

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJI SÁNDOR

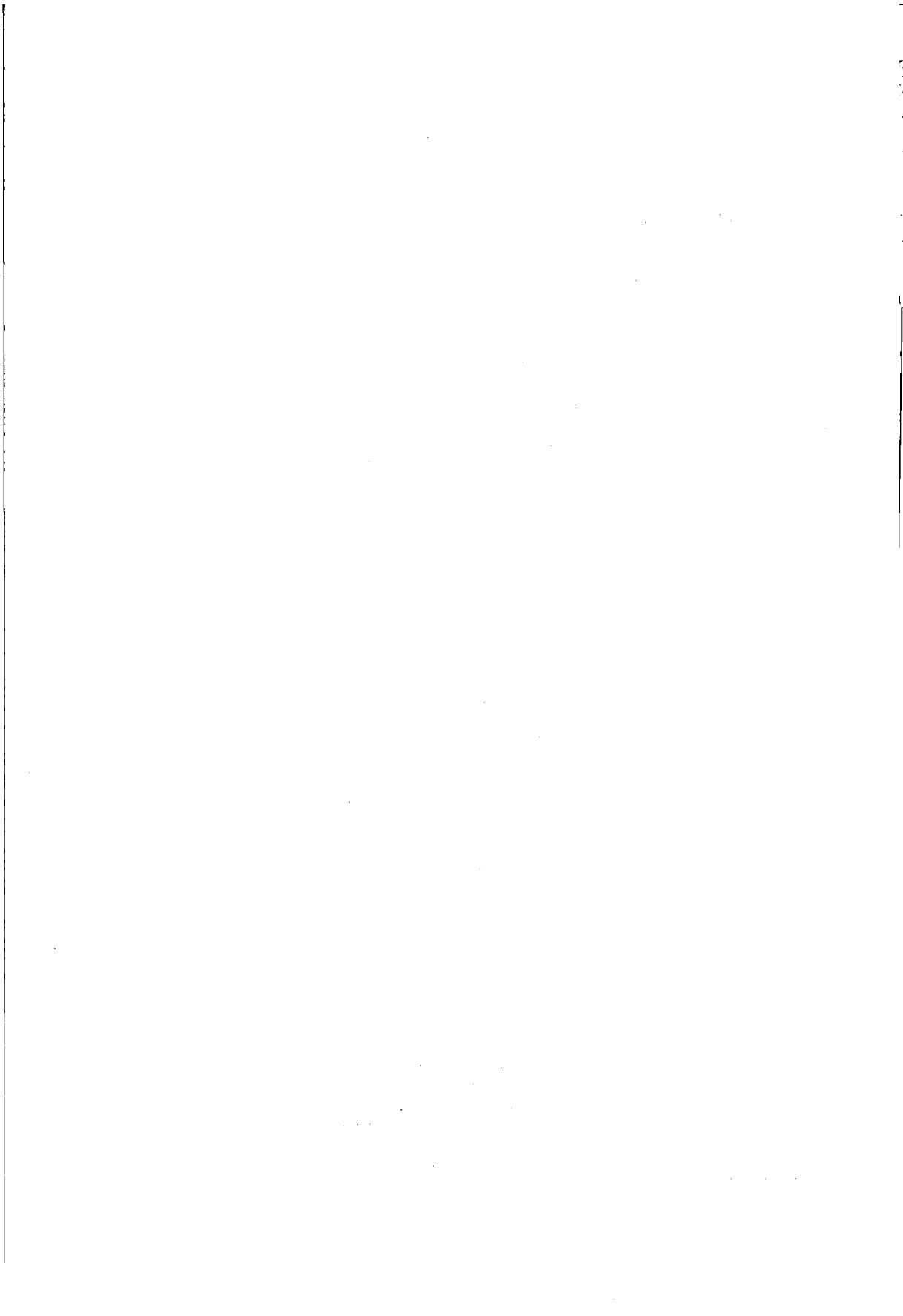
34. KÖTET



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

1964—1965

VI. OSZT. KÖZL.



TARTALOMJEGYZÉK

34. kötet

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK AZ MTA 1964. ÉVI NAGYGYŰLÉSE KERETÉBEN
1964. ÁPRILIS HÓ 23-ÁN TARTOTT NYILVÁNOS OSZTÁLYÜLÉSE

<i>Geleji Sándor</i> akadémikus, osztálytitkár: Beszámoló a Műszaki Tudományok Osztályának munkájáról	187
<i>Függelék.</i> Tájékoztató az Osztályhoz tartozó bizottságok működéséről, az Osztály nemzetközi kapcsolatairól, valamint könyv- és folyóiratkiadási tevékenységéről	201

TANULMÁNYOK

<i>Albert János:</i> A téglaiipar tudományos helyzetképe	159
<i>Balogh Arthur:</i> Dieselmotorgörbék matematikája	327
<i>Bölcskei Elemér:</i> A nyomott rúd statikai kérdése	107
<i>Csonka Pál:</i> Kőralaprajzú felülvilágítóval bíró forgásparaboloidhéjak peremgerendájáról	1
<i>Csonka Pál:</i> Numerikus eljárás teljesen szabad peremszakasszal bíró translációs héjak számítására	143
<i>Csonka Pál:</i> Sokszögalaprajz fölé szerkesztett cikkelyeshéj, másodrendű felület szerint alakított cikkelyekkel	179
<i>Csonka Pál:</i> Véges membránérőfkel nem egyensúlyozható héjak	311
<i>Csonka Pál:</i> Süveghéjak feszültségfelületének peremvonaláról	367
<i>Csonka Pál:</i> Két irányban görbe héj rombusz alaprajz felett	373
<i>Fialovszky Lajos:</i> A sokszögelés kiegyenlítésének módszerei és azok értékelése II.	7
<i>Fialovszky Lajos:</i> Differenciálmódszer és kiegyenlítőszámítás alkalmazása optikai rendszerek finomkorrigálásához	409
<i>Fodor József—Ury Judit:</i> Hengerpersely kopásmérése radioizotópos módszerrel	247
<i>Hoványi Lehel:</i> Horizontális pontelmozdulások ismételt hátrametszésű meghatározásának pontossági kérdései	319
<i>Huszár István—Bodor János:</i> A kommutátorzászló erőjátékának számítása	381
<i>Kovács Gábor—Rózsa László:</i> Merevágazatú vasúti felépítmény dinamikus vizsgálata	397
<i>Milasovszky Béla:</i> Az irányvágatok telepítésének elvei mechanikai megvilágításban ...	213
<i>Millner Tivadar:</i> Idegenanyagnyomok viselkedése wolframfémekben (Akadémiai székfoglaló)	55
<i>Pethő Szilveszter:</i> A szabad energia és az adhéziós erő számítása az ásványszem és légbuborék összetapadása alkalmával	273
<i>Pethő Szilveszter:</i> Adalék a függvényekkel leírható Tromp-görbék szerkesztéséhez és a szénmosás várható eredményének számításához	359
<i>Réthly Antal — Berkes Zoltán:</i> Északi fény jelenségek Magyarországon 1523—1960	37
<i>Sütkei György:</i> Traktormotorokon alkalmazott centrifugális légszűrők elmélete	255

Szántó István: Változtatható paraméterek szerepe struktúra átalakítási jelenségek folyamatos röntgen-analízisében	435
Szőke Béla: Csavarfelületek osztályozása és a menetvágó alakos körkés szabatos számítási módszere. I.	293
Tárczy-Hornoch Antal: A beillesztett sokszögvonalak szigorú kiegyenlítéséhez	343
Tarján Iván—Debreczeni Elemér: Kanalas anemométerek működésének vizsgálata ...	233
Verő József: Ötvözetlen acél dekarbonizálódásának reakciókinetikájáról	127
Verő József: A tellurikus tenzor meghatározásának egy lehetősége	443

NEKROLÓG

Dr. KAZINCZY GÁBOR 1889—1964	337
---	-----

KÖNYVSZEMLE

Betontechnische Berichte 1962. (<i>Palotás Lászlótól</i>)	459
Dr. Gábor László: Épületszerkezettan, II. kötet (<i>Szell Lászlótól</i>)	455
Dr. Miha'lich Győző—Dr. Palotás László: Vasbetonépítéstan. A vasbeton szilárdságtana (<i>Haviár Győzőtől</i>)	456
Massányi Károly: Acélszerkezetek daruk és darupályák számítása (<i>Korányi Imrétől</i>)	457
Penkovskii, V. V.: Effect of Radiation on Metals and Other High-Melting Materials (<i>Káldor Mihálytól</i>)	457
Pucher, A.: Einflußfelder elastischer Platten (<i>Csonka Páltól</i>)	458

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJI SÁNDOR

34. KÖTET

1—2. SZÁM



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST
1964

VI. OSZT. KÖZL.

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJFI SÁNDOR

34. KÖTET 1—2. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG: BUDAPEST V., NÁDOR UTCA 7.
KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei változó terjedelmű füzetekben jelennek meg. Négy füzet alkot egy kötetet. Évenként általában egy kötet jelenik meg.

A kéziratok a következő címre küldendők:

A Magyar Tudományos Akadémia
Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei
Budapest V., Nádor utca 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Megjelent munkájáért minden szerzőt száz különlenyomat illet meg. Közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttat a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A Közlemények előfizetési ára kötetenként belföldi címre 40 forint, külföldi címre 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest V., Alkotmány u. 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest I., Fő utca 32., Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának kiadványa az

Acta Technica

című idegen nyelvű folyóirat.

Elap hivatott a magyar műszaki tudományok eredményeinek legjavát a külföld felé tolmácsolni. A cikkek német, angol, francia vagy orosz nyelven jelennek meg, lehetőleg a szerző kívánsága szerint, összefoglaló pedig a cikk nyelvén és azonkívül a másik három nyelven. A cikkeket magyar vagy a szerző választotta idegen nyelven a következő címre kell beküldeni:

Acta Technica szerkesztősége, Budapest V., Nádor utca 7.

KÖR ALAPRAJZÚ FELÜLVILÁGÍTÓVAL BÍRÓ FORGÁSPARABOLOIDHÉJAK BELSŐ PEREMGERENDÁJÁRÓL

CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1963. május 3-án]

Szerző egyik előző dolgozata [1] külpontos elhelyezkedésű kör alaprajzú nyílással áttört forgásparaboloid alakú membránhéjra vonatkozott. A héj falazaton nyugvó talpgyűrűre támaszkodott, a nyílás peremét szegélygerenda határolta. Terhelésként egyenletesen megoszló függélyes terhelés vétetett számításba.

A szóban forgó dolgozat feltételezte, hogy a talpgyűrűben, és a nyílás szegélygerendájában csak axiális erők ébrednek. Ennek feltételei a héj külső kerületén könnyűszerrel teljesíthetők voltak, a nyílás peremén azonban a kerületi feltételek csak bizonyos szabály szerint változó fajlagos terheléssel bíró, tehát változó keresztmetszetű peremgerenda alkalmazásával voltak teljesíthetők.

Jelen dolgozat a nyílás szegélygerendájára működtetendő terhelés értékét akként állapítja meg, hogy a szegélygerenda síkjára merőleges erőkomponensek összege a szegélygerenda tengelyvonalának minden pontjában zérus értékű legyen. Ennek a feltételnek, valamint annak a követelménynek a teljesítése, hogy a héj feszültségfüggvényének értéke a nyílásperem mentén állandó legyen vagy sík szerint változzék, elégséges annak biztosítására, hogy a nyílás peremgerendájában csak axiális erők keletkezzenek.

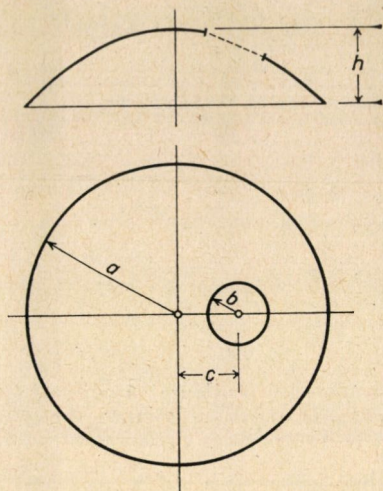
A dolgozat számpélda kapcsán igazolja, hogy a gyakorlatban előforduló esetekben, tehát olyankor, midőn a nyílás átmérője a héj átmérőjéhez képest kicsiny, s a nyílás csak kevésbé excentrikus, a szegélygerenda fajlagos terhelésére kiadódó teherérték az átlagértéktől alig tér el. Ilyenkor a peremen levő szegélygerenda terhelésének mesterséges szabályozása mellőzhető.

1. Bevezetés

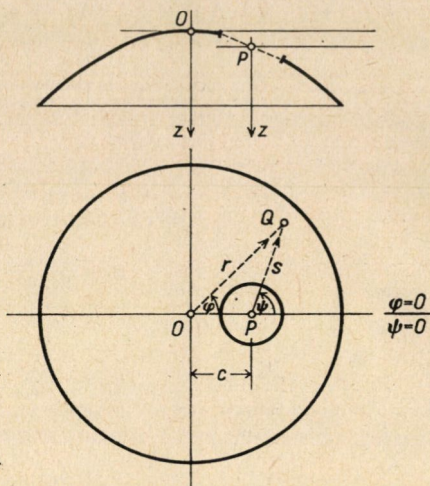
Szerző egyik előző dolgozata [1] forgásparaboloid alakú oly membránhéjjal foglalkozott, melyen külpontos elhelyezkedésű, kör alaprajzú szellőző, illetve felülvilágító nyílás volt (1. ábra). A vizsgált héj falazaton nyugvó talpgyűrűre támaszkodott, nyílását peremgerenda határolta.

Az említett dolgozat feltételezte, hogy a vizsgált héj talpgyűrűje, valamint a nyílást szegélyező peremgerenda hajlító és csavaró hatásokkal szemben nem fejt ki ellenállást, tehát csak axiális erőknek áll ellen. Ezen feltevésből oly kerületi feltételek adódtak, melyek a héj talpgyűrűje esetében minden további nélkül teljesíthetők voltak, a nyílás szegélygerendája esetében azonban csak változó fajlagos súlyú, tehát változó keresztmetszetű peremgerenda alkalmazásával voltak kielégíthetők.

Mint hogy a hivatkozott dolgozat nem adott útmutatást arra nézve, hogy ilyen esetekben a nyílás szegélygerendájának megkövetelt fajlagos súlyát a tengelyvonal különböző pontjaiban miként lehet megállapítani, szükségessé vált e kérdésnek jelen dolgozatban való tisztázása.



1. ábra. Forgásparaboloid alakú héj, különösen elhelyezkedő kör alaprajzú nyílással



2. ábra. Az $O(r, \varphi, z)$ és $P(s, \psi, z)$ koordináták

2. Jelölések

A vizsgálatok céljaira a 2. ábrán bevezetett $O(r, \varphi, z)$, illetve $P(s, \psi, z)$ hengeres koordinátákat használjuk. E koordinátarendszerekben a héj középfelületének egyenlete

$$z = \frac{h}{a^2} r^2,$$

illetve

$$z = \frac{h}{a^2} (s^2 + 2c s \cos \psi).$$

A héjra ható terhelésként a héj alaprajzi területén egyenletesen megoszló Z_0 terhelést feltételezünk. A nyílás szegélygerendájának a tengelyvonal alaprajzi vetületi hosszára ható terhelését g betűvel, ennek átlagértékét g_0 betűvel, az átlagértéktől való eltérést pedig Δg betűvel jelöljük:

$$g = g_0 + \Delta g.$$

3. A feladat megoldása

A héj feszültségi állapotát a Pucher-féle $F = F(s, \psi)$ feszültségfüggvénnyel jellemezzük.

Miként az [1] tanulmányban is, most is feltételezzük, hogy a nyílás szegélygerendája hajlító és csavaró igénybevétellel szemben nem ellenálló.

Ez esetben kell, hogy a nyílás szegélygerendájának tengelyvonala a terhelőerők kötélgörbéje legyen. Ezért a feszültségi függvény jellemezte felületnek és a szegélygerenda tengelyvonalán átfektetett függélyes tengelyű hengernek a metszsvonala síkgörbe tartozik lenni [2]. Ezek szerint a feszültségfüggvénynek a belső peremvonal menti értékeire az

$$[F]_i = d_0 + d_1 \cos \psi \quad (1)$$

feltétel írható fel. Itt $[F]_i$ a feszültségfüggvény értékeit jelenti a nyílás peremvonalán mentén, a d_0 és d_1 mennyiségek pedig állandók.

Az (1) feltétel teljesítése — bár szükséges — de nem elegendő ahhoz, hogy a nyílás szegélygerendájának tengelyvonala a terhelőerők kötélgörbéje lehessen. Ehhez még az is szükséges, hogy a szegélygerendát terhelő erők sehol se lépjenek ki a szegélygerenda tengelyvonalának a síkjából. Az utóbbi követelmény akkor teljesül, ha a tengelyvonal síkjára merőleges erőalkotók összege a tengelyvonal minden pontjában zérus, vagyis, ha

$$g = Z_0 b + \frac{2bh}{a^2} \frac{\partial^2 F}{\partial s^2}. \quad (2)$$

Miként az [1] dolgozathól ismeretes, a feladat F feszültségfüggvénye

$$F = F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + \dots$$

alakban állítható elő. Itt F_0 a feladat differenciálegyenletének egy partikuláris megoldása,

$$F_0 = \frac{Z_0 a^4}{8h} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] + \frac{a^2 b^2}{4h} \left(\frac{Z_0}{2} - \frac{g_0}{b} \right) \ln \left(\frac{s}{b} \right)^2,$$

az F_1, F_2, F_3, \dots függvények pedig potenciálfüggvények. Utóbbiak közül a páratlan indexűek a külső peremvonalon belül harmonikus $G(r, \varphi)$ potenciálfüggvénnyé, a páros indexűek pedig a belső peremvonalon kívül harmonikus $H(s, \psi)$ potenciálfüggvénnyé egyesíthetők. E jelöléssel

$$F = F_0 + G + H.$$

Maguk a $G = G(r, \varphi)$, illetve $H = H(s, \psi)$ függvények

$$G(r, \varphi) = C_2 \left(\frac{r}{a} \right)^2 \cos 2\varphi + C_3 \left(\frac{r}{a} \right)^3 \cos 3\varphi + \dots,$$

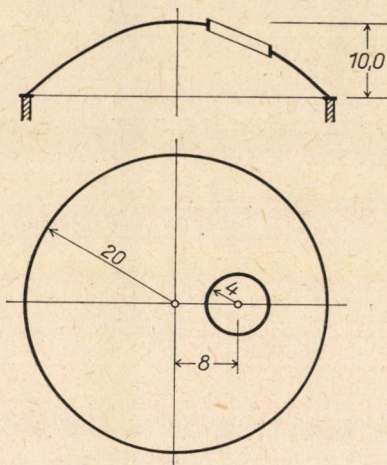
$$H(s, \psi) = D_2 \left(\frac{b}{s}\right)^2 \cos 2\psi + D_3 \left(\frac{b}{s}\right)^3 \cos 3\psi + \dots$$

alakúak.

Ha a (2) képletbe ezen függvényeket bevezetjük, átalakítások után azt találjuk, hogy a (2) feltétel a következő alakban írható:

$$g = g_0 + \frac{2bh}{a^2} \left\{ \frac{1}{r^2} \left[1 \cdot 2 C_2 \left(\frac{r}{a}\right)^2 \cos 2\psi + 2 \cdot 3 C_3 \left(\frac{r}{a}\right)^3 \cos (2\psi + \varphi) + \right. \right. \\ \left. \left. + 3 \cdot 4 C_4 \left(\frac{r}{a}\right)^4 \cos (2\psi + 2\varphi) + \dots \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{b^2} \left[2 \cdot 3 D_2 \cos 2\psi + 3 \cdot 4 D_3 \cos 3\psi + 4 \cdot 5 D_4 \cos 4\psi + \dots \right] \right\}. \quad (3)$$

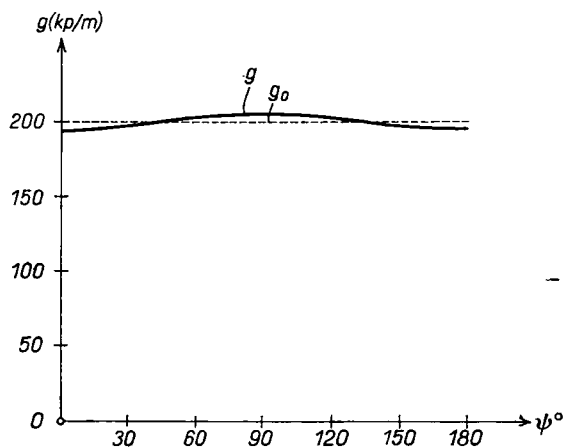
A gyakorlati esetekben a héj nyílásának átmérője a héj átmérőjéhez képest kicsiny, s a nyílás csak kevéssé excentrikus. Ilyen esetekben a (3) kép-



3. ábra. Gyakorlati példa

let második tagja, mely a Δg különbséget fejezi ki, az első taghoz képest elhanyagolhatóan kicsiny. A gyakorlati esetekben tehát a nyílás szegélygerendájának terhelését a (2) követelménynek megfelelően mesterségesen szabályozni — változó fajlagos súlyú peremgerendát alkalmazni — felesleges.

Ha pl. a (3) képletet az [1] dolgozat számpéldájára alkalmazzuk (3. ábra), azt találjuk, hogy a g teherérték 194,00 kp/m és 205,38 kp/m érték közt vál-



4. ábra. A $g = g(\psi)$ terhelésfüggvény diagramja

tozik, tehát az átlagos $g = 200$ kp/m értéktől maximum 3%-kal tér el. Ez esetben a $g = g(\psi)$ értékek diagramját a 4. ábra tünteti fel.

IRODALOM

1. CSONKA P.: Forgásparaboloid alakú héj külpontos elhelyezkedésű kör alaprajzú nyílással. *VI. Oszl. Közl.* 32 (1964), 243—259.
2. CSONKA P.: Membránhéjak peremabroncsáról. *VI. Oszl. Közl.* 30 (1962), 89-91.

A SOKSZÖGELÉS KIEGYENLÍTÉSÉNEK MÓDSZEREI ÉS AZOK ÉRTÉKELÉSE

II. RÉSZ¹

FIALOVSKY LAJOS²

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
MAGYAR OPTIKAI MŰVEK KUTATÓ LABORATÓRIUM

[Beérkezett: 1963. április 22-én]

A tanulmány II. része bemutatja és összehasonlítólag értékeli a kétszer csatlakozó, de csak egyszer tájékozott sokszög vonal, továbbá a beillesztett sokszög vonal, végül az irányszög mérésével végzett kétszer csatlakozó sokszög elérés szigorú kiegyenlítési módszereit és ezeket kiterjeszti az optikai távmérés használt eljárásaira. A beillesztett sokszög vonalnál eljárást mutat be a csatlakozópontok lokális kerethibáinak figyelembevételére.

Összehasonlítólag értékeli a számbajövő közelítő kiegyenlítési eljárásokat, közöttük egy újfajta eljárást.

Végül ajánlásokat ad arra, hogy a tárgyalt sokszög elési típusoknál a sokszög vonal hosszától és rendeltetésétől függően, melyik kiegyenlítési eljárás alkalmazása volna célszerű.

A tanulmány I. részében a kétszer tájékozott, kétszer csatlakozó sokszög vonal szigorú és közelítő kiegyenlítésének módszereit tárgyaltuk és értékeltük. Ebben a II. részben az I. rész végén tett bejelentésnek megfelelően a kétszer csatlakozó, de csak egyszer tájékozott sokszög vonal, továbbá a beillesztett, vagyis kétszer csatlakozó sokszög vonal, végül az irányszög mérésével végzett kétszer csatlakozó sokszög elérés kiegyenlítésének módszereit fogjuk tárgyalni és értékelni. Itt is felhasználunk az I. részben közölt néhány megállapítást. Így alkalmazzuk a sokszög elés „nyomatéki és vetületi tételét”. A szög mérés reciprokok súlyául $Q = 10^{-6}$ értéket, a távmérés reciprokok súlyául az I. rész (9) kifejezésekkel megegyezően

- | | | |
|--------------------------------------|------------------------|------|
| 1. mechanikai távolságmérésnél | $\gamma_i = B_1 t_i$ | |
| optikai távolságmérésnél | | |
| 2. állandó parallaktikus szög esetén | $\gamma_i = B_2 t_i^2$ | (82) |
| 3. bázisléces távmérésnél | $\gamma_i = B_3 t_i^4$ | |
| 4. segéd bázis használatánál | $\gamma_i = B_4 t_i^3$ | |
| 5. elektromos távolságmérésnél | $\gamma_i = B_5$ | |

értéket használunk. Ezekben

$$B = Q \frac{c^2}{\mu^2} \varrho^2,$$

¹ A tanulmány I. része a *Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei* 31. kötet 1–4. számában (1962) jelent meg.

² Dr. techn. FIALOVSKY Lajos, Budapest, XI. Villányi út 103.

ahol $c = c_1 \dots c_5$ a távmérés alkalmazott módszeréhez tartozó állandó, amelyet a távmérésre használt műszer pontossági adataiból avagy a műszerrel végzett előzetes mérésekből kell meghatározni, μ a használt szögmérőműszer szögmérési középphibája másodpercben és $\varrho = 206\,204,8''$ a radiáns másodpercekben kifejezett értéke.

5. Kétszer csatlakozó, csak a kezdőponton tájékozott sokszögvonal kiegyenlítése

5.1. Szigorú kiegyenlítés

5.1.1. A véletlen mérési hibák figyelembevételével

(V. szigorú kiegyenlítési eljárás)

A kétszer csatlakozó, de csak a kezdőponton tájékozott sokszögvonal szigorú kiegyenlítése — csak véletlen mérési hibák feltételezése esetén — abban különbözik az I. részben tárgyalt I. szigorú kiegyenlítési eljárástól, hogy itt

- a) nincs szögzáróhiba, amelyet a törésszögekre eloszthatnánk,
- b) csak két feltételi egyenlet írható fel, éspedig a két koordinátazáróhibára,

c) nincs szükség áttérni a töréspontok súlyponti koordinátáira.

Jelölje most is az I. rész 1. ábra szerint x_i, y_i , ill. x_z, y_z az i -edik töréspont, illetőleg a Z végpont koordinátáit, v_i az i ponton mért β_i törésszög keregett, ívmértékben kifejezett javítását, λ_i a $t_i = (i, i + 1)$ sokszögoldal keresett javítását, végül f_y és f_x a két koordinátazáróhibát. Vezessük még be az

$$x'_i = x_z - x_i,$$

$$y'_i = y_z - y_i$$

jelöléseket. Ekkor a feltételi egyenletek, az y és x tengelyekre vonatkoztatott „nyomatéki és vetületi tétel” alkalmazásával

$$\begin{aligned} [x'v] + [\lambda \sin a] - f_y &= 0, \\ -[y'v] + [\lambda \cos a] - f_x &= 0. \end{aligned} \quad (83)$$

Ezekből a normálegyenletek

$$ak_1 + dk_2 - f_y = 0,$$

$$dk_1 + bk_2 - f_x = 0,$$

ahol az együtthatók

$$\begin{aligned} a &= [\gamma \sin^2 a] + [x'^2]Q, \\ b &= [\gamma \cos^2 a] + [y'^2]Q, \\ d &= [\gamma \sin a \cos a] - [x'y']Q. \end{aligned} \quad (84)$$

A normálegyenletekből a korreláták

$$k_1 = \frac{1}{N} (f_y b - f_x d),$$

$$k_2 = \frac{1}{N} (f_x a - f_y d),$$

ahol

$$N = ab - d^2.$$

A törésszög-javítások ívmértékben

$$v_i = (k_1 x'_i - k_2 y'_i) Q$$

és az oldalhossz-javítások

$$\lambda_i = (k_1 \sin \alpha_i + k_2 \cos \alpha_i) \gamma_i.$$

Az irányszög-javítások ívmértékben

$$w_i = [v]_K^i = (k_1 [x'_i]_K^i - k_2 [y'_i]_K^i),$$

a koordinátakülönbségek javításai

$$d\Delta y_i = w_i \Delta x_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta y_i, \quad (85)$$

$$d\Delta x_i = -w_i \Delta y_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta x_i.$$

5.1.2. *A véletlen hibák és az ismeretlen, feltételezett szabályos (lineáris) hosszhiba figyelembevételével*

(VI. szigorú eljárás)

A felírható két feltételi egyenlet a nyomatéki és vetületi tétel alkalmazásával

$$[x'v] + [\lambda \sin \alpha] + [\Delta y]e - f_y = 0,$$

$$-[y'v] + [\lambda \cos \alpha] + [\Delta x]e - f_x = 0, \quad (86)$$

amelyekben az egységhosszra eső e szabályos (lineáris) hiba meg nem mért ismeretlen. A megoldást az V. kiegyenlítési csoport szabályai szerint kapjuk. A normálegyenletek

$$ak + dk_0 + [\Delta y]e - f_y = 0,$$

$$dk + bk_0 + [\Delta x]e - f_x = 0, \quad (87)$$

$$[\Delta y]k + [\Delta x]k_0 = 0,$$

amelyekben az a , b és d együtthatókat a (84) szerint kell számítani.

A (87) harmadik egyenletéből

$$k_0 = -rk, \quad (88)$$

ahol

$$r = \frac{[\Delta y]}{[\Delta x]} = \operatorname{tg} \varphi \quad (89)$$

és φ a záróoldal irányszöge.

A (88)-at a (87) első két egyenletébe téve,

$$(a - rd)k + [\Delta y]e - f_y = 0,$$

$$(d - rb)k + [\Delta x]e - f_x = 0,$$

melyekből

$$k = \frac{1}{N} (f_y [\Delta x] - f_x [\Delta y]), \quad (90)$$

$$N = (a - rd) [\Delta x] - (d - rb) [\Delta y].$$

A törésszög-javítások ívmértékben

$$v_i = k (x'_i + ry'_i) Q, \quad (91)$$

az oldalhossz-javítások

$$\lambda_i = k (\sin \alpha_i - r \cos \alpha_i) \gamma_i, \quad (92)$$

az irányszög-javítások

$$w_i = [v]_K^i = k [x'_i + ry'_i]_K^i Q. \quad (93)$$

A koordinátakülönbségeknek az e szabályos hosszhiba hatását még nem tartalmazó első javításai

$$d\Delta y'_i = w_i \Delta x_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta y_i, \quad (94)$$

$$d\Delta x'_i = -w_i \Delta y_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta x_i.$$

Az egységhosszra eső e szabályos hosszhiba

$$e = \frac{f_y - [d\Delta y']}{[\Delta y]} = \frac{f_x - [d\Delta x']}{[\Delta x]}. \quad (95)$$

A koordinátakülönbségek második javításai

$$\begin{aligned} d\Delta y_i'' &= e\Delta y_i, \\ d\Delta x_i'' &= e\Delta x_i. \end{aligned} \quad (96)$$

5.1.3. *A véletlen hibák és az ismeretlen, feltételezett szabályos (lineáris) hosszhiba figyelembevétele transzformációval*

(VII. szigorú kiegyenlítési eljárás)

Az előbbi, 5.1.2. pontban tárgyalt feladatot kevesebb számítással oldhatjuk meg, ha a II. szigorú eljárás elvét részben követve, áttérünk a záróoldalban felvett és arra merőleges tengelyű koordináta-rendszerre, vagyis az I. rész 2. ábra jelölései szerint a h'_i és q'_i koordinátákra, amelyeket a sokszög-vonal felrajzolása útján nyerhetünk elegendő pontossággal. A koordináta-rendszer kezdőpontjának a töréspontok súlypontjába való áthelyezését azonban itt mellőzzük. A feltételei egyenletek most, a nyomatóéki és vetületi tételnek a q' és h' tengelyekre való alkalmazásával

$$\begin{aligned} [(H-h')v] + \left[\lambda \frac{\Delta q}{t} \right] - f_q &= 0, \\ [q'v] + \left[\lambda \frac{\Delta h}{t} \right] + He - f_h &= 0. \end{aligned} \quad (97)$$

Ezekből a normálegyenletek

$$\begin{aligned} ak + dk_0 - f_q &= 0, \\ dk + bk_0 + He - f_h &= 0, \\ Hk_0 &= 0, \end{aligned}$$

amelyekben

$$a = Q[(H-h')^2] + \left[\gamma \frac{\Delta q^2}{t^2} \right]. \quad (98)$$

A b és d együtthatók kiszámítására nincs szükség. A normálegyenletekből

$$\begin{aligned} k_0 &= 0, \\ k &= \frac{f_q}{a}. \end{aligned}$$

A törésszög-javítások ívmértékben és az oldalhossz-javítások

$$\begin{aligned} v_i &= k(H-h'_i)Q, \\ \lambda_i &= k \frac{\Delta q_i}{t_i} \gamma_i. \end{aligned}$$

Az irányszög-javítások ívmértékben

$$w_i = [v]_K^i = k[(H-h'_i)]_K^i \cdot Q.$$

A koordinátakülönbségek első javításai

$$\begin{aligned}d\Delta y'_i &= w_i \Delta x_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta y_i \\d\Delta x'_i &= -w_i \Delta y_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta x_i\end{aligned}\quad (99)$$

A koordinátakülönbségek második javításai

$$\begin{aligned}d\Delta y''_i &= e \Delta y_i, \\d\Delta x''_i &= e \Delta x_i,\end{aligned}\quad (100)$$

amelyekben az egység hosszra eső hosszjavítás

$$e = \frac{f_y - [d\Delta y']}{[\Delta y]} = \frac{f_x - [d\Delta x']}{[\Delta x]}.\quad (101)$$

5.2. Kétszer csatlakozó, csak a kezdőponton tájékozott sokszög vonal közelítő kiegyenlítése

5.2.1. A koordináta-záróhibák elosztása az oldalhosszak arányában

Ez az eljárás azonos az I. részben közölt, ismert I. közelítő eljárással, de azzal az eltéréssel, hogy itt elmarad a szögzáróhiba előzetes elosztása a törésszögekre. A koordinátakülönbségek javításai most is

$$d\Delta y_i = \frac{f_y}{[t]} t_i, \quad d\Delta x_i = \frac{f_x}{[t]} t_i.$$

Az eljárást ugyanúgy lehet indokolni, mint a kétszer csatlakozó, kétszer tájékozott sokszög vonal esetében, s ugyanazokat a közelítéseket kell alkalmazni.

5.2.2. A lineárisnak feltételezett hosszhiba és a valószínű irányszög hibák figyelembevételével

(VI. közelítő kiegyenlítési eljárás)

Most is alkalmazható az I. rész 444. oldalán a III. közelítő eljárás tárgyalásánál ismertetett egyszerű levezetés. Eltérés csak a p_i irányszögtényező megválasztásában van. A mért törésszögekből számított i -edik irányszög középhibája most $\mu\sqrt{i}$, ha μ az első irányszög középhibája. Ennek megfelelően a p_i irányszög-hibatényező számára az a_i irányszög reciprok súlyával arányos

$$p_i = i \quad (102)$$

értéket kell vennünk.

A (102) figyelembevételével az arányossági tényezők a III. közelítő eljárás során az I. részben levezetett (57), (58) képletek helyett most a

következők:

$$e = \frac{1}{N} (f_x [i\Delta x] + f_y [i\Delta y])$$

és

$$k = \frac{1}{N} [f_y (\Delta x) - f_x (\Delta y)],$$

amelyekben

$$N = [\Delta x] [i\Delta x] + [\Delta y] [i\Delta y].$$

A koordinátakülönbségek javításai az (55)-tel azonosan a

$$d\Delta y_i = e\Delta y_i + k_i \Delta x_i,$$

$$d\Delta x_i = e\Delta x_i - k_i \Delta y_i$$

képletekkel számíthatók.

5.2.3. A legkisebb törésszög-javítások és a legkisebb hosszjavítások figyelembevételével

Az I. rész 450. oldalán az V. közelítő kiegyenlítő eljárásnál ismertetett megfontolás ebben az esetben is érvényes. Ezért az V. közelítő kiegyenlítő eljárás alkalmazható a kétszer csatlakozó, de csak a kezdőponton tájékozott sokszögvonalnál is.

5.3.1. Értékelés

A VI. és a VII. szigorú kiegyenlítési eljárások az I. részben a II. szigorú eljárás ismertetésénél már közölt azzal a hátránnyal járnak, hogy a véletlen mérési hibák miatt szükséges javítások hatásának jelentős részét a feltételezett lineáris hosszjavítás hatásaként állítják elő. Ezért szigorú kiegyenlítésre az V. szigorú eljárás alkalmazása helyesebb, de azzal a megjegyzéssel, hogy a lineáris hosszhibát kívánatos előzetesen megállapítani (műszerkomparálással vagy több sokszögmenetből, pl. a II. szigorú eljárás szerint) és azt a mérési eredményekből lefejtetni.

A közelítő eljárások közül az I. eljárás, mint azt az I. rész 443. oldalán közöltük, azon a feltételezésen alapul, hogy az irányszögek a sokszögvonalon belül azonos súlyúak. A valóságban az irányszögek súlya ebben az esetben a kezdőponttól távolodva csökken. Ez az eljárás viszont a legegyszerűbb. A VI. közelítő eljárás figyelembe veszi az irányszög-súlyok csökkenését, azonban az e lineáris hosszhiba beépítése miatt az erősen ívelt sokszögvonalat harántirányban nem indokolt mértékben torzítja. Az V. közelítő eljárás is figyelembe veszi az irányszögek változó súlyait, továbbá azokat a lineáris hosszhibákat, amelyeknek a vonalas záróhibára van hatásuk. Ezért az V. közelítő eljárás

nem torzítja el keresztirányban sem az erősen ívelt sokszögvonalat. Ez az eljárás viszont nagyobb számítási munkát kíván.

5.3.2. Ajánlás

A) A rövid ($H < 1$ km), nem nagy pontossági igényű sokszögvonalakhoz használható a legegyszerűbb, I. közelítő eljárás, a koordináta-záróhibák nagyságától és a sokszögvonaltól íveltségi fokától függetlenül.

B) Közepes pontossági igényű, közepes hosszúságú ($H = 1-5$ km) sokszögvonalkhoz alkalmazzuk a VI. közelítő eljárást, ha $T < 1,1 H$, az V. közelítő eljárást, ha $T > 1,1 H$.

C) Hosszú sokszögvonalkhoz ($H > 5$ km) használjuk az V. szigorú eljárást.

6. Beillesztett (kétszer csatlakozó) sokszögvonaltól kiegyenlítése

6.1 Szigorú kiegyenlítés

6.1.1. A véletlen hibák figyelembevételével a „hossz-záróhiba feltétel” alapján, transzformációval

(VIII. szigorú kiegyenlítési eljárás)

Ha az első sokszögoldal számára tetszőleges $(a)_1$ irányszöveget (előzetes irányszöveget) választottunk (11. ábra), a kiegyenlítés előkészítéseként ki kell számítani a mért β_i törésszögekből és t_i oldalakból az oldalak $(a)_i$ előzetes irányszögét, a $(\Delta y)_i$, $(\Delta x)_i$ előzetes koordinátakülönbségeket, a záróoldal (φ) előzetes irányszögét, a K kezdőpont és a Z zárópont ismert y_k, x_k, y_z, x_z koordinátáiból a záróoldal végleges φ irányszögét, valamint a $\delta' = \varphi - (\varphi)$ közelítő elforgatási szöveget. Ezután számítjuk az

$$\begin{aligned} a'_1 &= (a)_1 + \delta' \\ a'_2 &= (a)_2 + \delta' \\ &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ a'_z &= (a)_z + \delta' \end{aligned} \tag{103}$$

közeliítő irányszöveget, végül a

$$\Delta y'_i = t_i \sin a'_i, \quad \Delta x'_i = t_i \cos a'_i$$

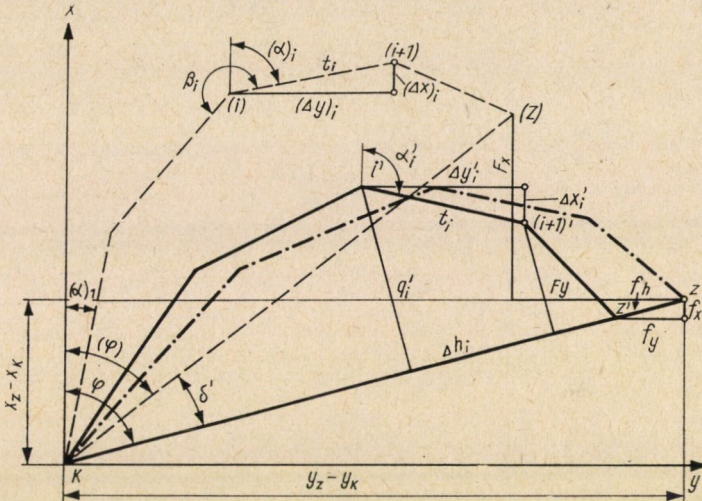
közeliítő koordinátakülönbségeket.

A gépszámítás szempontjából célszerűbb a $\Delta y'_i, \Delta x'_i$ közeliítő koordinátakülönbségeket a

$$\begin{aligned} \Delta y'_i &= (\Delta y)_i \cos \delta' + (\Delta x)_i \sin \delta', \\ \Delta x'_i &= (\Delta x)_i \cos \delta' - (\Delta y)_i \sin \delta' \end{aligned}$$

transzformációs képletekkel közvetlenül az előzetes koordinátakülönbségekből számítani, mert ehhez csak a δ' elforgatási szög sinus- és cosinusfüggvényét kell a szögfüggvény-táblázatból kikeresni.

Abban az esetben, ha az első oldal α'_1 közelítő irányszögét már eleve ismerjük, vagy méréssel meghatároztuk, elmarad az előzetes koordinátakülönbségek számítása. A mért β_i törésszögekből és t_i oldalakból azonnal



11. ábra. Az első sokszögoldal részére felvett előzetes irányszöggel számított beillesztett sokszögvonallal elfordítása és szigorú kiegyenlítése. Az ábrán
 - - - - az első sokszögoldal $(\alpha)_1$ előzetes irányszögével számított sokszögvonallal,
 — az elforgatott sokszögvonallal,
 - - - - a kiegyenlített sokszögvonallal

számítjuk az α'_i közelítő irányszögeket és a $\Delta y'_i, \Delta x'_i$ közelítő koordinátakülönbségeket. Ezután számítjuk az

$$\begin{aligned} f_y &= y_z - y_K - [\Delta y'], \\ f_x &= x_z - x_K - [\Delta x'] \end{aligned}$$

koordináta-záróhibákat.

A záróvonalra vonatkoztatott „nyomatéki és vetületi tétel” segítségével kapjuk az egyetlen feltételi egyenletet

$$[vq'] + \left[\lambda \frac{\Delta h}{t} \right] - f_h = 0, \tag{104}$$

amelyben q'_i az i töréspontnak a záróvonal egyenesétől mért távolsága, Δh_i a t_i oldalnak a záróoldalra vonatkoztatott vetülete. A (104)-ből az egyetlen normálegyenlet, a Q és a γ_i reciprok súlyok alkalmazásával

$$Q [q'^2] + \left[\frac{\Delta h^2}{t^2} \gamma \right] k - f_h = 0,$$

honnan az egyetlen korreláta

$$k = \frac{f_h}{Q [q'^2] + \left[\frac{\Delta h^2}{t^2} \gamma \right]}. \quad (105)$$

Ennek felhasználásával a törésszög-javítások ívmértékben

$$v_i = k q'_i Q, \quad (106)$$

az oldalhossz-javítások

$$\lambda_i = k \frac{\Delta h_i}{t_i} \gamma_i, \quad (107)$$

az irányszög-javítások ívmértékben

$$w_i = [v]_K^i = k [q']_K^i \cdot Q.$$

A koordinátakülönbségeknek a véletlen hibákból származó első javításai

$$d\Delta y'_i = w_i \Delta x_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta y_i, \quad (108)$$

$$d\Delta x'_i = -w_i \Delta y_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta x_i.$$

Ezekből a maradék koordináta-záróhibák

$$\begin{aligned} f'_y &= f_y - [d\Delta y'], \\ f'_x - f_x &= [d\Delta x']. \end{aligned} \quad (109)$$

A koordinátakülönbségeknek az utólagos kis elforgatásból származó második javításai:

$$\begin{aligned} d\Delta y''_i &= \frac{f'_y}{[\Delta y']} \Delta y'_i, \\ d\Delta x''_i &= \frac{f'_x}{[\Delta x']} \Delta x'_i. \end{aligned} \quad (110)$$

Az ismertett eljárásnak az alapelvét TÁRCZY-HORNOCH 1932-ben adta meg [12].

Az eljárás alkalmazásához elegendő a q_i és Δh_i értékeket grafikus úton meghatározni. Ha ezeket számítani akarjuk, akkor LEHMANN [29, 178. o.] egyszerűsítése szerint járhatunk el.

Ha az első sokszögoldalnak csak az előzetes (nem közelítő) irányszöge áll rendelkezésre, elvégezhetjük a kiegyenlítést úgy is, hogy mellőzzük az előzetes irányszög alapján számított előzetes koordinátakülönbségekről a közelítő koordinátakülönbségekre való áttérést, vagyis nem forgatjuk el a kiegyenlítés előtt a sokszögvonalat a közelítő elforgatási szöggel. Ezt az előzetes elforgatást azért mellőzhetjük, mert a kiegyenlítésnél felhasznált q' , Δh_i és f_h értékek függetlenek a sokszögvonala elforgatási helyzetétől.

A koordinátakülönbségek I. javításait most is a (108) képletekkel számítjuk. Az alkalmazandó II. javítások most a sokszögvonala utólagos — nem kicsinyre korlátozott értékű — elforgatásából állanak elő. Ha a zárópontnak a kezdőpontra vonatkoztatott, ismert koordinátái

$$y_z - y_K \text{ és } x_z - x_K,$$

akkor a zárópont koordinátaeltérései az I. javítások alkalmazása után:

$$F_y = y_z - y_K - [\Delta y'] = y_z - y_K - [(\Delta y)] - [d\Delta y'],$$

$$F_x = x_z - x_K - [\Delta x'] = x_z - x_K - [(\Delta x)] - [d\Delta x'],$$

ahol az F_y és F_x jelek választásával azt fejeztük ki, hogy most a szokásos f_y , f_x kicsiny koordináta-záróhibákkal szemben nagy értékű koordináta-záróeltérésekről van szó. A sokszögvonala elforgatásából származó II. (nagy) koordinátakülönbség-javítások:

$$\Delta \Delta y_i = k_1 \Delta y'_i + k_2 \Delta x'_i$$

$$\Delta \Delta x'_i = k_1 \Delta x'_i - k_2 \Delta y'_i;$$

ahol

$$k_1 = \frac{1}{H} ([\Delta y'] F_y + [\Delta x'] F_x) = \frac{F_h}{H},$$

$$k_2 = \frac{1}{H} (-[\Delta y'] F_x + [\Delta x'] F_y) = \frac{F_q}{H},$$

$$H = [\Delta y']^2 + [\Delta x']^2.$$

Az utóbbi képletekben $\Delta y'$ és $\Delta x'_i$ az I. (kis) javításokkal már javított koordinátakülönbségeket jelentik.

Megjegyezzük, hogy a sokszögvonala utólagos, nagymértékű elforgatása esetén a k_1 és k_2 tényezőket 6 számjegy pontossággal kell kiszámítani.

6.1.2. A véletlen hibák figyelembevételével a „koordináta-záróhiba feltételek” alapján

(IX. szigorú kiegyenlítési eljárás)

Tekintsük az első sokszögoldal a'_i közelítő irányszögének szükséges kicsiny da_1 kiegészítését meg nem mért ismeretlennek. Ekkor két feltételi egyenletet állíthatunk fel. Ezt a két feltételi egyenletet felírhatnók az f_h hossz-záróhibára és az f_q kereszt-záróhibára, azt követelve, hogy a közelítő t_i és a'_i értékeknek a meghatározandó szög- és hosszjavításokkal javított értékei mellett eltűnjön mind a hossz-, mind a kereszt-záróhiba. Ez a módszer lényegében azonos az előbb ismertetett VIII. szigorú eljárással. De felállíthatjuk

a két feltételt — ugyancsak TÁRCZY-HORNOCH 1949-ben kifejtett elgondolása szerint [14] a két koordináta-záróhibára is. Ennek az az előnye, hogy nincs szükség a q_i és h_i értékek kiszámítására, vagyis a sokszög vonal áttranszformálására a q, h koordinátarendszerbe, a sokszög vonalat nem kell felrajzolni.

A koordináta-záróhibákra vonatkoztatott feltételi egyenletek a „nyomatéki és vetületi tétel” alkalmazásával, a (82) jelöléseket használva

$$\begin{aligned} [x'v] + [\lambda \sin a] + [\Delta x] da_1 - f_y &= 0, \\ -[y'v] + [\lambda \cos a] - [\Delta y] da_1 - f_x &= 0, \end{aligned} \quad (111)$$

amelyekben da_1 meg nem mért ismeretlen mennyiség.

Látható, hogy a (111) egyenletek csak abban térnek el a VI. szigorú eljárás (86) feltételi egyenleteitől, hogy az utóbbiakban levő e meg nem mért ismeretlen helyett most da_1 a meg nem mért ismeretlen és ennek együtthatói: $[\Delta x]$ és $-[\Delta y]$, a (86)-ban levő $[\Delta y]$ és $[\Delta x]$ együtthatók helyett.

Ekként (90) analógiájára a két korreláta most

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{N} (f_y [\Delta y] + f_x [\Delta x]), \\ k_0 &= \frac{k}{r}, \end{aligned} \quad (112)$$

ahol r alatt a (89) kifejezés értendő. Továbbá

$$N = \left(a + \frac{d}{r} \right) [\Delta y] + \left(d + \frac{b}{r} \right) [\Delta x], \quad (113)$$

végül az a, b és d értékeket most is a (84) szerint kell kiszámítani.

A v_i törésszög-javításokat, a w_i irányszög-javításokat, a λ_i oldalhossz-javításokat és a koordinátakülönbségek $d\Delta y'_i, d\Delta x'_i$ javításait a (91)—(94) szerint, de a (112) alapján meghatározott k korreláta alkalmazásával kell kiszámítani.

Az első sokszögoldal a_i közelítő irányszögének da_1 javítása

$$d\Delta a_1 = \frac{f_y - [d\Delta y']}{[\Delta x']} = \frac{f_x - [d\Delta x']}{[\Delta y']}. \quad (114)$$

A koordinátakülönbségek második javításai:

$$\begin{aligned} dy''_i &= \Delta x'_i da_1, \\ d\Delta x''_i &= -\Delta y'_i da_1. \end{aligned} \quad (115)$$

Mint a fentiekből látható, a számítási munka a VIII. szigorú eljárással szemben annyiban nagyobb, hogy itt három: a, b és d normálegyenlet-együtthatót kell kiszámítani, és a v_i , valamint a λ_i javításokat kéttagú képletekből kell ki-

számítani. Ezzel szemben elmarad a VIII. eljáráshoz szükséges q_i és Δh_i értékek grafikus úton vagy számítással való meghatározása.

A IX. eljárás előnye még a VIII. eljárással szemben, hogy lehetővé teszi az első sokszögoldal irányszöge súlyának egyszerű kiszámítását [14].

6.1.3. A véletlen hibák figyelembevételével a két koordinátafeltétel összevonásával

(X. szigorú eljárás)

Fejezzük ki Tárczy-Hornoch legújabb javaslata szerint [30] az első sokszögoldal a_i közelítő irányszögének ismeretlen da_1 kiegészítését a (111) mindkét egyenletéből, és vonjuk a két kifejezést össze egy egyenletbe. Bevezetve az

$$X = [\Delta x] \text{ és } Y = [\Delta y]$$

jelöléseket, az XY szorzattal való szorzás útján az alábbi egyenletet kapjuk:

$$[(Yx' - Xy')v] + [(Y \sin a + X \cos a)\lambda] - Yf_y - Xf_x = 0.$$

Bevezetve még a következő jelöléseket,

$$A_i = Yx'_i - Xy'_i,$$

$$B_i = Y \sin a_i + X \cos a_i,$$

$$C = Yf_y + Xf_x,$$

egyenletünk a következő alakot veszi fel:

$$[Av] + [B\lambda] - C = 0.$$

Ezzel az egyszerű fogással elértük, hogy

1. csak egyetlen feltételi egyenletünk van, és
2. feleslegessé vált a da_1 kiegészítő értéknek a kiegyenlítő számításba való bevitele.

A feltételi egyenletből az egyetlen normálegyenlet:

$$ak - C = 0,$$

amelyben

$$a = Q[A^2] + [B^2\gamma].$$

Az egyetlen korreláta:

$$k = \frac{C}{a}.$$

A törésszög-javítások ívmértékben:

$$v_i = k Q A_i,$$

az oldalhossz-javítások:

$$\lambda_i = k B_i \gamma_i,$$

az irányszög-javítások:

$$w_i = [v]_A^i = k [A_i]_A^i Q,$$

a koordinátakülönbségek első javításai:

$$d \Delta y'_i = w_i \Delta X_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta y_i,$$

$$d \Delta x'_i = -w_i \Delta y_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta x_i.$$

Utóbbiak felhasználásával az első sokszögoldal irányszögének da_1 kiegészítése:

$$da_1 = \frac{f_y - [d \Delta y']}{X} = \frac{f_x - [d \Delta x']}{Y}.$$

A koordinátakülönbségek második javításai:

$$d \Delta y''_i = \Delta x'_i d a_1,$$

$$d \Delta x''_i = -\Delta y'_i d a_1.$$

Ennek az eljárásnak a számítási munkaszükséglete kisebb, mint a IX. eljárásé. Ugyanakkor eszik itt a q' és Δh segédmenyiségeknek a VIII. eljárásnál szükséges grafikus vagy numerikus meghatározása is.

6.1.4. Lineáris szabályos hosszhiba feltételezésével

(XI. szigorú kiegyenlítési eljárás)

Ha mind az egységhosszra eső e lineáris szabályos hosszhibát, mind az első sokszögoldal a'_1 közelítő irányszögének szükséges da_1 javítását meg nem mért ismeretlenek tekintjük, a két koordináta-záróhibára felállított két feltételi egyenlet a nyomatéki és vetületi tétel alkalmazásával, a (82) jelöléseket használva

$$\begin{aligned} [x'v] + [\lambda \sin a] + [\Delta x]da_1 + [\Delta y]e - f_y &= 0, \\ -[y'v] + [\lambda \cos a] - [\Delta y]da_1 + [\Delta x]e - f_x &= 0, \end{aligned} \quad (116)$$

amelyekben e és da_1 meg nem mért ismeretlenek. Az V. kiegyenlítési csoport szabályai szerint alkotott normálegyenletek a (84) jelölések felhasználásával

$$\begin{aligned} ak_1 + dk_2 + [\Delta x]da_1 + [\Delta y]e - f_y &= 0, \\ dk_1 + bk_2 - [\Delta y]da_1 + [\Delta x]e - f_x &= 0, \\ [\Delta x]k_1 - [\Delta y]k_2 &= 0, \\ [\Delta y]k_1 + [\Delta x]k_2 &= 0. \end{aligned} \quad (117)$$

A (117) harmadik és negyedik egyenletéből

$$k_1 = k_2 = 0.$$

A normálegyenletek ezért redukálódnak:

$$\begin{aligned} [\Delta x]da_1 + [\Delta y]e - f_y &= 0, \\ -[\Delta y]da_1 + [\Delta x]e - f_x &= 0, \end{aligned}$$

honnan

$$\begin{aligned} da_1 &= \frac{1}{N} (f_y [\Delta x] - f_x [\Delta y]) = \frac{f_q}{H}, \\ e &= \frac{1}{N} (f_x [\Delta x] + f_y [\Delta y]) = \frac{f_h}{H}. \end{aligned} \quad (118)$$

A (118) képletek azt mutatják, hogy abban az esetben, ha az is meretlen, feltételezett lineáris szabályos hosszhibát bevisszük a szigorú kiegyenlítésbe, nem érvényesülnek sem a véletlen hosszhibák, sem a véletlen szöghibák.

A koordinátakülönbségek javításai (118) alapján:

$$\begin{aligned} d\Delta y_i &= \Delta x_i \cdot da_1 + e \cdot \Delta y_i, \\ d\Delta x_i &= -\Delta y_i \cdot da_1 + e \cdot \Delta x_i. \end{aligned} \quad (119)$$

6.1.5. Beillesztett sokszög vonal szigorú kiegyenlítése a csatlakozópontok kerethibáinak tekintetbevételével

(XII. Szigorú kiegyenlítési eljárás)

Annak ellenére, hogy a gyakorlatban általában csak rövid beillesztett sokszög vonalakat alkalmazunk, indokolt itt is megvizsgálni a csatlakozópontok lokális kerethibáinak befolyását. Föld alatti méréseknél ugyanis a felszíni pontok levetítésének m_v ponthibája növeli a kezdőpont K_K és a zárópont K_z felszíni lokális ponthibáját. A föld alatti kezdőpont és zárópont teljes lokális ponthibájának négyzete

$$\begin{aligned} K'_K{}^2 &= K_K^2 + m_v^2, \\ K'_z{}^2 &= K_z^2 + m_v^2. \end{aligned} \quad (120)$$

A kiegyenlítést célszerű most a koordináta-záróhibafeltétel alapján, vagyis a 6.1.2. pontban tárgyalt IX. szigorú kiegyenlítési eljárás kiterjesztése útján végezni.

Kiszámítjuk a közelítő irányszögeket, a közelítő koordinátakülönbségeket és a koordináta-záróhibákat a IX. szigorú eljárás szerint. A feltételi egyenletek

$$\begin{aligned} [x'v] + [\lambda \sin \alpha] + [\Delta x] da_1 + dy_K - dy_z - f_y &= 0, \\ -[y'v] + [\lambda \cos \alpha] - [\Delta y] da_1 + dx_K - dx_z - f_x &= 0, \end{aligned} \quad (121)$$

amelyekben a kis dy_K , dx_K és dy_z , dx_z értékek a K kezdőpont és a Z zárópont valószínű lokális koordináta hibái,³ $x'_i = x_z - x_i$, $y'_i = y_z - y_i$ és da_1 az első sokszögoldal irányszögének javítása, mint meg nem mért ismeretlen.

³ Az I. részben, a kétszer csatlakozó, kétszer tájékozott sokszög vonal IV. szigorú kiegyenlítése során a zárópontnak a kezdőponthoz viszonyított relatív lokális közepes ponthibáját vettük figyelembe. Természetesen végezhetjük a IV. szigorú kiegyenlítést is úgy, hogy mindkét csatlakozópont egymástól független lokális közepes ponthibáját vesszük tekintetbe.

A szögmérés reciprok súlyát Q értékűnek, az oldalhosszakét γ_i -nek, a kezdőpont koordinátáinak reciprok súlyát

$$R_K = \frac{K_K'^2 Q}{\mu^2} \quad (121a)$$

értékűnek, a zárópont koordinátáinak reciprok súlyát

$$R_z = \frac{K_z'^2 Q}{\mu^2} \quad (121b)$$

értékűnek választjuk, ahol μ a szögmérés másodpercében kifejezett közép-hibája.

A normálegyenletek az V. kiegyenlítési csoport szabályai szerint

$$\begin{aligned} ak + dk_0 + [\Delta x]da_1 - f_y &= 0, \\ dk + bk_0 - [\Delta y]da_1 - f_x &= 0, \\ [\Delta x]k - [\Delta y]k_0 &= 0, \end{aligned} \quad (122)$$

amelyekben az együtthatók

$$\begin{aligned} a &= [\gamma \sin^2 a] + [x'^2]Q + R_K + R_z, \\ b &= [\gamma \cos^2 a] + [y'^2]Q + R_K + R_z, \\ d &= [\gamma \sin a \cdot \cos a] - [y'x']Q. \end{aligned} \quad (123)$$

A (122) harmadik egyenletéből

$$k_0 = rk, \quad (124)$$

ahol

$$r = \frac{[\Delta y]}{[\Delta x]}.$$

A (124)-et a (122) első két egyenletébe helyezve

$$\begin{aligned} (a + rd)k + [\Delta x] \cdot da_1 - f_y &= 0, \\ (d + rb)k - [\Delta y] \cdot da_1 - f_x &= 0, \end{aligned}$$

melyekből

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{N} (f_y [\Delta y] + f_x [\Delta x]), \\ da_1 &= \frac{-1}{N} ((a + rd) f_x - (d + rb) f_y), \\ N &= (a + rd) [\Delta y] + (d + rb) [\Delta x]. \end{aligned}$$

A törésjavítások ívmértékben

$$v_i = k(x'_i - ry'_i)Q.$$

Az oldalhossz-javítások

$$\lambda_i = k (\sin a_i + r \cos a_i) \gamma_i.$$

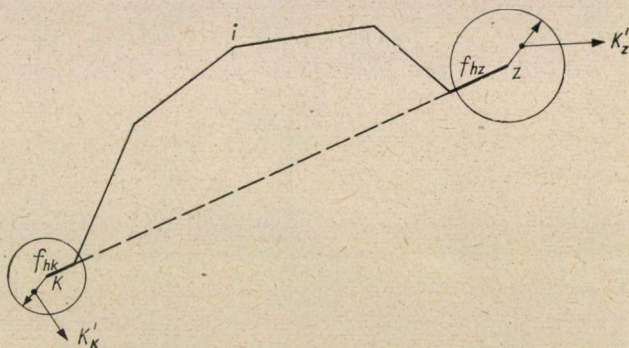
Az irányszög-javítások ívmértékben

$$w_i = [v]_K^i.$$

A koordinátakülönbségek javításai

$$d\Delta y_i = w_i \Delta x_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta y_i + da_1 [\Delta x]_K^i,$$

$$d\Delta x_i = -w_i \Delta y_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta x_i - da_1 [\Delta y]_K^i.$$



12. ábra. Beillesztett sokszögvonal szigorú kiegyenlítése a csatlakozópontok lokális közepes ponthibáinak figyelembevételével

A K kezdőpont koordinátáinak valószínű kerethibái

$$dy_K = kR_K, \quad dx_K = rkR_K. \quad (125a)$$

A Z zárópont koordinátáinak valószínű kerethibái

$$dy_Z = -kR_Z, \quad dx_Z = -rkR_Z. \quad (125b)$$

Meg kell jegyeznünk, hogy beillesztett sokszögvonal esetében az eljárás a csatlakozópontok valószínű lokális kerethibáinak csak a záróvonal irányába eső f_{hK}, f_{hZ} komponenseit szolgáltatja (12 ábra), amint ez a (125) képletekből is megállapítható. Ennek az az oka, hogy a csatlakozópontok koordinátajavításainak — a törésszög-javításokkal és a hosszjavításokkal együtt — a minimumkövetelménybe való bevonása az ebbe be nem vont da_1 elfordítási szögnek azt az értékét határozza meg, amely a záróvonalra merőleges komponenseket kompenzálja.

6.2. Beillesztett sokszögvonala közelítő kiegyenlítése

6.2.1. A koordináta-záróhibák elosztása az oldalhosszak arányában

Most is alkalmazható a legegyszerűbb I. közelítő kiegyenlítő eljárás. Mivel itt nincs szögzáróhiba, elmarad ennek előzetes elosztása az irányszögekre. De a mérési eredményekkel meghatározott sokszögvonala előzetesen el kell forgatni úgy, hogy a záróoldal irányszöge egyenlő legyen a záróvonalnak a csatlakozópontok ismert koordinátáiból számított irányszögével. Az I. közelítő eljárás indokolásánál alkalmazott az a feltételezés, hogy az irányszögek egyenlő súlyúak, itt a valóságban közelítően fenn is áll. Ezért az I. közelítő eljárás alkalmazása a beillesztett sokszögvonala elméletileg jobban megalapozott, mint a kétszer csatlakozó, kétszer tájékozott sokszögvonala.

6.2.2. Lineáris hosszhiba feltételezésével az első sokszögoldal irányszögére tetszőlegesen választott előzetes irányszög alapján

(VII. közelítő kiegyenlítési eljárás)

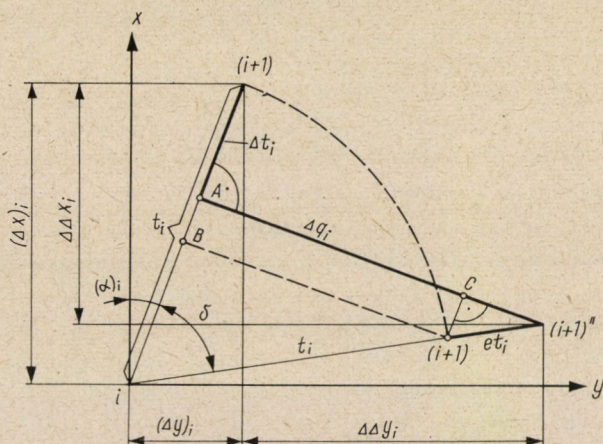
A közelítő kiegyenlítés feladatát most a következőképpen fogalmazhatjuk meg. Olyan ismeretlen e szabályos hibával kell az oldalhosszakat javítani, egyidejűleg az így összenyomott vagy széthúzott sokszögvonala olyan δ szöggel kell a kezdőpont körül mereven elforgatni, hogy e két művelet eredményeként az f_x és f_y koordináta-záróhibák eltűnjenek. Legyen a 13. ábrán $(a)_i$ az $(i, i + 1) = t_i$ sokszögoldal előzetes irányszöge, $(\Delta x)_i$ és $(\Delta y)_i$ az $(i + 1)$ pontnak az i pontra vonatkoztatott, számított koordinátakülönbsége az előzetes koordinátarendszerben, δ az előzetes koordinátarendszer szükséges elfordításának, vagy — ami ugyanazt jelenti — a sokszögvonala szükséges merev elfordításának ismeretlen szöge. Legyen továbbá e az oldalhossz egységére eső ismeretlen szabályos hiba, mikor is $et_i = (i + 1)'$, $(i + 1)''$ a t_i sokszögoldalnak az e szabályos hiba okozta változása.

Az e szabályos hosszhibának megfelelő et_i javítás hatására a t_i oldalhossz a 13. ábrán látható i , $(i + 1)'' = t_i(1 + e)$ hosszra változik. Fejezzük ki a $(\Delta x)_i$, $(\Delta y)_i$ koordinátakülönbségnek a δ szöggel való elfordítás és az et_i oldalhossz-javítás együttes hatására előálló $\Delta \Delta x_i$ és $\Delta \Delta y_i$ változását. A 13. ábra szerint

$$\begin{aligned}\Delta \Delta y_i &= \Delta t_i \sin (a)_i + \Delta q_i \cos (a)_i, \\ \Delta \Delta x_i &= \Delta t_i \cos (a)_i - \Delta q_i \sin (a)_i.\end{aligned}\quad (126)$$

Ugyancsak a 13. ábráról

$$\begin{aligned}\Delta t_i &= (i + 1), A = (i + 1), B + B, A = -t_i(1 - \cos \delta) + et_i \cos \delta, \\ \Delta q_i &= A, (i + 1)'' = B, (i + 1)' + C, (i + 1)'' = t_i \sin \delta + et_i \sin \delta.\end{aligned}\quad (127)$$



13. ábra. Beillesztett sokszög vonal közelítő kiegyenlítése lineáris hosszhiba feltételezésével*

A (127) kifejezéseket (126)-ba helyezve, átrendezés után

$$\Delta\Delta y_i = -(\Delta y)_i \{1 - (1 + e) \cos \delta\} + (\Delta x)_i (1 + e) \sin \delta,$$

$$\Delta\Delta x_i = -(\Delta x)_i \{1 - (1 + e) \cos \delta\} - (\Delta y)_i (1 + e) \sin \delta.$$

A koordinátakülönbségek javításainak összege kell hogy egyenlő legyen az F_y , ill. F_x koordináta-záróhibával, így

$$[\Delta\Delta y] = [(\Delta y)] \{ (1 + e) \cos \delta - 1 \} + [(\Delta x)] (1 + e) \sin \delta = F_y,$$

$$[\Delta\Delta x] = [(\Delta x)] \{ (1 + e) \cos \delta - 1 \} - [(\Delta y)] (1 + e) \sin \delta = F_x. \quad (128)$$

A (128)-ból meghatározhatnók az ismeretlen e és δ értékeket. Utóbbiak helyett azonban a

$$k_1 = (1 + e) \cos \delta - 1$$

$$k_2 = (1 + e) \sin \delta \quad (129)$$

arányossági tényezőket határozzuk meg. A (128)-ból a (129) jelölésekkel

$$k_1 [(\Delta y)] + k_2 [(\Delta x)] = F_y,$$

$$k_1 [(\Delta x)] - k_2 [(\Delta y)] = F_x,$$

melyekből az arányossági tényezők:

$$k_1 = \frac{[(\Delta y)] f_y + [(\Delta x)] f_x}{[(\Delta y)]^2 + [(\Delta x)]^2} = \frac{F_h}{H'} \quad (130)$$

$$k_2 = \frac{-[(\Delta y)] f_x + [(\Delta x)] f_y}{[(\Delta y)]^2 + [(\Delta x)]^2} = \frac{F_q}{H'}$$

* A 13. ábrában az i , $(i+1)'$ egyenesen levő $(i+1)$ helyett helyesen $(i+1)''$ olvasandó.

Ezekkel a koordinátakülönbségek javításai:

$$\begin{aligned}\Delta y_i &= k_1(\Delta y)_i + k_2(\Delta x)_i, \\ \Delta x_i &= k_1(\Delta x)_i - k_2(\Delta y)_i.\end{aligned}\quad (131)$$

A (130) és (131) képletek azt mutatják, hogy a beillesztett sokszög-vonalat az I. részben tárgyalt III. közelítő eljárás szerint egyenlíthetjük ki, csak most elmaradnak az (57), (58) és (55) képletekben alkalmazott irányszög-hibatényezők, ill. azok mindegyikét az egységnek választjuk,

$$p_i = 1. \quad (132)$$

A beillesztett sokszög vonal közelítő kiegyenlítésének fenti vizsgálatánál nem tettünk megkötést az első sokszögoldal előzetes irányszögének megválasztására, vagyis nem állítottuk fel azt a követelményt, hogy az első sokszögoldal részére felvett előzetes irányszög közelítse meg az első sokszögoldal végleges irányszögét. A δ elforgatási szög így tetszőleges nagy lehet, az F_h és F_q hossz- és kereszt-záróhiba is általában nagy értékek. A k_1 és k_2 arányossági tényező kb. $+1$ és -1 határok között vannak. Nagyok továbbá a Δy_i , Δx_i koordinátakülönbség-javítások is. Ez okból a képletek gyakorlati felhasználásánál a számítást a kiegyenlített sokszög vonal megkívánt relatív koordinátazárási pontosságának megfelelően 5—6 számjegy pontossággal kell elvégezni. Ahány nagyságrenddel kisebb a k_1 és k_2 az egységnél, annyival kevesebb számjegy pontossággal elegendő azokat kiszámítani. Ha $\delta < 20^\circ$, elegendő a logarléc pontossága.

Ehhez a közelítő eljáráshoz alábbi megállapításokat tehetjük.

1. Az eljárás azonos a 6.1.3. pontban a lineáris hosszhiba feltételezésével tárgyalt szigorú eljárással, a (130) és (131) képletek azonosak a (118) és (119) képletekkel.
2. Nem szükséges a sokszög vonalat előzetesen elforgatni, avagy az első sokszögoldal közelítő irányszögéből kiindulni.
3. Az eljárás szigorúnak tekinthető, ha a sokszög vonal csak gyengén ívelt ($T = [t] < 1,1 H$). Pontosabb kritériuma annak, hogy az eljárás szigorúnak legyen tekinthető, LEHMANN [29] megállapítása szerint

$$[q^2] < \frac{f_{hv}}{f_{hl}} \left(\frac{e}{\mu/\rho} H \right)^2, \quad (133)$$

ahol q_i az i töréspont távolsága a záróvonalától, f_{hv} a véletlen hosszhibák okozta hossz-záróhiba, f_{hl} a lineáris hosszhiba okozta hossz-záróhiba, e az egységhosszra eső lineáris hosszhiba, μ a szögmérés középhibája, H a záróvonal hossza.

6.2.3. Az első sokszög vonal részére közelítő irányszög áll rendelkezésre

Az előbbi 6.2.2. pontban tárgyalt VII. közelítő eljáráshoz hasonló a HARTNICK által közölt eljárás is [22], amely ugyancsak a hosszak szabályos

hibáját veszi figyelembe. Ehhez képest ez az eljárás is lényegében a koordinátakülönbségeknek a

$$k_1 = \frac{f_h}{H}$$

arányossági tényezővel való szorzása útján adja a koordinátakülönbségek első javításait, és ezzel megszünteti az f_h hossz-záróhibát. Ezután az egész sokszögvonalat meghatározott $\Delta\delta$ kis szöggel elforgatja a kezdőpont körül. HARTNICK levezetése szerint a $\Delta y'_i$, $\Delta x'_i$ közelítő koordinátakülönbségek szükséges javításai

$$\begin{aligned} d\Delta y_i &= c_1 \Delta y_i + c_2 \Delta x_i, \\ d\Delta x_i &= c_1 \Delta x_i - c_2 \Delta y_i, \end{aligned} \quad (134)$$

amelyekben az arányossági tényezők

$$c_1 = \frac{H}{H'} - 1, \quad (135)$$

$$c_2 = \frac{H}{H'} \sin \delta. \quad (136)$$

Vizsgáljuk meg közelebbről ezt az eljárást. Hátrányos, hogy csak akkor ad jó eredményt, ha az első sokszögoldal előzetes irányszögének és valóságos irányszögének különbsége, vagy — ami ugyanaz — a záróoldal szükséges $\Delta\delta$ elforgatási szöge legfeljebb $13,5'$ [22, 299. o.]. Ez a feltétel megszorítás a használat számára.

Ha a c_1 arányossági tényező értékét (135) helyett

$$c'_1 = \frac{H}{H'} \cos \delta - 1, \quad (137)$$

HARTNICK jelölései szerint

$$c'_1 = \frac{S}{S'} \cos \delta - 1$$

értékűnek választjuk, nincs szükség az említett megszorításra.

Állításunk könnyen igazolható. A kiegyenlített Δy_i koordinátakülönbség tetszőleges nagy δ elforgatási szög esetén

$$\Delta y_i = (t_i + dt_i) \sin(\alpha_i + \delta),$$

vagy a

$$dt_i = t_i \left(\frac{H}{H'} - 1 \right)$$

helyettesítéssel és kisebb átalakítással

$$\Delta y_i = \frac{H}{H'} (\Delta y)_i \cos \delta + \frac{H}{H'} (\Delta x)_i \sin \delta, \quad (138)$$

ahol — hangsúlyozzuk — a $(\Delta y)_i$ és $(\Delta x)_i$ nem közelítő, hanem előzetes koordinátakülönbségek. A $(\Delta y)_i$ előzetes koordinátakülönbség szükséges javítása:

$$\Delta \Delta y_i = \Delta y_i - (\Delta y)_i,$$

amelybe (138)-at behelyezve,

$$\Delta \Delta y_i = \left(\frac{H}{H'} \cos \delta - 1 \right) (\Delta y)_i + \frac{H}{H'} \sin \delta (\Delta x)_i = c'_1 (\Delta y)_i + c'_2 (\Delta x)_i. \quad (139)$$

Ugyanígy nyerjük a $(\Delta x)_i$ előzetes koordinátakülönbség szükséges javítását:

$$\Delta \Delta x_i = \left(\frac{H}{H'} \cos \delta - 1 \right) (\Delta x)_i - \frac{H}{H'} \sin \delta (\Delta y)_i = c'_1 (\Delta x)_i - c'_2 (\Delta y)_i. \quad (140)$$

Ezzel állításunkat igazoltuk.

Azonnal észrevehetjük, hogy a c_1 arányossági tényezőre általunk javasolt (137) kifejezés azonos a 6.2.2. pontban tárgyalt VI. közelítő kiegyenlítő eljárásunk (129) képletében a k_1 arányossági tényezőre megadott kifejezéssel, mert

$$\frac{H}{H'} \cos \delta - 1 = \frac{H' + f_h}{H} \cos \delta - 1 = (1 + e) \cos \delta - 1.$$

A c_2 arányossági tényező már eleve azonos a VI. közelítő eljárás (129) képletében a k_2 arányossági tényezőre megadott kifejezéssel. Ennélfogva az általunk módosított HARTNICK-féle eljárás megegyezik a VII. közelítő kiegyenlítési eljárással. Az eltérés csupán az, hogy a módosított HARTNICK-féle eljárásnál a fentiek szerint módosított c_1 és a c_2 arányossági tényező meghatározásához ki kell számítani az első sokszögoldal $(a)_1$ előzetes irányszögéből a záróoldal (φ) előzetes irányszögét, a kezdőpont és a zárópont ismert koordinátáiból a záróoldal valószínű φ irányszögét, ezekből a $\delta = \varphi - (\varphi)$ elfordítási szöveget. Szögfüggvény-táblázatból ki kell keresni a $\sin \delta$ és $\cos \delta$ szögfüggvény-értékeket. Ezekre a VII. közelítő kiegyenlítési eljárásnál nincs szükség, mert a k_1 és k_2 arányossági tényezőket a (130) szerint a δ szög ismerete nélkül közvetlenül kapjuk meg a $(\Delta y)_i$ és $(\Delta x)_i$ előzetes koordinátakülönbségekből, valamint a koordináta-záróhibákból.

Meg kell itt még jegyeznünk, hogy a HARTNICK említette abban az esetben, amikor már eleve ismeretes a végleges kezdőirány [22, 298. o. 8. bek.], tulajdonképpen kétszeresen csatlakozó, de csak a kezdőpontot tájékozott sokszögvonallról van szó. Ilyenkor a VII. közelítő kiegyenlítő eljárásunk alkalmazása az indokolt, és pontosabb eredményt ad, mert ebben az esetben lehetőség van az irányszögek súlyozására, és így nem helyes a sokszögvonalat a kezdőpont körül mereven elfordítani.

6.2.4. *A beillesztett sokszögvonalknál is alkalmazható az V. közelítő eljárás, mely a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása nélkül keresi a*

legkisebb hossz- és szögjavításokat. Az V. közelítő eljárás alkalmazásához azonban, a mérési eredményekkel és az első sokszögoldal irányszögére felvett $(\alpha)_1$ előzetes irányszöggel meghatározott sokszögvonalat el kell fordítani úgy, hogy a záróoldal irányszöge egyenlő legyen a záróoldalnak a két csatlakozópont ismert koordinátáiból számított valóságos irányszögével, vagyis az f_q keresztzáróhiba 0 legyen. A fennmaradó f_h hossz-záróhiba kiküszöbölése az V. eljárásnál megoszlik a hosszjavításokra és a törésszögek javítására. Az oldalak annál nagyobb javítást kapnak, minél kisebb a hossz-záróhiba irányával bezárt hajlásszögük. Ennek eredményeképpen a sokszögvonalt alakváltozása főképpen az f_h hossz-záróhiba irányában jelentkezik.

6.3.1. Értékelés

A VIII., IX. és X. szigorú eljárások korrektek. A VIII. szigorú eljárás számítási munkaszükséglete kisebb, mint a IX. eljárásé. A IX. eljárás azonban lehetővé teszi az első sokszögoldal irányszöge súlyának egyszerű kiszámítását. A VIII. és X. eljárások alkalmazásánál ez a súlyszámítás körülményes. A X. szigorú eljárásnál is kevesebb a számítási munka, mint a IX. eljárásnál. Amellett a X. eljáráshoz nem kell a VIII. eljáráshoz szükséges segédmennyiségeket sem kiszámítani.

A XI. szigorú eljárás egyszerű. Hátránya, hogy az erősen ívelt sokszögvonalt harántirányban torzítja. Ezért szigorúnak csak gyengén ívelt sokszögvonalt esetében tekinthető. A XII. szigorú eljárás a klasszikus IX. szigorú eljárás kiterjesztése a csatlakozópontok lokális közepes ponthibájának a figyelembevételére. Ha a beillesztett sokszögvonalt pontos mérőeszközökkel és nagy gondossággal mértük, a XII. szigorú eljárással számított sokszögvonalt belső töréspontjainak egymáshoz viszonyított helyzetbe közelebb fog állani a valósághoz. Amellett támpontot kapunk a csatlakozópontok ponthibájának a záróvonalt irányába eső vetületeiről.

A közelítő eljárások közül a legegyszerűbb, I. közelítő eljárás elméleti indokolásának alapjául szolgáló az a feltétel, hogy az irányszögek egyenlő súlyúak, itt a valóságban közelítően fenn is áll. Ezért az I. közelítő eljárás jobban megalapozott a beillesztett sokszögvonalt, mint a kétszer csatlakozó, kétszer tájékozott vagy a kétszer csatlakozó, egyszer tájékozott sokszögvonalt, feltéve, hogy a beillesztett sokszögvonalt előzetesen elforgattuk úgy, hogy a záróoldalnak a mérési eredményekből számított irányszöge egyenlő legyen a záróoldalnak a csatlakozópontok koordinátáiból számított irányszögével.

A VII. közelítő eljárás, amely azonos a X. szigorú eljárással, gyengén ívelt beillesztett sokszögvonaltól jól használható. Nem szükséges a sokszögvonalt előzetesen elforgatni közelítően tájékozott helyzetbe.

A VIII. közelítő eljárásról kimutattuk, hogy lényegében azonos az általánosabb VII. közelítő eljárással.

A beillesztett sokszögvonala fő alkalmazási területe a föld alatti mérés (bányamérés). A bányamérés keretében a sokszögvonalak oldalhosszai általában rövidebbek, mint a földfelszíni sokszögvonalak oldalhosszai. Ezért a szögmérések és hosszmerések hibáinak halmozódása azonos hosszúságú sokszögvonala esetében nagyobb. De a föld alatti sokszögvonalak teljes hossza is általában rövidebb, mint a földfelszíni sokszögvonalak teljes hossza. A föld alatti méréseknél a mérési körülmények rendszerint nehezebbek. Ez okból a föld alatti beillesztett sokszögvonalnál a rövid, közepes és hosszú sokszögvonalak határait másképpen kell meghatározni.

6.3.2. Ajánlás

A) Rövid ($T < 0,5$ km), nem nagy pontossági igényű beillesztett sokszögvonala az I. közelítő kiegyenlítési eljárással egyenlíthetünk ki, de a mérési eredményekből számított nyers sokszögvonala előbb tájékozott helyzetbe kell forgatni.

B) Közepes hosszúságú ($0,5 \text{ km} < T < 2 \text{ km}$), közepes pontossági igényű beillesztett sokszögvonala a VII. közelítő eljárással számíthatunk, ha $T < 1,1 H$, az V. közelítő eljárással, ha a sokszögvonala erősen ívelt, vagyis $T > 1,1 H$.

C) Hosszabb ($T > 2 \text{ km}$), vagy nagy pontossági igényű közepes hosszúságú beillesztett sokszögvonala ajánlatos a X. szigorú eljárással kiegyenlíteni ha az első sokszögoldal irányszögének súlyára nincs szükség, avagy a IX. szigorú eljárást alkalmazni, ha az említett súlyt is meg kell határoznunk.

D) Ha a beillesztett sokszögvonala a legszabatosabban kell kiszámítanunk, és a csatlakozópontok lokális közepes ponthibáit ismerjük, indokolt lehet a sokszögvonala hosszától függetlenül a XI. szigorú eljárást alkalmazni.

7. Irányszögméréssel (busszolás teodolit, vagy pörgettyűs teodolit használatával) végzett sokszögelés kiegyenlítése

7.1.1. Szigorú kiegyenlítés véletlen hibák figyelembevételével

(XIII. Szigorú kiegyenlítési eljárás)

Most a közvetlenül mért a_i irányszögek ama w_i , ívmértékben kifejezett javításait és a t_i sokszögoldalok ama λ_i javításait kell keresnünk, amelyek kielégítik a

$$\begin{aligned} [w\Delta x] + [\lambda \sin \alpha] - f_y &= 0, \\ -[w\Delta y] + [\lambda \cos \alpha] - f_x &= 0 \end{aligned} \quad (141)$$

feltételi egyenleteket és minimummá teszik az

$$\frac{1}{Q} [w \cdot w] + \left[\frac{\lambda \lambda}{\gamma} \right]$$

súlyozott négyzetösszeget. Az irányszögmérés reciprok súlyául a Q értéket választottuk, a t_i sokszögoldal γ_i reciprok súlyát a távolságmérés alkalmazott módszerének megfelelően a „bevezetőben” megadott módon határozzuk meg.

A (141) feltételi egyenletek abban különböznek a (6) megfelelő egyenleteitől, hogy az $(x_z - x_i)$ és $(y_z - y_i)$ szorzók helyett a Δx_i és Δy_i szorzókat alkalmaztuk, mert az a_i irányszög w_i javítása csak az $(i + 1)$ töréspontra hat.

A (141) alapján alkotott normálegyenletekből a korreláták

$$k_1 = \frac{1}{N} (f_y b - f_x d), \quad (142)$$

$$k_2 = -\frac{1}{N} (f_x a - f_y d),$$

ahol

$$N = ab - d^2.$$

A (142)-ben

$$\begin{aligned} a &= [\gamma \sin^2 a] + [\Delta x^2] Q, \\ b &= [\gamma \cos^2 a] + [\Delta y^2] Q, \\ d &= [\gamma \sin a \cos a] - [\Delta x \Delta y] Q. \end{aligned} \quad (143)$$

Az irányszög-javítások (ívmértékben) és az oldaljavítások

$$\begin{aligned} w_i &= (k_1 \Delta x_i - k_2 \Delta y_i) Q, \\ \lambda_i &= (k_1 \sin a_i + k_2 \cos a_i) \gamma_i. \end{aligned} \quad (144)$$

A koordinátakülönbségek javításai

$$\begin{aligned} d\Delta y_i &= w_i \Delta x_i + \lambda_i \frac{\Delta y_i}{t_i}, \\ d\Delta x_i &= -w_i \Delta y_i + \lambda_i \frac{\Delta x_i}{t_i}. \end{aligned} \quad (145)$$

7.1.2. A véletlen hibák figyelembevételével, vektoranalitikus kiegyenlítő számítással

(XIV. Szigorú kiegyenlítési eljárás)

Az irányszögek közvetlen mérése esetén alkalmazható a SCHUMANN [8, 9] nyomán SÉBOR és ULBRICH [10] által kidolgozott vektoranalitikus kiegyenlítési eljárás is. Lényege ennek az, hogy az egyes sokszögoldalakat, a vonalas záróhibát és a záróoldalt irányukkal és nagyságukkal jellemzett vekto-

roknak fogjuk fel és keressük az oldalvektorok ama kis vektorváltoztatásait, amelyek egyfelől megszüntetik a záróhibavektort, másfelől minimummá teszik a súlyozott oldalvektorjavítások skaláris négyzetösszegét. Az oldalvektorok fiktív mérési eredmények, amelyek egymástól függetlenek, mert az i -edik oldalvektor csak a t_i távolságnak és az a_i irányszögnek, mint mérési eredményeknek függvénye. Ezért a kiegyenlítés elvégezhető az oldalvektorokra mint fiktív mérési eredményekre. Az eljárás részletes kifejtését itt mellőzzük. Megtalálható SÉBOR és ULBRICH tanulmányában [10].

7.1.3. A véletlen hibák és az ismeretlen lineáris hosszhiba figyelembevételével

(XV. szigorú kiegyenlítési eljárás)

A felírható feltételi egyenletek most

$$\begin{aligned} [w \cdot \Delta x] + [\lambda \sin a] + [\Delta y]e - f_y &= 0, \\ -[w \cdot \Delta y] + [\lambda \cos a] + [\Delta x]e - f_x &= 0, \end{aligned}$$

amelyekben w_i az a_i irányszög ívmértékben kifejezett javítása, λ_i a t_i sokszög-oldal javítása, és e az egység hosszra eső szabályos hiba.

A feltételi egyenletekből az V. kiegyenlítési csoport szabályai szerint alkotott normálegyenletek, ha az irányszögek és a távolságok reciprok súlyául a Q és γ_i értéket választjuk, továbbá alkalmazzuk a (143) jelöléseket,

$$\begin{aligned} ak + dk_0 + [\Delta y]e - f_y &= 0, \\ dk + bk_0 + [\Delta x]e - f_x &= 0, \\ [\Delta y]k + [\Delta x]k_0 &= 0, \end{aligned}$$

honnan

$$k_0 = -rk, \tag{146}$$

ahol

$$r = \frac{[\Delta y]}{[\Delta x]}.$$

A (146)-ot behelyezve a normálegyenletekbe,

$$\begin{aligned} (a - rd)k + [\Delta y]e - f_y &= 0, \\ (d - rb)k + [\Delta x]e - f_x &= 0, \end{aligned}$$

melyekből

$$k = \frac{1}{N} (f_y [\Delta x] - f_x [\Delta y]),$$

ahol

$$N = (a - rd) [\Delta x] - (d - rb) [\Delta y].$$

Az irányszög-javítások (ívmértékben) és az oldaljavítások (a szabályos hiba hatása nélkül)

$$\begin{aligned}w_i &= k (\Delta x_i + r \Delta y_i) Q, \\ \lambda_i &= k (\sin \alpha_i - r \cos \alpha_i) \gamma_i.\end{aligned}$$

A koordinátakülönbségek első javításai

$$\begin{aligned}d\Delta y'_i &= w_i \Delta x'_i, \\ d\Delta x'_i &= -w_i \Delta y'_i.\end{aligned}\tag{147}$$

Az egység-hosszra eső e szabályos hiba

$$e = \frac{f_y - [d\Delta y']}{[\Delta y]} = \frac{f_x - [d\Delta x']}{[\Delta x]}.$$

A koordinátakülönbségek második javításai

$$\begin{aligned}d\Delta y''_i &= e \Delta y_i, \\ d\Delta x''_i &= e \Delta x_i.\end{aligned}\tag{148}$$

Megjegyezzük, hogy ennél az eljárásnál, ugyanúgy, mint a II. szigorú eljárásnál, az eredményül nyert, egység-hosszra eső e lineáris hosszhiba a véletlen hibák hatásának egy részét is tartalmazza. Ezért az eljárás szigorúnak csak gyengén ívelt sokszög-vonal esetében tekinthető.

7.1.4. A véletlen hibák és az ismeretlen lineáris hosszhiba figyelembevétele transzformációs eljárással

(XVI. szigorú kiegyenlítési eljárás)

Egyszerűbb a számítás, ha áttérünk a záróoldallal párhuzamos és arra merőleges tengelyű koordinátarendszerre, vagyis az I. rész 2. ábra jelölései szerint a Δh_i és Δq_i koordinátakülönbségekre, amelyeket a felrajzolt sokszög-vonalból veszünk le. Ekkor a feltételi egyenletek

$$\begin{aligned}[w\Delta h] + \left[\lambda \frac{\Delta q}{t} \right] - f_q &= 0, \\ -[w\Delta q] + \left[\lambda \frac{\Delta h}{t} \right] + He - f_h &= 0.\end{aligned}\tag{149}$$

Ezekből a normálegyenletek

$$\begin{aligned}ak + dk_0 - f_q &= 0, \\ dk + bk_0 + He - f_h &= 0, \\ Hk_0 &= 0,\end{aligned}$$

amelyekben

$$a = [\Delta h^2] Q + \left[\frac{\Delta q^2}{t^2} \gamma \right],$$

ha a szögmérés és a hossz mérés reciprokok súlyaira a Q és γ_i értékeket választottuk. A b és d együtthatók kiszámítására nincs szükség.

A normálegyenletekből $k_0 = 0$, és az egyetlen megmaradó korreláta

$$k = \frac{f_q}{a}. \quad (150)$$

Az irányszög-javítások ívmértékben

$$w_i = k \Delta h_i Q,$$

az oldalhossz-javítások, a szabályos hiba hatása nélkül

$$\lambda_i = k \frac{\Delta q_i}{t_i} \gamma_i.$$

A koordinátakülönbségek első javításai

$$d\Delta y'_i = w_i \Delta x_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta y_i, \quad (151)$$

$$d\Delta x'_i = -w_i \Delta y_i + \frac{\lambda_i}{t_i} \Delta x_i.$$

A koordinátakülönbségek második javításai

$$d\Delta y''_i = e \Delta y_i, \quad (152)$$

$$d\Delta x''_i = e \Delta x_i,$$

ahol

$$e = \frac{f_y - [d\Delta y']}{[\Delta y]} = \frac{f_x - [d\Delta x']}{[\Delta x]}$$

az egység hosszra eső szabályos hiba.

Az előző, XV. szigorú kiegyenlítési eljárásához fűzött megjegyzésünk itt is érvényes.

7.2. Irányszögméréssel végzett sokszögelés közelítő kiegyenlítése

7.2.1. Koordináta-záróhibák elosztása az oldalhosszak arányában

Most is használhatjuk a legegyszerűbb, I. kiegyenlítési eljárást. Azt a megjegyzést kell hozzáfűznünk, hogy ennek a közelítő eljárásnak az alkalmazása itt korrektebb, mint a szokásos, törésszögméréssel végzett sokszögelés esetében. Most ugyanis az irányszögek egyenlő súlyúak, amely feltevésen ez a közelítő eljárás alapul.

7.2.2. Lineáris hosszhiba feltételezésével

Irányszögmérési sokszögelés esetében is alkalmazhatjuk a III. közelítő eljárásnál ismertetett gondolatmenetet. Ennek eredményeképpen a két arányossági tényező azonos a beillesztett sokszög vonal közelítő kiegyenlítésénél tárgyalt VII. közelítő kiegyenlítési eljárás (130) alatt megadott kifejezéseivel és a koordinátakülönbségek javítására érvényes a VII. közelítő kiegyenlítési eljárás (131) képlete.

7.2.3. Legkisebb irányszög-javítások és legkisebb hosszjavítások útján

Minden változtatás nélkül alkalmazhatjuk az V. közelítő kiegyenlítési eljárást.

7.3.1. Értékelés

A 7.1.1 pontban tárgyalt XIII. szigorú kiegyenlítési eljárás jobb a 7.1.3. és a 7.1.4. pontokban ismertetett XV. és XVI. szigorú eljárásoknál, mert utóbbiaknál a véletlen mérési hibák hatásának jelentős része beolvad a feltételezett lineáris hosszhiba hatásába. Erősen ívelt sokszög vonalnál ez nem indokolt mértékű harántirányú torzulást eredményez. Gyengén ívelt sokszög vonal esetében ez a két utóbbi eljárás is szigorúnak tekinthető, és ekkor előnyös — különösen a XV. szigorú eljárás — kisebb számítási munkája.

A 7.1.2. pontban kivonatossan ismertetett XIV. vektoranalitikus szigorú kiegyenlítési eljárás szabatosság szempontjából egyenértékű a XIII. szigorú eljárással.

A közelítő eljárások közül a rövidebb sokszög vonalakkal jól használható az I. közelítő eljárás. A VII. közelítő eljárás szabatosabb, de csak gyengén ívelt sokszög vonalnál, mert az erősen ívelt sokszög vonalat a keresztirányban szükségtelen mértékben torzítja. Az V. közelítő eljárás erősen ívelt sokszög vonalnál sem torzít harántirányban.

7.3.2. Ajánlás

A) Kisebb pontossági igényű, nem hosszú ($H < 1$ km), irányszögméréssel végzett sokszögelést az I. közelítő eljárással számíthatunk.

B) Közepes pontossági igényű, közepes hosszúságú ($H = 1-5$ km) sokszög vonalat számítsunk a VII. közelítő eljárással, ha $T < 1,1 H$, vagy az V. közelítő eljárással, ha $T > 1,1 H$.

C) Hosszú sokszög vonalat ($H > 5$ km) a XIII. szigorú eljárással egyenlítsük ki. A vektorkalkulustól nem idegenkedők jól alkalmazhatják a XIV. szigorú eljárást.

*

Az I. táblázat a sokszögelés különböző típusaira ajánlott kiegyenlítő eljárásokat összesítve adja meg.

I. táblázat

A sokszögelés egyes típusaira ajánlott kiegyenlítési eljárások

A sokszögvonala			Ajánlott	
típusa	hossza	íveltége	közelítő	szigorú
			eljárás	
Kétszer tájékozott, kétszer csatlakozó	$H < 1$ km	bármilyen	I	I vagy IV IV
	$H = 1-5$ km	$T < 1,1 H$	III	
	” ”	$T > 1,1 H$	V	
	$H = 5-25$ km	bármilyen		
Kétszer csatlakozó, egyszer tájékozott	$H < 1$ km	bármilyen	I	V
	$H = 1-5$ km	$T < 1,1 H$	VI	
	” ”	$T > 1,1 H$	V	
	$H > 5$ km	bármilyen		
Beillesztett	$H < 0,5$ km	bármilyen	I	X., IX. v. XI.
	$H = 0,5-2$ km	$T < 1,1 H$	VII	
	” ”	$T > 1,1 H$	V	
	$H > 2$ km	bármilyen		
Írányzőméréssel végzett	$H < 1$ km	bármilyen	I	XIII
	$H = 1-5$ km	$T < 1,1 H$	VII	
	” ”	$T > 1,1 H$	V	
	$H > 5$ km	bármilyen		

IRODALOM

- A tanulmány I. részében felsoroltakon kívül:
29. LEHMANN, W.: Betrachtungen über die strenge Ausgleichung von Einrechnungszügen, *Vermessungstechnik*, 10 (1962), 178.
30. TÁRCZY-HORNOCH, A.: Weiteres zur strengen Ausgleichung der Einrechnungszüge, *Vermessungstechnik*, 11 (1963)

Helyesbítés az I. részhez

A tanulmány I. része 437. o. alulról 6. sorában téves és törlendő: „243–244. o.”.
Az I. rész „Irodalom”-ban a 17. sz. alatt feltüntetett:
„TÁRCZY-HORNOCH, A.: Kiegyenlítő számítás, *Műszaki Egyetemi előadások* (1950)”
helyett
„TÁRCZY-HORNOCH, A.: Über die verknoteten Einrechnungszüge, *Bánya és Kohó-
mérnöki Osztály Közleményei*, (1934) 183.”
a helyes irodalmi forrásmunka.

ÉSZAKI FÉNY JELENSÉGEK MAGYARORSZÁGON

(1523—1960)

RÉTHLY ANTAL és BERKES ZOLTÁN

[Beérkezett: 1963. május 2-án]

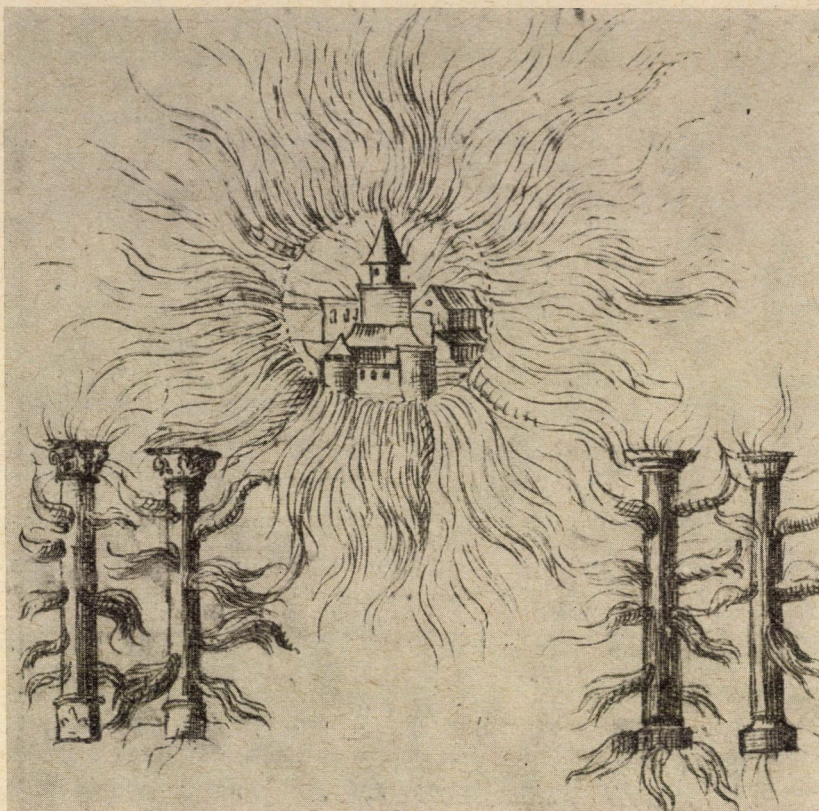
A tanulmányban szerzők a Magyarországon az elmúlt 440 év alatt észlelt, ill. feljegyzett sarki fény jelenségeknek katalógusát és statisztikai jellegű feldolgozását adják közre. A megfigyelési anyagot elsősorban a területi eloszlás szempontjából vizsgálták meg, azonkívül levezették a jelenség napi, évi és havi (holdhónapi) menetét, valamint évszázados (szekuláris) változásait, a naptevékenység változásaival kapcsolatban. Részletesebben vizsgálták a 11 évi, ún. napfoltciklus jelentkezését a láthatóság gyakoriságában, azonkívül harmonikus analízis révén a hosszabb (56—59, 70, 84—89 és 177 éves) periódusokat is. Megállapítják, hogy ezek szintézise révén az észlelt szekuláris változások szinte maradék nélkül előállíthatók. E periódusok magyarázatát a nagy bolygóknak a naptevékenységre kifejtett ár—apály hatásában vélik megtalálni. Végül a sarki fény láthatóságának gyakorisága és az időjárás, ill. éghajlatingadozások közötti kapcsolatot (párhuzamosságot) vizsgálják és azt találják, hogy a sarki fény gyakorisága hűbb kifejezője a naptevékenység változásainak (Földünk légkörében!), mint a viszonylagos napfoltszámok.

Az éjszakai égboltnak csillagképei, de főleg szokatlan tűneményei az emberek bámulatát és régebben félelmét is felkeltették. Ezek közé tartozik az északi fény* is, amely remek színpompájával, gyorsan változó fényeivel a természet egyik legérdekesebb és lenyűgöző égi tűneménye. A régi, misztikára hajló századokban az elemi csapásoktól, háborúktól való babonás félelemmel párosult megjelenése. (Lásd a színes képmellékleteket és az *1. ábrát*). Ez a körülmény a tudományos kutatás szempontjából előnyösnek tekinthető annyiban, hogy éppen a jelenség szokatlansága, ritka megjelenése miatt a régi krónikák, naplók, naptárak megőrizték számunkra a tűnemény fellépésének időpontját és lefolyását.

Az utóbbi évtizedek folyamán (1905 és 1960 között) az északi fényt létrehozó naptevékenység — eltekintve a 11 évi ciklustól — jelentős mértékben emelkedő irányzatú volt. Így aztán hazánkban is gyakran lépett fel e ritka, rendszerint csak a magas szélességeken mutatkozó égi tűnemény. Az 1938. január 25-i, az 1940. március 24-i, vagy az 1958. szeptember 4-i északi fény emlékezetes marad mindazok számára, akik láthatták.

A gyakoriság ilyen nagyarányú megnövekedése ráirányította a figyelmet a sarki fényre és ösztönzést adott arra, hogy a régi magyar természeti

* Az irodalomban találkozhatunk a „sarki fény” elnevezéssel is. A sarki fény azonban lehet északi és déli (aurora borealis és aurora australis). Minthogy a mi szélességeinken csakis északi fény észlelhető, ezért általában ezt az elnevezést használjuk.



I. ábra. A Szepesváralján 1604. okt. 24-én megfigyelt északi fény FEJÉRVÁRY Károlytól származó fantasztikus rajza. (A finom tollrajzot a Magyar Nemzeti Múzeum Széchenyi könyvtára őrzi)

mégfigyelések kb. 50 év óta tartó gyűjtéséből az elmúlt, most már 440 év idevonatkozó anyagát tudományos módszerekkel is feldolgozzuk. Itt a következő kérdések merülhetnek fel: milyen törvényszerűségeket mutat az északi fény jelentkezésének gyakorisága hazánkban, térben és időben? Milyen az összefüggése más geofizikai jelenségekkel? Éppen ez az utóbbi szempont lépett az előtérbe most, amidőn a *Nemzetközi Geofizikai Év* és az ezt követő *Nemzetközi Együttműködés Évei* során a kutatások homlokterébe került a naptevékenység és a földi légkör jelenségeinek kapcsolata. A naptevékenység korpuszkuláris sugárzásának szemléltetésére a földmágneses háborgások és éppen a sarki fény jelenségek szolgálnak. A mágneses háborgások számszerű értékei azonban csak 1870 óta állanak rendelkezésünkre, az északi fényadatok viszont — hála FRITZ [1] hatalmas gyűjtésének — már több évszázadról.

Mindenesetre az északi fény gyakorisága bizonyos szempontból talán jobb mérőszám is, mint a napfoltok viszonylagos száma, főként a korpusz-

kuláris hatásokat illetően. Az északi fény ui. a légkörünkben valóban érvényre jutó sugárzás energiáját jelzi, míg a napfoltszámok még a Nap teljes sugárzásának szemléltetésére sem alkalmasak, mert önkényes mérőszámok. (Nem ismeretes ui. általában az egyes foltok aktivitása.) A napfoltok száma is csak 1750-től áll rendelkezésünkre, noha azokat újabban SHOVE régebbi századokra is extrapolálta.

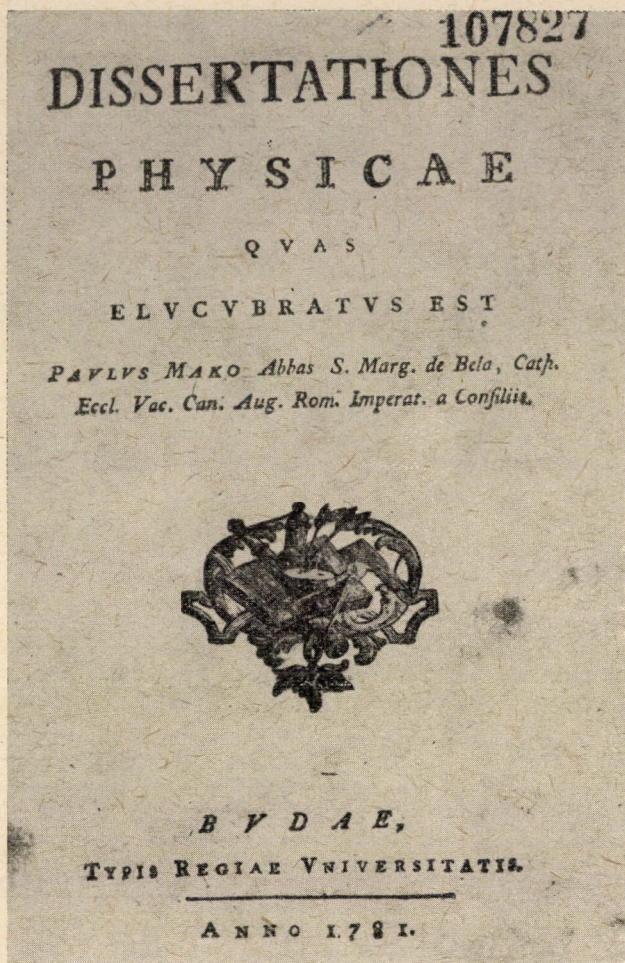
Mindezek szem előtt tartásával a Magyar Tudományos Akadémia Geofizikai Bizottságának 1958. december 4-i ülésén dr. RÉTHLY Antal indítványt tett a katalógus összeállítására és kiadatására. A Bizottság a javaslatot magáévá tette és ajánlotta, hogy a javaslattevő bízassék meg a régi magyar északi fény jelenségek katalógusának egybeállításával. RÉTHLY még bejelentette, hogy az anyag feldolgozását dr. BERKES Zoltán meteorológussal, a földrajzi tudományok kandidátusával együtt kívánja elvégezni.

A megbízatásnak eleget téve, elkészült az 1523 és 1960 közötti közel 4 és $\frac{1}{2}$ évszázadból gyűjtött 242 északi fény jelenség katalógusa [2]. A katalógus összeállításánál a következő szempontokat vettük figyelembe. A katalógusban szerepel mindenekelőtt a jelenségnek sorszáma, lehetőleg pontos dátuma, helye, annak valószínű erőssége, a fénytünemény leírása és a feljegyző neve, illetve az irodalmi forrásadatok. Az északi fény jelenségeket erősségi fokozattal láttuk el. A csak vörös folt formájában jelentkező, rövidebb időtartamú jelenséget gyengének (1°), sugárkéve jelentkezése esetén pedig mérsékelt (2°) erősségűnek minősítettük. Erős (3°) fény jelenség alkalmával többszöri kitérés, bőséges sugár-, sőt koronaképződés volt megfigyelhető. Igen erős fény (4°) esetében a nagy területi kiterjedés és rendkívüli fényerősség volt a döntő. Ugyancsak erősségi fokozattal láttuk el az északi fény jelenséggel egyidejűleg fellépett földmágnességi háborgások mértékét.

Meg kell még röviden emlékeznünk azokról a magyar származású kutatókról, akik úttörőként foglalkoztak az északi fénnel. Elsőnek P. HELL Miksát [3] kell említenünk, aki 1720-ban Selmechányán született. A bécsi csillagda igazgatója volt és foglalkozott az északi fénnel is, amelynek 1770-ben új elméletét adta. Az északi fény magasságának megállapításával kerekgedei MAKÓ Pál [4, 5] Nagyszombat, majd Buda egyetemének professzora foglalkozott és a korabeli északi fényelméletek jó összefoglalását adta alapvető munkájában (2. ábra). Rajtuk és FENYVES Ferencen [6] kívül — aki egy kisebb népszerűsítő munkát írt —, régebben még KONKOLY THEGE Miklós, SCHENZL Guidó, EÖTVÖS Loránd, HELLER Ágost, GRUBER Lajos és STEINER Lajos hazánkfiai foglalkoztak ezzel a tudományos kérdéssel.

A megfigyelési anyag feldolgozása

A négy évszázadot meghaladó északi fény katalógus adataiból igen sok értékes felvilágosítás volt nyerhető, főként különféle *gyakorisági* számértékek és az *időbeli változások*, tehát a szekuláris menet részére is.



2. ábra. MAKÓ Pál 1781-ben Budán megjelent értekezéseinek címlapja. A kötet második értekezése szól az északi fényről és ez a Bécsben 1775-ben megjelent német nyelvű tanulmányának bővített kiadása

A részletes, megfigyelési anyag közlésétől eltekintve, az I. táblázatban évszázadok szerint csoportosítva összefoglaltuk az előfordult esetek dátumait, valamint a jelenség megbecsült erősségi fokozatait. A táblázat 242 esetet tartalmaz, közel 4 és $\frac{1}{2}$ évszázadból. Valójában csak 112 olyan év volt, pontosabban 186 hónap, amelyben északi fényt jegyeztek fel hazánkban. Sok hónapban (32) az északi fény több alkalommal jelentkezett, sőt nem ritka az sem (18 eset), hogy a jelenség egymásután 2—3 napon is feltűnt. Azt mondhatjuk tehát, hogy általában minden második évben lehet hazánkban északi fényre számítani. A láthatóság valószínűsége ui. 1556 és 1960 közötti évekből számítva $241 : 415 = 0,595$, azaz kb. két évenként egy eset.

Pontosabban — tekintettel a 11 évi ciklusra — 22 évenként 12 esetben várható nálunk északi fény fellépte. A további vizsgálatok folyamán kitűnik, hogy az erős szekuláris változások következtében a 11 évi összegek 0 és 23 eset között ingadoznak, tehát az átlagos valószínűségek számításának csak matematikai jelentősége van.

Adataink alkalmasnak bizonyultak arra, hogy az 1919. év előtti Magyarország elég nagy területére a földrajzi szélességek szerint csoportosítva számottevő különbségeket kapjunk a láthatóság gyakoriságára. Ennek megállapítására a következőképp jártunk el. Megállapítottuk egy-egy földrajzi szélességi fokon belül a 403 év alatt észlelt északi fények azon eseteit (189), amely-nél pontos helymegjelölés volt.

Ezután térképről kimérve a szélességi fokokra eső valószínű terület-egységeket, kiszámítva az azokra eső átlagos évi gyakoriságot, a levezetett adatok a következők:

Északi szélesség:	44—45°	45—46°	46—47°	47—48°	48—49°	49—50°	(47°)
Gyakoriság:	0,21	0,40	0,50	1,07	0,30	1,20	átlag 0,60

A láthatóság gyakorisága tehát nálunk is kétségtelenül nagyobbodik délről észak felé haladva és országos átlagban a fentebb említett 0,6-nak jól megfelel.

A napi menet. 117 óraadattal ellátott észlelés feldolgozásából adódott, hogy a láthatóság maximuma 19—20 óra között van: 22 eset = 19%. Továbbá 10% felett van még a láthatóság valószínűsége 20—23 óra között. Kisebb, másodlagos maximum jelentkezik hajnali 2—3 óra között (4%). 17 óra előtt és 4 óra után a még, — vagy a már — erősebb napfény akadályozza a jelenség megfigyelhetőségét; 19 óra és 23 óra közé jut az eseteknek közel 60%-a, 0—4 óráig csak 14%-a. Ezek a megállapítások természetesen csak a fény első fellobbanására vonatkoznak. Gyakori azonban egy második, vagy egy harmadik felvillanás is, amelyek általában 2—3 órás közben követik egymást. Többszöri felvillanás esetén leggyakrabban 20, 22 és 2 órakor figyeltek meg kitöréseket.

Az évi menet. Az évi menet részletesebb ábrázolása érdekében 207 pontos dátumú esetünket havonkénti dekádokba osztottuk. Ily módon számított adatok grafikus ábrázolása a 3. ábrán látható. Feltűnő, amint az előre is várható volt, hogy a gyakoriság a téli félévben jóval nagyobb, majdnem két akkora, mint a nyári félévben: 71% áll 29%-kal szemben. Az is kitűnik, hogy az átmeneti időszakokban — megegyezően a mágneses háborgások évi menetével — február—márciusban és október—novemberben nagyobb az északi fény láthatóságának gyakorisága. Egyébként a görbén (az egyes hónapok dekádjait feltüntetve) 11 maximum jelentkezik, ezek:

I. táblázat

A Magyarországon 1523–1960. évek között észlelt északi fények

XVI. század				XVII. század				XVIII. század						
Év	Hó	Nap	Erősség	Év	Hó	Nap	Erősség	Év	Hó	Nap	Erősség			
1.	1523.	—	—	2°	5.	1580.	IX.	—	2°	10.	1593.	I.	12.	3°
2.	1556.	I.	14.	2°	6.	1580.	XII.	—	2°	11.	1593.	X.	28.	2°
3.	1557.	XII.	5.	2°	6a.	1583.	VIII.	20.	1°	11a.	1599.	V.	28.	2°
3a.	1579.	II.	8.	2°	7.	1591.	aestas		2°	12.	1599.	X.	24.	2°
3b.	1579.	II.	9.	2°	8.	1591.	XII.	(20.)	2°	13.	1599.	X.	27.	2°
4.	1580.	IX.	—	2°	9.	1592.	XII.	29.	3°	14.	1600.	XII.	28.	1°
15.	1602.	XI.	4.	2°	30.	1608.	II.	finis	2°	44a.	1615.	I.	7.	2°
16.	1604.	IX.	29.	3°	31.	1609.	IX.	8.	3°	45.	1615.	IV.	20.	1°
17.	1604.	X.	24.	4°	32.	1610.	II.	—	2°	46.	1615.	VI.	17.	1°
18.	1605.	II.	9.	2°	33.	1610.	XII.	17.	2°	47.	1615.	XI.	2.	1°
19.	1605.	II.	15.	2°	34.	1611.	VIII.	27.	3°	48.	1623.	V.	13.	3°
20.	1605.	II.	16.	2°	35.	1612.	VII.	10.	1°	49.	1623.	XI.	17.	2°
21.	1605.	II.	17.	2°	36.	1612.	VIII.	4.	1°	50.	1623.	XII.	11.	2°
22.	1605.	II.	18.	2°	37.	1612.	VIII.	28.	3°	50a.	1627.	—	—	2°
23.	1605.	II.	19.	2°	38.	1613.	VII.	18.	1°	50b.	1642.	I.	4.	2°
24.	1605.	III.	22.	2°	39.	1613.	XI.	9.	2°	51.	1648.	I.	11.	1°
25.	1605.	VI.	6.	2°	40.	1613.	XI.	10.	2°	52.	1663.	XI.	25.	1°
26.	1605.	XI.	16.	2°	41.	1613.	XI.	12.	2°	52a.	1681.	II.	10.	3°
27.	1605.	XII.	17.	2°	42.	1613.	XI.	16.	2°	52b.	1684.	X.	8.	2°
28.	1607.	I.	18.	2°	43.	1614.	II.	20.	1°	53.	1692.	II.	10.	1°
29.	1607.	XI.	27.	2°	44.	1614.	II.	23.	2°					
54.	1704.	VIII.	1.	2°	71.	1730.	III.	6.	1°	86.	1769.	X.	24.	3°
55.	1713.	I.	—	1°	72.	1730.	VI.	21.	2°	87.	1769.	X.	31.	2°
56.	1713.	III.	—	1°	73.	1730.	X.	7.	1°	88.	1770.	I.	18.	2°
57.	1716.	III.	17.	2°	74.	1730.	XI.	2.	3°	89.	1775.	X.	16.	2°
58.	1719.	XII.	23.	3°	75.	1734.	I.	25.	2°	90.	1777.	XII.	3.	2°
59.	1720.	I.	3.	2°	76.	1736.	III.	15.	2°	91.	1778.	II.	25.	3°
60.	1721.	II.	17.	1°	77.	1736.	V.	4.	2°	91a.	1779.	II.	10.	1°
61.	1721.	II.	23.	2°	77a.	1737.	II.	1.	2°	91b.	1779.	II.	11.	1°
62.	1724.	XII.	25.	1°	78.	1737.	XII.	16.	3°	91c.	1779.	II.	13.	1°
63.	1725.	I.	8.	1°	78a.	1739.	III.	29.	2°	91d.	1779.	XI.	9.	2°
64.	1725.	I.	12.	1°	79.	1741.	XII.	16.	2°	92.	1780.	II.	29.	1°
65.	1725.	XII.	17.	1°	79a.	1749.	II.	3.	2°	93.	1780.	VII.	28.	1°
66.	1726.	X.	19.	3°	80.	1761.	II.	28.	3°	94.	1780.	XI.	24.	1°
67.	1727.	III.	14.	3°	81.	1761.	XI.	19.	1°	95.	1780.	XI.	25.	3°
68.	1728.	III.	20.	2°	82.	1763.	XI.	—	2°	96.	1780.	XI.	26.	1°
68a.	1730.	I.	12.	1°	83.	1768.	XII.	5.	2°	97.	1781.	I.	30.	1°
69.	1730.	II.	14.	1°	84.	1769.	II.	26.	3°	98.	1781.	II.	16.	1°
70.	1730.	II.	15.	4°	85.	1769.	II.	27.	3°	99.	1781.	XII.	11.	1°

A táblázat egybefoglalja a Magyarországon észlelt és feljegyzett északi fény jelenségeket, 1523–1960 között és 224 sorszám alatt összesen 242 esetet tartalmaz. Az a)–d) jelzésű 18 adat a munka befejezése után jutott a szerzők tudomására. (Az észlelések részletes leírását a [2] alatt idézett munka tartalmazza.)

Év	Hó	Nap	Erősség	Év	Hó	Nap	Erősség	Év	Hó	Nap	Erősség			
100.	1782.	X.	8.	1°	108.	1786.	III.	22.	2°	116.	1787.	X.	31.	2°
101.	1783.	III.	18.	2°	109.	1787.	III.	18.	1°	117.	1788.	II.	11.	1°
102.	1783.	III.	22.	1°	110.	1787.	V.	13.	1°	118.	1788.	II.	15.	1°
103.	1783.	III.	23.	1°	111.	1787.	VII.	13.	2°	119.	1788.	VIII.	19.	1°
104.	1783.	X.	22.	1°	112.	1787.	X.	6.	2°	120.	1788.	X.	21.	1°
105.	1784.	VII.	25.	1°	113.	1787.	X.	10.	1°	121.	1788.	X.	22.	1°
106.	1784.	XI.	15.	1°	114.	1787.	X.	13.	1°	122.	1789.	IV.	1.	1°
107.	1785.	VIII.	9.	1°	115.	1787.	X.	24.	1°					

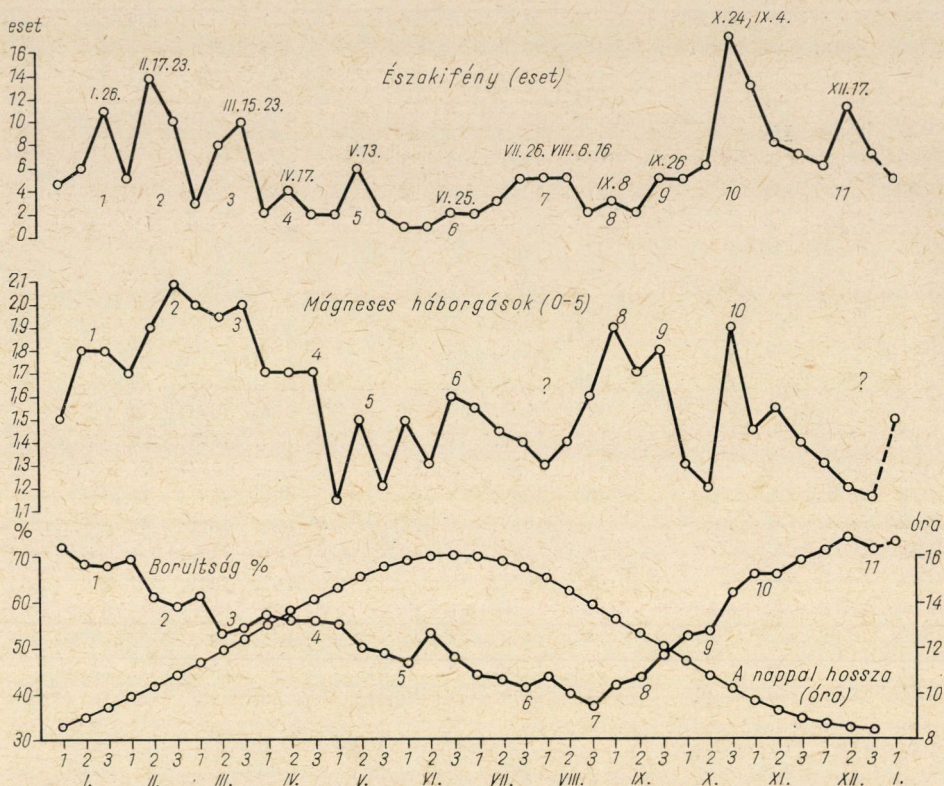
XIX. század

123.	1806.	XI.	3.	1°	138.	1859.	VIII.	28.	2°	153.	1870.	X.	25.	4°
124.	1806.	XI.	4.	1°	139.	1859.	IX.	3.	1°	154.	1870.	XI.	19.	1°
125.	1806.	XI.	5.	1°	140.	1859.	X.	12.	1°	155.	1871.	I.	13.	1°
126.	1831.	I.	7.	3°	141.	1862.	XII.	14.	1°	156.	1871.	XI.	2.	2°
127.	1831.	I.	12.	1°	142.	1869.	IV.	15.	2°	157.	1871.	XI.	3.	2°
128.	1831.	I.	20.	1°	143.	1869.	V.	13.	2°	158.	1871.	XI.	5.	2°
129.	1831.	IX.	26.	1°	144.	1869.	V.	29.	1°	159.	1872.	II.	4.	4°
130.	1835.	XII.	3.	2°	145.	1869.	X.	25.	3°	160.	1872.	II.	11.	1°
131.	1836.	X.	18.	4°	146.	1869.	XII.	12.	1°	161.	1872.	VIII.	6.	1°
132.	1837.	III.	15.	2°	147.	1870.	IV.	5.	3°	162.	1877.	IX.	29.	1°
133.	1837.	XI.	5.	1°	148.	1870.	V.	20.	2°	163.	1880.	X.	27.	1°
133a.	1847.	XII.	17.	3°	149.	1870.	IX.	24.	2°	164.	1882.	X.	2.	2°
134.	1851.	XII.	26.	1°	150.	1870.	X.	14.	1°	165.	1892.	VIII.	12.	1°
135.	1852.	II.	19.	2°	151.	1870.	X.	23.	1°	166.	1898.	IX.	9.	2°
136.	1854.	I.	2.	2°	152.	1870.	X.	24.	4°	167.	1898.	XII.	3.	1°
137.	1859.	IV.	21.	2°										

XX. század

168.	1903.	X.	31.	1°	187.	1941.	I.	27.	1°	206.	1948.	XI.	20.	1°
169.	1905.	XI.	15.	2°	188.	1941.	I.	28.	1°	207.	1948.	XI.	22.	1°
170.	1908.	VI.	30.	2°	189.	1941.	II.	17.	1°	208.	1949.	I.	26.	2°
171.	1909.	VII.	28.	2°	190.	1941.	III.	1.	2°	209.	1950.	I.	21.	1°
172.	1910.	I.	3.	2°	191.	1941.	III.	2.	1°	210.	1950.	I.	24.	2°
173.	1917.	XII.	17.	1°	192.	1941.	III.	30.	1°	211.	1950.	I.	25.	3°
174.	1917.	XII.	18.	1°	193.	1941.	IX.	18.	3°	212.	1950.	I.	26.	2°
175.	1917.	XII.	19.	1°	194.	1941.	X.	22.	2°	213.	1950.	II.	20.	2°
176.	1920.	III.	22.	2°	195.	1942.	II.	23.	1°	214.	1951.	X.	28.	2°
177.	1926.	I.	26.	1°	196.	1943.	II.	2.	1°	215.	1957.	I.	21.	2°
178.	1926.	III.	9.	1°	197.	1943.	IX.	22.	1°	216.	1957.	X.	26.	1°
179.	1938.	I.	25.	4°	198.	1946.	III.	28.	1°	217.	1957.	XI.	6.	1°
180.	1938.	V.	12.	1°	199.	1946.	VII.	27.	2°	218.	1957.	XI.	26.	2°
181.	1939.	II.	24.	1°	200.	1946.	VII.	28.	1°	219.	1958.	II.	10.	3°
182.	1939.	IV.	24.	1°	201.	1947.	II.	17.	1°	220.	1958.	VII.	8.	3°
183.	1940.	III.	23.	1°	202.	1947.	III.	12.	1°	221.	1958.	IX.	4.	4°
184.	1940.	III.	24.	4°	203.	1947.	IV.	17.	2°	222.	1958.	XII.	4.	2°
185.	1940.	III.	27.	1°	204.	1947.	VII.	17.	1°	223.	1959.	IX.	4.	1°
186.	1940.	IV.	17.	1°	205.	1947.	VIII.	16.	1°	224.	1960.	X.	6.	3°

Régi megfigyelések katalógusa sajnos a dolog természeténél fogva sohasem lehet teljes. Folytatólagos gyűjtésünk a kéziratnak lezárása után újabb adatokat eredményezett. Sikertelenül feldolgoztunk BENKŐ Sámuel (Miskolc) Ephemerides Meteorologico-Medicæ: An-



3. ábra. Az északi fény gyakoriságának évi változása dekádok szerint (208 esetből)

Jan. Febr. Márc. Ápr. Máj. Jún. Aug. Szept. Okt. Dec.
dekád: 3. 2. 3. 2. 2. 3. 1. 1., 3. 3. 2.

Az ábrán feltüntettük az 1954—58 között Budakeszin, ill. Tihanyban megfigyelt mágneses háborgások erősségének dekád-átlagait és a felhőzetnek 70 évi dekád-közepét, valamint a nappal hosszát is. Látható, hogy mind a mágneses háborgások, mind a láthatóságot befolyásoló borultság, illetve a nappal hosszának évi változása nyomot hagy az északi fény láthatósági görbéjén is.

norum 1780—1801. (Vindobonae 1794—1802) teljes 6 kötetes munkáját. Ebben a közel 22 évre terjedő gazdag időjárási feljegyzések között még eddig nem ismert északi fényekről szereztünk tudomást, amelyeket Miskolcon figyeltek meg.

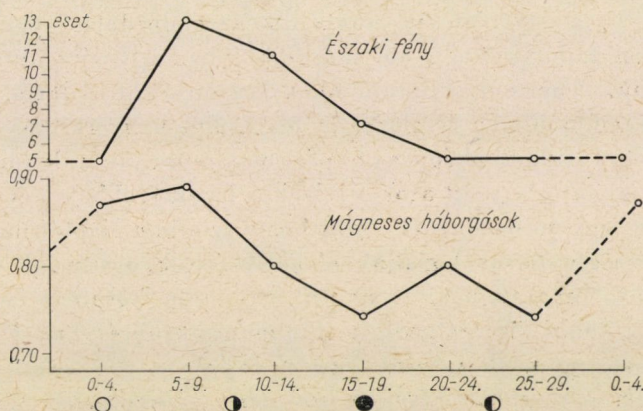
A katalógusba illesztve és sorszámaikkal ellátva ezek a következők:

1780. 92/a. III. 2., — 92/b. II. 29., — 92/c. V. 19., 1782. 99/a. II. 25., — 99/b. II. 27., 1787. 110/a. V. 14., — 110/b. VI. 24., — 116/a. X. 5., — 116/b. X. 12., 1788. — 119/a. IX. 4., — 119/b. IX. 9., — 119/c. IX. 20., — 119/d. IX. 24., — 119/e. IX. 27.

Ezek az adatok ennek a négy évnek északi fény gazdagságát még jobban kidomborítják.

A havi átlagok szerint az évi menetekben éppen úgy a február és az október a két leggazdagabb hónap északi fényben, mint a dekádok szerinti feldolgozásban. Az első 3 hónap (jan.—márc.) előfordulási gyakorisága azonban megegyezik a 3 utolsóéval (84, ill. 85 eset). A minimum a havi átlagok szerint is a leghosszabb nappalú hónapban, júniusban található. Hasonló gyakorisági eloszlást találunk, ha az egyes eseteket *erősségi fokok* szerint vizsgáljuk.

A havi (holdhónapi) menet. Az északi fény fellépte napi és évi menetnek tisztázása után tanulmányoztuk a *holdfényváltozásokkal kapcsolatos havi*



4. ábra. Az északi fény gyakoriságának és a földmágnességi háborgásoknak holdhónap szerinti változása (1891—1958)

menet kérdését is. Itt két egymásnak ellentmondó hatással állunk szemben. A holdfény ui. csökkenti a megfigyelés lehetőségét, viszont a mágneses háborgásoknak a holdfázisokkal fennálló kapcsolata alapján az is várható, hogy az északi fény felléptének gyakorisága 29,5 napon belül jellegzetes különbséget mutathat. 4. ábránk tanúsága szerint ez tényleg jelentkezik is. Az északi fény gyakorisága — csakúgy, mint a mágneses háborgások erőssége — holdtölte után valamivel nagyobb, mint előtte. Az ábrában az 1891—1958 közötti 68 év időszakából eredő 46 esetet dolgoztuk fel. Ezeknek pentádok (ötnaponkénti) szerinti megoszlása (holdtölte napja = 0):

Eset:	Holdtölte			Újhold		
	0—4	5—9	10—14	15—19	20—24	25—29 nap
	5	13	11	7	5	5
	29 eset = 63%			17 eset = 37%		

A naptevékenység és az északi fény gyakorisága. A II. táblázatban eseteinket a naptevékenység 11 évi ciklusa szerint rendeztük. A fejlécben lévő

M rovatban a napfoltszámok maximumának éve szerepel és előtte 5, mögötte pedig 6 évet vettünk fel. Ez a táblázat azonnal szemlélteti az északi fény jelenségek és a naptevékenység közötti összefüggést, nemcsak a 11 éven belül, hanem *szekuláris* változásában is.

Szembeötlő, hogy vannak ciklusok, amelyekben egyáltalán nem jelentkezett északi fény, másokban viszont 20-nál is több esetet találunk. Ennek nagyrészen a naptevékenység szekuláris változása az oka, de időjárási jelenségek (borultság), sőt történelmi időszakok is számításba jöhetnek, amelyek megakadályozták az északi fény megfigyelését vagy feljegyzését.

A II. táblázat utolsó vízszintes sorának tanúsága szerint a napfolt-maximumig szinte egyenletesen emelkedik az előfordulás gyakorisága, de a süllyedő ágban a maximum utáni második évben egy viszonylagos minimumot láthatunk. A másodmaximum okát STETSON abban látja, hogy a napfoltok a maximum idején és előtte is magasabb heliografikus szélességeken keletkeznek. Így tulajdonképpen napfoltmaximum után lenne várható az északi fény maximuma, mert azok a foltok a legaktívabbak, amelyek a Nap—Föld távolság egyenesébe esnek. Minthogy azonban napfoltmaximumkor a Nap nagy részét gyakran foglalják el aktív foltok, így mégis akkor lép fel az északi fény főmaximuma. A napfoltmaximum körüli 5 évre egyébként 163 eset jut, a többi 79 eset pedig a minimum körüli évekre. Ezek a számok úgy aránylanak egymáshoz, mint 2 : 1 (67 : 33%).

Az északi fény gyakoriságának szekuláris változása. II. táblázatunkban láthattuk, hogy a napfoltciklusokra összegelt jelenségek száma igen nagymértékű ingadozást (0—23) mutat. Szépen látható ez a 5. ábrán is, ahol az egyes napfoltciklusokra összegelt esetek görbéje mellett feltüntettük az egyes ciklusokban a napfoltszámok maximális értékeit is. Ezeket 1749-ig visszamenőleg WOLF állapította meg, legújabban pedig SHOVE egészen 1500-ig visszavezette a napfoltmaximumok értékeit. Ugyancsak feltüntettük ezen az ábrán FRITZ adatai alapján a Dél-Európára megállapítható ciklusösszeget is. A három görbe között a nagyvonalú párhuzamosság szemmel látható, azonban kétségtelenül vannak eltérések is. Így pl. kiugrónak látszik Magyarországon az 1600-as évek elején jelentkező nagy északi fény gyakoriság. Ezek az adataink azonban feltétlenül megbízhatóknak tekinthetők (nagyrészüket Erdély déli részéből származik, tehát akkor Európa legdélekeletibb kulturközpontjából). Nagyon jól beleillenek azonban ezek a kiugró értékek a nap- és az északi fény tevékenységnek 80—90 évi szakaszossága is, mint arra később még rátérünk.

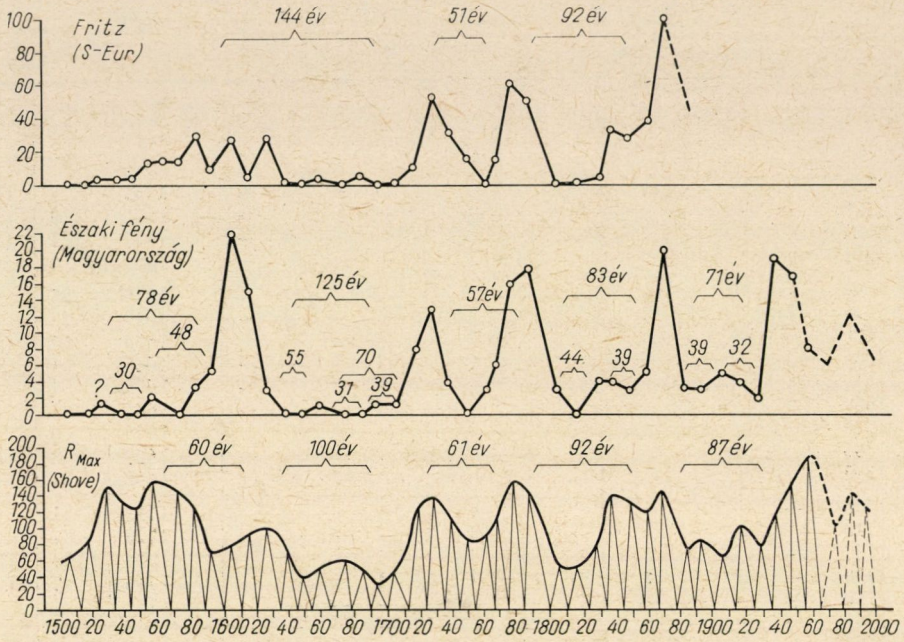
Perióduselemzésünk alapján SHOVE napfoltadatait a hazai északi fény gyakoriságokból tehát javítandónak tartjuk. Még egy körülményre kell itt figyelemmel lennünk. Mint ismeretes, a mágnestű deklinációja (eltérése) szintén mutat szekuláris változásokat. 1800 körül $2,4^\circ$ volt nyugatra, azonban 1600 körül 12° keletre. (A 0-án 1700 előtt ment át, azaz ekkor egybeesett

II. táblázat

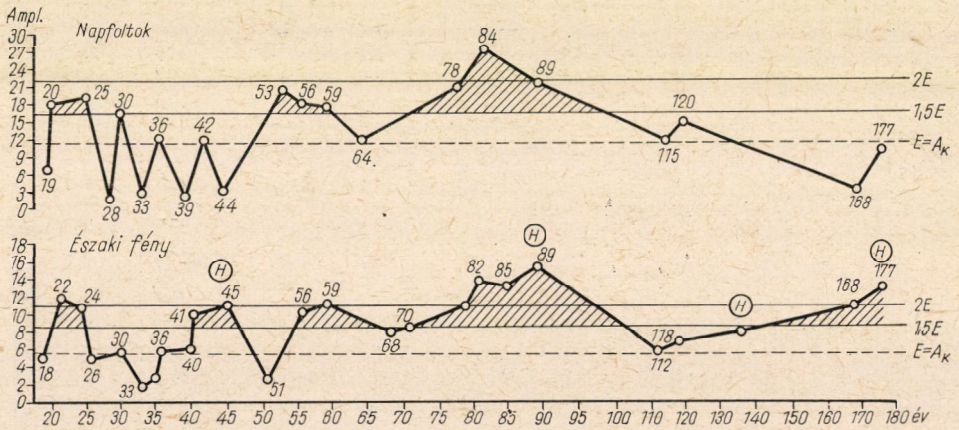
Az északi fény gyakorisága napfoltciklusok szerint rendezve
1553—1962

A maximum éve	-5	-4	-3	-2	-1	M	+1	+2	+3	+4	+5	+6	A minimum éve	Ciklus- összeg	R ^{max}
1558	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1567	2	(160)
1572	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1578	0	(150)
1581	—	—	—	2	3	—	—	1	—	—	—	—	1587	1	(130)
1591	—	—	—	—	—	2	1	2	—	—	—	—	1599	5	(70)
1604	3	1	—	1	—	2	10	—	2	1	1	2	1610	23	(80)
1615	(2)	1	3	5	2	4	—	—	—	—	—	—	1619	15	(90)
1626	—	—	3	—	—	—	1	—	—	—	—	—	1634	4	(100)
1639	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1645	1	(70)
1649	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1655	1	(40)
1660	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1666	1	(50)
1675	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1679	0	(60)
1685	—	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1689	2	(50)
1693	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1698	1	(30)
1705	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1712	1	(50)
1718	2	—	—	1	—	—	1	1	2	—	—	(1)	1723	7	(130)
1727	—	—	1	3	1	1	1	—	7	—	—	—	1734	14	(140)
1738	—	1	—	2	2	—	1	—	1	—	—	—	1745	7	(110)
1750	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1755	1	93
1761	—	—	—	—	—	2	—	1	—	—	—	—	1766	3	87
1769	—	—	—	—	1	4	1	—	—	—	—	(1)	1775	6	116
1778	—	—	1	—	1	1	4	5	3	1	4	(2)	1784	20	159
1788	—	2	1	1	8	5	1	—	—	—	—	—	1798	18	141
1805	—	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—	1810	3	49
1816	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1823	0	49
1830	—	—	—	—	—	—	4	—	—	—	(1)	(1)	1833	4	72
1837	—	—	—	1	1	2	—	—	—	—	—	—	1843	4	147
1848	—	—	—	—	1	—	—	—	1	1	—	1	1856	4	132
1860	—	—	—	—	4	—	—	1	—	—	—	—	1867	5	98
1870	—	—	—	—	5	8	4	3	—	—	—	—	1878	20	141
1883	1	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1889	3	75
1894	—	—	—	1	—	—	—	—	—	2	—	—	1901	3	88
1907	—	1	—	1	—	—	1	1	1	—	—	—	1913	5	64
1917	—	—	—	—	—	3	—	—	1	—	—	—	1923	4	105
1928	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	1933	2	78
1937	—	—	—	—	—	—	2	2	4	8	1	2	1944	19	119
1947	(1)	(2)	—	—	3	5	2	1	5	1	—	—	1954	17	152
1957	—	—	—	—	—	4	4	1	1	—	—	(?)	(1964)	10	191
Σ	(9)	(9)	10	21	39	43	41	19	30	14	(7)	(10)	—	241	—
Az évek száma	(5)	(7)	6	12	19	13	16	11	13	6	(4)	(7)	—	111	—
Közép	(0,24)	0,24	0,27	0,57	1,03	1,16	1,11	0,51	0,81	0,38	0,19	(0,27)	—	6,41	99

A napfoltciklusok száma: 37; a közép = Σ : 37.
A zárójelben levő adatok kétszer fordulnak elő.



5. ábra. Az északi fény gyakoriságának szekuláris változása Dél-Európában (FRITZ szerint) és Magyarországon, valamint a viszonylagos napfoltszámok menete (1500—2000-ig SHOVE szerint)



6. ábra. A naptevékenység és az északi fény gyakoriságának periodogramja. Napfoltokra 1705—1957, északi fényre 1556—1958 között

a sarkokon áthaladó délkörrel). Ez a deklinációváltozás a mágneses sarok helyzetének változásával kapcsolatos. A mágneses pólus kelet—nyugati lengését tekintve tehát, valószínű, hogy az északi fény láthatóságának (Fritz-féle) maximális öve is szekuláris változásokat szenved. Úgy látszik ez az öv 1600 táján volt hozzánk a legközelebb és 1800 körül a legmesszebb. Így tehát az 1600 körüli nagy gyakoriság és az 1800 körüli minimum összefüggésben állhat a mágneses deklináció kb. 440 évi szekuláris változásával.

Az északi fény gyakoriságának szekuláris periódusai. Az 5. ábrán jól látható, hogy az elmúlt 440 év alatt 5 nagy gyakoriságú időszak volt, éspedig 1591—1615, 1716—37, 1768—89, 1860—70 és 1938—58 között. Ebből tehát nagyjában egy kb. 88 évi (440 : 5) periodicitásra lehet következtetni, noha a megjelölt időszakok északi fényben leggazdagabb évét véve alapul az egyes szakaszok hossza: 125, 57, 83 és 71 év hosszúságúnak adódik. (Ezek átlagértéke 84 évet ad). Látható azonban az is, hogy még más, 40 és 60 év közötti periódusok is jelentkeznek. 1787 óta pl. jól kitűnik egy 40—45 éves szakasz, 1730, 1787 és 1837 között pedig egy 50—60 évi periódus. (Ez utóbbi — FRITZ szerint — hosszú sorozatokból számítva pontosabban 55,6 év hosszúságának mutatkozik, ami éppen 5 napfoltciklus.)

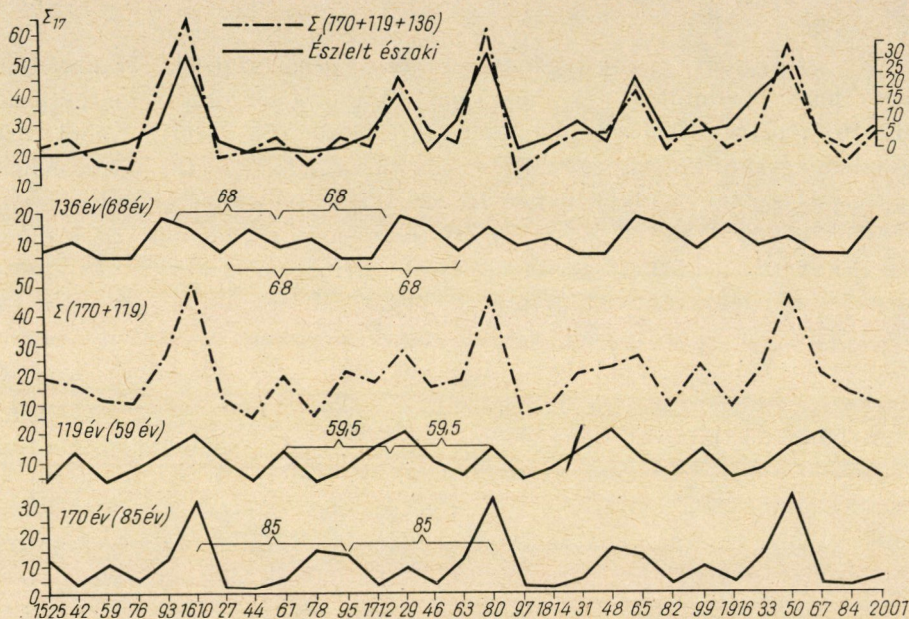
Célszerűnek látszott ezért elvégezni a részletes perióduselemzést. Erre a célra a Terebesi-féle analizátort használtuk, amelynek alapszámsora 24 adatra vonatkozik. Eredményként 12 Fourier-féle összetevő nyerhető. Sorozatunkat többféleképpen bontva 24 alappontra (pl. 17, illetve 15 évi összegek szerint) nyertük a 6. ábra periodogramját. Láthatjuk, hogy tényleg legélesebben jelentkeznek a 82—89 év közötti periódusok, de erősek az 56—59 év közöttiek is. Ugyancsak meghaladja az átlagos amplitudó (az expectancia) értékét a 40—45 évi szakaszé is. Legerősebb másodhullámként a 177 évi nagy periódus jelentkezik, amelyet SHOVE [7], mint 2 évszázados szakaszt említ. (Nálunk 1605—1787—1957 között.) Erős a 22 évi periódus amplitudója is, valamint egy kb. 70 és 168 évi szakasz tágassága is.

A naptevékenység hasonló értelemben analizált periodogramja nagyjából azonos hullámhosszakat mutat, csak a 40 évi és a 177 évi szakasz tágassága viszonylag kisebb. Valószínű, hogy a 44 évi periódus nem teljesen naptevékenységi eredetű. KÖPPEN szerint itt a Hold hatása jelentkezik a földi periódusokban, mert a Hold anomalisztikus keringésének 8,85 éves szekuláris változása és a napciklus 11 éve éppen 44,25 év alatt találkozik ($5 \times 8,85 = 44,25$).

A 44 évi alperiódus jelentkezése felelős valószínűleg a 177 évi nagy periódus feltűnően erős jelentkezéséért is, mert $4 \cdot 44,25 = 177$ év. Ez a periódus tehát főleg a sarki fény gyakoriságában lesz erős és alárendeltebb a naptevékenységben. (Hogy a Hold által befolyásolt földmágnesség hatással van a sarki fény gyakoriságára, azt már a havi menetnél láttuk.)

Végeredményben tehát az északi fény gyakoriságában 5 főhullámot találtunk: a 84—89 évit, a 177 évi, az 56—59 évit, a kb. 70 évest és a 11 évi napciklusnak megfelelőt.

Hogy ez az 5 hullám mennyire alkalmas a teljes (észlelt) szekuláris menet visszaadására, azt harmonikus szintézissel vizsgálhatjuk meg. E célra a 7. ábrában — a megfelelő fázisokkal — összeraktuk a 85, az 59 és a 68 évi

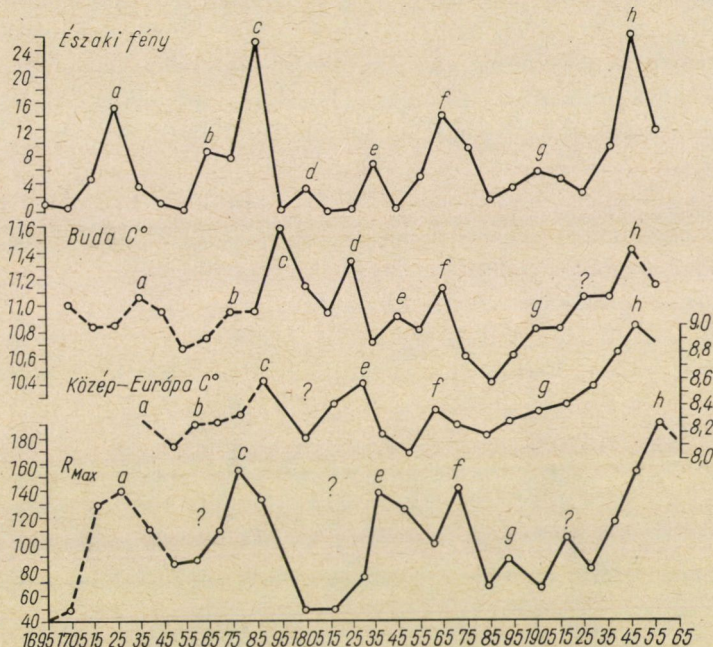


7. ábra. Az északi fény gyakoriságának észlelt és szintetizált szekuláris menete 1525—2000 évek között (59, 68 és 85 évi periódusok alapján)

rész hullámokat, amelyeket 17 évi összegek alapján az eredeti észlelésekből levezethetünk. Az ábrában — egyszerűsítés, illetve a finomabb részletek visszaadása érdekében — a 170, a 119 és a 136 évi részperiódusokat vettük alapul ($10 \cdot 17 = 170$; $7 \cdot 17 = 119$ és $8 \cdot 17 = 136$ év). Ily módon tehát a rész hullámok tartalmazzák a 44 évi periódust ($3 \cdot 44 = 132$) is, mint a 136 évi görbe három tagozódásából is látható. Az eredménygörbe tanúsága szerint ez a 3 alapperiódus szinte minden lényeges sajátosságát tükrözi a ténylegesen észlelt szekuláris menetnek! Ez azt bizonyítja, hogy a 45, 59, 68 és 85 évi szakaszok a 11 évi napciklus mellett a legélesebben vesznek részt az északi fény gyakoriságának kialakításában.

Meg kell tehát kísérelnünk magyarázatát adni e periódusoknak. A 11, 22 és 44 évi periódusok eredetét már érintettük. Hátra van a 84—89, 56—59, és 68 évi és a nagyobb szakaszok magyarázata. Ez a kérdés nyilván kapcsos-

lódik a naptevékenység szekuláris változásának és egyáltalában eredetének kérdéséhez is. HOLTZHEY szerint a naptevékenység szekuláris menetében a 84 évi nagy periódus a döntő, amely az Uránus (84 év) és a Jupiter 7 keringésének (83 év) koincidenciájából eredne. A Neptun félkeringési ideje 82,4 év, a Saturnus 3 keringése pedig 88,5 év! Ez utóbbi egyben $7\frac{1}{2}$ Jupiter-keringéssel is egyenlő, sőt pontosan 8 napciklus hosszúságú. Középtértékben



8. ábra. Az északi fény gyakorisága, az évi középhőmérséklet változása, valamint a naptevékenység szekuláris menete (1700—1960)

ezek a szakaszok 85,4 évet adnak és egyben lehetőséget a 82—90 év közötti ingadozásokra. Hasonlóan kaptuk a többi periódus magyarázatát is. (A mágneses deklináció és a bolygók együttállásai közötti kapcsolatot már E. LEYST kimutatta, idézve [8] 151. oldalon).

Kijelenthetjük tehát, hogy az északi fény gyakoriságának szekuláris menetében olyan alperiódusok jelentkeznek, amelyek majd mindegyike bolygóegyüttállásokkal állhat kapcsolatban. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy csakis az együttállásoknak a napfelületre kifejtett hatásáról lehet szó (amit leginkább a napfoltgyakoriság hasonló periódusai bizonyítanak), nem pedig a bolygóknak a Föld légkörére kifejtett és minden bizonnyal elhanyagolhatóan kis hatásáról. Talált eredményeink tehát *csakis heliocentrikus szemléletben* állják meg helyüket és nem a geocentrikus szemléletmód mellett.

Az északi fény gyakorisága és az éghajlat ingadozása. Több hosszú és egyöntetűnek (homogénnek) tekinthető hőmérsékleti sorozat vizsgálata bebizonyította, hogy Közép-Európa éghajlata a XVIII. sz. végén igen meleg volt, viszont a XIX. sz. végén nagyon hideg. Azóta éghajlatunk szinte egyenletesen ismét melegszik, aminek tetőpontja úgy látszik az 1950-es években volt. Ebben a közel 200 évet felölelő időszakban tehát a hőmérséklet nagy vonásokban egy szabályos hullámot írt le (8. ábra). Érdekes, hogy a hőmérséklet változása elég szépen követi az északi fény gyakoriságának menetét. Mindkét görbében szinte pontosan ugyanannyi rész hullám jelentkezik. Az egyezés a két görbe között jobb, mint a hőmérséklet és a naptevékenység között. Úgy látszik ezek szerint tehát, hogy az éghajlatunkban kimutatható melegedés nemcsak az emberi (fokozott ipari, közlekedési stb.) tevékenység következtében a légkörben egyre szaporodó légköri széndioxid-tartalom eredménye.

A hőmérsékleti átlagok görbáját *Trondjem, De Bilt, Berlin, Koppenhága, Varsó, Prága, Bécs és Budapest* adataiból vezettük le.

Lehet-e azonban összefüggést kimutatni az északi fény gyakorisága és rövidebb időszakok időjárása között? Már egy 1943-ban megjelent dolgozatban foglalkoztunk a kérdéssel és megállapítottuk, hogy *az olyan februári és novemberi hónapok, amelyekben északi fény lépett fel, a normálisnál kb. 1°-kal melegebbek.* A szeptember és október hónapok viszont ugyanennyivel hűvösebbek. Az azóta eltelt 20 év alatt fellépett újabb északi fény jelenségek alapján számításainkat megismételtük és teljesen hasonló eredményre jutottunk. Összesen 91 hónap adataiból a hőmérséklet havi anomáliáira a következő eredmény adódott:

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Év
ΔT	0,2	0,4	0,6	0,7	0,1	(1,5)	0,5	0,9	-1,2	-0,4	0,8	0,0	+0,30° C

Törzsértékként a számításoknál a 180 évi (1780—1959) hőmérsékleti átlagértékeket használtuk. (Júniusban csak egy esetünk volt, ezért jelentkezik az erősen eltérő adat.)

Kimondhatjuk ezen adatok alapján, hogy erősebb északi fény tevékenység esetében a hőmérséklet a szokásosnál rendszerint magasabb, azonban szept. és okt. hónapban alacsonyabb. Mint már fent hivatkozott dolgozatban rámutattunk, az erőteljes naptevékenység (amit a légkörben az északi fény fellépte jelez) megerősíti a nyugati szél beáramlását Európába, ez pedig a téli hónapokban melegedést eredményez. Az ősz elején azonban, midőn a szárazföld még meleg, a tengeri beáramlás lehűléssel jár.

Annyi bizonyosnak látszik a havi hőmérsékleti közepekre vonatkozó vizsgálatunkból is, hogy *a naptevékenység és a nagyvonalú (makroszinoptikus) időjárás között feltétlen összefüggés van.*

Legújabbban behatóan megvizsgálták a mágneses háborgások után bekövetkező időjárást és tényleg azt találták, hogy mágneses zavarok eseté-

ben, mind a szubtrópusi, mind a sarki térségekből olyan időjárás-irányító hatások indulnak ki, amelyek a meglevő időjárást lényegesen átalakítják [9, 10].

Ebben a munkában tehát igyekeztünk összeállítani mindent, ami a hazai északi fény kutatás szempontjából jelentőséggel bírhat. Legfontosabbnak tartottuk elsősorban a katalógus összeállítását, majd az adatok néhány geofizikai szempontból való feldolgozását.

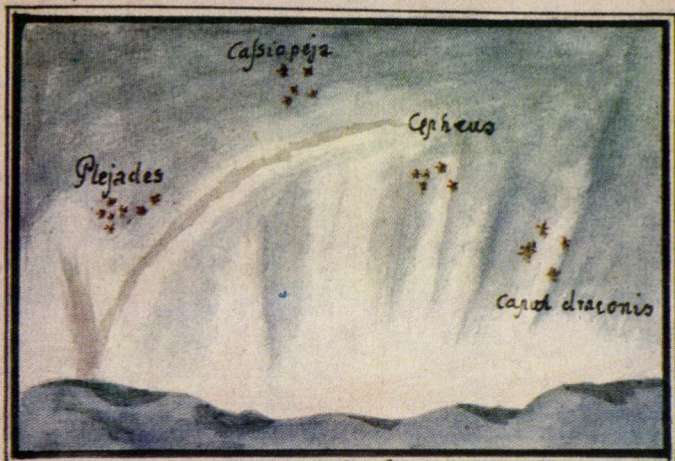
Minden bizonnyal az 1957—58. évi Nemzetközi Geofizikai Év és az 1964—65. évi Nyugodt Nap Éve eredményeinek részletes feldolgozása után a sarki fény elméletéről is többet tudhatunk meg és ezért fő feladatunknak most csak azt tarthattuk, hogy a magyarországi északi fény megfigyelések összegyűjtésével és statisztikai jellegű feldolgozásával hozzájáruljunk ehhez a nagyszabású nemzetközi együttműködéshez.

IRODALOM

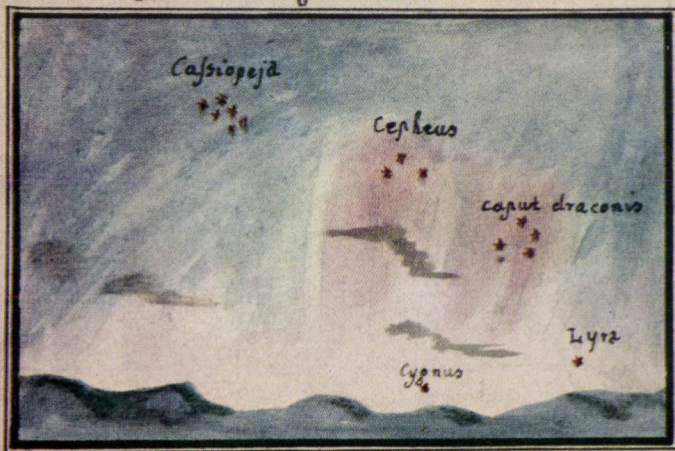
1. FRITZ, H.: Verzeichniss beobachteter Polarlichter. Wien, 1873.
2. RÉTHLY A. — BERKES Z.: Nordlichtbeobachtungen in Ungarn (1523—1960). Akademischer Verlag, Budapest, 1963.
3. HELL, M.: Theoria nova lucis borealis. Ephemerides, Appendix. Vindobona, 1777.
4. MAKÓ, P.: Abhandlungen vom Nordlichte. Beyträge . . . Wien, 1775.
5. MAKÓ, P.: Dissertationes Physicae (Secunda): De aurora borealis. Budaë, 1781.
6. FENYVES F.: A sarki fény, különös tekintettel a hazai viszonyokra. Budapest, 1906.
7. SHOVE, I.: The Sunspot Cycle 649 B. C. to A. D. 2000. *Journal of Geophysical Research*. VI. London (1955).
8. STEINER L.: A Föld mágneses jelenségei. Budapest, 1923.
9. BAUR, F.: Solare Einflüsse auf das Wetter. Beilage zur Wetterkarte des Deutschen Wetterdienstes. Nr. 115. VII. Berlin. 1957.
10. WURLITZER, G.: Das Verhalten des Luftdrucks bei Schwankungen der erdmagn. Aktivität. *Meteor. Abh.* VII/2. 1958, Berlin.



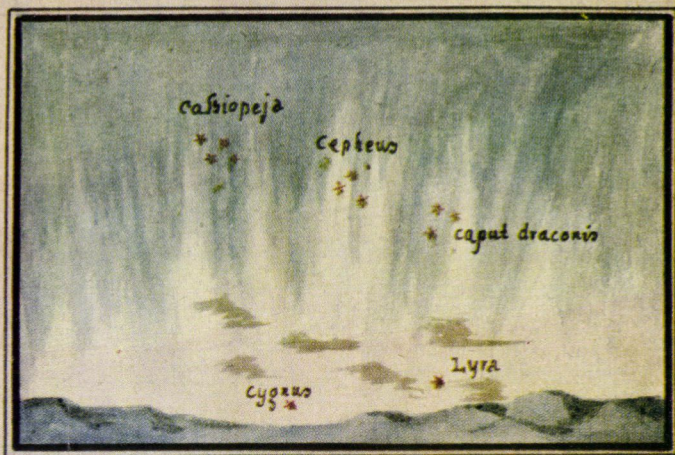
Affectus aurora Bor. die 26 mens. Februarii
 Anno 1769 ex Observat. Tyrnav. S. A.
 Hora 9, 16.



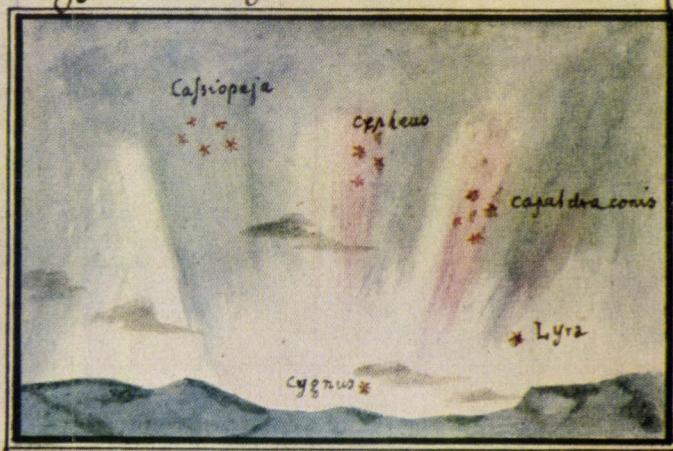
Affectus II 27 febr. hora 10, minut. 25.



Affectus aurora Bor. die 27. Febr. 1769
 Hora 9, 43 ex Observ. Tyrnav. S. A.



Affectus III. 27 febr. hora 10, minut. 30.



MERIDIES.

OCCIDENS.

ORIENS.

Calciopsja.

Cygnus

Ursa m.

Lyra.

Ursa M.

Hercules.

Auriga.

SEPTENTRIO.

1778. február 25-én Nagyszombatban (Tirnavia) észlelt északi fény
Készült: P. J. Nep. FIERER vízfestménye után
(Budapest, Egyetemi Könyvtár)

IDEGENANYAG-NYOMOK VISELKEDÉSE WOLFRAMFÉMBEN*

MILLNER TIVADAR

AKADÉMIKUS

A dolgozat wolframfémre és más fémekre is vonatkozó néhány régi és újabb irodalmi közlés, valamint saját észlelés alapján áttekintést ad azoknak az idegenanyag-nyomoknak a viselkedéséről, amelyek a wolframfémfajták (wolframdrótok) technológiai és rekrisztallizációs sajátosságait megszabják, különös figyelemmel arra a nyitott kérdésre, hogy az idegenanyag-nyomok e hatásukat inkább mint idegenanyag-részecskék, vagy inkább mint idegenatomok fejtik-e ki.

A szerző korábbi vizsgálatai rávilágítanak arra, hogy az idegenanyag-nyomok részecskehatása (mechanikus hatása) mellett az idegenatomok saját jellegzetes (kémiai) hatásával is számolni kell. Az a kérdés, hogy ezt a kétféle hatást a mindössze $10^{-3} \div 10^{-4} \%$ idegenanyag-nyomot (pl. K, Si, Al nyomokat) tartalmazó mai nagykristályos wolframfémeknél mennyire lehet megtalálni és szétválasztani, egyelőre még nincsen eléggé felderítve. A dolgozat bemutat néhány olyan idegen és saját megfigyelést, amelyek új szempontokkal járulhatnak hozzá ennek a kérdésnek a tisztázásához.

ROBINSON módszerével megállapítást nyert az is, hogy a wolframdrótok szekundér rekrisztallizációjában keletkező krisztallitok nem egyenletes, hanem nagyságrendekkel ingadozó sebességgel növekednek. Közelfekvő a gondolat, hogy ezt a sebességingadozást a növekedő krisztallit útjába kerülő idegenanyag-részecskék okozzák, erre azonban ez ideig nincsen bizonyíték.

A szerző és munkatársai által lefolytatott vizsgálatok, amelyeket $10^{-1} \div 10^{-7} \%$ beötörtözött ezüstöt tartalmazó ónnal végeztek, azt tárták fel, hogy az ezüst még a megadott legkisebb koncentrációban is jellegzetesen a krisztallithatókon foglal helyet és az ilyen testek rekrisztallizációjakor meglepő sebességgel követi a vándorló krisztallithatókat, ahol mindig pontszerű felhalmozódásokban jelenik meg. Ez a jelenség a figyelmet a krisztallithatók „részecskéinek” dinamikus viselkedésére irányítja. Az autoradiográfiai diffúziós vizsgálatok pedig kimutatták, hogy a tiszta krisztallithatókra utólag bediffundált ezüst is felhalmozódásokban helyezkedik el azokban, még akkor is, ha mennyisége oly kevés, hogy a határok egyatamos befedésére sem elegendő.

Rekrisztallizált wolframdrótokkal 2800 K° -on végzett lassú-nyúlás (ún. gyors creep) vizsgálatok szerint egyrészt az adalékok nélkül készült, másrészt a K, Al adalékokkal készített wolframdrótokban lassú-nyúlás után a dróttengelyre merőleges kristályhatárokon igen könnyen megmartható pontok keletkeztek. Ez a jelenség a K, Si és a K, Si, Al adalékokkal készült drótoknál is észlelhető volt, de csak gyors zsugorítás esetén. Lassú zsugorítás esetén a marási pontok keletkezése teljesen elmaradt. Feltehető, hogy a lassú-nyúlás folyamata alatt a krisztallithatók idegenatomai (vakanciákkal együtt) a nyújtás irányában vándorolnak és az erre merőleges határokon összegyűlnek. Elmarad azonban ez a jelenség Si adalék és lassú zsugorítás egyidejű alkalmazásakor. Mindez egyrészt a Si atomok saját jellegzetes hatására mutat, másrészt ráirányítja a figyelmet az idegenanyag-nyomok dinamikus viselkedésére.

A vizsgálatok alapján a szerző arra következtet, hogy a wolframtechnológiában és főleg a wolframrekrisztallizációban a hatásos idegenanyag-nyomok nem tekinthetők sem kizárólag részecskének, sem kizárólag atomoknak. A wolframkutatás egyik legfőbb feladatát ma a hatóanyag-nyomok „életének” felderítésében látja. És mivel a hatóanyag-nyomok legnagyobb része oxid-adalékokból származik, szerinte szükségesnek látszik — a ThO_2 -os wolframdrótok példájára visszatekintve — az idegenanyag-nyomok között az oxigénatomok szerepének az eddiginél alaposabb kutatása is.

* Akadémiai székfoglaló előadás, 1962. december 17.

1. A primer és szekunder rekrisztallizáció, valamint a kémiai átkristályosodás folyamatai a ThO_2 -os wolframdrót példáján

1.1. Idegenanyag-nyomok és újrakristályosodás

Jórészt éppen hazai vizsgálatok [1] derítették ki, hogy a mai izzólámpaipari wolframdrót és a belőle készült izzótestek hasznos tulajdonságait, mint pl. a szobahőfokú szilárdságot és a magashőfokú alaktartóképeséget olyan tudatosan adagolt idegenanyag-nyomoknak (pl. K-, Si- és Al-nak) mintegy *milliomodrésznyi* mennyiségei biztosítják, amelyek a wolframdrót újrakristályosodását (rekrisztallizációját) a tiszta wolframéhoz képest igen nagymértékben megváltoztatják, azaz pl. 1100 K° tájékaról 2400 K° fölé emelik és emellett kis krisztallitekből álló fémszerkezet helyett nagykristályos fémszerkezetet hoznak létre.

