A

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
HEVESI GYULA

IX. KÖTET 1—4. SZÁM

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1953

VI. OSZT. KÖZL.

A
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI
SZERKESZTI
HEVESI GYULA
IX. KÖTET 1—4. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG: BUDAPEST, V., NÁDOR-UTCA 12.
KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY-UTCA 21.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei változó terjedelmű füzetekben jelennek meg. Négy füzet alkot egy kötetet. Évenként általában egy kötet jelenik meg.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia
Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei
Budapest, V., Nádor-u. 12.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt száz különlenyomat illet meg megjelent munkájáért. Közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttat a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért, vagy továbbításáért nem vállal.

A Közlemények előfizetési ára kötetenként belföldi címre 40 forint külföldi címre 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest, V., Alkotmány-u. 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a »Kultúra« Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest, VI., Sztálin-út 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának kiadványa az

Acta Technica

című idegennyelvű folyóirat.

E lap hivatott a magyar műszaki tudományok eredményeinek legjavát a külföld felé tolmácsolni. A cikkek orosz, német, angol, vagy francia nyelven jelennek meg, lehetőleg a szerző kívánsága szerint, összefoglaló pedig a cikk nyelvén és azonkívül a másik három nyelven. Cikkeket magyar, vagy a szerző választotta idegen nyelven a következő címre kell beküldeni:

Acta Technica szerkesztősége, Budapest, V., Nádor-utca 12.

VASBETONTARTÓK TÖRÉSI ÁLLAPOTÁNAK VIZSGÁLATA TEKINTETTEL AZ ÚJ VASBETONSZABÁLYZAT ELŐÍRÁSAIRA

GYENGŐ TIBOR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI INTÉZET, BUDAPEST]

[Beérkezett 1952 március 20]

Az 1950 év folyamán vasbetonszerkezetek méretezésénél áttértünk a rugalmasságon alapuló méretezésről a képlékenységen alapuló méretezésre. Az új alapokra fektetett végleges szabályzatunk MNOSZ szabvány alakjában megjelent, a szabvány kötelező használatbavételének időpontja 1952 április 1. Ez az áttérés több új fogalom meghonosításával járt. Így jelentőséghez jutott a tartók várható törőigénybevétele, mégpedig a várható legkisebb törőigénybevétele.

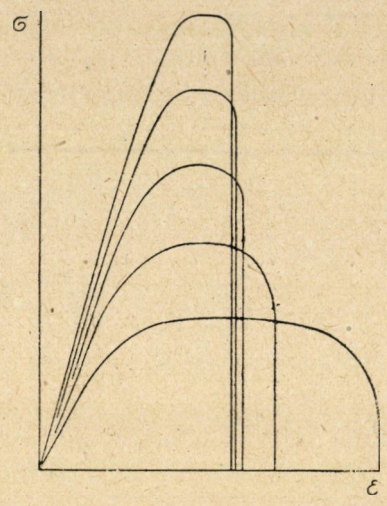
Valamely szerkezet törőigénybevételének meghatározása az anyagok — vasbetonnál a beton és az acél — törőszilárdságának ismerete nélkül nem lehetséges. A vasbetontartó tönkremenetele szempontjából az acél törőszilárdságának általában nem annak szakítószilárdsága, hanem folyási határa számít, mert az ekkor meginduló nagy nyúlás következtében a tartó nagy alakváltozást szenved, megrepedezik és a repedések annyira megnyílnak, hogy a tartót a gyakorlat számára tönkrementnek kell nyilvánítani. Nem ilyen egyszerű a helyzet azoknál az acéloknál, amelyeknek folyásuk nincs, hanem a feszültségnyúlási görbéjük egy egyenesből mint kezdőszakaszból az arányossági határnál érintőlegesen továbbfolytatódó folytonos görbe vonal.

A beton törőszilárdságát illetően pedig köztudomású, hogy a beton törőszilárdsága nagy mértékben függ a próbatest nagyságától és alakjától. Az is köztudomású, hogy hajlított tartóban a beton törőszilárdsága nem egyezik a betonnak 20 cm élhosszúságú kockán megállapított szilárdságával, amelyet a mi előírásaink a betont minősítő szabványos szilárdságnak tekintenek. Az irodalomban ezekre az összefüggésekre vonatkozóan erősen szétágazó adatokat találunk.

A szabályzati előírások továbbá közelítésekkel élnek hajlított tartó keresztmetszetében annak törési állapotában a beton feszültségének megoszlását illetően is. A beton feszültségének valamely görbe szerinti megoszlását — amely görbe a beton minőségétől függően különböző — a szabályzatok a gyakorlati alkalmazhatóság számára egyszerűbb alakkal helyettesítik. Hajlított tartóban

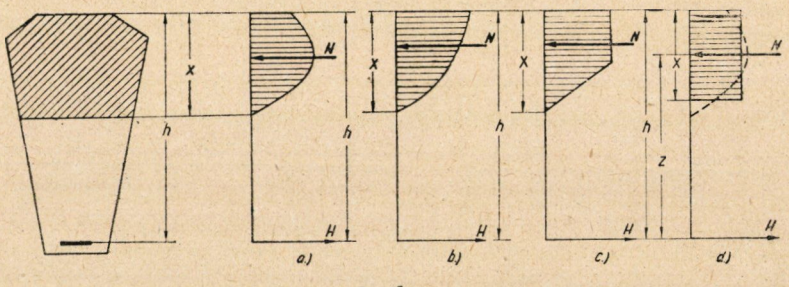
* A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályán 1952 márc. 20-án elhangzott előadás.

a beton feszültségének megoszlása összefügg a beton feszültség-nyúlási diagrammjával. Kisebb szilárdságú betonnál ugyanis a beton, miután annak feszültsége elérte a törőfeszültséget, nagy képlékeny alakváltozást szenved anélkül, hogy benne a feszültség növekednék és csak miután a nyúlás elérte a betonra jellemző törési nyúlást, fog a beton összemorzsolódni, eltörni *(1. ábra)*.



1. ábra

Mondhatjuk, hogy a betonnak folyása van. Ez a képlékeny szakasz annál kisebb, minél szilárdabb a beton. Ezért kisebb szilárdságú betonból készült hajlított tartóknál a beton feszültségi diagrammja törés előtt a képlékeny szakaszban erősebb görbületű és a szélső szálnál még számottevő visszahajlás is észlelhető *(2a. ábra)*. Nagy szilárdságú betonoknál a feszültségi diagramm mindjobban megközelíti a háromszöget, vagyis a rugalmas állapotot *(2b. ábra)*. Ez a körülmény kis mértékben változtatja a belső erők karjának nagyságát is.



2. ábra

A szabályzatok a tényleges feszültségi ábrák helyett helyettesítő diagrammot használnak. E helyettesítő alak legtöbbnyire trapéz vagy derékszögű négyszög

(2c. ábra). A mi szabályzatunk a négyszög szerinti feszültségmegoszlási diagrammot használja.

A szabályzat további előírásokat tartalmaz az anyagoknál figyelembe veendő törőszilárdságokra, mégpedig a szükséges és kellő biztonság miatt a várható legkisebb törőszilárdságokra, amit a szabályzatunk határfeszültségnek nevez.

Ezek az előírások természetesen akkor helyesek, ha azok minél jobban egyeznek a valósággal. Ezért a szabályzatba ezeket az adatokat vagy kísérletek alapján kell felvenni, vagy ha a szabályzat irodalmi adatok vagy külföldi szabályzatok alapján készül, azokat kísérletekkel ellenőrizni kell és a szabályzat rendelkezéseit ezek eredményeinek megfelelően esetleg a hazai viszonyokhoz módosítani kell.

Az új magyar vasbetonszabályzat megalkotásánál legnagyobbrészt a külföldi irodalomra és szabályzatokra és elsősorban a szovjet szabályzat előírásaira támaszkodtunk, miután hazai vonalon a képlékenység terén még kevés közvetlen tapasztalattal rendelkeztünk.

Ez volt az oka annak, hogy az új vasbetonszabályzat bevezetésével kapcsolatosan az Építéstudományi Intézet elég széles körre kiterjedt kísérletsorozatot végzett és még végez vasbetontartók törési állapotának vizsgálatára. Az intézet kísérleteinek célja a következő kérdések megvizsgálása volt:

1. Az új vasbetonszabályzat előírásai szerint számított elméleti törőigénybevétel hajlított tartóknál mennyire egyezik a tényleges törőigénybevétellel.

2. Mennyiben helytállók a szabályzatnak az x-tengely — a semleges-tengely — határhelyzetére vonatkozó előírásai.

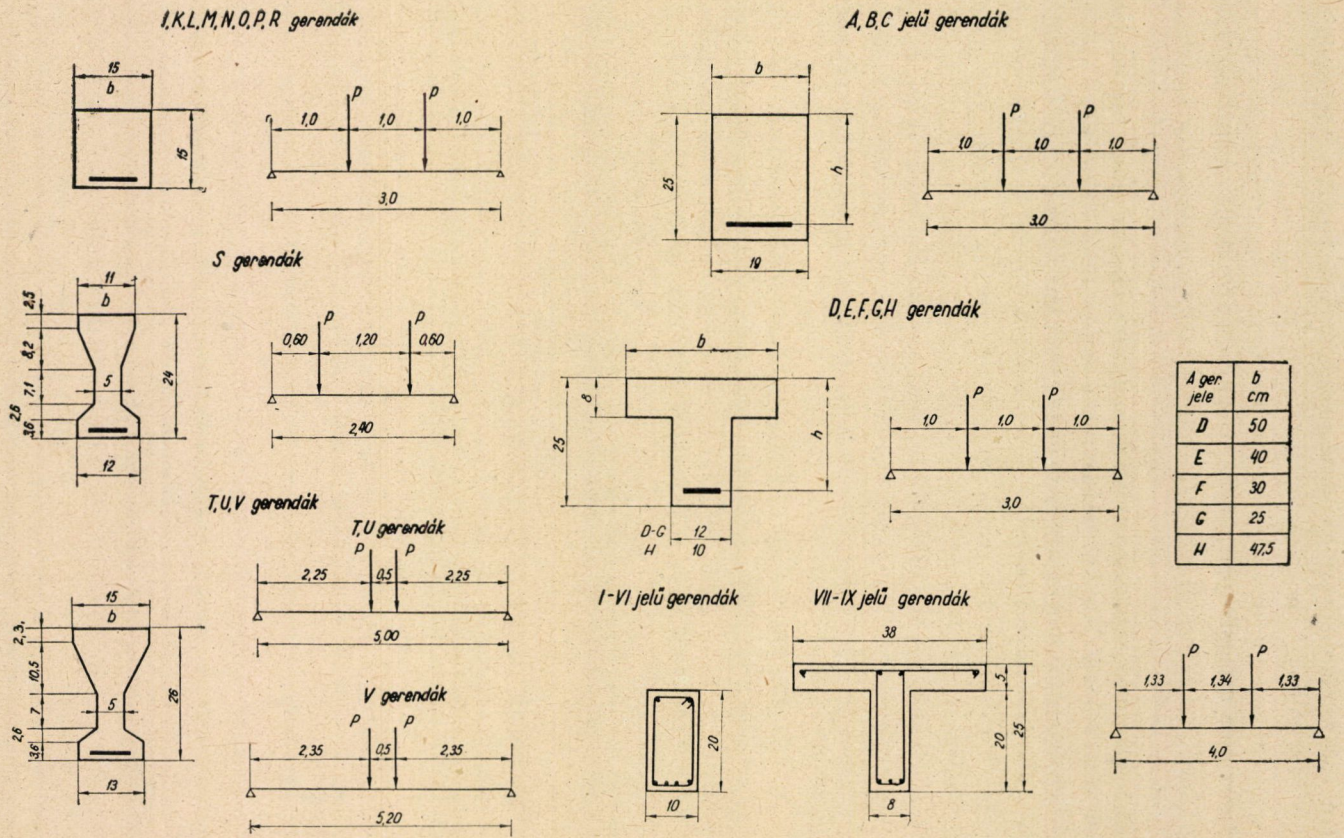
3. Hogyan határozható meg a határozott folyással nem rendelkező acélbetétekkel vasalt tartók törőigénybevétele.

4. Mi a különleges nagyszilárdságú acélok és betonok gazdaságos felső határa közönséges — tehát nem feszített — vasbetonszerkezetekben.

Ez a tanulmány e kérdések közül csak a törőigénybevétel kérdésével foglalkozik.

A kitűzött kísérleti célok megvizsgálása kéttámaszú, szabadon felfekvő vasbetontartókon történt, amelyeknek keresztmetszeti alakja, fesztávolsága, vasalásuk erőssége, az acél minősége a kísérleti célok szempontjából tág határok között változott. A kísérleti testek egyik része laboratóriumban (*A-H*), másik része pedig az Épületelemgyárban (*I-V*) előre meghatározott terv szerint készült. A laboratóriumban készült tartók derékszögűnégyszög és T-keresztmetszetűek voltak; az előregyártó üzemben készültek pedig részben derékszögűnégyszög, részben kehelyszelvényűek. A tartók keresztmetszeteit, fesztávolságaikat és a terhelés vázlatát a *3. ábra* tünteti fel.

E kísérletsorozat elvégzése után egy másik kísérletsorozatot kezdtünk, amelynek tulajdonképeni célja a határhelyzetre vasalt tartók vizsgálata. Határ-


I, K, L, M, N, O, P, R gerendák
15
b
15
P
1,0
1,0
1,0
3,0
S gerendák
11
b
2,5
4,2
7,1
2,6
1,6
5
24
12
0,60
1,20
0,60
2,40
T, U, V gerendák
T, U gerendák
15
b
2,3
10,5
7
2,6
3,6
5
26
13
2,25
0,5
2,25
5,00
V gerendák
2,35
0,5
2,35
5,20
A, B, C jelű gerendák
b
25
h
19
1,0
1,0
1,0
3,0
D, E, F, G, H gerendák
b
8
25
h
D-G
H
12
10
1,0
1,0
1,0
3,0
A ger jele
b cm
D
50
E
40
F
30
G
25
H
47,5
I-VI jelű gerendák
20
10
VII-IX jelű gerendák
38
5
20
25
8
1,33
1,34
1,33
4,0

3. ábra

helyzetre vasalt tartónak nevezzük az oly mértékben vasalt tartót, melynél mind a vas feszültsége, mind a beton feszültsége egyszerre éri el törőszilárdságát, vagyis a beton és a vas kihasználása egyensúlyban van. E kísérletsorozat első csoportján a vizsgálatokat már elvégeztük és azért ezek eredményeit a törőigénybevételek összehasonlítása szempontjából is már fel lehetett dolgozni.

Ennek az utólag végzett kísérletsorozatnak tartói egyrészt 20×10 cm méretű derékszögűnégyszög szelvényűek, másrészt T-szelvényűek voltak (*I-IX*). E tartók elrendezését is a *3. ábra* mutatja. E tartók 4,0 m fesztávolságúak voltak és nyílás harmadokban két egyenlő nagy erővel terheltük.

Az első kísérletsorozatban az egyes tartók betonjának szilárdsága tág határok között változott, hasonlóképen változó volt az acélbetét minősége és mennyisége is. Az utólagos kísérleti sorozatnál a betonminőséget illetően a szándék az volt, hogy az összes tartó betonja 400 kg/cm² kockaszilárdságú, az acélbetét pedig 75,55 B minőségű legyen. Az acél mennyisége változott.

Az első kísérletsor laboratóriumban készült tartóinak adatait az *I. táblázat*, az Épületelemgyárban készültekét pedig a *II. táblázat* foglalja össze.

I. TÁBLÁZAT

A—H jelű tartók adatai

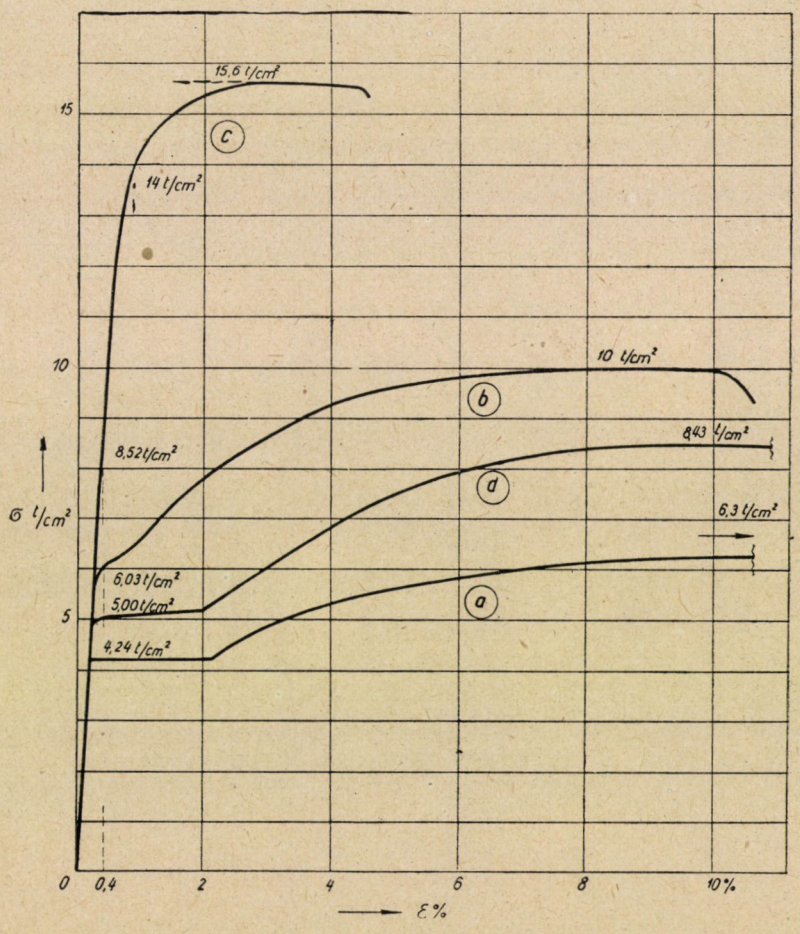
A tartó jele	F_v cm²	$\oint$ mm	σ_{vF} kg/cm²	σ_k kg/cm²	b cm	h cm
A_1	1,02	5,1	8520	154	19	22
A_2				174		22,5
A_3				154		22
A_4				174		22
B_1	1,63	5,1	8520	358	19	21,7
B_2				315		22,5
B_3				358		23
B_4				315		21,7
C_1	2.17	8,3	6030	333	19	22,5
C_2				333		23,5
C_3				329		22,5
C_4				329		22,5
D_1	2,71	8,3	6030	171	50	21,5
D_2				171		21,5
E_1	2,71	8,3	6030	364	40	21,9
E_2				364		21,9
F_1	2,71	8,3	6030	304	30	23,6
F_2				304		23
G_1	2,71	8,3	6030	391	25	22,5
G_2				391		22
H_1	1,02	5,1	8520	170	47,5	23,1
H_2				170		22,9

II. TÁBLÁZAT

I—V jelű tartók adatai

A tartó jele	F_v cm²	$\oint$ mm	σ_{vf} kg/cm²	σ_k kg/cm²	b cm	h cm
I_1	1,11			176	14,6	12,2
I_2	1,12			184	15	12,1
I_3	1,14	8,3	6030	178	14.8	11,9
I_4	1,14			159	15,3	12,7
I_5	1,21			161	15,2	13,3
I_6	1,13			203	15,3	12,0
K_1	1,65			151	14,8	13
K_2	1,67			152	15,1	12,3
K_3	1,67	8,3	6030	182	14,5	13
K_4	1,78			165	15,8	11,8
K_5	1,75			214	15,8	11,7
K_6	1,79			191	16	13,1
L_1	2,23			134	15,2	12,5
L_2	2,14			119	15,3	12,7
L_3	2,20			124	15,4	13,3
L_4	2,29	8,3	6030	209	15,4	12,9
L_5	2,24			272	15,7	12,5
L_6	2,27			132	15,3	12.6
L_7	2,27			146	14,9	12,7
L_8	2,23			137	15,2	13,2
M_1	2,94			82	15,4	14,1
M_2	2,94	8,3	6030	198	16,3	12,3
M_3	2,87			120	15,6	12,8
N_1	3,38			260	17	12,7
N_2	3,30	8,3	6030	290	16,3	13,5
N_3	3,40			298	15,8	13,4
O_1	1,61			286	16,9	13,3
O_2	1,62	8,3	6030	334	15,4	13,1
O_3	1,66			348	15,7	13,1
P_1	2,18			367	16,2	13,2
P_2	2,22	8,3	6030	367	16	13,5
P_3	2,18			328	16,5	13,6
R_1	3,33			372	16	13,4
R_2	3,43	8,3	6030	365	15,8	13,1
R_3	3,41			240	16,9	13,1
S_1 S_2 S_3	3,38	8,3	4240	400	11	22
T_1 T_2 T_3 T_4	2,76	1 db 12 3 db 8,3	6030	400	15	24
U_1 U_2 U_3	3,89	2 db 12 3 db 8,3	6030	400	15	24
V_1 V_2 V_3	3,93	3 db 12 1 db 8,3	6030	400	15	24

A betonok nyomószilárdságát szabványos 20 cm élhosszúságú kockákon állapítottuk meg a kísérlet időpontjában. Az acélbetétek keresztmetszeti területeit a pontosság fokozása végett az átmérők pontos mérésével számítottuk ki, tekintve, hogy azok átmérője nem egyezett a névleges értékkel és szálankint is kis határok között változott.



4. ábra

Az acélbetétek minőségét a betétekhez felhasznált vasszálakból levágott próbapálcákon határoztuk meg. Az alkalmazott acélok feszültség-nyúlási görbéit a *4. ábra* mutatja, amelyből látjuk, hogy a kísérletekhez négy fajta acélt használtunk. Mégpedig egy 6,3 t/cm² szakítószilárdságút *(a. görbe)*, amely 4,24 t/cm² feszültségnél kimondott folyást mutatott; egy 10,0 t/cm² szilárdságút *(b. görbe)*, mely kimondott folyást nem mutatott, de 0,4% összenyúláshoz tartozó feszültségnél a görbén erős törés mutatkozott, továbbá egy 15,6 t/cm²

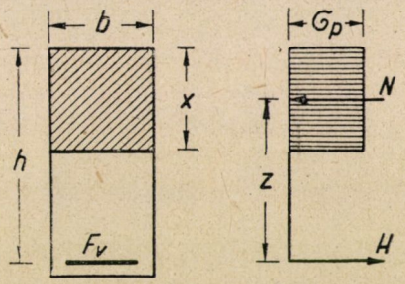
III. TÁBLÁZAT

I—IX. jelű tartók adatai

Tartó jele	F_v cm²	⌀ mm és σ_{vf} kg/cm²						σ_k kg/cm²	h cm	h cm
I_1	1,056	8,2	5660	8,2	6040			420	9,8	17,9
I_2	1,056	8,2	6980	8,2	7170			420	10,2	17,9
I_3	1,08	8,3	5360	8,3	5920			401	10,4	17,9
II_1	2,11	8,2	5280	8,2 8,1	5190 5250	8,3	5730	347	10,1	17,5
II_2	2,16	8,7	4620	8,2 8,3	5470 5180	8,0	5580	347	10,0	17,4
III_1	2,84	8,7	4620	12,1 8,2	5520 5200	8,5	5080	440	10,1	17,1
III_2	2,75	8,4	4860	12,0 8,2	5520 5000	8,3	5260	357	10,0	17,7
III_3	2,83	8,8	4430	12,1 8,4	6350 4950	8,1	5050	357	9,6	18,5
IV_1	3,48	8,5	4570	12,2 12,5	5440 4150	8,1	5350	375	9,9	17,7
IV_2	3,45	8,1	5050	12,1 12,7	5390 3980	8,1	5350	375	10,0	17,7
IV_3	3,43	8,0	4980	12,5 12,2	5080 4320	8,2	4810	441	10,0	18,1
V_1	4,06	12,2 8,4	5440 4950	8,6	4820	12,5 8,2	5490 5280	425	9,9	17,8
V_2	4,21	12,5 8,8	5040 4350	8,8	4510	12,3 8,5	5090 4840	364 364	9,9 9,9	17,9 17,9
V_3	3,93	12,0 8,1	5390 5440	8,0	5380	12,0 8,4	5470 4860	364	10,0	17,9
VI_1	4,60	12,1	5600	12,0 12,1	5650 5560	12,2	5650	360	10,3	18,0
VI_2	4,62	12,1	6350	12,2 12,2	5560 5400	12,0	5600	425	10,6	17,3
VII_1	3,57	12,2	5560	12,5	4960	12,2	5520	355	38,6	23,3
VII_2	3,53	12,1	5300	12,1	5740	12,5	5080	355	38,9	23,4
VII_3	3,71	12,6	6970	12,8	5900	12,2	6490	393	38,5	23,6
VIII_1	5,87	12,0 12,5	6800 5400	12,2	5220	12,3 12,1	5130 5480	393	39,0	22,4
VIII_2	6,15	12,6 12,4	5170 5160	12,6	7810	12,4 12,5	4920 4880	430	38,8	21,6
VIII_3	6,11	12,5 12,5	5890 4880	12,7	5080	12,3 12,3	5000 5080	430	38,6	22,0
IX_1	8,57	12,5 12,4	5000 5000	12,4 12,4	5100 5140	12,4 12,8	5140 5950	342	39,0	21,5
IX_2	8,49	12,3 12,6	5630 5410	12,4 12,4 12,4	5290 5410 5540	12,4 12,4	5410 4870	342	38,5	21,8
IX_3	8,37	12,4 12,5	5000 4960	12,3 12,2 12,5	5050 5180 4920	12,2 12,1	5140 5300	403	38,9	21,7

szakítószilárdságú — 5,1 mm átmérőjű — hidegen húzott acélt *(c. görbe)*, melynél folyási jelenség egyáltalán nem mutatkozott. Ez utóbbi acélnál megjelöltük a 0,4%-os össznyúláshoz tartozó feszültséget, mely azonban a görbének nem jellemző pontja. Ennél az acélnál az ekvivalens folyási határon kívül meg van jelölve a diagrammnak az a jellemző pontja is, melynél a feszültség növekedésével a nyúlás már rohamosan kezd fokozódni, amelyet a törési igénybevételek számításakor mint a tényleges folyási feszültséget kifejező feszültséget használtuk a kísérletek eredményeinek feldolgozásánál.

A grafikonban feltüntetett negyedik acélféleség *(d. görbe)* a 75,55 *B* jelű szabványosított acélként forgalomba hozott acél átlagos feszültség-nyúlási görbéje. Ezt az acélt használtuk az utólagosan végzett kísérleti gerendasorhoz. Ez utóbbi acéllal a kísérlet során azonban a legnagyobb nehézségeink voltak,



5. ábra

mert az acél nagyon egyenlőtlen minőségű volt. Az egyenlőtlenség nagyon tág határok között változott, mégpedig a folyási határ 3980—7810 kg/cm² között ingadozott. Ez a körülmény a kísérletek pontos értékelésénél nagy nehézségeket okozott. Ez utóbbi kísérleti tartók adatait a *III. táblázat* közli.

Ebből látjuk, hogy a beton megkívánt minőségét a leggondosabb laboratóriumi munkánál is elkerülhetetlen szóráson belül sikerült biztosítani, de az acélnál az említett nehézségeink voltak.

A kísérletek során igyekeztünk pontosan észlelni a törés jelenségeit és okait, továbbá megállapítottuk a törőnyomatékot.

E tanulmány célja a kísérletekből a szabályzat előírásai szerint számítható törőnyomaték, illetve határnyomatékok összehasonlítása a tényleges törőnyomatékkal és ebből következtetés a szabályzat pontosságára és a tartók tényleges biztonságára. A kísérlet eredményeit tehát e szempontból dolgoztuk fel.

A tartók törőnyomatéka a következőképen számítható :

A számítás azoknál a tartóknál, melyeknél a törés a vas folyásával indult meg, nagyon egyszerű *(5. ábra)*. A számítás menete a szabályzat feltételezte feszültség megoszlás alapján a húzó- és nyomóerők egyensúlyából kiindulva a következő :

Négyszögű és T-szelvényeknél

$$bx\,\sigma_p = F_v\,\sigma_{vf}$$

miután T-szelvényeknél is töréskor a semleges tengely a lemezbe esett ; kehelyszelvényű tartóknál a nyomott betonterület közel trapézalakú és ennek megfelelően

$$bx\left(1-\frac{x}{2h}\right)\sigma_p = F_v\,\sigma_{vf}$$

ahol σ_p a beton hasábszilárdsága, vagyis a hajlító-törőszilárdsága ; σ_{vf} pedig a vas folyási határa.

Ha ugyanis a törés a vas folyása következtében történik, akkor a vas feszültsége természetesen annak folyási határa kell legyen, de a betont is kihasználjuk törési szilárdságáig, mivel a vas nagy nyúlása következtében az x-tengely felfelé vándorol, a beton összenyomódása növekszik a keresztmetszet síkmaradó volta miatt, amíg az is eléri törési nyúlását és összemorzsolódik. Helyes tehát az egyenletbe $\sigma_p$nek helyettesítése.

Ebből számítható az x-tengely helye

$$x = \frac{F_v\,\sigma_{fv}}{b\,\sigma_p}$$

(Kehelyszelvénynél b az átlagos szélesség.) x ismeretében pedig az elméleti törőnyomaték

$$M_0 = F_v\,\sigma_{vf}\,z$$

ahol négyszög és T-szelvénynél $z = h - x/2$;
kehelyszelvénynél

$$z = h\left(1-\frac{3h-2x}{6h-3x}\right)$$

A beton hasábszilárdságát a

$$\sigma_p = \frac{700\sigma_k}{600+\sigma_k}$$

az Építéstudományi Intézet használta empirikus összefüggésből számítottuk, ahol σ_k a beton kockaszilárdsága.

A határnyomaték számításánál ugyanezt az eljárást használtuk, de σ_{vf} és σ_p helyébe az acél és beton határfeszültségei jönnek, melyeknek értékeit a

kísérleti tartóknál előforduló beton és acélanyagokra a szabályzat előírásait fedő az Építéstudományi Intézet által használt empirikus összefüggésekből számítottuk

$$\sigma_{th} = \frac{370\sigma_k}{600 + \sigma_k} \quad \text{és} \quad \sigma_{vh} = 8600\frac{100 + \sigma_k}{600 + \sigma_k}, \text{ de } \leqq 0{,}82\sigma_{vf}$$

A kísérleti tartók az utólagosan folyamatba tett kísérletek kivételével mind alul vasaltak voltak, ezek számítása tehát ezek szerint történt.

Azoknak a tartóknak a törőigénybevételét, melyeknél a törés nem a vas folyása következtében, hanem a beton morzsolódása miatt történt és így töréskor a vasban keletkező feszültség előre nem ismert, a számítást csak iterációval lehet elvégezni.

Ilyenkor abból kell kiindulni, hogy a hajlított keresztmetszet törésig sík marad. Töréskor a betonban annak törési nyúlása keletkezik. A beton törési nyúlását elég nagy pontossággal meg lehet állapítani a Jäger* megadta összefüggésből a beton szilárdsága alapján

$$\varepsilon_t = \frac{0{,}056}{\sqrt{\sigma_p}}$$

Ezután x_1 értéket felvéve, számítjuk az egyes vasbetétsorokban a feszültséget *(6. ábra)*.

$$\sigma_{vi} = E_v\,\varepsilon_t\,\frac{m_i - x_1}{x_1}$$

Ha az acél így számított feszültsége nagyobbra adódik mint az illető acél folyási határa, ott természetesen a vasbetétben keletkező feszültség csak a folyási határ lehet, ha kisebbre adódik, a képlettel számított értékkel kell tovább számolni.

x_1 első érték felvételéhez helyes a határhelyzetből kiindulni vagyis abból, hogy amikor a nyomott szélen ε_t nyúlás keletkezik, ugyanakkor a legalsó vasbetétsor magasságában a folyási határnak megfelelő nyúlás van. Az x_1-nek ez az értéke

$$x_1 = \frac{\varepsilon_t\,h}{\dfrac{\sigma_{vf}}{E_v} + \varepsilon_t}$$

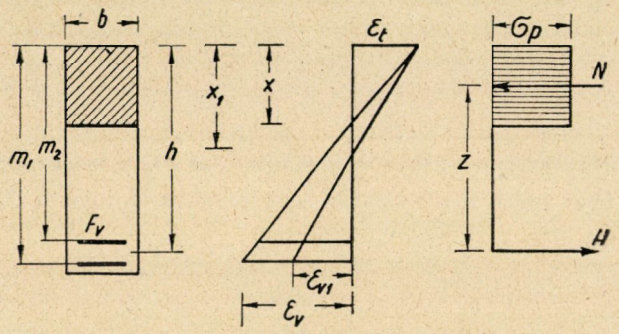
* Karl Jäger: Festigkeitsnachweis im Stahlbetonbau (Manz'sche Verlagsbuchhandlung, Wien, 1948).

A σ_v-k ismeretében kiszámítható a húzóerő

$$H_1 = \sum_{i=1}^{n} F_{vi}\,\sigma_{vi}$$

(n a vasbetétsorok száma) és a belső erők egyensúlya alapján x-nek pontosabb értéke számítható, mely négyszög és T szelvények esetében

$$x_2 = \frac{H_1}{b\sigma_p}$$



6. ábra

A számítás x-nek ezzel a pontosabb értékével megismételendő. x pontos értékének ismeretében már az elméleti törőnyomaték számítható. Ez az utóbbi kísérletsorozatnál szintén egyszerű, miután derékszögűnégyszög szelvénynél $z = h - x/2$ és

$$M_0 = H\,(h - x/2)$$

Az összes kísérleti tartónál, melyek hajlításból mentek tönkre, kiszámítottuk az elméleti törőnyomatékot a most ismertetettek alapján, vagyis az új vasbetonszabályzat elvei alapján. A számításból természetszerűleg kihagytuk mindazokat a tartókat, melyek nyírásra vagy a vasbetétek megcsúszásai következtében törtek el, mivel ezek hibás értéket adtak volna. A számításhoz minden tartónál törés után közvetlen méréssel megállapítottuk a keresztmetszet pontos méreteit és a vasbetétek pontos helyét, a vas átmérőit is mérés útján határoztuk meg.

A kísérleti tartók első — a tulajdonképeni — csoportjának feldolgozott eredményeit a *IV. táblázat* tünteti fel. A táblázat tartalmazza a betonoknak az előbb bemutatott képlettel számított hasábszilárdságait, az acélbetétek folyási határát, a kísérlettel megállapított tényleges törőnyomatékot (M_t), az előbbiek szerint számított elméleti törőnyomatékot (M_o) és az előbb bemu-

IV. TÁBLÁZAT

A—V jelű tartók törőnyomatékai és határnyomatékai

Tartó jele	σ_p kg/cm²	M_t kgm	M_o kgm	M_h kgm	$\frac{M_t}{M_o}$	$\frac{M_t}{M_h}$
C_1	250	3040	2740	1600	1,11	1,90
C_2	250	3130	2800	1700	1,12	1,84
C_3	248	3330	2720	1790	1,22	1,86
C_4	248	3130	2720	1790	1,15	1,75
D_1	155	3221	3400	1670	0,945	1,93
D_2	155	3421	3400	1670	1,007	2,05
E_1	264	3595	3400	2360	1,055	1,52
E_2	264	3595	3400	2360	1,005	1,52
G_1	276	3571	3500	2420	1,02	1,48
G_2	276	3571	3400	2350	1,05	1,52
H_1	154	2901	3180	—	0,915	—
H_2	154	3451	3180	—	1,085	—
I_2	165	745	715	373	1,045	1,92
I_3	165	703	720	366	0,98	2,00
K_5	208	1223	1070	615	1,14	1,99
K_6	186	1286	1240	670	1,035	1,92
L_5	219	1563	1420	845	1,10	1,85
N_1	212	1878	1940	1150	0,97	1,645
N_2	228	2211	2150	1280	1,03	1,725
N_3	232	2211	2170	1300	1,02	1,700
O_1	226	1338	1160	710	1,15	1,88
O_2	251	1408	1150	750	1,22	1,87
O_3	257	1493	1180	775	1,26	1,92
P_1	266	1753	1520	1010	1,155	1,74
P_2	266	1808	1570	1050	1,15	1,72
P_3	247	1683	1560	1000	1,08	1,68
R_1	268	2093	2180	1450	0.955	1,44
R_2	265	1953	2190	1410	0,895	1,38
S_1	280	3390			1,24	1,61
S_2	280	3510	2740	2110	1,285	1,67
S_3	280	3420			1,25	1.62
T_2	280	3490	3620	2580	0,965	1,35
U_2	280	5060	4890	3350	1,035	1,51
U_3	280	5060	4890	3350	1,035	1,51
V_1		3880			0,923	1,155
V_2	280	4350	4200	3360	1,035	1,295
V_3		5300			1,26	1,58
				Átlag:	1,079	1,687

tatott képletekkel meghatározott határfeszültségekkel számított határnyomatékokat (M_h).

A H_1 és H_2 tartók határnyomatékait nem számítottuk ki és azok összehasonlítását a tényleges törőnyomatékkal kihagytuk. Ugyanis e tartók a hidegen húzott és folyással nem rendelkező acéllal voltak vasalva és ezeknél az acél határfeszültsége nem a folyási határhoz képest van megadva, hanem a tartó repedezettsége és a beton és vas közötti tapadás elégtelensége szab annak határt és ezeknél törésnek nem a tartó tényleges eltörését kell tekinteni, hanem annak egy bizonyos határt elérő alakváltozását. Ezért a határnyomaték viszonya a tényleges törőnyomatékhoz hamis képet adna a tartóban rejlő biztonságra.

A két utolsó oszlop mutatja a tényleges törőnyomaték viszonyát egyrészt az elméleti törőnyomatékhoz, másrészt a határnyomatékhoz. Előbbi tulajdonképen a szabályzat előírásainak a valódi helyzetet megközelítő pontosságára ad képet, a második a tartó biztonságára.

E két oszlop alján fel van tüntetve mindkét viszonyszám aritmetikai középértéke. Az M_t/M_0 viszony pontosságára azonban az aritmetikai közép nem ad képet, mivel pl. azonos számú és azonos mértékű ellentétes előjelű eltérések esetében az aritmetikai közép pontosan az egység lesz, pedig a szórások tetemesek lehetnek. Ezért pontosabb képet kaphatunk a négyzetes középpel, vagy még pontosabban megkapjuk a diszperzió mértékét a szórás ismert képletéből

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_a - x_i)^2}{n-1}}$$

E képletben x_i a tényleges törőnyomaték százalékos eltérését jelenti az elméleti törőnyomatéktól és x_a a százalékos értékek aritmetikai középértékét.

E szórás a kísérletsorozatnál 10,5%-ra adódott.

Az utólagosan megvizsgált gerendasorozat feldolgozott értékeit az *V. táblázat* tünteti fel.

Itt meg kell említeni, hogy az elméleti törőnyomaték kiszámításához minden egyes tartón minden egyes acélszálból próbapálcát vágtunk ki és azon megállapítottuk annak folyási határát is

E tartókban a vasbetétek két, sőt három sorban is voltak elhelyezve. A számításnál természetesen a semleges tengelytől különböző távolságokban lévő vasbetétekben a hajlítás okozta nyúlások különbözőek és így különböző azok feszültsége is. Ezért a vasfeszültségeket minden vasbetétsorban külön kellett kiszámítani és azokat a H erő számításánál összegezni

Mivel a tartók között voltak túlvasaltak is, a törési nyomatékok kiszámítását az előbb ismertetett iterációs úton végeztük.

V. TÁBLÁZAT

I—IX. jelű tartók törőnyomatékai és határnyomatékai

Tartó jele	ϑ_p kg/cm²	M_t kgm	M_o kgm	M_h kgm	$\frac{M_t}{M_o}$	$\frac{M_t}{M_h}$
I_1	287	1040	1040	770	1,00	1,36
I_2	287	970	1250	770	0,775	1,27
I_3	281	1060	1025	780	1,035	1,36
II_1	257	1810	1740	1380	1,04	1,31
II_2	257	1830	1710	1390	1,075	1,32
III_1	295	2460	2160	1680	1,135	1,47
III_2	262	2160	2160	1730	1,00	1,25
III_3	262	2350	2380	1820	0,99	1,29
IV_1	270	2580	2440	2010	1,055	1,28
IV_2	270	2580	2420	2010	1,065	1,28
IV_3	298	2710	2550	2050	1,06	1,32
V_1	290	3330	3100	2230	1,075	1,49
V_2	263	3060	2800	2280	1,095	1,35
V_3	263	2980	2870	2170	1,04	1,37
VII_1	260	4480	4240	3460	1,055	1,29
VII_2	260	4880	4240	3430	1,15	1,42
VII_3	278	4680	5370	3650	0,875	1,28
VIII_2	293	7250	6900	5400	1,05	1,34
VIII_3	293	7250	6550	5050	1,11	1,43
IX_1	253	7750	8560	7050	0,91	1,10
IX_2	253	7370	8880	7050	0,83	1,05
IX_3	280	7730	8250	6980	0,94	1,11
				Átlag :	1,016	1,306

A határnyomatékok kiszámítását más alapon végeztük mint az előbbi kísérletsornál. Itt abból indultunk ki, hogy a betonnak B 400-asnak kellene lennie, amit sikerült is eléggé biztosítani, az acélnak pedig 75,55 B minőségűnek.

Ezért a határnyomatékokat e két anyaghoz tartozó határfeszültségekkel határoztuk meg. A 400-as beton határfeszültsége a szabályzat szerint 170 kg/cm², a 75,55 B acélé pedig 400-as betonba építve 4400 kg/cm². A vasátmérőket, a vasbetétek helyét és a beton méreteket a mérés adatai szerint vettük figyelembe. E határnyomatékok tulajdonképen csak tájékoztató értékeket adnak arra, hogy a tartóban az anyag minőségének komoly ingadozásakor is még milyen biztonság rejlik.

Az M_t/M_h viszony aritmetikai közepe majdnem egyezik az egységgel, ami azt mondaná, hogy az elméleti törőnyomaték a szabályzat előírásai szerinti közelítésekkel meghatározva csaknem fedné a valóságot, pedig egyes tartóknál tetemes eltérések vannak. A kiszámított szórás azonban már jól mutatja az eltéréseket, ami e sorozatnál 7,9%-ra adódott. Ez az érték kisebb az előbbi táblázatban vizsgált tartókra adódott 10,5%-os szórásnál. Nem akarjuk azt mondani, hogy ennek oka egyedül az, hogy ez utóbbi tartóknál az acél folyási határát, illetve az abban mutatkozó szórásokat pontosabban vettük figyelembe, de ez a körülmény is közrejátszott, bár az előbbi tartókhoz használt acélbetétek egyneműbbek voltak és folyási határukban csak csekély ingadozás mutatkozott.

A *IX.* jelű tartóknál a kísérleti jegyzőkönyv megjegyzi, hogy a tartó alján a betonozás hiányos, a vasak kilátszanak. Bár a töréskor a vas megcsúszásai nem voltak megfigyelhetők, mégis lehetséges, hogy kisebb mértékű csúszások történtek és ez okozta a tartó idő előtti tönkremenetelét.

Az M_t/M_h viszony a nagy szórások mellett is még átlagosan 1,30-ra adódott, ami megnyugtató.

Az M_t és M_0 közötti eltéréseket indokolja a nagyszilárdságú acélbetétes tartóknál az is, hogy azoknak az acéloknak kimondott folyásuk nincsen, vagyis az a képlékeny alakváltozás, mely teljesen feszültségnövekedés mentesen jön létre, ezeknél nem mutatkozik, hanem a diagrammban van egy határozott törés, melynél kis feszültségnövekedéssel nagy nyúlás jár, de a feszültség a nyúlással mindig nő. A számításainknál pedig folyási határnak a törésponthoz tartozó feszültséget vettük.

Összefoglalás

A kísérleti eredményekből megállapítható, hogy a törési elméleten alapuló új magyar vasbetonszabályzat előírásai jól egyeznek a valósággal és a gyakorlat számára kellő pontosságú a betonfeszültségek derékszögűnégyszög szerinti megoszlásának figyelembevétele a törési állapotban.

A folyással rendelkező acéloknál, a gyakorlatban elő nem forduló rendkívüli kis vasszázalékkal vasalt tartókat figyelmen kívül hagyva az alsó folyási határ tekinthető annak az acélfeszültségnek, mely a tartó törését előidézi. Folyási jelenséggel nem rendelkező acéloknál nem ilyen egyszerű a dolog, de

ezeknél is elég pontossággal a feszültség-nyúlási diagrammnak az a pontja tekintendő a törést előidéző feszültségnek, melynél a diagrammban erősebb irányváltozás van.

Végül meg kell állapítani, hogy az új magyar vasbetonszabályzat határfeszültségeivel számított határnyomatékok a gyakorlat számára a tényleges töréssel szemben kellő biztonsággal rendelkeznek.

Ezekkel a kísérletekkel igyekeztünk alátámasztani és igazolni új vasbetonszabályzatunk rendelkezéseinek helyességét és igazolni azt, hogy az új utakon haladó szabályzatunk a töréssel szembeni biztonság helyes értelmezésével igyekszik az anyagot és szerkezetet minél jobban kihasználni, ami azonban nem történik a kellő biztonság rovására.

*

A kísérletek végrehajtásában és az eredmények feldolgozásában közreműködtek Gábory Pál, Kunszt György, Mató János, Rosivall Ferenc az Építéstudományi Intézet kutatói, akiknek odaadó munkája elismerést érdemel.

SZINKRON GÉPEK ZÁRLATI JELENSÉGEINEK VIZSGÁLATA A SZIMMETRIKUS ÖSSZETEVŐK MÓDSZERÉVEL

TUSCHÁK RÓBERT

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, VILLAMOS GÉPEK ÜZEMTANÁNAK TANSZÉKE]

[Beérkezett 1953. május 5-én]*

1. Bevezetés

Szinkron gépek zárlatakor keletkező áramok és feszültségek számítása elvileg a zárlati differenciálegyenletek megoldásával történhet. Tekintve azonban, hogy egyrészt a differenciálegyenletet nem lineáris volta miatt zárt kifejezésben nem tudjuk megoldani, ha az álló- és forgórész kapcsolás egyaránt aszimmetrikus; másrészt valamennyi tényező figyelembevétele még akkor is feleslegesen bonyolult eredményt ad anélkül, hogy a pontosságot lényegsen növelné — amikor a differenciálegyenletek lineárisak, legtöbbször a szigorú megoldás helyett közelítéshez folyamodunk. A közelítő megoldás lényege, hogy az álló- és forgórész tekercsek ohmos ellenállásának elhanyagolásával kiszámítjuk a szubtranziens, illetve tranziens áramokat s azután az ohmos ellenállások segítségével megállapítjuk az egyes áramösszetevők csillapodását meghatározó exponenciális időfüggvények időállandóit.

Az áramok amplitudóinak számítása — bár a differenciálegyenlet szigorú megoldásához képest könnyítést jelent — különösen aszimmetrikus zárlatok esetén még mindig meglehetősen bonyolult feladat. Éppen ezért érthető a törekvés, hogy ezt a kérdést az aszimmetrikus üzemviszonyok vizsgálatánál jól bevált szimmetrikus összetevők módszerének segítségével oldjuk meg. Ez a módszer azonban minden további nélkül nem alkalmazható még az állórész áram alapperiódusú összetevőjének számítására sem. Olyan gépeken ugyanis, ahol a forgórész hossz- és keresztirányú szubtranziens, tranziens vagy szinkron reaktanciái nem egyenlők, aszimmetrikus zárlatkor az álló- és forgórészben felharmonikus áramok keletkeznek, amelyek a gép negatív sorrendű reaktanciáját erősen befolyásolják. Így a negatív sorrendű reaktancia nemcsak a gép szerkezetétől, hanem a zárlat fajtájától is függ. E nehézségen kívül további problémát jelent maguknak a felharmonikus áramoknak, valamint a zárlati egyenáramú összetevőknek a számítása.

* Az Acta Technica-ban 6 (1953) 41/64. l-on angol nyelven megjelent tanulmánynak bővített fogalmazása.

A következőkben olyan módszert fogunk tárgyalni, amely lehetővé teszi, hogy a szubtranziens, tranziens és állandósult zárlati áramok, illetve feszültségek összes alap- és felharmonikusait, valamint egyenáramú tagját a szimmetrikus összetevőkkel, illetőleg ezeknek a segítségével rajzolt szemléletes helyettesítő vázlatok alapján számítsuk.

A módszer lényege, hogy az álló- és forgórész zárlati áramának valamennyi harmonikusát szimmetrikus összetevőire bontjuk és ezek között megállapítjuk a gép szerkezete, valamint a zárlat fajtája megszabta összefüggéseket. A továbbiakban a levezetések egyszerűsítése végett olyan kerek forgórészű gépet tételezünk fel, amelynek forgórészén kereszt- és hosszirányban egy-egy különböző reaktanciájú tekercs van. Evvel a forgórész esetleges mágneses aszimmetriáját (kiálló pólusú gép) villamos aszimmetriával pótoljuk. Amint azonban a továbbiakból kitűnik, ez nem jelent megszorítást, eredményeink minden további nélkül kiterjeszthetők kiálló pólusú gépekre is.

Csillapító tekercseket ugyancsak a levezetés egyszerűsítése végett nem tételezünk fel, eredményeink azonban értelemszerűen alkalmazhatók lesznek csillapító tekercsekkel felszerelt gépekre is. Az álló- és forgórész ohmos ellenállásait, valamint a vasveszteséget elhanyagoljuk s azt az esetet vizsgáljuk, amidőn a zárlat előtt a gép terheletlen volt.

Levezetéseink folyamán a következő jelöléseket fogjuk használni:

X_d szinkron reaktancia

X_{pd} a hosszirányú forgórész tekercsnek az állórészre redukált 50 periódusú reaktanciája

X_{pq} a keresztirányú forgórész tekercsnek az állórészre redukált 50 periódusú reaktanciája

X_m az álló- és forgórész tekercsek közötti induktivitásnak megfelelő kölcsönös reaktancia

$X'_d = X_d - \frac{X_m^2}{X_{pd}}$ hosszirányú tranziens reaktancia

$X'_q = X_d - \frac{X_m^2}{X_{pq}}$ keresztirányú tranziens reaktancia

X_2 negatív sorrendű reaktancia

X_0 zérus sorrendű reaktancia

I_a, I_b, I_c / U_a, U_b, U_c az állórész fázisáramok, ill. feszültségek teljes kifejezése

$\mathbf{I}_{an}, \mathbf{I}_{bn}, \mathbf{I}_{cn}$ / $\mathbf{U}_{an}, \mathbf{U}_{bn}, \mathbf{U}_{cn}$ az állórész áram, ill. feszültség n-edik felharmonikusának komplex amplitudói

$\mathbf{I}_{1n}, \mathbf{I}_{2n}, \mathbf{I}_{on}$ / $\mathbf{U}_{1n}, \mathbf{U}_{2n}, \mathbf{U}_{on}$ az állórész áram, ill. feszültség n-edik felharmonikusának pozitív, negatív- és zérus sorrendű összetevője

$\mathbf{i}_{dn}, \mathbf{i}_{qn}$ a hossz- és keresztirányú forgórész áram n-edik felharmonikusának komplex amplitudója

$\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{U}}$ áram- és feszültség komplex amplitudónak konjugáltja

E állandósult egyenáramú gerjesztésnek megfelelő szimmetrikus állórész feszültség abszolút értéke.

Mindenek előtt meg kell vizsgálnunk, milyen összefüggések vannak az álló- és forgórész áramok szimmetrikus összetevőinek fázishelyzete között.

2. Az álló- és forgórész áramok szimmetrikus összetevőinek fázishelyzete közötti összefüggés

Tételezzük fel, hogy a gép forgórésze ω villamos szögsebességgel forog és az állórészre olyan aszimmetrikus háromfázisú váltakozóáramot kényszerítünk, amelynek körfrekvenciája ω-tól különböző. Jelöljük ezt a körfrekvenciát ω_1-el és fejezzük ki az alábbi formában:

$$\omega_1 = s\,\omega$$

ahol s mindig pozitív.

Az aszimmetrikus háromfázisú áramrendszert pozitív, negatív és zérus sorrendű összetevőkre bonthatjuk. Válasszuk a gép a fázisát vonatkozási fázisnak. Az állórész áram szimmetrikus összetevőit ekkor komplex alakban a következőképen fejezhetjük ki:

$$I_{1s}\, e^{j(s\omega t + \varphi_1)} = \mathbf{I}_{1s}\, e^{js\omega t} \tag{1/a}$$

$$I_{2s}\, e^{j(s\omega t + \varphi_2)} = \mathbf{I}_{2s} e^{js\omega t} \tag{1/b}$$

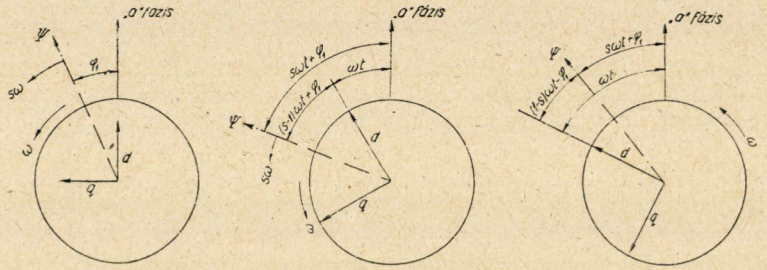
$$I_{0s} e^{j(s\omega t + \varphi_0)} = \mathbf{I}_{0s} e^{js\omega t} \tag{1/c}$$

$\mathbf{I}_{1s}$, $\mathbf{I}_{2s}$ és $\mathbf{I}_{0s}$ jelölik az állórész áram szimmetrikus összetevőinek komplex amplitúdóját, amelyet még a megfelelő exponenciális időfüggvénnyel kell szoroznunk, hogy az áram komplex kifejezését megkapjuk. Az amplitudók mellé írt indexek közül az első a szimmetrikus összetevők rendszámát jelöli, a második a harmonikus összetevő rendszámára vonatkozik. Az áramok pillanatértékét megállapodás szerint a fenti kifejezések valós vagy képzetes részéből kapjuk. Az egyes szimmetrikus összetevő áramok forgómezőket hoznak létre, amelyek a forgórész hossz- és keresztirányú tekercseiben feszültséget indukálnak. Ezeknek a feszültségeknek körfrekvenciája a forgómező és a forgórész relatív szögsebességéből, fázishelyzete pedig az állórész áramok komplex amplitudójából határozható meg. Mindenekelőtt azt kell megvizsgálnunk, milyen összefüggés van a forgórész tekercsekben indukálódó feszültség, illetőleg ezekkel a tekercsekkel kapcsolódó fluxus fázishelyzete és az állórészáram komplex amplitudója között. E célból vizsgáljuk azt az esetet, amidőn a forgórész tekercsek nyitva vannak és a $t = 0$ pillanatban a forgórész hossztengelye az a fázis tengelyével egybeesik *(1a. ábra)*, az állórészen pedig csak az *(1/a)* egyenlet szerinti $s\omega$ körfrekvenciájú pozitív sorrendű áram folyik.

A pozitív sorrendű áram forgómezejének tengelye $t = 0$ időpillanatban pozitív irányban φ_1 szöggel előzi meg az a fázis tengelyét *(1a. ábra)*. Az állórész pozitív sorrendű fluxusának komplex alakja

$$\Psi_1 e^{js\omega t} = \frac{X_d}{\omega} \mathbf{I}_{1s} e^{js\omega t}$$

ahol X_d az 50 periódusra vonatkozó szinkron reaktancia. Ugyanakkor a forgórész d irányú tekercsével kapcsolódó fluxus vektorának abszolút értéke $I_{1s}\, X_m$, ahol X_m a kölcsönös induktivitás reaktanciája. A fluxus körfrekvenciája a forgó-



a) b) c)

1. ábra. Az sω körfrekvenciájú állórész áram pozitív sorrendű mezejének (ψ) és a forgórész tekercsek kölcsönös helyzete : *a)* a $t=0$ pillanatban ; *b)* t idővel később, ha $s>1$; *c)* ugyanaz, mint *b)*, ha $s<1$.

mező és forgórész relatív szögsebességének megfelelően aszerint, hogy $s < 1$ vagy $s > 1$ $(1 - s)$, illetőleg $(s - 1)$.

A fluxus fázishelyzetét a két esetben külön kell megvizsgálnunk.

a) $s > 1$.

Ekkor az állórész pozitív sorrendű mezeje a forgórészhez képest is pozitív irányban forog, tehát »t« idő alatt a forgórészhez képest $(s - 1)\ \omega t + \varphi_1$ szöggel fordul el *(1b. ábra)*. Így a forgórész fluxus komplex alakban az alábbi kifejezéssel adható meg :

$$\Psi_{d(s-1)} e^{j(s-1)\omega t} = \frac{X_m}{\omega} I_{1s} e^{j[(s-1)\omega t + \varphi_1]} = \frac{X_m}{\omega} \mathbf{I}_{1s} e^{j(s-1)\omega t} \qquad (3)$$

illetőleg az időfüggvények elhagyása után :

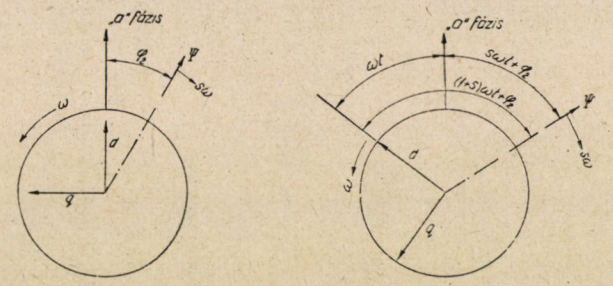
$$\Psi_{d(s-1)} = \frac{X_m}{\omega} \mathbf{I}_{1s} \qquad (4)$$

Látható, hogy a forgórésszel kapcsolódó fluxus komplex amplitudója ez esetben az állórész áram komplex amplitudójával fázisban van. A q irányú fluxus 90°-kal késik a d irányúhoz képest, tehát komplex amplitudója $-j\,\mathbf{I}_{s1}\,X_m/\omega$.

b) $s < 1$.

Ekkor az állórész áram pozitív sorrendű mezeje a forgórészhez képest negatív irányban halad, tehát a forgórész szempontjából negatív sorrendű mezőnek tekinthető. A forgórész fluxus körfrekvenciája a relatív sebességből kiadódóan $(1 - s)\omega$. A mező a 0 időpont után t idővel a forgórészhez képest $(1 - s)\,\omega\,t - \varphi_1$ szöggel fordul el, *(1c. ábra)* tehát komplex alakja a következő :

$$\Psi_{d(1-s)} e^{j(1-s)\omega t} = \frac{X_m}{\omega} \hat{\mathbf{I}}_{1s} e^{j[(1-s)\omega t - \varphi_1]} = \frac{X_m}{\omega} \hat{\mathbf{I}}_{1s} e^{j(1-s)\omega t} \tag{5}$$



c) b)

2. ábra. Az $s\omega$ körfrekvenciájú állórész áram negatív sorrendű fluxusának helyzete a forgórészhez viszonyítva : *a)* kezdő pillanatban, *b)* t idővel később

illetőleg az időfüggvények elhagyásával :

$$\Psi_{d(1-s)} = \frac{X_m}{\omega} \hat{\mathbf{I}}_{1s} \tag{6}$$

A fluxus komplex amplitudója ez esetben az áram amplitudójának konjugáltjával van fázisban. A keresztirányú fluxus a mező ellenkező értelmű relatív forgásirányának megfelelően a hosszirányhoz képest 90°-kal siet, tehát

$$\Psi_{q(1-s)} = j \frac{X_m}{\omega} \hat{\mathbf{I}}_{1s}$$

Ha az (1/b) képlet szerinti negatív sorrendű állórész áram mezejét hasonlóan vizsgáljuk, a következőket állapíthatjuk meg. A $t = 0$ pillanatban a mező tengelye az a fázis tengelyétől φ_2 szöggel negatív irányban van eltolva *(2a. ábra)*. A forgórész szempontjából ez a mező függetlenül attól, hogy s nagyobb vagy kisebb az egységnél, negatív sorrendű mezőt jelent, amelynek körfrekven-

ciája $(1+s)\omega$. A forgórész és a mező viszonylagos helyzetét a t időpontban $(1+s)\,\omega t+\varphi_2$ szög határozza meg. Így a forgórész hosszirányú fluxusa ebben az esetben:

$$\Psi_{d(1+s)}e^{j(1+s)\omega t}=\frac{X_m}{\omega}I_{2s}e^{j[(1+s)\omega t+\varphi_2]}=\frac{X_m}{\omega}\mathbf{I}_{2s}e^{j(1+s)\omega t} \tag{7}$$

tehát

$$\Psi_{d(1+s)}=\mathbf{I}_{2s}\frac{X_m}{\omega} \tag{8}$$

Ugyanezeket a vizsgálatokat a forgórészből kiindulva is elvégezhetjük. Az előzőkhöz teljesen hasonlóan azt kapjuk, hogy ha a forgórészen $s\omega$ frekvenciájú pozitív váltakozóáram van, ennek mezeje az állórészhez képest mindig pozitív irányban forog, ilyenkor az állórész fluxus komplex amplitudója forgórész áram komplex amplitudójával fázisban van. A forgórész negatív sorrendű áramának mezeje viszont attól függően, hogy s nagyobb vagy kisebb egynél, az állórészhez képest negatív vagy pozitív irányú mezőt létesít, amelynek amplitudója az áram komplex amplitudójával, illetve annak konjugáltjával van fázisban. Eddigi eredményeinket röviden a következőkben foglalhatjuk össze:

Ha az állórész áram valamelyik szimmetrikus összetevője a forgórészhez képest hasonló sorrendű mezőt létesít, ennek a forgórészhez viszonyított mezőnek a komplex amplitudóját az áram komplex amplitudójából, ellenkező esetben viszont az áram komplex amplitudójának konjugáltjából kell meghatározni. A tétel az álló- és forgórész működésének felcserélésével is érvényes.

Amennyiben a $t=0$ pillanatban a forgórész hossztengelye nem esik egybe az állórész a fázisának a tengelyével, hanem attól x_0 szöggel eltér, kényelmesebb számolás céljából a fenti kifejezéseket célszerű kissé átalakítani. Az állórész áramát fejezzük ki az alábbi alakban:

$$I_{1s}e^{j(s\omega t+\varphi_1)}=I_{1s}e^{j[s(\omega t+x_0)+(\varphi_1-sx_0)]}=\mathbf{I}_{1s}e^{js(\omega t+x_0)} \tag{9}$$

$\mathbf{I}_{1s}$ tehát most az $I_{1s}\,e^{j(\varphi_1-sx_0)}$ kifejezést jelenti, vagyis olyan komplex amplitudót, amelyet nem tisztán az exponenciális időfüggvénnyel, hanem $e^{js(\omega t+x_0)}=e^{jsx}$ kifejezéssel kell szorozni. Ez esetben a forgórész hosszirányú fluxus (4) és (5) képlet szerinti komplex kifejezése is megváltozik. Ha pl. $s>1$, a kiindulási pillanat után t másodperc múlva a forgómező és a forgórész hossztengelye által bezárt szög:

$$(s\omega t+\varphi_1-x_0)-\omega t=(s-1)\,\omega t+\varphi_1-x_0=(s-1)\,(\omega t+x_0)+(\varphi_1-sx_0)$$

A hosszirányú forgórésztekercs fluxusának komplex alakja:

$$\frac{X_m}{\omega} I_{1s} e^{j(\varphi_1 - sx_0)} e^{j(s-1)(\omega t + x_0)} = \frac{X_m}{\omega} \mathbf{I}_{1s} e^{j(s-1)x}$$

Ha tehát az újonnan meghatározott komplex amplitudót használjuk, a (3) — (8) képletekhez hasonló kifejezésekkel írhatjuk le az áramokat és fluxusokat, azzal a különbséggel, hogy ωt helyére $\omega t + x_0 = x$ kerül, a komplex amplitudók pedig a (9) egyenletnek megfelelően értendők.

3. Zárlati áramok számítása

Az előző megjegyzések után rátérhetünk a zárlati áramok szimmetrikus összetevőinek meghatározására. Kiindulásul olyan zárlatot tételezünk fel, amelyben az álló- és forgórész aszimmetrikus kapcsolású.

Zárlatkor általában az állórész áramban a gép villamos szögsebességéhez viszonyítva páros és páratlan felharmonikus összetevők jelentkeznek. A páratlan összetevők jelenlétének az a magyarázata, hogy az alapperiódusú áram negatív sorrendű mezeje a forgórészben annak aszimmetriája folytán olyan áramokat indukál, amelyeknek nemcsak negatív, hanem pozitív sorrendű összetevője is van. Ez utóbbi az állórészen az alapharmonikusnál 2-vel nagyobb rendszámú harmonikust hoz létre. Mivel pedig az állórész is aszimmetrikus, a folyamat így folytatódik és az állórészben általában az összes páratlan felharmonikus megjelenik.

A páros felharmonikusok létrejöttének oka, hogy a kezdeti pillanatban az egyes rövidrezárt állórész tekercsekben olyan egyenáramok indukálódnak, amelyek biztosítják a fluxus állandóságát a zárlat pillanatában. Az álló- és forgórész aszimmetriája miatt ezeknek az egyenáramoknak a mezeje az állórészben az összes páros harmonikus létrejöttét előidézi. Állandósult állapotban az áramkörök csillapítása folytán az egyenáramok s a velük összefüggésben lévő páros felharmonikusok eltűntek, a páratlan harmonikusok a kezdeti tranziens vagy szubtranziens értékükről állandósult értékükre csökkennek.

3.1 Páratlan rendszámú zárlati áramok

3.11 Helyettesítő vázlatok

Először az állandósult páratlan harmonikus áramokat vizsgáljuk. Az álló- és forgórész tekercsek közötti induktivitás a mágneses szimmetriának megfelelően, kereszt- és hosszirányban egyaránt X_m, az állórész szinkron reaktanciája hossz- és keresztirányban X_d. Az állórész áramok szimmetrikus összetevőinek komplex amplitudói $\mathbf{I}_{11}$, $\mathbf{I}_{21}$, $\mathbf{I}_{01}$ ..... $\mathbf{I}_{1(2n+1)}$, $\mathbf{I}_{2(2n+1)}$, $\mathbf{I}_{0(2n+1)}$, ahol az első

index az összetevők rendszámát, a második a felharmonikusok rendszámát jelzi. A forgórészen páros harmonikusok jönnek létre. A hosszirányú forgórész tekercsben folyó áramok komplex amplitudóit $\mathbf{i}_{d2}$, $\mathbf{i}_{d4}$ ... stb.-vel a keresztirányúakét $\mathbf{i}_{q2}$, $\mathbf{i}_{q4}$ ... stb.-vel jelöljük. A forgórész n-edik felharmonikusának pozitív sorrendű összetevője:

$$\frac{\mathbf{i}_{dn} + j\mathbf{i}_{qn}}{2} \tag{10}$$

A negatív sorrendű összetevője:

$$\frac{\mathbf{i}_{dn} - j\mathbf{i}_{qn}}{2} \tag{11}$$

Jelöljük $jE = j\omega\Psi_p$-vel a hosszirányú egyenáramú gerjesztés által az állórészben indukált pozitív sorrendű feszültséget. A feszültség egyenletek felírásánál azt kell tekintetbe vennünk, hogy a forgórész pozitív sorrendű mezeje az állórészben mindig eggyel magasabb rendű harmonikus pozitív sorrendű feszültséget, a negatív sorrendű mező eggyel alacsonyabb rendű negatív sorrendű feszültséget indukál. Az állórész pozitív sorrendű alapharmonikus feszültségegyenlete:

$$\mathbf{U}_{11}e^{jx} = jEe^{jx} + j\mathbf{I}_{11}X_d e^{jx} \tag{12/a}$$

Az állórész negatív sorrendű alapharmonikus feszültsége:

$$\mathbf{U}_{21}e^{jx} = j\mathbf{I}_{21}X_d + jX_m \frac{\mathbf{i}_{d2} - j\mathbf{i}_{q2}}{2} e^{jx} \tag{12/b}$$

A zérus sorrendű feszültség:

$$\mathbf{U}_{01}e^{jx} = jX_0\mathbf{I}_{01}e^{jx} \tag{12/c}$$

Hasonló összefüggések írhatók fel a többi felharmonikusra is. Például a $(2n + 1)$ harmonikusra

$$\frac{\mathbf{U}_{1(2n+1)}}{2n+1} e^{j(2n+1)x} = jX_d\mathbf{I}_{j(2n+1)}e^{j(2n+1)x} + jX_m \frac{\mathbf{i}_{d(2n)} + j\mathbf{i}_{q(2n)}}{2} e^{j(2n+1)x} \tag{13/a}$$

$$\frac{\mathbf{U}_{2(2n+1)}}{2n+1} e^{j(2n+1)x} = jX_d\mathbf{I}_{2(2n+1)}e^{j(2n+1)x} + jX_m \frac{\mathbf{i}_{d(2n+2)} - j\mathbf{i}_{q(2n+2)}}{2} e^{j(2n+1)x} \tag{13/b}$$

$$\frac{U_{2(2n+1)}}{2n+1} e^{j(2n+1)x} = jX_0\mathbf{I}_{0(2n+1)}e^{j(2n+1)x} \tag{13/c}$$

A forgórész áramkörökre a feszültségegyenletek abból a feltételből írhatók fel, hogy $2n$ harmonikus feszültséget az állórész $(2n-1)$ harmonikusának negatív és $(2n+1)$ harmonikusának pozitív sorrendű mezeje indukál. Így pl. a forgórész második harmonikusra hosszirányban:

$$0 = 2ji_{d2}X_{pd}\epsilon^{2jx} + 2j\mathbf{I}_{21}X_m e^{2jx} + 2j\mathbf{I}_{13}X_m e^{2jx} \tag{14/a}$$

Keresztirányban:

$$0 = 2ji_{q2}X_{pq}e^{2jx} - 2\mathbf{I}_{21}X_m e^{2jx} + \mathbf{I}_{13}X_m e^{2jx} \tag{14/b}$$

A $2n$-edik felharmonikusra:

$$0 = 2nji_{d2n}X_{pd}e^{2njx} + 2nj\mathbf{I}_{2(2n-1)}X_m e^{2njx} + 2nj\mathbf{I}_{1(2n+1)}X_m e^{2jnx} \tag{15/a}$$

$$0 = 2nji_{q2n}X_{p}\epsilon^{2njx} - 2n\mathbf{I}_{2(2n-1)}X_m\epsilon^{2njx} + 2n\mathbf{I}_{1(2n+1)}X_m e^{2jnx} \tag{15/b}$$

A megfelelő időfüggvényekkel egyszerűsítve kifejezzük a forgórészáramokat a (14) — (15) egyenletekből:

$$\mathbf{i}_{d2} = -j\frac{X_m}{X_{pd}}(\mathbf{I}_{21} + \mathbf{I}_{13}) \qquad \mathbf{i}_{2n} = -j\frac{X_m}{X_{pd}}[\mathbf{I}_{2(2n-1)} + \mathbf{I}_{1(2n+1)}]$$

$$\mathbf{i}_{q2} = -\frac{X_m}{X_{pq}}(\mathbf{I}_{13} - \mathbf{I}_{21}) \qquad \mathbf{i}_{q2n} = -\frac{X_m}{X_{pq}}[\mathbf{I}_{1(2n+1)} - \mathbf{I}_{2(2n-1)}]$$

Ha ezeket az egyenleteket visszahelyettesítjük az állórész feszültségegyenletekbe, és figyelembe vesszük, hogy

$$X'_d = X_d - \frac{X_m^2}{X_{pd}} \qquad X'_q = X_d - \frac{X_m^2}{X_{pq}}$$

a következő kifejezéseket kapjuk:

$$\mathbf{U}_{11} = jE + j\mathbf{I}_{11}X_d \tag{16/a}$$

$$\mathbf{U}_{21} = j\mathbf{I}_{21}\frac{X'_d + X'_q}{2} + j\mathbf{I}_{13}\frac{X'_d - X'_q}{2} \tag{16/b}$$

$$\mathbf{U}_{01} = j\mathbf{I}_{01}X_0 \tag{16/c}$$

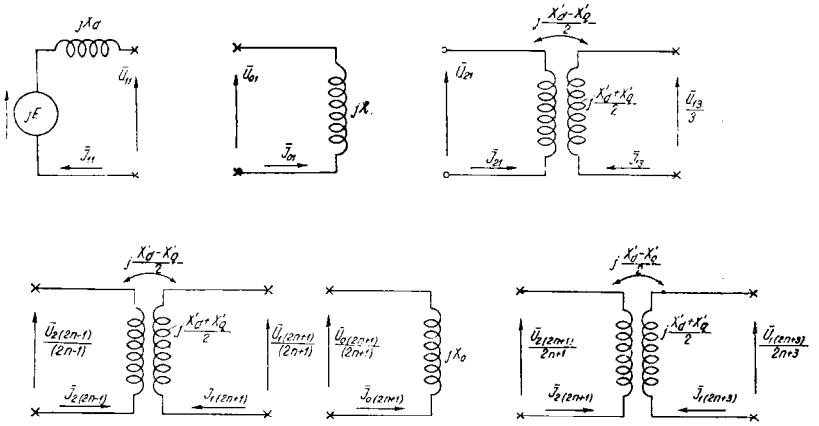
A $(2n+1)$ felharmonikusra:

$$\frac{\mathbf{U}_{1(2n+1)}}{2n+1} = j\mathbf{I}_{1(2n+1)}\frac{X'_d + X'_q}{2} + j\mathbf{I}_{2(2n-1)}\frac{X'_d - X'_q}{2} \tag{17/a}$$

$$\frac{\mathbf{U}_{2(2n+1)}}{2n+1} = j\mathbf{I}_{2(2n+1)}\frac{X'_d + X'_q}{2} + j\mathbf{I}_{1(2n+3)}\frac{X'_d - X'_q}{2} \qquad (17/b)$$

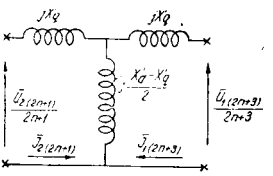
$$\frac{\mathbf{U}_{0(2n+1)}}{2n+1} = j\mathbf{I}_{0(2n+1)}X_0 \qquad (17/c)$$

Ezeknek az egyenleteknek az alapján a *3. ábrán* látható helyettesítő vázlatokat rajzolhatjuk. A vázlatok azokat az összefüggéseket jelképezik, amelyek az állórész áram különböző harmonikusainak szimmetrikus összetevői között fennállnak. A vázlatokat az egyes zárlati típusoknak megfelelően úgy kell összekötni, amint azt az illető zárlatra vonatkozó szimmetrikus összetevő egyenletek



3. ábra. A páratlan rendszámú áramok szimmetrikus összetevői között fennálló összefüggéseknek megfelelő helyettesítő vázlatok

előírják. A pozitív sorrendű alapharmonikus és a zérus rendű vázlattól eltekintve, a többi vázlat olyan transzformátorral egyenértékű, amelynél a tekercsek kölcsönös impedanciája $\frac{X'_d - X'_q}{2}$ összimpedanciája (szóródási és kölcsönös összege) pedig $\frac{X'_d + X'_q}{2}$ Ezeket a transzformátoroknál használatos egyszerűbb alakban is rajzolhatjuk *(4. ábra)*.



4. ábra. Egyszerűsített helyettesítő vázlat

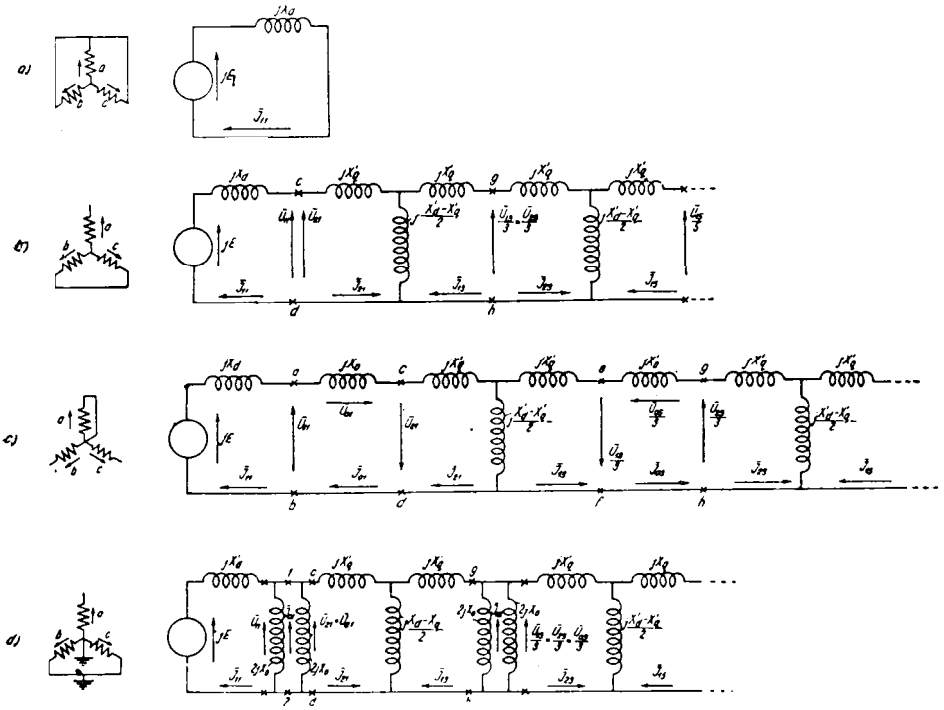
A vázlatok összekötését az egyes zárlati fajtáknál a következő egyenletek szerint kell eszközölni.

Háromfázisú zárlat: $\mathbf{U}_2 = 0,\ \mathbf{I}_2 = 0,\ \mathbf{U}_0 = 0,\ \mathbf{I}_0 = 0.$

Egyfázisú (kétsarkú) zárlat: $\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 0,\ \mathbf{I}_0 = 0,\ \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2.$

Egyfázisú földzárlat: $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_0,\ \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 + \mathbf{U}_0 = 0.$

Kétsarkú földzárlat: $\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_0 = 0,\ \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_0.$



5. ábra. Páratlan rendszámú áramok helyettesítő vázlatainak összekapcsolása: *a)* háromfázisú zárlat; *b)* egyfázisú kétsarkú zárlat; *c)* egyfázisú földzárlat; *d)* kétsarkú földzárlat

A fenti összefüggések valamennyi harmonikus szimmetrikus összetevőire vonatkoznak, ezek szerint összekötve a vázlatokat az (5a) — (5d) ábrákat kapjuk.

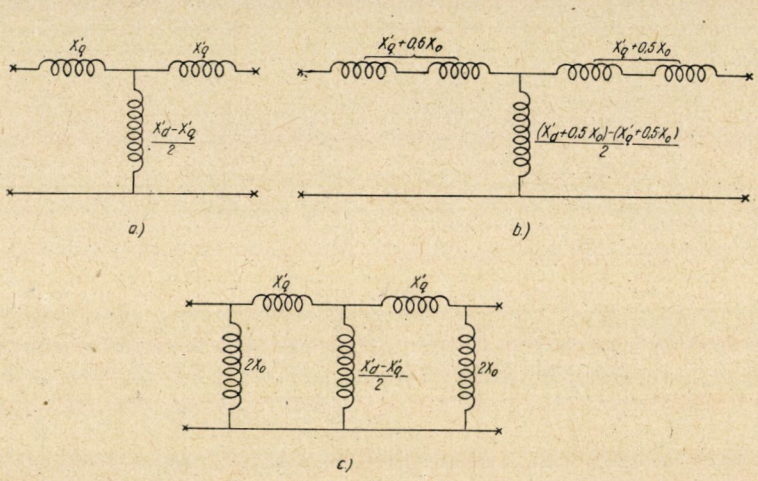
Kétsarkú földzárlat vázlatában szimmetria kedvéért az X_0 impedanciájú ágat két párhuzamos $2X_0$ impedanciájú ággal helyettesítettük.

A vázlatok a levezetés szerint állandósult állapotra vonatkoznak, azonban a zárlat kezdeti pillanatában keletkező áramokra is értelemszerűen helyesek, avval a különbséggel, hogy akkor a pozitív sorrendű alapharmonikus áram körébe X_d helyett X'_d reaktanciát kell tennünk, minthogy a kezdeti pillanatban a pozitív sorrendű alapperiódusú árammal szemben ez a reaktancia érvényesül.

3.12 Szinkron gép negatív sorrendű reaktanciája

Az előző vázlatok alapján meghatározható a gép negatív sorrendű reaktanciája az egyes esetekben. Ez ugyanis nem más, mint a *c—d* kapcsoktól jobbra eső hálózatrész eredő reaktanciája. Az egyes zárlati típusoknál a negatív sorrendű reaktancia a következő:

Egyfázisú (kétsarkú) zárlat. A *c—d* kapcsoktól jobbra fekvő végtelen négypólus lánc a *6a. ábrán* feltüntetett szimmetrikus négypólusokból tevődik össze. A végtelen lánc reaktanciája egy elem karakterisztikus reaktanciájával



6. ábra

egyenlő, amely viszont az elem üresjárási és rövidzárási reaktanciájának szorzatából vont négyzetgyökkel azonos. Így

$$X_2 = \sqrt{X_{ü} X_z} = \sqrt{X'_d X'_q} \tag{18}$$

Egysarkú földzárlat. A negatív sorrendű reaktanciát ilyenkor legegyszerűbben úgy kapjuk, hogy a *c d* kapcsok elé még $X_0/2$ soros reaktanciát képzelünk, az így keletkező végtelen láncnak határozzuk meg az eredő reaktanciáját és ebből a végén levonjuk az $X_0/2$-t. Ebben az esetben ugyanis a végtelen lánc a *6b. ábrán* feltüntetett szimmetrikus elemekből áll, amelyek csak annyiban különböznek a *6a. ábra* elemeitől, hogy X'_d ill. X'_q helyett mindenütt $X'_d + \frac{X_0}{2}$ illetőleg $X'_q + \frac{X_0}{2}$ reaktanciát tartalmaznak. Ennek megfelelően az elem karakterisztikus reaktanciája

$$X_k = \sqrt{X_{ü} X_z} = \sqrt{(X'_d + 0{,}5X_0)(X'_q + 0{,}5\,X_0)}$$

a negatív sorrendű reaktancia pedig

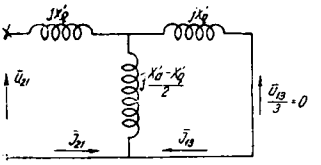
$$X_2 = X_k - 0{,}5X_0 = \sqrt{(X'_d + 0{,}5X_0)(X'_q + 0{,}5X_0)} - 0{,}5X_0 \qquad (19)$$

Kétsarkú földzárlatban a negatív sorrendű reaktanciát úgy határozzuk meg, hogy az *5d. ábrán* 1—2 kapcsokkal jelölt helyen számítjuk ki a jobbra lévő végtelen lánc reaktanciáját. Ekkor ugyanis olyan végtelen lánchoz jutunk, amelynek egy eleme a *6c ábrán* látható. Ennek az elemnek karakterisztikus reaktanciája, amely a negatív sorrendű reaktancia és a vele párhuzamosan kapcsolt $2X_0$ reaktancia eredője, a következő:

$$X_k = \sqrt{X_ü X_z} = 2X_0 \sqrt{\frac{X'_d X'_q}{(X'_d + 2X_0)(X'_q + 2X_0)}}$$

Ebből a negatív sorrendű reaktancia:

$$X_2 = \frac{2X_0 X_k}{2X_0 - X_k} = \frac{2X_0 \sqrt{X'_d X'_q}}{\sqrt{(X'_d + 2X_0)(X'_q + 2X_0)} - \sqrt{X'_d X'_q}} \qquad (20)$$



7. ábra. Tiszta szinuszos negatív sorrendű feszültséggel szemben mutatkozó negatív sorrendű reaktancia

Vizsgáljuk még meg, milyen lesz a negatív sorrendű reaktancia akkor, ha a gép sarkára tiszta szinuszos negatív sorrendű feszültséget kapcsolunk és akkor, ha a gép álló részén csak tiszta szinuszos áram folyhat.

Ha az *állórészre háromfázisú kapcsolásban tiszta alapharmonikus negatív sorrendű feszültséget kapcsolunk*, s a külső hálózat a felharmonikusok részére rövidzárlatot jelent, a *3. ábra* vázlatainak összekapcsolásánál a következő feltételeket kell kielégíteni:

1. az összes pozitív és zérus sorrendű feszültség zérus,
2. az alapharmonikust kivéve az összes negatív sorrendű feszültség zérus.

Ezeknek a feltételeknek állandósult állapotot tartva szemelőtt a *7. ábra* vázlata felel meg.

Az ábra alapján:

$$\mathbf{U}_{21} = j\mathbf{I}_{21} \frac{2X'_d X'_q}{X'_d + X'_q}$$

A negatív sorrendű reaktancia :

$$X_2 = \frac{2X'_d X'_q}{X'_d + X'_q} \tag{21}$$

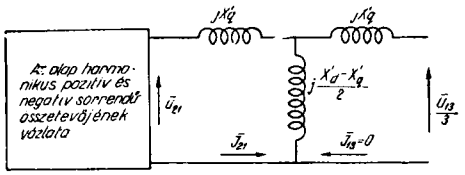
A vázlatból látszik, hogy az állórészben pozitív sorrendű harmadik harmonikus áram is keletkezik, amelynek amplitudója :

$$\mathbf{I}_{13} = -\frac{X'_d - X'_q}{X'_d + X'_q}\,\mathbf{I}_{21}$$

Ha a *gép állórészében csak tiszta alapharmonikus áram folyhat*, a *3. ábra* vázlatainak összekötésénél a következő feltételt kell kielégíteni :

az összes pozitív, negatív és zérus sorrendű felharmonikus áram zérus.

$$\mathbf{I}_{1n} = \mathbf{I}_{2n} = \mathbf{I}_{on} = 0 \qquad \text{ha } n \neq 1$$



8. ábra. Negatív sorrendű reaktancia helyettesítő vázlata tiszta szinuszos állórész áram esetén

Ekkor a negatív sorrendű alapharmonikus mennyiségekre vonatkozó vázlatrész az állórész kapcsolásától függetlenül a *8. ábra* szerint alakul.

Ennek alapján a negatív sorrendű reaktancia :

$$X_2 = \frac{\mathbf{U}_{21}}{j\mathbf{I}_{21}} = \frac{X'_d + X'_q}{2} \tag{22}$$

A vázlatból az is látható, hogy az állórész kapcsain harmadik harmonikus pozitív sorrendű feszültség jelenik meg, amelynek értéke

$$\frac{\mathbf{U}_{13}}{3} = j\mathbf{I}_{21}\frac{X'_d - X'_q}{2}$$

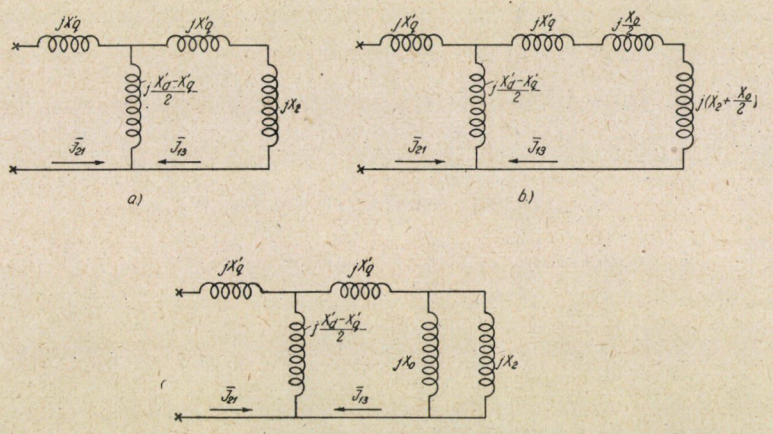
3.13 A harmonikusok amplitudói között fennálló összefüggések

A helyettesítő vázlatok alapján megállapítható az az összefüggés, amely az egyes harmonikusok pozitív sorrendű összetevői között fennáll. E célból a végtelen négypólusláncból egy elemet kiragadunk, úgyhogy az utána követ-

kező végtelen láncot eredő reaktanciájával pótoljuk. Ezen elem segítségével meg tudjuk állapítani két egymásra következő felharmonikus egymással kapcsolatban lévő szimmetrikus összetevői között fennálló összefüggést.

Egyfázisú (kétsarkú) zárlat. Az egyik ilyen kiragadott elemet a *9a. ábra* mutatja. Ennek alapján

$$\mathbf{I}_{21}\frac{X'_d - X'_q}{2} + \mathbf{I}_{13}\left(\frac{X'_d + X'_q}{2} + \sqrt{X'_q X'_d}\right) = 0$$



9. ábra

Ebből

$$\mathbf{I}_{13} = -\mathbf{I}_{21}\frac{X'_d - X'_q}{X'_d + 2\sqrt{X'_d X'_q} + X_q} = \mathbf{I}_{21}\frac{\sqrt{X'_q} - \sqrt{X'_d}}{\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d}} = b_1\mathbf{I}_{21} \qquad (23)$$

Tekintve, hogy $\mathbf{I}_{11} = -\mathbf{I}_{12}$

$$\mathbf{I}_{13} = -b_1\mathbf{I}_{11} \quad \text{továbbá} \quad \mathbf{I}_{15} = -b_1\mathbf{I}_{13} = b_1^2\mathbf{I}_{11} \quad \ldots \text{stb.} \qquad (24)$$

Egysarkú földzárlat (9b. ábra). A (23) egyenletbe $X'_d + 0{,}5\,X_0$, ill. $X'_q + 0{,}5\,X_0$ értéket helyettesítve:

$$\mathbf{I}_{13} = \frac{\sqrt{X'_q + 0{,}5\,X_0} - \sqrt{X'_d + 0{,}5\,X_0}}{\sqrt{X'_q + 0{,}5\,Y_0} + \sqrt{X'_d + 0{,}5\,X_0}}\,\mathbf{I}_{21} = b_0\mathbf{I}_{21} \qquad (25)$$

Mivel $\mathbf{I}_{11} = \mathbf{I}_{12}$

$$\mathbf{I}_{13} = b_0\mathbf{I}_{11} \quad \text{továbbá} \quad \mathbf{I}_{15} = b_0^2\mathbf{I}_{11} \quad \mathbf{I}_{17} = b_0^3\mathbf{I}_{11} \quad \text{stb.} \qquad (26)$$

Kétsarkú földzárlat (9c. ábra).

$$\mathbf{I}_{13} = -\mathbf{I}_{12}\frac{X'_d - X'_q}{X'_d + X'_q + 2\dfrac{X_0X_2}{X_0+X_2}} \quad \text{és mivel} \quad \mathbf{I}_{12} = -\frac{X_0}{X_0+X_2}\mathbf{I}_{11}$$

$$\mathbf{I}_{13} = -\frac{(X'_q - X'_d)X_0}{(X'_d + X'_q)(X_2+X_0) + 2X_0X_2}\mathbf{I}_{11} = -b_2\mathbf{I}_{11} \tag{27}$$

A többi felharmonikusra hasonlóan :

$$\mathbf{I}_{15} = b_2^2\mathbf{I}_{11} \qquad I_{17} = -b_2^3\mathbf{I}_{11} \qquad \ldots \text{ stb.} \tag{28}$$

3.14 Páratlan rendszámú zárlati áramok teljes kifejezése

Amint a továbbiakból kitűnik, valamennyi fázisáram kifejezhető a harmonikus áramok pozitív sorrendű összetevőinek függvényében, a felharmonikusok pozitív sorrendű összetevői viszont az előzőek szerint kifejezhetők az alapharmonikus pozitív sorrendű összetevőjének függvényében. A következőkben először a pozitív sorrendű alapharmonikus összetevők komplex amplitudóját írjuk fel a *5. ábra* helyettesítő vázlatai alapján.

Háromfázisú zárlat.
Tranziens állapotban :

$$\mathbf{I}'_{11} = -\frac{E}{X'_d} \tag{30/a}$$

Állandósult állapotban :

$$\mathbf{I}_{11} = -\frac{E}{X_1} \tag{30/b}$$

Egyfázisú kétsarkú zárlat.
Tranziens állapotban :

$$\mathbf{I}'_{11} = -\frac{E}{X'_d + X_2} = -\frac{E}{X'_d + \sqrt{X'_dX'_q}} \tag{31/a}$$

Állandósult állapotban :

$$\mathbf{I}_{11} = -\frac{E}{X_1 + X_2} = -\frac{E}{X_1 + \sqrt{X'_dX'_q}} \tag{31/b}$$

Egyfázisú földzárlat (egysarkú zárlat).

Tranziens állapotban :

$$\mathbf{I}'_{11} = -\frac{E}{X'_d + X_0 + X_2} = -\frac{E}{X'_d + 0{,}5X_0 + \sqrt{(X'_d + 0{,}5X_0)(X'_q + 0{,}5X_0)}} \tag{32a}$$

Állandósult állapotban :

$$\mathbf{I}_{11} = -\frac{E}{X_1 + X_0 + X_2} = -\frac{E}{X_1 + 0{,}5X_0 + \sqrt{(X'_d + 0{,}5X_0)(X'_q + 0{,}5X_0)}} \tag{32/b}$$

Kétsarkú földzárlat.

Tranziens állapotban :

$$\mathbf{I}'_{11} = -\frac{E}{X'_d + \dfrac{X_0 X_2}{X_0 + X_2}} \tag{33/a}$$

Állandósult állapotban :

$$\mathbf{I}_{11} = -\frac{E}{X_1 + \dfrac{X_0 X_2}{X_0 + X_2}} \tag{33/b}$$

Ezeknek a kifejezéseknek a segítségével a rövidzárási fázisáramok páratlan harmonikus részének teljes kifejezése a következőképen adódik.

Háromfázisú zárlat.

Tranziens állapotban :

$$I'_a = -\frac{E}{X'_d}\, e^{jx} \tag{34/a}$$

Állandósult állapotban :

$$I_a = -\frac{E}{X_1}\, e^{jx} \tag{34/b}$$

Egyfázisú kétsarkú zárlat.

A »*b*« fázis áramának valamennyi felharmonikusára fennáll az alábbi összefüggés *(5b. ábra)*.

$$\mathbf{I}_{bn} = a^2\mathbf{I}_{1n} + a\mathbf{I}_{2n} \quad \text{ahol } a = e^{j120°}$$

Mivel

$$\mathbf{I}_{1n} = -\mathbf{I}_{2n}$$

$$\mathbf{I}_{bn} = \mathbf{I}_{1n}(a^2 - a) = -j\sqrt{3}\mathbf{I}_{1n} \tag{35}$$

figyelembe véve a (24) összefüggést, a tranziens áram :

$$I'_b = j \frac{\sqrt{3}\,E}{X'_d + X_2} (e^{jx} - b_1 e^{3jx} + b_1^2 e^{5jx} - \ldots) \qquad (36/a)$$

az állandósult áram :

$$I_b = j \frac{\sqrt{3}\,E}{X_d + X_2} (e^{jx} - b_1 e^{3jx} + b_1^2 e^{5jx} - \ldots) \qquad (36/b)$$

Egyfázisú földzárlat.

Az *a* fázis áramának valamennyi felharmonikusára fennáll az alábbi összefüggés *(5c. ábra)* :

$$\mathbf{I}_{an} = \mathbf{I}_{1n} + \mathbf{I}_{2n} + \mathbf{I}_{on}$$

és mivel

$$\mathbf{I}_{1n} = \mathbf{I}_{2n} = \mathbf{I}_{on}$$

$$\mathbf{I}_{an} = 3\mathbf{I}_{1n} \qquad (37)$$

Figyelembe véve a 26 összefüggést,

a tranziens áram :

$$I'_a = -\frac{3E}{X'_d + X_0 + X_2} (e^{jx} + b_0 e^{3jx} + b_0^2 e^{5jx} + \ldots) \qquad (38/a)$$

az állandósult áram :

$$I_a = -\frac{3E}{X_d + X_0 + X_2} (e^{jx} + b_0 e^{3jx} + b_0^2 e^{5jx} + \ldots) \qquad (38/b)$$

Kétsarkú földzárlat.

$$\mathbf{I}_{bn} = a^2 \mathbf{I}_{1n} + a\mathbf{I}_{2n} + \mathbf{I}_{on}$$

$$\mathbf{I}_{2n} = -\frac{X_0}{X_2 + X_0} \mathbf{I}_{1n} \qquad \mathbf{I}_{on} = -\frac{X_2}{X_0 + X_2} I_{1n}$$

$$I_{bn} = I_{1n}\left(a^2 - a\frac{X_0}{X_0 + X_2} - \frac{X_2}{X_2 + X_0}\right) \qquad (39/a)$$

és hasonlóan

$$\mathbf{I}_{cn} = \mathbf{I}_{1n}\left(a - a^2 \frac{X_0}{X_2 + X_0} - \frac{X_2}{X_2 + X_0}\right) \qquad (39/b)$$

Ezzel a tranziens áramok :

$$\mathbf{I}'_b = -\frac{E\left(a^2 - a\frac{X_0}{X_2+X_0} - \frac{X_2}{X_2+X_0}\right)}{X'_d + \frac{X_0X_2}{X_2+X_0}}(e^{jx} - b_2e^{3jx} + b_2^2e^{5jx} \ldots) \qquad (40/a)$$

$$\mathbf{I}'_c = -\frac{E\left(a - a^2\frac{X_0}{X_2+X_0} - \frac{X_2}{X_2+X_0}\right)}{X'_d + \frac{X_0X_2}{X_2+X_0}}(e^{jx} - b_2e^{3jx} + b_2^2e^{5jx} \ldots) \qquad (40/b)$$

Állandósult állapotban a nevezőben X'_d helyére X_d kerül. Az áramok pillanatértékeit a fenti kifejezések valós része szolgáltatja, mivel a forgórész egyenárama által indukált feszültség kifejezését úgy választottuk, hogy annak valós része írja le helyesen az »*a*« fázisban indukált feszültség pillanatértékét

$$(jEe^{jx})_{\text{valós}} = -E \sin x$$

3.2 Páros rendszámú zárlati áramok

3.21 Helyettesítő vázlatok

Páros rendszámú állórész áramok csak tranziens állapotban keletkeznek, állandósult állapotban eltűnnek. A legalacsonyabb harmonikus 0 fokú, azaz egyenáram. Tekintve, hogy az egyes fázisokban folyó egyenáramokra a szimmetrikus összetevők módszere közvetlenül nem alkalmazható, a páros periódusszámú áramokra vonatkozó alapvető összefüggések levezetése céljából tételezzük fel egyelőre, hogy az állórész tekercsekben egyenáram helyett igen kis periódusszámú, háromfázisú aszimmetrikus váltakozó áram folyik. Ennek körfrekvenciáját $s\,\omega$-val jelöljük. Az áram pozitív sorrendű mezeje a forgórészben $(1 - s)\,\omega$ frekvenciájú áramot indukál, amelynek negatív sorrendű mezeje az állórészben $(2 - s)\,\omega$ frekvenciájú áramot hoz létre. Ha az állórész kapcsolása is aszimmetrikus, a folyamat ismétlődik, úgyhogy az állórészben végeredményben $(4 - s)\,\omega$, $(6 - s)\,\omega$, stb., a forgórészben $(3 - s)\,\omega$, $(5 - s)\,\omega$, stb. körfrekvenciájú áramok is megjelennek.

Az állórész negatív sorrendű mezeje a forgórészben $(1 + s)\,\omega$ körfrekvenciájú áramot hoz létre, amelynek pozitív sorrendű mezeje az állórészben $(2 + s)\,\omega$ körfrekvenciájú áramot létesít. A folyamat folytatódik, végeredményben tehát az állórészben $(4 + s)\,\omega$, $(6 + s)\,\omega$, stb., a forgórészben $(3 + s)\,\omega$, $(5 + s)\,\omega$, stb. körfrekvenciájú áramok is megjelennek.

Ha a kezdeti pillanatban a forgórész x_0 szöget zár be, az állórész a fázisának tengelyével, a 2. pontban részletezett módon az egyes áramok komplex kifejezését a (9) egyenletnek megfelelően választjuk. Így

$$\mathbf{I}_{1(n\pm s)}e^{j(n\pm s)x}$$

jelenti az $(n \pm s)\,\omega$ körfrekvenciájú áram pozitív sorrendű összetevőjét, míg a negatív és zérus sorrendűt

$$\mathbf{I}_{2(n\pm s)}e^{j(n\pm s)x} \quad \text{és} \quad \mathbf{I}_{0(n\pm s)}e^{j(n\pm s)x}$$

alakban adjuk meg.

A feszültségegyenlet felírásánál a 2. pontban elmondottak alapján arra kell ügyelni, hogy az állórész $s\,\omega$ körfrekvenciájú pozitív sorrendű áramának forgómezeje lassabban forog, mint a forgórész, tehát a forgórészhez viszonyítva negatív sorrendű fluxust létesít. A forgórész feszültségegyenletében ezért ennek az áramnak a konjugált komplex amplitudóját kell figyelembe venni. Ugyanakkor a forgórész $(1 - s)\,\omega$ körfrekvenciájú, áramának negatív sorrendű mezeje az állórészhez viszonyítva pozitív sorrendű mezőt jelent, ezért a megfelelő feszültségegyenletben ennek az áramnak is konjugált amplitudóját kell figyelembe venni. Az összes többi áram az állórészhez és forgórészhez képest azonos sorrendű mezőt létesít, így a feszültségegyenletekben ezeknek nem kell a konjugált amplitudójára áttérni.

Az állórész feszültségegyenletét a következőképen írhatjuk fel.

Az $s\,\omega$ körfrekvenciájú pozitív sorrendű állórészáram és a forgórész $(1-s)\,\omega$ körfrekvenciájú negatív sorrendű áramának mezeje $s\,\omega$ körfrekvenciájú pozitív sorrendű feszültséget létesít. Az előzők szerint ennek a negatív sorrendű áramnak konjugált amplitudójával kell számolnunk, amikor az állórész $s\,\omega$ körfrekvenciájú pozitív sorrendű feszültségét írjuk fel. A negatív sorrendű áram:

$$\frac{\mathbf{i}_{d(1-s)} - j\mathbf{i}_{q(1-s)}}{2}$$

ennek konjugáltja:

$$\frac{\hat{\mathbf{i}}_{d(1-s)} + j\hat{\mathbf{i}}_{q(1-s)}}{2}$$

Így a feszültségegyenlet:

$$\mathbf{U}_{1s}e^{jsx} = js\omega\Psi_{1s}e^{jsx} = jsX_d\mathbf{I}_{1s}e^{jsx} + jsX_m\frac{\hat{\mathbf{i}}_{d(1-s)} + j\hat{\mathbf{i}}_{q(1-s)}}{2}e^{jsx} \qquad (41/a)$$

A továbbiakban az időfüggvényeket elhagyjuk, a feszültségek helyett pedig a fluxusokra térünk át.

A $(2 - s)\,\omega$ körfrekvenciájú pozitív sorrendű feszültségegyenlet:

$$\omega\Psi_{1(2-s)} = \mathbf{I}_{1(2-s)}X_d + \frac{\mathbf{i}_{d(1-s)} + j\mathbf{i}_{q(1-s)}}{2} \qquad (41/b)$$

A negatív sorrendű feszültségegyenlet:

$$\omega\Psi_{2(2-s)} = \mathbf{I}_{2(2-s)}X_d + \frac{\hat{\mathbf{i}}_{d(3-s)} - j\hat{\mathbf{i}}_{q(3-s)}}{2} \qquad (41/c)$$

A forgórészre d irányban:

$$0 = \mathbf{i}_{a(1-s)}X_{pd} + \hat{\mathbf{I}}_{1s}X_m + \mathbf{I}_{1(2-s)}X_m$$

q irányban:

$$0 = j\mathbf{i}_{q(1-s)}X_{pq} + \hat{\mathbf{I}}_{1s}X_m + \mathbf{I}_{1(2-s)}X_m$$

Ebből:

$$\mathbf{i}_{d(1-s)} = -\frac{X_m}{X_{pl}}\,(\hat{\mathbf{I}}_{1s} + \mathbf{I}_{1(2-s)})$$

$$\mathbf{i}_{q(1-s)} = -j\,\frac{X_m}{X_{pq}}\,(\hat{\mathbf{I}}_{1s} - \mathbf{I}_{1(2-s)})$$

Visszahelyettesítve a (41a) egyenletbe:

$$\omega\Psi_{1s} = \mathbf{I}_{1s}\,\frac{X'_d + X'_q}{2} + \hat{\mathbf{I}}_{1(2-s)}\,\frac{X'_d - X'_q}{2} \qquad (42)$$

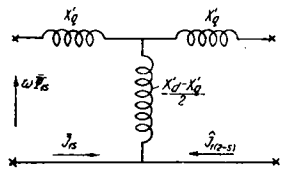
Ez a *10. ábrán* látható szimmetrikus négypólus egyenlete.

Az eddigi vázlatokhoz képest az a különbség, hogy nem az $I_{1(2-s)}$ áramot, hanem annak konjugáltját tartalmazza a vázlat és az, hogy mivel a feszültségek helyett a fluxusokra tértünk át, a reaktanciáknak csak abszolút értékével számolunk.

A vázlat további részei páratlan harmonikusokra megadott levezetés alapján szerkeszthetők. Célszerű mindenütt a konjugált értékekre áttérni, hogy a kapott vázlatok a *10. ábra* vázlatával a későbbiekben összeköthetők legyenek.

A negatív sorrendű $s\,\omega$ körfrekvenciájú áram és az avval összefüggő harmonikusok, valamint a zérus sorrendű áramok vázlataiban konjugált értékek

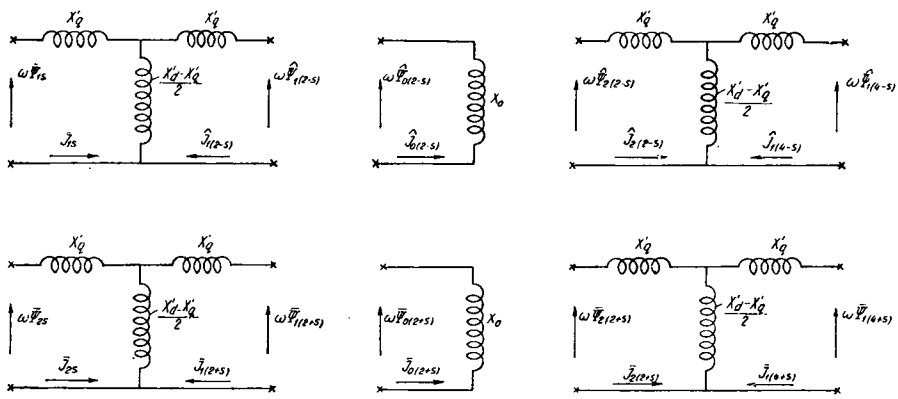
már nem fordulnak elő, azokra tehát értelemszerűen alkalmazhatjuk a páratlan harmonikus áramokra vonatkozó levezetést és eredményeket. Így végeredmény-



10. ábra

ben tehat az egyes harmonikusokra vonatkozóan a *11. ábrán* látható vázlatokhoz jutunk.

$s = 0$ esetben I_{1s}, I_{2s}, I_{0s} áramok körfrekvenciája zérussá válik, azaz az állórész tekercsekben folyó egyenáram részeivé válnak. A komplex amplitudók ez esetben is úgy értendők, hogy valós részük jelenti az »*a*« fázisban folyó egyenáram pillanatértékét. Ez az egyenáram tehát három részből tevődik össze. Ez a három rész az $s\,\omega$ körfrekvenciájú áram pozitív, negatív és zérus sorrendű



11. ábra. Páros rendszámú áramok szimmetrikus összetevőinek helyettesítő vázlata

összetevőjének felel meg, az $s = 0$ határ esetében. Ezen az alapon ezt a három részt az egyenáram pozitív, negatív és zérus sorrendű összetevőjének tekinthetjük, amelyekre a szimmetrikus összetevőkre való bontás szabályai formailag alkalmazhatók. A zérus sorrendű összetevőnek fizikai jelentése is könnyen érthető, ez jelenti a három fázisban folyó egyenáramnak azt a részét, amely mindhárom fázisban egyenlő nagy és egyirányú, azaz zérus sorrendű mágnesmezőt létesít. A pozitív és negatív sorrendű összetevőknek közvetlen fizikai értelmezésük nincs, mert az általuk létesített mágnesmezők között — mivel állnak — a forgásirány alapján különbséget tenni nem lehet. Ezért ezeknek az összetevőknek a bevezetését formálisnak kell tekintenünk. Az eljárást az

indokolja, hogy ily módon a szimmetrikus összetevők módszere a zárlati áramok egyenáramú összetevőire is alkalmazható. A továbbiakban az egyenáram szimmetrikus összetevőinek amplitudóját I_{10}, I_{20}, I_{00} jelöli.

Az $I_{1(2-s)}$ és $I_{1(2+s)}$ áramokból $s = 0$ esetben második harmonikus lesz, s így a kettő összege alkotja a második harmonikus pozitív sorrendű összetevőjét. A két részre való felbontást azonban továbbra is meg kell tartanunk, mert amint a vázlatból látszik, az $I_{1(2-s)}$ áramnak megfelelő rész konjugáltja van összefüggésben a pozitív sorrendű egyenáramú összetevővel, az $I_{1(2+s)}$ áramnak megfelelő résznél viszont nem kell a konjugáltra áttérni. A megkülönböztetés kedvéért a továbbiakban a két részt a kitevőkbe tett csillaggal különböztetjük meg. Így a második harmonikus pozitív sorrendű áram komplex amplitudója :

$$\mathbf{I}_{12} = \mathbf{I}_{12}^{*} + \mathbf{I}_{12}^{**} \tag{43/a}$$

A negatív sorrendű áram komplex amplitudója :

$$\mathbf{I}_{22} = \mathbf{I}_{22}^{*} + \mathbf{I}_{22}^{**} \tag{43 b}$$

A zérus sorrendű összetevő komplex amplitudója :

$$\mathbf{I}_{02}^{*} = \mathbf{I}_{02}^{*} + \mathbf{I}_{02}^{**} \tag{43 c}$$

A többi harmonikusra hasonló összefüggések írhatók fel.

3.22 Páratlan rendszámú zárlati áramok teljes kifejezése

A felharmonikus vázlatok a zárlatra vonatkozó szimmetrikus összetevő egyenletek alapján köthetők össze, úgy mint a páratlan periódusszámú áramoknál láttuk. Az egyenáram áramköreinek összekötését a fluxus állandóság elve alapján kell elvégezni. Zárlatkor ugyanis, ha a csillapításoktól eltekintünk, a rövidrezárt tekercsekben a fluxus változatlan marad. Ezt a változatlan fluxust az egyenáram tartja fenn. A következőkben a szimmetrikus összetevőkben felírható feszültségegyenleteket a fluxusokra is vonatkoztatjuk, tekintve, hogy a fluxusok csak állandó szorzó tényezővel térnek el a megfelelő feszültségektől. Az egyes zárlati típusokra a számításokat az alábbiakban végezzük.

Háromfázisú rövidzárlat.

Valamennyi áramösszetevőre érvényes a következő egyenlet :

$$\mathbf{I}_{2n} = \mathbf{I}_{on} = 0$$

vagyis csak pozitív sorrendű áramösszetevő lehetséges. A felharmonikus fluxus összetevők az alábbi egyenletet elégítik ki :

$$\Psi_{1n} = \Psi_{2n} = \Psi_{on} \quad \text{ha} \quad n \neq 0$$

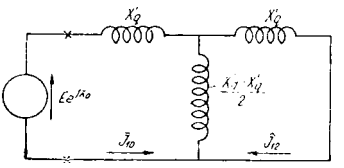
Az egyenfluxust abból a feltételből számítjuk, hogy a fluxus mindhárom állórész tekercsben megtartja a zárlat pillanatában felvett értékét. Ha az üresjárási feszültség pozitív sorrendű összetevője $jEe^{j(\omega t+x_0)}$ a fluxus kifejezése a $t = 0$ pillanatban

$$\omega\Psi_{10} = Ee^{jx_0}$$

Ezzel a helyettesítő vázlat a *12. ábra* szerint alakul.
A vázlat alapján :

$$\mathbf{I}_{10} = \frac{Ee^{jx_0}}{2} \frac{X'_d + X'_q}{X'_d X'_q}$$

$$\hat{\mathbf{I}}_{12} = -\frac{X'_d - X'_q}{X'_d + X'_q}\mathbf{I}_{10} = -\frac{X'_d - X'_q}{2X'_d X'_q} Ee^{jx_0}$$



12. ábra. Páros rendszámú áramok helyettesítő vázlata háromfázisú zárlatkor

Ebből :

$$\mathbf{I}_{12} = -\frac{X'_d - X'_q}{2X'_d X'_q} Ee^{-jx_0}$$

A pillanatértékek pedig a megfelelő időfüggvények valós részéből írhatók fel, tehát

$$I_a = \frac{E}{2X'_d X'_q}\left[(X'_d + X'_q)\cos x_0 - (X'_d - X'_q)\cos(2\omega t + x_0)\right] \qquad (44)$$

Egyfázisú kétsarkú zárlat

Az összes áramkomponensekre vonatkozó egyenletek :

$$\mathbf{I}_{1n} + \mathbf{I}_{2n} = 0 \qquad \mathbf{I}_{0n} = 0$$

A felharmonikus fluxus komponensekre vonatkozó egyenletek :

$$\Psi_{0n} = 0 \qquad \Psi_{1n} = \Psi_{2n}$$

Az egyenfluxus kifejezését a következőképen állapítjuk meg. A zárlat következtében sorbakapcsolt *b* és *c* fázistekercs egy, az »*a*« fázis tengelyére

merőleges tekercsnek fogható fel. Ebből következik, hogy ebben az irányban a fluxusnak változatlanul kell maradnia. A zárlat előtt ebben az irányban $E \sin x_0$ volt a fluxus pillanatértéke. A szimmetrikus összetevőkkel kifejezve ebben az irányban a fluxus

$$-j\Psi_{10} + j\Psi_{20}$$

E kifejezés valós része kell egyenlő legyen a zárlat előtti pillanatértékkel. Azaz

$$E \sin x_0 = \omega\,[j(\Psi_{20} - \Psi_{10})\,]_{valós} = \omega(\Psi_{10képz.} - \Psi_{20képz.}) \qquad (45)$$

Tekintve, hogy az *a* fázis irányában rövidrezárt tekercs nincs, ebben az irányban az egyenfluxus zérus kell legyen.

$$\Psi_{10} + \Psi_{20} = 0$$

Ezt az egyenletet valós és képzetes részére bonthatjuk:

$$\Psi_{10való} + \Psi_{20valós} = 0 \qquad \Psi_{10képz.} + \Psi_{20képz.} = 0$$

Tekintve, hogy a fluxus valós részére a fentieken kívül semmi más kikötés nincs, a fenti egyenleteket úgy elégíthetjük ki legegyszerűbben, ha a fluxus kifejezés valós részeit külön-külön zérusnak választjuk. Ekkor a (45) egyenlet az alábbi módon írható:

$$jE \sin x_0 = j\omega(\Psi_{10képz} - \Psi_{20képz}) = \omega(\Psi_{10} - \Psi_{20})$$

Ennek alapján a helyettesítő vázlatot a *13. ábra* mutatja.

Az ábra alapján az egyenáram pozitív sorrendű összetevője, tekintve, hogy a két végtelen lánc eredő impedanciája: $2\sqrt{X'_d X'_q}$

$$\mathbf{I}_{10} = j\,\frac{E \sin x_0}{2\sqrt{X'_d X'_q}} \qquad (46/a)$$

A második harmonikus pozitív sorrendű összetevőjének két része a (23) és (24) egyenletek alapján:

$$\mathbf{I}^{*}_{12} = b_1 \hat{\mathbf{I}}_{10}$$

$$\mathbf{I}^{**}_{12} = b_1 \mathbf{I}_{20} = -b_1 \mathbf{I}_{10}$$

Ezek összege:

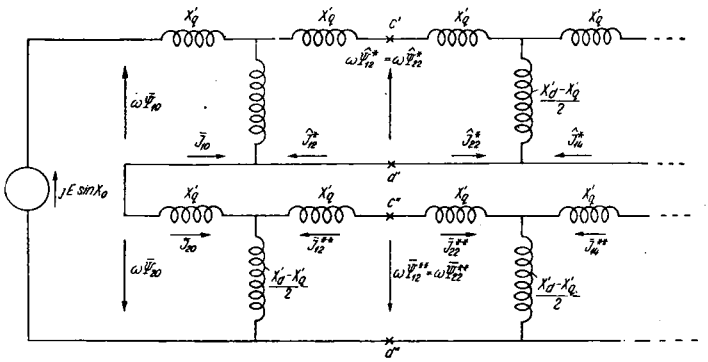
$$\mathbf{I}_{12} = \mathbf{I}^{*}_{12} + \mathbf{I}^{**}_{12} = -b_1(\mathbf{I}_{10} - \hat{\mathbf{I}}_{10}) = -b_1 j\,\frac{E \sin x_0}{\sqrt{X'_d X'_q}} \qquad (46/b)$$

A többi felharmonikusokra a páratlan harmonikus áramokra levezetett összefüggés alapján már írható:

$$\mathbf{I}_{14} = \mathbf{I}'_{14} + \mathbf{I}''_{14} = -b_1\mathbf{I}_{12} = b_1^2 j \frac{E \sin x_0}{\sqrt{X'_d X'_q}} \tag{47}$$

A teljes fázisáram a (35) egyenlet szerint:

$$I_b = \frac{\sqrt{3}\, E \sin x_0}{\sqrt{X'_d X'_q}} (0{,}5 - b_1 e^{2jx} + b_1^2 e \quad \ldots) \tag{48}$$



13. ábra. Páros rendszámú áramok helyettesítő vázlata kétsarkú zárlatkor

Egyfázisú földzárlat

Az áramösszetevőkre vonatkozó egyenlet:

$$\mathbf{I}_{1n} = \mathbf{I}_{2n} = \mathbf{I}_{0n}$$

A felharmonikus fluxusokra vonatkozó összefüggés:

$$\Psi_{1n} + \Psi_{2n} + \Psi_{0n} = 0 \qquad \text{ha } n \neq 0\,.$$

Az egyenfluxusra vonatkozó összefüggés abból a feltételből írható fel, hogy a fluxus pillanatértéke a zárlat előtt $\frac{E}{\omega} \cos x_0$. Tekintve, hogy a fluxusokra egyéb megkötésünk nincs, a fluxusok képzetes részét zérusnak vehetjük, így

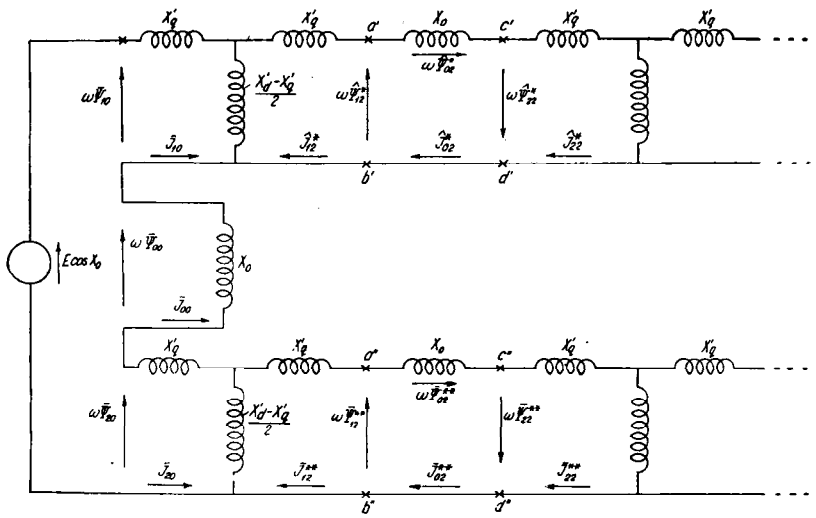
$$\omega(\Psi_{10} + \Psi_{20} + \Psi_{00}) = E \cos x_0$$

A megfelelő vázlatot a *14. ábrán* láthatjuk. Ennek alapján:

$$\mathbf{I}_{10} = \frac{E \cos x_0}{2X_2 + X_0} \tag{49}$$

$$\mathbf{I}^*_{12} = b_0 \hat{\mathbf{I}}_{10} = \frac{b_0 E \cos x_0}{2X_2 + X_0} \tag{50/a}$$

$$\mathbf{I}^{**}_{12} = b_0 \mathbf{I}_{20} = b_0 \mathbf{I}_{10} = b_0 \frac{E \cos x_0}{2X_2 + X_0} \tag{50b}$$



14. ábra. Páros rendszámú áramok helyettesítő vázlata egyfázisú földzárlatkor

Így:

$$\mathbf{I}_{12} = 2Eb_0 \frac{\cos x_0}{2X_2 + X_0} \tag{50c}$$

A teljes a fázisáram a (37) egyenlet figyelembevételével:

$$I_a = \frac{3E \cos x_0}{X_2 + \dfrac{X_0}{2}} (0{,}5 + b_0 e^{2jx} + b_0^2 e^{4jx} + \ldots) \tag{51}$$

Ahol X_2 a (19) egyenlettel adott érték

Kétsarkú földzárlat

Az áramokra vonatkozó összefüggés:

$$\mathbf{I}_{1n} + \mathbf{I}_{2n} + \mathbf{I}_{on} = 0$$

A felharmonikus fluxusokra :

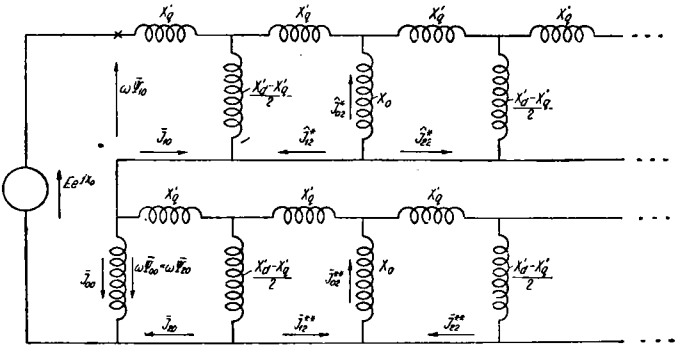
$$\Psi_{1n} = \Psi_{2n} = \Psi_{on} \qquad \text{ha } n \neq 0$$

Az egyenfluxusokra vonatkozó összefüggés *a*, *b* és *c* fázis fluxusállandóságából állapítható meg. A *b* fázis fluxusa a $t = 0$ pillanatban

$$\frac{E}{\omega} e^{j(\varphi_0 - 120°)} = \frac{E}{\omega} e^{j240°} e^{j\varphi_0}$$

A *c* fázisra :

$$\frac{E}{\omega} e^{j(\varphi_0 - 240°} = \frac{E}{\omega} e^{j120°} e^{j\varphi_0}$$



15. ábra. Páros rendszámú áramok helyettesítő vázlata kétsarkú földzárlatkor

Tehát

$$a^2\Psi_{10} + a\Psi_{20} + \Psi_{00} = \frac{E}{\omega} e^{j240°} e^{j\varphi_0}$$

$$a\Psi_{10} + a^2\Psi_{20} + \Psi_{00} = \frac{E}{\omega} e^{j120°} e^{j\varphi_0}$$

Kivonva a két egyenletet :

$$(a^2 - a)\Psi_{10} + (a - a^2)\Psi_{20} = \frac{E}{\omega} e^{j\varphi_0}(a^2 - a) \tag{52}$$

$$\Psi_{10} - \Psi_{20} = \frac{E}{\omega} e^{j\varphi_0}$$

Ennek alapján a helyettesítő vázlat a *15. ábrán* látható. Az áramok az előzők szerint számíthatók, tekintve azonban, hogy a kifejezések meglehetősen bonyolultak, felírásukat mellőzzük.

Meg kell jegyeznünk, hogy a kétsarkú és az egysarkú földzárlati esetben is lehet a fluxusokat egyszerűsítés nélkül tiszta komplex alakban felírni. Így pl. egyfázisú kétsarkú zárlatkor a keresztirányú fluxus $-j\frac{E}{\omega}e^{jx_0}$ alakban írható, ezért

$$j\omega(\Psi_{20} - \Psi_{10}) = -jEe^{jx_0}$$

Ebből

$$\Psi_{10} - \Psi_{20} = Ee^{jx_0} \qquad (46/a)$$

Így a (46/a) és (46/b) egyenletekhez hasonlóan

$$\mathbf{I}_{10} = \frac{Ee^{jx_0}}{2X_2} \qquad \mathbf{I}^{*}_{12} = b_1\hat{\mathbf{I}}_{10} \qquad \mathbf{I}^{**}_{12} = b_1\mathbf{I}_{20} = -b_1\mathbf{I}_{10}$$

$$\mathbf{I}_{12} = \mathbf{I}^{*}_{12} + \mathbf{I}^{**}_{12} = b_1(\hat{\mathbf{I}}_{10} - \mathbf{I}_{10}) = -jb_1\frac{E\sin x_0}{X_2}$$

Az eredmény tehát ugyanaz, mint a (46/b) egyenlet.

3.3. *Kiképzett pólusú és csillapító tekercseléssel felszerelt gépek jelenségeinek tárgyalása*

Mint már a bevezetésben is említettük, eredményeink kiképzett pólusú, valamint csillapító tekercseléssel felszerelt gépekre is alkalmazhatók. A helyettesítő vázlatokban ugyanis a pozitív sorrendű alapharmonikus áram vázlatát kivéve, csak a hossz- és keresztirányú tranziens reaktanciák fordulnak elő. Ha tehát ezek helyére a megfelelő szubtranziens reaktanciákat helyettesítjük, megkapjuk a csillapító tekercseléssel felszerelt gépre vonatkozó helyettesítő vázlatot. Ha pedig a gép kiképzett pólusú és keresztirányú csillapító áramkörei nincsenek, X'_q helyett a keresztirányú szinkron reaktanciát használjuk, tekintve, hogy ilyen gépnél a keresztirányú tranziens, illetve szubtranziens reaktancia a szinkron reaktanciával azonos.

Az állórész alapharmonikus pozitív sorrendű áramának áramkörébe — ha a zárlat üresjárásból következett be és a zárlati áramkörnek ohmos ellenállása nincsen — mindenkor a hosszirányú reaktanciákat kell bekötni. Ha a szubtranziens áramot számítjuk, X''_d-t, a tranziens áram számításánál X'_d-t, míg az állandósult áram meghatározásánál X_d-t kell pozitív sorrendű reaktanciának tekintenünk.

A páros és páratlan rendszámú szubtranziens, tranziens és állandósult zárlati áramok ismeretében a csillapítások figyelembevételével felírhatjuk a zár-

lati áram pontos lefolyásának egyenletét is. A megfelelő időállandók meghatározásakor szintén lehet helyettesítő vázlatokat alkalmazni. Ezeknek tárgyalására itt nem térünk ki, hanem a megfelelő irodalomra utalunk [1, 2, 3, 4].

A levezetett vázlatokból egyébként az is világosan kitűnik, hogy a felharmonikusok csak akkor jöhetnek létre, ha a gép hossz- és keresztirányú tranziens, illetőleg szubtranziens reaktanciái különbözők. Amennyiben $X'_d = X'_q$, ill. $X''_d = X''_q$ felharmonikusok nem jönnek létre s a gép negatív sorrendű reaktanciája a zárlat fajtájától függetlenül a tranziens vagy szubtranziens reaktanciával egyenlő.

4. Nyitott fázis feszültsége

Az aszimmetrikus zárlatok helyettesítő vázlataiból az egyes felharmonikus feszültségek szimmetrikus összetevői is leolvashatók, s ily módon a nyitott fázisokban indukálódó feszültségek is meghatározhatók. A következőkben a kétsarkú zárlatra és az egysarkú földzárlatra fogjuk a számításokat elvégezni.

4.1. Kétsarkú egyfázisú zárlat

Az *a* fázis feszültségének valamennyi harmonikusára érvényes az alábbi összefüggés :

$$\mathbf{U}_{an} = \mathbf{U}_{1n} + \mathbf{U}_{2n} \quad \textit{és} \quad \mathbf{U}_{1n} = \mathbf{U}_{2n}$$

A páratlan harmonikus feszültségek szimmetrikus összetevői az *5b. ábra* vázlatából olvashatók ki (*c—d*, *g—h* kapcsok, stb.). Tekintve, hogy a *g—h* kapcsok utáni hálózatrész reaktanciáját annak eredőjével lehet helyettesíteni *(16. ábra)* és ez az eredő éppen a negatív sorrendű reaktancia (18) egyenlet, a harmadik harmonikus pozitív sorrendű feszültség az alábbi egyenletből határozható meg :

$$\frac{\mathbf{U}_{13}}{3} = -j\mathbf{I}_{13}X_2$$

Figyelembevéve a (24) egyenletet :

$$\mathbf{I}_{13} = -b_1\mathbf{I}_{11}$$

$$\mathbf{U}_{13} = \mathbf{U}_{23} = 3jX_2b_1\mathbf{I}_{11} \quad \textit{és} \quad \mathbf{U}_{a3} = 2\cdot 3jX_2b_1\mathbf{I}_{11}$$

és hasonlóan

$$\mathbf{U}_{15} = \mathbf{U}_{25} = -5jX_2b_1^2\mathbf{I}_{11} \qquad \mathbf{U}_{a5} = -2\cdot 5jX_2b_1^2\mathbf{I}_{11}$$

Ezzel a páratlan harmonikus feszültségek teljes kifejezése :

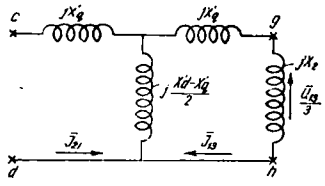
$$\sum_{n=0}^{\infty} U_{c(2n+1)} = -2jX_2\mathbf{I}_{11}(e^{jx} - 3b_1e^{3jx} + 5b_1^2e^{5jx} - \ldots) \qquad (53)$$

A páros harmonikus összetevők a *13. ábra* alapján olvashatók le. Így pl. a második harmonikus feszültség pozitív sorrendű összetevői a c'—d' és c''—d'' kapcsok között jelennek meg.

$$\mathbf{U}_{12}^{*} = 2j\omega\Psi_{12}^{*} = -2jX_2\mathbf{I}_{12}^{*} = -2jX_2b_1\hat{\mathbf{I}}_{10}$$

$$\mathbf{U}_{12}^{**} = 2j\omega\Psi_{12}^{**} = -2jX_2\mathbf{I}_{12}^{**} = 2jX_2b_1\mathbf{I}_{10}$$

$$\mathbf{U}_{12} = \mathbf{U}_{22} = \mathbf{U}_{12}^{*} + \mathbf{U}_{12}^{**} = 2jX_2b_1(\mathbf{I}_{10} - \hat{\mathbf{I}}_{10})$$



16. ábra.

A negyedik harmonikusra hasonlóan :

$$\mathbf{U}_{14} = \mathbf{U}_{24} = -4jX_2b_1^2(\mathbf{I}_{10} - \hat{\mathbf{I}}_{10})$$

párosrendszámú feszültségek eredője

$$\sum_{\lambda=1}^{\infty}(U_{1(2n)} + U_{2(2n)}) = 2jX_2(\mathbf{I}_{10} - \hat{\mathbf{I}}_{10})(2b_1e^{2jx} - 4b_1^2e^{4jx} + \ldots) \qquad (54)$$

Aszerint, hogy az (53) és (54) egyenletekben $\mathbf{I}_{11}$, ill. $\mathbf{I}_{10}$ áramok helyére tranziens, vagy állandósult értéküket helyettesítjük, tranziens, vagy állandósult feszültségeket kapjuk.

Tranziens állapotban :

$$\mathbf{I}_{11} = -\frac{E}{X_d' + X_2} \qquad \mathbf{I}_{10} = j\frac{E\sin x_0}{2X_2}$$

teljes feszültség az (53) és (54) egyenletből

$$U_a' = \frac{2jX_2E}{X_d' + X_2}[e^{jx} - 3be^{3jx} + 5b^2e^{5jx} - \ldots] -$$
$$-2E\sin x_0[2b_1e^{2jx} - 4b_1^2e^{4jx} + \ldots] \qquad (55)$$

Állandósult állapotban a páros harmonikusok eltűnnek:

$$\mathbf{I}_{11} = -\frac{E}{X_d + X_2}$$

Ezzel

$$U_a = \frac{2jX_2E}{X_d + X_2}\left[e^{jx} - 3b_1e^{3jx} + 5b_1^2e^{5jx} - \ldots\right] \tag{56}$$

4.2. Egysarkú földzárlat

A *b* és *c* fázisok között mérhető vonalfeszültség valamennyi harmonikusára fennáll az alábbi összefüggés:

$$\mathbf{U}_{cbn} = \sqrt{3}j(\mathbf{U}_{2n} - \mathbf{U}_{1n})$$

Az *5c. ábra* alapján harmadik harmonikusra:

$$\frac{\mathbf{U}_{13}}{3} = -j(X_2 + X_0)\mathbf{I}_{13}$$

$$\frac{\mathbf{U}_{23}}{3} = jX_2\mathbf{I}_{13}$$

$$\mathbf{U}_{23} - \mathbf{U}_{13} = 3j(2X_2 + X_0)\,\mathbf{I}_{13} = 3j(2X_2 + X_0)b_0\mathbf{I}_{11}$$

Hasonlóan:

$$\mathbf{U}_{25} - \mathbf{U}_{15} = 5j(2X_2 + X_0)b_0^2\,\mathbf{I}_{11}$$

Párosrendszámú feszültségek a *14. ábra* alapján számíthatók. A második harmonikusra:

$$\mathbf{U}_{12}^{*} = 2j\omega\Psi_{12}^{*} = -2j(X_2 + X_0)\mathbf{I}_{12}^{*} = -2j(X_2 + X_0)\mathbf{b}_0\hat{\mathbf{I}}_{10}$$

$$\mathbf{U}_{12}^{**} = 2j\omega\Psi_{12}^{**} = -2j(X_2 + X_0)\mathbf{I}_{12}^{**} = -2j(X_2 + X_0)\mathbf{b}_0\mathbf{I}_{10}$$

$$\mathbf{U}_{12} \doteq \mathbf{U}_{12}^{*} + \mathbf{U}_{12}^{**} = -2j(X_2 + X_0)b_0(\mathbf{I}_{10} + \hat{\mathbf{I}}_{10})$$

A negatív sorrendű feszültség teljesen hasonlóan:

$$\mathbf{U}_{22} = \mathbf{U}_{22}^{*} + \mathbf{U}_{22}^{**} = 2jX_2b_0(\mathbf{I}_{10} + \hat{\mathbf{I}}_{10})$$

Ezzel a második harmonikus vonalfeszültség:

$$\sqrt{3}j(\mathbf{U}_{22} - \mathbf{U}_{12}) = -\sqrt{3}\cdot 2(2X_2 + X_0)b_0(\mathbf{I}_{10} + \hat{\mathbf{I}}_{10})$$

A negyedik harmonikusra hasonlóan :

$$\sqrt{3}j(\mathbf{U}_{24} - \mathbf{U}_{14}) = -\sqrt{3} \cdot 4(2X_2 + X_0)b_0^2(\mathbf{I}_{10} + \hat{\mathbf{I}}_{10})$$

A fenti kifejezések alapján a teljes feszültséget tranziens és állandósult állapotra a következőképen kapjuk :

Tranziens állapotra $\mathbf{I}_{11}$ értékét a (32a), $\mathbf{I}_{10}$ értékét a (49) egyenletből az előző kifejezésekbe helyettesítjük és a különböző harmonikus feszültségösszetevőket összeadjuk. Az eredő vonalfeszültség :

$$U'_{bc} = \frac{\sqrt{3}E(2X_2 + X_0)}{X'_d + X_2 + X_0}(e^{jx} + 3b_0e^{3jx} + 5b_0^2e^{5jx} + \ldots) - \\ - 2\sqrt{3}E \cos x_0(2b_0e^{2jx} + 4b_0^2e^{4jx} + \ldots) \tag{57}$$

Állandósult állapotban $\mathbf{I}_{11}$-et a (32b) egyenlet szerint számítjuk. $\mathbf{I}_{10}$ értéke pedig zérus, mivel páros felharmonikus az állandósult állapotban nem keletkeznek.

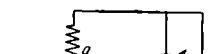
Ezzel a feszültség :

$$U_{bc} = \frac{\sqrt{3}E(2X_2 + X_0)}{X_d + X_2 + X_0}(e^{jx} + 3b_0e^{3jx} + 5b_0^2e^{5jx} + \ldots) \tag{58}$$

A pillanatértéket a fenti kifejezés valós része szolgáltatja.

5. A negatív sorrendű reaktancia mérése

Szinkron gépek negatív sorrendű reaktanciáját kétsarkú állandósult zárlatban szokás mérni. A gép két kapcsát a *17. ábra* szerint egy ampermérő és



17. ábra. Negatív sorrendű reaktancia mérése

egy wattmérő áramtekercsének közbeiktatásával zárjuk rövidre, míg a wattmérő feszültségtekercsét egy voltmérővel egyetemben a nyitott fázis végpontja és a rövidrezárt kapcsok közé iktatjuk. Ezen két pont között az (56) egyenlet meghatározta feszültségnek 1,5-szerese mérhető.

Ha a gép teljesen szimmetrikus ($X_d' = X_q'$) sem az áram, sem a feszültség nem tartalmaz felharmonikusokat, így a mért alapharmonikus áram és feszültség értékekből a negatív sorrendű reaktancia a (36b) és (56) egyenletek abszolút értékeinek figyelembevételével $b_1 = 0$ esetben az alábbi módon határozható meg:

$$\frac{U_{ac}}{\sqrt{3}I_b} = \frac{1{,}5U_a}{\sqrt{3}I_b} = \frac{3\dfrac{EX_2}{X_d + X_2}}{\sqrt{3}\dfrac{\sqrt{3}E}{X_d + X_2}} = X_2 \tag{59}$$

Ha az ohmos ellenállásokat nem vesszük figyelembe ugyanez az érték adódik a wattmérésből is. Tekintve ugyanis, hogy az I_b áram és a U_{ac} feszültség azonos fázisúak, ha az effektív értékeket U_{eff} ill. I_{eff}-el jelöljük, a wattmérő kitérése

$$W = U_{eff}I_{eff} = \frac{3EX_2}{\sqrt{2}(X_d + X_2)} \cdot \frac{\sqrt{3}E}{\sqrt{2}(X_d + X_2)}$$

Ennek alapján a negatív sorrendű reaktancia:

$$\frac{W}{\sqrt{3}I_{eff}^2} = X_2 \tag{60}$$

Amennyiben ohmos ellenállások is vannak, a mért feszültség és áram nincsenek fázisban, hányadosuk a negatív sorrendű impedanciát adja. Ennek képzetes része a negatív sorrendű reaktancia, amelyet a (60) egyenlet alapján a wattmérésből kell megállapítani.

Aszimmetrikus forgórészű gépben az áram és feszültség felharmonikusai befolyásolják a műszerek mérte értékeket, ezért az (59) és (60) egyenletek még az ohmos ellenállások elhanyagolása esetén sem adnak egyező eredményt. Tisztáznunk kell, hogy ebben az esetben az egyes műszerek mérte értékekből milyen reaktanciák határozhatók meg.

A feszültség és árammérés eredményéből az (59) egyenlet alapján kétféle reaktanciát kaphatunk, aszerint, hogy a műszerek mérte effektív, vagy az oszcillogrammokból kiolvasható csúcsértékekkel számolunk.

Az U_{ac} feszültség, mint említettük az (56) összefüggés által adott érték 1,5-szerese, az I_b áram pedig a (36b) kifejezéssel van meghatározva. Ez utóbbiban $X_2 = \sqrt{X_d'X_q'}$. Tekintve, hogy mind az áramban, mind a feszültségben az összes felharmonikusok azonos időpillanatban érik el csúcsértéküket, az eredő csúcsértéke a felharmonikusok csúcsértékeinek összege. Az eredő effektív érték

a felharmonikusok effektív értékeinek négyzetösszegéből vont négyzetgyökkel egyenlő.

Ezeknek a mennyiségeknek a kiszámításához az előforduló végtelen sorok összegének meghatározásakor a következő összefüggéseket kell felhasználnunk :

$$1 + b_1 + b_1^2 + b_1^3 + \ldots = \frac{1}{1 - b_1}$$

$$1 + b_1^2 + b_1^4 + b_1^6 + \ldots = \frac{1}{1 - b_1^2}$$

$$1 + 3b_1 + 5b_1^2 + 7b_1^3 + \ldots = \frac{1 + b_1}{(1 - b_1)^2}$$

$$1 + 9b_1^2 + 25b_1^4 + 49b_1^6 \ldots = \frac{1 + 6b_1^2 + b_1^4}{(1 - b_1^2)^3}$$

Ezek alapján az áram oszcillográffal mérhető csúcsértéke :

$$I_{\max} = \frac{\sqrt{3}\,E}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \cdot \frac{1}{1 - b_1} \tag{61}$$

Az ampermérő mutatta effektív érték :

$$I_{eff} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \frac{E}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - b_1^2}} \tag{62}$$

A feszültség maximális értéke :

$$U_{\max} = \frac{3E\sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \cdot \frac{1 + b_1}{(1 - b_1)^2} \tag{63}$$

A feszültség effektív értéke :

$$U_{eff} = \frac{3E\sqrt{X'_d X'_q}}{\sqrt{2}(X + \sqrt{X'_d X'_q})} \sqrt{\frac{1 + 6b_1^2 + b_1^4}{(1 - b_1^2)^3}} \tag{64}$$

Behelyettesítve ezeket az értékeket az (59) egyenletbe :

$$\frac{U_{\max}}{\sqrt{3} I_{\max}} = \frac{1 + b_1}{1 - b_1} \sqrt{X'_d X'_q} = X'_q \tag{65}$$

és

$$\frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{3} I_{\text{eff}}} = \sqrt{X'_d X'_q} \sqrt{\frac{1 + 6b_1^2 + b_1^4}{(1 - b_1^2)^3}} = \sqrt{\frac{X'^2_d + X'^2_q}{2}} \tag{66}$$

Az első esetben tehát a keresztirányú tranziens reaktanciát, a második esetben a hossz- és keresztirányú tranziens reaktancia négyzetes középértékét kapjuk.

A teljesítmény- és árammérésből a (60) egyenlet szerint számított érték

$$\frac{W}{\sqrt{3}I_{eff}^2} = \frac{1}{2}(X'_d + X'_q) \tag{67}$$

a hossz- és keresztirányú tranziens reaktanciák számtani középértéke (AIEE módszer [6]).

Látható tehát a (65), (66) és (67) összefüggések alapján, hogy a közvetlen mérési adatokból egyik esetben sem kapjuk a negatív sorrendű reaktancia helyes értékét és azt csupán az oszcillogramm analízisével határozhatjuk meg. Amennyiben azonban X'_d nem sokkal különbözik X'_q-től, a (67) egyenlet alapján számított érték elég jól megközelíti a pontos $\sqrt{X'_d X'_q}$ értéket.

A (66) és (67) egyenletekből kapott különböző eredmények egyúttal azt mutatják, hogy a wattmérőn leolvasható érték eltér a feszültség és áram effektív értékének szorzatától. Ennek oka, hogy a wattmérő nem az effektív értékek szorzatát, hanem a pillanatértékek szorzatának effektív értékét méri.

Amennyiben a gép forgórészén csillapító áramkörök is vannak, az eddigi eredményeinkben a tranziens reaktanciákat a szubtranziens reaktanciákkal kell helyettesíteni.

6. Befejezés

Az elmondottakból kitűnik, hogy a szimmetrikus összetevők módszere nemcsak az állandósult, hanem a tranziens és szubtranziens zárlati áramok kiszámítására is alkalmazható. Igen nagy előnye, hogy olyan helyettesítő vázlatok szerkesztését teszi lehetővé, amelyből nemcsak az alapharmonikus, hanem az összes páros és páratlan rendszámú felharmonikus amplitudója is kiolvasható. A vázlatok világosan mutatják, milyen kapcsolat van az áram és feszültség harmonikus összetevői között és azt, hogy mennyiben befolyásolják a felharmonikusok a gép negatív sorrendű reaktanciáját.

A forgórész áramok nincsenek a vázlatokban, mert az állórész áramok segítségével fejeztük ki azokat. A (11) — (14) egyenletek alapján olyan vázlatokat is szerkeszthetünk, amelyben a forgórész áramokat is figyelembe veszszük, sőt ez esetben még az egyes áramkörök ohmos ellenállásait is figyelembe lehet venni. Az ilyen módon szerkesztett vázlatok azonban túlságosan bonyolultak lesznek és használatuk nem jár különösebb előnnyel.

IRODALOM

1. Костенко: Электрические машины II. Госэнергоиздат 1949.
2. *Concordia:* Synchronous Machines John Wiley 1951.
3. *Clarke:* Circuit Analysis of AC. Power Systems. II. John Wiley, 1950.
4. *Kovács:* Villamos gépek üzemtana II. Jegyzetkiadó, Budapest, 1952.
5. *Tuschák:* The aquivalent circuit of negative sequence reactances of synchronous machines and its application to the analysis of short-circuit currents. Acta Technica, Ac. Sc. Hungaricae. **6.** (1953) 41/64.
6. *W. A. Thomas:* Negative Sequence Resistance of synchronous Machines. Electrical Engineering, 1936.

Összefoglalás

Szinkron gépek szubtranziens, tranziens és állandósult zárlati áramának és a nyitott fázisokban ébredő feszültség kiszámítására előnyösen lehet felhasználni a szimmetrikus összetevők módszerét. A szerző ezen módszer segítségével olyan helyettesítő vázlatokat épít fel a gép szinkron és tranziens reaktanciáiból, amelyekből a zárlati áram és feszültség összes páros és páratlan rendszámú összetevője, sőt a tranziens egyenáram is könnyen kiolvasható. Könnyen meghatározható ezenkívül a gép negatív sorrendű reaktanciája különböző zárlatoknál. A módszer alakalmazását háromfázisú, egyfázisú kétsarkú, egyfázisú föld és kétsarkú földzárlatoknál keletkező zárlati áramok, valamint a kétsarkú zárlatkor és az egyfázisú földzárlatkor a nyitott fázisokban indukálódó feszültség kiszámításán mutatja be. Végül megvizsgálja a negatív sorrendű reaktancia mérésére szolgáló 17. ábra szerinti kapcsolást és meghatározza, hogy milyen eredményt szolgáltat ez abban az esetben, ha az áram és feszültség értékeit különböző módszerekkel mérik.

NAGY VISZKOZITÁSÚ FOLYADÉK ANYAGEGYENLETE ÉS ALKALMAZÁSA AZ ULTRAHANGRA

REUSS ENDRE

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, MŰSZAKI MECHANIKAI TANSZÉK]

[Beérkezett 1952 június 4-én]

1. *Stokes egyenlete.* Az alakváltozás- és feszültségtenzort tenzoregyenlet kapcsolja össze, melyet általában anyagegyenletnek neveznek. A folytonos testek mechanikájának többi egyenlete: az egyensúlyi egyenletek és az összeférhetőségi egyenletek egész általános jellegűek és minden anyagra egyaránt érvényesek, ezzel szemben az anyagegyenlet a testnek mindig csak egy külön osztályára vonatkozik. Az anyag egyéni tulajdonságai az anyagegyenletben jutnak kifejezésre. A sűrűség kivételével az anyagegyenlet az anyag mechanikai viselkedését kimerítően jellemzi.

A viszkózus folyadékok ma is használatos anyagegyenletét *G. Stokes* [1] 1845-ben adta meg. A feszültségtenzort két rész összegeként veszi fel. Az első rész, a statikai folyadéknyomás, $p\mathbf{I}$ tenzornak felel meg. A másik rész egy deviátor, mely az alakváltozás sebességének deviátorával arányos. Az arányossági tényező a dinamikai viszkozitás kétszerese és az anyagnak egyik állandója. Feltételezik, hogy az alakváltozás sebességétől és a hidrosztatikai nyomástól független. Jelölje $\mathbf{P}$ a feszültségtenzort, $\mathbf{P}_d$ ennek deviátor részét, $\mathbf{V}$ az alakváltozás sebességének tenzorát, $\mathbf{V}_d$ a megfelelő deviátort, P_I a feszültségtenzor első skalárját, tehát $P_I\mathbf{I}/3$ a hidrosztatikai nyomás tenzorát, ahol $\mathbf{I}$ az egységtenzor. A térfogatnövekedés sebessége egyenlő az alakváltozás sebességének első skalárjával, V_I-gyel. Ezekkel a jelölésekkel a viszkózus folyadék *Stokes*-féle anyagegyenlete

$$\mathbf{P} = \frac{P_I}{3}\mathbf{I} + 2\eta\mathbf{V}_d\,. \tag{1}$$

Ez a tenzoregyenlet rendezőkben hat egyenletnek felel meg, melyek közül azonban csak öt független egymástól, ami azonnal nyilvánvalóvá válik, ha az egyenlet mindkét oldalának első skalárját képezzük. Viszont, ha a deviátort képezzük, az (1) egyenlet a

$$\mathbf{P}_d = 2\eta\mathbf{V}_d \tag{2}$$

összefüggésre vezet.

A rendezőkben kifejezett hatodik egyenlet helyébe vagy az összenyomhatatlanság

$$V_{\mathrm{I}} = 0 \tag{3}$$

egyenlete, vagy a rugalmas összenyomhatóság

$$\frac{P_{\mathrm{I}}}{3} = KV_{\mathrm{I}} \tag{4}$$

egyenlete lép, ahol K jelöli a kompressziómodulust, mely egyenlő a hidrosztatikai nyomás és az általa létrehozott fajlagos térfogatváltozás hányadosával.

A (4) egyenlet a

$$\overline{\mathbf{V}} = \frac{V_{\mathrm{I}}}{3}\mathbf{I} + \mathbf{V}_d \tag{5}$$

azonosságba helyettesítve, a viszkózus folyadék

$$\mathbf{V} = \frac{\dot{P}_I}{9K}\mathbf{I} + \frac{\mathbf{P}_d}{2\eta} \tag{6}$$

teljes anyagegyenletéhez vezet, ahogyan azt ma általában használják. Ez az egyenlet egyébként az összenyomhatatlan folyadékot is magában foglalja a $K \to \infty$ határátmenettel.

2. *Stokes anyagegyenletének bírálata.* A folyadékok egyik osztályának viszkozitása csökkenő hőmérséklettel rendkívül megnő, anélkül, hogy halmazállapotának változását ki lehetne mutatni. Ezeknek a rendkívül nagy viszkozitású folyadékoknak rugalmas tulajdonságai éppen olyanok, mint a határozott halmazállapotváltozást felmutató szilárd testeké. Ezek a testek folytonosan mennek át a folyékony halmazállapotból a »szilárd«-ba. Ilyen »szilárd« testekre példa az üveg és az aszfalt és bizonyos mértékben a Föld kérge.

Hogyan viselkedik a (6) anyagegyenlettel jellemzett test, ha viszkozitása rendkívül nagy, tehát az $\eta \to \infty$ határátmenetkor? A második tag zérushoz tart és

$$\mathbf{V} = \frac{\dot{P}_{\mathrm{I}}}{9K}\mathbf{I}. \tag{7}$$

Hasonlítsuk össze ezt az anyagegyenletet a rugalmas test

$$\mathbf{V} = \frac{\dot{P}_I}{9K}\mathbf{I} + \frac{\dot{\mathbf{P}}_d}{2G} \tag{8}$$

anyagegyenletével, ahol G jelenti a csúsztató rugalmassági modulust. Megállapíthatjuk, hogy a (6) anyagegyenlet nem írja le helyesen az átmenetet a folyékony állapotból a szilárdba.

Nézzük meg közelebbről mit fejez ki a (7) anyagegyenlet. A $G \to \infty$ határátmenettel a (8) a (7) egyenletbe megy át. Bármely feszültségi állapot hatására ilyen test csak térfogatát változtatja, éspedig minden irányban egyenlő mértékben. Kis részeinek alakja tehát változatlan marad, ugyanúgy mint hőkiterjeszkedéskor. A feszültségtenzor deviátor része nem befolyásolja az alakváltozást. Egytengelyű húzó igénybevétel hatására nem mutatkozik harántirányban méretcsökkenés, ellenkezőleg, ebben az irányban méretnövekedést kellene észlelni. Ilyet azonban sohasem észleltek. A végtelen nagy csúsztató rugalmassági modulusú testnek $m = -1$ *Poisson*-féle szám felel meg, amivel szemben ennek észlelt értékei 2,5 és 6 közé esnek.

Ezek a nehézségek nemcsak az $\eta \to \infty$ határátmenetkor mutatkoznak. A sebesség növelésének ugyanez a hatása. És valóban az ultrahang hullámokkal végzett kísérletek megmutatták, hogy eredményeik nem hozhatók összhangba a *Stokes*-féle anyagegyenletből levont következtetésekkel. Feltételezhető, hogy ez leginkább molekuláris hatások következménye. Fentiek szerint a *Stokes*-féle test nem alkalmas arra, hogy a nagy viszkozitás, illetőleg a nagy sebességek körzetében végzett észlelések összehasonlításához alapul szolgáljon, mivel itt hamis következtetésekre vezet.

Felmerül a kérdés, hogyan volt lehetséges, hogy a *Stokes*-féle anyagegyenlet több, mint egy évszázadon át szinte korlátlan bizalmat élvezett és sokoldalú alkalmazásából nem származott már korábban ellentmondás. A (7) anyagegyenlettel jellemzett test az összenyomhatatlan rugalmas test megfelelője, melynél $1/K = 0$ és G tetszőleges, amivel szemben most $1/G = 0$ és K tetszőleges. Találóan »alaktartó«-nak nevezhetnők. Mivel az energiákra vonatkozó megfontolások csak a -1 és 2 közötti m értékeket zárják ki, ez a test, melyre $m = -1$, a lehetőség határán fekszik. Ilyen körülmények között alkalmazása nem vezethet energetikai ellentmondásra.

Mindebből azt a következtetést kell levonni, hogy *Stokes* (1), illetőleg (6) anyagegyenlete nagy viszkozitásra vagy gyors folyamatokra nem alkalmazható.

3. Stokes egyenletének általánosítása. A 2. pontban kifejtettek alapján szükségesnek látszik viszkózus testekre olyan anyagegyenletet felállítani, amely éppen olyan jó használható, mint *Stokes* egyenlete, de annak hibái nélkül. Az a követelmény, hogy ennek az anyagegyenletnek nagy viszkozitásokra, tehát az $\eta \to \infty$ határátmenetnél a (8) anyagegyenletbe kell átmennie, közelfekvővé teszi a

$$\overline{V} = \frac{\dot{P}_I I}{9K} + \frac{\dot{P}_d}{2G} + \frac{P_d}{2\eta} \tag{9}$$

általánosítást. A (9) egyenlet előfutárjának tekinthető *J. C. Maxwell* [2] kezdeményezése. Általánosságban először *L. Natanson* [3] mondta ki és alkalmazta viszkózus folyadékok lassú mozgására. Szilárd testekben végbemenő rezgési jelenségekre *B. Gutenberg* és *H. Schlechtweg* [4] alkalmazta.

A (9) alatti *Maxwell—Natanson* anyagegyenlet eleget tesz annak a követelménynek, hogy kis η-ra a viszkózus folyadék *Stokes*-féle anyagegyenletébe, nagy η-ra pedig a rugalmas test anyagegyenletébe megy át. Ilyen módon helyesen fejezi ki a viszkózus folyadék és rugalmas szilárd test közötti folytonos átmenetet. Használhatóságát a viszkózitás nagysága elvben nem korlátozza. A (9) anyagegyenletet sík hanghullámok tovaterjedésének kiszámítására alkalmazzuk, hogy így a kísérleti kutatás részére hozzáférhetővé váljék.

4. Dimenzió-analitikai meggondolások sík hanghullámokra vonatkozólag. Sík hanghullámok tovaterjedésében az alábbi mennyiségek fordulnak elő:

Két rugalmas állandó. Célszerű a már dimenzió nélküli *m Poisson*-féle állandót és a K kompresszió modulust használni. Az utóbbi dimenziója $ML^{-1}S^{-2}$.

A viszkozitás η $(ML^{-1}S^{-1})$.

A sűrűség ϱ (ML^{-3}).

A rezgés körfrekvenciája ω (S^{-1}).

A hullám fázissebessége c (LS^{-1}). Tekintettel a diszperzióra, célszerűnek látszik a hullám sebességét a végtelen lassú rezgések

$$c_0 = \sqrt{\frac{K}{\varrho}} \tag{10}$$

sebességére vonatkoztatni.

A rezgés amplitudójának térbeli csillapítási együtthatója $\varkappa$ (L^{-1}).

A K, η, ω, c, $\varkappa$ mennyiségekből három egymástól független dimenzió nélküli mennyiséget képezhetünk. Ezekből

$$c/c_0 = c\sqrt{\varrho/K}$$

$$\Omega = \omega\eta/K \tag{11}$$

$$2\pi c\varkappa/\omega \tag{12}$$

mennyiségeket választjuk ki.

Ha megfontoljuk, hogy $2\pi c/\omega = \lambda$ a hullámhossz, látjuk, hogy az utolsó mennyiség $\varkappa\lambda$ a hullámhosszra eső csillapítás. Az $1/\Omega$ mennyiség bizonyos tekintetben emlékeztet a *Reynolds*-számra. Ez nyilvánvalóvá válik, mihelyt a K mennyiséget a c_0 és ϱ, továbbá az ω mennyiséget λ és c mennyiségekkel fejezzük ki, úgyhogy

$$\frac{1}{\Omega} = \left(\frac{c_0^2}{2\pi c^2}\right)\left(\frac{\lambda c\varrho}{\eta}\right).$$

Kétségtelen, hogy az első tényező egy állandó tényezőn kívül a diszperziót meghatározó c_0^2/c^2 hányadost is tartalmazza, viszont a második tényező alakja szerint egy *Reynolds*-szám, melyben a karakterisztikus hosszúság a hullámhossz, a sebesség pedig a hullám fázissebessége. Azonban a viszonyok itt éppen megfordítottjai a folyadékáramlás viszonyainak: gyors folyamatnak kis *Reynolds*-szám felel meg. Ez a körülmény, valamint a *Reynolds*-számnál általában használatos logaritmusos lépték e *Reynolds*-szám helyett az Ω mennyiség használatára késztet. Ez a mennyiség egyébként csak már eleve ismeretes tényezőket tartalmaz.

Az alábbi vizsgálatok programmját ezek alapján így foglalhatjuk össze: a c/c_0 és $\varkappa\lambda$ mennyiségek mint Ω függvényei állítandók elő.

5. *Longitudinális síkhullám tovaterjedése.* A hullám az x irányban terjedjen tova. Az alakváltozás tenzor ε_y és ε_z normális összetevői és összes tangenciális összetevői zérusok. Ha S jelöli az alakváltozás tenzorát, a térfogat változása $S = \varepsilon_x$. Mivel maradó térfogatváltozás nincs és az egész térfogatváltozás rugalmas, P_I értékét az

$$S_\mathrm{I} = P_\mathrm{I}\, 3K \tag{13}$$

egyenlőségből számíthatjuk ki. Esetünkben

$$P_\mathrm{I} = 3K\varepsilon_x. \tag{14}$$

Jelölje σ_x a **P** tenzor $x\,x$-komponensét, akkor a $\mathbf{P}_d$ tenzornak ugyanez a komponense

$$\mathbf{P}_d = \mathbf{P} - \frac{P_\mathrm{I}}{3}\mathbf{I} \tag{15}$$

definíció alapján $\sigma_x - K\varepsilon_x$.

