét rugó rövidül és a lemezek érintkeznek.



6b. ábra Oldás elősegítése támasztékokkal: a belső lemezek támasztógyűrűkkel



6c. ábra. Oldás elősegítése támasztékokkal: a külső lemezek és támasztékaik

2. Melegedés

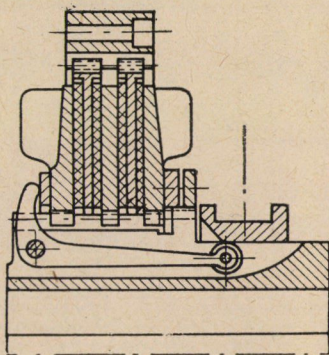
Régóta ismeretes [10], hogy súrlódó kapcsolóknál a — különösen a terhelés alatti — bekapcsolás elkerülhetetlen energiavesztéssel jár, a kikapcsolásnál és megállásnál pedig a forgó tömegek mozgási energiája megveszendőbe.

A súrlódásból keletkezett meleg elvezetése szempontjából a lemezes tengelykapcsoló sokkal kedvezőtlenebb, mint azok a súrlódó kapcsolók, melyeknél külső dob nagy felületen adhatja le a meleget. A meleg legnagyobb része ugyanis a jó hővezető tengelybe és ezen át a csapágyakba jut. Mivel a lemezek a tengelytesttel csak a fülek *kis felületével* érintkeznek, nagy hőmérsékleti különbségnek kell létrejönnie, vagyis *a lemezeknek megfelelően nagyobb hőmérsékletre kell melegedniök*, hogy a keletkező meleg eltávozassék.

Gyakori kapcsolásnál elkerülhetetlen a kapcsoló hűtése, mely olajfürdőbe szerelt kapcsolónál gyakran már megoldottnak tekinthető, sok esetben pedig

a tengelybe olajat vezetnek, amely sugárirányú furatokon keresztül minden kikapcsolásnál a lemezek közé hatolva azokat hűti és leöblíti.

Ahol az olajhűtésre nincs mód, ott levegővel hűtik a kapcsolót. Ilyen léghűtéses lemezes kapcsolót tüntet fel a 7. ábra, amelynél a szélső belső lemezek lapátos kerekekkel vannak kialakítva.



7. ábra. Melegelvezetés lapátkerekes belső lemezekkel

Természetes, hogy az ilyen hűtés külön energiafogyasztással jár és csupán „tüneti kezelésnek” tekinthető. A helyes megoldás ugyanis abban volna keresendő, hogy a kapcsolási hő keletkezését kerüljük el. Ezen az alap-gondolaton épült szerző egyik tengelykapcsoló konstrukciója [9], amely ez ideig nem került kivitelre.

IRODALOM

1. SCHLESINGER, G.: Werkzeugmaschinen. Julius Springer, Berlin 1936.
2. HERRMANN M.: Gépelemek. Budapest 1924.
3. BOSCH M.: Gépelemek (magyar fordítás). Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1957.
4. VÖRÖS I.: Gépelemek; I. kötet, 2. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest 1962.
5. TERPLÁN Z.: Gépelemek III. r. (egyetemi jegyzet). Tankönyvkiadó, Budapest 1962.
6. SCHACH, W.: Berechnung einer Lamellenkupplung. *Werkstatt und Betrieb* (1951), 503—509.
7. VARGA J.: Soklemezes súrlódó tengelykapcsolók méretezésének néhány kérdése. *MTA VI. Oszl. Közl.* 35 (1965), 229—237.
8. SZÓKE B.: Lamellás tengelykapcsoló. 137 537. számú magyar szabadalom, 1946.
9. SZÓKE B.: Kúpos dörzskerekű tengelykapcsoló. 148 532. számú magyar szabadalom, 1956.
10. ERNST, A.: Ausrückbare Kupplungen für Wellen und Räderwerke. Julius Springer, Berlin 1890.
11. TERPLÁN Z.—NAGY G.—HERZEG I.: Mechanikus tengelykapcsolók. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1966.

FÜGGELÉK

E dolgozat lektorálása folyamán LIPKA István közölte a szerzővel, hogy az M függvény a (10) alatti kifejezéshez hasonló alakban előállítható úgy is, hogy az (5) alatti kifejezést a következő alakban írjuk fel:

$$M = \frac{M_0}{S} \left[1 - \frac{1}{(1+S)^x} \right] = \frac{M_0}{S} [1 - (1+S)^{-x}],$$

vagy ha az

$$(1+S)^{-x} = [e^{\ln(1+S)}]^{-x} = e^{-x \ln(1+S)}$$

helyettesítést végezzük, akkor

$$M = \frac{M_0}{S} [1 - e^{-x \ln(1+S)}]. \quad (5')$$

Továbbá S igen kicsiny értékeinél

$$\ln(1+S) = S - \frac{S^2}{2} + \frac{S^3}{3} - \dots \approx S$$

értékével

$$M = \frac{M_0}{S} (1 - e^{-xS}) \quad (5'')$$

közelítő képlet adódik.

Ha a példánkban felvett $S = 0,0642$ értékkel $x = 24$ lemez esetére végezzük a számítást, akkor (5) alatti képlet szerint

$$M = \frac{M_0}{S} [1 - (1+S)^{-x}] = \frac{M_0}{0,0642} (1 - 1,0642^{-24}) = 12,076 \cdot M_0;$$

a (10) alatti képlet szerint számítva pedig

$$M = \frac{M_0}{K} (1 - e^{-Kx}) = \frac{M_0}{0,06004} (1 - e^{-0,0604 \cdot 24}) = 12,670 \cdot M_0.$$

Tehát a relatív hiba

$$\frac{12,670 - 12,076}{12,076} = \frac{0,59}{12,076} \approx 0,05 = 5\%.$$

Ha pedig az (5'') közelítő képlet szerint számítunk, akkor

$$M = \frac{M_0}{0,0642} (1 - e^{-0,0642 \cdot 24}) = 12,239 \cdot M_0.$$

Ezt M -nek fenti $M = 12,076 M_0$ értékéhez viszonyítva, a relatív hiba

$$\frac{12,239 - 12,076}{12,076} = \frac{0,163}{12,076} = 0,013 = 1,3\%.$$

LIPKA István a következő okfejtéssel azt is kimutatta, hogy az első szabatos számítás (5) alatti és a második számítási mód (10) alatti kifejezései azért szolgáltatnak különböző eredményt, mert ez utóbbi mód közelítő eljárás:

„Ha összehasonlítjuk az M nyomatékknak azt a két értékét, amelyet a (10) alatti és az (5) alatti kifejezés szolgáltat az $x = 1$ helyen, akkor (10) szerint

$$M = \frac{M_0}{K} (1 - e^{-K}) = \frac{M_0(1+S)}{S} (1 - e^{-K}),$$

az (5) szerint pedig $x = 1$ -re

$$M = \frac{M_0}{S} [1 - e^{-\ln(1+S)}] = \frac{M_0}{S} \left[1 - \frac{1}{1+S} \right] = \frac{M_0}{1+S}.$$

Ha ez a két érték egymással megegyeznék, akkor

$$M_0 \frac{1+S}{S} (1 - e^{-K}) - \frac{M_0}{1+S} = 0$$

enne, vagy ami ugyanaz, fennállna, hogy

$$\frac{1+S}{S} (1 - e^{-K}) - \frac{1}{1+S} = \frac{(1+S)^2 (1 - e^{-K}) - S}{S(1+S)} = 0,$$

azaz teljesülne a következő egyenlet:

$$(1+S)^2 (1 - e^{-K}) - S = 0.$$

Mint hogy

$$e^{-K} = \frac{1}{e^K} = \frac{1}{1 + \frac{K}{1} + \frac{K^2}{2!} + \dots} < \frac{1}{1+K},$$

azért, ha az előbbi egyenletheben e^{-K} helyébe $1/(1+K)$ értéket írunk, akkor annak bal oldalát kisebbítjük és nyerjük, hogy

$$(1+S)^2 \left(1 - \frac{1}{1+K} \right) - S < 0,$$

$K = S/(1+S)$, azért

$$1 - \frac{1}{1+K} = \frac{S}{1+2S},$$

és így az előbbi egyenlethől adódik, hogy

$$(1+S)^2 \frac{S}{1+2S} - S < 0,$$

agy a bal oldalon S -et kiemelve:

$$S \left[\frac{(1+S)^2}{1+2S} \right] < 0,$$

és

$$S \frac{S^2}{1+2S} < 0,$$

ami nyilván ellentmondás, mivel $S > 0$.

A relatív hiba értéke egész általánosan az (5) és a (10) képletek alapján

$$\frac{\frac{M_0}{K} (1 - e^{-Kx}) - \frac{M_0}{S} [1 - e^{-x \ln(1+S)}]}{\frac{M_0}{S} [1 - e^{-x \ln(1+S)}]} = (1+S) \frac{1 - e^{-Kx}}{1 - e^{-x \ln(1+S)}} - 1.$$

Ha itt $x = \infty$, akkor $e^{-Kx} = 0$; $e^{-x \ln(1+S)} = 0$ és így erre az esetre a relatív hiba:

$$(1+S) \frac{1-0}{1-0} - 1 = 1+S-1 = S,$$

vagyis igen nagy lemezzámra a relatív hiba kb. S -sel egyenlő."

E kérdés LIPKA István beható vizsgálatai által történt megvilágítása arra készíteti szerzőt, hogy a (15) kifejezés gyakorlati használhatóságát tovább elemezze.

Miután a szabatos számításból levezetett (5'') alatti közelítő értéket szolgáltató kifejezés alakja csupán abban különbözik a (10) alatti képlettől, hogy abban K helyett S szerepel az (5'')-ből az optimális lemez-szám közelítő értékére

$$x = \frac{\sqrt{2}}{S} \quad (15')$$

adódik. Ebből következik, hogy bármelyik képlettel számítunk, a lemezek száma közötti eltérés nem adódhatik ki nagyobbak, mint

$$\frac{\sqrt{2}}{K} - \frac{\sqrt{2}}{S} = \frac{\sqrt{2}(1+S)}{S} - \frac{\sqrt{2}}{S} = \sqrt{2} \approx 1,4,$$

ahol a (15) képlet szolgáltatja a nagyobbik lemez-számot és ennek megfelelően a gyakorlat számára biztonságosabb értéket.

Ha pedig a (14) exponenciális függvényt sorbafejtés helyett a

$$Kx = \lambda$$

helyettesítéssel

$$e^\lambda = \frac{2}{2-\lambda}$$

alakban felírva iterációval oldjuk meg λ ismeretlenre, úgy $\lambda = 1,594$ értékkel a lemezek száma

$$x = \frac{\lambda}{K} = \frac{1,594}{K},$$

ami a példában kiadódott $K = 0,0604$ értékkel

$$x = \frac{1,594}{0,0604} = 26,2.$$

Az $S = 0,0642$ értékkel számolva pedig

$$x = \frac{\lambda}{S} = \frac{1,594}{0,0642} = 24,8.$$

KETTŐS ZSUGORGYŰRŰS KOMMUTÁTOROK ERŐJÁTÉKÁNAK SZÁMÍTÁSA

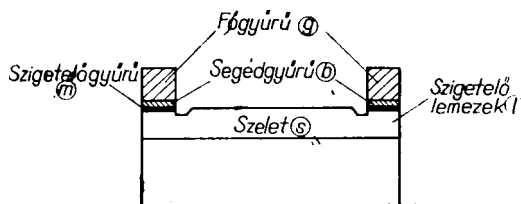
HUSZÁR ISTVÁN
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
GANZ VILLAMOSSÁGI MŰVEK, BUDAPEST

[Béérkezett 1966. június 20-án]

Nagyon igénybevett kommutátor esetén kettős zsugorgyűrűs kialakítást általánosan használnak villamos gépekben. A szilárdsági számítás azonban csak bizonyos közelítéssel lehetséges, az egész rendszert rugalmas elemekből felépített egységnek tekintve. Az erőviszonyokat egydimenziós rugórendszerként lehet meghatározni. A kidolgozott eljárás módot ad a szerkezet konstrukciós számítására. Figyelembe veszi a kommutátor üzemében előforduló összes állapotokat is.

I. Bevezetés

A dupla zsugorgyűrűs kommutátor felépítését az 1. ábra mutatja. A szeletek (s) között mikanit szigetelőlemezek (l) helyezkednek el. A kommutátorkoszorút szigetelőgyűrűn (m) felülő segédgyűrűk (b) fogják össze, illetve a megfelelő szorító erőt az egész rendszerre a főgyűrűk (g) fejtik ki [1].



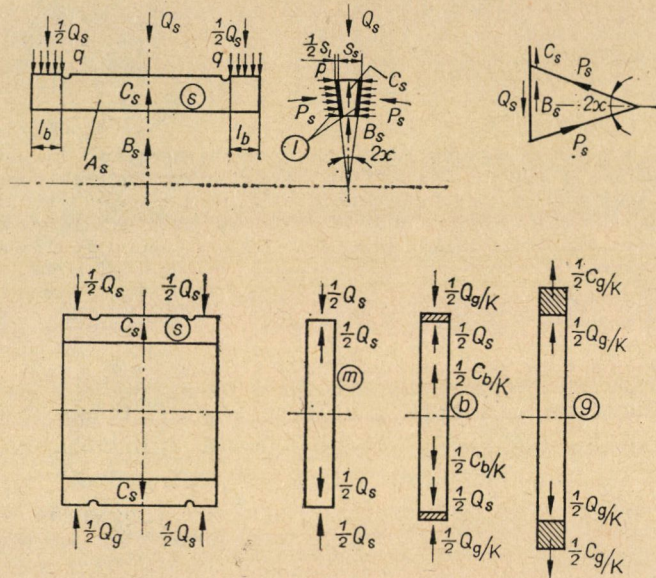
1. ábra

Két lépésben történik a kommutátor összeszerelése. Először a segédgyűrűt húzzák fel melegen; így a lehűlt zsugorgyűrű bizonyos előfeszítést hoz létre. Majd a segédgyűrű külső felületét megmunkálva a főgyűrűt helyezik rá ugyancsak meleg állapotban. Ez utóbbi a lehülés után a kommutátorrendszert zsugorkötés formájában szilárd mechanikai egységgé fogja össze.

A kommutátort a mechanikai számítás szempontjából hosszában is, keresztmetszetében is szimmetrikusnak tekintjük. Ezenkívül az agy hatásától eltekintünk, feltételezve, hogy mind radiálisan, mind hosszirányban a kommutátorkoszorú megtámasztása ideális, azaz nem befolyásolja a koszorú erőjátékát [2].

II. Erőviszonyok az ideális kommutátorban

Az erők szempontjából is szimmetrikusnak tekintjük a szerkezetet. Feltételezzük a szorítógyűrűk egyenletes felfekvését a koszorúra; az egyes szeletek közti boltozatnyomás eloszlását homogénnek vesszük. Az előbbieket értelmében a 2. ábra tünteti fel az egyes elemekre ható erőket.



2. ábra

Egyetlen szeletre — hozzászámítva a két oldalon levő szigetelőlemezek felét is — hat a szigetelőgyűrű helyén átadódó radiális, az egész kerületen egyenletesen megoszlóan vett q erőrendszer, melynek eredőjét Q_s -sel jelöltük:

$$Q_s = 2 l_b (s_s + s_l) q. \quad (1)$$

Másrészt az oldalfelületeken (A_s) támad a p egyenletesen megoszlóan vett boltozatnyomás P_s eredővel:

$$P_s = A_s p. \quad (2)$$

Végül a forgáskor számítani kell a hosszirányban egyenletesen megoszló centrifugális erővel, melynek eredője egyetlen szeletre C_s . Az egész szelet egyensúlyát kifejező vektorábrából felírhatjuk:

$$Q_s - C_s = 2 P_s \sin \chi = B_s, \quad (3)$$

ahol B_s erőt boltozaterőnek nevezünk, mint a p boltozatnyomásból származó eredőt.

Az egész szeletkoszorú erőjátékát szintén ábránk szemlélteti. A külső terhelés most az egyes szeletekre működő sugárirányú Q_s erők rendszere, mely önmagában egyensúlyi erőrendszer. Célszerű bevezetni numerikus összegüket

$$Q = \sum K Q_s \quad (4)$$

formában, ahol K a szeletek számát jelenti. Hasonló egyensúlyi rendszert alkotnak a C_s centrifugális erők is, melyek algebrai összege

$$C = \sum K C_s. \quad (5)$$

Ha bevezetjük a boltozaterők numerikus összegét

$$B = \sum K B_s \quad (6)$$

képlettel, akkor egyszerű összefüggést írhatunk fel a (3), (4), (5) és (6) alapján:

$$B = Q - C. \quad (7)$$

Az ábra feltünteti a szigetelőgyűrű terhelését is. A kis tömegre való tekintettel a centrifugális erőt elhanyagolhatjuk. Mint látjuk, ismét egyszerű egyensúlyi erőrendszerrel állunk szemben.

A segédgyűrűre hatnak egyrészt a szigetelőgyűrűn át $1/2 Q_s$ radiális erők szeletenként, másrészt a főgyűrűvel való érintkezés helyén q_g egyenletesen megoszló nyomás, amelynek numerikus összege egy gyűrűre $1/2 Q_g$. Számítása történhet az (1) és (4) kifejezés értelmében

$$Q_g = K \sum 2 l_b (s_s + s_i) q_g. \quad (8)$$

Végül a centrifugális erők megoszló rendszere, melynek algebrai összege az egész gyűrűre nézve $1/2 C_b$. Mindhárom erőrendszer önmagában egyensúlyi rendszert alkot. Ábránkon az egy szeletre eső erőket tüntettük fel, azaz.

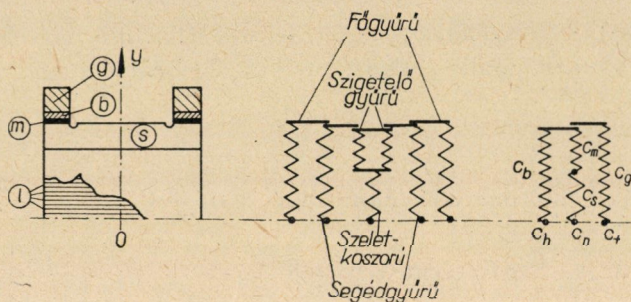
$$\frac{1}{K} \cdot \frac{Q_g}{2} \quad \text{és} \quad \frac{1}{K} \cdot \frac{C_b}{2}$$

értékeket.

Hasonlóan a főgyűrű terhelése a q_g megoszló terhelésből $1/2 Q_g$ és a centrifugális erőből $1/2 C_g$ numerikus erőt adó, különben egyensúlyban levő egyenletesen megoszló erőrendszerek.

III. Helyettesítő rugórendszer

Statikailag határozatlannak számít a kommutátorrendszer, amelynek megoldását a deformációk figyelembevételével tudjuk előállítani. Ezért célszerű a könnyebb áttekintés miatt is bevezetni olyan egyenértékű rugórendszert, amely éppen a deformációk és az erők szempontjából egyenértékű az eredeti kommutátorrendszerrel.



3. ábra

Mivel a deformációk sugárirányúak és teljes körszimmetriával számolhatunk, lehet egydimenziós rugórendszerrel helyettesíteni a kommutátort úgy, hogy az origót a szerkezet középpontjában választjuk meg. Az egyenértékűség fennáll akkor, ha bármely alkatrész sugárirányú $-y$ irányú deformációja megegyezik az eredeti, illetve a helyettesítő rendszerben azonos körülmények között. Válasszuk vonatkoztatási alapnak a Q terhelést, azaz a segédgyűrűk és a szeletkoszorú között fellépő erőt. Akkor a fentiek szerint csak azt kell megkövetelni, hogy

$$y = c Q \quad (9)$$

kifejezés szerint számított deformációban a c rugóállandó az eredeti terhelésnek megfelelő pozitív állandó legyen. Ezt úgy érjük el, hogy az eredeti terhelésnek megfelelő deformációt kiszámítjuk és a képlet szerinti alakra hozzuk, amely egyúttal a rugóállandó meghatározásának alapja.

A 3. ábra feltünteti a kommutátort helyettesítő rugórendszert. A szerelés első fázisának végén a szeletkoszorú (c_s) és a szigetelőgyűrű nyomott, a segédgyűrű húzott rugónak számít. Ennek felel meg a rugóvázat középső része. A szerelés második fázisában felhúzott főgyűrű húzott alkatrész, melyet húzott rugóként a két külső ág szemléltet. Egyszerűsíteni is lehet a rendszert, összekapcsolva az egyes rugókat, azaz parallel rugóként kezelve a szigetelőréteget (c_m), a segédgyűrűket (c_b) és a főgyűrűket (c_g).

IV. Az erőjáték számítása

A kommutátor üzemét tekintve az alábbi körülményekre kell figyelemmel lennünk. A szereléskor az egyes szeleteket a szorítógyűrűkkel szilárd rendszerré alakítják, létrehozva a szükséges szorító erőt a boltozatnyomás formájában. Üzemben az áramterhelés, a kefesúrlódás és az egész gép felmelegedése következtében a kommutátor jelentősen felmelegszik. A szeletek rézanyaga a tőle hő szempontjából is szigetelt agy- és szorítógyűrűkhöz képest lényegesen nagyobb hőmérsékletűvé válik. Könnyű belátni, hogy a felmelegedés kapcsán az erőviszonyok megváltoznak, a boltozatnyomás megnő. Mivel pedig a gép forog, a centrifugális erővel is számolni kell, amely viszont a koszorút lazítani igyekszik, tehát a boltozatnyomást csökkenti. A teljes értékű szilárdsági vizsgálat elvégzésére a fentiek szerint tehát követni kell az álló hideg állapotot, amely a szerelés befejeztével valósul meg; az álló meleg állapotot, amely az üzemben levő gép leállításakor következik be; a forgó hideg állapotot, amely a hidegen induló gépet jellemzi; üzemi állapotot, amely a gép tartós üzemében fordul elő.

1. Álló hideg állapot

Feltételezzük, hogy a szeletkoszorú összefogását megvalósító és csupán a technológia szempontjából szükséges segédgyűrűk méretre megmunkált állapotban állnak rendelkezésre, azaz a szerelés első fázisát lezártnak tekinthetjük. Ezzel az egyszerűsítéssel hidaljuk át azt a nehézséget, amely a szerelés első fázisának egyes lépéseinél az erőviszonyok követését jelenti. Az egyszerűsítést a segédgyűrű alárendelt szerepe (beleértve a további állapotokhoz összehasonlítva csekély erőhatásokat is) teszi lehetővé.

Segédgyűrű szerelése: Ha a kommutátor minden alkatrésze a rugalmas zónában van, akkor a szerelés első fázisának véghelyzetét a 4. ábra szerinti elvi kiindulásból származtathatjuk le, felhasználva a 3. ábrán bemutatott egyszerűsített sémát.

Kiinduláskor a rugórendszer két oldala között

$$Y_{*0} = r_y - r_n \quad (10)$$

méretkülönbség áll fenn. A szerelés első fázisának véghelyzetében a gyűrű és a szeletkoszorú között fellépő Q_{*0} erő hatására áll elő a vázolt egyensúlyi állapot, amelynél az egyes rugóágak deformációja

$$\eta_{*0} = c_h Q_{*0}, \quad \text{ill.} \quad y_{*0} = c_n(Q_{*0}). \quad (11)$$

Az ábra alapján tehát

$$Y_{*0} = \eta_{*0} - y_{*0} = cQ_{*0}, \quad (12)$$

bevezetve a

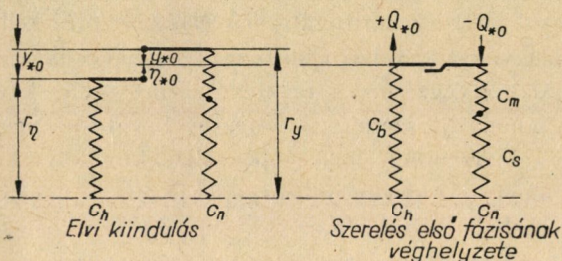
$$c = c_h + c_n \quad (13)$$

jelölést, azaz

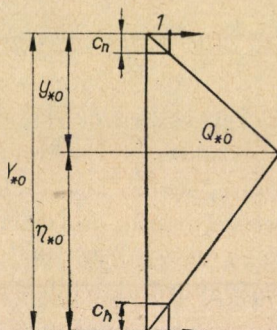
$$Q_{*0} = \frac{1}{c} Y_{*0}. \quad (14)$$

A boltozaterő (7) alapján

$$B_{*0} = Q_{*0}. \quad (15)$$



4. ábra



5. ábra

Az erőviszonyokat grafikusán is szemléltethetjük (5. ábra). Az Y_{*0} távolságra felmérjük a rugóállandókat, azaz az egységnyi erőhöz tartozó elmozdulásokat, majd ezek végében egységnyi távolságra kijelölt pontokon át rajzolunk ferde egyeneseket. A metszéspont jelöli ki a rugórendszer egyensúlyi állapotát, megadva egyúttal Q_{*0} erőt is. Az ábrán levő arányosság alapján azonnal felírható

$$\eta_{*0} = Q_{*0} c_h \quad \text{és} \quad y_{*0} = -Q_{*0} c_n,$$

illetve

$$Y_{*0} = \eta_{*0} - y_{*0} = cQ_{*0},$$

amint ezt a számítás megadta.

*

A segédgyűrű hatására fellépő erőhatásokat a következőképén határozhatjuk meg a szerelés első fázisának végén. Feltételezzük, hogy a segédgyűrűben éppen a folyáshatár lép fel. Ennél nagyobb feszültséggel valóban nem is számíthatunk. Ideálisan rugalmas-képlékeny anyagként véve ugyanis ekkor további terhet nem tud felvenni, hanem képlékenyen deformálódik. Vékony gyűrűként kezelve ebben a határesetben

$$\sigma_F = \frac{d_b q_{*0}}{2 h_b} \quad (16)$$

a 12. ábra jelöléseivel. Ebből viszont a radiálisan fellépő megoszló terhelés

$$q_{*0} = \frac{2 h_b}{d_b} \sigma_F. \quad (17)$$

A megfelelő eredő tehát az (1) alapján egyetlen szeletre

$$Q_{s*0} = 4 \frac{l_b h_b}{d_b} (s_s + s_l) \sigma_F, \quad (18)$$

illetve a (4)-ből az egész szeletkoszorúra

$$Q_{*0} = 4\pi \frac{l_b h_b}{d_b} d_l \sigma_F, \quad (19)$$

ugyanis

$$K(s_s + s_l) = d_l \pi. \quad (20)$$

Ismerve Q_{*0} értékét, meghatározható B_{*0} , másrészt Y_{*0} szerelési fedés és az ennek megfelelő szerelési hőmérséklet.

Főgyűrű szerelése: A viszonyokat egyszerűen tudjuk követni, ha a 6. ábra szerint a szerelés első fázisának véghelyzetéből és a még fel nem húzott főgyűrűből álló elvi kezdeti sémából indulunk ki. Most a két rugó között Y_0 méretkülönbség áll fenn. A szerelés második fázisának végén a két rendszer között fellépő Q_{g_0} erő hatására áll be az egyensúlyi állapot, miközben a rugókon létrejön

$$\eta_0 = c_+ Q_{g_0}, \quad \text{ill.} \quad y_0 = c_-(Q_{g_0}) \quad (21)$$

elmozdulás úgy, hogy

$$Y_0 = \eta_0 - y_0 = c_\Sigma Q_{g_0}, \quad (22)$$

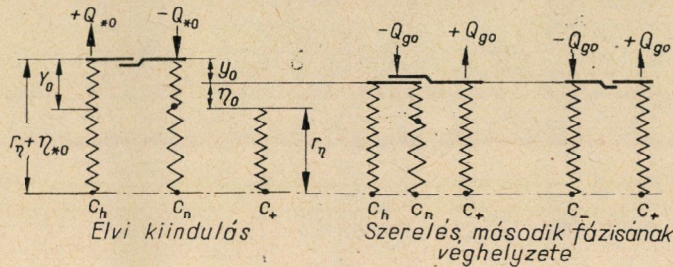
ahol

$$c_\Sigma = c_+ + c_-. \quad (23)$$

Végül is

$$Q_{g0} = \frac{1}{c_{\Sigma}} \cdot Y_0. \quad (24)$$

Külön kell meghatározni c_{-} rugóállandót a (21) összefüggés adta definíció alapján, figyelembe véve, hogy a szeletkoszorú és a segédgyűrű egy előfeszített rendszert alkot a (4), illetve az 5. ábra szerint. Ha erre külső erőként



6. ábra

működik $-Q_{g0}$ terhelés, akkor a Q_{*0} erővel terhelt rugóágak feszítése megváltozik. A húzott részen Q_{b0} -ra csökken az erő, a nyomott részen pedig $Q_{b0} + Q_{g0}$ -ra növekszik.

A 7. ábra szerint ez a három erő valóban egyensúlyi erőrendszert jelent. A rugódiagramba berajzolhatjuk Q_{b0} értékét y_0 méretváltozás segítségével, amellyel egyidejűleg a nyomott szakaszt terhelő erő is kiadódik, azaz $Q_{b0} + Q_{g0}$. Természetesen a szerkesztés történhet közvetlen Q_{g0} alapján is, mégpedig az ábrából leolvasható módon. Feltételeztük egyébként, hogy a segédgyűrű továbbra is húzott marad.

Egyszerű arányosságból kapjuk Q_{b0} értékét az ábrából

$$Q_{b0} = Q_{*0} \frac{\eta_{*0} - |y_0|}{\eta_{*0}}. \quad (25)$$

A Q_{g0} terhelés kapcsán előálló deformáció az ábrából kivehető. Egyszerű arányosságokat írhatunk fel:

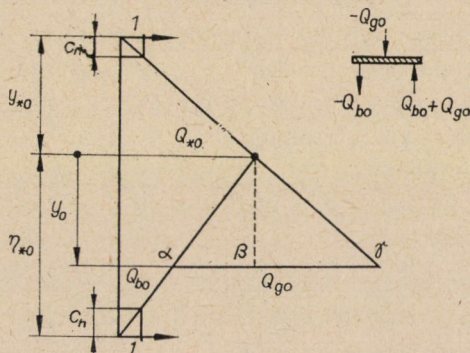
$$|y_0| : \alpha\bar{\beta} = c_h \quad \text{és} \quad |y_0| : \beta\bar{\gamma} = c_n,$$

ahonnan

$$\bar{\alpha}\bar{\beta} = Q_{g0} = |y_0| \left(\frac{1}{c_n} + \frac{1}{c_h} \right) = \frac{|y_0|}{c_{-}}$$

Ebből viszont, figyelembe véve a (21) összefüggést

$$c_- = \frac{c_h c_n}{c_h + c_n} \quad (26)$$



7. ábra

Ismerve a c_- eredő rugóállandót, az egész rendszerre a megfelelő rugódiagramot fel lehet rajzolni (8. ábra). Ez közvetlen szolgáltatója Q_{g0} értékét.

A szerelés végállapotában az egyes elemeket terhelő erők tehát a következők:

A főgyűrűknél

$$S_{g0} = Q_{g0} ;$$

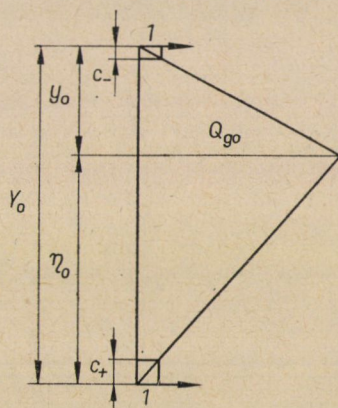
a segédgyűrűknél

$$S_{b0} = Q_{b0} < Q_{*0} ;$$

(27)

a szeletkoszorúnál

$$Q_0 = (Q_{g0} + Q_{b0}) > Q_{*0} .$$



8. ábra

2. Üzemi állapot

Célszerű a kérdést két részletben tárgyalni. Először a segédgyűrű viszonyait tisztázzuk, majd a főgyűrűt is számításba vesszük:

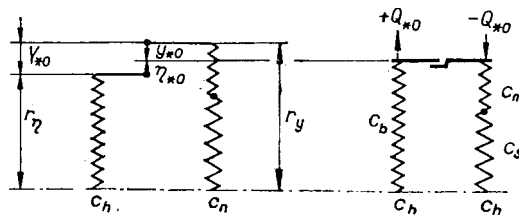
Segédgyűrűvel szerelt kommutátorkoszorú: Ha a koszorút és a segédgyűrűt különválasztva képzeljük el üzemi állapotban, akkor a köztük levő méretkülönbség nem felel meg a szerelési Y_{*0} értéknek, mivel az alkotó elemek felmelegednek üzem közben, másrészt a forgás miatt is deformálódnak. Jelöljük a segédgyűrű melegedés okozta szabad tágulást sugárirányban η'_* -vel, a forgás okozta szabad elmozdulást pedig η''_* -val. Hasonlóan a koszorúra ezek a deformációk y' és y'' (lásd a 9. ábrát). Az így értelmezett méretkülönbség szabad állapotban tehát

$$Y_* = (r_y + y' + y'') - (r_\eta + \eta'_* + \eta''_*). \quad (28)$$

Vagy forma szerint is különválasztva a méretkülönbség egyes komponenseit

$$Y_* = (r_y - r_\eta) + (y' - \eta'_*) + (y'' - \eta''_*) = Y_{*0} + Y_{*\Delta t} + Y_{*c}, \quad (29)$$

ahol Δt a melegedésre, c a forgásra utal.



9. ábra

A különválasztva képzelt rendszert egyesítve a 9. ábra szerinti állapot áll elő, azaz fellép Q_* erő, miközben a két rugóvég elmozdul η_* , illetve y_* értékkel

$$\eta_* = c_h Q_* \quad \text{és} \quad y_* = c_n (-Q_*). \quad (30)$$

Az ábra szerint tehát

$$Y_* = \eta_* - y_* = c Q_*, \quad (31)$$

vagyis

$$Q_* = \frac{1}{c} Y_* . \quad (32)$$

Szétválaszthatjuk az egyes hatásokat, ha bevezetjük a

$$Q_* = Q_{*0} + Q_{*dl} + Q_{*c} \quad (33)$$

jelölést, ahol az egyes tagok a szerelés, a melegedés és a forgás hatását külön-külön vesszük figyelembe, azaz

$$\begin{aligned} y' = 0 = \eta'_* & \quad \text{és} & \quad y'' = 0 = \eta''_* & \quad \text{esetén} & \quad Y_{*0} = cQ_{*0}; \\ r_y - r_\eta = 0 & \quad \text{és} & \quad y'' = 0 = \eta''_* & \quad \text{esetén} & \quad Y_{*dl} = cQ_{*dl}; \\ r_y - r_\eta = 0 & \quad \text{és} & \quad y' = 0 = \eta'_* & \quad \text{esetén} & \quad Y_{*c} = cQ_{*c} . \end{aligned} \quad (34)$$

Természetesen, a boltozaterő a (7) alapján most

$$B_* = Q_* - C . \quad (35)$$

A viszonyokat grafikusán is lehet szemléltetni. Változatlanul érvényesek — értelemszerűen — a szerelésnél mondottak, tehát a szerkesztés az 5. ábrához hasonló. Mindössze az a különbség, hogy a szerelésre jellemző 0 index elmarad.

Főgyűrűvel szerelt kommutátorkoszorú: Kiindulásnak tekinthetjük most a segédgyűrűvel szerelt koszorút forgó-meleg állapotban, valamint a különválasztva képzelt főgyűrűt ugyancsak forgó-meleg állapotban. Ez utóbbi a gyártási r mérettel szemben $r + \eta' + \eta''$ mérettel rendelkezik. A 10. ábra szerint a méretkülönbség Y , amely az ismét egyesítve gondolt rendszernél a fellépő Q_g erő hatására eltűnik, miközben az egyes rugóágak elmozdulnak

$$\eta = c_+ Q_g \quad \text{és} \quad y = c_- (-Q_g) \quad (36)$$

értékkel [lásd a (21) összefüggést], fennáll most is a (22) kifejezéshez hasonlóan

$$Y = \eta - y = c_\Sigma Q_g , \quad (37)$$

$$Q_g = \frac{1}{c_\Sigma} Y . \quad (38)$$

A segédgyűrűket terhelő radiális erő ugyanakkor a 7. ábra szerint — elhagyva a 0 indexeket — Q_b erő, amelyre

$$Q_b = Q_* \frac{\eta_* - |y|}{\eta_*} . \quad (39)$$

A koszorú terhelése viszont

$$Q = Q_g + Q_b. \quad (40)$$

Az egyes hatásokat ismét külön lehet választani a (34) szerint.

A fellépő boltozaterő a (7) szerint

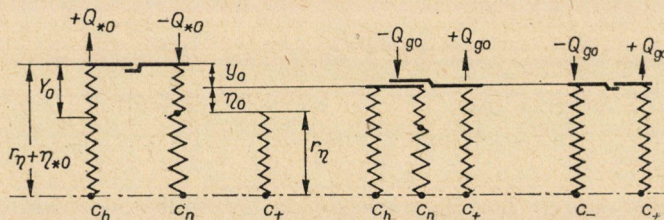
$$B = Q - C. \quad (41)$$

A segédgyűrűket terhelő eredő erő

$$S_b = Q_b + C_b. \quad (42)$$

A főgyűrűk terhelése pedig

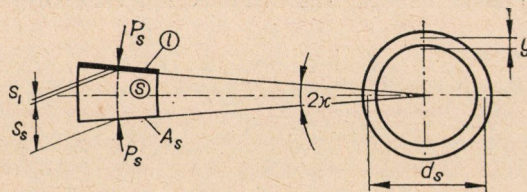
$$S_g = Q_g + C_g. \quad (43)$$



10. ábra

Álló meleg állapot

Az előbbieket szerint járhatunk el, csupán az a különbség, hogy a forgás okozta deformációs tagot el kell hagyni, azaz \$\eta''\$, \$y''\$, \$\eta''\$ helyébe zérus kerül.



11. ábra

A felmelegedéskor számításba veendő szabad deformációkat az egyes alkatrészek \$\Delta t_i\$ hőmérsékletemelkedésével számíthatjuk ki. A szeletkoszorú

tágulása sugárirányban a Δk kerületváltozából

$$y' = \frac{1}{2\pi} \Delta k = \frac{1}{2\pi} K(\alpha_s s_s \Delta t_s + \alpha_l s_l \Delta t_l), \quad (44)$$

felhasználva a 11. ábra jelöléseit.

A segédgyűrű tágulása sugárirányban

$$\eta'_s = \frac{1}{2} \alpha_b d_b \Delta t_b. \quad (45)$$

A főgyűrű tágulása sugárirányban

$$\eta'_l = \frac{1}{2} \alpha_g d_g \Delta t_g. \quad (46)$$

Forgó hideg állapot

Ismét csak az a különbség, hogy a melegedés okozta deformációkat elhagyjuk, azaz η'_s , y' , η'_l helyébe zérust írunk az összefüggéseinkbe.

A forgáskor számítandó centrifugális erők a következők:

A szeletkoszorú esetében

$$\begin{aligned} C &= K \left(\frac{\gamma_s}{g} A_s s_s \right) \frac{d_s}{2} \omega^2 + K \left(\frac{\gamma_l}{g} A_s s_l \right) \frac{d_s}{2} \omega^2 = \\ &= K \frac{A_s}{2g} (\gamma_s s_s + \gamma_l s_l) d_s \omega^2, \end{aligned} \quad (47)$$

ahol γ_s , ill. γ_l a szelet, ill. a szigetelés fajsúlya.

A segédgyűrűk esetében

$$C_b = 2 \left(\frac{\gamma_b}{g} A_b d_b \pi \right) \frac{d_b}{2} \omega^2 = \frac{G_b}{2g} d_b \omega^2. \quad (48)$$

A főgyűrűk esetében

$$C_g = \frac{G_g}{2g} d_g \omega^2, \quad (49)$$

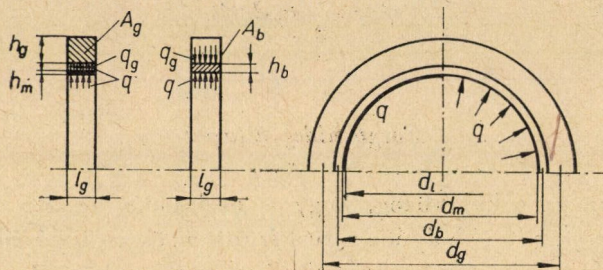
ahol G_b és G_g a két-két gyűrű együttes súlyát jelenti.

A forgáskor számítandó szabad elmozdulások a sugár irányában:

$$\begin{aligned} \text{a szeletkoszorúnál} \quad y'' &= c_s C; \\ \text{a segédgyűrűknél} \quad \eta'' &= c_b C_b; \\ \text{a főgyűrűknél} \quad \eta'' &= c_g C_g. \end{aligned} \quad (50)$$

V. A rugóállandók

Közelítéssel feltételeztük, hogy a szeletek közt ébredő p nyomás egyenletesen megoszló terhelést jelent, akárcsak a gyűrű helyén fellépő q erőrendszer [2].



12. ábra

c_s számítása : a 11. ábra alapján a szeletkoszorú rugóállandója

$$c_s = \frac{K}{4 \pi^2 A_s} \left(\frac{s_s}{E_s} + \frac{s_l}{E_l} \right). \quad (51)$$

c_m számítása : a 12. ábra szerint a két szigetelőgyűrű együttes rugóállandója

$$c_m = \frac{h_m}{2 \pi E_m l_g d_m}. \quad (52)$$

c_g számítása : a 12. ábra szerint a két zsigorgyűrű együttes rugóállandója

$$c_g = \frac{d_g^2}{8 \pi E_g d_m A_g}, \quad (53)$$

ahol A_g egy gyűrű keresztmetszetének területét jelenti.

c_b számítása : az előbbi szerint járhatunk el értelemszerűen, ti. vékony gyűrűként kezeljük a segédgyűrűt. A két segédgyűrű együttes rugóállandója

$$c_b = \frac{d_b^2}{8\pi E_b d_m A_b}, \quad (54)$$

ahol A_b egy gyűrű keresztmetszetét jelenti.

IRODALOM

1. Hütte IV. A., Elektrotechnik. W. Ernst & Sohn, Berlin 1957.
2. HUSZÁR I.: Egyszeres zsugorgyűrűs kommutátorok erőjátékának számítása. *MTA VI. Oszt. Közl.* 39 (1967).

FIZIKO-KÉMIAI ELMÉLETEK ALKALMAZÁSA A TALAJMECHANIKÁBAN*

EWA STEPKOWSKA

A LENGYEL TUDOMÁNYOS AKADEÉMIA VIZÉPÍTÉSI INTÉZETE, GDANSK

[Beérkezett 1966. szeptember 15-én]

A dolgozat az agyag kristály- és kolloidkemiájáról ad rövid, vázlatos ismertetést, majd az agyag ásványi kristályszerkezetét, e szerkezetnek a felületi töltéssűrűsége való befolyását, a fajlagos felületet, a részecskék töltését tárgyalja. Ezután az agyagrészecskék és vízmolekulák kölcsönhatását, a szemcsfelületeken adszorbeált víz mennyiségét, a kicserélhető kationokat hidratáló víz mennyiségét, az agyagrészecskék lehetséges szerkezetét és azok tulajdonságait ismerteti. Foglalkozik a Gouy—Chapman-féle diffúz kettős réteg elméletével, majd szemléltető példaként egyes Bydgoszcz-agyagfajták duzzadási tulajdonságait tárgyalja. Képleteket ad a van der Waals-féle vonzásra és az ionrács vonzóerejére, majd az agyagokban előforduló első és másodlagos valencia kötéseket ismerteti. Az agyagrészecskék viselkedését, mint a térerősségtől függő állandó vagy indukált dipólust mutatja be.

I. Bevezetés

A mérnök a talajt vizsgálva azt a kérdést teszi fel, „miként” viselkedik a talaj, melyek annak tulajdonságai és hogyan fog viselkedni bizonyos megváltozott körülmények között.

A fiziko-kémikus számára fontosabb a „miért” kérdés. Miért viselkedik a rendszer így és miért nem másként? Mik e tulajdonságainak az okai?

A mérnök a talajt egész tömegében tárgyalja még akkor is, ha infinitesimalis térfogatelemekre bontja. Általában felteszi, hogy a talaj homogén rendszer. Ez a feltevés ritkán állja meg a helyét, mivel a talaj két fázisú (talaj—víz, vagy talaj—levegő), vagy három fázisú rendszer (talaj—víz—levegő). Durva szemcséjű talajban (homok), ahol a szemcsék közötti erők jelentősége kisebb és feszültségek a szemcsék érintkezési pontjaiban lépnek fel, ezek a feltevések elfogadhatók. Az agyagokra vonatkozóan azonban sokkal jogosultabbnak látszik a fiziko-kémiai tárgyalásmód.

A fiziko-kémikus az agyag—víz rendszert olyan kolloidrendszerként tárgyalja, amely víz-fázisban diszpergált ásványiagyag-fázisból áll. A külön-

* A fiziko-kémiai törvényszerűségeknek talajokra való alkalmazása és a talajok mérnök¹ szempontból is fontos tulajdonságainak fiziko-kémiai alapon való magyarázata ma rendkívül erősen fejlődő tudományág, és az ilyen jellegű kutatás minden biztonnal megbízható alapokat és újabb lendületet ad majd a talajjal kapcsolatos műszaki irányú tudományoknak, így pl. a talajmechanikának is. A Szerkesztőség ezért örömmel adott helyt STEPKOWSKA-PASZYCZ EWA tanulmányának; az abban előadottak ezt az új kutatási irányt képviselik.

A Szerkesztőség

álló agyagrészecskék között ható erőket vizsgálja és arra törekszik, hogy a részecskék közötti erők alapján magyarázza meg az agyag egész tömegének mechanikai viselkedését.

A szokásos gyakorlati feladatoknál a „miként” kérdésre adott válasz elegendő, de itt is van kivétel, amire KEIL professzor „Hydraton” keveréke szolgáltat jó példát. E keverék összetételét véletlenül találták meg, és értékes tulajdonságának magyarázatát nem ismerték. A Kalte Bodenál bekövetkezett balsiker alaposabb vizsgálatok elvégzését és a viselkedés elméleti okainak tisztázását kényszerítette ki. A Hydraton keverék helyes összetételét meghatározták, ennek megfelelő voltát Cranzahl-i alkalmazása bizonyítja, ahol az több éve jól megállja a helyét.

A tudományos kutatásban nem kell indokolni a „miért” kérdésre adott válasz fontosságát.

A talajmechanika a talaj viselkedésére vonatkozóan sok megfigyelést gyűjtött össze. A fiziko-kémia több igazolt elméletet dolgozott ki. A mi feladatunk, hogy ezeket az elméleteket a talajmechanikai problémákra alkalmazzuk, s a mechanikai jelenségeket az elmélet alapján megmagyarázzuk.

Ebben a cikkben olyan fiziko-kémiai, kristálytani és kolloidkémiai elméleteket ismertetünk, amelyek alkalmasak lehetnek egyes megoldatlan mérnöki problémák tisztázására.

2. Az agyag kristályszerkezete

Mivel az ásványi agyag kristályszerkezete nagyon jól ismert, annak csupán legfontosabb tulajdonságait említjük meg.

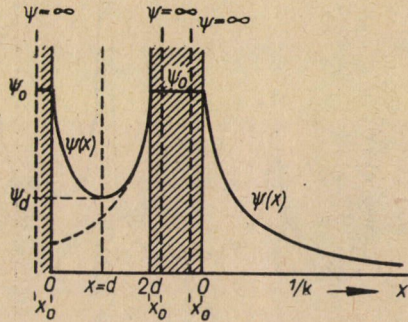
A kaolin típusú (kaolinit, halloysit) kétrétegű részecske egy lemezét tetraéderez szilikátréteg (hatszöges gyűrűkben elrendezett szilikát tetraéderek) és kettős oktaéderez gibbsitréteg alkotja. Ritkábban fordul elő a zeptochlorit típusú lemez hármaz oktaéderez brucitréteggel (gibbsit helyett). A kaolínrészecskét több (általában 150) egymáshoz tapadt lemez alkotja. Így az átlagos kaolínrészecske mérete $10000 \text{ \AA} \times 10000 \text{ \AA} \times 1000 \text{ \AA}$ vagy $1 \mu \times 1 \mu \times 0,1 \mu$.

A pyrophyllit — talcum típusú háromrétegű részecske egy lemezét olyan oktaéderez (gibbsit-, illetőleg brucit-) réteg alkotja, amelyet két tetraéderez szilikátréteg fog közre. A legtöbb montmorillonit muszkovit és néhány vermiculit szerkezete pyrophyllit típusú (kettős oktaéderez gibbsitréteggel); a legtöbb vermiculit, biotit és klorit szerkezete talcum típusú (hármaz oktaéderez brucit típus).

Minden agyagásványban izomorf helyettesítés áll fenn az alacsonyabb (Al^{3+} , Mg^{2+}) és magasabb vegyértékű kationok (Si^{4+} , illetőleg Al^{3+}) között. Ez a pozitív töltés hiányát, vagy az egész részecske negatív töltését okozza.

A negatív töltést olyan kicserélhető kationok semlegesítik, amelyek a három-rétegű szilikátok különböző lemezei között áramlanak (Na-montmorillonit), vagy összetartják azokat (a csillám K-ionjai, a klorit töltött brucitrétegei, a vermiculitban levő hidratált Mg-ionok).

A kétrétegű szilikátokban a kicserélhető kationok a különböző részecskék között áramlanak.



1. ábra. Két párhuzamos agyagrészecske és egy egyedülálló kettős réteg elektromos potenciáljának vázlatos rajza

Így az átlagos Na-montmorillonitrészecske mérete $1000 \text{ \AA} \times 1000 \text{ \AA} \times 10 \text{ \AA}$, míg a Na-illitrészecske mérete $3000 \text{ \AA} \times 3000 \text{ \AA} \times 100 \text{ \AA}$ vagy $0,3 \mu \times 0,3 \mu \times 0,01 \mu$.

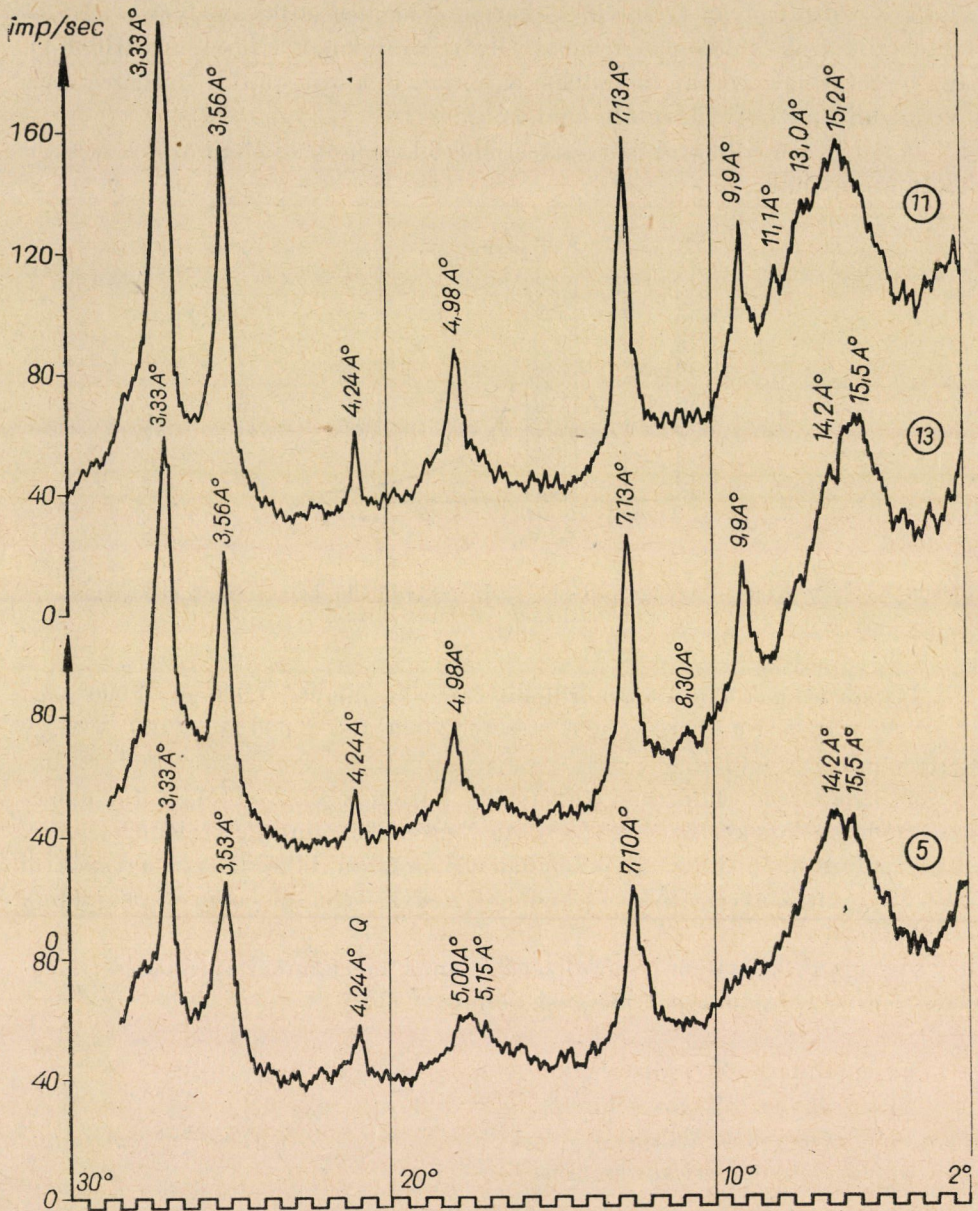
A szokásosan előforduló kicserélődő kationok Ca^{2+} és Mg^{2+} (az összes kicserélődő kationok 50% + 95%-a). Az Na^+ és K^+ mint kicserélődő kationok elhanyagolhatók a nedves talajklimában sós mocsaraktól és tengeri agyagoktól (10 + 25%) eltekintve. Az Al- és Fe-ionok nedves klímájú savanyú talajokban fordulnak elő.

Az agyag kristályos szerkezetétől, annak mechanikai viselkedését meg-
szabó fontos tulajdonságok függenek, mint:

- a) a felületi töltéssűrűség,
- b) az agyag fajlagos felülete,
- c) a részecskék alakja,
- d) az élek felületi töltéssűrűsége.

a) *A felületi töltéssűrűség* az izomorf helyettesítés nagyságrendjétől függ. Ez a kationcserélőképességgel (CEC) arányos, amelyet könnyen (de nem nagyon pontosan és nem mentesen bizonyos önkényességtől) meg lehet határozni:

$$\sigma = \frac{e \cdot \text{CEC} \cdot N}{S} e \cdot s \cdot e / \text{cm}^2,$$



2. ábra. Háromféle Bydgoszcz-i agyag röntgensugár diffrakciós képe

ahol

- e — az elemi töltés $4,803 \cdot 10^{-10}$ e.s.u./ion-ban
- CEC — a kationcserélőképesség eq./g-ban
- N — Avogadro szám $6,023 \cdot 10^{23}$ ion/eq-ben
- S — a fajlagos felület cm^2/g -ban.

b) *Az agyag fajlagos felülete.* Világos, hogy minél kisebbek az agyagrészecskék, annál nagyobb az agyag fajlagos felszíne. Az átlagos fajlagos felszín a különböző agyagásványokban különböző:

Na — kaolinit esetén	10 m ² /g
Na — illit (csillám típusú) esetén	80 m ² /g
Na — Montmorillonit esetén	780 m ² /g.

c) *Az agyagrészecske alakja* ugyancsak a kristályszerkezettől függ. A b_0 mérethben mutatkozó eltérés a szilikát tetraéderes rétege ($b_0 = 9,16 \text{ \AA}$) és attól más réteggel elválasztott oktaéderes réteg (gibbsit $b_0 = 8,65 \text{ \AA}$) között azt okozza, hogy a halloysitlemezek összecsavarodnak. Így a halloysitrészecske alakja hengeres 200 \AA belső és $500 \div 1500 \text{ \AA}$ külső átmérővel; hosszúsága a külső átmérő két vagy háromszorosa.

d) *Bebizonyították, hogy az agyagrészecske éleinek töltése* a felületek töltésével ellentétes lehet; ez a töltés az agyagrészecskét körülvevő folyadék pH-értékétől függ. Értéke nagy lehet alacsony pH mellett, mivel Hidronium-ionok (H_3O^+) adszorbeálódnak a részecskék élein. Az élek töltése kicsinnyé, vagy éppen negatívvá válhatik magas pH-értékeknél, mivel hidroxil-ionok (OH^-) adszorbeálódnak a részecskeéleken. Anionok szintén adszorbeálódnak (pl. polifoszfátok) a részecskék élein, semlegesítve a pozitív éltöltést.

Az éltöltésnek az agyag tulajdonságaira gyakorolt befolyásának mértéke természetesen függ attól, hogy mekkora az élkörnyezeti felület és az agyag összes felületének aránya. Ez az arány

kaolinit esetén	12%,
illit esetén	6%,
montmorillonit esetén	2%.

3. Az agyagrészecske és a víz kölcsönhatása

Megfontolásainkat a víz szerkezetének tárgyalásával kell kezdenünk. A vízmolekulát olyan gömbnek tekintjük, amelynek átmérője $1,38 \text{ \AA}$ (megközelítően az oxigén-atom átmérője) és amelyben két hidrogénmag helyezkedik el a középponttól körülbelül 1 \AA távolságra. A molekula középpontját a hidrogénmagokkal összekötő egyenesek körülbelül 105° -os szöget zárnak be. Így a vízmolekulának dipólus (pontosabban kvadripólus) tulajdonságai vannak, ami azt jelenti, hogy a pozitív töltés középpontja a negatív töltés középpontjához képest el van tolódva. Feltehető, hogy a pozitív töltés a hidrogénmagok közelében, míg a negatív töltés a vízmolekula ellenkező oldalán összpontosul.

Az agyagrészecske felülete negatív töltésű és így az a fentiek szerint vízmolekulákat adszorbeálhat.

Az agyagrézecskek egy vagy két molekulányi vízréteget adszorbeálnak magas relatív páratartalmú (R. P.) légkörből. Adatok állnak rendelkezésre arra vonatkozóan (MARTIN, 1959.), hogy kicsiny R. P.-nál az első molekularéteg az aktív helyeken (valószínűleg kicserélhető kationoknál) kezd képződni. A R. P. növekedésével akkor indul meg a második molekularéteg kialakulása, ha a teljes felület 75%-át az első réteg már elborította. Magas R. P.-nál mind az első, mind pedig a második réteg teljesen kialakul.

Van arra is adat (MARTIN, 1959.), hogy az adszorbeált víz entrópiája $p/p_0 \leq 0,5$ esetén nagyobb, mint a folyadékban maradt vízé. Ez azt mutatja, hogy az adszorbeált víz kevésbé rendezett, mint a folyadékban maradt víz. Ez ahhoz a feltevéshez vezet, hogy az adszorbeált víz kétdimenziós folyadékként viselkedik, azaz szabadon mozoghat a részecske felülete mentén, de nem hagyhatja el azt szabadon, energia befektetése nélkül.

Mivel a levegő R. P.-a normális laboratóriumban körülbelül 50% (pontosabban 40–60%), feltehető, hogy a levegő–talaj határfelületet egy vagy két molekula rétegű víz borítja. Az I. táblázat az egy és két molekulányi adszorbeált vízréteg esetére tartalmazza a számított és kísérletileg meghatározott víztartalmat.

Így a R. P. 50% értéknél az agyagtalaj víztartalmának meghatározásából fogalmat alkothatunk a talaj fajlagos felületéről (R. P. = 54% telített $Mg(NO_3)_2$ felett).

I. táblázat

Az adszorbeált víz mint víztartalom

Agyagásvány	Egy	Két	$p/p_0 = 0,5$ meghatározva %
	molekulányi vízréteg		
Montmorillonit	24	48	18
Illit	2,4	4,8	5,4
Kaolinit	0,3	0,6	0,5

A részecskek felületén adszorbeált víz mellett a kicserélhető kationokat is hidratálja víz. Az oldatban a vízmolekula kvadripólusok az ion erős elektromos terében rendeződnek el. A legvalószínűbb hidratációs modell: egy tetraéder középpontjában van egy ion és a tetraéder négy csúcsában négy erősen kötött vízmolekula helyezkedik el. A hatos hozzárendelési szám is lehetséges, ekkor a vízmolekulák egy oktaéder csúcsaiban foglalnak helyet. Ezen oktaéder vagy tetraéder közül még egy vízmolekularéteg helyezkedik el, amelyen túl már a normális vízfolyadék van jelen.

FRANK és WEN (1957) a hidratációs vizet ilyen mozdulatlan héjak alakjában képzeli el. A SAMOLOW (1957) által megadott kép ezzel ellentétes; ő az ion közvetlen környezetében vizsgálja a vízmolekulák kicserélődését. Ha a kicserélődés viszonylag ritkán fordul elő, akkor az ion hidratációja nagy;

ez az eset áll fenn a vízmolekulánál kisebb ionokra („szerkezetalkotó ionok”). A vízmolekulánál nagyobb ionokra (például: K^+ , Cs^+ , Cl^- — „szerkezetbontó ionok”) a vízmolekulák kicserélődésének mértéke az ion közvetlen környezetében megnő. A kicserélődés még a normális víz eseténél is könnyebben mehet végbe (a kicserélődés kisebb aktivációs energiát kíván meg), ekkor beszélünk az úgynevezett „negatív hidratációról”.

A kation hidratáció mechanizmusa nem teljesen tisztázott. Nem ismeretes, hogy a kicserélhető kationok hidratációs mechanizmusa az oldat szabad ionjáiéval megegyezik-e. Így a kicserélhető kationok hidratációját csak hipotetikus alakban vizsgálhatjuk.

4. A Gouy - Chapman-féle kettősréteg elmélet

Amint azt fentebb említettük, az agyagrészecske negatívan töltött és ezt a negatív töltést a kicserélhető kationok semlegesítik. Ezen kationoknak csupán egy része van a részecske felületének közvetlen szomszédságában, a többi a részecske felületétől különböző távolságban mozog a termikus energia miatt. A részecske felületétől való távolság szerinti kationeloszlást az elektromos potenciál függvényében a Boltzmann-féle tétel alapján ki lehet számítani. (VERWEY és OVERBEEK, 1948.):

$$n_+ = n_0 \exp(-z_+ e\psi/kT) = n_0 \exp(-Y), \quad (1)$$

ahol

- n_+ — az átlagos koncentráció (a kationok száma köbcéntiméterenként) a részecske felületétől olyan távolságra, ahol az elektromos potenciál átlagos értéke ψ ;
- n_0 — az ionok koncentrációja (az ionok száma köbcéntiméterenként) a részecske felületétől olyan távolságra, ahol $\psi = 0$;
- z_+ — a kicserélhető kationok vegyértéke;
- e — az elemi töltés — $4,803 \times 10^{-10}$ e. s. e.;
- k — a Boltzmann állandó — $1,38 \times 10^{-16}$ erg/ K° ;
- T — a hőmérséklet Kelvin-féle fokokban;
- Y — a dimenziótlan potenciálfüggvény.

Az elektromos potenciáeloszlást a Poisson-féle egyenlethől számíthatjuk ki:

$$\Delta\psi = \frac{-4\pi\rho}{\epsilon},$$

ahol

$$\Delta\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

a Laplace-féle operátor; ez lemezszerű részecske és vékony kettős réteg fel-tételezésével így redukálható:

$$\Delta\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}.$$

Itt

x — a részecske felületétől mért távolság;
 ρ — a térfogati töltéssűrűség e. s. e/cm³-ben;
 ε — a dielektromos állandó.

A Gouy—Chapman-féle elmélet további feltételezései:

1. a kationt (dimenziótlan) ponttöltésként kezeljük;
2. a dielektromos állandó a térerősségtől független állandó;
3. az agyagrészecskék két irányban végtelen kiterjedésű δ vastagságú lemezek (az élhatás elhanyagolható);
4. a felület σ töltéssűrűsége állandó.

A fent említett egyenletekből az elektromos potenciál a részecske felületétől mért távolság függvényében kiszámítható:

$$\exp(Y/2) = \frac{\exp(Z/2) + 1 + \exp(Z/2) - 1 \exp(-\xi)}{\exp(Z/2) + 1 - \exp(Z/2) - 1 \exp(-\xi)} \quad (3)$$

Itt

$Z = ze\psi_0/kT$ az elektromos potenciál dimenziótlan függvénye a részecske felületén

$$\xi = x\kappa$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{8\pi ne^2 z^2}{\varepsilon kT}}$$

A fent említett egyenlet egyszerűsíthető Z és ξ bizonyos határok közé eső értékeire.

A Gouy—Chapman-féle elmélet alapjául szolgál a szomszédos agyagrészecskék kettősrétegei kölcsönhatásának kiszámítására.

5. Az agyagrészecskék kölcsönhatása

a) Kettős réteg taszítás

Amikor a szomszédos agyagrészecskék kettősrétegei kölcsönhatásba kerülnek, akkor taszítás jön létre, az ún. *kettősréteg-taszítás*. A taszító nyomás a fent említett Gouy—Chapman-féle elméletből kiszámítható:

$$P_R = 2nkT(\cosh Y_d - 1) \text{ din/cm}^2, \quad (4)$$

ahol

$Y_d = ze\psi_d/kT$ — az elektromos potenciál dimenziótlan függvénye az egymástól $2d$ távolságra levő agyagrészecskék között középen véve,

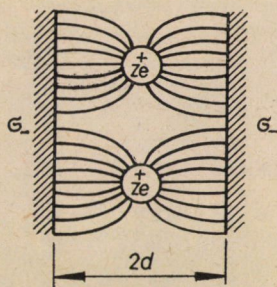
$$Y_d = \ln \frac{\pi}{\Delta}, \quad \text{ha } Y_d > 1,$$

$$Y_d = 2 \ln \frac{\cosh \Delta + 1}{\cosh \Delta - 1}, \quad \text{ha } Y_d < 1,$$

$\Delta = \kappa(d + x_0)$ és x_0 annak a részecske belsejében levő elméleti síknak a részecske felületétől való távolsága, ahol $\psi = 0$.

Többen rámutattak arra, hogy a fent említett erősen elméleti megfontolások a gyakorlatban nagyon fontosak lesznek. NORRISH és RAUSELL COLOM (1961) szerint a Li — vermiculit kísérletileg talált duzzadási nyomásának értéke jól megegyezett a számított PR értékkel. BOLT (1956) a Na — illit duzzadási nyomásának kísérletileg meghatározott és számított értéke között talált jó egyezést. A Ca—illitben az egyezés rossz volt.

A gyakorlati feladatokban két további erő játszik a duzzadási problémákban szerepet: az ionrács vonzás és az él-felület vonzás. Az utóbbi erő valószínű értékét $2,4 \cdot 10^4$ din/cm² körülnek határozták meg Li-vermiculit esetére.



3. ábra. Két montmorillonit lemez közötti ionrács vonzás vázlatos rajza

A gyakorlati problémákban a fent említett taszító erő szintén fontos szerepet játszik. Összefüggést állapítottak meg a montmorillonit-tartalom (ez a leginkább duzzadó agyagásvány), a kationcserélőképesség és a duzzadó-készség között hydgeszcezi agyagminták esetére. A mintákat egy építkezésnél 3,2 m mélyről vették.

Nyilvánvalóvá vált, hogy mind a duzzasztott minták végső víztartalma, mind pedig a vizsgált agyakok duzzadóképesége összhangban van a kettős-réteg-elmélet eredményeivel. Az előbb már említettük (2.a), hogy a felületi töltéssűrűség arányos a CEC-vel és mivel az elektromos potenciál σ függvénye, a taszítónyomásnak szintén növekednie kell, ha nő a felületi töltés.

Ilyen egyszerű összefüggés azonban csak az ugyanazon helyről vett minták esetében található. Különböző helyekről származó mintákra, amelyek egymástól az ásványtani összetétel szempontjából nemcsak mennyiségileg, hanem minőségileg is különböznek, a CEC és a duzzadóképeség közötti összefüggés bonyolultabb lehet.

Arra vonatkozóan is állnak adatok rendelkezésre (a szerző még nem publikált munkája*), hogy a montmorillonit agyakok nyírási szilárdságának

* Minősítő dolgozat.

legalábbis egy része a kettős réteg taszításból származik. A plasztikus határhoz közeleső víztartalmak bizonyos értékeire a számított P_R és az

$$\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)$$

képlettel meghatározott nyírási szilárdság között nagyon jó egyezés van.

II. táblázat

Bydgoszcz-i agyagok duzzadó tulajdonságai

A fűrés száma	Duzzadás természetes állapotban		Duzzadó-képesség %	Vízartalom		Közéltő montmorillonit-tartalom %	CEC meq./100 g	
	behátás nélkül %	átgyúrva %		kezdő	vég		- 0,09 mm	-
				állapotban, %				
5	7,4	25,8	47,8	35,1 37,1 13,9	49,8 61,9 88,2	75	66	71
11	14,3	24,6	26,4	17,2 22,3 5,9	36,9 39,7 57,8	40	43,5	50
13	6,1	27,7	27,6	24,5 21,1 6,3	35,3 40,8 56,7	50	44,5	53

b) *A van der Waals-féle vonzóerő*

A gáznemű, folyékony és szilárd testek minden atomja és molekulája között vonzóerők hatnak, amelyeket van der Waals-féle vonzóerőknek nevezünk. Az erők oka háromféle hatás (VERWEY és OVERBECK (1948)):

1. a *Debye-féle, vagy irányítási hatás* — ha két molekula állandó dipólus, akkor egymást irányítják és eredményképpen kölcsönös vonzás jön létre;

2. a *Keesom-féle vagy indukciós hatás* — minden egyes molekuladipólus indukál egy másik molekulában és a vonzás nő ezen kölcsönös polarizáció által;

3. a *London-féle vagy diszperziós hatás* — ez a van der Waals-féle vonzóerők leguniverzálisabb része. Minden atom átmenetileg dipólusnak tekinthető az elektronok mag körüli mozgása miatt. Ez a mozgás töltésingadozást eredményez. Utóbbi ingadozó elektromos dipólust indukál a tekintett atom közelében levő összes többi atomban.

Az elmélet a következő képletet adja a van der Waals-féle vonzóerőkre:

$$P_A = - \frac{A}{48} \left[\frac{1}{d^3} + \frac{1}{(d + \delta)^3} - \frac{2}{\left(d + \frac{\delta}{2}\right)^3} \right] (\text{din/cm}^2), \quad (5)$$

ahol

- A — a kölcsönható atomoktól függő állandó. (Agyagokban általában a 10^{-12} erg értéket tételeznek fel.)
 d — a párhuzamos agyagrészecskék közötti távolság fele,
 δ — az agyagrészecske vastagsága.

A szerző még közzé nem tett eredményei azt mutatják, hogy a van der Waals-féle vonzóerők elsősorban a nagy víztartalmú, montmorillonitikus agyagok húzó szilárdságában játszanak szerepet. Bizonyos jelek arra mutatnak, hogy a van der Waals-féle vonzóerők okozzák kis víztartalom mellett (a plasztikus határ alatt) a nyíró szilárdság egy részét.

c) Az ionrács-vonzás

Amint azt fentebb említettük, a részecske felülete negatívan töltött és ezt a töltést olyan kicserélhető kationok semlegesítik, amelyek az agyaglemezek részecskéi között vannak. Képzeljük el most, hogy minden kation a két párhuzamos agyagrészecske között, középen levő síkban helyezkedik el. Ezek itt egy bizonyos ionrácsot alkotnak és vonzást gyakorolnak mindkét agyagrészecskére. Így elképzelhető, hogy az agyagrészecskék egymást vonzzák. Ezt a vonzóerőt ki lehet számítani, ha a kationok síkját és a részecske felületét egy kondenzátor lemezeinek tekintjük:

$$P_I = - \frac{2 \pi \sigma^2}{\epsilon} \text{ din/cm}^2 \text{ (NORRISCH után)}. \quad (6)$$

MC EWAN kiszámította az ionrács vonzó potenciálját, ha két agyagrészecske kicserélhető kationjainak síkjai egymástól r távolságban vannak:

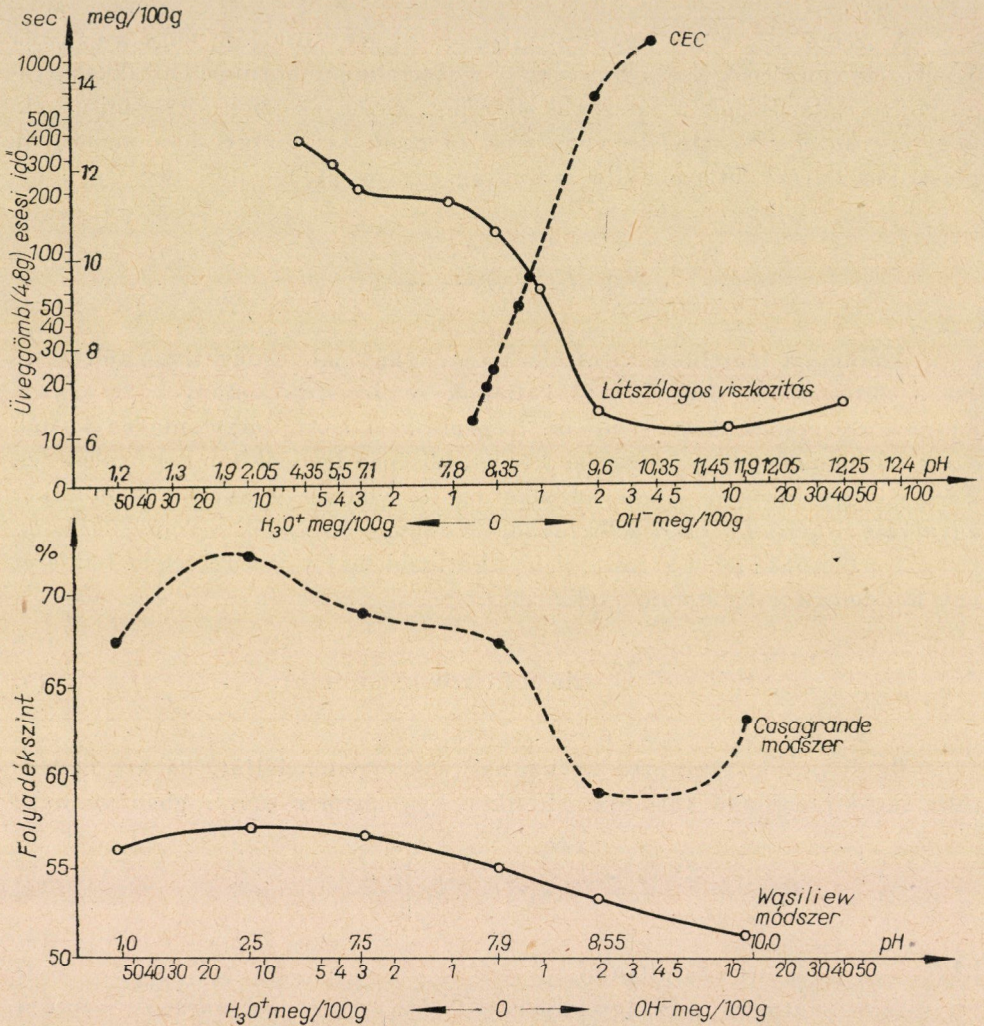
$$V_I = - \frac{8 \pi \sqrt{\sigma^3 e z}}{\epsilon} \exp \left(- 2 \pi r \sqrt{\frac{\sigma}{e z}} \right) \text{ erg/cm}^2. \quad (7)$$

Itt ϵ — a dielektromos állandó.