A mai izzólámpákban működő izzótestek, mint pl. a duplaspirálok magashőfokú alaktartóképeségének — és ez úton az idegenanyag-nyomok hatásának — igen nagy gazdasági jelentősége van. Hozzávetőleges számítás szerint csak a hazánkban üzemben levő izzólámpák több megawatt teljesítményt vennének ellenszolgáltatás nélkül állandóan igénybe, ha spiráljaik nem volnának kellően alaktartók és használat közben annyira megnyúlnának (áthajlanának), hogy emiatt pl. 5%-kal kevesebb fényt szolgáltatnának wattonként.

Azok a fémfizikai, metallurgiai és kémiai vizsgálataim, amelyeket a közelmúlt években jórészt munkatársaimmal végeztem és amelyek főképpen wolframfémen, de részben ónfémen is folytak, az idegenanyag-nyomok e fontos, de kellően még fel nem derített viselkedésének és hatásmódjának megismerésére irányultak.

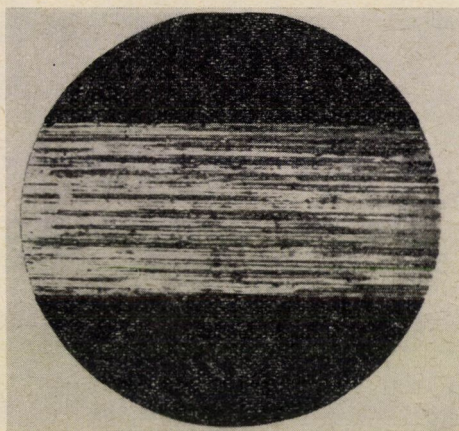
Mielőtt ezeknek a kutatásoknak idehaza nagyrészt még közzé nem tett eredményeire rátérnénk, közelítsünk a fő kérdéshez egy kis kerülővel és tekintsük át az újrakristályosodás néhány alapvonását ne csak wolframfémen, hanem ónfémen is.

Ha igen tiszta olvadt ónból szobahőfokú vaslemezre csíkokat öntünk, olyan lapos ónrudakhoz jutunk, amelyek különböző állású (orientációjú) nagyobb krisztallitekből állanak. Ezek különböző csillogásuk alapján gyakran egyenként felismerhetők a rúd felületén. Már régen megfigyelték, hogy ha egy ilyen rudat maradandóan meghajlítunk, akkor élénk csikorgó hangot hallat. Eközben krisztallitjai egymáson elcsúszó lemezekre bomlanak és az atomok szabályos rendje többé-kevésbé eltorzul. Ezt az együttes kristály- és rácsdeformációt kíséri az ónzörej. De történik eközben más is. Az ón olyan alacsony olvadáspontú fém, hogy szobahőfokon folyó alakítását (deformációját) — ha az jelentősebb mértékű — mindjárt újrakristályosodás is kíséri. A maradandóan meghajlított ónrúd ilyenkor szinte azonnal olyan fémtestté

alakul, amelyet már más orientációjú és rácsideformációktól nagymértékben mentes új kristallitek alkotnak.

Ezért a nagy tisztaságú önfémekben szobahőfokon (absz. olvadáspontja 58%-án) nem tanulmányozhatók egymástól kellően szétválasztva az alakváltozás és az újrakristályosodás jelenségei.

Kedvezőbb e tekintetben a helyzet az igen magas olvadáspontú wolframfémekben. Még a nagy tisztaságú (milliomodrésznel is kevesebb idegenanyagot tartalmazó) wolframdrótban, pl. az ún. zónaolvasztással tisztított fémekben sem kíséri szobahőfokon (az absz. olvadáspont 8%-án) újrakristályosodás az alakítást. Nagymértékű „hidegalakítás” után is csak kb. 1100 K°-on (az absz.



1. ábra. Húzott wolframdrót rostos szerkezete. (LAX—PIRANI [55] 320. o., 227. ábra nyomán; 1929)

olvadáspont 30%-án) indul meg benne a rekrisztallizáció. Itt tehát az 1100 K° alatt, pl. szobahőfokon végzett alakítás hatását a csak 1100 K° felett jelentkező újrakristályosodástól elkülönülten lehet tanulmányozni.

A mai gyakorlati wolframdrótokban pedig, amelyek ún. szekundér újrakristályosodási hőfokát a tudatosan megválasztott idegenanyag-nyomok 2400 K° fölé is emelik, ez a két jelenségsorozat még inkább elkülönülhet és külön tanulmányozható még akkor is, ha a maradandó alakváltozást nem szobahőfokon, hanem 1000 K°-nál is nagyobb hőmérsékleten végezzük.

Ha a rekrisztallizáció hőfoka ilyen magas, akkor jól észlelhetővé válik az a tény is, hogy az újrakristályosodás folyamán a rostos drótban (1. ábra) előbb apró új kristallitek keletkeznek (ez az ún. primer rekrisztallizáció), majd magasabb hőfokon ezekből nőnek a még újabb, nagyobb kristályok (ez az ún. szekunder rekrisztallizáció, 2. ábra). Amikor a gyakorlati wolframfémek rekrisztallizációjának hasznos vagy káros következményeit kutatjuk, elsősorban a szekundér rekrisztallizációt vizsgáljuk, mert ez az a végső mozzanat, amely megszabja az izzótest végleges műszaki tulajdonságait.

Már a kezdet kezdetén kiderült, hogy a wolframizzószálak újrakristályosodásának kézbentartása és irányítása nélkül nem lehet jó izzólámpát gyártani.

Eleinte, 1900—1910 között az izzólámpaipar a szénszálaz izzólámpák mellett már egyenesfonalú fémszálaz lámpákat is gyártott [2] és ezek számára 1905-től kezdve lehetőleg tiszta wolframfémből igyekezett izzószálat előállítani. Az 1909-ben közzétett Coolidge-eljárással [3] készülő húzott wolframdrótok többé-kevésbé megtisztított WO_3 -alapanyagához kezdetben idegenanyagokat nem adtak. Ezek az ún. tiszta wolframdrótok jóval az izzószál használati hőmérséklete (kb. 2400 K°) alatt, feltehetőleg 1700 K° körül



2. ábra. Húzott wolframdrótok kristályszerkezete újrakristályosodás után.

a) Szokásos K, Si, Al-os drót;

b) K, Si-os drót;

c) adalék nélkül készített drót.

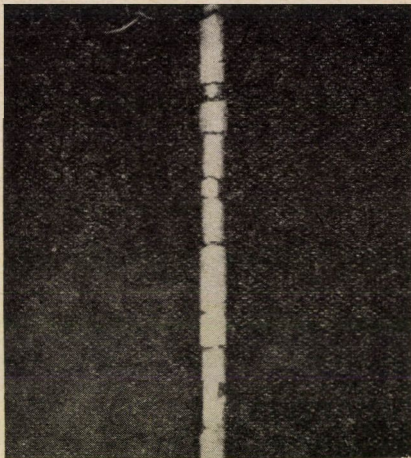
(RIECK, G. D. [23] 112. o., 3. ábra nyomán; 1959)

rekrisztallizáltak, amikor is bennük olyan krisztallitek sora fejlődött ki, amelyek mindegyike a teljes drótkeresztmetszetet kitöltötte és a dróttengelyre merőleges határral csatlakozott a szomszédjához. Ezek a krisztallitek az izzószál használati hőmérsékletén egymáson lassan elcsúsztak, úgy amint azt az egykorú, 3. és 4. ábra szemlélteti. Az ilyen izzószálak elkeskenyült keresztmetszetű pontjai túlhevültek és a lámpák ennek következtében idő előtt kiégtek.

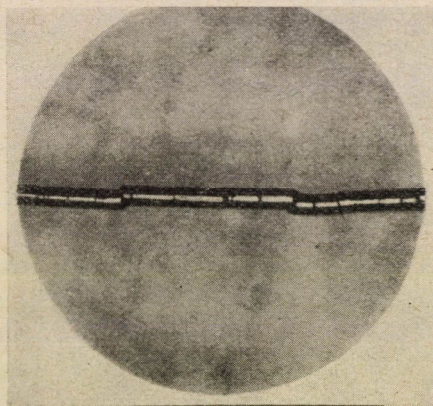
Ma jól tudjuk, hogy ez a régi „tiszta” wolfram éppenséggel nem volt tiszta és kristályelcsúszásai esetleg éppen $0,2 \div 0,1\%$ idegenanyag-tartalmától származhattak. Annak idején azonban úgy vélték, hogy „ha nem volnának nagy sík kristályhatárok, nem volna kristályelcsúszási baj sem” és azt hitték, hogy wolframjuk azért kristályosodik ilyen kellemetlenül, mert nagyon tiszta. Ezért célul tűzték ki a wolframdrótok újrakristályosodásának megakadályozását, mégpedig idegenanyagok segítségével. A célkitűzés mai szemmel talán

naívnak látszik. A próbálkozások azonban eredményre vezettek. Nagyon tűzálló és közömbös anyagként kb. 1% ÷ 0,75% finoman elosztatott ThO₂-ot juttattak a fémbe. Ezzel 1910 után csakhamar elérték, hogy a wolframdrót a kb. 2400 K°-os izzószálhőmérsékleten is aprókristályos maradt, azaz keresztmetszetét nem egy, hanem sok kristallit foglalta el és ezzel együtt megszűntek a kristályelcsúszások és velük együtt az időelőtti lámpakiégések is.

A kortársak ekkor úgy vélték, hogy a wolframdrótban ThO₂-dal sikerült meggátolni a rekristallizációt és így sikerült megtalálni azt a stabil wolfram-izzószálat, amelyben nem folynak magas hőmérsékleten alakváltozáshoz vezető belső folyamatok.



3. ábra. 0,05 mm-es tiszta (adalék nélkül készült) wolframdrót újrakristályosodás és hevítés után: a kristallitek határai merőlegesek a dróttengelyre. (SMITHELLS, C. J. [11] 138. o., 112. ábra nyomán; 1952)



4. ábra. Azokban a wolframdrótokban, amelyekben a kristallithatárok merőlegesek a dróttengelyre, rázás hatására egyes szakaszok kicsúsznak. (LAX—PIRANI [55] 321. o., 228. ábra nyomán; 1929)

A siker öröme nem tartott sokáig.

Alig egy-két év múlva megjelent LANGMUIR ma közismert gáztöltésű izzólámpája. Ez nagy előnyöket rejtett magában az egyenesfonalú vákuumlámpákkal szemben a gazdaságosabb fényszolgáltatás és a fény fehérebb színe által. Ezek az előnyök azonban csakis úgy voltak elérhetőek, ha az izzószálat spirálalakba tömörítették és — gáztöltésben — jóval magasabb hőmérsékletre (kb. 2700 K°-ra) hevítették. A ThO₂-os wolframdrót így egyszerre az elé a kérdés elé került, hogy spirállá tömörítve 2700 K°-on (és efölött is) alaktartó-e, stabil-e. A ThO₂-os wolframdrót nem bizonyult stabilnak. A belőle készült spirálok 2700 K° körül önsúlyuk alatt fokozatosan kinyúltak és tartóik között füzérszerűen „áthajoltak” (6. ábra). Ez nagy fénycsökkenéshez, azaz a gáztöltésű lámpa gazdasági előnyének elvesztéséhez vezetett.

A régi, „tisztának” mondott wolframdrót is „áthajolt” a gáztöltésű izzólámpában.

1910—1915 között hazánkfia, PÁCZ Aladár készített először olyan wolframfémet (az USA-ban), amelynek spiráljai 2700 K° körül is alaktartónak bizonyultak. Ő is idegenanyagokat adott a wolframfémhez és ő is a rekrisztallizációt igyekezett szabályozni ezekkel. A PácZ-szabadalom [4] szerint kálium- és nátriumszilikát-oldatot kell a wolframsavhoz adni. Ezek az adalékok a fémorból sajtolt porózus rudak zsugorításakor „csaknem teljesen” elpárolognak és — a szabadalom szavai szerint — olyan wolframdróthoz vezetnek, amelyben pl. „nincs több idegen anyag $0,05\%$ -nál”. Az ilyen drót mai ismereteink szerint $1700 \div 2000\text{ K}^\circ$ között rekrisztallizál, vagyis itt éri el végső kristályszerkezetét és ez a szerkezet kissé egymás mellé nyúló (ún. kevésbé átlapoló) nagyobb kristályokból áll (2b. ábra). PÁCZ kortársai az idők folyamán ezt a kristályszerkezetet és az átnemhajló (non sag) magatartást egyre inkább az elért nagyfokú fémtisztaságnak tulajdonították, mert feltételezték, hogy az adalékok zsugorodáskor elpárologva magukkal viszik a wolframfém káros szennyezéseit és ők maguk nem maradnak vissza a rúdiban számottevő mennyiségben.

Ma már tudjuk, hogy sem a PácZ-szabadalom szerint K-, Na-, Si-mal készült (pl. 218 vagy UC jelű), sem a mai K-, Si-, Al-mal készülő (pl. GK jelű) nagyobb- vagy nagykristályos wolframdrótok nem extrém tisztaságúak, hanem csak „kellő tisztaságúak” ahhoz, hogy bennük a visszamaradó milliomodrésznyi adaléknyomok domináns hatáshoz jussanak és az újrakristályosodott drótnak nagykristályszerkezetet és átnemhajló sajátságot adjanak. Évtizedes kutatómunka vezetett el eddig a felismerésig. Azt azonban ma sem tudjuk még, hogy hogyan viselkednek ezek az idegenanyag-nyomok a wolframfémekben és hogyan szabályozzák a rekrisztallizációt. Erre a kérdésre irányulnak újabb kutatásaink. Mielőtt ezek eddig elért eredményeire rátérnénk, célszerű egy pillantást vetni arra, amit egy oxidos idegenanyagnak, a ThO_2 -nak viselkedéséről a wolframkutatás már néhány évtizeddel ezelőtt és azóta megállapított, hiszen a mai wolframfémek is oxidos hatóanyagokkal, K_2O -dal, Na_2O -dal, SiO_2 -dal, Al_2O_3 -dal készülnek.

Ez a visszapillantás már csak azért is hasznos, mert a ThO_2 -os wolframdrót a tiszta wolframénál sokkal bőségesebb elektronemissziója révén évtizedekre az elektroncsövek egyik fontos katódanyagává vált és ezért mélyreható kutatások tárgya lett. Így most úgy tekinthetünk rá, mint az oxidos idegenanyagok viselkedésének tanulságos modelljére.

De még azért is érdemes a ThO_2 -os wolframdrótra visszapillantani, mert szilárdsága sokkal nagyobb, mint a tiszta wolframdrótoké, sőt egyes alkalmazási területeken a legjobb mai wolframdrótok szilárdságát is felülmúlja. Úgy látszik, hogy sok itt még a felderíteni való. Így például Pintschdrótokból, ezekből a laboratóriumi jellegű eljárással készülő, 2% ThO_2 -ot

tartalmazó egykristályos wolframdrótokból, amelyeknek egyenes szálai $2 \div 3$ méteres kristályokból állanak, meglepően szilárd izzólámpák készíthetők. Feltűnt egyszer, hogy egy nagy játékárugyár villanyvonatainak kis 20 v, 0,1 amp-es vákuumizzólámpái a legkíméletlenebb gyermekkezekben is szinte elpusztíthatatlanok voltak. Kiderült, hogy egykristály-spiráljaik Pintsch-drótból készültek és ezek alakjukat hosszú használat után is jól megtartották, pedig spirálátmérőjük kb. 15-szöröse volt a drótátmérőnek. A mai nagytisztaságúnak mondható nagykristályos wolframdrótok egyikével sem lehet elérni a Pintsch-drótnak maximális alaktartását és szilárdságát, pedig a Pintsch-drót 2 súlysúlyszázalék ThO_2 -ot, vagyis 4 térfogatszázalék oxidos idegenanyagot tartalmaz!

1.3. A $\bar{\text{ThO}}_2$ -os wolframdrótok rekrisztallizációja

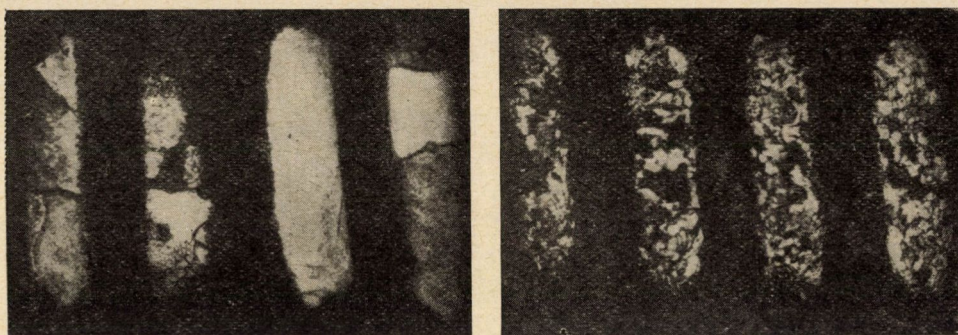
TARJÁN I. és TÚRY P. egy 1924-ből származó eljárása szerint 1,5% ThO_2 -ot tartalmazó, rendkívül finom szemcséjű wolframfémporból egyetlen kristályból álló zsugorított wolframrudak készíthetők [5]. Az ilyen rudakban a wolframkristály változatlan orientációval körülnövi az összes ThO_2 szemcséket. Ezek az óriás kristályok tehát nem rekrisztallizációban keletkezett nagykristályok, hanem ThO_2 zárványokat tartalmazó növekedési egykristályok, amelyek megmunkáláskor kristály- és rácsdeformációval felbomlanak, majd a belőlük készített húzott drótok aprókristályosan rekrisztallizálnak, vagyis nem alakul ki már bennük újra nagy-, vagy egykristály-szerkezet.

Ugyanígy van ez az 1913-ból származó Pintsch-eljárással [6] készült egykristály-szálakkal is. Eszerint az eljárás szerint 2% ThO_2 -ot tartalmazó igen finom fémporból szerves kötőanyaggal pépet készítenek és ebből egy gyémántkő kerek nyílásán át szálát sajtolnak, majd ezt egy néhány milliméter hosszú, $2300 \div 2500 \text{ K}^\circ$ -ra hevített bővebb wolframspirál belső terén 3 m/óra sebességgel áthúzzák. Innen a sajtolt szál mint egy magát folyamatosan továbbnövelő egykristály-szál jön elő. Ezekből a Pintsch-drótokból oly módon lehet egyetlen kristályként megmaradó spirálokat készíteni, hogy igen vastag, a drótátmérőnél 10-szer, 20-szor is vastagabb magokon készítjük el őket. Az egykristály számára ez ugyanis olyan kismértékű deformációt jelent, amely felhevítéskor még nem vált ki újrakristályosodást, hanem megengedi az eredeti kristály ép viszonyainak újrakialakulását (a kristály megújulását). Nagyobbmértékű deformáció után a Pintsch-drótok is aprókristályos szerkezettel rekrisztallizálnak.

Nehéz eldönteni, hogy ezt csak primér, vagy együttes primér és szekundér rekrisztallizációnak kell-e tekinteni. Az azonban bizonyos, hogy sem ezeknél, sem másfajta ThO_2 -os wolframdrótoknál nem bizonyult igazolhatónak az a régi nézet, hogy a ThO_2 -szemcsék megakadályoznák a wolframdrót rekriszt-

tallizációját. Nem akadályozzák meg azt, hanem csak eltörlják magasabb hőfoktartományba és megváltoztatják lefolyását, pl. látszólag lassítják a végső kristályszerkezet kialakulását és általában aprókristályossá teszik azt (5a. és 5b. ábra).

De van-e az újrakristályosodott ThO_2 -os wolframdrótoknak egyáltalán végső, azaz stabil kristályszerkezete? Ha egyszer tudjuk, hogy a ThO_2 -os wolframdrótból készült és rekrisztallizált spirálok a gáztöltésű izzólámpákban 2700 K° körül (és efelett) fokozatosan áthajlanak, akkor fel kell tennünk azt a kérdést, hogy ez a fokozatos alakváltozás újabb kristályok képződése és a régiéket eltűnése nélkül folyik-e, vagy sem. J. Sz. UMANSZKIJ [7] a Szovjetunióban már korán megvizsgálta ezt a kérdést. Időközönként röntgenfelvéte-



5. ábra. A baloldali (a) kép: tiszta wolframdrótból készült izzólámpaspirál kristályszerkezete 1000 óra égés után. A jobboldali (b) kép: $0,65\%$ ThO_2 -ot tartalmazó drótból készült izzólámpaspirál kristályszerkezete 1000 óra égés után. (SMITHELLS, C. J. [11] 144. o., 116. és 119. ábra nyomán; 1952)

leket készített egy sok száz órán át fokozatosan áthajló ThO_2 -os wolframspirál egyetlen kiválasztott szakaszáról és megállapította, hogy azt idő múlásával egyre újabb és újabb orientációjú, azaz új keletkezésű kristallitok töltik ki. Mások is erre a megállapításra jutottak. Mivel az már ismeretes volt, hogy a folyamatban levő rekrisztallizáció közben a fémtestek szilárdsága általában feltűnően csekély, már korán úgy értelmezték a ThO_2 -os wolframspirálok áthajlását, mint egy az önsúly hatására a drótban ismételt bekövetkező alakítási és ezt követő újrakristályosodási jelenséget.

Ez az értelmezés azonban hallgatólagosan feltételezi, hogy a ThO_2 -tartalmú vékony drótok kristallitjai 2700 K° körül már olyan lágyak, hogy a spirálok $10 \div 20$ mg-os önsúlya maradandóan deformálhatja őket. E tekintetben hamarosan kételyek támadtak, már csak pl. azért is, mert Pintsch-drótból készült egyetlen kristályból álló spirálok egyébként azonos körülmények között 2700 K° körül nem hajlanak át. Ezért megindult az áthajlás okának más irányú kutatása.

1.4 *A polikristályos wolframdrótok ThO₂-tartalmának csökkenése magas hőmérsékleten*

Többen észrevették, hogy a ThO₂-os wolframdrótok ThO₂-tartalma a belőlük készült izzótestek használata közben fogy és úgy vélték, hogy a ThO₂ a krisztallithatárokon távozik belőlük és állandó áramlásával folyton gyengíti a kapcsolatot az egyes krisztallitek között, alkalmat teremtve ezzel az egyes krisztallitek egymáson való elmozdulására és ezáltal a fokozatos áthajlásra.

Azt a kérdést, hogy az eltűnő ThO₂ valóban a kristályhatárokon távozik-e, W. GEISS és J. A. M. VAN LIEMPT [8] vizsgálták meg először alaposan még 1927-ben. Ők egyrészt eredetileg kb. 1% ThO₂-dal készült 75 mikronos polikristályos drótokból, másrészt eredetileg kb. 2,5% ThO₂-dal készült 75 mikronos Pintsch-egykristálydrótokból egyenes izzószálú vákuumlámpákat készítettek és megmérték az izzószálak maradék ThO₂-tartalmát különböző időig tartó 2450 K°-os izzítás (lámpaégetés) után. Eredményeikből van összeállítva az I. táblázat.

Világosan látszik ebből, hogy a ThO₂ abból a *polikristályos* drótból, amelyben a kipárolgáshoz (kidiffundáláshoz) sok krisztallithatár áll rendelkezésre, jelentős mértékben eltávozik, a krisztallithatárokat nem tartalmazó egykristálydrótokban ellenben 2450 K°-on teljes egészében benne marad.

I. táblázat

ThO₂-fogyás 2450 K°-on vákuumban

Polikristályos W-drót 75 mikronos 2450 K°-on		Pintsch-egykríst. W-drót 75 mikronos 2450 K°-on	
(vákuumban; egyenes drót)		(vákuumban; egyenes drót)	
idő, óra	ThO ₂ , %	idő, óra	ThO ₂ , %
0	0,91 ± 0,04	0	2,4 ± 0,1
100	0,68	100	2,3
500	0,46	500	2,3
900	0,44	1200	2,4

A spirállá tömörített polikristályos drótok ThO₂-tartalmának csökkenése a gáztöltésű izzólámpák gázterében a kb. 2700 K°-os izzószál-hőmérsékleten ugyancsak jelentékeny, amint azt a W. GEISS és J. A. M. VAN LIEMPT adataiból [8] összeállított II. táblázat szemlélteti.

Mindebből nyilvánvaló, hogy a polikristályosan rekrisztallizált ThO₂-os izzószálakban a krisztallithatárokon jelentős idegenanyag-vándorlás folyik használati hőmérsékleteken. Úgy tűnik, hogy ennek az anyagvándorlásnak krisztallithatárt gyengítő hatást tulajdonítva, értelmezni lehet az áthajlást. Ez a gyengítő hatás azonban nincsen kísérletileg igazolva és így ez a tetszetős magyarázat elég önkényes. Ezért is, de meg azért is, mert az anyagvándor-

II. táblázat

ThO₂-fogyás gáztöltésben

Polikristályos W-drót; 180 mikronos (spirálalakban; gáztöltésben)			
dróthőfok, K°	idő, óra	ThO ₂ , %	oldási maradék színe
2325	300	0,87 ± 0,02	fehér
2450	300	0,82	vil. szürke
2575	300	0,76	szürke
2700	300	0,32	„
2775	107	0,16	„
2990	11	0,18	„

lásban magában nem ismerhető fel olyan mechanikai kényszer, amely ismételt rekrisztallizációt válthatna ki, a ThO₂ viselkedésének más vonásait is — pl. kémiai vonásait is — be kell vonni oknyomozásunkba.

1.5. *A ThO₂ stabilitásáról általában*

Eddig a ThO₂-os wolframdrótot merőben fémes testnek tekintettük és külső erők hatására kialakuló maradék alakváltozását (plaszticitását), valamint hő hatására bekövetkező újrakristályosodását (rekrisztallizációját) olyan metallográfiai és fémfizikai fogalmakkal igyekeztünk leírni, amelyeket a merőben fémes testeknél, azaz pl. a tiszta wolframdrótoknál is szokás használni. A ThO₂-os wolframdrótok anyaga azonban nem tiszta fém, hanem fémből és oxidokból álló keverék, azaz kémiai rendszer, amelyben kémiai változásokra is nyílik mód.

III. táblázat

Az oxigén kötésének erőssége, vagyis az oxidok képződéshőjéből 1 grammekvivalens oxigénre eső rész (Kcal), néhány nagystabilitású és egyéb oxidban

	Kcal		Kcal		Kcal		Kcal
Li ₂ O	71	BeO	72,5	B ₂ O ₃	47	SiO ₂	51
Na ₂ O	50	MgO	72	Al ₂ O ₃	63 ÷ 66	GeO ₂	32
K ₂ O	43	CaO	76	Ga ₂ O ₃	43	TiO ₂	54
Rb ₂ O	42	SrO	70,5	In ₂ O ₃	37	ZrO ₂	64
Cs ₂ O	41	BaO	66,5	Sc ₂ O ₃	73	HfO ₂	66,5
						ThO ₂	73
			Kcal		Kcal		
		Ta ₂ O ₅	50	WO ₃	33		

A ThO_2 mindenesetre egyike az oxigént igen erősen kötve tartó oxidoknak (III. táblázat). Ezért erről a nagystabilitású oxidról mindeddig hallgatólagosan feltételeztük, hogy a wolframdrótok metallográfiai folyamataiban kémiai passzívan viselkedik (pl. nem redukálódik, nem disszociál stb.) és azokra csupán jelenlétével, azaz mechanikusan hat. Ez a kezdetben általánosan elfogadott nézet azonban hamarosan tévesnek bizonyult.

1.6. A ThO_2 redukciója a wolframdrótban

LANGMUIR [9] már korán észrevette, hogy jó vákuumban történő hevítéskor az $1 \div 2\%$ ThO_2 -ot tartalmazó wolframdrótok elektronemissziója sokkal (több nagyságrenddel) nagyobb, mint — egyébként azonos körülmények között — a tiszta wolframdrótoké. Ennek okát kutatva LANGMUIR 1913-tól kezdve fokozatosan kiderítette, hogy magas hőmérsékleten a wolframfémbe a ThO_2 szemcsékből Th-atomok keletkeznek, annak ellenére, hogy az oxigénatomok a ThO_2 -ban több mint még egyszer olyan erősen vannak kötve, mint a wolframoxidokban és úgy találta, hogy ezek a Th-atomok a wolframdrót felületén nagy elektronemissziójú (kis elektronkilépési munkájú) egyatomos tóriumréteget képesek alkotni.

Ez a meglepő felismerés olyan helyesnek bizonyult, hogy rá hamarosan egy nemzetközi méretű elektroncsőipar épülhetett fel és bár a vevőcsövekben a tóriumos katódokat néhány év alatt az oxidkatódok váltották fel, az adócsőiparban sok fontos cső katódja készül még ma is pl. 2% ThO_2 -tartalmú wolframdrótból.

Érthető tehát, hogy a tóriumos katódok folyamatainak és elektronemissziójuk optimális feltételeinek felderítésére nagyarányú kutatómunka indult meg és folyik még ma is. Ennek eredményeiből most minket csupán annyi érdekel, hogy mi derült ki a ThO_2 -os wolframdrótnak, mint fémből és egy oxidos idegenanyagból összetett rendszernek kémiai folyamatairól és ezek szerepéről a rekrisztallizációban. Előrebocsáthatjuk, hogy vajmi kevés. Persze ez a kevés is igen nagy jelentőségű számunkra, mégpedig azért, mert a ThO_2 -os wolframdrótot az oxidos idegenanyagok által befolyásolt újrakristályosodás jól tanulmányozható modellanyagának tekinthetjük, hiszen benne nem milliomodrésnyi idegenanyagok viselkedését kell vizsgálni, mint pl. UC és GK fémekben, hanem egy oxidos idegenanyag $1 \div 2\%$ -nyi, azaz nagy mennyiségének kémiai és metallográfiai viselkedését lehetett és lehet megfigyelni.

LANGMUIR 1923-ból származó alapvető közleménye szerint a tóriumos elektronemisszió elérése céljából az $1 \div 2\%$ ThO_2 -ot tartalmazó wolframdrótot mindenképp rövid időre 2800 K° -ra kell hevíteni, hogy ThO_2 -tartalmuk egy része redukálódjék, azaz, hogy bennük jól észlelhető mértékben keletkezzenek Th-atomok. Ennek a közleménynek az adataiból készült a IV. táb-

lázat, amely ennek a 3000 K°-on is csak 2÷3%-os redukciónak a hőfoktól való függését szemlélteti.

Mások is igazolták a ThO₂ ilyen redukcióját. Megállapították, hogy a 2600 K°-nál nem magasabbra hevített ThO₂-os wolframdrótok oldódási maradéka (tömény HF és HNO₃ elegyében) fehér, a 2600 K° fölé hevítetteké ellenben szürke.

IV. táblázat

W-drót, 1 súly % ThO₂-dal. Dróttátmérő: 0,0778 mm

K°	A Th-atomok száma 10 ⁶ W mellett		A Th-atomok hány %-a van redukálva
	ThO ₂ alakban	Th alakban	
1800	6999	1,1	0,016
2000	6996	4	0,057
2400	6975	25	0,358
2800	6902	98	1,42
3000	6841	159	2,32

A drótban eredetileg minden 10⁶ W-atom mellett kb. 7000 Th-atom és 14 000 oxigén-atom van ThO₂ alakban. Ez a ThO₂ a megadott hőfokon a megadott mértékig redukálódik. (J. LANGMUIR: *Phys. Rev.* 22, (1923), 387 o. [9].)

Így van ez egyrészt akkor is, ha a ThO₂-os wolframdrót polikristályo. és ezért ThO₂-tartalma hevítés közben csökken, valamint spiráljai a lámpákban fokozatosan áthajlanak, és másrészt akkor is, ha egykristályos ThO₂-os wolframdrót kerül vizsgálatra, amelynek ThO₂-tartalma hevítés közben változatlan értékű marad és spiráljai nem nyúlnak meg. W. G. BURGERS és J. AS M. VAN LIEMPT [10] még 1930-ban röntgenfázis-analízissel kimutatta, hogy 2500 K° felett a polikristályos ThO₂-os wolframdrótokban a ThO₂ (Th-atomokra nézve lapcentrált) rácsa mellett határozottan megjelenik a fémtórium (lapcentrált) rácsa is és kis nyomokban egy olyan fázis, amelyet részben redukált ThO₂-nak lehet tekinteni.

Ebből az látszik, hogy 2600 K° felett a krisztallithatóroktól függetlenül bekövetkezik a ThO₂ redukciója, és ha van sok krisztallithatár, amelyen át a ThO₂ eltávozhat, akkor az ennél jóval illőbb tórium is (V. táblázat) távozik

V. táblázat

Egyensúlyi gőznyomások

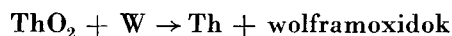
Th	ThO ₂	W
2760 K° 1 mm	2830 K° 1 · 10 ⁻¹ mm	2800 K° 1 · 10 ⁻⁵ mm

a drótból. A krisztallithatárokon tehát nagy anyagforgalom van. Amint említettük már, úgy vélhetnénk tehát, hogy ez az állandó anyagvándorlás annyira gyengíti az egyébként már kialakult kristályhatárokat, hogy a krisztallitek az önsúly hatására egymáson elcsúszhatnak és ezzel érthetővé válnék az áthajlás. Ez a nézet azonban nem tartható, mert tudjuk, hogy a ThO_2 -adalékolást éppen avégett találták fel annak idején, hogy vele a krisztallitelecsúszást megakadályozzák és ez sikerült is. Szinte azt mondhatnánk, hogy a ThO_2 -adagolással nem „olajozták meg”, hanem „megszórták homokkal” a krisztallithatárokat.

Nem kétséges, hogy a kutatás a ThO_2 redukciójának és a krisztallithatárokon történő anyagvándorlásnak fontos mozzanatait derítette fel. De az is nyilvánvaló, hogy a fokozatos spiráláthajlás és az egyre ismétlődő újrakristályosodás magyarázatához mindez nem elegendő.

1.7. Az oxigén sorsa és szerepe a ThO_2 -os wolframdrótok magashőmérsékletű folyamataiban

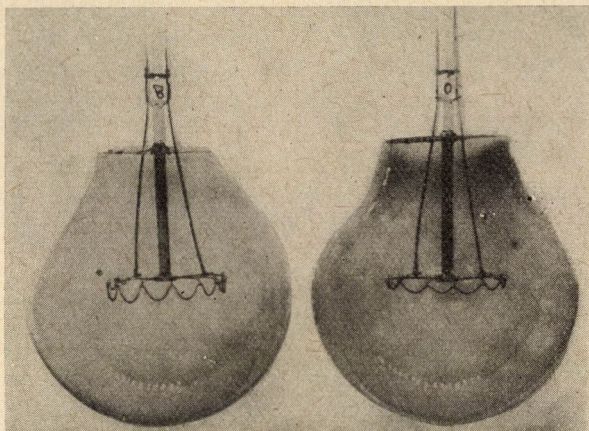
De ez nem is meglepő. A kutatásnak ugyanis ebben a szakaszában a ThO_2 kémiai viselkedésének csak egyik oldalát, a Th-atomok keletkezését vizsgálták. A ThO_2 -os wolframdrót azonban olyan kémiai rendszer, amelyben minden Th-atomra két O atom is jut. Arról, hogy ezek az oxigénatomok egymagukban vagy más tényezőkkel együtt hogyan hatnak a metallográfiai folyamatokra, az irodalom szinte semmit sem közöl. Sem 1923-ban LANGMUIR alapvető tanulmánya, sem 1952-ben SMITHELLS közismert wolfram-monográfiája [11] nem szól semmit arról, hogy milyen összetételű wolfram-oxigén vegyület keletkezik a ThO_2 redukációjakor, azaz a sokat emlegetett



folyamatban. Erről annyira nem esik szó, mintha a kutatók nem is tételeznék fel wolframoxidok keletkezését, hanem valami ettől eltérő magatartást tulajdonítanak az oxigénnek ebben a rendszerben. Erről a más magatartásról SMITHELLS könyvében mindössze ezt olvashatjuk: „A zsugorított rúd igen apró ThO_2 szemcséi megnövekednek, ha a rudat az olvadáspont közelében huzamosabban hevítjük. Ismeretes, hogy a wolframfém magas hőmérsékleten lassan redukálja a ThO_2 -ot és a keletkezett fémtórium kismértékben oldható a wolframfémbe. A ThO_2 -szemcsék növekedése valószínűleg e redukció segítségével, a Th és O atomok fémén át történő vándorlása útján jön létre, mert nem valószínű, hogy maguk a ThO_2 -szemcsék tudnának vándorolni a fémbe.” Ennyi az, amit erről a kérdéstről az irodalomból megtudhatunk.

Pályám elején, 1928—1929-ben végzett, de eddig még közzé nem tett vizsgálataim egy része erre a kérdésre irányult. Megkíséréltem ebbe a redukációs folyamatba az oxigén oldaláról beleavatkozni.

Két dologhoz számomra nem fért kétség. Egyrészt ahhoz, hogy az egykristályos ThO_2 -os wolframdrótot a kísérleti körülmények között olyan *zárt* kémiai rendszernek kell tekinteni, amelyben a Th-termeléssel járó kémiai folyamat a komponensek valamely egyensúlyi értékéig lefolyik és azután megáll. Másrészt ahhoz, hogy a polikristályos ThO_2 -os wolframdrótot, a kristallithatárokon át lehetséges anyagvesztés miatt, olyan *nyitott* kémiai rendszernek kell tekinteni, amelyben a Th termelő kémiai folyamat a Th-atomok többinél gyorsabb kipárolgása miatt egyensúlyba jutni nem képes és ezért benne a redukciós folyamat nem áll meg, hanem állandóan folyik.



6. ábra. E két gáztöltésű izzólámpa spiráljai egyugyanazon 0,75% ThO_2 -ot tartalmazó wolframdrótszálból készültek és a lámpákban kb. 2700 K°-on sok száz órán át izzottak. Ezalatt a feketedő burájú, tehát vízgőzzel szennyezett lámpa spirálja csaknem változatlanul megtartotta eredeti alakját, a tiszta gázterű (vígőzmentes) lámpa spirálja ellenben erősen áthajlott (1929)

Úgy gondoltam, hogy ha az izzó drótszál felületét igen kismértékben állandóan oxidálom, megállíthatom a tóriumkipárolgást és ezzel együtt az áthajlást. Kísérleteim igazolták várakozásomat. A 6. ábrán két, sok száz órát égett gáztöltésű lámpa látható. Spiráljaik egyugyanazon 0,75% ThO_2 -ot tartalmazó wolframdrótszálból készültek és a lámpákban kb. 2700 K°-on izzottak. Az egyik lámpa gáztere rendkívül tiszta (száraz) volt. Ez abból is látszik, hogy burája alig feketedett meg. A másik lámpa gáztere vízgőznyomokkal volt elszennyezve. Ezt a bura feketedése jelzi. (A vízgőznyomok ugyanis — a Langmuir-körfolyamatban mindig újraképződve — folyton oxidálták a wolframfelületet és a keletkező oxidációs termékek fekete lerakódást alkotnak a burán.)

De a vízgőzzel szennyezett lámpákban a H_2O -molekulák nem csak a wolframfelületet oxidálták, hanem a felületre érkező tóriumatomokat is. Ez nagymértékben megnövelte a szálfelületen a ThO_2 -koncentrációt és ezzel

lelassította úgy a ThO_2 , mint a Th áramlását a szál belsejéből a felület felé. Ezért csaknem megszűnt az anyagvándorlás a krisztallithatárokon és ugyanakkor csaknem megszűnt az áthajlás is.

A száraz gázterű lámpákban nem volt akadálya a Th-kipárolgásnak. Az izzószálban jelentős radiális koncentráció-gradiens állt elő a ThO_2 , de még inkább a Th koncentrációjában. Ez erős kipárolgáshoz és jelentős áthajláshoz vezetett.

A ThO_2 -os izzószál ebben a kísérletben valóban úgy viselkedett, mint ahogy azt egy ilyen kémiai egyensúlyra törekvő rendszertől várni lehetett: oxidációs-redukciós folyamatait a külső oxigénkoncentráció (H_2O -koncentráció) variálásával szabályozni lehetett.

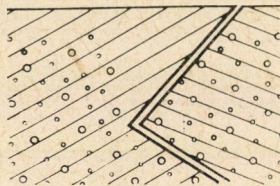
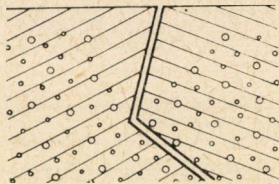
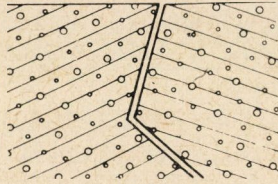
Ez a felismerés műszaki következményekkel is járt. A maga idejében végérvényesen eldöntötte nálunk a polikristályos ThO_2 -os wolframdrót sorsát: a gáztöltésű lámpákban nem erőltették tovább alkalmazását, mert vele a feketedést és áthajlást — ezt a két jelentős lámpahibát — egyidejűleg elkerülni nem lehetett. Erre viszont a Pácz-féle (UC jellegű) wolframdrótok már akkor alkalmasnak bizonyultak.

1.8. A ThO_2 -redukció, az áthajlás és az ún. rekrisztallizáció (kémiai átkristályosodás) összefüggése

Kétségtelen, hogy mindebből még mindig nem tudunk meg semmit arról, hogy keletkezik-e valamiféle wolframoxid, amikor izzószálhőmérsékleten a wolframfém redukálja a ThO_2 -ot, és azt sem tudjuk, hogyan hat a ThO_2 oxigénje a minket érdeklő elemi kémiai és fémfizikai folyamatokra. Ismereteink alapján mégis megkísérelhetjük most már a ThO_2 -redukció, a fokozatos spiráláthajlás és az ún. ismétlődő rekrisztallizáció jelenségeit egységesen magyarázni.

A húzott ThO_2 -os wolframdrót izzószál-hőmérsékletre hevítve elveszti rostos szerkezetét és újrakristályosodik. Krisztallitjainak belsejében és határán egyaránt található ThO_2 -szemcsék. Ezek izzószál-hőmérsékleten kismértékben redukálódnak. Az ilyen fémtestben nincsen már tárolt elasztikus energia és beálltak a kémiai egyensúlyi viszonyok: nincsenek ok a kristályos szerkezet további változására. Megindul azonban benne az idegenanyagok elpárolgása a felületről és utánpótlása a drót belsejéből. Ez túlnyomóan a krisztallithatárokon bonyolódik le. Egy idő múlva a krisztallithatárok és környékük jóval tisztábbak lesznek, mint a krisztallitek belseje. Ez az önként kialakult kezdeti helyzettel szemben, amikor a ThO_2 -szemcsék akadályozták nagyobb wolframkrisztallitek kialakulását, egy újabb helyzet, amikor a határokról és környékükről jórészt eltűnnek már az akadályok. Ekkor a szomszédos szemcsék sokhelyütt közös orientációt vehetnek fel, amely odáig terjedhet, ahol még nagy maradt a ThO_2 -koncentráció (7. ábra). Ezekben a helyeken

alakulnak ki az új határok és most már ezeken indul meg a kipárolgás. Ezt a hosszantartó folyamatot így egy egyirányú kémiai változások által hajtott ismétlődő átkristályosodás (és nem rekrisztallizáció) követi. Bizonyára ez az az esemény, amit a röntgenvizsgálatok mint újrakristályosodást mutattak ki és ez az az esemény, amelyet áthajlás követ, mert joggal feltehető, hogy amint a rekrisztallizáció lefolyása közben igen könnyen deformálható egy fémtest, úgy kis erővel alakítható a „kémiai” átkristályosodás alatt is.



7. ábra. A ThO_2 -os wolframdrótban a ThO_2 szemcsék többé-kevésbé egyenletes eloszlásban találhatóak (felső kép). Izzószál-hőmérsékleten a ThO_2 -tartalom fokozatosan csökken: a ThO_2 (és a Th) a kristallithatáron át távozik és ezáltal a kristallithatár környéke egyre kevesebb ThO_2 -ot tartalmaz (középső kép), míg végül a tiszta mező felveszi valamely szomszédja kristályorientációját (alsó kép)

Úgy vagyok meggyőződve, hogy a polikristályos ThO_2 -os wolframdrótok izzószál-hőmérsékleten egyre ismétlődő, ún. rekrisztallizációja helyesebben *kémiai átkristályosodás*nak nevezhető és nem egyéb, mint egy olyan ismétlődő átkristályosodási folyamat, amelynek hajtóereje a valamely önként kialakult kezdeti kémiai konfiguráció fokozatos megváltozását követő szabadenergia-csökkenés, nem pedig valamely elasztikus energiatartalom kioltódását kísérő szabadenergia-változás.

2. A rekrisztallizáció korszerű vizsgálatának eredményei

2.1. Az idegenany-agnyomok viselkedésének vizsgálata mai wolframdrótokban

Az előzőekben magunk elé idéztük, jórészt a ThO_2 -os wolframdrót nagymúltú példáján, a primér és szekundér rekrisztallizáció, valamint a kémiai átkristályosodás folyamatait. Ezek azok a metallográfiai és fémfizikai események, amelyek *mindenfajta* wolframizálószál végső (használati) tulajdonságait kialakítják, vagy helyesebben: napvilágra hozzák.

Eddig kevés szó esett arról, hogy azt, amit a végső kristályosodási folyamatok kibontakoztatnak, úgymint a kiskristályos vagy nagykristályos szövetszerkezetet, a stabil vagy áthajló spirálmagatartást, a szobahőfokú plaszticitást vagy ridegséget stb., azt elsősorban a *korábbi* technológiai műveletek szabják meg. Ezek közül is — évtizedes tapasztalatok szerint — a kémiai jellegű mozzanatok, úgymint az adalékanyagok kémiai sajátságai, a WO_3 hidrogénes redukciójának folyamatai, a zsugorításban az adalékok kipárolgása stb. azok a tényezők, amelyeknek sorsdöntő hatásuk van a végső kristályszerkezetre és a fémtulajdonságokra. A ThO_2 -os drótoknál éppen úgy, mint pl. a K, Si, Al-os drótoknál.

Ezek szerepét és jellegzetes összefüggéseiket szemléltessék a következő tapasztalati tények.

a) Az adalékmentes „tisza” WO_3 -porokból készített fémporok zsugorított rúdjai és az ezekből készült újrakristályosított izzótestek is mindig kiskristályosak. Ezt a sajátságot a hidrogénes redukció viszonyainak változtatásával nem lehet megváltoztatni. Az ilyen fémporból készült izzótestek 0,01% vagy ennél kevesebb különféle idegenanyagot (szennyezést) tartalmaznak.

b) A szokásos ThO_2 -os fémporokból készült zsugorított rudak általában még ennél is kisebb kristályosak, de itt lehet a redukciót úgy vezetni, hogy olyan finomszemcséjű fémpor keletkezzék, amelyből alkalmas zsugorítással egykristályszerkezetű zsugorított rudak állíthatók elő. Azonban mindkét fajta ThO_2 -os rúd rekrisztallizált izzószálai egyaránt igen kiskristályosak és csaknem a teljes ThO_2 -mennyiséget tartalmazzák.

c) Saját évtizedes tapasztalataink szerint a K-, Na-, Si- és főleg a K-, Si-, Al-tartalmú WO_3 -porok redukcióját is lehet egyrészt úgy vezetni, hogy a fémporból nagykristályos rúd keletkezzék, másrészt úgy irányítani, hogy a zsugorított rúd kiskristályos legyen. Ám az ezekből készült izzótestek mindkét esetben az előzőknél nagyobb kristályokból állanak vagy éppen nagykristályosak és 0,001%-nál is kevesebbet tartalmaznak az adalékokból.

Mindezt lehet ugyan egyes technológiai fogásokkal valamelyest módosítani, de a rekrisztallizált drót végső sajátságait döntően az adalékok, a redukció és egyéb kémiai tényezők szabják meg.

Évtizedek alatt hatalmas erre vonatkozó tapasztalati anyag gyűlt össze és ez alkotja ma szerte a világon az izzólámpaipari wolframfém gyártásának alapját. Ezeknek az ismereteknek csak kis része került azonban eddig közlésre a nemzetközi irodalomban és a kémiai tényezők szerepéről és hatásától ezen belül még kevesebbet olvashatunk. Az oknyomozó kutatás ezen a téren csak az utolsó tíz esztendőben kapott lendületet, ti. azóta, amióta a fémfizika annyira fejlődött, hogy kémiai tényezőket is számításba tud venni. Nem régóta jelennek meg hatóanyag-nyomokkal foglalkozó jelentősebb hazai és külföldi közlemények [12—34]. SMITHELLS 1952-ben korszerűsített kitűnő wolframmonográfiája [11] például még nem vezet át bennünket ebbe az új korszakba. Ez a könyv értékes empirikus anyagot tár ugyan elénk a ThO_2 -os wolframdrót technológiájából, de már a maibb K, Na, Si-os Pácz-féle wolframdrót készítésének ismertetése hiányos benne. Az igazán nagykristályos K, Si, Al-os wolframfém készítésének lényeges vonásait pedig alig közli. Különösen a WO_3 hidrogénes redukciójának mesterfogásait hallgatja el mindenütt. Empirikus adatközlése tehát nem teljes, magyarázó nézetei pedig lényeges fémfizikai kiegészítésre szorulnak.

Ahhoz, hogy az idegenanyag-nyomok gazdaságilag is oly fontos, de ma még alig ismert hatásmódját felderíthessük, nélkülözhetetlen a redukciónak, a zsugorításnak és a hőkezeléseknek stb. korszerű tudományos vizsgálata, amihez viszont egy népes, technológiai, kémiai és fémfizikai vizsgálataiban jól összehangolt, egységes wolframkutató intézményre van szükség. Mivel ilyen intézményünk ma nincsen, azért a hazai wolframkutató csekély erői már évek óta összesen két alapkérdésre irányítják erejük javát. Egyrészt a kémiai jellegű sorsdöntő első lépésre: a wolframredukcióra, másrészt a metallográfiai sorsdöntő utolsó lépésre: az újrakristályosodásra.

A WO_3 -redukció viszonyainak és ebben az idegenanyag-nyomok szerepének felderítésére jelentékeny hazai kutatómunka folyt a múltban és folyik ma is. Ezúttal azonban nem erről lesz szó.

A második főkérdésről lesz szó: arról, hogy miként viselkednek az alig milliomodrésznyi idegenanyag-nyomok a rekrisztallizáció folyamata alatt és után a mai wolframdrótokban. Ha hazai felkészültségünk arra nem is elegendő, hogy a korszerű kutatás eszközeivel nyomonkövessük őket a wolframdrótkészítés teljes folyamatában, a közelmúlt években igyekeztünk arról valamit megtudni, mi történik velük és hogyan hatnak a végleges izzószál-tulajdonságokat kialakító utolsó lépésben, a rekrisztallizációban. Mert minél jobban ismert a végcél, annál eredményesebben lehet elérésére törekedni az egész technológiai folyamat alatt — még empirikus módszerekkel is.

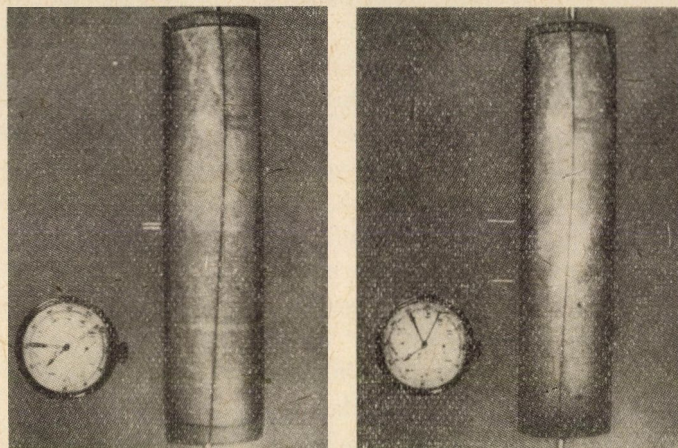
2.2 Az új kristályok keletkezése és növekedése újrakristályosodáskor az UC és GK wolframdrótokban

Már korábban leírtuk, hogy az UC-wolframdrótok, amelyek pl. 0,3% KCl, 0,2% NaCl és 0,4% SiO₂-tartalmú adalékokkal WO₃ · H₂O-ból készülnek, végül is néhányszor 10⁻⁵ num. koncentrációban K-, Na- és Si-atomokat tartalmaznak, a GK-wolframdrótok pedig, amelyek pl. 0,5% KCl-, 0,4% SiO₂- és 0,05% Al₂O₃-adalékokkal WO₃-ből készülnek, végül is néhányszor 10⁻⁵ num. koncentrációban K-Si- és Al-atomokat tartalmaznak (közelebbről még fel nem derített kémiai állapotban). Azt is megállapítottuk már, hogy a K, Si, Al hármas kombináció sokkal nagyobb hatású, mint ezek az idegenanyagok egymagukban, párosával, vagy más hármas kombinációban. 100 ÷ 10 mikronos átmérettartományban újrakristályosodás után az UC-drótok olyan krisztallitekből állanak, amelyek a drótátmérőnél 1 ÷ 5-ször hosszabbak (2b. ábra), a GK-drótok ellenben olyan krisztallitekből, amelyek a drótátmérőnél 10 ÷ 100-szor hosszabbak (2a. ábra). Nagykristályos drótoknak ma általában csak ez utóbbiakat nevezzük. A K, Si, Al hármas kombinációval a zsugorított rudakban teljes következetességgel és minden külön fogás nélkül cm-es méretű, nagy, növekedési kristályokból álló szerkezetet lehet elérni. A többiekkel nem.

Ezeken a tömeggyártásban nap-nap mellett igazolódó jelenségeken belül a kristálynövekedést mélyebb vizsgálatnak vetettük alá.

Szovjet kutatók még 1945-ben felhívták figyelmünket egy közleményre [35], amelyben egy olyan módszer van leírva, amellyel a rekrisztallizációkor keletkező wolframkristályok növekedését szabadszemmel megfigyelhetjük. E közlemény alapján a vizsgálandó kb. 90 mikronos wolframdrótjaink egy-egy 25 cm-es szakaszát egy 45 mm-es üveghenger tengelyében helyeztük el és ott vákuumban árrammal hevítettük. Minden olyan wolframszálnak, amely 1900 K°-nál magasabb hőfokon rekrisztallizál, van már a rekrisztallizációja alatt elegendő elektronmissziója ahhoz, hogy az elektronokat egy nagyfeszültségű gyorsító elektromos térrel radiálisan, az üveghenger fluoreszkáló réteggel bevont falára vetítve ott az izzó drót felületének képét állítsuk elő. Ez a kép fényesebb ott, ahol erősebb az elektronemisszió, és halványabb ott, ahol gyengébb. A viszonyok olyanok, hogy ezzel a módszerrel figyelemmel kísérhetjük, hol jelenik meg az izzó drótban egy a felületre kibukkanó kristály és miként növekedik, amíg szomszédjaival nem találkozik. Ezt az egész folyamatot le is fényképezhetjük. Az újrakristályosodás elektronemissziós leképezésének ezt a módszerét ROBINSON 1942-ben szabadszemmel történő észlelésre fejlesztette ki. Mi tértünk át fényképezésre [15, 30]. A továbbiakban a módszert ebben a nagyobb teljesítményű formájában is Robinson-módszernek fogjuk nevezni.

Ezzel a módszerrel készült a 8. ábra is [30]. Ezen méréssel követhetjük, mint növekedett 2120 K°-on a múlt idővel a képen megjelölt krisztallit. Azt is megállapíthatjuk ilyen mérésekkel, hogy mennyi idő alatt töltik ki az új krisztallitek a teljes dróttérfogatot, azaz mennyi idő alatt válik teljessé az újrakristályosodás. Magasabb hőfokon ez gyorsabban, alacsonyabb hőfokon lassabban következik be. Mi megállapodásszerűen azt a hőfokot nevezzük a wolframdrót rekrisztallizációs hőmérsékletének, amelyen annak kb. 20 cm-es darabját 1 perc alatt még nem, de 10 perc alatt már egész térfogatában új krisztallitek töltik ki.



8. ábra. Ún. Robinson-felvételek egy 90 mikronos GK wolframizzószál egyetlen krisztallitjának hossznövekedéséről. A krisztallit hossza 17 sec-mal láthatóvá válása után 0,25 cm (bal kép); és 594 sec után 3,14 cm (jobb kép). (PROHÁSZKA I., HORVÁTH A. és MILLNER T. [30] 60. o., 1.2 és 1.13 ábra nyomán; 1961)

Ezt a hőmérsékletet egyszerűbben úgy is megállapíthatjuk, hogy a vizsgálati drót egy-egy darabját 100 C°-kal emelkedő hőmérsékleteken tiz—tiz percig izzítjuk és maratással megállapítjuk, hány fokon következett be a teljes újrakristályosodás. LIEMPT [36] nagyszámú ilyen mérés alapján a

$$T(13,5 + \log t) = C$$

képletbe foglalta a wolframdrótok rekrisztallizációjának idő-hőmérséklet összefüggését, mert úgy találta, hogy a teljes rekrisztallizációra vezető összetartozó hőfok (T , K°) és idő (t , sec) adatokból számított C érték egy valamely drótfajtára és egy meghatározott megmunkált állapotra jellemző állandó szám. Mi is megállapítottuk így különböző UC és GK drótajainknál a C értékeket és ezekkel a VI. táblázat adataihoz jutottunk.

Robinson-módszerrel a rekrisztallizációs hőmérsékleten kívül — nagyobb számú krisztallit egyedi adataiból — az is megállapítható, hogy átlagosan

milyen sebességgel halad valamely hőfokon a kristályhatár, átlag hány krisztallit keletkezik és indul növekedésnek idő- és térfogategységenként és átlagosan milyen hosszúra nőnek a kristályok. Saját méréseinkből [30] származó ilyen adatokat tartalmaz a VII. táblázat. Kiderül ebből, hogy a krisztallitek az UC- és GK-drótokban azonos átlagos sebességgel növekednek. Nem azért keletkeznek tehát a rekrisztallizációkor a GK-drótokban nagyobb kristályok, mint az UC-drótokban, mert a GK-kristályok gyorsabban nőnek, hanem azért, mert a GK-drótokban azonos hőmérsékleten időegységenként sokkal kevesebb mag indul növekedésnek, mint az UC-drótokban.

VI. táblázat

A teljes rekrisztallizációhoz szükséges számított idő és hőfokok

GK ₁ C = 40,400		GK ₂ C = 36,200	
1 perc	2640 K°	1 perc	2360 K°
10 „	2480 K°	10 „	2220 K°
1 óra	2360 K°	1 óra	2110 K°
5 1/2 „	2270 K°	5 1/2 „	2030 K°
UC ₁ C = 35,200		UC ₂ C = 33,100	
1 perc	2300 K°	1 perc	2160 K°
10 „	2160 K°	10 „	2030 K°
1 óra	2060 K°	1 óra	1930 K°
5 1/2 „	1970 K°	5 1/2 „	1860 K°

(A kb. 200 mikronos drótok 20 cm-es darabjaival maratási kísérletekkel megállapított C állandók felhasználásával.)

VII. táblázat

	K°	UC (K, Na, Si)	GK (K, Si, Al)	
Átlagos krisztallitnövekedés sebesség, cm sec ⁻¹	2040 2200	0,0002 0,02	0,0003 0,02	GK-ban közel ugyanakkora mint UC-ben
Átlagos magképződési gyakoriság, cm ⁻³ sec ⁻¹	2040 2200	6 300	0,2 30	GK-ban 30 × ÷ 10 × kisebb mint UC-ben
Átlagos krisztallithossz, cm	2040 2200	0,6 0,3	5,0 0,9	GK-ban 9 × ÷ 3 × nagyobb mint UC-ben

A kísérleti drótátmérő 0,085 cm, tehát a GK-drótkban keletkezett krisztallitek hossza a drótátmérő 59 ÷ 11-szerese; az UC-drótkristályaié a drótátmérő 7 ÷ 4-szerese [30]

Ebből arra következtethetünk, hogy az UC-drótokból hiányzó, viszont a GK-drótokban kb. 10^{-5} num. koncentrációban jelenlevő Al-atomok az okozói a nagykristályos szövetszerkezetnek, mégpedig azért, hogy (K- és Si-nyomok jelenlétében) visszaszorítják a magképződést. Nevezetes eredmény ez, mert bizonyíték arra, hogy egyes idegen atomfajtáknak kémiai minőségük szerint specifikus hatásuk van a wolframrekrisztallizációra.

Vannak kutatók [12, 14, 17], akik az idegenanyag-nyomoknak nem mint idegen atomoknak, hanem mint idegen (mechanikus) részecskéknek tulajdonítanak rekrisztallizációt irányító hatást. Ők azonban nem adnak számot arról, hogy miért éppen csak a K-, Si-, Al-tartalmú részecskék hatásosak, másfélék miért nem.

Mielőtt ebbe az „atomos hatás — részecskehatás” kérdésbe behatolnánk, vegyük előbb szemügyre a K, Si, Al-os wolframdrótok szekundér rekrisztallizációjának még egy jellegzetességét.

2.3. A mai nagykristályos wolframdrótokban újrakristályosodáskor keletkező krisztallitek növekedése sebességének ingadozása

A Robinson-módszerrel készült 8. ábra egy 2120 K°-ra hevített, kb. 90 mikronos wolframizzószál egy mérésre kiválasztott kristályának azt a két képét mutatja, amelyet az újrakristályosodási folyamat 2. és 13. megfigyelési időszaka végén látni lehetett. A VIII. táblázat 14 ilyen egymásra következő időszakasz fényképeinek adataiból tartalmaz néhányat [30].

Kitűnik ebből, hogy a megfigyelt GK-kristály 666 sec alatt 3,49 cm-t nőtt. De az is kitűnik, hogy növekedése nem volt egyenletes. Mért sebessége 1 : 8,1 arányban ingadozott.

VIII. táblázat

Időszakaszok sorszáma, n	Időnövekmény Δt , sec	Hossznövekmény Δl , cm	Szakaszsebesség $\frac{\Delta l}{\Delta t} = Y_n$	$\frac{Y_n}{V_{\text{átl.}}}$	$\frac{Y_n}{V_{\text{min}}}$
1.					
2.	17	0,25	$1,47 \cdot 10^{-2}$	2,81	8,1
3.	21	0,12	$5,71 \cdot 10^{-3}$	1,09	3,1
5.	71	0,25	$3,54 \cdot 10^{-3}$	0,68	2,0
7.	11	0,02	$1,82 \cdot 10^{-3}$	0,35	1,0
9.	135	0,36	$2,66 \cdot 10^{-3}$	0,51	1,5
11.	37	0,36	$9,73 \cdot 10^{-3}$	1,86	5,3
13.	89	0,29	$3,26 \cdot 10^{-3}$	0,62	1,8
14.	72	0,35	$4,86 \cdot 10^{-3}$	0,93	2,7

$V_{\text{átl.}}$: átlagsebesség 666 sec alatt = $5,24 \cdot 10^{-3}$ cm sec⁻¹;

V_{min} : $1,82 \cdot 10^{-3}$ cm sec⁻¹.

De találunk ennél nagyobb sebesség-ingadozást is, ha egy drótszakaszon nemcsak egyetlen kristály, hanem több kristály növekedését követjük. 1958—

1959-ben megmértük egy több száz méter hosszú, 100 mikronos GK-drót 25 egymástól távol fekvő 20 cm-es szakaszán 299 krisztallit növekedésebbességét 1450 felvételen [30]. A IX. táblázatban összeállítottuk ennek a mérésnek néhány jellemző adatát.

IX. táblázat

Sorszám	Dróthőfok, K°	$V_{\text{átl.}}$, cmsec ⁻¹	Krist.- szám, Σn	Dróthossz, l	$\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}$	t, sec	C	$T_{\text{rekr.}}$ (10 p), K°
1.	2060	$1,6 \cdot 10^{-3}$	6	22,5	41,8	14 000	36 400	2230
6.	2090	$1,4 \cdot 10^{-4}$	13	15,8	468,7	112 000	38 700	2370
9.	2120	$6,5 \cdot 10^{-4}$	7	23,4	66,6	36 000	38 400	2360
13.	2190	$5,6 \cdot 10^{-4}$	18	22,0	638,8	39 300	39 700	2440
14.	2220	$4,5 \cdot 10^{-4}$	12	22,4	71,9	49 700	40 000	2450
19.	2245	$1,1 \cdot 10^{-3}$	13	23,7	185,7	21 500	40 100	2460
21.	2320	$1,8 \cdot 10^{-3}$	14	13,4	27,0	7 450	40 400	2470
25.	2140	$2,3 \cdot 10^{-3}$	13	22,0	3200,0	9 600	37 500	2300

Ha kiszámítjuk a megfigyelt l dróthosszból és a $V_{\text{átl.}}$ átlagos kristálynövekedési sebességből a teljes újrakristályosodás t időszükségletét, a Liempt-képlet állandójára a C értékeket nyerjük. Ezek a 10 perc alatt teljesen lefolyó rekrisztallizáció $T_{\text{rekr.}}$ hőfokaihoz vezetnek.

Itt a kristálynövekedés sebessége egy hosszabb drótszakasz több krisztályán mérve százszorososan—ezerszeresen is változik, amellet, hogy az egyes krisztallitek növekedésebbessége is nagyságrendi ingadozást mutat. A szokásos metallográfiai rekrisztallizáció-vizsgálatoknál ez a tény rejtve marad. Ezt a nevezetes jelenséget a Robinson-mérések hozták napvilágra.

Ilyenkor persze felmerül az a kérdés, hogy a Robinson-mérések adatai összhangban állanak-e a metallográfiai megfigyelésekre alapított Liempt-képlettel, hiszen a IX. táblázat átlagos sebességértékei — amelyekből a Liempt-képlet ellenőrzésére ki kell indulnunk — látszólag alig függnek a hőmérséklettől. Azonban a Robinson-mérések adataiból Liempt-képlettel kiszámított $T_{\text{rekr.}}$ értékek mégis ugyanúgy 2200÷2500 K° közé esőnek mutatják a megvizsgált GK-drót újrakristályosodási hőmérsékletét (IX. táblázat, utolsó három oszlop), mint ahogy más GK-drótokét metallográfiai vizsgálatokkal ugyanennyinek találtuk (VI. táblázat).

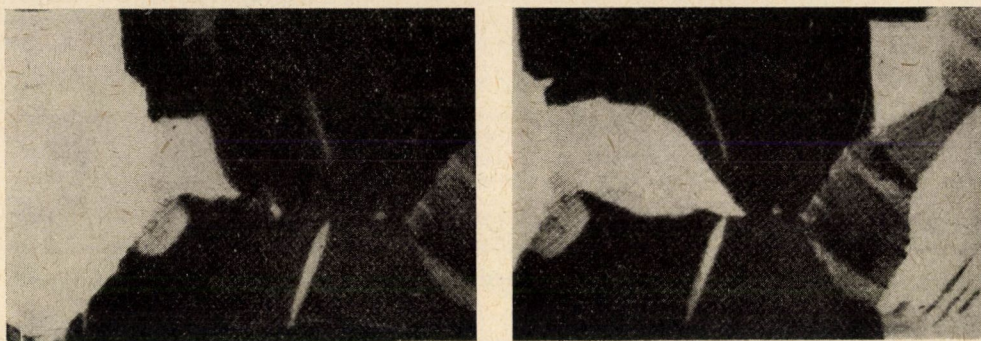
Megalapozottan állíthatjuk tehát, hogy a többszázméteres megvizsgált GK-wolframdrótunkban nemcsak az újrakristályosodásban növekvő krisztallitek növekedésebbességében volt százszoros—ezerszeres változás (azonos hőfokon), hanem az újrakristályosodási hőmérséklet is változott szakasról szakaszra 2200 K°-tól 2500 K°-ig.

De ha ez így van, azonnal felmerül az a gyakorlati kérdés, hogy kellő egyenletesség-e ez az izzólámpaipar számára és felmerül az a kutatási kérdés, mi okozhatja a növekedésebbességnek ezt a nagyarányú ingadozását a rekrisztallizáló wolframdrótban, amikor más fémeknél a közhiedelem szerint erre nem találunk példát.

2.4. A kristallitnövekedés sebességének ingadozásai cink rekrisztallizációjában

BRINSON és MOORE [37] egy 1951-ben közzétett igen figyelemre méltó munkájukban kimutatják, hogy a cinkfém rekrisztallizációja folyamán az egyes növekvő kristallitek nem nőnek egyenletes sebességgel.

Tiszta (Pb: 0,0062%, Cd: 0,0016%, Fe: 0,0004%, Cu: 0,0009%) öntött cinkből többszörös deformálás és rekrisztallizáltatás után végül is nyomással 12—15%-osan deformált korongot készítenek és ennek egyes kb. 30 mikronos kristallitjait figyelik meg 200-szoros nagyításban újrakristályosodás közben, 110 C°-on, polarizált fényvel megvilágított felületük ismételt mikroszkópos fényképezése útján (9a. és 9b. ábra).



9. ábra. Az ábrák közepén látható új kristallit növekedése egy nyomással 15%-kal deformált cinkkorong 110 C°-on történő rekrisztallizációja folyamán (polarizált fényben fényképezve). (BRINSON, G. és MOORE, A. J. W. [37] LVIII. tábla, 31. és 37. ábra nyomán; 1951)

BRINSON és MOORE megállapították, hogy az újrakristályosodásban keletkező és növekedő (új) kristályok határának haladása igen szabálytalan folyamat akkor is, ha semmi észlelhető akadály nem áll útjukban. A haladás sebessége változó, és emelkedő hőmérséklettel általában növekszik. A határ gyakran hirtelen, ugrásszerű lépésekkel halad és néha hosszabb-rövidebb időre teljesen meg is áll.

A szomszédos kristályhatárok és ikerhatárok hol feltartóztatják a kristálynövekedést, hol pedig semmiféle akadályt nem jelentenek számára. A növekvő kristály a látható zárványokat, vagy kristályhatár-hibákat vagy körülnövi és csak rövidebb-hosszabb idő után olvasztja esetleg magába, vagy azonnal beépíti őket. A szerzők nem tartják valószínűnek, hogy a növekedés-sebesség egyenletlenségeit oldhatatlan szennyezések okozzák, inkább azt tételezik fel, hogy cinktestjeikben oly mértékben változó a deformáltság, hogy ez vezet növekedéssebesség-ingadozáshoz. E nézetüket azonban nem igazolják kísérletileg.

Úgy tűnhet ezek után, hogy a 10^{-5} num. koncentrációban K, Si és Al idegen atomokat tartalmazó GK-wolframdrótok kristallitjainak sebesség-

ingadozása rekrisztallizációban nem egyedülálló jelenség, észlelték ezt már 10^{-5} num. koncentrációban Pb, Cd, Fe, Cu idegenatomokat tartalmazó cinkfémekben is.

Ám mielőtt a GK-wolframdrótokon észlelhető jelenséget egy megítélés alá vonnánk a cinkfémeken észlelt jelenséggel és közös okot sejtve kérdeznénk, mi okozhatja a sebességingadozást, mérlegelnünk kell a két rendszerben fennálló különbségeket is.

Amíg a soha meg nem ömlesztett, $> 99\%$ -ig deformált, porkohászati GK-wolframdrótban a priméren rekrisztallizált mátrixban növekvő olyan szekundér krisztallitok sebességingadozásait igyekszünk megfejteni, amelyek 10^{-5} num. koncentrációban jelenlevő szándékosan adagolt idegen atomok hatására igen nagyra nőnek, addig az öntött és 15% -ig deformált cinktest esetében eldöntetlen, hogy a primér vagy a szekundér rekrisztallizációban növekvő krisztallitek sebességingadozásait vizsgáljuk-e, és hatnak-e észlelhetően a rekrisztallizáció folyamatára a 10^{-5} num. koncentrációban csupán a véletlen folytán jelenlevő idegen atomok.

Klasszikus, kissé mechanisztikus metallográfiai szemléletünk azonban ezek után is felteszi a kérdést, nem finom idegenanyag-szemcsék akadályozzák-e változó mértékben és állítják-e meg végül is a növekvő kristályt?

2.5. Régi megfigyelések a krisztallithatórok idegenanyagáról

Nagy kísérleti múltja van annak a gondolatnak, hogy az ömledékekből való kristályosodásnál az alig oldódó idegenanyagok a krisztallithatórokra gyűlnek össze és ott fagynak be, mintegy akadályozva a továbbnövekedést. Ennek a gondolatnak széles körű tapasztalati igazolása és termodinamikai magyarázata is van.

Azonban a mi gondolataink most nem az ömledékekből való kristályhatár-képződés körül, hanem a porkohászati wolframfém szekundér rekrisztallizációjának kristályhatárképződése és e határ sajátosságai körül járnak. Vessünk ennek ellenére egy pillantást a *nem* porkohászati fémeken szerzett régi tapasztalatokra.

TAMMAN régi munkáiban értékes megfigyeléseket találunk nemcsak az ömledékből keletkezett fémtestek határaitra, hanem ezek rekrisztallizációban nőtt határainak idegenanyag-nyomaira vonatkozóan is. Ezekben a közleményekben wolframról nincsen ugyan szó, de tartalmuk idevágó.

TAMMANN már 1922-ben leírta [38], hogy öntött kadmium fémtestek szövetségében a krisztallitokat vékony, áttetsző idegenanyag-hártyák veszik körül, amelyek mikroszkópban láthatóvá válnak, ha a fémtestet valamely alkalmas oldószerben, pl. 50% -os ammóniumnitrát oldatban buborékképződés nélkül lassan feloldjuk.

Majd 1928-ban azt is leírta [39], hogy ezek a hártványok hengerléskor a hengerlés irányában széthúzódnak és előfordul, hogy ez a „szálas” elrendezésük akkor is megmarad, ha a lemezt rekrisztallizáltatjuk, azaz akkor is, ha a metallográfiai értelemben vett hengerelt szerkezet eltűnik és helyén új krisztallitek jelennek meg. Máskor hevítés után az új krisztallitek határán jelennek meg a hártványok. Sok függ itt a hevítés módjától. A csekély mennyiségű „természetes” szennyezések hártványai a kadmiumon kívül több más „tisztá” fém-ben is megtalálhatók és így viselkednek.

Ehhez az alapjelenséghez járul hozzá aztán egyes nehezen oldódó (szándékosan adagolt) idegenanyag-nyomok viselkedése ezekben a fémekben. TAMMANN kimutatta [40], hogy pl. 0,1% Pb-tartalmú öntött, majd hengerelt



10. ábra. Kadmium fémtestben 0,1% Sn-tartalom minden újrakristályosodáskor és átkristályosodáskor a legújabb kristallithatárookra helyezkedik át, úgy amint azt az ábra egy 250 C°-os hevítés után szemlélteti (TAMMANN, G. és HEINZEL, A. [40] 150. o., 6. ábra nyomán; 1928)

Cd fémtestekben szálas elrendezésben ólomtartalmú sötét részecskék vannak jelen a hártványokban. Ha az ilyen fémtesteket a CdPb eutektikum olvadáspontja (249 C°) alatt rekrisztallizáltatjuk, akkor a sötét részecskék megtartják régi (szálas) elrendezésüket, ha ellenben előlé hevítjük a fémtestet, akkor lassú lehűtéskor a sötét részecskék az új krisztallithatárokon jelennek meg. Ugyanez történik az 0,1% Sn-ot tartalmazó kadmium fémtestekben is az óntartalmú sötét részecskékkel. Ebben a rendszerben az is megfigyelhető, hogy ha az eutektikus hőmérséklet (170 C°) fölé, pl. 220 C°-ra vagy 250 C°-ra hevítjük a fémtestet, akkor újabb, még nagyobb kristályok nőnek és a sötét pontok most már ezeken a még újabb kristályhatárokon jelennek meg. Ezt a jelenséget a TAMMANN-tól származó 10. ábrával a Cd—Sn-rendszeren mutatjuk be.

Nyilvánvaló ebből, hogy kadmiumban az alig oldódó Pb és Sn-szennyezés (idegenanyag) rekrisztallizációkor a régi helyéről az új határookra helyezkedik át (TAMMANN szerint akkor, ha az eutektikusnál magasabbra hevítettük fel

a testet). Azonnal felmerül persze az az alapvető kérdés, hogy ez milyen módon történik.

Mi azonban jelenleg egy ennél szűkebb és határozottabb kérdés előtt állunk: vajon szerepe van-e ennek a jelenségnek a mai nagykristályos wolfram-drótjainak rekrisztallizációjában is?

Szerintünk igen valószínű, hogy az idegenanyag-nyomok valamiféle átrendeződése mint részfolyamat a wolframrekrisztallizációban is fellép. Attól még messze vagyunk ugyan, hogy elegendő kísérleti ténnyel rendelkeznénk ennek igazolására, a továbbiakban azonban bemutatjuk autoradiográfiás és creepkutatásaink legújabb eredményeit: ezek emellett szólnak.

Még mielőtt ezekre rátérnénk, mérlegelnünk kell azonban a Phillips-laboratóriumok kutatóinak nagyszámú mérésre alapított, de azért sok feltevést is tartalmazó mai elképzeléseit az idegenanyag-nyomokat tartalmazó wolframdrótok rekrisztallizációjáról, mert ezek viszont a rekrisztallizáció alatt *helybenmaradó szennyezéseket tételeznek fel.*

2.6. Meijering és Rieck elmélete az idegenanyagok szerepéről a wolframrekrisztallizációban

Amint az 1. ábra szemlélteti, a vékony, pl. $10 \div 20$ mikronos húzott wolframdrótok — akár kiskristályos, akár nagykristályos vagy egykristályból álló wolframrúdból készültek is — $1 \div 3$ mikronnál nem vastagabb fémrostok kötegéből állanak [31]. A 2. ábrán viszont az látható, hogy milyen kristallitszerkezet alakul ki rekrisztallizációkor egyes, egymástól adalékanyagaik tekintetében eltérő drótfajtákban.

Látjuk, hogy a K-, Si-, Al-tartalmú adalékokkal készült wolframdrót (*a*) kristallitjai a dróttengely irányában hosszan elnyúló határokkal (átlapolva) érintkeznek egymással. A csak K- és Si-tartalmú (és ez esetben csak fél annyi adalékkal készült) wolframdrótokban (*b*) ez a sajátság már csak kevéssé van meg. Az adalékok nélkül készült ún. „tisztá” wolframdrótokban (*c*) pedig egyáltalán nem jelentkezik. Évtizedes nemzetközi nézet, hogy izzószál-hőmérsékleten (azaz $2400 \div 2700$ K°-on és efelett) az (*a*) típusú drótokban a kristályhatárok egyszerűen az átlapolás miatt, azaz tisztán geometriai okokból nem tudnak egymáson elcsúszni és ez az oka annak, hogy az ezekből készült izzótetek alaktartók.

Jelenségtani, de nem feltétlenül okozati egyezésben van ezzel az is, hogy az (*a*) típusú drótokból készített duplaspirálok is és egyszerű spirálok is alaktartók, míg a (*b*) típusú drótokból csak egyszerű spirálok készíthetők alaktartóan és a (*c*) típusú drótokból mind a dupla, mind az egyszerű spirálok áthajlanak izzószál-hőmérsékleten.

A jó alaktartás együttjár tehát az átlapoló kristallithatárokkal. De vajon mi szabja azt meg, hogy a kristallithatárok ne tompán, hanem átlapoló

módon érintkezzenek? Talán az egymástól eltérő kémiai előkészítés folytán bennük visszamaradó adaléknyomok különböző fajtája és mértéke szabályozza a krisztallithatórok alakját? A Philips-közlemények [23] (a), (b) és (c) típusú drótokra vonatkozó analitikai adatai (X. táblázat) nem állanak éppen ellentétben ezzel a feltevéssel. Tudnunk kell azonban, hogy itt az analitikai adatok nem adnak elegendő útbaigazítást. Még 1955—1957-ben kimutattuk ugyanis, hogy nem az idegenanyag-nyomok analitikai módszerekkel mért teljes mennyisége, hanem ennek csak olyan kis törtrésze szabja meg pl. az (a) vagy (b) típusú drótok sajátságait, amely már nem mérhető (a milliomodrész sem éri el), a rekrisztallizációban azonban mégis teljes hatású [1]. Sőt azt is kimutattuk, hogy ezek az igen kis K-, Si- és K-, Si-, Al-nyomok a redukció folyamán válnak hatásossá.

X. táblázat

	%	Al	Cr	Fe	K	Mo	Ni	Si
(a)	normál K, Si, Al	0,002	0,002	0,005	0,01	0,04	0,001	0,01
(b)	1/2 normál K, Si	0,0006	0,003	0,006	0,01	0,03	0,001	0,01
(c)	„tisza” W	0,0005	0,0008	0,008	0,001	0,04	—	0,001

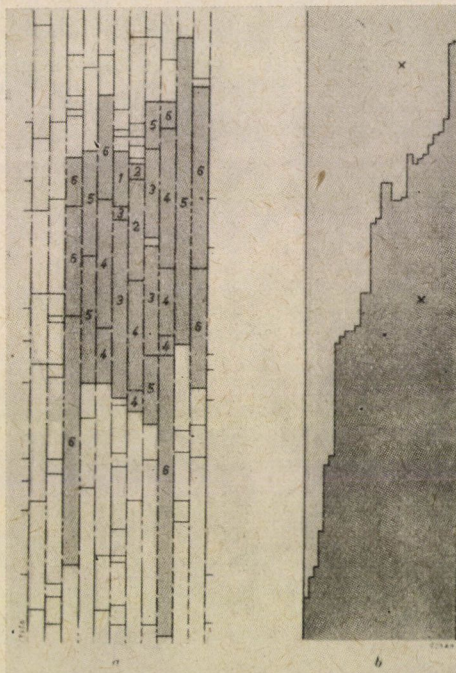
A (b) drót 50% norm. K, Si és 50% tiszta W fémpor keverékéből készült.

A Philips-kutatók figyelme elmegy ezek mellett a kémiai jellegű tények mellett, sőt még amellet is, hogy a nagyon is könnyen illó K_2O nélkül egyáltalán nem lehet kis idegenanyag-tartalmú, mai típusú nagykristályos wolfram-drótot előállítani. Úgy találják, hogy ha maradnak vissza a porkohászati wolframdrótokban mintegy 0,01%-ban ún. nehezen illó idegenanyagok, mint pl. Al_2O_3 , SiO_2 , akkor máris meg lehet magyarázni a nagykristályos wolframdrótok rekrisztallizációjának számukra legkiemelkedőbb vonását, az átlapoló krisztallithatórokat.

MEIJERING 1955-ben rámutatott arra [12], hogy ha feltételezzük, hogy az adalékok vagy reakciótermékek nehezen illó csekély maradékai, mint egy második (nem oldódó) fázis részecskéi a húzott drótok rostjainak felületét hézagosan ugyan, de csőfalszerűen beborítják és e csöveket itt-ott keresztben el is zárják, akkor ezzel olyan modellhez jutottunk, amellyel értelmezni lehet a hosszú átlapoló krisztallithatórok keletkezését a szekundér rekrisztallizációban. Ha ugyanis a hézagoknak és gátaknak bizonyos eléggé természetes statisztikus eloszlását tételezzük fel, akkor egy ilyen rendszerben az igen aprókristályos primér rekrisztallizáció után valamely növekedésnek induló szekundér kristálymag számára a tengelyirányú előrehaladás lehetősége

jóval akadálytalanabb lesz, mint az oldalirányú haladásé, aminek következtében a modellben olyan hosszan elnyúlt kristályhatárok keletkeznek (11. ábra), mint amilyenek a valóságban is kialakulnak (2a. ábra).

Szerintünk ez a modell a tényleges helyzetnek sok valódi elemét tartalmazza. Szekundér krisztallitok növekedésebbességét tanulmányozva 1959-ben például mi magunk is megállapítottuk [30], hogy a vizsgált kb. 90 mikronos GK drótjainkban a keresztirányú növekedés sebessége gyakran két-három



11. ábra. MEIJERING [12], valamint MEIJERING és RIECK [17] feltevése szerint az átlapoló nagykristályos pl. K, Si, Al-os drótokban az adaléknyomok a fémrostokat csőfalszerűen, de hiányosan borítják. Ez a modell és az a feltevés, hogy a csövek oldalán a lyukak és végükön a dugók valamely természetes eloszlást követnek, az általuk irányított kristálynövekedés (rekrisztallizáció) folyamán hosszú, átlapoló kristályalakhoz vezetnek. (MEIJERING, J. L. és RIECK, G. D. [17] 116. o., 4. ábra nyomán; 1957/58)

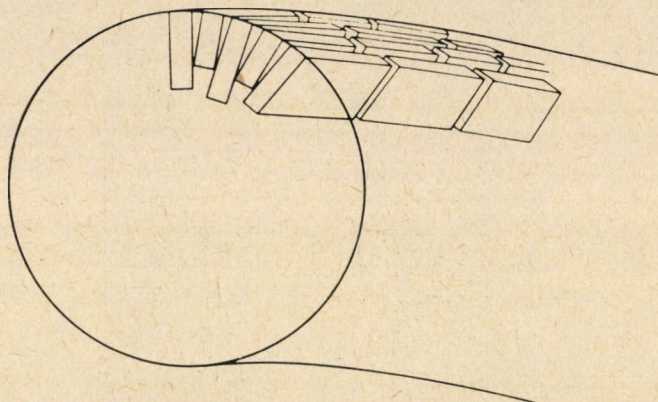
nagyságrenddel kisebb volt, mint a hosszirányú. Ugyanakkor rámutattunk azonban arra is [31], hogy

a) már oly kis hatóanyag-koncentráció is átlapoló nagykristályképződést idéz elő, amely a tényleges rostfelület századrészének részecskékkal való befedezésére sem elegendő;

b) évtizedes tapasztalat szerint csakis a K-, Si- és Al-atomok (e hármas kombináció) adaléknyomai képesek átlapoló nagykristályképződést kiváltani; más ilyen hatású atomcsoport, vegyület vagy részecske nem ismeretes.

Mi már 1956-ban előadtuk [1] azt a nézetünket, hogy a mai nagy-kristályos wolframdrótok újrakristályosodásában a diszlokációk és idegen atomok kapcsolatai játszanak irányító szerepet. 1959-ben pedig magunkévá tettük az idegenanyag-nyomok tengelyirányú elrendezettségének gondolatát, de úgy véltük [31], hogy „atomdiszperz képződmények (idegen atomrétegek, diszlokációrendszerek stb.) is lehetnek irányítottan elhelyezkedve és fejthetnek ki akadályt” a kristálynövekedés számára, nemcsak részecskék.

RIECK, aki mélyreható röntgenvizsgálatokkal támasztotta alá a csövecskéfal-elméletet, nem zárta ki ugyan a diszlokációkat sem az idegenanyag-falak felépítéséből, de nem zárta ki a részecskéket sem [14].



12. ábra. Egy K, Al, Si típusú wolframdrót szekundér rekristallizációjában keletkezett egy-kristály-szakasz egymástól csak kevésbé eltérő orientációjú tartományokra való felbomlása hajlításkor RIECK [14] szerint. (MANNERKOSKI, M. [34] 983. o., 3. ábra nyomán; 1962)

Kimutatta, hogy rekristallizált K, Si, Al típusú wolframdrótok egy-egy több centiméteres nagykristályát meghajlítva, majd visszahajlítva a Laue-reflexiófoltok úgy válnak szét egymás mellett fekvő több foltra, mint ahogy ennek akkor kell bekövetkeznie, amikor a kristály a 12. ábra szerint bomlik fel egymástól csak kevésbé eltérő orientációjú több kis tartományra. Ezt a fragmentációnak nevezett jelenséget RIECK az idegenanyag-nyomok túlnyomóan tengelyirányú elhelyezkedésének tulajdonította és feltételezte, hogy ez nemcsak a húzott rostos drótban van meg, hanem megmarad a rekristallizáció után a szekundér kristallitek belsejében is. Kimutatta ugyanis egyrészt azt, hogy egy ilyen kristályt meghajlítva, megsokasodnak a tengelyirányban sorakozó tartományokról származó reflexiók szétválásai több foltra, másrészt azt, hogy ezek helyébe ismét kevés számú vagy egyetlen folt lép, ha újból kiegyenesíti a kristályt. De ami még ennél is fontosabb, megállapította, hogy a hajlítással szükségképpen együtt járó keresztmetszetváltozás a terület irányában sorakozó tartományokra is szétbontja a kristályt és az

ezekről származó reflexiók több szomszédos foltra való tagolódása nem szűnik meg, ha a kristályt kiegyenesíti.

És hozzát teszi ehhez, hogy: a hajlításkor keletkező diszlokációk nagy részének „elforgatási tengelye” *merőleges* a dróttengelyre és ezért ezek dróttengelyirányú elmozdítását az ugyanilyen irányú idegenanyag-falak alig akadályozzák. Ezek a diszlokációk a kiegyenesítéskor ismét eltűnhetnek és jórészt el is tűnnek. De hajlításkor a keresztmetszetváltozás miatt a dróttengelyre *merőleges* diszlokációknak is keletkezniük kell: ezeknek „elforgatási tengelye” *párhuzamos* a dróttengellyel. Ezek a diszlokációk a *megmaradó* kristályfelbomlás (fragmentáció) végrehajtói és ezek idegen atom-diszlokáció kölcsönhatással és torlódással fennakadnak az idegenanyag falakon és nem tudnak eltűnni a kiegyenesítéskor, a kristályfelbomlás ebben az irányban tehát megmarad.

RIECK tehát abból indul ki, hogy a húzott drótokban *vannak* idegenanyag-csővecskék. Arról azonban, hogy ezek hogyan keletkeztek, miből állnak és hogyan maradhatnak meg mindvégig, nem ad számot. Erről MANNERKOSKI elmélete ad képet.

2.7. Rieck orientációvizsgálatai rekrisztallizált wolframdrótokban

Mielőtt MANNERKOSKI elméletére rátérnénk, egészen röviden meg kell emlékeznünk RIECK azon nagyarányú orientációvizsgálatairól, amelyek a csővecskéelmélettel részben kapcsolatban állanak [21, 23, 29]. Ezek többek közt azt a gondolatot tartalmazzák, hogy ha valahol a drótban a csővecskék hiányoznak vagy elpusztultak, ott viszonylag nagy növekedőképességű kristálymagok keletkeznek hevítéskor. Ha ezek a vizsgálatok az idegenanyagnyomokkal ezen túlmenően nem is foglalkoznak, röviden mégis át kell tekintenünk őket, mert Rieck ezekkel a vizsgálatokkal a szekundér krisztallitok méretei és orientációja terén néhány jelentős új megállapításhoz jutott.

Amint már régen ismeretes, a húzott wolframdrótok rostos szerkezete 1800 C°-ig történő hevítéskor eltűnik és igen apró kristályos állománnyá alakul át. Köztudomású, hogy a húzott drót [110] textúrája ebben az aprókristályos állapotban is megmarad. Szokás ezt (ennek ellenére) priméren rekrisztallizált állománynak tekinteni. Ha az ilyen állományú wolframdrótot 2000 ÷ 2400 C° közé eső hőmérsékletre hevítjük, egyszerre csak nagykristályok kezdenek benne nőni (különösen a K-, Si-, Al-os wolframdrótokban). Ezt a folyamatot tekintjük a drótok szekundér rekrisztallizációjának.

A K-, Si-, Al-os és ezzel rokon wolframdrótoknak a rekrisztallizációban kialakuló textúráját és egyes szekundér krisztallitjainak orientációját már többen vizsgálták, de eltérő eredményekre jutottak. ROSI [41] és MANNERKOSKI [25] [531], RIECK [531] és [421], SWALIN és GEISLER [16] [110] textúrákat találtak, azaz úgy találtak, hogy a szekundér krisztallitok ezen irányai pár-

huzamosak a dróttengellyel. Viszont adalékmentes, „tisztá” wolframdrótokban minden kutató mindig [110] végső textúrát talált.

RIECK újvizsgálta ezt a kérdést és vizsgálataiba a K-, Si-, Al-os és K-, Si-os drótok mellé bevonta a 2% ThO₂-os drótokat is [29]. Eredményeiből van összeállítva a XI. táblázat.

XI. táblázat

RIECK [29] adataiból [*Acta Metallurgica* 9 (1961), 825]

2% ThO ₂ -os W, T			50% W + 50% K-, Si-os W (porkeverék), b			K-, Si-, Al-os W, a		
rekriszt. C°	orient.	krist. cm	rekriszt. C°	orient.	krist. cm	rekriszt. C°	orient.	krist. cm
2000—2200	[110]	apró	2000	[110]	>50	2000 ÷ 2300	[531]	1—3
2600—2700	[421]	apró	2000—2400	[531]	15	> 2600	[531]	3—5
2200 majd 2700	[421]	nagy- krist.				„tisztá” W mind apró és [110]		

Ez a táblázat az egyes drótfajtákra jellegzetes viszonyokat szemlélteti. Egy-egy (a) vagy (b) drótban azonban gyakran vegyesen voltak találhatóak [531] és [110] orientációjú krisztallitek, amelyek közül az [531] orientációjúak mind nagyobbak voltak, mint az [110] orientációjúak. Ennek a vegyes helyzetnek a mértékét szemlélteti a XII. táblázat.

XII. táblázat

RIECK [23] adataiból [*Plansee Sem.* (1958), 108.]

(a) Kiválasztott nagykrist.		(a) Tetszőleges hely		(b) Tetszőleges hely		„Tiszta” W	
[531]	[110]	[531]	[110]	[531]	[110]	[531]	[110]
19	0	14	12	8	15	0	mind

A nagy-vagy viszonylag nagykristályok mind [531] orientációjúak. Ezt pl. MANNERKOSKI [25] is így találja. Három évtized óta mindenki, aki K-, Si-, Al-os wolframdrótokat vizsgált, feltette magának a kérdést, mi az oka annak, hogy az ilyen vékony drótokban igen hosszú kristályok nőnek. Hallgassuk meg RIECK feleletét erre a kérdésre. Ő is — mint eddig mindenki — abból indul ki, hogy a húzás előtt egy wolframszál igen különböző orientációjú tartományokból áll, amelyek húzás közben — a röntgenvizsgálatok szerint — mind [110] orientációjú rostokat igyekeznek alkotni. Rieck részletes krisztallográfiai analízissel kimutatja, hogy a legtöbb tartomány kezdeti orien-

tációja olyan, hogy abban a tartomány a térben középpontos fémek természetes csúszási síkrendszereiből több közül is választhat, amikor a deformáló erőnek engedni kényszerül. Az [531] vagy ehhez közelálló orientációjú tartományok számára ellenben csak egyetlen csúszási síkrendszer áll nyitva és ezért az összes tartományok közül az [531] orientációjúak szegülnek ellen a deformációnak leginkább. Ezeknek az idegenanyag-fala (adalékrétege) tehát nagyobb mértékben sérül meg és sodródik el helyéről deformációkor, mint a többieké.

A felületi adalékrétegnek ez a lesodródása szabadabb növekedési lehetőséget biztosít az [531] tartományoknak és ezáltal ezek a „csupasz” [531] tartományok válnak a szekundér rekrisztallizáció jellemző kristálymagjaivá. RIECK szerint a tények azt mutatják, hogy 2300 C° alatt végrehajtott rekrisztallizációnál a nagy számban jelenlevő [110]-tartományok ugyan még felémészthetik őket, de a 2300 C° felett lefolyó rekrisztallizációkor az ő növekedésük az erőteljesebb és ők emésztk fel az [110]-környezetüket.

Ebben a RIECKTÓL származó magyarázatban még sok a feltevés. Minket azonban most nem annyira ez, mint inkább a magyarázat két nagy — és egyben kémiai vonatkozású — hiányossága érdekel.

Ez a magyarázat nem ad számot arról, hogy miért kell a felületi idegenanyag-rétegnek egyidejűleg K-, Si-, Al-atomokat tartalmaznia és miért csökken le, sőt marad el a nagykristályképződés, ha ezek közül bármelyiket is elhagyjuk. Valamint azt sem világítja meg, hogy miért nem elegendő $10^{-4}\%$ ThO_2 a nagykristályképződéshez, amikor pedig K-, Si-, Al-ból ennyi elegendő. És azt sem teszi érthetővé, hogy miért nem növekednek $0,05\%$ -nál több, pl. $0,1 \div 0,2\%$ Al_2O_3 -adalék hatására a K-, Si-, Al-os drótban nagykristályok, amikor pedig erre a célra ThO_2 -ból 2% sem sok.

RIECK munkájának érdeme elsősorban szélesan megalapozott, értékes metallográfiai és fémfizikai ténymegállapításaiban rejlik. Kár, hogy a kémiai szempontokra csak kevéssé terjed ki.

Tekintsük át ezek után, miképpen ad számot Mannerkoski elmélete az adaléknyomok csövecskefalakká történő rendeződéséről.

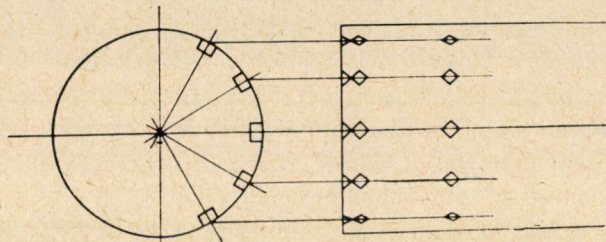
2.8. Mannerkoski elmélete az idegenanyag-nyomok szerepéről a wolfram újrakristályosodásában

MANNERKOSKI 1960—62-ben a mai nagykristályos wolframfémek újrakristályosodásának értelmezésére olyan új elméletet állított fel, amely egy a RIECKÉNél is jobban körvonalazott szennyező atom-diszlokáció kölcsönhatáson alapul [25, 34].

RIECK a már a rostos drótszerkezetben is meglevő és még a rekrisztallizált drótban is megmaradó idegenanyag-falának tulajdonít MEIJERING-féle irányító hatást a szekundér krisztallitok növekedésében.

MANNERKOSKI fizikai tényekkel jól megalapozottnak tekinti ugyan RIECK „fragmentáció”-észleléseire alapított azon megállapítását, hogy az idegenanyag-nyomok a végleges szekundér krisztallitokban csőfalszerű dróttengelyirányú elrendezésben található, de MILLNERREL egyezésben [1] úgy véli, hogy a hatékony idegen atomok a rekrisztallizáció előtt a wolfram-rácsban „oldva”, azaz atomdiszperzen vannak jelen és kifejti, hogy szerinte ezek csak akkor gyűlnek össze és alkotnak a növekedés irányába (tengelyirányba) eső csővecskefalakat, amikor a primér krisztallitok, majd a köteges (columnar) szerkezet és ebből a szekundér krisztallitok kialakulnak.

MANNERKOSKI, SMITHELLS (JEFFRIES) [11] alapján abból indul ki, hogy a húzott drótban ún. [110]-textúra található, ami a textúraelemeknek, ill.



3. ábra. A húzott wolframdrótok rostos [110] alakítási textúrája SMITHELLS [11] 151. o., 148. ábra; 1952 szerint. Átvétel JEFFRIES, *Trans. Amer. Inst. Min. Eng.* (1924) [11] dolgozatából. Ma már nem tekintik teljesen helytállónak [54]. (MANNERKOSKI, M. [34] 983. o. 1. ábra nyomán; 1962)

ezek [110] irányának a húzási, azaz dróttengelyirányba való befordulása által jön létre. Majd a textúraelemeknek (és a primér rekrisztallizáció után a mozaikblokkoknak) JEFFRIES szerinti radiális, legyezőszerű helyezkedése alapján (13. ábra) feltételezi, hogy ezeknek hosszirányú illeszkedései ún. „tílt” határok és így túlnyomóan éldiszlokációkat tartalmaznak, amelyek természetüknél fogva itt csak keresztirányban tudnak elmozdulni, a keresztirányú illeszkedéseik pedig ún. „twist” határok és így túlnyomóan csavardiszlokációkat tartalmaznak, amelyek viszont természetüknél fogva itt csak hosszirányban tudnak elmozdulni, ha erre őket valamely ok készteti.

Az ok, amely őket erre készteti, ugyanaz, mint amely a megújulást és rekrisztallizációt kiváltja: az eltorzított rácshelyzet ép rácshelyzetbe való törekvése. Ha hevítéssel, azaz az atomok hőmozgásának növelésével erre alkalmat adunk, a fémtest igyekszik az egyensúlyinál nagyobb számban jelenlevő diszlokációtól megszabadulni. Ezt a fémtest a diszlokációnak a rácsból való kivándoroltatásával hajtja végre.

A húzott (és priméren rekrisztallizált) wolframdrótból a diszlokációfelesleg úgy tűnik el, hogy az éldiszlokációk saját természetük szerint a hosszirányú illeszkedések felé mozogva távoznak, a csavardiszlokációk pedig

szintén saját természetük szerint a keresztirányú illeszkedések felé haladnak. Eközben idegen atomokkal is találkoznak. Azonban idegen atomokat magukhoz kapcsolni és magukkal vinni elsősorban az éldiszlokációk képesek, a csavar-diszlokációk kevésbé. Ennek következtében a megújulás és rekrisztallizáció alatt az adalék atomok a dróttengellyel párhuzamos falakat alkotva felhalmozódnak. Számottevő keresztirányú felhalmozódás viszont nem történik.

RIECK szinte magától értetődőnek tekintette, hogy az idegenanyag-nyomok már a drót rostos szerkezetében csőfalszerű elrendezésben vannak jelen és feltételezte, hogy ugyanezek a csőfalak átélik a rekrisztallizációt és utána jelen vannak a keletkezett végleges krisztallitokban (nagykristályokban) is. Az idegenanyag-csőfalak *keletkezéséről* a Rieck-elmélet semmit sem mond.

MANNERKOSKI az első, aki egyrészt magyarázatot ad az idegenanyag-falak keletkezésére, másrészt olyan magyarázatot ad, amely a szennyező atomok és diszlokációk jól körülírt kölcsönhatásán alapszik. MANNERKOSKI korszerű fémfizikai magyarázata nagy lépés előre ezen a nehéz terepen. Arra azonban egyelőre még az ő elmélete sem ad választ, hogy a feltételezett diszlokációs mechanizmus miért éppen csak K-, Si-, Al-atomokkal képes csövecskés, azaz átlapoló wolfram-nagykristályokat létrehozni. Nyilvánvaló, hogy még ez az elmélet is távbbfejlesztést igényel, mégpedig a kémiai szempontok irányában. Ehhez újabb megfigyelések és észlelések gyűjtése szükséges.

A hazai wolframkutatás e téren is a wolframredukcióra, mint dominánsan kémiai területre és a rekrisztallizációra, mint kémiai tényezőknél nyugvó, de dominánsan fémfizikai területre irányítja figyelmét. A következőkben e második tématerület legújabb hazai eredményeit ismertetjük.

3. Idegenanyag-nyomok viselkedése a rekrisztallizáció folyamata alatt és a rekrisztallizáció után

3.1. Sugárzó ezüstatomok viselkedésének autoradiográfiás követése az ónfém újrakristályosodásában

A rekrisztallizáció korszerű vizsgálati anyagában egyre jobban előtérbe lép az a tény, hogy a „szennyezések” nem egyszerűen *jelen vannak* a fémbe, hanem saját életüket élik benne: a metallográfiai és fémfizikai események közben helyüket *változtatják* stb. és ez úton nemcsak megszabják, hanem változtatják is a fémtulajdonságokat.

Érthető tehát, hogy a kutatás azok felé az eszközök és módszerek felé fordult, amelyekkel meg lehet állapítani valamely szennyezés helyzetét egy fémtestben és követni lehet helyzetváltozásait. Ilyen korszerű módszer az autoradiográfia. Ezt metallográfiai folyamatok tanulmányozásakor úgy alkalmazzuk, hogy a vizsgálni kívánt idegen atomfajta valamely alkalmas sugárzó

izotópjából keveset a fémbe juttatunk és ennek helyzetét önlefényképezéssel állapítjuk meg. Ehhez ma különleges, nedvesen tapadó és később lehúzható filmek állnak rendelkezésre.

Kézenfekvőnek látszott ennek a módszernek alkalmazása a wolfram-rekrisztallizáció és különösen a K-, Si-, Al-os wolframdrótok rekrisztallizációjának tanulmányozására. Évekre menő nemzetközi és hazai ez irányú tájékozódás azonban arról győzött meg, hogy a K-, Si- és Al-atomok közül egyiknek sincsen olyan alkalmas felezési idejű sugárzó izotópja, amelynek viselkedését 10^{-5} numerikus koncentrációban a wolfram-rekrisztallizáció folyamatában autoradiográfiásan követni lehetne. Előtérbe került erre az a gondolat, hogy talán valamely alkalmas más fém és alkalmas más idegen atomfajta viselkedésének tanulmányozása is vezethet olyan ismeretekhez, amelyek segítenek megérteni az adalék-atomok szerepét a wolfram-rekrisztallizációban.

Ilyen vizsgálatok számára néhány évvel ezelőtt modellfémül az ónfémet és szennyezésül a benne szobahőfokon csak igen kevéssé oldható ezüstöt választottuk. Az alacsony olvadáspontú Sn fém egyszerű és gyors laboratóriumi technikát ígért; Ag-ből pedig igen alkalmas felezési idejű izotópok (Ag^{110} 270 d, Ag^{111} 7,5 d) állottak idehaza rendelkezésre. Ez a választás a vizsgálatok folyamán igen szerencsésnek bizonyult. A csak kevés szennyezést tartalmazó ónnak az a sajátja, hogy szobahőfokon történő mintegy 50%-os alakításkor már megmunkálás közben (szobahőfokon) rekrisztallizál, az újrakristályosodás rejtettebb mozzanatainak megfigyelését teszi lehetővé, az ezüstnek az irodalmi adatnál (0,02%-nál) [42] sokkal kisebb (alighanem $10^{-7}\%$ -nál is kisebb) oldhatósága pedig egy „oldhatatlan” idegenanyagnak rendkívül kis koncentrációban való viselkedését teszi tanulmányozhatóvá.

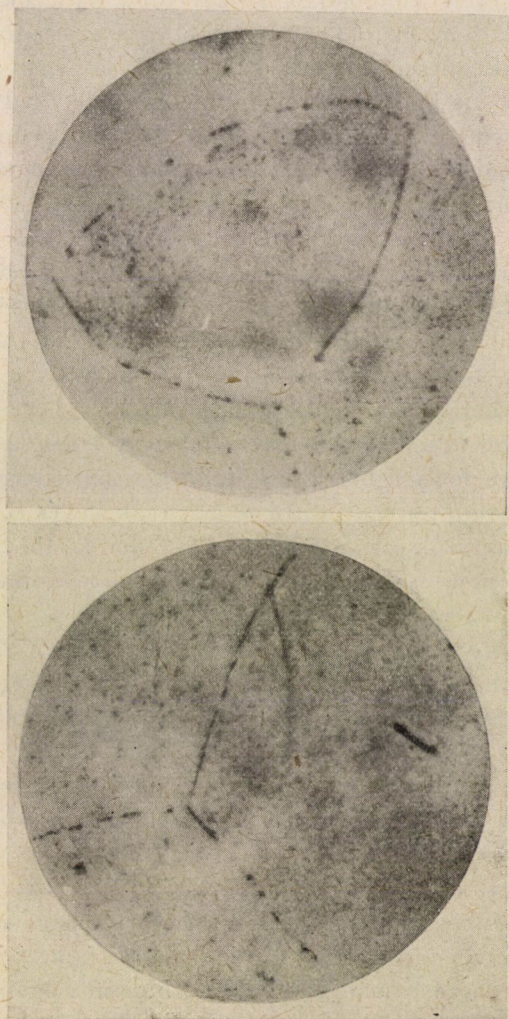
E téren eddig elért eredményeinket egy 1959-ben, Balatonfüreden [43], majd 1960-ban Bécsben [44] tartott nemzetközi kongresszuson és 1962-ben egy Drezdában tartott előadáson [45] tettük közzé.

Már korán kiderült, hogy spektráltiszta ónból készült, 0,02% Ag-tel ötvözött, öntött ónmintáinkban az Ag^{110} atomokkal jelzett ezüstszenyezés túlnyomóan a kristallithatárokon és a szubhatárokon található. Az ilyen mintáink 80%-os hengerlés közben szobahőfokon *újrakristályosodtak* és ezután az ezüstszenyezés túlnyomóan az új krisztallithatárokon volt található.

E bennünket különösen érdeklő jelenséget 0,005% Ag-tel is megvizsgáltuk. Ag^{110} atomokkal végzett autoradiográfiás vizsgálatokkal azt találtuk, hogy az ezüst nemcsak a deformálás alatt keletkező új határokon jelenik meg, hanem azokra az újabb krisztallithatárookra is áttelepszik, amelyek egy ezt követő hevítés alatt (210 C°-on 60 p alatt) deformáció nélkül keletkeznek, sőt a 14. ábra bizonyossága szerint az újabb hevítés alatt (210 C°-on 30 p alatt) újabb helyre vándorló kristályhatárt újabb helyére is követi.

Amint láttuk, ezt a jelenséget már TAMMANN is észlelte és leírta — ha nem is autoradiográfiásan és nem is az ón-ezüst-rendszerben. Saját megfigye-

léseink a mi figyelmünket főleg két mozzanatra hívták fel. Az ön rekrisztallizációjakor az ezüst olyan rövid idő alatt kerül olyan nagy távolságra, hogy ezt a térfogati diffúzió sebességével nemigen lehet értelmezni. Magyarázatot kereshetnénk abban, hogy az ezüst hevítéskor esetleg feloldódik és lehűléskor az új határokon válik ki, azaz csak *látszólag* vándorol a határral: a szobahőfokon (izotermikusan) bekövetkező ezüstáthelyeződést azonban nem lehet így magyarázni. Gondolhatnánk a kristályhatár-diffúzió szerepére, mivel ismeretes, hogy ez a térfogati diffúziónál jóval gyorsabb folyamat. Ez esetben



14. ábra. Felső kép: 0,005% Ag-öt ötvözve tartalmazó öntött ónkorong (20 mm átm., 6 mm vastags.) autoradiográfiás (Ag^{110}) képe ($32\times$) közepén egy kristalittal, amely 210 C° -on 60 perces hevítés alatt keletkezett. Alsó kép: ugyanennek a helynek autoradiográfiás képe további 210 C° -os 30 perces hevítés után. Az Ag-nyomok követik a tovahaladó kristallithatárokat. (MILLNER T. és munkatársai [44] 641. o., 10a. és 11a. ábrák nyomán; 1960)

azonban egyenletesen fekete határokat várnánk az autoradiográfiás felvételeken, holott azok fekete pontokból állanak.

Ezért külön vizsgálat alá vettük Sn—Ag-rendszerünkben a határdiffúzió jelenségét. E vizsgálatainkat egyrészt 0,2% ezüsttel, másrészt 10⁻⁴⁰% ezüsttel hajtottuk végre. Említett közleményeink eredményeiből itt most csak néhány olyat ismertetünk, amelyek hozzájárulhatnak a „szennyezések” által irányított rekrisztallizáció mélyebb megismeréséhez.

1. Spektráltiszta ónból 1,5 cm átmérőjű, 0,03 cm vastag, 0,3 g súlyú öntött majd hengerelt korongokat készítettünk és azokat újrakristályosítottuk. Ezek felső lapjára azután annyi Ag és Ag¹¹⁰ ezüstatomot választottunk le egy 0,7 mC/ml aktivitású ezüstnitrát oldatból, hogy ha azokat homogénean beötvöztük volna, minden ötszázadik atom Ag-atom (0,2%) és minden öt-milliomodik atom sugárzó Ag¹¹⁰atom ($2 \cdot 10^{-5}\%$) lett volna.

Abból a célból, hogy az ezüstatomoknak nyugvó krisztallithatárokon történő előhaladását tanulmányozzuk, egy ilyen lemezt 480 órán át 170 C°-on hevítettünk, majd róla hirtelen lehűtés után egy 5 mikronos réteget elektro-lízissel eltávolítottunk és egy négy hétig exponált autoradiográfiás felvétellel megállapítottuk az ezüst elhelyezkedését ebben a mélységben. Ezen a felvételen (15a. ábra) a krisztallitok keresztmetszete az Ag-atomok jelentős térfogati diffúziója folytán fekete; a krisztallithatárok azonban meglepetésünkre általában fehérek, azaz szinte ezüstmentesek, viszont bennük elszórtan ezüstfelhalmozódásoktól származó fekete foltokat lehet látni.

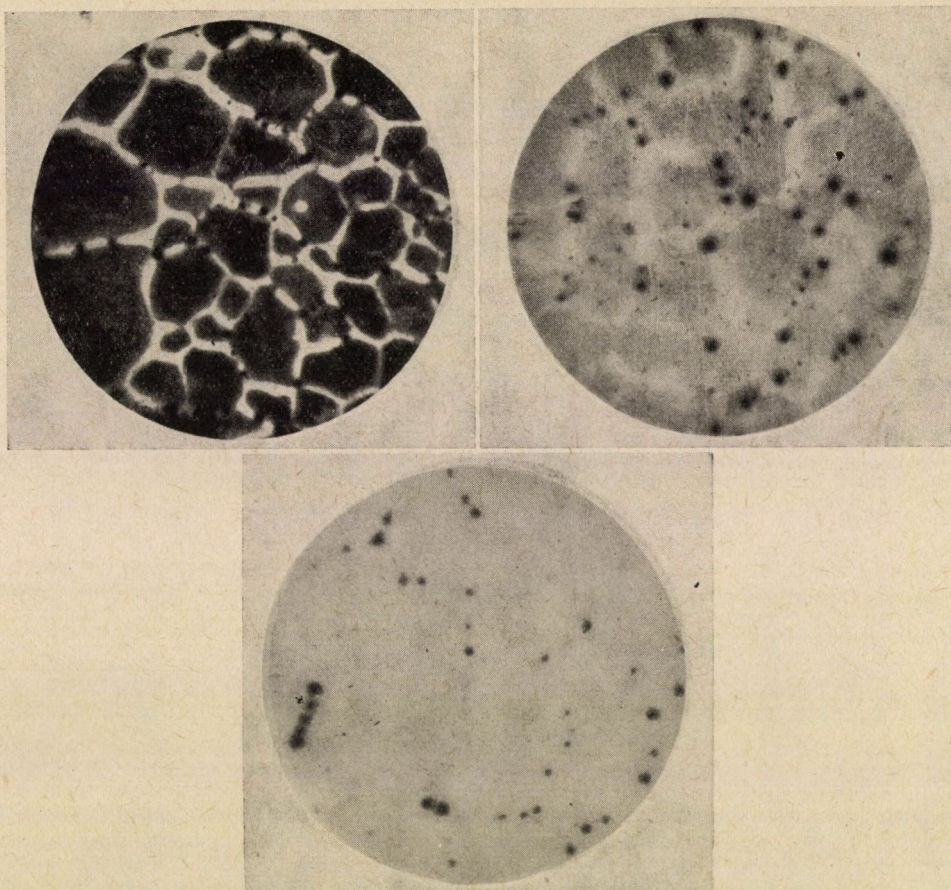
30—40 mikron mélységben a krisztallit-keresztmetszetek már csak alig szürkék: ilyen mélyre a térfogati diffúzió már csak kevés ezüstöt tudott eljuttatni. A krisztallithatárok ezen a felvételen is fehérek (15b. ábra), azaz a valóságban szinte ezüstmentesek, de bennük itt is jelen vannak a fekete foltok, azaz a valóságban az ezüstfelhalmozódások.

A korong alsó oldalán, kb. 300 mikron mélységben a térfogati diffúziónak már nyoma sincs, de azért itt is jelen vannak, mégpedig változatlan gyakorisággal a krisztallithatárok fekete foltjai, azaz ezüstfelhalmozódásai (15c. ábra).

Sugárméréseink szerint a felületre leválasztott ezüstnek csak mintegy egytizede (átlagosan 0,02%) hatolt be hevítéskor az ónkorongba. Az észlelt jelenségeket ez a mennyiség idézte elő.

Látható, hogy a kísérlet körülményei között az „oldhatatlan” Ag-szennyezés az ónban egyrészt gyorsabban (mélyebbre) hatolt előre a krisztallithatárokon, mint a térfogatban (ami általában ismert jelenség), másrészt a határokat észrevehetően nem töltötte fel, hanem bennük egyes pontokon felhalmozódott (a mi új észlelet). E felhalmozódások összetétele (Ag, Ag₅Sn, Ag₃Sn?) egyelőre ismeretlen.

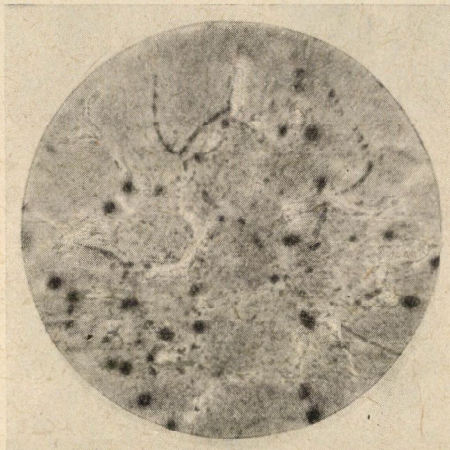
Elképzelhetőnek látszott, hogy a 0,02% ezüstkoncentráció túllépi az oldhatóság szobahőfokú határát és a határok ezüstfelhalmozódásai a maga-



15. ábra. 0,2% Ag-nek és $2 \cdot 10^{-5}\%$ Ag¹¹⁰-nek megfelelő ezüst diffúziója ónban 170 C°-on 480 óra alatt a kristallithatárokon és a térfogatban. Autoradiográfiai felvételek. a) az ezüst eloszlása 5 mikronos mélységben (jelentős térfogati diffúzió és ezüstcsomók a határokon); b) 30 mikronos mélységben (csekély térfogati diffúzió és ezüstcsomók a határokon); 300 mikronos mélységben (észlelhető térfogati diffúzió nincs; ezüstcsomók a határokon vannak). (MILLNER T., BARTHA L. és PROHÁSZKA J. [45]; 17. o., 1. ábra nyomán; 1963)

sabb hőfokon oldott ezüsttöbblet szobahőfokú kiválása révén mint szegregátumok keletkeztek. Ezért az egyik kísérleti korongunkon a 480 órás 170 C°-os ezüstdiffundáltatás után egy kis részt hengereléssel deformáltunk és csak ezután készítettünk a korong 30 mikron mélyen fekvő rétegeről autoradiográfiai felvételt (16. ábra). A felvételen láthatóvá vált, hogy a deformált területen szobahőfokon részleges rekristallizáció folyt le. A felvételen látszott még valami a régi nagyfoltos fehér határokból is, de megjelentek már az új kristallitek fekete pontsoros új határai is. A kép éles volt, a szobahőfokú rekristallizáció tehát rövid idő alatt folyt le (azaz nem hetek alatt, a felvétel exponálása folyamán következett be).

Mindez arra mutatott, hogy az Sn—Ag-rendszerben az Ag-atomok a nyugvó krisztallithatárokon a térfogati diffúziónál gyorsabban és helyenként nagy felhalmozódásokat alkotva mozognak, a rekrisztallizáció haladó krisztallithatárait azonban *ennél is gyorsabban* követik és azokon kisebb felhalmozódások sűrű sorát alkotják. Újabb bizonyítékot nyert az a korábbi megállapításunk, hogy az oldhatatlan idegenanyag-nyomok az Sn—Ag-rendszerben a rekrisztallizáció közben a határdiffúziónál is gyorsabban mozognak és *kitűnt*, hogy ez a mozgásuk nem részecskeeltolódás, hanem valamilyen atomos folyamat, mert a részecskék alakja és nagysága megváltozik.



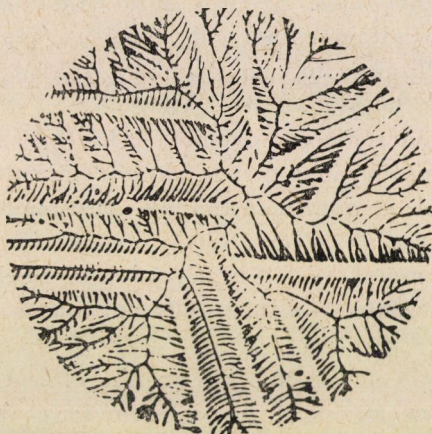
16. ábra. A 15. ábra adataival készült ónkorongot 170 C°-on 480 órán át történt diffundáltatás után lehűtöttük, felülről egy 30 mikronos réteget eltávolítottunk, majd a korongot hengerléssel deformáltuk. Közvetlenül ezután autoradiográfias felvételt készítettünk az ezüsteloszlásról. A deformált ónkorong szobahőfokon részben rekrisztallizált. Eközben az ezüst egy része szobahőfokon finom pontsorok alakjában áttelepedett az új határookra. A felvételen egyszerre látható az új elrendezés és a réginek a maradványa. (MILLNER T., BARTHA L. és PROHÁSZKA J. [45]; 18, o., 2. ábra nyomán; 1963)

2. Ezek után igyekeztünk kísérletünket olyan kevés, pl. 10⁻⁴% ezüsttel megismételni, amennyiről feltételeztük, hogy az oldhatóság határát már nem éri el és reméltük, hogy ezúton is kikapcsolhatjuk a szegregáció zavaró beleszólását megfigyeléseinkbe. Kiderült azonban, hogy Ag¹¹⁰ készítményeink ilyen hígításban számunkra már nem elég aktívak.

Ezért hozzáfogtunk a határdiffúzió jelenségeinek hazai Ag¹¹¹ készítményekkel való vizsgálatához. Ezekkel a nagyobb fajlagos aktivitású készítményekkel ugyanis jó autoradiográfias felvétel készíthető még 10⁻⁷ % Ag¹¹¹ esetén is és emellett ezek a készítmények az Ag¹¹¹-atomok mellett más ezüst-atomfajta nem tartalmaznak (ún. hordozó nélküli készítmények).

Az Ag¹¹¹-atomok viselkedését ez ideig még csak nyugvó krisztallithatárokon tanulmányoztuk. Ezek a vizsgálataink még újkeletűek: autoradiográfias rekrisztallizációs felvételeket még nem volt módunkban velük készíteni.

Először is $10^{-7}\%$ Ag^{111} -et ötvöztünk be spektráltiszta ónunkba. Egy ebből öntött ónkorong autoradiográfiás felvétele (17. ábra) azt mutatta, hogy a megdermedéskor ez a csekély mennyiség sem maradt homogén oldatban, hanem a dendrithatárokon halmozódott fel és 21 órás 210 C° -os hevítésre sem oszlott el homogéne a nem változó kristályszerkezetű fémbe, amint azt egy ezután készült felvételből megállapíthattuk. Ha figyelembe vesszük, hogy spektráltiszta ónunk eredetileg legfeljebb $10^{-40}\%$ ezüstöt tartalmaz, láthatjuk, hogy az ezüst oldhatósága ónban szobahőfokon kisebb $10^{-40}\%$ -nál. Ha van az ónban ennyi ezüst, az a határokon húzódik meg és azután onnan nem mozdul, ha a határ nem mozdul.



17. ábra. $10^{-7}\%$ Ag^{111} -öt ötvözve tartalmazó, egyébként spektráltiszta ónkorong autoradiográfiás felvétele megdermedés és lehűlés után. Az ezüstatomok még ebben az igen kis koncentrációban sem oszlanak el egyenletesen, hanem felhalmozódnak a dendrithatárokon. (MILLNER T.-BARTHA L. és PROHÁSZKA J. [45]; 18. o., 3. ábra nyomán 1963)

Az ezüst határdiffúziójának jobb megismerésére Ag^{111} -atomokkal sugárzásméréseket is végeztünk [45] és azt találtuk, hogy egy, a felületről induló és $10^{-6}\%$ -nak megfelelő ezüstmennyiség diffúziója spektráltiszta ónunk nyugvó határain semmi esetre sem halad olyan gyorsan, hogy vele az ezüsttartalmú ón rekristallizációjában eddig észlelt — a mozgó kristallithatárokat követő — ezüsthelyváltoztatások sebessége értelmezhető lenne.

Az Sn—Ag-rendszerben eddig végzett autoradiográfiás vizsgálataink és sugárzásméréseink még befejezetlenek, de azért, bár kapcsolatuk a wolframkristallizáció kérdéseivel nem egészen közvetlenek, mégis arra figyelmeztetnek bennünket, hogy a nagykristályos wolframfémek 10^{-5} numerikus koncentrációban jelenlevő idegenanyag-nyomait ne tekintsük passzív szilárd részecskének, hanem lássunk bennük inkább atomdiszperzen mozgó és ily módon helyváltoztatásra is képes „szennyezéseket”, amelyeknek helyváltoz-

tatása a rekrisztallizációban nagy sebességgel mehet végbe és követheti a növekedő krisztallitok mozgó határát.

3.2. Az adalékanyagok és a wolframdrót magas hőmérsékletű nyúlása

Amikor figyelmünk így ráirányul arra, hogy a rekrisztallizációban a mozgó krisztallithatár MANNERKOSKI szerint maga mögött elrendezheti az idegenanyag-nyomokat és a mi megfigyelésünk szerint az idegenanyag-nyomok együttthaladhatnak a krisztallithatárral és az maga elé helyezheti őket, fokozatosan kibontakozik előttünk a mód vagy annak egy-egy vonása, ahogyan bizonyos idegenanyag-nyomok egyrészt a krisztallitok, másrészt a határok mechanikai tulajdonságait éppen helyváltoztatásuk és elhelyezkedésük folytán magában a rekrisztallizációs folyamatban megszabhatják.

Arra a kérdésre, hogy alaktartó (átlapoló stb.) wolfram-nagykristályok képződésekor azok az idegenanyag-nyomok, és különösen a K-, Si-, Al-nyomok, amelyek nélkül ezek a sajátságok nem idézhetők elő, valóban átrendeződnek-e, ma még végleges feleletet adni nem tudunk. Beszámolhatunk azonban olyan észleléseinkről, amelyek a wolframdrótok idegenanyag-nyomainak vándorlására vallanak és bennünket efelé a feltevés felé terelnek.

Már jó ideje végzünk wolframdrótokon magas hőmérsékleten *lassúnyúlás* vizsgálatokat. Ezeket a sok időt igénylő vizsgálatokat mi röviden creep-vizsgálatoknak is nevezzük, bár némileg eltérnek a klasszikus creep (azaz tartósfolyás) vizsgálatoktól. Ezeknek módjáról és eredményeiről 1961-ben Eisenachban részben már beszámoltunk [46]. Most, előző és újabb vizsgálatainkból csak azt mutatjuk be, ami ezekben az idegenanyag-nyomok vándorlására utal.

Creep-vizsgálatainkban 0,9 mm-es wolframdrótot jó vákuumban, árammal, függőleges helyzetben, lebegő alsó hozzávezetéssel 2900 K°-ig felhevítünk és ezzel teljesen rekrisztallizáltatjuk. Lehűtés után lebegő végét 800 g súllyal megterheljük és 2800 K°-ra hevítve időről időre megállapítjuk megnyúlásának mértékét, egészen a szakadásig.

Több száz ilyen méréssel megállapítottuk, hogy milyen befolyása van az adalékok kémiai milyenségének (K, Al, K, Si vagy K, Si, Al stb.), valamint a zsugorítás menetének (gyors, közepes, lassú stb.) a nyúlás sebességére és végértékére 2800 K°-on 1300 g/mm² terhelés esetén. Gyorsnak, közepesnek és lassúnak akkor neveztük a fémporból préselt, kb. 55% pórustérfogatot rudak zsugorítását, ha azok pl. 2000 K°-on kezdődő élénk zsugorodását gyors hőfokemeléssel gyorsítottuk, lassú hőfokemeléssel folytattuk le, vagy állandó hőfok tartásával megnyújtottuk, ezzel kevés, mérsékelt vagy bő alkalmat adva az adaléknyomoknak a kipárolgásra. A rudak továbbzsugorításában [46] nem volt itt most számba veendő eltérés. Az említett háromféle fémpor mindegyikéből az említett háromféle módon zsugorított rudakat készítettünk.

Ezekből drótokat húztunk. E kilencféle dróttal nyert adatokból állítottuk össze a XIII. táblázatot.

A XIII. táblázat a creep-adatokon kívül metallográfiai maratási eredményeket is tartalmaz. Ha a drótokból egyrészt csupán rekrisztallizálás után, másrészt rekrisztallizálás és nyújtás után csiszolatokat készítünk és azokat 3 ÷ 4%-os NaOH-oldatban 25° C-on 0,35 amp/cm² áramsűrűséggel 15 percig elektropolírozuk, majd (10 g CuSO₄ · 5 H₂O, 20 cm³ konc. ammónia, 40 cm³ víz összetételű) ammóniás rézszulfátoldattal maratjuk, azt látjuk, hogy a

XIII. táblázat

Teljesen rekrisztallizált, 400 mm hosszú, 0,9 mm-es KAl, UC és GK wolframdrótok 2800 K°-on észlelhető lassú-nyúlásának adatai

Adalék:	KAl			UC			GK		
	(K, Al)			(K, Na, Si)			(K, Si, Al)		
Zsugor.:	gyors	közepes	lassú	gyors	közepes	lassú	gyors	közepes	lassú
	(a)			(a)			(a)		
1. mm	—	29,1	28,2	34,5	18,7	24,3	9,1	4,4	5,7
2. mm/óra	—	29,1	28,2	26,5	4,7	10,6	5,5	1,0	2,1
3. óra	—	1	1	1,3	2,5	2,3	1,6	4,4	2,7
4. g	—	++	++	+++	+++	0	++	0	0
	(b)			(b)			(b)		
1. mm	28,6	33,5	33,8	20,7	15,1	3,0	14,4	6,1	6,1
2. mm/óra	14,3	14,3	16,9	11,8	11,3	0,15	8,7	1,7	1,5
3. óra	2,0	2,3	2,0	1,8	1,3	20	1,7	3,6	4,1
4. g	+++	++	++	+++	+	0	++	++	0
	(c)			(c)			(c)		
1. mm	—	28,3	30,7	20,9	13,0	6,1	14,5	4,5	3,9
2. mm/óra	—	18,3	24,8	10,5	6,3	0,7	10,9	0,53	0,12
3. óra	—	1,5	1,3	2	2	9	1,3	9	39
	(d)						(d)		
1. mm	—	—	—	—	18,4	—	—	5,0	—
2. mm/óra	—	—	—	—	3,3	—	—	0,9	—
3. óra	—	—	—	—	5,6	—	—	5,6	—

Zsugor.: a zsugorítás menetének adatai [46]-ban található

- 1.: a maradó megnyúlás szakadásig (mm)
- 2.: a nyúlás sebessége (mm/óra)
- 3.: a szakadásig eltelt idő (óra)
- 4.: a marási gödrök gyakorisága (a megnyúlás után)

(a): újabb mérések marási megfigyelésekkel

(b): újabb mérések marási megfigyelésekkel

(c): a [46] II. táblázatának átlagértékei (kb. 5 mérésből)

(d): a [46] IV. táblázatának átlagértékei (kb. 15 mérésből)

A (c) és (d) csoportok átlagértékeit szolgáltató egyes mérések közül csak néhányon végeztünk marási megfigyeléseket.

nyújtott drótok csiszolatain sok esetben olyan marási gödrök keletkeznek, amelyek a nem nyújtott drótokon sohasem fordulnak elő, amint azt a 18., 19. és 20. ábrák szemléltetik.

A táblázatból a következőket olvashatjuk ki.

1. A Si-ot nem, csak K, Al idegenanyag-nyomokat tartalmazó K Al-drótok akár gyors, akár közepes, akár lassú zsugorítású rudakból készültek, gyorsan és nagymértékben nyúlnak ($14 \div 34$ mm/óra). Nyújtás után végzett maratáskor mindhárom fajtában sok marási gödör keletkezik.

2. A K, Na, Si idegenanyag-nyomokat tartalmazó UC-drótok lassabban és kevésbé nyúlnak, mint a KAl-drótok és közülük is a gyors zsugorítású rudakból készültek gyorsabban ($10 \div 26$ mm/óra) és a lassú zsugorításúakból készültek lassabban ($0,2 \div 11$ mm/óra), mint a „közepesek” ($3 \div 11$ mm/ó). A gyorsakban a nyújtás után végzett maratáskor sok, a közepesekben kevesebb marási gödör jelentkezik, míg a lassúakban egyáltalán nem lép fel marási gödör.

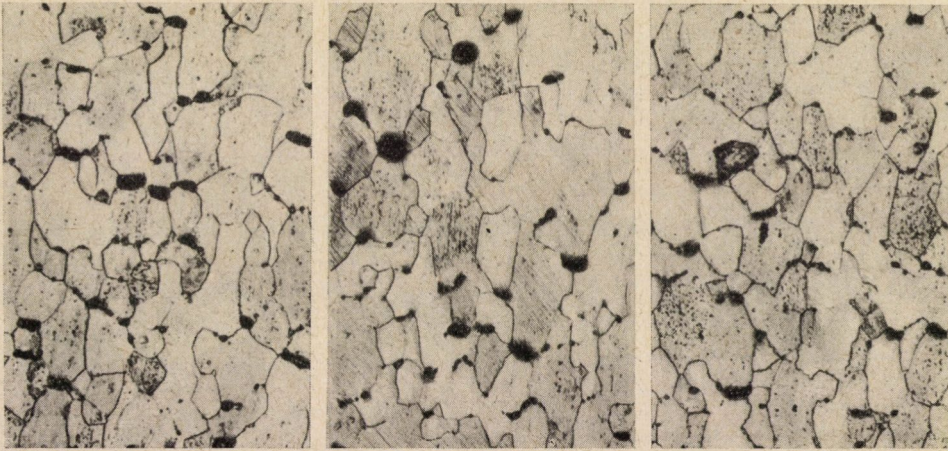
3. A K, Si, Al idegenanyag-nyomokat tartalmazó GK-drótok a legkevesbé és a leglassabban nyúlnak és közülük a gyorsak gyorsabban ($5 \div 11$ mm/óra), mint a közepesek ($0,5 \div 1,7$ mm/óra) és a lassúak ($0,1 \div 2,1$ mm/óra). A gyorsakban a nyújtás után végzett maratáskor sok marási gödör keletkezik, a közepesekben kevés vagy semmi, a lassúakban pedig szinte semmi.

A 2. és a 3. pont megállapításai statisztikus jellegűek, nagyszámú mérésen alapulnak és szórványosan előfordultak köztük egymásba nyúló értékek is. Nem statisztikus jelleggel, hanem kivétel nélkül jelentkezett az a tény, hogy a Si adalék nélkül gyors és igen nagymértékű a megnyúlás. Ez a kémiai tényezők döntő szerepére utal.

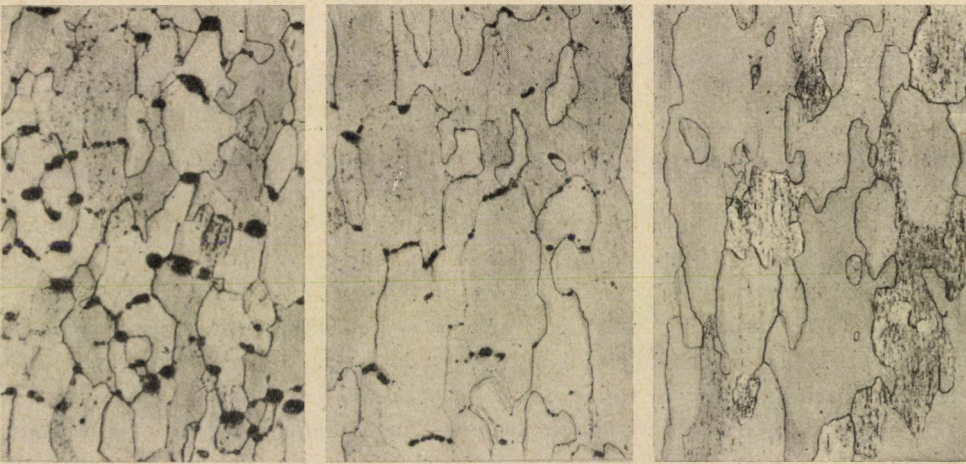
Creep-észleléseinket egyelőre még nem tudjuk átfogóan értelmezni. Az azonban nem kétséges, hogy a kialakuló magyarázatnak a táblázat adatain kívül még a következő tényekkel is összhangban kell állnia.

a) A 0,9 mm-es drótok nagy nyúlása nem előrejelzője a vékony (pl. $0,01 \div 0,02$ mm-es) drótból készült spirálok áthajlásának a lámpában, amint azt korábban feltételezték. A GK-drótok egyaránt 2500 K° közelében rekrisztallizálnak és valamennyiükből nagykristályos és át nem hajló izzólámpa-spirálok készíthetők, akár gyorsan és nagymértékben nyúlnak (és ezután maratáskor sok gödör keletkezik bennük), akár pedig lassan és alig nyúlnak (és ezután maratáskor nem keletkezik gödör bennük).

b) Spektrográfiai vizsgálataink szerint — amelyeknek ide vonatkozó mérési határa $0,001\%$ — gyorsan nyúló és lassan nyúló GK-drótjainkban creep előtt is és creep után is egyaránt $0,001\%$ Si és $\sim 0,001\%$ Al van. Emellett azonban *becslés* szerint a kevésbé nyúlók Al-tartalma kisebb, mint a jobban nyúlóké. A K-tartalomra nincsenek adataink, pedig ennek ismerete döntően fontosnak látszik. Mások mérései szerint [47] egyes nagykristályos drótokban $0,006\%$ K is található, az azonban nem ismeretes, hogy a K-tartalom változik-e a creep alatt, avagy a creep igazodik-e a K mennyiségéhez.

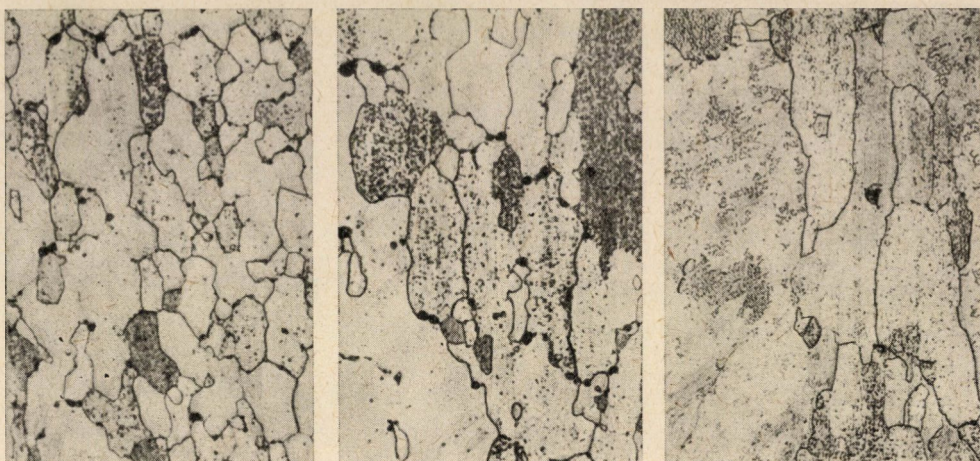


18. ábra. Rekrisztallizált és utána 2800 K°-n lassan nyújtott KAl-wolframdróts maratott csiszolatai. Egyaránt sok marási gödör jelenik meg, akár kevés (a), akár közepes (b), akár bő (c) alkalmat adtunk a K, Al idegenanyag-nyomoknak a kipárolgásra a zsugorításnál.
(MILLNER T., SASS L., HORACSEK O. és munkatársaik [46] részleges közlés 1963)



19. ábra. Rekrisztallizált és utána 2800 K°-n lassan nyújtott UC-wolframdróts maratott csiszolatai. Sok, közepes, kevés marási gödör jelenik meg rendre, ha kevés (a), közepes (b) és bő (c) alkalmat adtunk a K, Na, Si idegenanyag-nyomoknak a kipárolgásra a zsugorításnál.
(MILLNER T., SASS L., HORACSEK O. és munkatársaik [46] részleges közlés 1963)

c) Azt már korábban kimutattuk [1], hogy a nagykristály-képződéshez az itt említetteknél jóval kevesebb is elegendő ezekből az adalékanyagokból és lehetségesnek (sőt ma már egyre valószínűbbnek) tartjuk, hogy a creep-tulajdonságok ezen igen kis koncentráció és 0,001% között jelenlevő idegenanyag-mennyiségekhez igazodnak. K esetében mindkét határérték valamivel magasabb lehet, mint Si-nál és Al-nál. E kérdés kidolgozásához a jelenleginél teljesebb analitikai eszközökre van szükség.



20. ábra. Rekrisztallizált és utána 2800° K-n lassan nyújtott GK-wolframdrótok maratott csiszolatai. Sok, elég sok, kevés marási gödör jelenik meg rendre, ha kevés (a), közepes (b) és bő (c) alkalmat adtunk a K, Si, Al idegenanyag-nyomoknak a kipárolgásra a zsugorításnál. (MILLNER T., SASS L., HORACSEK O. és munkatársaik [46] részleges közlés 1963)

d) A nagynyúlású creep-folyamat után főleg azok a kristallithatárok maradnak gödrösen, amelyek nagyjából merőlegesek a nyújtás, azaz a drót-tengely irányára. Miben különböznek ezek a határok a többitől? Mechanikailag abban, hogy bennük legkevésbé lép fel csúsztatófeszültség és ezért, tengelyirányban nem csúszván, bennük igen nagymértékű a nyújtás okozta (rugalmas) rácsdeformáció, azaz pl. az atomtávolság-növekedés.

Lehet, hogy ez odáig megy, hogy itt és csakis itt a merőleges határszakaszokon keletkeznek vagy halmozódnak fel különösen nagymértékben rácshiányhelyek (ún. vakanciák). Ismeretes, hogy a kémiai marószerek előszeretettel marják meg a vakanciákat tartalmazó pontokat.

Lehet azonban az is, hogy a merőleges határokon, vagyis a legerősebben deformált helyeken hasonlóképpen mint az éldiszlokációk leginkább deformált tartományában, összesereglenek a mozgó vagy mozgatótt idegen atomok, ha ott a nagyobb férőhely vagy kedvezőbb kötésviszonyok (megfelelőbb számú szomszéd atom) folytán a rácsfeszültségeket csökkenthetik. Az ilyen idegen atom felhalmozódásokat a kémiai marószerek ugyancsak előszeretettel marják meg.

Ma még nem tudjuk, hogy nyújtott drótjainkban a marási gödrök vakancia felhalmozódások, avagy idegen atom felhalmozódások helyén keletkeznek-e. Könnyen lehet azonban, hogy a gödrök ott keletkeznek, ahol vakanciák és idegen atomok együttesen halmozódtak fel. Régóta ismeretes ugyanis [48], hogy a vakanciák és az idegen atomok egyedül gyakran sokkal nehezebben mozognak a rácsban és a határokon, mint vakancia-idegen atom

párt alkotva. Könnyen lehet tehát, hogy a creep-folyamatainkban a merőleges határokon vakancia-idegen atom párok gyűlnek össze.

Ha az e kérdés tisztázására folyó vizsgálataink még nem vezettek is kellő eredményre és nem adnak is még határozott felvilágosítást a rekrisztalizált wolframdrótok adaléknyomainak viselkedéséről creep-folyamatainkban, mégis nyilvánvalóvá válik belőlük az, ami már az autoradiográfiás vizsgálatainkból is kiderült, hogy az idegenanyag-nyomok helyüket változtathatják és igen valószínűen változtatják is nemcsak a rekrisztallizációban, hanem ezután a megfelelő hőfokon folyó alakváltozásokban is.

A fémtestek alakváltozásaikor az idegenanyag-nyomok éppen úgy a maguk külön életét élik, mint a rekrisztallizációkor és ezzel nagymértékben befolyásuk alatt tartják azokat a fémtulajdonságokat, amelyek az idegenanyag-nyomok konfigurációjától függenek.

E feltevésünk mellett szólnak nemcsak az ezüstnyomokat tartalmazó ónnal végzett vizsgálataink, hanem az adaléknyomokat tartalmazó wolframfémen gyűjtött észleléseink is.

4. A porkohászati wolframdrótok rekrisztallizációjának kémiai tényezőiről

Az előzőkben — néhány egyéb fémen végzett megfigyelés mellett — főképpen a ThO_2 -adaléknak, és a K_2O -, SiO_2 - és Al_2O_3 -adalékok visszamaradó nyomainak a porkohászati wolframdrótok rekrisztallizációja alatt és után megfigyelhető viselkedését tekintettük át.

Szándékosan nem tértünk rá eközben azokra a legalább ugyanennyire fontos kérdésekre, hogy hogyan viselkednek ezek az idegenanyagok az adalékos WO_3 hidrogénes redukciója folyamán és milyen a magatartásuk a zsugorítás alatt, noha éppen mi magunk állapítottuk meg [1], hogy a K_2O -, Na_2O -, SiO_2 - és Al_2O_3 -adalékok visszamaradó nyomainak rekrisztallizációt irányító képessége a redukcióban alakul ki és ezt követően csak megfelelő zsugorítás, azaz az adalékok kellő (nem teljes, de igen messzemenő) kipárologtatása után juthat érvényre. Az ez irányú újabb észleléseink majd később, másutt kerülnek közlésre. Most a rekrisztallizációra irányítjuk gondolatainkat.

Láttuk, hogy a ThO_2 -os wolframdrótokra vonatkozó régi és újabb ismeretanyag a ThO_2 -nak és az ebből keletkező Th-atomoknak a hatásáról és viselkedéséről alapvető megállapításokat tartalmaz ugyan, de nem ad számot az oxigénatomok viselkedéséről és így kémiai tekintetben egyáltalán nem kielégítő. Ennél is hiányosabbak azonban a K_2O -, Na_2O -, SiO_2 - és Al_2O_3 -nyomok kémiai magatartására vonatkozó ismereteink, mert ezeknél még annak kísérleti igazolása is hiányzik, hogy belőlük is képződnek-e (a reduk-

cióban vagy azután) K-, Na-, Si- és Al-atomok, ami a ThO_2 -énál jóval gyengébb oxigénkötésük alapján nagyon is valószínű. Tegyük tehát fel hogy keletkeznek. Egyelőre akkor is eldöntetlen azonban, hogy milyen szerep juthat a rekrisztallizációban egyrészt a képződött K-, Na-, Si- és Al-atomoknak, másrészt az O-atomoknak.

Kétségtelen, hogy ebben a kérdésben nagy szükség volna a wolframfémek oxigéntartalmának meghatározására is. Saját eszközök hiányában felkértük a Német Demokratikus Köztársaság Akadémiájának drezdai Reinstoffe intézetét [49], hogy legkorszerűbb eszközeivel végezzen el számunkra első tájékoztatásul néhány ilyen oxigénmeghatározást. E meghatározások eredményeit a XIV. táblázatba foglaltuk.

XIV. táblázat

UC (K, Na, Si)	GK (K, Si, Al)
$5,8 \cdot 10^{-2}\%$ O	$1,5 \cdot 10^{-3}\%$ O
$6,7 \cdot 10^{-2}$ „	$2,2 \cdot 10^{-3}$ „
$6,7 \cdot 10^{-2}$ „	„

Azonnal feltűnik, hogy mennyivel több oxigént tartalmaz a vizsgált UC-fém, mint a GK-fém. Ha a X. táblázat és a 3. fejezet 2b. pontjának spektrográfiai adatai alapján kiszámítjuk, hogy a drótokban levő K-, Si- és Al-nyomok oxidalakban mennyi oxigént tarthatnak megkötve, akkor azt találjuk, hogy megelemezett UC-fémünk oxigéntartalma mintegy ötször-tízszer akkora, mint amennyit akár a külföldi, akár a hazai UC jellegű drótok K-, Si- és Al-atomjai együttesen leköthetnek és azt látjuk, hogy viszont a megelemezett GK-fémünk oxigéntartalma csak fele vagy harmada annak, mint amennyit akár a külföldi, akár a hazai GK-jellegű drótok K-, Si- és Al-atomjai együttesen leköthetnek. Úgy is mondhatnánk, hogy UC-fémünk oxidáltabb, GK-fémünk pedig redukáltabb a szennyezéseik oxid szintjénél.

Ha ezek után visszagondolunk a ThO_2 -os wolframdrótok redukciós-oxidációs jelenségeire, kidomborodik előttünk, milyen nagy szükség volna a K_2O -, SiO_2 - és Al_2O_3 -adaléknyomok működés módjának felderítéséhez arra, hogy széles körű spektrográfiai adatgyűjtés mellett rendszeres oxigénmeghatározások is történjenek, mert csak így dönthető el, hogy oxigénnel együtt, vagy anélkül irányítják-e az UC és GK jellegű wolframfémek rekrisztallizációját 10^{-6} num. koncentrációban a K-, Si- és Al-atomok. Szükséges, hogy ilyen meghatározásokat a wolframdrótoknak ne csak eredeti állapotában, hanem zónaolvasztással idegen atomaiktól messzemenően megtisztított állapotában is végezzünk.

Csak ha rendelkezünk majd ezekkel a 10^{-6} num. koncentrációig lenyúló analitikai adatokkal, csak akkor tudjuk majd eldönteni, hogy számolhatunk-e

oxigénhez *nem* kapcsolt K-, Si- és Al-atomokkal és csak akkor tudjuk majd a legdöntőbb lépést megtenni, azaz a gyakorlati wolframrekrisztallizáció központi problémáját, a K-atomok viselkedését és hatásmódját felderíteni.

Az igaz ugyan, hogy a K-atomok hatásukat igazán a K, Si, Al hármaskombinációban fejtik ki és fokozatosan ennek a kombinációs effektusnak az értelmezéséig is el kell majd egyszer jutnunk, mégis úgy látszik, hogy éppen ennek érdekében külön is meg kell vizsgálnunk a K-atomok rácsbailleszkedésének módját, mert ez az idegenanyag-nyomok viselkedésének legtalányosabb pontja, hiszen a K-atom a Si- ($d = 1,15 \text{ \AA}$) és Al- ($d = 1,40 \text{ \AA}$) atomoktól eltérően olyan nagy, hogy sem mint atom ($d = 4,7 \text{ \AA}$), sem mint ion ($d = 2,66 \text{ \AA}$) nem fér el a wolframrács hézagaiban és a wolframatom helyére ($d = 2,8 \text{ \AA}$) is legfeljebb mint ion illeszkedhetik be a rács érdemleges torzítása nélkül. Az ionos beilleszkedés azonban olyan feltevés, amely külön indokolást igényelne.

De van itt ennél nagyobb talány is. Annak ellenére, hogy a K-atom önként nem illeszkedhetik be a wolframrácsba, ha oda valamiképpen (pl. a redukcióban [1]) mégis bekerül, akkor a K lesz az az idegenanyag, amely a wolframfémből olyan nehezen párolog ki, hogy még pl. zónaolvasztás után is jelentős mértékben benne marad [50], holott a K_2O is meg a K is igen illó anyagok a többi szennyezéshez képest.

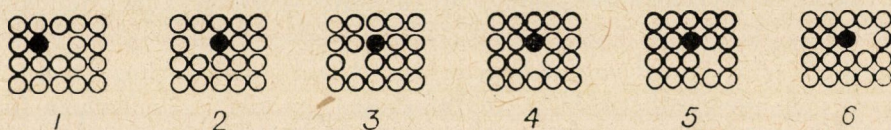
Odáig vezet ez a talányos helyzet, hogy ha egyes nem egészen szabályosan zsugorított UC vagy GK rudak a csaknem olvadásig történő hevítéskor felfúvódnak, akkor a felfúvódás üregében nemegyszer mákszemnyi káliumfémgömb található, annak jeléül, hogy a K-atomok a rúd legmelegebb helyére sereglettek és káliumgőz volt az, ami a rudat ott felfújta. Rendkívül meglepő, hogy a K-atomok a legmelegebb helyre húzódtak, ahelyett, hogy a rúdból kipárologtak volna.

Ez a jelenség, valamint az a tény, hogy a K-atomok a wolframrácsban helyszűkében szenvednek, a következő gondolatra vezettek. JOHNSON, amint a creep-vizsgálataink ismertetésekor már említettük, 1939-ben rámutatott arra [48], hogy a rácsot torzító idegen atomok a rácstorzulás mérséklése végett — energialeadással — idegen atom-vakancia párokat alkotnak, ami által egyúttal könnyebben is mozoghatnak a rácsban (21. ábra). Szinte kínálkozik az a feltevés, hogy a viszonylag igen nagy K-atomok vakanciákkal ilyen stabil párokat alkotnak és így könnyen mozogva ott gyűlnek össze, ahol termodinamikai okokból amúgy is nagy a vakanciakoncentráció, azaz pl. a wolframrúd legmelegebb helyén és kellő mennyiség esetén ott végül is felfúvódást okoznak. A számítások azt mutatják, hogy 1 cm^3 wolframfémben $0,001\%$ K-tartalom mellett a sokszorososa van jelen annak a K-mennyiségnek, amely pl. 3300 K° -on 2 atm . nyomású gőzével egy $0,1 \text{ cm}^3$ -es üreget létesíthet és ez olyan mennyiség, mint egy $0,5 \text{ mm}$ átmérőjű káliumfémgolyó. Az említett feltevés azonban még részletes ellenőrzést kíván és itt csak azért említjük, hogy általa

a K-atomoknak a wolframtechnológiában viselt különleges szerepét jobban megvilágítsuk.

A wolframkutatásnak a káliumnyomok különleges szerepe már régen feltűnt és sok fejtörést okoz még ma is.

Úgy látszik, hogy a hazai wolframkutatás ezen a területen élenjár. MILLNER 1955—1957-ben többek közt így írt erről [1]: „a nagy K-atomok nem tudnak a wolframrácsba beilleszkedni . . . mégis abból a tényből, hogy a GK-jellegű nagykristály-képződéshez mindhárom atomfajta jelenléte szükséges a redukcióban . . . azt kell következtetni, hogy mindháromból kerülnek egyes atomok a wolframrácsba. A Si- és Al-atomokat a wolframrács szívesen befogadja, a K-atomok azonban csak valami ritka véletlen folytán (természet-



21. ábra. Egy vakancia-oldottatom pár vándorlása egy síkrácsban JOHNSON [48] szerint; 1939.

ellenesen) kerülhetnek a rácsba. Ez a ritka véletlen bekövetkezhetik a redukcióban keletkező W-atomok rácsrendbe való illeszkedésekor, vagy a vízgőzös szemcsenövekedéskor, ezenkívül igen valószínűen a $\beta W \rightarrow \alpha W$ átalakulás folyamán . . .”

1961—1962-ben — anélkül, hogy a fenti közleményünkre hivatkoznék — H. L. SPIER egy Philips-folyóiratban a következőket írja [47]: „Lehetséges, hogy a kálium egy része mint káliumion vagy káliumatom van jelen az α -wolfram rácsában. Laboratóriumunk legújabb vizsgálatai igazolják ezt a feltevést. Ahhoz ugyan túl nagy a kálium, hogy az α -wolfram rácsában intersticiális helyeket foglaljon el, abból azonban, hogy a β -wolframot stabilizálja, azaz ennek átalakulási hőmérsékletét felemeli, az látszik, hogy bizonyos kapcsolódási készsége (affinitása) van hozzá.”

A káliumnak a primér β -wolframra kifejtett stabilizáló hatása egy 1958. évi közleményünkben már le van írva [51] és a szekundér β -wolframra kifejtett stabilizáló hatása egy 1959—1961. évi és egy 1961. évi közleményünkben van ismertetve [52, 53].

Ha hozzávesszük ehhez azt, hogy a M. MANNERKOSKI nemcsak átvette, hanem a magyar wolframkutatás javára is írja azt a felismerést, hogy azok az idegenanyag-nyomok, amelyek a GK-típusú, nagykristályos wolframfémek rekrisztallizációját irányítják, a rácsban atomdiszperzen vannak jelen, akkor előttünk áll a hazai wolframkutatásnak a nemzetközi wolframkutatásra gyakorolt fokozódó hatása. Láthatjuk, hogy az újabb magyar wolframkutatás

ezen a téren is olyan eredményeket mutathat fel, amelyekkel évekkal megelőzte a nemzetközi szintet és amelyek ma egyre szélesebb körű méltánylásra vagy legalábbis átvételre találnak.

IRODALOM

1. MILLNER, T.: *Acta Techn. Hung.* 17 (1957), 67.
2. BRIGHT, A. A.: *The electric-lamp industry.* Mc. Millan Co., New York 1949.
3. COOLIDGE, W. D.: *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs* 29 (1910), 953. Brit. Pat. 23 499 (1909), USA Pat. 1 026 429 (1912), USA Pat. 1 077 674 (1913), USA Pat. 1 082 933 (1913).
4. PÁCZ, A.: USA Pat. 1 410 499 (1922).
5. TARJÁN, I.—TÚRY, P.: *Magy. Szab.* 91 980 (1924).
6. PINTSCH: DRP 291 994 (1913).
7. UMANSZKIJ, J. Sz.: Szóbeli közlés.
8. GEISS, W.—VAN LIEMPT, J. A. M.: *Z. anorg. allg. Chem.* 168 (1927), 107.
9. LANGMUIR, J.: *Phys. Rev.* 22 (1923), 357.
10. BURGERS, W. G.—VAN LIEMPT, J. A. M.: *Z. anorg. allg. Chem.* 193 (1930), 144.
11. SMITHELLS, C. J.: *Tungsten.* Chapman and Hall Ltd., London 1952.
12. MEIJERING, J. L.: 2. Plansee-Seminar 1955, Reutte (Tirol). Warmfeste und korrosionsbeständige Sinterwerkstoffe. (1956), 305.
13. PUGH, J. W.: 2. Plansee-Seminar 1955, Reutte (Tirol). Warmfeste und korrosionsbeständige Sinterwerkstoffe, (1956).
14. RIECK, G. D.: *Acta Metallurgica* 4 (1956), 47.
15. MILLNER, T.—PROHÁSZKA, J.—HORVÁTH, A.: *Acta Techn. Hung.* 17 (1957), 289.
16. SWALIN, R. A.—GEISLER, A. H.: *J. Inst. Met.* 86 (1957/58), 129.
17. MEIJERING, J. L.—RIECK, G. D.: *Philips' Technische Rundschau* 19 (1957/58), 113.
18. KRAUTZ, E.—SCHULTZ, H.: *T. W. Abhandl. Osram. G.* 7 (1958), 256.
19. KRAUTZ, E.—SCHULTZ, H.: *T. W. Abhandl. Osram. G.* 7 (1958), 259.
20. DAWIS, G. L.: *Metallurgia* (Brit) Part I. (1958), Oct., P 177. Part II. (1958), Nov. P 228.
21. RIECK, G. D.: *Acta Metallurgica* 6 (1958), 360.
22. SCHULTZ, H.: *Z. Naturforsch.* 14a (1959), 361.
23. RIECK, G. D.: 3. Plansee Seminar 1958. Reutte (Tirol). Hochschmelzende Metalle. Springer, Wien 1959.
24. MINORU OZASA: *J. Japan Soc. Powder Metallurgy* 6 (1959), 213.
25. MANNERKOSKI, M.: *J. Institute of Metals* 88 (1959—60), 397.
26. NEIMARK, L. A.—SWALIN, R. A.: *Trans. AIME* 82 (1960), 218.
27. MINORU OZASA: *J. Japan Soc. Powder Metallurgy* 6 (1959), 41.
28. ROEDER, E.—RIECK, G. D.: *Z. Metallkunde* 52 (1961), 572.
29. RIECK, G. D.: *Acta Metallurgica* 9 (1961), 825.
30. PROHÁSZKA, J.—HORVÁTH, A.—MILLNER, T.: *Festkörperphysik (Festkörperphysik-Tagung in Balatonfüred, 1959) Akademie Verlag, Berlin 1961, 60.*
31. MILLNER, T.—PROHÁSZKA, J.—NEUGEBAUER, J.: *Festkörperphysik (Festkörperphysik-Tagung in Balatonfüred, 1959) Akademie Verlag, Berlin 1961, 219.*
32. JONES, F. O.: *Niobium, Tantalum, Molybdenum and Tungsten.* Elsevier Publishing Co., London 1961, P. 151.
33. KOO, R. C.: *J. Less-Common Met.* 3 (1961), 412.
34. MANNERKOSKI, M.: *Acta Metallurgica* 10 (1962), 982.
35. ROBINSON, C. S.: *J. Appl. Phys.* 13 (1942), 647.
36. Holl. Pat. 62 421 (1949).
37. BRINSON, G.—MOORE, A. J. W.: *J. Inst. Metals* 79 (1951), 429.
38. TAMMANN, G.: *Z. anorg. allg. Chem.* 121 (1922), 275.
39. TAMMANN, G., HEINZEL, A.—LAASS, F.: *Z. anorg. allg. Chem.* 173 (1928), 143.
40. TAMMANN, G.—HEINZEL, A.: *Z. anorg. allg. Chem.* 173 (1928), 147.
41. ROSI, F. D.: *Sylvania Techn.* 5 (1952), 82.
42. HANSEN, M.: *Constitution of Binary Alloys.* McGraw-Hill Book Co. New York 1958.
43. BARTHA, L.—PROHÁSZKA, J.—MILLNER, T.: *Festkörperphysik (Festkörperphysik-Tagung in Balatonfüred, 1959) Akademie-Verlag, Berlin 1961, 143.*
44. MILLNER, T.—BARTHA, L.—PROHÁSZKA, J.: *Z. Metallkunde*, 51 (1960), 639.
45. MILLNER, T.—BARTHA, L.—PROHÁSZKA, J.: *Z. Metallkunde* 54 (1963), 17.

46. MILLNER, T.—SASS, L.—NEUGEBAUER, J.—PROHÁSZKA, J.—HORACSEK, O., ÁCS, V.:
II. Intern. Pulvermet. Tagung. Eisenach, 1961. Abh. der DAW zu Berlin. (1962), S. 281
47. SPIER, H. L.: *Philips Research Reports*, Supplements N° 3 (1962), P. 1—57.
48. JOHNSON, R. P.: *Phys. Rev.* **56** (1939), 814.
49. Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin: Forschungsgemeinschaft; Institut für
angewandte Physik der Reinstoffe, Dresden.
50. BUEHLER, E.: *Transactions of the Metallurgical Society of AIME* (1958), Oct. P. 695.
51. NEUGEBAUER, J.—HEGEDÜS, A. J.—MILLNER, T.: *Z. anorg. allg. Chem.* **293** (1958), 241.
52. NEUGEBAUER, J.—IMRE, L.—MILLNER, T.: Festkörperphysik (Festkörperphysik-Tagung
in Balatonfüred. 1959) Akademie Verlag, Berlin 1961, 227.
53. NEUGEBAUER, J.—MILLNER, T.—IMRE, L.: *Tungsram Technische Mitteilungen*, Budapest
1961, No. 2, 56.
54. RIECK, G. D.: *Philips Res. Rep.* **12** (1957), 423.
55. LAX, E.—PIRANI, M.: *Wolfram*. (Gehlhoff: Lehrbuch der Technischen Physik. III.)
J. Ambrosius Barth, Leipzig 1929.

A NYOMOTT RÚD STATIKAI KÉRDÉSEI

BÖLCSKEI ELEMÉR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett: 1963. június 10-én]

A dolgozat a külpontosan nyomott egyenestengelyű rúd határteherbírásának meghatározásával foglalkozik, részletesen vizsgálva azt a kérdést, hogy miként függ a rúd határteherbírása a terhelés felhordásának módozatától. Kimutatja, hogy a rúd határteherbírása egész másként alakul, ha csak az erő nagyságát, vagy csak annak külpontosságát, vagy mindkettőt egyidejűen növelik a határállapot bekövetkeztéig. A rúd teherbírását a különféle terhelési módozatok esetében egy fokozatosan közelítő numerikus számító eljárással határozza meg és a számítás eredményét diagramokban ábrázolja.

I. Bevezetés

A szilárdságtan egyik legrégebb és még a mai napig is gyakran tárgyalt kérdése a nyomott rúd határteherbírásának elméleti úton történő meghatározása. Elméleti szilárdságtani kérdések megválaszolásakor a valóságos alakzatot, ill. annak jellemzőit ideális alakzattal, illetve jellemzőkkel helyettesítjük; jelen tanulmányban is ezt az utat követjük, s a felvetett kérdés megválaszolása céljából az alábbiak szerint definiált ideális alakzatot vizsgáljuk:

a) A rúd tengelye terheletlen állapotban tökéletesen egyenes és a rúd-tengely mindkét végén — ideális csuklók révén — elfordulhatóan megtámasztott (1. ábra).

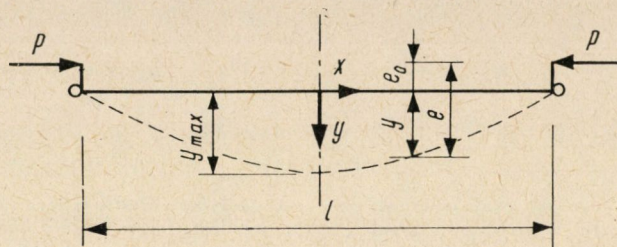
b) A rúd kereszt metszete a rúd teljes hosszán állandó. E keresztmetszet csupán két azonos alakú övből áll, amelyeket a nyomóerő felvételére alkalmatlan, képzelt szerkezeti elemek úgy dolgoztatnak együtt, mintha a szelvény két része egyetlen összefüggő keresztmetszet lenne (2. ábra).

c) A vizsgált rudat a két végén egy-egy koncentrált erő terheli, amely minden esetben párhuzamos a rúd eredeti tengelyével és a csuklóponthoz viszonyított e_0 külpontossága a rúd mindkét végén azonos.

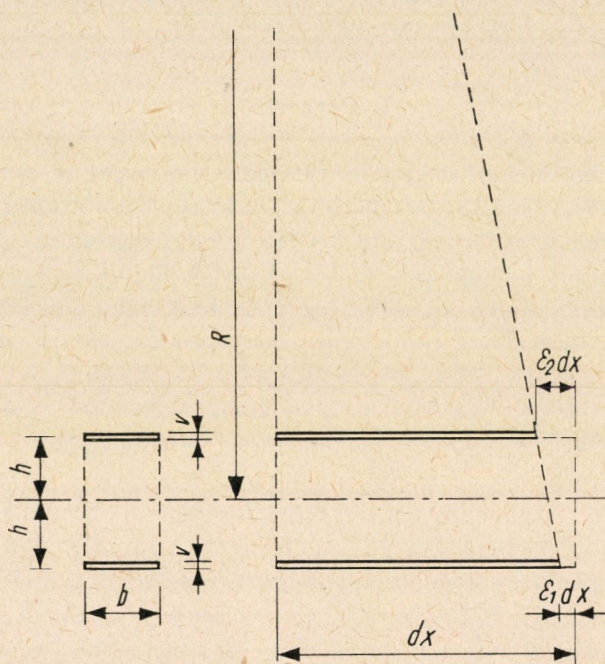
d) Ezen ideális alakzat anyaga olyan, hogy monoton növekvő terhelés esetében a nyúlások változása a 3. ábrán megadott $\epsilon_l = g(\sigma)$ görbe szerint történik, míg egy σ_A feszültségtől kezdve csökkenő terhelés esetén e változás $h(\sigma)$ összefüggéssel jellemezhető. Ha a terhet annak csökkentése után ismét növeljük, az alakváltozás előbb a $h(\sigma)$ összefüggés szerint, majd pedig a $g(\sigma)$ görbe szerint megy végbe. Ezen anyag jellemzése a régi értelemben vett

nyúlás-feszültség diagram segítségével meglehetősen nehézkes, hiszen az összefüggés ábrázolása során nem egy vonalat, hanem egy határoló görbét és az alatt egy vonalsereget kapunk.