Kis rezgéseknél $\dfrac{\partial}{\partial t}$ és $\dfrac{d}{dt}$ között nem kell különbséget tennünk. Ennélfogva a **V** tenzor $x\,x$ komponense ε_x és

$$G = \frac{3(m-2)}{2(m+1)}K \tag{16}$$

jelöléssel a (9) egyenletnek ugyanez a komponense

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{\dot{\varepsilon}_x}{3} + \frac{m+1}{3(m-2)}\frac{\dot{\sigma}_x}{K} - \frac{m+1}{3(m-2)}\dot{\varepsilon}_x + \frac{\sigma_x}{2\eta} - \frac{K}{2\eta}\varepsilon_x,$$

vagy rendezve

$$\frac{m+1}{3(m-2)}\frac{\dot{\sigma}_x}{K}+\frac{\sigma_x}{2\eta}-\frac{m-1}{m-2}\dot{\varepsilon}_x-\frac{K}{2\eta}\varepsilon_x=0\,. \tag{17}$$

Jelölje ϱ a sűrűséget, u az x irányú elmozdulást, akkor az egyensúlyi egyenlet erre a komponensre

$$\varrho\ddot{u}=\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}\,. \tag{18}$$

Ha a (18) egyenletet az x szerint differenciált (17) egyenletbe helyettesítjük és meggondoljuk, hogy

$$\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x}, \tag{19}$$

kis rezgésekre

$$\frac{m+1}{3(m-2)}\frac{\varrho}{K}\frac{\partial^3 u}{\partial t^3}+\frac{\varrho}{2\eta}\frac{\partial^3 u}{\partial t^2}-\frac{m-1}{m-2}\frac{\partial^3 u}{\partial t\partial x^2}-\frac{K}{2\eta}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2}=0\,. \tag{20}$$

Kíséreljük meg ezt az egyenletet az

$$u=e^{\alpha x-i\omega t+C} \tag{21}$$

függvénnyel kielégíteni. Ebben $\omega=2\,\pi\nu$ jelöli a körfrekvenciát, ν a rezgésszám. $\alpha=-\varkappa+i\,\omega/c$ egy komplex állandó, melynek negatív valós része, $\varkappa$, az amplitudó térbeli csillapítási együtthatója, képzetes része pedig a hullám c fázissebességével az $I(\alpha)=\omega/c$ összefüggésben áll. C egy másik komplex állandó, melynek valós része $x=0$, $t=0$ kezdeti értékekre megadja a rezgés $A=e^{R(C)}$ amplitudóját, $\varphi=I(C)$ képzetes része pedig a kezdeti fázisszöget. (Ezekkel az értékekkel (21)

$$u=Ae^{-\varkappa t}e^{i[\omega i(x/c-t)+\varphi]}\,. \tag{22}$$

(21) a (20)-ba helyettesítve

$$i\frac{m+1}{3(m-2)}\frac{\varrho}{K}\omega^3-\frac{\varrho\omega^2}{2\eta}+i\frac{m-1}{m-2}\alpha^2\omega-\frac{K}{2\eta}\alpha^2=0\,. \tag{23}$$

Ebből $\eta=o$ helyettesítésével ideális súrlódás nélküli folyadékra

$$\varrho\omega^2+K\alpha^2=0 \tag{24}$$

következik. Ilyenkor

$$\alpha = i\omega\sqrt{\varrho/K} \tag{25}$$

tiszta képzetes. A hullám tehát csillapítás nélkül

$$c_0 = \sqrt{K/\varrho} \tag{26}$$

sebességgel terjed tova.

Az általános esetben a (23) egyenletbe az

$$\Omega = \frac{\omega\eta}{K} = \frac{2\pi\nu\eta}{K} \tag{27}$$

$$\zeta = \frac{\alpha\eta}{\sqrt{K\varrho}} \tag{28}$$

$$a = \frac{2(m+1)}{3(m-2)} \tag{29}$$

$$b = \frac{2(m-1)}{m-2} \tag{30}$$

dimenzió nélküli mennyiségeket vezetjük be, egyben a továbbiak kedvéért megjegyezzük, hogy

$$-R(\zeta) = \frac{\varkappa\eta}{\sqrt{K\varrho}} \tag{31}$$

$$+I(\zeta) = \frac{\omega\eta}{c\sqrt{K\varrho}} = \frac{\omega\eta c_0}{Kc} \tag{32}$$

$$\frac{c}{c_0} = \frac{\Omega}{I(\zeta)} \tag{33}$$

$$\frac{2\pi c\varkappa}{\omega} = -2\pi\frac{R(\zeta)}{I(\zeta)}. \tag{34}$$

A (23) egyenletet $2\eta/K^2\varrho$ mennyiséggel szorozva, a (27)—(30) összefüggéseket figyelembe véve

$$ia\Omega^3 - \Omega^2 + ib\,\Omega\zeta^2 - \zeta^2 = 0 \tag{35}$$

következik és tovább

$$a\Omega = \operatorname{tg}\ \varphi \quad \text{és} \quad b\Omega = \operatorname{tg}\ \psi \tag{36}$$

jelöléssel és a *Moivre*-képlettel

$$\zeta = i\Omega\sqrt{\frac{\cos\ \psi}{\cos\ \varphi}}\sqrt{\frac{\cos\ \varphi - i\ \sin\ \varphi}{\cos\ \psi - i\ \sin\ \psi}} = \Omega\sqrt{\frac{\cos\ \psi}{\cos\ \varphi}}\left(-\sin\frac{\psi-\varphi}{2} + i\ \cos\frac{\psi-\varphi}{2}\right) \tag{37}$$

következik, ahol a két gyök közül csak az felel meg csillapított hullámnak, amelyik $R(\zeta) < 0$-hoz vezet. A (37) egyenletből (33) és (34) figyelembevételével

$$\frac{c}{c_0} = \sqrt{\frac{\cos\ \varphi}{\cos\ \psi}}\ \cos\ \frac{1}{\frac{\psi-\varphi}{2}} \tag{38}$$

$$\varkappa\lambda = 2\pi\ \operatorname{tg}\ \frac{\psi-\varphi}{2} \tag{39}$$

következik.

Különösen érdekes c/c_0 és $\varkappa\,\lambda$ viselkedése Ω, vagy ami ugyanaz, $\varkappa\,\lambda$ igen kis és igen nagy értékeinél.

Ha Ω sokkal kisebb, mint 1, írhatjuk, hogy $\sin\ \varphi = a\,\Omega$, $\sin\ \psi = b\,\Omega$, $\cos\ \varphi = \cos\ \psi = 1$, amivel

$$c/c_0 = 1 \tag{38a}$$

$$\varkappa\lambda = 2\pi\frac{b-a}{2}\Omega = \frac{4\pi}{3}\Omega. \tag{39a}$$

Ha $\Omega \gg 1$, írható, mivel

$$1/a\Omega = \operatorname{tg}\ (\pi/2 - \varphi),\ 1/b\Omega = \operatorname{tg}\ (\pi/2 - \psi),$$

hogy

$$\varphi = \pi/2 - 1/a\Omega,\ \psi = \pi/2 - 1/b\Omega.$$

Sorban kapjuk a következő összefüggéseket:

$$\cos\ \varphi = 1/a\Omega,\ \cos\ \psi = 1/b\Omega$$

$$\sin\frac{\psi-\varphi}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)\frac{1}{\Omega},\ \cos\frac{\psi-\varphi}{2} = 1$$

$$c/c_0 = \sqrt{b/a} \tag{38b}$$

$$\varkappa\lambda = \pi\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)\frac{1}{\Omega}, \tag{39b}$$

Ω kis és nagy értékeinél $\varkappa\lambda$ zérushoz tart. Legnagyobb értéke könnyen kiszámítható, ha a (36) egyenleteket a szélső érték feltételeinek tekintjük. Az $\Omega = 1/\sqrt{ab}$ helyen mutatkozó legnagyobb érték

$$\varkappa\lambda = 2\pi\frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{b}+\sqrt{a}}.$$

6. Transzverzális síkhullám tovaterjedése. A tovaterjedés irányát x-szel jelöljük. Az alakváltozás sebessége és a feszültség tenzorának minden komponense $\gamma_{xy}/2 = \gamma/2$ és $\tau_{xy} = \tau$ kivételével zérus. Ezért S_I és P_I is zérus. A (9) egyenletből

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\eta} + \frac{\dot{\tau}}{G}.$$

Ha v jelöli a V tenzor y-komponensét,

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial x}. \tag{41}$$

Az egyensúlyi egyenlet az y-komponensre

$$\varrho\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \tau}{\partial x}. \tag{42}$$

A (40) egyenletet x szerint differenciáljuk és a (41) és (42) egyenletekből $\dot{\gamma}$ és $\frac{\partial\tau}{\partial x}$ értékét behelyettesítve:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\varrho}{\eta}\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\varrho}{G}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \tag{43}$$

$v = e^{\alpha x - i\omega t + C}$ felvételével következik, hogy

$$\alpha^2 = -\mathrm{i}\frac{\omega\varrho}{\eta} - \omega^2\frac{\varrho}{G}, \tag{44}$$

amiből a (16) és (30) jelölésekkel

$$\alpha^2 + i\frac{\omega\varrho}{\eta} + \frac{\omega^2 a\varrho}{K} = 0. \tag{45}$$

Szorzunk az $\eta^2/K\varrho$ mennyiséggel és figyelembe vesszük a (28) és (27) jelöléseket :

$$\zeta^2 + i\Omega + a\Omega^2 = 0 . \tag{46}$$

A (36) jelölésekkel

$$\zeta = i\sqrt{\Omega}\sqrt{a\Omega + i} = i\sqrt{\Omega}\sqrt{\frac{\sin\varphi + i\cos\varphi}{\cos\varphi}} \tag{47}$$

és végül a *Moivre*-képletből

$$\zeta = \sqrt{\frac{\Omega}{\cos\varphi}}\left[-\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right] \tag{48}$$

következik. A (33) és (34) képletekből kapjuk a

$$\frac{c}{c_0} = \frac{\sqrt{\Omega\cos\varphi}}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} \tag{49}$$

$$\varkappa\lambda = 2\pi\ \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \tag{50}$$

összefüggéseket. Ha $\Omega \ll 1$

$$c/c_0 = \sqrt{2\Omega} \tag{49a}$$

$$\varkappa\lambda = 2\pi\ (1 - a\Omega) \tag{50a}$$

és ha

$$\Omega \gg 1, \quad \text{mivel} \quad \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2a\Omega}$$

$$c/c_0 = 1/\sqrt{a} \tag{49b}$$

$$\varkappa\lambda = \pi/a\Omega . \tag{50b}$$

7. Összehasonlítás a Stokes testtel. A *Stokes* testre

$$m = -1,\ a = 0,\ b = 4/3,\ \varphi = 0,\ \mathrm{tg}\ \psi = 4\Omega/3,$$

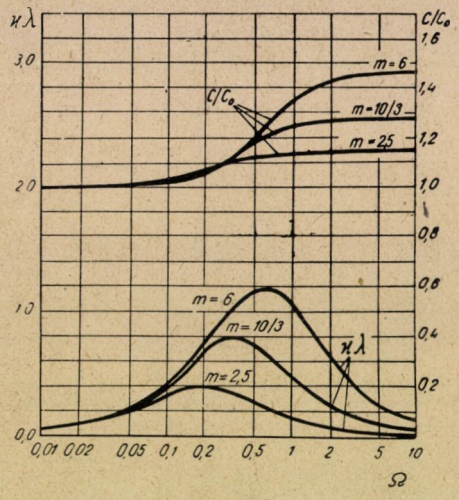
és ezért a longitudinális hullámra

$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{\sqrt{\cos \psi} \cos \frac{\Psi}{2}} \tag{38c}$$

$$\varkappa\lambda = 2\pi \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}. \tag{39c}$$

Ha $\Omega \ll 1$,

$$c/c_0 = 1$$



1. ábra

$$\varkappa\lambda = \frac{4\pi}{3} \Omega,$$

ha pedig $\Omega \gg 1$, mivel $\frac{\pi}{2} - \psi = \frac{3}{4\Omega}$,

$$c/c_0 = \sqrt{8\Omega/3}$$

$$\varkappa\lambda = 2\pi .$$

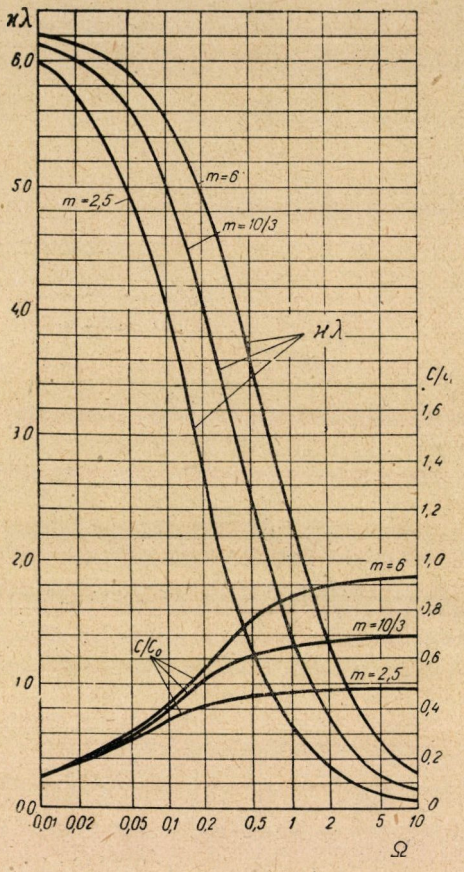
Transzverzális hullámra

$$c/c_0 = \sqrt{2\Omega} \tag{49/c}$$

$$\varkappa\lambda = 2\pi \tag{50/c}$$

c/c_0 és $\varkappa\lambda$ értékeit Ω függvényében $m = 2{,}5$, $10/3$ *és* 6 értékekre az 1. és 2. *ábrába*, $m = -1$ értékre pedig a 3. *ábrába* raktuk fel. Amint látható $m = -1$ értékre a görbék menete még minőségileg is más, mint m más értékeire.

A c/c_0 és $\varkappa\lambda$ mennyiségekre fent megadott kifejezések a nagy viszkozitások tartományában eltérnek azoktól, amelyeket *Stokes* értekezésében kiszámít. Ennek



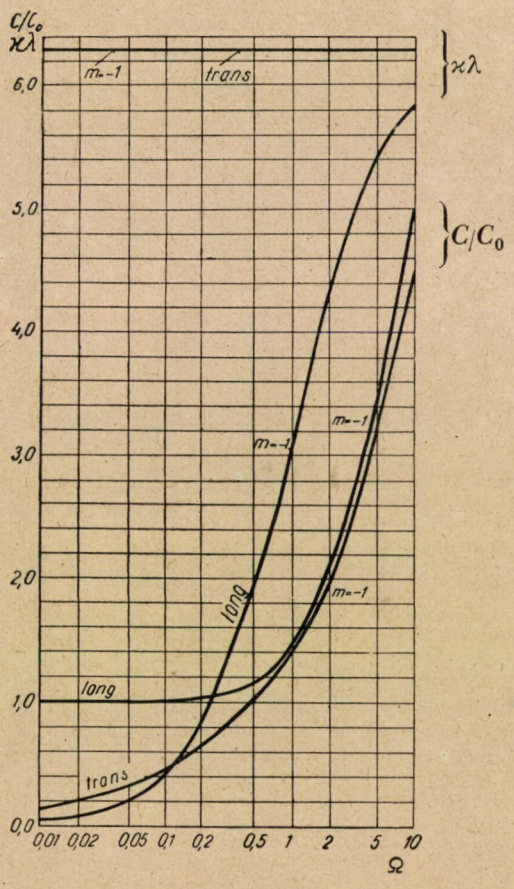
2. *ábra*

oka abban rejlik, hogy *Stokes* nem a térbeli, hanem az időbeli csillapítást számítja ki. A c/c_0 értékek különbözősége is ebből következik. Egyébként a *Stokes* levezette képletekből nagy viszkozitás esetében c/c_0-ra tiszta képzetes értékek adódnak.

8. Összehasonlítás a kísérleti eredményekkel. Ha a levezetett összefüggéseket a kísérleti eredményekkel [5] összehasonlítjuk, egyes eseteket nem tekintve, nagy eltéréseket találunk. Ebben a tekintetben a helyzet *Stokes* anyagegyenle-

téhez képest nem változott. Annál figyelemreméltóbb, hogy legalább menetük tekintetében a kísérleti eredményekkel aránylag elég jól egyeznek, ami *Stokes* anyagegyenletének esetében egyáltalában nem mondható.

Utalni kell még arra, hogy *Kneser* [6] és [7] molekuláris megfontolások alapján olyan eredményekhez jut, amelyek a kísérletekkel mennyiségileg is



3. ábra

jól egyeznek, anyagegyenletet azonban nem állít fel, ami értekezésének nem is volt célja.

Ami a *Maxwell—Natanson* anyagegyenletből levont következtetés és a kísérleti eredmények közötti eltéréseket illeti, feltételezhető, hogy ezek abból származnak, hogy a viszkozitást és a kompresszió-modulust a sebességtől függetlennek tételeztük fel, ami nagy sebességre már nem érvényes.

IRODALOM

1. *G. G. Stokes :* On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion. and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids. Mathematical and Physical Papers, Cambridge. 1880, p. 75.
2. *J. C. Maxwell :* On the Dynamical Theory of Gases. Phil. Mag. 4. s. 35 (1868) p. 113.
3. *L. Natanson :* On the Laws of Viscosity. Phil. Mag. 6/II. (1901) 342—356.
4. *B. Gutenberg* und *H. Schlechtweg :* Viskosität und innere Reibung fester Körper. Phys. Z. 31 (1930) 745—752.
5. *L. Bergmann :* Der Ultraschall und seine Anwendungen in Wissenschaft und Technik. S. Hirzel, Stuttgart, 1949. 5. Aufl. S. 329—333, 348—349.
6. *H. O. Kneser :* Schallabsorption und -dispersion in Flüssigkeiten. Ann. Phys. 32. (1938) 277.
7. *H. O. Kneser :* Die akustischen Relaxationserscheinungen. Z. techn. Phys. 19 (1938) 468.

Összefoglalás

Stokes anyagegyenlete viszkózus folyadékokra nagy viszkozitásnál nem használható. Helyébe *Maxwell—Natanson* anyagegyenletének használatát javasolja szerző, amely a folyékony és szilárd halmazállapot közötti folytonos átmenet kifejezésére alkalmas, mint amire példa az üveg, aszfalt stb.

A *Maxwell—Natanson*-féle anyagegyenletek alapján a diszperziót és a hanghullám hosszára vonatkoztatott térbeli csillapítótényezőt mind longitudinális, mind transzverzális hullámra kiszámítja. A kísérleti eredményekkel ezek az értékek nem nagyon jól egyeznek, a javasolt anyagegyenlet azonban logikailag kifogástalan alapot nyújt az eltérések megítélésére.

GÁZTURBINÁK KÖRFOLYAMÁNAK NÉHÁNY ELMÉLETI KÉRDÉSE

JUREK JENŐ

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, MEZŐGAZDASÁGI GÉPEK TANSZÉKE]

[Beérkezett 1952 július 4]

1. Bevezetés

A gázturbina fejlődése hosszú időn át nagyon lassú volt, napjainkban azonban szinte ugrásszerűen, szemünk láttára vált használható erőgéppé. A sok éven át csekély eredménnyel végződő kísérletek a különböző rendszerek egész sorát létesítették. Ezek a kísérletek alakították ki a szükséges szerkezeti elemeket, amelyek önálló fejlődés útján külön-külön tökéletesedtek. A kiforrott szerkezeti elemek szerencsés kézzel összeválogatva egy későbbi időben így egyszerre állottak a gépszerkesztők rendelkezésére.

A folyamat hasonló a gőzgép, vasút, autó stb. fejlődéséhez, avval a különbséggel, hogy itt még súlyosabban estek számításba az elmélet követelményei, mint az említett gépeknél.

A gázturbina fejlődésével kapcsolatban igen jól látható a technikai fejlődés természetes folyamata, amely évszázadokon keresztül az egyszerűbb és könnyebb problémától a rejtettebb és bonyolultabb felé haladva egyre finomabb és kötöttebb feltételek között hozta egymásután létre a hőerőgép mai fajtáit.

A gázturbina szokásos egyennyomású típusa 3 főrészből: kompresszorból, égőkamrából és a hasznos munkát létesítő turbinarészből van.

A körfolyam alsó határai a gázturbinák legnagyobb részénél a légköri viszonyok folytán adottak, a felső hőmérséklet határ az álló- és járólapátokra való tekintettel a rendelkezésre álló anyagok, így tehát a technikai fejlettség függvénye.

A maximális hőmérséklet korlátozottsága folytán a gázturbina körfolyama szűk hőfok-határok között folyik le. A körfolyam olyan természetű, hogy a dugattyús gépek vizsgálatánál alkalmazott PV-diagramm a gázturbinánál nem használható.

Ennek az igen fontos ténynek az oka az, hogy a gázturbina két fő szerkezeti eleme a turbina és a kompresszor az ideális 100%-nál mindenkor lényegesen rosszabb hatásfokkal működik. Ha az elméleti 2 adiabatás és 2 izobáros

körfolyamot valamiképen meg tudnánk valósítani, a PV-diagramm is teljesen megfelelne célunknak.

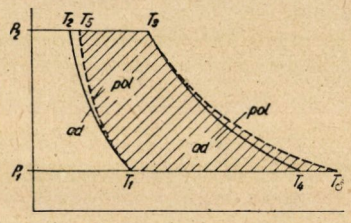
Ugyanígy semmiféle nehézség sem származnék ebben az esetben a TS-entrópia diagramm használatából, amely megfordítható körfolyamban a terület-viszony alapján az elért hatásfok megállapítását is lehetővé tenné.

Ilyen elméletileg tökéletes körfolyamnál üzemképtelenség nem is lehetséges, mivel minden

$$\frac{P_2}{P_1} > 1 \quad \text{és} \quad \frac{T_3}{T_1} > 1$$

esetben automatikusan létesülne a hasznos munka *(1. ábra)*.

A gázturbina évtizedes lassú és sokáig eredménytelen fejlődése éppen a



1. ábra

két legfőbb szerkezeti rész, a kompresszor és a turbina együttes rossz hatásfokának tulajdonítható.

A kompresszor hatásfoka megnöveli az adiabatikus kompresszióhoz szükséges munkát, a turbina hatásfoka csökkenti az adiabatikus expanzió pozitív munkáját. Ha a kettő egyenlővé válik, a hasznos munka, így a hatásfok nullává lesz, tehát az üresjárás esete következik be.

2. A PV- és TS-diagrammok használatának nehézségei nem ideális körfolyamban

A kompresszor hatásfoka kisebb az egységnél, tehát a meghajtásához szükséges munka nagyobb az adiabatikusnál.

A nagyobb munka a kompresszió folyamán túlmelegedést okoz, ezért az adiabatikus véghőfok helyett magasabb hőfokot kapunk.

Ha a kompresszor adiabatikus hatásfoka η_k a kezdő hőfok T_1 az adiabatikus véghőfok T_2 helyett $T_5 > T_2$

$$T_5 = \frac{1}{\eta_k}(T_2 - T_1) + T_1 .$$

A kompresszió görbe változó kitevőjű politrop; amelynek a kezdő- és végállapotra vonatkoztatott új kitevője $\eta, > k$; tehát a PV-diagrammban mér-

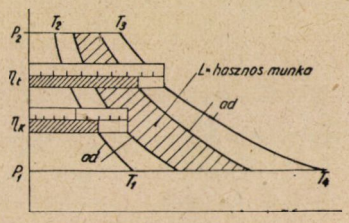
hető kompresszió területet növeli. Ez a növelés azonban nem azonos a munkanövekedés mértékével, csupán töredéke annak.

Az expanzió új látszólagos kitevője $\eta_2 < k$ így az expanzió látszólagos munkaterülete a PV-diagrammban a hasznos munka csökkenése ellenére nő.

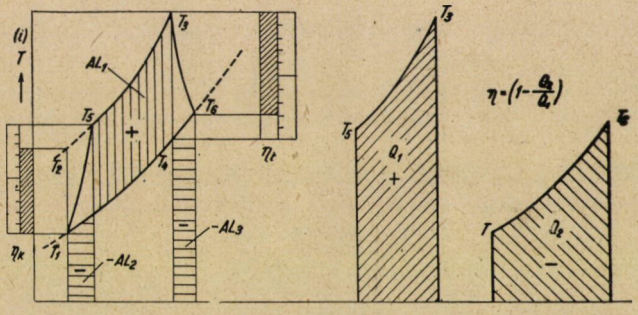
Az expanzió véghőfoka $T_6 > T_3$

$$T_6 = T_3 - (T_3 - T_4)\,\eta_t$$

tehát a politropikus véghőfok nagyobb az adiabatikusnál.



2. ábra



3. ábra

Az *1. ábra* az ideális körfolyamot ábrázolja a PV-diagrammban, adiabatikus görbékkel. Ugyanezen ábrában a pontozott vonalak a valóságos politrop görbéknek felelnek meg.

Ha a munka változását akarjuk ábrázolni, az elméleti adiabatikus diagrammba 2 kongruens adiabatát rajzolunk be. Az egyik a kompresszió munka növekedését, a másik az expanzió munka csökkenését jelzi. Az új adiabaták közötti maradék terület a tényleges munkát adja.

A valóságos és elméleti munkák viszonya a »kiviteli hatásfok« < 1. *(2. ábra)*.

Az entropia, TS-diagrammban a munkát területtel mérjük *(3. ábra)*.

Területek összehasonlítása igen nehézkes és áttekinthetetlen, sem a maximális munka, sem a maximális hatásfok ezzel a módszerrel nem állapítható meg.

A számítási, szerkesztési módszerek világosabb és szemléltetőbb elvégzéséhez a következőkben ezért három egyszerűsített ábrázolási módszert kívánunk ismertetni.

3. *A PT területi diagramm*

A gázturbina körfolyamának egyik ábrázolási módja a PT-diagramm, amely a körfolyam jellegzetes főtényezőit, a nyomás és a hőfok jelentőségét koordináta rendszerben közvetlenül ábrázolja. A hőmérsékleti határok könnyű összehasonlíthatósága a hőkicserélés lehetőségének feltételeit, valamint az így létrejött hatásfokjavulás mértékét nemcsak szemléletessé, hanem azonnal számíthatóvá teszi.

A PT-diagramm a *2. ábrában* alkalmazott módon a kongruens adiabatákkal felosztott PV-diagrammból keletkezett. Ha az említett módon, a kompresszor igényelte valóságos munkát úgy ábrázoljuk, hogy az új adiabata bezárta terület aránya az eredetihez a hatásfoknak megfelelő arányú legyen, az arányosság nem csak a területekre, hanem a térfogatra is érvényes ; így területmérés helyett a térfogatmérés is alkalmazható.

Azonos kitevőjű adiabata sereg metszékei meghatározott állandó P nyomásnál rendre arányosak a bezárt területekkel, tehát állandó fajhő esetén az expanzió munka ugyanezen módon, kongruens adiabatával csökkenthető a hatásfoknak megfelelő értékre.

Ha »V« helyett »T« hőmérséklet a »P« mellett szereplő második ordináta, az adiabata sereg ezen rendszerben is az előbbivel azonos módon a munkával arányos hosszakat metszi ki, most már a T hőfok lineáris függvényében *(4. ábra)*. Ebben az ábrázolásban T_5 és T_6 nem hőfokot jelent.

Ha C_p = állandó , általános esetben:

$$(T_2 - T_1)\, C_p = Q_2 - Q_1,$$

tehát a hőfokváltozás arányos a be- és elvezetett hőmennyiségekkel.

A körfolyam hatásfokát a két izobáros 2 adiabatás körfolyamnál az elemi Carnot-körfolyam hatásfoka helyettesítheti. Ez az elemi Carnot-körfolyam a Q_1 hőbevezetés bármely elemén képezhető, így teljesen jogos helyette akár a kompresszor, akár a turbina adiabatájának kezdő- és véghőmérsékletét meghatározni, ami

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_3}{TA} = \frac{T_3}{T_4}$$

függvényből számítható. Az eredmény az expanzió nyomás és hőmérséklet viszonyaival kifejezve :

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

A tárgyalásaink folyamán a következő jelöléseket alkalmazzuk:

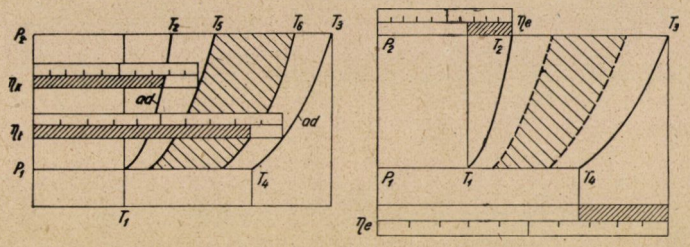
$$\eta_e = \text{elméleti körfolyam hatásfok} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_4}{T_3}$$

η_k = kompresszor hatásfok < 1

η_t = turbina hatásfok < 1

$\eta > \eta_e$ = az eredő véghatásfok.

Ha az expanzió véghőmérséklete $T_4 > T_2$ tehát a kompresszió véghőmérsékleténél nagyobb, a két hőfokhatár között hőkicserélés lehetséges, így



4. ábra

ezen zónába eső Q_1 bevezetett és Q_2 elvezetett hő egy részét nem kell kívülről venni, csupán átcserélni. Az új elméleti hatásfok

$$\eta'_e = 1 - \frac{Q_2 - Q'_2}{Q_1 - Q'_1}$$

$Q'_1 = Q'_2$; így $\eta'_e > \eta_e$ ahol η_e a hőkicserélő nélküli hatásfok. A hőkicserélés hatásfoka is kisebb 100%-nál, így

η_H = a hőkicserélő hatásfok figyelembe veendő.

A teljes diagrammot az összes részhatásfokok szemléltető mércéivel az *5. ábra* mutatja.

η = a kapott hőmennyiség és a közölt munka viszonya a következő 4 tényező szorzata.

η = I., II., III., IV. (Kifejtve l. az *5. ábrán.*)

I = η_e = termikus hatásfok.

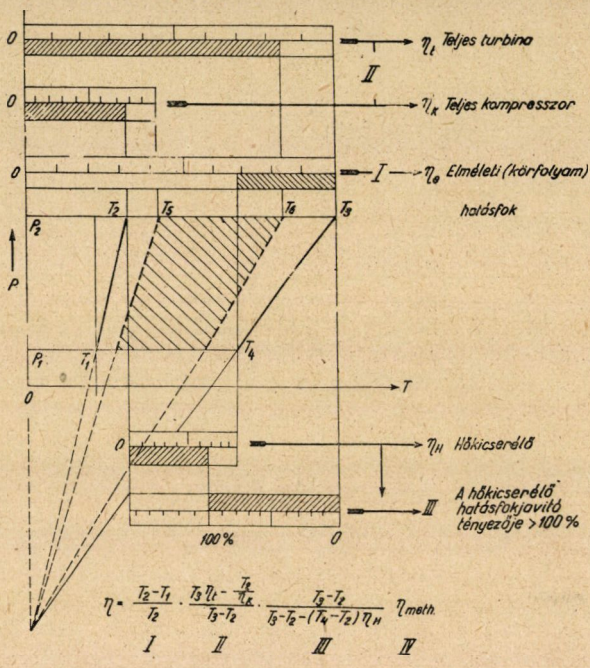
II = kiviteli hatásfok (kompresszor és turbina részhatásfokából).

III = a hőkicserélő javító hatása.

IV = η_m mechanikai hatásfok (a segédberendezések munkafogyasztását is beleértve).

Ez az egyszerű szemléletes ábrázolási mód a körfolyamban létrejövő változó kitevőjű politropok helyett adiabatákat használ, így a kompresszió véghőfoka T_2 és az expanzió véghőfoka T_4 az ábrában kisebb a ténylegesnél. Mivel a hiba mindkettőnél egyirányú, kevésbbé pontos számítás céljára ez a módszer is alkalmas.

Az átvitt hőmennyiség némileg eltér a ténylegestől, ennek az oka az, hogy a T_2 kompresszió véghőfok és a T_4 expanzió véghőfok változása a nem tel-



5. ábra

jesen egyenlő, tehát az eltérés az adiabata és a politrop között mindkettőnél kissé különböző.

Ez a hiba csak néhány % a véghatásfok egységére vonatkoztatva.

Az ábrázolt egyszerű egykörfolyamos gázturbinánál a kongruens adiabaták végpontjain kívül a közbenső értékeknek nincs jelentőségük, így megengedhető, hogy a tört kitevőjű parabolák helyett a végpontokat egyenessel kössük össze, amint az 5. *ábrán* látható. Az egyenessel helyettesített adiabaták kezdő- és végpontjainak, a T_2, T_3, T_4, T_5, T_6 értékeknek megállapítása számítással történt. Amint már említettük T_5 és T_6 nem hőfokot, hanem csak hőfoklépték-ben mért arányszámot jelent.

4. *PT-energia mérleg diagramm*

Az előbbi ábrázolásban, a valóságtól eltérően adiabatákkal dolgoztunk és a hatásfok kiszámítását is az adiabatikus elméleti munka alapulvételével végeztük el. Az »*adiabatikus hatásfok*« nem más, mint az adott nyomáshatárok között kiszámított adiabatikus munka és a bevezetett munka viszonyszáma.

$$\eta_{ad} = \text{adiabatikus hatásfok} = \frac{\text{elméleti munka}}{\text{bevezetett munka}}.$$

A kompresszor politrop munkájának területe valamivel nagyobb az adiabatikus munkánál.

Ha a bevezetett munkát az adiabatikus terület helyett erre a politrop vonallal határolt területre vonatkoztatjuk : a »*politrop hatásfokot*« kapjuk,

η_{pol} = politrop hatásfok $> \eta_{ad}$.

A mi számításunkban, mivel a kompresszor és turbina belső szerkezetével nem foglalkozunk, erre nincs szükség, így a továbbiakban is az adiabatikus hatásfokkal számolunk.

A »PT« területi diagrammban az adiabata véghőfoka szerepel úgy, hogy az előző fejezetben a hőkicserélő hőfokhatárainál mutatkozó kis hőfok-hiba nem volt elkerülhető.

A kompresszor hatásfokából eredő munkaveszteség a sűrített levegő felmelegítésére fordíttatik, tehát az adiabatikus hőfokemelkedésnél nagyobb véghőfok jön létre. Az így létesült kompresszió görbe *nem állandó kitevőjű politrop.*

Ha állandó η_k kompresszor hatásfokkal számolunk, a látszólagos kitevő értéke a következő :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

adiabatánál

$$\frac{T_5}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{r-1}{n}}$$

politropnál

$\frac{P_2}{P_1} = x$ helyettesítést alkalmazva

η_k kompresszor hatásfokot állandónak vesszük :

$$\eta_k = \frac{T_2 - T_1}{T_5 - T_1} = \frac{T_1\left(x^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)}{T_1\left(x^{\frac{r-1}{n}} - 1\right)} = f(x)$$

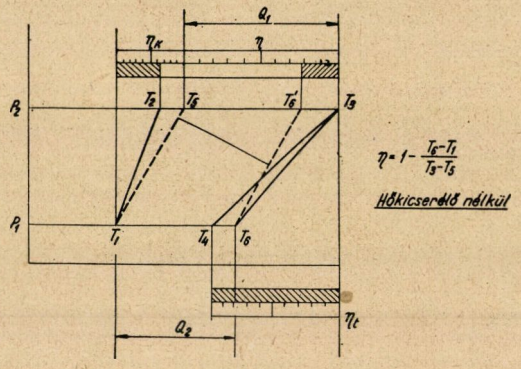
$$\eta_k = \left(x^{\frac{n-1}{n}} - 1\right) = x^{\frac{k-1}{k}} - 1$$

$$x^{\frac{n-1}{n}} = \frac{x^{\frac{k-1}{k}} - 1 + \eta_k}{\eta_k}$$

$$\frac{n-1}{n} \log x = \log\left(\frac{x^{\frac{k-1}{k}} - 1 + \eta_k}{\eta_k}\right)$$

amelyből:

$$\eta = \frac{\log x}{\log x - \log\left(\frac{x^{\frac{k-1}{k}} - 1 + \eta_k}{\eta_k}\right)}$$



6. ábra

tehát bebizonyítható, hogy n kitevő η_k = constans esetében nem állandó-hanem

$$x = \frac{P_2}{P_1}$$

-nek a függvénye.

Ez a bizonyítás azért is szükséges volt, mert a kompresszió és expanzió vonalak túlzott pontos felrajzolásának feleslegességét igazolja.

Az előbbi egyenes vonalak egyszerű meghúzása tehát indokolt minden olyan esetben, amikor a kezdő- és végállapot között a kiviteli veszteségektől eltekintve energia be- és elvezetés nem történik.

A *6. ábra* helyesebb lefolyását mutatja a gázturbina körfolyamának. Ebben az ábrában a kompresszió T_1, T_2 elméleti adiabatáján kívül a T_1, T_5 politropot is megrajzoljuk. A kompresszor hatásfoka η_k a saját mércéjén látható

módon egyszerű arányosítással, tehát szerkesztéssel adja meg a véghőfokot.

$$\eta_k (T_5 - T_1) = T_2 - T_1 .$$

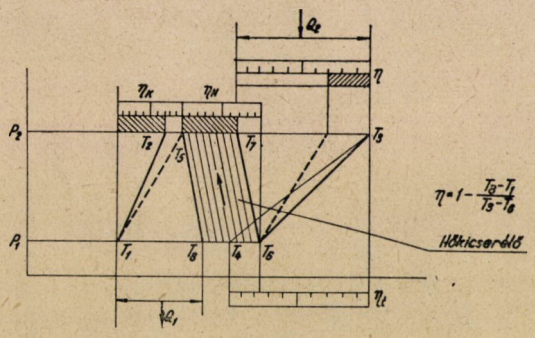
A bevezetett Q_1 hőmennyiség hatására keletkező T_3 égési véghőfokból kiinduló expanzió lefolyását adiabatikusnak véve az expanzió véghőfoka T_4 lenne.

Ha a turbinarész saját hatásfoka η_t, a véghőfok $T_6 > T_4$ lesz.

Ilyenkor

$$(T_3 - T_4)\,\eta_t = T_3 - T_6$$

η_t turbina hatásfok mércéjét felrajzolva az expanzió véghőfoka T_6 szintén szerkesztéssel határozható meg.



7. ábra

A bevezetett Q_1 és elvezetett Q_2 hőmennyiségek grafikus összehasonlítására való az az eljárás, amely szerint a kompresszió politrop vonalával az expanzió politropjának egyik végpontjából párhuzamost húzunk.

A kimetszett hossz a hasznos munka hőegyenértéke, így ennek a Q_1 bevezetett összes hőmennyiséghez viszonyított arányából az η = összhatásfok azonnal látható.

Így az η_k = kompresszor, η_t = turbina hatásfokmércéken kívül az összhatásfok = η a bevezetett és elvezetett hőmennyiség alapján a saját mércéjén olvasható le.

Hőkicserélő esetében ugyanígy járunk el, azzal a különbséggel, hogy az átvitt hőmennyiséget meghatározó hőfokkülönbségre, mint 100%-os alapra a hőkicserélő hatásfokát, tehát η_H mércéjét alkalmazzuk.

A 7. *ábra* a hőkicserélő hatásfokjavító jelentőségét világosan kiemeli, azzal, hogy a hasznos rész, tehát a végzett munka azonos nagysága mellett a hőkicserélővel átvitt hő a hatásfokmércét megrövidíti.

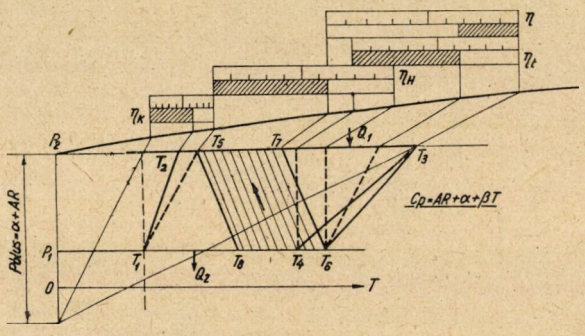
η_H = a hőkicserélő hatásfoka az alkalmazott méretek és elrendezés szerint $< 100\%$.

Tehát akár hőkicserélővel, akár anélkül, ebben a PT-diagrammban a végső hatásfokot egy egyenlő beosztású mérce mutatja.

Ugyanezen mérce alakalmas az $\eta = 0$, tehát a hatásfok nélküli üzem, az üresjárás és így üzemképesség feltételeinek megállapítására is.

Mindeddig $c_p = \text{const.}$ tehát állandó fajhővel számítottunk, ami a gázturbina különleges üzemi viszonyait tekintve a legtöbb célra megfelel. A változó fajhővel rendszerint tervezésnél sem szükséges számolni.

A gázturbina maximális égési hőfoka az elégés pillanatában ugyancsak 2500 C°, de a lapátok anyagára való tekintettel annyi levegőt kell még hozzávezetni, hogy 800—900 C°-nál magasabb véghőmérséklet ne keletkezzék.



8. ábra

Ez 1 : 50—60 keverési aránynak felel meg, ily módon az égéstermékek fajhőjének változása majdnem a levegő csekély mértékű fajhő változásának felel meg, tehát az üzem hőfokhatárain belül közepes fajhővel is számolhatunk. Változó fajhővel szerkesztett diagramm látható a *8. ábrá*ban.

5. A T T diagramm

Ha a PT diagramm nyomásordinátáit a szokásos lineáris skála helyett a keletkező adiabatikus hőfokemelkedés szerint rakjuk fel, az adiabaták a kezdő 0 pontból induló sugársort alkotnak *(9. ábra)*.

A nyomás léptéke a hőfokváltozás

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

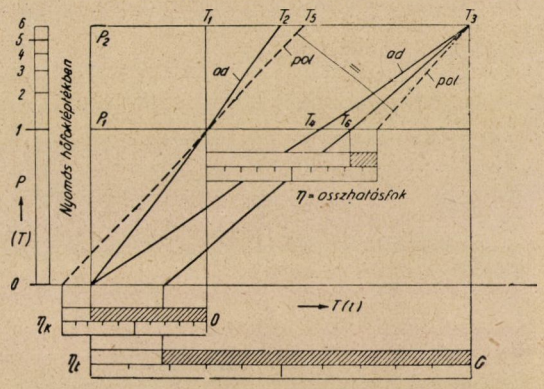
léptékének felel meg.

Az adiabaták ilyen lineáris rendszere a szerkesztéseket igen könnyű és egyszerű módon megoldható feladattá egyszerűsíti.

Ha a kompresszor hatásfokát $= \eta_k$ és az expanzió hatásfokát $= \eta_t$ vizsgáljuk, a szokásos állandó hatásfokú tehát az ismertetett változó kitevőjű politrop görbék szintén egyenesekké válnak.

A kompresszió politropja a C pont előtt $\frac{T_1}{\eta_k} - T_1$ pontból induló egyenes. Az expanzió politropja 0 pont után kezdődik, $T_3 - T_3\,\eta_t$ távolságban.

Az ábrában látható egyéb szerkesztés tehát a hatásfokmércék felrakása azonos a PT diagrammnál alkalmazott módszerekkel.

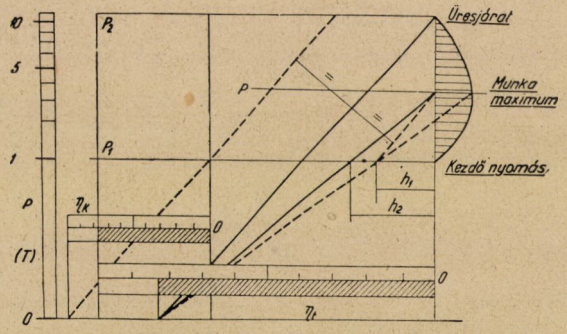


9. ábra

Ez az ábrázolási mód matematikai módszerekkel nehezen meghatározható, vagy megoldhatatlan egyenletekre vezető maximum értékek megszerkesztésére alkalmas.

6. A T T-diagramm segítségével elvégezhető szélső érték meghatározások

a) *Maximális munkához tartozó nyomásviszony, adott felső hőfokhatár mellett (10. és 11. ábra).*



10. ábra

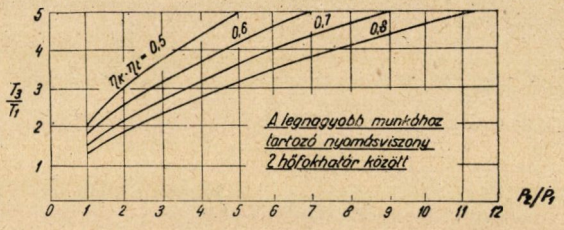
Új jelzésünk :

$$z = x^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$L = (h_2 - h_1) = T_3 \eta_t \left(\frac{z-1}{z}\right) - \frac{T_1}{\eta_k}(z-1) .$$

A maximális munka esetében :

$$\frac{dL}{dz} = T_3 \cdot \eta_t \cdot \frac{1}{z^2} - \frac{T_1}{\eta_k} = 0 .$$



11. ábra

Ebből :

$$z_{max} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1} \cdot \eta_k \cdot \eta_t}$$

Z értékét behelyettesítve az ismert eredményt kapjuk :

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_3}{T_1} \eta_k \cdot \eta_t\right)^{\frac{k}{2(k-1)}} .$$

A T T-diagrammok szerkesztéséhez szükséges adatokat az I. táblázat, a max. munkához tartozó nyomásviszony értékeket állandó hőmérsékleti határok között a II. táblázat tartalmazza.

A maximális munka mellett az üresjárási nyomásviszony is vizsgálható. A vizsgálat céljára az új jelzést alkalmazzuk :

$$z = x^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$L = T_3 \eta_t \left(\frac{Z-1}{Z}\right) - \frac{T_1}{\eta_k}(Z-1) = 0$$

I. TÁBLÁZAT

Táblázat TT diagramm szerkesztéshez

x	$x^{\frac{K-1}{K}}$	$\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{K-1}{K}}$	x	$x^{\frac{K-1}{K}}$	$\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{K-1}{K}}$	x	$x^{\frac{K-1}{K}}$	$\frac{1}{x}^{\frac{K-1}{K}}$
1	1	1	8	1,81	0,551	15	2,17	0,460
2	1,22	0,82	9	1,87	0,530	16	2,21	0,452
3	1,37	0,73	10	1,92	0,520	17	2,25	0,444
4	1,48	0,67	11	1,98	0,505	18	2,29	0,436
5	1,58	0,63	12	2,03	0,495	19	2,31	0,432
6	1,66	0,60	13	2,08	0,480	20	2,35	0,425
7	1,74	0,573	14	2,13	0,469	K = 1,4		

II. TÁBLÁZAT

Gázturbina max. munkájához tartozó

$\frac{T_2}{T_1}$	$z = x^{\frac{K-1}{K}}$ értékei, ha $\eta_k \cdot \eta_t =$				$\frac{P_2}{P_1} = x$ értékei, ha $\eta_k \cdot \eta_t =$			
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,5	0,6	0,7	0,8
1	—	—	—	—	—	—	—	—
1,2	—	—	—	—	—	—	—	—
1,5	—	—	1,03	1,10	—	—	1,11	1,4
2	1	1,10	1,19	1,27	1	1,40	1,85	2,33
2,5	1,12	1,22	1,32	1,41	1,49	2,02	2,65	3,25
3	1,22	1,34	1,45	1,55	2,02	2,80	3,70	4,70
4	1,41	1,55	1,68	1,79	3,25	4,70	6,30	7,80
5	1,58	1,73	1,87	2,00	5,00	7,00	9,00	11,50

amelyből

$$Z_{ü} = \frac{T_3}{T_1} \cdot \eta_k \cdot \eta_t$$

ha ezt a képletet a munkamaximum képletével összehasonlítjuk,

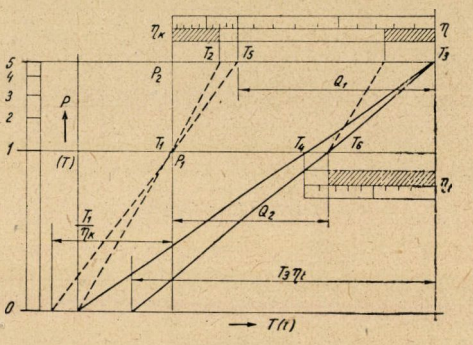
$$\sqrt{Z_{ü} \cdot 1} = Z_{\max}$$

$$\sqrt{\frac{T_3}{T_1} \cdot \eta_k \cdot \eta_t \cdot \frac{T_1}{T_1}} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1} \cdot \eta_k \cdot \eta_t}$$

egyenlőség alapján látható, hogy : megadott T_3 és T_1 hőfokhatárok között a munka max. nyomásviszonya az adiabatikus hőfokemelkedés léptékében geometriai középarányosa az üresjárási nyomásviszonynak.

Gyakorlati esetben az itt felvett η_k és η_t sem állandó, sőt a nyomásviszony emelkedésével a kompresszor hatásfoka erősen romlik. Ez a körülmény a szerkesztésnél úgy vehető figyelembe, hogy minden nyomásviszonynál az érvényes hatásfokkal számolunk.

b) *Maximális hatásfok hőkicserélő nélkül (12. ábra, 13. ábra).*



12. ábra

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_6 - T_1}{T_3 - T_5}$$

$x = \frac{P_2}{P_1}$ helyettesítve; T_6 és T_5 a hatásfokkal kifejezve:

$$\eta = 1 + \frac{T_1 - T_3 \cdot \left[1 - \eta_t + \eta_t \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}{T_3 - T_1 \cdot \left[1 - \frac{1}{\eta_k} + \frac{1}{\eta_k} \cdot x^{\frac{k-1}{k}}\right]}$$

$\eta = 1 + \frac{A}{B}$ képletből szélső értéket képezve:

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{A'B - B'A}{B^2} = 0\,,$$

tehát képzendő: $A'B = B'A$

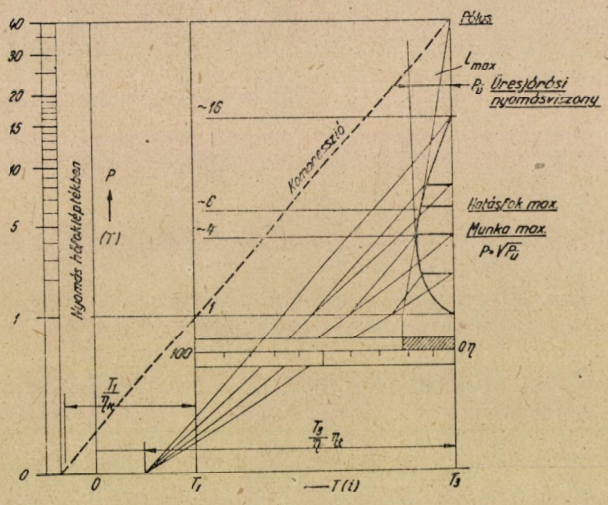
$$A' = \eta_t \left(\frac{k-1}{k}\right) \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{-\frac{1}{k}} \cdot T_3 = \eta_t x^{\frac{1}{k}} T_3 \cdot \left(\frac{k-1}{k}\right)$$

$$B' = \frac{1}{\eta_k}\left(\frac{k-1}{k}\right) \cdot x^{-\frac{1}{k}} T_1 = \frac{1}{\eta_k}\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{k}} \cdot T_1\left(\frac{k-1}{k}\right).$$

Tehát a következő egyenletet kapjuk :

$$T_3 \eta_t x^{\frac{1}{k}}\left[T_3 - T_1\left(1 - \frac{1}{\eta_k} + \frac{1}{\eta_k} \cdot x^{\frac{k-1}{k}}\right)\right] =$$

$$= T_1 \frac{1}{\eta_k}\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{k}}\left[T_1 - T_3\left(1 - \eta_t + \eta_t\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right)\right].$$



13. ábra

Ez az egyenlet $x = \frac{P_2}{P_1}$ -re nem oldható meg közvetlenül.

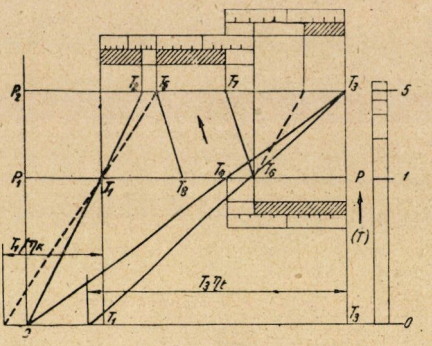
A hosszadalmas megközelítő eljárás helyett a *13. ábrán* látható szerkesztéssel kapjuk az eredményt.

A *11. ábrában* látható módon először a maximális munkaértékeket szerkesztjük meg ; utána a meghosszabbított kompresszió vonal végpontjából képezett pólusból a maximális munka görbéjéhez érintőt húzunk.

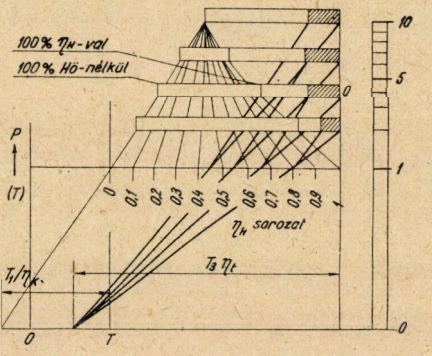
Ezzel az eljárással a különböző P_2 nyomásokhoz tartozó különböző Q_1 bevezetett hőmennyiséget közös hosszra $T_3 - T_1$-re vonatkoztatjuk.

c) *Maximális hatásfokhoz tartozó nyomásviszony hőkicserélővel (14., 15., 16., 17. ábra).*

A *14. ábra* a matematikai levezetéshez szükséges adatokat tartalmazza η_H = a hőkicserélő hatásfoka.



14. ábra



15. ábra

$X = \frac{P_2}{P_1}$ helyettesítéssel

$$\eta = 1 - \frac{T_8 - T_1}{T_3 - T_7}$$

$$(T_6 - T_5)\,\eta_H = T_6 - T_8 = T_7 - T_5$$

$$T_6 = T_3\left[1 - \eta_t + \eta_t \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$$

$$T_5 = T_1\left[1 - \frac{1}{\eta_k} + \frac{1}{\eta_k} \cdot x^{\frac{k-1}{k}}\right]$$

$$T_8 = T_5\,\eta_H + (1 - \eta_H)\,T_6$$

$$T_7 = T_6\,\eta_H + (1 - \eta_H)\,T_5$$

$$\eta = 1 + \frac{\eta_H T_1 \left(1 - \frac{1}{\eta_k} + \frac{1}{\eta_k} x^{\frac{k-1}{k}}\right) + (1 - \eta_H) T^3 \left[1 - \eta_t + \eta_t \left(\frac{1}{X}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] - T_1}{(1 - \eta_H) T_1 \left(1 - \frac{1}{\eta_k} + \frac{1}{\eta_k} x^{\frac{k-1}{k}}\right) + \eta_H T_3 \left[1 - \eta_t + \eta_t \left(\frac{1}{X}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] - T_3}$$

$$\eta = 1 + \frac{A}{B}$$

$$\eta_{\max}\text{-nál} \quad \frac{d\eta}{dx} = \frac{A'B - BA'}{B^2} = 0,$$

tehát $A'B = B'A$ képezendő

$$A' = \left(\frac{k-1}{k}\right)\left[\eta_H \cdot T_1 \frac{1}{\eta_k} \cdot \left(\frac{1}{X}\right)^{\frac{1}{k}} + (1 - \eta_H) T_3 \cdot \eta_t x^{\frac{1}{k}}\right.$$

$$B' = \left(\frac{k-1}{k}\right)\left[(1 - \eta_H) \cdot T_1 \frac{1}{\eta_k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{k}} + \eta_H \cdot T_3 \eta_t x^{\frac{1}{k}}\right.$$

Az egyenlet olyan terjedelmű képletre vezet, hogy áttekintés céljából célszerű egyes többször előforduló tagokat helyettesíteni.

Legyen:

$$C = 1 - \frac{1}{\eta_k} + \frac{1}{\eta_k} \cdot x^{\frac{k-1}{k}}$$

$$D = 1 - \eta_t + \eta_t \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$A'B = B'A =$$

$$= \left[\eta_H \frac{1}{\eta_k} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{k}} + (1 - \eta_H) \frac{T_3}{T_1} \eta_t x^{\frac{1}{k}}\right] \cdot \left[(1 - \eta_H) C + \eta_H \frac{T_3}{T_1} D - \frac{T_3}{T_1}\right] =$$

$$= \left[(1 - \eta_H) \frac{1}{\eta_k} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{k-1}{\kappa}} + \eta_H \cdot \eta_t \cdot \frac{T_3}{T_1} \cdot x^{\frac{1}{k}}\right] \cdot \left[\eta_H \cdot C - 1 + (1 - \eta_H) \frac{T_3}{T_1} \cdot D\right].$$

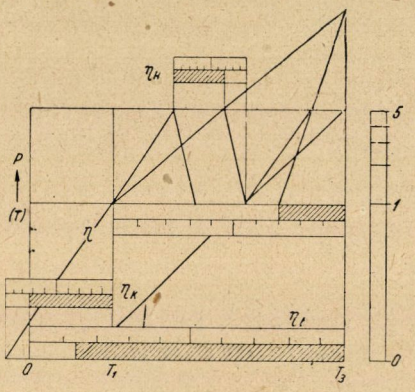
Ez az egyenlet sem oldható meg $x = \frac{P_2}{P_1}$-re közvetlenül. A hőkicserélős gázturbina maximális hatásfokának meghatározása adott hőfokhatárok között tehát ismét csak szerkesztéssel történhet.

Ez a szerkesztés a T T-digrammban a *15. ábra* szerint a hőkicserélő hatásfokának feltüntetésével kezdődik.

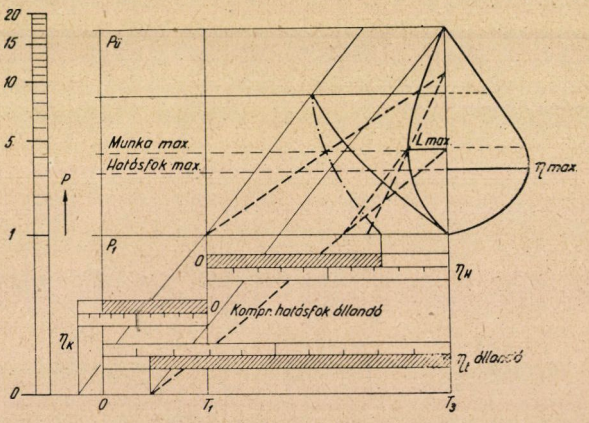
Ha a különböző nyomásviszonyoknál a hőkicserélő zónáját berajzoljuk, a hőkicserélés egyenlő η_H hatásfokait összekötő vonalak a T_5—T_6 pontban egy közös csúcsban futnak össze.

Megadott T_1 T_3 η_k η_t η_H adatokkal minden $\frac{P_2}{P_1} = x$ nyomásviszonynál megszerkeszthető az összhatásfok.

Egy ilyen szerkesztést ábrázol a *16. ábra*, amelyben a hőkicserélő alkalmazása folytán létrejövő hatásfok mércéje $T_3 - T_1$ állandó alapra van alkalmaztatva.



16. ábra



17. ábra

Ez a sorozatos szerkesztéseknél alkalmazott közös alap célszerűen a T_3 — —T_1 távolság, amely az itt ábrázolt módon változó pólustávolsággal szerkeszthető meg.

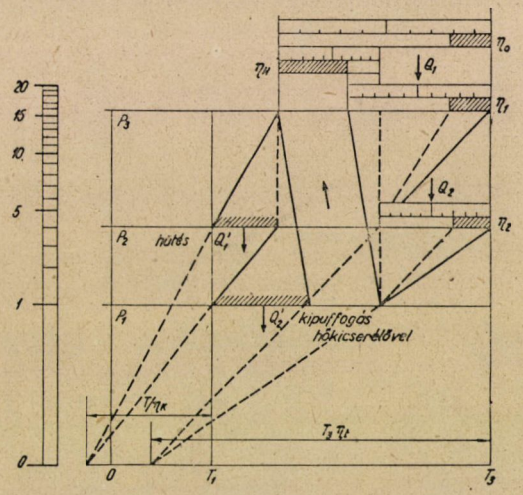
A *17. ábrában* megadott η_H hőkicserélő hatásfok betartása mellett elvégzett sorozatos szerkesztés eredményeit a függőleges $T = Z = (x)^{\frac{k-1}{k}}$ tengelyre

felrakva, a maximális η értéknek megfelelő $\frac{P_2}{P_1}$ nyomásviszony leolvasható.

Ha a hőkicserélés hatásfoka a különböző nyomásviszonyoknál nem azonos, minden egyes pont az érvényes hatásfokkal szerkesztendő meg. Ugyanezen alapon a kompresszió és az expanzió hatásfok értékei a nyomás és hőfok függvényei is lehetnek. Egyfokozatú sűrítő, pl.: centrifugál kompresszor hatásfoka nem állandó, hanem a nyomás növekedésével erősen romlik. Ez a körülmény is limitálja az egyfokozatú körfolyam nyomáshatárát.

7. *Lépcsős körfolyamok*

A gépegységen áthaladó levegőmennyiség egységére vonatkoztatott hasznos munka növelésére alkalmasak a lépcsős körfolyamok, amelyek azonos vagy



18. ábra

különböző közegekkel megvalósítva többszörös hő be- és elvezetéssel érik el a kívánt célt.

A *18. ábra* kétfokozatú körfolyamot mutat be, amelynél a Q_1 első hőmennyiséget az η_0 kisebb hatásfokkal hasznosíthatjuk csak abban az esetben, ha hőkicserélő nincs alkalmazva.

Ha η_H hatásfokú hőkicserélőt alkalmazunk, $\eta_1 > \eta_0$ új hatásfokot kapunk. A második Q_2 hőmennyiség már az η_2 hatásfokkal értékesíthető, amely azonos a második önálló körfolyam hatásfokával abban az esetben, ha itt is külön 100%-os hőkicserélőt alkalmaztunk volna.

Tehát a közbenső hűtésekkel ellátott lépcsős körfolyamban minden közbenső túlhevítésszerű hőbevezetés hatásfoka azonos a 100% hőkicserélő alkalmazásánál elérhetővel.

Több Q_1 Q_2 Q_3 Q_n hő közlésénél, amelyeket η_1 η_2 η_3 η_n hatásfokkal használunk ki, az eredő hatásfok a következő:

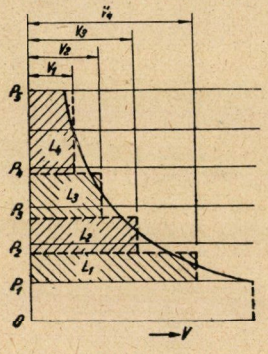
$$\eta = \frac{\eta_1 Q_1 + \eta_2 Q_2 + \eta_3 Q_3 + \ldots\ldots + \eta_n Q_n}{Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots\ldots Q_n}$$

A T T-diagramm szerkesztést és számítást megkönnyítő módszerével a különböző lépcsős körfolyamok minden kombinációja ellenőrizhető és az eredő hatásfok kiszámítható.

8. *Körfolyamok izotermákkal*

Az izotermabázis

A munkaképesség növelése céljából a bevezethető hőmennyiség növelését szolgálja a körfolyam egyik, vagy mindkét adiabatájának izotermával való



19. ábra

helyettesítése is. Mivel az izotermás munkát a P T-diagrammban is ábrázolni akarjuk, erre a célra megfelelő szerkesztést mutatunk be. Ez a szerkesztés az izotermás munkát az *izotermabázis* segítségével ábrázolja. A *19. ábra* szerint az izotermás munka egyenlő területei a P V-diagrammban geometriai sor szerint növekedő nyomáshatárokkal elválasztva követik egymást:

$$L_{is} = P_0 V_0 \cdot \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)$$

képlet szerint.

Az izotermás munka tehát a vele egyenlő be- vagy elvezetett hő ábrázolása a P T- és a T T-diagrammban is lehetséges. E célból a következő mesterséges összefüggést használjuk fel:

$$L_{is} = P_0 V_0 \cdot \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = Cp\,(T_0 - T_1) \cdot \frac{1}{A}\,.$$

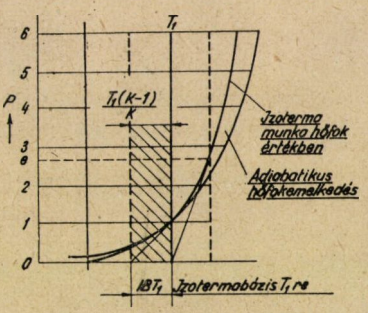
Ez a képlet nem azonosságot fejez ki, hanem látszólagos hőeséssel fejezzük ki az izotermikus munkát, hasonlóan az entrópia fogalmához.

$$L_{is} = ART_0 \ln \left(\frac{P}{P_0}\right) = Cp \cdot (T_0 - T_1)$$

$$\frac{k-1}{k} = \frac{AR}{Cp}$$

$$\left(\frac{k-1}{k}\right) T_0 \ln \left(\frac{P}{P_0}\right) = T_0 - T_1 .$$

Ebben a logaritmusos kifejezésben a $\frac{k-1}{k} T_0$ tényező nem más, mint a logaritmus görbe bázisa, tehát az a távolság, melyen belül a függvény értéke $e = 2{,}718$-szorosára emelkedik. A bázis egyúttal az érintő kezdő távolsága is.



20. ábra

A *20. ábra* a PT-diagrammban T_1 alapra

$$\frac{T = T_0(k-1)}{k} = \text{izotermabázis}$$

alapján szerkesztett izotermikus hőbevezetést ábrázolja, P_0 kezdőnyomás és P végnyomás között.

Ugyanitt látható az adiabatikus hőállapotváltozást kifejező adiabatikus hőfokemelkedési görbe is, amely növekvő nyomásnál nagyobb értéket ad, mint az izotermás jelzővonal.

A P T-diagramm helyett a T T-diagrammban még célszerűbben alkalmazható az izotermabázis alapján szerkesztett hőváltozás *(21. ábra)*.

Az izotermabázis itt a következő.

$$L = ART_1 = T_1 \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = Cp\,(T_2 - T_1)$$

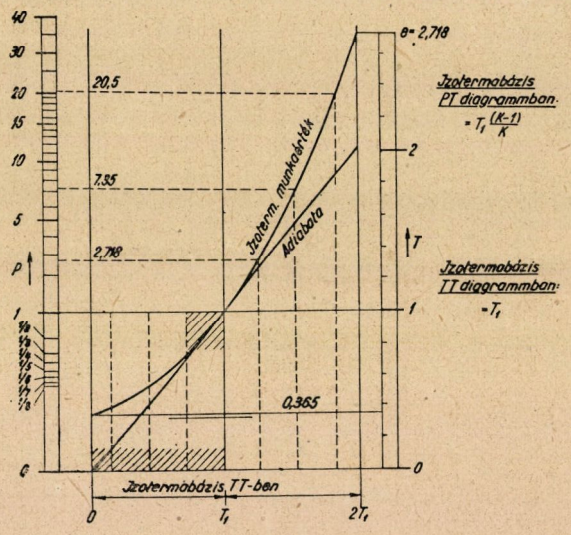
$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{\kappa}} = \frac{T_2}{T_1}.$$

A hőfok léptékét helyettesítve:

$$\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \frac{k}{k-1} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$T_1 \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = T_2 - T_1,$$

tehát az izotermabázis itt nem más mint T_1 = a mindenkori kezdőhőfok. — Az érintő pedig a kezdőponton átmenő adiabatával azonos.



21. ábra

A *22. ábra* az ideális veszteségnélküli körfolyam T T-diagrammban ábrázolva izotermás kompresszióval, a *23. ábra* izotermás expanzióval elért hatásfokokat mutat hőkicserélő alkalmazásával és anélkül.

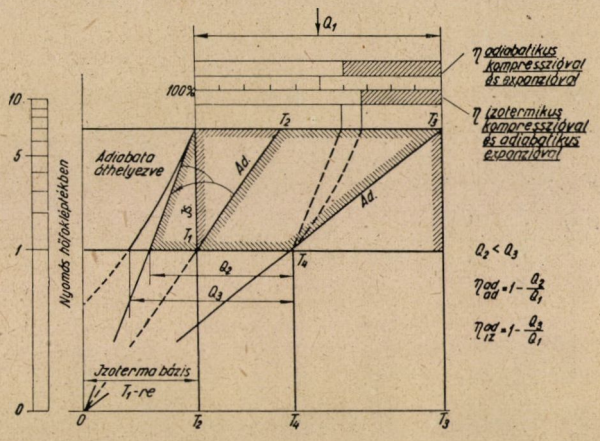
A *24. ábra* izotermás expanzió és kompresszió segítségével megvalósított körfolyamot mutat.

Ennek a körfolyamnak hatásfoka 100%-os hőkicserélővel azonos hőfokhatárok között egyenlő a Carnot körfolyam hatásfokával. A *22., 23., 24. diagrammból* közös eredményekre lehet jutni, amelyek összefoglalhatók abban

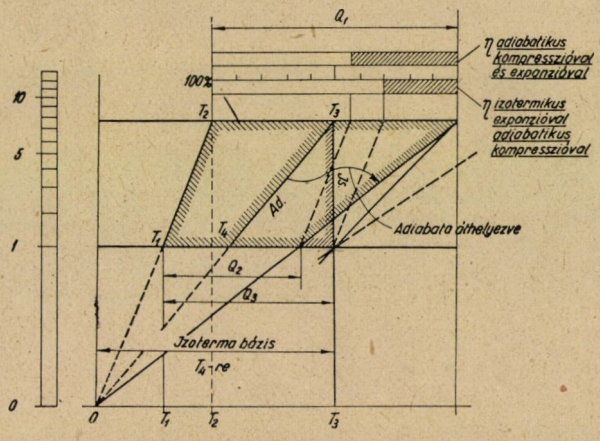
az alapelvben, hogy hőkicserélő nélkül beiktatott izotermás elemek által a körfolyam hatásfoka romlik az adiabatikushoz képest.

Hőkicserélővel az izotermás elemek beiktatásával hatásfokjavítás is lehetséges.

Az izotermabázis alkalmazásával a T T-diagrammban egyszerű szerkesztés elégséges a bizonyításhoz.



22. ábra



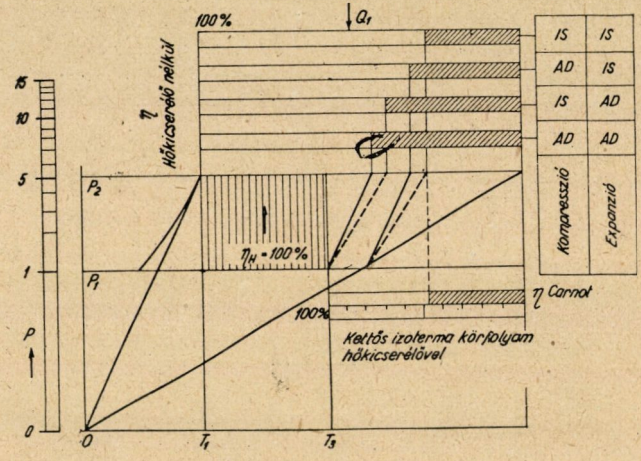
23. ábra

Az izotermás körfolyam elemek hatását azért tárgyaltuk a veszteségnélküli diagrammban, mivel a kompresszor η_k és az expanzió η_t de különösen a hőkicserélő η_H hatásfoka erősen elhomályosítja a különböző rendszerek közötti különbségeket.

Konkrét esetben elvégezhető számítások és szerkesztések a kombinációba vehető elemek nagy számánál fogva rendkívül sok lehetőséget adnak

a szerkesztő számára. Ezeknek végigelemzése a kompresszor, a turbina és a hőkicserélő hatásfokának a nyomás és hőfokviszonyok függvényében megadott értékeinek segítségével minden esetben elvégezhető.

Azonban egy lényeges szempont el nem hanyagolható. A hőkicserélő mérete és hatásfoka függ a benne mozgó közeg sebességétől. Nagymértékű és komplikált közegvezetések igen nagy súrlódással, tehát nyomásveszteséggel járnak. Komplikált hőkicserélős rendszereknél tehát a súrlódás okozta nyomásesés is számítandó.



24. ábra

Tekintve a T T-diagramm igen egyszerű szerkesztési módját, ilyenkor minden adat valóságos értékkel vehető számításba, így sok elhanyagolás kiküszöbölhető.

Változó fajhő figyelembevétele a *8. ábrában* látható módon a vezérgörbe segítségével oldható meg. (Az összes mércék a vezérgörbére átvetítve képzendők.) Az erre alkalmas eljárás részletes leírása a »Körfolyamok vizsgálata változó fajhővel« című dolgozatomban.*

Ezek a vizsgálatok a gázturbina egy meghatározott fordulatszámánál előálló állapotot képviselnek, tehát ugyanazon gép különböző fordulatszámainál a tényleges helyzetnek megfelelően a helyes értékekkel a szerkesztés megismétlendő, ha a teljesítménygörbét is ismerni akarjuk.

Erre a gázturbina üzemstabilitásának vizsgálata céljából van szükség.

* Megjelenik a Műszaki Tudományok Osztálya Közleményeinek ugyanezen (IX.) kötetében, a 153/186. lapon.

9. *Összefoglalás*

Az ismertetett eljárások a gázturbina körfolyamának vizsgálatát kívánják megkönnyíteni.

A P V- és T S-diagrammok használatánál felmerülő szemléleti és szerkesztési problémák felszámolása a P T-diagramm következő fokozataiban talál megoldást.

1. P T területi diagramm, szemléltető megközelítő célra.

2. P T energia mérleg-diagramm. Teljesen pontos eredményeket ad, lineáris mércék alapján. Ha szükséges, a változó fajhő is alkalmazható.

3. T T-diagramm hőfokléptékű nyomás ordinátával, lineáris adiabata és lineáris politrop jellege folytán maximumértékek megszerkesztésére is alkalmas.

4. Az izotermabázis fogalma és használata a különféle körfolyamoknál.

HAJLÍTOTT FATARTÓK MÉRETEZÉSE A FA SZILÁRDSÁGTANI TULAJDONSÁGAINAK FIGYELEMBEVÉTELÉVEL

PETÚR ALAJOS és KURUTZ IMRE

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, REPÜLŐGÉPEK TANSZÉKE]

[Beérkezett 1952 július 31]

Hajlított fatartók számítása és ellenőrzése általában a klasszikus rugalmasságtan képleteinek segítségével történik. E képletek alkalmazása feltételezi az anyag homogén és izotróp voltát, továbbá azt, hogy az alakváltozások és feszültségek között lineáris összefüggés van. Fára e feltételek — mint tudjuk — messzemenően nincsenek kielégítve. Repülőgépszerkezetek tervezésénél könnyű szerkezetek kialakítására törekszünk, ez viszont csak úgy lehetséges, ha az anyag tényleges viselkedését figyelembe vesszük.

A faanyag lényeges eltérést mutat egyéb anyagokhoz viszonyítva, amit már szerkezeti felépítése is indokol. Szilárdságtani tulajdonsága elsősorban is nagymértékben függ a nedvességtartalomtól. A kivitelre kerülő kész szerkezetek anyagát azonos nedvességtartalomra hozni, továbbá a nedvességtartalmat a szerkezet használati ideje alatt állandósítani, lehetetlen feladat. Állandó nedvességtartalmat csak laboratóriumi berendezések segítségével tudnánk biztosítani, ezért szokták faanyagokra alapul venni a légszáraz állapotot, mely nedvességtartalom szempontjából (~12%) megfelel a szerkezetek átlagos nedvességtartalmának.

További eltérés egyéb szerkezeti anyagokhoz képest, hogy húzó- és nyomóigénybevételre lényegesen másként viselkedik. E két igénybevételi módra más a rugalmassági tényezője, ezenkívül, míg húzásra igénybevéve az alakváltozások majdnem tönkremenetelig arányosnak tekinthetők a feszültséggel, addig nyomásra igénybevéve e törvényszerűség már csak kis határok között érvényes. Nyomóigénybevételre lényegesen nagyobb alakváltozások keletkeznek, az anyag erős képlékeny tulajdonságot mutat. A törés — azaz az anyag tönkremenetele — nem jelentkezik mint éles határ bizonyos fajlagos alakváltozás elérésekor, s ezenkívül — ami igen lényeges — a törőfeszültség nyomásra lényegesen kisebb, mint húzásra.

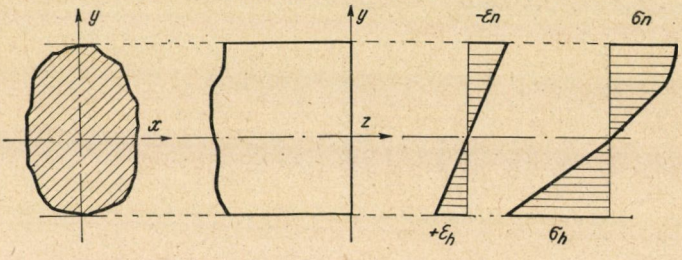
A repülőgépanyagra vonatkozó előírásaink a fának most vázolt tulajdonságait annyiban vették csak figyelembe, hogy a húzó- és nyomóigénybevételre külön-külön megadták a törőfeszültség értékét. A tervezők méretezéskor a klasszikus rugalmasságtan képleteivel számoltak és a keresztmetszet méreteit, tehát a felső és alsó öv vastagságát úgy állapították meg, hogy törőigénybe-

vételkor mindkét szélső szálban törőfeszültség keletkezzen. E méretezési mód figyelembe veszi, hogy húzásra és nyomásra a faanyag törőfeszültsége különböző, de helytelen annyiban, hogy a keresztmetszet mentén a feszültségek változását lineárisnak tekinti. Ismeretes még több más méretezési mód, mely e hibákon javítani igyekszik, de ezek vagy a rugalmassági tényező értékét veszik azonosnak húzó-nyomó igénybevételre, vagy idealizált (matematikailag könnyen kezelhető) húzó-nyomó diagrammot tételeznek fel.

Akármelyik méretezési módot is nézzük, egyik sem veszi figyelembe az anyag pontos törvényszerűségeit. E törvényszerűség matematikailag ki nem fejezhető, csupán kísérletek adhatnak választ a kérdésre, s a kísérleti eredmények alapján összeállított és kiértékelt diagrammok segítségével végezhetjük el a tartószerkezetek méretezését és ellenőrzését.

I. A kísérletek alapgondolata

Hajlított tartószerkezet méretezéséhez ismernünk kell a feszültség eloszlását a tartókeresztmetszeten. Tiszta hajlításkor feltételezhetjük, hogy a tartó eredetileg sík keresztmetszetei alakváltozás után is síkok maradnak.



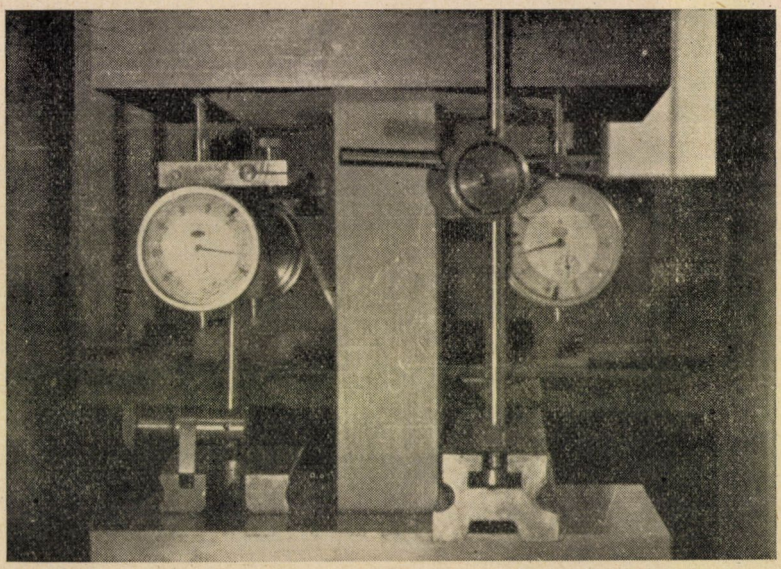
1. ábra

Ily módon a keresztmetszet minden pontjában az alakváltozás ismertnek tekinthető, s csupán az alakváltozás és feszültség közti összefüggést kell meghatározni. E célból meghatároztuk a kísérleti faanyag húzó és nyomó diagrammjait. Ha ismerjük a húzó-nyomó diagrammot, akkor az erőpárral terhelt tartó keresztmetszete mentén már fel tudjuk rajzolni a feszültség eloszlását. Mivel feltételezésünk szerint az eredetileg sík keresztmetszet a terhelés okozta alakváltozás után is sík marad, azaz csak elfordul valamely tengely körül (semleges tengely), a bekövetkező alakváltozások lineárisak. A feszültségeloszlás, mint azt az *1. ábra* mutatja, messzemenően eltér a klasszikus szilárdságtan képleteiben feltételezett lineáris feszültségeloszlástól, a feszültségek zérus vonala is eltolódik a keresztmetszet súlyvonalához képest. Méretezés szempontjából mértékadó a szélső szálakban ébredő feszültség, melynek *h* és *n* indexe a húzott és nyomott övre utal.

A hajlítás kérdésének tárgyalása általános alakú keresztmetszet és (σ, ε) görbe esetén nem végezhető el könnyen. A feladatnak általános tárgyalására azonban szükség nincs, minthogy a repülőgépgyártásban alkalmazott tartók keresztmetszetei négyszögalakúak. A következőkben ennek megfelelően csak négyszög keresztmetszetekkel foglalkozunk, külön a tömör és külön a húzott-nyomott övvel bíró keresztmetszetekkel.

II. Kísérletek a húzó-nyomó diagrammok meghatározásához

A próbatestek méreteit és keresztmetszetük alakját többféleképpen választottuk, hogy e változásoknak a szilárdsági tulajdonságokra való hatása megállapítható legyen. Ami a keresztmetszetet illeti, kétféle próbatest készült,



2. ábra

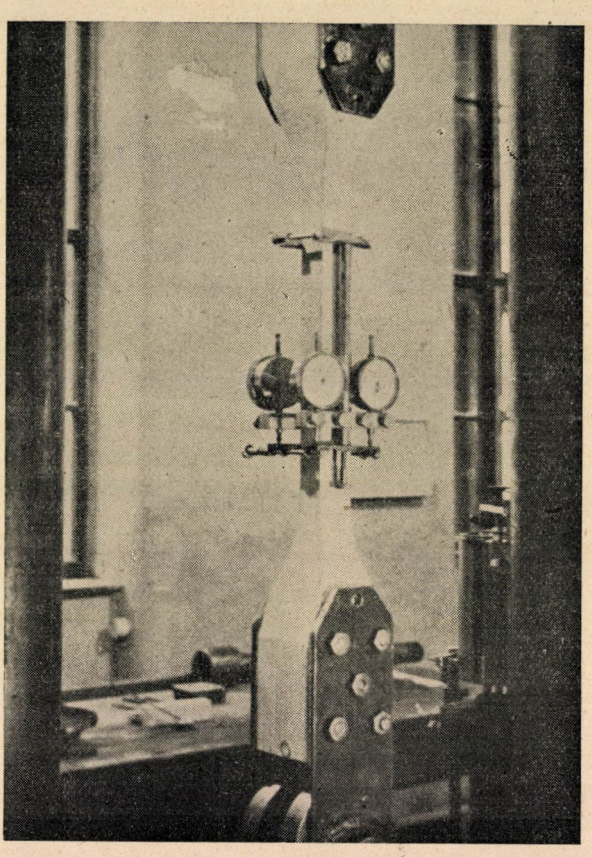
az egyik tömör fából, a másik rétegezettből, a repülőgépgyártásban szokásos módon összeenyvezett lamellákból.

A nyomópróbatestek $\square\!\!\square$ 50×200 mm mérettel készültek az első kísérletsorozathoz. A hossz- és keresztmetszeti méret arányát az szabta meg, hogy a kihajlást lehetőleg elkerüljük.

A kísérletek végrehajtása részint 12 tonna mérőhatárra átállított 60 tonnás nyomógépen, részint 5 tonnás univerzális anyagvizsgálógépen történt. Az összenyomódásból származó alakváltozásokat 0,01 mm pontosságú mérőórákkal mértük. Az esetleges mérési hibák elkerülésére a keresztmetszet átlói mentén elhelyezett négy órával mértük egyidejűleg az alakváltozást. Az órák

elhelyezését a *2. ábra* mutatja. Ezek tulajdonképen a nyomógép lapjainak viszonylagos elmozdulásá. adták meg négy pontban. Az eredményt a négy elmozdulás-mérés átlagából számítottuk, s az eredményt a *4. ábrán 0* jellel feltüntetett görbe mutatja.

A mérőberendezés lehetővé tette az összenyomódások megfigyelését a törés bekövetkezéséig. Képlékeny jelenségek már jóval a törés előtt mutatkoz-



3. ábra

tak. A próbatest tönkremenetele alig észrevehető repedéssel kezdődött, ami a rostok kihajlásának és egymásbanyomódásának következtében mutatkozott.

A húzópróbatestek keresztmetszeti mérete 30×40 mm volt. Ezeknek megerősített végeire erős vasalást csavaroztunk, s az egészet két végén csappal csatlakoztattuk a szakítógéphez. Húzópróbatestekkel a kísérleteket 50 tonnás szakítógépen végeztük. Az esetleges excentrikus terhelés hatásának kiküszöbölésére négy mérőórát szereltünk fel a próbatestre a *3. ábrán* látható felfogóberendezés segítségével. A kiszámítás — melynek eredményét szintén a *4. ábra*

tünteti fel — a négy műszer mutatta alakváltozások középértékéből történt. A kísérleti darab a rostoknak rendszerint a fejből kiinduló szakadásával ment tönkre, jóllehet a fejrésznek fokozatos átmenete volt.

A faanyaggal folytatott kísérleteink végcélja az, hogy az egyes próbadarabokon kapott eredményeket tömör és húzott-nyomott öves tartószerkezetekre is alkalmazhassuk. Eredményeinket ellenőrizni tehát csak úgy tudjuk, ha a húzó és nyomó próbatestek, valamint a kísérletek céljára készített tartó egy és ugyanazon anyagból van. A faanyag szilárdságtani tulajdonságait tekintve nagy eltéréseket is adhat, ezért kísérleteink eredményeinek helyes ellenőrzése csak úgy lehetséges, ha a húzó-nyomó próbatesteket a szerkezet törése után annak épen maradt részeiből vágjuk ki.

Ennek megfelelően az eltört tartószerkezet épen maradt részéből ugyancsak készültek próbatestek. Tekintve a kísérlet céljára készített tartószerkezet öveinek aránylag kis méreteit, a nyomó próbatestek $\square\!\square$ 25×100 mm méretben készültek, a húzó próbatestek keresztmetszete a repülő anyagelőírásoknak megfelelően 20×7 mm volt.

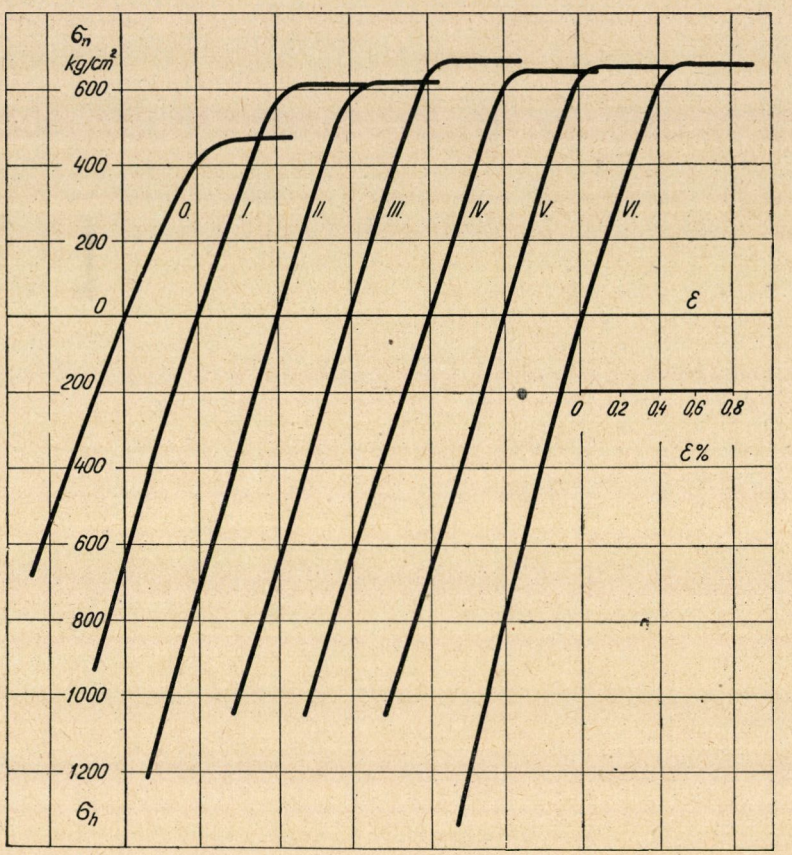
E második kísérletsorozatnál más mérési módszert alkalmaztunk, az első kísérletsorozatnál kapott tapasztalatok alapján. Az alakváltozások mérésére órák helyett *Huggenberger*-féle tenzométereket használtunk, 10 mm mérőhosszúsággal.

Ez a mérési módszer lényegében abban tért el az eredetitől, hogy most már nem a gép nyomóalapjainak egymáshoz viszonyított mozgását mértük indikátor-órákkal, hanem közvetlenül a fának az összenyomódását a ráhelyezett mérőberendezéssel. Erre azért volt szükség, mert az aránylag rövid próbatestnél jelentős lehet az a hiba, amely abból származik, hogy a nem pontosan megmunkált próbatestek véglapjai egymáson nem egyenletesen fekszenek, s míg a kiálló rostok szétnyomása után az egyenletes felfekvés megtörténik, a mérést meghamisító alakváltozások következnek be. Nyomó próbatesteknél a mérés a négy oldal középvonalában elhelyezett egy-egy műszer segítségével történt.

A húzó próbatestek vizsgálatánál is változtattunk a régebbi módszeren. Kiindulva abból, hogy húzóigénybevételre a feszültség és alakváltozás közötti összefüggés arányosnak vehető, a húzó-nyomó diagrammoknak csak kezdeti szakaszát vettük fel, lényegében tehát a rugalmassági tényezőt állapítottuk meg. A rugalmassági tényezőnek és a húzó törőfeszültségnek, σ_{ht}-nek ismeretében a szakadási nyúlás meghatározható. Az esetleges hajlító feszültségekből adódó hibák kiküszöbölésére a mérést a próbatest széles oldalán egymással szemben elhelyezett 10 mm mérőhosszúságú tenzométerrel mérjük.

Az egyes faanyagokkal végzett húzó-nyomó vizsgálatok eredményét az I. táblázat és a *4. ábra* mutatja. A *0*-al jelölt görbe az első kísérletsorozat eredményét mutatja, ebből a faanyagból hajlított tartószerkezet nem készült. A második kísérletsorozat eredményeit az *I—VI.* számú görbék mutatják,

s arra a faanyagra vonatkoznak, mely a hajlított tartók épen maradt részéből került ki.



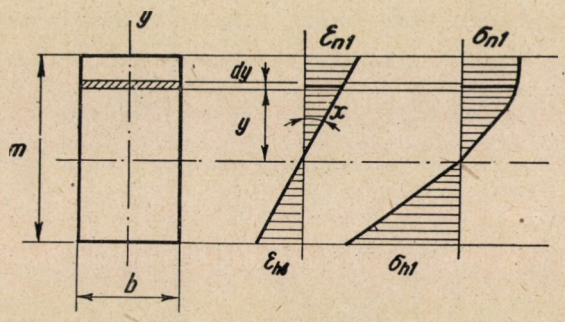
4. ábra

I. TÁBLÁZAT

Próbatest jele	σ_{ht} kg/cm²	E_h kg/cm²	σ_{nt} kg/cm²	E_n kg/cm²
0	690	138000	480	106000
I	925	162000	610	154000
II	1228	180000	615	158000
III	1040	165500	675	173000
IV	1058	157100	645	162000
V	1197	174100	660	169000
VI	1346	201000	667	154000

III. Tömör keresztmetszetű tartó vizsgálata

Láttuk már az *1. ábrával* kapcsolatban, hogy a keresztmetszet mentén a feszültségeloszlás a (σ, ε) görbe alakját követi. Azt, hogy a keresztmetszet két szélső szálában adott terhelésre milyen feszültségek fognak keletkezni, a statikai egyensúly feltételeiből egyértelműen meg tudjuk határozni. Ha a keresztmetszet igénybevétele tiszta hajlítónyomaték, a húzó-nyomó feszültségek eredője zérus, a feszültségek nyomatéka pedig a keresztmetszetre működő M erőpárral egyenlő *(5. ábra)*:



5. ábra

$$b \int_{(F)} \sigma \, dy = 0 ,$$

$$b \int_{(F)} \sigma y \, dy = M .$$

Legyen $\varkappa$ az egymástól egységnyi távolságra lévő két keresztmetszet relatív szögváltozása, akkor

$$\varepsilon = \varkappa y \quad \text{és} \quad d\varepsilon = \varkappa dy ,$$

mely összefüggést figyelembevéve az egyensúlyt kifejező két statikai egyenlet

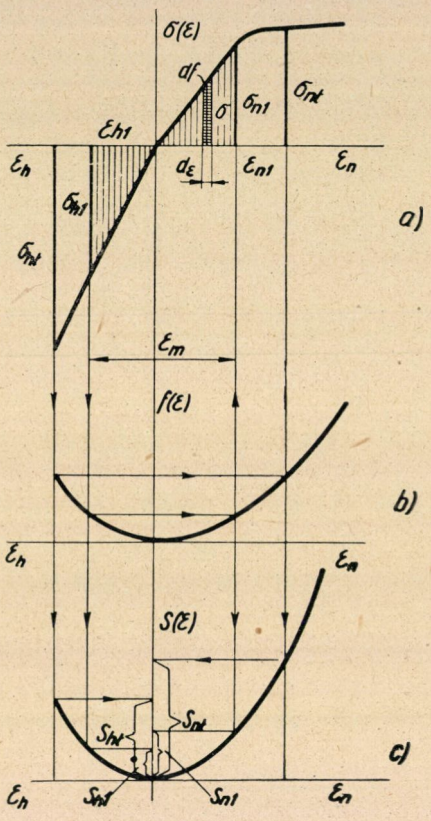
$$\int_{(F)} \sigma \, d\varepsilon = 0 , \tag{1}$$

$$\int_{(F)} \sigma \varepsilon \, d\varepsilon = \varkappa^2 \frac{M}{b} . \tag{2}$$

Az (1) összefüggés szerint tömör keresztmetszeteknél a szélső szálban keletkező feszültségeket az jellemzi, hogy a (σ, ε) görbe húzott és nyomott részének a keresztmetszet határvonalai közé eső területrészei egyenlőek. Az összetartozó σ_{h1} és σ_{n1} feszültségeket a legegyszerűbben úgy határozhatjuk meg,

ha megszerkesztjük mind a pozitív, mind a negatív ε oldalon az $f(\varepsilon) = \int \sigma \, d\varepsilon$ görbét. Ennek a görbének a segítségével *(6/b. ábra)* a zérus tengely helyét is meghatározhatjuk.

A tartóra működő terhelés nagyságát növelve a szélső szálban keletkező feszültségek értéke is növekedni fog mindaddig, míg valamelyik szélső



6. ábra

szálban a törőfeszültséget el nem érjük. Tovább a feszültség nem növelhető, így ez az érték a tartó törőnyomatékát meghatározza.

A (2) egyenlet baloldala a (σ, ε) görbe $df = \sigma \, d\varepsilon$ területelemeinek nyomatékát jelenti az $\varepsilon = 0$ vonalra. E nyomaték változását — ugyanúgy, mint az $f(\varepsilon)$ terület függvénnyel tettük, — görbével ábrázolhatjuk ε függvényében *(6/c. ábra)*. E görbének bármely ε érték alatti metszéke a keresztmetszet egyik felére megadja a feszültségek nyomatékát. Ha az adott terhelésre a keresztmetszet szélső szálaiban ε_{n1} és ε_{h1} megnyúlások keletkeznek, akkor

$$\int_{(F)} \sigma \, \varepsilon \, d\varepsilon = S_{h1} + S_{n1} \,,$$

ahol S_{h1} és S_{n1} a keresztmetszet húzott vagy nyomott felén a $dS = \sigma\, \varepsilon\, d\varepsilon$ elemi nyomatékok összege. Figyelembe véve, hogy :

$$\varkappa = \frac{\varepsilon}{y} = \frac{\varepsilon_{h1} + \varepsilon_{n1}}{m} = \frac{\varepsilon_m}{m},$$

a (2) képletből adódik, hogy :

$$\frac{S_{h1} + S_{n1}}{\varepsilon_m^2} = \frac{M}{b\, m^2} = k, \tag{3}$$

ahol m a tartó magassága és k a tartó anyagára jellemző érték. Az egyenlőség baloldalán lévő mennyiség a tartó méreteitől független, értékét akár σ_{h1}, akár σ_{n1} ismerete egyértelműen meghatározza. Ugyanis, ha σ_{h1} értéke ismeretes, i meretes az előzők alapján σ_{n1} és így σ_{h1} és S_{n1} is.

A *4. ábrán* megadott húzó-nyomó diagrammok közül az *I.* jelű próbatesthez tartozó $f(\varepsilon)$ és $S(\varepsilon)$ görbéket mérethelyesen a *7. ábra* mutatja. Hasonlóan elkészültek a görbék a többi próbatestekhez is, s ezek eredményei alapján megtörténhetett k számítása.

Tömör keresztmetszetű tartók törésére mindig a húzott szélső szál teherbírása a mértékadó. Feltételezve, hogy a méretezésnél alapul vett σ_{ht} húzófeszültség értékét változtatjuk, változik k értéke is. Adott σ_{ht}/σ_{nt} viszonyszám mellett a törőnyomatékot σ_{nt} már éppen úgy meghatározza, mint σ_{ht}.

Általánosabb és gyakorlati szempontból értékesebb eredményt kapunk, ha k értékét nem a kísérleti faanyagra, hanem tetszőleges faanyag törőfeszültségére vonatkoztatva adjuk meg.

Ha ismert valamely tömör tartó M_t' törőnyomatéka és anyagának σ_{nt}' törőszilárdsága, akkor a méretezésnél alapul vett σ_{nt} nyomószilárdsághoz feltehetően az :

$$M_t = M_t' \frac{\sigma_{nt}}{\sigma_{nt}'}$$

törőnyomaték tartozik.

Mivel a (3) szerint :

$$M = k\, b\, m^2$$

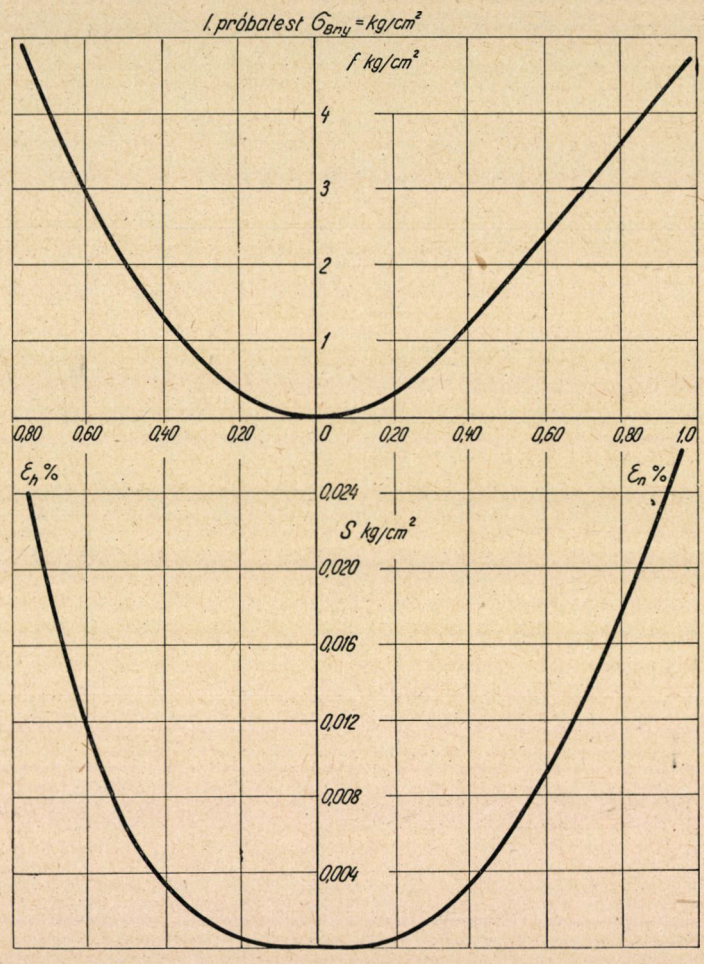
lesz

$$M_t = k \frac{\sigma_{nt}}{\sigma_{nt}'} b\, m^2 = K \sigma_{nt}\, b\, m^2, \tag{4}$$

ahol

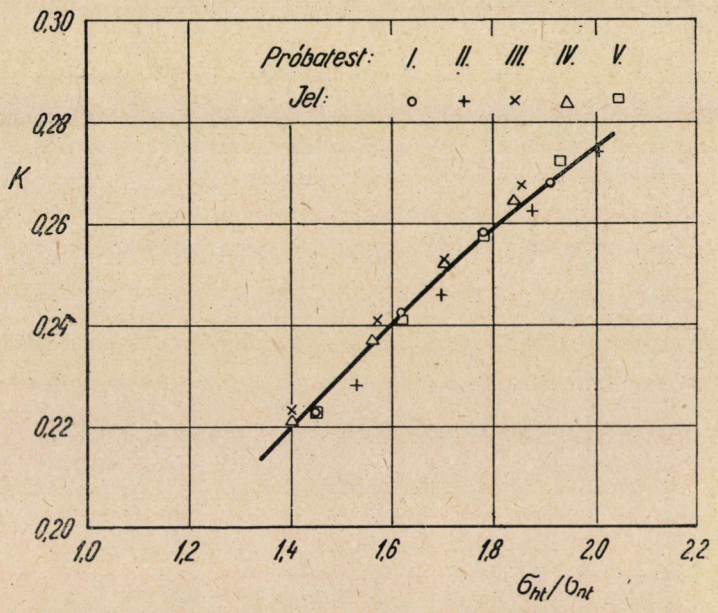
$$K = \frac{k}{\sigma'_{nt}}.$$

E képlet felírásánál voltaképen arányosságot tételeztünk fel a törőnyomaték és nyomó törőfeszültség között. Hogy ez mennyiben engedhető meg, arra a kísérleti eredmények számítása ad választ.



7. ábra

A (3) képlet segítségével különböző próbatestek húzó-nyomó görbéjéből változó σ_{ht} értékhez tartozó K értékét kiszámítottuk. Az eredményt, mely σ_{ht}/σ_{nt} függvényében felrakva közel egyenes, a *8. ábra* tünteti fel. Ez a görbe tömör keresztmetszetű tartóknál méretezés és ellenőrzés céljára lehet alkalmas.



8. ábra

IV. Kétöves tartókeresztmetszet vizsgálata

Az előző pontban a tömör keresztmetszetek vizsgálatánál már láttuk, hogy a törőnyomaték elérésekor a törőfeszültség értékéhez csak az egyik szélső szálban juthatunk, míg a másik szélső szálban alatta maradunk. Kétöves tartókeresztmetszet esetében hasonló a helyzet és itt is általában csak az egyik szélső szálban érhető el a törőfeszültség. Hogy a két öv közül melyik tönkremenetele a mértékadó, azt a húzott és nyomott öv vastagságának aránya, továbbá a húzó és nyomó törőfeszültség értéke fogja megszabni. Az általános keresztmetszetek közül kiemelhetjük gazdaságosság szempontjából az ideális keresztmetszeteket, melyeknél mind a húzott, mind a nyomott övben egyaránt törőfeszültség keletkezik a törőterhelés hatására.

A kísérleti eredményekből számított $f(\varepsilon)$ és $S(\varepsilon)$ görbéket kétöves tartókeresztmetszetek számításánál is fel tudjuk használni, ha a törőfeszültséghez tartozó ε_{ht} és ε_{nt} ismeretes. A húzó törőfeszültséghez tartozó nyúlásnak, ε_{ht}-nek meghatározása nehézséget nem jelent, tekintve, hogy a húzó diagramm egyenes és a törés mint éles határ jelentkezik. Sokkal nehezebb a helyzet a nyomófeszültséget illetően. Itt ugyanis a faanyag erős képlékeny tulajdonságot mutat, az alakváltozások rohamosan nőnek, anélkül, hogy a teherbírás növekednék. Tekintettel a nagy alakváltozásokra megtehető az is, hogy megszabjuk azt az alakváltozási határt, mely felett tönkrementnek tekintjük az anyagot. Ennek az alakváltozásnak a megszabása nem könnyű feladat. A végzett kísérletek egybevetéséből e határ $\varepsilon_{nt} = 0{,}9\%$-ra vehető.

A különböző övvastagságú keresztmetszetek vizsgálatánál célunk az volt, hogy olyan diagrammot dolgozzunk ki, melynek segítségével a teherbírás a legegyszerűbben számítható. A törőnyomaték a felső és alsó övben keletkező egyenlő nagy erők alkotta erőpár nyomatéka. A gyakorlatban kétöves keresztmetszetű tartók tönkremenetele a nyomott öv törésével következik be és mértékadó a benne keletkező erő:

$$P_n = b \int_{(v_n)} \sigma_n \, \mathrm{d}v_n = m\, b \int_{(\Delta\varepsilon_n)} \sigma_n \, \mathrm{d}\varepsilon_n = m\, b \Delta f_n.$$

Amennyiben a húzott és nyomott övben keletkező feszültségek eredőinek távolságát $c_\sigma m$-el jelöljük, a törőnyomaték kifejezése:

$$M_t = c_\sigma\, m\, P_n = c_\sigma\, m^2\, b\, \Delta f. \tag{5}$$

A nyomatékot — egyszerű számítás céljára — oly módon fejezzük ki, mintha a nyomott öv teljes felületén σ_{nt} feszültség keletkeznék. Természetesen ilyen alakba írva $c_\sigma m$ kar helyett egy — nála kisebb — $c\, m$ kart kell bevezetnünk *(9. ábra)*:

$$M_t = c\, m\, \sigma_{nt} v_n\, b. \tag{6}$$

Az (5) és (6) képletek egybevetéséből:

$$c = c_\sigma \frac{m \Delta f}{v_n \sigma_{nt}} = c_\sigma \frac{\Delta f}{\Delta\varepsilon_n \sigma_{nt}}.$$

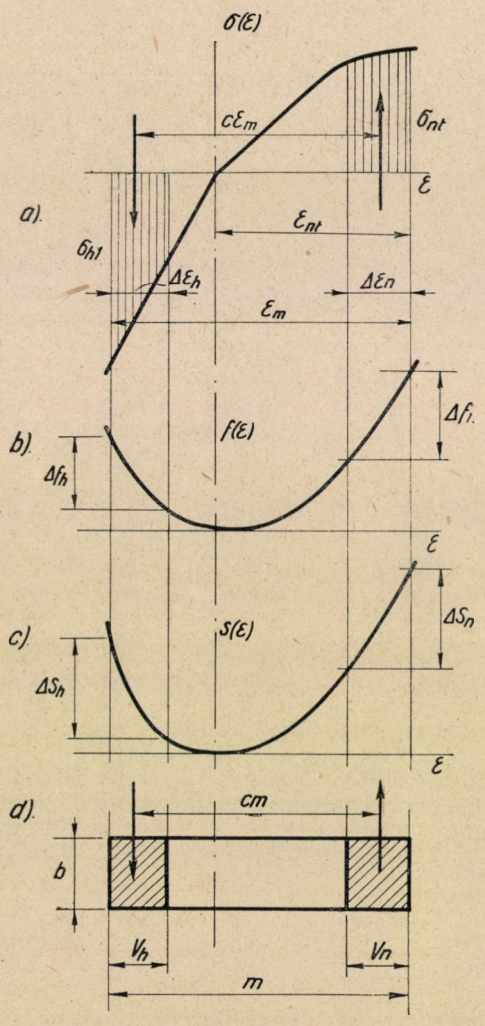
A húzott-nyomott övben keletkező erő karjának megállapításához a III. alatt már rendelkezésre álló $f(\varepsilon)$ és $S(\varepsilon)$ görbéket használtuk fel. Kiindulva a nyomófeszültségek oldalán ε_{nt} értékéből és egy v_n/m értéket felvéve, különböző $\Delta\varepsilon_n$ értékekhez először ε_m értékét számítjuk, majd a területegyenlőség alapján $f(\varepsilon)$ görbe felhasználásával $\Delta\varepsilon_h$, illetve a v_h/m viszony megkapható *(9. ábra)*. Összetartozó $\Delta\varepsilon_n$ és $\Delta\varepsilon_h$ értékekhez megkaphatjuk azok súlypontjának távolságát az $\varepsilon = 0$ vonaltól a $S(\varepsilon)$ függvény segítségével *(9/c. ábra)*:

$$c_\sigma = \frac{\Delta S_h + \Delta S_n}{\varepsilon_m \Delta f}.$$

A c tényező kiszámítására végeredményben a következő képlet szolgál:

$$c = \frac{\Delta S_h + \Delta S_n}{\varepsilon_m \Delta\varepsilon_n \sigma_{nt}}.$$

Különböző v_n/m viszonyszámokat felvéve egy görbesereget kapunk, mely c értékét megadja. A *10. ábrában* néhány próbatestre vonatkozóan feltüntettük a kísérleti eredményekből kapott pontokat, valamint azt az átlag értéket, amit

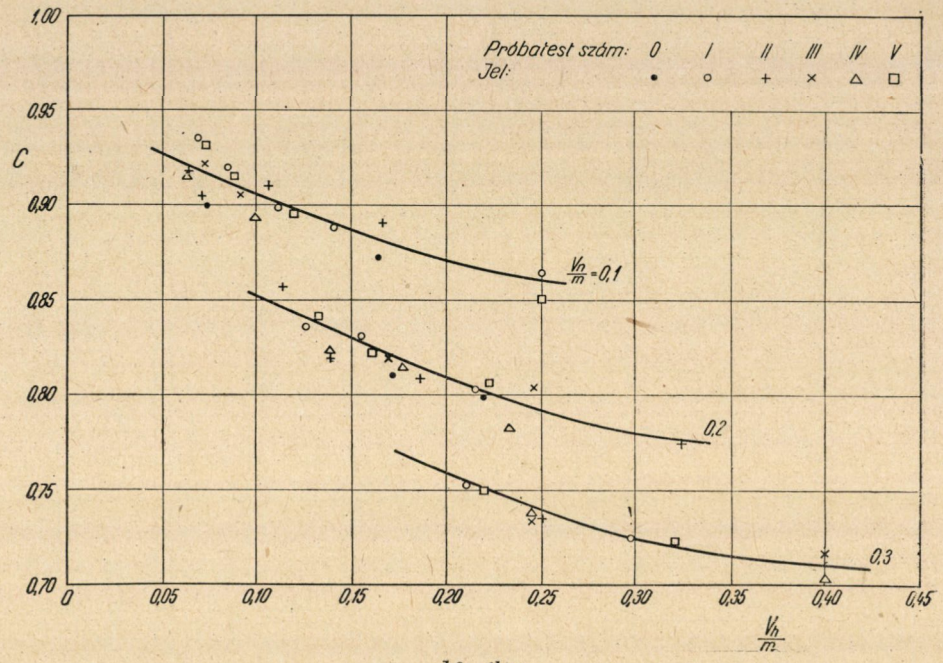


9. ábra

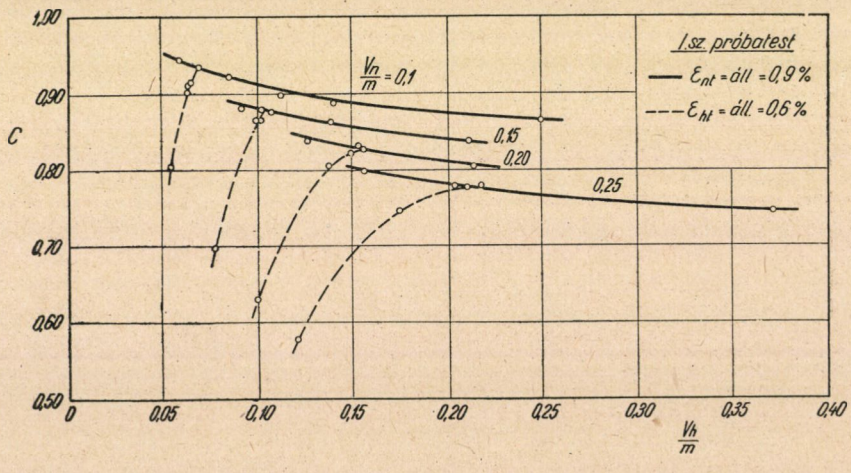
a fa minőségétől függetlenül érvényesnek tekinthetünk. Jobb áttekinthetőség céljából a mérési pontokat csak v_n/m néhány értékére tüntettük fel.

Ahogyan a nyomott övben feltételezve a tönkremenetelt megszerkesztettük a görbesereget, ugyanezt megtehetjük a húzott övre vonatkozólag is. A húzott öv szélső szálában véve fel a törőfeszültséget, a *11. ábrán* szaggatott vonallal jelölt görbéket kapjuk. Ezek a σ_{ht}/σ_{nt} értékétől függően egy pontban

csatlakoznak az előzőekben már meghatározott görbékhez. A csatlakozási pont jelenti az ideális állapotot, midőn egyszerre a húzott és nyomott övben



10. ábra

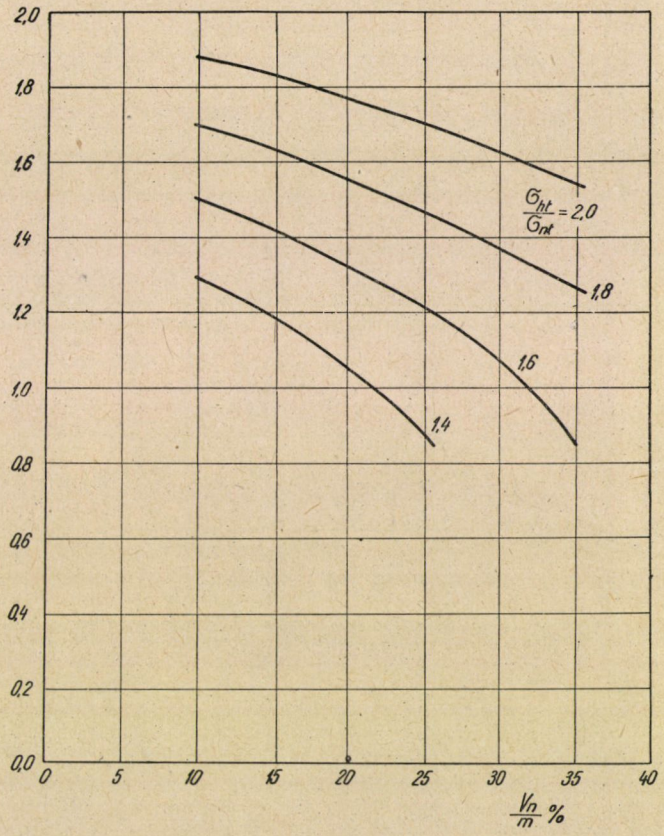


11. ábra

a törőfeszültség keletkezik. Ez a görbesereg világosan mutatja, hogy ha a húzott öv mértékadó a teherbírásra, *c* értéke, s így a törőnyomaték csökken. Tervezésnél tehát mindig úgy célszerű megválasztani az övek viszonyát, hogy a nyo-

mott öv menjen tönkre. Képleteink felírásánál éppen ezért alapoztunk a nyomófeszültség értékére.

Az ideális, azaz súly szempontjából leggazdaságosabb övvastagságok méretét σ_{ht}/σ_{nt} viszonya szabja meg. Ennek függvényében a leggazdaságosabb



12. ábra

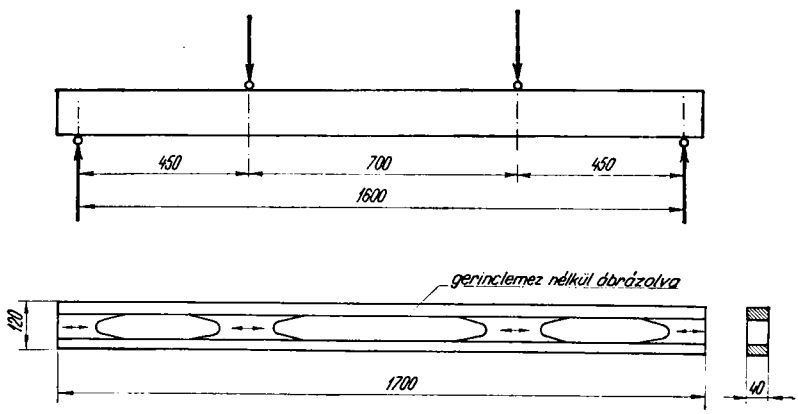
övvastagságok viszonyszámát a *12. ábra* tünteti fel. A görbesereg egyes pontjait a próbatesteken mért húzó-nyomó görbékből lehet számítani a *9. ábrán* is látható $f(\varepsilon)$ és $S(\varepsilon)$ görbék segítségével.

A görbeseregből megállapítható, hogy a nyomott öv nem mindig vastagabb a húzott övnél. Előfordulhat, hogy a két öv egyforma vastagra adódik, sőt az is, hogy a nyomott öv vastagsága a kisebb. Ez a tény már magában is mutatja, hogy az általános számítási mód, mely a klasszikus rugalmasságtan képletét használja, faanyagra gazdaságosan nem használható. A repülőgépanyagokra vonatkozó előírás ugyanis kisebb törőfeszültséget ad meg nyomásra mint húzásra, ezért — ha rugalmasságtan képleteivel számolunk — a nyomott öv mindenkor vastagabbra adódik a húzott övnél.

V. Tartószerkezeteken végzett törőkísérletek

A húzó-nyomó próbatesteken végzett mérésekből kiszámított összefüggések alkalmazhatóságát tartószerkezeten végzett kísérletekkel ellenőriztük.

A kísérletek céljára alkalmas tartószerkezetet és a terhelés elrendezését a *13. ábra* tünteti fel. A kísérleti tartók lényegében azonos külső keresztmetszeti mérettel és hosszal készültek, változó csupán a húzott és nyomott öv vastagsága volt. A terhelés vázolt elrendezése biztosította, hogy a két középső erő



13. ábra

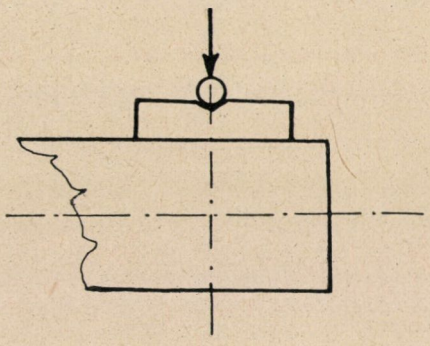
támadáspontja között csak tiszta hajlító erőpár terhelte a tartót, egyidejűleg nyíróerő nem keletkezett. E szakaszon az övek keresztmetszete állandó volt.

A két övet kétoldalt felragasztott vékony gerinclemez kötötte össze, s ez ily módon az övekre vonatkozó méréseket kevéssé befolyásolta. Az alkalmazott lemez 1 mm vastag volt, 45°-os szálirránnyal felragasztva. Ekkor — mérések szerint — a réteges lemez húzó rugalmassági tényezője mintegy egyharmada az övekének (fenyő), s így csak egyharmad feszültségek keletkeznek benne. A gerinclemez hatását a mérések feldolgozásánál végeredményben úgy vettük figyelembe, hogy az öv szélességéhez hozzáadtunk 0,7 mm-t, ami megfelel a két gerinclemez együttes vastagsága egyharmadának. Maguk az övek — a repülőgépgyártásban szokásos módon — lamellákból voltak kiképezve.

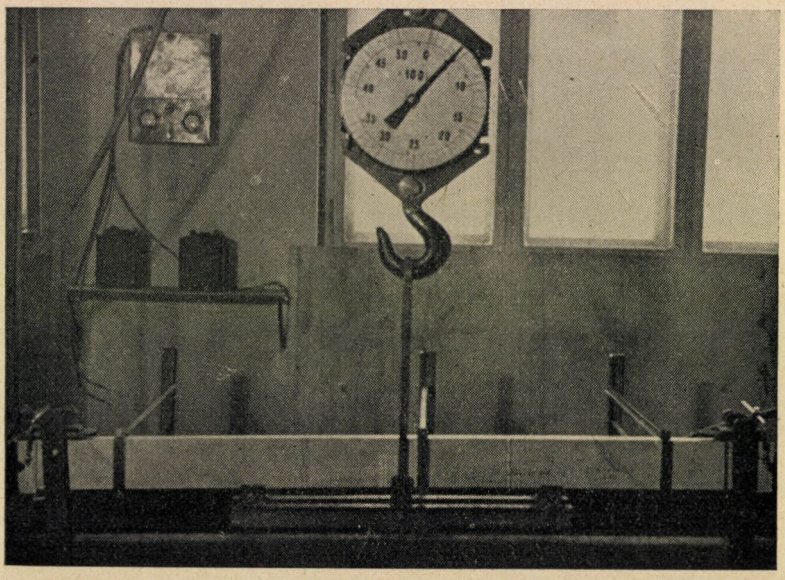
A támaszköz pontos betartásának biztosítására az erőátadásra hengeres csapokat alkalmaztunk. A megtámasztás helyén felületi nyomásból adódó túl nagy igénybevétel megakadályozására megfelelő bevágással ellátott lemezek osztották el az erőt a csapról az övek felületére *(14. ábra)*.

A próbatestek pontos méreteit a számítást tartalmazó II. táblázat foglalja össze. A terhelés hidraulikus hengerrel történt, s az erőt rúgós dinamométerrel mértük *(15. ábra)*.

A törőterhelés helyes megállapítása szempontjából igen lényeges, hogy a törés a hajlításból származó húzó- vagy nyomófeszültségek hatására következzék be, s ne a nyomott öv kihajlása okozza a tartó tönkremenetelét. Ennek



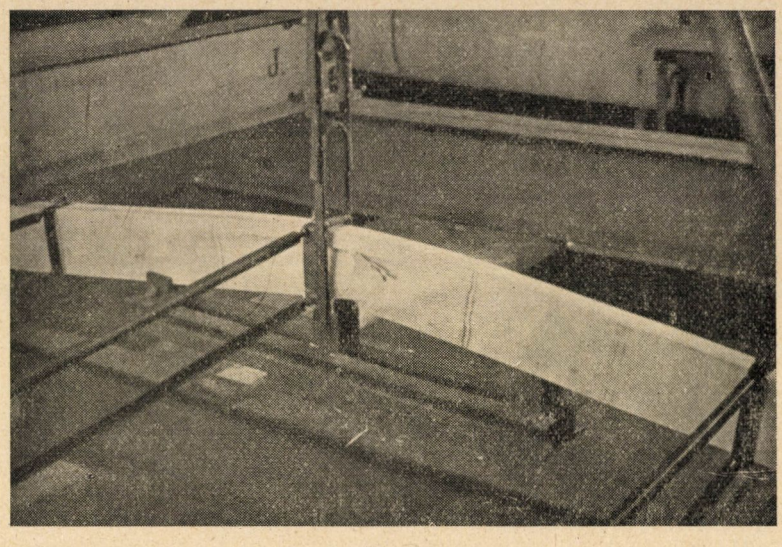
14. ábra



5. ábra

a veszélynek az elkerülésére a próbatartót három helyen vaslemez-kerettel vettük körül, melyekhez két-két gömbcsuklós kitámasztórúd csatlakozott *(16. ábra)*.

A II. táblázatban megadtuk a kísérleti tartók méreteit és a mért, valamint a később ismertetendő *18. ábrából* vett c értékekkel számított törőnyomatékokat. Megállapítható, hogy a számított és mért eredmények jól egyeznek.



16. ábra

II. TÁBLÁZAT

Próbatest szám	b cm	m cm	v_n cm	v_h cm	$\frac{v_n}{m}$	$\frac{v_h}{m}$	c számított	M_t számított cmkg	M_t mért cmkg
I	3,98	11,95	2,97	1,98	0,248	0,166	0,799	68900	69800
II	4,06	11,98	4,05	2,96	0,338	0,247	0,716	85600	91400
III	4,07	11,88	2,96	2,00	0,249	0,168	0,797	77200	78800
IV	4,05	11,96	2,97	2,04	0,248	0,171	0,797	74100	78800
V	4,02	11,95	3,91	3,05	0,327	0,255	0,719	89100	96800
VI	4,00	11,97	3,94	2,97	0,329	0,248	0,721	90900	86600

VI. A kísérletek eredményeinek összefoglalása

A repülőgépszerkezetekben előforduló faszerkezetű tartók általában mint szárny, vagy kormányfelület főtartók fordulnak elő. Ilyenkor a repülőgép általános elrendezéséből a tartószerkezet m magassága már adott, a b tartószélesség pedig gyakorlat alapján jól felvehető. E két érték alapján valamely tetszőleges keresztmetszet M_t törőnyomatékához már számíthatjuk a

$$K = \frac{M_t}{\sigma_{nt} b m^2}$$

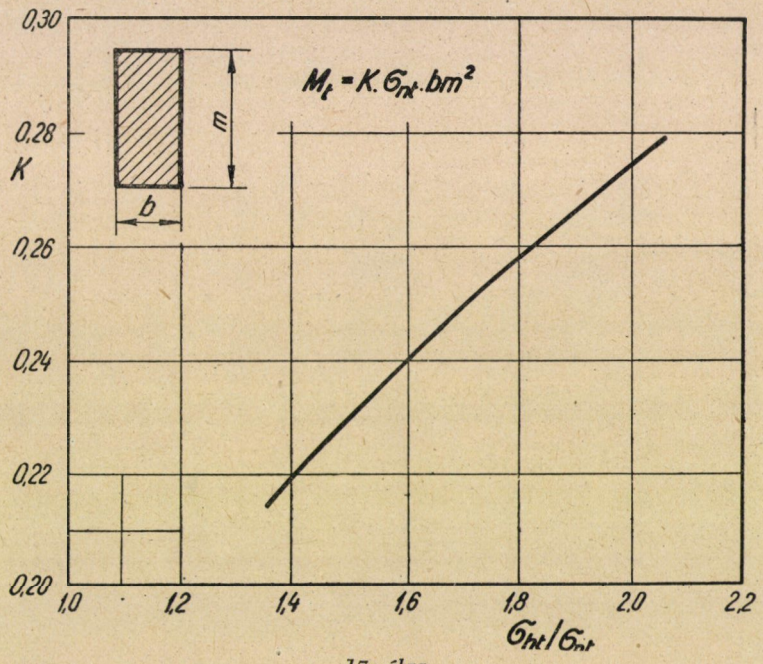
nyomatéki tényezőt. E tényezőnek kisebbnek kell lennie, mint a tömör keresztmetszet K tényezőjének, különben a feladat megoldhatatlan. Ezért ha b érték

felvételére semmi más támpont nincs, egy alsó határt meg tudunk adni a következő összefüggéssel :

$$b \geqq \frac{M_t}{\sigma_{nt} K m^2}.$$

A b szélesség nagyra választása (széles szelvény) mindig gazdaságosabb, míg az övek túl vékonyak nem lesznek.

A tartókeresztmetszet méretezéséhez és ellenőrzéséhez szükséges még ismernünk a felhasznált faanyag húzó és nyomó törőfeszültségét. Mindkét ér-



17. ábra

téket vagy kivesszük a faanyagra vonatkozó előírásokból, a fa minősítésének megfelelően, vagy ha ez indokolt és nehézséget nem jelent, húzó-nyomó próbatestek töréséből kaphatjuk meg a két értéket a felhasznált faanyagra.

A húzó és nyomó törőfeszültség értékét is ismerve a keresztmetszet kialakításának megfelelően a méretezés és ellenőrzés a következőképen történik :

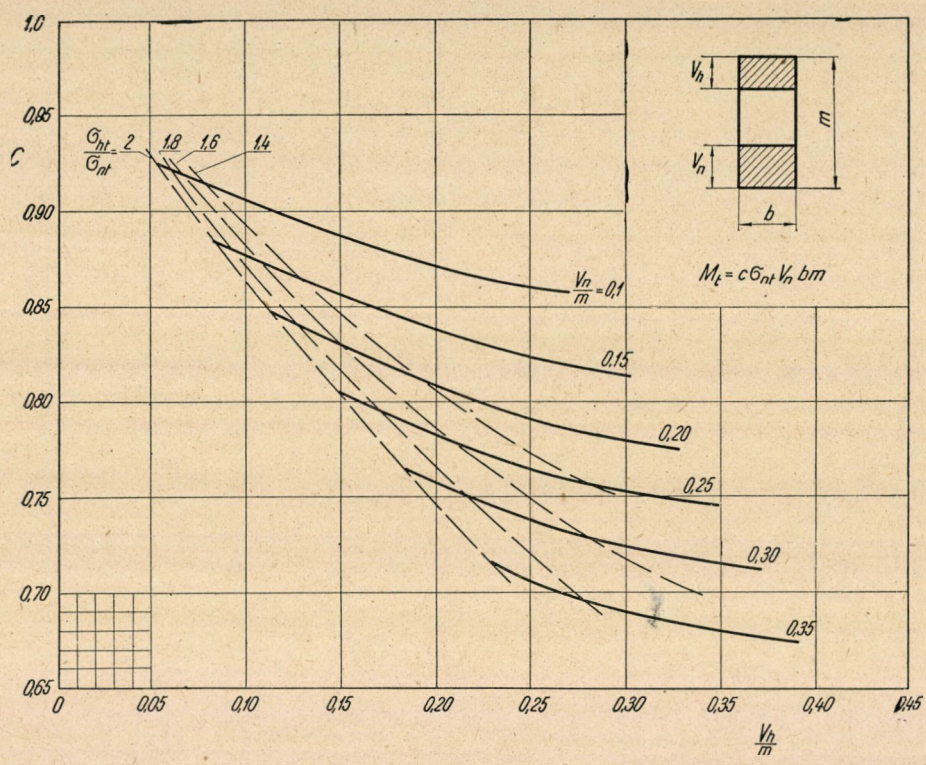
a) tömör tartókeresztmetszet esetén a *17. ábra* görbéje használandó (azonos a *8. ábra* görbéjével a kísérleti eredmények pontjai nélkül), s a tartó törőnyomatéka :

$$M_t = K\sigma_{nt} b\, m^2.$$

b) általános húzott-nyomott öves keresztmetszet esetén a *18. ábrán* feltüntetett görbesereget használjuk, s a törőnyomaték értéke:

$$M_t = c\, m\, \sigma_{nt}\, v_n\, b\,.$$

Kétöves tartókeresztmetszet esetén — amennyiben az módunkban van — a tartó övvastagságait igyekszünk úgy felvenni, hogy azok a leggazdaságo-



18. ábra

sabbak legyenek. Ez a törekvés elérhető a *12. ábrán* feltüntetett görbesereg alkalmazásával. E görbesereg adatai szerint felvéve az övek vastagságát, mind a húzott, mind a nyomott övben törőfeszültség keltekezik törés állapotában.

Amennyiben a vizsgált keresztmetszet változó előjelű igénybevételt kaphat, az övvastagságokat természetesen a nagyobbnak megfelelően állapítjuk meg, majd ellenőrizzük a kisebbre.

Adott törőnyomaték esetén a nyomott öv vastagságát a

$$v_n = \frac{M_t}{c\, m\, \sigma_{nt}\, b}$$

összefüggésből kaphatjuk, ahol jó közelítéssel $c = 0{,}80—0{,}85$ vehető. Az így kiszámított v_n értékhez a *12. ábra* segítségével a leggazdaságosabb v_h számítható, majd a keresztmetszet teherbírását ellenőrizzük a *18. ábra* segítségével.

Szerkesztés és tervezés szempontjából lényeges ismerni, hogy valamely húzott-nyomott övvastagságviszony gazdaságos,vagy sem. Ennek könnyű megítélésére a *12. ábrában* látható eredményeket ábrázoltuk a *18. ábrában* is. A σ_{ht}/σ_{nt}-től függő szaggatott vonalak metszik ki az optimális szelvény viszonyszámait a v_n/m görbéken. A szaggatott vonal megadja egyúttal a határt, melytől balra a húzott, jobbra a nyomott öv tönkremenetele jelenti a tartó teherbírásának megszűnését. Az előzőkből már tudjuk, hogy az a gazdaságosabb, ha a nyomott öv törésével megy tönkre a keresztmetszet, ezért ha az optimális viszonyszámot nem tudjuk megvalósítani, úgy igyekszünk megállapítani a keresztmetszet méreteit, hogy a viszonyszámok meghatározta pont a szaggatott görbétől jobbra feküdjék.

Az *a)* és *b)* pont alatt felsoroltuk a legfontosabb keresztmetszetek méretezésére vonatkozó tudnivalókat. Mint látható, nem szükséges hosszas próbálgatásokkal a keresztmetszet övvastagságait felvenni, nem kell minduntalan a keresztmetszet súlypontját, tehetetlenségi nyomatékát és keresztmetszet tényezőjét számítani, a keresett övvastagságok leggazdaságosabb, legkisebb súlyt adó méretei a görbékből azonnal adódnak. Ezek használatával nem csak időt és anyagot takarítunk meg, hanem a számításban elkövethető hibákat is úgyszólván kiküszöböljük.

Összefoglalás

A hajlított fatartók méretezése általában a klasszikus rugalmasságtan képleteinek segítségével történik. E képletek alkalmazása feltételezi azt, hogy az alakváltozások és a feszültség között lineáris összefüggés van. Faanyagra e feltételek messzemenően nincsenek kielégítve. Repülőgépszerkezetek tervezésénél könnyű szerkezetek kialakítására törekszünk s ez csak úgy lehetséges, ha az anyag tényleges viselkedését figyelembe vesszük. A használatos méretezési módszerek vagy a klasszikus rugalmasságtan képleteit használják, figyelembevéve a faanyag eltérő húzó és nyomó törőfeszültségét, vagy idealizált — matematikailag könnyen kezelhető — feszültségeloszlási diagrammot tételeznek fel.

A végzett vizsgálatok abból a feltevésből indultak ki, hogy tisztán hajlításkor a tartó eredetileg sík keresztmetszetei az alakváltozás után is síkok maradnak. A feszültségeloszlás és a teherbírás számításához csupán az alakváltozás és feszültség közti összefüggést kellett húzó és nyomó kísérletekkel meghatározni.

A vizsgálatok — a repülőgépépítésnél szokásos — négyszög keresztmetszetű, tömör és húzott — nyomott övvel bíró tartókra vonatkoznak. A kísérleti-

leg megállapított σ—ε diagrammok meghatározása — a tartó teherbírására jellemző — olyan méretnélküli tényezőket adott, melyek egyrészt alkalmasak tetszőleges keresztmetszetű, ismert húzó és nyomó törőfeszültségű faanyagból készült tartók törőnyomatékának meghatározására; másrészt adott törőnyomatékra a legkisebb súlyú tartó méretei meghatározhatók a tehetetlenségi nyomatékok és keresztmetszeti tényezők számítása nélkül.

ÖSSZETETT BOLYGÓMŰVEK MECHANIKAI VISZONYAI, TELJESÍTMÉNYELÁGAZÁSOK*

JUREK AURÉL

a műszaki tudományok kandidátusa

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, GÉPJÁRMŰVEK TANSZÉKE]

[Beérkezett 1952 augusztus 6.]

A bolygóműveket az ipar legkülönbözőbb területein alkalmazzák. A legközismertebb az autók differenciálműve és »Ford T« sebességváltója, azonban felhasználják a repülőmotorok légcsavar áttételeinél és állításánál, a hajtómotorok irányváltóinál, a szerszámgépeknél, emelőgépeknél, műszereknél, harckocsik hajtóműjénél és kormányszerkezeteinél is.

Az autóiparban a sebességváltás területéről egy időre kiszorította a homlokfogaskerekes merev váltómű, azonban a váltás automatizálása, a hidraulikus kapcsoló és nyomatékváltó térhódítása ismét előtérbe helyezte a bolygókerekes hajtóműveket.

A bolygóművek a szerkesztő számára kényelmes szerkezeti elemek, mert a hajtó- és hajtott-tengelyek központosak. Mivel a rendszer legalább három bolygókereket tartalmaz, a geometriai méretek kedvezők, a fogaskerekek aránylag kicsinyek és a fogkorrekciókkal csak ritkán akad bonyodalom.**

A következőkben az autóiparban alkalmazott homlokkerekes bolygóművek néhány kivitelezett szerkezetét tárgyalom, a kerületi sebességek, a fordulatszámok (ill. szögsebességek), az erők, a nyomatékok és a teljesítményelágazások szempontjából.

A) Először egy különleges kettős bolygóművet, a Thornycroft-féle hatkerekű nehéz vontató differenciálművét ismertetem, melynek szerkezeti megoldását az *1. ábrán* látjuk.

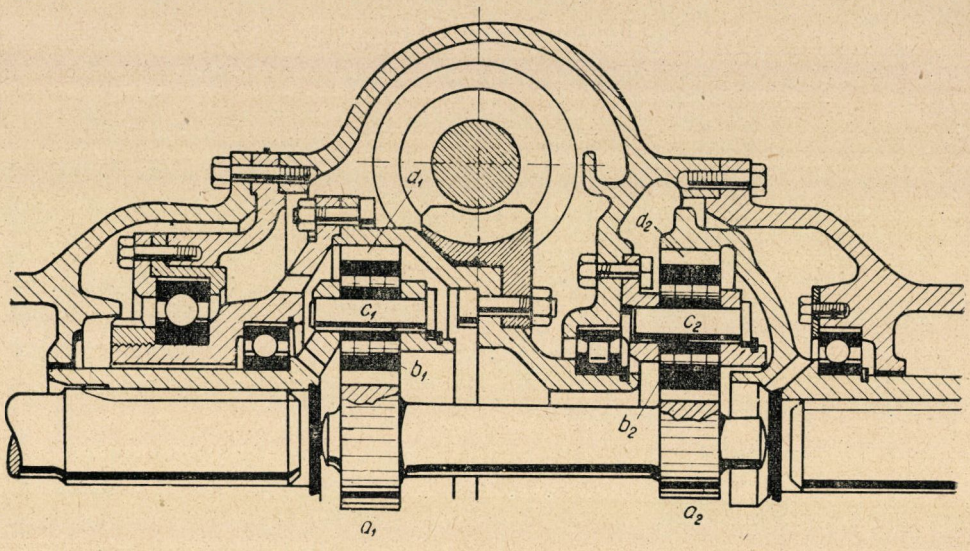
A motor, azaz a sebességváltó kardántengelye csigakerék-áttétellel hajtja a baloldali bolygóművet, amely egyúttal a baloldali féltengely és kerék bolygóműve is. A jobboldali féltengely és kerék külön bolygóművét a napkerekek közös tengelye kapcsolja össze.

a) Vizsgáljuk meg a két bolygómű viszonyait, amikor a jármű egyenesben halad, tehát a bal- és jobboldali féltengelyek fordulatszáma azonos.

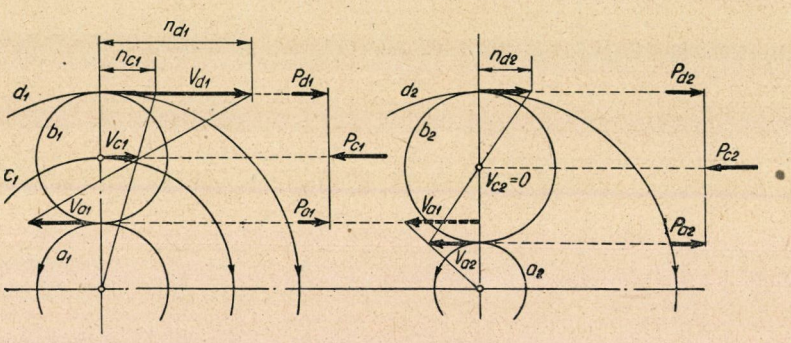
* A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályán 1952 július 4-én elhangzott előadás.

** Ennek néhány esetét az 1951. évi Akadémiai Nagyhéten — Vörös Imre »Időszerű kérdések a fogaskerékszerkesztés és -gyártás köréből« előadásához — hozzászólva ismertettem

A *2. ábra* mutatja ekkor a két bolygómű sebességtervét, fordulatszámtervét és a kerületi erőket is. Ha a fogaskerekek átmérőinek viszonya ; $a_1 = b_1$; $d_1 = a_1 + 2 \cdot b_1 = 3 \cdot a_1$; $c_1 = 2 \cdot a_1$; $a_2 = 3/4 \cdot a_1$ és $d_2 = 4 \cdot a_2 = d_1$,



1. ábra



2. ábra

akkor a sebességterv alapján $\overline{V}_{d1} = 4$. $\overline{V}_{c1} = 2$. $\overline{V}_{a1}$ (V_{a1} negatív) és a fordulatszámok, a hajtó belsőfogazású gyűrűkerék fordulatszámával kifejezve

$$n_{c1} = 3/8,\ n_{d1}$$

$$\text{és } n_{a1} = -3/2 \cdot n_{d1}.$$

A baloldali féltengely (n_{c1}) fordulatszámának ismeretével, a baloldali bolygómű áttételét is kifejezhetjük ;

$$i_b = n_{d1}/n_{c1} = 8/3 = 2\ ^2/_3.$$

A baloldali bolygómű erőtani viszonyait szintén a 2. *ábrán* látjuk. A (d_1) hajtókerék kerületi ereje a (b_1) bolygókeréken keresztül az (a_1) napkeréken is érvényesül ugyanazon értelemben és nagyságban, tehát

$$P_{d1} = P_{a1}, \quad P_{a1} + P_{d1} = P_{c1} \quad \text{és} \quad 2P_{a1} = 2 \cdot P_{d1} = P_{c1}.$$

A baloldali bolygómű nyomatékegyenleteihez felhasználjuk eddigi ismereteinket. Ha a (d_1) belsőfogatású hajtókerék nyomatéka

$(r_{a1} = 1, \quad r_{d1} = 3 \cdot r_{a1} = 3$
bolygókeréktartókar $r_{c1} = 2 \cdot r_{a1} = 2)$

$$M_{d1} = r_{d1} \cdot P_{a1} = 3 \cdot P_{d1}$$
$$M_{a1} = r_{a1} \cdot P_{d1} = 1 \cdot P_{d1}$$
$$M_{c1} = 2 \cdot P_{d1} \cdot r_{c1} = 4P_{d1}$$

a nyomatékegyenletek alapján felírhatjuk, hogy

$$M_{c1} = M_{a1} + M_{d1},$$

vagyis a bolygókeréktartókar (ez esetben féltengely) (M_{c1}) nyomatéka, a külső M_{d1}) és a belső (M_{a1}) nyomatékok összegével egyenlő.

A baloldali bolygómű teljesítményelágazásának kiszámításához a fordulatszámok helyett a szögsebességeket vezetjük be $N = M \cdot \omega$ A (d_1) hajtó gyűrűkerék teljesítményfelvétele (= motorteljesítmény)

$$N_{d1} = M_{d1} \cdot \omega_{d1} = 3 \cdot P_{d1} \cdot \omega_{d1}$$
$$N_{a1} = M_{a1} \cdot \omega_{a1} = M_{a1} \cdot 3/2 \cdot \omega_{d1} = 3/2 \cdot P_{d1} \cdot \omega_{d1}$$
$$N_{c1} = M_{c1} \cdot \omega_{c1} = M_{c1} \cdot 3/8 \cdot \omega_{d1} = 4 \cdot P_{d1} \cdot 3/8 \cdot \omega_{d1} = 3/2 \cdot P_{d1} \cdot \omega_{d1}$$

vagyis

$$N_{d1} : N_{a1} : N_{c1} = 1 : 0{\cdot}5 : 0{\cdot}5$$

és

$$N_{a1} = N_{a1} + N_{c1}.$$

Egyenesmenetben a baloldali féltengely a hajtóteljesítmény felét viszi át, míg másik felét a napkerék tengelyen keresztül a jobboldali bolygóműnek továbbítja. A jobboldali bolygóművet tehát a baloldali bolygómű (a_1) napkereke hajtja az (a_2) napkeréken keresztül. A *2. ábra* jobboldalán ezen bolygómű kerekeinek sebességei, fordulatszámai és erőtani viszonyai vannak feltüntetve. Az (a_2) napkerék hajt, a(c_2) bolygókeréktartókar rögzített és a (d_2) belsőfogazású kerék a jobboldali féltengely hajtókereke is egyúttal. Ez a bolygómű tehát közönséges belső fogazású áttétellé degenerálódott, melynek áttétele, (tekintve, hogy $d_2 = 4 \cdot a_2$)

$$i_2 = r_{d2}/r_{a2} = 1/4.$$

A bolygómű sebességviszonyai;

$$V_{a2} = 3/4 \cdot V_{a1};\ V_{c2} = 0 \text{ és } \overline{V}_{a2} = \overline{V}_{a2}$$
$$\overline{V}_{c2} = 3/4 \cdot \overline{V}_{c1} \ (V_{a2} \text{ és } V_{a1} \text{ negatív})$$

a fordulatszámok;

mivel $n_{a2} = r_{a2}/r_{a2} \cdot n_{a2} = 1/4 \cdot n_{a1}$

és $n_{c1} = 1/4 \cdot n_{a1}$

a kétoldali féltengely fordulatszáma azonos és egyirányú, tehát

$$n_{c1} = n_{d2}.$$

Az erőviszonyok;

$$P_{a2} = P_{a2};\ d\ P_{c2} = P_{a2} + P_{c2} = 2 \cdot P_{a2} = 2 \cdot P_{c2} \text{ (csapreakció)},$$

mivel

$$P_{a2} = r_{c1}/r_{a2} \cdot P_{c1} = 4/3 \cdot P_{a1}$$

és

$$P_{d2} = 4/3 \cdot P_{d1},$$

a nyomatékok;

$$M_{a2} = M_{a1};\ M_{d2} = r_{d2}/r_{a2} \cdot M_{c2} = 4 \cdot M_{a2}$$

$$M_{d2} = 4 \cdot M_{a1} = 4 \cdot P_{d1}$$

vagyis

$$M_{d2} = M_{c1};\qquad M_{c2} + M_{c1} = M_{d1},$$

a féltengelyek fordulatszáma és nyomatéka azonos, így az átvitt teljesítmény is egyforma

$$N_{d2} = N_{c1};\qquad N_{c1}/N_{d1} = 0{\cdot}5;\qquad N_{d2}/N_{a1} = 0{\cdot}5$$

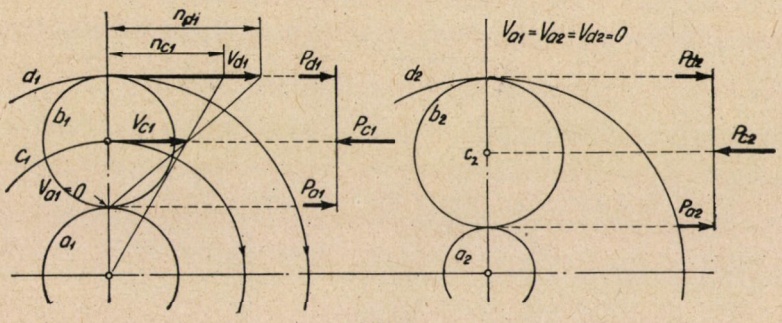
és $N_{c1} + N_{d2} = N_{d1}$,

ahol $N_{d1} = 1$, a hajtóteljesítmény.

b) A bolygóműnek a *3. ábra* szerinti helyzetében a jobboldali féltengelye áll ($V_{d2} = 0$). Ekkor csak a baloldali bolygómű dolgozik, tehát

$$V_{a2} = 0 \quad \text{és} \quad n_{d2} = n_{a2} = 0 .$$

emiatt a baloldali bolygóműnél is $V_{a1} = 0$.



3. ábra

Ekkor a bolygómű áttétele;

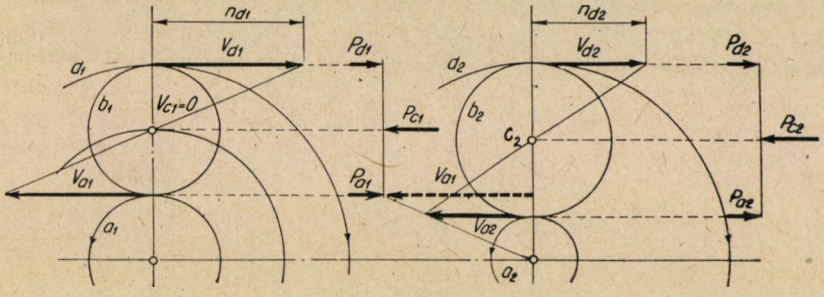
$$i_b = a_1/d_1 + 1 = 4/3,$$

vagyis a (c_1) bolygókeréktartókar, illetve féltengely kétszer forog gyorsabban, mint az első esetben, ahol $i_b = 8/3$ volt.

A nyomaték ($M_{c1} = 2 \cdot P_{d1} \cdot r_{c1}$) változatlan maradt és ekkor a baloldali bolygómű viszi át az egész hajtóteljesítményt

$$N_{c1} = N_{d1}$$

c) Ha a baloldali féltengely áll, akkor a *4. ábra* alapján látjuk, hogy mind-



4. ábra

két bolygómű dolgozik, azonban teljesítménye csak a jobboldali bolygóműnek van. A feltételek szerint a (d_1) belsőfogazású kerék hajt

$$V_{c1} = 0 \quad \text{és} \quad \overline{V}_{a1} = \overline{V}_{a1} \quad (V_{a1} \text{ negatív})$$

mivel

$$a_2 = 3/4 \cdot a_1 ; \qquad V_{a2} = 3/4 \cdot V_{a1}$$

és

$$\bar{V}_{d2} = \bar{V}_{a2} = 3/4 \cdot \bar{V}_{a1} = 3/4 \cdot \bar{V}_{d1} .$$

A fordulatszámok ;

$$n_{c1} = 0 ; \quad n_{a1} = r_{d1}/r_{a1} \cdot n_{d1} = 3 \cdot n_{d1} ; \quad n_{a2} = n_{a1}$$

$$n_{d2} = r_{a2}/r_{d2} \cdot n_{a2} = 1/4 \cdot na_{a2} = 1/4 \cdot n_{a1} = 3/4 \cdot n_{d1} .$$

A kettős bolygómű áttétele ;

$$i_b''' = n_{d2}/n_{d1} = 4/3 \text{ és } i_b'' = i_b'''$$

a (d_2) belsőfogazású kerék kétszer forog gyorsabban, mint a jármű egyenes menetében. A nyomaték értéke $M_{d2} = M_{c1}$ azonos és a teljesítményelágazásnál

$$N_{d1} = N_{a1} ; \quad N_{c1} = 0 ; \quad N_{a2} = N_{a1} \text{ és } N_{d2} = N_{a2} = N_{a1} .$$

A kettős bolygómű tehát a szimmetrikus differenciálművek összes követelményét teljesítette, a féltengelyek nyomatéka az összes esetekben egyforma maradt. Előnye, hogy a kettős bolygómű áttételt is ad, ($i_b = 2\ 2/3$), ami különösen alkalmassá teszi nehéz vontatókhoz, mert pótolja a szokásos előtéttengelyes differenciálműveket. Az 1. ábrán látható szerkezetnél a csigahajtás áttétele

$$i_{cs} = 5{,}4$$

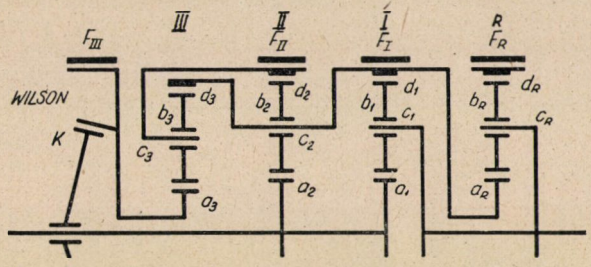
a kettős bolygóműé $\qquad i_b = 2{,}66$

tehát $\qquad \sum i = i_{cs} \cdot i_b = 14{,}4 .$

B) A *Wilson*-féle preszelektív sebességváltómű az előremeneti négy sebességfokozathoz három bolygóművet, a hátramenethez pedig egy előtét bolygóművet alkalmaz.

A váltómű szerkezeti megoldásának vázlatát az *5. ábra* szemlélteti. Előremenetnél a váltómű legnagyobb áttételét az 1-ső sebességfokozatot az I-es bolygómű adja, amelyhez a (d_1) belsőfogazású gyűrűkereket rögzítjük szalagfékkel. A motor hidraulikus tengelykapcsolón keresztül hajtja az (a_1) napkereket, a teljesítményt a redukált fordulatszámmal a (c_1) bolygókeréktartókar továbbítja a kardántengelynek. A 2-ik sebességfokozat kapcsolásakor a II. bolygómű (d_2) gyűrűkerekét rögzítjük szalagfékkel. Ekkor két bolygómű, az I-es és

II-es dolgozik együtt, a motor az (a_2) és (a_1) napkerekeket hajtja, a (c_2) kar pozitív sebességet ad az I-ső bolygómű (d_1) gyűrűkerekének, amivel az összáttétel csökken, a (c_1) kar, illetve kardántengely gyorsabban forog és létrejön a 2. sebességfokozat. A 3. sebesség kapcsolásakor a III. bolygómű (a_3) napkerekét rögzítjük. A motor ismét az (a_1) és (a_2) napkerekeket hajtja, a három bolygómű különleges kapcsolása révén a kardántengely (c_1) fordulatszáma nőtt. A 4. sebesség kapcsolásakor a (K) tengelykapcsolóval zárjuk a hajtó és hajtott elemeket, a bolygóművekben legördülés nincs, a motor és a kardántengely fordulatszáma egyforma (direkt sebesség). Hátramenetben az (R) bolygómű (d_R) gyűrűkerekét rögzítjük szalagfékkel, a motor az I bolygómű (a_1) napkerekét



5. ábra

hajtja, a teljesítményt a (c_1) és a (c_R) kar adja át negatív forgásiránnyal a kardántengelynek.

A váltómű szerkezet teljes elemzése túl hosszúra nyúlna, azért csak a 3. sebességet ismertetem, amely hármas bolygóműrendszert képez és a legbonyolultabb viszonyok is itt mutatkoznak.

Az egyes bolygóművek fogszámai:

	I. b. mű	II. b. mű	III. b. mű	R. b. mű
	$Z_{a1} = 24$	$Z_{a2} = 24$	$Z_{a3} = 20$	$Z_{aR} = 24$
	$Z_{b1} = 18$	$Z_{b2} = 18$	$Z_{b3} = 18$	$Z_{bR} = 18$
	$Z_{d1} = 60$	$Z_{d2} = 60$	$Z_{d3} = 56$	$Z_{dR} = 60$
kar	$c_1 = 42$	$c_2 = 42$	$c_3 = 38$	$c_R = 42$

A fogaskerekek és a kar adatai viszonyszámokban, ha az (a_1) napkerék sugara $r_{a1} = 1$,

$r_{a1} = 1{\cdot}0$	$r_{a2} = 1{\cdot}0$	$r_{a3} = 0{\cdot}833$	$r_{aR} = 1{\cdot}0$
$r_{b1} = 0{\cdot}75$	$r_{b2} = 0{\cdot}75$	$r_{b3} = 0{\cdot}75$	$r_{bR} = 0{\cdot}75$
$r_{d1} = 2{\cdot}5$	$r_{d2} = 2{\cdot}5$	$r_{d3} = 2{\cdot}333$	$r_{dR} = 2{\cdot}5$
$r_{c1} = 1{\cdot}75$	$r_{c2} = 1{\cdot}75$	$r_{c3} = 1{\cdot}583$	$r_{cR} = 1{\cdot}75$

a) A számítás végrehajtásához először az I-ső bolygómű sebességtervét dolgozzuk ki, a fordulatszám és erőtervvel együtt, annak szemelőtt tartásával, hogy a 3. sebességfokozat áttétele $i_3 = 1{,}4$.

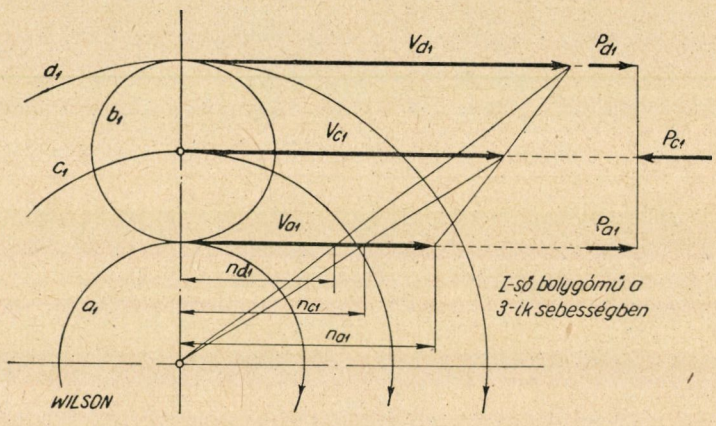
A motor, illetve hajtótengely teljesítménye $N_m = 1$, fordulatszáma $n_m = 1$ és nyomatéka $M_m = 1$.

Mivel a motor teljesítményét a hajtótengely (a_1) és (a_2) napkereke adja át a váltóműnek ;

$$N_m = N_{a1} + N_{a2} = 1$$

$$M_m = M_{a1} + M_{a2} = 1$$

$$\text{és } n_m = n_{a1} = n_{a2} = 1 .$$



6. ábra

A *6. ábrán* az I-ső bolygómű viszonyait látjuk a 3. sebességben, mivel $i_3 = n_{a1}/n_{c1} = 1{,}4$, a kerekek kerületi sebességei

$$V_{a1} = 1; V_{c1}' = \frac{V_{a1}}{i_3}\frac{r_{c2}}{r_{a1}} = 1/1{\cdot}4 \cdot 1{\cdot}75 = 1{\cdot}25, \quad V_{a1} = V_{a1} + 2\,(V_{c1} - V_{a1}) = 1{\cdot}5 .$$

A fordulatszámok, ha a hajtó napkeréké $n_{a1} = 1$,
a karé $n_{c1} = n_{a1}/i_3 = 1/1{,}4$, 0,715, a gyűrűkeréké $n_{d1} = V_{d1} \cdot r_{a1}/r_{d1} =$
$= 1{,}5/2{,}5 = 0{,}6$.

A kerületi erők ; (előzetesen)

$$P_{a1} = P_{a1} = 1 ; \quad P_{c1} = P_{a1} + P_{d1} = 2 .$$

A nyomatékok ; (előzetesen)

$$M_{a1} = P_{a1} \cdot r_{a1} = 1 , \quad M_{c1} = P_{c1} \cdot r_{c1} = 2 \cdot 1{\cdot}75 = 3{\cdot}5$$

$$M_{d1} = P_{d1} \cdot r_{d1} = 2{\cdot}5$$

tehát

$$M_{c1} = M_{a1} + M_{d1}.$$

A teljesítmények; (előzetesen) (itt n helyébe ω-t írva)

$$N_{a1} = M_{a1} \cdot \omega_{a1} = 1; \quad N_{c1} = M_{c1} \cdot \omega_{c1} = 3{\cdot}5 \cdot 0{\cdot}715 = 2{\cdot}5$$
$$N_{d1} = M_{d1} \cdot \omega_{d1} = 2{\cdot}5 \cdot 0{\cdot}6 = 1{\cdot}5$$

tehát

$$N_{c1} = N_{a1} + {}_1 N_d \quad (2{\cdot}5 = 1 + 1{\cdot}5).$$

Az eredmény azt mutatja, hogy az I-ső bolygóműbe az (a_1) napkerék és az (a_2) napkerék is vezet be teljesítményt, mert $N_{d1} = N_{a2}$.

A napkerekek teljesítményének aránya $N_{a1}/N_{a2} = 1/1{,}5$. Mivel

$$N_m = N_{a1} + N_{a2} = 1$$
$$N_{a1} = 0{\cdot}4 \cdot N_m \text{ és } N_{a2} = 0{\cdot}6 \cdot N_m.$$

A kapott eredményekkel az I-ső bolygóműnél a kerületi erők, nyomatékok és teljesítmények értékeit korrigáljuk.

Eszerint a kerületi erők:

$$P_{a1} = P_{d1} = 0{\cdot}4; \quad P_{c1} = P_{a1} + P_{a1} = 0{\cdot}8$$

a nyomatékok:

$$M_{a1} = P_{a1} \cdot r_{a1} = 0{\cdot}4; \; M_{c1} = P_{c1} \cdot r_{c1} = 1{\cdot}4; \; M_{d1} = P_{d1} \cdot r_{d1} = 1$$

a teljesítmények:

$$N_{a1} = 0{\cdot}4 \quad N_{c1} = 1 \; (= N_m) \text{ és } N_{d1} = 0{\cdot}6 \; (= N_{a2})$$
$$N_m = N_{c1} = N_{a1} + N_{d1}.$$

Ezek az értékek már alkalmasak a II. és III. bolygómű viszonyainak kielemzéséhez.

b) A II. bolygómű együtt dolgozik az I-ső és III. bolygóművel, a motor az (a_2) napkereket is hajtja, tehát ez a bolygómű is továbbít teljesítményt a kardántengely, ill. (c_1) kar felé. A II. bolygómű viszonyait a 7. *ábra* mutatja, a rajzon az I-ső bolygómű viszonyait is feltüntettük.