Az atomátmérő nagyságrendjébe eső részecsketávolságokra a NORRICH után számolt ionrács vonzás igen nagy ($\sigma = 4 \cdot 10^4$ e. s. e/cm^2 esetén 100 kp/cm^2). Lehetséges, hogy ez az erő bizonyos tartományok különböző részei között hat. Azok a tartományok, ahol ilyen nagy vonzóerők állnak fenn, nem roncsolódnak szét az olyan mérnöki létesítményeknél, ahol a nyomás a 100 kp/cm^2 -t nem haladja meg. Ezen tartományok képződésének folyamatát megkönnyítik azok az erők, amelyek az agyagrészecskére mint állandó dipólusra a szomszédos agyagrészecske elektromos terében hatnak.

d) Az él-felületi vonzóerő

Amint azt a 2 d pontban hangsúlyoztuk, előfordulhat, hogy a részecske éle a felületéhez képest ellentétesen töltött. Ebben az esetben a részecskék élei és felületei között egy elektrosztatikus vonzóerő lép fel, s ez szükségképpen



4. ábra. Az H_3O^+ - és az OH^- -ionok addíciójának befolyása a viszkozításra, a folyadékhatárra és a kation kicserélő képességre Sedlec kaolinit esetére

befolyásolja az agyag viselkedését. Ennek az erőnek az oldat pH-értékétől kell függnie, mivel a pozitív éltöltés nő, ha a pH csökken. A CEC-nek szintén csökkennie kell csökkenő pH-val, mivel az arányos a felületen levő negatív töltés sűrűségével. A kísérleti vizsgálatok a fentieket bebizonyították. A 4. ábra

a H_3O^+ - és az OH^- -ionok addíciójának a Sedlec-kaolinit viszkozitására, folyékonysági hatására és a CEC értékére való befolyását mutatja.

NORRISH és RAUSELL COLOM (1961) fent említett duzzadási mérései azt mutatják, hogy a vermiculit él-felületi vonzóerejének nagyságrendje $2,5 \times 10^4$ din/cm². A kaolinitban ez az erő jóval nagyobb lehet, mivel az élő környezet aránya a kaolinitban a 12%-ot is elérheti.

Ezen él-felületi vonzást a szemcseméret eloszlásának meghatározásakor a minimumra kell csökkenteni. E célból vízüveget (poliszilikát-ionok), ammóniát (OH^- -ionok), vagy polifoszfát-ionokat használunk a részecskék élein levő pozitív töltések semlegesítésére. Ezután főleg taszító erők hatnak a különböző agyagrézecskek között, és így jó diszperziót érhetünk el. (*Diszperzió*n az olyan kolloid szuszpenziót értjük, amelyben csak taszító erők hatnak, szemben a *pehelyesedéssel*, amelyben vonzóerő is hat.)

Ha jó diszperziót értünk el, akkor az összekevert szuszpenzió kettősen törővé válik, párhuzamosan irányított részecskenyalábokkal, míg a pelyhesedett szuszpenzió összekeverésekor egyöntetűnek tűnik.

e) *Első és másodlagos valencia kötések*

Ha az elemekből kristályos szerkezetek, vagy agyagásványok képződnek, az elsődleges valencia kötések (ionos vagy kovalens, azaz atomos kötések) hatnak az atomok vagy az ionok között. Ezek a kötések nem tisztán kovalensek s nem is tisztán ionosak, hanem keverték. Felteszik például, hogy a Si—O kötés 50%-a kovalens és 50%-a ionos. Elképzelhető, hogy ha két agyagrézecske közvetlen érintkezésére sor kerül, akkor elsődleges valencia kötések kialakulására kerülhet sor az élék, vagy az egyik részecske éle és a másik felülete között. Az ilyen kötések létrejöttét az a tény is elősegítheti hogy a részecskék élén a kristályrács oldott, vagy részben oldott ionjai foglalhatnak helyet. Az elsődleges valencia kötések létrejöttét az agyagvázra ható terhelés is elősegítheti.

A főbb másodlagos valencia kötések a van der Waals-féle kötések (amelyeket már az előbb tárgyaltunk), valamint a hidrogén kötések. H kötés képződik, amikor egy elektromosan negatív ionhoz (például O^{2-} -hoz) kapcsolódó hidrogénmag egy másik molekula elektronegatív ionjának közelébe kerül. Ezek a kötések minden folyékony és szilárd anyagban jelen vannak. Az agyagásványok kutatói közül vannak, akik felteszik, hogy a H kötések tartják össze a kaolinitrészecske különböző lemezeit és hogy az egyik lemez OH rétege és a szomszédos lemez O rétege között alakulnak ki. Nem minden kutató osztja ezt a feltevést, amely tagadja az ilyen kötések létrejöttének térbeli lehetőségét.

Nincs kizárva, hogy ilyen kötések jöhetnek létre az egyik részecske éle és a másik felülete között is. Kérdés azonban, hogy fontos szerepet játszanak-e

az agyag műszaki tulajdonságainak meghatározásában, mivel az elsődleges valencia kötéseknel körülbelül tízszerre gyengébbek (a H kötés energiája $5 \div 6$ kcal/mol, míg a Si—O kötés energiája 89,3 kcal/mol).

f) *Állandó és indukált dipólus az elektromos térben*

A bentonit elektrooptikai tulajdonságainak vizsgálata a következő eredményeket adta (SHAH, THOMPSON, HART, 1963). A szuszpendált bentonitrészecske gyenge elektromos térben állandó dipólusként viselkedik. Az állandó dipólus tengely azonos az agyagrészecske szimmetria tengelyével (*c*-tengely). Amint a térerősség valamely határozott érték fölé emelkedik, a bentonitrészecske indukált dipólusként kezd viselkedni, amelynek dipól tengelye azonos a részecske fél nagytengelyével.

Így gyenge térben az agyagrészecske merőlegesen, erős térben párhuzamosan áll a térerő vonalaihoz képest. Ezek az irányító erők túl gyengék ahhoz, hogy a normális mérnöki eljárásokban mérhetőek legyenek, de fontosak lehetnek az agyagtömeg szövetének kialakulásában (lásd alább).

Az állandó dipólus szabadenergiája elektromos térben:

$$U_p = - \frac{\mu^2}{3 kT} E^2, \quad (8)$$

ahol

μ — az állandó dipolmomentum
 E — az elektromos térerősség.

Az indukált dipólus szabadenergiája elektromos térben az

$$U_i = - \frac{1}{2} \alpha E^2 \quad (9)$$

képletből számítható ki, ahol α a polarizálhatóság.

A részecske felületéhez közel az elektromos térerősség nagyon nagy, nagyságrendje 10^6 V/cm. Elképzelhető, hogy ha egy másik agyagrészecske a tekintett részecskéhez nagyon közel van (majdnem közvetlenül érintkezik vele) és olyan θ szöget zár be vele, amely nagyobb mint 45° , akkor az említett erők miatt merőlegesen fognak elhelyezkedni.

Az elektromos potenciál a részecske felületétől mért távolság függvényében exponenciálisan csökken. Így a térerősség ugyancsak csökken és 100 \AA távolságban 10^4 V/cm nagyságrendű. Várható tehát, hogy ha az *A* agyagrészecske 45° -nál kisebb θ szöget zár be a *B* agyagrészecskével és nem érintkezik vele közvetlenül, akkor a *B* részecske elektromos tere az *A* részecskét mint állandó dipólust a *B*-vel párhuzamos helyzetbe igyekszik irányítani.

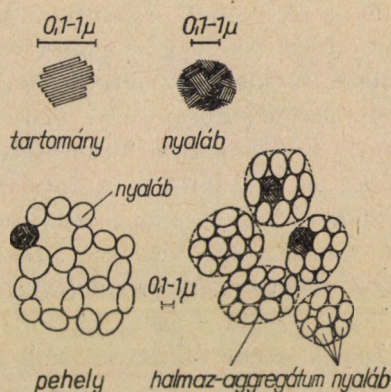
Ebben az esetben felléphet az ionrács vonzás, amely a részecskék közötti távolságot csökkenti és létrejöhet egy úgynevezett tartomány (lásd előbb).

Az előbb mondottak spekulatív értékűek, de van logikai alapjuk.

6. Az agyag szövetszerkezete

Az agyag szerkezetének fogalma az

1. agyagszövetet — homogenitást és részecske elrendeződést;
2. az agyagrészecskék között ható erőket foglalja magában.



5. ábra. Az agyagszerkezet vázlatos rajza

A második problémakört már megvizsgáltuk, most az elsővel fogunk foglalkozni:

Homogenitás. Amint azt megvizsgáltuk (2. a), az agyagrészecske egy (Na-Montmorillonit) vagy több olyan lemezből épül fel, amelyek egymással párhuzamosak és amelyek meghatározott kristályegységet alkotnak.

Több jel mutat arra, hogy az agyagrészecskék egymással párhuzamosan helyezkednek el tartományokat alkotva. Valószínű, hogy a tartomány képződéskor szomszédos részecskék elektromos terében állandó dipólusra ható erők vesznek részt (lásd 5. f).

Mai elképzelések szerint a tartományok nyalábokba, ezek pedig halmazokba (aggregátumokba) vagy pelyhekbe (flokulátumokba) egyesülnek. Valószínű, hogy a nyalábképződéskor az él-felületi vonzás játszik szerepet. Nyilvánvaló, hogy az a körülmény, hogy a részecskék aggregátumokba vagy flokulátumokba egyesülnek-e, nagyban befolyásolja az agyag mechanikai tulajdonságait. A flokulált szerkezet összenyomhatósága nagyobb és nyírási szilárdsága alacsonyabb, mint az aggregált rendszeré.

Jelenleg nincs olyan közvetlen ellenőrzési módszer, amely segítségével a fenti elképzelések helyességét ellenőrizhetnők.

Sokkal jobb helyzetben vagyunk a részecskék kitüntetett irányára — irányított elhelyezkedésére — vonatkozó mérések terén. Sok közvetlen és közvetett módszer van az agyagrészecskék kitüntetett irányának mérésére. Ezek közül a legjobb a röntgensugár diffrakció. A visszaverődés relatív intenzitása, amely 002 és 020 közé esik, a részecskék kitüntetett irányainak kvantitatív mértékéül szolgál (MARTIN 1962).

Több módszerrel kimutatták, hogy a mérnöki eljárások az agyagrészecskék kitüntetett irányait megváltoztatják. Így konszolidáció során az agyagrészecskék a terhelésre merőlegesen helyezkednek el. Az egydimenziós konszolidáció során tehát a részecskék irányítottsága nő; háromdimenziós konszolidáció pedig nem változtatja meg az irányítottságot.

Több egymástól független kísérlet mutatja, hogy az agyagrészecskék a nyírási síkban egymásra párhuzamosan helyezkednek el. Így nyilvánvaló, hogy az agyag tömegének részecskéi által kitüntetett irány befolyásolja az agyag nyírási szilárdságát. A kísérletek megmutatták, hogy nemcsak az átlagos kitüntetett irány fontos, hanem annak homogenitása is. Ha az agyagmintában olyan helyek vannak, amelyekben a részecskék párhuzamosan helyezkednek el, akkor ezek a helyek „potenciálisan” nyírási síkokat képeznek és csökkentik a minta nyírási szilárdságát. Ez a $\tau_s = (1/2)(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3)$ max ($\Phi = 0$) analízist érinti. Ennek értéke telített mintákban főleg a minta hézagtérfogatától és a részecskék által kitüntetett irányok homogenitásától (vagy inkább azok véletlen homogenitásától) függ.

Úgy tűnik, hogy a belső súrlódási szög (az effektív feszültségek függvényében) függ a minta átlagos kitüntetett irányától.

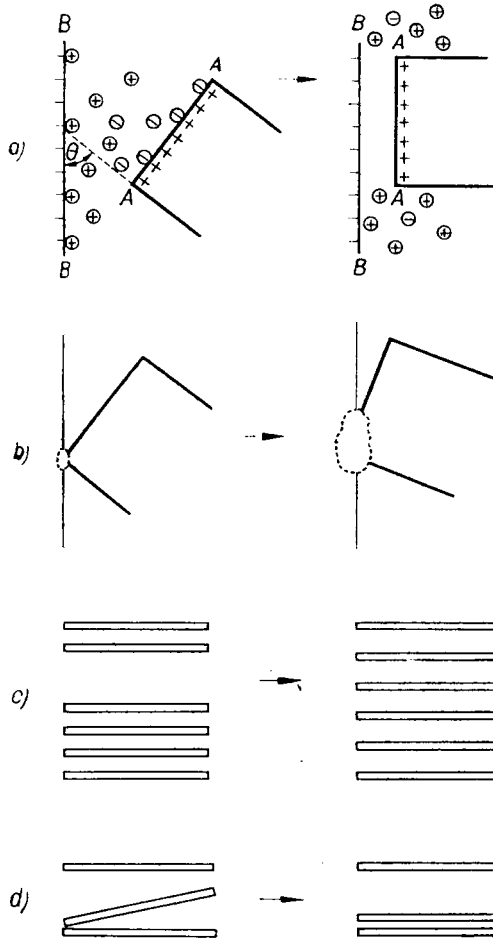
7. Miként értelmezhetők a műszaki tulajdonságok az agyag szerkezetének segítségével?

Az agyagoknak sok olyan tulajdonságuk van, amelyeket nem lehet maradéktalanul megérteni, megmagyarázni, vagy értelmezni anélkül, hogy az agyag ultramikroszkópos tulajdonságait figyelembe ne vennők. Példa erre a szilárdság csökkenése vagy növekedése az időben, a szilárdság csökkenése az átgyúrás után. Ez alábbi megfontolást csak hipotetikus jellegűnek fogadhatjuk el, a jelenségek alaposabb ismerete megerősítheti vagy megcáfolhatja azt.

Az agyagok szilárdságának növekedése állandó víztartalom mellett a következőket okozhatják:

1. részecskeátrendeződés (a Θ szög növekedése) és iondiffúzió;
2. elsődleges valencia kötések képződése;
3. a víztartalom eloszlásának megváltozása.

1. A részecske szélének pozitív töltése okozza a vonzó jellegű él-felületi erőt. Ez az erő egyrészt arra törekszik, hogy az *A* részecske éle és a *B* részecske egy felülete közötti távolságot csökkentse, másrészt, hogy önmagát erősítse. Ha az agyagrészecskék között a távolság elég kicsiny és így az *A*



6. ábra. Az agyagok nyírási szilárdsági időbeli változásának okaként szereplő lehetséges folyamatok vázlatos rajza

részecske a *B* részecske erős elektromos terében van, akkor az *A* részecske indukált dipólusként viselkedhetik ebben az elektromos erőterben. Ez az elektrosztatikus vonzóerővel együtt a θ szög növekedésére és arra vezet, hogy a két részecske egymásra merőlegesen helyezkedjék el (6a ábra).

Mind az *A* részecske felületén, mind pedig a *B* részecske élén a kicserélhető ionok kettősrétegei helyezkednek el. Mivel ezek az ionok állandó ter-

mikus mozgásban vannak, elhagyhatják a kettősréteg környezetét. De a szabad felületen helyükbe más ionoknak kell lépniök, hogy az elektromos semlegesség feltétele kielégüljön. Nem ez a helyzet a B részecske felületének és az A részecske élének környezetében. Ha ebből a környezetből egyidejűleg diffundált ki egy pozitív és egy negatív ion, akkor az elektromosemlegesség még megmarad, de a vonzóerő nőni fog. Így mindazon erők, amelyek az A és B részecskék rendszerében hatnak, idővel a θ szög növekedéséhez, a távolság csökkentéséhez és a vonzóerő növekedéséhez vezetnek. Ez megmagyarázhatja a nyírási szilárdság időbeli növekedését.

2. Ha az A és B agyagrészecske közvetlenül érintkeznek, akkor közöttük primer valencia kötések jöhetnek létre. Lehetséges, hogy a részecskék közötti távolság csökkenése és a θ szög növekedése miatt a kötéstépződés folyamata az időben erősödik, és így a nyírási szilárdság növekedéséhez szintén hozzájárul (6b ábra).

3. Elképzelhető, hogy a víztartalom telített mintában egyenlőtlenül oszlik el, vagy hogy a részecskék közötti távolság a mintán belül változik. Ennek oka többek között például a dinamikus tömörítés lehet. Nyilvánvaló, hogy a nyírás azokban a síkokban jön létre, amelyekben a részecskék közötti távolság a legnagyobb és így a részecskék közötti vonzóerő a legkisebb. A rendszer idővel olyan egyensúlyi állapotra törekszik, amelyben a részecskék közötti hatótávolságok egyenlők és a víztartalom egyenletesen van elosztva. A részecskék közötti erő és így a nyírási szilárdság a rendszer második állapotában magasabb az első állapothoz képest. Ez tehát további oka lehet a nyírási szilárdság növekedésének (6c ábra).

A nyírási szilárdság idővel csökkenhet is. Hogyan magyarázhatjuk meg ezt a jelenséget? Ha az A és B részecske által bezárt szög nagyon kicsiny és a részecskék nem érintkeznek közvetlenül, akkor az elektromos térben állandó dipólusra ható erő a részecskéket egymással párhuzamos helyzetbe igyekszik állítani. Ha a távolság ekkor kisebb közöttük, mint az újrendeződés utáni átlagos távolság, akkor a víztartalom eloszlása megváltozik oly módon, hogy a részecskék közötti erő és a nyírási szilárdság csökkenjen (6d ábra).

Természetesen a bizonyos idő elteltével mért nyírási szilárdság a fent említett folyamatok eredőjeként áll elő. Elképzelhető tehát, hogy ha a 6a–c ábrán bemutatott folyamatok vannak túlsúlyban, akkor bizonyos idő múltán a nyírási szilárdság nő és esetleg azután csökken, vagy fordítva. A fent vázlatosan említett folyamatok viszonylagos aránya a nyírási szilárdság időbeli csökkenését vagy növekedését okozza.

8. Zárószó

A szerző olyan fiziko-kémiai folyamatokat igyekezett ismertetni, amelyek az agyagokban léfolyó jelenségek értelmezésében segítséget nyújthatnak. Ezeket az elméleteket kiterjedtebben és nagyobb irodalomjegyzékekkel már

másutt is ismertette (STEPKOWSKA, 1964). Az a törekvése, hogy ilyen értelmezést nyújtson, a kísérletek hiánya miatt sok esetben tisztán spekulatív volt. Mindazonáltal megpróbálta bemutatni, hogy milyen lehetőségeket nyújtanak ezek az elméletek a mérnöknek a „miért” kérdésre adandó válasz megfogalmazásában. A szerző erősen reméli, hogy ezekben az elméletekben a talaj mechanikai fejlesztése és további interpretációk lehetősége rejlik.

Végül hangsúlyozni kell, hogy a szerző köszönettel tartozik dr. R. T. MARTIN és T. W. LAMBE, valamint C. C. LADD professzoroknak, akiknek az előadását a szerzőnek szerencséje volt hallgatni a *Massachusetts Institute of Technology*-ban 1962-ben.

IRODALOM

1. BOLT, G. H.: Physico-chemical Analysis of the Compressibility of Pure Clays. *Geotechnique* V. VI. 1956, Nr. 2. p. 86.
2. FRANK, H. S.—WEN, W. Y.: Structural Aspects of Ion-solvent Interaction in Aqueous Solutions; A Suggested Picture of Water Structure. *Discussions of the Faraday Society*, (1957) No. 24. p. 133—140.
3. MARTIN, R. T.: Water Vapor Sorption on Kaolinite; Entropy of Adsorption. *Proceedings of the 8th National Conference on Clays and Clay Minerals, Norman oklah.*, 1959. Pergamon Press 1960.
4. MARTIN, R. T.: The Nature of Soil Structure. (Research on The Fundamentals of Soil Behavior, Chapt. IV). Massachusetts Institute of Technology, Research Report R 62—14, *Soil Eug. Div. Publ. No. 122*, 1962.
5. NORRISH, K.—RAUSELL—COLOM, J. A.: Low Angle X-ray Diffraction Studies of the Swelling of Montmorillonite and Vermiculite. *Proceedings of of the 10th National Conference on Clays and Clay Minerals*, University of Texas, 1961; Pergamon Press 1963.
6. STEPKOWSKA, E.: Problemy Chemii Fizycznej w Mechanice Gruntow. *Archiwum Hydrotechniki*, (1964) T. XI. Z. 4. p. 513—579.
7. SALOILOV, O. YA.: A New Approach to the Study of Hydration of Ions in Aqueous Solutions. *Discussion of the Faraday Society*. No 24, 2957, p. 141—150.
8. SHAH, M. J.—THOMPSON, D. C.—HART, C. M.: Reversal of Electrooptical Birefringence in Bentonite Suspensions. *Journal of Physical Chemistry* (1963) V. 67. p. 1170—1178.
9. VERWEY, M. J. W.—OVERBEEK, J. TH. G.: Theory of the Stability of Lyophobic Colloids. Elsevier Publ. Comp., 1948.

HÉJÍVEK OLDALIRÁNYÚ STABILITÁSA ANTIMETRIKUS TEHERRE

KOLLÁR LAJOS

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
BUDAPESTI VÁROSÉPÍTÉSI ÉS TERVEZŐ IRODA

GÁRDONYI ZOLTÁN

ÚT, VASÚTTERVEZŐ VÁLLALAT, BUDAPEST

[Beérkezett 1967. február 2-án]

A dolgozat görbetengelyű, vékonyfalú rugalmas ívtartók (héjívek) antimetrikus teher hatására bekövetkező oldalirányú kihajlását vizsgálja energia-módszerrel. Kétféle megtámasztási esetre részletesen tárgyalja a megoldást, s bemutatja az antimetrikus és szimmetrikus terhek együttes hatásának figyelembevételét is. Adatokat közöl az elérhető pontosságra vonatkozóan. Számpéldán szemlélteti a módszer gyakorlati alkalmazhatóságát.

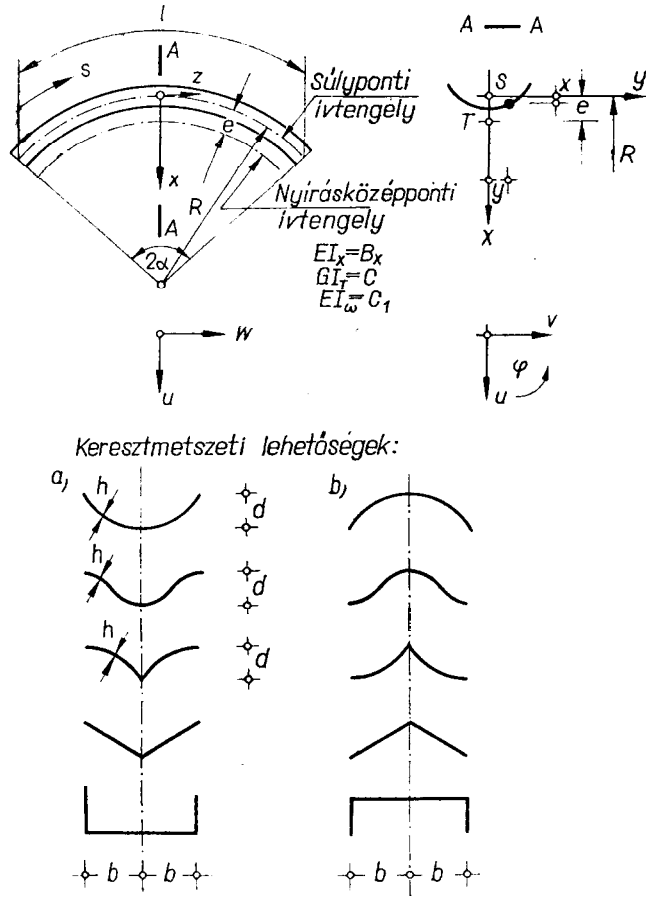
1. A feladat kitűzése

A csarnokok lefedésére igen jól használható héjívek (vékonyfalú, héjkeresztmetszetű görbe rudak, 1. ábra) stabilitását nemcsak az ív síkjában, hanem oldalirányban is meg kell vizsgálni. Korábbi dolgozatainkban két terhelési alapesetre oldottuk meg az oldalirányú stabilitás problémáját: központos nyomásra (2a. ábra), valamint tiszta hajlításra (2b. ábra). Mind a két eset állandó igénybevételt okoz az ív tengelye mentén. Oldalirányban csuklósan megtámasztott ívre az egyensúlyi-módszert használtuk [1, 3], más módon megtámasztott ívekre pedig az energia-módszert [4].

A gyakorlatban azonban e két terhelési alapeset közül csak a központos nyomás fordul elő (totálisan terhelt ív esetén), a tiszta hajlítás nem. E helyett az íveket féloldalas hőteher, vagy antimetrikus szélteher hajlítja. A gyakorlat igényeinek kielégítése céljából meg kell tehát vizsgálnunk a héjívek oldalirányú stabilitását antimetrikus teherre, valamint antimetrikus és szimmetrikus teher együttes hatására.

2. Kiinduló feltevések

Az energia-módszerhez [4] mindenképpen szükséges, hogy a héjív *anyaga* tökéletesen rugalmas legyen, de egyébként a módszer tetszőleges alakú, terhelésű és megtámasztású héjívek oldalirányú stabilitásvizsgálatára is alkalmas. Mi azonban az egyszerűség kedvéért a következő megkötésekkel fogunk élni:



1. ábra

a) Az ív *hossztengelye* körív, *keresztmetszete* állandó. A keresztmetszet d magassága az ívtengely R görbületi sugarához képest kicsi ($d \ll R$).

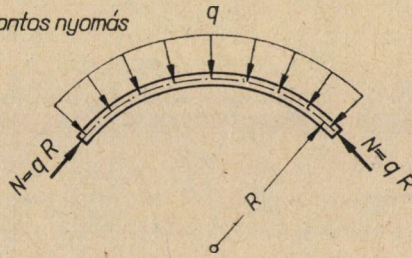
b) Terhelése a 3a. ábrának megfelelő *antimetrikus radiális teher*, mely az ív *hossztengelye* mentén

$$p = p_2 \sin \frac{2\pi}{l} s$$

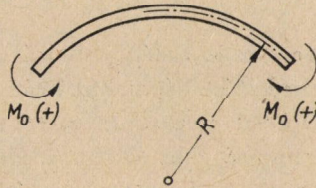
törvényszerűség szerint változik. Ezenkívül feltételezzük, hogy az ív a saját síkjában kétesuklós, tehát nyomóerő- és nyomatéka brája a 3b—c. ábrák szerint alakul.

Az egyidejűleg ható *totális* teherről kikötjük, hogy egyenletesen megoszló és radiális irányú legyen (2a. ábra). A terhek kihajlás közben is megtartják eredeti irányukat.

a, Központos nyomás

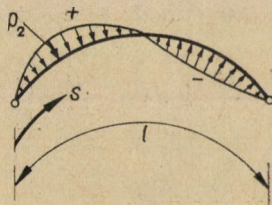


b, Tiszta hajlítás



2. ábra

a,



$$p = p_2 \cdot \sin \lambda_2 \cdot s = +M_2 \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{R^2} \right) \sin \lambda_2 s$$

b, + (Nyomás)



$$N_p = \frac{M_2}{R} \sin \lambda_2 s$$

c,



$$M_p = -M_2 \sin \lambda_2 s$$

$$\lambda_2 = \frac{2\pi}{l}$$

$$M_2 = \frac{p_2}{\lambda_2^2 - 1/R^2}$$

3. ábra

c) Az ív megtámasztása oldalirányban tetszőleges lehet. Részletesen azonban csak kétféle esetre fogjuk bemutatni a megoldást: oldalirányban csuklós, szabad végű ív, valamint oldalirányban befogott, diafragmás végű ív esetére.

d) Végül a részletes levezetésben feltételezzük, hogy az ív oldalirányú hajlítási merevségét végtelen nagynak vehetjük a csavarási merevséghez képest. Vizsgálataink szerint ez a feltevés az 1. ábrán feltüntetett keresztmetszetű héjívек esetén gyakorlatilag mindig teljesül, l. [1—4]-et.

3. Az energia-módszer egyenletei totális és antimetrikus teherre

Az energia-módszerhez szükséges belső és külső munka kifejezéseit először az általánosság kedvéért véges oldalirányú hajlítási merevséggel írjuk fel, s csak a 4. fejezettől kezdve vesszük ezt végtelen nagynak. A levezetéshez szükséges geometriai mennyiségeket és elmozdulás komponenseket az 1. ábrán tüntettük fel. A $z(w)$ tengely iránya mindig érinti az ívtengelyt. $\varphi(s)$ -sel az egyes keresztmetszetek elcsavaródását jelöljük, $v_T(s)$ -sel pedig a T nyírás-középpontok oldalirányú eltolódását.

Totális (q) teherre [4] szerint a következő kifejezés adja meg a belső munkát:

$$L_b = \frac{C}{2} \int_0^l \vartheta_T^2 ds + \frac{C_1}{2} \int_0^l \left(\frac{d\vartheta_T}{ds} \right)^2 ds + \frac{B_x}{2} \int_0^l \kappa_{Tx}^2 ds. \quad (1)$$

Itt

$$\vartheta_T = \frac{d\varphi}{ds} + \frac{1}{R} \frac{dv_T}{ds} \quad (2)$$

a fajlagos elcsavaródás,

$$\kappa_{Tx} = \frac{\varphi}{R} - \frac{d^2 v_T}{ds^2} \quad (3)$$

pedig az oldalirányú meggörbülés.

A külső munka két részből tevődik össze. Az egyik rész a nyomóerő munkája:

$$L_k^{(Ns)} = qR \int_0^l \left\{ \left(-\frac{e}{2R} - \frac{i_x^2}{2R^2} \right) \varphi^2 + \frac{1}{2} (i_x^2 + i_y^2 + e^2) \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dv_T}{ds} \right)^2 - e \frac{d\varphi}{ds} \frac{dv_T}{ds} \right\} ds; \quad (4a)$$

a másik rész pedig a teher radiális eltolódásából származó munka:

$$L_k^{(q)} = q \int_0^l \frac{t}{2} \varphi^2 ds. \quad (4b)$$

Antimetrikus p teherre a *belső* munka kifejezése teljesen megegyezik (1)-gyel. A *külső* munka felírásához azonban figyelembe kell vennünk, hogy a változó p teherből nemcsak nyomóerő, hanem hajlítónyomaték is ébred, mégpedig az ívtengely mentén változó nagysággal. Így az állandó igénybevételekre [4]-ben levezetett munkaképleteket úgy használhatjuk fel, hogy a teher, a nyomóerő, valamint a hajlítónyomaték kifejezését bevisszük az integráljel alá.

Ezt könnyen beláthatjuk, ha meggondoljuk, hogy a *külső* munka kifejezései eredetileg

$$\int \sigma \frac{\partial w}{\partial s} ds \text{ alakúak,}$$

ahol w az ívtengelyirányú eltolódás (lásd pl. [6] 8.4. pontjában vagy [4]-ben). Amikor σ (vagyis az igénybevétel) állandó az ívtengely mentén, kiemelhetjük az integráljel alól, ha azonban változik, vissza kell tennünk.

Ily módon a *külső* munkákat a következőképpen írhatjuk fel (felhasználva (4a–b)-n kívül az állandó nyomatéokra [4]-ben levezetett kifejezést is)

$$L_k^{(N_p)} = \int_0^l N_p \left\{ \left(-\frac{e}{2R} - \frac{i_x^2}{2R^2} \right) \varphi^2 + \frac{1}{2} (i_x^2 + i_y^2 + e^2) \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dv_T}{ds} \right)^2 - e \frac{d\varphi}{ds} \frac{dv_T}{ds} \right\} ds, \quad (5a)$$

$$L_k^{(p)} = \int_0^l p \frac{t}{2} \varphi^2 ds, \quad (5b)$$

$$L_k^{(M_p)} = \int_0^l M_p \left\{ \frac{1}{2R} \left(1 - \frac{b^2 j_y}{dR} \right) \varphi^2 - \frac{1}{2} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \frac{1}{2R} \left(\frac{dv_T}{ds} \right)^2 + \frac{d\varphi}{ds} \frac{dv_T}{ds} \right\} ds. \quad (5c)$$

Itt j_x és j_y az ív geometriai adataitól függő mennyiségek, lásd [3]-ban vagy [4]-ben.

A következőkben felhasználjuk a 2. pontban szereplő d közelítést: a B_x oldalirányú hajlítási merevséget végtelenül nagynak tekintjük. Emiatt $\kappa_{Tx} \approx 0$ lesz, azaz (3) szerint v_T kifejezhető φ -vel:

$$v_T = \frac{1}{R} \iint \varphi ds ds + k_1 s + k_2. \quad (6)$$

A k_1 és k_2 integrálási állandókat a megtámasztási feltételek szabják meg. A *belső* munka (1) kifejezése így a következő alakúra egyszerűsödik:

$$L_b = \frac{C}{2} \int_0^l \vartheta_T^2 ds + \frac{C_1}{2} \int \left(\frac{d\vartheta_T}{ds} \right)^2 ds. \quad (7)$$

A 2. pont *b*) megkötésének megfelelően az antimetrikus terhet a 3. ábra szerint vesszük fel. A görbe rudak elméletéből (pl. [5] 397. o.) könnyen levezethető, hogy az igénybevételek a következő alakot öltik (ha minden mennyiséget a hajlítónyomaték maximális M_2 értékével fejezünk ki):

$$p = p_2 \sin \lambda_2 s = + M_2 \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{R^2} \right) \sin \lambda_2 s, \quad (8a)$$

$$N_p = + \frac{M_2}{R} \sin \lambda_2 s, \quad (8b)$$

$$M_p = - M_2 \sin \lambda_2 s, \quad (8c)$$

ahol

$$M_2 = \frac{P_2}{\lambda_2^2 - 1/R^2}. \quad (8d)$$

A (8a–c) kifejezéseket behelyettesítjük (5a–c)-be és összevonjuk a (4)–(5) részmunkákat. Ennek során két tag összege zérust ad, egyéb tagok pedig a 2. pont *a*) megkötése ($d \ll R$) folytán elhanyagolhatóan kicsik más tagokhoz képest. Így a következő kifejezést kapjuk a külső munkára:

$$\begin{aligned} L_k = qR \cdot & \left\{ \left(\frac{t-e}{2R} - \frac{i_x^2}{2R^2} \right) \int_0^l \varphi^2 \cdot ds + \frac{1}{2} (i_x^2 + i_y^2 + e^2) \int_0^l \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 ds + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{dv_T}{ds} \right)^2 ds - e \int_0^l \frac{d\varphi}{ds} \frac{dv_T}{ds} ds \right\} + \\ & + \frac{M_2}{R} \cdot \left\{ \left[\frac{tR}{2} \lambda_2^2 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{b^2 j_y}{dR} \right) \right] \int_0^l \sin \lambda_2 s \cdot \varphi^2 \cdot ds + \right. \\ & + \frac{R}{2} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) \int_0^l \sin \lambda_2 s \cdot \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 ds - \\ & \left. - R \int_0^l \sin \lambda_2 s \cdot \frac{d\varphi}{ds} \frac{dv_T}{ds} ds \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

Ezek után a $\varphi(s)$ elcsavarodásfüggvényt kell a megtámasztási feltételeknek megfelelően felvennünk, s a belső és külső munkák kifejezésébe helyettesítve, meghatározhatjuk a kritikus teherintenzitást.

4. Oldalirányban csuklósan megtámasztott, szabadon öblösödő végű héjív kifordulásvizsgálata

4.1. Az egyenletek levezetése általános terhelési esetre

[6] vagy [4] szerint, ha az ívet oldalirányban csuklósan támasztjuk meg s a végkeresztmetszetek öblösödését nem gátoljuk meg sem diafragmával,

sem más módon, akkor az alábbi peremfeltételek érvényesek:

$$v_T = 0, \quad (10a)$$

$$\kappa_{Tx} = \frac{\varphi}{R} - \frac{d^2 v_T}{ds^2} = 0, \text{ azaz (10c) miatt:}$$

$$\frac{d^2 v_T}{ds^2} = 0, \quad (10b)$$

$$\varphi = 0, \quad (10c)$$

$$\frac{d\vartheta_T}{ds} = \frac{d^2 \varphi}{ds^2} + \frac{1}{R} \frac{d^2 v_T}{ds^2} = 0, \text{ azaz (10b) miatt:}$$

$$\frac{d^2 \varphi}{ds^2} = 0. \quad (10d)$$

Ezeket a következő elcsavarodásfüggvény elégíti ki:

$$\varphi = \sum_n \varphi_n \sin \lambda_n s \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (11)$$

ahol

$$\lambda_n = n \frac{\pi}{l}. \quad (12)$$

Könnyen meggyőződhetünk róla, hogy a (6) alapján meghatározott v_T is kielégíti ezeket a peremfeltételeket, ha $k_1 = k_2 = 0$.

Ezzel a *belső* munka (7) kifejezése a következő alakot ölti:

$$L_b = \frac{l}{2} \left\{ \frac{C}{2} \sum_n \frac{\varphi_n^2}{\lambda_n^2} \left(\lambda_n^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 + \frac{C_1}{2} \sum_n \varphi_n^2 \left(\lambda_n^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \right\}. \quad (13)$$

A *külső* munka (9) képlete pedig így alakul:

$$\begin{aligned} L_k = qR \frac{l}{2} & \left\{ \left(\frac{t-e}{2R} - \frac{i_x^2}{2R^2} \right) \sum_n \varphi_n^2 + \right. \\ & + \frac{1}{2} (i_x^2 + i_y^2 + e^2) \sum_n \varphi_n^2 \lambda_n^2 + \frac{1}{2R^2} \sum_n \frac{\varphi_n^2}{\lambda_n^2} + \frac{e}{R} \sum_n \varphi_n^2 \left. \right\} + \\ & + \frac{M_2}{R} \frac{l}{2} \left\{ + \frac{1}{2} \left(-1 + \frac{b^2 j_y}{dR} + tR \lambda_3^2 \right) \sum_{n < k} J_{n,k}^1 \cdot \varphi_n \varphi_k \right\} + \\ & + \frac{R}{2} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) \sum_{n < k} (J_{n,k}^{11} \cdot \varphi_n \lambda_n \varphi_k \lambda_k) + \\ & + \frac{1}{2} \cdot \sum_{n < k} \left[J_{n,k}^{11} \cdot \varphi_n \varphi_k \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_k} + \frac{\lambda_k}{\lambda_n} \right) \right] \left. \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

Itt $J_{n,k}^I$ -val és $J_{n,k}^{II}$ -val a következő integrálokat jelöltük:

$$\begin{aligned} J_{n,k}^I &= \frac{4}{l} \int_0^l \sin \lambda_2 s \cdot \sin \lambda_n s \cdot \sin \lambda_k s \cdot ds = \\ &= \frac{2}{l} \left[\frac{1}{\lambda_2 + \lambda_n - \lambda_k} + \frac{1}{-\lambda_2 + \lambda_n + \lambda_k} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_n + \lambda_k} - \frac{1}{\lambda_2 + \lambda_n + \lambda_k} \right] \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} J_{n,k}^{II} &= \frac{4}{l} \int_0^l \sin \lambda_2 s \cdot \cos \lambda_n s \cdot \cos \lambda_k s \cdot ds = \\ &= \frac{2}{l} \left[\frac{1}{\lambda_2 + \lambda_n - \lambda_k} + \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_n - \lambda_k} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_n + \lambda_k} + \frac{1}{\lambda_2 + \lambda_n + \lambda_k} \right]. \end{aligned} \quad (14b)$$

E képletekben $n = 1, 2, 3, \dots$ és $k = 1, 2, 3, \dots$, de mind $J_{n,k}^I$, mind $J_{n,k}^{II}$ zérus, ha $n + k =$ páros, tehát a J -ket tartalmazó szummázásokat csak a páratlan összeget adó $n + k$ -kra kell kiterjeszteni.

A továbbiakban tehát úgy kell eljárunk, hogy φ (11) sorából kellő számú tagot veszünk és behelyettesítjük (13)-ba és (14)-be. Mivel az M_2/qR^2 arány a valóságban adva van, ezt a továbbiakban ismert állandónak tekintjük s így az energia-módszer szabályai szerint [4] az egyes φ_n -ek szerint differenciálva az egyenlővé tett belső és külső munkát, homogén lineáris egyenletrendszert kapunk a φ_n -ekre. Ennek determinánsát zérussal egyenlővé téve anyiadfokú egyenlet adódik $(qR)_{kr} = N_{qkr}$ -ra, ahány tagot vettünk φ sorából.

Ez a módszer azonban általában hosszadalmas számítást igényel. A minimális tagszám, amit φ -re fel kell vennünk, legalább kettő. Az antimetrikus nyomtérképra miatt ugyanis kell legalább egy antimetrikus tag is, viszont szimmetrikus tagra is szükség van, mert tiszta antimetrikus elcsavarodásfüggvénnyel mind az antimetrikus, mind a szimmetrikus (totális) teher zérus külső munkát szolgáltat. Ezt szemléletesen úgy is megfogalmazhatjuk, hogy az ív a legkönnyebben egy félhullámban hajlik ki.

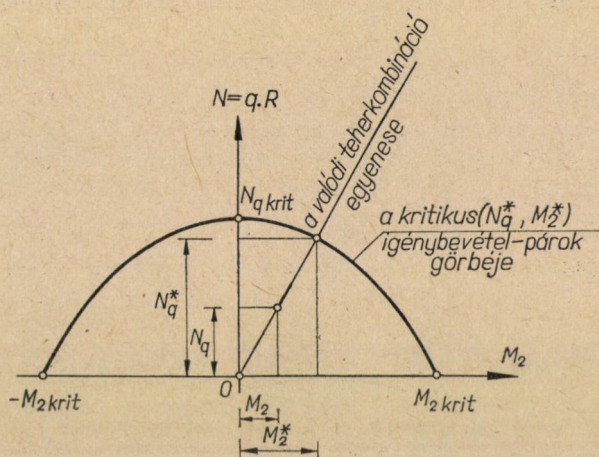
Két φ -taggal azonban általában még igen pontatlan eredményt kapunk. Két szimmetrikus és két antimetrikus φ -taggal már gyakorlatilag elfogadható a közelítés, hat taggal pedig pontosnak mondható. Ez azonban negyed-, ill. hatodfokú egyenlet megoldását kívánja meg, de ettől eltekintve is igen terjedelmes a számítás.

A következő gondolatmenet alapján azonban lényegesen egyszerűsíthetjük a számítási munkát:

A kihajlást okozó, különböző q/p arányokhoz tartozó (N_q^*, M_2^*) igénybevétel-párok az (N_q, M_2) koordináta-rendszerben ábrázolva a 4. ábrán látható görbét adják. Ha fel tudjuk rajzolni ezt a görbét, a következőképpen kaphatjuk meg az adott (q, p) teherkombinációhoz tartozó kritikus (N_q^*, M_2^*) igénybevétel-párt:

A valóságban működő q és p terhekből meghatározzuk az ívre ható

$$N_q = qR \text{ és } M_2 = \frac{P_2}{\lambda_2^2 - 1/R^2}$$



4. ábra

igénybevételeket. Feltételezve, hogy a teherintenzitások növekedése közben nem változik a q/p arány, a 4. ábra origóján és az (N_q, M_2) ponton átmenő egyenes ábrázolja a növekvő intenzitású valódi terheknek megfelelő igénybevétel-párt. Ahol ez az egyenes metszi a kritikus (N_q^*, M_2^*) -igénybevétel-párok görbét, annak a pontnak a koordinátái adják meg a vizsgált q/p aránynak megfelelő kritikus igénybevételeket. A kritikus (N_q^*, M_2^*) igénybevétel-párok görbét csak meglehetősen hosszadalmas számítással lehet meghatározni. Minden számítás nélkül is megállapíthatjuk azonban, hogy e görbe szimmetrikus az N_q tengelyre, hiszen az ív stabilitása szempontjából közömbös, hogy melyik felén ébred pozitív és melyiken negatív nyomaték. A görbe tehát vízszintes érintővel metszi az N_q -tengelyt. Az M_2 -tengelyt azonban nem metszheti függőleges érintővel, mert az ívre ható nyomóerő nyilvánvalóan csökkenti a kritikus nyomatékot, a húzóerő viszont növeli. Az érintőnek tehát az N_q -tengely nyomást jelentő ága felé kell hajlania. Mindezekből következik, hogy a görbe közel áll egy másodfokú parabolához (4. ábra).

A továbbiakban tehát azt a közelítést fogjuk alkalmazni, hogy meghatározzuk a pontos (N_q^*, M_2^*) -görbének az N_q és M_2 tengelyekkel való

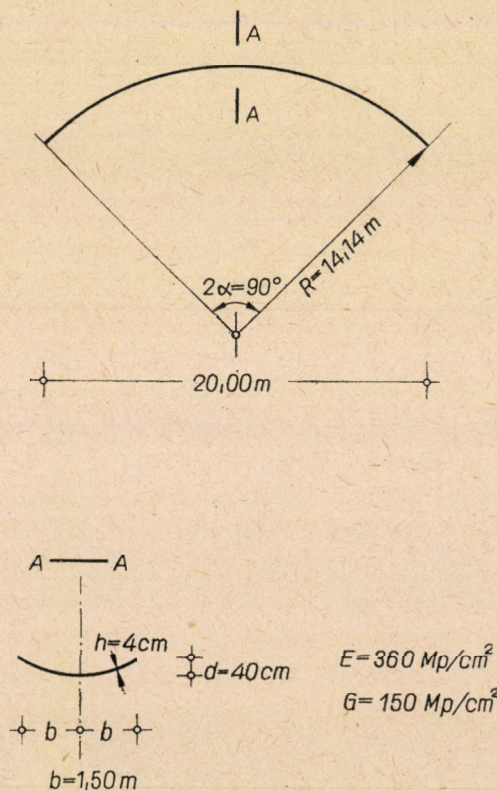
metszéspontjait, s másodfokú parabolát fektetünk át ezeken a pontokon. Ellenőrzésképpen a 4.3. pontban kiszámítjuk a kritikus (N_q^* , M_2^*) igénybevétel-párt a pontos módszerrel is, és összehasonlítjuk a másodfokú parabola adta értékkel.

A görbének az N_q -tengellyel való metszéspontját, N_{qkr} -t már korábbi dolgozatainkban [1, 4] meghatároztuk. A következőkben tehát a tiszta antimetrikus teherhez tartozó M_{2kr} meghatározásával fogunk foglalkozni.

4.2. A tiszta antimetrikus p teherből származó M_{2kr} meghatározása

A tiszta antimetrikus teherből származó M_{2kr} kritikus hajlítónyomatékot úgy kaphatjuk meg, hogy a (13) és (14) kifejezésekből elhagyjuk a q -t tartalmazó tagokat. Így lényegesen egyszerűbbé válik a számítás, mert négy vagy öt tag esetén is még csak másodfokúra redukálódik a megoldandó egyenlet, hat tag esetén pedig harmadfokúra.

Az 5. ábrán vázolt számpéldára kiszámítottuk $q = 0$ esetén M_{2kr} értékét különböző φ -tagszámokkal, annak tisztázására, hogy hány tagot kell figyelem-



5. ábra

be vennünk φ sorából a megfelelően pontos eredmény eléréséhez. Az eredményeket az I. táblázat negyedik oszlopában foglaltuk össze.

A táblázat azt mutatja, hogy négy tagra már valóban elég jó egyezést kapunk, hatnál több tagot pedig nem érdemes figyelembe vennünk.

Kiszámítottuk ugyanerre a szám példára a kritikus M_2 hajlítónyomatékot *kiegyenesített rúdtengely* (azaz $\alpha = 0$) esetére, 2–5 φ -tagra. Az eredmények azt mutatták, hogy a konvergencia nem sokat javul az $\alpha = 45^\circ$ -os esethez képest.

I. táblázat

Antimetrikus p teher okozta kritikus M_2 hajlítónyomaték

A φ -tagok száma összesen	A szimmetrikus tagok száma	Az antimetrikus tagok száma	M_{2kr} (Mpm)	A megoldáshoz szükséges egyenlet
2	1	1	198,53	tiszta másodfokú
3	2	1	54,00	tiszta másodfokú
4	2	2	33,55	vegyes másodfokú
5	3	2	32,08	vegyes másodfokú
6	3	3	31,71	harmadfokú

A gyakorlati számításokhoz az alábbiakban adjuk meg *négy* figyelembe vett φ -tag esetére az M_{2kr} meghatározására szolgáló, M^2 -ben másodfokú egyenlet együtthatóit:

$$A \cdot M_{2krit}^4 + B \cdot M_{2krit}^2 + C = 0, \quad (15)$$

$$A = (c_1 c_3 - c_2 c_4)^2, \quad (16a)$$

$$B = -(c_1^2 a_3 a_4 + c_2^2 a_1 a_4 + c_3^2 a_1 a_2 + c_4^2 a_2 a_3), \quad (16b)$$

$$C = a_1 a_2 a_3 a_4, \quad (16c)$$

ahol

$$a_n = \frac{l}{2} \left(\lambda_n^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_n^2} + C_1 \right), \quad n = 1, 2, 3, 4, \quad (16d)$$

$$c_1 = 0,3395 \frac{l}{R} \left(\frac{b^2 j_y}{dR} + tR \lambda_2^2 \right) + 1,6755 \frac{1}{l} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) - 0,1273 \frac{l}{R}, \quad (16e)$$

$$c_2 = 0,2425 \frac{l}{R} \left(\frac{b^2 j_y}{dR} + tR \lambda_2^2 \right) + 10,7712 \frac{1}{l} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) + 0,1516 \frac{l}{R}, \quad (16f)$$

$$c_3 = 0,2263 \frac{l}{R} \left(\frac{b^2 j_y}{dR} + tR\lambda_2^2 \right) + \\ + 23,4571 \frac{1}{l} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) + 0,1862 \frac{l}{R}, \quad (16g)$$

$$c_4 = -0,09701 \frac{l}{R} \left(\frac{b^2 j_y}{dR} + tR\lambda_2^2 \right) - \\ - 6,2233 \frac{1}{l} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) - 0,5729 \frac{l}{R}. \quad (16h)$$

Tájékoztató számítások céljára közöljük még az $1 + 1$ és a $2 + 1$ paramétert tartalmazó megoldást, amelyeket ugyan sokkal egyszerűbben számíthatunk, de az I. táblázat tanúsága szerint számottevően nagyobb értéket szolgáltatnak a pontosnál:

$$M_{2kr}^{1+1} = \frac{\sqrt{a_1 a_2}}{c_1}, \quad (17a)$$

$$M_{2kr}^{2+1} = \sqrt{\frac{a_1 a_2 a_3}{c_1^2 a_3 + c_2^2 a_1}}. \quad (17b)$$

Az a és c állandókat most is a (16d–g) képletekből kell számítani.

4.3. A kritikus (N_q^* , M_2^*) igénybevétel-párok görbéje

E görbének másik jellegzetes pontját, a központos nyomáshoz tartozó N_{qkr} kritikus nyomóerőt már [1]-ben meghatároztuk és a következő kifejezésből számíthatjuk:

$$N_{qkr} = \frac{\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \cdot (C + C_1 \lambda_1^2)}{\frac{1}{R^2} + \lambda_1^2 \left(2 \frac{e}{R} - \frac{i_x^2}{R^2} \right) + (i_x^2 + i_y^2 + e^2) \lambda_1^4}. \quad (18)$$

Magát a görbét a 4.1. pontban mondottak szerint közelítésképpen másodfokú parabolával fogjuk helyettesíteni.

E közelítés helyességének ellenőrzésére kiszámítottuk a pontos (13)–(14) egyenletekből az 5. ábra adataival a kritikus terhet, mégpedig az

$$\frac{M_2}{N_q} = \frac{32,1}{3,98} \approx \frac{M_{2kr}}{N_{qkr}}$$

aránynak megfelelő teherkombináció esetére. A II. táblázatban megadjuk e számítás eredményeit különböző figyelembe vett φ -tagszámok esetére. Ezután

meghatároztuk a kritikus terhet úgy is, hogy az $M_{2kr} = 32,1$ Mpm és $N_{qkr} = 3,98$ Mp pontokon át fektetett másodfokú parabolát elmetszettük a fenti teherkombináció egyenesével. Eredményül a következőt kaptuk:

$$N_{qkr}^* = 2,46 \text{ Mp}, M_{2kr}^* = 19,83 \text{ Mpm}.$$

II. táblázat

Totális q és antimetrius p teher okozta kritikus $N_q^* = qR$ és M_q^* igénybevétel-pár

A φ -tagok száma összesen	A szimmetrikus tagok száma	Az antimetrius tagok száma	N_q^* , Mp	M_q^* , Mpm	A megoldáshoz szükséges egyenlet fokszáma
2	1	1	3,90	31,45	2
3	2	1	3,85	31,05	3
4	2	2	2,64	21,27	4
5	3	2	2,60	20,93	5
6	3	3	2,57	20,70	6

Amint látjuk, a közelítő módszerrel ebben az esetben 4,3%-kal kaptunk kisebb eredményt a pontosnál, ami igen jó egyezésnek mondható, s a biztonság javára tér el.

Ha nagyobb pontosságra tartunk igényt, vagy a bemutatott számpélda arányaitól erősen eltérő ívet számítunk, természetesen alkalmazhatjuk a pontosabb módszert képviselő (13)–(14) egyenleteket is.

5. Oldalirányban befogott, öhlösödésében meggátolt (diafragmás) végű héjív kifordulásvizsgálata

A peremfeltételek erre az esetre így írhatók fel [4, 6]:

$$v_T = 0, \tag{19a}$$

$$\frac{dv_T}{ds} = 0, \tag{19b}$$

$$\varphi = 0, \tag{19c}$$

$$\vartheta_T = \frac{d\varphi}{ds} + \frac{1}{R} \frac{dv_T}{ds} = 0, \text{ azaz (19b) miatt:}$$

$$\frac{d\varphi}{ds} = 0. \tag{19d}$$

A φ elcsavarodásfüggvényt most két részben írjuk fel. A *szimmetrikus* részt célszerű

$$\varphi_{\text{szimmetr}} = \sum_n \varphi_n (1 - \cos \lambda_n s), \quad (n = 2, 4, 6, \dots) \tag{20}$$

alakúra választani. (19a–b) teljesítéséhez (6) szerint előállítjuk v_T -t. A k_1 és k_2 integrálási állandókat úgy határozzuk meg, hogy $s = 0$ és $s = l$ esetére teljesüljön (19a):

$$v_T = - \sum_n \frac{\varphi_n}{R} \left[\frac{1}{\lambda_n^2} (1 - \cos \lambda_n s) + \frac{s}{2} (l - s) \right],$$

a (19b) peremfeltétel pedig akkor teljesül, ha fennáll a

$$\sum_n \varphi_n = 0 \quad (21)$$

egyenlet. Ennek folytán (20) a következő alakúra egyszerűsödik:

$$\varphi_{\text{szimmetr}} = \sum_n \varphi_n \cdot \cos \lambda_n s, \quad (n = 2, 4, 6, \dots) \quad (22)$$

Az antimetrikus elcsavarodás-részt viszont

$$\varphi_{\text{antimetr}} = \sum_m \Phi_m \sin \lambda_m s, \quad (m = 2, 4, 6, \dots) \quad (23)$$

alakban vesszük fel. Ez csak a (19a) és (19c) feltételeknek felel meg. A másik két követelmény kielégítése céljából, (6)-ot felhasználva, a következő egyenleteket kell felírunk:

$$\sum_m \Phi_m \lambda_m = 0, \quad (24)$$

$$\sum_m \frac{\Phi_m}{\lambda_m} = 0. \quad (25)$$

• Mindebből az következik, hogy akkor lesz mind a szimmetrikus, mind az antimetrikus részben egy-egy szabad paraméterünk, ha $\varphi_{\text{szimmetr}}$ -ből két, $\varphi_{\text{antimetr}}$ -ből pedig három tagot veszünk fel. Minden további tag egy további szabad paramétert jelent.

Az elcsavarodásfüggvény két részét most behelyettesítjük a belső és a külső munka (7) és (9) képletébe. A (21), (24) és (25) megkötések alapján kifejezzük valamelyik φ_n együtthatót és két Φ_n együtthatót a többivel, majd elvégezzük a φ_n és Φ_n szerinti deriválásokat. Végül most is annyi egyenletünk lesz, ahány ismeretlen φ_n és Φ_m paraméterünk van együttvéve.

A *belső munka* (7) képlete a következő alakot ölti:

$$L_b = \frac{l}{2} \left\{ \frac{C}{2} \left[\sum_n \frac{\varphi_n^2}{\lambda_n^2} \left(\lambda_n^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 + \sum_m \frac{\Phi_m^2}{\lambda_m^2} \left(\lambda_m^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \right] + \frac{C_1}{2} \left[\sum_n \varphi_n^2 \left(\lambda_n^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 + \sum_m \Phi_m^2 \left(\lambda_m^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \right] \right\}. \quad (26)$$

A külső munka (9) pedig így alakul:

$$\begin{aligned}
 L_k = qR \frac{l}{2} & \left\{ \left(\frac{t-e}{2R} - \frac{i_x^2}{2R^2} \right) \left(\sum_n \varphi_n^2 + \sum_m \Phi_m^2 \right) + \right. \\
 & + \frac{1}{2} (i_x^2 + i_y^2 + e^2) \left(\sum_n \varphi_n^2 \lambda_n^2 + \sum_m \Phi_m^2 \lambda_m^2 \right) + \\
 & + \frac{1}{2R^2} \left(\sum_n \frac{\varphi_n^2}{\lambda_n^2} + \sum_m \frac{\Phi_m^2}{\lambda_m^2} \right) + \frac{e}{R} \left(\sum_n \varphi_n^2 + \sum_m \Phi_m^2 \right) \left. \right\} + \\
 & + \frac{M_2}{R} \frac{l}{2} \left\{ \left[\frac{tR}{2} \lambda_2^2 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{b^2 j_y}{dR} \right) \right] \sum_{n=2,4,6,\dots} (\varphi_n \Phi_{n+2} - \varphi_{n+2} \Phi_n) + \right. \\
 & + \frac{R}{2} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) \sum_{n=2,4,6,\dots} \lambda_n \lambda_{n+2} (\varphi_n \Phi_{n+2} - \varphi_{n+2} \Phi_n) + \\
 & \left. + \frac{1}{2} \sum_{n=2,4,6,\dots} \left(\frac{\lambda_{n+2}}{\lambda_n} + \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+2}} \right) (\varphi_n \Phi_{n+2} - \varphi_{n+2} \Phi_n) \right\}. \tag{27}
 \end{aligned}$$

A továbbiakban a 4. pont szerint járunk el: $q = 0$ esetre tiszta anti-metrikus teherre határozzuk meg M_{2krit} -t. A konvergencia vizsgálatához kiszámítottuk az 5. ábra héjívére különböző tagszámú elcsavarodásfüggvény-nyel M_{2krit} nagyságát. Az eredményeket a III. táblázatban mutatjuk be.

III. táblázat

A figyelembe vett		A független		M_{2krit} (Mpm)	A megoldáshoz szükséges egyenlet
szimmetrikus	anti-metrikus	szimmetrikus	anti-metrikus		
tagok száma		tagok száma			
2	3	1	1	89,39	} tiszta másodfokú
3	3	2	1	68,85	
3	4	2	2	62,10	} vegyes másodfokú harmadfokú
4	4	3	2	61,67	
4	5	3	3	61,51	

Amint látjuk, valamivel jobb a konvergencia, mint az oldalirányban csuklás, szabadvégű ívnél volt. Így gyakorlatilag most is megelégedhetünk a φ -ben is, Φ -ben is két független paramétert tartalmazó megoldással. A (15) alakú, M^2 -ben másodfokú egyenlet együtthatói most a következők:

$$A = (c_1 c_2 - c_3 c_4)^2, \tag{28a}$$

$$\begin{aligned}
 B = & 2 a_{12} a_3 c_2 c_4 - 2 a_{12} a_{34} c_1 c_2 - 2 a_{12} a_{34} c_3 c_4 + \\
 & + 2 a_{12} a_4 c_1 c_3 + 2 a_1 a_{34} c_2 c_3 + 2 a_2 a_{34} c_1 c_4 - \\
 & - a_1 a_3 c_2^2 - a_1 a_4 c_3^2 - a_2 a_3 c_4^2 - a_2 a_4 c_1^2, \tag{28b}
 \end{aligned}$$

$$C = (a_1 a_2 - a_{12}^2) (a_3 a_4 - a_{34}^2), \tag{28c}$$

ahol

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{l}{2} \left\{ \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_2^2} + C_1 \right) + \left(\lambda_6^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_6^2} + C_1 \right) \right\}, \\
 a_2 &= \frac{l}{2} \left\{ \left(\lambda_4^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_4^2} + C_1 \right) + \left(\lambda_6^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_6^2} + C_1 \right) \right\}, \\
 a_{12} &= \frac{l}{2} \left(\lambda_6^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_6^2} + C_1 \right), \\
 a_3 &= \frac{l}{2} \left\{ \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_2^2} + C_1 \right) + 41,3265 \left(\lambda_6^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_6^2} + C_1 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + 20,8980 \left(\lambda_8^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_8^2} + C_1 \right) \right\}, \\
 a_4 &= \frac{l}{2} \left\{ \left(\lambda_4^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_4^2} + C_1 \right) + 6,6122 \left(\lambda_6^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_6^2} + C_1 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + 2,0408 \left(\lambda_8^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_8^2} + C_1 \right) \right\}, \\
 a_{34} &= \frac{l}{2} \left\{ 16,5306 \left(\lambda_6^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_6^2} + C_1 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + 6,5306 \left(\lambda_8^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_8^2} + C_1 \right) \right\}, \\
 c_1 &= \frac{l}{4} \left\{ 4,5714 \left[t \lambda_2^2 - \frac{1}{R} \left(1 - \frac{b^2 j_y}{dR} \right) \right] + \right. \\
 &\quad \left. + 219,4286 \frac{\pi^2}{l^2} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) + 9,5238 \frac{1}{R} \right\}, \\
 c_2 &= \frac{l}{4} \left\{ 3,0 \left[t \lambda_2^2 - \frac{1}{R} \left(1 - \frac{b^2 j_y}{dR} \right) \right] + \right. \\
 &\quad \left. + 106,2857 \frac{\pi^2}{l^2} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) + 6,3809 \frac{1}{R} \right\}, \\
 c_3 &= \frac{l}{4} \left\{ 12,0 \left[t \lambda_2^2 - \frac{1}{R} \left(1 - \frac{b^2 j_y}{dR} \right) \right] + \right. \\
 &\quad \left. + 381,7143 \frac{\pi^2}{l^2} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) + 25,9524 \frac{1}{R} \right\}, \\
 c_4 &= \frac{l}{4} \left\{ -0,5714 \left[t \lambda_2^2 - \frac{1}{R} \left(1 - \frac{b^2 j_y}{dR} \right) \right] + \right. \\
 &\quad \left. + 36,5714 \frac{\pi^2}{l^2} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) - 1,6905 \frac{1}{R} \right\}.
 \end{aligned}$$

Most is megadjuk az $1 + 1$ paraméteret tartalmazó egyszerűen számítható megoldást, ismét megjegyezve, hogy a pontosnál lényegesen nagyobb kritikus nyomatókat szolgáltat, de előzetes számításokhoz célszerűen használható, tájékozódás céljából.

$$M_{2kr} = \frac{\sqrt{a_1 a_2}}{c_1}, \quad (29)$$

ahol

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{l}{2} \left\{ \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_2^2} + C_1 \right) + \left(\lambda_4^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_4^2} + C_1 \right) \right\}, \\ a_2 &= \frac{l}{2} \left\{ \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_2^2} + C_1 \right) + 10,24 \left(\lambda_4^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_4^2} + C_1 \right) + \right. \\ &\quad \left. + 3,24 \left(\lambda_6^2 - \frac{1}{R^2} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda_6^2} + C_1 \right) \right\}, \\ c_1 &= \frac{l}{4} \left\{ 4,0 \left[t \lambda_2^2 - \frac{1}{R} \left(1 - \frac{b^2 j_y}{dR} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + 60,8 \frac{\pi^2}{l^2} \left(2e - dj_x - \frac{b^2 j_y}{d} \right) + 9,4 \frac{1}{R} \right\}. \end{aligned}$$

Ha $p = 0$, akkor a kritikus központos nyomóerőt [4] alapján egy szabad paraméteret tartalmazó q -sorral a következő képlet szolgáltatja:

$$(qR)_{kr} = N_{qkr} = \frac{A}{B}, \quad (30)$$

ahol

$$\begin{aligned} A &= C \left[\lambda_2^2 + \lambda_4^2 - \frac{4}{R^2} + \frac{1}{R^4} \left(\frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_4^2} \right) \right] + \\ &\quad + C_1 \left[\lambda_2^4 + \lambda_4^4 - \frac{2}{R^2} (\lambda_2^2 + \lambda_4^2) + \frac{2}{R^4} \right], \\ B &= 2 \left(\frac{t - e}{R} - \frac{i_x^2}{R^2} \right) + (i_x^2 + i_y^2 + e^2) (\lambda_2^2 + \lambda_4^2) + \\ &\quad + \frac{1}{R^2} \left(\frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_4^2} \right) + 4 \frac{e}{R}. \end{aligned}$$

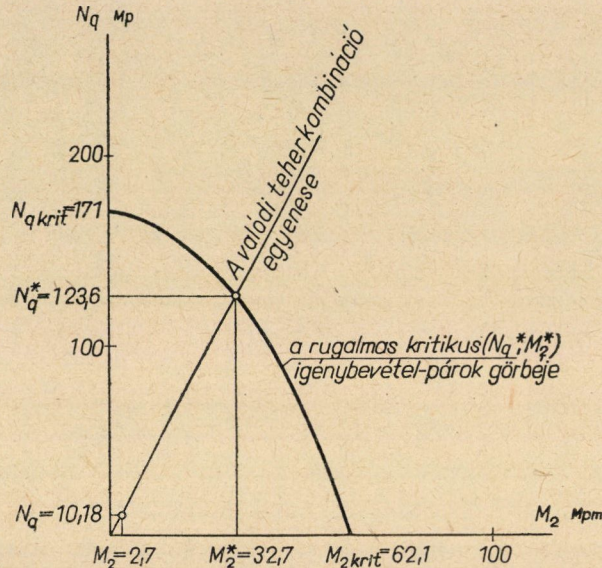
(Két szabad paraméterrel valamivel pontosabb eredményt kapunk, lásd [4]-ben.)

Mivel a 4.1. pontban mondottak erre a megtámasztási esetre is érvényesek, most is az M_{2kr} és N_{qkr} pontokon átmenő parabolával helyettesítjük a kritikus teherkombinációk pontos görbéjét.

6. Számpélda

Ellenőrizzük az 5. ábrán vázolt héjív oldalirányú stabilitását 200 kp/m² állandó teher, 32 kp/m² antimetrikus szélteher, valamint 80 kp/m² féloldali hőteher együttes hatására.

Az ív két vége diafragmás és oldalirányban befogott, az igénybevételek számításához azonban saját síkjában csuklósnak tekintjük. A geometriai és szilárdsági segédmenyiségeket ásd [3]-ban vagy [4]-ben.



6. ábra

Az egyszerűség kedvéért eltekintünk attól, hogy a terhek nem radiálisak és az antimetrikus teher nem szinusztörvény szerint oszlik meg. Kiszámítjuk a megadott terhekből keletkező nyomóerőt és az ívnegyedben keletkező hajlítónyomatékokat, s ezeket N_q -nak és M_2 -nek tekintve határozzuk meg a rugalmas kihajlással szemben fennálló biztonságot.

Az igénybevételek közelítően a következők:

Központos nyomás:

$$N_{\text{állandó}} \approx q \cdot R = 3 \text{ m} \cdot 200 \text{ kp/m}^2 \cdot 14,14 \text{ m} \approx 8,49 \text{ Mp}$$

$$N_{\text{hó}} \approx \frac{1}{2} pR = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 80 \cdot 14,14 = 1,69 \text{ Mp}$$

$$N_q = 10,18 \text{ Mp.}$$

Hajlítás:

$$M_{2 \text{ szél}} \approx \frac{pL^2}{32} = \frac{3 \cdot 32 \cdot 20^2}{32} = 1,2 \text{ Mpm}$$

$$M_{2 \text{ hó}} \approx \frac{pL^2}{64} = \frac{3 \cdot 80 \cdot 20^2}{64} = 1,5 \text{ Mpm}$$

$$M_2 = 2,7 \text{ Mpm.}$$

A héjív M_{2kr} kritikus nyomatékát már az 5. pontban kiszámítottuk. A II. táblázat adatai közül a 2 + 2 szabad paraméterrel számított $M_{2kr} = 62,10$ Mpm értéket használjuk fel.

A központos nyomóerő kritikus értéke a (30) képlettel 171 Mp-ra adódott [4].

A másodfokú parabolával végzett stabilitásvizsgálatot a 6. ábrán mutatjuk be.

A kritikus igénybevétel-pár a következő értékre adódott:

$$N_q^* = 123,6 \text{ Mp,}$$

$$M_2^* = 32,7 \text{ Mpm.}$$

A rugalmas kihajlással szemben fennálló biztonság tehát

$$n = \frac{N_q^*}{N_q} = \frac{M_2^*}{M_2} = 12,1\text{-szeres.}$$

IRODALOM

1. KOLLÁR, L.: Torsional Buckling of Thin-walled Curved Bars (Shell-Arches). *Acta Techn. Hung.* 40 (1962.), 337–353.
2. KOLLÁR, L.: Lateral Buckling of Thin-Walled Curved Bars (Shell-Arches). *Acta Techn. Hung.* 45 (1964), 297–314.
3. KOLLÁR, L.: Lateral Buckling of Bent Shell-Arches, Taking into Account Non-linear Stress Distribution. *Bulletin of the IASS*, No. 19 (1964).
4. KOLLÁR, L.—IVÁNYI, GY.: Kippen und Biegedrillknicken von Schalenbogen mit Hilfe der Energiemethode. *Bautechnik-Archiv* (1966).
5. LOVE, A. E. H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. Dover Publ., New York (1944).
6. TIMOSHENKO, S.—GERE, J.: Theory of Elastic Stability. McGraw-Hill, New York (1961).



ÖRVÉNYSZIVATTYÚK KAVITÁCIÓS KUTATÁSÁNAK ÚJABB IRÁNYAI ÉS TOVÁBBI FELADATAI

VARGA JÓZSEF
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1967. február 27-én]

A kavitáció, bár a jelenséget már korábban felismerték [1], mint technikai probléma évszázadunk elején a hajócsavarokkal kapcsolatban jelentkezett. FÖTTINGER már akkor felismerte annak fizikai lényegét, és a kavitációs erózió alapvetően mechanikai jellegét. A 20-as években THOMA és MOODY már hasonlósági törvények alapelveit fektették le, melyeket a 30-as években BERGERON és WISLICENUS zárt gondolatkörré fejlesztettek, a jelenségek leírására alkalmas világos fizikai tartalmú dimenzió nélküli jelzőszámokat alkotva. Ezek után úgy tűnt, hogy a hidrodinamikus gépek méreteitől és fordulatszámától függő kavitációs határok világosan ki vannak jelölve.

Az említett eredmények azon a klasszikus feltételezésen alapultak, hogy a kavitáció akkor és azonnal fellép ott, ahol a helyi nyomás az áramló folyadék gőznyomása alá esik. Néhány év múlva azonban ennek a feltételezésnek az érvényességét kezdték kétségbe vonni. KNAPP és HOLLANDER a 40-es években a torpedók áramlástani vizsgálatával foglalkozva, a klasszikus elméletnek ellentmondó megfigyeléseket tettek. Az 50-es években KNAPP, PLESSET, PARKIN, KERMEEN és HOLL már rendszeres vizsgálatokat végeztek a klasszikus feltételezésektől való eltérések, azaz a kavitációs léptékhatások felderítésére. E léptékhatások száma ma is növekedőben van.

A buborékelmélet és számos kísérleti tény alapján tisztázottnak tekinthető, hogy az a feltételezés, amelyik szerint a kavitációnál a kritikus nyomás a gőznyomás, nem tartható fenn. Megállapították ui., hogy a kezdeti buborék-mérettől függ az, hogy mennyivel kell a helyi nyomásnak a gőznyomás értéke alá esnie ahhoz, hogy a buborékok instabil állapotba jussanak. A további kutatások megmutatták azt is, hogy a kezdeti kavitációs szám a Reynolds-számtól is függ és tisztázták azt is, hogy a le nem váló és a leváló áramlás esetében a kavitáció fellépésében jelentős különbségek vannak. A kezdeti kavitációs szám változása az ideális folyadékkal számítható vagy kavitációmentes áramlásban mérhető minimális nyomástényező érték felé haladó, ill. attól eltávolodó tendenciát mutat a le nem váló, ill. leváló áramlásban. Ezt a körülményt igen egyszerű, de csak durva közelítésnek tekinthető meg-gondolással lehet szemléletessé tenni.

A le nem váló áramlásnál, amikor a modell áramvonalas, tehát görbületes sugarai olyanok, hogy körülötte az áramlás közel ideálisnak tekinthető, határréteg leválás nincsen és a határréteg vastagsága a modell vastagsági méreteihez képest kicsi, akkor a kavitáció kezdetének hidrodinamikai feltétele

$$\frac{p^* - p_\infty}{1/2 \rho v_\infty^2} = C_{p \min} \quad (1)$$

alakban írható fel, ahol $p^* = p_{\min \text{ krit}}$ a buborék instabillá válását jelentő kritikus pontban és $C_{p \min}$ a nyomástényező minimális értéke. Előbbi egyenlet a p_v gőznyomással következőképpen is felírható:

$$\frac{p^* - p_v + p_v - p_\infty}{1/2 \rho v_\infty^2} = \frac{p^* - p_v}{1/2 \rho v_\infty^2} + \frac{p_v - p_\infty}{1/2 \rho v_\infty^2} = C_{p \min} \quad (2)$$

Csupán a buborékok méretétől függ, hogy a jobb oldal első tagja elhanyagolható-e vagy sem. Elegendő nagyságú buborékok esetében, amikor $p^* \approx p_v$ elhanyagolható. A kavitáció kezdetének feltétele ebben az esetben:

$$K_i = \frac{p_\infty - p_v}{1/2 \rho v_\infty^2} = -C_{p \min} \quad (3)$$

Leváló áramlás esetében a test felületén mérhető vagy kiszámítható $C_{p \min}$ értékének önmagában kevés a jelentősége az áramlásban jelentkező valóságos minimális nyomás helyének és értékének meghatározásában, mert a minimális nyomás helye már nem a test felületén, hanem a leváló áramlásban keletkező örvény közepén lesz. Ilyen esetben a (2) összefüggés első tagja már nem hanyagolható el. A kezdeti kavitációs szám ekkor megközelítőleg

$$K_i = 1 - 2 C_{p \min} \quad (4)$$

vagy pontosabban

$$K_i = a - (1 + a) C_{p \min} \quad (5)$$

kifejezésekkel határozható meg, ahol $a < 1$. Élessarkú körtárcsákkal végzett kísérletek szerint $C_{p \min} = -0,44$; $K_i = 2$. Ugyanez a mennyiség a (4) összefüggésből számítva, $K_i = 1,88$ -ra adódik.

Az előbbi relatíve egyszerű képtől lényegesen eltérő viselkedést mutatnak a szárnyszelvények. Ezeknél a kavitáció kezdete nemcsak az áramlás sebességétől és a szelvény hossz méretétől függ, hanem a változás más és más értelmű a különböző kontúroknál. HOLL kísérletei [2] és ISAY [3] kísérletileg is igazolt elméleti megfontolásai azt mutatják, hogy már az egyszerű szárny-

szelvénynél sincsen a modellen és nagy kivételen mérhető kavitációs számokban egyezés, holott a potenciálmélet szerint ezeknek egyezniük kellene. A valószínűségi folyadékoknál ennek több oka van: mint a határreteg, a felületi érdesség, a felületi feszültség és a folyadék levegőtartalma. Azonos abszolút felületi érdességnél és Reynolds-számnál nagyobb profilnak kisebbek a kavitációs számai, mint a kisebb profilé, tehát léptékhatás áll fenn. Az érdesség befolyásának tisztázására NUMACHI [4] és társai szárnyszelvényekkel végeztek érdeklődésre számottartó kísérleteket. Ugyancsak nagyon értékesek ISAY-nak a profilkavitáció elméletét megalapozó, az érdességet figyelembe vevő megfontolásai, és HOLL [5] hasonló jellegű tanulmánya. A felületi feszültség és a folyadék levegőtartalmának hatása azonban mind máig nincsen kellő mértékben tisztázva és e kérdések elméleti úton való követése igen nagy nehézségekbe ütközik, különösen, ha figyelembe vesszük RIPKEN [6] kísérleteit, amelyek azt mutatják, hogy a buborékok eloszlásának is jelentős befolyása van. Előbbi vázlatos gondolatmenet a fennálló tisztázatlan kérdések ellenére is azt mutatja, hogy a kavitációra vonatkozó alapvető kutatások során jelentős előrehaladás történt.