A nyúlások és feszültségek közötti összefüggés világosabbá tehető, ha a jelenség leírását az időnek, mint új független változónak bevezetése révén

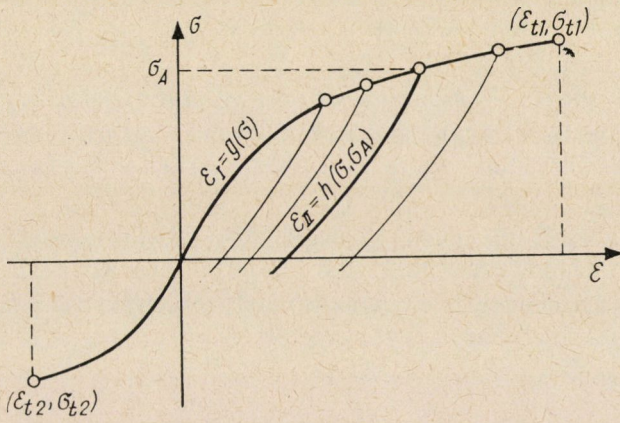


I. ábra

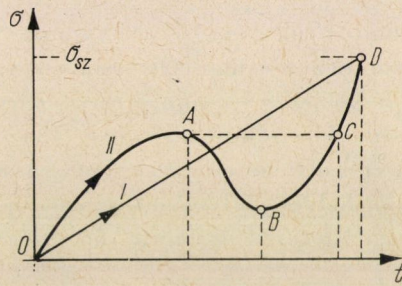


2. ábra

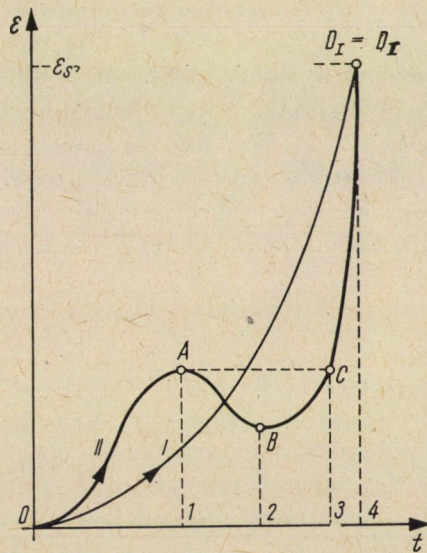
kísérjük meg. A rúdra ható központos nyomóerőt —, illetve ennek megfelelően a rúd keresztmetszeteiben keletkező egyenletesen megoszlóan feltételezett feszültséget — az idő függvényében felrajzolva a 4. ábrán feltüntetett hasonló diagramot kapunk. A t, σ tengelykereszt síkjában rajzolt bármely tetszés szerinti vonal egy-egy terhelési folyamatnak felel meg. Például a 4. ábrán rajzolt I. jelű vonal a feszültségek fokozatos és egyenletes növelését



3. ábra



4. ábra



5. ábra

tünteti fel, míg a II. vonal esetében a feszültségek változása példaképpen egy harmadrendű parabola szerint megy végbe. Az 5. ábra ennek a két terhelési folyamatnak megfelelő nyúlások változását tünteti fel a (t, σ) tengelykereszt síkjában, mely a nyúlások és feszültségek közötti összefüggésnek megfelelően szerkeszthető meg. A 6a. ábra az I. terhelési folyamatnak megfelelő σ, ε diagramot mutatja, amely teljes hosszán azonos a $g(\sigma)$ vonallal. A 6b. ábra a II. terhelési folyamatnak megfelelő σ, ε diagram, amely az $O—A$ és $C—D$ szakaszon azonos a 6a. ábrán feltüntetettel, míg az $A—B—C$ szakaszon — vagyis a tehermentesítéskor és az ismételt terheléskor — a $h(\sigma_A)$ összefüggés szerint változik. Tehát

$$\varepsilon_I = g(\sigma),$$

$$\varepsilon_{II} = g(\sigma_A) - h(\sigma_A) + h(\sigma).$$

A központosan nyomott rúd kérdése a nyomott rúd problémakörében matematikai szempontból nézve szinguláris eset. A valóságban tökéletesen központos rúd nincsen; a központos nyomás esete a leggondosabban elkészített kísérleti berendezéssel sem valósítható meg. Ezért a nyomott rúd kérdésének a központosan nyomott rúd elméleti, illetve kísérleti vizsgálata útján történő megközelítése nem helyes. A központosan nyomott rúd vizsgálatának egyetlen járható útja a külpontosan nyomott rúd vizsgálata az $e_0 \rightarrow 0$ határátmenet mellett.

2. A terhelési folyamat

Kimutatható, hogy a nyomott rúd határteherbírását az ún. „terhelési folyamat” is jelentősen befolyásolja. A leírt módon terhelt külpontosan nyomott rúd esetében a terhelés jellemzésére két paraméter (e_0, P) szolgál. Célunk elméleti úton választ adni arra a kérdésre, hogy a fent leírt alakzaton működő statikus teher e két paraméterének valamelyikét, vagy esetleg mindkettőt egy időben lassan és fokozatosan növelve, a paraméterek melyik értékénél juthat a rúd határállapotha.

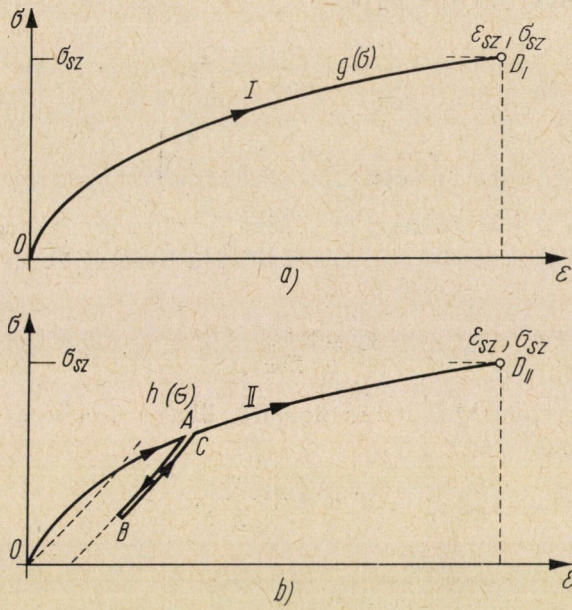
Ez esetben a terhelés folyamatának három fő típusa lehetséges, mégpedig, ha

az adott erő külpontosságát, vagy

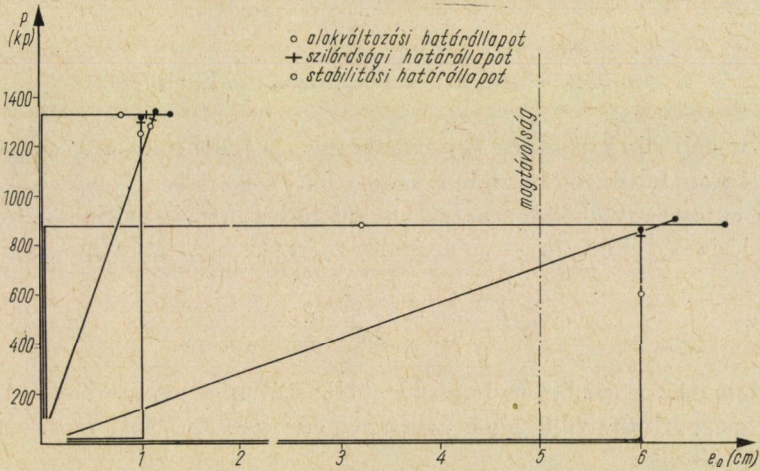
az adott külpontosságú erő nagyságát, vagy

az erő külpontosságát és nagyságát egyidejűleg

növeljük. A terhelés e háromféle folyamatát a P, e_0 tengelykereszt síkjában háromféle vonal fogja ábrázolni (7. ábra). Kimutatható, hogy a határteherbírás szempontjából nem közömbös, hogy a terhelés P , illetve e_0 paramétereinek növelése a fent jelzett utak melyikén történik.



6. ábra



7. ábra

3. Az ideális alakzat feszültségeinek elemzése

A rúd valamely keresztmetszetét vizsgálva, az egyensúlyi feltételeket az alábbiak szerint írhatjuk fel:

$$-\frac{P}{2bv} = \frac{\sigma_1}{2} + \frac{\sigma_2}{2},$$

$$e \frac{P}{2bv} = h \left(\frac{\sigma_1}{2} - \frac{\sigma_2}{2} \right).$$

Itt σ_1 az 1, σ_2 a 2 jelű rúdrészben fellépő feszültséget jelenti, e az 1. ábra, b és v pedig a 2. ábra szerint értelmezendő. Ha bevezetjük az átlagos feszültségre a

$$\sigma_a = \frac{P}{2bv}$$

jelölést, fenti egyenletekből a rúd homorú, illetve domború oldalú részében fellépő feszültségeket a

$$\sigma_1 = \sigma_a \left(1 + \frac{e}{h} \right),$$

illetve a

$$\sigma_2 = \sigma_a \left(1 - \frac{e}{h} \right)$$

összefüggés alapján állapíthatjuk meg.

4. Az ideális alakzat alakváltozásainak vizsgálata

A vizsgált rúd eredetileg egyenes tengelye a teher hatására meggyöngyülhet és az 1. ábrán feltüntetett alakot veheti fel.

Ha az összenyomódásokat az eredeti hosszhoz viszonyítva elhanyagolhatóan kicsinek tekintjük — a görbület mértéke a 2. ábra alapján:

$$\frac{dx}{R} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2h} dx.$$

Itt ε_1 a homorú, ε_2 pedig a domború oldali szál fajlagos nyúlása.

A meggyöngyült rúdtengely differenciálegyenlete, ha az $1 + y'^2 \cong 1$ közelítéssel élünk

$$y'' = \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2h}$$

alakban írható fel.

A kerületi feltételek a következők:

a) $x = 0$ helyen, vagyis $y = y_{\max}$ helyen az érintő hajlása

$$y' = 0$$

b) az $x = \pm l/2$ helyen a kigörbülés

$$y = 0.$$

Ha a nyúlások és feszültségek között kölcsönös és egyértelmű függvénykapcsolat állana fenn, akkor az ε_1 , ill. ε_2 a σ_1 , ill. σ_2 feszültségek függvényében matematikailag felírható lenne és e függvényeket a meggörbült rúdtengely differenciálegyenletébe helyettesítve, az megfelelő kerületi feltételek mellett elvileg egyértelműen megoldható lenne.

A differenciálegyenletből tehát adott méretek, külpontosság és nyomóerő esetében a kigörbült alakra jellemző y függvény elvileg meghatározható. De e mennyiségek közötti összefüggés zárt matematikai formában történő megfogalmazása — még a választott egyszerű modell esetében is — csak ritkán lehetséges. Ezért ilyen jellegű feladatok tényleges megoldásakor az alábbiakban részletesen ismertetett numerikus számítás módszeréhez célzerű folyamodni.

5. A meggörbült rúdtengely alakjának meghatározása numerikus számítás útján

Az előző fejezetben matematikai formulákkal leírt műveletet kívánjuk numerikus számítás segítségével végrehajtani. A rudat a terheletlen állapottól a határállapotot előidéző teher felhordásáig lépésenként fogjuk kísérni.

A terhelés módjától függően megállapíthatjuk a terhelőerő, a külpontosság vagy egyidejű változás esetében mindkettő növelésének egyes lépcsőit. Az egyes terhelési lépcsőkhöz tartozó részvizsgálatokat az alábbiak szerint kell végrehajtani.

1. Megbecsüljük az adott terhelés és külpontosság mellett a meggörbült rúdtengely várható alakját. A kigörbült alak szimmetrikus lesz és így elegendő az $l/2$ távolságot n egyenlő részre osztva megállapítani az $x_A, x_B, x_C \dots$ abszcisszájú pontokhoz tartozó $y_{A_0}, y_{B_0}, y_{C_0} \dots y_{F_0}$ ordinátákat.

2. A rúd 1., ill. 2. jelű szálában a különböző x_i abszcisszákkal jellemzett pontokban megállapíthatjuk a szálfeszültségeket a

$$\sigma_1 = \sigma_a \left(1 + \frac{e_0 + y}{h} \right),$$

$$\sigma_2 = \sigma_a \left(1 - \frac{e_0 + y}{h} \right)$$

összefüggések segítségével.

3. A σ_1 , ill. σ_2 szálfeszültség ismeretében meghatározzuk az

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= g(\sigma_1) = g(\sigma_a, y), \\ \varepsilon_2 &= g(\sigma_2, \sigma_{2A}) = g(\sigma_{2A}) - h(\sigma_{2A})\end{aligned}$$

fajlagos nyúlást.

Megjegyezzük, hogy a nyomott oldali szálaban a feszültség monoton növekszik s így a d) pontban tárgyaltak szerint a nyúlás a feszültségnek egyértelmű függvénye. A húzott oldali szálaban viszont feszültségnövekedés, ill. csökkenés egyaránt előállhat. Azt a kérdést, hogy valamely pontban a feszültségnövekedés mikor megy át csökkenésbe, a σ_2 feszültség egyes terhelési lépcsők során előállított növekményének vizsgálatával dönthetjük el. Ennek ismeretében meghatározható az ε_2 fajlagos nyúlás értéke is.

4. Meghatározzuk a rúdtengely egyenletének második differenciáhányadosát, vagyis a görbület reciprok értékét, az

$$y'' = -\frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2h}$$

összefüggés segítségével.

5. Fenti egyenlet numerikus integrálása révén meghatározzuk y' értékét, abból a kerületi feltételből kiindulva, hogy az

$$x = 0 \text{ helyen } y' \stackrel{\cdot}{=} 0.$$

A rúdtengely kigömbült alakja ugyanis szimmetrikus, tehát a középső keresztmetszetben az érintő hajlása 0.

6. Fenti egyenlet újabb numerikus integrálása révén meghatározzuk y értékét abból a kerületi feltételből kiindulva, hogy a rúdvégeken, vagyis az

$$x = \pm l/2 \text{ helyen } y = 0.$$

E kerületi feltétel a rúdvégek csuklós megtámasztásának következménye.

A fenti művelet sor eredményeként egy új $y_{A_1}, y_{B_1}, y_{C_1}, \dots, y_{F_1}$ ordináta-rendszert kapunk, mely a kiindulásként becslésszerűen felvett görbétől általában eltér, vagyis $y_{A_0} \neq y_{A_1}$ stb. Az eljárást most az $y_{A_1}, y_{B_1}, y_{C_1}, \dots, y_{F_1}$ értékrendszerrel, mint kiindulási adatrendszerrel megismételve, újabb $y_{A_2}, y_{B_2}, y_{C_2}, \dots, y_{F_2}$ görbét kapunk. Az eljárást mindaddig folytatjuk, míg $y_{A_{n-1}} \cong y_{A_n}$ stb. lesz. Az így nyert $y_{A_n}, y_{B_n}, y_{C_n}, \dots, y_{F_n}$ görbe lesz a keresett kigömbült alak. Az eljárás egyes lépéseit az I. táblázatban bemutatott példán követhetjük.

A terhelőerőt, ill. külpontosságot mindinkább növelve eljutunk egy olyan értékpárhoz, amely mellett az iterációs eljárás már nem konvergens, vagyis ahhoz az állapothoz, amikor az erő vagy a külpontosság, esetleg mindkettő, végtelen kismértékű növeléséhez véges alakváltozás tartozik. Ez a stabilitási határállapot.

I. táblázat

$P = 1330 \text{ kp}$; $e_0 = 1,25 \text{ cm}$; $h = 5 \text{ cm}$; $F = 10 \text{ cm}^2$; $l = 500 \text{ cm}$; $\Delta l = 50 \text{ cm}$

	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0	Megjegyzés
y	0	1,860	3,500	4,800	5,50	6,000	[cm] becsült
$\frac{e}{h} = \frac{e_0 + y}{h}$	0,250	0,622	0,950	1,210	1,350	1,450	—
σ_1	166	216	259	294	313	326	[kp/cm ²]
σ_2	100	50,3	6,6	-28	-46,6	-59,8	[kp/cm ²]
ε_1	0,723	1,093	1,507	1,921	2,180	2,370	10 ⁻³
ε_2	0,414	0,250	0,103	-0,012	-0,075	-0,119	10 ⁻³
$-y'' = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2h}$	0,309	0,843	1,404	1,933	2,255	2,489	10 ⁻⁴ $\left[\frac{1}{\text{cm}} \right]$
$-y''_{\text{atl. } \Delta l}$	1,152	2,247	3,337	4,188	4,744		1/400
$-y' = -\Sigma(-y''_{\text{atl. } \Delta l})$	15,668	14,516	12,269	8,932	4,744	0	1/400
$-y'_{\text{atl. } \Delta l}$	30,184	26,785	21,201	13,676	4,744		$\frac{1}{16}$ [cm]
$y = -\Sigma y'_{\text{atl. } \Delta l}$	0	30,184	56,969	78,170	91,846	96,590	$\frac{1}{16}$ [cm]
y	0	1,887	3,561	4,886	5,740	6,037	[cm]

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{1000} \left(\frac{\sigma}{300} + \left[\frac{\sigma}{300} \right]^3 \right), \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{1000} \left(0,081 + \frac{\sigma}{300} \right).$$

6. Számpélda

Legyen az 1. és 2. ábra értelmezése szerint

$$l = 5,00 \text{ m}, \quad 2h = 10,0 \text{ cm}, \quad F = 2 \cdot 10,0 \cdot 0,5 = 10 \text{ cm}^2.$$

Legyen továbbá a rúd anyagának nyúlás-feszültség diagramja növekvő feszültség esetében az

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{1000} \left[\frac{\sigma}{300} + \left(\frac{\sigma}{300} \right)^3 \right]$$

harmadrendű polinom. Csökkenő feszültségek esetében a nyúlás-feszültség diagram $\alpha = \text{arc tg } E_0$ hajlású egyenes, mely az ε_1 görbének azon pontján halad át, ahol a σ_2 feszültség növekménye éppen 0, vagyis

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{1000} \frac{\sigma}{300} + \varepsilon_m.$$

Az ε_1 görbe kezdő érintőjének tangense $E_0 = 300 \text{ 000 kp/cm}^2$, E_m pedig a feszültség azon értékének függvénye, amely mellett a feszültségnövekmény előjelet vált.

$$\varepsilon_m = \frac{1}{1000} \left[\frac{\sigma_{\text{max}}}{300} - \left(\frac{\sigma_{\text{max}}}{300} \right)^3 - \frac{\sigma_{\text{max}}}{300} \right] = \frac{1}{1000} \left(\frac{\sigma_{\text{max}}}{300} \right)^3.$$

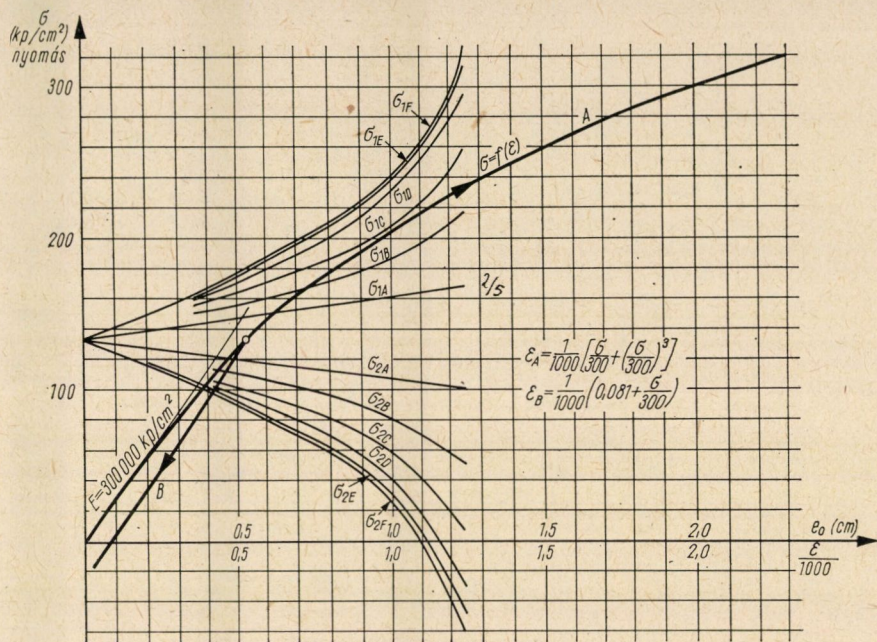
6.1 Az első terhelési folyamat

Az első terhelési folyamatot az jellemzi, hogy először a központos erőt növeljük fel egy olyan adott értékig, amely központos terhelés esetében a határállapotot előidéző erőnél kisebb, majd az erő nagyságát ezen az állandó értéken tartva, a külpontosságot növeljük a határállapotot előidéző értékig. A számítást két esetre mutatjuk be:

a) eset. Itt az erőt 1330 kp-ig növeltük, majd a külpontosságot 0-tól 1,27 cm-ig. Ennél az értéknél a rúd stabilitási határállapotba jutott.

A fokozatos közelítés módszerével végrehajtott számításaink numerikus eredményeit grafikusán is ábrázoltuk.

A 8. ábra a rúd különböző keresztmetszeteiben az adott erő és növekvő külpontosság mellett fellépő feszültségeket mutatja. Ugyanezen az ábrán a számításaink során felhasznált nyúlás-feszültség diagramot is feltüntettük.



8. ábra

A 9. ábra a rúd egyes keresztmetszeteiben a húzott, ill. nyomott oldalon fellépő feszültségeket a külpontosság függvényében tünteti fel. Az ábra alul a különböző külpontosságú terhelések mellett a kigömbült rúdtengelyt torzított léptékben mutatja, feltüntetve a legnagyobb kigömbülések vonalát is.

b) eset. Vizsgáljuk most azt az esetet, amikor a rúd központos terhelését először 875 kp-ig emeljük s ezután növeljük a külpontosságot fokozatosan 6,7 cm értékig. A stabilitási határállapot ezen értékpár mellett következik be. E számítások eredményeit a 10., 11. ábrákon tüntettük fel.

6.2 A második terhelési folyamat

A második terhelési folyamatot az jellemzi, hogy a terhelőerő külpontossága állandó, de nagysága fokozatosan növekszik. E terhelési mód esetében nem közömbös, hogy az eleve adott külpontosság a magtávolságnál kisebb, azzal egyenlő vagy nagyobb.

6.2.1 A kezdeti külpontosság kisebb a magtávolságnál

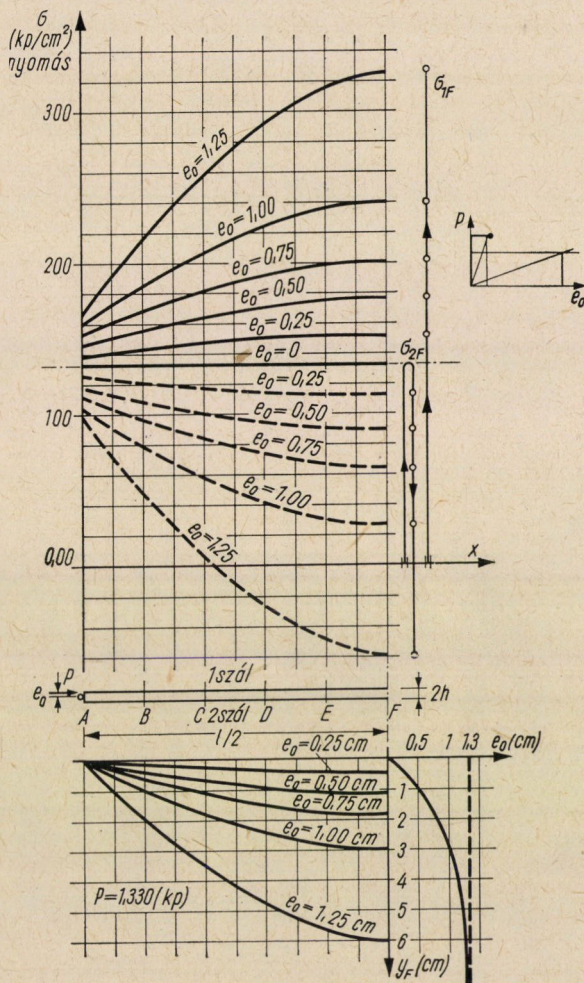
Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor a kezdeti külpontosság kisebb a magtávolságnál, vagyis ha az

$$e_0 < h$$

egyenlőtlenség áll fenn.

Példánkban a kezdeti külpontosság 1 cm s az erőt fokozatosan növeljük 1330 kp értékig. Ennél az értékpárnál a rúd stabilitási határalapothba jut.

A fokozatos közelítés módszerével végrehajtott számításaink eredményeit — hasonlóan az előbb elmondottakhoz — a 12. és 13. ábrán tüntettük fel.



9. ábra

6.22 A kezdeti külpontosság nagyobb a magtávolságnál

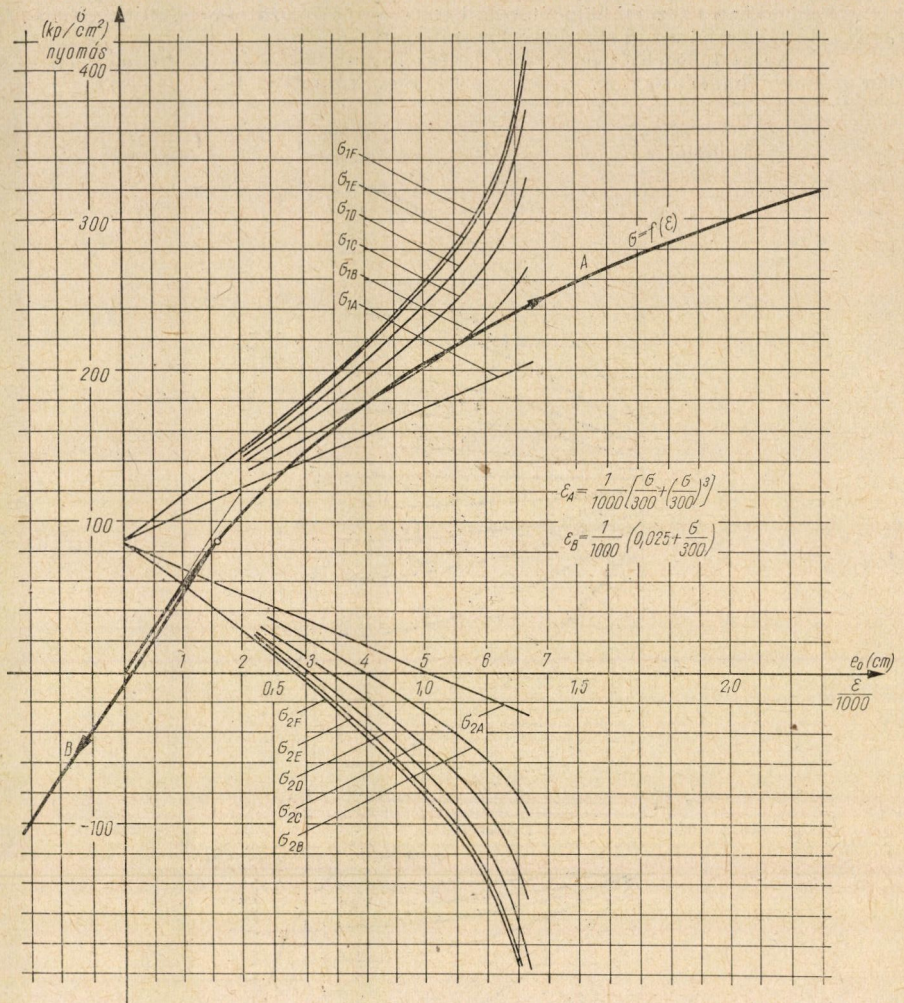
A továbbiakban vizsgáljuk azt az esetet, amikor a kezdeti külpontosság az

$$e_0 \geq h$$

egyenlőtlenségnek tesz eleget.

Példánkban a kezdeti külpontosság 6 cm s az erőt fokozatosan növeljük 875 kp-ig. Ennél az értékpárnál a szerkezet a stabilitás megszűnése miatt megy tönkre.

A fokozatos közelítés módszerével végrehajtott számításaink eredményeit a 14. és 15. ábra tünteti fel.

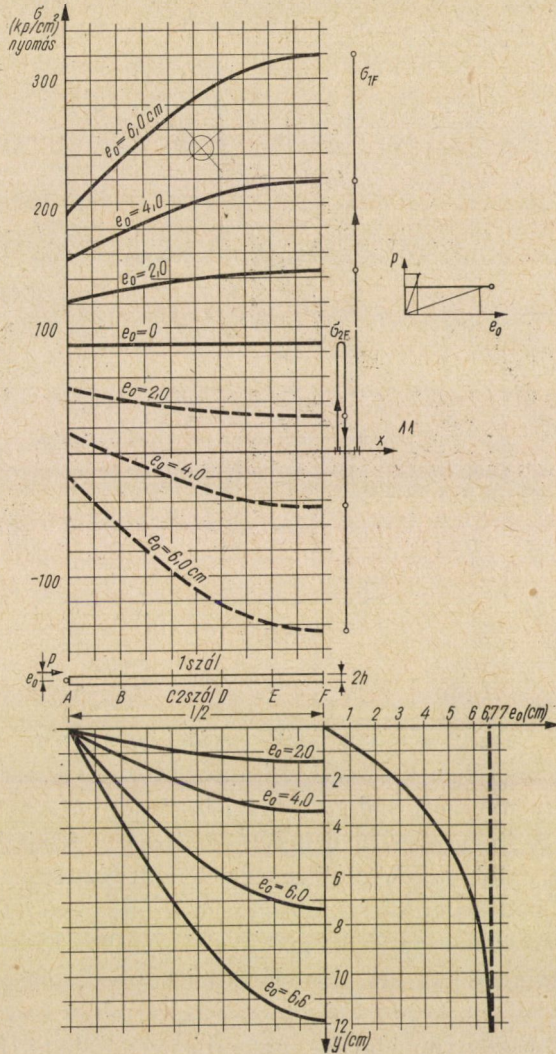


10. ábra

6.3 A harmadik terhelési folyamat

A harmadik terhelési folyamatot az jellemzi, hogy ennél a terhelés külpontosságát és ezzel egyidejűleg a terhelőerő nagyságát a kezdőpontból ($e_0 = 0$, $P = 0$) kiindulva fokozatosan, de tetszés szerinti módon növeljük mindaddig, míg a rúd határállapotba nem jut. Példánkban a terhelőerő nagyságát és külpontosságát a 7. ábra szerinti ferde egyenesnek megfelelően növeltük az 1330 kp és 1,06 cm értékig.

E számítások eredményeit grafikusán is ábrázoltuk a 16. és 17. ábrán.

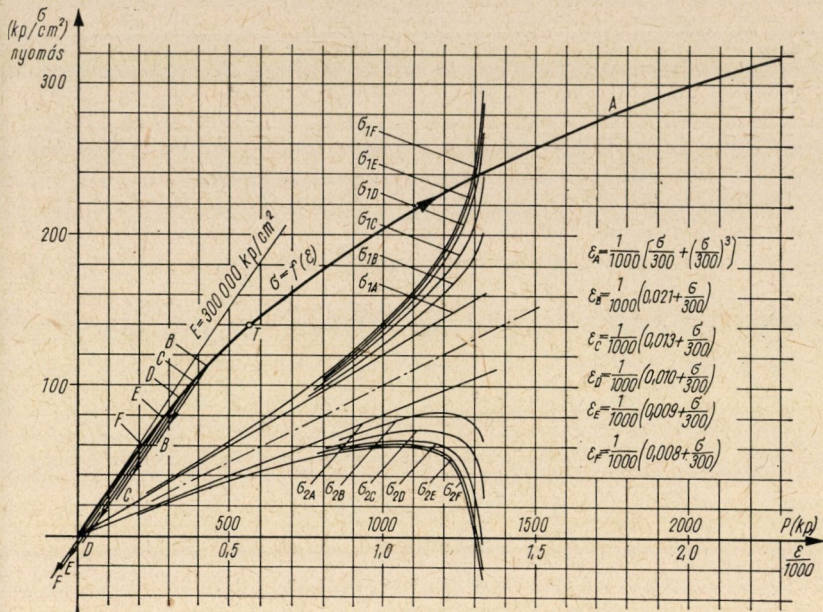


11. ábra

7. A nyomott rúd határállapotai

A nyomott rúd határteherbírása vizsgálata során három, egymástól szinte független kérdés: a stabilitási, a szilárdsági és az alakváltozási határállapot meghatározása merülhet fel. E határállapotokat az alábbiak szerint definiálhatjuk:

A nyomott rúd *stabilitási határállapotán* azt az állapotot értjük, amelynél a rúd terhelésének — pontosabban a terhelőerő nagyságának vagy a terhelőerő



12. ábra

külpontosságának, vagy mindkettőnek egyidejűen történő — végtelen kis-mértékű növelése esetében bekövetkező alakváltozás véges értékű lesz. (Feltételezzük, hogy a nyomott rúd stabilitási határállapotának ezen definíciója a szóban levő nem lineáris esetben helytálló. Hogy e feltételezésünk jogos-e, annak bírálatába e dolgozat keretében nem bocsátkozunk.)

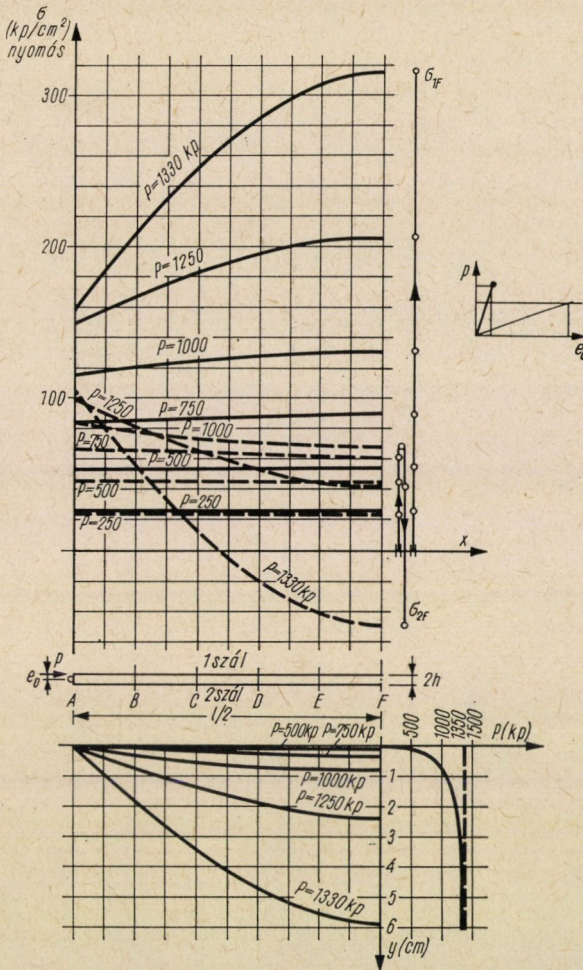
A nyomott rúd *szilárdsági határállapota* legyen az az állapot, amelynél a rúd valamely keresztmetszetének egyik szélső szálában határfeszültség (törő-, ill. szakítófeszültség) keletkezik. A szilárdsági határállapot — amennyiben a nyúlások és feszültségek között kölcsönös és egyértelmű kapcsolat áll fenn — a határnyúlás, ill. összenyomódás fogalmával is definiálható. (Példánk esetében a határállapotot előidéző törőszilárdság 250 kp/cm^2 .)

Az *alakváltozási határállapot* legyen az az állapot, amelynél a rúd valamely keresztmetszetének kigömbülése egy előre megszabott határértéket elér. Így pl. előírhatjuk, hogy a rúd legnagyobb kigömbülése (nyilván a középső keresztmetszetben) a rúd hosszának 0,5 százalékát nem haladhatja meg.

E definíciókból az alábbiakat állapíthatjuk meg:

A stabilitási határállapotot a rúd geometriai adatai, anyagának szilárdsági jellemzői és a terhelési folyamat határozzák meg.

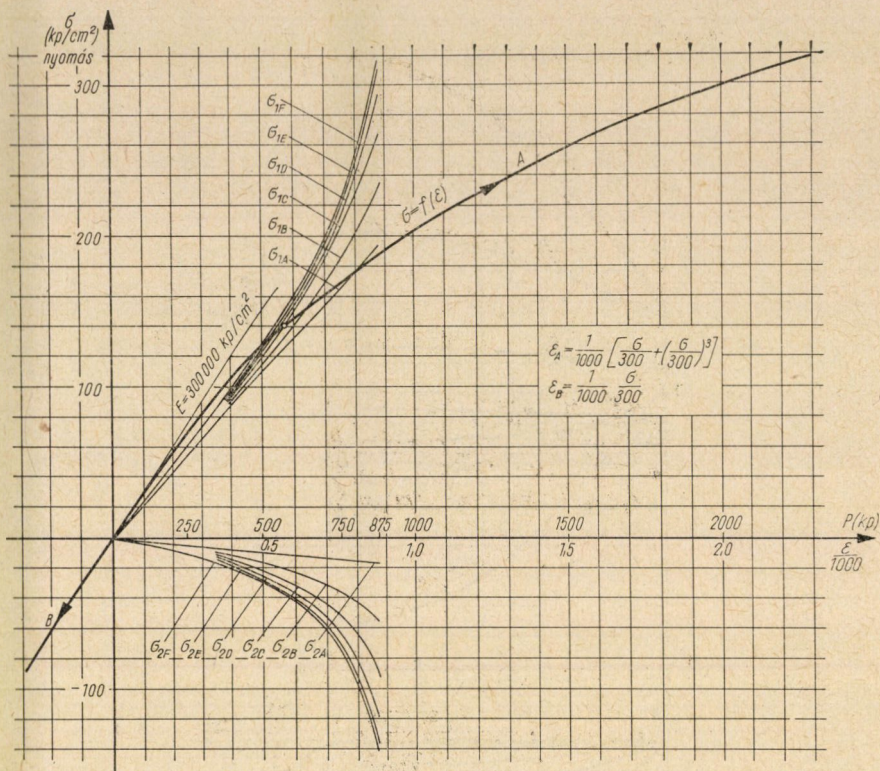
A stabilitási határállapothoz elvileg végtelen alakváltozás, ill. feszültség tartozik. E határállapot tehát csak akkor következhetik be, ha a szilárdsági, ill. alakváltozási határállapot miatt a rúd nem ment már előbb tönkre.



13. ábra

A szilárdsági határállapot a rúd egyéb adatai mellett anyagának törő-, ill. szakítószilárdságától is függ. Ha azonos körülmények között a törő-, ill. szakítószilárdságot változtatjuk, változni fog a szilárdsági határállapotot előidéző teher (terhelőerő nagysága és külpontossága) is.

Az alakváltozási határállapot bekövetkezte nem jelenti ugyan a rúd effektív tönkremenetelét, de ez esetben a rúd olyan állapotba jut, hogy üzemszerű használata már nem kívánatos. A 7. ábrán a különféle terhelési folyamatokhoz tartozó stabilitási, szilárdsági és alakváltozási határállapotokat tüntettük fel. Például a 875 kp központos erőhöz tartozó külpontosságot fokozatosan növelve, a rúd 3,2 cm külpontosságnál *alakváltozási* határállapotba jutott (kigömbülése 2,5 cm volt), majd a külpontosságot növelve 4,6 cm-nél a



14. ábra

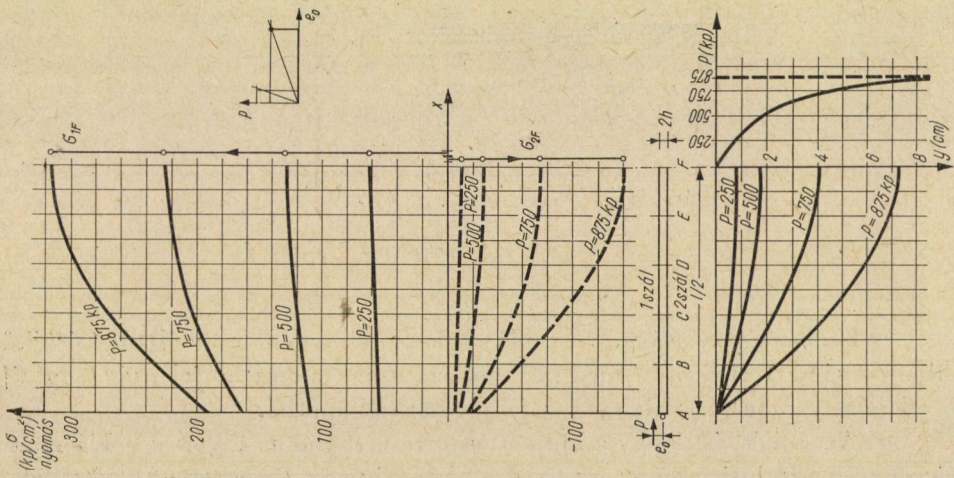
szilárdsági határállapot következett be (a rúd nyomott szálában a feszültség a 250 kp/cm^2 törőfeszültséget elérte), és végül $6,7 \text{ cm}$ -es külpontosság esetében következett be a *stabilitási* határállapot.

E numerikus számítási módszerrel vizsgált rúd példája ezen egyszerűsített módszer esetében világos és egyértelmű képet adott a különféle határállapotok egymáshoz való viszonyáról.

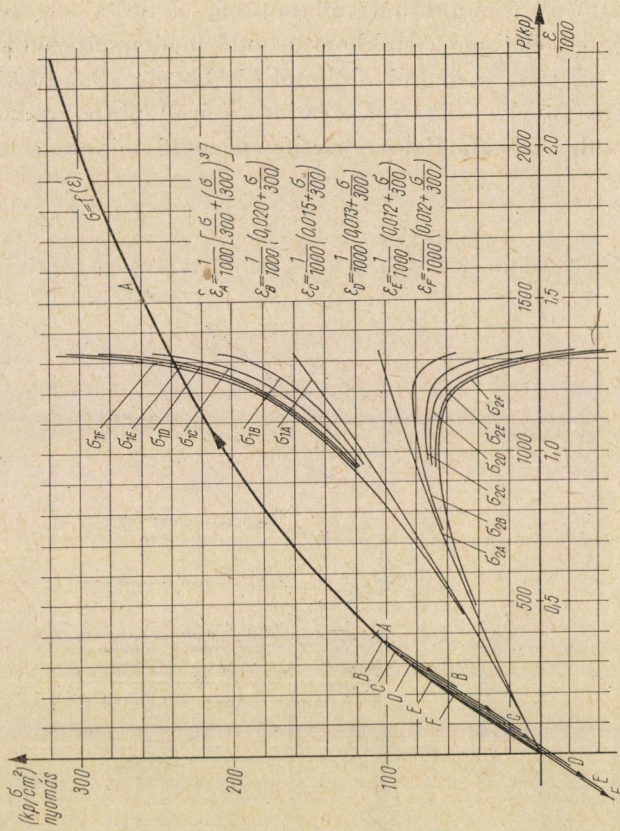
8. Tanulságok

A bemutatott fokozatosan közelítő numerikus számítási módszer, valamint az ennek segítségével kidolgozott példa alapján az alábbiakat állapíthatjuk meg:

Kimutatható, hogy a külpontosan nyomott rúdnál a terhelési folyamat a rúd teherbírását döntően befolyásolja.



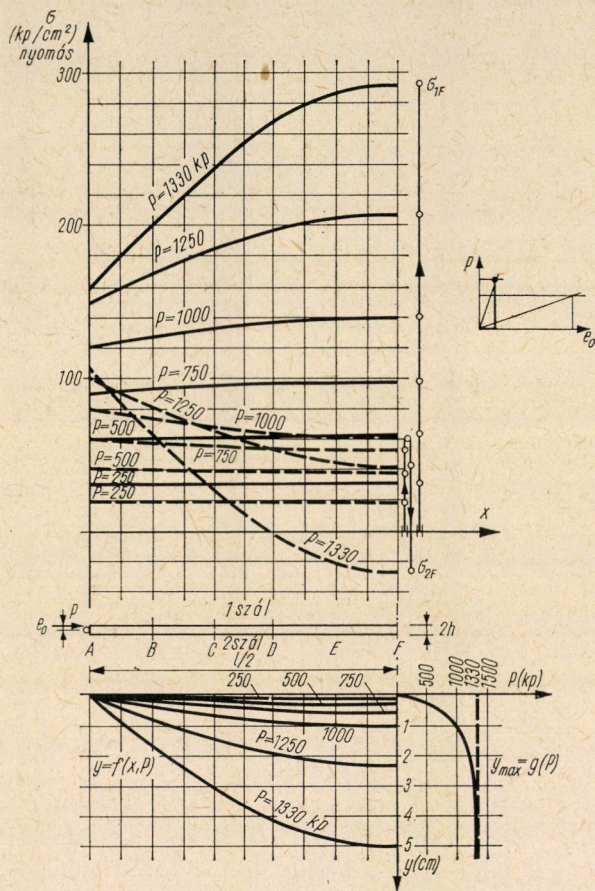
15. ábra



16. ábra

a) Ha az állandó nagyságú erő külpontosságát fokozatosan növelve juttatjuk a rudat határállapotába, akkor a jelenség az Engesser—Kármán-féle elméletben leírtakhoz hasonló módon játszódik le.

b) Ha a magtávolságnál kisebb, de állandó külpontosságú erőt fokozatosan növelve juttatjuk a rudat határállapotba, akkor a jelenség az Engesser—Shanley-féle elméletben leírthoz hasonló módon játszódik le.



17. ábra

c) Ha a magtávolsággal egyenlő vagy annál nagyobb, de állandó értékű külpontosságú terhelőerőt növeljük fokozatosan, akkor a jelenség egy új — eddig még nem tárgyalt módon — jut határállapotba.

d) Azt a kérdést, hogy a külpontosan terhelt rúd az Engesser—Kármán-féle elmélet szerinti felső, vagy az $e_0 \leq h$ esetben az Engesser—Shanley-féle, ill. $e_0 \geq h$ esetben a c) pont szerinti elméletből adódó alsó teherértéknél vagy

valamely közbülső értéknél (P, e_0) jut stabilitási határállapotba, a terhelés módja (folyamata) határozza meg.

Kimutatható továbbá, hogy vannak esetek, amikor az adott méretű, anyagú és megtámasztású rúdnál a terhelőerőnek vagy a terhelőerő külpontoságának, ill. mindkettőnek egyidejű fokozatos növelése esetében a szilárdsági, ill. alakváltozási határállapot előbb következik be, mint a stabilitási határállapot. Helytelen tehát a nyomott rúd problémáját mindig stabilitási problémának tekinteni.

ÖTVÖZETLEN ACÉL DEKARBONIZÁLÓDÁSÁNAK REAKCIÓKINETIKÁJÁRÓL

AZ AKADÉMIAI KOHÁSZATI MUNKAKÖZÖSSÉG 53. SZ. KÖZLEMÉNYE

VERŐ JÓZSEF

AKADÉMIKUS

[Beérkezett 1963. július 23-án]

Ha ötvözetlen acél levegőben dekarbonizálódik és a ferrites felületi réteg elrevésedik, az egész folyamat sebessége 31 400 cal/mol aktiválási energiának megfelelő módon változik a hőmérséklettel. Ilyenkor a folyamatot a karbonnak az austenitben való diffúziója szabályozza. Nedves hidrogénben 910 C°-nál kisebb hőmérsékleten sugaras szerkezetű ferrites felületi réteg képződik, az egész folyamat sebessége pedig 12 500 cal/mol aktiválási energiának megfelelő módon változik. A sebességet meghatározó részfolyamat ilyenkor valószínűen a karbonnak a ferrites réteg kristályhatárai mentén végbemenő diffúziója.

I. Bevezető

Dekarbonizáló hatású gázzal érintkező acél felületén bizonyos vastagságú rétegben annak összetétele megváltozik; ennek a rétegnek a szerkezete a képződésének körülményei szerint különböző lehet. A felületi réteg vastagságát és szerkezetét meghatározó körülmények: az acél minősége, főként annak ötvözetlen avagy ötvözött volta, az acéllal érintkező gázelegy összetétele, áramlásának sebessége és nyomása, ezenkívül pedig a hőmérséklet és az idő. A már ismeretes kísérleti eredmények alapján minden dekarbonizálódást felületi reakció eredményének kell tekintenünk, ami egyben azt is jelenti, hogy az acélből a gáztérbe átmenő karbonnak az acéldarab belsejéből diffúzió útján a darab felületére kell eljutnia. A dekarbonizálódást ennek következtében több részfolyamatra bonthatjuk; az egész dekarbonizálódás sebességét nyilván a leglassúbb részfolyamat szabályozza. Több kutató feltételezte ugyan, hogy ez a leglassúbb részfolyamat a karbonnak a felületre diffundálása, ezt a feltételezést azonban közvetlen kísérleti adatokkal még nem sikerült bizonyítani.

A dolgozatban leírt kísérleteket abból a célból végeztük el, hogy megvizsgáljuk a dekarbonizálódás folyamatának és a hőmérsékletnek az összefüggését és ebből meghatározzuk a sebességét szabályozó részfolyamat aktiválási energiáját. Az egyik kísérletsorozatot nedves hidrogénben 750—925 C°-on végeztük; ilyenkor tisztán ferrites kéreg képződik a felületen. A másik kísérletsorozatot ugyanazon a hőmérsékleten levegőben végeztük; ezeken a próbadarabokon ferrites kéreg nem képződött, hanem helyette reveréteg jött létre.

II. Irodalmi áttekintés

Azokon a vizsgálatokon kívül, amelyekkel a vasötvözetek karbontartalmának és a különféle gázelegyek egyensúlyának körülményeit állapították meg, nagyon sok olyan adat ismeretes, amelyek a különböző körülmények között bekövetkezett dekarbonizálódás mértékére vonatkoznak. BAUKLOH W. és munkatársai egész sor munkájukban [1—5] számolnak be ilyen kísérleteik eredményéről. Mérési eredményeiknek akkoriban adott magyarázata és értelmezése [3] mai felfogásunk szerint nem egészen helytálló. A ferrites kéreg létrejöttét például úgy magyarázzák [3], hogy a hidrogénben végbemenő dekarbonizálódáskor annak az acél karbonjával való reakciója helyileg az acéldarab belsejébe helyeződik át, ha a karbon lassabban vándorol a felület felé, mint amilyen gyorsan a hidrogén az acélba behatolni képes; ilyenkor feltevéssük szerint a gáz alakú reakcióterméknek, például a metánnak kifelé vándorlása az egész folyamat sebességére szintén hatással lehet. A dekarbonizálódás ilyen lefolyását ma alig tarthatjuk lehetségesnek.

WAGNER C. a dekarbonizálódás lefolyását fizikai-kémiai alapon tárgyalja [10]. Feltételezi, hogy a dekarbonizálódás leglassúbb részfolyamata a karbon diffúziója a vasban és ebből kiindulva, képleteket vezet le, amelyekkel a folyamat időbeli lefolyása kiszámítható; nem veszi figyelembe, hogy a felületi réteg karbontartalma nem állandó, valamint azt sem, hogy az esetleges ferrites kéreg a karbon diffúziójának sebességét megváltoztatja.

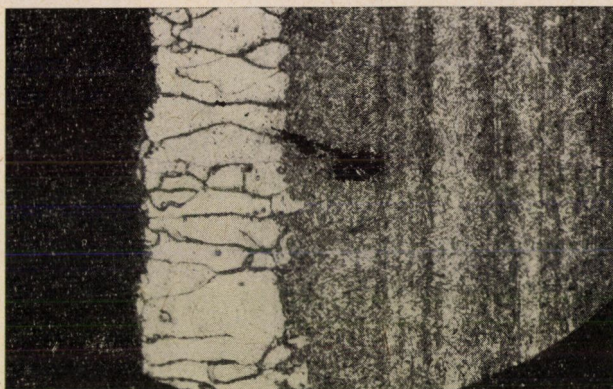
PENNINGTON W. A. [6] megközelítően eutektoidos karbontartalmú ötvözetlen acélnak nedves hidrogénben 700—925 C°-on végbemenő dekarbonizálódását vizsgálta meg. Kísérleteinek eredményét csak szövethépeken rögzítette, anélkül, hogy a tisztán ferrites, valamint a csak részben dekarbonizált réteg vastagságát meghatározta volna. Számszerű eredmények megállapítása híján is nagyon értékes megfigyelésekkel egészítette ki és helyesbítette a dekarbonizálódás lefolyásáról alkotott képünket. Elveti azt a feltételezést, hogy az acéldarab belsejében gáz alakú reakciótermék képződhetik, és a felületi ferrites réteg létrejöttét helyesen a vas—karbon-ötvözetrendszer egyensúlyi diagramja és a fázisszabály alapján értelmezi. A megfelelő mérések és számítások híján azokat a gondolatokat, amelyeket a karbonnak az austenitben és a ferritben végbemenő diffúziójára vonatkozóan közölt, számadatokkal természetesen nem igazolhatta. PENNINGTON szövethépeinek egy részét a magunk kísérleteinek kiegészítése céljából figyelembe vettük.

Legújabban LAUPRECHT W. és RÄDEKER W. [7] 0,74% karbontartalmú acélnak tiszta és nedves hidrogénben végbemenő dekarbonizálódását ismét megvizsgálta. Kísérleteiket 900—1200 C°-on, tehát olyan hőmérsékleten végezték, amelyen az egész dekarbonizált felületi réteg austenites marad; ilyen körülmények között a felületi rétegben más fázis, tehát ferrit, nem jelenhetik meg.

A felsorolt dolgozatok egy része oxidáló hatású és reveképző gázatmoszférában végbemenő dekarbonizálódásra vonatkozó adatokat is közöl. Erre vonatkozóan üzemi körülmények között is végeztek kísérleteket, elsősorban HARRIS F. E. [8], valamint MOREAU J. és CAGNET M. [9]. A revéedéssel járó dekarbonizálódás akkor okozhatja ferrites kéreg képződését 910 C°-nál kisebb hőmérsékleten, ha a dekarbonizálódás gyorsabb, mint a már teljesen dekarbonizált réteg oxidálódása, elrevéedése. Arról, hogy ilyenkor melyik rész-folyamat határozza meg a dekarbonizálódás sebességét, az idézett szerzők nem nyilatkoztak.

III. A kísérleti módszer leírása

Kísérleti anyagunk kerekén 0,8% karbont, 0,25% szilíciumot és 0,3% mangánt tartalmazó ötvözetlen szerszámacél volt. A 40 mm-es négyzetszel-



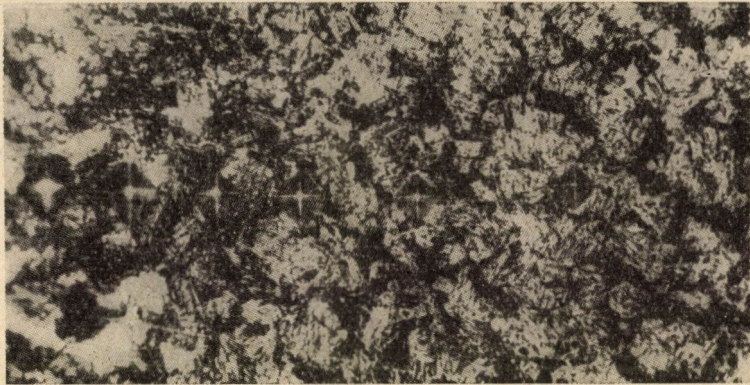
I. ábra. Hidrogénben 800 C°-on két óra hosszat izzított, aztán vízben lehűtött próba felületi rétege. Nital, 100 : 1

vényű rúd anyagából 15 × 10 × 4 mm méretű lapkákat készítettünk, és ezeknek két legnagyobb lapját köszörültük, úgyhogy valamennyi próbadarabunk 3,56 mm vastag lett.

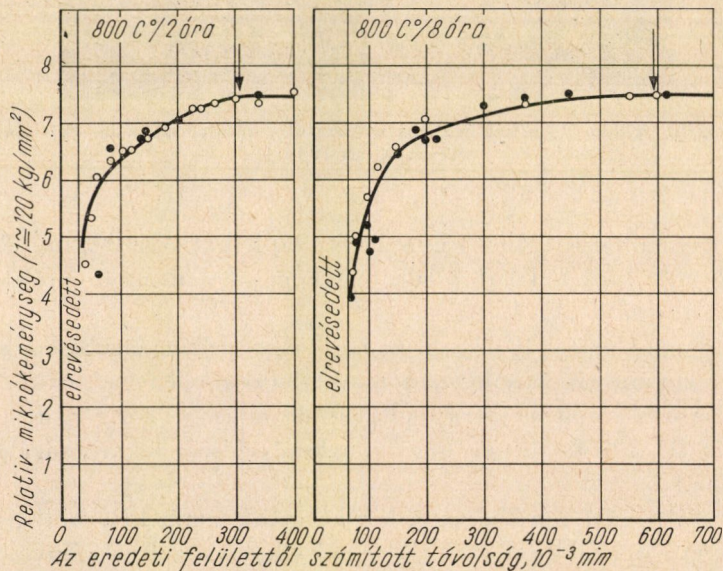
Dekarbonizálás céljából a próbadarabokat csökekemencében áramló levegőben vagy ugyancsak áramló, nedvesített hidrogénben izzítottuk. A gáztér nyomása kerekén 1 atmoszféra volt; az áramlás sebességét nem mértük, hanem olyan értéken tartottuk, hogy annak növelése a dekarbonizálódást már nem növelhette.

Az izzítás végén a próbákat vízben hűtöttük, aztán két, mintegy 7 × 10 × 3,5 mm méretű darabbá feleztük. A felező síkot csiszoltuk, fényesítettük és marattuk. Ha volt ferrites réteg, annak vastagságát mikroszkópon könnyen mérhettük, mert annak két határoló felülete elég sima és éles volt (1. ábra).

A nem teljesen dekarbonizálódott réteg az edzés következtében martensites volt; ebben a karbontartalom változását a mikrokeménység mérésével állapítottuk meg, felhasználva a martensit keménysége és karbontartalma között fennálló szoros összefüggést. A levegőben izzított próbáknak erősebben, de nem teljesen dekarbonizálódott rétegei többnyire nem voltak tisztán martensitesek, egyrészt, mert a kis karbontartalmú austenit kritikus lehűlési sebessége elég nagy, másrészt azért, mert a reverteg a darab lehűlését lassította. Ezekben a próbadarabokban is akadt mindig elég nagy martensites folt, ahol a keménységet mérhettük (2. ábra).



2. ábra. Levegőben 800 C°-on egy óra hosszat izzított, aztán vízben lehűtött próba felületi rétege, mikrokeménységmérő nyomokkal. Nital, 300 : 1

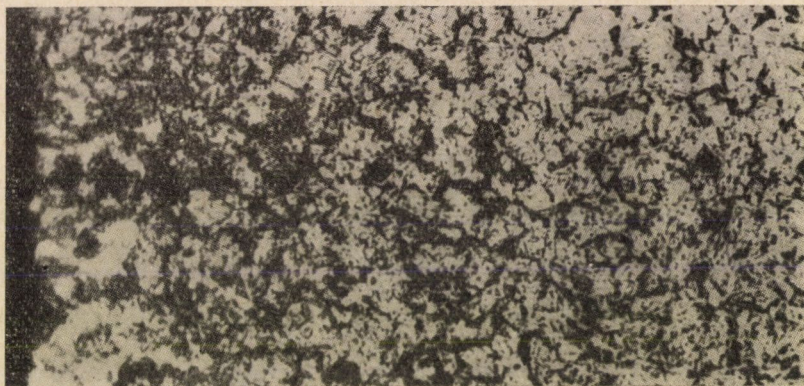


3. ábra. Két, levegőben izzított, aztán vízben lehűtött próba dekarbonizált rétegének mikrokeménysége

A ferrites, valamint a csak részben dekarbonizálódott felületi réteg vastagságát a próbadarabok mindkét oldalán meghatároztuk (3. ábra). A hidrogénben izzított próbák dekarbonizálódott rétegének vastagsága nagyon szabályosan változott, a levegőben izzított próbáké azonban jelentős mértékű szórást mutatott, amint ez az 5. ábrából kitűnik. Ennek a szórásnak valószínűleg az az oka, hogy a reverteleg nem mindig egyformán zárta el a próba felületét a gáztérrel való érintkezéstől. Feltételeztük, hogy mindig a legerősebben dekarbonizálódott próbák mutatják helyesen a folyamat sebességét.

IV. A kísérletek eredménye és értelmezése

A levegőben izzított próbákon ferrites felületi réteg akkor sem képződött, ha az izzítás sokáig tartott; némelyik próbán helyenként volt ugyan némi nyoma



4. ábra. Levegőben 800 C°-on 4 óra hosszat izzított, aztán vízben lehűtött próba felületi rétege. Szórányos ferritnyomok és martensit; összefüggő ferrites kéreg hosszú ideig tartó izzítás után sincsen. Nital, 100 : 1

az ilyen rétegnek (4. ábra), összefüggő réteget azonban egyik próbán sem találtunk.

A dekarbonizálódott rétegnek az eredeti felszíntől mért vastagságát az 5. ábra a dekarbonizáló izzítás időtartamának négyzetgyöke függvényeképpen tünteti fel. A legerősebben dekarbonizálódott próbákra vonatkozó pontok minden hőmérsékleten egyenest határoznak meg; ennek megfelelően állandó hőmérsékleten a dekarbonizált réteg X vastagsága a kezelés I időtartamával az

$$X = k \sqrt{I}$$

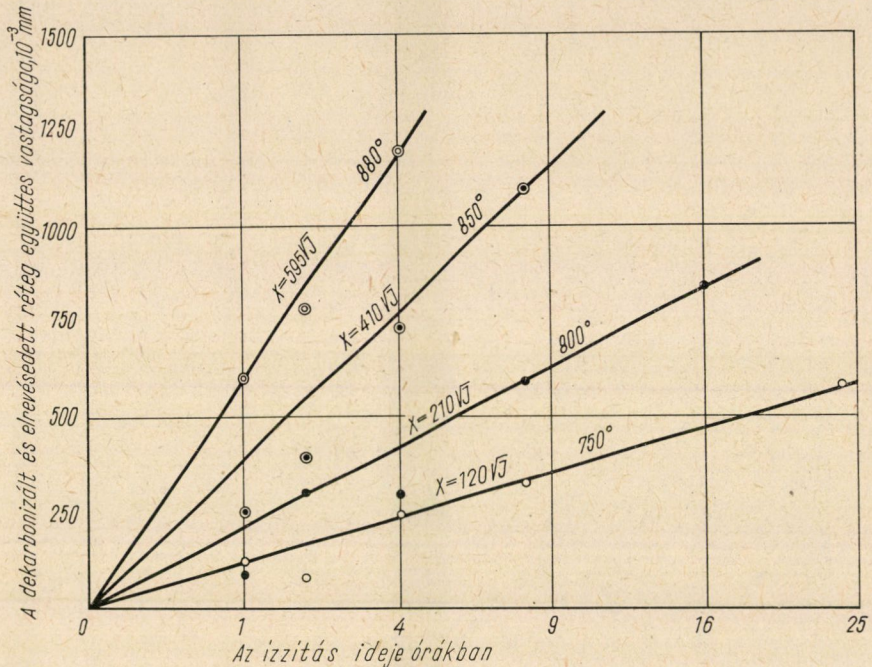
egyenlet szerint függ össze, ahol k a hőmérséklettől függő érték. Az 5. ábrán a kísérleti hőmérsékletekhez tartozó k értékeket is feltüntettük.

Ezek a k értékek jellemzik a dekarbonizálódás egész folyamatának sebességét és annak a hőmérséklettel való összefüggését. Ha k logaritmusát az abszolút hőmérséklet reciprokának függvényeképpen ábrázoljuk (6. ábra), a

pontok egyenes vonalat határoznak meg, amelynek egyenletét a szokásos módon

$$k = 10^{8,7} \exp \left(- \frac{31\,400}{RT} \right)$$

alakban írhatjuk, ahol a 31 400 cal/mol adat annak a részfolyamatnak aktíválási energiája, amely az adott körülmények között a dekarbonizálódás sebes-



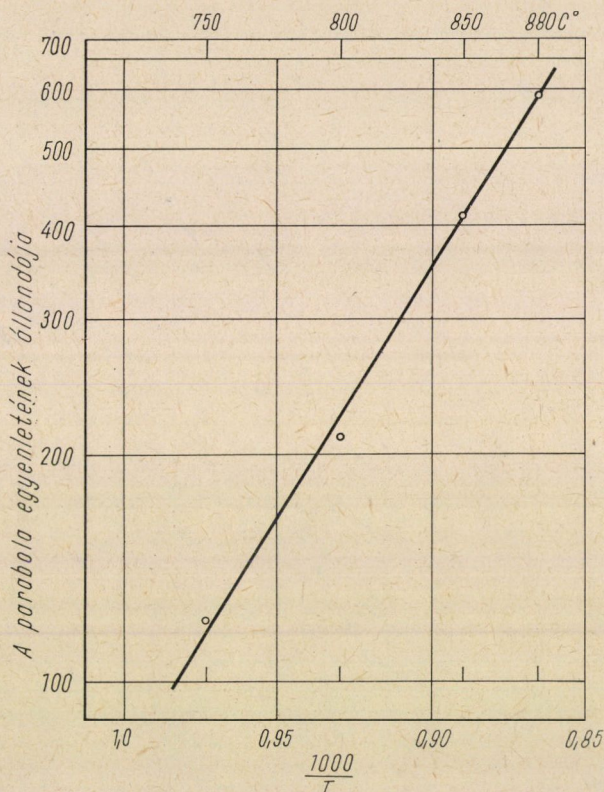
5. ábra. Levegőben izzított próbák dekarbonizálódott rétegének mélysége

ségét megszabja. Fel kell tételeznünk, hogy ezt az értéket az ilyen méréseknél általában számításba veendő, mintegy $\pm 10\%$ -nyi hiba terheli. A figyelembe veendő folyamatok közül a karbonnak austenitben végbemenő diffúzióját jellemzi ehhez legközelebb eső aktiválási energiaérték. WELLS C. és MEHL R. F. [11] 1,1% karbontartalmú austenitben végbemenő diffúzió aktiválási energiáját 36 600, BLANTER M. E. [15] pedig 0,7% karbontartalmú austenitét kerekén 32 000 cal/mol értékkel határozta meg. *Ötvözelen acélnak levegőben 750—900 C°-on végbemenő dekarbonizálódását szabályozó részfolyamat ezek szerint tehát a karbon diffúziója az austenitben, feltéve, hogy az izzítás során ferrites felületű réteg képződésére nem kerül sor.*

Ha a dekarbonizálódáskor ferrites kéreg is képződik, a figyelembe veendő részfolyamatok száma több lesz. Ilyenkor ugyanis a karbonnak a nem

teljesen dekarbonizálódott, austenites rétegben az austenit-ferrit határig kell diffundálnia, itt át kell mennie a ferrites rétegbe és ezen keresztül a felületig diffundálnia, hogy ott a gázzal reagálhasson.

Az ilyen bonyolultabb folyamat eredményeképpen dekarbonizálódott réteg teljes vastagsága állandó hőmérsékleten az idő négyzetgyökével szintén



6. ábra. A levegőben izzított próbák dekarbonizálódásának sebessége a hőmérséklet függvényeképpen

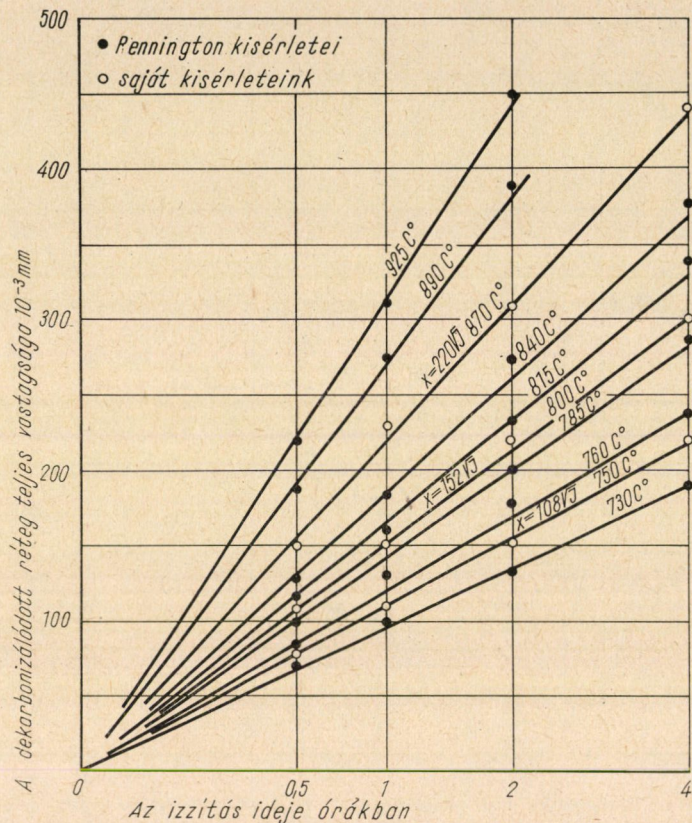
arányos (7. ábra). Ha az 5. és 7. ábrát egymással összehasonlítjuk, azonnal szembetűnik, hogy a hidrogénben végbemenő dekarbonizálódás sebessége a hőmérséklet emelkedése következtében kevésbé nő, mint a levegőben végbemenő hasonló folyamaté; különösen 800 C°-nál nagyobb hőmérsékleten levegőben jóval vastagabb réteg dekarbonizálódik, mint hidrogénben. Az a sokszor hangoztatott nézet, hogy a reveréteg az acélt védi a dekarbonizálódástól, ezek szerint nem minden körülmények között mondható helyesnek.

A 7. ábrán feltüntetett k értékek logaritmusai, az abszolút hőmérséklet reciprokának függvényeképpen ábrázolva, ismét egyenes vonalat határoznak

meg (8. ábra), amelynek egyenlete

$$k = 10^{4,7} \exp\left(-\frac{12\,500}{RT}\right).$$

Az aktiválási energiának ebben szereplő 12 500 cal/mol értéke mintegy harmadrésze annak az energiának, amely a karbon diffúzióját az austenitben szabá-

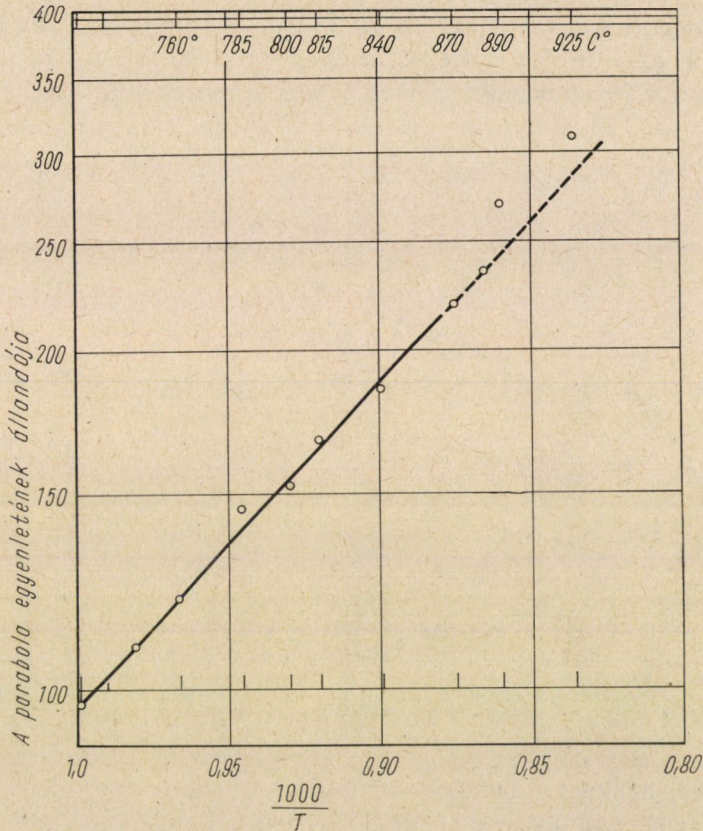


7. ábra. A nedves hidrogénben izzított próbák dekarbonizálódott rétegének teljes mélysége

lyozza. Ferritben a karbon diffúziójának aktiválási energiája WERT C. A. [12] szerint 20 100 cal/mol, szintén jóval nagyobb, mint a 7. ábra adataiból számított érték.

Minden eddig elvégzett vizsgálat azonban teljesen egybehangzóan arra is utal, hogy a kristályhatáron végbemenő diffúzió aktiválási energiája jóval kisebb, mint ugyanannak az elemnek a kristályokon át való diffúziójáé [13]. A karbonnak a ferrit kristályhatárai mentén végbemenő diffúzióját eddig még nem vizsgálták ugyan, ezért közvetlenül nem is igazolható, hogy acélnek hidrogénben való dekarbonizálódását a karbonnak a ferrites kéreg kristály-

határain folyó diffúziója szabályozza. Ismeretes azonban, hogy néhány elemnek rézben és ezüstben való diffundálásakor a kristályhatár menti folyamat aktíválási energiája 40—50 %-kal kisebb, mint a kristályokon át való diffundálásé [13, 14]. A 7. és 8. ábrából meghatározott 12 500 cal/mol érték ugyanennyivel kisebb a Wert-féle 20 100 cal/mol-nál. Ezért elég biztosan arra következtet-

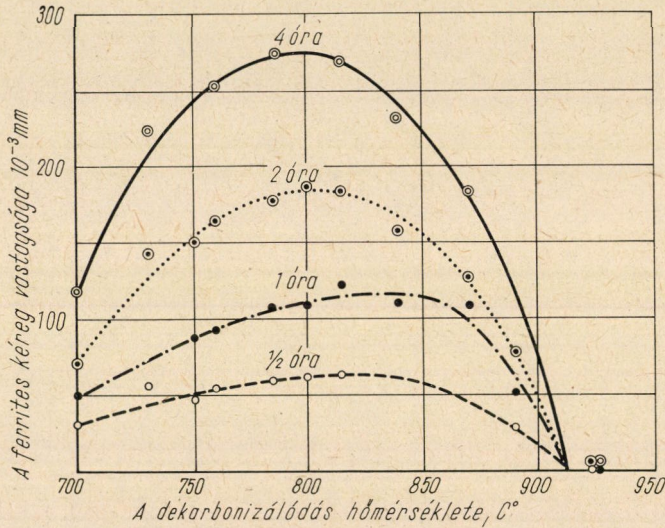


8. ábra. A nedves hidrogénben végbemenő dekarbonizálódás sebessége a hőmérséklet függvényeképpen

hetünk, hogy az ötvözetlen acélnek 750—900 C°-on hidrogénben végbemenő dekarbonizálódásának sebességét a karbonnak a ferrites réteg kristályhatárai mentén végbemenő diffúziója szabja meg.

Ez a megállapítás az első pillanatban meglepőnek tűnhetik, mert hiszen [11 és 12] szerint a karbon diffúziós tényezője ferritben több mint egy nagyságrenddel nagyobb, mint ugyanazon a hőmérsékleten az austenitbe érvényes diffúziós tényező. Az a kérdés merül fel, miért a ferritrétegben gyorsabb diffúzió szabja meg a folyamat sebességét, és miért nem az austenitben végbemenő lassúbb diffúzió.

Ez a látszólagos ellentmondás azonban azonnal elenyészik, ha figyelembe vesszük, hogy a ferrit karbon tartalma csak sokkal szűkebb határok közt változhatik, mint az auzenité, és ezért a ferrites kéregben a karbon koncentrációgradiense is jóval kisebb, mint a nem teljesen dekarbonizálódott auzenites rétegben. A diffúciónak ugyanis azt a karbonmennyiséget kell a ferrites rétegen át a felületre juttatnia, amely az auzenitból a ferrites réteg határán kerül a ferritbe. Ez más szóval azt jelenti, hogy FICK első egyenletével azt kell megvizsgálnunk, hogy a diffúzió irányára merőleges sík cm^2 -én egyforma idő alatt mennyi karbon diffundálhat a ferritben és mennyi az auzenitben.



9. ábra. A nedves hidrogénben izzított próbák ferrites kérgének mélysége

Vegyük példaként a 800 C°-on 2 óra hosszát izzított próba adatait; a 7. ábra értelmében a dekarbonizált réteg teljes vastagsága $220 \cdot 10^{-4}$ cm, a 9. ábra szerint pedig a ferrites rétege $190 \cdot 10^{-4}$ cm; a csak részben dekarbonizálódott és az izzítás hőmérsékletén auzenites állapotú réteg vastagsága ennek következtében $(220 - 190) \cdot 10^{-4} = 30 \cdot 10^{-4}$ cm. A ferrites és auzenites réteg érintkezési felületén a ferrit a vas—karbon-rendszer diagramja (10. ábra) értelmében mintegy 0,01% karbon tartalmazhat, az auzenit karbon tartalma a GOS vonalnak 800 C°-hoz tartozó pontja szerint 0,40%. Ezeknek az adatoknak a felhasználásával már összehasonlíthatjuk a ferritben és az auzenitben diffundáló karbon mennyiségét.

A ferritben az időegység alatt a felület felé diffundáló karbon mennyisége

$$\frac{\Delta M}{\Delta I} = -D_F \frac{\Delta c_F}{x_F} = -D_F \frac{0,01}{190 \cdot 10^{-4}}$$

ahol ΔM a karbon diffundáló mennyisége, Δc_F a ferrites rétegben fennálló koncentráció különbség, X_F pedig a ferrites réteg vastagsága; D_F a diffúziós tényező, a negatív előjel pedig arra utal, hogy a diffúzió iránya a koncentráció növekedésének irányával ellentétes.

A csak részben dekarbonizált, az izzítás hőmérsékletén austenites állapotú rétegben

$$\frac{\Delta M}{\Delta I} = -D_A \frac{\Delta c_A}{x_A} = -D_F \frac{0,8 - 0,4}{30 \cdot 10^{-4}} .$$

A jelölések értelme ugyanaz, mint fentebb, az „A” index pedig arra utal, hogy austenitre vonatkozó adatokról van szó. Az átlagos koncentráció-gradiens kiszámítása céljából az austenit eredeti karbontartalmát 0,8%-kal, annak legkisebb karbontartalmát, a ferrites réteg határán, 0,4%-kal vettük számításba.

A karbonnak a ferritben való diffúziója a dekarbonizálódás egész folyamatának sebességét csak akkor szabhatja meg, ha a ferritben kevesebb karbon diffundál, mint az austenitben. Más szóval, a

$$D_A \frac{0,4}{30 \cdot 10^{-4}} > D_F \frac{0,01}{190 \cdot 10^{-4}}$$

egyenlőtlenségnek érvényesnek kell lennie. Ha az egyenlőtlenség mindkét oldalát elosztjuk D_F szorzójával, végül a

$$250 D_A > D_F$$

eredményt kapjuk. Az egyenlőtlenség szerinti feltétel teljesül, ha a diffúzió a ferritben és az austenitben a kristályokon át megy végbe, minthogy D_F nem egészen százszor akkora, mint D_A . A valóságban a ferrites és az austenites réteg határa közelében a karbonkoncentráció gradiense még jóval nagyobb, mint a számításba vett átlagos érték, ezért az egyenlőtlenségben rejlő feltétel még inkább teljesül. A karbon diffúzióját a határfelület közelében szabályozó koncentráció-gradiens a folyamat kezdetén a legnagyobb és idővel fokozatosan csökken.

A fenti gondolatmenet csak az austenit- és a ferritkristályokon át végbe menő diffúzióra érvényes. Azt is meg kellene vizsgálnunk, hogyan viszonylik egymáshoz a karbonnak az a mennyisége, amely az austenitben a kristályokon át, a ferritben pedig a kristályhatárok mentén az időegység alatt diffundálhat. Ismeretes ugyanis, hogy a kristályhatárt követő diffúzió sebessége több nagyságrenddel nagyobb lehet, mint ugyanannak az elemnek a kristályokon át való diffundálásáé [13]. A kristályhatár menti diffúzióval vándorló ötvözőelem mennyiségét azonban az a körülmény csökkenti erősen, hogy a kristályhatárok csak szűk csatornák, amelyeknek szélessége mintegy $5 \cdot 10^{-8}$ cm. Ha a kristályok átmérője 0,01 cm, akkor a kristályhatárok hosszúsága 1 cm^2 csiszolaton mintegy 400 cm, a kristályhatárokat követő diffúzió számára

nyitott csatornák összes keresztmetszete pedig $400 \cdot 5 \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$. A kristályhatár menti diffúzió tehát a teljes fémkeresztmetszetnek csupán 10^{-5} — 10^{-4} részén megy végbe, és ugyanilyen arányban lehet gyorsabb a kristályhatár menti diffúzió a kristályokon át végbemenőnél a fenti egyenlőt-lenségben foglalt feltétel felborítása nélkül. Ha a ferrit szemnagysága csökken, a kristályok felülete és a diffúziós csatornák keresztmetszete is megnő; bizonyos határon túl, nagyon finom szemnagyságú ferritben a kristályhatáron diffundáló karbon mennyisége esetleg annyira növekedhetik, hogy az austenitben végbemenő diffúzió veszi át a dekarbonizálódást irányító szerepet.

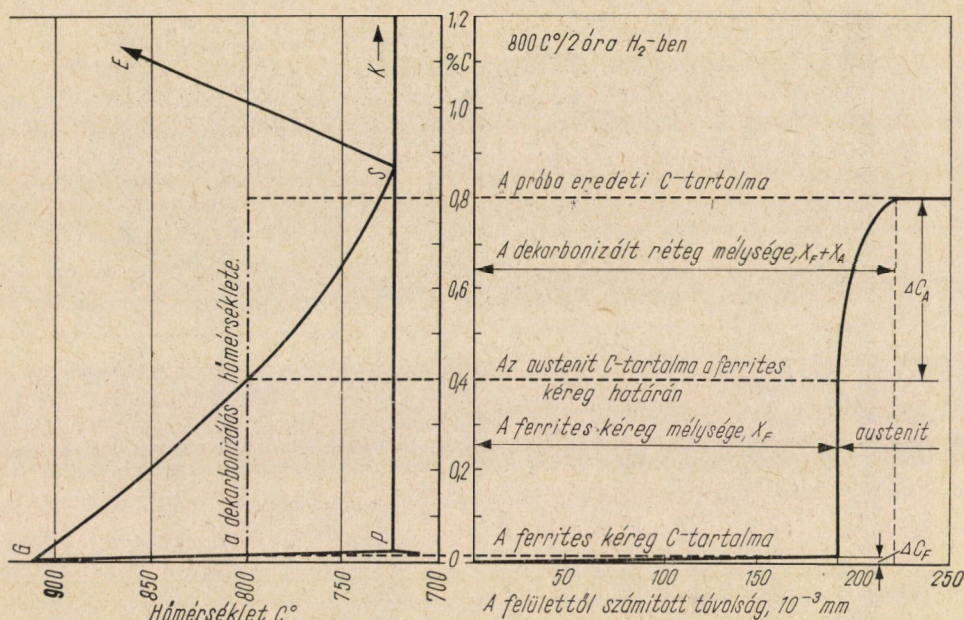
A karbonnak a ferrit kristályhatárai mentén való diffúziójának sebességét nem ismerjük pontosan, ezért az ilyen számítás sem végezhető el a kellő biztonsággal. A dekarbonizálódás egész folyamatának sebességét és annak a hőmérséklettel való összefüggését jellemző 12 500 cal/mol aktiválási energia nagy valószínűséggel a karbonnak a ferrit kristályhatárai mentén végbemenő diffúziójához tartozik; csak annyit állapíthatunk meg, hogy a kísérleteink során a ferrites kéreg szemnagyságának, valamint a kristályhatáron és a kristályokon keresztül végbemenő diffúzió sebességének olyan értékei voltak, hogy a kristályhatár menti diffúzió irányító hatása érvényesülhetett. A 7. és 8. ábra adatai, azok szabályos változása a hőmérséklettel arra mutat, hogy az egész folyamat sebességét egyetlen részfolyamat szabta meg.

V. A ferrites felületi réteg képződésének körülményeiről

Az acélgyártmányok felületi dekarbonizálódása nem kívánatos jelenség, még kevésbé kívánatos a tisztán ferrites, sugaras szerkezetű (néha csapkristályosnak is nevezett) nagyon lágy felületi réteg jelenléte. Ennek a rétegnek képződése a futólag már említett 9. ábra adatai értelmében dekarbonizáló, de nem oxidáló hatású gázban 910 C° -nál, a színvas A_3 pontjánál kisebb hőmérsékleten lehetséges; 800 — 850 C° -on a legvastagabb. Ennek a felületi rétegnek a ferritkristályai a dekarbonizálódás hőmérsékletén austenitből képződnek; ennek a következménye, hogy a határaik a darab felületére nagyjából merőlegesek, tehát egybeesnek a karbon diffundálásának irányával.

A_1 -nél kisebb hőmérsékleten, a 9. ábra szerint például 700 C° -on is jelentkezik vékony ferrites kéreg; ennek kristályai legalább részben azonosak az acélban a dekarbonizáló izzítás előtt már meglévő ferritkristályokkal, ezért nem is lehet sugaras szerkezetű, mint a 723 — 910 C° -on képződő ferrites kéreg.

910 C° -nál nagyobb hőmérsékleten a 9. ábra értelmében ferrites felületi réteg nem képződik; ennek az az oka, hogy ilyen hőmérsékleten a dekarbonizált réteg egészen a darab felületéig austenites marad, és ebben az egységes szerkezetű rétegben a karbon zavartalanul diffundálhat egészen a felületig. Itt a karbontartalom a gáz összetételének és hőmérsékletének megfelelő



10. ábra. A dekarbonizált réteg karbon tartalmának és szerkezetének összefüggése az egyensúlyi diagrammal, ha ferrites felületi réteg is van

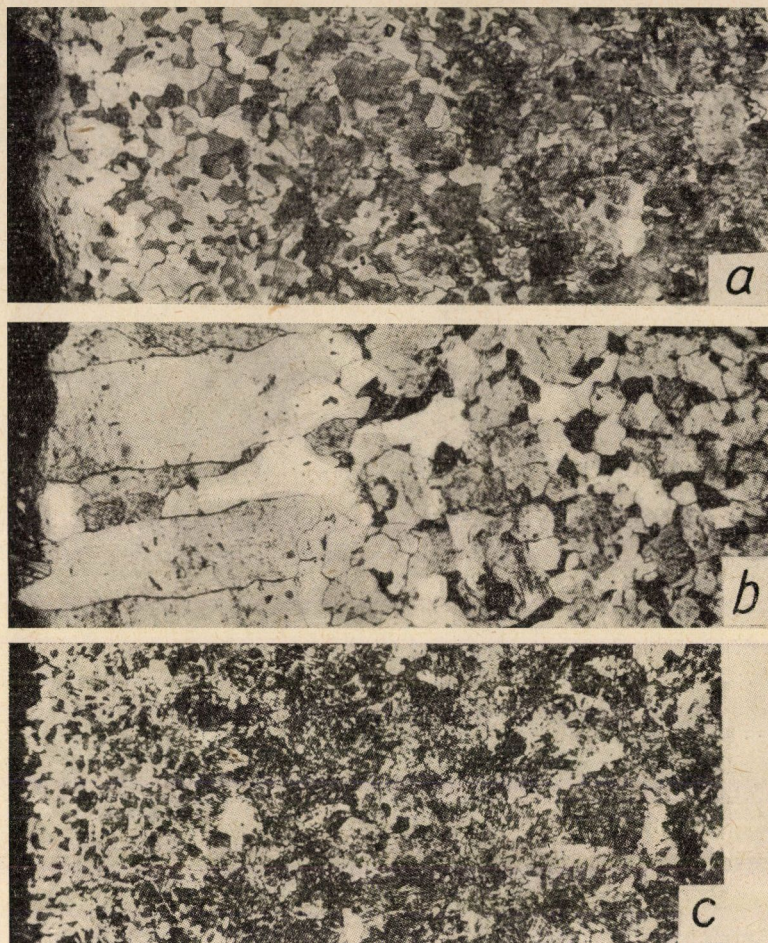
egyensúlyi értékig csökken; a dekarbonizáló izzítást követő lehüléskor az austenit átalakul, például ferrit—perlites szövétté.

Az A_1 -nél kisebb, az A_1 — A_3 közötti és az A_3 -nál nagyobb hőmérsékleten hidrogénben végzett izzításkor létrejövő felületi rétegnek ezt a leírt jellegzetes különbségét a 11. ábrán szemléltetjük.

Ha a dekarbonizáló gáz oxidális, akkor a tisztán ferrites kéreg kialakulásának feltételei még eggyel szaporodnak: a ferrites kéregnek gyorsabban kell vastagodnia a dekarbonizálódás következtében, mint amilyen sebességgel azt a revésedés fogyasztja, vékonyítja. Ez a feltétel a lassan áramló levegőben végzett kísérleteink során nem teljesült, ezért a próbáinkon ferrites kéreg nem maradhatott.

A gyakorlatban a dekarbonizálódás körülményei bonyolultabbak, mint amilyenek a kísérleteinkben voltak; rendszerint nem állandó, hanem kisebb-nagyobb sebességgel csökkenő hőmérsékletű acél kerül érintkezésbe dekarbonizáló gázzal, legtöbbször levegővel. Ilyenkor természetesen a folyamat eredményét sem könnyű előre látni. Elég biztosan csak egy következtetést vonhatunk le: ha el akarjuk kerülni a tisztán ferrites, sugaras szerkezetű felületi réteg képződését, mindenképpen arra kell törekednünk, hogy a kérdéses gyártmány 723—910 C°-on minél kevesebb ideig érintkezzék dekarbonizáló hatású gázzal.

*



11. ábra. a) hidrogénben 950 C°-on izzított próba felületi rétege, kifelé csökkenő mennyiségű perlitel; b) hidrogénben 800 C°-on izzított próba felületi rétege, sugaras szerkezetű ferrites kéreg, azon belül fokozatosan szaporodó mennyiségű perlit; c) hidrogénben 650 C°-on izzított próba felületi rétege, nem sugaras helyzetű ferrit és befelé szaporodó mennyiségű perlit. Valamennyi Nital, 125 : 1

A közleményben ismertetett kísérletek és mérések egy részét SÓLYOM Jenő okl. kohómérnök, egyetemi tanársegéd végezte.

IRODALOM

1. BAUKLOH, W.—KNAPP, B.: The mechanism of the reaction between hydrogen and carbon in steel. *I. St. Inst., A. Carn. Schol. Mem.* 27 (1938), 149.
2. BAUKLOH, W.—v. KRONENFELS, W.: Wasserstoffentkohlung reiner Eisen-Kohlenstoff-Legierungen und legierter Stähle. *Arch. Eisenhüttenw.* 11 (1937—38), 149.
3. BAUKLOH, W.—KNAPP, B.: Der Ablauf der Umsetzung zwischen Wasserstoff und Kohlenstoff im Eisen. *Arch. Eisenhüttenw.* 12 (1938—39), 405.

4. BAUKLOH, W.—SCHULTE, F.—FRIEDERICH, H.: Beitrag zur Klärung der Vorgänge beim entkohlenden Glühen von Temperguss in Kohlenoxyd-Kohlendioxyd-Gemischen. *Arch. Eisenhüttenw.* 16 (1942—43), 349.
5. BAUKLOH, W.—FOROUD, A. K.: Die Entkohlung von Guss- und Tempereisen in Wasserstoff-Wasserdampf-Gemischen. *Arch. Eisenhüttenw.* 16 (1942—43), 355.
6. PENNINGTON, W. A.: A mechanism of surface decarburisation of steel. *Trans. Am. Soc. Met.* 37 (1946), 48.
7. LAUPRECHT, W.—RÄDEKER, W.: Die Auf- und Entkohlung der Randzone unlegierter und legierter Stähle zwischen 900 und 1200° C. *Arch. Eisenhüttenw.* 33 (1962), 371.
8. HARRIS, F. E.: Reactions between hot steel and furnace atmospheres. *Metal Progress* 47 (1945), 84.
9. MOREAU, J.—CAGNET, M.: Étude du calaminage de billettes. *Rev. Mét.* 54 (1957), 383.
10. WAGNER, C.: Die physikalisch-chemischen Grundlagen der Entkohlung und Zunderung des Stahles. *Arch. Eisenhüttenw.* 11 (1937—38), 449.
11. WELLS, C.—MEHL, R. F.: Rate of diffusion of carbon in austenite. *Trans. AIME* 140 (1940), 279.
12. WERT, C. A.: Diffusion coefficient of carbon in alpha-iron. *Phys. Rev., Ser. 2.* 79 (1950), 601.
13. LACOMBE, P.: La diffusion intergranulaire et ses relations avec la structure, a la diffusion dans les métaux cimmü gyűjteményben. Párizs 1957, 23.
14. MCLEAN, D.: Grain boundaries in metals. Oxford 1957, 219.
15. БЛАНТЕР, М.: Диффузия углерода в аустените. *Журнал технической физики* (1947), No. 11

NUMERIKUS ELJÁRÁS TELJESEN SZABAD PEREMSZAKASSZAL BÍRÓ TRANZLÁCIÓS HÉJAK SZÁMÍTÁSÁRA

CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

Szerző a teljesen szabad peremszakasszal bíró membránhéjak számítására a differencia-egyenletek módszerén alapuló közelítő eljárást mutat be. A számítást a szabad peremszakasszal szomszédos rácspontokból indítja el. Itt a feszültségfüggvény értékét a feladat kerületi feltételeinek felhasználásával állapítja meg, a többi rácspontban pedig a feladat differencia-egyenletének segítségével határozza meg. A számítás során fokozatosan halad a szabad peremszakasztól a héj belseje felé. Minden számítási lépés közvetlenül adja meg a feszültségfüggvény egy-egy további rácspontbeli végleges értékét.

1. Bevezetés

Az alábbiakban translációs felület szerint alakított oly membránhéjakkal foglalkozunk, melyek pereme két különböző jellegű szakaszból: egy teljesen szabad és egy teljesen megtámasztott szakaszból tevődik össze. A *teljesen szabad* peremszakaszon a héjhoz semmiféle támasztószerkezet (peremív, peremgerenda) sem csatlakozik, tehát a peremszakasz mentén nem keletkezhetnek sem nyíróerők, sem a peremvonalra merőleges derékerők. A *teljesen megtámasztott* peremszakaszon viszont a héj oly szerkezetekhez csatlakozik, melyek ott mindenféle membránerő (nyíróerő és a peremvonalra merőleges derékerő) létrejöttét lehetővé teszik.

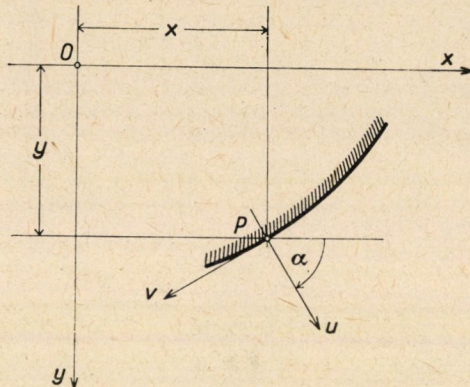
A szóban forgó héjak az építő gyakorlatban igen változatos alakban és elrendezésben kerülnek alkalmazásra. Igen célszerűen használhatók ezek előtetők, lepketető készítésére, valamint különféle összetett alakzatok, főként sokszögalaprajz fölé szerkesztett keresztboltozatszerű tetők előállítására is.

A szabad peremszakasszal bíró translációs héjak számításával — a sokirányú gyakorlati alkalmazhatóság ellenére — eddig csak mindössze néhány dolgozat foglalkozott [1—3]. E dolgozatok közül az [1] és [2] alattiak csak a hiperbolikus paraboloid alakú héj esetét tárgyalják, a [3] dolgozat viszont a hiperbolikus paraboloid alakú héjak közül is csak azokra vonatkozik, melyek peremvonala a szabad peremszakaszon függélyes síkú paraboláív.

A jelen tanulmány a szabad peremszakasszal bíró translációs héjakat általános keretek közt tárgyalja. Számításukra egyszerűen kezelhető numerikus eljárást mutat be.

2. A szabad peremszakasz feszültségi állapota

A membránhéjak szabad peremszakaszán keletkező feszítőerők meghatározásához vegyük szemügyre egy ilyen fajta héj teljesen szabad peremszakaszának az 1. ábrán feltüntetett részletét. Jelöljük a peremszakasz valamely P pontjában a peremvonal külső normálisát u betűvel, a peremvonal érintőjét v betűvel, az u , v irányú redukált feszítőerőket pedig n_u , n_{uv} , n_{vu} , n_v betűjellel.



1. ábra. A teljesen szabad peremszakasz egy részlete

Mint hogy a P pontban a héjperem teljesen szabad, ott

$$n_u = 0, \quad n_{uv} = n_{vu} = 0. \quad (1)$$

Így a P pont környezetéből kihalított $du \cdot dv$ héjelemre ható függélyes erőalkotókra vonatkozó egyensúlyi feltétel csak akkor teljesülhet, ha ott

$$n_v \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} + Z = 0. \quad (2)$$

A fenti képletben z a héj középfelületének függélyes ordinátáját, Z pedig a héjra ható függélyes megoszló tehernek a héj alaprajzi területére vonatkoztatott fajlagos értékét jelenti a P pontban.

A (2) képlet szerint

$$n_v = - \frac{Z}{\partial^2 z / \partial v^2}, \quad (3)$$

feltéve, hogy a P pontban

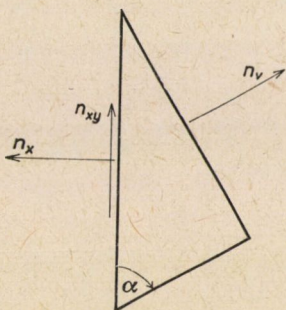
$$\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \neq 0. \quad (4)$$

Az ellenkező esetben, vagyis olyankor, amidőn a P pontban

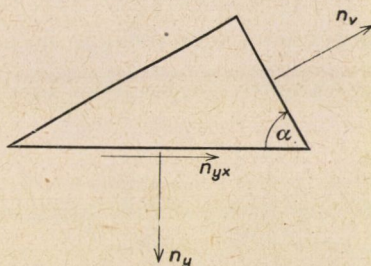
$$\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} = 0, \quad (5)$$

a (2) képlet csak akkor használható, ha a (2) képlet számlálója szintén zérus. Ebben a különleges esetben a (2) képlet jobb oldala $0/0$ alakúvá lesz. Ilyenkor n_v értékére a határátmenet elvégzésével következtethetünk.

A továbbiakban célszerű a szabad héjperem feszültségi állapotát az u és v irányú redukált feszítőerők helyett az x , y irányú n_x , n_{xy} , n_{yx} és n_y redukált



2. ábra. Az n_x , n_{xy} és n_v redukált feszítőerők



3. ábra. Az n_y , n_{yx} és n_v redukált feszítőerők

feszítőerőkkel jellemezni. Utóbbiakat a 2. és 3. ábrán feltüntetett héjelemre ható erők x , illetve y irányú vetületeire vonatkozó egyensúlyi feltétel segítségével határozhatjuk meg. A 2. ábra szerint

$$n_x = n_v \sin^2 \alpha, \quad (6)$$

$$n_{xy} = -n_v \sin \alpha \cdot \cos \alpha,$$

a 3. ábra szerint pedig

$$n_{yx} = -n_v \sin \alpha \cdot \cos \alpha, \quad (7)$$

$$n_y = n_v \cos^2 \alpha.$$

Ugyanakkor a (3) képletben szereplő $\partial^2 z / \partial v^2$ értéket az x , y irányú másodrendű deriváltakkal így fejezhetjük ki:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \sin^2 \alpha - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cos^2 \alpha.$$

Ha ezt az értéket (3)-ba, majd pedig v így nyert képletét (6) és (7)-be behelyettesítjük, a teljesen szabad peremszakasz mentén működő n_x , n_{xy} , n_{yx} , n_y redukált feszítőerőkre az alábbi képleteket kapjuk:

$$\begin{aligned}
 n_x &= - \frac{Z \sin^2 \alpha}{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \sin^2 \alpha - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cos^2 \alpha}, \\
 n_{xy} = n_{yx} &= \frac{Z \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \sin^2 \alpha - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cos^2 \alpha}, \\
 n_y &= - \frac{Z \cos^2 \alpha}{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \sin^2 \alpha - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cos^2 \alpha}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Ezek a képletek is, természetesen, általában csak akkor alkalmazhatók, ha a képletek jobb oldalán álló tört nevezője zérustól eltérő értékű.

3. A feladat alapegyenletei

Az eddigiekben az egymásra merőleges x , y irányokat illetően semmi megszorítást sem tettünk, tehát az $O(x, y, z)$ koordináta-rendszer egymásra merőleges x és y tengelyeit az alaprajzi síkon tetszőleges helyzetben jelölhetjük ki. Ezzel szemben a következőkben az x , y tengelyeket különleges módon tűzzük ki, mégpedig úgy, hogy az xz , illetve yz koordinátasíkok párhuzamosak legyenek a translációs héj középfelületét leíró vezérgörbék síkjával.

A héj feszültségi állapotát az x , y irányú redukált feszítőerőkkel fogjuk jellemezni. Ezek az n_x , n_{xy} , n_{yx} , n_y feszítőerők a héj Pucher-féle $F = F(x, y)$ feszültségfüggvényével a következő ismert kapcsolatban állanak:

$$\begin{aligned}
 n_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \\
 n_{xy} = n_{yx} &= - \frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y}, \\
 n_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Mint hogy esetünkben a héj különleges alakja, illetve a koordináta-rendszer különleges kitűzése folytán

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0, \tag{10}$$

a feszültségfüggvény ismert differenciálegyenlete a következő egyszerű alakot ölti:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + Z = 0. \tag{11}$$

A teljesen szabad héjperem mentén a redukált feszítőerők a (8) képleteknek tartoznak megfelelni. Ez a követelmény a (9) és (10) alattiak figyelembevételével a feszültségfüggvényre nézve a következő kerületi feltételeket állapítja meg:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= - \frac{Z \sin^2 \alpha}{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \sin^2 \alpha + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cos^2 \alpha}, \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} &= - \frac{Z \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \sin^2 \alpha + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cos^2 \alpha}, \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= - \frac{Z \cos^2 \alpha}{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \sin^2 \alpha + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cos^2 \alpha}.\end{aligned}\tag{12}$$

A fenti képletek az előzőleg mondottak értelmében általában csak akkor alkalmazhatók, ha

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \sin^2 \alpha + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cos^2 \alpha \neq 0.$$

Épp ezért azokat az eseteket, melyekben a szabad peremvonal valamely pontjában

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \sin^2 \alpha + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cos^2 \alpha = 0,$$

tárgyalásainkból kirekesztjük.

A (12) képletek az F függvény második deriváltjait a teljesen szabad peremvonal minden pontjában eleve meghatározzák. E képletek kiegészítéseként ideiktatjuk még a [4] alatti tanulmányban a teljesen szabad peremvonal pontjaira igazolt

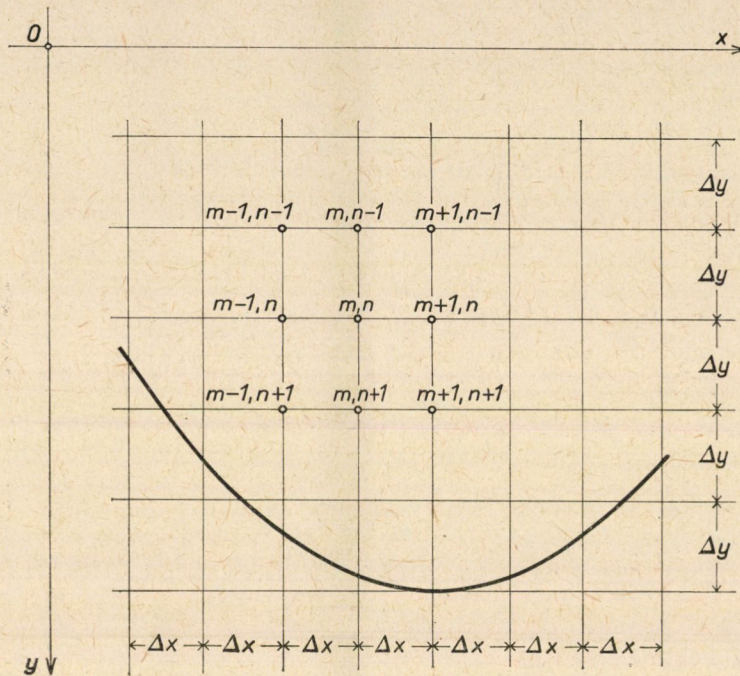
$$\begin{aligned}F &= 0, \\ \frac{\partial F}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial F}{\partial y} &= 0\end{aligned}\tag{13}$$

képleteket is, melyek az F függvénynek és első deriváltjának a szabad peremvonal menti értékeit szabják meg.

A (12) és (13) képletek birtokában a feszültségfüggvény értéke, valamint e függvény első és második deriváltjainak értéke a teljesen szabad héjperem minden pontjában eleve ismereteseknek tekinthető.

4. A feladat megoldása

A $Z = Z(x, y)$ teherrendszer hatására keletkező redukált feszítőerők meghatározására közelítő eljárást, nevezetesen a differenciaszámítás módszerét alkalmazzuk. Ennek során a (11) differenciálegyenletben szereplő $\partial^2 F/\partial x^2$ és $\partial^2 F/\partial y^2$ differenciálhányadosokat a megfelelő differenciáhányadosokkal helyettesítjük.



4. ábra. A héjalaprajzon kijelölt derékszögű hálózat

A differenciaszámítás céljaira a héjalaprajzra az x , illetve y tengelyekkel párhuzamos rudakból álló oly rácsozatot fektetünk, melynek rácstávolsága az x irányban Δx , az y irányban pedig Δy (4. ábra). E rácsozat x , illetve y irányban futó rudait sorszámokkal látjuk el. Az m -edik x irányú és n -edik y irányú rácsrúd metszéspontját mn rácspontnak nevezzük. Az F függvény mn rácspontbeli értékét pedig F_{mn} betűjellel jelöljük. Hasonló jelölést alkalmazunk a többi rácspontban is.

A fenti jelölést alkalmazva, a (11) differenciálegyenlet helyett az M pontban az alábbi differenciaegyenletet írhatjuk:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{F_{m,n-1} - 2F_{m,n} + F_{m,n+1}}{\Delta y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot \frac{F_{m-1,n} - 2F_{m,n} + F_{m+1,n}}{\Delta x^2} + Z = 0. \quad (14)$$

Ugyanilyen szerkezetű egyenlet írható fel természetesen a rácsozat többi rácspontjaira is.

A fentiek szerint felállítható egyenletrendszer megoldásához ismernünk kell az F függvény értékét a kerületi pontok közelében fekvő rácspontokban. A szóban forgó értékek közelítő meghatározására a kontúrvonal alaprajzi vetületének a rácsozati vonalakkal való metszéspontjaiból indulunk ki. E pontokban az F függvényt Taylor-sorba fejtjük, de e sorból a második deriváltaknál magasabb deriváltakat tartalmazó tagokat elhagyjuk. A számítás céljaira mindenkor a szóban forgó rácsponthoz legközelebb eső metszéspontból indulunk ki. Ha pl. az A rácspontban keressük az F függvény közelítő értékét (5. ábra) — ezt F_A -val jelöljük —, akkor a szomszédos C és D metszéspontok közül a C pontból indulunk el, mert ez fekszik a két pont közül az A ponthoz közelebb. Az F függvénynek, továbbá a $\partial F/\partial y$, illetve $\partial^2 F/\partial y^2$ deriváltaknak C pontbeli értékét F_c , $\partial F_c/\partial y$, illetve $\partial^2 F_c/\partial y^2$ betűjellel jelölve, a sorfejtés ilyen alakú lesz:

$$F_A = F_c + \frac{\partial F_c}{\partial y} y_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F_c}{\partial y^2} y_1^2 + \dots$$

Ámde a (13) alattiak szerint (a szabad peremszakaszon fekvő pontról lévén szó)

$$F_c = 0, \quad \frac{\partial F_c}{\partial y} = 0,$$

úgyhogy F_A végeredményben ekként számítható:

$$F_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F_c}{\partial y^2} y_1^2. \quad (15)$$

Hasonló módon eljárva, az F függvény B pontbeli értéke

$$F_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F_c}{\partial y^2} y_2^2, \quad (16)$$

az E pontbeli függvényérték pedig

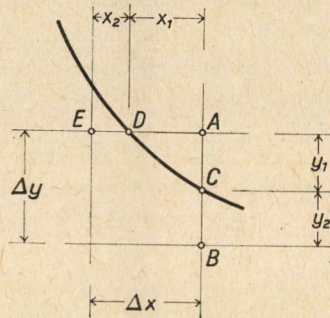
$$F_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F_c}{\partial x^2} x_2^2. \quad (17)$$

A fenti módszer segítségével a számítás *bevezető lépéseként* először az F függvény értékét a szabad peremszakasz alaprajzi vetületével szomszédos rácspontokban állapítjuk meg.

A számítás további lépéseiben az F függvény értékét a többi rácspontokban a (14) differenciaegyenlet segítségével határozzuk meg. A számítást lépésről lépésre végezzük el, oly módon választván meg a lépések sorrendjét, hogy a (14) differenciaegyenletben szereplő öt F érték közül mindig csak egy legyen

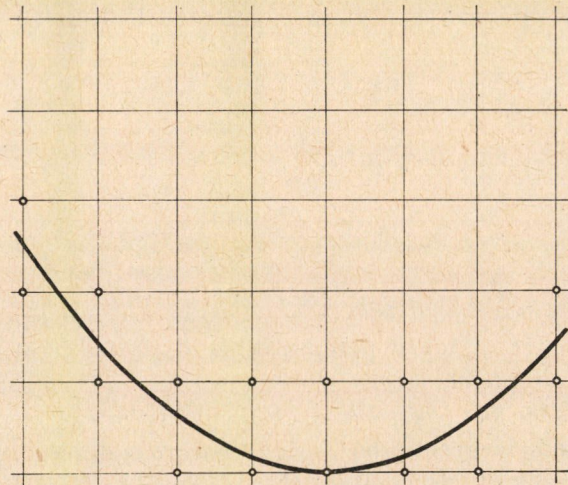
ismeretlen. Így ezt az egyetlen ismeretlent a differenciaegyenletből azonnal kiszámíthatjuk. Ha pl. (4. ábra) az F_{mn} , $F_{m-1,n}$, $F_{m+1,n}$, $F_{m,n-1}$ és $F_{m,n+1}$ értékek közül csupán $F_{m,n-1}$ ismeretlen, akkor a (14) egyenlet erre megoldva, ezt ekként számíthatjuk ki:

$$F_{m,n-1} = 2F_{mn} - F_{m,n+1} - \frac{\Delta y^2}{\partial^2 z / \partial x^2} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot \frac{F_{m-1,n} - 2F_{m,n} + F_{m+1,n}}{\Delta x^2} + Z \right). \quad (18)$$

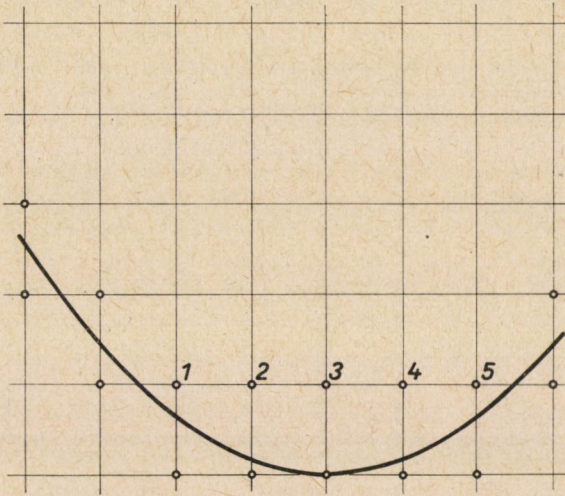


5. ábra. A peremvonallal szomszédos rácspontok

A számítás részleteit ábrákon óhajtjuk ismertetni. A számítás kezdő lépéseiben sorra veendő rácspontokat a 6. ábrán kis körökkel tüntettük fel. Ezen pontokban F értékét a (15)–(17) egyenletekhez hasonló egyenletekkel

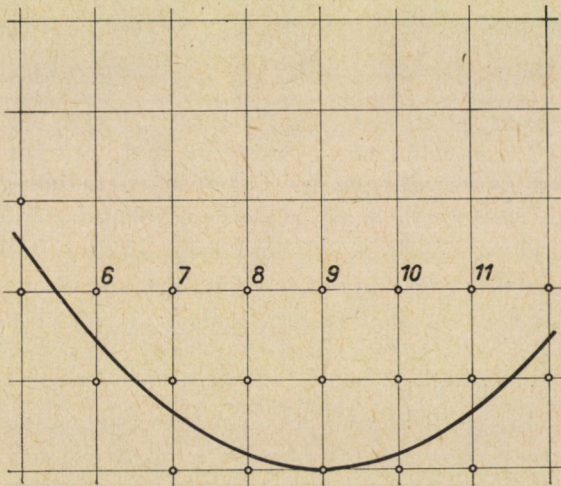


6. ábra. A számítás bevezető lépésében meghatározandó F értékek



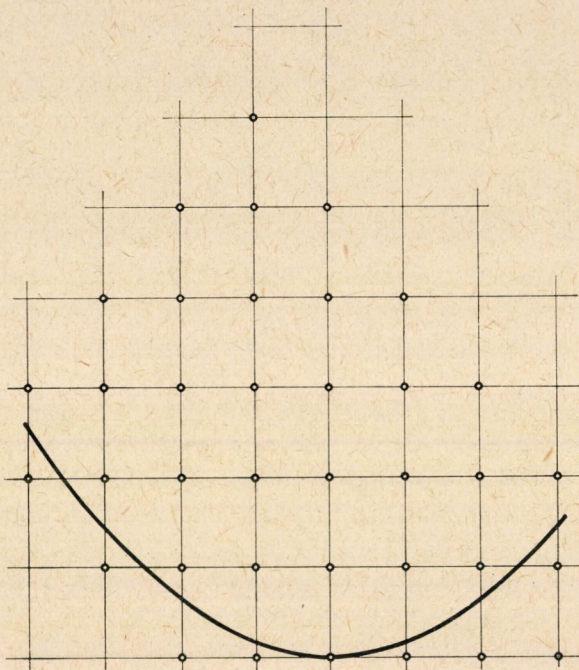
7. ábra. A számítás bevezető lépését követő számítási lépések sorrendje

határozzuk meg. A számítás következő lépéseiben a 7. ábrán arab számokkal jelzett pontokra sorra felírjuk a (14) egyenletet. Az így nyert egyenleteket egymás után megoldva, most már az F értékek a 8. ábrán kis körökkel jelzett pontokban válnak ismeretessé. Ugyanezen az ábrán arab számok jelölik, hogy a (14) egyenletet mely további pontokra kell alkalmazni. A számítást hasonló lépésekben folytatva tovább, rendre megkapjuk F értékét a 9. ábrán kis körrel jelzett valamennyi rácspontban.



8. ábra. A számítás további lépéseinek sorrendje

Mint látható, az a mező, melyben az F értékek a fent leírt módszerrel meghatározhatók, a szabad peremtől távolodva ékszerűen egyre szűkül. E mező méretei azonban kétféle módon könnyen kiterjeszthetők. A kiterjesztés egyik módja abból áll, hogy a szabad peremszakaszt jobbra, balra képzeletben meghosszabbítjuk, s a számítást az ekként kiszélesített alapról indítjuk el. Ezáltal



9. ábra. A számítás során meghatározható F értékek

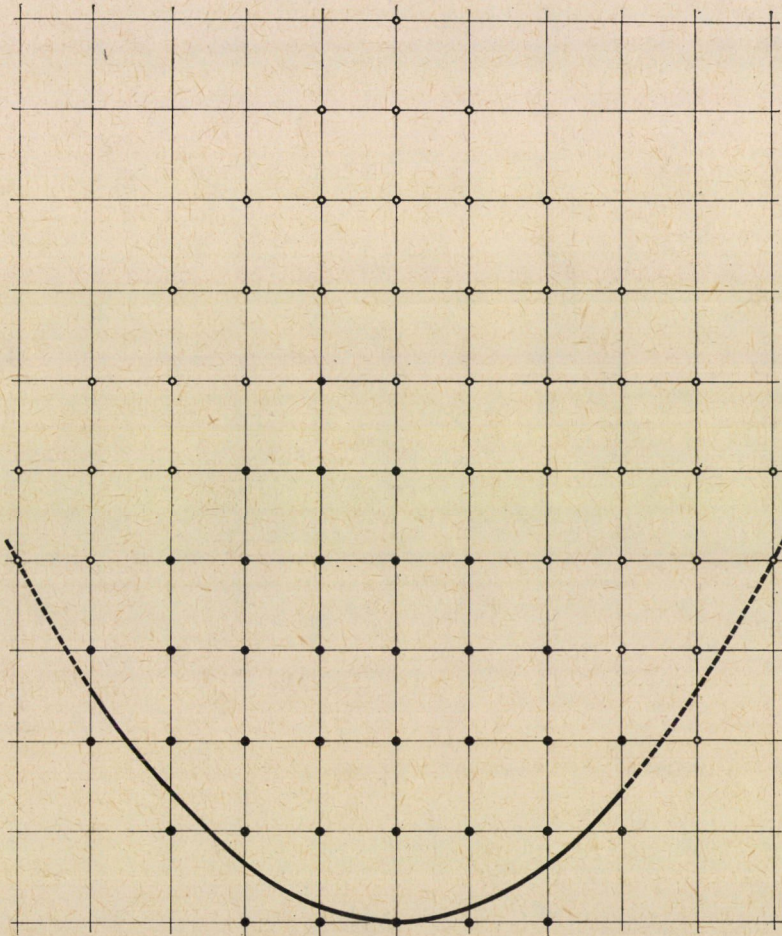
az előzőleg említett ék alakú mező szélessége is, mélysége is megnövekszik. A mező kiterjesztésének másik módja a rácsosztás egyirányú sűrítése. Ha pl. a 9. ábrán feltüntetett esetben oly rácsot alkalmaznánk, melynek rácsosztása az x irányban az eddigi osztástávolság fele, az ék alakú mező ferde határoló egyeneseinek iránytangense az előbbi érték kétszerese lenne, s ezáltal az ék alakú mező mélységi mérete megfelelően megnövekednék.

Ha a fent ismertetett módon a feszültségfüggvény értékét a különböző rácspontokban már meghatároztuk, a redukált feszítőerők számítására a (9) képleteket használhatjuk fel. Ez alkalommal természetesen az azokban szereplő második differenciáhányadosok helyébe a megfelelő második differenciáhányadosokat kell írunk. Ily módon pl. az mn rácspontbeli redukált feszítőerőkre az alábbi képleteket kapjuk:

$$n_x = \frac{F_{m,n-1} - 2F_{m,n} + F_{m,n+1}}{\Delta y^2},$$

$$n_{xy} = \frac{F_{m+1,n+1} + F_{m-1,n-1}}{4 \Delta x \cdot \Delta y} - \frac{F_{m-1,n+1} + F_{m+1,n-1}}{4 \Delta x \cdot \Delta y}, \quad (19)$$

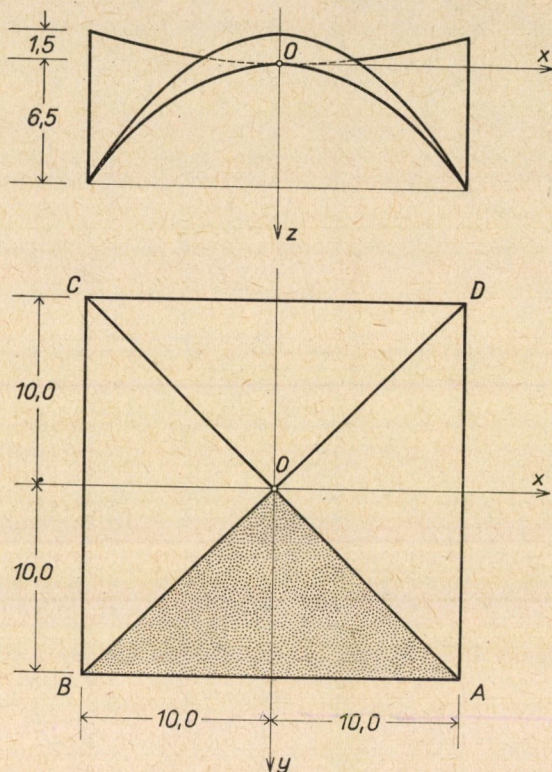
$$n_y = \frac{F_{m+1,n} - 2F_{m,n} + F_{m-1,n}}{\Delta x^2}.$$



10. ábra. A szabad peremszakasz képzeletbeli meghosszabbítás útján meghatározható F értékek

5. Számpélda

Alkalmazzuk a fent ismertetett eljárást a [3] dolgozat számpéldájára, vagyis a 11. ábrán feltüntetett összetett héjra. E héj OAB jelű mezejének AB peremszakasza teljesen szabad, az OA és OB peremrészek viszont a héjjal összeépített ívvel vannak nyíróerők és derékerők átadására alkalmas módon megtámasztva.



11. ábra. Számpélda

Az OAB héjmező középfelületének egyenlete

$$z = 0,08 x^2 - 0,015 y^2,$$

úgyhogy a szóban forgó héjmező egész terjedelmében

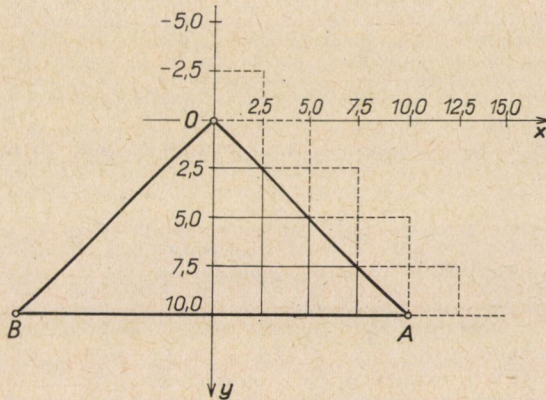
$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0,16, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -0,03. \quad (20)$$

A vizsgált héjmezőre ható függélyes megoszló tehernek az alaprajzi vetületi területre vonatkoztatott fajlagos értéke

$$Z = 0,3(1 + 0,00794 x^2 + 0,0016 y^2) = 0,3 + 0,002382 x^2 + 0,000348 y^2. \quad (21)$$

A számítás céljaira a 12. ábrán feltüntetett, az alaprajzi területen túlterjedő rácszatot alkalmazzuk. Szimmetrikus esetről lévén szó, elégséges a szimmetriasíknak csak az egyik oldalán levő rácspontokkal dolgoznunk. A rácsok osztástávolsága az x és y irányban azonos:

$$\Delta x = 2,5m, \quad \Delta y = 2,5m.$$



12. ábra. A héjalaprajzon kijelölt rácsmező és annak kiterjesztése az alaprajzi területen túl

A számítás során először is a Z teherértéket állapítjuk meg a héjalaprajz rácspontjainban és az ezekkel szomszédos pontokban a (21) képlet segítségével. Ezáltal az I. táblázatban feltüntetett értékekhez jutunk.

I. táblázat

A terhelés fajlagos értéke Mp/m^2

	$x = 0,0$	$x = 2,5$	$x = 5,0$	$x = 7,5$	$x = 10,0$	$x = 12,5$
$y = -2,5$	0,3022					
$y = 0,0$	0,3000	0,3149				
$y = 2,5$	0,3022	0,3171	0,3617			
$y = 5,0$	0,3087	0,3236	0,3683	0,4427		
$y = 7,5$	0,3196	0,3345	0,3791	0,4536	0,5578	
$y = 10,0$	0,3348	0,3497	0,3944	0,4688	0,5730	0,7070

Ezután a számítás *bevezető lépése* következik, melynek során a szabad peremvonalal szomszédos rácspontokbeli F értékeket határozzuk meg. Közülük az $y = 10,0$ rácsvonal menti F értékek eleve ismertek, itt $F = 0$, az $y = 7,5$ rácsvonal menti F értékek pedig a (15) képlettel számíthatók. Esetünkben

$$y_1 = 2,5,$$

a (12) képletcsoport első képlete szerint pedig

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = - \frac{Z}{\partial^2 z / \partial x^2},$$

illetve a (20) alattiak figyelembevételével

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = - \frac{Z}{0,16}.$$

II. táblázat

Az F függvény értékei [Mp/m]

	$x = 0$	$x = 2,5$	$x = 5,0$	$x = 7,5$	$x = 10,0$	$x = 12,5$	$x = 15,0$
$y = -5,0$	-231,9873						
$y = -2,5$	-159,5828	-166,8525					
$y = 0,0$	-101,7081	-106,3605	-120,3193				
$y = 2,5$	-57,2968	-59,9138	-67,7646	-80,8591			
$y = 5,0$	-25,6706	-26,8336	-30,3229	-36,1383	-44,3323		
$y = 7,5$	-6,5391	-6,8298	-7,7021	-9,1560	-11,1914	-13,8083	
$y = 10,0$	0	0	0	0	0	0	0

Ezen értékeket a (15) képletbe betéve, a szabad peremvonallal szomszédos $y = 7,5$ rácsvonal mentén az F értékeket az alábbi képlettel számíthatjuk

$$F = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Z}{0,16} 2,5^2 = -19,5312 Z.$$

A számítást elvégezve, a II. táblázat $y = 7,5$ sorába beírt F értékekhez jutunk.

A bevezető számítást követő számítás első lépésében a további F értékeket a (18) képlettel határozzuk meg. Lévén esetünkben

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0,16, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -0,03,$$

$$\Delta x = 2,5, \quad \Delta y = 2,5,$$

a (18) képletet a következő egyszerűbb alakban írhatjuk:

$$F_{m,n-1} = 0,1875 (F_{m-1,n} + F_{m+1,n}) + 1,625 F_{m,n} - F_{m,n+1} - 39,0625 Z. \quad (22)$$

III. táblázat

A redukált feszítőerők értéke Mp/cm²

hármás számcsoportok felső számértéke az n_x , középső számértéke az n_{xy} , alsó számértéke pedig az n_y redukált feszítőerő értékét tünteti fel

	$x = 0,0$	$x = 2,5$	$x = 5,0$	$x = 7,5$	$x = 10,0$
$y = 0,0$	-2,154 0,000 -1,489				
$y = 2,5$	-2,046 0,000 -0,837	-2,139 -0,558 -0,837			
$y = 5,0$	-1,999 0,000 -0,372	-2,092 -0,372 -0,372	-2,371 -0,745 -0,372		
$y = 7,5$	-2,015 0,000 -0,093	-2,108 -0,186 -0,093	-2,387 -0,372 -0,093	-2,852 -0,560 -0,093	
$y = 10,0$	-2,092 0,000 0,000	-2,185 0,000 0,000	-2,465 0,000 0,000	-2,930 0,000 0,000	-3,581 0,000 0,000

Ha mn rácspontul a II. táblázat $y = 7,5$ rácsvonalán fekvő pontokat választjuk, sorra megkapjuk az $y = 5,0$ rácsvonalon fekvő rácspontokhoz tartozó F értéket.

A számítás második lépésében a (22) képlet segítségével az $y = 2,5$ rácsvonalon fekvő rácspontokban állapítjuk meg az F értéket. A számítást a további lépésekben ugyanúgy folytatva, végül is a II. táblázatban feltüntetett F értékekhez jutunk.

A számítás befejező lépésében a (19) képletek segítségével a redukált feszítőerők értékét állapítjuk meg. A számítás eredményét a III. táblázat tartalmazza. Az itt feltüntetett értékek pontosan egyeznek a [3] dolgozat számpéldájának számértékeivel.

6. Megjegyzések

A fent ismertetett eljárás a feszültségfüggvény meghatározásakor e függvény kerületi értékeiből indult ki. Ezért a szóban forgó eljárás extrapolációs módszernek tekintendő. Emiatt a számításokat nagy pontossággal kell végezni, mert minden elkövetett hiba a peremtől távolabbi pontokban egyre fokozottabban jelentkezik. Fokozott pontosságra van szükség amiatt is, mert végeredményben nem a feszültségfüggvény, hanem annak második deriváltjai keresettek. Etekintetben az előző számpélda kivételesnek tekintendő, mert az ott tárgyalt különleges esetben a feszültségfüggvény x -ben és y -ban legfeljebb másodfokú tagokat tartalmazott, így a második deriváltak képzése nem okozott semmiféle hibát.

IRODALOM

1. CANDELA, F.: Structural Applications of Hyperbolic Paraboloidal Shells. *Journal of the American Concrete Institute* V. 26, No. 5, Jan. 1955. (*Proceedings* V. 51), 397—416.
2. CANDELA, F.: General Formulas for Membrane Stresses in Hyperbolic Paraboloidal Shells. *Journal of the American Concrete Institute* V. 32, No. 4, Oct. 1960, 353—371.
3. SZMODITS, K.: Hypar Shell on a Polygonale plane. *Acta Technica*.
4. CSONKA, P.: Membrane Shells with Perfectly Free Edges. *Acta Techn. Hung.* 40 (1962), 151—167.
5. CSONKA, P.: Calculation of Polygonal Shells Consisting of Translational Sectors Perfectly Free at Their External Edge. *Bulletin of the International Association for Shell Structures*. No. 15 (1963), 41—51.

A TÉGLAIIPAR TUDOMÁNYOS HELYZETKÉPE

ALBERT JÁNOS

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1963. augusztus 30-án]

A durvakerámiai építőanyagipar az utolsó évtizedekben egyre fokozottabb mértékben állít elő a tömör falazó téglák, burkoló elemek és tetőcserepek mellett kiváló mechanikai és hőtechnikai tulajdonságokkal rendelkező nagyméretű üreges építőelemeket, melyek magukban és előregyártott épületelemek formájában is előnyösen felhasználhatók az építőiparban. Ennek tulajdonítható, hogy a téglaiipar termelése hazánkban és külföldön is állandóan emelkedik. Téglaiiparunk termelésének mennyisége vezető helyet foglal el a népi demokratikus és kapitalista országok között. Termelékenysége azonban nem éri el a világszínvonalat.

A tanulmány összefoglalja a különböző építőelemek nyersanyagának agyagásvány-tartalmára és egyéb anyagtulajdonságaira, valamint a kiformázott és kiegészített termék műszaki jellemzőire vonatkozó követelményeket, és részletesen ismerteti azokat az új gyártástechnológiai eljárásokat, melyek lehetővé tették és biztosították a durvakerámiai építőanyagipar nagyarányú fejlődését.

A téglaiipar nyersanyagai alacsony olvadáspontú, színesre égő közönséges agyagok. Az agyagok ásványi összetételét és kerámiai tulajdonságait, melyektől az előállított termék minősége és felhasználási lehetősége függ, végső fokon képződési és települési viszonyaik határozzák meg. Hazai agyagainknak úgyszólván mindegyike a geológiai harmad- és negyedik korból származó tengeri, édesvízi és eolikus eredetű üledékes kőzet. Megfelelő technológiai eljárások mellett nagy részük kiváló alapanyagot szolgáltat a többszörös téglaméretű üreges téglák, valamint a vékonybordájú, nagy üregű vázlemek előállításához.

I. A téglaiipar termelési adatai hazánkban és külföldön

Korunk építészetében egyre nagyobb a térhódítása a teherbíró közönséges és könnyűbetonból előállított nagyméretű építő- és épületelemek alkalmazásának. A gyárilag vagy az építés helyén előállított és gépesített munkával összeszerelhető, ill. beépíthető közép és nagy építőtömbök, fal- és födém-táblák, valamint a közönséges és feszített födémgerendák alkalmazásával az 1 m^3 falazat felépítéséhez szükséges idő, a fajlagos építési idő, a tömör téglafalazat építési idejének $1/8$ – $1/10$ -ed részére csökkenthető. Ennek következtében a különben kiváló anyagtulajdonságokkal rendelkező, de csak kis méretekben előállított kerámiai építőelemek veszítettek jelentőségükből és használatuk kisebb területre korlátozódott. Az utolsó évtizedekben azonban egyre fokozódik a könnyű, 1200 kg/m^3 -nél kisebb térfogatsúlyú, $20 \div 70\%$ üregtérfogatú nagyméretű építőelemek gyártása. Minthogy ezek önmagukban és előregyártott épületelemek formájában több emeletes, váz nélküli épületek felépítésére alkalmasak, a durvakerámiai építőanyagok a betonból előállított építőanyagoknak ismét versenytársaivá váltak. Ennek kell tulajdonítani, hogy a téglai-

termelés 1938 óta külföldön és hazánkban nem csökkent, sőt egyes kivételektől eltekintve emelkedett. Az I. táblázat feltünteti egyes államok téglaiiparának gyártási adatait az 1938, 1957 és 1959—60 években [1]. Az I. táblázatból megállapítható, hogy téglaiiparunk termelésének mennyisége, ami legjobban az egy lakosra eső termék számértékével érzékeltethető, vezetőhelyet foglal el a népi demokratikus és a kapitalista országok között.

I. táblázat

A téglaiipar termelési adatai

Az ország megnevezése	A termék megnevezése	1938	1957		1959—1960	
		millió db	millió db	1 lakosra eső termelés, db	millió db	1 lakosra eső termelés, db
Am. Egy. Államok	tégla	3533	6 396	37	7 300	41
Ausztria	tégla	—	865	123	928	134
	tetőcserép	—	68	10	56	8
Belgium	tégla	—	2 412	267	2 257	235
Bulgária	tégla	65	553	74	762	100
Csehszlovákia	tégla	—	1 704	128	1 976	145
	tetőcserép	—	175	13	—	—
Dánia	tégla	—	533	119	412	90
Finnország	tégla	144	181	45	147	34
Franciaország	tégla	1550	2 547	56	—	—
Görögország	tégla	135	390	52	—	—
Hollandia	tégla	1007	1 583	140	1 617	144
	tetőcserép	—	118	11	103	9
Jugoszlávia	tégla	639	893	53	1 374	75
	tetőcserép	—	191	11	219	13
Lengyelország	tégla	—	2 676	107	3 442	132
	tetőcserép	—	123	—	110	4
Magyarország	tégla	647	1 367	140	1 812	181
	tetőcserép	—	128	12	200	20
N.D.K.	tégla	—	2 148	122	2 285	132
	tetőcserép	—	345	20	370	22
Nagy-Britannia	tégla	—	6 917	134	7 267	140
N.SZ.K.	tégla	—	5 400	105	6 198	117
	tetőcserép	—	983	18	882	16
Norvégia	tégla	76	72	25	94	36
Olaszország	tégla	—	3 134	67	3 750	75
Románia	tégla	200	786	43	835	46
	tetőcserép	—	197	11	242	13
Spanyolország	tégla	—	1 396	49	2 280	76
Svédország	tégla	—	314	42	330	44
Szovjetunió	tégla	7586	24 000	121	35 000	161

Téglaiiparunk termelékenysége azonban, ami elsősorban a gyártási munkafolyamatok gépesítésével és automatizálásával fokozható, nem közelíti meg az elérhető legnagyobb technikai fejlettséget, vagy ahogy mondani szokták, nem éri el a világszínvonalat.

A téglaiipar termelékenysége, ami az évi 1 millió t.e. gyártásához szükséges munkaerővel jellemezhető, a legnagyobb Angliában, az Amerikai Egyesült Államokban és a Német Szövetségi Köztársaságban. Az 1961. évből származó

adatok szerint a termelékenység átlagos értékszámát Angliában 3,1, az Amerikai Egyesült Államokban 3,9, a Német Szövetségi Köztársaságban 5,4 fő/1 millió téglagység (t.e.). A gépesítés és automatizálás tökéletesítésével egyes német, svájci és svéd gyárakban ennél még kedvezőbb, $2,2 \div 0,75$ fő/1 millió t.e. termelékenységet is sikerült elérni.

Hazánkban az évi 1 millió t.e. előállításához szükséges munkaerő 1957-ben 9,7 fő volt, ami 1962-ig fokozatosan 5,9 főre csökkent. Távlati fejlesztési tervünk az 1965. évre 5,0 fő/1 millió t.e.-ben irányozza elő a termelékenységet.

A termelékenységnek 1952. év óta észlelhető növekedését a következő gyártástechnikai változtatásokkal sikerült elérni: a) az agyagkitermelés gépesítésével, sínjáró kotrógépek, exkavátorok és földgyaluk beállításával; b) gumihevederes szállítószalagok alkalmazásával a kitermelt agyagnak továbbítására a megmunkálás helyére a csilleszállítás helyett; c) a kézivetésű téglagyárak megszüntetésével, ill. rekonstrukciójával gépi termelésre; d) nagy teljesítményű agyagelőkészítő, megmunkáló és formázó berendezések beállításával; e) a nyersárúnak Diesel-motoros szállításával a szárítófészerekbe és a kemencékbe; f) az anyagmozgatás legnagyobb fokú gépesítését és egyben a szárítási idő csökkentését biztosító Keller-rendszerű állványos fészerek létesítésével és végül g) az égetési sebesség növelésével, ill. a ritka rakásmód és a bekevert tüzelőszer alkalmazásával. A termelékenység növelését elősegítő tényezők adatait, ill. a gépesítéssel összefüggő számszerű adatokat a II. táblázat szemlélteti.

II. táblázat

Hazai téglagyáraink gépesítésére és termelékenységének fokozására vonatkozó adatok

Megnevezés	1952	1961	Növekedés
Agyagkitermelés kotrógépekkel, exkavátorral stb.	29,8%	57,4%	92,0%
A téglasajtók átlagos óránkénti teljesítménye	4760 db	5995 db	16,1%
Nyerstégla-szállítás Diesel-motoros vontatással	33,4%	84,2%	153,0%
Keller-rendszerű állványos fészerek alkalmazása	4,5%	21,9%	387,0%
A körkemencék fajlagos teljesítőképessége	19,1 db/m ³ nap	27,8 db/m ³ nap	47,0%
Bekevert tüzelőszerrel való égetés	4,1%	68,6%	15-szörös

Termelékenységben mögöttünk állnak az 1957. évből származó adatok szerint Ausztria, Csehszlovákia, Lengyelország, Német Demokratikus Köztársaság és Románia, bár ezekben az országokban is lényeges javulás észlelhető a termelékenységben, ha nem is olyan nagymértékben, mint hazánkban [2].

A minőség és a gyártmányválaszték bősége tekintetében nem érjük el a megkívánt fejlettségi fokot. Az építészeti alkotások művészi kialakításában lényeges szerepet betöltő durvakerámiai burkoló és díszítő elemek mennyisége elenyészően csekély és különösen messze elmaradunk a nagyméretű üreges építőelemek gyártásában a fejlett kerámiai építőanyagiparral rendelkező országoktól. Hazánkban 1960-ban az üreges épületelemek mennyisége az összes termelésnek mindössze 30%-a volt, kevesebb, mint az 1934—1938. években. Csak 1961—1962-ben emelkedett az üreges téglák gyártása 35,7%-ra. Az üreges építőelemek 45÷50%-a azonban 15÷20%-nál kisebb üregtérfogatú kevéslyukú téglá, ami felhasználás szempontjából csak a tömör falazótéglával egyenértékű. 40%-nál több üreget tartalmazó, födémgerendák, fal- és födém-táblák előállítására alkalmas nagyméretű és vékonybordájú építőelemeket gyártó berendezéssel mindössze két hazai gyárunk rendelkezik. Ezzel szemben Franciaországban, Olaszországban, Spanyolországban és Svájcban a kerámiai építőelemeket 40÷50%-nál nagyobb mennyiségben gyártják épületelemek gyártására is alkalmas 40÷70% üregtérfogatú nagyméretű idomtestek alakjában. A vízszintes és függőleges üregű építőelemek gyártásának különösen nagy a fejlettségi foka Franciaországban: 1950-től 1957-ig a 40÷70%-ot meghaladó üregtérfogatú idomtestek gyártásának az összes termelésre vonatkoztatott részaránya 36%-ról 62%-ra növekedett. Az építőiparnak új ágazata, a kerámiai épületelemek gyártása fejlődött ki és igen sok kerámiai épütelelem-gyár létesült [3].

II. A kerámiai építőelemek és nyersanyagaik műszaki jellemzői.

Új gyártástechnológiai eljárások

A téglaiipar gyártmányainak alapanyagai az 1150÷1450° C olvadáspontú színesre égő közönséges agyagok. Képződési körülményeiktől függően változatos összetételben mindenütt megtalálhatók a Föld felszínén. Minőségüket egyrészt kémiai és ásványi felépítésük, agyagásványtartalmuk, valamint az agyagásványokat kísérő alkatrészek és szennyezőanyagok minősége és mennyisége, másrészt kerámiai anyagtulajdonságaik határozzák meg.

A közönséges agyagokra vonatkozó ismereteink hiányosak. Az oxidos elemzések, továbbá a D.T.A., D.T.G. és dilatéteres vizsgálatok, valamint a röntgendiffrakciós mérések eredményei igen sok adatot szolgáltatnak, de ez ideig még nem bizonyultak elegendőnek az agyagok ásványi alkatrészeinek szabatos minőségi és mennyiségi meghatározására. Az ásványi összetétel meghatározásában jelentős előrehaladást jelentenek NÁRAY-SZABÓ kutatásai, melyek során olyan eljárást dolgozott ki, melynek alapján az eddiginél világosabb képet alkothatunk a téglaiipar agyagainak bonyolult összetételéről. Az 1962—1963. évi vizsgálatait szerint kétségen kívül megállapítást nyert,

hogy a téglagyagok túlnyomó többségében a kaolinit-, illit-, klorit- és montmorillonit-csoportba tartozó agyagásványok egyaránt megtalálhatók és azoknak viszonylagos mennyisége, valamint az agyagásványokat kísérő legfontosabb alkatrészeknek, a kvarcnak, földpátnak és az alkáliföldfém-karbonátoknak mennyisége a röntgendiffrakciós vizsgálatok és az oxidos elemzések alapján a szemszerkezet figyelembevételével 10 ÷ 20% pontossággal kiértékelhető [4].

Az agyagok kerámiai anyagtulajdonságai szemszerkezetükkel, képlékenységi számukkal, száradási érzékenységükkel, továbbá az agyagból formázott próbatestek száradási és égetési zsugorodásával, a kiégetett test porozitásával, vízfelvevő és víztartó képességével, mechanikai ellenállóképességével, elsősorban nyomószilárdságával, ellenállóképességével fagyhatásokkal szemben, végül hőtechnikai tulajdonságaival, hőszigetelő- és hőtárolóképességével jellemezhetők.

Az agyagok felhasználási lehetősége kémiai és ásványi összetételük, valamint kerámiai anyagtulajdonságaik mellett megmunkálásuk és feldolgozásuk módjától függ. A durvakerámiai építőanyagipar nagyarányú fejlődését a termék anyagtulajdonságait döntő módon befolyásoló új technológiai eljárások és új gépi berendezések alkalmazása tették lehetővé. A közönséges falazó téglák, pillértéglák, különböző méretű és kialakítású üreges idomtestek, tetőfedő cserepek és az épületkerámiai hurkoló- és díszítőelemek nyersanyagösszetételére és kerámiai anyagtulajdonságaira, valamint a kiégetett termék műszaki jellemzőire vonatkozó adatokat, ill. követelményeket a III. táblázat foglalja össze.

Az öt csoportba sorozott kerámiai építőanyagok nyersanyag minőségére, ill. összetételére, kerámiai anyagtulajdonságaira és a feldolgozás módjára, továbbá a kiformázott idomtestek műszaki jellemzőire vonatkozó követelmények a legkisebbek az 50 ÷ 150 kg/cm² nyomószilárdságú tömör és kevéslyukú falazótégláknál. Gyártásukhoz úgyszólván minden színesre égő közönséges agyag felhasználható, amennyiben agyagásványtartalmuk 15%-nál nagyobb, finomeloszlásban levő kalcit és dolomit tartalmuk nem haladja meg a 25 ÷ 30%-ot, mészkő és márgakonkréciókból, kvarckavicsból, továbbá gipsz és pirit beágyazásokból álló szennyeződésük legfeljebb 1,5 ÷ 1,8%, végül szemcseösszetételükben a 10 μ -nál kisebb alkatrészek mennyisége legalább 30 ÷ 35%, képlékenységi számuk pedig 8 ÷ 10 felett van. A nyersanyag őrlési finomságának általában nem kell 2 ÷ 3 mm-nél nagyobbnak lennie, ezért a nyersanyag masszakészítése egyszerű nyersanyagelőkészítő és megmunkáló berendezéssel oldható meg. A 20 ÷ 30% víztartalmú massa formázására közönséges és vákuumsajtók egyaránt alkalmazhatók.

Nagyobb követelmények vannak a pillértéglák, a 25 ÷ 40% üregtér-fogatú, 1,5 ÷ 2,2-szeres téglaméretű soklyukú téglák, a 2,5 ÷ 5,0-szörös méretű kézi falazóblokkok, valamint a földem- és kéménytéglák gyártásánál. Hogy

III. táblázat

Durvakerámiai építőanyagok

A nyersanyag vagy nyersanyagkeverék					
A termék megnevezése	Agygásvány tartalma %	Kalcit és dolomit tartalma %	Izapolási maradékának káros alkatrészei %	Szemszerkezete	Atterberg képlékenységi száma
Közönséges tömös és kevéslyukú falazótégglák	20 ÷ 60, de legalább 15	0 ÷ 25, de legfeljebb 30	legfeljebb 1,5 ÷ 1,8	a 10 μ -nál kisebb alkatrészek mennyisége 30 ÷ 60%, de legalább 30%	10 ÷ 20, de legalább 8
Pillértégglák, 25—40% üregtérfigatú, soklyukú téglák, kézi, falazó tömbök, földem- és kéménytégglák	35 ÷ 60, de legalább 30	0 ÷ 15, de legfeljebb 25	legfeljebb 0,8 ÷ 1,0	a 10 μ -nál kisebb alkatrészek mennyisége 50 ÷ 70%, de legalább 50%	16 ÷ 25, de legalább 15
5 ÷ 10-szeres téglaméretű 40 ÷ 70% üregtérfigatú építőelemek	40 ÷ 70, de legalább 35	0 ÷ 15, de legfeljebb 20	legfeljebb 0,5 ÷ 0,6	a 10 μ -nál kisebb alkatrészek mennyisége 60 ÷ 70%, de legalább 50 ÷ 55%, a 25 ÷ 200-os alkatrészek mennyisége 30 ÷ 35%; előnyös a folytonos szemszerkezet	nedves formázásnál 20 ÷ 25, de legalább 18; félszáraz formázásnál 14 ÷ 18, de legfeljebb 19
Tetőfedő cserepek	40 ÷ 70, de legalább 35	0 ÷ 15, de legfeljebb 20	legfeljebb 0,6 ÷ 0,8	a 10 μ -nál kisebb alkatrészek mennyisége 50 ÷ 70%, de legalább 50%; előnyös a folytonos szemszerkezet	18 ÷ 25, de legalább 16
Falburkoló és homlokzati téglák és burkolóelemek, épületkerámiai díszítőelemek	35 ÷ 70, de legalább 30	0 ÷ 6, de legfeljebb 9	legfeljebb 0,2 ÷ 0,4	a 10 μ -nál kisebb alkatrészek mennyisége 50 ÷ 70%, de legalább 50%	20 ÷ 25, de legalább 18

nyersanyaga és műszaki jellemzői

A kiformázott, ill. kiégetett próbatestek		
Órlési finomsága mm	Műszaki jellemzői	Különleges követelményei
2,0 ÷ 3,0	megmunkálási víztartalma 20 ÷ 30% zsugorodása szárazon < 5% zsugorodása kiégetve a legkedvezőbb hőmérsékleten < 6% vízfelvevőképessége 15 ÷ 30% nyomószilárdsága 50 ÷ 150 kp/cm ² hővezetési tényezője 20° C-on 0,5 ÷ 0,7 kcal/mh°C	
0,8 ÷ 1,0	megmunkálási víztartalma 18 ÷ 25% zsugorodása szárazon < 6% zsugorodása kiégetve < 7% vízfelvevőképessége 15 ÷ 22% a tömör anyag nyomószilárdsága > 200 kp/cm ²	fagyhatásokkal szembeni ellenállóképesség a pillér és kéménytégglák esetében; a soklyukú téglák, falazótömbök és fűdémtegglák hővezetési tényezője 20° C-on 0,30 kcal/mhC°
nedves formázásnál 0,2 ÷ 0,5 félszáraz formázásnál 2,0 ÷ 3,0	megmunkálási víztartalma a) nedves formázásnál 14 ÷ 20% b) félszáraz formázásnál 6 ÷ 12% zsugorodása szárazon a) nedves formázásnál < 5,0% b) félszáraz formázásnál < 0,2% zsugorodása kiégetve a) nedves formázásnál < 6,0% b) félszáraz formázásnál < 2,0% vízfelvevőképessége 15 ÷ 22% a tömör anyag nyomószilárdsága > 200 kp/cm ² hővezetési tényezője 20° C-on < 0,20 kcal/mh°C	nagyfokú formaállóság; kicsiny száradási és égetési érzékenység
0,4 ÷ 0,6	megmunkálási víztartalma 18 ÷ 25% zsugorodása szárazon < 6% zsugorodása kiégetve < 7% vízfelvevőképessége 12 ÷ 22% víztartóképesége 1,5 h hajlító-törőereje 80 ÷ 120 kg fagyállósága —20° C-on 25 ciklus	
0,1 ÷ 0,3	megmunkálási víztartalma a) nedves formázásnál 18 ÷ 25% b) félszáraz formázásnál 6 ÷ 12% zsugorodás szárazon a) nedves formázásnál < 6% b) félszáraz formázásnál < 0,2% zsugorodása kiégetve a) nedves formázásnál 8 ÷ 12% b) félszáraz formázásnál 4 ÷ 6% vízfelvevőképessége 2 ÷ 15% de legfeljebb 20% nyomószilárdsága > 150 kp/cm ²	egyenletes rózsaszín v. piros égetési szín; kivirágzó sókat nem tartalmazhat, az agyag nátrium- és magnézium-szulfáttartalma legfeljebb 0,05%; külső burkoló építőelemeknek fagyhatásokkal szemben ellenállónak kell lenniük

e termékek tömör anyagának 200 kp/cm^2 -nél nagyobb szilárdságát biztosíthassuk, a nyersanyagkeveréket úgy kell összeállítani, hogy agyagásványtartalma legalább 30% legyen, a pórustérfogatot növelő kalcit és dolomit tartalma a $15 \div 20\%$ -ot ne haladja meg és az iszapolási maradéka káros alkatrészeinek mennyisége $0,8 \div 1,0\%$ alatt maradjon. A nyersanyagkeverék 10μ -nál finomabb szemcséjű alkatrészeinek alsó határa 50% , Atterberg-képlékenységi számának értékhatára $14 \div 15$. A termék gazdaságos és selejtmentes gyártásának feltétele a munkafolyamatok gépesítése és automatizálása mellett a nyersanyagkeverék finom feldolgozása [5]. A masszát legalább $0,8 \div 1,0 \text{ mm}$ őrlési finomságúra kell megmunkálni és gondoskodni kell annak egyenletes és tökéletes átnedvesedéséről is. A megkívánt őrlési finomság nagy teljesítményű és meghatározott réstávolságra beállítható, csiszológépekkel együttműködő finomhengerpárral [6], a massa egyenletes átnedvesítése és az agyagrészecskék tökéletes hidratációja pedig pihentető berendezés és a melegfeltárás módszereinek alkalmazásával [7] oldható meg.

A $18\text{--}25\%$ víztartalmú massa korszerű formázókészüléke az agyagvágóval kombinált kéttengelyű vákuumsajtó [8].

Az üregek építőelemek hőszigetelőképességét és ugyanakkor mechanikai ellenállóképességét is befolyásoló üregek alakjára, méreteire és elhelyezésére, valamint a teljes keresztmetszethez viszonyított mennyiségére fontos adatokat szolgáltatnak BRÜCKMAYER és CAMMERER elektromos modellkísérletei, továbbá az Építőanyagipari Központi Kutató Intézet vizsgálatai [9].

Még szigorúbbak a követelmények a $40 \div 70\%$ üregtérfogatú $5 \div 10$ -szeres téglaméretű nagy üregű építőelemeknél. A legalább 35% agyagásványt tartalmazó masszában nemcsak a 10μ -nál kisebb, hanem a $25 \div 200$ méretek közé eső alkatrészek mennyiségének is meghatározott értékhatárai vannak, és a nyersanyagkeveréknek egyes kutatók szerint még folytonos szemszerkezetűnek is kell lennie [10]. A nyersanyagkeverék alkáliföldfém-karbonáttartalma nem haladja meg a $10 \div 15\%$ -ot, a szennyező alkatrészeinek mennyisége pedig nem lehet több $0,5 \div 0,6\%$ -nál.

A nyersanyag előkészítése és megmunkálása fontos feltétele az agyagásványok tökéletes hidratációjának biztosítása mellett a $0,2 \div 0,5 \text{ mm}$ -es őrlési finomság. Ezt a durvakerámiai iparban eddig el nem ért őrlési finomságot az Eirich-rendszerű, függőleges tengelyre szerelt, különleges felületi kiképzésű álló és forgó őrlőtárcsából felépített agyagfeltáró berendezéssel sikerült elérni. A malomipari őrlőgépek alapelvein szerkesztett berendezésben az őrlési finomság a tárcsák réstávolságának és a forgó tárcsa fordulatszámának megfelelő beállításával szabályozható [11].

A nyersanyagkeverék feltárásának és az agyagásványok hidratációjának további tökéletesítését dolgozta ki GRIMAL [12]. Ez új technológiai módszer szerint az agyag melegfeltárásához forró víz vagy alacsony nyomású gőz helyett lényegesen nagyobb kapillaris áthatolóképeséggel rendelkező $10 \div 15 \text{ att. túl}$

hevített gőzt használnak és az idomtesteket a 100°C -t meghaladó hőmérsékletű masszából formázzák.

A 3–8 mm-es vékonybordájú nagy üregű építőelemek formázására a szokásos $20 \div 30\%$ vízmennyiséggel megmunkált kerámiai massa nem alkalmas, mert a kiformázott nyers idomtestek formaállósága nem kielégítő és eltorzulnak a száradás, valamint az égetés folyamán. Az idomtestek formázása csak a 18-nál nagyobb képlékenységgű nyersanyagnak $14 \div 24\%$ -ra csökkentett megmunkálási vízzel készített masszájából valósítható meg gazdaságosan. Minthogy ez esetben a sajtóban uralkodó nyomás $2 \div 3$ at-ról $8 \div 20$ at-ra megnövekszik és egyidejűleg a sajtó erőszüksége is rendkívül mértékben emelkedik, a formázásra alkalmazott vákuumsajtó előtengelyét, hengerét és fogaskerekeit, valamint a gép többi alkatrészeit a nagyobb energiafelvételnek megfelelően erősebbre méretezik [13]. Az így formázott $3 \div 8$ mm-es válaszfalakkal határolt nagy üregű idomtestek keményfából készített villával emelhetők le a vágóasztalról, és rokadás vagy deformálódás nélkül szállíthatók.

A nagy üregű, nagyméretű építőelemek formázására a száraz vagy félszáraz sajtolás is nyújt némi lehetőséget. A sajtolásra gazdaságosan azonban csak azok a régibb geológiai korokból származó közepes képlékenységgű és képlékeny, $0,4 \div 0,5\%$ -nál kevesebb szennyeződést tartalmazó vagy szennyeződésmentes palás agyagok használhatók, melyek bányanedvessége $6 \div 12\%$ -nál nem nagyobb, és 3 mm-es szemcsefinomságú és folytonos szemszerkezetű őrlményük minden előzetes szárítás nélkül használható fel a formázáshoz [14]. Az agyag durva előkészítéséhez pofás-kőzúzót vagy késestörőt, finom őrléséhez célszerűen két rotorral működő röpítő-törőt alkalmaznak, melyben az első az előaprítást, a második a finomaprítást végzi [15]. A két rotorral működő röpítő-törővel $6 \div 8\%$ nedvességtartalmú agyagnál $1,0 \div 1,2$ mm-es őrlési finomság érhető el és az őrlmény 60% -a $0,2$ mm-nél kisebb méretű szemcsékből áll.

A megfelelő módon előkészített préspor formázására legmegfelelőbb készülék a hidraulikus elven működő, vibrátorral ellátott sajtó, ezzel $6 \div 10$ -szeres méretű nagy üregű építőelemek formázhatók selejtmentesen [16]. Minthogy a folytonos szemszerkezetű préspor $0,5 \div 1,0$ mm-nél durvább alkatrészeket is tartalmaz, az üregeket elválasztó válaszfalak lényegesen vastagabbak, mint a csökkentett nedvességtartalmú masszából formázott idomoknál; vastagságuk a legkevezőbb esetben $10 \div 14$ mm.

Az előzőekben ismertetett üreges építőelemek anyagának pórustérfogata $15 \div 35\%$, ami megegyezik a tömör falazótégláéval. Előállítanak azonban pórusképző vagy nagy porozitású adalékanyagok felhasználásával olyan építőelemeket is, melyek anyagának pórustérfogata $40 \div 70\%$ [17]. Pórusképző adalékanyag alkalmazásával gyártják a porozit- vagy kőszivacs-építőelemeket, nagy porozitású adalékanyag alkalmazásával a kerámiai kötésű porszénhamu és a duzzasztott agyag alapú építőelemeket; előbbieket gyártástechnológiája régtóta ismert, utóbbiakét az utolsó két évtizedben dolgozták ki.

A porszénhamu-építőelemek nyersanyagkeveréke $80 \div 40\%$ porszénhamu és $20 \div 60\%$ képlékeny agyagból áll. Az építőelemek gyártására azok a porszénhamufajták jöhetnek csak figyelembe, melyeknek oxidos összetétele a közönséges téglagyagokéhoz hasonlít, szulfid-, szulfit- és szulfáttartalmuk, továbbá reakcióképes kalciumoxidtartalmuk elenyészően csekély. A kerámiai massa csigasajtón vagy vibrósajtón formázható. Vibrósajtón $5 \div 10$ -szeres téglaméretű öt oldalon zárt, $20 \div 25\%$ üregtérfogatú falazótömbök is készíthetők. Az 1000°C körüli hőmérsékleten kiégetett termék jellegzetes sajátsága a viszonylagosan nagy nyomószilárdság. Így pl. a mályi agyag és a Mátra vidéki porszénhamu keverékéből előállított üreges termék 1000 kg/m^3 térfogatsúlyú anyagának nyomószilárdsága $80 \div 90 \text{ kp/cm}^2$, az 1350 kp/m^3 térfogatsúlyú anyagé 160 kp/cm^2 . A nagy szilárdság kialakításában lényeges szerepe van a porszénhamu túlnyomórészt üveges fázisú alkotórészeinek.

A kerámiai kötésű duzzasztott agyag-építőelemek alapanyaga az 1000°C -nál alacsonyabb hőmérsékleten tömörre égő finom szerkezetű, sok montmorillonitot tartalmazó, vasoxidban dús, kalciumkarbonát-szegény agyagból gyors felhevítés útján előállított duzzasztott termék (expanded clay, Blähton, Keramzit). Az $5 \div 8 \text{ mm}$ -nél nagyobb méretű alkotórészeket nem tartalmazó, folytonos szemszerkezetű duzzasztott termék kötésére $15 \div 30\%$ nagy képlékenységgű agyagot használnak. A $20 \div 30\%$ víztartalmú masszakeverékből a $8 \div 10$ -szeres téglaméretű idomtesteket döngölőkészüléken, csiga- és vibrósajtón formázzák, majd kiszárítva 950°C körüli hőmérsékleten égetik. Az égetési hőmérsékletnek a duzzasztott agyag zsugorodási hőmérsékleténél alacsonyabbnak kell lennie. A térkitöltő és teherhordó épületszerkezetek falazására alkalmas építőelemek térfogatsúlya $700 \div 1000 \text{ kp/m}^3$, nyomószilárdsága $25 \div 70 \text{ kp/cm}^2$.

A tetőfedő cserepek gyártásához olyan nagy képlékenységgű, sok agyag-ásványt és kevés szennyeződést tartalmazó finomszerkezetű nyersanyagkeverék vagy nyersanyag alkalmas, melyből megfelelő megmunkálás és feldolgozás mellett nagy szilárdságú, víztartó és fagyhatásoknak ellenálló termék nyerhető, ill. égethető ki. Ezek a minőségi követelmények, különösen a víztartóképesség és fagyállóság nemcsak a nyersanyag kémiai és ásványi összetételétől, valamint szemszerkezetétől, továbbá a kiégetett termék pórustérfogatától és vízfelvevőképességétől függenek, hanem bonyolult pórusrendszerének szerkezetétől, a kapillárisok és pórusok méreteitől és elrendeződésétől is. Újabb vizsgálatok szerint nagy jelentősége van az agyag vízzel való telítődési fokának és a telítődés sebességének, továbbá a kapilláris vízáramlás intenzitásának, ill. a kapilláris vízfelszívódás sebességének [18].

A tetőfedő cserepeket $0,4 \div 0,6$ őrlési finomságú előhúzott egynemű kerámiai masszából formázzák. A különböző fajtájú cserepek közül a csak 35° -nál nagyobb hajlásszögű tetőszerkezetek fedésére használható hódfarkú cserepeket csigasajtón, a $25 \div 15^\circ$ hajlású tetők fedésére is alkalmas hornyolt

cserepeket és a kúpcserepeket csiga- vagy revolverajtón és szánsajtón formázzák. A hornyolt cserepek formázására egyre nagyobb mértékben elterjednek a csigasajtók helyett a nagy teljesítményű, automatikus működésű revolverajtók [19]. Míg ugyanis a csigasajtón gyártott cserepek csak az oldalukon vannak hornyokkal ellátva, és pedig többnyire csak egyszerű hornyokkal és csak itt kapcsolódhatnak egymáshoz, a revolverajtón gyártott cserepeknél a fejtégeken is vannak hornyok kialakítva, egyszerű, de igen sok esetben kettős hornyok, tehát a cserepek minden oldalukon egymásba kapaszkodnak. Ezáltal a sajtolt cseréppel fedett tető a padlástérnek biztosabb védelmet nyújt csapó eső, hó és por ellen. A revolverajtón formázott cserepek további előnye, hogy rétegződésük lényegesen kisebb mérvű, mint a csigasajtón formázottaké és ennek következtében időállóságuk, ill. ellenállóképességük fagyhatásokkal szemben nagyobb, mint azt a gyakorlati megállapítások tanúsítják. Végül revolverajtón tagozottabb formájú, nagyobb esztétikai hatású cserepek formázhatók, mint a csigasajtón.

A közönséges agyagból gyártott építőanyagok ötödik csoportjába tartozó homlokzati és burkolótéglák és lemezek, valamint az épületkerámiai díszítőelemek nyersanyagának összetétele és feldolgozásmódja igen különböző. A kalciumkarbonát-szegény, vagy mentes finom szemszerkezetű nyersanyagkeverékből előkészített alapanyagból az építőelemeket nedves vagy félszáraz sajtolással formázzák. A kiégetett termék nyomószilárdsága 150 kp/cm^2 -nél nagyobb. Vízfelvevőképessége általában $2 \div 15\%$ között változik, de nem haladja meg a 20% -ot. Kicsiny vízfelvevő képességű termékek olyan 1100°C -nál alacsonyabb hőmérsékleten tömörre égő vasoxidban és alkálioxidokban dús kalciumkarbonátmentes agyagokat tartalmazó nyersanyagkeverékből állíthatók elő, melyekben viszonylagosan sok a montmorillonit csoportba tartozó agyagásvány. A burkoló és díszítőelemek fontos követelménye az egyenletes, élénk égetési szín. A közönséges agyagok égetési színe meghatározott agyagásvány-, ill. alumíniumoxidtartalom mellett elsősorban az agyagban levő vasoxid és karbonát formájában jelenlevő kalciumoxid mennyiségétől, az $\text{Fe}_2\text{O}_3/\text{CaO}$ viszonyszám nagyságától függ [20]. $0,8$ -nál nagyobb viszonyszám esetében az égetési szín élénk sötétpiros, $0,8 \div 0,5$ viszonyzámnál rózsaszín, vagy sárgászórsaszín, $0,5$ -nél kisebb viszonyszám mellett élénksárga. De egyéb tényezőknek is hatásuk van az égetési színre, így a nyersanyag szemszerkezetének, továbbá az égetési hőmérsékletnek és atmoszférának. Végül a burkoló és díszítőelemek nem tartalmazhatnak kivirágzást okozó sókat, mint ahogy azt a szabványos előírások is megkövetelik. A sókivirágzást előidéző vegyületek, melyek túlnyomórészt nátrium- és magnéziumsulfátból állanak, részben már a nyersanyagkeverékben megtalálhatók, de részben az égetés folyamán is képződnek. A kiégetett anyag nátrium- és magnéziumsulfáttartalma legfeljebb $0,05\%$ lehet. Igen sok kísérletet és vizsgálatot végeztek a kivirágzó sók mennyiségének csökkentésére, ill. a kivirágzás megszüntetésére. A kivirágzó sók

mennyisége csökkenthető az égetési hőmérséklet növelésével és a nyersanyag-keverékhez adagolt báriumvegyületek alkalmazásával; utóbbi eljárás azonban nem mindig vezet célhoz [21].

Itt említjük meg, hogy a közönséges falazó- és födém-építőelemeknél a sókivirágzásra, ill. annak megengedhető mértékére szabványos előírás nincs, annak ellenére, hogy igen sok építőanyag tartalmaz kivirágzást előidéző vegyületeket. A régi építkezésmódnál — mikor a nyers falazatoknak időt hagytak a kiszáradásra és megvolt a lehetőség a száradás alatt jelentkező kivirágzott sók eltávolítására a vakolás előtt — a kivirágzás különösebb kárt nem okozhatott. A jelenlegi gyors építésmód mellett azonban, mikor a falakra azok kiszáradása előtt ráhordják a vakolatot, a kivirágzó sók komoly károk előidézői lehetnek. Az utóbbi években végzett vizsgálatok szerint az oldható sók kivirágzása meggátolható az építőelemeknek vagy épületelemeknek szilikonhártyával való bevonásával [22]. A permetezéssel vagy bemártással létesített szilikonhártya megakadályozza az oldható sók vándorlását az építőelemek felületére anélkül, hogy csökkentené az anyag vízgőz- és gáz diffúzióképességét.

A kerámiai anyagok műszaki jellemzőinek kialakulása a nyersanyag-összetétel, megmunkálás és formázás módján kívül lényeges befolyása van a szárítás és égetés módjának is.

A durvakerámiai építőelemek szárítására a konvektív vagy légszárítási eljárásokat alkalmazzák, természetes és mesterségesen termelt hőenergia felhasználásával. A gazdaságos szárítás módjának lehetőségeit nagymértékben befolyásolják az éghajlati v. klímaviszonyok. Hazánkban a kedvező éghajlati viszonyok következtében a tömör és kevéslyukú téglák leggazdaságosabban a Nap sugárzó energiájával száríthatók. A soklyukú és nagy üregtérfogatú építőelemek, valamint az épületkerámiai és díszítőelemek esetében már a műszárítás az indokolt. A szárítástechnikai kutatások jelentős eredménye a gyors szárítás kedvező feltételeinek szabatos meghatározása [23]. A durvakerámiai anyagok torzulás- és repedésmentes gyorsszárítását a különböző kivitelezési lépcsős és recirkulációs rendszerű műszárítók oldották meg. Bevezetésükkel a szárítási sebesség $50 \div 70\%$ -kal megnövekedett, a hőenergiaszükséglet pedig az eddigi $1800 \div 2200$ kcal/kg víz-ről $950 \div 1100$ kcal/kg víz-re csökkent. Lépcsős rendszerű műszárítóknál a szárító levegő hőmérséklete, recirkulációs rendszerűekben nemcsak hőmérséklete, hanem nedvességtartalma is a szárítandó árura legkedvezőbb állandó szinten tartható. A recirkulációs rendszerű műszárító a legérzékenyebb kerámiai termékek gyors szárítására is alkalmasnak bizonyult. A szárítás gazdaságossága még tovább növelhető a hűlőtermékben felhalmozott hőenergia céltudatos felhasználásával [24].