A kerületi sebességek; $V_{a2} = V_{a1} = 1$,

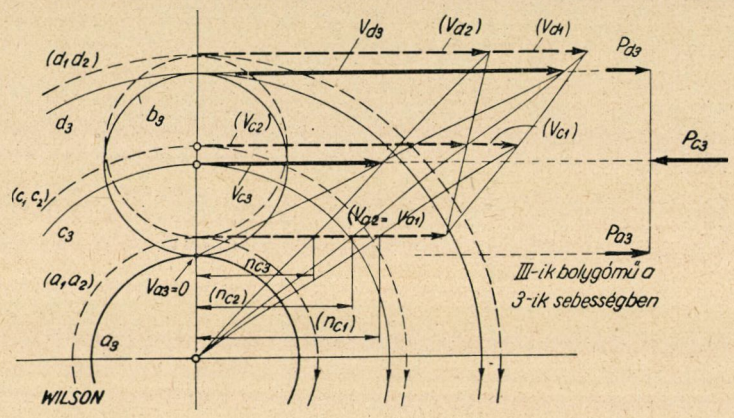
$$V_{c2} = V_{d1} \cdot r_{c2}/r_{d1} = 1{\cdot}5 \cdot 1{\cdot}75/2{\cdot}5 = 1{\cdot}05; \; V_{d2} = V_{a2} + 2\,(V_{c2} - V_{a2}) =$$
$$= 1 + 2\,(1{\cdot}05 - 1) = 1{\cdot}1.$$

A fordulatszámok ; $n_{a2} = n_{a1} = 1$;

$$n_{c2}' = V_{c2} \cdot r_{a2}/r_{c2} = n_{d1} = 0{\cdot}6 \; ; \quad n_{d2} = V_{d2} \cdot r_{a2}/r_{d2} = 1{\cdot}1/2{\cdot}5 = 0{\cdot}44 .$$

(A fordulatszám értékeket vagy lemérjük az ábrából, vagy a sebességháromszögekből kiszámítjuk.)
A kerületi erők ;

$$P_{a2} = P_{d2} \text{ és } P_{c2} = P_{a2} + P_{d2} = 2 \cdot P_{a2} .$$



7. ábra

Mivel a II. bolygómű (c_2) karja az I. bolygómű (d_1) gyűrűkerekével és a III. bolygómű (d_3) gyűrűkerekével van összekapcsolva

$$P_{c2} = P_{c2}' + P_{c2}''$$

ahol
$P_{c2}' = r_{a1}/r_{c2} \cdot P_{d1}$ az I-ső bolygómű (d_1) gyűrűkerekét hajtja,
$P_{c2}'' = P_{c2} - P_{c2}'$ pedig a III. bolygómű (d_3) gyűrűkerekét hajtja

és a bolygóműrendszer egyensúlyát biztosítja.

Mivel a II. bolygómű (a_2) napkerekén bevezetett teljesítményt és a fordulatszámot ismerjük, a viszonylagos számértékeket is meghatározhatjuk ;

$$(N_{a2} = 0{\cdot}6 \text{ és } n_{a2} = 1)$$

$$P_{a2} = P_{a2} = 0.6 ; \quad P_{c2} = P_{a2} + P_{d2} = 2 \cdot P_{a2} = 1{\cdot}2$$

$$P_{c2}' = r_{d1}/r_{c2} \cdot P_{d1} = 2{\cdot}5/1{\cdot}75 \cdot 0{\cdot}4 = 0{\cdot}57$$

és

$$P_{c2}'' = 1{\cdot}2 - 0{\cdot}57 = 0{\cdot}63 .$$

A nyomatékok :

$$M_{a2} = P_{a2} \cdot r_{a2} = 0{\cdot}6 :$$

$$M_{c2} = P_{c2} \cdot r_{c2} = 1{\cdot}2 \cdot 1{\cdot}75 = 2{\cdot}1; \quad M_{c2} = M'_{c2} + M''_{c2}$$
$$M'_{c2} = P'_{c2} \cdot r_{c2} = 0{\cdot}57 \cdot 1{\cdot}75 = 1; \quad M''_{c2} = P''_{c2}\, r_{c2} = 0{\cdot}63 \cdot 1{\cdot}75 = 1{\cdot}1$$

és

$$M_{d2} = P_{d2} \cdot r_{d2} = 0{\cdot}6 \cdot 2{\cdot}5 = 1{\cdot}5$$

tehát

$$M_{c2} = M_{a2} + M_{d2} \quad (2{\cdot}1 = 0{\cdot}6 + 1{\cdot}5)$$

A teljesítmények (n helyébe ω-t helyettesítve)

$$N_{a2} = M_{a2} \cdot \omega_{a2} = 0{\cdot}6$$
$$N_{c2} = M_{c2} \cdot \omega_{c2} = 2{\cdot}1 \cdot 0{\cdot}6 = 1{\cdot}26 \quad (= 1{\cdot}26 \cdot N_m)$$

azonban

$$N_{c2} = N'_{c2} + N''_{c2},$$

ahol

$$N'_{c2} = M'_{c2} \cdot \omega_{c2} = 0{\cdot}6 \quad (= N_{d1})$$

az I-sső bolygómű (d_1) gyűrűkerekét hajtja,

míg

$$N''_{c2} = M''_{c2} \cdot \omega_{c2} = 1{\cdot}1 \cdot 0{\cdot}6 = 0{\cdot}66 \quad (= 0{\cdot}66 \cdot N_m)$$

a III. bolygómű (d_3) gyűrűkerekét hajtja.
Mivel

$$N_{d2} = M_{d2} \cdot \omega_{d2} = 1{\cdot}5 \cdot 0{\cdot}44 = 0{\cdot}66 \quad (= N''_{c2} = 0{\cdot}66 \cdot N_m),$$

a (c_2) karon jelentkező teljesítmény többletet a (d_2) gyűrűkeréken visszakaptuk. A II. bolygóműben a (c_2) karnál tehát kétféle teljesítményelágazás jött létre; az I-sső bolygómű (d_1) gyűrűkerekét hajtó N'_{c2} rész pozitív elágazás, míg

a II. és III. bolygómű között keringő N''_{c2} rész negatív elágazás, melyet vakteljesítménynek is neveznek, mert a terhelés alatt dolgozó fogaskerekek nem szolgáltatnak kifelé hasznos teljesítményt.

A negatív teljesítmény rontja a szerkezet mechanikai hatásfokát és egyes esetekben a hajtóteljesítmény sokszorosát is elérheti. A különféle szerkezetekben alkalmazott bolygóművek tehát ilyen szempontból is megvizsgálandók.

c) A III. bolygómű viszonyait a *8. ábra* tünteti fel.

A 3. sebesség létrehozásához az (a_3) napkereket fékkel rögzítjük, tehát

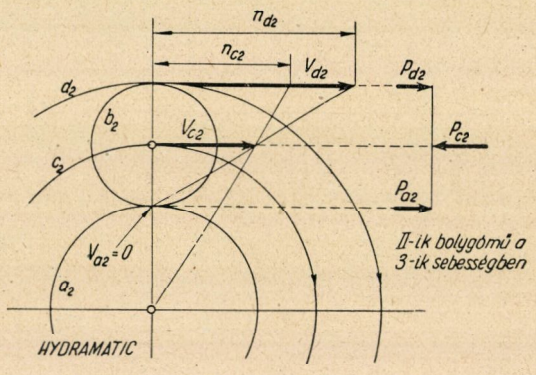
$$V_{a3} = 0 \text{ és } n_{a3} = 0 .$$

A (c_3) kar a II. bolygómű (d_2) gyűrűkerekével áll kapcsolatban

$$V_{c3} = r_{c3}/r_{d2} \cdot V_{d2} = 1{\cdot}583/2{\cdot}5 = 0{\cdot}696 \quad \text{és} \quad n_{c3} = n_{d2} = 0{\cdot}44 .$$

A (d_3) gyűrűkerék a II. bolygómű (c_2) karjával van összekapcsolva és az I-ső bolygómű (d_1) gyűrűkerekével

$$V_{d3} = r_{d3}/r_{c2} \cdot V_{c2} = 2{\cdot}333/1{\cdot}75 \cdot 1{\cdot}05 = 1{\cdot}4 \quad \text{és} \quad n_{d3} = n_{c2} = n_{d1} = 0{\cdot}6 .$$



8. ábra

Az erőviszonyok :

$$P_{a3} = P_{c3} ; \quad P_{c3} = P_{a3} + P_{d3} = 2 \cdot P_{d3} ,$$

mivel

$$P_{d2} = 0{\cdot}6 , \quad P_{c3} = r_{d2}/r_{c3} \cdot P_{d2} = 2{\cdot}5/1{\cdot}583 \cdot 0{\cdot}6 = 0{\cdot}944$$

tehát

$$P_{a3} = P_{c3} = P_{c3}/2 = 0{\cdot}944/2 = 0{\cdot}472$$

ellenőrzésképen

$$P_{d3} = r_{c2}/r_{d3} \cdot P''_{c3} = 1{\cdot}75/2{\cdot}333 \cdot 0{\cdot}63 = 0{\cdot}472.$$

A nyomatékok :

$$M_{c3} = P_{c3} \cdot r_{c3} = 0{\cdot}946 \cdot 1{\cdot}583 = 1{\cdot}5 \quad (= M_{c2})$$

$$M_{d3} = P_{d3} \cdot r_{d3} = 0.472 \cdot 2{\cdot}333 = 1{\cdot}1$$

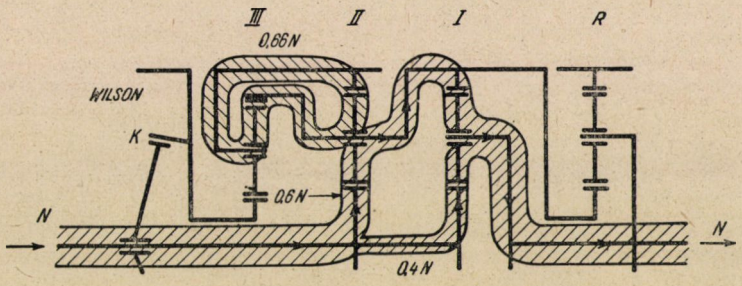
és

$$M_{a3} = P_{a3} \cdot r_{a3} = 0{\cdot}472 \cdot 0{\cdot}833 = 0{\cdot}4 \quad (M_{a3} = 0{\cdot}4 \cdot M_m), \quad \text{amely}$$

a fékkel rögzített *napkerék reakciónyomatéka.*

Az egyensúly értelmében

$$M_{c3} = M_{a3} + M_{d3} \quad (1{\cdot}5 = 0{\cdot}4 + 1{\cdot}1).$$



9. ábra

A vakteljesítmény :

$$\left.\begin{aligned} N_{c3} &= M_{c3} \cdot \omega_{d3} = 1{\cdot}5 \cdot 0{\cdot}44 = 0{\cdot}66 \\ \text{és} \qquad N_{d3} &= M_{d3} \cdot \omega_{d2} = 1{\cdot}1 \cdot 0{\cdot}60 = 0{\cdot}66 \end{aligned}\right\} = 0{\cdot}66 \cdot N_m,$$

amely a II. és III. bolygómű kapcsolása értelmében $N_{c3} = N_{d_2}$ és $N_{d3} = N''_{c2}$ teljesítmény hasznos munkavégzés nélkül körbe kering.

A *9. ábra* az összetett bolygómű számított viszonyait tünteti fel.

A levezetésben közölt összefüggések, adott motorteljesímény, fordulatszám és fogaskerék méretek mellett ralizálhatók, a fogméreteknél azonban figyelembe veendő a három bolygókerék (néha több) egyenlő teherviselése is.

C) A hidromechanikai bolygóművek legismertebb képviselője a »*Hydramatic*« sebességváltómű. Ezen rendszer lényege az, hogy a hidraulikus kapcsoló a váltómű szerves erőátviteli része. Elvi vázlatát a *10. ábrán* látjuk. Eltérően a *Wilson*-féle váltóműtől, a 4 sebességfokozat, két előremeneti (I. és II.) bolygómű kapcsolási kombinációjából adódik, a hátramenethez külön

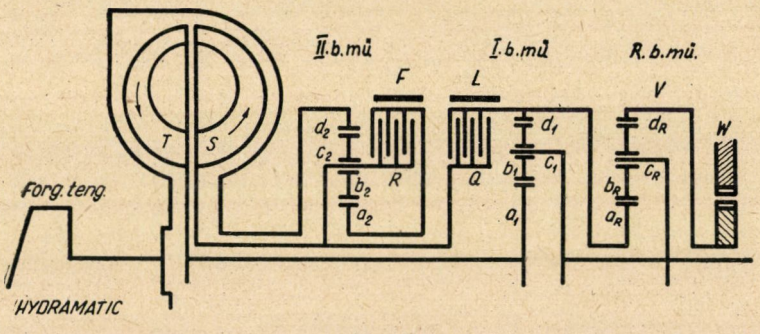
bolygómű szolgál. A két előremeneti bolygómű áttételi kapcsolása az (*F*) és (*L*) szalagfékkel történik. A bolygóművek nem módosítják az áttételt, ha a fékek helyett az (*R*) és (*Q*) több lamellás tengelykapcsolókat működtetjük.

Az 1-ső sebességfokozatban az (*F*) és (*L*) szalagfékeket kapcsoljuk, ekkor mind a két sorbakapcsolt bolygómű működik, az áttételt az I-es és II-es bolygómű áttételeinek szorzata adja :

$$(F)\ (L)\ i_1 = i_I \cdot i_{II} \quad \text{(1-ső sebesség)}.$$

A 2. sebességfokozatban az (*L*) szalagféket és az (*R*) tengelykapcsolót működtetjük. A 2. sebesség áttételét tehát az I-ső bolygómű adja, a II. bolygómű az (*R*) kapcsolóval az áttételt nem módosíthatja :

$$(R)\ (L)\ i_2 = i_I \quad \text{(2. sebesség)}.$$



10. ábra

A 3. sebességfokozatban az (*F*) szalagfék és a (*Q*) kapcsoló működtetése a II. bolygómű önálló áttételét adja, az I-ső bolygómű az áttételt nem módosítja :

$$(F)\ (Q)\ i_3 = i_{II} \quad \text{(3. sebesség)}.$$

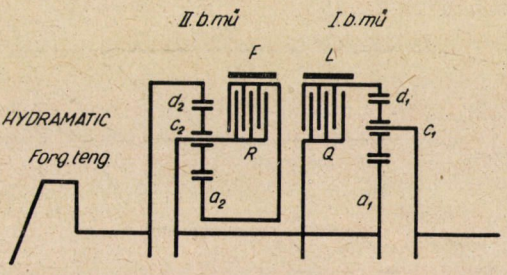
A 4. sebességfokozatban mind a két bolygómű (*R*) és (*Q*) kapcsolója működik, a bolygóművek a hajtó oldal fordulatszámát és nyomatékát továbbítják

$$(R)\ (Q)\ i_4 = 1 \quad \text{(4. sebesség)}.$$

Hátramenethez az I-ső és a hátrameneti bolygómű működik, $(F)(W)\ i_R = i_I \cdot i_R$ (hátra sebesség).

Ezen ismertetés keretein belül csak a 3. sebesség viszonyait elemezzük, amikor a II. bolygómű működik a hidraulikus tengelykapcsolón keresztül és az I-ső bolygómű az áttételt csak a kapcsoló csúszása (szlipje) folytán módosítja.

Az egyes bolygóművek fogszámai		
II. bolygómű	I. bolygómű	R. bolygómű (hátra)
$z_{a_2} = 28$	$z_{a_1} = 41$	$z_{aR} = 28$
$z_{b_2} = 16$	$z_{b_1} = 13$	$z_{bR} = 20$
$z_{d_2} = 60$	$z_{d_1} = 67$	$z_{dR} = 68$
kar $c_2 = 44$	$c_1 = 54$	$c_R = 48$



11. ábra

A fogaskerekek és a kar adatai viszonyszámokban, ha a II. bolygómű (d_2) belső fogazású gyűrűkerekének sugara $r_{d_2} = 1{\cdot}0$;

	II. bolygómű	I. bolygómű	R. bolygómű
	$r_{a2} = 0{\cdot}466$	$r_{a1} = 0{\cdot}683$	$r_{aR} = 0{\cdot}466$
	$r_{b2} = 0{\cdot}266$	$r_{b1} = 0{\cdot}216$	$r_{bR} = 0{\cdot}333$
	$r_{d2} = 1{\cdot}0$	$r_{d1} = 1{\cdot}116$	$r_{dR} = 1{\cdot}133$
kar	$r_{c2} = 0{\cdot}733$	$r_{c1} = 0{\cdot}9$	$r_{cR} = 0{\cdot}6$

A számítás egyszerűsítése miatt egyelőre nem vesszük figyelembe a hidraulikus kapcsoló csúszását és a *11. ábra* szerinti két bolygóműves rendszert vizsgáljuk meg.

a) A 3. sebességfokozatban a II. bolygómű (d_2) belső fogazású gyűrűkerekét közvetlenül a motor hajtja és (a_2) napkerekét az (F) szalagfék rögzíti. Vizsgálatunkhoz ismerjük a motor, illetve hajtótengely teljesítményét .... $N_m = 1$

fordulatszámát ..... $n_m = 1$

és nyomatékát ..... $M_m = 1$

ezzel ismerjük N_{d_2}, n_{d_2}, ω_{d_2} és V_{d_2} értékeit is.

A *12. ábra* mutatja a II. bolygómű kerületi sebesség, fordulatszám és erőviszonyait. A kerületi sebességek ;

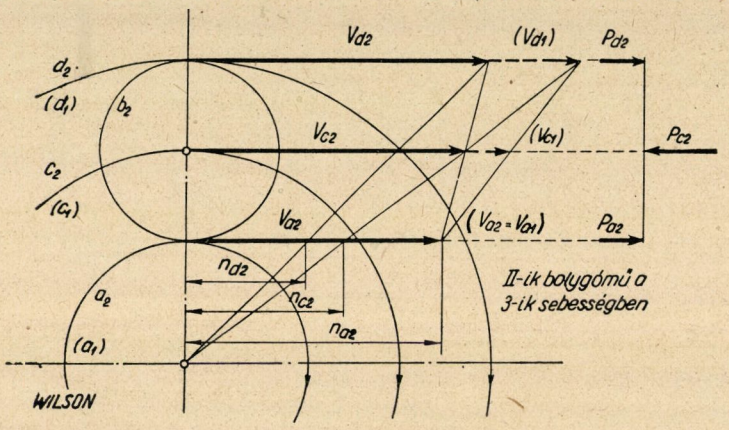
$$V_{a2} = 0\,; \quad V_{d2} = 1 \text{ és } V_{c2} = V_{d2}/2 = 0{\cdot}5\,.$$

A fordulatszámok :

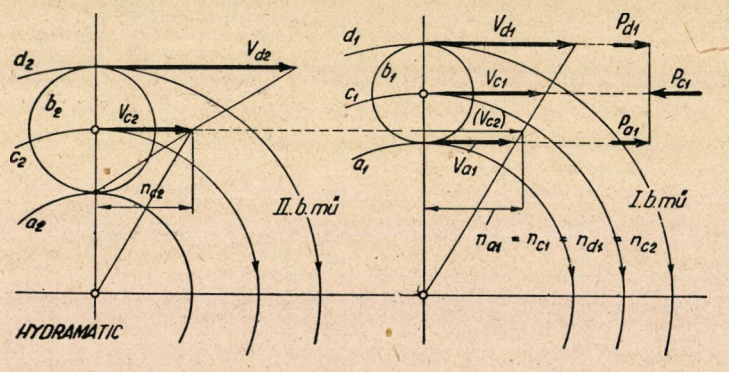
$$n_{a2} = 0\,, \quad n_{d2} = n_m = 1\,,$$

a bolygómű áttétele

$$i_{II} = n_{d2}/n_{c2} = Z_{a2}/Z_{d2} + 1 = 28/60 + 1 = 1{\cdot}466 \text{ és } n_{c2} = V_{c2} \cdot r_{d2}/r_{c2} = \\ = 0{\cdot}5/0{\cdot}733 = n_{d2}/i_{II} = 0{\cdot}682\,.\,n_m\,.$$



12. ábra



13. ábra

Ezzel a fordulatszámmal adja tovább a megnövelt nyomatékot az I-ső bolygómű (c_1) karja a kardántengelynek. Mivel a két bolygómű között teljesítményelágazás jön létre, a viszonyok megállapítása végett még néhány adatra van szükségünk, mellyel az I-ső és II. bolygómű pontos adatainak birtokába jutunk.

Tehát

$$M_{c1} = i_{II} \cdot M_{d2} = 1{\cdot}466 \cdot M_m \quad (M_{d2} = M_m = 1)$$

és

$$n_{c1} = n_m \, i_{II} = n_{d2}/i_{II} = 1/1{\cdot}466 = 0{\cdot}682 \cdot n_m \quad (= n_{c2}).$$

b) Az I-sõ bolygóműben (hidraulikus kapcsoló nélkül) a viszonyok a *13. ábra* szerint alakulnak. Mivel áttételmódosítás nincs, $i_I = 1$, a kerületi sebességek arányosak a sugarakkal;

$$V_{a1} = r_{a1}/r_{c2} \cdot V_{c2} = 0{\cdot}683/0{\cdot}733 \cdot 0{\cdot}5 = 0{\cdot}464\,; \; V_{c1} = r_{c1}/r_{a1} \cdot V_{a1} = \\ = 0{\cdot}9/0{\cdot}683 \cdot 0.464 = 0{\cdot}612$$

és

$$V_{c1} = r_{d1}/r_{a1} \cdot V_{a1} = 1{\cdot}116/0{\cdot}683 \,.\, 0{\cdot}465 = 0{\cdot}76.$$

A fordulatszámok: $n_{a1} = n_{c1} = n_{d1} = n_{c2} = 0{\cdot}682.\ n_{d2}$ $(= 0{\cdot}682.\ n_m)$.

A kerületi erők számításánál abból a feltételből indulunk ki, hogy a II. bolygóműnél $P_{d2} = 1$,
mert a teljesítmény

$$N_{d2} = M_{d2} \cdot \omega_{d2} = 1 \quad (= N_m)$$

vagyis a hajtóteljesítmény egyenlő a motorteljesítménnyel és a leadott teljesítménnyel

tehát

$$N_{c_1} = M_{c_1} \cdot \omega_{c_1} \quad (= N_m)$$

és

$$M_{c1} = i_{II} \cdot M_{d2} = 1{\cdot}466 \cdot M_m$$

ebből

$$P_{c1} = 1{\cdot}466 \cdot M_m/r_{c1} = 1{\cdot}466\ 0{\cdot}9 = 1{\cdot}63 \quad (=1{\cdot}63 \cdot P_{d2})$$

mivel

$$P_{c1} = P_{a1} + P_{d1} \text{ és } P_{a1} = P_{d1}$$
$$P_{a1} = P_{d1} = 1{\cdot}63/2 = 0{\cdot}815 \quad (= 0{\cdot}15 \cdot P_{d2}).$$

A nyomatékok:

$$M_{a1} = P_{a1} \cdot r_{a1} = 0{\cdot}815 \cdot 0{\cdot}683 = 0{\cdot}556$$

$$M_{d1} = P_{d1} \cdot r_{d1} = 0{\cdot}815 \cdot 1{\cdot}116 = 0{\cdot}910$$

és

$$M_{c1} = P_{c1} \cdot r_{c1} = 1{\cdot}630 \cdot 0{\cdot}9 = 1{\cdot}466 \quad (= i_{II} \cdot M_m) \quad M_{c1} = M_{a1} + M_{d1}$$

A teljesítmények (n helyébe ω-t írva)

$$N_{a1} = M_{a1} \cdot \omega_{a1} = 0{\cdot}556 \cdot 0{\cdot}682 = 0{\cdot}38$$
$$N_{d1} = M_{d1} \cdot \omega_{d1} = 0{\cdot}910 \cdot 0{\cdot}682 = 0{\cdot}62$$
$$N_{c1} = M_{c1} \cdot \omega_{c1} = 1{\cdot}466 \cdot 0{\cdot}682 = 1{\cdot}00 \quad (= N_m)$$

és

$$N_{c1} = N_{a1} + N_{d1} \quad (1{\cdot}0 = 0{\cdot}38 + 0{\cdot}62)\,.$$

Az eredmény azt mutatja, hogy az I-ső bolygómű ú. n. kettős hajtású szerkezet, az (a_1) napkerék a hajtóteljesítmény 38%-át, a (d_1) gyűrűkerék pedig 62%-át vezeti a (c_1) karhoz, illetve a kardántengelyhez a II. bolygóműtől.

c) Az eddigi eredményekkel a II. bolygómű viszonyai a következőképen alakulnak ;

Ismerjük

$$N_{d2},\ n_{d2},\ M_{a2} \text{ és } i_{II}$$

adatait, valamint

$$N_{c2} = N_{a2} = N_m,\ n_{c2} \text{ és } M_{c2}\text{-őt.}$$

A c_2 karnál teljesítményelágazás jön létre,
tehát

$$N_{c2} = N'_{c2} + N''_{c2}\,,$$

ahol N'_{c2} teljesítmény az I-ső bolygómű (a_1) napkerekét hajtja, míg az N''_{c2}-teljesítmény a zárt (Q) kapcsolón keresztül az I-ső bolygómű (d_1) gyűrűkerekét forgatja.

Eszerint

$$N'_{c2} = N_{a1} = 0{\cdot}38 \cdot N_{d2} \quad (= 0{\cdot}38 \cdot N_m)$$

a hidraulikus rész és

$$N''_{c2} = N_{a1} = 0{\cdot}62 \cdot N_{d2} \quad (= 0{\cdot}62 \cdot N_m)$$

a mechanikai rész.

Mivel

$$n_{c2} = 0{\cdot}682 \cdot n_{d2} \quad (n_{d2} = n_m = 1) \text{ és } n_{a2} = 0\,,$$

a nyomatékok a teljesítmény egyenletekből;

$$N'_{c2} = M'_{s2} \cdot \omega_{c2} \quad M'_{c2} = N'_{c2}/\omega_{c2} = 0{\cdot}38/0{\cdot}682 = 0{\cdot}556$$
$$\text{és } N''_{c2} = M''_{c2} \cdot \omega_{c2} \quad M''_{c2} = N''_{c2}/\omega_{c2} = 0{\cdot}62/0{\cdot}682 = 0{\cdot}910$$
$$M_{c2} = M'_{c2} + M''_{c2} = 0{\cdot}556 + 0{\cdot}910 = 1{\cdot}466,$$

egyébként a feltételekből következik, hogy

$$M'_{c2} = M_{a1} \text{ és } M''_{c2} = M_{c1}.$$

A kerületi erők, ha $P_{d_2} = 1$, akkor $P_{a_2} = 1$ és $P_{c2} = P_{a_2} + P_{d_2} = 2$.
A (P_{c_2}) erőt is felbonthatnánk arányosan és a nyomaték analógiájára ($P_{c_2} = P'_{c2} + P''_{c2}$), azonban erre most már nincsen szükség.

Hátra van még az (F) *szalagfék nyomatékának* meghatározása, mely az (a_2) napkereket rögzíti;

$$n_{a2} = 0, \; N_{a2} = 0 \text{ és } M_{a2} = P_{a2} \cdot r_{a2} = 0{\cdot}466,$$

vagyis $M_F = 0{,}466 \cdot M_m$

a motor nyomatékának 46,6%-a.

Az I-ső bolygómű (Q) kapcsolójának nyomatéka

$$M_{a2}\, M_{d1} = M''_{c2} = 0{\cdot}910,$$

tehát $M_Q = 0{,}910 \cdot M_m$
a motor nyomatékának 91%-a.

A hidraulikus kapcsoló nyomatéka
$M'_{c2} = 0{,}556 \cdot M_m$
a motor nyomatékának 55,6%-a.

d) Az összetett bolygómű viszonyait ezekután a hidraulikus tengelykapcsolóval együtt vizsgáljuk meg.

A hidraulikus kapcsoló működésének fenntartására bizonyos csúszásra (szlipre) van szüksége. A II. bolygómű (c_2) karja a kapcsoló (S) szivattyúját hajtja, míg az I-ső bolygómű (a_1) napkerekét a (T) turbina forgatja. A hidraulikus kapcsoló (S) primér és (T) szekundér oldalának fordulatszáma nem egyforma

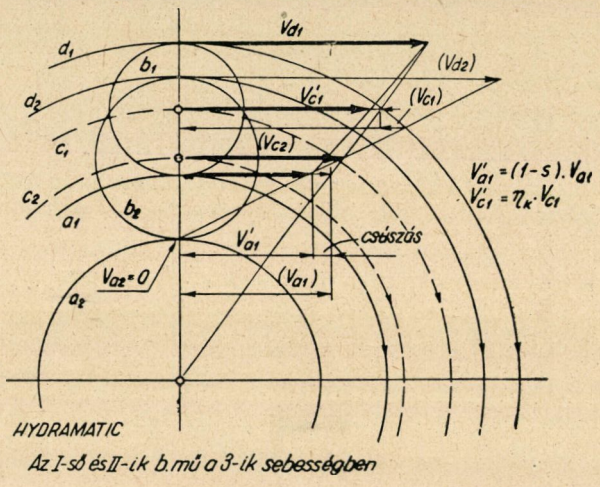
$$n_S > n_T \text{ vagyis } n_T = (1 - s).\, n_S.$$

Ha a csúszást középértékben 10%-ra becsüljük, akkor

$$n_T = 0{\cdot}9 \cdot n_S.$$

A hidraulikus kapcsoló csúszása miatt a sebességváltómű leadott teljesítménye csökken, mégpedig a hidraulikus erőátviteli rész 10%-ával. A II. bolygómű (c_2) karjánál létrejött teljesítményelágazás szerint, a motor teljesítményének ($N'_{c2} = 0{,}38 \cdot N_m$) 38%-a hidraulikus kapcsolón megy keresztül tehát a csúszás figyelembevételével a hatásfok;

$$\eta_k = 100 - (38 \cdot 0{\cdot}1) = 96{\cdot}2\%.$$



14. ábra

A hidraulikus kapcsoló csúszása az I-sö bolygóműnél is érezteti hatását. A *14. ábrán* az I-sö és II. bolygómű viszonyait látjuk, ennek figyelembevételével. A kerületi sebességek közül: $V_{a2} = 0$, V_{d2}, V_{c2} és V_{d1} nem változtak, ellenben

$$V'_{a1} = (1 - s) \cdot V_{a1} = (1 - 0{\cdot}1) \cdot 0{\cdot}464 = 0{\cdot}42$$

és

$$V'_{c1} = \eta_k \cdot V_{c1} = 0{\cdot}962 \cdot 0{\cdot}612 = 0{\cdot}59.$$

A fordulatszámok; $\eta_{d1} = 0{\cdot}682$ (változatlan maradt)

$$n'_{a1} = (1 - s) \cdot n_{a1} = 0{\cdot}9 \cdot 0{\cdot}682 = 0{\cdot}614 \quad (= 0{\cdot}614 \cdot n_m)$$

és

$$n'_{c1} = \eta_k \cdot n_{c1} = 0{\cdot}962 \cdot 0{\cdot}682 = 0{\cdot}656 \quad (= 0{\cdot}656 \cdot n_m).$$

Eszerint a (c_1) karon a kardántengelynek átadott teljesítmény

$$N'_{c1} = \eta_k \cdot N_m = 0{\cdot}962\, N_m$$

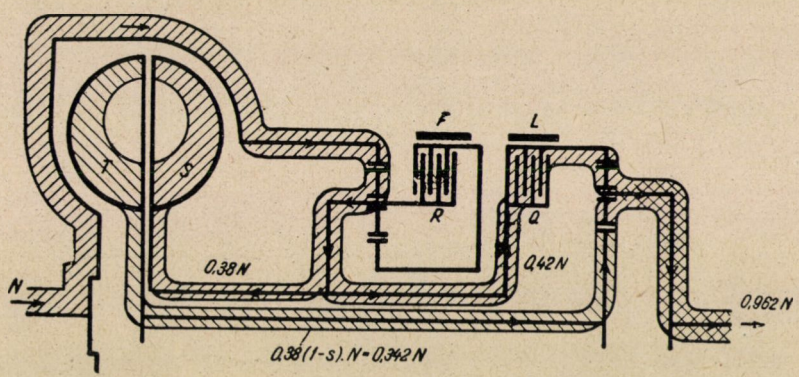
és a nyomaték

$$M'_{c1} = M_{c1} = i_{II} \cdot M_m = 1{\cdot}466 \cdot M_m$$

tehát változatlan maradt.

Ha a két bolygómű mechanikai hatásfokát $\eta_m = 0{,}9$-re becsüljük, akkor az összhatásfok a kapcsoló csúszásával együtt:

$$\sum \eta = \eta_k \cdot \eta_m = 0{\cdot}962 \cdot 0{\cdot}9 \cdot 100 = 86{\cdot}6\% .$$



15. ábra

A *15. ábra* a váltómű teljesítményelágazását mutatja a 3. sebességfokozatban. Ez az elágazás azonban pozitív, vakteljesítmény nem keletkezik, így a két sorbakapcsolt bolygómű mechanikai hatásfoka kedvező. A hidraulikus kapcsoló beépítése a bolygómű rendszerek közé szintén jobb hatásfokot eredményez, mint a váltómű elé helyezett hidraulikus kapcsoló, emellett biztosítja az (*F*) (*L*) szalagfékek, ill. (*R*) (*Q*) kapcsolók lökésmentes lágy működését is.

Összefoglalás

E tanulmány a gépjárműveknél alkalmazott összetett bolygóművek mechanikai viszonyaival és teljesítményelágazásával foglalkozik: a *Thornycroft*-differenciál művel és a *Wilson* és *Hydramatic* sebességváltóművek 3. sebességével. Az összetett bolygóművek mechanikai viszonyainak elemzése a *Kutzbach*-féle grafikus módszer továbbfejlesztésén alapul, az egyes bolygóművek sebesség, fordulatszám, illetve szögsebesség viszonyai közvetlenül az ábrákból leolvashatók. A szerkesztéssel ellenőrizhető számítás elemi egyenletekre támaszkodik, összevont, bonyolult kifejezések nem fordulnak elő.

ZnO-ZÁRVÁNY

HEGEDÜS ZOLTÁN

[Beérkezett: 1952 november 17]

Sárgarézötvözetek gyártásakor a fémolvadék felületén keletkező ZnO és faszénréteg megakadályozza az ötvözet oxidációját. Öntés közben is keletkezik ZnO, de ez kis (5,4) fajsúlya következtében az olvadt fém felületére emelkedik. Ha öntéskor a fém nincs kellően felmelegítve, a ZnO a fémolvadék nagy viszkozitása miatt nem tud felemelkedni a fém felületére. Ilyenkor az ötvözetben több-kevesebb ZnO marad, amely feldolgozás közben különféle hibajelenségeket okoz. Nemcsak öntéskor, hanem meleg hengerléskor vagy sajtoláskor is kerülhet az anyagba ZnO reve, ami a további alakításkor ugyancsak káros jelenségeket okoz. Mivel a ZnO-zárvány okozta hibák igen kellemetlenek és a zárvány felismerése révén könnyen kiküszöbölhetők, kissé részletesebben foglalkozom e zárvány tulajdonságaival.

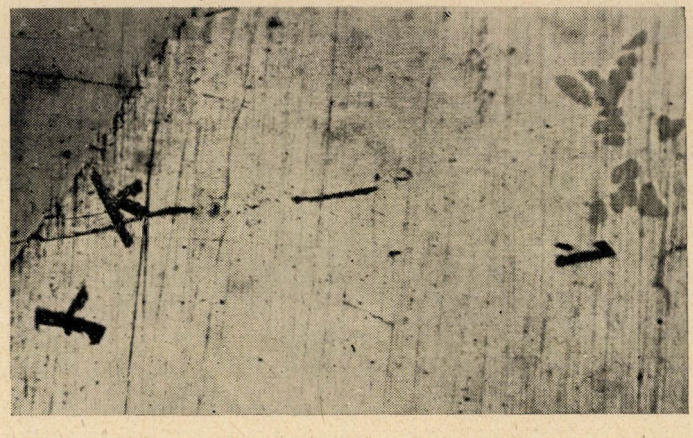
A ZnO-zárvány azonosítására legalkalmasabbaknak az ércmikroszkópia vizsgálati módszerei bizonyultak. A ZnO az ásványvilágban cinkit néven ismeretes és ismerjük optikai tulajdonságait is, ezért ezeket is figyelembe vettem a zárvány vizsgálatánál.

A természetes ZnO (cinkit) optikai tulajdonságai: fényvisszaverő képessége meglehetősen csekély, színe galenithoz viszonyítva szürke, rózsabarna árnyalattal. Dihexagonális piramisos osztályban kristályosodik, de az anizotropia a tömeges belső reflex miatt biztosan nem észlelhető. Tömeges belső reflexei kis rétegvastagságnál sárgák, nagyobb rétegvastagságnál sárgától skarlátvörösig változnak.

A ZnO-zárvány optikai tulajdonságai

Az optikai tulajdonságok tanulmányozására mesterséges ZnO-zárványt készítettem úgy, hogy olvadt sárgarézre oxidált rezet téve rövid ideig hevítettem, de csak annyira, hogy a rátett réz meg ne olvadjon. Ilyenkor az érintkezési felület közelében a sárgarézben számos ZnO-zárvány található. Az így kapott zárvány kétes zárvány vizsgálatánál jól felhasználható összehasonlítónak.

A ZnO színe: galambszürke. A réz összes szürke zárványai közül a legvilágosabb színű. Nagy nagyítással sárgásbarna árnyalatúnak látszik. Polározott fényben keresztezett nikolok közt az anizotropia észlelését a tömeges belső



1. kép. Elsődleges ZnO-zárvány sárgarezes forrasztásban. N = 400x

2. kép. Hengerléskor a hengerlés irányában elnyúlt elsődleges ZnO-zárvány 68/32 sárgarézben. N = 400x

reflex bizonytalanná teszik. Olajimmerzióval színe: sötétszürke. Belső reflexei mind levegőben, mind olajimmerzióval történő vizsgálatnál tömegesen láthatók. Sötétlátótér megvilágításnál színe: sárga, sárgásbarna és erősen világít.

3. kép. Másodlagos ZnO-zárvány sárgarézzel borított rézben. N = 150x

4. kép. Másodlagos ZnO-zárvány 90/10 tombakban. N = 750x

Keletkezése alapján megkülönböztetünk az öntéskor keletkező elsődleges ZnO-t és a megalakításkor keletkező másodlagos ZnO-t.

Az elsődleges oxid alakja pálca, ékírás, kínai írás, vagy ezek kombinációja, sokszor lyuk is található benne *(1. kép)*. Meleg hengerléskor deformálódik és a hengerlés irányába megnyúlik *(2. kép)*. Nem túl kemény és a rézzel eutektikumot nem alkot. A másodlagos zárvány többnyire ágas-bogas hosszú érszerű *(3. kép)* ez az alak a ZnO behengerlésre, besajtolásra jellegzetes, viszont, ha CuO redukciója következtében keletkezik, apró pálca, kockaalakú *(4. kép)*.

Maratása: nitál; ccHF; 10%-os; $(NH_4)_2S_2O_8$; 1 : 3 HCl sósavas $FeCl_3$; 1 : 3 NH_4OH nem támadja meg. Ammóniás $CuCl_2$ megsötétíti.

Megkülönböztetése a réz többi zárványától.

A Cu_2O; Cu_2S; Cu_2Te, Cu_2Se, rézoxiarzenát kékszínűek, gömbalakúak vagy dendritesek, eutektikumot alkotnak, sárgarézben nem fordulnak elő, ezért a ZnO-val nem téveszthetők össze. Öntött állapotú ötvözetekben a ZnO jellegzetes alakja révén könnyen felismerhető. Hengerelt anyagoknál az SnO_2-l való összetévesztés lehetősége igen nagy. Az ZnO fényvisszaverőképessége jóval erősebb, mint az SnO_2-é, ezért világosabb. Színe galambszürke, míg az SnO_2-é kékes árnyalatú sötétszürke. Kis nagyítással az SnO_2 feketének, míg a ZnO szürkének látszik. Olajimmerzió alkalmazásakor a SnO_2 fekete, míg a ZnO sötétszürke lesz. Az SnO_2 rendkívül kemény (erősrelief) és rideg, könnyen töredezik, hengerléskor vagy változatlan marad vagy széttörik és jellegzetes lyukas rombus alakját megtartja. A ZnO nem túl kemény és hengerléskor többé-kevésbbé megnyúlik.

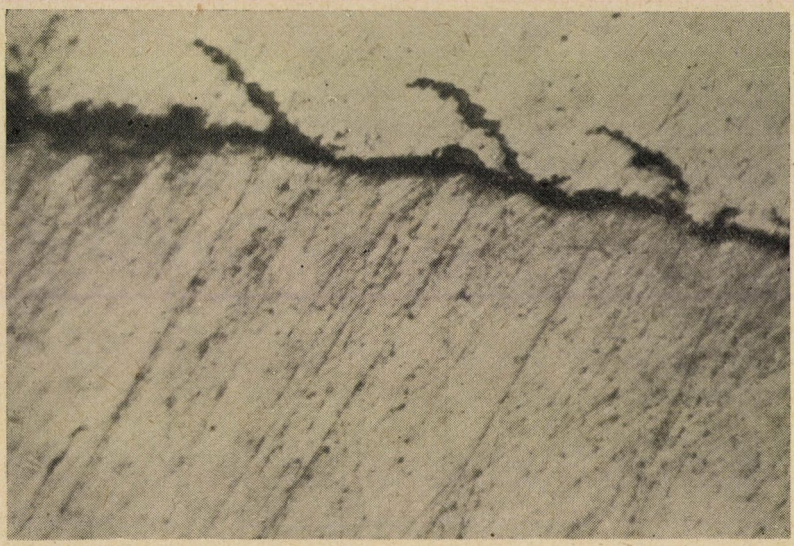
Az SnO_2-hoz hasonló réznikkeloxiarzenát kékes színű és sárgarézben, illetve Zn tartalmú ötvözetekben nem fordul elő. A másodlagos CuO alakban igen hasonlít a másodlagos ZnO-hoz, de kékszínű, erősen kitöredezik és sötét látótér megvilágításnál fekete, míg a ZnO sárgásbarna és világít.

Hatása a rézötvözetek technológiai tulajdonságaira

Elsődleges ZnO leginkább hidegöntéskor keletkezik, mikor az olvadt ötvözet nagyobb viszkozitása miatt nem tud a felületre felemelkedni. Elsődleges ZnO tartalmú 68/32. sz. lemez hossz- és keresztirányú csiszolatainak mikroképeit mutatja a 2. és 5. kép Az anyag tele van ZnO-zárvánnyal, melyek mint a *2. képen* is láthatók, a hengerlési irányba megnyúltak A lemez mind kemény, mind lágyított állapotban hideg hengerléskor, illetve vágáskor a hengerlés irányára merőlegesen eltörött. A törés szálkás volt és az SnO_2 okozta töretekre hasonlított. A törés oka a rendkívül sok ZnO.

Néha elsődleges ZnO keletkezik sárgarezes forrasztáskor, mikor a két vaslemez között a ZnO bentmarad a sárgarézben *(1. kép)*. Ilyenkor a ZnO mellett vasdendritek is láthatók. Ha a ZnO csak elszórtan található, a forrasztás

5. kép. Elsődleges ZnO-zárvány hengerelt 68/32 sárgarézben. N = 400x



6. kép. Másodlagos ZnO-zárvány sárgarézzel borított rézhuzalban a kötési felületen. N = 400x

jóságát nem rontja. A másodlagos ZnO számos hibajelenség okozója lehet. Sárgarézzel borított rézhuzal gyártásakor a két réteg elválását idézte elő a kötési felület mentén a sárgarézben lévő másodlagos ZnO, amit a *6. kép* is mutat.

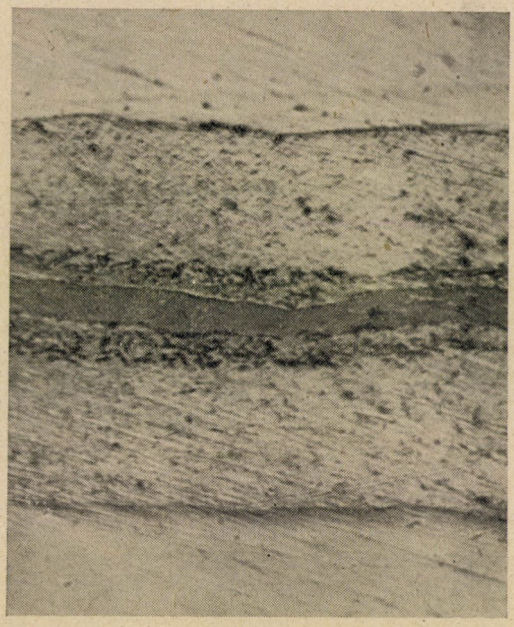
7. kép. Másodlagos ZnO-zárvány 63/37 sárgarézben. N = 750x

8. kép. Másodlagos ZnO-zárvány 90/10 tombakban. N = 600x

63/37-es sárgaréz meleg hengerlésekor számos felületi repedést idézett elő a *7. képen* is látható másodlagos ZnO. A repedés tövében ágas-bogas ZnO-zárvány található. Érdekes felületi hibát okozott a másodlagos ZnO 90/10-es tombaklemezen. A kész tombakréteg felülete pikkelyes lett és vékony fólia hámlott le róla. A hibás helyről kivett mikrocsiszolaton kb. 0,09 mm egyenletes vastag-

ságú, a 90/10-es tombaknál vörösebb színű réteg volt látható, amelyben igen sok ZnO-zárvány volt *(8. kép)*. A tombak meglehetősen durva kristályos és a fólialeválás nem a ZnO-tartalmú és ép rész érintkezésén következett be, hanem amint ezt a *9. kép* is mutatja a ZnO-tartalmú rétegközepén.

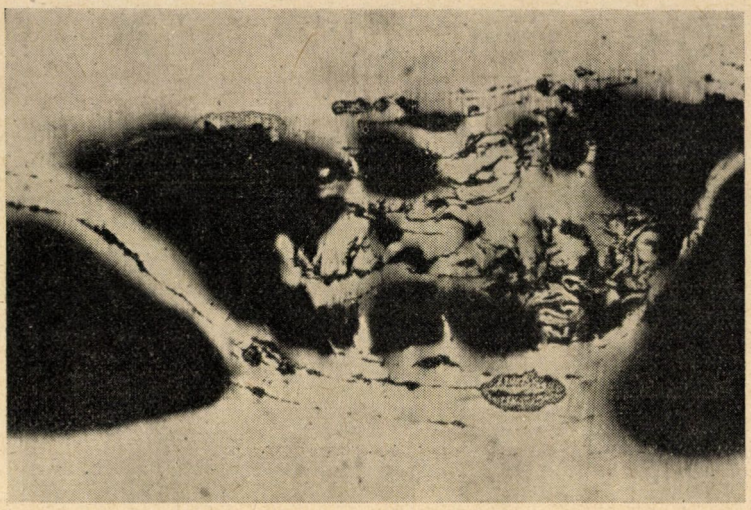
9. kép. Másodlagos ZnO-tartalmú réteg 90/10 tombakban, maratva. N = 150x



10. kép. CuO és másodlagos ZnO-tartalmú réteg mesterségesen előállítva 90/10 tombakban N = 750x

A hibajelenség keletkezésének magyarázatára kísérleteket végeztem. Felületileg oxidált tombaklemezt összehegesztettem ép felületű lemezzel és ½ órai melegítés után 50%-os redukcióig melegen hengereltettem. A lemezből készült csiszolaton az ép és oxidos lemez érintkezési felületén a fent leírthoz

hasonló jelenség volt látható. A két lemez közt még megmaradt egy CuO ér és mindkét oldalán egyenlő vastag vörösebb színű ZnO-tartalmú réteg kelet-

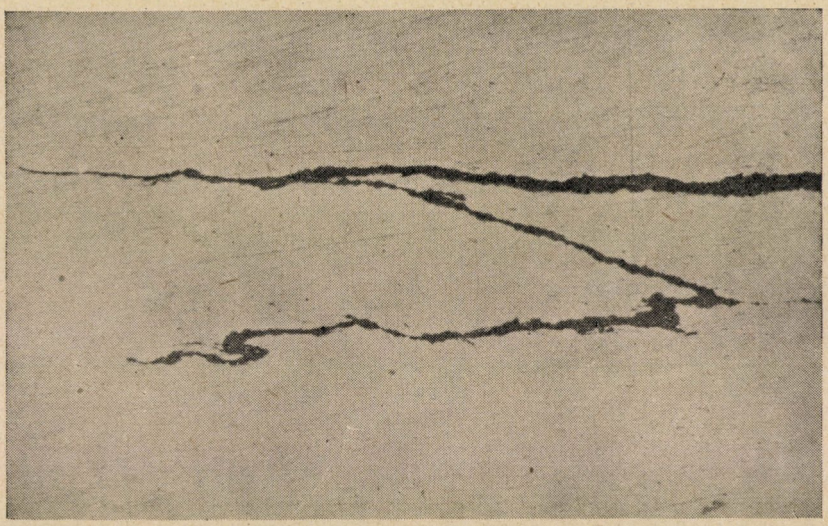


11. kép. 62/38 sárgaréz lemezbe sajtolt másodlagos ZnO. N = 75x

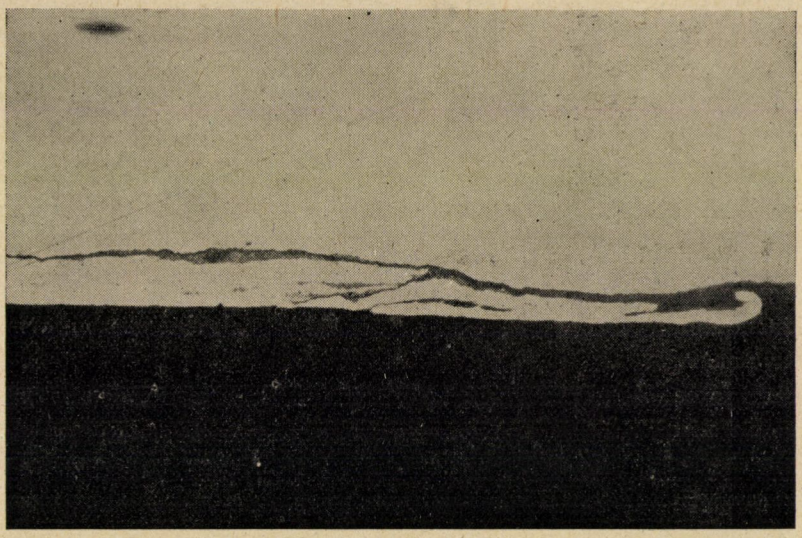
12. kép. 95/5 tombakba sajtolt másodlagos ZnO. N = 750x

kezett *(10. kép)*. A lemezt 2 óráig 830°-on hevítettem, amikor a CuO eltűnt, a vörösszínű réteg valamivel vastagabb lett és a ZnO-zárványok megszaporodtak. E jelenség magyarázata az, hogy nagyobb hőfokon a felületi revéből, mely

90/10 tombaknál főleg CuO, O_2 diffundál a tombakba és ez a Zn-tartalom nagy részét ZnO-á oxidálja és így jön létre a vörösebb színű zárványos réteg.



13. kép. Másodlagos ZnO-zárvány meleghengerlési rálapolás tövében 68/32 sárgarézben. N = 150x



14. kép. Felületi pikkelyes leválást előidéző másodlagos ZnO 62/38 sárgarézben. N = 150x

Másodlagos ZnO kerülhet sárgarézbe és más rézötvözetekbe sajtoláskor a recipiensben felgyülemlett szennyeződésekből. Ilyen sajtolás okozta hibát

mutat 62/38-as lemezen a *11. kép*, ahol az üregek mentén jól lehet látni a másodlagos ZnO-t. A *12. kép* ugyanilyen hibajelenséget mutat 95/5-ös lemezen.

Gyakran található másodlagos ZnO meleghengerlési rálapolásoknál. A rálapolás a további meleghengerlés folyamán összeforrhat, és az utolsó szúrásoknál okoz felületi repedéseket, hólyagosodást, pikkelyes leválásokat. A hibás helyek vizsgálatakor mindig megtaláljuk a rálapolás tövében az elnyújtott másodlagos ZnO-t 68/32 sárgaréz meleghengerlési rálapolásból származó felületi

15. kép. ZnO-zárványok 5,5% Ag, 1,5% Zn tartalmú ezüstbronzban. N = 400x

repedés tövében lévő másodlagos ZnO-t mutat a *13. kép*, míg a *14. képen* 62/38 sárgaréz felületi pikkelyességet előidéző elnyújtott ZnO zárvány látható.

Érdekesen viselkedik használat közben a ZnO-tartalmú 5,5% Ag 1,5% Zn-es ötvözetből készült ezüstbronz hegesztő tárcsa. Azonos összetételű és hőkezelésű ezüstbronz tárcsák felhasználásakor nagy eltérés volt tapasztalható; míg az egyik a megkívánt üzemidő felénél már tönkrement, a másik az üzemidő háromszorosát is kibírta. A mikroszkópi vizsgálat a jó tárcsában feltűnően sok elsődleges ZnO-t mutatott *(15. kép)*. A zárványok eloszlása meglehetősen egyenlőtlen volt, helyenkint hatalmas ZnO-zárványfelhők húzódtak végig az anyagon: *(16. kép)*. Ezzel szemben a rossz tárcsa anyagában ZnO-zárványt nem lehet találni.

Kísérletképen a rézfoszfor elhagyásával, tisztán fémcinkkel dezoxidált ezüstbronzból készített tárcsák a megkívánt üzemidőnél tovább használatban

voltak. Az 5,5%-os ezüstbronz egyike azon ritka ötvözeteknek, melynél a ZnO jelenléte előnyös, mert lényegesen meghosszabbítja a tárcsák használati idejét.

16. kép. ZnO-zárványfelhők az előírtnál háromszor hosszabb időn át üzemben lévő 5,5% Ag, 1,5% Zn tartalmú ezüstbronz tárcsában. N = 150x

IRODALOM

Schimmel: Metallographie der technischen Kupferlegierungen 1930.
Smithels—Hessenbruch: Verunreinigungen in Metallen 1931.
Ramdohr: Erzmineralien und ihre Verwachsungen 1951.

Összefoglalás

Mesterségesen előállított ZnO-zárvány optikai tulajdonságai megegyeznek a természetben előforduló cinkit optikai tulajdonságaival és alkalmasak a zárvány biztos azonosítására, illetve a rézötvözetek többi nem fémes zárványaitól való megkülönböztetésére. Az öntéskor keletkező elsődleges ZnO, ha nagyobb mennyiségben van jelen hengerléskor a lemez törését okozza. A zárvány melleghengerléskor kismértékben nyújtható. A másodlagos ZnO jelenléte pedig felületi repedést, felhólyagosodást, pikkelyképződést, ritkábban a darab törését is eredményezi. A tanulmány foglalkozik a ZnO-zárványoknak az 5,5% Ag-t tartalmazó ezüstbronzban való viselkedésével is és megállapítja, hogy ebben a ZnO jelenléte nem hátrányos.

KÖRFOLYAMOK VIZSGÁLATA VÁLTOZÓ FAJHŐ FIGYELEMBEVÉTELÉVEL

JUREK JENŐ

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, MEZŐGAZDASÁGI GÉPEK TANSZÉKE]

[Beérkezett 1952 november 27-én]

I

Bevezetés

A hőerőgépeinkben lejátszódó körfolyamok elméleti vizsgálatai az ideális veszteségnélküli munkadiagrammok összehasonlításán alapulnak. Energiaátalakulás csak zárt körfolyamban lehetséges, amely rendszerint kompresszióból, hőközlésből, expanzióból és hőelvonásból áll.

A körfolyam alapján a munka és a hatásfok a közvetítő közegbe bevezetett és elvezetett hőmennyiségből igen egyszerűen határozható meg. Ennek a két hőmennyiségnek a különbsége a hasznos munka hőegyenértéke;

$$A \cdot \mathbf{L} = Q_1 - Q_2.$$

A hatásfok értéke:

$$\eta = \frac{AL}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1};$$

Q_1 bevezetett és Q_2 elvezetett hő közlése, illetőleg elvonása a hőerő-gépeink szokásos körfolyamainál rendszerint állandó térfogat, vagy állandó nyomáson végbemenő állapotváltozással történik. Mivel az ideális veszteségnélküli körfolyamból feltételeink szerint sem vezetés, sem sugárzás útján nem távozhat el hő, az említett isochor és isobár hőközlés pontos mérlegét adja a hőenergia hasznosításának.

A hőenergia bevezetésével a közvetítő közeg hőfoka megváltozik. A változás mértékét a fajhő határozza meg. A fajhő, vagyis az a hőmennyiség, *mely egységnyi mennyiségű közeg hőmérsékletét egy fokkal emeli*, térfogategységre vagy súlyegységre vonatkozik. A hőerőgépeinkben közvetítő közegül expanzióképes anyagokat, gázokat és gőzöket alkalmazunk. Ezek közül a belső égésű gépekben, amelyekre az ismertetésre kerülő eljárás elsősorban alkalmazható, részben levegőt, részben levegő és folyékony tüzelőanyagok keverékét, részben tüzelőanyagok elégetése közben kapott égéstermékeket használunk.

Ezeknek a gázoknak fajhője nem állandó. A fajhő a hőmérséklet emelkedésével növekedik.

A növekedés kétatomos gázoknál (levegő) kisebb mértékű, mint az égéstermékekben mindig jelenlevő háromatomos gázok (H_2O és CO_2) fajhőjének növekedése. Főkép ezeknek a háromatomos gázoknak a jelenléte okozza, hogy az égéstermékek fajhőjének változása a robbanó motorok gyujtási periódusának végén keletkező 2000 C° körüli hőmérsékleten már olyan mértékű, hogy elhanyagolása 50%-nál nagyobb hibát okozhat a véghőfok kiszámításában.

Ezt a változást az abszolút hőfok függvényében szokás kifejezni.

A fajhő értéke nemcsak a hőmérséklet, hanem kis mértékben a nyomás függvénye is. Az utóbbi változást rendszerint nem szoktuk figyelembe venni. A fajhő hőmérséklet szerinti változását a különböző kutatók több, egymástól eltérő függvénnyel fejezték ki.

A belső égésű hőerőgépekben használt folyékony tüzelőanyagok rendszerint a szénhidrogének csoportjába tartoznak.

A szén és hidrogén tartalmú tüzelőanyagok elégetése útján magashőfokú füstgázok keletkeznek, amelyekben a levegő nitrogéntartalmából származó nitrogénen kívül főleg széndioxid és vízgőz található.

Ha az égés feles mennyiségű levegő jelenlétében ment végbe, szabad oxigén is marad vissza. Ha az elégéshez szükséges levegő kevés volt, a tökéletlen égés eredményeképen szénmonoxid és különféle szénhidrogének is keletkeznek.

Tárgyalásunkban az elméleti körfolyamot megközelítő állapotot kívánunk kifejezni, így csak a tökéletes elégés következtében keletkező állapotot vizsgáljuk.

A tökéletes elégésnél keletkező égéstermékeket alkotó négy gázra *Stodola*, *Langen* és *Pier* képletei alapján a fajhő változása a hőmérséklet függvényében a következő:

$$\begin{aligned}
32 \text{ kg } O_2\text{-re } MC_v &= 4{,}47 + 0{,}0012\ T \\
28 \text{ kg } N_2\text{-re } MC_v &= 4{,}47 + 0{,}0012\ T \\
18 \text{ kg } H_2O\text{-ra } MC_v &= 4{,}85 + 0{,}0043\ T \\
44 \text{ kg } CO_2\text{-re } MC_v &= 5{,}42 + 0{,}0053\ T
\end{aligned}$$

A fajhő fenti értékei a gázok molekulasúlyára vonatkoznak. Ezek az értékek azért használatosak, mert — amint a felsorolásból is látható —, a kezdő értékeik majdnem azonosak.

A tüzelőanyag kémiai összetétele alapján a tökéletes elégéshez szükséges levegő mennyisége kiszámítható. Ha több levegőt adagolunk, a felesleg nem vesz részt az égésben, így az égéstermékben csak mint hígító tényezőnek van jelentősége.

A tüzelőanyag összetétele és a hozzá adagolt levegő mennyisége szerint különböző összetételű égéstermékek keletkeznek. Ha az összetételt ismerjük, az égéstermékek eredő fajhője az egyes alkotó elemek %-os aránya alapján kiszámítható.

Vizsgálatainknál a kompresszió és az expanzió szakaszát teljesen adiabatikusnak vesszük.

Állandó fajhőnél $p \cdot v^k$ = konstans. Ez az összefüggés változó fajhőnél csak differenciális szakaszra érvényes. Minden hőfoknál kiszámítható a differenciális hőfok-különbségre érvényes adiabatikus kitevő a fajhő hőfok szerint változó értékeiből. A hőfok szerint változó differenciális szakaszra érvényes kitevő a következő képletből számítható ki:

$$K = \frac{C_v + AR}{C_v} = \frac{MC_v + 1{,}98}{MC_v}.$$

Számításainkban rendszerint 1 kg közvetítő közeg van. Ez a közvetítő közeg amint már említettük, levegő vagy égéstermék. Ezeknek a fajhőjét tehát 1 kg-ra átszámítva használjuk.

A levegő két főalkatrészének a 32 molekulasúlyú oxigénnek és a 28 kg molekulasúlyú nitrogénnek a molekulasúlyra vonatkoztatott fajhője azonos, sőt a hőmérséklettel is egyformán változik.

Ebből a szempontból a levegő úgy tekinthető, mintha az alkotórészek százalékos arányának megfelelő 28,95 átlagos molekulasúlyú egységes gáz lenne.

Tehát 1 kg levegő fajhőjét úgy kapjuk meg, hogy a molekulasúlyra vonatkoztatott értékeket 28,95-tel osztjuk.

1 kg levegőre $Cv = 0{,}155 + 0{,}000042\ T$
$Cp = 0{,}224 + 0{,}000042\ T$

az adiabatikus kitevő:

$$K = \frac{C_v + 0{,}069}{C_v} = \frac{0{\cdot}224 + 0{,}000042\ T}{0{,}155 + 0{,}000042\ T}.$$

Benzin és levegő elméleti keverékéből keletkezett égéstermékek összetétele a következő: ha 11200 kal/kg alsó fűtőértékű benzinnel számolunk, amelynek összetétele 85% szén és 15% hidrogén, a keletkező égéstermékek kiszámíthatók a kémiai adatokból:

$$12\ kg\ C + 32\ kg\ O_2 = 44\ kg\ CO_2$$
$$2\ kg\ H_2 + 16\ kg\ O_2 = 18\ kg\ H_2O$$

ebből 1 kg tüzelőanyagra átszámítva a keletkező égéstermékek súlya

$$0{,}85\ kg\ C\text{-ből} = 3{,}10\ kg\ CO_2$$
$$0{,}15\ kg\ H_2\text{-ből} = 1{,}35\ kg\ H_2O$$
$$1{,}00\ kg\ benzinből = 4{,}45\ kg\ égéstermék.$$

Ha a levegő helyett tiszta oxigénben menne végbe az elégés, a fent felsorolt égéstermékeken kívül más nem lenne. Levegővel elégetve még az elméleti keverési aránynál, tehát légfelesleg nélkül sem kapunk tiszta égésterméket, a levegő nitrogénje visszamarad és hígítja az égéstermékeket. Így tehát 4,45 kg égéstermékhez
11,20 kg nitrogén járul.

1 kg benzin elégése útján keletkező minimális mennyiségű égéstermék 4,45 + 11,20 = 15,65 kg.

Ez az a legkisebb érték, amely keletkezhet, ennél az elméleti aránynál a legnagyobb az energiasűrűség. A fajhő változása is ennél az összetételnél a legnagyobb. A számításunk távolabbi célja teljesítménymaximumok körülhatárolása, ezért elsősorban ezzel számolunk.

15,65 kg égéstermékre:

$$3{,}10 \text{ kg } CO_2 \text{ fajhője: } C'_v = 5{,}42 \frac{3{,}10}{44} + 0{,}0053 \frac{3{,}10}{44} \text{ T.}$$

$$1{,}35 \text{ kg } H_2O \text{ fajhője: } C'_v = 4{,}85 \frac{1{,}35}{18} + 0{,}0043 \frac{1{,}35}{18} \text{ T.}$$

$$11{,}20 \text{ kg } N_2 \text{ fajhője: } C'_v = 4{,}47 \frac{11{,}20}{28} + 0{,}0012 \frac{11{,}20}{28} \text{ T.}$$

$$15{,}65 \text{ kg égéstermékre } C_v = 2{,}52 + 0{,}00116 \text{ T.}$$

Ha ezt az értéket 15,65 kg-mal osztjuk, 1 kg égéstermék fajhőjét kapjuk:

1 kg égéstermékre $C_v = 0{,}161 + 0{,}000074$ T.

$C_p = 0{,}230 + 0{,}000074$ T.

az adiabatikus kitevő $k = \dfrac{0{,}230 + 0{,}000074 \text{ T.}}{0{,}161 + 0{,}000074 \text{ T.}}$

A változó fajhőt az itt tárgyalt körfolyamokra vonatkozó problémákon kívül más hőtechnikai feladatok megoldásánál is figyelembe kell venni, ha a valóságot jobban meg akarjuk közelíteni.

Kazántüzelésnél, amely nem más, mint állandó, rendszerint a légköri nyomáson végbemenő hőközlés, szintén a változó »*Cp*« értékekkel kell számolni.

Azonban itt a kiinduló kezdő hőfok a légköri, vagy olyan közel esik hozzá, hogy a felsorolásban megadott közepes fajhő is megfelel. Ilyen rögzített alsó határ és megadott felső határ közötti közepes fajhő-táblázatok a kazántüzelések számításánál a gyakorlatban valóban használatban vannak.

Más a helyzet a belső égésű motoroknál. Nemcsak a véghőmérséklet magasabb, hanem a kompresszió végén a hőközlés is igen különböző hőfokról indul. Ezért a fajhő közepes értékeiből csak bonyolult visszaszámításokkal lehetne a megadott hőmennyiség hatására előálló hőfokemelkedést meghatározni.

Ezen az úton nem is lehetséges a belső égésű gépek elméleti, tehát veszteség nélküli munkadiagrammjának helyes megszerkesztése. A különböző kompresszióviszonyoknál megszerkesztett elméleti munkadiagramm a belőle kiszámítható sorozatos teljesítmény- és hatásfokértékek pedig igen hasznos szolgálatot tehetnek a kutató mérnök számára.

Az elméletileg helyesen megszerkesztett úgynevezett »sarkos diagramm« egy egyszerű legömbölyítési tényezővel, valamint a megfelelő volumetrikus hatásfokkal megszorozva eléggé pontos és használható értéket ad teljesítményszámítások céljaira is.

A fajhő változása az állandó térfogat mellett lefolyó hőbevezetésnél a legnagyobb mértékű, ezért az Ottó-körfolyam vizsgálatakor van elsősorban szükség olyan eljárásra, amelyn ek segítségével bármely kezdőhőfokról elindulva, megadott hőmennyiség közlése után keletkező véghőfok megállapítható.

A következőkben ezért olyan általános szerkesztési eljárást kívánok ismertetni, amely a változó fajhő pontos értékeinek figyelembevételével grafikusan old meg hőbevezetési problémákat.

Az eljárás a fajhő-függvényből integrálással kiszámítható hőtartalmakat poláris koordináta-rendszer segítségével adja meg.

Használható bármely dugattyús vagy turbinás gázgép vizsgálatára. Miután az eljárás a fajhő matematikai kifejezésének alapján szerkesztett segédgörbével adja meg a hőmennyiségeket, ezért elsősorban a fajhő és a hőtartalom függvényével foglalkozunk.

II

A fajhő-függvény

A fajhő hőmérséklet szerint változó értékeit kifejező függvény hatványsorral képezhető :

$$C_v = \alpha + \beta T + \gamma T^2 + \vartheta T^3 + \dots$$

A fajhő-függvénynek az előbbi fejezetben számszerű értékekkel megadott alakja ennek a hatványsornak csupán első két tagját tartalmazza. Eljárásunk az általános esetre vonatkozik, ezért a fajhő-függvény tárgyalásánál, valamint a belőle számítható hőtartalomfüggvények felállításánál nemcsak az állandó és elsőfokú, hanem a magasabb hatványú tagokat is figyelembe vettük. Ilyen magasabb hatványú tagokkal az irodalomban többször találkoztunk. Magasabb hatványú tagok esetén a számítás nehézkes, ezért célunk a számítások grafikus eljárással való helyettesítése, ami a technikai kutatás szempontjából fontos.

A változó fajhő sorba fejtett alakját általános esetben a fentebb már közölt képlet fejezi ki, amelyből az állandó térfogatra vonatkoztatott fajhővel számítva a gáz felvette elemi hőmennyiség :

$$dQ = C_v \cdot dT \, .$$

Tehát a két hőfokhatár között bevezetett hőmennyiség :

$$Q_2 - Q_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_v \cdot dT \, .$$

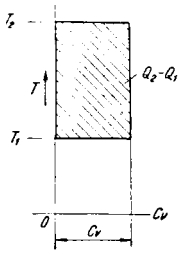
Ez a hőmennyiség Cv = konstans esetben igen egyszerűen fejezhető ki a fajhő és a hőmérséklet-különbség szorzatával :

$$Q_2 - Q_1 = C_v \int_{T_1}^{T_2} dT = C_v (T_2 - T_1) .$$

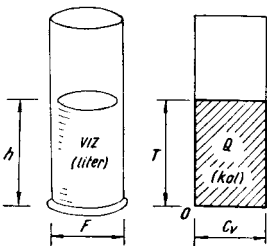
Ha egy változó mennyiség két tényező szorzatából alakul, a kétkoordinátás rendszerben ábrázolva, területként jelentkezik.

A hőtartalom tehát, mint a fajhő és a hőfok szorzata, szintén területként ábrázolható. *(1. ábra.)*

Ha hasonlatképpen meghatározott alakú edénybe beönthető víz mennyiségével fejezzük ki a hőtartalmat, és hőfoknak a vízoszlop magassága felel meg, a fajhőt az edény keresztmetszete jelenti.



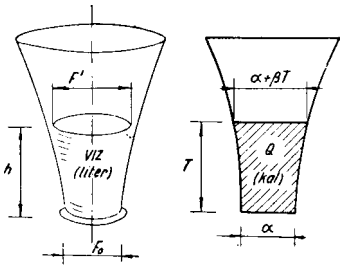
1. ábra



2. ábra

A *2. ábra* egymás mellett ábrázolja az állandó keresztmetszetű, vízzel töltött edény és ennek megfelelő állandó fajhővel szerkesztett hőtartalom (Q) területét.

Ebben az ábrában az állandó térfogat melletti fajhő »C_v« látható, a továbbiakban is minden szemléltető ábrában C_v értékeit alkalmazzuk. $C_p = C_v + A \cdot R$ értékeivel csak akkor számítunk, ha a körfolyamban vagy körfolyam egy részében a hőközlés állandó nyomáson folyik le.



3. ábra

A *3. ábrában* változó keresztmetszetű, vízzel töltött edény látható, amely a keresztmetszet változásával a fajhő változását ábrázolja. Síkban is ábrázolható a keresztmetszet változása, ha két oldalon síkkal határolt, lapos edényt veszünk. Ilyenkor a keresztmetszet változását a síkbeli ábra is mutatja.

Ha az ábrában látható, vízzel töltött edény »F« keresztmetszetét a »h« vízoszlop magasság függvényében változtatjuk, ennek az edénynél a h magasság függvénye meghatározta keresztmetszet felel meg:

$$F = Fo + b \cdot h + c \cdot h^2 + d \cdot h^3 + \ldots\ldots\ldots$$

Általános esetben a víztartalom nem más, mint a keresztmetszet függvényének magasságszerinti területintegrálja. A »h« töltési magasság meghatározta vízmennyiség:

$$V = \int_0^h F \cdot dh \,[\text{Liter}].$$

Ugyanez az eljárás érvényes a bevezetett hőmennyiségre, mely szintén nem más, mint a »T« hőmérséklet függvényében megadott változó fajhő görbéje bezárta terület integrálja:

$$Q = \int_0^T C_v \cdot dT \,[\text{Kalória}].$$

Motoros számításoknál adott »Q« hőmennyiség bevezetéséről kell gondoskodnunk. Az így létesülő hőfokemelkedés állandó fajhőnél egyszerű lineáris képlettel, lineáris változó tagnál már csak másodfokú egyenlettel fejezhető ki. Magasabb fokú tagok esetén a számítások szempontjából szóba sem jöhető harmad- vagy negyedfokú, sőt még ennél is magasabb fokú, tehát közvetlenül meg sem oldható egyenletekből kellene a bekövetkező hőfokemelkedést kiszámítani.

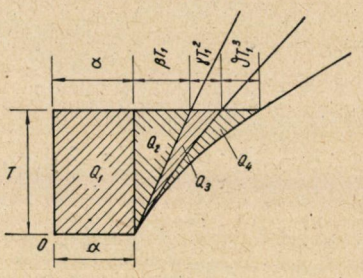
Az itt tárgyalandó segédgörbe alkalmazásával tetszés szerinti hatványú tagokat tartalmazó fajhőfüggvény meghatározta hőtartalmak is megszerkeszthetők.

A szerkesztésnél a T_1 és T_2 hőfokhatárok között bevezetett $Q_2 - Q_1$ hőmennyiség kiszámítására van szükség:

$$Q_2 - Q_1 = \int_{T_1}^{T_2} (\alpha + \beta T + \gamma T^2 + \vartheta T^3 + \ldots)\, dT$$

Az integrálást elvégezve és a határokat behelyettesítve:

$$Q_2 - Q_1 = \alpha (T_2 - T_1) + \frac{\beta}{2} (T_2^2 - T_1^2) + \frac{\gamma}{3} (T_2^3 - T_1^3) + \ldots$$



4. ábra

A *4. ábrában* a hőmennyiség egyes részeit külön, külön ábrázoljuk. Ezek összerakva adják a teljes hőtartalmat. A hőtartalom a különböző hatványú változó tagok összegéből képzett eredőgörbe bezárta terület. Ez a terület a »hőtartalomtest« vagy »fajhőedény«, számítás szempontjából teljesen azonos a változó keresztmetszetű víztartánnyal.

Ebben az ábrában az abszolút »0« foktól számítjuk a hőmennyiségeket. Az egyes összetevők szerint :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 ,$$

amelyekből az egyes tagokat külön kifejezve :

$$Q_1 = \alpha T$$

$$Q_2 = \frac{\beta}{2} T^2$$

$$Q_3 = \frac{\gamma}{3} T^3$$

$$Q_4 = \frac{\vartheta}{4} T^4$$

Ez az eljárás, bár a valóságnak megfelelő eredményt ad, gyakorlati számítások céljaira még sem használható. Ha pl. Ottó-motor kompresszió-üzemének véghőmérsékletét ismerjük, a robbanási véghőfok meghatározásához igen kényelmetlen eljárás lenne a »fajhő-edényt« megszerkeszteni.

Adott hőmennyiség közlése folytán létrejövő hőfokemelkedés a fajhőedény megszerkesztése után is csak próbálgatással volna meghatározható. A terület-

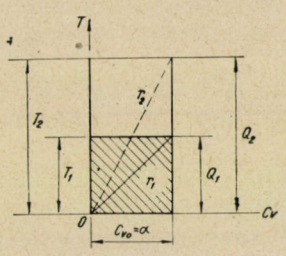
mérés önmaga is igen pontatlan és nehézkes művelet, ezért grafikus szerkesztéseknél lehetőleg elkerüljük az alkalmazását.

Elsőrendű fontosságú kérdés tehát a területintegrált lineáris skála alakjában is megszerkeszteni. A szerkesztés egyik feltétele, hogy a hőmennyiséget a hőfokléptékkel párhuzamosan olvashassuk le, amelyet az állandó tagnak megfelelő hőmennyiségből szerkesztett lineáris skála alkalmazásával érünk el. Erre a célra való az az eljárás, amely célszerűen megadott pólusból kiinduló vetítő sugarakra a sugarakat átmetsző segédgörbével, — az egész szerkesztés lényegével — a »*vezérgörbével*« rajzolja rá a leolvasandó értékeket.

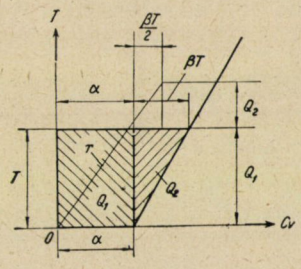
III

A vezérgörbe szerkesztése

Az 5. *ábrán* az állandó fajhőnek megfelelő hőtartalom látható, amely arányos a hőfokkal. A hőmennyiségskála tehát egy állandó szorzószámot nem tekintve, a hőfokskálával helyettesíthető.



5. ábra



6. ábra

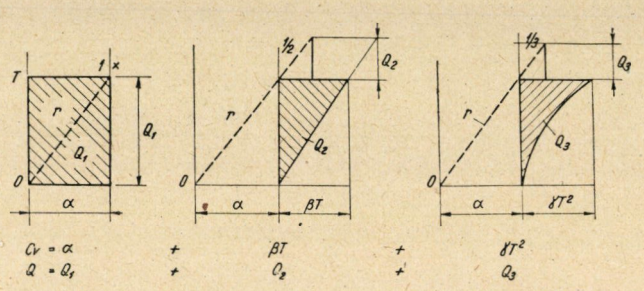
Ha $C_v = a + \beta T$ egyszerűsített függvényt vizsgáljuk, a fajhőedény a függvény két tagjának megfelelően két részből áll.

Az állandó tagnak megfelelő $Q_1 = aT$ négyszög és a $Q_2 = \frac{\beta}{2} T^2$ háromszögből, a lineárisan változó tagból ered. *(6. ábra.)*

Mindkét rész-hőmennyiséget lineáris hosszakkal ábrázolhatjuk, ha az »0« pólusból kiinduló »*T*« hőfokon átmenő »*r*« vetítő sugárnak és a βT változó fajhőrész felezőjében emelt függőlegesnek metszőpontját megkeressük. Mivel a háromszög területintegrálja félszerese a megfelelő négyszögnek, a βT fajhőrész felezőjében emelt függőlegesnek a vetítősugárral képzett metszőpontja adja a hőtartalom lineáris mérőszámát T hőfoknál az eredeti alapfajhőből számított léptékben.

A 7. *ábra* szemlélteti a növekvő hatványú tagokból eredő további járulékos fajhőrészek mérőhosszait, külön-külön ábrázolva.

Az ábra első képe $Cv_1 = \alpha$; a második kép $Cv_2 = \beta T$; a harmadik $C_{v3} = \gamma T^2$ tagokból eredő rész-fajhőket, a vonalkázott terület a hozzátartozó részhőtartalmakat képviseli. A területintegrál megfelelő részében emelt merőlegesnek az »r« vetítő sugárral kimetszett része a változó tagból eredő részhőtartalomnak arányát mutatja az állandó tagból eredőhöz képest.



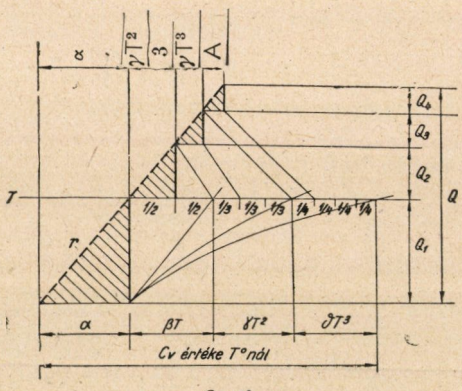
7. ábra

Ez a szerkesztés megadott hőfokra vonatkozik, összefoglalva a következő sorrendben végezhető:

A vetítő sugarak először átmetszik a hőfok-skálát, utána kimetszik a segédgörbe egy pontját. Ezt a pontot a fajhő-függvény képlete alapján α megfelelő hatványa szerint α lineáris tag végén, tehát 1/1 részében, βT és γT^2 magasabb rendű tagoknál a területintegrálnak megfelelően a járulékos tag $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, stb. részében emelt függőleges metszése adja.

A 4. *ábrához* hasonlóan négytagú fajhőfüggvény esetében keletkező négyosztású fajhőedény részhőtartalmait egymás után a fajhőfüggvény hőfokra vonatkoztatott kitevője alapján az előbbi eljárás szerint rakjuk fel.

Az ebből adódó összesített szerkesztést a 8. *ábra* mutatja.

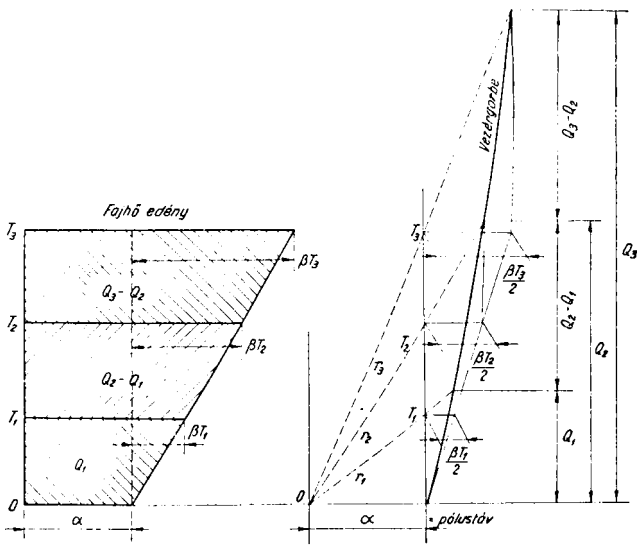


8. ábra

IV

A változó fajhő vezérgörbéje, pólustáv

A hőtartalom lineáris mérőhosszát eddig egyes »T« hőmérsékletnek megfelelő »Q« hőmennyiség leolvasására használtuk. Ha ugyanezt az eljárást T hőmérséklet sorozatos értékeinél megismételjük, az így keletkező pontok sorozata összekötve »a változó fajhő vezérgörbéjét« adja. *(9. ábra.)*



9. ábra

Az ábra baloldalán látható fajhőedény a hőfokhatárok közötti hőtartalmakat sraffozott területenként mutatja, amelyeknek a jobboldali vezérgörbén lemérhető hosszméretek felelnek meg.

Az így szerkesztett vezérgörbe igen mérsékelten ívelő vonal, amely az ábrában is látható módon elég nagy távolságra eső hőmérsékleti értékek között egyenessel helyettesíthető. Ha a motordiagramm szerkesztéséhez használjuk, 1000 foknak megfelelő hőmérsékleti lépcsők is elegendők. Az így szerkesztett pontok között a vezérgörbe olyan kevés hajlást mutat, hogy ezen szakaszai vonalzóval is összeköthetők. $C_v = \alpha + \beta\ T$, kéttagú fajhőfüggvény esetében a vezérgörbe a pólus felől nézve homorú alakot mutat, amint a *9. ábrán* is látható.

Ha a fajhőfüggvény még $\gamma\ T^2$; $\vartheta\ T^3$, azaz magasabb hatványú tagokkal is bír, ezeknek a befolyása következtében a vezérgörbe hajlása ellenkező értelművé válhat, azonban ebben az esetben is gyenge ívelésű marad.

Ugyanezen eljárás nemcsak C_v, hanem $C_p = k \cdot C_v = C_v + A \cdot R$, állandó nyomáson érvényes fajhővel való számításra is alkalmas. Ilyenkor a pólustávolság :

$$Cpo = a + A \cdot R ; \quad \text{tehát a}$$

pólustáv állandó térfogaton :

$$Cvo = a ;$$

pólustáv állandó nyomáson :

$$Cpo = a + A \cdot \mathrm{R} = C_{v0} \cdot k .$$

Otto-motornál »C_v«, lassújáratú Diesel-motornál és gázturbinánál »C_p« értékeivel kell számolni, melyek a hőmérséklet szerint változnak.

A gyorsjáratú Diesel-motoroknál létrejövő körfolyamban mindkét hőközlési mód lehetséges. Ez a körfolyam izochor- és izobárérintőkkel és elméleti adiabatákkal úgy burkolható, hogy kombinált ú. n. Sabathé-féle vegyes körfolyamot kapunk. Ebből a körfolyamból az Otto- vagy a Diesel- (lassújáratú) körfolyam egyaránt képezhető az egyik hőközlő rész elhagyásával.

Ennek a körfolyamnak az elméleti vizsgálata jellemző példája annak az eljárásnak, amikor az egyszerűsített elemekből vezetünk le komplikált képletet, amelynek pontosságát már a felvett adatok elhanyagolásai is teljesen megsemmisítik.

Állandó fajhő alapján felállított képlet pl. a Sabathé-körfolyam hatásfokát kifejező egyenlet, amely a valóságtól igen erősen különböző nagyobb értékeket ad.

A Sabathé-körfolyam elméleti hatásfoka :

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \cdot \frac{\lambda \varrho^k - 1}{\lambda k (\varrho - 1) + (\lambda - 1)}$$

Ebben a képeletben ϱ a Diesel-rész térfogatarányának, λ = az Otto-rész nyomásviszonyainak a mérőszáma, és ε a kompresszió térfogataránya.

Ez a képlet változó fajhőre nem érvényes, ezért csak hasonló hőfokhatárok között végbemenő körfolyamok összehasonlító vizsgálatára alkalmas.

Ilyenkor a számítás helyett inkább szerkesztést kell alkalmazni, annál is inkább, mivel szerkesztésnél a változó fajhő is alkalmazható.

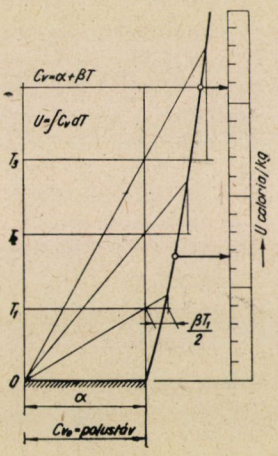
A hőbevezetés két módjának összehasonlítására a *10. ábra* C_v állandó térfogat, a *11. ábra* C_p állandó nyomás mellett lefolyó hőközlést mutatja.

A Q hőtartalom jelzésére »U«, illetve »I« betűt használunk.

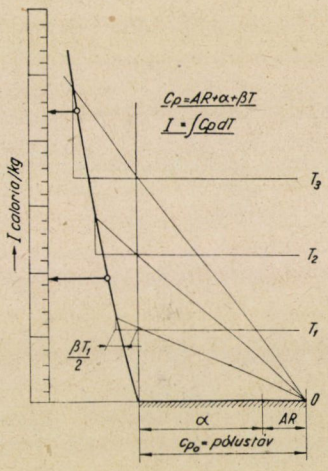
$$U = \int C_v \, dT \qquad I = \int C_p \, dT \, .$$

Az »U« és »I« hőtartalom-mércék lineáris skálája a változó fajhő kezdő α, vagy $\alpha + \mathbf{A} \cdot R$ értékeiből szerkeszthető meg.

A vezérgörbén mért »Q« hőmennyiség-értékek világosan mutatják a hő-



10. ábra



11. ábra

fokkal növekvő fajhő hatására a bevitt hőmennyiség lineáristól eltérő növekedését, valamint azonos hőfoknál »U« és »I« értékek viszonyát. A hőtartalom-mérce beosztásának alapját a fajhő kezdő értékéből számítható lineáris skála adja $Uo = a \cdot T$, vagy $Io = (a + A \cdot R)\ T$ alapján.

Azonos hőfoklépték esetében a két mérceosztás viszonya az adiabatás-kitevő kezdő értéke :

$$k = \frac{C_p}{C_v}$$

V

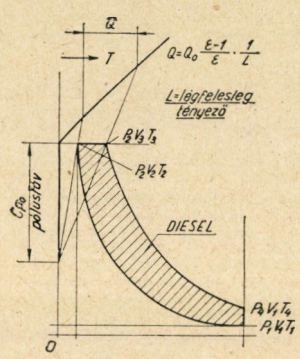
A vezérgörbe alkalmazása motordiagrammok szerkesztésénél

A *12. ábra* Otto-motornál ábrázolja a hőközlést »pv« diagrammban. A kompresszióviszony alapján a kezdő hőfok, T_1 felvételével kiszámítható a véghőfok, T_2.

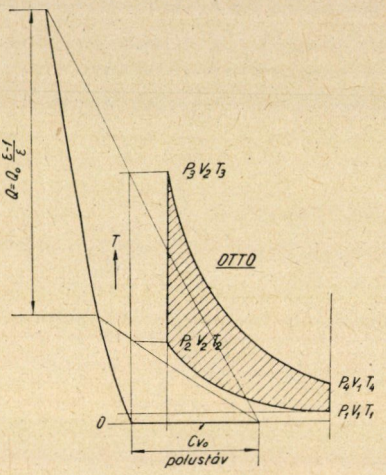
Ebből a két értékből a hőfokskála megszerkeszthető. Az állandó térfogatnak megfelelő hőközlésből a véghőfok a vezérgörbe segítségével meghatároz-

ható. A T_3 robbanási véghőfok rajzban látható értéke a párhuzamos nyomásléptéken a robbanási végnyomást közvetlenül adja meg.

A *13. ábra* lassú járatú Diesel-motor »*pv*« diagrammját ábrázolja, amely a szerkesztés szempontjából azzal a pontosságot zavaró körülménnyel bír, hogy a kompresszió végtérfogat a motor típusának megfelelően a rajzban is igen kis méretű.

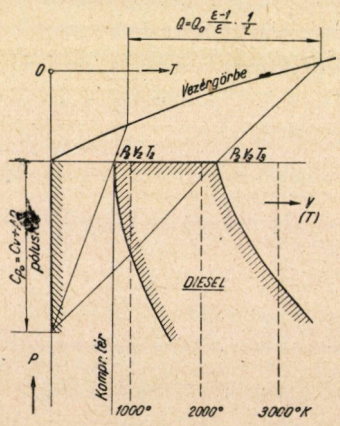


12. ábra

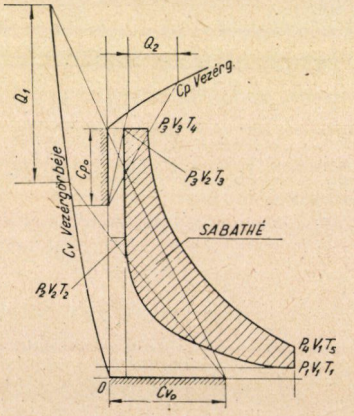


13. ábra

Ha ezt a kis méretet a kompresszió végén uralkodó hőmérséklet alapján a hőfokmérce kiinduló pontjának tekintjük, a hőközléshez szükséges vezérgörbe is igen kicsi méretűvé válik.



14. ábra



15. ábra

Pontosabb megoldáshoz úgy jutunk, ha különálló, nagyobb léptékű segédszerkesztést végzünk, amelyből csak az égés véghőfokának megfelelő térfogatnövekedést visszük át az eredeti diagrammba. Ilyen segédszerkesztés látható a *14. ábrán.*

A *15. ábra* a gyorsjáratú Diesel-körfolyamra jellemző Sabathé-diagramm szerkesztését mutatja. A bevezetendő hőmennyiség egyik része *Cv*-vel számítva, állandó térfogat, a másik része *Cp* szerint állandó nyomáson végbemenő hőközléssel jut a körfolyamba.

Tehát a $Q = Q_1 + Q_2$ hőmennyiségek közül az első rész Otto-, a második Diesel-körfolyam hőbevezetési fajtájának felel meg. Erre a második részre is aélszerű nagyobb léptékű segédszerkesztés alkalmazása.

VI

Pontos szerkesztés a térfogat-hőfok koordinátarendszerben

a) A térfogat-hőfok diagramm szerkesztése.

A »*pv*«-diagramm szerkesztése a nagy térfogat- és nyomásváltozások következtében csak pontatlanul végezhető el.

A változó fajhő figyelembevétele ebben a diagrammban csak külön hőfoklépték segítségével lehetséges. Az állandó hőmérsékletet kifejező izotermák mint hiperbolák jelentkeznek, ezeknek az adiabatától való eltérése sokszor alig látható. Az állandó térfogatnál, vagy állandó nyomáson végbemenő hőközlés az előbb említett nehézség ellenére megoldható. Az izotermikus hyperbolák úgy a nyomás-, mint a térfogatordinátákat lineáris skála szerint metszik, ezen a tényen alapul a már ismertetett módon a hőbevezetéshez szükséges állandó térfogatra vagy nyomásra érvényes hőfokmérce szerkesztése.

Ha az Otto-körfolyam ábrázolására a térfogat mellett második koordinátaképpen a hőmérsékletet alkalmazzuk, olyan ábrát kapunk, amely a körfolyamban végbemenő hőfokváltozások minden fázisát világos és érthető módon érzékelteti.

A változó fajhő miatt a hőfok függvényében változik a »*k*« adiabatás kitevő is, úgy hogy az adiabatás állapotváltozások is változó kitevő szerint mennek végbe. Ebben az ábrázolásban a »*k*« tényező a hőfokskála mellett feltüntethető és így lehetővé válik a hőfoknak megfelelő érték használata.

A hőfokléptékhez szerkesztett vezérgörbe a diagramm egész területére érvényes, így a bevezetett és elvezetett hő egyszerű leméréssel határozható meg. Ez a tény egyúttal lehetővé teszi a körfolyam hatásfokának egyszerű számítással való meghatározását is.

A robbanómotorok Otto-rendszerű körfolyamának hatásfoka, így középnyomása is a kompresszió-térfogatviszony, ε függvénye.

A térfogathőfok diagrammban lehetővé válik a kompresszióviszony függvényében változó középnyomás sorozatos értékeinek gyors megszerkesztése is.

A változó fajhő figyelembevételével ε különböző értékeinél ideális diagrammokat szerkesztünk. Ezeknek a diagrammoknak a középnyomása számítás útján egyenként meghatározható.

Az így kapott elméleti, ú. n. »*sarkos diagrammok*«-ból kapott középnyomások egy kb. 0,85 legömbölyítési tényezővel gyakorlati célra is felhasználhatók.

Ilyen sorozatos számítást mutat a *16. ábra*. Az Otto-körfolyam alapnyomása az »egység« alaphőfoka 300 K° = 27 C°.

Az ε kompresszió-viszony egész számú értékei közül az $\varepsilon = 2$; 5 ; 7 ; 10 ; 15 viszonyszámnak megfelelő diagrammok szerkesztését végeztük el. A hőközlést a változó fajhőnek megfelelően szerkesztéssel, a középnyomásokat számítással határoztuk meg. Az adiabatás hőfokváltozás számításához a változó kitevő átlagát vettük alapul.

A szokásos kompresszióviszonyokon kívül olyan kis értékekre is elvégeztük a számítást, amelyek motorikus célra nem használatosak, csupán a görbe-seregek folytonosságát szemléltetik. Ezen az $\varepsilon = 2$ kis kompresszió-értéken kívül $\varepsilon = 10$, 15 viszonyszámokra is kiterjesztettük a számítást. Ilyen kompresszió-viszonyok is megengedhetők a versenymotoroknál szokásos kopogásmentes különleges üzemanyagok használatakor, így tehát mint az Otto-körfolyam határesetei reális értéket képviselnek.

A diagramm baloldali szabadrészén a $C_v = \alpha + \beta\ T$ fajhőfüggvény változó értékei alapján szerkesztett vezérgörbe látható. A szerkesztés az állandó térfogat melletti fajhő alapértékének megfelelő pólustáv segítségével történt. A hőtartalom-mérce $\alpha T = Q$ egyenletes beosztással van ellátva. A változó fajhő értékei az elméleti arányú benzin- és levegőkeverék egy kg-jának égéstermékeire a már közölt képlet szerint a következők :

$$C_v = 0{,}161 + 0{,}000074\ T$$
$$C_p = 0{,}230 + 0{,}000074\ T$$

A »k« adiabatás kitevőnek hőfokkal változó értékei a fenti két képletből kiszámíthatók. Az adiabatás hőfokváltozások számítására a $T = T_0\ \varepsilon^{k-1}$ képlet alkalmas, ezért (k—1) kitevőnek hőfok szerint változó értékeit a diagramm baloldalán tüntetjük fel.

A vezérgörbe szerkesztése a következő :

A fajhő állandó tagjának megfelelő $\alpha = 0{,}161$ pólustáv felvétele után az első adatot 1000 K°-nak megfelelő hőmérsékletnél számítjuk ki.

A fajhő lineáris változó tagjából eredő járulékos tag

$$T_1 = 1000 \cdot 0{,}000074 = 0{\cdot}074.$$

Ezt az értéket 1000°-nál a hőfokskála baloldalára felmérjük α léptékben. A felezőben, tehát

$$\frac{1000.\beta}{2} = 0{\cdot}037\text{-nél}$$

emelt merőleges és az »r« vetítő sugár metszése adja a vezérgörbe »A« pontját.

Ugyanígy járunk el 2000 K°-nál is.

$$T_2 = 2000 \cdot 0{,}000074 = 0{\cdot}148.$$

A felezőben emelt merőleges helye

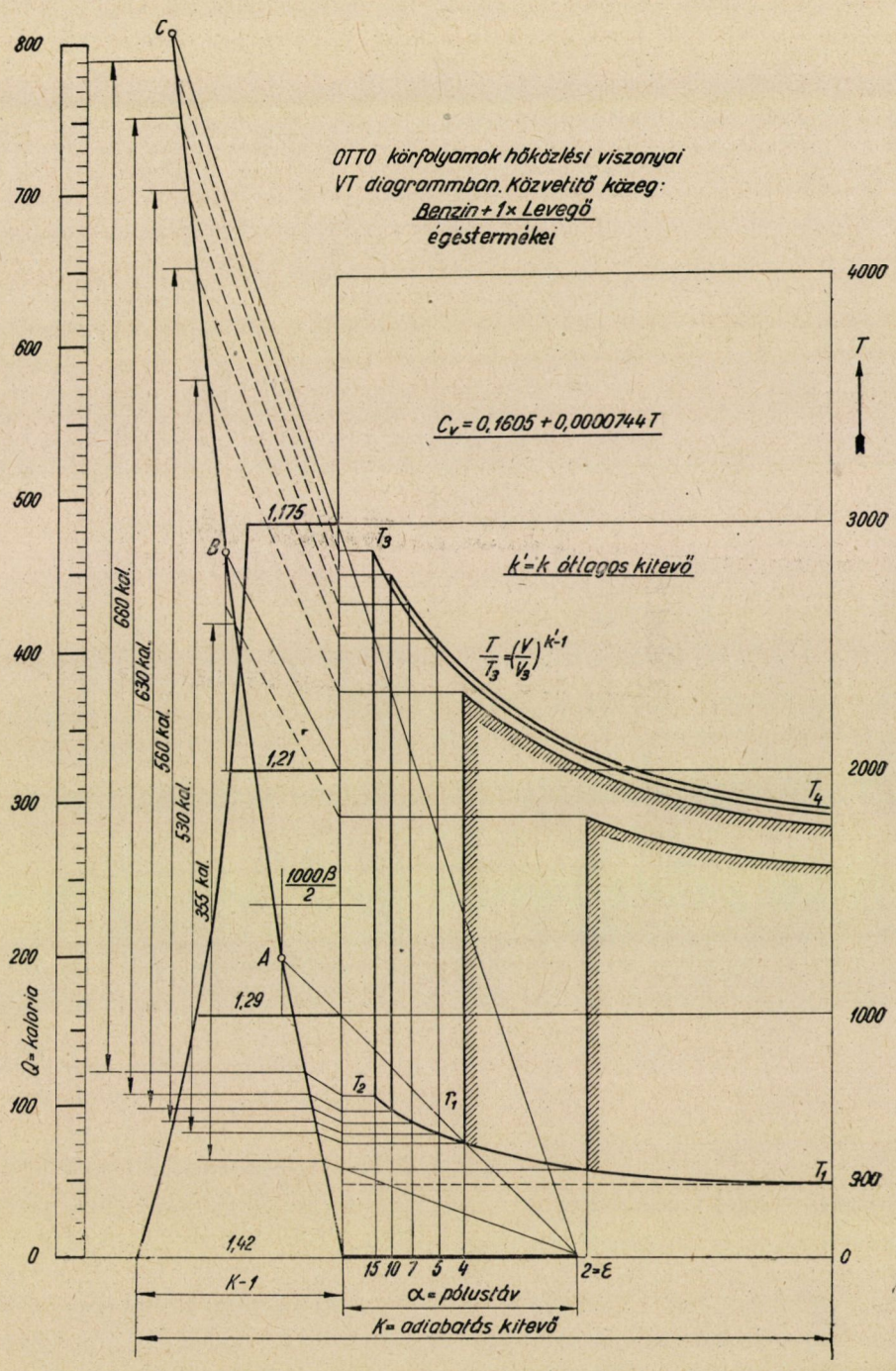
$$\frac{\beta \cdot 2000}{2} = 0{,}074$$

A vetítő sugár, amely most 2000 K° hőfokon halad át a »B« pontot metszi ki, amely a vezérgörbe egy újabb pontja. 3000°-on ugyanezen módon a »C« pontot kapjuk, ezután a gyengén hajló vezérgörbe A—B—C pontokon át meghúzható.

1 kg benzinnek elméleti mennyiségű levegővel való elégetése után 15,65 kg égéstermék keletkezik. Mivel a számításaink 11,200 cal/kg fűtőértékű benzinre vonatkoznak, az égéstermékek 1 kg-jára 705 cal fűtőérték jut.

A motordiagrammok számításánál a kompresszió-térben visszamaradó égéstermékek hígító hatását is figyelembe kell venni. Ez a hatás a kompresszió-viszony növekedésével egyre kisebb mértékűvé válik ugyan,

de ε minden értékénél eltér a beszívott keverékre kiszámított 705 cal/kg-tól. A kompresszió-viszony függvényében változó elméletileg lehetséges maximális fűtőérték 705 $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$ képletből számítható. A különböző kompresszió-viszonyoknál ezzel a redukált értékkel számítottuk a hőbevitelt.


OTTO körfolyamok hőközlési viszonyai
VT diagrammban. Közvetítő közeg:
Benzin + 1× Levegő
égéstermékei
$C_v = 0{,}1605 + 0{,}0000744\,T$
k' = k átlagos kitevő
$\frac{T}{T_3} = \left(\frac{V}{V_3}\right)^{k'-1}$
Q = kalória
T
660 kal.
630 kal.
560 kal.
530 kal.
355 kal.
1,175
1,21
1,29
1,42
1000β/2
K-1
α = pólustáv
K = adiabatás kitevő
15 10 7 5 4
2=ε

16. ábra

A *16. ábrá*ban a baloldalon látható a hőmennyiségskála, amelynek szerkesztéséhez az 1000 K°-nak megfelelő 1000 α = 161 kalória szolgált alapul.

A robbanás alkalmával kifejlődő hő hatására bekövetkező hőfokemelkedést erre a lineáris skálára mérjük fel.

A különböző kompresszióviszonyoknál az 1 kg közvetítő közegbe bevezetett hő így alakul:

$$\varepsilon\text{-nál } 705\,\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} = Q \text{ cal/kg}$$

$$2 \text{ « } 705\,\frac{1}{2} = 355$$

$$4 \text{ « } 705\,\frac{3}{4} = 530$$

$$5 \text{ « } 705\,\frac{4}{5} = 560$$

$$7 \text{ « } 705\,\frac{6}{7} = 605$$

$$10 \text{ « } 705\,\frac{9}{10} = 630$$

$$15 \text{ « } 705\,\frac{14}{15} = 660$$

A középnyomásokat a változó fajhőnek megfelelően változó adiabatás kitevővel számított hőmérséklethatárok segítségével határoztuk meg.

Az adiabatás kitevő valószínű értékét előzetesen megbecsülve, az elvégzett próbaszámítás után helyesbítve, állapítjuk meg. A megközelítően helyes érték az adiabata kezdő- és véghőfokának számtani közepeséből számított hőmérsékletnek megfelelő átlagos »*k*« tényező.

A középnyomások sorozatos értékei a kompresszióviszony függvényében a *19. ábrá*ban láthatók. A számításokat nemcsak a motorszerkesztőt legjobban érdeklő elméleti keverési arányra, hanem még a légfelesleg további különböző, szélsőséges értékeire is elvégeztük. A légfelesleg itt feltüntetett nagy értékei melyek Otto-motornál nem használhatók, csak elméleti célra összehasonlításul szerepelnek.

A kompresszió véghőfokainak megállapítása ebben a diagrammban szintén az égéstermékek fajhőváltozásának megfelelő »*k*« adiabatás kitevő szerint történt. Ez az eljárás nem fedi teljesen a motor hengerében végbemenő folyamatot.

A kompresszió ugyanis nem tiszta levegővel, hanem finom, lebegő benzincseppekkel kevert levegőben megy végbe. Ha a benzin párolgására nem lennénk tekintettel, az égéstermékek erősebben változó fajhője helyett az állandóbb levegőfajhővel kellene számolni. Azonban a benzin, vagy más hasonló folyékony tüzelőanyag elpárolgása közben hőt von el, így a kompresszió folyamán a hőfokemelkedés kisebb lesz, mintha tiszta levegővel történt volna.

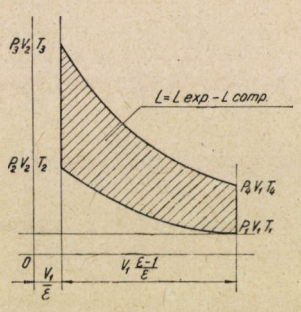
Ez a hatás még fokozottabb a szokásosnál nagyobb kompresszióviszony esetében, mivel ilyenkor különleges, kopogást gátló üzemanyagokat kell alkal-

maznunk. Ezek az üzemanyagok részben a nagy párolgási hő segítségével érik el az öngyulladást megakadályozó alacsony kompresszió véghőmérsékletet.

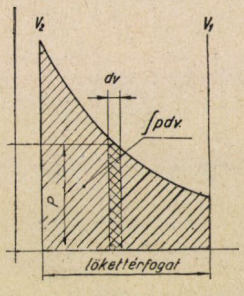
Ennek a kompresszió-véghőfokot csökkentő két hatásnak a kiegyenlítése a legegyszerűbb módon úgy történik, hogy mindkét vonalat, tehát a kompresszió- és az expanziógörbét egyaránt az égéstermékek erősebben változó fajhőjével számítjuk.

Még egy motorikus szempontból fontos számítási tényező látható feltűnően a »*VT*« diagrammban. Ez az átlagos adiabatás kitevő különböző értéke kompressziónál és expanziónál.

Ha a hőfok szerint változó »*k*« adiabatás kitevő kompresszió és expanzió zónájába eső átlagértékeit tekintjük, látható, hogy majdnem függetlenül a kompresszióviszonytól, a kompresszió adiabatája $k = 1{,}33$ körül, az expanzióé pedig $k = 1{,}22$ körül mozog. Ha az említett értékekkel számolunk, igen jól megközelíthetjük a diagrammból középérték-számítással kapható adatokat.



17. ábra



18. ábra

Feltűnő, hogy ezek az adiabata-értékek milyen közel esnek a valóságos, tehát hőközlési és átfuvási veszteségekkel egyaránt befolyásolt, motornak fékpadon meghatározott indikátordiagrammjából visszaszámított politrop kitevő adataihoz.

b) *A középnyomás számítása a VT diagrammból a szélső hőfokértékek útján a következő :*

Az átlagos munkaértékek az E kompressziótérfogat-viszonynak megfelelő expanziómunka és kompressziómunka területének különbségéből adódnak.

A munkadiagramm jelöléseit a *17. ábrá*ban láthatjuk. A kezdő állapotból, amelyet P_1, V_1, T_1 állapotjelzőkkel jelölünk, tiszta adiabatás kompresszió után a gáz állapota P_2, V_2, T_2.

Otto-körfolyamot vizsgálunk, tehát a robbanásnál felszabaduló hőenergia izochor állapotváltozással csupán hőfok- és nyomásemelkedést okoz. P_3, V_2, T_3 a robbanási végállapot. Utána adiabatás expanzió következik, amelynek végállapotát P_4, V_1, T_4 tényezők jellemzik.

Az adiabata két végpontja határolta munka egyenlő a gáz belső munkájával. *(18. ábra.)* Írható :

$$L_{a\,i} = \int P dV$$

$$P = P_1 \left(\frac{V_1}{V} \right)^k = P_1 \cdot V_1^k \cdot V^{-k}$$

P értékét behelyettesítve és az állandókat kiemelve, az expanziómunka :

$$L_{ad} = P_1 \cdot V_1^k \int V^{-k}\, dV = \frac{1}{1-k} P_1 \cdot V_1 (V_1^{1-k} - V_2^{1-k})$$

a zárójelben lévő első tag :

$$P_1 V_1^k \cdot V_1^{1-k} = P_1 V_1$$

a zárójelben a második tag átalakítható a következő összefüggés alapján :

$$P_1 V_1^k = P_2 V_2^k$$

$$P_1 V_1^k \cdot V_2^{1-k} = P_2 V_2^k \cdot V_2^{1-k} = P_2 V_2 \,..$$

Az expanziómunka tehát :

$$L_{ad} = \frac{1}{1-k} (P_1 V_1 - P_2 P_2)$$

Az adiabatás munka a megadott nyomás és térfogatviszonyok között tehát könnyen kiszámítható.

A pontos szerkesztés céljából alkalmazott »VT« diagrammban azonban nyomások helyett csupán hőfokértékek vannak, képletünk tehát további átalakításra szorul.

A szerkesztés célja az ideális középnyomás értékeinek lehetőleg pontos meghatározása volt, ezért az expanzió hosszát, vagyis V_h lökettérfogatot egységnek vesszük.

Az egységnyi lökettérfogatra vonatkoztatott munka ugyanis közvetlenül adja meg a P_k középnyomást.

A *17. ábra* jelölésével és $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ helyettesítéssel írható :

$$V_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} V_h$$

$$V_2 = \frac{1}{\varepsilon - 1} V_h = \frac{V_1}{\varepsilon}$$

A »VT« diagramm felrajzolásához a »T« ordinátákat a $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}$ képletből számítjuk ki.

Ezeknek a »T« ordinátáknak tehát az abszolút hőfoknak a nyomás »P« értékéhez való viszonya adja meg az adiabatás munka képletének átalakításához szükséges összefüggéseket.

Az adiabatás kompresszió T_2 véghőfokát két lépésben számítjuk át. Először izotermásan komprimálunk állandó T_1 hőfokon P_1-ről P_2'-re. Az eredmény:

$$P_2' = P_1 \cdot V_1/V_2 = \varepsilon P_1$$

azaz

$$P_2'/P_1 = \varepsilon$$

Utána az állandó V_2 térfogaton hőbevezetéssel növeljük a nyomást P_2'-ről P_2-re
ebben az esetben:

$$P_2/P_2' = T_2/T_1.$$

A két egyenlet összevonásával az eredmény a következő:

$$P_2 = \varepsilon \frac{T_2}{T_1} \cdot P_1 .$$

Hasonló gondolatmenettel írható továbbá:

$$P_3 = \varepsilon \frac{T_3}{T_1} \cdot P_1,$$

majd a körfolyam utolsó elemére az expanzió végnyomására is hasonló egyszerű kifejezést kapunk:

$$P_4 = \frac{T_4}{T_1} \cdot P_1 .$$

A végzett munkát az expanziómunka és a kompressziómunka különbsége adja, azaz:

$$L = L_{exp} - L_{komp} = L_{34} - L_{12} ,$$

ahol a fenti értékek behelyettesítésével :

$$L_{exp} = \frac{1}{k-1}(P_3 V_2 - P_4 V_1) =$$

$$= \frac{1}{k-1}\left(P_1 \varepsilon \frac{T_3}{T_1} \cdot \frac{1}{\varepsilon - 1} \cdot V_h - P_1 \frac{T_4}{T_1} \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \cdot V_h\right)$$

$$L_{komp} = \frac{1}{k-1}(P_1 V_1 - P_2 V_2) =$$

$$= \frac{1}{k-1}\left(P_1 \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \cdot V_h - \varepsilon \frac{T_2}{T_1} P_1 \frac{1}{\varepsilon - 1} \cdot V_h\right)$$

Az egységnyi lökettérfogatra eső munka adja a középnyomást, amelyet szintén elkülönítve számítottunk ki az expanzióra és a kompresszióra.

$$P_{k\,exp} = \frac{L_{exp}}{V_h} = \frac{1}{k-1} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_4}{T_1}\right) P_1$$

$$P_{k\,komp} = \frac{L_{komp}}{V_h} = \frac{1}{k-1} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) P_1 .$$

Az alábbi számpéldát $\varepsilon = 15$ kompressziótérfogat-viszony és $P_1 = 1$ ata alapulvételével dolgoztuk ki.

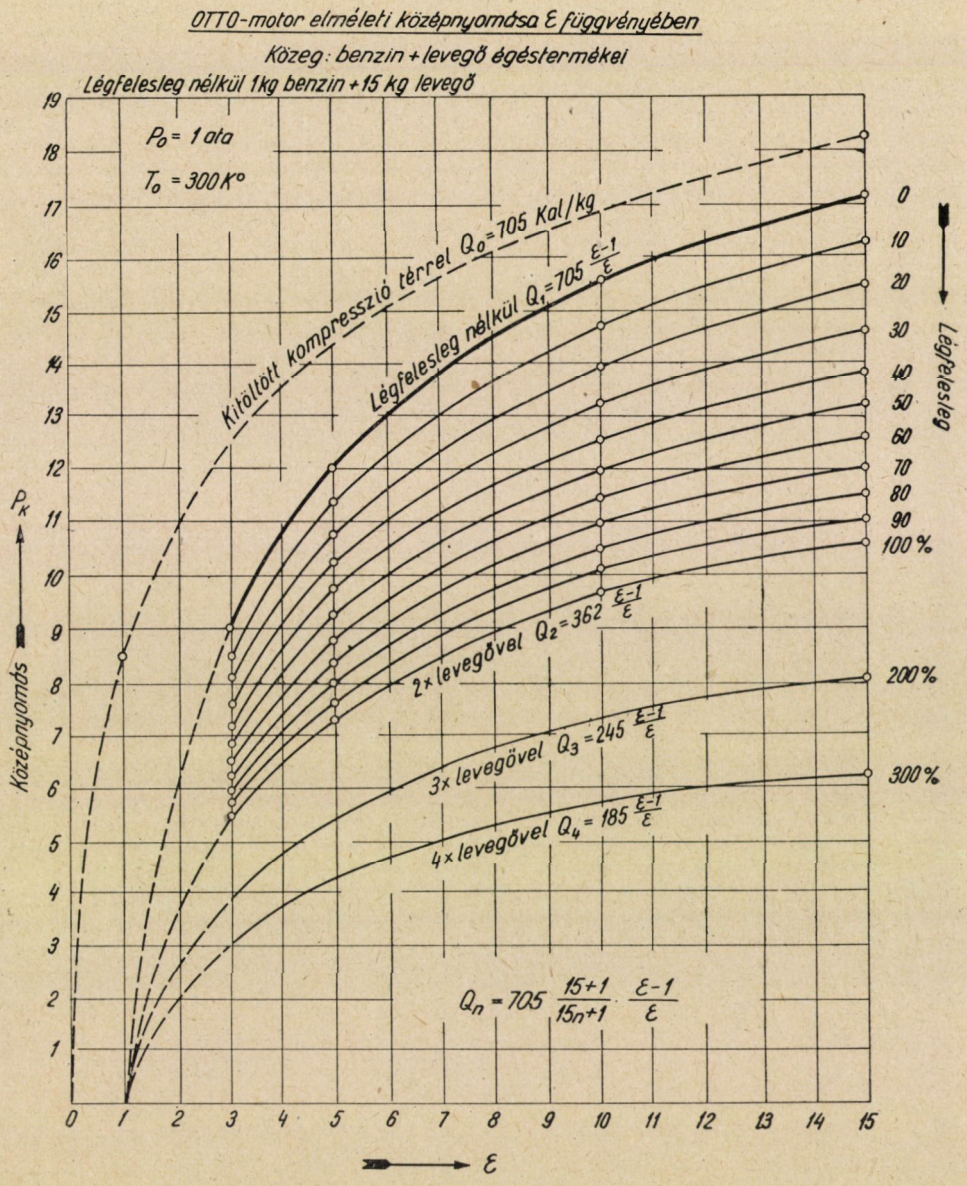
A hőfokviszonyokat a *16. ábrá*ban megszerkesztett diagrammból olvastuk le, a »*K*« kitevőnek az expanzió középhőfokához tartozó középértékeit pedig ugyanebből a diagrammból kaptuk előzetes felvétel és utólagos korrekció alapján.

A számpélda részletes adatai :

Expanzió: $P_{k\,exp} = \frac{1}{0.20} \cdot \frac{15}{14}(9{,}45 - 5{,}5) = 21{,}35$ kg/cm².

Kompresszió: $P_{k\,komp} = \frac{1}{0{,}36} \cdot \frac{15}{14}(1 - 2) = -\ 4{,}15$ kg/cm².

Eredő középnyomás $= 17{,}2$ kg/cm².



19. ábra

A 19. *ábrá*ban láthatók az elméleti középnyomás így kiszámított értékei, a kompressziótérfogat-viszony függvényében. Az ábrából látható, hogy ε növekedésével először rohamosan, majd később kevésbbé erősen nő a középnyomás.

Az egy löket alatt beszívott levegőmennyiség mindenkor azonos, ha tehát állandó energiasűrűségű keverék esetében létrejövő középnyomás-sorozatot

vizsgálunk, a középnyomás arányos lévén a kifejtett munkával, egyúttal a hatásfokkal is arányos.

Mivel V_h lökettérfogatot az ε kompresszióviszonytól függetlenül mindig azonos energiasűrűségű közvetítő közeggel töltjük meg, a középnyomás azonos légfelesleg mellett kiszámított különböző értékeit számíthatjuk át hatásfokértékekre.

Számpélda :

Az alábbi hatásfokszámítást az elméleti keverési aránynak megfelelő 705 Kal/kg fűtőértéket tartalmazó közvetítő közeg legnagyobb munkájának (100%) alapulvételével végezzük.

Kiszámításához szükségünk van a 705 Kal/kg munkaképességű gáz 1 kg-ja mechanikai munkájának egyenértékét is meghatározni.

$$L/kg = 705{,}427 = 302{,}000 \text{ m kg/kg.}$$

A felvett $T_1 = 300$ K°-nál 1 kg levegő fajtérfogata :

$$V_1 = \frac{1}{1{,}293} \cdot \frac{300}{273} = 0{,}85 \text{ m}^3/\text{kg.}$$

1 köbméter gáz munkaképessége tehát :

$$L/m^3 = 302{,}000 : 0{,}85 = 355000 \text{ mkg/m}^3.$$

Az egységnyi lökettérfogatra eső munka egyúttal a diagramm középmagasságát adja kg/m² egységben.

kg/cm² mértékegységre átszámítva írható :

$$P_k(100\%) = 35{,}5 \text{ kg/cm}^2.$$

Ennél nagyobb középnyomás a megadott esetben tehát 100%-os körfolyamhatásfok esetében sem volna előállítható.

Evvel szemben az ideális sarkos körfolyam a feltételezett kaloriméterszerűen végbemenő veszteségnélküli esetben még $\varepsilon = 15$-nél is csak $P_k = 17{,}2$ kg/cm² középnyomást ad.

Az elméleti hatásfok tehát legfeljebb :

$$\eta_{\varepsilon=15} = \frac{17{,}2}{35{,}5} 48\% \text{ lehet.}$$

Ez az elméleti érték alapja lehet az állandó fajhő szerint kiszámított hatásfok hibájának meghatározásához :

Ha a $C_v = \text{const}$, $k = 1{,}4$, $k-1 = 0{,}4$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = 1 - \frac{1}{15^{0{,}4}} = 1 - \frac{1}{2{,}95} = 66\%.$$

Az arányos hiba a két számítás alapján :

$$\frac{66}{48} = 1{,}37$$

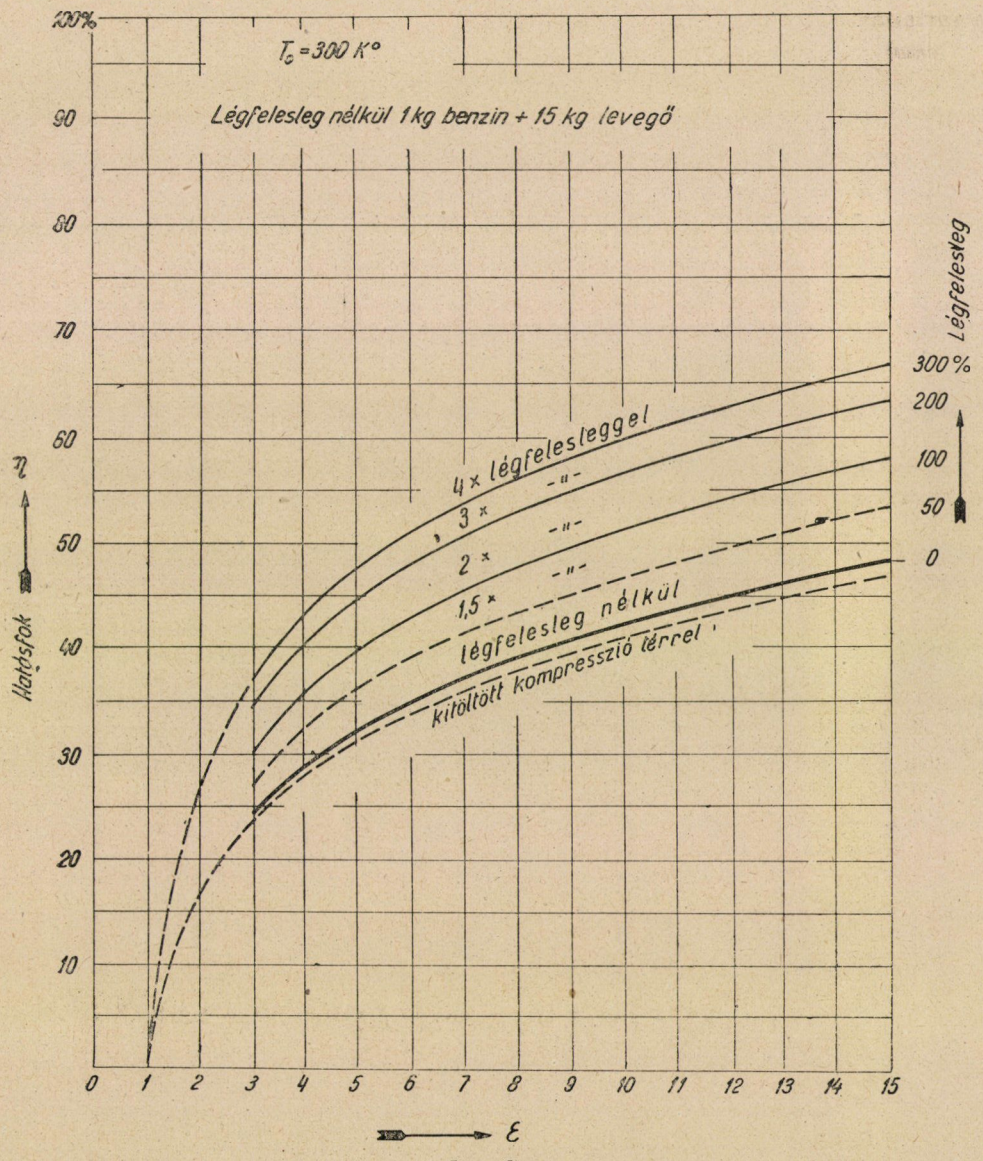
$$h = \frac{66-48}{48} = 0{,}37.$$

Az állandó fajhővel számítva tehát 37%-kal több munkát és jobb hatásfokot kapunk a ehetségesnél.

Ha nem az elméleti keverési aránnyal számolunk, a beszívható keverék energiatartalma megközelítéssel fordítva arányos a légfelesleggel, vagyis 1,2×-es levegőtöbblet esetén

$$\frac{705}{1{,}2} \cong 585 \text{ Kal/kg-ra csökken.}$$

OTTO-motor elméleti hatásfoka ε függvényében változó fajhővel számítva



19a ábra

Ebben az esetben a 100% hatásfoknak megfelelő középnyomás szintén arányosan csökken azaz jelen esetben

$$\frac{35{,}5}{1{,}2} \cong 29{,}5 \text{ kg/cm}^2 \text{ lehet csak.}$$

Ha a *19. ábrá*ban látható hatásfokdiagrammban a légfelesleggel számított középnyomásokat összehasonlítjuk, azt látjuk, hogy az elméleti középnyomás csökkenése sokkal kisebb annál a mértéknél, amely a közvetítő közeg energiatartalmának változásából várható volna.

Ez a hatás a körfolyam véghőfokának csökkenéséből ered. Számításunkban ép úgy, mint a kivitelezett gépnél a fajhő változásának a következménye. A véghőfok csökkentésével ugyanis elmaradnak azok a végső hőmennyiségek, amelyek expanziójukat a megnövekedett fajhő következtében az átlagnál kisebb adiabatás kitevővel végzik el.

A *19. ábrá*ban még egy felső görbe is látható, ez a kitöltött kompressziótérrel elérhető nagyobb középnyomásokat mutatja.

Ha az így kapott értékeket is a hatásfok szempontjából vizsgáljuk, vissza kell vezetnünk a kompressziótérrel megnövelt új térfogatot a V_h lökettérfogatra, ami annyit jelent, hogy a felső görbe minden P_k értékeit meg kell szorozni a hozzá tartozó $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$ redukciós tényezővel.

Ha ezt a műveletet elvégezzük, azt látjuk, hogy a diagrammban előforduló ε minden értékére a legrosszabb hatásfokot kapjuk.

Ez az összeállítás látható a *19/a. ábrán.*

A tényleges Otto-motor legjobb hatásfokát a már említett gyujtási veszteségek miatt közel az elméleti légfelesleg táján adja, a legnagyobb teljesítményhez pedig nem elméleti keverék, hanem már közel 25% benzinfelesleg kell.

Nagy légfelesleg jó kihasználását a Diesel-körfolyamban lehet megvalósítani, sőt ott nem is követelhetjük meg az elméleti arányt.

A hatásfokban mutatkozó eltérésnél még jellemzőbb a robbanási véghőfokban megmutatkozó óriási különbség a kétféle számítási mód között.

Számpélda:

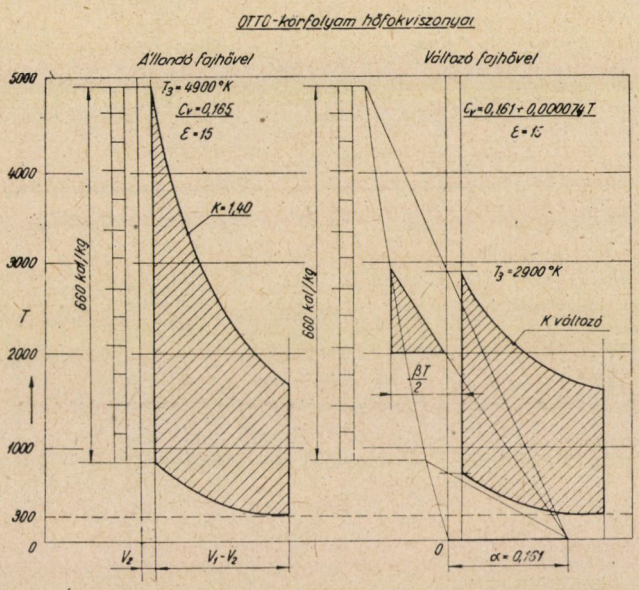
A *16. ábrá*ban bemutatott szabatos szerkesztés jelentőségét a legjobban úgy világíthatjuk meg, hogy ugyanezeket az értékeket a *20. ábrá*ban állandó fajhővel is feltüntetjük.

ε = 15-nél állandó fajhő ($C_v = 0{,}161$ és $K = 1{\cdot}4$) esetén
$T_3' = 4900$ K°-ra adódik, ami teljesen lehetetlen érték.
A *16. ábra* szerint
$T_3 = 2900$ K°, tehát az arány:

$$\frac{T_3'}{T_3} = \frac{4900}{2900},$$

$$h = \frac{4900 - 2900}{2900} = 0{,}69.$$

Az elkövetett hiba: 69%.



20. ábra

Erre a tényre utaltunk a bevezetésben is, amikor 50%-nál nagyobb hiba lehetőségét is említettük.

Ha a benzinüzemű robbanó motoroknál ma már túlhaladott $\varepsilon = 5$ kompresszióviszonynál is kiszámítjuk a két adatot, akkor az elkövesett hiba még mindig jóval 50% fölött van.

$$\frac{T_3'}{T_3} = \frac{4050}{1500} = 1{,}62 \qquad h = \frac{4050 - 2500}{4050} = 0{,}62,$$

azaz még itt is 62% hibát követünk el.

Ez a néhány példa világosan mutatja a változó fajhő figyelembevételének jelentőségét.

Ha eljárásunkkal nem is tudjuk végigkövetni a hővezetés, sugárzás, gyujtás, előkipuffogás és számtalan más másodlagos tényező okozta eltéréseket, annyit mégis elértünk, hogy a belső égésű gépek munkafolyamatát kalorimeterszerű pontossággal elméleti úton is ki tudjuk fejezni.

Az eltérések ily módon a lemérhető vagy megbecsülhető tényleges veszteségekre zsugorodnak, így ezeknek *elkülönítése* és *ellenőrzése* lehetővé válik.

Az eljárás, mint minden elméleti alapon nyugvó szerkesztés csonkítatlan, ú. n. sarkos diagrammot ad. Az eredmények azonban oly közel esnek a valódi értékekhez, hogy az így kiszámított középnyomások a négyütemű Otto-motor teljesítményszámításához közvetlenül felhasználhatók. Az elméleti sarkos dia-

grammból legömbölyítési tényezővel (0,85 szorzószámmal) a valódi indikált középnyomás kapható, amelyhez még a motor szerkezeti és üzemi kivitelének megfelelő térfogatos hatásfok járul. A legömbölyítési tényezőben a hővezetés, tömítetlenség, gyúlási sebesség befolyása, esetleges disszociáció, elő-kipuffogás, tehát a diagramm minden megcsonkítása benne van.

A térfogatos hatásfok pedig a tényleges nyomásesés, felmelegedés, valamint a kipuffogás túlnyomásából eredő *mennyiségcsökkentő hatásokat* foglalja össze.

A dugattyús gázgépek közül a legegyszerűbb körfolyammal bíró Otto-motort választottuk ki tárgyalásunk alapjául. Ennek oka részben az, hogy az Otto-körfolyam szimmetrikus szerkezete folytán egyszerű matematikai összefüggésekkel kifejezhető hatásfok- és munkaegyenletekből vizsgálható.

Másrészt az Otto-körfolyamban a hőkezelés izochor állapotváltozással megy végbe, így az állandó térfogatra vonatkoztatott fajhő C_v fordul elő, amelynek a hőfokkal való változása a legnagyobb mértékű.

A klasszikus Diesel-körfolyam a ma használatos hőerőgépeknél egyre veszít jelentőségéből. Majdnem kizárólag a gyorsjáratú Diesel-motorokat gyártják, ezeknek a kombinált, ú. n. Sabathé-körfolyama pedig az Otto- és Diesel-rendszer minden átmeneti fajtáját kifejezi.

Ha ilyen gyorsjáratú Diesel-motor indikátor diagrammját megfigyeljük, az első rátekintésre szabályos Otto-motornak vélhető, annyira eltűnik a Diesel-része a nagy nyomásemelkedés miatt.

Csupán a nyomás nagy értéke, amely pl. a Csepel—Diesel-motornál 85 kg/cm^2-ot is elérhet, ad némi felvilágosítást a két rész arányáról.

A legjellegzetesebb esetet akkor kapjuk, ha a bevezetendő hő 50%-át Otto-, másik 50%-át Diesel szerint közöljük.

VII.

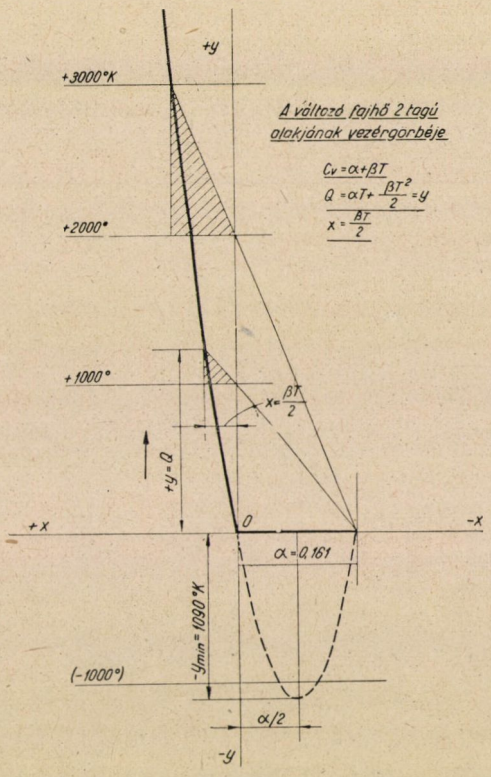
A vezérgörbe matematikai kifejezése

A *21. ábrá*ban látható módon a vezérgörbe matematikai kifejezése az xy-koordináta rendszerben a következő meggondolások alapján vezethető le:

A vízszintes tengely, amelyet »x« tengelynek választunk, a »C_v« értékét tartalmazza.

A rá merőleges »y« tengelyen a T-abszolút hőfokot és a Q-hőtartalmat olvassuk le.

A vezérgörbe minden pontjára kifejezhető x, és y; a T hőmérséklet, mint paraméter függvényében.



21. ábra

$$x = \frac{\beta T}{2} + \frac{\gamma T^2}{3} + \frac{\vartheta T^3}{4} + \dots$$

$$Y = \alpha T + \frac{\beta T^2}{2} + \frac{\gamma T^3}{3} + \frac{\vartheta T^4}{4} + \dots$$

Ha a változó fajhő első két tagját használjuk fel, a vezérgörbe egyenlete a következő:

$$x = \frac{\beta T}{2},$$

amelyből

$$T = \frac{2x}{\beta},$$

ezt az értéket $y = \alpha T + \frac{\beta T^2}{2}$ egyenletbe helyettesítve:

$$y = \frac{2\alpha x}{\beta} + \frac{\beta 4x^2}{2\beta^2}$$

egyenletet kapjuk. Ebből

$$y = \frac{2\alpha}{\beta} x + \frac{2}{\beta} x^2$$

tehát a vezérgörbe másodfokú parabola egy része. A görbe hajlása igen minimális, ennek oka, hogy az »y« tengellyel párhuzamos szimmetriatengelyű parabola csúcsa igen messze van a felhasznált szakasztól.

A parabola csúcsának meghatározása céljából képezzük az első differenciálhányadost :

$$y' = \frac{2\alpha}{\beta} + \frac{4}{\beta} x .$$

A parabola csúcsában $y' = 0$, tehát

$$\frac{2\alpha}{\beta} + \frac{4}{\beta} x + 0.$$

Ebből az egyenletből kifejezzük x értékét :

$$x = -\frac{\alpha}{2} .$$

Behelyettesítve :

$$y = -\frac{2\alpha}{\beta} \cdot \frac{\alpha}{2} + \frac{2}{\beta} \frac{\alpha^2}{4} = -\frac{\alpha^2}{2\beta} .$$

A teljes parabola is ábrázolható, ha a *21. ábra* szerinti szerkesztést alkalmazzuk. A csúcspont helye $-\frac{\alpha}{2}$, tehát az állandó tag felezőjében fekszik.

A *16. ábrá*ban látható vezérgörbét a benzin és levegő elméleti keverékének megfelelő égéstermékek fajhőjével szerkesztettük meg $Cv = 0{,}161 + 0{,}000074\ T$ egyenlet segítségével.

A parabola csúcspontja az »x« tengelyen $-\frac{\alpha}{2} = -0{,}0805$ távolságban fekszik a kezdőponttól.

Mélységben

$$y = -\frac{\alpha^2}{2\beta} \text{ nak megfelelően}$$

$$y = \frac{-\ 0{,}161^2}{2 \cdot 0{,}000074} = -175 \text{ értéket kapunk.}$$

Mivel az »y« függőleges tengelyen $1000° = 161$ kalória, így az $y = -175$-nek $-\frac{175}{161} = -1090$ K° felel meg.

Ha kéttagú fajhőfüggvény helyett 3 tagú kifejezés esetében is meg akarjuk szerkeszteni a vezérgörbe egyenletét, már nem kapunk ilyen egyszerű megoldást.

Ilyenkor »x« változó a »T« paraméternek vegyes másodfokú függvénye.

$$x = \frac{\beta T}{2} + \frac{\gamma T^2}{3}$$

rendezve az egyenletet :

$$\frac{\gamma}{3} T^2 + \frac{\beta}{2} T - x = 0,$$

ebből a megoldás T-re :

$$T = \frac{-\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \frac{4}{3}\gamma x}}{\frac{2\gamma}{3}}.$$

Ha ezt a kifejezést y egyenletébe helyettesítjük, igen bonyolult egyenletet kapunk :

$$y = \alpha T + \frac{\beta T^2}{2} + \frac{\gamma T^3}{3}$$

T értékét behelyettesítve :

$$y = \alpha \left[\frac{-\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{2} + \frac{4}{3}\gamma x}}{\frac{2\gamma}{3}} \right] + \frac{\beta}{2} \left[\frac{-\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \frac{4}{3}\gamma x}}{\frac{2\gamma}{3}} \right]^2 +$$

$$+ \frac{\gamma}{3} \left[\frac{-\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \frac{4}{3}\gamma x}}{\frac{2\gamma}{3}} \right]^3.$$

Ha még egy további tagot is hozzáveszünk a fajhőfüggvényhez, a »T« paraméter már csak harmadfokú Cardan-képlettel fejezhető ki, és ezt kell »y« négy különböző hatványú tagjába behelyettesíteni.

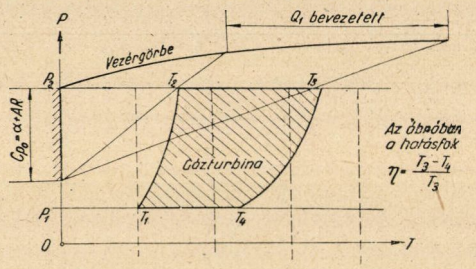
Az ilyen soktagú kifejezések gyakorlatilag semmi célra fel nem használhatók, éppen a számítás nehézkessége miatt. Különösen céltalan a mi esetünkben, amikor a paraméteres egyenlet felírása, de még inkább a szerkesztés semmi nehézséget sem okoz.

Ez a példa is a bemutatott szerkesztés jogosultságát bizonyítja, tehát azt a tényt, hogy matematikailag megoldhatatlan, egyenletekkel sokszor ki sem fejezhető függvények is könnyen kifejezhetők célszerűen kiválasztott szerkesztéssel.

Visszatérve az ismertetett szerkesztésre, az Otto-körfolyamon kívül más körfolyamok is hasonlóan megvizsgálhatók. Az adiabaták átlagos kitevőit mindenkor előzetes próbaszámítás alapján kapott véghőmérséklet figyelembevétele után végrehajtott korrekció alapján kapjuk meg. (Iteráció.)

Ez az eljárás végeredményben a számítás ismétlését kívánja meg. A szerkesztés azonban annyira egyszerű, hogy többszöri megismétlésével sem válik hosszadalmassá.

Nemcsak dugattyús gázgép, hanem a gázturbina körfolyamának igen pontos számítására is alkalmas a változó fajhő vezérgörbéje segítségével elvégzett szerkesztés. Ilyenkor a körfolyam határainak megfelelően, »*PT*«, nyomás- és hőfokdiagrammot kell szerkeszteni. *(22. ábra.)*



22. ábra

A fajhő változásának alapulvételével végzett számítás jelentősége a gázturbina körfolyama esetében sokkal kisebb, mint a dugattyús gépeknél, mivel itt a légfelesleg olyan nagy, hogy az égéstermékek fajhője majdnem a levegő kismértékben változó fajhőjével azonos. Másrészt a hőfokhatárok az összes hőerőgépeink közt szerkezeti okokból ennél a rendszernél a legkisebbek.

Az utóbb tárgyalt két körfolyam »*PV*« diagrammban is megszerkeszthető. Ilyenkor a hőközlés csak külön megszerkesztett hőfokmérce segítségével állapítható meg. Mivel a *PV*-diagrammban hőfoklépték nincs, a kompresszió és expanzió adiabatáinak kitevői közvetlenül nem ellenőrizhetők, így előre felvett megközelítő értékek lehetnek csak.

VIII

A vezérgörbe felhasználásának további lehetőségei

Az ismertetett eljárás lehetővé teszi lineáris hőmennyiségskála használatát, változó fajhő esetében is.

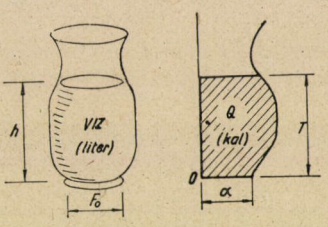
A hőmennyiségskála párhuzamos a hőfokskálával, így közvetlen összehasonlításra alkalmas. Mivel a vetítősugár először átmetszi a közvetlen hőfok-

skálát és csak további emelkedés után a vezérgörbét, a kalóriaskála és a hőfokskála összetartozó értékei között a hőfok emelkedésével növekvő különbség szembetűnően érzékelteti a hőkapacitásnak a fajhőváltozás folytán bekövetkező növekedését.

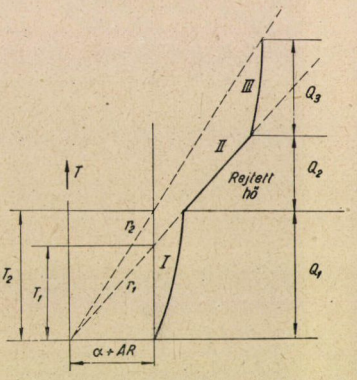
Az eljárás tetszés szerinti függvény által kifejezett fajhőváltozás esetére is érvényes, tehát állapotváltozással kapcsolatos, a hőfokkal csökkenő fajhőszakasz hatásaival is számolhatunk.

A fajhőfüggvény tárgyalásánál a tetszés szerinti keresztmetszetű, vízzel töltött edény tökéletes analógiájából indultunk ki. A levezetések igazolják ezt a feltételt, így az edény csökkenő keresztmetszetének megfelelő negatív fajhőváltozás esetében is érvényes az eljárás.

Ha az állapotváltozás folyamán a fajhő változásának függvénye módosul, a szerkesztést minden egyes szakaszra külön kell elvégezni.



23. ábra



24. ábra

A *23. ábra* a növekvő, majd csökkenő keresztmetszetű edényben foglalt víz mennyiségét, valamint ezzel párhuzamosan a pozitív változású fajhő meghatározta hőtartalmat mutatja.

Igen bonyolult és összetett függvények esetében a vezérgörbe az összetartozó Q_1, T_1, Q_2, T_2, Q_3, T_3 alapadatokból közvetlenül rajzolható meg.

Ilyen példa látható a *24. ábrán*, amelyen az alapadatokból közvetlenül szerkesztett vezérgörbe még rejtett hőt $= Q_2$ is tartalmaz.

Rejtett hő bevezetésekor a hőmérséklet nem emelkedik, tehát a fajhő látszólag ∞ értéket vesz fel. Ennek az állandó hőfokú szakasznak a hőtartalmát az állapotváltozásra fordított hő adja. Mivel a hőfok állandó, rejtett hő esetén a vezérgörbe megfelelő szakasza a vetítősugár irányával összeesik.

IX

Összefoglalás

Az ismertetett eljárással nagy hőfokhatárok között végbemenő hőközlés következtében keletkezett állapotváltozást kívántam szerkesztés útján meghatározni. A szerkesztés az állandó fajhővel szemben a változó fajhő következtében létesülő hőfokváltozás különbségét is szemléltetően ábrázolja.

A felhasználás különböző lehetőségeinek felsorolása után a legnagyobb mértékben érvényesülő fajhőváltozásra, az állandó térfogat melletti hőkezelésre konkrét példát is ismertettünk. Ez a példa az Otto-motor középnyomásának változását tárgyalja a kompresszióviszony függvényében. Ebben az ábrában a sorozatos hőközlés, a térfogat- és hőfokdiagramm könnyű áttekinthetősége, valamint a kalória- és a hőfokmérce egymástól eltérő menete világosan látható.

A RÁCSMARADVÁNYOK ÁLLANDÓSÁGA FÉMOLVADÉKOKBAN

VERŐ JÓZSEF
a M. T. Akadémia rendes tagja
[VASIPARI KUTATÓ INTÉZET, BUDAPEST]

[Beérkezett 1952 december 11]

Ma már kétségtelen, hogy a megolvadt fémek kristályosodásának *Tammann* megállapította törvényei kiegészítésre szorulnak. *Tammann* annak idején még nem vehette, nem is vette figyelembe, hogy a hűlő olvadékban már eleve is lehet kristályosodási középpontként ható rácsmaradvány, csak az önerejű — spontán — kristályosodóképesség révén képződőkkel számolt. Ma már sok olyan jelenségről tudunk, amely megkívánja az olvadékban eleve meglévő kristálycsírák jelenlétének feltételezését. Öntvények szövetének finomítása végett üzemszerűen is használnak olyan módszereket, ötvözőanyagokat, amelyeknek hatása csak onnan eredhet, hogy az olvadékban csírákat, könnyen el nem oszló rácsmaradványokat hoznak létre. A legjobban ismert és legáltalánosabban használt ilyen szövetfinomító módszer alumíniumnak és számos önthető alumínium-ötvözetnek kb. 0,2% titánnal való ötvözése, de a magnézium, réz, ólom és acél szövetének finomítására alkalmas módszer is van. Az utóbbi években pedig sok szó esik kristálycsírákról a nagy szilárdságú öntöttvasfajtákkal kapcsolatban.

Részint a már ismert ipari szövetfinomító módszerek magyarázata céljából, részint meg új szövetfinomító módszerek felkutatása reményében az irodalom elég bőven foglalkozik a kérdés elméleti oldalával is. Ebben a tekintetben legelőször azt vehetjük észre, hogy minden magyarázat lényegében feltevéseken alapul, még hozzá elég bizonytalan feltevéseken. A kísérleti vizsgálat nagy nehézségekbe ütközik, főleg azért, mert eddig semmiféle módszert nem sikerült találni, amelynek segítségével fémolvadékban rácsmaradványok jelenlétét ki lehetne mutatni; a rácsmaradványoknak tulajdonított következmények okát tehát közvetlenül felderíteni nem tudjuk. Ennélfogva a csírák jelenlétét csak feltételeznünk lehet és minden következtetés, amelyet ebből a feltevésből levonunk, csak annyira lehet helytálló, amennyire a feltételezés is helyes.

Ilyen körülmények között alapvető fontosságú feladat a csírák, rácsmaradványok állandóságának kísérleti vizsgálata; ha ebben a tekintetben tájékozva vagyunk, legalább azt kerülhetjük el, hogy csírák jelenlétét olyankor is feltételezzük, amikor annak kicsiny a valószínűsége. Következtetéseink így

biztosabbá lesznek. Persze a csírák állandóságának kísérleti vizsgálatát is terheli az a nehézség, hogy csírákat közvetlenül kimutatni nem tudunk.

Néhány régebbi kísérleti eredményből is lehet következtetni a csírák állandóságára ; ezeket a következő fejezetben ismertetem. Ezek a kísérletek azonban, még inkább a feldolgozásuk módja nem közvetlenül ezt a célt szolgálta és nem is eredményezett egyértelmű megállapításokat a csírák állandósága tekintetében. Az alábbiakban ismertetett kísérleteimet ennek a hiánynak pótlására végeztem el.

Előző irodalmi adatok

Olyan szövetváltozások magyarázatára, amilyent öntött alumíniumötvözetekben kevés titán előidéz, háromféle feltevést javasoltak. Egyikük a kristályosodás módját, az egyensúlyi diagramm alakját tartja lényegesnek s a finom szövettel való kristályosodást peritektikus, esetleg monotektikus reakciónak tulajdonítja (1, 2, 3). Nyilvánvaló, hogy ennek a feltevésnek igazolására csak végig kellett vizsgálni valamely fémnek, pl. az alumíniumnak olyan ötvözeteit, amelyek az Al-Ti-ötvözetekhez hasonlóan peritektikusan kristályosodnak. Számos ötvözőfémmel, Zr-nal, Mo-nel, Cr-mal, Nb-mal, V-mal, W-mal végzett ilyen kísérletek azt mutatták, hogy a feltevés nem helyes ; némelyik ilyen ötvözőfém okozott ugyan némi szövetfinomodást, de sokkal gyengébbet, mint a titán, némely ötvözőfém azonban, pl. a króm, teljesen hatástalannak bizonyult (4).

A második feltevés szerint a kristályok fejlődését az a koncentrációkülönbség gátolja, amely kristályosodás közben a kristályok és az olvadék között jön létre, de a kristályokat körülvevő olvadékban is megvan (3). Ilyen hatást rézzel, nikkellel ötvözött alumíniumon meg is állapítottak (5) ; ahhoz azonban, hogy ily módon a szövet észrevehetően finomodjék, tetemes mennyiségű ötvözőfém szükséges. A 0,2% titán okozta szövetfinomodás ily módon semmiképp sem magyarázható (5).

A harmadik magyarázat rácsmaradványok, az olvadékban lebegő kristálycsírák jelenlétét tételezi fel (6, 7, 8, 9, 10). Ma már nehéz megállapítani, hogy ki kezdeményezte ezt a feltevést, annak kísérleti vizsgálatában és továbbfejlesztésében sokan működtek közre. A kísérletekkel főleg azt vizsgálták, hogy a szövetfinomító ötvözőanyagot tartalmazó, valamint az ilyentől mentes fémolvadék milyen kezelés, olvasztómódszer alkalmazása nyomán kristályosodik finom, illetve durva szövettel. Több ízben is megállapították, hogy jelentős mértékű túlhevítés szövetdurvulást okoz akkor is, ha az olvadékot öntés előtt a szokásos öntési hőmérsékletre hűtötték le (4, 5, 11). Nyilvánvaló, hogy nagy hőfokon a csírák oldódhatnak az olvadékban ; a jelenség magyarázata tehát könnyű. Hasonló szövetdurvulás észlelhető titán-tartalmú alumíniumon, ha a szokásos öntési hőfokon tartott olvadékán semleges gázt buborékoltatunk

át (5); a gázbuborékok is magukkal viszik az olvadékban lebegő rácsmaradványokat.

Ilyen kísérletekből *R. Mitsche* és munkatársai vontak legmesszebbre menő következtetéseket (6, 12). Megolvasztott fémekben szerintük többféle rácsmaradvány is van, ezek anyaguk tekintetében különböznek egymástól és egymástól eltérő módon is viselkednek; saját fajtájú és idegen fajtájú, később szilárd oldatból való és vegyületből való csírák jelenlétével számolnak. További feltevésként a túlhűthetőség fogalmához folyamodnak, mondván, hogy csírátlan olvadék jelentősen túlhűlhet. Erős túlhűlés pedig — *Tammann* klasszikus törvényei értelmében — a szövet finom vagy durva volta szempontjából lényeges.

Az olvadékban jelenlevő csírák megsemmisítése végett *Mitsche* és *Onitsch* szerint jelentős mértékű túlhevítés szükséges; szerintük különböző alumíniumfajtákat 1200—1400°-ig kell felhevíteni, hogy a rácsmaradványok oldódása befejeződjék és az olvadék túlhűthető állapotba kerüljön. Erős túlhűlés közben — 15°-ig terjedő túlhűlést mértek — ilyenkor finom szövet jön létre. Eszerint az alumínium rácsmaradványai nagyon állandóknak látszanak, úgyhogy a jelenlétüket minden ipari olvadékban fel kellene tételeznünk.

Az a feltevés, hogy a csírátlan fémolvadék túlhűléssel kristályosodik, gyakran használt kísérleti módszerré tette a lehűlés megfigyelését. Az ilyen kísérletek sem vezettek egyértelmű eredményhez. *Mitsche* és *Onitsch* szerint alumínium jelentős túlhűléssel, az olvadáspontjánál jóval kisebb hőfokon is kristályosodhatik (12). *Cibula* szerint azonban túlhűlés csak a formával érintkező vékony rétegben következik be, ott is csak rövid ideig tart, úgyhogy a kristályosodás lényegében mindig az olvadásponton megy végbe (5).

Vizsgálták a csírakérdésnek még több más részletét is, ezeknek a továbbiakban ismertetett eredményekhez kevés közük van. Még megemlítem egy korábbi munkámat (13), főleg azért, mert az abban leírt módszer, a kísérleti anyagnak aránylag kevéssé túlhevített olvadt állapotban való tartása, alkalmasabb az olvadékban lebegő csírák számának változtatására, mint a különböző hőfokig való túlhevítés. Az utóbbi módszer ugyanis másodlagos jelenségekkel is járhat, amilyen pl. éppen az alumínium esetében Al_2O_3-nak az olvadékban való oldódása, lehűlés közben, még a kristályosodást megelőzően újból való kiválása, ez pedig szintén változtathat a szöveten, az eredményt tehát meghamisíthatja.

A rácsmaradványok számának szaporítására alkalmas módszerként a beoltás használható, bizonyos mennyiségű kristályos anyagnak az olvadékba való bekeverése (13). Ilyenkor az oldódás kezdetének időpontja pontosan ismeretes, de esetleg szövetfinomító módszerként is szóbajöhet; az olvadék anyagával való oltás útján, tehát ónolvadékot kristályos ónnal beoltva, az olvadék összetételének megváltozása nélkül hozhatunk létre kristálycsírákat.

Csíraként ható rácsmaradványok jelenlétét a fém olvadáspontját meghaladó hőfokon azért szokás és lehet feltételeznünk, mert ismereteink szerint

egyetlen megfordítható folyamat sem megy végbe teljesen, tehát a megolvadás-kristályosodás sem. A $Me_{kr} \rightarrow Me_{ólv}$ folyamat termékében az olvadáspontot meghaladó hőfokon is van tehát bizonyos mennyiségű Me_{kr} rácsmaradványok alakjában, csak azt nem tudjuk még, melyik az a hőfok, amelyiken a megolvadás teljesen befejeződik ; *Mitsche*-nek ilyen vonatkozású, említett adatai ugyanis valószínűtlennek látszanak.

SAJÁT KÍSÉRLETEIM

Az olvadék túlhevítésének hatása a szövetre

Színfém olvadékában nem lehet más rácsmaradvány, csak a fém kristályainak anyagából való, olvadt alumíniumban tehát csak alumínium kristálytörmelék ; a lehetséges idegen fajtájú csírákat egyelőre figyelmen kívül hagyjuk. Ezek a rácsmaradványok az olvadék lehűlésekor kétségtelenül úgy hatnak, mint az olvadékból a kristályosodó képesség révén frissen képződött csírák ; mindegyikük egy-egy kristály fejlődésének kiindulópontja. Ilyen csírák jelenléte az olvadékban a szövetet nyilván finomítja ; amint a számuk fogy, a szövet durvul, ha pedig a csírák elfogytak, vagy pedig a $Me_{kr} \rightarrow Me_{folyl}$ folyamat egyensúlyba jutott, a szövet változásának véget kell érnie.

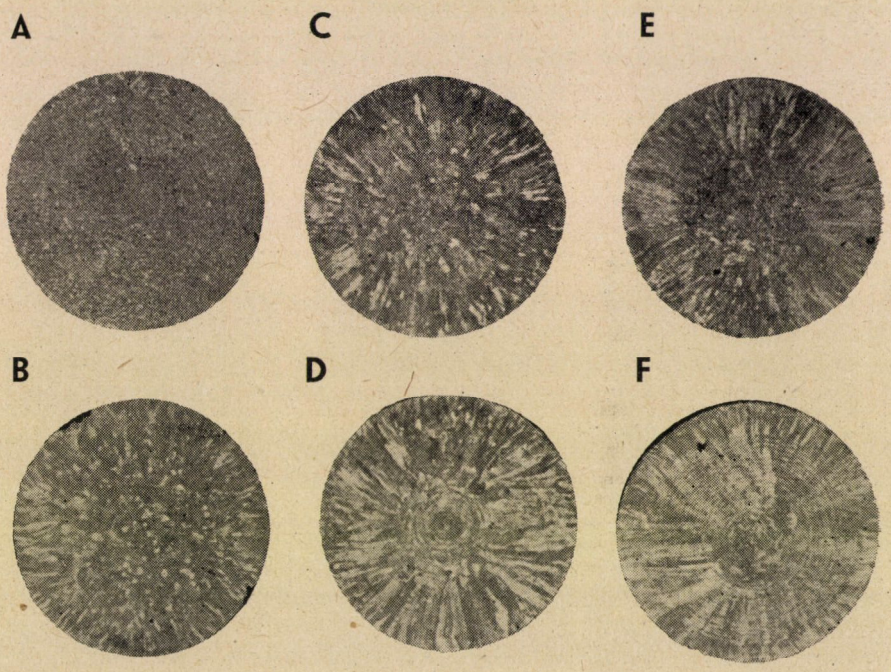
Az olvadékban levő csírák számának ilyen úton való vizsgálatát főleg alumíniumon végeztem, mégpedig 99,5%-os kohóalumíniumon és 99,99%-osnál is tisztább alumíniumon, hogy a kohóalumínium szennyezéseinek esetleges hatását is felismerhessem. A két alumíniumfajta viselkedésében lényeges különbséget nem tapasztaltam, ezért a továbbiakban nem is különböztetem meg őket egymástól.

Kísérleti módszerem egyszerű volt. MgO-dal bélelt grafittégelyben a kísérleti anyagot felfűtött tokos kemencébe raktam és abban különböző ideig állandó hőfokon olvadt állapotban tartottam ; az időt attól kezdve számítottam, hogy a tégely tartalma a kemence hőfokát elérte. A kívánt idő elteltével a tégely tartalmát grafitkokillában 35 mm átmérőjű hengeres tuskóvá öntöttem. A kokillát állandóan 100°-ra fűtött szárítószekrényben tartottam, úgyhogy öntéskor mindig ugyanolyan hőfokú volt. Az öntés hőfoka, az öntőforma mérete és állapota egy kísérletsorozatban tehát állandóan ugyanaz volt, ennélfogva a lehűlés sebessége, mint a kristályosodást irányító tényező is változatlan. A tuskók szövetében észlelhető különbséget ennélfogva csak az olvadékban lebegő csírák számának változása okozhatta.

A tuskókat a talpuktól 40 mm magasságban elfűrészeltük, simára esztergáltuk és 20%-os $CuCl_2$ oldattal marattuk.

Két sorozat eredményét az *1.* és *2. ábra* szemlélteti. Az *1. ábra* 700—705°-on tartott, tehát csupán 40°-kal túlhevített alumíniumból öntött tömbök

szövetét mutatja. Az *A* jelű tuskó anyaga éppen csak elérte a 700°-ot, aztán azonnal öntöttem. Szövete egyáltalán nem sugaras, a többi tuskóénál sokkal finomabb. A többi tuskó szövetével összehasonlítva, arra kell következtetnünk, hogy anyagában az öntés pillanatában nagyon sok rácsmaradvány volt. Félóráig 700°-on tartott alumíniumból már részben sugaras és egészében jóval durvább szövetű tuskót kaptam *(1. ábra B)*, jeléül annak, hogy a csírák száma már fél óra alatt is jelentősen megfogyott, becslés szerint az *A* tuskó anyagában levők 1/5—1/8 részére. Két óráig 700°-on tartott olvadékból már majdnem teljesen sugaras tuskót kaptam, ennél is hosszabb ideig való tartás pedig a szöveten már alig változtatott (l. az *1. ábra* többi tuskóját).

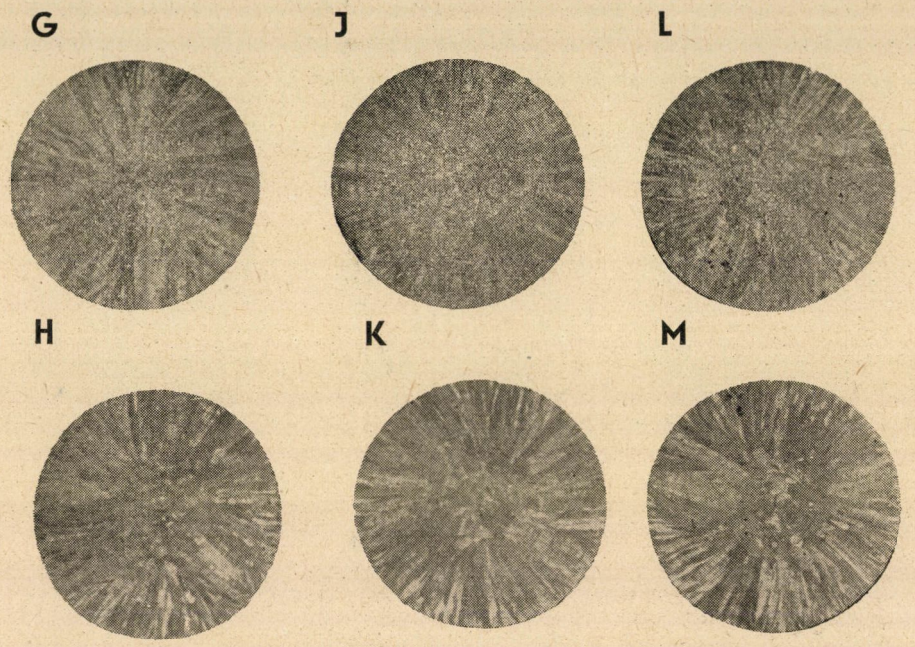


1. ábra. 700 fokon öntött tuskók. *A :* beolvadás után azonnal öntött, *B :* 1/2 órán, *C :* 2 órán *D :* 5 órán, *E :* 7 órán, *F :* 26 órán át 700 fokon tartott alumíniumból öntött tuskó

800°-on a kezdetben bizonyára meglevő csírák oldódása lényegesen gyorsabbnak bizonyult ; ez magában véve várható is volt, de az eddigi megfigyelések szerint, különösen *Mitsche* kísérletei alapján olyan gyors oldódást, amilyent tapasztaltam, várni nem lehetett. A *2. ábrában* feltüntetett tuskók közül a *G* jelzésűnek anyagát *Tammann*-kemencében, bélelt széntégelyben olvasztottam meg a lehető legrövidebb idő alatt. A megolvadástól a 800° eléréséig alig két perc telt el, utána azonnal öntöttem ; a többi tuskó anyagát az előző sorozathoz hasonló módon, felfűtött tokos kemencében olvasztottam meg és tartottam 800°-on ½—50 óra hosszat. Ezeknek a tuskóknak szövete alig mutat valami

kis változást ; valamennyi túlnyomórészt sugaras, a kristályok mérete egyforma. Ebből az következik, hogy 800°-on az alumínium hatékony csíráinak oldódása már nagyon rövid idő, egy-két perc alatt befejeződik vagy legalább is egyensúlyba jut.