Nagy elméleti és gyakorlati jelentősége van azoknak a kutatásoknak, amelyek azt célozzák, hogy adott áramlási viszonyoknál milyen mértékű kavitációs erózió várható. Az utóbbi években ugyancsak jelentősen előrehaladtak a kavitációs erózióval kapcsolatos ilyen jellegű vizsgálatok. Ezt legjobban a *Royal Society* 1965-ben tartott vitaülésén előadott dolgozatok [7], továbbá az *American Society for Testing and Materials* 1966-ban tartott „Annual Meeting” előadásai tükrözik. A kavitációs erózióval kapcsolatos vizsgálatok során elért néhány eredményt, melyek a szivattyúk kavitációja szempontjából is fontosaknak látszanak, érdemes megemlíteni. Ezek a következők:

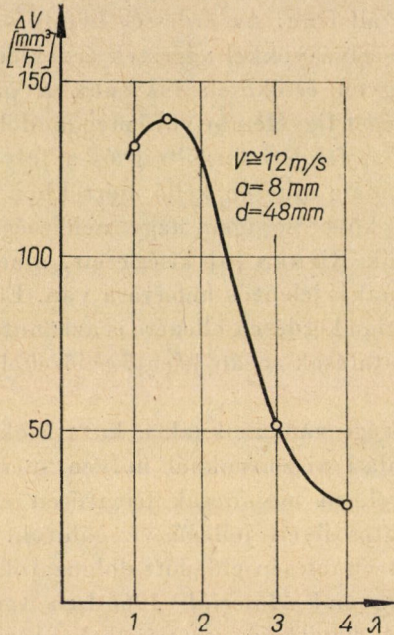
a) A leváló örvényes kavitációnál a kavitációs zóna hossza és a kavitációs szám között egyértelmű összefüggés áll fenn, tehát a kavitációs zóna hosszúsága a kavitációs számot meghatározza [8]. SILBERMANN és SONG [9] kimutatták, hogy ez a megállapítás ventillált kavitációs üregek esetére is érvényes.

b) A kavitációs erózióknál (az inkubációs periódus végétől, állandó értékű erodált anyagmennyiségre vonatkozóan) érvényes a roncsolási időtartamok (τ) és az áramlási sebességek (v) közötti $\tau_1 v_1^5 = \tau_2 v_2^5 =$ állandó összefüggés, ami egyúttal a sebességi léptékhatást is tükrözi [10]. Az inkubációs periódusban a sebesség hatványkitevője viszont változó értékű és fokozatosan tart az öthöz [11].

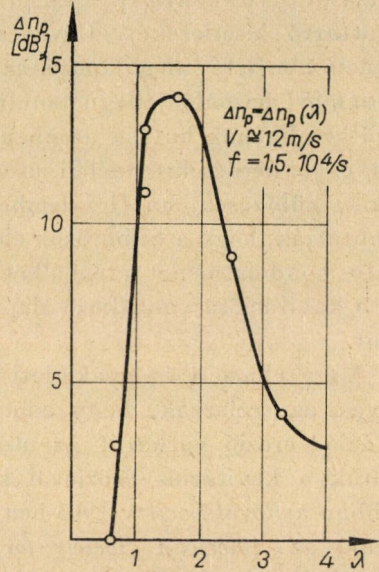
c) Az időegység alatt erodált anyagterefogat a geometriai léptékszám harmadik hatványával változik [12, 13] és ez a geometriai léptékhatást fejezi ki.

d) Kavitációs erózió intenzitása a kavitációs zónahossz függvényében meredeken változó és jellegzetes maximumértéke van. A maximum helye a

modell alakjától és a Reynolds-számtól függ. Ezt mutatja be az 1. ábra, mely a dimenzió nélküli (a modellátmérőre vonatkoztatott) zónahossz függvényében az időegység alatt erodált anyagterfogat változását tünteti fel [14].



1. ábra. Az időegység alatt erodált anyagterfogat a dimenzió nélküli kavitációs zónahossz függvényében, állandó áramlási sebességnél



2. ábra. A hangnyomásszint változása a dimenzió nélküli kavitációs zónahossz függvényében, állandó áramlási sebességnél

e) A kavitációs állapotban kisugárzott rezgés gyorsulásszintje és a mérhető hangnyomásszint a kavitáció kezdetének pontos megállapítására, továbbá a kavitációs erózió intenzitásának mérésére alkalmas. A 2. ábra az 1. ábrával egyidejűleg felvett hangnyomásszint értékeket mutatja be állandó frekvenciaértéknél és áramlási sebességnél. A görbe az 1. ábrán bemutatott görbével teljesen megegyező alakú és maximumértéke ugyancsak $\lambda = 1,5$ -nél van [15].

f) Növekvő felületi érdesség csökkenti a kavitációs erózió inkubációs periódusának időtartamát, tehát a rohamos roncsolódás (az idő függvényében felvett súlyvesztésgörbék akkumulációs szakasza) hamarabb megkezdődik [16].

Előbbi röviden vázolt alapkutatási eredményekből a szivattyúk kavitációs viselkedésére vonatkozóan is számos következtetés vonható le. Pl. a d) alatt említettből, amely szerint a kavitációs erózió intenzitásának adott

áramlási sebességnél és adott Reynolds-szám tartományon belül éles maximum-értéke van, következik, hogy a kavitáció teljes kifejlődése előtt, tehát a jelleggörbék letörését megelőzően is jelentős mértékű kavitációs erózió fellépése lehetséges.

A kavitációs alap kutatások újabb eredményeiből levonható következtetések a szivattyúk viselkedésének vizsgálatában nem kerültek felhasználásra, sőt azt kell megállapítani, hogy a szivattyúk kavitációs viselkedésének megítélése nagy általánosságban még mindig a klasszikus felfogás alapján történik, annak ellenére, hogy már számos kísérleti megfigyelés ennek a felfogásnak a tarthatatlanságát mutatta. Még STEPANOFF világszerte nagyra értékelt könyvében is — annak német nyelvű fordításában [17] — a következők olvashatók: „*Kavitation hat nichts mit Ablösung der Stromlinien von der Wand und der damit verbundenen Wirbelbildung zu tun. Zwar können beide Phänomene zusammen auftreten; jedoch ist Kavitation ebensogut ohne Ablösung der Strömung möglich, wie die Ablösung der Strömung ohne Kavitation möglich ist.*”

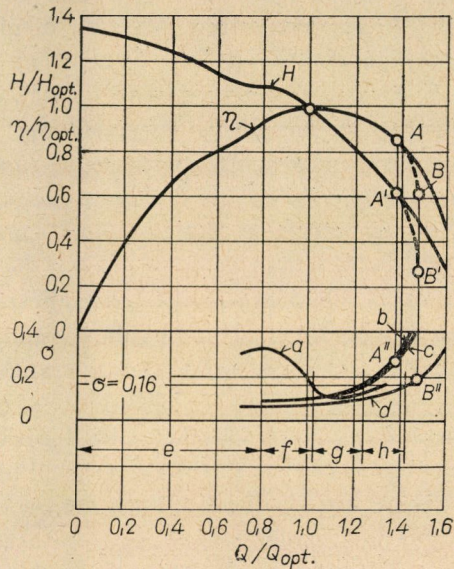
Az idézet első mondata jelenlegi ismereteink mellett már nem mondható teljesen helytállónak, mert a leváló és a le nem váló áramlásnál fellépő kavitáció fizikailag is két különböző jelenség, mint erre DZIALLAS is [18] világosan rámutat.

A klasszikus felfogás begyökeresedésének tulajdonítható, hogy a szivattyúk kavitációs viselkedésének vizsgálatában az utóbbi években bizonyos stagnálás volt tapasztalható. Annak ellenére, hogy szép számú olyan publikáció jelent meg, amelyek értékes ismeretekkel gyarapították tudásunkat, pl. [19—25], sőt a klasszikus felfogástól való eltérés szükségességét is alátámasztják még akkor is, ha erre a dolgozatok szerzői nem is utalnak. Itt ismét DZIALLAS-ra kell hivatkozni [18], aki hangsúlyozza, hogy a szivattyú kavitációjának megítélésére nem elegendő a jelleggörbék változásainak mérése, hanem ahhoz a járókerék belépési viszonyait kell ismerni.

Ha a belépési viszonyokat is figyelembe kívánjuk venni, akkor különböző kavitációs számokat kell használni ahhoz, hogy pl. egy centrifugálszivattyú kavitációs viszonyait megfelelően jellemezni tudjuk. A 3. — DZIALLASTól származó — ábrában az *a* görbe a járókerék belépőől szívott oldali kezdeti kavitációs szám értékeit, a *b* görbe a nyomóoldali kezdeti kavitációs szám értékeket, a *c* görbe a 0,5% hatásfokcsökkenésnek megfelelő, és végül a *d* görbe a 10% hatásfokcsökkenésnek megfelelő kavitációs szám értékeket ábrázolja. A $\sigma = 0,16$ állandó értékű, telep (installációs) kavitációs szám értéket is berajzolva látható, hogy csupán egészen szűk működési területen (*g*-vel jelölve) lehet teljesen kavitációmentes működést biztosítani.

A beömlési viszonyok fontosságának felismerése kezd általánossá válni. Erre mutat többek között COOPER [26] tanulmánya, amelynek alapján a beömlésnél a sebességcsúcsok minimalizálását, a leválás elkerülését és

egyenletes radiális sebességkomponens biztosítását javasolja. Vizsgálat tárgyává tették a belépő áramlást [27, 28], a belépés geometriai alakjának befolyását [29], a lapátszám, és belépőél vastagságának szerepét [30], valamint a belépő átmérő nagyságának befolyását a szivattyú kavitációs viselkedésére [31]. Utóbbnak érdekes mellékterméke annak bemutatása, hogy a belépő átmérő nagyságától függ, milyen széles területen érvényes az affinitás törvénye kavitációs állapotban.



3. ábra. Centrifugálszivattyú jelleggörbéi és a különböző kezdeti kavitációs szám értékek változása (DZIALLAS nyomán)

Előbbiek már azt a helyes felfogást tükrözik, hogy a jelleggörbéken észlelt változások az ún. „technikai kavitáció” kezdetét jelentik, viszont a „fizikai kavitáció” már korábban fellép, mint erre GUITON a *Society Hydro-technic de France* kavitációs munkacsoportja jelentésének ismertetésében rámutat [32]. Az említett jelentés egyébként az utóbbi évek, a szivattyúk kavitációjával kapcsolatos legátfogóbb és igen hasznos tanulmánya. Nemcsak a lényeges ismereteket foglalja össze, hanem emellett megfelelő terminológia kialakítására is törekszik, hiszen, ha e kérdéseket előbbre akarjuk vinni, annak elemi előfeltétele, hogy közös nyelvet beszéljünk.

Mindezek és még számos egyéb munka sok segítséget nyújtanak a tervezőknek, azonban kevésbé viszik előre a még mindig nyitott alapvető kérdéseket. Még ma sincsen feltárva, hogy milyen folyamatok játszódnak le a szivattyúk szállítómagasságának hirtelen letörésénél. Nem találtak még korrelációt a víz és egyéb folyadékoknál fennálló szívási körülmények között

úgy, hogy a vízzel végzett kísérleti adatok más folyadék szállítása esetén is használhatók legyenek a szivattyúk szívóképességének megítélésére, beleértve a méret és sebesség léptékhatásokat is. Ez azt jelenti, hogy a modellszivattyúkon végzett kavitációs vizsgálatok eredményeit nem tudjuk még teljes biztonsággal a nagykivitelre átültetni, amikor a modellvizsgálatokat vízzel végzik, de a tervezett szivattyú más folyadékot szállít.

E kérdések megközelítéséhez a lejátszódó folyamatok fizikájának feltárása szükséges, amihez még csak bizonyos adalékokkal rendelkezünk, azonban átfogó és a fellépő számos különböző jelenséget összefüggéseikben is megvilágító kép még nem alakult ki.

Az már bizonyos, hogy egy általánosan alkalmazható kavitációs paraméternek azokat a termikus jelenségeket is magában kell foglalnia, amelyek az erős gőzképződésnél fellépő hőátadási folyamatoknál fellépnek. A gőzképződéssel együtt kétfázisú folyadék keletkezik, amelyek fizikai tulajdonságai jelentősen eltérnek mind a folyadék, mind a gőzállapot fizikai tulajdonságaitól. Mindez azt mutatja, hogy nagyszámú paramétert kell vizsgálataink körébe bevonnunk, ami már eleve megnehezíti az egyes paraméterek hatásának külön-külön való tisztázását és hasonlósági törvényekbe való foglalását.

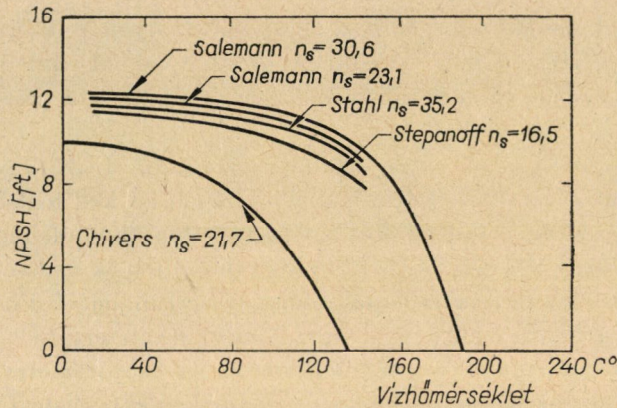
Az irodalmat áttekintve, abban olyan részadatok máris találhatóak, melyek a probléma megközelítésére alkalmasak. Számos munkát találhatunk, amelyek szivattyúk és lapátrácsok kavitációs vizsgálataival foglalkoznak, jelentős számú analitikai munka készült a buborékok dinamikájával kapcsolatban és újabban növekvő számú dolgozat foglalkozik a kavitációs erőzió kérdésével. Ugyancsak jelentős irodalom foglalkozik már a folyadékok termikus tulajdonságaival.

Az eddigi vizsgálatokból világossá vált, hogy a Thoma-féle eddig általánosan használt kavitációs paraméter csak korlátozott határok között használható. STAHL és STEPANOFF [33, 34] világosan megmutatták, hogy vízszivattyúk belépőélén, a kavitáció elkerüléséhez szükséges pozitív nyomásmagasság az ún. „net positiv suction head” (a továbbiakban NPSH) értéke a vízhőmérséklet növekedésével csökken, azaz a szivattyú kavitációs tulajdonságai forró víznél jobbak. A víz hőmérsékletének 21° C-ról 149° C-ra való emelésekor a határ vízmennyiség mintegy megkétszereződik. Hasonló megfigyeléseket tettek SALEMANN [35] és PESKIN [36] különböző folyadékokat szállító szivattyúknál.

STAHL és STEPANOFF előbbi megállapításaik alapján feltételezték, hogy a szivattyúk teljesítménycsökkenése akkor áll be, amikor bizonyos gőzfolyadékterefogat arány alakul ki a lapátsatornában és kiszámították az ehhez szükséges Δh_f nyomómagasságsökkenést. Így jutottak el a termikus kavitációs kritériumhoz, mely szerint

$$B = \frac{v_r}{v_L} \frac{\Delta h_f}{r}, \quad (6)$$

ahol v_v és v_L a fajlagos gőz- és folyadéktérfogatokat, r az elgőzölögtetési hő jelenteti. A B kritériumot azonban csupán egy olyan indexnek szabad tekinteni, amelyik megmutatja a folyadéknak azt a tendenciáját, hogy forrásba jöjjön, vagy pedig azt a készségét, hogy hirtelen gőzzé váljon. Erre maga STEPANOFF is rámutat [37].

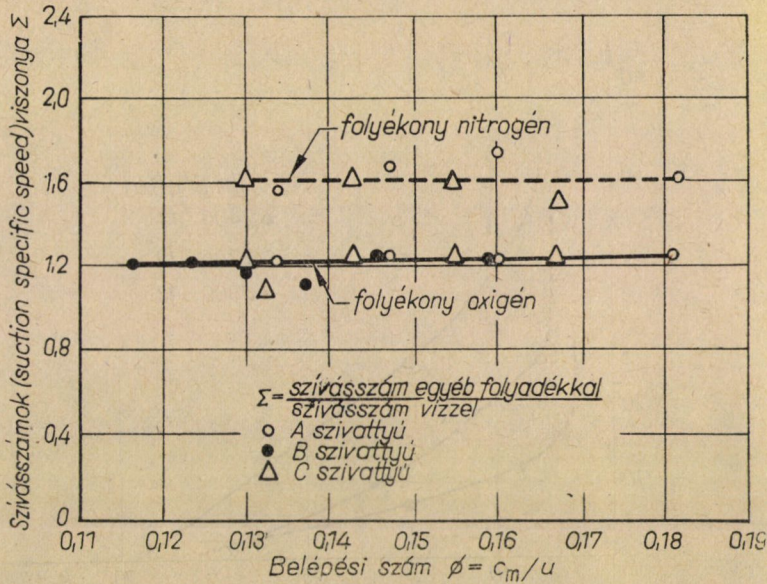


4. ábra. Az NPSH értékek változása a szállított víz hőmérsékletének függvényében (HUTTON nyomán)

Különböző hőmérsékletű vizet szállító szivattyúkkal végzett kísérletek, melyek során a NPSH változásait mérték, azt mutatták, hogy ez az elmélet túlzott értékeket ad [36]. SÁROSDY és ACOSTA [39] körtárcsák mögött kialakuló kavitációs zónák megfigyelésével, különböző folyadékokat használva kimutatták, hogy a Salemans-féle egyszerűnek tűnő koncepció legfeljebb korlátozottan érvényes és a jelenségek átfogó magyarázatára nem alkalmas. Megemlítendő még HOLLANDER [40] ugyancsak e tárgykörbe vágó elmélete, amely a Stepanoff-féle termikus paraméterhez hasonló eredményeket ad és ezért ugyancsak korlátozott érvényű. STEPANOFF és STAHL vízzel és szénhidrogénnel végzett mérései azt mutatták, hogy az NPSH érték kb. 94° C hőmérsékletig csak lassan csökken, de nagyobb hőmérsékleten ez a csökkenés meggyorsul (4. ábra HUTTON [41] nyomán). Ez a tapasztalat ellentmond a termikus paraméter koncepciónak.

A kriogén szivattyúkkal végzett kísérletek és az ezekkel kapcsolatban felállított újabb paraméterek legfeljebb kvalitatív tájékoztatást nyújtottak. Ezt igazolják JAKOBSEN [42] adatai, amelyekben három különböző szivattyúval végzett vizsgálatokról számol be. A kísérleteknél vizet, folyékony oxigént, és folyékony nitrogént szivattyúztak és mindegyik szivattyúra vonatkozóan megállapították a vízre vonatkoztatott, az NPSH-val képezett fajlagos szívási fordulatszámot (S), az ún. „suction specific speed”-et, azaz $\Sigma = S_{\text{folyadék}} / S_{\text{víz}}$. Az 5. ábrában feltüntetett eredményeket kapták, amelyből látható, hogy

jelentős javulás van a szívási viszonyokban folyékony oxigénnél és nitrogénnél a vízhez képest. Az ábrából úgy tűnik, mintha a különbség egyszerű korrekciós tényezővel átszámítható volna és a vízzel szembeni eltéréseket a különböző folyadékokban különbözőképpen növekedő kavitációs buborékokkal magyarázták. A későbbi vizsgálatok azonban kimutatták, hogy az állandó értékű korrekciós tényező nem használható és a különböző folyadékok kavitációs



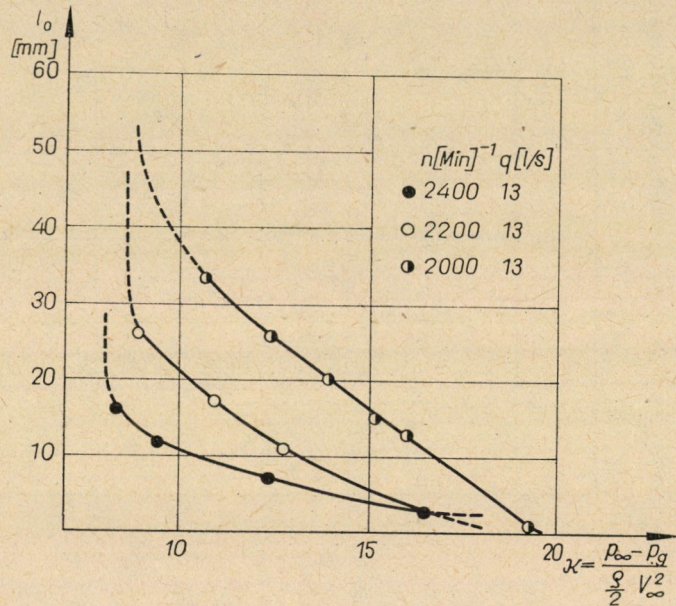
5. ábra. A fajlagos szívási fordulatszám-viszonyok a mennyiségi szám függvényében folyékony nitrogénre és oxigénre (JAKOBSEN nyomán)

viselkedését jobban jellemzi a szívómagasság állandó értékű redukciója, mint az előbbi korrekciós tényező. Ez megmutatkozott akkor, amikor a beömlési nyomás függvényében rajzolták fel a szívómagasság változását és a különböző szivattyúk különböző értékeket adtak. Mindebből kitűnik, hogy azok a fizikai törvények, amelyek a szivattyúk szívási viszonyait és a szivattyúzott folyadék tulajdonságait szabályozzák, igen komplex összefüggéseket jelentenek.

HUTTON [41] az összes eddigi kavitációs paramétereket vizsgálat tárgyává téve megállapítja, hogy az eddig javaslatba hozott paraméterek közül egyik sem olyan, amelyik általános érvényűnek mondható.

A szivattyúk jelleggörbéjének hirtelen letörését okozó fizikai folyamattal kapcsolatban azonban újabb érdekes és sokat ígérő teóriák születtek. Ennek egyik figyelmet érdemlő előfutára STRIPLING és ACOSTA [43—45] centrifugál-szivattyúk elé csatolt axiálkerékkel (inducer) végzett mérései és elméleti megfontolásai. Kétdimenziós irrotációs és viszkozitásmentes folyadékáramlásból kiindulva síkrácson való átáramlásnál állandó nyomású kavitációs

üreg modellt felvéve, végeztek számításokat és méréseket. Dacára a számos egyszerűsítő feltételezésnek (ideális közeg, állandó nyomású kavitációs zóna stb.) a valóságot kvalitatíve tükröző eredményekre jutottak és bemutatták, hogy a lapátsatornák között kialakuló kavitációs zóna hossza és a kavitációs szám, ill. egyéb kavitációs paraméterek között egyértelmű összefüggés áll fenn. Ugyanezt a *Budapesti Műszaki Egyetem Vízgépek Tanszékén* végzett mérések is igazolták (6. ábra).



6. ábra. Centrifugálszivattyú lapátsatornáiban kialakuló kavitációs zóna hosszúsága különböző kavitációs számoknál

További előrehaladást jelentett JAKOBSEN már idézett tanulmánya, aki a jellegzőrők letörését a lapátsatornában kialakuló nyomáshullámokkal magyarázta. A nyomáshullámok keletkezését akusztikus, Mach-szám jelenségre vezeti vissza. A szivattyúkban szokásos áramlási sebességeknél legfeljebb $M = 0,1-0,2$ értékű Mach-szám állapítható meg. Kavitáció fellépésekor azonban gőznek, buborékoknak és folyadéknak homogén keveréke áll elő. A hang terjedési sebessége ebben a keverékben lényegesen kisebb, mint a keverék bármely komponensében, a gőzben és a folyadékban. Eme erősen csökkent hangsebesség mellett már a Mach-szám értéke elérheti az 1-et. Ahhoz, hogy a hangsebesség szobahőmérsékletnél a folyadéksebesség nagyságrendjére csökkenjen, elegendő, hogy a folyadékban 5 térfogatszázalék buborékmenyiség jelenjen meg. Az akusztikus paraméter mellett még a termikus hatásokat, a buboréknövekedés jelenségét és a határréteg befolyását is figye-

lembe véve, a kritikus NPSH-ra a következő összefüggéshez jutott:

$$NPSH_* = \frac{\beta^{2/3}}{t_*} \cdot C, \quad (7)$$

ahol t_* a folyadékáramtól függő időtartam és

$$\beta = \rho_v a_v^2 / \rho_L w_0^2. \quad (8)$$

Utóbbi kifejezésben ρ_v és ρ_L a gőz, ill. folyadéksűrűségek, a_v a hangsebesség és w_0 a folyadék áramlási sebessége a lapátcsatornában kavitációmentes állapotban, C pedig egy állandó.

Számos és egymástól független kísérlet eredménye az NPSH és β vonatkozásában jó egyezést mutatott, amikor β értékét az előbbi (8) egyenlettel fejezték ki. SMUGLIJAKOV [46] szerint vízturbináknál a kavitáció kezdetekor mutatkozó kismértékű hatásfokemelkedés is erre a jelenségre vezethető vissza. Szerinte akkor, amikor elegendő mennyiségű buborék jelenik már meg és a hangsebesség ennek következtében a relatív folyadéksebesség nagyságrendjére esik le, akkor a lapátprofilon jelentkező felhajtóerő már a Prandtl—Glauert-szabály szerint, azaz $1/\sqrt{1-M^2}$ -tel arányosan változik és ennek következtében a lapáthatásfok nő.

JAKOBSEN elmélete még további finomításra szorul, az elmélet kidolgozásánál tett kényszerű elhanyagolások és egyszerűsítések miatt. Így pl. a keletkező keveredési veszteségek nincsenek figyelembe véve. Az elméletet jól kiegészíti és alátámasztja SPRAKER [47] vizsgálata, amelyet a kétfázisú kompresszibilitás hatással kapcsolatban végzett és a fellépő hangsebességek meghatározására törekedett. JAKOBSEN olyan kavitációs modell alapján dolgozta ki elméletét, amelynél feltételezi, hogy a gőzbuborékok folyamatosan nőnek addig a kritikus gőztartalomig, amelynél az akusztikus lökéshullám már előáll és az emelőmagasságot letöri. Ennélfogva jobb korrelációra van kilátás, ha nem 2%, hanem nagyobb emelőmagasságcsökkenéshez tartozó NPSH-t állapítunk meg. Azonban a tervezési pontnál nagyobb folyadékmennyiség esetében a rááramlási szög csökken és a lapát szívott oldalán jelentkezik a kavitáció, mielőtt az akusztikus lökéshullám előállna. Ebben az esetben és az ezt követő nagyobb folyadékszállításnál a β gőztartalom elveszti jelentőségét és a szívási körülmények nagymértékben függetlenné válnak a folyadék-tulajdonságoktól. Bár az elmélet és a nagyobb folyadékmennyiségeknél fellépő jelenségek között már nincsen meggyőző összhang, ez a körülmény az alapvető koncepciót nem gyengíti.

Az akusztikus paraméter nevezőjében egy időtartam szerepel, mely a buborékok növekedésével kapcsolatos elméleti megfontolások révén került

oda. Már STAHL és STEPANOFF is rámutattak arra, hogy a termikus egyensúlyt kifejező egyenletük felírásakor feltételezték, hogy a csökkentett nyomásnál a hőmérsékleti egyensúly is fennáll. Elméletileg ez csak végtelen nagy idő alatt állhat be. A valóságos viszonyok megközelítésére szükséges volna, hogy a belépés és a lapátcsatorna azon pontjai közötti úton, ahol már kondenzált gőzbuborékok keletkeznek, a nyomásviszonyokat és a folyadékrészek áthaladási idejét ismerjük, miután a buborékok méretváltozását a nyomásgradiens viszonyok döntően befolyásolják. Ennek a problémának a megoldása irányába mutat POUBA [48] tanulmánya, mely e kérdések részletes elemzésével mélyebb bepillantást nyújt a szivattyúkban lejátszódó kavitációs folyamatokba.

Utóbbi munkák újabb és sokat ígérő eredményei részben annak köszönhetőek, hogy ezekben már felhasználták az alapkutatói eredményeket és ez egyúttal a jövőbeni kutatások irányvonalát is megszabja. Nagy vonásokban ezek a következőkben vázolhatók:

1. Elsősorban finomítani kell azt a lényegében az NPSH elméletből származó elméletet, amelyik az akusztikus paraméter kidolgozásához vezetett.

2. Szükséges továbbá, hogy eddigi ismereteinket az alapkutatói eredmények felhasználásával rendszeresen felülvizsgáljuk. Különösen a kavitációs eróziós kísérletek eredményeit kellene a szivattyúk vonatkozásában feldolgozni és továbbfejleszteni, mert a legvégső cél az volna, hogy teljesen kifejlett kavitációs állapotban is megbízhatóan működő szivattyúkat hozzunk létre. Ennek érdekében módszereket kell kifejleszteni szivattyúkban végzendő kavitációs eróziós kísérletek elvégzésére. Csak így remélhető, hogy a megengedhető kavitáció mértékét tisztázzuk, hiszen a kavitáció teljes kizárása alig érhető el és legtöbb esetben gazdaságtalan megoldásokra vezetne.

3. Szintetizáló módon fel kellene dolgozni a szivattyúk kavitációjával kapcsolatos irodalmat annak érdekében, hogy a sok értékes részadathból átfogó és egységes képet kapjunk.

4. A további előrehaladás céljából szükség van a mérési pontosság növelésére és megbízhatóbb mérési eljárások kidolgozására [49, 50]. Így pl. a NPSH kritikus értékek meghatározására még nem alakult ki elméletileg is jól alátámasztott gyakorlat. Ennek megállapításánál a szállítómagasság mérési hibáját is fokozottan figyelembe kellene venni. Melegvízszivattyúknál a pontos hőmérséklet mérésének is igen nagy jelentősége van. Pl. 150° C hőmérsékletű víznél 0,5° C mérési hiba, majdnem 1 m vízoszlop hibát jelent az NPSH-ban. A szivattyúk szívóképességének mérésénél is kétféle gyakorlat alakult ki. Nyitott rendszer fojtással vagy folyadékszint süllyesztéssel és a zárt rendszerben való mérés. Mindegyiknek megvannak az előnyei, de a hibái is.

5. A szivattyúk kavitációs vizsgálatánál ajánlatos volna a zajszintek vagy rezgések gyorsulásszintjének mérése és az ezzel kapcsolatos módszerek alapos kidolgozása. Remény van rá, hogy nemcsak a kavitáció különböző

fázisainak felderítésére, de még a várható kavitációs erózió mértékére is következtetni lehet az így nyert adatokból [51].

6. Folytatni kell a különböző szerkezeti anyagok kavitációval szembeni ellenállásának tanulmányozását és a meglevő adatok újraértékelését, mert újabban kételyek merülnek fel az eddigi eredmények megbízhatóságát illetően [52, 53].

7. Több figyelmet kell fordítani a szuperkavitációs jelenségek és a szuperkavitációs szivattyúk fejlesztésére és vizsgálatára, mert ez elsősorban elméleti összefüggések feltárását teszi lehetővé.

8. Vizsgálatokat kellene végezni abban az irányban, hogy milyen eszközökkel lehet a fellépő kavitációt az áramlási viszonyok befolyásolásával elfojtani vagy legalábbis mérsékelni. Ezzel az egyébként eléggé elhanyagolt témakörrel kapcsolatban figyelmet érdemel WONG, MCGREGOR és HOSHIDE [55] munkája, amelyben arról számolnak be, hogy a szivattyú nyomóoldalát megcsapolva és a szivattyújárókerék elé kapcsolt axiálkerékhez (inducer) tangenciális irányban folyadéksugarakat hozzávetve az áramlás eloszlása oly mértékben módosult, hogy a szivattyú fojtásakor fellépő instabilitásokat és kavitációt megszünteti. A 2% emelőmagasság csökkenéséhez tartozó az NPSH-ra vonatkoztatott fajlagos kritikus fordulatszám $20 \div 50$ %-kal nőtt és az NPSH értéke $15 \div 40$ %-kal csökkent a szivattyú által szállított folyadékmennyiség mintegy 10 %-ának a szívóoldalra való visszavezetésével.

9. Igyekezni kell egységes terminológiát kidolgozni, de úgy, hogy az egyes elnevezések mögött szabatos fogalmak álljanak [32].

Még hosszú és sok helyen csak nyomokban kijelölt útát kell végig járunk a szivattyúk kavitációjával kapcsolatos összes kérdések tisztázásához, amellyel kapcsolatban a kutatókra sok és szép feladat vár [54].

IRODALOM

1. BARNABY, S. W.: On the Formation of Cavities in Water by Screw Propellers at High Speeds. *Trans. Inst. Naval Arch.* 39 (1898), 139–144.
2. HOLL, J. W.: The Inception of Cavitation on Isolated Surface Irregularities. *Trans. ASME J. of Basic Engng. (Series D)* 82 (1960); No. 1.
3. ISAY, W. H.: Zum Massstabeffekt der Kavitation bei Flügelprofilen in realer Strömung. *Schiffstechnik* 10 (1963); H. 53, 138–146.
4. NUMACHI, F.—OBA, R.—CHIDA, I.: Effect of Surface Roughness on Cavitation Performance of Hydrofoils; Rep. 1. *Trans. ASME. J. of Basic Engng. (Series D)* 87 (1965); 495–503.
5. HOLL, J. W.: The Estimation of the Effect of Surface Irregularities on the Inception Cavitation. *Symp. on Cavitation in Fluid Machinery, ASME Winter Annual Meeting Chicago—Illinois* (1965), 3–15.
6. RIPKEN, J. F.—OLSON, R. M.: A Study of the Influence of Gas Nuclei on Cavitation Scale Effects in Water-Tunnel Tests. University of Minnesota, St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory; Project Rep. No. 58. 1958.
7. BOWDEN, F. P.: Discussion on Deformation of Solids by the Impact of Liquids and its Relation to Rain Damage in Aircraft and Missiles, to Blade Erosion in Steam Turbines, and to Cavitation Erosion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 260 (1966); Series A. No. 1110 (July).

8. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Experimental Investigations of Some Properties of Cavitating Flow. *Periodica Polytechnica (Engng)* 9 (1965), 243—254.
9. SILBERMAN, E.—SONG, C. S.: Instability of Ventilated Cavities. *Journ. of Ship. Res.* (1961); June 13—33.
10. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Observations on Cavitation Velocity-Damage Exponent in a Flowing System. *Periodica Polytechnica (Engng.)* 8 (1964), 343—352.
11. HAMMITT, F. G.: Observation Cavitation Damage in a Flowing System. *Trans. ASME D. J. of Basic Eng. (Series D)* 85 (1963), 347—359; l. még [10].
12. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.—SHALNEV, K. K.—TSCHERNAWSKIJ, B. A.: Untersuchung des Masstabeffektes der Kavitations-erosion *Acta Techn. Hung.* 51 (1965), 363—379.
13. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: The Intensity and Scale Effect of Cavitation Damage. *Periodica Polytechnica (Engineering)* 10 (1966), 47—54.
14. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Das Geräuschspektrum der Kavitation und der Kavitations-erosion. II. Konferenz für Strömungsmaschinen. Budapest 1966; 394—405.
15. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Experimental Investigation of Cavitation Noise. *La Houille Blanche* (1966), No. 8; l. még [14].
16. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Experimental Investigation of Cavitation Erosion in the Incubation Period. *La Houille Blanche* (1966), No. 8.
17. STEPANOFF, A. J.: Radial- und Axialpumpen. Theorie, Entwurf, Anwendung. Deutsche, durchgearbeitete Übersetzung der zweiten Auflage von HALTMEIER. Springer Verlag Berlin (Göttingen), Heidelberg 1959; 184.
18. DZIALLAS, R.: Beitrag zur Beurteilung des Kavitationsverhaltens von radialen Kreiselpumpen. Vorabdruck für das International Symposium, Kreiselpumpen in Kraftwerken, Braunschweig 1966; H. 1—10.
19. WOOD, G. M.: Visual Cavitation Studies of Mixed Flow Pump Impellers. *Trans. ASME J. of Basic Engng. (Series D)* 85 (1963); 17—28.
20. POUBA, V.: Využití modelové podobnosti k určování počtů kavitace cerpadel. *Strojirenství (Praha)* 12 (1962), 403—410.
21. ADDISON, H.: NPSH or Cavitation Factor. *Pumping, Morden* 5 (1963), 397—399.
22. ANTON, L.: Unghiul de la intrara optim la cavitate pentru pompele centrifugale. *Studii si cercetari stiintifice (Bucuresti)* 4 (1957), 27—30.
23. ANTON, L.: Curbe caracteristice de cavitate, teoretice si experimentale, la pompelo centrifuge de turatie specifica joasa. *Studii si Cercetari-Stiinte tehnice (Bucuresti)* 7 (1960), 209—225.
24. KAROLIN, V.: Kavitationserscheinungen in radialen u. axialen Pumpen. Masgiz, Moskva 1963; 256.
25. GUPPY, A. W.: Suction Performance and Cavitation of Rotodynamic Pumps. *Pumping, Morden* 5 (1963); 49, 36—40.
26. COOPER, P.: Application of Pressure and Velocity Criteria to the Design of a Centrifugal-pump Impeller and Inlet. *Trans. ASME J. of Engng. for Power (Series A)* 86 (1964); Nr. 2. 181—190.
27. MATTHIAS, H. B.: Beitrag zur Ausbildung von Pumpensaugkrümmern. Vorabdruck für das Internationale Symposium Kreiselpumpen in Kraftwerken, Braunschweig 1966; E 21—30.
28. PILLARCZYK, K.—RUSAK, V.: Application of Air Model Testing in the Study of Inlet Flow in Pumps. Symposium on Cavitation in Fluid Machinery, ASME Winter Annual Meeting Chicago—Illinois (1965), 91—108.
29. SZABÓ, Á.—STVRTECZKY, F.—MARIK, M.: Die Wirkung der Eintrittsabrundung auf den Beginn der Kavitation. II. Konferenz für Strömungsmaschinen. Budapest 1966; 347—354.
30. HORIE, C.—OSHIMA, M.: Experimental Study on Cavitation in Mixed Flow Pump Impellers. *Bull. JSME* 7 (1964); February 62—71.
31. SZABÓ, Á.—VERBA, A.—MARIK, M.: Beitrag zum Einfluß der Eintrittsdurchmessers der Pumpenlaufräder auf die Pumpenkennwerte. *Periodica Polytechnica* 10 (1966); No. 3, 285—297.
32. GUITON, P.: Cavitation dans les pompes. *La Houille Blanche* (1962), 701—728.
33. STAHL, H. A.—STEPANOFF, A. J.: Thermodynamic Aspects of Cavitation in Centrifugal Pumps. *Trans. of the ASME Paper No. 55—A. 136* (1956), 1691—1694.
34. STEPANOFF, A. J.: Cavitation in Centrifugal Pumps With Liquids Other Than Water. *Trans. of the ASME J. of Engng. for Power* (1961), February 79—91.
35. SALEMANN, V.: Cavitation and NPSH Requirements of Various Liquids. *Trans. of the ASME J. of Basic Engng.* (1959); June 167—181.

36. PESKIN, M. A.: O vlijanii temperaturü zsidkoszti na kavitacionune karakterisztiki centro-bezsnogo nazsozsa. *Teplóenergetika* (1958); No. 2, 47—51.
37. STEPANOFF, A. J.: *Pumps and Blowers* (2. printing). Wiley, New York—London—Sydney 1966.
38. SOTH, J. M.—BRKICH, A.—STAHL, H.: Suction Head correction for Centrifugal Pumps. Mid-Year Meeting A. P. I. *Div. of Refining* (1959); May 1—11.
39. SÁROSDY, L. R.—ACOSTA, A. J.: Note on Observations of Cavitation in Different Fluids. *Trans. of the ASME J. of Basic Engng.* (1961), September 399—401.
40. HOLLANDER, A.: Thermodynamic Aspects of Cavitation in Centrifugal Pumps (Appendix 1 to paper by DI STEFANO—CAINE). American Rocket Society, New York Coliseum (1961). Published by Pesco Products Division, Borg-Warner Corp.
41. HUTTON, B. P.: Kavitationsparameter von Pumpen. II. Konferenz für Strömungsmaschinen, Budapest 1966; 175—182.
42. JAKOBSEN, J. K.: On the Mechanism of Head Breakdown in Cavitating Inducers. *Trans. of the ASME J. of Basic Engng.* (1964); June 291—306.
43. STRIPLING, L. B.—ACOSTA, A. J.: Cavitation in Turbopumps, Part 1. *Trans. of the ASME J. of Basic Engng.* (1962); September, 326—339.
44. STRIPLING, L. B.: Cavitation in Turbopumps, Part 2. *Trans. of the ASME J. of Basic Engng.* (1962); September, 339—351.
45. ACOSTA, A. J.: An Experimental Study of Cavitating Inducers. Second Symposium on Naval Hydrodynamics, ONR/ACR—38; 1958, 544—554.
46. SMUGLIJAKOV, L. Sz.: Vlijanije tipa kavitacii na formu szrúvnüh karakterisztik gidroturbin. *Energomasinostroenie* (1963); No. 1, 25—27.
47. SPRAKER, W. A.: Two-Phase Compressibility Effects on Pump Cavitation. Symposium on Cavitation in Fluid Machinery, ASME Winter Annual Meeting Chicago—Illinois (1965), 162—171.
48. POUBA, V.: Vliv teploty na ssaci schopnost čerpadla. *Strojirenstvi* 14 (1964), 94—101.
49. VERBA, A.—STVRTECZKY, F.—SEBESTYÉN, GY.: Kavitation in der Pumpe. II. Konferenz für Strömungsmaschinen, Budapest 1966; 406—412.
50. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.—VASVÁRI, F.—BERZY, J.: Determination the True Resistance of Materials against Cavitation Erosion. 6th. Symp. of the Civil Hydraulic Eng. (International) High Velocity Flow. Civil Hydr. Indian Inst. of Science, Bangalore 1967; 18—21.
51. NUMACHI, F.: An Experimental Study of Accelerated Cavitation Inducers by Ultrasonics. *Report of the Institute of High Speed Mechanics, Tokohu University* 17 (1965/1966), 63—91.
52. Symposium on Cavitation Research Facilities and Techniques Fluids Engng. Div. Conference Philadelphia—Penn. 1964 (Edited by Holl, W. J. and Wood, G. M.). ASME, New-York.
53. Symposium in Unsteady Flow ASME Hydraulic Divis. Conference held in Worcester—Mass. 1962; ASME New-York.
54. ELLIS, A. T.—SLATER, M. E.—FOURNEY, M. E.: Some New Approaches to the Study of Cavitation. Cavitation and Hydraulic Machinery (Edited by NUMACHI, F.). *Proc. of IAHR-Symposium Sendai Japan 1962 High Speed Mechanics Toh'oku Univ. Sendai*, 1963; 59—70.
55. WONG, G. S.—MAC GREGOR, CH. A.—HOSHIDE, R. K.: Suppression of Cavitation and Unstable Flow in Throttled Turbopumps. *J. Spacecraft* 2 (1965); No. 1, 73—80.

VÍZTORONY CSEPPTARTÁLYVAL

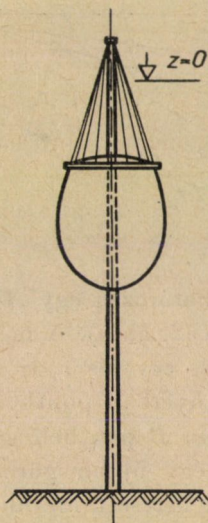
SZMODITS KÁZMÉR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI INTÉZET, BUDAPEST

[Beérkezett 1967. február 10]

A dolgozat kötélsor segítségével egy oszlopra felfüggesztett csepp alakú folyadéktartályt ismertet. E tartály középfelületének meridiángörbét szerkesztéssel határozza meg.

A csepptartály középfelülete — mint ismeretes — csepp alakú forgásfelület, mely alsó részén a földön nyugvó sík korongba megy át. A tartályt túlnyomás alatt álló folyadék terheli, és feszültségi állapota homogén, vagyis $N\vartheta = N\varphi = N$, ahol $N\vartheta$ a meridiánerő, $N\varphi$ a gyűrűerő. Az N metszeti erő húzás. Ez a feszültségi állapot biztosítja a tartályfal szilárdságának optimális kihasználását; annak kialakulása megfelelően megválasztott tartályformával érhető el. E forma, mint ismeretes, vízszintes síkon nyugvó és a felületi kapilláris erőkkel egyensúlyban tartott folyadékcsepp alakjával azonos.



1. ábra

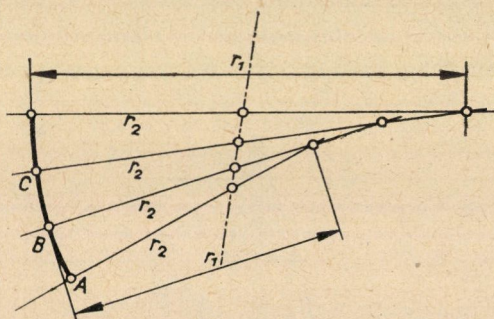
A csepptartály egy kúpfelület alkotóit képező kötélsorral egy oszlop csúcspontjához kötve mint víztorony is kialakítható. Itt a cseppforma lent nem megy át a síkba, felső nyílását pedig egy lapos gömbkupola fedi le (1. ábra).

A csepptartály méretezése nem egy adott szerkezetben fellépő igénybevételek megállapításából, hanem adott feszültségi állapothoz tartozó héjforma meghatározásából áll. A homogén feszültségi állapotot biztosító meridián-görbe differenciálegyenletét matematikai nehézségek miatt nem analitikusan, hanem grafikusán oldjuk meg. A probléma csak állandó falvastagságú tartály esetén oldható meg, ahol a meridiánérintő irányába eső erőalkotók egyensúlyi feltétele N értékétől függetlenül kielégíthető és csupán a felületi normális irányába eső erőalkotók

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{\gamma z}{N} \quad (1)$$

egyensúlyi feltételét kell a meridiángörbe megfelelő megválasztásával biztosítani. Az (1) egyenletben r_1 a meridiángörbe görbületi sugara, r_2 a felületi normálisnak a forgástengely és felület közti szakasza, γ a folyadék fajsúlya, z pedig a folyadékoszlop magassága. Az (1)-et r_1 -re, a meridiángörbe görbületi sugarára megoldva az

$$r_1 = \frac{Nr_2}{\gamma z r_2 - N}$$



2. ábra

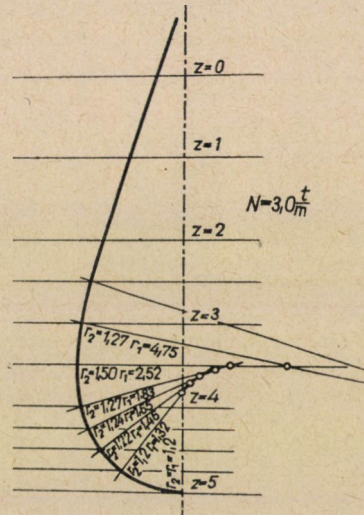
képletet kapjuk. E képlet meghatározza egy A pontig ismert meridiángörbe görbületi sugarát az A pontban (2. ábra). A meridiángörbét az A pont környezetében körívnek tekintve és egy kis $r_1 \Delta \varphi$ szakasszal folytatva, a görbe egy B pontját kapjuk. Az így nyert B ponthoz tartozó r_2 sugarat lemérve, a (2) képletből meghatározzuk a B pontbeli görbületi sugarát. A görbének e sugárral való folytatásával egy újabb görbeszakasz állítható elő. Ezen eljárás sorozatos ismétlésével a keresett meridiángörbe megrajzolható.

Legyen a meridiángörbe legmélyebb pontjának érintője vízszintes. A meridiángörbe szerkesztését e pontban kezdjük, ahol $r_1 = r_2 = 2N/\gamma z$. A meridiángörbe görbületa a folyamatos szerkesztés során egyre csökken és végül negatív lesz. Ekkor a görbületi sugár középpontja a meridián külső oldalára esik (3. ábra). A meridiángörbét a pozitív és negatív görbületi szakaszokat elválasztó inflexiós pont előtt lezárjuk, és a tartályt felülről nézve

konvex lapos gömbkúpólával lezárjuk. A tartályperem és a kupolaperem csatlakozásánál vízszintes gyűrűt kell kialakítani, mely egy kábelsorral a középső oszlop csúcspontjához van függesztve. Ez a gyűrű a kupola oldalnyomásának felvételére szolgál. Az oszlop belsejének a tartály feletti része a szükséges túlnyomás biztosítása céljából folyadékkal van töltve és a tartály felé nyitott.

Előírt köbtartalmú tartályt tetszés szerint felvett kezdeti adatokból kiindulva próbálgatással szerkesztünk meg. Ha a túlnyomást biztosító csőoszlop magassága nő, a tartály alakja gömbfelülethez közeledik, ha pedig a csőoszlop végtelen hosszú, gömbfelületbe megy át.

Az így megszerkesztett csepptartály csak a csőoszlop teljes töltésével biztosított túlnyomás esetében van homogén feszültségi állapotban. Kisebb



3. ábra

folyadékmagasság esetében nem alakul ki homogén feszültségi állapot, és a tartály belsejében levő folyadéktükör környezetében hajlítások lépnek fel. Mivel az egyensúly e hajlítások nélkül is fenntartható, ezek csak zavaró jellegűek és a tartályfal kis hajlítózsilárdsága miatt kicsinyek, tehát elhanyagolhatók.

ELOSZTÓSZÁM-TÁBLÁZAT KÉSZÍTÉSE A GANZ—BOTKA FOGAZÁSHOZ

KOLONITS FERENC

[Beérkezett 1967. március 21-én]

Folytonos fogazattartományban számolva a GANZ—BOTKA-rendszer szerinti elosztó számokat, az egyetlen fogazat számításához képest egyszerűsítési lehetőségek adódnak. A dolgozat vizsgálja ezeket és ferde fogazat esetén gazdaságosabb táblázatszerkesztésre tesz javaslatot.

Jelölések

(Az 1 index a kiskerékre, a 2 a nagykerékre utal)

A, E	a kapcsolószakasz kezdő- és végpontja;
u	a fogsávviszony (z_2/z_1);
r_f	a fejkörsugár;
r_a	az alapkörsugár;
r_g	a gördülőkörsugár;
α_g	a kapcsolószög;
α_0	a szerszám-kapcsolószög;
α_h	a homlokkapcsolószög;
β	a fogferdeség;
a	a tengelytávolság;
h_k	az elméleti közös fogmagasság;
z	a fogsávösszeg;
X	$= \sqrt{r_f^2 - r_a^2} (a \sin \alpha_g)$;
$A(\alpha_0; \alpha_g; \beta)$	} rövid jelölés az a , ill. a h_k kifejezésében z szorzóira;
$B(\alpha_0; \alpha_g; \beta)$	
$C = 1 \pm h_k/a$	értéke $X_{1,2}$ -vel, α_g -vel és u -val kifejezve;
q_2	elosztószám.

A q_2 elosztószám ferde fogazatnál a β fogferdeség, valamint a z fogsávösszeg, α_g kapcsolószög és u fogsávviszony függvénye: meghatározásához $r_{f1,2}$ -re a következő egyenletrendszert kell megoldanunk:

$$r_{f1} + r_{f2} = a + h_k, \tag{1a}$$

és

$$\frac{\sqrt{r_{f2}^2 - r_{a2}^2}}{a \sin \alpha_g - \sqrt{r_{f2}^2 - r_{a2}^2}} = u^2 \frac{\sqrt{r_{f1}^2 - r_{a1}^2}}{a \sin \alpha_g - \sqrt{r_{f1}^2 - r_{a1}^2}}. \tag{1b}$$

Átalakítás és rendezés után nyolcadfokú algebrai egyenletre jutunk, melyet előírt pontossággal csupán numerikusan, sorozatos közelítésekkel tudunk megoldani [1].

Kérdés, hogy ha nem egy fogazatot kell számítanunk, hanem a teljes fogazattartományt kívánjuk feltérképezni, nem rendezhetjük-e el célszerűbben a számítási munkát?

Vezessük be az

$$X_i = \frac{\sqrt{r_{fi}^2 - r_{ai}^2}}{a \sin \alpha_g} \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

új változókat. Az (1) rendszer a következő alakú:

$$\frac{X_2}{1 - X_2} = \frac{X_1}{1 - X_1} u^2, \quad (3a)$$

$$\sqrt{X_1^2 a^2 \sin^2 \alpha_g + r_{a1}^2} + \sqrt{X_2^2 a^2 \sin^2 \alpha_g + r_{a2}^2} = a + h_k. \quad (3b)$$

Vegyük figyelembe viszont, hogy (1. pl. [3]) modulfajlagosan

$$a = z \frac{\cos \alpha_h}{2 \cos \beta \cos \alpha_g} = z A(\alpha_0; \alpha_g; \beta), \quad (4a)$$

$$h_k = 2 \cdot z \left(\frac{1}{2 \cos \beta} - A + \frac{\text{inv } \alpha_g - \text{inv } \alpha_h}{2 \tan \alpha_0} \right) = 2 \cdot z B(\alpha_0, \alpha_g, \beta) \quad (4b)$$

(3b)-t a -val végigosztva megfelelő átalakítások után (A és B argumentumait rövidség kedvéért elhagyva):

$$\sin \alpha_g \left[\sqrt{X_1^2 + \frac{1}{[(u+1) \tan \alpha_g]^2}} + \sqrt{X_2^2 + \frac{u^2}{[(u+1) \tan \alpha_g]^2}} \right] = 1 + \frac{h_k}{a}$$

A bal oldalt jelöljük C -vel és helyettesítsük be a (4) alatti formulákat:

$$C = 1 + \frac{2 - Bz}{zA} = 1 - \frac{B}{A} + \frac{2}{zA},$$

$$z = \frac{2}{A(C - 1) + B}. \quad (5)$$

Vizsgáljuk meg, mit tehetünk, ha rögzített α_g , u és β mellett z értékek sorozatára kívánjuk az elosztószámot meghatározni.

Ha felvesszük X_1 -et, a (3a)-ból meghatározhatjuk X_2 -t. A és B értékek a fentebb rögzített alapadatok mellett állandók, így $X_{1,2}$ birtokában kiszámítva C -t, az (5)-ből megkapjuk a fogszámösszeget. X_2 (2) definiáló egyenletéből megkapjuk r_{f2} -t; innen

$$q_2 = \frac{r_{f2} - r_{g2}}{h_k}$$

Ez az eljárás részben „fordítva” oldja meg az (1) egyenletet: felvesz egy közbülső részeredményt, amiből visszaszámol a kiinduló adatokra; mindezekből meghatározza a keresett értéket.

Hogyan vegyük fel azonban X_1 -et? Alakítsuk át (3a)-t és határozzuk meg dx_2/dx_1 -et:

$$\begin{aligned} \frac{1}{X_2} - 1 &= \frac{1}{u^2} \left(\frac{1}{X_1} - 1 \right), \\ -\frac{1}{X_2^2} dX_2 &= -\frac{1}{u^2} \frac{1}{X_1^2} dX_1; \\ \frac{dX_2}{dX_1} &= \frac{1}{u^2} \left(\frac{X_2}{X_1} \right)^2 > 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Tehát, ha a felvett X_1 -et növeljük, X_2 is nő. C definíciójából nyilvánvaló, hogy növekvő $X_{1,2}$ -vel nő, (5)-ből pedig következik, hogy ez esetben z csökken. Valamennyi változás szigorúan monoton.

Ha az előbbieken rögzített α_g , u és β mellett a számba jöhető legnagyobb és legkisebb fogszámösszegre valamilyen módszerrel meghatározzuk az elosztószámot és így X_1 -et, ezen X_1 -ek a lehetséges legkisebb és legnagyobb értékek lesznek, közbülső értékek monoton változnak.

Az adott tartományban előírt pontossággal lineárisan interpolálható $z - q_2$ táblázatot kell előállítanunk. Felvesszük z kívánt értéksorát, ami várhatóan elég sűrű az interpolációhoz — ez a nagy fogszámösszegek felé ritkább [2].

Ha egy görbe lineárisan interpolálható, az érintő jól simul a görbéhez, a vizsgálatok során jó pontossággal alkalmazható a „véges növekmények tétele”. Határozzuk meg dz/dX_1 -et. Az (5)-ből

$$\frac{dz}{dX_1} = -\frac{2A}{[A(C-1) + B]^2} \frac{dC}{dX_1} = -\frac{A}{2} z^2 \frac{dC}{dX_1},$$

és a C definíciós egyenletéből az $1/[(u+1)\tan\alpha_g] = t$ jelöléssel:

$$\frac{dC}{dX_1} = \sin\alpha_g \left[X_1/\sqrt{X_1^2 + t^2} + X_2 \left(\frac{dX_2}{dX_1} \right) / \sqrt{X_2^2 + u^2 t^2} \right].$$

Behelyettesítve (7)-ből, és figyelembe véve, hogy

$$\frac{dz}{dX_1} = \frac{dz}{dC} \frac{dC}{dX_1},$$

kapjuk, hogy

$$\frac{dz}{dX_1} = -\frac{A}{2} z^2 \left(\frac{X_1}{\sqrt{X_1^2 + t^2}} + \frac{1}{u^2 X^2} \frac{X_2^3}{\sqrt{X_2^2 + u^2 t^2}} \right) \sin\alpha_g. \tag{8}$$

Ha egy konkrét fogazatot számolunk, dz/dX_1 meghatározása nem jelent sok többletmunkát, hiszen a kifejezés legtöbb „építőkövét” C számításánál már meghatároztuk.

Kiindulunk a tartomány egyik végétől, pl. a legnagyobb z_0 fogszámszösszezből, melyhez numerikusan meghatároztuk a — legkisebb — X_{10} értékét. Számítsuk ki a soron következő z_1 fogszámszösszeghez tartozó fogazatot.

Nyilván $dz/dX_1 = 1/(dX_1/dz)$. Ha felvesszünk

$$X_{11} = X_{10} + (dX_1/dz)(Z_1 - z_0)$$

X_1 értéket, és ezzel z'_1 értéket számolunk, ez a véges növekmények tétele értelmében igen közel esik z_1 -hez. A z_1 -hez tartozó X_1 értéket, vagy a kiinduló és a most számolt pontra végzett lineáris interpolációval, vagy dX_1/dz helyi kiszámításával és

$$X_1 = X_{11} + (dX_1/dz)(Z_1 - z'_1)$$

formulával határozzuk meg. Az így kapott X_1 már valószínűen elég pontos megoldása lesz a feladatnak. Ha nem vagyunk elégedettek az eredménnyel, úgy ezt egy iterációs számítás (amelyet a határponton végeztünk) kezdő értékének tekinthetjük. Mivel a közelítés igen jó, sokkal kevesebb lépésre lesz szükség, mintha pl. $q_2 = 0,5$ -től indítottuk volna az iterációt.

Ily módon lépésről-lépésre végigszámolhatjuk a teljes szóba jöhető tartományt. Mindössze egy — a kezdeti — fogazatot kell minden támpont nélkül, egyedileg számítani.

Az elvi alapok változatlanul hagyásával másféle lebonyolítási formát is választhatunk.

Ha a fentebbi módszernél a sorra következő z -re „véges növekmények tételével” kapott közelítő érték és a kiindulási érték alapján a pontos z -hez tartozó X_1 értéket lineáris interpolációval kívánjuk számolni, javíthatunk azzal, hogy a közelítő z -hez tartozó X_1 környékén a szándékolt z -javításnak megfelelő irányban felvesszünk néhány X_1 -et, számoljuk a hozzájuk tartozó z -ket, és a legjobban közelítő értékek közt interpolálunk.

Ha „véges növekmények tételével” túlmegyünk a szándékolt z -n, igen valószínű, hogy ismételt alkalmazásával visszakerülünk a kiindulási oldalra (a számított szakaszban sima függvényt feltételezve). Ekkor a kétoldali közelítés között interpolálhatunk. Ha viszont a közelítéssel nem érjük el a szándékolt z -t, analóg módon végül is extrapolációt alkalmazhatunk (ez azonban kevésbé megbízható).

Nem szükséges okvetlenül arra törekednünk, hogy a felvett X_1 -ekből számolt z -k jól közelítsék a szándékolt értékeket. Eljárhatunk úgy is, hogy a kiinduló $z - X_1$ -től kezdve ΔX_1 (esetleg menetközben változó) lépésként kiszámítjuk z -t, amíg a szóba jöhető másik z -határt át nem lépjük. Az így

keletkező $z - X_1$ táblázatból interpolálhatunk a keresett z -kre; ha túl nagy ΔX_1 -et vettünk, a kérdéses helyek környékén sűrűthetjük a beosztást, hogy a kívánt pontosságot elérjük.

E módszerek közül a probléma konkrét számítási vizsgálata alapján választhatunk; esetleg alkalmas kombinációjukból alakíthatjuk ki a legmegfelelőbb eljárást.

Számolni kell a lehetőséggel, hogy bizonyos fogszámösszegeknél kerek fogszámokkal csak megközelíteni lehet a számítani kívánt előírt fogszámviszonyt. Mivel ez a közelítés általában elég jó, az előírt fogszámviszony melletti eredményeket a ténylegesre végzett iteráció kezdő értékének tekinthetjük. Ha azonban tekintetbe vesszük, hogy ([1] deriválásából) a többi független változót állandónak véve,

$$\frac{dX_1}{du} = \frac{\frac{t^2}{\sqrt{X_1^2 + t^2}} + \frac{t^2 \dots ut - 2 X_2^3 u^3 X_1}{\sqrt{X_2^2 + u^2 t^2}}}{\frac{X_1}{\sqrt{X_1^2 + t^2}} + \frac{1}{u^2 X_1^2} \frac{X_2^3}{\sqrt{X_2^2 + u^2 t^2}}}$$

úgy számolhatunk a véges növekmények tételével is. E kifejezés „építőkövei” is kiadódnak a részletszámítások során.

A kezdeti értékek ($z_{\max} - X_{1,\max}$) számítását is lehet célszerűbben elrendezni. Így például rögzített α_g mellett különböző u -kra a szóba jöhető maximális fogszám legyen ugyanaz. Ez esetben nem számolunk egyedileg valamennyi u -nál, hanem — nem túl nagy lépésként — vizsgálunk egyet-egyet és a közbeesőkre lineárisan interpolálunk. Mivel különböző α_g -nél ugyanazokra a módosításokra kell a vizsgálatot elvégezni, az előbb említett lépéskénti u -kat se minden α_g -re számoljuk ki. Képletesen szólva: az $u - \alpha_g$ síkot a maximális fogszám és rögzített fogferdeség mellett „leborítjuk egy nem túl nagy lyukbőségű hálóval”, a csomópontokon számolunk, a többit interpoláljuk és az interpolált értékből kiindulva iterálunk. Ha bizonyos ($u - \alpha_g$) párok más maximális fogszámtól kezdve jutnak gyakorlati szerephez, és ezeknek tartománya elég nagy, úgy az előbb mondottakat értelemszerűen itt is alkalmazhatjuk. Ha ezeknek maximális fogszáma nem sokkal kisebb, mint az abszolút maximum, némi felesleges munka árán egyszerűsíthetünk azzal, hogy ezeket is az abszolút maximumtól számoljuk. Esetleg a z -tartomány belsejében is berendezhetünk „indító szinteket” egy bizonyos (abszolút maximumnál sokkal kisebb) fogszámösszeg és attól kisebb z -től számítandó fogazatoknak. Végül elvben kiterjeszthetjük ezt a gondolatmenetet β -ra is. Hogy e módszereket milyen kombinációban alkalmazzuk, azt a gyakorlati táblázatszerkesztés igényei döntenek el.

IRODALOM

1. KOLONITS F.: Fogazathelyesbítés számítása iterációval. *MTA VI. Oszt. Közleményei* 35 (1965); 83, valamint az ott idézett irodalom.
2. BOTKA I.: Profil kiválasztási táblázat, 2. kiadás. Szerző kiadása, Budapest 1961.
3. VÖRÖS I.: Gépelemek, III. Fogaskerekek; 3. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest 1961.

RUGÓS TÖMEGEK ÉS TÁRCSÁS TENGELYEK REZGÉSEI

SZMODITS KÁZMÉR

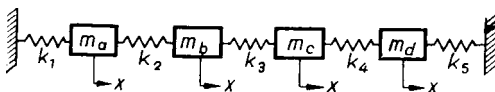
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI INTÉZET, BUDAPEST

[Beérkezett 1967. március 28-án]

A tanulmány a rugós tömegek önrezgésszámainak és tárcsás tengelyek kritikus szögsebességeinek meghatározásával foglalkozik. E két analóg problémával további analóg probléma a támaszok felett merev tömegekkel terhelt tartó, mely feladat megoldása az eredeti feladatok megoldásánál egyszerűbb. A tanulmány a megoldást a felvett önrezgésszám, illetve szögsebességéből kiindulva grafikusán végzi a nyomatéki ábra megrajzolásával, mely helyes felvétel esetén kielégíti a kerületi feltételeket.

I. Rugós tömegek önrezgése

Rugós tömegen a rugókkal összekötött merev tömegek oly rendszerét értjük, melyben a rugók alakváltozásának iránya egy egyenesre esik. A k_1, k_2, \dots, k_n (kp/m) jelölt rugóállandók a rugók x alakváltozásával szorozva



1. ábra

megadják a rugóerőket. A rugóerők és a tömegek tehetetlenségi erőinek egyensúlyát a következő ismert matrixegyenlet fejezi ki:

$$\overline{\overline{K}}\overline{\overline{x}} + \overline{\overline{M}}\overline{\overline{x}} = 0, \quad (1)$$

ahol a felső pontindex a t , azaz idő szerinti differenciálást jelöli. Egy négy-tömegű rendszer esetén (1. ábra):

$$\overline{\overline{K}} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 \end{bmatrix}; \quad \overline{\overline{X}} = \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \\ x_d \end{bmatrix},$$

továbbá

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_d \end{bmatrix}.$$

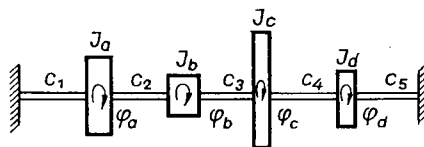
Ha $\bar{x} = \bar{a} \cos \omega t$, akkor az \bar{a} -ra homogén (1) egyenletrendszernek csak olyan ω értékek esetében van megoldása, melyek a

$$(\bar{K} - \omega^2 M) \bar{a} = 0 \quad (2)$$

matrixegyenlet sajátértékei. E sajátértékek a (2) matrixegyenletből iterációval, vagy a koefficiens-determináns eltűnési feltételéből határozhatók meg. E feltételből ω -ra a rendszer szabadságfokával azonos fokszámú algebrai egyenletet kapunk.

2. Tárcsás tengelyek kritikus önrezgése

Tárcsás tengelyen egy egyenes tengellyel összekapcsolt merev kör alakú tárcsák oly rendszerét értjük, melyek az egyes tárcsáknak egymáshoz viszonyított elfordulása a rugalmas tengely elcsavarodásával jár. A tárcsás tengely ismert rezgésegyenlete analóg a rugós tömegek rezgésegyenletével, ahol a c_1, c_2, \dots, c_n (kpm)-el jelölt torziós állandók az elfordulás $\Phi_a, \Phi_b, \dots, \Phi_n$



2. ábra

szögével szorozva adják meg a rúdban fellépő csavarónyomatékokat. A nyomatékok és a tárcsák tehetetlenségéből származó nyomatékok egyensúlyát a következő mátrixegyenlet fejezi ki:

$$\bar{C} \bar{\Phi} + J \bar{\Phi} = 0. \quad (3)$$

Négytárcsás rendszer esetén (2. ábra):

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_3 & c_4 + c_5 \end{bmatrix}; \quad \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \\ \Phi_d \end{bmatrix},$$

továbbá

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} J_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_d \end{bmatrix},$$

ahol J_a, J_b, J_c, J_d az egyes tárcsák tömegének tehetetlenségi nyomatékai (kpm/sec^2) a forgástengelyre.

Ha $\bar{\Phi} = \varphi \cos \omega t$, akkor a $\bar{\varphi}$ -re homogén (3) egyenletrendszernek csak olyan ω értékek esetében van megoldása, melyek a

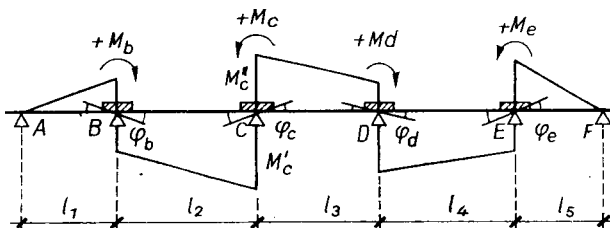
$$(\bar{C} - \omega^2 \bar{J}) \bar{\varphi} = 0 \quad (4)$$

mátrixegyenlet sajátértékei. Ezek ugyanúgy határozhatók meg, mint rugós tömegek esetében. A (2) és (4) egyenletekből kitűnik, hogy a rugós tömegek és a tárcsás tengelyek problémája analóg problémák: a tömegeknek a dinamikai tehetetlenségi nyomaték, az eltolódásnak az elfordulás és végül a rugó-állandóknak a torziós állandók felelnek meg.

3. A támaszok felett merev tömeggel terhelt többtámaszú tartó

Az imént tárgyalt két analóg problémával további analóg probléma: a támaszok felett merev tömegekkel terhelt *többtámaszú tartó* (3. ábra). A tartó rezgésének következtében a támasz feletti tömegek a támaszpont körül elfordulnak és tehetetlen tömegük a tartóra nyomatékokat ad át.

Az analógia fennáll, ha megállapodunk abban, hogy az M_b, M_c, M_d, M_e nyomatékokat az ábrán feltüntetett értelemben tekintjük pozitívoknak (vagyis a támaszok körül pozitív értelemben forgató nyomatékok értelme minden második támaszon azonos és minden szomszédos támaszon ellentétes), a támaszlapok $\varphi_b, \varphi_c, \varphi_d, \varphi_e$ elfordulását pedig a pozitív nyomatékok forgató értelmével azonos értelemben vesszük pozitívnak.



3. ábra

A szögforgáseljáráás ismert képletei szerint

$$M'_c = C_2(2\varphi_c - \varphi_b); \quad M'_c = C_3(5\varphi_c - \varphi_d), \quad (5)$$

ahol

$$C_2 = \frac{2EJ_2}{l_2} \quad \text{és} \quad C_3 = \frac{2EJ_3}{l_3}$$

merevségi tényező, melyekben J_2 , illetve J_3 az l_1 , illetve l_2 nyílású tartó keresztmetszeti területének inercianyomatéka (m^4).

Legyen a C támaszra ható nyomaték

$$M_c = (J_c\omega^2 + C_2 + C_3)\varphi_c, \quad (6)$$

ahol az első tag a rezgő tömeg nyomatéka, a második és harmadik tag pedig a C támasz melletti nyílások merevségi tényezőitől függő képzelt nyomaték. A többi támaszra ugyanígy felírt nyomatékok hatnak. Az (5) és (6) képletekkel felírva az $M'_c + M''_c = M_c$ nyomatékösszeget, a

$$C_2(2\varphi_c - \varphi_b) + C_3(2\varphi_c - \varphi_d) = (J_c\omega^2 + C_2 + C_3)\varphi_c$$

összefüggést kapjuk, ebből pedig rendezés után a

$$-C_1\varphi_b + (C_2 + C_3 - J_c\omega^2)\varphi_c - C_3\varphi_d = 0 \quad (7)$$

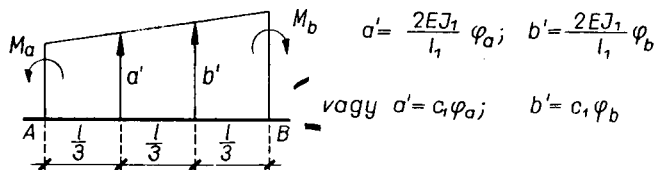
képlet adódik.

Mivel a (7) képlet azonos a (4) egyenletrendszer C támaszra felírt egyenletével, és minden további támaszra hasonló képlet írható fel, az említett analógia fennforgását behizonyítottuk.

A tartó analógia felhasználása a kitűzött feladatok megoldására

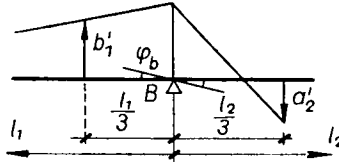
Az imént igazolt analógiát célszerűen felhasználjuk a rugós tömegek vagy tárcsás tengelyek problémájának egyszerű grafikus megoldására.

Az eljárás során azt a könnyen belátható összefüggést használjuk fel, hogy az M_a és M_b végnyomatékokkal terhelt kéttámaszú tartó nyomatéki ábrájának a' , b' „harmadmetszékei” a véglapelfordulásokkal arányosak, vagyis a 4. ábra szerint:



4. ábra

A harmadmetszéket oly vektormennyiségnek tekintjük, melynek nyíl-iránya olyan, hogy a támaszpont körül a véglapelfordulással azonos értelemben forogat.



5. ábra

A támaszponton a tartó folytonossági feltétele szerint a jobb és bal oldali véglapelfordulás értéke és értelme azonos. Ha a tényt a harmadmetszések arányával fejezzük ki, azt kapjuk (5. ábra), hogy

$$\frac{a'_2}{b'_1} = \frac{\frac{2EI_2}{l_2} \varphi_b}{\frac{2EI_1}{l_1} \varphi_b} = \frac{l_1 I_2'}{l_2 I_1} = k_{12},$$

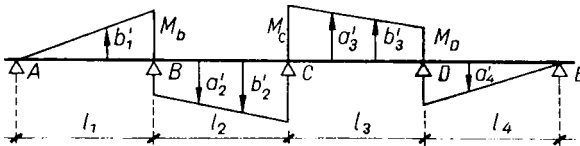
vagyis, ha b'_1 ismert, a folytonossági feltételből:

$$a'_2 = k_{12} b'_1.$$

Alkalmazzuk a vázolt eljárást egy négynyílású tartóra (6. ábra).