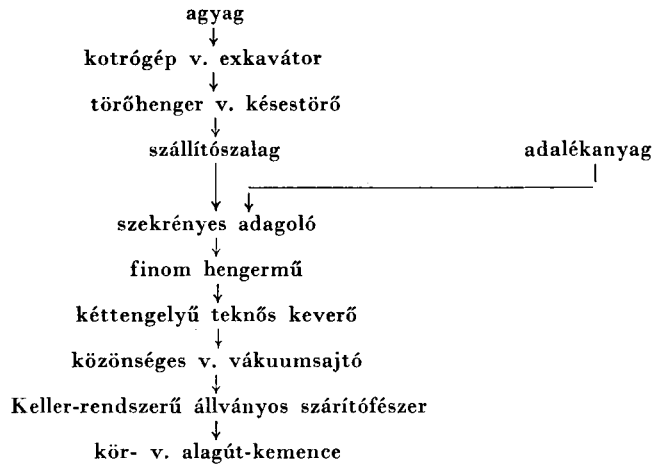
A gyors szárítás kedvező feltételeinek vizsgálati során MACEY szabatos eljárást dolgozott ki a száradási érzékenység meghatározására [25]. Eszerint a száradási érzékenység a száradó test belső és külső rétege közötti nedvességkülönbséggel jellemezhető $24 \div 48$ óra száradási idő eltelte után. Hazai agya-

gokkal végzett kísérleteink alapján megállapítottuk, hogy a márgás agyagok száradási érzékenysége lényegesen kisebb, mint a kalciumkarbonátban szegény v. kalciumkarbonátmentes agyagoké [26].

A téglaiipar kemencéi általában kör- és alagútkemencék és ezek mellett az Amerikai Egyesült Államokban és Európa nyugati országaiban a kamrás kemencék, továbbá a rostély- és boltozat nélküli nagy befogadóképességű négyszögletes skót kemencék. A legelterjedtebb közöttük a 100 éves Hoffmann-körkemence és annak változatai. Elterjedését egyrészt kicsiny fajlagos hőenergia szükséglete (kcal/1000 t.e.) és nagy fajlagos teljesítőképessége (t.e./m³ 24 ó.) indokolja, másrészt az a körülmény, hogy az égetéshez az ipar más területén nehezen értékesíthető másod- és harmadrendű barna szenek és lignitek csoportjába sorolt tüzelőszerek, valamint szénmeddő kőzetek is felhasználhatók. Az égetés gazdaságossága a körkemencében az utolsó évtizedekben még tovább növekedett a ritka rakásmód és a téglalapanyagába kevert tüzelőszert alkalmazásának bevezetésével [27]. Ennek ellenére a körkemence mégsem tekinthető ideális égetőberendezésnek, mert a nyersáru behordását a kemencetérbe és kihordását a kemencetérből magas hőmérsékletű és szállóporral, valamint káros gázokkal szennyezett atmoszférában kell végezni. A téglák be- és kihordásának, továbbá egyidejűleg az építés helyére szállításának gépesítése elvileg és gyakorlatilag többé-kevésbé megoldottnak tekinthető, a téglákból képezett foglalatos, tálcás és zsámolyos v. alátét nélküli egység-rakományokkal, horog, villáshorog, szorítópozával ellátott daru és villásemelő targonca alkalmazásával [28]. Ezzel azonban megnyugtató és kielégítő módon nem lehet megszüntetni a körkemence egészségtelen és megerőltető fizikai munkáját.

A körkemence kiszolgálásánál jelentkező anyagmozgatási nehézségek és hiányosságok nem lépnek fel az alagútkemence üzeménél; itt a be- és kihordás munkája légköri atmoszférában megy végbe. Az alagútkemencének azonkívül előnye, hogy benne a tűzsebesség igen tág határok között változtatható és lényegesen nagyobbra állítható be, mint a körkemencénél. Ennek különösen a nagy tűzsebességgel égethető vékonybordájú, nagy üregű építőelemeknél van jelentősége. Az alagútkemencében az égetési idő 24 ÷ 12 órára csökkenthető. Minél kisebb a kemence keresztmetszete, annál nagyobb lehet az égetési sebesség és annál egyenletesebb a hőmérséklet eloszlás az égető térben. Az utóbbi években kísérleteket végeztek rövid és igen kis keresztmetszetű alagútkemencében a 40 ÷ 70% üregtérfogatú, vékonybordájú építőelemek gyors égetésére [29].

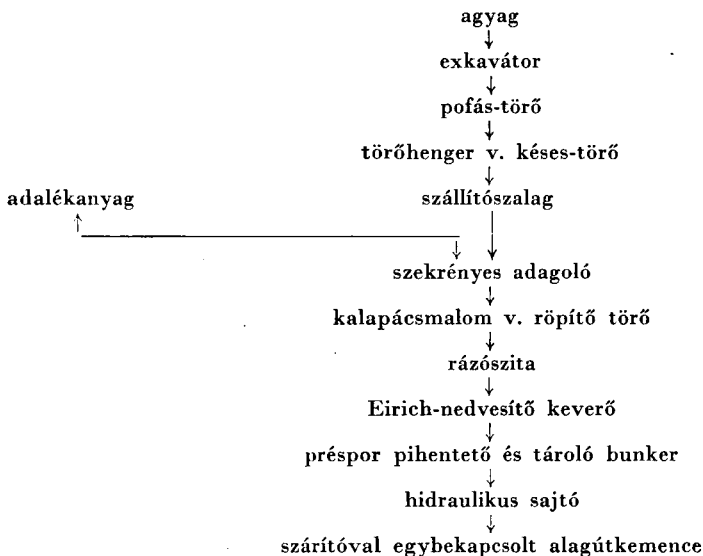
Az égetési sebesség megválasztásánál, ill. beállításánál figyelemmel kell lenni a nyersanyagkeverék kémiai és ásványi összetételére, a bekevert tüzelőanyag minőségére és mennyiségére, szemszerkezetére, a kiformázott test pórus-térfogatára, égetési zsugorodására és érzékenységére stb. Így pl. a 18 ÷ 22% finomeloszlású kalcitot és dolomitot tartalmazó nyersanyagkeverékből formá-



1. ábra. A közönséges és kevéslyukú falazótégla gyártásának munkafolyamatai

zott tömör falazótéglákat legalább $24 \div 36$ óráig kell égetni, hogy az alkaliföld-fém-karbonátok bomlása és átalakulása a kerámiai anyag kialakulása közben tökéletesen lejátszódjék [30].

A fentiekben vázolt előnyök ellenére az alagút-kemence térhódítása a durvakeramiai iparban lassan halad előre, bevezetése, ill. elterjesztése nehézségekbe ütközik. Nagy a beruházási és karbantartási költsége és az égetéshez



2. ábra. A félszárazon sajtolt építőelemek gyártásának munkafolyamata

csak elsőrendű, szennyeződések nem tartalmazó tüzelőszerek, generátorgáz, földgáz, fűtőolajok használhatók. Az alagútkemence hőenergia szükséglete generátorgáz használata esetében $25 \div 30\%$ -kal nagyobb, mint a körkemencéé. A szilárd, több-kevesebb hamualkatrészt tartalmazó tüzelőszerek hasznosítása érdekében üzembehelyeztek szórótüzeléses alagútkemencéket is. Minthogy azonban a szórótüzelésnél a tökéletlen égés következtében jelentkező és az egészségre káros gázképződés, továbbá a szállópor az anyagmozgatás munkafolyamatait — ha nem is olyan nagymértékben, mint a körkemencénél — megnehezíti, a szórótüzeléssel üzemeltetett alagútkemencének külföldi megállapítások szerint nem nagy jövő jósolható.

Az alagútkemencék fejlesztése terén előrehaladást jelent az alsó és felső hevítésű kis keresztmetszetű alagútkemence vagy szendvicskemence. A viszonylagosan kis beruházási költséggel megépíthető szendvicskemencében a kerámiai termékek égetéséhez szükséges hőenergia a körkemence hőenergia szükségletének mindössze $40 \div 60\%$ -a. A kemencét ez idő szerint még csak a finomkerámiai iparban alkalmazzák [31].

A durvakerámiai építőelemek korszerű gyártásfolyamatait illetően a gyártás kivitelezésének néhány jellegzetes példáját vázlatrajzban az 1., 2. és 3. ábrák szemléltetik.

III. A téglaiipari anyagok képződési és települési viszonyai

Végül röviden ismertetjük az agyagok képződési és települési viszonyait. A lazán kötött üledékes kőzetek csoportjába tartozó közönséges agyagok az egymásután következő geológiai korok mindegyikében előfordulhatnak. Képződésük és leülepedési módjuk szerint vannak vízi, jégári és légi (akvatikus, glaciális és eolikus) eredetű agyagok. Települési helyük szerint megkülönböztetünk tengeri, tavi, folyami, áradási vagy öntési és szárazföldi agyagokat. Képződési és települési viszonyaik határozzák meg az agyagok kémiai és ásványi összetételét, valamint felhasználásuk lehetőségeit is.

Egyes országokban, mint pl. Angliában, Belgiumban, Francia-, Olasz- és Spanyolországban a különböző települési viszonyok között képződött téglaszerű agyagokat minden geológiai korban megtaláljuk; az ó- és középkorból származó tömött szöveti szerkezetű kicsiny hézagterfogatú és viszonylagosan nagy térfogatsúlyú, valamint a harmad- és negyedkorban képződött kevésbé tömött szöveti, nagyobb hézagterfogatú, ill. kisebb térfogatsúlyú agyagok egyformán képviselve vannak. Az agyagok olvadáspontja $1150 \div 1450^\circ \text{C}$ között változik és a csak nagyobb porozitású, ill. vízfelvevőképességű sárgára vagy sárgásrózsaszínre égethető márgás agyagok mellett nagy mennyiségben előfordulnak a többé-kevésbé tömörre égethető kicsiny porozitású, élénk pirosra vagy sötétbarnára égethető, alkáliföldfém-karbonátokban szegény

15%-nál nagyobb vízfelvevőképességű termékek állíthatók elő. 1250° C-nál nagyobb olvadáspontú, színesre égő agyagunk egyes kivételektől eltekintve nincsenek. Alkáliföldfémkarbonát-szegény vagy -mentes, többnyire vas-oxidban és alkálioxidokban dús agyagaink olvadáspontja 1200° C-nál kisebb, tömörre égetési- és olvadáspontjuk között kicsiny a különbség, ezért tömör, ill. kis vízfelvevőképességű termékek előállítására kevésbé vagy egyáltalában nem alkalmasak. Tömött, palás szöveti-szerkezetű, kevés káros szennyeződést tartalmazó, félszáraz formázásra felhasználható agyagelőfordulásaink nincsenek. Ezért durvakerámiai építőanyagaink választékának bősége hazánkban lényegesen kisebb, mint Európa nyugati országaiban.

A magyarországi agyagtelepüléseket a következőkben jellemezhetjük. Eocénkorú agyagelőfordulásaink csak szórványosan vannak; ilyenek a tenger-vízből leülepedett, részben mészkő és kemény márgakavicsokkal szennyezett putnoki és szécsényi márgás agyagok; ezek csak tömör és kevéslyukú téglák gyártására használhatók. Oligocénkorúak az ugyancsak tengeri üledéket képező kiscelli márgásagyagok, melyek főképpen a Budai-hegységben és a Mátrában fordulnak elő (újlaki, Bécsi úti, solymári stb. agyagok), miocénkorúak a törökbálinti, a tatai és mályi 7÷12% kalciumkarbonáttartalmú agyagok. Ezek az agyagok durvakerámiai építőanyagiparunk elsőrendű nyersanyagai, nagyméretű és nagy üregtérfogatú, vékonybordájú építőelemek, továbbá tetőfedőcserepek gyártására is megfelelő alapanyagot nyújtanak. Kiváló és az előbbiekkal azonos minőségű termékek gyártására alkalmasak a pliocén- és pleisztocénkorokból származó Békés megyei, elsősorban békéscsabai agyagok, továbbá az alkáliföldfémkarbonátban dús pannóniai soproni agyag. A 20%-nál több finomeloszlású kalcitot és dolomitot tartalmazó pliocénkorú rákosi vagy kőhányai agyag csak tömör és közönséges üreges téglák gyártására alkalmas; egyik fajtája azonban, a szürkés-kék kongériás keramit-agyag a magyar találmányt képező nagy szilárdságú és saválló keramit burkolóelemeknek nyersanyaga.

Agyagtelepüléseink tekintélyes hányadát képezik a geológiai újkor eolikus eredetű löszös agyagai, melyek az Alföldön és a Dunántúlon egyaránt nagy kiterjedésű területeket foglalnak el. Jellegzetes példájuk az európai híró paksi agyagbánya; a Duna mellett 50 m-t meghaladó vastagságú településben a lösz és a lösznek különböző mértékben elmésztelenedett, ill. elagyagosodott változatai élesen elhatárolható rétegződésben figyelhetők meg. Ez a durva szemszerkezetű agyagfajta gazdaságosan csak tömör falazótéglák előállítására alkalmas.

Élénk piros vagy barna színűre és tömörre égethető agyagok hazánkban csak a Tokaji-hegységben, Sárospatakon és a Dunántúlon az osztrák határ közelében található kis rétegvastagságú településeken (Beled, Csorna, Répcevis, Pórszombat, Szentgotthárd stb.). Valamennyi előfordulás a felső mediterrán korból származik.

Hazánk különleges agyagtelepülései közé sorozzuk a Tisza és a Maros árterületén előforduló montmorillonitban és vasoxidban dús áradási vagy öntési agyagokat. Ezek a gyors felhevítés hatására duzzadó agyagfajták alapanyagát szolgáltatják a $200 \div 400 \text{ kp/m}^3$ halmaztérfogatsúlyú duzzasztott agyagkavicsnak, mely teherbíró és hőszigetelő könnyűbetonok, valamint könnyű kerámiai építőelemek gyártására is előnyösen felhasználható. Építőanyagiparunk ezt a lehetőséget ez ideig nem használta ki, annak ellenére, hogy duzzadó agyagaink Európában a legkiválóbb minőségűek és a duzzasztott agyagból gyártott építőanyagipari termékeknek a térhódítása külföldön egyre növekszik [33].

A hazai téglá- és cserépipari agyagok településeinek feltérképezésével, az agyagok műszaki jellemzőinek meghatározásával és felhasználási lehetőségeinek megállapításával az Építőanyagipari Központi Kutató Intézet évenként keresztül foglalkozott. A vizsgálati eredményeket az 1962. és 1963. években kiadott két tanulmány foglalja össze [34].

IRODALOM

1. — *Die Ziegelindustrie* (1962), 182.
Időszaki statisztikai közlemények. Budapest 1960–62.
2. — *Silikattechnik* (1956), 369.
MARR: *Silikattechnik* (1959), 232–234.
— *The British Clayworker* (1960), 320.
— *Die Ziegelindustrie* (1961), 396.
WALT: *Die Ziegelindustrie* (1962), 621–624.
— *Neue Zürcher Zeitung* (1962), 2. sz.
— *Die Ziegelindustrie* (1963), 103.
BLANKE: *Die Ziegelindustrie* (1963), 438–439.
— *Die Ziegelindustrie* (1963), 447–452.
KAKASY: A téglaiipar műszaki színvonala. Budapest 1962. (Kézirat)
3. PERONEILLE: *Tuiles et Briques* (1958), 6–52.
— *Die Ziegelindustrie* (1959), 490.
BERBESSON: *L'Industrie Ceramique* (1960), 165–170.
TUCKER: *Klei* (1960), 26–28.
KOK: *Klei* (1960), 105–116.
ANON: *Tuiles et Briques* (1961), 15–18.
FOSTER: *Claykraft* (1961), 289–292.
KLEIN: *Silikattechnik* (1962), 31–32.
4. NÁRAY-SZABÓ: *Földtani közlöny* (1964). (Sajtó alatt.)
5. RIES: *Keramische Zeitschrift* (1963), 18–23.
6. RÜGGE: *Technische Neuheiten. Ziegeleitechnisches Jahrbuch*; Wiesbaden 1963, 127–128.
7. LUNDINA: *Silikattechnik* (1952), 176–178; 227–231; 270–272.
SPINGLER: *Kleines Hohlziegelpraktikum. Különlenyomat a Ziegelindustrie 1953. évfolyamából* (1., 2., 4. és 5. sz.).
HISCHEMÖLLER: *Klei* (1953), 245.
KALLAUNER: *Silikattechnik* (1954), 216.
HAUSMANN: *Silikattechnik* (1956), 26.
KOEHNE: *Glas—Email—Keramik-Technik* (1956), 44.
BÁLINT: *Építőanyag* (1962), 155–160.
8. SPINGLER: *Die Vakuumpresse. Ziegeleitechnisches Jahrbuch.* Wiesbaden (1952), 63–77.
9. BRUCKMAYER: *Wärme u. Kältetechnik* (1941), 28–34.
CAMMERER: *Die Ziegelindustrie* (1954), 564–567.
ALBERT: *Üreges kerámiai építőelemek és vizsgálatuk modellkísérletekkel.* ÉaKKI 21. sz. jelentése, Budapest 1956.

10. WINKLER: *Berichte d. Deutschen Keramischen Gesellschaft*; 1954, 337—343.
11. RÜGGE: *Technische Neuheiten. Ziegeleitechnisches Jahrbuch*. Wiesbaden; 1962, 129—130.
RIES: *Ziegeleitechnisches Jahrbuch*; Wiesbaden, 1963, 274—298.
12. GRIMAL: *La Terra Cuite* (1957), 9—20.
GRIMAL: *Bulletin Société Française de Ceramique* (1958), 21—28.
13. HARTMANN—MARTEN: *Die Ziegelindustrie* (1953), 1021—1023.
HINSENKAMP: A téglá és cserépipar korszerű gépei. Budapest 1954, 22.
ZEÖLD: Tégla és cserépgyártás. Budapest 1962, 155.
MORANDO: *Die Ziegelindustrie* (1962), 509—512.
14. HEIL: *Die Ziegelindustrie* (1954), 724—725.
KÓKAYNÉ: *Építőanyag* (1962), 177—185.
15. — *Ziegeleitechnisches Jahrbuch*; Wiesbaden, 1955, 127.
16. HILDEBRAND: *Hydraulische Trockenpresse für 5-seitig geschlossene Grossblockziegel*.
Ziegeleitechnisches Jahrbuch. Wiesbaden, 1958, 103—106.
17. ALBERT: *Építőanyag* (1963), 243—245.
18. BURNEY—LOVEWELL: *Proc. Americ. Soc. Testing Materials II*. 636.
CARLSON: *Berichte d. Deutschen Keram. Ges.* (1954), 261—269.
HALLER: Dachziegel aus gebrannten Ton. Zürich 1937.
ALBERT: A téglá és tetőcserép víztartókéességét és fagyállóságát befolyásoló tényezők.
ÉaKKI 14. sz. jelentése. Budapest 1955.
19. RÜGGE: *Technische Neuheiten. Ziegeleitechnisches Jahrbuch*. Wiesbaden; 1962, 139—146.
20. HAMMAYR: *Ziegeleitechnisches Jahrbuch*. Wiesbaden; 1961, 203—210.
KLAARENBECK: *Klei* (1960), 287—298.
HARTKORT: *Sprechsaal* (1959), 529—532.
21. BROWNELL: *Ziegelindustrie* (1951), 613—618.
SPINGLER: *Lehrbuch d. Ziegeltechnik*. Berlin 1948, 272.
JOUNG—BROWNELL: *Brick and Clay Record* (1957), 81—82; 96—99; 106.
BROWNELL: *Journ. of the Americ. Ceramic Soc.* (1958), 262—266; 310—314.
22. AMREIN: *La Terra Cuite* (1957), 21—29.
CARLSON: *Brick and Clay Record* (1958), 45—47; 62, 67.
23. GROFCSIK: A kerámia elméleti alapjai. Budapest 1956, 343—381.
ALBERT—CSIZI—KAKASY: Durvakerámiai anyagok szárításának elmélete és gyakorlata.
Budapest 1960.
24. MATTYASOVSKY: *Építőanyag* (1960), 401—409.
25. CLEWS: *Heavy Clay Technologie*. Stoke-on Trent, 1955, 123.
BUDNIKOV: *Technologie d. Keramischen Erzeugnisse*. Berlin 1953, 63—64.
26. ALBERT: Az agyagok minőségének befolyása a durvakerámiai anyagok száradási érzékenységre. A száradási érzékenység csökkentése adalékanyagokkal. ÉaKKI 12. sz. jelentése, Budapest 1954.
27. ALBERT: Téglaégetés a téglá anyagába kevert tüzelőszerekkel. ÉaKKI 43. sz. jelentése,
Budapest 1956.
ALBERT: *Építés és Közlekedéstudományi Közlemények* (1957), 125—140.
28. HEGNER—CHARRIERE—METTAUER—FIORIO: *Levage et Translation dans Industrie de la Terra Cuite*. Fédération Européenne des Fabricante de Tuiles et de Briques. T.B.E. Paris 1956.
ALBERT: *Építőanyag* (1958), 312.
MARTIN: *Építőanyag* (1962), 299—307.
29. COFFIN—ANDERSON: *Americ. Ceram. Soc. Bulletin* (1961), 126—139.
30. CSIZI: *Építőanyag* (1960), 385—392.
31. KORACH: *Berichte d. Deutschen Keram. Gesellschaft*; 1962, 589.
32. CAMERMAN: *Silicates Industriels*. 1953, 315—320.
— *Klei*. 1961. 67—74.
KNEELING: *Claycraft* (1960), 76—79.
33. ALBERT: Duzzasztott agyagkavics. ÉaKKI 49. sz. jelentése, Budapest 1957.
BERGMANN—MAARBJERG: *Wienerberger Ziegelfabrik u. Baugesellschaft*. Technisches Taschenkalender. Wien 1963, 19—20; 59—83.
34. ALBERT: A téglá és cserépipar agyagtelepülései. Az agyagok műszaki és gyártástechnológiai jellemzői. ÉaKKI Tudományos közlemények; 7. és 11. sz. Budapest 1962, 1963.

SOKSZÖGALAPRAJZ FÖLÉ SZERKESZTETT CIKKELYES HÉJ MÁSODRENDŰ FELÜLET SZERINT ALAKÍTOTT CIKKELYEKSEL

CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

A dolgozat szabályos sokszögalaprajzú cikkelyes héjak számításával foglalkozik. A vizsgált héjak cikkelyei azonos alakúak, külső peremükön teljesen szabadok, egymáshoz való csatlakozó széleiken pedig függélyes síkú ívtartókkal alátámasztottak. A héjcikkelyek középfelülete elliptikus paraboloid, parabolahenger vagy hiperbolikus paraboloid alakú. Valamennyi cikkely azonos módon van terhelve, mégpedig függélyes megoszló erőekkel. A vetületi teher az egyes cikkelyeken belül állandó vagy legfeljebb negyedfokú polinom szerint változó.

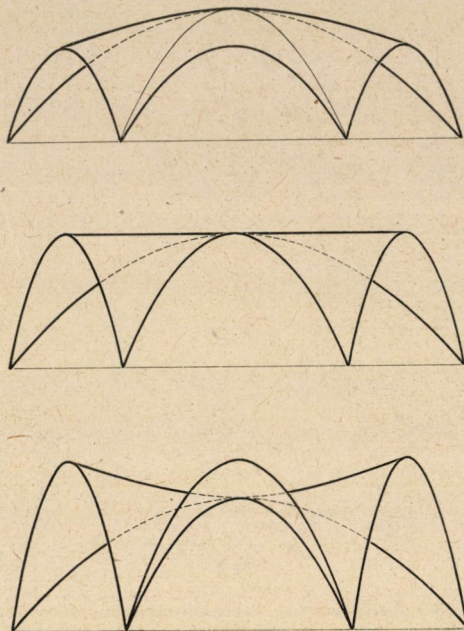
A tanulmány a héj redukált feszítőerőinek meghatározásához a feladat feszültségfüggvényét a szabad perem kerületi feltételeit kielégítő hatodfokú egész függvény alakjában állítja elő. E függvény együtthatóit a határozatlan együtthatók módszerével állapítja meg. A feladat feszültségfüggvényét, továbbá a redukált feszítőerők képleteit a gyakorlat szempontjából fontos egyszerű terhelési esetekre táblázatokba foglalja. A táblázatok használatát számpélda magyarázza.

1. Bevezetés

A modern építészet egyre szélesebb körben alkalmaz térlefödő szerkezetű héjakat. Ezek a szerkezetek a legváltozatosabb alaprajzú terek lefedésére nyújtanak lehetőséget, s az építményeknek újszerű, általában igen tetszetős külső-belső megjelenést biztosítanak.

A centrális terek lefedésére alkalmazott héjfajták egyik jellegzetes csoportját a sokszögalaprajz fölé szerkesztett cikkelyes héjak alkotják. Ezek egyenlő szárú, háromszögalaprajzú cikkelyei a külső szélükön minden támasztás nélküliek, az egymáshoz csatlakozó széleken pedig függélyes síkú ívtartókkal alátámasztottak.

A cikkelyes héjak erőjátékával eddig aránylag kevés dolgozat foglalkozott [1–4], s ezek is csak hiperbolikus paraboloid alakú cikkelyekből szerkesztett héjakat, illetve legfeljebb egyes különleges héjfajtákat tárgyaltak. Az alábbi tanulmány ezekkel szemben a cikkelyes héjakkal általánosabb keretek közt foglalkozik. Megállapításai az elliptikus paraboloid alakú, parabolahenger alakú, illetve hiperbolikus paraboloid alakú cikkelyekből szerkesztett héjakra egyaránt vonatkoznak (1. ábra).



1. ábra. Cikkelyes héj a) elliptikus paraboloid alakú; b) parabola henger alakú; c) hiperbolikus paraboloid alakú cikkelyekkel

2. Alapfogalmak, feltevések

Vizsgálatainkat a membránelmélet szokásos feltevéseire alapítjuk s ennek megfelelően az egyes héjcikkelyeknek az ívtartókhoz való csatlakozásánál a hézagmentes illeszkedés feltételeit figyelmen kívül hagyjuk. Feltesszük, hogy a héj csupa azonos alakú cikkelyből van építve, s valamennyi cikkely azonos módon van, mégpedig csupán függélyes erőkkel terhelve.

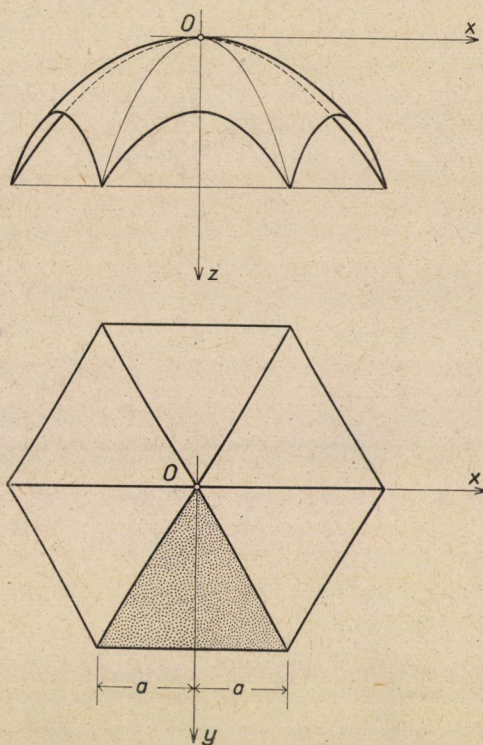
Vizsgálatainkat az $O(x, y, z)$ derékszögű koordinátarendszerre vonatkoztatjuk (2. ábra). Ennek középpontja a héj tetőpontjában helyezkedik el, z tengelye függélyes, pozitív z tengelyága lefelé irányul. Az y tengely a héjalaprajz egyik sokszögoldalára merőleges. Az alábbiakban a vizsgálatokat ezen oldalélhez tartozó héjcikkelyen végezzük el.

Az $O(x, y, z)$ koordinátarendszerben a vizsgált héjcikkely-középfelületnek egyenlete:

$$z = \frac{ax^2}{2} + \frac{\beta y^2}{2}. \quad (1)$$

Itt az a és β tényezők tetszőleges állandók, azonban $a \neq 0$.

A héj terhelését az alaprajzi vetületi területre vonatkoztatott fajlagos teherértékkel jellemezzük. E teherértéket a vizsgált héjcikkely területén a



2. ábra. Az $O(x, y, z)$ koordinátarendszer

$$Z = Z_{00} + Z_{20}x^2 + Z_{02}y^2 + Z_{40}x^4 + Z_{22}x^2y^2 + Z_{04}y^4 \quad (2)$$

teherfüggvénnyel közelítjük meg. A képlet jobb oldalán álló Z_{ij} állandókat úgy állapítjuk meg, hogy a (2) képlet kifejezte terhelés lehetőleg kevésbé térjen el a héj tényleges terhelésétől.

A héj feszültségi állapotát a Pucher-féle $F = F(x, y)$ feszültségfüggvénnyel jellemezzük. Ez a függvény az adott esetben az

$$\alpha \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \beta \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + Z = 0 \quad (3)$$

differenciálegyenletnek tartozik megfelelni.

Ha az F függvény adott, vagy azt tetszőlegesen vesszük fel, az F függvénynek megfelelő terhelésfüggvény a

$$Z = -\alpha \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \beta \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (4)$$

képlettel határozható meg, a redukált feszítőerők pedig az alábbi ismert képletekkel számíthatók:

$$\begin{aligned}
 n_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \\
 n_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \\
 n_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

3. A feladat megoldása

Mint hogy a vizsgált héjcikkely $y = b$ pereme teljesen szabad, a feszültségfüggvény e perem mentén az

$$F = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \tag{6}$$

kerületi feltételeknek tartozik megfelelni [5]. E követelményt szem előtt tartva, a feszültségfüggvényt

$$F = (b - y)^2 P(x, y) \tag{7}$$

alakban kíséreljük megszerkeszteni, ahol $P(x, y)$ az x és y változók valamely negyedfokú, x -ben páros polinomja:

$$\begin{aligned}
 P &= P_{00} + P_{01}y + P_{20}x^2 + P_{02}y^2 + P_{21}x^2y + \\
 &+ P_{03}y^3 + P_{40}x^4 + P_{22}x^2y^2 + P_{04}y^4.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

A fenti egyenlet jobb oldalán álló P_{ij} együtthatók egyelőre határozatlanok.

Ha a (8) alatti kifejezést a (7) képletbe behelyettesítjük, az F feszültségfüggvénynek megfelelő Z terhelésfüggvényt a (4) képlet szerint számíthatjuk. Ekként eljárva, a terhelésfüggvényt negyedfokú polinom alakjában kapjuk meg. Az így nyert polinomnak természetesen egyeznie kell a (2) alatti polinommal, ami azt jelenti, hogy az említett két polinom egymásnak megfelelő tagjainak együtthatói azonosak tartoznak lenni. A szóban forgó együtthatókat egymással egyenlőségbe állítva, az általános esetben kilenc lineáris egyenletet kapunk. Ezekből az eddig határozatlan P_{ij} értékek kiszámíthatók, miáltal a (8) alatti $P(x, y)$ polinom teljesen ismertté válik. Ha ezt a polinomot a (7) képletbe behelyettesítjük, megkapjuk a feladat keresett $F(x, y)$ feszültségfüggvényét. Ezek után a redukált feszítőerőket az (5) képletekkel számíthatjuk.

A fentiekben körvonalazott számítást a különböző szóba jövő egyszerű terhelési esetekre elvégezve, az F feszültségfüggvény (7) képletében szereplő

polinomra az I. táblázatban feltüntetett kifejezéseket kaptuk. Ugyanazon terhelési esetekben a redukált feszítőerőkre a II. táblázatban közölt képletekhez jutottunk.

I. táblázat

$A P = P(x, y)$ polinom értéke különféle egyszerű terhelési esetekben

Z	$P(x, y)$
Z_{00}	$-\frac{Z_{00}}{2a}$
$Z_{20} x^2$	$-\frac{Z_{20}}{12a^2} [6a x^2 - \beta (b - y)^2]$
$Z_{02} y^2$	$-\frac{Z_{02}}{12a} [3b^2 + 2by + y^2]$
$Z_{40} x^4$	$-\frac{Z_{40}}{30a^3} [15a^2 x^4 - 15a\beta x^2 (b - y)^2 + \beta^2 (b - y)^4]$
$Z_{22} x^2 y^2$	$-\frac{Z_{22}}{180a^2} [15a x^2 (3b^2 + 2by + y^2) - \beta (10b^4 - 16b^3 y + 3b^2 y^2 + 2by^3 + y^4)]$
$Z_{04} y^4$	$-\frac{Z_{04}}{30a} [5b^4 + 4b^3 y + 3b^2 y^2 + 2by^3 + y^4]$

II. táblázat

Az n_x, n_{xy}, n_y redukált feszítőerők értéke különféle egyszerű terhelési esetekben

Z	n_x	n_{xy}	n_y
Z_{00}	$-\frac{Z_{00}}{a}$	0	0
$Z_{20} x^2$	$-\frac{Z_{20}}{a} \left[x^2 - \frac{\beta}{a} (b - y)^2 \right]$	$-\frac{2Z_{20}}{a} x (b - y)$	$-\frac{Z_{20}}{a} (b - y)^2$
$Z_{02} y^2$	$-\frac{Z_{02}}{a} y^2$	0	0
$Z_{40} x^4$	$-\frac{Z_{40}}{a} \left[x^4 - \frac{6\beta}{a} x^2 (b - y)^2 + \frac{\beta^2}{a^2} (b - y)^4 \right]$	$-\frac{4Z_{40}}{a} \left[x^3 (b - y) - \frac{\beta}{a} x (b - y)^3 \right]$	$-\frac{Z_{40}}{a} \left[6x^2 (b - y)^2 - \frac{\beta}{a} (b - y)^4 \right]$
$Z_{22} x^2 y^2$	$-\frac{Z_{22}}{6a} \left[6x^2 y^2 - \frac{\beta}{a} (3b^4 - 4b^3 y + y^4) \right]$	$-\frac{2Z_{22}}{3a} x (b^3 - y^3)$	$-\frac{Z_{22}}{6a} (3b^4 - 4b^3 y + y^4)$
$Z_{04} y^4$	$-\frac{Z_{04}}{a} y^4$	0	0

Megjegyezzük, hogy az általunk meghatározott feszítőerők hiperbolikus paraboloid alakú héjcikkelyek esetében pontosan egyeznek a [3] dolgozatban megállapított feszítőerő-értékekkel.

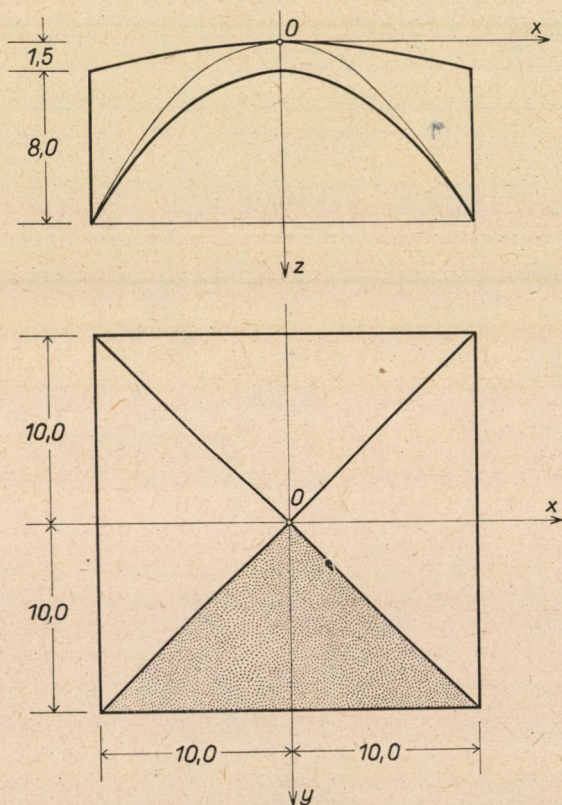
Végezetül rá kell mutatnunk arra, hogy a fent ismertetett eljárás a tárgyalt terhelési értékektől eltérő egyéb terhelési esetekben is alkalmazható, feltéve, hogy a terhelésfüggvény n -ed fokú polinom. Ily esetekben a P polinom n -ed fokú, az F feszültségfüggvény pedig $(n + 2)$ -ed fokú lesz.

4. Számpélda

Alkalmazzuk a fentiekben ismertetett eljárást a 3. ábrán feltüntetett négyzet alaprajzú cikkelyes héjra. A héj cikkelyei elliptikus paraboloid alakúak.

A $+y$ külső normálisú (a 3. ábrán pontosan feltüntetett) héjcikkely középfelületének egyenlete

$$z = 0,08x^2 + 0,015y^2,$$



3. ábra. Számpélda

úgyhogy

$$a = 0,16 \text{ m}^{-1},$$

$$\beta = 0,03 \text{ m}^{-1}.$$

A szóban forgó héjcikkely esetében

$$b = 10,0 \text{ m}.$$

A héjfalnak a középfelület területegységére vonatkoztatott fajlagos súlya $0,3 \text{ Mp/m}^2$, az alaprajz területegységére vonatkoztatott fajlagos súly pedig jó közelítéssel

$$Z = 0,3 + 0,002\,382 x^2 + 0,000\,348 y^2.$$

Az adott esetben tehát

$$Z_{00} = 0,300\,000 \text{ Mp/m}^2,$$

$$Z_{20} = 0,002\,382 \text{ Mp/m}^2,$$

$$Z_{02} = 0,000\,348 \text{ Mp/m}^2.$$

E három terhelési részletnek megfelelőleg a redukált feszítőerők képleteit a II. táblázat első három rovatában közölt képletek felhasználásával a következőképpen szerkeszthetjük meg:

$$n_x = -\frac{Z_{00}}{a} - \frac{Z_{20}}{a} \left[x^2 - \frac{\beta}{a} (b-y)^2 \right] - \frac{Z_{02}}{a} y^2,$$

$$n_{xy} = 0 - \frac{2Z_{20}}{a} x (b-y) + 0,$$

$$n_y = 0 - \frac{Z_{02}}{a} (b-y)^2 + 0.$$

Az ismert számértékeket behelyettesítve, a redukált feszítőerőkre az alábbi képleteket kapjuk:

$$n_x = -\frac{0,3}{0,16} - \frac{0,002\,382}{0,16} \left[x^2 - \frac{0,03}{0,16} (10-y)^2 \right] - \frac{0,000\,348}{0,16} y^2,$$

$$n_{xy} = -2 \frac{0,002\,382}{0,16} x (10-y),$$

$$n_y = -\frac{0,002\,382}{0,16} (10-y)^2.$$

Innét egyszerűsítés után

$$n_x = -1,875(1 + 0,007\,94 x^2 + 0,001\,16 y^2) + 0,002\,7914(b-y)^2,$$

$$n_{xy} = -0,029\,775 x(10-y),$$

$$n_y = -0,014\,887\,5(10-y)^2,$$

IRODALOM

1. CANDELA, F.: General Formulas for Membrane Stresses in Hyperbolic Paraboloidal Shells. *Journal of the American Concrete Institute*, October, 1960, No. 4. V. 32, 353–371.
2. DULÁCSKA, E.: Muschelförmige Schalenkonstruktion. *Acta Technica Hung.* 29 (1960), 397–405.
3. SZMODITS K.: Sokszögálaprajzú összetett hiparhéj. (Kézirat.)
4. SZMODITS K.: Bordák közti cikkekből álló kupola vizsgálata. (Kézirat.)
5. CSONKA, P.: Membrane Shells with Perfectly Free Edges. *Acta Techn. Hung.* 40 (1962), 151–167.

TABLE OF CONTENTS

<i>Csonka, P.</i> : On the Edge Beam of Paraboloid Shells of Revolution Having a Circular Skylight Opening	1
<i>Fialovszky, L.</i> : Methods for the Adjustment of Traversings and their Evaluations II.	7
<i>Réthly, A.—Berkes, Z.</i> : Polar Lights Phenomena in Hungary between 1523 and 1960	37
<i>Millner, T.</i> : Behaviour of Traces of Strange Materials in Tungsten Light (Academic Inauguration)	55
<i>Bölskei, E.</i> : On Statical Questions of Compressed Bars	107
<i>Verő, J.</i> : On the Reaction Kinetics of the Decarbonization of Unalloyed Steel.....	127
<i>Csonka, P.</i> : Numerical Method for the Calculation of Shells of Translation Having an Entirely Free Edge Section	143
<i>Albert, J.</i> : Scientific General Survey of the Earthenware Industry	159
<i>Csoka, P.</i> : Sectorial Shell Constructed Over a Polygonal Plan Form with Sectors Formed According to a Surface of the Second Order.....	179

INHALTSVERZEICHNIS

<i>Csonka, P.</i> : Über den inneren Randbalken der mit einer kreisförmigen Oberlichtsöffnung versehenen Rotationsparaboloidschalen	1
<i>Fialovszky, L.</i> : Die Methoden zur Ausgleichung der Polygonierung und deren Bewertung, II.	7
<i>Réthly, A. und Berkes, Z.</i> : Nordlichterscheinungen in Ungarn 1523—1960.....	37
<i>Millner, T.</i> : Das Verhalten von Fremdstoffspuren im Metall Wolfram (Akademische Antrittsvorlesung).....	55
<i>Bölskei, E.</i> : Über die statischen Fragen des Druckstabes	107
<i>Csonka, P.</i> : Numerisches Verfahren zur Berechnung von Translationsschalen mit einem ganz freien Randabschnitt	127
<i>Verő, J.</i> : Zur Reaktionskinetik der Dekarbonisation von unlegierten Stählen	143
<i>Albert, J.</i> : Überblick über die wissenschaftliche Lage der Ziegelindustrie	159
<i>Csonka, P.</i> : Über polygonale Schalen, zusammengesetzt aus Elementen, die nach einer Fläche zweiter Ordnung geformt sind	179

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Чонка, П.</i> : О краевых балках оболочек с фонарем, имеющих форму параболоида вращения с круглым основанием	1
<i>Фиаловски, Л.</i> : Методы уравнивания полигонов и оценка этих методов, II.	7
<i>Ретли, А. и Беркеш, З.</i> : Явления северного сияния в Венгрии за 1523—1960 гг.	37
<i>Мильтнер, Т.</i> : Поведение следов посторонних примесей в металлическом вольфраме (по случаю присуждения звания академика)	55
<i>Бельчкеи, Э.</i> : Вопросы статики сжатого стержня	107
<i>Верэ, Й.</i> : О кинетике реакции декарбонизации нелегированных сталей	127
<i>Чонка, П.</i> : Числовой метод расчета трансляционных оболочек с совершенно свободным краевым участком	143
<i>Альберт, Я.</i> : Научный обзор положения кирпичного производства	159
<i>Чонка, П.</i> : Разделенная на доли оболочка, построенная над многоугольным планом, с секторами в виде поверхностей второго рода	179

TARTALOMJEGYZÉK

<i>Csonka Pál</i> : Kör alaprajzú felülvilágítóval bíró forgásparaboloidhéjak peremgerendájáról	1
<i>Fialovszky Lajos</i> : A sokszögelés kiegyenlítésének módszerei és azok értékelése, II.....	7
<i>Réthly Antal és Berkes Zoltán</i> : Északi fény jelenségek Magyarországon (1523—1960)...	37
<i>Millner Tivadar</i> : Idegenanyag-nyomok viselkedése wolframfémekben (Akadémiai székfoglaló)	55
<i>Bölcsei Elemér</i> : A nyomott rúd statikai kérdései	107
<i>Verő József</i> : Ötvözetlen acél dekarbonizálódásának reakciókinetikájáról.....	127
<i>Csonka Pál</i> : Numerikus eljárás teljesen szabad peremszakasszal bíró translációs héjak számítására	143
<i>Albert János</i> : A téglaiipar tudományos helyzetképe.....	159
<i>Csonka Pál</i> : Sokszögalaprajz fölé szerkesztett cikkelyes héj, másodrendű felület szerint alakított cikkelyekkel	179

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJI SÁNDOR

34. KÖTET

3. SZÁM



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

1964

VI. OSZT. KÖZL.

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJI SÁNDOR

34. KÖTET 3. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG: BUDAPEST V., NÁDOR UTCA 7.
KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei változó terjedelmű füzetekben jelennek meg. Négy füzet alkot egy kötetet. Évenként általában egy kötet jelenik meg.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia
Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei
Budapest V., Nádor utca 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Megjelent munkájáért minden szerzőt száz különnyomat illet meg. Közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttat a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A Közlemények előfizetési ára kötetenként belföldi címre 40 forint, külföldi címre 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest V., Alkotmány utca 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest I., Fő utca 32., Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának kiadványa az

Acta Technica

című idegen nyelvű folyóirat.

E lap hivatott a magyar műszaki tudományok eredményeinek legjavát a külföld felé tolmácsolni. A cikkek német, angol, francia vagy orosz nyelven jelennek meg, lehetőleg a szerző kívánsága szerint, összefoglaló pedig a cikk nyelvén és azonkívül a másik három nyelven. A cikkeket magyar vagy a szerző választotta idegen nyelven a következő címre kell beküldeni:

Acta Technica szerkesztősége, Budapest V., Nádor utca 7.

BESZÁMOLÓ A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK MUNKÁJÁRÓL

GELEJI SÁNDOR
AKADÉMIKUS, OSZTÁLYTITKÁR

Elhangzott a Műszaki Tudományok Osztályának a Magyar Tudományos Akadémia
1964. évi Nagygyűlése keretében április 23-án tartott nyilvános ülésén

I. Bevezetés

A beszámoló az Osztály kutatási hálózatából és ennek tudományos eredményeiből kiindulva áttekintést óhajt adni az Osztálynak, illetve az Osztályvezetőségnek az elmúlt három évben kifejtett legfontosabb tudománypolitikai és tudományszervezési munkájáról, az elért eredményekről, a tapasztalt hiányosságokról és a megoldandó feladatokról, kiemelve néhány fontosabb kérdést, amelyek végleges és megnyugtató megoldása még hátra van. Mindez egyben meghatározza a közgyűlés után választandó új Osztályvezetőség soron levő legfontosabb feladatait is.

A beszámoló kiegészítő részét képező *Függelék* számot ad az Osztályhoz tartozó bizottságok 1963. évi működéséről, az Osztály nemzetközi kapcsolatairól és tudományos rendezvényeiről, továbbá 1963. évi könyv- és folyóiratkiadási tevékenységéről.

Az Osztályvezetőség előtt az eltelt időszakban két kiemelkedő tudománypolitikai, illetve szervezési feladat állt, amely meghatározta tevékenységének fő irányait:

- az Osztály önálló akadémiai kutatóbázisának megteremtése, illetve kiszélesítése mind a meglévő intézetek, mind az egyetemen folyó akadémiai kutatás, valamint a jövő intézetek meglévő alapjainak erőteljes fejlesztése útján;
- az akadémiai bizottsági rendszer fejlesztése.

II. Az Osztály meglévő kutatási hálózata és ennek tudományos eredményei

1. Helyzetkép és hároméves fejlődés

E kérdések részletes vizsgálata előtt a fejlődés ütemének megítéléséhez rövid áttekintést kell nyújtani a jelenlegi akadémiai kutatási hálózatról.

Mindenek előtt a *Műszaki Fizikai Kutató Intézet*ről kell szólni. Ez jelenleg az Osztály legnagyobb intézete, amelynek összlétszáma ez idő szerint 143 fő, ebből 45 fő tudományos kutató. Az utolsó 3 évben létszáma 63 fővel növeke-

dett. Eddig vendégként idegen helyen, szűkös körülmények között dolgozott. Az Intézet az utóbbi időben kedvezőbb helyzetbe került, minthogy a Központi Kémiai Kutató Intézet egyik épületét az Intézet rendelkezésére bocsátotta, ami által a zsúfoltság bizonyos mértékig csökkent. Az Intézet önálló székházának építése nem kevés huzavona és tervmódosítás után most már erőteljesen folyik, és remény van arra, hogy a székház még ebben az esztendőben teljesen felépül, miáltal végre meglesznek mindazok a feltételek, amelyek szükségesek a nyugodt és kiegyensúlyozott munkához, valamint a megfelelő eredmények eléréséhez.

Létszám szempontjából az Osztály második legnagyobb kutatási intézménye az *Automatizálási Kutató Intézet*. Ennek létszáma jelenleg 97 fő, amelyből 51 fő kutató. A fejlődés az utóbbi 3 évben 55 fő. Az Osztály az automatizálás fontosságának tudatában óriási erőfeszítéseket tett az Intézet fejlesztéséért, elsősorban az Intézet önálló székházának mielőbbi megteremtéséért. Elkészült, és minden illetékes szerv által jóváhagyást nyert az Intézet végleges beruházási programja, amelynek összege kerekén 33 millió forint, és amelynek végrehajtása után összlétszáma 280 főre fog emelkedni. A tervek jóváhagyását követően 1963-ban az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság felvetette, hogy a fejlesztés időszakára, 3—5 évre átvenné az Intézet teljes gazdasági irányítását, de az Intézet tudományos irányítása megmaradna az Akadémia hatáskörében. Az Elnökség ezt a javaslatot akkor nem fogadta el. 1964 elején ismét felvetődött ez a kérdés, és akkor az Osztály hozzájárult ahhoz a javaslatához, hogy az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság vegye át az építési beruházás lebonyolítását, de az irányítás többi része maradjon az Osztály kezében. Ezzel szemben az Elnökség végül is úgy határozott, hogy átadja az Intézet teljes gazdasági irányítását az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottságnak, minthogy az vállalta az Intézet számára a szükséges létszámnak a Pénzügyminisztériumtól megfelelő időben való megszerzését.

Az Osztály évek óta már működő laboratóriumai: a *Geodéziai*, a *Geofizikai*, a *Geokémiai* és az *Olajbányászati Kutató Laboratórium*, amelyek összlétszáma 65 fő, az elmúlt évek alatt létszámban kis mértékben, összesen 24 fővel fejlődtek.

Az Osztály kisebb intézményei közül legnagyobb mértékben az *Ipargazdaságtani Kutató Csoport* fejlődött. A Kutató Csoport 1961-ben alakult és jelenleg 17 fő létszámmal rendelkezik, amelyből 9 kutató. Ezen intézmény gyors ütemű fejlesztése azért volt lehetséges, mert ez a csoport sem beruházási, sem elhelyezési igénnyel nem lépett fel.

Sokkal rosszabb a helyzet az *egyetemi kutató helyek* tekintetében. Jelenleg a Budapesti Műszaki Egyetem, a Nehézipari Műszaki Egyetem és az Eötvös Loránd Tudományegyetem 43 tanszékének nyújt az Osztály céltámogatást. Ezek a tanszékek túlnyomórészt 8 munkaközösségbe tömörültek. A munkaközösségbe tömörült tanszékek száma 36, az önállóan működő, egyedi tan-

székek száma 7. A munkaközösségekben és egyedi tanszékeken foglalkoztatott akadémiai munkavállalók száma összesen 145 fő, ebből 62 tudományos kutató. Ezeket a tanszékeken az elmúlt három évben összesen 27 új státushelyről tudtunk gondoskodni. A céltámogatott tanszékek között 1963-ban bizonyos koncentrációt hajtottunk végre, aminek következtében 15 tanszék tudományos munkájának támogatását átengedtük a Művelődésügyi Minisztériumnak. Az e tanszékeken felszabadult 8 státushelyet az Osztály átadta a továbbra is általa támogatott munkaközösségeknek.

2. Tudományos eredmények

Az Osztály kutatóbázisának 1963. évi tudományos munkájáról és eredményeiről a következők nyújtanak részletes tájékoztatást.

Műszaki Fizikai Kutató Intézet

A *fémfizikai* kutatásban egyes nyomszenyezések hatásmechanizmusának vizsgálata során több, eddig vitás kérdést tisztáztak. Ennek alapján új, eddig sehol sem alkalmazott adalékok felhasználásával, lényegesen jobban megmunkálható és sokkal formatartóbb wolfram huzalok lesznek valószínűleg előállíthatók. Az *elektronfizikai* vizsgálatok elsősorban az elektronemisszió további tisztázására irányultak. A kísérletek eddigi eredményei azt mutatták, hogy a fénycsövek oxidatódjainak megjavításával fénycsöveink minősége lényegesen emelhető lesz. Ezenkívül olyan kísérleti és gyártási eredményekhez jutottak, amelyek valószínűsítették, hogy az izzólámpák ívleégése megszüntethető lesz és így vákuumtechnikai iparunk színvonala emelkedni fog. A *félvezető* anyagokkal kapcsolatban új módszert dolgoztak ki a felületi és kristály belsejében történő rekombináció egyértelmű elválasztására. Az *elektrolumineszcencia* vizsgálata céljából előállítottak nagyméretű és nagy tisztaságú egykristályokat. A kapott egykristályok elérik a nemzetközileg ismert minőségi tulajdonságokat. Elméletileg érdekes felismerésekre vezetett a folyadékfázisból hideg úton kicsapott lumineszkáló cinkszulfid kristályok vizsgálata.

Automatizálási Kutató Intézet

Jelentősebb eredmény volt a sokváltozós *szabályozó rendszerek* optimális átviteli függvényeinek megállapítására vonatkozó egyszerűsített számítási módszer kidolgozása. Ezenkívül néhány területen, mint pl. a mintavételező rendszerek, nemlineáris rendszerek stb. területén sikerült önálló részeredményeket elérni. Kidolgoztak egy gerjesztésszabályozási rendszert nagy szinkron kompenzátorok számára. A kompenzátor szabályozásával csökkenthetők a nagy energiarendszerek hálózati veszteségei. Sikerült tisztázni egyenáramú gépeknek az irodalomban eddig nem tárgyalt szabályozási paramétereit.

Az *erősítő gépek* területén folytatódtak az autodinre vonatkozó korábbi elméleti munkák és azok gyakorlati megvalósításai. Elvégezték a 25 kW-os teljesítményű autodin statikus és dinamikus vizsgálatait. A Szovjetunióval való együttműködés keretében több autodines hajtásnak, köztük egy 200 kW-os berendezésnek elvi szabályozástechnikai kérdéseit sikerült tisztázni. Az *automatika elemek* területén kidolgoztak egy sokcsatornás mozgóérintkezőmentes, szigetelt, gyorsműködésű digitalis átalakítót, amely új elven működik és a működési sebességet nagymértékben fokozza.

Geodéziai Kutató Laboratórium

Vizsgálatokat végeztek a matematikai statisztika, a valószínűségszámítás és a kiegyenlítő számítás tételei között fennálló összefüggések meghatározására. Befejezték a légi fényképsorokkal történő térbeli légiháromszögelés hibaelosztására szolgáló új módszer kidolgozását. Elméleti és kísérleti alapon kimutatták, hogy a geodéziai műszereken alkalmazott libellák minősítésére az érvényben levő német szabvány nem megfelelő és új vizsgálati eljárást dolgoztak ki. Tovább folytatták a Bolgár Tudományos Akadémiával együttműködésben a Krasszovszkij-ellipszoidra vonatkozó felsőgeodéziai táblázatok számítását.

Geofizikai Kutató Laboratórium

A Laboratórium obszervatóriumában 1957—63 között észlelt tellurikus gyorsregisztrátumok feldolgozásához új, a pulzáció számos sajátosságát számításba vevő értékelési eljárást dolgoztak ki. A tellurikus és magnetotellurikus kutatások földtani, nyersanyagkutatói alkalmazásának megalapozása tovább folytatódott, mind az altalajban, mind pedig a felső köpenyben jelentkező anomáliák fizikai értelmezésének tisztázása útján. Eredményeket értek el az elektromágneses változások iránysajátosságainak és a tektonikai viszonyok kapcsolatának meghatározása terén.

Geokémiai Kutató Laboratórium

Az 1963. év a Geokémiai Laboratórium munkájában minőségi változást hozott a nagyműszeres laboratóriumok, nevezetesen a röntgen-vákuumspektrográffal kapcsolt diffraktométer-laboratórium és nagynyomású laboratórium felállításával. Így lehetővé vált a külföldi kísérleteket megelőzve több, kémiaiilag különböző rendszer egymáshatásából adódó komplex rendszerek összetételének meghatározása a nyomás, a hőmérséklet és az illók változásának függvényében. Számos hazai kőzettel (bazalt, andezit, kőszén, szulfidos ércek) kapcsolatban végeztek a Laboratórium kutatói részletes kőzettani és geokémiai vizsgálatokat. Így a magmás kőzetek szövetének kvantitatív értelmezése, a kőszén gyakorlat számára fontos illótartalmának reflexiós mérések alapján történő meghatározása, valamint a kőszéntelepeken végzett lumineszcenciás vizsgálatok gazdaságilag is figyelemre méltó eredményt jelentenek.

Olajbányászati Kutató Laboratórium

Kőolaj- és földgáztároló kőzetek határfelületi tulajdonságainak, a rétegvizek felület-aktív anyagkoncentrációjának és a porózus tárolókőzetek permeabilitásának, valamint az e kőzetekből történő kiszorítás körülményeinek vizsgálatára terjedt ki a kutatás. Nemzetközi szinten is élenjáró eredményt értek el a porózus közegek nedvesíthetőségének mennyiségi meghatározása, a kiszorítás sebességének mérése, a peremszög meghatározása, továbbá a kiszorító sebesség és a kihozatal mennyiségi összefüggéseire vonatkozó értékek megállapítása terén.

Ipargazdaságtani Kutató Csoport

Eredményesen folytatták az állóeszközök extenzív kihasználásának racionális módszereit kereső kutatómunkát. Munkaidőgrafikonokat dolgoztak ki a folyamatos és több műszakos munkarend megszervezésére. Ennek során külön is tekintetbe vették a napi 7 órás munkaidőre való átmenetet. Sikerrel oldották meg az átmenet szociális és gazdasági szempontból egyaránt optimális menetrendjének a kidolgozását.

Akadémiai Tanszéki Kutatások

Az *Áramlástechnikai Munkaközösség* tagjai elkészítettek egy új, nagyméretű járókerékkel működő kísérleti berendezést, amellyel lehetővé válik a szekunder áramlások és határréteg szerkezetek kutatása. Tervszerűen tovább folytatták a Szovjetunió Tudományos Akadémiájával való együttműködésben végzendő kavitációs erózió kutatást, melynek során egzakt összefüggést találtak az irodalomban eddig egymástól függetlennek vélt jellemző számok között.

A *Bányászati Munkaközösség* kiterjesztette kutatásait a bányauzemek telepítésének műszaki-gazdaságossági vizsgálatával kapcsolatban a beruházási objektumok optimális paramétereinek megállapítására. Kőzetmechanikai vizsgálataik során kimutatták, hogy a föld alatti üregeket körülvevő kőzetben a jelentkező mozgásokat anyagelvonással, illetve anyaghozzáadással befolyásolni lehet és ilyen módon az üregek stabilizáltsága fokozható. Kutatásaikkal kialakították a hazai szénbányászatban alkalmazott gyaluk késprofilját és a jövesztési technológiát. Előrrhaladást értek el a mélybányák szellőztetési és klimatizációs problémáinak megoldásában.

Az *Építéstudományi Munkaközösség* keretén belül végzett kutatások előkészítették az egységes betonvizsgálati szabványjavaslatot. Új számítási eljárást dolgoztak ki a paraboloid héjszerkezetekre. Méréstechnikát dolgoztak ki a vízszivárgás hidraulikai és hidromechanikai jellemzőinek meghatározásához. Kísérleti és elméleti úton vizsgálták a cölöpökben a verés és terhelés alatt fellépő feszültségeket, és eljárást dolgoztak ki ezek meghatározására. Az épí-

észettörténeti kutatások terén jelentősen előrehaladtak a barokk-kori építészeti anyagának összeállításában.

A *Gépszerkezettani Munkaközösség* kutatói anyagszerkezeti vizsgálatok során összefüggést találtak a többs tengelyű feszültségi állapotban vizsgált próbatestek hasonlósági törvényére, amellyel általánosították a Kick—Barba arányossági törvényt. Általános elvi összefüggést állítottak fel a kontrakció során keletkező nyúlás kiszámítására. Számítási módszert dolgoztak ki a törés szempontjából kritikus állapot meghatározására. Elméletileg meghatározták és néhány kísérlettel is alátámasztották a csavarás törési munkáját.

A *Kalorikus Gépészeti Munkaközösség* területén a hőcserélő kalorikus berendezések vizsgálatának eredményeként egy újfajta, kondenzátorral egybeépített gáztalanító alakítottak ki; meghatározták azt a racionális bordakiképzési geometriát, amelynek segítségével a beépített bordázott felület termikus hatékonysága lényegesen fokozható. Kidolgoztak továbbá egy teljesen új elven működő, termodinamikus keringető szivattyút, amely mozgó alkatrész nélkül, tisztán termikus hatások útján keringeti az oldatot. Az atomenergia hasznosítására vonatkozó kutatások területén előrehaladást értek el a grafitmoderátos reaktor hőtechnikai számításában és az új rendszerű hőcserélő elemek vizsgálatában, amelyek a későbbi időpontban megépülő hazai atomerőműhöz nyújtanak majd segítséget.

A *Kohászati Munkaközösség* kutatói a képlékenyalakítás területén kidolgozták az elongátoros csőhengerlés elméletét és az elongálás teljesítményszükségletének meghatározására szolgáló számítási eljárásokat. Ez a kutatómunka a szakirodalomban eddig nem tárgyalt, teljesen újszerű elméleti alapok és számítási módszerek kidolgozását eredményezte. A kutatómunka kiemelkedő eredménye a Kármán-féle teoria általánosítása. E munka során beigazolódott, hogy a hengerrésben előálló jelenségek értelmezése eddig hiányos volt. A kutatás eredményei képet adnak a hengerrésben keletkező erők mechanikai vonatkozásaira és biztos számítási alapot nyújtanak a hengerléstechnológia gyakorlati problémáinak kidolgozásához.

A *Közlekedéstudományi Munkaközösség* keretében korszerű készüléket szerkesztettek a bitumenek reológiai mérésére. Kidolgozták a vasúti kocsirámplati tervkészítés módszertanát és a mechanizációra is alkalmas áramlat irányítási rendszerét. Meghatározták a nagysebességű vasúti pályák létesítésével kapcsolatos követelményeket. Korszerű elektronikus analóg számítógépet készítettek a gépjármű dinamikus igénybevételének vizsgálatához. A vasúti vágánnyal összefüggő vizsgálatok során pontosan meghatározták a dinamikus erőváltozásokat, a rugózott jármű függőleges erőjátékát.

A *Nehézgépészeti Munkaközösség* területén a korszerű méretezési elvek meghatározása érdekében berendezéseket építettek a hegesztett szerkezetek alapadatainak meghatározására. Vizsgálatokat végeztek a hegesztett varratok zsurgorodását érintő törvényszerűségek megállapítására; villamos mérés-

sorozatot kezdtek el a képlékeny alakváltozási hullám-terjedésének vizsgálatához.

A *Finommechanika és Optika Tanszék* tökéletesítette az elektronikus vezérlésű spektroszkópiai gerjesztőberendezéseket és továbbfejlesztette az időfelbontó optikai berendezést plazmafizikai vizsgálatokhoz.

A *Földtani Intézet* a Kárpát-medencében elsőnek mutatta ki a szilurkorú képződményeket a Mecsek-hegységi mélyfúrások kőzetanyagában. Ez a nagy jelentőségű felismerés új alapokra helyezte Magyarország nagyszerkezeti mélyföldtani megítélését.

A *Geofizikai Tanszék* keretébe került 1963-ban az Országos Földtani Főigazgatóságtól átvett Országos Földrengésvizsgáló Intézet. Az új budapesti, piszkéstetői és soproni obszervatóriumokkal kibővített hazai szeizmológiai hálózat, valamint a szeizmológiai kutatások így egységes irányítás alá kerültek. Vizsgálatokat végeztek az óceáni kéregvastagság meghatározására a felületi hullámok diszperziója alapján. Elindították a paleomágneses vizsgálatokat a hazai bazaltokon. A Föld dinamikus elméletét alkalmazták kéregmozgások jelenségére.

A *Vezetéknélküli Híradástechnikai Tanszéken* befejezés előtt áll a zárt színes televíziós átviteli lánc építése. Ennek során elkészült egy színes dia-bontó és egy színes képviissaadó. Ezzel megvalósították a hazai vezetékes színes képátvitel alapjait. A beszédhangok fizikai vizsgálata során olyan felismeréseket állapítottak meg, amelyek közelebb visznek az emberi beszéd által vezérelt gépek problémájának megoldásához.

A *Vezetékes Híradástechnikai Tanszék* kutatói kidolgoztak egy olyan magnetoelektronikus jelfogót, amelyet félvezetőkből és ferritekből építettek fel. Ennek az új típusú villamos kapcsolóelemnek működési ideje két nagyságrenddel rövidebb, mint az elektromágneses jelfogóé.

A *Villamosművek Tanszéken* befejezés előtt áll a készülő tranziens analízátor. Az eddig elvégzett számítások igazolták az analízátor használhatóságát.

III. Az Osztály intézetfejlesztési terve

Az elmúlt években az Osztály legtöbbet az önálló akadémiai kutatóbázis megteremtésével, illetőleg a meglévők fejlesztésével foglalkozott. Ennek a feladatnak a megoldása akkor vált különösen sürgetővé, amikor elkészült az országos távlati kutatási terv és ennek három kutatási főfeladatáért az Osztály lett a felelős; nevezetesen

a 3. számú főfeladat, a „*Szilárdtestek kutatása*”, amelynek jelentős részét a Műszaki Fizikai Kutató Intézetnek kell megoldania;

a 17. számú főfeladat, a „*Korszerű méretezés és képlékeny alakítás továbbfejlesztése*”, amelynek megoldását az Osztály a Budapesti Műszaki Egyetemen

működő Gépszerkezettani és Áramlástechnikai Munkaközösségre, valamint a Nehézipari Műszaki Egyetemen működő Kohászati és Nehézgépészeti Munkaközösségre bízta;

a 20. számú főfeladat, az „Automatizálási és távirányítási kutatások”, amelyeket zömmel az Automatizálási Kutató Intézetnek kell kidolgoznia.

A 17. számú főfeladatból adódó munkák mellett az egyetemi tanszékeknek és munkaközösségeknek még számos, más főhatóságok irányítása alatt levő országos kutatási főfeladat egyes alapkutatási témáit is meg kell oldaniuk. Ilyen módon jelentős mértékben növekedik az Osztállyal szemben támasztott kutatási igény, amelyet csak jelentősen felfejlesztett kutatóapparátussal lehet kielégíteni.

Az Osztály kidolgozta távlati intézetfejlesztési tervét. Legfontosabbnak tartotta egy olyan műszaki alapkutatási intézet létesítését, amely fő kérdés-ként a mechanika, illetve az elméleti mechanikai-technológia művelésével foglalkoznék. Ez annál is inkább indokolt, mert az e téren felmerülő alapkutatások a 17. számú országos kutatási főfeladat valamennyi problémáját magukba foglalják, és több más főfeladat sikeres végrehajtását is megalapozzák. Ez az intézet több iparág munkájához nyújtana segítséget, és így népgazdasági jelentősége is nagy lenne.

Számos változat kidolgozása után a *Műszaki Mechanikai és Elméleti Mechanikai-technológiai Intézet* létesítését az Elnökség elvileg kimondta. A létesítendő Intézet a Műszaki-mechanikai, Elméleti mechanikai-technológiai és Fémteni osztályokból állna, Budapestre tervezett székhellyel.

Ezenkívül elvi állásfoglalás történt az Elnökségi Tanács részéről a Geodéziai és Geofizikai Kutató Intézet megalapításáról is, amely két intézetet a meglévő kutatólaboratóriumából, illetve egyetemi tanszéken működő kutatócsoportból kívánunk kifejleszteni.

A tervezett *Geodéziai Intézet* 7 tudományos osztályt foglalna magában: Felsőrendű hálózatok osztálya, Fotogrammetriai osztály, Alkalmazott geodéziai osztály, Geodéziai műszerek osztálya, Fotogrammetriai műszerek osztálya, Asztrogeodéziai osztály, továbbá Gravitációs osztály, Sopron és Győr székhellyel.

A *Geofizikai Intézet*: Gravitációs-elektromágneses osztály, Értelmező (teleptani) osztály, Szeizmológiai és földbelsőszerkezeti osztályból állna Sopron és Budapest székhellyel. A Geodéziai Intézetnek a Győrben létesítendő új Műszaki Egyetemmel kell szorosan együttműködnie.

Az Osztály intézetfejlesztési tervében javasoltak közül az előbb említett intézetek létesítésének szükségességével az Országos Tervhivatal, az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság is egyetért. Ugyancsak teljes egyetértésre talált a Mechanikai és Elméleti Mechanikai-technológiai Intézet létesítésére vonatkozó terv az Építésügyi Minisztérium vezetői részéről is. A Magyar Tudományos Akadémia Matematikai és Fizikai Tudományok Osztálya részéről a

tervbe vett három új intézet létesítésével kapcsolatban észrevétel nem merült fel. Meggyőződésünk, hogy ezek az intézetek nagyon fontosak tudományos és népgazdasági szempontból egyaránt, és hogy ehhez az illetékes szaktárcáktól is meg fogjuk kapni a megfelelő támogatást. Itt kell megemlíteni, hogy bár az Osztálynak az egyes szakminisztériumok vezetőivel a személyi kapcsolatai jók, a rendszeres, intézmények közötti munkakapcsolat kiépítése még a jövő feladata.

Az Osztály intézetfejlesztési terve tartalmazta még a Földtani és Energetikai intézetek létrehozását is. Ezek közül a *Földtani Intézet*: Ásványkőzettani osztályt, Földtani szerkezetkutató osztályt, Földtörténeti-öslénytani osztályt foglalna magában Budapest székhellyel; az *Energetikai Intézet* pedig Műszaki hőtani osztályra, Elméleti Villamosság-tani osztályra, Fénytani osztályra és Akusztikai osztályra tagozódnék Budapest székhellyel.

A Műszaki Tudományok Osztálya összesen 5 alapkutatói intézet létesítését javasolta, amelyből az eddigiek szerint 3 intézet létesítését elvileg jóváhagyták. Látható tehát, hogy az Osztály erőfeszítései bizonyos eredményeket értek el. Az Osztály egységes álláspontja az, hogy a soron levő feladat ezeknek az elvi döntéseknek a realizálása.

Az intézetfejlesztési terv kidolgozásánál, valamint általában az Osztály eddigi működésénél változatlanul érvényes és fontos az Alapszabályokban lerögzített ama megállapítás, hogy alapkutató elsősorban az Akadémia feladata. Továbbá ugyancsak alapvető feladat az alapkutatói intézeti hálózat megteremtése. Ez utóbbi tétel alkalmazásánál természetesen figyelembe kell venni a nemzetközi kooperációból adódó előnyöket és a népgazdaság legfontosabb ágai fejlesztésének igényeit is. Nyilvánvaló, hogy az Akadémia tekintélyét elsősorban saját intézeti kutatásainak tudományos eredményei támasztják alá.

Az Osztály intézetfejlesztési tervének kidolgozásában és összeállításában az illetékes szakterület nagyszámú szakértője vett részt. E munkában való lelkiismeretes közreműködésükért fogadják az Osztály hálás köszönését.

Sikertelenek maradtak az Osztály ama törekvései, hogy legalább az új intézetek magját képező egyetemi munkaközösségek megfelelő módon továbbfejlesztessenek. Így a 17. számú országos főfeladat és más főfeladatok megoldása a szükséges feltételek hiánya miatt az elgondolásoknál kevesebb eredménnyel fog zárulni.

IV. Az akadémiai tanszéki kutatások problémái

Az egyetemi kutatás fejlesztésének hiányossága mellett rá kell mutatni néhány szervezeti jellegű kérdésre is. Az elmúlt években volt olyan időszak, amikor a Művelődésügyi Minisztérium erőteljesen arra törekedett, hogy egye-

temi kutatások irányítását és támogatását kizárólagosan a minisztérium vegye át.

Az Osztályvezetőségnek az az álláspontja, hogy az egyetemi tudományos kutatást számos tanszéken akkor is kívánatos támogatni, ha a Műszaki Tudományok Osztályának jelentős önálló kutatóbázisa végre kialakul, mert az Osztály olyan igénnyel nem léphet fel, hogy minden fontosabb alapkutatási kérdést intézeti keretben maga végezzen el olyankor, amikor annak kisebb mérvű művelésével is elérhető a kívánt színvonal, viszont amely kérdés műveléséről az Akadémia nem mondhat le. Amíg azonban ez a helyzet megvalósul, a Műszaki Tudományok Osztályának és az egyetemeknek is különösen alapvető érdekük az egyetemi kutatókapacitás jelentős megerősítése.

Az egyetemen elvileg van lehetőség a tudományos kutatásra, mert a tudományosan minősítették jelentős számban ott vannak alkalmazásban. Sajnos, a valóságban ezt a lehetőséget igen nehéz hasznosítani a tanszemélyzet rendkívül nagy megterhelése miatt.

Elemzés alapján megállapítást nyert, hogy egy függetlenített akadémiai kutató munkája nagyságrendileg 10 főnyi oktató tudományos munkájával egyenlő. Ennek okát korántsem az oktatók szorgalma vagy érdeklődése hiányának tartjuk. Az oktatók tudományos munkáját számos rajtuk kívül álló ok gátolja. Így például a hallgatók egyre növekvő létszáma miatt a laboratóriumok olyan fokig vannak túlterhelve, hogy ott gyakorlatilag sem tudományos kísérleteket beállítani, sem huzamosan egyfolytában kísérletezni nem lehet. A kutatás céljait szolgáló beruházási keret rendkívül csekély, az egyetem műszer- és gépi állománya nagyrészt elavult és elégtelen. Nyomasztó a segéd-erőhiány is, ami még jobban megnehezíti az oktatók tudományos kutatómunkáját.

Több oldalról érkező jelzés alapján itt külön meg kell említeni az akadémikus egyetemi professzorok és általában a tudományos minősítéssel rendelkező személyek nagy részének rendkívüli megterhelését, részben a sokféle bizottságban való közreműködés, részben pedig a sokirányú adminisztrációs elfoglaltság miatt. Itt lenne az ideje annak, hogy ezt az egyre súlyosbodó problémát országos viszonylatban megnyugtató módon rendezzék.

Látható tehát, hogy az egyetemi tudományos kutatás területén távolról sem olyan kedvező a helyzet, mint az a nagyszámú tudományosan képzett oktató mellett elvárható lenne.

V. Az akadémiai bizottságok kérdése

Az Osztály akadémiai bizottságai vonatkozásában is komoly problémák vannak. Ezekre az Osztály évről évre rámutatott, azonban a helyzet nem javul, hanem egyre bonyolultabbá válik. A több mint egy évtizede kialakult

és az idő próbáját kiállt stabil akadémiai bizottsági rendszer mellett más bizottsági rendszerek is létrejöttek, mint a Tudományos és Felsőoktatási Tanács koordináló bizottságai, az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság széles körű bizottsági hálózata, a Tudományos Minősítő Bizottság új szakbizottsági rendszere és egyéb minisztériumi tudományos bizottságok. Az a legsúlyosabb kérdés, hogy e különböző bizottságokban jórészt azonos tagok működnek, és ezzel éppen a tudományosan képzett, legértékesebb tagok rendkívüli módon túl vannak terhelve, és alig-alig jut idejük alkotó munkára.

Az Akadémia Elnöksége is felfigyelt erre a fonák és egészségtelen helyzetre, és legalábbis az Akadémián belül a bizottsági munka egyszerűsítését írta elő, annak megállapítása mellett, hogy az osztályokon alakult bizottságok egy-egy szűkebb tudományterület tudományos tanácsának tekintendők. Az Osztály megaláztatással nyugtázza ezt az elnökségi megállapítást, de egyidejűleg fontosnak tartja a bizottsági probléma országos rendezését is. Véleménye szerint a távlati kutatási feladatokat koordináló és érdemben ellenőrző tevékenységét a megfelelő akadémiai bizottságoknak kellene ellátniuk.

A főfeladatok koordinálását a Tudományos és Felsőoktatási Tanács által létrehozott koordináló bizottságok végzik. Kétségtől megállapítható, hogy bizonyos rendszeresség és a párhuzamos kutatások megakadályozása tapasztalható a koordináló bizottságok munkája következtében. Mindazonáltal e munkát számos bürokratikus vonás kíséri, és a nagyszámú téma érdemi ellenőrzése meghaladja a koordináló bizottságok erejét. Ezt a munkát megfelelő módon az akadémiai bizottsági hálózat tevékeny közreműködésével lehetne sikeresen elvégezni. Az Osztály bizottságainak legfontosabb feladata változatlanul az akadémiai kutatóhelyek tudományos munkájának ellenőrzése.

De az elmúlt évtized tapasztalatai azt mutatták, hogy az ellenőrzésnek eddig alkalmazott módja általában javításra szorul. Az eddigi módszer szerint a bizottságok túlnyomórészt egy-egy kutatóhely egészét vizsgálták, rendszerint oly módon, hogy a kutatóhely írásos jelentését két bizottsági tag megkapta és a bizottság az opponensek véleménye alapján foglalt állást és hozott határozatot a végzett munkáról. Ez a módszer azért nem volt teljesen kielégítő, mert a bizottság többi tagja nem alakíthatott ki önálló véleményt, minthogy a részletes jelentést nem ismerte, sőt a bizottság a legtöbbször nem is a témafelelőssel, hanem az intézmény vezetőjével tárgyalt. Az Osztály ehelyett általánosítani kívánta azt a helyes módszert, amelyet néhány bizottság már eddig is sikerrel alkalmazott.

Eszerint egy-egy szélesebb tudományterület illetékes bizottsága a hozzátartozó kutatóhelyek témáit *csoportokba* osztja. Minden egyes témacsoport ellenőrzésére tudományosan képzett kis létszámú szakértő bizottságot jelöl ki. E bizottságok minden egyes tagja megkapja a hozzátartozó témákra vonatkozó írásos jelentést előzetes tanulmányozás végett, majd a *témafelelő-*

söket szóban is beszámoltatja. Ezeken a beszámolókon tudományos viták alakulnak ki, és a tapasztalat szerint ezek a viták nagy érdeklődést váltanak ki mind a témafelelősökből, mind a szakértő bizottságok tagjaiból. E viták alapján a szakértő bizottságok állást foglalnak a vizsgált témákkal kapcsolatban a kutatás előrehaladása és annak tudományos színvonala tekintetében.

Kétségtelen, hogy az ellenőrzésnek, illetve tudományos felmérésnek ez az egységes módszere emelni fogja a kutatás színvonalát, és növelni fogja az Osztály bizottságainak tekintélyét is.

Megelégedéssel vevendő tudomásul, hogy a Budapesti Műszaki Egyetem rektora a rektori tanács határozata alapján felkérte az Osztályvezetőséget, hogy bizottságainak a közreműködésével vizsgálja felül az egyetemi tanszékek tudományos tevékenységét, közöttük számos olyan tanszékét is, amelynek az Akadémia nem folyósít céltámogatást.

Az Osztály kész arra, hogy e tekintetben lehetőségeihez képest messze-menő segítséget nyújtson, mert az egyetemi kutatással kapcsolatban elmondottakon túlmenően, a korszerű oktatás érdekében is fontosnak tartja, hogy az egyetemen magas színvonalú tudományos kutatómunka folyjék.

VI. Az Osztály nemzetközi kapcsolatai és rendezvényei

A Műszaki Tudományok Osztálya által az elmúlt évek alatt rendezett konferenciák értékelése azt mutatja, hogy az eddigiekhez képest elsősorban a szervezéspolitikai kérdések vonalán kell egységesen előrelépni, mert itt néhány kérdésben eltérés mutatkozik.

Az *első kérdés* az, hogy milyen célból rendeznek konferenciát, azért-e, hogy kutatási eredményeinket bemutassuk, vagy pedig azért, hogy a konferencia külföldi résztvevőitől tanuljunk?

Nyilvánvaló, hogy az Osztály által rendezett konferenciák elsődleges célja szükségszerűen annak kell lennie, hogy saját új tudományos eredményeit publikálja, tehát csak azokon a területeken rendez konferenciát, ahol megfelelő színvonalú hazai eredmények mutathatók fel. Olyan tudományterületeken, amelyeken nemzetközileg megfelelő eredményt még nem tudunk elérni, helyesebb és gazdaságosabb is, ha mi küldünk külföldre szakembereket, hogy ottani konferenciákon vagy kutatóhelyeken ismerkedjenek meg az illető téma nemzetközi állásával és megismerve, illetve elsajátítva azt, munkájukat idehaza szélesebb körű tudással folytassák.

A *másik dolog* a konferenciák részvételi díjának kérdése. Az elmúlt évek tapasztalatai azt mutatják, hogy azokon a szakterületeken, ahol jó eredményeket értünk el, jelentős a külföld érdeklődése, és a konferenciáinkon a külföldiek saját költségükön is nagy számban vesznek részt. A konferencia színvonalas előkészítéséhez tartozik a konferencia anyagának időben és megfelelő

formában való publikálása, a konferencia előadásainak technikai szempontból való jó lebonyolítása (tolmácsberendezés, jól képzett tolmácsok bevonása). Mindez azonban azt is szükségessé teszi, hogy a költségeknek egy része a konferencia részvevőitől — részvételi díj formájában — az Akadémia részére megtérüljön. A reprezentációs alkalmakat is elsősorban a részvételi díjak terhére kell lebonyolítani.

Előfordulnak hiányosságok az Akadémia költségére történő meghívások esetében is. Rögzíteni kell azt az álláspontot, hogy konferenciára akadémiai költségen csakis kiemelkedően elismert nemzetközi tekintélyű szakembert lehet meghívni. Ennek ellenére több alkalommal előfordult, hogy a meghívott vezető-tudós lemondása esetén a pótlólagos meghívást olyankor is kiküldték, amikor a meghívott személy nem volt az illető szakterület reprezentánsai közé sorolható.

Végezetül szólni kell arról, hogy a konferenciák rendezésében az egyes szakterületek művelőinek erkölcsi kötelességük, illetve felelősségük van. Ez természetesen azt jelenti, hogy néhány embernek, legyenek azok kutatók vagy adminisztratív beosztásúak, több hónapon át szervezési kérdésekkel kell foglalkozniuk, ha a konferenciát sikeresen kívánják megrendezni. Ezért kétségtelen, hogy akik a konferencia megrendezésére vállalkoznak, szakterületük iránt érzett elismerésre méltó felelősségtudatról tesznek bizonyosságot. Köszönet illeti azokat az akadémikusokat és munkatársakat, akik az elmúlt időszak konferenciáinak színvonalas megrendezéséhez munkájukkal hozzájárultak.

Esetleges félreértés eloszlatására meg kell azonban jegyezni, hogy az adminisztratív jellegű munkák jó részének (fordítás, tolmácsolás stb.) anyagi honorálására az Akadémia mindenkor gondoskodik fedezetről.

Szólni kell az Osztály nemzetközi kapcsolatainak alakulásáról is. A külföldi utak lehetőségei az elmúlt időszakban lényegesen megnöttek. A korábbi években csupán néhány hetes, legfeljebb háromhónapos tanulmányutak voltak lehetségesek, ma már mind több és több lehetőség kínálkozik vagy akadémiai egyezmények, vagy államközi megállapodások alapján 6 hónaptól 1 évig terjedő időtartamú kiutazásokra mind a szocialista, mind pedig a tőkés országokba.

Az Osztály kiküldetésében 1963 folyamán szocialista országba 116 és tőkés országba 37 utazás történt egyezményes keretben.

Az egyezményes keretek szép fejlődése mellett a devizás kiküldetéseknel a helyzet nagyon rossz. Devizás kiküldetést 1963-ban tőkés országba 11 fő, szocialista országba 33 fő kapott. A rövid utak, konferenciák fedezésére az Osztálynak nyújtott pénzügyi keret rendkívül csekély. Így a lehetőségek a felmerült igényeknek csupán a töredékét elégíthetik ki. A rendelkezésre bocsátott összegek 6 éve változatlan szinten állnak.

VII. Tudományos minősítés

Végezetül röviden a TMB ügyekről néhány szót. Ismeretes, hogy a Tudományos Minősítő Bizottság átszervezésével a minősítés ügyei elkerültek az osztályoktól, de az Osztályvezetőségnek továbbra is feladata marad az Osztályhoz tartozó területek tudományos kádereinek fejlesztése, a minősítések helyzetének figyelemmel kísérése és a segítségnyújtás.

VIII. Összefoglalás

Összegezve az elmondottakat megállapítható, hogy az Osztály hároméves erőfeszítései nem voltak teljesen hiábavalók. Ha nagyon lassan is, de előrehaladás volt elérhető az önálló kutatóbázis kifejlesztésében, és megvan a remény arra, hogy a még hiányzó intézetek is megvalósulnak.

Az intézetfejlesztési terv kidolgozása során ismételten felmerült az Osztályhoz tartozó földtudományok képviselőinek az a kívánsága, hogy önálló csoportot alkossanak, és ezáltal nagyobb lehetőséget nyerjenek saját tudományos kutatásaik hatékonyabb fejlesztésére. Az Osztály a múltban több alkalommal kinyilvánította, hogy egyetért a geo-tudósok önállósodási törekvéseivel. Őszintén meg kell azonban mondani, hogy a geo-csoport megalakulása eddig a Műszaki Tudományok Osztályától és más hivatalos szervektől független okok miatt nem valósult meg. Az Osztályvezetőség most sem kíván akadályt gördíteni ez önállósodási törekvés elé, de le kell szögezni, hogy bizonyos tudományterületeknek, mint pl. a geodéziának, a bányászatnak és a vízépítésnek egy önálló geo-csoport létesítése esetén is a Műszaki Tudományok Osztálya keretében kell maradnia.

Szólni kell arról is, hogy az Akadémián felvetődtek olyan vélemények, hogy az Akadémia munkájának további javítását szolgálja, ha az Akadémia szervezeti felépítésében változtatást hajtanának végre. Az Osztály véleménye szerint az akadémiai munka javításának helyes szándékából kiindulva, valamennyi osztálynak — köztük a Műszaki Tudományok Osztályának is — komolyan kell ezzel a kérdéssel foglalkoznia. Kétségtelen azonban, hogy egyik osztály szerkezetére vonatkozólag sem lehet az osztálytagok, az Osztály munkájában aktívan résztvevő minősített szakemberek és más, Akadémián kívüli illetékes fórumok véleményének kikérése és figyelembevétele nélkül dönteni. Ezeket a szervezeti kérdéseket behatóan meg kell vitatni. Ezért e kérdések általános módon, az Akadémia egészére kiterjedő érvényű felvetésével a Műszaki Tudományok Osztálya egyetért.

A VIII. Kongresszus fontos tézise volt az, hogy meg kell határozni a legfontosabb kutatási célokat, amelyeknek elérésére a hazai feltételek megteremthetők, illetve, amelyekre a nemzetközi kooperáció és munkamegosztás

lehetőségeinek felhasználásával a tudományos erőket elsősorban szükséges összpontosítani.

A Kongresszus határozatának megfelelően mindent meg kell tenni a műszaki kutatások erőteljes fejlesztéséért, e terület kutatási témáinak összehangolásáért és azért, hogy a műszaki tudományos kutatás eredményeinek hasznosítása a népgazdaságban meggyorsuljon.

Az Osztály meggyőződése, hogy kutatási és intézetfejlesztési terve e szempontokat kielégítik és olyan tudományos problémák megoldására irányulnak, amelyek úgyszólván valamennyi iparágra nézve alapvető fontosságúak.

Az Osztály kötelessége, hogy a Párt határozatának szellemében újabb és újabb kutatási eredmények elérése, valamint a műszaki tudományok kutatási bázisának fokozottabb erősítése érdekében végezze munkáját, hogy ezzel a magyar tudomány és a nép érdekét szolgálja.

FÜGGELÉK

TÁJÉKOZTATÓ AZ OSZTÁLYHOZ TARTOZÓ BIZOTTSÁGOK MŰKÖDÉSÉRŐL,
AZ OSZTÁLY NEMZETKÖZI KAPCSOLATAIRÓL,
VALAMINT KÖNYV- ÉS FOLYÓIRATKIADÁSI TEVÉKENYSÉGÉRŐL

. Az Osztályhoz tartozó bizottságok 1963. évi működése

Az *Automatizálási Bizottság* a II. Országos Automatizálási Kollokvium előkészítésével és megszervezésével foglalkozott. Megvitatta a Magyar Tudományos Akadémia Automatizálási Kutató Laboratóriumának 1962. évi kutatási eredményeit és jóváhagyásra javasolta az 1964. évi kutatási tématervet.

A Bizottság 1963-ban két ülést tartott.

A *Bányászati Bizottság* 1963-ban főleg a Bányászati Akadémiai Munkaközösség kutatási tevékenységének ellenőrzésével és a kutatások helyes irányának kialakításával foglalkozott. Javaslatával hozzájárult ahhoz, hogy a bányászati alapkutatások hatékonyan segítsék elő az ipar által felvetett legfontosabb problémák megoldását.

Így a Munkaközösség a hazai külfejtéses bányászat fejlesztése érdekében ma már intenzíven foglalkozik a külszíni művelés analitikai vizsgálatával. Minthogy a bányászat távlati termelési terveiben a külszíni művelés fogja a lényeges növekedést eredményezni, a Bizottság — megfelelően előkészített anyag alapján — megtárgyalta a Mátraaljai Szénbányászati Tröszt javaslatait a külszíni művelés fejlesztésének néhány problémájára vonatkozóan. A Bizottság javasolta a Trösztnek, hogy készítse el a hidraulikus jövesztés és szállítás kísérleteinek programját és vonja be ezekbe a miskolci Nehézipari Egyetem illetékes tanszékeit. A Bizottság a külfejtéses bányászat szakemberképzésének megoldására is javaslatot tett.

Az albizottságok foglalkoztak a bányászat automatizáltságának és műszerezettségének helyzetével, a szén- és ércbányászat megkutatottságának kérdéseivel, továbbá a matematikai módszerek egyes bányagazdasági vizsgálatokban való alkalmazhatóságának lehetőségeivel.

A Bizottság 1963-ban három ülést tartott.

Az *Erősáramú Villamos Bizottság* a villamos gép- és készülékgyártás tudományos kérdéseivel, az erősáramú félvezető ipar kutatásának fejlesztésével és az Erősáramú Akadémiai Munkaközösség 1962. évben végzett kutatómunkájával foglalkozott.

Az iparral való kapcsolat elősegítése céljából egyik ülését a Ganz Villamosági Művekben tartotta. Az ülésen szóba került a gyártmányfejlesztés körébe tartozó kutatások továbbfejlesztése, a távlati tudományos kutatási tervekkel való jobb összehangolása és helyes megosztása a gyár központi laboratóriuma, illetve más kutatási intézmények (pl. a Villamosipari

Kutató Intézet és a Villamos Energiaipari Kutató Intézet) között. Felvetődött a gyártásfejlesztéssel kapcsolatos szakképzés kérdése is.

Megvitatta a Bizottság a Villamosipari Kutató Intézet félévezető laboratóriumának eredményeit és a további teendőit. A laboratórium bővítésével kapcsolatos nehézségek leküzdésében az Osztály a laboratórium segítségére volt. A Bizottság a helyszínen megtekintette a laboratóriumban folyó munkákat, ami jó tájékoztatás nyújtott az ott folyó eredményes kutatási munkákról.

A Bizottság 1963-ban három ülést tartott.

Az *Építéstudományi Bizottság* az elmúlt években az építési kutatás, valamint az építőipar alapvető és időszerű problémáival foglalkozott. Megvitatta az acél felhasználásának lehetőségeit az építőiparban figyelemmel arra, hogy az utóbbi években az acél világpiaci ára lényegesen csökkent, és így az építőipar kiterjedtebben alkalmazhatja. Az Országos Tervhivatal bevonásával végzett vizsgálat eredményeként a Bizottság arra a megállapításra jutott, hogy a jövőben hazai vonalon az acélfelhasználást az építőiparban fokozni lehet. Különösen fontos a könnyű acélszerkezetek elterjesztése.

Foglalkozott a Bizottság a KGST-n belül folyó együttműködés kérdéseivel, továbbá az építési szabályzatok és szabványok egységesítési problémáival.

A Bizottság behatóan megvizsgálta az építési felelősség kérdését, nevezetesen építési objektumok létesítésével kapcsolatban felmerülő felelősség problémáit és annak megoszlását a tervező, a beruházó és a kivitelező között. A kérdés megvitatásába bevonta az Építésügyi Minisztérium és a Közlekedésügyi Minisztérium képviselőit is.

A Bizottság tárgyalta az építéstudomány egyik alapvető alaptudományának, a mechanikának a kérdését, megvitatta az e téren fennálló hiányosságokat és ezekkel kapcsolatban szakkönyvek kiadására és Mechanikai Kutató Intézet felállítására tett javaslatot.

A Bizottság megvizsgálta a hegesztés tudományának hazai állását és arra a megállapításra jutott, hogy jelenlegi formájában a Vasipari Kutató Intézetben belül folyó, ilyen jellegű kutatás már nem elégíti ki a hazai igényeket. Ezért e téren fejlesztés szükséges.

A Bizottság megvizsgálta az Építéstudományi Intézet, az Ütügyi Kutatóintézet és az Építőanyagipari Központi Kutató Intézet munkáját, amelynek eredményeit az említett kutatóintézetek további munkájukban hasznosították.

Foglalkozott a Bizottság a tervező vállalatoknál és a tudományos egyesületekben folyó kutatómunkákkal is és felhívta a figyelmet arra, hogy az elért eredményeket szélesebb körben kell megismertetni.

Nagy jelentőségű rendezvénye volt a Bizottságnak a *Talajmechanikai és Alapozási Konferencia*, amelynek anyagát az Akadémiai Kiadó külön kötetben adta ki. A konferencián nagy számban jelentek meg külföldi tudósok és szakemberek. A konferencia jó rendezése és tudományos színvonala eredményeként nagy sikere volt a magyar tudománynak.

A Bizottság 1963-ban nyolc ülést tartott.

Az *Építésztörténeli és Elméleti Bizottság* 1963 elején foglalkozott az építészeti múzeum megvalósításának kérdésével. A múzeum elsősorban a magyar építésztörténet szempontjából jelentős tervek és dokumentációk gyűjteményét tartalmazná. A Bizottság nagy súlyt fektet a legújabbkori magyar építészek alkotásainak védelmére. A már régebben műemlékké nyilvánított néhány épület jegyzékének kiegészítésére nézve előterjesztést tett, amely a modern magyar építészeti szempontjából úttörő jelentőségű építészeti 21 művét tartalmazza.

Az ötkötetes Magyar Építésztörténet előkészítésével, feldolgozásával és szerkesztésével kapcsolatban a Bizottság több vitát és megbeszélést tartott. Az I. kötet 1964. év végén nyomdába kerül.

A Bizottság sajtó alá rendezte az 1962. október havában *Történeli városközpontok fejlesztése — építésztörténeli kérdések* címmel Budapesten tartott nemzetközi akadémiai konferencia anyagát.

A Bizottság tervet dolgozott ki a modern építészeti propagálására célzó könyvsorozat megjelentetésére. A sorozat 3 ív terjedelmű kötetekből állna, amelyek építészmongráfiákat, jelentős épületek ismertetését, elemzését és elméleti kérdések taglalását tartalmazzák. A Bizottság az első kötetek témáit és szerzőit kijelölte.

A Bizottság 1963-ban öt ülést tartott.

A *Geodéziai Bizottság* tárgyalta a magyar geodéziai tudományos munka közvetlen problémáit (a laboratóriumi és tanszéki kutatómunkák értékelését, egyes folyamatban levő témákról szóló beszámolók megvitatását és ezek kapcsán további, figyelembe veendő szempontok megadását a további kutatásoknál).

Kritikailag értékelte a magyar geodéziai irodalmat. Ennek kapcsán igen nagy gondot fordított arra, hogy a fiatalabb generációt a tudományos munkára serkentse.

Részletesen foglalkozott a földmérnök, a bányamérnök és a felsőfokú geodéta-technikus képzés reformjával is. A vélemények és javaslatok a reformbizottságokban résztvevő bizottsági tagokon keresztül messzemenően érvényesültek.

Ismételten és behatóan tárgyalta a magyar geodéziai műszergyártás tudományos problémáit. Véleményt nyilvánított a tervezett műszerek jövőbeli kiállításáról, javaslatokat tett bizonyos — a tervben nem szereplő — műszerek gyártására.

A gyártásra vonatkozó véleményeket és javaslatokat az érdekelt ipar vezetői figyelembe vették és a továbbiakban is igénylik a Bizottság véleményét.

A Bizottság 1963-ban négy ülést tartott.

A *Geofizikai Bizottság* feladatának megfelelően megvitatta és értékelte az Akadémiai Geofizikai Laboratóriumnak, az Eötvös Loránd Tudomány Egyetem Geofizikai Tanszékének, valamint a Miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem Geofizikai Tanszékének kutatásait.

A különleges szakmai kérdések megtárgyalását a Bizottság a keretében működő gravitációs, szeizmikus, geoelektromos és karottázs albizottságain keresztül végezte. Az albizottságokban kidolgozott és realizált javaslatok közül kiemelkedik a három különböző főhatóság felügyelete alatt működő geofizikai kutatóhely kooperációjának biztosítása, amely az ország nagy részére kiterjedő tellurikus, magnetotellurikus és elektromos mélyszondázási mérésorozatot eredményezett. A Gravitációs Albizottság keretében új eljárást dolgoztak ki, mely az ország nagyszerkezeti viszonyainak gravitációs módszerrel való felkutatására alkalmasnak bizonyult.

A Bizottság 1963-ban hat ülést tartott.

A *Geokémiai Bizottság* szakülésein számos alapvető tudományos problémát vitatott meg és ezzel szakterületének mind hazai, mind nemzetközi vonatkozásban elismert fórumává vált. Így külső felkérésre megvitatta az R. C. MACKENZIE által megküldött, az agyagásványok rendszerezésére vonatkozó nemzetközi javaslatot és szakvéleményét részletes magyar javaslat csatolásával közölte a nemzetközi szervezettel.

Hazai felkérésre részletesen megvitatta az Állami Földtani Intézet által kiadásra kerülő új földtani térképek kidolgozásának szempontjait.

A Bizottság által rendezett nemzetközi jellegű *Magma Szimpózium*nak, amely a magmás kőzetek osztályozásával és nevezéktanával, valamint a kárpáti vulkáni hegységek tufa-szintjeinek párhuzamosításával foglalkozott. Különös tudománypolitikai jelentőséget adott a szimpóziumnak, hogy a magyar és a szomszédos szocialista országok képviselői között még szorosabb együttműködés és baráti kapcsolatok alakultak ki.

A Bizottság 1963-ban négy ülést tartott.

A *Gépészeti Bizottság* 1963. évi tevékenységét a gépészeti szakterület 1960—62. évi akadémiai kutatómunkájának a szokásostól eltérő részletes felmérésére és e munkák értékelésére összpontosította. E célból kiküldött a kilenc különféle témacsoport megvizsgálására egy-egy célbizottságot. E bizottságok feladata volt az egyes témacsoportok területén végzett kutatómunka felülbírálna és értékelése. A célbizottságok értékelő ülésén a témafelelősök beszámoltak eredményeikről, a kutatás körülményeiről és nehézségeiről. Az értékelő ülések alkalmával a célbizottságok tagjai építő kritikai bírálatokkal és konkrét szaktanácsaikkal segítették elő a kutatócsoportok működését. A Bizottság pontos képet kapott a kutatómunkák állásáról, valamint a nehézségek, sőt esetleges eredménytelenségek okáról. A Gépészeti Bizottság 1963. évi ez irányú munkájának betetőzése volt az a jelentés, amelyet a tapasztalatok alapján az Osztályvezetés elé terjesztett.

A Bizottság foglalkozott még a dieselesítési konferencia és az 1965. évi akadémiai méretezési konferencia előkészítésével is.

A Bizottság 1963-ban négy ülést tartott.

A *Híradástechnikai Bizottság* részletesen felmérte az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság, a Tudományos és Felsőoktatási Tanács, a Műszaki és Természettudományi Egyesületek Szövetsége, valamint egyéb bizottsági hálózatokban kialakult párhuzamosságokat. Vizsgálata alapján javaslatot készített egyes bizottságok megszüntetésére, illetve egyesítésére.

Foglalkozott a Tudományos Minősítő Bizottság átszervezése nyomán a tudományos minősítési munka területén előállott helyzettel. Erre vonatkozó észrevételeit írásban az illetékes szervek elé terjesztette.

Albizottságaik közreműködésével több, a híradástechnika fejlesztését szolgáló tanulmányt készített, amelyet az Országos Műszaki Fejlesztési Bizottság felhasznált munkájában.

A Bizottság 1963-ban négy ülést tartott.

A *Kalorikus Bizottság* foglalkozott a Kalorikus Akadémiai Munkaközösség kutatási tervének jóváhagyásával, illetőleg a kutatómunka eredményeinek felülvizsgálásával. Ennek eredményeképpen a Bizottság határozatot hozott a kutatók közvetlen beszámoltatására vonatkozóan.

A Bizottság a Kalorikus Akadémiai Munkaközösséghez tartozó kutatóhelyek munkájából kiemelte a léghővezetési berendezések keverő kondenzátorainak mérésével és fejlesztésével, továbbá a kémiai hőtranszformátorokkal és a gáztalanítás kérdéseivel kapcsolatos kutatási témákat. Az utóbbiról már előzetesen beszámoló készült az Energia Világkonferencia Melbourne-i ülésére. A Munkaközösség keretében folyó egyéb kutatásokra vonatkozóan a Bizottság megállapította, hogy az atomerőművek kérdéseivel foglalkozó témák, a műegyetemi atomreaktor tervezésével és építésével kapcsolatos vizsgálatok, a Diesel-motorok belső kör-folyamataira vonatkozó kutatások, valamint a jármű-gázturbinák kérdései vonalán is eredmények mutatkoztak. A Bizottság a kutatási témák helyzetét értékelve úgy látta, hogy a legtöbb tanszéken nehézségekkel küzdenek a munkaközösség kutatói az elégtelen létszám és hiányos felszerelés miatt.

A Bizottság 1963-ban egy ülést tartott.

A *Kohászati Bizottság* — az előző évekhez hasonlóan — 1963-ban is tevékenységét két irányban fejtette ki. A Bizottság bírálta a szakterület akadémiai kutatási szervének — a Kohászati Akadémiai Munkaközösségnek — 1962. évi tudományos tevékenységét, valamint felülvizsgálta a következő időszak tudományos kutatási tervét. Egyeztetette az akadémiai kutató szerv programját az illetékes ipari kutatási bázisok munkájával és ezzel több esetben felesleges, párhuzamosan folyó kutatómunkát sikerült kiküszöbölnie.

A Bizottság részleteiben megtárgyalta a hazai bauxitok komplex hasznosításának problémakörét és a hazai mangánércvagyon optimális felhasználásának lehetőségeit. Mindkét kérdés rendkívül fontos a magyar kohászat szempontjából. A Bizottság megállapította, hogy a két témával kapcsolatban végzett kutatómunka iránya helyes volt és kedvező eredményekre vezetett.

A timföldipar fejlesztésével kapcsolatos alkalmazott kutatási munkák elősegítése érdekében a Bizottság meghallgatta az Almfűzítői Timföldgyár beszámolóját és konkrét javaslatokat tett egyes kutatások továbbvitelére.

A Bizottság 1963-ban négy ülést tartott.

A *Közlekedéstudományi Bizottság* tevékenysége döntő mértékben tudományszervezési feladatok megoldására szorítkozott. Egyes tudományos problémákkal a Bizottság irányítása alatt működő albizottságok foglalkoztak. A Bizottság tudományszervező tevékenysége során részletesen megtárgyalta a Közlekedéstudományi Akadémiai Munkaközösség terveit és munkáját.

Albizottságai útján megvitatta a kutatóintézetek tudományos terveit, az országos úthálózatfejlesztési tervkészítés előrehaladását, a hézag nélküli felépítmény, a dieselmotoros üzem és még sok más probléma egyes tudományos kérdéseit. Ismételt lépéseket tett annak érdekében, hogy a városrendezési tervek kialakításában a közlekedési szempontokat megfelelően érvényesítsék.

A Bizottság 1963-ban két ülést tartott.

A *Műszaki Tudománytörténeti Bizottság* 1963-ban nem ülésezett, hanem a Bizottság egyes tagjai a korábbi határozatok végrehajtásával foglalkoztak.

A *Rostos és Szálasanyagok Technológiája Bizottság* helyszíni látogatással egybekötött vitaulést rendezett a Papíripari Kutatóintézetben és a Bőripari Kutatóintézetben, ahol megvitatták a két intézet tudományos munkáját.

Ankétot rendeztek a fahelyettesítő anyagok kutatásának legújabb eredményeiről. Megtárgyaltak néhány külföldi (szovjet, finn, amerikai) tanulmányútnak a szakterületet érintő érdekes tudományos tapasztalatait.

A Bizottság 1963-ban négy ülést tartott.

A *Szilikátkohászati Bizottság* főleg a szilikátipari tudományos kutatómunkák elemzésével foglalkozott. Ezen belül részletesebben megvizsgálta a hazai kerámiai kutatás tematikájának beillesztését a világszínvonal elérését célzó törekvésekbe.

A téglaiipar tudományos helyzetképének felvázolásával megállapítást nyert, hogy a hazai kutatás a hagyományos termékek korszerű gyártási technológiájának kidolgozásában és az építési gépesített eljárásainak kiszolgálásához szükséges új termékkfajták, valamint azok gyártástechnológiájának kifejlesztésében lépést tartott a világszínvonalal. Az erről szóló tanulmányt az *Osztályközleményekben* tettük közzé.

A Bizottság 1963-ban két ülést tartott.

A *Településtudományi Bizottság* megvitatta az Építésügyi Minisztérium által irányított településtudományi tárgyú kutatómunkák 1963. évi programját és a kutatás szervezeti felépítését. Rámutatott az 59. és 60. sz. főfeladatok keretében folyó kutatómunkák koordinációjának szükségességére és javaslatot tett a tématervezetében folyó egyes munkák sorolására vonatkozóan.

A Bizottság feltárta a településtudományi kutatómunkák jelenlegi káderhelyzetét és káderutánpótlásának problémáit. A témával kapcsolatosan különböző javaslatokat dolgozott ki a fennálló helyzet megjavítására, a közeljövőben és nagyobb távlatban megteendő intézkedésekre.

Megtárgyalta „A szocialista társadalom életformái, ezek kihatása a telepítésre és a városok és községek fejlesztésére” című témával kapcsolatos kutatásról készített jelentést, a tervet elfogadta és megállapodott a munka továbbfolytatásának irányelveiben.

A Bizottság többször foglalkozott az 1963. június havában tartott *Országos Városépítési Tanácskozás* előkészítésének munkáival és kiküldött képviselői útján az előkészítőbizottságban jelentős munkát végzett.

A Bizottság 1963-ban három ülést tartott.

A *Vízgazdálkodási, Vízépítési és Hidrológiai Bizottság* foglalkozott az Országos Vízgazdálkodási Keretrendezvény tudományos bírálatával, a nemzetközi hidrológiai dekad előkészítésével, a meteorológiai-hidrológiai kutatások koordinálásával, a terület műszerellátottságával, az állóvizek vizsgálatával és tudományszervezési kérdésekkel. Megvizsgálta az akadémiai céltámogatott csoportok munkatervét és tudományos eredményeit.

A szakterület tudományos irányításával összefüggő további feladatokat a tudományterület összetétele szerint alakult albizottságai útján végezte.

A Mezőgazdasági Vízgazdálkodási Albizottság részletesen tárgyalta az öntözővíz mennyiségi és minőségi kérdéseit.

A Vízgazdálkodási Albizottság a tiszavölgyi vízpótlások kérdésével, valamint a medrekben hagyandó legkisebb élővíz-mennyiség kérdésével foglalkozott.

A Hidrológiai és Hidrometriai Albizottság javaslatot dolgozott ki a hidrológus mérnök-képzés ügyében. Az Albizottság előkészítette és sikeresen megrendezte a Bogdánfy-émlékünnepélyt, megvitatta a hazai hordalékkutatók helyzetét és azok továbbfejlesztésére részletes javaslatot dolgozott ki.

A Szennyvíz Albizottság a szennyvízöntözés egyes kérdéseit tárgyalta. Így értékelte a szűrőmezőkön átszűrött szennyvizeknek a mesterséges biológiai berendezésekhez viszonyított tisztítási-hatásfokkérdését. Foglalkozott a debreceni szennyvízöntözőtelep működésének tapasztalataival s részletes javaslatokat dolgozott ki a vizsgálatok továbbfejlesztése érdekében.

A Radiológiai Albizottság foglalkozott a mélységbeli vizek mozgásviszonyainak vizsgálatára szolgáló eljárásokkal és állást foglalt a megfelelő sugárzó anyag alkalmazása tekintetében.

A Vízellátási Albizottság megvitatta a vizek keletkezésének geofizikai, illetve meteorológiai kérdéseit, a vízmerő kutak gazdaságos elhelyezésének kidolgozása céljából munkabizottságot alakított.

A Geohidrológiai Albizottság javaslatokat dolgozott ki a mélységi vizek kutatásának, hasznosításának, feltárásának és ellenőrzésének megszervezésére.

A Bizottság 1963-ban négy ülést tartott.

II. Az Osztály nemzetközi kapcsolatai és rendezvényei

1. A baráti országok akadémiainak kutatószerveivel végzett közös kutatások állása

Az Osztály nagy fontosságot tulajdonít a nemzetközi együttműködésnek. A rendelkezésre álló szűk kutatási kapacitás hatékony felhasználásának igénye azt kívánja, hogy a legfontosabb feladatok megoldására koncentrálna erőit. A baráti országok akadémiaival való együttműködés évről évre bővül és eredményessége is nő. A közösen folytatott kutatási témák és az együttműködő felek országokként részletezve a következők:

a) Bulgária

Öntözési rendszerek hatékonysági koefficiensének megjavítását szolgáló intézkedések:

Építőipari és Közlekedési Műszaki Egyetem I. sz. Vízépítéstani Tanszéke,
Bolgár Tudományos Akadémia Vízgazdálkodási és Vízépítési Intézete.

Együttműködés a Krasszovszkij-féle ellipszoidra vonatkozóan:

Magyar Tudományos Akadémia Geodéziai Kutató Laboratóriuma,
Bolgár Tudományos Akadémia Központi Geodéziai Kutató Laboratóriuma.

b) *Csehszlovákia*

Sugárzó és sugárzás nélküli átmenetek tanulmányozása szilárd testekben:

Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Fizikai Kutató Intézete,
Csehszlovák Tudományos Akadémia Fizikai Intézete.

Automatikus vezérlés:

Magyar Tudományos Akadémia Automatizálási Kutató Intézete,
Csehszlovák Tudományos Akadémia Információelméleti és Automatizálási Intézete.

Az altalaj teherbíróképessége és deformációja:

Magyar Tudományos Akadémia Építéstudományi Munkaközössége,
Csehszlovák Tudományos Akadémia Elméleti és Alkalmazott Mechanikai Intézete.

A kőzetek hőfizikai vizsgálata:

Magyar Tudományos Akadémia Bányászati Munkaközössége,
Csehszlovák Tudományos Akadémia Bányászati Intézete, Kassa.

A közép-európai térség építészettörténeti anyagának összeállítására:

Magyar Tudományos Akadémia Építéstudományi Munkaközössége,
Csehszlovák Tudományos Akadémia.

Szeizmikus rajonírozás a Kárpátokban és a Balkánon:

Eötvös Loránd Tudományegyetem Geofizikai Tanszéke,
Csehszlovák Tudományos Akadémia Geofizikai Intézete.

Az elektromos vezetőképesség mélységi tagozódásának vizsgálata:

Magyar Tudományos Akadémia Geofizikai Kutató Laboratóriuma,
Csehszlovák Tudományos Akadémia Geofizikai Intézete.

A föld elektromágneses mezeje rövidperiódusú variáció forrásainak vizsgálata:

Magyar Tudományos Akadémia Geofizikai Kutató Laboratóriuma,
Csehszlovák Tudományos Akadémia Geofizikai Intézete.

c) *Lengyelország*

Elektrolumineszcencia-kutatások:

Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Fizikai Kutató Intézete,
Lengyel Tudományos Akadémia Fizikai Intézete.

Kárpát- és Balkán-terület szeizmikus rajonírozása:

Eötvös Loránd Tudományegyetem Geofizikai Tanszéke,
Lengyel Tudományos Akadémia Geofizikai Intézete.

Önbeálló szabályozó modellek konstrukciója:

Magyar Tudományos Akadémia Automatizálási Kutató Intézete,
Lengyel Tudományos Akadémia Automatikai Intézete.

Cölöpteherbírási problémák kutatása:

Magyar Tudományos Akadémia Építéstudományi Munkaközössége,
Lengyel Tudományos Akadémia Vízépítési Kutató Intézete.

Axiális és radiális ventillátorokra és hidrodinamikai tengelykapcsolókra vonatkozó áramlás-tani kutatások:

Magyar Tudományos Akadémia Áramlástechnikai Munkaközössége,
Lengyel Tudományos Akadémia Áramlástanai Gépek Intézete.

d) *Német Demokratikus Köztársaság*

Félvezető anyagokkal kapcsolatos kutatások:

Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Fizikai Kutató Intézete,
Berlini Tudományos Akadémia Műszaki Fizikai Intézete.

Elektronikus zónás olvasztókemence építése:

Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Fizikai Kutató Intézete,
Berlini Tudományos Akadémia Műszaki Fizikai Intézete.

Elméleti geodéziai tapasztalatcsere:

Magyar Tudományos Akadémia Geodéziai Kutató Laboratóriuma,
Potsdami Geodéziai Intézet.

Sarokmagasság-ingadozások megfigyelése:

Magyar Tudományos Akadémia Geodéziai Kutató Laboratóriuma,
Potsdami Geodéziai Intézet.

A földmágnesség problémái:

Magyar Tudományos Akadémia Geofizikai Kutató Laboratóriuma,
Potsdami Földmágnességi Intézet.

Elektromágneses mélyszondázások:

Magyar Tudományos Akadémia Geofizikai Kutató Laboratóriuma,
Potsdami Geomágneses Intézet.

e) *Románia*

Félvezetők komplex tanulmányozása:

Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Fizikai Kutató Intézete,
Román Tudományos Akadémia Fizikai Intézete.

Szivattyúk és vízturbinák kutatása:

Magyar Tudományos Akadémia Áramlástechnikai Munkaközössége,
Román Tudományos Akadémia temesvári bázisának Vízgépkeutató csoportja.

Fémek mechanikai sajátságainak tanulmányozása, fémek fáradásának vizsgálata:

Budapesti Műszaki Egyetem Mechanikai Technológiai Intézete,
Román Tudományos Akadémia Műszaki Kutatási Központja, Temesvár.

f) *Szovjetunió*

Félvezetők és technikai alkalmazásuk:

Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Fizikai Kutató Intézete,
Szovjetunió Tudományos Akadémiájának Fizikai Intézete.

Lumineszcencia:

Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Fizikai Kutató Intézete,
Szovjetunió Tudományos Akadémiájának Fizikai Intézete.

Automatikus vezérlés (az optimális vezérlés elmélete):

Magyar Tudományos Akadémia Automatizálási Kutató Intézete,
Szovjetunió Tudományos Akadémiájának Automatika és Telemechanikai Intézete.

Áramlástanai kutatások:

Magyar Tudományos Akadémia Áramlástechnikai Munkaközössége,
Szovjetunió Tudományos Akadémiájának Mechanikai Intézete.

2. Az 1963. évi kiküldetések

A Műszaki Tudományok Osztálya által 1963. évben támogatott kiküldetések száma 153 volt. Ebből akadémiai költségen utazott 98 fő, nem akadémiai költségen* pedig 55 fő utazott.

Konferenciára kiutazott 33 akadémiai állományú és 22 nem akadémiai állományú kutató.

Tanulmányúton vett részt 60 akadémiai állományú és 38 nem akadémiai állományú kutató.

A kiutazók tudományos fokozat szerint a következők szerint oszlottak meg: akadémikus és levelező tag 18 fő, doktori fokozattal rendelkező 8 fő, kandidátusi fokozattal rendelkező 23 fő és fokozat nélkül 63 fő.

Az 1963. évi kiutazások megoszlása szakterületek szerint a következő volt**:

Műszaki Fizikai Kutató Intézet 39 fő (39); automatizálás 12 fő (11); híradástechnika, finommechanika, erősáramú elektrotechnika 11 fő (9); gépészet, kohászat, bányászat 34 fő (14); építés-, víz- és közlekedéstudomány 17 fő (3); geodézia, geofizika, geokémia 25 fő (12); egyéb szakterületről 15 fő (5); összesen 153 fő (93).

A kiutazások országok szerinti megoszlása a következők szerint alakult:

a) A szocialista országokban járt 116 kiutazó, részletezve: Bulgáriában 4 fő, Csehszlovákiában 16 fő, Jugoszláviában 2 fő, Kínában 1 fő, Kubában 2 fő, Lengyelországban 23 fő, a Német Demokratikus Köztársaságban 29 fő, Romániában 6 fő és a Szovjetunióban 23 fő.

b) A tőkés országokban járt 37 kiutazó, részletezve: Angliában 2 fő, Ausztriában 6 fő, az Amerikai Egyesült Államokban 2 fő, Franciaországban 5 fő, Kanadában 1 fő, Liechtensteinben 1 fő, Luxemburgban 1 fő, a Német Szövetségi Köztársaságban 9 fő, Olaszországban 4 fő, Svájcban 5 fő és Törökországban 1 fő.

3. Az 1963. évben fogadott külföldi vendégek

Vendégül láttunk a különböző baráti országokból intézményeinkben tanulmányúton járt 37 kutatót, továbbá 7 vezető-tudóst, név szerint a következőket:

Dr. W. NOWACKI akadémikust, a Lengyel Tudományos Akadémia Tudományos titkárhelyettesét;

Ill. mo. dr. arch. PANE professzort, a nápolyi egyetem nyilvános rendes tanárát;

Dr. Ing. habil. A. GÖTTE professzort, az aacheni egyetem tanárát;

Dr. W. WEIBULL professzort (Böckamöllen, Svédország);

Dr. N. I. KHITAROV professzort, a Szovjetunió Tudományos Akadémiájának levelező tagját, a Vernadskij intézet nagynyomású osztályának vezetőjét;

Dr. M. STEENBECK professzort, a Berliini Német Tudományos Akadémia alelnökét, a jénei Institut für Magnetohydrodynamik igazgatóját;

Dr. M. ROZŠIVAL-t, a Csehszlovák Tudományos Akadémia prágai Szilárdtest Kutató Intézetének igazgatóját.

4. Az Osztály rendezvényei

a) Az Osztály rendezvényein részt vett 168 külföldi, mégpedig a Magmás Szimpóziumon (1963. május 27–31) 4, a Nemzetközi Talajmechanikai és Alapozási Konferencián (1963. szeptember 23–27) 90, a Világítástechnikai Tanácskozáson (1963. október 21–22) 13 és „Az ipari állóeszközök jobb időbeli kihasználásának kérdéseiről” tartott konferencián (1963. november 12–16) 17 szakember.

(Összehasonlításként 1962-ben 119 külföldi vendég járt Osztályunk meghívása alapján hazánkban.)

b) Vendégként meghívott 10 külföldi tudós tartott előadást, nevezetesen:

Prof. Dr. Arch. R. PANE: Francesco Borromini barokk-kori építész római épületei;

Prof. Dr. E. ROCH: A karsztbauxitok földtani problémái;

Prof. Dr. W. NOWACKI: Dynamische Probleme der Thermoelastizität;

Prof. Dr. M. STEENBECK: Magnetohydrodynamische Vorgänge in der Astrophysik;

Prof. Dr. W. WEIBULL: Genesis, theoretical properties and practical applications of the Weibull distribution;

* A nem akadémiai költségen történt utazásokat az Akadémia valamilyen formában erkölcsileg támogatta, pl. IBUSZ-támogatólevéllel, útlevelel vagy vízum megszerzésével stb.

** A zárójeltek között az akadémiai státusban dolgozó kiutazók találhatók.

Prof. Dr. Ing. habil. A. GÖRTE: Neuere Forschungsergebnisse auf dem Gebiet der Feinstzerkleinerung;

Dr. M. SCHANTL: A korszerű közlekedés Ausztriában, különös tekintettel az osztrák államvasutakra;

Prof. Dr. N. I. KHITAROV: Magmakémia-kísérletek nagy nyomáson;

Dr. M. RIZŠIVAL: Anwendung des Elektronenmikroskops und der Elektronendiffraktion in der Festkörperphysik;

Dr. L. A. GYERGYEK: Elsőfajú elliptikus integrál értékének meghatározása elektrolitikus kád segítségével, nagy bemenő impedanciával rendelkező villamos szűrők szintézise címen.

c) *Hazai tudósok előadásai és emlékülések* :

HEVESI GYULA akadémikus 1963. január 22-én nyilvános osztályülés keretében „Több műszakos és folyamatos munkarendek egyes gazdasági, szervezési és szociális kérdései” címmel székfoglaló előadást tartott;

ÁCS ERNŐ a műszaki tudományok doktora „Címkódrendszerű időosztásos elektronikus telefonközpont kapcsolástechnikai fő problémái” címmel előadást tartott.

BOGDÁNFY ÖDÖN születésének 100 éves évfordulója alkalmából ünnepi ülést, KÖVESLIGETHY RADÓ geofizikus és csillagász egyetemi tanár születésének 100. évfordulója alkalmából pedig emlékülést rendezett az Osztály.

5. Az Osztály 1963. évi konferenciái

a) *Magmás Szimpózium*

1963. május 27–31. között rendezte meg az Osztály 4 külföldi és 10 hazai szakember részvételével a *Magmás Szimpóziumot*, amely pontosan körvonalazta a Szádeczky-Kardoss-féle transzaporizációs rendszer alapján az ortoközetek kvantitatív rendszerét az ásványos összetétel és a köztösvet alapján kell kialakítani. Olyan esetekben, amikor az ásványos elegyrészek a legkorszerűbb műszeres berendezésekkel sem állapíthatók meg, az ásványos norma a kémiai összetétel alapján határozható meg. A *Magmás Szimpózium* a jelenlévő külföldi vendégek és hazai szakemberek véleménye alapján igen magas színvonalú volt.

b) *Talajmechanikai és Alapozási Konferencia*

Az 1963. szeptember 23–27 között öt szekcióban tartott tanácskozásokon mintegy 90 külföldi résztvevő, valamint 60 magyar szakember volt jelen. Az aktivitás mindvégig igen élénk volt, amit az egyenletes részvétel is megerősít. Összesen 50–60 felszólalás hangzott el. Az előzetesen megjelent összefoglaló kiadványban 37 külföldi és 17 hazai tanulmány jelent meg. A konferencia kiadványa mind tartalmi, mind nyomdai szempontból magas színvonalú munka, amely magában foglalja az alapozás és talajmechanika több kiemelkedő fontosságú kérdését. A jó szakmai előkészítés, a zavartalan lebonyolítás, a vita szabad légköre jó véleményt váltott ki mind a szocialista országokból érkezett, mind a nyugati vendégek körében. 1963-ban az Osztály által rendezett konferenciák közül ez volt a legnagyobb szabású és legnagyobb külföldi érdeklődést kiváltó konferencia.

c) *Világítástechnikai Tanácskozás*

A baráti államok világítástechnikai bizottságainak vezető szakemberei 1963. október 21–22-én Budapesten zártkörű megbeszélést tartottak, hogy megvitassák a világítástechnika kölcsönös érdeklődési körébe tartozó együttműködési kérdéseket, különösen a tervezés és kivitelezés összehangolása érdekében. A megbeszélésen 13 külföldi és 10 helyi szakember vett részt. Az értekezlet alapot teremtett további gyakorlati, valamint tudományos együttműködéshez. A KGST-n belüli szervezet kialakítása után ez a szekció fogja majd össze a baráti államokban felmerülő szakmai, gyakorlati és tudományos kérdéseket és támasztja alá e tudományág további fejlődését.

d) *Ipargazdaságtani Konferencia*

Az 1963. november 12–16. között megrendezésre került nemzetközi szimpóziumon, amely az ipari állóeszközök jobb időbeli kihasználásának kérdéseivel foglalkozott, az érdekelt hazai szakemberek széles körén kívül 6 ország vezető tudományos személyisége is megjelent. A konferenciának összesen 17 külföldi vendége volt. Magyar részről a megnyitó előadáson 150 fő volt jelen, a többi tanácskozási napon 40–50 fő vett részt. Az állóeszközök extenzív

kihasználásához fűződő gazdasági, szervezési, munkaügyi és szociális jellegű, igen sokrétű és számos részletében még ki nem vizsgált probléma tekintetében a szakemberek kicserélték tapasztalataikat, elmondták az egyes elvi kérdésekben kialakult állásfoglalásukat, amelyet sok esetben az illető ország különböző adottságai is befolyásoltak, és megvitaták a felmerült ellentétes nézeteket. A magyar szakemberek megismerték a baráti országokban e témakör területén folyó tudományos munkát és az ott szerzett gyakorlati tapasztalatokat, amelyek megbeszélése és bizonyos fokú kölcsönös baráti elbírálása hozzájárult további fejlesztésükhöz, sőt egyes esetekben elvi általánosításokat is eredményezett.

e) II. Automatizálási Kollokvium

Az 1963. december 16-án és 17-én rendezett II. Automatizálási Kollokviumon ismertették az 1962. évben az automatizálás terén elért új magyar kutatási eredményeket. Egy-egy ülészakon átlagosan 40–50 szakember vett részt. Igen nagy jelentősége volt annak, hogy a kollokviumon több fiatal tehetséges tudományos kutató is beszámolt. Dolgozataik nagy érdeklődést keltettek.

f) Ezenkívül az Osztály részt vett a Nyelv- és Irodalomtudományok Osztálya által rendezett *Műszaki Nyelvi Tanácskozás* előkészítésében.

III. Az Osztály 1963. évi könyv- és folyóiratkiadási tevékenysége

1. Könyvkiadási tevékenység

1963-ban az Osztály javaslatára 11 könyv jelent meg összesen 354 ív terjedelemben. A könyvek a megjelenés idejének sorrendjében a következők voltak:

KNAPP OSZKÁR: „Die Beleuchtungsgläser” (10 ív);

VALKÓ IVÁN PÉTER: „Az elektroakusztika alapjai” (14 ív);

SORS LÁSZLÓ: „Berechnung der Dauerfestigkeit von Maschinenteilen” (17 ív);

RÉTHLY ANTAL és BERKES ZOLTÁN: „Nordlichtbeobachtungen in Ungarn” (12 ív);

TÁRCZY-HORNOCH ANTAL: „Markscheiderische Studien” (63 ív);

MOSONYI EMIL: „Water Power Development I.” 2. bővített kiadás (66 ív);

„Proceedings of the Second Colloquium on Microwave.” Az 1962. június 12–15. között tartott II. Mikrohullámú Kollokvium anyaga (18 ív);

„Proceedings of the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering”. Az 1963. szeptember 24–27 között tartott Talajmechanikai és Alapozási Konferencia anyaga (35 ív);

Vaskohászati Enciklopédia VIII/2. kötete: „Vas- és acélöntészet 2.” 12 szerző munkája, főszerkesztő: Geleji Sándor akadémikus (70 ív);

RUDNAI GYULA: „Light-Weight Concretes” (17 ív);

MOKK LÁSZLÓ: „Prefabricated Concrete for Industrial and Public Structures” (32 ív).

A 11 megjelent mű közül kettő magyar nyelvű, továbbá 3 pedig a Műszaki Könyvkiadónál magyar nyelven már megjelent könyv idegennyelvű fordítása, a külföldi kiadóállalatokkal történt megállapodás alapján.

2. Folyóiratkiadási tevékenység

A szerkesztőségbe 243 tanulmány érkezett be, amelyeket a szakmai lektorok — többségükben — mint új tudományos eredményeket tartalmazó munkákat az *Acta Technica*-ban vagy a *Műszaki Tudományok Osztálya Közleményeiben* való közzétételre javasoltak.

Az 1963. évi Közgyűlés óta megjelent az *Acta Technica* 42., 43., 44. kötete és a 45. kötet 1–2. füzet, 105 ív terjedelemben, 114 cikkel; a *Műszaki Tudományok Osztálya Közleményei* 32., 33. kötete és a 34. kötet 1–2. füzet, 75 ív terjedelemben, 78 cikkel; továbbá az *Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények* VII. kötetének 1–2. füzet, 14 ív terjedelemben, 12 cikkel (a 3–4. füzet megjelenés alatt áll). A megjelent összes terjedelemben 194 ív, a cikkek száma pedig 204 volt.

Az *Acta Technica* 1963-ban megjelent anyagához számítható még az idegen nyelven, külön kötetként megjelent, 31 ív terjedelmű közlemény is a Talajmechanikai Konferenciáról. Ezt a kötetet — éppen úgy mint folyóiratunkat — az Osztály készítette elő kiadásra és bonyolította le a korrekciójával járó munkát.

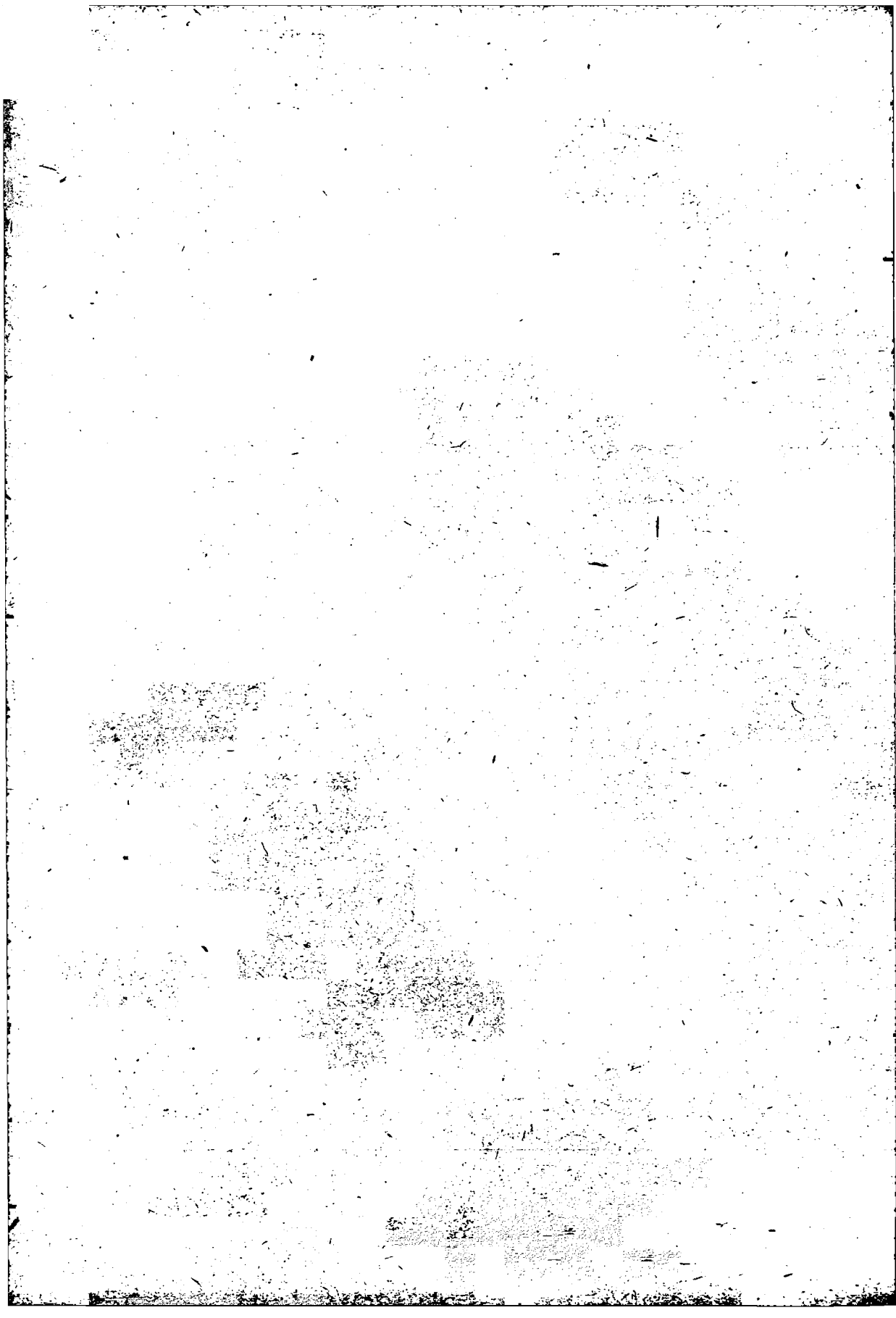
A megjelent folyóirat-számokon kívül nyomdában van az *Acta Technica* 45. kötet 3—4. füzeté, a 46. és 47. kötete (az utóbbi a Geodézia-Geofizikai Sorozat 5. kötete), összesen kb. 75 ív terjedelemmel.

Az *Acta Technica* cikkei a beszámolási időszakban szakterületenként a következőképpen oszlottak meg:

Fizika, kémia	10 cikk
Anyagtan és anyagvizsgálat	3 cikk
Kémiai technológia	4 cikk
Szilárdságtan	7 cikk
Gépészet	10 cikk
Mechanikai technológia	3 cikk
Hőtechnika	2 cikk
Elektrotechnika	40 cikk*
Bányászat, kohászat	5 cikk
Vízépítés	1 cikk
Építészet	1 cikk
Geodézia	13 cikk
Geofizika	11 cikk
Egyéb	4 cikk
Összesen	114 cikk

E dolgozatok közül magyar szerzőtől 90 cikk, külföldi szerzőtől pedig 24 cikk jelent meg. (A 24 külföldi cikk közül 17 a *Mikrohullámú Kollokvium* külföldi vendégeinek előadása volt.)

* Ebből 33 cikk a *Mikrohullámú Kollokvium* anyagát öleli fel.



AZ IRÁNYVÁGATOK TELEPÍTÉSÉNEK ELVEI MECHANIKAI MEGVILÁGÍTÁSBAN

MILASOVSKY BÉLA

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA,
NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, MISKOLC

[Beérkezett: 1963. február 8]

1. Az irányvágat meghatározására szolgáló P_i pontoknak, mint ortogonális koordinátákkal jellemzett síkbeli pontoknak pozícióit csak kismértékben befolyásolják a véletlen jellegű mérési hibák. Minthogy a telep nem képvisel geometriai értelemben vett szabályos síkot, azért ezek a pontpozíciók túlnyomó részben meg nem változtatható természeti adottságok és műszaki kötöttségek eredményeiként jelentkeznek. Ennélfogva nem látszik kellőképpen indokoltnak az, hogy a vágat tengelyét a kiegyenlítő számítás $[q\lambda\lambda] = \text{minimum}$ elve alapján, tehát (9) szerint tűzzük ki.

2. Bármekkora gyakorlatilag reális szórása legyen is a meghatározó pontrendszernek, jó megoldás a vágat tengelyének a merőleges eltérések $[pdd] = \text{minimum}$ elve szerint való rögzítése. Eszerint a szabad vágattengely irányszöge (21), a kötött vágat irányszöge pedig (35) szerint származtatandó le. Igénybe vehetők persze e célból a (28), (29) és (30) összefüggések is, a megfelelő \mathcal{E} , H , Φ szorzatösszegekkel. A merőleges d -eltérések négyzetösszegének minimumát pedig szabad vágatra a (24), kötött vágatra a (38) képlet adja meg.

3. Az ily módon definiált vágattengelynek mechanikai értelmezése van is: ez egyúttal az adott P_i pontrendszer minimális inerciányomatékának is a tengelye, a vágat z_0 nivómagasságában fekvő síkjára vonatkoztatva. Erre merőleges az a legkedvezőtlenebb tengely, amelyre vonatkozólag az inerciányomaték maximumát éri el.

4. A síkbeli $p_i d_i$ erők forgatónyomatékai egyensúlyának elve, amit (34) alatt írtunk fel, ugyanarra a (21), illetve (35) irányszög-függvényre vezet, mint a $[pdd] = \text{minimum}$ elv.

5. Foglalkozunk a $[pd] = 0$ alapelv létjogosultságával is. Minthogy ez a pontrendszer bármely tetszőleges irányú súlyvonalát jellemzi, azért ez a feltétel szabad irányvágat esetében végtelen sok megoldást ad. Kötött vágat esetében pedig, a rögzített F pontot is magában foglaló súlyvonal nem azonos az optimális vágattengellyel. Annak azonban gyakorlatilag jó közelítését jelentheti. A kötött vágat optimumtengelye általában a pontrendszer C súlypontján kívül halad, a (35) által meghatározott irányban.

6. A csapásirány lokális eltéréseinek matematikailag szabatos formában való figyelembevétele a vágat irányának meghatározásánál nehézkes összefüggésekre vezet. Gyakorlatilag ezek figyelembevétele az (54)–(56) összefüggések értelmében történhet.

Bevezetés

Irányvágaton a bányászatban egyenes vonalban kihajtott olyan vágatot értünk, amelynek elsőrendű célja a termelvény szállítása és a légellátás. Az ilyen vágat kitűzése műszaki és gazdasági szempontból egyaránt nagy horderejű.

1957-ben és 1960-ban a *Bányászati Lapok* hasábjain három tanulmány jelent meg [1, 2, 3], amelyek az irányvágatok telepítésével foglalkoztak. Legújabban színvonalas szakkönyv [4] is foglalkozott kapcsolatos számos kérdéssel. Tulajdonképpen már egy, az 1868. évben megjelent bányaméréstani könyv [5] is tárgyalta azt a témát, hogy miképpen határozandó meg egy szórást mutató adott pontrendszerhez a legjobban simuló egyenes.

Amint majd látjuk, a feladat megfogalmazásában és megoldásának módjában szoros kapcsolatot és analógiákat mutat fel a mechanikában és más tudományágakban is szereplő fogalmakkal.

A kettős feladat és megoldásának két elve

Az általános esetben feladatunk tulajdonképpen kettős, mert meghatározandó 1. az irányvágat tengelyének egyik pontja, 2. az irányvágat kitűzési szöge. A kiválasztott réteghez legjobban simuló irányvágat telepítése, pontosabban az 1. és 2. feltételek teljesítése matematikai formában kifejezett valamilyen elv alapulvételével kell történnjen.

Vizsgálataink első fázisaként a kitűzés két eltérő elvét óhajtjuk egymással szembeállítani. Az egyik elv a meghatározó pontoknak az irányvágattól, mint kiegyenlítő egyenestől való λ fiktív javításait, a másik elv ugyanazoknak a pontoknak az irányvágattól, mint főtengelytől való merőleges d távolságait veszi alapul. Egyik esetben egy $[q \lambda \lambda]$, a másik esetben pedig egy $[pdd]$ négyzetösszeg minimumáról lesz szó.

A meghatározó pontok szintredukciója

Az irányvágatok telepítése feladatának abból a feltevéséből indulunk ki, amikor például fúrt lyukak révén megállapítható a telep kiválasztott csapásmenti fővonalának több P_1, P_2, \dots, P_n pontja. Maguk a fúrt lyukak azonban eltérő z_1, z_2, \dots, z_n tengerszinti magasságú B_1, B_2, \dots, B_n pontokban érték el a telep vagy réteg jellemző lapját, miért is ezeket előbb mind a jellemző lap z_0 magasságú kiválasztott csapásvonalának vízszintes síkjára kell redukálnunk. Ez a redukció pedig [4] megállapítása szerint kétféleképpen történhet (270—271. oldalak). Csak az egyik módszert szem előtt tartva tegyük fel, hogy a B_i fúrás z_i tengerszinti magasságban érte el a jellemző lapot; utóbbinak dőlése β szöggel jellemezhető. Akkor pedig a B_i -nek megfelelő z_0 magasságú P_i meghatározó pont B_i -től t_i vízszintes távolságra van, amelynek értékét a

$$\cot \beta = \frac{t_i}{z_0 - z_i} \quad (1)$$

összefüggésből nyerhetjük. Ezek szerint tehát az eltérő z_1, z_2, \dots, z_n magasságú B_1, B_2, \dots, B_n fúrási pontokról

$$t_1 = (z_0 - z_1) \cot \beta; \quad t_2 = (z_0 - z_2) \cot \beta; \quad \dots \quad t_n = (z_0 - z_n) \cot \beta \quad (2)$$

dőlésirányú, de vízszintes távolságokkal, mint redukciós hosszakkal tudunk a mesterséges csapásvonal egységesen z_0 magasságú P_1, P_2, \dots, P_n meghatározó pontjaira áttérni.

A továbbiakban majd feltételezzük, hogy ezeknek a pontoknak a z_0 magasságú alapsíkra vonatkozó $x_1 y_1; x_2 y_2; \dots x_n y_n$ derékszögű koordinátái ismeretesek.

A kitűzendő csapásmenti irányvágatra vonatkozólag egyelőre az az egyetlen kikötésünk, hogy az a lehető legjobban „simuljon” a fentiek szerint definiált $P_1, P_2, \dots P_n$ pontrendszerhez. Ezt tekintjük tárgyalandó első alternatívánknak.

A „legjobb simulás” kérdése.

A hibákkal terhelt mérések kiegyenlítő egyenese.

A fiktív λ javítások négyzetösszegének minimum-elve

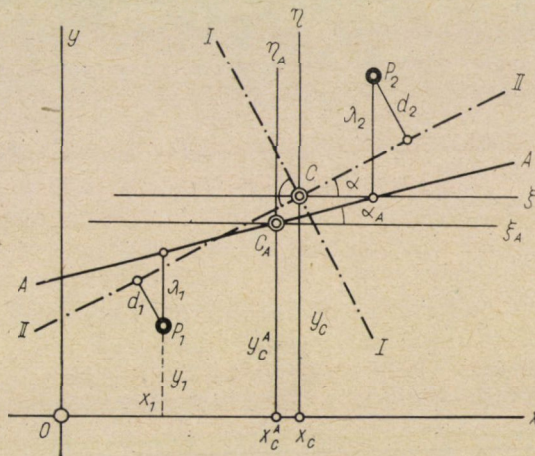
Előzőleg az a kérdés, hogy tulajdonképpen mit értünk a „legjobb simulás” és annak egyenese alatt?

Korábbi alkalmakkor [6, 7] rámutattam arra, hogy erre nézve a kiegyenlítő számítás irodalmában is véleményeltérések állanak fenn. Ezekre itt csak vázlatosan térhetünk ki.

Tételezzük fel, hogy a meghatározó $P_1, P_2, \dots P_n$ pontoknak az egyenes-től való eltérései elkerülhetetlen mérési hibák következményei, amelyek a pontok $x_1, y_1; x_2, y_2; \dots x_n, y_n$ koordinátáit, mint mérési eredményeket terheli. Ebben az esetben a legkisebb négyzetösszegek minimumának elvén alapuló kiegyenlítő számítás értelmében az lesz a legjobban simuló egyenes (1. ábránknban a C_A-A jelzésű egyenes), amelyre vonatkozólag az ordináta-irányú $\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_n$ fiktív javítások

$$\sum q \lambda^2 \equiv [q \lambda \lambda] \tag{3}$$

súlyozott négyzetösszege a lehető legkisebb. Ezt szokás nevezni „kiegyenlítő



1. ábra

egyenesnek”, amely okvetlen a pontsorozat C_A súlypontján megy át. A súlypont x_C^A és y_C^A koordinátáit

$$x_c^A = \frac{[qx]}{[q]} \quad \text{és} \quad y_c^A = \frac{[qy]}{[q]} \quad (4)$$

szerint számítjuk ki. Az itt szereplő q_1, q_2, \dots, q_n értékeket a pontsorozat „fiktív súlyainak” nevezzük, amelyek képzése

$$\frac{1}{q_i} = \frac{1}{p_{yi}} + \tan^2 \alpha_0 \frac{1}{p_{xi}} \quad (5)$$

szerint történik. (5)-ben p_{xi} jelenti az x_i abszcisszákat, p_{yi} az y_i ordinátákat, mint mérési eredmények súlyait.

C_A-A kiegyenlítő egyenesnek az abszcisszatengellyel bezárt irányszögét α_A -val, iránytangensét $\tan \alpha_A$ -val jelöljük. Az (5) súlyösszefüggésben utóbbinak előzetes jó közelítő $\tan \alpha_0$ értékét fogjuk felhasználni. A végleges iránytangens számítását, egyben tehát a kiegyenlítő egyenes irányának meghatározását lényegesen egyszerűsíthetjük oly módon, hogy az adott pontok x_i, y_i koordinátáit egy új, az eredetivel párhuzamos ξ_A, η_A tengelykeresztre transzformáljuk, amely a meghatározó pontesoport C_A súlypontján megy át. A pontesoport új koordinátái tehát:

$$\begin{aligned} \xi_1^A &= x_1 - x_c^A; & \xi_2^A &= x_2 - x_c^A; & \dots & \xi_n^A &= x_n - x_c^A, \\ \eta_1^A &= y_1 - y_c^A; & \eta_2^A &= y_2 - y_c^A; & \dots & \eta_n^A &= y_n - y_c^A. \end{aligned} \quad (6)$$

Folytatólag pedig képezzük a Gauss-féle szimbólumokkal az alábbi szorzatösszegeket:

$$\begin{aligned} \Xi_A &\equiv [q\xi\xi]_A = (q_1 \xi_1^2 + q_2 \xi_2^2 + \dots + q_n \xi_n^2)_A, \\ H_A &\equiv [q\eta\eta]_A = (q_1 \eta_1^2 + q_2 \eta_2^2 + \dots + q_n \eta_n^2)_A, \\ \Phi_A &\equiv [q\xi\eta]_A = (q_1 \xi_1 \eta_1 + q_2 \xi_2 \eta_2 + \dots + q_n \xi_n \eta_n)_A. \end{aligned} \quad (7)$$

Valamely körben forgó súlyvonalra vonatkozólag $[q\lambda\lambda]$ négyzetösszeg α irányszög függvényében való változását a már [7]-ben felírt alábbi összefüggésünk fejezi ki, amit a 2. ábra is szemléltet:

$$[q\lambda_a \lambda_a] = \Xi_A \tan^2 \alpha - 2\Phi_A \tan \alpha + H_A. \quad (8)$$

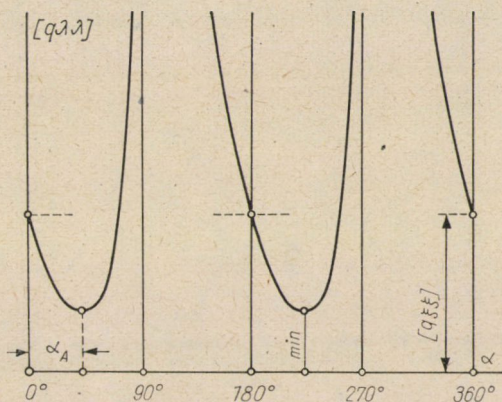
E függvény minimuma szolgáltatja a kiegyenlítő egyenes iránytangensét:

$$\tan \alpha_A = \frac{\Phi_A}{\Xi_A} = \frac{[q\xi\eta]_A}{[q\xi\xi]_A}. \quad (9)$$

A P_1, P_2, \dots, P_n pontsorozatnak ettől a $C_A A$ egyenestől való y -, egyben η -irányú λ távolságait nevezzük fiktív javításoknak. Ezek súlyozott négyzet-

összege (8)-ból és (9)-ből:

$$[q\lambda\lambda]_A = H_A - \Phi_A \tan \alpha_A = [q\eta\eta]_A - \frac{[q\xi\eta]_A^2}{[q\xi\xi]_A} \quad (10)$$



2. ábra

A merőleges d-eltérések négyzetösszegének minimum-elve

Az imént tárgyalttal nem azonos feladat az, amikor adott egy síkbeli pontcsoport, amely nem szükségképp hibákkal terhelt mérési eredményeket jelképez. Az egyes ponthelyek eltérő értékűségét p_1, p_2, \dots, p_n súlyszámok fejezik ki. Feladatunk annak az azonos síkban fekvő egyenesnek megkeresése, amelyre vonatkozólag az adott P_1, P_2, \dots, P_n pontoknak az 1. ábrában d_1, d_2, \dots, d_n -nel jelölt merőleges távolságainak súlyozott négyzetösszege a lehető legkisebb értéket veszi fel, azaz

$$\sum p d^2 = [p d d] = \text{minimum.} \quad (11)$$

Arról az 1. ábrabeli C —II. tengelyről van tehát szó, amelyre vonatkozólag a pontcsoportnak (11) alatt felírt inercia nyomatéka minimális értékű.

Ilyen módon pedig eljutottunk ahhoz az optimális irányvágathoz, amely kizárólag a (11) feltételt kell kielégítse. Az ilyen irányvágatot az alábbiakban kényszerponthoz nem kötött, röviden „szabad” irányvágatnak fogjuk nevezni.

A) változat: a szabad irányvágat meghatározása

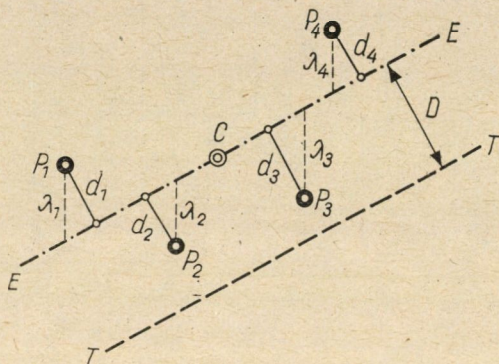
Legyenek az irányvágatot definiáló pontcsoport C súlypontjának ortogonális koordinátái:

$$x_c = \frac{[px]}{[p]} \quad \text{és} \quad y_c = \frac{[py]}{[p]} \quad (12)$$

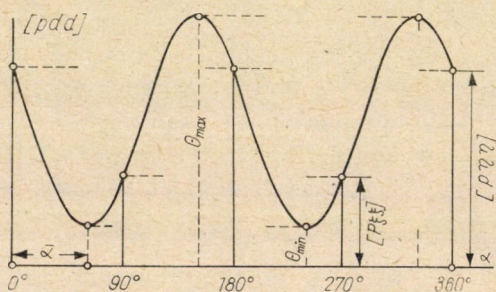
Tartsuk szem előtt az alábbi ismert tételket:

1. Fekessünk C súlyponton át egy tetszőleges irányú $C-E$ súlyvonalat. Pontsorozatunknak $C-E$ -re vonatkozó távolságai a 3. ábra szerint legyenek d_1, d_2, \dots, d_n . Akkor érvényes, hogy

$$p_1 d_1 + p_2 d_2 + \dots + p_n d_n = [pd] = 0. \quad (13)$$



3. ábra



4. ábra

A pontsorozatnak végtelen sok súlyvonala képzelhető. Ezért [4] 274. o. megállapításával összhangban nyilván nincsen egyértelműleg meghatározva az a szabad irányvágat, amely csak a (13) feltételnek tesz eleget.

2. Ha valamely kiszemelt súlyvonalat gondolatban C körül körbe forgatunk, akkor (13) érvényessége mellett

$$(p_1 d_1^2 + p_2 d_2^2 + \dots + p_n d_n^2) = [pdd] \quad (14)$$

súlyozott négyzetösszeg a 4. ábra sinusvonal jellegű folytonos görbéje szerint egy véges minimum és maximum között 180° -os periódusban hullámozna.

3. A (14) szerint definiált $[pdd]$ négyzetösszeget a síkbeli pontsorozatnak az illető tengelyre vonatkozó inercia nyomatékának nevezzük. A Steiner-féle

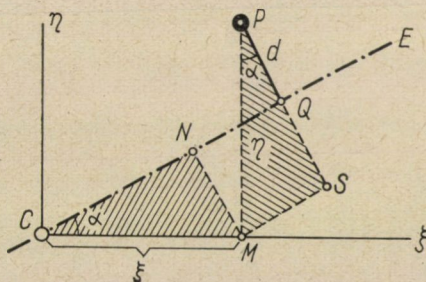
$$\Theta_T = \Theta_C + [p]D^2 \tag{15}$$

tétel értelmében bármely súlyvonalra vonatkozó inercianyomaték mindenkor kisebb, mint az, amely az illető súlyvonalától D távolságban párhuzamosan fekvő valamely T tengelyre vonatkozik (3. ábra). A fontos következtetés tehát: a (11) alapelv alapján nyerhető optimális szabad vágattengely nem lehet más, csak a pontsorozat egyik súlyvonala.

A kétszeres vágat-irányszög tangensképlete

Vezessük be ezúttal is az eredeti x, y rendszerrel párhuzamos ξ, η súlyponti tengelykeresztet, amelynek tehát C súlypont az origója. P_i pontjainknak a súlyponti rendszerre vonatkozó koordinátái:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= x_1 - x_c; \quad \xi_2 = x_2 - x_c; \quad \dots \quad \xi_n = x_n - x_c, \\ \eta_1 &= y_1 - y_c; \quad \eta_2 = y_2 - y_c; \quad \dots \quad \eta_n = y_n - y_c. \end{aligned} \tag{16}$$



5. ábra

A továbbiakban feladatunk a C súlyponton átmenő inerciafőtengely \bar{a} irányszögének meghatározására korlátozódik, amelyre vonatkozólag $\Theta_c = [pdd]$ inercianyomaték a legkisebb értéket veszi fel.

Az 5. ábra a súlyponti ξ, η rendszert tünteti fel. P meghatározó pontnak a változó irányszögű CE súlyvonalától való merőleges $PQ = d$ távolsága:

$$PQ = \overline{PS} - \overline{QS} = \overline{PS} - \overline{MN}, \tag{17}$$

$$d = \eta \cos a - \xi \sin a.$$

Ennek négyzete:

$$d^2 = \eta^2 \cos^2 a - 2\xi\eta \sin a \cos a + \xi^2 \sin^2 a. \tag{18}$$

A teljes pontcsoportnak CE súlyvonalra vonatkozó inercianyomatéka tehát:

$$\Theta_{CE} = [p\eta\eta] \cos^2 \alpha - [p\xi\eta] \sin 2\alpha + [p\xi\xi] \sin^2 \alpha. \quad (19)$$

Rövidebb szimbólumaink ezúttal is:

$$[p\xi\xi] = \Xi_c; \quad [p\eta\eta] = H_c; \quad [p\xi\eta] = \Phi_c; \quad (20)$$

A Ξ_c és H_c szorzatösszegek a mechanikában mint a ξ , η tengelykeresztre vonatkozó inercianyomatékok, Φ_c pedig mint centrifugális vagy deviációs nyomaték ismeretes. Ezekkel egyben:

$$\Theta_{CE} = H_c \cos^2 \alpha - \Phi_c \sin 2\alpha + \Xi_c \sin^2 \alpha. \quad (19a)$$

A (19) függvény zérussal egyenlővé tett első differenciálhányadosa szolgáltatja azt az alábbi fontos összefüggést, amely a szabad irányvágat optimális irányszögét definiálja:

$$\tan 2\bar{\alpha} = \frac{2[p\xi\eta]}{[p\xi\xi] - [p\eta\eta]} = \frac{2\Phi_c}{\Xi_c - H_c}. \quad (21)$$

A (21) képlet tulajdonképp két egymásra merőleges súlyvonalat határoz meg, amelyek egyben a pontsorozat súlyponti inerciaellipszisének centrális főtengelyei. Az 1. ábrában $C-II$ a minimális, $C-I$ pedig a maximális inercianyomaték tengelye.

A Steiner-féle tétel értelmében:

$$\begin{aligned} \Xi_c &\equiv [p\xi\xi] = [pxx] - [p]x_c^2, \\ H_c &\equiv [p\eta\eta] = [pyy] - [p]y_c^2, \\ \Phi_c &\equiv [p\xi\eta] = [pxy] - [p]x_c y_c. \end{aligned} \quad (22)$$

Ezekkel (21) így alakul át [4] 274. o.:

$$\tan 2\bar{\alpha} = 2 \frac{[pxy] - [p]x_c y_c}{[pxx] - [pyy] - [p](x_c^2 - y_c^2)}. \quad (23)$$

A d eltérések szélső értékű súlyozott négyzetösszegei

(19) és (21) egybevetéséből nyerjük az inercianyomatékok alábbi minimális és maximális értékeit:

$$\Theta_{\min}^c = \frac{\Xi_c + H_c}{2} - \sqrt{\left(\frac{H_c - \Xi_c}{2}\right)^2 + \Phi_c^2} \equiv \Theta_{II}^c \equiv [pdd]_{\min}^c, \quad (24)$$

$$\Theta_{\max}^c = \frac{\Xi_c + H_c}{2} + \sqrt{\left(\frac{H_c - \Xi_c}{2}\right)^2 + \Phi_c^2} \equiv \Theta_I^c \equiv [pdd]_{\max}^c. \quad (25)$$

Bármely pontbeli merőleges tengelykeresztre vonatkozólag a két Θ -érték összege konstans:

$$\Theta_I + \Theta_{II} = \Xi + H. \quad (26)$$

Az egyszeres $\bar{\alpha}$ vágat-irányszög három tangensképlete

Az optimális tengelyirányt meghatározó, bár igen egyszerű (21) összefüggés esetleges hátrányául róható fel az, hogy nem közvetlenül az iránytangens, hanem a kétszeres irányszög tangensét adja meg.

1. A közismert

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \quad (27)$$

összefüggésből, (21) figyelembevételével a keresett iránytangens:

$$\tan \bar{\alpha} = \frac{\Xi_c - H_c}{2\Phi_c} \pm \sqrt{\left(\frac{\Xi_c - H_c}{2\Phi_c}\right)^2 + 1}. \quad (28)$$

2. Az iránytangens második alakját (19)-nek zérussal egyenlővé tett első deriváltjából, a szélső értékű Θ_I^c és Θ_{II}^c figyelembevételével nyerjük úgy, amint azt [8]-ban bemutattuk. Eszerint az inercianyomaték minimuma és maximuma tengelyeit alábbi két iránytangens definiálja:

$$\tan \bar{\alpha} (\min) = \frac{\Phi_c}{\Xi_c - \Theta_{II}^c}; \quad \tan \bar{\alpha} (\max) = \frac{\Phi_c}{\Xi_c - \Theta_I^c}. \quad (29)$$

3. Az inerciafőtengelyek iránytangensének harmadik alakját [8]-ban ugyancsak (19)-ből való kiindulással származtattuk le. A minimum és a maximum tengelyeinek iránytangensei eszerint:

$$\tan \bar{\alpha} (\min) = \frac{H_c - \Theta_{II}^c}{\Phi_c}; \quad \tan \bar{\alpha} (\max) = \frac{H_c - \Theta_I^c}{\Phi_c}. \quad (30)$$

A közvetlenebbnek látszó (29) és (30) kifejezések mégsem előnyösebbek (21)-nél, mert konkrét számértéket az optimális vágattengelyre csak azon a kerülőúton adnak, ha előbb (24) és (25) szerint Θ_{II}^c és Θ_I^c kiszámítása már megtörtént.

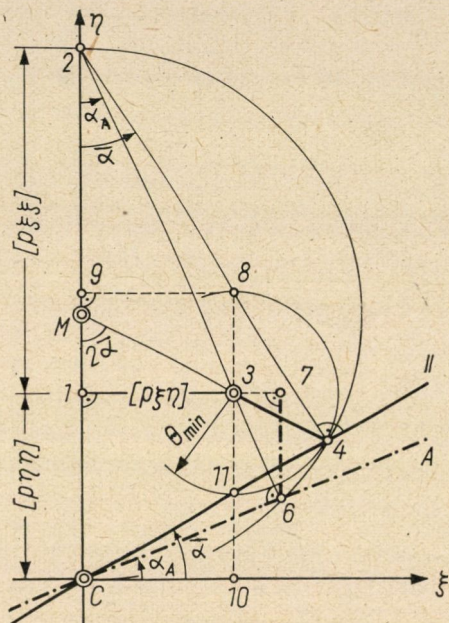
Az optimális tengely és a kiegyenlítő egyenes párhuzama

(29) és (30) jelentős értelme azonban az, hogy lehetővé teszi a minimumfőtengely és a (9)-beli kiegyenlítő egyenes összehasonlítását.

Hogy az 1. ábrabeli $C-II$ és $C-A$ egyenesek nem esnek egybe, annak két oka van, mégpedig az eltérő értelmezés egyrészt a súlypont, másrészt az iránytangens tekintetében. Ezt a párhuzamot [8]-ban az ottani (50), (51) képletek, valamint a kapcsolatos szöveg nyomán kifejtettük. Itt csak annyit említünk, hogy a (9) definiálta kiegyenlítő egyenes, valamint a (21), illetve a

(28), (29) és (30)-beli főtengelek és a megfelelő eltérések négyzetösszegeinek grafikus összehasonlítását szemlélteti a 6. ábrabeli kördiagram.

Az összefüggések szerint mindkét egyenes helyzete egyértelműleg meghatározott akkor, ha numerikusan ismertek a (7) és (22)-beli Ξ , H és Φ szorzatösszegek, amelyek a használt tengelykeresztre vonatkoznak. A diagram most már úgy származik, hogy e rendszer kezdőpontjából az ordinátatengelyre



6. ábra

célszerű léptékben felrajjuk H , majd Ξ értékeit, majd ezek közös rajzi pontjában, de rájuk merőlegesen és előjelhelyesen $\pm \Phi$ értékét is. Jelenleg C súlypont, mint origó ξ , η -rendszeréről van szó. A 6. ábrában eszerint:

$$\overline{C,1} = H = [p\eta\eta]; \quad \overline{1,2} = \Xi = [p\xi\xi]; \quad \overline{1,3} = \pm\Phi = \pm[p\xi\eta].$$

Ezután $\overline{C2} = (H + \Xi)$ átmérő fölé kört rajzolunk, M középponttal. A (21) sorozatú összefüggés megszerkesztése ezzel a körrel így történik M és 3 pont által definiált körsugár a kört 4 pontban metszi. Most már a C és 4 ponton át húzott egyenes ábrázolja a keresett vágattengelyt. Bizonyítás: a 6. ábra $(3, M, 1)$ háromszögében

$$\tan 2\bar{\alpha} = \frac{\overline{1,3}}{\overline{1,2} - \overline{C,1}} = \frac{2\Phi}{\Xi - H}$$

2

amint ez a (21) összefüggésnek megfelel.

Ugyaníly egyszerűen történik a (9) összefüggés megszerkesztése. Mégpedig meghúzzuk a 2 és 3 pont összekötő egyenesét, amely a kört 6 pontban metszi. Az így nyerhető $C-6$ egyenes α_A irányszöge máris megfelel a (9) összefüggésnek. Bizonyítás: $C-6$ és $2-6$ egyenesek egymásra merőlegesek, miért is (3,2,1) háromszögben:

$$\tan \alpha_A = \frac{\overline{1,3}}{\overline{1,2}} = \frac{\Phi}{\Xi}.$$

A merőleges d eltérések négyzetösszegének minimumát a körsugár 3,4 hosszúságú része képviseli, azaz

$$[pdd]_{\min} = \overline{3,4}.$$

Ennek az értéknek a λ fiktív javítások $[q\lambda\lambda]_{\min}$ négyzetösszegével való egyértelmű összehasonlítása a jelen diagramban akkor lehetséges, ha valamennyi x_i, y_i érték azonos jóságúnak tekinthető, tehát $q_1 = q_2 = \dots = q$. Ebben az esetben, amely megfelel a reális gyakorlatnak, a $\overline{6,7}$ vonalдарab jelenti a szóban levő értéket, azaz $[q\lambda\lambda] = \overline{6,7}$. A két négyzetösszeg szerkesztésének bizonyításával [6]-ban részletesen foglalkoztunk, miért is itt erre már nem térünk ki.

Az ábrából egyébként leolvasható a vágattengely iránytangensének (29) sorszámú összefüggése is. Mert (8, 2,9) háromszögben:

$$\tan \bar{\alpha} = \frac{\overline{8,9}}{\overline{2,9}} = \frac{\overline{1,3}}{\overline{1,2} - \overline{3,8}} = \frac{\Phi}{\Xi - \Theta_{\min}}.$$

És hasonlóképpen a (30), mert (11, C,10) háromszögben:

$$\tan \bar{\alpha} = \frac{\overline{10,11}}{\overline{C,10}} = \frac{\overline{10,3} - \overline{11,3}}{\overline{1,3}} = \frac{H - \Theta_{\min}}{\Phi}.$$

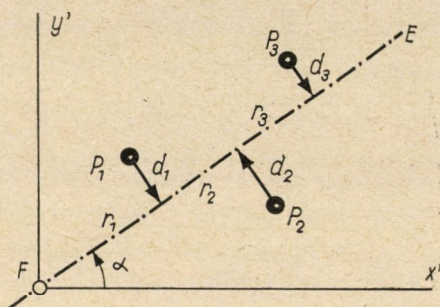
A 6. ábra diagramja szerint szemléltetőbben mutatja a két elv szerint definiált szabad irányvágatok, valamint azok négyzetösszegei közötti párhuzamot, mint a megfelelő analitikai összefüggések.

B) változat: a kötött irányvágat meghatározása

Áttérhetünk most a második alternatívára, nevezetesen a megadott kezdőponthoz, mint „kényszerponthoz” kötött csapásmenti irányvágat — röviden: kötött vágat — kitűzésének kérdésére. A megadott kezdőpont kényszerfeltételén kívül itt is változatlanul fennáll az a kíváncsi, hogy az irányvágat a legjobban simuljon egy megadott réteghez.

Ezúttal is feltételezzük, hogy az adott F kényszerpont tengerszinti z_0 magasságában ismerjük a réteg jellemzőlapjának P_1, P_2, \dots, P_n -nel jelölendő, összesen n számú pontját, az $x_1, y_1; x_2, y_2; \dots, x_n, y_n$ síkkoordinátáik által. Ezek a pontok összességükben egy mesterséges csapásvonalat határoznak meg.

Mindenekelőtt az x, y koordinátarendszert célszerű párhuzamosan úgy eltolnunk, hogy az új x', y' rendszer kezdőpontja az irányvágat megadott F kezdőpontjába essen. Meghatározó pontjainknak az új rendszerre vonatkozó koordinátáit tehát $x'_1, y'_1; x'_2, y'_2; \dots, x'_n, y'_n$ -tel fogjuk jelölni.



7. ábra

Míthogy az irányvágat egyik pontja, F már eleve rögzítést nyert, azért a feladat csak a vágattengely legkedvezőbb \bar{a} irányszögének meghatározására korlátozódik.

Semmi akadályja sincs annak, hogy itt is alkalmazzuk az előző elvet, amely szerint az F ponthoz kötött optimális tengelyre vonatkozólag az adott pontok merőleges d eltéréseinek négyzetösszege a lehető legkisebb értékű legyen. A kérdés több irányú megvilágítása kedvéért azonban kiindulásunk elvét most kissé másképp, bár ezúttal is mechanikai értelmezésben fogalmazzuk meg.