800°-on a kísérletsorozatot még kiegészítettem 65 és 87 órás kísérlettel is, további változás azonban nem következett be ; olyan szövetfinomodást, amilyent *Mitsche* 1200—1400°-ig való túlhevítéssel, illetve feltevése szerint az



2. ábra. 800 fokon öntött tuskók. *G :* azonnal öntött, *H :* 2 órán, *J :* 4 órán, *K :* 12 órán, *L :* 30 órán, *M :* 50 órán át 800 fokon tartott alumíniumból öntött tuskó

olvadék csírátlanításával létrehozott, nem tapasztaltam. Tudva azt, hogy különösen 800°-on a csírák oldódása az első percekben nagyon gyors, eléggé jogos a feltevés, hogy 60—80 óra alatt teljes csírátlanodás érhető el ; ennek ellenére a túlhűlés és a vele járó finom szövet nem jelent meg. Ez arra utal, hogy a csírátlan állapottal vagy nem jár okvetlenül együtt a túlhűlés, vagy ha esetleg túlhűlés mégis bekövetkeznék, ennek nem okvetlenül következménye a finom szövettel való kristályosodás. További következtetés, hogy *Mitsche* kísérleteiben a kellően erős túlhevítés nyomán járó szövetfinomodás valami más folyamatnak az eredménye.

A két kísérletsorozatban oltással is tettem pár próbát ; olyan olvadékba, amelyet 700°-on 24 óráig, 800°-on pedig 30 óráig olvadt állapotban tartottam (*3. ábra, N* tuskó) és így eléggé csírátlanítottam, az olvadék tömegének 1—2%-ára rúgó vékony alumíniumlemez-csíkot nyomtam bele ; a tégelyt aztán 1—2

percre visszaraktam a kemencébe, hogy annak hőfokát újra felvegye ; ezután következett az öntés. Ez a beoltás a szöveten semmit sem változtatott, akár 700, akár 800°-on végeztem *(3. ábra, O* tuskó) ; az oltószerként használt lemez kristályos anyaga tehát egy-két perc alatt teljesen feloldódott az olvadékban, anélkül, hogy rácsmaradványokat hagyott volna. Szövetfinomodást csak oly módon sikerült elérnem, hogy az oltóanyagként használt 0,2 mm vastag lemezdarabokat a kokillában helyeztem el és az olvadékot rájuk öntöttem *(3. ábra, P* tuskó). Ezekből az oltási kísérletekből is a csíraként ható rácsmaradványok nagyon gyors oldódására lehet következtetni.

Az ismertetett kísérletek eredménye egyértelműen azt mutatja, hogy olvadt alumíniumban 700°-on is, még inkább 800°-on a csírák gyorsan, néhány perc alatt feloldódnak, megsemmisülnek. Ismerve az üzemi olvasztás körülményeit, biztosra vehetjük, hogy a szokott módon olvasztott alumínium hatékony csíráktól mentes. További következtetés, hogy az alumíniumnak saját anyagával való oltása is hatástalan, helyesebben, csak akkor hat, ha az oltóanyagot az öntőformába helyezzük ; az utóbbi módszer azonban a gyakorlatban aligha használható.

Erős túlhevítés hatása réztuskók szövetére

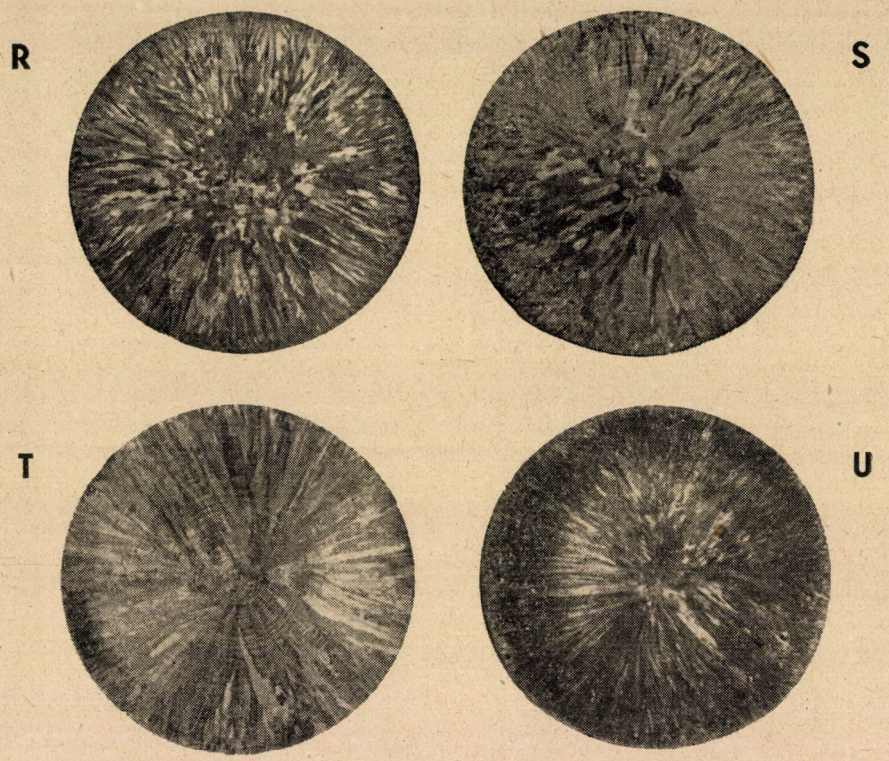
Annak a kérdésnek tisztázása végett, hogy erősen túlhevített alumínium miért kristályosodik finom szövettel, más fémmel végzett hasonló kísérletek látszottak célhozvezetőnek. A csírák oldódása más fémben feltehetően hasonló módon megy végbe, mint alumíniumban ; kellő túlhevítéssel és a kísérleti anyagnak olvadt állapotban való tartásával a csírátlan állapot egyaránt létrehozható Az erősen túlhevített alumínium szövetének finomodását valószínűen a nagy hőfokon képződő valamilyen vegyület, elsősorban az Al_2O_3 okozhatja. Nagy hőfokon ez a vegyület nyilván oldódik az olvadt alumíniumban, lehűlés közben pedig még a kristályosodás kezdete előtt kiválik belőle finom szuszpenzió alakjában. Ez a kiválott, finoman elosztott vegyület aztán akár mint idegen fajtájú csíra, akár egyszerűen mint a kristályok szabad fejlődését gátló idegen anyag a szövetet finomíthatja.

A gondolatmenet eredményeképpen a kísérletet olyan fémmel kellett végezni, amely fém az oxidját olvadt állapotban oldja és lehűléskor is, egészen a kristályosodás hőmérsékletéig oldva tartja. Ilyen szempontból kétségtelenül a réz a legalkalmasabb.

Sajtolt elektrolitrézrúd volt a kísérleti anyag. Belőle levágott, kb. 400 g súlyú darabokat *Tammann*-kemencében, széntégelyben beolvasztottam ; kellő túlhevítés vagy olvadt állapotban való tartás után az öntést az előzőkben már említett grafitkokillába 1180°-os hőmérséklettel végeztem. Az olvadék hőfokát, amikor az nem haladta meg az 1500°-ot, nemesfém termoelemmel

állandóan mértem. A tuskót elvágtuk, simára esztergáltuk és a szövetét 1 : 1 arányban hígított salétromsavval hívtuk elő. Négy ilyen tuskó szövetét mutatja a *4. ábra.*

Az *R* jelű tuskó éppen csak megolvadt rézből készült ; 1200°-ot elérve, a kemence fűtését kikapcsoltam és 1180°-on azonnal öntöttem ; a tuskó anyaga



4. ábra. R : éppen csak megolvadt rézből öntött tusko ; *S :* az üzemi körülményeket utánozva olvasztott rézből öntött tuskó ; *T :* 1600 fok fölé hevített rézből öntött tuskó ; *U :* 1250 fokon 4 órán át hevített rézből öntött tuskó

összesen 5 percnél rövidebb ideig volt olvadt állapotban. A tuskó szövete kívül sugaras, az átmérő belső harmadában szemcsés, a szelvényhez képest finomszemű. Az *S* jelű tuskó anyagát az üzemi olvasztást utánozva öntöttem ; megolvadás után kb. $^3/_4$ óráig tartottam 1200—1250°-on, aztán öntöttem ; sugaras kristályai valamivel durvábbak, szélesebbek, mint az *R* jelű tuskóban. Egyik oldalán, kb. a sugár negyedéig terjedő mélységben nem-sugaras, finomszemű szövet látszik ; ennek valószínűen az öntés az oka, öntéskor a fémsugár nyilván nem volt központos. A *T* jelű tuskó 1600°-nál jóval nagyobb hőfokra túlhevített

rézből készült ; 1550°-ig a melegedést termoelemmel még követtem, tovább azonban a hőfokot már nem tudtam mérni. Ez a tuskó teljesen sugaras, kristályai valamivel szélesebbek, mint az előző kettőé ; szövetfinomodást, amilyent *Mitsche* erősen túlhevített alumíniumon tapasztalt, ez a tuskó sem mutat. Az *U* jelű tuskó 4 órán át 1250°-on tartott rézből való ; ez is majdnem teljesen sugaras, de egészében finomabb szövetű a *T* jelűnél.

A rézzel végzett néhány kísérlet azt mutatja, hogy a fémnek olvadt állapotban való tartása vagy erős túlhevítése egyaránt csak szövetdurvulást okoz. Ennek a változásnak nyilván az olvadás kezdetén meglevő rácsmaradványok oldódása az oka. Más változást, nevezetesen a teljes csírátlanodást és ezzel járó túlhűtöttség folytán hirtelen szövetfinomodást nem sikerült létrehozni.

Titán-tartalmú alumíniummal végzett kísérletek

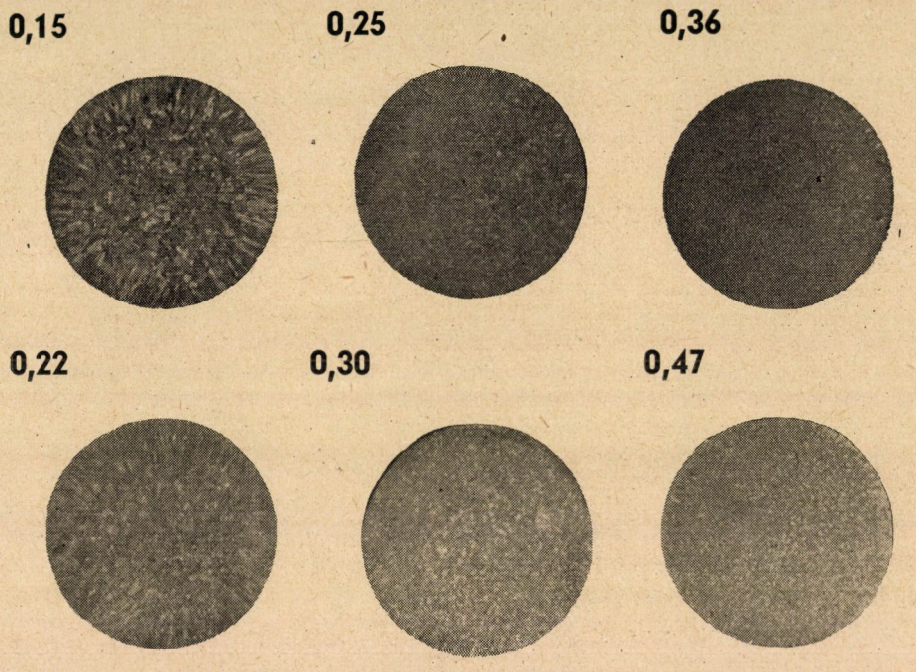
A kevés titánnal ötvözött alumíniumnak finom szövettel való kristályosodását a csíraelmélet szerint valami titán-vegyületnek az olvadékban lebegő rácsmaradványai, tehát idegen fajtájú csírák okozzák. Már ismeretes más vizsgálatokból, hogy a titánnal ötvözött alumínium szövete is durvul, ha 5—20 órán át olvadt állapotban tartjuk. Hasonló kísérleteket magam is végeztem ; amint az *5. ábrában* bemutatott három tuskó szövete bizonyítja, 740°-on 24 óráig olvadt állapotban tartott titán-tartalmú alumíniumból jóval durvább szövetű tuskót kapunk, mint az ötvözés után azonnal öntött, ugyanolyan titán-tartalmú alumíniumból. Ilyen olvadékban is fogynak tehát a szövetet finomító csírák, de lényegesen lassabban, mint színalumíniumban. Az *1. ábra* tanúsága szerint színalumíniumban 700°-on is két óra alatt véget ér a csírák oldódása, titán-tartalmú alumíniumban viszont 740°-on 5 óra alatt sem fejeződik be az oldódás folyamata.

A titánnal ötvözött alumínium-olvadékban lebegő csírák anyagát illetően legegyszerűbb a $TiAl_3$ vegyületre gondolni. Különböző megfigyelések alapján (4) és (5) mégis arra a meggyőződésre jutottak, hogy nem ez a vegyület finomítja a szövetet, hanem inkább a TiC. Legfontosabb bizonyítékuk, hogy az olvadt állapotban centrifugált, aztán lehűtött titán-tartalmú alumíniumpróba szélén mikroszkópos, néhány mikron nagyságú zárványok gyűlnek össze ; ezek Röntgen-vizsgálat alapján TiC-nak bizonyultak.

Ezek a kísérletek és megfigyelések azonban nem nagyon meggyőzők. Centrifugálható zárvány aligha működhetik csíraként ; a kristályosodást megindító rácsmaradványok sok nagyságrenddel kisebbek a (4) és (5) találta TiC-kristályoknál. Néhány Å nagyságú TiC-kristályokat aligha sikerül centrifugálással az olvadék egy helyén összegyűjteni, arról nem is szólva, hogy azok mikroszkópon nem volnának láthatók. Kétségtelen, hogy titánnal ötvözött alumíniumban TiC mindig lehet, minthogy ez a vegyület nagyon állandó, de nem szüksé-

ges, hogy ez okozza a szövetfinomodást. Nem meggyőző (4) és (5)-nek az az érve sem, hogy már 0,003% Ti-tartalom is finomítja valamelyest a szövetet; ez az érv az előzőkben röviden érintett feltevésen alapul, hogy peritektikus reakció finomítja a szövetet; ez a feltevés azonban már helytelennek bizonyult.

Voltaképpen a titán szövetfinomító hatásának tartósságát akartam vizsgálni, tehát a titán-tartalmú alumínium-olvadékban lebegő csírák állandóságát; ezek a kísérleteim közvetve a csírák anyagának mibenlétére is utalnak. 0,15—0,5% Ti-tartalmú alumínium-ötvözeteket 740°-on olvadt állapotban tartot-



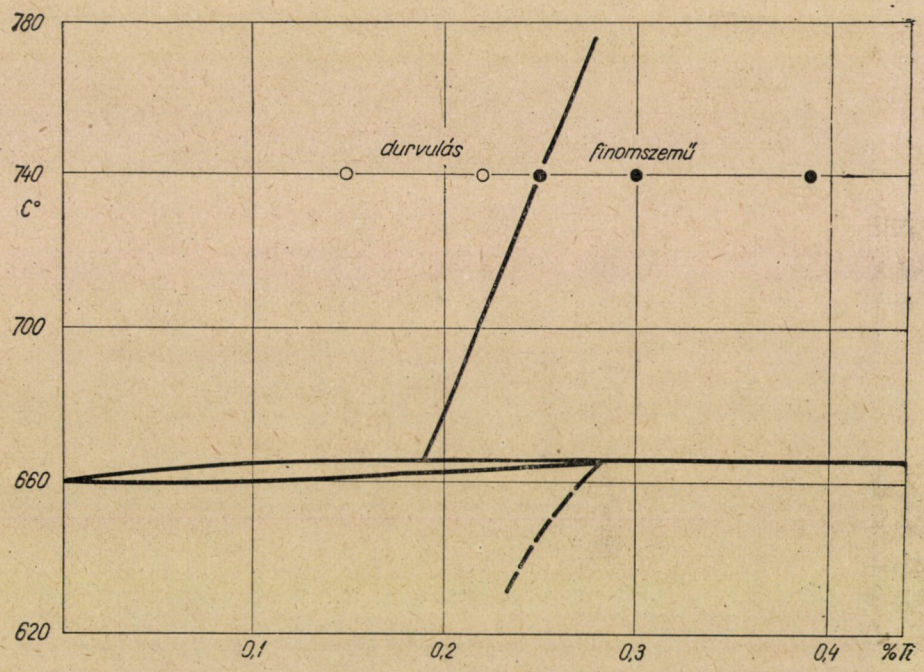
6. ábra. 24 órán át 740 fokon tartott, 0,15—0,47% Ti-tartalmú alumíniumból öntött tuskók. A számok %-os titán-tartalmat jelentenek

tam, aztán a már ismert grafitkokillában tuskóvá öntöttem. Az így készült hat tuskó *(6. ábra)* közül a 0,15 és 0,22% Ti-tartalmú részben sugaras, egymáshoz egészen hasonló szövetű, a négy további tuskó szövete jóval finomabb, sugarasság nélkül; az utóbbi négy tuskó annál finomabb szövetű, minél több titán van az anyagukban.

Rajzoljuk a hat tuskó anyagát összetétel és hőmérséklet szempontjából az Al-Ti-diagrammba *(l. 7. ábra)*; az eldurvult szövetű és részben sugaras tuskók a homogén olvadék területébe esnek, a finom szövetű, sugarasság nélkül kristályosodottak pedig a likviduszgörbétől jobbra, a primér $TiAl_3$ területébe. A 0,15 és 0,22% Ti-tartalmú ötvözetben tehát az olvadt állapotban való tartás

hőfokán az összes $TiAl_3$ oldódhatik, a 0,25—0,47% Ti-tartalmúakban azonban ez bármilyen hosszú idő alatt sem következhetik be.

E kísérlet szerint a titán szövetfinomító hatása úgy is magyarázható, hogy az olvadékban az Al_3Ti alkot csírákat, ezek azonban állandóbbak, lassabban oldódnak, mint pl. az alumíniumban a sajátfajtájú csírák, az alumíniumkristályok rácsmaradványai. (13) nyomán hasonlóan viselkednek a sziliciumkristálymaradványok a hipereutektikus Al-Si-ötvözetekben.



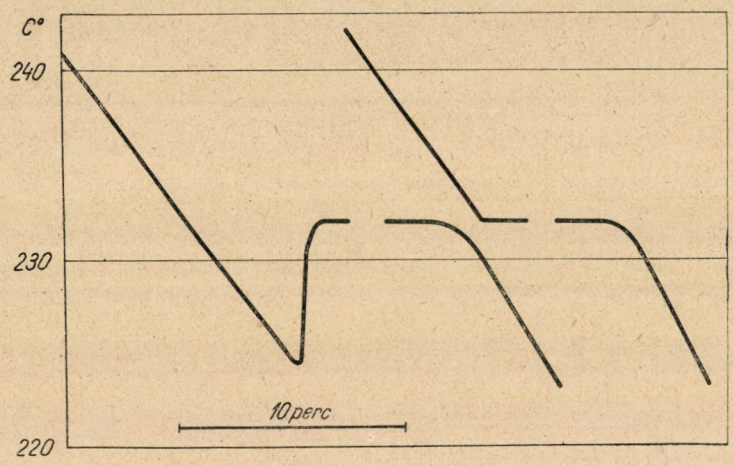
7. *ábra.* A 6. ábra tuskóinak anyaga az Al-Ti-diagrammban

Arra nem tettem kísérletet, hogy a csírákat az olvadéktól elkülönítsem, vagy más módon, pl. mikroszkóposan kimutassam; meggyőződésem szerint ilyen módszerek megbízható eredményt nem adhatnak, éppen a csírák kicsinysége miatt. Nyilvánvaló azonban, hogy természetesebb, kevésbbé erőltetett dolog a szövetfinomító hatást a $TiAl_3$-nak, mint a TiC-nak tulajdonítani; a titánt ugyanis 2 vagy 5%-os segédötvözetként szokás adagolni, ebben pedig nehezen olvadó és éppen ezért nehezen is oldódó $TiAl_3$ kristályok vannak. Az olvadékba való adagolás után annak alapanyaga azonnal megolvad, a $TiAl_3$ primérkristályok azonban csak lassan oldódván, hosszabb időn át gondoskodnak szövetfinomító rácsmaradványokról.

Néhány fém túlhűthetőségének vizsgálata

Bizonyos fémek, főleg a metalloid jellegűek jelentős túlhűléssel kristályosodnak ; a túlhűlés bekövetkezése a csírátlan állapotnak kétségtelen jele. Arról azonban nincsen biztos tudomásunk, hogy a csírákat nem tartalmazó fémolvadék okvetlenül túlhűléssel kristályosodik-e és hogy csírátlan állapotában minden fém túlhűl-e.

A kristályosodási folyamat túlhűthetőségét illető legfontosabb és megbízhatónak látszó megállapítások a következők. Metalloid fémek könnyen és jelentős mértékben, akár 50°-kal is túlhűthetők ; egyéb fémek túlhűthetősége jóval kisebb mértékű. A túlhűlés mértéke a hűlő fém tömegével fordítva arányos *(14)*. *Danilov* és *Neumark* [8] szerint 1g súlyú ólomolvadék legfeljebb 3°-kal



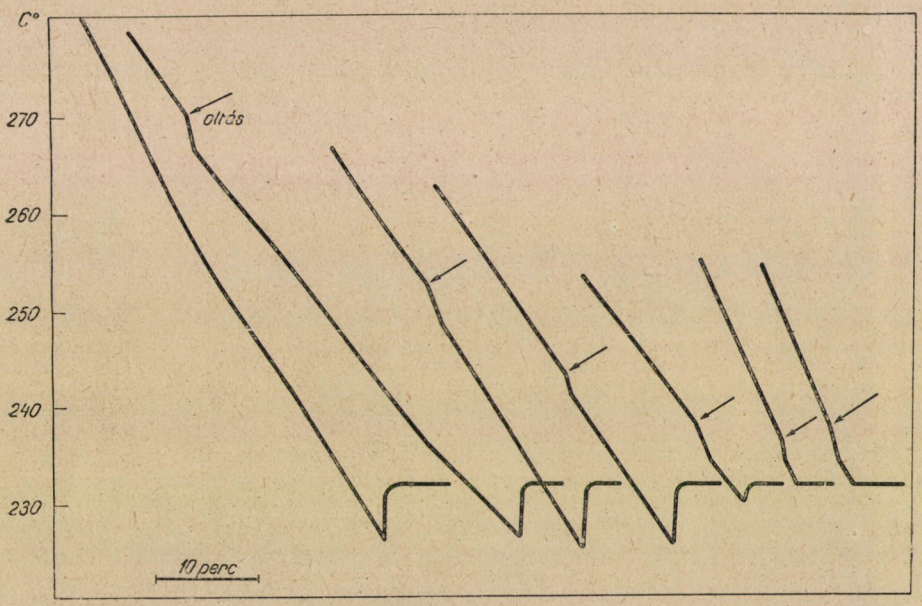
8. ábra. Be nem oltott és beoltott ón lehűlési görbéje

hűthető túl, néhány mikron átmérőjű ólomcseppecske azonban akár 80°-kal is. Nagyobb fémmennyiség, a metalloidokat nem számítva, a kristályosodáskor alig mutat túlhűlést, legfeljebb a tömegnek azon részén, ahol a kristályosodás megkezdődik (5). Ipari öntvények, de még a laboratóriumi próbák túlhűthetősége általában jelentéktelen, bár olyan mérések is vannak, amelyek ennek ellenkezőjét kívánják bizonyítani (12) ; ezeknek a méréseknek a pontosságát és megbízhatóságát a leírásuk alapján nem lehet megítélni.

Alkalmas adatok gyűjtése végett ónnal, ólommal és alumíniummal végeztem kísérleteket. Az elmondottak szerint csak kismértékű, 1°-ot többnyire el nem érő túlhűlésre számíthattam, ezért érzékeny és pontos hőfokmérő módszert kellett használnom. Mindvégig a (15)-ben már leírt potenciométeres berendezéssel dolgoztam ; a termoelem nikkelkonstantán volt, 0,5 mm-es szárvastagsággal. A feszültségmérő berendezés század mV-ot még biztosan kimutatott. Avégett, hogy a termoelem forrasztási helye a próba hőmérsékletét hűen kövesse,

védőcsövet nem használtam, hanem a termoelem végét csak vékony magnéziabevonattal láttam el. A termoelem szabad végeit az ónnal és ólommal végzett kísérletek során sikerült állandóan pontosan 18°-on tartani, de már az alumíniummal végzett kísérletek során a szabad végek hőmérséklete is, meg a potenciométer hitelesítésére használt normálelem hőmérséklete is 18 és 25° között változott; ezzel ezekbe a mérésekbe kb. 0,03 mV-nyi hiba került bele.

A használt termoelem feszültsége az ón olvadáspontján 6,85 mV-nak adódott, az 0,01 mV pontosság hőmérsékletre átszámítva tehát kereken 0,3°-nyi; ekkora eltérést a kristályosodás hőmérsékletében tehát még biztosan mérhettem. A termoelem feszültség-hőmérséklet görbéjét a kísérletekhez is használt színfémek kristályosodási hőmérsékletének mérésével állapítottam meg. A hitele-



9. ábra. A nyíllal megjelölt hőfokon beoltott ónolvadékok lehűlési görbéi

sítő mérések során a hűlő fémolvadékot a saját anyagából való dróttal folyamatosan oltottam, úgy, hogy a drót vagy vékony lemezcsík megszakítás nélkül tolódott bele az olvadékba.

Ónnak oltás nélkül és oltással készült lehűlési görbéjét a *8. ábra* mutatja; a próba mennyisége 40 g volt. A nem oltott próba kb. 6 fokos túlhűléssel kezdett kristályosodni; a kristályosodás maga azonban pontosan ugyanazon a hőfokon ment végbe, mint a folyamatosan oltott próbában; ez az oltott próba egyáltalán nem hűlt túl.

A túlhűlés és újramelegedés a potenciométeres hőfokméréssel nagyon jól megfigyelhető; minthogy túlhűlés csak akkor lehetséges, ha az olvadékban

csíra egyáltalán nincsen, egyszerű módszer adódott a csírák oldódásának, illetve állandóságának kísérleti megfigyelésére. Az ónpróbát először legalább 300°-ig hevítettem a csírátlan állapot létrehozása céljából; azt többször megfigyeltem, hogy a 300°-ig hevített ón minden esetben túlhűléssel kristályosodik. A csírátlanított ónpróbába a kemencében való lehűlés közben különböző hőfokon 0,25 g súlyú, előmelegített, de szilárd állapotú óndarabkát ejtettem, aztán tovább követtem a lehűlés menetét, egészen a kristályosodás bekövetkezéséig. Az így meghatározott lehűlési görbéket a *9. ábra* mutatja, a görbék mellé rajzolt nyíl az oltás hőfokát. A lehűlési görbe törése, a lehűlés gyorsulása az oltás pillanatában annak jele, hogy az oltóanyagnak szánt óndarabka valóban belejutott az olvadékba.

A 270—240°-on oltott ónpróbák mind túlhűléssel kristályosodtak, tehát a 240°-on, az olvadáspont felett mindössze 8 fokkal az olvadékba jutott kristályos ón teljesen feloldódott benne, annyira teljesen, hogy csírának alkalmas rácsmaradvány egyáltalán nem maradt; figyelemre méltó, hogy ez az oldódás rövid idő alatt ment végbe, amint az a *9. ábra* abszcissza-tengelyének beosztása segítségével megállapítható. Túlhűlés még a 238°-on végzett oltás után is mutatkozott és csak akkor kezdődött meg a kristályosodás az olvadáspont elérésekor azonnal, ha az oltást 237 fokon, vagy még kisebb hőfokon végeztem.

Ezek a kísérletek azt mutatják, hogy a néhány fokkal túlhevített ónolvadék pár perc alatt annyira csírátlanná válik, hogy a túlhűlés lehetséges lesz. Ez a megállapítás teljesen megegyezik az alumínium-tuskók szövetének változásából, főleg pedig a lemezzel oltott alumínium-olvadékból öntött tuskók szövetéből levont következtetéssel. Eszerint tehát két különböző színfém olvadékában a saját fajtájú csírák nagyon kevéssé állandók, nem sokkal az olvadáspontot meghaladó hőmérsékleten meglepően rövid idő alatt megsemmisülnek.

Ónpróbáim mindenkor pontosan ugyanazon a hőfokon kristályosodtak, akár volt túlhűlés a kristályosodás kezdetén, akár nem. Az összes lehűlési görbék vízszintes része 6,33 $\pm$ 0,005 mV-nál jelentkezett; a szabad végek 18 fokos hőmérsékletét az ugyancsak kísérleti úton mért 0,52 mV-tal véve számításba, valamennyi ónpróba 6,85 $\pm$ 0,005 mV-nak megfelelő hőmérsékleten kristályosodott. Túlhűlés tehát csupán a kristályosodás megindulásakor volt, maga a kristályosodás állandó hőfokon, mérhető túlhűlés nélkül ment végbe, tekintet nélkül arra, milyen kezelésben részesült előzetesen az olvadék.

Az ólommal végzett kísérletek eredménye némileg más természetű volt. Ennek a fémnek az olvadáspontját folyamatosan oltott, vagyis a kristályosodást megindító csírákban állandóan gazdag olvadékon 10,305 mV-nak mértem, ugyancsak legfeljebb $\pm$ 0,01 mV hibával. Különböző mértékben túlhevített, valamint olvadt állapotban hosszabb ideig tartott ólomolvadékok kristályosodásakor az I. táblázatban összefoglalt adatokat mértem; ezek az adatok a szabad végnek 0°-tól eltérő hőmérsékletét már figyelembe veszik.

I. TÁBLÁZAT

Az olvadék kezelése	A kristályosodás hőfoka, mV
1. Hevítés 360°-ra, folyamatos oltás .	10,305
2. Hevítés 385°-ig, oltás nélkül	10,302
3. Hevítés 500°-ig, oltás nélkül	10,304
4. Hevítés 400°-ig, oltás nélkül	10,302
5. Hevítés 400°-on, 18 órán át.....	10,306
6. Hevítés 520°-ig	10,311
7. Hevítés 390°-ig	10,301
8. Hevítés 380°-ig	10,309
9. Hevítés 590°-ig	10,309
10. Hevítés 450°-ig	10,308
11. Hevítés 550°-on, 16 órán át.....	10,302

Eszerint az ólom a mérés hibahatárán belül állandó, 10,305 $\pm$ 0,005 mV-nak megfelelő hőfokon kristályosodott, akár tartalmazott hatékony csírákat, mint az 1. olvadék, akár mentes volt azoktól. Az 5—600°-ig való túlhevítés, az 5. és 11. olvadéknak az olvadáspontot jóval meghaladó hőfokon huzamos ideig való tartása az alumíniummal és ónnal végzett kísérletek eredménye szerint nyilván teljesen csírátlan állapothoz vezetett, mérhető túlhűlés mégsem következett be. A mért mV értékek még olyan szabályos változást sem mutatnak, amelynek alapján azt mondhatnók, hogy a feltehetően csírátlanabb olvadék pár ezred mV-tal kisebb feszültségnek megfelelő hőfokon kristályosodott; az erősen túlhevített 6. vagy 10. olvadék, meg a 18 órán át olvadt állapotban tartott 5. olvadék kristályosodása u. i. pár ezred mV-tal nagyobb hőfokon ment végbe, mint a folyamatosan oltott 1. olvadéké.

Az összes ólompróbák lehűlése közben a kristályosodás hőmérsékletének elérésekor azonnal kristályosodni kezdtek, a legcsekélyebb túlhűlés és újramelegedés nélkül; a lehűlési görbéjük tehát mindig olyan alakú volt, mint a *9. ábra* két utolsó görbéje. Ezt a hőfokmérő potenciométer kezelésének kis megváltoztatásával állapítottam meg. A 15 000 Ohm-nyi mérőellenállásból az ólom olvadáspontjának megfelelő termofeszültség kiegyenlítése végett 91,2—91,3 Ohmot kellett bekapcsolnom. Amikor lehűlés közben az olvadék hőfoka 93 Ohmnak megfelelő hőfokra süllyedt, az ellenállást tovább nem változtattam, hanem a 10^{-8} Amp/mm érzékenységű galvanométer kitérését olvastam le 10 mp-kint. Külön megállapítottam, hogy 10 mV-nyi feszültség mérésekor 1 Ohm bekapcsolása 34 mm kitérést okoz. A felsorolt adatok alapján 1 mm galvanométer-kitérés 327 : 34 · 91,2 = 0,1°-ot jelent. Összes kísérleteimben a galvanométer fényjele úgy közelítette meg a végső értéket, hogy a legcsekélyebb észre-

vehető visszatérés sem mutatkozott, hanem azonnal megállott a végső értéken. Így tehát az ólom számottevő túlhűlés és újramelegedés *nélkül*, a mérés hibahatárán belül állandó hőfokon kristályosodik, akár vannak benne hatékony kristálycsírák, akár nincsenek. A mérések szerint lehetséges *túlhűlés* 0,1°-nál feltétlenül kisebb, ekkora túlhűlésnek pedig a szövet szempontjából következménye alig lehet.

Ólommal végzett kísérleteimből végeredményben az következik, hogy csírátlan fémolvadékok kristályosodása nem kezdődik okvetlenül túlhűléssel. Egyes fémek kristályosodó képessége nyilván elég tevékeny, hogy a kristályosodás megindulásához szükséges csírákat jelentéktelen túlhűléskor már létrehozza.

Raffinált alumíniummal végzett hasonló kísérleteim eredményét a II. táblázatban foglaltam össze.

II. TÁBLÁZAT

Az olvadék kezelése	Kristályosodási hőmérséklet, mV
1. Hevítés 685°-ig, folyamatos oltás ...	26,096
2. Hevítés 740°-ig, oltás nélkül	26,090
3. Hevítés 820°-on, 18 órán át.....	26,094
4. Hevítés 730°-ig	26,072
5. Hevítés 780°-ig	26,106

Ezek az eredmények, a termoelem szabad végének és a normálelem hőmérsékletének már említett ingadozása folytán, nagyobb eltérést mutatnak, mint az ónnal és ólommal végzett kísérletek ; emiatt nem lehet belőlük olyan határozott következtetéseket vonni, mint amazokból. Azt megállapíthatjuk, hogy az ónnal és ólommal kapcsolatban tett megállapításokkal ezek az eredmények sincsenek ellentmondásban. Lényeges, hogy az alumínium is minden esetben a kristályosodási hőmérséklet elérésekor azonnal, túlhűlés és újramelegedés nélkül kezdett kristályosodni, ugyanúgy, mint az ólom ; ezt ugyanolyan módon állapítottam meg, mint ahogy azt az ólommal kapcsolatban már leírtam.

Túlhűlés hatása a szövetre

Tammann törvényei szerint a fémek kristályosodó képessége az olvadásponton még 0, a túlhűléssel növekedve az olvadásponton alul valahol maximumot ér el. Ebből kiindulva szokás feltételezni, hogy finom szövet keletkezik, ha a kristályosodás számottevő túlhűlés után kezdődik meg (6). Az elképzelésnek az a gyengéje, hogy a fémek kristályosodó képességének változásáról konkrét,

számszerű adatunk alig van. Így kívánatosnak látszik, hogy túlhűléssel, valamint túlhűlés nélkül kristályosodott fémpróbák szövetét egymással összehasonlítsuk.

Hőfokméréssel már megfigyelték, hogy alumíniumöntvénynek a formával érintkező vékony rétege 1—2 fokos túlhűléssel, az öntvény tömege pedig túlhűlés nélkül kezd kristályosodni (5) ; természetesen az öntvény széle és közepe közti szövetkülönbség sem ismeretlen. Ez a szövetkülönbség azonban nem csupán a túlhűlésnek a következménye, mert hiszen a túlhűlő szélső réteg és a túl nem hűlő középső rész nem egyforma sebességgel hűl. Ez a körülmény az értelmezést, a túlhűlés hatásának különválasztását megnehezíti, mert a túlhűlés is, meg a lehűlési sebesség különbsége is hat a szövetre.

Ónnal néhány olyan kísérletet végeztem, amelyek segítségével a túlhűlés hatását minden egyéb körülménytől elkülönítve vizsgáltam. Előző kísérleteim szerint az ón könnyen hozható csírátlan, túlhűthető állapotba ; ilyenkor a túlhűlés mindig be is következik, beoltással pedig a túlhűlés meg is akadályozható.

Kis tégelyes kemencében kb. 100 g ónt 320°-ig hevítve csírátlanítottam ; az olvadék lehűlését termoelem és potenciométer segítségével figyeltem mindaddig, amíg 7 fokos túlhűlés után az újramelegedés, tehát a kristályosodás meg nem kezdődött. Ekkor az olvadékból eltávolítottam a termoelemet. A próba teljes lehűlése után a megközelítően hengeres tömböt kettéfűrészeltük, csiszoltuk, és elektrolitos fényesítés után marattuk *(10A ábra)*. A második olvadékot hasonló olvasztás után folyamatosan oltottam egészen a kristályosodás kezdetéig ; ez az olvadék *(10B ábra)* túlhűlés és újramelegedés nélkül kristályosodott. A harmadik olvadékot lehűlés közben 235°-on 0,25% kristályos ónnal oltottam be, ez is túlhűlés nélkül kristályosodott *(10C ábra)*. Ez a három próba egyforma súlyú volt, ugyanabban a kemencében, ugyanolyan tégelyben teljesen egyforma sebességgel, percenkint 1,7 fokkal, hűlt le. A köztük levő szövetkülönbség tehát csupán az *A* jelű próba kristályosodását megelőző túlhűlésnek lehet a következménye.

Az *A* jelű próba szövete a másik kettőtől feltűnő módon nem különbözik, általában valamivel finomabb. A *B* és *C* próba szövete egyformának mondható. Az *A* jelű próba szövete azonban nem egyenletes, a vízszintes átmérő baloldali vége körül az átlagosnál jóval apróbb kristályokat találunk. Valószínűen a próbának ezen a részén kezdődött meg a kristályosodás, talán azért, mert ez a rész a lehűlésben a próba többi részét valamelyest megelőzte (a tégely nem állhatott a kemence kellős közepén). Amint itt a kristályosodás megkezdődött, az olvadáshő a próba egész tömegét az olvadáspontig melegítette ; a további kristályosodás már az olvadásponton, nem túlhűlt állapotban ment végbe és természetesen a *B* és *C* próbáéhoz hasonló szövetet hozott létre.

Érdekessége miatt bemutatom a *10D ábrában* egy további, hasonló módon készült próba szövetét ; az előzetes próbálkozások során jutottam hozzá, a lehűlési görbéjét nem kísértem figyelemmel. Ennélfogva nem ismeretes, mek-

kora túlhűléssel kezdődött a kristályosodása, bár az biztos, hogy volt túlhűlés, mert a hozzá hasonló módon készült ónolvadékok minden esetben mutattak túlhűlést, valahányszor csak figyeltem a lehűlési görbéjüket. Megkíséreltem reprodukálni a túlhűlés mérésével, de ennyire jellegzetes szövetet nem sikerült mégegyszer létrehoznom. A *10D* próbában a túlhűléssel kristályosodott perem nagyon finomszemű, egyenletes vastag rétegként burkolja a túlhűlés nélkül kristályosodott, durvaszemű magot.

Ezeknek a kísérleteknek eredményét abban foglalhatjuk össze, hogy a túlhűlés valóban finomabb szemű szövetet eredményez, mint a túlhűlés nélkül, de egyébként hasonló körülmények között való kristályosodás. A túlhűlés és a vele járó finomabb szövet azonban nem terjed ki az egész fémtömegre, illetve öntvényre, hanem annak csupán egy részére. Ez a következtetés teljesen megegyezik (5)-nek alumíniumöntvényeken végzett termikus méréseinek eredményével. A túlhűlt rész szövete nagyon különböző mértékben lehet finom, valószínűen a túlhűlés nagysága szerint. A túlhűléssel kristályosodott résznek szövetalakulása szeszélyesnek mondható, tervszerűen és szándékosan nem irányítható, amint maga a túlhűlés is csak nagyszámú esetre vonatkozóan mutat szabályosságot. Fémolvadékok, illetve öntvények anyagának jelentős része akkor is túlhűlés nélkül, az olvadásponton kristályosodik, ha ez a folyamat az öntvényben valahol túlhűléssel kezdődött. Az öntvénynek túlhűlés nélkül kristályosodott része ugyanolyan szövetű, mint a hasonló körülmények között, túlhűlés nélkül kristályosodott fémé.

IRODALOM

1. *Genders, R.* és *Bailey, G. L.:* The Casting of Brass Ingots. B. N. F. R. A. London, 1934. 59. o.
2. *Hanemann, H.* és *Hofmann, W.:* Z. Metallk. 29 (1937), 149. o.
3. *Northcott, L.:* J. Inst. Met. 62 (1938) 101 o.
4. *Eborall, M. D.:* J. Inst. Met. 76 (1949) 295. o.
5. *Cibula, A.:* J. Inst. Met. 76 (1949) 321. o.
6. *Mitsche, R.:* Carn. Schol. Mem. Iron St. Inst. 23 (1934) 65. o., 25 (1936) 41. o.
7. *Iwasé, K., Asato, J.* és *Nasu, N.:* Sci. Rep. Tohoku Imp. Univ. 1 (1936) 652. o.
8. *Danilov, V.* és *Neumark, V.:* Zsurnal Fiziki Sz.Sz.Sz.R. 12 (1937) 313. o.
9. *Horn, L.* és *Masing, G.:* Z. Elektrochem. 46 (1940) 109. o.
10. *Latin, A.:* J. Inst. Met. 66 (1940) 177. o.
11. *Dumas, A.:* Rev. Mét. 41 (1944) 273. o.
12. *Onitsch, E. M.:* Berg- u. Hüttenm. Monatshefte 93 (1948) 189. o.
13. *Verő, J.:* Acta Technica Acad. Hung., Budapest, 1 (1950) 156. o.
14. *Scheil, E.:* Z. Metallk. 32 (1940) 271. o.
15. *Verő, J.:* Kohászati Lapok 84 (1951) 80. o.
16. *Turnbull, D.:* J. of Metals AJME 188 (1950) 144. o.

Összefoglalás

A fémolvadékban lebegő, csíraként ható rácsmaradványokat a fémnek mérsékelt túlhevítéssel olvadt állapotban való tartása útján fokozatosan oldatba lehet vinni, megsemmisíteni. Ilyen módon kezelt fémolvadékokból készült

öntvények szövetének vizsgálatával, valamint a kristályosodás meneténck termikus megfigyelésével a következő eredményekhez jutottam.

1. Színfémek rácsmaradványai az olvadékban nagyon kevéssé állandók, kevéssel az olvadáspont felett rövid idő alatt megsemmisülnek. 5—10 fokkal túlhevített ónban, 40 fokkal túlhevített alumíniumban a rácsmaradványok néhány perc alatt elfogynak. Üzemi olvasztás során a rácsmaradványok okvetlenül megsemmisülnek. Még a fémeknek saját anyagukkal való beoltása is csak közvetlenül a kristályosodás hőmérsékletének eltérése előtt hatásos, úgyhogy legfeljebb az öntőformába helyezett oltóanyag képes a szövetet finomítani. Az ilyen beoltás azonban aligha lesz használható.

2. Sem fémolvadékoknak nagyon hosszú ideig olvadt állapotban való tartásával, sem réznek erős túlhevítésével nem sikerült odáig jutni, hogy a szövet durvulása megszűnt volna. *Mitsche*-nek az a megfigyelése, hogy kellő erősen túlhevített alumínium finom szövettel kristályosodik, nyilván nem a teljesen csírátlan állapot elérésének a következménye, hanem valami másodlagos jelenségé.

3. Vannak állandóbb természetű csíraképző anyagok is; ilyen a titántartalmú alumíniumban lebegő $TiAl_3$ vagy TiC, valamint hipereutektikus Al-Si-ötvözetekben a Si (13). Ezek a fázisok nehezen olvadnak és feltehető, hogy ezért is oldódnak aránylag lassan. Amíg színalumíniumban a szövet durvulása egy-két óra alatt véget ér, titán-tartalmú alumínium szövetének durvulása 24 óra alatt sem fejeződik be; az említett idők a kérdéses anyagnak a szokásos olvasztási hőfokon olvadt állapotban való tartására értendők. Szövetfinomításra csak ilyen anyagok használhatók.

4. Túlhűlés csak akkor lehetséges, ha az olvadékban hatékony csírák nincsenek, de csírátlan állapotában nem minden fémolvadék hűthető túl. Ónon könnyen sikerül túlhűlést előidézni, ólom és alumínium azonban a kísérleteim során alkalmazott lassú lehűléskor mindig túlhűlés nélkül kristályosodott, tekintet nélkül arra, hogyan kezeltem előzőleg az olvadékot.

5. Túlhűléssel való kristályosodás finomabb szövetet eredményez, mint a hasonló körülmények között, de túlhűlés nélkül való kristályosodás. Valamely fémtömeg, öntvény azonban sohasc kristályosodik egész tömegében túlhűléssel, a túlhűlés szövetfinomító hatása ezért az öntvénynek csak egy részében érvényesülhet.

A leírt kísérletek eredményéből végső tanulságként azt állapíthatjuk meg, hogy a csírák állandósága, a túlhűthetőség tekintetében a fémek nem egyformán viselkednek. Úgy látszik, egyelőre még nincs itt az ideje annak, hogy általános érvényű szabályokat fogalmazzunk meg, amint azt a csírakérdés tanulmányozásának kezdetén többen szívesen megtették. Előbb még sok kísérlet, megfigyelés szükséges, a fémeket, csíraképző ötvözőanyagokat egyenként kell megvizsgálni, a kísérleti módszereket tökéletesíteni. A jelenleginél jóval nagyobb adattömeg birtokában lehet aztán az általános összefüggéseket rögzíteni.

HIDAK ELLENFALAINAK ÚJSZERŰ SZERKEZETI MEGOLDÁSAI*

SZÉCHY KÁROLY
a Magyar Tudományos Akadémia lev. tagja

[Beérkezett 1953 január 8-án]

Ha a hídépítés fejlődését a híd szerkezeti elemeinek szempontjából vizsgáljuk, úgy abban igen nagy különbségeket állapíthatunk meg. Míg a hidak tartószerkezetében mind az építés technikája, mind a méretezési elméletek kidolgozása tekintetében óriási fejlődés mutatkozik, addig a felszerkezetet alátámasztó pillérek és hídfőknek sem az építési technikájában, sem méretezési elméletében nem mutatkozik ez a komoly fejlődés.

Egyik oldalon pl. a vasszerkezetek gyártási technikájában az acélanyagok szilárdságának és minőségének nagymértékű javítása, a hegesztés, a szerelés technikájában a szabad szerelés, valamint a hídnak, mint együttdolgozó térbeli szerkezetnek méretezése ma még teljesen ki nem használt hatalmas lendülettel viszik előre a fejlődést. Ugyanígy a vasbetonszerkezeteknél is a beton és vasbetét minőségének állandó javítása, az előfeszítés feltalálása, az előgyártás és állványnélküli építés bevezetése, a hídelemek együttdolgozásának messzemenő figyelembevétele, a vasbetonszerkezeteknek a törési biztonság alapján való méretezése mind megannyi határkövét jelentik csak a legutóbbi évtized alatti fejlődésnek.

Ugyanakkor a másik oldalon a hídfők és pilléreknek mind az alapozása, mind az építése és szerkezeti megoldása is nagyjából ugyanúgy folyik, mint 30—40 évvel ezelőtt. És bár tagadhatatlan, hogy a talajmechanikai kutatások kifejlődése és az altalaj tulajdonságainak az építőanyagokéhoz hasonló egyértelmű, előzetes megállapítása az alapépítmények tervezésének megbízhatóságát és pontosságát nagymértékben előmozdította és pl. a várható süllyedések és elmozdulások számítását is lehetővé tette, mégis meg kell állapítani, hogy a hídépítés még ezeket a tudományos lehetőségeket sem hasznosítja eléggé a gyakorlatban.

Az építés technikájában a fejlődés minimális és kizárólag arra szorítkozik, hogy a régi tégla- és kőfalazatok helyét túlnyomóan beton és vasbeton foglalta el. A szerkezeti típusokban pedig úgyszólván semilyen komoly fejlődésről nem beszélhetünk, ami a gyakorlatba általánosan bevonult volna.

* A Magyar Tudományos Akadémián 1952. évi november 4-én tartott székfoglaló előadás.

Pedig a hidak építési költségeiben az alépítmény nem jelentéktelen tényező, különösen, ha igen nagy fesztávolságú hidaknak élő vízben rossz altalajra való alapozásáról van szó, vagy pedig, ha egészen kis fesztávolságú hidakat nagy magasságú ellenfalakkal kell alátámasztani.

I. TÁBLÁZAT

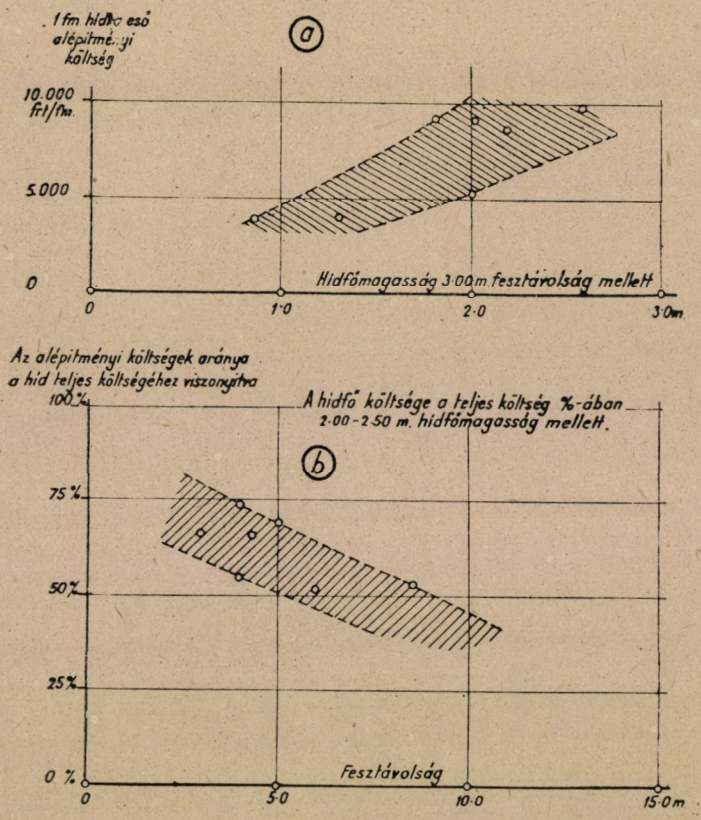
Híd neve	Alépítményi költség	Felszerkezeti költség
	az összköltség %-ában	
Petőfi (Boráros-téri) híd	1 900 000 P 23%	6 410 000 P
Polgári híd	1 800 000 P 67%	900 000 P
Erzsébet-híd.....	3 400 000 K 34%	6 579 843 K
Margithíd	2 000 000 P 50%	2 000 000 P
Szabadság- (Ferenc József)-híd .	552 000 P 28%	1 400 000 P
Sztálin (Óbudai) híd	8 000 000 P 44%	10 000 000 P

Az I. táblázat néhány tényleges számadat tükrében képet nyujt arról, hogy a nagy hidak építési összköltségében milyen jelentősége van az alépítménynek. Az *1/a. ábra* pedig megmutatja, hogy azonos alapozási viszonyok mellett a hídfőmagasságok növekedésével, hogyan nő az azonos fesztávolságú kisebb hidak 1 fm-nyi hosszára számított alépítményi költség. Az *1/b. ábra* feltünteti, hogy azonos hídfőmagasságok és azonos alapozási viszonyok mellett a fesztávolsággal hogyan csökken a hídfőnek a híd összköltségére vonatkoztatott viszonylagos hányada.

A fentiek közvetlenül is megmutatják, hogy az alépítménynek a hidak összköltségében milyen jelentősége van. A pillérek és hídfők gazdaságtalansága pedig elsősorban feladatukból és statikai rendszerükből folyik, amennyiben, mint nyomott oszlopok nagy terheléseket kell átadniok felületi nyomás útján a kis teherbírású közegnek: az altalajnak. Érintkező felületükön tehát olybá vehetők, mintha nem falazatból, hanem talajból készültek volna. Különösen kedvezőtlen a helyzete a hídfőnek és ezért a következőkben egyelőre csupán a hídfők kérdésével kívánunk foglalkozni, mivel itt az alépítményi szerkezetnek nemcsak függőleges, hanem vízszintes erőket is (földnyomás) fel kell fogni és az eddig alkalmazott szerkezetek erre különösen alkalmatlanok.

A hídfőket három szempontból kívánjuk vizsgálni:

1. A hídfők méretezésének pontosabb módszere és az abból származó megtakarítások.



1. ábra

2. A hídfőre számított erőhatások helyessége és azok csökkentési lehetőségei.

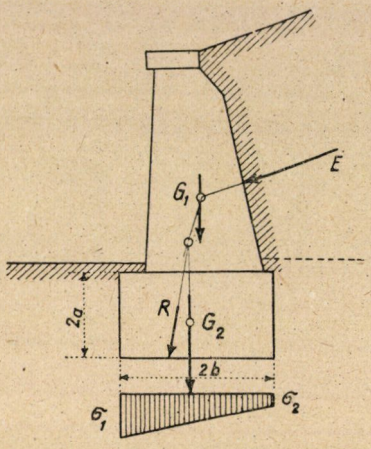
3. A hídfő szerkezeti kialakításának bírálata és új szerkezetek alkalmazásának lehetősége.

1. A hídfők és szárnyfalak méretezésének pontosabb módszere.

A hídfőket és szárnyfalakat legtöbbször, mint súlytámfalakat szokták megtervezni. A súlytámfal pedig kétségtelenül egyike a legősibb és egyben leghátrányosabb tartószerkezeteknek, amelyben a modern és nagyszilárdságú építőanyagok nincsenek gazdaságosan kihasználva. Amíg terméskőből vagy kezdetleges módszerekkel égetett téglából készültek az ilyen szerkezetek és a kötő habarcsnak úgyszólván semmi húzószilárdsága nem volt, addig nem jelentett túl nagy áldozatot, hogy a vízszintes erőhatásokat, földnyomást az építőanyag súlyával ellensúlyozták. Ma viszont azt kell mondani, hogy nem tudunk olyan rossz építőanyagot gyártani, amely erre a feladatra lenne hivatott.

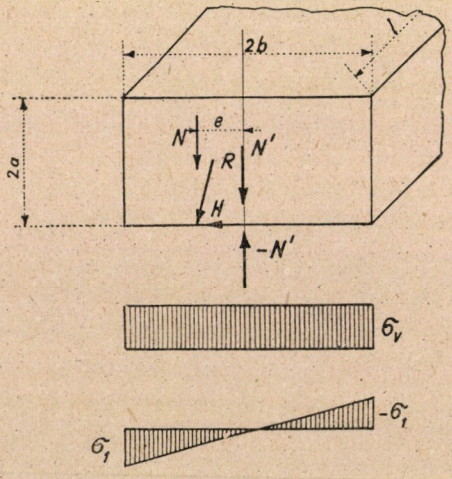
A *2. ábrán* láthatók egy súlytámfal-rendszerű ellenfalra ható erők és az alaptest méreteinek meghatározásánál mértékadó trapézalakú talpfeszültség-

eloszlás. Mint azt jól tudjuk, az alaptest méreteit a megengedett talajigénybevétel szabja meg és itt természetes, hogy az alaptestet alkotó építőanyag szilárdsága nem lehet kihasználva. Ellenben a fölötte lévő és jobb minőségű, nagyobb szilárdságú felmenő falazatban is csupán 8—10 kg/cm²-es nyomófeszültségre van



2. ábra

a legalább 100—150 kg/cm² kockaszilárdságú anyag igénybevéve, mivel itt is feltételezzük, hogy az anyagnak nincsen húzószilárdsága és a felmenő fal nincsen az alaptestbe befogva úgy, hogy hajlított konzolként lenne méretezhető. De még a ténylegesen keletkező talajfeszültségek számításánál is olyan elhanyagolásokat tesz a mai gyakorlat, melyek a biztonságot indokolatlanul fokozzák és még kevésbbé gazdaságos méretekhez vezetnek.



3. ábra

Az általános tervezési gyakorlatban feltételezzük, hogy az alaptest végtelen merev és a talajfeszültségek az elmozdulással egyenesen arányosak. Az excentrikusan ható R eredő hatása következtében *(3. ábra)* keletkező talajfeszültségek két részre bonthatók :

1. Az N' centrikus erő következtében keletkező $\sigma_v = \frac{N'}{F}$ egyenletesen megoszló nyomófeszültségre.

2. Az $N - N' = N.e = M$ nyomatékból származó $\pm \sigma_1 = \frac{M}{K}$ értékű hajlítófeszültségre.

Ez a felbontás azonban csak addig lehetséges, amíg $\sigma_1 \leqq \sigma_v$, mert húzófeszültségek a talajban nem keletkezhetnek és a hajlítófeszültség csak addig lehetséges, amíg a centrikus nyomásból származó nyomófeszültség a hajlításból származó húzást ellensúlyozni tudja, vagyis amíg trapézalakú a feszültségeloszlás.

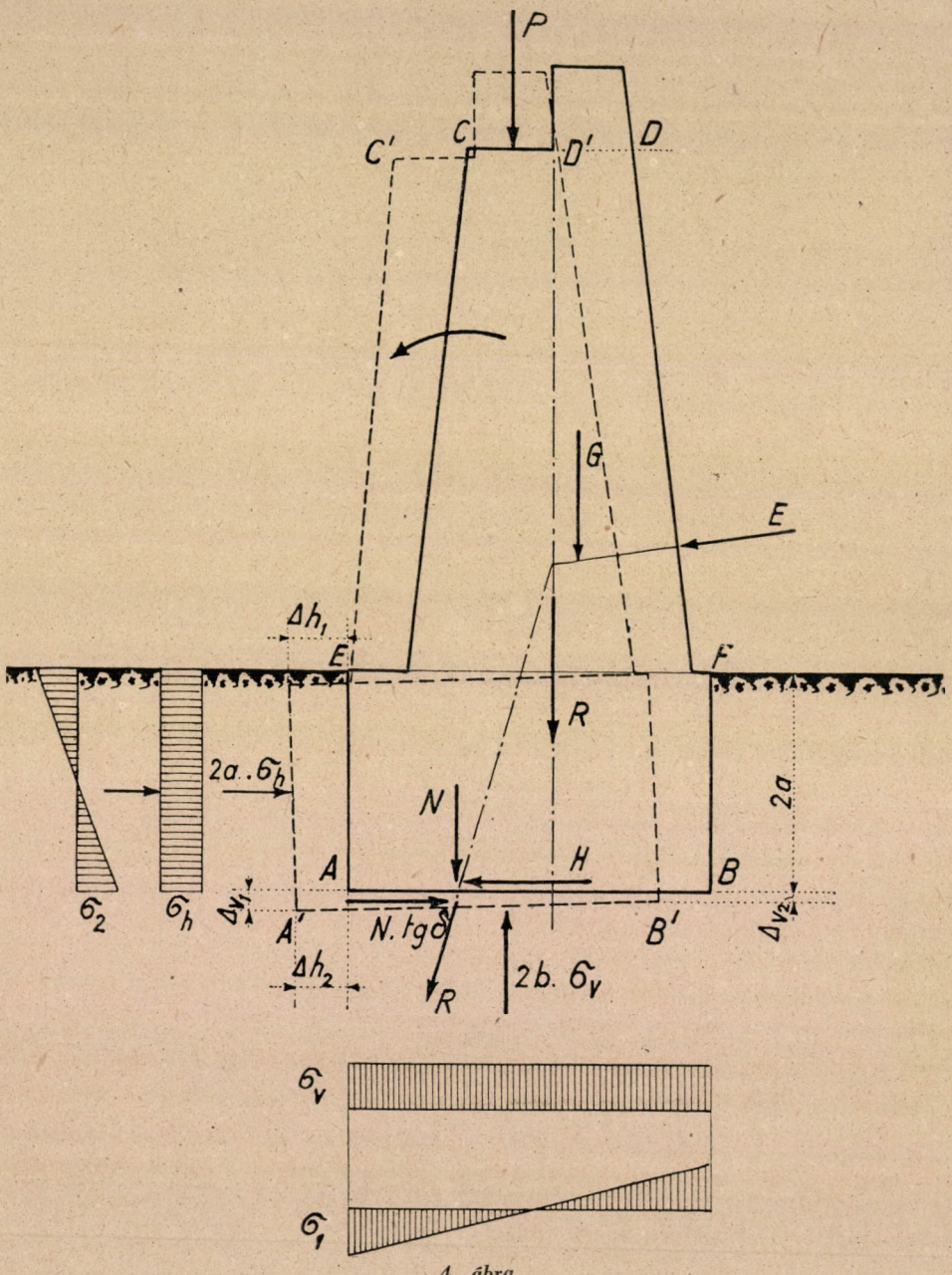
Vizsgáljuk meg ezzel szemben, hogy egy hídfő a reá ható erők következtében milyen elmozdulást végez. A *4. ábra* szerint az $ABCD$ helyzetből az $A'B'C'D'$ helyzetbe mozdult hídfő $\Delta h = \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{2}$ nagyságú vízszintes eltolódást, $\Delta v = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{2}$ nagyságú átlagos függőleges lesüllyedést és $\Delta_\varphi = \frac{\Delta v_1 - \Delta v_2}{2b}$ nagyságú elfordulást végez.

Az alaptest méretezése az eddigi gyakorlat szerint úgy történik, hogy az R eredőjű külső erőrendszert csupán az A—B lapon keletkező talajfeszültségek eredőjével ellensúlyozzák. Az R eredő függőleges N komponensét a trapézalakúan megoszló σ talajfeszültségek, a vízszintes H komponenst pedig az AB síkon jelentkező $N.\ tg\ \delta$ nagyságú súrlódó erő ellensúlyozza.

Világos, hogy a feltüntetett elmozdulást okozó erőkkel szemben nemcsak az AB síkon, hanem az AE és bizonyos esetekben a BF síkon is keletkeznek ellensúlyozó erők, amelyek a keletkező elmozdulás kiváltotta passzív földellenállásból származnak. Ha az elfordulás középpontja (0) az AB sík alá esik, akkor csupán az AE síkon fog a passzív földellenállás kiváltódni *és az itt keletkező vízszintes irányú feszültségek eredőjével az AB alsó lap mentén jelentkező súrlódás fog az elfordulás ellen működő erőpárt alkotni.* Viszont ha a forgási centrum az AB sík fölött van *és a vízszintes irányú elmozdulás értéke elhanyagolhatóan csekély* — ez a helyzet a mélyebbre süllyesztett szekrény vagy pilléralapoknál, akkor a centrum fölött az AE síkon, a centrum alatt pedig a BF síkon fog a passzív földellenállás, mint befogási erőpár kialakulni.

Mély alapoknál tehát a passzív földellenállás nemcsak a vízszintes elcsúszás, hanem az elfordulás ellen is figyelembe vehető. A passzív földellenállást a gyakorlat sok esetében eddig azért nem vették figyelembe, mivel — ha az AE lap vízfolyás felé esik — számolni kell azzal, hogy a víz a földtömeget

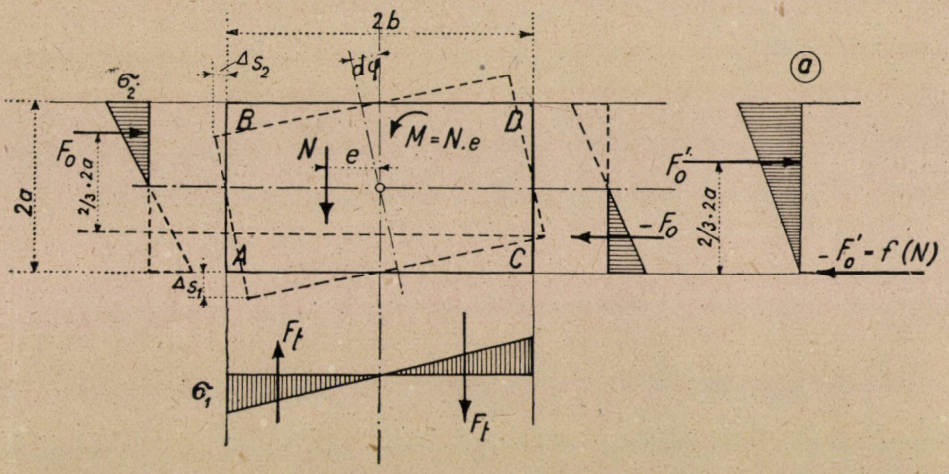
részben vagy egészben elmossa és a passzív földellenállás megszűnik. Ez a megoldás kétségkívül helyes, de igen sok esetben nem kell ettől tartani. Különösen pedig akkor nem, ha az alap nincsen élővízfolyás közelében, vagy ha szádfalakkal van körülvéve.



4. ábra

A másik oka az elhanyagolásnak, hogy a passzív földnyomás kiváltásához elég figyelemreméltó elmozdulás szükséges. A gyakorlatban jelentkező feszültségek mellett azonban nem is kerül arra sor, hogy a külső erők ellensúlyozására a passzív földnyomás teljes értékére volna szükség.

Vizsgáljuk meg *először a mély alapozást*, mint alapesetet, amikor a forgáspont az alapsík fölé az alaptest középpontjába kerül, majd azután azt az összetett esetet, amikor a forgáspont az alapsík alatt van.



5. ábra

a) *Alapesetként azt vizsgáljuk, ha a forgási középpont összeesik az alaptest középpontjával* és csupán az elfordulás hatását vizsgáljuk — mind a függőleges, mind a vízszintes erők okozta elmozdulások hatását elhanyagoljuk.

Az alaptest elfordulását okozó $M = N.e$ nyomaték az eddigi számítások szerint — mikor az alaptestet végtelen merevnek és a talajt pedig rugalmas izotop anyagnak tételezzük fel — az alaplap elfordulása következtében az alap síkjában a talajban a σ_1 hajlítófeszültségeket ébreszti. Miután a talajnak húzószilárdsága nincsen, ez az elmélet csak addig állja meg a helyét, amíg a σ_1 feszültség kisebb, mint a σ_v feszültség, vagyis amíg az eredő a belső harmadon belül marad. *(3. ábra.)*

A nyomaték okozta elfordulásnak azonban az alaptest függőleges homlokapjaival érintkező földtömeg is ellenáll, hacsak kiemelés közben a körülvevő földfalakat annyira meg nem lazították, hogy passzív földellenállásra számítani nem lehet. Az elfordulásnak a baloldali homloklapnál a felső félmagasság mentén, míg a jobboldali homlokfalon az alsó fél magasságban fekvő földtömeg passzív földellenállása fog ellenállni. *(5. ábra.)*

Az M nyomatékból származó elfordulást tehát az F_o, — F_o és F_t, —F_t erőpárok együttesen fogják ellensúlyozni, amelyek a talpfelületen keletkező σ_1 és az oldalfelületen keletkező σ_2 talajfeszültségek eredőinek belső nyomatékából fognak összetevődni.

Ha feltételezzük, hogy az alaptest az N. $e = M$ nyomaték következtében $d\varphi$ szöggel fordul el, akkor az A sarokpont függőleges elmozdulása ($\triangle s_1$), valamint a B sarokpont vízszintes elmozdulása ($\triangle s_2$) úgy aránylanak egymáshoz, mint a függőleges, illetőleg a vízszintes középtengelytől vett távolságaik.

$$d\varphi = \frac{\Delta s_2}{a} = \frac{\Delta s_1}{b} \quad \text{vagyis} \quad \Delta s_2 \cdot b = \Delta s_1 \cdot a \quad \text{és innen} \quad \Delta s_1 = \Delta s_2 \frac{b}{a}$$

Ha felvesszük azt a szokásos közelítést, hogy a talajt rugalmas, izotop- és homogén anyagnak tekintjük, amely a Hooke-törvénynek engedelmeskedik, akkor

$$\Delta s_2 = \varepsilon_2 \cdot l_2 \quad \text{és} \quad \Delta s_1 = \varepsilon_1 \cdot l_1,$$

ahol l_2 és l_1 az alakváltozást szenvedő rúd (földtömeg) hosszúsága. Közelítőleg a Jáky-féle határmélység-elmélet alapján felvehetjük, hogy $l_1 = 4b$ és $l_2 = 4a$. (sávalapra).

$$\text{tehát} \quad \Delta s_1 = \varepsilon_1 4b \quad \text{és} \quad \Delta s_2 = \varepsilon_2 \cdot 4a$$

Mivel pedig a Hooke-törvény szerint: $\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_v$ és $\sigma_2 = \varepsilon_2 : E_h$ és mivel a $\Delta s_1 = \Delta s_2 \frac{b}{a} = \varepsilon_1 \cdot 4b = \varepsilon_2 \cdot 4a \frac{b}{a}$ összefüggésből: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ felírhatjuk, hogy

$$\frac{\sigma_1}{E_v} = \frac{\sigma_2}{E_h} \quad \text{és innen} \quad \sigma_2 = \frac{E_h}{E_v} \cdot \sigma_1 = n_0 \cdot \sigma_1,$$

ahol E_v a talaj függőleges irányú, E_h pedig a talaj vízszintes irányú összenyomódási (rugalmassági) modulusa.

Felírva most már a nyomatéki egyenlőséget

$$F_t = \frac{\sigma_1 b}{2} \quad \text{és} \quad F_0 = \frac{\sigma_2 \cdot a}{2}$$

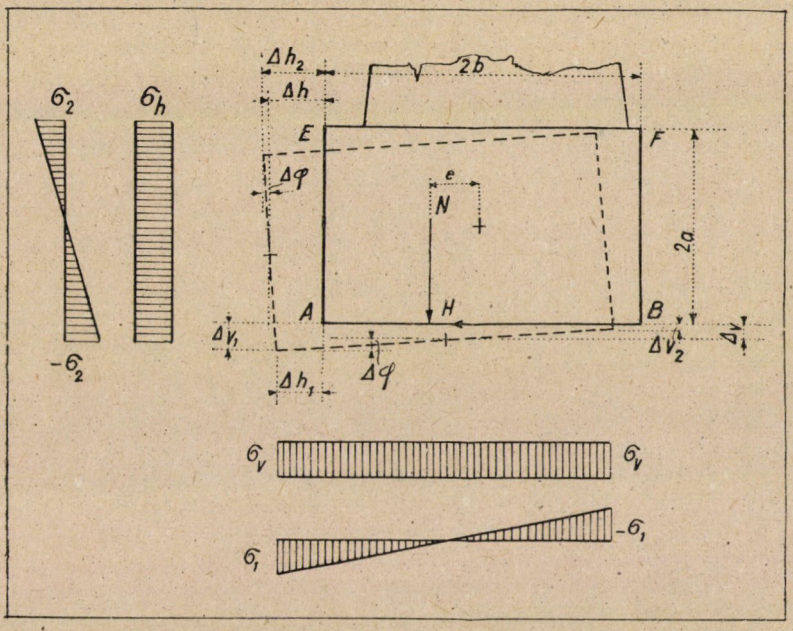
$$M = Ne = F_t \frac{2b}{3} 2 + F_0 \cdot \frac{2a}{3} 2 = \frac{2}{3} (\sigma_1 \cdot b^2 + \sigma_2 \cdot a^2)$$

mivel pedig: $\sigma_2 = \sigma_1 \cdot n_o$

$$M = \frac{2}{3} (\sigma_1 \cdot b^2 + n_0 \cdot \sigma_1 \cdot a^2) \quad \text{és innen} \quad \sigma_1 = \frac{3M}{2(n_0 a^2 + b^2)}$$

Ezzel szemben, ha az oldallapok mentén keletkező talajellenállást nem vennénk figyelembe, akkor

$$M = Ne = \frac{2}{3} 2b \cdot F_t = \frac{2}{3} \sigma_1 \cdot b^2 \quad \text{összefüggés alapján} \quad \sigma_1 = \frac{3M}{2b^2} \quad \text{volna.}$$



6. ábra

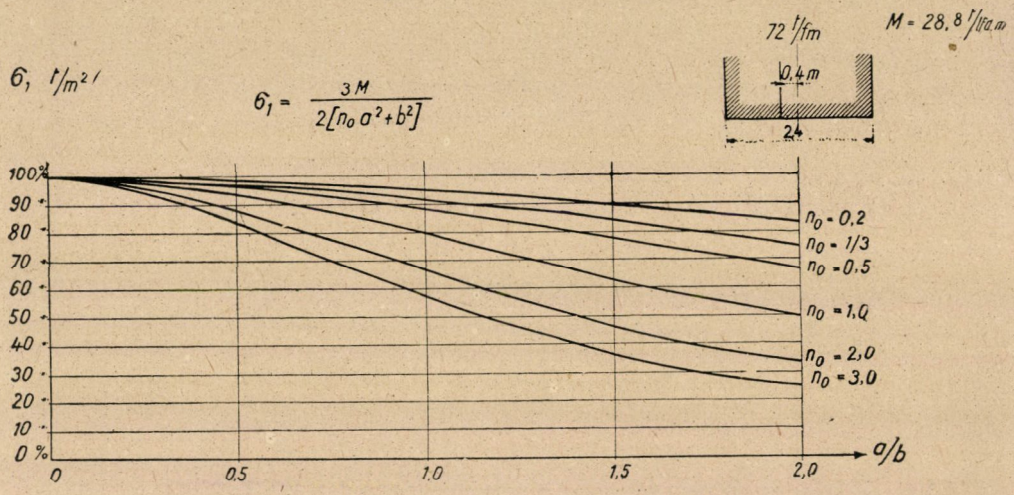
A 7. *ábrán* grafikonban állítottuk össze, hogy az oldallapok mentén keletkező talajellenállás figyelembevétele milyen hatással van az $\frac{a}{b}$ méretarány és az n_0-viszonyszám függvényében a σ_1 feszültségre. A grafikonokból az látható, hogy minél nagyobb az alap magassága a szélességéhez képest és minél nagyobb a talaj vízszintes irányú összenyomódási modulusa a függőlegeshez képest, annál nagyobb lesz a csökkentő hatása. A gyakorlatban azonban az a magasság rendszerint kisebb a b szélességnél $\left(\frac{a}{b} < 1\right)$ és a talaj vízszintes irányú összenyomódási modulusa is kisebb a függőlegesnél ($n_0 < 1$). (Mint ismeretes, a talajszemcsék a gravitáció függőleges irányú hatásával szemben igyekeztek a legtömörebb fekvésbe, vagyis vízszintes irányban az összenyomhatóságuk nagyobb lesz: $E_v = 2—3\ E_h$.) A csökkentő hatás *tehát* csupán a mélyebbre nyúló alaptesteknél vehető figyelembe, ahol 25%-nál nagyobb tehermentesítést nyujt, ami semmiképen sem hanyagolható el.

Azonkívül a helyzet lényegesen megjavul akkor is, ha az alaptest szádfalakkal van határolva. A gyakorlat igen sok esetében pedig szádfalat a víztelenítés és munkagödör megtámasztás miatt amúgyis szoktak alkalmazni, tehát kár lenne a fenti előnyről lemondani.

Az oldalfalak mentén keletkező talajellenállás vizsgálata egyébként bizonyos analógiát mutat az alul rugalmasan befogott szádfalaknál keletkező föld-

ellenállás esetéhez. A rendelkezésre álló passzív földellenállás ugyanis az alaptest felső síkjában, vagyis az eredeti térszintben még tulajdonképen 0 értékű és a klasszikus elmélet szerint $\lambda_p = p \cdot \gamma \cdot t$ arányban lineárisan növekszik a mélységgel. Nekünk pedig éppen fenn volna a maximális ordinátára szükségünk. Azonban már *Krey* megengedhetőnek tartotta a felvett közelítést, mivel az alapfal és a talaj közötti súrlódás igen nagy mértékben növeli a passzív földellenállást.

Kétségtelen az is, hogy az alsó sarokpont körül elbillenő támfalra a terhelő földoszlop felől a forgáspont fölött passzív földnyomás nem fog hatni. Viszont az AE lapon a passzív földnyomás akkor is jelentkezik és az AB lapon keletkező feszültségekkel és súrlódási erőkkel együttműködésben nemcsak a vízszintes



7. ábra

irányú eltolódással, hanem az elfordulással szemben is kiváltódik. Mindez azt valószínűsíti, hogy a feszültségi ábra a *5/a. ábrán* látható alakot igyekeznék inkább felvenni, ami a forgási sík lejjebb tolódását kívánja meg. A belső erők karja azonban változatlan marad, mert az alap alsó síkjában keletkező súrlódás eredője az AE lapon keletkező eredőjétől szintén $^2/_3 . 2a$ távolságra van. Az amúgyis erős közelítésekkel dolgozó számításnál tehát nem jelent különbséget, hogy a centrikus elfordulás fent tárgyalt esetét fogadjuk el mindkét esetben érvényesnek.

b) A *4. ábrán* látható eset vizsgálatakor nemcsak az elfordulás, hanem az elmozdulás ellenében működő összes erőhatásokat is figyelembe vesszük. Ezek következtében az alaptest a *6. ábrán* látható elmozdulásokat fogja szenvedni. Az elmozdulások felbonthatók :

1. a $\frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{2} = \Delta v$ nagyságú függőleges irányú párhuzamos eltolódásra.

2. a $\frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{2} = \Delta h$ nagyságú vízszintes irányú párhuzamos eltolódásra és

3. a $\frac{\Delta v_1 - \Delta v_2}{2b} = \frac{\Delta h_2 - \Delta h_1}{2a} = \Delta\varphi$ nagyságú szögelfordulásra.

Feltételezve, hogy a $\triangle v$ nagyságú elmozdulás az A—B lapon σ_v nagyságú egyenletesen megoszló függőleges irányú talpfeszültséget, a $\triangle h$ nagyságú elelmozdulás az A—E lapon σ_h nagyságú egyenletesen megoszló vízszintes irányú oldalfeszültséget és végül a $\triangle\ \varphi$ elfordulás az A—B lapon $\pm\ \sigma_1$ nagyságú, az A—E lapon pedig $\pm\ \sigma_2$ nagyságú feszültségeket ébreszt, a következő egyensúlyi egyenletek írhatók fel:

$$\sigma_h \cdot 2a + N \cdot \operatorname{tg}\ \delta = H$$
$$\sigma_v \cdot 2b = N$$
$$2\,\frac{\sigma_1 \cdot b^2}{3} + 2\,\frac{\sigma_2 a^2}{3} = N \cdot e = M - (H - \operatorname{tg}\ \delta)a.$$

Ezenkívül az előző *a)* pontban közölt levezetés analógiájára felírható, hogy $\sigma_2 = \frac{E_h}{E_v} \cdot \sigma_1 = n_0 \cdot \sigma_1$.

A fenti négy egyenletből az ismeretlen σ_h, σ_v, σ_1 és σ_2 értékek meghatározhatók és az alaptest $2b$ szélessége a megengedett talajfeszültségek ismeretében kedvezőbben és pontosabban állapítható meg.

A számítás előfeltétele most is, hogy $|\sigma_v| \geqq |\sigma_1|$ és $|\sigma_h| \geqq |\sigma_2|$ legyen, vagyis az eredő a belső harmadon belül támadjon.

2. *A hídfőre számított erőhatások felülvizsgálata*

A hídfőre ható erő a földnyomás, amelyet a háttöltésen mozgó hasznos terhelés még megnövel. A méretezési gyakorlat nem tesz különbséget a merőleges szárnyfallal épített és a párhuzamos szárnyfallal épített hídfők között és a mind a kettőt az ú. n. klasszikus földnyomáselmélet alapulvételével méretezi, amely a támasztó fal mögött végtelen kiterjedésű földtömeget tételez fel. Ezzel szemben a valóságban a falakra ható földnyomás szempontjából a kétféle elrendezés között alapvető különbség van.

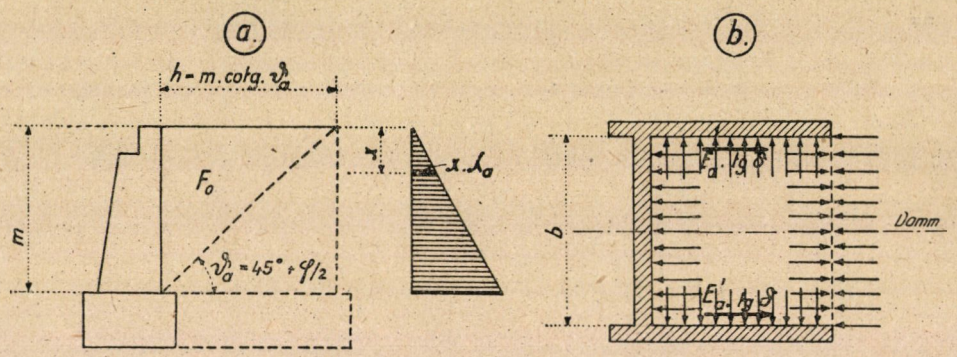
Míg a merőleges szárnyfalakkal épített hídfőre ható földnyomás számításánál indokolható, hogy ott a végtelen kiterjedésű földtömegben kialakuló szakadólap alapján induljunk ki, addig a párhuzamos szárnyfalakkal épített hídfő mögötti földtömeg nyomásánál már feltétlenül figyelembe kell vennünk, hogy nem végtelen kiterjedésű földoszlop nyomásáról, hanem három oldalról falak közé zárt földtömeg nyomásáról van szó. Különleges helyzetet foglalnak el a párhuzamos, de a hídfőkre konzolként bekötött lebegő szárnyfalak, amelyek

ferdén emelkedő alsó síkja alatt a földtömeg nem merev fallal, hanem a terhelés elől kitérő földrézsűvel van csak megtámasztva.

A hídfő és a párhuzamos szárnyfalak közé bezárt földtömeg viselkedését és nyomásproblémáit igen nehéz elméletileg megoldani, mert 3 oldalról merev falakkal, egy oldalról pedig végtelen kiterjedésűnek vehető földtömeggel zárt és egyúttal terhelt szemirugalmas anyag viselkedéséről van szó, amelyre azonkívül a járművekből származó függőleges erők is hatnak.

Anélkül, hogy a kérdés részleteibe belemennénk, csak néhány alapvető méretezési szempontot szeretnék megvilágítani.

1. Ha az egyetlen oldalról érvényesülő földnyomás hatását vizsgáljuk, megállapíthatjuk, hogy ez a földnyomás nem csupán a rá merőleges ellenfal hátlapját fogja terhelni, hanem egy része részben a merőleges szárnyfalak érintkező homlokfelületén nyert felületi megtámasztás, részben pedig a hátfelületen fellépő súrlódás útján a merőleges szárnyfalakra is leadódik. Ennek aránya annak a (F) szárnyfelületnek a relatív nagyságától függ, amely a szakadólapon belül esik. Ez viszont a szárnyfalak (h) hosszának függvénye, amit a csatlakozó töltést lezáró kúp hajlása és a hídfő m magassága határoz meg. *(8. ábra.)*



8. ábra

Ha közelítőleg számítva $45° + \varphi/2$ szög alatt hajló sík csúszólapot veszünk fel és a földnyomásokat továbbra is sarokbillenést feltételező klasszikus földnyomáselmélet alapján számítjuk, a szárnyfal homlokfelületén való megtámaszkodást pedig elhanyagoljuk, a következőkre jutunk:

A b hosszúságú hídfőre ható:

$$b \cdot E_0 = \frac{b \cdot m^2}{2} \cdot \gamma \cdot \operatorname{tg}^2 (45° - \varphi/2)$$

nagyságú aktív földnyomásból a szárnyfalak minden esetre ugyancsak a földnyomással arányos súrlódásnak megfelelő részt fogják felvenni. A lecsúszó föld-

tömeg vetületére eső szárnyfal területe alul 0-vá zsugorodik, viszont fölül a földnyomás intenzitása 0 lesz. *(8/a. ábra.)*

Valamely x mélységben a fajlagos földnyomás értéke lesz:

$$e_x = (m - x) \operatorname{cotg} \vartheta_a \cdot x \cdot \lambda_a$$

és a két szárnyfalra ható teljes földnyomás

$$E'_a = 2 \int_{x=0}^{m} (m - x) \operatorname{cotg} \vartheta_a \cdot x \cdot \lambda_a$$

$$E'_a = 2 \left[m \cdot \operatorname{cotg} \cdot \vartheta_a \lambda_a \frac{x^2}{2} - \lambda_a \cdot \operatorname{cotg} \vartheta_a \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^m$$

$$E'_a = 2 \frac{m^3 \cdot \lambda_a \cdot \operatorname{cotg} \vartheta_a}{6},$$

amit a súrlódási tényezővel ($tg\ \delta$) szorozva, le kell vonni a $b \cdot E_o$ hídfőre ható nyomásból:

$$E = b \cdot E_0 - E_a \operatorname{tg}\delta = b \cdot \frac{m}{2} \cdot \lambda_a - \frac{m}{3} \operatorname{cotg} \vartheta_a \cdot \lambda_a \cdot \operatorname{tg} \delta$$

vagyis $$E = m^2 \cdot \lambda_a \left| \frac{b}{2} - \frac{m}{3} \operatorname{cotg} \vartheta_a \cdot \operatorname{tg} \delta \right|$$

ahol $\vartheta_a = 45° + \varphi/2$ a szakadólap hajlásszöge
$\lambda_a = \gamma \cdot tg^2 (45° - \varphi/2)$ aktív földnyomási tényező
$tg\ \delta$ = a fal és a talaj közötti súrlódási tényező
b pedig a hídfő hosszúsága.

Amint látható, a csökkentő hatás annál *nagyobb* lesz, minél nagyobb a földoszlop magassága és minél nagyobb a talaj és a fal közötti súrlódás, viszont annál kisebb, minél nagyobb a hídfő hossza (híd pályaszélessége).

2. A szárnyfalakra ható földnyomás nagyságát szintén a klasszikus földnyomáselmélet alapján szokás számítani, pedig nyilvánvaló, hogy ezekre a szemben álló és aránylag egymáshoz közelfekvő falakra nem alakulhat ki a végtelen kiterjedésű földtömegből lecsúszó és a felszínig terjedő földék nyomása. Jobban megközelítjük a valóságot, ha két végtelen kiterjedésű érdes függőleges fal közötti nyomás (silónyomás) alapján határozzuk meg ezen értékeket, vagy pedig a szárnyfalak töltés felőli végpontjait összekötő függőleges sík mentén a csatlakozó töltés földtömege által a negyedik oldalról is zártnak képzelve a földtömeget mind a szárnyfalakra, mind a hídfőre a zártcellájú silókra levezetett nyomáselmélet alapján számíthatjuk a vízszintes nyomásokat. *(8/b ábra.)*

Az első esetben (párhuzamos falak)

$$p_x = \frac{b \cdot \gamma}{\operatorname{tg} \varphi} \left(1 - e^{-k \cdot \operatorname{tg} \varphi \frac{y}{b}}\right)$$

a második esetben pedig (négy oldalról zárt terület) a hasonló:

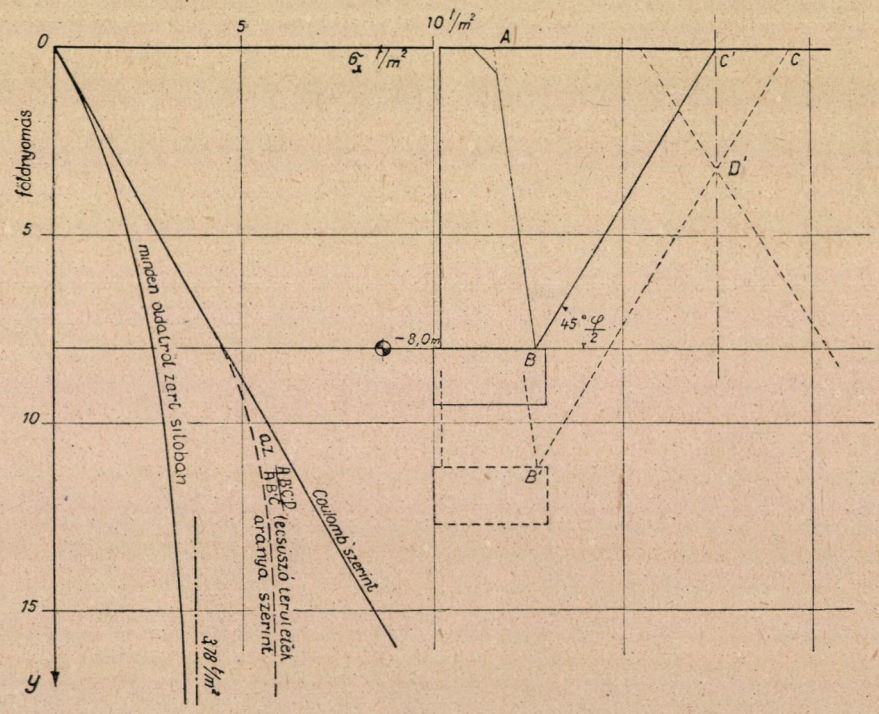
$$p_x = \frac{F}{U} \frac{\gamma}{\operatorname{tg} \delta} \left(1 - e^{\frac{U}{F} \cdot k \cdot y}\right)$$

összefüggés alapján számolhatunk (*Kézdi*: Talajmechanika 392. oldal), ahol $K = 1$-gyel, $p_y = \operatorname{tg}^2 (45° - \varphi/2)$ *tg* δ-val vehető egyenlőnek.

Ha ezeket az értékeket összehasonlítjuk a klasszikus földnyomáselmélet alapján számított értékekkel, úgy a mélység növekedésével egyre növekvő eltérést tapasztalunk, vagyis a silónyomás aránylag egyre kevesebb lesz a klasszszikus földnyomáshoz képest.

Az ábra egy gyakorlati számpélda esetében mutatja be a földnyomás alakulását és a kétféle számítási mód eltéréseit.

Megjegyzendő, hogy ha a szembenfekvő szárnyfalak különböző mélységű pontjaiból kiindítjuk az egyes vízszintes síkokban keletkező földnyomások meghatározása céljából a sík csúszólapokat $45° + \varphi/_2 = \vartheta_a$ hajlásszög alatt, akkor ezek összemetszéséből is nyilvánvaló, hogy amint $m > \dfrac{b}{2 \operatorname{cotg} \vartheta a}$ (*9. ábra*),



9. ábra

akkor már az egyik oldalra lecsúszó földék térfogata kisebb lesz, mint az elméletileg számított $AB'C$ háromszög; vagyis area $AB'D'C' <$ area $AB'C$, tehát az annak megtámasztásához szükséges E_a erő is kisebb a klasszikusan számítottnál. Ha a redukciót egészen egyszerűen a területek arányában hajtanánk végre,

$$a = \frac{\text{area } \overline{AB'D'C'}}{\text{area } \overline{AB'C}}$$

tényezővel kellene

az $f_x = x \cdot \gamma \cdot tg^2 \cdot (45° - \varphi/2)$ értékű földnyomásokat csökkentenünk. Ezt végrehajtva, a pontozott vonalú ábrát kapjuk.

A fenti meggondolások végül is nem adnak határozott és pontos elméletet a párhuzamos szárnyfalakkal határolt földtömeg nyomásának meghatározására, mivel a silónyomások csak ú. n. »boltozati hatás« folytán fejlődhetnek ki, aminek előfeltétele a határoló falak mozdulatlansága. A tömör párhuzamos szárnyfalaknál ezt a feltételt csak három oldalról, lebegő konzolos párhuzamos szárnyfalaknál pedig teljesen csak egy oldalról, részlegesen pedig további két oldalról elégítjük ki. Mégsem követünk el nagy hibát, ha az első esetben a vízszintes nyomásokat a siló-elmélet, a második esetben pedig a Coulomb-féle és a siló-elmélet alapján kapott értékek közepeként számítjuk, mivel a közrefogott földtömeg ebben az esetben is határoltnak tekinthető — mindössze nem mozdulatlan, hanem az átadott feszültségek hatására alakváltozást szenvedő földhatárolásról van szó. Azonban ha mind a kitöltő, mind a határoló földtömeget, gondosan tömörítjük és figyelembe vesszük, hogy a forgalom és a csapadék hatására ez a tömörödés csakhamar olyan mértékű lesz, hogy a közbezárt földtömeg számottevő elmozdulását nem engedi meg (hacsak pl. építési hiba folytán a lezáró kúpok meg nem bomlanak vagy nem eléggé stabil rézsűt építettünk), akkor elfogadhatjuk a fent javasolt közbenső megoldást addig is, amíg a tényleges feszültségek állapotáról pontosabb elméletek és kísérletek útján megbízható értékeket nem kapunk.

3. Mindeddig nem volt szó a mozgó terhelés hatásáról, amely pedig — különösen alacsonyabb töltéseknél — aránylag tekintélyes mértékben növelheti a földnyomást. A szokásos számítási módok vagy abból indulnak ki, hogy a terhelő jármű talpszélességi határvonalaiból 45° alatt kiindított lineáris tehereloszlást és egyenletes feszültségmegoszlást vesznek fel, vagy pedig a jármű teljes súlyát elosztják a hídfő és a párhuzamos szárnyfalak közrefogta alapterületre és mint a földtömeg felszínére helyezett egyenletesen megoszló ráterhelést kezelik.

A helyes ezzel szemben kétségtelenül a mozgó terhelést okozó jármű jellege szerint annak keréksúlyát, mint egy pontban ható koncentrált terhelést vagy a vágányzat mentén átadódó vonalas terhelést felfogni és *Boussinesq*, *Westergaard* vagy *Fröhlich* elmélete alapján számított vízszintes feszültségeket a földnyomásból származó vízszintes nyomásokhoz hozzáadni. Igen nagy jelen-

tősége van a keletkező nyomások nagyságrendje szempontjából a talpfa és az ágyazat, illetve az útburkolat terhelosztó hatásának. Ezt tehát nem szabad figyelmen kívül hagyni.

Az alábbi számpélda jól megvilágítja az eddig számított és a pontosabban kapható értékek között mutatkozó nagy eltéréseket.

Példa.

Vizsgáljuk a Közúti hídszabályzat B. jelű 24 tonnás gépkocsijának súlyosabb kereke alatt keletkező nyomástöbbleteket. A régi felfogás szerint a burkolat alsó síkjában keletkező függőleges feszültségek a következőképen adódtak:

P = a keréksúly = 8000 kg.

h = a makadám burkolat vastagsága: 30 cm.

$$p = \frac{8000 \text{ kg}}{(60 + 2 \cdot 30)(10 + 2 \cdot 30)} = 0{,}95 \text{ kg/cm}^2 = 9{,}5 \text{ t/m}^2.$$

Az ennek megfelelő helyettesítő földsúlymagasság: $m = \frac{9{,}5}{1{,}7} = 5{,}6$ m lett volna. Miután ez igen nagy értéknek bizonyult, szokásos volt nemcsak a burkolat vastagság elosztó hatását, hanem további 1 m vastag földoszlop elosztó hatását is alapul venni, amikoris

$$p' = \frac{8000}{(60 + 2 \cdot 100)(10 + 2 \cdot 100)} = 0{,}147 \text{ kg/cm}^2 = 1{,}47 \text{ t/m}^2$$

aminek megfelelő helyettesítő földsúlymagasság:

$$m' = \frac{1{,}47}{1{,}7} = 0{,}86 \text{ m}.$$

Később a tervező gyakorlat kereken 1 m magas helyettesítő földoszlop mint ráterhelés többletnyomását vette figyelembe. Az új közúti hídszabályzat szerint a párhuzamos szárnyfalak és a hídfő közrezárta alapfelületen egyenletesen megoszlónak kell felvenni a fölé kedvezőtlen helyzetben kerülő járművek összsúlyát.

Kétnyomú hídnál ez kereken 7,0 m szélességű és a magasságtól függő hosszúságú területet adott. Ha a párhuzamos szárnyfalak hosszát egyenlőnek vesszük (4/4-es rézsü feltételezésével) a töltésmagassággal, akkor pl. 3 m magas töltésnél az alapfelület $7 \cdot 3 = 21$ m², amelyre 2×16 t = 32 tonna mozgó terhelés jut.

$$p'' = \frac{32}{21} = 1{,}5 \text{ t/m}^2.$$

$$m'' = \frac{1{,}5}{1{,}7} = 0{,}9 \text{ m},$$

vagyis egészen közel jut az előzőkben kialakult gyakorlathoz.

Ennek az előírásnak egy korrekciója van most folyamatban, amely szerint a mozgó terhelésből származó nyomást a töltésmagasság csökkenésével növekedőnek kell felvenni az alábbi táblázat szerint:

Terhelési osztály	Hídfő magasság		
	h ≥ 2 m	1 m < 2 m	h < 1 m
I B. I A.	2,0	3,0	4,0 t/m²
I	1,5	2,25	3,0 t/m²
II. III.	1,0	1,50	2,0 t/m²

Vizsgáljuk meg ezekután, hogy a burkolat és az alátámasztó talaj merevségét figyelembevevő elméletek alapján milyen értékek jönnének ki a burkolat alsó síkjában keletkező függőleges feszültségekre. *Burmister* szerint valamely kétrétegű rugalmas anyagban a végtelen kiterjedésűnek gondolt és E_2 rugalmassági modulusú anyagban a terhelés középponti függőlegesében keletkező max. feszültségek a $\frac{v}{a}$ viszonyszámtól és az $\frac{E_2}{E_1}$ aránytól függenek elsősorban, ahol a a terhelő körfelület sugara, v a felső merevebb réteg (burkolat) vastagsága és E_2 a talaj, E_1 pedig a burkolat rugalmassági modulusa. (*Kézdi:* Cement talajutak vizsgálata és méretezése. 1951.)

Ha pl. $v = 30$ cm és $E_1 = 1000$ kg/cm² (jó makadám)

$E_2 = 100$ kg/cm² (homokos agyag)

$$a = \sqrt{\frac{60 \cdot 10}{\pi}} = 15 \text{ cm},$$

akkor

$$p_0 = \frac{P}{F} = \frac{8.0}{0{,}6 \cdot 0{,}4} = 133 \text{ t/m}^2$$

lesz a terhelésintenzitás közvetlenül a terhelőkerék alatt, a burkolat felületén, ha

$$\frac{v}{a} = \frac{0{,}3}{0{,}15} = 2 \quad \text{és} \quad \frac{E_2}{E_1} = \frac{100}{1000} = 0{,}1$$

a max. függőleges feszültség: $\sigma_z = 0{,}1006 \cdot p_0 = 13{,}3$ t/m²
a radiális feszültség pedig $\sigma_{r_1} = 0{,}0248 \cdot p_0 = 3{,}3$ t/m². Ha ezt a csúcsfeszültséget az eddigi átlag feszültséggel

$$p_0' = \frac{8.0}{(0{,}6 + 2 \cdot 0{,}3)(0{,}1 + 2 \cdot 0{,}3)} = 9{,}5 \text{ t/m}^2\text{-rel}$$

hasonlítjuk össze, akkor megállapítható, hogy átlagértékre átszámítva az eredmények eléggé egyezőnek mondhatók.

Ha viszont merevebb útburkolatokat alkalmazunk, annak feszültségcsökkentő hatása a merevséggel lényegesen fokozódik. Így pl. ha az $\frac{E_2}{E_1}$ viszonyszám 0.005 és $v = 20$ cm, $\sigma_z = 0{,}026 \cdot p_0 = 3{,}5$ t/m², átlagértékben 2,4 t/m², tehát már csak 1,5 m magas földoszlop terhelésnek felel meg. Ha pedig beton pályaburkolatot veszünk fel, ahol:

$E_1 = 150\,000$ kg/cm² (beton) $v = 20$ cm

és

$E_2 = 100$ kg/cm² (talaj),

akkor

$$\frac{v}{a} = \frac{20}{15} = 1{,}33 \quad \text{és} \quad \frac{E_2}{E_1} = \frac{100}{150\,000} = 0{,}0007$$

a max. függőleges feszültség:

$$\sigma_z = 0{,}005 \cdot p_0 = 0{,}67 \text{ t/m}^2,$$

vagyis az eddiginek csupán egy töredéke.

A helyettesítő földtömeg magassága

$$m' = \frac{0{,}67}{1{,}7} = 0{,}4 \text{ m}.$$

Amiből az következik, hogy a kis magasságú hídfőknél ($h < 2$ m.) igen célszerűen úgy védekezhetünk a mozgó teherből származó nagyobb földnyomás ellen, ha a hídpályához csatlakozó útpályaburkolatot betonból készítjük, legalább 4 m

táblahosszúsággal, mert ebben az esetben elegendő 0,67 t/m², biztonsággal 1 t/m² helyettesítő terhelés figyelembevétele.

Ugyanígy előnyös a magasabb hídfőknél is a zökkenők kiküszöbölése céljából amúgyis ajánlott áthidaló vasbetonlemez alkalmazása, mert ezzel itt is biztosítható, hogy a mozgó terhelésből 1 t/m²-nél nagyobb helyettesítő terhelést ne kelljen alkalmazni.

4. Végül meg kell jegyezni, hogy a hídfőkre gyakorolt nyomások szempontjából igen nagy jelentősége van magának a kitöltő földanyagnak.

Természetesen minél gördülékenyebb, folyósabb ez az anyag, annál nagyobb lesz a vízszintes nyomása. Pl. víznél a vízszintes nyomás egyenlő a függőleges (geológiai) nyomással, viszont pl. egy szilárd kitöltő falazatnál vízszintes nyomás elvileg egyáltalában nincs. Minél nagyobb a kitöltő anyag belső nyíró szilárdsága, annál kisebb lesz az ellenfalra és a szárnyfalakra ható vízszintes nyomás.

Célszerű tehát kőrakatból, vagy tömör, kis hézagtérfogatú homokos kavicsból készíteni a háttöltéseknek legalább is azt a részét, amely közvetlenül az ellenfallal és a szárnyfalakkal érintkezik. Amint tudjuk, erre különben is szükség van abból a szempontból, hogy a beszivárgó csapadékvizeket a háttöltés ne tartsa magában, nehogy pórusvíznyomás alakuljon ki és ne növelje még jobban a vízszintes nyomásokat.

Újabban *Pascal* (l. Annales des Ponts et Chaussées 1949. 719—731 o.) elméletileg is kimutatja, hogy a támfalak mögé helyezett nagy súrlódási szögű és lefelé szélesedően elhelyezett ékalakú háttöltéssel milyen mértékben lehet csökkenteni a földnyomást. Pl. a $\varphi = 20°$-os súrlódási szögű háttöltés vízszintes nyomását $\varphi = 45°$-os súrlódási szögű közbeiktatott ék segítségével a felére lehet csökkenteni már akkor is, ha a nagyobb szilárdságú anyagot, közvetlenül a támfal hátlapja mögött a legmeredekebb természetes rézsűhajlás mellett építjük be. Az ilyen éknek — különösen kötött talajú háttöltésben — igen előnyös vízlevezető hatása is van, tehát egyúttal a beszivárgó csapadékvizek esetleges többletnyomását is előnyösen kiküszöböli.

A háttöltésben kialakuló nyomásra igen nagy hatással van még a földanyag tömörítése is. Az autóutak egyes hídfői mögött végzett nyomásmérések kimutatták, hogy az erős tömörítés a számítottnál nagyobb vízszintes földnyomásokat eredményez, amelyek viszont azonnal csökkennek, amint a falak elmozdulnak. Nyomáshalmozódás mutatkozik a tömörítés következtében az eredeti térszín közelében is a merevebb réteg hatására. A nyomások nagysága azonkívül az időnek is függvénye

A fentiekben csupán érintettem a tényleges földnyomás értékének helyes számításánál figyelembe vehető és komoly megtakarítást eredményező tényezőket. Remélem, hogy rövidesen módomban lesz modellkísérletek alapján konkrét eredményekről is beszámolni.

3. *Újszerű hídfőszerkezetek kialakítása*

Az utóbbi két évtizedben már több kísérletet láttunk abban az irányban, hogy a nem gazdaságos súlytámfalak helyett a csatlakozó földtöltés nyomását *gazdaságosabb szerkezetekkel* támasszák meg.

a) Az erre vonatkozó javaslatok *egyik csoportja* abból a gondolatból indul ki, hogy *a csatlakozó töltést ne támfallal, hanem* lehetőleg elől és oldalt *is földrézsűvel lehessen megtámasztani.* Ilyen alapgondolatból születtek meg a különféle áttört hídfők és szárnyfalak, amelyeknél a megoldás lényege az, hogy a hídszerkezetet lábakra állított vasbeton keretszerkezet támasztja alá, melynek síkja a hídtengelyre merőleges. A csatlakozó töltés a keretlábak között előrenyúló földrézsűvel van megtámasztva. A földrézsűt burkolhatjuk kővel vagy gyeptéglázhatjuk aszerint, hogy milyen meredekre választjuk, sőt ha igen meredek rézsűkre van szükségünk, tiszta kőrakatot is alkalmazhatunk. Ilyen áttört hídfővel épült pl. a polgári Tiszahíd. Természetesen ez csak ott alkalmazható, ahol a rézsűlábakat jól meg lehet támasztani és vízkimosás, aláüregelés nem fenyegeti az állékonyságát ; továbbá ahol elegendő hely áll rendelkezésre, a hídfő elé nyúló rézsű az átfolyási szelvényt nem csökkenti le meg nem engedhető mértékben.

Hasonló elve van a konzolos hídfőnek, illetőleg úttest lezáró függönyfalnak, ahol a pályalemez folytatásaként kialakított 1,0—1,5 m mély függőleges lezáró borda támasztja meg csupán az úttestet, míg a töltést az előrenyúló földrézsű határolja. *(10. ábra.)*

A tapasztalat szerint az ilyen rézsűvel megtámasztott hídfők mögött a töltések valamivel nagyobb mértékű ülepedést mutatnak, tehát a megtámasztás nem eléggé szilárd, viszont kellő fenntartással a kellemetlen zökkenők azért kiküszöbölhetők.

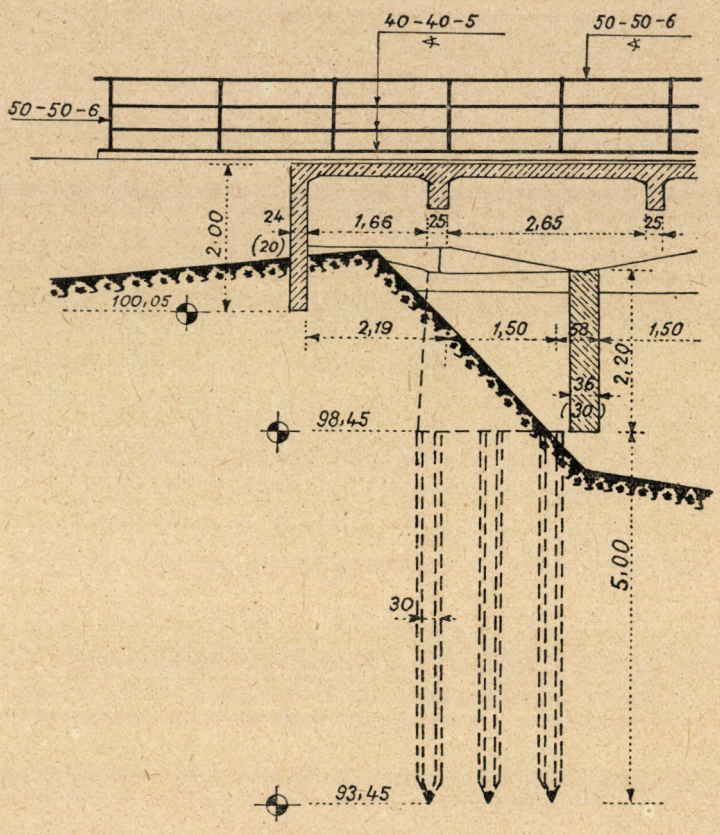
Nagyobb mozdulatlanságot biztosítanak a csatlakozó földtömegnek oldalról ugyancsak részleges megtámasztást nyujtó lebegő konzolos szárnyfalak, amelyek az építő és tervező gyakorlatban igen nagy mértékben elterjedtek.

Mindezen megoldásokról a Közlekedésügyi Minisztérium Közúti Hídosztályán 1949-ben tartott előadássorozaton *Ullrich* Zoltán kartársam is beszámolt.*

Az újszerű hídfők másik csoportja a megtámasztó falakra ható földnyomást azon az úton kívánja csökkenteni, hogy részben magával a *földtömeggel kívánja a megtámasztó falakat stabilizálni,* részben pedig a földnyomás támadási síkját törekszik mesterségesen hátrább helyezni.

Legelsősorban említendők itt a stabilizáló konzollal épített hídfők, valamint a vasbeton szögtámfal-típus szerint épített szárnyfalak, melyek a gyakor-

* Gazdaságos hídépítés (Közlekedési Kiadó 1951)



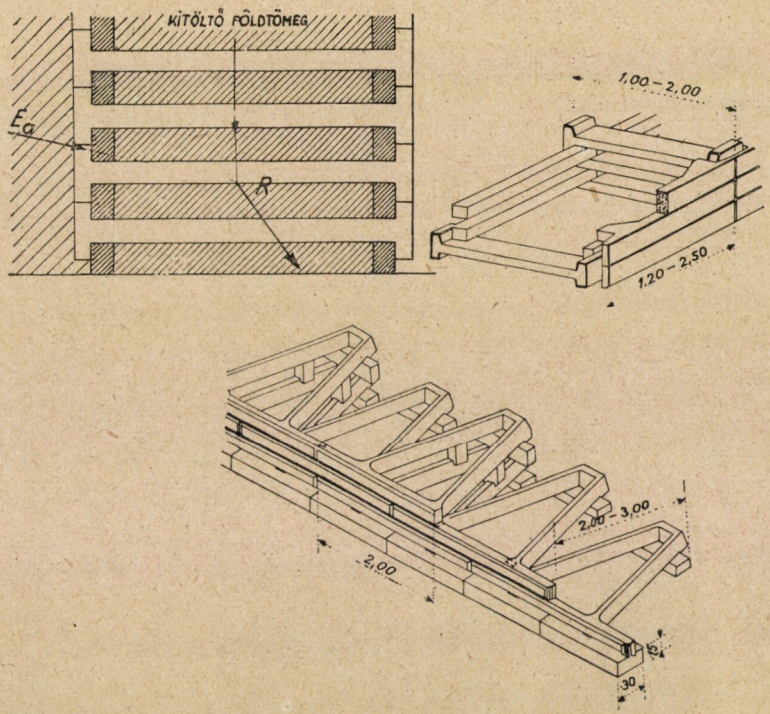
10. ábra

latban jól elterjedtek és a terhelő földtömeggel való stabilizálás gondolatán alapulnak.

Eredeti új fejlődés ezen a téren a gerendaszekrény típusú áttört szárnyfalak alkalmazása *(11. ábra)*. Előregyártott és máglyaszerűen egymásra rakott egyenes vasbeton gerendákból, vagy V-alakú zárt vasbeton keretelemekből állítják elő az ilyen áttört támasztószekrényeket. Nagy előnyük, hogy stabilitásukat a beléjük töltött földanyag maga biztosítja és azonkívül a földtömeget már a hátsó síkjában megtámasztva az alapsíkra ható eredőt kedvezőbb helyzetbe hozza.

Kedvező hatású a szekrényfalak áttört volta is, mert lehetőséget ad arra, hogy nagyobb súrlódással vegye át a szerkezet a földnyomást és annak függőleges komponensét ily módon megnövelve a vízszintes összetevőt csökkentse. Az ilyen szerkezetekben azonkívül a súlyt és így a nyomást is növelő víztartalom gyors és hatékony elvezetése is biztosítva van.

Sajnos ezek az előregyártott elemekből gazdaságosan készíthető szerkezetek még nem terjedtek el hazai gyakorlatunkban. Igen célszerű lenne egyébként



11. ábra

a feltevéseken alapuló kedvező hatást kísérletileg igazolni és elméletileg is kimutatni.

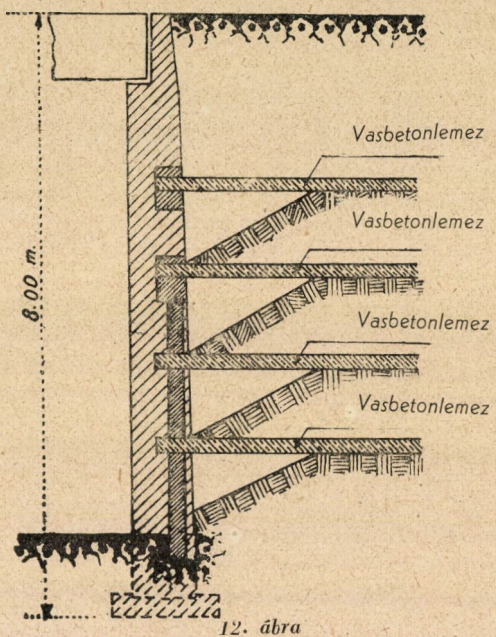
Kétségtelen, hogy az ilyen falak esztétikai megjelenése nem megfelelő.

Egy másik, újabb javaslat a *rácsfal-szerkezetű hídfők* alkalmazása *(12. ábra)*, amelynek lényege, hogy az aránylag keskeny homlokfalról különböző szintekben vízszintes vasbetonlemezek nyúlnak a háttöltésbe, amelyek megakadályozzák, hogy a töltés kedvezőtlenül a falra adja át a földnyomást.

Már az előzőkben említettem azt a kedvező hatást, amit nagyobb súrlódási szögű anyagoknak az ellenfalakkal érintkező háttöltési szakaszba való beépítése jelent. Ennek a gondolatnak gyakorlati megvalósítása a hídfők mögötti természkőrakatok alkalmazása, amely meglehetősen régi keletű. Azonban eddig nem annyira földnyomáscsökkentési, hanem elsősorban víztelenítési és ülepedéscsökkentő célzattal alkalmazták.

b) Alapjában ezek az újítások sem változtatták meg azonban a hídfők súlytámfalszerű szerkezeti jellegét, csupán annak *tehermentesítésére* törekedtek. Az építőanyag kihasználása a súlytámfalban továbbra is kedvezőtlen maradt. A beton kis igénybevételei még az alaptestben, — ahol a talajra történő teherátadás követelőleg megszabja a nagy alapfelületet, — mondjuk kényszerűen

indokoltaknak tüntek fel, de az alaptest és a felmenőfal csatlakozásánál és általában az amúgyis nagyobb szilárdságú betonból készülő felmenő falban jelentkező kis igénybevételek, mindenképen szemet szúrtak a tervező mérnöknek. Az anyag jobb kihasználása érdekében a szerző először is a felmenő falnak az alaptestbe való merev bekötésére gondolt, hogy ily módon a hídfőket a szádfalakhoz hasonló rugalmasan befogott konzoltartókká alakítsa. Viszont az alaptest rendszerint nem nagy magasságú és semmiesetre sem éri el a földtömeget tulajdonképen megtámasztó felmenő fal magasságát. Már pedig a befogott szád-



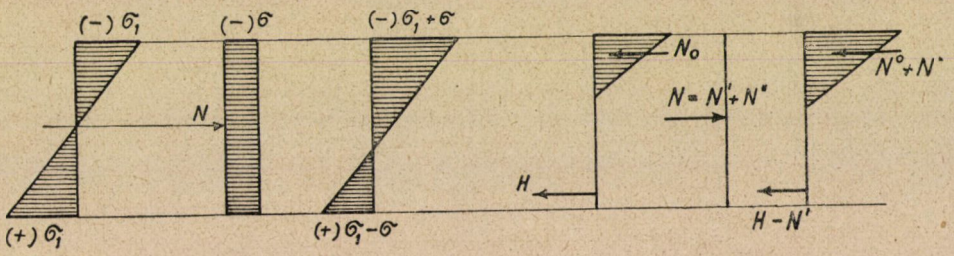
12. ábra

falak számításából tudjuk, hogy a stabilitás érdekében körülbelül akkora hosszúságú befogást kell biztosítanunk, mint amekkora a megtámasztandó földtömeg magassága. Ez a befogási mélység csökkenthető ellenben akkor, ha felül a szabad végének közelében a falat kihorgonyozzuk vagy megtámasztjuk. Tovább folytatva ezt a gondolatmenetet, a szerző arra a megállapításra jutott, hogy hiszen erre önként kínálkozik maga az alátámasztott tartószerkezet. Ilyen megtámasztás csupán a dilatációs mozgást gátolja, vagyis káros belső feszültségek nélkül csak olyan fesztávolságig alkalmazható, ameddig a dilatációs mozgás a háttöltés földtömegében a megengedettnél nagyobb passzív földnyomást nem ébreszt. A biztonság érdekében vegyük fel azt, hogy csupán az ellenfalnak a szerkezet alátámasztására szolgáló visszaugró padkáját lezáró hátfal felületén fog az erő megoszlani. Ilyen hátfal magassága mondjuk 0,6 m-re vehető fel.

Ha abból indulunk ki, hogy a dilatációs mozgás következtében vízszintesen nyomott talaj felszíne szabad és így fölfelé az egyirányú nyomószilárdságát σ_d meghaladó igénybevétel elől már károsan kitérhet, akkor a következő határértéket kapjuk a Hooke-féle törvény érvényességének feltételezése mellett.

$s = \frac{p \cdot h}{M}$ a talaj összenyomódásának legegyszerűbb képlete; $h = 4 \cdot b$-re vehető, ahol b = a tartómagassággal egyező hátfal magassága pl. = 0,60 m és így $h = 2{,}4$ m, viszont $p \leqq \sigma_d$ kell legyen és így $s \leqq \frac{\sigma_d \cdot 2{,}4}{M}$, $2s$ értéke egyenlő a dilatációs mozgással Δl-el, amely két híd- főre oszlik el; $\Delta l = l \cdot \alpha \cdot t$ vasbetonhidaknál és innen: $l = \frac{\sigma_d \cdot 2{,}4}{2 \cdot \alpha \cdot t \cdot M}$ vagyis pl. ha $\sigma_d = 2$ t/m², $\alpha = 0{,}000010$, $t = 30°$ és $M = 1000$ t/m² gyakorlati értékeket helyettesítjük be, akkor $l = \frac{2 \cdot 2{,}4}{0{,}00001 \cdot 30 \cdot 1000 \cdot 2} = 8$m vagyis a gyakorlati határ 8—10 m körül vehető fel megfelelő biztonsággal.

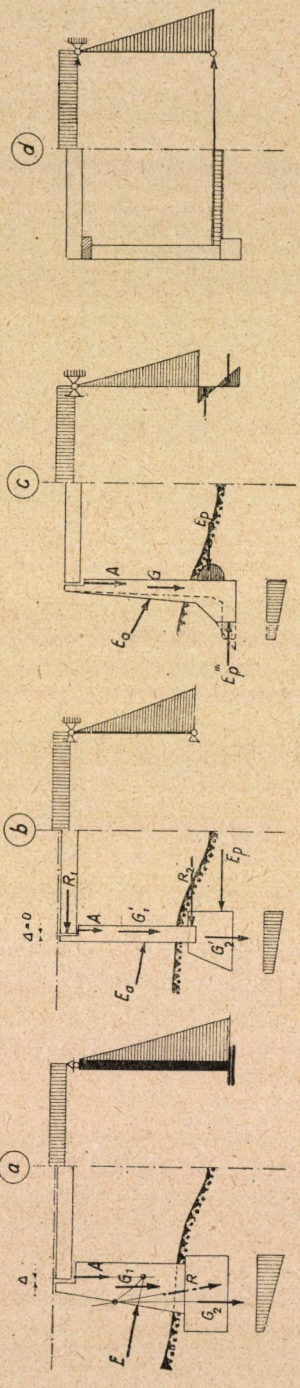
Látható tehát, hogy főként kis hidaknál a hídszerkezetnek mint ellenfalmegtámasztó rúdnak a felhasználása semmiféle veszéllyel nem jár, sőt a földnyomási reakcióból származó nyomófeszültség az egyszerű kéttámaszú lemezgerendákban, mint a húzóigénybevételeket csökkentő abszolút-feszültség hasznosítható. A *13. ábrán* feltüntettük a lemez keresztmetszetének feszültségi ábráit, amely megvilágítja mind a homogén betonkeresztmetszet, mind a vasbeton-keresztmetszet feszültségeinek előnyös megváltoztatását, a támfalak



13. ábra

összetámasztásából eredő centrikus nyomás (N) húzófeszültségeket csökkentő kedvező hatását és a szükséges vasalás mennyiségének csökkentési lehetőségét. A vasbetonlemezekben a beton nyomószilárdságát nem sikerül amúgy sem megfelelően kihasználni, tehát a többlet-nyomófeszültség nem okoz anyagtöbbletet, viszont a húzófeszültségek csökkenése arányában a vasbetétek mennyiségét le lehet szállítani.

A fenti gondolatmenet alapján szerző 1949 márciusában újítási javaslatot nyujtott be a Közlekedésügyi Minisztérium közúti hídosztályához, amelyben



14. ábra

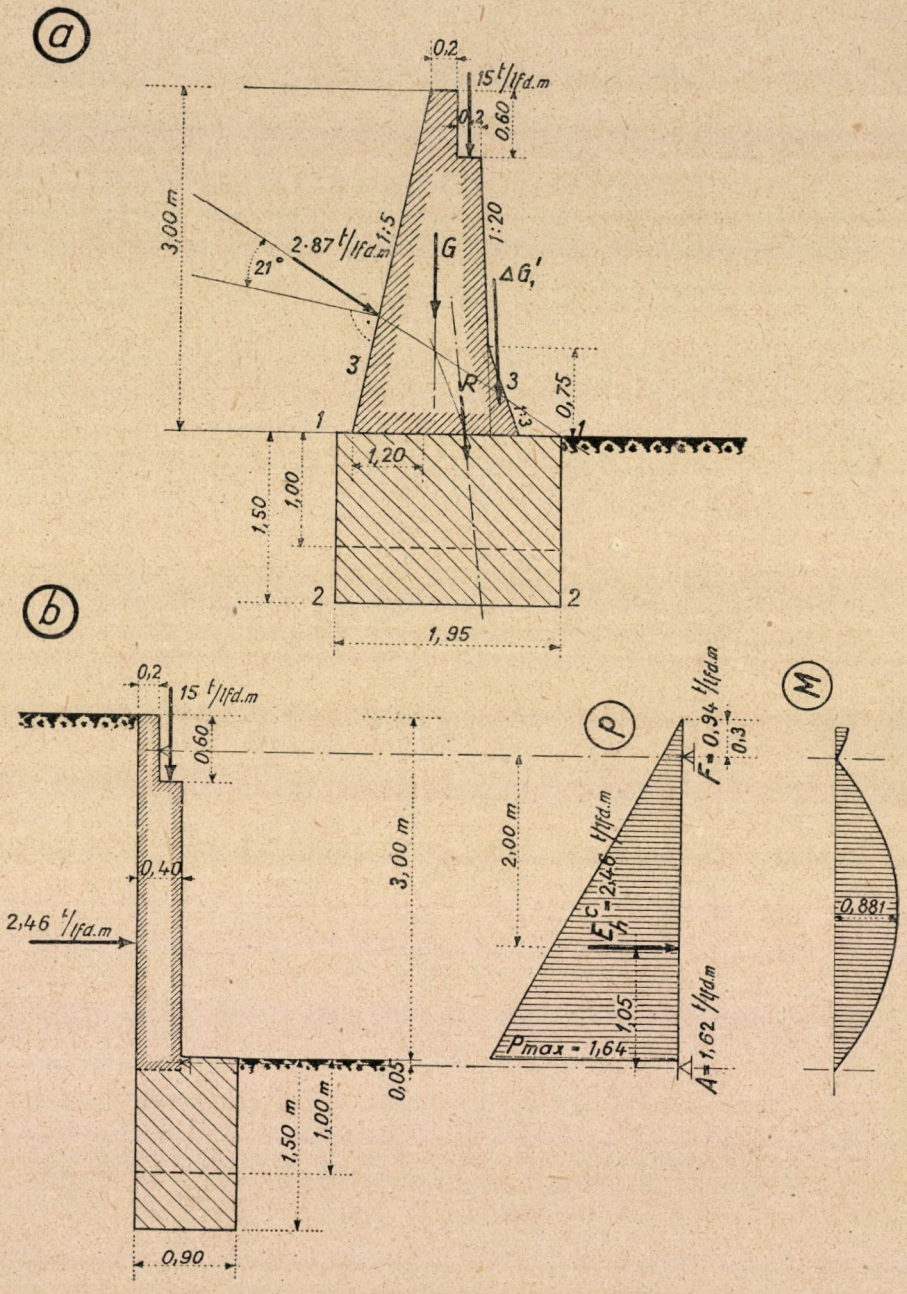
a kis hidak súlytámfalas hídfői helyett a tartószerkezettel egymáshoz támasztott vasbeton-függönyfalak alkalmazását javasolta. A javaslat értelmében a hídfő statikai szerepe változik meg alapvetően, amint azt a *14. ábra* mutatja. Az »a« ábrán vázolt támasztó falból hajlított tartó lett, amely amellett a hídszerkezetet függőleges értelemben továbbra is alátámasztja. A vízszintes értelemben hajlított tartót felül a hídszerkezet támasztja meg, míg alul vagy a méreteiben nagyjából változatlanul hagyott alaptesten kaphat elforduló (csuklós) megtámasztást *(b. ábra)*, vagy pedig az alaptesttel egybeépítve a talaj passzív földellenállásának kihasználásával rugalmas befogást *(c. ábra)*. Sajnos, a beadott újítás megvalósítása az elmúlt idő alatt kevéssé haladt csak előre. A kérdésnek új lendületet kell, hogy adjon, az, hogy a szerző az év elején a Dorizdat kiadásában 1951. évben megjelent kis szovjet könyvecskében*, teljesen hasonló elvek alapján kidolgozott hídfőszerkezeteket talált, amely a gondolatnak nemzetközi igazolást is ad.

A »Kisnyílású hidak megkönnyített támaszokon« című könyvecske egyik szerzője *N. A. Szlovinszkij* ugyancsak azt javasolja, hogy a hídfőket felül magával a tartószerkezettel kell kitámasztani, de amellett az alaptestek alsó gerendával történő összetámasztását is szükségesnek tartja, nehogy a hídfők a földnyomás következtében a meder irányában elcsúszhassanak. *Szlovinszkij* javaslata alapján 1948 után két híd meg is épült és azokon kísérleti terhelésceket és méréseket hajtottak végre. A kísérletek beigazolták, hogy a szerkezetek a gyakorlatban beválnak és az eddigi súlytámfalakhoz képest jelentős megtakarításokat biztosítanak. A *Szlovinszkij*-féle összehasonlító számítások szerint a megtakarítás mértéke a fesztávolság és a töltésmagasság növekedésével csökken. Míg a 2—3 m-es fesztávolságoknál 74—55% a betonfalazatban elérhető megtakarítás, addig 5—6 m nyílásnál már csak 68—41%. Ugyanakkor pl. 5 m-es nyílásnál a 2 m töltésmagasság mellett 68%, az 5,0 m töltésmagasság mellett pedig 46% a megtakarítás. A szerkezetek négycsuklós tartók *(14/d ábra)*, amelyek stabilitását azonban a függőleges oldalfalaknak (hídfőknek) a megtámasztott háttöltésen való rugalmas felfekvése biztosítja. A szerkezet különben is csak aszimmetrikus terheléskor kerülhet labilis állapotba, amikor pl. az egyik hídfő mögötti háttöltés tetején van a terhelő jármű. A terhelt háttöltést megtámasztó fal ilyenkor a nyílás felé mozdul el, míg a szembenlévő fal vele párhuzamosan a nyílásközéptől, saját háttöltése felé mozdul, de kibicsaklani nem tud, mivel éppen ez a háttöltés megtámasztja. A fal benyomódása következtében a háttöltés összetömörödik és ellenállása egyre jobban növekedvén a fal mozgása, benyomódása fokozatosan megszűnik. A megépített kísérleti hidaknál 60 tonnás terhelésre felül 0,2 m/m (0,14 m/m), alul pedig mindössze 0,06 (0,04) m/m, vagyis olyan csekély értékű elmozdulás következett be, amely mindenképpen igazolta, hogy az ilyen szerkezetek a földmegtámasztás következtében tényleg stabilaknak tekinthetők. Kiemeli *Szlovinszkij* azt is, hogy milyen nagy gazdasági jelentősége van annak, hogy az ellenfalat alkotó vasbetonlemeznek a háttöltésbe való benyomódásakor keletkező földnyomást ne egyenletesen megoszlónak, hanem a lemez rugalmasságát figyelembe vevő rugalmas ágyazású lemez alakváltozásának megfelelően számítsuk, amikoris a felső és alsó támasz közelében nagyobb, középen pedig kisebb fajlagos nyomásokat fogunk kapni.

Feltehetjük azonban a kérdést, hogy a javasolt négycsuklós szerkezettel szemben miért nem alkalmazzuk inkább a már régen ismeretes *kerethidakat*, ahol az ellenfal szerves részét képezi a tartószerkezetnek, szintén hajlításra van igénybevéve és az építőanyag kedvezően ki van benne használva. Tényleg az a helyzet, hogy már több ízben történt arra nézve kezdeményezés, hogy a kis hidakat keretszerkezetként építsék meg és a mozgalom mindég holtpontra jutott.

Ennek első oka a nagyobb tervezési munkában és a keretszerkezetek nehéz szabványosításában keresendő. Második oka a támaszok elmozdulásának a keretekre gyakorolt kedvezőtlen hatása. Az ilyen kis hidaknál a költséges

* N. A. Szlovinszkij, E. A. Babanov, G. T. Kapoleisvili, G. V. Robitasvivil Moszti malih otversztij sz oblehcsennimi oporami (Moszkva, Dorizdat, 1951.)


a
0,2
15 t/lfd.m
0,2
0,60
3,00 m
2·87 t/lfd.m
1:5
1:20
21°
G
ΔG₁'
3
R
3
0,75
1:3
1
1
1,20
1,50
1,00
2
2
1,95
b
0,2
15 t/lfd.m
0,60
0,40
2,46 t/lfd.m
3,00 m
0,05
1,50 m
1,00 m
0,90
P
F = 0,94 t/lfd.m
0,3
2,00 m
E_h^c = 2,46 t/lfd.m
1,05
Pmax = 1,64
A = 1,62 t/lfd.m
M
0,881

15. ábra

alapozást lehetőleg kerülik és emiatt az alaptestek nemcsak függőleges süllyedésnek, hanem elferdülésnek is ki vannak téve (különösen lapokra támaszkodó kereteknél, ahol excentrikus az erőátadás). Az összes támaszponti mozgások pedig lényeges többletigénybevételt okoznak az egész keretszerkezetben.

Végül a keretek építése, vasalása és zsaluzása sokkal bonyolultabb és költségesebb, mint az egyszerű gerendahidaké. A javasolt négycsuklós megoldás ezzel szemben sem a süllyedésekre nem érzékeny, sem különösebb építési nehézségeket nem okoz és alkalmas a szabványosított egyszerű tervek alapján való kivitelre. (Éppen ennek érdekében nem látszik fontosnak az egyedi tervezés első korszakában a rugalmas ágyazás tekintetbevétele.)

Saját javaslatomra visszatérve, egy számpéldán bemutatom a könnyű hídfők nagy gazdasági előnyeit, amivel kapcsolatban arra is rá fogok mutatni, hogy tényleg szükséges-e alul *Szlovinszkij* szerint az alapokat gerendákkal egymáshoz hozzátámasztani, vagy pedig elegendő a megtámasztást az alaptestek függőleges oldalfelülete mentén kiváltódó passzív földellenállásra bízni.

Példaképpen vizsgáljunk meg egy 3 m magas hídfőt súlytámfalas és a javasolt újrendszerű támasztott ellenfalas megoldás szerint.

Legyen a felszerkezetről átadódó hasznos terhelés: 15 t/fm, $\gamma_t = 1{,}75$ t/m^3 és $\gamma_b = 2{,}2$ t/m^3, $\varphi = 30°$ és $\delta = 2/3\,\varphi$ és az alaptalajra megengedett élnyomás $\sigma_m = 2{,}5$ kg/cm^2. A *15a. ábrán* feltüntettük az 1,5 m magas alaptest felvétele alapján a súlytámfal grafikus méretezését. A fm-kénti betonszükséglet: 5,15 m^3 és a betonban keletkező legnagyobb nyomóigénybevétel (1—1 metszet)

$$\sigma_1 = \frac{21{,}4\text{ t}}{1{,}40\text{ m}}\left(1 + \frac{6 \cdot 0{,}23}{1{,}4}\right) = 30\text{ t/m}^2 = 3{,}0\text{ kg/cm}^2.$$

A legnagyobb húzás pedig (3—3 metszet)

$$\sigma_3 = \frac{19{,}2\text{ t}}{1{,}0\text{ m}^2} = 19{,}2\text{ t/m}^2 \quad \text{és} \quad \sigma_3' = \frac{19{,}2 \cdot 0{,}23 \cdot 6}{1{,}0 \cdot 1{,}0^2} = 26{,}5\text{ t/m}^2$$

$$\sigma_3^h = 26{,}5 - 19{,}2 = 7{,}3\text{ t/m}^2 = 0{,}73\text{ kg/cm}^2,$$

tehát a falazat szilárdsága egyáltalában nincsen kihasználva.

Ha az alaptest magasságát 1 m-re csökkentjük, akkor a felhasznált betonmennyis ég 4,18 m^3-re csökken, az igénybevételek pedig nagyjából változatlanok maradnak.

Ezzel szemben a *15b. ábrán* feltüntetett támasztott hídfő, mint a 2,65 m támaszközre megtámasztott kéttámaszú tartó méretezhető.

A legnagyobb nyomaték: $M = 0{,}88$ tm a felső támasztól 1,55 m mélyen fog fellépni. Ha homogén betonkeresztmetszetet méretezünk, akkor

$$\sigma_b = \pm\frac{0{,}88 \cdot 6}{1{,}0 \cdot 0{,}4^2} = 33\text{ t/m}^2 = \pm 3{,}3\text{ kg/cm}^2,$$

Ha pedig vasbeton keresztmetszetként méretezzük,

$$F_v \cong \frac{88 \cdot 100}{32 \cdot 1400} \cong 2{,}0\text{ cm}^2.$$

Tehát alig szükséges vasalás, sőt ha figyelembe vesszük, hogy a gerendatartóról átadódó nyomást a hajlítási húzófeszültségekből tulajdonképen le lehet vonni, akkor ez a nyomófeszültség:

$$\sigma_t = \frac{15\text{ t}}{0{,}4} = 37{,}5\text{ t/cm}^2,$$

amit levonva 3,3 kg/cm² max. húzófeszültségből $-3{,}75 + 3{,}3 = -0{,}45$ kg/cm² *nyomófeszültséget* fogunk kapni. A hídfő magasságának növekedésével és a mozgó terhelésből származó földnyomás figyelembevételével természetesen vagy a felmenő fal vastagságát kell növelnünk, vagy pedig gyönge vasalást kell a falba helyeznünk. Szemmel látható azonban az áthidaló szerkezetről átadódó terhelésnek a hajlított ellenfalra gyakorolt kedvező hatása. Láthatjuk azt is, hogy a fal megtámasztásával milyen lényeges anyagmegtakarítást sikerült elérni.

Vizsgáljuk még meg, hogy a vízszintes reakcióerőnek a talajra való átadása nem haladja-e meg a megengedett értéket?

A *15 b. ábra* szerint az alaptömbre átadott vízszintes reakcióerő ugyancsak 1,62 t/fm lenne, azonban az elmozdulás következtében egészen az alaptest alsó síkjáig kiváltódó aktív földnyomásból származó reakció ennél nagyobb lesz.

$$\left(\lambda_a = \operatorname{tg}^2\ (45° - \varphi_2) = \frac{1}{3} \quad \text{és} \quad \lambda_p = \operatorname{tg}^2\ (45° + \varphi_2) = 3\right)$$

1,5 m. mély alap esetén:

$$E_a \cong \frac{4{,}5^2 \cdot 1{,}75}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 3{,}94^t,$$

ha feltételezzük, hogy az ezt ellensúlyozó passzív földnyomás is háromszögalakú eloszlású, akkor az $e_p \cdot \frac{1{,}5^2}{2} \cdot 1{,}75 = 3{,}94$ összefüggésből $e_p = 2{,}0$ t/m-re adódik. Ezzel szemben a rendelkezésre álló ellenállás:

$$e_{p0} = \lambda_p \cdot m \cdot \gamma \cdot = 3 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}75 = 7{,}9^t$$

a biztonság tehát: $n = \frac{7{,}9}{2{,}0} = 4$-szeres.

1,0 m. alapmélység esetén pedig a reakcióerő:

$$E_a' = \frac{4{,}0^2 \cdot 1{,}75}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 3{,}13^t$$

a szükséges fajlagos ellenállás:

$$e_p = 3{,}13 \cdot \frac{2}{1{,}75 \cdot 10^2} = 2{,}58^t/_m$$

ezzel szemben rendelkezésre áll:

$$e_p' = 1{,}0 \cdot 1{,}75 \cdot 3 = 5{,}25^t/_m,$$

a biztonság tehát még mindég: $n' = \frac{5{,}25}{3{,}58} = 1{,}47,$

amit növel még az alaptest alsó síkjában fellépő súrlódási ellenállás is ($N = 19{,}78$ t és $tg\,\varphi = 0{,}576$; $S = 19{,}78 \cdot 0{,}576 = 11{,}4$ t többlet) nem is beszélve az esetleges szádfalak fokozott ellenállásáról.

Gyakorlatilag tehát az adott átlagos talajviszonyok mellett 3,0 m-es háttöltésmagasságig 1 m-es alapozási mélység, mintegy 4,5—5 m-es háttöltésmagasságig pedig 1,5 m-es alapozási mélység elegendő a lemezfal megtámasztásához. Az alsó gerendamegtámasztás tehát csak az alaptestek kimosási veszélye, vagy gyönge altalaj esetében és igen nagy magasságú hídfőknél szükséges.

A betonfalazatban elért megtakarítás 1,5 m mély alapozás esetén: 5,15 — 2,43 = 2,72 m³ (fm) (56%), 1,0 m mély alapozás esetén: 4,20—1,98 = 2,22 m³ (fm) (53%), vagyis mindkét esetben meghaladja az 50%-ot.

A fentiek alapján ismételten javasolom, hogy a kisnyílású (5—8 m) és 6 m-nél nem nagyobb magasságú hidak ellenfalai ne súlytámfal, hanem a fenti megtámasztott rendszer szerint terveztessenek és az első ilyen rendszerű kísérleti jellegű hídfők viselkedése és tényleges igénybevételi viszonyai pontos feszültségmérésekkel és próbaterhelésekkel legyenek megállapítva.

Az előadottak során a hídfők tervezési kérdéseinek több szempontból tisztázatlan voltára és a fejlődés irányaira kívántam rámutatni. Igen fontos lenne, hogy a kérdés komoly gazdasági jelentőségére való tekintettel az erre vonatkozó tudományos kísérletek is megindulhassanak, továbbá a javasolt gyakorlati megoldás mielőbb kivitelre kerüljön.

Összefoglalás

A szerző rámutat arra, hogy a hidak tartószerkezetében mutatkozó hatalmas fejlődéshez képest az alépítmény erősen lemaradt. Pedig az összköltségben komoly része van az alépítményi költségeknek is.

A fejlődés lehetőségei három irányban is megvannak, amelyekre a szerző példákat mutat be.

1. Az *alaptestek méretezésénél* az oldalfelületeken fellépő földellenállás és a talpfelületen fellépő súrlódás figyelembevétele mélyalapozásoknál komoly megtakarítást eredményez.

2. A párhuzamos szárnyfalakkal lezárt hídfőkre felvett *földnyomás számítása* az eddigi gyakorlat szerint erősen túlzott és lényegesen redukálható. A mozgó terhelésből származó nyomástöbbletet pedig a merev burkolat terheelosztó hatásának figyelembevétele lényegesen lecsökkenti.

3. A *kisnyílású hidak hídfőire* nézve a szerző javasolja, hogy azokat a tartószerkezettel felül megtámasztott és alul a talajba befogott szerkezetként képezzék ki. Az ily módon hajlított tartóként működő hídfők építésénél több mint 50%-os megtakarítás érhető el. Szerzőtől függetlenül A. *Szlovinszkij* szovjet mérnök hasonló szerkezetekkel már gyakorlati tapasztalatokat is közölt.

KIEGÉSZÍTÉS A FOLYTATÓLAGOS TARTÓK ELMÉLETÉHEZ

SÁLYI ISTVÁN
KOSSUTH-DÍJAS
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1953 január 20-án.]

1. A folytatólagos tartók vizsgálatának egyik szokásos módja a következő. A statikailag határozatlan folytatólagos tartót *(1/a ábra)* a közbenső támaszpontok helyén beiktatott csuklókkal először statikailag határozottá tesszük *(1/b ábra)*. Ezek a csuklók, az eredeti, összefüggő rúd megfelelő keresztmetszetétől eltérően nem tudnak nyomatékot átvinni a csuklóhoz kapcsolódó egyik rúdvégről a másikra. Ezért az eredeti állapot visszaállítása végett a T_i támaszpont fölött elhelyezett csuklóhoz kapcsolódó rúdvégeken M_i nyomatékú erőpárokat kell működtetnünk *(1/b ábra)*. M_i a támaszponti nyomaték a T_i támasztás helyén az eredeti folytatólagos rúdnál.

Az ismeretlen M_i nyomatékok a folytatólagos tartó alakváltozásának figyelembevételével határozhatók meg. A nyíróerők okozta alakváltozást elhanyagolva a rúd rugalmas vonalában törés sehol sincs, így a támasztások fölött sem jelentkezhet. Ezért *Castigliano* tétele értelmében

$$\frac{\partial U}{\partial M_i} = 0 \qquad (i = 1,2,\ldots n-1), \tag{1}$$

ahol

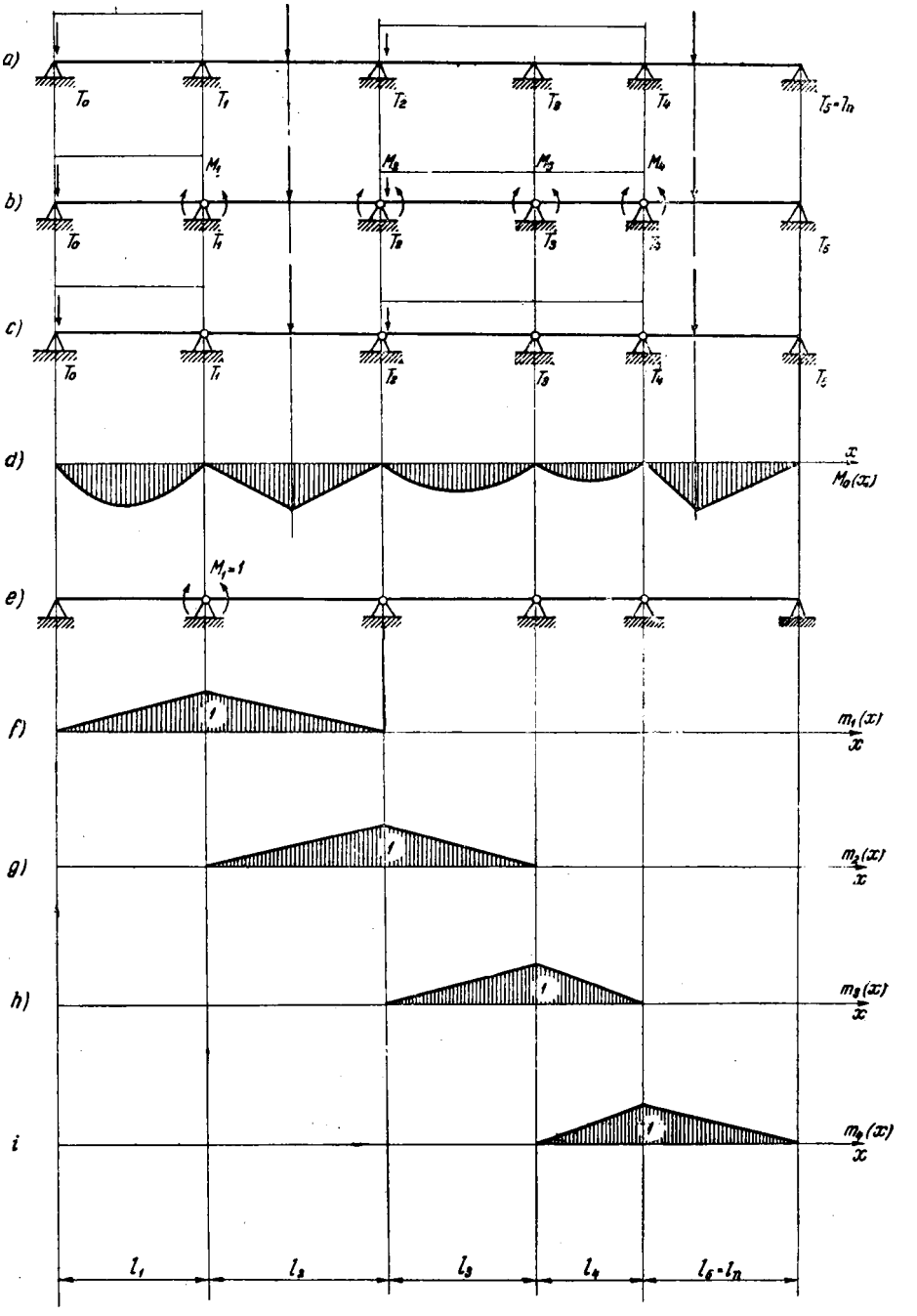
$$U = \frac{1}{2}\int \frac{M^2}{IE}\,dx$$

a deformált rúd belső energiája, $M = M(x)$ pedig az egyes rúdkeresztmetszeteket terhelő hajlítónyomaték. Állandó keresztmetszetű rudat feltételezve

$$U = \frac{1}{2IE}\int M^2\,dx$$

és

$$\frac{\partial U}{\partial M_i} = \frac{1}{IE}\int M\frac{\partial M}{\partial M_i}\,dx,$$


a)
b)
c)
d)
e)
f)
g)
h)
i)
I_0
I_1
I_2
I_3
I_4
$I_5 = I_n$
M_1
M_2
M_3
M_4
x
$M_0(x)$
$M_1 = 1$
1
$m_1(x)$
$m_2(x)$
$m_3(x)$
$m_4(x)$
l_1
l_2
l_3
l_4
$l_5 = l_n$

1. ábra

tehát

$$\int M \frac{\partial M}{\partial M_i} dx = 0 \qquad (i = 1,2, \ldots n-1) \tag{2}$$

Az $M(x)$ hajlítónyomaték az egyes rúdterhelések okozta hajlítónyomatékokból tevődik össze, mégpedig

$$M(x) = M_0(x) + \sum_1^{n-1} M_i m_i(x) \tag{3}$$

$M_0(x)$ az eredeti terhelésnek megfelelő nyomaték *(1/c* és *1/d ábra)*, $m_1(x)$ és $M_1 \cdot m_1(x)$ a T_1 csuklóhoz kapcsolódó rúdvégeken működő, egységnyi, ill. M_1 nyomatékú erőpárokból álló terhelésnek megfelelő nyomaték *(1/e* és *1/f ábra)*. Az *1/g*, *1/h*, *1/i* stb. ábrák az $m_2(x)$, $m_3(x)$, stb. nyomatékok ábráit tünteti fel.

Minthogy ezek szerint

$$\frac{\partial M}{\partial M_i} = m_i(x),$$

ezért

$$\int M \frac{\partial M}{\partial M_i} dx = 0 = \int M_0(x)\ m_i\ (x)\, dx + \sum_{k=1}^{n-1} \left(M_k \int m_k(x)\, m_i(x)\, dx \right). \tag{4}$$

Az itt előforduló integrálok könnyen meghatározhatók. Egyszerű számítás szerint

$$\left.\begin{aligned} A_{i-1,\,i} &= \int m_{i-1}\, m_i\, dx = \frac{1}{6} l_i, \\ A_{i,\,i} &= \int m_i^2\, dx \quad\ = \frac{1}{3}(l_i + l_{i+1}), \\ A_{i,\,i+1} &= \int m_i\, m_{i+1}\, dx = \frac{1}{6} l_{i+1} \end{aligned}\right\} \tag{4a}$$

és minden más esetben

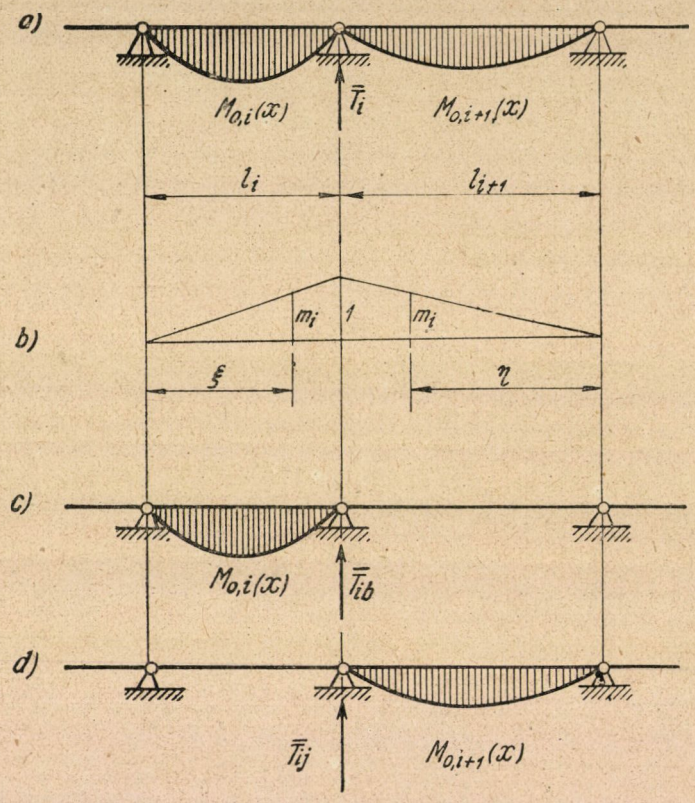
$$A_{ik} = \int m_i\, m_k\, dx = 0. \tag{4b}$$

Másrészről terheljük meg a tartót az M_0 nyomatéki ábrának megfeleiő, képzelt terheléssel *(2/a ábra)*. Az ábra szerint

$$\int M_0(x)\, m_i(x)\, dx = \frac{1}{l_i}\int_0^{l_i} M_{0l}(x)\,\xi d\xi + \frac{1}{l_{i+1}}\int_0^{l_{i+1}} M_{0,\,i+1}(x)\,\eta d\eta$$

$$= -(\overline{T}_{ib} + \overline{T}_{ij}) = -\overline{T}_i, \qquad (4c)$$

ahol $\overline{T}_{ib}$ a baloldali, vagyis az i-ik nyílásra eső, $\overline{T}_{ij}$ pedig a jobboldali, vagyis az $(i+1)$-ik nyílásra eső terhelésnek megfelelő, képzelt támasztóerő a középső,



2. ábra

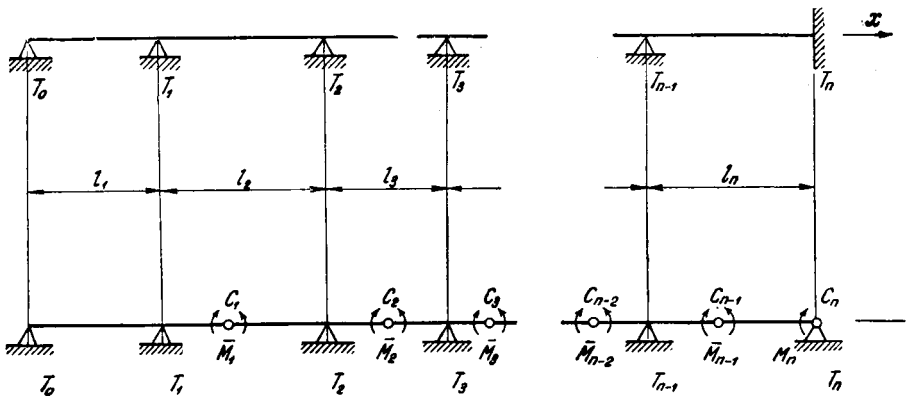
vagyis az i-ik támasztás helyén. A kettő összege a képzelt terhelés következtében az i-ik támasztás helyén ébredő $\overline{T}_i$ képzelt támasztóerő.

A kapott értékeket a (4) egyenletekbe behelyettesítve végül is a jól ismert *Clapeyron*-féle egyenletet kapjuk:

$$l_i M_{i-1} + 2(l_i + l_{i+1}) M_i + l_{i+1} M_{i+1} = 6\,\overline{T}_i \quad (i = 1, 2, \ldots n-1) \qquad (5)$$

Ebből a lineáris egyenletrendszerből az ismeretlen M_i támaszponti nyomatékok meghatározhatók.

2. Konkrét esetben pl. már három ismeretlen esetében is, az (5) egyenletrendszer numerikus megoldása meglehetősen fáradságos, mert mindegyik egyenletben két, vagy három ismeretlen van. Ez az egyenletrendszer sokféleképpen, pl. tisztán matematikai módszerekkel is átalakítható úgy, hogy a számítás céljára alkalmasabbá váljék. Az egyes ismeretlenek közvetlen számítása mechanikai meggondolások révén, pl. az ú. n. fixpont módszer segítségével is lehetséges. Az alábbiakban olyan eljárást ismertetünk, amely az 1. pontban vázolt gondolatmenetet lényegében megtartva jut el könnyen kezelhető olyan egyenletrendszerhez, amelyben mindegyik egyenlet egy ismeretlent tartalmaz. Először a *3. ábrán* feltüntetett, jobboldali végén befogott, többtámaszú tartót



3. ábra

vizsgáljuk meg. A tartót a C_1, C_2, ... C_n csuklók közbeiktatásával statikailag határozott tartóvá, ú. n. *Gerber*-tartóvá alakítjuk és a csuklókhoz kapcsolódó rúdvégeket az egyelőre még ismeretlen $\bar{M}_i$ nyomatékú erőpárokkal terheljük *(3. ábra)*. Az első nyílás kivételével valamennyi többi nyílásba egy csukló esik. Az utolsó, C_n csuklót a befogás helyén alkalmazzuk.

Legyen $\bar{M}_0(x)$ a tartó eredeti terhelése okozta hajlítónyomaték, $\mu_i(x)$ pedig a C_i csuklóhoz kapcsolódó rúdvégeken működő, egységnyi nyomatékú erőpárok okozta hajlítónyomaték a Gerber-tartó akármelyik keresztmetszetében. Akkor, a (3) egyenlethez hasonlóan

$$M(x) = \bar{M}_0(x) + \sum_1^n \bar{M}_i \mu_i(x) . \tag{6}$$

Minthogy pedig a rugalmas vonalnak a közbenső csuklók helyén nem lehet törése, a befogás helyén pedig vízszintes az érintője, azért most is

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{M}_i} = \frac{1}{IE} \int M \frac{\partial M}{\partial \bar{M}_i} dx = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

illetve

$$\int M(x)\,\mu_i(x)\,dx = 0\,, \qquad (i = 1,2,\ldots n)\,, \tag{7}$$

mert

$$\frac{\partial M}{\partial \bar{M}_l} = \mu_i(x)\,.$$

A (6) egyenlet szerint azonban

$$\int M(x)\,\mu_i(x)\,dx = 0 = \int \bar{M}_0(x)\,\mu_i(x)\,dx + \sum_{k=1}^{n}\left(\bar{M}_k \int \mu_i(x)\,\mu_k(x)\,dx\right).$$

Ha tehát a C_i csuklókat sikerülne úgy elhelyezni, hogy

$$\int \mu_k(x)\,\mu_i(x)\,dx = 0 \qquad (k \neq i) \tag{8}$$

egyen, akkor az ismeretlen $\bar{M}_i$ nyomaték az

$$\int \bar{M}_0(x)\,\mu_i(x)\,dx + \bar{M}_i \int \mu_i^2(x)\,dx = 0 \qquad (i = 1,2,\ldots n) \tag{9}$$

egyenletből közvetlenül kiszámítható.

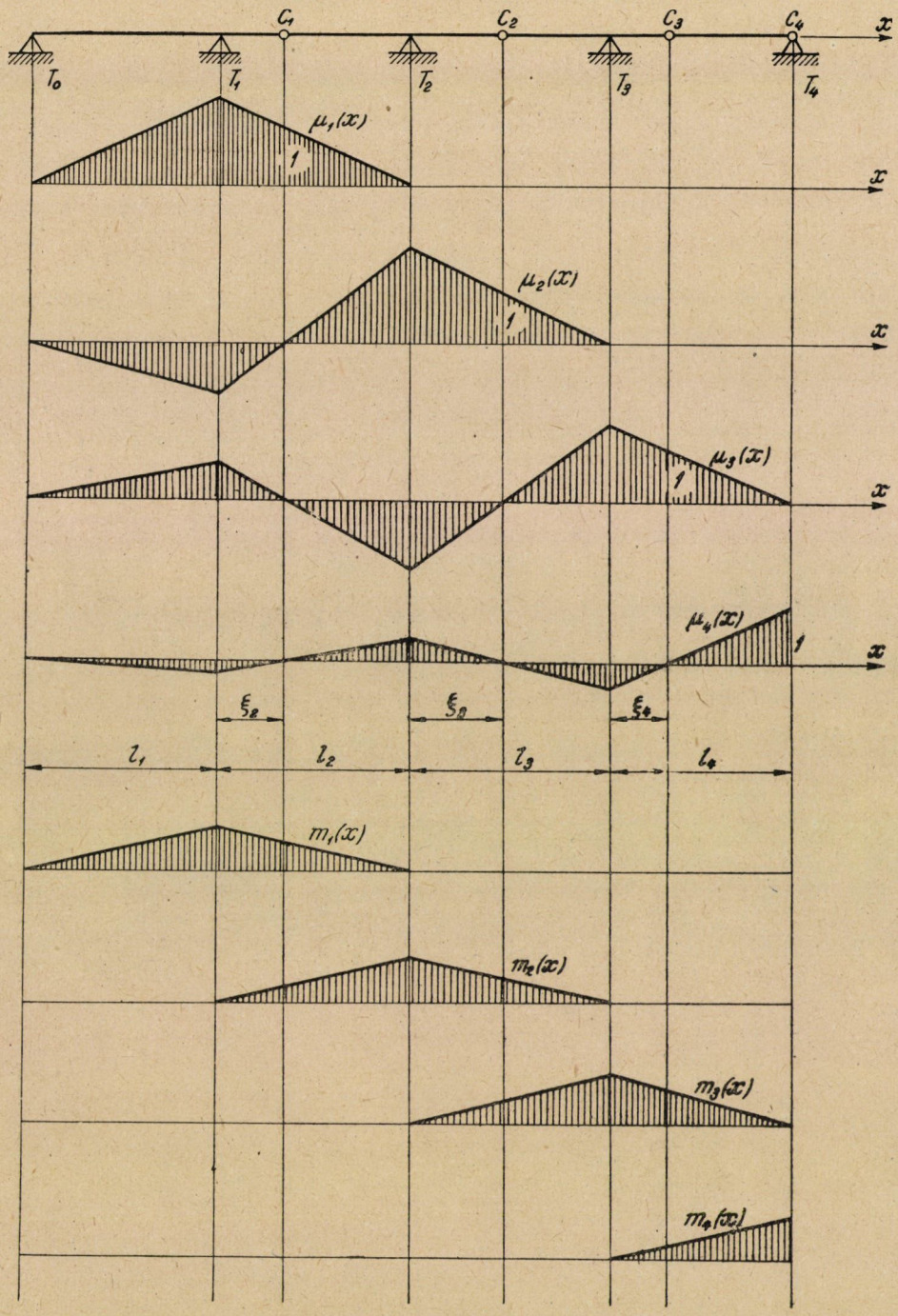
Kimutatjuk, hogy a C_i csuklók alkalmas megválasztásával a (8) feltétel mindig kielégíthető.