Az első lépés során tetszés szerint felvesszük b'_1 -t, melyből $\varphi_b = b'_1/c'_1$. Ebből meghatározzuk az $a'_2 = b'_1 k_{1,2}$ harmadmetszéket és az

$$M_b = (J_B \omega^2 + C_1 + C_2) \frac{b'_1}{C_1}$$

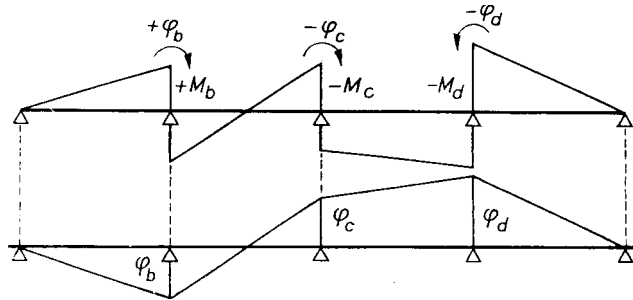


6. ábra

támasznyomatékokot. E két adat meghatározza az l_2 nyílás nyomatóki ábráját mely ábra tartalmazza a b' harmadmetszéket. Ebből kiszámítjuk a $\varphi_c = b'_2/c_2$ elfordulást, valamint az $a'_3 = k_{2,3} b'_2$ harmadmetszéket és az

$$M_b = (J_c \omega^2 + C_2 + C_3) \frac{b'_2}{C_2}$$

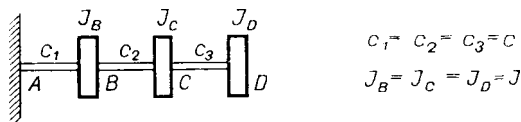
támasznyomatékot. A két adat meghatározza az l_3 nyílás nyomatéki ábráját. Hasonló módon a leírt eljárás folytatásával határozzuk meg az l_4 nyílás nyomatéki ábráját. Ha a felvétel helyes volt, a nyomatéki ábra utolsó oldala a szélső támaszponton megy át, vagyis kielégíti a megtámasztás kerületi feltételét. Hasonlóképpen az analóg tárcsás tengely vége nincsen megtámasztva, hanem tárcsában végződik, a nyomatéki ábra utolsó oldala ω helyes felvétele



7. ábra

esetében a szélső támasz függőlegeséből kimetszi az utolsó ismert támasznyomatékot. Ha a szerkesztés során rohamosan növekvő nyomatéki ábrát kapunk, ez annak a jele, hogy a felvett ω lényegesen eltér a helyes értéktől és ezért a szerkesztést nem folytatjuk tovább, hanem azt új ω felvételével megismételjük. A szerkesztés során nyert $\varphi_a, \varphi_b, \dots, \varphi_n$ elfordulásokkal megszerkesztjük a rugós tengely arányos elfordulási diagramját (normál moduszt) úgy, hogy a többtámaszú tartó közölt előjelszabálya szerint pozitív, illetve negatív elfordulásokat az alapvonaltól lefelé, illetve felfelé rakjuk fel (7. ábra).

A szerkesztés során az összes ω sajátfrekvenciát rendre úgy kapjuk meg, hogy elegendően kis ω értékből kiindulva és elegendően sűrűn felvett értékekre a szerkesztést elvégezzük. E megoldások a jobb szélső támasz kerületi feltételét általában nem elégítik ki. Ezért a szóban forgó megoldássorozat egyes tagjai közti interpolációval meghatározzuk a kerületi feltételeket közelítőleg kielégítő megoldásokat, melyekhez tartozó ω értékek a keresett sajátfrekvenciák. Minden megoldáshoz, vagy más szóval iterációs lépéshez, egy-egy fix ω érték tartozik és így nem állhat elő az az eset, hogy két felvett ω érték közti sajátfrekvenciát két más, ezeknél nagyobb vagy kisebb ω értékek közti interpolációval újra megkapjuk.



$$C_1 = C_2 = C_3 = C$$

$$J_B = J_C = J_D = J$$

8. ábra

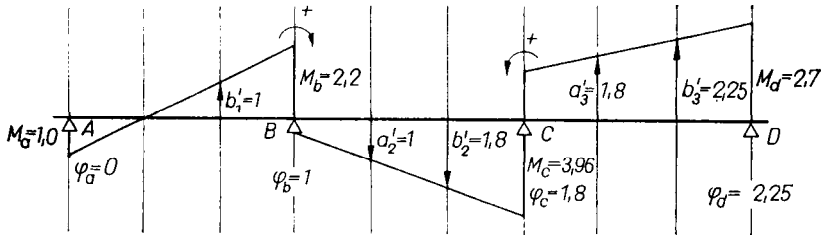
5. Számpélda

Határozzuk meg a 8. ábrán feltüntetett tárcsás tengely ω kritikus szögsebességeit. Ez esetben

$$M_a = (J\omega^2 + 2C) \frac{b'_1}{C} = \left(\frac{J\omega^2}{c} + 2 \right) b'_1,$$

$$M_b = (J\omega^2 + 2C) \frac{b'_2}{C} = \left(\frac{J\omega^2}{c} + 2 \right) b'_2,$$

$$M_c = (J\omega^2 + C) \frac{b'_1}{C} = \left(\frac{J\omega^2}{c} + 2 \right) b'_3.$$



9. ábra

Induljunk ki próbaképpen az $J\omega^2/c = 0,2$ és $b'_1 = 1,0$ értékekből. Ez esetben $M_b = 2,2$. Mivel az A pont fix, és így $\varphi_a = 0$, a nyomatéki ábra első oldala a szélső harmadponton megy át (9. ábra). Ezzel megrajzolva a második nyílás nyomatéki ábráját, $b'_2 = a'_3 = 1,8$, és így $M_c = 2,2 \cdot 1,8 = 3,96$. Az így kapott a_3 és M_b meghatározzák a nyomatéki ábra utolsó oldalát, mely a szélső támaszból az

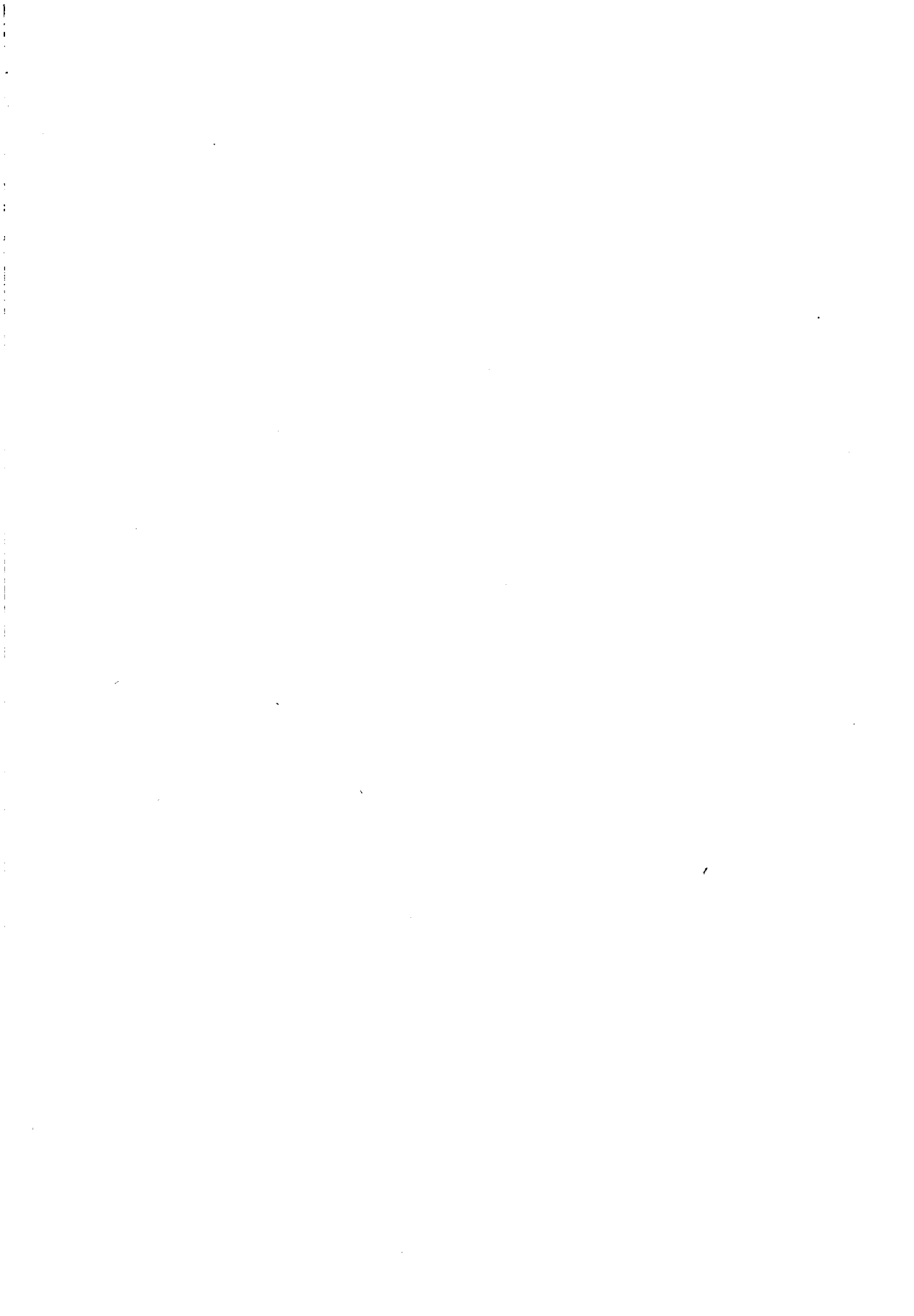
$$M_d = \left(\frac{J\omega^2}{c} + 1 \right) b'_3 = 1,2 \cdot 2,25 = 2,7$$

ismert nyomatékot metszi ki. Tehát ω felvétele helyes volt.

Hasonló módon igazolható, hogy $J\omega^2/c = 1,555$ és $J\omega^2/c = 3,277$ is megoldása a feladatnak.

IRODALOM

1. KÁRMÁN—BIOT: Matematikai módszerek. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1967.



A FOLYTATÓLAGOS TARTÓ PROBLÉMÁJÁNAK MEGOLDÁSA LENGÉSTANI MÓDSZERREL

BOSZNAVY ÁDÁM*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, BUDAPEST

[Beérkezett 1967. július 31-én]

Szerző a folytatólagos tartó támaszponti nyomatékainak meghatározását egy lengéstani feladatra vezeti vissza. Ily módon — lengéstani értelmezésben — a fixpont-módszerre jut. A fixpontok a lengéstani feladat csomópontjainak a megfelelői, és meghatározásukra ebben az értelmezésben az egyébként szokásosnál áttekinthetőbb számító és grafikus eljárást ad a dolgozat. A fixpontok lehetséges elhelyezkedésére a gerjesztett lengések elméletének egy tétele alapján kapunk adatot. Ezt az teszi lehetővé, hogy a problémához hozzárendelt lengéstani feladatban szereplő gerjesztő hatások közös körfrekvenciájáról igazolni lehetett, hogy az nagyobb, mint a lengőrendszer legnagyobb sajátkörfrekvenciája.

I. Bevezetés

Ismeretes, hogy a szokásos idealizálásokkal a statikai problémák lineáris algebrai egyenletrendszerre vezetnek. Ugyanilyen egyenletrendszer adódik például állandó együtthatós, lineáris differenciál-egyenletrendszerrel leírható véges szabadságfokú lengőrendszer állandósult, gerjesztett lengéseinek vizsgálatakor. Ez a megegyezés lehetővé teszi, hogy a kétfajta feladatot analógiába hozzuk egymással. Ily módon arra is lehetőség nyílik, hogy az egyik-fajta probléma megoldására alkalmazható különleges módszereket a másik-fajtának a megoldására is alkalmazzuk.

Szerző még 1959 novemberében a Budapesti Műszaki Egyetemen szűkebb körben ismertetett egy ilyen lehetőséget, de a munka akkor nem került publikálásra. A jelen dolgozat az akkori munka alapján készült. Közlésére az ad indítékot, hogy SZMODITS Kázmér a fent említett analógia alapján álló dolgozatot nyújtott be közlésre ugyanehhez a folyóirathoz; dolgozatában egy statikai feladat megoldására szerkesztési módszert alkalmaz egy lengéstani feladat próbálgatással való megoldására [8]. A jelen dolgozat — mint címéből, és a két munka összehasonlításából is kitűnik — SZMODITS dolgozata pártjának is tekinthető.

* Prof. Dr. Bosznay Ádám, Győri út 12. Budapest, XII.

Az 1. sorban álló ismeretlenek mérőszámai például akkor adódhatnak egyenlőknek, ha a táblázat 2., 3. és 4. sorában szereplő mennyiségpárok mérőszámai abszolút értékre és előjelre megegyeznek.

Az egyik mennyiségrendszerrel a másikra való áttérés speciális transzformációként is értelmezhető.

III. Az analóg lengőrendszer egy tulajdonsága

Az előző pont utolsó bekezdésében vázolt utat követve a folytatólagos tartó problémájához azáltal rendelünk hozzá egy stacionárius lengéssel kapcsolatos feladatot, hogy a lengőrendszer adatait az alábbi mérőszám-egyenletekből határozzuk meg:

$$m_i \omega^2 - \frac{1}{c_i} - \frac{1}{c_{i+1}} = 2(l_i + l_{i+1}), \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (3)$$

$$\frac{1}{c_i} = l_i, \quad i = 2, 3, \dots, n-1, \quad (4)$$

$$6 \left(\frac{Q'_{i-1,i}}{l_i} + \frac{Q''_{i,i+1}}{l_{i+1}} \right) = F_{gio}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (5)$$

Ezekhez az egyenletekhez önkényesen hozzávesszük még az alábbi, ugyancsak mérőszám-egyenleteket:

$$\frac{1}{c_1} = l_1 \quad \text{és} \quad \frac{1}{c_n} = l_n. \quad (4a)$$

(4a)-t és (4)-et (3)-ba helyettesítve

$$m_i \omega^2 - l_i - l_{i+1} = 2(l_i + l_{i+1}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

adódik.

(4) és (4a) lerögzítik a problémához hozzárendelt lengőrendszer rugó-állandóinak mérőszámait. ω -t szabadon megválasztva, (6)-ból a tömegek mérőszámait is megkapjuk:

$$m_i = \frac{3(l_i + l_{i+1})}{\omega^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6a)$$

Azt állítjuk, hogy az így definiált lengőrendszer α_{\max} legnagyobb saját-körfrekvenciája és a gerjesztő hatás szabadon választott ω körfrekvenciája között a jelen alkalmazás szempontjából fontos alábbi összefüggés áll fenn:

$$\omega > \alpha_{\max}. \quad (7)$$

Állításunk igazolásához a 2. ábra modellje szabad lengéséhez hozzárendelhető mátrix sajátérték-feladatot kell szemügyre vennünk. Ez az

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_{n-1} \end{bmatrix}$$

nemszinguláris diagonális mátrixszal, a

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} & -\frac{1}{c_2} & & & \\ -\frac{1}{c_2} & \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} & -\frac{1}{c_3} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -\frac{1}{c_{n-1}} & \frac{1}{c_{n-1}} + \frac{1}{c_n} \end{bmatrix}$$

szalagmátrixszal (mindkét mátrixnál a ki nem írt elemek zérusok), és az

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_{10} \\ \vdots \\ x_{n-1,0} \end{bmatrix} \sin at = \mathbf{x}_0 \sin at$$

alakúnak feltételezett megoldással így szól:

$$\alpha^2 \mathbf{x}_0 = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{x}_0.$$

A (7) egyenlőtlenséget FROBENIUS egy tételének [2] az $\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}$ mátrixra való alkalmazásával igazolhatjuk.

E tétel szerint a valós vagy komplex elemű, $(n - 1)$ -edrendű $\mathbf{A} = (a_{ik})$ négyzetes mátrix λ -val jelölendő bármelyik sajátértéke két egyenlőtlenségnek tesz eleget. Ezek közül csak az egyikre van szükségünk, és ez így szól:

$$|\lambda| \leq \text{Max}_i \sum_{k=1}^{n-1} |a_{ik}|. \quad (8)$$

A helyébe $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$ -t téve, azt találjuk, hogy

$$\sum_{k=1}^{n-1} |a_{ik}| = \frac{1}{m_i} \left(\frac{2}{c_i} + \frac{2}{c_{i+1}} \right). \quad (8a)$$

$|\lambda|$ helyébe α^2 írható, mivel esetünkben α csak valós lehet. Lehetséges továbbá α^2 helyébe α_{\max}^2 -et is tenni, mert a (8) egyenlőtlenség bármely sajátértékre fennáll. A (8) egyenlőtlenség tehát így alakul:

$$\alpha_{\max}^2 \leq \text{Max}_i \frac{1}{m_i} \left(\frac{2}{c_i} + \frac{2}{c_{i+1}} \right). \quad (8b)$$

Esetünkben (6a), (4) és (4a) felhasználásával

$$\begin{aligned} \text{Max}_i \frac{1}{m_i} \left(\frac{2}{c_i} + \frac{2}{c_{i+1}} \right) &= \text{Max}_i \frac{\omega^2}{3(l_i + l_{i+1})} (2l_i + 2l_{i+1}) = \\ &= \text{Max}_i \frac{2}{3} \omega^2 = \frac{2}{3} \omega^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Végeredményben tehát (8b) és (9) összefoglalásával

$$\alpha_{\max}^2 \leq \frac{2}{3} \omega^2.$$

Ebből, ha csak pozitív körfrekvencia-értékekkel foglalkozunk,

$$\omega \geq \frac{3}{2} \alpha_{\max},$$

vagyis

$$\omega > \alpha_{\max}$$

következik.

Ezzel igazoltuk a (7) alatti állítást.

IV. A (2) egyenletrendszer megoldásának egy módszere

A következőkben a (2) egyenletrendszernek azt az ismert megoldási módszerét [3] vázoljuk, amit a fentiek alapján a folytatólagos tartó megoldására kívánunk felhasználni.

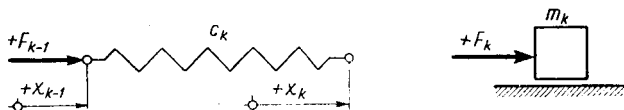
(13) Ez a módszer az egyes tömegeket támadó gerjesztő erők közül egyszerre csak az i -ediket veszi tekintetbe, úgyhogy a megoldást szuperpozícióval kap-

jük. Tehát az l -edik tömeget támadó gerjesztő erő hatására kialakuló amplitúdókat $x_{i0}^{(l)}$ -el jelölve, a megoldás

$$x_{i0} = \sum_{l=1}^{n-1} x_{i0}^{(l)}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (10)$$

alakban adódik.

Az alábbiakban az $x_{i0}^{(l)}$ -ek meghatározását mutatjuk be [3] alapján. [3] az eljárás helyességének igazolása tekintetében szerzőnek egy nehezebben hozzáférhető munkájára utal, ezért célszerűnek látjuk a levezetés ismertetését. Ez különbözik az imént említett munkában található levezetéstől.



3. ábra

Levezetésünk a szakaszmátrixos módszeren [4] alapszik. E módszerben a 2. ábra szerinti lengőrendszer mindegyik keresztmetszetét egy-egy \mathbf{z} oszlop mátrixszal jellemezzük:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} x \\ F \end{bmatrix};$$

itt x a kérdéses keresztmetszetnek a nyugalmi helyzetétől számított elmozdulása, F az elmozdult, s a jobb oldali részhez kapcsoltnak gondolt keresztmetszetet terhelő erő. A jelölések értelmének megvilágítása végett röviden leszámraztatjuk a szükséges szakaszmátrixokat.

A 3. ábra a mozgásban levő lengőrendszer k -adik rugójának bal végét, valamint a k -adik hasáb bal oldalát terhelő erőknek, és a rugóvég elmozdulásoknak pozitív irányait mutatja. A szokásos idealizálásokkal

$$F_{k-1} = \frac{x_{k-1} - x_k}{c_k}, \quad F_k = F_{k-1}.$$

Ezekből

$$\begin{bmatrix} x_k \\ F_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -c_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ F_{k-1} \end{bmatrix},$$

vagy

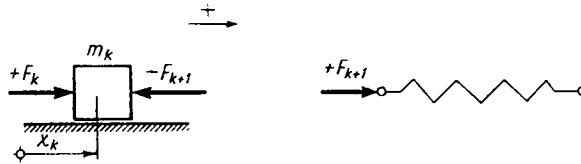
$$\begin{bmatrix} x_{k-1} \\ F_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & c_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ F_k \end{bmatrix}.$$

Itt

$$\begin{bmatrix} 1 & c_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11a)$$

a k -edik rugónak a balról jobbfelé való haladáshoz tartozó szakaszmátrixa, az

$$\begin{bmatrix} 1 & c_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11b)$$



4. ábra

kifejezés pedig a jobbról balfelé való haladáshoz tartozó szakaszmátrixa. Ezek a szakaszmátrixok függetlenek attól, hogy a rugóvégek milyen törvényszerűség szerint mozognak. Ha csak az l -edik hasábot terheli gerjesztő erő, akkor

$$\begin{aligned} x_k &= x_{k0}^{(l)} \sin \omega t, & x_{k-1} &= x_{k-1,0}^{(l)} \sin \omega t, \\ F_k &= F_{k0}^{(l)} \sin \omega t, & F_{k-1} &= \tilde{F}_{k-1,0}^{(l)} \sin \omega t \end{aligned}$$

lesz, és ugyanezek a szakaszmátrixok érvényesek, ha állapotvektorul a

$$\begin{bmatrix} x_{k0}^{(l)} \\ F_{k0}^{(l)} \end{bmatrix}$$

vektort választjuk.

A k -edik hasábot terhelő erőket, és a hasáb által jobbfelé továbbadott erőt szemléltető 4. ábra alapján:

$$m_k \ddot{x}_k = F_k - F_{k+1}.$$

Ha csak az l -edik hasábot terheli gerjesztő erő, akkor az előbb mondottak értelmében

$$\ddot{x}_k = -\omega^2 x_{k0}^{(l)} \sin \omega t$$

lesz, tehát a legutóbbi egyenlet $\sin \omega t$ -vel való egyszerűsítés után így szól:

$$-m_k \omega^2 x_{k0}^{(l)} = F_{k0}^{(l)} - F_{k+1,0}^{(l)}.$$

Mivel a hasáb minden pontjának ugyanaz az elmozdulása,

$$\begin{bmatrix} x_{k0}^{(l)} \\ F_{k+1,0}^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ m_k \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k0}^{(l)} \\ F_{k0}^{(l)} \end{bmatrix},$$

vagy

$$\begin{bmatrix} x_{k0}^{(l)} \\ F_{k0}^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -m_k \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k0}^{(l)} \\ F_{k+1,0}^{(l)} \end{bmatrix}.$$

Itt

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ m_k \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (12a)$$

a k -adik tömeg balról jobbfelé való áthaladásnak,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -m_k \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (12b)$$

pedig a jobbról balfelé való áthaladásnak megfelelő szakaszmátrix.

A szakaszmátrixok birtokában így határozzuk meg $x_{10}^{(l)}$ -et. Először a lengőrendszer bal végéről kiindulva az alábbi módon haladunk az l -edik hasáb felé. Első lépésként megkeressük, lehet-e az 1-es hasábot úgy osztani két részre, hogy lengés közben ne működjék erőhatás? A két részre osztott hasáb bal oldali részének tömegét m_{11} -el a jobb oldaliét m_{12} -vel jelölve, az előbbi követelmény az alábbi egyenletre vezet (11a) és (12a) felhasználásával, mivel a 2. ábra szerint $x_0 = 0$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ m_{11} \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -c_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ F_{00}^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -c_1 \\ m_{11} \omega^2 & -m_{11} \omega^2 c_1 + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ F_{00}^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{10}^{(l)} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

A (13)-nak megfelelő második egyenletből

$$(-m_{11} \omega^2 c_1 + 1) F_{00}^{(l)} = 0$$

adódik; ebből, $F_0 \neq 0$ lévén, az

$$m_{11} = \frac{1}{\omega^2 c_1} \quad (14a)$$

összefüggés következik.

Második lépésként megkeressük, hogy hol van a 2-es rugónak a lengés közben nyugalomban maradó pontja. Ez azt jelenti, hogy c_2 -t két részre osztjuk; a bal oldali rész rugóállandója c_{21} , a jobb oldalié c_{22} , tehát $c_2 = c_{21} + c_{22}$. Az l -es tömeget a (14a) szerint kettéosztó keresztmetszethől indulva, a legutóbbi követelés így szól:

$$\begin{bmatrix} 1 & -c_{21} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ m_{12} \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{10}^{(l)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - c_{21} m_{12} \omega^2 & -c_{21} \\ m_{12} \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{10}^{(l)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{c2}^{(l)} \end{bmatrix}; \quad (15)$$

itt $F_{c2}^{(l)}$ a 2-es rugón levő csomópontra balról ható erő amplitúdója.

(15)-ből, $x_{10}^{(l)} \neq 0$ lévén,

$$c_{21} = \frac{1}{\omega^2 m_{12}}, \quad (16a)$$

és

$$m_{12} \omega^2 \ddot{x}_{10}^{(b)} = \frac{1}{c_{21}} \dot{x}_{10}^{(b)} = F_{c_2}^{(b)} \quad (16b)$$

eredményt kapunk.

A következő lépésben a 2-es hasábot igyekezünk úgy két részre osztani, hogy a bal oldali m_{21} és a jobb oldali m_{22} tömegű rész között lengés közben ne legyen szükség erő ébredésére. A 2-es rugót kettéosztó keresztmetszetből kiindulva, ez a követelés így szól:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ m_{21} \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -c_{22} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ F_{c_2}^{(b)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & c_{22} \\ m_{21} \omega^2 & m_{21} \omega^2 c_{22} + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ F_{c_2}^{(b)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{20}^{(b)} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

(17)-ből $F_{c_2}^{(b)} \neq 0$ folytán

$$m_{21} = \frac{1}{\omega^2 c_{22}} \quad (18a)$$

és

$$-c_{22} F_{c_2}^{(b)} = x_{20}^{(b)} \quad (18b)$$

következik.

(16b)- és (18b)-ből $F_{c_2}^{(b)}$ -et kiküszöbölve, azt találjuk, hogy

$$\frac{x_{20}^{(b)}}{x_{10}^{(b)}} = \frac{c_{22}}{c_{21}} \quad (19)$$

Hasonló lépésekben továbbhaladva (14a), (16a) és (18a) mintájára azt kapjuk, hogy

$$m_{22} c_{31} = c_{32} m_{31} = \dots = \frac{1}{\omega^2}, \quad (20a)$$

s (19) mintájára pedig azt, hogy

$$\frac{x_{30}^{(b)}}{x_{20}^{(b)}} = \frac{c_{32}}{c_{31}}, \dots, \frac{x_{l0}^{(b)}}{x_{l-1,0}^{(b)}} = \frac{c_{l2}}{c_{l1}}. \quad (21a)$$

A balról jobb felé való haladás során az az utolsó lépés, amelyben m_{l1} -et számítjuk ki. A fentiek szerint m_{l1} -et azon az alapon határoztuk meg, hogy az ekkora tömegű hasábrész a jobb oldalán lengés közben nem kap erőt.

Ezután teljesen hasonló módon jobbról bal felé haladunk, s most a (11a) és (12a) mátrixok helyett a (11b) és (12b) mátrixokkal dolgozunk. Eredményül (20a) párjaként

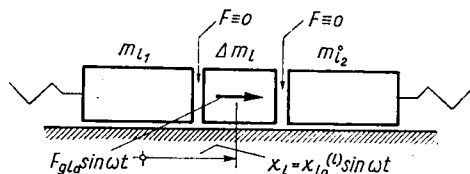
$$c_n m_{n-1,2}^0 = m_{n-1,1}^0 c_{n-1,2}^0 = \dots = \frac{1}{\omega^2}, \quad (20b)$$

és (21a) párjaként

$$\frac{x_{n-1,0}^{(b)}}{x_{n-2,0}^{(b)}} = -\frac{c_{n-1,2}^0}{c_{n-1,1}^0}, \dots, \frac{x_{l+1,0}^{(b)}}{x_{l,0}^{(b)}} = -\frac{c_{l+1,2}^0}{c_{l+1,1}^0} \quad (21b)$$

adódik.

A jobbról bal felé való haladás során az az utolsó lépés, amelyben $m_{l_2}^0$ -t határozzuk meg. A mondottak alapján $m_{l_2}^0$ számítása abból indul ki, hogy az ekkora tömegű hasábrész bal oldala lengés közben erőmentes.



5. ábra

Az l -edik hasábot $F_{gl_0} \sin \omega t$ gerjesztő erő támadja, s a fentiek szerint ennek ellenére m_{l_1} jobb, és m_{l_2} bal oldalának erőmentesnek kell lennie (5. ábra). Ez csak akkor lehetséges, ha

$$[m_l - (m_{l_1} + m_{l_2}^0)] (x_{l_0}^{(l)} \sin \omega t)'' = F_{gl_0} \sin \omega t, \quad (22)$$

azaz ha a

$$\Delta m_l = m_l - (m_{l_1} + m_{l_2}^0) \quad (23)$$

tömegkülönbség éppen akkora, hogy azt az $F_{gl_0} \sin \omega t$ erő éppen $x_{l_0}^{(l)}$ amplitúdójú lengésre készíti. Ez esetben a gerjesztő erő Δm_l gyorsítására „elhasználódik”, s így nem ébred lengés közben erő a Δm_l tömegű, különválasztottnak gondolt hasáb egyik oldalán sem.

(22)- és (23)-ből $\sin \omega t$ -vel való egyszerűsítés után

$$\Delta m_l \omega^2 x_{l_0}^{(l)} = F_{gl_0}. \quad (22a)$$

A (22a)-ban szereplő mennyiségek közül csak $x_{l_0}^{(l)}$ -t nem rögzítették le az eddigi számítások, tehát (22a)-ból $x_{l_0}^{(l)}$ kiszámítható:

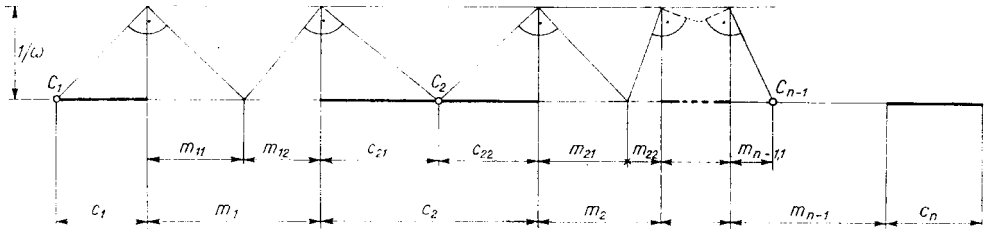
$$x_{l_0}^{(l)} = -\frac{F_{gl_0}}{\Delta m_l \omega^2} \quad (24)$$

Ezután $x_{i_0}^{(l)}$ ismeretében a (21a) és (21b) összefüggésekből az összes többi $x_{i_0}^{(l)}$ ismeretlen kiszámítható.

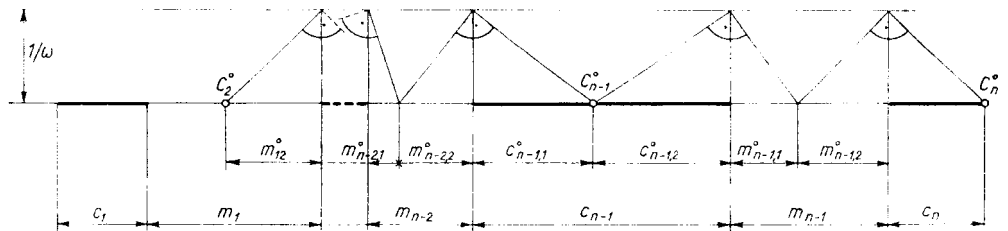
A többi hasábon működő gerjesztő erő hatásának figyelembevétele végett nem kell a fenti számítást többször előlről megismételni. Az összes

szükséges adat rendelkezésünkre áll, ha a balról kiinduló számítást csak egyszer végezzük el, de egészen $m_{n-1,1}$ -ig haladunk, és ha a jobbról kiinduló számítást is csak egyszer járjuk végig, de egészen m_{12}^0 -ig megyünk.

Az összes szükséges művelet grafikusán is elvégezhető; kézi számításnál is célszerű a számítást a grafikus változat vázlatával kísérni az áttekinthetőség előmozdítására és a tévedési lehetőségek csökkentése érdekében.



6. ábra



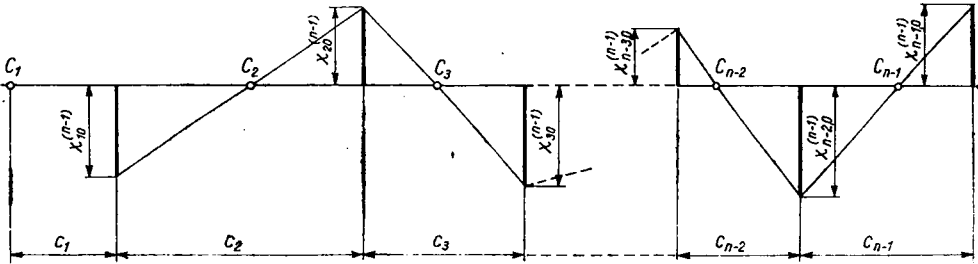
7. ábra

A (14a), (16a), (18a) és (20a) alatti műveletek grafikus változatát a 6. ábra, a (20b) alattiakat a 7. ábra mutatja. A 6. ábrán látható derékszögű háromszögek rajzolását a C_1 pontban kell megkezdeni, és a rajzolásban jobb felé kell haladni. A 7. ábra háromszögeinek rajzolását a C_n^0 pontban kell megkezdeni és a rajzolás során fokozatosan bal felé kell haladni. Ezeket az ábrákat már úgy rajzoltuk, hogy ne csak az l -edik, hanem bármelyik hasábot támadó 'szükséges adatokat is megadja.

A (19) és (21a) összefüggések grafikus tartalmát a 8., a (21b) összefüggéseket a 9. ábra mutatja; ezekben az ábrákban a 6. és 7. ábra szerkesztéséből kiadódott c_{21} , c_{22} , ..., $c_{n-1,2}^0$, $c_{n-1,1}^0$... eredmények szerepelnek.

A (13)–(21b) összefüggésekre vezető megfontolásainkból az következik, hogy akár a C_1, C_2, \dots, C_{n-1} pontok, akár a $C_n^0, C_{n-1}^0, \dots, C_2^0$ pontok a vizsgált lengőrendszer ω körfrekvenciájú, szinuszos erővel való gerjesztésekor kialakuló csomópontok. A C_1, \dots, C_{n-1} C pontok akkor lesznek csomópontok, ha csak az $(n-1)$ -edik hasábot támadja gerjesztő erő; a C_n^0, \dots, C_2^0 pontok pedig akkor, ha csak az 1-es hasáb kap gerjesztést. Rózsza Pál tétele [5] szerint (mely a most vizsgálnál sokkal általánosabb

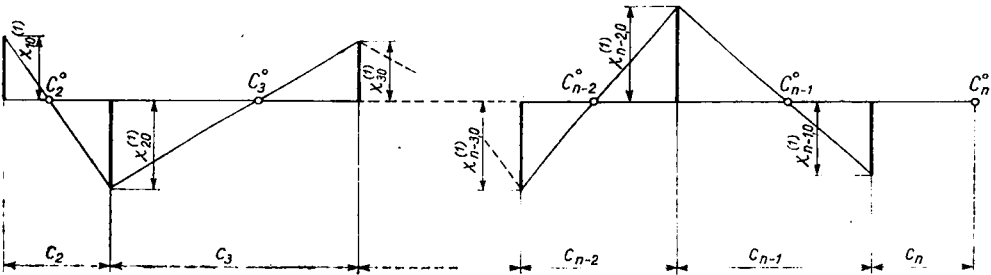
esetekre is érvényes) annak következtében, hogy (7) fennáll, ezek a csomópontok mind rajta vannak a megfelelő indexű rugóállandót ábrázoló egyeneszakaszon.



8. ábra

Határesetben lehetséges, hogy a csomópont valamelyik közbülső rugóállandónak megfelelő egyeneszakasz egyik végpontjára esik. Ha például C_2 a c_2 hosszúságú szakasz jobb oldali végpontjára esik, ez azt jelenti, hogy a csomópont a 2-es hasábra esik. Ha C_2 -nek ilyen a helyzete, akkor szükséges, hogy C_3 ugyanakkor a c_3 hosszúságú szakasz bal oldali végpontjára kerüljön.

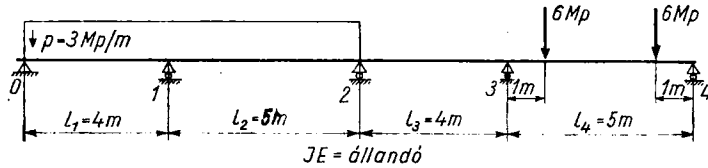
E megoldási módszert az 1. ábra szerinti problémára alkalmazva, a C_1, C_2, \dots pontok a tartó ún. bal oldali fixpontjainak, a C_n^0, C_{n-1}^0, \dots pontok a tartó ún. jobb oldali fixpontjainak megfelelői.



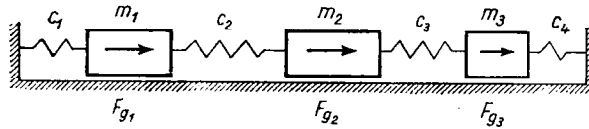
9. ábra

A jelen dolgozat által lengéstani módszerekkel kidolgozott megoldás tehát tulajdonképpen a többtámaszú tartók megoldására már régóta ismeretes ún. fixpont-módszerrel szoros rokonságot mutat. Újnak tűnik az az áttekinthető szerkesztés és számítás, amit e dolgozat a $C_1, C_2, \dots, C_n, C_{n-1}^0$ pontok meghatározására ad, továbbá a feladat lengéstani értelmezése, és e pontok lehetséges helyzetének ennek az értelmezésnek alapján történő lokalizálása.

Mindez azt jelenti, hogy a [6] dolgozatban bemutatott, tiszta ohmikus ellenállásokat tartalmazó villamos kapcsolás is alkalmassá tehető a több-támaszú tartó megoldására. Ezzel kapcsolatban itt részletekre nem térünk ki.



10. ábra



11. ábra

V. Számpélda

A vizsgálandó tartót és terhelését a 10. ábra mutatja. Ugyanezt a példát mutatja be SÁLYI István [7] dolgozatában.

Az analóg lengőrendszer a 11. ábrán látható. ω tetszőlegesen választható; mérőszámát válasszuk 1-nek.

A fentiekben ismertetett számítással a keresett nyomatékok

$$M_1 = x_{10} = \sum_{i=1}^3 x_{10}^{(i)} = -8,575 + 1,66 - 0,283 = -7,20 \text{ Mpm},$$

$$M_2 = x_{20} = \sum_{i=1}^3 x_{20}^{(i)} = 2,500 - 5,96 + 1,020 = -2,44 \text{ Mpm},$$

$$M_3 = x_{30} = \sum_{i=1}^3 x_{30}^{(i)} = -0,556 + 1,33 - 4,230 = -3,46 \text{ Mpm}$$

értékűeknek adódnak.

A 12. ábra az $m_{11}, m_{12}, c_{21}, \dots$ mennyiségek, a 13. ábra az $m_{32}^0, m_{31}^0, c_{32}^0, \dots$ mennyiségek grafikus meghatározását szemlélteti mértékhelyesen. Ehhez rajzmértékeket kell előzetesen felvenni. Három rajzmértékre van szükség: az m -ek, a c -k és a derékszögű háromszögek közös magasságának (az ω körfrekvencia reciprok értékének) felméréséhez. A szerkesztésből következik, hogy ezek a mértékek nem függetlenek egymástól. Legyen m_x [cm/tömegegység] az m -ek, c_x [cm/rugóállandó-egység] a c -k, és h_x [cm/körfrekvenciaegység reciprok értéke] a körfrekvencia reciprok értékének rajzmértéke; felvételüknél a

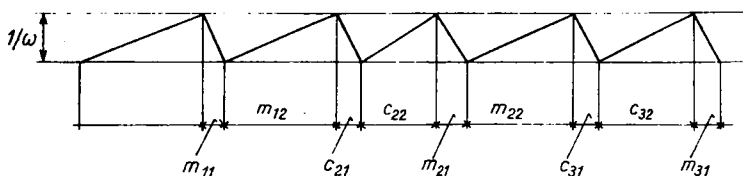
$$h_x^2 = m_x c_x$$

összefüggést kell betartani.

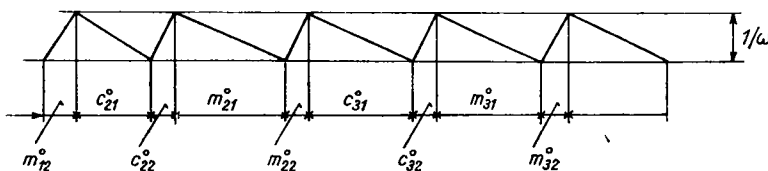
VI. Általánosítási lehetőségek

A vázolt eljárás akkor is alkalmazható, ha a tartó egyik vagy mindkét vége befogott. Ebben az esetben az analóg lengőrendszer egyik vagy mindkét vége hasábbal végződik, s a módszer értelemszerűen erre az esetre is alkalmazható. Pl. ha a bal oldali O keresztmetszét befogott, akkor a lengőrendszer még egy

$$m_0 = \frac{3l_1}{\omega^2}$$



12. ábra



13. ábra

mérőszámú tömeggel egészítendő ki; a megfelelő gerjesztő erő F_{g00} amplitúdója pedig

$$F_{g00} = 6 \frac{Q'_{01}}{l_1}$$

mérőszámúnak veendő.

Változó keresztmetszetű és nem egy egyenesbe (de egy síkba) eső támasztási pontokon támasztott rúdra is könnyen kiterjeszhető a vázolt eljárás érvényessége.

Pl., ha a változó keresztmetszetű tartó egyik vége sem befogott, akkor a problémához hozzárendelt lengőrendszer paraméterei az alábbi mérőszám egyenletekből számíthatók:

$$c_i = \frac{1}{\mu_i}, \quad m_i = \frac{\lambda_i + \lambda_{i+1} + \mu_i + \mu_{i+1}}{\omega^2},$$

$$F_{g10} = \frac{S'_{i-1,i}}{l_i} + \frac{S''_{i,i+1}}{l_{i+1}} + \frac{y_{i-1} - y_1}{l_i} + \frac{y_{i+1} - y_i}{l_{i+1}}.$$

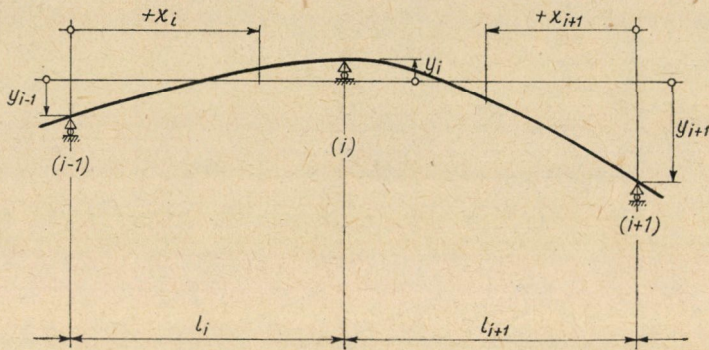
Itt

$$\mu_i = \frac{1}{l_i^2} \int_0^{l_i} \frac{x_i(l_i - x_i)}{EI} dx_i,$$

$$\mu_{i+1} = \frac{1}{l_{i+1}^2} \int_0^{l_{i+1}} \frac{x_{i+1}(l_{i+1} - x_{i+1})}{EI} dx_{i+1},$$

$$\lambda_i = \frac{1}{l_i^2} \int_0^{l_i} \frac{x_i^2}{EI} dx_i,$$

$$\lambda_{i+1} = \frac{1}{l_{i+1}^2} \int_0^{l_{i+1}} \frac{x_{i+1}^2}{EI} dx_{i+1},$$



14. ábra

x_i , x_{i+1} , y_i jelentését a 14. ábra mutatja; $S'_{i-1,i}$: az $(i-1)$ - és i -edik támaszokon kéttámaszúnak tekintett rúdrészre működő aktív terhekre és az őket egyensúlyozó támasztóerőkre rajzolt, a változó $1/IE$ -vel szorzott (redukált) hajlító nyomatéki ábrának az $(i-1)$ -edik támaszpontra számított statikai nyomatéka, $S''_{i,i+1}$: ugyanaz, mint $S'_{i-1,i}$ azzal a különbséggel, hogy itt az i -edik és $(i+1)$ -edik támasz szerepel, és a statikai nyomaték az $(i+1)$ -edik támaszpontra számítandó.

IRODALOM

1. Lásd például: W. FLÜGGE (szerkesztő): Handbook of Engineering Mechanics. Mc. Graw-Hill, New-York, Toronto, London 1962, 27–7.
2. FROBENIUS, G.: Über Matrizen aus positiven Elementen. II, *Sitzungsberichte der Preuss. Akad. d. Wiss., Phys.-Math. Klasse* (1909), 514–518. Az idézett tétel az 516. oldalon.
3. BOSZNAY, Á.: Több szabadságfokú lengőrendszer gerjesztett lengései vizsgálatának egy módszere s néhány alkalmazása. *Az MTA Mat. Kut. Int. Közl.* 4 (1959), 299–312.
4. Lásd például: KLOTTER, K.: Technische Schwingungslehre. 2. Band, Springer, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1960, 417–.
5. RÓZSA, P.: Über die Verallgemeinerung einer Routhschen Erscheinung. *ZAMM*, 40 (1960) (Sonderheft GAMM-Tagung Freiberg/Sa.), T114–T115.
6. BOSZNAY, Á.: Eine Methode zur zahlenmässigen Bestimmung der Eigenwerte (z. B. Eigenfrequenzen) und der Eigenvektoren (z. B. Schwingungsformen) mit besonderer Rücksicht auf die technischen Eigenwertaufgaben. *Periodica Polytechnica, Engineering*, 3 (1959), 205–221.
7. SÁLYI, I.: Addition to the Theory of Continuous Girders, *Acta Techn. Hung.* 7 125–146.
8. SZMODITS, K.: Rugós tömegek és tárcsás tengelyek rezgései. VI. Oszt. Közl. 39 (1967). 233–239

SZILIKÁTÜVEGEK VISZKOZITÁS-HŐMÉRSÉKLET FÜGGVÉNYÉNEK SZÁMÍTÁSA A HÁROMPONTOS ÉS KÉTPONTOS ELJÁRÁSSAL

KNAPP OSZKÁR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA, C. FŐISKOLAI TANÁR

Számos kutató fáradozott annak a problémának a megoldásán, hogy a szilikátüvegek viszkozitásának és hőmérsékletének összefüggését matematikai képlettel fejezzék ki [1]. A kidolgozott képletek azonban nem jellemezték a viszkozitás-hőmérséklet függvényének teljes lefutását $\log \eta = 2$ és $\log \eta = 15$, azaz 500 C° és 1400 C° között és csak két, a lágyuláspont ($\log \eta = 7,65$) alatti és feletti zónára érvényesek.

Olyan képletet, amely a viszkozitás-hőmérséklet görbét minden viszkozitási és hőmérsékleti értékre kifejezi, csak akkor sikerült találni, amikor az általános érvényű Arrhenius-féle képletet egy harmadik állandóval egészítették ki. Ezt a képletet

$$\log \eta = A_1 + \frac{B_1}{C - t_0}$$

VOGEL [2] folyadékok számára dolgozta ki. Szilikátüvegekre FULCHER [3] alkalmazta és azt érvényesnek találta. Miután a képlet három mérési értéket igényli, azt *hárompontos eljárásnak* nevezik.

A képlet A állandója az alkálikoncentrációval, B az aktiválási energiával függ össze. A t_0 állandó azonban fizikailag nem értelmezhető, csak egy meghatározott összetételű üveg esetében állandó, különböző összetételű üvegeknél 30 C° és kb. 600 C° között változik. A képlet alkalmazásával a mérési és a számítási értékek jól megegyeznek. Mérési pontoknak rendszerint a DIETZEL és BRÜCKNER eljárásával meghatározott süllyedési pontot [4], a Littleton-féle műszerrel megállapított lágyulási pontot [5] és a LILLIE eljárásával nyert hűtési pontot [6] választják. A képlet használatára azonban bármilyen más mérési érték is alkalmas, ha az a $\log \eta = 4$, $\log \eta = 7$ és $\log \eta = 13$ viszkozitási értékeket megközelíti.

A szilikátüvegek viszkozitása és hőmérséklete közötti összefüggés tanulmányozása alkalmával szerző azt találta [7], hogy a mérési értékek egy $\log \eta - 1/T^3$ diagramba behelyezve, — ha T az abszolút hőmérséklet —, a teljes hőmérsékleti zónában egy egyenes mentén helyezkednek el. A viszkozitás-hőmér-

séklet összefüggés tehát ily módon a

$$\log \eta = A_2 + \frac{B_2}{T^3}$$

képlettel fejezhető ki. A képlet alkalmazását, minthogy ahhoz csak kétmérés eredménye szükséges, *kétpontos eljárásnak* nevezik.

ROTHE [8] úgy vélekedik, hogy ez a képlet, ha nem kívánunk nagy pontosságot, a viszkozitás-hőmérséklet függvényére tájékoztató adatokat szolgáltat.

DIETZEL és BRÜCKNER [9] kijelenti, hogy a hárompontos eljárás a kétpontos eljárásnál lényegesen megbízhatóbb.

A jelen munka célja az, hogy a rendelkezésre álló adatok alapján megállapítható legyen, hogy a Vogel-féle, valamint a szerző által kidolgozott eljárással számított és a mért viszkozitási értékek között milyen eltérések vannak és hogy ezek alapján objektív következtetéseket vonjon le. Erre a célra BOOW és TURNER [10], ROBINSON és PETERSON [11] és MEERLENDER [12] mérési adatai használhatók fel.

Ha különböző mérési adatokból indulunk ki a számításoknál, akkor az A_1 , B_1 és t_0 állandók értékei különbözőek. A Vogel-féle képletet nem lehetett minden esetben három, adathból a süllyedési, lágyulási és hűtési pontok alapján számítani, mert e pontokat a különböző mérési sorozatok nem minden esetben adják meg. Ezért az összehasonlító számítások folyamán minden mérési sorozat legnagyobb, középső és legkisebb mérési értékét vettük tekintetbe. Ennek következtében azonban az eredeti közleményekben szereplő és az általam számított állandók értékei nem egyeznek meg. Az eltéréseket az I. táblázat adja meg, amelynek eredeti értékei ROBINSON és PETERSON adataira vonatkoznak.

I. táblázat

A hárompontos képlet állandói különböző mérési adatok tekintetbevételével

Az üveg jele	A_1		B_1		t_0	
	az eredeti munkában	a szerző szerint	az eredeti munkában	a szerző szerint	az eredeti munkában	a szerző szerint
2	1,7870	1,664	4717	4525	215,7	225,1
37	1,5888	1,490	4525	4402	209,5	219,2
330	1,656	1,625	4257,5	4230	217,5	218,5
262	1,7889	1,910	4598,7	4798	239,9	224,0
164	1,6594	1,778	4314,8	4422	255,7	248,0
464	1,522	1,706	3934	4210	281,5	262,3

Nem tartjuk szükségesnek, hogy az összes számítási eredményeket, amelyeknek száma 761, e közleményben megadjuk. Példaként csak négy üvegre vonatkozó adatokat közlünk. A II. táblázat oly üveg adatait adja meg,

II. táblázat

A hárompontos eljárással számított üveg a legkisebb eltéréssel

t C°	log μ			Jegyzet
	mérve	számítva	eltérés	
525	14,85	14,85	0	A ₁ = 1,52
550	13,46	13,42	0,04	
580	12,03	12,01	0,02	B ₁ = 4300
605	11,06	11,03	0,03	
635	10,04	10,02	0,02	t ₀ = 262,3
670	9,04	9,03	0,01	
715	7,98	7,98	0	2/63 üveg
765	7,03	7,03	0	
915	5,04	5,05	0,01	mérete Meerlender
1000	4,30	4,31	0,01	
1100	3,60	3,61	0,01	
1210	3,01	3,02	0,01	
1250	2,82	2,83	0,01	
1300	2,60	2,63	0,03	
1400	2,26	2,26	0	

amelynél a hárompontos eljárást alkalmazva a legkisebb eltérés mutatkozik. A III. táblázat viszont oly üvegre vonatkozik, amelynél a hárompontos eljárás számítási eredményei a legnagyobb eltérést mutatják. A IV. táblázat oly üveg adatai, amelynél a kétpontos eljárással a legkisebb eltérést, az V. táblázat pedig oly üvegre vonatkozik, amelynél a kétpontos eljárással a legnagyobb eltérést kapjuk.

III. táblázat

A hárompontos eljárással számított üveg a legnagyobb eltéréssel

t C°	log η			Jegyzet
	mérve	számítva	eltérés	
467	13,08	13,08	0	A ₁ = 1,051
473	12,89	12,81	0,08	
479	12,67	12,53	0,14	B ₁ = 4087
489	12,26	12,09	0,17	
492	12,20	11,97	0,23	t ₀ = 178,0
498	12,16	11,73	0,43	
502	12,00	11,57	0,43	4. számú üveg
504	11,93	11,49	0,44	
517	11,42	11,01	0,41	mérete BoowésTurner
520	11,38	10,90	0,48	
553	10,19	9,85	0,34	
791	5,61	5,61	0	
884	4,76	4,74	0,02	
988	4,05	4,00	0,05	
1029	3,81	3,75	0,06	
1084	3,55	3,46	0,09	
1170	3,10	3,07	0,03	
1224	2,89	2,86	0,03	
1362	2,40	2,40	0	
1410	2,26	2,26	0	

IV. táblázat

A kétpontos eljárással számított üveg a legkisebb eltéréssel

t. C°	log η			Jegyzet
	mérve	számítva	eltérés	
520	14,65	14,65	0	$A_2 = 0,78$
550	13,18	13,20	0,02	
600	11,11	11,18	0,07	$B_2 = 6920 \cdot 10^6$
665	9,11	9,16	0,05	
720	7,82	7,85	0,03	4/63 üveg
765	7,00	6,97	0,03	
915	5,03	4,90	0,13	mérte Meerlender
1220	2,98	2,86	0,12	
1250	2,83	2,74	0,09	
1400	2,26	2,26		

V. táblázat

A kétpontos eljárással számított üveg a legnagyobb eltéréssel

t. C°	log η			Jegyzet
	mérve	számítva	eltérés	
467	13,08	13,08	0	$A_2 = 1,247$
473	12,89	12,83	0,06	
479	12,67	12,60	0,07	$B_2 = 4807 \cdot 10^6$
489	12,26	12,11	0,15	
492	12,20	11,98	0,22	4. számú üveg
498	12,16	11,72	0,44	
502	12,00	11,57	0,43	mérte BoowésTurner
504	11,93	11,50	0,43	
517	11,42	11,00	0,42	
520	10,85	10,43	0,49	
553	10,19	9,78	0,41	
791	5,61	5,24	0,37	
884	4,76	4,35	0,41	
988	4,05	3,65	0,40	
1029	3,81	3,43	0,38	
1084	3,55	3,13	0,42	
1170	3,10	2,85	0,25	
1224	2,89	2,68	0,21	
1362	2,40	2,35	0,05	
1410	2,26	2,26	0	

Az összes számításoknál mutatkozó eltéréseket statisztikusan vettük tekintetbe. Minthogy a méréseket három különböző kutató végezte, elsősorban a mért és számított eredmények közötti eltéréseket külön állapítottuk meg. Feltételeztük ugyanis, hogy minél jobban közelítik meg a különböző kutatók mérési értékei a Vogel-féle képletet kifejező hiperbolát vagy a képletünket kifejező egyenest, annál pontosabbnak tekinthetők a mérések. Csak azután vizsgáltuk statisztikusan az összes eltéréseket a végső következtetés levonása céljából.

BOOW és TURNER 20 különféle összetételű üveg viszkozitását mérte. Méréseiknek száma 377. A mért és a kétféle egyenlettel számított viszkozitási értékek közötti eltérést a VI. táblázat tartalmazza. Az eredmények azt igazolják,

VI. táblázat

A mért és számított értékek százalékos megoszlása BOOW és TURNER mérései alapján

Eltérés log η	Százalékos megoszlás a	
	hárompontos	kétpontos
	eljárás szerint	
0,10-ig	81,5	45,7
0,20-ig	94,0	78,2
0,30-ig	97,6	93,6
0,40-ig	98,5	97,4
0,50-ig	100,0	100,0

hogy a hibahatár a legnagyobb eltérés mindkét képlet használatával azonos, és pedig $\log \eta = 0,5$. A hárompontos eljárás azonban $\log \eta = 0,10$ eltérésig jobb eredményeket szolgáltat, de $\log \eta = 0,3$ eltérésig a kétféle eljárással kapott eltérések százalékosan közel azonosak.

ROBINSON és PETERSON 17 üveggel 193 viszkozitás-mérést végzett. A mért és a kétféle számítási eljárással nyert értékek eltérését a VII. táblázat gyűjt

VII. táblázat

A mért és számított értékek százalékos megoszlása ROBINSON és PETERSON adatai szerint

Eltérés log η	Százalékos megoszlás a	
	hárompontos	kétpontos
	eljárás szerint	
0,10-ig	90,2	48,8
0,20-ig	99,3	69,2
0,30-ig	100,0	98,2
0,40-ig	—	100,0

össze. Ebben az esetben az eredmények már kedvezőbbek, mert $\log \eta = 0,4$ értéknél nagyobb eltérések már nem fordulnak elő. A hárompontos számítás azonban ebben az esetben is jobb eredményeket szolgáltat.

MEERLENDER 11 üveggel 191 mérést végzett. A mért és számított érték közötti eltéréseket a VIII. táblázatban látjuk. MEERLENDER méréseit véve tekintetbe a mért és számított eredmények közötti eltérések még kedvezőbbek és azok a $\log \eta = 0,3$ értéket nem haladják túl és a kétféle számítások eredményei $\log \eta = 0,2$ értékig közel azonosak.

VIII. táblázat

A mért és számított értékek százalékos megoszlása MEERLENDER adatai szerint

Eltérés log η	Százalékos megoszlás a	
	hárompontos	kétpontos
	eljárás szerint	
0,10-ig	89,8	45,5
0,20-ig	98,1	83,5
0,30-ig	100,0	100,0

Ha a vizsgált 48 üveggel mért 761 adatot összességében vesszük tekintetbe, akkor a IX. táblázatban összegyűjtött eredményt kapjuk és az alábbi következtetéseket vonhatjuk le:

IX. táblázat

A mért és számított értékek százalékos megoszlása az összes tekintetbe vett adatok szerint

Eltérés log η	Százalékos megoszlás a	
	hárompontos	kétpontos
	eljárás szerint	
0,10-ig	85,0	45,9
0,20-ig	96,0	78,7
0,30-ig	98,7	96,3
0,40-ig	99,2	98,7
0,50-ig	100,0	100,0

1. A mért és a kétféle képlettel számított értékek közötti legnagyobb eltérés azonos, és pedig $\log \eta = 0,5$.

2. A hárompontos eljárás $\log \eta = 0,1$ eltérésig nagyobb pontossággal bír.

3. A kétféle számítási eljárás $\log \eta = 0,3$ eltérésig közel azonos pontosságú.

Végeredményként leszögezhető, hogy abban az esetben, ha a számításnál $\log \eta = 0,1$ maximális eltérés kívánatos, a hárompontos eljárás 85%-os biztonsággal ad helyes értékeket. Ha azonban megelégszünk $\log \eta = 0,3$ maximális eltéréssel, akkor a kétpontos eljárás alkalmazható 96%-os biztonsággal. Ez utóbbinak az az előnye, hogy alkalmazásához csak két viszkozitási mérés szükséges és hogy a konstansok kiszámítása egyszerűbb és gyorsabb.

IRODALOM

1. LE CHATELIER: *J. Soc. Glass Techn.*, (1925) 612 — DE GUZMAN: *J. Antal. Soc. Esp. Fis Quim.*, 91913) 353 — ANDRADE: *Nature* (1930) 352 — DOUGLAS: *J. Soc. Glas Techn.* (1947) 47 — OHOTIN: *Steklo i Keram.* (1950) 6.
2. VOGEL H.: *Phys. Z.* (1921) 645.
3. FULCHER G. S.: *J. Amer. Ceram. Soc.* (1925) 339.
4. DIETZEL A. és BRÜCKNER H.: *Glastechn. Ber.* (1957) 73.
5. LITTLETON J. T.: *J. Soc. Glass Techn.* (1940) 176.
6. LILLIE H. R.: *J. Amer. Ceram. Soc.* (1954) 111.
7. KNAPP O.: *Glastechn. Ber.* (1958) 94.
8. ROTHE W.: *Informationsdienst Glastechn.* (1961) 1.
9. DIETZEL A. és BRÜCKNER R.: *Silikattechn.* (1966) 40.
10. BOOW J. és TURNER W. E. S.: *J. Soc. Glass Techn.* (1943) 207.
11. ROBINSON H. A. és PETERSON CH. A.: *J. Amer. Ceram. Soc.* (1944) 129.
12. EERLENDER G.: *Glastechn. Ber.* (1966) 1.

ADALÉKOK A KAVITÁCIÓ RONCSOLÁSI ENERGIÁJÁNAK MEGHATÁROZÁSÁHOZ

VARGA JÓZSEF

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

és

SEBESTYÉN GYULA

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM VÍZGÉPEK TANSZÉKE

[Beérkezett 1967. április 11-én]

A szerzők zárt cirkulációjú hidrodinamikusan csatornában végzett méréseik alapján a kavitációs roncsolás energiájának mérésére alkalmas mérőszámot mutatnak be. Vácolják azokat a korábbi eredményeket, amelyek alapján ilyen roncsolási mérőszám bevezetésének jogossága bizonyítható. Így foglalkoznak a kavitációs áramlás néhány jellemző tulajdonságával, a kavitációs roncsolás kritikus adataival, a sebességi léptékszámokkal, az egyenértékű ütésszámmal, a roncsolás felületi nagyságával és a modell ellenállással; mindezekkel azonban csak olyan mértékben, ami áttekinthetővé teszi az energia-mérőszámokban szereplő egyes tagok szerepét és jelentőségét. Befejezésképpen az energetikai paraméter és az egyenértékű ütésszám kapcsolatát mutatják be, amellyel a kavitáció során a testről leváló örvények frekvenciájának a roncsolásban betöltött fontos szerepére utalnak.

I. Bevezetés

A világszerte egyre nagyobb mértékben folyó kavitációs eróziós kutatások egyik fontos célja, hogy a kavitációs erózió intenzitásának mérésére alkalmas paramétereket találjanak és kapcsolatot teremtsenek az erózió intenzitása és az anyagjellemzők között. A kutatásoknak további ugyancsak fontos céljai közé tartozik az is, hogy az erózió intenzitása és az áramlási viszonyok között egyértelmű és általános érvényű kapcsolatot találjanak. Ezekben az irányokban többen és többféle módon végeztek vizsgálatokat, melyek közül a fontosabbak SHALNEV [1], GOVINDA RAO [2], THIRUVENGADAM [3] nevéhez fűződnek. E témakörrel szerzők is foglalkoztak [4]. Az előbbi kérdések általánosítható módon való tisztázása lehetővé tenné, hogy a különböző módokon és berendezésekben kapott kavitációs eróziós kísérleti eredmények között összefüggéseket lehessen felállítani, tehát a gyorsított vizsgálatra alkalmas berendezéseken kapott eredmények és az áramlási viszonyok közötti kapcsolatot is megteremtene.

A következőkben szerzők előbbi témakörbe vágó kutatásaik néhány olyan eredményét közlik, amelyeket áramlási rendszerben végzett vizsgálatok során kaptak, de alkalmasak lehetnek arra, hogy más berendezésekben végzett kutatásokkal kapcsolatban is alkalmazzák azokat.

Szerzők ezeket a kutatásaikat zárt cirkulációjú hidrodinamikusan csatornában végezték, a mérőtérben az áramlás irányára merőlegesen elhelyezett körhengermodellekkel. A kavitációs eróziót a mérőtér oldalfalán elhelyezett

próbatesteken vizsgálták. Az eróziós súlyvesztésüket ± 1 mg pontossággal mérlegeléssel határozták meg. A későbbiekben közölt gondolatmenet követése céljából azonban szükségesnek látszik, hogy szerzők által végzett korábbi kutatásoknak a téma szempontjából fontosabb eredményeit előljáróban vázlatosan összefoglaljuk.

II. Néhány alapvető összefüggés

1. A Strouhal-szám

A korábbi vizsgálatok [5, 6] folyamán megállapítható volt, hogy az áramlásba helyezett modellekről kavitációs áramlásban periódikus üregleválás következik be és a v áramlási sebességgel, a leváló örvények f frekvenciájával, valamint a modell jellemző méretével (d átmérőjével) képzett Strouhal-szám ($S = fd/v$), továbbá a kavitációs szám (σ) között

$$S = C_0 \sqrt{\sigma} \quad (1)$$

összefüggés áll fenn, ahol $C_0 = \text{const}$ és $\sigma = (p_\infty - p_v)/(0,5 \rho v^2)$, amelyben p_∞ a statikus nyomás a modell helyén, annak távollétében; p_v az adott folyadék hőmérsékletéhez tartozó gőznyomás; ρ pedig a folyadék sűrűsége.

Az (1) összefüggésből és a Strouhal-számból következik, hogy állandó értékű kavitációs szám esetében végzett kísérleteknél (ami egyúttal állandó hosszúságú kavitációs zónát is jelent [7]) a leváló örvények frekvenciája

$$f = C_1 v \quad (2)$$

alakú összefüggéssel fejezhető ki, tehát a leváló üregek frekvenciája az áramlási sebességgel arányos.

2. A kavitációs zóna és a kavitációs állapot

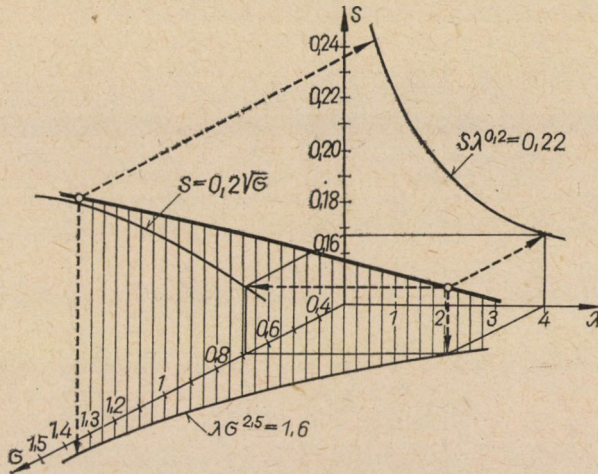
Az előbbiekben már utaltunk arra, hogy állandó értékű kavitációs számhoz állandó hosszúságú kavitációs zóna tartozik. Ugyancsak a korábbi kutatások eredménye volt annak kimutatása, hogy a kavitációs zóna dimenzió nélküli hossza ($\lambda = l_z/d$, ahol l_z a kavitációs zóna hosszúsága a körhenger közepétől mérve) és a kavitációs szám között

$$\lambda \sigma^m = \text{állandó} \quad (3)$$

alakú összefüggés áll fenn [8]. Előbbiek alapján a kavitációs zóna dimenzió nélküli hossza, a kavitációs szám és a Strouhal-szám között

$$S = \frac{\lambda \sigma^3}{C_2} \quad (4)$$

összefüggés mutatható ki, ahol $C_2 = \text{állandó}$. A (3) és (4) egyenleteknek megfelelő térgörbe egyértelmű összefüggést ad a három változó között (1. ábra).

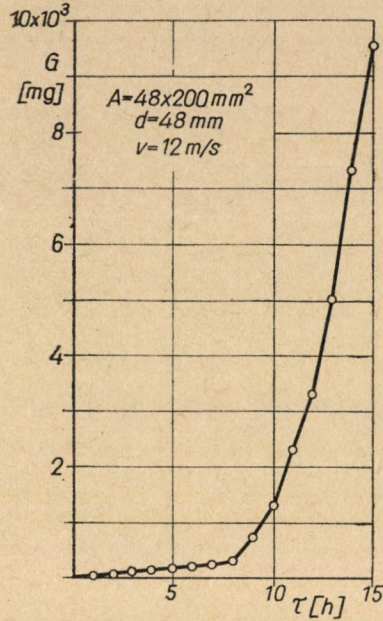


1. ábra. A Strouhal-szám (S), a kavitációs szám (σ) és a kavitációs zóna relatív hossza (λ) közötti kapcsolat

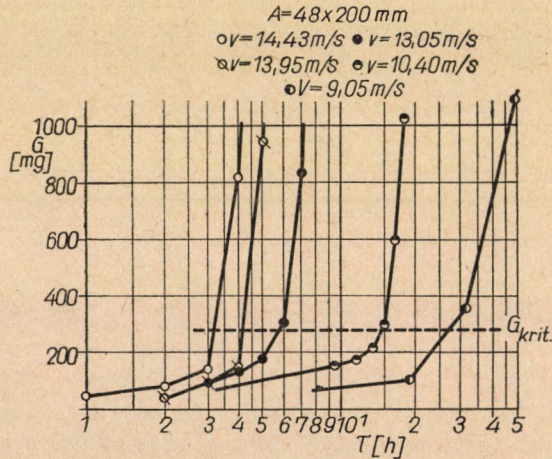
3. A kavitációs roncsolás kritikus értékei

A kavitációs eróziós vizsgálatok során előálló súlyveszteség értékeket (G) a vizsgálat időtartamának (τ) függvényeként felrajzolva (2. ábra) a roncsolás két jellegzetes szakasza figyelhető meg. Az első, az origóból kiinduló közel egyenes szakasz a roncsolás inkubációs periódusa. A második, a rövid átmeneti tartományt követő meredek emelkedésű szakasz, a totális roncsolás periódusa vagy akkumulációs zóna. A két görbeszakasz között helyezkedik el az ún. kritikus pont, amely a kavitációs roncsolás kritikus időtartamát és a hozzá tartozó kritikus anyagmennyiséget határozza meg. A kritikus pont a G/τ^2 értékeknek a kísérleti idő függvényében való felrajzolásával grafikus úton kellő pontossággal meghatározható.

A kritikus ponthoz tartozó kritikus adatok nagy figyelmet érdemelnek, mert vizsgálataink alapján megállapítottuk, hogy azonos kavitációs állapotban a kritikus idők ugyan az áramlási sebességek függvényei, azonban az erodált kritikus anyagmennyiségek értéke adott anyagnál az áramlási sebességtől függetlenül állandó értékű (3. ábra). A kritikus pont anyagszerkezeti szempontból is figyelmet érdemel, mert a kavitációs behatásoktól kifáradt anyagállapotot jelenti. Az inkubációs periódus végére már az anyag kifáradása következik be és így a kritikus értékhez meghatározott anyagstruktúra tartozik. Ezt igazolja HOFF, LANGBEIN és RIEGER [9] munkája, amelyben a mikrokeményiség és a koercitív térerősség változását mérték meg kavitációs erózióknak kitett tiszta nikkel próbatesteknél és azt találták, hogy az inkubációs idő végéig ezek az értékek hirtelen nőnek és attól kezdve állandó értékűek



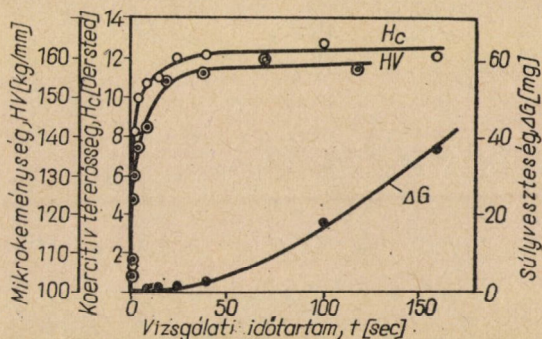
2. ábra. Az eróziós súlyvesztés (G) a vizsgálat időtartamának (τ) függvényében, ólom próbatest esetén



3. ábra. A kavitációs eróziós súlyvesztés (G) a vizsgálat időtartamának (τ) függvényében, különböző áramlási sebességeknél (v)

(4. ábra). Ez azt igazolja, hogy az inkubációs szakasz végén már az anyag kifáradása bekövetkezett. Ugyanezt támasztják alá PLESSET és DEVINE [10] magnetostrikiós berendezésen végzett kísérletei, amelyekben röntgen diffrakciós módszerrel hasonló eredményhez jutottak. A kritikus pont, ill. az ahhoz

tartozó időtartam és anyagmennyiség alkalmas arra, hogy a különböző anyagok kavitációs erózióval szembeni ellenállását megbízható módon hasonlítsuk össze az eddigi önkényesen választott módszer helyett [11]. A különböző anyagok kavitációval szembeni ellenállását eddig rendszerint úgy igyekeztek meghatározni, hogy önkényesen kiválasztott időtartamig vetették alá a kavitációs behatásoknak a különböző minőségű próbatesteket és az így nyert súlyveszteségeket hasonlították össze. Nyilvánvaló, hogy ez a módszer nem



4. ábra. A mikrokeménység (HV), a koercitív térerősség (H_c) és a súlyveszteség (ΔG) a vizsgálati időtartam (t) függvényében Hoff és társai szerint

ehet helyes, mert a rangsorolás különböző anyagállapotban levő anyagok összehasonlítása révén történt. Megemlítendő még, hogy egyedül az inkubációs szakaszban van a vizsgált anyag tiszta, szekundér hatások nélküli kavitációs erózióknak kitéve.

4. A sebességi léptékszám

Állandó értékű kavitációs számnál különböző v_1, v_2, \dots, v_n áramlási sebességekkel végzett vizsgálatoknál azonos eróziós súlyveszteségek ($G =$ = állandó) eléréséhez szükséges $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ idők összehasonlítása alkalmazsának látszott az áramlási sebesség befolyásának megítélésére. Vizsgálataink során [12] azt találtuk, hogy az előbbi feltételek melletti kísérleti idők hányadosai az áramlási sebességekkel a

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^5 \quad (5)$$

összefüggésben vannak, ami általánosabb formában

$$\tau_1 v_1^5 = \tau_2 v_2^5 = \dots = \tau_n v_n^5 \quad (6)$$

alakban írható fel. Az összefüggés mind a kritikus adatokra ($G_{krit} =$ = állandó), mind a totális roncsolás (akkumulációs zóna) szakaszában érvényes. A sebesség

I. táblázat

6 különböző áramlási sebességnél végzett vizsgálat eredményei
($G = 4000$ mg; $\lambda = 3$)

V [m/s]	$f\tau \times 10^{-4}$	$\psi \times 10^{-4}$
9,05	8,87	3,33
10,40	4,43	2,93
13,05	1,99	3,18
13,60	1,78	3,45
13,95	1,52	3,27
14,43	1,32	3,47
		$\bar{\psi} = 3,26$

hatványkitevője nem függ sem a kavitációs állapottól, sem az erózióknak alávetett anyagtól, sőt — más szerzők kísérleti adataiból megállapíthatóan — nem függ a kísérleti berendezéstől sem és ezért úgy tűnik, hogy ez az összefüggés a sebesség befolyását általános érvénnyel fejezi ki. Az irodalomban általában

$$\Delta V = C v^\alpha \quad (7)$$

alakban találunk erre utalásokat, ahol $\Delta V = G/(\gamma\tau)$ az időegység alatt erodált anyagterefogat; γ az erózióknak alávetett anyag fajsúlya; C állandó és α a sebesség hatványkitevője.

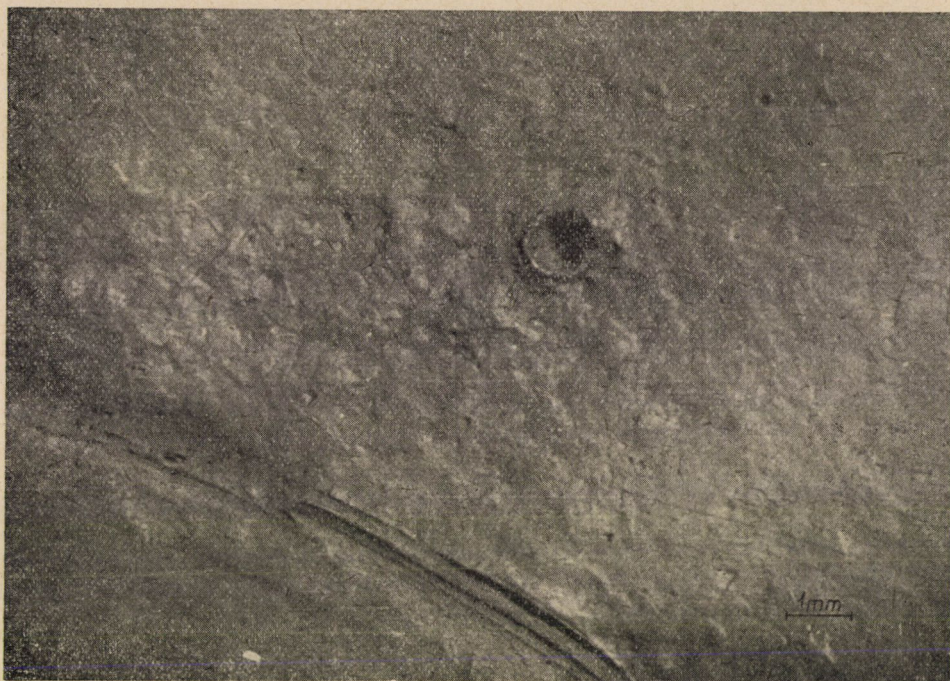
A (7) összefüggést egy kísérletsorozat esetén állandó értékű eróziós súlyvesztésre alkalmazva, a (6) alatti összefüggéshez jutunk. Az α hatványkitevő értékére vonatkozóan az irodalomban ugyan $4 \div 8$ közötti értékeket találhatunk, azonban már számos olyan kísérleti eredmény áll rendelkezésre, amelyekből az $\alpha = 5$ érték jól igazolható.