Adott P_1, P_2, \dots, P_n pontjainknak a keresett optimális $F-E$ egyenes kezdőpontjához viszonyított helyzetét 7. ábránk értelmében $r_1, d_1; r_2, d_2; \dots, r_n, d_n$ ortogonális koordinátákkal definiálhatjuk, amelyek — amint ezt 5. ábránk közvetlenül szemlélteti, — a vágattengely α irányszögével alábbi függvénykapcsolatban állanak:

$$d_i = y'_i \cos \alpha - x'_i \sin \alpha, \quad (31)$$

$$r_i = x'_i \cos \alpha + y'_i \sin \alpha. \quad (32)$$

Kövessük azt az elgondolást, hogy P_1, P_2, \dots, P_n ponthelyeken a d eltérésekkel arányos $p_1 d_1; p_2 d_2; \dots, p_n d_n$ nagyságú erők az $F-E$ egyenesen fekvő $r_1; r_2; \dots, r_n$ karokon F kényszerpont körül

$$p_1 d_1 r_1; p_2 d_2 r_2; \dots, p_n d_n r_n \quad (33)$$

forgatónyomatékokat fejtenek ki. Az erők iránya $F-E$ tengely két oldalán ellentétes. Emellett $p_1; p_2; \dots p_n$ értékek alatt az egyelőre közelebről nem definiált, állandó jellegével bíró súlyszámokat értjük.

Az egyes $p_i d_i r_i$ sztatikai nyomatékokat sorjában (31) és (32) segítségével fejezzük ki. Az F pontjában rögzített $F-E$ tengely optimális irányszögét az a feltétel határozza meg, hogy az n számú erő nyomatéka egyensúlyban kell legyen, azaz:

$$M = [pd \cdot r]_1^n = 0. \quad (34)$$

Innen az optimális irányszög kifejezése:

$$\tan 2\bar{\alpha} = \frac{2[p_x' y']}{[p_x' x'] - [p_y' y']} = \frac{2\Phi_F}{\Xi_F - H_F} \quad (35)$$

összhangban [8]-beli levezetésünk (57) képletével. Az ebben használt rövidebb szimbólumok:

$$\Xi_F = [p_x' x'], \quad H_F = [p_y' y'], \quad \Phi_F = [p_x' y']. \quad (36)$$

Eszerint a kötött vágat irányszögére a nyomatéki tétel (35) alatt azonos jellegű összefüggést szolgáltatott, mint amely a meghatározó pontrendszer F pontbeli inerciafőtengelyeit jellemzi. Csakhogy most a pontok koordinátái is F kényszerponttól számítandók.

A (34) alatt felírt nyomatéki tétel nyilván a szabad irányvágat tengelyének meghatározására is felhasználható. Csak még hozzá kellene írunk a sztatika

$$[pd \cos \alpha] = [pd] \cos \alpha = 0 \quad \text{és} \quad [pd \sin \alpha] = [pd] \sin \alpha = 0 \quad (37)$$

alakú két alapegyenletét is, amelyek szerint az azonos irányú erőkomponensek algebrai összege zérust, azaz egyensúlyban levő erőrendszert kell adjon.

Kötött vágat esetében tehát a (35) összefüggés határozza meg az adott pontcsoport F kényszerponton átmenő optimumtengelyének, mint jelenleg a pontrendszer minimális inercianyomatéka tengelyének irányát. A maximum tengelye erre nyilván merőleges. A bennünket érdeklő Θ_{\min}^F ezúttal is (24) analógiájára számítható, azaz:

$$\Theta_{\min}^F = \frac{\Xi_F + H_F}{2} - \sqrt{\left(\frac{H_F - \Xi_F}{2}\right)^2 + \Phi_F^2}. \quad (38)$$

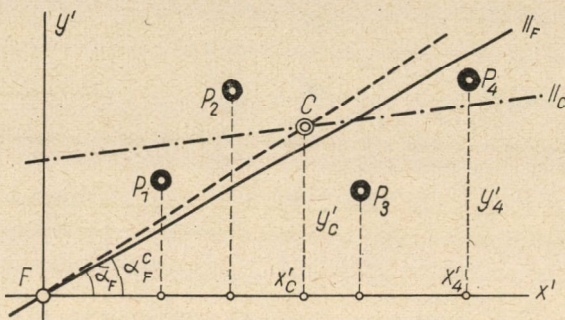
Ez azonban már csak relatív értelemben vett minimum lehet, mert épp a kielégítendő kényszerfeltétel folytán $F-II_F$ tengelye már nem fog egybeesni, sőt nem is kell párhuzamos legyen $C-II$ súlyponti főtengellyel. Amint ezt a 8. ábránk is mutatja, $F-II_F$ vágattengely általában nem foglalja magá-

ban a meghatározó pontcsoport C súlypontját. Érvényes, hogy:

$$\theta_{\min}^F > \theta_{\min}^C. \quad (39)$$

A kényszerpontos irányvágat „simulásának” mértéke tehát kevésbé jó a szabad irányvágatéhoz képest.

Elvileg ugyan elképzelhető a meghatározó P_1, P_2, \dots, P_n pontrendszer olyan elhelyezkedése, amikor $C-II$ centrális főtengely véletlenül F kényszerponton is keresztülmegy, vagyis a 8. ábra $F-II_F$ és $C-II_C$ főtengelyei



8. ábra

összeesnek. Ebben a kivételes esetben:

$$\theta_{II}^F = \theta_{II}^C \quad \text{egyben} \quad \bar{a}_F = \bar{a}_C. \quad (40)$$

A (29)beli iránytangens és a 8. ábra felhasználásával ilyenkor tehát:

$$\frac{\Phi_c}{\Xi_c - \theta_{II}^c} = \frac{y'_c}{x'_c}. \quad (41)$$

A tanulság: annak, hogy a kényszerpontos vágattengely C súlyponton is átmenjen, matematikai feltétele a (41) aránylat teljesülése.

A (41)-et eredményező fejtegetést azért véltük helyénvalónak, mert a [2] tanulmányban az ottani (2) összefüggéssel kapcsolatban alábbi megállapítás olvasható: „Úgy véljük azonban, hogy ($\Sigma d^2 = \text{minimum}$ helyett) célszerűbb volna az irányvágat optimális fekvését a $\Sigma d = 0$ feltétellel kifejezni ...” Vagyis [2] szerzője véleménye szerint F kényszerpont és C súlypont a vágattengelyt máris meghatározzák. A (39)–(41)-gyel kapcsolatos fejtegetéseink szerint ez szigorú szabotossággal nem áll fenn. Gyakorlatilag persze az F pontot magában foglaló vágat irányának

$$\tan \bar{a}_{Fc} \cong \frac{y'_c}{x'_c} \quad (42)$$

szerint való kitűzése kielégítő közelítést jelenthet ([4] 273. o.).

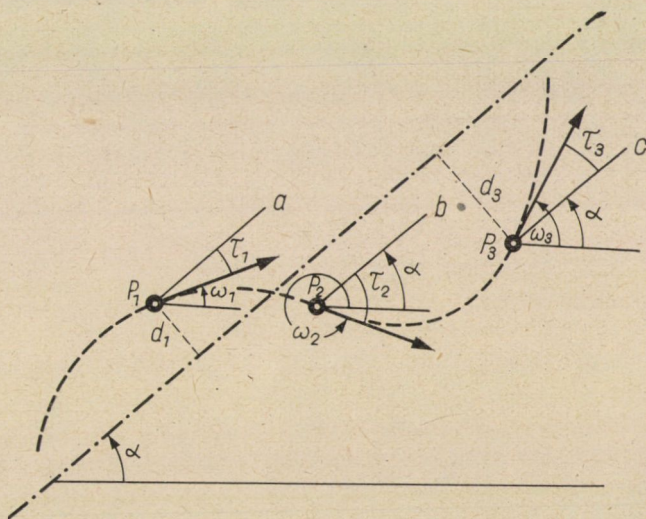
Megemlítendő még, hogy az iránytangensek (28), (29) és (30) összefüggései F —II vágattengely meghatározására is felhasználhatók, persze a megfelelő Ξ_F , H_F és Φ_F szorzatösszegekkel.

Analogiák a természettudományok egyéb területein

A kétszeres irányszög tangensének itt legelőször (21), legutóbb pedig (35) alatt felírt összefüggésével a tudomány több területén is találkozunk. Így az analitikában az általános másodfokú egyenlet elemzésénél, a kiegyenlítő számításban a hibaellipszis főtengelyeivel kapcsolatban, a felsőgeodéziában a nívófelület valamely pontjában érvényes főgörbületi sugarak azimutjának, a szilárdságtanban pedig nemcsak az inerciafőtengelyek, hanem a főfeszültségek irányának meghatározásánál is.

A csapásirány helyi eltéréseinek figyelembevétele

Eddigi tárgyalásaink során hallgatólagosan mindig feltételeztük azt, hogy a meghatározó pontcsoport mindenegyus P_1, P_2, \dots, P_n pontjában azonos értékű csapásirány érvényes, amely egyben megfelel a tárgyalt módon nyerhető általános csapásiránynak. Ezt az idealizált esetet szemléltetik a 9. ábra vékony P_1a, P_2b, P_3c vonalai, amelyek mind párhuzamosak az α irányú főcsapásiránnyal. Minthogy azonban a telep, illetve réteg nem képvisel geometriai síkot, azért a konstans csapásirány nyilván idealizálást jelent. Jóval inkább megközelítjük a valóságot akkor, ha eleve abból indulunk ki,



9. ábra

hogy az egyes P_1, P_2, \dots, P_n ponthelyeken különböző $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ irányszögű helyi csapásirányok állanak fenn, amelyek nagysága is ismertté válik például oly esetben, ha a közelben van már egy másik, csapásirányban kihajtott vágatunk, avagy egy lefejtett területünk, amelynek révén a tényleges csapásirányt pontról pontra megállapíthatjuk.

Ebben az esetben azonban indokolt az a kíváncsi, hogy a vágattengely rögzítésénél nemcsak a meghatározó pontok eltérő d_1, d_2, \dots, d_n távolságainak, de az $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ szögek által érzékelt eltérő helyi csapásirányoknak is kellő szerepet juttassunk. Utóbbiakat a 9. ábrában vastagabb nyilak érzékeltetik. A feltételezett tényleges csapásvonalat pedig szaggatott hullámvonal jelképezi.

A helyi csapásirányoknak a vágattengely irányára való befolyását módunkban van a meghatározó pontok eddig nem definiált p_1, p_2, \dots, p_n súlya révén figyelembe vennünk. Amely pontban a helyi csapás ω_i irányszöge az α irányszögű főcsapásiránnyal megegyezik, annak a pontnak optimális súlyt tulajdonítunk. Mennél erősebben tér el valamely helyi ω_i irányszög α -tól, annál kisebb szerep jut az illető ponthelynek, végül amely pontban $\omega_i = (\alpha \pm 90^\circ)$, tehát ahol a helyi csapás az általános csapásirányra merőleges, annak a pontnak súlyát zérusnak, a pontot magát mintegy nem létezőnek tekintjük. A p_i súlyok tehát a továbbiakban nem kezelhetők konstans tényezők módjára, mert maguk is függvényei a meghatározandó vágatirányszögnek. Jelöljük $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ -nel a helyi csapásiránynak az általános csapásiránytól való eltérését, tehát a 9. ábra szerint:

$$\tau_1 = \alpha - \omega_1; \quad \tau_2 = \alpha - \omega_2; \quad \dots \quad \tau_n = \alpha - \omega_n; \quad (43)$$

ahol τ -nak az előjele nem, hanem csak az abszolút értéke mérvadó, akkor bármely meghatározó pont súlya írható

$$p_i = f(\tau_i) = f(\alpha - \omega_i) \quad (44)$$

alakban. Fentiek szerint ismerjük f súlyfüggvény értékét a helyi csapásszög két egymásra merőleges irányánál. Ha ugyanis az irányeltérés $\tau = 0$, akkor a meghatározó pont relatív súlyát 1-nek fogadjuk el. Növekvő τ abszolútértékek mellett a pont súlya folytonos értelemben csökken; $\tau = 90^\circ$ mellett $p = 0$ lesz. Egyebet ugyan a keresett f súlyösszefüggésről nem tudunk, de célszerű lesz trigonometriai függvényt alapul vennünk. A legegyszerűbb lehetőséget a cosinusfüggvény jelentené, minthogy

$$p = \cos \tau \quad (45)$$

és annak valamennyi pozitív hatványa:

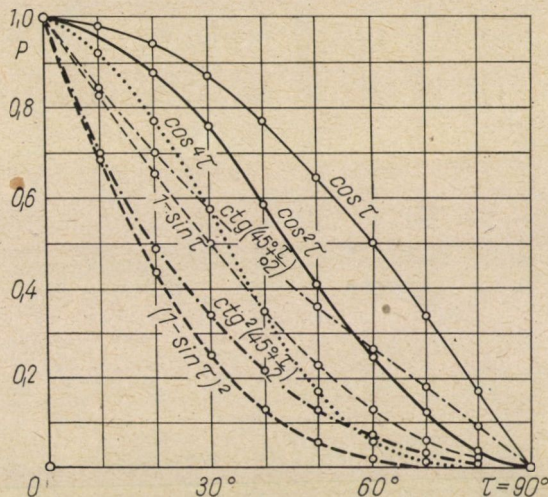
$$p = \cos^2 \tau, \quad p = \cos^3 \tau, \quad \dots \quad p = \cos^m \tau \quad (46)$$

stb. mind kielégíti a megállapított két szélsőértéket. Ugyanez vonatkozik azonban a

$$p = (1 - \sin \tau) \quad (47)$$

súlyozására, szintúgy annak

$$p = (1 - \sin \tau)^2, \dots p = (1 - \sin \tau)^m \quad (48)$$



10. ábra

hatványaira is. Sőt a fentebb lerögzített feltételeket éppen úgy kielégítik a

$$p = \cot \left(45^\circ + \frac{\tau}{2} \right), \quad (49)$$

valamint a

$$p = \cot^2 \left(45^\circ + \frac{\tau}{2} \right), \dots p = \cot^m \left(45^\circ + \frac{\tau}{2} \right) \quad (50)$$

súlyképletek is. A felsorolt súlyfüggvények azonban a τ szög nagyságától függően nagyon eltérő érzékenységek, amit a 10. ábra nyomán szemléltetünk. Az ábra megrajzolása úgy történt, hogy 0° -tól 90° -ig terjedően különböző $\tau = (\alpha - \omega)$ szögekhez, mint abszcisszákhöz kiszámítottuk a megfelelő függvényértékeket és azokat ordinátákként ábrázoltuk. Az ábrából láthatólag a $\cos \tau$, sőt a $\cos^2 \tau$ szerinti súlyozás is érzéketlen a főcsapásiránytól való aránylag kisebb, mondjuk 10 – 20° irányeltérésekkel szemben. Lényegesebben redukál az $(1 - \sin \tau)$ és $\cot(45^\circ + \tau/2)$ súlyfüggvény és végül radikálisan csökkenti a megfelelő d eltéréseknek a végleges vágatirányra gyakorolt befolyását már kisebb τ -irányeltérések mellett is a $\cot^2(45^\circ + \tau/2)$ és még inkább

az $(1 - \sin \tau)^2$ szerint való súlyozás. Az $(1 - \sin \tau)^2$ -súlyfüggvény például a 10. ábra szerint $\tau = 10^\circ$ -nál $p = 0,69$ értékű; eszerint $\sqrt{p} = 0,83$, vagyis az illető P_i pontban fennálló 10° -os csapásirány-eltérésnél a d -távolság 83%-át engedi érvényesülni ($[pdd] = [\sqrt{p}d \cdot \sqrt{p}d]$). Hasonlóképpen $\tau = 50^\circ$ -nál $p = 0,05$, $\sqrt{p} = 0,22$, míg $\tau = 60^\circ$ -nál $p = 0,02$, $\sqrt{p} = 0,14$, vagyis a helyi d -eltérésnek $\tau = 50^\circ$ -nál csak 22%-a, 60° -nál már csak 14%-a jön számításba. Végül ez a súlyfüggvény a vágatirány meghatározásából gyakorlatilag kikapcsolja az olyan P pontokat, amelyekben a helyi ω -csapásirány $\tau = 70^\circ$ -kal, vagy annál nagyobb szöggel tér el az a -val jellemzett általános csapásiránytól.

Az egyszerűnek látszó $\cos^2 \tau_i = \cos^2 (a - \omega_i)$ súlyképlet elfogadása esetében a kényszerpontos vágattengely irányszögét alábbi összefüggés minimumának feltételéből kellene levezetnünk :

$$[pdd] = [\cos^2 (a - \omega_i) (y'_i \cos a - x'_i \sin a)^2]. \quad (51)$$

Ha ennek az egyváltozós függvénynek képezzük az a irányszög szerinti első differenciálhányadosát, annak zérussal egyenlővé tett értékéből a irányszög kiszámítható ugyan, azonban negyedfokú egyenlet alapján, aminek bemutatása itt hosszadalmas volna miatt nem lenne kívánatos.

Még nehezebbé válik a megoldás, ha az $(1 - \sin \tau)$, avagy $(1 - \sin \tau)^2$ súlyozást vezetnénk be és ennek megfelelően

$$[pdd] = [\{1 - \sin (a - \omega)\} (y' \cos a - x' \sin a)] \quad (52)$$

avagy:

$$[pdd] = [\{1 - \sin (a - \omega)\}^2 (y' \cos a - x' \sin a)] \quad (53)$$

összefüggések egyikéből indulnánk ki. Mert ezek mellett már ki sem tudnók fejezni a valamelyik függvényét. Továbbá, amint láttuk, a súlyfüggvénynek bármelyik alakban való rögzítése csak a két szélső érték konkrét támpontjain alapul.

Mindezek mérlegelésével gyakorlatilag a helyi csapásirányok figyelembevételének alábbi módja látszik ajánlhatónak.

A (21), (28), (29), (30), avagy (35) alapján nyerhető vágatirányszög közelítésképpen eltérő helyi csapásszögek esetében is elfogadható. Jelöljük az ily módon származott közelítő irányszöget α_0 -lal. A helyi ω_i csapásirányoknak ettől az α_0 -tól való τ_i eltérései tehát számszerűleg is közvetlenül képezhetők:

$$\tau_1 = \alpha_0 - \omega_1, \quad \tau_2 = \alpha_0 - \omega_2, \quad \dots \quad \tau_n = \alpha_0 - \omega_n. \quad (54)$$

Ebben az esetben pedig a p_i -súlyok konstans tényezőkként közvetlenül megadhatók. A (50)-beli első képlet elfogadása esetén például a meghatározó pontok súlya ez lenne:

$$p_1 = \cot^2 \left(45^\circ + \frac{\tau_1}{2} \right); p_2 = \cot^2 \left(45^\circ + \frac{\tau_2}{2} \right); \dots \dots p_n = \cot^2 \left(45^\circ + \frac{\tau_n}{2} \right); \quad (55)$$

míg (48) első képletével:

$$p_1 = (1 - \sin \tau_1)^2; \quad p_2 = (1 - \sin \tau_2)^2; \quad \dots \quad p_n = (1 - \sin \tau_n)^2. \quad (56)$$

A súlyok ismeretében pedig különböző helyi csapásirányok esetén is az α irányszöveget szabad irányvágat esetében változatlanul a (21), míg kényszerpontos irányvágat esetében a (35) összefüggés szolgáltatja.

A (44)—(54) alatt tárgyaltak alapján tehát a meghatározó pontok értékűségének az eltérő helyi csapásirányok szerint való súlyozása módot ad arra, hogy a mesterséges csapásvonal *valamennyi* ismert koordinátájú P pontját figyelembe vegyünk, még olyanokat is, amelyekben uralkodó helyi csapásirány például szerkezeti árkok vagy kiemelkedő sashérccek következtében igen erősen eltér az átlagos csapásiránytól. Nincsen tehát szükség arra, hogy egyes meghatározó pontokat egyéni mérlegelés szerint vagy teljesen kihagyjunk számításainkból, vagy pedig túlzott befolyást tulajdonítsunk nekik.

*

A kéziratnak a szerkesztőséghez történt benyújtása után jelentek meg az IRODALOM 10. és 11. pontja alatt feltüntetett tanulmányok. Ezek, valamint a 12. pont alatt felsorolt tanulmány is a kiegyenlítő egyenes sokat vitatott problémájával kapcsolatban tartalmaznak figyelemre méltó újabb fejtegetéseket.

IRODALOM

1. ZAMBÓ, J.: Az irányvágatok telepítése. *Bányászati Lapok*, 1957.
2. SÜTTI, J.: Az irányvágatok kitzúzési szögének meghatározása. *Bányászati Lapok*, 1960.
3. RICHTER, R.: Megjegyzések Ing. Juraj Sütti „Az irányvágatok kitzúzési szögének meghatározása” című cikkéhez. *Bányászati Lapok*, 1960.
4. ZAMBÓ, J.: Bányászati telepítések analitikája. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1960.
5. MILLER-HAUENFELS, A.: Höhere Markscheidekunst. Verlag von Tender & Comp. Wien, 1868.
6. MILASOVSKY, B.: Über die exakte Bestimmung der ausgleichenden Geraden. Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem. *Bánya-, Kohó- és Erdőmérnöki Kar, Sopron. A bányászati és kohómérnöki osztály közleményei*, XV (1943), 284—322.
7. MILASOVSKY, B.: A Parallel between the Adjusting Straight Line and the Main Inertia Axis of a Plane Plot. *Reprint from Publications of the Faculties of Mining and Geotechnics*, XX (1959), Technical University Faculties, Sopron, Hungary.
8. MILASOVSKY, B.: The theoretical problems of level drift location. *Acta Techn. Hung.* XXXVIII. (1962), 189—219.
9. MILASOVSKY, B.: The location of level drifts on the basis of the least absolute sum principle. *Acta Techn. Hung.* XXXVIII. (1962), 352—369.
10. FORRAI SÁNDOR: A standard hibaellipszis és a kiegyenlítő egyenesek összefüggései. (*A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* 10. (1964))
11. FORRAI S.: Simple determination of the direct tangent of the bearing of an adjusting straight line, which satisfies the condition $\Sigma p e^2 = \text{Min!}$ *Acta Techn. Hung.* 47 (1964)
12. HOSSZU M., SZARKA Z.: Megjegyzés a kiegyenlítő egyeneshez. *A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei* 8 (1962)

KANALAS ANEMOMÉTEREK MŰKÖDÉSÉNEK VIZSGÁLATA

TARJÁN IVÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

és

DEBRECZENI ELEMÉR

NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM Bányagéptani Tanszék, Miskolc

[Beérkezett 1961. április 13-án]

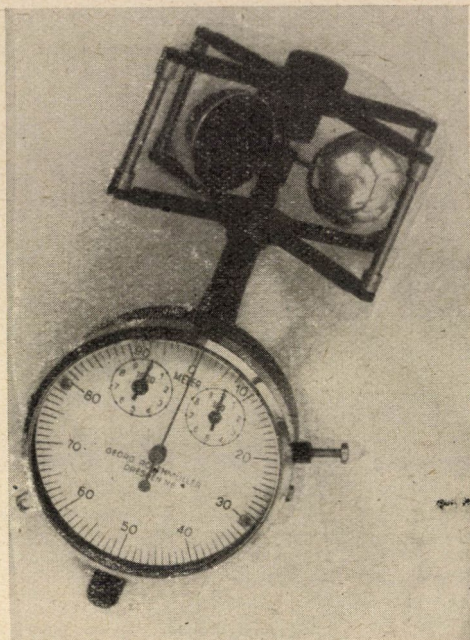
A bányák szellőztetésének fontos ellenőrző tevékenysége a légmennyiségmérés. Erre a célra csaknem mindig anemométereket alkalmaznak, amelyek gyors mérésre alkalmas, kis előkészületeket igénylő és könnyű súlyuknál, valamint kis helyfoglalásuknál fogva könnyen kezelhető üzemi ellenőrző műszerek. Az anemométerekkel végzett mérések pontosságának egyik feltétele a jó hitelesítés. Az anemométerek hitelesítésekor a mérések szórása miatt a hitelesítési görbét csak abban az esetben lehet helyesen megadni, ha a görbe jellege ismeretes. Ez pedig csak az anemométerek működésének részletes vizsgálatával határozható meg. Tanulmányunkban a kanalas anemométerek elméleti vizsgálatával, az anemométerek hitelesítési görbéinek meghatározásával, irányérzékenységükkel, az áramló közeg sűrűségének befolyásával és a mérést végző személy zavaró hatásával foglalkozunk.

I. Légsebességmérés kanalas anemométerrel

A kanalas anemométer működésének alapja, hogy a félgömbhéj homorú vagy domború felületét az áramlás irányával szembe fordítva, az ellenállás különböző. Ha egy tengelyen több félgömbhéj alakú kanál van, áramló közegbe helyezve forgásba jön és a fordulatszám a közeg sebességének függvénye. A kanalas anemométer kanalai az áramlásra merőleges tengely körül forognak. Az eddigi műszereken három vagy négy kanál van egy kanalas keréken.

A sebességmérés a fordulatok számának mérésével és időmérés segítségével történik. Az anemométer számlapján a megtett légutat méterben tüntetik fel. Az anemométerrel általában egy percig vagy száz másodpercig mérnek aszerint, hogy a légsebesség milyen egységben szükséges. Ez az időmegválasztás célszerű, mert kisebb mérési idő a pontatlanságot növeli, nagyobb mérési idő pedig hosszadalmassá teszi a mérést.

A kanalas kerék tengelyéről a számláló szerkezet hajtása csigahajtással történik. A kanalas anemométer szerkezeti megoldása is arra enged következtetni, hogy nagy légsebesség mérésére alkalmas. Ez később a vizsgálatból is jól látható. Készítenek kanalas anemométereket óraszerkezetes kapcsolóberendezéssel is, amely a mérést kényelmessé teszi. Az 1. ábra Rosenmüller-féle kanalas anemométert mutat.



1. ábra

II. A kanalas anemométer működésének vizsgálata

Áramló közegbe helyezett testre ható erő:

$$P = \xi \frac{\rho}{2} v^2 F,$$

ahol

- ξ az ellenállástényező,
- ρ a közeg sűrűsége,
- v a test és a közeg közötti relatív sebesség,
- F az áramlás irányára merőleges felület.

A félgömbhéj ellenállástényezője — ha az áramlás irányából nézve konkáv — $\xi_1 = 1,33$, ha pedig az áramlás irányából nézve konvex, úgy $\xi_2 = 0,34$ [1].

Ha csak két kanál egyensúlyát vizsgáljuk és eltekintünk a csapsúrlódástól, úgy a 2. ábra alapján a relatív sebességek

$$v_1 = c - R_s \omega \sin \varphi$$

és

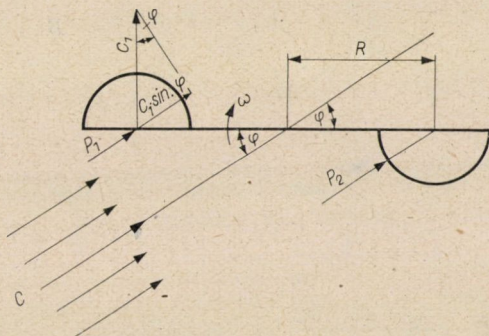
$$v_2 = c + R_s \omega \sin \varphi,$$

ahol

- c az áramló közeg sebessége,
- ω a kanalas kerék szögsebessége,
- R_s a kanál súlyponti sugara.

Az összefüggésekből látható, miszerint egyensúly a forgás által úgy jön létre, hogy P_1 értéke csökken, P_2 értéke pedig nő.

Az egyensúly feltétele, hogy az erők forgástengelyre vonatkoztatott nyomatéka vagy egyszerűen, a forgástengelyre ható eredő nyomaték zérus legyen. A későbbiekben látható, hogy az erők nyomatéka a φ szögtől függ, kivéve az állandóan meglevő súrlódást. Ha a kanalas kerék tehetetlenségi nyomatéka a forgástengelyre zérus, úgy a kanál változó sebességű forgást végez. A valóságban oly nagy a kanalas kerék tehetetlenségi nyomatéka, hogy



2. ábra

sebessége egyensúly esetén egy ismétlődő ciklusban alig ingadozik, tehát jó közelítéssel állandó és értéke az egyensúly esetén érvényes

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{n} M_e d\varphi = 0$$

egyenletből számítható, ahol

- M_e az eredő nyomaték;
- n a kanalak száma;
- $2\pi/n$ egy ciklus, szögben mérve.

Kétkanalas anemométert nem használnak, mert van egy olyan állása ($\varphi = 0$), amelynél a sebességtől függetlenül egyensúlyban van, azaz nem indul meg. Azért térünk ki mégis ennek elemzésére, mert itt legegyszerűbbek a viszonyok és a többkanalas anemométerre vonatkozó egyensúlyi összefüggések ebből könnyen levezethetők. Ennek bizonyítására szolgál a 3. ábra.

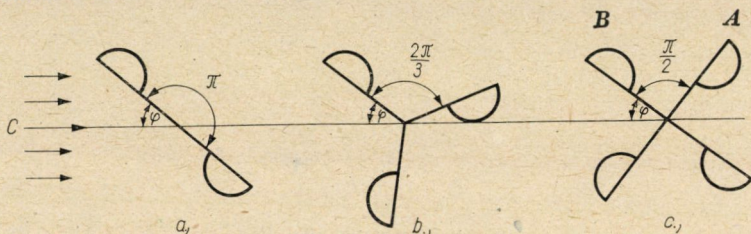
Könnyen belátható, hogy míg a kétkanalas kerék 180° -ot fordul, addig a háromkanalasnak csak 120° -ot, a négykanalasnak pedig csak 90° -ot kell fordulnia, azaz

$$\int_0^{2\pi} M_2(\varphi) d\varphi = \int_0^{2\pi} M_3(\varphi) d\varphi = \int_0^{2\pi} M_4(\varphi) d\varphi,$$

ahol $M_2(\varphi)$, $M_3(\varphi)$ és $M_4(\varphi)$ a tengelyre számított nyomatéknak a sebességtől függő része két, három, illetve négy kanál esetén. Ennek figyelembevételével a vizsgálatot két kanálra végeztük el, tekintettel arra, hogy az elvégzendő integrálok

$$\int_0^{2\pi} M_e d\varphi = \int_0^{2\pi} [M(\varphi) + M'] d\varphi = 0$$

alakban írhatók fel. Az $M' =$ állandó, a súrlódóerők nyomatékának sebességtől független része.



3. ábra

$M(\varphi)$ -ről bebizonyítottuk a 3. ábra alapján, hogy mind három, mind négy kanál esetén a két kanálra levezetett összefüggések érvényesek, de ez bármely kanálszám esetén bizonyítható, ha a kanalak geometriai méretei és súlyponti sugarai azonosak. $M(\varphi)$ -be természetesen bevettük a súrlódóerő nyomatékának sebességfüggő részét, amely a radiális tengelyterhelésből adódik.

Az $\int_0^{2\pi} M' d\varphi = M' 2\pi/n$ értéke különböző kanálszám esetén könnyen meghatározható. Ennek figyelembevételével a két kanálra levezetett összefüggések több kanálra is általánosíthatók. Megjegyezzük, hogy három- vagy négykanalas kerék forgása közben az áramlás irányából nézve a kanalak fedésbe kerülnek. Például a 3c. ábrán a fedésbe került A kanálhoz jutó levegő az A és a B kanál közötti térrészből áramlik, amelynek sebességét a B kanál lényegesen nem módosította. Ez az elhanyagolás a hitelesítési görbe jellegén nem változtat.

III. Az egyensúlyi viszonyok vizsgálata két kanál esetén

Az erőket a 4. ábra jelöléseivel

$$P_1 = \xi_1 \frac{\rho}{2} f(c - c_1 \sin \varphi)^2 \sin \varphi + \xi_2 \frac{\rho}{2} \cdot \frac{f}{2} (c - c_1 \sin \varphi)^2 (1 - \sin \varphi)$$

és

$$P_2 = \xi_2 \frac{\rho}{2} \frac{f}{2} (c + c_1 \sin \varphi)^2 (1 + \sin \varphi).$$

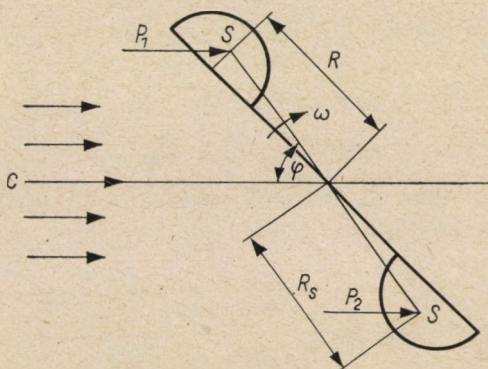
Az ábrán f a gömbi főkör területe és $R \cdot \omega = c_1$.

A P_1 második tagja a gömbhéj külső részén fellépő légellenállás. A számításoknál a súlypont sugara helyett R -rel számolunk, ami jó közelítésnek tekinthető, mert az így elkövetett hiba egy ciklus alatt kiegyenlítődik. P_1 és P_2 összefüggéseit rendezve

$$P_1 = a_3 \sin^3 \varphi + a_2 \sin^2 \varphi + a_1 \sin \varphi + a_0$$

és

$$P_2 = b_3 \sin^3 \varphi + b_2 \sin^2 \varphi + b_1 \sin \varphi + b_0.$$



4. ábra

Az itt alkalmazott jelölések a következők:

$$a_3 = \frac{\rho}{2} f \left(\xi_1 - \frac{\xi_2}{2} \right) c_1^2,$$

$$a_2 = \frac{\rho}{2} f \frac{\xi_2}{2} c_1^2 + \frac{\rho}{2} f (\xi_2 - 2 \xi_1) c c_1,$$

$$a_1 = -\frac{\rho}{2} f \xi_2 c c_1 + \frac{\rho}{2} f \left(\xi_1 - \frac{\xi_2}{2} \right) c^2,$$

$$a_0 = \frac{\rho}{2} f \frac{\xi_2}{2} c^2,$$

$$b_3 = \frac{\rho}{2} f \left(\xi_1 - \frac{\xi_2}{2} \right) c_1^2,$$

$$b_2 = \frac{\rho}{2} f \frac{\xi_2}{2} c_1^2 + \frac{\rho}{2} f \xi_2 c c_1,$$

$$b_1 = \frac{\rho}{2} f \xi_2 c c_1 + \frac{\rho}{2} f \frac{\xi_2}{2} c^2,$$

$$b_0 = \frac{\rho}{2} f \frac{\xi_2}{2} c^2.$$

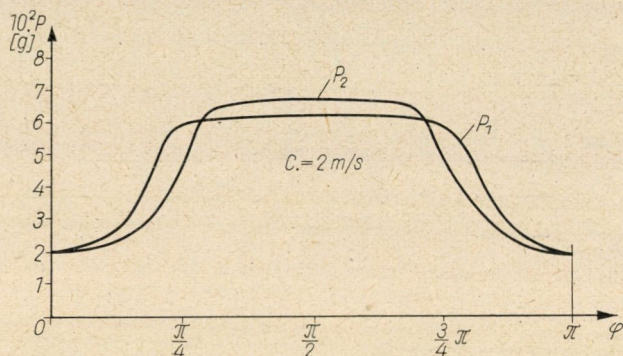
P_1 és P_2 értékét a φ szög függvényében az 5. ábra mutatja.
A súrlódóerő értéke

$$P_s = (P_1 + P_2) \mu + \alpha \mu.$$

A súrlódóerő nyomatéka

$$M_s = (P_1 + P_2) \mu R_{cs} + \alpha \mu R_{cs} = (P_1 + P_2) \mu R_{cs} + \alpha' \mu,$$

ahol R_{cs} a csapsugár.



5. ábra

A tengelyre ható eredő nyomaték tehát

$$M_e = (P_1 - P_2) R \sin \varphi - (P_1 + P_2) \mu R_{cs} - \alpha' \mu.$$

P_1 és P_2 behelyettesítésével az eredő nyomaték a következő formában írható fel:

$$\begin{aligned} M_e = & R(a_3 \sin^4 \varphi + a_2 \sin^3 \varphi + a_1 \sin^2 \varphi + a_0 \sin \varphi) - \\ & - R(b_3 \sin^4 \varphi + b_2 \sin^3 \varphi + b_1 \sin^2 \varphi + b_0 \sin \varphi) - \\ & - R_{cs} (a_3 \sin^3 \varphi + a_2 \sin^2 \varphi + a_1 \sin \varphi + a_0 + \\ & + b_3 \sin^3 \varphi + b_2 \sin^2 \varphi + b_1 \sin \varphi + b_0) - \alpha' \mu. \end{aligned}$$

A 6. ábrában felrajzoltuk a nyomatékot a φ szög függvényében.

Ha eltekintünk a csapsúrlódástól, az eredő nyomaték

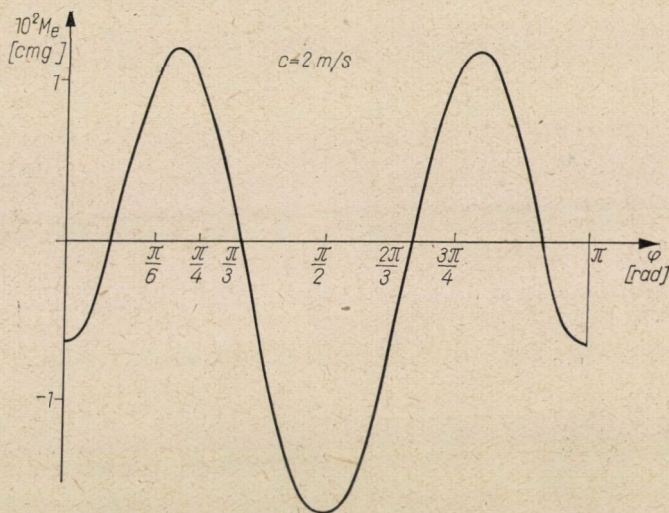
$$\begin{aligned} M'_e = & (P_1 - P_2) R \sin \varphi = R(a_3 \sin^4 \varphi + a_2 \sin^3 \varphi + a_1 \sin^2 \varphi + \\ & + a_0 \sin \varphi - b_3 \sin^4 \varphi - b_2 \sin^3 \varphi - b_1 \sin^2 \varphi - b_0 \sin \varphi). \end{aligned}$$

Egyensúly akkor van, ha

$$\int_0^\pi M'_e d\varphi = 0.$$

Behelyettesítve és az integrálást elvégezve a következő egyenletet kapjuk:

$$c_1^2 - \frac{\frac{8}{3} \xi_1 + \pi \xi_2}{\frac{3}{8} (\xi_1 - \xi_2)} c c_1 + \frac{4}{3} c^2 = 0.$$



6. ábra

Az eredményből látható — és ez természetes is —, hogy eltekintve a súrlódástól, csak a csatornák alakja befolyásolja a $c = f(c_1)$ összefüggést. Félgömbhéj alakú lapátokkal számolva $c_1/c = 0,37$, vagyis az összefüggés lineáris.

A súrlódást figyelembe véve és az integrálást elvégezve

$$\begin{aligned} \int_0^\pi M_e d\varphi &= a_3 \left(\frac{3}{8} \pi R - \frac{4}{3} \mu R_{cs} \right) + a_2 \left(\frac{4}{3} R - \frac{\pi}{2} \mu R_{cs} \right) + \\ &+ a_1 \left(\frac{4}{3} R - \frac{\pi}{2} \mu R_{cs} \right) + a_0 (2R - \pi \mu R_{cs}) - \\ &- b_3 \left(\frac{3}{8} R + \frac{4}{3} \mu R_{cs} \right) - b_2 \left(\frac{4}{3} R + \frac{\pi}{2} \mu R_{cs} \right) - \\ &- b_1 \left(\frac{4}{3} R + \frac{\pi}{2} \mu R_{cs} \right) - b_0 (2R + \pi \mu R_{cs}) - \\ &- \alpha' \mu \pi = 0. \end{aligned}$$

Tetszőleges lapátszám esetén az egyenlet alakja a következő:

$$\int_0^{2\pi} M_e d\varphi = a_3 \left(\frac{3}{8} \pi R - \frac{4}{3} \mu R_{cs} \right) + a_2 \left(\frac{4}{3} R - \frac{\pi}{2} \mu R_{cs} \right) +$$

$$+ a_1 \left(\frac{4}{3} R - \frac{\pi}{2} \mu R_{cs} \right) + a_0 (2R - \pi \mu R_{cs}) -$$

$$- b_3 \left(\frac{3}{8} \pi R + \frac{4}{3} \mu R_{cs} \right) - b_2 \left(\frac{4}{3} R + \frac{\pi}{2} \mu R_{cs} \right) -$$

$$- b_1 \left(\frac{4}{3} R + \frac{\pi}{2} \mu R_{cs} \right) - b_0 (2R + \pi \mu R_{cs}) -$$

$$- \alpha' \mu \frac{2\pi}{n} = 0. \quad (1)$$

A következőkben az 1. ábrán látható Rosenmüller-féle háromkanalas anemométer adataival végezzük el a számításokat:

$$R = 18,9 \text{ mm}; \quad \xi_1 = 1,33;$$

$$f = 4,35 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2; \quad \xi_2 = 0,34;$$

$$g' = 0,125 \frac{\text{kg s}^2}{\text{m}^4}; \quad \mu = 0,02;$$

$$R_{cs} = 0,3 \text{ mm.}$$

Az együtthatók fenti értékekkel:

$$a_3 = 3,16 \cdot 10^{-5} c_1^2,$$

$$a_2 = -6,3 \cdot 10^{-5} c c_1 + 4,62 \cdot 10^{-6} c_1^2,$$

$$a_1 = 3,16 \cdot 10^{-5} c^2 - 9,24 \cdot 10^{-6} c c_1,$$

$$a_0 = 4,62 \cdot 10^{-6} c^2;$$

$$b_3 = 4,62 \cdot 10^{-6} c_1^2,$$

$$b_2 = 4,62 \cdot 10^{-6} c_1^2 + 9,24 \cdot 10^{-6} c c_1,$$

$$b_1 = 4,62 \cdot 10^{-6} c^2 + 9,24 \cdot 10^{-6} c c_1,$$

$$b_0 = 4,62 \cdot 10^{-6} c^2.$$

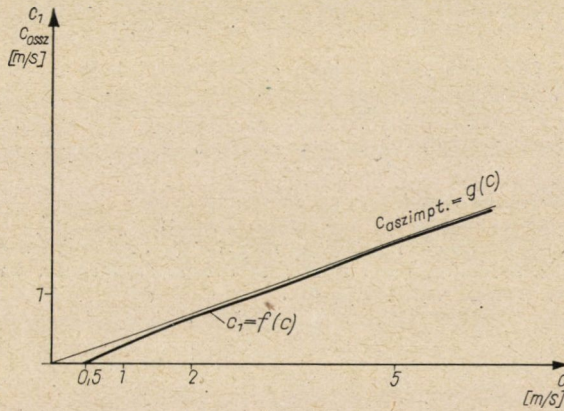
Behelyettesítve az (1) egyenletbe, a következő összefüggést kapjuk:

$$1,99 c_1^2 - 7,9 c c_1 + 2,66 c^2 - \frac{2\pi}{3} \frac{\alpha' \mu}{R_{cs}} 10^3 = 0.$$

Az egyenlet utolsó tagja az induló sebességből meghatározható ($c = 0,5 \text{ m/s}$ légsebesség esetén $c_1 = 0$). Az egyenlet végleges alakja tehát

$$c_1^2 - 3,97 c c_1 + 1,338 c^2 - 0,334 = 0. \quad (2)$$

A görbe nagy sebességeknél a $c_1 = 0,364 \cdot c$ egyenest aszimptotikusan megközelíti. A (2) egyenletet a 7. ábrában rajzoltuk fel az I. táblázat adatai alapján.



7. ábra

I. táblázat

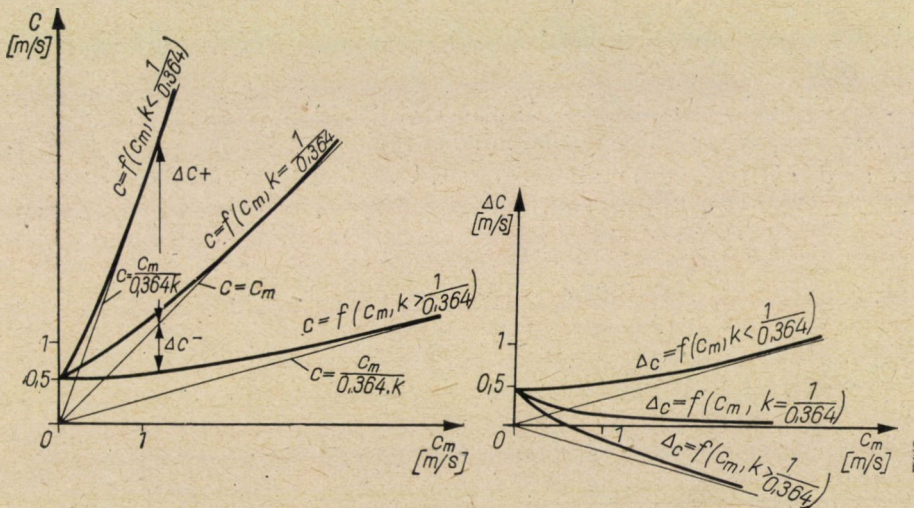
e	0,5	1	2	5
c_1	0	0,265	0,695	1,81
$c_{\text{ászimpt.}}$	0,182	0,364	0,728	1,82

A korrekciós görbe egyenlete

$$\Delta c = c - c_m = c - kc_1,$$

hol

Δc a korrekció,
 c_m az anemométer számlapján mutatott sebesség,
 k a módosítás.



8. ábra

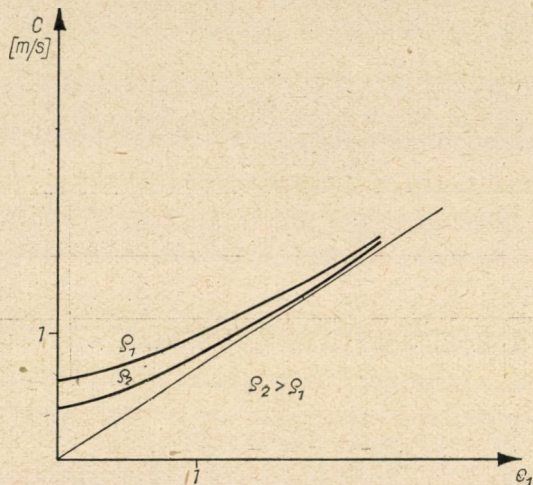
A 8. ábrán különböző k értékek esetén felrajzoltuk a kanalas anemométereket jellemző korrekciós görbéket.

Ha például az anemométert úgy akarjuk megszerkeszteni, hogy $c = 2$ m/s sebességnél a korrekció nulla legyen, akkor

$$k = \frac{c}{c_1} = \frac{2}{0,695} = 2,88$$

módosítással kell a műszert elkészíteni.

A korrekciós görbék aszimptotája minden esetben átmege az origón és a korrekciós görbék 2 m/s légsebesség felett az aszimptotát jól megközelítik. Az anemométerek korrekciós görbéje utólagosan nehezen módosítható, mert sem a kanalak alakját, sem a módosítást kész kanalas anemométeren nem változtathatjuk.



9. ábra

IV. A levegő sűrűségének befolyása a kanalas anemométer működésére

Az előbbieken a számítást $\rho' = 0,125 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$ sűrűség esetén végeztük el. Az összes eddig szereplő egyenlet minden tagjában ρ' szorzóként szerepelt, kivéve az $a' \cdot \mu$ értéket tartalmazó tagot. Tetszőleges sűrűség esetén a (2) egyenletet a következő formában írhatjuk tehát fel:

$$\frac{\rho}{\rho'} (c_1^2 - 3,97 c c_1 + 1,338 c^2) - 0,334 = 0,$$

vagy ρ' behelyettesítésével

$$c_1^2 - 3,97 c c_1 + 1,338 c^2 - \frac{0,0418}{\rho} = 0.$$

Az egyenletből látható, hogy a sűrűség változása az aszimptotát nem befolyá-

solja. A 9. és 10. ábrákon adott k érték esetén különböző sűrűségek mellett a $c = f(c_1)$ és $c = g(c_m)$ összefüggéseket rajzoltuk fel.

A korrekciós görbéről megállapíthatjuk, hogy 2 m/s felett jól megközelíti az aszimptotát és így ρ befolyását a kanalas anemométernél — minthogy csak nagyobb sebességeknél használják — szükségtelen figyelembe venni.



10. ábra

V. A kanalas anemométerek irányérzékenysége

Ha a kanalas anemométer kanalas kerekének tengelye az áramlás irányára merőleges síkkal Θ szöget zár be, akkor

$$c_m + \Delta c = c_{ax} = c \cos \Theta.$$

Tehát a légsebesség meghatározása a következő összefüggés alapján történhet

$$c = \frac{c_m + \Delta c}{\cos \Theta}.$$

A kanalas anemométer tehát irányérzékeny és ezt a műszer használatánál állandóan figyelembe kell venni.

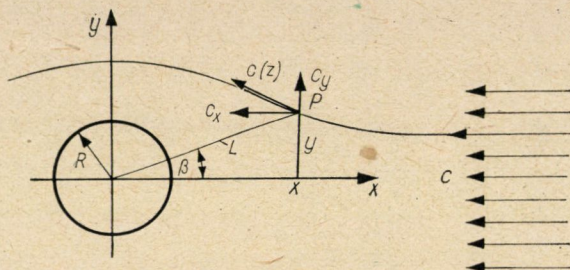
VI. A mérést végző személy zavaró hatása a kanalas anemométerrel végzett sebességmérésben

Végtelen sebességtérbe helyezett henger, amelynek tengelye a sebesség irányára merőleges és alkotójának hossza végtelen, a sebességeloszlást megváltoztatja (11. ábra).

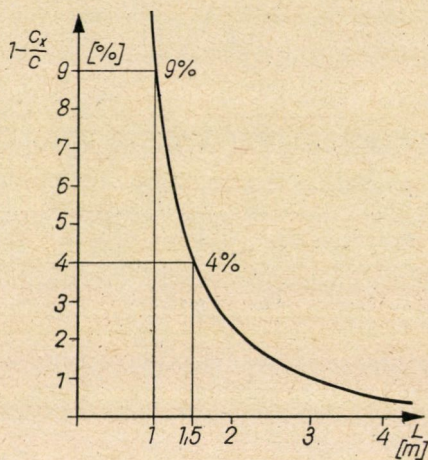
Ez a matematikai modell jól képviseli a bányavágatban anemométerrel mérést végző ember zavaró hatását. A koordinátarendszer középpontja a hen-

gernek feltételezett ember hossz tengelye, a középponttól L távolságban levő P pontban rögzítve tartja a mérést végző az anemométert. A sebességeloszlás komplex potenciálja

$$w = c \left(z + \frac{R^2}{z} \right),$$



11. ábra



12. ábra

melynek z szerinti első differenciálhányadosa tetszőleges z pontban megadja a komplex sebesség konjugáltját:

$$\frac{dw}{dz} = c \left(1 - \frac{R^2}{z^2} \right) = c_x - i \cdot c_y = \bar{c}(z).$$

Különválasztva a valós és imaginárius részt, c_x és c_y meghatározható:

$$\bar{c}(z) = c \left(1 - \frac{R^2}{L^2} e^{-2i\beta} \right) = c \left(1 - \frac{R^2}{L^2} \cos 2\beta - i \cdot \frac{R^2}{L^2} \sin 2\beta \right);$$

$$c_x = c \left(1 - \frac{R^2}{L^2} \cos 2\beta \right); \quad c_y = c \frac{R^2}{L^2} \sin 2\beta.$$

$\beta = 90^\circ$ esetén a mérést végző személy az y tengelyben állva maga mellett tartja az anemométert. Ekkor $c_y = 0$ és $c_x = c(1 + R^2/L^2)$. Bányavágatokban ilyen módon mérni nem is lehet, mert a mérendő keresztmetszet a mérést végző jelenléte miatt leszűkül.

$\beta = 0^\circ$ esetén a mérést végző személy az áramlási iránnyal szembe fordulva az anemométert maga előtt tartja, vagyis az x tengelyen áll. Ekkor $c_y = 0$ és $c_x = c(1 - R^2/L^2)$.

A 12. ábra $c_x/c = f(L)$ összefüggést ábrázolja ($R = 0,3$ m). Ennek alapján, ha a mérést végző személy és az anemométer közötti távolság 2 m (karhosszúsággal együtt), a mért és valóságos sebesség százalékos eltérése a 12. ábra szerint 2,25%. Tetszőleges L távolság esetén a mért sebesség korrigálása a 12. ábra alapján elvégezhető. Ha mód van rá, célszerű legalább 1,5 m-es rúdra rögzített anemométerrel mérni (2%).

IRODALOM

1. BOLDIZSÁR: Bányászati kézikönyv, I.—II. kötet.
2. BOSHKOV, S.—WANE, M. T.: Errors in Underground Air Measurements. *Mining Engineering* (1955), 1047.
3. DR. GRUBER—BLAHÓ: Folyadékok mechanikája. Tankönyvkiadó, Budapest 1956.

HENGERPERSELY KOPÁSMÉRÉSE RADIOIZOTÓPOS MÓDSZERREL

FODOR JÓZSEF és URY JUDIT

JÁRMŰFEJLESZTÉSI INTÉZET, BUDAPEST

[Beérkezett 1962. június 18-án]

Motoralkatrészek kopásvizsgálata során hengerpersely radioizotópos kopásvizsgálatá vá foglalkoztunk. Izotópos kopáskísérleteknél a perselyt reaktorban történő aktiválással nyomjeleztük. A viszonylag nagy alkatrész aktiválásához alkalmas módszert választottunk. Ügyelnünk kellett arra, hogy a persely összaktivitása, a szerelési nehézségek elkerülése végett ne legyen túl nagy, de a kísérlethez elegendő fajlagos aktivitással rendelkezzen. A probléma a persely alkalmasan választott területeinek részleges aktiválásával nyert megoldást.

I. Bevezetés

Ismeretes, hogy a gépjárműmotorok élettartama és hatásfoka nagymértékben függ a motoralkatrészek kopástulajdonságaitól. Mind technikai, mind gazdasági szempontból fontos, hogy kellő ismeretekkel rendelkezünk az egyes alkatrészek kopástulajdonságairól és a motorok üzemének az alkatrészek kopásvizonyaira gyakorolt hatásáról.

Motoralkatrészek klasszikus kopásmérése a súly-, illetve térfogatváltozás alapján nehézkes. Ahhoz ugyanis, hogy jól mérhető dimenzióváltozásokat nyerhessünk a motort hosszú ideig kell járattunk és a mérést szakaszosan kell végeznünk, ami a motor ismételt szétszerelésével, majd újra-összeállításával jár. A korszerű radioizotópos kopásmérés lehetővé teszi a klasszikus módszer hibáinak kiküszöbölését, mert a kopásvizsgálat folyamatosan az üzemben levő motoron történhet és a klasszikus módszernél több nagyságrenddel érzékenyebb radioizotópos módszer elkerülhetővé teszi a motor hosszadalmas járattását [1—2].

A Járműfejlesztési Intézet (*Jáfi*) izotópos kopásvizsgálatai során kidolgoztuk a hengerpersely radioizotópos kopásmérésének módszerét, és tanulmányoztuk a sorozatban gyártott hengerpersely kopástulajdonságait [3].

A motoralkatrészek kopástulajdonságainak vizsgálata során az előzőekben öntöttvas-dugattyúgyűrű kopásával foglalkoztunk. Izotópos módszerrel tanulmányoztuk a dugattyúgyűrű kopásának időbeni alakulását motorjáratás közben [4]. Kísérleti eredményeink alapján foglalkoztunk a vizsgált kísérleti motor bejáratási idejének csökkentésével.

A szükséges bejáratási idő megállapítását egyetlenegy alkatrész kopásvizsgálata alapján nem végezhetjük el, ezért vizsgálatainkat kiterjesztettük más motoralkatrészek kopásvizsgálatára is. Mivel az előző kísérleteket dugattyúgyűrűvel végeztük, célszerűnek mutatkozott elsősorban a dugattyúgyűrűvel együtt kopó hengerpersely kopását megvizsgálni. Így került sor a hengerpersely kopásának vizsgálatára.

II. Hengerpersely aktiválása a kopásvizsgálatokhoz

Ismeretes, hogy izotópos kopásméréshez a koptatott alkatrészt, illetve felületet valamilyen módon radioaktív izotóppal kell jelezni. Hengerpersely nyomjelzése nagy problémát jelentett. Az alkalmazott nyomjelzési módszer megválasztásánál ragaszkodtunk az eddigi vizsgálatainknál követett ahhoz az elvhez, hogy az aktív alkatrész ne különbözzék mechanikai és üzemi tulajdonságaiban az inaktív alkatrésztől. A szóba jöhető nyomjelzési módszerek során a következő problémákkal találkoztunk:

a) *Aktiválás gyártás közben*

A persely öntésekor γ sugárzással rendelkező izotópnak az öntvénybe való bekeverésére nem gondolhattunk, mert a viszonylag nagy alkatrész megmunkálása sugárvédelmi szempontból nehézségbe ütközik.

b) *Aktiválás nagy fajlagos aktivitású betétekkel*

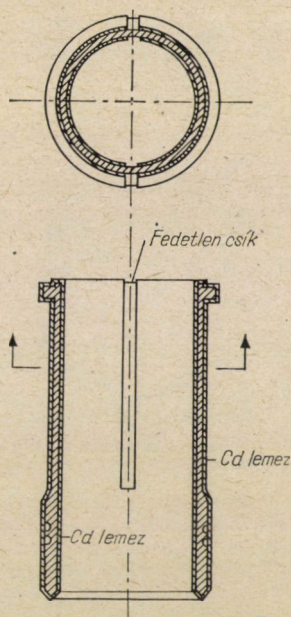
A persely koptatott felületében aktív betétek elhelyezése szintén nehézkes módszer. Egyfelől ugyanis nehéz a betéteket a persely belső felületébe helyezni, másfelől a persely felületének nem egyenletes kopása miatt a betéttel jelzett felület kopásvizsgálatának értékelésénél nagyobb a hiba valószínűsége, mint a felület nagyobb részének aktiválása esetén.

c) *Aktiválás reaktorban*

Minden nehézsége ellenére is legcélszerűbbnek látszott a reaktorban történő aktiválás alkalmazása. Az említett módszer ugyan viszonylag gyors, de nagy problémát jelent a persely aránylag nagy méretei miatt az aktiválás olyan végrehajtása, hogy a koptatott felület viszonylag nagy fajlagos aktivitással rendelkezzen, de a persely összaktivitása sugárvédelmi szempontból mégse legyen nagy. Kísérleteinkhez a kielégítő aktivitást és a szerelést lehetővé tevő kis dózisteljesítményt a hengerpersely megfelelő aktiválási módszerének megválasztásával értük el [5]. A persely egész felületét 1 mm-es kadmium lemezzel borítottuk. A Cd hatáskeresztmetszete az aktiválásnál döntő szerepet játszó termikus neutronok szempontjából igen nagy, ezért a lemez által fedett területen az aktivitás elenyésző. A kísérlethez szükséges aktív kopásfelületet úgy állítottuk elő, hogy a borítólemezen két 10×170 mm-es csíkot

szabadon hagyunk a persely palástja mentén, mind a belső, mind pedig a külső felületén.

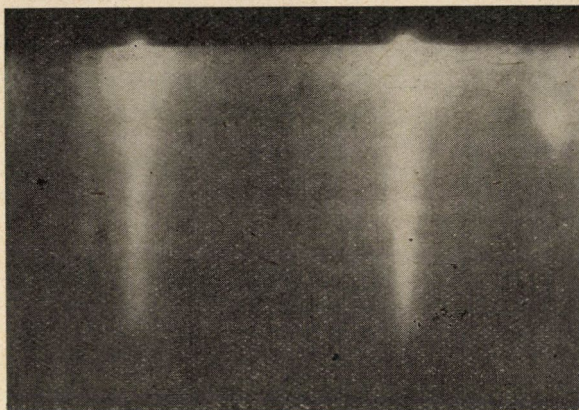
A csíkokat a hengerpersely-palást tengelye irányában helyeztük el úgy, hogy a csíkok a persely felső peremén kezdődtek. A csíkok elhelyezésénél az a megfontolás vezetett, hogy a persely a felső holtpont körül feltétlenül rendelkezék aktivitással, mert ez a rész a kopásnak leginkább kitett terület. Keresztirányú aktív csíkozás esetén a helyi kopásból adódó hiba valószínűsége



1. ábra. Cd lemez burkolat és az aktív csík elhelyezése a hengerperselyen

nagyobb. A keresztirányban elhelyezett csík ugyanis viszonylagosan sokkal kisebb területet jellemez, mint a tengelyirányú csík. A legmegfelelőbb átló mentén elhelyezett 4 csík lett volna, de ez csomagolási problémák miatt nem volt megvalósítható. A két csíkot egymással szemben helyeztük el (1. ábra). Mivel az aktiválás folyamán a perselyt 180° -kal elforgatták, az összbesugárzási időből az egyik oldal 101, a szemközti oldal 131 óráig volt azonos neutronfluxusba helyezve. A vas kis neutronabszorpciója és a csíkok elhelyezése miatt gyakorlatilag mindkét csík ~ 230 órás besugárzást kapott. A csíkoknak megfelelő terület szerint az inaktív perselyből minta készült, amelynek súlya ismeretében a besugárzási helyen 10^{13} neutron/sec termikus neutronfluxussal számolva a csíkokra kapott összaktivitás ~ 130 mc. Minthogy a Cd a termikus energiatartomány feletti energiával rendelkező neutronokat nem abszorbeálja, így az ennél nagyobb energiájú és a réseken szóródó neutronoktól eredő aktiválás a persely összaktivitását kissé a fenti érték fölé emeli.

A Cd-mal borított persely légmentesen lezárt alumíniumtokban került a reaktorba. Aktiválás után az alumíniumtokból kibontott perselyről autoradiografiai felvételt készítettünk (2. ábra). A felvételen jól látható az éles aktív csík a persely palástján. A csíkok környezetében a fényes fátyol az aktív rész szórt sugárzásának következménye. A persely körül dózimetriai méréseket végeztünk és GK—4-es dózismérővel megállapítottuk, hogy a persely körül 1,5 m-re 20 mr/óra a dózisteljesítmény.



2. ábra. Autoradiografiai felvétel az aktív hengerperselyről

III. Radioaktív persely kopásvizsgálata

Kísérleteinket féktermi fékpadon, egyhengeres NIK—10 típusú Jáfi Diesel-motoron végeztük. Mérési elvünk és módszerünk teljesen azonos volt, mint az előző kísérleteink esetében [4], azaz a motor járatása közben a kenőolajba kerülő aktív kopástermékeket szivattyú segítségével mérőelemen cirkuláltattuk keresztül. A mérőelembe sülyesztett sugármérővel az olajnak a kopástermékektől növekvő aktivitását detektáltuk.

Kísérleteinknél felhasznált aktivált persely új volt. Beszerelését 1 óra alatt végeztük el, a szerelésben részt vett személyek 60—80 mr dózist kaptak. A motor teljes szerelése és a kísérleti műszerek beállítása után a mérőhelyen és környezetében mértük a dózisteljesítményeket. A mérések szerint a dózisértékek sehol sem lépték túl az MSZ 62T szabványban engedélyezett értéket.

Hengerpersellyel végzett kísérleteinknél a motor bejáratására vonatkozó szabvány szerint koptatott persely kopástulajdonságait vizsgáltuk és ezenkívül a kopás tulajdonságának a dugattyúgyűrű kopásához viszonyított alakulását is tanulmányoztuk.

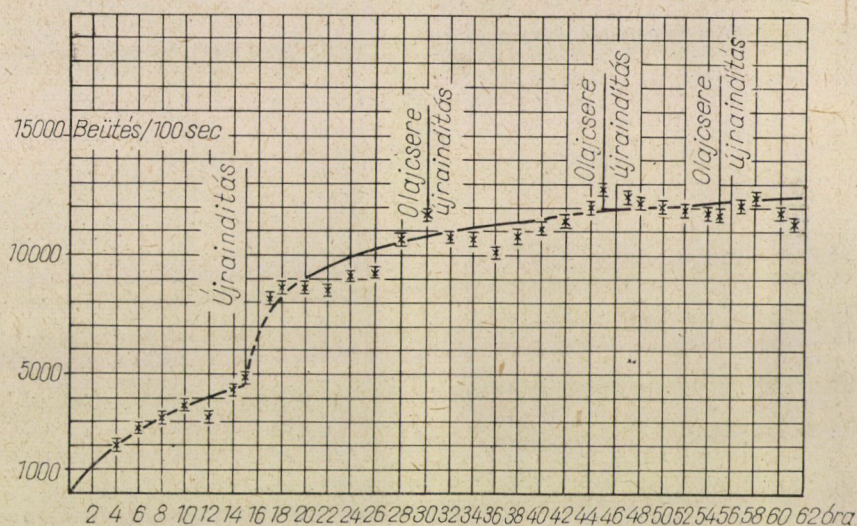
Az új persellyel a motor járatását, a dugattyúgyűrűvel folytatott kísérletekkel azonos módon végeztük. A 30 órás bejáratási kísérletet a Jáfi *hsz*

172 szabvány szerint, a 15—10—6 órás kísérleteket a szabványnak megfelelő teljesítményváltozások mellett, de az adott fordulatszám és terheléssel történő járatási idők csökkentésével folytattuk le. A persely kopásvizsgálati periódusa összesen 61 óra volt. Mind a négy kísérletet komplett, új dugattyúgyűrűkkel végeztük.

IV. Kísérleteink értékelése

A 3. ábrán látható első grafikonon a négy kísérlet mérési pontjait egymás után, folyamatosan ábrázoltuk.

Az adott kísérletben a hengerpersely kopásának időbeni alakulását vizsgálva láthatjuk, hogy a persely bekopásához kb. 20 óra szükséges. 30 órás



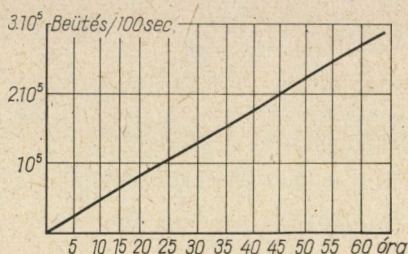
3. ábra. Aktív hengerpersely 61 órás kopásgörbéje, radioizotópos módszerrel mérve

járatás után a kopásgörbe laposodni kezd. Meg kell jegyezni, hogy az első indítás indítási kopásértéke kisebb, mint a második indításé. Ennek a magyarázata az, hogy az első indítás után olajcsőszakadás következtében 3 liter (50%) olaj utántöltése vált szükségessé, és így a ténylegesen mért értékek kisebbek, mint a második újraindításkor. A diagramon a mért értékeket tüntettük fel.

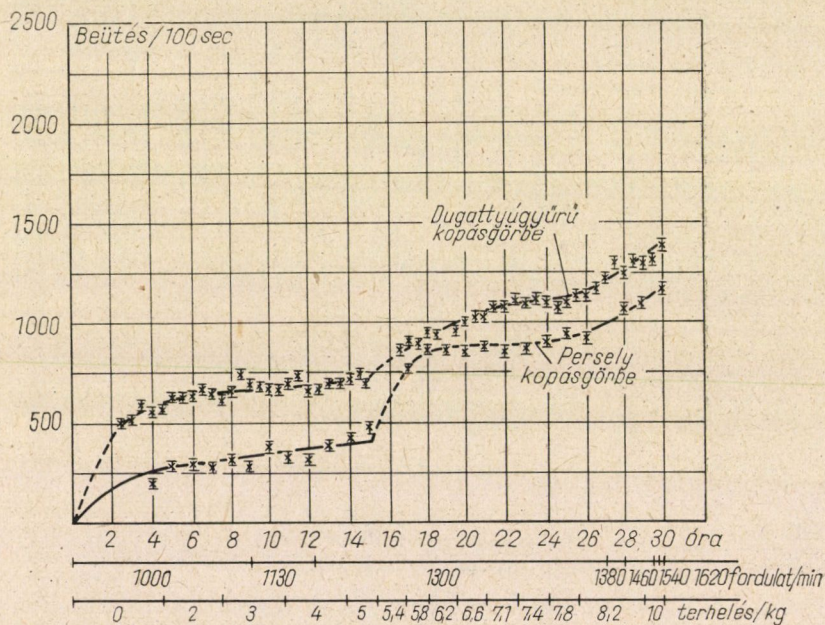
A 30 órás járatás után a kopásgörbe közel egyenesen futó szakaszán is van perselykopás — főleg az indításoknál, kiugró érték a diagramon — de ez olyan kismértékű, hogy az alkalmazott dinamikus mérési módszer mérési hibájának nagyságrendjébe esik. Ezért dinamikus méréssel nem is mutatható ki.

A 30 órás, 15 órás, 10 órás és 6 órás járatási periódusok után leeresztett olajokból is vettünk mintákat. Aktivitásukat mérőelemmel laboratóriumban

mértük, és a mérési eredményeket diagramban ábrázoltuk. A diagramban az egyes kísérleti periódusok mért aktivitásértékeit összegezve vittük fel. A kapott eredményeket a 4. ábra mutatja. A mérési eredmények szerint a hengerpersely összkopását a 61 órás kísérleti periódus alatt egyenes írja le. Ez az ún.



4. ábra. Hengerpersely statikus módszerrel mért kopásdiagramja



5. ábra. Aktív persely és dugattyúgyűrű kopásgörbéje (járatási időtartam 30 óra)

statikusan mért kopásgörbe. Feltűnő az, hogy nem a szokásos kopásgörbét kaptuk, ami véleményünk szerint a kísérleti körülményekből következik. A csökkenő időtartamú kopásperiódusokban a hengerpersely esetében valószínűleg az „indítási kopás” értéke szinte elfedi az üzempériódus alatt mért kopásértékeket. A feltételezett és magyarázatként adott elképzelés további bizonyításra szorul.

A hengerpersely és dugattyúgyűrű együttes bejáródásmechanizmusának megismerése céljából 30 órás kopáskísérletet végeztünk aktív öntöttvas dugattyúgyűrűvel. A perselykopásgörbe 30 órás szakasza így összehasonlítható a dugattyúgyűrű hasonló körülmények között felvett kopásgörbéjével (5. ábra).

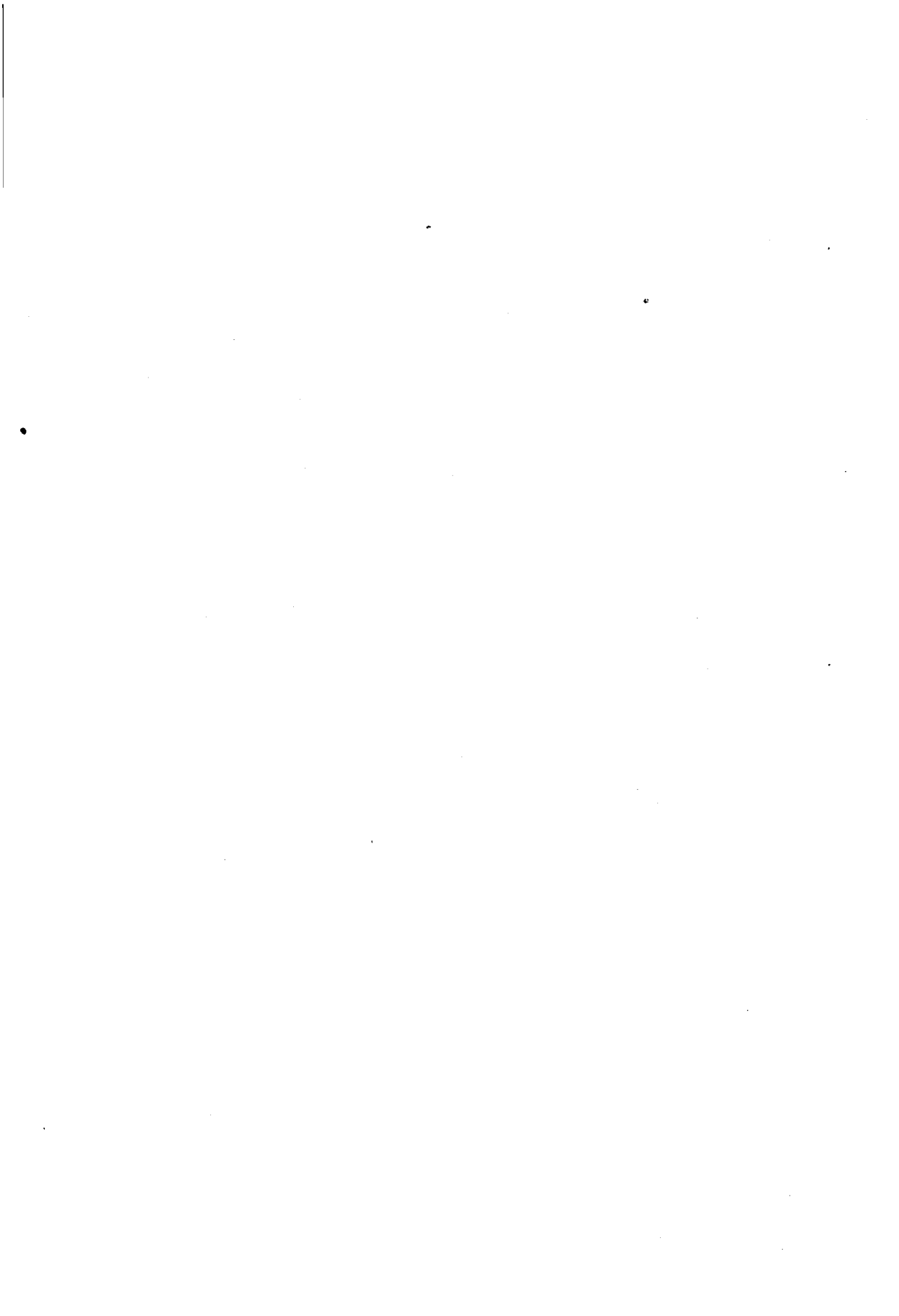
Mindkét görbét a szabvány szerint vettük fel azonos paraméterváltozások mellett. (A persely kopásgörbéje a gyűrű diagramja alatt fut, de ez nem a kopás mértékére jellemző, hanem a mérés sajátosságával függ össze.)

A két görbe menete hasonló, a bekopás az idő függvényében mindkét alkatrészen párhuzamos jellegű. Kisebb teljesítményváltozások esetében egyik alkatrészen sincs jelentős kopás, de az indításkor és nagyobb teljesítménynövelés hatására mindkét alkatrész erősebb kopást mutat. Megállapíthatjuk, hogy a gyűrű kopásának 50%-a az első 3 üzemórára esik, az 50%-os perselybekopást viszont csak a 18—20. órában kapunk.

Foglalkoztunk a persely kopásának kvantitatív meghatározásával is, de számos nehézséggel találtunk és az eredmények ma még nem egyértelműek.

IRODALOM

1. *Высотский, Д. Й. — Белоглазов, Г. И. — Голов, В. И. — Казначеев, В. И.*: Автомобиль лаборатория для изучения деятелей с помощью радиоактивных изотопов. *Автомобильная промышленность* (1959), №. 1.
2. DETERDING, J. H.—CALOW, J. R. B.: Wear Measurement of Engine in Moving Vehicles. 2ce Int. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Genf 1958, 15 (8) 49.
3. ÜRY J.: JÁFI témajelentés hengerpersely kopásvizgálatról, 1961. szept. 15.
4. FODOR J.—KEÖMLEY G.—MARÓTI L.—ÜRY J.: Dugattyúgyűrű kopásvizsgálata radioizotópos módszerrel. Megjelenés alatt.
5. ARNOLD, W. C.—STONEHOCKER, N. T.: Radioactive Cylinders a Tool for Wear Research. Paper on S. A. E. Annual Meeting, Detroit 1960. jan.



TRAKTORMOTOROKON ALKALMAZOTT CENTRIFUGÁLIS LÉGSZŰRŐK ELMÉLETE

SITKEI GYÖRGY

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, MEZŐGAZDASÁGI GÉPTANI TANSZÉK

[Beérkezett 1962. augusztus 29-én]

A közlemény keretében a szerző kisméretű, traktormotorokon alkalmazott centrifugális légszűrők (ciklonok) elméletét és méretezési módszereit ismerteti. A gyakorlati számításokhoz a tényleges folyamatok bizonyos egyszerűsítése szükséges és egyes jellemzők (pl. a légellenállás) megbízhatóan csak kísérleti úton határozhatók meg.

I. Üzemi jellemzők

A traktormotorok munkafeltételeinek egyik jellemző vonása a poros üzem. Száraz időben a traktor kerekei, valamint a vontatott munkaeszköz a traktor körül porfelhőt hoz létre, s a motor poros levegőt szív be a hengerbe. A beszívott porrészecskék, amelyek 60—70%-ban SiO_2 -t tartalmaznak, az egymással súrlódó alkatrészek gyors kopását eredményezik.

A levegő portartalma a traktor környezetében különbözőképpen oszlik meg. A portartalom a földfelszín feletti legrétegben a legnagyobb, majd felfelé fokozatosan csökken. A traktor elülső részétől hátrafelé a portartalom ismét növekszik. Mindezekből következik, hogy a légszűrőt, illetve annak szívócsonkját célszerű minél magasabbra, vagy pedig a traktor elejére szerelni, mint pl. a Deutz, Ferguson, Zetor 3011 traktor esetében.

A levegő portartalma a traktor környezetében, a talaj nedvességi állapotától függően, igen tág határok között változhat. Normális nedvességtartalomnál a m^3 -enkénti portartalom néhány mg-ot tesz ki, de száraz, erősen poros üzemben ez az érték a $0,3 \div 0,5$ g-ot is elérheti. A hátsó kerekeknél a vonóhorog magasságában a maximális portartalom $1,5 \div 2,0$ g/ m^3 is lehet.

A porszemcsék mérete és frakciószerinti eloszlása lényeges hatással van a tisztítás folyamatára, valamint a kopás intenzitására is. E kérdést illetően ma még elég kevés adattal rendelkezünk, különösen a hazai viszonyokra vonatkozóan. Szovjet adatok alapján az I. táblázatban láthatjuk a szántóföldről és makadámútról származó porok frakciószerinti összetételét.

A táblázatból látható, hogy a légszűrőbe szívott por 56%-a a $0 \div 20$ μ átmérőjű intervallumba esik, amelynek megfelelő leválasztása elég nehéz műszaki problémát jelent.

I. táblázat

Szántóföldről és makadámútról származó porok összetétele

A porrészeszkék közepes átmérője, μ	A légszűrőbe szívott por mennyisége, %	
	Szántóföldön	Makadámúton
0 ÷ 10	24,8	20
10 ÷ 20	31,2	25
20 ÷ 30	25,0	20
30 ÷ 40	10,0	12
40 ÷ 50	3,0	7
50 ÷ 100	6,0	16

Kísérletek [2] azt mutatták, hogy a levegő megengedhető portartalma a kopás szempontjából kb. 0,001 g/m³-re vehető fel. Ilyen portartalom mellett, a pormentes üzemhez viszonyítva, járulékos kopások nem léptek fel. Ha a légszűrő előtti portartalom 0,1 g/m³ és a légszűrő ennek 99%-át visszatartja, akkor az említett minimális kopást okozó portartalom elérhető. A portartalom azonban sok esetben nagyobb, a tisztítási tényező viszont kisebb a közölt értékeknél. Ilyenkor a motorhengerbe jutott porrészeszkék intenzív kopást okoznak. A megoldást a légszűrők további tökéletesítése adja, amelynek alapfeltétele a jó hatásfokú centrifugálszűrők alkalmazása.

II. Centrifugális légszűrők típusai

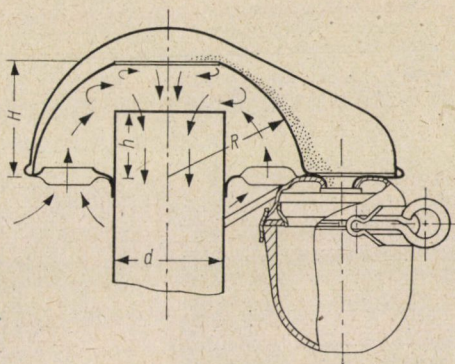
A traktormotorok légszűrői általában két részből állnak; centrifugális (száraz) porleválasztóból és nedves (olajos kontakt) szűrőrészből. A finom porleválasztást a nedves szűrő végzi, mégis az előbbi tehermentesítése szempontjából a centrifugális porleválasztó helyes működésének nagy a jelentősége. A portartalom minél nagyobb részét sikerül a centrifugális porleválasztóval kiválasztani, annál jobb hatásfokú szűrés érhető el a nedves kontakt szűrővel.

A centrifugál porleválasztó működése a következő elven alapul (1. ábra). A félgömb alakú szívófejbe a levegő olyan terelőrácsra keresztül jut be, amely a levegőt forgómozgásra kényszeríti. A forgómozgás szögsebessége függ a terelőrácsok állásszögétől, amelyet általában 30° ÷ 50° között szoktak felvenni. A centrifugális erőter hatására a levegővel együtt mozgó porrészeszkék nagyobb fajsúlyuk révén radiális irányban kifelé haladnak és a félgömb tetején levő nyíláson keresztül a porgyűjtő térbe távoznak.

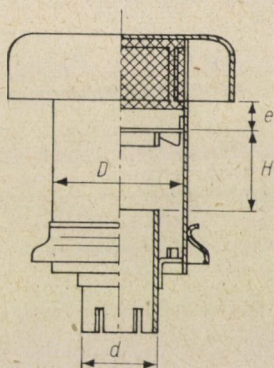
Jobb tisztítási tényező érhető el a 2. ábrán látható porleválasztóval (Nati—c, man, Fahr). A szívófejbe belépő levegő terelő lapátsoron keresztülhaladva spirális pályára kényszerül és portartalma a centrifugális erőter hatására a külső fal mentén az alul elhelyezett lyukakon távozik. A por-

kiválasztás lamináris áramlásban a legkedvezőbb. Ezért a levegő vezetése céljából a terelőrácsot a fedél alsó síkja alatt egy bizonyos e távolságra helyezik el.

A d átmérőn belépő porrészecskéknek kell a legnagyobb utat megtenni radiális irányban ahhoz, hogy kiválasztásuk megtörténjen. Minél nagyobb



1. ábra. Félgömb alakú centrifugális légszűrő

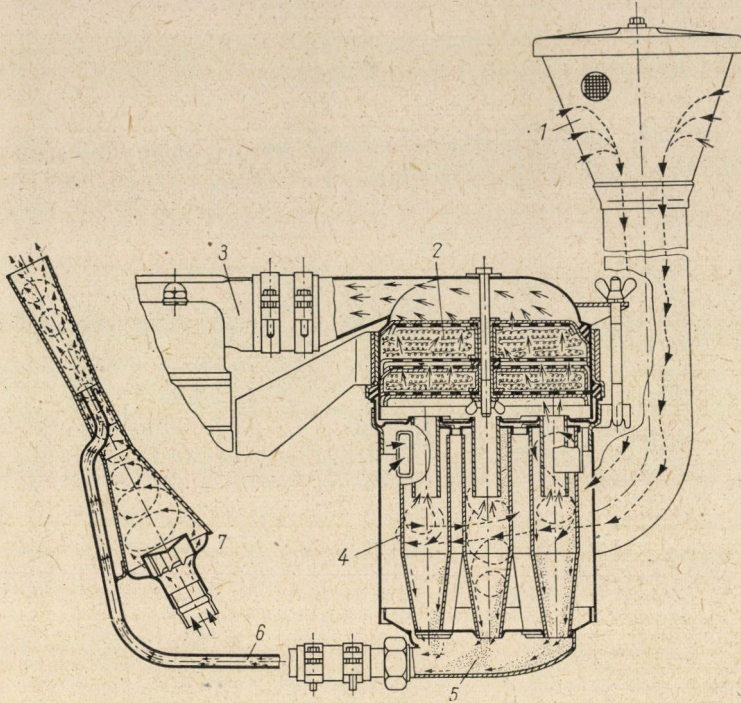


2. ábra. Hengeres alakú centrifugális légszűrő

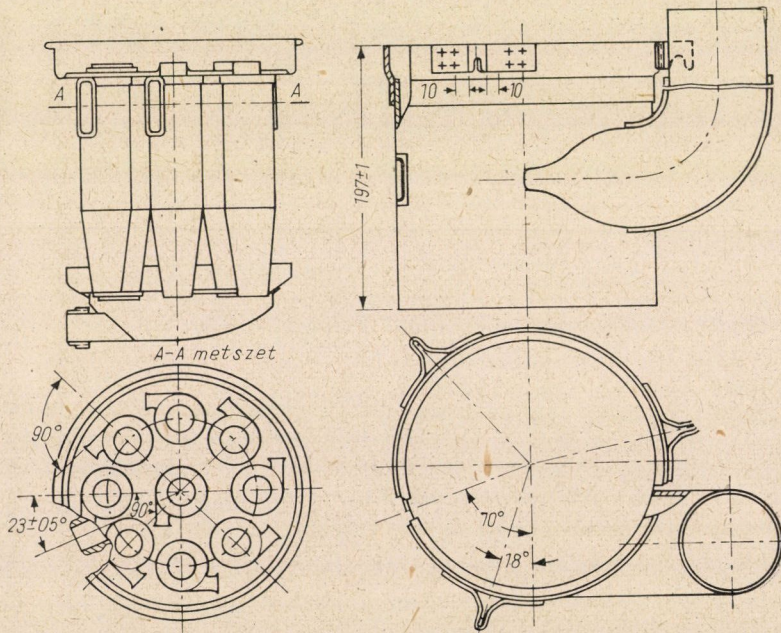
átmérőn lép be egy porrészecske, annál könnyebb a kiválasztása, ill. annál kisebb átmérőjű részecske választható ki.

Újabban igen jó hatásfokú szűrőmegoldások készülnek multiciklon kivitelben (3. ábra). A megoldás lényege, hogy több (7-9) kisméretű ciklont párhuzamosan kapcsolnak, amelyet rendszerint még olajos kontaktszűrő egészít ki. A kiválasztott por automatikus és folyamatos eltávolítása a kipufogócsőbe épített injektor segítségével történik.

A ciklonok egymáshoz viszonyított elhelyezését, valamint a szívócső csatlakozását a ciklonokat körülvevő köpenyhez a 4. ábra szemlélteti. A szívócső a köpenyhez tangenciálisan csatlakozik, s a ciklonok beömlő keresztmetszete ezzel szemben helyezkedik el.



3. ábra. Multiciklon rendszerű légszűrő



4. ábra. A ciklonok elhelyezése multiciklon rendszerű szűrőben

A fenti típusú légszűrőkkel a leválasztható pormennyiség eléri a 99,5 ÷ 99,9%-ot.

A multiciklonnal ellátott légszűrők hátránya, hogy a jó hatásfokú működésükhöz nagyobb nyomásesésre van szükségük (500 ÷ 600 vízszlop mm), mint a korábbi típusoknak. Ez bizonyos esetekben a motor volumetrikus hatásfokának csökkenéséhez vezet.

III. Légszűrők tisztítási tényezője

Légszűrők porleválasztási képességét a tisztítási tényezővel szokás jellemezni. A tisztítási tényező a légszűrő által leválasztott pormennyiség viszonya a légszűrőbe lépő összes pormennyiséghez. Vagyis

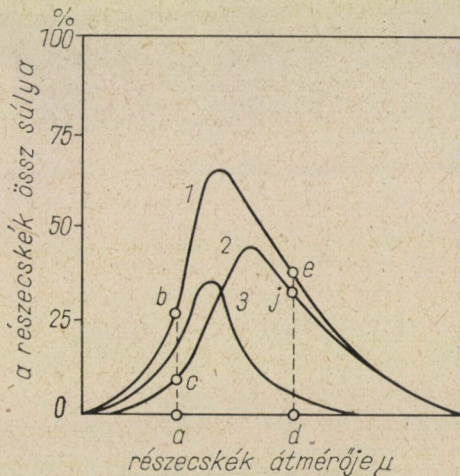
$$l_0 = \frac{Q_2}{Q_1},$$

ahol

Q_1 a légszűrőbe lépő összes pormennyiség,
 Q_2 a légszűrő által leválasztott pormennyiség.

A fenti l_0 mennyiséget átlagos tisztítási tényezőnek tekinthetjük, amely azonos feltételek mellett alkalmas a légszűrők egymásközötti összehasonlítására. Eltérő üzemi feltételek mellett az átlagos tisztítási tényező nem szolgálhat összehasonlítási alapul, ilyenkor az egyes frakciókra vonatkoztatott tisztítási tényezőt kell alkalmazni. A légszűrők ugyanis a porszemcsék egyes frakcióinak nem ugyanakkora hányadát választják le, mégpedig a durvább szemcséket nagyobb, a finomabb szemcséket kisebb százalékban.

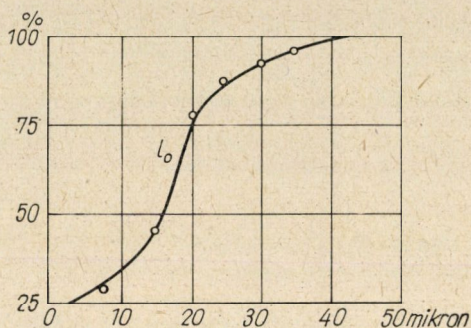
Az elmondottakat szemléletesebbé tehetjük az eloszlási görbék felrajzolásával. Az 5. ábrán a beszívott (1. görbe), a leválasztott (2. görbe) és



5. ábra. A tisztítási tényező magyarázatához

az áteresztett (3. görbe) porrészecskék eloszlási görbéit ábrázoltuk a részecskék átmérőjének függvényében. Az a ponthoz tartozó szemcseátmérőre vonatkoztatott tisztítási tényező az \overline{ab} és \overline{ac} metszések viszonyaként adódik, míg a d ponthoz tartozó szemcseátmérőre vonatkozólag a \overline{de} és \overline{dj} metszések viszonyaként.

A 6. ábrán láthatjuk a DT-54 traktor centrifugális légszűrőjének (1. ábra) tisztítási tényezőjét a szemcseátmérő függvényében. Mint látható, a tisztítási tényező 15μ -nál kisebb átmérőknél rohamosan csökken s az 5μ átmérőjű részecskéknek csak mintegy 20%-át választja ki a centrifugális légszűrő.



6. ábra. A tisztítási tényező változása a szemcseátmérő függvényében

IV. A centrifugális tisztítás aerodinamikai alapjai

A gázáramban mozgó porrészecske igyekszik megtartani mozgási irányát és sebességét. Külső erő hatására sebessége megváltozik, amelynek értéke Newton törvénye alapján számítható:

$$\bar{F} = m \frac{d\bar{v}}{dt}$$

Külső erőként hat általában a nehézségi erő és a légellenállás, de egyéb erők is felléphetnek, pl. elektrosztatikus erők stb.

Viszkózus közegben mozgó részecskére mindig hat a légellenállás, ami a részecske és a közeg közötti sebességkülönbséget igyekszik megszüntetni. A sebességek egyenlősége gyakorlatilag csak egy bizonyos idő elteltével valósul meg, amely időt célszerű az úgynevezett relaxációs idővel jellemezni [1]:

$$\tau = \frac{d_0^2 \rho_p}{18 \mu}, \quad (1)$$

ahol

d_0 a porrészecske átmérője,
 ρ_p a részecske sűrűsége,
 μ a közeg dinamikai viszkozitása.

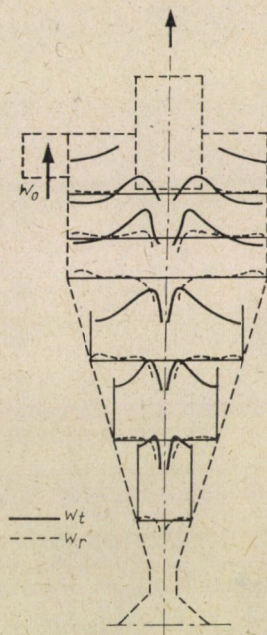
Pl. a $t = 0$ időpillanatban álló részecske a ráható erő hatására $t = \tau$ időpillanatban végsebességének $1/e$ -ed részével rendelkezik.

A részecskére ható légellenállás kis Re -számoknál ($Re \leq 1$) a Stokes-féle képletből számítható, amely szerint

$$F = 3d_0 \pi \mu v_c,$$

ahol v_c a részecske sebessége.

A részecske abszolút sebességét és trajektoriáját az áramlás sebessége, valamint a részecske és az áramlás sebességkülönbsége határozza meg.



7. ábra. Sebességeloszlás a ciklonban

A ciklonokban, a levegő be- és kivezetésének megfelelően, tangenciális, axiális és radiális sebességmezők alakulnak ki (7. ábra). A kiválasztás szempontjából fontos tangenciális sebességmező általában közel potenciális, vagyis

$$wr = k = \text{állandó.}$$

Sok esetben a sebességmező

$$wr^a = \text{állandó}$$

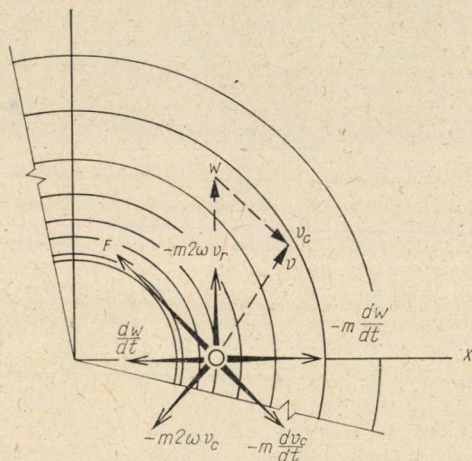
alakú egyenlettel pontosabban adható meg, ahol az a kitevő 0,5—0,7 között változik.

Kisméretű ciklonoknál nem okoz nagy hibát, ha a sugár mentén állandó (közepes) tangenciális sebességgel számolunk, ami által a számítás egyszerűbbé válik.

E főáramlásokon kívül a ciklonban különböző irányú szekunder áramlások is létrejönnek, amelyek elsősorban a külső fal mentén zavarják a részecskék kiválását, majd a ciklon tengelye felé áramolva részecskéket szállítanak a kifelé áramló levegőbe.

Ez utóbbi szekunder áramok figyelembevétele a számításoknál igen nehéz feladat, s egyik oka annak, hogy a számítások mindig csak közelítő jellegűek.

A ciklonba tangenciálisan belépő levegő egy meghatározott pontban körpályára kényszerül. Ugyanitt a részecskék sebessége általában nem egyezik



8. ábra. A részecskére ható erők potenciális áramlásban

meg a levegő sebességével és ez utóbbi körülmény újabb pontatlanságot eredményez a számításoknál, amelyeknél feltételezik, hogy a részecske sebessége megegyezik a levegő tangenciális sebességével.

Potenciális áramlásban a részecske eredő gyorsulása vektoriális alakban a következőképpen fejezhető ki:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} + \omega(\omega \mathbf{r}) + 2\omega \mathbf{v}_c - 2\omega \mathbf{v}_r, \quad (2)$$

ahol

- \mathbf{v}_c a részecske sebessége a közeghez viszonyítva,
- ω az áramlás szögsebessége,
- \mathbf{v}_r a részecske radiális irányú sebessége.

A részecskére ható erőket a 8. ábra szemlélteti, ahol szaggatott vonallal a sebességek is be vannak rajzolva. Az ábra arra az esetre vonatkozik, amikor a részecske sebessége kisebb, mint az áramlás tangenciális sebessége.

A léghellenállásból származó \mathbf{F} erő befelé irányul és a részecske sebességét növeli, vagyis csökkenteni igyekszik a sebességkülönbséget.

A v_c kiválasztási sebesség csökken az F erő hatására, ezért a dv_c/dt vektor iránya v_c -vel ellentétes, míg a $-m (dv_c/dt)$ inerciaerő F irányával ellentétes.

A Coriolis-erő az áramlási iránnyal ellentétes oldalra mutat és derékszöget zár be a v_c sebességvektorral.

A részecske radiális irányban történő elmozdulásakor — a sebességeloszlás következtében — mind kisebb sebességű rétegekbe jut, amelynek hatásaként a részecskére a tangenciális sebességgel ellentétes irányú gyorsulás, ill. azzal megegyező irányú inerciaerő hat.

A fentiek alapján a részecske mozgását leíró differenciálegyenlet — figyelembe véve, hogy $v_c - v_r = v_{cy}$ — vektoriálisan a következőképpen írható:

$$m \frac{dv_c}{dt} + m \omega (\omega r) + m 2\omega v_{cy} + 3\pi d_0 \mu v_c = 0. \quad (3)$$

E differenciálegyenlet az x és y tengelyek irányában skalár egyenletekkel pótolható

$$\frac{dv_{cx}}{dt} - \omega^2 x - 2\omega v_{cy} + \frac{1}{\tau} v_{cx} = 0$$

és

$$\frac{dv_{cy}}{dt} + \frac{1}{\tau} v_{cy} = 0, \quad (4)$$

amelyek a potenciális örvényterben mozgó részecske általános differenciálegyenletei.

A második egyenlet integrálásából

$$v_{cy} = c \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (5)$$

amelyből látható, hogy kis τ relaxációs időnél a v_{cy} értéke gyorsan csökken, vagyis a tangenciális sebességek különbsége gyorsan megszűnik.

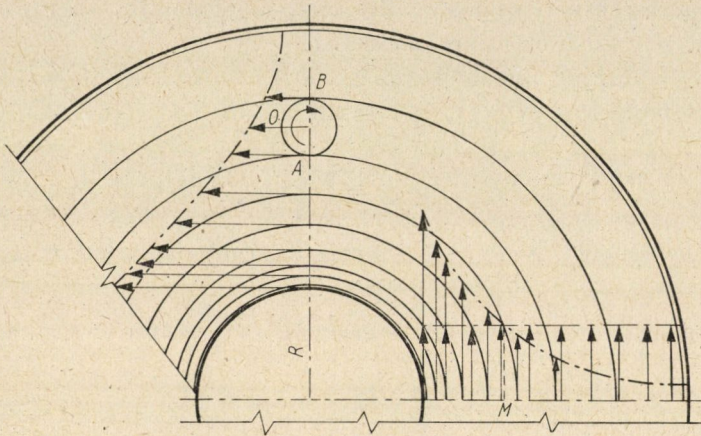
Ezek alapján a tisztítás folyamata két részre osztható:

a) a kezdeti szakasz, amelyben a részecske instacionér mozgást végez és ez addig az időpontig tart, amikor a részecske gyakorlatilag már együtt mozog tangenciális irányban a közeggel;

b) a tisztítás alapfázisa, amikor a részecske a közeghez viszonyítva csak radiális irányban mozog.

A ciklonba belépő levegőáram sebességmezője, miután körpályára tért, átrendeződik a potenciális áramlásnak megfelelően. A kezdeti sebességhez viszonyítva a sebesség a belső rétegeknél nő, a külsőknél pedig csökken (9. ábra). A kezdeti légsebességgel belépő részecske a belső oldalon elmarad a légáramtól (az M ponttól balra), a külső oldalon viszont megelőzi azt. A kiválasztás szempontjából a belső oldalon belépő részecske van a legrosszabb helyzetben, ezért elsősorban ezt kell vizsgálni.

Az idevágó számítások azt mutatták, hogy a részecskék pályájának kezdeti (instacionér mozgásállapotú) szakasza az 5μ , ill. ennél nagyobb átmérőknél a teljes pálya jelentős hányadát teszi ki és hatása a tisztítási folyamatra nem elhanyagolható. A kezdeti szakaszban ugyanis a részecskék radiális sebessége kisebb, mint ami a tangenciális sebességek egyenlőségének feltételezésével számítható, következésképpen a valódi tisztítási tényező rosszabb a számítottnál.



9. ábra. Potenciális áramlás kialakulása a ciklonban

Az előbbieken felírt teljes differenciálegyenlet zárt alakban nem integrálható. A keresett függvény sorbafejtésével azonban közelítő megoldás nyerhető [3].

A ciklonban létrejövő potenciális áramlás sebességmezője a belépő w_0 közepes sebesség ismeretében a következő egyenletből számítható:

$$w = \frac{w_0(x_2 - x_1)}{x \ln x_2/x_1}, \quad (6)$$

az áramlás k állandója pedig

$$k = wx = \frac{w_0(x_2 - x_1)}{\ln x_2/x_1} \quad (7)$$

összefüggésből, ahol x_2 , x_1 a ciklon külső, ill. belső sugara.

Az (5) egyenlet c állandója a következő egyenlettel adott

$$c = w_0 - w(x) = w_0 \left(1 - \frac{x_2 - x_1}{x_0 \ln x_2/x_1} \right), \quad (8)$$

ahol x_0 a vizsgált részecske helykoordinátája ($x_2 > x > x_1$).

$t > 7\tau$ idő elteltével a részecske gyakorlatilag együtt mozog a levegőárammal ($v_{cy} \approx 0$) és a (4) differenciálegyenlet, figyelembe véve, hogy $v_{cx} =$

= dx/dt és $dv_{cx}/dt = d^2 x/dt^2$, a következő egyszerűbb alakot ölti:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dx}{dt} - \omega^2 x = 0. \quad (9)$$

E differenciálegyenlet általános megoldása $\omega =$ állandó esetre

$$x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$

alakban írható fel, ahol

C_1, C_2 integrálási állandók;
 λ_1, λ_2 a karakterisztikus egyenlet gyökei, amelyek a

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2\tau} \pm \frac{1}{2\tau} \sqrt{1 + 4\omega^2 \tau^2}.$$

egyenletből számíthatók.

Mivel $\omega^2 \tau^2$ értéke kicsiny, a gyök alatti kifejezést sorbafejtve és az első két tagot véve

$$\lambda_1 = \omega^2 \tau; \quad \lambda_2 = -\left(\frac{1}{\tau} + \omega^2 \tau\right).$$

Az integrálási állandók a kezdeti feltételek alapján a következők

$$C_1 = x_0 \frac{1 + \omega^2 \tau^2}{1 + 2\omega^2 \tau^2}; \quad C_2 = x_0 \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + 2\omega^2 \tau^2}.$$

Elegendően kis részecskékre nézve $\omega^2 \tau^2 \ll 1$. Ezekre tehát $C_1 \approx x_0$ és $C_2 \approx 0$. Innen

$$x = x_0 e^{\omega^2 \tau t}, \quad (10)$$

illetve

$$t = \frac{1}{\omega^2 \tau} \ln \frac{x}{x_0}. \quad (11)$$

Potenciális áramlásnál a (9) egyenlet harmadik tagja

$$\omega^2 x = \frac{k^2}{x^3}$$

alakú, mely esetben a differenciálegyenlet zárt alakban nem integrálható.

V. A ciklonok gyakorlati számítási módjai

Az előbbieken leírt elméleti megfontolások segítséget adnak a ciklonokban lejátszódó jelenségek megértéséhez és magyarázatához, méretezéséhez közvetlenül azonban ma még nem használhatók fel. A méretezéshez alkalmas összefüggések levezetése céljából egyszerűsítő feltevésekkel élnek és az így méretezett ciklont vagy kísérletileg, vagy pedig a pontosabb (4) differenciálegyenlet alapján ellenőrzik.

A részecske mozgását illetően mindig feltételezik, hogy tangenciális irányban együtt mozog a levegővel ($v_{cy} = 0$). Az áramlás jellegét illetően vagy $\omega =$ állandó, vagy potenciális áramlással számolnak. A részecskére ható légellenállást, mivel a számításoknál általában a még kiválasztható minimális részecskeátmérőt keresik, a Stokes-féle egyenlettel számolják.

Régebben traktormotorokon az 1. ábrán látható centrifugális légszűrőt alkalmazták. A kiválasztható pormennyiség és annak frakció szerinti eloszlása lényegesen függ a geometriai méretektől és a szűrőben fellépő áramlási sebéségtől. A még leválasztható minimális szemcseátmérő a belső átmérőre vonatkozóan a következő egyenletből határozható meg:

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{9\gamma v (R^2 - r_0^2)}{\gamma_p w_{\text{köz}} \varphi R}}, \quad (12)$$

ahol

R	a félgömb sugara,
r_0	a terelőrács belső sugara,
$w_{\text{köz}}$	a levegő közepes áramlási sebessége a szívófejben,
γ	a levegő fajsúlya,
v	a levegő kinematikai viszkozitása,
γ_p	a porrészecskék fajsúlya,
φ	tényező, amelynek értéke a következő egyenlettel adott

$$\varphi = \frac{h}{r \tan \alpha}.$$

Itt α a terelőlapátok állásszöge,
 h a szívócső kezdetének magassága a terelőrács fölött,
 r a szívócső sugara.

Ezzel az egyenlettel számolva és a DT—54 traktormotor légszűrő adatait véve alapul ($R = 0,09$ m; $r = 0,037$ m; $w_{\text{köz}} = 15$ m/sec; $r_0 = 0,055$ m; $\gamma_p = 2600$ kg/m³; $h = 0,034$ m; $\alpha = 45^\circ$) a minimális részecskeátmérő 17 mikronra adódik, ami jó egyezésben áll a kísérletileg talált adatokkal (6. ábra).

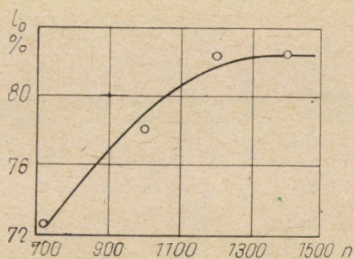
A szívófejben fellépő áramlási sebesség lényegesen befolyásolja a légszűrő tisztítási tényezőjét. A 10. ábrán láthatjuk a DT—54 motor légszűrőjével végzett kísérletek eredményeit a fordulatszám függvényében. A fordulatszám csökkentésével csökken a szívófejben fellépő áramlási sebesség és ezzel csökken a szűrő tisztítási tényezője is. A névleges fordulatszámon elérhető 92—95%-os tisztítási tényező 700 percenkénti fordulatszámnál 70%-ra csökken.

A terelőrácsok állásszöge lényegesen befolyásolja a szívófejben fellépő áramlás szögsebességét. Minél nagyobb a forgómozgás szögsebessége, annál nagyobb a légszűrő leválasztó képessége is. A forgómozgás szögsebességét lényegesen növelni lehet a terelőrácsok állásszögének csökkentésével, azonban a légszűrő ellenállása ilyenkor növekszik. A 11. ábrán láthatjuk a DT—54 típusú traktormotor centrifugál légszűrőjének kísérleti adatait, a terelőrácsok

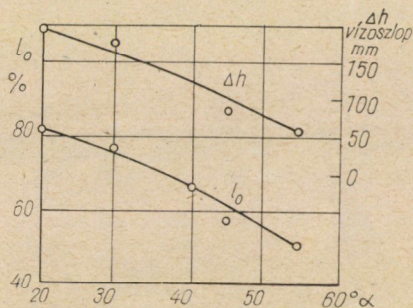
állásszögének függvényében. Mint látható az állásszöget 30° alá csökkenteni nem célszerű, mert ez a légellenállás értékét már lényegesen megnövelné, ami a motor üzeme szempontjából kedvezőtlen.

Az ilyen típusú porleválasztók közös hibája, hogy a gravitáció ellenében dolgoznak, ezenkívül a geometriai méretek sem vehetők fel az optimális üzemnek megfelelően anélkül, hogy a méretek ne növekednének meg túlzott mértékben.

A 2. ábra szerinti ciklonban kiválasztható minimális szemcseátmérő a következő megfontolások alapján számítható. A részecske egyensúlyát



10. ábra. A tisztítási tényező változása a fordulatszám függvényében



11. ábra. A tisztítási tényező és a légellenállás változása a terelőrács állásszögének függvényében

radiális irányban a következő egyenlet fejezi ki:

$$3\pi\mu d_0 v_c = \frac{d_0^3 \pi}{6} \rho_p r \omega^2,$$

ahonnan

$$v_c = \frac{dr}{dt} = \frac{d_0^2 \rho_p \omega^2}{18\mu} r = \omega^2 \tau r.$$

A részecske mozgásideje a ciklonban

$$t = \frac{1}{\omega^2 \tau} \int_{r_0}^R \frac{1}{r} dr = \frac{1}{\omega^2 \tau} \ln \frac{R}{r_0};$$

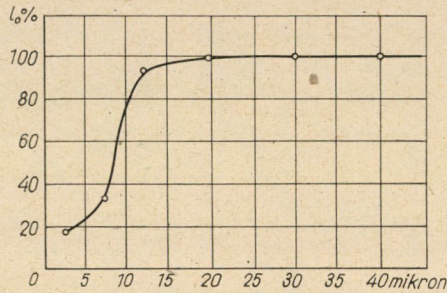
másrésről

$$t = \frac{H}{w_{köz} \sin \alpha}.$$

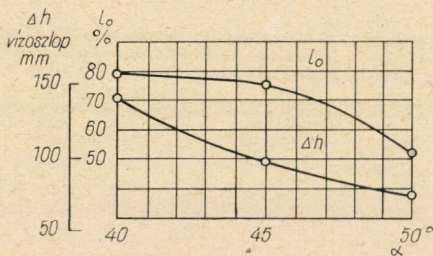
A két egyenletet egyenlővé téve a belső átmérőn kiválasztható minimális szemcseátmérő:

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{18\mu w_{köz} \sin \alpha}{H \rho_p \omega^2} \ln \frac{R}{r_0}}. \tag{13}$$

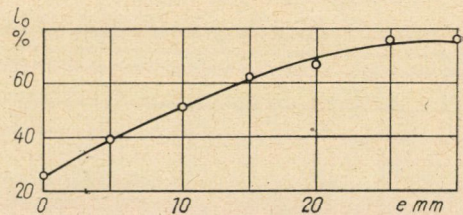
A NATI—C típusú szűrő adataival számolva ($D = 130$ mm; $d = 76$ mm; $H = 80$ mm; $\alpha = 45^\circ$; $w_{\text{öz}} = 18$ m/sec; $\omega = 350$) $d_{\text{min}} = 9,56$ mikron. Ez az érték lényegesen kisebb, mint az előző légszűrőtípusnál talált minimális szemcseátmérő. Ezt a számítási eredményt a kísérletek is igazolták, mert a frakció szerinti tisztítási tényező görbéje a 6. ábrához viszonyítva a kisebb átmérők felé tolódott el (12. ábra).



12. ábra. A tisztítási tényező változása különböző részecskeátmérőkre



13. ábra. A tisztítási tényező és a légellenállás változása a terelőrács állásszögének függvényében



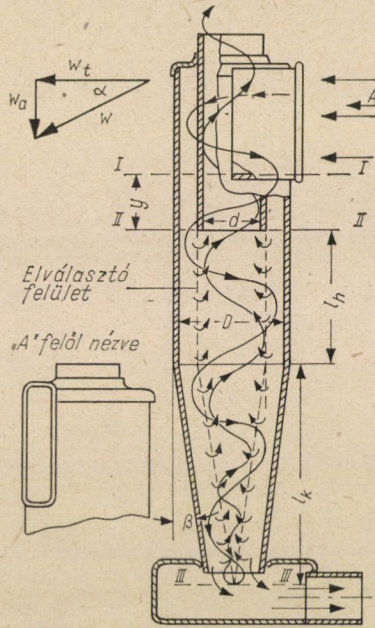
14. ábra. A tisztítási tényező változása az e méret függvényében

A terelőrácsok állásszögének helyes megállapítása lényegesen befolyásolja a por kiválasztás minőségét és a rendszer hidraulikai ellenállását. A 13. ábrán láthatjuk a NATI—C típusú légszűrő tisztítási tényezőjének és hidraulikai ellenállásának változását az állásszög függvényében. Mint látható, az állásszög csökkentése növeli a tisztítási tényező értékét, sőt a hidraulikai ellenállás is növekszik. Jelen esetben az állásszöget 45° alá csökkenteni nem célszerű, mert a tisztítási tényező csak kismértékben javul, míg a hidraulikai ellenállás lényegesen megnövekszik.

A ciklon szívócső feletti magassága (H) szintén lényegesen befolyásolja a por kiválasztás minőségét. Minél nagyobb a H magasság, annál több ideig tartózkodik a porrészecske a ciklonban, következésképpen annál nagyobb a lehetősége a kiválasztásra. A H magasság növelésével igen kismértékben a hidraulikai ellenállás is csökken.

A terelőrács és a fedél alsó síkja közötti e távolság az áramlás rendeződése céljából fontos. A 14. ábrán láthatjuk, a NATI—C típusú légszűrővel végzett kísérletek eredményeit az e magasság függvényében. Az ábrából jól látható, hogy az e távolság csökkentésével a tisztítási tényező rohamosan csökken.

A D és d átmérők megválasztásánál figyelembe kell venni, hogy a ciklon alsó részében le- és felszálló áramlás is létrejön egyidejűleg, ezért szükséges



15. ábra. A ciklon sematikus rajza

a következő feltétel:

$$\frac{D^2 \pi}{4} - \frac{d^2 \pi}{4} \geq 2 \frac{d^2 \pi}{4}$$

Az említett légszűrők tervezésénél a következő áramlási sebességekkel számolhatunk: a terelőrácsra való belépésnél $w = 12 \div 15$ m/sec, a szívócsőben $w = 17 \div 20$ m/sec, a nedves légszűrőben $1,8 \div 2,0$ m/sec. E sebességek, mint közepes áramlási sebességek értendők.

A multiciklon rendszerű légszűrőkben az általánosan elterjedt ciklonformát alkalmazzák, amelynek vázlatos rajzát a 15. ábra szemlélteti. A ciklonba tangenciálisan belépő levegő körpályára kényszerül és közben axiális irányban is elmozdul. A felrajzolt sebesség-háromszög alapján az axiális és tangenciális sebességek viszonya

$$\tan \alpha = \frac{w_a}{w_t}$$

a valódi sebesség pedig

$$w = \frac{w_a}{\sin \alpha}.$$

Az axiális sebesség a ciklonon átáramló levegőmennyiségből (m^3/sec) számítható:

$$w_a = \frac{4Q}{(D^2 - d^2)\pi}. \quad (14)$$

Kísérleti adatok szerint az α szöget $32\text{--}35^\circ$ -ra, az átmérők viszonyát pedig $d/D = 0,55\text{--}0,65$ között célszerű felvenni.

Az egyszerűsítő feltevésekkel levezetett (11) egyenlet alapján a belső átmérőn belépő részecske kiválásához szükséges idő

$$t = \frac{1}{\omega^2 \tau} \ln \frac{D}{d},$$

a kiváláshoz rendelkezésre álló idő pedig

$$t = \frac{y}{w_a}.$$

Ezeket az egyenleteket egymással egyenlővé téve a kiválasztható minimális szemcseátmérő

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{18\mu w_a}{\omega^2 \rho_p y} \ln \frac{D}{d}}. \quad (15)$$

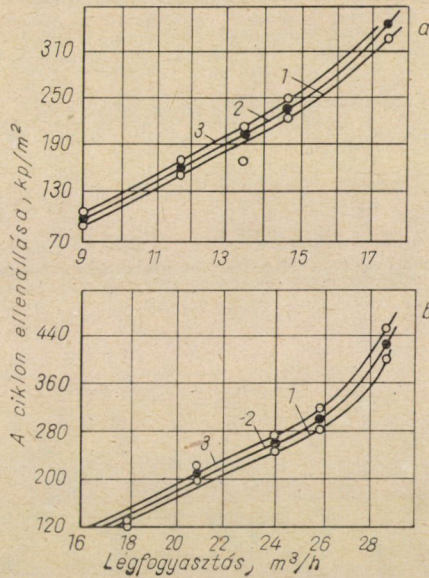
A traktormotorokon alkalmazott szűrők külső átmérője $30 \div 40$ mm. A 30, ill. 40 mm átmérőjű ciklon hidraulikai ellenállását a légfogyasztás függvényében a 16. ábra mutatja. A légellenállást 300 vízoszlop mm körüli értékre célszerű választani. Ennek alapján a ciklonok főmérete és száma az ábrából közelítőleg meghatározható.

Injektor alkalmazásakor a ciklonba beszívott levegő $10 \div 20\%$ -a az injektoron át távozik, amely a leülepedett port automatikusan eltávolítja. A méretezésnél ezt a légvesztéséget figyelembe kell venni.

A centrifugális erőtér hatására a levegő a külső fal mentén spirális pályán halad lefelé a ciklonban egészen a III—III keresztmetszetig. Útközben a levegő egy része radiális irányban a középvonal felé áramlik, majd teljesen visszafordulva emelkedő áramot hoz létre. A radiális áramok kis átmérőjű részecskéket, a centrifugális erő ellenében is magukkal tudnak ragadni, különösen a ciklon alsó részén, ahol a levegő tangenciális sebessége már lényegesen csökken. Pontosabb számításoknál ezt a hatást is célszerű — ha közelítőleg is — figyelembe venni és a ciklon hengeres, ill. kúpos részének hosszát az említett hatás szempontjából optimálisan megválasztani.

A leszálló és felszálló áramokat elválasztó felületet úgy vesszük, mint ahogy az a 15. ábrában szaggatott vonallal be van rajzolva. Az elválasztó felület nagysága

$$F = d \pi \left(l_h + \frac{l_k}{2 \cos \beta} \right) = d \pi L_e,$$



16. ábra. Ciklonok légellenállása a légfogyasztás függvényében *Jelmagyarázat: a) a ciklon átmérője D = 30 mm; b) D = 40 mm. 1 az injektor légfogyasztása 10%, 2 az injektor légfogyasztása 15%, 3 az injektor légfogyasztása 20%*

a közepes radiális áramlási sebesség az adott felületen keresztül pedig

$$w_{rk} = \frac{Q_m}{F} = \frac{Q_m}{d \pi L_e}, \tag{16}$$

ahol Q_m a motorba jutó levegő mennyisége egy ciklonon keresztül.

A részecske egyensúlyát az elválasztó felület mentén a következő egyenlet fejezi ki:

$$\frac{d_0^3 \pi}{6} \rho_p \frac{v_{tk}^2}{r} = 3 \pi d_0 \mu v_{rk},$$

ahol v_{tk} a részecske tangenciális sebessége a ciklon alján (v_{tk} értéke ugyanis itt a legkisebb).

Ebből az egyenletből a maximális részecskeátmérő, amelyet a radiális áram még magával visz

$$d_{\text{omax}} = \sqrt{\frac{18r \mu}{\rho_p} \cdot \frac{v_{rk}}{v_{tk}^2}}. \tag{17}$$

Különböző L_e értékeket felvéve w_{rk} meghatározható, ismeretlen azonban v_{tk} értéke. Ez utóbbit KИТЕНКО [4] a következő egyenlet szerint javasolta meghatározni:

$$v_{tk} = \frac{w_0}{w_a} \left[\sqrt{\left(0,0045 \frac{L_e}{d_0}\right)^2 + w_a^2} - 0,0045 \frac{L_e}{d_0} \right], \quad (18)$$

ahol w_0 a ciklonba belépő levegő sebessége.

A ciklon optimális L_e hosszának meghatározása céljából L_e különböző értékeire ki kell számítani a v_{tk} és v_{rk} megfelelő értékeit, amelyekkel a (17) egyenletből a kritikus szemcseátmérőt. A legkisebb szemcseátmérőhöz tartozó L_e érték az optimális. A kúpos rész β félkúpszögét 6—8°-ra szokták választani.

A leírt méretezési eljárással a traktormotorokon alkalmazott kisméretű ciklonok a gyakorlat számára elegendő biztonsággal méretezhetőek. Az áramlás tangenciális sebességösszetevőinek eltérése ugyanis a sugár mentén nem jelentős, aminek következtében a részecske és az áramlás közötti sebességkülönbség sem nagy. Ezért vehetjük, hogy a korábban tett egyszerűsítő feltevések kisméretű ciklonoknál első közelítésben teljesülnek.

IRODALOM

1. Фукс, Н. А.: Механика аэрозолей. Москва 1955.
2. Щуров, С. А.: Труды НАТИ (1958), Вып. 17.
3. Пирумов, А. И.: Аэродинамические основы инерционной сепарации. Москва 1961.
4. Кихтенко, В. А.: Тракторные циклонные воздухоочистители. Москва 1963.
5. TER LINDEN, A.: Cyclone Dust Collectors for Boilers. *Trans. of the ASME* (1953), No. 3.
6. MUHLARD, W.: Le depoussierage centrifuge. *Chaleur et Industrie* (1954), No. 343.
7. BART, W.: Berechnung und Auslegung von Zyklonabscheidern. *Brennstoff, Wärme und Kraft* (1956), H. 1.

A SZABAD ENERGIA ÉS AZ ADHÉZIÓS ERŐ SZÁMÍTÁSA AZ ÁSVÁNYSZEM ÉS LÉGBUBORÉK ÖSSZETAPADÁSA ALKALMÁVAL

PETHŐ SZILVESZTER

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
EHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM ÁSVÁNYELŐKÉSZÍTÉSI TANSZÉK, MISKOLC

[Béérkezett 1962. szeptember 1-én]

A termodinamika második tétele értelmében a légbuborék és az ásványszem összetapad, ha az összetapadás után a rendszer szabad energiája csökken [1]. E tanulmány a víz, az ásványszem és a légbuborék által képzett rendszer szabad energia csökkenésének és az adhéziós erő értékének számszerű megállapítására alkalmas képleteket vezet le a légbuborék és ásványszem különböző nagysága esetén, figyelembe véve a felületi energiák és a nehézségi erőtér jelenlétét. A vizsgálat során feltételezzük, hogy a légbuborék a tapadás előtt gömb alakú, az ásványszemhez való tapadás után pedig gömbszelet alakú. A rendszerben működő erők közül csak a felületi energiákat és a nehézségi erőt vesszük figyelembe.

I. A szabad energia csökkenés számítása

1. Az ásványszemnél kisebb légbuborék esete

a) *A szabad energia csökkenés számítása csak felületi energiák jelenléte esetén.* Ilyen eset a gyakorlatban nem fordul elő. A mindenütt jelenlevő nehézségi erő a rendszer szabad energiájának csökkenésére is befolyással van [4].

Az 1. ábra alapján a következő összefüggések írhatók fel:

$$V = \frac{d^3 \pi}{6} = V' = \frac{h^2 \pi}{2} (3d' - 2h)$$

és

$$h = \frac{d'}{2} (1 + \cos \vartheta)$$

alapján

$$d' = d \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/3} = df_1(\vartheta), \quad (1)$$

$$t = d \sin \vartheta \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/3} = df_2(\vartheta), \quad (2)$$

$$h = \frac{d}{2} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/3} (1 + \cos \vartheta) = \frac{d}{2} f_3(\vartheta), \quad (3)$$

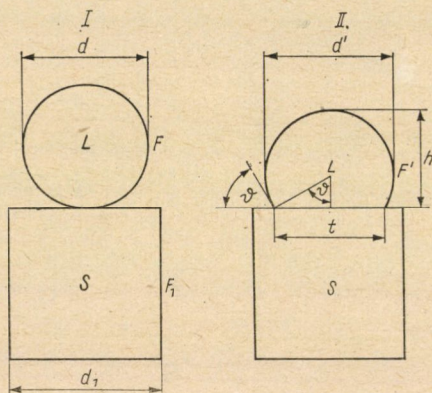
$$F' = \frac{d^2 \pi}{4} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{2/3} (1 + \cos \vartheta) = \frac{d^2 \pi}{4} f_4(\vartheta). \quad (4)$$

A felületi energiák összege az I-gyel jelölt helyzetben, az ásványszem és a légbuborék összetapadása előtt:

$$E_I = d^2 \pi E_{VL} + F_1 E_{SV}. \quad (5)$$

A felületi energiák mennyisége az összetapadás után:

$$\begin{aligned} E_{II} = & \frac{d^2 \pi}{2} (1 + \cos \vartheta) \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{2/3} E_{VL} + \\ & + \left[F_1 - \frac{d^2 \pi}{4} \sin^2 \vartheta \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{2/3} \right] E_{SV} + \\ & + \frac{d^2 \pi}{4} \sin^2 \vartheta \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{2/3} E_{SL}. \end{aligned} \quad (6)$$



1. ábra

A felületi energiákból adódó szabad energia csökkenés:

$$\begin{aligned} E_I - E_{II} = E_{I-II} = & d^2 \pi E_{VL} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{2/3} (1 + \cos \vartheta) \right] + \\ & + \frac{d^2 \pi}{4} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{2/3} \sin^2 \vartheta (E_{SV} - E_{SL}) \end{aligned}$$

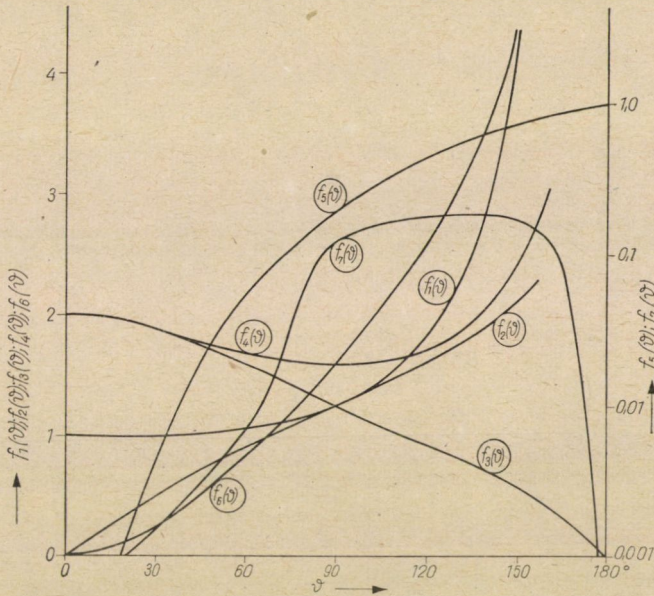
és az $E_{SL} = E_{SV} + E_{VL} \cos \vartheta$ behelyettesítést elvégezve:

$$\begin{aligned} E_{I-II} = & d^2 \pi E_{VL} \left[1 - \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cos \vartheta - \frac{1}{4} \cos^3 \vartheta \right) \right] = \\ = & d^2 \pi E_{VL} f_5(\vartheta). \end{aligned} \quad (7)$$

A felületi energiák különbsége tehát a légbuborék felszínének, a fürdő felületi feszültségének, és a határszög nagyságától függő zárójeles kifejezésnek a szorzata.

A légbuborékokkal érintkező ásványfelület:

$$T = \frac{t^2 \pi}{4} = \frac{d^2 \pi}{4} \sin^2 \vartheta \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{2/3} = \frac{d^2 \pi}{4} f_6(\vartheta). \quad (8)$$



2. ábra

A területegységre jutó felületi energia csökkenés értéke:

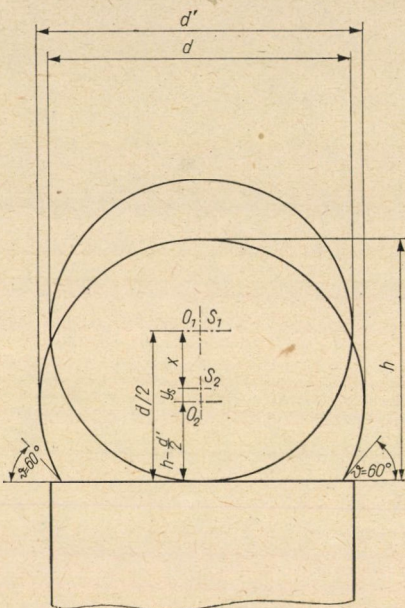
$$e = \frac{E_{I-II}}{T} = 4E_{VL} \left[\left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{-2/3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cos \vartheta - \frac{1}{4} \cos^3 \vartheta \right] \sin^{-2} \vartheta = 4E_{VL} f_7(\vartheta) \quad (9)$$

A 2. ábrán az $f_1(\vartheta), \dots, f_7(\vartheta)$ értékeit találjuk a határszög függvényében ($0-180^\circ$). Ha a határszög 0, szabad energia csökkenés nem következik be, az ásványszem és légbuborék nem tapad össze.

Legnagyobb határszöget paraffinon, illetőleg paraffinnal bevont ásványfelületen mértek [1]. 105° -nál a (7) egyenletben a felületi energiák különbségére jellemző zárójeles kifejezés értéke, $f_5(\vartheta) = 0,302$; 90° -nál, ezen érték 60%-a; 60° -nál, 45° -nál és 30° -nál rendre a 105° -hoz tartozó érték 17, 6 és 1,5%-a. A felületi energiák különbségének értéke 180° -nál maximális.

A felületegységre jutó felületi energia csökkenésre jellemző $f_7(\vartheta)$ 85° -nál 0,1. Kisebb határszögnél erősen csökken, nagyobb határszögnél alig emelkedik. Maximális értéke 130° -nál van, értéke itt 0,185. 105° -nál $f_7(\vartheta) = 0,155$; 90° , 60° , 45° és 30° -nál a 105° -hoz tartozó érték 80, 4, 2 és 1%-a.

b) *A szabad energia csökkenés számítása a nehézségi erő jelenlétének figyelembevételével.* A nehézségi erő az ásványszem és légbuborék relatív helyzetétől



3. ábra

függően elősegíti vagy hátráltatja az ásványszem és légbuborék kapcsolódását. A 3. ábrán felrajzolt helyzetben a kapcsolódás a légbuborék felhajtó ereje ellenében csak akkor történik meg, ha a felületi energiák különbsége elegendő a légbuboréknek a II. helyzetbe való juttatásához. Ha tehát a légbuborék van felül, a nehézségi erő tér akadályozza a légbuborék és az ásványszem kapcsolódását (ez a helyzet a szokványos határszög mérésnél), fordított helyzetben pedig elősegíti (ez a helyzet a flotálásnál, ahol az ásványszemekhez alulról ütköznek a légbuborékok).

Az I. helyzetben a légbuborék középpontja (O_1) és súlypontja (S_1) egybeesik, a II. helyzetben y_s a gömbszegmens alakot felvett légbuborék súlypontja (S_2) és középpontja (O_2) közötti távolság. A légbuborék felhajtó ereje ellenében végzett munka úthossza x , a légbuborék két helyzetéhez tartozó súlypont távolsága. Az x távolságot a 3. ábra alapján a következőképpen

írjuk fel:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{d}{2} - \left(h - \frac{d'}{2} + y_s \right) = \frac{d}{2} - \left[h - \frac{d'}{2} + \frac{3}{4} \frac{(d' - h)^2}{\frac{3}{2}d' - h} \right] = \\
 &= \frac{d}{2} - \left\{ \frac{d}{2} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} (1 + \cos \vartheta) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{d}{2} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} + \right. \\
 &+ \frac{3}{4} \left[\frac{d}{2} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} - \frac{d}{2} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} (1 + \cos \vartheta) \right]^2 \\
 &\quad \left. - \frac{d}{2} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} - \frac{d}{2} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} (1 + \cos \vartheta) \right\}
 \end{aligned}$$

A négyzetreemelés és az egyéb műveletek elvégzése után

$$x = \frac{d}{2} \left[1 - \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} \frac{3 + 2 \cos \vartheta - \cos^2 \vartheta}{4(2 - \cos \vartheta)} \right] = \frac{d}{2} f_8(\vartheta). \quad (10)$$

A légbuborék felhajtó ereje, mely ellenében a felületi energiák különbségének munkát kell végeznie, ha a buborék felül kapcsolódik az ásvány-szemhez:

$$B = \frac{d^3 \pi}{6} \gamma' g. \quad (11)$$

A felhajtó erő ellenében végzett munka:

$$\begin{aligned}
 L = Bx &= \frac{d^4 \pi}{12} \gamma' g \left[1 - \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} \frac{3 + 2 \cos \vartheta - \cos^2 \vartheta}{4(2 - \cos \vartheta)} \right] = \\
 &= \frac{d^4 \pi}{12} \gamma' g f_8(\vartheta). \quad (12)
 \end{aligned}$$

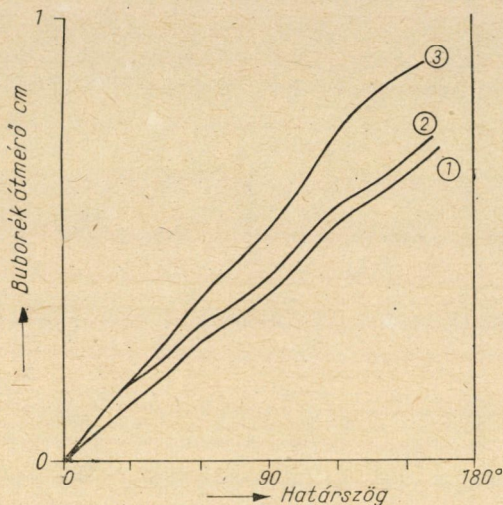
A rendszer szabad energiájának csökkenése a felületi energiák különbsége és a nehézségi erőter jelenlétének figyelembevételével $\pi E_{VL} = 230$ és $\pi \gamma' g / 12 = 290$ behelyettesítése után:

$$\begin{aligned}
 E &= 230 d^2 \left[1 - \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cos \vartheta - \frac{1}{4} \cos^3 \vartheta \right) \right] \pm \\
 &\quad \pm 290 d^4 \left[1 - \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} \frac{3 + 2 \cos \vartheta - \cos^2 \vartheta}{4(2 - \cos \vartheta)} \right] = \\
 &= 230 d^2 f_5(\vartheta) \pm 290 d^4 f_8(\vartheta). \quad (13)
 \end{aligned}$$

Adott határszögnél azt a légbuborék-átmérőt, amelynél a rendszer szabad energia csökkenése 0, úgy határozzuk meg, hogy a (13) egyenletet 0-val tesszük egyenlővé:

$$\pm 290f_8(\vartheta) d^2 + 230f_5(\vartheta) = 0. \quad (14)$$

E másodfokú egyenletből d számítható.



4. ábra

A maximális szabad energia csökkenéshez tartozó buborék átmérő

$$\frac{\partial E}{\partial d} = 0 = \pm 1160f_8(\vartheta) d^2 + 460f_5(\vartheta) \quad (15)$$

egyenletből határozható meg.

E két egyenletből [(14) és (15)] valós értékek akkor számíthatók, ha a négyzetes tagokat negatív előjellel vesszük számításba, tehát akkor, ha az ásványszemhez a légbuborék felül kapcsolódik.

A 4. ábra görbéi a (14) és (15) egyenletekből állapították meg, a négyzetes tagoknak negatív előjellel való figyelembevételével. Az ábrán az 1-gyel jelölt görbe a határszög függvényében ama 4. ábrabeli buborékátmérőket adja meg, amelyeknél a szabad energia csökkenése maximális; a 2. görbéről pedig ama buborékátmérőket olvashatjuk le, amelyeknél nincs szabad energia csökkenés. Ha a buborék mérete a 2. görbéről leolvasható értékeknél nagyobb, úgy tapadás nem következik be.

Pl. a 0,512 cm-nél nagyobb átmérőjű légbuborék az említett feltételek mellett (a légbuborék gömb, a tapadás után pedig gömbszegmens alakú) határszögmérésnél a 90°-os határszögű ásványfelülethez önmagától nem tapad hozzá. Ilyen határszögnél a 0,362 cm

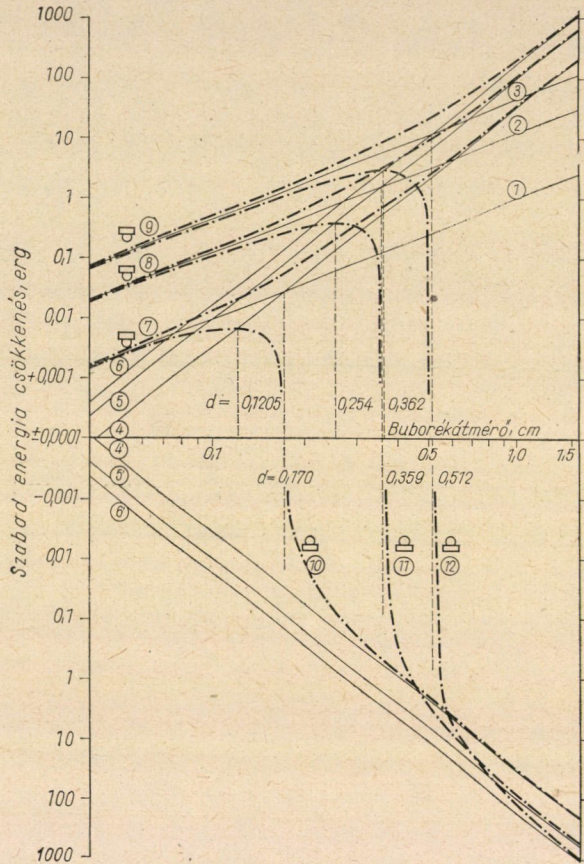
átmérőjű légbuborék (az 1. görbe 90°-os határszöghöz tartozó értéke) szabad energia csökkenése a legnagyobb, tehát az a légbuborék nagyság tapad a legerősebben a 90°-os határszögű ásványmintához.

A határszögmérés alkalmával a buborékképző csövecskével helyezük a légbuborékot az ásványminta polírozott felületére. Nagyobb légbuborékoknál ez az összetapadás tehát megszűnik, ha a buborék felhajtó ereje nagyobb a felületi energiákból származó szabad energia csökkenésnél. Bizonyítással a Londoni Ércelőkészítési Kongresszus anyagából a következőket idézzük: „Ha igen nagy légbuborékot helyezünk az ásvány felületére, határszögében növekedést mutat, mielőtt az ásványfelületről elkerülne. Az ásvány felületéhez alul kapcsolódott légbuborék ilyen tendenciát nem mutat” (4.13. oldal).

Az 5. ábrán a (13) egyenlettel számítható szabad energia csökkenéseket látjuk a buborékátmérő (0,05 ÷ 1,5 cm között) függvényében. Mindkét koordinátatengely logaritmikusan léptékű. Az 1-gyel, 2-vel és 3-mal jelölt egyenesek a 30, 60 és 90°-os határszögekhez tartozó felületi energia csökkenéseket mutatják. A 4, 5 és 6, valamint a 4', 5' és 6' jelű egyenesek az előbbi határszögek melletti felhajtó erők munkái, illetve a felhajtó erők ellenében végzett munkák változásai; az első három egyenes tehát az összefüggéseket az esetre mutatja, ha a légbuborék kapcsolódása az ásványminta alsó felületére történik, az utóbbi három egyenes esetében az ásványminta felső részén. A 7, 8 és 9-cel jelzett görbék 30, 60 és 90 fokos határszögekre adják meg a teljes szabad energia változásokat (a felületi energia változás és a felhajtó erő munkája összegét) alul történő kapcsolódáskor, a 10, 11 és 12 jelű görbék pedig arra az esetre, ha a tapadás a felső felületen következik be.

A felületi energiák változása másodfokú egyenlet (7) szerint történik, logaritmikusan léptékben olyan (az 5. ábrán az 1, 2 és 3 jelű) egyenesek adják az összefüggéseket, amelyek irányszögének tangense 2. [$E_{I-II} = 230 f_5(\vartheta) \cdot d^2$; $\log E_{I-II} = \log 230 + \log f_5(\vartheta) + 2 \log d$.] A felhajtó erők munkája a buborékátmérő negyedik hatványával arányos [(12) egyenlet], a választott léptékben a 4, 5, 6 és 4', 5', 6' egyenesek irányszögének tangense 4. [$L = \pm 290 f_8(\vartheta) d^4$; $\log L = \pm \log 290 - \log f_8(\vartheta) \pm 4 \log d$.] A teljes szabad energia változást negyedrendű parabolák [(13) egyenlet] adják. Logaritmikusan léptékben az 5. ábrán látható olyan görbékhez jutunk, amelyek végérintői az ásványszem alsó felületéhez való kapcsolódás esetén az 1, 2, 3-as és a 4, 5, 6-os egyenesek, a felső felületre történő tapadáskor pedig az 1, 2 és 3-as, illetve a 4', 5' és 6' egyenesek. Az 1- és 4-es, a 2-es és 5-ös, valamint a 3-as és 6-os egyenesek metszéspontjához azok a buborékátmérők tartoznak, amelyeknél az ásványminta felső felületére való kapcsolódáskor nincs szabad energia változás a 30, 60 és 90°-os határszögeknél. E buborékátmérőkön kívül az ábrára bejelöltük a maximális szabad energia csökkenéshez tartozó buborékátmérőket is (0,170; 0,359; 0,512 és 0,1205; 0,254; 0,362 cm).

A 4. ábrán megtaláljuk a határszög függvényben a maximális szabad energia csökkenéseket is az ásványszem felső felületére való kapcsolódás eseteire. Ezeket az értékeket a 3 jelű görbe mutatja. (Az alsó ásványfelületre történő tapadáskor a végtelen nagyságú légbuborék szabad energia változása



5. ábra. Jelmagyarázat. 1, 2, 3: felületi energiákból származó szabad energia csökkenés 30° , 60° és 90° határszögnél; 4, 5, 6 és 4', 5', 6': a légbuborék nehézségi ereje által, illetve a légbuborék nehézségi ereje ellenében végzett munka 30° , 60° és 90° határszögnél; 7, 8, 9: a teljes szabad energia változás, ha a légbuborék az ásványszemhez alul kapcsolódik, 30° , 60° és 90° határszögnél; 10, 11, 12: a teljes szabad energia csökkenés, ha a légbuborék az ásványszemhez felül kapcsolódik, 30° , 60° és 90° határszögnél

a maximális.) Erről az ábráról az is leolvasható, hogy pl. 90° -os határszögű felülethez a 0,362 cm átmérőjű légbuborék (1 jelű görbe) tapad a legerősebben. Az ilyen átmérőjű légbuboréknak maximális az összes szabad energia csökkenése, értéke 2,96 erg. A 20° -os határszögű felülethez az 1 mm-nél nagyobb légbuborék már nem tapad, a maximális szabad energia csökkenés 0,001 erg alatt van.

A levezetett képletek és az ezekből megrajzolt 4. és 5. ábrák szerint kiegészítésre szorul H. G. SMITH és B. DUCKMANTON [2: 384. oldal] ama véleménye, mely szerint: „Ha a buborék kb. egy percen belül nem kapcsolódik a polírozott ásványmintához, ez annyit jelent, hogy a buborék tiszta. Mint-hogy a szénfelületek természetes flotálhatóságuk miatt mutatnak bizonyos határszöveget, ez nem megbízható módszer az ásványminta szennyeződésének megállapítására.” J. LEJA és G. W. POLING már említett munkájukban [4] egy kísérlettel kapcsolatban (Plate III.) azt állítják (14. oldal), hogy a felül kapcsolódott légbuborék „nagyon szorosan” tapad az ásványhoz.

A légbuborék akkor sem tapad a szennyezett felületű ásványszemhez, ha az nagy átmérőjű. Az ásványszemhez felül kapcsolódott légbuborék „nagyon szorosan” az alsó felületen levő buborékhoz hasonló mértékben csak akkor tapad az ásvány felületéhez, ha a felhajtó erő ellenében végzett munka kicsiny a felületi energiák csökkenéséhez képest, tehát kisebb légbuborékok esetén.

Pl. az 5. ábra szerint a 90°-os határszögű felületnél a 0,1 cm átmérőjű légbuborék szabad energia csökkenése felül, illetve alul kapcsolódásnál 0,43 és 0,47 erg, a 0,5 cm-es légbuboréké 0,67 és 24,71 erg. A 0,132 cm sugarú légbuborék (J. LEJA és G. W. POLING ilyen nagyságú légbuborékkal végeztek kísérletüket) kb. 45°-nál kisebb határszögű felülethez már nem tapad, 60°-nál 0,40 és 1,23, 90°-nál 2,12 és 3,80 erg a szabad energia csökkenés értéke a két kapcsolódási lehetőség esetében.

2. Az ásványszemnél nagyobb légbuborék esete

a) *A szabad energia csökkenés számítása csak felületi energiák jelenlétében.*

A 6. ábráról az 1. ábrához hasonlóan a következő összefüggések írhatók fel:

$$d' = d \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/3}, \quad (16)$$

$$t = d \sin(\vartheta - \omega) \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/3}, \quad (17)$$

$$h = \frac{d}{2} \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/3} [1 + \cos(\vartheta - \omega)], \quad (18)$$

$$F' = \frac{d^2 \pi}{2} \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/3} \cdot [1 + \cos(\vartheta - \omega)]. \quad (19)$$

A felületi energiák mennyisége az ásványszem és légbuborék összetapadása előtt:

$$E_1^o = d^2 \pi E_{VL} + F_1 E_{SV}. \quad (20)$$

A felületi energiák értéke az összetapadás után:

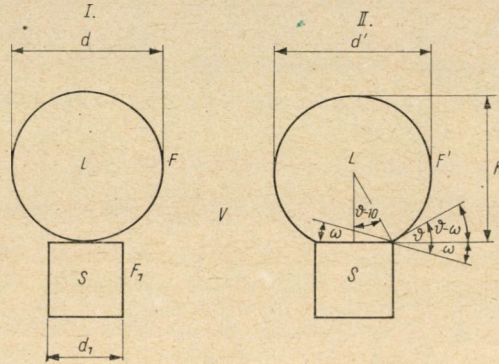
$$E^o = \frac{d^2 \pi}{2} \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right] [1 + \cos(\vartheta - \omega)] E_{VL} + \\ + \left(F_1 - \frac{d_1^2 \pi}{4} \right) E_{SV} + \frac{d_1^2 \pi}{4} E_{SL}. \quad (21)$$

A felületi energiákból adódó szabad energia csökkenés:

$$E_1^\omega - E_2^\omega = E_{1-II}^\omega = d^2 \pi E_{VL} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/2} \right. \\ \left. \times [1 + \cos(\vartheta - \omega)] \right\} + \frac{d_1^2 \pi}{4} (E_{SV} - E_{SL}),$$

Az

$$E_{SL} = E_{SV} + E_{VL} \cos \vartheta$$



6. ábra

és

$$d_1 = d' \sin(\vartheta - \omega) = d \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/2} \sin(\vartheta - \omega) \quad (22)$$

behelyettesítést elvégezve:

$$E_{1-II}^\omega = d^2 \pi E_{VL} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/2} \right. \\ \left. \times \left[1 + \cos(\vartheta - \omega) + \frac{1}{2} \sin^2(\vartheta - \omega) \cos \vartheta \right] \right\}, \quad (23)$$

ahol az ω szög értéke a 6. ábra nyomán, a következő összefüggésből számítható:

$$\sin(\vartheta - \omega) = \frac{d_1}{d'} = a' = \sin \vartheta \cos \omega - \cos \vartheta \sin \omega$$

alapján:

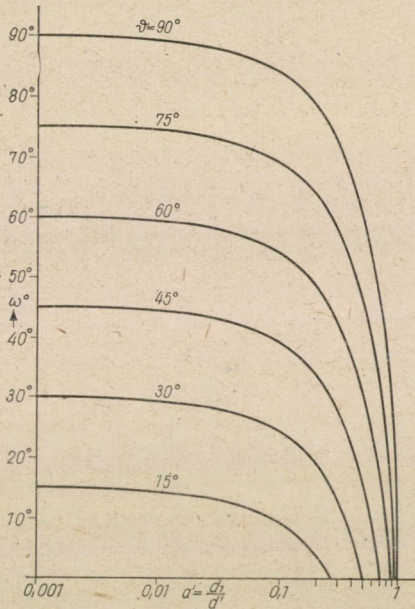
$$\cos \omega = a' \sin \vartheta \pm \cos \vartheta \sqrt{1 - a'^2}. \quad (24)$$

A felületi energiák különbsége [(23) egyenlet] tehát a légbuborék felszínének, a fürdő felületi feszültségének és a határszög, a szemnagyság, valamint a légbuborék relatív nagyságától függő zárójeles kifejezésnek a szorzata.

A 7. ábra görbéit a (24) egyenlet segítségével kapjuk meg: Az ábrán az ásványszem és az ásványszemhez tapadt légbuborék átmérők viszonyának ($a' = d_1/d'$) függvényében különböző határszögekhez tartozó ($\vartheta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ és 90°) ω értékeket látjuk. Ha az ásványszem és a légbuborék

nagyságának aránya 0,01 vagy ennél kisebb, ω értéke gyakorlatilag a határszöggel egyenlő. ω csökkenése a' növekedésével szabályszerű.

Így pl. $a' = 0,01$ -nél $34'$ -cel, 15° -nál $15^\circ - 00^\circ 34' = 14^\circ 26'$; a többi határszögeknél $29^\circ 26'$, $44^\circ 26'$, $59^\circ 26'$, és $89^\circ 26'$, $a' = 0,1$ -nél $5^\circ 44'$ -cel kisebb, mint a határszög értéke ($\vartheta = 15^\circ$ -nál $9^\circ 16'$). $\omega = 0$ -nak a (24) egyenletbe való behelyettesítésével $a' = \sin \vartheta$ összefüggéshez jutunk: a' ennél és ennél nagyobb értékeinél már csak a határszöget szükséges figyelembe vennünk a szabad energia csökkenés számításánál.



7. ábra

b) *A szabad energia csökkenés számítása a nehézségi erő jelenlétének figyelembevételével.* Az összefüggések itt teljesen azonos módon alakulnak, mint ahogy azt az I. fejezetben (az ásvány szemnél nagyobb légbuborék esetén) már megismertük. A különbség csak annyi, hogy ϑ helyére ($\vartheta - \omega$)-t kell helyettesítenünk. Tehát

$$x = \frac{d}{2} \left\{ 1 - \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/3} \cdot \frac{3 + 2 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^2(\vartheta - \omega)}{4 [2 - \cos(\vartheta - \omega)]} \right\}, \quad (25)$$

$$L^\omega = \frac{d^3 \pi}{6} \gamma' g \frac{d}{2} \left\{ 1 - \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/3} \cdot \frac{3 + 2 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^2(\vartheta - \omega)}{4 [2 - \cos(\vartheta - \omega)]} \right\}. \quad (26)$$

A rendszer szabad energiájának különbsége a felületi energiák csökkenése és a nehézségi erőter jelenlétének figyelembevételével az előző pontban megadott értékek behelyettesítése után:

$$\begin{aligned}
 E^\omega &= 230 d^2 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/2} \right. \\
 &\quad \cdot \left[1 + \cos(\vartheta - \omega) + \frac{1}{2} \sin^2(\vartheta - \omega) \cos \vartheta \right] \pm \\
 &\quad \pm 290 d^2 \left\{ 1 - \left[\frac{4}{2 + 3 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^3(\vartheta - \omega)} \right]^{1/2} \right. \\
 &\quad \cdot \left. \frac{3 + 2 \cos(\vartheta - \omega) - \cos^2(\vartheta - \omega)}{4 [2 - \cos(\vartheta - \omega)]} \right\} = \\
 &= 230 d^2 f_1(\vartheta - \omega) \pm 290 d^4 f_2(\vartheta - \omega).
 \end{aligned} \quad (27)$$

Az $f_1(\vartheta - \omega)$ -t és az $f_2(\vartheta - \omega)$ -t illetőleg az $f_5(\vartheta)$ -át és az $f_8(\vartheta)$ -át tüntettük fel a 8. ábrán a szemnagyság és a légbuborék átmérő viszonyának ($a = d_1/d$) függvényében. Az 1-gyel, 2-vel és 3-mal jelölt görbék az $f_1(\vartheta - \omega)$ és az $f_5(\vartheta)$ értékei 30, 60, illetőleg 90°-os határszögek esetén, a 4, 5, és 6-tal jelöltek az $f_2(\vartheta - \omega)$ és az $f_8(\vartheta)$ értékei ugyanezen határszögek esetén.

Az 1-gyel, 2-vel és 3-mal jelölt görbéknek egy vízszintes és egy ferde egyenes része van, e két részt rövid görbeszakasz köti össze. Ha

$$\frac{d^2 \pi}{4} \sin^2 \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} \geq \frac{d_1^2 \pi}{4},$$

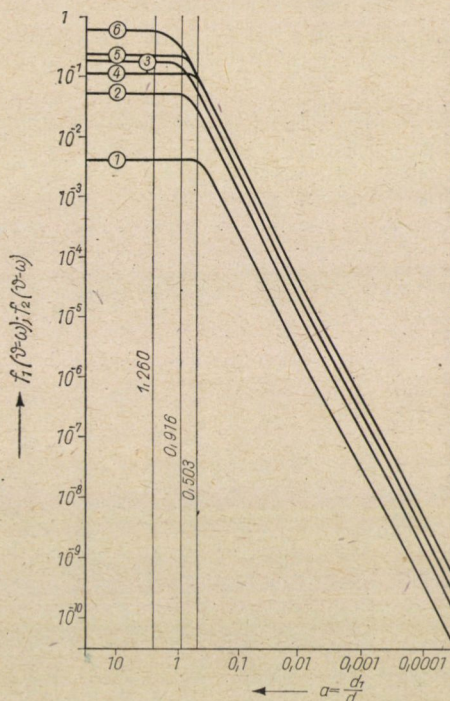
úgy a felületi energiák különbségéből eredő szabad energia csökkenés a (7) egyenlet szerint alakul; ha pedig kisebb, úgy a (23) egyenlet szerint. A görbéknek vízszintes szakaszai a (7) egyenletben szereplő $f_5(\vartheta)$ ferde részeihez tartozó $f_1(\vartheta - \omega)$ értékek. A már felírt

$$\frac{d_1}{d} = a \sin \vartheta \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2}$$

összefüggésből 30°, 60° és 90°-nál a értékei 0,503, 0,916 és 1,26. a ezen értékeinél és nagyobb a értékeknél a felületi energia csökkenésre jellemző az, hogy az $f_5(\vartheta)$ -k állandók és értékük 0,00434, 0,0551 és 0,195. Kiseb a értékeknél rövid görbeszakaszok, majd a ferde egyenesek következnek az $f_1(\vartheta - \omega)$ -nak megfelelően.

A 4-gyel, 5-tel és 6-tal jelölt görbék három vízszintes és egy közös ferde egyenesből tevődnek össze, az egyenesek találkozásánál rövid, görbült szakaszok vannak. $d_1/d = a \geq \sin \vartheta [4/2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta]^{1/2}$ esetén itt is a görbe vízszintes szakaszai érvényesek. (A vízszintes részek értéke: 0,118, 0,338 és

0,588.) A görbéknek ez a felépítése azt jelenti, hogy kisebb a értékek esetén a nehézségi erővel kapcsolatos szabad energia változásra jellemző $f_2(\vartheta - \omega)$ független a határszög-nagyságától, a határszögnek csak akkor van befolyása a nehézségi erő okozta szabad energia változásra, ha a szemnagyság a légbuboréknál nagyobb.



8. ábra. Jelmagyarázat. 1, 2, 3: az $f_1(\vartheta - \omega)$ és $f_3(\vartheta)$ függvény értéke 30, 60 és 90°-nál; 4, 5, 6: az $f_2(\vartheta - \omega)$ és $f_6(\vartheta)$ értéke 30, 60 és 90°-nál

A 8. ábra logaritmusos léptékű. A ferde egyenesek azt jelentik tehát, hogy a szemnagyság csökkenésével vagy a légbuborék nagyobbodásával az $f_1(\vartheta - \omega)$ és az $f_2(\vartheta - \omega)$ értékek négyzetesen csökkennek.

Az I. táblázatban a felületi energiákból keletkező, a II. táblázatban pedig a nehézségi erőterrel kapcsolatos szabad energia változásokat számítottuk ki a táblázatokban megtalálható szemnagyságokra és buborékátmérőkre.

Ha az ásványszem nagy a légbuborékhoz képest, úgy a felületi energiákból számított szabad energia csökkenés azonos határszögnél a buborékátmérővel négyzetesen csökken, és az ásványszemnek nincs befolyása az energia csökkenés értékére. Pl. 60°-os határszögnél, valamint 10^{-1} és 10^{-2} cm szemnagyságoknál a táblázatban megtalálható buborékátmérőknél a szabad energia csökkenés 1,27, $1,27 \cdot 10^{-2}$, $1,27 \cdot 10^{-4}$ erg, amelyek az előző függőleges oszlop értékeivel. Kis ásványszemnél a felületi energia csökkenés azonos

I. táblázat

A felületi energiából számított szabad energia változása, erg

Határ- szög	Buborék- átmérő, cm	Szemmagyság, cm					
		10 1 10 ⁻¹	1 10 ⁻¹ 10 ⁻²	10 ⁻¹ 10 ⁻² 10 ⁻³	10 ⁻² 10 ⁻³ 10 ⁻⁴	10 ⁻³ 10 ⁻⁴ 10 ⁻⁵	10 ⁻⁴ 10 ⁻⁵ 10 ⁻⁶
30°	1	9,97 · 10 ⁻¹	9,97 · 10 ⁻¹	7,64 · 10 ⁻²	7,64 · 10 ⁻⁴	7,64 · 10 ⁻⁶	7,64 · 10 ⁻⁸
	10 ⁻¹	9,97 · 10 ⁻³	9,97 · 10 ⁻³	7,64 · 10 ⁻⁴	7,64 · 10 ⁻⁶	7,64 · 10 ⁻⁸	7,64 · 10 ⁻¹⁰
	10 ⁻²	9,97 · 10 ⁻⁵	9,97 · 10 ⁻⁵	7,64 · 10 ⁻⁶	7,64 · 10 ⁻⁸	7,64 · 10 ⁻¹⁰	7,64 · 10 ⁻¹²
60°	1	1,27	1,27	2,85 · 10 ⁻¹	2,85 · 10 ⁻³	2,85 · 10 ⁻⁵	2,85 · 10 ⁻⁷
	10 ⁻¹	1,27 · 10 ⁻²	1,27 · 10 ⁻²	2,85 · 10 ⁻³	2,85 · 10 ⁻⁵	2,85 · 10 ⁻⁷	2,85 · 10 ⁻⁹
	10 ⁻²	1,27 · 10 ⁻⁴	1,27 · 10 ⁻¹⁰⁻⁴	2,85 · 10 ⁻⁵	2,85 · 10 ⁻⁷	2,85 · 10 ⁻⁹	2,85 · 10 ⁻¹¹
90°	1	44,83	38,18	5,64 · 10 ⁻¹	5,64 · 10 ⁻³	5,64 · 10 ⁻⁵	5,64 · 10 ⁻⁷
	10 ⁻¹	4,48 · 10 ⁻¹	3,82 · 10 ⁻¹	5,64 · 10 ⁻³	5,64 · 10 ⁻⁵	5,64 · 10 ⁻⁷	5,64 · 10 ⁻⁹
	10 ⁻²	4,48 · 10 ⁻³	3,82 · 10 ⁻³	5,64 · 10 ⁻⁵	5,64 · 10 ⁻⁷	5,64 · 10 ⁻⁹	5,64 · 10 ⁻¹¹

II. táblázat

A nehézségi erő jelenléte okozta szabad energia változás, erg

Határ- szög	Buborék- átmérő, cm	Szemmagyság, cm					
		10 1 10 ⁻¹	1 10 ⁻¹ 10 ⁻²	10 ⁻¹ 10 ⁻² 10 ⁻³	10 ⁻² 10 ⁻³ 10 ⁻⁴	10 ⁻³ 10 ⁻⁴ 10 ⁻⁵	10 ⁻⁴ 10 ⁻⁵ 10 ⁻⁶
30°	1	33,58	33,50	1,39	1,39 · 10 ⁻²	1,39 · 10 ⁻⁴	1,39 · 10 ⁻⁶
	10 ⁻¹	3,12 · 10 ⁻³	3,12 · 10 ⁻³	1,29 · 10 ⁻⁴	1,29 · 10 ⁻⁶	1,29 · 10 ⁻⁸	1,29 · 10 ⁻¹⁰
	10 ⁻²	7,78 · 10 ⁻⁸	7,78 · 10 ⁻⁸	3,23 · 10 ⁻¹¹	3,23 · 10 ⁻¹³	3,23 · 10 ⁻¹⁵	3,23 · 10 ⁻¹⁷
60°	1	96,20	96,20	1,39	1,39 · 10 ⁻²	1,39 · 10 ⁻⁴	1,39 · 10 ⁻⁶
	10 ⁻¹	8,92 · 10 ⁻³	8,92 · 10 ⁻³	1,29 · 10 ⁻⁴	1,29 · 10 ⁻⁶	1,29 · 10 ⁻⁸	1,29 · 10 ⁻¹⁰
	10 ⁻²	2,23 · 10 ⁻⁷	2,23 · 10 ⁻⁷	3,23 · 10 ⁻¹¹	3,23 · 10 ⁻¹³	3,23 · 10 ⁻¹⁵	3,23 · 10 ⁻¹⁷
90°	1	167,20	104,60	1,39	1,39 · 10 ⁻²	1,39 · 10 ⁻⁴	1,39 · 10 ⁻⁶
	10 ⁻¹	1,55 · 10 ⁻²	9,74 · 10 ⁻³	1,29 · 10 ⁻⁴	1,29 · 10 ⁻⁶	1,29 · 10 ⁻⁸	1,29 · 10 ⁻¹⁰
	10 ⁻²	3,88 · 10 ⁻⁷	2,43 · 10 ⁻⁷	3,23 · 10 ⁻¹¹	3,23 · 10 ⁻¹³	3,23 · 10 ⁻¹⁵	3,23 · 10 ⁻¹⁷

határszögnél a szemnagysággal négyzetesen csökken, és a buborékátmérőnek nincsen befolyása az energia csökkenés értékére.

Pl. 30°-os határszögű, 10⁻³ cm nagyságú ásványszem és a 10⁻², 10⁻¹ és 1 cm átmérőjű légbuborék felületi energia csökkenése azonos: 7,64 10⁻⁶ erg. Minthogy a (23) egyenlet szerint a 230 d² értékek 2,3 10⁻² és 2,3 és 2,3 10², az f₁ (ϑ - ω) értékei sorban 3,33 10⁻², 3,33 10⁻² és 3,33 10⁻⁸, szorzatuk viszont mindhárom esetben 7,64 10⁻⁶ erg. (A légbuborék és az ásványszem közel azonos nagyságánál, a 8. ábra görbült részein, a felületi energia csökkenésre befolyással van a légbuborék és az ásványszem nagysága is.

a = 0,01 és ennél kisebb értékeknél a légbuboréknak az ásványszemhez tapadó részét síknak tekinthetjük, és a felületi energiákból adódó energia változást az

$$E = \frac{d_1^2 \pi}{4} (E_{SV} + E_{VL} - E_{SL}) = \frac{d_1^2 \pi}{4} E_{VL} (1 - \cos \vartheta) \quad (28)$$

összefüggéssel számolva, a (23) képlet alapján kiszámítható értéktől alig eltérő eredményhez jutunk. Ez az összefüggés már jól mutatja a kis szemnagyság és a nagy légbuborék szabad energia csökkenésének az I. táblázatról megismert négyzetes összefüggését.

A II. táblázatban a nehézségi erő jelenléte okozta szabad energia változásokat találjuk meg. Nagy ásványszem esetén a buborékátmérő negyedik hatványa szerint alakul az energia változás, és értékére az ásványszem nagyságának nincs befolyása (pl. a II. táblázat első két függőleges oszlopának értékei). Kis ásványszemeknél azonos buborékátmérő esetén a szemnagysággal négyzetesen csökken a szabad energia változás, és értékére a határszögnek nincs befolyása.

Pl. 60°-os határszögű 10⁻² és 10⁻³ cm nagyságú ásványszem és 10⁻¹ cm buborék szabad energia változása 1,29 10⁻⁴ és 1,29 · 10⁻⁶ erg. A 30° és 90°-os felületeknél is ugyanez az energia csökkenés.

A III. táblázat arra az esetre mutatja a teljes szabad energia csökkenéseket, ha a kapcsolódás az ásványszemhez alulról történik, a IV. táblázat a felülről való kapcsolódás esetére vonatkozik. Flotálás alkalmával az ásványszemhez alulról kapcsolódik a légbuborék, határszög-mérésnél az ásvány felső felületére. A III. táblázat adataiból a flotálás során végbemenő szabad energia változásokról a következő összefüggések olvashatók ki a

$$\frac{d_1}{d} = a < \sin \vartheta \left(\frac{4}{3 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2}$$

esetére:

a) Azonos határszög és buboréknagyság esetén a szemnagysággal négyzetesen csökken a szabad energia változás. (A III. táblázat vízszintes sorai mutatják a szemnagysággal való négyzetes csökkenést.)

b) Azonos határszög és szemnagyság mellett kis légbuborékok esetében a szabad energia változást inkább a felületi energiák, nagy légbuboréknál a

III. táblázat

A teljes szabad energia csökkenés, ha a kapcsolódás az ásványszemhez alulról történik, erg

Határ- szög	Buborék- átmérő, cm	Szemmagyság, cm					
		10^{-1} 1 10^{-1}	1 10^{-1} 10^{-2}	10^{-1} 10^{-2} 10^{-3}	10^{-2} 10^{-3} 10^{-4}	10^{-3} 10^{-4} 10^{-5}	10^{-4} 10^{-5} 10^{-6}
30°	1	34,50	34,50	1,47,	1,47 · 10 ⁻²	1,47 · 10 ⁻⁴	1,47 · 10 ⁻⁸
	10 ⁻¹	1,31 · 10 ⁻²	1,31 · 10 ⁻²	8,93 · 10 ⁻⁴	8,93 · 10 ⁻⁶	8,93 · 10 ⁻⁸	8,93 · 10 ⁻¹⁰
	10 ⁻²	9,98 · 10 ⁻⁵	9,98 · 10 ⁻⁵	7,64 · 10 ⁻⁶	7,64 · 10 ⁻⁸	7,64 · 10 ⁻¹⁰	7,64 · 10 ⁻¹²
60°	1	97,50	97,50	1,68	1,68 · 10 ⁻²	1,68 · 10 ⁻⁴	1,68 · 10 ⁻⁶
	10 ⁻¹	2,16 · 10 ⁻²	2,16 · 10 ⁻²	2,98 · 10 ⁻³	2,98 · 10 ⁻⁵	2,98 · 10 ⁻⁷	2,98 · 10 ⁻⁹
	10 ⁻²	1,27 · 10 ⁻⁴	1,27 · 10 ⁻⁴	2,85 · 10 ⁻⁵	2,85 · 10 ⁻⁷	2,85 · 10 ⁻⁹	2,85 · 10 ⁻¹¹
90°	1	212,00	142,80	1,95	1,95 · 10 ⁻²	1,95 · 10 ⁻⁴	1,95 · 10 ⁻⁶
	10 ⁻¹	4,64 · 10 ⁻¹	3,92 · 10 ⁻¹	5,77 · 10 ⁻³	5,77 · 10 ⁻⁵	5,77 · 10 ⁻⁷	5,77 · 10 ⁻⁹
	10 ⁻²	4,48 · 10 ⁻³	3,82 · 10 ⁻³	5,64 · 10 ⁻⁵	5,64 · 10 ⁻⁷	5,64 · 10 ⁻⁹	5,64 · 10 ⁻¹¹

IV. táblázat

A teljes szabad energia csökkenés, ha a kapcsolódás az ásványszemhez felülről történik, erg

Határ- szög	Buborék- átmérő, cm	Szemmagyság, cm					
		10 1 10^{-1}	1 10^{-1} 10^{-2}	10^{-1} 10^{-2} 10^{-3}	10^{-2} 10^{-3} 10^{-4}	10^{-3} 10^{-4} 10^{-5}	10^{-4} 10^{-5} 10^{-6}
30°	1	33,00	33,00	1,35	1,35 · 10 ⁻²	1,35 · 10 ⁻⁴	1,35 · 10 ⁻⁶
	10 ⁻¹	3,33 · 10 ⁻³	3,33 · 10 ⁻³	6,13 · 10 ⁻⁴	6,13 · 10 ⁻⁶	6,13 · 10 ⁻⁸	6,13 · 10 ⁻⁸
	10 ⁻²	9,91 · 10 ⁻⁵	9,99 · 10 ⁻⁵	7,64 · 10 ⁻⁶	7,64 · 10 ⁻⁸	7,64 · 10 ⁻¹⁰	7,64 · 10 ⁻¹²
60°	1	96,20	96,20	1,14	1,14 · 10 ⁻²	1,14 · 10 ⁻⁴	1,14 · 10 ⁻⁶
	10 ⁻¹	2,30 · 10 ⁻³	2,30 · 10 ⁻³	2,70 · 10 ⁻³	2,70 · 10 ⁻⁵	2,70 · 10 ⁻⁷	2,70 · 10 ⁻⁹
	10 ⁻²	1,25 · 10 ⁻⁴	1,25 · 10 ⁻⁴	2,85 · 10 ⁻⁵	2,85 · 10 ⁻⁷	2,85 · 10 ⁻⁹	2,85 · 10 ⁻¹¹
90°	1	124,50	68,00	8,56 · 10 ⁻¹	8,56 · 10 ⁻³	8,56 · 10 ⁻⁵	8,56 · 10 ⁻⁵
	10 ⁻¹	4,30 · 10 ⁻¹	3,71 · 10 ⁻¹	5,49 · 10 ⁻³	5,49 · 10 ⁻⁵	5,49 · 10 ⁻⁷	5,49 · 10 ⁻⁹
	10 ⁻²	4,45 · 10 ⁻³	3,80 · 10 ⁻³	5,64 · 10 ⁻⁵	5,64 · 10 ⁻⁷	5,64 · 10 ⁻⁹	5,64 · 10 ⁻¹¹

nehézségi erő energia változása okozza. 10^{-3} cm-es ásványszemnél és 10^{-2} cm átmérőjű légbuborék esetében 60° -os határszögnél (sőt a többi határszögnél is) az összes szabad energia változás azonos az I. táblázatban található értékkel, amely $2,85 \cdot 10^{-5}$ erg. Az összes szabad energia változása 10^{-1} cm-es légbuboréknál alig tér el ettől az értéktől: $2,98 \cdot 10^{-5}$ erg; 1 cm-es légbuboréknál viszont a szabad energia változás ennek az értékeknek kb. ötszöröse; $1,68 \cdot 10^{-4}$ erg, tehát alig valamivel több, mint a II. táblázat megfelelő értéke. 30° és 90° -os határszögeknél is hasonló arányokat találtunk, a különbség csak annyi, hogy 30° -nál az 1 és a 10^{-1} cm átmérőjű légbuborék összes szabad energia változásnak aránya kb. 17 ($1,47 \cdot 10^{-4}/8,93 \cdot 10^{-6} = 17$) és 90° -nál ez az arány kb. 3 ($1,95 \cdot 10^{-6}/5,77 \cdot 10^{-7} \approx 3$).

c) Azonos szemnagyság és buborékátmérő mellett a határszög növelése kis ásványszemeknél a szabad energia változást a következőképpen befolyásolja: 10^{-3} cm nagyságú ásványszem szabad energia csökkenése 30° -os határszöggel $7,64 \cdot 10^{-6}$ erg; 10^{-2} cm buborékátmérő mellett, 60° -nál ennek 3,7-szerese; 90° -nál pedig 7,4-szerese. 10^{-1} cm légbuborék esetén a $8,93 \cdot 10^{-6}$ erg tartozik a 30° -os határszögű ásványszemhez, ami 60° -nál és 90° -nál a 3,3-szorosa, illetőleg 6,5-szörösre emelkedik. 1 cm-es légbuboréknál az arányok csak 1,1 és 1,3, mivel a szabad energia változást ilyen nagyságú légbuboréknál a felhajtó erő okozza elsősorban.