A *4. ábrán*, példaképpen egy öttámaszú tartó esetére felrajzoltuk a $\mu_i(x)$ nyomatéki ábrákat. A $\mu_i(x)$ függvények az egész tartó mentén folytonosak és szakaszonként, egy-egy nyíláson belül, lineárisak. Ezért a $\mu_i(x)$ függvények nyilvánvalóan lineárisan kifejezhetők az *1. ábrán* feltüntetett és a *4. ábrába* is berajzolt $m_i(x)$ függvényekkel, hiszen azok is folytonosak és szakaszonként, egy-egy nyíláson belül, lineárisak. Így tehát

$$\mu_i(x) = \sum_{k=1}^{n} \mu_{ik}\, m_k(x)\,. \tag{10}$$

Minthogy pedig az $x_k = l_1 + l_2 + \ldots + l_k$ helyen

$$m_\nu(x_k) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \nu = k \\ 0, & \text{ha } \nu \neq k \end{cases}$$


C1
C2
C3
C4
x
T0
T1
T2
T3
T4
μ1(x)
1
μ2(x)
μ3(x)
μ4(x)
ξ2
ξ3
ξ4
l1
l2
l3
l4
m1(x)
m2(x)
m3(x)
m4(x)

4. ábra

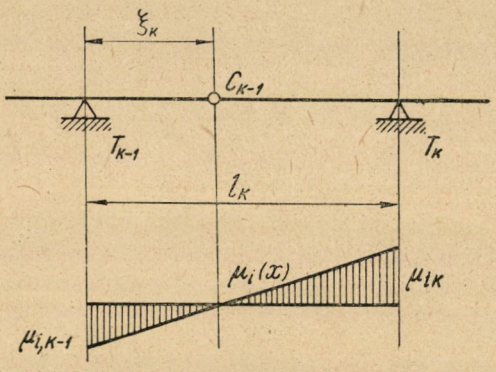
következik, hogy

$$\mu_{ik} = \mu_i(x_k),$$

vagyis μ_{ik} a $\mu_i(x)$ függvény értéke a T_k támasztás helyén. A μ_{ik} értékek kiszámítása végett vezessük be az

$$\varepsilon_i = \frac{\xi_i}{l_i - \xi_i} \qquad (i = 2, 3, \ldots n) \qquad (11)$$

jelölést. Állapodjunk meg továbbá abban, hogy $\varepsilon_1 = \varepsilon_{n+1} = o$. Az 5. *ábra* szerint ahol a $\mu_i(x)$ függvény egy szakaszát tüntettük fel,



5. ábra

$$\frac{\mu_{i,\,k-1}}{\xi_k} = -\frac{\mu_{ik}}{l_k - \xi_k},$$

vagyis

$$\mu_{i,\,k-1} = -\varepsilon_k \mu_{ik} \qquad (1 \leqq k \leqq i) \qquad (12)$$

ahonnan egyszerű számítással

$$\mu_{ik} = (-1)^{i-k} \varepsilon_{k+1} \varepsilon_{k+2} \ldots \varepsilon_i \mu_{ii} \qquad (1 \leqq k \leqq i) \qquad (13)$$

következik. Ha pedig $k > i$, akkor

$$\mu_{ik} = 0.$$

Bevezetve még az

$$\eta_1 = 1 \text{ és } \eta_i = \varepsilon_2 \varepsilon_3 \ldots \varepsilon_i$$

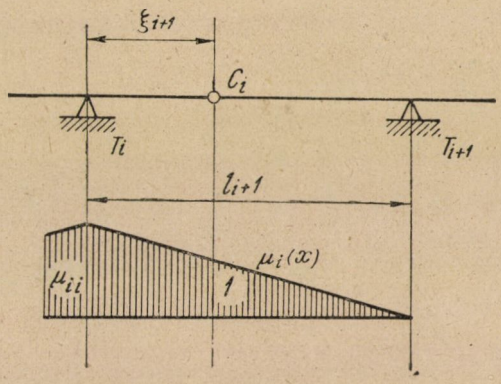
jelöléseket, (13) így is írható:

$$\mu_{ik} = (-1)^{i-k} \frac{\eta_i}{\eta_k} \mu_{ii}. \qquad (1 \leqq k \leqq i) \qquad (14)$$

Így tehát, a (10) egyenlet szerint

$$\mu_i(x) = (-1)^i \eta_i \mu_{ii} \sum_{k=1}^{i} (-1)^k \frac{m_k(x)}{\eta_k}. \qquad (i = 1, 2, \ldots n) \qquad (15)$$

A *6. ábra* szerint egyébként



6. ábra

$$\mu_{ii} = \frac{l_{i+1}}{l_{i+1} - \xi_{i+1}} = 1 + \varepsilon_{i+1}. \qquad (i = 1, 2, \ldots n) \qquad (16)$$

A fentebb tett $\varepsilon_{n+1} = o$ megállapodás folytán ez az összefüggés $i = n$ esetén is érvényes.

A (15) összefüggések alapján, megfordítva, $m_i(x)$ is kifejezhető a $\mu_k(x)$ függvények segítségével. (15)-ből ugyanis egyszerű számítással

$$(-1)^i \frac{\mu_i(x)}{\eta_i \mu_{ii}} - (-1)^{i-1} \frac{\mu_{i-1}(x)}{\eta_{i-1} \mu_{i-1,\, i-1}} = (-1)^i \frac{m_i(x)}{\eta_i}, \qquad (i \geqq 2)$$

illetve

$$\frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i} \mu_{i-1}(x) + \frac{1}{1 + \varepsilon_{i+1}} \mu_i(x) = m_i(x) \qquad (2 \leqq i \leqq n) \qquad (17)$$

következik. Ha még feltesszük, hogy $\mu_0(x)$ mindenütt véges, a legegyszerűbben pl. $\mu_0(x) = o$, akkor a (17) összefüggés az $i = 1$ esetben is érvényes.

A (15) és (17) összefüggések a C_i csuklók bármely választásánál érvényesek, feltéve, hogy a C_n csukló kivételével egyik sem esik támaszpont fölé. Most megvizsgáljuk, hogy miképpen kell $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots \varepsilon_n$ értékeit választanunk úgy, hogy a (8) feltételnek megfelelően

$$\int \mu_i(x)\, \mu_k(x)\, dx = 0 \qquad (k \neq i)$$

legyen.

Tegyük fel, hogy az ε_i értékek helyes megválasztásával sikerült mindezeket a feltételeket kielégítenünk. Akkor a (17) egyenletből, ha annak mindkét oldalát $\mu_j(x)$-szel szorozzuk és azután a tartó egész hossza mentén integráljuk,

$$\int m_i(x)\,\mu_j(x)\,dx = 0\,, \tag{18}$$

következik, feltéve, hogy pl. $j > i$. (15) szerint azonban

$$\mu_j(x) = (-1)^j \eta_j \mu_{jj} \sum_{k=1}^{j} (-1)^k \frac{m_k(x)}{\eta_k},$$

és (4/a) figyelembevételével

$$\int m_i(x)\mu_j(x)dx = 0 = (-1)^j \eta_j \mu_{jj} \left\{ (-1)^{i-1} \frac{A_{i-1,i}}{\eta_{i-1}} + \right.$$
$$\left. + (-1)^i \frac{A_{ii}}{\eta_i} + (-1)^{i+1} \frac{A_{i,i+1}}{\eta_{i+1}} \right\}.$$

(Ha $i = 1$, a zárójelen belül az első tag elmarad).

Bevezetve még az

$$\frac{l_{i+1}}{l_i} = \alpha_{i+1} \qquad (i = 1, 2, \ldots n-1) \tag{18a}$$

és $\alpha_{n+1} = o$ jelölést, némi egyszerűsítés után azt kapjuk, hogy

$$\varepsilon_{i+1} \left\{ 2(1 + \alpha_{i+1}) - \varepsilon_i \right\} = \alpha_{i+1}\,,$$

illetve

$$\varepsilon_{i+1} = \frac{\alpha_{i+1}}{2(1 + \alpha_{i+1}) - \varepsilon_i}\,. \qquad (i = 1, 2, \ldots n) \tag{19}$$

Ennek a rekurziós képletnek a segítségével, az $\varepsilon_1 = o$ értékből kiindulva, ε_2, $\ldots . \varepsilon_n$ értékei lépésről lépésre meghatározhatók. A képlet szerint, a korábbi megállapodásunkkal összhangban, $\varepsilon_{n+1} = o$.

Most már könnyű kimutatni, hogy az ε_i értékek ilyen választása mellett valóban

$$\int \mu_i(x)\mu_j(x)dx = 0. \qquad (i \neq j).$$

Legyen pl. $j > i$. Minthogy (15) szerint

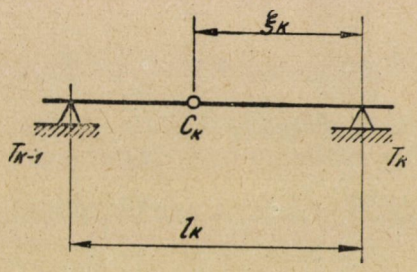
$$\mu_i(x) = (-1)^i \eta_i \mu_{ii} \sum_{k=1}^{i} (-1)^k \frac{m_k(x)}{\eta_k},$$

tehát — (18) szerint —

$$\int \mu_i(x)\, \mu_j(x) dx = (-1)^i \eta_i \mu_{ii} \sum_{k=1}^{i} \left(\frac{(-1)^k}{\eta_k} \int m_k(x) \mu_j(x) dx \right) = 0.$$

A kitűzött feladatot ezzel lényegében meg is oldottuk. A C_i csuklók helyét (19)-nek megfelelően választva, az ismeretlen $\overline{M}_i$ nyomatékok a (9) egyenletekből egyenként, közvetlenül kiszámíthatók. Az utóbbiak ismeretében pedig — (6) alapján — meghatározható az $M(x)$ nyomatéki ábra is.

Az előzőkben ismertetett gondolatmenet csekély módosítással alkalmazható természetesen akkor is, amikor a tartó jobboldali vége nincs befogva.



7. ábra

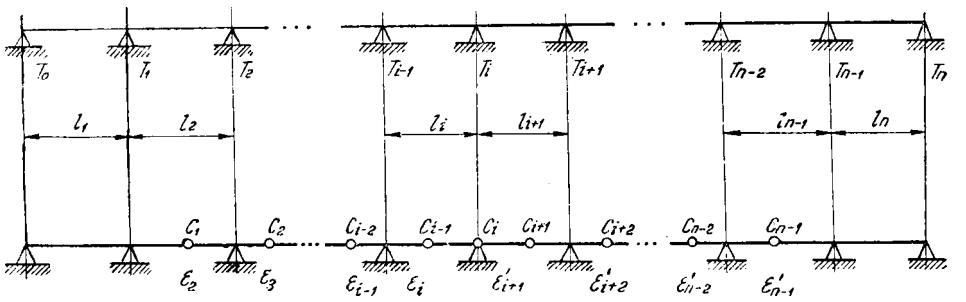
Ha pl. a támasztás a T_n támaszpont helyén csuklós és a rudat e helyen M_n nyomatékú erőpár terheli, úgy az egész számítás változatlan marad, azzal a különbséggel, hogy a (7) egyenletet csak az $i = 1,2, \ldots, n-1$ esetekben kell kielégíteni.

A (19) képlet egyébként azt mutatja, hogy a beiktatott C_i csuklók helye egybeesik a rúd ú. n. fixpontjaival.

3. A 2. pontban ismertetett eljárásnak hátránya, hogy a támaszponti M_i nyomatékok számítása a (9) egyenletekből meghatározott $\overline{M}_i$ nyomatékokból meglehetősen körülményes. Könnyen berendezhetjük azonban a számítást úgy is, hogy annak eredményeként közvetlenül a támaszponti nyomatékokat kapjuk meg.

Tegyük fel pl. hogy a *7. ábrán* feltüntetett, n-nyílású tartó közbenső T_i támasztásának helyén kívánjuk az M_i támaszponti nyomatékot meghatározni. A tartót először is a T_i támaszpont fölött beiktatott C_i csuklóval *(7. ábra)*,

két részre osztjuk. A tartó baloldali részén, annak baloldali végéből kiindulva, a 2. pontban ismertetett módon, elhelyezzük a C_1, C_2 ... C_{i-1}csuklókat, az ε_2, ... ε_i értékeknek megfelelő helyeken. Ugyanúgy járunk el a tartó jobboldali részén is, azzal a különbséggel, hogy a C_{n-1}, C_{n-2} ... C_{i+1} csuklókat a tartó jobboldali végétől kiindulva helyezzük el, az ε'_{n+1}, ε'_{n+2}, ... ε'_{i+1} értékek megszabta helyeken. A tartó jobboldali részén, az 5. *ábrával* és a (11) egyenlettel összhangban *(8. ábra)*.



8. ábra

$$\varepsilon'_k = \frac{\xi_k}{l_k - \xi_k}$$

a (19) egyenletnek megfelelően pedig

$$\varepsilon'_k = \frac{\alpha'_k}{2(1+\alpha'_k) - \varepsilon'_{k+1}},$$

ahol

$$\alpha'_k = \frac{l_k}{l_{k+1}} = \frac{1}{\alpha_{k+1}}.$$

A tartó, a csuklók beiktatása után most már statikailag határozott. Az egyes csuklókhoz kapcsolódó rúdvégeken működtetett egységnyi nyomatékú erőpároknak megfelelő

$$\mu_k(x) \qquad (k = 1, 2 \ldots \; n-1)$$

nyomaték függvények pedig nyilvánvalóan orthogonális függvényrendszert alkotnak, amennyiben

$$\int \mu_k(x)\,\mu_j(x)\,dx = 0. \qquad (k \neq j) \tag{20}$$

A 2. pont szerint a (20) feltétel valóban ki van elégítve, ha $k,j \leqq i$, vagy ha $k,j \geqq i$. Ki van azonban elégítve akkor is, ha $k < i$ és $j > i$, mert ekkor a tartó baloldali részén $\mu_j(x) \equiv 0$, a jobboldali részén pedig $\mu_k(x) \equiv 0$.

A C_i csukló helyén a tartó rugalmas vonala nem törik meg. Ezért *Castigliano* tétele szerint

$$\frac{\partial U}{\partial \overline{M}_i} = \frac{1}{IE} \int M \frac{\partial M}{\partial \overline{M}_i} dx = 0 .$$

Minthogy pedig

$$M = \overline{M}_0 + \sum_{k=1}^{n-1} \overline{M}_k \mu_k(x) , \qquad (\overline{M}_i = M_i),$$

ezért

$$\frac{\partial M}{\partial \overline{M}_i} = \mu_i(x),$$

tehát

$$\int M \frac{\partial M}{\partial M_i} dx = \int \overline{M}_0(x) \mu_i(x) dx + M_i \int \mu_i^2(x) dx = 0. \tag{21}$$

Ez az egyenlet még egyszerűbbé tehető, ha figyelembe vesszük, hogy a támaszpontok fölött beiktatott csuklóelrendezéshez tartozó $M_0(x)$ (v. ö. *1. ábra)* és a *Gerber*-tartóra *(7. ábra)* vonatkozó $\overline{M}_0(x)$ nyomatékok különbsége az egész tartó mentén folytonos, egy-egy nyílásban lineáris, a C_i csukló helyén és a rúd két végén zérus értékű. Ezért

$$M_0(x) - \overline{M}_0(x)$$

lineárisan kifejezhető a $\mu_1(x)$, $\mu_2(x)$, ... $\mu_{i-1}(x)$, $\mu_{i+1}(x)$, ... $\mu_{n-1}(x)$ függvények segítségével, vagyis

$$M_0(x) - \overline{M}_0(x) = \sum_{k=1}^{i-1} c_k \mu_k(x) + \sum_{j=i+1}^{n-1} c_j \mu_j(x) .$$

Ebből azonban nyilvánvalóan

$$\int (M_0 - \overline{M}_0) \mu_i(x) dx = 0 ,$$

illetve

$$\int \overline{M}_0(x) \mu_i(x) dx = \int M_0(x) \mu_i(x) dx ,$$

tehát végeredményben

$$\boxed{M_i \int \mu_i^2(x) dx + \int M_0(x) \mu_i(x) dx = 0} \tag{22}$$

következik.

A (22) egyenlet gyakorlati, numerikus számítások elvégzésére is alkalmas, mert a benne előforduló integrálok, amint ezt az alábbiakban kimutatjuk, aránylag egyszerűen kiszámíthatók.

Legyen

$$\int M_0(x)\,\mu_i(x)\,dx = -\Gamma_i$$

és

$$6\int \mu_i^2(x)\,dx = \Delta_i.$$

Ezekkel a jelölésekkel a (22) egyenlet így alakul:

$$\Delta_i M_i = 6\Gamma_i. \tag{23}$$

Számítsuk ki először Δ_i értékét.

$$\Delta_i = 6\int \mu_i^2(x)\,dx = 6\int_{x_0}^{x_i} \mu_i^2(x)\,dx + 6\int_{x_i}^{x_n} \mu_i^2(x)dx,$$

ahol

$$x_i = l_1 + l_2 + \ldots + l_i$$

$$x_n = l_1 + l_2 + \ldots + l_n.$$

A $0 \leqq x \leqq x_i$ közben azonban, a 2. pontban levezetett (15) és (16) összefüggések szerint

$$(\varepsilon_{i+1} = 0)$$

$$\mu_i(x) = (-1)^i\,\eta_i \sum_{k=1}^{i} (-1)^k \frac{m_k(x)}{\eta_k} \tag{24}$$

(17) szerint pedig

$$\int_0^{x_i} \mu_i^2(x)\,dx = \int_0^{x_i} m_i(x)\,\mu_i(x)\,dx = \int_{x_{i-1}}^{x_i} m_i^2(x)\,dx - \frac{\eta_i}{\eta_{i-1}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} m_i(x)\,m_{i-1}(x)\,dx =$$

$$= \frac{1}{6}(2-\varepsilon_i)\,l_i.$$

A tartó jobboldali részén, hasonlóan,

$$\int_{x_i}^{x_n} \mu_i^2(x)\,dx = \frac{1}{6}(2-\varepsilon'_{i+1})\,l_{i+1}$$

úgyhogy tehát

$$\Delta_i = 6 \int_0^{x_n} \mu_i^2(x)\,dx = (2-\varepsilon_i)\,l_i + (2-\varepsilon'_{i+1})\,l_{i+1}. \tag{25}$$

Γ_i számítását is két részletben célszerű elvégezni:

$$\Gamma_i = -\int_0^{x_i} M_0(x)\,\mu_i(x)\,dx - \int_{x_i}^{x_n} M_0(x)\,\mu_i(x)\,dx.$$

24) szerint azonban

$$-\int_0^{x_i} M_0(x)\mu_i(x)dx = (-1)^{i+1}\eta_i \sum_{k=1}^{i-1}\left((-1)^k \frac{1}{\eta_k}\int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} M_0(x)m_k(x)dx\right) -$$

$$-\int_{x_{i-1}}^{x_i} M_0(x)m_i(x)dx\,.$$

Minthogy azonban *(4/c)* szerint

$$-\int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} M_0(x)m_k(x)dx = \overline{T}_k\,,$$

illetve

$$-\int_{x_{i-1}}^{x_i} M_0(x)m_i(x)dx = \overline{T}_i\,,$$

ezért tehát

$$-\int_0^{x_i} M_0(x)\mu_i(x)dx = (-1)^i \sum_{k=1}^{i-1}(-1)^k \frac{\eta_i}{\eta_k}\overline{T}_k + \overline{T}_i\,.$$

Hasonló számítás szerint

$$-\int_{x_i}^{x_n} M_0(x)\mu_i(x)dx = (-1)^i \sum_{k=i+1}^{n-1}(-1)^k \frac{\eta'_i}{\eta'_k}\overline{T}_k + \overline{T}_i$$

ahol

$$\eta'_k = \varepsilon'_{k+1}\,\varepsilon'_{k+2}\ldots\varepsilon'_{n-1}$$

és így

$$\eta_i = \varepsilon'_{i+1}\,\varepsilon'_{i+2}\ldots\varepsilon'_{n-1}\,.$$

Végeredményben tehát

$$\Gamma_i = (-1)^i \sum_{k=1}^{i-1} (-1)^k \frac{\eta_i}{\eta_k}\overline{T}_k + \overline{T}_i + (-1)^i \sum_{k=i+1}^{n-1} (-1)^k \frac{\eta'_i}{\eta'_k}\overline{T}_k\,. \qquad (26)$$

Amint látjuk, Γ_i számításához a csuklók helyét kijelölő ε és ε' mennyiségek és a képzelt M_0 terhelés okozta képzelt $\overline{T}$ támasztóerők ismeretére van szükségünk. A számítás meglehetősen fáradságosnak látszik. Elvégezhető azonban táblázatosan is úgy, hogy viszonylag kevés számítás eredményeként *valamennyi* Γ_i $(i = 1, 2, \ldots n-1)$ értékét megkapjuk.

Kiszámítjuk először a

$$\begin{aligned} C_1 &= \overline{T}_1 \\ C_2 &= \overline{T}_2 - \varepsilon_2 C_1 \\ C_\nu &= \overline{T}_\nu - \varepsilon_\nu C_{\nu-1} \\ C_i &= \overline{T}_i - \varepsilon_i C_{i-1} \end{aligned}$$

algoritmus segítségével a C_1, C_2 ... C_{n-1} mennyiségeket. Az első i egyenletet rendre

$$(-1)^\nu \frac{\eta_i}{\eta_\nu}$$

értékkel megszorozva és összeadva, azt kapjuk, hogy

$$C_i = (-1)^i \sum_{k=1}^{i-1} (-1)^k \frac{\eta_i}{\eta_k}\overline{T}_k + \overline{T}_i\,,$$

vagyis C_i a (26) egyenlet jobboldalán álló első két tag összege.

Hasonló módon kiszámítjuk a

$$\begin{aligned} C'_{n-1} &= \overline{T}_{n-1} \\ C'_{n-2} &= \overline{T}_{n-2} - \varepsilon'_{n-1} C'_{n-1} \\ C'_{n-\nu} &= \overline{T}_{n-\nu} - \varepsilon'_{n-\nu+1} C'_{n-\nu+1} \\ &\vdots \\ C'_i &= \overline{T}_i - \varepsilon'_{i+1} C_{i+1} \end{aligned}$$

algoritmus segítségével a $C'_{n-1}, C'_{n-2} \ldots C'_1$ mennyiségeket. Egyszerű számítás mutatja, hogy

$$C'_i = \overline{T}_i + (-1)^i \sum_{k=i+1}^{n-1} (-1)^k \frac{\eta'_i}{\eta'_k} \overline{T}_k,$$

vagyis, hogy C'_i a (26) egyenlet jobboldalán álló utolsó két tag összege. Ennek megfelelően

$$\Gamma_i = C_i + C'_i - \overline{T}_i = C_i - \varepsilon'_{i+1} C'_{i+1} = C'_i - \varepsilon_i C_{i-1}$$

A számítás jól áttekinthetően, pl. az alábbi táblázat segítségével végezhető el.

i	1	2		i		n-2	n-1
ε_{i+1}	ε_2	ε_3		ε_{i+1}		ε_{n-1}	
$\overline{T}_i$	$\overline{T}_1$	$\overline{T}_2$		$\overline{T}_i$		$\overline{T}_{n-2}$	$\overline{T}_{n-1}$
$-\varepsilon_i C_{i-1}$		$-\varepsilon_2 C_1$		$-\varepsilon_i C_{i-1}$		$-\varepsilon_{n-2} C_{n-3}$	$-\varepsilon_{n-1} C_{n-2}$
C_i	C_1	C_2		C_i		C_{n-2}	C_{n-1}
Γ_i	Γ_1	Γ_2		Γ_i		Γ_{n-2}	Γ_{n-1}
$-\varepsilon'_{i+1} C'_{i+1}$	$-\varepsilon'_2 C'_2$	$-\varepsilon'_3 C'_3$		$-\varepsilon'_{i+1} C'_{i+1}$		$-\varepsilon'_{n-1} C'_{n-1}$	
C'_i	C'_1	C'_2		C'_i		C'_{n-2}	C'_{n-1}
ε'_i		ε'_2		ε'_i		ε'_{n-2}	ε'_{n-1}

A táblázatba bejelölt nyilak az egyes műveletek elvégzésének sorrendjét jelölik.

4. A 3. pontban ismertett eljárás nyilvánvalóan akkor is alkalmazható, ha a tartó egyik, vagy mindkét végén be van fogva. Ilyenkor a befogást két, egymáshoz végtelen közel eső támasztással kell helyettesíteni.

Általánosítható az eljárás változó keresztmetszetű tartókra is. Ha pl.

$$\frac{I_0}{I} = \lambda(x) \gtrless 0,$$

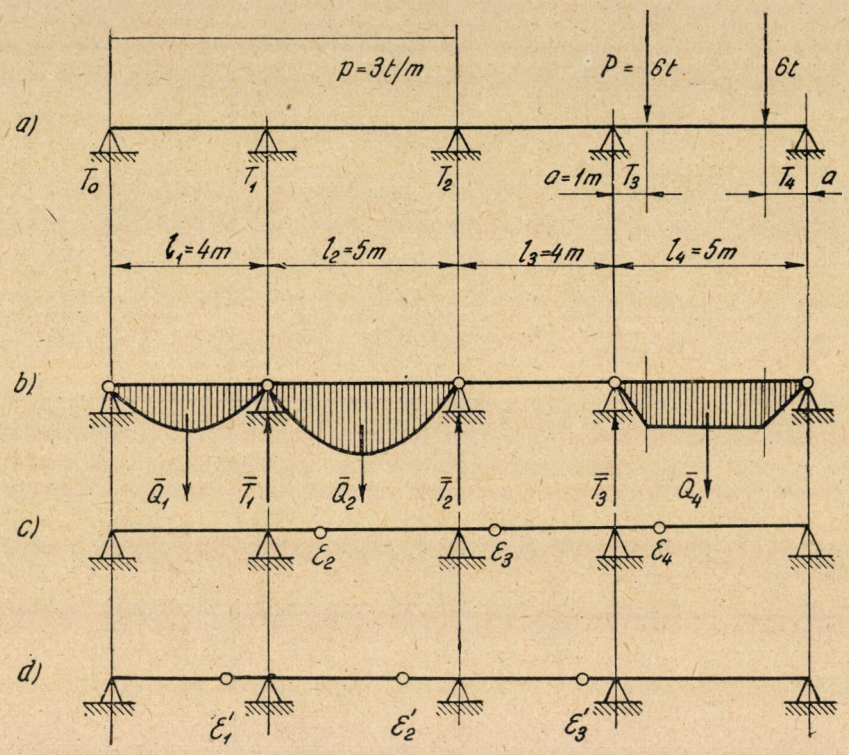
ahol $I = I(x)$ a tartó hossza mentén változó másodrendű nyomatékot, I_0 pedig egy alkalmasan választott állandót jelöl, akkor a csuklók helyét úgy kell megválasztani, hogy

$$\int \lambda(x) \mu_i(x) \mu_j(x) dx = 0 \qquad (i \neq j)$$

legyen. Ilyen választás mellett, (22)-höz hasonlóan

$$M_i \int \lambda(x)\,\mu_i^2(x)\,dx + \int \lambda(x) M_0(x)\,\mu_i(x)\,dx = 0. \tag{27}$$

5. Végezetül álljon itt még egy számpélda is. Számítsuk ki a *9. ábrán* feltüntetett öttámaszú tartó M_1 M_3 és M_3 támaszponti nyomatékait.



9. ábra

A *9/b ábra* az $M_0(x)$ nyomatéki ábrát tünteti fel.

$$\overline{Q}_1 = \frac{pl_1^3}{12} = 16{,}00 \text{ tm}^2 \qquad \overline{T}_1 = \frac{1}{2}(\overline{Q}_1 + \overline{Q}_2) = 23{,}625 \text{ tm}^2$$

$$\overline{Q}_2 = \frac{pl_2^3}{12} = 31{,}25 \text{ tm}^2 \qquad \overline{T}_2 = \frac{1}{2}\overline{Q}_2 = 15{,}625 \text{ tm}^2$$

$$\overline{Q}_4 = aP(l_4 - a) = 24{,}00 \text{ tm}^2 \qquad \overline{T}_3 = \frac{1}{2}\overline{Q}_4 = 12{,}000 \text{ tm}^2$$

A *9/c. ábra* a 2. pontnak megfelelően kialakított Gerber tartó, amelynél az első nyílásban nincs csukló ($\varepsilon_1 = 0$). Az

$$\varepsilon_{i+1} = \frac{\alpha_{1+1}}{2(1 + \alpha_{i+1}) - \varepsilon_i} \qquad \left(\alpha_{i+1} = \frac{l_{i+1}}{l_i}\right)$$

rekurziós képletből számítva

$$\varepsilon_2 = 0{,}278, \qquad 2 - \varepsilon_2 = 1{,}722,$$
$$\varepsilon_3 = 0{,}241, \qquad 2 - \varepsilon_3 = 1{,}759.$$

A 9/*d. ábra* olyan Gerber-tartót mutat, amelynél az utolsó nyílásban nincs csukló ($\varepsilon_4 = 0$). Az

$$\varepsilon'_i = \frac{\alpha}{2(1 + \alpha'_i) - \varepsilon'_{i+1}} \qquad \left(\alpha'_i = \frac{i}{l_{i+1}}\right)$$

képletből számítva

$$\varepsilon'_3 = 0{,}222, \qquad 2 - \varepsilon'_3 = 1{,}778,$$
$$\varepsilon'_2 = 0{,}292, \qquad 2 - \varepsilon'_2 = 1{,}708.$$

Δ_1 pl. az alábbi táblázat szerint számítható.

i	1	2	3	4
l_i m	4,000	5,000	4,000	5,000
$2-\varepsilon_i$	2,000	1,722	1,759	
$(2-\varepsilon_i)\,l_i$ m	8,000	8,610	7,036	
Δ_i m	16,54	15,72	17,04	
$(2-\varepsilon'_i)\,l_i$ m		8,540	7,112	10,000
$2-\varepsilon'_i$		1,708	1,778	2,000

Γi ugyancsak táblázatosan számítható.

i	1	2	3
ε_{i+1}	0,278	0,241	
$\overline{T}_i$ tm²	23,63	15,63	12,00
$-\varepsilon_i C_{i-1}$ tm²		−6,57	−2,18
C_i tm²	23,63	9,06	9,82
Γ_i tm²	19,84	6,40	9,82
$-\varepsilon'_{i+1} C'_{i+1}$ tm²	−3,79	−2,66	
C'_i tm²		12,97	12,00
ε'_i		0,292	0,222

A támaszponti nyomatékokat végül az

$$M_i = \frac{6\Gamma_i}{\Delta_i}$$

képletből számítjuk.

$$M_1 = 7{,}20 \text{ mt}$$

$$M_2 = 2{,}44 \text{ mt}$$

$$M_3 = 3{,}46 \text{ mt}.$$

Összefoglalás

Statikailag határozatlan szerkezetek vizsgálatának egyik szokásos módja, hogy a szerkezetet csuklók beiktatásával statikailag határozottá tesszük és a megbontott anyagi összefüggés pótlására a csuklók helyén működtetett erőpárok nyomatékát a munkatételek valamelyikének segítségével határozzuk meg. E módszer szerint eljárva, folytatólagos tartóknál a támaszpontok fölött szokás csuklókat beiktatni. Így jutunk el a jólismert *Clapeyron*-egyenletekhez. A tanulmány bemutatja, hogyha az egyes nyílásokban alkalmas helyen elrendezett csuklókkal a rudat statikailag határozott *Gerber*-tartóvá alakítjuk át, úgy a munkatételek alkalmazásával olyan egyenletrendszerhez jutunk, amelyben mindegyik egyenlet csak egyetlen ismeretlent tartalmaz. A *Gerber*-tartó csuklói egybeesnek a rúd fix pontjaival. Az ismertetett eljárás segítségével akármelyik támaszponti nyomaték közvetlenül meghatározható. Ismertet a dolgozat egy olyan algoritmust is, amellyel valamennyi támaszponti nyomaték egyszerűen, táblázatosan számítható.

SZABADVÉGŰ RÁCSOS VEZETÉKOSZLOPOK MÉRETEZÉSE CSAVARÁSRA

CSONKA PÁL

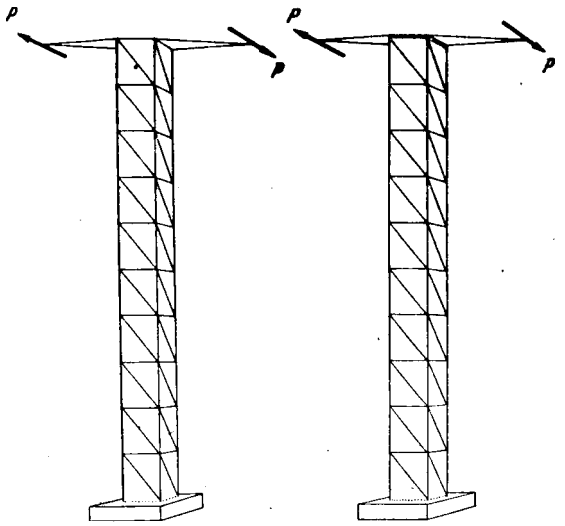
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[BUDAPESTI ÉPÍTŐIPARI MŰSZAKI EGYETEM SZILÁRDSÁGTANI TANSZÉKE]

[Beérkezett 1953. január 16-án]

Bevezetés

Előző cikkemben [1] derékszögű négyszöghasáb szerint alakított rácsos vezetékoszlopok csavarásra való méretezésével foglalkozván, a *merev talp- és fejtömbben* végződő oszlop esetét tárgyaltam. Most a *szabadvégződésű*, tehát merev fejtömb nélküli rácsos vezetékoszlop esetével foglalkozom. Az oszlopot most is ugyanolyan alakúnak és ugyanolyan rácsozásúnak tekintem, mint előző cikkemben, de az oszlop tetején a merev fejtömb helyett vízszintes síkú, andráskeresztalakú átlós keresztkötést feltételezek. Most is kikötöm, hogy az oszlop talpa merev talptömbhöz csatlakozzék, átlós keresztkötés pedig a felső keresztkötésen kívül legfeljebb a talptömbhöz való csatlakozás helyén készüljön.



1. ábra. Szabadvégű rácsos vezetékoszlop a) *rugalmas*, b) *merev* keresztkötéssel

A tárgyalás során az oszlop felső keresztkötését *rugalmas* anyagból levőnek tekintem (*1/a ábra*). A levezetendő képletek tehát mint különleges esetet a *merev* felső keresztkötés esetét is (*1/b ábra*) magukban foglalják.

Jelölések

A tárgyalás során az előző cikkemben [1] bevezetett betűjeleken kívül az alábbi betűjeleket használom:

d a felső keresztkötés vízszintes átlós rudainak elméleti hosszúsága,

l a felső keresztkötéshez kapcsolódó vezetéktartó karok (rácsos konzolok) kiugrása (*2. ábra*),

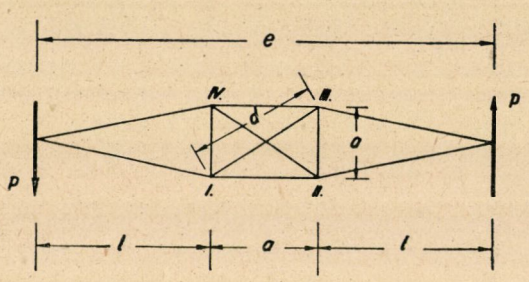
e a csavaró erőpár karja,

F_{a0}, F_{b0} az a, illetve b szélességű rácslapok legfelső vízszintes rácsrúdjainak keresztmetszeti területe,

F_d a felső keresztkötés vízszintes átlós rúdjainak keresztmetszeti területe,

S_{a0}, S_{b0} az a, illetve b szélességű rácslapok legfelső vízszintes rácsrúdjaiban keletkező rúderő,

S_d a felső keresztkötés vízszintes átlós rúdjaiban keletkező rúderő.



2. ábra. A felső keresztkötés és a vezetéktartó karok

A rácslapokra jutó nyíróerők

Ki fogjuk mutatni, hogy *rugalmas* keresztkötés esetében az oszlop tetejére működő

$$Pe = M$$

nyomatékú csavaró erőpár hatására az $a \times b$ méretű rácslapokon a következő nyíróerők jönnek létre:

$$\left.\begin{aligned} T_a &= \frac{R_b + \frac{2l}{e} R_d}{R_a + R_b + R_d} \cdot \frac{M}{b}, \\ T_b &= \frac{R_a + \frac{a}{e} R_d}{R_a + R_b + R_d} \cdot \frac{M}{a}. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

E képletekben az R_a, R_b, illetve R_d mennyiségek értéke:

$$\left.\begin{aligned} R_a &= \frac{1}{4} \cdot \frac{a^3}{F_{a0}} + (n-1)\frac{a^3}{F_a} + n\frac{A^3}{F_A} + N\frac{c^3}{F_c}, \\ R_b &= \frac{1}{4} \cdot \frac{b^3}{F_{b0}} + (n-1)\frac{b^3}{F_b} + n\frac{B^3}{F_B} + N\frac{c^3}{F_c}, \\ R_d &= \frac{1}{4} \cdot \frac{d^3}{F_d}. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

A fenti képletekben előforduló N tényező jelentése a_1, a_2 és a_3 fajtájú rácsosztás esetében

$$N = \frac{n}{3}(4n^2 - 1), \tag{2/a}$$

b_1, b_2 és b_3 fajtájú rácsosztás esetében pedig

$$N = \frac{2n}{3}(2n^2 + 1). \tag{2/b}$$

Az a_2, a_3, b_2 és b_3 fajtájú rácsozások esetében a fenti képletekből a vízszintes rácsrudakra vonatkozó tagok hiányzanak.

Az előbbi képletek *merev* keresztkötés esetében is alkalmazhatók, ha F_d, F_{a0}, illetve F_{b0} értékét végtelen nagynak tekintjük. Ilyenkor

$$\left.\begin{aligned} T_a &= \frac{R_b}{R_a + R_b} \cdot \frac{M}{b}, \\ T_b &= \frac{R_a}{R_a + R_b} \cdot \frac{M}{a}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

ahol

$$\left.\begin{aligned} R_a &= (n-1)\frac{a^3}{F_a} + n\frac{A^3}{F_A} + N\frac{c^3}{F_c}, \\ R_b &= (n-1)\frac{b^3}{F_b} + n\frac{B^3}{F_B} + N\frac{c^3}{F_c}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Természetesen a_2, a_3, b_2 és b_3 fajtájú rácsozás esetében a fenti képletekből a vízszintes rácsrudakra vonatkozó tagokat most is el kell hagyni.

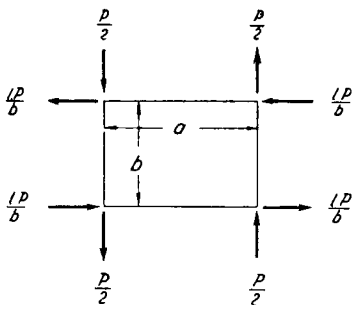
Az (1), (3) képletek levezetése

Az előzőekben közölt (1), (3) képleteket itt csak az a_1 fajtájú rácsosztás esetére igazoljuk. Az erre vonatkozó igazoláshoz teljesen hasonlóan végezhető a bizonyítás az a_2, a_3, b_1, b_2 és b_3 rácsozatok esetében is.

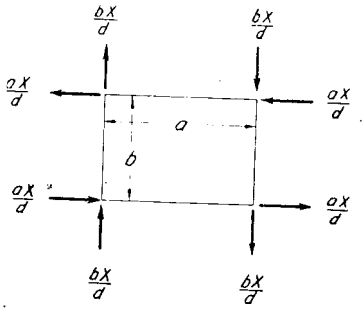
Az igazolás során az oszlopról a vezetéktartó karokat eltávolítottnak tekintjük s az azokra ható P erőket az oszloptörzs felső csomópontjaiban működő vízszintes erőalkotókkal pótoljuk *(3. ábra)*. A szóbanforgó erőalkotók eredője a P erők alkotta M csavarerőpár:

$$P_a + 2Pl = Pe = M. \tag{5}$$

Ismervén az oszloptörzsre működő külső erőket, hozzáláthatunk tulajdonképeni feladatunkhoz, a szabadvégű rácsos vezetékoszlop problémájának megoldásához. Ez a feladat statikai szempontból kétszeresen határozatlan. Ha azon-



3. ábra. A külső erőknek a rácslapok síkjába eső alkotói



4. ábra. A kapcsolati erőknek a rácslapok síkjába eső alkotói

ban e határozatlan feladat ismeretleneit a szimmetria-viszonyok kihasználásával jelöljük ki, feladatunk lényegében véve egyetlen egy ismeretlen meghatározását teszi szükségessé.

Az adott esetben a feladatot a rúdszerkezetek szilárdságtanában szokásos módon oly módon oldjuk meg, hogy az oszlopokat a felső keresztkötés két átlós rúdjának átmetszésével statikai szempontból határozottá tesszük. Az így létrehozott »törzsoszlopon« aztán az elmetszett átlók hatását e rudak tengelyvonalában ható kapcsolati erőkkel, mégpedig az X nyomóerővel és az X húzóerővel pótoljuk. Ezen kapcsolati erőknek a rácslapok síkjába eső vízszintes alkotóit a *4. ábra* tünteti fel.

A *3.*, illetve *4. ábrán* feltüntetett külső és belső erők közül az azonos csomópontra működő azonos hatásvonalú erők egy-egy eredőerővé tehetők össze. Ezáltal az *5. ábrán* feltüntetett erőrendszerhez jutunk. Az itt előforduló

T_a, illetve T_b értékek az $a \times b$ méretű rácslapokra működő nyíróerők:

$$\left.\begin{aligned} T_a &= \frac{2l}{b} P + \frac{2a}{d} X, \\ T_b &= \quad P + \frac{2b}{d} X. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

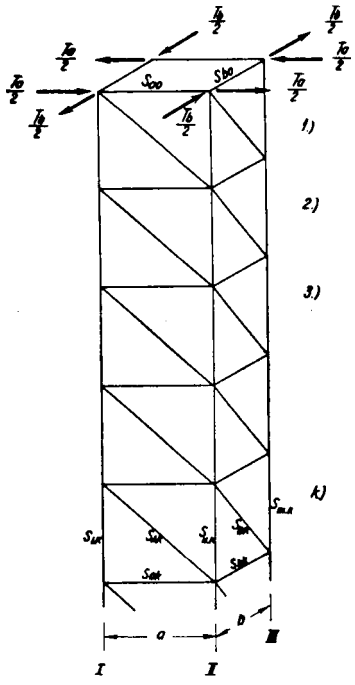
A T_a, illetve T_b nyíróerők hatására a rudakban a következő derékerők keletkeznek:

$$\left.\begin{aligned} &S_{Ik} = k \frac{c}{a} T_a - (k-1) \frac{c}{b} T_b = S_{IIIk}, \\ &S_{IIk} = -(k-1) \frac{c}{a} T_a + k \frac{c}{b} T_b = S_{IVk}, \\ &S_{a0} = \frac{1}{2} T_a, \qquad S_{b0} = \frac{1}{2} T_b, \\ &S_{ak} = T_a, \qquad S_{bk} = T_b, \\ &S_{Ak} = -\frac{A}{a} T_a, \qquad S_{Bk} = -\frac{B}{b} T_b; \\ &(k = 1\ 2, \ldots, n). \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

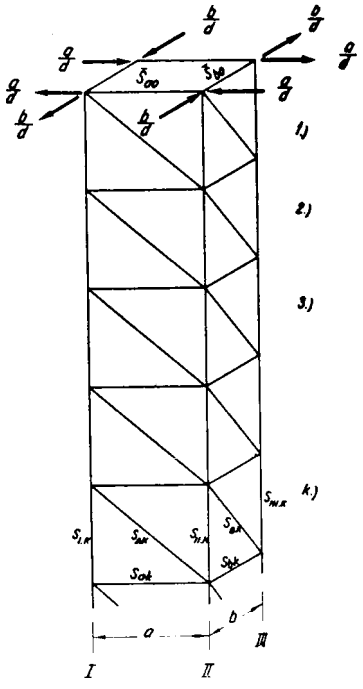
Az ismeretlen X kapcsolati erők értékének meghatározására azt a feltételt kell felhasználnunk, hogy a keresztkötés elmetszett átlós rúdjainak alakváltozás után is hézagmentesen kell összeilleszthetőknek lenniök. Másszóval az elmetszett rudaknak az X erő hatására létrejövő hosszváltozása e rudak csomópontjai közt létrejövő Δs viszonylagos elmozdulással egyenlő:

$$\frac{Xd}{EF_d} = \Delta s. \tag{8}$$

Az itt előforduló Δs viszonylagos elmozdulás meghatározásához a törzsoszlop felső csomópontjaira képzelt erőkként az elmetszett átlók vonalában ható egységnyi és egymással egyensúlyt tartó erőket működtetünk. Ezen erőknek a rácslapok síkjába eső vízszintes alkotóit a *6. ábra* szemlélteti.



5. *ábra.* A T_a illetve T_b nyíróerők előidézte rúderők



6. *ábra.* A törzsoszlopra működtetendő képzelt erők

A képzelt erőrendszer hatására a törzsoszlop rúdjaiban keletkező derékerők:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\overline{S}_{\mathrm{I}k} = -2(2k-1)\frac{c}{d} = \overline{S}_{\mathrm{III}k},\\
&\overline{S}_{\mathrm{II}k} = +2(2k-1)\frac{c}{d} = \overline{S}_{\mathrm{IV}k},\\
&\overline{S}_{a0} = -\frac{a}{d}, \qquad \overline{S}_{b0} = +\frac{b}{d},\\
&\overline{S}_{ak} = -2\frac{a}{d}, \qquad \overline{S}_{bk} = +2\frac{b}{d},\\
&\overline{S}_{Ak} = +\frac{2A}{d}, \qquad \overline{S}_{Bk} = -\frac{2B}{d};\\
&(k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n).
\end{aligned}
\right\} \tag{9}
$$

Ezek után a keresett Δs hosszváltozást munkaegyenlettel határozzuk meg, felírván, hogy a képzelt erőrendszernek az eredeti erőrendszer hatására végzett külső munkája a belső erők munkájával egyenlő,

$$\Delta s \cdot 1 + \Delta s \cdot 1 = L_1 + L_2 + L_3 .$$

vagyis

$$2\frac{Xd}{EF_d} = L_1 + L_2 + L_3 . \tag{10}$$

Itt L_1, L_2, L_3 a vízszintes rácsrudakban, a ferde rácsrudakban, illetve az öv rudakban működő belső erők munkáját jelentik. E munkarészletek közül

$$L_1 = 2\frac{S_{a0}\,\overline{S}_{a0}\,a}{EF_{a0}} + 2\frac{S_{b0}\,\overline{S}_{b0}\,b}{EF_{b0}} +$$

$$+ 2\sum_{k=1}^{n-1}\frac{S_{ak}\,\overline{S}_{ak}\,a}{EF_a} + 2\sum_{k=1}^{n-1}\frac{S_{bk}\,\overline{S}_{bk}\,b}{EF_b} ,$$

illetve a (7) és (9) alattiak behelyettesítése után

$$L_1 = -\frac{a^2}{Ed}\cdot\frac{T_a}{F_{a0}} + \frac{b^2}{Ed}\cdot\frac{T_b}{F_{b0}} -$$

$$-\frac{4(n-1)\,a^2}{Ed}\cdot\frac{T_a}{F_a} + \frac{4(n-1)\,b^2}{Ed}\cdot\frac{T_b}{F_b} . \tag{11}$$

Hasonlókép

$$L_2 = 2\sum_{k=1}^{n}\frac{S_{Ak}\,\overline{S}_{Ak}A}{EF_A} + 2\sum_{k=1}^{n}\frac{S_{bk}\,\overline{S}_{bk}\,B}{EF_B} .$$

Innen

$$L_2 = -\frac{4n\,A^3}{Ead}\cdot\frac{T_a}{F_A} + \frac{4n\,B^3}{Ebd}\cdot\frac{T_b}{F_B} . \tag{12}$$

Végül

$$L_3 = 2\sum_{k=1}^{n}\frac{S_{Ik}\,\overline{S}_{Ik}\,c}{EF_c} = 2\sum_{k=1}^{n}\frac{S_{IIk}\cdot\overline{S}_{IIk}\,c}{EF_c} =$$

$$= \frac{4c^3}{EF_c\,d}\left(-\frac{T_a}{a} + \frac{T_b}{b}\right)\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2,$$

illetve az összegezés elvégzése után

$$L_3 = -\frac{4n}{3}(4n^2-1)\frac{c^3}{EF_c d}\left(\frac{T_a}{a}-\frac{T_b}{b}\right). \tag{13}$$

Ha most a (11), (12), illetve (13) értékeket a (10) képletbe betesszük, azt kapjuk, hogy

$$2\frac{Xd}{EF_d} = -\left[\frac{1}{4}\cdot\frac{a^3}{F_{a0}}+(n-1)\frac{a^3}{F_a}+n\frac{A^3}{F_A}+N\frac{c^3}{F_c}\right]\cdot\frac{4T_a}{Ead}+$$

$$+\left[\frac{1}{4}\cdot\frac{b^3}{F_{b0}}+(n-1)\frac{b^3}{F_b}+n\frac{B^3}{F_b}+N\frac{c^3}{F_c}\right]\cdot\frac{4T_b}{Ebd},$$

ahol

$$N = \frac{n}{3}(4n^2-1).$$

Ugyanezt a képletet a (2) alatti jelölésekkel így is írhatjuk:

$$2\frac{R_d}{d}X = -\frac{R_a}{a}T_a+\frac{R_b}{b}T_b.$$

Ha most itt a T_a, illetve T_b értékek helyébe a (6) alattiakat tesszük be, majd az így kapott egyenletet X-re megoldjuk, azt kapjuk, hogy

$$X = \frac{R_b-\frac{2l}{a}R_a}{R_a+R_b+R_d}\cdot\frac{d}{2b}P.$$

Most már a T_a és T_b nyíróerőket is számítani tudjuk. Evégett helyettesítsük be X értékét a (6) képletekbe. Ekként eljárva, a

$$T_a = \frac{(a+2l)R_b+2l\cdot R_d}{R_a+R_b+R_d}\cdot\frac{P}{b},$$

$$T_b = \frac{(a+2l)R_a+aR_d}{R_a+R_b+R_d}\cdot\frac{P}{a}$$

összefüggésekhez jutunk, ezekből pedig az $a+2l=e$ összefüggésnek, valamint (5) alattiaknak a figyelembevételével az (1) képletek következnek.

Ha történetesen a felső keresztkötés rúdjai *merevek*, vagyis

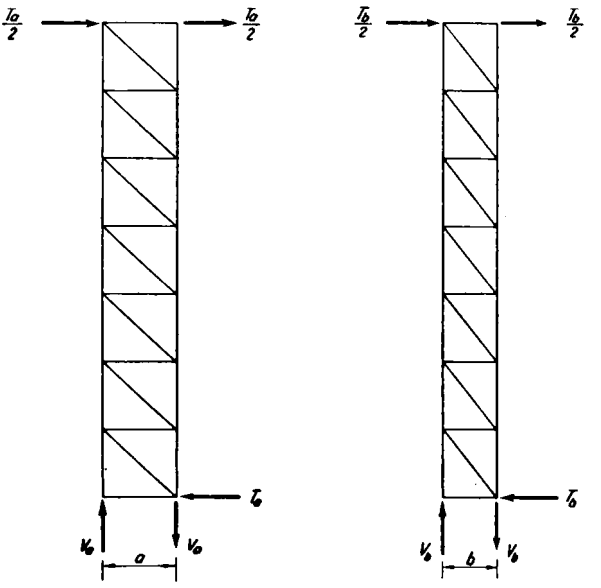
$$F_{a0} = F_{b0} = F_d = \infty,$$

illetve

$$R_d = 0,$$

az előbbi képletek a (3) alatti egyszerűbb alakban jelentkeznek.

Ezzel az (1) és (3) képletek az a_1 fajtájú rácsozás esetére igazolást nyertek.



7. *ábra.* A rácslapokra ható külső erők

Hasonlókép igazolhatók e képletek az a_2, a_3, b_1, b_2 és b_2 fajtájú rácsozások esetében is.

Az (1), (3) képletek birtokában most már a rúderők a (7) egyenletekkel számíthatók. A számítást elvégezve, azt találjuk, hogy a rácsrudakban keletkező erők egy-egy rácslap egész terjedelmében állandók. Ezekkel ellentétben az övrudakban keletkező erők rúdról rúdra változnak, mégpedig azonos értékekkel. Az övrúderők szélső értékei a legfelső, illetve legalsó övrudakban jönnek létre.

Az alsó csomópontokra jutó támaszerők a rácslapok egyensúlyi vizsgálatával határozhatók meg. A számítást elvégezve, azt találjuk, hogy e csomópontokra a T_a, illetve T_b nyíróerők ellentettjein kívül V függélyes egyensúlyozó erők is hatnak. Értékük valamennyi tárgyalt rácsosztás esetén:

$$V = -V_a + V_b = -nc\left(\frac{T_a}{a} - \frac{T_b}{b}\right).$$

Innen T_a, illetve T_b (1) alatti értékének behelyettesítésével

$$V = \frac{R_a - R_b + \frac{a-2l}{a+2l} R_d}{R_a + R_b + R_d} \cdot \frac{nc}{ab} M.$$

Ha a felső keresztkötés *merev*, az előbbi képlet a következő egyszerűbb alakúvá lesz:

$$V = \frac{R_a - R_b}{R_a + R_e} \cdot \frac{nc}{ab} M \,. \qquad (14/a)$$

A keresztkötés merevségének hatása

Annak megítélésére, hogy a felső keresztkötés merevsége mily mértékben befolyásolja az egyes rácslapokra jutó nyíróerők értékét, összehasonlító számítást célszerű végezni.

Vizsgáljunk először olyan oszlopot, melynek felső keresztkötése *rugalmas*. Legyen az oszlop rácsosztása a_1 típusú, s legyen

$$M = 1, \; a = 2, \; b = 1, \; c = 1{,}5, \; n = 8, \; l = \infty,$$

$$F_a = F_b = F_A = F_B = 1, \quad F_{a0} = F_{b0}, = F_d = 2, \quad F_c = 5.$$

Ekkor

$$A = \sqrt{a^2 + c^2} = 2{,}500 \,,$$

$$B = \sqrt{b^2 + c^2} = 1{,}803 \,,$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} = 2{,}236 \,,$$

s így

$$R_a = 641{,}00 \,, \qquad R_b = 513{,}00 \,, \qquad R_d = 1{,}40 \,,$$

illetve

$$\frac{2l}{e} R_d = 1{,}24 \,, \qquad \frac{a}{e} R_d = 0.16 \,.$$

Ezen értékekkel számítva

$$T_a = \underline{0{,}445} \,, \qquad T_b = \underline{0{,}278} \,. \qquad (15)$$

Nézzük most azt az esetet, amikor a felső keresztkötés *merev*. Ilyenkor

$$F_{a0} = F_{b0} = F_d = \infty \,, \qquad R_d = 0,$$

s így

$$T_a = \underline{0{,}445} \,, \qquad T_b = \underline{0{,}278} \,. \qquad (15/a)$$

Ha ezeket az értékeket az előző számítás eredményével egybevetjük, láthatjuk, hogy a keresztkötés *rugalmas* vagy *merev* volta az egyes rácslapokat támadó nyíróerőkre gyakorlatilag semmiféle behatással sincs. Ez a felismerés célszerűen értékesíthető közbenső keresztkötésekkel merevített rácsos oszlopok számítása alkalmával.

Végezetül állapítsuk meg az egyes rácslapokra jutó nyíró erők értékét a

$$T_a = \frac{M}{2b} , \qquad T_b = \frac{M}{2a}$$

szabályzati képletekkel. A számítás eredménye

$$T_a = \underline{0{,}500} , \qquad T_b = \underline{0{,}250} . \tag{15/b}$$

Mint látható, ezek az értékek a pontos számítással kihozott (15) alatti értékektől csak mintegy 10%-kal térnek el.

IRODALOM

[1] *Csonka P.:* Merev végű rácsos vezetékoszlopok méretezése csavarásra. *Magyar Tud. Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei* VIII. köt, 1953, pp. 585-593.

[2] *J. Barta:* Über die Berechnung von rechteckigen Gittermasten auf Verdrehen. *Acta Technica*, IV., (1952), pp. 265—272.

[3] *Póczy M.:* Csavarónyomaték hatásának számítása rácsos szerkezetek rácsrúdjaira. *Elektrotechnika*, **42** (1950), pp. 317—322.

[4] *Csonka P.:* Rácsos szerkezetek csavarása. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közleményei*, **66** (1932), pp. 121—128.

Összefoglalás

Jelen cikk derékszögű négyszöghasáb alakú oly rácsos oszlop csavarásával foglalkozik, mely alul merev talptömbhöz csatlakozik, fent pedig szabadon végződik. A cikk az oszlop tetején andráskeresztalakú *rugalmas* keresztkötést feltételez, a levezetett képletek azonban *merev* keresztkötés esetére is alkalmazhatók.

Összehasonlító számítás igazolja, hogy a felső keresztkötés rugalmas, vagy merev volta az oszlop erőjátékára gyakorlati szempontból semmiféle hatással sincs.

A FÖLDNYOMÁS NÉHÁNY KÉRDÉSÉNEK VIZSGÁLATA

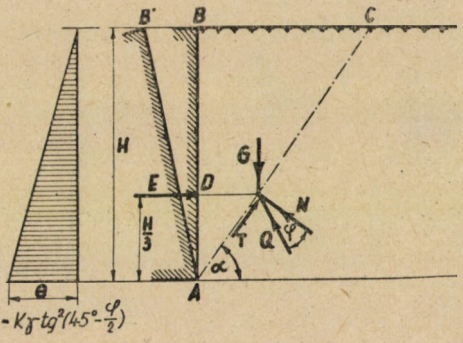
KARAFIÁTH LÁSZLÓ

(ÉPÍTÉSÜGYI MINISZTÉRIUM FÖLDMÉRŐ- ÉS TALAJVIZSGÁLÓ IRODA, BUDAPEST)

[Beérkezett: 1953 február 20-án]

I. A földnyomási paradoxon

A földnyomás meghatározása a legegyszerűbb alapesetben — függőleges fal, vízszintes térszín —, a klasszikus földnyomáselmélet *(Coulomb)* szerint a következő elvek alapján történik: A támfalnak alsó sarokpontja körüli kismértékben való előrebillenésekor a vízszinteshez α szög alatt hajló sík szakadólap keletkezik. A földnyomás az az erő, amely egyensúlyt tart a szakadótestre ható erőkkel, a G önsúllyal és a szakadólap normálisával φ szöget bezáró Q megtámasztó erővel. Az alsó sarokpontból kiinduló végtelen sok lehetséges csúszólap közül az a valódi, amelyhez tartozó E földnyomás a legnagyobb. A csúszólap



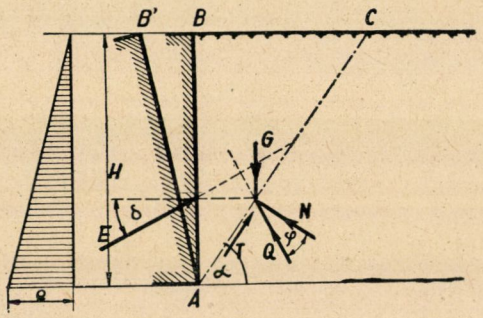
1. ábra. A szakadóékre ható erők egyensúlya vízszintes irányú földnyomás esetén

hajlása, amint arról E-nek α szerint való differenciálásával könnyen meggyőződtünk, $\alpha = 45° + \frac{\varphi}{2}$. *Coulomb* az E földnyomás irányát vízszintesnek tételezte fel és ilyenkor az erők egyensúlyának nyomatéki feltételét is teljesítjük, mert az E, G és Q erők hatásvonala egy pontban, a szakadólap harmadában találkozik *(1. ábra)*. A földnyomás nagysága az erők vektorpoligonjából könnyen meghatározható.

A későbbi földnyomáskísérletek kimutatták, hogy az E földnyomás nem vízszintes irányú, hanem a falsúrlódás nagysága szerint a fal normálisával egy bizonyos δ szöget zár be. A δ szög nagysága a különböző kísérleteknél

$\delta = 0{,}6\ \varphi - 0{,}9\ \varphi$-re adódott. A földnyomás a maximumot adó csúszólaphajlás meghatározása után analitikailag, vagy szerkesztéssel *(Poncelet)* határozható meg. A szakadóprizmára ható erők azonban nincsenek egyensúlyban, mert hatásvonalaik nem találkoznak egy pontban. A kísérletileg meghatározott és egyébként is logikus földnyomásirányt véve alapul, a legelemibb statikai feltétel, az erők egyensúlyának feltétele, tehát nincs teljesítve *(2. ábra)*. Ez a földnyomási paradoxon.

A földnyomás kérdésének kutatói, *Müller—Breslau*, *Krey*, *Terzaghi*, *Jáky* ennek a kérdésnek megoldását abban látták, hogy a valóságos csúszólap nem sík, hanem görbefelület, melynek felvétele esetén az erők egyensúlyának feltételei is teljesülnek. E tanulmánynak nem célja annak vizsgálata, hogy milyen alakú az elméletileg helyes csúszólap, pusztán azt kívánjuk kimutatni, hogy az egyensúly követelményeinek ki nem elégítése *egyedül* nem indokolja az aktív



2. ábra. Ferde földnyomás irány esetén a szakadóékre ható erők nincsenek egyensúlyban

földnyomás alapesetében a görbe csúszólap szükségességét, mert az egyensúly követelményei sík csúszólap mellett is csak látszólag, a probléma hibás megfogalmazása miatt nincsenek kielégítve.

Vizsgálatainkban a földnyomásprobléma alapesetére (függőleges fal, vízszintes térszín) szorítkozunk és kohézió nélküli földtömeget tételezünk fel. Vizsgáljuk meg részletesen azokat a feltételezéseket, amelyek a földnyomási paradoxont eredményezték. A szakadótestre ható erők, G, E és Q. G erő az ék súlya, hatásvonala az ék harmadmagasságában van. Itt semilyen feltételezést nem tettünk, úgyhogy ezt helyesnek kell elfogadnunk.

Az E földnyomás támadáspontjának a szakadótestre ható erők egyensúlyának kérdésében nagy jelentősége van. Láttuk, hogy az alsó harmadpontban támadó vízszintes földnyomás esetén az erők egyensúlyának nyomatéki feltétele teljesítve van. Vizsgáljuk meg most, hogy mi indokolja a támadási pontnak az alsó harmadpontban való felvételét. A támfal hátlapján a feszültségeloszlást egyenletesen növekvőnek tételezzük fel. Ez nemcsak a legegyszerűbb feltevés, hanem az E földnyomásnak a falmagasság szerinti differenciálásából,

a $\frac{\partial E}{\partial h}$ értékből is ez adódik. Ez a differenciálás jogosult akkor, ha a támfal hátlapjának minden egyes pontjából egy csúszólap indul ki. A földnyomási ábra háromszög alakja tehát, ha párhuzamos síkokból álló csúszólapseregről van szó, bizonyított, ha ellenben csak egy csúszólap van, akkor csak feltételezés.

A *Coulomb*-elv szerint csak egy csúszólap keletkezik, így a földnyomási ábra háromszög voltát csak feltételezésnek tekinthetjük. Tegyük fel, hogy az erők egyensúlyának feltétele azért nincsen teljesítve, mert az E erő támadáspontját helytelenül vettük fel az alsó harmadpontban és határozzuk meg a helyes támadáspontot. A G és Q erőket változatlanul felvéve, azt látjuk, hogy az E erő támadáspontja annál lejjebb helyezkedik el a harmadpont alatt, minél nagyobb a földnyomás irányszöge. Ennek teljesen ellentmondanak a kísérletek, amelyek a földnyomás támadáspontját vízszintes felszín mellett a harmadpont felett adják meg. Látható ennek alapján, hogy az *E földnyomás támadáspontjának szabaddá tétele nem oldja meg az erők egyensúlyának kérdését*, mert a kísérletekkel ellentmondó és valószínűtlen eredményekre vezet.

A G és E erők, mint az egyensúlyi feltétel nem teljesítésének okai tehát további vizsgálatunkból kiesnek. Vizsgáljuk meg most a megtámasztóerőt, amely a csúszólapon felvett lineáris feszültségmegoszlás eredőjeképpen a csúszólap alsó harmadpontjában támad. Az egyensúlyi feltétel szempontjából minket elsősorban az Q erő támadáspontja érdekel, az pedig a csúszólapon felvett feszültségeloszlás következménye. Nézzük, mi indokolja a lineáris feszültségeloszlás felvételét a csúszólapon.

A csúszólapon a feszültségeloszlást kétféle meggondolás alapján vették fel lineárisnak. Az egyik meggondolás szerint a $Q = \frac{h^2\gamma}{2} \sin(\alpha - \varphi)$ ismert összefüggés h szerinti differenciálása szolgáltatja a feszültségeloszlást, azaz $q = \frac{dQ}{dh} = h\gamma \sin(\alpha - \varphi)$, a feszültségeloszlás lineáris. Ez a meggondolás teljesen helytelen. A Q érték kétségtelenül határozott integrál, $Q = \int_0^h q\,dh$ és mint határozott integrál egy számértéket jelent, ezért nem differenciálható. Könnyen belátható, hogy számtalan olyan q (h) függvény van, amelynek határozott integrálja 0 és h értékek között éppen Q-t adja.

A másik meggondolás szerint a csúszólapon a feszültségeloszlás arányos a csúszólapra ható függőleges feszültséggel, amely viszont a fölötte levő föld súlyából adódik. A csúszólap egy felületelemére a fölötte levő földhasáb súlya hat, amely viszont egyenesen arányos a mélységgel, ennek következtében a csúszólapon való feszültségeloszlás is lineáris.

Ez a felvétel nézetem szerint közelebbi vizsgálatot kíván. A földnyomás iránya vízszintes, a szakadótestre csak az önsúly hat, mint aktív erő. Ha ellen-

ben a földnyomás irányát a valóságnak megfelelően, a vízszintestől δ szög alatt hajlónak vesszük fel, akkor tulajdonképpen új külső erőt működtetünk. A földnyomás ferde eredője vízszintes földnyomásból és függőleges falsúrlódásból tevődik össze. A falsúrlódás, nemcsak a földnyomás irányát változtatja meg, hanem külső erőképpen hat a szakadótestre és megváltoztatja a lineáris feszültségeloszlást a csúszólapon. Képzeljük a szakadótestet függőleges síkokkal részekre osztva. A támfal hátlapjával szomszédos rész nem fog a teljes dG önsúlyával támaszkodni a csúszólapra, mert a felfelé ható falsúrlódás az önsúlyból adódó erőt csökkenti, esetleg teljesen meg is szünteti. A csúszólapra tehát nem a szakadótest felette levő részének súlya hat, hanem a felette levő rész súlyának a falsúrlódással csökkentett értéke.

Az egyensúly követelményeinek ki nem elégítése tehát annak a következménye, hogy a csúszólapon a feszültségeloszlást helytelenül vették fel lineárisan megoszlónak, mert a falsúrlódás hatását a csúszólapon keletkező feszültségekre nem vették figyelembe. A Q erő támadáspontjának a csúszólap alsó harmadpontjában való felvétele tehát csak akkor helyes, ha falsúrlódás nincs, azaz a földnyomás vízszintes. Ebben az esetben a csúszólapra csak a fölötte levő földtömeg önsúlya hat, a feszültségeloszlás lineáris és az egyensúly követelményei is ki vannak elégítve.

II. A falsúrlódás hatása a csúszólapon való feszültségeloszlásra

Megvizsgálandó tehát, hogy a falsúrlódás milyen módon csökkenti a csúszólapra ható függőleges feszültségeket. Vizsgálatunkhoz a földnyomási alapproblémát a következőképpen fogjuk fel: Vízszintes E erő esetén a szakadóékre ható erők egyensúlyban vannak, a csúszólapra ható függőleges erők a mélységgel arányosak, a csúszólapon a feszültségeloszlás lineáris. Az E erő irányának megváltozását a T falsúrlódási összetevő okozza, amely a szakadóékre mint külső erő hat. Elképzelésünk szerint meg kell határozni, milyen feszültségeloszlás szükséges a szakadólapon a szakadóék egyensúlyához, ha a szakadóékre csak a T erő hat. Vizsgálatunknál a szakadóéket merevnek tekintjük.

A T erő hatására az ék egyensúlyi feltételei a következők: $A\,B$ lapon csak a T erő támad. $B\,C$ lap terheletlen, az $A\,C$ csúszólapon keletkeznek a T erővel egyensúlyt tartó feszültségek, melyek, mivel T erőnek vízszintes összetevője nincs, függőlegesek. A feszültségi ábrának a következő követelményeket kell kielégítenie:

1. Az összes erők függőleges vetülete T, azaz

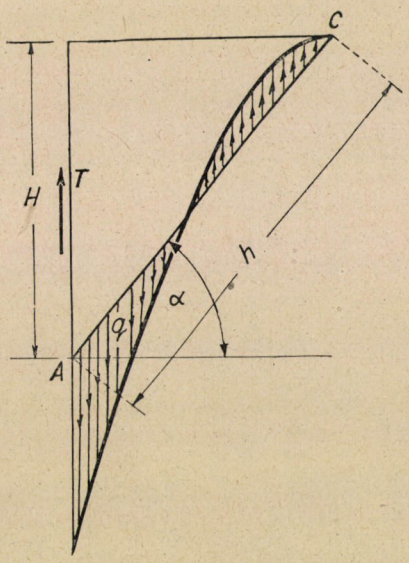
$$\int_0^h q\,dh = T$$

2. Az összes erők vízszintes vetülete 0. Ez már eleve teljesítve van.

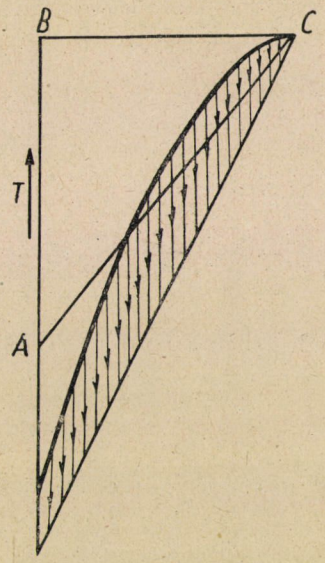
3. Az A pontra vonatkoztatott nyomaték $M_A = 0$, azaz

$$M_A = \int_0^h qh \cos \alpha dh = 0 .$$

A q (h) függvénynek fenti követelményeket kell kielégítenie, alakja tehát hasonló lesz a *3. ábrán* feltüntetetthez. A q (h) függvény közelebbi meghatározása egyelőre nem szükséges, mert a Q erő támadási helyét anélkül is meg tudjuk határozni.



3. ábra. A T erőt egyensúlyozó, a csúszólapon keletkező függőleges feszültségek



4. ábra. A csúszólapon keletkező eredő függőleges feszültségek

A csúszólapra ható függőleges feszültségek ábráját a q (h) függvény és a G önsúlyból származó háromszögalakú feszültségi ábra összegezésével nyerjük *(4. ábra)*. Ennek az eredő függőleges feszültségi ábrának a súlypontja, vagyis a Q erő támadási helye meghatározható anélkül, hogy a q (h) függvény pontos alakját ismernénk, mert a q (h) függvényre felállított követelmények a súlypont kiszámításához elegendő adatot adnak.

A súlypont helye :

$$h_0 \cos \alpha = \frac{S_1 + S_2}{F_1 - F_2}$$

ahol S_1 a háromszögletű ábra statikai nyomatéka az A ponton átmenő függőlegesre

S_2 a q (h) feszültségi ábra statikai nyomatéka az A ponton átmenő függőlegesre

F_1 a háromszögletű feszültségi ábra területe
F_2 a q (h) feszültségi ábra területe

$$S_1 = \frac{h}{3}\cos\alpha \cdot \frac{1}{2} h^2 \gamma \sin\alpha \frac{h}{3}\cos\alpha = \frac{h^3\gamma}{6}\sin\alpha\cos^2\alpha$$

$$F_1 = G = \frac{1}{2} h^2 \gamma \sin\alpha\cos\alpha$$

$$F_2 = T = E_h \operatorname{tg}\delta = \frac{h^2\gamma}{2}\sin^2(\alpha-\varphi)\operatorname{tg}\delta$$

$$h_0\cos\alpha = \frac{\frac{h^3\gamma}{6}\sin\alpha\cos^2\alpha}{\frac{1}{2}h^2\gamma\sin\alpha\cos\alpha - \frac{1}{2}h^2\gamma\sin^2(\alpha-\varphi)\operatorname{tg}\delta} =$$

$$= \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha - \sin^2(\alpha-\varphi)\operatorname{tg}\delta}$$

Behelyettesítve ide a földnyomás irányszögére vonatkozó és a szakadóékre ható erők vektorpoligonjából levezethető

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2(\alpha-\varphi)} - \operatorname{cotg}(\alpha-\varphi)$$

képletet, a következő egyszerű kifejezésre jutunk:

$$h_0 = \frac{h}{3}\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin(\alpha-\varphi)\cos(\alpha-\varphi)}$$

vagy

$$h_0 = \frac{h}{3}\frac{\sin 2\alpha}{\sin 2(\alpha-\varphi)}$$

Közelebbről megvizsgálva a kapott eredményt, azt találjuk, hogy az *Jákynak* a földnyomás ú. n. nyomatéktételének levezetésében előforduló

$$h_0 = \frac{h}{3}\frac{\sin^2\alpha\operatorname{tg}^2\left(45^0 - \frac{\varphi}{2}\right) + \cos^2\alpha}{\cos\varphi}\quad\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha-\varphi)}$$

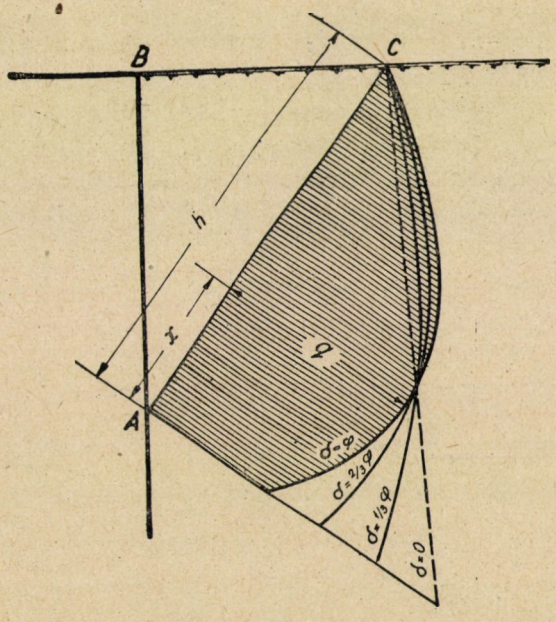
képlettel teljesen egyező eredményt ad, ha a mindenkori α súrlódási szöghöz és δ irányszöghöz tartozó φ csúszólaphajlásszög értékeket helyettesítjük be.

Gondolatmenetünk alapján tehát a teljes szakadóék egyensúlyát és a falsúrlódásnak a csúszólap feszültségeloszlására való hatását vizsgálva ugyanarra az eredményre jutunk, amelyre *Jáky* a differenciális ék egyensúlyának vizsgálatával — mint ő mondotta a »pars pro toto« elv alapján jutott. Levezetésünk tehát *Jáky* nyomatéktételének új és szemléltetőbb bizonyítását adta.

A csúszólapon való feszültségeloszlás pontos ismerete most már végeredményben problémánk megoldásához nem szükséges. A q (*h*) függvényre különböző feltevéseket tehetünk. *Jáky* kimutatta, hogy a csúszólapon a feszültségek hatványparabola szerint oszlanak meg. (Az új földnyomás elmélet, 1944.) A legegyszerűbb feltevés az, hogy a q (*h*) függvény alakja másodfokú parabola, azaz

$$q = Ah^2 + Bh + C.$$

Ilyenkor a három együtthatót *A*, *B* és *C*-t meghatározza az előbbiekben már ismertetett három követelmény, amelyekből azonban a 2. már eleve teljesítve lévén, a meghatározáshoz csak két egyenletet szolgáltatnak. A harmadikat azonban mégsem választhatjuk szabadon, mert a *C* pontban — a terheletlen térszínen — a q (*h*) függvény értéke csak 0 lehet, így ha a feszültségeloszlást másodfokú parabola szerint változónak tételezzük fel, a q (*h*) függvény egyértelműen meg van határozva.



5. ábra. A csúszólap feszültségi ábrája különböző földnyomásirányszögek esetén

Mellőzve a számítás részleteit, a csúszólapon keletkező függőleges feszültségekre a következő egyenletet kapjuk *(5. ábra)*:

$$q = \frac{12T}{h^3} \cdot x^2 - \frac{2G - 18T}{h^2} x + \frac{2G - 6T}{h}$$

A csúszólapon keletkező normális, illetve érintőleges feszültségek a függőleges feszültségekkel arányosak lesznek. Példaképpen kiszámítottuk fenti feltevések alapján a csúszólap feszültségeket $\varphi = 30°$ és $\delta = 10°$, $\delta = 20°$ és $\delta = 30°$ esetén és az *5. ábrán* feltüntettük. (A könnyebb összehasonlítás kedvéért a csúszólap hajlásszögének változását az ábrázolásnál nem vettük figyelembe.) A falsúrlódás hatása a csúszólapon való feszültségeloszlásra az ábrából szemléltetően kitűnik.

III. A földnyomás nyomatéktétele

Előbbi levezetésünkkel új igazolását adtuk függőleges fal és vízszintes térszin esetében a *Jáky*-féle nyomatéktételnek. A támadáspont magasságát tehát jelen elméletünk alapján is azonos módon számíthatjuk, azaz a támfal alsó *A* sarokpontjára ható *M* nyomaték állandóságából. A támadáspont magasságának számítása különösen egyszerűen történhetik azoknak a táblázatoknak a segítségével, melyek a földnyomás vízszintes komponensét adják meg.

Összehasonlítva a fentiek alapján számított támadáspontot a kísérletekkel, a következő megállapítást tehetjük:

Müller—Breslau, I. Feld, Terzaghi és *Press* kísérletei szerint a földnyomás támadáspontja jóval a harmadpont fölött fekszik. Kivételt csupán *Terzaghi*nak laza homokkal végzett kísérletei képeznek, ahol a támadáspont a harmadponthoz közel feküdt.

A legkorszerűbbnek tekinthető *Terzaghi*-féle kísérleteknél a teljes csúszást megelőző támfal elmozdulás stádiumában a számított és mért támadáspont magasság igen jó egyezést mutat. Pl. tömör homokkal végzett kísérleteknél a teljes csúszás megindulása előtt mintegy 0,003 H támfalmozgásnál mért értékek:

Támfal mozgás	Anyag	Súrlódási szög φ	Irányszög δ	Mért támadáspont magasság Ho : H	Számított támadáspont magasság Ho : H
0,0037 H	Száraz tömör homok, ...	45°30'	25°30'	0,404	0,402
0,0032 H	Telített és azután vízteleníttett homok	35°30'	20°50'	0,411	0,405

A felállított elmélet és a kísérletek arra figyelmeztetnek, hogy a ma szokásos számítási mód egy fontos, a támfal méretekre erősen kiható és a biztonság rovására szolgáló körülményt elhanyagol, ugyanakkor, amikor az eddig a biztonság javára elhanyagolt tényezőket a tervezők kezdik fokozottan figyelembe venni. Így a régebbi, csak vízszintes irányú földnyomásra való méretezéssel szemben a falsúrlódás figyelembevétele ma már általános és a talajmechanikai kísérletek alapján a súrlódási szög értékét, bár a valóságnak megfelelő, de mind nagyobb értékekkel veszik fel. A méretezés szempontjából kétségtelenül helyes a valóságos helyzet minél jobban való megközelítése, azonban ez nem történhetik egyoldalúan, csak a kisebb méreteket adó körülmények figyelembevételével.

Példaképpen bemutatjuk egy 10 m magas, függőleges hátsó fallal és 1 : 5 hajlású elülső fallal határolt támfal méreteinek és a keletkező élnyomásnak alakulását az egyes számítási módok alapján.

I. TÁBLÁZAT

Támfalméretek és élnyomások a nyomatéktétellel való számítás esetén

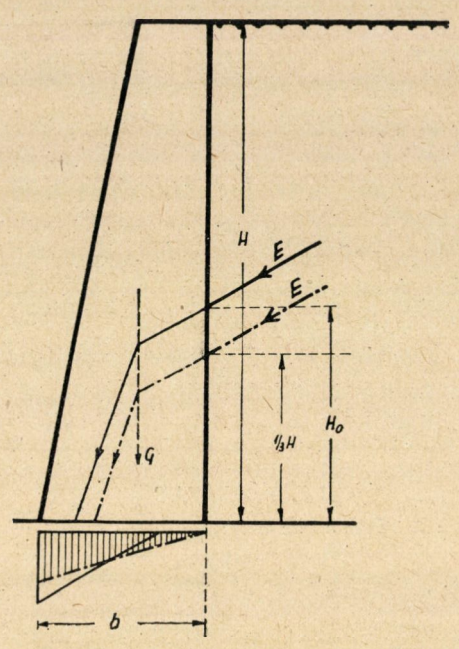
Súrlódási szög	Irányszög	Térfogatsúly t/m³	A földnyomás vízszintes komponense E_h t	A támadáspont magassága $H_0 : H$	Falszélesség b m	Élnyomás σ (kg/cm²)
30°	0	1,8	30,0	0,333	4,70	3,5
30°	15°	1,8	26,2	0,381	4,30	3,4
30°	30°	1,8	23,2	0,432	3,90	4,0

A szükséges támfalszélességet azon feltétel alapján határoztuk meg, hogy az eredő nem léphet ki a belső harmadból. Ugyanezen feltétel alapján, de a támadáspont magasság változásának figyelembevétele nélkül méretezett támfalnál az élnyomás az alábbiak szerint változik, ha a helyes magasságot vesszük figyelembe *(6. ábra)*.

II. TÁBLÁZAT

Súrlódási szög φ	Irányszög δ	Térfogatsúly t/m³	A földnyomás vízszintes komponense E_h(t)	A támadáspont magassága H_0: H	Falszélesség b (m)	Élnyomás σ kg/cm²
30°	30°	1,8	23,2	0,333	3,40	4,0
30°	30°	1,8	23,2	0,432	3,40	5,5

Látható, hogy a támadáspont magassága mind a támfalméretekre, mind a keletkező élnyomásra igen nagy befolyással van, ezért a támadáspont magassági helyzetének figyelembe nem vétele és a szokásos harmadpontban való felvétele meg nem engedhető.



6. ábra. A földnyomás támadáspont magasságának hatása az alap alatti feszültségeloszlásra

Kérdés még, hogy nem a harmadpontban támadó E erő esetén milyen lesz a földnyomási ábra alakja? A földnyomási ábra alakjára levezetésünk csak a következő feltételeket szabja :

1. A térszínen — terheletlen lévén — a földnyomási ábra ordinátája 0.
2. A földnyomási ábra súlypontja a meghatározott $\frac{Ho}{H}$ magasságban van.

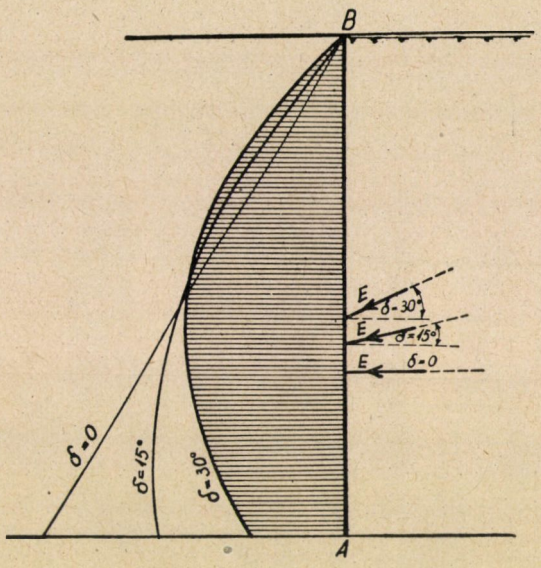
A két feltétel a földnyomási ábra alakjának meghatározására nem elegendő. Per analogiam alkalmazva a csúszólapon való feszültségeloszlásra mondottakat, a földnyomási ábrát hatványparabolának vehetjük. A legegyszerűbb feltevés, hogy a földnyomási ábra másodfokú parabola, ez esetben egyenlete :

$$e = \frac{E}{H}\left[\frac{36k - 12}{H^2}\,x^2 + \frac{48k - 18}{H}\,x - (12k - 6)\right]$$

ahol e a földnyomási ábra ordinátája
E a földnyomás értéke
H a támfalmagasság
$k = \frac{Ho}{H}$ a földnyomás támadáspontjának magassága
x az e ordinátához tartozó abszcissa.

A 7. *ábrán* feltüntettük a földnyomás vízszintes konponensének megoszlását az *I.* táblázatban jelzett esetekben, annak a feltételezésével, hogy a földnyomási ábra alakja másodokú parabola.

A földnyomási ábra alakjából — akár másodfokú parabolának, akár más görbének is vesszük fel — az is következik, hogy változó támfalmagasságnál a viszonyok nem hasonlóak, tehát nem indul ki a támfalhátlap minden egyes



7. *ábra.* A fajlagos földnyomás ábrája különböző földnyomásirányszögeknél

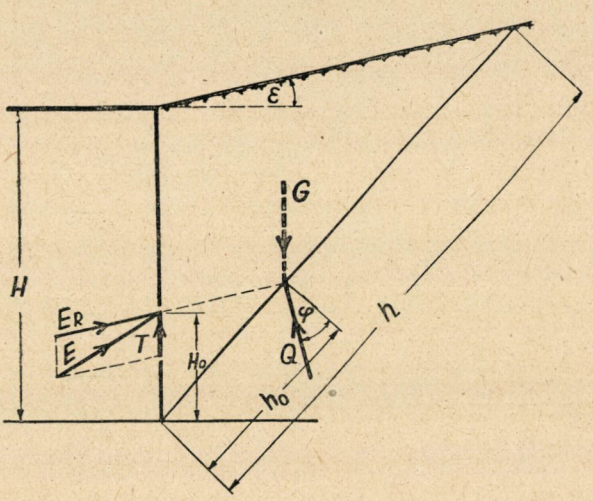
pontjából egy csúszólap, hanem egyetlenegy csúszólap keletkezik, a támfal alsó sarokpontjából kiindulva. Ezen az egy csúszólapon a csúszási feltételek ki vannak elégítve és az erők egyensúlyának nyomatéki feltétele is teljesítve van, az erők támadáspontjának helyes felvétele esetén. Ezzel igazoltuk azt, hogy az erők egyensúlyi feltételének ki nem elégítése, függőleges fal és vízszintes térszin esetén, egyedül nem indokolja görbe csúszólap felvételét és ezzel az általánosan használt sík csúszólapos elméletnek legnagyobb hiányosságát kiküszöböltnek lehet tekinteni.

IV. A földnyomás nyomatéktételének vizsgálata függőleges fal és ferde térszín esetén

Jáky a függőleges fal és vizszintes térszín esetére levezetett nyomatéktételt, mely szerint az összes lehetséges földnyomások nyomatéka a fal alsó *A* sarokpontjára állandó, általánosította ferde térszín esetére is. Mivel ez az általánosítás egyes esetekben valószínűtlen eredményekre vezetett, *(Kézdi :* Talajmechanika 331. old.) megvizsgáltuk, hogy előbbi levezetésünk alapelvei szerint az egyen-

súly követelményeinek kielégítésére milyen feltételeket kapunk függőleges fal és ferde, sík térszín esetében.

Ferde térszin esetében a *Rankine*-elmélet szerint az egyensúly követelményei a térszínnel párhuzamos földnyomás-irány esetén vannak csak teljesítve. Felfogásunk szerint ez azt jelenti, hogy csak ilyenkor van háromszögalakú feszültségeloszlás a csúszólapon, más irányú földnyomáskor meg kell vizsgálni, hogy a földnyomás irányt eltérítő falsúrlódási erők milyen feszültségeloszlás változást okoznak a csúszólapon. A földnyomás egyensúlyi követelményeinek vizsgálatát tehát szintén különválasztva végezzük, a földnyomást két összetevőre, a térszínnel párhuzamos földnyomásra és a földnyomásiránynak megfelelő falsúrlódásra bontjuk *(8. ábra)*.



8. ábra. A szakadóékre ható erők egyensúlya ferde térszín esetén

További vizsgálatunkat a vízszintes térszín esetéhez teljesen hasonlóan végezzük el. Figyelembe kell azonban venni, hogy a háromszögalakú feszültségi ábra területe most nemcsak a G önsúllyal lesz arányos, hanem abból levonódik, illetve negatív térszintlejtés esetén hozzáadódik a térszínnel párhuzamos irányú földnyomás függőleges komponense.

Ennek folytán a Q erő támadáspontjára felírt egyenletek a következőképpen módosulnak:

$$h_0 \cos\alpha = \frac{\frac{1}{2}h^2\gamma\frac{h\cos\alpha}{3}\cos\alpha\sin\alpha - \frac{1}{2}h^2\gamma[\cos\alpha\sin\alpha - \cos^2\alpha\,\mathrm{tg}\,\varepsilon - \cos^2\alpha\,\mathrm{tg}\,\varepsilon - \sin^2(\alpha-\varphi)\,\mathrm{tg}\,\varepsilon]}{-\sin^2(\alpha-\varphi)\,\mathrm{tg}\,\varepsilon] + \frac{1}{2}h^2\gamma\sin^2(\alpha-\varphi)(\mathrm{tg}\,\varepsilon - \mathrm{tg}\,\delta)}$$

az egyszerűsítések után

$$h_0 = \frac{h}{3} \frac{\cos\alpha \sin\alpha - \cos^2\alpha \operatorname{tg}\varepsilon - \sin^2(\alpha-\varphi)\operatorname{tg}\varepsilon}{\cos\alpha \sin\alpha - \cos^2\alpha \operatorname{tg}\varepsilon - \sin^2(\alpha-\varphi)\operatorname{tg}\delta}$$

behelyettesítve ide

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha \operatorname{tg}\varepsilon}{\sin^2(\alpha-\varphi)} - \operatorname{cotg}(\alpha-\varphi)$$

értékét, a Q megtámasztó erő karjára a következő egyenletet nyerjük

$$h_0 = \frac{h}{3} \frac{\cos\alpha \sin\alpha - \cos^2\alpha \operatorname{tg}\varepsilon - \sin^2(\alpha-\varphi)\operatorname{tg}\varepsilon}{\sin(\alpha-\varphi)\cos(\alpha-\varphi)}.$$

Összehasonlítva ezt a kifejezést a *Jáky* által megadott

$$h_0 = \frac{h}{3} \frac{\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sin(\alpha-\varphi)\cos\varphi\cos\varepsilon} \left[\sin^2(\alpha-\varepsilon)\operatorname{tg}^2\left(45^0 - \frac{\nu}{2}\right) + \cos^2\alpha\right]$$

$$\cos\nu = \frac{\cos\varphi}{\cos\varepsilon}$$

képlettel, azt találjuk, hogy a kettő nem egyezik egymással, összetartozó α δ és φ értékek esetén sem. A két képlet a térszínnel közel párhuzamos földnyomásirány esetén ugyan közel azonos értéket ad, ami természetes is, mert mindkét képlet a térszinnel párhuzamos földnyomás $h_0 = \frac{1}{3}h$ karjából indul ki, azonban különösen visszafelé hajló térszín esetén a képletek eltérő eredményt adnak.

A földnyomás támadási magassága a Q erő h_0 karjára levezetett képletből kiindulva a következő lesz:

$$H_0 = \frac{H}{3} \frac{1}{\sin^2(\alpha-\varphi)} \left[\frac{\cos\varphi\cos\alpha}{\cos(\alpha-\varphi)} - \frac{\sin^2(\alpha-\varphi)\cos\varphi\operatorname{tg}\varepsilon}{\cos(\alpha-\varphi)[\sin\alpha - \cos\alpha\operatorname{tg}\varepsilon]} - \cos^2\alpha\right]$$

A számításhoz szükséges az α csúszólaphajlás ismerete, amelyet az alábbi képletből számíthatunk:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\cos\varphi} \sqrt{\frac{\sin(\varphi-\varepsilon)\cos\delta}{\sin(\varphi+\delta)\cos\varepsilon}} + \operatorname{tg}\varphi\,.$$

A földnyomás támadáspontjára kapott képletet megvizsgálva, a következő esetek különböztethetők meg:

a) A földnyomás felvett irányszöge (δ) nagyobb a térszínhajlásnál ($\delta > \varepsilon$) és a térszínhajlás pozitív $\varepsilon > 0$.

Ebben az esetben képletünk szerint a földnyomás támadáspontja eltolódik a harmadpont fölé. Az eltolódás mértéke annál nagyobb, minél nagyobb a δ és ε szögek különbsége. A képlet a gyakorlati esetekben valószerű értékeket ad.

b) A földnyomás felvett irányszöge (δ) kisebb a térszínhajlásnál ($\delta > \varepsilon$), a térszínhajlás pozitív, $\varepsilon > 0$.

Ebben az esetben a földnyomás támadáspontja képletünk szerint — mint az a levezetés alapján is már várható volt — a harmadpont alá tolódik el. Az eltolódás kismértékű és a δ és ε szögek különbségétől függ.

Ez az eredmény első pillanatra valószínűtlennek látszik, mert a földnyomási kísérletek alapján mindenkor a harmadponton, vagy a fölött támadó földnyomást várunk. Rá kell azonban mutatni arra, hogy olyan kísérletet, melynél a földnyomás iránya a térszínhajlásnál kisebb lett volna, még egyáltalában nem végeztek és így más feltételek alapján kapott eredményeket erre az esetre nincs jogunk általánosítani. Ilyenkor nézetem szerint, nem a harmadpont alatti támadáspont érték, hanem maga a térszínhajlásnál kisebb földnyomásirány a valószínűtlen. Utalni kell arra, hogy a térszínhajlással párhuzamos földnyomásirányt szokás »természetes« földnyomásnak is nevezni. Ennél a »természetes« földnyomásnál nagyobb irányszög értéket kaphatunk, ha a falsúrlódás nagyobb értékű, kisebb értékhez azonban ellenkező értelmű falsúrlódás lenne szükséges.

c) A térszínhajlás negatív $\varepsilon < 0$.

Ezt az esetet azért szükséges külön tárgyalni, mert *Jáky* képlete ebben az esetben nemcsak valószínűtlen, de szélső esetekben lehetetlen értéket ad. Képletünk ebben az esetben a földnyomás támadáspontját a δ és $-\varepsilon$ szögek különbségétől függően a harmadpontnál magasabban adja meg és a földnyomás támadáspontja a falmagasság felét is elérheti. Ez az érték kísérletileg nem igazolt, de nem lehetetlen.

Rá kell itt mutatni arra, hogy elméletünk alkalmazásának a szélső esetekben vannak bizonyos korlátai, nevezetesen akkor, amikor a falsúrlódásból eredő feszültségi ábra ordinátája nagyobb lenne, mint a háromszög ábra megfelelő ordinátája. A falsúrlódás csökkentő hatása nem lehet nagyobb, mint az önsúly hatása, így a feszültségi ábra ordinátája legfeljebb 0 lehet. Ilyen eset csak hátrafelé hajló térszínnél, a szélső esetekben következhetik be. Tekintettel arra, hogy ilyen esetek gyakorlati előfordulása igen ritka, a kérdés részletes tárgyalását mellőzzük, annál is inkább, mert levezetett képletünk használata ebben az esetben is megengedhető, mert az eltérés a biztonság oldalán van.

Megvizsgálandónak tartottuk még, hogy képletünkkel meghatározott támadáspont magasság esetén hogyan alakul a támfal alsó sarok pontjára ható felborító nyomaték, amely vízszintes térszín és függőleges fal esetén a *Jáky*-féle nyomatéktétel és levezetésünk alapján is állandó.

Számításaink azt mutatták, hogy az alsó sarokpont körüli nyomaték ferde térszín ($\varepsilon > 0$) esetén, különböző δ irányszögek mellett a δ irányszög

csökkenésével nő. Legnagyobb a nyomaték $\delta = 0$, azaz vízszintes irányú földnyomáskor, és legkisebb $\delta = \varphi$, azaz a maximális falsúrlódáskor.

V. Körkeresztmetszetű falakra kívülről ható földnyomás

Süllyesztett, vagy épített körkeresztmetszetű kutak, aknák oldalfalára ható földnyomás nagyságát eddig a síkbeli esetre érvényes $E = \frac{m^2\gamma}{2} tg^2 \left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$ képlettel számították, a földnyomás irányát pedig vízszintesnek vették fel. Ebben az esetben mind a *Rankine*, mind a *Coulomb*-féle földnyomási elmélet egyforma, a fenti képlettel egyező földnyomás értéket ad.

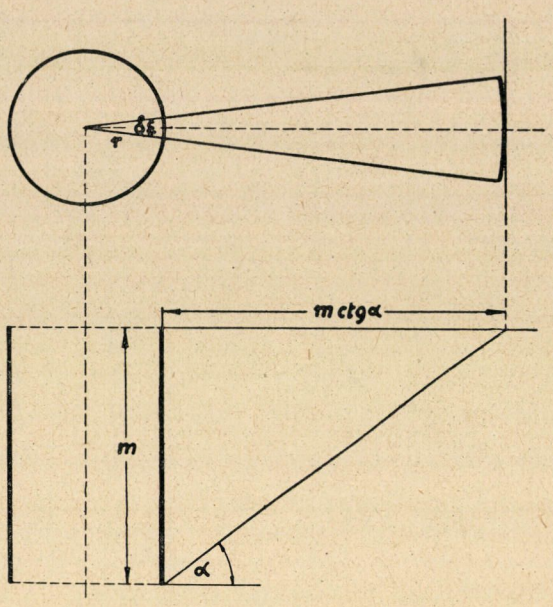
Nyilvánvaló, hogy körkeresztmetszetű falakra más földnyomás hat, mint az egy irányban végtelen kiterjedésűnek feltételezett támfalakra. Körkeresztmetszetű falakra belülről ható földnyomás, az ú. n. silónyomás kérdése már megoldottnak tekinthető (utalunk *Jansen—Koenen* és *Jáky*-elméletére, valamint *V. I. Titova* »Laza anyagok nyomásának meghatározására körkeresztmetszetű falra« című, a Gidrotechnicseszkoje Sztroitelsztvo 1951. évi 3. számában megjelent cikkére). Ebben az esetben a földnyomás értéke kisebb, mint a síkbeli esetben, aminek oka egyrészt a középpont felé csökkenő szélességű szakadó prizmának kisebb súlya, másrészt az, hogy a szakadólapok nem futnak ki a térszínig, hanem csak az átellenes falhatárig.

A következőkben nem a körkeresztmetszetű falra belülről ható földnyomás, az ú. n. silónyomás kérdését, hanem a kívülről ható földnyomás értékét kívánjuk meghatározni. Vizsgálatainkban csak függőleges fal és vízszintes térszín esetére szorítkozunk és a következő feltevéseket tesszük :

1. A síkbeli eset sík csúszólapos elméletének analógiájára feltételezzük, hogy a keletkező csúszólapok olyan forgásfelületek, melyeknek vezérgörbéje egyenes. Ez a feltételezés aktív földnyomás esetében, ha kohézióval nem számolunk és a falsúrlódást elhanyagoljuk ($\delta = 0$) jogosult *(9. ábra)*.

2. A körkeresztmetszetű fal építése, vagy süllyesztése során a földtömeg a fal felé elmozdulhat, úgyhogy a csúszólapon a súrlódó erők teljesen érvényesülnek. A gyakorlat legtöbb esetében a tényleges viszonyok ennek a feltételnek megfelelnek.

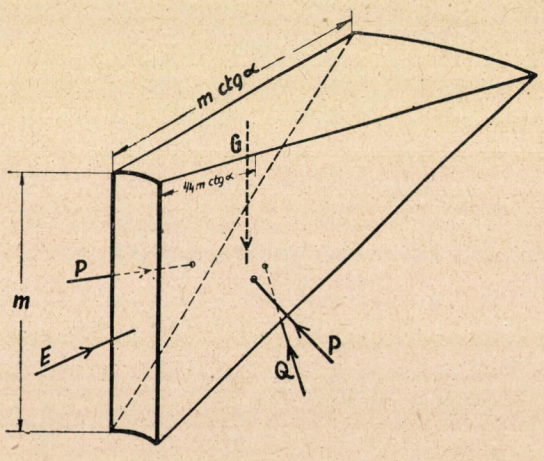
3. A földnyomás iránya vízszintes. Ez a feltételezés a biztonság javára szolgál. Mivel sem a körkeresztmetszetű falra ható földnyomás nagyságára, sem a földnyomás irányára kísérleti adatok nincsenek, csak a fenti feltételezést tehettük. Megjegyezzük, hogy a síkbeli eset kísérleteiből ismert irányszög értékeket ($\delta = 1/3—2/3\ \varphi$) átvenni igen veszélyes lenne, mert a tengelyszimmetrikus esetben a szakadótestre ható erők támadáspontja eltolódik és földnyomás vízszintes volta sokkal inkább valószínű, mint a síkbeli esetben.



9. ábra. A szakadótest alakja tengelyszimmetrikus esetben

4. Vizsgálatainkban a kohéziót elhanyagoljuk. A kohéziót a síkbeli esetben is a legritkább esetben veszik számításba bizonytalansága miatt.

Vizsgáljuk a körkeresztmetszetű fal hosszegységére ható földnyomás értékét. A szakadó ék esetünkben differenciális nyílású a körkeresztmetszetű



10. ábra. A szakadótestre ható erők

fallal, a térszinnel és a vezéregyenessel határolt forgástest. Erre a forgástestre ható erők: a G önsúly, a csúszólapon fellépő támasztó erő, az oldalfalakon fellépő P nyomóerő és az ezekkel egyensúlyt tartó E földnyomás *(10. ábra).*

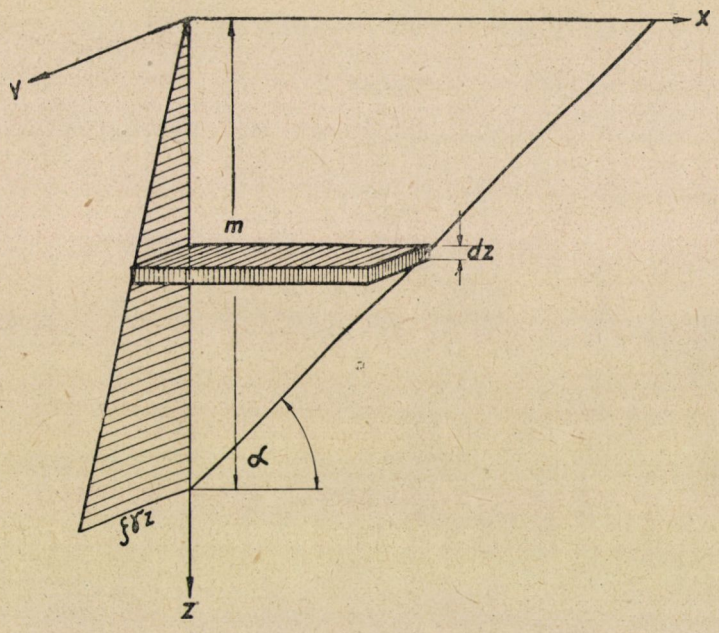
A G önsúly a forgástest köbtartalma, szorozva a térfogatsúllyal.

A forgástest köbtartalma az ismert szabály szerint a metszet területe, szorozva a súlypont útjával

$$K = \left(r + \frac{m}{3} \operatorname{ctg} \alpha\right) \delta\varepsilon \frac{m^2 \operatorname{ctg} \alpha}{2}$$

$$G = \frac{\gamma m^2 \operatorname{ctg} \alpha}{2} \left(r + \frac{m}{3} \operatorname{ctg} \alpha\right) \delta\varepsilon$$

A támasztóerő a csúszólappal φ szöget zár be. A földnyomás kiszámításához nagyságára nincs szükségünk.



11. ábra. Önsúlyfeszültségek a szakadótest oldallapján

Oldalfalakon keletkező P nyomóerő a vízszintes önsúlyfeszültségekből és a szakadó test előremozgása következtében keletkező nyomófeszültségekből tevődik össze.

Az önsúlyfeszültségek a mélységgel arányosak. A vízszintes önsúlyfeszültség a függőlegesnek ζ-szorosa, ahol ζ minimális értéke a nyugalmi nyomás tényezője.

$$\sigma_H = \zeta \gamma z$$

A háromszögalakú oldallapokon keletkező vízszintes önsúlyfeszültségek eredője: *P (11. ábra)*

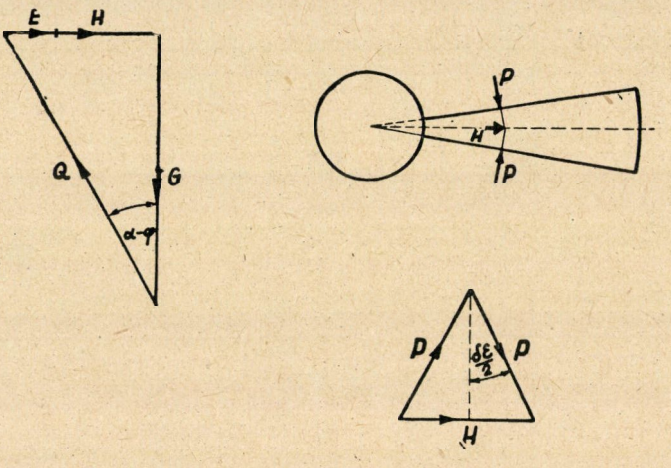
$$p = \int_0^m \zeta \gamma z x dz = \zeta \gamma \operatorname{ctg} \alpha \int_0^m (m - z) z dz = \zeta \gamma \operatorname{ctg} \alpha \left[m \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right]_0^m = \zeta \gamma \operatorname{ctg} \alpha \frac{m^3}{6}$$

A P erő támadáspontjának koordinátái az oldallapokon, amint arról rövid számítással meggyőződhetünk

$$x = \frac{1}{4} m \operatorname{ctg} \alpha$$

$$z = \frac{1}{2} m$$

Megjegyezzük, hogy a szakadótestnek a fal felé való elmozdulásánál az oldallapokon a nyugalmi nyomásnál nagyobb nyomófeszültségek keletkeznek, mert a szakadótest egy-egy íves szakasza az elmozdulás folytán rövidebb ív



12. ábra. Az erők vektorpoligonja tengelyszimmetrikus esetben

mentén kénytelen elhelyezkedni, így a szakadótestben a már meglevő önsúlyfeszültségeken kívül nyomófeszültségek is keletkezhetnek, úgyhogy szélső esetben a szakadótest oldallapjára ható erők a passzív földnyomást is elérhetik.

A szakadótestre ható erők ismeretében a velük egyensúlyt tartó E földnyomás számítható. A szakadótestre ható G és H erő a szimmetriasíkban fekszik. A földnyomás meghatározása céljából további vizsgálataink a szakadótest szimmetriasíkjára vonatkoznak. A szimmetriasíkban ható erők vektorpoligonjából az egyes csúszólap hajlásszögekhez tartozó földnyomás nagysága meghatározható *(12. ábra)*

$$E = G \operatorname{tg} (\alpha - \varphi) - H$$

$$G = \gamma \frac{m^2 \operatorname{ctg} \alpha}{2} \left(r + \frac{m}{3} \operatorname{ctg} \alpha \right) \delta\varepsilon$$

$$H = 2P \sin \frac{\delta\varepsilon}{2} = \zeta\gamma \operatorname{ctg} \alpha \frac{m^3}{3} \sin \frac{\delta\varepsilon}{2}$$

$$E = \left[\gamma \frac{m^2 \operatorname{ctg} \alpha}{2} \left(r + \frac{m}{3} \operatorname{ctg} \alpha\right) \delta\varepsilon\right] \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) - \zeta\gamma \operatorname{ctg} \alpha \frac{m^3}{3} \sin \frac{\delta\varepsilon}{2}$$

A fal egységnyi hosszára eső földnyomás

$$E' = \left\{ \frac{\left[\gamma \frac{m^2 \operatorname{ctg} \alpha}{2} \left(r + \frac{m}{3} \operatorname{ctg} \alpha\right) \delta\varepsilon\right] \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) - \zeta\gamma \operatorname{ctg} \alpha \frac{m^3}{3} \sin \frac{\delta\varepsilon}{2}}{r\delta\varepsilon} \right\} \delta\varepsilon \to 0.$$

$$E' = \gamma \left\{ \frac{m^2 \operatorname{ctg} \alpha}{2} \left(1 + \frac{m}{3r} \operatorname{ctg} \alpha\right) \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) - \zeta \operatorname{ctg} \alpha \frac{m^3}{3r} \cdot \frac{1}{2} \right\}$$

$$E' = \gamma \frac{m^2 \operatorname{ctg} \alpha}{2} \left\{ \left(1 + \frac{m}{3r} \operatorname{ctg} \alpha\right) \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) - \xi \frac{m}{3r} \right\}. \tag{1}$$

A *Coulomb*-elv szerint a lehetséges csúszólapok körül az a mértékadó, amely a maximális földnyomást adja. Meg kell keresni tehát α-nak, azt az értékét, amelynél E' maximum, tehát $\frac{\partial E'}{\partial \alpha} = 0$

$$\frac{\partial E'}{\partial \alpha} = \left[\operatorname{ctg} \alpha + \frac{m}{3r} \operatorname{ctg}^2 \alpha \right] \frac{1}{\cos^2(\alpha - \varphi)} +$$

$$+ \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) \left[\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{2}{3} \frac{m}{r} \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sin^2 \alpha} \right] + \zeta \frac{m}{3r} \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 0$$

Az egyenletnek α-ra való megoldása körülményes, ehelyett az $\frac{m}{r}$ viszonyt fejezzük ki és meghatározzuk az egyes φ és ζ értékekhez tartozó $\frac{m}{r}$ mértékeket

$$\frac{m}{r} = 3 \frac{\sin(\alpha - \varphi)\cos(\alpha - \varphi) - \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - 2 \operatorname{ctg} \alpha \sin(\alpha - \varphi)\cos(\alpha - \varphi) + \zeta \cos^2(\alpha - \varphi)}$$

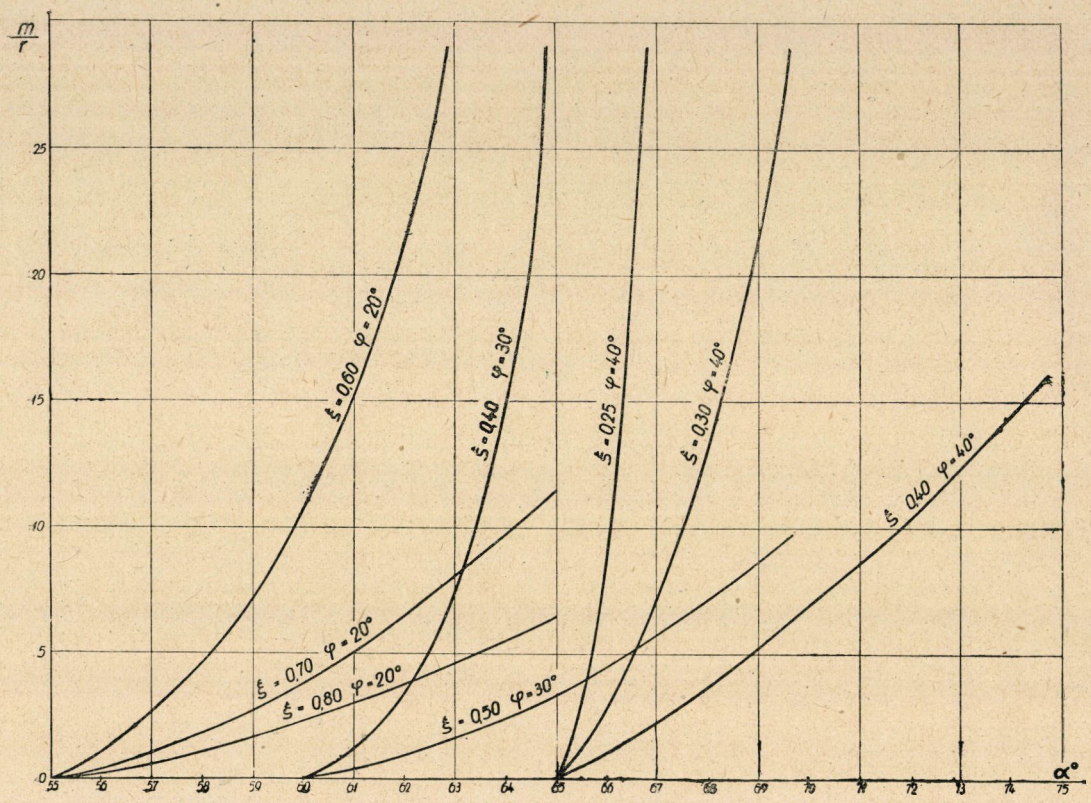
vagy számításra alkalmasabb alakban

$$\frac{m}{r} = 3 \frac{\sin^2(\alpha - \varphi) - \sin 2\alpha}{\cos^2 \alpha + \zeta \cos^2(\alpha - \varphi) - \operatorname{ctg} \alpha \sin 2(\alpha - \varphi)}.$$

A mértékadó α csúszólap hajlásszög ismeretében a földnyomás értéke az 1. képletből számítható.

A számításokat $\varphi = 15°—40°$ súrlódási szögek felvételével elvégeztük.

A csúszólapok α hajlásszögének értékeit $\varphi = 20°$, $30°$ és $40°$ súrlódási szög esetén a *13. ábrán* tüntettük fel. Az ábrákból látható, hogy a csúszólapok

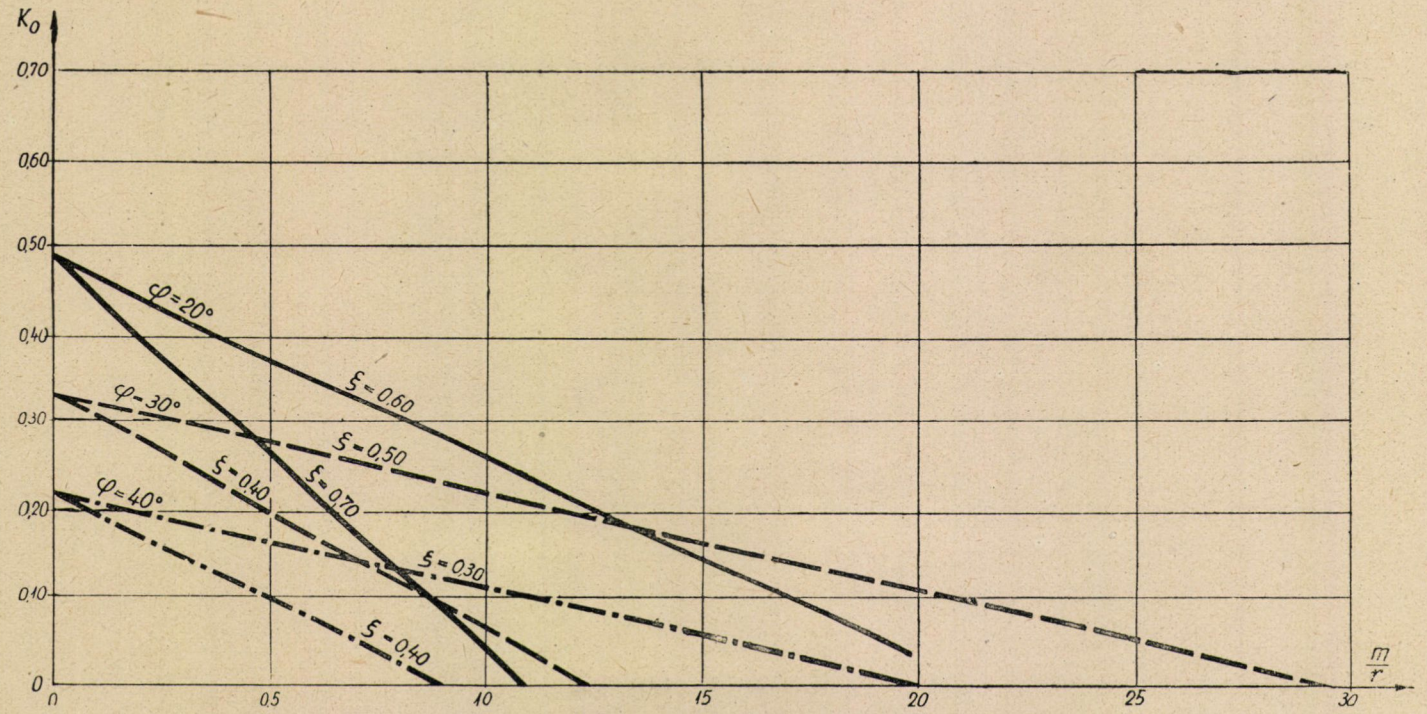


13. ábra. Csúszólaphajlások különböző φ súrlódási szög, ζ nyugalmi nyomás tényező esetében az $\frac{m}{r}$ viszony függvényében

hajlásszöge annál meredekebb lesz, minél nagyobb az $\frac{m}{r}$ viszonyszám. A nyugalmi nyomás ζ tényezője, szintén befolyásolja a α szög értékét, minél nagyobb a ζ érték, annál meredekebb a csúszólap hajlásszöge. A csúszólapok nagy φ súrlódási szögnél és ζ értéknél jelentkező meredek α hajlásszöge ($\alpha = 70—72°$) már közel jár a roskadási kúpok megfigyelt értékéhez.

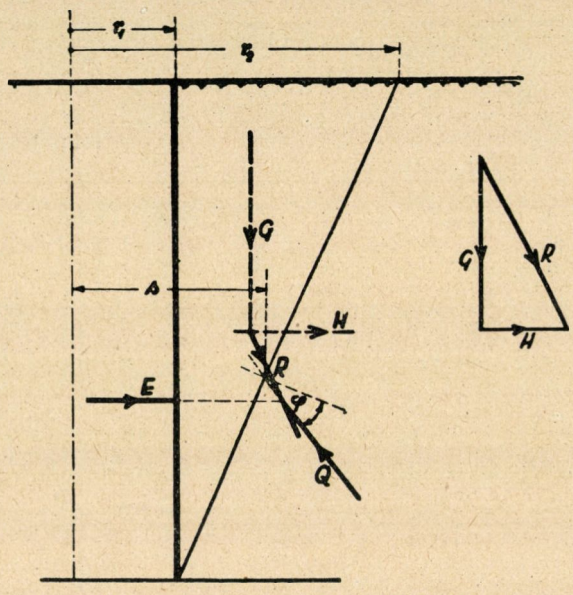
Ha a csúszólap hajlásszöge ismert, a megfelelő földnyomási értékek az (1.) képletből számíthatók. A síkbeli esethez hasonló módon a földnyomás az alábbi képlettel is kifejezhető:

$$E = K_0 \frac{m^2 \gamma}{2}$$



14. ábra. A K_0 hidrosztatikai szorzó különböző φ súrlódási szög és ζ nyugalmi nyomás tényező az $\frac{m}{r}$ viszony függvényében

ahol K_0 az ú. n. hidrosztatikai szorzó. A K_0 érték azonban most nemcsak a súrlódási szögtől függő állandó, hanem értéke az $\frac{m}{r}$ viszonytól és a ζ nyugalmi nyomás tényezőtől is függ. A K_0 értékeket az $\frac{m}{r}$ viszony függvényében ábrázolva egyenest kaptunk, tehát a K_0 érték az $\frac{m}{r}$ viszony lineáris függvénye *(14. ábra)*.



15. ábra. Földnyomás támadáspont magasságának szerkesztése tengelyszimmetrikus esetben

Számításainkkal kapcsolatban két szélső eset érdemel figyelmet. Ha az oldallapokon ható nyomás ζ tényezőjét $\zeta = tg^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$-nek, azaz az aktív földnyomás értékének megfelelően vesszük fel, a K_0 érték az $\frac{m}{r}$ viszonytól függetlenül állandónak, $K_0 = tg^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$ nek adódik. Ez az eset a térbeli *Rankine*-féle feszültségállapotnak felel meg és levezetésünk helyességét igazolja.

A másik szélső eset az, amikor a K_0 érték linearitása folytán a földnyomás értéke 0-nak adódik. Ez a ξ értékből függően más és más $\frac{m}{r}$ viszonynál következik be, ha azonban $\zeta > tg^2\ (45° - \frac{\varphi}{2})$, akkor mindig van egy $\frac{m}{r}$ érték, ahol $K_0 = 0$.

Első pillanatra valószínűtlennek látszik, hogy teljesen kohéziómentes talajban készített hengeres lyuk önmagában is megtámasztás nélkül megálljon, a $K_0 = 0$ érték ugyanis ezt jelenti. Ennek ellenőrzésére a következő egyszerű kísérletet végeztük: kb. 2 cm ∅, igen vékony és az alsó végén több helyen felhasított selyempapírral burkolt üvegcső köré teljesen száraz, egyforma szemcséjű finom homokot töltöttünk mintegy 40 cm magasságig. Az edény megtöltése után az üvegcsövet óvatosan kihúztuk és azt tapasztaltuk, hogy a vékony és gyakorlatilag semmi megtámasztást nem jelentő, felhasított selyempapír mellett a száraz homok megállt. Ezzel az egyszerű kísérlettel igazoltuk, hogy levezetésünk nem ad lehetetlen eredményeket. Természetesen a földnyomás 0 értékét nem szabad az egyes szemcsék dimenzióiban is érvényesnek tekintenünk.

A földnyomási ábrának, illetve az E földnyomás támadási helyének meghatározását szerkesztéssel végezhetjük *(15. ábra)*. A csatolt grafikonokból meghatározzuk az α csúszólaphajlást. A G önsúly hatásvonala az α szöggel meghatározott háromszög harmadában van, a H erő vízszintes hatásvonala pedig a háromszög fél magasságában. G és H erők nagyságát a képletekből kiszámítva, megszerkesztjük a G és H erők eredőjét, melyet a P erő hatásvonalával kell metszésbe hoznunk. A P erő azonban nem az átló harmadában támad, hanem a tengelytől

$$s = \frac{3r_1^4 + r_2^4 - 4r_1^3 r_2}{4r_1^3 + 2r_2^3 - 6r_1^2 r_2}$$

távolságra, ahol

r_1 a körkeresztmetszetű fal sugara

r_2 a csúszólap által a vízszintes térszínen kimetszett kör sugara

A Q és R erők metszéspontja meghatározza az E erő támadási helyének magasságát, amely a harmadpontnál magasabban fekszik. Pl. az ábrákon feltüntetett esetben ($\varphi = 35°$, $\zeta = 0{,}4$ $\frac{m}{r} = 5$) a támadáspont magassága $\frac{H_0}{H} = 0{,}36$.

A földnyomási ábra alakját másodfokú parabolának tételezhetjük fel, melynek egyenlete a síkbeli esethez hasonlóan határozható meg.

A kutak, aknák méretezését azonban célszerű nem a legnagyobb mélységhez tartozó földnyomási ábra alapján elvégezni, hanem minden egyes mélységhez ajánlatos a mértékadó földnyomást kiszámítani.

A gyakorlatban a ζ értékeit az MNOSZ 15002—51 sz. szabvány alapján a következőképpen javasoljuk felvenni:

laza homoknál $\zeta = 0{,}4$
tömör homoknál $\zeta = 0{,}5$
agyagoknál $\zeta = 0{,}7$

Ez utóbbi értéke a szabványban közölt értékek átlaga, amely érték — tekintettel arra, hogy a ζ érték már kis elmozdulásnál a nyugalmi nyomás értékétől a passzív földnyomás értéke felé növekszik — biztonsággal alkalmazható.

Fenti módszerrel kutak, aknák és más körkeresztmetszetű építmények falára ható földnyomást elméletileg helyesebben és biztonsággal lehet számítani, a kiadódó földnyomási értékek pedig a síkbeli esetnél a gyakorlati esetekben átlag 20%-kal kisebbek, így a méretezésnél elsősorban vasmegtakarításban jelentkeznek.

IRODALOM

Dr. Jáky József: Az új földnyomás elmélet. MMÉEK. 1944. 19. sz.
Dr. Jáky József: Földművek csúszólapjai. MMÉEK. 1944. 17. sz.
Dr. Jáky József: Tévedések a földnyomás elméletben. Magyar Technika 1946. 3. szám.
V. I. Titova: Laza anyagok nyomásának meghatározása körkeresztmetszetű falra. Gird. Sztroit. 1951. 3.

Összefoglalás

Szerző a tanulmány első felében kimutatja, hogy a *Coulomb*-féle klasszikus földnyomáselmélet ellen felhozott az az ellenvetés, hogy ferde földnyomásirány esetén az erők egyensúlyának feltételei nem teljesülnek, csak a csúszólapon és támfal hátlapján indokolatlanul felvett lineáris feszültségeloszlás következménye. Helyesen felvett feszültségeloszlás mellett a földnyomás támadáspontja csak vízszintes irányú földnyomásnál esik a magasság harmadába, falsúrlódás, tehát ferde földnyomásirány esetén a támadáspont a harmadpont felett fekszik, amint azt a kísérletek is igazolják.

A tanulmány második része a köralakú létesítmények külső oldalára ható földnyomás kérdésével foglalkozik. A *Coulomb*-elv alapján — figyelembevéve a lecsúszó földék oldalára ható ζ nyugalmi nyomás értékét — meghatározza a szakadótest vezéregyenesének hajlásszögét és a földnyomás k_0 hidrosztatikai szorzóját a falmagasság (m) és a sugár (r) függvényében. Adott ζ nyugalmi nyomásérték mellett a számítások szerint a k_0 hidrosztatikai szorzó az $\frac{m}{r}$ viszony lineáris függvénye.

ÚJ RÖNTGENDIFFRAKCIÓS MÓDSZER FÉMEK BELSŐ FESZÜLTSÉGÉNEK MÉRÉSÉRE*

SZÁNTÓ ISTVÁN

(BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, MECHANIKAI TECHNOLÓGIAI INTÉZET)

[Beérkezett 1953. március 4]

Bevezetés, célkitűzés

Ismeretes, hogy a röntgenfénnyel való feszültségmeghatározás különösen fémek belső feszültségeinek mérésénél döntő jelentőségű. A külső erők okozta feszültségállapot ugyanis a makroszkópos nyúlásmérő eljárások valamelyikével aránylag könnyen és kielégítő pontossággal megmérhető, viszont belső feszültségeket a vizsgálandó tárgy elroncsolása nélkül eddigi ismereteink szerint csak a röntgendiffrakció jelenségének felhasználásával lehet meghatározni.

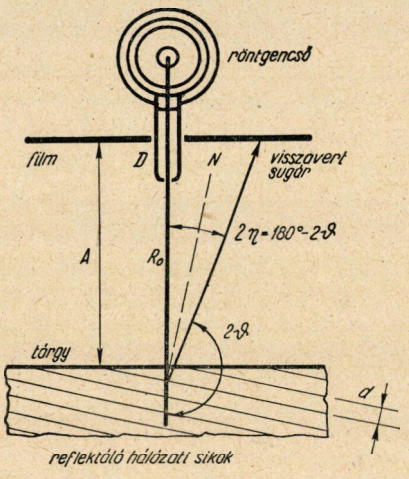
A módszer elméleti alapelvét *Akszenov* [1] fektette le. Lényege, hogy fémeknél a periódusosan ismétlődő atomtávolságok változása, a rácsszerkezet deformációja a rugalmassági zónán belül arányos a feszültségállapottal. Az ezzel kapcsolatos számítások azt eredményezték, hogy belső feszültségek megfelelő pontosságú méréséhez az alkalmasan megválasztott hálózati síkok közti 10^{-5} Å nagyságrendű távolságváltozások regisztrálására van szükség. A rácsméretek ilyen nagypontosságú meghatározása először *Sachs* és *Weerts*-nek [2] sikerült, akik méréseiknél felhasználták a röntgensugárzás diffrakciójánál mutatkozó legutolsó reflexvonalakat. Ezek diszperziója ugyanis a Bragg-egyenlet differenciális alakjából bizonyítható módon [3] a tangens-függvény törvényszerűségét követi. Így a $\vartheta = 90°$ visszaverődési szög értékhez közeledve, elvileg minden határon túl növekedik a *Debye—Scherrer* röntgenogrammok regisztráló érzékenysége.

A mérés pontosságára nagy hatással van a vizsgált fém rugalmassági modulusának értéke is.** Ezért volt az, hogy az első kísérleteket [2] alumínium alapú ötvözeteken végezték. Ezek E értéke ugyanis az acélfajtákénál kereken háromszorta kisebb lévén, bizonyos feszültségváltozás háromszor akkora rácsdeformációt okoz, tehát háromszorta könnyebben regisztrálható Al-bázisú fémnél, mint acélnál. A kezdeti kísérleti eredmények ennek folytán eléggé biztató képet mutattak.

* A Magyar Tudományos Akadémia Méréstechnikai Kongresszusán 1952. nov. 10-én elhangzott előadás kiegészített szövege.

** Egyfajta anyagon belül E iránytól függő változásait itt nem vesszük tekintetbe.

Acélanyagok viszonylagosan kielégítő pontosságú vizsgálata először akkor volt végezhető, amikor *van Arkel* és *Burgers* nyomán [5] rátértek a kobalt anódú röntgencső használatára, amely kedvezőbb reflexiós szögű interferenciavonalakat eredményezett. Ezt a felismerést a röntgen feszültségmérési módszer néhány évig tartó eredményes fejlődése követte, melynek során különösen *Zseldak*, *Kurdjumov*, *Protopopov* [6] és *Romberg* [7] tűnt ki a felületi feszültségállapot röntgen-analízisének kidolgozásával. Majd *Gisen*, *Glocker* és *Osswald* [8] hozta nyilvánosságra a mérő eljárás ezideig legfejlettebb alakját. Ennek kapcsán kimutatták, hogy a feszültségkomponensek egyenként is meghatározhatók a síkban két egymást követő röntgenfelvételből, anélkül, hogy a kiindulási terheletlen állapotot ismerni kellene. Egyetlen felvételből meghatározható feszült-



1. ábra

ségmérésre *Glocker*, *Hess* és *Schaaber* [9] dolgozott ki kevésbbé pontos eljárást.

Mindezek az eredmények azonban nem érintették a tulajdonképpeni regisztráló technika fejlődését. A mérés alapelrendezése lényegében nem változott az első kísérletek óta. Nevezetesen :

Az R_0 primér röntgensugárnyaláb D diafragmán átjutva a vizsgálandó tárgyra esik *(1. ábra)*. A próbatest egyik kitüntetett térbeli irányítású hálózati síksoráról, mely a szelektív reflexió feltételét kielégíti, a röntgenfény visszaverődik. E síkok közti d távolság, illetve ezeknek a feszültségállapottól függő megváltozása mérhető. A kitüntetett síkokat az N normális jellemzi, mely a beeső sugár irányával $\eta = 90° - \vartheta$ szöget zár be. A térben R_0 iránnyal η szöget bezáró normálisokhoz végtelen sok reflektáló sík tartozhatik. Az ezekről visszaverődött sugarak együttesen olyan 2η félkúpszögű kúppalástot képeznek, melynek csúcsa a próbatest vizsgált pontja, szimmetriatengelye a primér sugár iránya, a síkfilmmel alkotott metszésvonala pedig kör.

A *Debye*-felvételből kapott reflexek azonban csak akkor adnak köralakú röntgenogrammot, ha a primér sugárzás iránya a próbadarab vizsgált felületére merőleges. Általában, ha a besugárzás ferde irányú, a *Debye*-gyűrű ellipszisszerűvé torzul. A gyűrűk radiális eltolódásából, illetve a kör elfajulásának mértékéből, ismert beesési szöghelyzet esetén, a feszültségállapot meghatározható.

A gyűrűátmérő nagysága azonban a próbatestfelszín-film közti A távolságtól *(1. ábra)* szintén függ. Az átmérőváltozás ugyanis az A távolság századmilliméter nagyságrendű eltolódásának éppen úgy lehet a függvénye, mint magának a feszültségváltozásnak. Ez teszi elsősorban vitathatóvá a mérést.

Az idők folyamán különféle közvetlen és közvetett módszereket vezettek be több-kevesebb sikerrel az A távolság pontos beállítására. Közvetlenül belső mikrométerrel vagy előre meghatározott értékű fémmutató közbeillesztésével dolgoztak. Ez a megoldás meglehetősen pontatlannak bizonyult. Jobban bevált a közvetett távolságmeghatározás. Ennél ismert, igen nagy pontossággal mérettartó rácsállandójú, hitelesítő anyagot (rendszerint lágyított arany- vagy ezüstport) visznek fel vékony rétegben a vizsgálandó próbatest felületére. A kalibráló anyagréteg reflexeiből az A érték megfelelő pontossággal számítható.

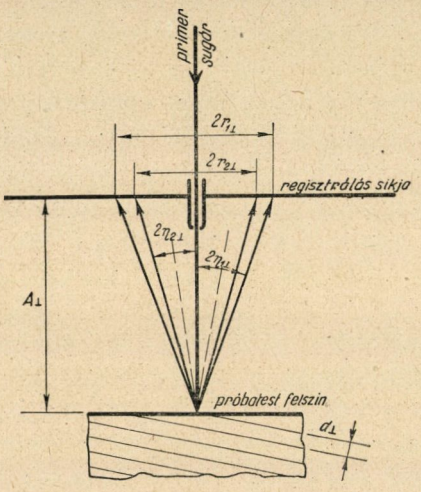
De ennek a módszernek is sok hátránya van. A kellő vastagságú és egyenletes kalibráló réteg felvitele nagy gyakorlatot és jó kézügyességet kíván. Mivel az interferenciában résztvevő sugarak e hártyán is áthaladnak, a vastagságtól függően szórt sugárzás és intenzitásgyengülés következik be, melyet az expoziciós idő arányos meghosszabbításával lehet csak részben kompenzálni. Helyi egyenlőtlenségek a rétegvastagságban a kimérés pontosságára szintén kedvezőtlenül hatnak. A kiértékelést még az is megnehezíti, ha a vizsgálandó, illetve hitelesítő anyagtól származó reflexek a filmen nagy feketedésbeli különbséget mutatnak.

Összegezve: a fentebb vázlatosan ismertetett regisztráló módszerek bármelyike csak laboratóriumi körülmények közt alkalmazható. Igen kényesek a mérési követelmények, ezért nehézkes, aránylag hosszadalmas a végrehajtásuk, a mérést végző egyéntől különleges felkészültséget kívánnak.

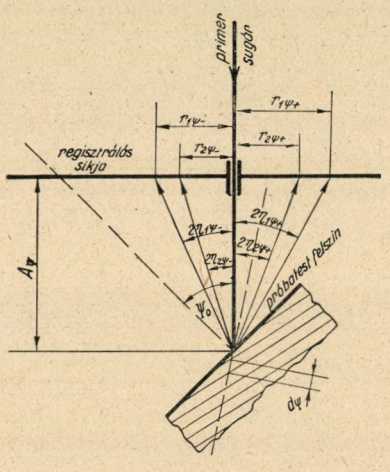
Ezek alapján belátható, ami egyébként a témát globálisan összefoglaló legújabb irodalomból, így *Umanszkij* [10], *Hetényi* [11] és *Glocker* [12] műveinek áttekintéséből egyaránt kiderül, hogy a röntgenográfiai feszültségvizsgálat mechanikai és anyagvizsgálati tekintetben elért ugyan bizonyos elvi eredményeket, de a gyakorlatban mégsem tudott elterjedni. Éppen azért, mert a regisztrálás módjának fejlődése a kezdeti fellendülés után megtorpant és néhány elszigetelt, vitatott eredményű próbálkozáson kívül [13, 14] máig is olyan bonyolult úton tud csak megbízható eredményekre jutni, mint *Wever* és *Möller* [4], a több mint két évtizeddel ezelőtt végzett kísérletek folyamán. Ők használták ugyanis először a hitelesítő aranyréteggel kapcsolatos közvetett távolságmeghatározó eljárást.

Levonva az eddigi eredmények és azok fogyatékosságainak tanulságait, azt a célt tűztük ki, hogy a jelenleg ismert legjobb, de még számos hátránnyal bíró [8]-ban publikált eljárást részletmegoldásaiban új elvi alapokra fektetve, olyan üzemi anyagvizsgálati módszerré kell fejleszteni, melynél az egyes részfolyamatok egyszerűsítése a mérés pontosságának rovására nem megy.

Két elvileg különböző megoldás útján kíséreltük meg a kívánt célt elérni. Az egyik eljárás során új fizikai alapelven nyugvó automatikus regisztráló módszer került kidolgozásra. A másik megoldás lényegében új, kombinált fel-



2. ábra



3. ábra

vevő kamera konstrukcióval kapcsolatos, mely az eddig ismert filmregisztráló eljárást egyszerűsíti.

Mindkét megoldásnál a közös alapvető feladat az volt, hogyan lehetne a próbatest—film távolság preciziós ismerete nélkül mérni a feszültséget. Ezzel a sok nehézséget okozó hitelesítő réteg alkalmazása nyilván elmaradhat.

Az automatikus regisztráló módszer

Az első, *Gillemot*-tól származó elgondolás a regisztrálásnál alkalmazott karakterisztikus K_α-dublett sugárzás mindkét vonalának felhasználását célozta. Ezek ugyanis a legutolsó reflexek szögtartományában, az ott jelentkező kedvező felbontási körülmények folytán általában jól megkülönböztethető kettős interferenciagyűrűt eredményeznek. A $K_{\alpha 1}$- és $K_{\alpha 2}$-sugár okozta reflexek egymásra vonatkoztatott helyzetéből a számítás matematikai megoldás útján lehetővé válik anélkül, hogy a tárgy-regisztrálósík távolság mérete azt befolyásolná. Az A érték ugyanis a feltételi egyenletek egyszerűsítése révén kiesik.

Az elvi elgondolást részletesen kidolgozott matematikai bizonyítással sikerült alátámasztani.

Az ismeretes fizikai és geometriai összefüggések megfelelően kiválasztott változataiból annyi ismeretlenű egyenletrendszert kellett felállítani, ahánnyal a megoldás a felhasználható egymástól független relációk számbavétele mellett határozottnak tekinthető.

A feltételi egyenletek felírása a már említett kétfelvételes módszer alapján, az ott nyerhető mérési adatok, mint ismert mennyiségek felhasználásával történt.

Ismert Φ szögállásban működő ismeretlen σ_x síkbeli feszültségkomponens meghatározására rendszerint két felvételt készítenek; I. lépésként a vizsgáló primér röntgensugár a kérdéses síkra merőlegesen esik *(2. ábra)*. A továbbiakban erre az esetre röviden a $\perp$-indexű jelölést alkalmazzuk.

II. lépésként a sík normálisához képest ψ_0 szög alatt ejtik a vizsgáló röntgenfénynyalábot a felületre *(3. ábra)*. A továbbiakban röviden ψ index jelöléssel.

Megállapodás szerint csak a $\psi = \psi_0 + \eta$ álláshoz tartozó értékek fordulnak elő. Ennek következtében az $1\psi+$ illetve $2\psi+$ index helyett csak az 1ψ illetve 2ψ jelölés használatos. Az 1 illetve 2 index arra mutat, hogy a két egymástól függetlenül változó érték λ_1 illetve λ_2 karakterisztikus röntgenhullámhossz közül melyiknek alkalmazása következtében adódott.

σ_x kiszámításához a [8]-ból ismert

$$\sigma_x = \frac{d_\psi - d_\perp}{d_\perp} \cdot \frac{E}{1+\nu} \frac{1}{\sin^2(\psi_0+\eta)} \tag{1}$$

alapösszefüggést használjuk. Az ehhez szükséges behelyettesítendő mennyiségek közül rendszerint a következők ismeretesek:

E ... a vizsgált próbatest rugalmassági modulusa
ν ... a vizsgált próbatest kontrakciós tényezője
ψ_0 .. a ferdesugarú felvétel beállítási szöge.

Kiszámítandó a rendelkezésre álló és a 2. illetve 3. ábrán értelmezett

$r_{1\perp}$ és $r_{2\perp}$, illetve $r_{1\psi}$ és $r_{2\psi}$ reflextávolságokból az

$\eta_{1\perp}$ és $\eta_{2\perp}$, illetve $\eta_{1\psi}$ és $\eta_{2\psi}$ reflexiós pótszög, illetve ezek kiszámítása után a behelyettesítésre kerülő, két irányban mért hálózati síktávolság: $d_\perp$ és d_ψ értéke.

A feszültségvizsgáló eljárás elvégzéséhez ismerni kell továbbá a vizsgáló primér röntgenfény karakterisztikus K_α-sugárzásának λ_1 és λ_2 hullámhosszméreteit.

Az $A_\perp$ illetve A_ψ-vel jelölt távolságok ismeretére, mint már említettük, ennél a módszernél szükség nincs. Az ábrákból kivehető trigonometriai alapösszefüggések:

$$r_{1\perp} = A_\perp \cdot \operatorname{tg} 2\eta_{1\perp} \quad \text{és} \quad r_{2\perp} = A_\perp \cdot \operatorname{tg} 2\eta_{2\perp} \tag{2}$$

illetve

$$r_{1\psi} = A_\psi \cdot \operatorname{tg} 2\eta_{1\psi} \quad \text{és} \quad r_{2\psi} = A_\psi \cdot \operatorname{tg} 2\eta_{2\psi} \tag{3}$$

Ahonnan

$$\frac{r_{1\perp}}{r_{2\perp}} = \frac{\operatorname{tg} 2\eta_{1\perp}}{\operatorname{tg} 2\eta_{2\perp}} \tag{4}$$

és

$$\frac{r_{1\psi}}{r_{2\psi}} = \frac{\operatorname{tg} 2\eta_{1\psi}}{\operatorname{tg} 2\eta_{2\psi}} \tag{5}$$

Az $A_\perp$ és A_ψ így a további számításokból kiesnek.

A *Bragg*-féle alapegyenlet felhasználásával a következő további összefüggések írhatók fel:

$$\left.\begin{aligned} &1.\ \text{fajta röntgensugárzásból } \perp\text{-nél: } n \cdot \lambda_1 = 2d_\perp \cdot \sin(90° - \eta_{1\perp}) \\ &2.\ \text{fajta röntgensugárzásból } \perp\text{-nél: } n \cdot \lambda_2 = 2d_\perp \cdot \sin(90° - \eta_{2\perp}) \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} &1.\ \text{fajta röntgensugárzásból } \psi\text{-nél: } n \cdot \lambda_1 = 2d_\psi \cdot \sin(90° - \eta_{1\psi}) \\ &2.\ \text{fajta röntgensugárzásból } \psi\text{-nél: } n \cdot \lambda_2 = 2d_\psi \cdot \sin(90° - \eta_{2\psi}) \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

A $\vartheta = 90° - \eta$ általános összefüggés az 1. ábrából belátható.

A (4) és (6), illetve (5) és (7) egyenletek együttesen két olyan háromismeretlenű, egymástól független relációból álló egyenletrendszert alkotnak, melyeknél a meghatározandó ismeretlenek:

$$d_\perp \qquad \eta_{1\perp} \qquad \eta_{2\perp}$$

illetve

$$d_\psi \qquad \eta_{1\psi} \qquad \eta_{2\psi}$$

Mivel a második (ψ indexű) egyenletrendszer megoldása az elsőével értelemszerűen egyezik, a továbbiakban csak az első ($\perp$ indexű) egyenletrendszer megoldási módját tárgyaljuk részletesebben.

A kifejezések egyszerűbbé tételére célszerű néhány alkalmasan választott jelölést bevezetni.

Így írható a (4) összefüggés alapján

$$\frac{r_{1\perp}}{r_{2\perp}} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\operatorname{tg} 2\eta_{1\perp}}{\operatorname{tg} 2\eta_{2\perp}} = \frac{\operatorname{tg} 2\eta_1}{\operatorname{tg} 2\eta_2} = q \tag{8}$$

Az ismeretleneknek újabb, jobban megkülönböztethető jelölései legyenek

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \alpha \\ \eta_2 &= \beta \\ d_\perp &= d \end{aligned} \tag{9}$$

A továbbiakban (6) alapján írható:

$$\left.\begin{aligned} n \cdot \lambda_1 &= 2d \cdot \sin(90° - \alpha) = 2d \cdot \cos\alpha \\ n \cdot \lambda_2 &= 2d \cdot \sin(90° - \beta) = 2d \cdot \cos\beta \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Innen:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = p \tag{11}$$

A (8) egyenlet $\cos\alpha$ és $\cos\beta$ függvények által is kifejezhető. Behelyettesítve a (11)-ből akár $\cos\alpha$, akár $\cos\beta$ értékét a (8)-ba, így $\cos^2\alpha$, illetve $\cos^2\beta$-ra egyismeretlenes harmadfokú egyenlet adódik, melynek megoldása ismert módon végrehajtható. Ez a módszer teljesen pontos megoldást nyujt.

Közismert trigonometriai alapösszefüggések felhasználásával a (8) még így is írható:

$$q = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\operatorname{tg} 2\beta} = \frac{\dfrac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}}{\dfrac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta}} = \frac{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta \cdot 2}{\cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot 2} = \frac{\sin 2(\alpha+\beta) + \sin 2(\alpha-\beta)}{\sin 2(\alpha+\beta) - \sin 2(\alpha-\beta)} =$$

$$= \frac{2\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta) + 2\sin(\alpha-\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)}{2\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta) - 2\sin(\alpha-\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)} =$$

$$= \frac{[\sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta]\cdot[\cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta] + }{[\sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta]\cdot[\cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta] -}$$

$$\frac{+ [\sin\alpha\cdot\cos\beta - \cos\alpha\cdot\sin\beta]\cdot[\cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta]}{- [\sin\alpha\cdot\cos\beta - \cos\alpha\cdot\sin\beta]\cdot[\cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta]} =$$

$$= \frac{\cos\alpha\cdot\cos^2\beta\cdot\sin\alpha + \cos^2\alpha\cdot\cos\beta\cdot\sin\beta - \sin^2\alpha\cdot\sin\beta\cdot\cos\beta -}{\cos\alpha\cdot\cos^2\beta\cdot\sin\alpha + \cos^2\alpha\cdot\cos\beta\cdot\sin\beta - \sin^2\alpha\cdot\sin\beta\cdot\cos\beta -}$$

$$\frac{- \sin\alpha\cdot\sin^2\beta\cdot\cos\alpha + \cos\alpha\cdot\cos^2\beta\cdot\sin\alpha - \cos^2\alpha\cdot\cos\beta\cdot\sin\beta +}{- \sin\alpha\cdot\sin^2\beta\cdot\cos\alpha - \cos\alpha\cdot\cos^2\beta\cdot\sin\alpha + \cos^2\alpha\cdot\cos\beta\cdot\sin\beta -}$$

$$\frac{+ \sin^2\alpha\cdot\sin\beta\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin^2\beta\cdot\cos\alpha}{- \sin^2\alpha\cdot\sin\beta\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin^2\beta\cdot\cos\alpha} =$$

$$= \frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha \cdot (\cos^2\beta - \sin^2\beta + \cos^2\beta - \sin^2\beta) +}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha \cdot (\cos^2\beta - \sin^2\beta - \cos^2\beta + \sin^2\beta) +}$$

$$\frac{+ \cos\beta \cdot \sin\beta \cdot (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha)}{+ \cos\beta \cdot \sin\beta \cdot (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha)} =$$

$$= \frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha \cdot (\cos^2\beta - \sin^2\beta)}{\cos\beta \cdot \sin\beta \cdot (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)} \cdot \frac{2}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha} \cdot \cos\alpha \cdot [\cos^2\beta - (1 - \cos^2\beta)]}{\sqrt{1-\cos^2\beta} \cdot \cos\beta \cdot [\cos^2\alpha - (1 - \cos^2\alpha)]} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha} \cdot \cos\alpha \cdot (2\cos^2\beta - 1)}{\sqrt{1-\cos^2\beta} \cdot \cos\beta \cdot (2\cos^2\alpha - 1)} = q$$

$$q^2 = \frac{(1-\cos^2\alpha) \cdot \cos^2\alpha \cdot (4\cos^4\beta - 4\cos^2\beta + 1)}{(1-\cos^2\beta) \cdot \cos^2\beta \cdot (4\cos^4\alpha - 4\cos^2\alpha + 1)} \tag{12}$$

A (11) egyenletből $\cos\alpha = p \cdot \cos\beta$, ezt (12)-be téve

$$q^2 = \frac{(1 - p^2 \cdot \cos^2\beta) \cdot p^2\cos^2\beta \cdot (4\cos^4\beta - 4\cos^2\beta + 1)}{(1-\cos^2\beta) \cdot \cos^2\beta \cdot (4p^4 \cdot \cos^4\beta - 4p^2 \cdot \cos^2\beta + 1)} =$$

$$= p^2 \frac{4\cos^4\beta - 4\cos^2\beta + 1 - 4p^2\cos^6\beta + 4p^2\cos^4\beta - p^2 \cdot \cos^2\beta}{4p^4\cos^4\beta - 4p^2\cos^2\beta + 1 - 4p^4\cos^6\beta + 4p^2 \cdot \cos^4\beta - \cos^2\beta}$$

Bevezetve egyszerűbb jelölésként $\cos^2\beta = B$-t :

$$\frac{q^2}{p^2} \cdot (4p^4B^2 - 4p^2B + 1 - 4p^4B^3 + 4p^2B^2 - B) =$$

$$= 4B^2 - 4B + 1 - 4p^2B^3 + 4p^2B^2 - p^2B$$

Rendezve az egyenletet B fogyó hatványai szerint és egyszersmind zérusra redukálva, alábbi végső alak adódik :

$$\left.\begin{aligned} & B^3 \cdot (-4p^2q^2 + 4p^2) + \\ & + B^2 \cdot (4p^2q^2 + 4q^2 - 4 - 4p^2) + \\ & + B^1 \cdot \left(-4q^2 - \frac{q^2}{p^2} + 4 + p^2\right) + \\ & + B^0 \cdot \left(\frac{q^2}{p^2} - 1\right) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

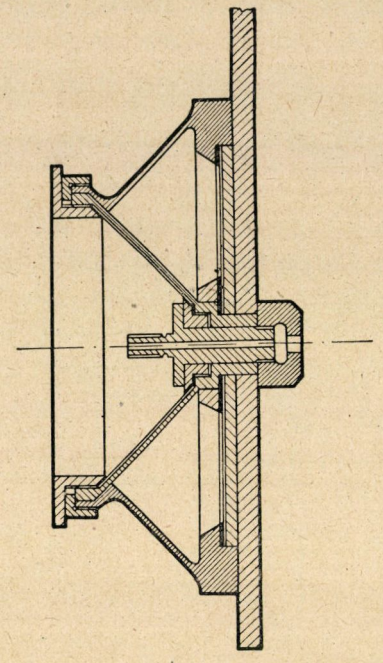
Ez pontos kifejezés. A harmadfokú egyenletet B-re meghatározva, $\cos \eta_2$ értéke, majd ebből η_1, illetve η_2 szögek nagysága kiadódik. A *Bragg*-egyenletbe való visszahelyezés révén $d_\perp$ értéke számítható. Ugyanezen eljárást követve értelemszerűen a ferde felvételből kapott adatok alapján d_ψ értéke is kiadódik. E két mennyiséget behelyettesítve az (1) alapösszefüggésbe, σ_x feszültségkomponens nagysága kiszámítható.

Az ismertetett matematikai eredmény fizikailag helytálló voltát a kísérletek lényegileg igazolták. De a filmmel való regisztrálás eddig ismert kiviteli módja nem alkalmas az itt szükséges mérési pontosság nagyságrendjének megbízható elérésére. Lényeges javulást kell eredményeznie a regisztrálás terén az elektrónikus módszer bevezetésének. *Bleeksma, Kloos* és *Di Giovanni* közlése alapján [15] Cu—K_α sugárzás esetén egyetlen interferenciavonal kimutatásához Geiger—Müller-csővel elegendő 4.10^{-4} erg/cm^2 sugárzási energia, míg megfelelő filmfeketedés bekövetkezéséhez — egyébként azonos körülmények közt — 2 erg/cm^2 szükséges. A regisztráló érzékenység ilyen nagyarányú fokozásával a számlálócső azért is különösképpen alkalmas belső feszültség meghatározására, mivel itt néhány vonal pontos helyzetének mérése a vizsgálat célja, tehát a röntgenspektrumnak csak azt a kis részét kell letapogatni, ahol az ismert vonalak találhatók. Ez expoziciós időben lényeges megtakarítást jelent. Nem kevésbbé fontos, főleg üzemi szempontok miatt, hogy az elektrónikus regisztráló módszert messzemenően automatikussá lehet tenni. Az ezzel kapcsolatos részletek ismertetése e dolgozat kereteit azonban meghaladja.

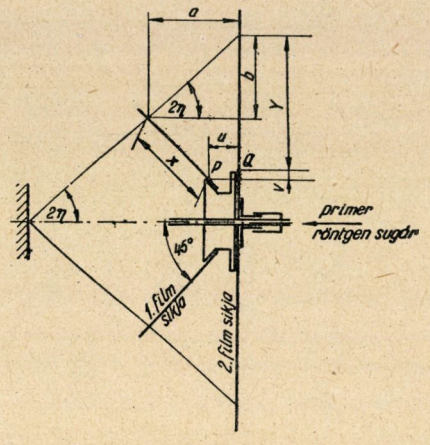
Új felvételi eljárás filmregisztrálással

A röntgenográfiai feszültségmérés fejlesztésének másik módszere egy új felvevő kamara alkalmazása kapcsán került kísérletezésre. A kamarakonstrukció metszeti rajza a *4. ábrán* látható.

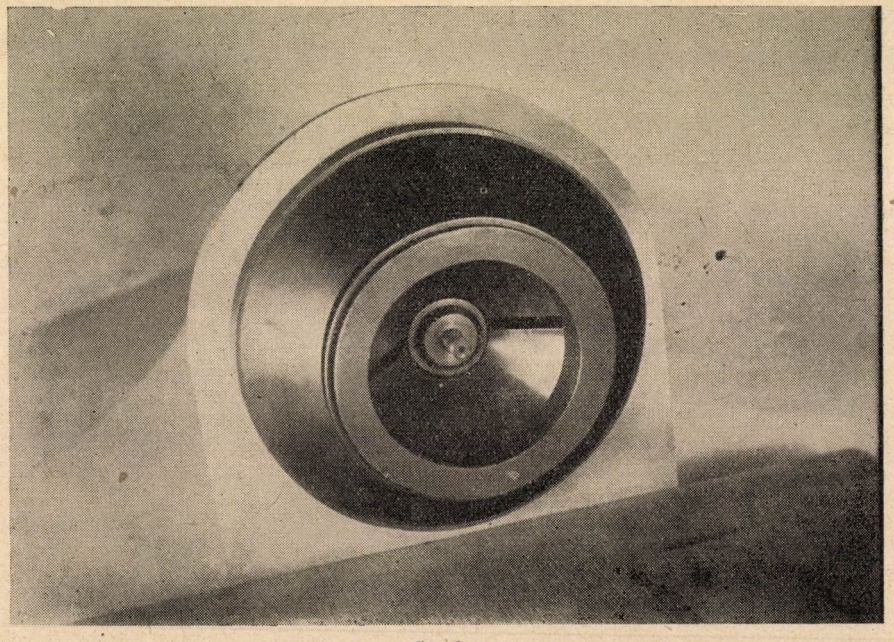
Az alapelv ennél a visszaverődés szögének (2η) közvetlen mérése. A röntgenfelvétel elkészítésére olyan saját tervezésű kombinált kamara szolgál, melynél az egyidejűleg behelyezett két filmlap közül az egyik sík-, a másik kúpfelületre illeszkedik. A kúpos kamararész palástfelületének a hosszanti szimmetriasíkkal való metsződése vonalában néhány mm széles kivágás van. Ezek az »ablakok« a film berakása után is szabadon kell maradjanak, mert ezeken keresztül halad át a visszavert sugárnyaláb egy része ütközésmentesen az alkalmasan elhelyezett síkkamara részbe. A két mérési felület egymáshoz képest pontosan rögzített, a kúp félnyílásszöge 45°, alkotója egybeesik a primér sugárnyaláb irányának és a rá merőleges síkkamara résznek a szögfelezőjével. Mind a kúp-, mind a síkkamara regisztráló mezejének alsó határvonala mentén gondosan kialakított



4. ábra



6. ábra



5. ábra

élvonal húzódik. A reflektált röntgenfény szórt sugárzása ezeket éles szegélyjelzésként képezi le a filmekre. Számításnál a reflexek helyzetének mérését ezekre az ismert »kamaraállandókra« lehet vonatkoztatni. A két kamararészt kívülről egy fényelzárást is biztosító közdarab, belülről a diafragma foglalatául szolgáló menetes betét fogja össze. A kombinált kamara fényképe az *5. ábrán*, vázlatos elrendezése a *6. ábrán* látható.

A diafragmán áthaladó primér röntgensugár a próbatest felszínéről 2η szög alatt visszaverődve, először a kúpos regisztráló felszínt éri és ott a P szegélyjelzéstől számított X távolságban a filmen interferenciacsíkot képez. Ugyanezen reflektált sugárkúp egy része a kamarakivágásokon akadálytalanul áthaladva a síkkamarában elhelyezett filmen is reflexvonalat produkál, mégpedig a Q szegélyjelzéstől számított Y távolságban. E kérdéses vonalaknak a felvételi kamara hosszanti szimmetriasíkjával alkotott döféspontjai könnyen képezhetők. Így a síkban jól definiált pontok helyzetének ismeretében a 2η szög egyszerű trigonometriai összefüggés felhasználásával adódik. A *6. ábra* jelöléseivel írható :

$$a = \frac{X}{\sqrt{2}} + u \quad \text{és} \quad b = v + Y - \frac{X}{\sqrt{2}} \tag{14}$$

Ebből

$$2\eta = \text{arc tg}\frac{b}{a} \tag{15}$$

ahol u és v távolságok az ú. n. kamaraállandók.

Az új felvételtechnika előnyei :

1. A tárgyfelszín-regisztrálósík távolság változásaitól a mérés független.

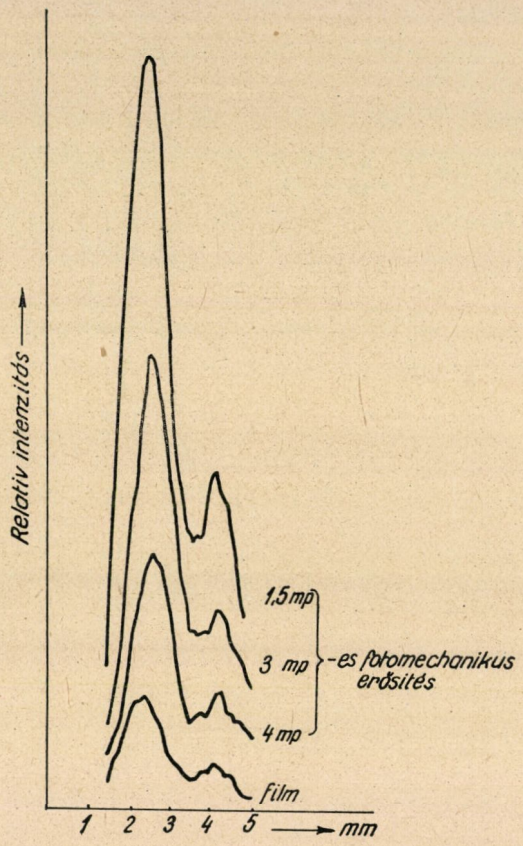
2. Egyetlen sugárfajta elegendő a regisztráláshoz. Nyilvánvaló, hogy a karakterisztikus $K_{\alpha 1}$-sugárzást használjuk, mivel annak intenzitása a $K_{\alpha 2}$-énak közel kétszerese.

3. Az X és Y távolságok aránylag kicsinyek : 5—23 mm közt. Ez a kiértékelő mikrofotométer 25 mm-es mérési hosszán belül van, tehát nincs szükség közbeiktatott addiciós segédjelzésekre.

4. A kúpkamararész a merőleges beállítás ellenőrzésére is való. Merőlegesség esetében ugyanis a filmen jelentkező interferenciacsíknak végig a kifejtett kúppalást szegélyjelző vonala mentén egyenlő távolságban kell húzódnia.