5. Az egyenértékű ütőszám

Állandó értékű kavitációs számmal jellemzett kavitációs állapotban végzett kísérletek során a kavitációs erózióknak alávetett próbatesteken a kavitációs zónával fedett terület nagysága állandó. A roncsolt felület a kavitációs zóna tartományában alakul ki. A roncsolt felületet az áramlási sebességgel arányos számú ütés éri, mely ütések nagyságát a környezeti nyomás szabja meg. Abból a feltételezésből indulunk ki, hogy ha az állandó hosszúságú kavitációs zóna mellett végzett kísérleteknél az erózió következményei egyformák, akkor azonos súlyvesztés értékeknél az anyag elroncsolásához azonos nagyságú energiára van szükség. Ennek igazolására az egyenértékű ütőszám fogalmát vezettük be [13], melyet a

$$\psi = f\tau \left(\frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right)^2 \quad (8)$$

összefüggéssel írhatunk fel, ahol τ a vizsgálat ideje; $\Delta p = p_{\infty} - p_v$; $\Delta p_0 = 1$ kp/cm². Az I. táblázatban feltüntettük 6 különböző áramlási sebességnél végzett vizsgálat eredményeit, amelyek előbbi feltételezéssel jó egyezést mutatnak.



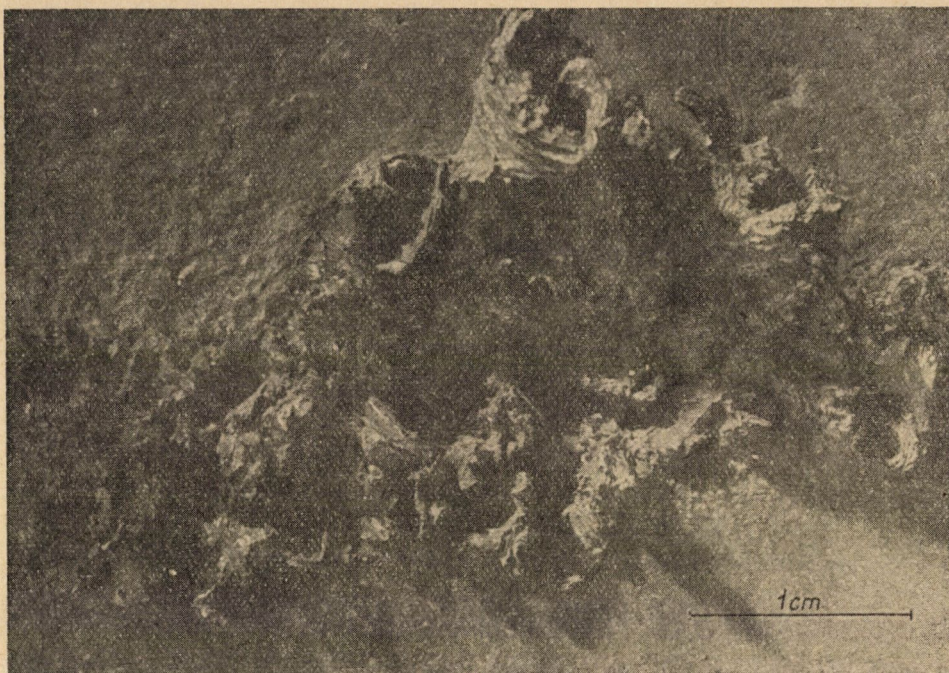
5. ábra. Eróziós roncsolásnak alávetett ólompróbatest fényképe (inkubációs periódus); a kép bal sarkában a kavitációt keltő körhenger lenyomata látható

6. A roncsolt felület

A kavitációs erózió okozta roncsolás az ellipszishez hasonló kavitációs zóna ellipszis kis tengely mögötti kontúrján keletkezik és a vizsgálati idő növekedésével a roncsolt felület és annak mélysége egyre növekszik. A kavitációs behatásnak kitett felület az inkubációs periódusban a plasztikus deformáció jeleit mutatva hullámossá válik, azon finom repedések és mikrokavernák figyelhetők meg (5. ábra). Nem számottevő, de mérhető súlyvesztés jelentkezik. A kritikus pont után következő totális roncsolási periódusban már növekvő nagyságú és mélységű kavitációs kráterekkel borított felületet kapunk (6. ábra).

A roncsolt felület nagysága a roncsolási időtől függően nő. GOVINDA RAO [2] kísérletei szerint kapcsolatba hozható a kavitációs zóna területével, azzal arányos, amit saját vizsgálataink is megerősítettek. Ez a körülmény lehetővé teszi egy olyan vonatkoztatási felület kijelölését, amellyel a roncsolt

felület arányos. A vonatkoztatási felületet vizsgálatainknál egy olyan téglalap területével tekintettük egyenlőnek, amelynek magassága a modell átmérője, d , ill. magassága, hossza pedig a kavitációs zóna hosszúságával azonos, vagyis



6. ábra. Eróziós roncsolás során, ólompróbatesten keletkezett kráterek fényképe

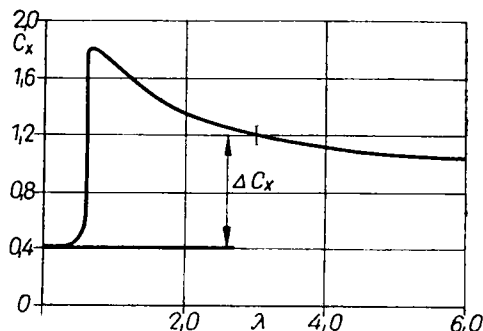
$$A_f = dl_z. \quad (9)$$

A roncsolt felületet tehát ezzel a vonatkoztatási felülettel arányosnak tekintve, $A = C_3 A_f$, ahol $C_3 \leq 1$.

7. A modell ellenállása kavitációs áramlásban

Különböző átmérőjű körhenger modellekkel vizsgálatsorozatot végeztünk abból a célból, hogy a kísérleteinknél használt körhenger modell ellenállását kavitációs és kavitációmentes áramlásban meghatározzuk. Az ellenállástényező megállapítása a henger felületén végzett nyomásméréssel történt. A kísérletsorozat alapján megállapítottuk, hogy kavitációs áramlásban a körhenger ellenállástényezője csak a kavitációs számtól függ, a kavitációmentes áramlásban mutató ellenálláshoz képest jelentős eltérések mutatkoznak és az ellenállástényező értéke — kavitáció mentes áramlásban — a kritikus

Reynolds-szám felett állandó értékű. Ezekre a vizsgálatokra azért volt szükség, mert kapcsolatot kívántunk találni a modell ellenállása és a roncsolás mértéke, ill. annak intenzitása között. A 7. ábra a kavitációs állapotot jellemző dimenzió nélküli kavitációs zónahossz (λ) és az ellenállástényező (C_x) közötti összefüggést mutatja be.



7. ábra. Körhenger ellenállástényezőjének (C_x) változása a kavitációs zóna relatív hosszának (λ) függvényében (a mérőtér szelvénymérete: 48×200 mm, $d = 48$ mm)

III. Energetikai vizsgálatok

1. Az energetikai paraméter

Többet tettek kísérletet, hogy a kavitációs roncsolás energiáját valamilyen mérőszámmal, energetikai paraméterrel jellemezzék. Az a tény, hogy kavitációs áramlásban a modell ellenállása lényegesen nagyobb, mint kavitációmentes áramlásban, lehetővé teszi annak feltételezését, hogy az ellenállástényező változásának megfelelő energia-, ill. roncsolási teljesítménytöbblet kapcsolatba hozható a roncsolásra fordított energiával. Feltételezzük tehát, hogy a modell ellenállásának változásával együttjáró energiaváltozás a kavitációs roncsolásra fordítódik, ill. azzal arányos. Ennek alapján az alábbi energetikai mérőszám felírása lehetséges:

$$e = \frac{G_{\text{krit}}}{\tau_{\text{krit}} \gamma F v} \frac{A_0}{A} \frac{\Delta p_0}{\Delta p}, \quad (10)$$

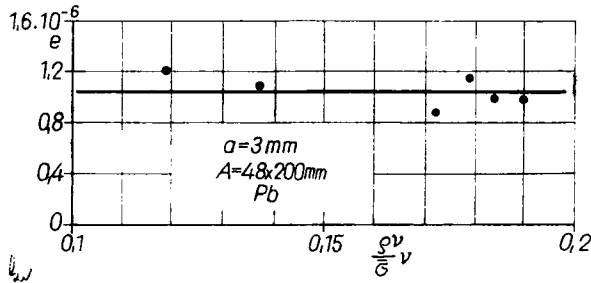
azaz

$$e = \frac{\Delta V}{F v} \frac{A_0}{A} \frac{\Delta p_0}{\Delta p} [\text{mm}^3/\text{mkp}], \quad (11)$$

ahol ΔV az időegység alatti térfogatveszteség az inkubációs szakasz végén, F az egységnyi hosszú modell ellenállása $F = \Delta C_x \rho v^2 d/2$; ΔC_x a kavitációs és a kavitációmentes áramlásban ellenállástényezők különbsége (a kritikus

Reynolds-szám felett — $\lambda =$ állandó mellett — állandó érték). A a roncsolt felület $A = C_3 \lambda d^2$ és $A_0 = C_3 \lambda d_0^2$, ahol $d_0 = 1$.

Az összefüggésben $\Delta V/A = i$ az erózió átlagos előrehaladási sebességével azonos és ezért a kifejezés az erózió intenzitásának mérésére is alkalmas.



8. ábra. Az energetikai paraméter (e) a Weber-szám ($We = \rho d v^2 / \sigma$) és a Reynolds-szám ($Re = v d / \nu$) hányadosának függvényében

Mivel $\lambda p = 0,5 \rho \sigma v^2$, az energetikai paraméter — $\sigma =$ állandó és $\gamma =$ állandó feltételezéssel —

$$e = C_4 \frac{G_{\text{krit}}}{\tau_{\text{krit}} v^5 d^3 \rho^2}$$

alakban is felírható. Azonos anyagok azonos mértékű erodált állapotára, azonos folyadék, mérőtér- és modellméretek esetében állandó értékű. Ez $G_{\text{krit}} =$ állandó és $\tau v^5 =$ állandó alapján könnyen belátható (8. ábra).

Mindezek lehetővé teszik a sebességi és geometriai léptékhatás igazolását is. Előbbiek alapján ui. felírható, hogy

$$\frac{\Delta V_1}{\rho_1^2 v_1^5 d_1^3} = \frac{\Delta V_2}{\rho_2^2 v_2^5 d_2^3} \quad (12)$$

$v_1/v_2 = W$; $d_1/d_2 = A$ és $\rho_1/\rho_2 = P$ jelölésekkel

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 W^5 A^3 P^2 \quad (13)$$

Ebben az összefüggésben már a folyadék sűrűségének léptékhatása is befigyeltatik.

2. Az egyenértékű ütésszám és az energetikai paraméter

Az egyenértékű ütésszám (8) fogalmát arra a feltételezésre alapozva vezettük be, hogy hasonló kavitációs állapotokban, de különböző áramlási sebességekkel létrehozott azonos erodált anyagmennyiség elroncsolásához

szükséges energia is azonos. Az energetikai mérőszám (10) hasonló koncepción alapul azzal a kiegészítéssel, hogy a roncsolási energiát az áramlási viszonyoktól függő áramlási energiavesztéssel hoztuk kapcsolatba. Ez a két mérőszám egymással kapcsolatba hozható. A korábbi összefüggések alapján a (10) összefüggést az

$$e = \frac{4 G_{\text{krit}} A_0 \Delta p_0}{\gamma A \cdot \Delta C_x \varrho^2 d \sigma \tau_{\text{krit}} v^5} \quad (14)$$

alakban, a (8) összefüggést ugyancsak a kritikus értékekre vonatkoztatva

$$\psi = \frac{\varrho^2 \sigma^{2,5} \tau_{\text{krit}} v^5}{20 d \Delta p_0^2} \quad (15)$$

alakban is felírhatjuk.

Azonos kavitációs állapotokat feltételezve ($\sigma =$ állandó) a (14) és (15) összefüggések egybevetésével az

$$e = \frac{K G_{\text{krit}}}{\psi d^4} \quad (16)$$

összefüggéshez jutunk, amelyben

$$K = \frac{0,2 d_0^2 \sigma^{1,5}}{\Delta C_x \gamma \Delta p_0} \quad (17)$$

Ennek az értéke hasonló mérőterekben a geometriai méretektől függetlenül állandó.

Adott mérőtérben végzett vizsgálatoknál állandó értékű kavitációs szám mellett:

$$e\psi = K_1 \quad (18)$$

A (18) összefüggés közvetlen kapcsolatot létesít az energetikai paraméter és az egyenértékű ütésszám között.

A (16) összefüggés — geometriailag hasonló vizsgálatoknál egy sajátosság és fontos léptékhatás figyelembevételét teszi lehetővé. Amennyiben a kavitációs állapotok, az áramlási sebességek, az alkalmazott folyadékok és az erózióknak alávetett anyagok egyformák, a (13) egyenlethől

$$\frac{G_{1\text{krit}}}{\gamma \tau_{1\text{krit}}} = \frac{G_{2\text{krit}}}{\gamma \tau_{2\text{krit}}} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^3,$$

azaz

$$G_{1\text{krit}} = G_{2\text{krit}} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^3 \quad (19)$$

összefüggés adódik, mert azonos sebességeknél a kritikus idők egyformák.

Az energetikai paraméterek állandóságából, azaz $e_1 = e_2$ -ből következik, hogy

$$\frac{C_{1\text{krit}}}{\psi_1 d_1^4} = \frac{C_{2\text{krit}}}{\psi_2 d_2^4} \quad (20)$$

és a (19), (20) figyelembevételéből a

$$d_1 \psi_1 = d_2 \psi_2 \quad (21)$$

összefüggés adódik.

Mínt hogy a (8)-ből az előbbi megfontolásokkal

$$\frac{\psi_1}{\psi_2} = \frac{f_1}{f_2} \quad (22)$$

a (21) és (22)-ből az

$$f_1 d_1 = f_2 d_2 \quad (23)$$

összefüggéshez jutunk, és ez nem más, mint hasonló kavitációs állapotokban, egyforma áramlási sebességek feltételezésével a Strouhal-szám állandóságának kifejezése, ami az (1) összefüggésből következik.

Mindezek közvetlenül utalnak a kavitációt keltő testről leváló örvények frekvenciájának igen fontos szerepére a kavitációs roncsolások fizikai vizsgálatánál.

IRODALOM

1. Шальнев, К. К.: Энергетический параметр и масштабный эффект кавитационной эрозии. *Изв. АН. СССР. ОTH.* (1961), № 5.
2. GOVINDA RAO, N. S.—THIRUVENGADAM, A.: Prediction of Cavitation Damage. *Journ. Hydr. Div. Proceed. of the ASCE* 87 (1961), No. Hy. 5.
3. THIRUVENGADAM, A.: A Unified Theory of Cavitation Damage. *Trans. of ASME Journ. of Basic Eng.* (1963), Sept.
4. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: The Intensity and Scale Effect of Cavitation Damage. *Periodica Polytechnica (Engineering)* 10 (1966), No. 1.
5. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Adalékok a kavitációs erózió és léptékhatás hidrodinamikájához. *MTA VI. Oszt. Közl.* 35 (1965).
6. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Determination of the Frequencies of Wakes Shedding from Circular Cylinders. *Acta Techn. Hung.* 53 (1966).
7. SILBERMAN, E.—SONG, C. S.: Instability of Ventilated Cavities. *St. A. F. Hydr. Lab. Techn. Paper* No. 29. B.
8. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Experimental Investigations of Some Properties of Cavitating Flow. *Periodica Polytechnica (Engineering)* 9 (1965), No. 3.
9. HOFF, G.—LANCBEIN, G.—RIEGER, H.: Investigations of Material-Destruction Due to Liquid Impact. *Symp. on Erosion by Cavitation or Impingement.* Atlantic City (New-Jersey) Juni 26—July 1; ASTM 1966 Annual Meeting.
10. PLESSET, M. S.—DEVINE, R. E.: Effect of Exposure Time on Cavitation Damage. *Transactions of the ASME Journ. of Basic. Eng.* (Series D) 88 (1966), No. 4.
11. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.—VASVÁRI, F.—BERZY, J.: Determination of the True Resistance of Materials to Cavitation Erosion. *Symp. on „High Velocity Flow”*, Bangalore 1967.
12. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Observations on Cavitation Velocity-Damage Exponent in a Flowing System. *Periodica Polytechnica (Engineering)* 8 (1964), No. 3.
13. VARGA, J.—SEBESTYÉN, GY.: Beiträge zur Untersuchung der Intensität der Kavitationserosion. *Vorträge der II. Konferenz für Strömungsmaschinen*, Budapest 1966.

A PATKÓHÉJAK PEREMERŐI

CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1967. július 5-én]

A *patkóhéjak* derékszögű négyszög alaprajzú oly translációs héjak, melyek vezérgörbéi különleges alakú, ú. n. *patkógörbék*. E görbék jellegzetessége, hogy végeiken görbületük végtelen, érintőjük pedig függélyes. Polinomokkal jellemezhető függélyes megoszló teher esetében a patkóhéjak *redukált feszítőerői* zárt képletekkel számíthatók, a *tényleges feszítőerők* meghatározása azonban a héjperemeken nehézségekbe ütközik. Itt ui. a *tényleges feszültségek* számítására szolgáló egyes képletek a héj érintő síkjának függélyes volta miatt határozatlannokká válnak. Ezt a határozatlanságot a dolgozat határártmenet-vizsgálattal szünteti meg, s kimutatja, hogy a vizsgált terhelési esetben a patkóhéjak az oldalerőkkel szemben nem ellenállónak feltételezett peremtartókra csak peremvonal irányú erőket gyakorolnak.

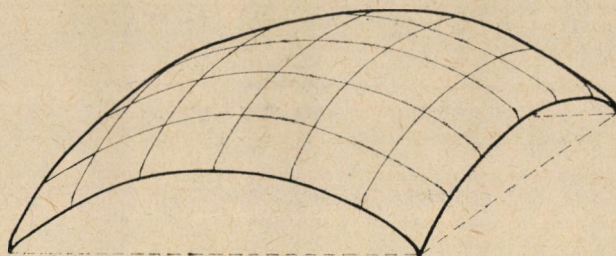
I. Bevezetés

A négy függélyes síkú peremtartóra támaszkodó derékszögű négyszög alaprajzú héjak számítása általában rendkívül bonyolult; a *feszítőerők* nem fejezhetők ki zárt képletekkel. E tekintetben kivételt alkotnak a *patkóhéjak*, vagyis a *patkóvonal* alakú vezérgörbével bíró translációs héjak (1. ábra), melyek *redukált feszítőerői* egyes egyszerű terhelési esetekben zárt képletekkel számíthatók [1–4, 7].

A héjak *redukált feszítőerőit* ismerve, a *tényleges feszítőerők* számítása általában nem ütközik nehézségbe. Más azonban a helyzet a patkóhéjak esetében. Ezek középfelületének érintősíkjai ui. a héjperem mentén függélyes, s emiatt a *tényleges feszítőerők* egyes képletei a héj peremén határozatlannokká válnak. Ez a körülmény indokoltá teszi, hogy a patkóhéjak *tényleges perem-erőinek* kérdésével foglalkozzunk, s megmutassuk, miként lehet adott esetben ezeket az erőket meghatározni.

2. A redukált feszítőerők

Az alábbi fejtegetések a 2. ábrán feltüntetett derékszögű négyszög alaprajzú patkóhéjra vonatkoznak, mely négy peremíven nyugszik. A peremívekről feltesszük, hogy csupán a saját síkjukban ható erőkkel szemben ellenállók.



1. ábra. Patkóhéj

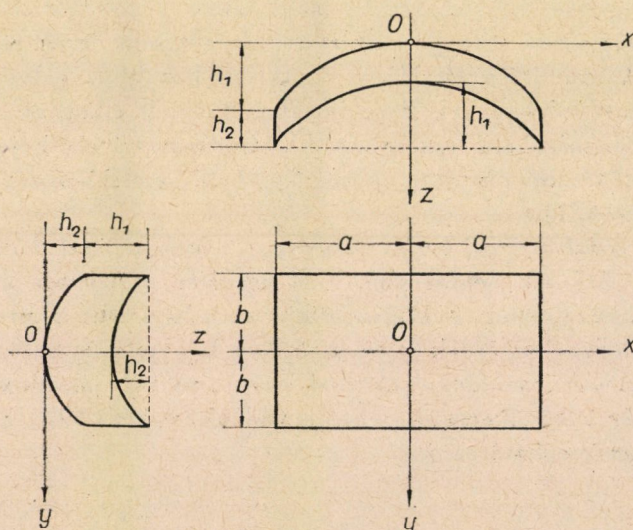
A héj középfelületének egyenlete az ábrán feltüntetett $O(x, y, z)$ derékszögű koordinátarendszerben [1–4, 7]

$$z = \varphi(x) + \psi(y), \quad (1)$$

ahol

$$\varphi(x) = \frac{h_1}{2 \ln 2} \left[\left(1 + \frac{x}{a}\right) \ln \left(1 + \frac{x}{a}\right) + \left(1 - \frac{x}{a}\right) \ln \left(1 - \frac{x}{a}\right) \right],$$

$$\psi(y) = \frac{h_2}{2 \ln 2} \left[\left(1 + \frac{y}{b}\right) \ln \left(1 + \frac{y}{b}\right) + \left(1 - \frac{y}{b}\right) \ln \left(1 - \frac{y}{b}\right) \right].$$



2. ábra. Patkóhéj

A fenti $\varphi = \varphi(x)$, illetve $\psi = \psi(y)$ kifejezések az x , illetve y irányú vezérgörbék egyenletei. E görbék jellegzetes tulajdonsága, hogy végpontjaikban görbületük végtelen, érintőjük pedig függőleges. Emiatt a héj középfelületének érintősíkja a héj peremvonala mentén függőleges.

Vizsgálataink során a héjra ható teherként csak függélyes erőket, mégpedig oly megoszló erőket veszünk számításba, melyeknek az alaprajz terület-egységére vonatkoztatott fajlagos értékét valamely

$$g = g_{00} + g_{10}x + g_{01}y + g_{20}x^2 + g_{11}xy + g_{02}y^2 + \dots + g_{mn}x^m y^n \quad (2)$$

polinom fejezi ki. A fenti teherpolinomban szereplő g_{ij} értékeket adottaknak tételezzük fel.

Az említett terhelési esetben a héj $F = F(x, y)$ feszültségfüggvénye

$$F = P(x, y) \cdot (a^2 - x^2)(b^2 - y^2) \quad (3)$$

alakban állítható elő. Itt a $P(x, y)$ kifejezés oly polinomot jelent, melynek rendszáma (r) a teherpolinom rendszámával ($m + n$) egyezik. E polinom általános alakja tehát:

$$P(x, y) = C_{00} + C_{10}x + C_{01}y + C_{20}x^2 + C_{11}xy + C_{02}y^2 + \dots \\ + C_{1,r-1}x y^{r-1} + C_{0,r}y^r. \quad (4)$$

A fenti kifejezésben szereplő C_{ij} paraméterek a határozatlan együtthatók módszerével állapíthatók meg [1-4, 7].

Az $F = F(x, y)$ feszültségfüggvényt ismerve, a héj redukált feszítőerői az

$$n_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad n_{xy} = n_{yx} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y}, \quad n_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (5)$$

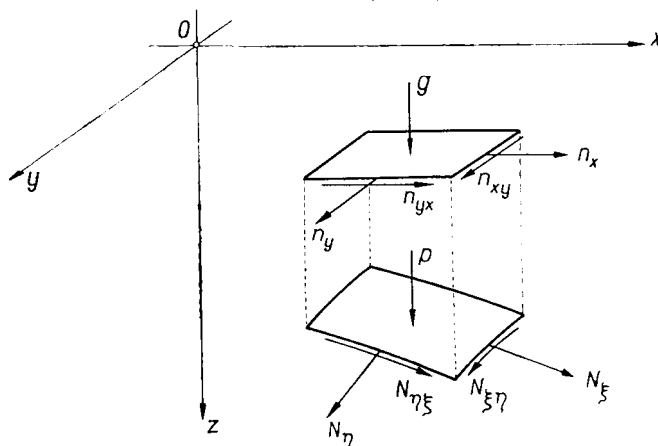
képletekkel számíthatók. E képletek a (3) alattiak figyelembevételével így alakulnak:

$$n_x = - \left[2P + 4y \frac{\partial P}{\partial y} - (b^2 - y^2) \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right] (a^2 - x^2), \\ n_{xy} = - \left[2xP - (a^2 - x^2) \frac{\partial P}{\partial x} \right] \cdot \left[2yP - (b^2 - y^2) \frac{\partial P}{\partial y} \right], \quad (6) \\ n_y = - \left[2P + 4x \frac{\partial P}{\partial x} - (a^2 - x^2) \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right] (b^2 - y^2).$$

3. A tényleges feszítőerők

A membránhéjak n_x , $n_{xy} = n_{yx}$, n_y redukált feszítőerőit ismerve, az N_ξ , $N_{\xi\eta} = N_{\eta\xi}$, N_η tényleges feszítőerők (3. ábra) általában az

$$\begin{aligned}
 N_{\xi} &= n_x \frac{\sqrt{1 + (\partial z / \partial x)^2}}{\sqrt{1 + (\partial z / \partial y)^2}}, \\
 N_{\xi\eta} = N_{\eta\xi} &= n_{xy} = n_{yx}, \\
 N_{\eta} &= n_y \frac{\sqrt{1 + (\partial z / \partial y)^2}}{\sqrt{1 + (\partial z / \partial x)^2}}
 \end{aligned}
 \tag{7a-7c}$$



3. ábra. A tényleges és redukált feszítőerők

képletek segítségével határozhatók meg [5-7]. Ezek a képletek a (6) alattiak figyelembevételével

$$\begin{aligned}
 N_{\xi} &= A(x, y) \cdot G(x), \\
 N_{\xi\eta} &= B(x, y), \\
 N_{\eta} &= C(x, y) \cdot H(y)
 \end{aligned}
 \tag{8a-8c}$$

alakra hozhatók, ahol

$$\begin{aligned}
 A(x, y) &= - \frac{2P + 4y \partial P / \partial y - (b^2 - y^2) \partial^2 P / \partial y^2}{\sqrt{1 + (\partial z / \partial y)^2}}, \\
 B(x, y) &= - [2xP - (a^2 - x^2) \partial P / \partial x] \cdot [2yP - (b^2 - y^2) \partial P / \partial y], \\
 C(x, y) &= - \frac{2P + 4x \partial P / \partial x - (a^2 - x^2) \partial^2 P / \partial x^2}{\sqrt{1 + (\partial z / \partial x)^2}},
 \end{aligned}$$

és

$$\begin{aligned}
 G(x) &= (a^2 - x^2) \sqrt{1 + (\partial z / \partial x)^2}, \\
 H(y) &= (b^2 - y^2) \sqrt{1 + (\partial z / \partial y)^2}.
 \end{aligned}
 \tag{9a-9b}$$

A fenti képletek közül a (8a) és (8c) alattiak a héj peremén határozatlanokká válnak. E körülményre való tekintettel foglalkoznunk kell az említett képletekben szereplő $G(x)$, ill. $H(y)$ függvények határértékének vizsgálatával.

4. A $G(x)$ függvény határértéke

Helyettesítsük be a (9a) képletbe a

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{h_1}{2 a \ln 2} \left[\ln \left(1 + \frac{x}{a} \right) - \ln \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right]$$

összefüggést, s képezzük az így előállított

$$G(x) = (a^2 - x^2) \sqrt{1 - \left(\frac{h_1}{2 a \ln 2} \right)^2 \cdot \left[\ln \left(1 + \frac{x}{a} \right) - \ln \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right]^2}$$

függvénynek az $x = \pm a$ helyen a határértékét.

Ha a keresett

$$\lim_{x \rightarrow \pm a} G(x)$$

határértéket a szokott módon, a de l'Hospital-féle szabály közvetlen alkalmazásával óhajtánók előállítani, csak rendkívül hosszadalmas számítások után, az említett szabály többszöri alkalmazásával juthatnánk célhoz.

Ezért a $G(x)$ függvény határértékének megállapítására kerülő utat választunk: először a $G(x)$ függvénynél egyszerűbb szerkezetű $G^2(x)$ függvény határértékét számítjuk ki, majd, ezt megismerve, következtetünk a $G(x)$ függvény határértékére.

Az imént említett

$$G^2(x) = (a^2 - x^2)^2 \left\{ 1 + \left(\frac{h_1}{2 a \ln 2} \right)^2 \cdot \left[\ln \left(1 + \frac{x}{a} \right) - \ln \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right]^2 \right\}$$

függvény két tagra bontható:

$$G^2(x) = K_1^2(x) + K_2^2(x). \quad (10)$$

Itt

$$K_1^2(x) = (a^2 - x^2)^2,$$

$$K_2^2(x) = \left(\frac{h_1}{2 a \ln 2} \right)^2 \cdot (a^2 - x^2)^2 \cdot \left[\ln \left(1 + \frac{x}{a} \right) - \ln \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right]^2.$$

A fenti két tag körül az elsőnek a határértéke közvetlenül felírható, nevezetesen

$$\lim_{x \rightarrow \pm a} K_1^2(x) = 0. \quad (11)$$

Ezért a továbbiakban már csak a második tagnak, vagyis a $K(x)$ kifejezésnek a határértékével kell foglalkoznunk. A számítást itt azáltal egyszerűsíthetjük,

hogy a $K_2^2(x)$ kifejezés helyett a nála egyszerűbb $K_1(x)$ kifejezés határértékét állapítjuk meg, s ebből következtetünk a $K_2^2(x)$ kifejezés határértékére.

Mint hogy a

$$\begin{aligned} K_2(x) &= \pm \frac{h_1}{2a \ln 2} (a^2 - x^2) \cdot \left[\ln \left(1 + \frac{x}{a} \right) - \ln \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right] = \\ &= \pm \frac{h_1}{2a \ln 2} \cdot \frac{\ln \left(1 + \frac{x}{a} \right) - \ln \left(1 - \frac{x}{a} \right)}{1 - \frac{x^2}{a^2}} \end{aligned}$$

kifejezés az $x = \pm a$ esetben ∞/∞ alakúvá válik, e kifejezésnek az $x = \pm a$ helyeken vett határértékét a de l'Hospital-féle szabály segítségével állítjuk elő:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pm a} K_2(x) &= \pm \frac{h_1}{2a \ln 2} \cdot \frac{\frac{2}{a^2 - x^2}}{\frac{-2x}{(a^2 - x^2)^2}} = \\ &= \mp \frac{h_1}{2a \ln 2} \cdot \frac{(a^2 - x^2)}{x} = 0. \end{aligned}$$

Ezek szerint a $K_2(x)$ kifejezés határértéke az $x \rightarrow \pm a$ esetben zérus, ami egyúttal azt is jelenti, hogy ugyanott a $K_2^2(x)$ kifejezés határértéke szintén zérus, vagyis

$$\lim_{x \rightarrow \pm a} K_2^2(x) = 0. \quad (12)$$

Ha ezek után tekintettel vagyunk arra, hogy a (11), illetve (12) alattiak folytán a (10) kifejezés jobb oldalán álló mindkét tag határértéke az $x = \pm a$ esetben zérus, nyilvánvaló, hogy ugyanott a $G^2(x)$ függvénynek, sőt magának a $G(x)$ függvénynek a határértéke szintén zérus. Végeredményben tehát azt találtuk, hogy

$$\lim_{x \rightarrow \pm a} G(x) = 0. \quad (13)$$

5. A $H(y)$ függvény határértéke

A $H(y)$ függvénynek az $y = \pm b$ helyen vett határértéke a $G(x)$ függvény vizsgálata során alkalmazott gondolatmenet megismétlésével állítható elő. A számítás eredménye:

$$\lim_{y \rightarrow \pm b} H(y) = 0. \quad (14)$$

6. Az $x = \pm a$ peremvonalak mentén működő tényleges feszítőerők

Az N_ξ feszítőerő (8a) alatti képletében, mely az $x = \pm a$ peremvonalak mentén határozatlan, az $A(x, y)$ kifejezés értéke az $x = \pm a$ helyen zérus, és ugyanez vonatkozik a (8a) képletben szereplő $G(x)$ függvénynek az $x = \pm a$ helyen képzett határértékére is. Így az N_ξ feszítőerő értéke az $x = \pm a$ peremvonalak mentén azonnal megadható:

$$N_\xi = 0. \quad (15)$$

Ezek szerint a héj az $x = \pm a$ peremvonalak mentén csak peremvonal irányú erőket gyakorol a héjperemet alátámasztó tartókra.

Az $N_{\xi\eta}$ feszítőerő mindenütt, így az $x = \pm a$ határvonalak mentén is, a (8b) képlet szerint számítható:

$$N_{\xi\eta} = 2aP[2yP - (b^2 - y^2)\partial P/\partial y]. \quad (16)$$

Az N_η feszítőerő a (8c) képlet szerint az $x = \pm a$ peremvonalak mentén

$$N_\eta = 0. \quad (17)$$

A sarokpontokban, ahol a (8c) képlet határozatlanná válik, a határozatlanság a (14) összefüggés figyelembevételével oldható fel. Ily módon eljárva kimutatható, hogy a (17) képlet a sarokpontban is érvényes.

7. Az $y = \pm b$ peremvonalak mentén működő tényleges feszítőerők

Ezek a feszítőerők ugyanúgy határozhatók meg, mint az $x = \pm a$ peremvonal mentén működő feszítőerők.

Az N_η feszítőerő értéke az $y = \pm b$ peremvonal mentén mindenütt

$$N_\eta = 0, \quad (18)$$

vagyis a héj az $y = \pm b$ peremvonalak mentén csak peremvonal irányú erőkkel terheli a peremtartót.

Az $N_{\eta\xi}$ feszítőerő az

$$N_{\eta\xi} = 2bP[2xP - (a^2 - x^2)\partial P/\partial x] \quad (19)$$

képlet szerint számítható.

Az N_ξ feszítőerő értéke az $y = \pm b$ peremvonal minden pontjában

$$N_\xi = 0. \quad (20)$$

IRODALOM

1. CSONKA, P.: Result on Shells of Translation. *Acta Techn. Hung.* **10** (1955), 59—71.
2. CSONKA, P.: A translációs felület szerint alakított héjakról. *VI. Osz. Közl.* **15** (1955), 333—345.
3. CSONKA P.: A kétmenetű héjak egy különleges fajtájáról. *VI. Osz. Közl.* **18** (1956), 9—16.
4. CSONKA, P.: Special Kind of Shells of Translation with Two Vertical Planes of Symmetry. *Acta Techn. Hung.* **11** (1955), 231—240.
5. GIRKMANN, K.: *Flächentragwerke*. Springer-Verlag, Wien 1959.
6. FLÜGGE, W.: *Stresses in Shells*. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1962.
7. CSONKA, P.: *Membranschalen*. Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin—München 1966.

AZ ENERGIAFOLYAM CÉLSZERŰ VEZETÉSE ÉS AZ ÖNKIEGYENSÚLYOZÓ MOZGÉKONY TENGYELYKAPCSOLÓ*

MÁSODIK RÉSZ: A SORBAKAPCSOLÁS KIVITELI MÓDJA

SZŐKE BÉLA

[Beérkezett 1966. május 2-án]

A hengersizékek sorbakapcsolásának sikere az energiatömeg helyes vezetésén kívül a megtelítő mozgékony tengelykapcsolótól függ, mely az átviendő teljesítményből kifolyólag tehermentesíti a szomszédos csapágyakat. Szerző bemutatja az 1961. évi akadémiai pályázaton jutalmazott tengelykapcsolójának olyan továbbfejlesztését, amely tartós éjjel-nappali folytonos üzemben is bevált. További szerkezeti megoldás az önkiegyensúlyozó mozgékony tengelykapcsolóra vonatkozik. Szerző elméleti megfontolásaiban kimutatja, hogy ez a kapcsoló a hajtó és hajtott gépegyeség között nem rezgéscsillapító, hanem mint rezgésszigetelő új gépelemként jelentkezik.

Jelölések

- a_1 a lebegőttag *I* vezetékében úszó tömeg relatív gyorsulása;
 a_2 a lebegőttag *II* vezetékében úszó tömeg relatív gyorsulása;
 a_{1C} az *I* vezetékben úszó tömeg Coriolis-gyorsulása;
 a_{2C} a *II* vezetékben úszó tömeg Coriolis-gyorsulása;
 b görgőközéppont távolsága a vezeték szélétől
 d görgő furat;
 d_1 és d_1' átellenes csappárok k_1 kapcsolókarban;
 d_2 és d_2' átellenes csappárok k_2 kapcsolókarban;
 e párhuzamos tengelyek egymástól való távolsága (excentricitás) és kitérő tengelyek normál-transzverzálisa;
 h_1 és h_2 a lebegőttag két vezetékének szélessége;
 h a tengelyek metszéspontjának távolsága a lebegő tagtól;
 h_{\min} görgőközéppontok legkisebb távolsága, hogy forgás közben a két vezeték görgői egymáshoz ne ütközzenek;
 k_1 kapcsolókar a t_1 tengelyen;
 k_2 kapcsolókar a t_2 tengelyen;
 l lebegőttag; a görgő szélessége;
 m a lebegőttag tömege;
 m_1 úszó tömeg az *I* vezetékben;
 m_2 úszó tömeg az *II* vezetékben;
 m_c a görgős csapágy és a kiálló csaprészes együttes tömege;
 p Hertz-féle feszültség;
 r nyomatóki kar (a d_1 csapközép távolsága a t_1 tengelyközéptől);
 s legkisebb távolság a görgő palástok között, hogy a két vezeték görgői egymáshoz ne ütközzenek;
 s_1 biztonsági távolság, hogy a görgő be ne futhasson a másik vezetékbe;
 s_1 az m_1 úszótömeg relatív elmozdulása az *I* vezetékben;
 s_2 biztonsági távolság, hogy a görgő ki ne futhasson a lebegőttagból;
 s_2 az m_2 úszótömeg relatív elmozdulása *II* vezetékben;
 s_3 az egyenlő nagyságúra választott biztonsági távolság;
 t_1 hajtó tengely;
 t_2 hajtott tengely;

* Az első rész megjelent az *MTA VI. Osztály Közleményeiben* 39 (1967),101–130.

r_1	az m_1 úszótömeg relatív sebessége;
r_2	az m_2 úszótömeg relatív sebessége;
z	a lebegőttag tengelyirányú kényszerűsúszása;
C	a lebegőttag centrifugális ereje;
D_t	a tengely csapvégének átmérője;
D	a görgőcsapágy külső átmérője (olykor megfelelő indexszel);
E	a kerületi erő és a görgő centrifugális erejének eredője;
E	ellensúly (a lebegőttaggal egyenlő tömegű);
F	kerületi erő;
F_{1r}	az m_1 úszótömeg relatív gyorsulásából származó tömegező;
F_{2r}	az m_2 úszótömeg relatív gyorsulásából származó tömegező;
F_{1s}	az m_1 tömeg szállító ereje;
F_{2s}	az m_2 tömeg szállító ereje;
F_{1c}	az m_1 tömeg Coriolis-ereje;
F_{2c}	az m_2 tömeg Coriolis-ereje;
F_r	az F_{1r} és F_{2r} relatív erők eredője;
F_s	az F_{1s} és F_{2s} szállító erők eredője;
F_c	az F_{1c} és F_{2c} Coriolis-erők eredője;
G	a görgő és kiálló csapvég önsúlya;
M	$F \cdot r$ átviendő nyomaték;
O_1	a t_1 tengely középpontja;
O_2	a t_2 tengely középpontja;
O	a lebegőttag geometriai középpontja, amelyet egybeesőnek tekintünk annak m tömegpontjával;
R	megfelelő indexszel a görgő sugara;
α	a metsző és kitérő tengelyek hajlásszöge;
σ_c	a görgő csapjában megengedett húzófeszültség;
σ_t	a tengely csapjában megengedett húzófeszültség;
φ	a tengely elfordulási szöge;
ω	a tengely szögsebessége.

X. A szerző előzetes kísérletei a mozgékony tengelykapcsoló tökéletesítésére

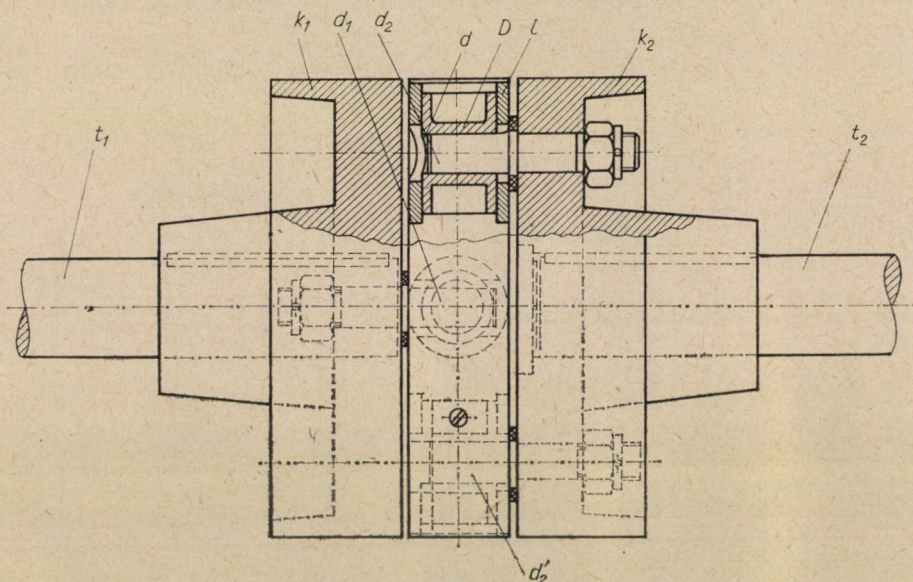
Az első rész II. fejezetében már rámutattunk a tengelykapcsolóra vonatkozó néhány olyan követelményre, amelyek az őrlőhengerek sikeres sorbakapcsolásánál feltétlenül szükségesek. Szerzőt már a negyvenes években arra készítették egyes balesetekről szóló hírek és egyes üzemeknek a merev tengelykapcsolók által, pl. épületsüllyedéskor okozott hőnfutásokból származó kényszerű leállásai (gumigyári hengerek, a Kelenföldi Erőmű turbógenerátora, a miskolci „Rózsa” malom stb.), hogy egyrészt az üzem közben ki- és bekapcsolható súrlódó kapcsolók üzembiztosabb és gyorsabb kikapcsolásával [21, 22], másrészt a mozgékony tengelykapcsolók tökéletesítésével foglalkozzék.

A jelenlegi rugalmas és mozgékony tengelykapcsolók hiányosságaira szerző más helyen részletesen rámutatott [23, 24]. E fejezetben csupán azt a néhány előzetes kísérletet kívánjuk felemlíteni, amelyek a jelenlegi megoldáshoz vezettek.

Annak a célkitűzésnek a tényleges megoldásában, hogy a hajtó tengely elmozdulásait és rezgéseit ne vigyük át a hajtott tengelyre, kiegészítette szerzőt egy kezdő mérnök korábban szerzett tapasztalata. Az egyik új konstrukciójú szívógázmotor csavarkerék-burkolatából az olaj kifolyását a leghonyolultabb csapágytömítésekkel sem tudták megakadályozni. A szerző úgy szüntette meg

ezt a káros jelenséget, hogy a kavargó térbe való visszakényszerítés helyett előbb szabadon hagyta kifolyni az olajat egy előkamrába, majd egy furaton keresztül vissza a burkolatba.

A mozgékony tengelykapcsoló kérdését is ugyanígy két lépésben lehet megoldani. Első megoldásként létre kellett hozni olyan tengelykapcsolót, amely a nyomték átviteléből kifolyólag nem visz át billentőnyomatékokat a szomszéd-

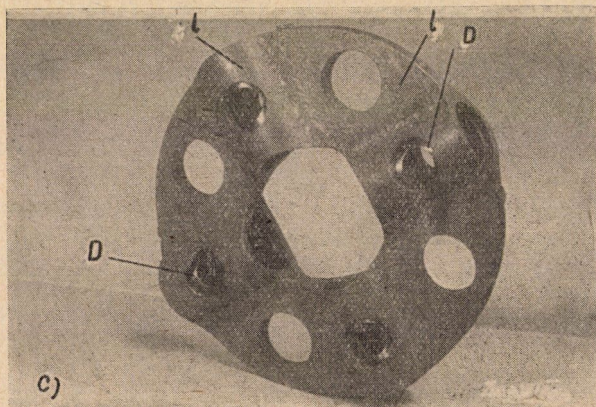
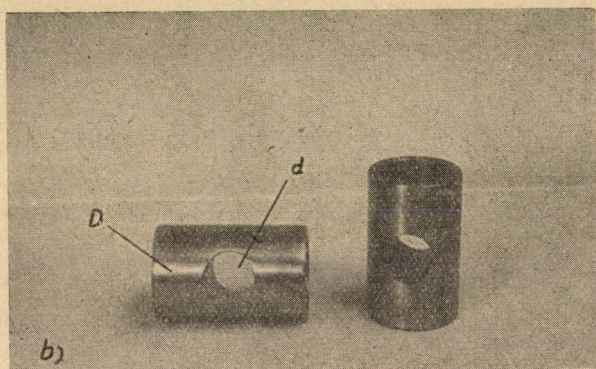
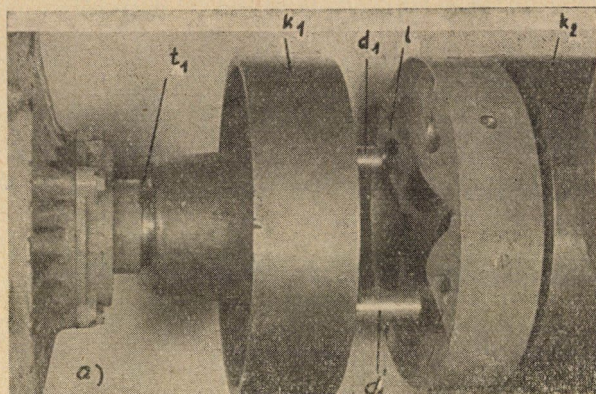


10. ábra. Dugattyús mozgékony tengelykapcsoló szerkezeti rajza

dos csapágyakra és a tengelyek relatív elmozdulásaiból keletkező rezgéseket saját maga veszi fel. Ezt a megoldást „rezgő tengelykapcsolóknak” nevezte annak idején. A megoldás második része abban állott, hogy a kapcsoló rezgő alkatrésze miként egyensúlyozhatja ki önmagát. Az ilyen módon kialakított szerkezetet „önkiegyensúlyozó mozgékony tengelykapcsolónak” neveztük. E konstrukciós elgondolások elvét részben már ismertette szerző egy korábbi kéziratában [23]; e helyen igyekszünk azt tüzetesebben megvilágítani.

Az első rezgő tengelykapcsolót egyik közvetlen motorhajtású esztergapad konstrukciójához tervezte meg a szerző, amelynél a hagyományos gumidugós kapcsolók nem váltak be. Ennek a dugattyús rezgő mozgást végző tengelykapcsolónak a szerkezeti rajzát a 10. ábra, alkatrészeinek a fényképét pedig a 11. ábra tünteti fel.

A t_1 hajtó tengelyre ékelt k_1 kapcsolótárcsából kinyúlik a tengellyel párhuzamos és szimmetrikus két $d_1 - d'_1$ csap. A t_2 hajtott tengelyre van ékelve a teljesen azonos kiképzésű k_2 kapcsolótárcsa. Az l lebegő tag két egymásra merőleges furatában elfordulhat két pár D dugattyú. Az egyik pár



11. ábra. A dugattyús mozgékony tengelykapcsoló: gépre szerelve (a); a D dugattyú d furatával (b); az l lebegőtág négy dugattyújával (c)

dugattyú d furatába a hajtó, a másik pár furatába a hajtott kapcsolótárcsák $d_1 - d_2$ csappárjai nyúlnak be.

E tengelykapcsolót [25] több gépnél alkalmazták. A 12. ábra azt a rezgésképet tünteti fel, amelyet a *Mintagépgyár* (jelenleg *Szerszámgépipari Művek Fejlesztő Intézete*) „Askania” gyártású mechanikus rezgésíró műszerrel vett fel 1954-ben, amikor egy $D-350$ típusú $P = 51$ LE-s, $n = 1500$ percnkénti fordulatszámú „Csepel” Diesel-motor hajtott egy közös betonlapra szerelt generátort. A műszerrel a vízszintes síkban keletkező rezgéseket mérték a motor-testen és a generátorpajzson a tengelykapcsoló közelében. Mindkét kép az 1 másodperc alatt lefolyt rezgéseket tartalmazza az időjel feltüntetésével. A rezgésképek összehasonlításából megállapítható volt, hogy a legnagyobb rezgési amplitúdó a motor esetében kb. 100μ , a generátor esetében pedig kb. 10μ volt. E különbségből kitűnik, hogy a generátor rezgése olyan nagyságrendű, mintha szabadon fogogna.

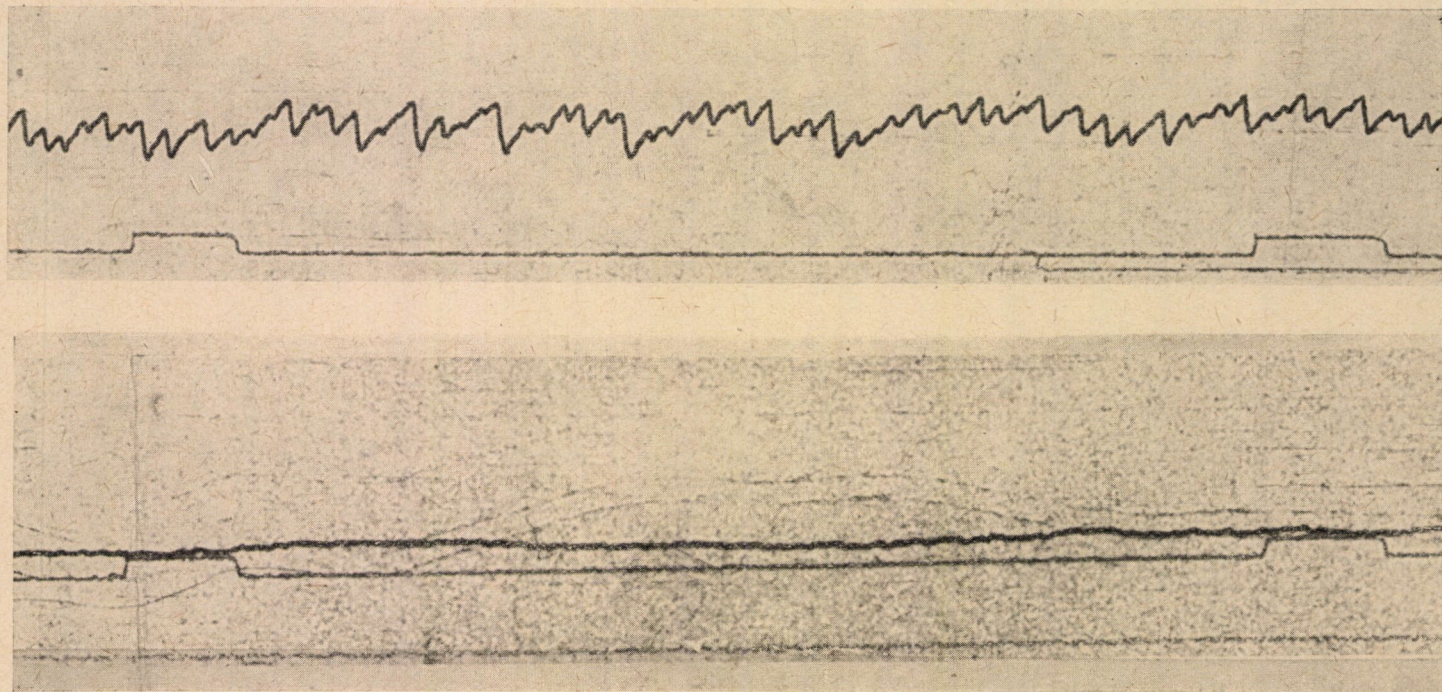
Bár ennek a tengelykapcsolónak nagy előnye, hogy eléggé tűri a szerelési pontatlanságokat, hátrányként jelentkezett a D dugattyúk csúszó súrlódása, ami miatt külön kenésről kellett gondoskodni.

A csúszó súrlódás elkerülése végett szerkesztette szerző a 13. ábrán feltüntetett csuklós rudazatú önbeálló tengelykapcsolót, amely azzal tűnik ki a hasonló megoldások közül, hogy kapcsolóelemei egyetlen szerkezeti síkban vannak elhelyezve; ezáltal rövid tengelyirányú szerkezeti térben helyezhető el, és billentő nyomatékok nem keletkezhetnek [26].

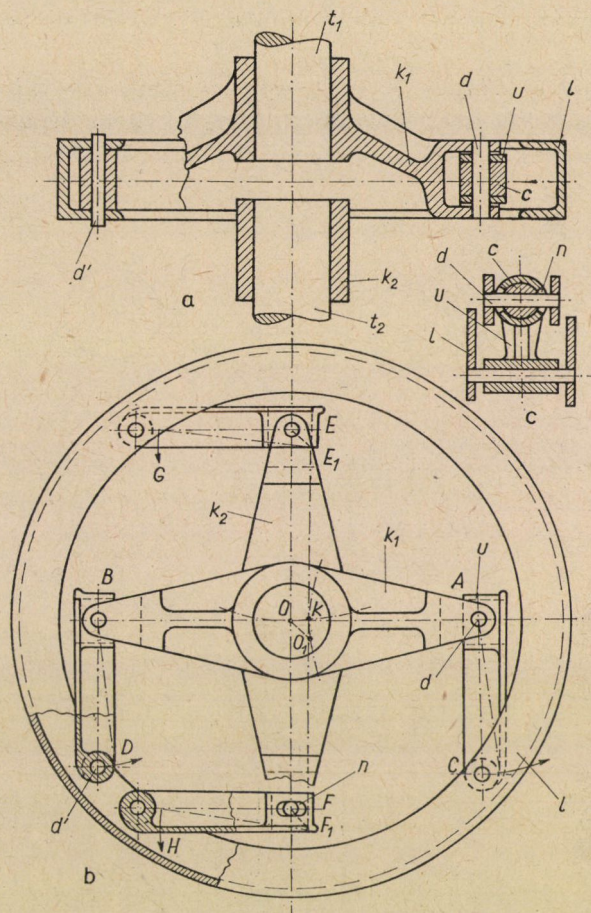
A kétkarú emelőnek kiképezett $k_1 - k_2$ jelű kapcsolókarok közül az egyik a hajtó, a másik a hajtott tengelyhez van rögzítve és u csatlókkal kapcsolódnak az l_1 kerethez. A kapcsolókarok azonban d csapokkal nem közvetlenül a csatlókhöz, hanem ezek hengeres furatában, esetleg elforduló c csuklókhöz kapcsolódnak. Ha tehát az egyik tengelyt a másikhoz képest szögbe fordítjuk, úgy ez az elmozdulás akadálytalanul végbemehet, mert a csatlókon levő n hosszúkás nyílások a d csapoknak szabad utat engednek a c csukló saját tengelye körül történő elfordulásakor. A csatlók d' csapokkal csatlakoznak a kerethez és ugyanannak a kapcsolókarnak két-két egymással egyforma hosszú csatlója számára a csaplyukak éppen olyan távolságra vannak fúrva a keretben, mint a karban. Így az $ABCD$ és $EFGH$ csuklócsapok középpontjai a két tengely minden viszonylagos helyzetében egyenlőközű négyszög csúcspontjai maradnak.

A tengelyirányú elmozdulás lehetőségét úgy biztosíthatjuk, hogy a C és D csuklópontokban is olyan c forgócsuklókat szerelünk, mint az A és B -ben.

E tengelykapcsoló is tiszta erőpárral viszi át a forgatónyomatékot. Egy mintapéldányát kb. 30 kpm nyomatékkal terhelve 10 mm beállított excentricitással éjjel-nappal üzemben tartott a *Malomszerelő és Gépgyártó Vállalat* a *Gizella Malomban* 1956 tavaszától. A kopások vizsgálatára azonban nem kerülhetett sor, mert a próbadarabnak nyomaveszett.



12. ábra. A dugattyús mozgékony tengelykapcsoló hajtó és hajtott oldaláról felvett rezgéskép (a felső oszcillogram időjellel „Csepel” 51 lóerős, $n=1500$ ford/perc Diesel-motorra vonatkozik, kilengés a vízszintes síkban kb. 100μ ; az alsó oszcillogram a hajtott dinamóra, kilengés kb. 10μ)



13. ábra. Csuklós önbeálló tengelykapcsoló

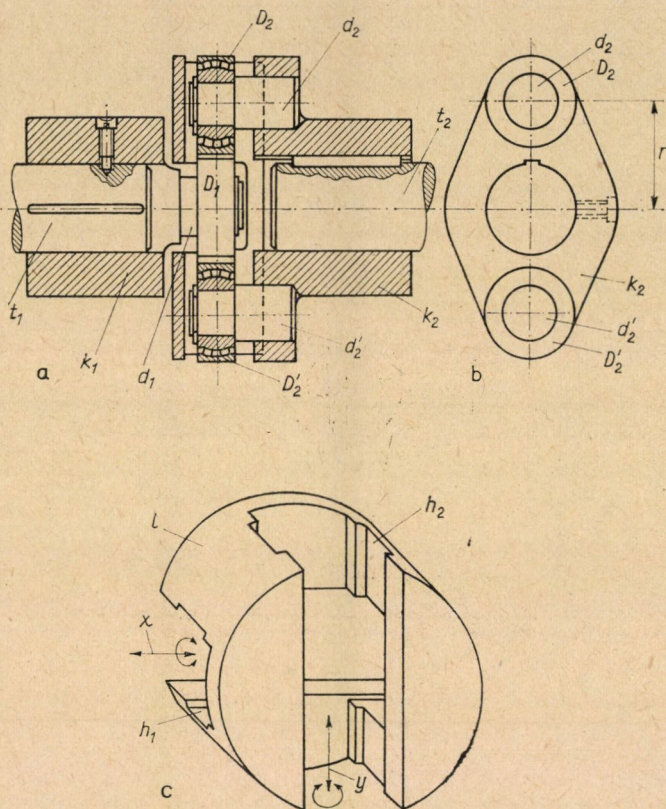
XI. Görgős mozgékony tengelykapcsoló

A csúszósúrlódás által szükségessé váló kenés elkerülésének legbiztosabb módja olyan gördülő elem bevezetése, mint a sínen futó vasúti kerék.

A t_1 és t_2 tengelyekre rögzített k_1 és k_2 kapcsolókarok (14. és 15. ábra) két-két $d_1 - d'_1$ és $d_2 - d'_2$ csapja a tengellyel párhuzamos és szimmetrikus. E csapokra $D_1 - D'_1$ és $D_2 - D'_2$ görgők, illetve önbeálló görgőcsapágyak vannak szerelve, amelyek a középsíkban levő l lebegő tag egymásra merőleges h_1 és h_2 hornyában vannak vezetve. A lebegőtag horonyvezetékéhez képest a k karok és $t_1 - t_2$ tengelyek hosszirányban elgördülhetnek és a csapágy-párjuk x és y középponti tengelye körül szabadon lenghetnek. Az egyik kapcsolókar, például a k_2 és t_2 tengelyhez képest tengelyirányban elcsúszhat.

Ennélfogva mind párhuzamos, mind kitérő tengelyek esetén is feszültségmentes a hajtás.

Minthogy a $D_1 - D'_1$ és $D_2 - D'_2$ csapágypárok x és y középponti tengelyei egy síkban fekszenek, billentőnyomatékok nem léphetnek fel, mint a két kardáncsuklóból és teleszkóptengelyből álló kardánhajtásnál. Azonkívül



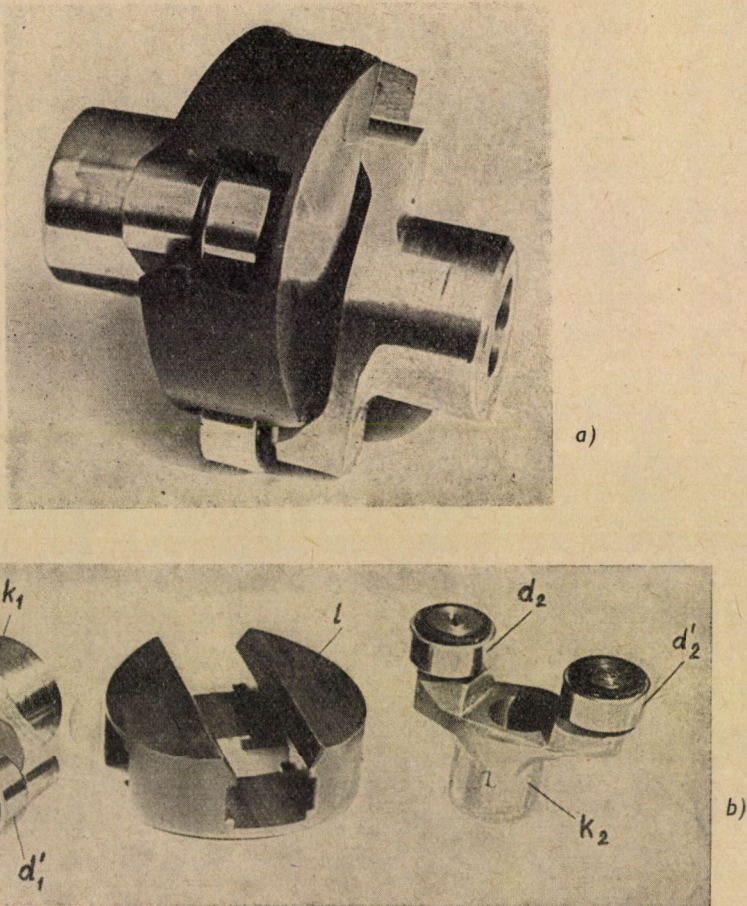
14. ábra Görgős mozgékony tengelykapcsoló hosszmetsetben (a); oldalnézetben (b); és a lebegőttag axonometrikus rajza (c)

e kapcsoló lényegesen kisebb szerkezeti térben helyezhető el, mint a kardánhajtás.

Ha a t_1 tengelyt rögzítettnek tekintjük, akkor t_2 tengely önmagával párhuzamosan minden sugárirányban eltolható, vagyis ∞^2 helyzetet foglalhat el. Minden egyes párhuzamos helyzet körül elhelyezkedhet a sugárkéve ∞^2 irányában, az összes elfoglalható helyzetek száma ∞^4 . Ha a t_2 tengelyirányú elmozdulásáról csúszóékes vagy bordás dilatációs persellyel gondoskodunk, akkor ∞^5 helyzetet foglalhat el t_2 anélkül, hogy t_1 -re erőhatást gyakorolna.

Csakis amikor az egyik tengely forogni kezd, akkor ad át egyik tengely a másiknak forgatónyomatékokat.

A hajtótengely még akkor is *erőpár* és nem kerületi erő útján adja át a forgató nyomatékokat a hajtott tengelynek, ha a lebegőtág hornyai gyártási

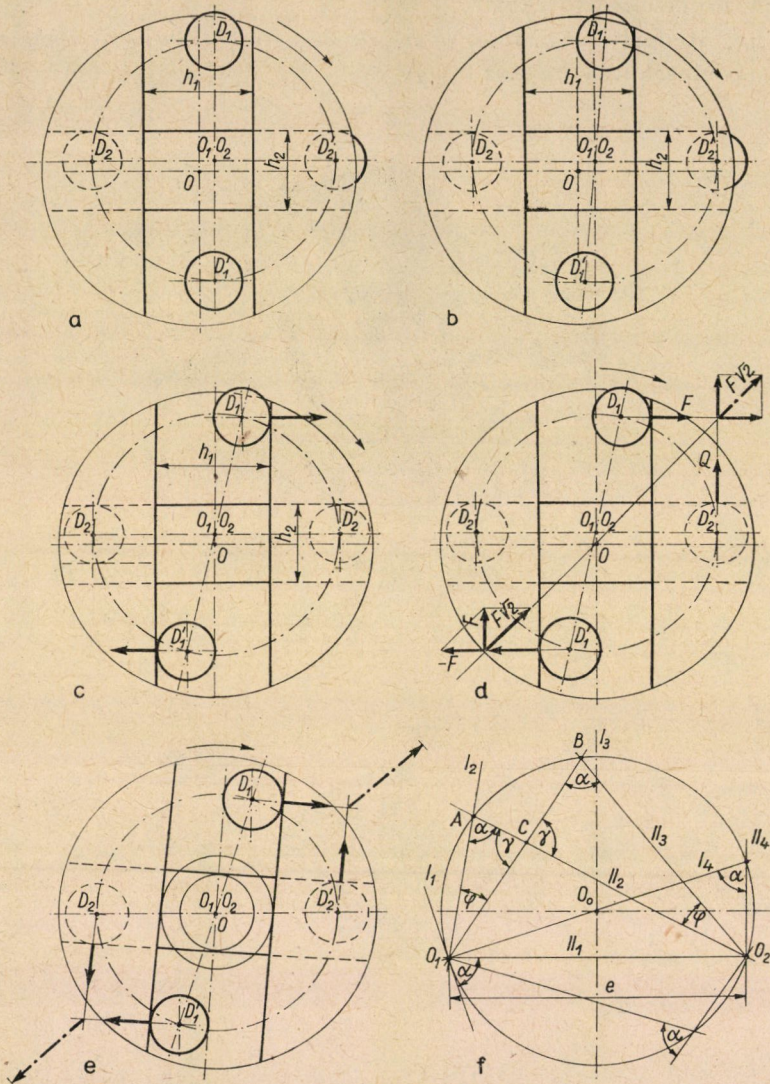


15. ábra. Görgős mozgékony tengelykapcsoló összeszerelve (a); és három főrésze (b)

pontatlanságok folytán különböző szélességűek és nem merőlegesek egymásra. Ezt szemlélteti a 16. ábra.

A 16a. ábra azt a kiindulási helyzetet tünteti fel, amikor a $h_1 > h_2$ horonyszélességű, és O középpontú lebegőtág önsúlyánál fogva D_2 és D' görgőkön nyugszik.

A 16b. ábrán azt látjuk, hogy az O_1 körül forgásnak indult tengely D_1 görgője elérte a lebegőtág falát, és e tagot D_2 , D'_2 görgőkön jobbfelé gördíti



16. ábra. A kapcsoló akkor is erőpárral viszi át a nyomatékot, ha a lebegőtág vezetőkei különböző szélességűek és nem merőlegesek egymásra: Az O középpontú lebegőtág önsúlyánál fogva a D_2-D_2' görgőpáron nyugszik (a); a forgás kezdetekor a D_1 görgő tolni kezdi a lebegőtágot (b); a D_1 görgő is érinti már a horony oldalfalát (c); a fellépő erők behúzzák a lebegőtágot működési helyzetébe (d); működési helyzet, amikor mind a hajtó, mind a hajtott kapcsolókra tiszta erőpár hat (e); lebegőtágra ható egyensúlyt tartó húzó erőket eredményvonal jelzi; a derékszögtől eltérő horonyhelyzetnél és az e excentricitású párhuzamos tengelyhelyzetnél is egyforma szögsebességgel jár a hajtó és hajtott tengely (f)

mindaddig, amíg D'_1 alsó görgő is érintkezésbe nem jut a h_1 horony másik falával (16c. ábra).

Ebben a pillanatban a lebegőtag F erővel megnyomja a D'_2 görgőt is (16d. ábra) és ennek következtében az eredeti D_1 -ből kiinduló F erő és a D_2 -ből kiinduló visszaható $Q = |F|$ erő eredője, $F\sqrt{2}$ húzza a lebegőtagot. Egyidejűleg már a D'_1 -ből kiinduló ($-F$) erő is hat a lebegőtagra, amely az előbbi $F\sqrt{2}$ erővel olyan felfelé irányuló F erőt eredményez, amely a lebegőtagot a D_2 görgőhöz emeli.

A 16e. ábrán a lebegőtagnak már ezt a működőképes helyzetét látjuk és ugyanez az ábra szemlélteti azt is, hogy mind a hajtó, mind a hajtott tengelyre a tengelykapcsolás folytán tiszta erőpár hat. Az ábrából kiviláglik az is, hogy pusztán a szemközti horonyfalak párhuzamossága lényeges követelmény, magát a lebegőtagot pedig — akár egy láncszemet — két egyensúlyban levő húzó erő terheli.

Amikor a hajtó és hajtott tengelyek párhuzamosak, az O_1 és O_2 tengelyközéppontok közötti excentricitás e távolsága lesz annak a Thales-körnek az átmérője, amelynek kerületén a lebegőtag O középpontja kétszer olyan fordulatszámmal forog, mint a tengelyek. Ha azonban a két horony $\alpha \neq 90^\circ$ -ot zár be egymással, akkor a lebegőtag középpontja nem Thales-körön, hanem az excentricitásra, mint húrta emelt körön mozog (16f. ábra), a hajtó és a hajtott tengelyek szögsebessége azonban párhuzamos tengelyhelyzet esetén ilyenkor is egyenlő egymással. A 16f. ábrából ugyanis kitűnik, hogy az I horonynak O_1 középpont körül φ szöggel való elfordulása maga után vonja II horonynak O_2 körül ugyancsak φ szöggel való elfordulását. Ez világosan kitűnik abból, hogy

$$O_1ACA \sim O_2BCA.$$

A hajtott tengely akkor is tiszta erőpárral veszi fel a forgatónyomatékot, ha egyik hajtókarnál sem egyenlők egymással a forgattyúkarok. A különbség csupán az, hogy ilyenkor a lebegőtagot nem két egyensúlyban levő erő veszi húzásra igénybe, hanem két egyforma értékű erőpár csavarásra.

1. Az erőhatások

A tengellyel párhuzamos csapokat a forgatónyomaték erőpárjának erői hajlításra terhelik. Ugyancsak számításba veendő nagy fordulatszámoknál a csapok és görgők önsúlyának centrifugális ereje, amely ugyancsak a csapok hajlító igénybevételét fokozza. A csapok és görgők a saját tengelyükhöz képest szimmetrikusan vannak rögzítve; így centrifugális erejük, a fordulatszámtól és az excentricitástól függetlenül mindig kiegyensúlyozott. Más az eset a lebegőtagnál.

Excentrikus tengelyhelyzetnél a lebegőtág egyes pontjai más és más pályagörbéket írnak le a térben. A hornyok középvonalának egyes pontjai Pascal-féle csigavonalon mozognak [1], az O középpont pedig — mint említettük — $e/2$ sugarú körpályát ír le 2ω szögsebességgel, ha a tengelyek ω szögsebességgel forognak. Ezek szerint az O középpontba, mint súlypontba képzelt m tömeg centrifugális ereje

$$C = m \frac{e}{2} 4 \omega^2 = 2 m e \omega^2. \quad (14)$$

Ez az erő minden helyzetben a görgőket terheli, és amikor az erőt csak két görgő fogja fel, az egy csapra eső terhelés $m e \omega^2$, amit nagy fordulatszámoknál és nagy excentricitásnál már nem hagyhatunk figyelmen kívül.

Általános helyzetben a lebegőtág centrifugális ereje mind a hajtó, mind a hajtott csappárt terheli, és pedig φ elfordulási szögnél

$$C_1 = C \sin \varphi = 2 m e \omega^2 \sin \varphi$$

terheli az egyik csappárt; és $\pi/2$ fáziskülönbséggel

$$C_2 = C \cos \varphi = 2 m e \omega^2 \cos \varphi$$

terheli a másik csappárt.

A lebegőtág röperejétől származó lüktetés tehát *fordulatonként* négyszer éri el a C_{\max} értéket; kétszer a hajtó és kétszer a hajtott kapcsolókaron érvényesülve.

2. A méretezés irányelvei

Kis e excentricitásnál, könnyű (műanyag) lebegőtagnál és közepes fordulatszámnál a lebegőtág centrifugális erejét figyelmen kívül hagyhatjuk és a kiszámított méretek ellenőrzésekor vehetjük figyelembe. A kapcsolat síkjában mindkét csappárnál két egymásra merőleges erő hat, nevezetesen az átviendő M nyomatékból eredő F kerületi erő; továbbá a fordulatszámától és gördülőcsapágy m_c tömegétől, valamint az r nyomatéki kartól (14b. ábra) függő centrifugális erő.

Minthogy adott $n = 9,55 \omega$ fordulatszám mellett a G [kp] súly $m_c = G/9,81$ kg tömegére ható centrifugális erő

$$C = m_c r \omega^2 = m_c r \frac{n^2}{91,2} = \frac{G n^2 r}{9,81 \cdot 91,2} = \frac{G n^2 r}{900}$$

szerint az r sugárral egyenes arányban növekszik, a kerületi erő pedig

$$F = \frac{M}{2r}$$

szerint az r sugár növekedésével csökken, bizonyos, hogy van olyan r kar, amelynél

$$E = \sqrt{F^2 + C^2}$$

eredő erő a legkisebb. Ha az egyéb szerkezeti körülmények megengedik, akkor ezt az r értéket kell választanunk, mert így viszi át a kapcsoló a legkisebb igénybevétel mellett a kívánt teljesítményt:

$$y = E^2 = F^2 + C^2 = \frac{M^2}{4r^2} + m_c^2 \omega^4 r^2,$$

és

$$\frac{dy}{dr} = -\frac{2M^2}{4r^3} + 2m_c^2 \omega^4 r = 0,$$

ahonnan

$$r = \frac{1}{1,41 \omega} \sqrt{\frac{M}{m_c}} = \frac{9,55}{1,41 n} \sqrt{\frac{M}{m_c}}.$$

A görgő és a kiálló csapréz súlya $G = 9,81 m_c$ és így

$$r = \frac{9,55 \cdot 3,13}{1,41 n} \sqrt{\frac{M}{G}} = \frac{21,2}{n} \sqrt{\frac{M}{G}}. \quad (15)$$

Szám példa. Legyen $M = 15$ mkp, $n = 2880/\text{min}$ és $G = 0,4$ kp, akkor

$$r = \frac{21,2}{2880} \sqrt{\frac{15}{0,4}} = \frac{21,2}{2880} \sqrt{37,5} = \frac{21,2 \cdot 6,12}{2880} = \frac{130}{2880} = 0,0452,$$

vagyis a keresett nyomatéki kar $r = 4,52$ cm ≈ 5 cm. Az $r = 5$ cm karon ható kerületi erő

$$F = \frac{M}{2r} = \frac{1500}{10} = 150 \text{ kp},$$

és a centrifugális erő

$$C = \frac{Gn^2 r}{900} = \frac{0,4 \cdot 2880^2 \cdot 0,05}{900} = \frac{0,4 \cdot 830 \cdot 5}{9} = 184 \text{ kp};$$

végül

$$E = \sqrt{150^2 + 184^2} = \sqrt{22500 + 33856} = \sqrt{56356} = 237 \text{ kp}.$$

Lassú járatnál, amikor a d csapokra ható centrifugális erőtől eltekinthetünk, a csap szokásos méretezése szerint a csappár egyik csapjára ható kerületi erő $F = M/2r$.