II. Az adhéziós erő számítása

Az adhéziós erő értékét (a három fázis érintkezési vonalának és a víz felületi feszültsége függőleges komponensének szorzata) az ásványszemnél kisebb légbuborék esetén az 1. ábra alapján az

$$A_1 = \pi a_{VL} \sin \vartheta = d\pi a_{VL} \left(\frac{4}{2 + 3 \cos \vartheta - \cos^3 \vartheta} \right)^{1/2} \sin^2 \vartheta = d\pi a_{VL} f_9(\vartheta) \quad (29)$$

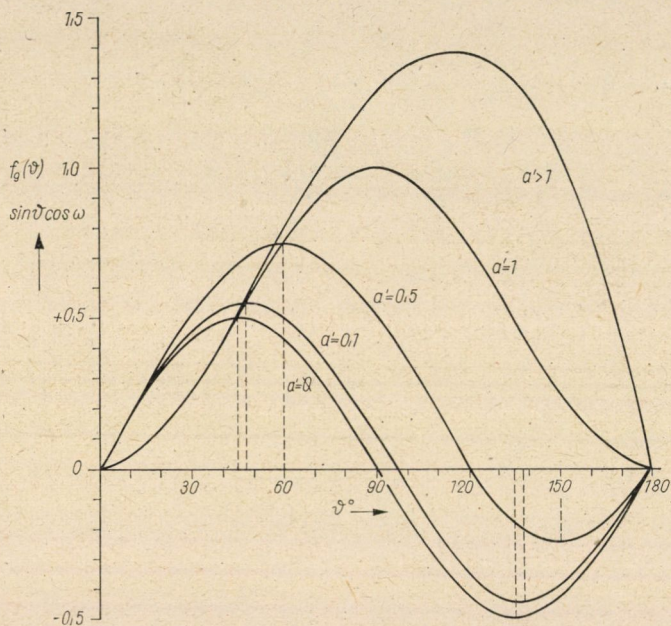
összefüggésből tudjuk számítani. Ha a légbuborék nagyobb az ásványszemnél, az adhéziós erőt a 6. ábra alapján írjuk fel:

$$A_{II} = d_1 \pi a_{VL} \sin \vartheta \cos \omega = d_1 \pi a_{VL} (a' \sin \vartheta \pm \cos \vartheta \sqrt{1 - a'^2}) \sin \vartheta. \quad (30)$$

Az ásvány és légbuborék közötti adhéziós erő értéke kis légbuborék kapcsolódásakor a légbuborék, az ásványszemnél nagyobb légbuborék tapadásakor az ásványszem nagyságával arányos. Értéke függ még a felületi feszültségen kívül $f_9(\vartheta)$, illetve $\sin \vartheta \cos \omega$ változásától is.

$f_9(\vartheta)$ és $\sin \vartheta \cos \omega$ változását a határszög függvényében a' (az ásvány és az ásványszemhez tapadt légbuborék nagyságának viszonya) különböző értékei mellett a 9. ábrán találjuk meg. $a' = 0$ -nál, tehát az ásványszemhez képest igen nagy buborék esetén $\omega = \vartheta$, így a $\sin \vartheta \cos \vartheta$ szorzat jellemző az adhéziós

erő értékére. $a' = 0,01$ -ig gyakorlatilag nincsen eltérés a ϑ és ω értéke között — az adhéziós erőre a $\sin \vartheta \cos \vartheta$ szorzat jól jellemző továbbra is — ilyen kapcsolódásnál és 90° -os határszögnél (a buborék gömbszegmens alakú, a nehézségi erőter jelenlétét nem véve figyelembe) az ásvány és légbuborék nem tapadhat össze. Az adhéziós erő maximális értéke tehát 45° -os határszögnél van. $a' = 0,01$ — 1 között a maximális tapadó erőhöz tartozó határszöget, az $(a' \sin \vartheta \pm \cos \vartheta \sqrt{1 - a'^2}) \sin \vartheta$ kifejezés szélső értékének megkeresésével



9. ábra

tudjuk kiszámítani — $\sin \vartheta = \sqrt{1 \pm a'/2}$ — azt a határszöget pedig, amely-nél az adhéziós erő 0 értékű, ugyanebből a kifejezésből kapjuk meg, ha azt 0-val tesszük egyenlővé, vagyis $\sin \vartheta = \sqrt{1 - a'^2}$. Ábránkon $a' = 0,1$ és $0,5$ -ra rajzoltuk meg az adhéziós erőt meghatározó $\sin \vartheta \cos \omega$ változását. A görbék maximumai $\vartheta = 48^\circ$ -nál és 60° -nál vannak. A maximumok értékei ($\sin \vartheta \cos \vartheta$ -ra jellemző $0,5$ helyett) $0,55$ és $0,75$, az abszcisszával való metszéspontjuk pedig 96° -os és 120° -os határszögeknél található. $a' = 1$ -nél az $(a' \sin \vartheta \pm \cos \vartheta \sqrt{1 - a'^2})/\sin \vartheta = \sin^2 \vartheta$ függvény jellemző az adhézió nagyságára. A kifejezés görbéje áthalad a különböző a' értékhez tartozó függvények maximumán (maximum 90° -nál, amelynek értéke 1). Ha a légbuborék kisebb ($a' > 1$), úgy $f_g(\vartheta)$ jellemző a tapadási erő nagyságára: a függvény görbéje 60° -os határszögig gyakorlatilag együtt halad a $\sin^2 \vartheta$ görbével, számszerű értéke pedig 90° -nál $1,26$, 105° -nál $1,35$, maximuma 120° -os határszögnél van, értéke: $1,40$.

V. táblázat

Az ásványszem és légbuborék közötti adhéziós erő, din

Határ- szög	Buborék- átmérő, cm	Szemmagyság, cm					
		10 1 10 ⁻¹	1 10 ⁻¹ 10 ⁻²	10 ⁻¹ 10 ⁻² 10 ⁻³	10 ⁻² 10 ⁻³ 10 ⁻⁴	10 ⁻³ 10 ⁻⁴ 10 ⁻⁵	10 ⁻⁴ 10 ⁻⁵ 10 ⁻⁶
15°	1	1,54 · 10	1,54 · 10	6,1	5,77 · 10 ⁻¹	5,75 · 10 ⁻²	5,75 · 10 ⁻³
	10 ⁻¹	1,54	1,54	6,1 · 10 ⁻¹	5,77 · 10 ⁻²	5,75 · 10 ⁻³	5,75 · 10 ⁻⁴
	10 ⁻²	1,54 · 10 ⁻¹	1,54 · 10 ⁻¹	6,1 · 10 ⁻²	5,77 · 10 ⁻³	5,75 · 10 ⁻⁴	5,75 · 10 ⁻⁵
30°	1	5,77 · 10	5,77 · 10	1,05 · 10	1,00	9,96 · 10 ⁻²	9,96 · 10 ⁻³
	10 ⁻¹	5,77	5,77	1,05	1,00 · 10 ⁻¹	9,96 · 10 ⁻³	9,96 · 10 ⁻⁴
	10 ⁻²	5,77 · 10 ⁻¹	5,77 · 10 ⁻¹	1,05 · 10 ⁻¹	1,00 · 10 ⁻²	9,96 · 10 ⁻⁴	9,96 · 10 ⁻⁵
45°	1	1,17 · 10 ⁻²	1,17 · 10 ⁻²	1,26 · 10	1,16	1,15 · 10 ⁻¹	1,15 · 10 ⁻²
	10 ⁻¹	1,17 · 10	1,17 · 10	1,26	1,16 · 10 ⁻¹	1,15 · 10 ⁻²	1,15 · 10 ⁻³
	10 ⁻²	1,17	1,17	1,26 · 10 ⁻¹	1,16 · 10 ⁻²	1,15 · 10 ⁻³	1,15 · 10 ⁻⁴
60°	1	1,82 · 10 ⁻²	1,82 · 10 ⁻²	1,16 · 10	1,02	9,97 · 10 ⁻²	9,96 · 10 ⁻³
	10 ⁻¹	1,82 · 10	1,82 · 10	1,16	1,02 · 10 ⁻¹	9,97 · 10 ⁻³	9,96 · 10 ⁻⁴
	10 ⁻²	1,82	1,82	1,16 · 10 ⁻¹	1,02 · 10 ⁻²	9,97 · 10 ⁻⁴	9,96 · 10 ⁻⁵
75°	1	2,34 · 10 ⁻²	2,18 · 10 ⁻²	7,88	5,96 · 10 ⁻¹	5,77 · 10 ⁻²	5,75 · 10 ⁻³
	10 ⁻¹	2,34 · 10	2,18 · 10	7,88 · 10 ⁻¹	5,96 · 10 ⁻²	5,77 · 10 ⁻³	5,75 · 10 ⁻⁴
	10 ⁻²	2,34	2,18	7,88 · 10 ⁻²	5,96 · 10 ⁻³	5,77 · 10 ⁻⁴	5,75 · 10 ⁻⁵
90°	1	2,92 · 10 ⁻²	1,82 · 10 ⁻²	2,28	2,27 · 10 ⁻²	2,00 · 10 ⁻⁴	2,00 · 10 ⁻⁶
	10 ⁻¹	2,92 · 10	1,82 · 10	2,28 · 10 ⁻¹	2,27 · 10 ⁻³	2,00 · 10 ⁻⁵	2,00 · 10 ⁻⁷
	10 ⁻²	2,29	1,82	2,28 · 10 ⁻²	2,27 · 10 ⁻⁴	2,00 · 10 ⁻⁶	2,00 · 10 ⁻⁸

Az V. táblázatban találjuk meg az ásványszem és a légbuborék közötti adhéziós erők dinben kifejezett értékeit $1, 10^{-1}$ és 10^{-2} cm-es buborékátmérőkre és $10, 1 \dots 10^{-6}$ cm szemnagyságokra különböző határszögeknél. Ha az ásványszemhez azonos nagyságú vagy kisebb légbuborék tapad, a tapadási erők nagysága a határszöggel növekszik. Kis ásványszem és aránylag nagy légbuborék találkozásánál a maximális tapadó erő 45° -os határszögnél lép fel. 30° -nál és 60° -nál, illetve 15° -nál és 75° -nál az adhéziós erők értékei azonosak, a maximális tapadó erőnek 87 és 50%-ai, 90° -os határszögnél a szemnagyság csökkenésével kb. négyzetesen csökken az adhéziós erő.

A megszorító feltételek (a légbuborék gömb, ill. gömbszelet alakú) segítségével levezetett képletek, számszerű értékek csak bizonyos tendenciát jelentenek, de számításainkkal mégis jó magyarázatot kapunk arra az ismert megfigyelésre, hogy finom — kb. 20μ -os — szemnagyságok flotálásakor azonos minőségű termékeket nyerünk. Megfontolásaink szerint a kis szemnagyságok flotálási eredményét javítani tudjuk, ha finom légbuborékokkal flotálunk, a meddő ásványszemek határszögét a lehető minimumra csökkentjük és a flotálást nyugodtan áramló zagyban végezzük el.

IRODALOM

1. TARJÁN GUSZTÁV: Ércelőkészítéstan. Tankönyvkiadó, Budapest 1954.
2. SMITH, H. G.—DUCKMANTON, B.: Further Contact Angle Studies at Coal Surfaces. Second Symposium on Coal Preparation, University of Leeds 1957.
3. LEVICS, V. G.: Fizikai-kémiai hidrodinamika. Akadémiai Kiadó, Budapest 1958.
4. LEJA, I.—POLING, G. W.: On the Interpretation of Contact Angle. International Mineral Processing Congress, London 1960.

CSAVARFELÜLETEK OSZTÁLYOZÁSA ÉS A MENETVÁGÓ ALAKOS KÖRKÉS SZABATOS SZÁMÍTÁSI MÓDSZERE*

I. RÉSZ

SZÓKE BÉLA

[Beérkezett 1962. december 12-én]

A csavarfelületek szemléltető osztályozása után szerző annak kimutatására törekszik, hogy egyszerű térgeometriai szemlélet alapján is levezethetők olyan összefüggések, amelyek a teljesen szabatos számításnál használhatók. Ebből a célból tárgyalási módszerének bemutatására a menetvágó körkések számítását választotta, amelyre a szakirodalom *ismételt elhanyagolások mellett* is csak hosszadalmas közelítő eljárásokat ismertet.

Simító körkéseknél gyakran indokolt az ezredmilliméter pontosságú számítás. A cikk tárgyalja azt az esetet, amidőn sem az α hátszög, sem a γ homlokszög nem nulla és azt a különleges esetet, amikor a homlokszög nulla. Bemutatja továbbá, hogy milyen módon állapítható meg az α_m működő hátszög.

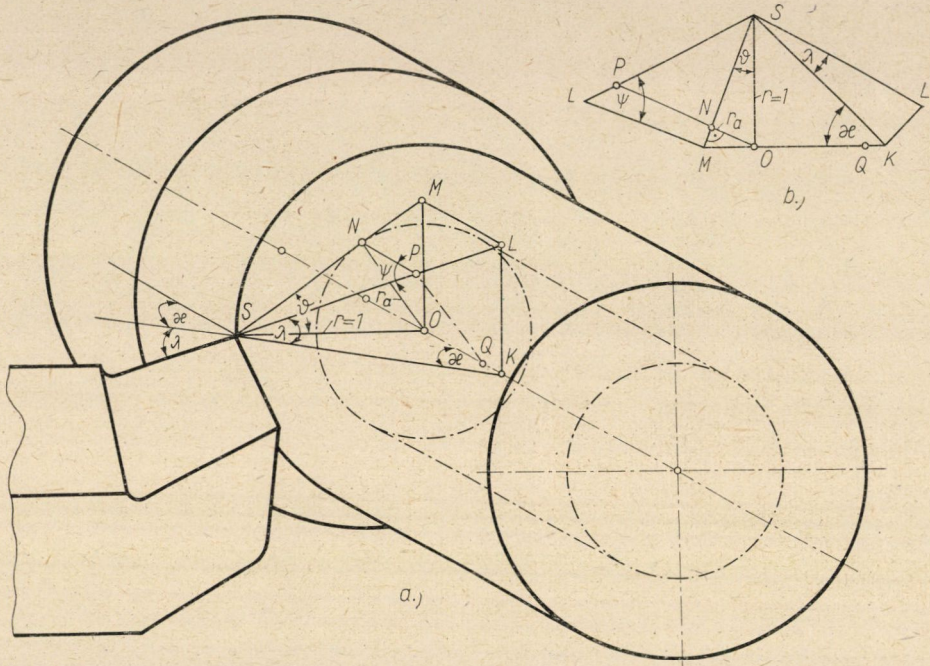
I. A dolgozat tárgyalásmódja

A forgácsoló szerszámok alapfogalmainra vonatkozó MSZ 1245 T számú, nyomtatásban is megjelent szabványtervezet már tekintetbe veszi, hogy a szerszám főélének egyik pontjában a működő szerszámszögek nem olyan értékűek, mint egy másik pontjában. Ezt a mai műhelytechnikában rendkívül fontos értékelést a kísérő triéder fogalmának a bevezetésével éri el. A kísérő triédert azonban a gyakorlat embere csak meglehetősen nehezen tudja elképzelni. Szerző helyesebbnek látja, ha a szerszámot az alaphelyzetében rögzítettnek szemlélteti és a kísérő triéder helyett a d'Alembert-elv analógiájára a főél vizsgált pontjának negatív sebességvektorát összegezi a tárgy illető pontjának tényleges sebességével. Az így nyert *relatív* sebességek sokkal szemléltetőbb tárgyalás útján jutunk a helyes eredményre.

A csavarvonalnak a tengelyhez való hajlásszögét nem jelölhettük az MSZ 7490/2 T szabványban a fogferdeségre megadott β -val és az emelkedési szöget sem γ -val, minthogy ezek a betűjelek a forgácsolótechnológiában alapvetően más fogalmak jelölésére vannak lefoglalva. A tengellyel képezett (ferdeségi) szög jelölésére HERRMANN M.: Gépelemek c. könyvében és a szerző régebbi [6-8] tanulmányaiban is szereplő ψ jelet használtuk, bár ezzel a betűvel az újabb szakkönyvek inkább az emelkedési szöget szokták jelölni. Az emelkedési szögre csak ott használtuk a külön ζ jelet, ahol erre feltétlenül szükség volt.

*Az MTA Műsz. Tud. Oszt. 1963. évi pályázatán dicséretben részesült.

Szükségesnek tartja szerző, hogy e helyen rámutasson a csavarfelületeknek a forgácsolással kapcsolatos osztályozására is, mivel erre vonatkozólag jelentős szakkönyvekben is felmerülnek egyes hiányos megállapítások.



1. ábra. a) A kés főéle által meghatározott r_a sugarú alaphenger esztergálásánál; b) az alaphenger r_a sugarának meghatározása térgeometriai szemlélet alapján, ha adva vannak α és λ szögek, valamint a szerszámcúcs r távolsága a forgási tengelytől

II. A csavarfelületek osztályozása forgácsolási szempontból

Az 1a. ábrán S a kés csúcsa, OK a munkadarab tengelye, $SKO \sphericalangle = \alpha$ elhelyezési szög, $KSP \sphericalangle = \lambda$ terelő szög, $OS = r$ a megmunkált felület sugara (amelyet a számítás meneténél egységnek tekintünk és csak a végeredménynél fogjuk behelyettesíteni), OM az SOK alapsíkra állított merőleges. Az $OSKM$ triédernek tehát az oldalai merőlegesek egymásra. A kés főélének a meghosszabbítása a K pontban az alapsíkra emelt merőleget L pontban metszi.

Első lépésként meg akarjuk határozni az OK tengely-és az SL főélhosszabbítás PQ normáltranzverzálisának a nagyságát. Ha SL egyenest az OK tengelyre merőlegesen álló SOM síkra vetítjük, akkor az SM vetületre merőleges ON távolság már meg is adja a keresett normáltranzverzális hosszát, vagyis a főél KO irányú előtoló mozgásakor létrejövő csavarfelület alaphengerének r_a sugarát.

Az $SOKLM$ gúla oldallapjainak síkbafejtését az 1b. ábrán a számítás folyamán kísérő ábraként külön kirajzoljuk. Ez a kifejtés, amelyből a keresett $r_a = ON$ távolság is kiadódik, pusztán a megadott κ és λ szögek felhasználásával minden számítás nélkül már fel is rajzolható. Azt kell csupán tekintetbe venni, hogy $OM = KL$, vagy azt, hogy $OK = ML$.

A keresett mennyiségi összefüggéseket a következő számítás szolgáltatja. Az SOK derékszögű háromszögben

$$SK = \frac{1}{\sin \kappa}, \text{ és } OK = ML.$$

Az SKL derékszögű háromszögben

$$KL = SK \tan \lambda = \frac{\tan \lambda}{\sin \kappa} = OM.$$

Az SOM derékszögű háromszögben

$$SM = \sqrt{OS^2 + OM^2} = \sqrt{1 + \frac{\tan^2 \lambda}{\sin^2 \kappa}} = \frac{\sqrt{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}}{\sin \kappa}$$

és

$$\sin \vartheta = \frac{OM}{SM} = \frac{\tan \lambda}{\sin \kappa} \frac{\sin \kappa}{\sqrt{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}} = \frac{\tan \lambda}{\sqrt{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}},$$

ezzel

$$ON = r_a = OS \sin \vartheta.$$

Az eddig egységnek tekintett $OS = r$ értékével

$$r_a = \frac{r \tan \lambda}{\sqrt{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}}. \quad (1)$$

Az SL egyenesnek az OK tengelyhez való hajlásszöge

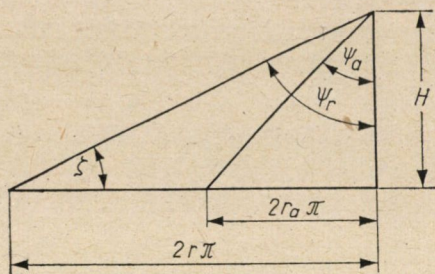
$$\Psi = NPS \sphericalangle = MLS \sphericalangle$$

az SML derékszögű háromszögből határozható meg:

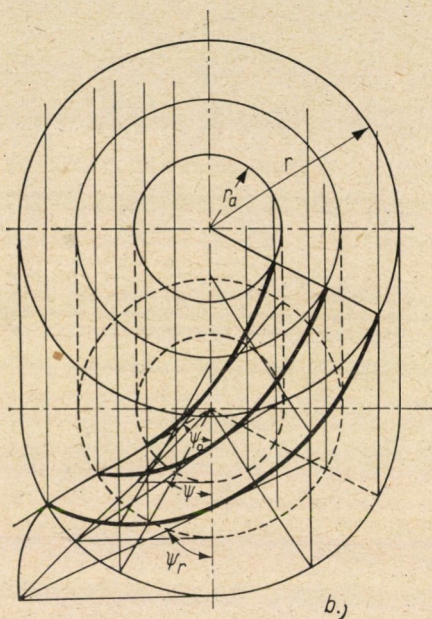
$$\tan \Psi = \frac{SM}{LM} = \frac{SM}{OK} = \frac{\tan \kappa \sqrt{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}}{\sin \kappa} = \frac{\sqrt{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}}{\cos \kappa}. \quad (2)$$

Menetvágásnál a munkadarab egy fordulatára a kés H menetmagasságának megfelelő elmozdulást végez. A főél meghosszabbítása a QP normáltranzverzális P pontjában érinti az alaphengert. Menetvágás közben ez az érintési pont olyan csavarvonalat ír le az alaphenger felületén, amelynek a tengelyhez való hajlásszögét (ferdeségét)

$$\tan \Psi_a = \frac{2 r_a \pi}{H} \quad (3)$$

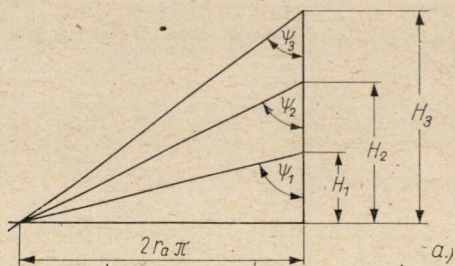


a.)

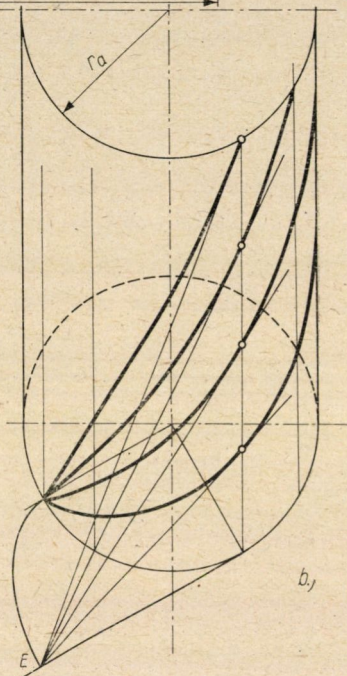


b.)

2. ábra. Az egyforma menetmagasságú csavarvonalak ferdeségi szögének tangensei a hengersugakkal arányosak; b) ugyanazt szemléltető kép



a.)



b.)

3. ábra. a) Ugyanazon a hengeren vonuló különböző menetmagasságú csavarvonalak ferdeségi szögének tangensei fordítva arányosak, mint menetmagasságaik; b) egy henger palástját bármelyik felhasított csavarvonalára szerint fejtjük ki, a homloksíkban csak egyféle körevolventst kapunk

összefüggés határozza meg. Egy r sugarú hengert a csavarfelület

$$\tan \Psi_r = \frac{2r\pi}{H}$$

ferdeségű csavarvonalban metszi (2a. és 2b. ábra), vagyis

$$\frac{\tan \Psi_a}{\tan \Psi_r} = \frac{r_a}{r} \quad (4)$$

Ha a H menetmagasság éppen olyan, hogy a (3) összefüggésből kiadódó ψ_a szög olyan nagyságú, mint a főél térbeli helyzetéből adódott (2) összefüggés ψ szöge, akkor és csakis akkor kifejthető csavarfelület keletkezik. Ebben az esetben

$$\frac{2 \pi r_a}{H} = \frac{\sqrt{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}}{\cos \kappa} = \tan \Psi.$$

Behelyettesítve (1)-ből r_a értékét

$$\frac{2 \pi}{H} \frac{r \tan \lambda}{\sqrt{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}} = \frac{\sqrt{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}}{\cos \kappa}$$

és ebből

$$\frac{2 \pi r}{H} = \frac{r}{H/(2 \pi)} = \frac{\sin^2 \kappa + \tan^2 \lambda}{\tan \lambda \cos \kappa} \quad (5)$$

értékarányánál lesz a forgácsolt felület *síkba fejthető* csavarfelület. A bal oldalon szereplő r az alapsíkban fekvő szerszámcsúcs távolsága a munkadarab tengelyétől, $H/2\pi$ pedig az r sugarú megmunkált felületre írt csavarvonal iránykúpjának a magassága.

Ugyanez a főél-helyzet minden más értékű menetmagasságnál, amely nem elégíti ki az (5) összefüggést, nem kifejthető, vagyis *torz* csavarfelületet hoz létre.

Egy meghatározott r_a sugarú alaphengerhez végtelen sok H menetemelkedés tartozik. Minden menetemelkedésű csavarvonalhoz egy-egy olyan csavarfelület tartozik, amelynek alkotói érintik a csavarvonalat, tehát a kifejthető csavarfelületek száma is végtelen. Az alaphenger érintősíkjában egy sugársor, vagyis végtelen sok egyenes megy keresztül az érintési hengeralkotó és egy bizonyos csavarvonal metszéspontján. Ezek mindegyike végigvándorolhat, mint csavarfelület alkotója az alaphenger valamely csavarvonalán, miközben metszi a csavarvonalat. Az r_a sugarú alaphengerhez tehát ∞ -szer annyi torz csavarfelület tartozik, mint a menetemelkedések száma, vagyis ∞^2 .

Miután az adott tengelyhez tartozó alaphengerek r_a sugarainak a száma ∞ , ennél fogva a tér adott tengelyéhez összesen ∞^3 csavarfelület tartozik, melyek közül ∞^2 a kifejthető csavarfelületek száma.

Tudvalevő, hogy csakis a kifejthető csavarfelületek homlokmetszete körevolvens, amelyet az alaphenger csavarvonalán végigvándorló érintő talpontja ír le a homlokmetszet síkján.

Mivel ugyanazon az alaphengeren levő csavarvonalak hajlásszögeire (a 3a. ábra szerint) érvényes a következő összefüggés

$$\tan \Psi_1 = \frac{2 r_a \pi}{H_1}$$

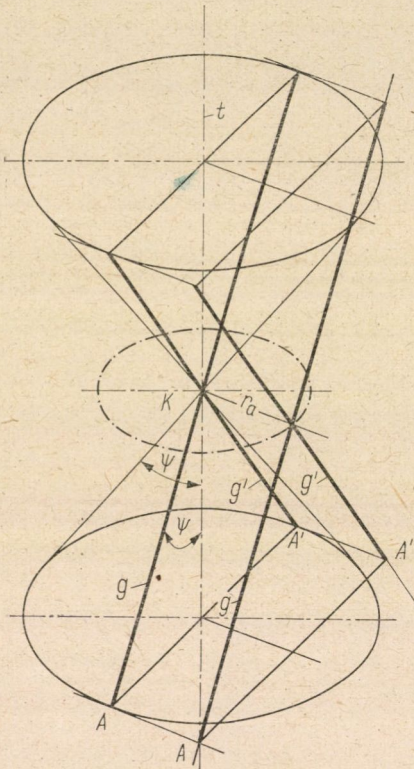
és

$$\tan \Psi_2 = \frac{2 r_a \pi}{H_2},$$

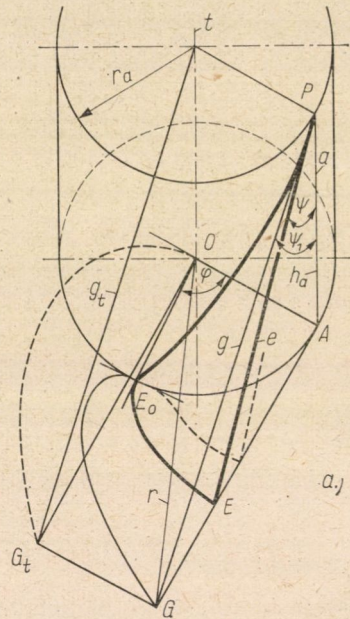
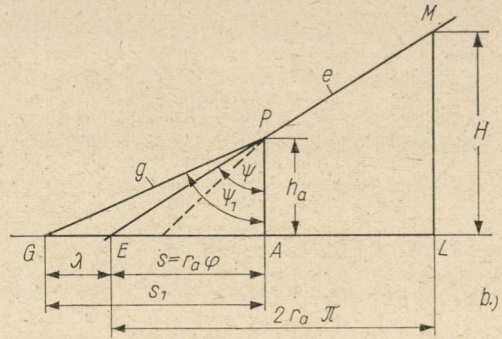
vagyis

$$\tan \Psi_1 : \tan \Psi_2 = H_2 = H_1. \quad (6)$$

Ezért a hengerpalást lefejtésekor az érintő hengeralkotó olyan pontokban metszi a különböző menetemelkedésű csavarvonalat, hogy e pontokhoz tar-



4. ábra. Az egyköpenyű forgási hiperboloid keletkezése



5. ábra. a) a kifejtető és a torz csavarfelületek keletkezése; b) a kifejtető és a torz csavarfelületek alkotója a hengerpalást kifejtett síkján

tozó csavarvonal-érintők a homlokmetszet síkjának ugyanabban az E pontjában futnak össze (3b. ábra). Az r_a sugarú alaphenger végtelen sok kifejtető csavarfelületéhez tehát csak egyetlen, r_a alapkörű körevolvens tartozik. A körevolvensek száma tehát ∞ , és ezek egymáshoz hasonlóak.

Az adott tengelyhez tartozó egyenes alkotókkal bíró csavarfelületek számát még egy másik szemlélettel is ellenőrizzük, mivel ezt a későbbi számítások folyamán amúgy is alkalmazni fogjuk.

A rajzsík t tengelyének K pontjában felvesszük szimmetrikusan a g és g' egyenest, amelyek t -vel a ψ szöveget zárják be (4. ábra). A t tengely körül történő forgatás útján ψ félkúpszögű kúpot nyerünk. Mivel ψ szöveget egyszeresen ∞ érték szerint vehetjük fel, azért a K kúpcsúcsponthoz ∞ számú kúp tartozik.

A rajzsíkra merőlegesen r_a távolságra kiemeljük a g , g' egyenespárt, és a t tengely körül forgatva egyköpenyű forgási hiperboloidot nyerünk. Mivel g és g' egyenesek 2ψ hajlásszöge végtelen sokféleképpen választható, az r_a a torokkörhöz ∞ számú forgási hiperboloid tartozik. Miután a t tengely K pontjára merőleges síkban a r_a torokkörök száma egyszeresen ∞ , a K középponthez összesen ∞^2 számú egyköpenyű forgási hiperboloid tartozik.

Ha a g egyenes t tengely körül történő forgása közben az r_a sugarú alaphenger érintőjeként t irányában egyenletes haladó mozgást is végez, akkor csavarfelület keletkezik, éspedig ψ hajlásszög értéke szerint ∞ számú és a fordulatonkénti H menetmagasság szerint ugyancsak ∞ -féle, vagyis egyetlen r_a sugarú alaphengerhez ∞^2 . Az alaphenger ∞ -féle r_a sugarához tehát összesen ∞^3 az adott t tengelyhez tartozó egyenes alkotókkal rendelkező csavarfelületek száma.

Azt már tudjuk, hogy az alaphengerre írt bármelyik csavarvonal mentén felhasított hengerpalást a lefejtés után az alaphenger érintősíkja, amelyben a felhasítás egyenesként jelentkezik. Ez az egyenes a kifejtés minden mozzanatában érinti a csavarvonalat. Ennek az érintő egyenesnek a homloksíkon való dőféspontja írja le a palást kifejtése közben a nyugvó homloksíkon a kör-evolvenst. Ha úgy képzeljük, hogy ezzel az érintővel párhuzamos összes egyenesek, vagyis a ∞^2 egyenest tartalmazó sugárkéve együtt végzi mozgását, akkor annak az egyenesnek, amely kiinduláskor a homloksíkban metszi a tengelyt, elcsavarodáskor Archimedes-spirálist ír le a dőféspontja, a többi egyenesek dőféspontjai hurkolt és nyújtott evolvenst írnak le.

Lássuk most azt az esetet, hogy milyen nyomot hagynak a homloksíkon azok az egyenesek, amelyek nem a csavarvonal érintőjével, hanem egy olyan egyenessel párhuzamosak, amely az alaphenger érintősíkjában fekszik ugyan, de a csavarvonal érintőjét metszi.

A lefejtés menetét az 5a., a lefejtett hengerpalástot pedig az 5b. ábra szemlélteti. A kiterített palástrész ELM háromszögében

$$EL = 2r_a \pi \text{ az alaphenger kerülete,}$$

$$EM = EL/\sin \psi = 2r_a \pi/\sin \psi \text{ a csavarvonal egy menetének a hossza,}$$

$$LM = H = 2r_a \pi/\tan \psi \text{ a csavarvonal menetmagassága.}$$

Az alapkörnek az az ívhossza, amely a csavarvonal és egyszersmind a kifejtendő csavarfelület e alkotójának P pontjához tartozik.

$$s = \overline{E_0A} = \overline{EA} = r_a \varphi, \quad (7)$$

ahol φ az elfordulási szög egységnyi sugarú körön mért ívhossza.

A csavarvonal P pontjának magassága az a hengeralkotón mérve

$$h_a = PA = \frac{EA}{\tan \Psi} = \frac{s}{\tan \Psi} = \frac{r_a \varphi}{\tan \Psi}. \quad (8)$$

Az alaphengert folyton érintő, és a csavarvonalat folyton ($\psi_1 - \psi$) szög alatt metsző P ponthoz tartozó g egyenes a homloksíkot G pontban dőfi át, és a GAP derékszögű háromszögből, a (8) összefüggés tekintetbe vételével

$$s_1 = GA = h_a \tan \Psi_1 = \frac{r_a \varphi \cdot \tan \Psi_1}{\tan \Psi}. \quad (9)$$

A GA és EA vetületek közötti különbség (9) és (7) szerint (bevezetve a hosszváltozásnak a szilárdságtanban használt jelölését)

$$\lambda = s_1 - s = r_a \varphi \left(\frac{\tan \Psi_1}{\tan \Psi} - 1 \right). \quad (10)$$

Bevezetve az

$$\varepsilon = \frac{\tan \Psi_1}{\tan \Psi} - 1$$

jelölést,

$$\lambda = \varepsilon r_a \varphi = \varepsilon s, \quad (12)$$

amiből kitűnik, hogy λ arányos a lefejtett ívhosszal:

$\psi_1 > \psi$ esetén $\varepsilon > 0$, tehát λ nyúlás,

$\psi_1 < \psi$ esetén $\varepsilon < 0$, tehát λ rövidülés.

A kiindulási helyzet E_0 pontjához tartozó g egyenesnél $\varphi = 0$ értéknél λ is nulla, tehát a csavarvonal különböző pontjaihoz tartozó g alkotók talpponti görbéje ugyanabból az E_0 pontból indul ki, mint az e érintőkhöz tartozó E_0E körevolvens. Lefejtés közben azok az E_0 pontból kiinduló görbék, amelyek a homloksíkon keletkeznek, vagyis a csavarfelületek homlokmetszetei, kétféle kiindulási irányt követnek. A hosszváltozást nem szenvedő alapkörérintőhöz tartozó körevolvens sugárirányban indul, a többi görbék pedig a hosszváltozás folytán induláskor az érintő irányát követik, és hurkolt vagy megnyúlt evolvens keletkezik.

Ezek az összefüggések, valamint az 5a. ábra figyelembevételével nyilvánvaló, hogy az E_0G görbe keletkezése pozitív λ esetében úgy képzelhető, mintha a körre csavart rugalmas fonalat állandó feszültség fenntartása közben fejtenénk le. Negatív λ esetén pedig az előzetesen feszültség alatt felcsévült fonat lefejtés közben a lefejtett ívhosszal arányosan megrövidül. Ebben az

esetben a fonal végpontja által leírt görbe közelebb kerül az alapkörhöz, mint a közönséges evolvens, pozitív λ esetén pedig távolabb.

Az E_0 pontból kiinduló csavarvonallal együtt haladó hengerérintők homloksíkon hagyott nyomgörbéinek poláris egyenletét (9) összefüggés alapján felírhatjuk

$$r = \sqrt{r_a^2 + s_1^2} = \sqrt{r_a^2 + r_a^2 \varphi^2 \frac{\tan \Psi_1}{\tan \Psi}},$$

vagyis

$$r = r_a \sqrt{1 + \varphi^2 \frac{\tan \Psi_1}{\tan \Psi}}. \quad (13)$$

Ha $\psi_1 = \psi$, akkor a homlokmetszetben közönséges körevolvens keletkezik, és a csavarfelület kifejthető.

Ha $\psi_1 \neq \psi$, akkor torz csavarfelülettel van dolgunk és a homlokmetszet $\psi_1 > \psi$ esetén hurkolt, $\psi_1 < \psi$ esetén pedig megnyúlt evolvens. Közös szóval torz evolvenseknek is nevezhetők, mint a torz csavarfelület homlokmetszetei.

A torz evolvensok keletkezését tehát úgy képzelhetjük, mintha az r_a sugarú dobra feszültség alatt cséváltük volna fel a fonalszálat. Ha a dobot erősebben fékezzük, mint amilyen forgatónyomatékot a fonalfeszültség kölcsönöz, akkor a forgó homloklapon az egyenesben haladó lefejtődő fonal végpontja olyan érintőirányban kiinduló torz evolvenst ír le, mely a fonalszál megnyúlásával jár. Ha pedig gyengébben fékezzük, mint a feszültség alatt felcsévált fonalszál okozta nyomaték, akkor a lefejtett fonalhossz megrövidül.

Az 5a. ábrából kitűnik, hogy a g -vel párhuzamos egyenesek sugárkévéjéből kiválasztott az a g egyenes, mely csavarodás közben éppen a t tengelyt metszi, a kiindulási alapkörön az OG_t görbét írja le. Az 5b. ábrából azonban az tűnik ki, hogy a csavarvonal bármely P pontjánál (9) tekintetbevételével

$$OG_t = AG = s_1 = \left(r_a \frac{\tan \Psi_1}{\tan \Psi} \right) \varphi = a\varphi, \quad (14)$$

ahol

$$a = r_a \frac{\tan \Psi_1}{\tan \Psi} = \text{állandó}; \quad (15)$$

a keletkező görbe tehát archimedesi spirális. Az alaphenger g érintőjéhez ψ_1 szög alatt hajló kitérő egyenesek homlokmetszetei pedig *hurkolt*, illetőleg *nyújtott evolvens*ek.

Ha $\psi = 90^\circ$, akkor a homlokmetszet egyenes, a csavarfelület pedig *laposmenet*.

A homlokmetszetre és osztályozásra vonatkozó megállapításainkat az I. táblázatban foglalhatjuk össze.

Az 5. ábrában a torz csavarfelületeket hagyományos módon úgy származtattuk le, hogy a tengelyhez ψ szög alatt hajló H menetmagasságú csavar-

I. táblázat
A homlokmetset és osztályozás

Kifejthetőség szerint	Homlokmetset	Képződmény	Mint gépelem főleg
Síkba fejthető	Körevolvens	Nytított	Ferde fogazatú homlokkerekek
Torz csavarfelületek (nem fejthetők síkba)	Hurkolt evolvens, nyújtott evolvens		Csiga (csigamaró)
	Archimedesi spirális	Zárt	Csiga; éles és trapézmenetű csavar
	Egyenes	Nytított vagy zárt	Laposmenetű csavar

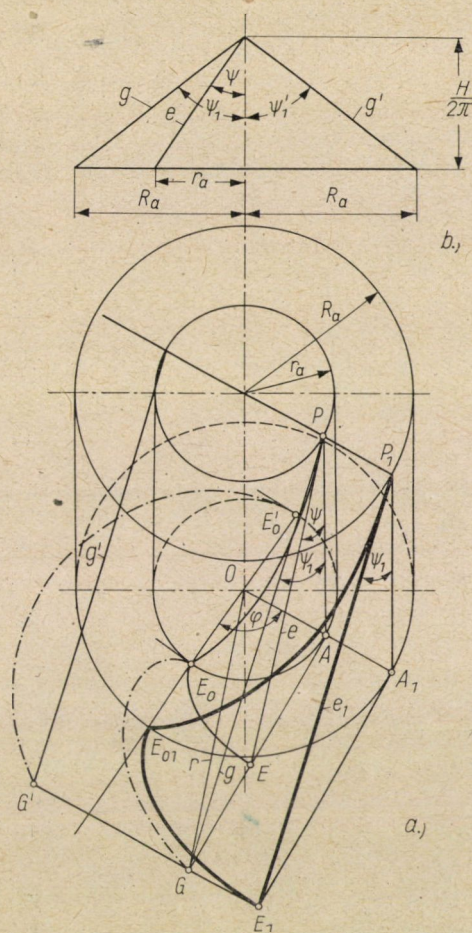
vonalán a henger érintő síkjában a tengelyhez ψ_1 szög alatt hajló g egyenes vándorol végig.

A hazai irodalomban a csigahajtással behatóan foglalkozó SZENICZEI LAJOSTól származik az a felismerés, hogy a H menetmagasság és ψ_1 szög által jellemzett torz csavarfelület a 6a. ábra szerint úgy is leszámaztatható, hogy a $H/2\pi$ magasságú (6b. ábra) iránykúpából kiadódó R_a sugarat tekintjük olyan alaphenger sugarának, amelynek palástját ψ_1 hajlásszögű csavarvonal mentén hasítjuk fel. Az R_a sugarú henger palástjának lefejtésével együtt gördítjük a tetszőleges r_a sugarú hengeren a palásttal mindenkor párhuzamos érintősíkot is. Az együtt gördülő érintősíkon e_1 gördülő érintő merőleges vetülete a torz csavarfelület g alkotója, amely gördülés közben az r_a sugarú kör E_0 pontjából kiinduló hurkolt evolvensét írja le. Ez a hurkolt evolvens az R_a sugarú kör E_{01} pontjából kiinduló körevolvensnek a csatlós evolvense (konvolutája) és annak a torz csavarfelületnek a homlokmetsete, amelyet az újabb szakirodalom konvolut csavarfelületnek nevez.

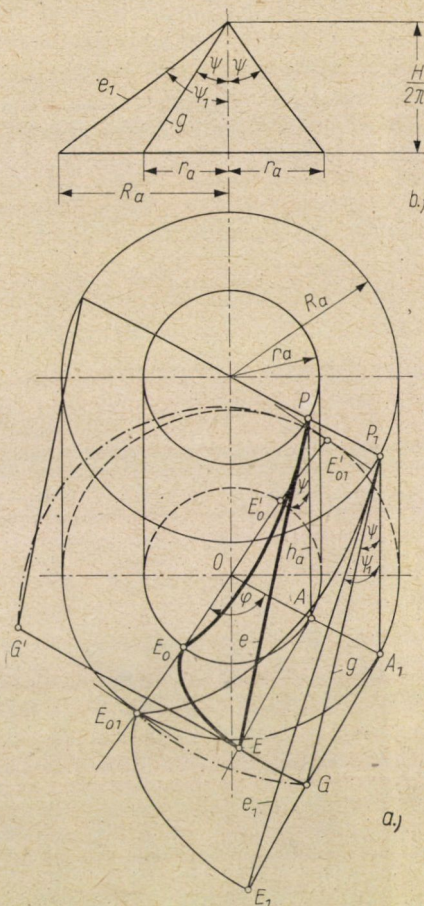
Az $E_0 E_0' = 2r_a$ átmérő E_0' pontjából ugyancsak kiindul egy hurkolt evolvens, amely annak a „konvolut” torz csavarfelületnek a homlokmetsete, amelynek g' alkotója a 6b. ábra szerint szimmetrikus a PA függőlegesre. Az R_a sugarú alapkör H magasságú kifejthető csavarfelületéhez az r_a sugarú alapkörön tehát két konvolut csavarfelület tartozik: Egyiknek az alkotója $(\psi_1 - \psi)$, a másiké pedig $(2\psi_1 - \psi)$ szög alatt hajlik ahhoz az e érintőhöz, amely az r_a sugarú henger ψ hajlású H menetmagasságú kifejthető csavarfelületének az alkotója.

Ha az R_a sugarat és ψ_1 szöget képzeljük adottnak, akkor bármely r_a vezérgör sugarú egyenes-körhengerhez meghatározható ebben az értelemben a két konvolut csavarfelület.

Lehetséges azonban az is, hogy r_a sugarú alaphengeren a ψ hajlásszöghöz tartozó H menetmagasságú kifejthető csavarfelületét vesszük fel adottnak és ehhez keressük valamely $R_a > r_a$ sugarú henger ψ alkotószögű konvolut



6. ábra. a) az R_a sugarú alaphenger H menetmagasságú kifejthető csavarfelületével konvolut csavarfelületek keletkezése tetszőleges $r_a < R_a$ sugarú hengeren; b) a $H/2\pi$ magasságú iránykúp alkotók R_a adott és r_a felvett sugarú hengerekhez



7. ábra. a) az r_a sugarú alaphenger H menetmagasságú kifejthető csavarfelületével konvolut csavarfelületek keletkezése tetszőleges $R_a > r_a$ sugarú hengeren; b) $H/2\pi$ magasságú iránykúpalkotók r_a adott és R_a felvett sugarú hengerekhez

csavarfelületeit. A 7. ábrából kitűnik, hogy most a R_a sugarú hengeren keletkező egyik konvolut (torz) csavarfelület homlokmetszete az E_{01} pontból kiinduló $E_{01}G$ nyújtott evolvens, míg a másik konvolut (torz) csavarfelület homlokmetszete az $E'_{01}G'$ hurkolt evolvens.

Csavarfelületnél a „konvolut” fogalom a mondottak szerint bizonyos koordinációt, nem pedig valami újfajta csavarfelületet jelent. Hasonlítsuk ugyanis össze az 5. ábrán hagyományos módon keletkezett torz csavarfelület E_0G homlokmetszetét a 6. ábrán keletkezett konvolut csavarfelület E_0G homlokmetszetével.

A 6. ábrán jelentkező homlokmetaszet egyenlete poláris-koordinátarendszerben könnyen felírható, ha az ábra jelöléseivel tekintetbe vesszük, hogy bármely G pontra

$$E_1 A_1 P_1 \Delta \cong GAP \Delta.$$

Egybevágóság folytán

$$GA = E_1 A_1 = R_a \varphi,$$

és így $r = OG$ jelölés bevezetésével $OAG \Delta$ -ből

$$r^2 = r_a^2 + (R_a \varphi)^2. \quad (16)$$

Az 5. ábrán keletkezett torz csavarfelület homlokmetaszetének egyenlete pedig $AP = h_a$ jelöléssel

$$r^2 = r_a^2 + AG^2 = r_a^2 + (h_a \tan \psi_1)^2. \quad (17)$$

Azonban bármely csavarfelület hengermetszeteiként keletkező csavarvonalakra felírható — a (3) és (4) összefüggések megmondolása alapján —, hogy

$$h_a = \frac{r_a \varphi}{\tan \Psi} = \frac{R_a \varphi}{\tan \Psi_1},$$

vagyis

$$h_a \tan \psi_1 = R_a \varphi$$

és ezt behelyettesítve (17)-be, pontosan a (16) összefüggést kapjuk.

A csigamarók és csigák megmunkálásával foglalkozó szakkönyvek, midőn archimédészi, evolvens, és konvolut csavarfelületekre osztják a csavarfelületeket, nem említik meg, hogy a konvolut csavarfelületek a síkba ki nem fejthető csavarfelületekkel azonosak.

Egyes könyvek konvolut csavarfelületen csak azt értik, amelynek homlokmetaszete hurkolt evolvens, holott a 7. ábrából kitűnik, hogy egyidejűleg hurkolt és nyújtott evolvens is lehet.

Az egyenes alkotós csavarfelületek közül nem emlékezik meg ez az osztályozás a laposmenetű csavarfelületekről.

Az érthetőséget zavarja az is, hogy egyes magyarázó ábrákon nemcsak a konvolut görbék, hanem a körevolvensek is hegyes szögben metszik a gördülő egyenest.

Annak megállapítására, hogy esztergálásnál mikor keletkezhet kifejtető csavarfelület, felvilágosít az 1. ábra szemlélete és (5) összefüggés. Ebből következik, hogy $\alpha < 90^\circ$ esetén jobb menetnél akkor keletkezhet kifejtető csavarfelület, ha a főél meghosszabbítása a tengely alatt, bal menetnél pedig a tengely felett halad el.

Ha $\alpha > 90^\circ$, akkor jobb menetnél a tengely felett, és bal menetnél a tengely alatt kell a főélnek folytatódnia, hogy kifejtető csavarfelület keletkezzék, feltéve, hogy az (5) képlet számszerűleg is teljesül. Minden más esetben torz csavarfelület jön létre.

Minthogy a konvolut csavarfelületek nem jelentenek újabb fajta felületeket, mondhatjuk, hogy a tér egyetlen tengelye körül az előbbieken kimutatott ∞^3 számú csavarfelület létezik, amelyek közül ∞^2 a kifejthető csavarfelületek száma, és

$$\infty^3 - \infty^2 = \infty^2 (\infty - 1)$$

a torz csavarfelületek száma.

Ha az összes torz csavarfelületektől el akarjuk különíteni az archimédészi csavarfelületeket, akkor meg kell gondolnunk, hogy ennek alkotója ∞ -féle hajlásszögű és minden hajlásszögű alkotó ∞ -féle menetemelkedésű lehet. Az archimédészi csavarfelületek száma tehát ∞^2 , éppen úgy mint a kifejthető csavarfelületek száma, és így a fennmaradó többi torz csavarfelületek száma

$$\infty^3 - 2 \infty^2 = \infty^2 (\infty - 2).$$

III. A csavarfelületek tengelymetszetei és a tengellyel párhuzamos síkmetszetei

1. Zárt csavarfelület

A menetvágó kések, valamint a csigamaró forgácsoló szerszámainak meg szerkesztésénél és még inkább azok szabatos kiszámításánál legtöbbször a csavarfelület tengelymetszetét és a tengellyel párhuzamos metszetét is kell ismernünk.

Két gyakorlati esetet különböztetünk meg:

a) A csavarvonal egyenes alkotója metszi a tengelyt, az ún. zárt csavarfelületnél; vagy

b) kitérő helyzetű, az ún. nyitott csavarfelületnél.

Mindkét esetben ismernünk kell a csavarfelület g alkotójának a t tengelyhez való ψ hajlásszögét és a csavarfelület H menetmagasságát.

A zárt csavarfelület tengelymetszete önmagától adódik, ha arra gondolunk, hogy menetvágáskor a tengely síkjában haladó kés profilja lemásolódik.

Körülményesebb azonban a tengellyel párhuzamos sík metszetének a meghatározása. A tengellyel párhuzamos síkmetszet meghatározásánál az iránykúp síkmetszetéből indulhatunk ki (8. ábra), amely tudvalevőleg hiperbola.

E hiperbola egyes pontjainak koordinátáit legcélszerűbb abban a tengelykeresztben megadnunk, amelynek X tengelye maga az iránykúp-, illetve a csavarfelület tengelye, az Y tengely a kúp S csúcspontján keresztülmenő X tengelyre merőleges, és párhuzamos a metsző síkkal, Z tengely pedig az S csúcspontban a metsző síkra emelt merőleges.

Az (X, Y) síktól tehát az M metsző sík minden egyes pontja $z = SK = = O_1 T_1 = h_1$ távolságra van. A metsző síkot az X tengelyen átmenő minden sík olyan egyenesben metszi, amely párhuzamos az X tengellyel. Az X tenge-

lyen átmenő és az (X, Y) alapsíkhoz φ szög alatt hajló sík a tengellyel párhuzamos metszősíkot olyan l egyenesben metszi, amelynek minden pontjára

$$y = T_1 P' = h_1 / \tan \varphi. \quad (18)$$

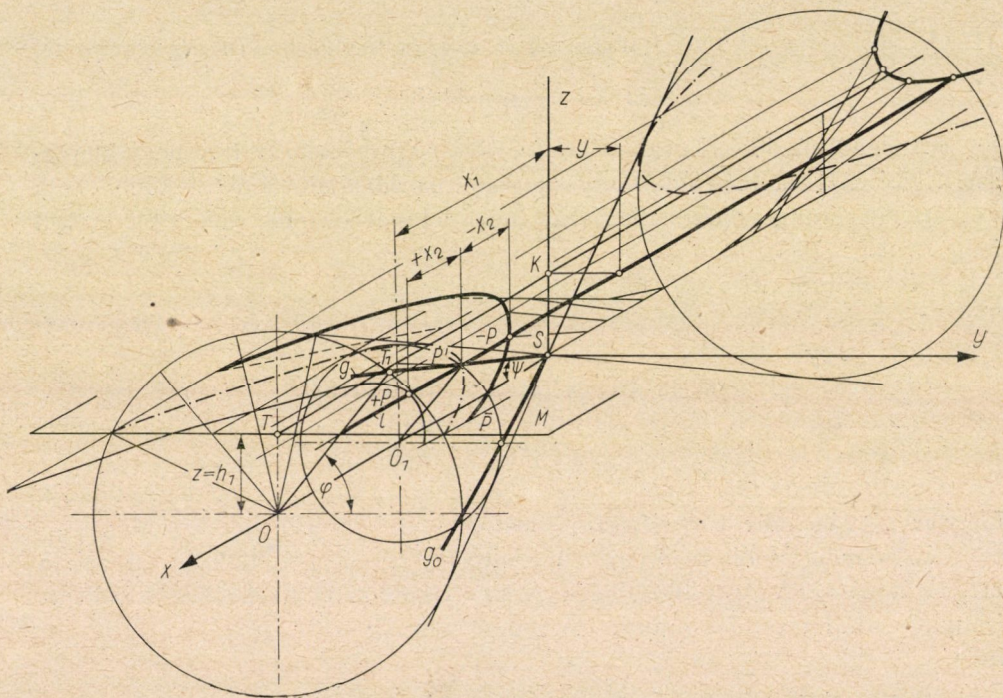
Az l egyenes X tengelytől való távolsága

$$O_1 P' = h_1 / \sin \varphi, \quad (19)$$

Most már az $SO_1 P'$ derékszögű háromszögből a P' hiperbolapont x_1 koordinátája is kiadódik

$$x_1 = SO_1 = \frac{O_1 P'}{\tan \Psi} = \frac{h_1}{\sin \varphi \tan \Psi}. \quad (20)$$

Ha azonban a g egyenes nem az iránykúp, hanem a H menetemelkedésű csavarfelület alkotója, akkor a φ szögelfordulással egyidejűleg az X tengelyen



8. ábra. Zárt csavarfelület párhuzamos metszete

is csúszik, éspedig a φ szögnek megfelelő

$$x_2 = \pm \frac{H\varphi}{360} \quad (21)$$

értékkel tolódik el pozitív vagy negatív irányban aszerint, hogy milyen a menetirány.

A g_0 helyzetű alkotó \bar{P} pontja tehát a csavarfelületen nem P' helyzetbe jut, hanem az l egyenesen is eltolódik x_2 értékkel és így a g alkotó φ elfordulási szögéhez tartozó metszéspont koordinátái a tengelytől h_1 távolságra fekvő síkon (18), (20) és (21) szerint

$$y = \frac{h_1}{\tan \varphi}, \quad (18)$$

$$x = x_1 + x_2 = \frac{h_1}{\sin \varphi \tan \Psi} \pm \frac{H\varphi}{360}, \quad (22)$$

ahol a 8. ábra értelmében jobb menetnél x_2 pozitív, bal menetnél pedig negatív előjellel veendő.

Amikor a csavarfelület g alkotója az X tengelyen való haladás közben 180° -nál nagyobb szöggel fordul el, akkor a párhuzamos síkmetszet a végtelenbe eső pontján keresztülhaladva átcsap a hiperbola másik ágához.

2. Nyitott csavarfelület

Hasonló gondolatmenettel határozhatjuk meg nyitott csavarfelületnél is a párhuzamos metszetet. Most azonban nem az iránykúpból indulunk ki, hanem abból az egyköpenyű forgási hiperboloidból, amelynek torokköre azonos a csavarfelület alaphengerének vezérkörével, alkotói pedig párhuzamosak a csavarfelület alkotóival.

A 9. ábrán az r_a sugarú alaphengert és a hiperboloid iránykúpját látjuk. Az alkotó g_0 kezdeti helyzetében párhuzamos a tengelytől $z = h_1$ távolságra levő M metsző síkkal. A φ szöggel történt elfordulás után a forgási hiperboloid alkotójának érintősíkja a tengellyel párhuzamos l egyenesben metszi az M síkot, a g_h helyzetbe forgatott alkotó dőféspontja pedig l és g_h metszéspontja, P' .

Az alkotó érintősíkjával együtt forgatott iránykúp tengelysíkja a torokkör O középpontjába helyezett (Z, Y) koordinátasíkot OQ egyenesben metszi. Az ábra jelöléseivel P' dőféspont y koordinátája

$$y = KL = KQ - LQ.$$

Az OKQ derékszögű háromszögből

$$KQ = \frac{h_1}{\tan \varphi},$$

és az LBQ derékszögű háromszögből

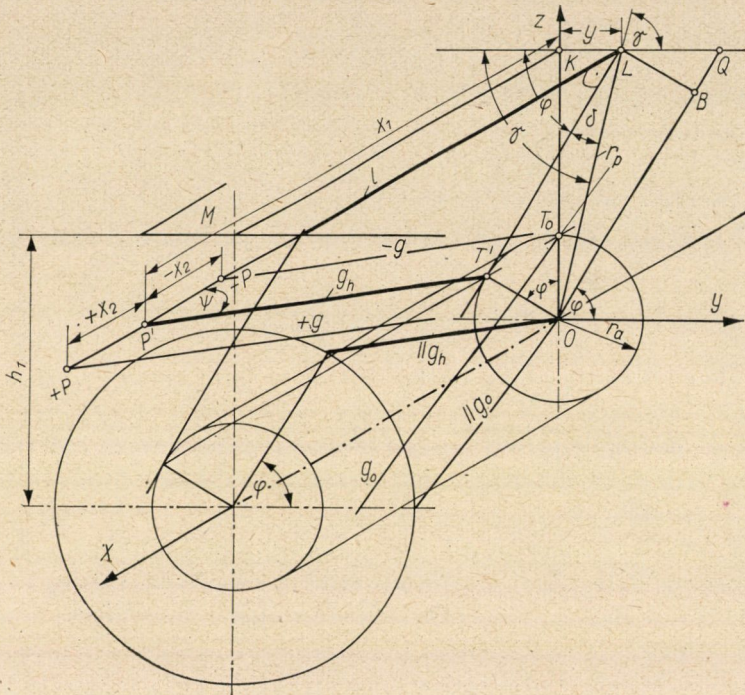
$$LQ = \frac{r_a}{\sin \varphi}.$$

Így

$$y = \frac{h_1}{\tan \varphi} - \frac{r_a}{\sin \varphi} = \frac{h_1 \cos \varphi - r_a}{\sin \varphi}. \quad (23)$$

A P' pontnak a forgási hiperboloid torokkör-síkjától való x_1 távolságát g_h alkotó érintősíkban a $T'LP'$ derékszögű háromszögből határozhatjuk meg. Ugyanis ennek a háromszögnek $P'L$ befogója x_1 , a másik LT' befogója pedig az OKQ és QBL derékszögű háromszögekből határozható meg:

$$T' L = OB = OQ - BQ$$



9. ábra. Nyitott csavarfelület párhuzamos metszete, amikor $r_a < h_1$

és

$$OQ = \frac{OK}{\sin \varphi} = \frac{h_1}{\sin \varphi},$$

$$BQ = \frac{LB}{\tan \varphi} = \frac{r_a}{\tan \varphi}.$$

Ennélfogva a φ szöggel elforgatott alkotó dőféspontjának x_1 koordinátája

$$x_1 = P' L = \frac{LT'}{\tan \Psi} = \frac{h_1/\sin \varphi - r_a/\tan \varphi}{\tan \Psi},$$

vagyis

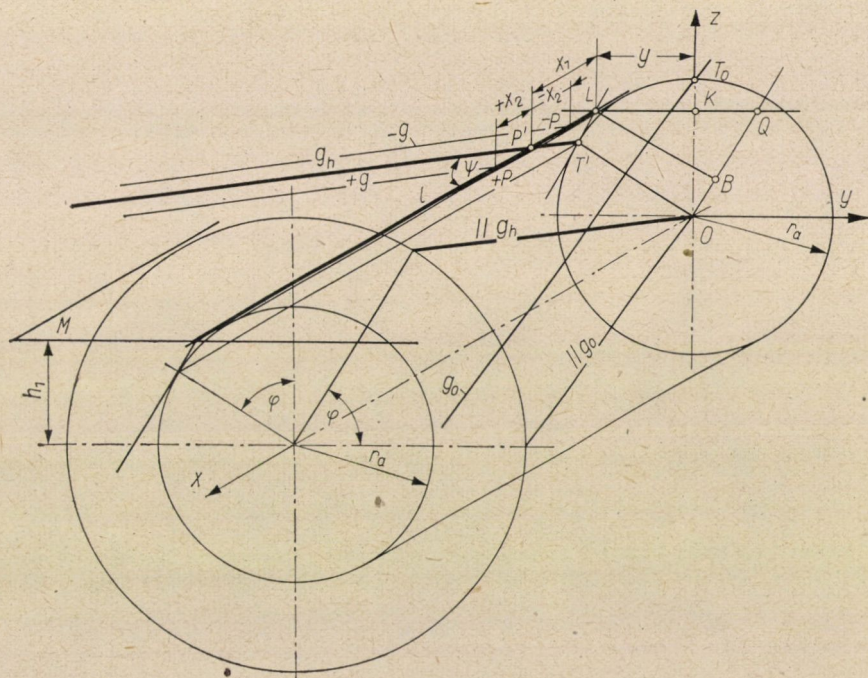
$$x_1 = \frac{h_1 - r_a \cos \varphi}{\sin \varphi \tan \psi}. \quad (24)$$

A csavarfelület g alkotója azonban az elfordulás φ szögének megfelelő

$$x_2 = \pm \frac{H\varphi}{360}.$$

hosszúsággal el is tolódik, és így a csavarfelület g alkotója az M metszősíkot olyan P pontban metszi, amelynek x abszcisszája

$$x = x_1 + x_2 = \frac{h_1 - r_a \cos \varphi}{\sin \varphi \tan \psi} \pm \frac{H\varphi}{360}. \quad (25)$$



10. ábra. Nyitott csavarfelület párhuzamos metszete, amikor $r_a > h_1$

A második tag aszerint veendő + vagy - jellel, hogy jobb vagy bal menetről van-e szó.

Az $r_a = 0$ esetén az x és y rendezők egyenletei a zárt csavarfelület metszéspontjainak (18) és (22) szerint a már levezetett egyenleteit adják meg.

A 10. ábra azt az esetet tünteti fel, amikor a tengellyel párhuzamos sík metszi az alaphengert, vagyis $h_1 < r_a$. Ilyenkor

$$y = KL = LQ - KQ = \frac{r_a}{\sin \varphi} - \frac{h_1}{\tan \varphi},$$

vagyis

$$y = \frac{r_a - h_1 \cos \varphi}{\sin \varphi} \quad (23a)$$

Az x_1 értéke változatlanul marad a (24) szerint.

A nyitott csavarfelület tengelymetszetének egyenletét a φ függvényében a (23a) és (25) egyenletekből $h_1 = 0$ érték tekintetbevételével írhatjuk fel, és így

$$y = \frac{r_a}{\sin \varphi}, \quad (23b)$$

$$x = \frac{-r_a}{\tan \varphi \tan \psi} \pm \frac{H\varphi}{360} \quad (25b)$$

A gyakorlatban a tengellyel párhuzamos metszet meghatározására akkor van szükség, ha a profilkés homloklapjánál a jobb forgácsolási viszonyok kedvéért a γ homlokszöget nem nullának választjuk. Ennélfogva a számításkor azt is kell tudnunk, hogy valamely megadott

$$KLO \sphericalangle = \gamma$$

és

$$OL = r_p$$

értékhez milyen φ szög tartozik.

A 9. ábrából közvetlenül látható, hogy

$$\sin \gamma = \frac{OK}{OL} = \frac{h_1}{r_p} \quad (26)$$

és

$$\sin \delta = \frac{OT'}{OL} = \frac{r_a}{r_p} \quad (27)$$

A δ kiszámítása után a P' -hez tartozó φ szög

$$\varphi = \gamma - \delta. \quad (28)$$

VÉGES MEMBRÁNERŐKKEL NEM EGYENSÚLYOZHATÓ HÉJAK

CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA,
AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1963. március 15-én]

E tanulmány oly héjakkal foglalkozik, melyek egyes különleges pontjaiban az egyensúly csak különleges terhelési esetekben biztosítható véges membránerőkkel. A dolgozat részletesen vizsgálja a véges membránerőkkel való egyensúlyozás lehetősége szempontjából az oldalnyomással szemben nem ellenálló peremívekre támaszkodó héjak sarokpontjait, a translációs héjak peremeit, valamint általában a héjak egyes különleges belső fekvésű pontjait.

1. Bevezetés

Szerző egyik előző dolgozata [1] oldalnyomással szemben nem ellenálló függélyes síkú peremtartókra támaszkodó héjakkal foglalkozott. Az említett dolgozatban szerző olyan képleteket közölt, melyek segítségével a szóban forgó héjak egyes különleges pontjaiban a redukált feszítő erők közvetlenül számíthatók voltak.

Az alábbiak a fenti dolgozathoz kapcsolódva, azt a kérdést tanulmányozzák, mi a feltétele annak, hogy az említett különleges héjpontokban az egyensúlyi állapot véges membránerőkkel legyen biztosítható.

2. Véges membránerőkkel nem egyensúlyozható héjsarkok

Támaszkodjék a vizsgálandó héj függélyes síkú oly peremtartókra, melyek csak saját síkjukba eső erőhatásokkal szemben ellenállók. Legyen a héj alaprajza konvex sokszög.

Válasszuk ki a héjalaprajz egyik oldalát, és tűzzük ki az $O(x, y, z)$ derékszögű koordinátarendszert úgy, hogy a pozitív x tengelyág iránya az említett sokszögoldal külső normálisának irányával egyezzen, a pozitív z tengelyág pedig lefelé irányuljon. Egyúttal állapodjunk meg abban, hogy a kiválasztott sokszögoldalnak pozitív y irányba eső sarokpontját C pontnak, a másik sarokpontját pedig B pontnak nevezzük (1. ábra). A B és C sarokpontokban az alaprajzi sokszög szögei β , illetve γ .

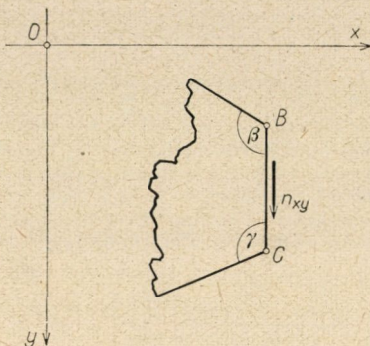
Jellemezzük a héj alakját a középfelület egyenletével

$$z = f(x, y),$$

a héjra ható függélyes megoszló terhelést pedig az alaprajzi vetületi területre vonatkoztatott Z fajlagos teherértékkel:

$$Z = Z(x, y).$$

Jelöljük a héj x, y irányú redukált feszítő erőit n_x, n_{xy}, n_y betűvel, s tekintsük a pozitív külső normálisú területelemekre ható feszítőerőket a pozitív tengelyág felé mutató nyíllal pozitívnak.



1. ábra. A héjalaprajz BC oldala mentén működő n_{xy} redukált feszítőerő

Minthogy feltevésünk szerint a vizsgált héj peremívei oldalirányú erőkkel szemben nem ellenállók, az egyes peremvonalszakaszok mentén az oldalirányú erőnek zérusnak kell lennie. Így oldalirányú erő legfeljebb a héjsarkokban jöhet létre. Ezek a héjsarkokon működő esetleges összpontos erők a héjak sarkaihoz közeledve minden határon túl növekvő belső erőket ébresztenek [2].

Ebből a szempontból külön említést érdemelnek az olyan héjak, melyek peremvonala csupa vízszintes egyenes szakaszból tevődik össze. Ha e héjak peremgerendái oldalirányú erőkkel szemben nem ellenállók, a héjra ható függélyes terhek egyensúlyozása csak a héjsarkokon működő összpontos erőkkel lehetséges. Ezeknek az erőknek a héj sarokponti érintő síkjában kell feküdniök, a peremvonalnak pedig az említett erők vízszintes alkotóira rajzolt sokszögnek kell lennie.

Ha azt akarjuk vizsgálni, hogy mi a feltétele annak, hogy a héj sarokrészei véges membránerőkkel legyenek egyensúlyozhatók, akkor a héj sarokpontjaiban nem szabad összpontos támasztó erőt megengednünk. Ilyenkor a héjalaprajz BC oldalélének B sarokpontjában a redukált feszítő erők az [1] dolgozattól átvett következő képletekkel számíthatók:

$$n_x = 0, \quad (1)$$

$$n_{xy} = - \frac{Z_B}{2 \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot \frac{1}{\tan \beta} \right]}, \quad (2)$$

$$n_y = - \frac{Z_B}{\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \tan \beta} \quad (3)$$

Hasonló képletek érvényesek a BC peremvonalszakasz C sarokpontjára is. Itt a redukált feszítő erők:

$$n_x = 0, \quad (4)$$

$$n_{xy} = - \frac{Z_C}{2 \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot \frac{1}{\tan \gamma} \right]} \quad (5)$$

$$n_y = - \frac{Z_C}{\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \tan \gamma} \quad (6)$$

A fenti képletekben Z_B , illetve Z_C betűvel a Z teherfüggvény B , illetve C pontbani értékét jelöltük.

Szorítkozzunk a következőkben a B és C sarokpontok közül csupán a B sarokpont feszültségi állapotának tanulmányozására. A szerint, hogy itt a teherérték zérustól eltérő-e, avagy zérus értékű, két esetet kell megkülönböztetnünk.

Foglalkozunk először a $Z_B \neq 0$ esettel. Ilyenkor a B sarokpontbeli n_{xy} és n_y feszítő erők csak akkor lehetnek véges értékűek, ha a (2) és (3) képletek nevezőjében levő kifejezés nem tűnik el. Tehát a B pontban véges membránerők létrejöttének feltétele

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot \frac{1}{\tan \beta} \neq 0. \quad (7)$$

Ha ez a feltétel nincs teljesítve, ha tehát a B pontban

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot \frac{1}{\tan \beta} = 0, \quad (8)$$

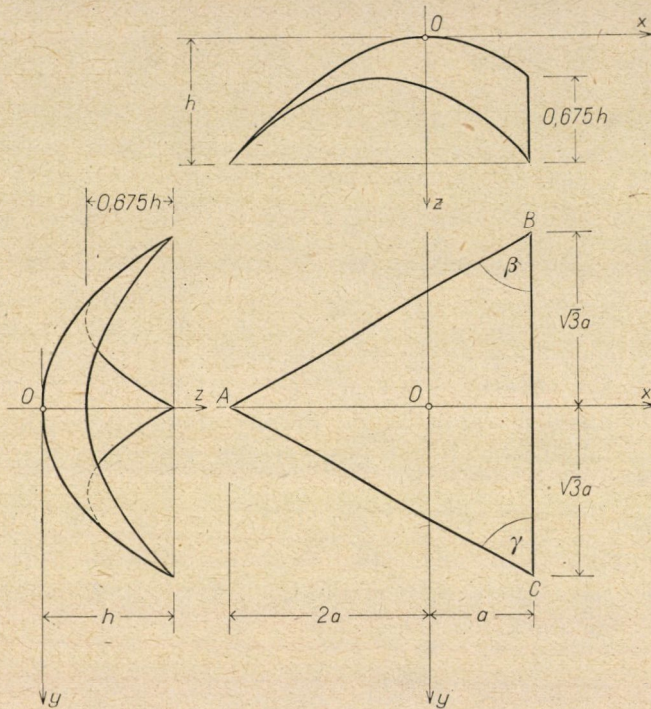
akkor ott

$$n_{xy} = \infty, \quad n_y = \infty.$$

Más a helyzet a $Z_B = 0$ esetben. Most a (8) feltétel teljesedése ellenére is lehetséges még, hogy a B pontbeli feszítő erők véges értékűek. Olyankor ui. midőn $Z_B = 0$, s ugyanakkor teljesül a (8) feltétel is, a (2) és (3) képletek jobboldala $0/0$ alakúvá lesz. Ily esetekben az n_{xy} és n_y feszítő erők értéke attól függ, hogy a (2), illetve (3) képletek jobboldala a sarokpont felé való közeledéskor minő határérték felé tart. (Ez a határérték attól függően, hogy mely irányból közeledünk a sarokpont felé, más és más értékű is lehet.)

Példa: Vegyük szemügyre a 2. ábrán feltüntetett szabályos háromszög alaprajzú süveghejat. A héj középfelületének egyenlete

$$z = f(x, y) = \frac{3h}{10a^2} \left(x^2 + y^2 + \frac{x^3}{12a} - \frac{xy^2}{4a} \right),$$



2. ábra. Szabályos háromszög alaprajzú süveghej

tehát

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{3h}{10a^2} \left(1 - \frac{x}{2a} \right), \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{3h}{10a^2} \left(-\frac{y}{2a} \right). \quad (10)$$

A B sarokpontban, vagyis az $x = a, y = -\sqrt{3}a$ pontban

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{9h}{20a^2},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{3\sqrt{3}h}{20a^2},$$

s ugyanakkor a B pontbeli szög

$$\beta = \frac{\pi}{3}.$$

Így a B sarokpontban

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot \frac{1}{\tan \beta} = \frac{3\sqrt{3}h}{20a^2} - \frac{9h}{20a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,$$

tehát a (8) képlet szerinti különleges eset forog fenn. Ezért a szóban forgó héj B sarokpontja $Z_B \neq 0$ terhelés esetében nem tartható egyensúlyban véges membránerőkkel, s ugyanez vonatkozik az A és C sarokpontokra is.

3. Véges membránerőkkel nem egyensúlyozható héjperemek

E szakasz keretében *transzlációs felület* szerint alakított derékszögű, négyszögalaprajzú héjakkal foglalkozunk. Az $O(x, y, z)$ derékszögű koordináta-rendszer x, y tengelyei a négyszögalaprajz oldaléleire merőlegesek, s azokat felezik. A transzlációs felület vezérgörbéinek síkja az xz , illetve yz koordináta síkokkal párhuzamosak.

Vizsgálataink során azt óhajtottuk megállapítani, lehetséges-e a szóban forgó héjak peremeinek egyensúlyozása véges membránerőkkel.

Transzlációs felületről lévén szó,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0,$$

úgyhogy az egyébként érvényes

$$n_x \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2n_{xy} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + n_y \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -Z$$

egyensúlyi egyenlet esetünkben

$$n_x \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + n_y \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -Z \quad (11)$$

alakban írható, feltéve, hogy n_{xy} véges.

Válasszuk ki az $x = \pm a$ héjperem valamely tetszőleges P pontját, és jelöljük a $Z = Z(x, y)$ teherfüggvény P pontbeli értékét Z_P betűvel. Mint-hogy kikötöttük, hogy a peremgerendák csak saját síkjukban működő erő-hatásokkal szemben ellenállók, a P pontban

$$n_x = 0. \quad (12)$$

Épp azért abban az esetben, ha a P pontban

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \neq \infty,$$

a (11) egyenlet helyett az

$$n_y \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -Z_P \quad (13)$$

egyenletet írhatjuk s ebből n_y értékét kiszámíthatjuk:

$$n_y = -\frac{Z_P}{\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}}. \quad (14)$$

Ha azonban a P pontban

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \infty,$$

a (14) egyenlet nem alkalmazható.

A (14) egyenletből leolvashatóan olyankor, amidőn $Z_P \neq 0$, az n_y feszítő erő csak akkor lehet véges értékű, ha a P pontban

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \neq 0.$$

Ha ellenben $Z_P = 0$, a (14) egyenlet jobboldala $0/0$ alakúvá, tehát határozatlanná válik, miért is n_y értéke véges, vagy végtelen lehet attól függően, hogy a P pont felé közeledve a (14) egyenlet jobboldala minő érték felé tart.

Példa. Legyen a héj középfelületének egyenlete (3. ábra):

$$z = f(x, y) = \frac{h_a}{2a \ln 2} [[a + x] \ln(a + x) + (a - x) \ln(a - x)] + \\ + \frac{h_b}{2b \ln 2} [(b + y) \ln(b + y) + (b - y) \ln(b - y)].$$

Ebben az esetben [3]

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{h_a}{\ln 2} \cdot \frac{1}{(a^2 - x^2)}, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{h_b}{\ln 2} \cdot \frac{1}{(b^2 - y^2)},$$

úgyhogy az $x = \pm a$ peremvonalakon

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \infty,$$

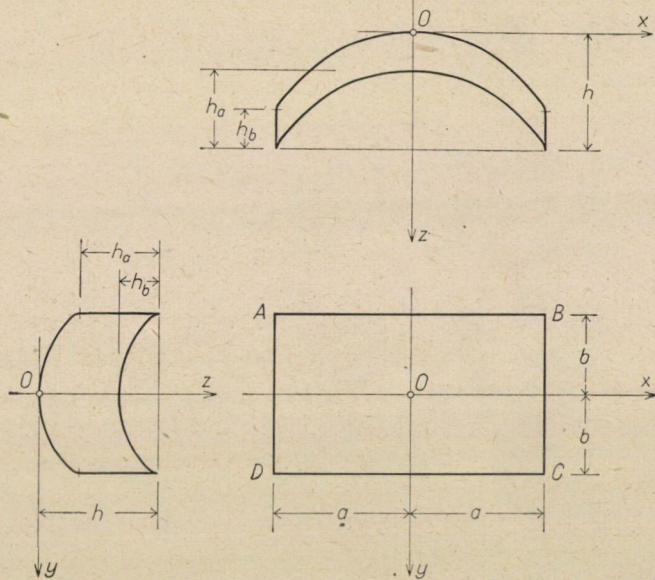
az $y = \pm b$ peremvonalakon pedig

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \infty.$$

Ilyen esetekben az $x = \pm a$ peremvonalak mentén a (14) képlet nem alkalmazható, s nem lehet analóg képletet használni az $y = \pm b$ peremvonalak pontjaiban sem.

Az imént mondottak ellenére a szóban forgó héj véges feszítő erőkkel mégis egyensúlyozható, feltéve, hogy a Z teherfüggvény polinom [3—4]. Ha például

$$Z = Z_0 = \text{konst.},$$



3. ábra. Derékszögű négyszög alaprajzú translációs héj

akkor a héj feszültségfüggvénye

$$F = \frac{Z_0 \ln 2}{2} (a^2 - x^2)(b^2 - y^2).$$

4. Véges membránerőkkel nem egyensúlyozható egyéb héjrészek

A teljesség kedvéért foglalkozni óhajtunk itt az olyan héjakkal is, melyeknek vannak egyes olyan belső pontjai, melyek nem egyensúlyozhatók véges membránerőkkel. Ez az eset következik be, mint ismeretes [5], mindazon pontokban, melyekben $Z \neq 0$, ha ugyanott a héj középfelületét leíró $z = f(x, y)$ függvény mindhárom második parciális deriváltja zérus.

Példa. Legyen a héj középfelületének egyenlete (4. ábra)

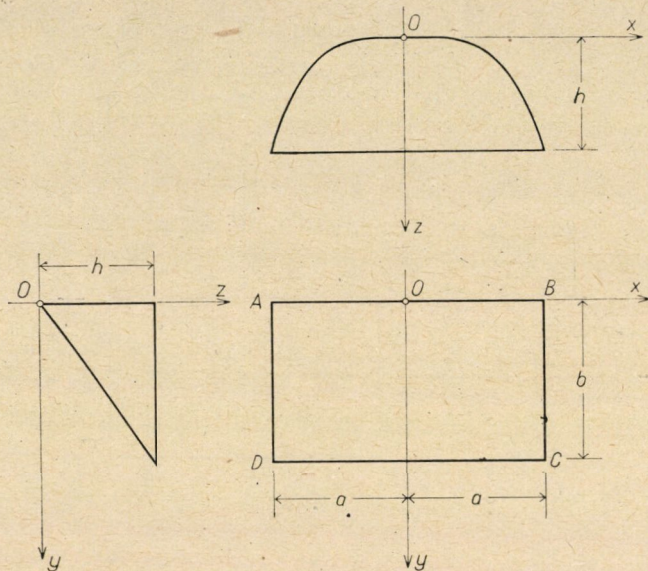
$$z = f(x, y) = \frac{h(b - y)}{b} \cdot \frac{x^4}{a^4}.$$

Ebben az esetben

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{12 h (b - y) x^2}{a^4 b},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -\frac{4 h x^3}{a^4 b},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0,$$



4. ábra. Derékszögű négyszög alaprajzú konoid héj

tehát az $x = 0$ gerinevonal mentén

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0.$$

Olyankor tehát, amidőn a gerinevonal mentén $Z \neq 0$, az e vonalon fekvő pontokban az egyensúlyi állapot nem tartható fenn véges membránerőkkel.

IRODALOM

1. CSONKA, P.: Formulae for Controlling Stress Calculations of Calotte Shells. *Acta Techn. Hung.* **29** (1960), 355–368.
2. PUCHER, A.: Lehrbuch des Stahlbetonbaues. Grundlagen und Anwendungen im Hoch- und Brückenbau. Springer Verlag, Wien 1949, 226.
3. CSONKA, P.: Results on Shells of Translation. *Acta Techn. Hung.* **10** (1955), 59–71.
4. CSONKA, P.: Special Kind of Shells of Translation with Two Vertical Planes of Symmetry, *Acta Techn. Hung.* **11** (1955), 231–240.
5. MENYHÁRD, I.: Héjszerkezetek elmélete II. rész (Theory of Shell Constructions, Part II, in Hungarian). *A Mérnöki Továbbképző Intézet Kiadványai XIX* (1943).

HORIZONTÁLIS PONTELMOZDULÁSOK ISMÉTELT HÁTRAMETSZÉSŰ MEGHATÁROZÁSÁNAK PONTOSSÁGI KÉRDÉSEI

HOVÁNYI LEHEL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA,
A NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM GEODÉZIAI ÉS Bányaméréstani Tanszéke, Miskolc

[Beérkezett 1963. április 10-én]

A bányaműveletek hatására bekövetkezett horizontális pontelmozdulások esetén ént előmetszéssel, vagy hátrametszéssel állapíthatók meg. A tanulmány az ismételt hátrametszésel történő meghatározás pontosságai kérdéseivel foglalkozik. Bevezeti a hibaellipszis nagytengelyével rajzolt hibakör fogalmát. Ezzel gyorsan kezelhető és a gyakorlati pontosságai igényeket kielégítő összefüggéseket ad, túl nem léphető koordináta-hibák esetén a szögmerések pontosságára, ill. ezeket ismerve a pont-koordináta-hibák meghatározására.

A bányaműveletek hatására bekövetkezett horizontális pontelmozdulások mérésből adódó hibáinak megállapításakor, célszerűen a pontosságai követelményekből indulunk ki. Adott mérési körülmények között ennek megfelelően kell megválasztani a mérési módokat, a mérés céljaira szolgáló eszközöket és természetesen az ezekkel betartandó pontosságai értékeket.

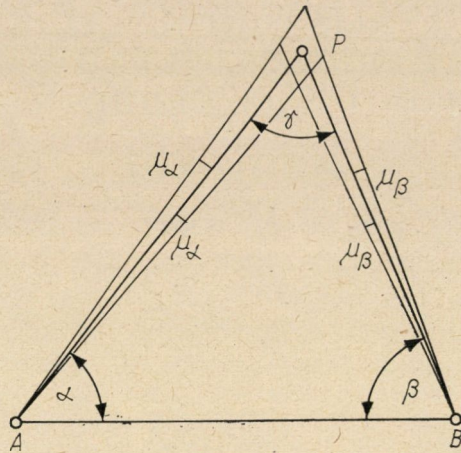
A pontok vízszintes elmozdulásának ismételt megállapítása, vagy a szélső és keresztezési pontok helyzeteinek bemérése, előmetszéssel vagy hátrametszéssel történhet. Célszerűnek látszik tehát az előmetszés és hátrametszés szögméréseinek pontosságára és a megengedett koordináta-hibák meghatározására olyan gyorsan kezelhető közelítő összefüggéseket levezetni, amelyek a gyakorlati igényeket kielégítik.

Az előmetszéssel meghatározott pont e_p túl nem léphető koordináta-középphibája esetén, a meghatározó pontokon mért α és β szög túl nem léphető középphibáinak meghatározására, egyszerű megoldás ismeretes.

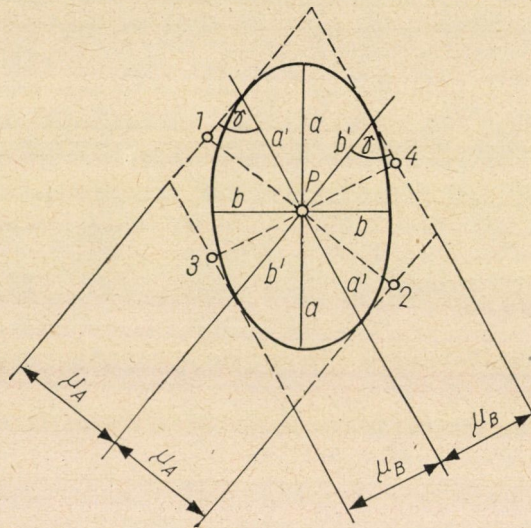
Ha az 1. ábrának megfelelően, az A és B adott pontból, az α és β szöggel a P pontot előmetszettük, akkor a $\pm \mu_\alpha$ és $\pm \mu_\beta$ szöggközépphibák következtében P pontban egy hibanégyszög keletkezik. Tekintve, hogy a mért szögek középphibái csupán másodperces értékek, a P pont körüli négyszög paralelogrammának tekinthető.

A 2. ábrából láthatjuk, hogy a hibaellipszis érintőjére merőleges irányban jelentkező középphiba nagyságát az érintőre merőleges távolság adja. Az ellipszis tulajdonságaiból következik továbbá, hogy az a fél nagytengely a legnagyobb.

Ha tehát pontosságai követelmény gyanánt a hibaellipszis fél nagytengelyét választjuk, akkor ez a követelmény minden más irányban (az a sugárral rajzolt körön belül) kielégül. Az $a = e_p$ túl nem léphető koordináta-közép-



1. ábra



2. ábra

hiba esetén a meghatározó pontokon mért α és β szög túl nem léphető közép-
hibái igen egyszerű összefüggésekkel számíthatók [1, 2]. Ha $\gamma < 90^\circ$:

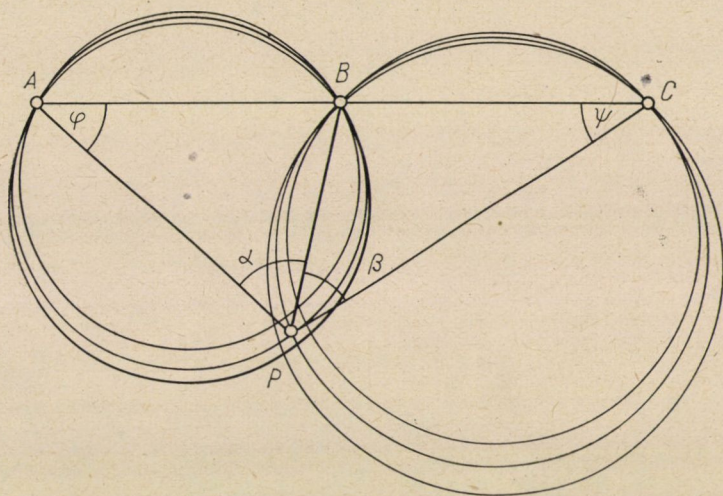
$$\mu''_{\alpha} = \pm \varrho'' \frac{e_p \sqrt{2} \sin \frac{\gamma}{2}}{AP}; \quad \mu''_{\beta} = \pm \varrho'' \frac{e_p \sqrt{2} \sin \frac{\gamma}{2}}{BP}. \quad (1)$$

Ha $\gamma > 90^\circ$:

$$\mu''_{\alpha} = \pm \varrho'' \frac{e_p \sqrt{2} \cos \frac{\gamma}{2}}{AP}; \quad \mu''_{\beta} = \pm \varrho'' \frac{e_p \sqrt{2} \cos \frac{\gamma}{2}}{BP}. \quad (2)$$

A túl nem léphető szögeközéhibákat tehát, az e_P koordináta-közéhibája ismeretében, minden egyes esetben számíthatjuk. Természetesen az e , γ , továbbá az előmetszési hosszak függvényében egyszerű táblázatot, vagy diagramot is szerkeszthetünk.

Célszerűnek látszik ezek után, hogy az α és β szögek túl nem léphető közéhibáit, $\alpha = e_P$ túl nem léphető koordináta-közéhibája esetén, a hátrametszésnél is meghatározzuk.



3. ábra

A hátrametszésnél (3. ábra) a megmért α és β szög $\pm \mu_\alpha$ és $\pm \mu_\beta$ közéhibája azt jelenti, hogy az α szögnek megfelelő, és az A, B adott pontokon átmenő egyik és a β szögnek megfelelő, és B, C pontokon átmenő másik kör egy kissé befelé, ill. kifelé tolódik el. A köríveket a P pont közelében egyenesnek, és az egy-egy szöghöz tartozókat párhuzamosnak vehetjük. A P pont körüli négyszög tehát a hátrametszéshez tartozó paralelogrammának tekinthető. A 4. ábra szerint a körív T_α érintője a P pontban $\alpha + \varphi$ szöget zár be az \overline{AP} oldallal.

Hasonló elgondolások szerint a β -hoz tartozó kör érintője $\beta + \psi$ szöget képez a \overline{CP} oldallal.

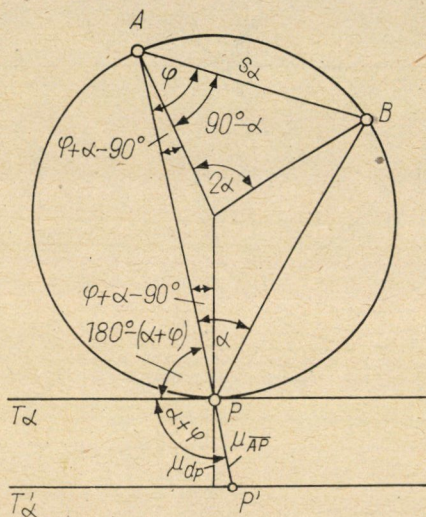
A következőkben határozzuk meg a hátrametszéshez tartozó paralelogramma két konjugált félátmérőjét. Mivel

$$\overline{AP} = \frac{s_\alpha}{\sin \alpha} \sin(\alpha + \varphi), \quad (3)$$

ha az α -nak ívmértékben kifejezett közéhibája $\widehat{\mu}_\alpha$ az \overline{AP} hossz $\pm \mu_{\overline{AP}}$ közép-

hibája [vö. 3; (10)]:

$$\begin{aligned}\mu_{\overline{AP}} &= \pm s_\alpha \left[-\sin(\alpha + \varphi) \cdot \sin^{-2} \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} \cos(\alpha + \varphi) \right] \widehat{\mu}_\alpha = \\ &= \pm \overline{AP} [-\cot \alpha + \cot(\alpha + \varphi)] \widehat{\mu}_\alpha = \pm \overline{AP} \frac{\sin \varphi}{\sin(\alpha + \varphi) \sin \alpha} \widehat{\mu}_\alpha = \\ &= \pm \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{AB} \cdot \sin(\alpha + \varphi)} \widehat{\mu}_\alpha.\end{aligned}$$



4. ábra

Ennek analógiájára:

$$\mu_{\overline{CP}} = \pm \frac{\overline{BP} \cdot \overline{CP}}{\overline{BC} \cdot \sin(\beta + \varphi)} \mu_\beta.$$

Viszont $\pm \mu_{\overline{AP}}$ -nek az érintőre merőleges $\pm \mu_{d_A}$ vetülete a 4. ábra szerint:

$$\mu_{d_A} = \pm \mu_{\overline{AP}} \cdot \sin(\alpha + \varphi) = \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{AB}} \widehat{\mu}_\alpha. \quad (4)$$

Hasonlóképpen kapjuk a μ_{d_C} merőleges vetületet a $\widehat{\mu}_\beta$ által \overline{CP} -ben okozott $\pm \mu_{\overline{CP}}$ hibából. Tehát:

$$\mu_{d_C} = \pm \frac{\overline{BP} \cdot \overline{CP}}{\overline{BC}} \widehat{\mu}_\beta. \quad (5)$$

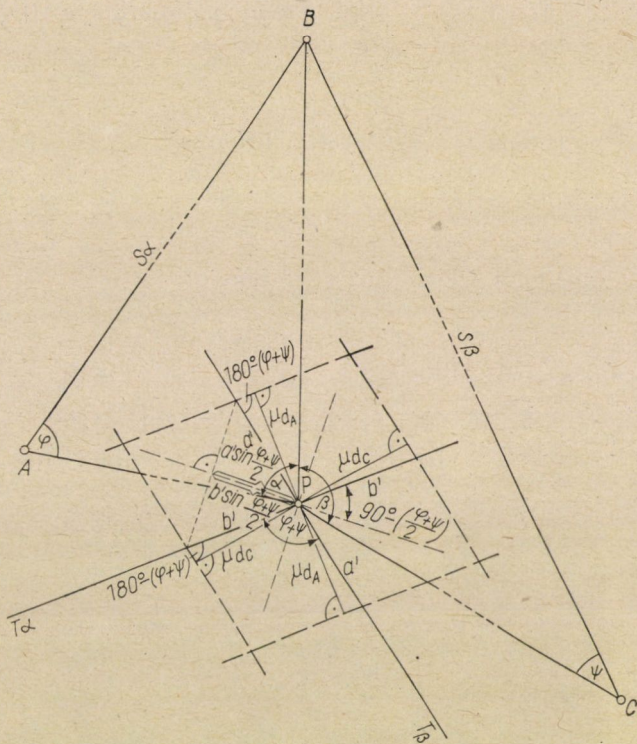
A hátrametszéshez tartozó paralelogramma két konjugált félátmérője tehát az 5. ábra értelmében:

$$\alpha' = \frac{\mu_{d_A}}{\sin(\varphi + \psi)}, \quad \text{és} \quad b' = \frac{\mu_{d_C}}{\sin(\varphi + \psi)}. \quad (6)$$

Az ellipszishez konjugált félátmérőire vonatkozó tételek segítségével felírhatjuk, hogy:

$$a^2 + b^2 = (a')^2 + (b')^2, \tag{7}$$

$$2ab = 2a'b' \sin(\varphi + \psi).$$



5. ábra

A (6) egyenleteket a (7)-be visszahelyettesítve:

$$a^2 + b^2 = \frac{\mu_{dA}^2 + \mu_{dC}^2}{\sin^2(\varphi + \psi)},$$

$$2ab = \frac{2\mu_{dA} \cdot \mu_{dC}}{\sin(\varphi + \psi)}.$$

A két egyenletet összeadva és kivonva, majd négyzetgyököt vonva kapjuk, hogy:

$$\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = a + b = \frac{|\sqrt{\mu_{dA}^2 + \mu_{dC}^2 + 2\mu_{dA}\mu_{dC}\sin(\varphi + \psi)}|}{\sin(\varphi + \psi)}, \tag{8}$$

$$\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = a - b = \frac{|\sqrt{\mu_{dA}^2 + \mu_{dC}^2 - 2\mu_{dA}\mu_{dC}\sin(\varphi + \psi)}|}{\sin(\varphi + \psi)}.$$

A (8) egyenleteket összeadva, a fél nagytengely értékére a következő összefüggés adódik:

$$a = \frac{M}{2 \sin(\varphi + \psi)}$$

ahol

$$M = \frac{|\sqrt{\mu_{d_A}^2 + \mu_{d_C}^2 + 2 \mu_{d_A} \mu_{d_C} \sin(\varphi + \psi)}| + |\sqrt{\mu_{d_A}^2 + \mu_{d_C}^2 - 2 \mu_{d_A} \mu_{d_C} \sin(\varphi + \psi)}|}{2} \quad (9)$$

Megfelelő rendezés, valamint $\cos^2(\varphi + \psi) = 1 - \sin^2(\varphi + \psi)$ helyettesítés után a fél nagytengely négyzetére felírható:

$$a^2 = \frac{\mu_{d_A}^2 + \mu_{d_C}^2 + |\sqrt{\mu_{d_A}^2 + \mu_{d_C}^2 - 2 \mu_{d_A} \mu_{d_C} \sin^2(\varphi + \psi) + 4 \mu_{d_A}^2 \mu_{d_C}^2 \cdot \cos^2(\varphi + \psi)}|}{2 \sin^2(\varphi + \psi)} \quad (10)$$

Ha a két konjugált félátmérőt egyformának vesszük,

$$\mu_{d_A} = \mu_{d_C} = \mu,$$

akkor az a^2 -re felírt előbbi összefüggésünk a következő alakra egyszerűsödik:

$$a^2 = \frac{2 \mu^2 \left\{ \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right\} 2 \mu^2 \cos(\varphi + \psi)}{2 \sin^2(\varphi + \psi)} = \frac{\mu^2 [1 \left\{ \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right\} \cos(\varphi + \psi)]}{\sin^2(\varphi + \psi)} \quad (11)$$

A fentiekből következik, hogyha $\varphi + \psi < 90^\circ$:

$$a = \frac{\mu \sqrt{1 + \cos(\varphi + \psi)}}{\sin(\varphi + \psi)} = \frac{\mu \sqrt{2} \cos \frac{\varphi + \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cos \frac{\varphi + \psi}{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{2} \sin \frac{\varphi + \psi}{2}} \quad (12)$$

Ha pedig $\varphi + \psi > 90^\circ$, akkor

$$a = \frac{\mu \sqrt{1 - \cos(\varphi + \psi)}}{\sin(\varphi + \psi)} = \frac{\mu \sqrt{2} \sin \frac{\varphi + \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cos \frac{\varphi + \psi}{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{2} \cos \frac{\varphi + \psi}{2}} \quad (13)$$

Közbevetőleg megjegyezzük, hogy ugyanezre az eredményre juthatunk, ha TÁRCZY-HORNOCH szerint [3] a két egymással egyenlőnek vett konjugált félátmérő nagytengely irányára merőleges vetületeinek négyzetösszegéből számítjuk a hibaellipszis a fél nagytengelyét.

Ha a két konjugált félátmérő egyforma, $\varphi + \psi < 90^\circ$ -nál a fél nagytengely a $(\varphi/2 + \psi/2)$ szögfelező $\varphi + \psi > 90^\circ$ -nál pedig a $90^\circ - (\varphi/2 + \psi/2)$ szögfelező irányába esik. Az 5. ábra szerint $\varphi + \psi > 90^\circ$, így az a fél nagytengely a $90^\circ - (\varphi/2 + \psi/2)$ szögfelező irányába esik. A két konjugált félátmérő nagytengely irányára merőleges vetületeinek négyzetösszegéből tehát

$$a = \pm \sqrt{(a')^2 \sin^2 \frac{\varphi + \psi}{2} + (b')^2 \sin^2 \frac{\varphi + \psi}{2}} \quad (14)$$

A $\mu_{d_A} = \mu d = \mu$ jelölést bevezetve a (6) összefüggések felhasználásával

$$a = \frac{\sqrt{2} \mu \sin \frac{\varphi + \psi}{2}}{\sin(\varphi + \psi)} = \frac{\mu}{\sqrt{2} \cos \frac{\varphi + \psi}{2}} \quad (15)$$

Látjuk tehát, hogy TÁRCZY-HORNOCH módszere szerint igen egyszerűen, azonnal a (13) összefüggést kapjuk. A $\varphi + \psi < 90^\circ$ esetben a (12) összefüggésére jutnánk.

Első levezetésünk azonban ismertebb tételekre támaszkodik, így annak közlését is szükségesnek látjuk.

Hasonló elven az (1) és (2) összefüggések levezetése is egyszerűsíthető (előmetszés esetén).

Visszatérve (12) és (13) összefüggéseinkre, az $a = e_p$ túl nem léphető koordináta-középhiha mellett, a túl nem léphető $\pm \mu$:

$$\mu = e_p \sqrt{2} \cdot \sin \frac{\varphi + \psi}{2},$$

illetőleg:

$$\mu = e_p \sqrt{2} \cdot \cos \frac{\varphi + \psi}{2} \quad (16)$$

A P ponton mért α és β szög túl nem léphető középhiái viszont (4) és (5) összefüggése értelmében, ha $\varphi + \psi < 90^\circ$:

$$\mu''_\alpha = \pm \frac{\varrho'' e_p \overline{AB} \cdot \sqrt{2}}{AP \cdot BP} \sin \frac{\varphi + \psi}{2}; \quad (17)$$

$$\mu''_\beta = \pm \frac{\varrho'' e_p \overline{BC} \sqrt{2}}{CP \cdot BP} \sin \frac{\varphi + \psi}{2}.$$

Ha $\varphi + \psi > 90^\circ$: akkor

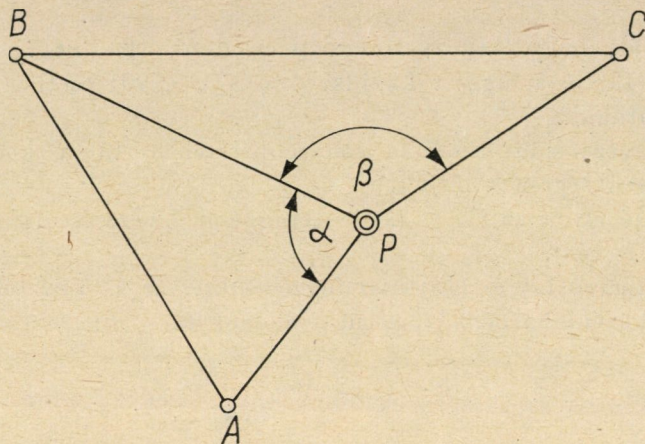
$$\mu''_\alpha = \pm \frac{\varrho'' e_p \overline{AB} \sqrt{2}}{AP \cdot BP} \cos \frac{\varphi + \psi}{2}; \quad (18)$$

$$\mu''_\beta = \pm \frac{\varrho'' e_p \overline{BC} \sqrt{2}}{CP \cdot BP} \cos \frac{\varphi + \psi}{2}.$$

A túl nem léphető szögek középhiákat tehát, a túl nem léphető koordináta-középhiák ismeretében, minden egyes esetben logarléccel számítjuk. Ha az összefüggésekbe az oldalhosszakat km nagyságrendben helyettesítjük be, e_p cm és $\varrho = 2,06$ lesz.

A következőkben nézzünk egy számpéldát (6. ábra). A túl nem léphető koordináta-középhiha $e_p = 1$ cm. Számítási, ill. térképről levett adataink (néhány méter, ill. fok elegendő) a következők:

$$\begin{array}{ll} \overline{AP} = 305 \text{ m} & \alpha = 80^\circ \\ \overline{BP} = 509 \text{ m} & \beta = 120^\circ \\ \overline{CP} = 401 \text{ m} & \varphi = 66^\circ \\ \overline{AB} = 549 \text{ m} & \psi = 34^\circ \\ \overline{BC} = 795 \text{ m} & \end{array}$$



6. ábra

A (17) összefüggések szerint:

$$\mu''_{\alpha} = \frac{\varrho'' e_p \overline{AP} \cdot \sqrt{2}}{\overline{AP} \overline{BP}} \cos \frac{\varphi + \psi}{2} = \frac{2,06 \cdot 1 \cdot 0,549 \cdot 1,41}{0,305 \cdot 0,509} 0,643 = \pm 6,6'',$$

$$-\mu''_{\beta} = \frac{\varrho'' e_p \overline{BC} \cdot \sqrt{2}}{\overline{CP} \overline{BP}} \cos \frac{\varphi + \psi}{2} = \frac{2,06 \cdot 1 \cdot 0,795 \cdot 1,41}{0,401 \cdot 0,509} 0,643 = \pm 7,2''.$$

Ha tehát a P pontot $e_p = \pm 1$ cm túl nem léphető koordináta-középphibával akarjuk meghatározni, akkor a P ponton az α és β szög mérését addig kell ismételni, amíg az $\mu_{\alpha} = 6,6''$ és $\mu''_{\beta} = 7,2''$ szögmérés középhibákon belül nem maradunk.

Ha a szögmérés középhibákat ismerjük, (17) és (18) összefüggésből az e_p értékei meghatározhatók. A két-két érték közül természetesen mindig a nagyobbikat választjuk.

Rövid tanulmányunkban, a hátrametszés esetén, túl nem léphető koordinátahibánál a szögmérések pontosságára, ill. ezeket ismerve a túl nem léphető pontkoordinátahibák meghatározására kívántunk gyorsan kezelhető, a gyakorlati pontossági igényeket kielégítő összefüggéseket adni.

IRODALOM

1. KONRÁD, Ö.: Irányelvek a bányaműveletekkel kapcsolatos közetmozgások bányamérési eljárással történő megfigyelésére. *Bányászati Lapok*, 12 (1959).
2. TÁRCZY-HORNOCH, A.: A középphibá-ellipszis kiszámításáról egyszerű előmetszésnél. *VI. Oszl. Közl.* XXIV (1959).
3. TÁRCZY-HORNOCH, A.: A középphibá-ellipszis talpponti görbéjének egyszerű megszerkesztése. *Geodézia és Kartográfia*, 1960.

DIESEL-MOTORGÖRBÉK MATEMATIKÁJA

BALOGH ARTÚR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1962. május 6-án]

Belsőégésű motorok kísérleti eredményeit koordinátarendszerbe foglalt, illetve rajzolt görbékkel rögzítik. Bár e görbék egyenletei explicit alakban ez idő szerint még nem ismeretesek, mégis a matematika eredményeinek felhasználásával e görbékre néhány jellemző tulajdonságot állapíthatunk meg. Ez alkalommal a Diesel-motor kísérleti görbéire alkalmazzuk a matematikai ismereteket azzal a céllal, hogy más kísérleti területeken további tételek felhasználásával szélesebb körű következtetéseket lehessen a görbék jellemző tulajdonságaira levezetni. Olyan kezdeményezésről van szó, amely lényegénél fogva fontos fejlődés előtt áll.

I. Bevezetés

A belsőégésű motorok vizsgálatánál, stacioner állapotot feltételezve, a kísérleti eredményeket vagy közvetlenül értékesítjük, vagy pedig a mért adatokat felhasználva a motorra jellemző adatokat számítunk ki.

Ezeket az eredményeket koordinátarendszerben ábrázoljuk, amelynél az abszcissza vagy az effektív teljesítmény N_e vagy a percnkénti fordulatszám n , az ordináta pedig valamelyik mért vagy számított adat. Megjegyzendő, hogy ilyen motorikus kísérleteket, amelyeknél a méréshez fékező berendezést használnak, különböző, de állandó fordulatszámnál végzik el. Ezek az ún. *egynyalábos görbék*, mert két kísérleti adat változását tüntetik fel.

Az ekként felrajzolt görbék egyes pontjaihoz harmadik érték is tartozik, amelyeket a görbéken kijelölünk és az egyenlő értékeket folytonos görbével kötjük össze. Ezek a *kétnyalábos görbék*.

A szóban forgó görbék egyenlete ez idő szerint explicit alakban még nem ismeretes, mégis a matematika ismereteit felhasználva bizonyos törvényszerűségeket lehet megállapítani, természetesen felhasználva néhány gyakorlati eredményt.

A következőkben csak az állandó fordulatszámnál felvett, a Diesel-motorok esetére vonatkozó, egynyalábos görbékkel foglalkozunk.

A matematikai ismereteket felvett kísérleti görbéken fogjuk alkalmazni. Ezáltal mélyebben betekintheünk a folyamatokba és további módszerek felhasználásával újabb eredményekhez juthatunk. Ez alkalommal a Diesel-motor görbéivel fogunk foglalkozni, de a módszer más belsőégésű motorokra is alkalmazható, sőt arra az esetre is, ha az abszcissza az állandó fordulatszám.

Tárgyalásunk folyamán a görbék érintőinek nagy szerep jut, noha ezeket megszerkeszteni nem lehet, mert a görbék explicit alakját még nem ismerjük és így meg kell elégednünk azzal, hogy az érintők megszerkesztésére egymáshoz igen közel fekvő kísérleti pontokat használunk fel.

A kísérleti eredményeket összefoglaló ábrákon — figyelembe véve az elkerülhetetlen kísérleti hibákat — gyakran kiegészítéseket, ill. korrekciókat kell elvégezni. Az ilyen műveleteket megbízhatóbban, tehát pontosabban végezhetjük el, ha a szóban forgó görbék matematikai tulajdonságait ismerjük.

A görbék jelölésére nézzük a következőkben állapotunk meg: Előre írjuk az ordinátára, majd ezt követően az abszcisszára felrakott értéket. Így pl. $g_e N_e$ -vel olyan görbét jelölünk, amelynél a g_e az ordinátára, az N_e pedig az abszcisszára kerül.

II. A teljesítményekkel kifejezett mechanikai hatások képletének vizsgálata

A mechanikai hatások képlete:

$$\eta_m = \frac{N_e}{N_i} = \frac{N_e}{N_e + N_s}, \quad (1)$$

ahol N_e az effektív, N_i az indikált, N_s pedig a súrlódási teljesítmény lóerőben és η_m a mechanikai hatások.

Vezessük be az $\eta_m = y$ és $N_e = x$ jelölést, akkor az (1) képletet a következő alakban írhatjuk fel:

$$y x - x + y N_s = 0. \quad (2)$$

Ez másodfokú görbe — ha N_s állandó — hiperbola. Az egyenletben hiányoznak a négyzetes tagok, tehát a hiperbola egyenlő oldalú. A geometria ismert szabálya szerint kiszámíthatjuk az idevágó koordinátarendszer kezdőpontjának koordinátáit, amelyek a következők:

$$x = -N_s \text{ és } y = 1.$$

Ez egyúttal a két aszimptota egyenlete is, amelyek tehát egymásra merőlegesek és összeesnek a koordinátarendszer tengelyeivel. Ezek alapján a hiperbola az ismert eljárással meg is szerkeszthető, amint az az 1. ábrán látható.

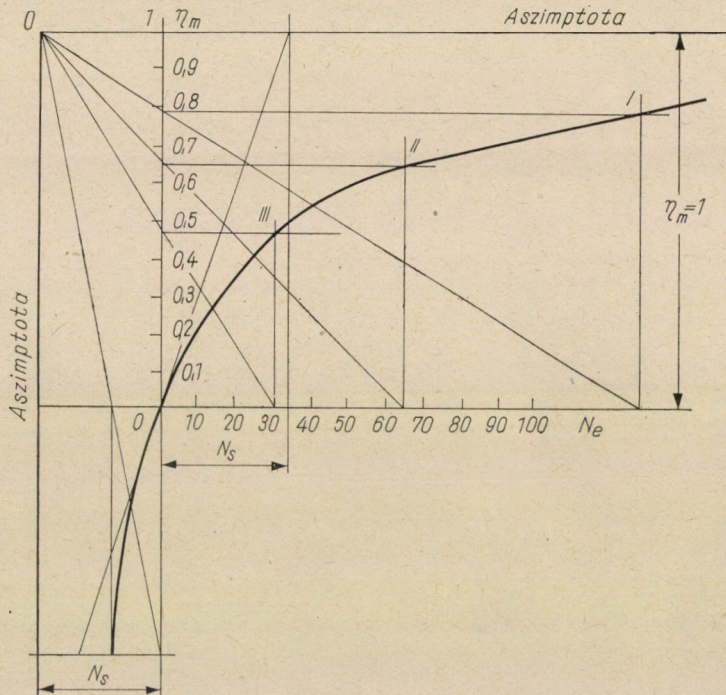
A hiperbola érintőjének hajlásszöge:

$$\tan \beta = \frac{dy}{dx} = \frac{N_s}{(N_e + N_s)^2} = \frac{1}{N_i} (1 - \eta_m). \quad (3)$$

A koordináta-rendszer kezdőpontjában, ahol $N_e = 0$, az érintő tangense:

$$\tan \beta_0 = \frac{1}{N_s}$$

Ezt az érintőt az ábrába be is rajzoltuk. Ugyanezen az ábrán bemutatjuk $N_e = 100$ lóerő esetére a görbe szerkesztését is. A görbe közeledik az aszimptotájához, tehát a felvett állandó N_s mellett nincs szélső értéke, ami nem



1. ábra

felel meg a gyakorlati eredménynek, mert az $\eta_m N_a$ görbének maximuma van, amely — helyesen választott méretek esetén — legtöbbször a motor normális terhelésénél jelentkezik.

Jó közelítést akként érhetünk el, hogy a görbét megszerkesztjük a súrlódási teljesítménynek megfelelően, amely példánkban 30 lóerő és megszerkesztünk hasonló eljárással egy másik görbét, a teljes terhelésnél jelentkező súrlódási teljesítménynek megfelelően, amely példánkban 40 lóerő lehet. E két görbe között fekszik a tényleges hatásfok görbéje, amelyet jó közelítéssel becslés alapján rajzolhatunk be.

Differenciáljuk a (2) alatti egyenletet arra az esetre, ha N_s nem állandó és akkor a következő kifejezést kapjuk:

$$\frac{d\eta_m}{dN_e} = \frac{N_s}{N_i^2} - N_e \frac{dN_s/dN_e}{N_i^2} = \frac{1}{N_i} - \frac{\eta_m}{N_i} \frac{dN_i}{dN_e}.$$

Kis átalakítással:

$$\frac{d\eta_m/dN_e}{\eta_m} + \frac{dN_i/dN_e}{N_i} = \frac{1}{N_e}. \quad (3a)$$

Tehát a két görbe szubtangenseiből képzett reciprok értéke összege $1/N_e$.

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor az $\eta_m N_e$ görbének van szélső értéke, tehát

$$d\eta_m/dN_e = 0,$$

úgy a (3a)-ból következik, hogy

$$dN_i/dN_e = N_i/N_e.$$

Ha tehát az $N_i N_e$ görbéhez a koordinátarendszer kezdőpontjából érintőt húzunk, akkor az kijelöli azt az ordinátát, amelynél az $\eta_m N_e$ görbének szélső értéke van.

Ha az $N_i N_e$ görbének volna szélső értéke, akkor (3a)-ban

$$dN_i/dN_e = 0,$$

és így

$$\frac{\eta_m}{d\eta_m/dN_e} = N_e.$$

Ez annyit jelentene, hogy az $\eta_m N_e$ görbéhez húzott érintő szubtangensének N_e -vel kellene egyenlőnek lenni, ami lehetetlen. Tehát az $N_i N_e$ görbének nem lehet szélső értéke.

A (3a) alatti egyenletet a következő alakban is írhatjuk:

$$\frac{d\eta_m}{dN_e} = \frac{N_s}{N_i^2} \left(1 - \frac{N_e}{N_s} \cdot \frac{dN_s}{dN_e} \right).$$

Ha az $\eta_m N_e$ görbének szélső értéke van, akkor e helyen

$$\frac{dN_s}{dN_e} = \frac{N_s}{N_e}.$$

Tehát a szélső értéket az az ordináta jelöli ki, amelynél a koordinátarendszer kezdőpontjából húzott egyenes az $N_s N_e$ görbét érinti.

III. A tüzelőanyagfogyasztásokkal kifejezett mechanikai hatások képletének vizsgálata

A mechanikai hatásoknak azt az alakját írjuk fel, amelyben a tüzelőanyagfogyasztások szerepelnek, tehát

$$\eta_m = \frac{g_i}{g_e}, \quad (4)$$

ahol g_i az indikált, g_e pedig az effektív lóerőnkénti és óránkénti tüzelőanyagfogyasztás tetszőleges, de mindkettőnél azonos egységben.

Számítsuk ki a (4) alatti képlet első differenciálhányadosát és rendezzük a következőképpen:

$$\frac{dg_i/dN_e}{g_i} = \frac{dg_e/dN_e}{g_e} + \frac{d\eta_m/dN_e}{\eta_m}. \quad (5)$$

(5) azt mutatja, hogy az $\eta_m N_e$ és $g_e N_e$ görbékhez tartozó szubtangensek reciprok értékeinek összege egyenlő a $g_i N_e$ görbe szubtangensének reciprok értékével, természetesen ugyanazon a helyen.

Megjegyezni kívánjuk, hogy mint a kísérleti eredmények mutatják, az $\eta_m N_e$ görbének van szélső értéke és pedig maximuma. Hasonlóan a $g_e N_e$ -nek is van szélső értéke és pedig minimuma. Ha e két szélső érték egy ordinátába esnék, akkor a $g_i N_e$ szélső értékének is ebbe az ordinátába kellene esnie, ami viszont a gyakorlati eredményeknek nem felel meg.

Íme egy érdekes megállapítás, amelyre a görbék matematikájából következtethetünk: a három görbének szélső értéke nem eshet egy ordinátába.

Ha tehát a három görbének szélső értékei nem eshetnek egy ordinátába, úgy vizsgáljuk meg a lehetőségeket a következőképpen:

1. Legyen $dg_e/dN_e = 0$, tehát a $g_e N_e$ görbének van szélső értéke. Az (5)-ből következik, hogy erre az ordinátára vonatkozóan

$$-\frac{g_i}{dg_i/dN_e} = \frac{\eta_m}{d\eta_m/dN_e},$$

ami annyit jelent, hogy annál az ordinátánál, ahol a $g_e N_e$ görbének szélső értéke van, a másik két görbe szubtangense egyenlő. A 2. ábrán az A pontban van a $g_e N_e$ görbe szélső értéke és az A', ill. A'' ponthoz szerkesztett szubtangensek egyenlők.

2. Legyen

$$dg_i/dN_e = 0,$$

tehát a $g_i N_e$ görbének van szélső értéke. Az (5)-ből következik, hogy

$$\frac{g_e}{dg_e/dN_e} = -\frac{\eta_m}{d\eta_m/dN_e}.$$

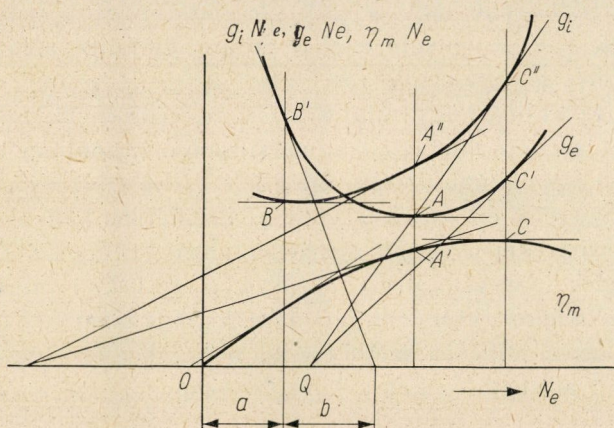
Ha tehát e szélső értéknek megfelelő ordinátán a $g_e N_e$ és $\eta_m N_e$ görbékhez megszerkesztjük a szubtangenseket, úgy azok egyenlők, de ellenkező irányúak. A 2. ábra B pontjában van a $g_i N_e$ görbének szélső értéke és ugyanezen a helyen a B' , ill. B'' pontban megszerkesztett szubtangensek is egyenlők, de ellenkező előjelűek ($a = b$).

3. Legyen

$$d\eta_m/dN_e = 0,$$

tehát az $\eta_m N_e$ görbének van szélső értéke. Az (5)-ből következik, hogy

$$\frac{g_i}{dg_i/dN_e} = \frac{g_e}{dg_e/dN_e}.$$



2. ábra

Ha tehát a szélső értéknek megfelelő ordinátán megszerkesztjük a $g_i N_e$ és $g_e N_e$ görbék szubtangenseit, akkor azok egyenlők. A 2. ábra C pontjában van az $\eta_m N_e$ görbének szélső értéke és a C' , ill. C'' pontokhoz megszerkesztett szubtangensek egyenlők, tehát az abszcissa tengely ugyanazon pontjában találkoznak.

Összesítsük a 2. ábrán az eddig elért eredményeket és a szélső értékek sorrendje a következő:

$$g_i N_e, g_e N_e, \eta_m N_e.$$

Azonban e feltételek teljesítve vannak akkor is, ha a sorrend a következő:

$$\eta_m N_e, g_e N_e, g_i N_e,$$

amelyet 3. ábrában tüntettünk fel. A két sorrend közül csak a gyakorlati eredmények dönthetnek.

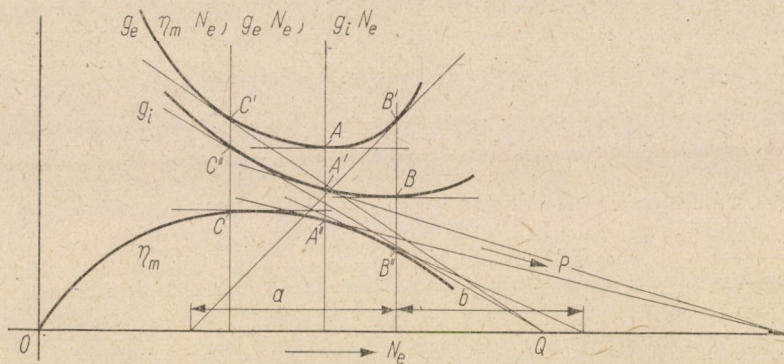
IV. A tüzelőanyagfogyasztással kapcsolatos képlet vizsgálata

A tüzelőanyagfogyasztással kapcsolatos képlet a következő:

$$G = g_e \cdot N_e, \quad (8)$$

ahol G az óránkénti tüzelőanyagfogyasztás kg-ban. A (8) első differenciálhányadosa:

$$\frac{dG}{dN_e} = N_e \frac{dg_e}{dN_e} + g_e. \quad (9)$$



3. ábra

Végig osztva G -vel és a (8) figyelembevételével

$$\frac{dG/dN_e}{G} = \frac{dg_e/dN_e}{g_e} + \frac{1}{N_e}, \quad (10)$$

vagyis

$$\frac{1}{G_{\text{szubt.}}} = \frac{1}{g_{e, \text{szubt.}}} + \frac{1}{N_e}.$$

A (8) második differenciálhányadosa:

$$\frac{d^2 G}{dN_e^2} = N_e \frac{d^2 g_e}{dN_e^2} + 2 \frac{dg_e}{dN_e}. \quad (11)$$

A $G N_e$ görbének a gyakorlati eredmények szerint nincs szélső értéke [az angolok Willans-görbének nevezik] és lefolyása konvex, tehát

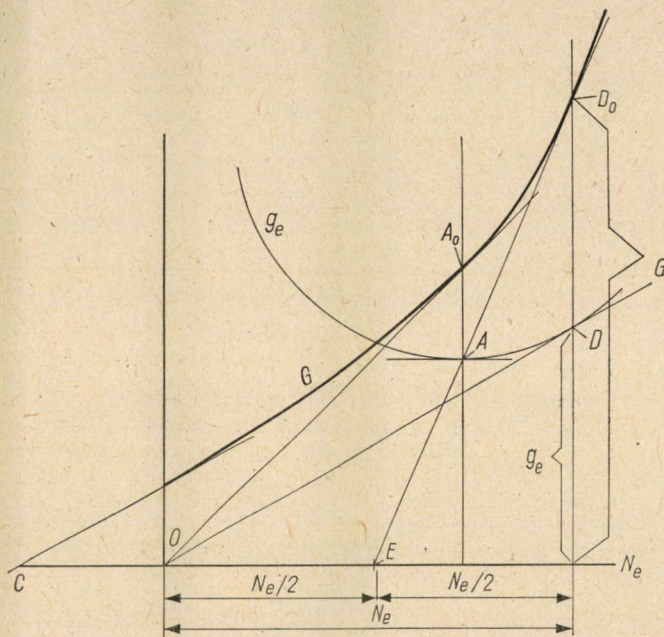
$$d^2 G/dN_e^2 > 0.$$

Ha tehát a $g_e N_e$ görbének van szélső értéke és így $dg_e/dN_e = 0$, akkor, mint az (11)-ből következik az $g_e N_e$ görbe is konvex, minthogy inflexiós pont nincs és így a második derivált nem zérus.

A $g_e N_e$ szélső értéke helyén:

$$\frac{dG}{dN_e} = g_e = \left[\frac{G}{N_e} \right]_{\text{a szélső érték helyén}}$$

Ha tehát a koordináta-rendszer kezdőpontjából érintőt húzunk a GN_e görbéhez (4. ábra, A_0), úgy az kijelöli azt az ordinátát, amelyen a $g_e N_e$ görbe szélső értéke (az A pont) fekszik.



4. ábra

Ha a koordináta-rendszer kezdőpontjából a $g_e N_e$ görbéhez érintőt húzunk (D pont), akkor e helyen

$$\frac{dg_e}{dN_e} = \left[\frac{g_e}{N_e} \right]_{\text{a } D \text{ pont helyén}}$$

Behelyettesítve (9)-be, e helyen

$$\frac{dG}{dN_e} = 2g_e = \frac{G}{N_e/2}$$

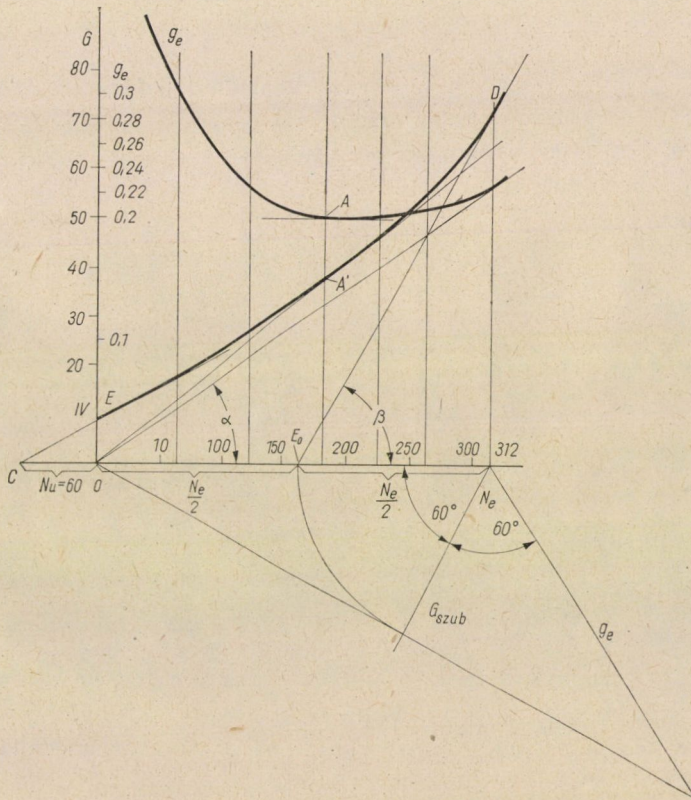
Ha tehát a D pont által kijelölt ordinátát meghosszabbítjuk, amíg a GN_e görbét metszi (D_0 pont), és ha e pontot összekötjük $N_e/2$ -nek megfelelő E ponttal, akkor a GN_e görbe D_0 pontjához tartozó érintőt kapjuk.

Szám példa. Egy 3000 percenkénti fordulatszámú, tehát gyorsjárátú, Diesel-motor tüzelőanyagfogyasztási adatait az I. táblázatba foglaltuk.

I. táblázat

3000/perc fordulatszámú Diesel-motor tüzelőanyagfogyasztási adatai

G, kg	N_e , lóerő	g_e , kg
8,17	0	—
18,00	60,84	0,298
27,20	121,64	0,224
36,30	182,46	0,200
45,40	223,08	0,204
54,40	262,64	0,208

5. ábra. Itt D helyett D_0 olvasandó

Az adatokat az 5. ábrába rajzoltuk be a következő léptékekben: $u_G = 2$ mm, $u_g = 500$ mm, $u_N = 1/2$ mm. Az 5. ábrában a GN_e görbéhez az O pontból érintőt húzunk. Az A érintési pont kijelöli azt az ordinátát, ahol a $g_e N_e$ görbének minimális értéke van. Az GN_e görbéhez az E pontban húzott érintő az abszcisszán kijelöli a súrlódási teljesítményt, amely az esetünkben $N_u = 60$ lóerő.

A koordináta-rendszer kezdőpontjából érintőt húzunk a $g_e N_e$ görbéhez (D pont). A megfelelő ordináta a GN_e görbét a D_0 pontban metszi. Megkeressük az abszcisszán az ordinátához tartozó N_e érték felező pontját, amelyet az ábrában E_0 -vel jelöltünk. Az $E_0 D_0$ egyenes érinti az GN_e görbét a D_0 pontban.

A D_0 pontnak megfelelően a következő adatokat olvassuk le az ábráról:

$$G = 72 \text{ kg}, \quad g_e = 0,222 \text{ kg}.$$

A hajlásszögeket bejelöltük az ábrába $dG/dN_e = \tan \beta = 1,75$ és

$$dg_e/dN = \tan \alpha = 0,7.$$

Ezekkel az adatokkal $G/(dG/dN_e) = 41$ — és a léptéket figyelembe véve — $41 \cdot 2 = 82$ mm. $g_e/(dg_e/dN_e) = 0,317$ és a léptéket figyelembe véve: $0,317 \cdot 500 = 158,5$ mm. A D_0 ponthoz $N_e = 312$ lóerő tartozik és ennek léptékben $312/2 = 156$ mm felel meg. Ezeknek az eredményeknek a felhasználásával

$$\frac{dG/dN_e}{G} = \frac{dg_e/dN_e}{a} + \frac{1}{N_e} = \frac{1}{82} = \frac{1}{158,5} + \frac{1}{156}.$$

Tehát elhanyagolható eltéréssel az eredmények egyeznek.

V. A $G = g_i N_i$ képlet vizsgálata

A $G = g_i \cdot N_i$ képletet vizsgáljuk (ha $N_i = N_e + N_s$) és írjuk fel az első differenciálhányadost:

$$\frac{dG}{dN_i} = N_i \frac{dg_i}{dN_e} + g_i.$$

G -vel végig osztva

$$\frac{dG/dN_e}{G} = \frac{dg_i/dN_e}{g_i} + \frac{1}{N_i},$$

vagy

$$\frac{1}{G_{\text{szubt.}}} = \frac{1}{g_i \text{ szubt.}} + \frac{1}{N_i}.$$

A második differenciálhányados:

$$\frac{d^2 G}{dN_e^2} = N_i \frac{d^2 g_i}{dN_e^2} + 2 \frac{dg_i}{dN_e}.$$

Ha a $g_i N_e$ görbének van szélső értéke, akkor e helyen $d^2 G/dN_e^2$ és $d^2 g_i/dN_e^2$ egyenlő előjelűek, és mert a $G N_e$ görbe konvex, a $g_i N_e$ görbe is konvex. Mint-hogy továbbá a görbéknek inflexiós pontjuk nincs, e megállapítás érvényes az egész görbére.

Összefoglalva tehát kimondhatjuk, hogy mind a $G N_e$, mind a $g_e N_e$ és a $g_i N_e$ görbék konvexek.

DR. KAZINCZY GÁBOR
1889—1964



KAZINCZY Gábor, a modern törélmélet megalapítója — Kazinczy Ferenc író dédunokája — 1889. január 19-én Szegeden született. Műegyetemi tanulmányait Budapesten végezte, hol 1911-ben mérnöki oklevelet szerzett. Mint kezdő mérnök a székesfőváros szolgálatába lépett. Itt legfontosabb feladata a budapesti építkezésekkel kapcsolatos statikai számítások ellenőrzése volt. 1931-ben a budapesti műegyetemen műszaki doktori címet, majd 1939-ben magántanári képesítést szerzett. 75 éves korában, 1964. május 26-án, Svédországban, Motalában hunyt el.

Tudományos munkássága a tartószerkezetek elméletének számos területén alapvető jelentőségű. Első tudományos dolgozata, mely 23 éves korában, 1912-ben látott napvilágot, a rugalmas ágyazású, többtámaszú tartók számításával foglalkozott. Eljárása a feladatnak fokozatos közelítését adta. A keresett megoldást az egyes közbenső számítási lépésekben nyert eredmények határértékeként állította elő.

Még ugyanebben az évben egy hivatalos próbaterhelés kiértékelése során arra a nevezetes megállapításra jutott, hogy a befogott hengerelt acéltartó teherbírása az ún. folyási határ elérésével nem merül ki. Ezt az érdekes megállapítását a *Betonszemle* 1914. évi 4., 5. és 6. számában ismertette, s egyben e jelenség magyarázatát is megadta. Szerinte a tartó azon keresztmetszeteiben, melyekben a terhelés hatására folyási állapot áll elő, ún. *képlékeny csukló* alakul ki. Mindaddig, amíg a tartó fokozatosan előálló csuklók révén nem változik át csuklós rúdlánccá, a teherbíróképesség nem merül ki, tehát a tartó tovább terhelhető. Dr. KAZINCZY-nak ez a megállapítása,

s ezen általa észlelt jelenségre adott magyarázata egy azóta hatalmasan kifejlődött új tudományágnak, a *töréselméletnek* (Traglastverfahren, Limit Design) lett a megalapítója. Kezdeményező szerepét, főként N. J. J. HOFF idevágó közleménye nyomán (An Evaluation of Plastic Analysis as Applied to Structural Design. *The Welding Journal Research Supplement*, January 1954) külföldön is általánosan elismerik és méltatják.

Dr. KAZINCZY a kezdetben csupán befogott tartókra kidolgozott elméletét később statikailag határozatlan egyéb szerkezetekre is általánosította. Idevágó kutatási eredményeit a nemzetközi nyilvánosság előtt először 1929-ben a bécsi kongresszuson ismertette, ahol MAIER—LEIBNITZ stuttgarti professzor többtámaszú tartókkal végzett kísérleteiről számolt be, melyek a rugalmasságtan alapján várható eredményektől eltérő eredményekre vezettek. Ettől kezdve, de főleg az 1930. évi liegei kongresszustól fogva, melyen a töréselmélettel kapcsolatban dr. KAZINCZYRA kedvezően záródó vita alakult ki, a szakkörök egyre intenzívebben kezdtek a statikai szempontból határozatlan tartók törő terhelésének megállapításával foglalkozni, mégpedig a dr. KAZINCZY-féle elvek alapján.

Igen nevezetes dr. KAZINCZYNAK az a merőben új megállapítása is, hogy a töréselmélet nemcsak acél, hanem vasbeton tartókra is alkalmazható. Idevágó kísérleti eredményeit először 1931-ben a párizsi kongresszuson, majd 1933-ban a *Beton u. Eisen* hasábjain ismertette. Szinte csodálatos, hogy a vasbetonnak, mint anyagnak plasztikus viselkedése mind ez ideig a szakkörök előtt homályban maradt, annak ellenére, hogy vasbetonszerkezetekkel a világ minden részén számosan beható kísérleteket végeztek.

Dr. KAZINCZY a változó terhelésű többtámaszú tartók teherbíróképességének megállapítása terén is úttörő munkásságot fejtett ki. Vizsgálatai eredményeit a *Technika* 1931. évfolyamában tette közzé.

Beható kísérleteket végzett annak eldöntésére is, hogy alkalmazható-e a töréselmélet szegecselt és rácsos acéltartók számítására. Erre vonatkozó vizsgálatairól a *Der Bauingenieur* 1938. évfolyamában számolt be.

Rendkívül jelentősek dr. KAZINCZYNAK a szerkezetek biztonságára, s általában a biztonság értelmezésére vonatkozó megállapításai is. A biztonság kérdésével már az első világháború éveiben foglalkozott, de megállapításait első ízben csak az 1929. évi bécsi kongresszuson fejtette ki. Ezt a kérdést több dolgozatában többek közt a „Tartószerkezetek biztonsága” címen tartott magántanári előadásában ismertette részletesen. Előadásainak anyaga könyv alakban is megjelent. Ugyanezzel a kérdéssel foglalkozott az 1952. évi Cambridge—London-i kongresszuson tartott előadása is.

Dr. KAZINCZY számos dolgozata közt külön is meg kell említeni a körhengerhéj-számítására kidolgozott, a *Betong* című svéd lapban közölt tanulmányát, mely LUNDGRENnel egy időben tárgyalta a kördongahéj viselkedését annak feltételezésével, hogy a beton semmiféle húzóerőt sem képes felvenni.

Utolsó dolgozata 1959-ben jelent meg a *Die Bautechnik* című folyóirat hasábjain. Ebben a ferde hajlításra igénybevett vasbetonkeresztmetszetek számítására ad aránylag egyszerű eljárást.

Dr. KAZINCZY Gábor egyike volt azon magyar mérnököknek, akik számos területen merőben újszerű megállapításokkal gazdagították a mérnöki tudományt. Munkásságának eredményességét leleményességén kívül főként az a szerencsés körülmény biztosította, hogy hivatali beosztásából kifolyóan számos alkalommal nyílt lehetősége a teherhordó szerkezetek szilárdságtani viselkedését különféle próbaterhelések során alaposan megfigyelni. E kísérletekből leszűrt tanulságok biztosították az általa választott új utak ellenére megállapításainak realitását és maradandó értékét. Munkásságára tisztelettel tekintünk vissza, s eredményeit mindenkor büszkén könyveljük magunkénak.

Dr. Kazinczy Gábor irodalmi munkássága

1. A hengerelt I-tartók felfekvő hosszúsága. *Építőipar-Építőművészet*, 36 (1912), 329–330.
2. A Pohl-féle födém. *Építőipar-Építőművészet*, 37 (1913), 568.
3. A felhőkarcoló tűzveszélyessége. *Építőipar-Építőművészet*, 37 (1913), 16–17.
4. A salakbeton. *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 103–104.
5. A vasbeton kísérletek. *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 115.
6. A teherhordó épület szerkezete. *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 163–165.
7. Egy vasbeton födém leszakadása. *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 210.
8. Mi a vasbeton? *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 211.
9. Schubwiderstand und Verbund in Eisenbetonbalken. *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 221.
10. Egy vasúti híd leszakadása. *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 219–220.
11. Svájc legnagyobb vasbetonhídja. *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 311.
12. A legolcsóbb vasgerendás födém. *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 312.
13. A vas rozsdásodása a falban. *Építőipar-Építőművészet* 37 (1913), 363–364.
14. Többtámaszú tartók méretezése, rugalmasan süllyedő alátámasztásokkal. *A Magyar Mérnök és Építész Közleményei* 47 (1913), 322–328.
15. A gőznyomás hatása a betonra. *Építőipar-Építőművészet* 38 (1914), 18.
16. A vas és beton rugalmassági tényezőjének viszonyozása. *Építőipar-Építőművészet* 38 (1914), 101.
17. Falazatok szilárdsága. *Építőipar-Építőművészet* 38 (1914), 130–132, 140–142.
18. Falazatokban levő kémények. *Építőipar-Építőművészet* 38 (1914), 156.
19. Vasbeton mennyezet tűzállósága. *Építőipar-Építőművészet* 38 (1914), 189.
20. Szélesövű vastartók. *Építőipar-Építőművészet* 38 (1914), 201.
21. Vízzerőmű az assuani gátnál. *Építőipar-Építőművészet* 38 (1914), 201.
22. Vasbeton építés. *Építőipar-Építőművészet* 38 (1914), 218.
23. „Reform” vasbetonpalló. *Építőipar-Építőművészet* 38 (1914), 274.
24. Kísérletek befalazott tartókkal. *Betonszemle* 2 (1914), 68–71., 83–87., 101–104.
25. A vasbetetes betonszerkezetek. *Műszaki Naptár* (1914), 188–190.
26. A vasbeton hidak. *Műszaki Naptár* (1914), 310–315.
27. A betonkocka szilárdsága. *Építőipar-Építőművészet* 39 (1915), 14–15.
28. A Putiloff-művek. *Építőipar-Építőművészet* 39 (1915), 34.
29. Hideg-melegokozta kiterjedések. *Építőipar-Építőművészet* 39 (1915), 34.
30. A hengerelt vastartók méretezése. *Építőipar-Építőművészet* 39 (1915), 92.
31. A cement meghatározása lekötött betonban. *Építőipar-Építőművészet* 39 (1915), 290.,
32. Röntgen fényképezés és a vasbeton építés. *Építőipar-Építőművészet* 40 (1916), 22. 90.
33. A német új vasbetonszabályzat. *Építőipar-Építőművészet* 40 (1916), 190–191, 197–198, 210–211, 215–216, 220–221, 234.
34. Az építkezés olcsóbbá tétele és a lakáshérek. *Építőipar-Építőművészet* 41 (1917), 33.

35. Az építkezések fellendítése. *Építőipar-Építőművészet* 41 (1917), 56—57.
36. Az építkezések olcsóbbá tétele. *Építőipar-Építőművészet* 41 (1917), 62—63.
37. A téglafalazat anyagainak mely tulajdonságai mértékadóak a falazat szilárdságára. *Anyagvizsgálók Közlönye* 4 (1917), 115.
38. Kísérletek vasbeton medence sarkokkal. A *Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 51 (1917), 78—83.
39. Néhány adat a téglaméret kérdéséhez. *Építőipar-Építőművészet* 42 (1918), 131, 139, 147, 155—156, 163.
40. A biztonság fokáról. *Építőipar-Építőművészet* 44 (1921), 78—79, 86—87.
41. Logaritmikusszámológépek használata, könyv és papírlogarlec. Bp. 1921. Németh Könyvkiadó, 43 lap.
42. Még egyszer a téglaméretről. *Építőipar-Építőművészet* 45 (1922), 3—4.
43. Jelentés a Székesfőváros polgármesteréhez: a lakáskérdés Németországban 1922. év első feléig (könyvomat), 92 oldal.
44. Javaslatok az építkezés biztosabbá tételére és a balesetek elkerülésére. *Vállalkozók Lapja* 49 (1928), 21—28.
45. Jobbat olcsóbban. *Építőipari Szemle* 1 (1928), 259—260, 291—293.
46. Hozzászólás Gehler előadásához: Internationale Tagung für Brückenbau und Hochbau Wien. Schlussbericht 1928.
47. Bemessung von statisch unbestimmten Konstruktionen unter Berücksichtigung der bleibenden Formänderungen. Előadás az 1930. évben Lüttichben tartott kongresszuson.
48. A végeiken részlegesen befogott kéttámaszú födém tartók méretszámítása. *Vállalkozók Lapja* 1931. évi melléklete. *Építőipari Szemle* 5 (1931), 7—8.
49. A végeiken befalazott, hengerelt, kéttámaszú vasfödémgerendák méretezése a maradó alakváltozások figyelembevételével. Doktori értekezés 1931. M. kir. József Műegyetem, 51 old.
50. Statisch unbestimmte Tragwerke unter Berücksichtigung der Plastizität. *Der Stahlbau* 4 (1931), 58.
51. Hozzászólás Spindel előadásához. A finomsági modulusról, az Anyagvizsgálók Nemzetközi Szövetségének 1931-ben, Zürichben tartott kongresszusán, II. kötet, 476.
52. Hozzászólás Gehler előadásához: A vasbeton képlékenységről az Anyagvizsgálók Nemzetközi Szövetségének 1931-ben, Zürichben tartott kongresszusán, I. kötet, 1169 old.
53. A nedvesség káros hatása a betonra. *Építőipar-Építőművészet* 55 (1931), 159—160.
54. Die Weiterentwicklung der Plastizitätslehre. *Technika* 12 (1931), 168—172.
55. Betonba ágyazott vastartós födémekről. *Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau*, Párisi Kongresszus. 1932. Schlussbericht, 564.
56. Statikai értelemben határozatlan szerkezetek méretezése a maradó alakváltozások figyelembevételével. *Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 66 (1932), 41—45, 57—61. Hollán-díjjal kitüntetett dolgozat.
57. Profilträger, kombiniert mit Beton oder Eisenbeton auf Biegung beansprucht. *Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau*, Kongress London 1932, Schlussbericht, 564.
58. Jelentés a bauxitcementtel végzett kísérletek eredményeiről és az építkezéseknél tett megfigyelésekről (könyvomat) Budapest 1932, 34 oldal.
59. Vasbeton koszorúgerendába befalazott vastartók méretezésre szolgáló képletek. M. kir. József műegyetem 1932, 7 oldal.
60. Beszámoló az Anyagvizsgálók Nemzetközi Szövetségének 1931-ben, Zürichben tartott kongresszusáról. *Anyagvizsgálók Közlönye* 11 (1933), 141—159.
61. Die Plastizität des Eisenbetons. *Beton und Eisen* 32 (1933), 74—80.
62. Die Bemessung unvollkommen eingespannter Stahl „I“-Deckenträger unter Berücksichtigung der plastischen Formänderungen. *Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau*, „Abhandlungen“ 2 (1933—34), 249—256.
63. Laboratóriumi próbák soklyukú téglákkal. *Építőipari Szemle* 7 (1934), 2—11.
64. Über die neuen ungarischen Vorschriften für geschweisste Stahlochbauten (mint társzerző, Dr. Csonka és Dr. Zorkóczyval) *Der Stahlbau* 7 (1934), 8.
65. A „Citadur” védjegyű bauxitcement gyakorlati alkalmazásának feltételei. *Vállalkozók Lapja* 55 (1934), 6.
66. Bebetonozott vastartók. *Vállalkozás, Építkezés* 1935. évi melléklete: *Építőgyakorlat* 1 (1935), 27.
67. Az építményekre ható szélterhelés. Schoemaker és Wouters alapján. *Magyar Mérnök- és Építész Egylet Közlönye* 69 (1935), 333—338.
68. Kritische Betrachtungen zur Plastizitätstheorie. *Internationale Vereinigung für Brückenbau u. Hochbau* Berlin 1936, Schlussbericht 56—69.
69. The Modular Ratio. *Concrete and Constructional Engineering* 42 (1937), 489.

70. A biztonság fokának értelmezése és pontos meghatározása épületszerkezetekben. *Technika* 18 (1937), 98–100.
71. A vasbeton tartó méretezésének alapvető kérdései. *Anyagvizsgálók Közlönye* 16 (1938), 55–96.
72. Teherbírásszámítás. Möller K. *Építési Zsebkönyv* 2. kiadás I. köt. (1938), 293–305.
73. Versuche mit innerlich statisch unbestimmten Fachwerken. *Der Bauingenieur* 19 (1938), 236–245.
74. Négyzet- és körkeresztmetszetű vasak folyási határának meghatározása az építkezés helyszínén. Budapest 1939. Budapesti Építőmesterek Ipartestületének Évkönyve, 11 oldal.
75. Kísérletek „Szigma” csavartvassal szerelt vasbetongerendákkal. Budapesti Építőmesterek Ipartestületének kiadványa 1939. 15. p. Közlekedési Nyomda.
76. Test on Beams Reinforced with High-Tensile and Mild Steel. *Concrete and Constructional Engineering* 45 (1940), 223.
77. A lakóházak légoltalma. Mérnöki Továbbképző Intézet. 1941. 3. köt. 16. füzet, 27. oldal.
78. Determining the Yield of Steel Bars on the Site. *Concrete and Constructional Engineering* 46 (1941), 123.
79. Az anyagok képlékenységének jelentősége a tartószerkezetek teherbírása szempontjából. Mérnöki Továbbképző Kiadványa (1942), III. köt. 13. füz. 107. (1944), XIX. köt. 49. füz. 44.
80. Die Berechnung der Faltwerke nach dem Traglastverfahren *Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau*. Kongress 1948, Lüttich, Schlussbericht 613–621.
81. Beräkning av cylindriska skal med hänsyn till den armerade betongens egenskaper. (A körhengerhøj számítása, tekintettel a vasbeton tulajdonságaira.) *Betong* 34 (1949), 239–261.
82. Zulässigkeit der Anwendung des Traglastverfahrens bei Stahlbeton. *Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau*, Kongress in Cambridge u. London, 1952, Schlussbericht, 135.
83. Berechnung rechteckiger Stahlbeton-Querschnitte bei zweiachsiger Biegung, mit oder ohne Längskraft nach dem Traglast-Verfahren. *Bauplanung-Bautechnik* 11 (1958), 254–258.
84. Bemessung von Stahlbeton-Querschnitten bei schiefer Biegung. *Die Bautechnik* 36 (1959), 138–143.

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Farkas Sándor

A kézirat nyomdába érkezett: 1964. VII. 7. — Terjedelem: 13,75 (A/5) fv, 78 ábra

64.59158 Akadémiai Nyomda Budapest — Felelős vezető: Bernát György

INHALTSVERZEICHNIS

ÖFFENTLICHE SITZUNG DER KLASSE FÜR TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN, GEHALTEN IM RAHMEN
DER TAGUNG DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN AM 23. APRIL, 1964.

<i>Geleji, A.</i> : Mitgl. der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Sekretär der Klasse: Bericht über die Arbeit der Klasse für technische Wissenschaften	187
<i>Anhang</i> : Übersicht über die Tätigkeit der der Klasse angehörenden Ausschüsse, über die internationalen Beziehungen der Klasse, ferner über ihre Verlagstätigkeit von Büchern und Zeitschriften	201

AUFSÄTZE

<i>Milasovszky, B.</i> : Die Prinzipien der Anlegung von Richtstrecken im Lichte der Mechanik	213
<i>Tarján, I.—Debrecezeni, E.</i> : Die Untersuchung der Wirkungsweise von Löffel-Anemometern	233
<i>Fodor, J.—Ury, J.</i> : Messung des Verschleißes der Zylinderbüchse mit Hilfe der radioisotopen Methode	247
<i>Sitkei, Gy.</i> : Die Theorie der an den Traktorenmotoren angewendeten Zentrifugalluftfilter	255
<i>Pethő, S.</i> : Berechnung der freien Energie und der Adhäsionskraft bei der Adhäsion der Luftblasen an die Mineralkörner	273
<i>Szóke, B.</i> : Klassifizierung der Schraubenflächen und die genaue Berechnungsmethode des Gewinde-Rundformstahles. I.	293
<i>Csonka, P.</i> : Über Schalen, die durch endliche Membrankräfte nicht im Gleichgewicht gehalten werden können	311
<i>Hoványi, L.</i> : Genauigkeitsfragen der durch wiederholte Rückwärtseinschnitte durchgeführten Bestimmung von horizontalen Punktverschiebungen	319
<i>Balogh, A.</i> : Mathematik der Dieselmotorkurven	327

NEKROLOG

Dr. G. v. Kazinczy 1889—1964	337
--	-----

TARTALOMJEGYZÉK

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK AZ MTA 1964. ÉVI NAGYGYŰLÉSE KERETÉBEN
 ÁPRILIS HÓ 23-ÁN TARTOTT NYILVÁNOS OSZTÁLYÜLÉSE

<i>Geleji Sándor</i> akadémikus, osztálytitkár: Beszámoló a Műszaki Tudományok Osztályának munkájáról	187
<i>Függelék.</i> Tájékoztató az Osztályhoz tartozó bizottságok működéséről, az Osztály nemzetközi kapcsolatairól, valamint könyv- és folyóiratkiadási tevékenységéről	201

TANULMÁNYOK

<i>Milasovszky Béla:</i> Az irányvágatok telepítésének elvei mechanikai megvilágításban	213
<i>Tarján Iván—Debreczeni Elemér:</i> Kanalas anemométerek működésének vizsgálata	233
<i>Fodor József—Ury Judit:</i> Hengerpersely kopásmérése radioizotópos módszerrel	247
<i>Sütkei György:</i> Traktormotorokon alkalmazott centrifugális légszűrők elmélete	255
<i>Pethő Szilveszter:</i> A szabad energia és az adhéziós erő számítása az ásványszem és légbuborék összetapadása alkalmával	273
<i>Szölke Béla:</i> Csavarfelületek osztályozása és a menetvágó alakos körkés szabatos számítási módszere. I.	293
<i>Csonka Pál:</i> Véges membránereőkkel nem egyensúlyozható héjak	311
<i>Hoványi Lehel:</i> Horizontális pontelmozdulások ismételt hátrametszésű meghatározásának pontossági kérdései	319
<i>Balogh Artúr:</i> Diesel-motorgörbék matematikája	327

NEKROLÓG

DR. KAZINCZY GÁBOR 1889—1964	337
---	-----

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJI SÁNDOR

34. KÖTET

4. SZÁM



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

1965

VI. OSZT. KÖZL.

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJI SÁNDOR

34. KÖTET 4. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG: BUDAPEST V., NÁDOR UTCA 7.
KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei változó terjedelmű füzetekben jelennek meg. Négy füzet alkot egy kötetet. Évenként általában egy kötet jelenik meg.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia
Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei
Budapest V., Nádor utca 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Megjelent munkájáért minden szerzőt száz különnyomat illet meg. Közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttat a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A Közlemények előfizetési ára kötetenként belföldi címre 40 forint, külföldi címre 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest V., Alkotmány utca 21. Magyar Nemzeti Bank számlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest I., Fő utca 32., Magyar Nemzeti Bank számlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának kiadványa az
Acta Technica

című idegen nyelvű folyóirat.

E lap hivatott a magyar műszaki tudományok eredményeinek legjavát a külföld felé tolmácsolni. A cikkek német, angol, francia vagy orosz nyelven jelennek meg, lehetőleg a szerző kívánsága szerint, összefoglaló pedig a cikk nyelvén és azonkívül a másik három nyelven. A cikkeket magyar vagy a szerző választotta idegen nyelven a következő címre kell beküldeni:

Acta Technica szerkesztősége, Budapest V., Nádor utca 7.

A BEILLESZTETT SOKSZÖGVONALAK SZIGORÚ KIEGYENLÍTÉSÉHEZ*

TÁRCZY-HORNOCH ANTAL

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA TAGJA

[Beérkezett: 1964. április 3-án]

A beillesztett sokszögvonalak szigorú kiegyenlítésére 1932-ben megadott első módszerünk [2] a záróvonalra felírt egy feltételi egyenlet megoldásából állt, s végleges koordinátákhoz a sokszögvonalat kétszer kellett végigszámítani. 1949-ben közölt második megoldásunk [7] az első oldal egy közelítő irányszögével az ennek adandó kiegészítő értéknek, mint meg nem mért ismeretlennek a bevezetésével két feltételi egyenlethez vezetett, s az itt keletkező három normálegyenlet megoldása az első oldal tájékozási középpontját is megadta. A sokszögvonalat itt csak egyszer kell végigszámítani.

LEHMANN [1] tanulmányában két módszerünk olyan kombinációját javasolja, hogy a végigszámítás az első oldal egy közelítő irányszögével a végleges koordináta-rendszerben történjék. A végpont két koordinátájában mutatkozó hibákból kiszámítja a záróvonalban föllépő ellentmondást, s ezzel a kiegyenlítést első módszerünk szerint végzi el. Az egyes pontok koordinátapótlékait viszont második módszerünk szerint számítja. Így csak egy normálegyenletet kell megoldani, s a sokszögvonalat is csak egyszer kell végigszámítani.

Második módszerünknek az volt egyik célja, hogy a kiegyenlítés útján a tájékozási középpontját is meghatározzuk. Amennyiben erre nincs szükségünk, a sokszögvonal egyszeri végigszámítása mellett az egy javítási és egy normálegyenlethez sokkal egyszerűbben és hamarabb eljutunk azáltal, hogy a (3) alatti egyenletekből az első sokszögoldal közelítő irányszögének $\Delta\theta$ pótlékát kifejezzük ((3a) egyenletek) és egymással egyenlővé tesszük ((4) egyenl.). Ezáltal az első módszer talpponti és normáltávolságainak mint segédértékeknek a bevezetése is fölöslegessé válik.

A tanulmány a szabályos hosszhibák kiegyenlítés előtti kiküszöbölésének a módját is tárgyalja. Végül pedig a LEHMANN-közölte számpéldát a megadott szempontok szerint oldja meg.

a) A szigorú kiegyenlítésről magáról

Egy nemrég megjelent szép és érdekes munka [1] helyesen emeli ki a föld alatti mérések beillesztett sokszögvonalainak nagy jelentőségét a föld alatti létesítmények tájékozása szempontjából. Annál feltűnőbb, hogy az egész szakirodalomban a szigorú kiegyenlítés első módszerét megadó tanulmányunkig [2], 1932-ig, nem volt szigorú kiegyenlítési eljárás található. Könnyebb áttekinthetőség kedvéért meg kell jegyezni, hogy abban az időben az oldalhosszak arányos megváltoztatásával vagy más közelítő módon történő közelítő kiegyenlítésnél is a beillesztett sokszögvonalakat általában mindig kétszer számították végig, először a tájékozási szög kiszámítására egy segédkoordináta-rendszerben, s másodszer ennek segítségével a végleges rendszerben. Ezért 1932-ben már sikernek számított, hogy egy kis segédszámítás révén (vö. (5) egyenletet [1]-ben) a megadott szigorú kiegyenlítésnél el lehetett kerülni egy harmadik átszámítást. Az utánunk következő tanulmányok, többek

* Németül megjelent a Vermessungstechnik 1963. évi 6. számában.

között BATURIČ [3], ČEHURA [4], NIEMCZYK [5] és WILSKI [6] munkái is mind kétszeres számítást alkalmaztak.

1949-ben egy további eljárást adtunk meg az egyszerű és csomópontos beillesztett sokszögvonalak kiegyenlítésére [7], amelyben — szintén elsőként — kimutattuk, hogy a közelítő tájékozás ismerete esetén még szigorú kiegyenlítésnél is elégséges a beillesztett sokszögvonalat egyszer végigszámítani. Itt az első oldal δ_1^0 közelítő irányszögéhez meg nem mért ismeretlenként egy $\Delta\delta$ kiegészítőértéket vezettünk be, ami által (1. ábra) a következő két feltételei egyenletet kaptuk (λ a megmért hossz, v a megmért szög javítását jelenti):

$$\begin{aligned} x_A + (s_1 + \lambda_1) \cos(\delta_1^0 + \Delta\delta) + (s_2 + \lambda_2) \cos(\delta_2^0 + \Delta\delta + v_1) + \\ + (s_3 + \lambda_3) \cos(\delta_3^0 + \Delta\delta + v_1 + v_2) - x_B = 0, \\ y_A + (s_1 + \lambda_1) \sin(\delta_1^0 + \Delta\delta) + (s_2 + \lambda_2) \sin(\delta_2^0 + \Delta\delta + v_1) + \\ + (s_3 + \lambda_3) \sin(\delta_3^0 + \Delta\delta + v_1 + v_2) - y_B = 0, \end{aligned}$$

amelyekből, megfelelő rendezés után, $x_B^0 - x_B = h_x$ és $y_B^0 - y_B = h_y$ mellett a következő két javítási egyenlet keletkezik:

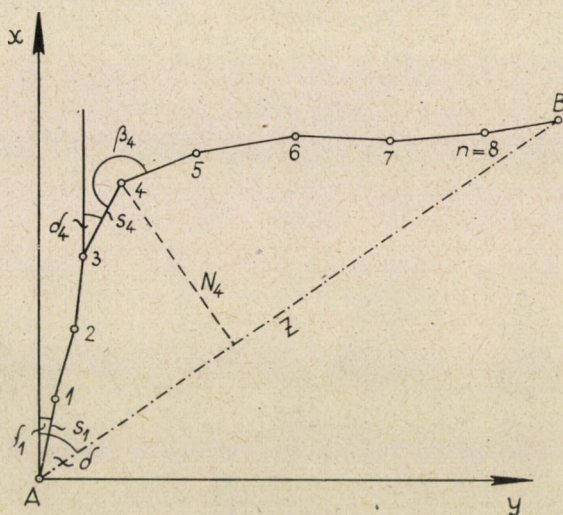
$$\begin{aligned} \cos \delta_1^0 \lambda_1 + \cos \delta_2^0 \lambda_2 + \dots - \frac{y_B^0 - y_1^0}{\rho} v_1 - \frac{y_B^0 - y_2^0}{\rho} v_2 - \dots \\ \dots - \frac{y_B^0 - y_A}{\rho} \Delta\delta + h_x = 0, \\ \sin \delta_1^0 \lambda_1 + \sin \delta_2^0 \lambda_2 + \dots + \frac{x_B^0 - x_1^0}{\rho} v_1 + \frac{x_B^0 - x_2^0}{\rho} v_2 + \dots \\ \dots + \frac{x_B^0 - x_A}{\rho} \Delta\delta + h_y = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

A megfelelő súlyok bevezetése után ez ismert módon 3 normálegyenlethez vezet, amelyek közül azonban a harmadik nagyon egyszerű.

Hogy a normálegyenletek számát egyre csökkentjük, LEHMANN most azt javasolja, hogy tartsuk meg a koordinátáknak a végleges koordináta-rendszerben (a mi második módszerünkben ajánlott) közelítő számítását, h_x és h_y -ből pedig az δ (1) egyenlete szerint számítsuk a záróoldalban fellépő h_z hibát, és ennek segítségével a mi első módszerünk szerint csak egy normálegyenlettel végezzük el a kiegyenlítést (az δ (2)–(4) egyenletei), és végül ismét a mi második megoldásunkban megadott összefüggésekkel számítsuk a koordináták pótlékait (l. az δ (6) egyenleteit).

Kétségtelen, hogy egy normálegyenlet megoldása mindenesetre egyszerűbb. Ennél a módszernél azonban még ki kell számítanunk, vagy grafiku-

san meg kell határozni minden sokszögpont normáltávolságát és talppont-távolságát a záróhosszig, ill. a záróhosszon, melyek a mi második módszerünk-nél esznek. Hosszabb sokszögvonalnál ez a többletmunka is jelentős lehet. Második módszerünk nagyon nagy előnyének tekintettük és tekintjük már [7] tanulmányunkban azt a körülményt, hogy a kiegyenlítésből $\Delta\delta$ -t utolsó ismeretlennek hagyván, az utolsó redukció nevezőjében közvetlenül megkapjuk az első sokszögvonal irányszögének súlyát és ezáltal középpontját is. Ezek az értékek a tájékozás pontosságának megítélése szempontjából értéke-



1. ábra

sek, és az így nyert súllyal az irányközéppont nemcsak a súlyegység számított középpontjával, hanem ennek tapasztalati értékével is ki lehet számítani. Ha pl., mint nálunk [1] és [7]-ben, a szögműszerhez $p_\beta = 1$ súlyt veszünk, akkor a kiegyenlítésből a súlyegység középpontjára számított érték helyett előnyös a kérdéses műszerre jellemző ismert tapasztalati értéket behelyettesítenünk, és az irányközéppont ezzel és a kiegyenlítésből nyert súllyal számítani. Ha ezt a kiegyenlítés által nyert irányközéppontot a mi első módszerünk szerinti kiegyenlítésnél akarnók kiszámítani, úgy ez elég hosszadalmas számításokhoz vezet, mint ahogy az a [8] és [9] tanulmányokból látható. Ennél a mi második megoldásunk mindenestre előnyösebb.

Előállhatnak azonban olyan esetek is, amelyekben nincs szükségünk az irányközéppontra. Ilyenkor a csak egy normálegyenlettel való megoldás előnyösebb, különösen akkor, ha még ezen felül elkerülhetjük a záróvonalra vonatkoztatott normáltávolságoknak és a talpponti távolságoknak külön meghatározását is. És ez nagyon könnyen lehetséges.