5. Mivel az η szöget közvetlenül lehet mérni, ehhez a *Bragg*-egyenlet alapján bizonyos d hálózati síktávolság egyértelműen rendelhető. A számításnak

ez a része legalább hétjegyű logaritmus- és szögfüggvénykönyv felhasználását kívánja. Azonban a használatos feszültségi határokon belül (vagy más fogalmazásban : az aránylag kicsiny reflexiós szögtartomány szögértéksorozatára) az η-d átszámítást egyszersmindenkorra érvényes, szerkezeti anyagonként csoporto-



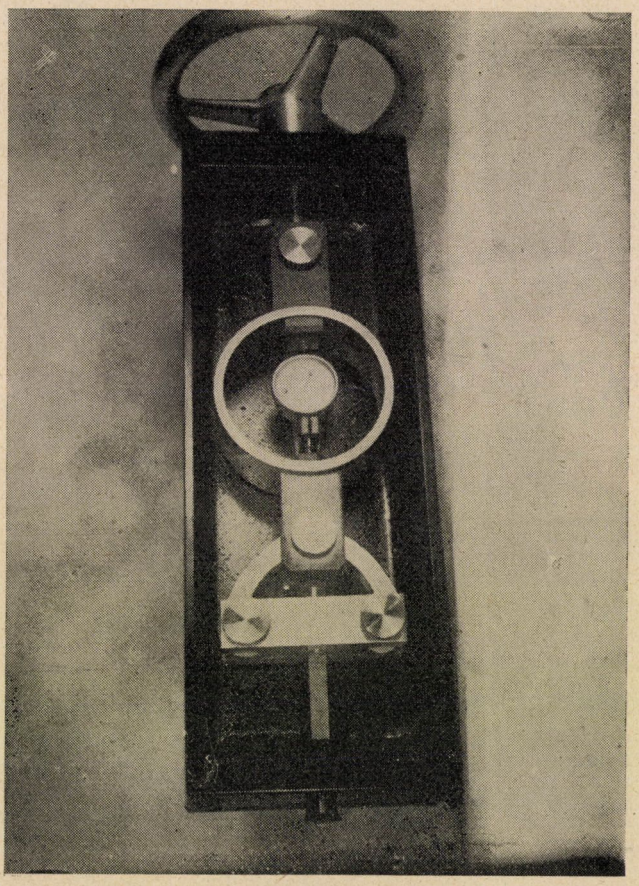
7. ábra

sított táblázatba lehet foglalni. Két összetartozó d érték különbségének ismeretében a vizsgált pontban uralkodó feszültség kiszámítása logarlécműveletté egyszerűsödik, ha a mérőberendezés geometriai és anyagjellemző számait előzetesen egy állandó faktorba vontuk össze. Ez feszültségeloszlások pontsorozattal való mérésénél tetemes időnyereséget jelent.

A regisztrálás tökéletesítését elősegítette még az is, hogy az új kombinált kamarával felvett röntgenogrammokat fotomechanikai erősítéssel sikerült 5—6-szorosan kontrasztban dúsabbá tenni. Az eljárás lényege : optimális expoziciós idő kísérletezésével a filmeket különlegesen meredek gradációjú lemezre kell átmásolni. A 7. *ábra* egy kettős röntgenreflexnek fotométerrel fel-

vett intenzitáseloszlását mutatja filmfelvételből egyszerűen, illetve fotomechanikai erősítés után a megvilágítási idő paraméterében.

A filmregisztrálás érzékenyebbé tételét még elősegítette, hogy laboratóriumunkban a tulajdonképpen színképelemzés céljára szolgáló mikrofoto-



8. ábra

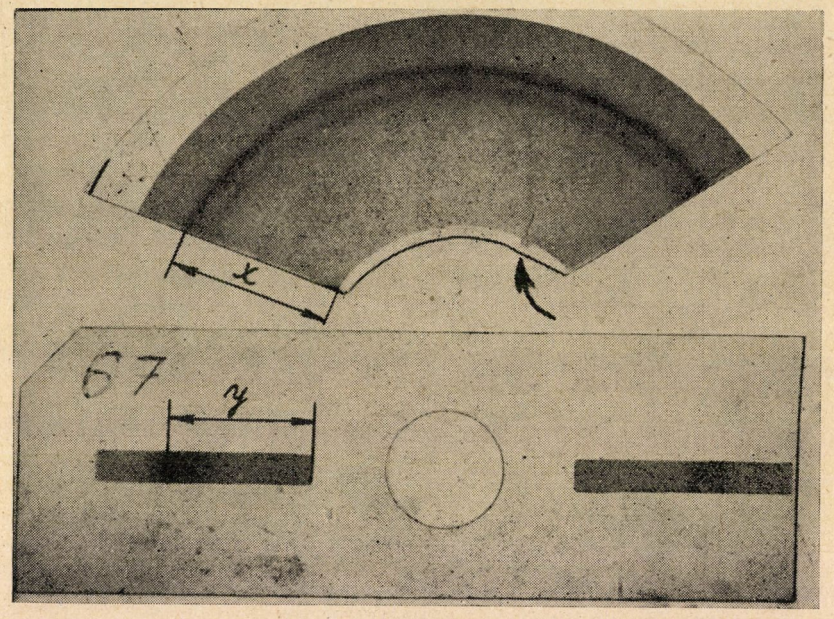
métert menetes közbetétek beiktatásával kisebb felbontóképességű objektivek tetszés szerinti alkalmazására is használhatóvá tettük. Így a spektrográfiai célokra 21—30-szoros nagyítással dolgozó berendezés a gyújtótávolság egyidejű átállítása után a röntgenográfiai mérésekhez kedvezőbb 4—8-szoros nagyításokra is alkalmassá vált.

Az ismertetett új felvételi módszerrel a Budapesti Műszaki Egyetem Mechanikai Technológiai Intézete laboratóriumában rendszeres kísérletek vannak folyamatban.

Az eddig végzett vizsgálatok anyagául viszonylagosan nagy folyási határú, Si-ötvözésű rúgóacélt használtam. A próbatest, előzetes feszültségmentesítő

hőkezelés után, külön e célra tervezett feszültségmérő etalon-készülékbe került befogásra *(8. ábra)*. A berendezés 1000 kg felső mérési határig a vizsgálandó munkadarabban tetszőleges nagyságú húzófeszültséget képes előidézni. Az igénybevétel mértéke a próbadarabbal sorbakapcsolt nagy leolvasási érzékenységű rúgós dinamométer közbeiktatása folytán állapítható meg. Ilyenformán mechanikai úton nagy pontossággal ismert feszültségállapotokat lehet létesíteni. A kísérletek célja ezeknek röntgenográfiai eljárással végzendő összehasonlító mérése volt.

A vizsgálatokat $\sigma = 0$ és $\sigma = 20$ kg/mm² feszültségi határok közt 5 kg/mm²-es lépcsőzetes feszültségnöveléssel sorozatosan végeztem el, mind



9. ábra

merőleges, mind a $\psi_0 = 45°$-os ferde beállítással. A Seifert-gyártmányú mikroröntgen készülék üzemi adatai a következők voltak :

Csőfeszültség : 30 kV
Fűtőáram : 10 mA
Sugárzás : Co—K_α

A felvétel időtartama a tárgy — kamaratávolság beállításától függően 20 perc és 2½ óra közt változott. A regisztrálásra mindkét oldalán emulzióval bevont Agfa-Laue gyártmányú röntgenfilmet használtam. Fotomechanikai erősítésre Forte-Bromodia, illetve Agfa »Photomechanische Platte-A« lemezek kerültek alkalmazásra.

A kúp- és síkkamararészbe helyezett ugyanazon felvétel regisztrálására szolgáló filmdarabok összetartozó oldalainak felismerését a kamara szegélyvonalnak a felső réshez közelebb eső félkör alakú árnyékjelzése biztosítja *(9. ábra)*. Ugyanezen célból a filmek egyik oldalon való számozása (»sz« jelű oldal szemben az »n« jelű oldallal, 1. I—III. táblázat) a számítás során előforduló esetleges felcserélést akadályozza meg. A *9. ábra* az egyik röntgenfelvétel összetartozó filmrészeinek fotomechanikai erősítő lemezről készült másolata, melynél be van jelölve a számítás alapjául szolgáló X és Y távolság. A távolságmeghatározást szovjet gyártmányú Sztanko-MF-2. jelű mikrofotométerrel végeztük a már említett átalakítás után.

Az egyik kísérletsorozat ily módon kapott mérési eredményeit az I. táblázat foglalja össze. A filmek szám nélküli oldalának mérését csak a ferde beállítású felvételeknél tüntettem fel, mert merőleges elrendezés mellett a készülék beállítási konstans szöghibája miatt szükséges korrekció tekintetbevételével az »sz« és »n« jelű oldal elvileg azonos értékeket ad.

A (14) és (15) összefüggések felhasználásával 6 tizedesjegy pontosságra számítottam ki az η szögek logaritmusát, majd abból a d értékeket. A röntgenográfiai úton kapott feszültség $[(\sigma_x)_{mért}]$ ezek után *Gisen*, *Glocker* és *Osswald* ismertetett meggondolása nyomán az (1) képletből egyszerűen adódik. Az így kapott eredmények a hibaeltérés feltüntetésével a II. táblázatban láthatók.

A ferde elrendezéssel készített felvételek mindkét oldalának méréséből meghatároztam a feszültségeket *Glocker*, *Hess* és *Schaaber* [9] módszere szerint is. A síkbeli feszültségkomponens kiszámítására szolgáló alapképlet itt a következő volt :

$$\sigma_x = \frac{d_{\psi 1} - d_{\psi 2}}{d_{\psi 2}} \cdot \frac{E}{1+\nu} \cdot \frac{1}{\sin^2 \psi_1 - \sin^2 \psi_2} \tag{16}$$

ahol

$$\psi_1 = \psi_0 + \eta$$

$$\psi_2 = \psi_0 - \eta$$

A számítás részeredményei a III. táblázatban vannak összefoglalva.

A II. táblázat adatai azt bizonyítják, hogy a kapott eredmények mérési hibakorlátja az eddig ismert, más felvételi módszerrel kapott eredményekével azonos nagyságrendű. Ez azért figyelemreméltó, mert egyszerűsített mérő eljárással sikerült elérni.

A III. táblázatból az olvasható ki, hogy az itt követett módszer pontatlansága az előzőnek több, mint kétszerese. Ennek ellenére az eredmény mégis jelentős lehet a gyakorlat bizonyos eseteiben. Tájékozódó üzemi feszültségmeghatározásoknál, különösen sorozatméréseknél, az egyfelvételes módszer félakkora időszükségletét és egyszerű beállításmódját döntő szempontként szokták figyelembevenni.

A röntgenográfiai mérőmódszerek eddig használt mechanikai alapképleteinek van azonban egy közös gyengéje. Mindegyikben előfordul két különböző irányban mért Å dimenziójú rácsméret. Ezek azonos nagyságrendűek, sőt értékük rendszerint csak a negyedik tizedesjegytől kezdve tér el egymástól. Az atomtávolságváltozást e két mérési eredmény különbsége adja, tehát egy 10^{-4}, de inkább 10^{-5} Å nagyságrendű szám, mely a vizsgált fém rugalmassági modulusával, tehát egy 10^5 kg/mm^2 nagyságrendű számértékkel szorzandó össze. Ilyen szorzat eredményét fizikai pontosság tekintetében mindig alapos kritika alá kell venni.

Tájékoztatásul szolgáljon a mérésekkel egybevetett számításaim extrapolálásából származó alábbi adat: a kísérletekhez használt acélanyagban kétfelvételes eljárás esetén 0,000036 Å nagyságú atomtávolságváltozás felel meg 1 kg/mm^2 feszültségnövekedésnek. Ugyanakkor a filmregisztrálás leolvasó pontossága $\pm$ 0,02 — 0,04 mm között ingadozik, ami kereken $\pm$ 1,5—3 kg/mm^2 hibakorlátot jelent. A gyakorlat követelményeinek az ilyen mértékű pontosság legtöbbször megfelel, számítása viszont az eddigi eljárásokéhoz képest lényegesen egyszerűbb.

Nem szabad figyelmen kívül hagyni azt a tényt sem, hogy a kísérleteknél gondosan előkészített próbadarab került vizsgálat alá, amely viszonylag jól fotometrálható interferenciavonalakat adott. A gyakorlatban nem mindig ez a helyzet, bár a kamarának diafragma körüli lengetésével a reflexek határozottabbá válását bizonyos mértékig elő lehet segíteni.

IRODALOM

1. *G. A. Akszenov:* Zsurnal prikladnoj fiziki No 2. T. 6. (1929). 3. o.
2. *G. Sachs—J. Weerts:* Z. Phys. Bd. 64 (1930) 344. o.
3. *C. S. Barrett:* Structure of Metals, McGraw—Hill, New York, (1943) 134. o.
4. *F. Wever—H. Möller:* Arch. für das Eisenhüttenw. Bd. 5 (1931) 215. o.
5. *A. E. van Arkel—W. G. Burgers:* Z. f. Metallkunde Bd. 23 (1931) 149. o.
6. *Zseldak—Kurdjumov—Protopopov:* Zavodszkaja laboratorija No 7. (1934).
7. *Zseldak—Kurdjumov—Romberg:* Zsurnal tehnyicseszkoj fiziki, T. 7. (1937) 1736. o.
8. *F. Gisen—R. Glocker—E. Osswald:* Z. für technische Physik, Bd. 17 (1936) 145. o.
9. *R. Glocker—B. Hess—O. Schaaber:* Z. für technische Physik, Bd. 19 (1938) 194. o.
10. *Ja. Sz. Umanszkij—A. K. Trapeznyikov—A. I. Kitajgorodszkij:* Rentgenográfia, Masgiz (1951) Moszkva, 220. o.
11. *M. Hetényi:* Handbook of Experimental Stress Analysis, J. Wiley — New York (1950) 992. o.
12. *R. Glocker:* Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, Springer—Berlin (1949) 314. o.
13. *A. Thum—K. H. Saul—C. Petersen:* Z. f. Metallkunde, Bd. 31 (1939) 352. o.
14. *D. E. Thomas:* J. Sci. Instr. v. 18 (1941) 135. o.
15. *Bleeksma—Kloos—Di Giovanni:* Philips' techn. Rdsch. Jahrg. 10, Nr 1. (1948) 1. o

Összefoglalás

Az eddig ismert röntgenográfiai feszültségvizsgáló módszerek gyakorlatban való elterjedését főleg az akadályozta, hogy a mérés pontossága nagymértékben függött a beállítás igen kényes követelményeinek a kielégítésétől.

Az új felvételi módszer két elvileg különböző megoldás útján egyszerűsíti a méréseket. Mindkettő közös alapja : a tárgyfelszín—regisztrálósík távolság preciziós ismerete nélkül, annak beállításától függetlenül végezhető el a feszültségmeghatározás.

Az egyik elgondolás a regisztrálásnál alkalmazott karakterisztikus K_α-dublett sugárzás mindkét vonalának egymásra vonatkoztatott helyzetéből matematikai úton teszi lehetővé a számítást. Az eljárás kivitelezéséhez nagy regisztráló érzékenység kell, ezért a reflexek ily pontos mérése csak elektronszámlálócsöves berendezés útján valósítható meg, így automatikussá is tehető.

A másik módszer a reflexiós szögek közvetlen mérésén alapul. Az itt bemutatott új kombinált felvevőkamara felhasználásával sikerült acélanyagoknál az eddig ismert felvételi módszerek eredményeivel azonos nagyságrendű pontosságot elérni, de lényegesen egyszerűbb mérőeljárással. Az új módszerrel végzett egyik kísérletsorozat részletes számítása egészíti ki a közleményt.

I. TÁBLÁZAT

Fotometrálással kapott kiegyenlített mérési eredmények

Sorszám	Beállítás	Névleges feszültség	Számmal jelzett (»sz«) oldal						Szám nélküli (»n«) oldal					
			I. regisztráló felület			II. regisztráló felület			I. regisztráló felület			II. regisztráló felület		
			élszegély	$K\alpha_1$	X	élszegély	$K\alpha_1$	Y	élszegély	$K\alpha_1$	X	élszegély	$K\alpha_1$	Y
	Sorozat: 61—68	kg/mm²	———		mm	———		mm	———		mm	———		mm
1	merőleges	5	$1{,}1_0$	$17{,}7_2$	$16{,}6_2$	$17{,}9_0$	$2{,}7_1$	$15{,}1_9$	—	—	—	—	—	—
2	ferde		$0{,}1_5$	$21{,}0_0$	$20{,}8_5$	$24{,}5_0$	$5{,}2_1$	$19{,}2_9$	4,4	24,7	20,3	18,9	0,2	18,7
3	merőleges	10	$0{,}9_5$	$17{,}4_0$	$16{,}4_5$	15,7	0,7	15,0	—	—	—	—	—	—
4	ferde		0,6	22,3	21,7	$20{,}8_1$	0,7	$20{,}1_1$	2,9	25,1	22,2	24,7	4,2	20,5
5	merőleges	15	$3{,}7_0$	$19{,}5_2$	$15{,}8_2$	20,0	5,6	14,4	—	—	—	—	—	—
6	ferde		$0{,}0_5$	$21{,}3_3$	$21{,}2_8$	$24{,}0_5$	$4{,}3_1$	$19{,}7_4$	4,3	24,5	20,2	$19{,}3_2$	0,7	$18{,}6_2$
7	merőleges	20	1,0	$16{,}9_3$	$15{,}9_3$	$15{,}4_4$	1,0	$14{,}4_4$	—	—	—	—	—	—
8	ferde		1,1	21,5	20,4	$19{,}9_5$	1,0	$18{,}9_5$	2,6	$23{,}3_3$	$20{,}7_3$	22,5	$3{,}3_5$	$19{,}1_5$

II. TÁBLÁZAT

Számítás a kétfelvételes módszer szerint

Sorszám	Log tg 2η	$\eta = 90° - \vartheta$	$d_\perp$ Å-ben	d_ψ Å-ben	$1000 \cdot (d_\psi - d_\perp)$	(σ_x) mért kg/mm²	$\Delta\sigma$ hiba kg/mm²
1	9,530033—10	9°21′36″	0,904543	—	0,271	7,5	+ 2,5
2	9,535158—10	9°27′48″	—	0,904814			
3	9,528266—10	9°19′29″	0,904451	—	0,402	11,1	+ 1,1
4	9,535890—10	9°28′41″	—	0,904853			
5	9,527512—10	9°18′34″	0,904412	—	0,495	13,6	— 1,4
6	9,536907—10	9°29′56″	—	0,904907			
7	9,524143—10	9°14′33″	0,904241	—	0,790	21,8	+ 1,8
8	9,539208—10	9°32′08″	—	0,905031			

III. TÁBLÁZAT

Számítás a ferde helyzetű egy-felvételes módszer alapján

Sorszám	Log tg 2η		$\eta = 90° - \vartheta$		$d_{\psi 1}$ Å-ben	$d_{\psi 2}$ Å-ben	$1000 \cdot (d_{\psi 1} - d_{\psi 2})$	$(\sigma_x)_{mért}$	$\Delta\sigma_{hiba}$
	»sz« oldal	»n« oldal	»sz« oldal	»n« oldal	»sz« oldal	»n« oldal		kg/mm²	
2	9,535158—10	9,531598—10	9°27′48″	9°23′30″	0,904814	0,904626	0,188	10,6	+ 5,6
4	9,535890—10	9,531132—10	9°28′41″	9°22′58″	0,904853	0,904602	0,251	14,2	+ 4,2
6	9,536907—10	9,532344—10	9°29′56″	9°24′23″	0,904907	0,904664	0,243	13,7	— 1,3
8	9,539208—10	9,531298—10	9°32′08″	9°23′08″	0,905031	0,904610	0,421	23,7	+ 3,7

AZ ALAKÍTÁSI ELLENÁLLÁS MEGNÖVEKEDÉSE VÉKONY LEMEZ HIDEGHENGERLÉSÉNÉL A HENGEREK BELAPULÁSA KÖVETKEZTÉBEN

GELEJI SÁNDOR

KOSSUTH-DÍJAS, A M. T. AKADÉMIA LEV. TAGJA

[Beérkezett 1953 március 14-én]

Négyzetes keresztszelvényű darab (rúd és lemez) hengerlésénél a hengerrésben keletkező közepes alakítási ellenállást a következő képlettel lehet kiszámítani (kg/mm²):

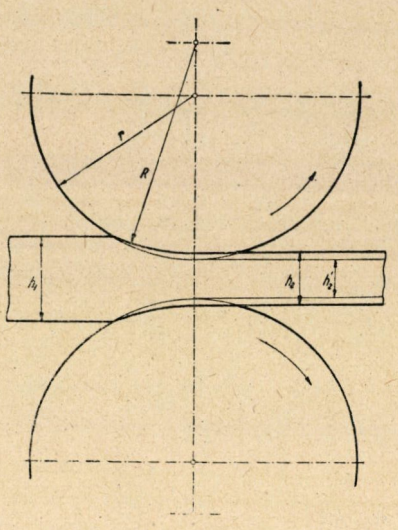
$$k_k = k_f \cdot \left(1 + 5{,}5 \cdot \mu \cdot \frac{l_d}{h} \cdot \sqrt[4]{v}\right). \tag{1}$$

Ebben a képletben k_f (kg/mm²) a hengerelt anyag közepes alakítási szilárdsága (folyási határa), r a hengrek sugara, h_1 (mm) a darab vastagsága szúrás előtt, h_2 (mm) szúrás után, $h = h_2$, v a hengerlési sebesség (m/sec), μ a darab és a hengerek között keletkező súrlódás tényezője. A súrlódási tényező értéke hideghengerlésnél száraz köszörült hengerekkel való hengerléskor bármely anyagra nézve a hengerek felületi állapota és egyéb körülmények szerint 0,07—0,15 között van és közepesen 0,1-nek vehető. Ha az acéllemez hengerlése teljesen fényesre csiszolt hengerekkel és olaj- vagy petróleumkenés mellett történik, akkor a súrlódási tényező 0,02—0,04 között mozog.

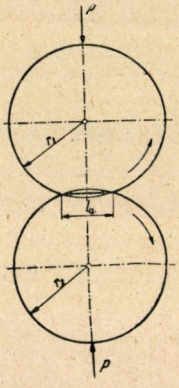
Az 1. képletben előfordul még l_d a nyomott ív hosszúsága is, amit, ha a hengerek körkeresztmetszete nem deformálódik

$$l_d = \sqrt{r \cdot (h_1 - h_2)} = \sqrt{r \cdot \Delta h} \tag{2}$$

képlettel lehet kiszámítani. Vékony lemez hengerlésénél azonban a henger keresztmetszete nem tartja meg a kör alakját. A lemezhengersorok, hengerek munka közben nemcsak behajlanak, hanem be is horpadnak. Ennek az az eredménye, hogy a szúrásnál a lemezvastagság csökkenése nem felel meg a beállított hengerrés vastagságának *(1. ábra)*. Minél vékonyabb lemezt hengerlünk, annál nagyobb mértékben mutatkozik ez a jelenség úgy, hogy bizonyos lemezvastagságnál már teljesen összezárt hengerekkel is csak alig vagy egyáltalán nem lehet vastagságcsökkenést elérni. A hengerek behorpadasának az a következménye, hogy a nyomott ívhossz megnövekedik, ami pedig maga után vonja az alakítási ellenállás (1. egyenlet), illetőleg a hengerlési nyomás megnövekedését. Hogy a hengerek mennyire horpadnak be a hengerre ható nyomás alatt, arra-



1. ábra



2. ábra

vonatkozólag felvilágosítást adnak *H. Hertz*nek a hengerek rugalmas alakváltozására felállított képletei. Ezek szerint, ha két rugalmas hengert alkotójuk mentén P erővel egymáshoz nyomunk, a hengerek belapulásának szélessége *(2. ábra)*

$$l_u = 3{,}04 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot \varrho}{E \cdot b}}, \tag{3}$$

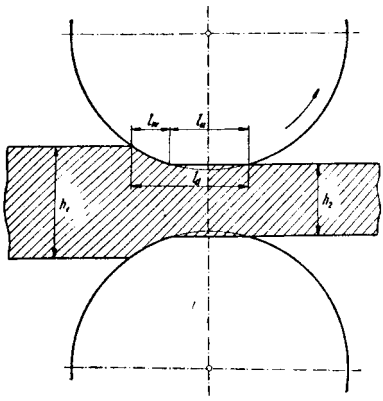
ahol b a hengerek szélessége, E a rugalmassági modulus és

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{r_1 + r_2}{r_1 \cdot r_2}. \tag{4}$$

Ha $r_1 = r_2 = r$, akkor

$$l_u = 3{,}04 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot \varrho}{2 \cdot E \cdot b}} = 2{,}15 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot r}{E \cdot b}} \tag{5}$$

Ha az egymáshoz nyomott hengerek forognak *(3. ábra)* és közéjük a hengerrésbe, h_1 vastagságú lemezt szúrunk be, akkor is keletkezik l_u szélességű belapulás (hatástalan nyomott ív). Minthogy azonban a hengerek közé beszúrt lemez a hengerek közötti áthaladás következtében vékonyabb lesz, kell hogy egy l_w hosszú (hatásos) nyomott ív is legyen jelen. A hatástalan nyomott ív hosszúsága függ: a hengerelt anyag keménységétől, a súrlódási tényezőtől és



3. ábra

a hengerek átmérőjétől, következésképpen a hengerrésben keletkező alakítási ellenállástól.

A 3. egyenletet a következőképpen is kifejezhetjük:

$$l_u^2 = 4{,}7 \cdot \frac{P_u \cdot r}{E \cdot b}. \tag{6}$$

Ebben az egyenletben P_u az az erő, amely az l_u hosszú hatástalan belapulást létrehozza. Ha a hengerrésben a közepes alakítási ellenállás k_k, akkor

$$P_u = k_k \cdot l_u \cdot b. \tag{7}$$

Ha P_u-nak ezt az értékét a (6) egyenletbe behelyettesítjük, akkor az egyenlet alakja a következő:

$$l_u = 4{,}7 \cdot \left(\frac{r}{E}\right) \cdot k_k. \tag{8}$$

Ha első megközelítésben az egész nyomott ívet

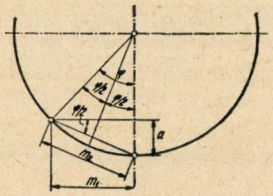
$$l_d = 0{,}5 \cdot l_u + \sqrt{r \cdot \Delta h}, \tag{9}$$

nak vesszük, akkor a hengerrésben mutatkozó közepes alakítási ellenállás :

$$k_k = k_f \cdot \left[1 + 5{,}5 \cdot \mu \cdot \left(\frac{0{,}5 \cdot l_u + \sqrt{r \cdot \Delta h}}{h}\right) \cdot \sqrt[4]{v}\right]. \tag{10}$$

A közepes alakítási ellenállásnak ezt az értékét a (8) egyenletbe behelyettesítve, a hatástalan nyomott ív hosszúságára a következő értéket kapjuk :

$$l_u = \frac{2 \cdot k_f \cdot r \cdot 10^{-4} \cdot \left[1{,}12 + 6{,}1 \cdot \left(\frac{\mu}{h}\right) \cdot \sqrt{r \cdot \Delta h} \cdot \sqrt[4]{v}\right]}{1 - 6{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot r \cdot k_f \cdot \left(\frac{\mu}{h}\right) \cdot \sqrt[4]{v}}. \tag{11}$$



4. ábra

Hogy az l_u értéke mellett az l_d értékét is megkaphassuk, az l_w hatásos nyomott ív hosszúságát is meg kell határoznunk. Ehhez először is a behorpadás mélységét kell megállapítanunk *(4. ábra)*. Kis szögek esetében írható *(4. ábra)*, hogy

$$m_1 (=) m_2 = m = \frac{l_u}{2},$$

és

$$\frac{a}{m_1} (=) \frac{a}{m_2} (=) \frac{\varphi}{2}.$$

Minthogy ugyancsak megközelítéssel

$$\varphi (=) \frac{m_2}{r},$$

írható, hogy

$$\frac{a}{m} = \frac{m}{2r}$$

és ebből

$$a = \frac{m^2}{2 \cdot r} = \frac{l_u^2}{8 \cdot r} \tag{12}$$

Abból, hogy l_u a 11. egyenlettel meg van határozva következik, hogy az a belapulási mélység a (12) egyenlettel kiszámítható.

Az összes nyomott hosszúságot, l_d-t tehát a (11) és (12) egyenlet segítségével határozhatjuk meg, mégpedig jó közelítésben a következő képlettel:

$$l_d = l_u + l_w = \sqrt{(\Delta h + 2 \cdot a) \cdot r} + \frac{l_u}{2}\,, \tag{13}$$

illetőleg

$$l_d = \sqrt{\left(r \cdot \Delta h + \frac{l_u^2}{4}\right)} + \frac{l_u}{2}\,. \tag{14}$$

Így tehát vékony lemez hideghengerlésénél az alakítási ellenállást (1) és a hengerlési nyomást a (14) egyenletben kifejezett nyomott ív segítségével kell kiszámítani.

IRODALOM

1. *Trinks, W.* and *Hitchoch, J. H.:* Stength of Roll Necks. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 1933. Research Paper Section, p. 5.

2. *First Report of the Rolling-Mill Research Subcommitée* of the Iron and Steel Industrial Research Council, Published ot the Office of the Iron and Steel Institute, 1946. S. 49.

3. *Kreindlin, N. N.:* Raszcsot obsatij pri prokatke lisztov i lent iz cvetnih metallov i szplavov. Masgiz, Moszkva, 1950. S. 98/105.

4. *Polakowski, N. H.:* Roll Size Effects in Rolling of Strip. Metal Progress 1952. Page 67/71.
Biligmann, I.: Der Einfluss der Walzenabmessungen beim Kaltwalzen von Bandstahl. Stahl und Eisen, *72* (1952). Nr. 20. S. 1236/1237.

5. *Geleji, A.:* Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs bei der Formgebung im bildsamen Zustand der Metalle. Akademischer Verlag. Budapest, 1952. S. 67.

Összefoglalás

Vékony lemez hideghengerlésénél gyakorlati tapasztalat szerint a vastagságcsökkentés annál könnyebben lehetséges, minél vékonyabbak a munkahengerek. Ez a tény abban leli magyarázatát, hogy a hengerek a hengerlés közben annál kevésbbé lapulnak be, minél kisebb a hengerek átmérője. A belapulás mértéke függ a hengerlési nyomás, illetve az alakított anyag alakítás

ellenállásának nagyságától. Az alakítási ellenállás pedig annál nagyobb, minél hosszabb a hengerek nyomott íve. A nyomott ív pedig azonos vastagságcsökkentés mellett annál kisebb, minél kisebb a hengerek átmérője. A hengerek belapulásával növekedik a hengerek nyomott íve és vele az alakítási ellenállás.

A belapulás nagysága és ezzel a nyomott ív nagysága a hengerlési alakítási ellenállás képletének és a Hertz-féle, egymásnak nyomott hengerekre vonatkozó belapulási képletnek segítségével kiszámítható. Az így meghatározott nyomott ív segítségével a hengerlési alakítási ellenállás és hengerlési nyomás vékony lemez hengerlésénél jó gyakorlati pontossággal kiszámítható.

SOROZATGYÁRTMÁNYOK FOLYADÉK ALATTI ULTRAHANGVIZSGÁLATA

KELLER GYÖRGY

[VASIPARI KUTATÓ INTÉZET, BUDAPEST]

A FOLYADÉK ALATTI ULTRAHANG-ANYAGVIZSGÁLAT ALAPJAI, FEJLŐDÉSE ÉS MAI ÁLLÁSA

[Beérkezett 1953 március 21]

Külföldön a háború idején és utána új roncsolásnélküli anyagvizsgálati eljárás került előtérbe : az ultrahangvizsgálat. A háború után számos közlemény jelent meg ebből a tárgykörből, ami azt a benyomást kelti, mintha az ultrahangvizsgálat a legújabb idők kutatási eredménye volna. Az ultrahang ily irányú felhasználhatósága pedig már korábban ismert volt, de gyakorlatilag alkalmazható berendezések csak ebből az időből ismeretesek. E vizsgálati módszernek különös jelentősége van a belső kovácsolási repedések, salakzárványok és pelyhek, valamint a lemezek réteges voltának kimutathatósága szempontjából.

A vizsgáló készülékek elvi működésük alapján 4 csoportba sorolhatók :

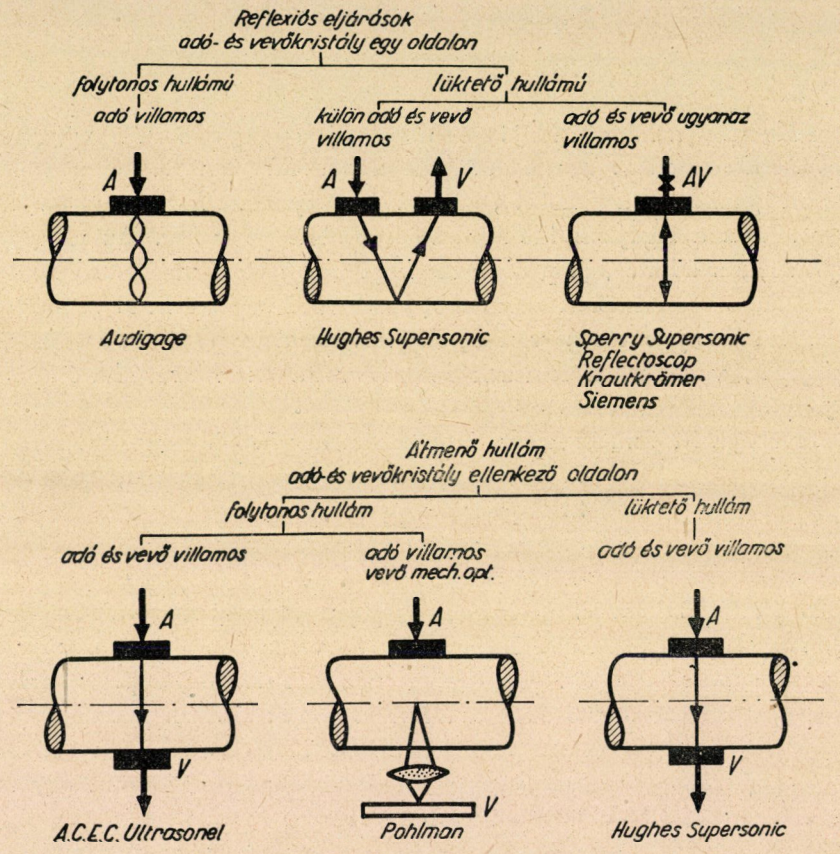
1. intenzitás-változást mérő módszer,
2. impulzus módszer,
3. hangoptikai ábrázolási eljárás
4. rezonancia módszer.

Először 1929-ben az orosz *Sokoloff* [1] utalt arra, hogy a fémekben levő hibás helyek az inhomogén határfelületről visszaverődő ultrahanghullámok segítségével kimutathatók. 1931-ben a német *Mühlhauser* [2] ultrahangnak anyagvizsgálati célra való felhasználásával kapcsolatos szabadalmat jelentett be, de gyakorlatilag nem alkalmazta javaslatát. Az első gyakorlati kísérleteket *Sokoloff* [3] 1934-ben végezte, nagyobb acéldarabokon oly módon, hogy a próbadarab két egymással szemben fekvő sík felületére egy hangleadót és egy hangfelvevőt helyezett, és a próbadarabon átmenő hangerősséget mérte. Már akkor sikerült neki 2 m hosszú acéldarabokat akusztikailag átvilágítani. Az átvilágítás első pillanatra nagyon egyszerűnek látszik, azonban nagy nehézségek mutatkoztak a gyakorlati alkalmazás során különösen sorozatvizsgálatoknál. Ezeket *Kruse* [4] alapvető kísérletekkel tisztázta. A rákövetkező években az egyszerű átvilágító eljárás ki volt dolgozható és így különböző célú gyakorlati követelményeknek megfelelő készülékek jöttek létre [5—9].

Az átvilágító eljárás helyett főleg Angliában és az Amerikai Egyesült Államokban az impulzuseljárást fejlesztették tovább, amely a radar-technikából ismeretes.

Fenti eljárásokkal a próbadarabban csupán a hibahelyek fedezhetők fel, *Pohlmann* [21] ultrahanglátó készüléke hangoptikai ábrázolási eljárással a hibahely képét jelenteti meg az ernyőn. Hasonló berendezést mutatott be az 1952. évi hannoveri vásáron *dr. Lehfeld* [22].

Az *1. ábra Baud* [18] szerint a különböző ultrahang anyagvizsgálat eljárásokat mutatja vázlatos ábrázolásban. »*Átvilágítási* eljárások*« alatt



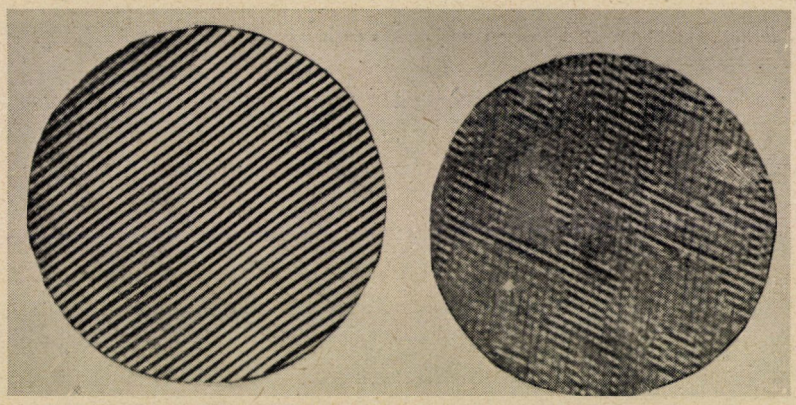
1. ábra. Különböző vizsgálati eljárások

mindazokat az eljárásokat foglalja itt össze, amelyeknél a hangleadó és a hangfelvevő a próbadarab különböző oldalán van, míg a »*visszhangos eljárások*«-nál a leadó és felvevő egymás mellett, vagy a próbadarab ugyanazon helyén van. A két főcsoport mindegyike még a folytonos és az impulzusrendszer szerint oszlik fel.

* Bár szokatlan, hogy hanggal átvilágítunk, a nemzetközi irodalomban elfogadott megjelölés szerint — jobb hiányában — magyarban is ezt a kifejezést használjuk.

Fizikai alapelvek

Az ultrahang-nyomáshullámok, homogén közegben egyenes vonalban terjednek — mivel a frekvenciájuk igen nagy —, abszorpciójuk az anyag minőségétől és az ultrahang rezgésszámától függ. A hangok és az ultrahangok közötti különbség a rezgésszámban van. Az emberi fül 16—20 000 ciklus/sec. rezgésszámú hangokat érzékel. Az ultrahangok 20 kilociklus/sec. és 10 megaciklus/sec. közti frekvenciasávra korlátozódnak.



2. ábra. Interferencia csíkok a kvarclemez felületén
a) nyugalmi állapotban. *b)* rezgési állapotban

Az ultrahang gerjesztése és indikálása. A hatásos sugárzó felület

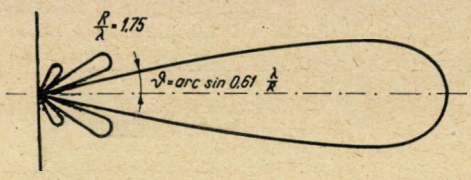
Az ultrahang anyagvizsgáló készülékek működése piezokvarc hatáson alapul. Váltakozó feszültséget gerjesztő nagyfrekvenciás oszcillátorral táplált, megfelelő módon csiszolt kvarckristály az alkalmazott feszültség ütemével rezeg a gerjesztőfeszültségtől függő intenzitással.

A rezgő kvarcoknál a kvarclapka felületén állóhullámok is keletkeznek *(2. ábra)*, és így a kvarckristály 0 amplitudóju felületelemei rezgési energiát nem sugároznak [10].

Az ultrahangok vétele fordított piezo-hatáson alapul. Ha egy ultrahanghullám a vevőkristályba ütközik, az rezegni kezd és kapcsain az ultrahangok nyomásváltozásaival arányos feszültséget gerjeszt. Ezt a feszültséget felerősítik és mérik különféle módon, különlegesen szerkesztett vevőkészülékekkel.

Az ultrahang sugárnyaláb

Az anyagvizsgálati célra alkalmas ultrahang létrehozatala elektroncsöves oszcillátor által gerjesztett kvarckristállyal történik. A különböző ultrahang-vizsgálati módszerek, főképpen pedig az intenzitásváltozást mérő módszer szükségessé



3. ábra. D=20 mm ∅ 1 MC-on gerjesztett ultrahangforrás sugárzási jelleggörbéje

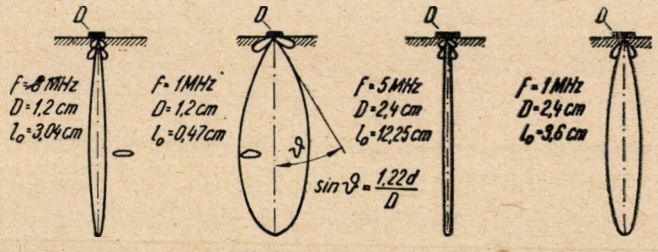
teszi az erősen irányított jellegű ultrahang gerjesztését. A rezgő kvarckristály által kibocsátott hullámok térbeli intenzitás-eloszlása a kvarckristály felületétől és a hullámhossztól függ. Valamely ultrahangforrás sugárzási jelleggörbéje [13] kifejezhető egy kúp ϑ félnyílásával, amely kúp a kisugárzott energia 90%-át, mint fősugárzást tartalmazza *(3. ábra)*.

A 20 mm ∅-jű 1 MC-on gerjesztett ultrahangforrásnál a kibocsátott hullámnyaláb kúpossága vízben 5°, acélban 13°. A kibocsátott sugárnyaláb divergenciája annál kisebb, minél nagyobb a kvarckristály felülete a hullámhosszhoz viszonyítva.

A hangforrás sugárzási jelleggörbéje és zavaró zónája

Ahhoz, hogy a kimutatott hibáról képet alkothassunk, az adókristály sugárzási jelleggörbéjét kell ismerni. A *4. ábra* néhány különböző »f« frekvenciájú és »D« átmérőjű adókristály »lo« távolságát adja meg, ahol már a sugárzási karakterisztikára jellemző fősugárnyalábot körülvevő — adókristály közelében képződő — zavaró sugárzás hatástalanná válik [12]. A sugárzási jelleggörbékből kitűnik az, hogy a frekvencia- és a sugárzó kristály ∅-jének növelésével a sugárkéve irányítottsága nagymértékben növelhető.

Az adókristály közelében a helyzet sokkal bonyolultabb. Jó közelítéssel feltehető, hogy az adókristály közelében a kisugárzott energia egy henger

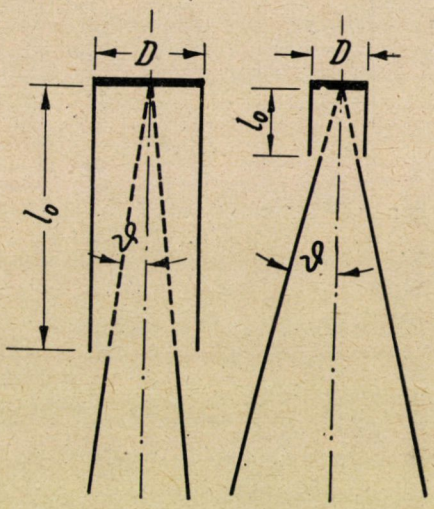


4. ábra. Különböző átmérőjű és frekvenciájú ultrahangforrások sugárzási jelleggörbéi

térfogatát tölti be, melynek ∅-je kb. azonos az adókristály ∅-jével. Ezen henger hosszát jó közelítéssel az alábbi képlet adja meg :

$$l_0 = \frac{D^2}{4\lambda} \quad \text{és} \quad \lambda = \frac{v}{f}$$

ahol »v« az ultrahang terjedési sebességét és »λ« a hullámhosszt jelenti. Nagy távolságban ($> l_0$) érvényesek a *4. ábra* szerinti adatok. Erősen irányított



5. *ábra.* Azonos frekvenciájú, de különböző ∅-jű ultrahangforrások fő- és zavarósugárzásának alakulása a hangforrás közelében

(nagy frekvencia, nagy kristályátmérő) sugárkévénél az adókristály közelében a zavaró sugárzás jelentős mértékben megnövekedhetik. Az *5. ábra* különböző ∅-jű, azonos frekvenciájú adókristályok zavaró sugárzási zónáját mutatja vázlatos rajzban.

Nagyméretű sugárzó felület esetében a sugárkéve zavaró zónája már kezdetben nagy térfogatot tölt be. A sugárkéve divergenciája a nagyobb távolság dacára is viszonylag kisebb. A kisméretű sugárzó felület esetében viszont a helyzet fordított. A zavaró sugárzás zónáját megszabó henger hossza — azonos viszonyok mellett — nagyobb átmérőnél nagyobb lesz. Ezen lényeges körülményt nem szabad figyelmen kívül hagyni a kicsi, illetve nagy vastagságú — sugárzás irányában mért vastagság — darabok vizsgálatánál.

I. TÁBLÁZAT

Frekvencia f MC	Hullámhossz λ mm	Sugárzó felület átmérője D mm	Sugárkúp félnyílása ϑ	Zavaró sugárzás zónája l mm
5	1,17	24	3,4	123
		12	6,8	31
2,5	2,34	24	6,8	61
		12	13,8	15
1	5,85	48	8,5	99
		24	17,0	23
0,5	11,7	48	17,3	50

A sugárkúp és a zavaró sugárzás zónájának (*lo*) változását tünteti fel az 1. táblázat acélnál a frekvencia- és a sugárzó felület ∅-jének függvényében.

A határfelületen mutatkozó törés és visszaverődés

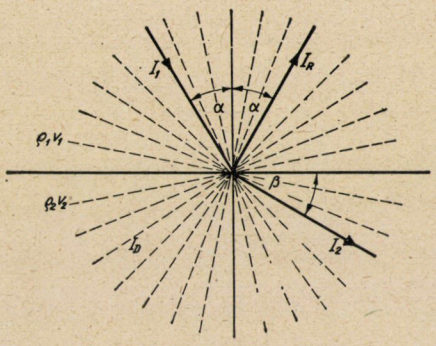
Két homogén közeg határfelületén az ultrahanghullámok a két közeg akusztikai természete szerint többé-kevésbbé visszaverődnek, megtörnek vagy szétszóródnak a sűrűség és rugalmassági modulus változásától függően. *(6. ábra.)* Egy tárgy látszólagos abszorpciója ultrahangokkal szemben összetevődik a tényleges abszorpcióból, a visszaverődés és diffuzió következtében adódó sugárzási veszteségből [13].

Ha I_1 intenzitású sugárnyaláb α beesési szög alatt éri az 1. és 2. közeg határfelületét, akkor *Descartes* törvénye szerint I_R visszavert sugár és egy I_2 tört sugár keletkezik, melynek törési szöge β. Ha ϱ_1, v_1 és $R_1 = \varrho_1 \cdot v_1$ jelentik a sűrűséget, terjedési sebességet és akusztikus impedanciát az 1. közegben, ϱ_2, v_2 és $R_2 = \varrho_2 \cdot v_2$ ugyanezt a 2. közegben, akkor az

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_1 - I_R}{I_1}$$

átviteli tényező függ az $\frac{R_2}{R_1}$ aránytól és az α és β szögektől. Adott irányban

való sugárzásnál az $\frac{R_2}{R_1}$ arány minél inkább különbözik az egységtől, annál kisebb lesz az $\frac{I_2}{I_1}$ arány.



6. ábra. Az ultrahanghullám terjedése a két homogén közeg határfelületén

A határfelületen belépő ultrahanghullám intenzitása:

$$I_1 = I_R + I_2 + I_D$$

ahol I_R = visszavert intenzitás

I_2 = a tört intenzitás

I_D = a szórt intenzitás.

A szórt intenzitás függ a határfelület érdességétől és az ultrahanghullám hosszától. Elméletileg 0, ha a határfelület teljesen sík, ekkor a visszavert energia és a továbbított energia a két közeg akusztikus impedancia-arányának és az α beesési szögnek függvénye.

II. TÁBLÁZAT

A fontosabb anyagokra vonatkozó számadatok

Anyag	ϱ sűrűség gcm^{-3}	v sebesség msec.$^{-1}$	$\varrho \cdot v$ ak. imp. gcm^{-2} sec^{-1}	λ hullámhossz mm-ben				
				1/2 MC	1 MC	2 MC	5 MC	10 MC
Levegő	0,00124	331	0,0000413 $\times 10^{-6}$	0,66	0,33	—	0,066	0,033
Trafo. olaj	0,92	1390	0,128 $\times 10^{-6}$	2,78	1,39	—	0,278	0,139
Víz	1,0	1430	0,143 $\times 10^{-6}$	2,86	1,43	—	0,286	0,143
Kvarc	2,65	5750	1,52 $\times 10^{-6}$	11,50	5,75	2,55	1,15	0,575
Higany	13,6	1460	1,98 $\times 10^{-6}$	2,92	1,46	—	0,292	1,146
Acél	7,8	5810	4,76 $\times 10^{-6}$	11,62	5,81	2,57	1,16	0,581
Alumínium	2,65	6220	1,7 $\times 10^{-6}$	12,44	6,22	—	1,244	0,622

A II. táblázat különböző sűrűségű anyagokban az ultrahang terjedési sebességét, akusztikus impedanciáját adja meg a frekvencia és hullámhossz függvényében.

III. TÁBLÁZAT

A határfelületen jelentkező reflexió %-ban.

Anyag	ϱ v. akuszt. impedancia $x10^{-6}$ gcm^{-2} sec^{-1}	Acél	Higany	Víz	Olaj	Levegő
Levegő	0,0000413	100	100	100	100	0
Trafo. olaj	0,128	89	76	0,4	0	100
Víz	0,143	88	75	0	0,4	100
Higany	1,98	16	0	75	76	100
Acél	4,76	0	16	88	89	100

A III. táblázat különböző anyagok határfelületén mutatkozó reflexió %-át adja meg.

A határfelületen keletkező energiaveszteség

A vizsgált darab határfelületéről és a benne levő hibahely határfelületéről az ultrahang visszaverődik (lásd a III. számú táblázatot). Az ultrahangnak a kvarckristály és a vizsgálandó darab érintkező határfelületén mutatkozó energiavesztesége akusztikus illesztéssel háromféleképpen csökkenthető:

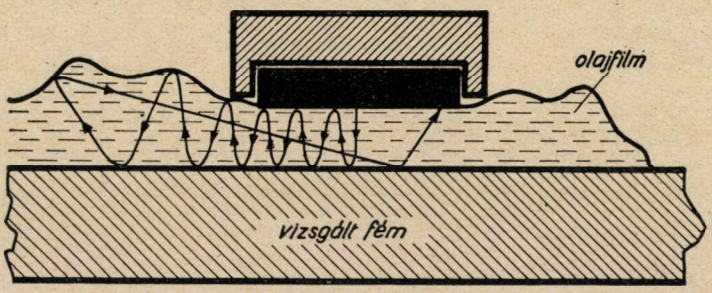
a) folyadékhártya alkalmazásával
b) folyadékpárna alkalmazásával
c) folyadékba merítéssel.

Így kedvezőbb csatolás érhető el az érintkező határfelületen. Érdes felület hatására, illetőleg az érintkező határfelületen jelentkező ultrahang energiaveszteség csökkentésére használt olajfilm egyenlőtlen vastagsága miatt többszörös visszaverődés keletkezhetik *(7. ábra)* [19].

Ha a tapintófej vékony folyadékhártyával csatlakozik a vizsgálandó darab felületéhez, a felületi egyenlőtlenségekből adódó hiba kiküszöbölhető a vizsgálandó tárgy felületének 125—250 rms felületi finomsággal való megmunkálásával [9].

Az egykristályos amerikai *Sperry*- és a német *Krautkrämer*-féle készüléknél a tapintófejbe ágyazott kristály közvetlenül érintkezik a vizsgálandó darab

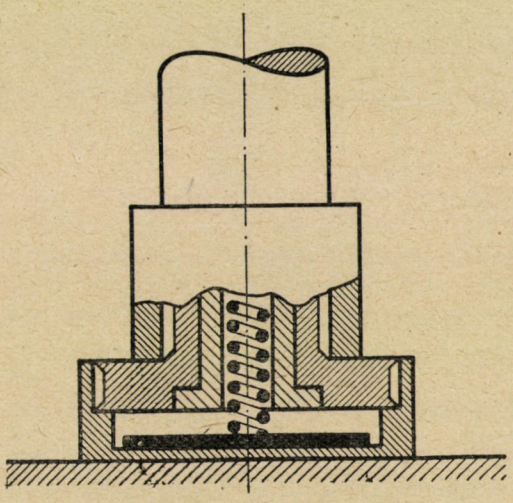
felületével. Így az ultrahang rezgési energia átvitele minimális veszteséggel eszközölhető. *R. Snowden* adatai szerint a Sperry-készüléknél a 2¼ MC-u kristály élettartama sík köszörült felületen 700—800 óra, gyalult vagy mart felületen



7. ábra. Többszörös visszaverődés a határfelületről

80—100 óra. Hátránya az egykristályos Sperry-rendszernek, hogy az érdes felület hatására a vizsgálandó darabbal közvetlenül érintkező kristály kopik, és így frekvenciaváltozást eredményez, ami a készülék utánállítását teszi szükségessé, másrészt pedig a szabadon levő, a tárggyal közvetlenül érintkező kristály használat közben könnyen megrepedhet. További hátránya még ennek a rendszernek az is, hogy csak párhuzamos oldallapokkal határolt darabokat lehet vele vizsgálni, mert az adás és vétel céljára egy és ugyanazon kristály való. Párhuzamos oldallapokkal határolt darabok vizsgálatánál előnyös az egykristályos megoldás, mert a készülékkezelő egyik kezét foglalja csak le.

A kétkristályos angol gyártmányú *Hughes*-féle készülék adó-, ill. tapintófejének metszetét tünteti fel a *8. ábra.*



8. ábra. A Hughes-készülék fémházas tapintófeje

A készülék elvi működése a visszhang útkülönbségén alapul. Ezen berendezésnél külön-külön adó- és vevőkristály van. A készülék úgy átmenő, mint visszavert vizsgálat céljára alkalmas. Hátránya azonban, hogy kezelése nehézkes és fárasztó. A tapogatófej fémes érintkező felülete miatt a vizsgálat közben szükségszerűen elvégzendő tapintási műveletet automatizálni nem lehet.

Átsugárzási eljárás

Az intenzitásváltozást mérő módszerek a legrégebbek. A vizsgálandó darabot az ultrahangforrás sugárkévéjének útjába állítva, a darab mögött a vevőkristállyal a hangerősség változását mérik. Ha a vizsgált darabban anyagfolytonossági hiány van, úgy a hibahely az ultrahanghullámokat visszaveri. Így a hibahely mögött gyakorlatilag 0 vagy igen kis hangerősség mutatható ki *(9. ábra)*.

A folytonossági hiány akusztikus impedanciája eltér a fém akusztikus impedanciájától. A nagy fajsúly- és ultrahang terjedési sebesség különbsége miatt a gáz és a fém között több, mint 1 : 10 arányú akusztikus impedancia viszony mutatkozik, ezért a gáz és fém határfelülete az ultrahanghullámokat visszaveri. Erős a visszaverődés gázzal telt egészen vékony hajszálrepedés, rétegeződés vagy elválás esetén is. Ezért 5 MC-u ultrahanggal már 10^{-6} mm nagyságú rétegelválás kimutatható. [10]

Ezen vizsgálati módszernél a csatolás folyadékpárna alkalmazásával vagy folyadékba merítéssel történik. A gyakorlatban alkalmazott csatoló folyadékvíz vagy transzformátor-olaj.

A vízalatti vizsgálati eljárás

Előnyei:

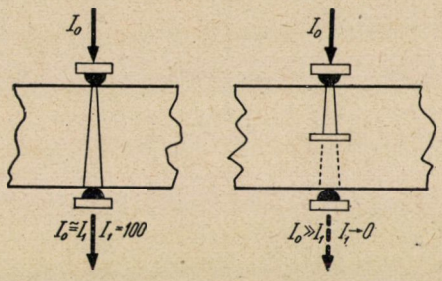
1. Öntött, hengerelt, kovácsolt és sajtolt darabok előzetes megmunkálás nélkül is vizsgálhatók, mert a vizsgálandó darab felületi simasága nem befolyásolja a hiba felismerhetőségét.

2. A kristály felülete nem kopik, ezért sokkal nagyobb frekvenciájú kristályok (vékonyabbak) használhatók vízalatti vizsgálathoz.

3. A vízalatti vizsgálat legnagyobb előnye, hogy a hanghullámok szög alatt irányíthatók a darab felületére pl. a sugárzófej karos gömbcsuklós befogása

révén. Ily módon a darab homloklapjához képest szögben fekvő hibák is kimutathatók.

4. A többszörös visszaverődés okozta zavaró hatás nem mutatkozik, mert a sugárzó kristály néhány hüvelyk, illetőleg több lábnyi távolságra is elhelyezhető a vizsgálandó tárgy felületétől. A többszörös reflexió a kristály és a vizsgált darab homlokfelülete között oly nagy távolságban következik be, hogy a felülethez közel fekvő hibákról visszaverődő hullámok már nem interferálnak.



9. ábra. Intenzitás változáson alapuló átmenő jellegű ultrahangvizsgálat elvi vázlata

Az intenzitásváltozás elve alapján működő átvilágító készülékeknél mutatkozó nehézségek kiküszöbölésére *Kruse* [5] alapvető kísérleteket végzett.

A hibahelyek egyértelmű és reprodukálható felismerhetőségének feltételei ultrahang átvilágításnál:

α. Az ultrahanghullámok elhajlása miatt a hullámhossznak a vizsgált darabban kisebbnek kell lennie a kimutatandó legkisebb hibánál.

β. A vizsgált darabon átmenő hangenergia mérhető legyen és reprodukálható módon legyen beállítható a hangforrás helyes csatolásával.

γ. A vizsgált darabon átjutó hangenergia minden esetben reprodukálható módon mérhető legyen.

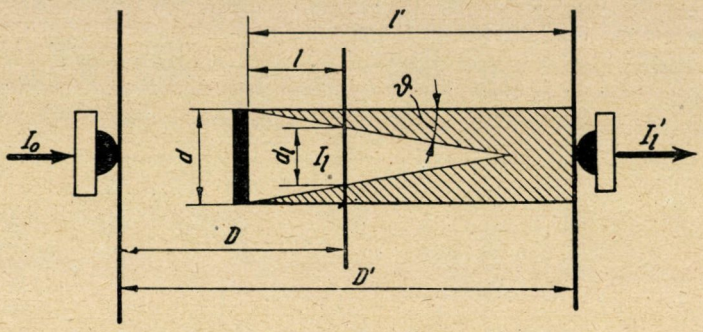
Az ultrahanghullámok elhajlása

Az ultrahanghullámok elhajlása előidézte hibafelismerhetőséget befolyásoló »l« felületi távolság meghatározható a *10. ábra* szerint.

a) felületi távolság meghatározása

$$d_1 = d - 2\,l\,\mathrm{tg}\,\vartheta$$

$$\text{ha} \quad d_1 = 0, \quad \text{akkor} \quad l = \frac{d}{2\,\mathrm{tg}\,\vartheta}$$



10. ábra. Az ultrahanghullámok elhajlása

Kis szögek esetén

$$\mathrm{tg}\,\vartheta = \sin\vartheta$$

$$\text{és} \quad \sin\vartheta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{d}$$

helyettesítve

$$l = \frac{d^2}{2{,}44\,\lambda}$$

ahol »D« ill. »D'« a vizsgált anyag vastagsága.

b) Az elhajlás okozta intenzitáskülönbségek változása az »l«, ill. »l'« felületi távolságban.

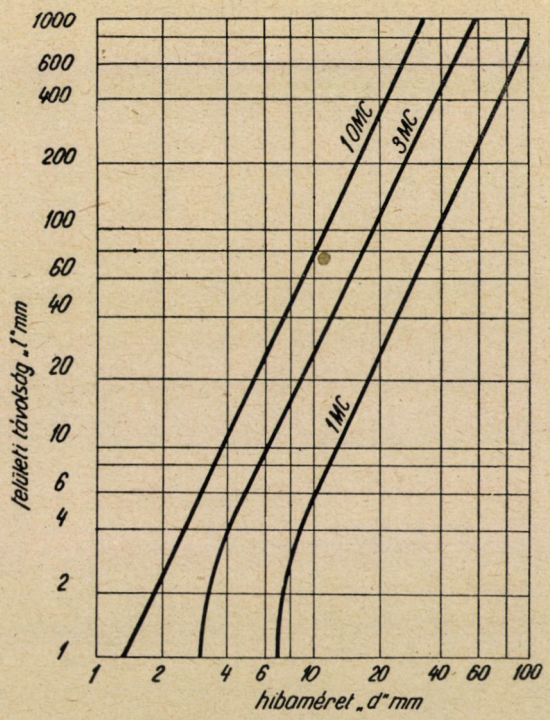
$$\Delta I_{\max} = I_0 - I_1$$

$$\Delta I' = I_0 - I_1'$$

$$I_1' > I_1$$

$$\Delta I_{\max} > \Delta I'$$

Mindazon helyeken, ahol az árnyék már nem ér el teljes mélységben a vevő kristályig, tehát a diagrammban *(11. ábra)*, az illető görbétől balra eső összes pontokban nem szabad azt mondani, hogy a hibahely már nem ismerhető



11. ábra. Összefüggés a hiba mérete és a felületi távolság között különböző frekvenciájú ultrahanggal való átvilágításnál.

fel. Bizonyos határig még ilyenkor is felismerhető a hiba, csak a hibahely mögött már nincs meg a lehető legnagyobb intenzitáskülönbség, mert egyre több és több energiát sugárzunk erre a területre, vagyis félárnyékban vagyunk.

A belépő- és visszavert hullámok interferenciája

Az intenzitásváltozást mérő átvilágítási eljárásnál a fő hibaforrás az volt, hogy a vizsgált darabban az anyagvastagságtól függően állóhullámok keletkeztek a belépő és visszavert hullámok interferenciája miatt *(12. ábra)*.

Az átbocsátás a legkisebb, ha : $t = \frac{\lambda (2n - 1)}{4}$

Az átbocsátás a legnagyobb, ha : $t = \frac{\lambda (2n)}{4}$

$$t = \frac{\lambda(2n-1)}{4}$$

ahol f = frekvencia
c = sebesség

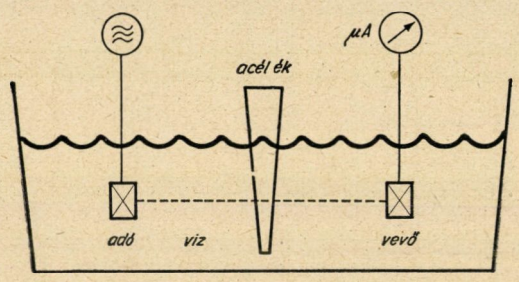
$$de = \frac{c}{f}$$

t = lemezvastagság

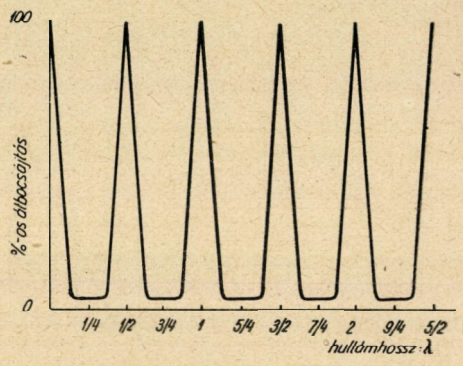
$$\text{így } t = (2n-1)\frac{c}{4f}$$

λ = hullámhossz
n = tetszés szerinti egészszám

A frekvencia változtatásával tehát maximális átbocsátás érhető el. *Schraiber*



12. ábra. Kísérleti berendezés az átbocsátóképesség vizsgálatára



13. ábra. Az átbocsátóképesség változása az ékvastagságtól függően

szerint már 7%-os frekvencia ingadozás biztosítja az átbocsátó képességet. Így az állóhullámok kiküszöbölhetők az alaphullám frekvencia-, amplitudó- vagy zajmodulációjával.

Sorozatgyártmányok folyadék alatti ultrahang vizsgálata

Az ipari anyagvizsgálat nagy várakozással tekint az ultrahanggal való hibakeresés és felismerés felé, amely hivatva lenne a többi roncsolásmentes anyagvizsgálati mód (röntgen-, mágneses repedésvizsgálat) nyujtotta lehetőséget kiegészíteni vagy azok hiányosságait lenne hivatott pótolni, pl. a nagyobb méretek stb. irányában.

Kutatásaink forgástest alakú darabokban levő belső folytonossági hiányok kimutathatóságára korlátozódtak.

Kísérleteink főleg

1. a konstans energiaátvitelre
2. a darabok vizsgálati idejének csökkentésére irányultak.

A szubjektív hibaforrások, valamint a hibajelek felismerhetőségének és magyarázatának bizonytalanságát kívántuk kiküszöbölni

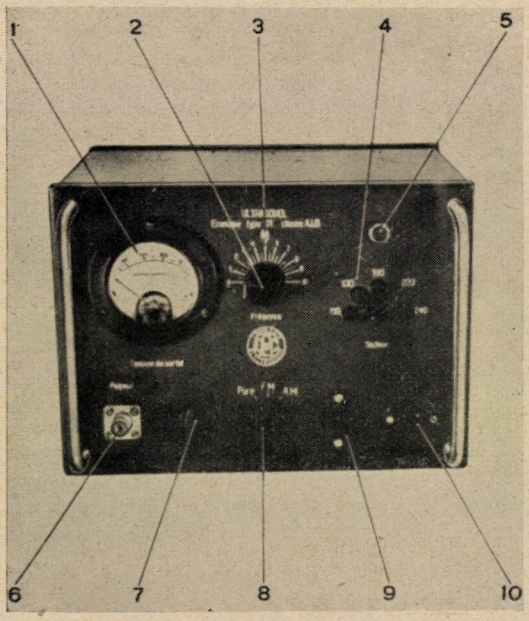
a) a darab automatikus letapogatásával és

b) a hibahelyek automatikus diagrammszerű regisztrálásával.

Bizonyos gyártmányok öntödei selejtjének csökkentése végett kutatásainkat kisebb méretű sorozatgyártmányok vízalatti ultrahangvizsgálatára terjesztettük ki.

A kísérletekhez használt ultrahangvizsgáló készülék működésének elve és áramköri leírása

A kísérletekhez a belga »Ultrasonel« készüléket használtuk, amely az intenzitásváltozás mérés elvén alapul.



14. ábra. Adóegység Type 101

1 Mikroampermérő. *2* Hangolás (960—1070 KC). *3* Kompenzálócsavar. *4* Hálózati feszültségátkapcsoló. *5* Az adó működését jelző lámpa. *6* Sugárzó csatlakozás. *7* Kimenő nagyfrekv. fesz. szabályozó. *8* Modulátor kapcsoló. *9* Hálózati kapcsoló. *10* Hálózati csatlakozás.

A berendezést három különálló egység alkotja :

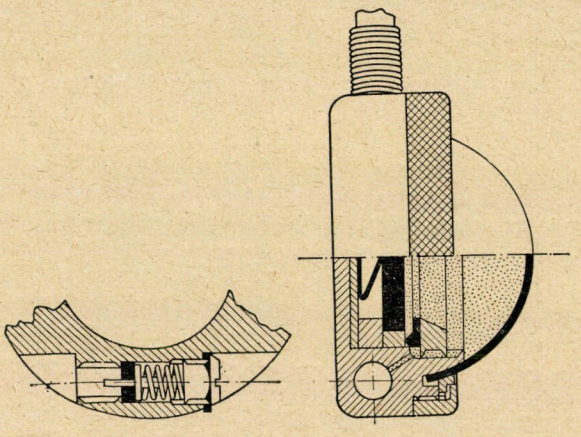
1. Adóegység *(14. ábra)* Ultrasonel Type 101,
2. Vevőegység *(18. ábra)* Ultrasonel Type U. I. 102,
3. Hibajelző minimumrelé *(20. ábra)* Ultrasonel Type 104.

Az ultrahangot egy — gumimembránnal elzárt folyadékpárnás *(15. ábra)* — rezgő kvarckristály adja, amelyet elektroncsöves oszcillátor tart

rezgésben. Az adókristály gerjesztette — hiba kimutatására való 960 KC — —1070 KC-u — ultrahang behatol a vizsgálandó tárgyba és a tárgyon áthaladva, vagy az anyagfolytonossági hiányon megtörve jut, illetőleg nem jut a vevő tapogatófejébe. Az amplitudó- vagy frekvenciamoduláció az anyag vastagságától függően esetleg keletkező állóhullámok kiküszöbölésére való.

Az adóegység áramköri leírása

Az adóegységben 1 db 6V6 jelű öngerjesztésben működő tetroda van. *(16. ábra)* A frekvencia beállítása kis határok között az anódkörben alkalmazott forgókondenzátorral történik.



15. ábra. A folyadékpárnás adó- és vevőkristály

Az adóegység rezgőkörének legnagyobb feszültségű pontja kondenzátorral csatlakozik az adókristályhoz. A kristályra vezetett feszültséget a 6H6 jelű kettős dioda katódkörébe kapcsolt mikroampermérő mint kalibrált csővoltmérő mutatja *(17. ábra)*.

A kimenő nagyfrekvenciás feszültség szabályozása a tetroda árnyékolórács feszültségének folyamatos szabályozásával történik.

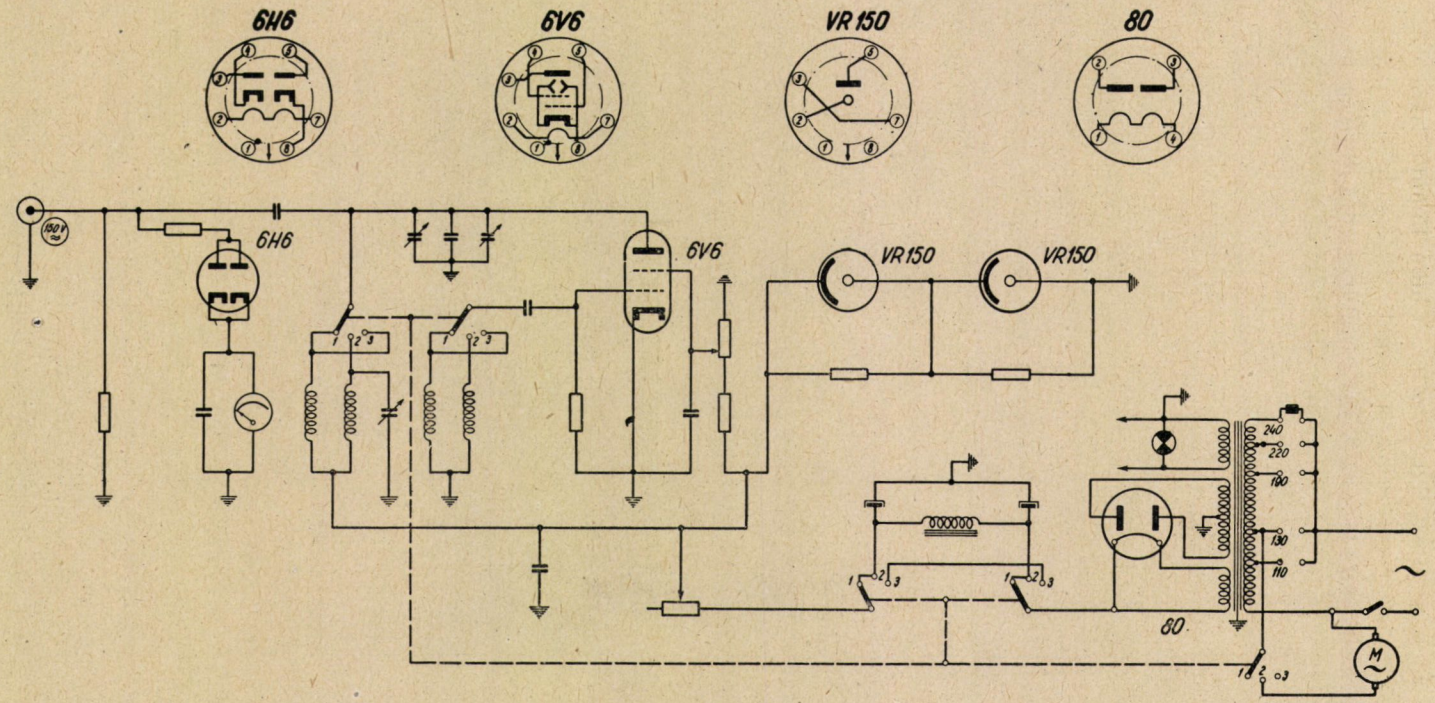
A hálózati feszültségingadozásnak az anódfeszültségre való befolyását az alkalmazott stabilizátorcsövek gyengítik. Az adóegység hálózati tápláló része azzal egybe van építve, különböző feszültségekre alkalmas megcsapolásokkal.

Az adóegység háromféle üzemmóddal dolgozhatik:

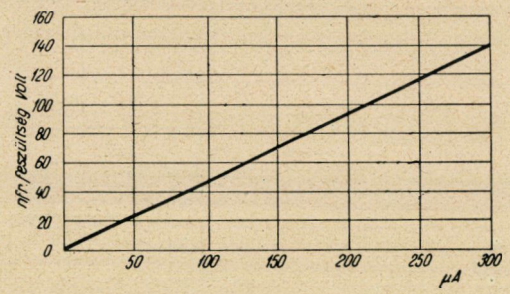
a) modulálatlan hordozóhullámmal,

b) amplitudo-modulációval

c) frekvencia-modulációval.



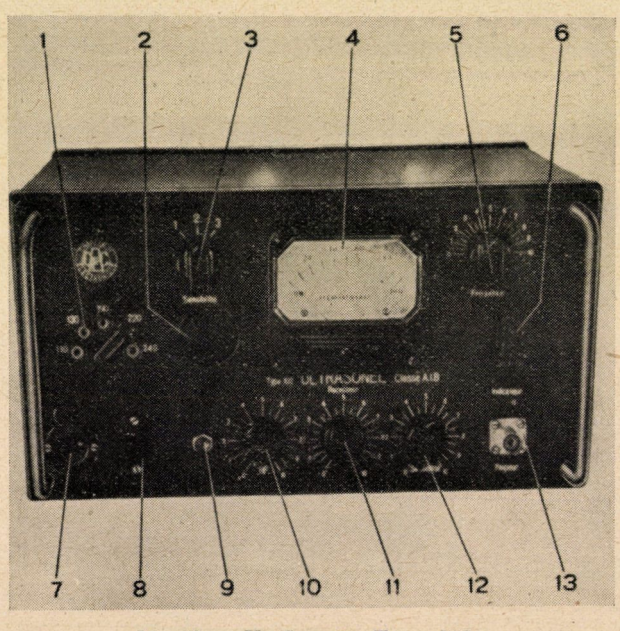
16. ábra. Az adóegység elvi kapcsolási rajza



17. ábra. A csővoltmérő kalibrációs diagrammja

Az amplitudó-modulációt úgy éri el, hogy az anódtáprész egyenirányító részéről a kondenzátorokat lekapcsolja. Ilyenkor 100 ciklussal van mintegy 20%-ra az adó kimodulálva.

A frekvencia modulációt úgy érjük el, hogy az adó rezgőkörének egy részét — önindukcióját — periodikusan változtatjuk egy segédfázissal működő egyfázisu, indukciós rendszerű motor segítségével úgy, hogy az alapfrekvencia ± 75 KC-al ingadozik másodpercenként 300-szor.



18. ábra. Vevőegység Type 102.

1. Hálózati feszültség-átkapcsoló. *2.* Hangszóró. A hang ereje arányos a vett ultrahangok intenzitásával. *3.* Érzékenység átkapcsoló. *4.* Mikroampermérő, a kapott jel intenzitásának mérésére. *5.* Frekvencia szabályozó. *6.* Jelzőkészülék csatlakozás (a minimumrelé Type 104 részére). *7.* Hálózati csatlakozás. *8.* Hálózati kapcsoló. *9.* A vevő működését jelző lámpa. *10.* Hangszóró hangerőszabályozó. *11.* Nullázó potenciométer. *12.* Vevő érzékenységszabályozó. *13.* Vevőkristály csatlakozás

A vevő tapogatófejben levő kvarckristály fordított piezo-elektromos hatás révén lehetővé teszi az átmenő, illetőleg visszavert ultrahangok intenzitásváltozásának mérését.

	átmenő :	visszavert :
Hibátlan, ha	$I_0 \simeq I_1$	$I_0 > I_1$
Hibás, ha	$I_0 \gg I_1$	$I_0 \simeq I_1$

ahol $I_0 =$ a belépő ultrahang intenzitással, és

$I_1 =$ a kilépő ultrahang intenzitással.

A vevőegység áramköri leírása

A vevőegység elvi szerkezetében nagyon hasonlít egy szuperrendszerű kereskedelmi rádió vevőkészülékhez *(19. ábra)*.

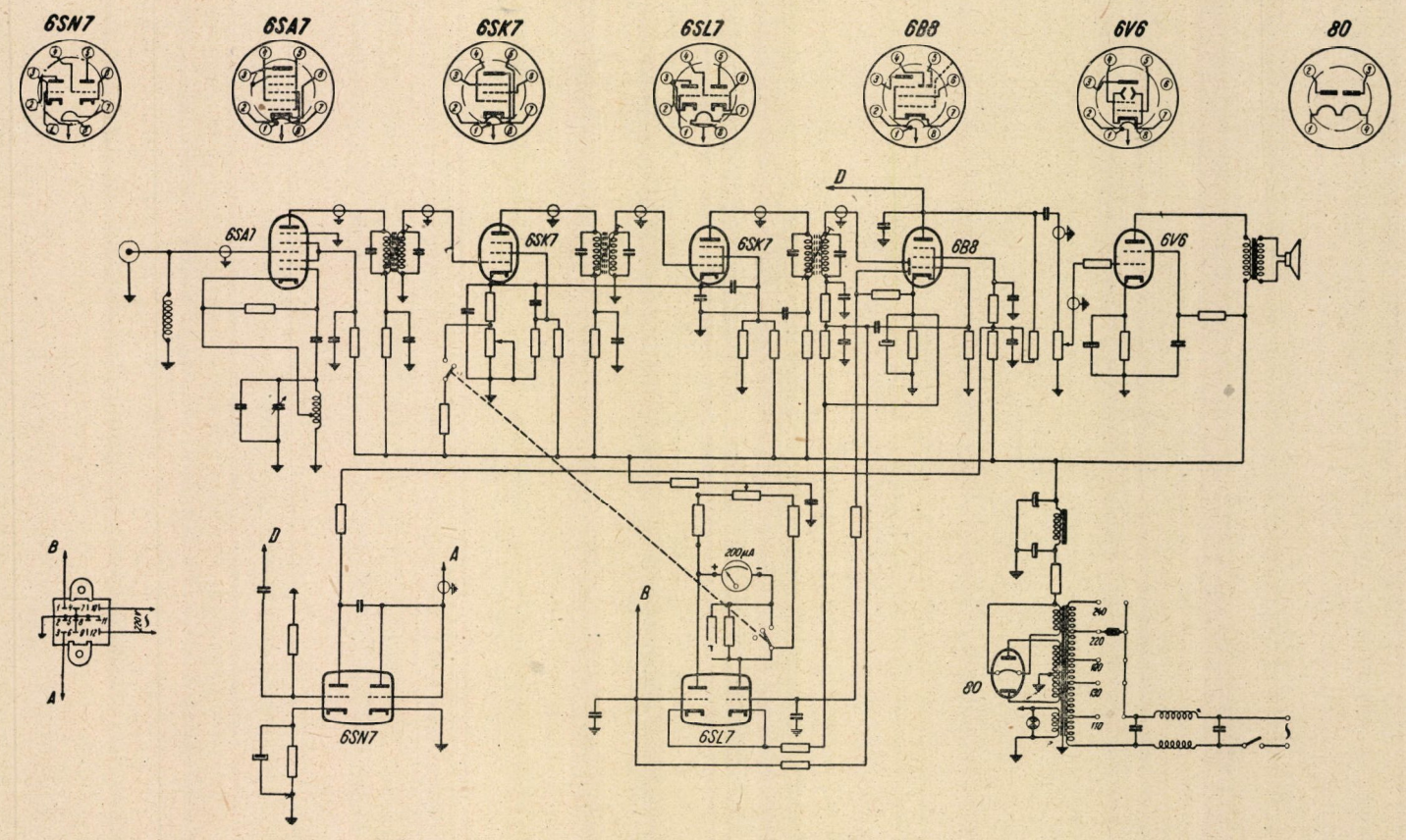
A vevőfej szolgáltatta nagyfrekvenciás feszültség a 6SA7 jelű bemenő keverőcső rácsára jut. A cső saját oszcillációját meghatározó rezgőkör a katódakörben, illetve az első rács körében van elhelyezve és mint elektroncsatolású oszcillátor működik.

Az anódkörben keletkező középfrekvenciát a következő két fokozatban (három kf. tr.) erősítjük. A középfrekvenciás erősítés mértékét három lépcsőben szabályozható megszabott előfeszültséggel (első kf. fokozat) és ugyanezen fokozat katódköri ellenállása révén folyamatosan is szabályozhatjuk. A demodulációt a 6B8 cső kettős dioda részével végezzük úgy amplitudó, mint frekvenciamoduláció esetében (utóbbi esetben elhangolással); a keletkező modulációt ugyanazon cső pentóda része erősíti. Ezen erősítés után az akusztikai figyelés részére van egy szabályozható hangfrekvenciás erősítő, amely a kis permanens hangszórót táplálja.

A beérkező megerősített nagyfrekvenciás feszültség mérésére való a 6SL7 jelű kettős triodából összetett kompenzált csővoltmérő.

A vevőkészülékhez csatlakoztatható »minimum relais« vezérlő feszültségét az első hangfrekvenciás erősítő anódaköréről egy további 6SN7 jelű kettős trioda egyik fele erősíti, és a cső másik felének (diodaként kapcsolva) egyenirányítása után szűrőlánc közbeiktatásával vezetjük a feszültséget a vezérlendő cső rácsára.

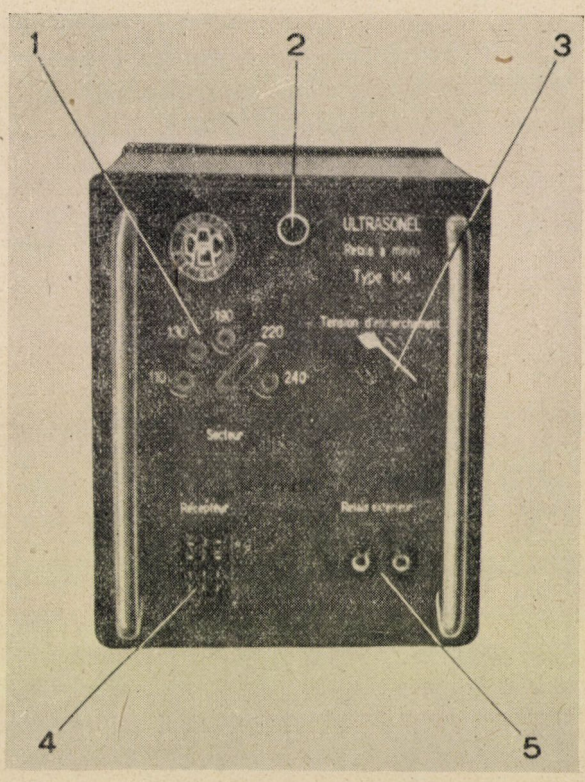
A vevő kismértékű hangolhatósága végett a vevő oszcillátora állítható.



19. ábra. A vevőegység elvi kapcsolási rajza.

A hibajelző relé-egység áramköri leírása

A hibajelző relé-egység a beérkező jel nagyságától függő egyenáramú feszültséglökéseket kap a vevőből *(21. ábra)*. Ezen egyenáramú feszültséglökések nagysága az egységbe épített folyamatos feszültségosztón tetszőleges mértékűre állítható.



20. ábra. Minimum-relé Type 104

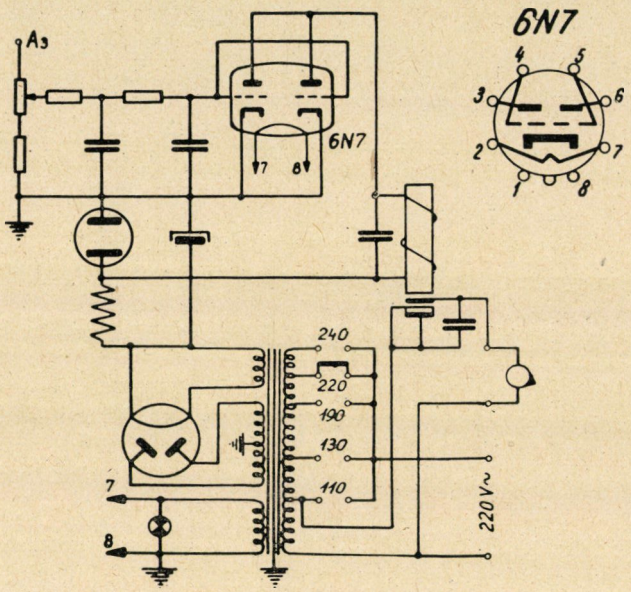
1. Hálózati feszültség-átkapcsoló. *2.* A minimumrelé működését jelző lámpa. *3.* A jelzőfeszültség-kapcsoló jelfogó érzékenység-szabályozója. *4.* Csatlakozás a vevőkészülékhez. *5.* A jelfogóval kapcsolt 110 V-os jelzőfeszültség

A relé trioda anódakörében gyors jelfogó van. A cső anódáramát stabilizált anódfeszültségből kapja. Ha nincs jel, a cső aránylag magas anódárammal fut, amely a jelfogót meghúzza. Ha a vevőből jel érkezik, a jelzőfeszültséget kapcsoló jelfogó érzékenységét szabályozó feszültségosztóval be tudjuk tetszés szerint állítani a jelfogó gerjesztését oly módon, hogy a jelfogó elengedése a vevő tetszőleges mutató-műszer állásánál történjék.

Ezzel a hibajelzési határ a készülékadta korlátok között előre beállítható.

A belga »Ultrasonel« készülék kiegészítése forgástest alakú sorozatgyártmányok vízalatti ultrahangvizsgálatára

A gyáriparnak önműködő gépesített vizsgálatra van szüksége a folyamatos vizsgálat biztosítása és a vizsgálati eredmények megbízhatósága végett. A forgástest alakú darab önműködő és folytonos átvilágításával annak minden térfogateleme vizsgálható kell legyen. A szubjektív hibaforrások miatt, valamint a hibajelek felismerhetőségénél, illetőleg magyarázatánál mutatkozó bizony-



21. ábra. A minimum-relé kapcsolási rajza

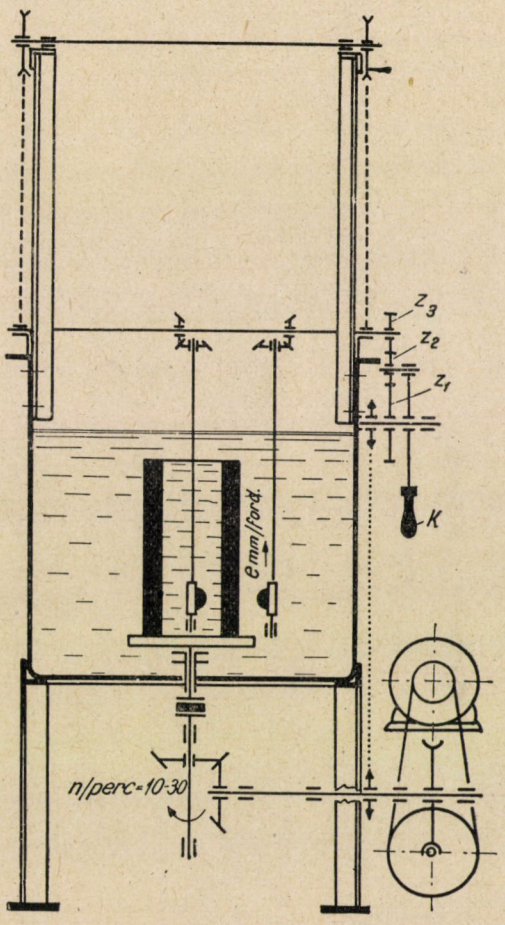
talanság kiküszöbölése végett kívánatos a hibáknak diagramm papiroson való önműködő rögzítése. A hibák diagrammszerű rögzítése kívánatos azért is, hogy utólag bármikor és bárki részére a hibadiagrammból a hiba helye, nagysága és terjedelme megállapítható legyen. Szükséges ezenkívül, hogy a próbadarabot gyorsan és könnyen cserélhessük.

A fenti követelmények előfeltételei:

1. állandó sebesség

a) a darab forgatásánál
b) a tapintófejek továbbításánál

2. kis tehetetlenségű önműködő diagrammrajzoló
3. a tapintófejek meghatározott helyzete a víztérben.



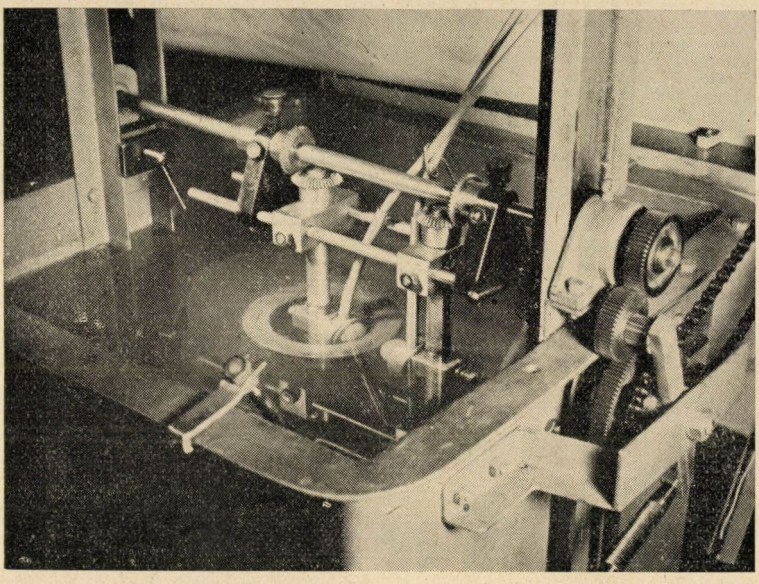
22. ábra. Önműködő tapintófej továbbító és perselyforgató berendezés vízalatti vizsgálathoz

Ezen követelmények teljesítésére az alábbi kiegészítő kísérleti berendezésekre van szükség:

1. forgató szerkezetre,
2. előtoló szerkezetre,
3. önműködő diagrammrajzolóra,
4. tapintófej kiemelőre, ill. -süllyesztőre.

A kiegészítő kísérleti berendezések leírása és működésének elve

A vízalatti vizsgálatokat sorozatban gyártott öntöttvas hengerperselyeken végeztük. A forgástest alakú sorozatban gyártott kisebb terjedelmű és súlyú



23. ábra. Vastagfalú cső vízalatti vizsgálata ultrahanggal

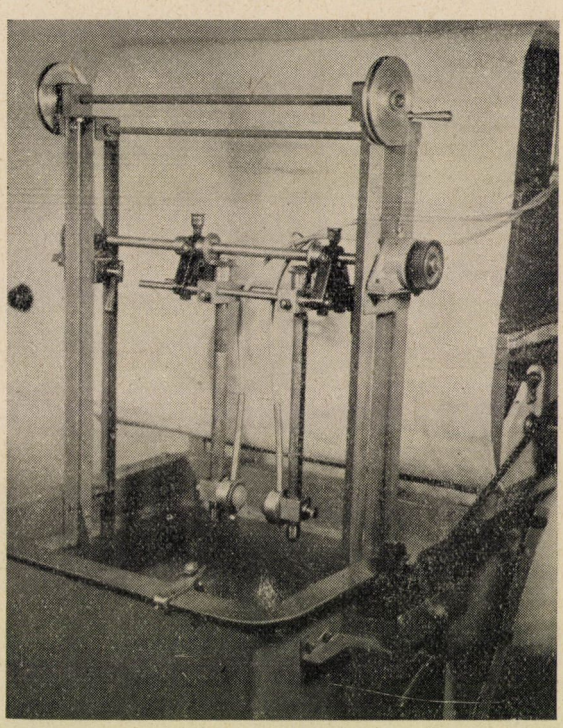
öntött alkatrészek vizsgálatára külön kísérleti berendezést terveztünk *(22. ábra)*.

A perselytartó asztalt elektromotor ékszíjhajtás, csavarhajtás, kúpkerékhajtás, valamint rugalmas tengelykapcsoló közbeiktatásával forgatja a vízzel telt kádba nyuló tengely segítségével.

A függőleges helyzetű menetes orsókhoz csatlakozó egyenesbe vezetett tapintófejeket — függőleges irányban felfelé — a pontozott vonallal jelzett lánchajtás a z_1, z_2, z_3 jelű fogaskerekek, valamint a víztér feletti kúpkerékhajtások útján mozgatja *(22., 23. ábra)*.

Az egymással szemben levő sugárzó- és vevőfej jobb-, illetve balmenetű orsóhoz csatlakozik. A tapintófejek függőleges irányú fordulatonkénti előtolása a »K« kar végén levő »z_2« fogaskerék cseréjével 1,25, 2,5, ill. 5 mm/ford.-ra állítható be.

Perselycserénél az önműködő tapintófej továbbító szerkezet a csapágybakok rögzítő csavarjainak kioldása után kiemelhető a csapágyakhoz rögzített zsinór, valamint a szögvas állvány felső végén elhelyezett zsinórtárcsák



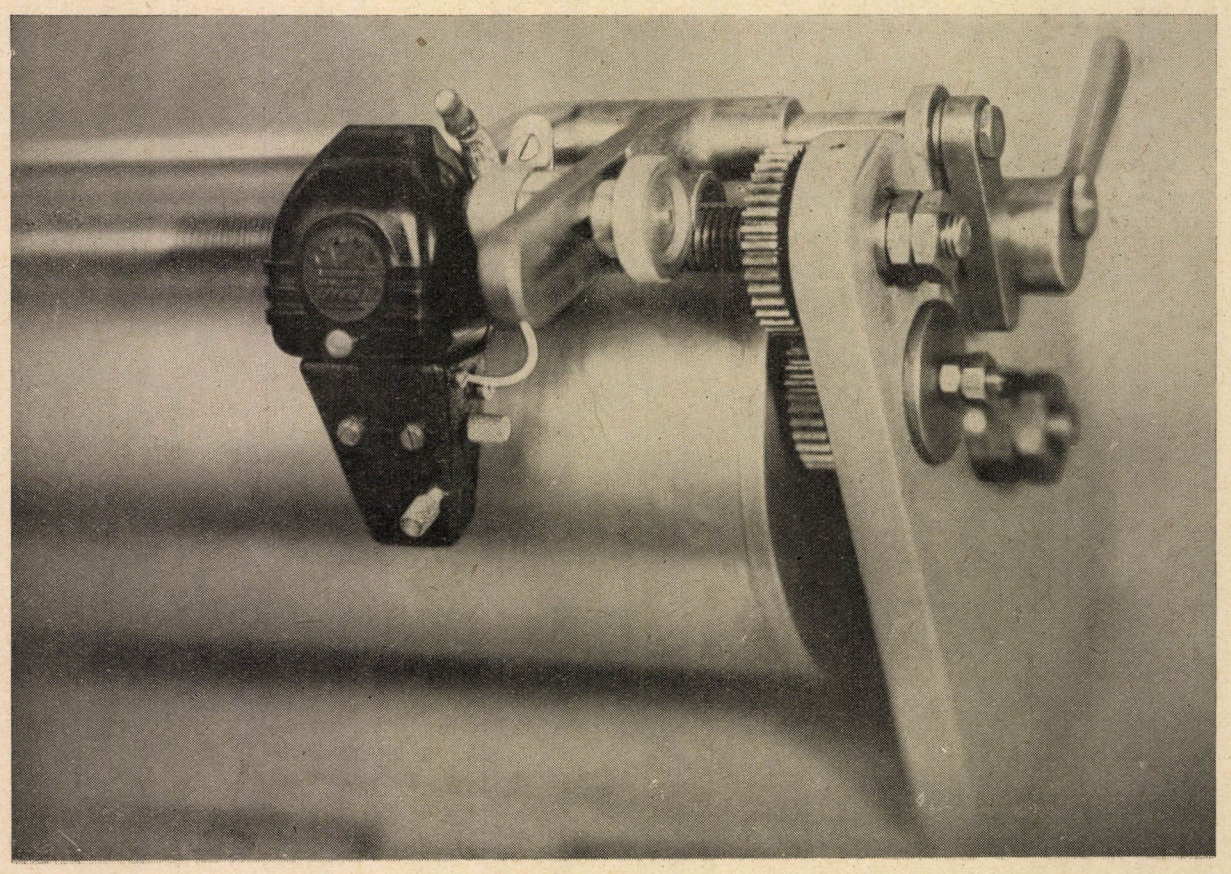
24. ábra. A tapintófejeket mozgató- és kiemelő szerkezet

segítségével *(23. ábra)*. A kiemelt tapintófej továbbító szerkezet csapágybakjainak rögzítése után a perselycsere könnyen és kényelmesen elvégezhető *(24. ábra)*.

Az egyenletes seb ességgel forgatott perselyfal külső és belső hengerpalástját egy sugárzó- és egy vevő-kvarckristály fogja közre.

A persely ultrahanggal való átvilágítása közben az adó- és vevőfejek meghatározott előtolással a forgó darab alkotója mentén felfelé haladnak. A persely vízalatti ultrahanggal való átvilágítása tehát csavarvonal mentén történik, állandó csatolás biztosítása mellett. A sugárkévébe futó hiba a vételi intenzitás csökkenését eredményezi.

Az anyagfolytonossági hiba könnyen indikálható oly módon, hogy a minimumrelével megfelelő jelzőberendezést működtetünk. A minimumrelé-

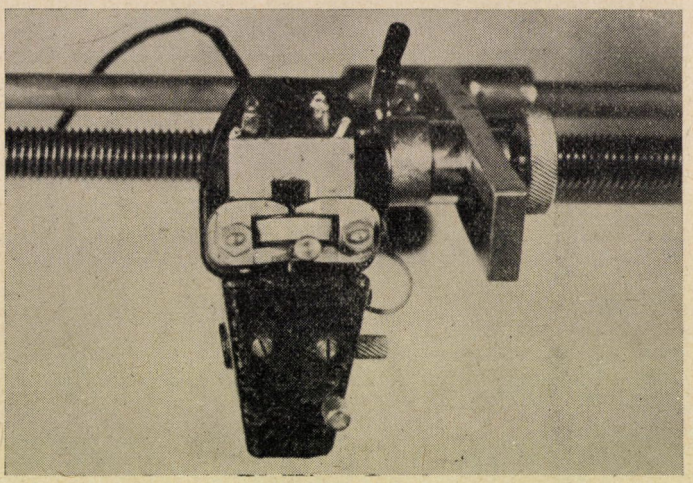


25. ábra. Önműködő hibaregisztráló készülék

ben levő jelzőfeszültség kapcsoló jelfogó billenéspontjának ellenőrzésére azt ködfénycső jelzőlámpával egészítettük ki.

Önműködő hibadiagrammrajzoló készülék

A szubjektív hibaforrásokra való tekintettel, valamint a hibajelek felismerhetőségénél, vagy magyarázatánál mutatkozó bizonytalanság kiküszöbölésére diagrammrajzoló szerkezetet készítettünk *(25. ábra)*. A hibajelek és



26. ábra. Vibrációs írófej

hibahelyek rögzítésére gyorsműködésű vibrációs írószerkezetet használtunk *(26. ábra)*.

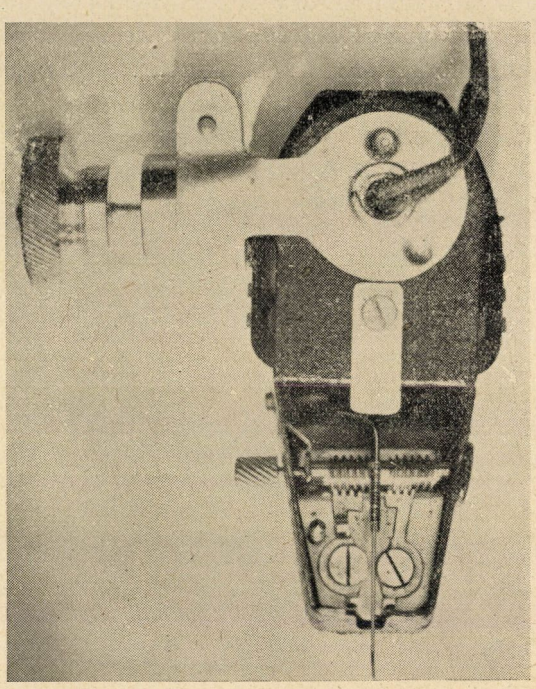
Vibrációs írószerkezet gyanánt megfelelő módon átalakított mágneses pick-up-t alkalmaztunk.

Az önműködő hibajelző- és hibarögzítő készülék papíroshengere a vizsgált tárggyal azonos fordulattal forog. A vibrációs írószerkezet 2 mm-es menetemelkedéssel papiroson regisztrálja a vizsgált darab alkotója mentén a beállított előtolással mozgatott sugárzó- és vevőfejekkel letapintott meneteket. A darabon nagy előtolással eszközölt tájékozódó vizsgálat után a mutatkozó hibahely és hibaalak pontosabb meghatározására a vizsgálatot kis előtolással célszerű megismételni.

Hibahely esetén az ultrahang vevőkészülékkel működtetett minimumrelé működésbe hozza a vibrációs írószerkezetet, amely a hibát — a felrajzolt 2 mm

emelkedésű csavarvonalra közel merőlegesen — kétoldali kilengéssel jelzi *(30. ábra)*. A regisztráló tű kilengése állítható *(27. ábra)*.

A diagrammpapiros síkbafejtésével a hibák nagysága és helye meghatározható. A hibahelyek nagysága megállapítható a vizsgált darab átmérőjének ismeretében, ugyanis a regisztráló berendezés által felvett diagrammban 1 mm = 1°-nak felel meg.



27. ábra. Tűkirezgés-szabályozó szerkezet

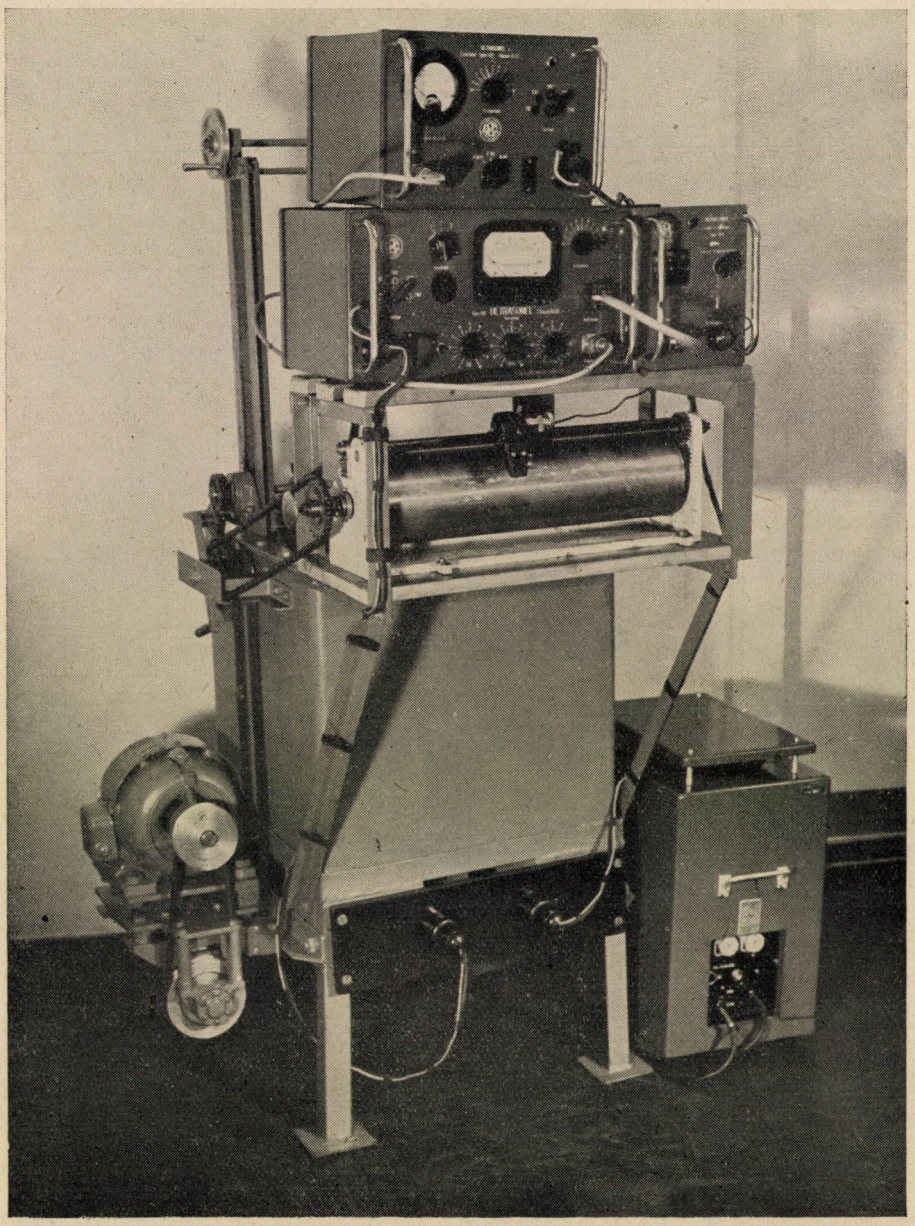
Az öntöttvas hengerperselyek vízalatti sorozatos vizsgálata

Az öntöttvas hengerperselyek vízalatti vizsgálatához használt kísérleti berendezést a *28. ábra* mutatja. A hengerperselyek vizsgálatára azért választottuk a vízalatti vizsgálati módot, hogy a selejtes hengerperselyeket »fekete selejt«-ként lehessen még a forgácsolás előtt a gyártásból kivonni.

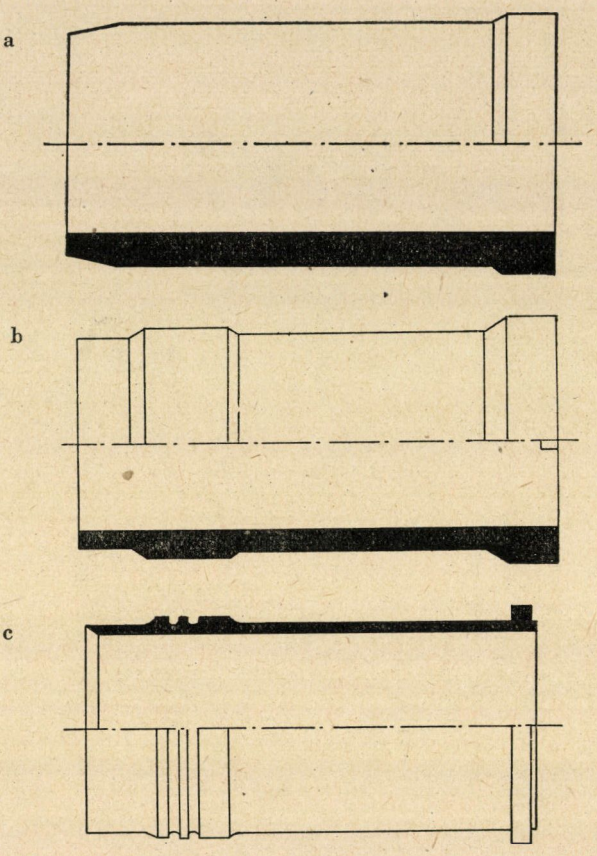
A vizsgálati módszer sorozatban való kipróbálása végett

a) öntött felületű hengerperselyeket,
b) előnagyolt felületű hengerperselyeket,
c) készremunkált hengerperselyeket,
d) különböző műhibás hengerperselyeket

vizsgáltunk *(29. ábra)*.



28. ábra. Kísérleti berendezés forgatott darabok vízalatti vizsgálatára



29. ábra. Öntöttvas motor hengerpersely a) öntött felületű, b) hőkezelés előtti, c) kész

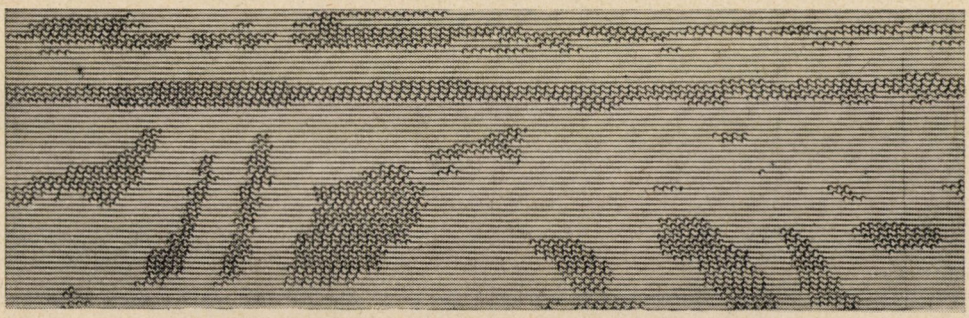
A nyers, öntött felületű, kívülről hibátlannak látszó hengerpersely ultrahang hibadiagrammja jelentős mérvű hibákat mutatott *(30. ábra)*.

A hibák a hengerpersely 95/140 ∅-jű hengeres szakaszánál levő véglapját megmunkálva a hibák szabadszemmel is láthatókká váltak *(31. ábra)*. A hengerpalásttal párhuzamosan elterülő hibák a külső kerület 1/3-án 2—3 mm mélységben voltak.

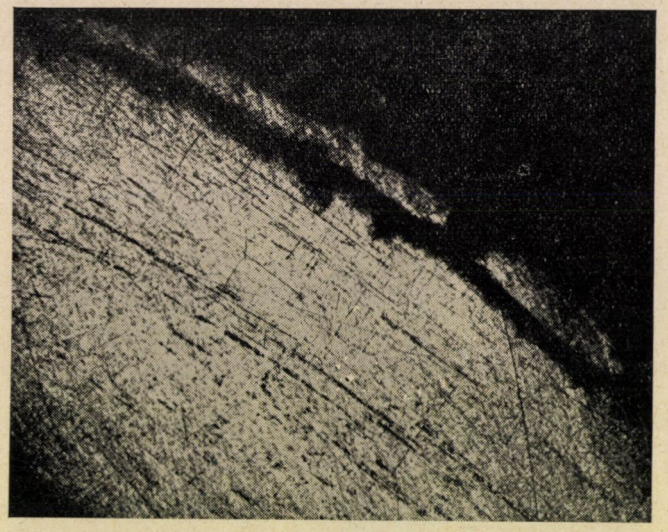
Ugyanezen hengerpersely kúpos végének 95/155 ∅-jű homloklapját megmunkálva a belső hengerpalást kerületének 1/3-án 3—10 mm mélységben gázhólyagokat, és salakzárványokat találtunk.

Egy másik — külső felületén gondosan tisztított — hengerperselynél a belső hengerpalástra tapadó oxid-salak és rásült homokréteget nagyoló fogással eltávolítottuk. Az ultrahang vizsgálat során ennél a perselynél is nagyobb hibák mutatkoztak.

A persely 108/140 ∅-jű véglapját megmunkálva az előbbi persellyel azonos jellegű és mélységű hibákat találtunk. A hibák a külső hengerpalást kerületének 2/3-án kisebb-nagyobb megszakítással jelentkeztek.



30. ábra. Megmunkálatlan hengerpersely hibadiagrammja



31. ábra. Öntési felületű hengerpersely 95/140 ∅-jű véglapja. Kb. 5x

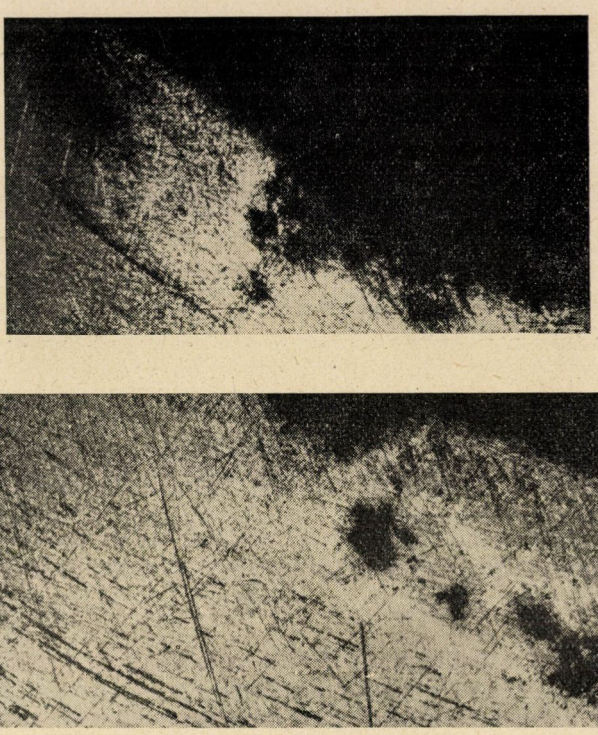
c) Megvizsgáltunk több teljesen kész selejtes »mákos« hengerperselyt is *(29c ábra)*. A perselyek mákosságáról hibadiagrammot vettünk fel *(34. ábra)*. A mákosság többnyire a hengerperselyek gallérja körül mutatkozott.

Ezen vizsgálatok eredményeképpen megállapítható :

1. A vízalatti ultrahangvizsgálattal könnyen kimutathatók a centrifugál öntéssel készült hengerperselyek külső kerülete mentén — a hengerpalásttal párhuzamosan — elterülő nagyobb felületű salakrétegek.

2. A nyers öntött felülethez közel fekvő ilyen jellegű hibák miatt a hengerpersely nem válik feltétlenül selejtessé. A hengerpersely felhasználható, mert az említett hibák esetleg már a hengerpersely nagyolása során eltűnnek.

3. Zavarólag hat azonban a helytelenül végzett öntvénytisztításból visszamaradt belső hengerpalástra tapadó oxid-, salak- és rásült homokréteg is.



32. ábra. 95/165 ∅-jű véglap mákos szelvénye. Kb. 5x.

Látjuk, hogy az öntés folyamán keletkező — a külső felületen gondosan tisztított öntvényeknél — szabadszemmel nem látható salakzárványok ultrahanggal kimutathatók. Tehát a hibás hengerperselyeket nem kell »fekete selejt« alakjában már a nagyoló forgácsolás előtt kivonni a gyártásból. Ezért a vizsgálat célszerűen csak a hőkezelés előtti állapotban *(29b ábra)* levő perselyeken végezhető el.

A hiba felismerhetőségének határát befolyásoló tényezők vizsgálata

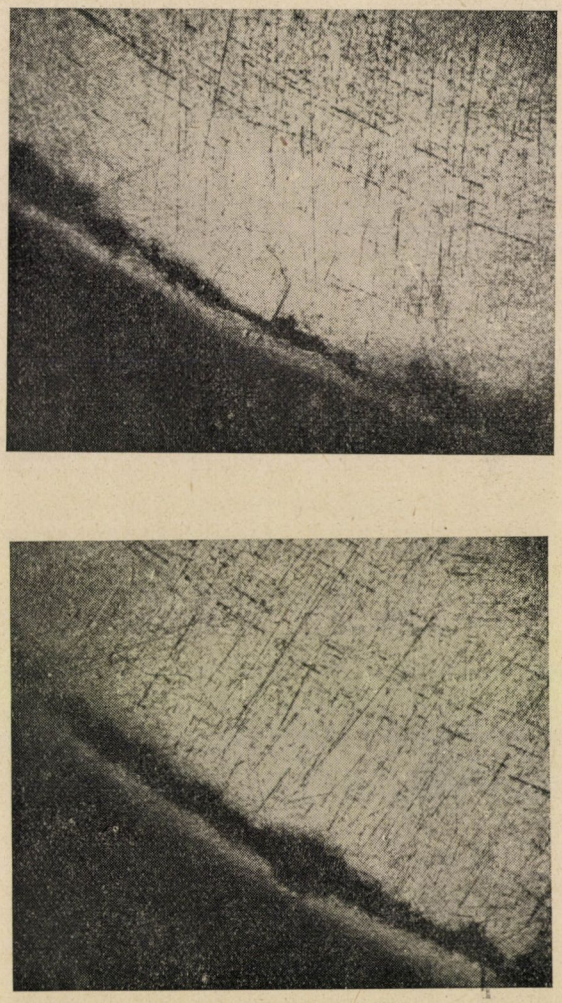
A hengerperselyekről felvett hibadiagrammok értékelhetők, ha a hiba-felismerhetőség határai ismertek. A kísérleti eredmények szerint a hibák lehetnek:

a) A sugárkéve kezdő kúpátmérőjéhez viszonyítva nagyobb felületű kis görbületi mértékkel bíró ú. n. »laposan elterülő« egyedi hibák *(35c ábra)*;

b) nagy görbületi mértékkel bíró számos kisebb hiba — likacsos anyag — *(35b ábra)*;

c) nagy görbületi mértékkel rendelkező egyedülálló kis hibák.

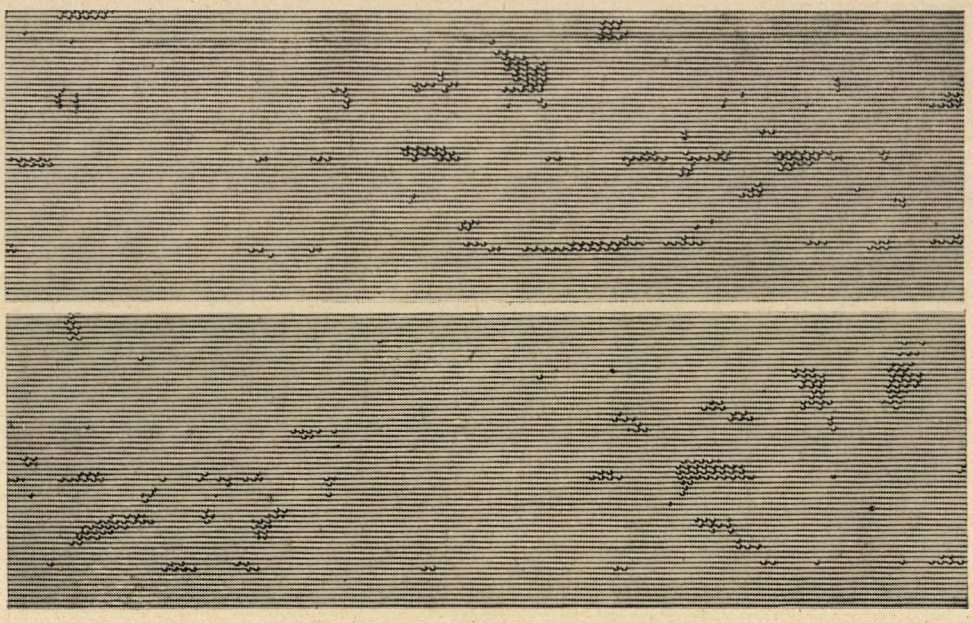
A nagy felületű hibák erőteljes árnyékhatást eredményeznek. Ilyenkor az egész rendszer érzékenysége csökkenthető a minimumrelében levő jelzőfeszültségkapcsoló jelfogó billenéspontjának megfelelő beállításával. Így lehetőség adódott az *a)*, ill. *c)* esetben a két határhelyzetnek megfelelő jellegű hibák szétválasztására.



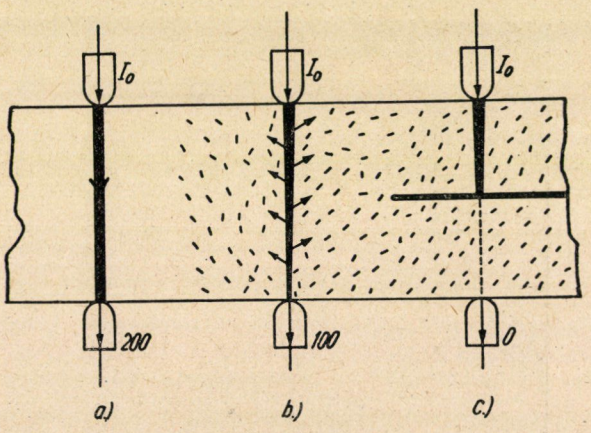
33. ábra. 108/140 ∅-jű véglap szelvényében lévő hengerpalásttal párhuzamos oxid- és salakréteg

A hiba felismerhetőségének határai:

1. Egyedülálló kis hiba, amelynek méretei a sugárnyalábra merőlegesen kisebbek a hullámhossz felénél — jelen esetben 2,6 mm — már nem fedezhető fel.

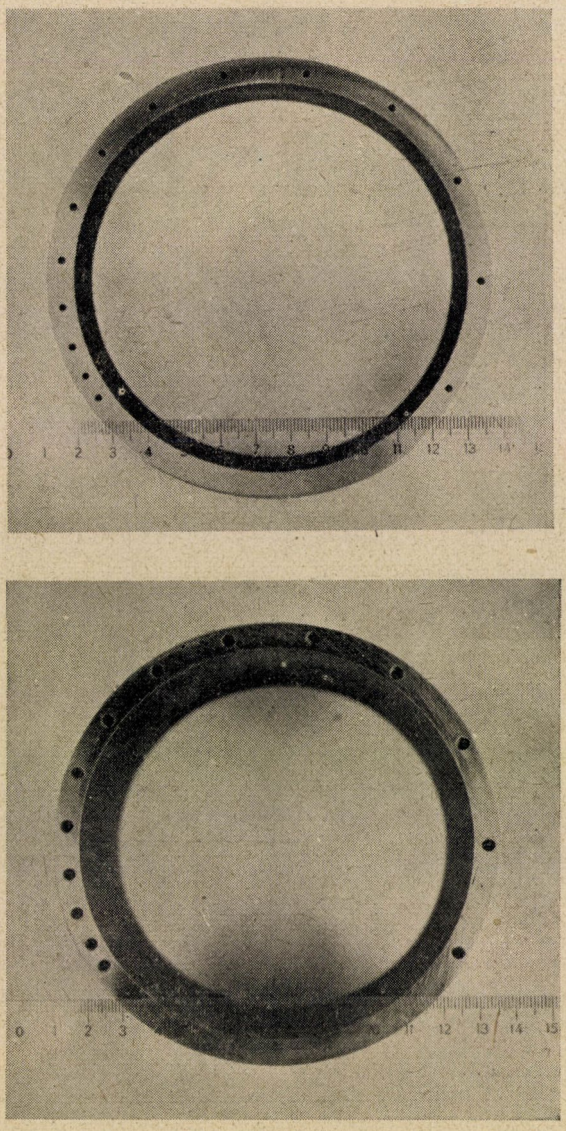


34. ábra. Mákos hengerpersely hibadiagrammja



35. ábra. A vételi intenzitás változása likacsos és réteges anyagnál az ép anyaghoz képest

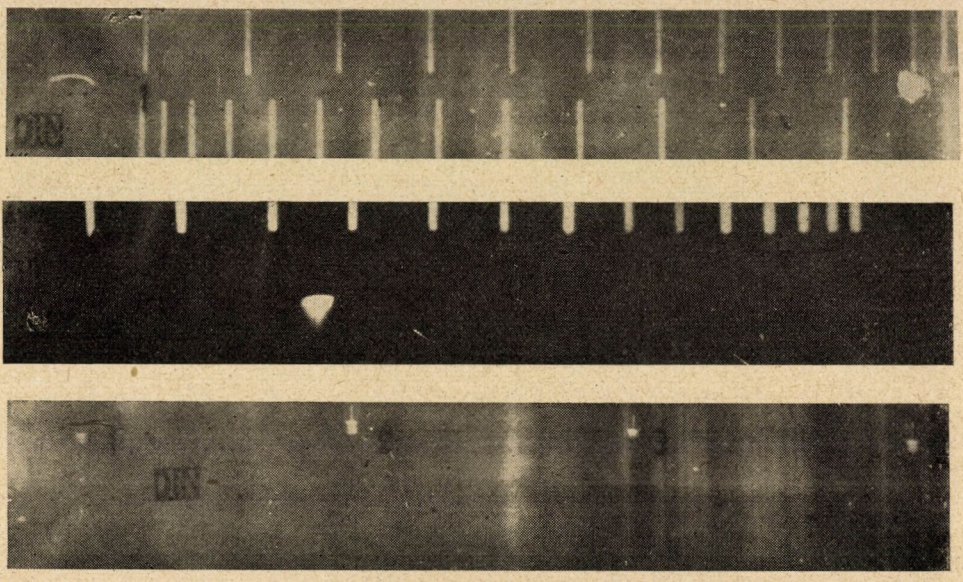
2. Ezzel szemben ilyen kis hibák halmaza már felfedezhető a halmaz létesítette diffuzió folytán keletkező veszteségnövekedés miatt *(35b ábra)*. A jelzőfeszültségkapcsoló jelfogó billenéspontjának ilyen jellegű hibák kimutatására való beállítása nem akadályozza meg a likacsos anyagban levő esetleges zárvány vagy repedés felfedezését.



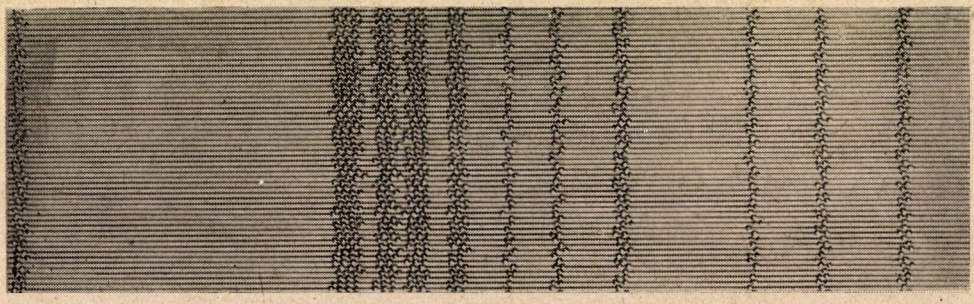
36. ábra. Műhibás etalonok

A hibafelismerhetőség vizsgálata vízalatti önműködő ultrahangvizsgálatnál

Annak megállapítása végett, hogy a hibadiagramm milyen legkisebb méretű hibát tud még kimutatni a forgó darabon, a kísérleti berendezés teljes érzékenységét befolyásoló tényezőit kellett meghatározni. A kísérleti berendezés



37. ábra. Az etalonok síkbafejtett röntgenfelvételei

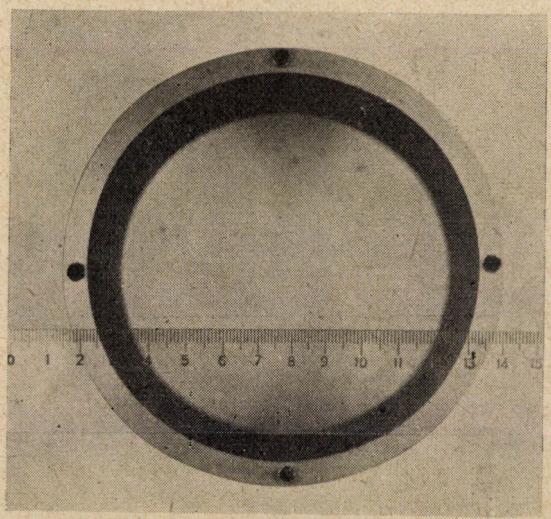


38. ábra. A változó furat-távolságú etalon hibadiagrammja

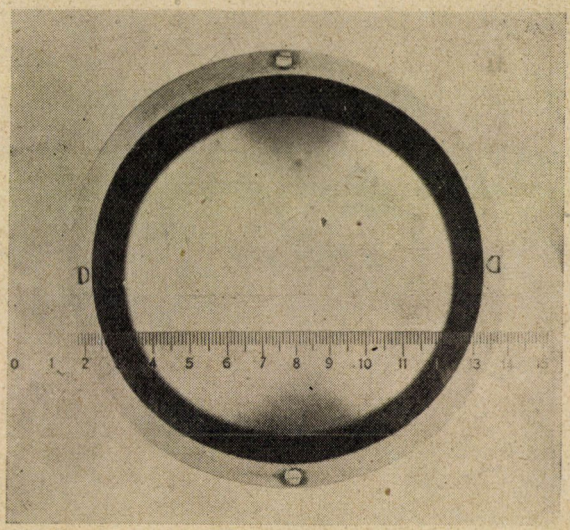
és vizsgálati mód érzékenységének beállítására és a hibafelismerhetőség ellenőrzésére a hengerperselyekből műhibás etalonokat készítettünk, 2 és 3 mm-es furattal *(36. ábra)*.

A 14 darab 2 mm átmérőjű furat azonos osztókörön volt elhelyezve, egymástól 2 mm-rel csökkenő távolságban. Az első 2 furat egymástól való

távolsága 30 mm, a furatok mélysége pedig 25 mm volt. Ezen etalonokkal végzett kísérletekkel kívántuk megállapítani a rendszer felbontó képességének határát, vagyis azt, hogy melyik az a furattávolság, ahol adott fordulatszám



a) furatos



b) csavaros

39. ábra. Tengelyanyagból készült azonos méretű, 4-furatú etalon

mellett — $n = 30$/perc — az egész készülék időkonstansának figyelembevételével a két furatot külön hibahelyként tudja diagrammban rögzíteni. Másszóval a kérdés az, hogy a sugárkévén meghatározott sebességgel átfutó adott méretű műhibát a diagrammíró rögzíteni tud-e, vagy sem. Ezen kísérleteinket 2 olyan

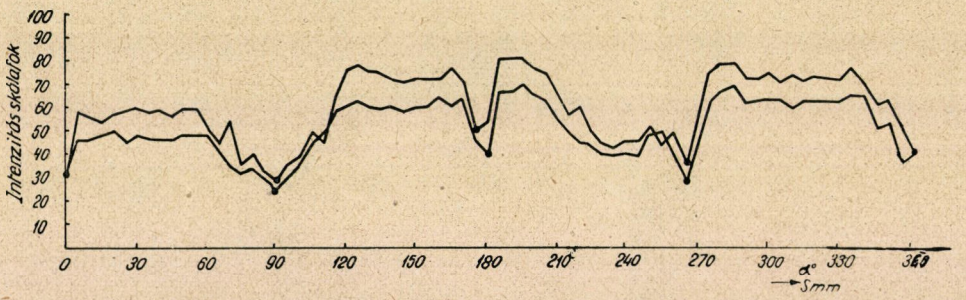
azonos külső és belső átmérőjű etalonnal végeztük el, amelyek közül az egyiknél először a furatsornak a két legtávolabbi furata, a másiknál pedig az etalon két legközelebb eső furata lépett a sugárkévébe *(37. ábra)*.

Ezen kísérletek során a diagrammíró szerkezet a hibákat nem a várható monoton csökkenő, illetőleg növekvő jelleggel rögzítette. Bizonyos számú furat után ugyanis nem a várható, hanem attól lényegesen eltérő távolságban jelezte a hibákat *(38. ábra)*.

A készülék, illetőleg az alkalmazott vizsgálati mód ezen hibájának kivizsgálására két olyan etalont *(39. ábra)* készítettünk, melynél két egymásra merő-

40. ábra. Állandó furattávolságú etalon hibadiagrammja. $n=30$/perc

leges átmérő mentén azonos osztókörön 4 db 2, ill. 3 mm ∅-jű, 25 mm mély furatot alkalmaztunk annak megállapítására, hogy vajjon az elektronikus rendszerben levő milyen késleltető elemek idézik elő a rendellenes hibajelzést. Kísérleteinket $n = 30$/perc fordulattal és 0 előtolással többízben megismételtük.



41. ábra. Az állandó furattávolságú etalon intenzitásváltozási diagrammja

A 4-furatú etalonról motorhajtással felvett diagrammok az egymástól egyforma távolságban levő azonos méretű hibákat nem egyforma távolságban jelezték. Az azonos méretű hibákról pedig nem azonos hosszúságú jeleket kaptunk *(40. ábra)*.

A kérdés tisztázására kísérleteinket nemcsak motorhajtású kivitelben ismételtük meg többízben, hanem kézzel hajtva a hengerperselyt, róla intenzitásváltozási görbét vettünk fel.

A kísérletek során felvett intenzitásváltozási görbe *(41. ábra)* szerint a hibás helyek egymástól kb. azonos távolságban mutatkoznak. A kapott hibajeleknél mutatkozó szórás —5° volt. Egybevetve a 30/perc fordulattal végzett motorhajtású kísérletek eredményét a kézi hajtással végzett vizsgálat

eredményével kiderült, hogy a furat a 30/perc fordulattal végzett vizsgálatoknál a sugárkévén túlnagy sebességgel futott át az elektronikus vizsgáló rendszer összidőkonstansához képest.

Arra a következtetésre jutottunk, hogy a készülékben olyan késleltető elemek vannak, amelyek a készülék érzékenységét az alkalmazott darab fordulat, ill. műhiba kerületi sebességnél hátrányosan befolyásolják. A motorikus vizsgálatok során ezen rendellenes jelenség kivizsgálására nemcsak a Vasipari Kutató Intézet tulajdonát képező készüléken végeztünk kísérleteket, hanem más azonos rendszerű készülékkel is megismételtük a szóbanforgó kísérleteket. Ezen kísérletek ismétlésével megállapítottuk, hogy a mutatkozó jelenség nem a készülék egyedi tulajdonsága, hanem a készülékrendszer jellegzetes tulajdonsága. A jelenség kiderítésére az előző vizsgálatokhoz képest kisebb, 16/perc fordulattal és 0 előtolással kísérleteinket az előbbi etalonnal megismételtük. Ezen kísérletek során lényegesen kedvezőbb eredmények adódtak. A diagrammban az egymástól azonos távolságban levő azonos méretű hibáknál a hibák közötti távolság eltérése lényegesen csökkent. Ezen rendellenesség okának kivizsgálására $n = 30$/perc, és $n = 16$/perc fordulatnál kiszámítottuk a hibaimpulzus időtartamát és a hibaimpulzusköz nagyságát.

Az ö. v. hengerpersely egy fordulatának ideje :

$$T = \frac{60}{n} = \frac{60}{30} = 2 \text{ sec.}, \text{ illetve } T = \frac{60}{n} = \frac{60}{16} = 3{,}75 \text{ sec.}$$

A furat (műhiba) kerületi sebessége :

$$v_k = \frac{D\pi n}{60} = \frac{117 \times 3{,}14 \times 30}{60} = 183 \text{ mm sec}^{-1}$$

$$\text{illetve } v_k = \frac{D\pi n}{60} = \frac{117 \times 3{,}14 \times 16}{60} = 98 \text{ mm sec}^{-1}$$

A furat (műhiba) »Do« ∅-jű sugárkévén való átfutási ideje :

$$t = \frac{D_0}{v_k} = \frac{16}{183} = 0{,}087 = 87 \text{ msec},$$

illetve

$$t = \frac{D_0}{v_k} = \frac{16}{98} = 0{,}163 = 163 \text{ msec.}$$

A sugárkéve széttartása miatt azonban a futási idő a számítottnál nagyobb. A fenti számítások alapján a 4-furatú etalon esetében :

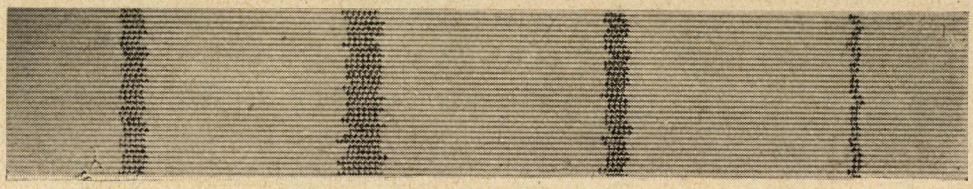
1. a hibaimpulzus időtartama elméletileg : 87 msec, ill. 163 msec,

2. az impulzusköz, vagyis a hibák egymástól való távolsága elméletileg : 413 msec, ill. 774 msec.

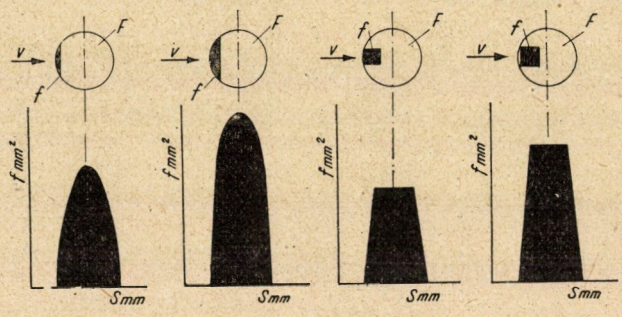
A síkba terített diagrammnál közel azonos távolságban mutatkoztak a hibajelek *(42. ábra)*. Az azonos méretű hibákról kapott hibajelek azonban egymástól eltértek.

Ezen jelenség kivizsgálására egy újabb etalont készítettünk, az előző 4-furatú etalon átalakításával, figyelembe véve, hogy milyen %-os árnyékhatást ad az alkalmazott műhiba a sugárkévén való átfutása közben *(43. ábra)*.

Ezen vizsgálataink a 2 és 3 mm ∅-jű furatokkal készített etalonokra vonatkoznak.



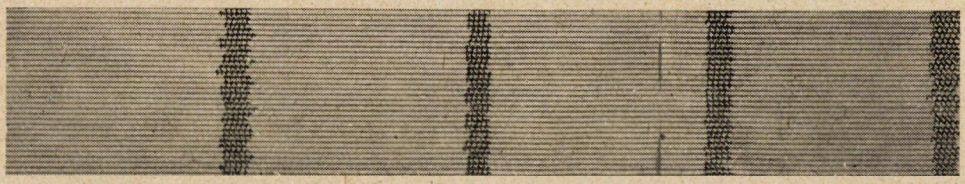
42. ábra. Állandó furattávolságú etalon hibadiagrammja. $n=16$/perc



43. ábra. Furatos és hornyolt csavaros etalon árnyék jelleggörbéje

Az $\frac{f_{max}}{F}$ %-os függönyző hatást a sugárkéve kezdő kúpátmérőjére vonatkoztattuk, mely a valóságtól eltér és lényegesen kedvezőtlenebb hibafelismerhetőséget jelent, de biztos kiindulási alap azonos adó- és vevőfej távolság esetében. Ennek eredményeképpen megállapítható volt, hogy a furatos etalonoknál, amikor a sugárkévébe fut a műhiba, csak minimális árnyékot ad. Ezen árnyékhatás a sugárkéve keresztmetszet félátmérőjénél a legnagyobb, majd ismét csökken. Ez azt jelenti, hogy a furatos etalon esetében a műhiba a sugárkévén való átfutás közben a változó jellegű függönyző hatás miatt, a sugárkéve intenzitása is változó jellegű lesz *(43. ábra)*. Azonban tekintve, hogy a valóságban öntvényeknél ilyen hosszúkás jellegű egyedi hibák ritkán fordulnak elő, a furat maximális függönyző keresztmetszetével kb. azonos négyzetalakú műhibás etalont készítettünk, oly módon, hogy az előző etalont hernyócsavarral láttuk el *(39b ábra)*. A hernyócsavar alsó végét befűrészelve,

a furatoknak kb. megfelelő árnyékhatást adó műhiba keresztmetszetet készítettünk. Ezen etalon használata révén a műhiba a sugárkévén való átfutása közben hosszabb szakaszon azonos függönyző hatást eredményez *(43. ábra)*. Így a sugárkévén átfutó hosszabb állandó hibaimpulzust a készülék biztosabban és könnyebben tudja regisztrálni *(44. ábra)*.



44. ábra. Állandó távolságú hornyolt csavaros etalon hibadiagrammja

Ezen etalonoknál az árnyékhatást adó keresztmetszet adatait a furatos műhibákkal összehasonlítva a IV. táblázat tartalmazza.

IV. TÁBLÁZAT

Sugárkéve		Hiba						$\frac{f_{max}}{Fo}$ %	I_1 min μA
Do ∅ mm	Fo mm²	d ∅ mm	d □ mm	f_{max} mm²	n/perc	vk mm/sec	t msec		
16	201,1	2	—	32	30	183	87	15,6	$D/_2$-nél
					16	98	163		
16	201,1	3	—	48	30	183	87	23	$D/_2$-nél
					16	98	163		
16	201,1	—	5	25	16	98	163	12,5	0,62 D távolságon
16	201,1	—	6	36	16	98	163	18	0,56 D távolságon

ahol

Do a sugárkéve kezdő ∅-je
Fo a sugárkéve kezdeti keresztmetszete
a a műhiba ∅-je, ill. mérete
*f*max a műhiba legnagyobb mérete a sugárkévén való átfutás közben
n az etalon percenkénti fordulatszáma
vk a műhiba kerületi sebessége
t a műhiba sugárkévén való átfutási ideje
$\frac{f_{max}}{F_0}$ a legnagyobb árnyékhatás
I_1min a legkisebb vételi intenzitás.

A végzett kísérletek eredményeképpen megállapítható, hogy a rendszer hibajelző és hibaszelektáló képességi határa nagymértékben függ a hiba nagyságától, jellegétől és a sugárkévén való átfutási sebességétől.

A hiba felismerhetőségének szempontjából megvizsgáltuk a készülék elektronikus felépítését is.

A berendezés együttes hibajelzési feloldóképessége több tényezőből adódik :

a) a vibrációs írószerkezet érzékenységéből ;
b) a jelzőfeszültség-kapcsoló jelfogó meghúzási és elengedési idejéből ;
c) a hangfrekvenciás körben levő elemektől ;
d) a nagyfrekvenciás demodulációs áramkör időkonstansaiból.

A vibrációs írószerkezet érzékenysége

Az írószerkezet érzékenységét és megbízhatóságát bizonyítja a 0 előtolással felvett diagrammok azonossága.

A diagrammrajzoló papiroshengerének kerülete : $d\pi = 360$ mm, vagyis $1° = 1$ mm.

A papiroshenger fordulata : $n = 30$/perc, és
$n = 16$/perc.

A papiroshenger egy fordulatának ideje :

$$T = \frac{60}{n} = \frac{60}{30} = 2 \text{ sec. ill. } T = \frac{60}{n} = \frac{60}{16} = 3{,}75 \text{ sec.}$$

A papiroshenger kerületi sebessége :

$$v_k = \frac{d\pi n}{60} = 360\,\frac{30}{60} = 180 \text{ mm/sec.}$$

illetve

$$v_k = \frac{d\pi n}{60} = 360\,\frac{16}{60} = 96 \text{ mm/sec.}$$

A vibrációs írószerkezet írótűje 50 periódusu váltóárammal táplálva végzi a hibajelek rögzítését.

A vibrációs írószerkezet egy periódust

$$s = \frac{180}{50} = 3{,}6 \text{ mm ill. } s = \frac{96}{50} = 1{,}9 \text{ mm}$$

hosszú úton regisztrál.

A vibrációs írószerkezettel regisztrált egy periódus ideje :

$$t = \frac{s}{v_k} = \frac{3{,}6}{180} = C \cdot s \text{ ill. } t = \frac{s}{v_k} = \frac{1{,}9}{96} = C \cdot s$$

ahol $C = \frac{1}{180} = 5{,}5 \times 10^{-3}$ sec/mm, ill. $C = \frac{1}{96} = 1{,}04 \times 10^{-2}$ sec/mm állandó.

A diagrammban a kerület mentén jelzett »s« mm méretű hiba tehát

$t = s \cdot C = 3{,}6 \times 5.5 \times 10^{-3} = 19{\cdot}8 \times 10^{-3} = 0.0198 \cong 0{,}02$ sec $= 20$ msec,

illetőleg

$t = s \cdot C = 1{,}9 \times 1{,}04 \times 10^{-2} = 1{,}976 \times 10^{-2} = 0{,}01976 \cong 0{,}02$ sec $= 20$ msec

időtartamú hibaimpulzusnak felel meg. Egy teljes kirezgés összidőtartama tehát 20 msec. Nyilvánvaló azonban, hogy ha a tű egy teljes kirezgést rögzíteni tud, úgy ¼ kirezgést is rögzíteni képes, aminek időtartama ezek szerint 5 msec.

Az egyenletesen forgó diagrammrajzoló dobjára érvényes:

$\frac{\varphi^0}{360^0} = \frac{t}{T}$ igy az $s = 3{,}6$mm ill. $s = 1{,}9$ mm út befutásához

$$\varphi^0 = 360^0 \frac{t}{T} = 360^0 \frac{0{,}02 \text{ sec}}{2 \text{ sec}} = 360^0 \cdot 0{,}01 = 3{,}6^0 \text{ ill.}$$

$$\varphi^0 = 360^0 \frac{t}{T} = 360^0 \frac{0{,}02 \text{ sec}}{3{,}75 \text{ sec}} = 360^0 \cdot 0{,}0053 = 1{,}9^0$$

tartozik

A jelzőfeszültségkapcsoló jelfogó érzékenysége

A minimumrelében levő jelzőfeszültségkapcsoló jelfogót az alábbi szempontokból vizsgáltuk meg:

1. Légrés nyugalmi állapotban.
2. Légrés meghúzott állapotban.
3. Mekkora gerjesztő áramnál és gerjesztő feszültségnél húz be.
4. Mekkora gerjesztő áramnál és gerjesztő feszültségnél enged el.
5. A behúzási, ill. elengedési bizonytalanság mekkora.
6. A jelenlegi beállítás mellett (meghúzó feszültség — áram- és rúgóerő) mekkora a meghúzási idő: msec.

A mérések szerint:

A légrés nyugalmi állapotban: 0,3 mm

A légrés meghúzott állapotban: 0,1 mm.

A jelfogó meghúzó, ill. elengedő áramát huzamosabb idejű bekapcsolás, vagyis a készülék üzemszerű bemelegedése után mértük.

A behúzó áram: 3,44 mA (6,8 V)

Az elengedő áram: 0,810 mA (1,6 V)

A további szempontokból való vizsgálatnál mértük a jelfogót tápláló erősítő

cső bemenő vezérlő feszültségét is. Ezen feszültség és a jelfogó gerjesztő feszültsége közötti összefüggést az V. táblázat tartalmazza.

V. TÁBLÁZAT

Bemenő vezérlő feszültség U_v Volt	Jelfogó gerjesztő feszültség U_g Volt
2,7	7,2
2,6	7,5
2,4	8,4
2,2	9,4
2,0	10,4
1,8	11,7
1,6	13,0
1,4	14,0
1,2	15,0
1,0	16,2
0,8	17,2
0,6	17,7
0,4	18,0
0,2	18,2
0	18,4

A behúzási bizonytalanság $\pm 5\%$, az elengedési bizonytalanság $\pm 14\%$ gerjesztőfeszültség ingadozásával jellemezhető.

A jelenlegi beállítással a meghúzási és elengedési idők, valamint a gerjesztő feszültség közötti összefüggés megállapítására a méréseket különböző nyugalmi anódáramoknál végeztük el. A meghúzási és elengedési idők az erősítő cső rácsára vonatkoznak. Az eredményeket a *45. diagramm* tünteti fel.

A jelzőfeszültségkapcsoló jelfogó meghúzási és elengedési ideje igen nagy mértékben függ a jelek nagyságától és a nyugalmi áram kezdő értékétől. Ez az időkonstans nagyságrendeket változhat.

A hangfrekvenciás szűrőtagok időkonstansa az amplitudótól, valamint a kezdő értékektől független és mintegy 0,05 sec. nagyságrendű.

A demodulációs áramkörök lényegesen kisebb időkonstanssal rendelkeznek, kb. egy nagyságrenddel kisebbek az előbbinél.

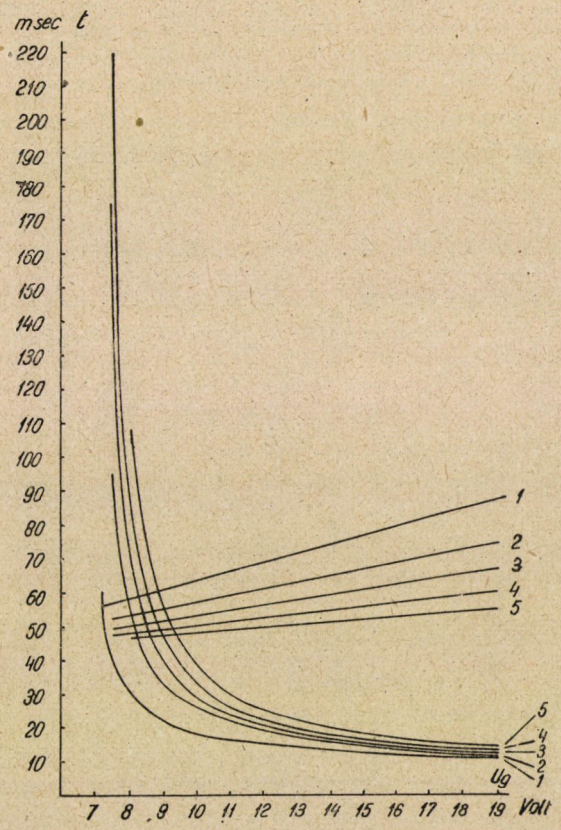
A kísérleti eredmények összefoglalása

A kísérleti eredményeket összefoglalva az alábbiakat állapíthatjuk meg :

1. Forgástest alakú sorozatgyártmányoknál a vízalatti vizsgálat révén a forgó darab a sugárzó-, valamint a vevőfej között állandó és jó csatolás bizto-

sítható megmunkálatlan öntött felületű daraboknál is. A hibafelismerhetőségre a felületi simaságnak befolyása nincs.

2. A vízbemerítéssel állandó csatolás és konstans rezgési energiaátvitel biztosítható.



45. ábra. A minimum relében lévő jelzőfeszültségkapcsoló jelfogó meghúzási és elengedési ideje a gerjesztő feszültség függvényében különböző nyugalmi áramoknál

1 nyugalmi áram ..... 810 μA
2 « « ..... 600 «
3 « « ..... 450 «
4 « « ..... 200 «
5 « « ..... 76 «

Ezért

a) a vizsgálat, valamint

b) a hibahelyek diagrammszerű regisztrálása önműködően, gépesített kivitelben végezhető.

c) A forgó körkeresztmetszetű darab minden cm^3-nyi térfogatelemét az ultrahang sugárkéve átvilágítja.

d) A forgatott darab $e = 1{,}25$, $e = 2{,}5$, ill. $e = 5$ mm pro fordulat előtolással, vagyis 1,25, 2,5 vagy 5 mm emelkedésű csavarvonal mentén világítható át.

e) A sorozatgyártmányok vízalatti vizsgálatánál a darabcsere alkalmával a csatolási viszonyok nem változnak meg.

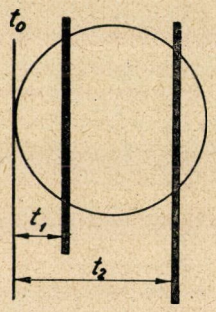
3. Azonos adó-, ill. vevőfej távolság esetén a hibafelismerhetőség függ a sugárkéve kezdő átmérőjétől »Do« és a kimutatandó hiba »d« méretétől, valamint a hiba sugárkévén való átfutási sebességétől »v_k«.

Így Do = állandó és v_k = állandó esetében

a) a hibafelismerhetőség legkedvezőtlenebb,
ha $Do > d$, akkor ugyanis $Io \simeq I_1$

b) a hiba könnyen kimutatható
ha $Do = d$, akkor $I_0 > I_1$

c) a hibafelismerhetőség a legkedvezőbb
ha $Do < d$, akkor $I_0 \gg I_1$



46. ábra. A jelfogó késés által előidézett hibajel torzulás

Az *a)*, *b)* és *c)* esetben adott anyagvastagságnál a kimutatandó méretű hibától függ az, hogy milyen sebességgel futhat át a hiba a sugárkévén.

4. A vibrációs írószerkezet már 5 msec időtartamú hibajelet rögzít diagrammpapiroson. Az írószerkezet érzékenységét és megbízhatóságát bizonyítja a 0 előtolással felvett diagrammok azonossága.

5. A hibafelismerhetőséget zavarja a jelfogó késési ideje *(46. ábra)*, ugyanis

t_0 időpontban a hiba a sugárkévét érinti;
t_1-nél a jelfogó elenged, jelzi a hibát;
t_2-nél a jelfogó meghúz, nem jelez hibát
ahol »t_1—t_0« késési idő a hiba sugárkévébe lépése
és a jelfogó elengedéseközött eltelt idő, és
»t_2—t_1« a hibajelzés időtartama.

6. A hibafelismerhetőséget befolyásolják a jelzőfeszültségkapcsoló jelfogó alábbi adatai is :

i_e = elegendő áramerősség
i_m = meghúzó áramerősség
i_n = meg nem húzó áramerősség ($i_n < i_m$)
$i_ü$ = üzemi áramerősség ($i_ü > i_m$)
$\frac{i_ü}{i_m}$ = meghúzó árambiztonság
i_t = tartó áramerősség ($i_ü$ csökkentve még tart)
$\frac{i_ü}{i_t}$ = tartási árambiztonság.

7. A hiba felismerhetőségét zavarja az inhomogén sugárkéve. A kvarckristály 0 amplitudójú felületelemei rezgési energiát nem sugároznak *(2. ábra)*. A kvarckristály felületének tehát csak bizonyos hányada hatásos sugárzó felület.

Végeredményképpen az intenzitásváltozás elvén működő belga Ultrasonel készülékkel a fentiekben részletezett szempontok figyelembe vételével a gépesített vizsgálat elvégezhető laposan elterülő nagyobb méretű egyedi hibák, vagy sűrűn elhelyezkedő számos apró hiba »mákos darab« esetében.

IRODALOM

1. *S. Sokolov :* Zur Frage der Fortpflanzung ultraakustischer Schwingungen in verschiedenen Körpern. Elektr. Nachr. Technik Bd. 6 (1929) S. 454/61.
2. *O. Mühlhäuser :* Verfahren zur Zustandbestimmung von Werkstoffen, besonders zur Ermittlung von Fehlern darin. DRP 569598 (1931).
3. *S. Sokolov :* Über die praktische Ausnutzung der Beugung des Lichtes an Ultraschallwellen. Phys. Z. Bd. 36 (1935).
4. *F. Kruse :* Zur Werkstoffprüfung mittels Ultraschall. Akust. Z. Bd. 4 (1939), S. 153/68.
5. *F. Kruse :* Untersuchungen über Schallvorgänge in festen Körpern bei Anwendung frequenzmodulierten Ultraschalls. Kust. Z. Bd. 6 (1941) S. 137/49.
6. *Cherlinszky, E. :* Zerstörungsfreie Lagerprüfung mit Ultraschall. Deutsche Luftfahrtforschung, Untersuchungen und Mitteilungen (1943) Nr. 1069.
7. *A. Trost :* Nachweis von Werkstofftrennungen in Blechen durch Ultraschall. Z. VDI. Bd. 87 (1943) S. 352.
8. *J. Götz :* Über den Schalldurchgang durch Metallplatten in Flüssigkeiten bei schrägem Einfall einer ebenen Welle. Akust. Z. 8. (1943) S. 145.
9. *Rupert Le Grand :* Non-destructive Testing Methods. American Machinist May 23, 1946. p. 119—142.
10. *L. Bergmann :* Der Ultraschall 1949.
11. *B. Carlin :* Ultrasonics 1949.
12. *A. Lutsch :* Zerstörungsfreie Prüfung der Werkstoffe durch Überschall mit dem Laufzeit-Echoverfahren. Archiv f. Eisenhüttenwesen 23 (1952) S. 57/65.
13. *G. A. Homes et I. H. Ots :* Le contrôle non-destructif des matériaux par les ultrasons. Extrait du Bulletin Scientifique de l'A. I. M. No. 1. Janvier 1949 p. 23—54.
14. *H. E. Valkenburg :* The Theory of Ultrasonic Materials Testing. Mechanical Engineering 1949 okt. 817/820.
15. *J. Krautkrämer u. O. Rüdiger :* Ein Überschallgerät zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Archiv f. Eisenhüttenwesen 20 (1949) S. 355/58.
16. *I. H. Ots :* Le contrôle non-destructif des matériaux par les ultrasons. Extrait de la Revue »Alliance Industrielle«. Août 1950 1—12.

17. *G. A. Homes, I. Ots et E. Symon :* La méthode belge de contrôle ultrasonoscopique des matériaux. Métaux corrosion industries No 317 Janvier 1952. p. 24—33.
18. *L. Bergmann :* Anwendung von Ultraschall bei der Werkstoffprüfung. VDI Sept. 1950. S. 711—718.
19. *R. H. Smith* and *C. Erdman :* Immersed Ultrasonic Inspection. Iron Age, August, 4 1949 p. 83—88.
20. *W. C. Hitt :* Douglas Detects Flaws. Machinery. Okt. 1952, p. 212—214.
21. *R. Pohlman :* Materialdurchleuchtung mittels schalloptischer Abbildungen. Z. angew. Phys. 1 (1948) S. 181—187.
22. Technische Messe Hannover 1952. Metalloberfläche. Ausgabe B., Juli 1952, S. B. 106—107.

Összefoglalás

A gyáripar napi szükséglete, a folyamatos vizsgálat biztosítása és a vizsgálati eredmények megbízhatósága érdekében önműködő, gépesített ultrahang vizsgálati eljárásra van szükség. A készülékek és eljárások leírásai olyan önműködő ultrahangvizsgáló és hibaregisztráló berendezéseket ill. önműködő vizsgálati eljárásokat ismertetnek, amelyek forgástest alakú darabokban az anyagfolytonossági hiányok kimutatását megbízhatóan, gyorsan, egyszerű eszközökkel, önműködően teszik lehetővé. A szubjektív hibaforrások miatt és a hibajelek felismerhetőségénél és magyarázatánál mutatkozó bizonytalanság kiküszöbölésére való egy vibrációs írószerkezettel bíró önműködő hibadiagramm rajzoló készülék. A vibrációs írószerkezet már 5 msec időtartamú hibajelet rögzít diagrammpapiroson. A felvett hibadiagramm segítségével utólag bármikor és bárki részére a hibadiagrammból a hiba helye, nagysága és terjedelme megállapítható. A vizsgálat, valamint a hibahelyek diagrammszerű regisztrálása önműködően, gépesített kivitelben végezhető, mert a vízbe merítéssel állandó csatolás és konstans rezgési energiaátvitel biztosítható. A forgatott körkeresztmetszetű darab minden cm^3-nyi térfogatelemét az ultrahang sugárkéve átvilágítja. A forgatott darab 1,25, 2,5 vagy 5 mm emelkedésű csavarvonal mentén világítható át. A darab gyors és könnyű cseréjét a tapintófejek kiemelésére szolgáló szerkezet biztosítja.

A SÁRGARÉZ KÉSŐ KÖZÉPKORI FELDOLGOZÁSA ÉS A DRÓTHÚZÁS KEZDETE MAGYARORSZÁGON*

SCHLEICHER ALADÁR
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1953 márc. 27-én]

A sárgaréz európai készítésére és feldolgozására vonatkozó ismereteink meglehetősen hézagosak. *Lippmann* [1] megemlíti, hogy a Rajna alsó folyásánál előforduló gálma telepeket *Plinius* idejében (23—79) fedezték fel, mire ott megkezdődött a sárgaréz gyártása.** Ez a 150. év körül elérhette fejlődésének fénykorát, de 300 körül a barbárok pusztítása következtében megsemmisült. Úgy látszik azonban, hogy az ott lakók körében ennek emléke megmaradt, mert a 11. században ezt az iparágat újból életre keltették.

Egyéb források is megemlékeznek arról, hogy a középkor [2] második felében a sárgaréz készítése azon a környéken újra feléledt. Az időt illetőleg azonban eltérők a vélemények, erre nézve ugyanis a 11. és 13. század között találunk adatokat [3, 4, 5]. Az azonban bizonyosnak látszik, hogy a 12. században Dinant belga városban jelentékeny sárgarézgyártás lehetett, amelynek készítményei franciául »dinanderies«, németül »Dinanderien« Németalföldön és Németország egyik részén elterjedtek. A 12. század közepe óta a dinanti sárgarézgyártás jelentősége mindaddig növekedett, amíg 1466-ban ezt a várost, háborúban el nem pusztították és sárgaréziparát megsemmisítették.

Németországban, mégpedig megint csak a rajnai tartományban — Aachenben és később Stolbergben — a sárgaréz gyártása a 15. századtól kezdődött. Nincsenek adatok arra nézve, hogy sárgarezet akkor Németország egyéb részein is készítettek volna. *Löhneyss* szerint az csak a 16. században bukkan fel, amikor 1553-ban *Erasmus Ebener* Nürnbergben rézből és gálmás kemencetapadékból sárgarezet termelt [6]. *Feldhaus* ezt a dátumot valószínűleg sajtóhiba folytán, 1533-nak adja meg [7]. A sárgarézgyártást illetően hivatkozunk még *Lazarus Erckerre*, akinek első adatai 1574-ből erednek [8].

* Kivonat szerzőnek erről a tárgyról az Acta Technica VII. kötetének 1/2. számában német nyelven megjelenő tanulmányából.