Nyírófeszültség a csapban

$$\tau_c = 1,4 \frac{M}{2r \left(\frac{d^2 \pi}{4} \right)}$$

A csapban megengedhető húzófeszültség $\sigma_c = 2\tau_c$, a D_t átmérőjű tengelyben pedig σ_t , és így

$$\frac{d^2 \pi}{4} \sigma_c = 1,4 \frac{M}{r}, \quad (16)$$

a D_t átmérőjű tengelynél pedig

$$M = \frac{D_t^3 \pi}{32} \sigma_t.$$

Ez a (16) képletbe helyettesítve

$$\frac{d^2 \pi}{4} \sigma_c = 1,4 \frac{D_t^3 \pi}{32 r} \sigma_t,$$

ahonnan

$$d^2 = \frac{1,4 \cdot 4}{32} \frac{D_t^3}{r} \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = \frac{0,7}{4} \frac{D_t^3}{r} \frac{\sigma_t}{\sigma_c}. \quad (17)$$

Vegyük fel $\sigma_t = 600$ kp/cm² és a $\sigma_c = 400$ kp/cm² (mivel a csapnál hajlítás és nyírás is van), akkor

$$d^2 = \frac{0,7}{4} \cdot \frac{3}{2} \frac{D_t^3}{r} = \frac{2,1}{8} \frac{D_t^3}{r} \approx \frac{1}{4} \frac{D_t^3}{r}$$

és

$$d = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D_t^3}{r}}. \quad (17a)$$

Ha pedig a d csapméret kötött, akkor

$$r = \frac{1}{4} \frac{D_t^3}{d^2}. \quad (17b)$$

A görgő vonalmenti felfekvésénél fellépő *Hertz-féle feszültségek* számításához a gördülőcsapágyak méretezésére alkalmazott képlet használható, mely szerint henger és sík felület érintkezésénél

$$p = c \sqrt{\frac{F}{Dl}} \text{ [kp/mm}^2\text{]},$$

ahol F a görgő által átvitt kerületi erő [kp]; D a görgő átmérője [mm]; l a görgő szélessége [mm]; $c =$ állandó $= 86,1$, edzett acélfelületeknél a megengedett érték $20\,000$ kp/mm².

Nagyobb fordulatszámnál a d csap közvetlenül a görgő középsíkjában ható eredő erő terhelésénél hajlításra méretezhető. Sugárirányban hat a kiálló csapvég és a görgő centrifugális ereje, érintő irányban a kerületi erő és a lebegőtág centrifugális erejének fele.

A csap méretezése után a gördülőcsapágy a statikus teherbírás alapján választandó ki. Figyelemre méltó körülmény, hogy a gördülőcsapágyak statikus alapterherbírására vonatkozó előírás szerint abban az esetben, ha a csapágy csupán lengő mozgást végez, akkor a terheléssel a sztatikus alapterherbírás (határterhelés) értékének többszörösére ($\div 4$ -szeresére) is fel lehet menni [27]. Ez azt jelenti, hogy párhuzamos és kitérő tengelyhelyzetnél a gördülőcsapágy kedvezőbb körülmények között működik, mert a golyók váltakozva veszik fel a terhelést, ezzel szemben egytengelyűségnél állandóan ugyanazok a golyók vannak terhelve.

Ilyen terhelési eseténél a zsírkenésnek csupán rozsdásodás elleni védelem a célja. A csapágyakat nem feltétlenül kell tokba foglalni [28], a szennyeződés ellen zsiradékálló tömlő is megfelel.

3. Az alak ellenőrzése

A csapágyház külső D átmérőjének és a megengedett e tengelyeltolódásnak (excentricitás) ismerete után feltétlenül ellenőrizendő, hogy a két egymásra merőleges horonyban gördülő lengéseket végző csapágyak nem ütköznek-e össze egymással.

Vegyük fel kiindulási helyzetnek O_1 tengely- és C_1 görgőközéppont függőleges helyzetét (17a. ábra), amikor is O_2C_2 vízszintes. Az O_1 tengely φ szöggel történő elfordulásakor O_2 is φ szöggel fordul el, és a lebegőtág középpontja O_1 -ből O helyzetbe jut. Tekintsük O_1 pontot egy derékszögű koordináta-rendszer kezdőpontjának és írjuk fel az $O_1C_1 = O_2C_2 = r$ sugáron egyforma szögsebességgel forgó C_1 és C_2 görgőközéppontok forgás közben változó $C_1C_2 = h$ távolságát. A 17a. ábra jelzéseivel

$$x_1 = r \sin \varphi, \quad x_2 = -r \cos \varphi + e;$$

$$y_1 = r \cos \varphi, \quad y_2 = r \sin \varphi;$$

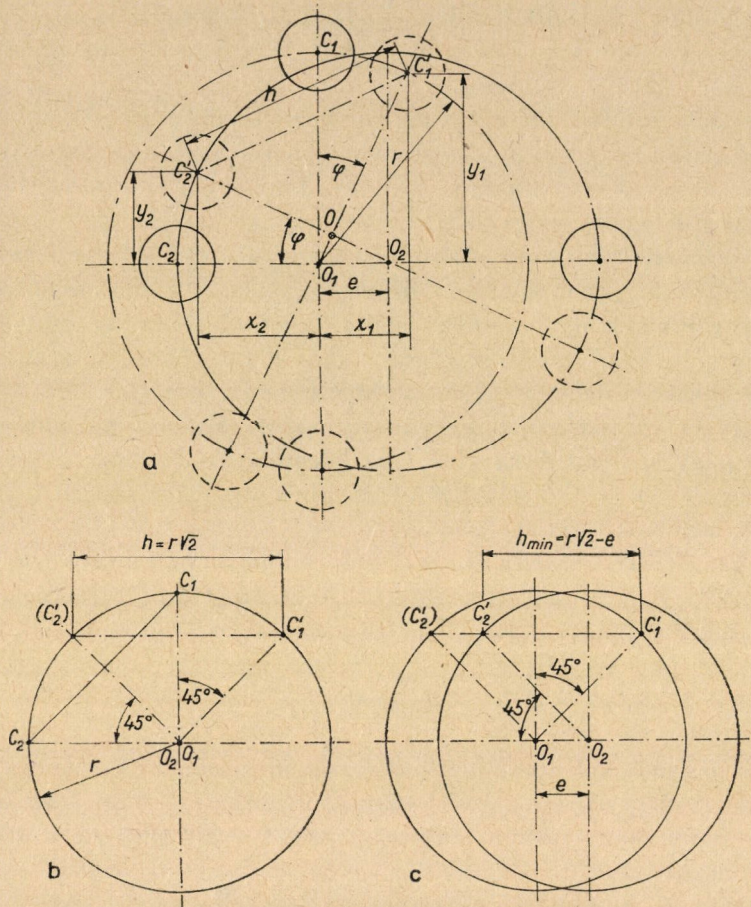
$$h^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2,$$

vagyis

$$h^2 = (r \sin \varphi + r \cos \varphi - e)^2 + (r \cos \varphi - r \sin \varphi)^2$$

és

$$y = h^2 = [r(\sin \varphi + \cos \varphi) - e]^2 + r^2(\cos \varphi - \sin \varphi)^2.$$



17. ábra. A legkisebb görgőtávolság meghatározása: a görgőtávolság általános helyzetben (a); a görgőtávolság koaxiális helyzetben változatlan (b); eltolt helyzetben a görgőtávolság $\varphi = 45^\circ$ -nál a legkisebb (c)

Keressük azt a φ szöget, melynél h távolság legkisebb:

$$\frac{dy}{d\varphi} = 2[r(\sin \varphi + \cos \varphi) - e]r(\cos \varphi - \sin \varphi) + 2r^2(\cos \varphi - \sin \varphi)(-\sin \varphi - \cos \varphi) = 0$$

és

$$2r^2(\sin \varphi + \cos \varphi)(\cos \varphi - \sin \varphi) - 2er(\cos \varphi - \sin \varphi) - 2r^2(\sin \varphi + \cos \varphi)(\cos \varphi - \sin \varphi) = 0,$$

vagyis

$$2er(\cos \varphi - \sin \varphi) = 0.$$

A zárójeles tag csak

$$\sin \varphi = \cos \varphi$$

értéknél, vagyis $\varphi = 45^\circ$ -nál és $\varphi = 235^\circ$ -nál lehet nulla.

A h_{\min} értéke $\varphi = 45^\circ$ -nál

$$h_{\min} = \frac{2r}{\sqrt{2}} = e = r\sqrt{2} - e. \quad (18)$$

Egyébként ennek az értéknek a helyességéről a közvetlen szemlélettel is meggyőződhetünk. Ugyanis egytengelyűség esetén (17b. ábra) a görgőtávolság az elfordulási szögtől függetlenül minden helyzetben, így $\varphi = 45^\circ$ -nál is, $h = r\sqrt{2}$. Ha most O_1 tengelyközéppontot e távolsággal a 17c. ábra szerint eltoljuk O_2 helyzetbe, akkor $\varphi = 45^\circ$ helyzetben C_2 görgőközéppont (C_2') helyzetből éppen a h távolság mentén tolódik el e távolsággal C_2' helyzetbe, és így valóban

$$C_1 C_2' = r\sqrt{2} - e.$$

Ha a hornyok nem 90° -ot, hanem tetszőleges α szöget zárnak be egymással, e szemlélet szerint a görgők távolsága a lebegő tagnak annál a helyzeténél lesz a legkisebb, amelynél az α szögfelezője merőleges az e excentricitásra.

A 18a. ábrán feltüntettük a görgőknek ezt a helyzetét és s biztonsági hézagot is hagyunk közöttük. Az ábra jelzéseivel felírható a következő összefüggés:

$$h_{\min} = r\sqrt{2}e = D_1 + s, \quad (18a)$$

tehát az elérhető legnagyobb excentricitás

$$e_{\max} = r\sqrt{2} - (D_1 + s). \quad (18b)$$

Például, ha $r = 5$ cm, $D_1 = 5,4$ cm, $s = 0,2$ cm,

akkor

$$e_{\max} = 1,41 \cdot 5 - 5,6 = 7,05 - 5,6 = 1,45 \text{ cm.}$$

A 18a. ábra alapján meghatározható az ebben a helyzetben mutatkozó horonyirányú b méret is.

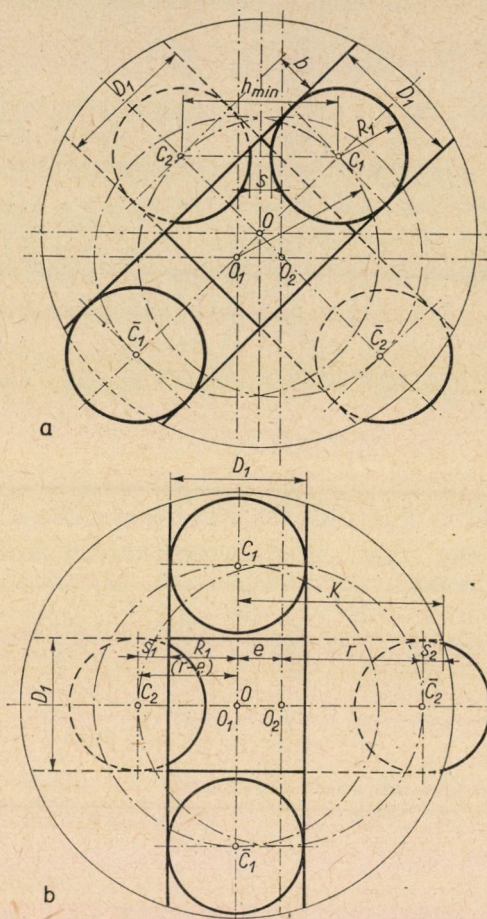
$$b = OC_2 - R_1 = \frac{h_{\min}}{\sqrt{2}} - R_1 = \frac{2R_1 + s}{\sqrt{2}} - R_1,$$

vagyis

$$b = R_1(\sqrt{2} - 1) + \frac{s}{\sqrt{2}}.$$

Az előző példa adataival:

$$b = 2,7 \cdot 0,41 + \frac{0,2}{1,41} = 1,107 + 0,141 = 1,248 \text{ cm.}$$



18. ábra. A görgők határhelyzetei: a görgők közötti s hézag biztosítása (a); az s_1 és s_2 biztonsági távolság a vezetéken (b)

A 18b. ábrán olyan kiindulási helyzetet látunk, amelynél a görgő belső határhelyzeténél s_1 , a külsőnél pedig s_2 biztonsági távolság marad a horonyvezetéken. Az ábra jelöléseivel

$$s_1 = r - (e + R_1). \quad (19)$$

Az előző példa adataival

$$s_1 = 5 - (1,45 + 2,7) = 5 - 4,15 = 0,85 \text{ cm.}$$

A görgő külső állásánál a biztonsági távolság

$$s_2 = K - (e + r). \quad (19a)$$

Ha azt akarjuk, hogy $s_1 = s_2$ legyen, akkor

$$r - e - R_1 = K - e - r,$$

és így

$$K = 2r - R_1. \quad (20)$$

Az előző példa adataival

$$K = 2 \cdot 5 - 2,7 = 10 - 2,7 = 7,3 \text{ cm.}$$

Ellenőrizzük a példa szerinti számítást:

A horony teljes hossza

$$2K = 2(e + s_1) + 2r = 14,6 \text{ cm}$$

és

$$2(e + s_1) = 14,6 - 10 = 4,6 \text{ cm.}$$

Ha $2e_{\max} = 2,9 \text{ cm}$, akkor $2s_1 = 4,6 - 2,9 = 1,7 \text{ cm}$ és $s_1 = s_2 = 0,85 \text{ cm}$.

Az előbb mondottak szerint a *tengelyirányú* szerelhetőséget az egyik tengelyvégen, vagy erre ékelt perselyen a dilatációt biztosító csúszó retesz teszi lehetővé. Ha azt kívánjuk, hogy a kapcsoló a hajtó vagy hajtott géprésszel együtt *oldalirányban* is egyetlen csavar megbontása nélkül széthúzható legyen, akkor a 18b. ábra szerint az szükséges, hogy

$$2r - D_1 > D_1.$$

Ha a horony jobb és bal oldalán külön-külön s_3 biztonsági hézagot hagyunk a görgők között, akkor ki kell elégítenünk a következő egyenlőséget:

$$R_1 + s_3 + R_1 = s_3 + D_1 = r,$$

vagyis

$$s_3 = r - D_1$$

és

$$D_1 = r_{\min} - s_3. \quad (21)$$

A (18b)-ből azonban az ütközés elkerülése végett

$$D_1 = r \sqrt{2} - e_{\max} - s.$$

Ha az a kívánságunk, hogy a görgők e_{\max} -nál se ütközhessenek egymáshoz és ezenkívül az oldalirányú szerelhetőség is a legkisebb radiális méretű kapcsolóval legyen biztosítva, akkor a (18b) és (21) szerint

$$D_1 = r_{\min} \sqrt{2} - e_{\max} - s = r_{\min} - s_3,$$

vagyis

$$r_{\min}(\sqrt{2} - 1) = 0,41 r_{\min} = e_{\max} + s - s_3. \quad (22)$$

Ha úgy választjuk a biztonsági hézagot, hogy

$$s = s_3$$

egyen, akkor a megengedett legnagyobb excentricitás

$$e_{\max} = 0,41 r_{\min}. \quad (22a)$$

A példaképpen felvett kapcsolónál

$$s_3 = r - D_1 = 5 - 5,4 = -0,4 \text{ cm},$$

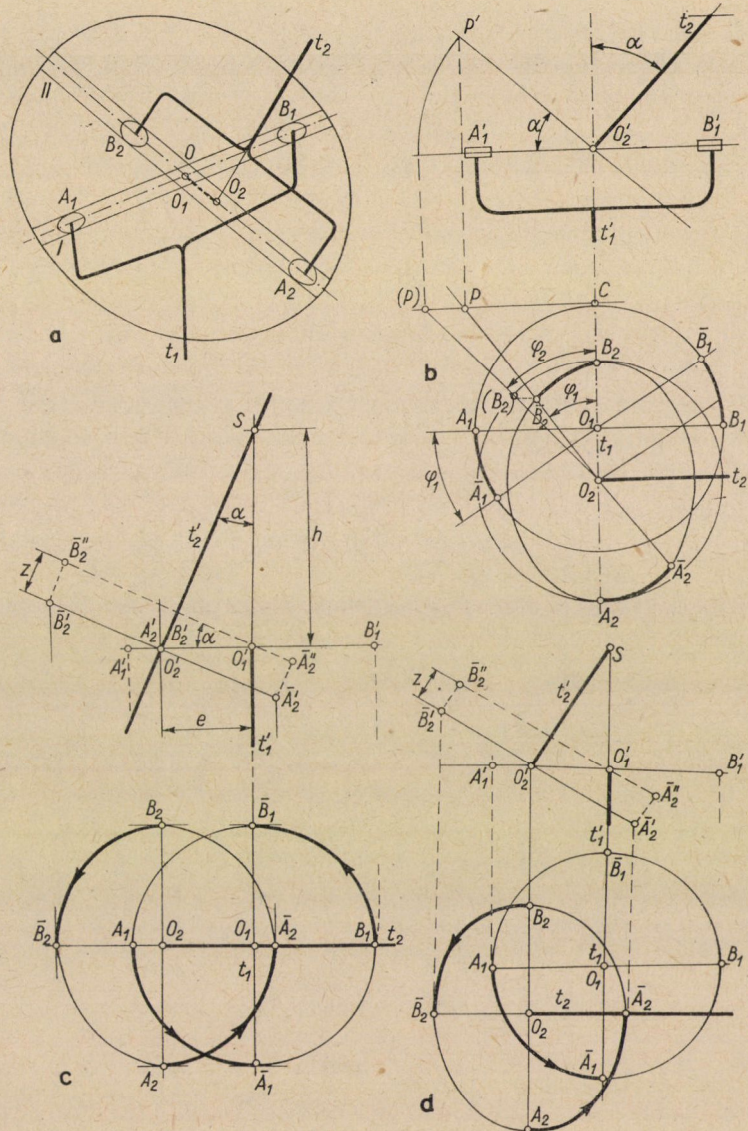
tehát az oldalirányú szétszerelhetőség nincs biztosítva; ebből a célból $s_3 = 0,2$ cm felvétele mellett az $r = 5,6$ cm felelne meg. A megnövelt r kar mellett a (18b) szerint

$$e_{\max} = r \sqrt{2} - (D_1 + s) = 1,41 \cdot 5,6 - (5,4 + 0,2) = 2,3 \text{ cm}$$

lehetne az előzőleg számított 1,45 cm helyett. Ha ezt az excentricitást teljesen ki akarnánk használni, akkor a K méretet a (20) szerint 7,3 cm helyett 8,5 cm-re kellene megadni.

XII. Kitérő és metsző helyzetű tengelyek

Párhuzamos helyzetű tengelyek esetében a 17a. ábrán láttuk, hogy a lebegőtág két vezetékének metszéspontja határhelyzetekben annak a tengelynek a középvonalába esik, amelynek forgatókarja merőleges a $t_1 - t_2$ tengelyek síkjára. Ha párhuzamos helyzetéből az egyik tengelyt a tengelytáv, mint normál-transzverzális körül elforgatjuk, akkor mondhatjuk, hogy kitérő helyzetű tengelyeknél a lebegőtág középpontja határhelyzetekben annak a tengelynek a középvonalába esik, amelynek a forgatókarja pillanatnyilag merőleges a normál-transzverzálisra. Ebből következik, hogy kitérő tengelyeknél a lebegőtág α szögű billegést is végez a normál-transzverzális körül (19a. ábra); metsző tengelyeknél pedig a metszésponthoz tartozó, a tengelyek síkjára merőleges egyenes körül, ahol α a két tengely egymással alkotott szöge.



19. ábra. A lebegőtág billegő- és csúszómozgása: Kitérő tengelyhelyzetnél a lebegőtág O középpontja annak a tengelynek a középvonalába esik, amelynek karja pillanatnyilag merőleges a normál-tranzverzálisra (a); a szögsebesség-ingadozás meghatározása (b); a lebegőtág tengelyirányú kényszercsúszásának meghatározása metsző tengelyeknél (c); a kényszercsúszás meghatározása kitérő tengelyhelyzetnél (d)

1. Sebességingadozás

A 19b. ábrán a kapcsoló elől- és felülnézetét olyan helyzetben tüntettük fel, hogy az O_1O_2 normál-transzverzális valódi nagyságban lássék. A t_1 tengely A_1 és B_1 görgői a felülnézetben látható $\overline{A_1B_1}$ átmérőjű O_1 középpontú körön mozognak, a t_2 tengelyéi pedig olyan A_2B_2 átmérőjű körön, amely felülnézetben $\overline{A_2B_2}$ nagytengelyű O_2 középpontú ellipszisnek látszik.

Az előbb mondottak és a 19a. ábra szerint kiindulási határhelyzetben a lebegőtárg középpontja O_1 -be esik. Forgassuk el t_1 tengelyt φ_1 szöggel, amely a 19b. ábra felülnézetén valódi nagyságban látszik, miután a görgők $\overline{A_1B_1}$ helyzetbe jutottak.

Mivel A_2B_2 csak t_2 -re merőleges síkban foroghat, az elfordulás utáni előlnézete csakis a t_2' -re merőleges $P'O_2'$ lehet. Az elfordult $\overline{A_2B_2}$ görgőhelyzet felülnézetét pedig az ellipszis kerületén megkapjuk, ha O_2 -ből $\overline{A_1B_1}$ átmérőre merőlegest emelünk. Az A_2B_2 vezeték ugyanis mindig keresztülmegy az O_2 ponton, és csakis az $\overline{A_1B_1}$ -re merőleges síkban fordulhat el. A t_2 tengelyhez tartozó vezeték egyenesének mindkét képét ismerjük. Ezt az egyenest a normál-transzverzális körül beforgatva a t_1 -re merőleges síkba, meghatározható a t_2 tengely φ_2 elfordulási szöge is.

A tetszőlegesen felvett P pont beforgatottjának felülnézete (P), és $\varphi_2 \sphericalangle = (P)O_2C \sphericalangle$.

A 19b. ábra szerint.

$$PC = CO_2 \tan \varphi_1$$

és

$$(P)C = CO_2 \tan \varphi_2,$$

vagyis

$$\frac{\tan \varphi_2}{\tan \varphi_1} = \frac{(P)C}{PC} = \frac{P'O_2'}{PC};$$

azonban

$$\frac{P'O_2'}{PC} = \frac{1}{\cos \alpha},$$

tehát

$$\tan \varphi_2 = \frac{\tan \varphi_1}{\cos \alpha}. \quad (23)$$

Kitérő és metsző tengelyhelyzet esetén kapcsolónk az elfordulási ívek között ugyanolyan különbséget okoz, mint a kardáncsukló ugyanolyan α szög alatt hajló tengelyek hajtásánál.

A kardánkapcsolókra vonatkozó ismeretes számítások szerint [21, 32]

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \alpha} \quad (24)$$

és $\varphi = 0$ helyen

$$\omega_{2\max} = \frac{\omega_1}{\cos \alpha} \quad (24a)$$

2. Tengelyirányú csúszás

Egytengelyűség és párhuzamos tengelyhelyzet esetén a lebegőtág középsíkjának állása a térben változatlan, *Ha a lebegőtág középsíkja keresztül megy a két tengely metszéspontján, vagy a két kitérő tengely normál-transzverzálisán, akkor a lebegőtág billegő mozgást is végez, de tengelyirányú csúszás nem jelentkezik a szerkezetben.* Amikor a lebegőtág középsíkja *nem illeszkedik* sem a tengelyek metszéspontjához (19c. ábra), sem a kitérő tengelyek normál-transzverzálisához, *akkor már a billegő mozgáson kívül tengelyirányú csúszással is kell számolnunk.*

A 19c. ábrán egymást metsző, a 19d. ábrán pedig kitérő tengelyeknél vázoltuk fel a t_1 tengely $\varphi_1 = 0$ és $\varphi_1 = 90^\circ$ elfordulásának megfelelő lebegőtág helyzetét. Az ábrákból világosan kitűnik, hogy amikor a tengelykapcsoló forgatókarja t_1 tengelyhez rögzítve van és a tengelyirányú csúszás t_2 tengelynél van szerkezetiileg biztosítva, akkor $\varphi_1 = 90^\circ$ helyzetben a lebegőtág középsíkja az $\overline{A_2'B_2'}$ helyzet helyett kénytelen az $\overline{A_2''B_2''}$ helyzetet elfoglalni, ami t_2 tengely irányában z nagyságú elcsúszást jelent.

Az ábrák jelöléseivel

$$e = h \operatorname{tg} \alpha$$

és a tengelyirányú elmozdulás

$$z = e \sin \alpha = h \tan \alpha \cdot \sin \alpha = h \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \quad (25)$$

A szóban forgó malmi hengersizékek sorbakapcsolásánál h valószínű értéke a henger félhossza, minthogy mindkét csapágyat állítják. Legkedvezőtlenebb esetben a kapcsolótól mért henger teljes hossza annak külső csapágyáig. A szomszédos hengerek tengelyének hajlásszöge $\alpha = 0 \div 2,5^\circ$.

Számítsuk ki $\alpha = 2,5^\circ$ és $h = 600$ mm esetére a (24a) összefüggés szerint a szögsebesség-ingadozás és (25) szerint tengelyirányú eltolódás várható értékét:

$$\cos 2^\circ 30' = 0,99937.$$

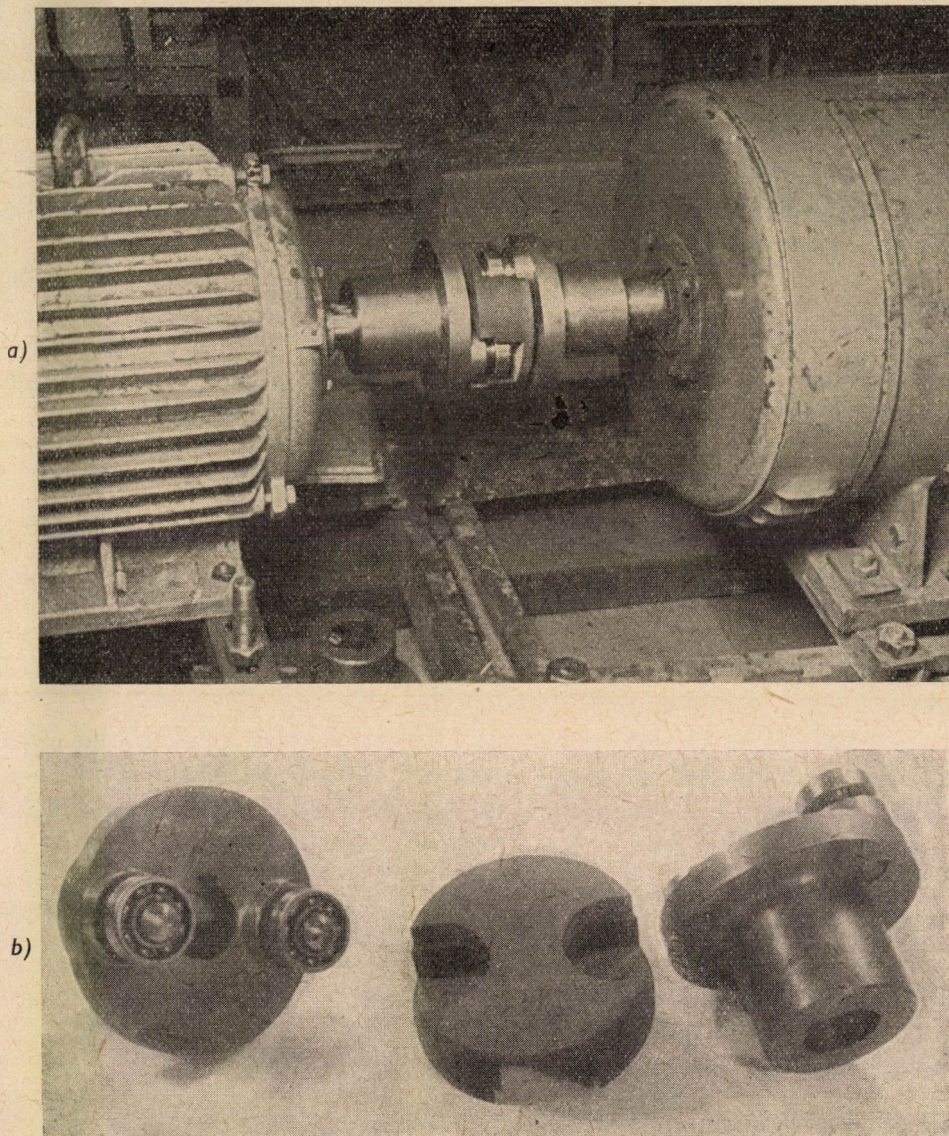
A szögsebesség százalékos ingadozása

$$\frac{1}{100} \frac{\omega_{2\max} - \omega_1}{\omega_1} = \frac{1 - \cos \alpha}{100 \cos \alpha} \approx 63 \cdot 10^{-7} \text{‰};$$

a tengelyirányú eltolódás pedig

$$z = \frac{h \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = \frac{600 \cdot 0,03548^2}{0,99937} = \frac{600 \cdot 0,00126}{0,99937} \approx 0,75 \text{ mm.}$$

E számításból kitűnik, hogy a lebegőttag görgővezetékét érdemes tized mm-el szélesebbre hagyni, mert ha a csúszás a görgő vezetékén történik, akkor a csúszási irányra merőleges síkban való gördülés a súrlódást lényegesen *lecsökkenti*. Ilyképp a kapcsolókarnak a csúszóékes megoldása főképp a szerelés megkönnyítését szolgálja.



20. ábra. Görgős mozgékony tengelykapcsoló laboratóriumi villamosmotoron (a); és ennek három főrésze (b)

XIII. Az eddigi tapasztalatok

A görgős mozgékony tengelykapcsoló általános megítéléséről az volt a szerző tapasztalata, hogy az ipari vállalatok nem mérlegelik annak jelentőségét, hogy a teljesítmény átviteléből kifolyólag nincs terhelés a csapágyakon, ha a kapcsoló tiszta erőpárral működik. Így azután a tengelykapcsolókat előállító gyár (*Sopiana*) még a javaslat megvizsgálásával sem foglalkozott. Az egyik hengerszék prototípus gyártásánál pedig inkább egy fölösleges áttélt iktattak be mozgékony tengelykapcsoló helyett a főhajtásba (*EMAG*), hogy a tartalék-fogaskerekeket elkerüljék. Az ilyen szerkezet letűnését nem volt nehéz megjósolni [29].

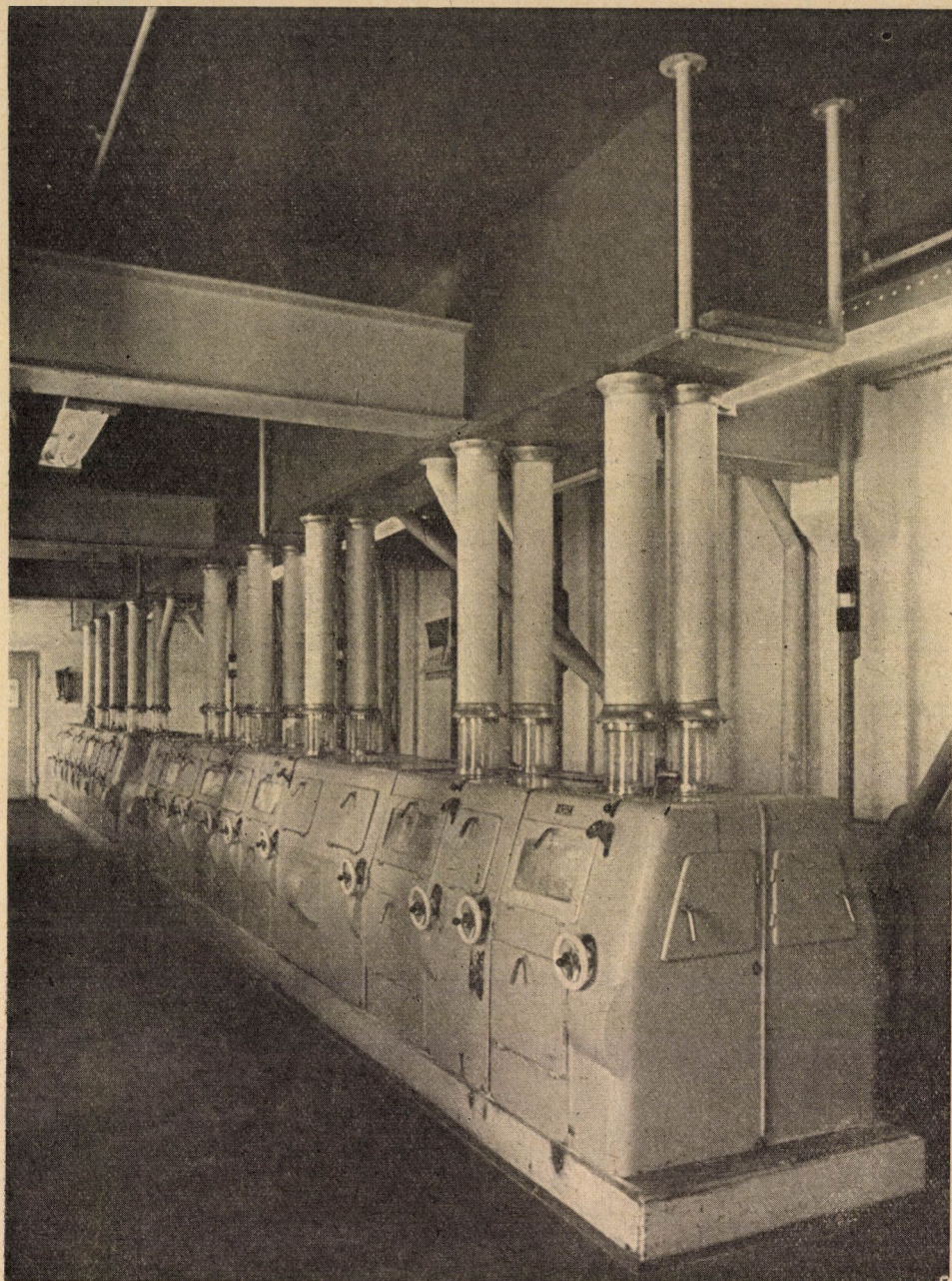
Bár 1955-ben javasolta szerző a hengerszék mozgékony tengelykapcsolókkal való sorbakapcsolását, de e helyett a kettős kardáncsuklás hajtást alkalmazták, amely tudvalevőleg a túlságosan rövid szerkezeti hossz mellett káros üzemi jelenségeket rejt magában [30].

Sokkal kedvezőbben fogadták a görgős mozgékony tengelykapcsoló gondolatát a kutatóintézetek. Az *Erősáramú Gyártmányfejlesztési Intézet* saját laboratóriuma számára készítette el 1961/62-ben különböző nyomatékok átvitelére az első görgős mozgékony tengelykapcsolókat (20. ábra). A szerzett tapasztalatok alapján beépítette olyan orvosi műszerbe is, ahol a szomszédos csapágyak különös kíméletére volt szükség.

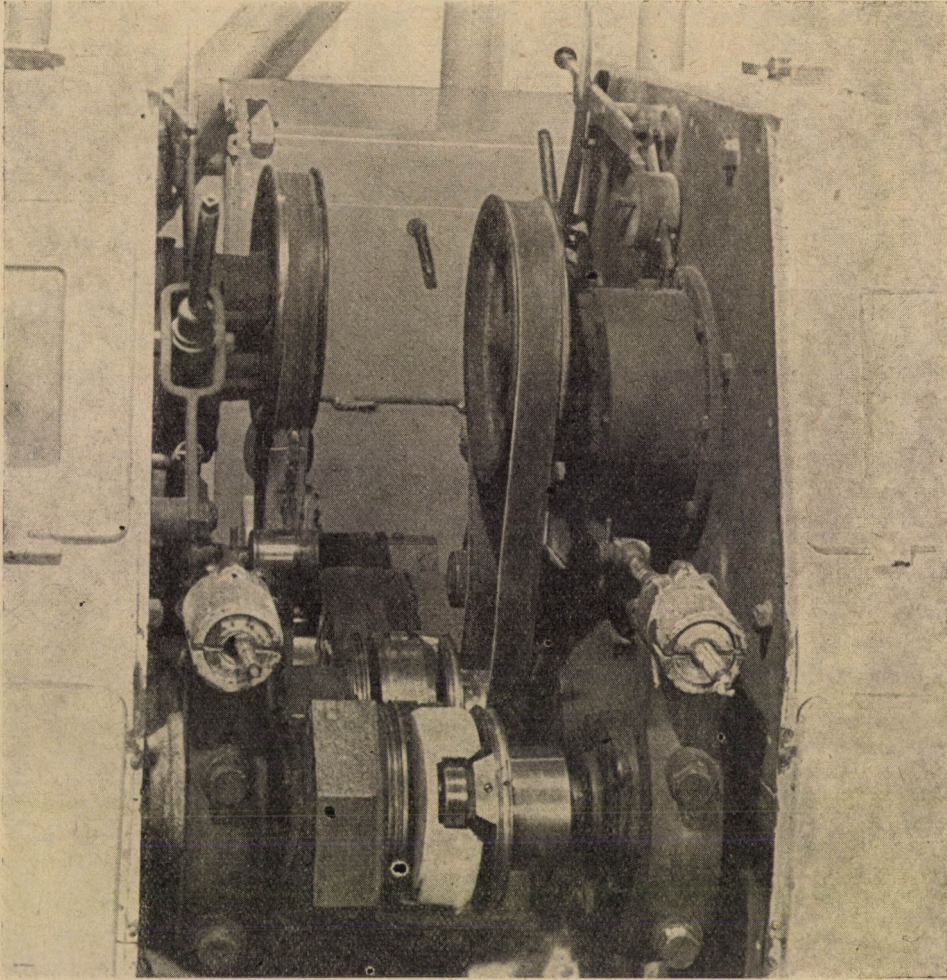
A *Gabona Tröszt Kutatóintézete* részéről KOLOSTORI JÓZSEF okl. gépészmérnök osztályvezető felfigyelt szerző 1955. évbéli javaslataira, valamint későbbi közleményeire, különösképpen a [3] alatti munkájára, és közreműködését kérte a hengerszék—sorbakapcsolás kérdésének a megoldásában. Az e célra készítendő tengelykapcsoló szerkezeti kialakításában maga is tevékenyen munkálkodott [31]. A bicskei malom kísérleti őrlőberendezését a 21a. ábra, a hengerjáratok kapcsolását pedig a 21b. és 21c. ábra szemlélteti. Az energiafolyam okszerű vezetése főképp az erősebben terhelt simahengereknél érvényesül.

A próbaképpen beszerelt négy mozgékony tengelykapcsoló közül kettő edzetlen acél, kettő pedig „danamid” műanyag lebegőttaggal készült. Kettőbe golyós, kettőbe önbeálló görgőscsapágy van beszerelve. A 20 mkp nyomaték átvitelére való, $n = 550$ /min fordulattal járó tengelykapcsoló szerkezeti rajzát a 22. ábra tünteti fel.

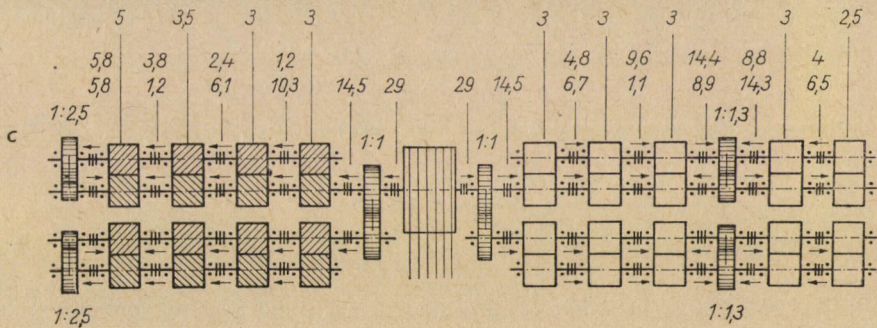
Az 1964. december havában beszerelt kapcsolók egy évig tartó éjjelnappali folytonos üzeme után a golyós- és görgőscsapágyakon nem volt semmi kopási nyom. Az edzetlen acél lebegőttagokon a várható teknős benyomódások mutatkoztak, ellenben a műanyag lebegőttagok munkafelülete tükörsima maradt. A műanyag csekély mérvű rugalmas deformációja rohamosan csökkentette a Hertz feszültségeket. Az acél lebegőttagoknak műanyaggal való kicserélése után a kapcsolók tovább üzemben vannak.



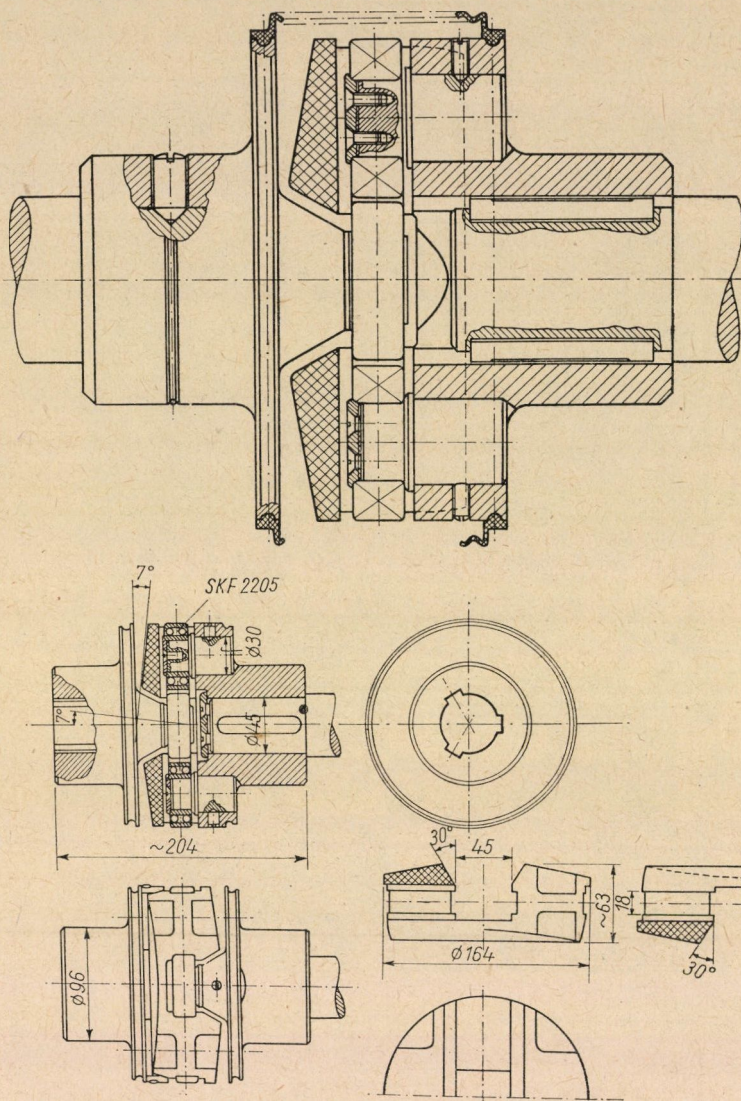
21a. ábra A kísérleti őrlőberendezés: a bicskei malom hengershéksora



b



21b. és 21c. ábra. A kísérleti őrlőberendezés: a szomszédos hengerek kapcsolása görgős mozgékony tengelykapcsolóval (b); hengerjártok sorbakapcsolása (c); a c) esetben a bal oldal a törejtő, a jobb oldal az őrlő hengereket, a nyilak, az energifolyam irányát, a számok a hengerek, tengelykapcsolók, és fogaskerékajtások teljesítmény-fogyasztását tüntetik fel



22. ábra. A hengerjártatok sorbakapcsolásához készült tengelykapcsoló szerkezeti rajza

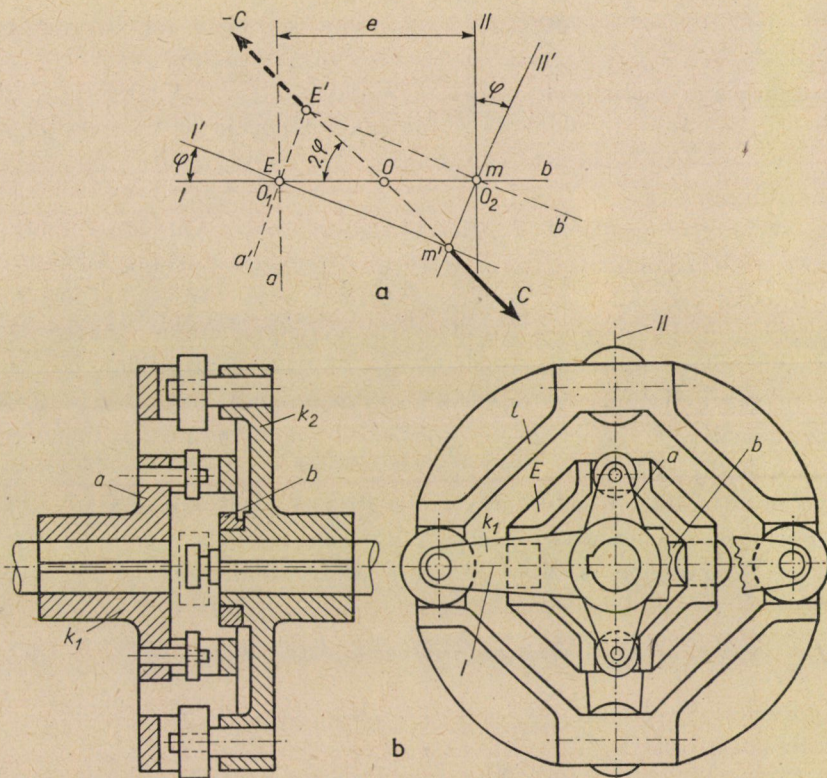
XIV. A görgős mozgékony tengelykapcsoló különleges megoldásai

Az előző fejtegetésekből kitűnik, hogy a görgős mozgékony tengelykapcsolónál a hajtó és hajtott tengelyek rezgései azért nem adódnak át egymásra, mert azokat a lebegőtág veszi fel. A lebegőtág saját rezgéséből származó centrifugális erő azonban párhuzamos tengelyhelyzeteknél is önműkö-

dően kiegyensúlyozható oly módon, hogy sem a fordulatszám, sem az excentricitás üzemből történő változásakor ne érhesse a csapágyazást a kapcsoló önrezgéséből eredő erőhatás.

1. Kiegyensúlyozás a kinematikai lánc bővítésével

E megoldás elve abban rejlik, hogy a lebegőtaggal egyenlő tömegű, olyan ellensúlyként működő lebegőtagot iktatunk be, amelynek súlypontja ugyancsak az e excentricitás átmérőjű körön forog, de fázisa 180° -kal eltoltott a nyomatékot átvivő lebegőtagéhoz képest.



23. ábra. Önkiegyensúlyozó mozgékony tengelykapcsoló kinematikai megoldása: Az l lebegőtag és az E ellensúly centrifugális ereje a forgás minden pillanatnyi helyzetében egyensúlyban van (a); itt e a párhuzamos tengelyek excentricitása, φ tetszőleges elfordulási szög; a szerkezeti vázlat a (b) ábrán látható

A 23a. ábra azt az esetet tünteti fel, amikor két párhuzamos tengely közül az egyik O_1 , a másik O_2 pontban metszi a rajzlap síkját, és a k_1 kapcsolókar φ szöggel elfordul. Minthogy az I és II vezeték-középvonalak az l főlebegőtagban egymásra merőlegesek, azért a főlebegőtag m tömegpontja (m -mel a lebegőtag tömegét és a geometriai központba eső súlypontját jelöljük)

a tengelyközéppontokon való áthaladáskor mindig abba a tengelybe esik, amelyiken az $O_1O_2 = e$ tengelytávra merőleges vezeték keresztülmegy. A 23a. ábrán feltüntetett kiindulási helyzetben m az O_2 -be esik.

A kiindulási helyzethől φ szöggel való elfordulás után a lebegőtág vezetőkeinek I' és II' új helyzete meghatározza a főlebegőtág m' helyzetét. Az m tömegpont 2φ szöggel fordult el az e excentricitás O felezőpontja körül, tehát szögsebessége 2ω és a keletkező centrifugális erő

$$C = m \frac{e}{2} (2\omega)^2 = 2me\omega^2.$$

Az ellensúlyozó lebegőtagnak szintén két egymásra merőleges vezetőke van. Ezek egyike a úgy csatlakozik az első forgatókarhoz, hogy $a \perp I$; és b úgy csatlakozik a második forgatókarhoz, hogy $b \perp II$. A tengely φ szöggel való elfordulása után az ellensúly E tömegközéppontja az e átmérőjű körön az m' -el átellenes E' helyzetbe jut és $m = E$ feltétel teljesítésekor az E' -ben ható centrifugális erő ($-C$).

A szerkezeti megoldást a 23b. ábra szemlélteti. Abból a célból, hogy esetleges szerelési pontatlanság, avagy kitérő tengelyhelyzetek esetén se lépjenek fel kényszererők, az egyik forgatókarnak az ellensúlyozó lebegőtárhoz csatlakozó b mellékkarja nincs rögzítve a tengelyhez, hanem akörül szabadon elfordulhat. Az ellensúlynak mindenkor 180° -os fáziskülönbsége ezáltal minden tengelyhelyzetnél és minden fordulatszámnál biztosítva van. Mint-hogy az ellensúly is a főlebegőtág szerkezeti síkjában mozog, billentő nyomaték nem léphet fel.

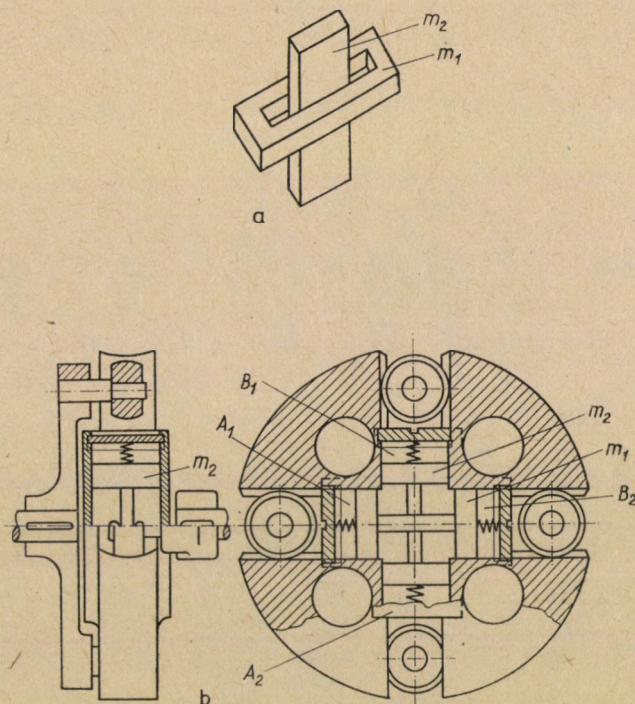
A centrifugális erő csökkentése végett a nyomatékot átvivő főlebegőtág kis fajsúlyú, az ellensúlyozó lebegőtág pedig — amelyre csak a centrifugális erő hat — nagyobb fajsúlyú anyagból készítendő.

2. Önműködő kiegyensúlyozás úszó tömegekkel

Igen nagy fordulatszámoknál — amikor minden forgó alkatrész átmérőjét csökkenteni igyekszünk — a lebegőtág centrifugális erejének kiegyensúlyozására olyan mód kínálkozik, amely nem kívánja a kinematikai lánc bővítését. Ennek az önkiegyensúlyozásnak az alapja az a mechanikai törvény, hogy az erőpárral forgatott tömeg súlypontja a forgás tengelyében igyekszik elhelyezkedni.

A lebegőtág két egymást metsző vezetékében egy-egy ellensúlyt helyezünk el, amelyeket ilyen módon erőpárok forgatnak. Az ellensúlyok egyforma tömegűek és egymás úszását nem akadályozzák (24a. ábra). Az O_1 körül forgó I vezetékben úszó m_1 tömeg súlypontja igyekezni fog az O_1 -ben elhelyezkedni, az O_2 körül forgó II vezetékben úszó m_2 tömeg súlypontja pedig O_2 -ben. A kapcsoló szerkezeti vázlatát a 24b. ábra szemlélteti.

A lebegőtag egyes pontjai egyidejűleg forognak az O_1 és O_2 körül, ennél fogva a két úszó tömeg lebegőtagra gyakorolt erőhatásának a számításánál a *relatív gyorsuláson* kívül a „szállító” és a *Coriolis gyorsulást* is tekintetbe kell vennünk. Lássuk ezért előbb a forgásközéppontokban elhelyezkedő tömegek relatív mozgását a vezetékben.



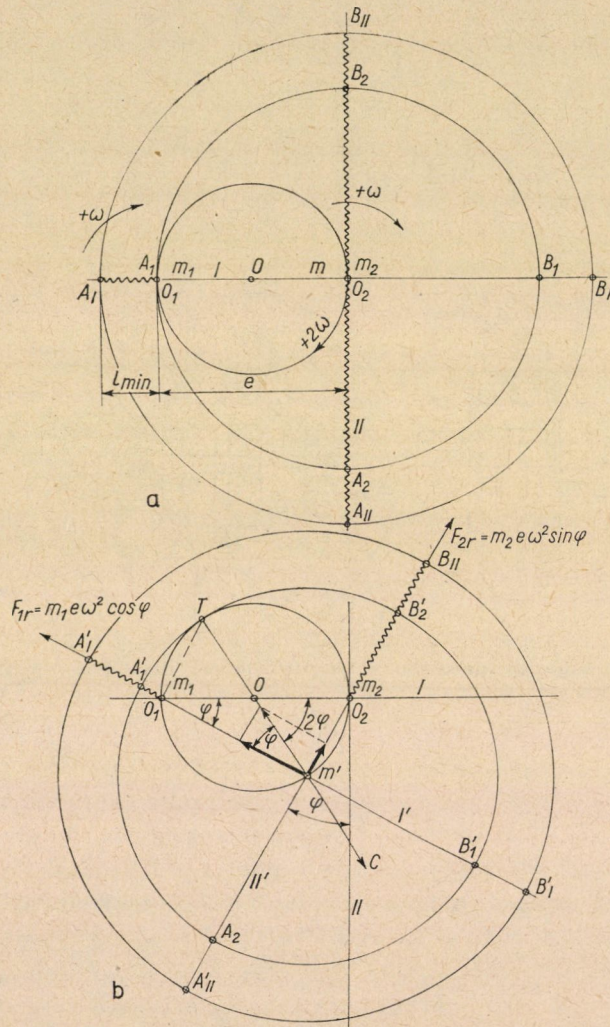
4. ábra. Önkiegyensúlyozó mozgékony tengelykapcsoló dinamikai megoldása: a keresztirányban mozogható úszó tömegek képletes vázlatja az (a); a szerkezeti vázlat (b) ábrán látható

Képzeljük el, hogy a két úszó tömeg helyzetét saját vezetékében mindkét oldalról rugós támasztékkal úgy szabályozzuk be, hogy az *I* vezeték m_1 és a *II* vezeték m_2 úszójának a súlypontja a lebegőtag m súlypontjába essék, vagyis az úszókat magában foglaló lebegőtagot statikusan kiegyensúlyozzuk. Ha a két tengelyközépvonal egybeesik, akkor természetesen nincs relatív elmozdulás. A 25a. ábra a forgó kapcsoló olyan kiindulási helyzetét tünteti fel, melynél a két párhuzamos tengely excentricitása $O_1O_2 = e$, és *I* vezeték a tengelyek síkjába esik. A lebegőtag m tömegközéppontja — mint előbb mondottuk — mindenkor abba a tengelybe esik, amelyhez a tengelysíkra merőleges vezeték tartozik, vagyis a felvett kiindulási helyzetben $m \equiv O_2$. A *II* vezetékben tehát a két támasztórugó hossza egyenlő, azaz $A_{II}O_2 = B_{II}O_2$. Az *I* vezetékben — feltevésünk és itt következő bizonyításunk

szerint — az egyik oldalon a rugó hossza $\overline{A_1 O_1} = l_{\min}$, a másik oldalon pedig $2e + l_{\min} = l_{\max}$.

Amikor a tengely φ szöggel elfordul, és I vezeték I' helyzetbe jut (25b. ábra), úgy O_1 relatív elmozdulása a vezetékben

$$s_1 = A_1' O_1 = A_1' m' - O_1 m' = e - m'T \cos \varphi = e - e \cos \varphi = e(1 - \cos \varphi). \quad (26)$$



25a. és 25b. ábra. Az úszó tömegpár erőjátéka a lebegőtágban: a) a kiindulási helyzet (m a lebegőtág tömege, m_1 az I vezetékben, m_2 a II vezetékben úszó tömeg, e excentricitás, a hullámos vonalak a pillanatnyi rugóhosszakkal arányos távolságot jelzik); b) az úszó tömegek relatív elmozdulása a lebegőtág vezetékében (m' a lebegőtág m tömegpontját az elmozdult helyzetben jelzi, a relatív gyorsulásból eredő F_{1r} és F_{2r} tömegerők vezetékirányúak);

A relatív sebesség

$$v_1 = \frac{ds}{dt} = e \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} = e \omega \sin \varphi, \quad (27)$$

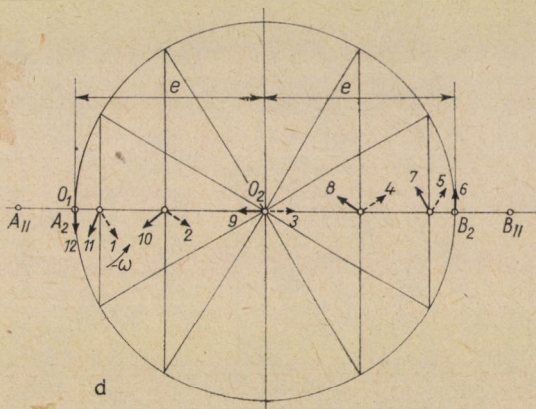
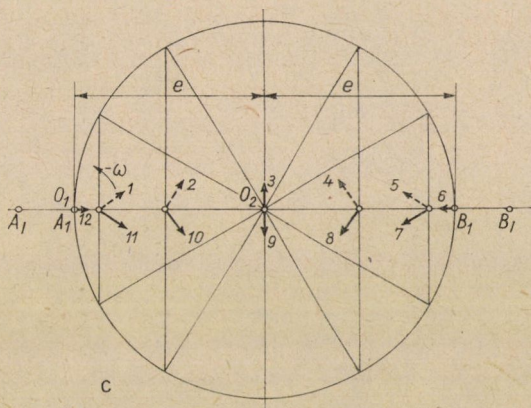
és a relatív gyorsulás

$$a_1 = \frac{dv_r}{dt} = e \omega \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} = e \omega^2 \cos \varphi. \quad (28)$$

A II vezeték A'_{II} pontja csak 90° -os elfordulás után kerül az A'_I helyzetébe, tehát a közölt egyenletekbe φ helyett $(90^\circ - \varphi)$ értéket írva

$$s_2 = e[1 - \cos(90^\circ - \varphi)] = e(1 - \sin \varphi) = B'_2 O_2, \quad (26a)$$

$$v_2 = e\omega \cos \varphi, \quad (27a)$$



25c. és 25d. ábra. Az úszó tömegpár erőjátéka a lebegőtágban: c) az I vezeték utasa a tér O_1 pontjában levő mozdulatlan nyílról azt állapítja meg, hogy $-\omega$ szögsebességgel forog és $2e$ kilengést végez; d) a II vezeték utasa a tér O_2 pontjában levő, a tér ugyanazon pontja felé mutató mozdulatlan nyílról 90° fáziseltolódással állapítja meg a $-\omega$ -val való forgást és $2e$ kilengést);

és

$$a_2 = e\omega^2 \sin \varphi.$$

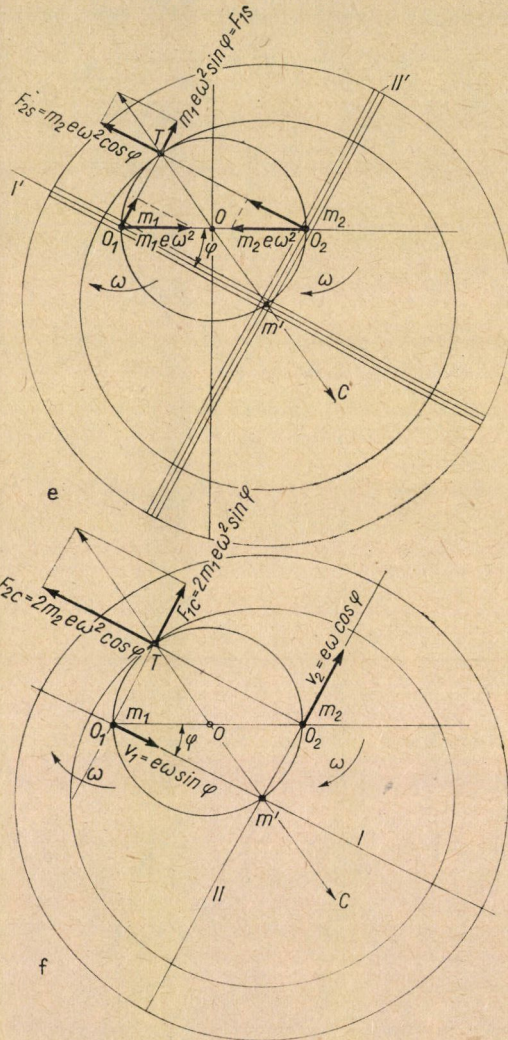
(28a)

A 25b. ábrán feltüntettük a relatív gyorsulások által okozott

$$F_{1r} = m_1 a_1 = m_1 e \omega^2 \cos \varphi$$

és

$$F_{2r} = m_2 a_2 = m_2 e \omega^2 \sin \varphi$$



25e. és 25f. ábra. Az úszó tömegpár erőjátéka a lebegőtagban: e) a centripetális gyorsulás következtében a vezeték-falakra merőlegesen ható F_{1s} és F_{2s} szállítóerők; f) a vezetékfalakra merőlegesen ható F_{1c} és F_{2c} Coriolis-erők

erők irányait is. Ezek az erők egybeesnek a vezeték irányával és m' -től távolodók.

Képzeljünk el a tér O_1 pontjában egy olyan útjelző nyilat, amely abszolút nyugalomban van és a tér O_2 pontja felé mutat. A I vezeték utasa, akinek nincs tudomása arról, hogy az δ vezetéke nemcsak forog, hanem forgás közben O_1 -hez képest el is tolódik, azt fogja megfigyelni, hogy az útjelző nyíl a vezetékben $2e$ amplitúdójú rezgő mozgást végez és közben $-\omega$ szögsebességgel forog, vagyis éppen a *tengelyekkel ellenkező értelemben* (25c. ábra). A II vezeték utasa az O_2 -ben elhelyezett, a tér ugyanazon irányában mutató nyíl alternáló mozgását és $-\omega$ szögsebességgel való forgását 90° fáziseltolódással észleli (25d. ábra).

Az m_1 szállító gyorsulása O_2 körüli forgás révén az O_2 -be mutató, az m_2 tömegé pedig O_1 körül az O_1 -be mutató $e\omega^2$ centripetális gyorsulás. A 25e. ábra szerint ennek következtében az I vezeték falára ható szállító erő

$$F_{1s} = m_1 e \omega^2 \sin \varphi,$$

a II vezeték falára ható erő pedig

$$F_{2s} = m_2 e \omega^2 \cos \varphi.$$

Az ábrából kitűnik, hogy ezek a komponensek is az m' ponttól távolodó irányúak.

A Coriolis-gyorsulások

és

$$\vec{a}_{1c} = 2 \times \omega \vec{v}_1$$

$$\vec{a}_{2c} = 2 \omega \times \vec{v}_2$$

vektorszorzatok szerint merőlegesek a vezetékekre és így az $e/2$ és e sugarú körök T érintőpontjában metszik egymást és irányuk m' ponttól távolodó (25f. ábra).

A Coriolis-erők:

és

$$F_{1c} = 2 m_1 e \omega^2 \sin \varphi$$

$$F_{2c} = 2 m_2 e \omega^2 \cos \varphi.$$

Feltevésünk szerint $m_1 = m_2 = m_0$ és ezzel a fellépő erők a következők: Az I és II vezetékek mentén ható relatív erők eredője 25b. ábra szerint

$$F_r = \sqrt{F_{1r}^2 + F_{2r}^2} = \sqrt{m_0^2 e^2 \omega^4 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)} = m_0 e \omega^2.$$

A szállító erők eredője a 25e. ábra szerint

$$F_s = \sqrt{F_{1s}^2 + F_{2s}^2} = \sqrt{m_0^2 e^2 \omega^4 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)} = m_0 e \omega^2;$$

a *Coriolis*-erők eredője pedig a 25f. ábra szerint:

$$F_c = \sqrt{F_{1c}^2 + F_{2c}^2} = \sqrt{4 m_0^2 e^2 \omega^4 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)} = 2 m_0 e \omega^2.$$

Mind a három erő az OT sugár irányába esik és ellentétes irányú a lebegőtág centrifugális erejével. Így

$$4 m_0 e \omega^2 = m \frac{e}{2} (2\omega)^2 = 2 m e \omega^2 = C.$$

Ebből következik, hogy

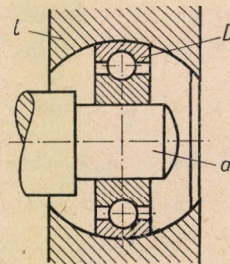
$$m_0 = \frac{m}{2}. \quad (29)$$

A levezetett összefüggések szerint a két úszó tömeg függetlenül a φ , ω és e változóktól, mindig ellensúlyozza a lebegőtág centrifugális erejét. Az ellensúlyok tömege itt is — éppen úgy, mint a X. fejezetben tárgyalt kivitelnél — a lebegőtág tömegével egyenlő.

Szerző tudomása szerint a szakirodalom nem említ még olyan mechanikus kapcsolót, amely egytengelyű és párhuzamos helyzetű tengelyeknél nemesak csillapítja, hanem szinte elszigeteli a tengelyrezgéseket.*

3. Hengeres vezetékű görgős mozgékony tengelykapcsoló

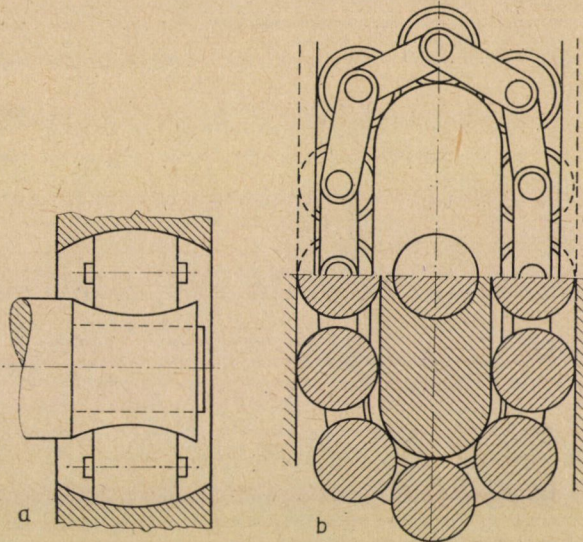
A legegyszerűbbnek látszó megoldás a hengeres vezeték olyan gömbréteg felületű görgőkkel, ahol a gömb sugara egyenlő a henger sugarával. Ilyen megoldás egyszerű görgőkkel vagy merev gömbréteges golyócsapágyakkal (26. ábra) is készíthető. Annak oka, hogy szerző mégis előnyben részesítette az önbeálló görgőcsapágyakat, abban rejlik, hogy ezek egyrészt a megbízható méretezés alapjai, másrészt mind a csap körüli forgó mozgás, mind a vezeték



26. ábra. Hengeres vezeték gömbréteges merev csapágyal

* A Szakszervezetek Országos Tanácsa és az Országos Találmányi Hivatal 1966. április havi megállapításában az utóbbi évek hazánkban megjelent 10 legjelentősebb találmánya közé sorolta.

tengelye körül elfordulás a csapágy saját felületein megy végbe. Bár az ilyen csapágnak a kellenél eggyel több szabadságfoka van, a külső gyűrű megfelelő vezetésével könnyen biztosítható, hogy a külső gyűrű síkja mindig merőleges maradjon a csap tengelyére.



27. ábra. Görgőláncos mozgékony tengelykapcsoló hordó alakú görgőelemmel (a); görgőlánccal (b)

Van azonban a hengeres vezetéknek olyan sajátossága is, amire túl nagy terheléseknél kell gondolnunk, amikor a görgő és a vezeték között a lineáris érintkezést meg akarjuk sokszorozni. Ilyenkor a 27a. és 27b. ábra szerint olyan hordó alakú görgőkből összeállított zárt láncot használhatunk, amelynél a görgők profilsugara a vezeték hengersugarával egyenlő. A hordógörgőslánc belső pályája a csapközépvonal körül elfordulhat, hogy a görgőslánc mindazon görgőit terhelve legyenek, melyek a belső pálya hengeres felületére kerültek.

*

E tanulmány benyújtása óta az *örlőberendezés hengersorokkal* megkapta az angol 1 078 810, a francia 1 419 650, az olasz 732 118 és a svájci 412 533 szabadalmat; a *tengelykapcsoló* pedig az angol 1 079 735, a francia 1 410 877, az olasz 739 125 és a svájci 432 139 számú szabadalmat. A nyugatnémet újdonságvizsgálat a közzétételig jutott.

A hazai ipar részéről a *Bányászati Tervezőintézet* tervrajzai alapján elkészült egy húszezer méterkilopond csúcsnyomaték átvitelére méretezett tengelykapcsoló, amely kipróbálásra vár. A balatonfüredi malom e leírás szerint készült két új hengerszék-sorában 42 görgős, mozgékony tengelykapcsoló fut.

IRODALOM

21. VÖRÖS IMRE: Gépelemek; I. kötet, 2. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest 1962; 385.
22. SZŐKE BÉLA: Lamellás tengelykapcsoló; 137537 számú magyar szabadalom, 1946.
23. SZŐKE BÉLA: A mozgékony tengelykapcsoló néhány problémája. A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya által 1961-re meghirdetett pályázaton jutalomban részesített pályamunka (kézirat).
24. SZŐKE BÉLA: A mozgékony tengelykapcsolás áttekintése. *Malomipar és Terményforgalom* 10 (1963), 128—135.
25. SZŐKE BÉLA—RITTER ENDRE: Önbeálló tengelykapcsoló; 143.055 számú magyar szabadalom, 1954.
26. SZŐKE BÉLA: Önbeálló tengelykapcsoló. Az SO-449. számú szabadalmi leírás, Budapest 1955.
27. SKF Golyós- és görgőscsapágyak 6400 sz. főkatalógusa, Budapest 1964; és 6000 sz. főkatalógusa, Budapest 1960.
28. *Die Kugellager-Zeitschrift* 143. sz., 1—7 old. SKF Svéd Golyóscsapágy Részvénytársaság, Budapest 1964.
29. SZŐKE BÉLA: A hengershékhajtás szcrepe az őrlési energiagazdálkodásban. *Malomipar és Terményforgalom* 7 (1960), 48—53.
30. SZŐKE BÉLA: A kardáncsuklós hajtás működésének gyakorlati elemzése. *Malomipar és Terményforgalom* 10 (1963), 447—448.
31. SZŐKE BÉLA—KOLOSTORI JÓZSEF: Görgős mozgékony tengelykapcsoló. Az Országos Malomipari és Terménytárolási Kutatóintézet 152.100 számú szolgálati találmánya, 1963. *Malomipar és Terményforgalom* 12 (1965), 175—182.
32. TERPLÁN ZÉNÓ: Mechanizmusok, 2. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest 1962.
33. KOLOSTORI, J.—HAMZA, B.: Bestimmung und Bedeutung des Betriebs-Mahlspaltes von Walzenpaaren. *Die Mühle* 103 (1966); 103—105, 119—120.

A KÖRSZIMMETRIKUSAN TERHELT VASTAG KÖRLEMEZ PROBLÉMÁJA

CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1966. július 27-én]

A dolgozat a körszimmetrikusan terhelt vastag körlemez problémáját a Kirchhoff-féle egyszerűsítő feltevések igénybevétele nélkül tárgyalja. A terhelést a feladat saját függvényei szerint haladó sorba fejt, s a sor általános tagjáról nézve megadja a feladat megoldását. A dolgozat a sor első tagjának megfelelő pontosabb megoldást a Kirchhoff-féle közelítő megoldással egybevetve, megállapítja, hogy vastagabb lemezek esetében a két megoldás lényegesen eltér egymástól.

1. Bevezetés

A Kirchhoff-féle lemezelmélet az állandó vastagságú rugalmas síklemez problémájának tárgyalásakor a klasszikus rugalmasság elmélet szokásos feltevésein felül több további egyszerűsítő feltevéseket alkalmaz. Ezek az egyszerűsítő feltevések a technikai gyakorlatban leginkább használt *vékony* lemezek esetében minden képpen indokoltak, *vastag* lemezek esetében azonban általában nem alkalmazhatók. Ily esetekben a lemezprobléma megoldására a rugalmasságtan szigorú módszereihez kell folyamodni. Ezzel a problémával MICHELL [1], LOVE [2] és DOUGALL [3] foglalkoztak, s ugyanezt a problémát tárgyalta szerző [4] is egyik előző dolgozatában. Ebben a rugalmasságtan alapegyenleteinek egy különleges megoldásrendszeréből kiindulva [5], a vastag lemez problémájának megoldására általános érvényű eljárást dolgozott ki. Jelen dolgozat az említett eljárásnak körszimmetrikus megoszlású merőleges erőkkel terhelt befogott körlemez esetére való alkalmazását mutatja be. A szabadon felfekvő körlemez problémája az itt előadandókhoz hasonló módon tárgyalható.

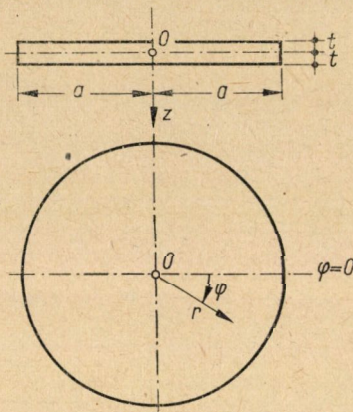
2. Alapfogalmak, jelölések

Vizsgálatainkhoz az 1. ábrán feltüntetett $0(r, \varphi, z)$ hengeres koordináta-rendszert használjuk.

Terhelésként a lemez $z = \pm t$ lapjain működő z irányú, körszimmetrikus megoszlású erőket veszünk számításba. A tárgyalás egyszerűsítésére a terhelő erőrendszert két erőrendszerre bontjuk szét. Az első (I. jelű) erőrendszer a $z = 0$ síkra nézve antimetrikus, a második (II. jelű) erőrendszer pedig a $z = 0$

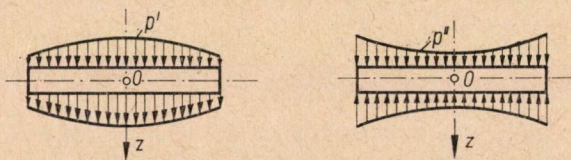
síkra nézve szimmetrikus elrendezésű. A szóban forgó két teherrendszer intenzitását a 2. ábra szerint a $p^I = p^I(r)$, illetve $p^{II} = p^{II}(r)$ teherfüggvényekkel jellemezzük.

A lemez pontjai a terhek hatására eltolódásokat szenvednek. A létrejövő eltolódások sugárirányú alkotóját a $\varrho = \varrho(r)$ eltolódásfüggvénnyel, a z irányú eltolódásalkotókat pedig a $\zeta = \zeta(r)$ eltolódásfüggvénnyel jellemezzük. Az eltolódásalkotókat pozitív koordináta irányokban tekintjük pozitívoknak.