Ha a koeficiensekre a következő jelöléseket vezetjük be:

$$\begin{aligned} \cos \delta_1^0 = a_1 \quad \cos \delta_2^0 = a_2 \dots \quad - \frac{y_B^0 - y_1^0}{\varrho} = a_1 \quad - \frac{y_B^0 - y_2^0}{\varrho} = a_2 \\ \sin \delta_1^0 = b_1 \quad \sin \delta_2^0 = b_2 \dots \quad + \frac{x_B^0 - x_1^0}{\varrho} = b_1 \quad + \frac{x_B^0 - x_2^0}{\varrho} = b_2, \end{aligned} \quad (2)$$

továbbá

$$- \frac{y_B^0 - y_A}{\varrho} = A_1 \quad + \frac{x_B^0 - x_A}{\varrho} = A_2,$$

akkor az (1) egyenleteket így írhatjuk:

$$\begin{aligned} a_1 \lambda_1 + a_2 \lambda_2 + \dots + a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + A_1 \Delta\delta + h_x = 0 \\ b_1 \lambda_1 + b_2 \lambda_2 + \dots + b_1 v_1 + b_2 v_2 + \dots + A_2 \Delta\delta + h_y = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Fejezzük ki mindkét egyenletből $\Delta\delta$ -t:

$$\begin{aligned} \Delta\delta = - \frac{h_x}{A_1} - \frac{a_1}{A_1} \lambda_1 - \frac{a_2}{A_1} \lambda_2 - \dots - \frac{a_1}{A_1} v_1 - \frac{a_2}{A_2} v_2 \dots \\ \Delta\delta = - \frac{h_y}{A_2} - \frac{b_1}{A_2} \lambda_1 - \frac{b_2}{A_2} \lambda_2 - \dots - \frac{b_1}{A_2} v_1 - \frac{b_2}{A_2} v_2 \dots \end{aligned} \quad (3a)$$

A két egyenlet egyenlővé tétele révén, megfelelő rendezés után az alábbi javítási egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a_1}{A_1} - \frac{b_1}{A_2} \right) \lambda_1 + \left(\frac{a_2}{A_1} - \frac{b_2}{A_2} \right) \lambda_2 + \dots + \left(\frac{a_1}{A_1} - \frac{b_1}{A_2} \right) v_1 + \\ + \left(\frac{a_2}{A_1} - \frac{b_2}{A_2} \right) v_2 + \dots + \left(\frac{h_x}{A_1} - \frac{h_y}{A_2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

A további megoldást a megfelelő súlyok bevezetése mellett ismertnek tételezhetjük fel.

Bizonyos egyszerűsítést azon a réven is elérhetünk, hogy az a_1, a_2, \dots b_1, b_2, \dots és A_1, A_2 koeficiensekben ϱ -t a nevezőből elhagyjuk, és a (4) egyenletben, ill. a normálegyenletben kiemelve egyszerre vesszük tekintetbe. Mi mindazonáltal a (2), (3), (3a) és (4) egyenleteknél maradunk, mert ϱ által a nagy számokat lecsökkenthetjük.

Említésre méltó, hogy az összes a_1, a_2, \dots b_1, b_2, \dots a_1, a_2, \dots $b_1, b_2,$ valamint A_1 és A_2 , ill. h_x és h_y koeficiens a közelítő tájékozással történő számításból adott, és hogy az összes logarléccel is számítható résztegok

$$\frac{a_1}{A_1}, \frac{b_1}{A_2}, \frac{a_2}{A_1}, \frac{b_2}{A_2} \dots \frac{a_1}{A_1}, \frac{b_1}{A_2} \dots \frac{h_x}{A_1}, \frac{h_y}{A_2}$$

a $\Delta\delta$ -nek (3) egyenlet szerinti kiszámításához is szükségesek. A számítás ellenőrzésére $\Delta\delta$ mindkét értékét számítjuk: továbbszámításra előnyösebb azt választani, melynek a nevezőben nagyobb A értéke van.

A (4) egyenlet szerinti számítás lehetetlenné válik, ha A_1 vagy A_2 nulla. Gyakorlatilag a számítás a nulla érték közelében is pontatlan és ezért használhatatlan. Ebben az esetben célszerű az A_1A_2 -vel szorzott összefüggéseket

$$(A_2 a_1 - A_1 b_1) \lambda_1 + (A_2 a_2 - A_1 b_2) \lambda_2 + \dots + (A_2 a_n - A_1 b_n) v_1 + \\ + (A_2 a_n - A_1 b_n) v_2 + \dots + (A_2 h_x - A_1 h_y) = 0 \quad (4a)$$

felhasználni. Ha azonban (4) egyenlet felhasználható, akkor ez az alkalmasabb, mert ennek a részkoefficienseiben $\Delta\delta$ koefficiensei a (3) egyenlet szerint már adóttak.

A közelítő értékekhez tartozó koordinátapótlékok számítása a LEHMANN által is (6) alatt közölt második megoldásunk egyenletei értelmében történhetik.

Könnyen belátható, hogy (4a) egyenlet tulajdonképpen nem más, mint a mi $-Z/\varrho$ -val szorzott, a záróhosszra vonatkozó javítási egyenletünk (vö. [1; (2) egyenl.]). Az itteni írásmód azonban előnyösebb, tekintve, hogy itt nincs szükség sem segédszögek, normáltávolságok bevezetésére, sem pedig a záróhossznak a kiszámítására. Ezért a (4a) egyenletek felhasználásával $\Delta\delta$ számítására a LEHMANN által ajánlott (7a) egyenlet szerinti számítási mód is használható.

Vizsgáljuk meg most a (3) egyenleteket. Ha ezeket egy δ -val elforgatott segédkoordináta-rendszerre vonatkoztatjuk, melynek x' tengelye egybeesik a záróhosszal, akkor a következő egyenleteket kapjuk:

$$a'_1 \lambda_1 + a'_2 \lambda_2 + \dots + a'_1 v_1 + a'_2 v_2 + \dots + 0 \cdot \Delta\delta + h'_x = 0 \quad (3b) \\ b'_1 \lambda_1 + b'_2 \lambda_2 + \dots + b'_1 v_1 + b'_2 v_2 + \dots + Z \cdot \Delta\delta + 0 = 0.$$

Ebből nyilvánvaló, hogy így a záróhossz-módszer a koordinátamódszernek csak egy különleges esete. A (3b) egyenletek BATURIČnál [3] és ZAMBÓNál [10]-ben is szerepelnek. Az a' és b' koefficiensek értelemszerűen a normáltávolságokat, ill. a talpponttávolságokat jelentik. Ha most a normálegyenleteket p_s oldalsúlyok és p_β szögsúlyok mellett képezzük, akkor:

$$\left\{ \left[\frac{a' a'}{p_s} \right] + \left[\frac{a' a'}{p_\beta} \right] \right\} k_1 + \left\{ \left[\frac{a' b'}{p_s} \right] + \left[\frac{a' b'}{p_\beta} \right] \right\} k_2 + 0 \cdot \Delta\delta + h'_x = 0 \\ \left\{ \left[\frac{a' b'}{p_s} \right] + \left[\frac{a' b'}{p_\beta} \right] \right\} k_1 + \left\{ \left[\frac{b' b'}{p_s} \right] + \left[\frac{b' b'}{p_\beta} \right] \right\} k_2 + Z \cdot \Delta\delta + 0 = 0 \quad (5) \\ 0 \cdot k_1 + Z \cdot k_2 = 0.$$

A harmadik egyenlethől azonnal nyilvánvaló, hogy ott k_2 nulla, és a két első egyenlet egy-egy egyismeretlenes egyenletté alakul át. Ha az (5) egyenleteket ennek ellenére a Gauss-féle algoritmussal, vagy egy megfelelő modern eljárással megoldjuk, és $\Delta\delta$ -t utolsó ismeretlenként hagyjuk, úgy itt is a kiegyenlítésből közvetlenül megkaphatjuk $\Delta\delta$ -t és következésképp az első sokszögoldal irányának súlyát, valamint középhibáját. A kapott súly a szög- és hosszhibák tapasztalati értékeivel a tájékozás jobb középhibájának meghatározását is lehetővé teszi.

Az (5) alatti három normálegyenlet megoldása mindenesetre egyszerűbb, mint a nem transzformált (3) javítási egyenletekből kapottaké. Egyébként azt, hogy miként lehet a meg nem mért ismeretlenű feltételes megfigyelések normálegyenleteit a modernizált Gauss-féle eljárással, ill. a Cholesky-féle módszerrel könnyűszerrel megoldani, a közeljövőben HALMOS F. egy külön tanulmányban (előreláthatólag az *Acta Technicában*) fogja megvizsgálni. Ha azonban figyelembe vesszük a transzformációhoz szükséges időszükségletet, úgy a (3) egyenletekhez tartozó normálegyenletek, tehát az eredeti koordinátamódszer szerinti megoldása ajánlatosabb. Ha tehát meg akarjuk ítélni a beillesztett sokszögvonallal elért tájékozási pontosságot, akkor a mi [7]-ben megadott tiszta koordinátamódszerünk — az erre itt az (5) egyenlet után megadott pontosságszámítás ellenére — a záróhosszra vonatkozó módszer kombinációjával szemben továbbra is előnyben részesítendő.

Melyik eljárás ajánlatos most már akkor, ha mégis lemondunk a tájékozás pontosságvizsgálatáról? Hosszú és kidomborodó sokszögvonalak esetén azért lehet az eredeti koordinátamódszert megtartani, mert ebben az esetben az utolsó normálegyenlethől:

$$A_1 k_1 + A_2 k_2 = 0$$

k_2 -t azonnal ki lehet fejezni, és akkor csak két normálegyenletet kell megoldani, míg a normáltávolságok és talpponttávolságok kiszámítása hátrányosan terheli a záróhossz- és koordinátamódszereink LEHMANN által ajánlott kombinálását. E helyett a kombináció helyett rövidebb sokszögvonallal, ha a pontosságvizsgálatról eltekintünk, inkább az itteni (4), ill. (4a) egyenleteket tartjuk alkalmasabbnak, mert ezek közvetlenül a koordinátamódszer egyenleteiből — segédérték bevezetése és a záróhossz kiszámítása nélkül — adódnak. A 33 évvel ezelőtt megadott első megoldásunkat mi magunk még ebben a kombinációban is a fejlődés folyamán már túlhaladottnak tartjuk, bár annak idején bizonyára alapvető módon hozzájárult a beillesztett sokszögvonalakra vonatkozó ismeretek továbbfejlesztéséhez. Mindazonáltal teljes elismerés jár LEHMANN-nak, mert elismerésre méltó kombinálókészséggel jó módszert alakított ki a kiegyenlítésre. Ő adott indítékot egyébként ezen tanulmány megírására is.

A mi itt tárgyalt módszerünknek azért nem adunk külön nevet, mert ez csak egy fajtája a koordinátamódszernek. Ha nincs szükségünk a tájékozás

pontossági értékére, a két feltételi, ill. javítási egyenlet (3) a matematika szabályai szerint különféle módon oldható meg. Kettőt közülük a (4) és (4a) egyenletekben bemutattunk.

*

•

Vizsgáljuk meg a közelítő tájékozás szükséges pontosságának kérdését is.

LEHMANN szerint úgy kell megválasztani a közelítő irányt, hogy $\Delta\delta$ ne haladja túl a 20^c -ot. Ez kb. megfelel a mi [7]-ben megadott azon adatunknak, hogy az első sokszögoldal irányszögét $10'$ -nél kisebb hibával kell megadni. Akkori megállapításunkat itt egy kissé részletezzük, és a számítás pontosságkövetelményeivel is összefüggésbe hozzuk.

Pl. a második pontnak pontosabb x abszcisszája tudvalevőleg (vö. [7; (12) egyenl.]):

$$\begin{aligned} x_2 &= x_A + (s_1^0 + \lambda_1) \cos(\delta_1^0 + \Delta\delta) + (s_2^0 + \lambda_2) \cos(\delta_2^0 + \Delta\delta + v_1) = \\ &= x_A + (s_1^0 + \lambda_1) \cos \delta_1^0 \cos \Delta\delta - (s_1^0 + \lambda_1) \sin \delta_1^0 \sin \Delta\delta + \\ &+ (s_2^0 + \lambda_2) \cos \delta_2^0 \cos(\Delta\delta + v_1) - (s_2^0 + \lambda_2) \sin \delta_2^0 \sin(\Delta\delta + v_1). \end{aligned}$$

Ha ehelyett

$$\begin{aligned} x_2 &= x_A + s_1^0 \cos \delta_1^0 + \cos \delta_1^0 \lambda_1 + s_2^0 \cos \delta_2^0 + \cos \delta_2^0 \lambda_2 - \\ &- \frac{s_1^0 \sin \delta_1^0}{\varrho} \Delta\delta - \frac{s_2^0 \sin \delta_2^0}{\varrho} (\Delta\delta + v_1) \end{aligned}$$

írunk, a legnagyobb elhanyagolás abban áll, hogy $\cos \Delta\delta$, ill. $\cos(\Delta\delta + v_1)$ helyére *egyet*, és $\sin \Delta\delta$, ill. $\sin(\Delta\delta + v_1)$ helyére az *ívet* helyettesítjük. Itt nyilvánvalóan elégséges csak az ezáltal s_1 - és s_2 -ben — és nem ezek javításai-ban is — okozott elhanyagolást megvizsgálni. Minthogy ezáltal a sinus sorbafejtésében a következő tag harmadrendű, a cosinus viszont másodrendű érték, elég az utóbbira szorítkoznunk. És itt is csak $\Delta\delta$ -re, mert ez az érték percek, v értéke pedig csak másodperceket tesz ki. A δx_2 elhanyagolás így a következő értékű lesz:

$$\delta x_2 \doteq + \left(\frac{s_1^0 \cos \delta_1^0 + s_2^0 \cos \delta_2^0}{2} \right) \left(\frac{\Delta\delta}{\varrho} \right)^2 = + \frac{x_2^0 - x_A}{2} \left(\frac{\Delta\delta}{\varrho} \right)^2,$$

illetőleg általánosítva

$$\delta x_n = + \frac{x_n^0 - x_A}{2} \left(\frac{\Delta\delta}{\varrho} \right)^2. \quad (6)$$

Ha az elhanyagolás megengedett δx_n mértéke meg van adva, akkor fenn kell

állnia a következő összefüggésnek:

$$\Delta\delta \leq \left| \varrho \sqrt{\frac{2\delta x_n}{x_n^0 - x_A}} \right|. \quad (7)$$

Hasonlóképpen kaphatjuk az alábbi egyenletből

$$y_2 = y_A (s_1^0 + \lambda_1) \sin(\delta_1^0 + \Delta\delta) + (s_2^0 + \lambda_2) \sin(\delta_2^0 + \Delta\delta + v_1)$$

a δy_2 elhanyagolásra vonatkozó összefüggést:

$$\delta y_2 = - \frac{y_2^0 - y_A}{2} \left(\frac{\Delta\delta}{\varrho} \right)^2,$$

illetőleg:

$$\delta y_n = - \frac{y_n^0 - y_A}{2} \left(\frac{\Delta\delta}{\varrho} \right)^2 \quad (6a)$$

és ebből

$$\Delta\delta \leq \left| \varrho \sqrt{\frac{2\delta y_n}{y_n^0 - y_A}} \right|. \quad (7a)$$

A (7) és (7a) szerinti két érték közül azután a kisebbet kell vennünk, amikor is x_n és y_n gyanánt a sokszögvonalon előforduló legnagyobb értékeket kell behelyettesítenünk, amelyek egy, a végponton átnyúló sokszögvonalnál nagyobbak lehetnek, mint a végpontoknak megfelelő értékek. Legyen pl. $\delta x_n = \delta y_n = 0,001$ m és $y_n^0 - y_A = 261$ m, mint a Lehmann-féle példában, akkor a (6a) egyenletből

$$\Delta\delta = 18^\circ,$$

míg az x értékek számításához $x_n^0 - x_A = 200$ m esetén egy 20° -nél kissé nagyobb érték is megengedhető. Rövidebb sokszögvonalaknál vagy kisebb pontossági követelményeknél $\Delta\delta$ nagyobb lehet, ellenkező esetekben $\Delta\delta$ megengedett határa csökkentendő lenne. A csökkentést azáltal lehet elkerülni, hogy ilyenkor a (6) és (6a) egyenletek alapján a szintén logarléccel számítható kiegészítő értékeket — ekkor viszont a hasonló korrekciókat a javítási egyenlet ellentmondásában is [vö. 2; 135—136] — tekintetbe vesszük, amely esetben $\Delta\delta$ még lényegesen, egészen a sinusos sorbafejtésnél jelentkező harmadik hatványú tagok elhanyagolhatóságának határáig növelhető.

b) A szabályos hosszhibák figyelembevételéről

LEHMANN-nak az a megállapítása, hogy mindkét általunk megadott, a beillesztett sokszögvonalak kiegyenlítésére szolgáló módszerben a mérési középhibák véletlen jellegét feltételezzük [1; 180. o., bal oszlop] helytálló ugyan, de nem teljes. Lényegileg még második tanulmányunk megjelenése

idején, 1949-ben is általánosan feltételezték, hogy a kiegyenlítésbe bevitt megfigyeléseket már mentesítették a szabályos hibáktól (így JORDAN—EGGERT 1948-ban [11; 10. o.], NIEMCZYK 1951-ben [12; 57. o.]). Mi magunk — igaz — már annak idején is azon a véleményen voltunk, hogy erre nincs feltétlenül szükség, mert a szabályos hiba több esetben előnyösen megfogható és ártalmatlanná tehető magával a kiegyenlítéssel is. Így már 1932-ben kiemeltük [2; 125. o.], hogy különösen sokszögvonalaknál előnyösen lehet még a kiegyenlítés előtt a szabályos hosszhibát meghatározni, és ezzel a mérési eredményeket megjavítani; továbbá már 31 évvel ezelőtt eljárást közöltünk arra, hogyan lehet a szabályos hosszhibát a záróoldalban jelentkező hibákból kiszámítani [22; 183—185. o.]; azután 1935-ben a [8] alatti tanulmány zárómondatában rámutattunk, hogy a mi erre vonatkozó eljárásunk a mérési eljárások során elkerülhetetlen szabályos hosszhibák meghatározására és kiküszöbölésére (nem csomópontos) beillesztett sokszögvonalnál szigorúan helyes eljárásnak tekinthető [8; 250. o.]. A LEHMANN által, nála [6] alatt idézett tanulmányunkban is leírtuk röviden ezt az eljárást [13; 163. o., 9 egyenlet], és utaltunk a megfigyelt értékeknek ilyen szabályos hosszhibáktól való mentesítésére sokszögvonala esetén is. Sőt, a [14; 339—349. o.-án] idézett tanulmányunkban még azt a kérdést is megvizsgáltuk, hogy a visszamaradó szabályos hossz- és szöghibák milyen hatással vannak a szigorú kiegyenlítés eredményeire.

Úgy gondoljuk, hogy hasznos lehet erre a kérdésre és a szabályos hosszhibák tekintetbevételére egy kissé itt is kitérni, tekintve, hogy a szakirodalomban erre vonatkozólag még mindig — és nem is ritkán — nem egészen helytálló fejtegetések találhatók.

Először: mi is az a szabályos hosszhiba? WERKMEISTER szerint pl. [15; 355. o.] ezek oly módon hatnak, hogy a megmért mennyiségek értékét, attól törvényszerűen függő mértékben nagyobbobnak vagy kisebbnek kapjuk. SAMEL szerint [16; 332. o.] a szabályos, állandó, egyoldali, szisztematikus mérési hiba az, amely mindig egyenlő előjellel lép fel, és a mérési eredményt mindig ugyanolyan értelemben hamisítja meg. GROSSMANN szerint [17; 6. o.] a szabályos vagy szisztematikus hibák a mérési eredményeket mindig ugyanolyan értelemben befolyásolják. Mi magunkat ezekhez a meghatározásokhoz tartjuk, legfeljebb azt jegyezzük meg, hogy következőképpen a szabályos hibáknak határozott előjelük van, melyet rendszerint meg is lehet határozni. Szabályos hosszhibán tehát a hosszal lineárisan növekvő ismert vagy meghatározható előjelű hosszhibát értjük (vö. 33 évvel ezelőtti [2; 125. o.] megállapításunkkal), és a hosszegységre eső ezt a hibát a hosszegység szabályos hibájának nevezzük.

Emeljük ki itt, hogy az előjel fontos kritérium a szabályos hosszhibánál. Az állandó távmérőszöggel történő hossz-mérésnél pl. a szabálytalan hosszhibák növekedése lineárisnak, állandó bázis esetén a hosszal négyzetesnek

vehető fel, ennek ellenére ezeknél mégis szabálytalan hosszhibákról van szó, mert előjelük nem adható meg.

A hosszegység szabályos hibájának meghatározására a korábbi vizsgálatainkhoz kapcsolódóan a sokszögvonalaknak a záróhosszban fellépő h_z hosszhibáiból indulhatunk ki, tekintve, hogy ezek mind a hosszegység meghatározandó K szabályos hibájának függvényei. Az utóbbi hatása tehát az i -edik sokszögvonalon a következő közvetítőegyenlet révén fejezhető ki:

$$h_{z,i} = KZ_i.$$

Tekintve, hogy $h_{z,i}$ maga is egy fiktív megfigyelés, amelynek $p_{z,i}$ súlya a mi [18; 292. o.]-beli (3) egyenletünk alapján ebben a záróhosszban ható szabálytalan hossz- és szöghibák segítségével az alábbiakban adható meg

$$p_{z,i} = \frac{1}{\left\{ \left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 NN + [m_s^2 \cos^2 \varphi] \right\}_i} = \frac{1}{M_{z,i}^2}, \quad (8)$$

a következő javítási egyenletek keletkeznek:

$$\begin{aligned} v_1 &= Z_1 K - h_{z,1} & \text{súlya} & p_{z,1} \\ v_2 &= Z_2 K - h_{z,2} & \text{súlya} & p_{z,2} \\ & \vdots & & \end{aligned}$$

Ebből

$$K = \frac{[pZh_z]}{[pZZ]}. \quad (8a)$$

Így nemcsak K , hanem középhibája is kiszámítható, s ez utóbbi megmutatja, hogy milyen reális tartalma van a hosszegység kapott szabályos hibájának.

A fenti számítás során kétségkívül a hosszegység szabályos hibájának csak középértékét kapjuk. De már HELMERT hangsúlyozta [19; 16. o.], hogy a hiba konstans részének leválasztása révén a kiegyenlítésre előnyösebb helyzet adódik. Valóban, a visszamaradó szabályos hibarészek előjelüket tekintve már úgy viselkednek, mint a véletlen hibák. Itt csupán ennyi megemlítésére szorítkozunk, és utalunk az erre vonatkozó nagyobb, 1930-ból származó tanulmányunkra [20]. Mindezek szerint meg kell tehát határozni a hosszegységnek az alkalmazott mérési eljárást és a kérdéses távolságmérő berendezést jellemző szabályos hibáját. Hasonlóra törekedett 1936-ban NIEMCZYK is [5; 89. o.].

A szabálytalan és szabályos jellegű hibák együttes hatásáról már a Jordan-féle kézikönyv régi kiadásaitól kezdve azt a megállapítást találjuk, hogy a hibaterjedés törvénye akkor is érvényes, ha a szabályos és szabálytalan hibák kombinációjáról van szó (így [11; 18. o.-án] is). Majd éppen a hossz-mérés példájára való hivatkozás után a továbbiakban ezt olvashatjuk: „A középhiba fogalma tehát nincs kötve a pozitív és negatív egyes hibák egyforma valószínűségének a feltételéhez; a középhibát pontossági mérték-

számként olyan méréseknél is használhatjuk, amelyekben egyoldalúan ható hibaforrások lépnek fel, de természetesen egy olyan középhibát, amely állandó részeket tartalmaz, a továbbiakban általában nem szabad ugyanúgy kezelni, mint egy olyat, mely ilyen részeket nem tartalmaz.”

Úgy véljük, hogy ez a megszorítás nem elégséges. A szabályos és szabálytalan hibákból számított „közép”-hiba sem a valószínű hiba és a hibaelosztás meghatározására, sem pedig a maximális hiba becslésére nem használható fel (a szabályos részt pl. semmiképpen nem lehet hárommal szorozni). Még mindkét előjel sem érvényes akkor, ha a szabályos rész abszolút értéke a nagyobb. Hiányoznak tehát a tényleges középhiha legfontosabb tulajdonságai, s ezért külön vizsgálat nélkül a kiegyenlítési súlyok meghatározására sem használhatók fel.

Vizsgáljuk meg most, hogy a LEHMANN által alkalmazott eljárás (180. o.), mely a záróhossz hibáját a szabályos és szabálytalan hibák négyzetei arányában osztja fel, a legjobb megoldás-e. (Egy ezzel rokon megoldást már 33 évvel ezelőtt elvetettünk [2; 124—125. o.]) Feltételezzük először, hogy a hosszegység szabályos hibáját pontosan ismerjük. Akkor a számítás helyes menete kétségtől az, hogy hosszegység szabályos hibája segítségével az egyes hosszakat korrigáljuk, és az ezeknél a korrigált hosszaknál fellépő — a szabálytalan hossz- és szöghibák okozta — ellentmondást szükség esetén szigorúan kiegyenlítjük. Tekintve, hogy a hosszegység szabályos hibája hatásában méretarányhibának fogható fel, azért h_{sz} hatása a záróhosszban

$$h_{sz} = KZ. \quad (9)$$

Az előzőleg korrigálatlan hosszakkal számított sokszögvonalnál fellépő h_z ellentmondásnak a szabálytalan, illetőleg véletlen jellegű hibára eső h_v része ezek szerint nyilvánvalóan:

$$h_v = h_z - h_{sz} = h_z - KZ. \quad (10)$$

Itt mindjárt meg kell említeni, hogy a (10) képlet jobb oldalán levő két tag h_z és K előjelétől függően abszolút értékében össze is adódhatik. Nyilvánvaló tehát, hogy ebben az esetben az eredeti h_z ellentmondásnak a szabályos és szabálytalan hibahatások négyzete arányában való elosztása csak eltorzult eredményeket adhat.

Hasonló érvényes akkor is, ha csak egy közelítő értékünk van a hosszegység szabályos hibájára, mert ennek bizonytalansága a (10) egyenletben csak lineárisan, a négyzetes elosztásnál viszont rendszerint lényegesen erősebben hat.

Vizsgáljuk meg e szempontból LEHMANN számpéldáját. Ha $K = m_{sz} = +0,0502$ mm/m, a (9) képlet szerint a $Z = 328,398$ m-es záróhosszra való hatás $+16,4$ mm, így $h_v = 25,8 - 16,4 = +9,4$ mm, és ez csaknem ötször akkora érték, mint amit erre LEHMANN megadott.

Itt azt is meg kell említenünk, hogy két szabályos hibát (szabályos koordináta- és hosszhibákat) nem szabad négyzetesen összegezni. (Vö. [1; 180. o., 14. egyenl.].) Az adott koordináták rendszerint egymástól sem függetlenek.

c) A méretaránytényezővel való kiegyenlítésről

Minthogy az az elvi álláspontunk, hogy a szabályos hosszhibákat a kiegyenlítés előtt kell figyelembe venni, azért annak az eldöntését, hogy mikor célszerű a közelítő, illetőleg a szigorú kiegyenlítés, nem tehetjük a szabályos és véletlen jellegű hibák egymáshoz való viszonyától függővé. Ehhez tehát más kritériumokat kell keresnünk. A probléma eléggé komplex, s ezért erre egy külön tanulmányban szándékozunk visszatérni, amely valószínűleg a VNIMI és OGLOBLIN donyECKI professzor közös kiadású „Barátság köteté”-ben fog megjelenni.*

d) A sokszögvonalak vektoros kiegyenlítéséhez

Az [1] 82. oldalán a vektoros kiegyenlítésre tett utalást kiegészítjük azzal, hogy a beillesztett sokszögvonala szigorú vektoros kiegyenlítési eljárását ZAMBÓ már 1947-ben megadta [10], amelyre mi, LEHMANN által is idézett [7] tanulmányunkban hivatkoztunk is. Az [1]-ben csatlakozóan közölt alakjában azonban csak a méretaránytényezővel történő közelítő kiegyenlítésnél alkalmazható.

Függelék

Az alábbiakban egyenlítsük ki a Lehmann-féle példát a szabályos hosszhiba kiküszöbölése után a (4) egyenlet segítségével.

A szabályos hosszhibákkal a koordinátakülönbségeket is korrigálni lehet. Ez mm-ben kifejezve, ha Δx -et és Δy -t m-ben helyettesítjük be: 0,05 Δx , ill. 0,05 Δy lesz. Tehát a Lehmann-féle táblázatból itt a következő értékek adódnak:

Pont		
A		
1	+ 49,388	+ 5,548
2	+ 37,902	+ 6,259
3	+ 37,165	+ 3,997
4	+ 41,182	+ 26,075
5	+ 17,982	+ 45,808
6	+ 7,045	+ 49,500
7	+ 1,188	+ 44,109
8	+ 0,172	+ 45,028
B	+ 9,031	+ 35,168
[] Valójában	+198,679	+261,492
[] Kellene lenni	+198,613	+261,530
	$h_x = + 66$	$h_y = - 38$

* Időközben megjelent: Marksejderszkoje gyelo v szocialiszticeszkih sztrana Izdatel'sztvo „NEDRA” 1964 kötetben O metodah uravnivanija szojegyinitel'nüh poligonov pri orientirovanii cserez dva vertikálnüh sztvola címmel (190–206. o.).

A (2) egyenleteknek megfelelően most felírhatjuk:

$$\begin{array}{ll} \cos \delta_1^0 = a_1 = +0,994 & \sin \delta_1^0 = b_1 = +0,112 \\ \cos \delta_2^0 = a_2 = +0,987 & \sin \delta_2^0 = b_2 = +0,163 \\ \cos \delta_3^0 = a_3 = +0,994 & \sin \delta_3^0 = b_3 = +0,107 \\ \cos \delta_4^0 = a_4 = +0,845 & \sin \delta_4^0 = b_4 = +0,535 \\ \cos \delta_5^0 = a_5 = +0,365 & \sin \delta_5^0 = b_5 = +0,931 \\ \cos \delta_6^0 = a_6 = +0,141 & \sin \delta_6^0 = b_6 = +0,990 \\ \cos \delta_7^0 = a_7 = -0,027 & \sin \delta_7^0 = b_7 = +0,999 \\ \cos \delta_8^0 = a_8 = +0,004 & \sin \delta_8^0 = b_8 = +1,000 \\ \cos \delta_9^0 = a_9 = +0,249 & \sin \delta_9^0 = b_9 = +0,969 \end{array}$$

Továbbá a logarléccel kiszámítva

$$\begin{array}{l} -\frac{y_B^0 - y_1^0}{\varrho} = a_1 = -0,402 + \frac{x_B^0 - x_1^0}{\varrho} = b_1 = +0,234 \\ -\frac{y_B^0 - y_2^0}{\varrho} = a_2 = -0,392 + \frac{x_B^0 - x_2^0}{\varrho} = b_2 = +0,175 \\ -\frac{y_B^0 - y_3^0}{\varrho} = a_3 = -0,386 + \frac{x_B^0 - x_3^0}{\varrho} = b_3 = +0,116 \\ -\frac{y_B^0 - y_4^0}{\varrho} = a_4 = -0,345 + \frac{x_B^0 - x_4^0}{\varrho} = b_4 = +0,052 \\ -\frac{y_B^0 - y_5^0}{\varrho} = a_5 = -0,273 + \frac{x_B^0 - x_5^0}{\varrho} = b_5 = +0,024 \\ -\frac{y_B^0 - y_6^0}{\varrho} = a_6 = -0,195 + \frac{x_B^0 - x_6^0}{\varrho} = b_6 = +0,013 \\ -\frac{y_B^0 - y_7^0}{\varrho} = a_7 = -0,126 + \frac{x_B^0 - x_7^0}{\varrho} = b_7 = +0,014 \\ -\frac{y_B^0 - y_8^0}{\varrho} = a_8 = -0,055 + \frac{x_B^0 - x_8^0}{\varrho} = b_8 = +0,014 \end{array}$$

és

$$-\frac{y_B^0 - y_A}{\varrho} = A_1 = -0,411 \quad + \frac{x_B^0 - x_A}{\varrho} = A_2 = +0,312$$

A tiszta tag:

$$\frac{h_x}{A_1} - \frac{h_y}{A_2} = -160,6 + 121,8 = -38,8^{\text{cc}}$$

A koeficienssek itt:

$$\begin{array}{ll} \frac{a_1}{A_1} - \frac{b_1}{A_2} = -2,42 - 0,36 = -2,78 & \frac{a_1}{A_1} - \frac{b_1}{A_2} = +0,98 - 0,75 = +0,23 \\ \frac{a_2}{A_1} - \frac{b_2}{A_2} = -2,40 - 0,52 = -2,92 & \frac{a_2}{A_1} - \frac{b_2}{A_2} = +0,95 - 0,56 = +0,39 \\ \frac{a_3}{A_1} - \frac{b_3}{A_2} = -2,42 - 0,34 = -2,76 & \frac{a_3}{A_1} - \frac{b_3}{A_2} = +0,94 - 0,37 = +0,57 \\ \frac{a_4}{A_1} - \frac{b_4}{A_2} = -2,06 - 1,71 = -3,77 & \frac{a_4}{A_1} - \frac{b_4}{A_2} = +0,84 - 0,17 = +0,67 \\ \frac{a_5}{A_1} - \frac{b_5}{A_2} = -0,89 - 2,98 = -3,87 & \frac{a_5}{A_1} - \frac{b_5}{A_2} = +0,66 - 0,08 = +0,58 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{a_6}{A_1} - \frac{b_6}{A_2} = -0,34 - 3,17 = -3,51 & \frac{a_6}{A_1} - \frac{b_6}{A_2} = +0,47 - 0,04 = +0,43 \\ \frac{a_7}{A_1} - \frac{b_7}{A_2} = +0,07 - 3,20 = -3,13 & \frac{a_7}{A_1} - \frac{b_7}{A_2} = +0,31 - 0,04 = +0,27 \\ \frac{a_8}{A_1} - \frac{b_8}{A_2} = -0,01 - 3,21 = -3,22 & \frac{a_8}{A_1} - \frac{b_8}{A_2} = +0,13 - 0,04 = +0,09 \\ \frac{a_9}{A_1} - \frac{b_9}{A_2} = -0,61 - 3,11 = -3,72 & \end{array}$$

Tekintve, hogy itt

$$\begin{aligned} \left| \frac{h_x h_y}{A_1 A_2} \right| &= |38,8| \geq \left| \frac{Z \bar{n}}{\varrho A_1 A_2} \right| \doteq |12| \quad \text{és} \quad m_\beta \sqrt{\left[\left(\frac{\bar{a}}{A_1} - \frac{\bar{b}}{A_2} \right)^2 \right]} = \\ &= |12,7 \sqrt{1,581}| = 15,9 \geq |12| \end{aligned}$$

a szigorú kiegyenlítés ebben az esetben célszerűnek látszik.

A középhibák legyenek ugyanazok, mint LEHMANN-nál, azaz

$$\frac{m_\beta}{\bar{y}} = 10^{-5}$$

ez 12,7^{cc} szöghibának felel meg) és

$$m_v = \pm 0,158 \sqrt{s}.$$

Ennek következtében a súlyok

$$\begin{array}{llllll} p_\beta = \frac{1}{12,7^2} = \frac{1}{161,2} & p_{s,1} = \frac{1}{0,158^2 \cdot 49,7} = \frac{1}{1,24} & & & & \\ p_{s,2} = \frac{1}{0,96} & p_{s,3} = \frac{1}{0,93} & p_{s,4} = \frac{1}{1,21} & p_{s,5} = \frac{1}{1,23} & p_{s,6} = \frac{1}{1,25} & \\ p_{s,7} = \frac{1}{1,10} & p_{s,8} = \frac{1}{1,12} & p_{s,9} = \frac{1}{0,91} & & & \end{array}$$

Ebből a normálegyenlet:

$$\left\{ \left[\frac{\left(\frac{\bar{a}}{A_1} - \frac{\bar{b}}{A_2} \right)^2}{p_\beta} \right] + \left[\frac{\left(\frac{a}{A_1} - \frac{b}{A_2} \right)^2}{p_s} \right] \right\} k - 38,8 = 0$$

$$(253,89 + 110,85) k = 38,8 \quad k = +0,106$$

A javítások

$$\begin{array}{ll} \lambda_1 = -2,78 \cdot 1,24 \cdot 0,106 = -0,36 \text{ mm} & v_1 = 0,23 \cdot 12,7^2 \cdot 0,106 = +3,93^{\text{cc}} \\ \lambda_2 = -2,92 \cdot 0,96 \cdot 0,106 = -0,30 \text{ ,,} & v_2 = 0,39 \cdot 12,7^2 \cdot 0,106 = +6,66^{\text{cc}} \\ \lambda_3 = -2,76 \cdot 0,93 \cdot 0,106 = -0,27 \text{ ,,} & v_3 = 0,57 \cdot 12,7^2 \cdot 0,106 = +9,74^{\text{cc}} \\ \lambda_4 = -3,77 \cdot 1,21 \cdot 0,106 = -0,48 \text{ ,,} & v_4 = 0,67 \cdot 12,7^2 \cdot 0,106 = +11,45^{\text{cc}} \\ \lambda_5 = -3,87 \cdot 1,23 \cdot 0,106 = -0,50 \text{ ,,} & v_5 = 0,58 \cdot 12,7^2 \cdot 0,106 = +9,91^{\text{cc}} \\ \lambda_6 = -3,51 \cdot 1,25 \cdot 0,106 = -0,46 \text{ ,,} & v_6 = 0,43 \cdot 12,7^2 \cdot 0,106 = +7,35^{\text{cc}} \\ \lambda_7 = -3,13 \cdot 1,10 \cdot 0,106 = -0,36 \text{ ,,} & v_7 = 0,27 \cdot 12,7^2 \cdot 0,106 = +4,61^{\text{cc}} \\ \lambda_8 = -3,22 \cdot 1,12 \cdot 0,106 = -0,38 \text{ ,,} & v_8 = 0,09 \cdot 12,7^2 \cdot 0,106 = +1,53^{\text{cc}} \\ \lambda_9 = -3,72 \cdot 0,91 \cdot 0,106 = -0,36 \text{ ,,} & \end{array}$$

Számítsuk most a (3a) egyenletek alapján a $\Delta\delta$ értékeket:

$$\Delta\delta = +160,6 - 0,87 - 0,72 - 0,65 - 0,99 - 0,44 - 0,16 + 0,02 - 0,003 - 0,22 - \\ - 3,85 - 6,33 - 9,15 - 9,62 - 6,54 - 3,45 - 1,43 - 0,20 = +116,00^{\circ}$$

$$\Delta\delta = +121,8 + 0,13 + 0,16 + 0,09 + 0,82 + 1,49 + 1,46 + 1,15 + 1,22 + 1,12 - 2,95 - \\ - 3,73 - 3,60 - 1,95 - 0,79 - 0,29 - 0,18 - 0,06 = +115,89^{\circ}$$

Az egyezés nagyon kielégítő. A további számításhoz a nagyobb A -val számított értéket, tehát $116,00^{\circ}$ -t tartjuk meg.

Mivel a koordinátajavítások további számítása LEHMANN által (6) alatt közölt képletünkkel, a szokott módon történhet, itt ettől eltekinthetünk.

Említésre méltó ezzel szemben, hogy a szögjavítások három esetben csaknem elérik, ill. túllérik a 10° -t, és mivel mindegyiknek ugyanaz az előjele és így a számítandó irányokban összeadódnak, a változatlan szögekkel való közelítő kiegyenlítés irányával szemben mutatkozó különbségek már ilyen rövid beillesztett sokszögvonalnál is jól érzékelhetők. LEHMANN az ő $\Delta t_1/\rho$ értékét (mely megfelel a méretarány-tényezővel való közelítő kiegyenlítésnél keletkező $\Delta\delta$ -nek), $23,43 \cdot 636\,620 \cdot 10^{-5} = 149^{\circ}$ -nek adta meg, a mi szigorú kiegyenlítésünkben pedig $\Delta\delta$ kerekén 116° . A kettő közötti különbség 33° , amely érték bizonyos fokig a tájékozásnak a szigorú kiegyenlítés útján elért pontosság-növekedését jelenti. A szigorú kiegyenlítés tehát a Lehmann-féle példában is érezhetően hozzájárult a tájékozás pontosságának növekedéséhez. Tekintettel arra, hogy mi itt egyidejűleg az első sokszögoldal irányának súlyát nem határoztuk meg, megelégszünk ezzel a megállapítással.

Javításaink szempontjából érdekes ezeket a szabályos hosszhibák előzetes leválasztása nélküli Lehmann-féle szigorú kiegyenlítésnek az ő 3. táblázatában található javításaival úgy összehasonlítani, hogy az ő mm-ben kifejezett hosszjavításaiából a szabályos hibarészt levonjuk, és a szögjavításokat újmásodpercekre számítjuk át. Akkor a Lehmann-féle szigorú kiegyenlítés szerinti javítások:

$$\lambda_1 = +0,23 \text{ mm}, \lambda_2 = +0,07 \text{ mm}, \lambda_3 = +0,17 \text{ mm}, \lambda_4 = -0,59 \text{ mm}, \lambda_5 = -0,66 \text{ mm} \\ \lambda_6 = -0,40 \text{ mm}, \lambda_7 = -0,07 \text{ mm}, \lambda_8 = -0,14 \text{ mm}, \lambda_9 = -0,40 \text{ mm},$$

$$v_1 = +4,41^{\circ}, \quad v_2 = +7,63^{\circ}, \quad v_3 = +10,96^{\circ}, \quad v_4 = +13,02^{\circ}, \quad v_5 = +11,39^{\circ}, \\ v_6 = +8,42^{\circ}, \quad v_7 = +5,04^{\circ}, \quad v_8 = +1,72^{\circ}$$

A mi eredményeinkkel való összehasonlítás azt mutatja, hogy bár a hosszjavításokban észrevehetőek a különbségek még az előjeleket illetőleg is, a szögjavítások (amelyek a tájékozást elsősorban befolyásolják) mégis elég jól egyeznek. Egész jelentős különbségek mutatkoznak azonban a Lehmann-féle 7. táblázatban szereplő javításokhoz viszonyítva, amelyeket azáltal kaptunk, hogy a záróhossz hibáját a szabályos és szabálytalan hibák négyzetének arányában osztottuk fel, és így a szöghibákra csak 2 mm esett: ezzel szemben a mindössze $0,05$ mm hosszegységenkénti szabályos hosszhibánál a szabályos hosszhibák javításaira a kiegyenlítésből méterenként $23,8/328,400 \doteq 0,07$ mm jutott. Ez az utóbbi módszer tehát a fenti számpélda szerint sem ajánlatos.

De a szabályos hosszhibák előzetes leválasztása nélküli módszer sem mindig olyan kedvező, mint a tárgyalt példában, ahol a szabályos hosszhiba és záróhossz hibája egyforma előjelű, és ez az előjel a leválasztás után is változatlan marad. A sokszögvonal azonkívül nem átnyúló, s így a mi szigorú kiegyenlítésünknek összes oldaljavítása ugyanolyan előjelű, mint a szabályos hosszhibák miatti korrekcióké. Hiányoznak itt a záróhosszhoz haránt, vagy megközelítőleg haránt oldalak is, melyek nagyobb eltéréseket okozhatnak. A szabályos hosszhibát tehát a szigorú kiegyenlítés előtt lehetőleg pontosan ki kell küszöbölni, ha a szigorú kiegyenlítés célszerű. Ezáltal megbízhatóbb értékeket kapunk a középhibákra és azok függvényeire is.

IRODALOM

1. LEHMANN: Betrachtungen über die strenge Ausgleichung von Einrechnungszügen. *Vermessungstechnik*, 1962, 178—183. o.
2. Über die Ausgleichung der Einrechnungszüge. *Bánya- és Kohómérnöki Osztály Közleményei*, 1932, 120—161. o.
3. BATURIĆ: Izravnanje poligona. *Rudarski Zbornik*, 1938, 177—184. o.

4. ČECHURA: Vyrovaní vsunutých polygonových poradů. *Uhli*, 1943.
5. NIEMCZYK: Die Genauigkeit von Einrechnungszügen bei Anwendung neuzeitlicher Beobachtungsmittel. *Mitteil. a. d. Markscheidew.* 1936, 80—101. o.
6. WILSKI: Der Einrechnungszug. *Österr. Zeitschr. f. Vermessungsw.* 1933, 45—53. o.
7. Eine weitere Methode zur strengen Ausgleichung der Einrechnungszüge. *Berg- u. Hüttenm. Monatshefte*, 1949, 115—122. o.
8. Die durch den Einrechnungszug erzielbare Orientierungsgenauigkeit. *Bánya- és Kohómérnöki Osztály Közleményei*, 1935, 209—250. o.
9. MEYER: Funktionsgewichtsbestimmungen bei Einrechnungsverfahren. *Freiberger Forschungshefte*, A 146 (1960), 73—131.
10. ZAMBÓ: A beillesztett sokszög vonal kiegyenlítése és legkedvezőbb súlyelosztása. *Bányászati és Kohászati Lapok*, 1947, 207—216. o.
11. JORDAN—EGGERT: Handbuch der Vermessungskunde, I. kötet, 9. kiadás, 1948.
12. NIEMCZYK: Bergmännische Vermessungskunde, I. kötet, 1951.
13. Zur Berechnung der Vorzahlen für die Fehlerfortpflanzung der Längenmessungen durch Ausgleichung. *Vermessungstech. Rundschau*, 1960, 161—166. o.
14. Der Einfluss der regelmässigen Fehler auf die Orientierungsgenauigkeit der Einrechnungszüge. *Bánya- és Kohómérnöki Osztály Közleményei*, 1936, 333—349. o.
15. WERKMEISTER: Lexikon der Vermessungskunde, 1943.
16. SAMEL: Geodäsie in Begriffen und Definitionen, 1949.
17. GROSSMANN: Grundzüge der Ausgleichungsrechnung, 2. kiadás, 1961.
18. Zur Fehlertheorie der offenen Polygonzüge. *Bánya- és Kohómérnöki Osztály Közleményei*, 1934, 289—309. o.
19. HELMERT: Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2. kiadás, 1907.
20. Eine neuerliche fehlertheoretische Untersuchung der Ergebnisse der Bonner Nachmessung. *Bánya- és Kohómérnöki Osztály Közleményei*, 1930, 187—263. o.
21. FOX: Fehlerverteilung in Einrechnungszügen. *Mitteil. a. d. Markscheidew.* 1911, 2—15. o.
22. Über die verknoteten Einrechnungszüge. *Bánya- és Kohómérnöki Osztály Közleményei*, 1934, 172—201. o.

ADALÉK A FÜGGVÉNYEKEL LEÍRHATÓ TROMP-GÖRBÉK SZERKESZTÉSÉHEZ ÉS A SZÉNMOÓSÁS VÁRHTÓ EREDMÉNYÉNEK SZÁMÍTÁSÁHOZ

PETHÓ SZILVESZTER

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM ÁSVÁNYELŐKÉSZÍTÉSI TANSZÉK, MISKOLC

[Beérkezett 1963. április 11-én]

A szerző munkájában a normális és a lognormális sűrűségfüggvény integrálgörbéjének tekintett Tromp-görbe egyenletét határozza meg úgy, hogy az abszcissza E_p egységeken szerepelnek. A számításból is kitűnik, hogy az abszcissza E_p egységeken kifejezett (E_p többszörösének megfelelő) pontjaiban húzott függőlegesek a normális eloszlásgörbén ordinátaként az ismert valószínűségi skála számértékeit adják, aminek ismeretében a szénmosás várható eredményének számítására az eddignél pontosabb és kevesebb munkával járó módszert javasol.

A különböző széndúsítási eljárások jóságának megítélésére a Tromp-görbe, illetőleg az eljárás E_p értéke ad felvilágosítást. A szerző munkájában a Gauss-görbe integrálgörbéjének tekintett Tromp-görbe egyenletét határozza meg arra a két esetre, ha az abszcisszára a fajsúlyt közönséges számsorban, illetőleg $\log(\delta - \gamma)$ értékekkel mérik fel [1]. A különböző Tromp-görbe egyenletek ismeretében pedig a szénmosás várható eredményének számítására az eddignél pontosabb és kevesebb munkával járó módszert javasol. A módszer tehát akkor alkalmazható, ha a Tromp-görbe pontosan követi a normális, ill. a lognormális sűrűségfüggvény integrálgörbáját.

A nehézsuszpenziós eljárások Tromp-görbéit a normális eloszlás

$$J = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx$$

adja meg, ahol m a számtani közepet jelenti, Trompgörbénél az elválasztás fajsúlyát, δ_p -t; σ -val a középeltérést jelöljük, amelyhez tartozó x értékeknel a sűrűségfüggvénynek inflexiós pontjai vannak. Az $m \pm \sigma$ határon belül esik az észleletek 68,26%-a. A $\delta_{75\%} - \delta_{25\%}$ az összes eltérések terjedelmének 50%-át foglalja magában. A Gauss-féle táblázatból ezek figyelembevételével megállapítható, hogy E_p és σ aránya 0,6745. A Tromp-görbe általános egyenlete ezek szerint nehézsuszpenziós eljárásokra

$$J = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \frac{E_p}{0,6745}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left[\frac{\delta - \delta_p}{\frac{E_p}{0,6745}}\right]^2} d\delta$$

formában írható fel. (Az integrál értéke a teljes számsorra véve 1.)

A függvénynek általános használata érdekében az abszcisszán a fajsúlyokat E_p egységekben vesszük fel, amit majd az új integrálási határok megállapításánál is figyelembe veszünk. A sűrűségfüggvény a számtani középhez szimmetrikus, ezért az elválasztás fajsúlyától azonos távolságra levő E_p -k Tromp-százalékainak számításánál előbb integrálással meghatározzuk a sűrűségfüggvény alatti és az azonos abszolút E_p -k közötti területarányokat, majd a területarányok felét 0,5-ből kivonva hozzáadjuk, végül 100-zal szorozzuk. Az integráljel utáni exponenciális függvény Mac-Laurin szerint sorbafejthető és tagonként integrálható:

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \frac{E_p}{0,6745}} \int_{\delta_p - \lambda E_p}^{\delta_p + \lambda E_p} e^{-\left(\frac{\delta - \delta_p}{\sqrt{2} \frac{E_p}{0,6745}}\right)^2} d\delta = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\delta - \delta_p}{\sqrt{2} \frac{E_p}{0,6745}} - \frac{1}{3} \left(\frac{\delta - \delta_p}{\sqrt{2} \frac{E_p}{0,6745}} \right)^3 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2!} \frac{1}{5} \left(\frac{\delta - \delta_p}{\sqrt{2} \frac{E_p}{0,6745}} \right)^5 - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3!} \frac{1}{7} \left(\frac{\delta - \delta_p}{\sqrt{2} \frac{E_p}{0,6745}} \right)^7 + \dots \right]_{\delta_p - \lambda E_p}^{\delta_p + \lambda E_p}
 \end{aligned}$$

λ értékét $1/2, 2/2, 3/2, 4/2, 5/2, 6/2, 7/2, 8/2, 9/2$ és $10/2$ -nek felvéve, kiszámíthatók sorban azok a területarányok, amelyek $\mp 1/2 E_p, \dots$ és $\mp 5E_p$ közé esnek. Ezek az értékek találhatóak meg az I. táblázatban: a táblázat 1. oszlopa az integrálási határokat, a 2. oszlopa a fenti képlettel kiszámított területarányokat, a 3. és 4. oszlop pedig a különböző E_p értékek Tromp-százalékait tartalmazza.

A Tromp-görbe $\mp 5E_p$ -n kívül eső pontjainak kiszámítására gyakorlatilag már nincs szükség, a $T\%$ -ok ugyanis annyira megközelítik a 0-át, illetve 100-at, hogy a szénmosás várható eredményének számítását már nem befolyásolja.

A szénmosás várható eredményének konkrét számításánál E_p adott vagy számítható, és az elválasztás fajsúlyja is ismert, így a kiszámított $T\%$ -okhoz tartozó fajsúlyok egyszerűen számíthatók. Az I. táblázat 5. és 6. oszlopában az 1,5-nél választó nehézsuszpenziós sztatikus eljárás e fajsúlyértékeit tartalmazza, amely esetben $E_p = 0,047 \delta_p - 0,05$. A következő, 7. és 8. oszlop ugyanezeket az adatokat a 2-es elválasztási fajsúlyú nehézsuszpenziós ciklonos eljárásra vonatkozóan adja meg, amely esetben $E_p = 0,027 \delta_p - 0,01$ [2].

Egyéb szénmosási eljárások Tromp-görbéit a lognormális eloszlás

$$J = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \lg \sigma} \int_0^\infty e^{-\frac{(\lg x - \lg m)^2}{2(\lg \sigma)^2}} dx$$

I. táblázat

A szabályos eloszlásfüggvény integrálgörbéjének egyenletéből kiszámítható Tromp-százalékok és fajsúlyértékek

Integrálási határok	Terület-arány	Az eloszlási görbe ordináta-értékei		Az 1,5-nél választó nehézsuszpenziós eljárás fajsúly-értékei		A 2-nél választó nehézsuszpenziós ciklonos eljárás fajsúly-értékei	
		$\delta_p - \lambda E_p$ -nél	$\delta_p + \lambda E_p$ -nél	$\delta_p - \lambda E_p$ -nél	$\delta_p + \lambda E_p$ -nél	$\delta_p - \lambda E_p$ -nél	$\delta_p + \lambda E_p$ -nél
1	2	3	4	5	6	7	8
$\delta_p \mp 0E_p$		50,0	50,0	1,5	1,5	2,0	2,0
$\delta_p \mp 1/2E_p$	0,2642	36,79	63,21	1,48975	1,51025	1,978	2,022
$\delta_p \mp E_p$	0,5000	25,0	75,0	1,47950	1,52050	1,956	2,044
$\delta_p \mp 3/2E_p$	0,6884	15,58	84,42	1,46925	1,53075	1,934	2,066
$\delta_p \mp 2E_p$	0,8226	8,87	91,13	1,45900	1,54100	1,912	2,088
$\delta_p \mp 5/2E_p$	0,9082	4,59	95,41	1,44875	1,55125	1,890	2,110
$\delta_p \mp 3E_p$	0,9570	2,15	97,85	1,43850	1,56150	1,868	2,132
$\delta_p \mp 7/2E_p$	0,98184	0,908	99,092	1,42825	1,57175	1,846	2,154
$\delta_p \mp 4E_p$	0,99296	0,352	99,648	1,41800	1,58200	1,824	2,176
$\delta_p \mp 9/2E_p$	0,99744	0,128	99,872	1,40775	1,59225	1,802	2,198
$\delta_p \mp 5E_p$	0,99912	0,044	99,956	1,39750	1,60250	1,780	2,220

alakú integrálgörbéjével írják le úgy, hogy az abszcisszára a $\log(\delta - \gamma)$ értékeket mérik fel. Az abszcissza logaritmusos léptéke miatt a 25, 50 és 75%-os Tromp-értékekhez tartozó fajsúlyok nem eshetnek egy egyenesre. Ezért a Tromp-egyeneseket HEIDENREICH [3] javaslatára úgy szerkesztik, hogy a 25 és 75%-os pontokat összekötő egyenessel párhuzamost húznak az elválasztás fajsúlya és az 50%-os Tromp-érték metszéspontjában. Ez a szerkesztés annyit jelent, hogy a 25 és 75%-os értékek $1/2 [\log(\delta_p + E_p) - \log(\delta_p - E_p)]$, $\gamma = 1$ esetén pedig $1/2 [\log(\delta_p + E_p - 1) - \log(\delta_p - E_p - 1)]$ távolságra vannak az elválasztás fajsúlyánál meghúzott merőlegestől. A lognormális eloszlás képletében $\log \sigma$ helyére $1/2 \cdot 0,6745 \cdot [\log(\delta_p - \gamma + E_p) - \log(\delta_p - \gamma - E_p)]$ -ét, x helyére $(\delta - \gamma)$ -át és m helyére pedig $(\delta_p - \gamma)$ -át írva, a nem nehézsuszpenziós eljárások Tromp-görbéi

$$J = \frac{2,0,6745}{\sqrt{2\pi} [\log(\delta_p - \gamma + E_p) - \log(\delta_p - \gamma - E_p)]} \times \int_0^\infty e^{-\frac{[\log(\delta - \gamma) - \log(\delta_p - \gamma)]^2}{0,6745^2 [\log(\delta_p - \gamma + E_p) - \log(\delta_p - \gamma - E_p)]^2}} d\delta$$

összefüggéssel adhatók meg.

A függvény sorbafejtésével bonyolult, számításra nem alkalmas összefüggést kapunk.* Az I. táblázat 3. és 4. oszlopában található %-ok azonban itt is használhatók. Ha ugyanis az abszcisszán maguk a $(\delta - \gamma)$ logaritmusai szerepelnek, úgy az integrálgörbe a mértani középhez szimmetrikus, tehát az I. táblázat $T\%$ -ai a $\log(\delta_p - \gamma) \mp \lambda 1/2 [\log(\delta_p - \gamma + E_p) - \log(\delta_p - \gamma - E_p)]$ abszcissza értékeknek, azaz

$$\text{num log} \left\{ \log(\delta_p - \gamma) \mp \lambda \frac{1}{2} [\log(\delta_p - \gamma + E_p) - \log(\delta_p - \gamma - E_p)] \right\} + 1$$

fajsúlyoknak felelnek meg.

A II. táblázatban két példával kapcsolatban találhatók meg e fajsúlyértékek: az első két oszlopban az I. táblázatban is szereplő Tromp-%-okat, a 3. és 4. oszlopban 1,5 elválasztási fajsúlyú finom ülepítőgépes, a következő két oszlopban pedig a 2,0-es fajsúlynál választó durva ülepítőgépben törtérő előkészítés fajsúlyai szerepelnek. A $J = J_0 + 0,00183$, $J_0 = 0,075 \delta_p$ (durva ülepítőgépes mosásnál), illetve $J_0 = 0,107 \delta_p$ (finom ülepítőgépes mosásnál) és

* Az általános jelölések alkalmazásával:

$$\begin{aligned} e^{-\frac{(\log x - \log m)^2}{2(\log \sigma)^2}} &= e^{-\left(\frac{M \log x - m_l}{\sqrt{2} \sigma_l}\right)^2} = \\ &= 1 - \frac{(M \log x - m_l)^2}{2 \sigma_l^2} + \frac{(M \log x - m_l)^4}{2^2 2! \sigma_l^4} - \frac{(M \log x - m_l)^6}{2^4 3! \sigma_l^6} + \\ &+ \frac{(M \log x - m_l)^8}{2^6 4! \sigma_l^8} - \dots \\ \ln x = \ln(1+z) &= z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots \\ e^{-\left(\frac{M \log x - m_l}{\sqrt{2} \sigma_l}\right)^2} &= 1 - \frac{\left[M \left(z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots \right) - m_l \right]^2}{2 \sigma_l^2} + \\ &+ \frac{\left[M \left(z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots \right) - m_l \right]^4}{2^2 2! \sigma_l^4} - \\ &- \frac{\left[M \left(z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots \right) - m_l \right]^6}{2^4 3! \sigma_l^6} + \\ &+ \frac{\left[M \left(z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots \right) - m_l \right]^8}{2^6 4! \sigma_l^8} - \dots \end{aligned}$$

Az egyes tagokat a polinomiális tétel segítségével fejtjük ki, hogy az integrálás tagonként elvégezhető legyen.

$E_p = J(\delta_p - 1)$ képletek alkalmazásával [2] az 1,5 elválasztási fajsúlyú finom ülepítőgépes mosás E_p értékére 0,089 adódik, ha a Bird-számot 10-nek vesszük fel. A 25 és 75%-os T értékek $1/2(\log 0,589 - \log 0,411) = 0,0784$ távolságra vannak a $\log 0,5 = (0,699 - 1)$ -nél meghúzható merőlegestől. A táblázatban található fajsúlyok úgy számíthatók ki, hogy a $(0,699 - 1)$ -et összegezzük $\mp 0,0784 \lambda$ -val ($\lambda = 1/2, 1, \dots, 5$), és az így kapott értékek num log-jait 1-gyel megnöveljük (γ értéke ülepítőgépes mosásnál 1).

II. táblázat

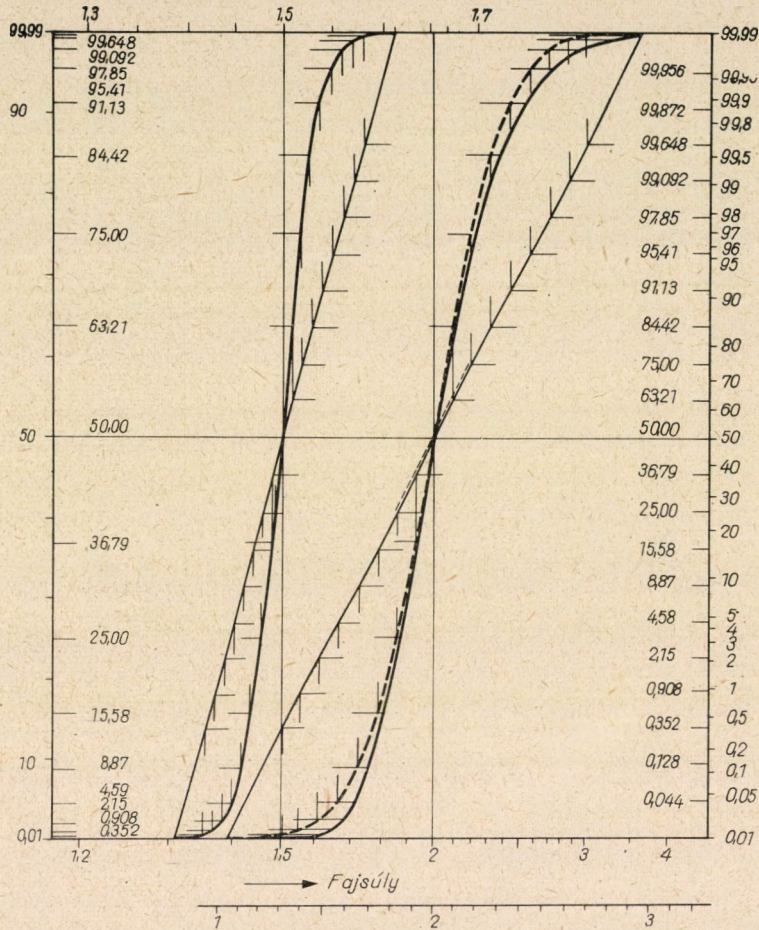
A lognormális eloszlásfüggvény integrálgörbéjének egyenletéből kiszámítható Tromp-százalékok és fajsúlyértékek

Az eloszlási görbe ordináta értékei		Az 1,5-nél választó finom ülepítőgépes mosás fajsúlyértékei		A 2-nél választó durva ülepítőgépes mosás fajsúlyértékei	
$\delta_p - \lambda E_p$ -nél	$\delta_p + \lambda E_p$ -nél	$\delta_p - \lambda E_p$ -nél	$\delta_p + \lambda E_p$ -nél	$\delta_p - \lambda E_p$ -nél	$\delta_p + \lambda E_p$ -nél
1	2	3	4	5	6
50,0	50,0	1,500	1,500	2,000	2,000
36,79	63,21	1,457	1,547	1,919	2,089
25,0	75,0	1,418	1,599	1,844	2,185
15,58	84,42	1,381	1,655	1,775	2,290
8,87	91,13	1,349	1,717	1,712	2,404
4,59	95,41	1,319	1,785	1,654	2,528
2,15	97,85	1,291	1,859	1,601	2,663
0,908	99,092	1,266	1,940	1,552	2,810
0,352	99,648	1,243	2,029	1,508	2,971
0,128	99,872	1,222	2,126	1,466	3,145
0,044	99,956	1,203	2,232	1,428	3,335

Az 1. ábrán az 1,5 elválasztási fajsúlyú nehézszuszpenziós sztatikus előkészítés és a 2-es fajsúlynál választó durva ülepítőgépes mosás Tromp-görbéi szerepelnek az I. és II. táblázat adatai alapján. A bal oldali ordinátán a Tromp-%-ok természetes számsorral, a jobb oldalin valószínűségi beosztással szerepelnek. Az abszcisszán alul a durva ülepítőgépes mosásra vonatkozó skála-beosztások logaritmikus és természetes számsorban, fent a nehézszuszpenziós sztatikus eljárás fajsúlyai láthatók. Az ábrára előbb a Tromp-egyeneseket rajzoltuk fel a számított E_p -ék alapján. Mind a természetes számsorú, mind a valószínűségi beosztású ordinátára bejelöltük az I., illetve a II. táblázatok T értékeit, amelyek a valószínűségű skálán természetesen azonos távolságra vannak. A Tromp-egyenesek és a valószínűségi beosztásról meghúzott vízszintesek metszéspontjaiból függőlegeseket emelünk, amelyek a természetes számsorú ordinátából kiinduló vízszintesekkel a Tromp-görbék pontjait metszik ki. A függőlegesek azonos, $1/2 E_p$, illetve $1/2 \log(\delta_p - \gamma + E_p) - \log(\delta_p - \gamma - E_p)$ távolságra vannak egymástól. Az ülepítőgépes mosásnál az így megszerkesztett Tromp-görbe abszcisszája logaritmikus beosztású (az

ábrán szaggatottan jelölve), amelyről természetes számsorú abszcisszára átrajzolható.

Az 1. ábrán bemutatott szerkesztéssel, illetve a táblázatok adatai alapján a Tromp-görbék nagy pontossággal megrajzolhatók. A szénmosás várható eredményének tényleges számításánál azonban a táblázatok segítségével

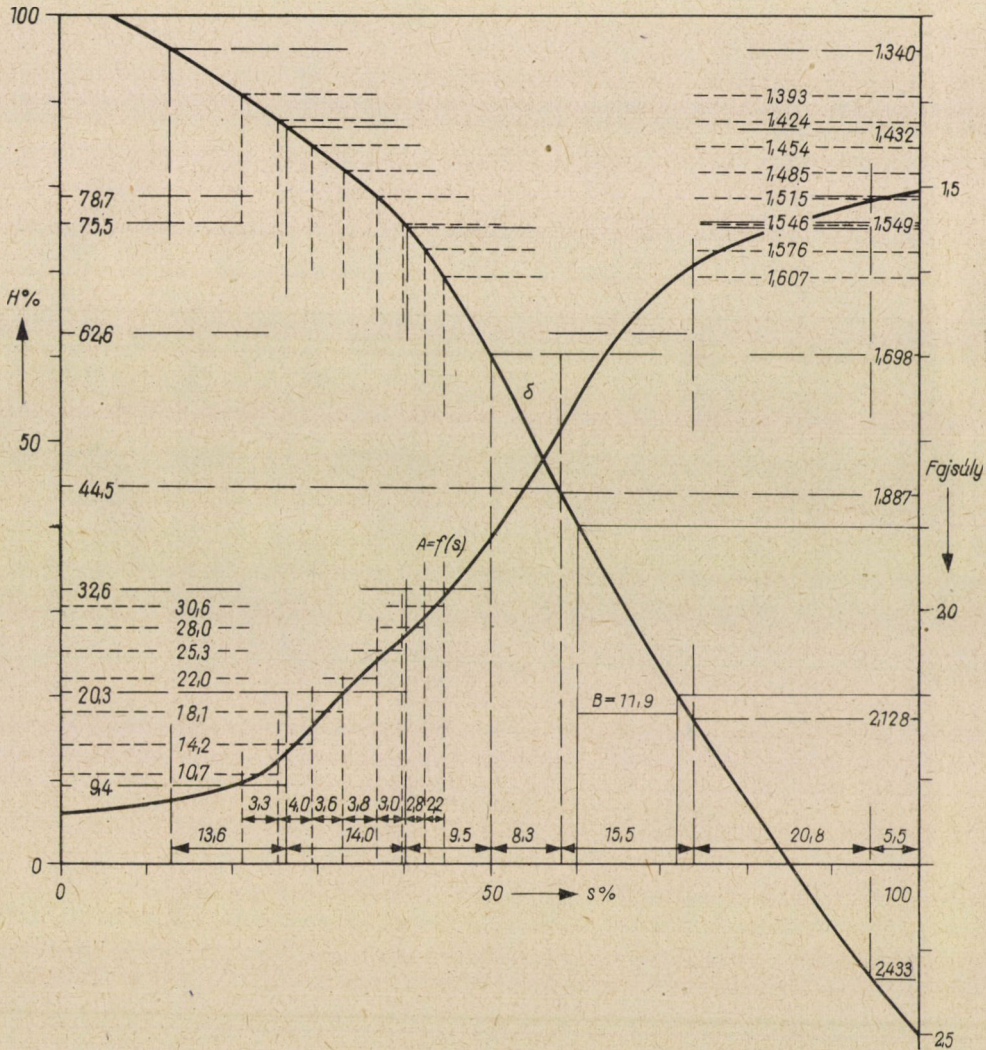


1. ábra

bemutatott számítási módszer ismeretében a Tromp-görbét nem szükséges megszerkesztenünk. Elég, ha leolvassuk a fajsúlygörbéről a $\delta_p - 7/2 E_p$ és a $\delta_p - 5/2 E_p$; a $\delta_p - 5/2 E_p$ és a $\delta_p - 3/2 E_p$; a $\delta_p - 3/2 E_p$ és a $\delta_p - 1/2 E_p$; a $\delta_p - 1/2 E_p$ és a $\delta_p + 1/2 E_p$; a $\delta_p + 1/2 E_p$ és a $\delta_p + 3/2 E_p$; a $\delta_p + 3/2 E_p$ és a $\delta_p + 5/2 E_p$; továbbá a $\delta_p + 5/2 E_p$ és a $\delta_p + 7/2 E_p$ fajsúlyhatárok közé eső súlyszázalékokat, az alapgörbéről pedig a megfelelő hamutartalmakat.

Ezután megszorozzuk a súlyszázalékokat sorban 0,0215-, 0,0887-, 0,25-, 0,50-, 0,75-, 0,9113- és 0,9785-tel, az így nyert szorzatokat pedig a megfelelő hamutartalmakkal. (A valószínűségi skála 2, 9, 25, 50, 75, 91 és 98%-os adatai az előbbi számok kerekített értékei, amelyek E_p távolságra vannak egymástól.)

Nagyobb pontosságot érünk el, ha a $9/2 E_p$ és $7/2 E_p$ közötti súlyszázalékot is leolvassuk, és a leolvasott súlyszázalékokat 0,0035-, illetve 0,9965-tel, a $(\delta_p \mp 4 E_p)$ -nek megfelelő ordináta értékekkel megszorozzuk. További fokozott pontosság érhető el azáltal, ha a fajsúlygörbéről való leolva-



2. ábra

sásokat $1/2 E_p$ közökre (tehát a $\delta_p - 19/4 E_p$ és $\delta_p - 17/4 E_p$, a $\delta_p - 17/4 E_p$ és $\delta_p - 15/4 E_p$ stb. fajsúlyhatárok között) végezzük el, és a súlyszázalékokat az ugyancsak $1/2 E_p$ közökre levő (a táblázatokból kiolvasható) értékekkel szorozzuk be.

Mindezeket a 2. ábra szemlélteti a pécsi bázisszén 0,5—8 mm-es szitaosztályának fajsúly- és alapgörbéjével. Az ábráról leolvashatók a szénmosás várható eredményének számításához szükséges súlyszázalékok, és az ezeknek megfelelő hamutartalmak 1,5 és 2 elválasztási fajsúlyú nehézsuszpenziós ciklonos, illetve finom ülepítőgépes előkészítésre. Nehézsuszpenziós ciklonnal való előkészítésnél $E_p = 0,0305$, finom ülepítőgépnél pedig $E_p = 0,2354$; a Bird-szám a fajsúlygörbéről történő leolvasás szerint 2-es fajsúlynál 11,9. A súlyszázalékok és hamutartalmak leolvasását megkönnyítő segédvonalakat nehézsuszpenziós ciklonos eljárásra rövid, finom ülepítőgépes mosásnál pedig hosszú szaggatott vonalak jelzik.

IRODALOM

1. TARJÁN G.: Szénelőkészítéstan. Tankönyvkiadó, Budapest 1955.
2. TARJÁN G.: Kokszzencink előkészítésének és a lignitek kötőanyag nélküli brikettezésének problémái. Nehézipari Minisztérium, kézirat 1960. (Hivatkozás HEIDENREICH 3. alatti munkájára.)
3. HEIDENREICH, H.: Die Erfolgsrechnung im Aufbereitungsbetrieb. Verlag Glückauf G.m.b.H., Essen 1954.

SÜVEGHÉJAK FESZÜLTSEGFELÜLETÉNEK PEREMVONALÁRÓL

CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1963. április 30-án]

A dolgozat függélyes síkú peremíveken nyugvó héjak feszültségfüggvényének kerületi feltételeivel foglalkozik a membránelmélet szokásos feltevései keretében. A héj peremíveiről felteszi, hogy azok csak saját síkjukban működő erőhatásokkal szemben ellenállók. Terhelésként csak függélyes megoszló erőket vesz számításba.

A tanulmány kimutatja, hogy olyankor, midőn a héj peremívei csak függélyes irányban vannak megtámasztva, a feszültségfüggvény jellemezte feszültségfelület peremvonalára síkbeli sokszög. Ha ellenben a peremívek vízszintes eltolódás ellen is meg vannak támasztva, a feszültségfelület peremvonalára térbeli sokszöget alkot.

1. Bevezetés

Süveghéjon függélyes síkú peremívekre támaszkodó héjat értünk. Az ilyen héj középfelületének alaprajzi vetületét egyenes szakaszokból álló peremvonal határolja. A középfelület alaprajzi vetülete tehát sokszög (1. ábra).

A süveghéjak erőjátékának vizsgálatakor rendszerint a membránelmélet feltevéseiből indulnak ki, s egyúttal azt is feltételezik, hogy a peremívek csupán a saját síkjukban működő erőhatásokkal szemben ellenállók. Az alábbi fejtegetések szintén ugyanezekre a feltevésekre alapszanak. Céljuk annak tisztázása, miként módosulnak a héj feszültségfüggvényének kerületi feltételei olyankor, midőn a héj peremívei a szokásos függélyes támasztáson kívül saját síkjukban történő vízszintes eltolódás ellen is meg vannak támasztva.

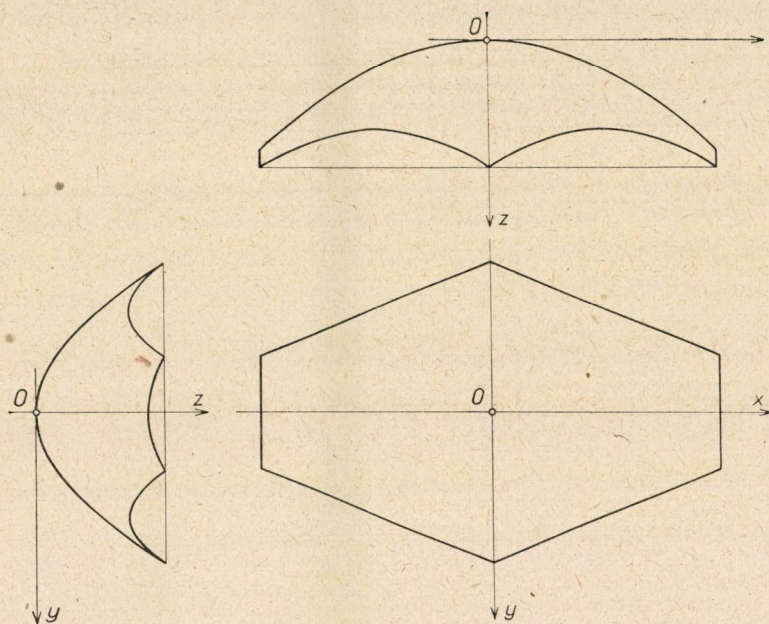
2. Alapismeretek

Vizsgálataink céljaira válasszuk ki a héjalaprajz valamely tetszőleges P_1P_2 oldalélét (2. ábra), s helyezzük el az $O(x, y)$ derékszögű tengelykeresztet úgy, hogy annak $+y$ tengelyága a P_1P_2 él külső normálisa irányába, $+x$ tengelyága a $P_1 \rightarrow P_2$ sugár irányába mutasson. Egyúttal állapodjunk meg abban, hogy a héj feszültségi állapotát az x, y irányú n_x, n_{xy}, n_{yx}, n_y redukált feszítőerőkkel jellemezzük. Függélyes terhelés esetében ezek a Pucher-féle $F = F(x, y)$ feszültségfüggvénnyel a következő ismert kapcsolatban állanak:

$$\begin{aligned}
 n_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \\
 n_{xy} = n_{yx} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \\
 n_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Mínt hogy feltevésünk szerint a héj peremívei csak saját síkjukban működő erőkkel szemben ellenállók, a héj nem adhat a P_1P_2 peremívre y irányú erőket. Ezek szerint a P_1P_2 peremszakasz mentén az

$$n_y = 0,$$



1. ábra

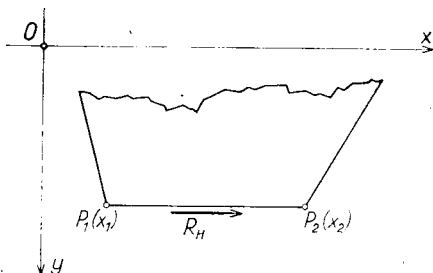
vagy, ami egyre megy, a

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \tag{2}$$

kerületi feltételnek kell teljesülnie. Az utóbbi feltétel azt fejezi ki, hogy a feszültségfüggvénynek a P_1P_2 peremvonal mentén legfeljebb lineárisan szabad változnia.

Természetesen, mindaz, amit az imént a P_1P_2 peremszakasról elmondtunk, a többi peremszakaszra is érvényes. Ezek szerint a feszültségfüggvény

jellemezte feszültségfelület kontúrja az egyes peremvonal szakaszoknak megfelelően egy-egy egyenes vonal tartozik lenni. •Ezek az egyenes vonalak — szinguláris esetektől eltekintve — ugrás nélkül csatlakoznak egymáshoz, s mint ilyenek, általában *térbeli* sokszöget alkotnak.



2. ábra

A feszültségfelületet határoló térbeli sokszög egyes esetekben *síkbeli* sokszöggé fajulhat el. Az utóbbi esetben a feszültségfüggvény valamely

$$Ax + By + C$$

lineáris alakzat hozzáadásával mindenkor kiegészíthető úgy, hogy a héj peremvonala mentén mindenütt az

$$F = 0 \quad (3)$$

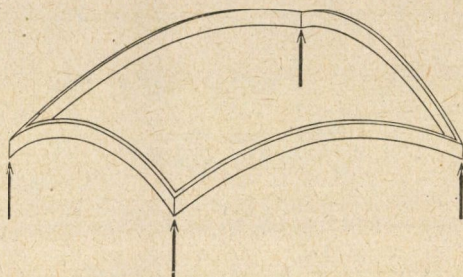
feltétel teljesüljön. Ez a kiegészítés a héj feszültségi állapotát nem módosítja, hiszen az (1) képletekben a feszültségfüggvénynek csak a második deriváltjai fordulnak elő.

A (3) feltétel, természetesen, a (2) feltételt eleve magában foglalja. Olyankor tehát, amidőn a (3) feltétel teljesítve van, a (2) feltétel is teljesül. Ellenben a (2) feltétel teljesedése nem jelenti egyúttal a (3) feltétel teljesedését is. Ennek a körülménynek a figyelmen kívül hagyása példák tanúsága szerint tévedéseknek lehet a forrása [2].

Meg kell említeni, hogy egyes különleges esetekben a (3) feltétel előírása nélkül pusztán a (2) feltétel alapján is nyilvánvaló, hogy a feszültségfelület peremvonala síkbeli alakzat. Ez a helyzet áll elő például mindenféle háromszög alaprajzú süveghéjak esetében. Máskor viszont szimmetria adottságok biztosítják azt, hogy a feszültségfelület peremvonala síkbeli alakzat. Pl. szimmetrikus trapézalaprajz fölé szerkesztett süveghéj esetében, ha a szimmetria-síkra nézve a héj terhelése is szimmetrikus, a feszültségfelület kontúrvonalának síkbeli négyszögnek kell lennie. Hasonló a helyzet szabályos sokszög alaprajz fölé szerkesztett forgáshéjak esetében is, feltéve, hogy a héj terhelése a szimmetriasíkokra nézve szimmetrikus elrendezésű.

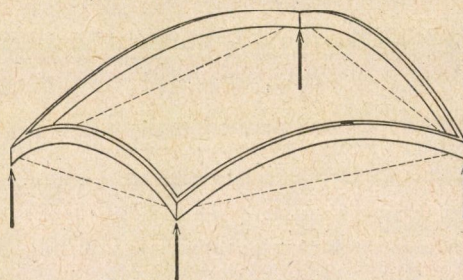
3. A feszültségfelület peremvonalának síkbeli sokszög

Ha a feszültségfüggvény jellemezte felület peremvonalának síkbeli sokszöget alkot, akkor a héj peremívei gyűrűszerűen körbefutó oly tartót alkotnak, melyet elégséges csupán függélyes értelemben megtámasztani [1]. Olyan



3. ábra

kor, midőn e gyűrűszerűen körbefutó tartó teljes hosszában alá van támasztva, benne a terhelés hatására csak derékerők keletkeznek. Ha azonban a gyűrűszerűen körbefutó tartónak csak a sarkai vannak alátámasztva (3. ábra), akkor a keresztmetszeteken a peremívek síkjával párhuzamos hajlítónyomaté-



4. ábra

kok is keletkeznek. E jelentős hajlító hatások csökkentésére a peremíveket vonórúddal (esetleg feszített vonórúddal) célszerű merevíteni (4. ábra). Az említett vonórúddal a peremívekre nézve nem jelentenek vízszintes eltolódás elleni megtámasztást, az egyes peremívekre átadott vízszintes erők ui. egymást egyensúlyozzák. Egyes esetekben célszerű lehet a peremívek síkjában alkalmazandó vonórúddal átlós vezetésű vonórúddal helyettesíteni, feltéve, hogy e vonórúddal által az egyes ívekre átadott vízszintes erők egymást egyensúlyozzák.

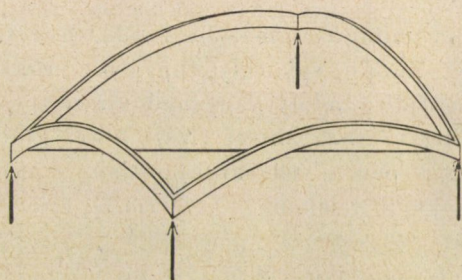
4. A feszültségfelület peremvonala térbeli sokszög

Ha feszültségfelület peremvonala térbeli sokszög, akkor a peremíveket még függélyes terhelés esetében sem elégséges csupán függélyesen megtámasztani. Ilyenkor a peremívek egyensúlyának biztosításához a függélyes támasztásokon felül még vízszintes támasztások is szükségesek.

A fenti állítás bizonyításához vegyük szemügyre a héj egyik peremívét, pl. a már előzőleg említett P_1P_2 peremívet, s állapítsuk meg a héj által e peremívre gyakorolt erők eredőjének vízszintes R_H alkotóját. Ez az R_H erőérték a következőképp fejezhető ki:

$$R_H = \int_{x_1}^{x_2} n_{xy} dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 F_{xy}}{\partial x \partial y} dx = \left[\frac{\partial F}{\partial y} \right]_{x_1} - \left[\frac{\partial F}{\partial y} \right]_{x_2}. \quad (4)$$

Ezek szerint R_H nem más, mint a feszültségfüggvény P_2 és P_1 pontbeli, a peremvonalra merőleges deriváltjainak különbsége. Ha a feszültségfelület P_1 pont előtti, illetve P_2 pont utáni határoló egyenese nem fekszik azonos

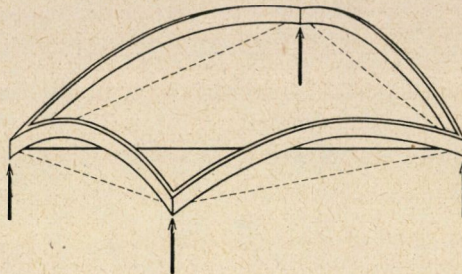


5. ábra

síkban, vagyis, ha a szóban forgó három peremvonalszakasz térbeli alakzatot alkot, akkor $R_H \neq 0$. Ilyenkor a P_1P_2 peremívet a függélyes támasztásokon felül az egyensúly biztosítására vízszintes irányban is meg kell támasztani, mégpedig az R_H erő ellentettjével.

A peremívek vízszintes megtámasztása végtelen sokféle módon lehetséges, ebből a szempontból tehát a feladat statikailag határozatlan. Azonban a támasztások alkalmas kialakításával a feladat mindenkor statikailag határozottá tehető. Ezt a célt azáltal érhetjük el, ha a peremíveket csupán egyetlen ponton támasztjuk meg vízszintes erővel. Vízszintes megtámasztás hiányában a peremívek síkjukra merőleges hajlításra is igénybe lennének véve, ami pedig feltevésünk szerint nem volna megengedhető. Esetünkben tehát a vízszintes megtámasztások nem mellőzhetők (5. ábra), az ívtartók síkjában alkalmazott esetleges vonórudak viszont csupán célszerűségi okokat szolgálnak. Az utóbbiak által a peremívekre átadott erők egymást egyensúlyozzák,

tehát a peremívekre nézve nem jelentenek vízszintes eltolódás elleni megtámasztást. Céljuk csupán a peremívek keresztmetszeteire jutó hajlító nyomatékok csökkentése (6. ábra).



6. ábra

5. Síkjukban ható vízszintes erővel terhelt peremívek

Az előzőekben megállapított összefüggések ismerete hasznos segítséget jelenthet olyankor is, midőn valamely függélyes erővel terhelt süveghéj peremíveinek sarokpontjaira adott nagyságú vízszintes erők hatnak. Mint-hogy a szóban forgó héjakra az említett vízszintes erőkn kívül nem működik egyéb vízszintes erő, a peremívek sarokpontjaira ható vízszintes erőknek természetsszerűen meg kell felelniük a vízszintes erővetületekre vonatkozó egyensúlyi feltételnek.

A peremívek sarokpontjaira ható vízszintes erőket a peremívek síkjában ható alkotókra bontva, könnyűszerrel megállapíthatjuk, hogy az egyes peremívekre mekkora R_H erők jutnak. Ezek után a feszültségfelület két szomszédos határoló egyenesét tetszőlegesen felvéve, a (4) képlet segítségével rendre meghatározhatjuk a sorra következő határoló egyenesek helyzetét. Ily módon eljárva a feszültségfelületet határoló térbeli sokszögnek lépésről lépésre való megszerkesztése, tehát a feszültségfüggvény kerületi értékeinek megállapítása semmi nehézségbe sem ütközik.

IRODALOM

1. CSONKA, P.: On the Annular Edge Beam of Membran Shells. *Acta Techn. Hung.* **33** (1961) 413–430.
2. KRSTIĆ, M.: Doppelt gekrümmte Schale über rhombischem Grundriss. *Bulletin de l'Académie Serbe de Sciences et des Arts.* 29 (1962), Classe de Sciences Techniques, N° 5, 8–12.

KÉT IRÁNYBAN GÖRBE HÉJ ROMBUSZ ALAPRAJZ FELETT

CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1963. április 30-án]

A dolgozat rombusz alaprajzú elliptikus, illetve hiperbolikus paraboloidhéj számítását mutatja be az alaprajz vetületi területén egyenletesen megoszló terhelés esetében. A számítások a membránelmélet szokásos feltevésein alapszanak.

A vizsgált héj négy függélyes síkú peremíven nyugszik. Ezek az ívek csak saját síkjukban működő erőhatásokkal szemben ellenállók, miért is megtámasztásukhoz függélyes támaszerőkön felül az ívek síkjában ható vízszintes támasztó erők is szükségesek.

A szóban forgó feladat érdekessége, hogy a redukált feszítő erők egyszerű zárt képletekkel fejezhetők ki.

1. Bevezetés

Különbféle összetett héjak szerkesztésekor célszerűen alkalmazhatók függélyes tengelyű, elliptikus, illetve hiperbolikus paraboloid alakú rombusz alaprajzú héjelemek. E héjelemeket a rombusz alaprajz négy oldala felett egy-egy függélyes síkú peremív határolja (1. ábra).

Az alábbiak ilyenfajta héjelemek számításával foglalkoznak. A számítások a membránelmélet szokásos feltevésein alapszanak, s feltételezik, hogy a szóban forgó héjelemek peremívei csak saját síkjukban működő erőhatásokkal szemben ellenállók.

2. Alapösszefüggések

Vizsgálataink céljaira a 2. ábrán feltüntetett $O(x, y, z)$ derékszögű koordinátarendszert használjuk. E koordinátarendszerben a vizsgálandó héj középfelületének egyenlete

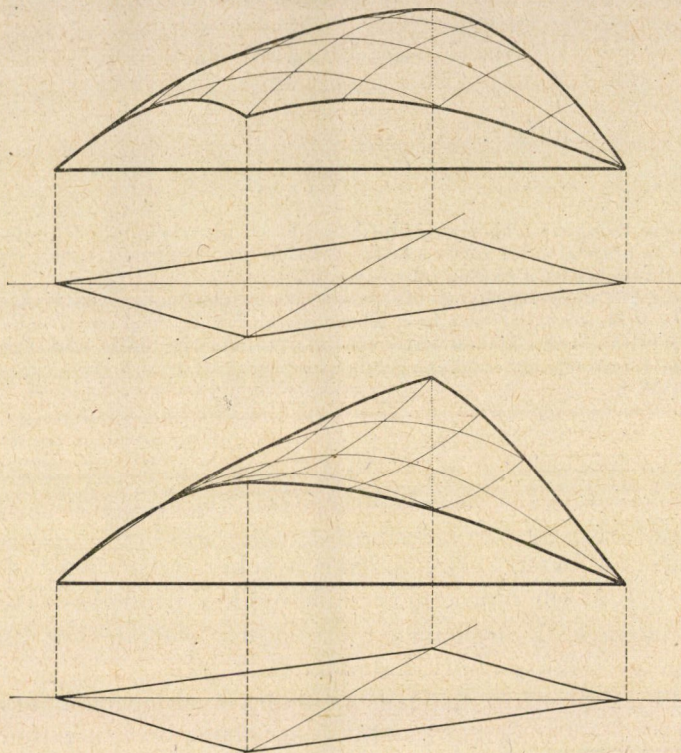
$$z = f(x, y) = \frac{Ax^2}{2a^2} + \frac{By^2}{2b^2}. \quad (1)$$

Itt A és B egymástól különböző, de egyébként tetszőleges állandók

$$A \neq B.$$

Az A és B állandókra vonatkozó fenti kikötés folytán a héj négy sarokpontja nem fekszik közös síkon.

A héj feszültségi állapotát az n_x, n_{xy}, n_{yx}, n_y redukált feszítő erőkkel jellemezzük. Ezek a feszítő erők a héj Pucher-féle $F = F(x, y)$ feszültség-



1. ábra. Rombusz alaprajzú héjak

függvényével a következő kapcsolatban állanak:

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \\ n_{xy} &= n_{yx} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \\ n_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Az F feszültségfüggvény általában a

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + Z = 0 \quad (3)$$

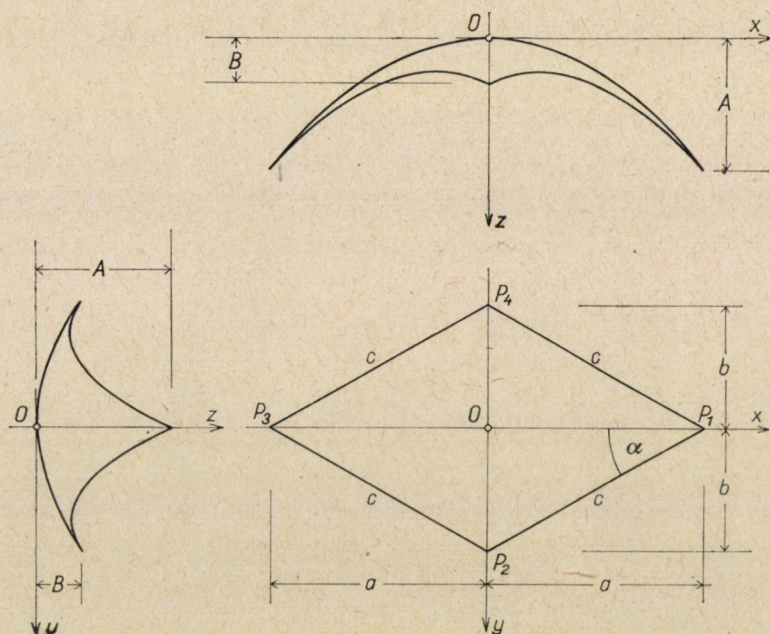
differenciálegyenletnek tartozik megfelelni, ahol Z a héjra ható függélyes megoszló tehernek az alaprajz vetületi területére vonatkoztatott fajlagos értéke.

Esetünkben

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{A}{a^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{B}{b^2},$$

miért is a (3) differenciálegyenlet a következő egyszerűbb alakban írható:

$$Ab^2 \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + Ba^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + Za^2 b^2 = 0. \quad (4)$$



2. ábra. Az $O(x, y, z)$ koordinátarendszer

Míthogy a héj peremívei csak saját síkjukban ható erővel szemben fejtenek ki ellenállást, kell, hogy a peremvonal mentén a feszültségfüggvénynek a peremvonal irányában vett második deriváltja zérus legyen. Ez más szóval azt jelenti, hogy a feszültségfüggvény kerületi pontjai egy-egy egyenesen tartoznak helyet foglalni (3. ábra). E négy egyenes általában torznégyszöget alkot. Ha a héj terhelése a koordinátasíkokra szimmetrikus, a torznégyszög is szimmetrikus elhelyezkedésű.

3. A feladat feszültségfüggvénye

Legyen a héjra ható függélyes megoszló terhelés fajlagos értéke a héj egész területén állandó értékű:

$$Z = Z_0 = \text{konst.}$$

Ebben az esetben a feladat differenciálegyenlete

$$Ab^2 \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + Ba^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + Z_0 a^2 b^2 = 0 \quad (5)$$

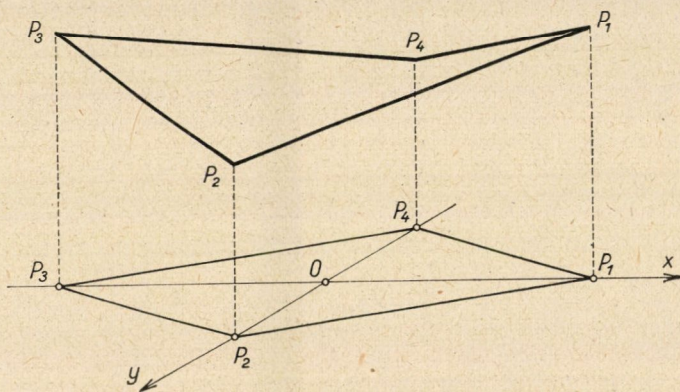
alakú, s egyszerűen igazolható, hogy e differenciálegyenlet egy megoldása

$$F = \frac{K}{2} \left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right), \quad (6)$$

ahol

$$K = \frac{Z_0 a^2 b^2}{A - B}. \quad (7)$$

Könnyűszerrel kimutatható az is, hogy a (6) alatti megoldás egyúttal a feladat kerületi feltételeinek is megfelel. Igazolásként elégséges csupán azt



3. ábra. A feszültségfelület kontúrvonala

kimutatnunk, hogy a (6) alatti F függvény a P_1P_2 rombuszoldal mentén lineárisan változik, mert ez esetben a fennforgó szimmetria miatt ugyanez teljesül a másik három rombuszoldal mentén is. A bizonyításhoz a P_1P_2 rombuszoldal egyenletéből, vagyis az

$$\frac{y}{b} = 1 - \frac{x}{a}$$

egyenletből indulunk ki. Ha ezt az összefüggést a (6) képletbe behelyettesítjük, azt találjuk, hogy

$$F = \frac{K}{2} \left(\frac{2x}{a} - 1 \right),$$

ami nyilvánvalóvá teszi, hogy az F függvény a P_1P_2 rombuszoldal mentén valóban egyenes szerint változik. Ezzel az a körülmény, hogy a (6) alatti függvény az (5) differenciálegyenleten felül a feladat kerületi feltételeinek is megfelel, bizonyítást nyert.

Az adott esetben tehát feladatunk feszültségfüggvénye

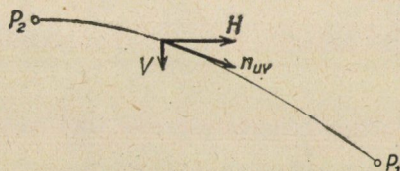
$$F = \frac{Z_0 a^2 b^2}{2(A+B)} \left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right), \quad (8)$$

s így a (2) képletek szerint az n_x , n_{xy} , n_{yx} és n_y redukált feszítő erők:

$$\begin{aligned} n_x &= -\frac{Z_0 a^2}{A-B}, \\ n_{xy} &= n_{yx} = 0, \\ n_y &= \frac{Z_0 b^2}{A-B}. \end{aligned} \quad (9)$$

Mint látható, az n_x , n_{xy} , n_{yx} , n_y redukált feszítő erők a héjalaprajz egész területén állandók.

A teljesség kedvéért célszerű lesz a rombuszoldalak mentén működő redukált feszítő erőket is meghatározni. A $P_1 P_2$ rombuszoldal külső normálisát u betűvel, a P_1 sarokpontból a P_2 sarokpont felé irányuló irányvonalat v



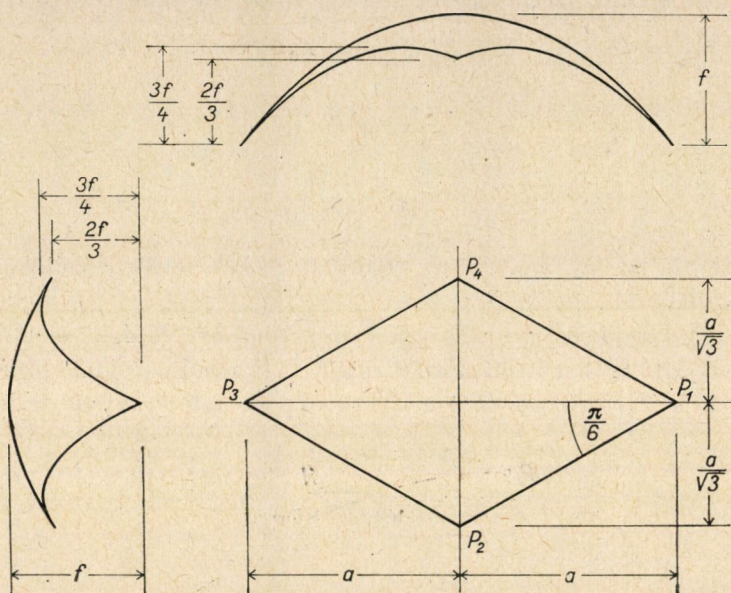
4. ábra. A $P_1 P_2$ peremívre ható erőalkotók

betűvel jelölve, az n_u , n_{uv} , n_{vu} , n_v redukált feszítő erőket a 4. ábrán feltüntetett héjelemek egyensúlyi feltételeiből határozhatjuk meg. A számítást elvégezve, azt találjuk, hogy

$$\begin{aligned} n_u &= n_x \sin^2 \alpha + n_y \cos^2 \alpha = \\ &= -\frac{Z_0 a^2}{A-B} \frac{b^2}{c^2} + \frac{Z_0 b^2}{A-B} \frac{a^2}{c^2} = 0, \\ n_{uv} &= n_{vu} = -n_x \sin \alpha \cdot \cos \alpha + n_y \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \\ &= \frac{Z_0 a^2}{A-B} \frac{ab}{c^2} + \frac{Z_0 b^2}{A-B} \frac{ab}{c^2} = \frac{Z_0 ab}{A-B}, \\ n_v &= n_x \cos^2 \alpha + n_y \sin^2 \alpha = \\ &= -\frac{Z_0 a^2}{A-B} \frac{a^2}{c^2} + \frac{Z_0 b^2}{A-B} \frac{b^2}{c^2} = \frac{Z_0 (b^2 - a^2)}{A-B}. \end{aligned} \quad (10)$$

A peremívekre jutó erők, természetesen, a héjperemre ható feszítő erők ellentettjei. Ezek szerint a P_1P_2 peremívre ható érintőleges erők vízszintes alkotójának fajlagos értéke

$$H = \frac{Z_0 ab}{A - B},$$



5. ábra. Alkalmazási példa

a függőleges erőalkotók fajlagos értéke pedig

$$V = n_{uv} \frac{\partial f}{\partial v} = \frac{Z_0 ab}{A - B} \left(\frac{Ax}{ac} - \frac{By}{bc} \right).$$

A H és V értékek a 4. ábrán feltüntetett nyílértelemmel pozitívak.

A P_1P_2 ívre ható vízszintes erőalkotók eredője

$$R_H = Hc = \frac{Z_0 abc}{A - B},$$

a függőleges erőalkotók eredője pedig egyszerű egyensúlyi okokból

$$R_V = \frac{Z_0 ab}{2}.$$

Mint ahogy a peremívek feltevésünk szerint csak saját síkjukban működő erőhatásokkal szemben ellenállók, a peremívekre ható vízszintes R_H erők egyensúlyozására a szomszédos peremívek nem használhatók fel. Ezért az

egyes peremívekre jutó R_H erőket az illető peremívek mentén, vagy a sarokpontokban működő támaszerőkkel kell egyensúlyozni [1]. Az egyensúlyozás két egyszerű lehetősége: P_1 és P_3 pontok közé vonórudat, vagy a P_2 és P_4 pontok közé támasztó dúcot beiktatni. Az első esetben a vonórúdban működő húzóerő

$$2 R_H \frac{a}{c} = \frac{2 Z_0 a^2 b}{A - B},$$

a második esetben a támasztó dúcban működő nyomóerő:

$$2 R_H \frac{b}{c} = \frac{2 Z_0 a b^2}{A - B}.$$

Mint látható, a vízszintes megtámasztás szempontjából a feladat statikailag határozatlan ugyan, de a támasztások megfelelő kialakításával a szerkezet statikailag határozott erőjátékúvá tehető.

Végezetül felhívjuk a figyelmet, hogy az általunk tárgyalt feladat általánosabb fogalmazása annak a feladatnak, melyet M. KRSTIĆ [2] a Szerb Tudományos Akadémia Bulletinjének 1962. évi XXIX. kötetében tárgyalt. M. KRSTIĆ csak forgásparaboloid alakú héjakkal foglalkozott, s a megoldást végtelen sor alakjában állította elő. Ezzel szemben jelen dolgozat tárgyalásai tetszőleges alakú elliptikus és hiperbolikus paraboloid alakú héjakra vonatkoznak, a feladat megoldását pedig egyszerű zárt képletek fejezik ki.

5. Alkalmazási példa

Alkalmazzuk az ismertetett eljárást M. KRSTIĆ dolgozatában található feladatra (6. ábra), de betűjelzésként használjuk a jelen tanulmányban bevezetett betűjeleket. A szóban forgó héj középfelületének egyenlete

$$z = \frac{f}{a^2} (x^2 + y^2).$$

A rombusz alaprajz b és c méretei

$$b = \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad c = \frac{2a}{\sqrt{3}},$$

a terhelés fajlagos értéke pedig

$$Z_0 \equiv q.$$

Így az adott esetben

$$A = 2f, \quad B = \frac{2f}{3},$$

tehát a (10) képletcsoport második képlete szerint a P_1P_2 rombuszél felett álló peremív mentén

$$n_{uv} = \frac{Z_0 a b}{A - B} = \frac{\sqrt{3} q a^2}{4f} = 0,433 \frac{q a^2}{f}.$$

Ezzel szemben a [2] dolgozat szerint a P_1P_2 rombuszél sarokpontjaiban

$$n_{uv} = \pm 1,24 \frac{q b^2}{f} = \pm 0,413 \frac{q a^2}{f} .$$

Az utóbbi érték az általunk számított pontos értékkel szemben a végtelen sorral kifejezett megoldás első négy tagjának figyelembevételével számított, s mint ilyen csak közelítő pontosságú.

IRODALOM

1. CSONKA, P.: On the Stress Function of Calotte Shells. *Acta Techn. Hung.*
2. KRSTIĆ, M.: Doppelt gekrümmte Schale über rhombischem Grundriss. *Bulletin de l'Académie Serbe de Sciences et des Arts*. Tomus XXIX, Classe de Sciences Techn. No. 6.

A KOMMUTÁTORZÁSZLÓ ERŐJÁTÉKÁNAK SZÁMÍTÁSA

HUSZÁR ISTVÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

és

BODOR JÁNOS

GANZ VILLAMOSSÁGI MŰVEK, BUDAPEST

[Beérkezett 1963. május 14-én]

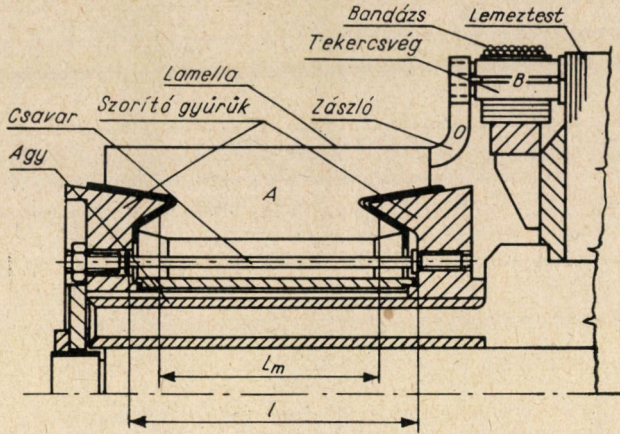
A kommutátorzászló feladata a kommutátorlamellák és a tekercsvégek közötti vezető összeköttetés létesítése. Mechanikai szempontból terhelését megszabják a szerelési körülmények, a forgás során keletkező erőhatások, végül az üzemben előálló melegedés kapcsán jelentkező erők. Az első a gyártástól függ, a két utóbbi viszont számszerűen is követhető. A szerzők a zászlónak mint statikailag határozatlan beépítésű szerkezeti elemnek a forgás és a melegedés során fellépő erőviszonyait tisztázzák közelítő számítással.

I. A kommutátorzászlóban keletkező terhelések

A kommutátorzászlónak mint szerkezeti elemnek az a feladata, hogy a kommutátor lamellái és a tekercsvégek között megfelelő vezető összeköttetést teremtsen (1. ábra). A villamosgép üzembiztos működése szempontjából feltétlen szükséges a zászló mechanikailag biztonságos kialakítása.

A kommutátor, a zászló és a tekercsvég együtt statikailag határozatlan rendszert alkotnak. Ezért a szilárdsági ellenőrzés feladata meglehetősen bonyolult. Tovább növeli a nehézséget az, hogy az üzemi igénybevétel összetett. Már a szereléskor keletkeznek erőhatások; később, üzem közben, a forgás és a melegedés következtében áll elő terhelés [1–3].

A szerelési műveletek során a zászlókat részben maradó, részben rugalmas alakváltozás révén bizonyos mértékben a tekercsfejhez hozzá kell igazítani. E deformációból előre nem látható igénybevétel származik. További szerelési feszültséget okoz a tekercsfejeknek a lebandácsolása a zászlóba való beerősítés után. A szerelés körülményeit, illetve az azokból származó igénybevételeket számítással ugyan pontosan nem tudjuk követni, de az ébredő feszültségekről minőségi ítéletet mondhatunk. Ennek megfelelően írhatjuk elő a gyártási tűréseket, és fogalmazhatjuk meg a szerelési műveletterveket. A forgásból és a melegedésből származó terhelések számítására, amelyek az összes igénybevétel jelentős részét alkotják, lehet közelítő eljárást kidolgozni. A részletes számításokat itt közöljük. A szuperpozíció elvét alkalmazzuk. Az igénybevételeket külön-külön vesszük figyelembe, és az így kapott terheléseket előjelesen összeadva nyerjük az eredő igénybevételeket.

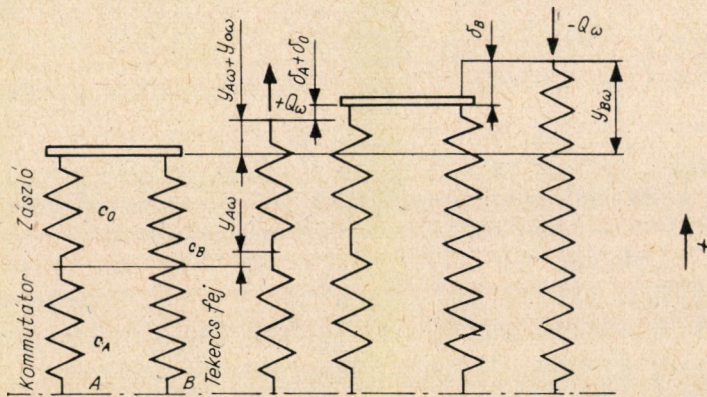


1. ábra

II. Forgásból származó igénybevételek számítása

A forgás során fellépő terhelések sugárirányúak. Tekintettel azonban arra, hogy a feladat statikailag határozatlan, csak szilárdsági összefüggések segítségével számíthatjuk ki az erőket, mégpedig a rendszer deformációjának tisztázása révén [4]. Az egyes elemeket célszerű rugóval helyettesíteni. A közeleltő rugórendszert a 2. ábra szemlélteti. A rendszer felrajzolásakor az agyat, amelyre a kommutátort felsajtolják, valamint a lemeztestet merevnek vesszük. Rugalmasnak csak a kommutátort (A), a zászlót (O) és a tekercsfejet (B) tekintjük.

Az egyes elemek a forgás kapcsán elmozdulnának külön-külön $y_{A\omega}$, $y_{O\omega}$, $y_{B\omega}$ értékekkel. Minthogy azonban egybe vannak kapcsolva, Q_ω belső erő lép fel közöttük, amelynek hatására előáll a $\delta_A > 0$, $\delta_O > 0$, $\delta_B < 0$ defor-



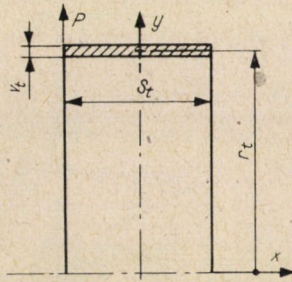
2. ábra

máció. Egyetlen zászlóra ható $Q_{\omega 1}$ erőből

$$Q_{\omega} = KQ_{\omega 1}$$

összefüggéssel definiáljuk a rendszerben működő belső erőt, ahol K a zászlók (kommutátorlamellák) száma. Az ábra alapján a következő alakváltozási összefüggést írhatjuk fel:

$$y_{A\omega} + y_{0\omega} + \delta_A + \delta_0 = y_{B\omega} + \delta_B.$$



3. ábra

Részletesebben az erő és a rugóállandók bevezetésével

$$y_{A\omega} + y_{0\omega} + Q_{\omega} c_A + Q_{\omega} c_0 = y_{B\omega} + (-Q_{\omega}) c_B.$$

Ebből a keresett erő

$$Q_{\omega} = \frac{y_{B\omega} - y_{A\omega} - y_{0\omega}}{c_A + c_0 + c_B}. \quad (1)$$

Vegyük sorra a Q_{ω} összefüggésében szereplő egyes mennyiségeket.

$y_{B\omega}$ a szabadon álló tekercsfej sugárirányú elmozdulása ω szögsebességű forgáskor. Közelítésként γ_{Cu} fajsúlyú forgó rézgyűrűnek fogjuk fel a tekercsfejet. Így a benne ébredő tangenciális feszültségből (3. ábra) a fajlagos nyúlás

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{E_{Cu}} = \frac{1}{E_{Cu}} \frac{\gamma_{Cu}}{g} r_t^2 \omega^2,$$

ahol g a nehézségi gyorsulás, E_{Cu} a réz rugalmassági tényezője. A keresett elmozdulás tehát sugárirányban

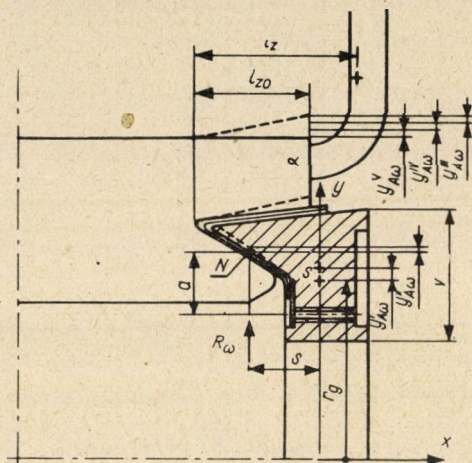
$$y_{B\omega} = \varepsilon_t r_t = \frac{\gamma_{Cu}}{E_{Cu} g} r_t^3 \omega^2.$$

$y_{A\omega}$ a tekercsfejjel nem kapcsolt kommutátor sugárirányú elmozdulása az α helyen a forgás során (4. ábra). A deformáció öt részből áll:

$$y_{A\omega} = y_{A\omega}^I + y_{A\omega}^{II} + y_{A\omega}^{III} + y_{A\omega}^{IV} + y_{A\omega}^V.$$

$y_{A\omega}^I$ a szorítógyűrű súlypontjának elmozdulása sugárirányban, melyet $y_{B\omega}$ -hoz hasonlóan számíthatunk ki:

$$y_{A\omega}^I = \frac{\gamma}{g \cdot E} r_g^3 \omega^2,$$



4. ábra

ahol γ a vas fajsúlya, E az acél rugalmassági tényezője, r_g a szorítógyűrűsúlypont sugara.

$y_{A\omega}^{II}$ a kommutátorszorítógyűrű elfordulása kapcsán előálló radiális elmozdulás a ferde felületen fellépő és s karon támadó R_ω sugárirányú erő hatására [5]:

$$y_{A\omega}^{II} = \frac{R_\omega s r_g v}{2\pi I_y E}.$$

Itt I_y a szorítógyűrű y tengelyre számított másodrendű nyomatéka, R_ω pedig az egy szeletre jutó $R_{\omega 1}$ erőből $R_\omega = KR_{\omega 1}$ összefüggéssel számítható eredőt jelenti (de csak a szereléshez képesti erőnövekedést).

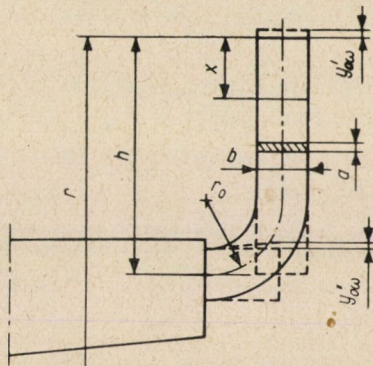
$y_{A\omega}^{III}$ a szeletvég kihajlása a saját centrifugális erő hatására:

$$y_{A\omega}^{III} = \frac{p_\omega l_{z0}^4}{8 I_s E_{Cu}},$$

ahol p_ω a szeletvéget terhelő megoszló terhelés forgásból, l_{z0} a zászlós szeletvég hossza, I_s a konzolnak felfogott egyetlen szeletvég másodrendű nyomatéka a z tengelyre.

$y_{A\omega}^{IV}$ a kihajlás egyetlen zászló C_{z1} centrifugális erejének megfelelő koncentrált erőből. A zászlóra ható centrifugális erőt ugyanis áthelyezve az a pontba, a C_{z1} erő helyettesíthető egy C_{z1} nagyságú erővel és $C_{z1}(l_z - l_{z0})$ nagyságú nyomatékkal:

$$y_{A\omega}^{IV} = \frac{C_{z1} l_{z0}^3}{3 I_s E_{Cu}}$$



5. ábra

$y_{A\omega}^V$ pedig a C_{z1} centrifugális erő áthelyezéséből származó hajlítónyomaték hatására bekövetkező kihajlás.

$$y_{A\omega}^V = \frac{C_{z1}(l_z - l_{z0}) l_{z0}^2}{2 I_s E_{Cu}}$$

$y_{0\omega}$ a zászló megnyúlása a centrifugális erő hatására. Két részből áll, mégpedig (5. ábra):

$$y_{0\omega} = y_{0\omega}^I + y_{0\omega}^{II}$$

$y_{0\omega}^I$ a függőleges szakasz nyúlása. Tetszőleges x helyen fellépő feszültség sugárirányban

$$\sigma = \frac{C(x)}{ab} = \frac{1}{ab} \left(r - \frac{x}{2} \right) \omega^2 \frac{\gamma_{Cu}}{g} (abx),$$

tehát a fajlagos nyúlás

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_{Cu}} = \frac{\gamma_{Cu}}{g E_{Cu}} \left(r - \frac{x}{2} \right) x \omega^2.$$

A zászló függőleges méretének nyúlása, közelítéssel az alsó részt a szaggatott

vonallal jelölt résszel helyettesítve:

$$y_{0\omega}^I = \omega^2 \frac{\gamma_{Cu}}{gE_{Cu}} \int_0^h \left(r - \frac{x}{2} \right) x dx = \omega^2 \left(\frac{rh^2}{2} - \frac{h^3}{6} \right) \frac{\gamma_{Cu}}{gE_{Cu}}.$$

$y_{0\omega}^{II}$ a vízszintes szakasz elmozdulása a C centrifugális erő hatására:

$$y_{0\omega}^{II} = \frac{C_{z1} r_0^3}{3 I_z E_{Cu}},$$

a görberészt ismét egyenes szakasszal megközelítve. Itt I_z a zászló befogott keresztmetszetének másodrendű nyomatéka a z tengelyre.

c_A a zászlós szeletvég sugárirányú rugóállandója, azaz a zászlórendszer jobb oldali felső végén működő $Q_\omega = 1$ esetén bekövetkező deformációja egyszerűen számítható $\delta_A = Q_\omega c_A$ összefüggésből, amelyet részletezve

$$\begin{aligned} \delta_A &= \frac{y_{A\omega}^{IV}}{C_{zf}} Q_{\omega 1} + \frac{y_{A\omega}^V}{C_{z1}} Q_{\omega 1} + \frac{y_{A\omega}^{II}}{R_\omega} Q_\omega = \\ &= \frac{y_{A\omega}^{IV}}{C_{z1}} \frac{Q_\omega}{K} + \frac{y_{A\omega}^V}{C_{z1}} \frac{Q_\omega}{K} + \frac{y_{A\omega}^{II}}{R_\omega} Q_\omega. \end{aligned}$$

Így végül is

$$c_A = \frac{y_{A\omega}^{II}}{R_\omega} + \frac{y_{A\omega}^{IV}}{KC_{z1}} + \frac{y_{A\omega}^V}{KC_{z1}}.$$

c_0 a zászlórendszer rugóállandója radiális irányban, amelyet számíthatunk egyetlen zászló c_1 rugóállandójából. A zászló függőleges szakaszát húzott elemnek, a vízszintes szakaszát hajlított elemnek tekintve (5. ábra):

$$c_1 = \frac{h}{abE_{Cu}} + \frac{r_0^3}{3 I_z E_{Cu}}.$$

A zászlórendszer rugóállandója a párhuzamos kötésnek megfelelően

$$c_0 = \frac{c_1}{K}.$$

c_B a tekercsvég rugóállandója sugárirányban. A tekercsvégeket közelítően egy azonos keresztmetszetű tömör gyűrűvel helyettesítjük. Ebből a feltételből meghatározhatjuk a gyűrű v_t vastagságát (3. ábra). A rugóállandó pedig [6]

$$c_B = \frac{6}{2\pi r_t} \frac{m^2 - 1}{m^2 E_{Cu} v_t^3 u^3} \frac{\sinh 2\mu s_t - \sin 2\mu s_t}{\cosh 2\mu s_t + \cos 2\mu s_t - 2},$$

ahol

$$\mu = \sqrt[4]{3 \frac{m^2 - 1}{m^2 v_t^2 r_t^2}}.$$

Ezekután meghatározható a Q_w erő az (1) egyenlet alapján. Az egy zászlóra jutó és a méretezés szempontjából döntő terhelés pedig:

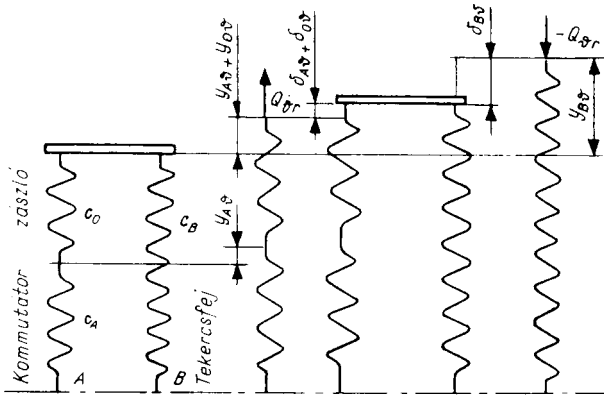
$$Q_{w1} = \frac{Q_w}{K}.$$

III. Melegedésből származó igénybevételek számítása

A melegedés hatására sugár- és tengelyirányú deformációk jönnek létre. Az ezekből származó igénybevételeket külön-külön tárgyaljuk.

1. A sugárirányú igénybevételek

A számításra szolgáló rugórendszer azonos az előző pontban felvett rugórendszerrel, mert mindkét esetben az erők iránya azonos (6. ábra). Az ábra



6. ábra

szerint az (1) egyenlet mintájára

$$Q_{\vartheta r} = \frac{y_{B\vartheta} - y_{A\vartheta} - y_{0\vartheta}}{c_A + c_0 + c_B}. \quad (2)$$

Itt $y_{B\vartheta}$, $y_{A\vartheta}$, $y_{0\vartheta}$ a melegedés hatására bekövetkező elmozdulás akkor, ha az egyes alkatrészek nincsenek gátolva terjedésükben. $Q_{\vartheta r}$ pedig éppen az összekapcsolt rendszerben fellépő erőt jelenti. A rugóállandók természetesen ugyanazok, mint a forgásnál láttuk.

$y_{B\vartheta}$ a tekercsvégeket helyettesítő rézgyűrű tágulása sugárirányban. Tekintettel arra, hogy a tekercsvégeket acélhuzallal bandácsolják, a helyet-

tesítő rézgyűrű sugárirányú tágulását az acél α_{Fe} hőtágulási együtthatójával számoljuk közelítésképpen (3. ábra).

$$y_{B\vartheta} = \alpha_{Fe} r_t \vartheta_t,$$

ahol ϑ_t a tekercsvég üzemi és szerelési hőmérsékletének különbsége.

$y_{A\vartheta}$ a zászlós szeletvég függőleges elmozdulása. Ez két részből áll. Az egyik része adódik a kommutátor sugárirányú tágulásából a ϑ_{Fe} hőmérsékletnövekedés hatására (4. ábra)

$$y_{A\vartheta}^I = \alpha_{Fe} r_g \vartheta_{Fe},$$

a másik rész pedig a gyűrű kiborulásából a hő hatására megnövekedett sugárirányú erők miatt jelentkezik [5]

$$y_{A\vartheta}^{II} = \frac{R_\vartheta s r_g v}{2\pi I_y E},$$

ahol $R_\vartheta = KR_{\vartheta_1}$ a sugárirányú erő megnövekedését jelenti a szereléshez képest, ϑ_{Fe} a szorítógyűrű üzemi és szerelési hőmérsékletének különbsége. Végül is

$$y_{A\vartheta} = y_{A\vartheta}^I + y_{A\vartheta}^{II}.$$

$y_{0\vartheta}$ a zászló megnyúlása a hőmérséklet hatására,

$$y_{0\vartheta} = \alpha_{Cu} h \vartheta_z,$$

ahol h a zászló hossza, ϑ_z pedig a zászló hőmérsékletének növekedését jelenti.

A kiszámított y és c adatokat behelyettesítve a belső erők képletébe, megkapjuk a zászlók, ill. egy zászló terhelését:

$$Q_{\vartheta r1} = \frac{Q_{\vartheta r}}{K}.$$

2. A tengelyirányú igénybevételek

A kommutátor, a zászlók és a tekercsvégek alkotta rendszert axiális irányban a vázolt rugórendszerrel helyettesíthetjük (7. ábra). A hő okozta szabad deformációkat jelöljük rendre $\eta_{A\vartheta}$, $\eta_{B\vartheta}$, $\eta_{0\vartheta}$ -val. A rendszer elemei közt levő kapcsolat miatt azonban fellép $Q_{\vartheta a}$ erő, melynek hatására bekövetkező deformációk viszont $\delta_{A\vartheta}$, $\delta_{B\vartheta}$, $\delta_{0\vartheta}$. Az ábra szerint felírhatjuk

$$l_A + l_B + l_0 = l_A + \eta_{A\vartheta} + \delta_{A\vartheta} + l_B + \eta_{B\vartheta} + \delta_{B\vartheta} + l_0 + \eta_{0\vartheta} + \delta_{0\vartheta}.$$

Ebből viszont

$$\delta_\vartheta = (-Q_{\vartheta a}) c_a < 0$$

alapján

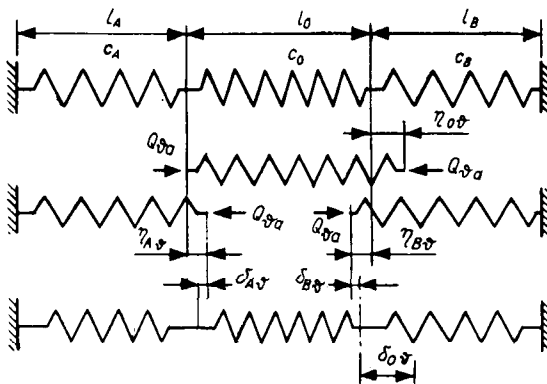
$$\eta_{A\vartheta} + \eta_{B\vartheta} + \eta_{0\vartheta} = -\delta_{A\vartheta} - \delta_{B\vartheta} - \delta_{0\vartheta} = Q_{\vartheta a} c_{Aa} + Q_{\vartheta a} c_{Ba} + Q_{\vartheta a} c_0.$$

Tehát a fellépő erőhatás a zászlórendszerre

$$Q_{\vartheta a} = \frac{\eta_{A\vartheta} + \eta_{B\vartheta} + \eta_{0\vartheta}}{c_{Aa} + c_{Ba} + c_{0a}}. \quad (3)$$

Egy zászlóra jutó erő pedig

$$Q_{\vartheta a1} = \frac{Q_{\vartheta a}}{K}.$$



7. ábra

A kommutátorszorítógyűrűk közül az egyik meg van támasztva, és pedig az agyon, tehát a tengelyhez képest nem tud elmozdulni. A rendszer erőjátéka szempontjából azonban nem közömbös, hogy melyik gyűrű van megfogva, így a számítást mindkét esetre elvégezzük.

a) A kommutátor a zászló felőli szorítógyűrűre támaszkodik. $\eta_{A\vartheta}$ a kommutátor zászlós szeletvégeinek elmozdulása a ϑ_{Cu} hőmérsékletváltozás hatására két részből áll. Az egyik a zászlós szeletvég hőkiterjedése:

$$\eta_{A\vartheta}^I = \alpha_{Cu} l_{20} \vartheta_{Cu}.$$

A másik rész a kommutátor zászlós végeinek elmozdulása a szorítógyűrű kiborulásából a tengelyirányú erő $T_\vartheta = KT_{\vartheta 1}$ megnövekedése hatására (4. ábra) [5]:

$$\eta_{A\vartheta}^{II} = \frac{T_\vartheta \operatorname{ar} g v}{2\pi I_y \cdot E}.$$

Tehát

$$\eta_{A\vartheta} = \eta_{A\vartheta}^I + \eta_{A\vartheta}^{II}.$$

A tekercsvégeket helyettesítő rézgyűrű kitágulása axiális irányban, $\eta_{B\vartheta}$ (3. ábra):

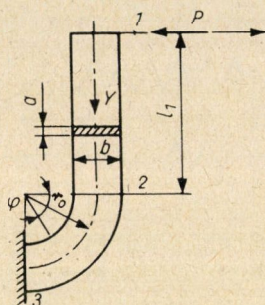
$$\eta_{B\vartheta} = \alpha_{Cu} s_t \vartheta_t.$$

A zászló hőtágulása axiális irányban, $\eta_{0\vartheta}$ (8. ábra):

$$\eta_{0\vartheta} = \alpha_{Cu} \cdot r_0 \vartheta_z.$$

β) A kommutátor a külső szorítógyűrűre támaszkodik. Most a szeletvég elmozdulása a tekercsfejek felé nagyobb, mint az a) esetben, ui. hozzájön még az egész kommutátor λ_K megnyúlása is. Így

$$\eta_{A\vartheta} = \eta_{A\vartheta}^I + \eta_{A\vartheta}^{II} + \lambda_K.$$



8. ábra

A kommutátor azonban a szektorkoszorúból, a szorítógyűrűből és a csavarokból álló rugórendszernek fogható fel. A hőmérséklet hatására a rendszer megnyúlásának egyik része a csavarok hő okozta nyúlásával közelíthető meg:

$$\lambda_K^I = \alpha_{Fe} l \vartheta_c.$$

Itt ϑ_c a szorítócsavarok üzemi és üzem előtti hőmérsékletének különbsége, l az 1. ábrán látható méret. A nyúlás másik része a csavarok megnyúlása a fellépő belső erők hatására. A réz hőtágulása ugyanis nagyobb, mint a vasé, így a különböző deformációkból származó T_ϑ belső erő a csavarok megnyúlását idézi elő, amely

$$\lambda_K^{II} = \frac{T_\vartheta l}{A_c E},$$

ahol A_c a csavarkeresztmetszet-területek összege. Tehát

$$\lambda_K = \lambda_K^I + \lambda_K^{II}.$$

A rugóállandók az a) és a β) esetben megegyeznek. Részletes számításukat a következőkben adjuk.

c_{Aa} a szelet zászlos végéből álló körgyűrű rugóállandója axiálisan, mert csak ez vesz részt az erőjátékban

$$c_{Aa} = \frac{l_{z0}}{AE_{Cu}},$$

ahol l_{z0} a zászlos szeletvég hossza, A pedig a körgyűrű keresztmetszete. Valójában a β) esetben c_{Aa} ettől egy kissé eltér, mert most az egész kommutátorrendszer deformációját kellene számítani az axiális egységnyi erő hatására. Ettől azonban itt eltekintünk.

c_{1a} egyetlen zászló rugóállandója axiális irányban, amelyet a Castigliano-tétel segítségével számíthatunk ki. Az elmozdulás P irányában (8. ábra):

$$f = \frac{\partial u}{\partial P} = \frac{1}{I_z E_{Cu}} \int_1^3 M \frac{\partial M}{\partial P} dl = P c_{1a}.$$

A nyomaték meghatározása az egyes szakaszokon:

$$1-2 \text{ szakasz } M_{12} = Py, \frac{\partial M_{12}}{\partial P} = y, dl = dy;$$

$$2-3 \text{ szakasz } M_{23} = P(l_1 + r_0 \sin \varphi), \frac{\partial M_{23}}{\partial P} = l_1 + r_0 \sin \varphi;$$

$$dl = r_0 d\varphi.$$

Elvégezve az integrálást és P helyébe a $P = 1$ kp-ot helyettesítve, kapjuk egy zászló rugóállandóját:

$$c_{1a} = \frac{1}{I_z E_{Cu}} \left[\frac{l_1^3}{3} + r_0 l_1^2 \frac{\pi}{2} + 2 l_1 r_0^2 + \frac{r_0^3}{4} \pi \right].$$

A zászlórendszer eredő rugóállandója pedig:

$$c_{0a} = \frac{c_1}{K}.$$

c_{Ba} a tekercsvég rugóállandója axiális irányban (3. ábra):

$$c_{Ba} = \frac{s_t}{2r_t \pi v_t E_{Cu}}.$$

A közölt számítás tisztázza a kommutátorzászló üzemi viszonyainak megfelelő erőjátékokat, és ezzel a méretezés alapjául szolgál. Minthogy azonban a felhasznált összefüggéseket bizonyos közelítéssel vezettük le, az eljárás is csak közelítő eredményt ad. A közelítés helyességét szilárdsági mérésekkel lehet ellenőrizni.

IV. Számpélda

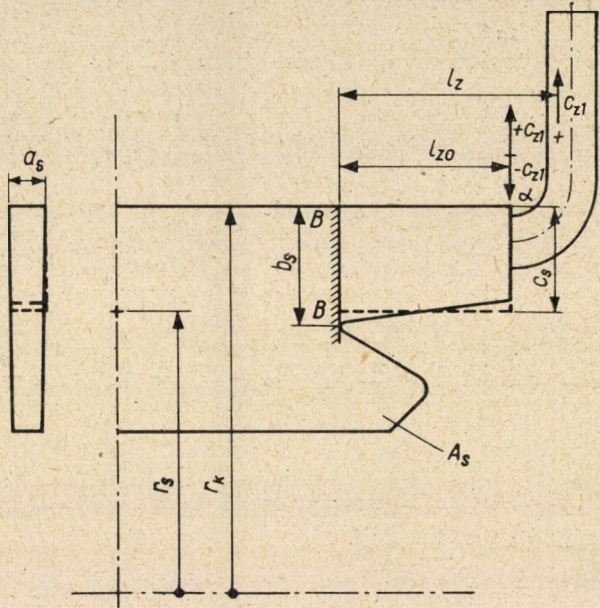
Kövessük az előbbieken elmondottakat a 9. ábrán feltüntetett kommutátorzászlón. A számításhoz szükséges egyes adatokat a 9., 10. és 11. ábrák tartalmazzák.

1. A forgásból származó igénybevétel számítása

A gép fordulatszáma $n = 1200/\text{min}$,

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 1200}{60} \approx 125,6/\text{s}.$$

$$\begin{aligned} a_s &= 0,58 \text{ cm} \\ b_s &= 3,0 \text{ cm} \\ c_s &= 2,71 \text{ cm} \\ l_{z0} &= 5,8 \text{ cm} \\ l_z &= 7,45 \text{ cm} \\ r_k &= 32,5 \text{ cm} \\ C_{z1} &= 17,5 \text{ kp} \\ K &= 300 \\ r_s &= 29,58 \text{ cm} \\ A_s &= 126,8 \text{ cm}^2 \\ \gamma_{Cu} &= 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ kp/cm}^3 \\ E_{Cu} &= 1,15 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2 \\ a_{Cu} &= 16,6 \cdot 10^{-6}/C^\circ \end{aligned}$$



9. ábra

A tekercsfaj sugárirányú elmozdulása

$$y_{B\omega} = \frac{\gamma_{Cu}}{E_{Cu} g} r_t^3 \omega^2 = \frac{8,9 \cdot 10^{-3}}{1,15 \cdot 10^6 \cdot 981} 38,6^3 \cdot 125,6^2 \approx 7,15 \cdot 10^{-3} \text{ cm},$$

ui. a 3. ábrán látható közepes tekercssugár, $r_t = 38,6$ cm.

A kommutátor sugárirányú elmozdulása

$$y_{A\omega}^I = \frac{\gamma F c'}{g E} r_g^3 \omega^2 = \frac{7,85 \cdot 10^{-3}}{981 \cdot 2,1 \cdot 10^6} 25,12^3 \cdot 125,6^2 \approx 0,965 \cdot 10^{-3} \text{ cm},$$

ahol r_g a szorítógyűrű súlyponti sugara (10. ábra).

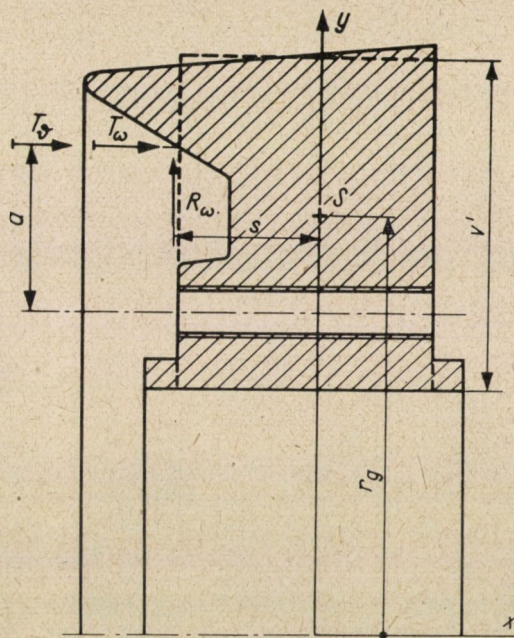
$$y_{A\omega}^{II} = \frac{R_\omega s r_g v'}{2\pi I_y E} = \frac{43400 \cdot 3,1 \cdot 25,12 \cdot 7,5}{2\pi \cdot 227,6 \cdot 2,1 \cdot 10^6} \approx 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ cm},$$

ugyanis R_ω az egész kommutátorlamella-rendszer centrifugális erejének a fele, amely tehát

$$R_\omega = \frac{\gamma K}{2g} 2 r_s \pi A_s r_s \omega^2 = \frac{7,75 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 981} 2\pi \cdot 126,8 \cdot 29,58^2 \cdot 125,6^2 \approx 43\,400 \text{ kp}.$$

A szeletek közötti mikanitot azzal vesszük figyelembe, hogy a réz fajsúlya helyett annál kisebb, $\gamma_K = 7,75 \cdot 10^{-3}$ kp/cm³-es értékkel számolunk. Meg kell még jegyeznünk, hogy az idézett irodalomban közölt eljárás csupán derékszögű négyszög keresztmetszetre érvényes. Így a szorítógyűrű szelvényre azzal a közelítéssel élünk, hogy v helyett v' -vel számolunk, amely a szelvényvel azonos területű téglalap magassága (10. ábra):

$$y_{A\omega}^{III} = \frac{P_\omega l_{z_0}^2}{8 I_s E_{Cu}} = \frac{7 \cdot 5,8^4}{8 \cdot 1,3 \cdot 1,15 \cdot 10^6} \approx 0,65 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$



$$\begin{aligned} r_g &= 25,12 \text{ cm} \\ v' &= 7,5 \text{ cm} \\ s &= 3,1 \text{ cm} \\ a &= 3,6 \text{ cm} \\ I_y &= 227,6 \text{ cm}^4 \\ \gamma_{Fe} &= 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ kp/cm}^3 \\ E &= 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2 \\ \alpha_{Fe} &= 11,5 \cdot 10^{-6}/C^\circ \end{aligned}$$

10. ábra

A 9. ábra alapján ui. a zászlós szeletvéget a centrifugális erő számítása céljából a szaggatott vonallal rajzolt téglalap helyettesíti. E téglalap 1 cm hosszú szakaszát terhelő tömegelő lesz a megoszló terhelés:

$$\begin{aligned} P_\omega &= \frac{(a_s c_s 1) \gamma_{Cu}}{g} \left(r_K - \frac{c_s}{2} \right) \omega^2 = \\ &= \frac{0,58 \cdot 2,71 \cdot 8,9 \cdot 10^{-3}}{981} (32,5 - 1,36) 125,6^2 \approx 7,0 \text{ kp/cm,} \end{aligned}$$

a B—B szelvény másodrendű nyomatéka pedig

$$I_s = \frac{a_s b_s^3}{12} = \frac{0,58 \cdot 3^3}{12} \approx 1,3 \text{ cm}^4.$$

$$y_{A\omega}^{IV} = \frac{C_{z1} l_{z_0}^3}{3 I_s E_{Cu}} = \frac{17,5 \cdot 5,8^3}{3 \cdot 1,3 \cdot 1,15 \cdot 10^6} \approx 0,76 \cdot 10^{-3} \text{ cm,}$$

ui. a 11. ábra szerint

$$C_{z1} = \frac{\gamma_{Cu}}{g} A_z a_z r_z \omega^2 = \frac{8,9 \cdot 10^{-3}}{981} 17,5 \cdot 0,2 \cdot 34,9 \cdot 125,6^2 \approx 17,5 \text{ kp.}$$

$$y_{A\omega}^V = \frac{C_{z1} (l_z - l_{z_0}) l_{z_0}^2}{2 I_s E_{Cu}} = \frac{17,5 (7,45 - 5,8) 5,8^2}{2 \cdot 1,3 \cdot 1,15 \cdot 10^6} \approx 0,32 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

Összegezve végül is

$$y_{A\omega} = y_{A\omega}^I + y_{A\omega}^{II} + y_{A\omega}^{III} + y_{A\omega}^{IV} + y_{A\omega}^V = \\ = (0,95 + 8,4 + 0,65 + 0,76 + 0,32) 10^{-3} \approx 11,08 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

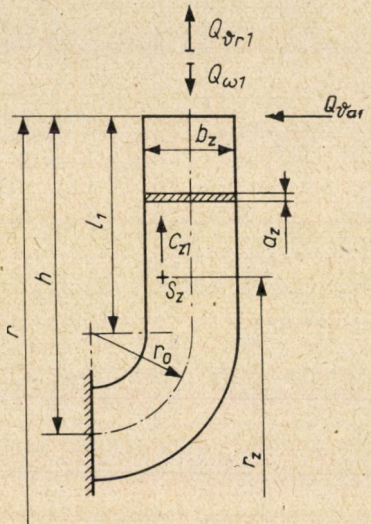
A zászló megnyúlása a centrifugális erő hatására a 11. ábra adataival

$$y_{0\omega}^I = \omega^2 \left(\frac{rh^2}{2} - \frac{h^3}{6} \right) \frac{\gamma_{Cu}}{gE_{Cu}} = \\ = 125,6^2 \left(\frac{38,6 \cdot 7,15^2}{2} - \frac{7,15^3}{6} \right) \frac{8,9 \cdot 10^{-3}}{981 \cdot 1,15 \cdot 10^6} \approx 0,115 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

és

$$y_{0\omega}^{II} = \frac{C_{z1} r_0^3}{3 I_z E_{Cu}} = \frac{17,5 \cdot 2,5^3}{3 \cdot 0,133 \cdot 1,15 \cdot 10^6} \approx 0,595 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} h &= 7,15 \text{ cm} & l_1 &= 4,65 \text{ cm} \\ r_0 &= 2,5 \text{ cm} & A_z &= 17,15 \text{ cm}^2 \\ a_z &= 0,2 \text{ cm} & r_z &= 34,9 \text{ cm} \\ b_z &= 2 \text{ cm} & C_{z1} &= 17,5 \text{ kp.} \\ I_z &= \frac{a_z \cdot b_z^3}{12} = \frac{0,2 \cdot 2^3}{12} = 0,133 \text{ cm}^4 & r &= 38,6 \text{ cm} \\ A_0 &= a_z \cdot b_z = 0,2 \cdot 2 = 0,4 \text{ cm}^2 \\ W &= \frac{a_z \cdot b_z^2}{6} = \frac{0,2 \cdot 2^2}{6} = 0,133 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



11. ábra

Az eredő elmozdulás tehát

$$y_{0\omega} = y_{0\omega}^I + y_{0\omega}^{II} = (0,115 + 0,595) 10^{-3} \approx 0,71 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

A zászlós szeletvég sugárirányú rugóállandója

$$c_A = \frac{y_{A\omega}^{II}}{R_{\omega}} + \frac{y_{A\omega}^{IV}}{KC_{z1}} + \frac{y_{A\omega}^V}{KC_{z1}} = \\ = \frac{8,4 \cdot 10^{-3}}{43400} + \frac{0,76 \cdot 10^{-3}}{300 \cdot 17,5} + \frac{0,32 \cdot 10^{-3}}{300 \cdot 17,5} \approx 0,518 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kp.}$$

Egyetlen zászló sugárirányú rugóállandója a 11. ábra adataival

$$c_1 = \frac{h}{a_z b_z E_{Cu}} + \frac{r_0^3}{3 I_z E_{Cu}} = \\ = \frac{7,15}{0,2 \cdot 2 \cdot 1,15 \cdot 10^6} + \frac{2,5^3}{3 \cdot 0,133 \cdot 1,15 \cdot 10^6} \approx 49,5 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kp.}$$

a zászlórendszer rugóállandója pedig

$$c_0 = \frac{c_1}{K} = \frac{49,5 \cdot 10^{-6}}{300} \approx 0,165 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kp.}$$

A tekercsvég rugóállandója sugárirányban

$$\begin{aligned} c_B &= \frac{6(m^2 - 1)}{m^2 E_{Cu} v_t^3 \mu^3} \cdot \frac{\sinh 2\mu s_t - \sin 2\mu s_t}{\cosh 2\mu s_t + \cos 2\mu s_t - 2} \cdot \frac{1}{2\pi r_t} = \\ &= \frac{6(3,3^2 - 1)}{3,3^2 \cdot 1,15 \cdot 10^6 \cdot 1,04^3 \cdot 2,02^3 \cdot 10^{-3}} \cdot \\ &\cdot \frac{\sinh 6,05 - \sin 6,05}{\cosh 6,05 + \cos 6,05 - 2} \cdot \frac{1}{2\pi 38,6} \approx 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kp.} \end{aligned}$$

Ugyanis

$$\mu = \sqrt[4]{\frac{3(m^2 - 1)}{m^2 v_t^2 r_t^2}} = \sqrt[4]{\frac{3(3,3^2 - 1)}{3,3^2 \cdot 1,04^2 \cdot 38,6^2}} \approx 0,202/\text{cm},$$

az m Poisson-féle anyagállandót 3,3-nek véve ($s_t = 15$ cm, $v_t = 1,04$ cm a 3. ábra szerint).

A forgáskor fellépő erő tehát (1) alapján

$$Q_{\omega} = \frac{y_{B\omega} - y_{A\omega} - y_{0\omega}}{c_A + c_0 + c_B} = \frac{(7,15 - 11,08 - 0,71) 10^{-3}}{(0,518 + 0,165 + 2,1) 10^{-6}} \approx -1660 \text{ kp.}$$

egyetlen zászlóra jutó erő pedig

$$Q_{\omega 1} = \frac{Q_{\omega}}{K} = \frac{-1660}{300} \approx -5,54 \text{ kp.}$$

Itt a negatív előjel azt jelenti, hogy Q_{ω} erő a 2. ábrán feltételezett iránnyal ellentétesen hat, vagyis a zászlóra lefelé, és így nyomja azt, másrészt a tekercsfejre felfelé hat, és így kifelé téríti azt.

2. Melegedésből származó igénybevétel számítása

$\theta_1 = 60$ C° a tekercsvég, $\theta_{Fe} = 10$ C° a szorítógyűrű, $\theta_2 = 50$ C° a zászló, $\theta_0 = 40$ C° a kommutátor hőmérsékletváltozása.

a) *A sugárirányú igénybevétel.* A tekercsvéget helyettesítő rézgyűrű tágulása

$$y_{B\vartheta} = \alpha_{Fe} r_t \theta_1 = 11,5 \cdot 10^{-6} \cdot 38,6 \cdot 60 \approx 26,6 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

A zászlós szeletvég tágulása

$$y_{A\vartheta}^I = \alpha_{Fe} r_g \theta_{Fe} = 11,5 \cdot 10^{-6} \cdot 25,12 \cdot 10 \approx 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ cm,}$$

$$y_{A\vartheta}^{II} = \frac{R_D s r_g v'}{2\pi I_y E} = \frac{15800 \cdot 3,1 \cdot 25,12 \cdot 7,5}{2\pi \cdot 227,6 \cdot 2,1 \cdot 10^6} \approx 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ cm,}$$

ahol $R_D = 15800$ kp. Ennek részletes számítását itt nem közöljük, mert ez az egész kommutátor részletes számítását tenné szükségessé. Csak annyit jegyzünk meg, hogy a szeletkoszorú és az acél szorítógyűrű különböző hőtágulása miatt változik meg a két szerkezeti elem között levő erő:

$$y_{A\vartheta} = y_{A\vartheta}^I + y_{A\vartheta}^{II} = (2,9 + 3,3) 10^{-3} \approx 6,2 \cdot 10^{-3}.$$

A zászló megnyúlása

$$y_{0\vartheta} = \alpha_{Cu} h \theta_2 = 16,6 \cdot 10^{-6} \cdot 7,15 \cdot 50 \approx 5,94 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

A melegedésből származó belső erő a (2) egyenlet alapján

$$Q_{\vartheta r} = \frac{y_{B\vartheta} - y_{A\vartheta} - y_{0\vartheta}}{c_A + c_0 + c_B} = \frac{(26,6 - 6,2 - 5,94) 10^{-3}}{(0,518 + 0,165 + 2,1) 10^{-6}} \approx 5200 \text{ kp.}$$

Egyetlen zászlóra viszont

$$Q_{\delta r1} = \frac{Q_{\delta r}}{K} = \frac{5200}{300} \approx 17,3 \text{ kp.}$$

b) *A tengelyirányú igénybevételek.* Feltételezzük, hogy a kommutátor a zászló felőli gyűrűre támaszkodik.

A zászlós szeletvég hőtágulása

$$\eta_{A\delta}^I = \alpha_{Cu} l_{z0} \vartheta_{Cu} = 16,6 \cdot 10^{-6} \cdot 5,8 \cdot 40 \approx 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

és

$$\eta_{A\delta}^{II} = \frac{T_{\delta} ar_{\xi} v'}{2\pi I_y E} = \frac{9700 \cdot 3,6 \cdot 25,12 \cdot 7,5}{2\pi \cdot 227,6 \cdot 2,1 \cdot 10^6} \approx 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ cm,}$$

ahol $T_{\delta} = 9700 \text{ kp}$ az R_{δ} -hoz hasonlóan a szeletkoszorú és a szorítógyűrű különböző hőtágulásából számítható.

$$\eta_{A\delta} = \eta_{A\delta}^I + \eta_{A\delta}^{II} = (3,85 + 2,2) 10^{-3} = 6,05 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

A tekercsvéget helyettesítő rézgyűrű tágulása

$$\eta_{B\delta} = \alpha_{Cu} s_t \vartheta_t = 16,6 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 60 \approx 15 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

A zászló hőtágulása

$$\eta_{0\delta} = \alpha_{Cu} r_0 \vartheta_z = 16,6 \cdot 10^{-6} \cdot 2,5 \cdot 50 \approx 2,08 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

A szelet zászlós végéből álló körgyűrű axiális rugóállandója

$$c_{Aa} = \frac{l_{z0}}{AE_{Cu}} = \frac{5,8}{520 \cdot 1,15 \cdot 10^6} \approx 0,0097 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kp,}$$

ahol (9. ábra)

$$A = K a_s b_s = 300 \cdot 0,58 \cdot 3 = 520 \text{ cm}^2.$$

A zászlórendszer axiális rugóállandója

$$\begin{aligned} c_{0a} &= \frac{1}{K I_z E_{Cu}} \left(\frac{l_1^3}{3} + \frac{r_0 l_1^2 \pi}{2} + 2 l_1 r_0^2 + \frac{r_0^3 \pi}{4} \right) = \\ &= \frac{1}{300 \cdot 0,133 \cdot 1,15 \cdot 10^6} \left(\frac{4,65^3}{3} + \frac{2,5 \cdot 4,65^2 \pi}{2} + 2 \cdot 4,65 \cdot 2,5^2 + \frac{2,5^3 \pi}{4} \right) \approx \\ &\approx 4,1 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kp.} \end{aligned}$$

Az adatokat a 11. ábrán tüntettük fel.

A tekercsvég rugóállandója

$$c_{Ba} = \frac{s_t}{2 r_t \pi v_t E_{Cu}} = \frac{15}{2 \cdot 38,6 \pi \cdot 1,04 \cdot 1,15 \cdot 10^6} = 0,0517 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kp.}$$

A hő okozta tengelyirányú erő a (3) egyenlet alapján

$$Q_{\delta a} = \frac{\eta_{A\delta} + \eta_{B\delta} + \eta_{0\delta}}{c_{Aa} + c_{Ba} + c_{0a}} = \frac{(6,05 + 15 + 2,08) 10^{-3}}{(4,1 + 0,0097 + 0,0517) 10^{-6}} \approx 5600 \text{ kp.}$$

Egy zászlóra jutó terhelés pedig

$$Q_{\delta a1} = \frac{Q_{\delta a}}{K} = \frac{5600}{300} \approx 18,7 \text{ kp.}$$

IRODALOM

1. LISKA J.: Villamosgépek, V. Szerkezettan. Tankönyvkiadó, Budapest 1954 (262–290).
2. ARNOLD-IA COUR: Die Gleichstrommaschine, II. Springer, Berlin 1927 (121–123).
3. HÜTTE, IV. A; 28. kiadás, Berlin 1957 (149–150).
4. PATTANTYUS: Gépész- és Villasmérnökők Kézikönyve, 2. kötet, *Műszaki Kiadó*, Budapest 1961.
5. Красовский, Б. Н.: Вопросы прочности электрических машин. Академия Наук СССР, Москва 1951 (33–39).
6. BIEZENO—GRAMMEL: Technische Dynamik, Springer, Berlin 1953 (513–518).

MEREVÁGYAZATÚ VASÚTI FELÉPÍTMÉNY DINAMIKUS VIZSGÁLATA

KOVÁCS GÁBOR—RÓZSA LÁSZLÓ

UVATERV, BUDAPEST

[Beérkezett 1963. május 16-án]

A földalatti vasúti pályák fejlődése a merev ágyazat és megoldások irányába halad. Korábban betonágyazatot azért használtak helyenként — elsősorban földalatti vasúti állomásokon — mert pormentes pályát kívántak kiképezni. A szerzett tapasztalatok azt mutatják, hogy a merev ágyazat mind vontatási üzemeltetés, mind élettartam szempontjából rendkívül előnyös. A felépítmény kiképezhető bebetonozott keresztaljjal, illetve magánaljjal. A pálya rugalmasságát úgy biztosítják, hogy a leerősítési pontokon rugalmas alátétet helyeznek el (általában kemény gumi alátét lemezt). Az UVATERV kezdeményezésére az FTI, Vasúti Tudományos Kutató Intézet, MÁV Központi Felépítményvizsgáló Főnökség és az Ütügyi Kutatóintézet méréseket végzett ilyen jellegű pályának dinamikus terhelés hatása alatti viselkedésének tisztázására. E célból működő földalatti vasúton kísérleti szakaszt létesítettek. A sínben keletkező feszültséget a kerék áthaladásakor mérték, és összehasonlították kavicságyas szakaszon végzett párhuzamos mérési eredményekkel. Az alkalmazott terhelés mindkét esetben azonos volt. A végzett kísérletek alátámasztották, hogy dinamikus terhelés hatására merev ágyazatú pálya alkalmasabb, mint a kavicságyas felépítményű.

I. Bevezető

A földalatti vasút alagútjain korábban ugyanolyan felépítményi rendszereket alkalmaztak, mint a felszíni vasúti pályákon, nevezetesen a síneket zúzottkőágyazatba fektetett keresztaljakra kötötték le. Ez a rendszer sok nehézséget okozott mind a víztelenítési, mind pedig a fenntartási munkák és a síncsere szempontjából. Hátrányos volt a porképződés is.

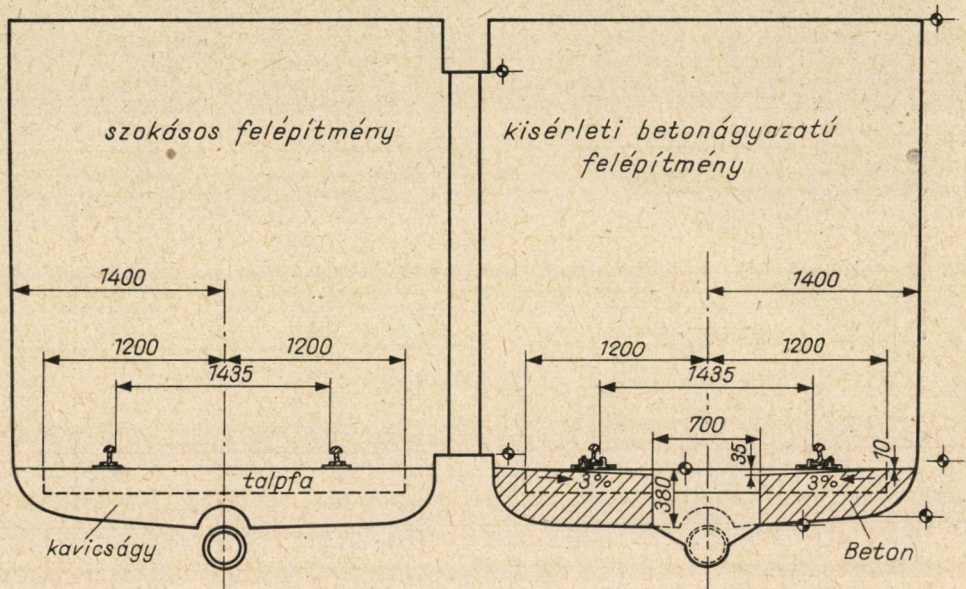
A fenti okok miatt újabban a földalatti vasút alagútjain más felépítményű megoldásokat igyekeztek keresni: betonba ágyazott kereszt-, hossz- ill. magánaljakra erősített könnyen oldható sínleerősítésű kísérleti pályákat építettek. A betonba ágyazott felépítmény elterjedését főleg a szakemberek részéről felmerült komoly aggályok akadályozták. Egyes vélemények szerint ugyanis a zúzottkőágyazat rugalmasságának elhagyása miatt a sínek erőjátéka megváltozik, és a járművekben, különösen nagy sebességek esetén, túlzott igénybevételek és korai elhasználódás fog jelentkezni.

A szerzők a jelen dolgozatban a budapesti földalatti vasútnál a probléma tisztázására épített próbaszakaszon az UVATERV kezdeményezésére az FTI, Vasúti Tudományos Kutató Intézet MÁV Központi Felépítményvizsgáló Főnöksége és az Ütügyi Kutatóintézet által végzett méréseket és azok kiértékelését ismertetik. A próbaszakaszon ugyanis méréseket végeztek a zúzottkőágyazatú és a merev ágyazatú felépítmény összehasonlítása, továbbá ezek méretezésével kapcsolatos elméletek értékelése céljából.

Ezen dolgozat a merevágazatú szakaszon elvégzett méréseket és az azokból közvetlenül levonható következtetéseket tárgyalja. A sínméretezés-sel kapcsolatos elméletek kritikájára a dolgozat nem tér ki.

2. A merevágazatú kísérleti pálya

A kísérleti pályaszakaszt a jelenleg is üzemeltetett és 1896-ban megnyitott budapesti vasút vonalán építették meg. Hossza 90 m. A merev ágyazat B 140. szilárdságú beton, melyet C 500-as cementből dunakavics hozzáadással

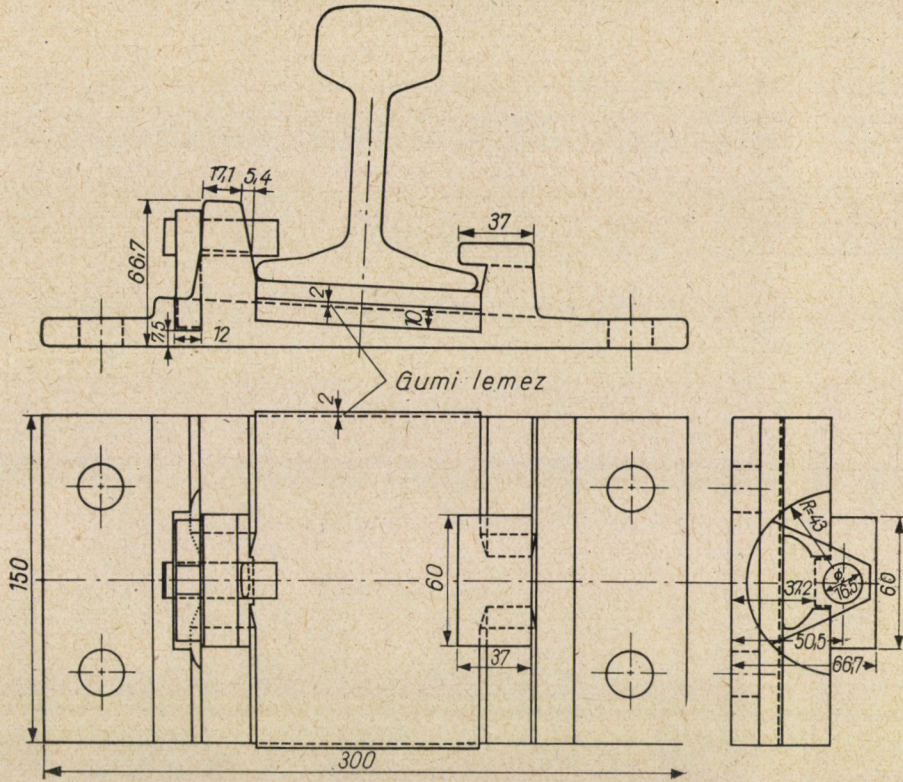


1. ábra. A kísérleti szakaszon alkalmazott felépítmény elrendezése

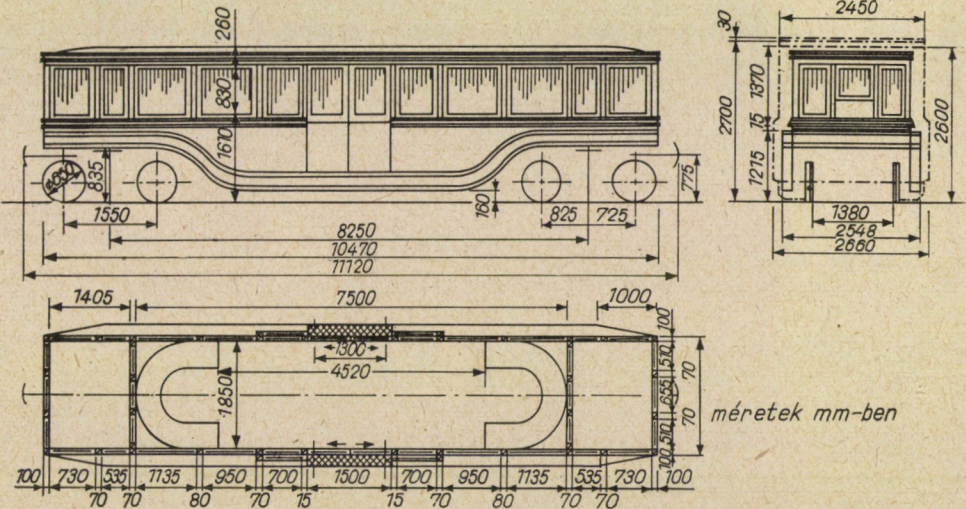
készítettek. A kísérleti és szabványos felépítmény elrendezését az 1. ábra szemlélteti.

A keresztaljak 22×14 cm keresztmetszeti területű, 220 cm hosszú olajtelítésű tölgy-, bükk-, ill. fenyőfából készültek. A sínek a magyar államasutaknál alárendelt jellegű pályákon használt „c” rendszerű, 34,5 kg/fm súlyú sínek voltak. A földalatti vasút új vonalán kb. 50 kg/fm súlyú síneket fognak alkalmazni.

A sínlekötéshez a talpfákön elhelyezett és a 2. ábrán látható lemezt alkalmazták. Ez rendszerében azonos a moszkvai metró alagútjaiban alkalmazott talplemezzel. A sínek alá 8 mm vastag gumilemezt helyeztek el (2. ábra). A kísérleti szakaszon sínillesztés nem volt, ott összehegesztett síneket alkalmaztak.



2. ábra. A kísérleti felépítmény leköltése



3. ábra. A méréseknél felhasznált vasúti kocsi jellegrajza

3. A járművek

A kísérleti pályaszakaszon végzett méréseknél a 66 évvel azelőtt épült budapesti földalatti vasút járműveit használták. A vasúti kocsik jellegrajzát a 3. ábra szemlélteti. A kocsik

hossza: 11 400 mm, súlya: 15 500 kp volt.

A kocsikon 2 forgózsámoly volt, amelyek két-két tengelypárt fogtak össze.

4. Laboratóriumi mérések

A kísérleti mérések előtt az egyéb laboratóriumi vizsgálatokon túlmenően a felépítmény összetett rugalmasságát, azaz az aljátét és sín együttes összenyomódását nyomógépen végzett terheléssel állapították meg. A terhelést 8 tonnáig fokozták 500 kg-os lépcsőkben a nyugalmi állapot kiváráásával. Ismételt terheléseknél a faalj, gumi alátétlemez és sín együttes rugalmassági modulusára $E = 270\,000 \text{ kp/cm}^2$ értéket kaptak, amelynél a faalj minősége szerint jelentős szórás mutatkozott.

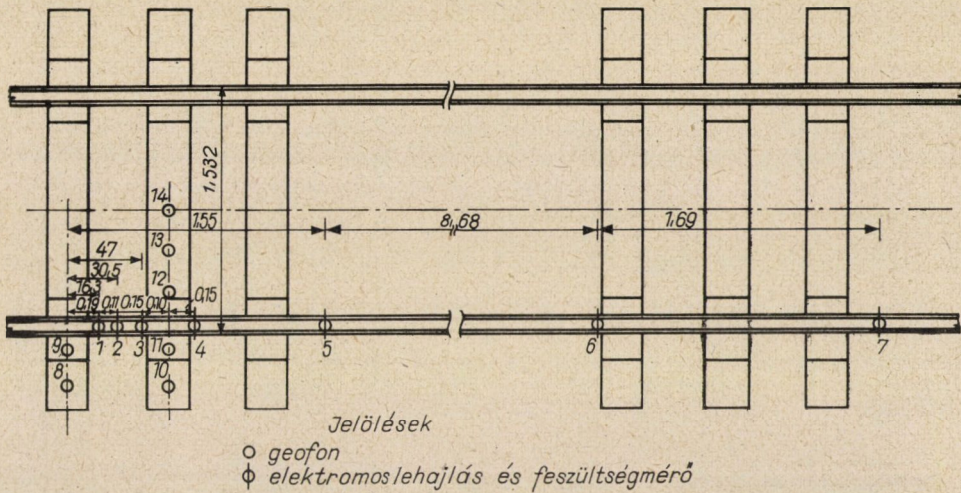
5. Az elvégzett statikus mérések

A kísérletek során statikus terhelés hatására keletkező feszültség- és lehajlásmérést végeztek. Ez esetben az előbb említett vasúti kocsi igen lassan, néhány tized km/ó sebességgel haladt át a kísérleti pályán. A lehajlásokat mérőórákkal határozták meg. A műszer mutatójának maximális kitérését fogadták el leolvasási értékül. A feszültségeket Philips-gyártmányú műszer felhasználásával elektromos nyúlásmérő bélyegekkel mérték. A mérőbélyegeket a sántalp felső részére ragasztották fel. A mérési helyek elrendezését a 4. ábra mutatja. A sínfeszítáv negyedében és felében kapott feszültségek maximális értékeit az I. táblázat tartalmazza.