** Ismert tény, hogy a sárgarezet kezdetben réznek vagy rézérceknek cinktartalmú ásványokkal, mint pl. gálmával — ami a cinkkarbonátnak (cinkpát = smithsonit) és cinkszilikátnak (calamin v. hemimorphit) változó összetételű elegye — való összeolvasztása útján készítették. Nem tudjuk azonban, hogy Európában melyik országban és mikor készítettek először sárgarezet.

Biringucciotól tudjuk [9], hogy a »réz színezés«-ét, amint ő a sárgaréz készítését nevezte, Stolbergben, Párisban, Flandriában és sok más országban, közöttük Olaszországban is, végezték. Angliában a sárgaréz készítését csak a 16. század végén kezdték, amikor is ahhoz még mindig gálmát és rezet használtak [10].

Biringuccio könyvének 1925. évi kiadását *Johannsen* magyarázatokkal és jegyzetekkel kísérte, ezek egyikében [11] megemlíti, hogy a sárgaréz gyártása Nürnbergben jelentékeny volt és azt ott kemencetapadékkal *Erasmus Ebener* 1550-ben találta fel.

Amint a fentiekből kitűnik, a sárgaréz fejlődésének története az egyes országokban először is nagyon különböző, másodszor pedig nagy hézagokat mutat. Erre való tekintettel és nem csupán technika-, hanem kultúratörténeti szempontból is fontosnak látszik ezeket a hézagokat olyan adatokkal kiegészíteni, amelyeket egy ma már úgyszólván teljesen elfelejtett szerzőnek köszönhetünk. *Bredetzky Sámuelnek* 1805-ben Bécsben kiadott munkájáról [12] van szó, amelyben kimutatja, hogy **Magyarországon sárgarézdrótot már 1440-ben ismertek.**

Bredetzky két levéltári forrásra, a sárgarézdrótot illetően az 1440. évi pozsonyi számadáskönyvre, a dróthúzást általában, de különösen az aranydrót húzását illetően pedig a magyarországi kincstárnok 1494. évi számadáskönyvére hivatkozik. Végül hivatkozik Sz. Margit életrajzára, amelynek másolatát a 18. században *Pray* találta meg és annak egyik adatával igazolni akarja, hogy hazánkban aranyfonalat már Sz. Margit életében vagyis a 13. században készítettek [13].

Bredetzky fejtegetésére azt lehetne mondani, hogy abból a sárgarézdrótnak nálunk történt készítése nem tűnik ki világosan. Ilyen feltevés azonban teljesen ellentmondana a szöveg szellemének, amely a hangsúlyt éppen a Magyarországon történt gyártásra helyezi. De nem is lehetett volna honnan hozni a sárgarezet, mert — amint láttuk — abban az időben Európában csak Dinantban készítettek sárgarezet, de nem drótot, hanem az említett „dinanderies"-ket és főképpen különféle templomi tárgyakat [3]. Joggal feltehető egyébiránt, hogy *Bredetzky* a szóbanforgó pozsonyi számadáskönyvet maga látta [14].

Az idézett forrásnak a dróthúzásra vonatkozó adatai szintén igen figyelemreméltók. Ezek szerint ugyanis nálunk a 14. században, sőt — mint említettük — talán már a 13. században ismerték a dróthúzást. A dróthúzás európai történetére, helyesebben annak kezdetére vonatkozó ismereteink tudvalevőleg szintén egymásnak ellentmondók és hiányosak. Azt biztosan tudjuk, hogy legelőször aranyból készítettek drótot, mert ez volt a leglágyabb fém. Persze nem szabad elfelejtenünk, hogy az első »drót«-ot nem húzták, hanem kovácsolták. A németországi nemesfémből való dróthúzásról *Neumann* szerint [15] 1907-ig nem sokat tudtak.

A mechanikai berendezéssel történő dróthúzást a 14. század közepén már ismerték. *Neumann*, (i. h.) hivatkozik egyebek között *Murr* kutatásaira, akinek megállapításai a mi szempontunkból azért is érdekesek, mert bebizonyította, hogy egy — már *Bredetzky* részéről is kétségbevont — adat a nürnbergi dróthúzásra vonatkozóan hibás vagy legalább is nem eléggé alapos. *Neumann* szerint bizonyos, hogy Nürnbergben a dróthúzás nagy jelentőséghez jutott, mert már 1370-ben volt a tűkészítőknek céhük, a tűhöz pedig — amint arra már *Bredetzky* is igen helyesen rámutatott — elsősorban drót kell. *Neumann* megemlékezik a dróthúzásnak az egyes európai országokban történt kezdeményezéséről is, ami megint nagyon különböző, így pl. Angliában az első dróthúzóművet 1649-ben létesítették.

Fentiek alapján mindenesetre megállapíthatjuk, hogy **Magyarország a dróthúzás terén is lépést tartott más európai országokkal, sőt nem lehetetlen hogy azokat megelőzte.**

Ami még *Bredetzkynek* a magyar kincstárnok 1494. évi számadáskönyvéből a dróthúzásra vonatkozó adatait illeti, meg kell említenünk, hogy azt már *Engel* is figyelembe vette [16]. *Bredetzky* fejtegetéseiből megállapíthatjuk, hogy forrásait igen lelkiismeretesen válogatta és vizsgálta [17].

Bredetzky adatainak helyességét egyébként egy meggondolás úgyszólván önmaga is bizonyítja. Amint tudjuk ugyanis, a régi Magyarországon nemcsak a sárgaréz, hanem általában a fémipar megteremtésének lehetőségei bőven megvoltak, mert az ország igen gazdag volt ásványi kincsekben, így rézben és gálmában, de ugyanúgy aranyban is [18]. Az akkori feudális rendszerben oz a gazdagság elsősorban a király és itt-ott néhány hatalmas oligarcha javát szolgálta, de nem szabad elfelejtenünk, hogy voltak királyaink, akik a tudományért, művészetért, iparért stb. az akkori kor mértékével mérve sokat tettek. Sajnos, ezeknek látható eredményei a sok háborúban, de főképpen a török hódoltság idején megsemmisültek.

MEGJEGYZÉSEK ÉS IRODALOM

[1] *E. O. v. Lippmann :* Entstehung und Ausbreitung der Alchemie mit einem Anhange : Zur älteren Geschichte der Metalle. Berlin, J. Springer, 1919, S. 570/73.

[2] Azt, hogy a 13—15. század történetét általában a középkor, illetve az ú. n. »késői« középkor keretében szokás tárgyalni, ma sokan kifogásolják. Az újabb felfogás szerint a középkor a 12. századdal befejeződik és a késői középkort vagyis a 14. és 15. századot inkább a 16. és 17. századhoz kell számítani. *(Hóman—Szekfű :* Magyar Történet, Budapest, 1930, 2. köt. 357/58.)

[3] Meyers grosses Konversations-Lexicon, 6. Aufl. 1906, Bd. 13., S. 666.

[4] Der grosse Brockhaus, 15. Aufl., Leipzig, 1929. Bd. 12., S. 443.

]5] Chamber's Encyclopaedia, New ed., London, 1950, vol. II., p. 498.

[6] *Georg Engelhardt v. Löhneyss :* Bericht vom Bergwerck, 1617. Jelen közlemény szerzője itt I. *Kachelmann.* Das Alter und die Schicksale des ungarischen, zunächst Schemnitzer Bergbaues, Pressburg, 1870. c. könyv 101. lapján lévő hivatkozásra támaszkodott.

[7] *Feldhaus, F. M. :* Lexikon der Erfindungen und Entdeckungen auf den Gebieten der Naturwissenschaften und Technik. Heidelberg, C. Winter, 1904, S. 23.

[8] *Lazarus Ercker :* Aula subterranae. Beschreibung aller führnehmisten mineralischen Erzt- und Bergwerksarten, 1574.

[9] *Biringuccios Pirotechnia.* Übersetzt und erläutert von Dr. Otto Johannsen, Braunschweig, Friedr. Vieweg Sohn A. G., 1925, S. 80.

[10] The Encyclopaedia Britannica, 11th ed., vol. IV, 1910/11, p. 433.

[11] A [6] alatt idézett könyv egyik lábjegyzetében a 85. lapon. Tulajdonképpen nehéz megérteni, hogyan vonszolódott Nürnberg neve ebben a vonatkozásban egyik forrásból a másikba. *Löhneyss*nek [6] alatt idézett könyvében, a 112. lapon szó van ugyan a sárgarézgyártásról, de nem Nürnbergben, hanem Goslarban. Ugyanígy *Erckern*ek [8] alatt idézett könyve, mégpedig az 1703-ból és 1736-ból származó kiadás a 127/154. lapon szintén megemlékezik a sárgarézgyártásról, de hely nevét nem említi. (Ezt a két utóbbi adatot *Faller Jenő*, műszaki egyetemi docens kartársnak köszönöm, akinek az eredeti példányok a soproni műszaki egyetemi könyvtárban rendelkezésére állottak.)

[12] *Samuel Bredetzky:* Beyträge zur Topographie des Königreichs Ungern. Vier Bändchen. 2. Aufl., Wien, 1805. In der Camesianischen Buchhandlung.

[13] Mint ennek a közleménynek címe alatti lábjegyzetből is kitűnik, ez csupán kivonata az Acta Technica VII. kötetében német nyelven megjelenő tanulmánynak. Ez utóbbiban *Bredetzky* szövegét szószerint, az akkori eredeti német helyesírással közöltem, mert fontosnak véltem a külföld felé annak állításait a teljes szöveggel tanúsítani. A részletek iránt érdeklődő hazai olvasó *Bredetzky* könyvét a budapesti nagy közkönyvtárakban megtalálja; ugyanúgy *G. Pray:* Vita S. Elisabethae viduae nec non B. Margaritae virginis című, Nagyszombatban 1770-ben megjelent könyvét. Ez utóbbi megjelent a M. T. Akadémia kiadásában: Nyelvemléktár, 8. köt. Régi magyar Codexek, Szent Margit élete, Közzéteszi Volf György, 63. l.

[14] A pozsonyi városi levéltár iratai 1403-tól megvannak. Az itt említett számadáskönyv megtekintése nem jöhetett szóba.

[15] *B. Neumann:* Geschichtliches in der Drahtzieherei. Stahl und Eisen **27** (1907) 269/71.

[16] *Joh. Chr. v. Engel:* Geschichte des Ungrischen Reichs und seiner Nebenländer. 4. Bände, Halle 1796. E sorok írójának az 1813-ból származó kiadás állott rendelkezésére. (Die Geschichte des Ungrischen Reichs, Bd. I, T. 1., S. 15.)

[17] *Bredetzky Sámuel* (1772—1812) evangélikus lelkész és szuperintendens volt, 1796-ban Jénába ment, ahol az akkori Németország minden nevezetesebb írójával megismerkedett, később Goethével levelezett. (Pallas Nagy Lexikona, 3. köt., Budapest, 1893, 673. l.) Azt az esetleges feltevést, hogy magyar hazája iránti hazafias elfogultságból a tényeket szépítette volna, nem csak azért kellene visszautasítani, mert bizonyítékai nem kifogásolhatók, hanem azért is, mert az utókor mint a németség védőjét ismerteti. *(Pukánszky* Béla: Német polgárság magyar földön. Budapest, Franklin, 1942, 178. l.)

[18] Magyarország aranytermelése a szóbanforgó korban olyan nagy volt, hogy annak jelentékeny részét a nyugati országokba törvényesen kivitték és azonkívül sokat kicsempésztek. L. erre nézve: *Kováts Ferenc*, A magyar arany világtörténeti jelentősége és kereskedelmi összeköttetéseink a nyugattal a középkorban. Kny. »Történeti Szemle« 1922. évi 1—4. füzetéből. Budapest, 1923.

Összefoglalás

A sárgaréznek európai készítésére és a dróthúzásra vonatkozó ismereteink a 11—15. század közötti korra nézve hiányosak. A sárgaréz készítésének kezdetét Európában általában az 1550 körüli évekre, míg a dróthúzását a 14. század közepére teszik. Ez a tanulmány kimutatja, hogy hazánkban sárgarezet már 1440-ben készítettek és a dróthúzást a 14. században, sőt lehetséges, hogy a 13. században ismerték.

AZ ALACSONYAKNÁS KOHÓ

COTEL ERNŐ
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1953 április 6-án]

Az »alacsonyaknás« kohó egy-két év óta a kohászok érdeklődésének középpontjában van. Ezt az érdeklődést és a vele kapcsolatos széleskörű kísérleti munkát érthetővé teszi a következő tény. Amíg ugyanis minden olyan nyersvasat és vasötvözetet, amelyeket eddig csak válogatottan jóminőségű ércekből, csak kitűnő koksszal, a 20—25 m magas nagyolvasztóban tudtak gyártani, mindezt most a mindössze kb. 5 m magas »alacsonyaknás« kohóban szegény ércekből gyengébb minőségű fűtőanyaggal, mint pl. barnaszénnel, vagy ennek kokszával és brikettjével is gazdaságosan tudják gyártani. A *kiskohónak* olyan nagy előnyei ezek, amelyeknek nagy jelentőségét egyelőre nem is tudjuk teljes egészében megbírálni [1].

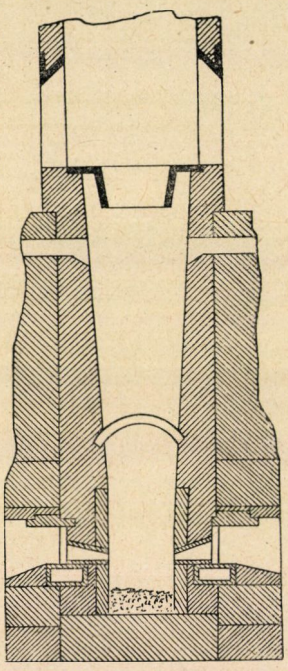
Ehhez a kérdéshez ezen a helyen azért is hozzászólok, mert az olvasztó magasságának csökkentésével és az alacsony anyagoszlopú olvasztók kérdésével több mint 20 év óta foglalkozom.

Első ízben a soproni bánya- és kohómérnöki kar évkönyvének 1931. évi kötetében állapítottam meg [2], hogy a nagyolvasztó aknájának magassága általában túlságosan és célszerűtlenül nagy. Ezt a felesleges magasságot erőteljesen csökkenteni lehet és kell is, mert — elméleti meggondoláson túl — szabatos üzemi kísérletek is bizonyítják, hogy az akna a redukciós munkának, vagyis a nagyolvasztó legfőbb feladatának alig 10—15%-át végzi el és még ezt is csak az akna alsó harmadában teljesíti [3]. Egyik későbbi munkámban rámutattam arra is, hogy a múlt század 70-es éveiben Oroszországban mintegy 6—7 éven át használatban volt Rachette-rendszerű alacsony és hosszúkás négyszögű vízszintes szelvényű kisolvasztók miért dolgoztak olyan kitűnő eredménnyel. A [2] alatt idézett munkámat ugyanabban az évben közölte a párisi »Revue de Métallurgie« is. Ebben az írásomban M. A. Pavlovnak 1928-ban megjelent, a nagyolvasztókról szóló könyvére is hivatkozom [5].

Két évvel később megjelent, a nyersvasgyártásról szóló könyvemben részletesebben is kifejtettem, hogy a hosszúkás négyszögalakú vízszintes kohószelvényben — ha szélessége nem több 2 m-nél — nem képződik meddőtér (inaktív tér). Ennek következtében a kohó fajlagos termelése növekszik, tüzelőszerfogyasztása kevesebb, magassága pedig — a sokszor nagy magasságot elérő

inaktív kúp elmaradása következtében — erősen csökkenthető [6]. Bizonyítékai ennek a Rachette-kohók kitűnő eredményei. Ezek az üzemi adatok és eredmények id. *Kerpely A.* [7], *Fröhlich* [8] és *Hiorns* [9] egybevágó adatai szerint a következők voltak:

medenceterület kb.	2 m^2 (0,9 × 2,2)
teljes magasság kb.	8 m
napi termelés kb.	30 tonna szürke nyersvas
fajl. termelés kb.	620 kg/óra/m^2
faszénfogyasztás	70—100%.



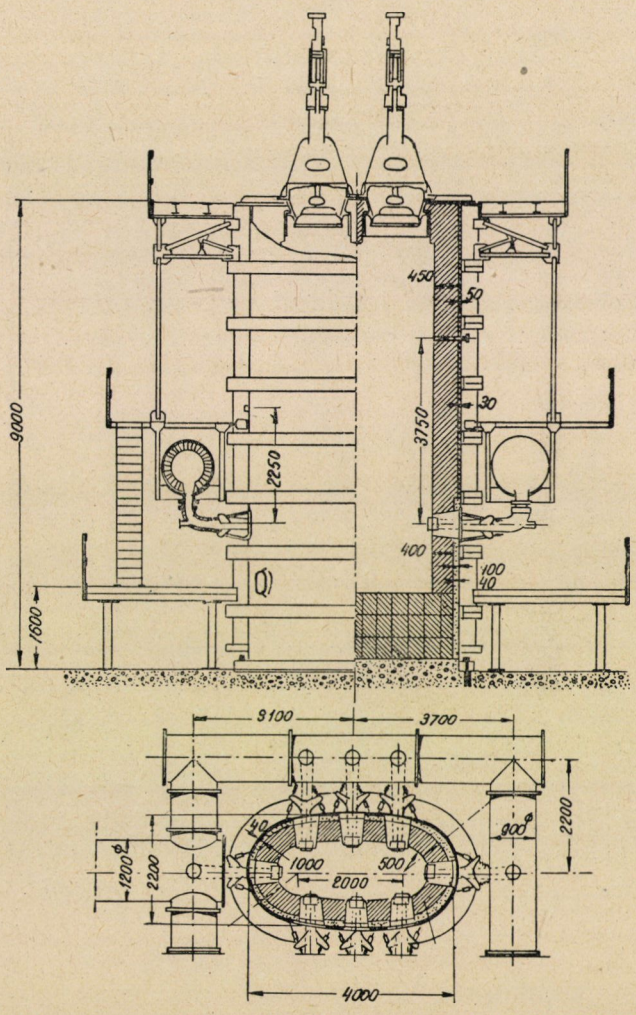
1. ábra

Ehhez hozzá kell tennünk, hogy *az olvasztó hideg széllel dolgozott, a felhasznált faszén pedig két év óta tárolt, tehát erősen nedves volt.* Az olvasztó függőleges szelvényét az *1. ábra* mutatja. Látható, hogy a keskeny oldal függőleges metszetében a torok szélessége kereken kétszer akkora, mint a medence, illetőleg a fúvósík szélessége.

Ezekből az adatokból nyilvánvaló, hogy a Rachette-rendszerű kisolvasztók kitűnően dolgoztak. A fentebb idézett szerzők megállapításai szerint az anyagoszlop simán és egyenletesen süllyedt és az olvasztóhatás gyors és erélyes.

Fröhlich azt is megemlíti, hogy ezek a Rachette-olvasztók olykor 6—7 évig is bírták az üzemet.

További két év elmúltával 1935 októberében a VII. nemzetközi bányászati és kohászati kongresszus kohászati osztályán Párisban tartott előadásomban



2. ábra

hívtam fel a figyelmet a nagyolvasztó túlzott magasságának hátrányaira és bizonyítottam, hogy a kohó magasságának lényeges csökkentése milyen jelentős építési és üzemviteli előnyökkel jár. Itt is hivatkoztam *M. A. Pavlov*-ra [10] és főleg az egykori oroszországi Rachette-olvasztókra [11].

Az olvasztó magassága és jövő szelvénye kialakításával kapcsolatos kutatásokat olyan fontosnak ítéltem, hogy a nemzetközi kongresszus kohászati

osztályának 1935. okt. 24-én tartott ülésén nemzetközi bizottság létesítését javasoltam a kutató és kísérleti munka egységesítése és a költségek együttes viselése érdekében. A kongresszus hivatalos beszámolója erről így emlékezik meg :

»Le professeur *Cotel* fait en allemand un remarquable exposé sur le développement probable du profil des hauts fourneaux. Il termine en souhaitant que les recherches sur les formes de haut fourneau soient à l'avenir en raison des frais qu'elles entraînent.«[12]

Ez a nemzetközi bizottság (egyelőre tíz ország részvételével) 17 év után végre megalakult és erélyesen lát neki a kísérleti munkának.

A nemzetközi bizottság első kísérleti kisolvasztóját *Lüttich* közelében építette és az rövid idő óta üzemben is van, de az eredményről eddig nincsen értesülés. A lüttichi kiskohó vízszintes keresztszelvénye ovális, $1{,}2 \times 3$ m mérettel, teljes belső magassága pedig 6,5 m. A kohó rajza a *2. ábrán* látható. Az üzem oxigénben dús levegő befújtatásával indul s az oxigén dúsítása 50%-ig növelhető. Elsőnek luxemburgi és lotharingiai minettet, szállóport és kovandpörkölléket dolgoznak fel. Tüzelőanyagként félkokszot, sovány szénport és lignitet szándékoznak használni.

A lüttichi kiskohó vízszintes szelvényének ovális alakját nem tekinthetjük szerencsés választásnak, mert az meghaladott álláspont megnyilvánulása. Az ellipszis alakú vagy ovális vízszintes szelvény a nyersvaskohászatban sehol sem vált be. Megpróbálkoztak vele Amerikában és Németországban (Mühlheimben), de mindenütt felhagytak vele [13]. Egészen különös az a megokolás, amelyet a nemzetközi bizottság előzetes tájékoztatója az ovális alakhoz fűz. Azt mondja ez a jelentés, hogy (nyilván a köralakból a hosszúkás négyszöghöz való áttérésre gondolva) azért választották az ovális szelvényt, hogy kipróbálják »vajjon meg fog-e felelni majdan a hosszúkás négyszögű vízszintes szelvény is« [14]. A bizottság, úgy látszik, nem tudott arról, hogy tanácskozásuk idején a Humboldtwerke telepén hosszúkás négyszögű szelvénnyel kitűnő eredménynyel működik egy kisolvasztó és talán még kevésbbé tudott arról, hogy a Rachette-kohókat már 80 évvel ezelőtt ugyanilyen vízszintes szelvénnyel építették és azok igen jól dolgoztak. Egyébként is nyilvánvaló, hogy az anyagoszlop teljesen egyenletes süllyedését csakis a 2 m-nél kisebb átmérőjű körszelvény, vagy a 2 m-nél kisebb szélességű négyszögű szelvény biztosíthatja, mert meddőtér keletkezését csak ez a két szelvénytípus akadályozza meg. A meddőtér peremén az anyagoszlop mindig előresiet, aminek következtében feltétlenül bekövetkezik a szilárd anyagtömeg levonulásának kisebb-nagyobb zavara.

A közös elhatározás alapján felépült lüttichi kiskohó körfala teljes magasságában (a medencefenéktől a torokig) függőleges. Ebből nem lesz baj. Teljes magasságában hengeres kiskohóval legutóbb egy bajorországi vasgyárban is jó tapasztalatokat szereztek, amint azt előre is biztosra lehetett venni [15]. Mégis sokkal jobb és célszerűbb lett volna az egyik függőleges metszetben fel-

felé táguló szelvény, amilyennel legutóbb a Humboldtwerke, régen pedig a Rachette-rendszer kiskohói épültek. A felfelé táguló szelvény jelentékeny előnyei szinte maguktól beszélnek és a következőkben foglalhatók össze :

1. A felszálló gázáram sebességének csökkenése, amivel együttjár a gázelegy fizikai és kémiai energiájának jobb kihasználása.

2. A jobb anyagelőkészítés révén a termelés növekedése és a tüzelőfogyasztás csökkenése.

3. A kohó magasságának lényeges csökkentése annál is inkább, mert a felfelé szélesedő akna köbtartalma kisebb magasság mellett is változatlan maradhat, illetőleg a szélesedés arányában még növekedhet is.

4. A szállópor mennyiségének és a gáztisztítás költségének csökkenése,

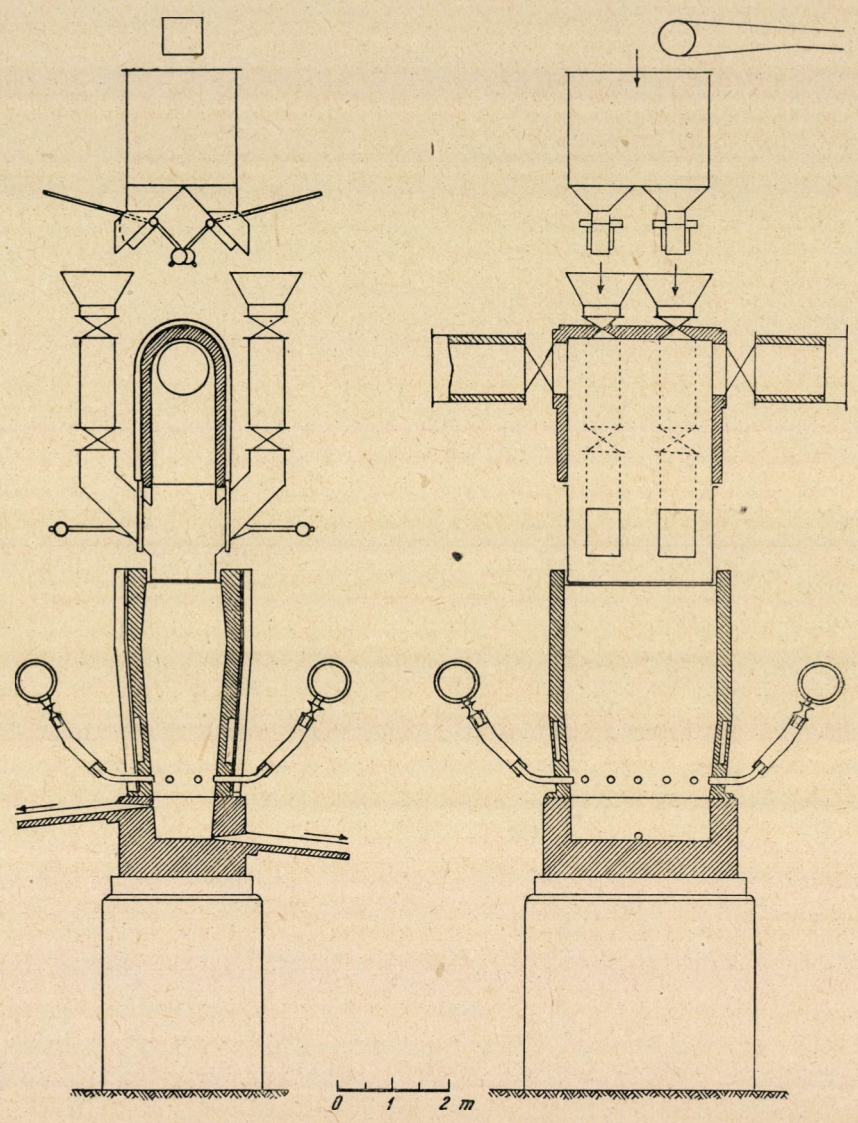
5. Az olvasztó belső ellenállásának kisebbedése és

6. Az építési és üzemi költség csökkenése [4].

Ha visszatekintünk régebbi nemzedékek olvasztóinak szelvényeire, azonnal feltűnik, hogy a múlt század végén és ennek a századnak elején az olvasztó torkát nem szűkítették. Abban az időben a *kohótorok átmérője úgyszólván mindig nagyobb volt, mint a medencéé.* A Dortmunder Union akkori nagyolvasztóinak torok- és medenceátmérői között 1,2 : 1, a donawitzi kohók ugyanezen méretei között pedig 1,6 : 1 volt az arány [16]. Semmi kétség nincs abban a tekintetben, hogy az olvasztó torkának viszonylagos szűkítése és a fentebb felsorolt jelentékeny előnyöknek ezzel együttjáró kényszerű mellőzése csakis azért kezdődött és folytatódott — sajnos — máig is, mert különben az olvasztó méreteinek általános és állandó növekedése folytán a torokzáró és adagoló szerkezetek súlya, költségei és kezelési nehézségei aránytalanul megnövekedtek volna. (Más alkalommal is kifejtettem már, hogy a kohászok építéstechnikai szempontok miatt olykor tudatosan rontották el az olvasztók szelvényét. L. a [4] jegyzetben idézett munkám idevágó részét.)

Felmerül most már a kérdés, hogy *volt-e a kiskohónak őse* a múltban és ha igen, melyik az, illetőleg melyek tekinthetők azoknak? A már eddig elmondottak is kétségtelenné teszik, hogy az alacsonyaknás kiskohónak őse volt általában minden 2 m-nél kisebb átmérőjű, 8—10 m-nél nem magasabb körszelvényű olvasztó. Ebből a fajtából a múlt század végén és a 20. század elején még nagyon sok volt üzemben szerte a világon. Mégis az *igazi és közvetlennek tekinthető ős a 80 évvel ezelőtt Oroszországban használt Rachette-olvasztó volt,* mert csak ennek volt felfelé táguló aknája és hosszúkás négyszögszelvényű vízszintes keresztmetszete. A köln-kalki Humbolt-művek új kiskohójának is azért voltak kitűnő eredményei, mert pontosan átvette az »ős«-nek, a Rachette-kohónak vízszintes és függőleges szelvényét. Sokan azt gondolják, hogy a kiskohónak egyedül csekély magassága a jellemzője, megfeledkezve arról, hogy az olvasztóhatás erélyessége és az anyagoszlop egyenletes mozgásának szempontjából a vízszintes szelvény, illetőleg a medence mérete és alakja legelőnyösebb kiképzésének éppen olyan nagy a jelentősége.

A kiskohókhoz való visszakanyarodásnak, helyesebben azok segítségül hívásának okai nyilvánvalóak. Az igazán jóminőségű vasérc és koksz kezd ritkaságszámba menni és drága is. Pedig a nagyméretű olvasztókban jó eredmény csak ilyen nyersanyagokkal érhető el. Drága és bonyolult dolog a nagyolvasztó, valamint a részükre dolgozó ércelőkészítő művek építése és üzembentartása is. A nagyolvasztó egyenletes járása gyakran van veszélyben és az ilyen veszélyek elhárítása mindig a termelés csökkenésével jár.



3. ábra

Mindezzel ellentétben a kiskohó mindenféle összetételű és halmazállapotú vasércet megemészt. *Alkáliákat és ként tartalmazó ércek kohósítása is nehézség nélkül ment*, ha a salak bázisossága 1,2—1,6 volt. A Humboldt-művek kiskohójának üzeme bizonyítja, hogy még akkor is jó minőségű, kénben igen szegény nyersvasat kaptak, amikor az elegyben háromszor annyi volt a kén, mint a rendes nagyolvasztó elegyében szokott lenni [17].

Tüzelőanyagként is a legkülönbözőbb fajta felhasználható a kiskohóban, főleg ha keverik azokat. A köln-kalki üzemben például 5—23% hamut és 4—35% illórészt tartalmazó szénfajtákkal dolgoztak. *A mészkövet nyers állapotban adagolták.* A köln-kalki kiskohó rajzát a *3. ábrán* találjuk.

Nevezetes és fontos tényező, hogy a kiskohók igen nyugodtan és zavar nélkül működnek és ha mégis előfordul kisebb zavar, úgy az — a nagy olvasztó bajaihoz képest — igen gyorsan megszüntethető [18]. A legújabb, közel egy évig tartó oberhauseni kísérleti kiskohóüzem irányítója idevágóan szószerint a következőket mondja: »*A kiskohó megindításától kezdve olyan egyenletességgel járt, amilyet a nagykohók aligha tudnak elérni*« [19].

Több bizonyíték a kiskohók nagy jelentőségének igazolására aligha szükséges. Ezek is bőven elegendők ahhoz, hogy kijelöljék azt az utat, amelyet a kiskohók diadalmasan fognak befutni. Igen jó szürke és fehér nyersvasat, 44%-os ferromangánt és 12%-os ferroszíliciumot eddig is sikerrel gyártott a kiskohó, mégpedig a *háromnegyedéves üzemnek jóval több, mint félidejében oxigénnel történő dúsítás nélkül* [20]

Arra a kérdésre, vajjon a kiskohók feleslegessé tehetik-e a nagykohókat, a válasz határozottan *nem*. A kiskohó sohasem lesz a nyersvasgyártás egyedüli, hanem csak segítő eszköze, de mint ilyen nélkülözhetetlenné válik. A világnak olyan hallatlanul nagymennyiségű nyersvasra van szüksége, hogy azt nagy termelőegységek nélkül nem lehetne előteremteni. Egy dolog azonban bizonyos; a nagyolvasztó túlzott magasbításának végeszakad. De a nagykohó ezen felül is sokat fog még tanulni a kiskohótól. A kiskohó rendkívül kis fajlagos térfogata, redukáló munkájának, valamint olvasztóhatásának igen nagy sebessége olyan valami, amit — mint a kiskohó alakja kiszabásának közvetlen eredményét — a rendes nagyolvasztók tervezői többé nem hagyhatnak figyelmen kívül.

Még két fontos adat tartozik az eddig mondottak kiegészítéséhez. Mindkettő *H. Schumacher* munkájához, illetőleg előadásához fűzött hozzászólások megállapítása. Az egyik az elegy porércrészesedésének nagyságával függ össze. Megállapították, hogy a *kiskohó ércelegyében a 0—10 mm szemnagyságú porérc részesedése több, mint 50%-ot is elérhet anélkül, hogy zavaroktól kellene tartani.* Ez a tény azt jelenti, hogy a kiskohó az ércelőkészítést (a darabosító eljárást) feleslegessé teheti, illetőleg azt pótolhatja. Meg vagyok róla győződve, hogy a nálunk ma oly sokat emlegetett, drága és körülményes Krupp—Johannsen-féle tüzi előkészítő eljárás is lekerül a napirendről, ha felépítendő kiskohóink üzembe fognak kerülni.

A másik megállapítás *R. Durrer* kohászprofesszor, gerlafingeni vas- és acélgyári vezérigazgató hozzászólásában olvasható és a következőképpen hangzik: »Meggyőződésem, hogy a nyersvas kohászatában az alacsony anyagoszloppal dolgozó rendszeré a jövő.« (Ich bin überzeugt, dass die Zunkunft dem Niederbeschickungs-Verfahren gehört.) Hozzáteszi még, hogy »egészen közömbös, vajjon itt kiskohóról, vagy általában kis anyagoszlopú rendszerről van-e szó [21].

Megjegyzések és irodalom

[1] Az »alacsonyaknás kohó« elnevezésére javasolom a kiskohó nevet. Az »alacsonyaknás kohó« nyilván a német szakirodalomból ered, ahol ezt eddig »Niederschachtofen«-nek nevezték. Ebben az elnevezésben azonban nincsen logika. Ha a kiskohót alacsonyaknásnak nevezzük, akkor a rendes nagyolvasztót »magasaknás«-nak kellene mondanunk. Ezt viszont nálunk régóta nagyolvasztónak, külföldön pedig még régibb idő óta Hochofen-nek, haut-fourneau-nak stb. nevezik. (Egyedül a konzervatív angol maradt meg a »fujtatott« — blast furnace — elnevezés mellett.) Az alacsonyaknás kohót tehát logikusan és helyesen kisolvasztónak vagy még rövidebben *kiskohó*-nak kell mondanunk.

A »Stahl und Eisen« 1953. évi 5. számában (263. l.) a kiskohót az egyik német szerző (éppen a kiskohók németországi referense) helyesen »Niedrigofen«-nek nevezi. A kiskohónak egyébként franciául is bas-fourneau a neve, tehát ebben az elnevezésben is csak az egész kohónak és nem az aknának magasságára történik utalás.

(Szerzőnek ezen helytálló fejtegetésére megjegyezzük, hogy helyesebbnek véljük a »kisolvasztó« elnevezést. Kohó alatt ugyanis nem csak magát az olvasztót, hanem az olvasztás céljára létesült egész telepet értjük. *Szerk.)*

[2] *Cotel E.:* »Über die Höhenabmessung des Hochofens«. Mitt. d. Berg- u. Hüttenmännischen Abt. Sopron. Bd. 3. 1931, S. 23/30.

[3] *W. Feldmann, J. Stoecker, W. Eilender:* »Reduktionsversuche am Hochofen«, Stahl und Eisen 53. évf. 295. old.

[4] *E. Cotel:* »Über die Entwicklung des Hochofenprofils«, Mitteilungen der Berg- u. Hüttenmännischen Abt. Sopron, Bd. 13 (1941) S. 6/7. Ref. Stahl und Eisen *63* (1943) 597/598.

[5] *E. Cotel:* »Considérations sur la hauteur des hauts-fourneaux«, Revue de Métallurgie. 1931. évf. 375—8. old.

[6] *Cotel E.:* »A nyersvasgyártás alapelvei«, 1933. 30—35. old.

[7] *id. Kerpely A.:* Fortschritte der Eisenhüttentechnik im Jahre 1874. A. Felix, Leipzig 1877, 103. old.

[8] *G. Fröhlich:* Rechenschaftsbericht stb. Zeitschr. f. d. Berg-, Hütten- und Salinenwesen. 1874. 196. old.

[9] *A. H. Hiorns:* »Iron and steel manufacture«. London 1902. 3. kiadás 68—70. old.

[10] *M. A. Pavlov:* »Abmessungen von Hochöfen« 1928. Spamer-Verlag Leipzig, 9—10. old.

[11] *Cotel E.:* »Le développement probable du profil des hauts fourneaux«. Revue de Métallurgie 1936. évf. 253—57. old.

[12] Compte rendu, Congrès international des mines et de la métallurgie. Paris, 1936. 329. old.

[13] *B. Osann:* »Lehrbuch der Eisenhüttenkunde« II. kiadás 2. kötet 189. old.

[14] »Revue de Métallurgie« 1952. évf. 741—746. old.

[15] Kohászati Lapok. 1951. évf. 189—190. old.

[16] *A. Ledebur:* »Handbuch der Eisenhüttenkunde« 5. kiadás, 2. kötet 56. és 58. ábrái.

[17] *E. Killing* közlése a »Stahl und Eisen« 1952. évfolyamának 925. stb. oldalain.

[18] *Szeless László:* »Alacsonyaknás kohók«. Kohászati Lapok, 1952. évf. 232. old.

[19] *H. Schumacher:* »Aus dem Niederschachtofen-Betrieb«. Stahl und Eisen 1953. évf. 260. old.

[20] Ezek az adatok is *Schumacher* fentebb idézett munkájából valók.

[21] Stahl und Eisen 1953. évf. 266. old.

Összefoglalás

A nagyolvasztók magasságának állandó növekedése megszünt. Bebizonyult, hogy a túlzott magasság a metallurgiai folyamatok szempontjából is káros, de meg a gyenge szenek, illetőleg ezek kokszai (amelyekre pedig a nagyolvasztók mindjobban rászorulnak) és a finomszemű ércek amúgy sem bírják a nagy kemencemagasságot.

Így terelődött rá a figyelem az egykori jóljáró kisolvasztókra, ezek között is elsősorban az Oroszországban 80 évvel ezelőtt használt Rachette-rendszerű kisolvasztókra, amelyeknek négyszögű vízszintes szelvénye és felfelé táguló profilja volt. Ezek a kisolvasztók igen kedvező eredménnyel dolgoztak és a betétminőséggel szemben is igénytelenek voltak.

A néhány év óta kisolvasztókkal folytatott üzemi kísérletek mind azt bizonyítják, hogy a kisolvasztók a legmegbízhatóbb eszközei a gyenge szenek és finomércek, szállóporok és kovandpörkölékek gazdaságos felhasználásának. Az agglomeráló ércelőkészítést is jórészt feleslegessé fogják tenni.

Befejezésül a szerző a kisolvasztó várható fejlődését fejtegeti.

ELLENŐRZÉS A CSERÉLHETŐ ALKATRÉSZ-GYÁRTÁSBAN. IDOMSZER VAGY MUTATÓS MŰSZER*

Dr. G. BERNDT, egyet. tanár

[MÉRÉSTECHNIKAI INTÉZET, MŰSZAKI FŐISKOLA, DREZDA]

[Beérkezett 1953. márc. 25-én]

A cserélhető alkatrészgyártás megkívánja az alkatrészek olyan készítési módját, hvgy azokból minden további utómegmunkálás nélkül tökéletesen működő műszereket, készülékeket, vagy gépeket lehessen összeállítani.

Ez a feladat könnyen megoldható lenne, ha az előírt méreteket és alakot (valamint az egyes esetekben szükséges egyéb tulajdonságokat) teljes pontossággal be lehetne tartani. Sajnos az emberi tevékenység tökéletlensége miatt ezt a követelményt nem lehet, de szerencsére nem is kell teljesíteni. A tapasztalat ugyanis megmutatta, hogy a felhasználási cél, tehát a tökéletes működés akkor is biztosítva van, ha az egyes alkatrészek méret, alak (és felületi minőség) tekintetében az előírt méretektől, egy bizonyos, esetről-esetre különböző, szigorú követelmények esetében azonban igen szűk értékkel (tűréssel) térnek el. Ezért elégséges, ha a kérdéses munkadarab mérete az előírt méretek és a megengedett eltérésekből adódó legnagyobb és legkisebb tűrési határok között van. Ennek megfelelően (látszólag) elegendő, ha a cserélhető alkatrész gyártásban az ellenőrzés csak a két határ betartására terjed. Ilyen vizsgálatot »*idomszeres ellenőrzésnek*« nevezünk, *ellentétben* a (tényleges) *méréssel*, amellyel azt állapítjuk meg, hogy valamely választott mértékegység (a gépszerkesztésnél többnyire a milliméter) a meghatározandó méretben hányszor van meg. Egy mérés eredménye tehát a mérőszám és a vonatkozó mértékegység szorzata.

A precíziós gépgyártásban a hosszmérés, beosztásos, vagy véghatáros normálhosszmértékek — amely az egységgel, annak hányadrészével, vagy többszörösével egyenlő — összehasonlításával, igen kis eltérések mérése pedig meghatározott spektrumvonalak hullámhosszával, többnyire a célnak megfelelő mérőberendezésekkel történik.

Az idomszeres ellenőrzésnél nincs méret meghatározás a fenti megállapítás szerint, csak azt vizsgálják, hogy teljesül-e az a feltétel, miszerint : alsó határméret $\leq$ előírt méret $\leq$ felsőhatárméret. Ez történhetik tetszés szerint pl. mutatós műszerekkel,** (a szokásos szembenfekvő két pont méréssel) meg-

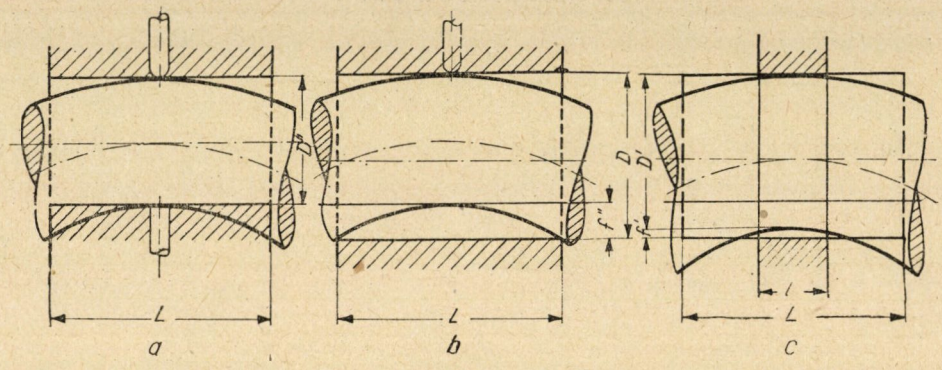
* A Magyar Tudományos Akadémia rendezésében a Méréstechnikai Kongresszuson. Budapesten, 1952. novemberében elhangzott előadás.

** Mutató műszer meghatározására l. : DIN 1319 A méréstechnika alapfogalmai.

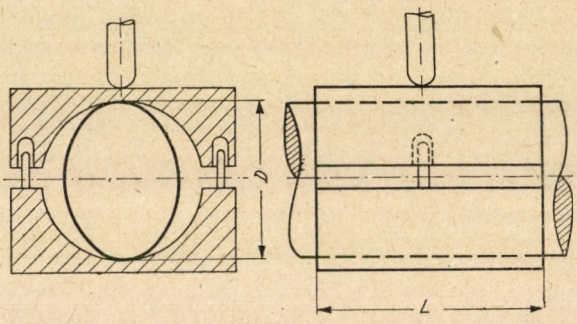
figyelés útján, úgy, hogy a készülék mutatója a két (tűrés)jelzés között marad-e, melyek a megfelelő két mérethatárra vannak beállítva. Ez csak akkor kielégíthető, ha egyszerű méretekről, mint pl. levágott munkadarabok, görgők, vagy hasonlók hosszáról van szó.

Ilyenfajta ellenőrzést célszerűen *»méret ellenőrzésnek«* lehet nevezni.

Két munkadarab párosítási lehetősége, melynek illeszkedő felületei egymást teljesen beburkolják, — mint ahogyan az 1/*a ábra* mutatja, — ezzel nincs



1. ábra



2. ábra

teljesítve. Ha pl. egy tengely edzés közben elgörbül és előírt átmérőjét kétpontérintkezős mutatós műszerrel meghatározzuk, úgy megkapjuk a D'' méretet, azonban ez nem fog tökéletes furatba illeszkedni (csapágyba), melynek mérete *D''* és melynek hossza *L* (1). Hogy a párosítás lehetséges legyen, a csapágy belső átmérőjének legalább *D* méretűnek kell lennie *(1/b ábra)*. Ezért *D*-vel jelöljük a tengely illesztési átmérőjét és ez egyben átmérője a lehetőleg alakhű (az érintkezési felületet hosszában beburkoló) ellendarabnak is, amellyel a kérdéses munkadarab éppen párosítható, vagy illeszthető. Ezért a párosítási lehetőség ellenőrzésére nem egy kétpontérintkezős mutatós műszert kell használni, hanem a mérendő darabot két megközelíthetőleg félbevágott *D* átmérőjű és *L* hosszméretű, homorú félhengerrel kell úgy beburkolni, hogy azt teljesen magába

zárja *(2. ábra)*. A kölcsönös elfordulás, vagy tengelyirányú elcsúszás megakadályozására mindkét munkadarabot alkalmas módon, két vezető csappal biztosítani kell, ami azonban bizonyos súrlódást jelent.

A mérés úgy lenne elvégezhető, hogy a vizsgálandó darab az egyik homorú hengerfélen fekszik. A másik hengerfél pedig egy finommérő műszer mérőcsapjára lenne közvetlenül ráerősítve, ekkor azonban a műszer erősen túl lenne terhelve. Ezért a hengerfeleket lazán, a csapokkal vezetve, a vizsgálandó darabra kell fektetni és radiális elmozdulásukat (egy alapbeállításhoz viszonyítva) egy szokásos tapintócsúcson, mérőműszerrel kell meghatározni.

Görbe tengelyt két párhuzamos L hosszúságú sík között is meg lehet mérni és a vizsgálandó darab forgatása közben keletkező legnagyobb eltérést ily módon meghatározni. Ha az *1/a ábra* szerint fent — tehát a konvex oldalon — felfekvési felületként egy L hosszúságú felületet használunk, úgy ez megadja az előírt méretet ; ha erre a vizsgálandó darabot konkáv oldalával fektetjük *(1/b ábra)*, úgy a mutatós műszer (mérőcsap vonalkázva) a párosíthatóság méretét mutatja. Ez az eljárás nem használható azonban azonos vastagságú keresztmetszetek esetén (l. 4. ábra C, c, sorozat). Egyszerűbb az ellenőrzés, ha azt vizsgáljuk, hogy az ideális ellendarabot megtestesítő gyűrűsidomszert, melynek átmérője D, a tengelycsapokra különösebb nehézség nélkül rá lehet-e húzni. Minden idomszer (és a mutatós műszer tapintófelülete is) feltétlenül L hosszúságú legyen, mert különben egy görbe tengelyre, melynek valóságos átmérője D', a gyűrűs idomszer ráhúzható *(1/c ábra)*. Az ilyen tengelyt, amint az ábrából világosan kitűnik, nem lehetne D átmérőjű és L hosszúságú csapágyba betolni. Ebből következik, hogy a lehetséges alakhibák folytán a tengely felső tűrése betartásának ellenőrzése nem lehetséges kétponton való méréssel, pl. egy finommérő műszerrel, amelynek mérő tapintói a szokásosak, (gömbvégűek élek, vagy kis felületek) hanem legalább az egyik mérőfelületnek, az alsónak L hosszúságúnak kell lennie *(1/b ábra)*. Époly kevéssé használható villás idomszer keskeny mérőfelülettel. Csak olyan mérőeszközök alkalmasak a fent leírt mérendő darabok mérésére, melyeket már ismertettünk. Görbe tengelyek méréséhez olyan villás idomszerek is használhatók, amelyek mérőfelületei L méretűek, s amelyek között a vizsgálandó tárgyat körül kell forgatni. A legegyszerűbb azonban a gyűrűs idomszer. Ezért az USA-ban a tengelyek felső tűréshatárának vizsgálatára (jó-méretoldal) ennek az idomszernek használatát írták elő. Evvel szemben Európában leginkább villás idomszert éspedig viszonylagosan rövid mérőfelülettel (mintegy 1 hossznak megfelelően) használnak. Jóllehet ez az előbb tárgyalt kivitelezésnek ellentmond, mégis általánosságban nem jelentkeznek kifogásolások. Ennek oka nem az előbb tárgyalt meggondolások esetleges hibás voltában keresendő, hanem abban, hogy a tengelyeket, különösen edzés után egyenességre megvizsgálják és szükség esetén utána igazítják, minek folytán a tényleges és a párosíthatósági méret közötti különbség okozta alaki hiba (tengelymetszet irányában) kiküszöbölődik.

Csak az előbb mondottak többnyire tudatalatti feltételezése mellett használhatók az aránylag keskeny mérőfelületű villásidomszerek és mutatós műszerek, csapok és általában belső illesztésű alkatrészek jó oldalának ellenőrzésére.

Hogyan végzik a megengedett alsó tűrési határ, a selejtoldal ellenőrzését? Legyen most *(1/b* és *c ábra) D* egy gyűrűs idomszer átmérője (vagy egy mutatós műszer tapintójának mérőfelülete), amely a megengedett alsó tűrési határral egyenlő; ha ez a tengellyel még éppen párosítható; úgy a gyűrű *L*, illetve l hossza esetén a csap tényleges átmérője *D''*, illetve *D'* lenne és a csap *f''* illetve *f'* mérettel a *D* alsó tűrési határ alatt lenne. A selejtoldalnak ilyenfajta gyűrűs idomszerrel történő ellenőrzése hamis eredményekre vezetne. Mivel a párosító és valóságos méret különbsége csökkenő idomszerhosszal kisebbedik, úgy igen rövid gyűrűs idomszerrel (vagy kényelmesebben: rövid mérőfelületű villás idomszerrel) gyakorlatilag elég pontosan meg lehet mérni a selejtoldalt. Tökéletesen megfelelő lenne kétponton mérő műszer, tehát legegyszerűbb egy ilyenfajta mutatós mérőműszer, vagy keskeny mérőfelületű villás idomszer használata.

Egy görbe tengely jó- és selejtoldal ellenőrzési módszere megtárgyalásából következik, hogy alapjában véve nem a mérőeszköz fajtájáról: idomszerről vagy mutatós műszerről, hanem a mérőfelület alakjáról; két ponton mérő műszerről, vagy lehetőleg teljes beburkolásról van szó. Az egyik a tényleges méret meghatározása, a másik pedig a párosító méret megállapítása végett múlhatatlanul szükséges, ha alakhibás darabok vizsgálatáról van szó. Hogy ezeket egy idomszerben egyesítik, pl. a jó méretoldal mérésére, (gyűrűs idomszer alakjában) vagy kölcsönös helyzetüket határozzák meg (eltolás), tehát, hogy idomszert vagy mutatós műszert használnak, azt csak a nagyobbfokú megbízhatóság, valamint a gazdaságosság szempontja dönti el.

Az itt tárgyalt viszonyok tekintetében: az idomszer és mutatós műszer csoportja helyett, szakszerűbb beosztás a következő: kétpontmérős mérőműszer (tényleges méretet mérő műszer) a tényleges méret meghatározására, valamint a selejtoldal ellenőrzésére; és mérőeszközök ellendarab alakjában (párosító mérőműszerek) a párosító méret megállapítására, valamint a jóméret oldal ellenőrzésére.

A párosító- és a tényleges méret meghatározásának kivitelezésnél bizonyos korlátozásokat kell alkalmazni; azok csak olyan vizsgálandó darabokra érvényesek, melyek a mérőerő hatása alatt a mérési eredményt befolyásoló alakváltozást nem szenvednek. Nem alkalmas tehát pl. vékonyfalú csövek külső átmérőjének mérésére.

Ezt csak gyűrűs idomszerrel lehet a jóméret oldalon eszközölni, de a selejtoldal ellenőrzésére is csak az alkalmas, mert a vékonyfalú munkadarab az idomszer alakjához simul és ezzel a hengeres alak feltétele teljesedik és ennek következménye az, hogy a párosíthatósági méret a tényleges átmérővel azonos lesz.

A cserélhető alkatrészek ellenőrzésének ezen alaptételeit *Taylor* állapította meg először 1905-ben a 6900. sz. angol szabadalmi leírásban (vagyis olyan helyen, ahol senki sem keresné, ami ezért csak kevéssé ismert). Az időközbeni haladás következtében *Taylor* alaptételét a következőképen lehet megfogalmazni: a jóméret oldalon az összes meghatározó méretek (mint pl. egy geometriai hengertől kereszt- és hosszmetszetében különböző méretekben eltérő munkadarab) összességét egyszerre kell vizsgálni. Ez annyit jelent, hogy meg kell állapítani a párosíthatóságot (működési- vagy gyűjtővizsgálat). A selejtoldalon ezzel szemben az egymástól független meghatározó méreteket egyenként kell ellenőrizni (tényleges méretre). Nem elég tehát a munkadarabot a selejt- villás mérőidomszerrel csak egy átmérőjén megmérni, hanem annak hosszában, több különböző helyen és kerületének különböző pontjain kell a mérést elvégezni.

A tengelyekre felállított bevezető követelmény: alsótűrés méret $\leq$ valóságos méret $\leq$ felsőtűrés méret, tehát a következőképen változik: tényleges méret $\geq$ alsótűrés méret *és ezenkívül* párosító méret $\leq$ felsőtűrés méret. Ilyenfajta ellenőrzést, ellentétben az előzőekben választott ellenőrzési módszerrel *határ-*, vagy *illesztés-ellenőrzésnek* nevezik. Ha az alaki hiba olyan csekély, hogy gyakorlatilag nincs befolyása, úgy a párosító- és valóságos méret egybeesik és akkor az ellenőrzés valóságos méret mérőeszközzel eszközölhető. Ezt válogatásnál különösen figyelembe kell venni, ha pl. aránylag durva eltérésekkel készülő munkadarabokat egyes, egymáshoz csatlakozó csoportokba kell sorolni, szűk tűrések betartásával. Szigorúan véve, minden alkalommal a jóméret oldalt párosító mérőeszközzel, hengeres felületnél legtöbbnyire minden csoport felsőtűrés határú gyűrűs idomszerével, a selejtoldalt egy valóságos méret-mérőeszközzel kell megmérni. Tengelynél a mindenkori alsótűrési határnak megfelelő villás idomszert kell használni, keskeny mérőfelületekkel, vagy pedig kétpontos mérőkészüléket. Más szavakkal: *valamely (elsősorban automatikus) válogatás, valóságos-méretmérő eszközökkel csak lépcsőkben lehetséges, melyek határai olyan tágak, hogy a vizsgálandó darab alakhibái többé nem jönnek számításba.**

Valamennyi feltevés értelemszerűen fúratok ellenőrzésére is alkalmazható; szigorúan véve a jóméret oldal mérőszközéül gyakorlatilag csak hengeres idomszert szabad használni (mutatós mérőműszer fél hengeres szegmensekkel elméletileg helyesebb ugyan, de gyakorlati használatra kevésbbé alkalmas). A selejtoldal mérésére gömbfelületű végmérő,** vagy egy mutatós (valamely belső finommérő) kétpontmérő műszer jöhet szóba (amennyiben a vizsgálandó darab alaktartó). Mégegyszer hangsúlyozni kell, hogy *Taylor* alaptétele csak olyan munkadarabokra érvényes, amelyek egymással párosítva egymást teljesen beburkolják, tehát nem vonatkozik fogaskerekekre (sem pedig belső-

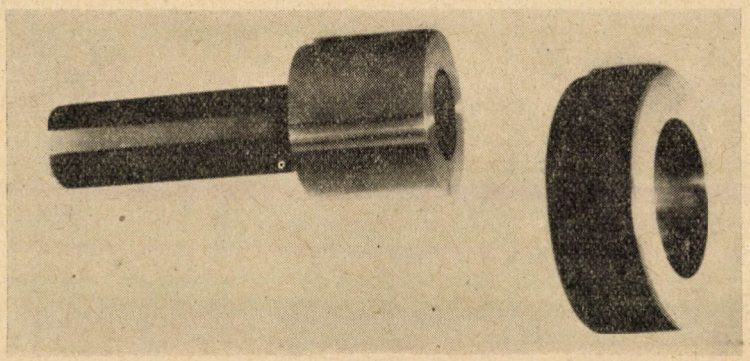
* Ez a felismerés sajnos csak lassan terjedt el és csak a legutóbbi időben tesz említést a gyártóipar válogató eszközökről szóló katalógusaiban.

** Gömbfelületű végmérők és villás idomszerek keskeny mérőfelülettel a valóságosméret mérők fogalmi körébe tartoznak, de nem adják a számszerű méretet, hanem csak a valóságosméret ellenőrzésére alkalmasak.

fogazású fogaskerekekre), mert huzamosan nem tartják meg kölcsönös helyzetüket, hanem egymáson gördülnek. Ezeknél kinematikai problémákról van szó, amelyek eltérőek a tengelyek, csapágyak, vagy csavarok és anyákra vonatkozó követelményektől.

Nagyon érdekes, hogy ezt a jelen évszázad elejéről származó alaptételt már *Whitworth* (1845) — talán önkéntelenül — a cserélhető alkatrészgyártás kezdeténél felhasználta. Ő csak úgynevezett normál gyűrűsidomszert és hengert használt *(3. ábra)*. Ezzel csak a párosítási lehetőséget vizsgálta, míg a selejtoldalt nem ellenőrizte. Ebben a vonatkozásban Whitworth-tal szemben az elmult 100 év alatt haladást értünk el.

A selejtoldal ellenőrzésével az eddigiek szerint látszólag csak azt kellett megállapítani, hogy a tengely nem túl gyenge és a szükséges forgatónyomatékot



3. ábra

átvinni képes-e ; ez azonban nem az egyetlen és nem is a legfontosabb feladat. Az *1/b. ábrából* könnyen levezethető, hogy a párosító és tényleges méret közötti f'' különbség az alábbi egyenletből határozható meg :

$$f'' = R - R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

ahol R a tengely görbületének félátmérőjét jelenti. Ha — mint a gyakorlatban leginkább — R L-nél nagyobb, úgy az egyenlet a következő alakban írható :*

$$f'' = \frac{L^2}{8R}$$

Ebből, vagy egy megfelelő rajzból látható, hogy f'' annál nagyobb, minél hosszabb a csap felfekvése (f'' L^2-tel arányban nő), valamint minél kisebb R, azaz minél élesebb a görbület. Hogy tehát igen nagy görbületű tengely az idomoldalra vonatkozik, az ábrázolás kereszt- és tengelymetszetű. Ha a munkadarab,

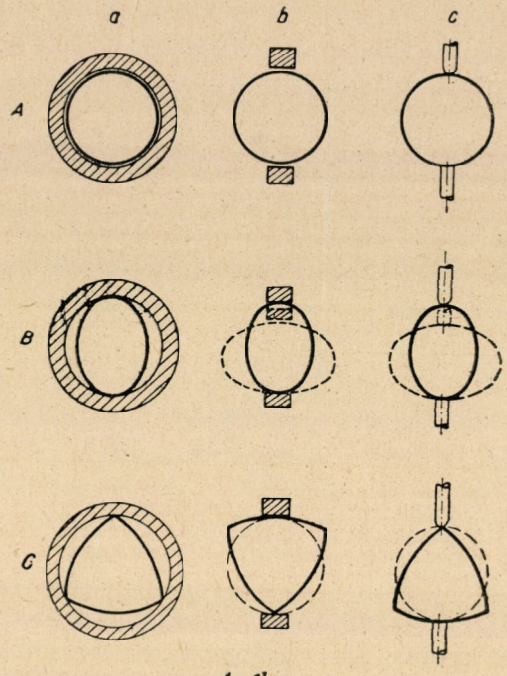
* Ha L = 50 mm és a tengely görbületének félátmérője R = 100 m, a különbözet $F'' \approx 3$ μ.

szer jóméret oldalával párosítható legyen, a valóságos átmérőnek igen nagy mértékben kell megkisebbednie, olyannyira, hogy bizonyos görbületnél már a selejtmérő is keresztül húzható legyen azon. Ezért a selejtoldal ellenőrzése nemcsak az alsó tűréshatárt, hanem egyúttal az alaki tökéletlenség nagyságát is korlátozza.

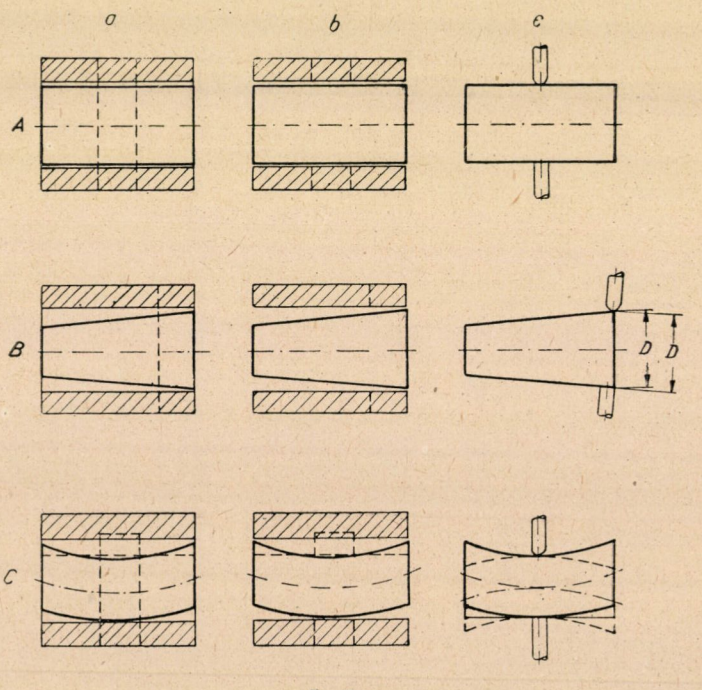
Az előző fejtegetések szerint az alakhibák legkedvezőtlenebb esetben az alsó és felső méret határ közötti különbséget, azaz az egész tűrést felemészthetik. Tehát az idomszeres ellenőrzés semmit sem mond a tényleges alaki eltérésekről, azzal az egyetlen kivétellel, hogy az alaki hiba nem lehet nagyobb, mint amilyent a tűrési méret megenged. Hacsak kisméretű alaki eltérés engedhető meg, úgy a (párosító és méretellenőrző) méréseket még az alaki eltérésre kiterjedő ellenőrzéssel is ki kell egészíteni, mely általában egy mutatós, valóságos méretellenőrző műszerrel hajtható végre. Ha azonban az alaki eltérés a tűrést kihasználhatja, akkor az idomszerek használata a célnak megfelelő és elesik az az ellenvetés, hogy idomszerrel az alaki hiba nem ismerhető fel. Fentiekből látható, hogy az a kérdés : »mérőidomszer, vagy mutatós műszer?« nem egyértelmű, hanem esetről-esetre kell eldönteni. A legfontosabb arra ügyelni, hogy a jóméret oldal (párosító méret), vagy a selejtoldal (előírt méret) ellenőrzéséről van-e szó és eszerint kell az idomszer vagy mutatós mérőműszer alakját megváltoztatni.

A cserélhető alkatrészgyártás ellenőrzésének kérdésében alapvető jelentőségű, hogy például egy görbült tengelyt még más alakváltozás szempontjából is ellenőrizni kell. A *4—7. ábrák a, b, c* függőleges sorai gyűrűs idomszerrel, villás idomszerrel és pont, illetve rövid élű tapintóval, tehát gyakorlatilag kétponton mérő műszerrel történő ellenőrzési módot mutatnak. Első példának egy párosító méret megállapító mérőeszköz való, azért, mert a tényleges méretet megállapító mutatós műszerrel szemben, — mint az előzőekből kitűnik — jóval előnyösebben használható. A harmadik oszlopban (*c.* ábrák) a tényleges méret megállapítására alkalmas (kétponton mérő) műszeres mérés van feltüntetve minthogy a tényleges méret megállapítására különben épp olyan megfelelő keskeny mérőfelületű villás idomszert csak ritkán szokták használni. A szokásos mérőfelületű (vagy még szélesebb) villás idomszerrel történő mérést a *b.* ábrák tüntetik fel. Ezeket Európában jelentős mértékben használják úgy a jóméret-, mint a selejtoldal ellenőrzésére éspedig keskenyebb mérőszélességgel, mint a mérendő csap L hossza (*1/a—c.* ábrák). Ezek az idomszerek sem a párosító, sem az előírt méretet nem testesítik meg. Jelentse a következőkben : a gyűrűs idomszer és a mutatós mérőműszer elnevezés, valamely párosító, illetve tényleges méret megállapítására alkalmas mérőeszköz fajtáját. Villás mérőidomszereknél, ha külön megjegyzés nincs, a mérőfelületek a szokásos szélességűek.

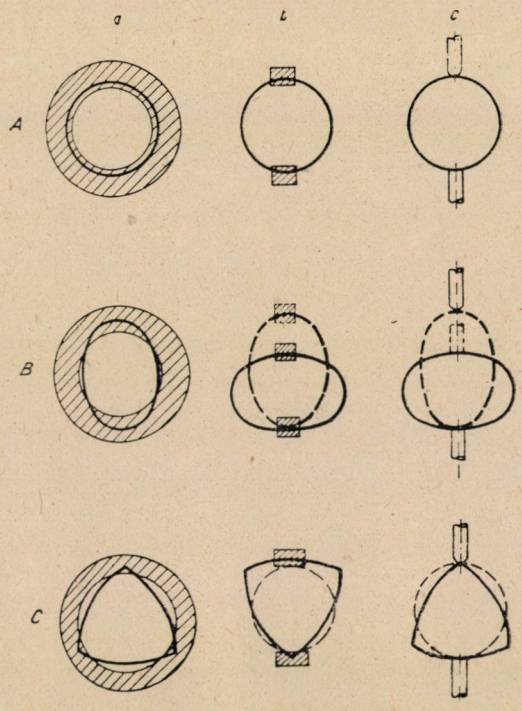
Mint vizsgálandó tárgyak, a vízszintes *A—C* sorokban eszményi-, hengeres, elliptikus, továbbá kúpos és egyenlő vastagságú és görbült alakzatok vannak. A *4.* és *5. ábrák*ban a vizsgálat a jóméret oldalra, a *6.* és *7. ábrákon* a selejt-



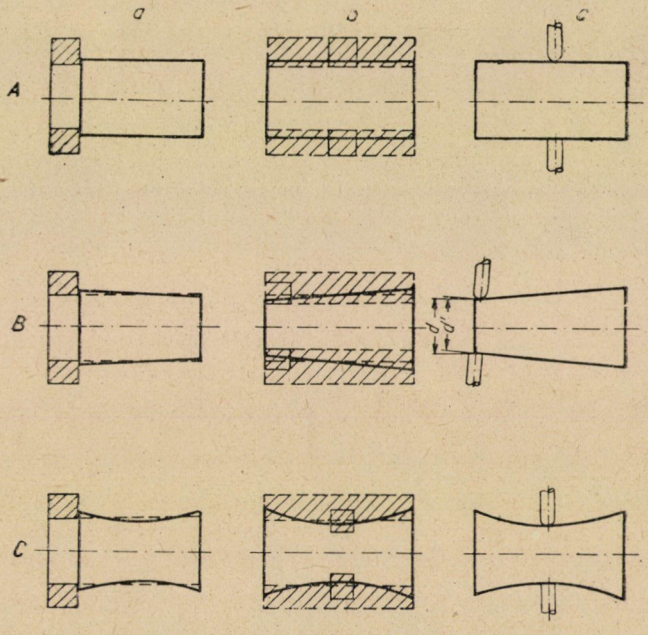
4. ábra



5. ábra



6. ábra



7. ábra

mint a *4. ábrán*, köralakú *(A)* és azon gyűrűs, (*A*, *a*) illetve villás idomszer (*A*, *b*) keresztülhúzható, vagy a mutatós műszerrel végzett ellenőrzés szerint (*A*, *c*) a valóságos méret = felsőtűrés határ, úgy az illeszthetőség biztosítva van, mert ez esetben a párosító méret a tényleges mérettel azonos.

Ha elliptikus keresztmetszeten (*B*) a gyűrűs idomszer kényszer nélkül keresztülhúzható (*B*, *a*), úgy a vizsgálandó tárgy egy pontja sem lépi túl a megengedett legnagyobb kerületet. Villás idomszerrel (*B*, *b*) a kistengely irányában végzett ellenőrző vizsgálat (vonalkázottan jelölve) nem kielégítő, mert a nagytengely hosszabb lehet, mint a megengedett felsőtűrés határa. Kielégítő ellenőrzés céljából a vizsgálandó tárgyat tehát a villás idomszerben el kell forgatni. Ugyanez szükséges mutatós műszer használatakor (*B*, *c*).

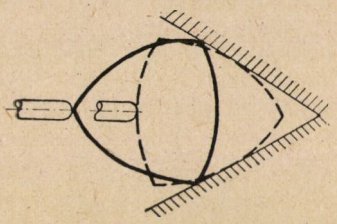
Különös figyelemmel kell eljárni egyenlő vastagságú tárgy esetén, amely gyakorlatilag egyenlőtlenül elosztott tömegek forgásánál (pl. forgattyústengelyek), vagy csúcsnélküli köszörülésnél keletkezik, ha a vezető sínek nem megfelelő magasságban vannak. Erre példák a *C* sorozatban bemutatott ábrák, de alapos magyarázatra van szükség. A legegyszerűbb alak az ív-háromszög, mely úgy keletkezik, ha az egyenlőoldalú háromszög csúcsaiból a háromszög oldalait körívvel metsszük. A gyűrűs idomszerrel való párosítás lehetősége (*C*, *a*) mutatja, hogy a vizsgálandó tárgy egyetlen pontja sem haladja meg a megengedett felsőtűrés határát. Túllépi azonban villás idomszerrel, vagy mutatós műszerrel történő mérés esetében (*C*, *b* és *C*); (a megengedett felsőtűrés köre vonalkázottan jelezve).

Az *5. ábrán* a munkadarab hosszmetszetében pontos henger (*A* sor), amikoris a párosíthatóság vizsgálata mind gyűrűs, (*A*, *a*), mind villás idomszerrel (*A*, *b*) és mutatós műszerrel (*A*, *c*) elvégezhető. Ilyenkor közömbös, hogy milyen vastag a gyűrű, vagy milyen szélesek a villás idomszer mérőfelületei (kisebb vastagságú, illetve keskenyebb mérőfelületű idomszerek, mint a csap hossza, az *A*, *a* és *A*, *b* ábrákon vonalkázottan vannak jelezve).

Kúpos alakok vizsgálata (*B* sor) gyűrűs (*B*, *a*), vagy villás idomszer (*B*, *b*) használatakor is feltétlenül biztos és ugyancsak független azok vastagságától, vagy szélességétől, ha az ellenőrzés az egész hosszon történik. Tapintós mérőműszerrel történő vizsgálat (*B*, *c*) a vizsgálandó darabnak nem a legnagyobb *D* átmérőjét mutatja ki, hanem a tapintó felület és tapintó csúcs merőleges távolságának *D'* méretét. A gyakorlatban előforduló csekélyebb mértékű kúposságból eredő hibák másodrendűek (l. a függeléket) és ezért elhanyagolhatóak. (Metrikus vagy Morse-kúpokra ez nem vonatkozik.)

Görbült tengelyekre érvényesek (*C* sorozat) az előbbiekben tárgyalt lehetőségek; ellenőrzés gyűrűs (*C*, *a* ábra), vagy villás idomszerrel (*C*, *b* ábra). Ha vastagságuk, illetve szélességük egyezik a mérendő csap hosszával, a párosíthatóság biztosított, míg ha a vastagságuk, vagy szélességük kisebb a csap hosszánál, úgy nem. A mutatós műszerrel történő vizsgálat épp úgy csődöt mond, hacsak a vizsgálandó tárgyat nem a már leírt módon kellő hosszon felfektetve és forgatva vizsgáljuk és a legnagyobb kitérés helyét megkeressük.

A selejtoldal ellenőrzésére a következők érvényesek : *(6. és 7. ábra)* ha a munkadarab kör-keresztmetszetű *(6. ábra A* sor), átmérője akkor nem lépi túl a megengedett alsó tűrési határt, ha a gyűrűs (*A*, *a*), vagy villás idomszer (*A*, *b*) arra rá nem húzható és a mutatós (*A*, *c*) műszer jelezte érték ezt a határt sehol el nem éri. De gyűrűs idomszerre már érvénytelen ez, ha a keresztmetszet elliptikus (*B*, *a*). A nagytengely megakadályozza a gyűrűs idomszer felhúzását, ugyanakkor a kistengely mérete az alsótűrés határa alatt lehet. Villás idomszer használatakor (*B*, *b*) megint elégtelen az egy vonalon történő mérés a nagytengely mentén (vonalkázottan jelezve) ; a kistengely irányában is kell minden esetre mérést eszközölni, tehát a vizsgálandó darabot az idomszerhez viszonylag el kell fordítani. Ugyanez érvényes a tapintós műszerre is (*B*, *c*). Az egyenlő



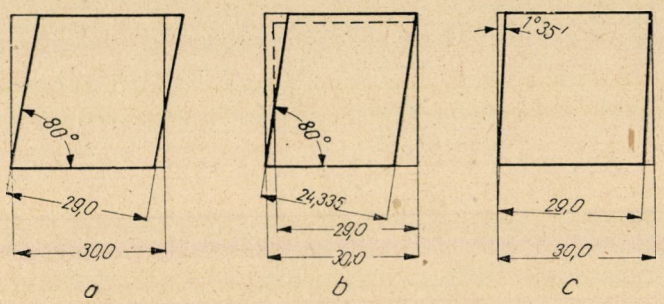
8. ábra

átmérőjű alakzatnál (*C* sor) csődöt mond úgy a gyűrűs (*C*, *a*), mint a villás (*C*, *b*) idomszer, valamint a tapintós mérőműszer is, az előzőekben leírt mérőfelülettel (*C*, *c*), mert a munkadarab egyes részei a megengedett alsótűrés határát jelző szaggatott körön belül vannak.

Ha a munkadarab hosszmetszetét párhuzamos egyenesek határolják *(7. ábra, A* sorozat) és a gyűrűs idomszer (*A*, *a*), vagy a villás idomszer (*A*, *b*) nem megy rá; vagy a tapintós műszer adata szerint (*A*, *c*) a méret nagyobb, mint a megengedett alsótűrés határa, úgy a selejtoldal tűrésen belül van. Kúposalak esetén (*B* sor) a gyűrűs idomszer nem megfelelő (*B*, *a*) ha a munkadarab csak a vastagabb oldalon hozzáférhető. Ugyanez érvényes a villás idomszerre is (*B*, *b*). Ha a vékonyabb oldalon mérhetünk, a mérőfelületek lehetőleg rövidek legyenek, mert ha hosszabbak (*B*, *b* ábrán vonalkázottan jelölve), akkor a vastagabb részre nem mennek rá, viszont a kisátmérő a megengedett alsótűrési határ alatt lehet, anélkül, hogy az biztosan észlelhető volna. A mutatós műszer (*B*, *c*) nem a legkisebb átmérőt fogja érzékelni, hanem ismét az alkotó egy pontjára merőleges *d'* értékét. Ilyenkor a mutatkozó mérethiba csak akkor elhanyagolható, ha lehetséges a munkadarabot úgy felfektetni, hogy a felső mérőcsap közvetlenül a legkisebb átmérőn nyugodjék (l. a függeléket). Kettős harangalakú testeknél (*C* sorozat) a gyűrűs idomszer egyáltalában nem alkalmas

(*C*, *a*), sem a villás idomszer széles mérőfelületekkel (*C*, *b* vonalkázottan jelezve). Ugyanakkor egy villás idomszer keskeny mérőfelülettel gyakorlatilag megfelelő és a tapintós műszer (*C*, *c*) a tényleges legkisebb valóságos átmérőt adja.

Összefoglalva az eddigieket, *Taylor* alaptételéből ismét adódnak az alábbi követelmények: a jóméret oldal ellenőrzésére egy párosító mérőműszer, leginkább gyűrűs idomszer alakjában, a csapméret hosszával egyező vastagságban kifogástalan. Villás mérőidomszer, megfelelő széles felülettel, ugyancsak megfelel — kivéve az egyenlő vastag keresztmetszetet — ha a mérés több helyen történik, ha tehát a vizsgálandó darab viszonylag elfordítható, ami nem mindenkor hajtható végre. Ugyanez érvényes a mutatós műszerrel történő mérésre is, amikor is az elforgatásnak egy, a csapágy hosszával egyező hosszúságú felfekvő felületen kell történnie. A két utolsó, villás idomszer és mutatós műszer



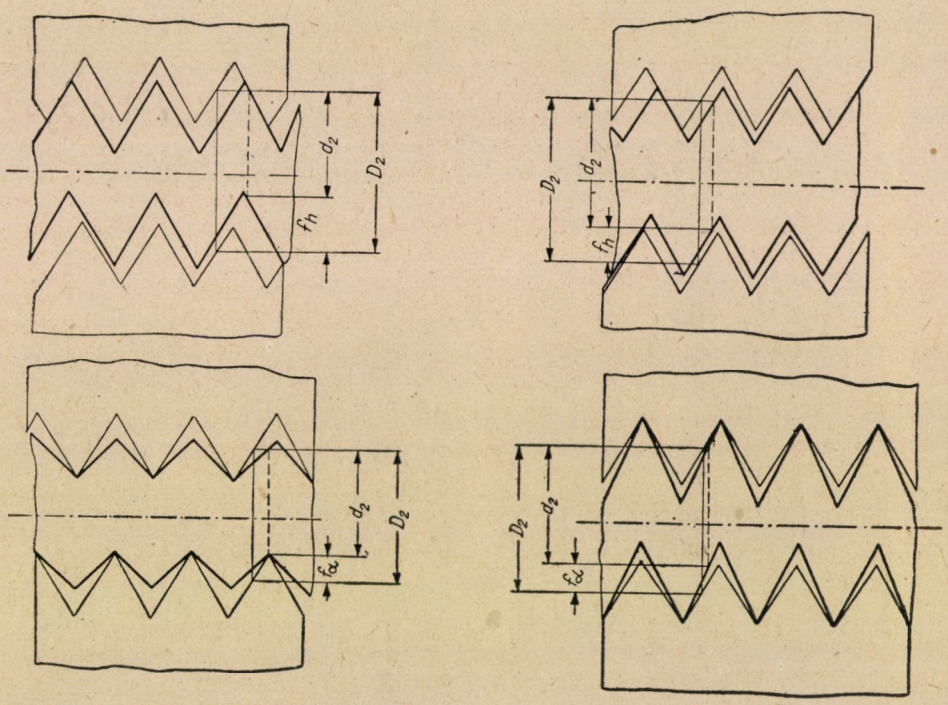
9. ábra

(a korábban megállapított értelmezéssel: kétpontos méréssel) csődöt mondanak egyenlő vastagságú keresztmetszetek esetén. Ezzel szemben a selejtoldal vizsgálatára — ha gyakorlatilag elő nem forduló tökéletes alakzatú munkadarabra nem vagyunk tekintettel — a gyűrűs idomszer alkalmatlan. A villás idomszer keskeny mérőfelületekkel és a tapintós műszer kifogástalanul használható, kivéve az egyenlő vastag keresztmetszeteket és ha nem alaktartó testekről van szó. Ha egyenlő vastag keresztmetszetű alakzattal van dolgunk, akkor előzetes vizsgálatra van szükség, melyet a legjobban úgy lehet elvégezni, hogy a munkadarabot egy *V* alakú horonyba fektetve elforgatjuk. A mérést mutatós műszerrel, lehetséges legkisebb felületű mérőcsappal, tehát hárompontos, helyesebben: háromvonalas méréssel végezzük *(8. ábra)*. A hornyok szögének nagysága közömbös. A kitérés a vizsgálandó darab szélső helyzeteiben (az egyik ív szimmetrikus a *V* horonyra, a másik kettő pedig érintőleges) annál nagyobb, minél hegyesebb a horony szöge.

Ismételten leszögezendő, hogy Taylor alaptétele mind azon munkadarabokra érvényes, amelyek egy másikkal párosítva, illesztési felületükön egymást teljesen körülzárják. Ennek kihatása négyszögű idom esetében (3), a *9. ábrából* látható. Hogy az itt kelekező viszonyokat jól lehessen érzékelni, legyen a tűrés lehetőleg nagy, mégpedig 1 mm. A megengedett felső- és alsótűrési határ 30,

illetve 29 mm. Legyen a két vízszintes és egymással párhuzamos felületek távolsága 30, és a két másik ugyancsak párhuzamos felületek távolsága 29 mm, vagy éppen az előírt határon legyenek. Feltételezzük, hogy alaki eltérés következtében a felületpárok nem derékszögben állanak egymáson, hanem 80° szöget zárnak be.

Ha az ellenőrzést egy 30, illetve 29 mm-es villás határmérővel, vagy tényleges méretet megállapító mérőműszerrel végezzük, akkor a négyszöget alakhűnek találjuk. Azonban egy 30 mm-es négyszög nyílású kulcs semmiképp sem lesz ráhúzható, mint ahogyan azt a *9a ábra* mutatja.



10. ábra

Ha a *9b ábrán* feltüntetett, nem derékszögű négyszöget egy négyszög nyílású idomszerrel, vagy alsótűrési határú párosító mérőeszközzel vizsgáljuk, úgy az nem menne reá, (a 29 mm hosszú négyszög oldalai a *9b ábrán* vonalkázottan jelölve). A két vízszintes sík távolsága ugyanis egymástól 30 mm, míg a két másik csak (80° szöget feltételezve) 24,375 mm-re van egymástól; (1. függelék) tehát az előírt 29 mm alsótűrési határt jóval túllépi. Ebből ismét megállapítható, hogy a vizsgálat a selejtoldalon párosító mérővel, pl. négyszög idomszerrel (mely gyűrűs idomszernek megfelelő) nem megengedhető. Az egymással párhuzamos felületek távolságát egyenként, tényleges méretet mérő műszerrel, pl. 29 mm-es villás idomszerrel kell megmérni. Mint ahogyan felté-

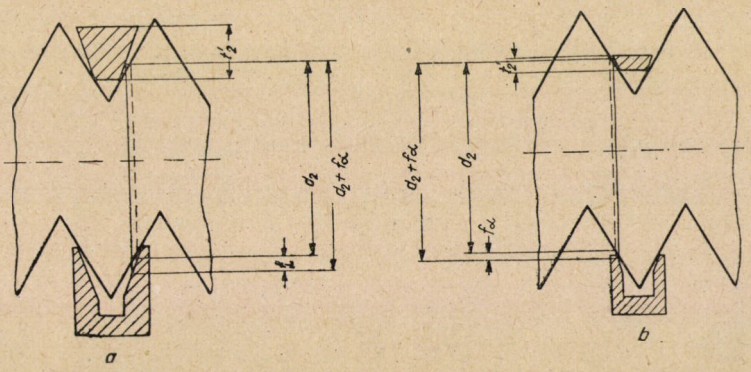
teleztük a párhuzamos oldalak mérésekor a mérőfelület szélessége közömbös, de a párhuzamosságtól bizonyos eltéréssel mindig számolni kell. Az eltérést úgy kell korlátozni, hogy ebből semmiféle figyelembe vehető mérési hiba ne keletkezhessék.

Ha a jóméret oldal ellenőrzése 30 mm-es párosító mérőműszerrel (pl. négyszögnyílású idomszerrel) és a selejtoldalé 29 mm-es tényleges méretet megállapító mérővel történik (gyakorlatilag megfelelő lenne az előzőekben meghatározott villás mérőidomszer), akkor a *9b ábra* szerint 1°53′ nagyságú eltérés a derékszögtől lehetséges (l. függeléket) és a tűzőkulcs még felrakható ilyenkor az alsótűrési határt még nem léptük túl. Ezért a szögdőlést tovább vizsgálni nem kell, a legnagyobb lehetséges hiba, a végzett ellenőrzés során magától adódik. Ha azonban ez a lehetséges szöghiba sem megengedett, akkor annak nagyságát a rendelésnél elő kell írni. A szögek ellenőrzését, legegyszerűbben szögmérővel lehet ellenőrizni. Lehetséges még szöghatármérő alkalmazása is, melynek két szöge a megengedhető felső és alsótűrési határmérettel készült. A vizsgálandó darabot ezekbe illesztve, a látható rés az előbbi esetben a szög csúcsa felé, az utóbbi esetben a csúcstól elfelé szűkül, ha a vizsgálandó szerszám a határ szögmérő alkotta határok közé esik. (Itt méretellenőrzésről van szó.)

Ugyanazok a hibák, melyek tengelyeknél mutatkoznak, menetorsóknál is lehetségesek. Fontosabb azonban a görbeségnél, vagy az egyenlő vastagságú alakzatnál, a menetemelkedés és a fél menetprofil-szög eltérése az előírt értéktől. (A fél menetprofil-szög az a szög, melyet a menetprofil az orsó tengelyére húzott merőlegessel bezár.) (L. függelék 4. p.) Miként a *10. ábra* szemlélteti, az anyához képest nagy vagy kis orsómenetemelkedés; (h), illetve nagy, vagy kis fél profilszög ($\alpha/2$) az orsó (d_2) középátmérőjének kisebbedésével jár, a vele illeszkedő anya (D_2) középátmérőjéhez képest, amelynek h, illetve $\alpha/2$ értékei pontosak. A menetközépátmérő D_2, ismét a párosító átmérőt jelenti és a D_2—d_2 különbözet, mely a párosító és tényleges átmérőméret különbségéből adódik, matematikai összefüggésben van a menetemelkedés, illetve a menetprofil szögének eltérésével (l. a függeléket). Az eddig elmondottak alapján magától értetődik, hogy a menetorsó jóméret oldalának ellenőrzése párosításra, szigorúan véve csak párosító mérőeszközzel; ez esetben gyűrűs menetidomszerrel eszközölhető. Ennek szélessége azonos legyen az anya magasságával, vagyis a becsavarási hosszal. Két, megfelelően vezetett, megközelítően félgyűrűs mérőidomszer alkalmazása ellen, amelyek radiális elmozdulása egy tényleges méret mérő műszerrel mérhető, ugyanazok a meggondolások szólnak, mint a *2. ábrában* látható tengelyekre vonatkozó kivitelnél. Ugyanolyan elővigyázati mértékszabályok alkalmazásával, mint körillesztéseknél, a gyűrűs menetidomszert villás idomszerrel helyettesíteni lehet, melynek megfelelően kiképzett görgői vannak.

A selejtoldal mérésére a gyűrűs menetidomszer (általában menetpárosítómérő) éppannyira nem alkalmas, mint a sima gyűrűs idomszer tengelyek ellen-

őrzésére. Nem tekintve vékonyfalú munkadarabokat, ahol a jóméret oldal ellenőrzésére sem használható a villás menetmérő idomszer. Hogy a középmenetátmérő alsótűrési határát — és csak erre szorítkozunk — mikép kell ellenőrizni, annak magyarázatát a *11. ábra* adja. Ez a sok más célra — sajnos az átvétel céljára is — még használt menetmérő mikrométert mutatja be, mely a kúposvégű mérő menetorsóból és a hossztengely körül elforgatható ellendarabból áll. Ha a két egymásba illő tapintó elemet, vagyis a kúpot és ellendarabot — melyek profilszögét a könnyebb érthetőség végett egyenlőnek te-



11. ábra

kintjük, — a könnyebb kezelhetőség végett csak addig távolítjuk egymástól, amíg az ellendarab menetfogra, a kúp pedig a szemben fekvő menethézagba fekszik, akkor az eltávolodás mértéke a mérendő menetorsó d_2 tényleges középátmérőjénél f_α értékkel vagy azzal az értékkel nagyobb, amely a tapintó elemek és a vizsgált darab szögkülönbségének kiegyenlítéséhez kell. Figyelmen kívül maradt még, hogy a menetfelület térbeli görbültsége miatt a tapintó elemek a menetet a tengelymetszet síkjában nem érinthetik. Ez a mérés tehát nem adja a közepes menetátmérő tényleges méretét, mert a mérési eredményben még az előbb említett kiegyenlítő érték is benne van. Nem adja a párosító középmenetátmérőt sem, mert a menetemelkedési hiba kiegyenlítése a becsavarási hosszon hiányzik. Mivel azonban a mérés fél menethosszon történik, gyakorlatilag ennek nincs befolyása. Ugyanez érvényes természetesen a határmérő villás idomszerre is, mely mérőkúppal és ellendarabbal van felszerelve. Itt ismét látható, hogy nem a műszerfajta lényeges (idomszer vagy tapintós műszer), hanem az, hogy milyen mérőelemei vannak a mérőeszköznek.

Tehát a menetmikrométerrel történő mérés egy, a tényleges és a párosító menetközépátmérő közötti méretet ad. Ezért csak a gyártásban használandó a párosító méret, tehát a jóméret oldal ellenőrzésére, feltéve, hogy a menetemelkedés eltérése elhanyagolhatóan kicsi. Mivel már kezdettől fogva nem az orsó tényleges középátmérőjét mérték, hanem inkább arra ügyeltek, hogy az orsók a megfelelő anyába válogatás nélkül becsavarhatók legyenek, nem vették

észre, hogy a szöghiba miatt túl nagyot mértek és az orsó középátmérőjét az önkéntelenül együttmért szög és emelkedési hiba miatt — a megengedett felsőhatár alatt kellett tartani.

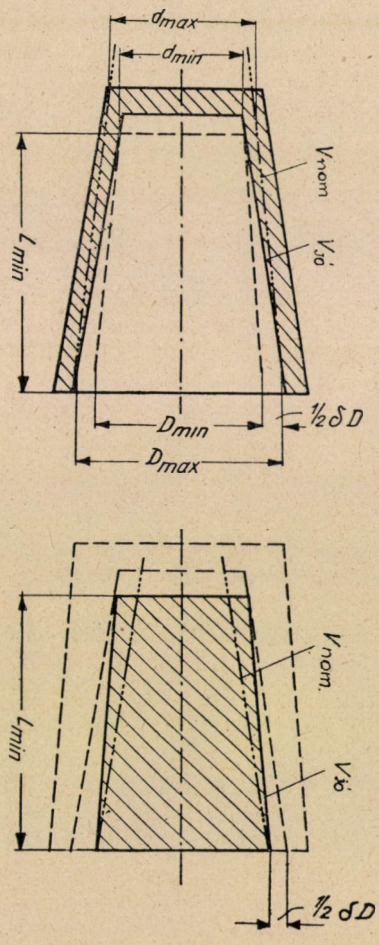
Ha a kúp és ellendarab magasságát rövidítjük, mint ahogyan azt a *11/b. ábra* mutatja, úgy az f_α kiegyenlítő méret (az eltérés a valóságos középátmérőtől) jelentősen kisebb lesz (l. függelék) és így a mérés a tényleges méretet megközelíti. Ezek a rövid tapintó elemek gyakorlatilag alkalmasak a selejtoldali mérésre és mindegy, hogy mutatós műszeren vagy idomszeren alkalmazzák azokat. Ugyanez érvényes golyók, vagy mérőhuzalok használatára, melyekkel igen pontos tényleges méretekhez juthatunk, ha figyelembe vesszük az *összes* geometriai vonatkozásokat. Ha ugyanis a képletbe a menetemelkedés és a profilszög tényleges értékét behelyettesítjük, valamint figyelembe vesszük, hogy a mérőelemek nem állnak merőlegesen a mérendő darab tengelyére, valamint belapultságukat. Golyók és mérőhuzalok a jóméret oldal vizsgálatára azonban nem alkalmasak, mert a párosító méret velük nem állapítható meg. Értelemszerűen hasonló az eljárás belső menetek ellenőrzésekor is.

Röviden összefoglalva mondhatjuk, hogy mutatós műszerek, vagy idomszerek golyós, hengeres vagy kis mérőfelületekkel, csak tényleges méret megállapítására (és ezzel a selejtoldal ellenőrzésére) használhatók ; vagy idomszeres méret ellenőrzésére. Tehát általában nem párosító mérésre, azaz nem a jóméret oldal ellenőrzésére. Működési vizsgálatra, mint ahogyan az itt kívánatos, olyan mérőeszköz szükséges, melynek mérőelemei, amennyire csak lehetséges, az eszményi ellendarab méretével és alakjával bírnak. Ez legegyszerűbben mérőidomszerrel teljesíthető. (A csap, illetve a furat hosszával egyező méretű gyűrűs, vagy hengeres idomszerrel.) Ha ezeket kettévágjuk és a megközelítőleg fél részeket egymással szemben, elmozgathatóan elrendezzük, úgy tapintós műszerrel is lehetséges a jóméretoldal ellenőrzése. A jóméretoldal ellenőrzésekor csak a tökéletes alakzatok tényleges méretének megállapítása lesz kifogástalan, mert csak ilyenkor egyezik a párosítóméret a tényleges mérettel. Ebben a vonatkozásban idomszer és tapintós mérőműszer nincsenek ellentétben egymással. Sokkal fontosabb a mérőelemek alakja, melyek a tényleges méret megállapítása végett lehetőleg pontszerű felfekvést adjanak. Ugyanakkor a párosítás lehetőségének ellenőrzésére az ellendarab alakját kell felvenniök.

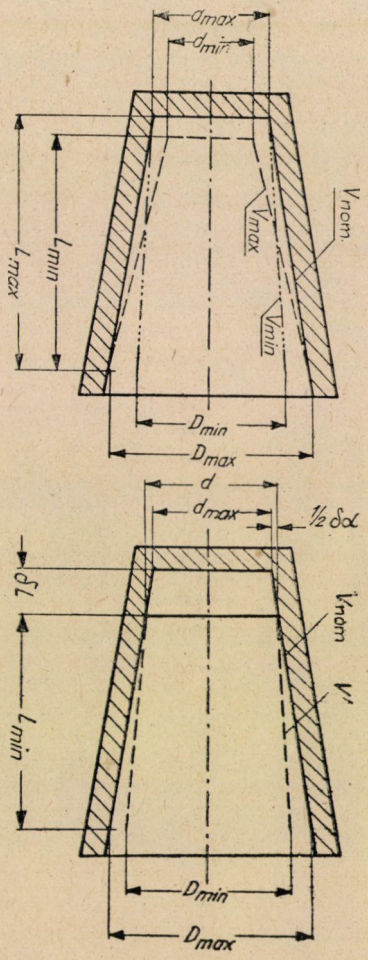
A levont végkövetkeztetések mindenekelőtt az átvételre érvényesek, mert a szabvány előírásai eldöntik az esetleges vitát. Ezek nem kötelező előírások a gyártó részére — hacsak ilyen kikötések nincsenek — a gyártás ellenőrzésekor, vagy a gyári revizió számára. Ha a gyártás és segédeszközei olyanok, hogy zavaró alaki hibák nem fordulnak elő, tényleges-méret megállapító műszer, pl. tapintómérő — mivel ez esetben a valóságosméret és párosítóméret azonos — használata a leggazdaságosabb. A mutatósműszernek a szokásos, e célnak megfelelő, lehetőleg kis mérőfelületű mérőelemei legyenek. Ennek ellenére ajánlatos időnként a jóméret oldalt párosító mérőeszközzel ellenőrizni, hogy a gépek és

szerszámok állagában esetleg bekövetkező káros változásokat idejében fel lehessen ismerni.

Külön kell tárgyalnunk a kúpos tüskékkel és kúpos hüvelyekkel történő vizsgálatokat, amelyek a legkülönbözőbb szerszámoknál és gépeknél előfordul-



12. ábra



13. ábra

nak. Csak ezek azok a munkadarabok, melyek ellenőrzését még mindig normál idomszerekkel végzik. Mivel semmiféle tűrés nincs és így a selejtoldal ellenőrzése el nem végezhető, kényszerítve van a dolgozó a munkadarabot az éppen kéznél lévő idomszerhez hozzáilleszteni. Ezek többé-kevésbbé eltérnek egymástól. Emiatt a gyártás egyrészt nem gazdaságos, másrészt a szakszerűtlen munka és ellenőrzés következtében a felhasználási lehetőség is veszélyeztetve van. A kúpos tüskétől megkívánják, hogy V kúposságát a lehetőséghez képest pontosan meg-

tartsa, hogy nagy L hosszúságú darabon az ellendarabba beilleszthető legyen *(12/a ábra)*. A D átmérő ne terjedjen túl az előírt méreten, nehogy emiatt a kúp a megengedettnél nagyobb mértékben a hüvelyből kiálljon. Az L hosszt aként méretezik, hogy a kúp a hüvelyfenékkel ne ütközzék, mert ez esetben a palástmenti felfekvés nem lehetséges.

Ilyen módon lehetséges a jóméret és a selejtoldalon a D átmérő és L felső és alsó tűrési határainak ellenőrzése. (A D, L és V kúposság a d kis átmérőt, valamint tűréseiket meghatározza.) A kúposság vizsgálata (az α kúpszög : tg $\alpha'2 = 1/2\ V = 1/2\ (D - d)/L$) ; kúpos tüskéknél legcélszerűbben a fényrés módszerrel végezhető el, amikor is (ahogyan már a négyszög vizsgálatánál tárgyaltuk) a vizsgálandó tárgyat a felső és alsó tűrési határnak megfelelő szögmérő idomszer közé helyezzük. A fényrés az első esetben a szög csúcsától elfele, szélesebb, a második esetben keskenyebb lesz. Kúpos hüvelyek ellenőrzésére ez a mód nem alkalmas, mert itt a fény nem figyelhető meg. Ezért inkább a kúposságnak már az előzőekben adott meghatározására kell visszatérni, amely a *12/a ábra* szerint a következőképen hangzik :

$$V_{nom} = \frac{D_{max} - d_{max}}{L_{max}} .$$

Miután kúpoknál egy a H/h körillesztésnek megfelelő párosítás már adva van, D_{max}, d_{max}, L_{max} egyúttal a megengedett felső tűrési határok. (Jóméret oldal.) A további tárgyalás megkönnyítése végett tételezzük fel, hogy a vizsgálandó kúpos tüske vége nem lapolt, homloksíkjai (D és d átmérők) L távolságban vannak egymástól. Alapjában véve egy V_{nom}, D_{max}, d_{max} méretű zárt kúpos hüvely lenne alkalmazható *(12/a ábra)*. Ha a vizsgálandó kúp ebbe a hüvelybe pontosan beilleszthető, akkor teljesült az a feltevés, hogy D és L felső tűrési határaikat nem lépték túl. Más a kúposság vizsgálata. V_{max} és V_{min} felső-, illetve alsó tűrési határoknak megfelelően a fenti képletből

$$V_{max} = \frac{D_{max} - d_{min}}{L_{min}}$$

$$V_{min} = \frac{D_{min} - d_{min}}{L_{max}} .$$

Mindkét kúposság a *12/a ábrán* szaggatottan és pontvonalasan van jelezve. Mindkét esetben élmenti felfekvés keletkezik, éspedig V_{max} esetén a nagy-, és V_{min} esetében a munkadarab kis átmérőjénél.

Tüzetesebb vizsgálat azonban megmutatja, hogy a párosítás még akkor is lehetséges, ha D a felső tűrési határán, L az alsó tűrési határán és V névleges értékén van *(12/b ábra)*. Ez esetben d_1 a mérőhüvelytől meghatározott d_{max} felső tűrési határt még $\delta d = \delta L$. V_{nom} értékkel túllépheti, amennyiben δL, L

tűrési értékét, tehát $L_{max} - L_{min}$ különbségét jelenti. Ha azonban d értéke $d_{max} + \delta d$ és ugyanakkor D és L az alsó tűrési határon vannak, akkor V_{min} kúposság

$$f_v = V_{min} - V_{nom} \cdot \frac{\delta L}{L_{min}} = -\frac{\delta V' \cdot \delta L}{L_{min}}$$

értékkel kisebbedik, ahol is $\delta V' = V_{nom} - V_{min}$ (l. függelék). Gyakorlatilag ennek jelentősége nincsen, mert ez az érték, V és L szokásos tűréseinél másodrendű.

A selejtméret oldalon most a D_{min}, L_{min} és d_{min} értékeit kell megvizsgálni. A két első értékre nézve nem lenne nehéz villás idomszerrel végezni a vizsgálatot. Legfeljebb bizonyos meggondolást D-nél az él legömbölyítése kívánna, azonban a tűrés emiatti túllépése elhanyagolható (l. függelék 5. p.). Nehézkes azonban d_{min} ellenőrzése, mert az alkotó a homlokfelülettel tompaszöget zár be. Ennek következtében d_{min} ellenőrzése, — legalább is szigorúbb előírások esetén — különösebb felkészültség hiányában nem vihető elég pontosan keresztül. Különösen kellemetlen körülmény V_{min} esetében, tehát, ha D az alsótűrési határon, d és L a felsőtűrési határon van, hogy a vékonyabbik vég éle mentén fekszik fel a kúp a hüvelyben. Ekkor a kúpos tüske csúcsának kilengései gyakran megengedhetetlenül nagyok lesznek, az L hossz mentén keletkező túl nagy hézag miatt. Arra kell törekedni, ha az élek felfekvése bekövetkezik, az mindig a nagy átmérőnél legyen.

Ezt úgy érjük el, hogy a kúpos hüvelyidomszert a névleges kúposságnál tompább szögűre képezzük ki, amint azt a *13/a ábra* mutatja. A $\delta \alpha$ különbözet, szemben V_{nom} értékkel

$$\delta\alpha \approx -\frac{\delta D}{L_{min}} \cdot \cos^2 \alpha/2$$

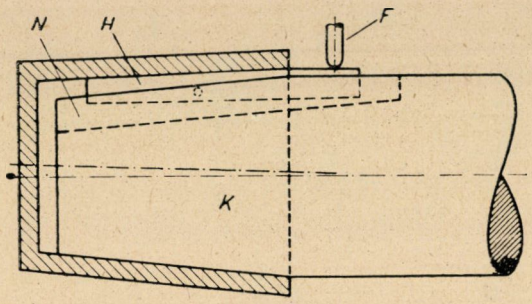
képletből számítható (l. a függeléket), amikoris D a nagy átmérő tűrését jelenti. Ugyanakkor a hüvely kis átmérőjét

$$2s \approx \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\delta L}{L_{min}}\right) \cdot \delta D \approx \delta D$$

értékkel csökkenteni kell (függelék). Ebben az esetben D_{min}, L_{min} és d_{max} mellett a V_{nom} lesz a kúposság értéke, mint a *13/a ábrából* kitűnik. Látszólag ismét bekövetkezik az élfelfekvés a kis átmérőnél. Ez úgy kerülhető el, ha a *13/b ábra* szerint a kúpidomszer szögét, — mellyel a kúposhüvelyt, szerszámhüvelyt ellenőrizzük — $\delta \alpha/2$ értékkel kisebbre vesszük. Ekkor a kúpos szerszámok határesetben a névleges kúpossággal, szorosan illeszkednek. Ilyen idomszerek használatakor (más tűrések betartását nem tekintve), a kúpos szerszám szöge hegyesebb, a hüvelyé tompább lesz úgy, hogy az él felfekvése csak a nagy átmérő mentén lehetséges. A legnagyobb és legkisebb kúposság lehetősége a V_{max}

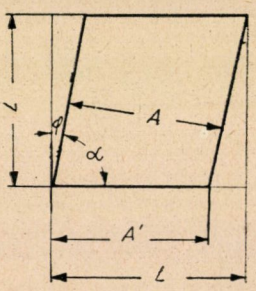
és V_{min}-re vonatkozó egyenletből következik. Amikoris V_{min} a valóságos legkisebb értéket jelenti, mert L_{min} értéknél is a kis átmérő nem lehet nagyobb, mint d_{max}.

Ha ezzel a kis átmérőn az élfelfekvés is minden esetben meg van akadályozva, akkor is meg van a selejtoldalon az előbb említett nehézség d ellenőrzésé-



14. ábra

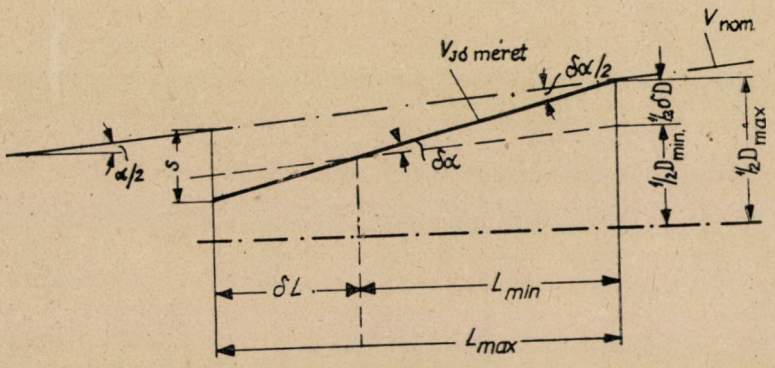
nél. Ezért célszerűbb lenne a kúpos szerszámnál csak a D és L felső és alsó tűrési határait alkalmas villás mérőidomszerrel ellenőrizni (a jóméret oldalt D-nél esetleg gyűrűs mérő idomszerrel). A V kúposság tűrésének betartását külön kell vizsgálni. Ez a vizsgálat kúpos szerszámoknál — mint előzőekben említettük — fényrés-módszerrel eszközölhető. Kúposhüvely szerszámok pontos vizsgálatához azonban ajánlatos mutatós mérőműszer, amely tulajdonképen határ-



15. ábra

értékjelzővel felszerelt alkalmas szögmérő lehet. Hasonló eljárást lehet kúpos szerszámoknál alkalmazni. A *14. ábra* a kúposhüvely szerszámok vizsgálatára könnyen kezelhető, azonban igen pontos műszer vázlatos rajzát ábrázolja. Ennek részei: alkalmas kúp (vagy lapos kúpdarab) K, amely egyik alkotója mentén vágott hornyában, sima (vagy két alkalmas távolságban elhelyezett golyószerű kiugrással ellátott) H kart visz magával. A kúpot annyira kell betolni, hogy a kar a vizsgálandó darabon feküdjék. A szemközt fekvő palást-

érintőhöz viszonyított szöghajlás nagysága leolvasható az *F* finommérőn, melynek mérőcsapjára a kar hat. Kúp ellenőrzésére a *K* kúp helyébe hüvelyt kell tenni. A kúpos hüvelyek és kúpok kúposságának ellenőrzésére a készülék beigazítását megfelelő lapos kúpidomszerrel végezzük. Az elmondottakból világosan kitűnik, hogy célszerű párosító mérőeszközöket, különösen idomszere-



16. ábra

ket a kúposság vizsgálatánál mellőzni, inkább tényleges, a méretet mérő (mutatós műszer) használata előnyös. Ennek oka az, hogy a vizsgálat itt három egymástól függetlenn változó *(D, d, L)* viselkedésére terjed ki és az egymástól ugyancsak független tűrési értékeik a megvizsgálandó darab alakját (kúposság) befolyásolják. Alakvizsgálatokra emiatt alkalmasabbak a tényleges méret-, mint párosító méret mérők. Továbbiakban meg kell jegyezni, hogy kúpok használatakor az élek éles felfekvése a gyakorlatban sohasem fordul elő. Valamely *P* erő hatására, amellyel a kúpot a kúphüvelybe vezetik, a palástra merőlegesen ható erők ébrednek, melynek értéke :

$$\frac{P}{\sin \alpha/2}$$

Ha $\alpha = 3°$, az oldalakra ható erő mintegy 40-szerese a tengely irányában ható erőnek. Ennek olyan nagyságú rugalmas alakváltozás a következménye, hogy a kúp a palást hosszabb darabjára fekszik fel. *Musil és Iby* (l. függelék 6. p.) tapasztalták, hogy a kúpos tüske és -hüvely közötti 43′ eltérés, az átviendő forgónyomatékot mintegy 40%-kal csökkenti. Amikor, mint a modern gyártási eljárásoknál, a gépek teljesítményét teljesen ki kell használni, szükséges, hogy a tűréseket jelentősen megszűkítsük. *Musil* és *Iby* (6) *Schütz* (7) és *H. Bochmann* (8) 2′-től 3′-ig terjedő tűrési határokat javasolnak, ami lekerekítve 0,05 ... 0,10 μ/100 mm-t jelent.

Összefog lalás

A bevezetőben feltett kérdésre: »Idomszer, vagy mutatós műszer?« nem lehet egyszerűen igennel vagy nemmel válaszolni. A legdöntőbb a mérőelem alakja. Ha párosító méret ellenőrzéséről van szó (jóméret oldal) — és az alakhiba nem hanyagolható el — akkor az ellendarab alakjára kell kiképezni és ezért a tömör idomszer az ellenőrzés legalkalmasabb mérőeszköze. Ha a lehetőség szerint tökéletes alakzatokról van szó, megfelel egy tényleges méretmérő: leginkább egy mutatós műszer a szokásos (kicsi) mérőelemekkel.

Minthogy ellentétben a jóméret oldal vizsgálatával a selejtoldal vizsgálata tényleges méretre történik, azért itt csak tényleges méretet mérő mérőeszköz jöhet tekintetbe. Idomszereket, kétpontos tapintással gömbfelületű határmérőket, keskeny mérőfelületű villásidomszereket akkor alkalmazunk, ha a tűréshatárok számszerűleg nagyok, vagy ha a vizsgálatot kevésbbé iskolázott dolgozók végzik.

Ha számszerű alakvizsgálat, mint pl. négyszögek, vagy kúpok szögeinek, menetek emelkedésének, vagy profilszögeinek mérése a feladatunk, legelőnyösebb a mutatós műszer használata, megfelelően kiképzett mérőelemekkel.

A feltett kérdésre tehát így lehet válaszolni: nem *csak* mérőidomszer vagy *csak* mutatós műszer, hanem mindkettő használata szükséges — mégpedig megfelelő mérőelemekkel — ahogyan a gazdaságosság megkívánja.

Mégegyszer ismételve: nem az a legdöntőbb, hogy idomszer vagy mutatós műszer; hanem a mérendő tárgy alakja után kell igazodni, aszerint, hogy párosító, vagy a tényleges méret megállapítása szükséges-e. Általánosságban: ha az alaki hibák nem hanyagolhatók el, akkor az eszményi ellendarabot megtestesítő idomszer (körülillesztésre pl. hengeres, vagy gyűrűs idomszer), az utóbbi esetben mutatós műszer — lehetőleg pontszerű érintkezést adó elemekkel — használata előnyös.

IRODALOM

1. *Berndt, G.:* Abnahmefragen des Austauschbaus, Anz. f. Maschinenwesen (Essen), 1939, Nr. 87, S. 77.

2. *Berndt, G.:* Die Kontrolle der Rundpassungsteile, Maschinenmarkt (Pössneck) 1944, Heft 12, S. 4.

3. *Berndt, G.:* Abnahme von Werkstücken, Werkzeugen und Maschinen, T. Z. f. prakt. Metallbearbeitung (Berlin), **47** (1937) S. 355.

4. *Berndt, G.:* Paarungs- und Istdurchmesser bei Gewinden. Werkstattstechn. u. Werksleiter (Berlin), **34** (1940) S. 180.

5. *Berndt, G.:* Einfluss der Kantenabrundung auf die Bestimmung des Durchmessers von Kegelhülsen und -dornen. Messtechn. (Halle), **18** (1942) S. 93.

6. *Musil u. Iby:* Untersuchungen über Befestigungen von Werkzeugen. Bet. f. Büro u. Betrieb (Berlin—Wien) **4** (1922) Nr. 1, S. 1.

7. *Schütz, W.:* Beiträge z. Frage d. Tolerierung der Werkzeugkegel. Diss. Dresden T. H., 1926, Z. Feinmech. u. Präz. (Berlin) **34** (1926) S. 181, 202, 210, 218.

8. *Bochmann, H.:* Der Einfluss der Verjüngungsabnutzung von Werkzeugkegeln auf die Übertragung des Drehmoments. Stock-Z. 1930, S. 44.

FÜGGELÉK

(1)

Az f mérési hiba a nagy kúpátmérő meghatározásánál, (megközelítőleg) két ponton mérő mutatós műszerrel (7. Bc ábra);

$$f = D' - D = D\left(\frac{1}{\cos \alpha/2} - 1\right) = 1/8 \cdot D \cdot \alpha^2,$$

Gyakorlati példa: ha $D = 100$ mm, $\alpha = \frac{1/10 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 10^{-3}$ rad

$(\approx 3{,}4')$, tehát $f \approx 12{,}5\ \mu$.

Egy metrikus kúp, melynél $\alpha = 1/20 = 5 \cdot 10^{-2}$ rad $(\approx 170')$ $f = 30\ \mu$, ami már nem engedhető meg.

(2)

A két ferde felület A távolsága egymástól a 9/b. ábrában: (a 15. sz. ábra szerint)

$$A = A' \cdot \sin \alpha = (L - a) \cdot \sin \alpha = (L - L \cdot \operatorname{ctg} \alpha) \sin \alpha = L (\sin \alpha - \cos \alpha). \qquad (1)$$

Gyakorlati példa: Ha $L = 30$ mm, $\alpha = 80°$, akkor

$$A = 30 \cdot 0{,}81116 = 24{,}335 \text{ mm}.$$

(3)

Valamely munkadarabnak, — melynek párosítómérete L és felületeinek távolsága L és A, — legnagyobb megengedett szögeltérése, $\varphi = 90° - \alpha$, (9 c. és 15. ábra).

Az (1) egyenlet szerint

$$A = L \cdot (\cos \varphi - \sin \varphi),$$

$$\sqrt{1 - \sin^2} = \frac{A}{L} + \sin \varphi,$$

$$\sin^2 \varphi + \frac{A}{L} \sin \varphi + \frac{1}{2} \frac{A^2}{L^2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{2}\left(-\frac{A}{L} + \sqrt{2 - \frac{A^2}{L^2}}\right).$$

Gyakorlati példa: ha $L = 30$ mm, $A = 29$ mm, akkor

$$\sin \varphi = \frac{1}{60}(-29 + \sqrt{959}\ (= \frac{1}{60})-29 + 30{,}9677)$$

$$= 0{,}03278$$

$$\varphi = 1°52'43''.$$

(4)

A középátmérő f_h és f_α kiegyenlítő értékei, δh (μ-ban) menetemelkedési hiba, valamint $\delta\alpha_1$ és $\delta\alpha_2$ (szögpercekben) félprofilszögek mellett, asszimetrikus α_1 és α_2 félprofilszögű menet esetén:

$$f_h = \frac{2 \cdot \delta h}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2},\ f_\alpha \approx 0{,}291 \cdot t_2 \cdot \left(\frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \delta\alpha_1 + \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \delta\alpha_2\right),$$

szimmetrikus profil esetében $(\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha/2)$:

$$f_h = \delta h \cdot \operatorname{ctg} \alpha/2,\ f_\alpha \approx 0{,}291 \cdot \frac{t_2'}{\sin \alpha} (\delta\alpha_1 + \delta\alpha_2).$$

t_2' a csavar menetének túlfedése teljes menetfog felfekvés esetén $t_2' = 1/2$ (a csavar külső átmérője — az anya belső átmérője) mm-ben.

Metrikus menetre ($t_2' = 0{,}594 \cdot h$):

$$f_h\, 1{,}732 \cdot \delta h,\ f_\alpha \approx 0{,}200 \cdot h \cdot (\delta\alpha_1 + \delta\alpha_2).$$

Gyakorlati példa: Ha $\delta h = 20\ \mu$, $\delta\alpha_1 = \delta\alpha_2 = 30'$ (ami valamely osavarnál még nem az egyáltalában lehetséges legnagyobb hiba) és $h = 3$ mm, akkor

$$f_h \approx 35\ \mu, \qquad f\alpha \approx 36\ \mu,$$

akkor a teljes kiegyenlítési érték $f_h + f_\alpha \approx 0{,}07$ mm.

Kúpos és ellendarabos tapintó használata esetén, melyek nagysága egyezik a menet magasságával $\delta h \approx 0$-nak vehető, marad tehát $f_\alpha \approx 36\ \mu$.

Ha a tapintók menethosszát megrövidítjük 0,5 mm-re, akkor $0{,}594 \cdot h$ helyébe $0{,}5 \cdot \cos \alpha/2 = 0{,}433$ érték kerül és ez esetben

$f_\alpha' \approx 0{,}252\ (\delta\alpha_1 + \delta\alpha_2) \approx 15\ \mu$, nagyságú lesz, ami menetorsók selejtoldalánál feltétlenül elhanyagolható.

(5)

A legkisebb megengedett tűrési határ, a $V_{\min}$ kúposság ellenőrzésénél, zárt hüvely idomszer esetében (12/b. ábra). Azzal, hogy a kisátmérő $d_{\max}$ a megengedett tűrési határt $\delta d = dL \cdot V_{\text{nom}}$ értékkel túllépheti (amikor $\delta L = L_{\max} - L_{\min}$), a legkisebb lehetséges kúposság

$$V' = \frac{D_{\max} - (d_{\max} + \delta d)}{L_{\min}} = V_{\min} \cdot \frac{L_{\max}}{L_{\min}} - \frac{\delta d}{L_{\min}},$$

$$f_v = V' - V_{\min} = (V_{\min} - V_{\text{nom}}) \cdot \frac{\delta L}{L_{\min}} = -\frac{\delta V' \cdot \delta L}{L_{\min}} \approx -\frac{\delta V' \cdot \delta L}{L_{\max}}.$$

Gyakorlati példa: $V_{\text{nom}} = 1 : 20 = 0{,}0500$, ($\operatorname{tg} \alpha/2 = 1/40$, $\alpha/2 = 1°25'55{,}53''$, $\alpha = 2°51'12''$)

$D_{\max} = 50$ mm, $L_{\max} = 100$ mm, $d_{\max} = 45$ mm lesz. Ha most

$D_{\min} = 49{,}9$ mm, tehát $\delta D = 0{,}1$ mm,
$L_{\min} = 99{,}0$ mm, tehát $\delta L = 1{,}0$ mm,
$d_{\min} = 44{,}9$ mm, tehát $\delta d = 0{,}1$ mm,

akkor

$$V_{\max} = \frac{5{,}1}{99} = 0{,}0515_2 = 1 : 19{,}588, \qquad \begin{aligned} \alpha/2_{\max} &= 1°28'32{,}2'' \\ \alpha_{\max} &= 2°57'\ 4'' \end{aligned}$$

$$V_{\min} = \frac{4{,}9}{100} = 0{,}0490_0 = 1 : 20{,}409, \qquad \begin{aligned} \alpha/2_{\min} &= 1°24'12{,}6'' \\ \alpha_{\min} &= 2°48'25'' \end{aligned}$$

$$\delta V = V_{\max} - V_{\min} = 0{,}0025_2 = 1 : 397,\ \delta\alpha = 8'39''.$$

Eszerint $\delta d = 0{,}050$ mm,

$$f_v = -\frac{0{,}0025_2 \cdot 1}{99} = -25{,}5 \cdot 10^{-6}\ (\approx -5'')$$

és

$$V' = \frac{0{,}0490 \cdot 100 - 0{,}050}{99} = \frac{4{,}85}{99} = 0{,}0489 = 1 : 20{,}414,$$

$\alpha' = \alpha_{\min} - \alpha' \approx 3''$. $\qquad \begin{aligned} \alpha'/2 &= 1°24'11'' \\ \alpha' &= 2°48'22'' \end{aligned}$

A $\delta\alpha' = 3''$ különbözet és a f_v értékéből folyó $5''$a számításoknál lekerekíthető. Mindenesetre mindig elhanyagolható.

(6)

A kúposhüvely $\delta\alpha$ szögének növelése, hogy a kisátmérőn az élfelfekvés kiküszöbölhető legyen. 16. ábra szerint (12/b. ábra szerint is),

$$\operatorname{tg}\alpha/2=\frac{1}{2}\frac{D_{\min}-d'}{L_{\max}},\quad \operatorname{tg}(\alpha/2+\delta\alpha/2)=\frac{1}{2}\frac{D_{\max}-d'}{L_{\min}},$$

$$\operatorname{tg}(\alpha/2+\delta\alpha/2)-\operatorname{tg}\alpha/2=\frac{1}{2}\frac{D_{\max}-D_{\min}}{L_{\min}}=\frac{1}{2}\frac{\delta D}{L_{\min}},$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha/2+\operatorname{tg}\delta\alpha/2}{1-\operatorname{tg}\alpha/2\cdot\operatorname{tg}\delta\alpha/2}-\operatorname{tg}\alpha/2=\frac{1}{2}\frac{\delta D}{L_{\min}},$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha/2}\delta\alpha/\alpha\,(1+\operatorname{tg}\alpha/2\cdot\delta\alpha/2)=\frac{1}{2}\frac{\delta D}{L_{\min}},\quad \delta\alpha\approx\frac{D}{L_{min}}\cdot\cos^2\alpha/2.$$

A 16. ábrából következik továbbá:

$$2s=\frac{L_{\max}}{\cos\alpha/2}\cdot\frac{\sin\alpha/2}{\cos(\alpha/2-\delta\alpha/2)}\approx 2\frac{L_{\max}}{\cos^2\alpha/2}\delta\alpha/2\,(1-\operatorname{tg}\alpha/2\cdot\delta\alpha/2) \qquad (2)$$

$$\approx 2\frac{L_{\max}}{\cos^2\alpha/2}\delta\alpha/2\approx\frac{L_{\max}}{L_{\min}}\cdot\delta D\approx\left(1+\frac{\delta L}{L_{\min}}\right)\delta D\approx\delta D.$$

Gyakorlati példa: Az (5) esetében használt számértékekkel:

$$\delta\alpha\approx\frac{0{,}1}{99}\cdot 0{,}9993_5\approx 0{,}1/100\approx 1\cdot 10^{-3}\ \text{rad}$$

$$\approx 3{,}4'_4;$$

$$2s\approx\left(1+\frac{1}{99}\right)\cdot 0{,}1\approx 0{,}101\ \text{mm}\approx 0{,}1\ \text{mm}.$$

NYUGVÓ FOLYADÉK MUNKAKÉPESSÉGE GRAVITÁCIÓS ERŐTÉRBEN

PATTANTYUS-Á. GÉZA

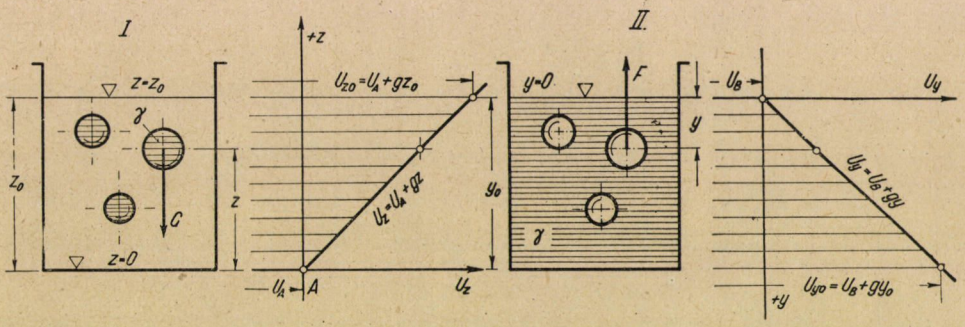
Kossuth díjas, a M. T. Akadémia lev. tagja

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, VÍZGÉPEK TANSZÉKE]

[Beérkezett 1953. május 12-én]

E tanulmányom célja a közismert Bernoulli-féle egyenletnek szemléletes energetikai megvilágítása. A »*nyomásenergia*« tisztázására azért van szükség, mert annak hibás értelmezése már eddig is sok félreértést okozott, az ú. n. »*nyomásmagasság*« pedig ma is minduntalan megújuló viták forrása.

A vizsgálatot a legegyszerűbb esetre : az összenyomhatatlan (állandó γ



1. ábra. I. Folyadékrészek a gravitációs erőtérben. — II. A gravitációs erőtérben felhajtóerőt termelő kontinuum

fajsúlyú) nyugvó folyadékra (ú. n. kontinuumra) vonatkoztatom, amelyet a gravitációs erőtérben »vízszintes« folyadéktükör határol.

1. *A gravitációs erőtér* az *1. ábra* jelöléseivel a $z = 0$ alapsíktól *felfelé* mért z magassággal arányos

$$U_z = U_A + g\ z \tag{1}$$

potenciállal jellemezhető, amelynek negatív gradiense : az $m = 1$ egységtömeget függőlegesen lefelé gyorsító *térerő*.

Írható :

$$z = -\frac{\partial U_z}{\partial z} = -g. \tag{2}$$

Az *1/I. ábra* egymástól független, a kontinuumból kiemelt folyadékrészek helyzeti energiáját szemlélteti. Egy-egy K térfogatú és γ fajsúlyú folyadék-

test kiemelt helyzetében csupán a G súlyerő hatása alatt van. Ez a súlyerő — mint tudjuk — $m = K\gamma/g$-szerese a (2) szerint kifejezett térerőnek, tehát az mU_x potenciálfüggvénynek negatív gradiense.

Írható tehát:

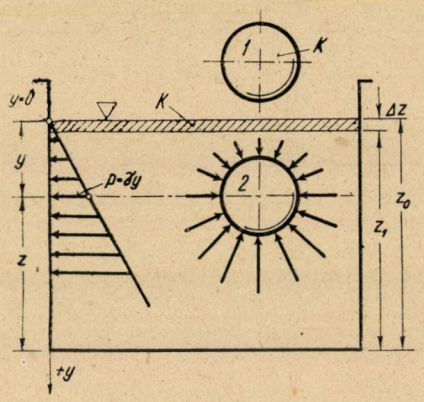
$$mU_z = mU_A + m\,g\,z \tag{3}$$

és

$$mZ = -m\frac{\partial U_z}{\partial z} = -mg = -K\gamma\ . \tag{4}$$

Már itt emelem ki, hogy a (3) és (4) egyenlet érvényessége természetesen nem függ a K térfogatú test halmazállapotától, sem annak fajsúlyától és ennélfogva kiterjeszthető a γ_a fajsúlyú $m_a = K\gamma_a/g$ tömegű szilárd testre is.

2. *Gravitációs erőtér a kontinuum belsejében.* A gravitációs erőtérben a γ fajsúlyú kontinuum is munkaképessé válik. Az egymásra támaszkodó folyadék-



2. ábra. A felhajtóerő, mint felületi erő

részek mindegyikének helyzeti energiája a z magassággal arányos (*1. ábra*). Minthogy azonban ezek a folyadékrészek a kontinuumban egymást *kölcsönösen alátámasztják* és az edény falaihoz is támaszkodnak, tehát a kontinuum belsejében az erők *egyensúlyban* vannak. Ez csak úgy lehetséges, ha a folyadék belsejében a gravitációs erőtér hatására oly feszültségi állapot jön létre, amely a súlyerőket mindenütt pontosan kiegyensúlyozza. A súlyos folyadékba merített test K térfogatával arányos F felhajtóerő nagyságát már *Archimedes* óta ismerjük, az y mélységgel arányos p folyadéknyomás eloszlása a kontinuum belsejében szintén annyira közismert, hogy e két alaptörvény energetikai kapcsolatának megvilágítására rendszerint már nem kerül sor.

E kapcsolat tisztázása végett vizsgáljuk az *1/I. ábrában* kiemelt folyadékrészek eltávolításával *üregessé vált* kontinuumnak erőtani és energetikai jellemzőit. A fénykép pozitívjára és negatívjára emlékeztető *1. ábra* két képének egymásrahelyezésével a kontinuum folytonossága ismét helyreáll.

Az *1/II. ábra* elkülönített szemlélete mindenekelőtt arról győz meg, hogy az F felhajtóerő, amely a folyadékrészt eltávolítása előtt alátámasztotta, nem egyszerű passzív reakcióerő, hanem *a kontinuumba merülő test súlyától független aktív erő*, amelynek forrása a γ fajsúlyú kontinuum munkaképessége. E felhajtóerőt, mint tudjuk, a *2. ábra* szerint az üreg teljes határfelületét terhelő nyomások hozzák létre. E felületi erők felfelé mutató eredőjének *nagysága* egyenlő a felülettel körülzárt és a kontinuumból kiemelt K térfogatú és γ fajsúlyú *folyadékrész súlyával*, *iránya* azonban e súlyerővel mindig ellentétes.

Ismételten rámutatok arra is, hogy a felhajtóerő nagysága változatlan marad akkor is, ha a kontinuumból eltávolított folyadékrészt *azonos térfogatú* idegen testtel helyettesítjük, vagy az üreg összeroppanását más módon akadályozzuk meg.

A felhajtóerőt fentiek szerint a gravitációs térben munkaképessé vált kontinuum szolgáltatja. Ez a felhajtóerő mindig egyensúlyban van a kiszorított folyadék súlyával vagyis egy gravitációs *térerővel*, amely az 1. pont szerint negatív gradiense az mU_z potenciálfüggvénynek. Léteznie kell tehát egy olyan mU_y potenciálfüggvénynek is, amelynek negatív gradiense a *felhajtóerőt* adja.

E potenciálfüggvény értéke az *1/II. ábra* jelöléseivel, a kontinuumból kiemelt $m = K\gamma/g$ folyadéktömeg helyén :

$$mU_y = mU_B + m\,g\,y, \tag{5}$$

ahol : $y = z_0 - z$ a mélység a folyadéktükör alatt.

A negatív gradiens :

$$-m\frac{\partial U_y}{\partial y} = -m\,g = -K\gamma. \tag{6}$$

A (4) és (6) egyenlet egybevetésével *Archimedes* törvényéhez jutunk, tehát ezzel az U_y potenciálfüggvény létezését is igazoltuk.

Ennek a tömeg egységére vonatkoztatott alakja :

$$U_y = U_B + g\,y; \tag{7}$$

negatív gradiense pedig mint térerő :

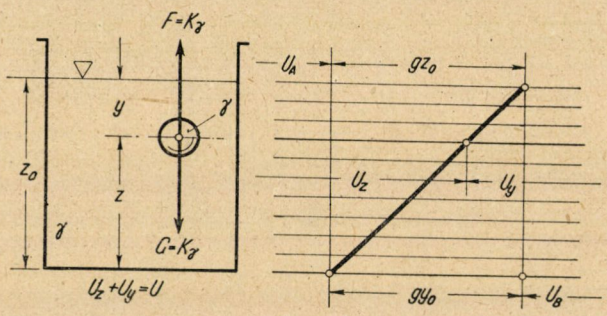
$$Y = -\frac{\partial U_y}{\partial y}. \tag{8}$$

Az energetikai szemléletnek fenti eredményéből az alábbiakban néhány olyan következtetést kívánok levonni, amelyek szembetűnőbben megvilágítják és jól érzékeltetik a kontinuumban végbemenő jelenségeket.

Az első következtetés a *kontinuumban alátámasztott folyadékrész munkaképességére* vonatkozik. A folyadékrész kiemelésével kapott pozitív és negatív

kép (*1. ábra*) egymásrahelyezésével ismét folytonossá vált kontinuum bármelyik eleme a *3. ábra* szerint *egyensúlyban* van ($F = G$). A folyadékelem munkaképességének egyik forrása: az U_z potenciálú gravitációs erőtér, ettől függ a folyadékelem **saját** helyzeti energiája és $G = m\,g$ súlya. A folyadékelem munkaképességének másik forrása a gravitációs erőtérben munkaképessé vált U_y potenciálú üreges kontinuum, amely tehát a folyadékelem **környezetének** a jellemzője, vagy más szóval: a *környező* folyadéknak a test bemerülése következtében megnövekedett helyzeti (potenciális) energiája.

A környezet potenciális energiájának ezt a megnövekedését szemlélteti a *2. ábra* is, amely szerint az f alapterületű és z_1 magasságig γ fajsúlyú folyadékkal megtöltött hengeres edényben a K köbtartalmú test bemerülése a folyadéktükröt $\Delta z = K/f$ magassággal emeli. (V. ö.: a test *1* és *2* helyzetével.)



3. ábra. A kontinuumban alátámasztott folyadékrész

A kontinuumban alátámasztott bármelyik folyadékrész **teljes munkaképessége** a *3. ábra* szerint a két potenciál (algebrai) összegével jellemezhető, azaz:

$$U = U_z + U_y. \tag{9}$$

A *3. ábra* jelöléseivel írható:

$$z + y = z_0 = \text{állandó}, \tag{10}$$

az (1) és (7) egyenlettel kifejezett U_z és U_y potenciál összege tehát szintén állandó, azaz:

$$U = U_A + g\,z_0 + U_B = \text{állandó}. \tag{11}$$

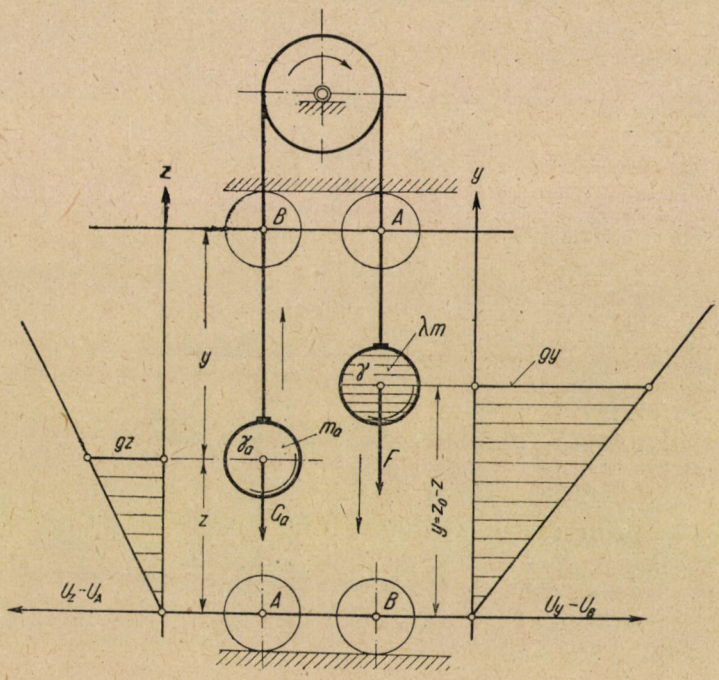
Ez azt jelenti, hogy a folyadék belsejében (a nyugvó kontinuumban) bármelyik folyadékelem **teljes munkaképessége** egy $U = \textit{állandó}$ potenciálfüggvénnyel jellemezhető. (V. ö.: a *3. ábrá*ban egymásra illesztett két — egymást kiegészítő — potenciálfüggvényábrával.)

E potenciálfüggvénynek bármely irányban vett gradiense *zérus*, vagyis az 1. *ábrában* szemléltetett két erőtér térerői: (a súlyerő és a felhajtóerő) az egymásrahelyezéssel egymást mindenütt kiegyensúlyozzák.

A munkaképesség állandóságát a közismert *Bernoulli*-egyenlet is kifejezi, amelynek 1 kg súlyú nyugvó folyadékra érvényes alakját $y = p/\gamma$ helyettesítéssel a (10) egyenlet fejezi ki. Írható:

$$z + p/\gamma = \text{állandó}. \qquad (10/a)$$

3. *Idegen test a nyugvó kontinuumban.* Eddigi meggondolásaink arra az esetre vonatkoztak, amikor a γ fajsúlyú folyadékból kiemelt — tehát ezzel



4. *ábra.* A felhajtóerőt helyettesítő gravitációs térerő

azonos fajsúlyú folyadéktestről volt szó. A vizsgálat eredményein természetesen az sem változtat, ha a folyadékba oly szilárd testet merítünk, amelynek fajsúlya a folyadékéval egyenlő ($\gamma_a = \gamma$).

Mihelyt azonban az alámerített test γ_a fajsúlya a folyadék fajsúlyánál kisebb vagy nagyobb, azaz: $\gamma_a \lesseqgtr \gamma$, akkor már nem számolhatunk az erők egyensúlyával, mert: $F \lesseqgtr G_a$, vagyis az idegen test a kontinuumban vagy emelkedik, vagy fenékig lesüllyed.

A *4. ábra* kapcsán azzal az erőtani vonatkozásaiban közismert esettel kívánok részletesebben foglalkozni, amikor a teljesen alámerített test fajsúlya

kisebb a folyadékénál ($\gamma_a < \gamma$), vagyis az alámerített K köbtartalmú testet :

$$P_d = F - G_a = K(\gamma - \gamma_a) \qquad \text{(kg)} \qquad (12)$$

erő *felfelé gyorsítja.*

Az erőtani viszonyokat szemléletesen világítja meg a *4. ábra*, amelyben a felhajtóerőt termelő üreges kontinuumot maga a kiszorított és a kontinuumból kiemelt folyadéktest helyettesíti. E kiemelt és szilárd testként a *4. ábra* szerint súlytalan kötélre függesztett folyadéktestet a gravitációs erőtérben : $F = K\gamma$ nagyságú *lefelé* irányuló súlyerő terheli, *felfelé* irányuló felhajtóerővé pedig az ábra szerint súlytalan korongon (álló csigán) átvetett kötél tereli át. Ezzel az elképzelt kötélvezetéssel szemléletessé válik az üreges kontinuumnak felhajtóerőt termelő (gravitációs) erőtere és potenciálja is, mert az *1. ábra* szerint ugyanannak az erőtérnek »*negatív*« és »*pozitív*« képe között a különbséget az erők 180°-os átirányításában találjuk.

A *4. ábrá*ba berajzoltam a két kötélágra függesztett két test potenciáljának függvényábráját is, egy-egy test súlypontmagasságának függvényében. Ez az ábra is világosan megmutatja, hogy ha a fajsúly azonos ($\gamma_a = \gamma$), a rendszer (együttes) potenciálja változatlan marad. A helyettesítőrendszer erőjátékának vizsgálata részletes magyarázat nélkül is hozzájárul a felhajtóerő keletkezésének és jelentőségének tisztázásához.

Befejezésül még arra mutatok rá, hogy a *4. ábra* szerinti helyettesítőrendszer szemlélete az alámerített test mozgástörvényeinek vizsgálatát is megkönnyíti. Így például a *4. ábra* jelöléseivel a mechanikai analógia alapján közvetlenül kiszámítható a γ fajsúlyú folyadékba merített γ_a fajsúlyú test kezdőgyorsulása.

$\gamma_a < \gamma$ esetére írható :

$$a_0 = \frac{F - G_a}{m_a + \lambda m} \qquad \text{(m/mp}^2\text{)}, \qquad (13)$$

ahol : $m_a = K\gamma_a/g = G_a/g$ az alámerített test tömege,
$m = K\gamma/g$ a kiszorított folyadéktest tömege és
$\lambda = m_r/m$ a test alakjától függő redukciós tényező.

Ha ugyanis a nyugvó folyadék esetére érvényes mechanikai analógiát a mozgástörvények vizsgálatára is kiterjesztjük, akkor a gyorsított folyadéktömegnek m_r redukált értékét kell számításba venni. Ezt a redukciót *gömb* esetére munkatársam : *Batta István* végezte el oly módon, hogy a kontinuumban gyorsulva emelkedő vagy süllyedő gömböt körüláramló folyadék tömegét a gömb súlypontjába redukálta. Oldalfalakkal nem határolt tökéletes folyadék esetére a számítás eredménye :

$\lambda = 0{,}5$, ami azt jelenti, hogy a gömböt körüláramló folyadék redukált tömege pontosan *félakkora*, mint a kiszorított folyadék tömege.

Ha az alámerített test a gömbtől eltérő alakú, akkor a körüláramlásra kényszerített folyadék tömege megnagyobbodik, tehát ilyenkor a λ tényező is nagyobb, mint a gömb esetében.

Meg kell jegyezni, hogy *valóságos* folyadék esetére ez a mechanikai analógia az áramlási veszteségek miatt csak torz képet adhat a mozgástani jelenségek lefolyásáról és ezért azzal tovább nem is foglalkozom. A bemerülés folyamatának a test alakjától sem független erőtani és energetikai vonatkozásaira itt csak utalok.

E tanulmányom egyetlen célja a folyadékba merített test erőtani és energetikai vonatkozásainak szemléletes megvilágítása. Számomra ez a vizsgálat azzal a haszonnal járt, hogy rávezetett a Gyakorlati Áramlástan című könyvemben kidolgozott 18. példa eredményeinek megbízhatatlanságára. Ebben a számításban is figyelembe kellett volna venni a kiszorított folyadék redukált tömegének a befolyását.

4. Összefoglalás

A tanulmány szemléletes képet kíván adni a nyugvó folyadékkontinuumnak sokszor hibásan értelmezett munkaképességéről.

A vizsgált folyadéktest kiemelésével üregessé vált kontinuumnak elkülönített, a fénykép pozitívjára és negatívjára emlékeztető *1. ábra* szemléletével azt találjuk, hogy a súlyerőhöz hasonlóan a *felhajtóerő* is *potenciálos aktív erő*, amelynek forrása a gravitációs erőtérben felhajtóerőt termelő kontinuum potenciális energiája.

Az üreges kontinuumnak potenciálja a folyadéktükör magasságában a legkisebb, negatív gradiense a felfelé mutató felhajtóerő.

A két kép egymásraillesztésével (*3. ábra*) érzékelhetővé válik a kontinuumba ágyazott *folyadéktest* egyensúlyállapota és munkaképességének kettős forrása is. Az egyik: a gravitációs erőtér, vagyis *saját* helyzeti energiája, — a másik: a gravitációs erőtérben munkaképessé vált kontinuumnak a folyadéktest bemerülése következtében megnövekedett potenciális (helyzeti) energiája.

E két potenciál összege állandó, bármely irányban vett gradiense tehát zérus. (A súlyerő és a felhajtóerő a folyadék belsejében mindenütt egyensúlyban van, vagyis a folyadékrészek egymást kölcsönösen alátámasztják).

A felhajtóerőnek térerő-jellege akkor sem változik meg, ha a folyadékba idegen (szilárd) testet merítünk.

Az erőjátékot jól érzékelteti a *4. ábrán* bemutatott mechanikai analógia, amelyben a felhajtóerőt az állócsigán átvetett (súlytalan) kötél egyik ágára függesztett folyadéktest súlyereje helyettesíti. E helyettesítőrendszer erőjátékának vizsgálata is hozzájárul a felhajtóerő keletkezésének és jelentőségének

tisztázásához és megkönnyíti az alámerített test mozgástörvényeinek vizsgálatát is.

Így például a kontinuumban emelkedő vagy süllyedő gömb kezdőgyorsulása a helyettesítő rendszerben közvetlenül számítható, ha a testet körüláramló folyadék tömegét a folyadéktest súlypontjába redukált ($\lambda = 0{,}5$) értékével helyettesítjük.

ADATOK A BÖRZSÖNYHEGYSÉG ÉRCBÁNYÁSZATÁNAK TÖRTÉNETÉHEZ

SCHLEICHER ALADÁR
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1953. május 20-án.]

Bevezetés

A Börzsönyhegységben két helyen vannak ércbányászat emlékei. Az egyik hely a mai Nagybörzsöny községtől keletre, a másik Szokolya község környékén van. Az első helyen nemesfémtartalmú ólom- és bizmút-ércet, a másodikon vasércet bányásztak.

Két oka van annak, hogy most elsősorban a börzsönykörnyéki bányászat múltjával foglalkozunk. Az egyik, hogy a Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya 1952. nyarán a Börzsönypatak völgyében olyan épületromok feltárását kezdte meg, amelyekről feltehető, hogy középkori kohó maradványai [1]. A Műemlékek Országos Központjának egyik szakértője nevezetesen úgy nyilatkozott, hogy a falak jellegéből erre joggal lehet következtetni. Látni fogjuk, hogy ennek feltételezésére nincs okvetlenül szükség, sőt lehetséges, hogy a romok 18. századbeliek. A megkezdett feltárást az őszi időjárás miatt nem lehetett tovább folytatni, de reméljük, hogy azt 1953. nyarán tovább folytatjuk.

Ha valóban középkori kohó maradványairól van szó és erre kellő bizonyítékot, vagy más, műszaki tudománytörténeti szempontból figyelemreméltó leleteket találunk, akkor azt részletesen ismertetni szándékozunk. Kívánatos azonban, hogy ennek előzményeképpen először foglalkozzunk az ottani bányászat történetével, hogy első tervünk ennek keretébe illeszthető legyen. Ez szinte elengedhetetlen, mert erről a tárgyról összefoglaló ismertetés eddig sehol nem jelent meg.

Másik ok a börzsönyi bányászat múltjára vonatkozó adatok összegyűjtésére és közzétételére az a körülmény, hogy ott ezidőszerint az állam részéről a régi bányáknak újranyitása és feltárása folyik, így bizonyos alkalomszerűsége is van ennek a közleménynek.

Erről a tárgyról az irodalomban széjjelszórtan nem túl sok adat található. Találtunk azonban elég szép számmal eddig kiadatlan levéltári adatokat is. Ezek közül műszaki történeti szempontból nincs sok figyelemre érdemes. Az adatoknak különnemű jellege miatt meg kell elégednünk azoknak egymás mellé sorolásával, jóllehet tisztában vagyunk azzal, hogy ilyen részletkérdés

tárgyalása elválaszthatatlan az általános fejlődéstől. Feladatunkat megkönnyíti az a tény, hogy a hazai bányászat fejlődésének szempontjából a tárgyalt kor három részre osztható, még pedig a feudalizmus, a bécsi abszolutizmus és a korai kapitalizmus korára. Ezeknek jellegzetességei rányomják bélyegüket az eseményekre. A rendelkezésre álló adatoknak a maguk korabeli gazdasági és társadalmi viszonyokba való beillesztésére nézve véleményünk az, hogy ezen — országos viszonylatban nem nagy jelentőségű— ércbányászat akkor sem adna erre nézve kielégítő lehetőséget, ha arról, a száraz történelmi adatokon kívül, részletesebb bányaművelési vagy pl. munkásmozgalmi ismereteink lennének.

A szokolyakörnyéki vasércbányászatra vonatkozó és alább közzétett adatok tisztán levéltári eredetűek. A szokolyai vasércelőfordulásnak ugyanis főképpen földtani szempontból meglehetősen nagy és újabbkori irodalma van, ezért azokat itt mellőznünk lehet. E sorok írójának évtizedekkel ezelőtt alkalma volt a besztercebányai bányakapitányság irattárában néhány, a szokolyai bányászatra vonatkozó iratot tanulmányoznia, amelyeknek tartalmát alább kivonatosan ismertetjük. Sajnos csupán rövid korszaknak, a múlt század második felének egyik részéről van azokban szó. Felhasználjuk erre az alkalmat, hogy mintegy függelékképpen ezekkel az egész hegység ércbányászatára vonatkozó képet kikerekítsük.

I.

A nagybörzsönyi ércbányászat

Időszámításunk elején azaz a rómaiak középeurópai uralma idején, ennek a vidéknek lakói a kvádok voltak. E népről a kútfők azt állítják, hogy bányászkodó volt, uralma 550—570 körül szűnhetett meg, amikor helyére szlávok költöztek [2].

Innen kezdve a magyar honfoglalásig, de még ezután is a vezérek korából, *Wenzel* szerint a bányászatról semmi adat nincs. Sőt a királyság megalakítása sem hozott ezen a téren fordulatot. *Wenzel* magyarázata szerint (i. h. 20, 23. l), akkoriban itt — mint Európában csaknem mindenütt — a feudális társadalmi rend és felfogás akadályozta a bányászat fejlődését. A királyság a bányákat saját tulajdonának tekintette, de arra figyelmet nem fordított. Még a 11. és 12. században sem rendezték ezt a kérdést, hanem a királyok a bányák jövedelmét egyes hatalmasabb birtokosokra ruházták. Bányászatnak Magyarországon azonban mégis kellett lennie, mert a 12. század végén a nyugati szomszédos országokkal kötött vámszerződésekben réz, ón, ólom és vasról van szó, amelyeket kétségtelenül itt termeltek, csak azt nem tudjuk, hogy az ország melyik részén.

Az árpádházi királyok korából a Börzsönyre vonatkozó első adatok II. András idejéből származnak, aki 1205—1235-ig uralkodott [3]. Ezek szerint

Hunt tiroli-bajor lovagok — akikről Hont megye neve is ered — a keresztes hadjáratok során itt maradtak, később Tirolnak *Persen* nevű községéből errevonuló bányamunkásokat feltartóztattak és azokat Börzsönyben letelepítették [4]. Innen származik a község mai neve *Persen* = *Bersen* = *Börzsöny*. Később az irodalomban, főképpen az ásványtanban ez a név németül Pilsenre torzult (Deutsch Pilsen).* *Kachelmann* [5] is említi, hogy a börzsönyi első telepesek Persenből származtak. A 13. században Börzsöny már régen az esztergomi érsek birtoka volt, sőt ezüstbányászata révén annak legbecsesebb birtokai közé tartozott. Marczell aludvarbíró 1293. évi ítéletlevelében még Kemencze tartozékaként említi, azonban az utóbbi szintén érseki birtok volt. Egy 1295-ben kelt oklevél villának mondja (Reiszig [14], 296. l).

A 13. század közepe táján a bányászatban lehetett bizonyos fellendülés, ekkor az arany és ezüst forgalma teljesen szabad volt, ami sok külföldi kereskedőt vonzott hazánkba. Ez a fellendülés azonban a 13. század végén az áldatlan politikai viszonyok következtében megszakadt. Az Árpád-ház kihaltával a legfontosabb érctermelő területek az oligarchák kezére kerültek, így pl. Hont megye — tehát Börzsöny is — Csák Máté hatalmában volt [6]. Amikor a pápai követ Csák Mátét, a felvidék hatalmas urát 1311-ben egyházi átokkal sújtotta, hívei egymás után rohanták meg az érsekség birtokait. Így többek között Iborfi István Börzsönyt, ahol elfoglalta az érsekség ezüstbányáit. (Reiszig. i. h. 296/97.)

Róbert Károly királysága idején rendeződtek csak a viszonyok. Még 1312-ben is panaszkodott az esztergomi érsek, hogy az ő hontmegyei börzsönyi ezüstbányájából Csák Máté 200 márka** ezüstöt jogtalanul elvett [7]. Amint az Anjouk uralma megszilárdult, Róbert Károly király bőkezűen kárpótolta az érsekséget az elszenvedett károkért.

Itt mindjárt meg kell jegyeznünk, hogy a feudális rendszer jellemző megnyilvánulásaként, az esztergomi érseknek nemcsak a börzsönyi bányászatot, hanem az ország egész bányászatát is illető fontos kiváltságai voltak. Ezeket *Wenzel* idézett művében [8] tömören összefoglalja, ezért azt szószerint idézzük

»Hont megyében, a bányavárosokon kívül legnevezetesebb bányamívelés volt az esztergami érsek javain, névszerint *Börzsönön* (Pilsen).

Az esztergami érseknek a magyarországi bányászatra nézve fontos jogosítványai voltak, melyeknek eredetét részben az ország legrégibb idejére lehet visszavezetni. Ide tartozott különösen az, hogy az ország valamennyi bányáinak bányavámja utáni tized az esztergami egyháznak járt; s hogy az esztergami érsek bárhol is javain bányákat szabadon nyithatott és míveltethetett, s azoknak jövedelmeit húzhatta. Ez utóbbi jogosítványának alapján bírt az esztergami érsek Börzsönön eléggé híres bányákat, melyek György érsek és Borbála királyné között, ki — mint látszik — 1428-iki birtoklevelénél fogva e bányákat elfoglalta, elkeseredett perre szolgáltattak alkalmat. Albert király e pert az érsek részére döntötte el. Ma Börzsönyön bányák már nem miveltetnek, s csak a régi bányák nyomaira lehet találni.«[9]

* Nyilván csak szájhagyomány, hogy Pilsner egy bányász (hevér) neve lett volna. (L. erre nézve *Pesty* Frigyes kiadatlan helynévgyűjteményét, 20. köt., 52/57. l. amelyet Fol. Hung. 1114. jelzéssel az Országos Széchényi Könyvtár kézirattára őriz.)

**) 200 márka = kereken 50 kg. Bizonyára színezüstről van szó, ami azt jelenti, hogy kohónak is kellett lennie.

Károly 1327-ben olyan intézkedéseket tett, melyekkel a helyzetet rendezte, ami elősegítette a bányászat rohamos fejlődését [6].

Nagy Lajos idejéből, tehát az 1342—1382 közötti korból a börzsönyi bányászatról semmi adatunk nincsen. Zsigmond korából (1387—1437), a bányászatban országszerte bizonyos fellendülés is megfigyelhető. Börzsönyben 1416-ban a bányászatot újra kezdték [10], sőt az erre vonatkozó adományozás okmánya is megvan [11]. Ezt az adatot kiegészíti *Virter Ferenc* közlése [12], amely szerint a községbe ugyanezen évben Zsigmond király, majd 1438-ban Albert szász lakosokat telepített, továbbá az 1439-i oklevél, amely Börzsönyt a bányavárosok közé sorolta [13]. Ugyanezt mondja *Reiszig* [14], aki erről úgy ír, hogy »a városi jellegű községek közé emelkedett« és azt mondja, hogy a 15. században a bányaművelést a telepesek a fejlődés magas fokára emelték.*

Ebbe az időbe esik a taboriták és árvák betörése, akik a Garam és Ipoly közötti terület feldúlása után 1433 októberében Börzsönyt ostromolták [15].

1433-ban Pálóczi György érseksége idejében elkeseredett per támadt közötte és Borbála királyné között, aki az 1428. évi birtoklevele alapján a többi alsómagyarországi bányavárossal együtt Börzsönyt is magának követelte. Ezt a pert Albert király 1439-ben az érsek javára döntötte el [16].

Abból a tényből, hogy e korszakból, azaz Zsigmond király idejéből van a legtöbb adatunk, arra következtethetünk, hogy Zsigmond király idejében volt a börzsönyi bányászat legvirágzóbb.** Mint jellemző érdekességet megemlítjük, hogy e korból a dülők nevei között több bányászati vonatkozásút találunk, sőt egyenesen zúzó- és kohóművekről is szó van [17]. Néprajzilag bebizonyított tény, hogy a lakosság a dülőket azok feladata szerint, vagy foglalkozásuk után nevezi el; mindenesetre feltűnő, hogy bányászati régi nevek elég szép számmal voltak Börzsöny környékén [18].

Albert király 1439-ben történt elhalálozása után a börzsönyi bányászat történetében ismét nagy úr mutatkozik a politikai belviszály miatt. Zsigmond leánya, Albert özvegye maga igyekezett a kormánypálcát kezébe venni, amihez pártot kellett szerveznie. Így lett legnagyobb támasza a már Zsigmond zsoldjába szegődött Giskra János, akit Erzsébet felvidéki kapitánnyá nevezett ki és megbízta a bányavárosok megszállásával, hogy azok gazdag jövedelmét

* E sorok írójának alkalma volt megismernie *Faller Jenő* »A magyar bányászat haladó hagyományai« című, készülő könyvének tématervét. Ennek I. fejezetében a szerző a honfoglaló magyarok bányászati tevékenységével foglalkozik és azt bizonyítja, »hogy a későbbiekben világhírű magyar bányászatnak nem a német telepesek — mint azt eddig tudtuk —, hanem a honfoglaló magyarok vetették meg alapjait, kik őshazájukból az Altáj-vidékéről hozták magukkal aránylag fejlett bányászati szakismereteiket«.

** *Pesty*nek a 415. lapon lábjegyzetben idézett helynévgyűjteménye említi, hogy Zsigmond idejében »hagyomány szerint« 100 bányász dolgozott, amikor 1417-ben a király az esztergomi prímásnak a »Sengenthal« nevü bányászatot adományozta, ahol »platina is találtatott«. A platinát mint önálló fémet csak a 18. század közepe óta ismerjük. (Szerző megjegyzése).

magának biztosítsa. Ismeretes, hogy Giskra hadai évtizedeken át szakadatlanul garázdálkodtak a Felvidéken [19].

Meglepő, hogy Mátyás király idejéből sem tudunk semmit Börzsönyről. Mátyásnak nem csak háborúi folytatásához, hanem visegrádi és budai fényes renaissance-udvartartásaihoz is sok pénzre volt szüksége és így alig feltételezhető, hogy jövedelmének gyarapítására a bányászat minden lehetőségét ne használta volna fel. *Csánki* említi [20], hogy Mátyás, ha megszorult, nem úgy tett, mint utódai a Jagellók, akik kölcsön vettek, hanem ilyenkor jövedelmeit fokozta.

Más oka is lehetett annak, hogy ebből a korból nincs adatunk a börzsönyi bányászatról, mégpedig az, hogy az ottani bányák kimerültek. Az ismert adatok alapján ugyanis feltételezhető, hogy a börzsönyi bányászat Zsigmond korában élte fénykorát, ami talán az akkor feltehetőleg folytatott rablóbányászatnak tulajdonítható. De az is lehetséges, hogy a bányaművelési nehézségekkel akkori kezdetleges eszközeikkel nem tudtak megbírkózni, s ezért hagyták abba a bányászatot.

E nagy hézag után az 1495 körüli évekből van ismét adatunk Börzsönyről. Ebben Visegrád környékén végzett érckutatásról van szó, amelyek nyilván sikertelenül végződhettek, mert utána azt mondja a kútfő, hogy jobban tették volna, ha a Duna másik oldalán a »Persen«-ben (Pilsen) a tiroliaktól régen megnyitott bányákban és Zsigmond idején is üzemben tartott tárókban kutattak volna, amelyeket csak ki kellett volna takarítani, amihez a földbirtokos, a csak 5. életévében járt estei Hipolit, Beatrix testvére, esztergomi érsek és bíboros, bizonyára engedélyt adott volna [21].

Ami a Visegrád környékén végzett érckutatást illeti, az igen szórványos adatok lehetőleg kimerítő felsorolása végett megemlítjük — noha nem Börzsönyre, hanem Visegrádra vonatkozik —, hogy »a monda szerint« ott valaha aranyat és ezüstöt termeltek volna [22].

Bár nem helytörténetet írunk, hanem a börzsönyi bányászatra vonatkozó adatokat keressük, mégis megemlítjük, hogy ebben a korban a börzsönyi szőlő- és bortermelésnek elég jó híre lehetett. *Kachelmann* említi, hogy az egyik selmeci kamaragróf Börzsönyben azzal állított magának emléket, hogy pincéje részére az ottani »folyékony arany«-ból vásárolt, Selmec városa pedig Börzsönyben szőlőt telepített [23]. Ugyancsak *Kachelmann* említi, hogy egy budai polgár a budai Szt. Anna templomnak Börzsönyben négy szőlőtelket ajándékozott [24]. Ezek az adatok az 1505—1510 körüli évekre vonatkoznak.

Az ország közviszonyainak a 16. század első évtizedében mutatkozó szörnyű hanyatlása közben aligha feltételezhető, hogy Börzsönyben ebben az időben bányaművelés lett volna, mert akkor az ércben jóval gazdagabb bányák is csak küzködtek. Ezt a kort jól jellemzi *Wenzel* az alsómagyarországi bányászatról Mária királyné korából, az 1538—1540. évekről írottakkal [25].

Ezután következett a török hódoltság hosszú korszaka, amiről szinte teljes bizonyossággal mondhatjuk, hogy azalatt a börzsönyi bányászat szünetelt. Egyetlen biztos, oklevélen alapuló nemleges adatunk van ebből a korból [26]. Hiszen már 1552-ben a Drégely felől fenyegető török veszély magában a selmeci

bányászatban is fennakadásokat okozott. A jóval közelebbi Bakabányán pedig — bár a török soha meg nem szállta — a bányászatot teljesen beszüntették, mert a török a várost állandóan nyugtalanította. Nem tudjuk pontosan, hogy Börzsöny a megszállott községek között volt-e ; egy 1642. évi jegyzék felsorol 72 hontmegyei falut, amelyek török hódoltság alatt voltak ; ezek között Börzsöny neve nincs [27]. Van olyan egyéb adatunk, 70 évvel előbbről, amiből kitűnik, hogy Börzsöny és Szokolya nem voltak megszállás alatt, hanem oda csak fosztogatni jártak a törökök [28]. *Péch* Antal közlése alapján is ezt kell feltételeznünk, mert különben nem tudtak volna 1610-ben Selmecről Börzsönybe bizottságot küldeni. Végül egy harmadik adat, az esztergomi prímási levéltárnak 1633-ról származó oklevele — egy megyei rendelet — is megerősíti ezt, amely Börzsöny és Vámosmikola közti határvillongásról szól.

A török uralom legvége felé, 1682-ben az egész megye Thököly birtokába jutott, de már a következő évben a császáriak kerítették hatalmukba. Amikor 1685-ben a megyei alispán egy császári tábornokkal bejárta a vármegyét, útjukról igen szomorú képet festettek [29].