1 ábra. Az $O(r, \varphi, z)$ koordinátarendszer

A lemez feszültségi állapotát a lemezből a 3. ábra szerint kimetszett elemi részecske lapjaira ható koordináta irányú feszültségalkotókkal jellemezzük. E feszültségalkotókat a 3. ábrán feltüntetett betűjelekkel jelöljük, s az ábrán látható nyíliránnyal tekintjük pozitívoknak.



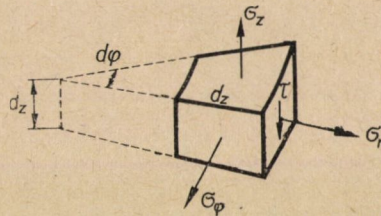
2. ábra. A $p^I(r)$ és $p^{II}(r)$ teherrendszer

3. Alapösszefüggések

Az eltolódások és feszültségek kapcsolatát kifejező általános rugalmasságtani összefüggések az általunk tárgyalandó körszimmetrikus esetben a következő egyszerűbb alakban jelentkeznek:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \frac{2G}{m-2} \left[(m-1) \frac{\partial \varrho}{\partial r} + \frac{\varrho}{r} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right], \\
 \sigma_\varphi &= \frac{2G}{m-2} \left[\frac{\partial \varrho}{\partial r} + (m-1) \frac{\varrho}{r} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right], \\
 \sigma_z &= \frac{2G}{m-2} \left[\frac{\partial \varrho}{\partial r} + \frac{\varrho}{r} + (m-1) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right], \\
 \tau &= G \left[\frac{\partial \varrho}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right].
 \end{aligned} \tag{1}$$

A fenti képletekben G a lemezanyag nyíró rugalmassági tényezőjét, m pedig a Poisson-féle számot jelenti.



3. ábra. A σ_r , σ_φ , σ_z feszültség

Természetesen, a σ_r , σ_φ , σ_z , τ változását kifejező függvények kielégíteni tartoznak az egyensúlyi feltételeket, melyek a jelen körszimmetrikus esetben a következő egyenletekkel fejezhetők ki:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{\partial z} + \frac{\sigma_r}{r} - \frac{\sigma_\varphi}{r} &= 0, \\
 \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{\tau}{r} &= 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Az egyensúlyi feltételeken kívül, természetesen, a feladat kerületi feltételeit is ki kell elégíteni. Ezek a feltételek az *I. teherrendszer* esetében a

$$\tau(r, \pm t) = 0, \quad \sigma_z(r, \pm t) = \pm p^I(r), \tag{3}$$

$$\int_{-t}^{+t} \sigma_r(a, z) dz = 0, \quad \frac{d\zeta(a, 0)}{dr} = 0, \quad \zeta(a, 0) = 0 \tag{4}$$

képletekkel fejezhetők ki, a *II. teherrendszer* esetében pedig így fogalmazhatók:

$$\tau(r, \pm t) = 0, \quad \sigma_z(r, \pm t) = -p^{II}(r), \tag{5}$$

$$\int_{-t}^{+t} \sigma_r(a, z) dz = 0, \quad \frac{d\zeta(a, 0)}{dr} = 0, \quad \zeta(a, 0) = 0. \tag{6}$$

4. A tehertagok

A $p^I = p^I(r)$ és $p^{II} = p^{II}(r)$ teherfüggvényeket a

$$\Delta\Phi + \lambda^2\Phi = \frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dr} + \lambda^2\Phi = 0 \quad (7)$$

differenciálegyenletnek az $r = a$ helyen eltűnő megoldásait — *sajátfüggvényeit* — tartalmazó sorba fejtjük.

A fenti differenciálegyenlet az $J_0(\lambda r)$ -jelű nulladrendű Bessel-féle függvény ismert differenciálegyenlete, a benne szereplő λ faktor pedig tetszőlegesen választható paraméter, melynek alkalmas kijelölésével elérhető, hogy az $J_0(\lambda r)$ függvény az $r = a$ helyen eltűnjék. E különleges λ értékek meghatározásához természetesen ismernünk kell az

$$J_0(\lambda r) = 0$$

egyenlet (pozitív) gyökeit. Utóbbiakat nagyságuk sorrendjében

$$x_1 < x_2 < \dots < x_k < \dots$$

betűkkel jelölvén, minden $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots$ gyökhöz rendelhető egy-egy megfelelő λ paraméter:

$$\lambda_1 = \frac{x_1}{a}, \quad \lambda_2 = \frac{x_2}{a}, \dots, \quad \lambda_k = \frac{x_k}{a}, \dots$$

Az így nyert $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \dots$ értékeknek megfelelő nulladrendű Bessel-féle függvényeket

$$J_0(\lambda_1 a), \quad J_0(\lambda_2 a), \dots, \quad J_0(\lambda_k a), \dots$$

betűkkel jelöljük.

Ismervén a fenti sajátfüggvényeket, a $p^I(r)$ és $p^{II}(r)$ teherfüggvényeket a következő sorokkal helyettesíthetjük:

$$p^I(r) = \sum_{k=1}^{\infty} p_k^I(r) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k^I J_0(\lambda_k r), \quad (8)$$

$$p^{II}(r) = \sum_{k=1}^{\infty} p_k^{II}(r) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k^{II} J_0(\lambda_k r). \quad (9)$$

A fenti képletekben szereplő c_k^I , illetve c_k^{II} együtthatók értéke:

$$c_k^I = \frac{2}{a^2 J_1^2(\lambda_k a)} \int_0^a r p^I(r) \cdot J_0(\lambda_k r) \cdot dr, \quad (10)$$

$$c_k^{II} = \frac{2}{a^2 J_1^2(\lambda_k a)} \int_0^a r p^{II}(r) \cdot J_0(\lambda_k r) \cdot dr. \quad (11)$$

Itt $J_1(\lambda_k r)$ az elsőrendű Bessel-függvény értéket jelenti a $\lambda_k r$ helyen.

A (8) és (9) sorok egyes tagjainak megfelelő terheket *teher-tagoknak* fogjuk nevezni, s a következőkben a feladat megoldását csupán ezen teher-tagokra nézve fogjuk bemutatni. Adott esetben a keresett megoldást az egyes teher-tagoknak megfelelő megoldások összegezésével lehet előállítani.

5. A feladat megoldása a középsíkra nézve antimetrikus megoszlású teher esetében

Az alábbiakban elegendő a csupán

$$p_k^I = c_k^I J_0(\lambda_k r), \quad c_k = \text{konst}$$

teher-taghoz tartozó megoldást ismertetni. A megadandó képletek valamennyi teher-tag esetében alkalmazhatók, annak ellenére, hogy a vonatkozó képletekben az említett tag sorszámára utaló k -indexet nem írjuk ki.

A [4] dolgozatban közölt általános megoldást szem előtt tartva, eltolódás-függvényekül a következőket választjuk:

$$\begin{aligned} \varrho &= A^I \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} (\lambda t \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z - \\ &\quad - \frac{m-2}{m} \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z - \lambda z \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z) - 2B^I r z, \\ \zeta &= A^I \lambda J_0(\lambda r) (\lambda t \cdot \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z + \\ &\quad + \frac{2m-2}{m} \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z - \lambda z \cdot \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z) + \\ &\quad + B^I \left(r^2 + \frac{2z^2}{m-1} \right) + C^I. \end{aligned} \quad (12)$$

Itt A^I , B^I és C állandót jelent.

Ha a fenti eltolódás-függvényeket az (1) képletekbe behelyettesítjük, s tekintettel vagyunk a (7) alattiak alapján felírható

$$\frac{d^2 J_0(\lambda r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} + \lambda^2 J_0(\lambda r) = 0$$

összefüggésre, a feszültségalkotókra a következő képleteket kapjuk:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= 2GA^I \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} \left(-\lambda t \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z + \right. \\ &\quad \left. + \frac{m-2}{m} \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z + \lambda z \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z \right) + \\ &\quad + 2GA^I \lambda^2 J_0(\lambda r) (-\lambda t \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z + \\ &\quad + \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z + \lambda z \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z) - \frac{4G B^I}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right) z, \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\varphi} &= 2GA^1 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} \left(\lambda t \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z - \right. \\
&\quad \left. - \frac{m-2}{m} \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z - \lambda z \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z \right) + \\
&\quad + 2GA^1 \lambda^2 J_0(\lambda r) \cdot \frac{2}{m} \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z - \frac{4G B^1}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right) z, \\
\sigma_z &= 2GA^1 \lambda^2 J_0(\lambda r) \cdot (\lambda t \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z + \\
&\quad + \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z - \lambda z \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z), \\
\tau &= 2GA^1 \lambda \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} (\lambda t \cdot \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z - - \lambda z \cdot \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z).
\end{aligned} \tag{13b}$$

Egyszerű próba azonnal meggyőzhet arról, hogy a (13) feszültségrendszer pontosan megfelel a (2) *egyensúlyi egyenleteknek*, miéértis áttérhetünk a lemez $z = \pm t$ lapjaira vonatkozó (3) *jelű kerületi feltételek* vizsgálatára.

A (3) alatti *első feltétel* nyilvánvalóan eleve teljesítve van, ennek betartása érdekében tehát semmi intézkedés sem szükséges.

A (3) alatti *második feltétel* a (8) alattiak figyelembevételével

$$\sigma_z = (r \pm t) = \pm c^1 J_0(\lambda r) \tag{14}$$

alakban írható, ahol a (13) alattiak szerint

$$\begin{aligned}
\sigma_z(r, \pm t) &= 2GA^1 \cdot \lambda^2 J_0(\lambda r) (\pm \lambda t \cdot \sinh^2 \lambda t \pm \\
&\quad \pm \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda t \mp \lambda t \cdot \cosh^2 \lambda t) = \\
&= 2GA^1 \cdot \lambda^2 J_0(\lambda r) \cdot (\pm \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda t \mp \lambda t) = \\
&= \pm 2GA \cdot \lambda^2 J_0(\lambda r) (\cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda t - \lambda t).
\end{aligned}$$

Ezt az értéket a (14) feltételegyenletbe behelyettesítve, az eddig határozatlan A^1 állandóra az

$$A^1 = \frac{c^1}{2G \lambda^2 (\cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda t - \lambda t)},$$

illetve az

$$A^1 = \frac{c^1}{G \lambda^2 (\sinh 2\lambda t - 2\lambda t)} \tag{15}$$

értéket kapjuk.

Ezek után rátérhetünk a lemez peremére vonatkozó (4) kerületi feltételek tárgyalására.

A (4) alatti első feltétel esetünkben a terhelés antimetrikus volta folytán eleve teljesítve van.

A (4) alatti második feltétel (12) figyelembevételével így fejezhető ki:

$$A^I \lambda \frac{dJ_0(\lambda a)}{dr} \left(\lambda t \cdot \sinh \lambda t + \frac{2m-2}{m} \cosh \lambda t \right) + 2B^I a = 0.$$

Innen

$$B^I = -\frac{1}{2a} \lambda \frac{dJ_0(\lambda a)}{dr} \left(\lambda t \cdot \sin \lambda t + \frac{2m-2}{m} \cosh \lambda t \right) \cdot A^I,$$

illetve a

$$\frac{dJ_0(\lambda a)}{dr} = -\lambda J_1(\lambda a)$$

összefüggés behelyettesítésével

$$B^I = \frac{1}{2a} \lambda^2 J_1(\lambda a) \cdot \left(\lambda t \cdot \sinh \lambda t + \frac{2m-2}{m} \cosh \lambda t \right) \cdot A^I. \quad (16)$$

A (4) alatti harmadik feltétel a (12) alattiak figyelembevételével a következőképp fogalmazható:

$$+ B^I a^2 + C^I = 0.$$

Innen

$$C^I = -a^2 B^I. \quad (17)$$

Az A^I , B^I , C^I értékét meghatározván, feladatunkat tulajdonképp megoldottuk. Nehézség csupán az $r = 0$ helyen mutatkozik, itt ti. a (13) alatti első két képlet határozatlanná válik. E helyeken a σ_r , illetve σ_φ feszültséget az $r \rightarrow 0$ határátmenettel kell meghatározni, figyelembe véve, hogy

$$J_0(0) = 1, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} \right] = -\frac{\lambda^2}{2}. \quad (18)$$

Ezt tudva, a σ_r és σ_φ feszültségre az $r = 0$ helyen a következő képletet kapjuk:

$$\begin{aligned} \sigma_r(0, z) = \sigma_\varphi(0, z) = GA^I \lambda^2 & \left(-\lambda t \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z + \right. \\ & \left. + \frac{m+2}{m} \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z + \lambda z \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z \right) - \\ & - \frac{4GB^I}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right) z. \end{aligned}$$

A lemezlapok középpontjában, vagyis az $r = 0$, $z = \pm t$ pontokban

$$\begin{aligned} \sigma_r(0, \pm t) = \sigma_\varphi(0, \pm t) &= \pm GA^I \lambda^2 \left(\lambda t + \frac{m+2}{2m} \sinh 2\lambda t \right) \mp \\ &\mp \frac{4GB^I}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right) t, \end{aligned}$$

illetve a (15) és (16) alattiak figyelembe vételével

$$\begin{aligned} \sigma_r(0, \pm t) = \sigma_\varphi(0, \pm t) &= \pm \frac{c^I \lambda t}{\sinh 2\lambda t - 2\lambda t} \left[1 + \frac{m+2}{m} \cdot \frac{\sinh 2\lambda t}{2\lambda t} - \right. \\ &\left. - \frac{2}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right) \frac{t}{a} J_1(\lambda a) \cdot \left(\sinh \lambda t + \frac{2m-2}{m} \frac{\cosh \lambda t}{\lambda t} \right) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

6. A feladat megoldása

a középsíkra nézve szimmetrikus megoszlású teher esetében

A következőkben a megoldást csupán a k -adik

$$p_k^{II} = c_k^{II} J_0(\lambda_k r), \quad c_k^{II} = \text{konst.}$$

tehertag esetére mutatjuk be, de az egyszerűbb írásmód kedvéért az idevonatkozó képletekben a szóban forgó tehertag sorszámára utaló k indexet nem tesszük ki.

Most a [4] dolgozatban közölt általános megoldást szem előtt tartva, eltolódásfüggvényekül az alábbiakat választjuk:

$$\begin{aligned} \varrho &= A^{II} \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} \cdot \left(\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z - \right. \\ &\quad \left. - \frac{m-2}{m} \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z - \lambda z \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z \right) + B^{II} r, \\ \zeta &= A^{II} \lambda J_0(\lambda r) (\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z + \\ &\quad + \frac{2m-2}{m} \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z - \lambda z \cdot \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z - \\ &\quad - B^{II} \frac{2}{m-1} z + C^{II}. \end{aligned} \quad (20)$$

A fenti képletekben A^{II} , B^{II} és C^{II} határozatlan állandó.

A (20) alatti eltolódásfüggvényeket a (1) képletekbe behelyettesítve, a feszültségalkotókra az alábbi képleteket kapjuk:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r = & 2GA^{II} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} \left(-\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z + \right. \\
 & \left. + \frac{m-2}{m} \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z + \lambda z \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z \right) + \\
 & + 2GA^{II} \lambda^2 J_0(\lambda r) (-\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z + \\
 & + \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z + \lambda z \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z) + \\
 & + \frac{2GB^{II}}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right), \\
 \sigma_\varphi = & 2GA^{II} \frac{1}{r} \cdot \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} \left(\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z - \right. \\
 & \left. - \frac{m-2}{m} \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z - \lambda z \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z \right) + \\
 & + 2GA^{II} \lambda^2 J_0(\lambda r) \cdot \frac{2}{m} \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z + \frac{2GB^{II}}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right), \\
 \sigma_z = & 2GA^{II} \cdot \lambda^2 J_0(\lambda r) (\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z + \\
 & + \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z - \lambda z \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z), \\
 \tau = & 2GA^{II} \lambda \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} (\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda z - \lambda z \cdot \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z).
 \end{aligned} \tag{21}$$

A fenti feszültségrendszer egyszerű próbával igazolhatóan pontosan megfelel a (2) egyensúlyi egyenleteknek, miértis ezek után rátérhetünk a lemez lapjaira vonatkozó (5) alatti kerületi feltételek vizsgálatára.

Az (5) alatti első feltétel minden külön intézkedés nélkül eleve teljesítve van.

Az (5) alatti második feltétel a (9) alattiakra való tekintettel

$$\sigma_z(r, \pm t) = -c^{II} J_0(\lambda r) \tag{22}$$

alakban írható. Itt a (21) egyenletrendszer harmadik egyenlete szerint

$$\begin{aligned}\sigma_z(r, \pm t) &= 2GA^{II} \lambda^2 J_0(\lambda r) (\lambda t \cdot \cosh^2 \lambda t + \\ &+ \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda t - \lambda t \cdot \sinh^2 \lambda t) = \\ &= GA^{II} \lambda^2 J_0(\lambda r) (\sinh 2\lambda t + 2\lambda t).\end{aligned}$$

Ha ezt az értéket a (22) képletbe behelyettesítjük, s az így nyert egyenletet A^{II} -ra megoldjuk, azt találjuk, hogy

$$A^{II} = -\frac{c^{II}}{G\lambda^2(\sinh 2\lambda t + 2\lambda t)}. \quad (23)$$

Hátra van még a lemez peremére vonatkozó (6) kerületi feltételek vizsgálata.

A (6) alatti első feltétel σ_r (21) alatti értékének felhasználásával a kijelölt integrálás végrehajtása után a következő összefüggésre vezet:

$$\begin{aligned}4GA^{II} \frac{1}{\lambda a} \cdot \frac{dJ_0(\lambda a)}{dr} &\left(-\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda t + \right. \\ &+ \left. \frac{m-2}{m} \sinh^2 \lambda t + \lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda t - \sinh^2 \lambda t \right) + \\ &+ 4GA^{II} \lambda J_0(\lambda a) \left(-\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda t + \right. \\ &+ \left. \sinh^2 \lambda t + \lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \sinh \lambda t - \sinh^2 \lambda t \right) + \\ &+ \frac{4GB^{II}}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right) t = 0.\end{aligned}$$

Innen egyszerűsítés után az

$$\frac{B^{II}}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right) t + \frac{A^{II}}{\lambda a} \cdot \frac{dJ_0(\lambda a)}{dr} \left(-\frac{2}{m} \sinh^2 \lambda t \right) = 0$$

egyenlet következik, ebből pedig a

$$\frac{dJ_0(\lambda a)}{dr} = -\lambda J_1(\lambda a)$$

képlet felhasználásával B^{II} -re az alábbi egyenlet adódik:

$$B^{II} = -\frac{2(m-2)}{m[m-2/(m-1)]} \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{a} \cdot \frac{\sinh^2 \lambda t}{t} \cdot A^{II}. \quad (24)$$

A (6) alatti *második feltétel* a terhelés antimetrikus volta miatt eleve teljesítve van.

A (6) alatti *harmadik feltétel* az eddig határozatlan C^{II} állandóra a

$$C^{II} = 0 \quad (25)$$

értéket szolgáltatja.

Ismervén az A^{II} , B^{II} , C^{II} értéket, az eltolódásokat és feszültségeket a lemez minden pontjában számítani tudjuk. Nehézség csak az $r = 0$ helyen mutatkozik, ahol ti. σ_r és σ_φ képlete határozatlanná válik. Itt a σ_r és σ_φ értékeket az $r \rightarrow 0$ határátmenet segítségével kell meghatározni. Ekként eljárva, a (18) alattiak figyelembevételével a σ_r és σ_φ feszültségekre az $r = 0$ helyen az alábbi képletet kapjuk:

$$\begin{aligned} \sigma_r(0, z) = \sigma_\varphi(0, z) = GA^{II} \lambda^2 & (-\lambda t \cdot \cosh \lambda t \cdot \cosh \lambda z + \\ & + \frac{m+2}{m} \sinh \lambda t \cdot \cosh \lambda z + \lambda z \cdot \sinh \lambda t \cdot \sinh \lambda z) + \\ & + \frac{2GB^{II}}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right). \end{aligned}$$

A lemezlapok középpontjában, vagyis az $r = 0$, $z = \pm t$ pontokban

$$\begin{aligned} \sigma_r(0, \pm t) = \sigma_\varphi(0, \pm t) = \\ = GA^{II} \lambda^2 \left(-\lambda t + \frac{m+2}{2m} \sinh 2\lambda t \right) + \frac{2GB^{II}}{m-2} \left(m - \frac{2}{m-1} \right), \end{aligned}$$

illetve a (23) és (24) alattiak behelyettesítése után

$$\begin{aligned} \sigma_r(0, \pm t) = \sigma_\varphi(0, \pm t) = \frac{c^{II} \lambda t}{\sinh 2\lambda t + 2\lambda t} \left[1 - \frac{m+2}{m} \cdot \frac{\sinh 2\lambda t}{2\lambda t} + \right. \\ \left. + \frac{4}{m} \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda a} \cdot \frac{\sinh^2 \lambda t}{\lambda^2 t^2} \right]. \quad (26) \end{aligned}$$

7. A feladat Kirchhoff-féle megoldása

A következőkben a feladat Kirchhoff-féle megoldását mutatjuk be, de csak a

$$p_k = c_k^{III} J_0(\lambda_k r), \quad c_k^{III} = \text{konst}$$

teherrendszer esetével foglalkozunk. Az ide vonatkozó képletekben — az előzőekhez hasonlóan — a tehertag sorszámára utaló k -indexet a rövidség kedvéért ez alkalommal sem fogjuk kitenni.

A Kirchhoff-féle lemezelmélet szerint a körszimmetrikusan terhelt körlemez deformált középsíkjának differenciálegyenlete:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^2 \zeta = \frac{3(m-1)}{4mGt^3} p.$$

Ez az egyenlet a szóban forgó különleges terhelési esetben így írható:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^2 \xi = \frac{3(m-1)}{4mGt^3} c^{III} J_0(\lambda r). \quad (27)$$

Mint hogy az itt szereplő $J_0(\lambda r)$ függvény a (1) jelű Bessel-féle differenciálegyenlet sajátfüggvénye, nyilvánvaló, hogy

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^2 J_0(\lambda r) = \lambda^4 J_0(\lambda r). \quad (28)$$

Ezt tudva, a (27) differenciálegyenlet általános megoldását azonnal megadhatjuk:

$$\zeta = \frac{3(m-1)c^{III}}{4mG\lambda^3 t^3} \cdot \frac{J_0(\lambda r)}{\lambda} + B^{III} r^2 + C^{III}, \quad (29)$$

Itt B^{III} és C^{III} állandót jelent. Ezeknek oly értéket kell doníjtaltanunk, hogy a

$$\zeta(a, 0) = 0, \quad \frac{d\zeta(a, 0)}{dr} = 0 \quad (30)$$

kerületi feltételek teljesedjenek. A fenti két követelmény akkor valósul meg ha

$$B^{III} = \frac{3(m-1)c^{III}}{4mG\lambda^3 t^3} \cdot \frac{1}{2a} J_1(\lambda a), \quad (31)$$

$$C^{III} = -\frac{3(m-1)c^{III}}{4mG\lambda^3 t^3} \left[\frac{1}{\lambda} J_0(\lambda a) + \frac{a}{2} J_1(\lambda a) \right].$$

Ezen értékek figyelembevételével a lemez középsíkján fekvő pontok z irányú eltolódását kifejező egyenlet így alakul:

$$\zeta = \frac{3(m-1)}{4mG\lambda^3 t^3} c^{III} \cdot \left[\frac{1}{\lambda} J_0(\lambda r) - \frac{1}{\lambda} J_0(\lambda a) + \frac{J_1(\lambda a)}{2a} (r^2 - a^2) \right]. \quad (32)$$

Ismervén a $\zeta = \zeta(r)$ függvényt, a sugárirányú feszültségeket az ismert

$$\sigma_r = -\frac{2G}{m-1} \left(m \frac{d^2 \zeta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\zeta}{dr} \right) \cdot z$$

képlet segítségével határozhatjuk meg. Ezek szerint

$$\sigma_r = -\frac{3c^{III}}{2m\lambda^3 t^3} \left[\frac{m}{\lambda} \cdot \frac{d^2 J_0(\lambda r)}{dr^2} + \frac{m}{a} J_1(\lambda a) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} + \frac{1}{a} J_1(\lambda a) \right],$$

illetve a

$$\frac{dJ_0(\lambda r)}{dr} = -\lambda J_1(\lambda r),$$

$$\frac{d^2 J_0(\lambda r)}{dr^2} = \frac{\lambda}{r} J_1(\lambda r) - \lambda^2 J_0(\lambda r)$$

összefüggések figyelembevételével

$$\sigma_r = \frac{3c^{III}}{2m\lambda^3 t^3} \left[m\lambda J_0(\lambda r) - (m-1) \frac{1}{r} J_1(\lambda r) - \frac{m+1}{a} J_1(\lambda a) \right] \cdot z. \quad (33)$$

A (33 képlet) az $r = 0$ helyen határozatlanná válik. Itt σ_r értéke az $\rightarrow 0$ határátmenettel állapítható meg. A számítást az

$$J_0(0) = 1, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{1}{r} J_1(\lambda r) \right] = \frac{\lambda}{2}$$

összefüggések figyelembevételével végrehajtva, a σ_r feszültségre az $r = 0$ helyen a következő képlet adódik:

$$\sigma_r(0, z) = \frac{3(m+1)c^{III}}{3m\lambda^2 t^3} \left[1 - \frac{2J_1(\lambda a)}{\lambda a} \right] \cdot z.$$

A lemezlapok középpontjában, vagyis az $r = 0, z = \pm t$ pontokban

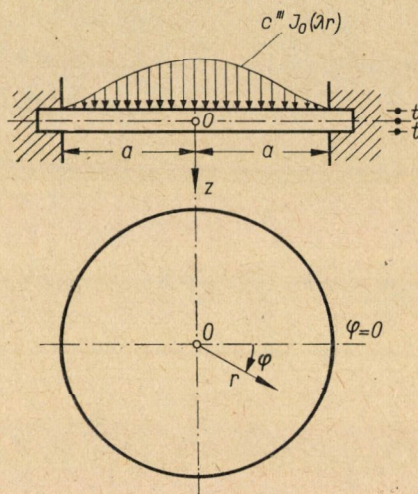
$$\sigma_r(0, \pm t) = \pm \frac{3(m+1)c^{III}}{4m\lambda^2 t^2} \left[1 - \frac{2J_1(\lambda a)}{\lambda a} \right]. \quad (34)$$

3. Az eredmények összehasonlítása

Érdekes lesz a pontosabb elmélet szerinti σ_r feszültségeket a Kirchhoff-féle lemezelméletből adódó σ_r feszültségekkel egybevetni. Az összehasonlítást az

$$m = 4$$

érték feltételezésével a lemezlapok középpontjában végezzük el, de csak a $k = 1$ tehertagból származó feszültségek összehasonlításával foglalkozunk.



4. ábra. A $p = c J_0(\lambda r)$ teherrendszer

Terhelésként a lemez $z = -t$ lapjára ható

$$p = c J_0(\lambda r)$$

intenzitású $+z$ irányban ható megoszló erőrendszert veszünk számításba (4. ábra). Ezt az erőrendszert a pontosabb számító eljárás során egy a lemez középsíkjára antimetrikus és egy szimmetrikus teherrendszerre bontjuk fel, melyek intenzitása

$$p^I = c^I J_0(\lambda r), \quad c^I = \frac{c}{2},$$

illetve

$$p^{II} = c^{II} J_0(\lambda r), \quad c^{II} = \frac{c}{2}.$$

A Kirchhoff-féle közelítő elmélet alkalmazása során viszont a két teherrend-

szert együttesen vesszük számításba, tehát a számításba veendő teherrend-
szer:

$$p^I = c^{III} J_0(\lambda r), \quad c^{III} = c.$$

Esetünkben, lévén $k = 1$, a képletekben szereplő $\lambda = \lambda_1$ sajátértéket a nul-
ladrendű $J_0(x)$ Bessel-féle függvény első zérushelye határozza meg. Minthogy
az $J_0(x) = 0$ egyenlet első gyöke [6]

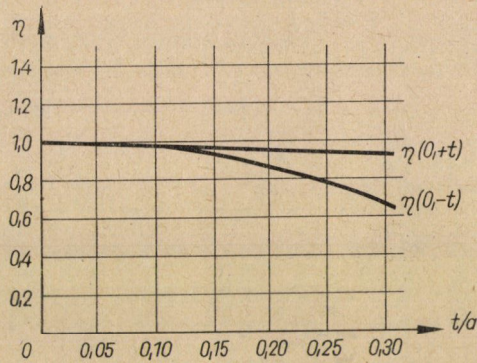
$$x_1 = 2,4048,$$

ezért

$$\lambda_1 = 2,4048/a$$

és

$$J_1(\lambda_1 a) = J_1(x_1) = 0,5191.$$



5. ábra. A pontos és közelítő feszültségértékek viszonya a $z = \pm t$ lemezlapok középpontjában

Az összehasonlító számítást különböző t/a viszonyszámok esetére el-
végezve, a $\sigma_r(0, \pm t)$ feszültségekre az I. táblázatba foglalt értékeket találtuk.
E táblázatban a $\sigma_r^I(0, \pm t)$, $\sigma_r^{II}(0, \pm t)$ és $\sigma_r^{III}(0, \pm t)$ betűjel a p^I , p^{II} , p^{III} teher-
rendszerből származó sugárirányú feszültségeknek az $r = 0$, $z = \pm t$ helyen
vett értékét jelenti. Ugyanitt az $\eta(0, \pm t)$ számoszlopok a pontosabb elmélet-
nek megfelelő $\sigma^I(0, \pm t) + \sigma^{II}(0, \pm t)$ feszültségek és a Kirchoff-féle közelítő
elmélet szerinti $\sigma^{III}(0, \pm t)$ feszültségek hányadosát tüntetik fel:

$$\eta(0, \pm t) = \frac{\sigma^I(0, \pm t) + \sigma^{II}(0, \pm t)}{\sigma^{III}(0, \pm t)}.$$

Mint az I. táblázat $\eta(0, \pm t)$ oszlopaiból, valamint az 5. ábrából meg-
állapítható, vékony lemez esetében a Kirchoff-féle közelítő képlettel számított
sugárirányú feszültség alig tér el a pontosabb elmélet szerinti sugárirányú
feszültségtől. Viszonylag vastagabb lemezek esetében a helyzet más: a pontos
és közelítő feszültségértékek jelentősen különböznek egymástól.

I. táblázat

A sugárirányú feszültségek összehasonlítása a lemez $z = \pm t$ lapjának középpontjában

t/a	$c_I^I(0, \pm t)$	$c_I^{II}(0, \pm t)$	$c_I^{III}(0, \pm t)$	$\eta(0, +t)$	$\eta(0, -t)$
$\rightarrow 0$	$\pm \frac{0,0921}{(t/a)^2} c$	0,090 c	$\pm \frac{0,0921}{(t/a)^2} c$	1,000	1,000
0,05	$\pm 36,416 c$	0,091 c	$\pm 36,843 c$	0,997	0,992
0,10	$\pm 9,012 c$	0,096 c	$\pm 9,211 c$	0,989	0,968
0,15	$\pm 3,896 c$	0,103 c	$\pm 4,094 c$	0,977	0,927
0,20	$\pm 2,109 c$	0,113 c	$\pm 2,303 c$	0,965	0,867
0,25	$\pm 1,286 c$	0,125 c	$\pm 1,474 c$	0,958	0,787
0,30	$\pm 0,842 c$	0,140 c	$\pm 1,024 c$	0,958	0,686

IRODALOM

1. MICHELL, J. H.: On the Direct Determination of Stress in an Elastic Solid, with Application to the Theory of Plates. *Proceedings of the London Mathematical Society* 31 (1899), 100–124.
2. LOVE, A. E.—TIMPE, A.: Lehrbuch der Elastizität. G. Teubner, Leipzig—Berlin 1907.
3. DOUGALL, J.: *Transactions of the Edingborough Royal Society* 41 (1904)
4. CSONKA P.: Elastic Theory of Plane Plates of Uniform Thickness. *Periodica Polytechnica. Engineering-Maschinen- und Bauwesen* 1 (1957), 103–120.
5. CSONKA P.: Ein Lösungssystem der Grundgleichungen der Elastizitätstheorie. *Acta Techn. Hung.* 2 (1951), 487–490
6. JAHNKE, E.—EMDE, F.: Tables of Functions with Formulae and Curves, 4. kiadás. Dover Publications, New York 1945

SZILIKÁTÜVEGEK VISZKOZITÁS—HŐMÉRSEKLET FÜGGVÉNYE

KNAPP OSZKÁR
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1967. május 2-án]

Az üveg viszkozitása mind elméleti, mind gyakorlati szempontból fontos szerepet játszó fizikai tulajdonság. Gyakorlati szempontból az adja meg fontosságát, hogy az üveg olvasztása, megmunkálása és hűtése, annak összetételétől függetlenül, azonos viszkozitási értékek határai között végezhető el. E viszkozitási határok a különböző összetételű üvegek esetében azonban más hőmérsékletszakaszok között jelentkeznek. Adott összetételű üveg gyártásánál tehát a viszkozitás—hőmérséklet függvény ismerete a gyártás eredményes kivitelét elősegíti és biztosítja. Elméleti szempontból is szerepe van a viszkozitás—hőmérséklet függvény ismeretének, mert annak birtokában bepilantást nyerünk a belső sűrűlódás mértékére és az egyes üvegoxidoknak a belső sűrűlódásra kifejtett hatására. Miután a viszkozitás és annak aktiválási energiája között szoros az összefüggés, a viszkozitás értékeiből a sűrűlódási aktiválási energia együtthatója is kiszámítható [1].

A viszkozitás—hőfok görbe grafikus megszerkesztése a mérések alapján meglehetősen bonyolult és hosszadalmas feladat. Ennek a munkának elkerülése céljából sok kutató foglalkozott azzal a problémával, hogy a szilikátüvegek viszkozitási és azokhoz tartozó hőfok-értékek között matematikailag kifejezett összefüggést állapítsanak meg. Ily összefüggés birtokában már kevés mérési adat alapján lehetővé válik a teljes görbe grafikus megszerkesztése.

Az első kutató, aki a szilikátüvegek viszkozitási és hőfok-értékeire egyenletet állított fel, LE CHATELIER [2] volt. Egyenlete

$$\log \log \eta = A_1 - B_1 t, \quad (1)$$

ha t a C° -ban kifejezett hőmérséklet, A_1 és B_1 pedig a vegyi összetételtől függő anyagállandók. Ez az egyenlet azonban csak a nagyobb hőfokszakaszokban ad lineáris összefüggést, a $\log \log \eta = 0,6$ értéken alul azonban eltér az egyenestől. Később LE CHATELIER egyenletét a következőképpen módosította [3]:

$$\log \log \eta = m \left(\frac{t - 1000}{1000} \right) + N, \quad (2)$$

amely egyenletben N a viszkozitás értéke 1000 C°-on, M pedig egy, a vegyi összetételtől függő anyagállandó. Miként PRESTON [4] megállapította, ez az egyenlet sem alkalmas a viszkozitás—hőfok görbe lefutásának teljes kifejezésére és csak kis hőfokszakaszok között érvényes.

POOL [5] a viszkozitás és hőmérséklet függvényét az

$$\text{Ar sinh log } \eta = A_2 + B_2/T \quad (3)$$

egyenlettel fejezte ki, amelyben T az abszolút hőmérsékletet jelenti, A_2 és B_2 pedig állandók. Bizonyos összetételű üvegek esetében az egyenlet lineáris összefüggést mutatott, az egyenes pedig az origóból indult ki. LILLIE [6] azonban megállapította, hogy általában a mért értékek eltérnek az egyenestől és nem tartanak az origó felé.

DE GUZMAN [7] elméleti elgondolások alapján az

$$\eta = A_3 e^{B_3/T} \quad (4)$$

egyenletet állította fel, amelyben T az abszolút hőmérséklet, A_3 és B_3 állandók. Ezzel az egyenlettel számítva a szilikátüvegek viszkozitás—hőfok függvénye csak bizonyos hőmérsékletszakaszban lineáris ugyan, azonban ezen hőmérsékletszakaszon belül az állandók értéke nem azonos és az egyenesek szögben metszik egymást

FRENKEL [8] a de Guzman-féle egyenletet a következőképpen módosította:

$$\eta = A_4 \cdot T e^{B_4/T}. \quad (5)$$

A mért és számított eredmények azonban azt mutatták, hogy az állandók értéke a nagy és kis hőmérsékleteken nem azonosak.

EYRING [9], miután kutató elődei a viszkozitás—hőmérséklet görbét egyetlenegy egyenlettel nem tudták kifejezni, két képletet állított fel. Szerinte kis hőmérsékleteken

$$\eta = A_5 e^{E/RT} \cdot e^{AE/RT} \quad (6a)$$

és nagy hőmérsékleteken

$$\eta = A_6 e^{AE/RT}. \quad (6b)$$

A szerző számításai [1] azonban azt eredményezték, hogy az A_5 és A_6 , valamint az E értékei különböző hőmérsékletszakaszokon nem állandók.

DOUGLAS [10] egyenletei még bonyolultabbak. Nagy hőmérsékleteken

$$\eta = A_7 T e^{B_7/T}, \quad (7a)$$

és kis hőmérsékletszakaszokon

$$\eta = A_8 T e^{B_8/T} (1 + C e^{D/RT}). \quad (7b)$$

Az utóbbi egyenletben már négy állandó szerepel, ami alkalmazását igen bonyolulttá teszi. Ha kiszámítjuk A_8 és B_8 értékeit a (7a) egyenlet segítségével, azt tapasztaljuk, hogy a számított és mért eredmények között tekintélyes eltérések mutatkoznak.

Szovjet kutatók [11] feltételezték, hogy az aktiválási energia a szerkezeti kötéssel arányos, az utóbbi pedig a hőmérséklettel fordítottan arányos, s ezen alapon a következő egyenletet állították fel:

$$\log \eta = A_9 + \frac{B_9}{T} e^{\beta/T}. \quad (8)$$

Számításaik ólomüvegekre vonatkoznak. Azt találták, hogy $\log \eta - 1/T^2$ koordinátarendszerben $\log \eta = 1 \div 3$ értékek között az összefüggés lineáris. $\log \eta = 4$ érték felett azonban az egyenlet helyességét nem vizsgálták.

OHOTIN [12] az üveg viszkozitásának és hőmérsékletének összefüggését a következő képlettel fejezi ki:

$$\log \eta = M + \frac{N}{T^n}, \quad (9)$$

amelyben az M és az N állandók, az n értéke kb. 2. Miként a következőkben bizonyítást nyer, a $\log \eta - 1/T^2$ diagramban a viszkozitás—hőmérséklet görbét két egyenes jelzi, amelyek a transzformációs szakaszban — abban a szakaszban, amelyben az egyensúlyi állapot elérésére igen hosszú idő szükséges — szöveget zárnak be egymással.

WADLEIGH [13] különböző összetételű optikai üvegek viszkozitását tanulmányozta és annak a hőmérséklettel összefüggő viselkedését a következő bonyolult egyenletekkel fejezte ki:

Könnyű baritüvegekre

$$\log \eta = \gamma - \frac{\alpha}{\beta} \sqrt{\beta^2 - 1450 - t}; \quad (10a)$$

könnyű koronaüvegekre

$$\log \eta = \frac{\beta}{(t - 273)^2} - \alpha; \quad (10b)$$

boroszilikát koronaüvegekre

$$\log \eta = \alpha + \beta (29 - 0,02 t) + (29 - 0,02 c)^2; \quad (10c)$$

nehéz flintüvegekre

$$\log \eta = \alpha + \beta \gamma^{-\epsilon t}; \quad (10d)$$

közép flintüvegekre

$$\log \eta \cdot \alpha \log (\eta - T) = \alpha \beta \gamma^{-\epsilon t}; \quad (10e)$$

barit flintüvegekre

$$\log \eta = \alpha + \beta(\gamma - \epsilon t) \delta. \quad (10f)$$

Az α , β , γ , δ konstansok adott összetételű üvegeknél állandók, különböző összetételű üvegeknél azonban eltérők. Így α értéke 0,72 és 18,75 között; β értéke 0,0775 és $8 \cdot 10^{-6}$ között; γ értéke 0,34 és 20,5 között; δ értéke pedig csekély mértékben változik. ϵ értéke a vizsgált üvegek mindegyikénél állandó. WADLEIGH egyenletei igen bonyolultak, az öt állandó kiszámítása pedig hosszadalmas: általános gyakorlati célokra tehát nem alkalmasak.

FULCHER [14] a viszkozitás—hőfok összefüggést oly hiperbolikus görbével jellemezte, melynek egyenlete logaritmizálva,

$$\log \eta = A_{10} + \frac{B_{10}}{T - T_0}. \quad (11)$$

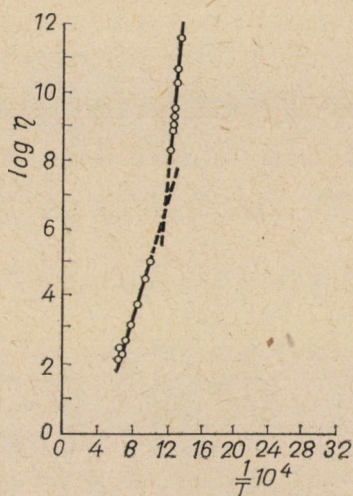
Az egyenletben A_{10} , B_{10} és t_0 állandók. A Fulcher-féle egyenlet, miként azt több kutató ellenőrizte, a mért és számított adatok között igen jó megegyezést mutat.

Egy $\text{Na}_2\text{O} \cdot 2 \text{SiO}_2$ összetételű üveg viszkozitásának mérésével kapcsolatban a szerző a mért értékeket $\log \eta - 1/T$ diagramba helyezte [15]. Miként az 1. ábra mutatja, a vizsgált üveg viszkozítása és a reciprokok abszolút hőfok között nincs lineáris összefüggés. A mért pontok ugyan 10^2 és 10^5 poise között, valamint 10^8 és 10^{12} poise között egyenes vonal mentén fekszenek, a két egyenes azonban szöveget zár be egymással. Ez a körülmény arra a következtetésre vezet, hogy mindazok az egyenletek, amelyek a $\log \eta - 1/T$ összefüggésen alapszanak, nem jellemezhetik a viszkozitás—hőfok teljes lefutását.

Ugyanennél az üvegnél megkísérelte a szerző, hogy a $\log \eta - 1/T^2$ összefüggést ábrázolja; az eredmény azonban ugyanaz volt, kis és nagy, a transzformációs szakasz alatti és feletti hőmérsékletszakaszokra ez a kifejezés sem jellemzi a viszkozitás—hőfok függvényt.

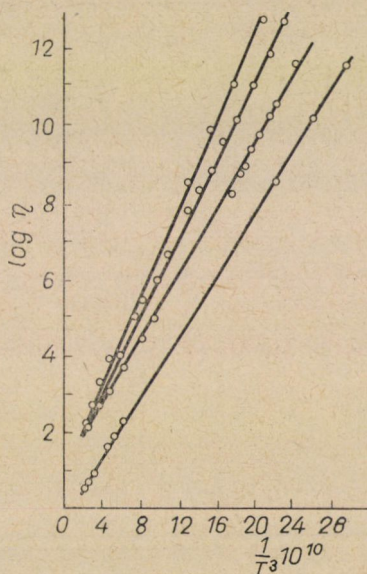
Ezek után a szerző megkísérelte, hogy a $\log \eta - 1/T^3$ összefüggést vizsgálja. Arra az eredményre jutott, hogy ilyen módon 10^2 és 10^{12} poise viszkozitás-értékek között lineáris összefüggés jelentkezik, amelyet a

$$\log \eta = A_{11} + \frac{A_{11}}{T^3} \quad (12)$$



1. ábra. $\text{Na}_2 \cdot \text{SiO}_2$ üveg viszkozitása a reciprok abszolút hőmérséklet függvényében

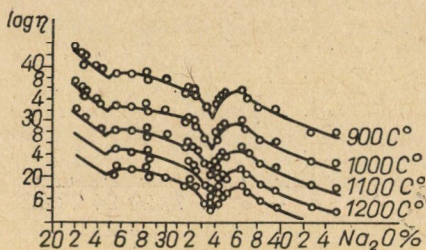
egyenlet fejez ki. Az egyenlet alapján a viszkozitási értékeket négy különböző hőmérsékleten kiszámítva és a mért értékekkel összehasonlítva az eltérés $\log \eta = 0,04$ és $\log \eta = 0,18$ között mutatkozott. Ugyancsak lineáris összefüggést mutattak a $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{SiO}_2$, a $\text{Na}_2\text{O} \cdot 3\text{SiO}_2$ és az $\text{Na}_2\text{O} \cdot 4\text{SiO}_2$ összetételű üvegek is a viszkozitás és a hőmérséklet között (2. ábra). Ezek után



2. ábra. Nátriumszilikát üvegek viszkozitása a reciprok abszolút hőmérséklet köbének függvényében

irodalmi adatok alapján nátronmészüvegek viselkedésének vizsgálata következett [16] és szintén lineáris összefüggést eredményezett.

A számos kutató fáradozásai tehát két, a (11) és (12) alattiaknak megfelelő egyenletet eredményeztek. Az egyik a hiperbolikus, a másik a lineáris összefüggés. A hiperbolikus egyenletben három, a lineárisban két állandó van, az előbbi tehát három, az utóbbi két meghatározott mérési eredmény ismeretét követeli meg.



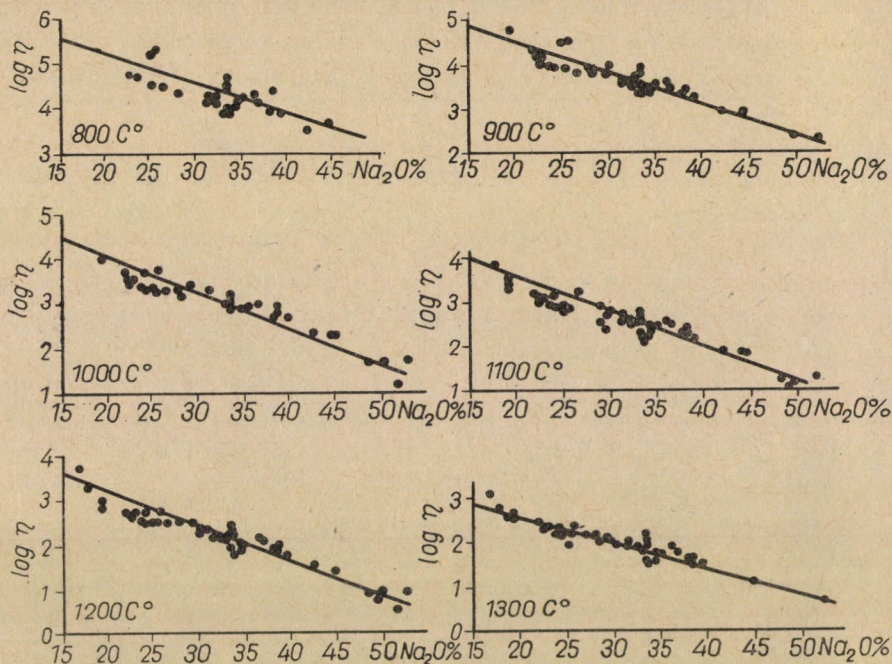
3. ábra. A viszkozitás és az Na_2O százalékos-tartalom összefüggése EIPELHAUER és JUNGGE mérési alapján

A mért eredmények és a hiperbolikus, valamint a lineáris egyenletekkel számított eredmények közötti eltérést a szerző nagyszámú üvegek vizsgálata alapján állapította meg [17] és a következőket találta: maximális eltérés mindkét egyenlet alkalmazásával egyaránt $\log \eta = 0,5$; $\log \eta = 0,1$ eltérés a hiperbolikus egyenlettel számolva 85%, a lineáris egyenlet alkalmazásával 46%; $\log \eta = 0,3$ eltérés mindkét egyenlettel számítva mintegy 97%. A hiperbolikus egyenlet tehát pontosabb eredményeket ad, de $\log \eta = 0,3$ eltérést megengedve a kétféle egyenlet azonos pontossággal alkalmazható.

Egy más irányú vizsgálat EIPELHAUER és JANGG [18] megállapításának ellenőrzésére szolgált. A két kutató a nátronszilikátok izotermáit és a viszkozitás-értékeit azonos hőmérsékleten, az összetétel függvényében határozta meg és azt találta, miként azt a 3. ábra mutatja, hogy az izotermák a $\text{Na}_2\text{O} \cdot 2 \text{SiO}_2$ és $\text{Na}_2\text{O} \cdot 3 \text{SiO}_2$ összetételű üvegeknél mélypontot mutatnak. Ezek alapján arra következtettek, hogy az üveglvadékban ez a két vegyület mint alkotórész jelen van.

Annak megállapítására, hogy az alkálszilikátok viszkozitási izotermái alapján feltehető-e az olvadékban a di- és triszilikátvegyületek jelenléte, a szerző irodalmi adatok alapján összegyűjtötte az eddig ismeretes viszkozitásmérési adatokat [19]. A vizsgálatokat 14 kutató végezte 61 üveggel. Szerző a moloxidokra számított összetételeket olyan koordinátarendszerbe állítva vizsgálta, amelynek ordinátája a viszkozitás, abszcisszája pedig az alkáliák mól-százaléka. Az így nyert eredményeket a 4. ábrán látjuk. Az ábrák az EIPELHAUER által kapott mérési pontokat is magában foglalja. Látjuk, hogy a mérési pontok egy egyenes mentén fekszenek. A szórást az okozza, hogy a mérési

adatok más-más laboratóriumból származnak és a méréseket nem azonos készülékkel végezték. Feltételezhető tehát, hogy a diagramokban a mérési pontok közé húzott, legjobban illő egyenes a viszkozitás és a nátrontartalom közötti



4. ábra. A viszkozitás és Na_2O százalékos-tartalom összefüggése irodalmi adatok alapján

törvényszerűséget fejezi ki. Megállapítható továbbá az is, hogy az EIPELHAUER által jelzett mélypontok az eddig vizsgált mérési eredmények hibahatárai közé esnek. Ez a körülmény ellenkezik azzal a felfogással, amely szerint az üvegolvadékban a nátriumdi- és nátriumtrisilikát mint vegyület-alkotórészként van jelen.

Elméleti, de főként gyakorlati szempontból igen lényeges, hogy a viszkozitás és a vegyi összetétel között összefüggést lehessen találni és ez alapján az analitikailag megállapított vagy a keverékből számított összetételből a viszkozitás—hőfok összefüggését számítási úton meg lehessen állapítani. Az első kutatók, akik ezt a feladatot igyekeztek megoldani, GEHLHOFF és THOMAS [20] voltak, akik cseretényezőket állapítottak meg arra az esetre, ha 1% SiO_2 -t valamely más oxiddal helyettesítettek. Eljárásuk azonban több hátrányos körülménnyel kapcsolatos. Egyike ezeknek az, hogy számításuk csak akkor lehetséges, ha egy ismert összetételű üveg viszkozitási és hőmérsékleti adatai rendelkezésünkre állnak. A számítás alapjául szolgáló csereállandók továbbá nem minden százalékos mennyiségre ismeretesek, ami különösen az alkáliákra vonatkozik. Az is hátrányos, hogy a számítás menete

aránylag bonyolult és kielégítő eredményt csak akkor szolgáltat, ha a kiindulási és a számítandó üveg összetétele között nincsen nagy eltérés.

Boow és Turner [21] szintén megadott tényezőket, amelyekkel adott összetételű és viszkozitású üveg birtokában ki lehet számítani más összetételű üveg viszkozitását, ha 1% SiO_2 -t más oxid 1%-ával helyettesítünk. E számítási eljárásnak is az a hátránya, hogy alkalmazása csak bizonyos határok között lehetséges.

Egy eljárást, amellyel szilikátüvegek viszkozitási értékeit és az azokhoz tartozó hőfokokat ki lehet számítani, OHOTIN [22] dolgozott ki. Eljárásánál kiindulási üveg adataira nincs szükség. Hátránya azonban az, hogy csak abban az esetben alkalmazható, ha a számítandó üveg Na_2O , CaO , MgO és Al_2O_3 százalékos mennyisége bizonyos megadott határok között van.

A szerző célul tűzte ki, hogy a szilikátüvegek összetétele és azok viszkozitása között olyan összefüggést találjon, amelynek segítségével az összetétel alapján a viszkozitás — hőfok teljes lefutása számítás útján megállapítható. Első ízben akkor kapott eredményt, amikor az üveg összetételét a legmagasabb szilikátok és az esetleg jelen levő szabad kovasav alapján fejezte ki [23]. A

$$t [C^\circ] = ax + by + cz + du + V \quad (13)$$

egyenlettel, amelyben a , b , c és d állandók, x , y , z és u a legmagasabb szilikátok százalékos mennyisége, V pedig a szabad szilíciumdioxid százalékos mennyisége, kiszámíthatók a $\log \eta = 2$ és $\log \eta = 12$ viszkozitási értékekhez tartozó hőfokok. Ha e két számított értéket a $\log \eta - 1/T^3$ diagramba helyezzük és a két ponton át egyenest húzunk, akkor bármely viszkozitási értékhez tartozó hőfokot, vagy bármely hőfokhoz tartozó viszkozitási értéket le tudunk olvasni. Ennek az eljárásnak azonban az a hátránya, hogy az állandókat (I. táblázat) csak a diszilikátokra lehetett megállapítani, mert a mono- és triszilikátokra érvényes állandók elegendő irodalmi mérési adat hiányában nem voltak számíthatók. A számítás menete is eléggé bonyolult, ami az eljárás általános alkalmazását gátolja.

I. táblázat

Alkotórész	Állandók	
	10^2	10^{12}
	poise értékre	
$\text{Na}_2\text{Si}_2\text{O}_5$	6,19	4,51
CaSi_2O_5	12,3	10,41
MgSi_2O_5	21,0	17,97
BaSi_2O_5	6,4	0,3
$\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5$	8,64	9,23
SiO_2	15,02	4,81

A kitűzött probléma megoldását tehát más úton kellett megkísérelni. Kiindulásként szerző a (12) egyenletet alkalmazta. Az irodalomból összegyűjtött adatok alapján a nátrionszilikátok A_{12} és B_{12} állandóit kiszámítva azt találta [24], hogy B_{12} a hőmérséklettel, A_{12} pedig a nátriumkoncentrációval függ össze. A kálium- és lítiumüvegekre vonatkozó számítások hasonló eredményre vezettek. E számítások alapján szerző a

$$\log \eta = A_{12} - A_{13}c + B_{12}/T^3 \quad (14)$$

egyenletet állította, fel, amelyben c az alkáliák mólban kifejezett százalékos mennyisége. Mészüvegeket vizsgálva az egyenletet még egy taggal kellett kiegészíteni, amikor is az egyenlet a következő:

$$\log \eta = A_{12} - A_{13}c_1 + A_{14}c_2 + B_{12}/T^3. \quad (15)$$

Itt c_1 a nátriumoxid és káliumoxid összegezett, c_2 a kalciumoxid mólkoncentrációja. Az állandók értékeit a II. táblázat foglalja össze. A mért és számított értékek között az eltérés logaritmikus kifejezése nátronszilikát üvegeknél 80%-ban $-0,1$ és $+0,3$ a káliszilikátoknál 95%-ban $-0,2$ és $+0,2$; lítiumszilikátoknál 90%-ban $-0,2$ és $+0,1$ és nátronszilikátoknál 94%-ban $-0,4$ és $+0,4$ között van.

II. táblázat

Mol [%]	A_{12}	A_{13}	A_{14}	B_{12}
Na ₂ O	2,3	0,057	—	5,06
K ₂ O	2,1	0,048	—	6,32
Li ₂ O	2,1	0,061	—	5,29
CaO	2,3	0,057	0,075	5,84

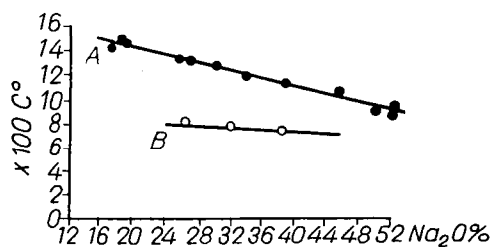
Habár a (14) és (15) egyenlet alkalmazása elfogadható eredményeket szolgáltatott, a biner és terner üvegek viszkozitás—hőfok kiszámítására még egyszerűbb egyenlet felállítása látszott célszerűnek [25]. Kiindulásként a következő gondolatmenet szolgált: általánosan elfogadott az az elmélet, hogy a kizárólag SiO₄ tetraédes elemekből álló üvegbe bevitt Na₂O Na⁺-ionjai a hálózat üregeibe kerülnek, az O²⁻-ion pedig egy —Si—O—Si— kötést megbont és nemhídkötésű. Minél több Na⁺-ion kerül a kizárólag SiO₄ tetraéder elemekből álló kvarcüvegbe, annál több a nemhídkötő oxigénionok száma és annál lazább a szerkezet. Adott viszkozitási értéknek megfelelő hőmérséklet és a nátrium-, illetve alkálitartalom között e szerint lineáris összefüggésnek kell fennállnia. Hogy ezt az összefüggést meg lehessen találni, azokat a hőfokadatokat, amelyek a biner és terner nátronüvegeknél $\log \eta = 2$ és $\log \eta = 5$ viszkozitásoknak felelnek meg, össze kellett gyűjteni (III. táblázat)

III. táblázat

Na ₂ O%	t ₁ log η = 2			t ₂ log η = 5		
	mért	számított	különbség [%]	mért	számított	különbség [%]
15,6	1450	1484	+2,3	—	—	—
19,6	1500	1467	-2,2	—	—	—
20,1	1500	1458	-3,0	—	—	—
26,4	1360	1349	-1,0	830	835	+0,5
29,9	1305	1292	-1,0	—	—	—
34,0	1250	1222	+1,8	—	—	—
34,0	1300	1222	-6,3	780	762	-2,3
34,0	1190	1222	+2,6	760	762	0
34,0	1310	1222	-6,5	750	762	+0,5
39,3	1160	1159	0	—	—	—
39,3	1180	1159	-2,8	750	752	0
39,4	1170	1157	-1,4	740	751	+1,5
46,5	1060	1009	-5,0	—	—	—
49,5	940	958	+1,8	—	—	—
50,5	945	941	-0,4	—	—	—
52,1	900	915	+1,6	—	—	—
52,1	940	915	-2,6	—	—	—

és be kellett helyezni egy Na₂O — t₂ és Na₂O — t₅ diagramba (5. ábra). Mindkét esetben a mérési pontok egy egyenes mentén fekszenek. Ugyanezt a műveletet elvégezve kálszilikát üvegekre (6. ábra) az adódott ki, hogy a hőmérséklet a

$$t = A_{15} + B_{13} x \quad (16)$$



5. ábra. A log η = 2 (A) és log η = 5 (B) értékeknek megfelelő hőfokok a Na₂O% függvényében

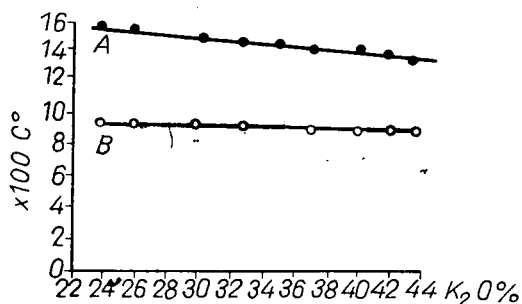
egyenlettel fejezhető ki, ahol x az Na₂O% és t jelentése t₂ vagy t₅.

Ha a biner üvegekbe egy harmadik bivalens vagy trivalens oxidot olvasztunk be, akkor a hőmérsékletet a

$$t = A_{15} B_{13} (x + y) + C \quad (17)$$

egyenlettel sikerült kifejezni, ahol y a CaO , MgO , BaO_3 vagy Al_2O_3 százalékos mennyisége Az állandókat a IV. táblázat foglalja össze.

Miután a (16), illetve (17) egyenlettel a megadott állandók segítségével a t_2 és t_5 hőfokok értékei kiszámíthatók, a teljes viszkozitás—hőfok össze-



6. ábra. A $\log \eta = 2$ (A) és $\log \eta = 5$ (B) értékeknek megfelelő hőfokok a $\text{K}_2\text{O}\%$ függvényében

függést ki lehet fejezni a (12) egyenlettel. Ugyanez a cél elérhető a (11) egyenlettel is, akkor azonban három t értékre kell az állandókat megállapítani, ami az eljárást bonyolultabbá és hosszadalmasabbá teszi.

IV. táblázat

Oxid	t_2 hőfoknál			t_5 hőfoknál		
	A_{15}	B_{15}	C	A_{15}	B_{15}	C
Na_2O	1800	-17	—	1000	-7	—
K_2O	1800	-17	—	1000	-3,4	—
CaO	1650	-17	24	950	-7	14,5
MgO	1750	-17	13	1000	-7	11
B_2O_3	1640	-17	5	980	-7	5
Al_2O_3	1700	-17	9	980	-7	12

Kvaterner üvegek t_2 és t_5 értékeit jelenleg nem lehet kiszámítani, mert erre a célra elegendő mérési adattal nem rendelkezünk.

IRODALOM

1. KNAPP, O.: *MTA VI. Oszt. Közl.* 21 (1957), 51.
2. LE CHATELIER, H.: *J. Soc. Glass Techn.* 9 (1925), 12.
3. MOREY, G. W.: *The Properties of Glass*, 1938.
4. PRESTON, E.: *J. Soc. Glass Techn.* 13 (1929), 19.
5. POOL, P.: *Glass Industry* 40 (1949), 19.
6. LILLIE, H. R.: *Proc. Intern. Congr. on Glass* (1955), 11.
7. DE GUZMAN, J.: *J. Anal. Soc. Esp. Fis. Quim.* (1913), 353.
8. FRENKEL, J.: *Kinetic Theory of Liquids*, 1946.
9. EYRING, H.: *The Theory of Rate Process*, 1941.

10. DOUGLAS, R. W.: *J. Soc. Glass Techn.* **33** (1949), 6.
11. КИТАЙГОРОДСКИЙ, И. И.: *Üvegtechnológia*, 1954.
12. ОХОТИН, М. В.: *Стекло и Керамик* (1950), 6.
13. WADLEIGH, W. H.: *Bur. of Stand.* **7** (1933), 65.
14. FULCHER, S. S.: *J. Amer. Ceram. Soc.* **8** (1925), 339.
15. KNAPP, O.: *Építőanyag* **6** (1954), 198.
16. KNAPP, O.: *Glastechn. Ber.* **31** (1958), 94.
17. Még nem közölt adatok.
18. EIPELHAUER, E.—JUNGG, G.: *Kolloid Zeitschr.* (1955), 81.
19. KNAPP, O.: *Építőanyag* **9** (1957), 310.
20. GEHLHOFF, G.—THOMAS, M.: *Zeitschr. f. techn. Physik* (1926), 105.
21. BOOW, J.—TURNER, W. E. S.: *J. Soc. Glass Techn.* (1942), 215.
22. ОЛХОТУН, М. В.: *Стекло и Керамик* (1954), 7.
23. KNAPP, O.: *MTA VI. Oszt. Közl.* **15** (1955), 457.
24. KNAPP, O.: *Glastechn. Ber.* **33** (1960), 338.
25. KNAPP, O.: *Glas-Email-Keramo-Techn.* **18** (1967), 52.

EVOLVENSFOGAZAT TROCHOISOKKAL HATÁROLT FOGTÓVASTAGSÁGA

HORVÁTH FERENC

ELEKTRONIKAI ÉS FINOMMECHANIKAI KUTATÓ INTÉZET

[Beérkezett 1967. június 30-án]

A dolgozat tárgya a lekerekített és sarkos lécpofilú szerszámmal, lefejtő eljárással készült fogazat trochoisokkal határolt fogtövastagságának számítása. A trochois-geometriával meghatározható fogtőkeresztmetszet számítása során a tanulmány a vizsgálatokat általánosítja. Megadja azokat a feltételeket, amelyek teljesülése esetén a kritikus fogtőkeresztmetszet csak trochois-geometriával határozható meg. A sarkos lécpofilú szerszámmal generált fogazatot a lekerekített lécpofil által generált fogazat különleges esetének tekinti és a trochoisokkal határolt fogtőkeresztmetszetet tetszőleges helyen határozza meg. A trochoisokkal határolt fogtövastagság valamely tetszőleges helyen a modul, a fogszám és a profileltolástényező ismeretében kiszámítható. (A szerszámfejhézagtényező, a generáló szerszám alapprofilszöge és a lekerekítés sugara adott esetben gyártástechnológiai állandó.) Sarkos generáló szerszám esetén a végeredmény könnyen számítható explicit alakban állítható elő. A szerző végül példákat közöl a trochoisokkal határolt fogtövastagság számítására.

Jelölések

m	a modul;
x	a profileltolástényező;
z	a fogszám;
r_a	az alapkör sugara;
r_0	$= m z/2$ az osztókör sugara;
c_0	$= m c'_0$, ahol c'_0 a szerszámfejhézagtényező (értéke példánkban $c'_0 = 0,25$);
α_0	a generáló szerszám vágóélének hajlásszöge — az alapprofilszög — (példánkban $\alpha_0 = 20^\circ$);
r_s	$= m(1 + c'_0 - x)$ a generáló szerszám fejevonalának az osztóvonalától számított távolsága;
r_l	$= r_0 - f_s$ a lábkör sugara;
s_t	a legnagyobb fogtőfeszültség helyéhez tartozó sugár;
f_t	az r_t sugáron a fogtőgörbékkel határolt ív hossza;
r_H	a határkör sugara, az evolvens fogprofil és a trochois fogtőgörbe metszéspontjának távolsága a kerékközponttól;
ρ	a lécpofilú generáló szerszám lekerekítésének sugara.

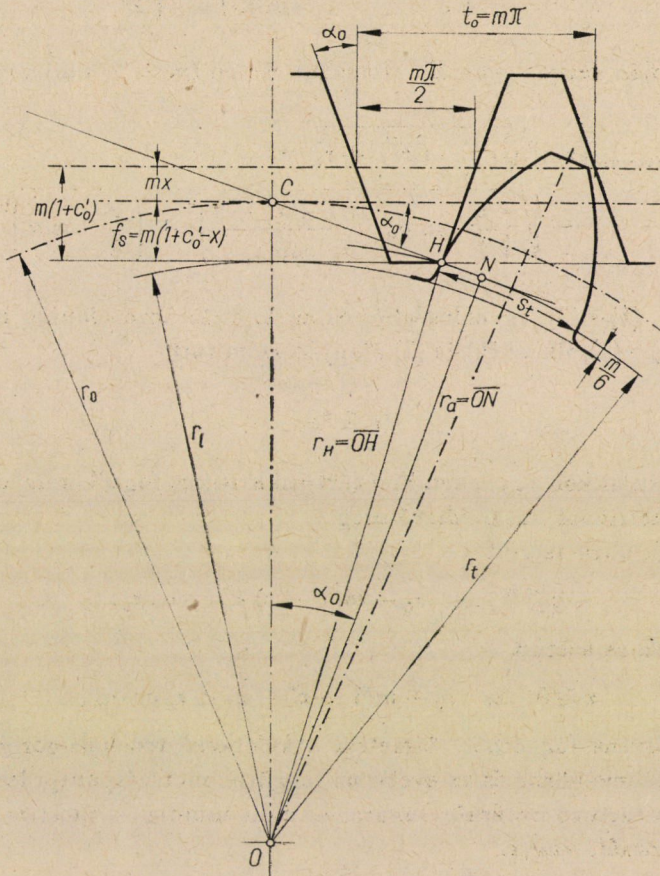
I. Bevezetés

A lécpofilú szerszámmal generált fogprofil vizsgálva azt tapasztaljuk, hogy azt két különböző görbe alkotja: a hajtás átvitelét végző evolvens-görbe és a fogtőben keletkező trochois-görbe.

Abban az esetben, ha az evolvens-görbékkel határolt fogvastagságot kívánjuk meghatározni, ismert egyszerű számítási eljárást alkalmazhatunk. Ez esetben azt mondjuk, hogy a feladat evolvens-geometriával megoldható.

tok alapján kimutatta, hogy a legnagyobb fogtőfeszítés a lábkör sugaránál egyhatod modullal nagyobb sugarú körön levő fogtőgörbe-pontban lép fel [1].

Tekintsük az 1. és 2. ábrát. Az 1. ábra a lekerekített, a 2. ábra a sarkos lécpofilú szerszámmal generált pozitív profiletolású evolvensfogazatot ábrázolja.



2. ábra. Sarkos lécpofilú szerszámmal generált pozitív profiletolású evolvensfogazat ($z = 17$; $m = 10$ mm; $x = 0,4716$; $\alpha = 20^\circ$; $c'_0 = 0,25$)

JACOBSON vizsgálatai szerint a legnagyobb fogtőfeszítés

$$r_t = r_l + \frac{1}{6} m$$

sugarú körön levő fogtőgörbe-pontban lép fel. Az 1. és 2. ábra alapján $m = 1$ mm esetére felírható, hogy

$$r_t = r_l + \frac{1}{6} = r_0 - f_s + \frac{1}{6} = \frac{z}{2} - (1 + c'_0 - x) + \frac{1}{6} \quad (1)$$

Az 1. ábra alapján lekerekített generáló szerszám esetén ($m = 1$ mm)

$$\begin{aligned} r_{H(\text{lekerekített})} &= \sqrt{(\overline{CN} - \overline{CH})^2 + r_a^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{z}{2} \sin \alpha_0 - \frac{1-x}{\sin \alpha_0}\right)^2 + \left(\frac{z}{2} \cos \alpha_0\right)^2}; \end{aligned} \quad (2)$$

a 2. ábra alapján sarkos generáló szerszám esetén ($m = 1$ mm)

$$\begin{aligned} r_{H(\text{sarkos})} &= \sqrt{(\overline{CN} - \overline{CH})^2 + r_a^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{z}{2} \sin \alpha_0 - \frac{1+c'_0-x}{\sin \alpha_0}\right)^2 + \left(\frac{z}{2} \cos \alpha_0\right)^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

A felírt (1)–(3) egyenlőségből és az 1. és 2. ábra alapján nyilvánvaló, hogy ha az (1)–(2), ill. az (1) és (3) alapján számított

$$r_t < r_H \quad (4)$$

feltétel teljesül, akkor az r_t sugárhoz tartozó kritikus fogtőkeresztmetszet *csak* trochois-geometriával határozható meg.

Ha az 1. ábra szerint

$$x \leq 0 \quad \text{és} \quad r_0 - m(1-x) < r_a \cos \alpha_0, \quad (5)$$

illetőleg a 2. ábra szerint

$$x \leq 0 \quad \text{és} \quad r_0 - m(1+c'_0-x) < r_a \cos \alpha_0, \quad (6)$$

akkor az evolvens foggörbét alámetszi a keletkező trochois-görbe. Ekkor az alámetsző trochois-görbe és az evolvens foggörbe metszéspontja lesz a H pont. A H ponthoz tartozó határkör sugara — mint mindig — most is nagyobb az alapkör sugaránál, vagyis

$$r_H > r_a, \quad (7)$$

viszont (5), ill. (6) figyelembevételével igaz az, hogy

$$r_t < r_a \cos \alpha_0. \quad (8)$$

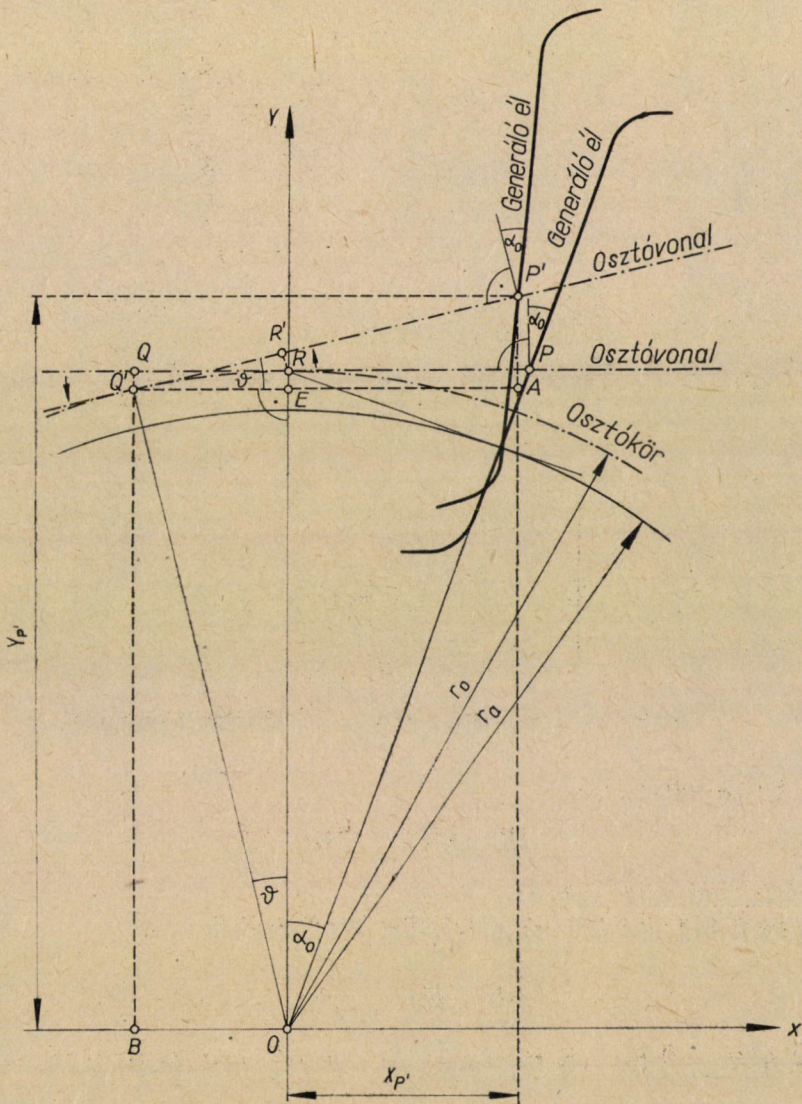
A (7)–(8) alapján és az (1) figyelembevételével bizonyítható, hogy a (4) szerinti

$$r_t < r_H$$

egyenlőtlenség az (5), ill. a (6) teljesülése esetén is fennáll. Ekkor azonban az r_H az említett módon (2), illetőleg (3) alapján nem számítható. A kritikus fogtőkeresztmetszet tehát ebben az esetben is *csak* trochois-geometriával határozható meg.

II. A trochois-görbe keletkezése generálás közben

A 3. és 4. ábrán láthatóan a fogaskerék megmunkálása közben a léoprofilú generáló szerszám osztóvonalán levő QR szakasz úgy gördül le az r_0 sugarú osztókörön (az ábrán pozitív forgásirányban), hogy az osztóvonal R érintési pontja az R' -be, a Q pontja pedig a Q' érintési pontba kerül. Az osztóvonal és az α_0 hajlásszögű generáló egyenes P metszéspontja a P' pontba jut. A mozgó P'



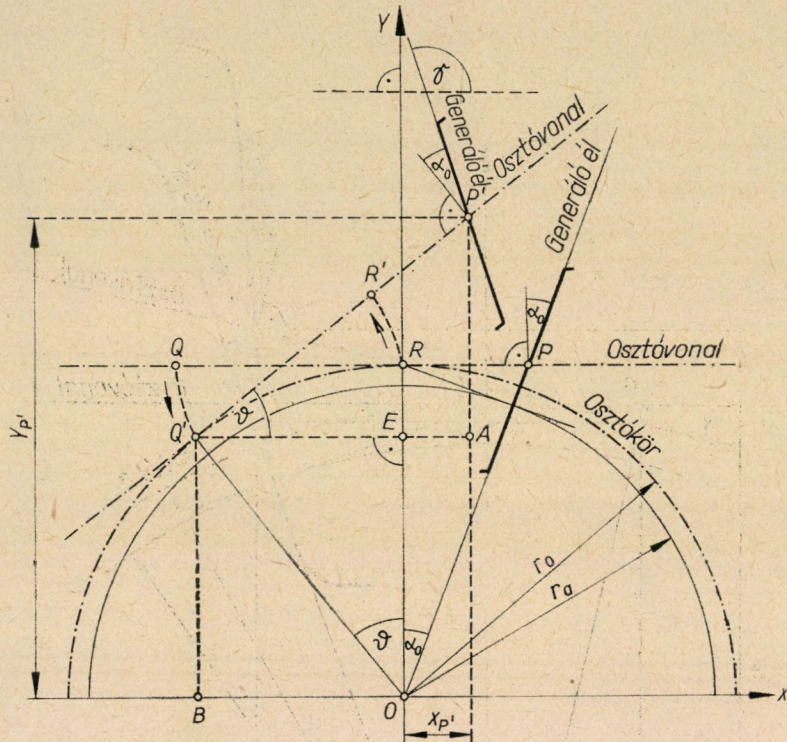
3. ábra. A lekerekített léoprofilú generáló szerszám legördülése

pont $(X_{P'}; Y_{P'})$ koordinátáját az ábra alapján felírható

$$X_{P'} = \overline{Q'A} - \overline{OB}, \quad (9)$$

$$Y_{P'} = \overline{BQ'} + \overline{AP'} \quad (10)$$

geometriai összefüggésből számíthatjuk ki.