I. táblázat

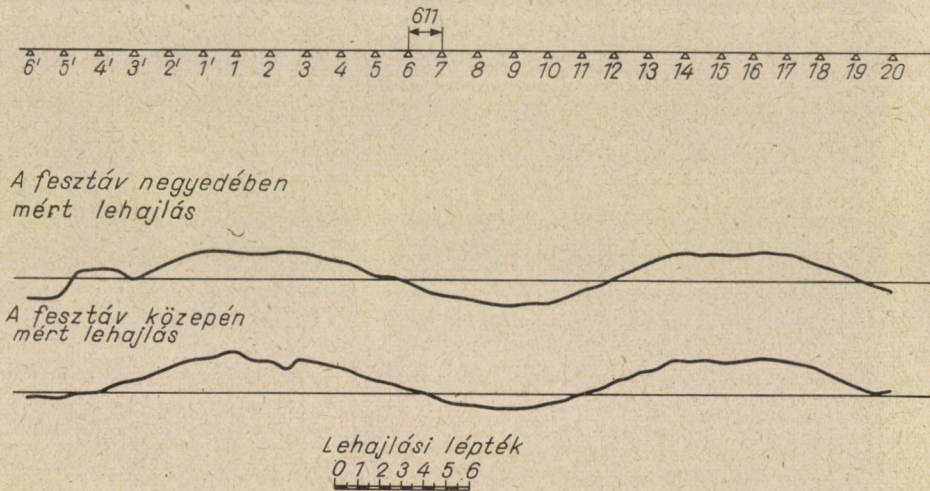
Statikus mérésnél a sínben észlelt maximális feszültségek a terhelő kerékállások függvényében

Hely	Az egyes kerekek alatt keletkező feszültségek kp/cm^2 -ben			
	1	2	3	4
a feszítáv negyedében	328,5	249,0	235,6	338,8
a feszítáv felében	295,8	270,0	177,2	299,3



4. ábra. A mérési helyek elrendezése

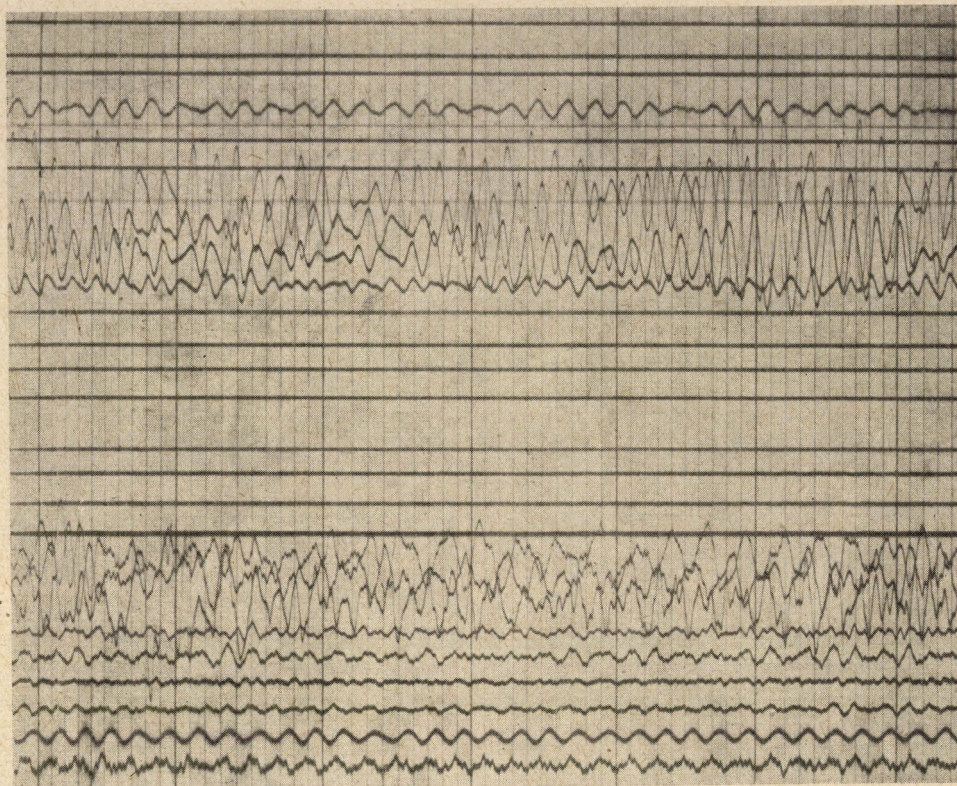
A lehajlásmérésekből szerkesztett különleges hatásábrát, mely a négy kerék hatását adja, az 5. ábra tünteti fel. A hatásábrák úgy vannak megszerkesztve, hogy az ugyanazon keresztmetszetre vonatkozó mért elmozdulási értékeket az első kerék tartózkodási helyén ábrázolják.



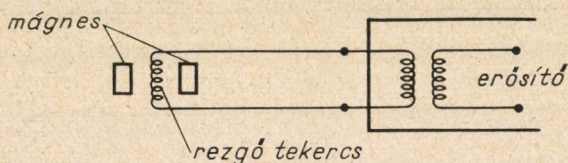
5. ábra. A lehajlásmérésekből szerkesztett különleges hatásábra

6. A dinamikus mérések

A dinamikus mérések keretében különböző sebességgel áthaladó vasúti kocsira hatására keletkező rezgéseket, elmozdulásokat és feszültségeket is mértek. Különböző helyeken elhelyezett mérőfejek jeleneinek időben való lefolyásá-



6. ábra. 26 csatornás tükrös galvanométer oszcillogramja



7. ábra. A rezgémérésnél alkalmazott geofon kapcsolási rajza

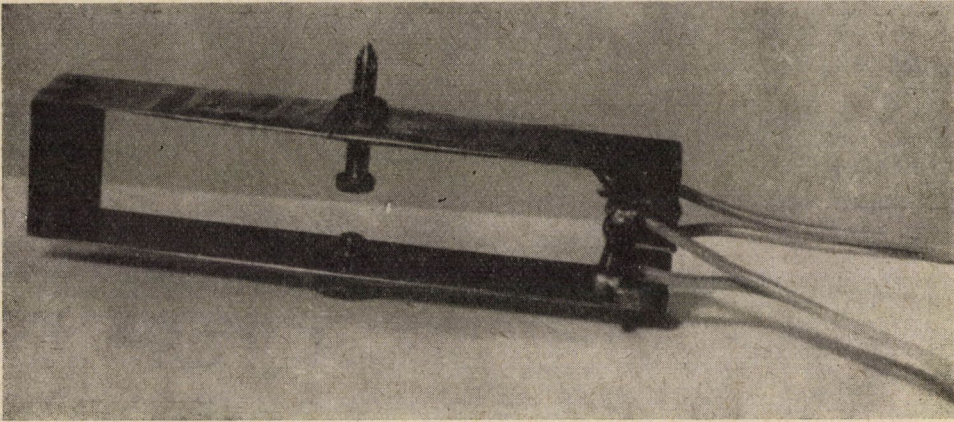
nak rögzítésére a szeizmikus vizsgálatoknál alkalmazott 26 csatornás tükrös galvanométeres oszcillográfot használtak fel. Ez az egyes mérőhelyekről érkező jeleket 34 cm/sec sebességgel haladó filmszalagra rögzítette (6. ábra).

A talpfák és az alagútfalazat rezgéseinek mérésénél geofont alkalmaztak. Ennek a műszernek a lengőtekercse, ha permanens mágnes térben elmozdul, áramot indukál, és ez kerül a műszer bemeneti feszültségelosztójára. Ennek kapcsolási vázlatát a 7. ábra szemlélteti.

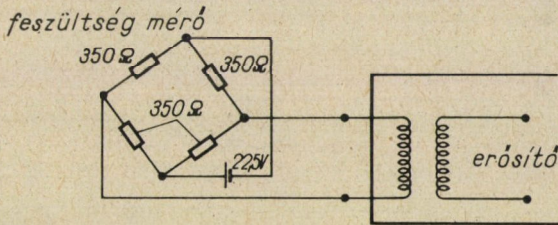
A sínmozdulások mérésére egy laprugóra ragasztott és hídakötött, továbbá egyenárammal táplált nyúlásmérőbéllyegeket használtak (9. ábra).

A laprugó lehajlásakor a bélyegek ellenállása megváltozott, és így váltakozó feszültség keletkezett, amit a műszer erősítőjéhez kapcsoltak (8. és 9. ábra).

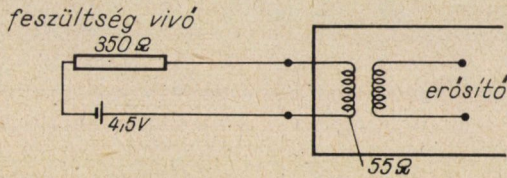
A sínfeszültségeket 4,5 V feszültséggel táplált ellenállásváltozáson működő bélyegekkel mérték. Az elmozdulásmérőkhöz hasonlóan a jármű



8. ábra. A dinamikus méréseknél használt elektromos lehajlásmérő.



9. ábra. Lehajlásmérő elektromos kapcsolási vázlat



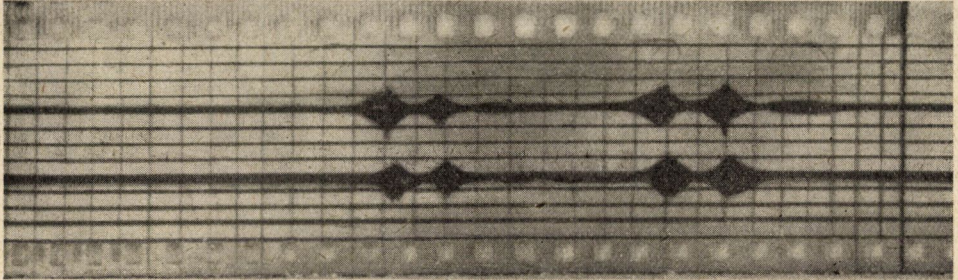
10. ábra. Elektromos nyúlásmérő kapcsolási vázlat

áthaladásakor itt is váltakozó áram keletkezett. A kapcsolási vázlatot a 10. ábra mutatja.

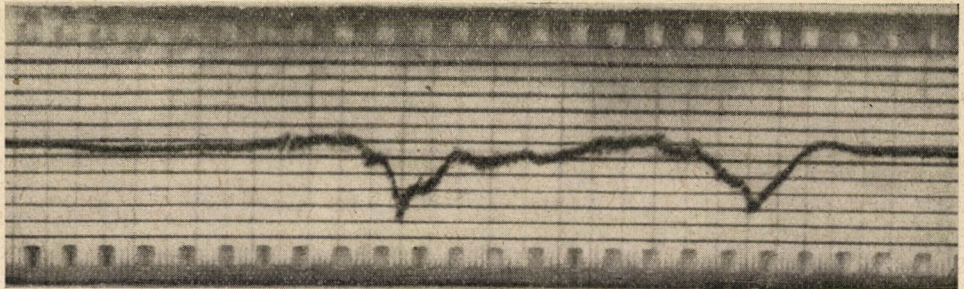
A műszer egyik csatornájára fotocellát kötöttek. A kocsí áthaladásakor az áramkör megszakadt és a filmszalagon jel rögzítődött. E jelek segítségével állapították meg a kocsí sebességét, ismerve kocsí a hosszát.

A méréseket a kocsinak 4 különböző sebessége mellett végezték el, és az észlelőfejeket 7 különböző csoportosításban kapcsolták rá a mérőműszerre.

A feszültségméréseket ellenőrizték még a már említett Philips-műszerhez kapcsolható kétcsatornás oszcillográffal is. A nyúlásmérő bélyegek megbízhatóbb ragasztásának ellenőrzése érdekében ez esetben nem a sín talp alján, hanem a sín talp felső részén helyezték el. A bélyegektől érkező jeleket



11. ábra. A két csatornás műszer 4000 herz vivőfrekvenciás modulált jele a sínben keletkező feszültségekről



12. ábra. A két csatornás műszer demodulált jele a feszültségek időbeni lefolyásáról

a műszer 3 cm/sec sebességgel mozgó fényérzékeny szalagra rögzítette. A mérésnél modulált és demodulált jeleket vettek fel. Modulált jel esetében a mérőhíd sarkain keletkező feszültségeket 4000 herz frekvenciájú váltóáram közvetítésével adja át a galvanométernek, így a fényérzékeny papíron a vízszintes tengelyre nézve szimmetrikus ábra keletkezik (11. ábra). Ennek ordinátája arányos a bélyeg megnyúlásával, illetőleg a sín feszültségével. A modulált jelekből csak a feszültségek abszolút értéke értékelhető.

A vivőfrekvencia azonban kiszűrhető, és akkor demodulált jel adódik (12. ábra).

A demodulált jel a feszültségek időbeli lefolyásán kívül annak előjelére is ad felvilágosítást, de ennek értékelése sokkal megbízhatatlanabb.

A különböző sebességeknél mért maximális feszültségeket a II. táblázat tartalmazza.

II. táblázat

*Dinamikus méréseknél észlelt maximális feszültségek
a terhelő kerékállások függvényében*

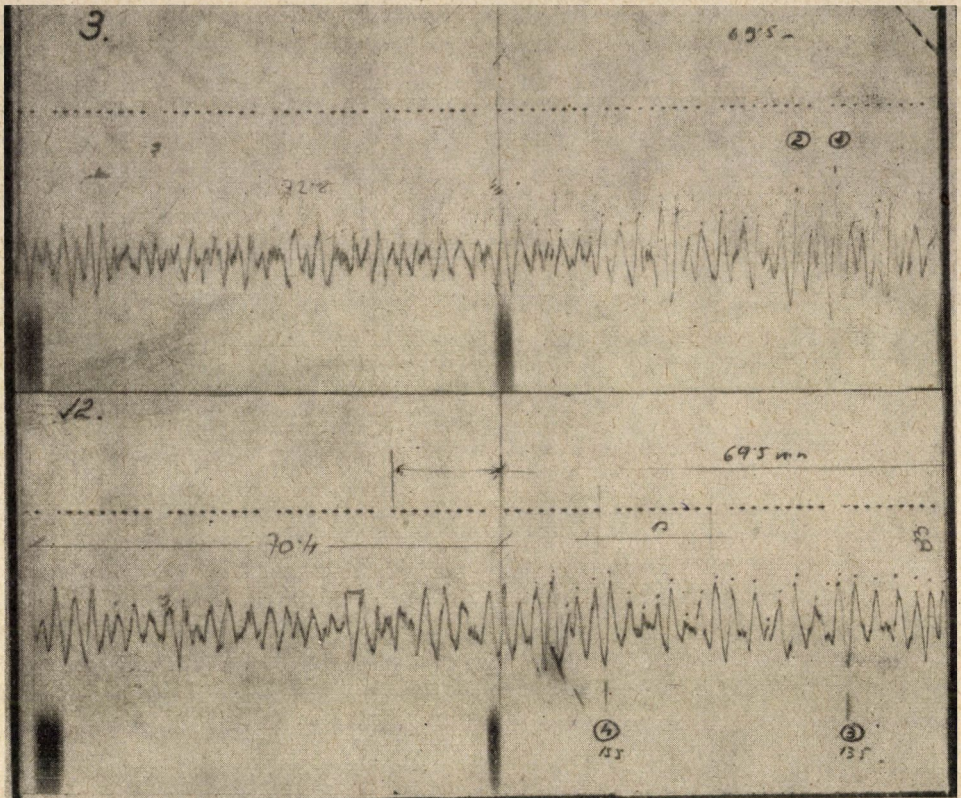
Hely	Sebesség, km/ó	Az egyes kerekek alatt keletkező feszültségek kp/cm ² -ben			
		1	2	3	4
A feszítáv negyedében	7	287,2	287,2	200,4	287,2
	12	324,2	296,0	229,1	324,3
	25	334,3	314,8	229,6	344,3
A feszítáv felében	7,5	338,8	307,0	275,2	338,8
	12	338,8	307,0	275,2	367,2
	25	338,8	275,2	307,0	367,2

7. A járműben keletkező gyorsulások

A járműben keletkező gyorsulásmérésekkel azt kívánták megállapítani, hogy a merevágazatú pálya milyen hatást gyakorolt a rajta közlekedő járműre. Azaz, van-e lényeges eltérés a merevágazatú és kavicságyas pálya között a jármű szempontjából?

Választ szerettek volna kapni arra a kérdésre is, hogy miként változnak a kocs sebességének függvényében mind a függőleges, mind a vízszintes gyorsulások értékei. A mért gyorsulások ugyanis összefüggésbe hozhatók a kocs rugózott tömegének gyorsulásával, amelyből pedig a tengelyekre átadódó dinamikus erőkre lehet következtetni. Ezekhez a mérésekhez ún. Bereznay-féle optikai gyorsulásmérő műszert használták. A műszer alapelve az, hogy a műszerszekrényben rugóra felfüggesztett megfelelő súlyú tömeg és a hozzá erősített tükör helyben marad a kocsiszekrény elmozdulása esetén is. A műszerszekrényhez rögzített és 15,7 mm/sec sebességgel mozgó fényérzékeny szalag viszont elmozdul. Az elmozdulásokat a szalag fotográfiai úton rögzíti (13. ábra). A műszerrel természetesen nemcsak gyorsulásokat, hanem a rezgések frekvenciáját is meg lehet határozni, sőt konstrukciója olyan, hogy lehetővé teszi a magasabb frekvenciák kiszűrését is, ami általában nehezíti az alaplendések tanulmányozását, és főleg a kocsiszekrény hossztartójának rezgéseiből származik.

A műszert a mérések elvégzésekor a forgóváz felett a kocs hátsó vezetőfülkéjének padozatára helyezték. A kijelölt szakasz kezdetét, közepét és végét fényjellel rögzítették a fényérzékeny papíron. A kocs sebessége a mérések alatt 6, 20, illetve 34 km/óra volt. Minden sebességfokozat esetén a magas frekvenciák kiszűrésével és anélkül végeztek méréseket. A méréseredményeket a III. táblázat tartalmazza.



13. ábra. A Bereznay-féle gyorsulásmérő műszer diagramja

III. táblázat

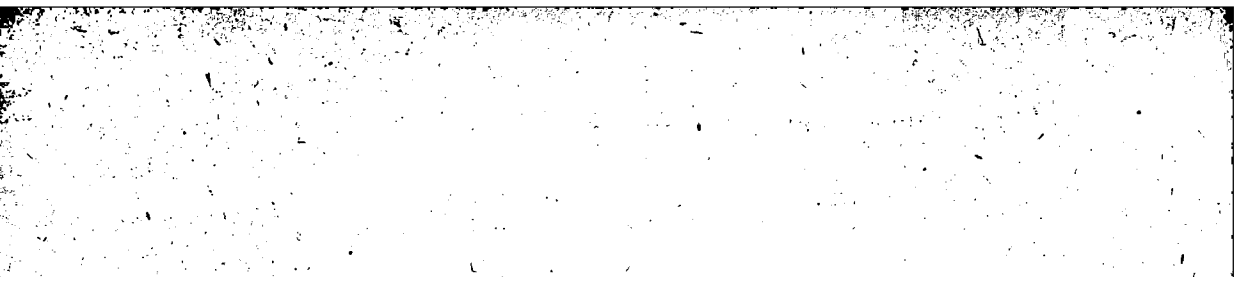
Jármű mozgásokor keletkező lengések átlagolt rezgésszáma és gyorsulása

Hely	Sebesség, km/ó	Függőleges		Vízszintes	
		gyorsulás, cm/sec ²	frekvencia, sec ⁻¹	gyorsulás, cm/sec ²	frekvencia sec ⁻¹
Merevágas pálya	20	50,4	11,1	23,7	12,8
	32	92,25	9,2	46,8	9,25
Kavicságas pálya	20	62,7	9,52	26,7	13,5
	32	97,2	8,2	49,8	9,6

8. A mérési eredmények értékelése

Az elvégzett mérések szerint a merevágvas felépítmény erőtani és gördülő anyag szempontból kedvezőbb, mint a kavicságyas. A több helyen és többszörös ismétlés mellett végzett mérések — a feszültségek és lehajlások értékeire — azt mutatták, hogy azok erősen függnnek a terheléssismétlődés gyakoriságától.

A gumi és a faalj összenyomódása ugyanis időben elhúzódik, és a sín a tehermentesítés után nem éri el azonnal a kezdeti helyzetét. A terhelések gyors ismétlődésekor a rugalmas ágyazású tartó elméletileg számítható feszültségeihez és lehajlásaihoz képest eltérés mutatkozik.



DIFFERENCIÁLMODSZER ÉS KIEGYENLÍTŐ SZÁMÍTÁS ALKALMAZÁSA OPTIKAI RENDSZEREK FINOMKORRIGÁLÁSÁHOZ

FIALOVSKY LAJOS

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

MAGYAR OPTIKAI MŰVEK

[Beérkezett 1963. május 10-én]

A szerző az optikai rendszerek végkorrigálásához a klasszikus képhibák kiküszöbölésével, avagy minimumra csökkentésével kidolgozott, automatizálható számítási eljárást mutat be. Az optikai adatok kis változásai és a képhibák változásai között összefüggéseket állapít meg, amelyeket korrekció-egyenleteknek nevez. A korrekció-egyenletek „korrekció-együtthatóinak” meghatározására differenciálmódszert alkalmaz. A differenciális optikai adatváltoztatások képtéri hatása kiszámításának megkönnyítésére a matrix-számítást veszi igénybe.

A korrekció-együtthatókat meghatározza a nyíláshibára, a sinusfeltételre, a színi hosszhibára, a színi haránthibára, a meridionális képmezőhajlásra, a meridionális kómára, a képtorzulásra és az asztigmatizmusra.

Abszolút és relatív korrekció-egyenleteket különböztet meg. Előbbiek a vonatkozó képhiba maradéktalan kiküszöbölését, utóbbiak a vonatkozó képhiba lehető kicsiny értékre való csökkentését irányozzák elő.

Súlytényezőket alkalmaz a képhibákra és az optikai adatok korrekcióira. Előbbiekkel az egyes képhibáknak a rendszer rendeltetésétől függő különböző fontosságát, utóbbiakkal az egyes optikai adatok változtatása és a képhibaváltozások közti összefüggésnek a linearitástól való különböző fokú eltérését veszi figyelembe.

A korrekció-egyenletek rendszerének megoldására, vagyis az optikai adatok optimális korrekcióinak felkeresésére több eljárást mutat be, a rendelkezésre álló abszolút korrekció-egyenletek relatív számától, a relatív korrekció-egyenletek relatív számától és a változtatható optikai adatok relatív számától függően. A megoldások kidolgozásánál felhasználja a kiegyenlítő számítás ismert módszereit és új módszert is alkalmaz.

1. Bevezető

Mint ismeretes, az optikai rendszerek analitikus módszerekkel kiszámított optikai adatait még finomkorrigálás alá kell vonni. Ennek oka az, hogy a gyakorlatban alkalmazott analitikus eljárások, így STEINHEIL [2], CONRADY [3], BEREK [4], HERZBERGER [5], ARGENTIERI [6], FLÜCGE [7] munkáiban ismertetett eljárások lényegében a harmadrendű képhibák SEIDEL [1] által kidolgozott elméletén alapulnak, amely a magasabb rendű képhibákat nem veszi figyelembe. Számos kísérlet történt az optikai finomkorrigálás problémájának megoldására.

1.1. HAVLICEK megkísérelte a finomkorrigáláshoz a Seidel-féle felületi tényezők differenciáljait (vagy differenciáit) alkalmazni [8, 9]. Ez az eljárás hozzájárul az optikai előszámítás megkönnyítéséhez, de nem elegendő a finomkorrigáláshoz, mivel a Seidel-féle feltételek maradéktalan kielégítése is csak a harmadrendű képhibák figyelembevételét biztosítja.

1.2. Természetesnek látszott az analitikus elméletet a magasabb: 5- és 7-rendű képhibák figyelembevételére kiterjeszteni. Itt a számos vizsgálat közül utalunk HERZBERGER [10, 11], MARX [12], WACHENDORF [13], BUCHDAHL [14, 15], CRUICKSHANK és HILLS [16] munkáira, azzal a megjegyzéssel, hogy BUCHDAHL az elméletet a „gömbi eltérés”-re a 9.- és 11.-rendű képhibáig terjesztette ki. Kétségtelen, hogy az ilyen módon tervezett rendszer sokkal közelebb jut a kívánt végső eredményhez. De megállapítható: a finomkorrigáló eljárást mint az optikai tervezés utolsó szakaszát, ekkor sem lehet nélkülözni, mivel a képhibák rendszámát gyakorlati okokból korlátozni kell. Azt a rendszert, amelyet magasabb rendű képhibák figyelembevételével terveztünk, a finomkorrigáló eljárás segítségével könnyebben és szabatosabban lehet az optimális korrekciós állapotba hozni, mivel az optikai adatok szükséges javításai már olyan kicsinyek, hogy azoknak a képhibákra gyakorolt hatásai gyakorlatilag lineárisaknak tekinthetők.

1.3. Másik fejlődési irány a hullámfront-aberráció elméletének alkalmazása, amelynél a rendszer optikai hibáit a képtéri ideális gömbhullámfelület és a kilépő sugarak meghatározta valóságos, deformált hullámfelület közötti eltérések jellemzik. Ezek az eljárások túlnyomóan MARÉCHAL [17], NYBOER [18], HOPKINS [19] és BORN-WOLF [20] kutatási eredményeire támaszkodnak. SUSUKI és UWORI [21] bemutattak ilyen alapon végzett tervezési számításokat, de ők maguk is azt állítják, hogy az eredmények még nem kielégítőek.

1.4. Az utóbbi időben az a törekvés, hogy a finomkorrigáláshoz automatikusan végrehajtható, egyértelmű, egzakt számítási módszert lehessen elérni, illetőleg alkalmazni. Ezt az irányt képviseli az új, legnagyobb mértékben az USA-ban kifejlesztett valódi finomkorrigáló eljárás. Ez az eljárás a finomkorrigálást a klasszikus képhibák elmélete helyett a „spot-diagram-elv” alapján végzi. A „spot-diagram”-ot, mint a képjóság megállapítására egységes mértéket, illetőleg fogalmat HERZBERGER javasolta 1946-ban a párizsi optikai konferencián [22]. Ebben a fejlődési irányban magán HERZBERGEREN kívül később ROSEN, ELDERT és AN-MIN CHUNG [23, 24], majd MEIRON és LOEBENSTEIN [25] jelentős eredményeket értek el. Eljárásuknál már bizonyos mértékig a kiegyenlítő számítást alkalmazták a képjóságot jellemző „spot-diagramok” minimumának elérésére. Az eljárás alkalmas — a kezdőadatoknak programvezérlésű számítógépbe való beadásával — az automatikus számításra.

1.5. A finomkorrigálás hasonló fejlődési iránya megtartja a klasszikus képhibafogalmakat, mint a képjóságot meghatározó fogalmakat, illetőleg mértékeket a finomkorrigálás alapjául. Ehhez az irányhoz tartozik CRUICKSHANK [26, 27, 28] vizsgálata, amely differenciálmódszert alkalmaz a rendszer optikai adatainak differenciális változásai és ezeknek a képhibákra gyakorolt hatásai közti összefüggések megállapítására. A rendszeren belül az egyes sugárszakaszok helyzetének változásait a sugárszakasz párhuzamos eltoló-

dásának és hajlásszögének változásával, mint két paraméterrel fejezi ki. Ennek a két paraméternek a választása számítási egyszerűsítéseket eredményez, azonban bizonyos elhanyagolást is magával hoz, amely nem nagy apertúra esetén megengedhető, nagy apertúra esetén nem kívánatos hatást gyakorol a finomkorrigálásra.

STEMPEL [29, 30] a differenciáleljárást szigorú alakban építette ki, de csak kevés számú képhibára dolgozta ki. CRUICKSHANK és STEMPEL nem alkalmazott kiegyenlítő számítást a képhibák minimumának felkeresésére. Az általuk meghatározott differenciális összefüggések lényegesen megkönnyítik a szubjektív finomkorrigálást, de nem elegendők az automatikusan végrehajtandó objektív finomkorrigáláshoz.

Ezt az irányt lényegesen fejlesztette FEDER [31] és különösen GIRARD [32], akik az eljárást a képhibák minimális négyzetösszegének keresésével kapcsolták össze. A korrigáló eljárást azonban arra az esetre korlátozták, amikor a képhibafeltételek száma lényegesen nagyobb a változtatható konstrukciós adatok számánál [32, 236. o.]. A konstrukciós (optikai) adatok és a képhibák változásai közti összefüggések meghatározására differenciáleljárást alkalmaztak [32, 238. o.].

Ebben a tanulmányban az automatikus finomkorrigálás kérdését — függetlenül az előbb említett két szerzőtől, illetőleg velük egy időben — ugyancsak a klasszikus képhibák megtartásával kívánjuk megoldani, mert ennek bizonyos előnyei vannak, de differenciálmódszerrel és a kiegyenlítőszámítás ismert módszereinek — ezek között néhány új módszernek — széles alkalmazásával. Ezáltal a finomkorrigáló eljárást rugalmasan, a képhibafeltételek száma és a konstrukciós adatok száma közti bármely viszony esetére alkalmazhatóan kívánjuk felépíteni.

Az erre vonatkozó vizsgálatot a Magyar Tudományos Akadémiához terjesztettem be mint doktori disszertációt 1957-ben [33]. Mivel azonban a vizsgálat eredménye eddig csak külföldön, illetőleg kivonatosan jelent meg [34, 35, 36, 37], a gyors fejlődésben levő magyar optikai iparra tekintettel indokoltnak mutatkozik a teljes vizsgálat magyar nyelvű kiadása is.

2. Alapelv

Feltételezzük, hogy a nyers optikai rendszert valamelyik ismert analitikus számítási módszerrel, vagyis a harmadrendű képhibák elmélete alapján terveztük meg, és a harmadrendű képhibák differenciáljai, vagy differenciái segítségével tovább javítottuk, avagy a magasabb rendű képhibák figyelembevételével korrigáltuk. A nyers optikai adatok tehát az optimális optikai adatok szűk környezetében vannak, és így a tervezés utolsó lépése, a végkorrekciós állapot eléréséhez szükséges finomkorrekció van hátra.

Ha a $\Delta r_i, \Delta e_i, \Delta n_i$ változások együtthatóit valamilyen módon meghatározzuk, továbbá előírjuk, hogy a $\Delta z_1, \dots, \Delta z_m$ képhibaméret-változások meghatározott, a képjóság követelményeit kielégítő értékek legyenek, a keresett $\Delta r_i, \Delta e_i, \Delta n_i$ korrekciókra lineáris egyenletrendszerünk van. A (2) egyenleteket korrekció-egyenleteknek, a $\Delta r_i, \Delta e_i, \Delta n_i$ korrekció-értékek együtthatóit korrekció-együtthatóknak és az előfeltételekként előírt kicsiny $\Delta z_1, \dots, \Delta z_m$ értékeket a z_1, \dots, z_m képhibaméretnek feltételi értékeinek nevezzük. A korrekció-egyenletek megoldása szolgáltatja elvileg a keresett korrekció-értékeket. Azt, hogy a (2) egyenletekben az elhanyagolt ρ maradéktagokat, vagyis a linearitástól való eltérést hogyan vehetjük figyelembe, alább, az egyes megoldási módoknál fogjuk megmutatni.

3. A korrekció-együtthatók

A korrekció-együtthatókat az (1) egyenletek konkrét felírása nélkül, differenciálmódszerrel határozzuk meg. E célból trigonometriai számítással egyes alapsugarakat vezetünk át a rendszeren, amelyek a vizsgálandó z_1, \dots, z_m képhibaméreteket definiálják. Ilyen módon meghatározzuk minden két szomszédos felület közti sugárszakasz helyzetét, vagyis az alapsugarak teljes menetét, valamint az általuk definiált z_1, \dots, z_m képhibaméreteket.

Az i és az $(i + 1)$ felület közti sugárszakasz helyzetét az \bar{X}'_i sugárvektorral jellemezzük, amelynek koordinátái az i -edik, vagyis az i felülethől kilépő sugárszakasz s'_i metszeti távolsága és β'_i hajlásszöge, tehát

$$\bar{X}'_i = \begin{pmatrix} s'_i \\ \beta'_i \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Az X'_i sugárvektor s'_i, β'_i koordinátái az \bar{X}'_{i-1} sugárvektor s'_{i-1}, β'_{i-1} koordinátáiból az alábbi közismert képletek segítségével számíthatók:

$$s_i = s'_{i-1} - e_i$$

$$\sin \varphi_i = \frac{s_i - r_i}{r_i} \sin \beta'_{i-1} \tag{4}$$

$$\sin \varphi'_i = \frac{n_i}{n_{i+1}} \sin \varphi_i$$

$$\beta'_i = \beta'_{i-1} + \varphi_i - \varphi'_i$$

$$s'_i = r_i + \frac{r_i \sin \varphi'_i}{\sin \beta'_i}, \tag{4}$$

amelyekben φ_i a beesőszög, φ'_i a törőszög az i felületen.

3.1. Felületi tényezők

Meg kell határozni, hogy az $\overline{X'_i}$ sugárvektor mekkora $\Delta X'_i$ differenciális vektorral változik, ha az r_i , e_i , n_i optikai adatot egyenként Δr_i , Δe_i , Δn_i differenciális értékekkel változtatjuk. Ehhez az alábbi, célszerűen felületi tényezőknek nevezhető derivátokat kell kiszámítanunk, amelyek a (4) összefüggésekből vezethetők le:

$$\begin{aligned}
 a_i &= \frac{\partial s'_i}{\partial s'_{i-1}} = B_i (1 - T_i \cot \beta'_i) \\
 b_i &= \frac{\partial s'_i}{\partial \beta'_{i-1}} = B_i (s_i - r_i) [\cot \beta'_{i-1} - \cot \beta'_i (1 + T_i \cot \beta'_{i-1})] \\
 c_i &= \frac{\partial \beta'_i}{\partial s'_{i-1}} = \frac{T_i}{s_i - r_i} \\
 d_i &= \frac{\partial \beta'_i}{\partial \beta'_{i-1}} = 1 + T_i \cot \beta_{i-1} \\
 g_i &= \frac{\partial \beta'_i}{\partial r_i} = 1 - B_i \left(1 - \frac{s_i T_i}{r_i} \cot \beta_i \right) \\
 j_i &= \frac{\partial \beta'_i}{\partial r_i} = - \frac{s_i T_i}{r_i (s_i - r_i)} \\
 t_i^* &= \left(\frac{\partial s'_i}{\partial n_i} \right)^* = (1 + \cot \beta'_i \tan \varphi'_i) \frac{r_i \sin \varphi'_i}{n_i \sin \beta'_i} \\
 u_i^* &= \left(\frac{\partial \beta'_i}{\partial n_i} \right)^* = - \frac{1}{n_i} \tan \varphi_i \\
 k_i &= \frac{\partial s'_{i-1}}{\partial n_i} = - m_{i-1} t_{i-1}^* \\
 l_i &= \frac{\partial \beta'_{i-1}}{\partial n_i} = - m_{i-1} \mu_{i-1}^* \\
 t_i &= \frac{\partial s'_i}{\partial n_i} = a_i k_i + b_i l_i + t_i^* \\
 \mu_i &= \frac{\partial \beta'_i}{\partial n_i} = c_i k_i + d_i l_i + \mu_i^*,
 \end{aligned} \tag{5}$$

amelyekben

$$\begin{aligned}
 m_i &= \frac{n_i}{n_{i+1}} \\
 T_i &= \tan \varphi'_i - \tan \varphi_i \\
 B_i &= m_i \frac{\sin \beta'_{i-1}}{\sin \beta'_i}.
 \end{aligned} \tag{5a}$$

Az (5) felületi tényezők felhasználásával az \bar{X}'_i sugárvektornak a Δr_i , Δe_i , Δn_i hatására előálló $\Delta \bar{X}'_i$ változását a következő együtthatók segítségével számíthatjuk ki:

$$\frac{\partial \bar{X}'_i}{\partial r_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial s'_i}{\partial r_i} \\ \frac{\partial \beta'_i}{\partial r_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_i \\ j_i \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{X}'_i}{\partial e_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial s'_i}{\partial e_i} \\ \frac{\partial \beta'_i}{\partial e_i} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} a_i \\ c_i \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial \bar{X}'_i}{\partial n_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial s'_i}{\partial n_i} \\ \frac{\partial \beta'_i}{\partial n_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_i \\ \mu_i \end{pmatrix} \quad (6)$$

3.2. Az i sugárszakasz helyzetváltozásának hatása a k képtéri sugárra

Meg kell határoznunk, hogy az \bar{X}'_i sugárvektor $\Delta \bar{X}'_i$ változtatása mekkora $\Delta \bar{X}'_k$ értékkel változtatja meg a képtéri \bar{X}'_k sugárvektort. Ha bevezetjük az i felületre vonatkozó

$$M_i = \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \quad (7)$$

mátrixot és

$$K_i = \prod_{j=i}^k M_j \quad (8)$$

mátrixkompozíciót, a képtérbe kilépő sugár \bar{X}'_k vektorának $\Delta \bar{X}'_k$ változása

$$\Delta \bar{X}'_k = \begin{pmatrix} \Delta s'_k \\ \Delta \beta'_k \end{pmatrix} = K_{i+1} \cdot \Delta \bar{X}'_i = K_{i+1} \begin{pmatrix} \Delta s'_i \\ \Delta \beta'_i \end{pmatrix}. \quad (9)$$

A Δr_i görbületsugár-változás, a Δe_i felületköz-változás és a Δn_i törésmutató-változás hatása a \bar{X}'_k sugárvektorra az alábbi

$$\frac{\partial \bar{X}'_k}{\partial r_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial s'_k}{\partial r_i} \\ \frac{\partial \beta'_k}{\partial r_i} \end{pmatrix} = K_{i+1} \begin{pmatrix} g_i \\ j_i \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial \bar{X}'_k}{\partial e_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial s'_k}{\partial e_i} \\ \frac{\partial \beta'_k}{\partial e_i} \end{pmatrix} = -K_{i+1} \begin{pmatrix} a_i \\ c_i \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{X}'_k}{\partial n_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial s'_k}{\partial n_i} \\ \frac{\partial \beta'_k}{\partial n_i} \end{pmatrix} = K_{i+1} \begin{pmatrix} t_i \\ u_i \end{pmatrix}$$

tényezőkkel számítható.

3.3. Felületi tényezők a paraxiális térben

Egyszerűbbek a viszonyok a paraxiális térben, ahol az \bar{X}'_i sugárvektort az egyedüli s'_i koordináta határozza meg, és ezt a paramétert az s'_{i-1} koordinátából az

$$\frac{n_{i+1}}{s'_i} = \frac{n_i}{s'_{i-1} - e_i} + \frac{n_{i+1} - n_i}{r_i} \quad (11)$$

képlettel számíthatjuk. Az i sugárszakasznak a $\Delta r_i, \Delta e_i, \Delta n_i$ okozta helyzetváltozását az

$$\begin{aligned} (a)_i &= \frac{\partial s'_i}{\partial s'_{i-1}} = -\frac{\partial s'_i}{\partial e_i} = m_i \frac{s_i'^2}{s_i'^2} \\ (g)_i &= \frac{\partial s'_i}{\partial r_i} = \frac{s_i'^2}{r_i^2} (1 - m_i) \\ (t^*)_i &= \left(\frac{\partial s'_i}{\partial n_i} \right)^* = \frac{s_i'^2}{n_{i-1}} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{s'_i} \right) \\ (k)_i &= \frac{\partial s'_{i-1}}{\partial n_i} = m_{i-1} (t^*)_{i-1} \\ (t)_i &= \frac{\partial s'_i}{\partial n_i} = (a)_i (k)_i + (t^*)_i \end{aligned} \quad (12)$$

paraxiális felületi tényezők segítségével számíthatjuk. A $\Delta s'_i$ metszeti távolságváltozás a képtéri sugár s'_k metszeti távolságát

$$\Delta s'_k = \Delta s'_i \prod_{j=i+1}^k (a)_j = \Delta s'_i \cdot \alpha_i \quad (13)$$

értékkel változtatja, ahol

$$a_i = \prod_{j=i+1}^k (a)_j.$$

A képtéri sugár s'_k metszeti távolságának a Δr_i , Δe_i és Δn_i hatására előálló $\Delta s'_k$ változását a

$$\begin{aligned} \frac{\partial s'_k}{\partial r_i} &= (g)_i \cdot a_i \\ \frac{\partial s'_k}{\partial e_i} &= -a_i \\ \frac{\partial s'_k}{\partial n_i} &= (t)_i \cdot a_i \end{aligned} \quad (14)$$

tényezők segítségével számíthatjuk.

3.4. Gyűjtőtávolság-együtthatók

A rendszer gyűjtőtávolsága, mint ismeretes,

$$f = s'_1 \prod_{i=2}^k \frac{s'_i}{s_i}, \quad (15)$$

ahol s_i , ill. s'_i az $s_1 = \infty$ paraxiális sugár i felülethez tartozó belépő, ill. kilépő metszeti távolsága.

A (15)-ből az i felülethez tartozó gyűjtőtávolság-együtthatók

$$\begin{aligned} q_i &= \frac{\partial f}{\partial s_i} = f \left[\vartheta_i \prod_{j=i+1}^k (a)_j \right]^{k-i} \\ q_{ri} &= \frac{\partial f}{\partial r_i} = (g)_i q_i \\ q_{ei} &= \frac{\partial f}{\partial e_i} = - (a)_i \cdot q_i \\ q_{ni} &= \frac{\partial f}{\partial n_i} = (t)_i \cdot q_i, \end{aligned} \quad (16)$$

ahol

$$\vartheta_i = \frac{1}{s'_i} - \frac{1}{s_{i+1}}, \quad \vartheta_k = \frac{1}{s'_k}. \quad (17)$$

3.5. A korrekció-együtthatók számítása

Meg kell határozni az egyes képhibákra kifejtett hatásokat.

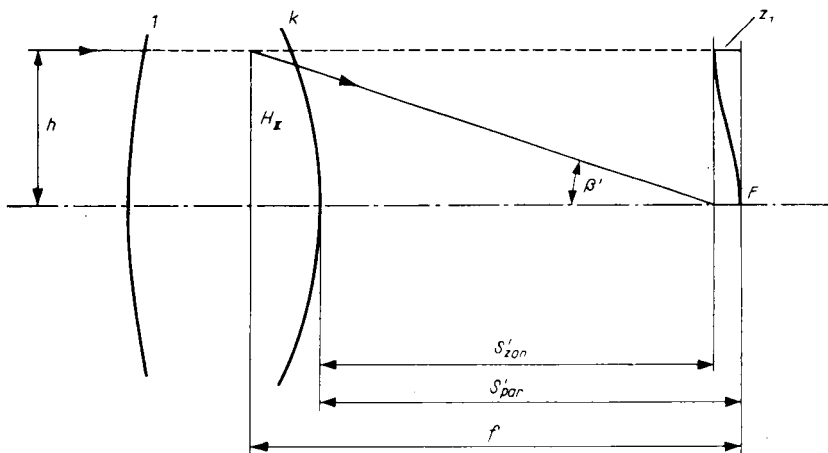
3.5.1. A z_1 nyíláshibát (gömbi eltérést) tudvalevően az utolsó, k felületből kilépő paraxiális sugár s'_{par} metszeti távolságának és a kilépő zonális sugár

s'_{zon} metszeti távolságának különbsége definiálja (2. ábra), azaz

$$z_1 = s'_{par} - s'_{zon}. \quad (18)$$

Ennélfogva a Δr_i , Δe_i , Δn_i változásokhoz tartozó korrekció-együtthatók a nyíláshibára

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_1}{\partial r_i} &= \frac{\partial s'_{par}}{\partial s_i} - \frac{\partial s'_{zon}}{\partial r_i} \\ \frac{\partial z_1}{\partial e_i} &= \frac{\partial s'_{par}}{\partial e_i} - \frac{\partial s'_{zon}}{\partial e_i} \\ \frac{\partial z_1}{\partial n_i} &= \frac{\partial s'_{par}}{\partial n_i} - \frac{\partial s'_{zon}}{\partial n_i} \end{aligned} \quad (19)$$



2. ábra. Nyíláshiba (z_1)

3.5.2. A sinusfeltétel z_2 hibája, mint ismeretes,

$$z_2 = f - \frac{h}{\sin \beta'}, \quad (20)$$

ahol h a tengelypárhuzamos extraaxiális sugár beesési magassága, és β' a k felületből kilépő konjugált sugár hajlásszöge (2. ábra). A (20)-ból adódnak a korrekció-együtthatók a sinusfeltételre:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_2}{\partial r_i} &= (g)_i q_i + \sigma \frac{\partial \beta'}{\partial r_i} \\ \frac{\partial z_2}{\partial e_i} &= -(a)_i \cdot q_i - \sigma \frac{\partial \beta'}{\partial e_i} \\ \frac{\partial z_2}{\partial n_i} &= (t)_i \cdot q_i + \sigma \cdot \frac{\partial \beta'}{\partial n_i}, \end{aligned} \quad (21)$$

ahol

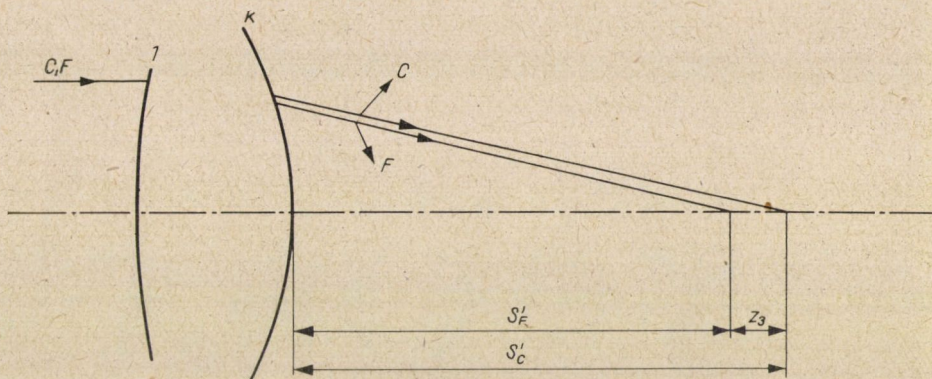
$$\frac{\partial \beta'}{\partial r_i}, \frac{\partial \beta'}{\partial e_i}, \text{ ill. } \frac{\partial \beta'}{\partial n_i}$$

a (10) vektorderivált egyik koordinátája és ahol alkalmaztuk a

$$\sigma = \frac{h \cos \beta'}{\sin^2 \beta'} \quad (22)$$

jelölést.

3.5.3. A z_3 színi hosszhibát, az F színre ($\lambda = 0,4861 \mu\text{m}$ hullámhossz) és a C színre ($\lambda = 0,6563 \mu\text{m}$ hullámhossz), mint ismeretes, az F sugár kép-



3. ábra. Színi hosszhiba (z_3)

téri paraxiális s'_F metszeti távolságának és a C sugár képtéri paraxiális s'_C metszeti távolságának a különbsége (3. ábra) definiálja.

$$z_3 = s'_F - s'_C. \quad (23)$$

Ebből a korrekció-együtthatók a színi hosszeltérésre

$$\frac{\partial z_3}{\partial r_i} = \frac{\partial s'_F}{\partial r_i} - \frac{\partial s'_C}{\partial r_i} \quad (24)$$

$$\frac{\partial z_3}{\partial e_i} = \frac{\partial s'_F}{\partial e_i} - \frac{\partial s'_C}{\partial e_i},$$

ahol a jobb oldalon feltüntetett derivátumokat az n_F , ill. n_C törésmutatóval kell számítani.

Ha a finomkorrigálást még egy harmadik, pl. a d színre is el akarjuk végezni, vagyis a rendszert apokromatikusan kívánjuk korrigálni, akkor az

n_F és n_d törésmutatókkal számított

$$\frac{\partial z_{3Fd}}{\partial r_i} = \frac{\partial s'_F}{\partial r_i} - \frac{\partial s'_d}{\partial r_i} \quad (25)$$

$$\frac{\partial z_{3Fd}}{\partial e_i} = \frac{\partial s'_F}{\partial e_i} - \frac{\partial s'_d}{\partial e_i}$$

korrekció-együtthatókat is be kell vonnunk a finomkorrigálásba.

Az extraparaxiális zónára, pl. a 0,707-szeres nyílásmagasságra a korrekció-együtthatók:

$$\frac{\partial z_{3zon}}{\partial r_i} = \frac{\partial s'_{Fzon}}{\partial r_i} - \frac{\partial s_{czon}}{\partial r_i} \quad (26)$$

$$\frac{\partial z_{3zon}}{\partial e_i} = \frac{\partial s'_{Fzon}}{\partial e_i} - \frac{\partial s_{czon}}{\partial e_i}$$

3.5.4. A z_4 színnagyítási hiba általában két különböző színű sugárra, pl. az F és a C sugárra számított gyújtótávolság különbsége, azaz

$$z_4 = f_F - f_C \quad (27)$$

A színnagyítási hibára vonatkozó korrekció-együtthatók tehát:

$$\frac{\partial z_4}{\partial s_i} = (g_F)_i \cdot q_{Fi} - (g_C)_i \cdot q_{Ci} \quad (28)$$

$$\frac{\partial z_4}{\partial e_i} = -(a_F)_i \cdot q_{Fi} + (a_C)_i \cdot q_{Ci}$$

ahol a $(g)_i$, $(a)_i$ és q_i értékeket az F és a C sugarakra kell kiszámítani.

3.5.5. A z_5 meridionális képmezőhajlást CONRADY [3] szerint

$$z_5 = s'_0 - X' \quad (29)$$

definiálja. Itt s'_0 az optikai tengelyen levő P tárgypontra Gauss-féle P' kép-pontjának paraxiális metszeti távolsága és X' a tárgysík tengelyen kívüli Q pontjából kiinduló 1 és 2 extraparaxiális sugár 1' és 2' képtéri konjugált sugara Q' metszéspontjának a k felülettől a tengely mentén mért távolsága (4. ábra).

A (29)-ből a korrekció-együtthatók a meridionális képmezőhajlásra

$$\frac{\partial z_5}{\partial r_i} = \frac{\partial s'_0}{\partial r_i} - \frac{\partial X'}{\partial r_i}$$

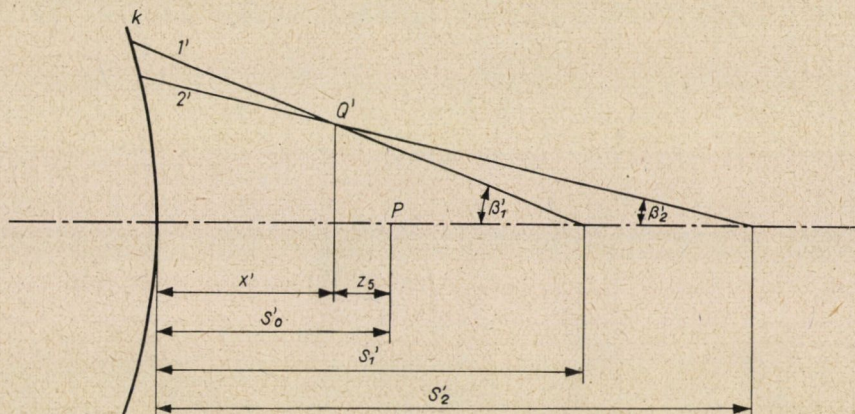
$$\frac{\partial z_5}{\partial e_i} = \frac{\partial s'_0}{\partial e_i} - \frac{\partial X'}{\partial e_i} \quad (30)$$

$$\frac{\partial z_5}{\partial n_i} = \frac{\partial s'_0}{\partial n_i} - \frac{\partial X'}{\partial n_i}$$

A (30) jobb oldalán levő

$$\frac{\partial X'}{\partial r_i}, \frac{\partial X'}{\partial e_i}, \frac{\partial X'}{\partial n_i}$$

derivátumokat a 4. ábra alapján állapíthatjuk meg, és ezekre a következő kifejezéseket nyerjük



4. ábra. Meridionális képmezőhajlás (z₅)

$$\begin{aligned} \frac{\partial X'}{\partial r_i} &= A_1 \frac{\partial s'_1}{\partial r_i} + A_2 \frac{\partial s'_2}{\partial r_i} + B_1 \frac{\partial \beta'_1}{\partial r_i} + B_2 \frac{\partial \beta'_2}{\partial r_i} \\ \frac{\partial X'}{\partial e_i} &= A_1 \frac{\partial s'_1}{\partial e_i} + A_2 \frac{\partial s'_2}{\partial e_i} + B_1 \frac{\partial \beta'_1}{\partial e_i} + B_2 \frac{\partial \beta'_2}{\partial e_i} \\ \frac{\partial X'}{\partial n_i} &= A_1 \frac{\partial s'_1}{\partial n_i} + A_2 \frac{\partial s'_2}{\partial n_i} + B_1 \frac{\partial \beta'_1}{\partial n_i} + B_2 \frac{\partial \beta'_2}{\partial n_i} \end{aligned} \quad (31)$$

amelyekben

$$\begin{aligned} A_1 &= 0,5 + \frac{\sin(\beta'_1 + \beta'_2)}{2 \sin(\beta'_2 - \beta'_1)} \\ A_2 &= 0,5 - \frac{\sin(\beta'_1 + \beta'_2)}{2 \sin(\beta'_2 - \beta'_1)} \end{aligned} \quad (32)$$

és

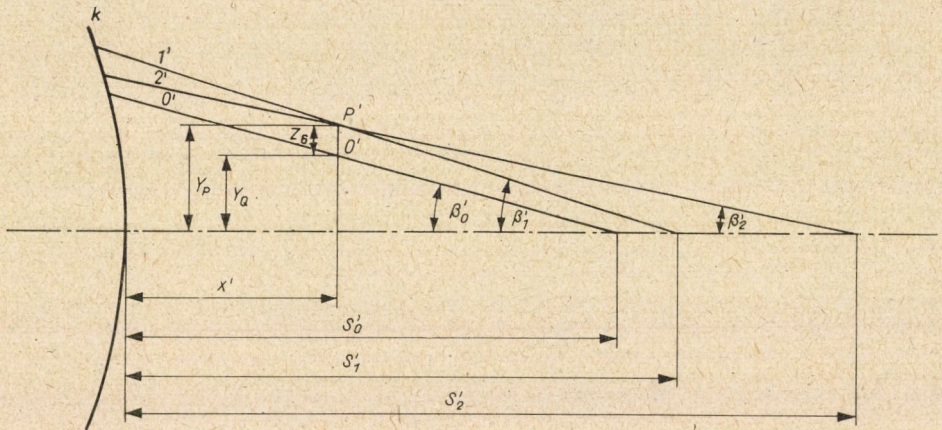
$$\begin{aligned} B_1 &= (s'_1 - s'_2) \frac{\sin \beta'_2 \cos \beta'_2}{2 \sin^2(\beta'_2 - \beta'_1)} \\ B_2 &= -(s'_1 - s'_2) \frac{\sin \beta'_1 \cos \beta'_1}{2 \sin^2(\beta'_2 - \beta'_1)} \end{aligned} \quad (33)$$

3.5.6. A meridionális kóma mértékéül a

$$z_6 = Y_P - Y_Q \quad (34)$$

különbséget vesszük (5. kép). Ebben Y_P a P extraparaxiális tárgyponthól kiinduló 1 és 2 meridionális szélső sugár képtéri $1'$ és $2'$ konjugált sugara P' metszéspontjának magassága, Y_Q a P tárgyponthól kiinduló O főtengelyre tartozó képtéri konjugált sugár és a P' ponton át fektetett, tengelyre merőleges sík Q' dőfpontjának magassága. A (34)-ből a korrekció-együtthatók a meridionális kómára

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_6}{\partial r_i} &= \frac{\partial Y_P}{\partial r_i} - \frac{\partial Y_Q}{\partial r_i} \\ \frac{\partial z_6}{\partial e_i} &= \frac{\partial Y_P}{\partial e_i} - \frac{\partial Y_Q}{\partial e_i} \\ \frac{\partial z_6}{\partial n_i} &= \frac{\partial Y_P}{\partial n_i} - \frac{\partial Y_Q}{\partial n_i} \end{aligned} \quad (35)$$



5. ábra. Meridionális kóma (z_6)

A (35) jobb oldalán levő derivátumokat az 5. ábra segítségével határozhatjuk meg. Az ábráról

$$Y_P = (s'_2 - s'_1) \frac{\sin \beta'_1 \cdot \sin \beta'_2}{\sin (\beta'_2 - \beta'_1)}, \quad (36)$$

ahonnan

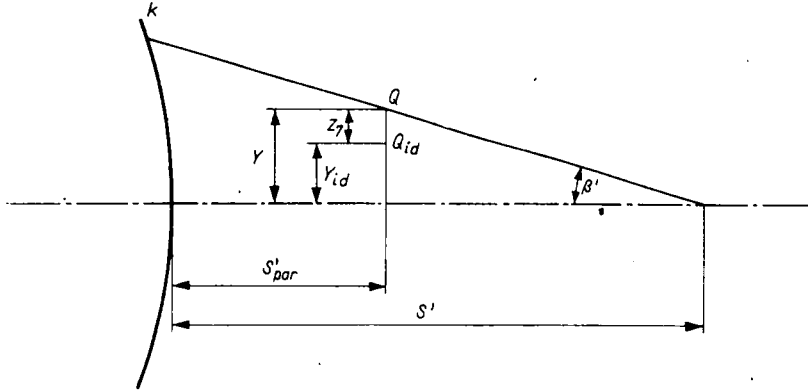
$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_P}{\partial r_i} &= C \left(\frac{\partial s'_2}{\partial r_i} - \frac{\partial s'_1}{\partial r_i} \right) + D_1 \frac{\partial \beta'_2}{\partial r_i} + D_2 \frac{\partial \beta'_1}{\partial r_i} \\ \frac{\partial Y_P}{\partial e_i} &= C \left(\frac{\partial s'_2}{\partial e_i} - \frac{\partial s'_1}{\partial e_i} \right) + D_1 \frac{\partial \beta'_2}{\partial e_i} + D_2 \frac{\partial \beta'_1}{\partial e_i} \\ \frac{\partial Y_P}{\partial n_i} &= C \left(\frac{\partial s'_1}{\partial n_i} - \frac{\partial s'_1}{\partial n_i} \right) + D_1 \frac{\partial \beta'_2}{\partial n_i} + D_2 \frac{\partial \beta'_1}{\partial n_i}, \end{aligned} \quad (37)$$

amelyekben

$$C = \frac{\sin \beta'_1 \cdot \sin \beta'_2}{\sin (\beta'_2 - \beta'_1)}$$

$$D_1 = - \frac{s'_2 - s'_1}{\sin^2 (\beta'_2 - \beta'_1)} \sin^2 \beta'_1$$

$$D_2 = \frac{s'_2 - s'_1}{\sin^2 (\beta'_2 - \beta'_1)} \sin^2 \beta'_2.$$



6. ábra. Disztorzió (z_7)

Továbbá ugyancsak az 5. ábra szerint

$$Y_Q = (s'_0 - X') \operatorname{tg} \beta'_0, \quad (38)$$

ahonnan

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_Q}{\partial r_i} &= \left(\frac{\partial s'_0}{\partial r_i} - \frac{\partial X'}{\partial r_i} \right) \tan \beta'_0 + \frac{s'_0 - X'}{\cos \beta'_0} \cdot \frac{\partial \beta'_0}{\partial r_i} \\ \frac{\partial Y_Q}{\partial e_i} &= \left(\frac{\partial s'_0}{\partial e_i} - \frac{\partial X'}{\partial e_i} \right) \tan \beta'_0 + \frac{s'_0 - X'}{\cos \beta'_0} \cdot \frac{\partial \beta'_0}{\partial e_i} \\ \frac{\partial Y_Q}{\partial n_i} &= \left(\frac{\partial s'_0}{\partial n_i} - \frac{\partial X'}{\partial n_i} \right) \tan \beta'_0 + \frac{s'_0 - X'}{\cos \beta'_0} \cdot \frac{\partial \beta'_0}{\partial n_i}. \end{aligned} \quad (39)$$

3.5.7. A képtorzulást a 6. ábrán látható

$$z_7 = Y - Y_{id} \quad (40)$$

különbség jellemzi, ahol Y a tengelyen kívüli P tárgyponthól induló fősugarhoz tartozó képtéri konjugált sugár és az ideális képsík Q dőféspontjának magassága, Y_{id} a Q_{id} ideális képpont magassága. A (40)-ből a torzulásra

vonatkozó korrekció-együtthatók

$$\begin{aligned}\frac{\partial z_7}{\partial r_i} &= \frac{\partial Y}{\partial r_i} - \frac{\partial Y_{id}}{\partial r_i} \\ \frac{\partial z_7}{\partial e_i} &= \frac{\partial Y}{\partial e_i} - \frac{\partial Y_{id}}{\partial e_i} \\ \frac{\partial z_7}{\partial n_i} &= \frac{\partial Y}{\partial n_i} - \frac{\partial Y_{id}}{\partial n_i}\end{aligned}\quad (41)$$

A (41) jobb oldalán levő derivátumokat a 6. ábra segítségével határozhatjuk meg. Az ábráról,

$$Y = (s' - s'_{\text{par}}) \tan \beta',$$

ahonnan

$$\begin{aligned}\frac{\partial Y}{\partial r_i} &= \left(\frac{\partial s'}{\partial r_i} - \frac{\partial s'_{\text{par}}}{\partial r_i} \right) \tan \beta' + \frac{s' - s'_{\text{par}}}{\cos^2 \beta'} \cdot \frac{\partial \beta'}{\partial r_i} \\ \frac{\partial Y}{\partial e_i} &= \left(\frac{\partial s'}{\partial e_i} - \frac{\partial s'_{\text{par}}}{\partial e_i} \right) \tan \beta' + \frac{s' - s'_{\text{par}}}{\cos^2 \beta'} \cdot \frac{\partial \beta'}{\partial e_i} \\ \frac{\partial Y}{\partial n_i} &= \left(\frac{\partial s'}{\partial n_i} - \frac{\partial s'_{\text{par}}}{\partial n_i} \right) \tan \beta' + \frac{s' - s'_{\text{par}}}{\cos^2 \beta'} \cdot \frac{\partial \beta'}{\partial n_i}\end{aligned}\quad (42)$$

Továbbá

$$Y_{id} = f \operatorname{tg} \beta_F,$$

ahonnan

$$\begin{aligned}\frac{\partial Y_{id}}{\partial r_i} &= (g)_i \cdot q_i \cdot \tan \beta_F \\ \frac{\partial Y_{id}}{\partial e_i} &= - (a)_i \cdot q_i \cdot \tan \beta_F \\ \frac{\partial Y_{id}}{\partial n_i} &= (t)_i \cdot q_i \cdot \tan \beta_F,\end{aligned}\quad (43)$$

amelyekben f a gyújtótávolság, β_F a P pontból a tárgyoldali gyújtóponton át vezetett sugár hajlásszöge.

3.5.8. A szagittális képhibák hatása, mint ismeretes, abban nyilvánul, hogy a szagittális képező nem kongruens a meridionális képezővel. A Petzval-görbület és az asztigmatikus hiba összege egyenlő a szagittális képezőgörbülettel, a Petzval-görbület és az asztigmatikus hiba háromszorosának összege egyenlő a meridionális képező görbületével. Ha tehát a rendszert úgy korrigáljuk, hogy a Petzval-görbület kb. egyenlő legyen a meridionális képezőgörbülettel, gyakorlatilag eltűnik az asztigmatizmus, pontosabban: az asztigmatizmust a Seidel-zónán belül, vagyis a harmadrendű hibáig megszüntettük.

végrehajtása után még bizonyos, a korrigáló eljárás során meghatározandó kicsiny maradó képhibákat engedünk meg. A (48) relatív korrekció-egyenletekben a korrekció-együtthatókat A, B, \dots, L jelekkel jelöltük.

$$\begin{aligned} A_1 x_1 + B_1 x_2 + \dots + L_1 x_l + Z_1 &= v_1 \\ A_2 x_1 + B_2 x_2 + \dots + L_2 x_l + Z_2 &= v_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ A_n x_1 + B_n x_2 + \dots + L_n x_l + Z_l &= v_n. \end{aligned} \quad (48)$$

A korrekció-egyenletek megoldásának módja különböző aszerint, hogy milyen arányban vannak egymással a változtatható optikai adatok l száma, az abszolút korrekció-egyenletek m száma és a relatív korrekció-egyenletek n száma.

4.1. *Első eset: $m = l, n = 0$,* vagyis csak abszolút korrekció-egyenleteink vannak, és ezek száma egyenlő a keresett korrekció-értékek (a változtatható optikai adatok) számával. Ebben az esetben a (47) egyenletek, mivel azok egymástól függetlenek, egyértelműen megoldhatók. A megoldásul nyert x_1, \dots, x_l értékek a rendszer keresett korrekciói.

4.2. *Második eset: $m < l, n = 0$,* vagyis az ismeretlen korrekció-értékek száma nagyobb az abszolút korrekció-egyenletek számánál, relatív korrekció-egyenleteink nincsenek. A meghatározandó l számú x_1, \dots, x_l korrekció-értékeknek ki kell elégíteniük az m számú egyenletet. Mivel azonban még $(l - m)$ szabadságfok áll rendelkezésre, ezt a látszólag felesleges szabadságfokot felhasználjuk annak a további követelménynek a kielégítésére, hogy maguk a korrekció-értékek minimumot érjenek el. E követelmény felállításával azt kívánjuk elérni, hogy a korrigált optikai adatok a nyers optikai adatok szűk környezetében maradjanak.

E minimumfeltétel matematikai megformulálásánál azt a követelményt is figyelembe kívánjuk venni, hogy az egyes korrekció-értékek és az ezek okozta képhibaváltozások között a linearitást körülbelül azonos fokban közelítsük meg. Ennek eléréséhez azt az x_1, \dots, x_l korrekciórendszer fogjuk keresni, amelyik kielégíti a korrekció-egyenleteket, és ezen felül minimummá teszi a sorbafejtéssel előállított lineáris korrekció-egyenletek q maradéktagjaiban levő, az arányosságtól való eltérés fokára közelítően mértékadó, tiszta másodrendű tagok súlyozott abszolút értékeinek

$$\Phi = \left[P_j \left[|j_{ll}| x_l^2 \right]_{l=1}^m \right] \quad (49)$$

összegét. A (49)-ben a képhibák j_{ll} tiszta másodrendű parciális derivátumaira az

$$a_{ll} = \frac{\partial^2 z_1}{\partial x_l^2}, \dots, j_{ll} = \frac{\partial^2 z_j}{\partial x_l^2}, \dots, m_{ll} = \frac{\partial^2 z_m}{\partial x_l^2} \quad (50)$$

jelöléseket vezettük be. A (49)-ben alkalmaztuk továbbá az $1, \dots, j, \dots, m$ jelű képhibák számára a rendszer rendeltetése szerint különböző fontosságuk szerint választott $P_1, \dots, P_j, \dots, P_m$ képhibasúlyokat. A legkevésbé fontos képhiba súlyául az egységet választjuk, a többi képhiba súlyára pozitív egész számokat veszünk fel, amelyeket optikai megfontolással, pl. a Rayleigt-féle képhibahatárok [38] reciprook értékeivel arányosan állapítunk meg.

A (49)-et kifejtve, a minimummá teendő kifejezés a

$$\Phi = [p_{xx}]_1^l \quad (51)$$

alakot veszi fel, amelyben a p_1, \dots, p_l tényezőket a

$$p_i = P_1 |a_{1li}| + P_2 |a_{2li}| + \dots + P_m |m_{1li}| \quad (52)$$

kifejezés szerint kell számítani. A p_i tényezőket célszerűen a korrekciók súlytényezőinek nevezhetjük.

Az (50) másodrendű derivátumok szükséges közelítő értékeit a célnak megfelelő alábbi közelítő módszerrel határozzuk meg. Trigonometriai sugárátvezetéssel, a (4) képletek segítségével, kiszámítjuk az

$$X_1, X_2, \dots, X_{i-1}, X_i + \Delta X_i, X_{i+1}, \dots, X_l$$

és

$$X_1, X_2, \dots, X_{i-1}, X_i - \Delta X_i, X_{i+1}, \dots, X_l$$

optikai adatokhoz tartozó

$$z_{1i(+)}, z_{2i(+)}, \dots, z_{mi(+)}$$

és

$$z_{1i(-)}, z_{2i(-)}, \dots, z_{mi(-)}$$

képhibákat. A ΔX_i differenciát célszerű az X_i optikai adat

$$Q = Q_0 \cos \varphi_i \quad (55)$$

százalékában választani, ahol a Q_0 alapszázalék értékére 10 vagy 20%-ot lehet felvenni. Az (55) kifejezés indokolása az, hogy a $\Delta r_i, \Delta e_i, \Delta n_i$ változások és a képhibaváltozások közti összefüggés annál nagyobb mértékben tér el a lineáris összefüggéstől, minél nagyobb a φ_i beesőszög.

Számítsuk a

$$\Delta z_{1i(+)} = z_{1i(+)} - z_{1i}$$

$$\Delta z_{mi(+)} = z_{mi(+)} - z_{mi}$$

és

$$\Delta z_{1i(-)} = z_{1i(-)} - z_{1i}$$

$$\Delta z_{mi(-)} = z_{mi(-)} - z_{mi}$$

képhibakülönbségeket. A 7. ábra alapján

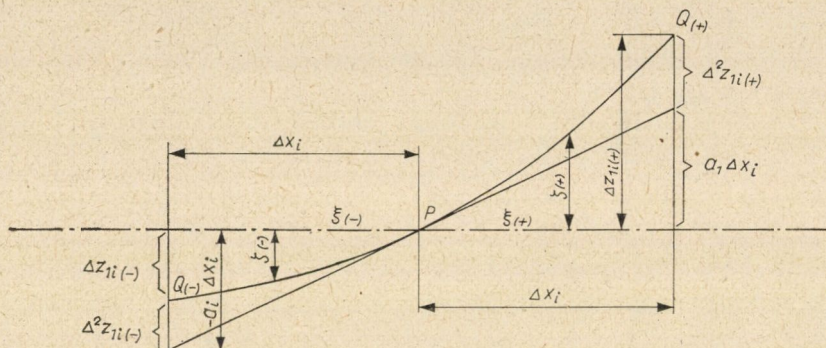
$$\Delta^2 z_{1i(+)} = \Delta z_{1i(+)} - a_i \Delta x_i,$$

$$\Delta^2 z_{1i(-)} = \Delta z_{1i(-)} + a_i \Delta x_i.$$

Ha a 7. ábrán a $\widehat{PQ_{(+)}}$ és $\widehat{Q_{(-)}P}$ görbeszakaszokat parabolaíveknek tekintjük, a két görbeszakasz egyenlete

$$\zeta_{i(+)} = a_i \xi_{i(+)} + \frac{\Delta^2 z_{1i(+)} \xi_{i(+)}^2}{\Delta X_i^2}$$

$$\zeta_{i(+)} = a_i \xi_{i(-)} + \frac{\Delta^2 z_{1i(-)} \xi_{i(-)}^2}{\Delta X_i^2},$$



7. ábra. Képhibák másodrendű derivátumainak közelítő meghatározása

melyekből az

$$a_{11i} = \frac{\partial^2 z_1}{\partial x_i^2}$$

másodrendű derivátum jó közelítő értéke

$$a_{11i} = \frac{\Delta^2 z_{1i} + \Delta^2 z_{1i}}{\Delta X_i^2} = \frac{\Delta z_{1i(+)} + \Delta z_{1i(-)}}{\Delta X_i^2}.$$

Hasonlóképpen

$$\begin{aligned} b_{11i} &= \frac{\Delta z_{2i(+)} + \Delta z_{2i(-)}}{\Delta X_i^2} \\ &\dots \dots \dots \\ m_{11i} &= \frac{\Delta z_{mi(+)} + \Delta z_{mi(-)}}{\Delta X_i^2}. \end{aligned} \quad (57)$$

Visszatérve a finomkorrigálás második esetére, azokat az x_1, \dots, x_i korrekció-értékeket kell keresnünk, amelyek kielégítik az m számú (47) korrekció-egyenletet és minimummá teszik az (52) négyzetösszeget. Ezek a matematikai követelmények megegyeznek a kiegyenlítő számításban ismert „közvetlen mérések kiegyenlítése feltételi egyenletekkel” eljárás előfeltételei-

normál-egyenletek és a

$$[PAZ] x_1 + [PBZ] x_2 + [PCZ] x_3 + \dots + [PZZ] = [PVV] \quad (62)$$

ellenőrző egyenlet együtthatóit.

A (61) normál-egyenletekből kiszámítjuk az x_1, \dots, x_l korrekciókat. Ezeket behelyezve a (48) relatív korrekció-egyenletekbe, kiszámítjuk a v_1, \dots, v_m maradó képhibákat. Számítási ellenőrzés céljából kiszámítjuk a $[Pvv]_1^n$ összeget, egyrészt a v_1, \dots, v_n értékeknek a (60)-ba való behelyettesítésével, másrészt a (62) ellenőrző egyenlettel. A kétféle módon számított $[Pvv]_1^n$ összegnek egyeznie kell.

4.4. *Negyedik eset:* $m = 0, n < l$, vagyis csak relatív korrekció-egyenleteink vannak, és ezek száma kisebb, mint az ismeretlen korrekció-értékek száma. Most a rendelkezésre álló, látszólag feleslegesen nagy szabadságfokot arra használjuk fel, hogy — a maradó képhibák kicsinységére vonatkozó követelésen felül — a korrekció-értékek kicsinységére is követelményt támasztunk. Matematikailag a feladatot a következőképpen fogalmazzuk meg: olyan korrekció-értékeket keresünk, amelyek minimummá teszik az

$$F_4 = [Pvv]_1^n + [p_x x]_1^l \quad (63)$$

kettős négyzetösszeget. A megoldást a következőképpen nyerhetjük.

Csatoljuk az n számú (48) relatív korrekció-egyenlethez az azonosságot jelentő

$$\begin{aligned} x_1 &= v'_1 \\ x_2 &= v'_2 \\ &\dots \\ x_l &= v'_l \end{aligned} \quad (64)$$

l számú fiktív relatív korrekció-egyenletet. A v_1, \dots, v_n valódi képhibák súlyai: P_1, \dots, P_n , a v'_1, \dots, v'_l fiktív képhibák súlyai: p_1, \dots, p_l , az (52) szerint. Alkoszuk meg a valódi és a fiktív relatív korrekció-egyenletekből a (65) normál-egyenleteket:

$$\begin{aligned} ([PAA]_1^n + p_1) x_1 + [PAB] x_2 + \dots + [PAL] x_l + [PAZ] &= 0 \\ [PBA] x_1 + ([PBB] + p_2) x_2 + \dots + [PBL] x_l + [PBZ] &= 0 \\ \dots &\dots \\ [PLA] x_1 + [PLB] x_2 + \dots + ([PLL] + p_l) x_l + [PLZ] &= 0 \end{aligned} \quad (65)$$

és a (66) ellenőrző egyenletet:

$$[PAZ] x_1 + [PBZ] x_2 + \dots + [PLZ] x_l + [PZZ] = [Pvv]_1^n + [pv'v']_1^l \quad (66)$$

A módosított (65) normál-egyenletek abban különböznek a szokásos (61) normál-egyenletektől, hogy az aláhúzással jelölt vezetőtagok növelve vannak a vezetőtaghoz tartozó korrekció súlytényezőjével. A (65) normál-egyenletek megoldásaként nyert x_1, \dots, x_l értékek a keresett korrekció-értékek.

4.5. *Ötödik eset:* $m < l < m + n$, vagyis a meghatározandó korrekció-értékek száma nagyobb az abszolút korrekció-egyenletek számánál, de kisebb az összes (abszolút és relatív) korrekció-egyenletek számánál. Az abszolút egyenletek lefoglalnak a rendelkezésre álló l szabadságfokból m szabadságfokot. A fennmaradó $(l - m)$ szabadságfokot arra használjuk fel, hogy kielégítsük az n relatív korrekció-egyenlettel kifejezett v_1, \dots, v_n maradó képhibák kicsinységére felállított követelményt.

Azt az x_1, \dots, x_l korrekció-rendszert keressük most, amelyik minimummá teszi a maradó képhibák súlyozott négyzetösszegét, és egyben kielégítik az m abszolút korrekció-egyenletet. A feladat matematikai szempontból meg-egyezik a „közvetett mérések feltételekkel” kiegyenlítési csoport feladatával. Ehhez képest a megoldáshoz ki kell fejezni az m abszolút korrekció-egyenletből m számú ismeretlen korrekciót, például az $x_{l-m+1}, x_{l-m+2}, \dots, x_{l-1}, x_l$ korrekciókat:

$$\begin{aligned} x_{l-m+1} &= a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \dots + a'_{l-m} x_{l-m} + z'_1 \\ x_{l-m+2} &= b'_1 x_1 + b'_2 x_2 + \dots + b'_{l-m} x_{l-m} + z'_2 \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_l &= m'_1 x_1 + m'_2 x_2 + \dots + m'_{l-m} x_{l-m} + z'_m. \end{aligned} \quad (67)$$

A (67) kifejezéseket ezután be kell helyezni a (48) relatív korrekció-egyenletekbe. Az ilyen módon előállított „redukált relatív korrekció-egyenletek” a szükséges rendezés elvégzése után a következők:

$$\begin{aligned} A'_1 x_1 + B'_1 x_2 + C'_1 x_3 + \dots + L'_1 x_l + Z'_1 &= v_1 \\ A'_2 x_1 + B'_2 x_2 + C'_2 x_3 + \dots + L'_2 x_l + Z'_2 &= v_2 \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ A'_n x_1 + B'_n x_2 + C'_n x_3 + \dots + L'_n x_l + Z'_n &= v_n. \end{aligned} \quad (68)$$

A továbbiakban a harmadik eset feladatával állunk szemben. Meg kell tehát alkotni a (68) egyenletek együtthatóiból és tiszta tagjaiból az $(l - m)$ számú normál-egyenletet. A normál-egyenletek megoldása szolgáltatja a keresett x_1, x_2, \dots, x_{l-m} korrekciókat. A többi, x_{l-m+1}, \dots, x_l korrekciót a (67) egyenletekből számítjuk. A v_1, \dots, v_m maradó képhibákat az x_1, \dots, x_l korrekciók ismeretében a (48) egyenletekkel számíthatjuk ki.

4.6. *Hatodik eset:* $l > m + n$, vagyis a változtatható optikai adatok száma nagyobb az abszolút és a relatív korrekció-egyenletek együttes számánál. A rendelkezésre álló l szabadságfok elegendő volna ahhoz, hogy a relatív korrekció-egyenletekkel definiált képhibákat is maradéktalanul kiküszöböl-

jük, vagyis, hogy a relatív korrekció-egyenleteket is abszolút korrekció-egyenletekként kezeljük. Ezzel a lehetőséggel azonban nem élünk, mert sok képhibának együttes teljes kiküszöbölése optikailag ellentmondást jelent. Ehelyett a következő három követelményt állítjuk fel: a keresett x_1, \dots, x_l korrekció-értékek 1. nyújtsanak teljes hibamentességet az abszolút egyenletekkel definiált, alapvetően fontos képhibákra, 2. biztosítsanak nagyfokú relatív hibamentességet a többi képhibára, 3. lehető kicsinyek legyenek. Ennek megfelelően azt az x_1, \dots, x_l korrekció-rendszert kell felkeresni, amely minimummá teszi a maradó képhibák és a korrekció-értékek négyzetösszegét, amellet kielégíti az abszolút korrekció-egyenleteket. Meg kell tehát alkotni az

$$F_6 = [Pvv]_1^n + [p_x x]_1^l + [2\lambda\Phi]_1^m \quad (69)$$

függvényt, és képezni kell a függvény abszolút szélső értékét. A (69)-ben a $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ jelek az ismeretlen Lagrange-tényezőket jelentik. A (69) egyenletet x_1, \dots, x_l szerint differenciálni kell, és a parciális derivátumokat 0-val kell egyenlővé tenni. A teljes kifejtést a (70) módosított és kiegészített normál-egyenletekre vezet:

$$\left(\begin{array}{l} ([PAA] + p_1) x_1 + [PAB] x_2 + \dots + [PAZ] + \\ [PBA] x_1 + ([PBB] + p_2) x_2 + \dots + [PBZ] + \\ \dots \\ [PLA] x_1 + [PLB] x_2 + \dots + [PLZ] + \end{array} \right) \begin{array}{l} a_1 \lambda_1 + b_1 \lambda_2 + \dots + m_1 \lambda_m \\ a_2 \lambda_1 + b_2 \lambda_2 + \dots + m_2 \lambda_m \\ \dots \\ a_l \lambda_1 + b_l \lambda_2 + \dots + m_l \lambda_m \end{array} \quad (70)$$

A (70) normál-egyenletekben az aláhúzott vezető tagok vannak „módosítva”, a negyedik eset normál-egyenleteivel azonosan, a bekeretezett kifejezések a „kiegészítések”, a megszokott normál egyenletekkel szemben.

A módosított és kiegészített (70) normál-egyenletekből és az abszolút korrekció-egyenletekből kiszámíthatók a keresett korrekció-értékek.

5. A finomkorrigáló eljárás ismételt alkalmazása

Magától értetődő, hogy a bemutatott számítási eljárások gyakorlati alkalmazásához teljesítőképes programvezérlésű számítógépre van szükség. A programozáshoz a tanulmányban megadott formulák némelyikét bizonyos mértékben át kell alakítani. Ez még további elmélyülő munkára vár.

Miután a rendszer korrekcióit a javasolt eljárások egyikével kiszámítottuk, a rendszer nyers adatait a korrekciókkal meg kell javítani, és a javított rendszert trigonometrikus átszámítással ellenőrizni kell a képhibákra. Abban az esetben, ha a képhibák még nem érnék el a reális követelményeket, a finomkorrigálást meg kell ismétlni. Az eljárás megismétlésekor nem szük-

séges a korrekció-együtthatókat a javított optikai adatokból újból számítani. Ehelyett javítsuk az első számítási menet során nyert $a_i, b_i, \dots m_i$ korrekció-együtthatókat

$$\begin{aligned} \Delta a_i &= a_{III} \cdot x_i \\ \Delta b_i &= b_{III} \cdot x_i \\ &\dots \\ \Delta m_i &= m_{III} \cdot x_i \end{aligned} \quad (71)$$

javítási értékekkel. A (71)-ben az $a_{III}, b_{III}, \dots m_{III}$ értékek a képhibák második differenciálhányadosainak közelítő értékei, amelyeket az $x_1, \dots x_l$ korrekció-értékek $p_1, \dots p_l$ súlytényezőinek kiszámítása során már meghatároztunk (57). Ezek tehát rendelkezésre állanak.

6. Zárómegjegyzés

Amint a tanulmányban közölt vizsgálatokból és irodalmi áttekintésből megállapítható, az optikai rendszer finomkorrigálásánál — bárhogyan is ragadjuk meg a kérdést — a kiegyenlítőszámítás alkalmazása igen hasznos. Ha még nem is tekinthető a fejlődés lezártnak, a fejlődés jelenlegi állása igazolni látszik a múlt század nagy magyar (39) optikusát, PETZVAL JÓZSEFET, aki a Wien-i Tudományos Akadémiához 1857-ben küldött jelentésében (40) a következőképpen nyilatkozott: „Eine Ausgleichung ist also wesentlich und jede rationelle solche besser, als gar keine. Man bekommt immer ein weit vollkommeneres Instrument, ob man jetzt die Summe der Quadrate, der vierten, der sechsten, oder $2m$ -ten Potenzen zu einem Minimum macht”. Ugyane jelentésében másutt PETZVAL a következőket mondja: „Da das Ausgleichungsgeschäft, von welchem ich soeben einen oberflächlichen Abriss gegeben habe, den Entwurf und die Berechnung einer Linsencombination vervollständigt und abschliesst, so kann die Theorie der optischen Instrumente nur nach der Ausgleichungsrechnungstheorie vorgenommen werden”.

PETZVAL ide vonatkozó kutatásainak eredményei nem jutottak a nyilvánosság elé, mert kéziratai 1858-ban a Bécs melletti kahlenbergi lakásába történt betörés során legnagyobb részét megsemmisültek [41]. Úgy látszik azonban, hogy az ő alapvető elgondolásai, a számítóoptikának ezen a területén is — az azóta eltelt évszázad után — utat törnek maguknak.

IRODALOM

1. SEIDEL, L.: *Astr. Nachr.* **43** (1856), 289.
2. STEINHEIL, H. A., VORR, E.: *Applied optics. The computations of optical systems.* Blackie, London 1918.
3. CONRADY, A. E.: *Applied optics and optical design.* Oxford University Press, London 1929.

4. BEREK, M.: *Grundlagen der praktischen Optik*. de Gruyter, Berlin 1930.
5. HERZBERGER, M.: *Strahlenoptik*. Springer Verlag, Berlin 1931.
6. ARGENTIERI, D.: *Ottica Industriale*. Hoepli, Milano 1942.
7. FLÜGGE, J.: *Das Photographische Objektiv*. Springer, Wien 1955.
8. HAVLICEK, F. J.: *Optik* **9** (1952), 333.
9. HAVLICEK, F. J.: *Optik* **10** (1953), 475.
10. HERZBERGER, M.: *J. Opt. Soc. Amer.* **29** (1939), 395.
11. HERZBERGER, M.: *Modern Geometrical Optics*. Interscience Publishers, New York 1958.
12. MARX, H.: *Optik* **4** (1948), 97.
13. WACHENDORF, F.: *Optik* **5** (1949), 80.
14. BUCHDAHL, H. A.: *Optical Aberration coefficients*. Oxford University Press, London 1954.
15. BUCHDAHL, H. A.: *J. Opt. Soc. Amer.* **48** (1958), 563.
16. CRUICKSHANK, F. D., HILLS, G. A.: *J. Opt. Soc. Amer.* **50** (1960), 379.
17. MARÉCHAL, A.: *Cahiers Phys.* **26** (1944), 1.
18. NYBOER, R. A.: *Physica* **13** (1947), 605.
19. HOPKINS, H. H.: *Wave Theory of Aberrations*. Clarendon Press, Oxford 1950.
20. BORN, M., WOLF, E.: *Principles of Optics, IX*. Pergamon Press, London, New York, Paris, Los Angeles 1959.
21. SUSUKI, T., IWORI, I.: *J. Opt. Soc. Amer.* **49** (1959), 402.
22. HERZBERGER, M.: *Light Distribution in the Optical Image (La théorie des images optiques, 108)*. Editions de la Revue d'Optique 1949.
23. ROSEN, S., ELDERT, C.: *J. Opt. Soc. Amer.* **44** (1954), 250.
24. ROSEN, S., AN-MIN-CHUNG: *J. Opt. Soc. Amer.* **46** (1956), 223.
25. MEIRON, J., LOEBENSTEIN, H. M.: *J. Opt. Soc. Amer.* **47** (1957), 1104.
26. CRUICKSHANK, F. D.: *J. Opt. Soc. Amer.* **36** (1946), 13.
27. M'AULEY, A. L., CRUICKSHANK, F. D.: *Proc. Phys. Soc.* **57** (1945), 302.
28. CRUICKSHANK, F. D.: *Proc. Phys. Soc.* **58** (1946), 296.
29. STEMPER, W. M.: *J. Opt. Soc. Amer.* **33** (1943), 278.
30. STEMPER, W. M.: *J. Opt. Soc. Amer.* **38** (1948), 935.
31. FEDER, D. P.: *J. Opt. Soc. Amer.* **47** (1957), 902.
32. GIRARD, A.: *Revue d'Optique* **37** (1958), 397.
33. FIALOVSKY, L.: *Differenciálmódszer és kiegyenlítőszámítás alkalmazása optikai rendszerek finomkorrigálásához*. Magyar Tudományos Akadémia, Budapest 1957.
34. FIALOVSKY, L.: *Compte rendu du premier Symposium international sur les calculs Géodésique, 231*. Wadawnictwo Gorniczo-Hutnicze, Cracovie.
35. FIALOVSKY, L.: *J. Opt. Soc. Amer.* **53** (1963), 807.
36. FIALOVSKY, L.: *Kép- és Hangtechnika IX* (1963), 129.
37. FIALOVSKY, L.: *Optica Acta* **10** (1963), 341.
38. JACOBS, D. H.: *Fundamentals of the optical engineering XXX. 443.*, Mc. Grew-Hill, London 1943.
39. SERESS, I.: *Acta Techn. Hung.* **XXV** (1929), 211.
40. PETZVAL, J.: *Bericht über optische Untersuchungen*. Hof- und Staatsdruckerei, Wien 1857.
41. MAJOROS, S.: *Kép- és Hangtechnika III* (1957), 34.

VÁLTOZTATHATÓ PARAMÉTEREK SZEREPE STRUKTÚRAÁTALAKULÁSI JELENSÉGEK FOLYAMATOS RÖNTGEN-ANALÍZISÉBEN

SZÁNTÓ ISTVÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETE

[Beérkezett 1963. május 30-án]

A folyamatos röntgendiffraktometriai regisztrálás legfontosabb tényezője az idő, pontosabban fogalmazva: a megfigyelendő jelenségek változásának sebessége. A szerző bemutatja a problémára vonatkozó gondolatmenetét, azt, hogy mely esetben mely módszer használata célszerű attól a ténytől függően, vajon a röntgenjelek regisztrálásához rendelkezésre álló időtartam óra, perc vagy másodperc nagyságrendű.

A röntgendiffraktometria egyre jobban elterjedő metodikája a folyamatos diffrakciós analízis. A módszer lényege abban áll, hogy valamely, rendszerint izoterm folyamat változó paramétereit alkalmas röntgenevidenciák alapján az idő függvényében vesszük diffraktometriai vizsgálat alá. A filmmel való regisztrálás által ugyanis nem valósítható meg a gyorsan változó jelenségek időben kontinuus detektálása.

A folyamatos diffrakciós analízis metallográfiai jelenségek kutatására is rendkívül hasznos lehet. Alkalmazásának egyik fontos példája annak vizsgálata: mi megy végbe a fémekben maradó alakváltozást követően; hogyan folynak le a rekrisztallizációt megelőző jelenségek és maga az újrakristályosodás is szobahőfokon, mélyhűtött állapotban és magasabb temperaturákon. Más megfogalmazásban a probléma úgy vethető fel: a feszültségtelenedés, megújulás, poligonizáció, szemcsehatár-vándorlás, kristálynövekedés stb. (gyűjtőnéven restitúció) kinetikáját és az egyes részfolyamatok törvényszerűségeit hogyan lehet alkalmas röntgendiffraktometriai vizsgálat alá venni.

A folyamatot meghatározó paraméterek időről időre különbözők lehetnek. A változás sebessége lehet exponenciális jellegű, vagyis a folyamat az első szakaszban igen gyorsan, míg a végefelé rendkívül lassan mehet végbe. Más metallográfiai vizsgálatnál tapasztalhatunk fordított sorrendet is. Eszerint megkülönböztetünk:

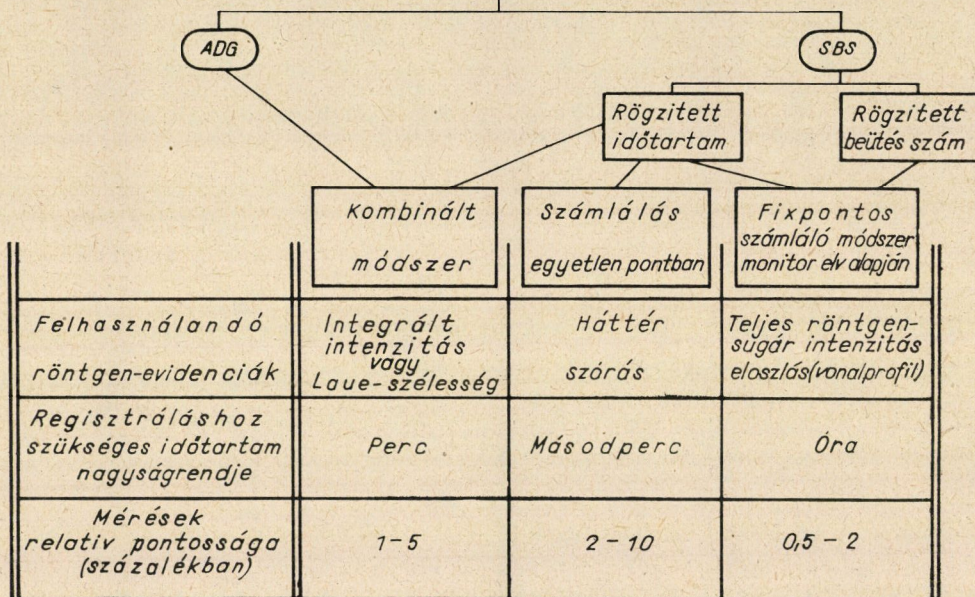
- I. óranagyságrendben,
- II. percnagyságrendben, és
- III. másodpercnagyságrendben

rendelkezésre álló időtartamokat a végbemenő folyamatok regisztrálására.

Célszerű azt is áttekinteni, hogy milyen röntgenevidenciákat használhatunk fel vizsgálatainkhoz. Néhány követelményt ugyanis szem előtt kell ehhez tartani, mégpedig:

a röntgenjel legyen jól regisztrálható,
szignifikáns változást eredményezzen, és
alkalmas detektálási időtartammal dolgozhassunk.

Röntgendiffrakciós regisztrálás módszerei



I. ábra

Felhasználható röntgenevidenciaként eképpen tekintetbe jöhet valamely alkalmas interferencia-vonal integrált intenzitása, Laue-szélessége, a totálisan diffraktált röntgenenergia eloszlási képe és az alapháttér intenzitáshoz viszonyított szintje.

A röntgendiffraktometriai regisztrálás módszerei szintén csoportokba foglalhatók. Ezek mindegyikére érvényes, hogy a mérési pontosság és az időtartam-igény egymással szemben álló követelmények. A módszerek csoportosításának vázlatos képét az I. ábra szemlélteti.

Az időbeli megkötéseket véve alapul, a következők állapíthatók meg:

I. *Óranagyságrendű* időszükséglet esetén alkalmazhatjuk a szekunder röntgenáram-intenzitás eloszlásának pontról pontra való mérését. Ez az ún. *fixpontos* (step-by-step, rövidítve: SBS) *számláló módszer* útján hajtható végre; a nyert evidencia a vonalprofil-analízis konvolúciós értékelésének

alapjául szolgál. Az ilyen módon nyert adatokból egy bizonyos szögtartományra vonatkoztatva, a minta átlagos szemese méretére és rácsszerkezetének torzultságára viszonylag a legrészletesebb felvilágosításokat kaphatjuk.

II. Percnagyságrendű időtartamokra az ún. kombinált módszert használhatjuk, amely az autodiffraktogramos (rövidítve ADG), más néven rate méteres és az SBS-eljárás egyidejű alkalmazásából alakult ki. Ennek során egy alkalmasan választott (hkl) vonal integrált intenzitása (I_I), illetve a Laue-szélessége mérendő.

III. Másodpercnagyságrendű jelenségváltozások esetén az SBS-módszer speciális változatát használhatjuk, és ezúton a háttér alkalmasan választott egyetlen pontjának intenzitásával arányos impulzus-sűrűség (i_b) értékét mérjük. Impulzus-sűrűség (helytelen szóval: beütésszám-sebesség) a GM cső réskeresztmetszete normálisának irányában áthaladó röntgenfotonok egységnyi idő alatt, egységnyi résfelületre eső „befogott” hányada. Dimenziója: $\text{imp} \cdot \text{mm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$.

ad I. A fixen számláló (SBS) módszer reagál a legfinomabb profilváltozásokra is, a mérés időigénye azonban hosszú. Egyetlen vonalprofil kielégítő módon való regisztrálásához legalább 30 mérési pont felvétele szükséges. Egy-egy pontban az intenzitás meghatározása mintegy 5 percet, összesen kb. 2 1/2 órát vesz igénybe. Így egyetlen vonalprofil megbízható feltérképezése órákig is elhúzódhat. Ilyen hosszú mérési periódus alatt a folyamat továbbhalad, és a gyorsan végbemenő struktúraváltozásoknak nyomaveszhet.

ad II. A jelenségek változását alkalmasabban követhetjük az általunk kidolgozott ún. kombinált módszer segítségével, melynek lényege a következő:

Az SBS-eljáráshoz használt dekatronos mérőberendezést elektronikus összegezésre, folyamatos regisztrálásra állítjuk be. Ezzel egyidejűleg az ADG-metodika vonal-író berendezését is működtetjük, tehát a mérési periódus végén egy autodiffraktogram is rendelkezésünkre áll. Az elektronikus integrálás azonban lényegesen pontosabb adatokat szolgáltat a totális diffraktált röntgenenergia nagyságáról, mint az ADG rajzolt vonalprofiljából planimetrálás vagy súlymérés útján nyerhető számérték. Az ADG adataira csak a vonalcsúcs szöghelyzetének megállapítása végett van szükségünk. Azonfelül bizonyos vonatkozásban a mérés kontrolljaként is felhasználható.

A mérést ezek szerint a következőképpen bonyolíthatjuk le:

1. Megkeressük a vizsgálandó próba regisztrálására legalkalmasabb indikáló atomsík-sort. Viszonylag nagy intenzitású vonalat célszerű választani, amely azonban lehetőleg ne a legkisebb Θ szögtartományból kerüljön ki, ahol az extinkciós jelenség zavaró hatására fokozottan kell számítani. Ilyen alkalmas reflexiót ad pl. W esetében a (211) atomsík-sor.

2. A választott (hkl) indexű vonal két széle környezetében kijelölünk egy-egy szögértéket (Θ_2 , Θ_1), amelyek közti standard tartományba kell esnie a vonalprofil nagyobb részének (2. ábra). Várható, hogy az időben lefolyó

jelenség egy-egy fázisában bekövetkezik a vonalak szétterülése vagy kontrahálása, esetleg a csúcs eltolódása is. E $(\Theta_2 - \Theta_1)$ szögtartomány mindenestre legyen kisebb, mint a várható legkeskenyebb vonalprofil talppontjaihoz rendelt szögek közötti intervallum.

3. Ezután rögzítjük a vizsgálat művelet-tervét. Az impulzus-számlálás helyes stratégiájának megfelelően, a pontossági és időbeli kritériumokat egyaránt figyelembe véve, elvégezzük a diffraktométer optimális üzemi adatainak meghatározására szolgáló számításokat. E számítások eredményeként elérhető, hogy

a) az intenzitáseloszlás regisztrálása során a különböző impulzus-sűrűségű zónákban azonos nagyságrendű röntgen-foton beütésszámokat kapjunk;

b) a jelenség regisztrálásához rendelkezésre álló, viszonylag rövid időtartamot racionálisan osszuk fel a mérés egyes részfázisai közt.

A mérés változtatható paraméterei:

ω a regisztrálás sebessége,

m a GM-cső előtti rés magassága,

r a GM-cső előtti rés szélessége,

t egységnyi mérőperiódus az időkapcsolón beállítva (konstans ω esetén a detektálandó szögintervallum nagyságát jelenti).

A vonalprofil standard szögtartományba eső szakaszán viszonylag kis r_t beállítással dolgozunk, hogy a kontúr formahűen regisztrálható legyen. A vonalprofil széleit (a standard tartományon túl) nagy résszélességgel (r_b) célszerű detektálni. Ennek következményeként nemcsak lényegesen csökkenthető a mérési hiba, hanem kvázi-konstans is az egész profil mentén: közel akkora lesz az alapháttér zónájában, mint a vonalcsúcs környezetében. A résnövelés miatt a háttérmérés időtartama (t_b) rövidebb lehet. A résmagasság értékét nem szokás változtatni.

Ezek szerint előírjuk, hogy

$$\sqrt{S_{t0}} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n S_{t_i} + S_b} = \sqrt{S'_b}$$

és

$$t_s = t_t + \sum_{i=1}^n \Delta t_i + t_b = t_t + t'_b \leq t_{\min}$$

legyen. A megoldás elve:

$$\frac{I_{t0}}{I'_b} = \frac{S_{t0} \cdot r_b \cdot t'_b}{S'_b \cdot r_t \cdot t_t},$$

ahol S_{t0} a standard szögtartomány befutása nyomán adódó össz-beütésszám;

$S_{i1} \dots S_{i11}, S_{i2}, \dots, S_{in}, \dots$ járulékos impulzusszámok;

$S_b \approx S_{in}$ a standard tartománytól legtávolabb eső, utolsóként regisztrált szakasz beütésszáma, amely közelítően megadja a háttér intenzitására jellemző értéket;

t_s a regisztrálás teljes időtartama;

t_1, t_b, t_l részperiódusok;

I_{t0} a standard intervallum integrált intenzitása;

I_{ii} a járulékos szakaszok integrált intenzitása;

I_b a háttérszórás integrált intenzitása;

$$I'_b = I_b + \sum_{i=1}^n I_{ii}.$$

A számítást iterációval finomítani lehet.

A járulékos szakaszok regisztrálása úgy történik, hogy az eredeti mérőberendezéshez még két másikat kapcsolunk. Ezek alkalmas, nem túl hosszú periódusonként méri a járulékos impulzusszámokat a vonalsúcstól mindkét irányban elfelé haladva. Bizonyos idő után elérik azt a zónát, ahol 2—3, egymást követő periódusban a mért beütésszám a négyzetes átlagszórás megszabta bizonytalansági sávon belül állandó marad. A profil e határzóna mentén olvad bele az alapszintbe. A folyamatos mérés eddig tart. Így adódik a $(\Theta_{2l} - \Theta_{1l})$ teljes regisztrálási tartomány. Az $S_{in} = S_b$ beütésszám a t_b időtartam figyelembevételével megadja a háttér intenzitás $i_b(\Theta_0)$ impulzus-sűrűségét is, amelyet első közelítésben állandónak feltételezve, a teljes szög-tartományra kiterjesztünk.

A számlálás stratégiájának szemléltetésére mutatjuk be a 2. ábrát.

A mért beütésszámokból számítjuk ki a kérdéses (hkl) vonalprofilra jellemző

$$I_r = I_{t0} + \sum_{i=1}^n I_{ii} - I_b$$

eredő (rezultáns) intenzitás értékét a következő végképlet szerint:

$$I_r = \frac{C}{m} \cdot \left\{ \frac{S_{t0} \cdot \omega_t}{r_t} + \frac{1}{r_b} \cdot \left[\frac{\Delta\Theta_i}{\Delta t_i} \cdot \sum_{i=1}^n S_{ii} - \frac{S_b \cdot (\Theta_{2l} - \Theta_{1l})}{t_b} \right] \right\} \left[\frac{\text{imp}}{\text{rad} \cdot \text{sec}} \right],$$

ahol C a diffraktométer geometriájától függő állandó. A többi mennyiséget az előbbiekből már értelmeztük.

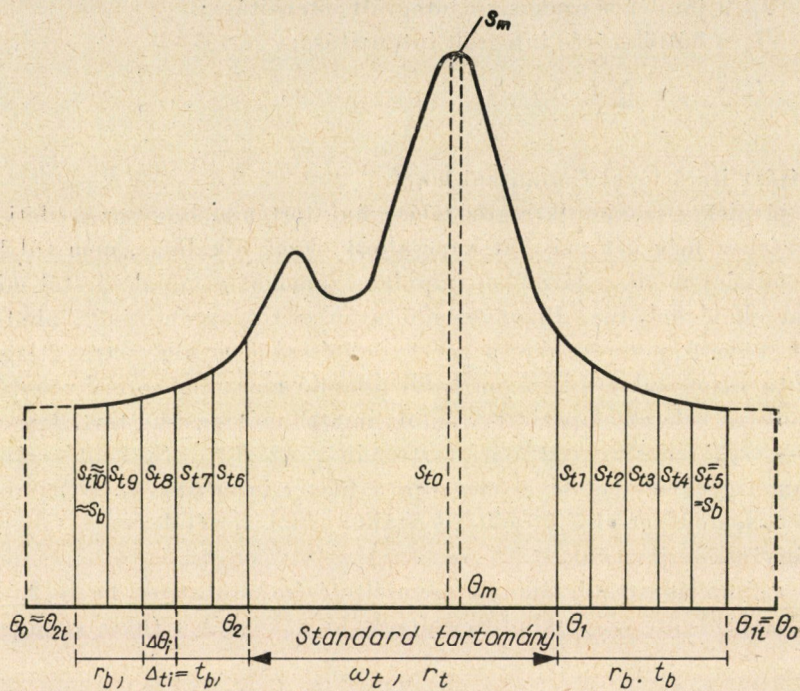
4. Ezután az ADG alapján meghatározott csúshelyen megmérjük a maximális impulzus-sűrűséget, az e helyen mérhető S_m beütésszám alapján.

Eszerint

$$i_{\max}(\theta_m) = \frac{K \cdot S_m}{r \cdot m \cdot t} \left[\frac{\text{imp}}{\text{rad}^2 \cdot \text{sec}} \right],$$

ahol K a dimenzióátszámítás faktora.

5. Az I_r integrált intenzitást elosztva i_{\max} értékével, megkapjuk az indikáló vonalprofil Laue-szélességét radián dimenzióban, amely fajlagos érték



2. ábra

lévén, a próba belső struktúrájára jellemző és más vonalprofilok megfelelő adatával összemérhető.

Számos, általunk végzett mérésből megállapítottuk, hogy az ismertett eljárással mért anyagjellemzők relatív hibája: $\varepsilon_r = 1-5\%$ közt változik a szekunder röntgenintenzitás nagyságától függően, ha a rendelkezésre álló perc nagyságrendű időt az ismertett gondolatmenet szerint hasznosítjuk.

ad III. Másodperc nagyságrendű időben végbemenő rácsrendeződési folyamatra vonatkozóan egyetlen alkalmasan megválasztott szöghelyzetben (rendszerint két egymást követő vonalcsúcs között féltávolságban) felvett értéksorozat alapján kaphatunk mérési adatokat.

Első tekintetre ez a metodika nem látszik kedvezőnek, mert az időegységre vonatkoztatott beütésszám az alapintenzitás szintjén sokszorosan

kisebb, mint a vonalcsúcshoz tartozó érték; tehát a változások várhatóan jóval jelentősebb nagyításban jelentkeznek a vonalcsúcs helyén, mint a két csúcs közti minimumban.

Bármennyire is jók az impulzus-sűrűségi viszonyok a vonal maximumának környezetében, röntgenevidenciaként mégsem használhatók. A vonalcsúcs helye ugyanis elvándorol a hőtágulás, az esetleges belső feszültségtér, ill. az újra-orientálódás függvényében. A mérés pontosságát véletlenszerű ingadozások is erősen befolyásolhatják. Főleg durvább szemcsézetű anyag esetén ugyanis az intenzitáscsúcs nagysága erősen változhat attól függően, hogy a polikristályos próba mely térfogatrészét milyen irányban éri a primér röntgensugárnyaláb.

A diffúz háttérintenzitás-mérés nagy előnye az előbbivel szemben, hogy a mérésnek nincs kritikus pontja. Az előbb ismertetett effektusok itt nem érvényesülnek. Nem hátrány az sem, hogy a mérésre alkalmas szöghelyzetben az impulzus-sűrűség lényegesen kisebb, mint a profil-maximum zónájában. Semmi akadálya ti. annak, hogy az alapszórás-mérések esetében a GM cső előtti felfogó rés szélességét és magasságát a lehető legnagyobbra válasszuk. Ezáltal ugyanis az egységnyi időre eső beütésszámot nagymértékben növelni lehet ott, ahol a helyfüggés alárendelt jelentőségű. A réskeresztmetszet növelésnek csak az szab határt, hogy a GM-cső hatásos felfogó keresztmetszetén túlmenően nincs értelme a rés nagyobbításának. A tapasztalat azt mutatja, hogy az ilyen módon való beállítás jelentős mértékű relatív pontosságnövekedést eredményez. És ez úgy érhető el, hogy a megfelelően nagy beütésszámhoz szükséges időtartamot nem kell a másodpercnagyságrenden túlmenően megnyújtani.



A TELLURIKUS TENZOR MEGHATÁROZÁSÁNAK EGY LEHETŐSÉGE

VERŐ JÓZSEF

AZ MTA GEOFIZIKAI KUTATÓ LABORATÓRIUMA, SOPRON

[Beérkezett 1963. november 4-én]

A szerző a tellurikus mérések relatív ellipszis-módszere helyett egy új módszert ajánl, amelynél a bázisállomáson a vektorokat nem körre, hanem egy négyzet oldalaira redukálják, és ennek megfelelően a mozgóállomás vektorainak végpontja egy paralelogramma oldalaira kerül. Néhány állomás példáján bemutatja a módszer nyújtotta lehetőségeket.

A tellurikus kutatás során a feldolgozás leggyakrabban a totális vagy a relatív ellipszis-módszerrel történik. Az utóbbi módszer bizonyos szempontból előnyösebb, mert szemléletesebben mutatja a bázis- és mozgóállomás közötti kapcsolatot. Viszont sok nehézség is jelentkezik alkalmazása során. Ezek megértésére idézzük fel röviden ennek a módszernek az alapját [1, 2, 3].

B és M tellurikus állomások megfelelő tellurikus komponensei között tudvalevőleg a következő összefüggés áll fenn (1. ábra; a Δ jelet a szövegben mindenütt elhagyjuk):

$$\begin{aligned}x_M &= ax_B + by_B, \\y_M &= cx_B + dy_B.\end{aligned}\tag{1}$$

Az x_M , y_M , ill. x_B és y_B a kiolvasott térerősség-változásokat jelenti (az (1) összefüggés tudvalevőleg egyaránt vonatkozik a térerősségre, valamint annak változására is), a , b , c , d pedig a meghatározandó lineáris vektorfüggvény együtthatói. Ezekből számítható a relatív terület:

$$t_R = ad - bc.\tag{2}$$

A relatív ellipszis-módszernél az összetartozó x és y értékeket redukáljuk. A bázisállomáson a

$$\sqrt{x_B^2 + y_B^2}$$

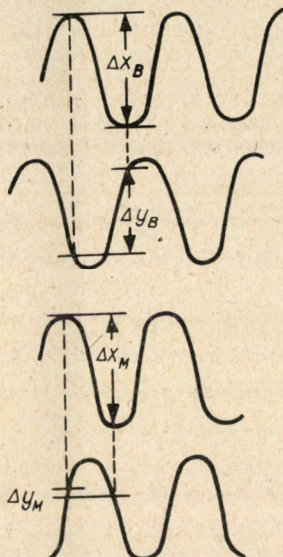
eredő értékét egynek vesszük. Ezáltal a bázisvektor végpontja egy körre kerül. Ha a mozgóállomás vektorának komponenseit ugyanilyen mértékben redukáljuk, akkor ezek végpontja egy ellipszist ír le; ezt nevezzük relatív ellipszisnek. A számítás menete tehát az, hogy kiszámítjuk (vagy megszerkesztjük) a

$$\sqrt{x_B^2 + y_B^2} \text{ és a } \sqrt{x_M^2 + y_M^2}$$

eredőt, képezzük a kettő arányát, vagyis a

$$\sqrt{x_M^2 + y_M^2} / \sqrt{x_B^2 + y_B^2}$$

kifejezést és ezt a mozgóállomás vektorának irányában rakjuk fel. Így az ellipszisnek egy pontját kapjuk meg. Ezt az eljárást addig kell folytatnunk, amíg az ellipszis megszerkesztéséhez kellő számú pontot nem kaptunk.



1. ábra. A tellurikus variációk kiolvasása: az M állomáson a vektor irányhibája tekintélyes lehet

Az így megszerkesztett ellipszissel szemben a gyakorlatban a következő ellenvetések merülnek fel:

1. Az ellipszis nem könnyen szerkeszthető geometriai idom, nincs határozott elképzelésünk pusztán szemlélet alapján arról, hogy egy adott ellipsziszív hogyan folytatódik. Könnyen rajzolhatunk egy ellipsziszívhez hozzá nem illő folytatást. Különösen elnyúlt ellipszisek esetén a kistengely körül kapott ívből a nagytengely hosszát nem tudjuk jól megbecsülni.

2. Egy másik nehézség a kiolvasás hibáinak jellegéből ered. A relatív ellipszis megszerkesztéséhez felhasználandó pontokat általában úgy keresik ki, hogy az egyik komponens szélső értékeinek időpontjaiban olvassák ki a másik komponens változását is. A másik komponensben ezekben az időpontokban általában nincs szélső érték, hanem többé-kevésbé gyors változás van (1. ábra). Az utóbbi (tehát az ábrán az Y komponensnek) abszolút értéke viszonylag kicsi, hibája viszont nagy. Ezek szerint az eredő nagyságát elég pontosan,

viszont az irányát sokkal pontatlanabban határozzuk meg. Az irányhibák különösen a nagytengely meghatározását nehezítik meg, mert a nagytengely irányától jobbra és balra egyaránt rövidebb vektorok helyezkednek el, így a nagytengely irányába eső irányhibás pontok mind rövidebbek a nagytengely tényleges hosszánál, s így látszólag — ha csekélyebb mértékben is — megrövidítik azt.

3. A kistengely bizonytalanságát leginkább az okozza, hogy mivel a vektorvégpont tartózkodásának valószínűsége egy bizonyos irányban arányos a kérdéses irányban az ellipszis kerületéig húzható sugár négyzetével, ebben az irányban kevés változást találunk és ezek is kicsinyek.



2. ábra. Az ellipszis-ív kistengely körüli része nem határozza meg a nagytengelyt

4. Nagyon elnyúlt ellipszis esetében, főleg a 3. alatt felsorolt hiba, valamint az irányhibák hatása miatt (kb. $A/B = 5$ excentricitásától kezdve) a relatív ellipszis-módszer teljesen használhatatlanná válik.

Kézenfekvőnek látszik az a gondolat az első helyen említett hiba-lehetőség kiküszöbölésére, hogy az ellipszis helyett a mozgóállomásra valamilyen más, egyszerűbben szerkeszthető idomot határozzunk meg. A legkönnyebben kezelhető a mi esetünkben a paralelogramma. Ebben az esetben a bázison a pontokat legcélszerűbben egy négyzet oldalaira redukáljuk, a négyzet oldala az $x_B = \pm 1$, ill. az $y_B = \pm 1$ egyenes. Mivel a négyzet oldalai a csúcsokon túl a végtelenig folytatódnak, ellentétben a körrel, amely zárt idom, előre látható, hogy a pontosabb megszerkesztés mellett ez egyéb előnyökkel is fog járni.

A felvett egyeneseknek a mozgóállomáson a következő egyenesek felelnek meg:

$$\begin{aligned} x_M^I &= a + by_B^I, & x_M^{II} &= ax_B^{II} + b, \\ y_M^I &= c + dy_B^I, & y_M^{II} &= cx_B^{II} + d. \end{aligned} \quad (3A) \quad (3B)$$

A negatív oldalon elhelyezkedő mozgóállomásbeli egyeneseket y_B^I és x_B^{II} előjelcseréjével kapjuk meg. Ezeket az egyeneseket a gyakorlatban úgy határozzuk meg, hogy a mozgóállomásbeli komponensek értékét először x_B -vel, majd y_B -vel végigosztjuk. Ezáltal a (3A) és a (3B) egyenes pontjait kapjuk. Az egyenesek egyenletét (3A)-ból, ill. (3B)-ből nyerjük, ha a para-

métereket kiküszöböljük:

$$y_M^I = \frac{dx_M^I - t_R}{b}, \quad (4A)$$

$$y_M^{II} = \frac{cx_M^{II} + t_R}{a}, \quad (4B)$$

$$y_M^{III} = \frac{dx_M^{III} + t_R}{b}, \quad (4C)$$

$$y_M^{IV} = \frac{cx_M^{IV} - t_R}{a}. \quad (4D)$$

Az A és C , valamint a B és D egyenesek páronként párhuzamosak, csakhogy a koordinátatengelyeket ellentétes oldalon — de az origótól azonos távolságra — metszik.

A (4A) és (4B) egyenes metszéspontja:

$$X_1 = a + b, \quad Y_1 = c + d. \quad (5)$$

A (4A) és (4D) egyenesé pedig:

$$X_2 = a - b, \quad Y_2 = c - d. \quad (6)$$

Az egyenesek metszéspontjából tehát az a , b , c , d együtthatókat meg lehet határozni:

$$a = \frac{X_1 + X_2}{2}, \quad b = \frac{X_1 - X_2}{2}, \quad c = \frac{Y_1 + Y_2}{2}, \quad d = \frac{Y_1 - Y_2}{2}. \quad (7)$$

Ha a bázison a területet a $(0,0)$, $(1,1)$, $(-1,1)$ háromszög területével, azaz 1-gyel tesszük egyenlővé, akkor a mozgóállomáson a $(0,0)$, (X_1, Y_1) , (X_2, Y_2) háromszög területe a relatív területet adja (3. ábra):

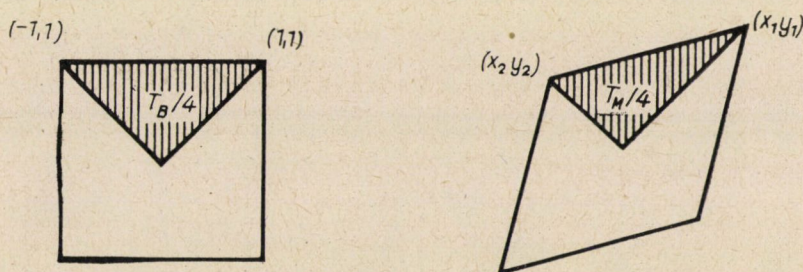
$$t_R = X_1 Y_2 - X_2 Y_1. \quad (8)$$

Ezek szerint a területarányt úgy kaphatjuk meg, hogy meghatározzuk a (4) alatti egyeneseket, megkeressük metszéspontjaikat, ezekből a (8) egyenlet szerint számíthatjuk t_R -et. Emellett azonban nagyon könnyen meghatározhatjuk az a , b , c , d együtthatókat, tehát magát a lineáris vektorfüggvényt is. Ennek a meghatározására a relatív ellipszisből közvetlen mód nincsen, csak úgy lehet eljárni, hogy meghatározzuk külön egy vektor iránytorzulását is. Emiatt nem is lehet a relatív ellipsziseket egyik bázisról egy másikra átszámítani. Erre viszont a paralelogramma módszer lehetőséget ad, mert csak azt kell tennünk, hogy a mozgóállomás és az első bázis közötti vektorfüggvényben az első bázis komponenseit a második bázis komponenseivel fejezzük ki ($a_R - d_R$ a mozgóállomás és az első bázis, $a'_R - d'_R$ pedig a két bázis közötti tenzor komponensei):

$$\begin{aligned} x_M &= (a_R a'_R + b_R c'_R) x_B + (a_R b'_R + b_R d'_R) y_B, \\ y_M &= (c_R a'_R + d_R c'_R) x_B + (c_R b'_R + d_R d'_R) y_B. \end{aligned} \quad (9)$$

Ez más szóval azt jelenti, hogy lehetséges bármilyen nagy terület relatív ellipsziseit egyetlen bázisra vonatkoztatva megrajzolni, és ezen az alapon a földi áramok folyásirányát tanulmányozni.

Ha a szemléletesség kedvéért magát az ellipszist is meg akarjuk határozni, akkor erre nagyon egyszerű lehetőségünk van: a megrajzolt egyenesek ugyanis a relatív ellipszis érintői, mert a bázison a négyzet oldalai a báziskör érintői voltak, lineáris transzformációnál az érintők pedig érintők maradnak. Az érintési pontok a $(0, \pm 1)$, ill. $(\pm 1, 0)$ pontok transzformáltjai, vagyis a $(\pm b, \pm d)$ és a $(\pm a, \pm c)$ pontok.



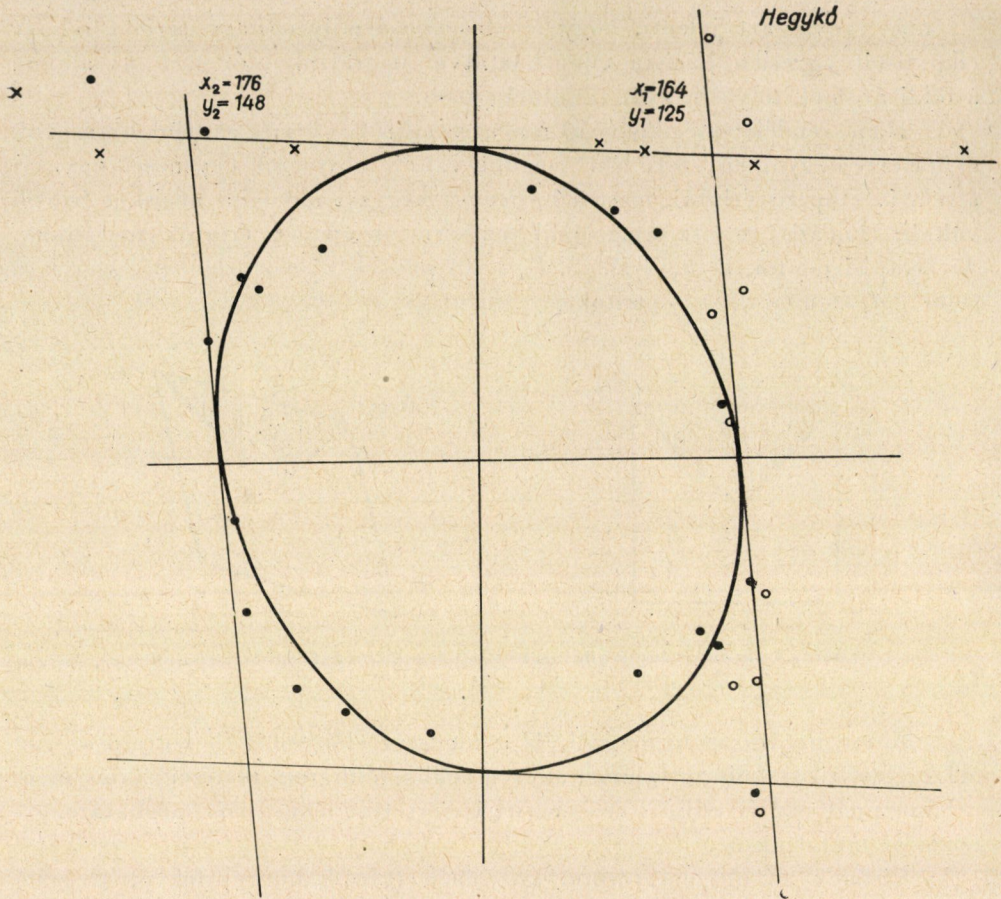
3. ábra. A területarány számításához felhasznált negyed-paralelogramma

A meghatározás menetének és a módszer előnyeinek bemutatására az MTA Geofizikai Laboratóriumának regionális földáram-mérései során mért néhány pont relatív ellipsziséit és az itt ismertetett módszerrel meghatározott tenzorát mutatjuk be.

Elsőnek az obszervatórium közelében (kb. 5 km-re) fekvő, Hegykő község mellett mért pont, mint egy közel kör alakú relatív ellipszisé, tehát a bázishoz (a Nagycenk melletti obszervatóriumhoz) képest homogén altalajú állomás számítását ismertetjük (4. ábra). A kiolvasott és az érzékenységgel megszorított változások adatait az I. táblázatban közöljük.

Az I. táblázat második felében az egyenesek megszerkesztéséhez szükséges pontokat tüntettük fel. A két utolsó (9. és 10.) pontot utólag, az egyenesek irányának jobb meghatározása céljából vettük fel. A kétféle módszerrel (relatív ellipszis és paralelogramma) kapott ellipszis természetesen megegyezik. Itt említünk meg egy, az egyenesek megszerkesztésénél nagyon fontos gyakorlati szabályt: az egyenesek tengelymetszékét a tengelyhez közel eső pontokból, irányát pedig a távoliakból kell meghatározni. Leghelyesebb, ha úgy járunk el, hogy először átlátszó vonalzó segítségével meghatározzuk az egyenes irányát, majd ezt az irányt önmagával párhuzamosan addig toljuk el, amíg az a tengelyközeli pontokhoz a legjobban simul.

Ez egyúttal a módszer jó alkalmazásához legmegfelelőbb ponteloszlást is megadja. x_M , ill. y_M kisértékű változásai a másik komponens nagy értékei-



4. ábra. A „Hegykő” pont szerkesztése

I. táblázat

A Hegykő állomás paralelogrammájának meghatározásához felhasznált adatok és az egyenesek pontjainak koordinátái

Sorszám	x_B	y_B	x_M	y_M	x_M/x_B	y_M/x_B	x_M/y_B	y_M/y_B
	10 ⁻¹ V/km egységben							
1	-54	-99	-89	-139	+1,64	+2,58	+0,90	+1,40
2	+56	+50	+89	+71	+1,58	+1,26	+1,78	+1,42
3	+63	+46	+104	+56	+1,65	+0,88	+2,26	+1,22
4	+43	+27	+73	+14	+1,70	+0,63	+2,70	+0,52
5	+38	+167	+33	+222	+0,87	+5,90	+0,20	+1,32
6	-7	-46	+86	-67	+12,3	-9,6	-1,87	+1,46
7	-11	+29	-21	+44	+1,90	-4,00	-0,72	+1,52
8	+14	-21	+23	-28	+1,65	-2,00	-1,10	+1,34
9	+72	-43	+99	-69	+1,37	-0,96	-2,30	+1,60
10	-56	+91	-107	+132	+1,91	-2,36	-1,18	+1,46

vel a tengelymetszéket, a bázispont hasonló, egyik tengely irányába eső vektorai pedig az egyenes irányát szabják meg.

A fenti esetben a paralelogramma-módszernek különösebb előnye nem látszik, a példát is csak a számítás menetének bemutatására használtuk fel. A számítás terjedelme a relatív ellipszis számításával nagyjából megegyezik. Ugyanis a relatív ellipszis-módszernél a következő számítások vannak:

kétszer a $\sqrt{x^2 + y^2}$ képlettel, vagy szerkesztéssel, eredő számítása,
a két eredő arányának számítása,
az arány felrajzolása adott irányban.

A paralelogramma-módszernél pedig:

kétszer két arány számítása (kettő-kettő egy logarléc-beállítással),
két pont felrajzolása.

Amint ebből a kis összeállításból látható a számítási munkák valóban nagyjából megegyeznek.

Megjegyezzük még, hogy ebben a példában azokat a pontokat, amelyek túlságosan messze estek volna az origótól, nem hasznosítottuk, de ezekre egy másik példával kapcsolatban még visszatérünk.

Második példánk egy Tamásiban felvett, sokkal elnyújtottabb ellipszis, 10 sec periódusú változásokkal (5. ábra). A számítás menetét itt már nem mutatjuk be, csak a relatív ellipszis pontjait és hozzá a paralelogramma-módszerrel megszerkesztett négyszöget és ellipszist. A paralelogramma-módszernél a pontok szórása elég nagy, de az egyenesek iránya ennek ellenére elég határozott. Az utóbbi módszerrel meghatározott ellipszis nagytengelye kb. 10%-kal nagyobb annál, amit a relatív pontok alapján rajzoltunk volna meg, s ez éppen a tanulmány elején felsorolt hibaforrások hatása lehet. A terület-arányt a relatív ellipszis-módszer alapján ennek megfelelően kb. 10%-kal eltérőnek számítanánk.

Harmadik példánk egészen szélsőségesen elnyújtott ellipszis (6. ábra). Ezt a Soproni-hegységben, a Fáber-réten mértük. Erre a pontra szigorú kiegyenlítést végeztünk a kiolvasott relatív pontokból, és a következő értékeket kaptuk:

$$a = 2,8 ; \quad b = -1,4 ; \quad c = -0,5 ; \quad d = 2,4$$

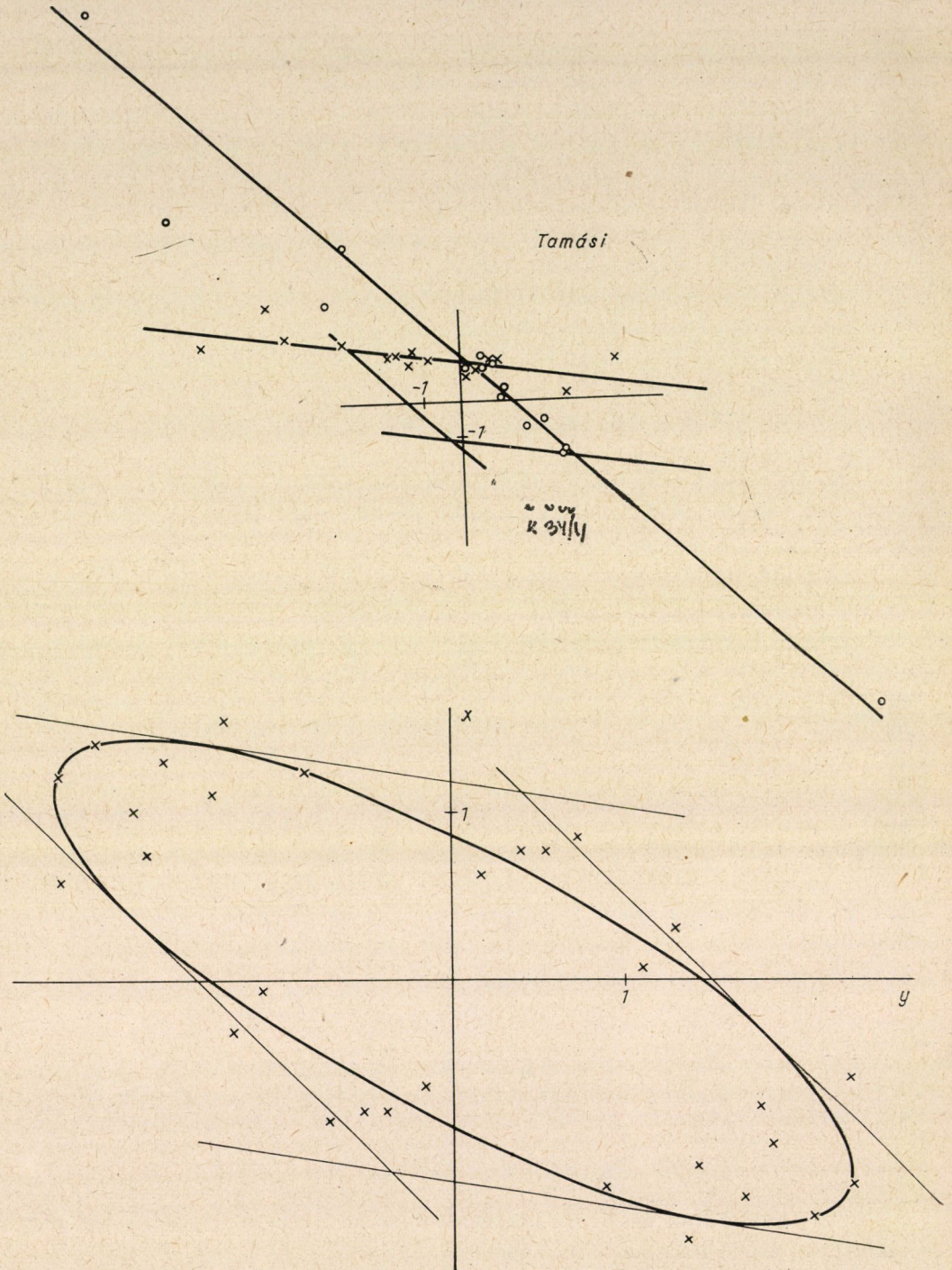
A relatív ellipszis erre a pontra már csak az elnyúltságot jelezte.

A paralelogramma-módszer a P_1 és P_2 metszéspontok alapján a következő értékeket adta:

$$a = 2,8 ; \quad b = -1,4 ; \quad c = -0,5 ; \quad d = 2,4$$

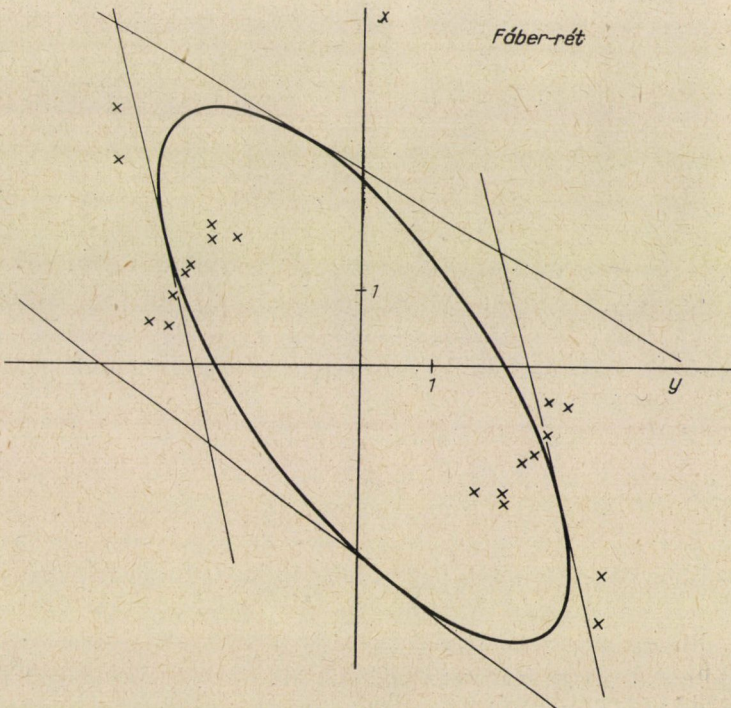
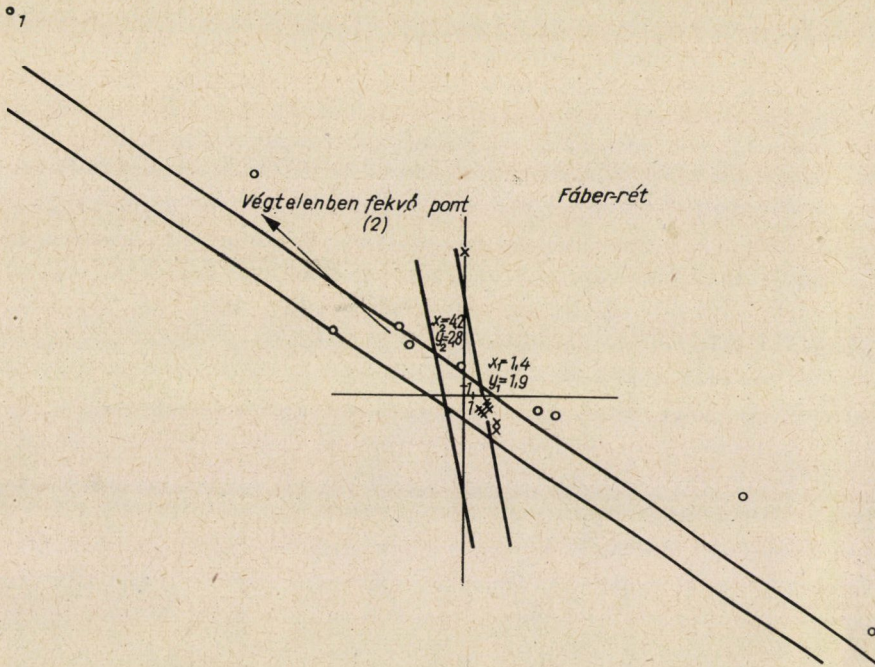
Az együtthatók a szigorú kiegyenlítés során nyert, tehát optimálisnak tekinthető értékekkel pontosan megegyeznek.

Vizsgáljuk meg, milyen mértékű hibák terhelik az egyenesek megrajzolásához felhasznált pontokat!



5. ábra. A „Tamási” pont szerkesztése

A) A paralelogramma szerkesztése B) A relatív ellipszis



6. ábra. A „Fáber-rét” pont szerkesztése
 A) A paralelogramma szerkesztése B) A relatív ellipszis

Az egyik pont pl. a következőképpen adódott:

$$x_B = 5, \quad y_B = -122, \quad x_M = 200, \quad y_M = -240,$$

$$x_M/x_B = +40, \quad y_M/x_B = -48$$

(Az y_B -vel osztott értékeknél nincsen semmi különlegesség, ezek normális elhelyezkedésűek.) Nyilvánvaló, hogy a kiolvasásoknál egyenlő abszolút hibát, pl. ± 2 egységet feltételezve, ez x_B -t a többi értékhez képest nagyon nagy mértékben befolyásolja. Ezáltal az ennek megfelelő 1. jelű pont nagymértékben elmozdul helyéről, de rádiuszvektorának irányában. Mivel az 1. pont és az origó távolságához képest a kiegyenlítő egyenes nagyon kis távolságban metszi az X -tengelyt, az egyenes és a rádiuszvektor majdnem párhuzamos, tehát az 1. pont x_B hibás volta miatt történő elmozdulása az egyeneshez képest helyzetét alig befolyásolja. Szélső esetben, amikor az egyik komponens a bázisban 0, ez azt jelenti, hogy a kiegyenlítő egyenesnek a kérdéses pont x_M, y_M kiolvasott, redukálatlan értékeinek megfelelő rádiuszvektor irányában végtelenben fekvő pontja van, vagyis hogy az egyenes ezzel az iránnyal párhuzamos. Ha tehát a kiértékelés során olyan pontokat keresünk, amelyeknél az egyik komponens a bázisban 0, akkor az ennek megfelelő mozgópont rádiuszvektora — természetesen bizonyos hibahatáron belül — megadja a kiegyenlítő egyenes irányát. Ilyen pont a Fáber-réten a 2. jelű ($x_B = 0, y_B = +48, x_M = -175, y_M = +196$). Tehát a keresett egyenes a $(-175, +196)$ pont rádiuszvektorával közel párhuzamos.

Lássuk végül, hogy a fenti példák alapján a relatív ellipszis-módszer hátrányai közül melyeket és milyen mértékben küszöböli ki a paralelogramma-módszer?

1. Az egyenesek a legegyszerűbb mértani alakzatok közé tartoznak, tehát az első hátrány itt teljesen elesik.

2. A relatív ellipszis nagytengelyének említett bizonytalanságát ez a módszer valószínűleg szintén kiküszöböli, mert ennél a módszernél a nagytengely meghatározásához minden egyes pontot felhasználunk (a kiegyenlítő egyenes megrajzolásokor).

A paralelogramma-módszernek ez a sajátja összefüggésben van két, már előzőleg említett tényezővel: az egyik az, hogy ennél a módszernél a vetítéshez felhasznált idom nem zárt, hanem végtelen kiterjedésű, s így a végtelenben fekvő és kényelmesen meghatározható pontokat is kereshetjük; a másik pedig az, hogy minden pontot kétszer használunk fel, egyszer x_B -hez, egyszer y_B -hez viszonyítva, azaz hasznosítjuk a bázisvektor irányát is, míg a relatív ellipszis-módszernél csak az $\sqrt{x_B^2 + y_B^2}$ eredő szerepel a további számításokban, a vektor irányát legfeljebb ellenőrzésre használjuk fel. Ennek a következménye a továbbiakban az is, hogy míg a relatív ellipsziszből az $a-d$ állandók nem olvashatók ki, a paralelogrammából viszont igen.

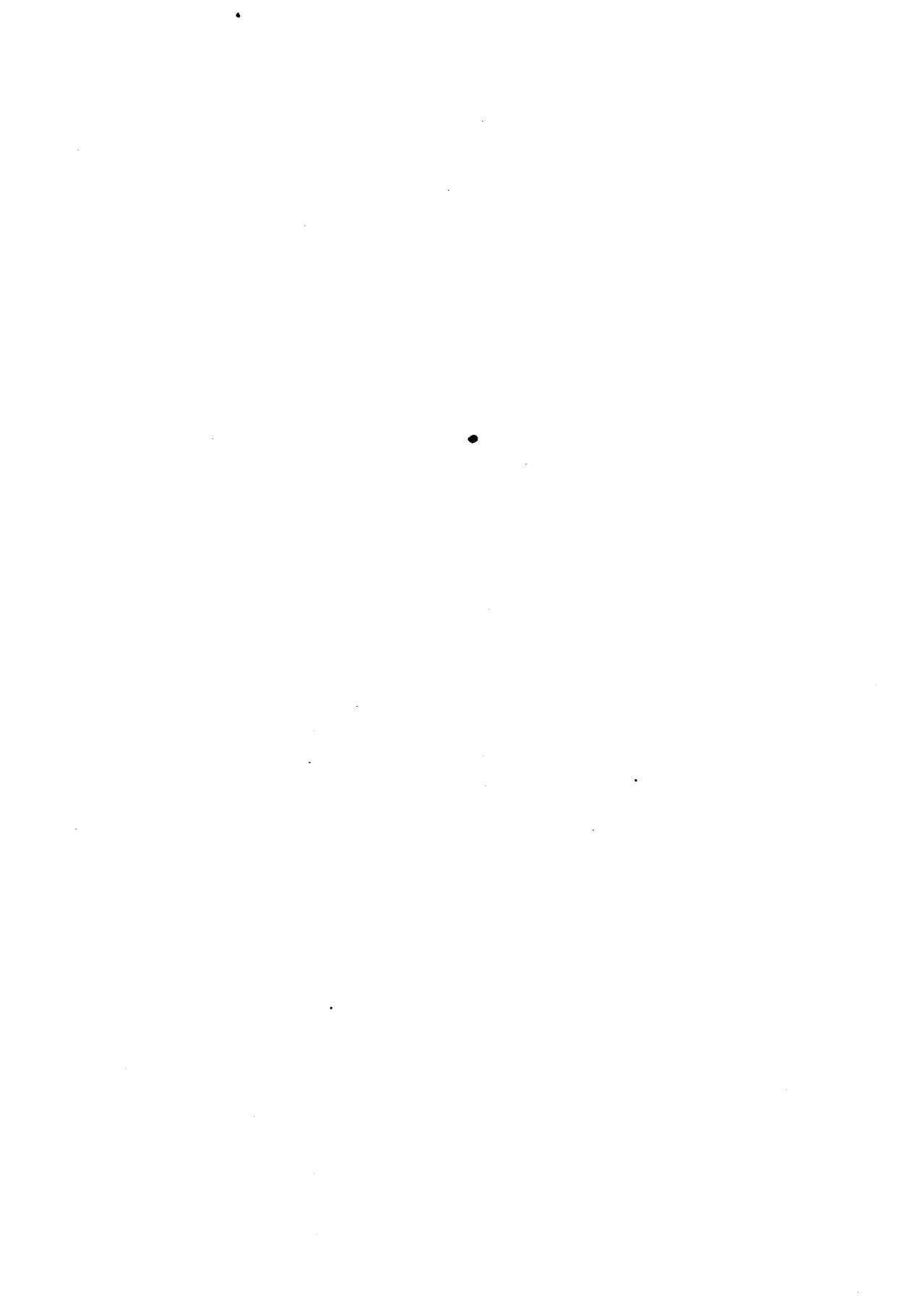
3. A kistengely bizonytalanságát ez a módszer sem tudja kiküszöbölni, habár ez előbb elmondottak érvényesek, vagyis ennél a módszernél a kistengelyt is a teljes pontmennyiségből határozzuk meg. Megemlítendő még, hogy az egyenesek meghatározásánál a középső, tengelykörüli szakasz általában eléggé jól rögzíthető, viszont az egyenes hajlásszöge bizonytalanabb. Ez azt okozza, hogy a és d pontosabb, b és c kevésbé pontos (különben a Fáber-réti pont szigorú kiegyenlítésénél is b és c középphibája kétszerese a és d középphibájának). Mivel a $t = ad - bc$ területképletben a $b \cdot c$ szorzat szerepel, ezek pedig kisebbek a -nál és d -nél, a nagyobb hiba a területarányt kevésbé befolyásolja.

4. A módszer elnyúlt ellipszisek esetén (l. Fáber-rét) is kielégítő, a relatív ellipszis-módszernél sokkal jobb eredményt ad, feltéve, hogy a bázis-állomás nem túlságosan inhomogén területen fekszik. Ilyen esetben ugyanis tudunk olyan változásokat kikeresni, amelyeknél x_B és y_B eltérő, különösen kedvező esetben pedig az egyik 0, anélkül, hogy a másik túlságosan kicsiny lenne, s így az egyenesek elég pontos megszerkesztését, illetve az utóbbi esetben irányuk megbízható meghatározását biztosítani tudjuk.

Ezek szerint a módszernek a relatív ellipszis-módszerrel szemben jelentős előnyei vannak; hátrányai közül talán az a legfontosabb, hogy a megszerkesztett paralelogramma jelentése nem annyira szemléletes, mint a relatív ellipszisé. Ha csak a területarányokra van szükségünk, ez a hátrány nem lényeges, ha viszont hasznosítani akarjuk az irányítottág jellemzőit, akkor ezt a hátrányt kiegyenlíti az, hogy a különböző bázisokra mért ellipsziseket közös bázisra számíthatjuk át.

IRODALOM

1. PORSTENDORFER, G.: Tellurik. *Freiberger Forschungshefte*, C107 (1961).
2. KUNETZ, G.: Anwendung statistischer Eigenschaften der Erdströme in der praktischen Geophysik. *Freiberger Forschungshefte*, C 37 (1957), 1–15.
3. VERŐ, J.: Die Bestimmung der tellurischer Stationsellipsen. *Gerlands Beiträge*, 69 (1960), 257–268.



KÖNYVSZEMLE

Dr. Gábor László

ÉPÜLETSZERKEZETTAN, II. kötet

Tankönyvkiadó, Budapest 1964. 292 oldal, 1630 ábra

Dr. Gábor László három kötetre tervezett *Épületszerkezettan* c. egyetemi tankönyvének második kötete az alapozást, a szigetelést, az építési és szerkezeti rendszereket, az építészeti felülépítkezés szerkezeteit, a tetők általános kérdéseit, a vízhatlan fedésű tetőket és a lapostetőket, valamint az épületek mozgási hézagait tárgyalja.

A szerző művének előszavában megemlíti, hogy az I. kötethez viszonyítva a II. kötet „tárgyalási módszere és közlési módja — az alapelvek megtartása mellett — kissé megváltozott, tovább fejlődött”. Ez a fejlődés tényleg megállapítható és a mű előnyére válik.

A könyvet újszerű szemlélet jellemzi: az építőművészi és a természettudományos hozzáállás szerencsésen ötvöződik benne; ebből kifolyólag ott, ahol kell, kimondottan építészeti és ott, ahol szükséges, mérnöki. Ezt a kettősséget pedig nagyra kell értékelni, mert ha pl. egyes szerzőknél az architektonikus irányba látunk törekvést, akkor ott legtöbbször nincs érvényre juttatva, vagy legalábbis halvány a természettudományos, ill. mérnöki szemlélet. Azonban már a mű futólagos átlapozásakor is megállapítható, hogy a munka elsősorban egy, az építészetet rajongásig szerető, annak igazságait jó érzékkel felismerő és szenvedélyesen valló, az építés minőségére fanatikusan törekvő építészegetyéniség alkotása.

A szerző magas építőművészi kultúrával írta meg a 9. fejezetcsoportot, ahol nagy szélességben és mélységben elemzi az építési és szerkezeti rendszereket. Ugyanez az igényes architektonikus szemlélet jellemzi „Az építészeti felületképzés” c. fejezetcsoportot is. Mindkét fejezetcsoportban jól kiválasztott hazai vagy külföldi példákkal illusztrálja a szerkezeti rendszerekből vagy a felületképzésből adódó építészeti hatást.

A korszerű épületszerkezettan nem nélkülözheti az épületfizikai alátámasztást; ennek GÁBOR professzor könyve teljes mértékben eleget tesz. Az épületfizikai alapon történő tárgyalás az irodalomban csak szűkebb területeken, főleg az épületszerkezettani monográfiákban található meg, azonban átfogó jellegű művekben — mint amilyen a szóban forgó könyv — alig van következetesen keresztülvive.

A szerző könyvében nem szerkezeti mozaikokat ad, hanem komplexen tárgyalja az egyes szerkezeteket, az épület egészébe ágyazva a kérdéses témát. Szerkesztési elveket közöl, mértéket és egyensúlyt tart a részletkérdések tárgyalásakor. Ott, ahol szükségesnek látszik, lábjegyzetekben anyagot, valamint szabályzatokra, előírásokra stb.-re vonatkozó utalásokat ad. A könyv teljességre törekszik, ebből kifolyólag a tankönyvekkel szemben támasztott mai igényeken túlnő. A mű éppen ezért inkább szakkönyvnek minősíthető; a pedagógiai és didaktikai célokon kívül valószínűleg ez is volt a szerző ambíciója. Ez azonban nem nehezíthető mindaddig, míg a magyar műszaki irodalom a kézi- és a szakkönyvek vonalán fel nem nő a kívánatos szintre, hiszen nemcsak az Egyetem hallgatóinak, hanem az iparban dolgozó mérnököknek is szükségük van az ilyen szintű egyetemi tankönyvekre.

A könyv ezúttal is magán viseli GÁBOR professzor eddigi írásműveiből és szóbeli megnyilatkozásaiából ismert szűkszavú, jellegzetes stílusát; a pontokba foglalt — tipográfiailag is jelentkező — indokolások és érvelések stakkatoszerű pergését.

Az épületszerkezettani munkákban különös fontossága van az illusztrációs anyagnak, amely az egész mű 50—65%-át teszi ki. GÁBOR professzor könyvének ábrái a magasszintű tartalom, a szellemes komponálás, a szabatos szerkesztés és az igényes grafikai előadás jellemzi. Mély benyomást gyakorol az olvasóra az ábrák precizitása és következetes egyöntetűsége. A szerző és munkatársai a kiváló ábraanyaggal építészeti igényességre kívánják nevelni a hallgatókat.

Igen örvendetes a könyv kliséinek jósága, a tipográfia gondossága, az egész könyvnek a világszínvonalat elérő kiállítása, ami nemcsak a Tankönyvkiadó Vállalat és a Kossuth

Nyomda jó munkájának, hanem a szerző ízlésének, igényességének és fáradhatatlan közreműködésének tudható be. Örülnünk kell annak is, hogy a Művelődésügyi Minisztérium meghozta a kiadással kapcsolatos azt a jelentős anyagi áldozatot, ami minden bizonnyal megtermi a maga gyümölcsét az Egyetemről kikerülő építész-mérnökök jó felkészültségében.

Dr. Széll László

Dr. Mihailich Győző—Dr. Palotás László :

VASBETONÉPÍTÉSTAN. A VASBETON SZILÁRDSÁGTANA

Tankönyvkiadó, 1964. 411 oldal, 272 ábra

A Művelődésügyi Minisztérium a vasbetonépítéstan tárgykörében olyan tankönyvsorozat kiadását határozta el, mely a közelmúltban elfogadott oktatási reform eredményeit figyelembe véve, a szakterületnek lehetőleg teljes anyagát magában foglalja.

E könyvsorozat első kötete a most megjelent Mihailich—Palotás-könyv.

Az építőmérnöki egyetemi oktatásban a vasbetonépítés tárgykörének első, tankönyvként is használt művét dr. Mihailich Győző 1922-ben írta „Vasbetonszerkezetek” címen. Ezt a mérnöki gyakorlatban is kitűnően felhasznált könyvet a Magyar Mérnök- és Építész-Egylet aranyéremmel tüntette ki. Művének második kiadását dr. Mihailich Győző dr. Schwertner Antal és dr. Gyengő Tibor munkatársaival együtt 1946-ban adta ki „Vasbetonszerkezetek elmélete és számítása” címen.

Időközben a vasbeton elmélete és technológiája, valamint a vasbetonépítések végrehajtása — a legtöbb tudományággal összehasonlítva — szinte példátlan fejlődésen ment át. Ezt a fejlődést az egyetem tanszéki együttese átmenetileg jegyzetek kiadása útján igyekezett követni.

A most megjelent és már régóta nélkülözött könyv e hiányokat pótolja. Tartalma szerzőinek hosszú éveken át összegyűjtött azon tapasztalatait tükrözi, amelyeket egyetemi működésükkel kapcsolatban, mint e tárgykör előadói és mint vasbetonszerkezetek tervezői, a vasbetonépítés szerteágazó területein szereztek.

A könyv első része rövid történeti bevezetés után helyes arányokban áttekintő képet ad a vasbeton lényegéről, fejlődéséről, népgazdasági jelentőségéről, a vasbetonépítés újabb és várható fejlődési irányairól, az előregyártott és előfeszített betonszerkezetekről. Szép fényképeken mutatja be a vasbetonépítés néhány legjellegzetesebb hazai és külföldi alkotását.

A következő részben a szilárdságtani fejezetek közvetlen előkészítése céljából a vasbeton alapanyagait, azok szilárdsági és alakváltozási jellemzőit, valamint a beton és az acél együttdolgozását tárgyalja, majd a vasbeton alkalmazási területeit mutatja be jellegzetes építési formáinak alapulvételével, szemléltető ábrák keretében.

A tulajdonképpeni szilárdságtani részt öt fejezet foglalja magában, a méretezés alapelveinek tárgyalása után rugalmasságtani, illetve képlékenységtani megfontolásokra épített méretezési eljárások leszármaztatásával.

Külön fejezetekben foglalkozik részletesen a vasbetontartó egyenes hajlításával, nyírásával, csavarásával, a vasbetonoszlop vizsgálatával és a vasbetontartó ferde hajlításával. Ezek között az I., II., III. feszültségi állapotok alapján tárgyalja az egyenes és a ferde hajlítást, valamint a nyírást. Minden fejezet kitér a kísérleti észlelések ismertetésére és a számítási eredményekkel való összevetésre. Egyes eljárások gyakorlati alkalmazását jól megválasztott példák mutatják be.

Különösen figyelemre méltó a hajlított tartó nyírásvizsgálatát tárgyaló fejezet, amely a rugalmasságtanra épített szokásos n -es eljárás mellett részletesen foglalkozik a törési elméletre épített nyírásvizsgálattal. A ferde repedés útján előálló törés esetét részletesen tárgyalja. Javaslat szerint az n -es és az n -mentes eljárás szintézisét lenne célszerű alkalmazni, a kengyelek és a felgörbítések hatását egyenlőnek véve fel, továbbá a nyomott betonrésze a törés pillanatában bizonyos kérdésnek kísérletekkel való további megvilágítását. Így pl. tisztázni kellene a törés pillanatában a nyomott betonrész által felvehető nyíróerő valószínű értékét, valamint a 45° -nál laposabb vagy meredekebb vasbetétek viselkedését.

Másik nagy mélységig kidolgozott fejezet a vasbetontartó csavarására vonatkozik. Az építőmérnöki gyakorlatban a korábbi időkben csavarásra igénybe vett szerkezeteket aránylag ritkán alkalmazták. A tervező lehetőleg kerülte az ilyen módon igénybe vett szerkezeteket. Újabbban a korszerű vasbetonszerkezetekben jelentékeny szerep jut a csavarásnak,

úgyhogy annak részletes tárgyalása indokolt. A nyírófeszültségek és az elcsavarodás mértékének meghatározása után a csavarási vasalás számításával, majd a csavarással és hajlító-nyírással együttesen foglalkozik. A gyakorlatban fontos szerényestartó csavarását is tárgyalja. A nyírásra és a csavarásra vonatkozó fejezetek szerző eredeti kutatási eredményeinek felhasználásával készültek.

A könyv világos tárgyalási módjával nemcsak tankönyvnek, hanem tervezők számára kézikönyvnek is ajánlható. A rendkívül időszerű munka műszaki irodalmunk jelentős gazdagodása.

Külön ki kell emelni a könyv igen tetszetős kiállítását, tiszta áttekinthető ábráit és szép nyomását. Ezek a Tankönyvkiadó kitűnő munkáját dicsérik.

Dr. Haviár Győző

Massányi Károly

ACÉLSZERKEZETŰ DARUK ÉS DARUPÁLYÁK SZÁMÍTÁSA

Második, javított kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest 1963 (295 oldal 275 ábrával és 21 melléklettel)

A könyv, melynek első kiadása 1955-ben jelent meg, egyetlen magyar nyelvű tan-, illetve kézikönyv a daruszerkezetek területén, éppen ezért sajnálatos, hogy a szerző nem tér ki bővebben a daruk szerkezetének az ismertetésére is, bár az, mint a könyv címe is mutatja, nem is állott szándékában. A második kiadás az elsőhöz képest annyiban javított, hogy a daruszerkezetek számítására vonatkozó képleteket a szerző átdolgozta az első kiadás óta megjelent MSZ 9749—61, a daruk acélszerkezetének tervezésére vonatkozó szabvány előírásainak megfelelően.

A könyv 8 fejezetre oszlik. Ezek közül az első röviden ismerteti a daruk fajtáit és rendeltetését, a rakodási munka folyamatait, a daruk teljesítőképességét.

A 2. fejezet a daruk méretezésének irányelveit tárgyalja, a határállapot alapjáról áttérve az új szabványnak megfelelően a megengedett feszültségekre.

A 3. fejezet a futódaru, a 4. a zászlódaru, az 5. a forgógémes macska, a 6. a bakdaru, a 7. a toronydaru és végül a 8. a darupálya számítását ismerteti részletesen. A mellékletként adott táblázatok a többletámaszú, folytatólagos darupályatartók nyomatóéki és nyíróerő hatásábráinak ordinátáit tartalmazzák különböző nyílászónyokokra. E táblázatok lényegesen megkönnyítik a tervező mérnök számítási munkáját.

Az ismertetett könyv, amellet, hogy kitűnő tankönyv, a nélkülözhetetlen kézikönyv szerepét is betölti, hiszen acéliparunk nemcsak saját használatra, de export célokra is sorozatban gyártja a különböző daruszerkezeteket. A szerző, aki több évtizede a Ganz-Mávag hídosztályának tervezéseit vezeti, s emellet az EKME mérnöki osztályán az Ipari Acélszerkezetek című tárgy előadója, nagy tervezői gyakorlatát és oktatási tapasztalatait felhasználva, könyvében a daruszerkezetek számítását igen jól áttekinthető módon adja meg tervező mérnökeink számára. Éppen ezért, és a könyv kettős szerepe miatt, kár, hogy a szerző egyrészt nem foglalkozik az úszódarukkal, amelyeknek gyártása terén a magyar ipar előkelő szerepet tölt be, másrészt nem tér ki arra a fejlődésre, amelyet az első kiadás óta a hegesztés elterjedése indított meg, s amely a daruk területén nemcsak a szögecselt kapcsolatoknak hegesztettekkel való helyettesítésében nyilvánul meg, hanem visszahat a szerkezetek alapformáinak fejlődésére is, és azok lényeges átalakulásával jár.

Dr. Korányi Imre

V. V. Penkovskii

EFFECT OF RADIATION ON METALS AND OTHER HIGH-MELTING MATERIALS

Elsevier Publishing Co. Amsterdam—London—New York 1964
201 oldal, 33 ábra, 10 táblázat

Egy bevezető rész után a könyv négy fő fejezetre tagolódik. Az első, az elméleti alapokat összefoglaló fejezet a különböző energiájú sugárzásoknak a rácsra kifejtett hatását vizsgálja, mint amely jelenség hozza magával a fizikai tulajdonságokban jelentkező változásokat. Ismerteti és összefoglalja azokat az energetikai változásokat, amelyek a különböző jellegű

rácsokban (fémrácsban, ionrácsban) a sugárzások hatására mutatkoznak, így a diszlokációkat, vakanciák keletkezésének, szaporodásának körülményeit, az interszticiósan oldott atomok eloszlásának szerepét.

A második, a kísérleti módszerekről szóló fejezet csak az irodalmi adatok rövid felsorolását tartalmazza, minthogy a szerző főképp az elméleti alapok és elvi összefüggések vizsgálatát tűzte ki célul.

A harmadik fejezet a sugárzás hatását mutatja be a fajtérfogat változására, fázisátalakulásokra, öregedési és rácsrendeződési folyamatokra, az elektromos, mágneses és mechanikai tulajdonságokra (rugalmassági állandóra), valamint a hő- és elektromos vezetőképességre, a diffúzió mérőszámaira, továbbá a kúszás jellemzőire. Mindezeket a tulajdonságokat, valamint ezek változását a szerző rácsfizikai szempontból kiindulva számos konkrét mérési adat elemzésével, ismertetésével tárgyalja. A példaként említett ötvözetek gyakorlati szempontból is sok esetben jelentősek, mint például az acélok martenzites átalakulása, hőmérsékleti adatainak változása a besugárzás hatására.

A negyedik fejezet a nemfémek anyagokkal foglalkozik. A sugárzás hatását vizsgálja a grafitra, gyémántra, kvarcra, üvegre, fémoxidokra, szilárd oldatokra, cementekre és egyéb anyagokra. Leírja az említett anyagok számos fizikai tulajdonságának változását, kezdve a fajtérfogaton, annak hőmérsékleti együtthatóján, rugalmas tulajdonságain, abszorpciós tulajdonságain, vezetőképességén, stb. A különböző anyagokról szóló pontban a szilikátok sűrűségének, hővezetőképességének, rugalmassági modulusának, mikrokeménységének változását ismerteti a besugárzás mértékének függvényében.

Az utóbbi időszakban a radioaktív anyagok felhasználása igen nagymértékű lett mind az iparban, mind egyéb kutatási területeken; sok műszerben radioaktív anyag az alap-elem, így elsőrendű fontosságúvá vált a sugárzásnak, a fizikai tulajdonságokra kifejtett hatásának tanulmányozása, ismertetése. E könyv elsősorban a mérnöki gyakorlatban szükséges adatokat tartalmazza, azok közül is főleg a kohász, a keramikus igényét tartja szem előtt.

Rendkívül bő, de áttekinthető és rendszerezett anyaga értékes segítséget nyújt minden olyan szakember számára, aki radioaktív anyag segítségével valamilyen jelenséget vizsgálni óhajt.

Dr. M. Káldor

A. Pucher

EINFLUßFELDER ELASTISCHER PLATTEN

3. javított és bővített kiadás. Springer Verlag, Wien—New York 1964,
34 oldal, 12 ábra, 97 diagram

A kiváló szerző jelen munkája, melynek első kiadása 1951-ben, második kiadása 1957-ben látott napvilágot, immár harmadik javított és egyben lényegesen kibővített kiadásban áll a szakkörök rendelkezésére. Az új kiadás — az eddigiektől eltérően — a magyarázó szövegrészt és a feliratokat két nyelven: németül és angolul hozza, miáltal a könyv az eddigienél még szélesebb olvasókörben válik használhatóvá.

Amíg az első kiadás 52 diagramot, a második 81 diagramot tartalmazott, addig az új kiadás 97 diagramot foglal magában. Az új diagramok egyrészt konzolszerű lemezsávok nyomatói hatásmezőit adják a befogott szélre, mezőközépre, illetve a szabadszélre, másrészt kiegészítik a különböző elrendezésű kéttámaszú lemezsávok nyomatói hatásmezőit a feszítáv negyedpontjaira vonatkozó diagramokkal. Az új diagramok egyszerű lehetőséget nyújtanak a lemezsáv jellegzetes pontjaiban a hossz- és keresztirányú nyomatók számítására.

A szerző — miként a mű előszava is említi — az új diagramok közzétételével a fióktartók mellőzésével közvetlenül két főtartóra támaszkodó, illetve a főtartóba konzolszerűen befogott vasbetonlemezek számítására kívánt a gyakorló mérnök számára hathatós segítséget nyújtani. Ezek a szerkezeti alakzatok ugyanis — főleg a vasbeton hídépítészetben — igen gazdaságosoknak bizonyultak, s mint ilyenek, egyre szélesebb körben kerülnek alkalmazásra. További térhódításukat jelentősen elő fogja mozdítani PUCHER professzor új könyve, mely felette egyszerű lehetőséget nyújt a különböző teherállások, így a kis területre összpontosuló keréknyomások okozta igénybevételek számítására.

A könyvben a közölt hatásmezők használatát számpéldák magyarázzák. Az új kiadásban az eddigi példaanyagot további három példa egészíti ki.

Utóbbiak az új kiadásba beiktatott diagramok használatát kívánják az olvasóval megismertetni.

A könyv kiegészített új alakjában az eddigénél még fokozottabb mértékben nyújt segítséget lemezszerkezetek méretezéséhez, s mint ilyen a vasbetonszerkezetek tervezésével foglalkozó szakkörök részéről még kedvezőbb fogadtatásra fog találni, mint az előző kiadások.

Dr. Csonka Pál

BETONTECHNISCHE BERICHTE 1962

Beton-Verlag Düsseldorf 1963. 192 oldal, 8 oldal tárgymutató, 56 ábra

A Betontechnikai Közlemények jelen kötete a Cementipari Kutató Intézet beton-technikai osztályának kutató tevékenységével kapcsolatos dolgozatokat tartalmaz. E közlemények szerkesztője Dr. WALZ professzor.

Maga a szerkesztő WALZ professzor az alábbi témákat tárgyalja: „Kivirágzások betonfelületeken”; „Cement talajszilárdítás USA-ban föld-völgyzárógátak víz felőli oldalán”; „Epoxygyanta alkalmazása az USA-ban betonfelületek bevonására és a beton ragasztására”; „Beton próbakockák tömörítésének befolyása a nyomószilárdságra”; „Beton és cement nyomószilárdsági értékek az USA-ban és azok átszámítása a német vizsgálati értékekre”; „Betonutak és a sózás hatása”.

WISCHERS, G. tollából a következő dolgozatok jelentek meg: „A transzportbeton”; „A német és holland előírások összehasonlítása transzportbetonok esetében”.

BONZEI, J. „Az erjesztett takarmánysilók betonja előállítására vonatkozó irányelvek magyarázata” c. témával foglalkozik, s mint munkatárs részt vesz a „Kivirágzások a betonfelületeken” c. téma összeállításában. HAHN, M. „Beton-partmegerősítések”; GILLE, F. „A cement és adalékanyag mésztartalmának befolyása a beton viselkedésére savanyúvizekben”; DAHMS, J. „Betonszállítás hosszú ejtővezetékben aknaépítés során” c. témákat tárgyalják.

A kötet tartalmaz még szakmai ismertetéseket, irányelveket az alábbi tárgykörökben: Erjesztett takarmánysilók betonjának előállítására vonatkozó irányelvek; Összehasonlító amerikai vizsgálatok négyféle módszerrel a beton fagy- és sóállóságával kapcsolatban; A beton viselkedése 80–300 C° között; Adalékok a vasbetonszerkezetek tartósságához; Transzportbeton-üzemekre vonatkozó holland előírások; A német cementművek egyesülete betontechnikai bizottságának ülése; Alapozási konferencia 1962.

A szerkesztőség a kötet végén 8 oldalas tárgymutatót állított össze, amely az eddig megjelent 3 kötet lényeges alapszavait kötet- és oldalszámra való hivatkozással tartalmazza.

A Betontechnikai Közlemények 1962. évi kötete az eddigiekhez hasonlóan az építőgyakorlat és kutatás legújabb eredményeit tárgyalja, s ezzel az e témakörben dolgozóknak értékes segítséget nyújt.

Dr. Palotás László

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Farkas Sándor

A kézirat nyomdába érkezett: 1964. X. 20. — Terjedelem: 10,25 (A/5 ív), 55 ábra

64.59679 — Akadémiai Nyomda, Budapest. — Felelős vezető: Bernát György



TARTALOMJEGYZÉK

TANULMÁNYOK

<i>Tárczy-Hornoch Antal</i> : A beillesztett sokszögvonalak szigorú kiegyenlítéséhez	343
<i>Pethő Szilveszter</i> : Adalék a függvényekkel leírható Tromp-görbék szerkesztéséhez és a szénmosás várható eredményének számításához	359
<i>Csonka Pál</i> : Süveghéjak feszültségfelületének peremvonaláról	367
<i>Csonka Pál</i> : Két irányban görbe héj rombusz alaprajz felett	373
<i>Huszár István—Bodor János</i> : A kommutátorzászló erőjátékának számítása	381
<i>Kovács Gábor—Rózsa László</i> : Merevagyazatú vasúti felépítmény dinamikus vizsgálata	397
<i>Fialovszky Lajos</i> : Differenciálmódszer és kiegyenlítőszámítás alkalmazása optikarendszerek finomkorrigálásához	409
<i>Szántó István</i> : Változtatható paraméterek szerepe struktúra átalakítási jelenségek folyamatos röntgen-analízisében	435
<i>Verő József</i> : A tellurikus tenzor meghatározásának egy lehetősége	443

KÖNYVSZEMLE

<i>Dr. Gábor László</i> : Épületszerkezettan, II. kötet (<i>Szell Lászlótól</i>)	455
<i>Dr. Mihalich Győző—Dr. Palotás László</i> : Vasbetonépítéstan. A vasbeton szilárdságtana (<i>Haviár Győzőtől</i>)	456
<i>Massányi Károly</i> : Acélszerkezetek, daruk és darupályák számítása (<i>Korányi Imrétől</i>)	457
<i>Penkovskii, V. V.</i> : Effect of Radiation on Metals and Other High-Melting Materials (<i>Káldor Mihálytól</i>)	457
<i>Pucher, A.</i> : Einflußfelder elastischer Platten (<i>Csonka Páltól</i>)	458
Betontechnische Berichte 1962. (<i>Palotás Lászlótól</i>)	459