4. ábra. A sarkos lécpofilú generáló szerszám legördülése

A legördülés miatt

$$\overline{QR} = \overline{Q'R'} = \overline{Q'R} = r_0 \vartheta, \quad (11)$$

ahol ϑ az elfordulás szöge.

Az \overline{RP} távolság az alaphelyzetből leolvashatóan

$$\overline{RP} = \overline{R'P'} = r_0 \tan \alpha_0. \quad (12)$$

Mivel $\overline{Q'P'} = \overline{Q'R'} + \overline{R'P'}$, ezért (11) és (12) helyettesítésével

$$\overline{Q'P'} = r_0 (\tan \alpha_0 + \vartheta). \quad (13)$$

A (13) figyelembevételével a P' pont (9) és (10) koordinátáiból

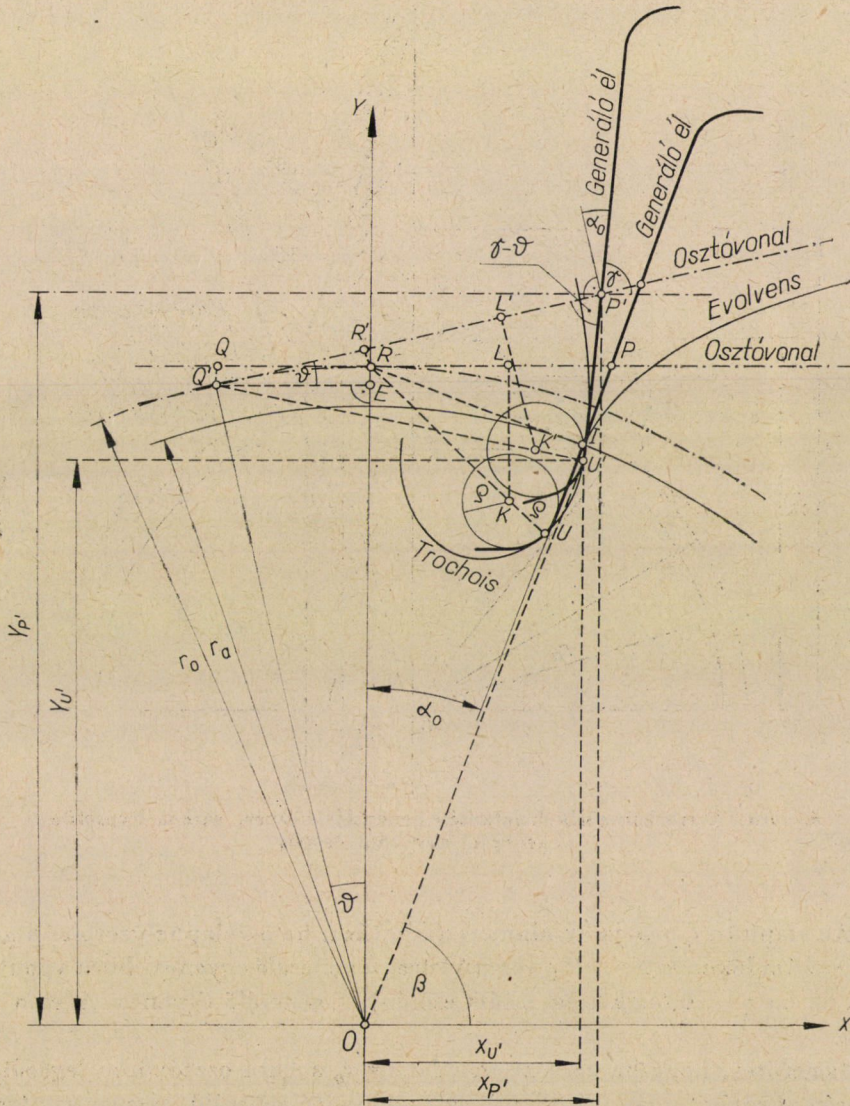
$$\overline{Q'A} = \overline{Q'P'} \cos \vartheta = r_0 (\tan \alpha_0 + \vartheta) \cos \vartheta ;$$

továbbá

$$\overline{OB} = r_0 \sin \vartheta ,$$

$$\overline{BQ'} = r_0 \cos \vartheta ,$$

$$\overline{AP'} = \overline{Q'P'} \sin \vartheta = r_0 (\tan \alpha_0 + \vartheta) \sin \vartheta ,$$



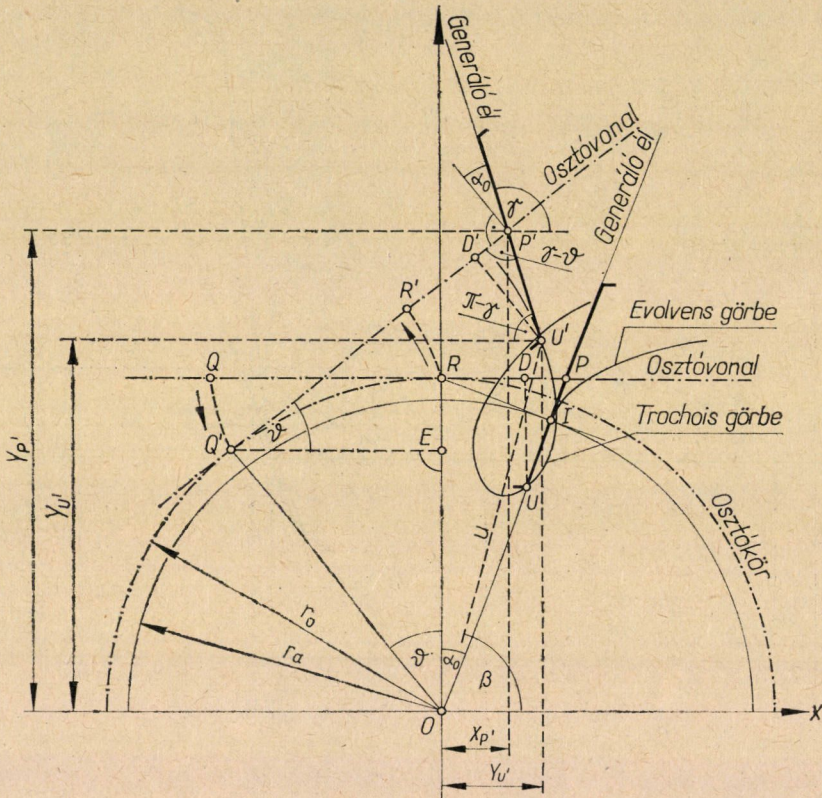
5. ábra. A trochois-görbe keletkezése generálás közben, lekerekített lécpofilú generáló szerszám esetén

amelyeket (9)- és (10)-be helyettesítve azt kapjuk, hogy

$$X_{P'} = r_0 [(\tan \alpha_0 + \vartheta) \cos \vartheta - \sin \vartheta], \quad (14)$$

$$Y_{P'} = r_0 [(\tan \alpha_0 + \vartheta) \sin \vartheta + \cos \vartheta]. \quad (15)$$

Tekintsük az 5. és 6. ábrát. Az I pont az R pontból az α_0 hajlású \overline{OP} egyenesre bocsátott merőleges talppontja, és $\overline{OI} = r_a$.



6. ábra. A trochois-görbe keletkezése generálás közben, sarkos lécpofilú generáló szerszám esetén

Az alapkör I pontja az alámetszés határa, ha az alaphelyzetben a generáló szerszám lekerekítésének ρ sugarú körét a generáló egyenes ebben a pontban érinti, ill. ha $\rho = 0$ (sarkos szerszám esetén), a generáló egyenesnek ez a végpontja.

Ismeretes, hogy ha az osztóvonalat az r_0 sugarú osztóköron legördítjük (az ábrán negatív forgási irányban), az I végpontú generáló egyenes az alapkör I pontjától lefejtett evolvens-görbét burkol (*Disteli tétele*) [4].

Ha a generáló élen, ill. a ϱ sugarú köríven levő generáló U pont (a konstrukcióból folyólag az R, K, U , ill. Q', K', U' pontok mindig kollineárisak [5]) mozgását tekintjük, amelyre az

$$\overline{OU} < \overline{OI} = r_a \tag{16}$$

fennáll, akkor az U pont a generáló evolvens foggörbe alatti, ill. az \overline{OI} egyenes alatti síkrészben alátmetsző görbét ír le.

Ha van olyan generáló U pont, amelyre

$$\overline{OU} = \overline{OI} = r_a \tag{17}$$

fennáll, akkor ez egyben az alátmetszés határa.

Könnyen belátható, hogy a mozgó I pont ugyanolyan jellegű görbét ír le, mint a (16) feltétel szerinti U pont, csak — mint említettük — nem keletkezik alátmetsző görbe.

A (16), ill. (17) feltételek szerint a mozgó pont az ún. trochois-görbét írja le.

Az előzőek alapján világos, hogy alátmetsző trochois-görbéről csak akkor beszélhetünk, ha a keletkező görbének valamely U' pontjára az

$$\frac{Y_{U'}}{X_{U'}} < \cot \alpha_0 \tag{18}$$

egyenlőtlenséget felírhatjuk.

Vizsgáljuk tovább az 5. és 6. ábrán látható trochois-görbét.

Az 5. ábrán láthatóan a ϱ sugarú kört mozgás közben a K' középpontja körül a trochois-görbén gördülő körnek is tekinthetjük, melynek érintési pontja az U' pont.

A ϱ sugar meghatározásához emeljük ki az 5. ábra egy részét (7. ábra). A c_0 szerszámfejhézag ismeretében felírhatjuk, hogy

$$\varrho = c_0 + \varrho \sin \alpha_0,$$

amelyből

$$\varrho = \frac{c_0}{1 - \sin \alpha_0} = \frac{mc'_0}{1 - \sin \alpha_0} \tag{19}$$

Ha a ϱ -t egységnyi osztókörsugárra vonatkoztatjuk [$r_{0(1)} = 1$], akkor (19) figyelembevételével

$$\varrho_{(1)} = \frac{\varrho}{r_0} = \frac{2c'_0}{z(1 - \sin \alpha_0)} \tag{20}$$

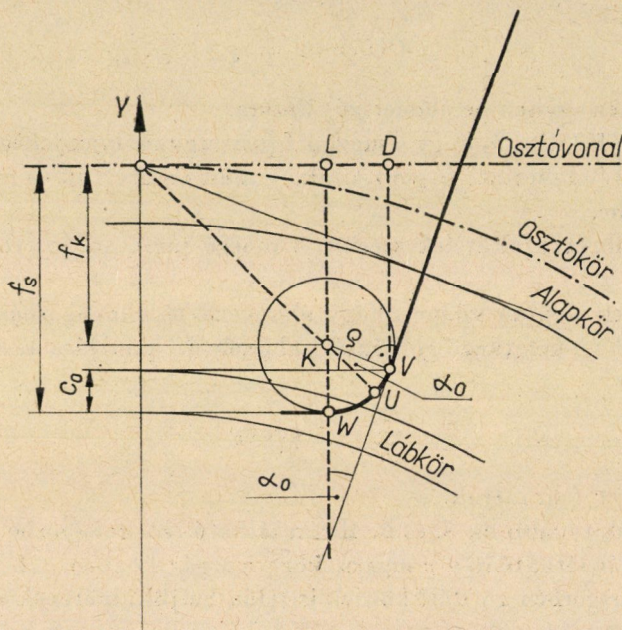
Általános esetben az $f_s = \overline{WL}$ (sarkos szerszám esetén az $f_s = \overline{UD}$, lásd a 6. ábrát) szerszámfejmagasság meghatározásához figyelembe kell venni a

profileltolástényezőt is. Zérus profileltolás esetén

$$f_s = m + c_0 = m + mc'_0 = m(1 + c'_0); \quad (21)$$

$x < 0$ esetben a szerszámfejmagasság mx profileltolással nagyobb, mint előbb; $x > 0$ profileltolástényező esetén pedig ugyanennyivel kisebb, azaz

$$f_s = m(1 + c'_0 - x). \quad (22)$$



7. ábra. Az 5. ábra egy részlete a lekerekítés sugarának meghatározásához

Egységnyi osztókórsugárra vonatkoztatva

$$f_{s(1)} = \frac{f_s}{r_0} = \frac{2}{z} (1 + c'_0 - x). \quad (23)$$

A 7. ábra alapján a ρ sugarú kör K középpontjának távolsága a generáló szerszám osztóvonalától

$$f_k = \overline{KL} = f_s - \rho, \quad (24)$$

ill. egységnyi osztókórsugárra vonatkoztatva

$$f_{k(1)} = \frac{f_k}{r_0} = f_{s(1)} - \rho_{(1)}. \quad (25)$$

(24), ill. (25) alapján nyilvánvaló, hogy ha $\varrho = 0$, a sarkos lécpofilú generáló szerszám esetén, akkor

$$f_{k(\varrho=0)} = f_s. \quad (26)$$

A trochois-görbe pontjainak koordinátáit legegyszerűbben polár-koordinátában írhatjuk fel oly módon, hogy az adott $u = \overline{OU'}$ sugárhoz meghatározzuk az általa bezárt β szöget [a β szög kiszámítását lásd később, (41) alatt].

A trochois-görbét generáló U' pont koordinátái a ϑ elfordulási szög függvényében *lekerekített* lécpofilú generáló szerszám esetén egyszerű alakban nem fejezhetők ki. Ezt könnyen beláthatjuk, ha figyelembe vesszük a *sarkos* lécpofilú generáló szerszámmal generált trochois ϑ szerinti koordinátájának egyszerű számítását. A 6. ábra alapján ugyanis

$$X_{U'} = X_{P'} + \overline{U'P'} \cos(\pi - \gamma); \quad (27)$$

$$Y_{U'} = Y_{P'} + \overline{U'P'} \sin(\pi - \gamma), \quad (28)$$

ahol γ az elforgatott generáló egyenesnek a vízszintessel bezárt szöge, azaz

$$\gamma = \frac{\pi}{2} + \vartheta - \alpha_0. \quad (29)$$

A (27) és (28) egyenlőségekben

$$\overline{U'P'} = \overline{UP} = \frac{\overline{UD}}{\cos \alpha_0} = \frac{f_s}{\cos \alpha_0}, \quad (30)$$

amelybe (22) szerint helyettesítve

$$\overline{U'P'} = \frac{m(1 + c'_0 - x)}{\cos \alpha_0}. \quad (31)$$

Ezek után a (27) és (28) egyenlőségekbe a megfelelő (14), (15), (29) és (31) kifejezéseket helyettesítve, a trochois-görbe egy pontjának koordinátáját kapjuk:

$$\begin{aligned} X_{U'} &= r_0 [(\tan \alpha_0 + \vartheta) \cos \vartheta - \sin \vartheta] + \frac{m(1 + c'_0 - x)}{\cos \alpha_0} \sin(\vartheta - \alpha_0), \\ Y_{U'} &= r_0 [(\tan \alpha_0 + \vartheta) \sin \vartheta + \cos \vartheta] - \frac{m(1 + c'_0 - x)}{\cos \alpha_0} \cos(\vartheta - \alpha_0). \end{aligned} \quad (32)$$

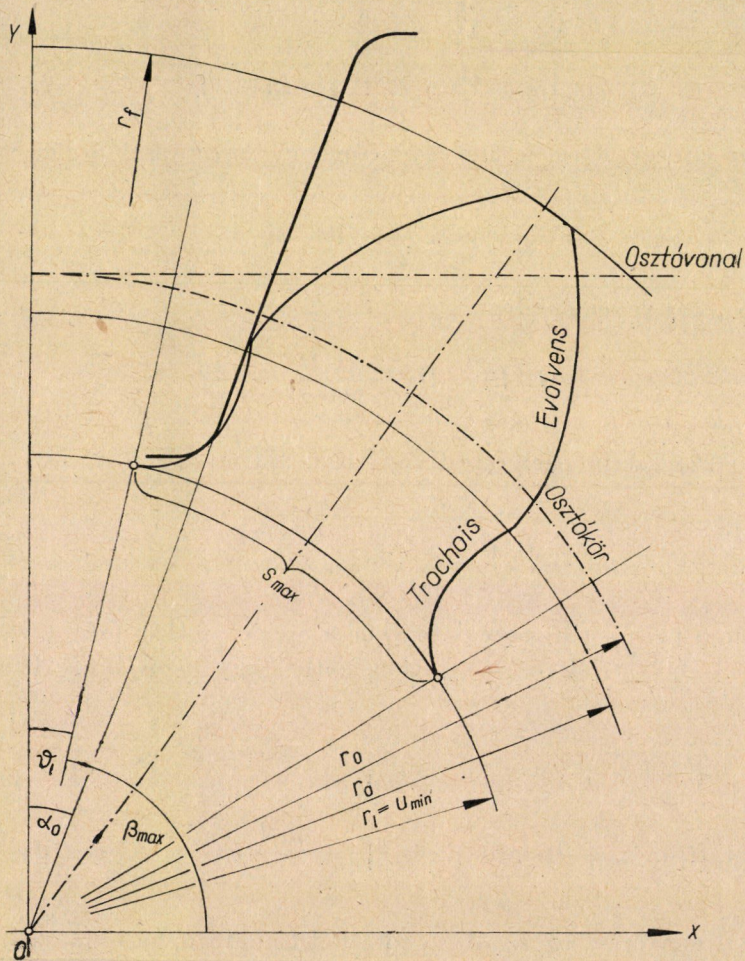
Az ismertett egyszerű számításból láthatóan hasonló módszert nem alkalmazhatunk a *lekerekített* lécpofilú szerszám esetére, mivel a trochoist

generáló pont nem a generáló egyenesen van, hanem a lekerekítés ρ sugarú ívén mozog. Ezért ez esetben csak az említett egyszerű polár-koordinátás alakot használjuk.

III. A fogtővastagság számítása

Feladatunkat megoldottnak tekinthetjük, ha ismerjük az adott u sugarú körön a trochoisokkal határolt s ívet, amelyből a húrméret, ill. a fogtővastagság egyszerűen kiszámítható.

Tekintsük a 8. és 9. ábrát. Láthatjuk, hogy ha $u = r_l$, akkor a trochoisokkal határolt s ív ezen a körön lesz maximális. A lábkör olyan $r_l = u_{\min}$ sugarú kör, amely a trochois-görbét érinti.



8. ábra. Lekerekített lécpofilú szerszámmal generált fogprofil: evolvens- és trochois-görbe

A 10. ábrán láthatóan a lécpofilú generáló szerszám lekerekítésének ρ sugarú ívén a trochoist kialakító pont radiálisan akkor kerül legtávolabb az osztókörtől, ha a legördüléssel a K körközeppontnak az osztóvonalon levő L képe egyben az osztóvonal és az osztókör L' érintési pontja lesz.

Számítsuk ki a lábkörön levő s_{max} -ot meghatározó legördülés ϑ_l szögét:

$$\overline{RL} = \overline{RP} - \overline{LP} = \overline{RL'} = r_0 \vartheta_l, \tag{33}$$

ahol

$$\overline{RP} = r_0 \tan \alpha_0;$$

$$\overline{LP} = \overline{LD} + \overline{DP};$$

$$\overline{LD} = \rho \cos \alpha_0;$$

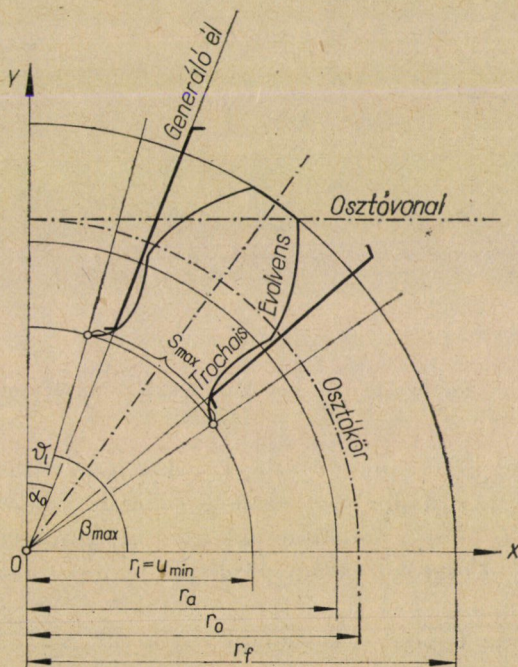
$$\overline{DP} = (f_s - c_0) \tan \alpha_0 = m(1-x) \tan \alpha_0.$$

Megfelelően helyettesítve (33)-ba, kapjuk

$$\overline{RL} = \overline{RL'} = r_0 \vartheta_l = r_0 \tan \alpha_0 - [\rho \cos \alpha_0 + m(1-x) \tan \alpha_0], \tag{34}$$

amelyből

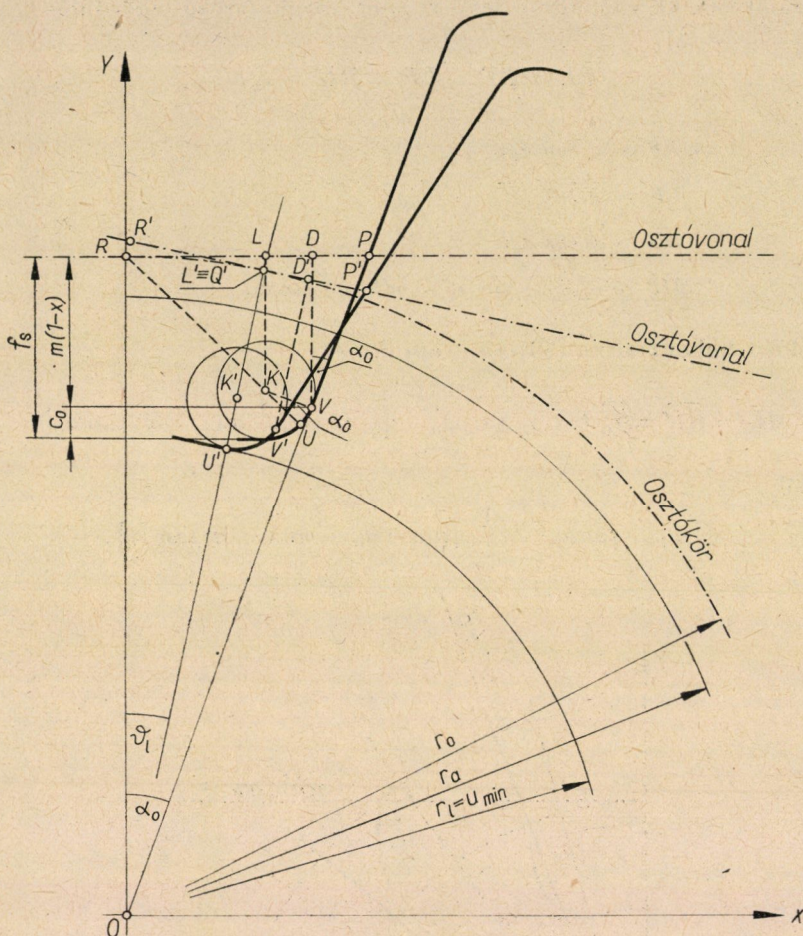
$$\vartheta_l = \tan \alpha_0 - \frac{1}{r_0} [\rho \cos \alpha_0 + m(1-x) \tan \alpha_0]. \tag{35}$$



9. ábra. Sarkos lécpofilú szerszámmal generált fogprofil: evolvens- és trochois-görbe

Egységnyi osztókörsugarra vonatkoztatva és (20) figyelembevételével

$$\vartheta_1 = \tan \alpha_0 - \frac{2}{z} \left[\frac{c'_0}{1 - \sin \alpha_0} \cos \alpha_0 + (1 - x) \tan \alpha_0 \right]. \quad (36)$$



10. ábra. A maximális fogtővastagság generálása lekerekített lécpofilú szerszám esetén

Hasonlóképpen számítjuk a ϑ_1 szöget sarkos lécpofilú generáló szerszám esetén is (11. ábra). Az alaphelyzetben levő generáló szerszám vágó élének a trochoist kialakító U pontja radiálisan akkor kerül legtávolabb az osztókörtől, ha az osztóvonalat az osztókörön úgy gördítjük le, hogy a szerszám fejmagasságának az osztóvonalon levő D pontja az osztókör és az osztóvonal D' érintési pontja legyen. Az U pont ekkor a lábkörre kerül. A 11. ábra alapján

$$\overline{RD} = \overline{RP} - \overline{DP} = \overline{RD'} = r_0 \vartheta_1, \quad (37)$$

ahol

$$\overline{RP} = r_0 \tan \alpha_0;$$

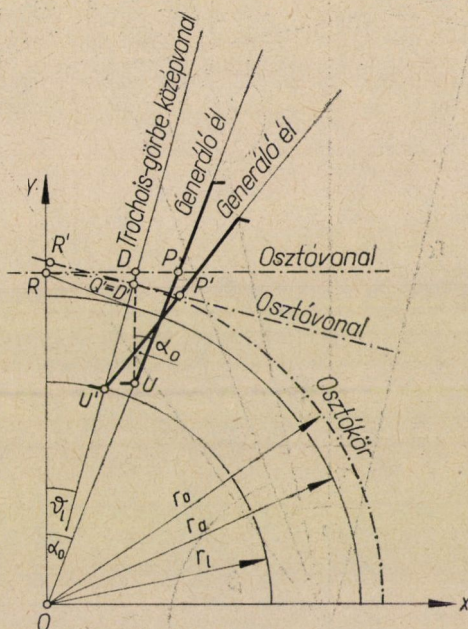
$$\overline{DP} = f_s \tan \alpha_0 = m(1 + c'_0 - x) \tan \alpha_0.$$

Megfelelően helyettesítve (37)-be

$$\overline{RD} = \overline{RD}' = r_0 \vartheta_l = r_0 \tan \alpha_0 - m(1 + c'_0 - x) \tan \alpha_0, \quad (38)$$

amelyből

$$\vartheta_l = \left[1 - \frac{m}{r_0} (1 + c'_0 - x) \right] \tan \alpha_0. \quad (39)$$



11. ábra. A maximális fogtövastagság generálása sarkos lécpofilú szerszám esetén

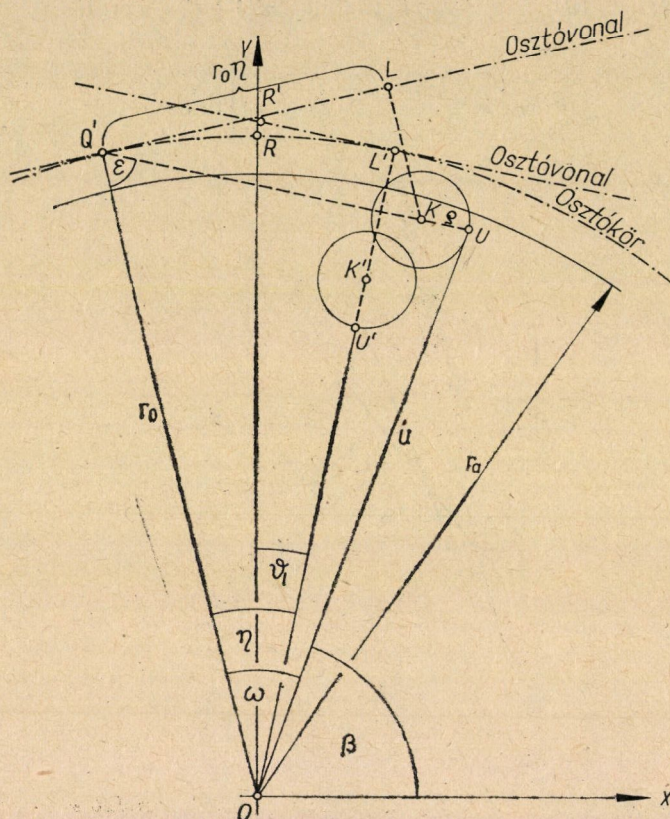
Egységnyi osztókör sugarra vonatkoztatva

$$\vartheta_l = [1 - f_{s(1)}] \tan \alpha_0 = \left[1 - \frac{2(1 + c'_0 - x)}{z} \right] \tan \alpha_0. \quad (40)$$

Egyszerű megfontolás és az eddigiek alapján belátható, hogy a lekerekített lécpofilú szerszámmal alakított trochois-görbére felírt összefüggésekből a sarkos lécpofilú szerszámmal generált trochois-görbe képletei úgy származtathatók, hogy a $\rho = 0$, $f_{k(\rho=0)} = f_s$ és $m(1-x)$ helyébe $m(1 + c'_0 - x)$ értékét helyettesítjük [lásd pl. a (35) és (39) kifejezések egybevetését].

A 12. és 13. ábra alapján tekintsük most a trochois-görbének az u sugarú körön levő U pontját, és határozzuk meg az \overline{OU} egyenesnek az abszcisszával bezárt β szögét. Az ábrából közvetlenül láthatóan

$$\beta + \omega = \frac{\pi}{2} + (\eta - \vartheta_1),$$



12. ábra. Vázlat a lekerekített léceprofilú szerszámmal generált fogtővastagság számításához

amelyből

$$\beta = \frac{\pi}{2} - (\omega - \eta + \vartheta_1), \quad (41)$$

ahol

ω az $u = \overline{OU}$ és $r_0 = \overline{OQ'}$ egyenesek közötti szög;

η az $\widehat{L'Q'}$, illetve a $\widehat{D'Q'}$ ívhez tartozó legördülési szög;

ϑ_1 pedig a már ismert (35) — (36), illetve a (39)—(40) szög.

Ha (49) mindkét oldalát $\cos^2 \varepsilon$ -nal beszorozzuk, majd $\sin^2 \varepsilon$ helyébe $1 - \cos^2 \varepsilon$ függvényt helyettesítünk, zérusra redukálás és $\cos \varepsilon$ hatványai szerinti rendezés után kapjuk:

$$2 \varrho_{(1)} \cos^3 \varepsilon + [u_{(1)}^2 + 2f_{k(1)} - \varrho_{(1)}^2 - 1] \cos^2 \varepsilon - 2f_{k(1)} \varrho_{(1)} \cos \varepsilon - f_{k(1)}^2 = 0. \tag{50}$$

Az ε szöveget tehát a $\cos \varepsilon$ -ra kapott harmadfokú egyenlet gyökéből számíthatjuk ki.

Elosztva az (50) egyenletet $2\varrho_{(1)}$ -gyel és bevezetve a következő jelöléseket:

$$\begin{aligned} \cos \varepsilon &= \xi, \\ \frac{u_{(1)}^2 + 2f_{k(1)} - \varrho_{(1)}^2 - 1}{2 \varrho_{(1)}} &= a, \\ -f_{k(1)} &= b, \\ -\frac{f_{k(1)}^2}{2 \varrho_{(1)}} &= c, \end{aligned}$$

az (50) egyenlet a következő alakban írható fel:

$$\xi^3 + a \xi^2 + b \xi + c = 0. \tag{51}$$

Ismeretes, hogy ha ξ helyett a

$$\chi = \xi + \frac{a}{3}$$

helyettesítést alkalmazzuk, akkor az (51) egyenletből a

$$\chi^3 + p \chi + q = 0 \tag{52}$$

alakot kapjuk, ahol

$$\begin{aligned} p &= b - \frac{a^2}{3}, \\ q &= \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c. \end{aligned}$$

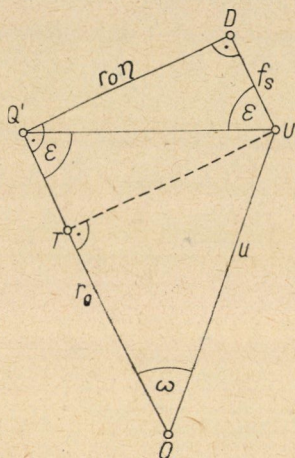
Az (52) egyenlet gyökeinek számítása ismert módon (pl. az ún. másodfokú rezolvens segítségével gyökképlettel vagy a Horner-féle elrendezéssel) elvégezhető. A gyökök viszonyait vizsgálva ismeretes, hogy

$$\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 \begin{cases} > 0 \text{ esetén egy valós és két konjugált komplex,} \\ = 0 \text{ esetén csupa valós és legalább két megegyező,} \\ < 0 \text{ esetén három különböző valós} \end{cases}$$

gyök van. Esetünkben a konstrukció olyan, hogy egy valós gyökkel számolhatunk.

Az ily módon kapott ε segítségével ezután meghatározhatjuk a (44) szerinti η és a (46) szerinti ω szöget; így a β szög (41) alapján már kiszámítható.

Sarkos lécpofilú generáló szerszám esetén az ω és η szög kiszámításához vizsgálhatjuk külön a 13. ábrából az O, U, D, Q' alakzatot (15. ábra). Ha figyelembe vesszük most azt — amit már említettünk — hogy az összefüggések a



15. ábra. A 13. ábra egy részlete

$\varrho = 0$ és $f_{k(\varrho=0)} = f_s$ helyettesítésével a lekerékített generáló szerszám esetén felírtakból származtathatók, úgy a (44)-ből

$$\eta = f_{s(1)} \tan \varepsilon, \quad (53)$$

a (46)-ből

$$\omega = \arcsin \frac{\eta}{u_{(1)}}, \quad (54)$$

a (48)-ből pedig

$$u_{(1)}^2 = \eta^2 + f_{s(1)}^2 - 2f_{s(1)} + 1 \quad (55)$$

összefüggéseket kapjuk, amelyek a 13. ábra alapján is felírhatók. (55)-ben az η helyébe (53) szerint helyettesítve kapjuk, hogy

$$u_{(1)}^2 = f_{s(1)}^2 (1 + \tan^2 \varepsilon) - 2f_{s(1)} + 1, \quad (56)$$

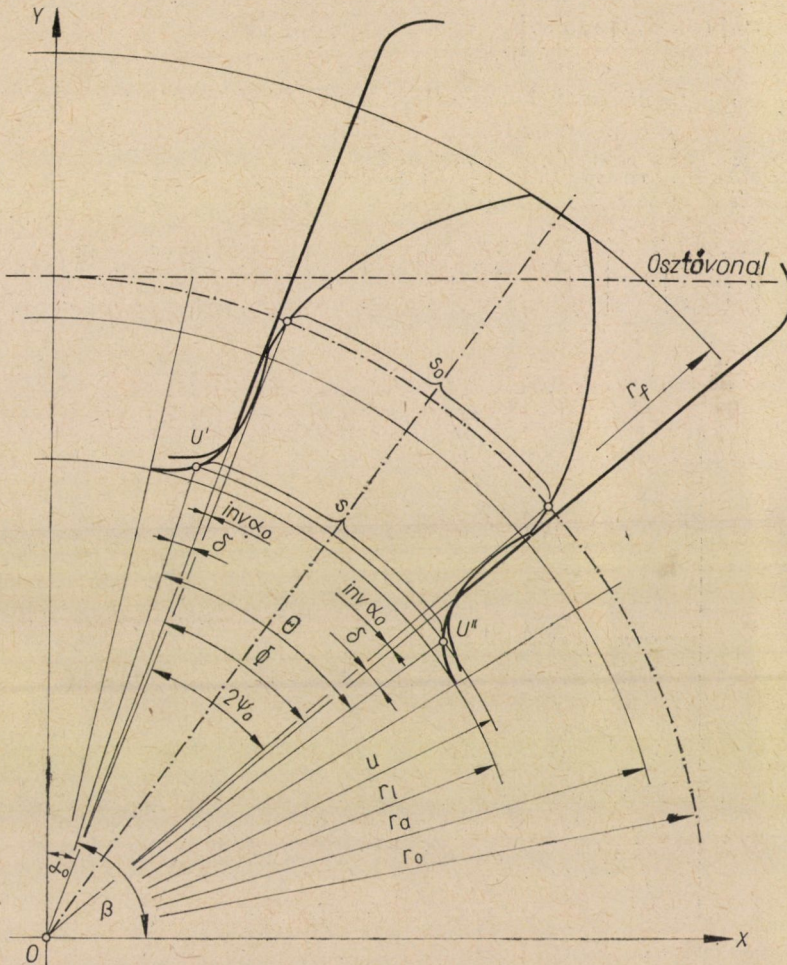
amelyet (49)-ből is megkapunk, az előzők szerinti helyettesítéssel.

Az (56)-ból

$$\tan \varepsilon = \frac{\sqrt{u_{(1)}^2 - f_{s(1)}^2 + 2f_{s(1)} - 1}}{f_{s(1)}} = \frac{\sqrt{u_{(1)}^2 - [f_{s(1)} - 1]^2}}{f_{s(1)}}. \quad (57)$$

A legördülés η szöge (53) alapján tehát

$$\eta = \sqrt{u_{(1)}^2 - [f_{s(1)} - 1]^2}, \quad (58)$$



16. ábra. A lekerekített lécpofilú szerszámmal generált trochoisokkal határolt, tetszőlegesen adott sugarú ív számításához

amelyet (54)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$\omega = \arcsin \frac{\sqrt{u_{(1)}^2 - [f_{s(1)} - 1]^2}}{u_{(1)}}. \quad (59)$$

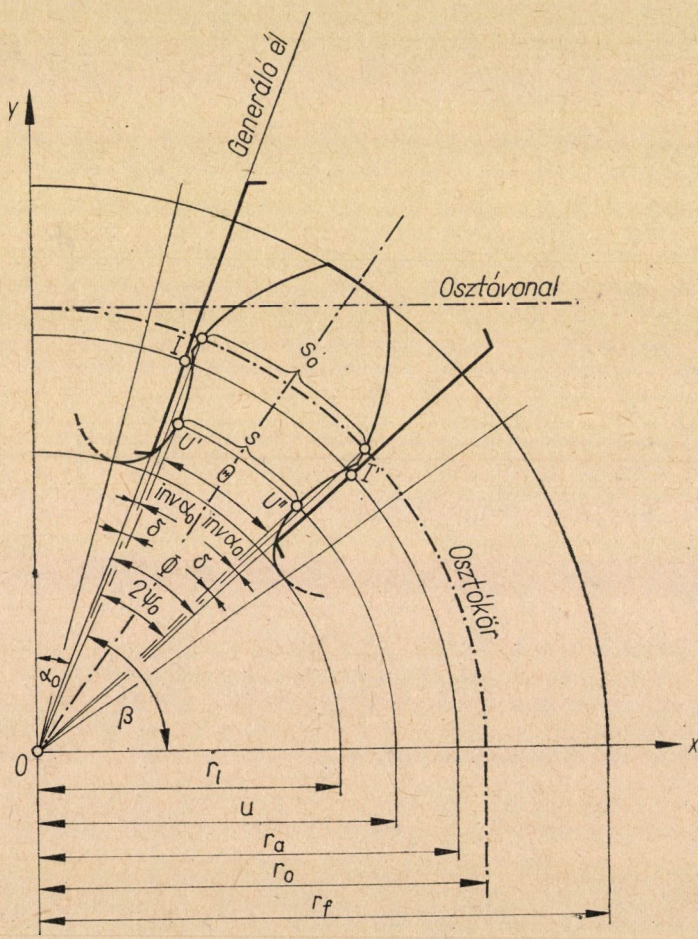
Így β értékét az adott fogaskerékbe jellemző ismert paraméterekkel kiszámíthatjuk, tehát (41)-be helyettesítve a (40), (58) és (59) képletet, ívmérték

ben kapjuk, hogy

$$\text{arc } \beta = \frac{\pi}{2} - \left\{ \text{arc sin } \frac{\sqrt{u_{(1)}^2 - [f_{s(1)} - 1]^2}}{u_{(1)}} - \sqrt{u_{(1)}^2 - [f_{s(1)} - 1]^2} + [1 - f_{s(1)}] \tan \alpha_0 \right\}, \quad (60)$$

illetőleg a megfelelő értékek helyettesítésével

$$\text{arc } \beta = \frac{\pi}{2} - \left\{ \text{arc sin } \sqrt{1 - \left(\frac{mz}{2u}\right)^2 \left[\frac{2(1+c'_0-x)}{z} - 1\right]^2} - \sqrt{\left(\frac{2u}{mz}\right)^2 - \left[\frac{2(1+c'_0-x)}{z} - 1\right]^2} + \left[1 - \frac{2(1+c'_0-x)}{z}\right] \tan \alpha_0 \right\}. \quad (61)$$



17. ábra. A sarkos lécpprofilú szerszámmal generált trochoisokkal határolt, tetszőlegesen adott sugarú ív számításához

Tekintsük ezek után a 16. és 17. ábrát. A következőkben kimutatjuk, hogy adott u sugarú körív mentén a trochoisokkal határolt s ívet (ill. ennek alapján a fogtövastagságot) a β ismeretében egyszerűen meghatározhatjuk.

Az osztókörön mért s_0 ív, mint ismeretes

$$s_0 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha_0 \right), \quad (62)$$

amelyhez tartozó szög

$$2 \operatorname{arc} \psi_0 = \frac{s_0}{r_0} = \frac{2 \left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha_0 \right)}{z}. \quad (63)$$

Az r_a alapkörrel lefejtett evolvens fogprofil kiindulási I pontjához tartozó \overline{OI} és a trochois U' pontjához tartozó \overline{OU}' egyenesek közötti δ szög az ábráról leolvashatóan

$$\operatorname{arc} \delta = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc} \alpha_0 - \operatorname{arc} \beta, \quad (64)$$

az r_a alapkörön mért $\widehat{I'I'}$ ívhez tartozó Φ szög pedig

$$\operatorname{arc} \Phi = 2 \operatorname{arc} \psi_0 + 2 \operatorname{inv} \alpha_0. \quad (65)$$

Az u sugarú körön a trochoisok U' és U'' pontjaihoz tartozó $s = \widehat{U'U''}$ ívnek megfelelő Θ szög ezek után

$$\operatorname{arc} \Theta = \operatorname{arc} \Phi - 2 \operatorname{arc} \delta, \quad (66)$$

az s ív tehát tetszőlegesen adott u sugarú körön

$$s = u \operatorname{arc} \Theta. \quad (67)$$

Megfelelően helyettesítve a (62)–(66) kifejezéseket (67)-be és figyelembe véve az

$$\operatorname{inv} \alpha_0 + \operatorname{arc} \alpha_0 = \tan \alpha_0$$

összefüggést, általánosságban kapjuk, hogy

$$s = 2u \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha_0}{z} + \tan \alpha_0 - \frac{\pi}{2} + \operatorname{arc} \beta \right). \quad (68)$$

Könnyen belátható, hogy adott esetben a lekerekített lécpofilú szerszámmal generált fogprofilnak a trochoisokkal határolt keresztmetszete valamely adott helyen nagyobb, mint sarkos szerszámmal generálva. A lekerekített szerszámmal generált fogazatot ezért szilárdságilag méretezhetjük jó közelítéssel a sarkos szerszám esetén egyszerűen számítható fogtőkeresztmetszettel is, hiszen ezzel csak a biztonságot növeljük. A lekerekített szerszámmal generált fogazatot számos esetben edzik és utána sarkos köszörűtárcsával köszörülük, ekkor nyilvánvalóan a sarkos szerszám trochois-geometriájával meghatározható fogtőkeresztmetszettel kell számolni.

A (68) szerinti általános esetből a sarkos lécpofilú szerszámmal alakított trochoisokkal határolt ív valamely adott u helyen az arc β (61) szerinti helyettesítésével

$$s = 2u \left\{ \frac{\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha_0}{z} - \arcsin \sqrt{1 - \left(\frac{mz}{2u}\right)^2 \left[\frac{2(1+c'_0-x)}{z} - 1\right]^2} + \sqrt{\left(\frac{2u}{mz}\right)^2 - \left[\frac{2(1+c'_0-x)}{z} - 1\right]^2} + \frac{2(1+c'_0-x)}{z} \tan \alpha_0 \right\}. \quad (69)$$

Adott fogazási rendszerben α_0 és c'_0 konstans, tehát a trochoisokkal határolt, tetszőleges u sugarú s ív a fogaskerékre jellemző paraméterek, a fogszám, a modul és a profileltolástényező ismeretében kiszámítható [2].

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy

a) a lekerekített lécpofilú szerszám esetén pontos számításokhoz először meghatározzuk (50)-ből a $\cos \varepsilon$ gyököt, majd ennek ismeretében kiszámítjuk η (44) és ω (46) értékeit, végül ϑ_l (36) értékével együtt helyettesítve β (41) képletébe, ezzel az s ív (68) szerint számítható;

b) sarkos lécpofilú szerszám esetén az s ív a (69) explicit képletből egyszerűen kiszámítható, e képlet használható a szilárdsági számításokhoz a lekerekített lécpofilú szerszámmal generált trochoisokkal határolt fogtővasagság közelítő számítására is.

IV. Példa

Egy fogaskerékpár kis kerekének méretezése során, ha $\alpha_0 = 20^\circ$ és $c'_0 = 0,25$, a következő adatokat kaptuk:

$$z = 17; \quad m = 10 \text{ mm}; \quad r_0 = mz/2 = 85 \text{ mm};$$

$$x = 0,4716 \text{ mm}; \quad f_s = m(1 + c'_0 - x) = 7,7838 \text{ mm};$$

$$r_l = r_0 - f_s = 77,2162 \text{ mm}.$$

Számítsuk ki a legnagyobb fogtőfeszültség helyéhez tartozó r_l sugarú körön a trochoisokkal határolt s_l ívet lekerekített lécpofilú szerszámmal generált fogprofilon, és sarkos lécpofilú szerszámmal generált fogprofilon.

Az $u = r_l$ sugár az előzők szerint

$$u = r_l = r_l + \frac{1}{6} m = 78,88286 \text{ mm,}$$

ill.

$$u_{(1)} = r_{l(1)} = \frac{r_l}{r_0} = 0,92803.$$

Az első esetben még további adatokra van szükség, ezek:

$$q = \frac{m c_0'}{1 - \sin \alpha_0} = 3,79951 \text{ mm,}$$

ill.

$$q_{(1)} = \frac{q}{r_0} = 0,04470;$$

és

$$f_k = f_s - q = 3,98429 \text{ mm,}$$

ill.

$$f_{k(1)} = \frac{f_k}{r_0} = 0,04687.$$

1. A számítás menete lekerekített lécpofilú generáló szerszám esetén

a) Először a

$$2q_{(1)} \cos^3 \varepsilon + [u_{(1)}^2 + 2f_{k(1)} - q_{(1)}^2 - 1] \cos^2 \varepsilon - 2f_{k(1)} q_{(1)} \cos \varepsilon - f_{k(1)}^2 = 0$$

(50) szerinti képletbe helyettesítve a megadott értékeket azt kapjuk, hogy

$$0,08940 \cos^3 \varepsilon - 0,04700 \cos^2 \varepsilon - 0,00419 \cos \varepsilon - 0,00220 = 0.$$

Ebből (pl. Horner-féle elrendezésben fokozatos közelítéssel) egy valós gyököt kapunk:

vagyis

$$\begin{aligned} \cos \varepsilon &= 0,6547, \\ \varepsilon &= 49^\circ 6' 10''. \end{aligned}$$

b) A (44) képlet szerint

$$\eta = f_{k(1)} \tan \varepsilon = 0,04687 \cdot 1,15455 = 0,05412.$$

c) A (46) képlet szerint

$$\omega = \arcsin \frac{\eta + q_{(1)} \sin \varepsilon}{u_{(1)}} = \arcsin \frac{0,05412 + 0,04470 \cdot 0,75589}{0,92803} = 0,09486.$$

d) A (36) szerint

$$\begin{aligned} \vartheta_l &= \tan \alpha_0 - \frac{2}{z} \left[\frac{c_0'}{1 - \sin \alpha_0} \cos \alpha_0 + (1-x) \tan \alpha_0 \right] = \\ &= 0,36397 - \frac{2}{17} \left[\frac{0,25}{1 - 0,34202} \cdot 0,93969 + (1 - 0,4716) \cdot 0,36397 \right] = \\ &= 0,29934. \end{aligned}$$

e) A (41) szerint

$$\beta = \frac{\pi}{2} - (\omega - \eta + \vartheta_l) = 1,57080 - (0,09486 - 0,05412 + 0,29934) = 1,23072.$$

f) Végül az $u = r_t$ sugarú s_t ív (68) szerint

$$s_t = 2u \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha_0}{z} + \tan \alpha_0 - \frac{\pi}{2} + \text{arc } \beta \right) =$$

$$= 2 \cdot 78,88286 \left(\frac{1,57080 + 2 \cdot 0,4716 \cdot 0,36397}{17} + 0,36397 - 1,57080 + 1,23072 \right),$$

amelyet kiszámítva végeredményül

$$s_t = 21,533 \text{ mm};$$

ami egyezik a kiszerkesztett fogprofilon mért értékkel (lásd az 1. ábrát).

2. Sarkos lécpofilú generáló szerszám esetén

Az $u = r_t$ sugarú s_t ívet a (69) képletből a méretezés során kapott adatok helyettesítésével közvetlenül kapjuk:

$$s_t = 2u \left\{ \frac{\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha_0}{z} - \text{arc } \sin \sqrt{1 - \left(\frac{mz}{2u} \right)^2 \left[\frac{2(1 + c_0 - x)}{z} - 1 \right]^2} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left(\frac{2u}{mz} \right)^2 - \left[\frac{2(1 + c_0 - x)}{z} - 1 \right]^2} + \frac{2(1 + c_0 - x)}{z} \tan \alpha_0 \right\} =$$

$$= 2 \cdot 78,88286 \left\{ \frac{1,57080 + 2 \cdot 0,4716 \cdot 0,36397}{17} - \right.$$

$$\left. - \text{arc } \sin \sqrt{1 - \left(\frac{170}{2 \cdot 78,88286} \right)^2 \left[\frac{2(1 + 0,25 - 0,4716)}{17} - 1 \right]^2} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 78,88286}{170} \right)^2 - \left[\frac{2(1 + 0,25 - 0,4716)}{17} - 1 \right]^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2(1 + 0,25 - 0,4716)}{17} \cdot 0,36397 \right\},$$

amelyből a többször előforduló, azonos számokkal végzett műveletek miatt egyszerűen kapjuk a végeredményt:

$$s_t = 20,412,$$

ami ugyancsak jól egyezik a kiszerkesztett fogprofilon mért értékkel (lásd a 2. ábrát).

Az 1. és 2. példából is kitűnik, hogy azonos adatok esetén

$$s_{t\text{sarkos}} < s_{t\text{lekerekített}}$$

IRODALOM

1. JACOBSON, M. A.: Bending Stresses in Spur Gear Teeth. Proposed New Design Factors Based on a Photo-Elastic Investigation. *Proceedings of the Mechanical Engineers* 169 (1955).
JACOBSON, M. A.: Diskussionbeitrag zum Aufsatz von KELLEY, B. W.—PEDERSEN, R.: Zahnfußfestigkeit bei neuzeitlichen Getriebekonstruktionen (Getriebe-Kupplungen, Antriebsselemente). Vieweg, Braunschweig 1957.
2. HORVÁTH, F.: Berechnung der Zahnwurzelstärke an der durch Trochoiden begrenzten Zahnwurzel. *Acta Techn. Hung.* 53 (1966).
3. HOFER, H.: *Automobil Technische Zeitschrift* (1947), 2. März.
4. DISTELI, M.: Über einige Sätze der kinematischen Geometrie, welche der Verzahnungslehre zylindrischer und konischer Räder zugrunde liegen. *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 56 (1908), 233.
5. ROTHE, R.: Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker, Ingenieure; 7. §. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1952.

KÖNYVSZEMLE

G. Franz

KONSTRUKTIONSLEHRE DES STAHLBETONS

BD. I.: GRUNDLAGEN UND BAUELEMENTE

Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1966. 2. kiadás, 421 oldal, 362 ábra, 753 irodalmi hivatkozás.

A három kötetre tervezett mű jelen első kötete két főrésze oszlik, melyek címe: 1. Építőanyagok, 2. Építő elemek.

A könyv *első* része 117 oldal terjedelemben a betonkészítés módját, tömörítését, szilárdulási folyamatát, valamint a beton szilárdsági, rugalmassági, reológiai és egyéb fizikai tulajdonságait ismerteti. Ezután a könyv a betonacél anyagi és fizikai tulajdonságait tárgyalja, részletesen ismertetvén a vasalás elkészítésének és korrózióvédelmének kérdését, továbbá a beton és acélbetét együttműködésének problémáját. Végezetül a szerző a betont érő különböző mechanikai, kémiai és fizikai behatásokat ismerteti, részletesen foglalkozva e káros hatások elleni védelemmel.

A könyv *második* része 270 oldal terjedelemben a különböző szerkezeti elemek: az oszlopok, gerendák, konzolok, lemezek, födécek, falak általános méretezését és kiképzését tárgyalja. Részletesen elemzi a helyszínen előállított, illetve előregyártott betonelemekkel való építés elméleti és gyakorlati problémáit. Ismerteti a feszített szerkezetek keresztmetszeteinek vizsgálatát használati és törési állapotban, valamint a vasbetonelemek vasalásának, zsaluzatának, szállításának és szerelésének különböző problémáit. Útmutatást ad a tágulási hézagok, támaszkodási lapok és fészkek helyes kialakítására.

A könyv az igen széles körű ismeretanyagot áttekinthető csoportosításban tárja az olvasó elé. A tárgyalt anyag kiválasztása igen szerencsés, az egyes fejezetek helyesen súlyozottak. A tárgyalás tömör és mértéktartó, de ennek ellenére világos és jól érthető. Az érvelés könnyen követhető és meggyőző. Mindez világosan tükrözi azt a sokoldalú gazdag tapasztalatot, amit szerző hosszú pedagógiai és gyakorlati pályája során gyűjtött.

Általában megállapítható, hogy a könyv célja a vasbetonszerkezetek erőjátékának és tervezési szabályainak részletes tárgyalásán túlmenően a helyes konstruálás elveinek ismertetése. Ez nemcsak a helyes szerkezeti rendszer kiválasztását igényli, hanem szükségessé teszi a részletek szakszerű kialakítását és egymáshoz hangolását. E célt szem előtt tartva, a könyv szerzője gazdag gyakorlati tapasztalataira támaszkodva ismerteti a szerkesztés során figyelembe veendő szempontokat.

A könyv főértéke, hogy a merev szerkesztési és számítási szabályok sablonos gyakoroltatása helyett önálló gondolkodásra és oknyomozó előrelátásra serkent. Ráirányítja a figyelmet az elmélet egyszerűsítő feltevései és a fizikai valóság közt mutatkozó eltérésekre, s azok következményeire. Ebben és a szerkesztési érzék rendszeres fejlesztésére irányuló törekvésben tér el Gotthard FRANZ professzor könyve a vasbeton szerkezeteket tárgyaló ama nagyszámú tankönyvtől, mely az utóbbi fél évszázadban különféle szerzők tollából napvilágot látott.

Dr. Csonka Pál

J. Datsko

MATERIAL PROPERTIES AND MANUFACTURING PROCESSES

John Wiley and Sons Ltd, London—New York 1966; 543 oldal

A könyv a következő 6 fejezetre oszlik: 1. A (fémek) anyagok mechanikai tulajdonsága 2. A mechanikai tulajdonságok kohászati kapcsolatai, ellenőrzése. 3. Öntészet. 4. Hegesztés 5. Képlékeny alakítás. 6. Megmunkálás.

A könyv célkitűzése a gépészmérnökök és általában a gépészet tárgykörében dolgozók számára megadni azokat az ismereteket, amelyekre a fémek anyagokat felhasználóknak az anyagismeret, anyagvizsgálat és fémtan tárgyköréből szükségük van.

Úgy látszik, a szerzőt könyve megírásában az a felismerés vezette, hogy a fémek anyagok, ötvözetek felhasználóinak egyre mélyebb betekintést kell nyerniök az általuk felhasznált anyagok tulajdonságaiba. Ezeknek a tulajdonságoknak megismerését pedig csak a kohászati és fémtechnológiai alapokból kiindulva lehet elmélyíteni.

E szemléletnek megfelelően a szerző az anizotrópnak, homogénnek tekintett fémek anyag tulajdonságainak ismertetésekor mindig kapcsolatot keres és teremt a fémtechnológiai alapokkal. Ez a szemlélet tükröződik abban is, hogy a szerző nagy súlyt helyez például a konvencionális feszültségi értékek mellett a valódi feszültségek szerepére, jelentőségére, vagy a hőkezelés szerepére és hatására a fémek anyagok mechanikai tulajdonságai ismertetésekor.

A könyv használhatóságát gazdag példatára is növeli. Összefoglalva a mondottakat, a könyvet modern szemléletű, a fémek anyagok felhasználói számára írt, nagy áttekintést adó tankönyvnek kell tekinteni.

Dr. Káldor Mihály

A. Geleji

FORGE EQUIPMENT. ROLLING MILLS AND ACCESSORIES

Akadémiai Kiadó, Budapest 1967; 847 p.

Több mint másfél évtized választja el a szerző első *Kohógéptan* c. művét ezen angol nyelvű kiadástól, s ebben az időszakban ennek az alapvető kohógépészeti szakkönyvnek fejlődését, bővülését és egyre tökéletesebb kimunkálását jelző mérföldkövek: a mű második magyar kiadása (1953), majd a két német nyelvű kiadás (*Walzwerks- und Schmiedmaschinen*, 1954 és 1961).

Az egymást követő kiadások nemcsak figyelembe veszik a képlékenyalakító technika gyors fejlődését, a gyártó berendezések egyre korszerűbb megoldásait, de egyben vetületei is a tudós szerző mindinkább elmélyülő jelenségmagyarázatainak, a törvényszerűségek egyre egzaktabb matematikai megformulálásának s emellett a gyakorlati tervezési és szerkesztési követelmények minél jobb kielégítésének.

Ez az angol nyelvű kiadás ugyan egy egyetemi tankönyvből fejlődött ki, s a szerző szerint most is elsősorban a szakoktatás eszközének tekintendő, a valóságban azonban már messze meghaladja egy tankönyv kereteit, sőt több vonatkozásban annak szakmai színvonalát is. A tárgyalás módja, a géprészek méretezésének részletekbe menő ismertetése, a közölt méretezési példák körültekintő kidolgozása a gyakorlott géptervező és szerkesztő számára is hasznos útmutatást, munkájához tetemes segítséget nyújt.

A könyv első fejezete rövid áttekintést ad a képlékeny alakítás alapelveiről a témakör nagy klasszikusainak, MOHRNAK, NÁDAINAK, REJTŐNEK, SACHSNAK, SIEBELNEK és másoknak megállapításaira támaszkodva, amelyeket a szerző mindig átsző és kiegészít a maga világos, a megértést elősegítő sajátos értelmezésével.

A 2., 3., 4. és 5. fejezetekben a kovácsológépek, a hidraulikus sajtók működését, kinematikai és dinamikai vizsgálatát, e szerkezetekben fellépő erőhatások számítását, a gépek szerkesztési elveit és módszereit tárgyalja a szerző, s a levezetett számítási és szerkesztési szabályokat a már említett kitűnő gyakorlati példákkal illusztrálja.

A könyvnek több mint egyharmadát a hengerművelekről szóló fejezet tölti ki. GELEJI professzor sok évtizedes tudományos munkájának oroszánrészét a hengerlés folyamatainak tanulmányozására, a hengerlési nyomás és erőszükséglet meghatározására fordította, s legfigyelemreméltóbb, egyben legelismertebb tudományos eredményei is ezen a munkaterületen születtek. Szóban forgó könyvében ennek a mélyreható kutatómunkának termését aratja le, amikor a hengerlő berendezések méretezésének és szerkesztésének világos, a gyakorlat számára ilyen összefoglaló teljességgel máshol szinte fel sem lelhető szabályait és módszereit publikálja. Mondanivalóinak korszerűségét mi sem igazolja jobban, mint az a tény, hogy a legújabb típusú bolygókerékes hengerállványok (planéta henger) leírása, működésük elméleti megvilágítása sem hiányzik a könyvből.

A 7. fejezetet a Mannesmann-féle csőlyukasztó és csőnyújtó állványok, a Stiefel-féle tárcsás és kúpos csőlyukasztó hengerlés, a dugós csőnyújtóhengerlés, a redukáló és méretező csőhengerlés berendezéseinek szerkesztése, a műveletek erőszükségletének számítása tölti ki.

A rúd-, cső- és dróthúzás műveleteinek vizsgálata kedvelt munkaterülete volt GELEJI professzor kutatótevékenységének. A húzóerő számításakor a közepes, fajlagos felületi nyomás (alakítási ellenállás) figyelembevétele nagymértékben pontosabb és megbízhatóbbá tette a kapott értékeket, a korábbi kutatók egyszerűsített képleteivel kiadódó értékekhez képest. Ezeket a húzóműveleteket és a húzóberendezések tervezésének alapvető eljárásait a könyv 8. fejezete tárgyalja.

A két utolsó fejezetben a szerző a csőgyártás két módszerének, az Erhardt-féle csőtolásnak és a Rockrite-féle hidegpilgerezésnek teljesen önálló, mélyreható elméleti megvilágítását s egyben teljesítményszükségletük ugyancsak újszerű számítását ismerteti.

GELEJI professzor négy évtizedes tudományos munkásságának eredményei ma már világszerte ismertek és elismertek, amiről — többek között — az a sok hivatkozás és utalás is tanúskodik, amelyekkel a legkülönbözőbb nyelveken megírt képlékenységalakítási szaknyelvekben és szakcikkekben lépten-nyomon találkozunk.

Angol nyelvű, az Akadémiai Kiadó igen gondos munkáját is dicséror, nagy műve minden bizonnyal csak öregbíteni fogja szerzőjének nemzetközi tekintélyét s egyben a magyar tudomány jó hírét is.

Szeless László

A. A. Beles—M. Soare

LES PARABOLOIDES ELLIPTIQUE ET HYPERBOLIQUE DANS LES CONSTRUCTIONS

Dunod, Paris 1967; 686 oldal, 206 ábra, 60 táblázat.

Ez a könyv a *Paraboloidul Eliptic și Hiperbolic in Construcții* címen 1964-ben román nyelven kiadott mű francia fordítása, melyet a szerzők a nemzetközi irodalomban időközben megjelent újabb megállapításokkal, főképp saját kutatásaik újabb eredményeivel egészítettek ki.

A könyv három részre oszlik. Az első rész — 180 oldalon át — a *héjelmélet alapössze-függéseit* mutatja be. Részletesen tárgyalja az egyensúlyi, alakváltozási és rugalmassági összefüggések felületi és derékszögű koordinátarendszerben, s bemutatja ugyanezen összefüggéseknek forgáshéjak, illetve lapos héjak esetében jelentkező egyszerűsített alakját. Ezután a különféle alaprajzi idom fölé szerkesztett elliptikus és hiperbolikus paraboloidhéjak geometriájával foglalkozik, majd a héjfeladat megoldására alkalmas matematikai módszereket ismerteti. Itt kerülnek tárgyalásra a héjszerkezetek számítására célszerűen alkalmazható variációs módszerek s a különféle numerikus eljárások.

A könyv második része — 187 oldal terjedelemben — az elliptikus és hiperbolikus paraboloidhéjak *membránelméletét* ismerteti. Az elemi úton előállítható megoldások bemutatása után a kettős, illetve egyszerű végtelen trigonometriai sorokkal tárgyalható, illetve numerikus módszerekkel kezelhető feladatokra tér át. Ezután az elliptikus paraboloidhéjak alakváltozási problémájával foglalkozik különféle terhelési és támasztási esetekben, majd a torznégyszög-, illetve nyereghéj alakváltozási kérdéseit tárgyalja, mindezt a membránelmélet keretében.

A könyv harmadik része — 247 oldalon — az elliptikus és hiperbolikus paraboloidhéjak *hajlítási elméletét* hozza. Bemutatja a feladat alapegyenleteinek megoldását derékszögű négy-szögalaprajzú héjakra kettős, illetve egyszerű trigonometrikus sor alakjában, majd táblázatokat és diagramokat közül a különbözőképp terhelt négyzetalaprajzú forgásparaboloidhéjak számítására. Ezután a köralaprajzon forgásparaboloidhéjak hajlításelméletét ismerteti, majd részletesen foglalkozik a lapos forgáshéjak esetével. Végül a nyereg-, illetve torznégyszög alakú hiperbolikus paraboloidhéj hajlításp problémájának kettős, illetve egyszerű trigonometriai soros megoldását ismerteti.

A könyv függeléke a lapos paraboloidhéjak véges alakváltozásának kérdését és stabilitás-problémáját vizsgálja, majd a négyszöglemez és az elliptikus paraboloidhéjak egyes egyszerű terhelési esetére vonatkozó képletgyűjteményt közöl. Végül a héjak elméletében szerepet játszó egyes függvények táblázatát hozza.

Mint a fenti felsorolásból is kitűnik, a könyv magában foglalja mindazt az ismeretanyagot, amelyre a gyakorló mérnöknek elliptikus és hiperbolikus paraboloidhéjakkal kapcsolatban szüksége lehet. De a tervező mérnökön kívül érdeklődéssel forgathatják a könyvet azok is, akiket a héjak elméleti problémái érdekelnek. Igaz ugyan, hogy a könyv a héjproblémákat kifejezetten a paraboloidhéjak szemszögéből tárgyalja, de az ismertetett módszerek általánosíthatók és egyéb héjak esetében is hasznosíthatók.

Igen értékesé teszi a könyvet mind a gyakorló mérnök, mind pedig az elméleti kutató számára az a körülmény, hogy szerzők könyvük megírása kapcsán igen hatalmas irodalmi anyagot dolgoztak fel, s hoztak közös nevezőre a továbbkutatás szempontjából. Igen hasznos az egyes fejezetek végén közölt irodalmi jegyzék is, mely 354 mű bibliográfiai adatait tartalmazza. Ezek közt nagy számban szerepelnek szerzők különféle szaklapokban megjelent dolgozatai is. Ezek eredményeinek a könyv keretébe való beiktatása sajátos szint és jelleget kölcsönöz az amúgy is igen érdekes és értékes műnek.

A könyv fejtegetései érthetőek, érvelése meggyőző. Annak ellenére, hogy a tárgyalt anyag a dolog természete szerint erősen elméleti jellegű, a matematikai tárgyalásmód mérték-tartó és sehol sem téveszti el a célt: elősegíteni a gyakorlatban felmerülő problémák egyszerű, ésszerű megoldását. Ennek érdekében szerzők nem zárkoznak el különféle közelítések bevezetésétől, s bő teret biztosítanak az analitikai tárgyalásmód mellett a különféle numerikus módszerek bemutatásának is. A könyvben közölt diagramok, táblázatok és számpéldák szerencsésen egészítik ki a gazdag tartalmú művet, mely a héjépítészet problémái iránt érdeklődőknek legmelegebben ajánlható.

Dr. Csonka Pál

TARTALOMJEGYZÉK

Geleji Sándor 1898–1967	3
<i>Benedikt Ottó</i> : A szovjet automatizálási tudomány 50 éve	17
<i>Bogárdi János</i> : A vízügyi tudományok 50 éve a Szovjetunióban	29
<i>Széchy Károly—Kézdi Árpád</i> : A szovjet tudomány hozzájárulása a geotechnikai tudományok fejlődéséhez	35
<i>Bölcskei Elemér—Csonka Pál</i> : A szovjet tudomány főbb eredményei a mérnöki szerkezettan területén	41
<i>Turányi István</i> : A szovjet közlekedéstudomány eddig elért legfőbb eredményei	51
<i>Romvári Pál</i> : A hegesztéstechnika fejlődése a Szovjetunióban	59
<i>Huszár István</i> : Egyszeres zslugorgyűrűs kommutátorok erőjátékának számítása	71
<i>Huszár István</i> : Aszinkron motorok rövidrezárt támasztott gyűrűs kalickarendszerének szilárdsági számítása, II	87
<i>Szőke Béla</i> : Az energifolyam célszerű vezetése és az önkiegyensúlyozó mozgékony tengelykapcsoló, I	101
<i>Szőke Béla</i> : A soklemezű tengelykapcsoló be- és kikapcsolási folyamata	131
<i>Huszár István</i> : Kettős zslugorgyűrűs kommutátor erőjátékának számítása	151
<i>Strepkowska, Ewa</i> : Fiziko-kémiai elméletek alkalmazása a talajmechanikában	167
<i>Kollár Lajos—Gárdonyi Zoltán</i> : Héjvégek oldalirányú stabilitása antimetrikus teherre	187
<i>Varga József</i> : Örvényszivattyúk kavitációs kutatásának újabb irányai és további feladatai	207
<i>Szmodits Kázmér</i> : Víztorony csepptartállyal	223
<i>Kolonits Ferenc</i> : Elosztószám-táblázat készítése Ganz—Botka fogazáshoz	227
<i>Szmodits Kázmér</i> : Rugós tömegek és tárcsás tengelyek rezgései	233
<i>Bosznay Adám</i> : A folytatólagos tartó problémájának megoldása lengéstanai módszerrel	241
<i>Knapp Oszkár</i> : Szilikátüvegek viszkozitás-hőmérséklet függvényének számítása a hárompontos és kétpontos eljárással	257
<i>Varga József—Sebestyén Gyula</i> : Adalékok a kavitáció roncsolási energiájának meghatározásához	265
<i>Csonka Pál</i> : Patkóhéjak peremerői	277
<i>Szőke Béla</i> : Az energifolyam célszerű vezetése és az önkiegyensúlyozó mozgékony tengelykapcsoló, II	285
<i>Csonka Pál</i> : A körszimmetrikusan terhelt vastag körlemez problémája	323
<i>Knapp Oszkár</i> : Szilikátüvegek viszkozitás-hőmérséklet függvénye	339
<i>Horváth Ferenc</i> : Evolvensfogazat trochoisokkal határolt fogtövastagsága	351

KÖNYVSZEMLE

<i>G. Franz</i> : Konstruktionslehre des Stahlbetons Bd. I. (<i>Csonka P.</i>)	379
<i>J. Datsko</i> : Material Properties and Manufacturing Processes (<i>Káldor M.</i>)	379
<i>Geleji, A.</i> : Forge Equipment, Rolling Mills and Accessories (<i>Szeles, L.</i>)	380
<i>Beles, A. A.—Soire, M.</i> : Les paraboloïdes elliptique et hyperbolique dans les constructions (<i>Csonka P.</i>)	381

HELYREIGAZÍTÁS

383

INHALTSVERZEICHNIS

A. GELEJI 1898—1967	
<i>Benedikt, O.</i> : 50 Jahre der sowjetischen Automatisierungswissenschaft	17
<i>Bogárdi, J.</i> : 50 Jahre der Wissenschaften für Wasserwesen in der Sowjetunion	29
<i>Széchy, K.</i> — <i>Kézdí, A.</i> : Beitrag der sowjetischen Wissenschaften zur Entwicklung der geotechnischen Wissenschaften	35
<i>Bölcskéi, E.</i> — <i>Csonka, P.</i> : Errungenschaften der Sowjetwissenschaft auf dem Gebiete der Konstruktionslehre	41
<i>Turányi, I.</i> : Die wichtigsten Ergebnisse der sowjetischen Verkehrswissenschaft	51
<i>Romvári, P.</i> : Die Entwicklung der Schweißtechnik in der Sowjetunion	59
<i>Huszár, I.</i> : Berechnung des Kräftespeils von Kommutatoren mit einfachen Schrumpfringen	71
<i>Huszár, I.</i> : Festigkeitsrechnung des Käfigsystems von kurzgeschlossenen Asynkromotoren II	87
<i>Szóke, B.</i> : Die zweckmäßige Leitung des Energieflusses und die selbstausgleichende bewegliche Wellenkupplung, I	101
<i>Szóke, B.</i> : Ein- und Ausschaltvorgang der Mehrscheiben-Wellenkupplung	131
<i>Huszár, I.</i> : Kräftespielberechnung von Kommutatoren mit doppeltem Schrumpfring ...	151
<i>Strepkowska, E.</i> : Anwendung von Prinzipien der physikalischen Chemie in der Bodenmechanik	167
<i>Kollár, L.</i> — <i>Gárdonyi, Z.</i> : Seitenstabilität von Schalenbögen bei antimetrischer Belastung	187
<i>Varga, J.</i> : Neuere Richtung und weitere Aufgaben der Kavitationsforschung bei Wirbelpumpen	207
<i>Szmodits, K.</i> : Wasserturm mit Tropfbehälter	223
<i>Kolonits, F.</i> : Anfertigung einer Divisionszahlentabelle für die Ganz—Botkasche Verzahnung	227
<i>Szmodits, K.</i> : Schwingungen von Federmassen und von mit Scheiben versehenen Wellen	233
<i>Bosznay, A.</i> : Die Lösung des Problems des Durchlaufträgers mit Hilfe einer Methode der Schwingungslehre	257
<i>Knapp, O.</i> : Berechnung der Viskositäts-Temperaturfunktion von Silikatglas mit dem Dreipunkt- und Zweipunktverfahren	265
<i>Varga, J.</i> — <i>Sebestyén, G.</i> : Beiträge zur Bestimmung der Zerstörungsenergie der Kavitation	277
<i>Csonka, P.</i> : Randkräfte von Hufeisenschalen	285
<i>Szóke, B.</i> : Die zweckmäßige Leitung des Energieflusses und die selbstausgleichende bewegliche Wellenkupplung, II	323
<i>Csonka, P.</i> : Das Problem der kreissymmetrisch belasteten, dicken Kreisplatte	241
<i>Knapp, O.</i> : Viskosität — Temperatur — Funktion von Silikatgläsern	339
<i>Horváth, F.</i> : Die mit Trochoiden begrenzte Zahnwurzelstärke der Evolventenverzahnung	351

BUCHBESPRECHUNG

<i>Franz, G.</i> : Konstruktionslehre des Stahlbetons, Bd. I. (<i>Csonka, P.</i>)	379
<i>Datsko, J.</i> : Material Properties and Manufacturing Processes (<i>Káldor, M.</i>)	379
<i>Geleji, A.</i> : Forge Equipment, Rolling Hills and Accessories (<i>Szeles, L.</i>)	380
<i>Beles, A. A.</i> — <i>Soare, M.</i> : Les paraboloides elliptique et hyperbolique dans les constructions (<i>Csonka, P.</i>)	381

BERICHTIGUNG

383

HELYREIGAZÍTÁS

Az *MTA VI. Oszt. Közlemények* 38. kötetének 238. oldalán a legelső képletben

0,333 3262 helyett 0,333 3262 r

olvasandó. Ugyanott az I. táblázat fejrovatában

x/r helyett $\Delta x/r$

és

$x/6 \sqrt{3} r_0$ helyett $\Delta x/(6 \sqrt{3} \cdot r_0)$

írandó.

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója.

Műszaki szerkesztő: Farkas Sándor

A kézirat nyomdába érkezett: 1967. IX. 7. — Terjedelem: 33,75 (A/5) ív. 159 ábra 1 melléklet

67.64371 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

73— Ft

1967. XII. 30.

Index ; 26.499