A szabad bányavárosokban, amelyek nem voltak a török uralma alatt, már Lipót uralkodása idején (1657—1705) mindinkább megerősödött a királyi bányászati kamara helyzete. Ez a folyamat tulajdonképpen azonnal megkezdődött, amikor a Habsburgok a 16. század közepén rátették a kezüket Felső-Magyarországra. Igen helytálló s szakszerű magyarázatát olvashatjuk *Borovszky* többször idézett művében annak, hogyan jutottak a bányavárosok a bécsi hatóságok befolyása alá [30].

Szekfü Gyula nem ítélt helyesen [31], amikor a bécsi kormány államférfiainak, mint mondja, »azok tehetetlenségének és szellemi lustaságának« tulajdonította a 18. század elején II. Rákóczi Ferenc szabadságharcának, szerinte felkelésének előkészítését. Mi itt evvel nem foglalkozunk, csupán megállapítjuk, hogy a hazai bányászat és annak kizsákmányolása tekintetében a bécsi kormányt a leggaládabb szempont irányította. Tárgyunkkal kapcsolatban Rákóczi idejéből egyetlenegy adatot találtunk, amely mellékesen meg is nevezi Börzsönyt [32].

Néhány évvel későbbről, 1718-ból az esztergomi prímási levéltár őriz egy iratot, amely azt látszik bizonyítani, hogy abban az évben bányászatot űztek Börzsönyben [33]. Börzsöny következő krónikása *Bél Mátyás*, aki könyvében általában inkább a helyrajzzal, hegyek-vizek, erdők, szőlők, vadak stb. továbbá a nép ismertetésével foglalkozik, amelyet nagyon szegénynek mond. A bányászatra vonatkozó adataiból kétségtelenül kiderül, hogy az ő idejében — könyve 1742-ben jelent meg — a bányászatnak már csak nyomai voltak [34].

Bél tudósítása után 30 évvel későbbi időből, 1772-ből van adatunk, amikor is Mária Terézia királynő szemrehányást tesz a prímási uradalomnak, hogy a Börzsönyben bányászkodó vállalatnak a fát drágán adja, »ami nemcsak a királyi bányajog sérelme, hanem a társaságot elrettenti a további műve-

léstől« ; »meghagyja ezért, hogy a fát méltányos áron számítsa, hogy a vállalat a nagy költséggel megkezdett bányaművelést folytathassa« [35]. Ez az ügy még 1774-re is áthúzódik, amikor bizottság foglalkozott az uradalom fájának a bánya részére való szolgáltatásával, amely »pro fornare necessarium«, ami arra látszik mutatni, hogy kohó is lett volna, de az csak néhány év múlva létesült [36]. Mint annyiszor máskor, ezekben az években is hamarosan mutatkoztak egyéb bajok is. A bécsi kamara ugyanis a bánya megvizsgálása végett szakértők kiküldéséről rendelkezik [37]. Az 1772—1777 közötti években okvetlenül kellett bányaüzemnek lennie, mert egyik levéltári adat szerint 1777-ből kimutatás van a készletben levő ércekről és színporokról [38].

Az ebben az évtizedben űzött bányászat csakhamar válságos helyzetbe jutott. 1777-ből reánk maradt több irat, köztük egy elég terjedelmes jelentés, amely a [37] alatt említett rendelettel kiküldött szakértők munkájáról beszámol és az ércvagyonról, azaz a feltárásokról elég sötétlátóan nyilatkozik. Ekkor épült egy kohó — lehetséges, hogy most annak romjait vizsgáljuk —, ami a hatóságoknak különösképpen szemet szúrt, mert nem győzik az erre fordított kiadást helyteleníteni. Ebben a tekintetben a prímási levéltár meglévő iratai több ellentmondást tartalmaznak. A [38] alatt idézett kimutatás érckészletről szól, míg a selmeci kamaragróf a bécsi udvari kamarához intézett jelentésében azt mondja, hogy semmi olvasztani valójuk nincs.

Négy iratról és azok mellékleteiről van szó. Időrendben az első 1777. febr. 17-én Sengenthal-ban kelt felsorolás az 1772/76. évek kiadásairól, amelyek 7315 f-ra rúgtak. Ezek között igen rosszalóan említi a kohó építésére fordított 3055 f kiadást. 1777. febr. 22-én kelt a szakértőknek fentemlített, hét nagy oldalon németül írt jelentése, amelyből egyes helyeket idézünk: »Die vorhandenen Poch- und Schlemmwerke, Hütten- und Probierwerke ... ein von Ziegel aufgeführter Probier-Ofen mit aller Zugehör, dann ein neu aufgemauert Schmelz-Hütte mit 2 Öfen ... worann nichts als die Hütten abgängig ... es wäre mit solcher Ton recht geschechen, wenn nur ergiebiger Erze, und Schliche vorhanden wären, so zeiget aber bey der Vorraths-Consignation das Gegentheil und sehe ich gar nicht ein, wie die Gewerkschaft selbsten wieder Einräthen ihres Bergverwalters in die Unkosten von 3055 f 53 $^3/_4$ Kr sich einlassen und ein solches Gebau einem dessen ganz unkundigen wie der Baumeister Gruber seyn soll, anvertrauen können.«
A prímási levéltárban ezen iratnak csupán másolata van, az előforduló nyelvi hibák nyilván a másoló művei. Ezt a szakértői véleményt a selmeci kamara márc. 3-án a bécsi udvari kamarához küldte, jelentésében említi, hogy a bányák jó állapotban vannak, zúzóműről szól és az is méltatlankodik a kohó építésére fordított 3055 f miatt, »da die Gewerkschaft nichts zu Schmölzen hat«. Felsorolja, hogy a bányatársulat ezenkívül 350 f költséggel kocsmát (Wirtshaus), 563 f-ért istállót, fűrészmalmot stb. épített és ugyanakkor az uradalom 5 év alatt 841 f-t kapott, tehát több haszna, mint kára volt.

Ez a példa típusos esete a hazai bányászat számtalan hasonló vállalkozásainak. Nagy lendülettel, nagyon sokszor hozzá nem értő módon nekifogtak a bányászkodásnak, de csakhamar jönnek a csalódások, a pénz és az érc elfogy, az egészet abba kell hagyni. A károsultak mindig a bányatársulat részjegyesei.

Evvel kapcsolatban még a bécsi kormány képmutató viselkedésére említünk példát. 1777 ápr. 4-én Kolowrat gróf Bécsből leír a selmeci kamaragrófnak, hogy tisztán akar látni, mi a helyzet Börzsönyben, a munkásokat nem fenyegeti-e károsodás, érte-e kár a dominiumot, kiegyeztek-e a munkások az utóbbival, lehet-e eredményt várni a közjó javára stb. Mintha bizony törődtek volna

a munkások sorsával. A rendeletre adott válasznak nincs nyoma a levéltárban.

Az esztergomi levéltárban 1792-ből van irat, amelyben a börzsönyi communitas panaszkodik a bányavállalat (societas) ellen, hogy a bányák (fodinae) teljesen elhanyagoltak, a bányászok az uradalom terhére vannak, szabadon vadásznak, ebből élnek, ezért kérik a kitelepítésüket. Mondanunk sem kell, hogy az esztergomi úriszék eleget tett ennek a kérésnek és elköltözésre kötelezte a bányászokat.

Ebben az időben történt a különböző helyen többször ismertetett, de még mindig nem teljesen tisztázott, tudománytörténeti szempontból kétségkívül a legérdekesebb fejezete az ottani bányászat történetének. Ez pedig a tellúrnak *Kitaibel* részéről a börzsönyi ércekben 1789-ben történt felfedezése. A tellúr felfedezésének elsőbbsége körül sok vita volt, amelyről teljes részletességgel beszámol *Gmelin* nagy kézikönyve [39]. Ezzel mi itt nem foglalkozunk. *Gmelin* hírnevéhez és tekintélyéhez méltón igyekszik tárgyilagosságra, de az olvasónak valahogyan az a benyomása, hogy mégis szeretné a tellúr felfedezésének dicsőségét legalább is megosztani *Kitaibel* és a német *Klaproth* között. *Gmelin* figyelembe veszi a *Kitaibel* javára szóló ismert irodalmi adatokat is, így elsősorban *Gombocz* közleményét [40], sőt közli *Incze* révén *Kitaibel* 1795. jan. 25-én kelt kéziratának hozzá juttatott másolatát, amelyet a Magyar Nemzeti Múzeum őriz és amelyben leírja a börzsönyi érccel végzett vizsgálatát [41]. Alább a jegyzetben szószerint idézünk ebből a kéziratból és vizsgálódásunk szempontjából csupán azt állapítjuk meg, hogy ezen adat szerint 1786-ban még folyt, de 1795-ben már nem volt bányászat Börzsönyben. Ez egyezik avval a fentebbi esztergomi adattal, amely szerint a bányászatot már 1792-ben elhanyagolták.

A tellúr felfedezése körüli vitához csak annyit jegyzünk meg, hogy *Gmelin* közlése szerint a vita befejezéseképen *Kitaibel*-nek *Klaproth*-hoz intézett leveléből az következnék, hogy ők ketten megegyeztek abban, miszerint egyikük sem a tellúr felfedezője, hanem *Müller*. Ezt *Gombocz* (i. h.) sem vonja kétségbe, de azzal magyarázza, hogy *Kitaibel* elsősorban botanikus volt és már unta ezt a mineralógiai vitát és nyilatkozatával egyszerűen előzékenységét akarta kifejezni. Bárhogyan is van, *Müller* Ferenc meg erdélyi volt, de hazánkfia volt *Ruprecht* Antal, aki a selmeci bányászati akadémián végzett, később annak tanára lett és a tellúr problémájával szintén foglalkozott [42].

A börzsönyi tellurtartalmú ércet többen elemezték, *Gmelin* (i. h. 76. l.) felsorolja azokat, akik ezt a *wehrlit* vagy *pilsenit* nevű ásványt vizsgálták. Ezek között első *Wehrle*, szintén a selmeci akadémia tanára volt [43]. Mivel egyrészt a wehrlit név zavartkeltő, a pilsenit pedig Börzsöny nevének idejétmulta és korszerűtlen alakjára emlékeztet, *Papp Ferenc* ennek az ásványnak elnevezésére a *börzsönyit* nevet ajánlotta [44].

A *Kitaibel* felfedezését követő, nevezetesen az 1789—1821 közötti időből az esztergomi levéltár több iratot őriz, amelyek azonban semmi fontos eseményt nem említenek [45]. 1822-ben jelent meg *Beudant* francia mineralógusnak és geológusnak 1818-ban tett magyarországi utazásairól írt 4 kötetes könyve [46].

Beudant külön földtani szelvényt ad a Börzsönyhegységről Szalkán, Börzsönyön és Drégelyen át és egyebek között említi, hogy Börzsönyben a selmecihez hasonló porfiros zöldkő fordul elő ; ebben találták a régebben molibdénezüstnek tartott tellur-bizmutércet. *Beudant* könyvében van adat arra, hogy ottjártakor a börzsönyi bányák teljesen elhagyottak voltak.

1824-ben a selmeci bányatörvényszék Prokopovich Ferenc panaszáról értesítette a prímási uradalmak régensét, Rakovszky Istvánt, hogy nevezettet — noha törvényes újranyitási engedélye volt — az uradalmi tiszttartóság erőszakkal elkergette [47]. Nyolc évvel később ugyanez a vállalkozó bejelenti, hogy három tárót nyitott [48].

A következő adatunk 1837-ből való, amikor *Fényes* Elek ebben az évben megjelent könyvében azt írja [49], hogy Börzsönynél — amit más helyen Börzsön

(Leich Pilsen)-nek nevez — molybd-ezüst található, és régente bányákat műveltek.

Az ezt követő adatok az 1846. és 1847. évekből valók. Ezek nyomára a Bányászati és Kohászati Lapokban 1901. évben megjelent egyik közlemény vezetett [50]. Ez német szövegű felhívás az Esztergomban a börzsönyi bányászat újrakezdése végett alakult bányatársulatban való részvételre. Az esztergomi levéltárakban, nevezetesen az egyesített városi és megyei, valamint a prímási levéltárban ezzel kapcsolatos iratok alapján nagyjából az állapítható meg, hogy Maurovich Rezső, Esztergom város főjegyzője és Ábel József bányaigazgató kezdeményezésére, Párisban »Compagnie française des mines de Börzsöny« néven bányatársulat alakult. Valószínűnek látszik, hogy a bányaművelést meg is kezdték, sőt egyik adatunk — *Pesty*nek a 415. lapon idézett helynévgyűjteménye — szerint ebben az időben a bányászat virágzott. [51]. Az erre vonatkozó egyéb iratok a selmeci bányatörvényszéktől a későbbi besztercebányai bányakapitánysághoz kerültek és ma is ott kell lenniök [52].

Fényes Elek 1857-ben megjelent másik könyvében [53] Börzsönyt mezővárosnak mondja és ezt írja »Régen bányákat mívelt, újabban ismét molybd-ezüst bányát nyitottak meg.« Ezt az adatot csupán azért idézzük, mert ebből az tűnik ki, hogy 1857 táján megint folyhatott bányászat Börzsönyben.

Tudjuk, hogy »argent molybdique« alakjában a 18. század végéről származó »molybd-ezüst« elnevezés semmiképpen sem a molibdén jelenlétére akar utalni. *Scheele* 1778-ban fedezte fel a molibdént és a MoO_3 fehér porát »Wasserbleyerde«-nek (terra molybdaenae) nevezte. A molibdén a görög $\mu o \lambda \nu \beta \delta o \varsigma$ = ólom-ból származik és az ókorban $\mu o \lambda \nu \beta \delta \alpha \iota \nu \alpha$ volt a neve minden ólomból való testnek vagy eszköznek, később pedig minden fémes, ólomhoz hasonló nehéz terméknek. Még később egészen a 18. századig ólomtartalmú ásványokat, sőt a grafitot is így nevezték, mivel ez külső tulajdonságaiban nagyon hasonlított az akkori Wasserblei-hez, aminek ma molybdenit (molibdénszulfid) a neve [54]. Jóllehet ezek szerint a régi »molibdén-ezüst«-nek semmi köze sincsen a molibdénhez, ez a névrokonság esetleg arra ösztönözhetné a kutatókat, hogy vizsgálják meg a börzsönyi ércet netaláni molibdéntartalmára nézve. Ettől persze pozitív eredményt alig lehetne várni, vagy a molibdént meg is találni, mert a molibdén nevet *Kitaibel* a börzsönyi tellur-bizmutos érchez kapcsolta; újabb vizsgálatok szerint pedig Börzsönyben tellurt nyomokban sem találtak [58].

A múlt század második feléből semmi adatunk nincs a börzsönyi bányászatról. Lehetséges, hogy ebben az időszakban is voltak hasonló rövid életű próbálkozások, mint amilyeneket fentebb ismertettünk, de az szinte bizonyosnak látszik, hogy *Fényes* Elek 1857-iki adata óta hosszú évtizedeken át komoly bányaművelést nem folytattak Börzsönyben. 1914-ből van a prímási levéltárban a soron következő adat, amely azonban hiányos [55]. A »Magyar Bányakalauz« kötetei 1881 és 1914 között sem említik Börzsönyt.

Liffa Aurél és *Vigh* Gyula az 1930—32. években alapos bányageológiai vizsgálatokat végeztek a Börzsönyhegységben és részletes beszámolójukban [56] megemlítik, hogy Pohl Lipót kölni vállalkozó 1930-ban a Kishideghegy lejtőjén 10 m-es aknát mélyített, amiből azonban aligha lehetett termelés; csupán feltárás volt célja.

1931—32-ben az esztergomi hercegprímás egyénileg kutatási engedélyt kért és kapott a budapesti bányakapitányságtól, kutattak is, de ennek a kezdeményezésnek sem lett komoly eredménye [57].

Nemrégen *Pantó* Gábor ismertette az 1948 nyarán megindított bányászati kutatás érdekében végzett földtani vizsgálatokat, melyeket szempontunkból azért nem kell részletesen méltatnunk, mert a bányászat múltjáról nem mondanak olyant, amit fentiekben már ne ismertettünk volna. *Pantó* közleménye számunkra mindamellett nagyon érdekes, mert megállapítja, hogy a Rózsa-bánya ércében a bizmuttelluridokat nyomokban sem lehetett felfedezni és tellúr még színképelemzésileg sem volt kimutatható [58].

Evvel végére is értünk a börzsönyi bányászat múltjára nézve gyűjtött adataink ismertetésének. Tisztában vagyunk avval, hogy ez az összefoglalás nem teljes, de jóhiszeműen véljük, hogy a ma nálunk fellelhető adatokat gondosan összegyűjtöttük.* Kutatásainkat még a bécsi állami levéltárban és a besztercebányai (Banska-Bystrica) egykori magyar bányakapitányság (banski urad) irattárában és még — talán elsősorban — a selmecbányai (Banska Stiavnica) bányaigazgatóság gazdag levéltárában végzendő kutatással lehetne kiegészíteni.

Nehéz a börzsönyi bányászatról írt tanulmányunkat anélkül befejezni, hogy Börzsönynek olyan nevezetességéről meg ne emlékeznénk, amelyet némelyek az ottani bányászattal is kapcsolatba hoznak. Ez a község középkori román stílű temploma. Evvel kapcsolatban idézzük *Szerelmey* regényes leírását [59], amely nagyon szép litografiában bemutatja a templom képét, de szövege tele van tévedésekkel.

A község másik templomának bejárata felett a bányászok jelvénye: az ék és kalapács látható, amely a börzsönyi plébánosnak 1774-ben Mária Teréziához intézett kérvénye szerint azt jelképezi, hogy ez csak a bányászok részére épült [60]. Ennek a templomnak, helyesebben a templom szentélyének építési jellege nem teszi valószínűtlenné, hogy a középkorban, talán éppen Zsigmond korában épülhetett, amikor — feltevésünk szerint — a bányászat ott virágkorában lehetett. A templomban lévő kép szintén bányászati tárgyú (a bányászok védőszentjét: Borbálát és hozzá imádkozó három bányászt ábrázol), hogy melyik korból, nem tudjuk; hozzáértő nyilatkozat szerint nincs műemléki értéke és elkészülte a 18. századba tehető. Megemlítendő, hogy a templomot a lakosság ma is bányásztemplom néven emlegeti.

II.

A szokolyakörnyéki vasércbányászat

A szokolyai vasércbányászat múltjával csak egészen töredékesen tudunk foglalkozni. Erre is csak az indít, hogy feljegyzéseink vannak a múlt század második feléből, mégpedig az 1853. és 1854. évekből a régi selmeci bányatör-

* Kivétel a primási levéltárnak az esztergomi bazilikában őrzött erdészeti és számvevőségi része. Ezeknek hosszabb időt kívánó átkutatását mellőzhetőnek véltük, mert illetékes nyilatkozat szerint — rendes ügymenetet feltételezve — ott csupán olyan ügyek végrehajtására és ellenőrzésére vonatkozó iratok találhatók, amelyek amugy is megfordultak a jószágkormányzóság előtt, ennek iratait pedig átnéztük. Az át nem kutatott iratokban tehát alig lehetne újabb, legfeljebb részletesebb adatokat találni, amik természetesen szintén érdekesek és becsesek lehetnek. Idő hiányában — sajnos — nem vállalkozhattunk ennek a feladatnak elvégzésére.

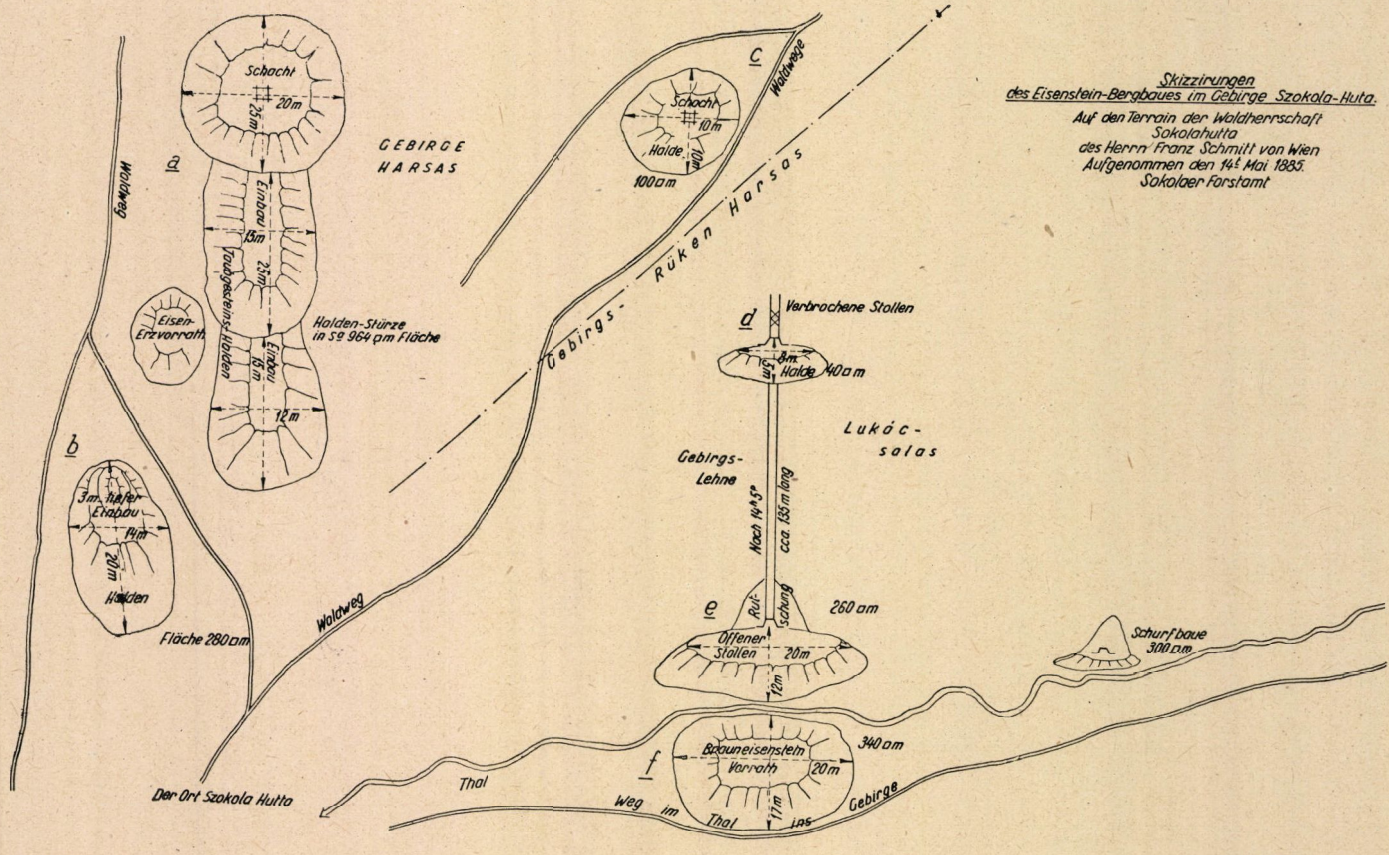
vényszék, továbbá a múlt század 80-as és 90-es éveiből egy-egy adat a besztercebányai bányakapitányság irataiból.

A nyomtatásban megjelent források felsorolását két okból mellőzhetőnek véljük. Ezek elsősorban nem foglalkoznak az ottani bányászat múltjával, másodsorban pedig túlnyomóan a bányászati feltárás célját szolgáló geológiai vizsgálatokról számolnak be. Ebben a vonatkozásban elegendő, ha megemlítjük *Vendl*-nek [44] alatt már idézett munkáját, amely felsorolja azokat a szerzőket, akik az első világháború után ezen a területen vizsgálatokat végeztek és ismerteti a környék teleptani viszonyait [61].

Levéltári adataink szerint 1853/54-ben Kussewich András és Madarász András nevében *Mescha* András bányatiszt (Schichtmeister) foglalkozott a környéken kutatásokkal, amelyek nem csupán Szokolya területére, hanem Szendehely és Nézsa határára is terjedtek.

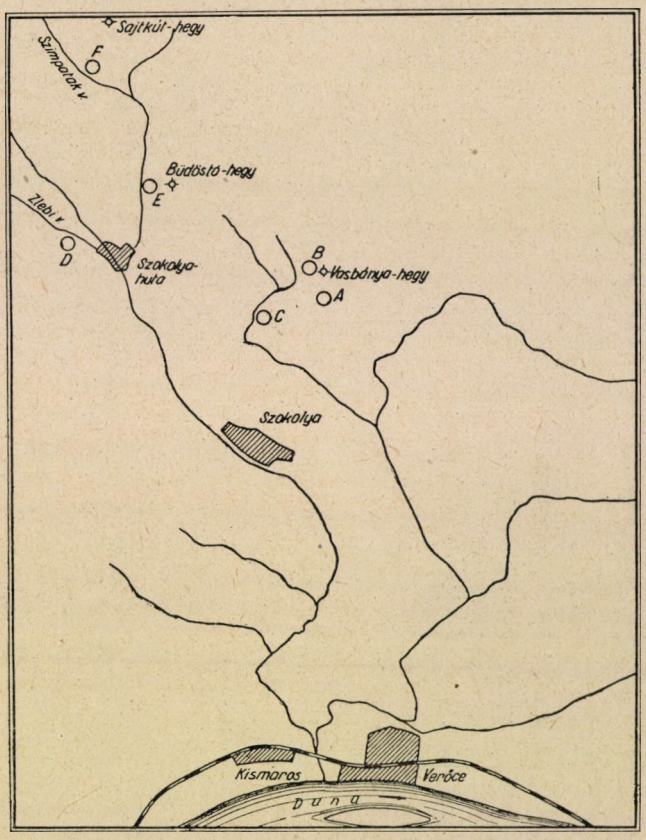
Ami elsősorban *Szokolyát* illeti, erről annyit tudunk, hogy ott 1851-ben Failhauer Sándor bányavállalkozó bányát nyitott, ami azonban igen kezdetleges lehetett. A bánya méreteiről azt tudjuk, hogy mintegy 30 öl hosszú tárója volt, amihez 6 öl mély akna csatlakozott. Itt agyagos barnavasércet találtak kb. 3 lábnyi vastagságban, ami kereken 1 m lehetett. Más helyen, nevezetesen a »Nacsapérger«-völgyben egy természetes árok feltárta vízmosásban telepített 4 öles aknácskában 5 lábnyi, tehát kereken 1½ m vastagságban találták meg a barnavasércet, amelynek feküje trachit, fedüje pedig mészkő volt. Egyik irat a Szélesmezőn talált kb. 2 ölnyi vastag telepről szól, ami majdnem valószínűtlen. Szélesmező nyilván a mai Szöllősmező. (A német nyelvű iratban »Nacsapérger Thal«-nak mondott hely a térképen nem található, Szokolya községtől dél felé van Nacsaberek, ez azonban nem völgy, hanem 334-m-es magaslat, alatta van Csömöle-völgy.) Failhauer 1854-ben már nem birtokosa a bányának, azt eladta egy bányatársulatnak. A terület földbirtokosa akkor a herceg Eszterházy-féle ipoly-pásztói uradalom volt. Szokolyáról az utolsó adat a Lukácshalás dülőre vonatkozik, ahol a már 44 ölre kihajtott Éva-táróban a 3. ölnél, valamint a táró 9. ölénél 12 ölre mélyített aknában homokos barnavasércet találtak, mégpedig 5 hüvelytől 7 ölig terjedő vastagságban. Ha ezt az adatot összehasonlítjuk a jelen század huszas éveiben végzett feltárásokkal, akkor az első számot, nevezetesen a 12—13 cm-es vastagságot elfogadhatjuk, de annál inkább kételkednünk kell a második szám helyességében, ami nem kevesebb, mint kereken 12,5 m-re rúg, bár lehetséges, hogy valamilyen tömzsszerű képződményre akadtak.

Szendehely határában barnavasérc-szerű, de inkább szferosziderites teknőalakú telepet találtak, a községből kifolyó patak baloldalán. Ezt a vízmosta telepet nem is kellett feltárni, de sem határozott csapást, sem dőlést nem mutatott; ez a rendellenesség zavarba hozta a selmeci bányatörvényszéknek a helyszínre kiküldött szakértőjét. Az adományozáshoz azonban a bányatörvényszék mégis hozzájárult a »Szendehelyer concessionierte Andreas Eisen-


Skizzirungen
des Eisenstein-Bergbaues im Gebirge Szokola-Huta.
Auf den Terrain der Waldherrschaft
Sokolahutta
des Herrn Franz Schmitt von Wien
Aufgenommen den 14t Mai 1885.
Sokolaer Forstamt
GEBIRGE
HARSAS
Schacht
20m
25m
Einbau
15m
25m
Taubgesteins-Halden
Einbau
15m
12m
Eisen-Erzvorrath
Halden-Stürze
in Sa 964 □m Fläche
a
b
3m tiefer Einbau
14m
20m
Halden
Fläche 280 □m
Waldweg
Der Ort Szokola Hutta
Gebirgs-Rüken Harsas
c
Schacht
10m
Halde
10m
100 □m
Waldwege
d
Verbrochene Stollen
8m
5m
Halde
40 □m
Lukác-
salas
Gebirgs-
Lehne
Nach 14h 5o
cca. 135 m lang
e
Rut-
schung
260 □m
Offener
Stollen
20m
12m
Schurfbaue
300 □m
f
Brauneisenstein
Vorrath
20m
17m
340 □m
Thal
Weg im Thal ins Gebirge

1. ábra

steinbau« javára, mégpedig azzal az indokolással, hogy a bányatársulatnak »komoly szándéka egy nagyolvasztó építése a vasérc értékesítésére«. Ma persze nagyon nehéz, szinte lehetetlen megállapítani, hogy ez a szándék valóban komoly volt-e vagy csak arra számított, hogy a majdnem mindig jóindulatúnak bizo-



2. ábra
A szokolyavidéki vasércelőfordulások helyszínrajza. 1:75000

nyult bányahatóság egyik szemét be fogja hunyni és az engedélyt megadja; mint ahogyan meg is adta. Még kevésbbé tudjuk megállapítani, hogy az ottani vasércelőfordulás volt-e olyan, amire nagyolvasztót szabad lett volna alapítani; természetesen nem felejthetjük, hogy a 100 év előtti nagyolvasztó méretei mások voltak, mint a maiaké. A váci püspökség birtokát képező területen, nevezetesen a szendehelyi Kálvária-hegy közelében tömzsökben és fészkekben találtak barnavasércet.

Végül a *nézsai* határban végzett kutatásokról van ebből a korból néhány adatunk. Itt a Reszeg (helyesen Keszeg)-ről Nézsára vezető út mentén Sela (?) nevű dülőn találtak tömzsökben és fészkekben barnavasércet, amelyet a szende-

helyi előfordulás folytatásának véltek. A bányahatósági helyszíni szemle jegyzőkönyve azt állítja, hogy a külszínen is találtak néha több mázsányi súlyú ilyen vasércdarabokat. Ugyanilyen előfordulást találtak a nézsai malomtól Agant (helyesen Agárd) felé eső területen, továbbá »Dorfberg« nevű hegyen, amelynek helyét nem tudtuk azonosítani. Egyik iratban az 1849-ben folytatott bányászatról van szó, ennek létesítményei azonban összedőltek, helyükön horpadások voltak. A bányaművelést azért hagyták abba, mert a termelt ércet nem tudták eladni; az irat megnevezi a Dobogó-, Vas- és Pant-hegyet, mint amelyekben tömzs- és fészekalakban vörösvasérc és hematit fordul elő és hozzáteszi, hogy dús fészkek kibúvásai a külszínen itt is szerte-széjjel láthatók. Ebben az iratban is szó van nagyolvasztó építéséről, amelyet a Verőcze melletti Migazzi-kastély közelében terveztek volna.

Erről az egész környékről a következő adatunk 1885-ből való. Eszerint Schmitt Ferenc bécsi lakos, mint szokolyai birtokos kérte a bányakapitányságot, hogy a bányavállalkozókat kötelezzék a Hársas-hegyen és Lukács-szálláson fekvő és üzemen kívül levő tárók és aknák biztosítására, mert azok emberre és állatra veszélyesek. Beadványához kezdetleges helyszínrajzot mellékelt, amit az *1. ábrán* közlünk, mert az vázlatos képet ad a tárók és aknák helyzetéről.

Ugyanebben az évben özv. Müller Jánosné lónyabányai lakos a Szokola, Szendehely és Nézsa határában fekvő, adományozott bányákra szünetelési engedélyt kér, mert a felhalmozott vasércet eladni nem tudja és a további termelés a készleteket csak szaporítaná. Az engedélyt megkapta, ami érthető, mert ebben az időben nálunk már javában folyt a nagy vasércbányák termelése, ami az ilyen kis bányák amúgyis drága üzemét a nagy verseny következtében minden létalapjától megfosztotta.

1895-ben ugyanilyen helyzetben volt az akkori tulajdonos, Wiegner Gusztáv budapesti lakos, aki az ott tárolt érceken nem tudott túladni.

A szokolyakörnyéki vasércbányászatról még néhány — tudtunkkal eddig szintén kiadatlan — feljegyzésünk van. Ezek *Csák* Gusztáv bányamérnök 1921-ben végzett vizsgálatai, aki megállapította, hogy 1. az előfordulások mennyiség szempontjából teljesen reménytelenek, 2. nagyrészt le vannak fejtve, 3. fejtésük a szívós andezit-kőzet robbantása miatt rendkívül drága, 4. a kutatási munkák igen nagy költséget emésztenének fel s eredményre nem vezetnek. Az előfordulást 5—30 cm vastagságú limonit-zsinórok alkotják. Az elemzések szerint a válogatott érc Fe-tartalma 46%, sőt a régi termelésből 53% is, de az átlagos minta mindössze 35% Fe-t, illetve egy másik mintában csupán 24% Fe-t mutatott.

Csák vizsgálataihoz helyszínrajzot mellékelt, amelyet a *2. ábrán* bemutatunk. A helyszínrajzon megjelölt pontok magyarázata a következő:

A) Régi és most újranyitott feltárás, kb. 40 m hosszú földbevágás és ebből kiinduló 20 m hosszú táró.

0,2—0,7 m vastagságú agyagos hasadék-kitöltés 10^h átlagos csapással 50° É dőléssel, a kitöltés 5—12 cm vastagságú limonit-zsinórokat tartalmaz.

B) Andezittufában átlagosan 0,2 m vastagságú agyagos lerakódás, 9^h átlagos csapás és 80° D dőlés mellett.

A lerakódás érülési lapján 5—8 cm vastag limonit-zsinórok.

C) A patak szintjénél régi táró, szája beomolva. Egy kb. 6 m-el feljebb felhajtott feltörésen keresztül ezen táró hátsó szakasza megközelíthető és 8—10 m hosszúságban bejárható. Itt andezit és andezittufa között 0,3—0,8 m vastag agyagos kitöltés van 7—8^h csapás és szabálytalan dőlés mellett.

A kitöltés 5—20 cm széles érces zsinórokat tartalmaz.

D) Szokolyahutától ÉNy felé a Zlebi-patak völgyében régi bányamunkálatoknak csaknem teljes épségben visszamaradt nyomai találhatók. Két egymás felett 8—10 m magasságban fekvő táróval és ezekből hajtott harántvágatokkal és feltörésekkel az andezit alaphegység egy vápájában visszamaradt vulkáni hamu- és homoklerakódás van feltárva, melynek hossza kb. 150 m, vastagsága kb. 30 m és magassága 15 m. Ebben limonitos lerakódások képződtek, vastagságuk 0,1—0,8 m, melyek azonban egy vájatvég kivételével teljesen le vannak fejtve.

Ezen előfordulástól délre 50—100 m-nyire három régi feltörés külszíni nyílása látható.

E) A Szimpatak alsó folyásánál a Büdöstó-hegy lábánál 0,25 m vastag agyagos érckibúvás van, melyet kutatótáróval kb. 70 m hosszúságban követtek csapásban. [62] Egy helyen az érckitöltés 0,6—0,8 m vastagságra szélesedik. A kitöltésben néhány cm-es zsinórok vannak, a kiszélesedett helyen pedig szferosziderit beágyazás van.

F) A Szimpatak felső folyásánál a Sajtkút-hegytől délre egy régi tárócska van újra nyitva, melyben vékonyabb zsinórok találhatók. Ugyanilyen van ettől 3 m távolságban, ahol egy 3—4 m-es aknácska és egy ebből hajtott 3 m hosszú kutató vágat van.

Figyelemre méltó vasércelőjövel a megvizsgált területen nincs.

Összefoglalás

A tanulmány elsősorban a Nagybörzsöny község határában évszázadok óta űzött ércbányászat történetére vonatkozó adatokat ismerteti. Ezek részben nyomtatásban megjelent, részben levéltárakban gyűjtött adatok. Szinte bizonyos, hogy a börzsönyi ércbányászatot II. András magyar király idejében, a 13. században kezdték, feltehetően Zsigmond idejében élte fénykorát, ezután — sűrűn váltakozó és sokszor igen hosszú szünetekkel — úgyszólván napjainkig folytatódott.

A szokolyakörnyéki vasércbányászatot ismertető adatok csupán a 19. század második felére és a jelen század 20-as éveire vonatkozó levéltári adatok.

MEGJEGYZÉSEK ÉS IRODALOM

[1] Ezekre a romokra *Vastagh Gábor*, a kémiai tudományok doktora, műszaki egyetemi docens, az Országos Közegészségügyi Intézet igazgatója hívta fel 1950 őszén e sorok írójának figyelmét. *Vastagh* a maradványokra úgy lett figyelmes, hogy a patak alsó folyásának medrében salak-darabkákat talált, amelyek nyomán valóban meg is lelte a salak-hányót, ami a szóbanforgó romok közvetlen szomszédságában van.

[2] *Wenzel Gusztáv:* Magyarország bányászatának kritikai története. Budapest, 1880. M. Tud. Akadémia, 13/14. l.

[3] *Joh. Kachelmann:* Das Alter und die Schicksale des ungrischen, zunächst Schemnitzer Bergbaues nebst einer Erklärung der Eigennamen des Landes. Pressburg, C. F. Wigand, 1870. 17/18, 43, 49 l.

[4] Persen község Dél-Tirolban van, mai olasz neve Pergine. Trienttől (Trento) légvonalban 9, vasúton 18 km-nyire.

[5] *Joh. Kachelmann:* Geschichten der ungarischen Bergstädte und ihrer Umgebung, Bd. 2., Schemnitz, Fr. Lorber, 1853, 71. l. *Kachelmann* ebben a könyvében pongyolán idézi *Sperge* könyvét. Ez utóbbi neve és címe helyesen: *Joseph von Sperges:* Tyrolische Bergwerksgeschichte, mit alten Urkunden, und einem Anhange, worinn das Bergwerk zu Schwatz beschrieben wird. Wien, Joh. Th. v. Trattner, 1765. 31, 66/69. Ezt a könyvet csak azért nevezzük meg, mert abban tényleg szó van a perseni ezüstbányákról (egy régi okmányban »argentifodinae Berzini in Montanis«). *Sperges* könyvének egyes helynevei a mai térképeken is fellelhetők (L. pl. *K. Baedeker:* Tirol c. kötetének 37. kiadását, 367/68. l.). Ez az utóbbi kútfő azért is érdekes, mert aszerint Persen környékén 5 község még ma is német nyelvi szigetet alkot.

Egyébiránt *Kachelmann*-nak mindkét itt idézett — ma igen ritka — könyve nem egyéb, mint kritika nélküli becses, de némelykor felületes adathalmaz. *Kachelmann* semmiféle tekintetben nem volt szakember, selmecbányai ügyvéd volt, könyveiből minden iránti lelkesedés lángol, ami német és itt-ott nem riad vissza magyarellenes gúnyolódástól sem. (Pl. a könyv 3. kötetében a 82. lapon, amely 1867-ben jelent meg Selmecen, Mihalik Istvánnál). Könyveit olvasni is nehéz, mert nyolcadrét alakú könyvében egy-egy mondat számtalanszor 1—$1^1/_2$ oldalt kitölt.

[6] *Hóman—Szekfű:* Magyar Történet. II. köt. 318/321. l. Budapest, Egyet. Nyomda, 1930

[7] A [3] alatt idézett könyv 70. lapján.

[8] A [2] alatt idézett könyv 28. §. I. pontjában, a 68. lapon.

[9] *Wenzel*-nek itt idézett szövegét az eredetiben lábjegyzetek kísérik, amelyek kivétel nélkül *Georgius Fejér:* Codex diplomaticus Hungariae ecclesiasticus ac civilis. Budae, 1829—1844, Typ. typogr. regiae univ. ungar. című hatalmas oklevélgyűjteményére hivatkoznak. *Fejér* munkája tudvalevőleg csak eredeti okleveleket ismertet; *Wenzel* idézetét tehát úgy kell tekintenünk, mintha adatait az oklevelekből vette volna, amelyek Börzsönyre vonatkozóan csaknem kivétel nélkül az esztergomi prímási levéltárban vannak vagy legalább is *Fejér* idejében ott voltak.

[10] A [3] alatt idézett könyv 95. lapján. *Kachelmann* előadásából nem állapítható meg, hogy az adományozás kinek a javára szól; lehet Kanizsai János esztergomi érsek, ami legvalószínűbb, de lehet Ozorai Pipo temesi bán, sőt Holalbrecht András is.

[11] Az okmányt közli *Fejér* Codexében. Tom. X., Vol. V., p. 734.

[12] *Borovszky Samu:* Magyarország vármegyéi és városai. Hont vármegye, Budapest, 1906. Wodiáner F. és fiai. *Virter F.:* Hont vármegye községei. 33. l.

[13] Itt valószínűleg a *Fejér* Codexében, Tom. XI. a 239. lapon (megj. 1844-ben) ismertetett oklevélről van szó, amely a prímási levéltárban volt.

[14] A [12] alatt idézett munkában: *Ifj. Reiszig Ede*, Hont vármegye története, 290. l.

[15] *Joh. Chr. v. Engel:* Geschichte des Ungrischen Reichs. 2. Teil. Wien, 1813. In der Camesianischen Buchhandlung. 347. l.

[16] Ehhez az adathoz Reiszig [14] hibásan idézi *Fejér* Codexét; a helyes idézet XI. köt., p. 239 (1844), nem pedig a XI. köt., 5. rész, 736. l. (Itt a lapszám is hibás, mert a bennünket érdeklő lapszám: 734.) *Kachelmann* [3] alatt idézett könyvében a 110. lapon helyesen idézi a szóbanforgó forrást, ahol Börzsönyt »Persen (Bilsen)« néven említi. Ebből valószínű, hogy a későbbi Pilsen is először Bilsen lehetett, amiből viszont arra következtethetünk, hogy a Bersen a régebbi. Ezt *Virter* is megerősíti [12], aki 1270-ből Bersen és Wersen nevekről tud.

[17] Ennek igazolására legcélszerűbb *Kachelmann* [3] alatti könyvéből a 74. lapról a következőket idéznünk: »Unter den bilsenpersener Riednamen mögen Burgberg, Kriegs (Creich)feld, Gereuter (Rodungen), Hochstetten, Höllengrund und Pfalz älter sein, dagegen Almosenstollen, Baumholz (verbannter, gehegter, verbothener Wald, woher auch die berggerichtlichen Bannferien oder gebothene Feiertage), Eisengrund, Kammerhof, Klingerstollen, Salzberg, Schmidtgrund, Schwefelstollen, Ungerberg, Winterleite sich sammt dem Teich, Poch-

und Stampfwerk und den Schmelzhütten, auch auf spätere Zeit beziehen. Das nahe Tölgyes hiess früher Eichrück, und Bergbau wurde auch in der Martenau, oder von Falken genannten Szokol, Szokolya betrieben.«

Ehhez megjegyezzük, hogy a határban most is van Magyarhegy, Sóshegy, Magospart, Rőthegy (Gereuter)? stb. Nem állapítható meg ebből a szövegből, hogy arról a Szokolyáról van-e szó, amellyel e tanulmány második része foglalkozik ; ez egyáltalában nem valószínűtlen. Itt kell még példát említenünk *Kachelmann* mindenáron németesítő szándékára. Tölgyes falut ugyanis már a perseniek letelepedése előtt, 1219-ben Tulgistue néven okmányilag ismerték.

A dülők neveit illetőleg legbőségesebb forrás *Pest*nek a 415. l. lábjegyzetében idézet helynévgyűjteménye, amely nem kevesebb, mint 65 dülő, mező és szántó nevét sorolja fel.

[18] Ilyen közkeletű név pl. a Várhegy, ami Börzsöny környékén is volt. Ehhez megjegyezzük, hogy a középkorban Börzsönyben, mégpedig a Bányapatak mellett, voltak ú. n. várföldek is. (*Fejér*, IV. 2, 472.) Ezek a várrendszerhez tartozó olyan földek voltak, amelyek eladományozását a királyok gyakorolták. A Bányapatak mellett 1258-ban megtelepedett várjobbágyokra l. *Pesty* F.: A magyarorsz. várispánságok tört. a XIII. sz.-ban. M. T. Akad., Bp., 1882, 258. l.

[19] *Gerő János :* A cseh husziták Magyarországon. Besztercebánya, Machold G., 1910. Börzsönyt ez a könyv nem nevezi meg, de Hont megyéről, mint a csehek megszállta területről többször van szó. (61, 82, 103 l.) Adatok hiányában egyformán feltételezhetjük, hogy jövedelmének fokozása végett Giskra Börzsönyben is folytatta a bányászatot, de azt is, hogy az állandó nyugtalanítás következtében a bányászat szünetelt.

[20] *Csánki Dezső :* I. Mátyás udvara. Kiadta a M. Történelmi Társulat Budapest, Kilián György, 1884, 11.

[21] *Kachelmann* [5] alatt idézett művének 3. köt., 127. l. Itt hivatkozik Dombay, Landesrechnungen aus 1494 und 1495 és Engel IV, 1. 17, a 171 lapra (ez utóbbit l. [15] alatt).

[22] *I. Esmark :* Kurze Beschreibung einer mineralogischen Reise durch Ungarn . . ., Freiberg, 1798., 55. l.-on erre vonatkozólag a következő szöveg van : »Der Sage nach soll das Schloss Visegrad ehemals die Residenz eines ungarischen Königs gewesen seyn und dieser aus dem dortigen Sienitporphir-Gebirge beträchtliche Schätze an Gold un Silber gewonnen haben« *Esmark* különben Börzsönyt nem említi, pedig Selmec felé utazását és vissza Besztercebányáról Pestre Nógrád-megyén át, könyvecskéjében elég részletesen leírja.

[23] A [3] alatt idézett könyv 128., illetve az [5] alatti 133. lapján.

[24] Az [5] alatt idézett könyv 137. lapján ». . . vermachte . . . vier Weingärten zu Pilsen (Rheinisch Bilsen, nach dem älteren tyrolischen Persen, ungrisch Börzsöny) sammt Haus, Hof, Acker, Wismat und einem Teiche« . . . Ezt a szöveget azért idézzük, mert nem lehetetlen, hogy a »wismat« valamilyen bányászati fogalmat (kutatási jog?) fejez ki. *Pesty* többször idézett helynévgyűjteményében van »Bizmet« nevű dűlő, amelynek jelentését azonban nem tudja.

[25] *Wenzel* [2] alatt idézett könyvében a 186. lapon : ». . . a bányák mívelése sok és csak nehezen legyőzhető természetes akadályra talált, hogy a bányapolgárok elszegényedve, költséges vállalatokra képtelenek voltak és új mívelésektől különben is tartózkodtak ; hogy a bányásznép elkedvetlenedve és demoralisálva, nem fejtette ki a kellő munkaerőt«. Mivel Börzsönyben nyilván nem maga az érsekség, hanem valószínűleg bérlők és vállalkozók bányászkodtak, menynyivel inkább megsínylette a nehéz viszonyokat az ilyen kis bánya ; ha ekkor még egyáltalában folytattak ott bányászatot, ami valószínűtlen.

[26] *Péch Antal :* Alsó-Magyarország bányaművelésének története. Bpest, M. T. Akad., 1887. II. k., 113. l.

»Nevezetes még ez évből, hogy Grosz Jakab és Egyed testvérek 1610 szeptember 20-án a *börzsönyi* határban lévő régi bányákat föltárták és a kir. biztos Thailer Andrást, Hickel Györgyöt, Lanpergh Miklóst és Füderling Györgyöt küldte ki a megtekintésre. A kiküldöttek sok régi bánya nyomára akadtak, kohók és zúzók nyomaival, de már mind vastag fákkal voltak benőve és senki sem tudta nekik megmondani, hogy mi volt a régi bányákban ; a régi hányókról és új kutatásokból vett próbák ezüstben keveset, de ólomban 62 fontot is tartalmaztak.«

[27] L. a [12] alatt idézett monográfiát, 330. l.

[28] *Matunák Mihály :* Drégely és Palánk katonai szerepe a törökök alatt 1552—1593. Korpona, Joerges Á. özv. és fia, 1901., 17. l. Ebben a bányavárosok egyik kéme jelenti, hogy »Nógrádon sok török gyűlt össze, akik . . . mindenütt átjöhetnek . . . a szokolyaiak 800 frtra és a börzsönyiek 600 frtra vannak becsülve«. Érdekes, hogy a török szemében ez a két hely mint jobb módban lévő volt ismert, hogy a sarcolásnál még külön nyilvántartották azokat. Vajjon azt jelentené ez, hogy mindkét helyen mégis bányászkodtak volna és ez szúrt szemet a töröknek?

[29] *Borovszky* [12] alatt idézett könyve, 336/7. l. . . . »Báttól Korponáig, és onnan vissza Esztergomig egy lélekkel sem találkoztak. A falvakat pusztán hagyták lakóik, akik a törökök és mindenféle sarcolók elől erdőkben és sziklába vájt üregekben kerestek menedéket. Mintegy 50 falu teljesen elpusztult. A török hódoltság alól való felszabadulásból a népnek nem sok haszna

lett, mert most meg a császári had, de még a magyar katonák kíméletlenül sanyargatták a jobbágyokat.« A börzsönyi r. k. plébánián az anyakönyvek 1689-től vannak, ez is a török uralom alatti pusztulás mellett szól (355. l.).

[30] 123.l. »Magyarázata ennek először is az a régi felfogás, hogy minden szabad királyi város a szent korona jószága, mintegy magántulajdona. Az ezekből befolyó jövedelem a királyt, mint fejedelmet és földesurat illeti s így szabadon rendelkezhetik vele. Minthogy pedig királyaink, mint egyúttal osztrák uralkodók, Bécsben székeltek, ügyeiket az ottani hatóságaik útján intéztették.«

Ezt a törvénytelen fejlődést egy másik körülmény is elősegítette. *Wenzel* fejtegetéseinek [25] kiegészítésére ezzel kapcsolatban tudnunk kell, hogy a bányák még a 16. században is majdnem mind magánkézben voltak. Ezek a bányaművelés fokozódó nehézségeivel együttjáró költségeket nem bírták ; egy-egy vízemelő gép beszerzésére, egy-egy vizet levezető tárónak építésére a királytól kértek kölcsönt, øki azt meg is adta, mert az ő érdeke is volt, hogy a bányászat fejlődjék és jövedelmet hozzon. Így a magyar bányászat mindinkább a királynak és hivatalnokainak kiszolgáltatottja lett és lassanként királyi, vagyis kincstári bányászat lett belőle.

[31] *Hóman—Szekfü :* Magyar Történet, VI. köt. 12. és köv. l.

[32] *Kachelmann* [3] alatt idézett könyvének 184. lapján : »... alles Gold und Silber aber, weswegen man auch das Bergwerk zu Bilsen stärker belegt hat... entgalt man den Gewerken und Heyern schon im Jahre 1704 nur mit Poltraken (Polturen, vom slaw. Poldruha) zu deren übermässigen Prägung Herrengrund und Schmollnitz nicht genug Kupfer liefern konnten und welche des Landvolk viel früher, als der Bergmann, anzunehmen sich geweigert hat ; wodurch ... eine den Bergbau tief drückende Noth eingetreten ist«.

Mivel Úrvölgy és Szomolnok Rákóczi uralma alatt voltak, feltételezhető, hogy Börzsöny is, sőt az is, hogy akkor a bányászat ott folyt.

[33] Graanban 1718 szept. 14-én kelt német nyelvű elszámolás 1200 forintról, amelyet a börzsönyi bányászattal kapcsolatban az esztergomi bányapénztárnál befizettek. Az elszámolás szerint ez a pénz bérekre, szénre, puskaporra, kémleldei és egyéb eszközökre kellett. Az olvashatatlan nevű aláíró »Bergschreiber und Probierer« volt.

Ennek és az alább idézett több iratnak kikeresésénél az esztergomi prímási levéltárban és a latin nyelvű iratok olvasásánál szerző segítségére voltak Dr. *Kiss* László könyvtáros, Dr. *Prokopp* Gyula ny. járásbíró ; továbbá az esztergomi egyesített megyei és városi levéltárban *Vitál* József főlevéltáros, akiknek a szerző e helyen is hálás köszönetét fejezi ki.

[34] Erre az adatra *Faller* Jenő műszaki egyetemi docens kartárs volt szíves a figyelmet felhívni. *(Mathias Bel :* Notitia Hungariae novae historico-geographica. Tom. IV., Viennae Austriae, Typ. Joh. Petri van Ghelen, 1742, p. 714/16.) A könyv sajátságos latin szövegének idevonatkozó része szabad-fordításban így hangzik : »Szétszórtan ma is vannak bányaművelést tanúsító nyomok, amelyek a századok folyamán mindinkább elenyésztek. A börzsönyi és a szomszédos hegyek ércekben gazdagok, amelyek nem rosszabbak, mint a selmeciek és azok kihasználására még fognak jönni nálunknál különb férfiak és velük együtt a saturnusi kor.«

Bél klasszicizáló stílusának magyarázatára : Saturnus idejére esik az aranykor. (L. *Pecz* Vilmos : Ókori lexikon, Budapest, 1902. I. k., 494. l., Cronus címszó alatt.)

Az Országos Széchényi könyvtár kézírattára Fol. Lat. 3369. jelzéssel őrzi *Bél* Mátyás »Notitia Hungariae...« ki nem adott, megyénkinti kéziratos leírását. Ebben a sorozatban azonban éppen a Hontmegyét ismertető kötet hiányzik.

[35] Mária Terézia 1772 szept. 26-án kelt rendelete a »Societas Metallaria argenti Fodinas Pilsenses« ismételt panaszára. Ehhez az irathoz több melléklet tartozik, így pl. igen részletes számla fanemenként és mennyiségenként ; Boronkay Imre prímási jószágkormányzó jelentése, végül a következő : 1773. évben a selmeci kamaragrófság jelentése alapján a királynő újabb rendelkezése.

[36] A kohó létezésének további bizonyítéka az 1774. júl. 1-én kelt irat másik mondata : »Quod propter lique factionem minerarum iam effossarum«, (ami a már kiásott ércek olvasztására szükséges).

1774 aug. 17-én kelt másik irat azonban, amely még mindig a fa árával foglalkozik, egyebek között ezt mondja : »... um die Schmelze zur Verarbeitung des erzeugten Ertzes Vorraths baldigst herstellen zu können (hogy a kitermelt érckészlet feldolgozása végett az olvasztót a leghamarább meg lehessen építeni)«.

[37] 1776 dec. 9-én kelt irat. A szakértők feladata annak a körülménynek megállapítása, hogy lehet-e további érceket remélni és folytatni vagy øbbahagyni kell a munkát.

[38] 1777 febr. 17-én kelt »Consignation über sämtliche bey der Deutsch-Pilsener Sengenthaller Gewerkschaft Bergbau seith Anno 1772 bis 1777 erzeugt, und vorräthig Ertzt und Gängen«. Ólom- és ezüstérceket, színport sorol fel tételenként és közli az összes fémtartalmakat. Az irat Sengenthallban kelt, amely nevet más iratban Seegenthal-nak is lehet olvasni. Ez nyilván

valamely dülő neve lehetett, amely azonban sem a [17] sem az [56] alatti felsorolásban nem fordul elő.

[39] *Gmelins* Handbuch der anorganischen Chemie. 8. Aufl., 1940, Verlag Chemie G. m. b. H., System-Nummer 11. »Tellur«., S. 1/5. u. 76.

[40] *Gombocz Endre:* A tellur történetéhez. Természettudományi Közlöny **45** (1913) 440. l.

[41] Ezt a kéziratot először *Gmelin* közölte. Ehhez meg kell jegyeznünk, hogy amíg *Gombocz* szerint a múzeumi szám Quart. Lat. 78, addig *Incze* és *Gmelin* szerint 818/III. Quart. Lat. 91—98. Ennek címe és bevezető sorai: »Beytrag zur näheren Kenntnis des so genannten wasserbleyigen Silbers (Argent molybdique) von Deutsch-Pilsen. Ebből részletek: Vor — ungefähr — 9 Jahren fand man in der Gross-Honter Gespannschaft *unweit Deutsch-Pilsen* (ungarisch Berzencz) bey dem zur selben Zeit dort geführten Bergbau ein Mineral, welches dem äusseren Ansehen nach dem Wasserbley so sehr gleicht, das man kein Bedenken trug, selbes ohne einer weiteren Untersuchung für solches anzunehmen. Auch ich erhielt es vor 8 Jahren als Molybden und mit dem Auftrage zu untersuchen, ob Silber darinn enthalten sey . . .«

Ehhez megjegyezzük, hogy akkor még volt Kis-Hont megye is, továbbá, hogy abban az időben Wasserblei volt a neve a molibdénszulfid vagy molybdänit nevű ásványnak. *(Naumann—Zirkel:* Elemente der Mineralogie, 15. Aufl., Leipzig, 1907. S. 448.)

Kitaibel ezután leírja a vizsgálatot és hozzáteszi: ». . . Nun konnte ich sicher annehmen, dass ich bisher kein Molybden behandelt habe. Ich beschloss also dieses Mineral, sobald ich mehr davon bekommen würde, genauer zu untersuchen. Aber *das deutsch-pilsener Bergwerck gerieth in Verfall* und ich konnte mit Aufwand vieler Mühe und Kosten ausser einigen Splittern nichts davon erhalten«. (A *Kitaibel* szövegében dőlt betűkkel szedett részletek szerző kiemelései.)

[42] *Müller*-re és *Ruprecht*-re nézve l. pl. *Proszt János:* A selmeci bányászati akadémia, mint a kémiai tudományos kutatás bölcsője hazánkban. Bányászati, kohászati és erdészeti felsőoktatásunk története. 1735—1935. 3. füzet, Sopron, 1938., 17., 28., 34/38. l., ahol *Klaproth*-ról nem éppen hízelgően nyilatkozik, ami teljesen indokolt és érthető.

A *Kitaibel* és *Klaproth* közötti vitára nézve l. még *Koch Sándor:* A magyar ásványtan története. Budapest, 1952. Akad. Kiadó, 28/29. l. című munkát, ahol a szerző *Kitaibel* elsőségéért nagyon helyesen síkra száll. Nekünk ebből nem szabad engednünk és ezt minden kínálkozó alkalommal hangsúlyoznunk kell.

Gmelin egyébiránt a tellurról szóló könyvét *Born* idézetével kezdi, akiről megmondja, hogy Selmecen volt tanár. Ezekre a tényekre, hogy t. i. a tellur felfedezői mind magyar földön működtek és hazánkfiai voltak, de főképpen arra való tekintettel, hogy a tellur üzemi termelése is elsőízben Magyarországon történt, e sorok írója műszaki-tudománytörténeti tanulmányainak sorozatában a közeljövőben evvel a kérdéssel külön fog foglalkozni.

[43] Az ásványtanban tudvalévőleg kétféle, *Wehrle*-ról elnevezett *wehrlit* nevű anyagot ismernek. Ezek közül azonban az egyik nem ásvány, hanem kőzet. (L. *Naumann—Zirkelnek* a 35. jegyzetben idézett könyvében, 800. l.) Ez utóbbinak szarvaskői előfordulását említi szerző (Acta Technica **2** [1951] 35. és 42. l.)

A börzsönyi ásványnak mi itt csupán a *Sipőcz* közölte elemzéseit ismertetjük:

	Te	Bi	S	Ag	
I	28,52	70,02	0,33	0,48	*(Sipőcz;* képlete Bi_3Te_2) bécsi példány
II	29,74	61,15	2,33	2,07	*(Wehrle;* nem teljes)
III	35,47	59,47	—	4,37	*(Sipőcz;* képlete Bi_7Te_7Ag) budapesti példány.

Sipőcz megállapítja (Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn **3** [1884/1885] 25.), hogy a börzsönyi ásványnak a budapesti egyetem ásványtani intézetében és a bécsi udvari ásványtani gyűjteményben lévő, tőle vizsgált példányai nem azonosak, hanem az *két különböző ásvány*. Joggal írta tehát *Vitális* István 1906-ban (Hont vármegye természeti viszonyai. *Borovszky* [12] alatt idézett munkájában, 11. l.), hogy a *wehrlit helyzete az ásványrendszerben máig bizonytalan.*

[44] *M. Vendl:* Die technisch wichtigen Mineralschätze Ungarns mit Ausnahme der Kohlen und Erdöle, vor und nach dem Zusammenbruch. A bánya- és kohómérnöki osztály közleményei, Sopron, 1938, X/3. köt., 275. (Papp F. eredeti dolgozata nem állott rendelkezésünkre.) *Zepharovich* és *Vitális* I. szerint is (i. h.) *J. D. Dana (V. v. Zepharovich:* Mineralogisches Lexicon für das Kaiserthum Österreich, Bd. I, Wien, 1859, 41.) adta volna a wehrlit nevet, de van adat arra, hogy már korábban is ezen a néven ismerték (*J. I. Huot:* Manuel de Minéralogie, I., Paris, 1841, p. 188).

[45] 1798 júl. 15-én kelt irat szerint a selmeci bányatörvényszék az el nem foglalt (»nicht belegt«) és részben szünetelő bányákra (zum Teil eingestellten Gruben), az ú. n. Várhegyen

elhagyott bányaműre (am sogenannten Burgberg verfallenen Bergwerk) adományozást engedélyezett. Ennek az adatnak »el nem foglalt« és »részben szünetelő« szavai nem világosak. *Kitaibel* szerint 1795-ben már nem volt ott bányászat.

1802-ben az uradalmi prefektus jelenti, hogy Herzig Sebestyén bérbe akaria venni a bányákat, 1807-ben a kamarai megbizott jelenti, hogy a börzsönyi hegyekben Johannes Richter kutatni akar. 1817-ben Johannes Ruth bányanyitásra kér, de nem kap engedélyt és végül 1821 dec. 14-én a börzsönyi ispán jelenti, hogy három selmeci lakos a selmeci bányabiróság engedélyével augusztusban megjelent és az Ellinger-Stollennek nevezett bányát kinyitotta. Később újra megjelentek és az Erbstollen (altáró) kinyitásánál már hat (!) bányászt foglalkoztattak. Ezek mind jelentéktelen és semmitmondó próbálkozások, amilyennel minden bányavidéken gyakran találkozunk.

[46] *F. S. Beudant :* Voyage minéralogique et géologique en Hongrie. I. k. Paris, 1822. p. 514. — Ezt a könyvet 1825-ben *L. N. Kleinschrod* Lipcsében kivonatosan németül is kiadta, ez a 88. és 103. lapon említi Börzsönyt. (Mineralogische und geognostische Reise durch Ungarn im Jahre 1818.)

[47] Az 1824. jún. 24-én kelt értesítés »alt verlegenen so genannten Klingenstollen«-ról szól, vagyis a bánya szünetelését illetőleg ezekre az évekre nézve a különböző források adatai egymással jól egyeznek.

[48] Prokopovich Ferenc 1832. dec. 8-án Börzsönyben kelt levelében Tribusz Ferenc nevében bejelenti az uradalomnak, hogy 3 tárót nyitott, "einen im Sengen-Thale »Franz«, einen »Simon« und »Juda«. 1833. februárban Tribusz Ferenc bejelenti, hogy bányászkodni kezd. Ennek megtörténtéről semmi további feljegyzés nincs.

Kár, hogy a dűlőkre vonatkozó elég számos adat között éppen a sokszor előforduló »Sengenthal« helyére nézve nem kapunk felvilágosítást. E sorok írója feltételezi, hogy ez a mai Börzsönypatak völgyével azonos, ahol a kohónak vélt romok vannak.

[49] *Fényes Elek :* Magyarországnak s a hozzá kapcsolt tartományoknak mostani állapotja statistikai és geographiai tekintetben. Pesten, 1837. Trattner-Károlyi nyomd., 2. k., 138. és 149. l.

[50] *Ts.* Egy régi bányászati tárgyú okmány az ó-börzsönyi (Alt-Pilsen-i) rég feledésbe ment arany-ezüst bányaműről. Bányász. és Kohász. Lapok **34** (1901) 395/398.

Az okmányt a B. és K. L. eredeti német szövegében »Einladung zur Mitgewerkschaft für den Ó-Börzsönyer oder Alt-Pilsener Gold- und Silberbergbau« és magyar fordításban közölte. A bányahatósági adományozás az »Alt-Pilsner St. Rudolphi und Josephi Bergbau-Gewerkschaft« helyesebben Maurovich János, Esztergom sz. kir. város főjegyzője, köz- és váltóügyvéd, valamint Abel József bányaigazgató nevére szól. A selmeci bányatörvényszék helyszíni szemlét tartott, a főbányagrófi kir. kémlelő műhelyben végzett elemzések »igen kedvező« eredményt mutattak. A felhívás szerint a bányászatot 9 táróval tartják üzemben, melyek közül a szállítótáró hossza több száz ölnyi, zúzó- és mosóművek létesítését igéri és mindenképpen kecsegtető képet fest a börzsönyi bányászat várható fejlődéséről.

[51] Az esztergomi egyesített városi és megyei levéltárban erre vonatkozó iratok nincsenek, de meg vannak az 1847 márc. 15-én és 1847 május 10-én tartott törvényszéki ülések jegyzőkönyvei. Ezeknek 380. és 705. pont alatti feljegyzései csupán alakiságokkal és jogvédő bejelentésekkel foglalkoznak. Ezekből kitűnik, hogy a bányatársulat 128 részjegyéből 78-at Párizsban sikerült elhelyezniök ; amihez azonban meg kell jegyeznünk, hogy ehhez a törvényszéknek csupán annyi köze volt, hogy a neki bemutatott engedményező levelet hitelesítette.

A prímási levéltárban még Hont megye főispánjának 1847 aug. 5-én a prímáshoz intézett levele van, amelyben »felsőbb helyről jött rendelkezésre« hivatkozik és érdeklődik, vajjon igaz-e, hogy a prímás is vásárolt 2 részjegyet, továbbá törőmalom és bányászlakások részére tőle telket kértek. A prímás megsértődhetett, mert azt válaszolta, hogy felsőbb helyek vele közvetlenül leveleznek, egyébként a tárgyra nézve csak annyit közöl, hogy »rég időkben elhagyott bányákat a bányahatóság tudtával mivelni kezdték«. Még az állapítható meg, hogy az üzemi épületek telkének kijelölése végett az uradalom embereivel helyszíni szemle volt.

*Pest*ynek evvel kapcsolatos feljegyzései szerint abban az időben a bányászatnál 35—40 embert foglalkoztattak. Ezen adatok szerint ennek a vállalkozásnak az 1848-iki szabadságharc és főképpen a »Kossuth-bankópénz«-nek 1849-ben bekövetkezett elértéktelenedése vetett volna véget. Ekkor a »két Frantzia Ur által letett alappénz 's elenyészett is igy a bányászat megszünt«.

[52] A Hontmegye magyar területére, tehát a Börzsönyre vonatkozó iratokat a monarchia felbomlása után a budapesti bányakapitányságnak kellett volna átadni, mint ahogyan pl. a szomolnoki bányatörvényszéknek Heves és Borsod megyére vonatkozó iratait át is adták. Ezek az utóbbiak ma az Országos Levéltár őrizetében vannak, de azok között egyetlenegy Hont megyére vonatkozó sincs.

[53] *Fényes Elek:* Az ausztriai birodalom statistikája és földrajzi leírása. Pest, 1857, Heckenast Gusztáv, 2. r., 308. l. Fényes megbizhatóságában alig kételkedhetünk; méltatását l. »Fényes Elek a forradalmár magyar statistikus.« (Természet és technika **92** [1953] 245/46.

Fényes adatának helyességét bizonyítja *Pesty* többször idézett helynévgyüjteménye, amely szerint »1858 év körül Bauer Ignác esztergomi zsidóboltos az elhagyott bányáknak egy részét általvevén, a bányászatot ismét felélesztè. Ez után Rózsabánya dülőben lévő kénköves »Schwewelstollen« bányát nyitott és sárga földet... most is meglévő kemencében égettetett. Ez a gyárnok időközben Szokolyán egy üregbe esett és agyonüté magát 's ezzel a bányászatnak is vége szakadt.«

Pesty börzsönyi adatait 1865-ben kapta, feltehető, hogy a néhány évvel azelőtti eseményekről az adatokat közlő községi előljáróságnak helyes értesülései voltak.

[54] *Gmelin*-nek [34] alatt idézett munkájából a »Molybdän«-kötet, System-Nummer 53, 8. Aufl., 1935.. 1. l.

[55] A besztercebányai bányakapitányság Kiss József részére adományozást engedélyezett, ami ellen azonban az érsekség fellebbezett. A hercegprímási uradalom főerdőhivatala ebben az ügyben jelentést tett Schmidt Lajos bányamérnök szakvéleménye alapján, amely nem volt kedvező. E sorok írója hallomásból tudja, hogy Kiss József az első világháborút közvetlenül követő években is megfordult Börzsönyben, azonban aligha ért el komoly eredményt.

[56] *Liffa* Aurél és *Vigh* Gyula: Adatok a Börzsönyhegység bányageológiai viszonyaihoz. (Jelentés az 1930—32. évi bányageológiai felvételről.) A m. kir. földtani intézet évi jelentése az 1929/1932. évekről. Budapest, 1937. 735/269. l. Ez a tanulmány felsorol mintegy 15—20 dülőnevet, amelyek között szintén vannak bányászati vonatkozásúak.

[57] A prímási levéltárban meglévő iratok szerint ennek a kezdeményezésnek *Schmidt* Sándor dorogi bányaigazgató lehetett az elindítója. Az iratok között vannak *Széki* János és *Vitális* István soproni bányászati főiskolai tanárok szakvéleményei, amelyek részletesen beszámolnak a végzett geológiai vizsgálatokról és ércelemzésekről. Ezen iratok között van *Horváth* Károly dr. c. államtitkár szerződési ajánlata, amit azonban a prímás nem fogadott el, mert a feltárások nem vezettek olyan eredményre, hogy azok alapján a vállalkozást megindíthatná. *Pantó* említi [58], hogy ezekben az években a hercegprímási uradalom és Sarlós József kezdeményeztek rövidéletű kutatást, amelyek új feltárásokig sem jutottak el. E sorok írójának hallomása szerint ez utóbbi nem ércet, hanem »oker-föld«-et keresett. Ez a festéknek alkalmas anyag ott u. i. igen szép sárga változatban termelhető. Nyilván ezt kereshette a m. század 50-es éveinek végén az [53] jegyzetben megnevezett vállalkozó is. Mindennek a levéltárban nincs nyoma.

[58] *Pantó Gábor:* A nagybörzsönyi ércelőfordulás. Földtani Közlöny **79** (1949) 421/433.

Nagybörzsöny teleptani különlegességét, a bizmutásványokat *Csajághy* Gábor elemezte, azok összetétele:

Pb = 3,81%	Co = 0,12%
Fe = 22,89 «	Cu = 0,24 «
Bi = 20,77 «	S = 18,72 «
As = 30,00 «	Ag = 1953. g/t
Sb = 0,32 «	Au = 204 «

[59] *Szerelmey Miklós:* Magyar hajdan és jelen élethű rajzokban, magyarázó szöveggel, Pesten, Beimel, 1847. 23/24. l. E tanulmány technikus olvasóját érdekelni fogja, hogy *Szerelmey* (1803—1875) világjáró magyar technikus, neves litografus volt, szigetelő anyagokra vonatkozó találmányai voltak.

[60] A börzsönyi plébános azt kéri a királynőtől, hogy utasítsa Grassalkovich grófot igéretének teljesítésére és építtesse meg Börzsönyben a plébániatemplomot. (Prímási levéltár 1774. márc. 3.)

[61] L. erre nézve *Vendl* Miklósnak [44] alatt idézett munkájában a 285/6. lapot.

[62] *Schafarzik-Vendl:* Geológiai kirándulások Budapest környékén. (Budapest, Stádium, 1929). A 288. l.-on azt olvassuk, hogy a »Szénpatak völgye felett elhagyott tárnát látunk... szulfidos ércekre kutattak itt eredménytelenül«. Valószínű, hogy ugyanazon táróról van szó, amelyben azonban vasércet kerestek. A *Csák* említette Szimpatak nyilván azonos a Szénpatakkal.

A VÉGEIN FELFÜGGESZTETT NÉGYSZÖGKERESZTMETSZETŰ RÚD STABILITÁSA

CSONKA PÁL

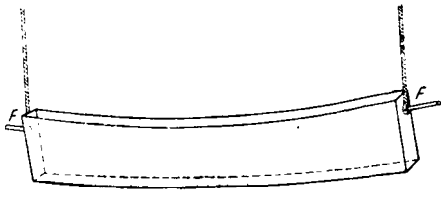
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[BUDAPESTI ÉPÍTŐIPARI MŰSZAKI EGYETEM SZILÁRDSÁGTANI TANSZÉKE]

[Beérkezett 1953 május 22-én]

Bevezetés

A magas- és mélyépítészetben nem ritkák a magasságukhoz képest aránylag vékony, derékszögű négyszögkeresztmetszetű olyan gerendák, melyeket végeiken felfüggesztve emelnek be végleges helyükre. Az efféle vékonyfalú pallószerű szerkezetek egyensúlyi (nyugalmi) állapota a terhelés növelésével labilissá válhatik, nevezetesen e gerendák síkjukból oldalirányban kigörbülhetnek *(1. ábra)*. Ez az alakváltozás — a *kifordulás* — a függélyes síkú hajlítással



1. ábra. Pallószerű gerenda kifordulása

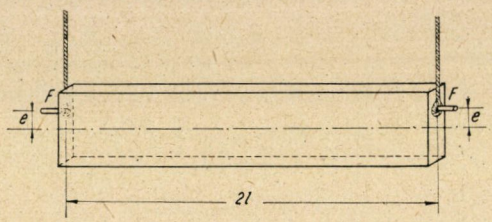
szemben olyan többletigénybevételt okozhat, melynek hatására az egyébként még teherbíró tartók hirtelen tönkremehetnek. Ezért felette indokoltnak látszik annak a kérdésnek a tisztázása, mekkora e végeiken felfüggesztett pallószerű szerkezeteknek a kifordulás veszélyével szemben a biztonságuk.

Gerendák kifordulási lehetőségével először *L. Prandtl* [1] foglalkozott. Ő és egyéb kutatók [2], [3], [4] a rugalmas stabilitás számos esetét tanulmányozták, köztük a kéttámaszú tartó problémáját is, de vizsgálataik során a tartó végeit befogottaknak, vagy legalább is elfordulás ellen megtámasztottnak tekintették. A jelen cikk az említettekkel szemben annyiban hoz újat, hogy a tartó végein a tartó szabad elfordulási lehetőségét tételezi fel, tehát olyan esetet vizsgál, mely a gyakorlat számára eddig megoldatlan volt.

Feltevések, jelölések

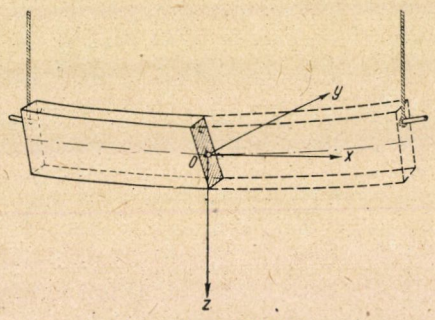
Legyen a gerenda anyaga homogén, izotróp és tökéletesen rugalmas, a gerenda alakja pedig derékszögű oly négyszöghasáb, melynek nagyobbik oldallapja a kisebbiknél lényegesen nagyobb. Tegyük fel, hogy a gerenda

emelés előtt vízszintes helyzetben, a kisebbik oldallapján áll, s kössük ki, hogy az emelő berendezés kötelei a véglapok függélyes oldalfelezőin a rúdtengely felett azonos e távolságban levő F függesztési pontokhoz legyenek odaerősítve. Tételezzük fel, hogy az emelés igen lassan, zökkenés-, lengés-, rezgésmentesen úgy történik, hogy az F pontok összekötő egyenese az emelés minden pillanatában vízszintes, a kötelek pedig függélyesek.



2. ábra. A függesztési pontok helyzete

A vizsgálat céljaira balos koordinátarendszert, mégpedig derékszögű oly $0\,(x, y, z)$ koordinátarendszert alkalmazunk, melynek kezdőpontja a gerenda középső keresztmetszetének súlypontjához van erősítve. E ponton át az x tengelyt úgy tűzzük ki, hogy a meggörbült középvonalat kifordulás után is vízszintesen érintse, a z tengely függélyes, az y tengely pedig az x és z tengelyekre



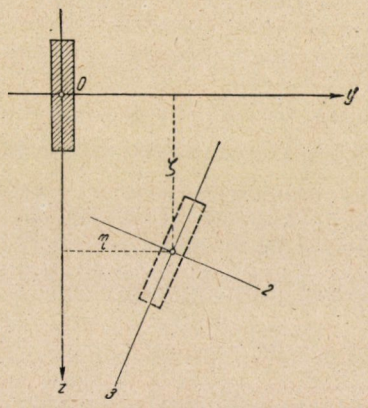
3. ábra. A koordinátarendszer

merőleges legyen *(3. ábra)*. A tengelyeken a haladást az ábrán nyillal jelölt irányban tekintjük pozitívnak.

Vizsgálatainkat csak kis alakváltozások esetére terjesztjük ki. Az alakváltozásokat a rúdkeresztmetszetek alakváltozás utáni helyzetével jellemezzük. Kis alakváltozásokról lévén szó, feltesszük, hogy a rúdkeresztmetszetek az x tengely irányában nem tolódnak el. A rúdkeresztmetszetek y illetve z irányú η, illetve ζ elmozdulásait a helybenmaradónak tekintett $0\,(x, y, z)$ koordinátarendszertől mérjük, s pozitív y, illetve z irányban tekintjük pozitívnak. A rúdkeresztmetszeteknek az x tengely körül végbemenő φ elfordulása akkor pozitív, ha az a pozitív x tengely felől

tekintve, az óramutató forgásirányában megy végbe *(4. ábra)*. Lévén a φ szög kicsiny, cos φ helyett az egységet, sin φ helyett a φ értéket írhatjuk.

A rúdkeresztmetszetekre ható erőpárokat a rúdtengely *1* érintője, illetve a keresztmetszet *2* és *3* főtengelyei körül forgató alkotóikkal jellemezzük.

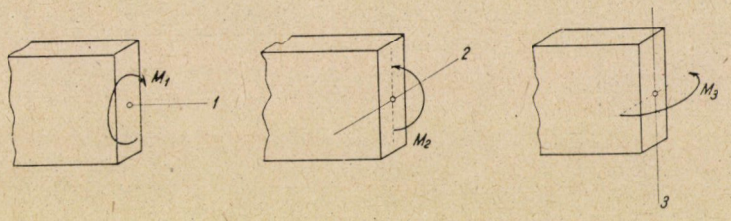


4. ábra. A keresztmetszet helyzetváltozása a helybenmaradónak tekintett középső keresztmetszethez képest

Ezeket az M_1, M_2, M_3 erőpárokat az *5. ábrán* feltüntetett forgató iránnyal tekintjük pozitívoknak.

A feladat alapegyenlete

Szerkezetek rugalmas stabilitásának kérdését, így a gerendák kifordulását is többféle módon lehet tárgyalni. Ezek közül a módszerek közül az alábbiakban a statikai módszert alkalmazzuk.



5. ábra. Az M_1, M_2, M_3 erőpárok

Ismeretes, hogy a rúd alakváltozását jellemző $\varphi = \varphi(x)$, $\eta = \eta(x)$, illetve $\zeta = \zeta(x)$ előfordulás-, illetve elmozdulásfüggvények a csavaró-, illetve hajlítónyomatékokkal a következő összefüggésben állanak :

$$GJ_1 \frac{d\varphi}{dx} = M_1 , \tag{1}$$

$$EJ_2 \frac{d^2\zeta}{dx^2} = -M_2, \tag{2}$$

$$EJ_3 \frac{d^2\eta}{dx^2} = M_3. \tag{3}$$

E képletekben GJ_1 a rúd csavaró ellenállását, EJ_2 illetve EJ_3 pedig a rúdnak a *2*, illetve *3* főtengelyek körül forgató nyomatékokkal szemben való hajlító ellenállását jelenti.

Ha a gerenda tengelyvonalának hosszegységnyi szakaszára jutó teher, a saját súlyt is beleértve, g, a fenti képletben szereplő hajlító nyomatékok:

$$M_2 = \frac{gl^2}{2}\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right), \tag{4}$$

$$M_3 = -M_2 \varphi. \tag{5}$$

Könnyűszerrel számítható az M_1 csavarónyomaték is *(6. ábra)*, nevezetesen

$$M_1 = -gl\,[e\,\varphi(l) + u] + g\int_x^l v\,dx',$$

ha t. i.

$$u = \eta\,(l) - \eta\,(x) - (l - x)\,\frac{d\eta}{dx},$$

$$v = \eta\,(x') - \eta\,(x) - (x' - x)\,\frac{d\eta}{dx}.$$

A csavarónyomaték és a hajlítónyomatékok közt egyszerű összefüggés mutatható ki. A csavarónyomaték deriváltja u. i.

$$\frac{dM_1}{dx} = -gl \cdot \frac{du}{dx} + g\int_x^l \frac{dv}{dx}\,dx',$$

ahol

$$\frac{du}{dx} = -\frac{d\eta}{dx} + \frac{d\eta}{dx} - (l-x)\frac{d^2\eta}{dx^2} = -(l-x)\frac{d^2\eta}{dx^2},$$

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{d\eta}{dx} + \frac{d\eta}{dx} - (x'-x)\frac{d^2\eta}{dx^2} = -(x'-x)\frac{d^2\eta}{dx^2}.$$

Így

$$\frac{dM_1}{dx} = gl(l-x)\frac{d^2\eta}{dx^2} - g\frac{d^2\eta}{dx^2}\int_x^l (x'-x)\,dx' =$$

$$= g(l^2 - lx)\frac{d^2\eta}{dx^2} - g\left(\frac{l^2}{2} - lx + \frac{x^2}{2}\right)\frac{d^2\eta}{dx^2} = \frac{gl^2}{2}\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)\frac{d^2\eta}{dx^2}.$$

Innen a (4) alattiakra tekintettel

$$\frac{dM_1}{dx} = M_2\frac{d^2\eta}{dx^2},$$

illetve a (3) és (5) alattiak figyelembe vételével

$$\frac{dM_1}{dx} = M_2\frac{M_3}{EJ_3} = \frac{M_2}{EJ_3}(-M_2\varphi) = -\frac{M_2^2}{EJ_3}\varphi. \tag{6}$$

Az M_1 és M_2 nyomatékok között imént igazolt összefüggés a $\varphi = \varphi(x)$ elfordulásfüggvényre érdekes feltételt állapít meg. Ha u. i. az (1) egyenlet mindkét oldalát x szerint deriváljuk s dM_1/dx helyébe a (6) alatti értéket írjuk, azt találjuk, hogy

$$GJ_1\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{M_2^2}{EJ_3}\varphi,$$

illetve

$$GJ_1EJ_3\frac{d^2\varphi}{dx^2} + M_2^2\varphi = 0. \tag{7}$$

Ez az egyenlet, a pallószerű gerendák kifordulásának *L. Prandtl-féle alapegyenlete*, a (6) alattiak behelyettesítésével

$$\frac{l^2}{\alpha}\cdot\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)^2\varphi = 0 \tag{8}$$

alakban írható, ha t. i.

$$\alpha \equiv \frac{g^2l^6}{4GJ_1EJ_3}. \tag{8a}$$

Az alapegyenlet megoldása

Ha megelégszünk az $x = 0$ síkra szimmetrikus kifordulási esetek tárgyalásával — a kritikus terhelésnek megfelelő kifordulási eset is ezek között van —

a fenti differenciálegyenletnek megfelelő $\varphi = \varphi(x)$ elfordulásfüggvényekre a következő egyszerű feltevést vezethetjük be:

$$\varphi = C_0 + C_2 \frac{x^2}{l^2} + C_4 \frac{x^4}{l^4} + C_6 \frac{x^6}{l^6} + \dots \tag{9}$$

Itt C_0, C_2, C_4, C_6, ... egyelőre ismeretlen paramétereket jelentenek.

Az imént bevezetett φ függvényt a (8) differenciálegyenletbe behelyettesítvén, a C_2, C_4, C_6, ... paramétereket a C_0 paraméter segítségével sorra kifejezhetjük. Ez alkalommal, megelégedvén az α-ban legfeljebb elsőfokú tagokkal, azt találjuk, hogy

$$C_2 = -\frac{\alpha}{2} C_0,$$

$$C_4 = \frac{\alpha}{6} C_0,$$

$$C_6 = -\frac{\alpha}{30} C_0.$$

Tehát a (8) differenciálegyenletnek megfelelő $\varphi = \varphi(x)$ elfordulásfüggvények ilyen alakúak:

$$\varphi = C_0 \left[1 + \alpha \left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{l^2} + \frac{1}{6} \frac{x^4}{l^4} - \frac{1}{30} \frac{x^6}{l^6} \right) + \dots \right]. \tag{10}$$

Ezek után rátérhetünk a középszál vízszintes kigörbülését kifejező $\eta = \eta(x)$ elmozdulásfüggvény meghatározására. E célra a (3) differenciálegyenletet használhatjuk fel, melyet az (5) és (4) alattiakra tekintettel így írhatunk: s

$$EJ_3 \frac{d^2\eta}{dx^2} = -M_2\varphi = -\frac{gl^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{l^2} \right) \varphi.$$

Ha ide a φ függvény (10) alatti értékét behelyettesítjük, kétszeri integrálás után azt kapjuk, hogy

$$\eta = -\frac{gl^4}{2EJ_3} C_0 \left| \frac{1}{2} \frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{12} \cdot \frac{x^4}{l^4} + \right.$$

$$\left. + \alpha \left(-\frac{1}{24} \cdot \frac{x^4}{l^4} + \frac{1}{45} \cdot \frac{x^6}{l^6} - \frac{1}{280} \cdot \frac{x^8}{l^8} + \frac{1}{2700} \cdot \frac{x^{10}}{l^{10}} \right) + \dots \right|. \tag{11}$$

Az integrálás elvégzése során az

$$\eta(0) = 0, \quad \frac{d\eta(0)}{dx} = 0$$

kezdeti feltételeket már eleve figyelembe vettük.

Ezek után már csak azt a kezdeti feltételt kell számításba vennünk, hogy a gerendának oldalirányban kigörbült állapotban is egyensúlyban kell lennie. Ez a követelmény akkor teljesül, ha a gerendára (vagy a gerenda egyik felére) működő erőknek az x tengelyre felírt nyomatéka zérus, vagyis

$$\int_0^l \eta\, dx - l\,\eta(l) - e\,l\,\varphi(l) = 0. \tag{12}$$

A fenti képletben előforduló mennyiségek közül

$$\int_0^l \eta\, dx = -\frac{gl^5}{2EJ_3} C_0 \left| \frac{3}{20} - \frac{287}{51975}\,\alpha + \ldots \right|,$$

$$\eta(l) = -\frac{gl^4}{2EJ_3} C_0 \left| \frac{5}{12} - \frac{107}{4725}\,\alpha + \ldots \right|,$$

$$\varphi(l) = C_0 \left| 1 - \frac{11}{30}\,\alpha + \ldots \right|.$$

Ha ezeket az értékeket a (12) képletbe behelyettesítjük, a

$$-\frac{gl^5}{2EJ_3} C_0 \left| \frac{3}{20} - \frac{287}{51975}\,\alpha + \ldots \right| +$$
$$+\frac{gl^5}{2EJ_3} C_0 \left| \frac{5}{12} - \frac{107}{4725}\,\alpha + \ldots \right| -$$
$$-e\,l\,C_0 \left| 1 - \frac{11}{30}\,\alpha + \ldots \right| = 0$$

összefüggéshez jutunk. Innen egyszerűsítés után a kifordulás lehetőségének feltétele

$$\frac{gl^4}{EJ_3} \left| \frac{2}{15} - \frac{89}{10395}\,\alpha \right| - e + \frac{11}{30}\,e\alpha = 0,$$

illetve

$$\frac{89}{10395} \cdot \frac{gl^4}{E} \cdot \alpha - \frac{11}{30} \cdot e\,\alpha J_3 - \frac{2}{15} \cdot \frac{gl^4}{E} + eJ_3 = 0.$$

Ha itt α helyébe a (8/a) alatti értéket helyettesítjük be, a

$$\frac{89}{10395} \cdot \frac{g^3 l^{10}}{4E^2 G J_1} - \frac{11}{30} \cdot \frac{cg^2 l^6 J_3}{4EGJ_1} - \frac{2}{15}\frac{gl^4}{E} + eJ_3 = 0 \tag{13}$$

egyenlet áll elő, ezt pedig a

$$G = \frac{3}{7} E \tag{14}$$

helyettesítéssel így írhatjuk:

$$\frac{89}{17820} \cdot \frac{l^{10}}{J_1 J_3} \cdot \frac{g^3}{E^3} - \frac{77}{360} \cdot \frac{el^6}{J_1} \cdot \frac{g^2}{E^2} - \frac{2}{15} l^1 \frac{g}{E} + eJ_3 = 0. \tag{15}$$

Innen

$$g = \frac{15E}{2l^4} \left| eJ_3 - \frac{77}{360} \cdot \frac{el^6}{J_1} \cdot \frac{g^2}{E^2} + \frac{89}{17820} \cdot \frac{l^{10}}{J_1 J_3} \cdot \frac{g^3}{E^3} \right|. \tag{16}$$

A fenti képletben a zárójeles kifejezés két utolsó tagját az első taghoz képest elhanyagolván, a kifordulás szempontjából kritikus $g = g_{krit}$ fajlagos terhelésre első közelítésként a következő képletet kapjuk:

$$g_{krit} = \frac{15eEJ_3}{2l^4}. \tag{17}$$

E képletben, mint látható, a rúdnak csavarónyomatékokkal, valamint függélyes síkú hajlítónyomatékkal szemben való ellenállása nem is fordul elő.

A (17) képlet az oldalirányú kifordításhoz szükséges g_{krit} fajlagos terhelést a gyakorlat számára általában elégséges pontossággal fejezi ki, feltéve, hogy az e méret nem nagyobb a gerenda magassági méreténél. Ha ennél pontosabb megoldást akarunk, akkor a (16) képlet elhanyagolt tagjai helyébe a kritikus terhelésnek a (17) képlettel meghatározott értékét helyettesítvén be, g_{krit}-ra pontosabb értéket kaphatunk. Ezen eljárás kellő számú megismétlésével a (16) egyenletet tetszőleges pontossággal oldhatjuk meg.

Tanulságok

A (17) jelű képletből érdekes tanulságokat vonhatunk le.

Először is megállapíthatjuk, hogy az F felfüggesztési pontoknak a gerenda tengelytől mért e távolsága a kritikus erő értékét igen számottevően befolyásolja. Ha $e = 0$, vagyis a felfüggesztés a gerenda tengelyvonalában történik, a kifordulás már zérus erő esetében is bekövetkezhetik.

A (17) képletből mint további tanulságot azt is leolvashatjuk, hogy a kifordulásveszélyt jelentő kritikus terhelés értéke a gerenda lineáris méreteivel arányos. Minthogy pedig a gerendák fajlagos súlya lineáris méreteik négyzetével áll arányban, az azonos anyagú hasonló alakú gerendák közül az abszolút méretre nagyobbak, kifordulásra veszélyesebbek.

A fenti, eddig nem ismert szabályok felderítése az építő gyakorlat számára esetleges építési szerencsétlenségek elhárítása szempontjából alapvető fontosságú.

A vasbetongerenda esete

Ámbár az előzőekből leszűrt tanulságok nyilván vasbetongerendára is vonatkoznak, a kritikus erőérték meghatározására szolgáló (17) jelű képlet vasbetongerenda esetében nem, vagy csak kellő óvatossággal alkalmazható. Vasbetongerenda esetén ugyanis az E rugalmassági tényező a keresztmetszet különböző pontjain más és más értékű s bizonytalan a vasbetongerenda tengelyvonalának a helye is.

A fenti határozatlanságok miatt a vasbetongerendák kifordulásának tanulmányozására kisminta-kísérletek látszanak alkalmasnak.

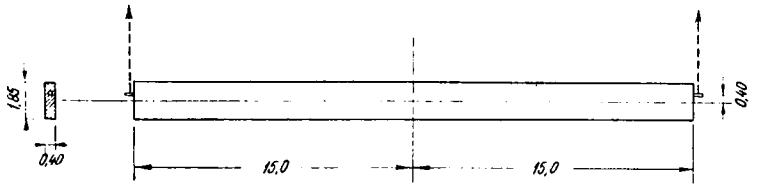
Ha a mintát a megépítendő műtárgy betonanyagával azonos betonból készítjük, s összes méreteit arányosan, pl. $1 : \lambda$ arányban kisebbítjük le, a kisminta hosszegységnyi szakaszának súlya g/λ helyett g/λ^2 lesz. Ezért, hogy a kisminta a vizsgálandó műtárgy állapotával azonos állapotba kerüljön, a kismintát saját súlyán kívül még a

$$\frac{g}{\lambda} - \frac{g}{\lambda^2} = \frac{g}{\lambda^2}(\lambda - 1)$$

teherrel, vagyis saját súlyának $(\lambda - 1)$-szeresével, mint többletteherrel is meg kell terhelnünk, mégpedig a kisminta tengelyvonalában. Ha pl. a kisminta $1 : 5$ arányban készült, a gerendára alkalmazandó többletteher a kisminta súlyának négyszerese. Ez esetben a kisminta feszültségi állapota és rugalmas viselkedése a vizsgálandó műtárgy viszonyaival azonos lesz, s a kisminta alkalmassá válik arra, hogy annak kifordulási biztonságából a megépítendő műtárgy kifordulási biztonságára következtethessünk.

Számpélda

Állapítsuk meg, mekkora fajlagos terhelés hatására fordulhat ki a *6. ábrán*



6. ábra. Számpélda

vázolt, két végén felfüggesztett homogén, tökéletesen rugalmas anyagú gerenda! A szóbanforgó esetben

$$l = 15.0 \text{ m}$$

$$J_1 = \frac{1}{3} 0{,}4^3 . 1{,}85 \cdot 0{,}8637 = 0{,}034087 \text{ m}^4,$$

$$J_3 = \frac{1}{12} 0{,}4^3 \cdot 1{,}85 \qquad = 0{,}009867 \text{ m}^4,$$

Ha tehát pl.

$$E = 2000\ 000\ \text{t/m}^2,$$

akkor a kritikus teher értéke a (17) jelű közelítő képlet szerint :

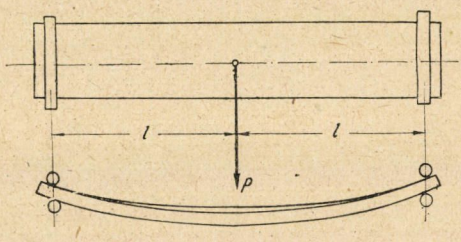
$$g_{krit} = \frac{15 \cdot 0{,}40 \cdot 2000000 \cdot 0{,}009867}{2 \cdot 15{,}0^4} = 1{,}169\ \text{t/m}.$$

Ezzel szemben a (15) jelű harmadfokú egyenlettel dolgozván, eredményül a

$$g_{krit} = 1{,}167\ \text{t/m}$$

értéket kapjuk.

Ha a számítást nagyobbfokú pontossággal, az α-ban négyzetes tagok



7. *ábra.* Timoshenko példája.

beszámításával végeztük volna, ötödfokú egyenletre jutottunk volna, melynek legkisebb gyöke

$$g_{krit} = 1{,}167\ \text{t/m}.$$

A fenti értékek egybevetése igazolja azt az előző megállapításunkat, hogy a kifordulási veszélyt jelentő g_{krit} erő a (17) jelű képlettel a gyakorlat számára kielégítő pontossággal számítható.

A fent kimutatott aránylag kis kifordító erő annál meglepőbb, mert a 7. *ábrán* feltüntetett esetre. *Timoshenko* [2] által kimutatott kritikus erő

$$P_{krit} = \frac{16{,}93\sqrt{EJ_3GJ_1}}{4l^2}$$

a gerenda hosszegységére vonatkoztatott fajlagos terhelésre átszámítva mintegy 40-szerte nagyobb a fentiekben számított értéknél!

IRODALOM

[1] *L. Prandtl:* Kipperscheinungen (1899). Disszertáció.
[2] *A. G. M. Michell:* Elastic Stability of Long Beams under Transverse Forces. *Philosophical Magazine and Journal of Science* **48** (1899), pp. 298—309.
[3] *S. Timoshenko:* Theory of Elastic Stability (1936), Mc. Graw Hill Book Company, Inc. New York and London, pp. 239—286.
[4] *A. Föppl—L. Föppl:* Drang und Zwang (1928), R. Oldenburg, München und Berlin, 2. Aufl. II. Band. pp. 323—356.

Összefoglalás

A cikk a két végén felfüggesztett egyenestengelyű derékszögű négyszögkeresztmetszetű gerenda kifordulási veszélyével foglalkozik a gerendatengely mentén egyenletesen megoszló terhelés esetében. A kifordulási veszélyt jelentő egyenletesen megoszló terhelés értéke a gyakorlat számára elégséges pontossággal

$$g_{krit} = \frac{15eEJ_3}{2l^4}.$$

E képletben e a felfüggesztési pontoknak a gerendatengely feletti magasságát, EI_3 a gerenda legkisebb hajlító merevségét, l pedig a gerenda felfüggesztési pontjai közt mért távolság *felét* jelenti *(2. ábra)*.

Ha az e távolság a gerenda magassági méreténél nagyobb, a kritikus teherérték számítására az előbbi képlet helyett a pontosabb (16)-jelű képletet célszerű használni.

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK RENDEZÉSÉBEN 1953. ÉV JANUÁR— MÁJUS HÓNAPOKBAN TARTOTT FELOLVASÓ ÜLÉSEKEN ELHANGZOTT ELŐADÁSOK

Jan. 7.	*Boros János:*	Anyagok mágneses tulajdonságai
Jan 14.	*Barta István:*	Tranziens jelenségek mikrofonoknál (Székfoglaló)
Feb. 16.	*Winter Ernő:*	Elektroncsöveken észlelt jelenségekből levont néhány elmélet következtetés (Székfoglaló)
Feb. 19.	*Neugebauer Tibor:*	A ferromágnesség kvantumelmélete
Márc. 3	*Pogány Frigyes:*	Lengyelországi műemlékhelyreállítás módszerei és azok tanulságai magyar vonatkozásban
Márc. 5.	*Neugebauer Tibor:*	A ferromágnesség elmélete
Márc. 24.	*Kézdi Árpád:*	A rugalmasságtan és képlékenységtan alkalmazása a talajmechanikában
Ápr. 2.	*Neugebauer Tibor:*	A ferromágnesség kváziklasszikus elmélete
Ápr. 9.	*Szádeczky-Kardoss Elemér:*	Tanulmányok az elemek geokémiai migrációjáról. IV. Atomfajsúlyok és kompresszibilitás
	Egyed László:	Az elemek kompresszibilitásáról
Ápr. 10.	*Barlai Ervin:*	Szórt likacsú fafajok fülledésével kapcsolatos vizsgálatok.
Ápr. 14.	*Kovács K. Pál:*	Aszinkron motorok goromba indítása
Ápr. 16.	*Dénes Péter:*	A ferromágnesek domén szerkezete és a mágnesezés elmélete
Ápr. 29.	*Csemegi József:*	Módszeres műemléki kutatás a szocialista műemlékvédelem szolgálatában
Máj. 14.	*Tardos Lászlóné:*	A hiszterézis elmélete (Az irreverzibilis mágnesezés elmélete)

MŰSZAKI TUDOMÁNYI SZEMLE

Kivonat

Sz. V. Suhardin-nak »Josef Hrabák, a csehszlovák bányászati mechanika megteremtője« című, a magyarországi bányászati mérnöki oktatásra vonatkozó közleményéből.*

A munka Josef *Hrabák*, a kiváló cseh bányamérnök életét és munkásságát ismerteti. Hrabák 1850-től kezdődően a selmecbányai bányászati akadémia hallgatója volt, melyet 1854-ben kitűnő eredménnyel végzett. Mérnöki működését is a selmeci bányakerületben kezdte meg. Ezzel kapcsolatban a szovjet szerző néhány sorban foglalkozik a selmeci bányászat multjával s annak kiváló művelőivel. Fölemlíti Hell József Károly európai hírű gépmestert, ki — mint írja — eredeti szerkezetű szivattyúkkal segítette a XVIII. század elején az akkoriban magyar bányászatot és szól Deliusról, s annak 1773-ban megjelent kitűnő Bányaműveléstan-áról. (Anleitung zu der Bergbaukunst . . .)

A tényeknek megfelelően megállapítja, hogy bányászati mérnöki oktatás »Nyugat-Európában« elsőnek Selmecbányán kezdődött. Ezt a kétségtelen elsőbbségünket különösen a németek vitatták és maguknak tulajdonították. Rendkívül fontos a szovjet szerző megállapítása, hogy a bányamérnökképzés nem Freibergben és a prágai Károly-egyetem bányászati fakultásán, hanem Selmecbányán vette kezdetét. Erre vonatkozó sorai a következők : (p. 299.)

»Az az állítás, mely szerint bányász specialisták képzése a világon először 1765-ben a freibergi Bányászati Akadémián vette kezdetét, nem felel meg a valóságnak. 1762-ben már a prágai Károly-egyetemen volt egy bányászmérnöki tanszék, ugyanakkor (1762—1763) azonban Selmecen már megnyílt a bányászati szakoktatással foglalkozó szakiskola, amibe 1770-ben amikor az iskola Bányászati Akadémia lett, a prágai tanszék egyszerűen beolvadt.«**

Faller Jenő

* Megjelent a Szovjetunió Tudományos Akadémiája Értesítőjében, Műszaki Tudományok Osztálya, Moszkva 1953. 2. szám (február) p. 299—312.

** Az első bányatisztképző tanintézet alapítása Magyarországon tudvalevőleg 1735-ben történt. L. erre nézve *Mihalovits János :* Az első bányatisztképző iskola alapítása Magyarországon. Bányászati, kohászati és erdészeti felsőoktatásunk története 1735—1935. 1. füz. Sopron, 1938. *(Szerk.)*

AZ 1953 ÁPRILIS 28-IKI ASPIRÁNSVEZETŐI ÉRTEKEZLETEN TARTOTT FELSZÓLALÁSOK

VADÁSZ ELEMÉR

A Tudományos Minősítő Bizottság szükségesnek tartja, hogy az immár harmadik évében járó aspiránsképzésünkre vonatkozó tapasztalatainkat, észrevételeinket, az esetleges hiányokat közös értekezlet keretében tapasztalatcsere alakjában megbeszéljük. Ilyen megbeszélés tulajdonképpen csak 1951-ben, az aspiránsképzés megindulásakor volt. Azóta ez az intézmény és a hazai tudomány fejlődése szükségessé tette az időközben felmerült problémák megbeszélését. Meg kell vitatnunk, hogy a most kialakult módszerek mennyiben szorulnak még további javításra, meg kell tárgyalnunk, hogy hol kell még esetleges változtatásokat végeznünk.

Felkérem Geleji Sándor akadémikust referátumának előterjesztésére.

GELEJI SÁNDOR

Tudósjelöltjeinktől, aspiránsainktól azt várja a magyar népi demokrácia, hogy a jövő tudományos munkásai legyenek, az aspiránsvezetőktől pedig azt, hogy az aspiránsokat erre tanítsák, neveljék. Az aspiránsok között kell lennie annak a néhány fiatalembernek, aki a jövő tudományát új komoly eredményekkel fogja gazdagítani, és az aspiránsokból lesznek a tudományos kutatóintézetek olyan tudományos kutatói is, akik a célkutatások fontos és hasznos munkáját fogják elvégezni. Az aspiránsvezetőknek tehát az a feladatuk, hogy aspiránsaikat bevezessék a tudományos kutatómunka szellemébe és megtanítsák annak módszereire.

Jegyezzük meg mindjárt, hogy nincs olyan szabály, amely felfedezésre képesítené vagy szerencsés kísérletezőkké változtatná azokat, akik egy szikrájával sem rendelkeznek annak a fényes tehetségnek, amely a nagy tudósokban ragyogott, vagy teljesen hiányával vannak annak a nemes szenvedélynek, mely a kiváló kutatókat hevítette.

Le kell-e mondanunk tehát minden kísérletről, hogy tudományos kutatásra neveljünk és irányítsunk? Magára hagyjuk-e a tájékozatlan kezdőt, hogy a maga erejére utalva, vezető nélkül és tanácstalanul járja a tudományos munkához vezető nehéz és sokszor veszélyes utat?

Semmiképpen. Ellenkezőleg, azt hisszük, hogy nem egy arravaló tanács, melyet számos, nagy tudós életéből, munkájából a tudományos nevelésre vonatkozó tapasztalataiból és gondolataiból leszűrhetünk, helyes utat mutat arra nézve, hogy mit kell tudnia a tudósnak készülő ifjúnak, hogyan szerezze meg a nélkülözhetetlen technikai készültséget, mennyire tartózkodjék a kishitűségtől és bizonyos előítéletektől, milyen szenvedélyek fűtsék, milyen lelkesedéssel igyekezzék a tudományt gazdagítani, a társadalom boldog jövőjét építeni.

A tudományos munkára alkalmasok száma jóval nagyobb annál, mint általában hiszik. Ide kell számítanunk nemcsak a kiváló tehetségeket, hanem az átlagos képességűeket is, ide tartoznak azok, akiket minden munkához alkalmazkodó kézügyességük miatt a tudomány napszámosainak lehetne nevezni, azok, akiket pusztán kíváncsiságuk hajt a természet és technika titkai felé, azok, akik megfontoltak, aprólékosak és hosszú órákat tudnak szentelni a leg-

jelentéktelenebb tünemény megfigyelésének és így tovább, még folytathatnám a sort. A tudománynak, miként a hadseregnek, szüksége van vezérekre, és közkatonákra. Amazok kovácsolják a terveket, de emezek nélkül nem győzhetnének.

Azok a tulajdonságok, melyekkel a tudomány művelőjének rendelkeznie kell, a következők: szellemi önállóság, intellektuális kíváncsiság, kitartás a munkában.

Marx írta: »A tudomány nem ismer "királyi utat" és csak azok remélhetik, hogy napsütötte ormait elérik, akik nem riadnak vissza attól, hogy meredek ösvényeinek megmászása fáradságos.«

Végeredményben minden nagy mű a türelem és kitartás gyümölcse, kiegészítve hónapokon, sőt éveken keresztül bizonyos tárgyra irányított szívós figyelemmel.

A tudós, amikor arra törekszik, hogy munkája nyomán hazájának, az egész társadalomnak fejlődése előbbre lendüljön, egyúttal egészséges és helyénvaló önzésből szellemének továbbadására is gondol. A szellemi apaság öröme is fakad tudósi és tanítói kettős hivatásának betöltéséből, abból, hogy tanítványok veszik körül, akik megértik és tehetségük szerint fejlesztik művét.

Véleményünk szerint a professzor nem annyira szóval, mint inkább példával oltja be unos-untalan tanítványaiba annak az örömnek és legnagyobb elégtételnek eszményképét, melyet akkor érzünk, ha az ismeretlentől elragadjuk titkait és saját eredményünkként lesz a tudomány közkincsévé egy új megismerés.

A vezető tartson szíves viszonyt a tanítványaival, laboratóriumi társalgásaiban tekintse őket közös munkába fogott pajtásainak, szoktassa őket közvetlenségre és őszinte vélemény-nyilvánításra. Ezen a módon könnyebben beláthat tanítványai belsejébe és ítéletet alkothat érzéseikről, hajlamaikról és jellemük erejéről. Emellett azonban lehetővé kell tennie, oda kell vezetnie a fiatal kutatót, hogy minél előbb próbáját adja cselekvőképességének.

A vezető kötelessége, hogy a tanítványt útbaigazítsa, felhívja figyelmét a kutatás még megmunkálatlan területeire, irányítsa bibliográfiai tanulmányait és rászorítsa mindazon segédforrások felhasználására és ügyességek elsajátítására, amelyek kutató munkájában javára válhatnak. De kötelességévé kell tennie és rávezetnie arra, hogy nevelését mindinkább önmaga tudja kiegészíteni, hogy szabaddá váljék a segítségtől, amely amúgy sem tarthat örökké.

A mester legnagyobb dicsősége nem az, hogy őt követő, hanem az, hogy őt felülmúló tanítványokat neveljen.

VADÁSZ ELEMÉR

Megköszönjük Geleji akadémikus általános alapvető egyesítését, amelyre szükségünk van azért, mert az oktatás nem olyan egyszerű feladat és az oktatva nevelés még bonyolultabb.

Vizsgáljuk meg ezt a kérdést most a magunk műszaki területén. A felszabadulás óta kormányzatunk nagyvonalú intézkedései folytán azelőtt soha nem képzelt magasba lendült a műszaki tudományok fejlődése. Azelőtt Magyarországon soha nem hallott műszaki tudományok indultak el, mégpedig mi tagadás, minden előzmény nélkül. Nagyon sok olyan tudományágunk van, ahol az aspiránsvezető sem lesz még egyelőre a tudomány színvonalán. Ezt azonban nem kell szégyelni, mert ebben az együttesben és különösen az aspiránsképzésben együtt is haladhatunk aspiránsainkkal, még akkor is, ha — amint erről

Geleji kartárs általánosságban beszélt — az a célunk, hogy az aspiráns minél hamarabb túlszárnyalja mesterét.

Az aspiránsvezető egyik lényeges kelléke, hogy a tudományos kutatás módszerét ismerje és tapasztaltságánál fogva még olyan területen is eligazodjék, ahol részleteiben nincs otthon, de annak módszereit és irodalmát ismeri. Ebben van tehát a vezetés lényege. Ilyen irányban kérünk most az aspiránsvezetőktől hozzászólást. Főként az eddigi tapasztalataik alapján az aspiránsok munkatervére és haladására vonatkozó észrevételeikről és az azzal kapcsolatos elgondolásaikról szeretnénk egyet-mást tudni. Azt szeretnénk hallani, hogy az aspiránsvezető nagyon magasztos és igen fontos feladatát ki hogyan kívánja megoldani. Konkrét feladatokként jelöljünk meg tehát néhány kérdést.

KOVÁCS K. PÁL

Az aspiránsképzés sokrétű problémái közül azokat kívánom kiemelni, amelyek minket aspiránsvezetőket érdekelnek. Szabad legyen mondanivalómat úgy felosztani, hogy először magával az egyénnel, vagyis az aspiránssal foglalkozzam.

Kétféle aspiránsunk van: rendes és levelező.

Először a rendes aspiránsról szólok. Ebben az első részben ki akarom emelni a felvételi vizsgákkal kapcsolatos kérdéseket, mert a kettőt nagyon szorosan összefüggőnek tartom.

Arról van szó, hogy tudósokat akarunk képezni és magától értetődőnek látszik, hogy a jövendőbeli tudósokat az arra alkalmas egyénekből lehet csak nevelni. Az aspiránsok egyrésze közvetlenül az egyetem padjaiból kerül aspirantúrára. Sokat vitatott kérdés, hogy ez helyes-e és nem lenne-e helyesebb előbb gyakorlatba küldeni.

Azt hiszem itt egészen mélyreható hibák vannak az aspiránsjelöltek kiválasztása körül a tekintetben, hogy teljesen a véletlenre bízzuk, ki legyen aspiráns. Itt van az első pont, ahol nekünk műegyetemi tanároknak, de rajtunk kívül mindazoknak, akik műszaki egyetemi hallgatósággal (pl. az iparból) foglalkoznak, az a feladatuk — legalább is nézetem szerint — hogy már az egyetem padjaiban válogatnunk kell a diákok között. Erre éppen az egyetemi tanároknak, docenseknek és azoknak van módjuk, akik aspiránsképzéssel foglalkoznak.

Első feladat tehát, hogy felvételi vizsgára azok kerüljenek az egyetem padjaiból, akik ott a legkiválóbbnak bizonyultak. Az eddigi felvételi vizsgák ugyanis nagyon rossz képet adnak. Az a tapasztalatom — hangsúlyozom, hogy most a saját szakmámról beszélek —, hogy nem a legjobbak jelentkeznek aspiránsfelvételre. Sok esetben gyengék és közepesek is jönnek, akikről már az egyetem padjaiban bebizonyosodott, hogy alkalmatlanok a tudomány művelésére. Azt hiszem, hogy ez a tapasztalat elég általános és nemcsak az én szakterületemre vonatkozik.

Itt jelentkezik az első feladat, amelyet megoldandónak tartok, és ez az, hogy a Műszaki Egyetemek III—IV. évében kötelezően elő kell írni, hogy a Műszaki Egyetemek profeszorai, külső előadói, docensei tegyenek javaslatot arra, kiket ajánlanak aspirantúrára, mert csak így lehet rendszeresen és jól biztosítani, hogy azok, akiket tudósokká képezünk, valóban a legkiválóbbak legyenek. Ehhez szükséges, hogy a professzorok előadásaik közben közvetlenül adjanak, hogy úgymondjam propagandaanyagot azoknak az aspiránsoknak, akik egyenesen az egyetem padjaiból kerülnek aspirantúrára.

Egy másik csoportot képeznek azok, akik az iparban dolgoznak és akik innen kerülnek aspirantúrára. Ezt a csoportot megint kétfelé oszthatjuk. Az egyikbe azok, akik rendes aspirantúrára jelentkeznek, a másikba pedig azok, akik levelező aspiránsok akarnak lenni.

A tapasztalat azt mutatja, hogy akik már előzőleg az iparban dolgoztak és rendes aspirantúrára jelentkeznek, a legtöbb esetben magukkal hozzák a tudomány eszményei iránti közvetlen vágyakozást. Rendszerint ugyanis az a gyakorlati helyzet, hogy kisebb jövedelemmel kell folytatniok az aspirantúrát, mint ami számukra az iparban volt. Ebből következik, hogy lelkesedésben itt valószínűleg nincs hiány.

Az aspirantúra felvételi bizottságoknak azonban rendkívül szigorúan kell törekedniök arra, hogy az illető képességei meg legyenek arra, hogy tudományos kutatást tudjon végezni. Tehát olyanoknál, akik a gyakorlatból jönnek, mindaddig, míg pontos előírásszerű felvételi anyag nincs — reméljük, hogy hamarosan kikerül egy olyan szabályzat, amely szabatosan előírja, hogy milyen felvételi vizsgaanyag lesz — döntően és elsősorban azt kell figyelni, hogy milyenek a képességei. Itt nem szabad sem erőt, sem időt, sem pedig fáradságot kímélnünk, mert a legtöbb esetben nem arról van szó, hogy az illető fel tud-e írni — mondjuk — egy differenciálegyenletet, hanem a felvételi vizsga alkalmával a beszélgetés során meg kell győződnünk arról, hogy az illető képes-e önálló gondolkodásra és hajlamai olyanok-e, hogy a későbbi tudományos munkában részt tud venni.

Most pedig legyen szabad néhány szót a levelező aspirantúráról szólnom. Megítélésem szerint ez a legfogasabb kérdés. A jelentkezők képességei tekintetében azt kell mondanom, hogy természetesen itt is csak azok jöhetnek számításba, akik a legjobbak közé tartoznak, akik a legalkalmasabbak arra, hogy komoly tudományos munkát végezzenek. És itt ki kell térnem Tolnai elvtársnak egy másik értekezleten korábban mondott szavaira. Nekem az a véleményem, hogyha valaki hosszabb időt töltött el az iparban és ez alatt az idő alatt nem mutatta ki a fogafehérjét, tehát nem publikált tudományos dolgozatokat, akinek nincsenek tudományos eredményei, attól aligha várhatjuk, hogy most más körülmények között egyszerre kigyullad benne az a bizonyos szikra. Aki az iparban dolgozik, — nagyon kevés kivételt nem tekintve — annak mindig módjában van tudományos érdeklődésének irányában a kérdéseket kifejtenie. Tehát azoknál a jelentkezőknél, akik az iparból jönnek levelező aspiránsnak, mint minimális feltételt azt szabnám meg, hogy az illetők mutassák meg, hogy addig az időpontig, amíg az iparban voltak, milyen tudományos munkásságot fejtettek ki. Ha valóban olyan aspiránsaink lesznek, akik alkalmasak az ilyen általunk megkövetelt tudományos munkára, akkor meg kell vizsgálni, hogy milyen legyen magának az oktatásnak a módja és formája.

Az oktatás módja tekintetében egy veszélyre szeretném felhívni a figyelmet, Ez összefügg a közelmultban kiadott úgynevezett kandidátusi minimum kérdésével. Azt hiszem, minden aspiránsvezetőnek kell rendelkeznie annyi judiciummal, hogy ezt a bizonyos aspiránsi minimumot ne tekintse merev tézisként. A cél az, hogy a kandidátusi minimumba tartozó anyagot alkalmazni tudja.

Az aspiránsvezetőnek egyik súlyponti feladatát képezi az is, hogy megmutassa az aspiránsnak, hogy a kandidátusi minimumban az anyagot hol, hogyan és mikor fogja alkalmazni és milyen körülmények között. Már az első évben döntően fontos, hogy a szakmai aspiránsvezető mondja meg, hogyan

tanulja meg vezetettje a matematikát. Ez nem teszi ugyanakkor feleslegessé, hogy a matematika tanárok tanítsák őket matematikára. Ez vonatkozik a kandidátusi minimumra.

Magára a kandidátusi elővizsgára vonatkozólag azt jegyzem meg, hogy az elővizsgán törekedjünk arra, hogy a vizsgázótól megtudjuk, hogy a minimum anyagában tud-e önállóan, perspektívikusan gondolkodni és az a témakörben jelentkező különböző feladatokat önállóan jól meg tudja-e oldani. Ez volna röviden az első évre vonatkozó megjegyzésem. De most tovább megyek és leszögezem, hogy igen jól bevált az a módszer, hogy a kandidátusok a tanszék egyéb személyzetével együtt bizonyos időközökben nyilvánosság előtt is előadásokat tartanak, mégpedig pontosan abból az anyagból, amellyel foglalkoznak. Nem arról van tehát szó, hogy kijelöljünk számukra munkaterven kívül álló más feladatokat, hanem arról, hogy az éppen soronlévő tanulmányukról referáljanak. Referáljanak, de nem akármilyen közönség előtt. Itt nagyon lényeges kérdésnek tartom, hogy ezeken a beszámolókon az összes szakmákba vágó tudományos és segéderők is jelen legyenek. Az aspiránst meg kell állítani beszéd közben és azonnal ki kell javítani. Figyelmeztetni kell arra, hogy valamit nem jól mondott és miért nem mondta jól, ezután pedig majd így kell, hogy mondja. Ily módon az aspiráns képes lesz arra, hogy későbbi publikációját jól össze tudja fogni. A tanszéken ez a módszer nagyon jól bevált.

Nagyon fontosnak tartom, hogy az aspiráns ne legyen túlterhelve. Erről most nem akarok itt részletesebben beszélni, mert ez magától értetődő követelmény.

Végül pedig harmadik szempontból magáról a kandidátusi disszertációról szeretnék néhány szót szólni. Azt hiszem, nem tévedek, ha azt mondom, helyes, ha az aspiráns kb. a második év kezdetétől fogva — még jobb lenne, ha előbb — elég határozottsággal tudja, hogy miből fog disszertálni. Ez azért fontos, mert, így végeredményben egész gondolatkörét abba az irányba kell beállítania, amelyről disszertációja fog szólni és a disszertációnak bele kell illeszkednie a tanszék, vagy a kutatóintézet tematika-tervébe.

Nem beszéltem itt az aspiránsmunka két olyan tárgyáról, amelyet én a magam részéről fontosnak tartok. Ez a marxizmus-leninizmus és a nyelvtanulás. Itt a nyelvtanulás tekintetében külön ki szeretném emelni azt, hogy hamar eljutunk abba a helyzetbe, hogy az orosz nyelvet tanulják már a középiskolákban, mint kötelező nyelvet tanulják az egyetemen és tanulják az aspiránsok. Ebben a kérdésben itt most nekünk is állást kell foglalnunk. Megnyugvással tapasztaljuk, hogy aspiránsaink közül sokan tudnak jól fordítani oroszt. Egyre nagyobb súlyt kell helyezni arra, hogy egy nyugati nyelvet is megtanuljanak, pl. németet, vagy angolt.

Ami pedig a marxizmus-leninizmus tanulását illeti, nagyon fontosnak tartom leszögezni, hogy a Tudományos Minősítő Bizottságnak és a Felsőoktatási Minisztériumnak szerintem igen komoly feladata van a tekintetben, hogy a szakmai tudományos munkához helyes mértékben hozzáhangolja a marxizmus-leninizmus tanulását és a követelményeket.

PALOTÁS LÁSZLÓ

Az elmondottakhoz néhány gondolattal szeretnék csak hozzájárulni. Én is úgy érzem, hogy az első és legfontosabb kérdés, hogyan történjék maguknak az aspiránsoknak a kiválasztása a felvételi vizsgákon, illetőleg már magukon

a pályázatokon. Remélem, hogy amint már Kovács kartárs is említette, rövidesen megjelenik az aspiráns pályázati feltétel is, és az azzal kapcsolatos szabályzat.

Az aspirantúrára pályázót az eddiginél lényegesen jobban meg kell vizsgálni. A felvételi bizottság eddig minden különösebb előkészítés nélkül kapta az aspiránst a felvételi bizottságba és nem volt módja komolyan foglalkozni azzal a nagyon fontos kérdéssel, hogy az aspiráns vajjon megfelelő-e vagy sem. Éppen ezért úgy érzem, az lenne helyes, ha az aspiráns pályázóval kapcsolatosan az abban a témakörben jártas szakértő részletes véleményt adna az aspiránsról és vele kapcsolatban tenne javaslatot. Az a mai eljárás, hogy a pályázati lapra a szolgálati főnökkel, tanszékvezetővel, társadalmi szervekkel ráiratnak néhány szavas véleményt, korántsem elegendő ahhoz, hogy maga a felvételi bizottság is el tudja bírálni az aspiránst. Az lenne helyes, ha a javasolt aspiránsunkról külön adnánk véleményt a Tudományos Minősítő Bizottságnak ezen néhány szavas véleményen kívül.

Szóbakerült már az is, hogy a pályázati feltételekkel kapcsolatban fokozzák a tudományos előképzettségnek, a tapasztalatoknak is azt a minimumát, amelyet általában véve szükségesnek kell tartanunk a tudományos továbbképzéshez. Ezt nagyon fontos feladatnak tartom, ha ez nem így van, akkor előfordul az, ami ma sajnos itt is — ott is jelentkezik, hogy az első évben nem tesz mást az aspiráns, különösen azok, akik esetleg a gyakorlatból kerültek be, mint alaptárgyakat tanul és ezekben még elmélyülni sem tud. Pedig az lenne a cél, hogy az első év ne az alaptárgyak megtanulására, hanem azok egyes fejezeteinek tanulmányozására fordíttassék, valamint arra, hogy a témájába eső egyes szaktárgyakkal tudjon foglalkozni az aspiráns.

Nem kell különösebben hangsúlyoznom, hogy az aspiránsfelvételi bizottságra komoly feladat hárul. Ezt csak úgy tudja megnyugtatóan elvégezni, ha előzetesen áttanulmányozta a komoly szakértői véleményeket és maga is részletesebben foglalkozott az aspiránsokkal. De az aspirantúrára jelentkező is csak akkor felelhet meg a vele szemben támasztott követelményeknek, ha tisztában van ezekkel. Az lenne helyes, hogy az aspiránsi pályázati feltételekhez csatolni kellene a tudás, vagy a tapasztalati minimumot.

A feltételekkel kapcsolatban még azt is meg szeretném jegyezni, hogy a vélemények itt valóban megoszlanak. Nem teljes az egyöntetűség abban a tekintetben, hogy közvetlenül az egyetemről kikerülő hallgató legyen-e aspiráns, vagy a termelésben már foglalkoztatott mérnök vagy egyéb főiskolát végzett személy. Azt hiszem, hogy csak abban az esetben lehet megegyezés e téren, ha kimondjuk, hogy az egyetemről kikerülő fiatal tudósjelölt csak akkor lehet valóban az, ha egyetemi tanulmányait megfelelően elvégezte, sőt ezen túlmenően különleges felkészültséget, tudományos hajlamot mutatott és ha ennek már valamilyen kézzelfogható bizonyságát, tanújelét is adta. Máskülönben nem látom biztosíthatónak az aspiráns megfelelő továbbképzését.

Igen nagy különbség van a kétféle aspiráns lehetőségei között. Rendszerint az a helyzet, hogy a levelező aspiránsok a termelésben annyira el vannak foglalva, hogy igen kevés idejük van aspiránsi tanulmányaik folytatására.

Hiányosságnak tartom ezen a területen, hogy az Akadémián létesült különböző bizottságok nem foglalkoznak elég intenzíven az aspiránsok kérdésével. Azt hiszem jobban kellene ezeket a gyakorlati életben dolgozó bizottsági tagokat az aspiránsfelvételi bizottságokba és az irányításba bevonni.

Ami az általános aspiránsvezetői kérdést illeti, azzal kapcsolatban is szeretnék néhány gondolatot felvetni. Amikor aspiránst felveszünk, következik az aspiránsi munkaterv megállapítása és itt azért adódik mindig nehézség, mert a jelentkezők egy része nincsen egészen tisztában azzal, hogy tulajdonképen mit is akar. Nem helyes módszer, hogy az aspiránsvezető egyszerűen lediktálja, amit neki tennie kell. Az aspiráns legyen az, aki elmondja, hogy mivel szeretne tulajdonképpen foglalkozni.

További hiányosságnak tartom az aspiránsképzésben, hogy az aspiránsvezetővel, legalább is a kijelölt aspiránsvezetővel nincs eléggé megtárgyalva a kérdés. Ezt tehát előzetesen meg kell tárgyalni az aspiránsvezetővel és akkor talán megfelelő kezekbe kerülnek az aspiránsok.

Azt tartom, hogy az első évben célszerű lenne az aspiránsoknak az alaptárgyakban való elmélyülése és bizonyos szaktárgyakkal való foglalkozása. Viszont minden esetben nem lehet megcsinálni, hogy már a pályázat beadásakor pontosan körvonalazza a disszertációs témáját. Ez véleményem szerint a legjobb esetben csak a harmadik félévben lehetséges, mert hiszen az első év — különösen az iparban dolgozók számára, — de még a fiatal mérnökök számára is — minden bizonnyal csak a tapogatódzásnak és a tájékozódásnak az esztendeje kell hogy legyen. A második évben lehetséges ennek a témának részletesebb feltárása és a harmadik év tulajdonképpen a disszertáció esztendeje.

Helyesnek tartanám, hogy ezek az aspiránsok — különösen azok, akik nem kutatóintézetben dolgoznak — legalább egy ilyen intézetbe mint külső bekapcsolódók dolgozzanak, vagy az Akadémia különböző szakbizottságaiban vegyenek részt és az ott elhangzott témákat hallgassák végig.

Nagyon fontosnak tartom Kovács kartárs megállapításait arra vonatkozólag, hogy az aspiráns saját munkájáról szakértő bizottság előtt számoljon be. Erre nemcsak azért van szükség, hogy az aspiráns munkáját tudjuk elbírálni, hanem azért is, hogy meggyőződhessünk az aspiránsvezető munkájának a milyenségéről is. Erre nagyon alkalmas egy akadémiai szakbizottság, vagy pedig egy laboratóriumi kutató tanácsa, amelynél felkészült szakemberek vannak. Nem közömbös, vajjon az aspiránsvezető helyesen vezeti-e aspiránsát.

Ami a tanulást illeti, a magam részéről azt látom helyesnek, hogy az aspiráns megemésztette anyagból egészen rövid széljegyzéket készítsen, de ne az anyagot adja vissza, hanem az átolvasott anyag lényegét foglalja röviden össze. Ezt igenis nézze át az aspiránsvezető, illetőleg beszélje meg aspiránsával az ezzel kapcsolatos problémák lényegét, abból a célból, hogy ne képletek és formulák maradjanak a fejében, hanem maga a lényeg és amire a könyv esetleg nem mutat rá, arra az aspiránsvezető aspiránsát saját tapasztalatai alapján rávezeti. Semmiesetre sem helyes tehát, hogy az első évben az aspiránsvezető kikérdezésekkel segítsen aspiránsának, hanem ellenkezőleg csak útbaigazításokat adhat és ahol az aspiráns nem fogta meg a lényeget, ott a konzultáció alkalmával a lényegre mutasson rá és adjon irányvonalat a további tanulás számára és jelölje ki az aspiráns számára azokat a tételeket, amelyek disszertációjához annak idején szükségesek lesznek.

Ami pedig a kandidátusi elővizsgát illeti, ezzel kapcsolatban ki kellene dolgozni olyan szabályzatot, amely megjelölné a vizsgáztatás módszerét az elnöknek és a tagoknak a feladatát. Ami a disszertáció kérdését illeti, igazat kell adnom Kovács professzornak. Nem lehet az, hogy a disszertációs téma egy élettől elrugaszkodott téma legyen. Azt kérem, hogy az aspiránsvezető a disszertációs

téma megválasztásánál elsősorban vegye figyelembe a népgazdasági terv fontos problémáit, sőt általában véve az országépítés általános tervtételeit.

TOLNAI GÁBOR

Kapcsolódni szeretnék néhány olyan kérdéshez, amik felmerültek és fel szeretnék említeni néhány olyan kérdést, amely itt nem merült fel, de véleményem szerint döntő fontosságú. Ezek a kérdések nem műszaki, szakmai kérdések, hanem általános elvi kérdések.

A felszólalások eddig az aspiránsokkal kezdték. Én is szeretnék néhány szót magukról az aspiránsokról szólni. Az a tapasztalatunk, hogy az aspiránsok többsége jó munkát végez, eredményesen dolgozik és már az első évben bekapcsolódnak a kutatómunkába.

Itt központi kérdés kell, hogy legyen saját vezetésünknek, az aspiránsvezetésnek a problematikája. Azt hiszem, úgy helyes, ha őszintén és becsületesen beszélnénk erről a kérdésről és ha felvetnénk mindnyájan saját problémáinkat ; magam azt vetném fel, ami hibákat ezen a téren általánosságban látunk.

Meg kell állapítani, hogy az aspiránsvezetés igen sok tekintetben formális jellegű és rendszertelen. Azt is hozzá kell tennünk, hogy igen sok aspiránsvezető részéről hiányzik a komoly ellenőrzés. Aspiránsvezetőink között vannak olyanok, akik az aspiránsokkal úgy foglalkoznak, hogy megkérdezik : hogyan megy a munka. Az illető azt mondja, hogy jól megy és akkor megelégszik ezzel. Vagy egy másik formája az, hogy csak a problémákat beszélik meg az aspiránsokkal, de maga az aspiránsvezető nem vet fel problémákat az aspiránsnak. Magától értetődik, hogy erre is szükség van. A fiatal tudósjelölt problémái nem feltétlenül előrevivők. A mi módszerünk olyan kell hogy legyen, hogy kérdéseket vessünk fel előttük, ezek foglalkoztassák őket, mert ezzel kétségtelenül fejlődni fognak. Ezen a téren önkritikát kell gyakorolni elsősorban a Tudományos Minősítő Bizottság nevében, a Magyar Tudományos Akadémia osztályai, vagy pontosabban a Műszaki Osztály részéről.

Vadász elvtárs itt említette, hogy ilyenszerű értekezlet eddig mindössze egy volt. Ez alapvető, súlyos hiba, mert az ilyen értekezleten az egyes aspiránsvezetők felvetik a problémákat, tapasztalatcsere alakul ki. Hiszen az aspiránsképzés új intézmény, mindössze harmadik éve folyik kísérletezés a Tudományos Minősítő Bizottság részéről és valljuk be, kísérletezés az aspiránsvezetők részéről is. Tehát tanulnunk kell, saját tapasztalatainkat egymástól át kell venni és aszerint kell előremennünk, mert itt mondjuk meg őszintén, bőven van hiba. A központi szervnek az az általános hibája, hogy nem rendezett ilyen tapasztalatcserét célzó értekezleteket az aspiránsvezetőkkel és nem gondolt arra, hogy kidolgozza az aspiránsvezetés módszerét, mert hiszen magától értetődik, hogy az aspiránsvezetésnek is vannak alapvető módszertani sajátosságai, amelyek egyformán érvényesek a társadalomtudományi aspirantúrára, úgyanúgy, mint mondjuk a műszakiakra.

Alaphibának érzem azt, hogy az aspiránsvezetés, amit a legkitünőbb szakembereinkre bízunk, igen nagy mértékben, hogy úgy mondjam szakmai vezetés. Nem azt akarom mondani, hogy a műszaki szakemberektől mi nem a szakmai tudás átadását kérjük. Magától értetődő, hogy ezt kérjük és, hogy az a cél, hogy az aspiránsoknak egész életük tapasztalatát átadják.

Itt ellenben szeretnék ahhoz kapcsolódni, amivel Geleji elvtárs felszólalását kezdte, hogy mit várunk aspiránsainktól. Én megmondom egész őszintén,

hogy mi aspiránsainktól speciális tudást várunk, azt akarjuk, hogy kiváló specialisták legyenek, általános tudással rendelkezzenek. Mégpedig milyen általános tudással és milyen specialistákat akarunk? Mi marxista-leninista szakembereket akarunk. És ha az aspiránsvezetők kizárólag csak a szakmai vezetést és nem pedig az ember egész nevelését tartják szem előtt, akkor szakbarbárokat nevelünk, szakemberét az egyes műszaki tudományoknak, de nem nevelünk marxista-leninista tudóst.

Ez kifejezésre jutott a most lefolytatott ideológiai vizsgákon is, amire Kovács elvtárs is célzott. Most folytak le a marxista-leninista ideológiai vizsgák és az eredmény 3,9-es volt. Ez azt lehet mondani, hogy reális, mert a tavalyi vizsgáknál 4,5-es volt az eredmény, ami egyáltalán nem fedte aspiránsainknál az ideológiai tudás színvonalát. Most szigorúbb mértéket vettünk és kiderült, hogy aspiránsaink egy része az ideológiai oktatást egészen mellékes ügynek tekinti, amiért az aspiránsvezetők is felelősek.

Műszakiak 43-an vizsgáztak. Húszan jelesen, 11 jóra, 5 közepes, 3 elégséges volt, 4 pedig megbukott. Így a stasztika 3,93 volt műszaki vonalon. Ez nem valami megnyugtató. Bőségesen vannak olyanok, akik a szakmában elsőrangú eredményeket mutatnak fel és az ideológiában ugyanakkor közepesek, vagy elégségesen vizsgáznak, vagy megbuknak. Ez tűrhetetlen állapot és magától értetődik, hogy nem tartható fenn.

Nekünk arra kell törekedni, hogy olyan szakembereket képezzünk ki, akik utódaink lesznek és akik nálunk is jobb szakemberek lesznek. De abban is jobb szakembereknek kell lenniök nálunk, hogy ideológiailag is jobbak lesznek.

A másik ilyen kérdés, ami az ideológiai problémához kapcsolódik és amely elsősorban műszaki területen van, ez aspiránsaink általános tudása, műveltsége. Aspiránsaink nagy többsége szépirodalmi könyvet nem vesz kezébe, moziba vagy színházba nem jár. Ez a szükséglet egyáltalában nem is él bennük. Azt hiszem semmi kommentár sem szükséges ehhez. Magától értetődik, hogy nem lehet igazán tudós az, akinek nem magától értetődő szükséglet az, hogy a szaktudományába való elmélyedés, kutatómunka mellett járjon színházba, moziba és szépirodalmi könyvet olvasson. Ezek a vezetéssel kapcsolatos kérdések. Azonban nem minden probléma a vezetésre vezet vissza. Vannak itt szervezési hibák, ú. n. T. M. B. hibák is. Azt is szeretném, ha az aspiránsvezetők határozottan felvetnék azt, amit a T. M. B. munkájával kapcsolatban tapasztalnak.

Felmerült itt az aspiránsfelvételek kérdése. Ez valóban alapkérdés. Hogy milyen lesz a jövő tudósnemzedék, ott az első mérce az, hogy kiket veszünk fel aspirantúrára. Itt valóban súlyos hibák vannak és lesznek mindaddig, amíg nem valósítjuk meg azt, amit Kovács elvtárs említett, hogy az egyetemek nem tartják legbensőbb ügyüknek az aspiránsképzést.

Szeretnék néhány szót szólni a Palotás elvtárs említette vizsgáztatási rendszerről. Itt is vannak hibák és itt is kiderül, hogy kísérletezünk két és félév óta. Most kezd egyre világosabbá válni, hogy az eddig fennállt vizsgarendszer nem bizonyult jónak. Nem bizonyult jónak az a vizsgarendszer, amely kandidátusi elővizsgát ír elő. Az új rendszer, amely életbelép, eltörli az elővizsgát és csak kandidátusi vizsga lesz.

Az aspiránsok magatartásáról szeretnék néhány szót szólni. A munkafegyelem általában jó. De itt is vannak hibák és a Műegyetemen is vannak bőven hibák. Az aspiránsok között vannak olyanok, akik titkos munkavállalást gyakorolnak, egyszerűen mellékkeresethez igyekeznek jutni és ennek következtében az aspirantúrát elhanyagolják. A lemorzsolódások között ilyenek is

voltak, akik becsapták népgazdaságunkat, felvették az aspiráns honoráriumot és közben mellékkeresetek alapján nem tudták a vizsgát letenni.

A lemorzsolódás kérdése is súlyos kérdés. Nem úgy súlyos kérdés ez, mint az egyetemen. Az aspirantúránál alapvetően nem lehet lemorzsolódás, ha jó a felvétel és ha az aspiránsellenőrzés komolyan folyik. Nyilván mindkét téren vannak hibák, mert mostanáig két és félév alatt bőven volt lemorzsolódás.

Az eddigi lemorzsolódásból 160.000 Ft kára származott népgazdaságunknak. Mindez azért történt, mert nem megfelelő embereket vettünk fel és azért, mert az aspiránsvezetők nem figyelmeztették kellő időben a Tudományos Minősítő Bizottságot arra, hogy ezek alkalmatlanok.

Minden értekezleten felmerül a frissen és régen végzettek kérdése. Itt nem lehet törvényt szabni, hogy csak a régen végzetteket vegyük fel vagy csak a frissen végzetteket. Vegyük fel a fiatalokat és a régen végzetteket is aspirantúrára, és mértékünk a vizsgakövetelmény szigorú mértéke legyen.

Palotás elvtárs részéről elhangzott az aspiránsvezetők szabatosabb megjelölésének kívánsága. Nagyon hasznos tanács ez, ellenben arra is kérünk észrevételezést, ha a T. M. B. nem úgy jelölte ki az aspiránsvezetőt, ahogyan az az ő szakmai érdeklődésének legjobban megfelelt.

VADÁSZ ELEMÉR

Röviden összefoglalja a vita eddigi eredményét és ezt követően megkezdődik a hozzászólás. Az alaptárgyakra szerinte nagy szükség van, minden kutatással foglalkozó ember számára. Az a meggyőződése, hogy jobb lenne, ha az aspiránst nem a tulajdonképpeni vezetője irányítaná a matematikai és fizikai oktatásban, mert az aspiránsvezetők nagy többsége üzemi szakember, és ezektől nem lehet elvárni, hogy a matematikában, vagy a kémiában olyan otthonosak legyenek, mint speciális szaktárgyaikban. Ezért kívánatos, hogy azok kiképzése, akik ilyen tárgyakból arra rászorulnak, matematika, illetve fizika tanár révén történjék.

ESZTÓ PÉTER

A szakmai oktatásnál az év folyamán bizonyos mértékű maximalizmus jelentkezett. Kétségtelen ugyan, hogy a tudományos műszaki munkához feltétlenül szükséges az igen erős matematikai-természettudományi alap. Azonban éppen a műszaki stúdiumok sokrétűsége miatt az alaptudományok tematikáját nem lehet közös nevezőre hozni. Hiszen pl. egy fejtéstechnikával foglalkozni kívánó aspiránst a mechanika egészen más fejezetei érdekl$_1$k, mint egy bányagépészeti kérdésekkel foglalkozót. Itt tehát a jövőben az egész anyag ismerete mellett súlypontozni kellene egyenként azokat a fejezeteket, amelyekből az egyetemi nívónál nagyobb tudás szükséges. A szakmai vizsgáknál kapott tapasztalatokból kitűnt, hogy egyes aspiránsok részéről hiba volt, hogy a vizsgáztató professzorral csak egyszer, vagy egyszer sem konzultáltak. Azért a jövőben jó előre kellene kijelölni a vizsgáztató professzort, hogy az aspiránsoknak alkalmuk legyen évközben legalább 2—3-szor konzultációra jelentkezni.

Bányászati területen a legrosszabb a levelező aspiránsok ügye. Megállapítható, hogy a bányászkáderek nagyfokú munkahelyi elfoglaltsága, a különféle könnyítő intézkedések ellenére is gyakorlatilag szinte lehetetlenné teszi a levelező aspiránsképzést. A hozzám beosztott négy levelező aspiráns közül kettő nagy munkahelyi elfoglaltsága miatt még a tematika megbeszélésére sem jelent-

kezett, a harmadik kiesett, a negyediknél is kérdéses, hogy a kandidátusi elővizsgát a jóval kitolt határidőre le tudja-e tenni, mert évközben csak kétszer jelentkezett részletesebb konzultációra, de még levelezés útján sem számolt be tanulmányaiban való előrehaladásról. Az aspiránsvezetők pedig egyébként is nagy elfoglaltságuk miatt nem kereshetik fel a tőlük távol lakó aspiránsokat. A hiányokon talán úgy lehetne segíteni, hogy a levelező aspiránsok arra kötelezteссenek, hogy minden hónapban, mégpedig határidőre, írásbeli jelentést tegyenek az aspiránsvezetőnek és háromhavonként, ugyancsak határidőre részletes szóbeli konzultációra jelentkezzenek nála, hacsak ebben valami rendkívüli üzemi esemény nem gátolja őket.

KORÁNYI IMRE

Hiányosságnak tartja az Akadémia részéről megnyilvánuló intézkedéseket. Például hozza fel erre, hogy az általuk beadott munkaterv jóváhagyását illetően egymásnak ellentmondó két levelet kaptak az Akadémiáról. Ezt a jövőben meg kell szüntetni, mert az ilyen intézkedések zavarokat okoznak. Levelező aspiránsnak azokat kellene felvenni, akik aspiránsi tevékenységüket munkájuk közben végezhetik, pl. kutatóintézetben, vagy laboratóriumban. A rendes aspiránsok megválasztását illetően nem lehet korlátot szabni a tekintetben, hogy fiatalabb vagy idősebb káderekét vegyünk fel. Ezt mindig a körülmények döntik el. Palotás elvtárs megjegyzésére azt válaszolja, hogy egy fiatal mérnöktől nem lehet megkívánni, hogy kérvényének beadásával egyidejűleg már a témáját megjelölje. Véleménye szerint matematikából többet kell adni, mint amennyit a Műszaki Egyetem jelenleg ad, akár kapcsolódik az a témához, akár nem.

GYENGŐ TIBOR

Csatlakozik Korányi elvtárs megállapításaihoz az Akadémia kétértelmű intézkedéseit illetően. Megállapítja, hogy az aspiránsi munkatervek felülbírálására felkért szakemberek nincsenek tájékozva arról, milyennek kell egy aspiránsi munkatervnek lennie. Az a kérése, hogy amikor a T. M. B. felkér valakit aspiránsi munkaterv bírálatára, akkor egyúttal mellékeljen valamilyen szempontot, vagy kandidátusi minimumot a konzultáló részére.

WINTER ERNŐ

A matematika és fizika továbboktatása nemcsak szükséges, de szervezetten szükséges. Ha mi komoly tudományos dolgozókat akarunk nevelni, akkor elengedhetetlenül szükséges, hogy az alaptárgyakból sokkal mélyebb kiképzést kapjanak. Felemlítették itt, hogy a műegyetemi oktatás régebben matematikából többet nyujtott, mint ma.

Szerinte ez nagyon elégtelen volt. A kérdéseket szervezetten kell megoldani az egész vonalon. A matematikán kívül az egyéb alaptárgyakat is szervezetten kell oktatni.

Az aspiránsok kiválasztásánál az a szempont, hogy elsősorban a gyakorlatból kell venni az embereket. Fel kell mérni, kik azok a műszaki emberek, akik az iparban dolgoznak és azok képességét kell elbírálni. Ezek közül ki kell jelölni azokat, akiket aspiránsnak akarunk kiemelni.

VERŐ JÓZSEF

Az a benyomása, hogy az értekezlet túlságosan belemegy a részletekbe és olyan kérdések is tárgyalásra kerülnek, amelyeknek megoldására nem ez az értekezlet hivatott. Szerinte az Akadémia részéről megnyilvánuló adminisztrációs természetű kétértelmű intézkedések tárgyalása sem idetartozik.

Hangsúlyozza, hogy teljes mértékben a felvételi bizottság kezében van annak lehetősége, hogy az aspirantúrába megfelelő emberek kerüljenek. Szükséges azonban, hogy a felvételi bizottság is megfelelő legyen.

Leszögezi, hogy az aspiránsfelvételek első két évében kénytelenek voltak felvenni olyan aspiránsokat is, akiknek nincs meg az egyetemi végzettségük. Ezek szempontjából a kandidátusi minimum előírása feltétlenül szükséges és ha valaki a műszaki tudomány művelője akar lenni, akkor a fizikát, matematikát nem öncélként kell megtanulnia, hanem annak az alapnak a megteremtése kedvéért, amelyre akármilyen műszaki munkát fel lehet építeni.

Ami az aspiránsvezető munkáját illeti, itt szó volt arról, hogy az aspiránsvezetés komoly, felelősségteljes munka, hogy ezt a munkát az illető hogyan végzi el, az természetesen teljesen különböző lehet. Kétségtelen azonban, hogy minden aspiránsra vezetőjének időt kell szentelnie.

Az aspiránsvezetők megterhelésénél feltétlenül figyelembe kell venni azt, hogy az aspiránsvezetés nem szorítkozhatik egy időnkénti felületes beszélgetésre. Az aspiránsvezetőnek együtt kell dolgoznia aspiránsával különösen akkor, amikor az disszertációját készíti.

LISKA JÓZSEF

Az aspiránsnak alkalmat kellene adni a második évben arra, hogy néhány hónapon keresztül gyakorlathoz juthasson. A felvétel kérdésével csatlakozik az elhangzott véleményekhez.

ÁCS ERNŐ

A felvétel kérdésével kapcsolatban jónak tartaná, ha ugyanaz a vezető menne be a felvételi bizottságba és ő kérdezne. Ez azért fontos, mert ezen a vizsgán az egyéb kellékek mellett elsősorban a tehetséget kell elbírálni.

Az a javaslata, hogy ne kerüljön a felvételi bizottság elé aspiránsjelölt anélkül, hogy ne jöjjön vele együtt olyan valaki, aki felelős előkészítéséért. Meg kell győződni arról, hogy az aspiráns szorgalmas-e, rendszeres gondolkodású-e és elmélyedő tudásra van-e hajlama. Erre egy év elegendő.

A kutatóintézetben nagyon jól meg lehet szervezni az aspiráns utánpótlást.

GELEJI SÁNDOR

Kéri az aspiránsvezetőket, hogy azokból a tárgyakból, amelyekben nincsen aspirantúra minimum, a legsürgősebben juttassák el a műszaki tudományok osztályhoz.

BOGNÁR GÉZA

Hangsúlyozza a nyelvismeretek fontosságát az aspiránsképzés szolgálatában. Szervezetten kell gondoskodni arról, hogy az aspiránsok rendelkezzenek megfelelő nyelvismerettel, hogy az állandóan megjelenő külföldi szakirodalmat

figyelemmel kísérhessék, mert ellenkező esetben nem tudnak lépést tartani a haladással.

BRODSZKY DEZSŐ

Az aspirantúraképzéssel kapcsolatban nagy nehézségeket okoz a matematika. Matematikai tudás feltétlenül szükséges, a részletkérdéseken azonban sokat lehet vitatkozni. A matematikai oktatást illetően az álláspontok eléggé különbözők. A maga részéről azt tartaná helyesnek, ha az aspiráns a matematikának abba a részébe mélyedne el, amely témaköréhez szükséges.

KOVÁCS KÁROLY PÁL

Aspiránsainktól azt kívánjuk meg, hogy magasabb műszaki szemlélet alapján tudjanak referálni a megtanult matematikai részből. Nagy súlyt helyezne arra, hogy legalább a második évtől kezdve az aspiránsok publikációkat tegyenek közzé. Ez szerinte a tudományos kutatás eredményességének nagy iskolája. Egy publikáció, amely nyilvános megtámadtatásnak lehet kitéve, az aspiránst és vezetőjét nagyon pontos munkára kényszeríti. Nagyon fontos, hogy az aspiráns már korán kezdje el a tényleges nyilvános munkát.

PATTANTYUS Á. GÉZA

A felvételnél arra kell törekedni, hogy az egyetem padjaiból friss erők kerüljenek aspirantúrára. A legtöbbnek azonban nincs szakmai gyakorlata. Kívánatos lenne, hogy az aspiránsok a második évben olyan elhelyezést kapjanak, hogy megismerjék a gyári tervezési problémákat, azok részleteit és tanulmányaikat úgy végezhessék, hogy ne könyvből ismerjék meg a problémákat.

KÓNYA SÁNDOR

A vitában elhangzottakat végighallgatva a T. M. B. részéről a választ többek között a következőkben adta meg:

Több hozzászóló felvetette az alaptárgyi oktatás kérdését, közelebbről a matematika, fizika oktatásának a kérdését. Jelenleg tárgyalások folynak a Felsőoktatási Minisztériumban annak érdekében, hogy ez év őszétől kezdődően szervezetten történjék az alaptárgyak oktatása, ha szükséges és ha lehetőség van rá, csoportokban.

Itt felvetődött az a probléma is, hogy az elméleti matematikát tanulják-e az aspiránsok, vagy a matematikát alkalmazva sajátítsák el. Ezek az alaptárgyi oktatás kidolgozásánál dőlnek el és oldódnak meg aszerint, hogy az Akadémia VI. osztálya hogyan foglal állást e kérdésben. Ez a kérdés bizonyos mértékig még vitatott, de akkorra ki kell alakítani a határozott álláspontot.

Itt felvetődött továbbá az is, hogy a felvételi vizsga anyaga összefügg az egész aspiránsképzéssel. Eddig az aspiránsok munkájának előterében az aspiránsok vizsgára való készülése állt és bizonyos mértékig háttérbe szorult magának a disszertációnak az előkészítése, a kutatómunka, holott az aspiránsképzés gerincét éppen ennek a kutatómunkának, a disszertáció elkészítésének kell képeznie. E munka alatt kell az aspiránsnak elsajátítania aspiránsvezetőjétől a kutatási módszereket.

A felvételi vizsgák bevezetésével a T. M. B.-nak nem az a célja, hogy a kandidátusi elővizsga anyagát felvételi vizsga anyagává tegye, hanem az, hogy

a felvételek színvonalát, eredményességét biztosítsuk. A felvételi vizsga anyaga nem azonos a kandidátusi elővizsga anyagával.

A levelező aspirantúra kérdésével a T. M. B. a közeli jövőben foglalkozik. Helyeslem azt az álláspontot, hogy felül kell vizsgálni a jelenlegi levelező aspiránsokat.

Ami a T. M. B. munkájának bírálatát illeti, azzal egyetértek. Munkánkban még sok a hiba. Ami a munkatervek bírálatát illeti, ezzel a legutóbbi T. M. B. ülés foglalkozott és szeptembertől kezdve más rendszert vezetünk be ezen a téren.

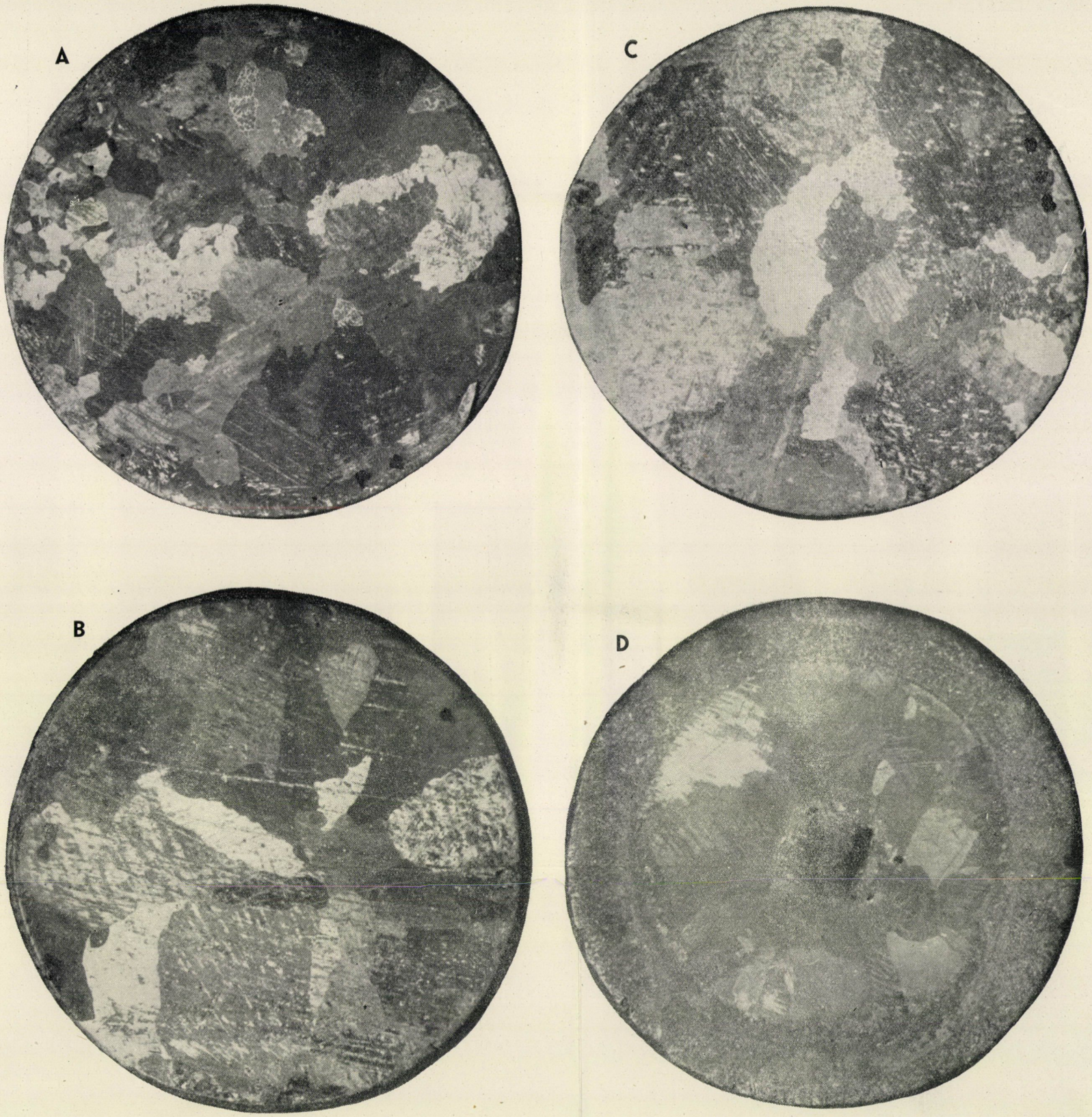
VADÁSZ ELEMÉR

Azt hiszem, hogy ez az értekezlet hasznos lesz munkánkban azon a vonalon, amelyen az Akadémiai Bizottság működik Geleji kartárs vezetésével. Csak az a kérésünk, hogy az aspiránsvezetők a jövőben ezzel a bizottsággal szorosabb kapcsolatban maradjanak, illetőleg szorosabb kapcsolatot építsünk ki a VI. osztállyal és így eredményesebben vihessük a T. M. B. felé mindazokat a kívánalmakat, szükségleteket, amelyeknek kijavításán fáradozunk. Ilyen értelemben megköszönöm az értekezleten jelen volt aspiránsvezetők szíves közreműködését és további munkájukat kérem.

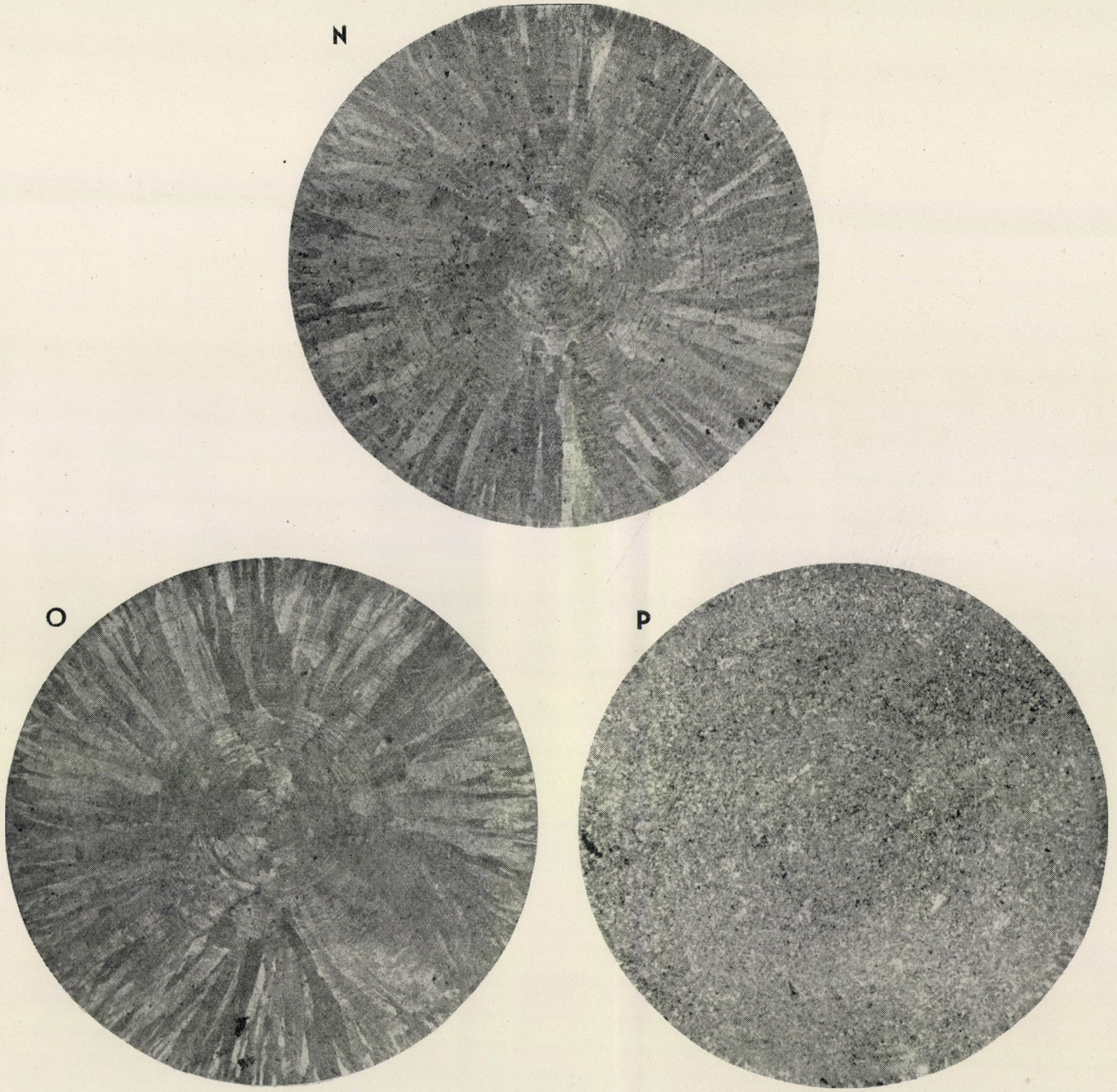
A kiadásért felel: Mestyán János Műszaki felelős: Farkas Sándor

Kézirat beérkezett: 1953. VI. 5. — Terjedelem: 40½ (A/5) ív + 3 melléklet, 234 ábra

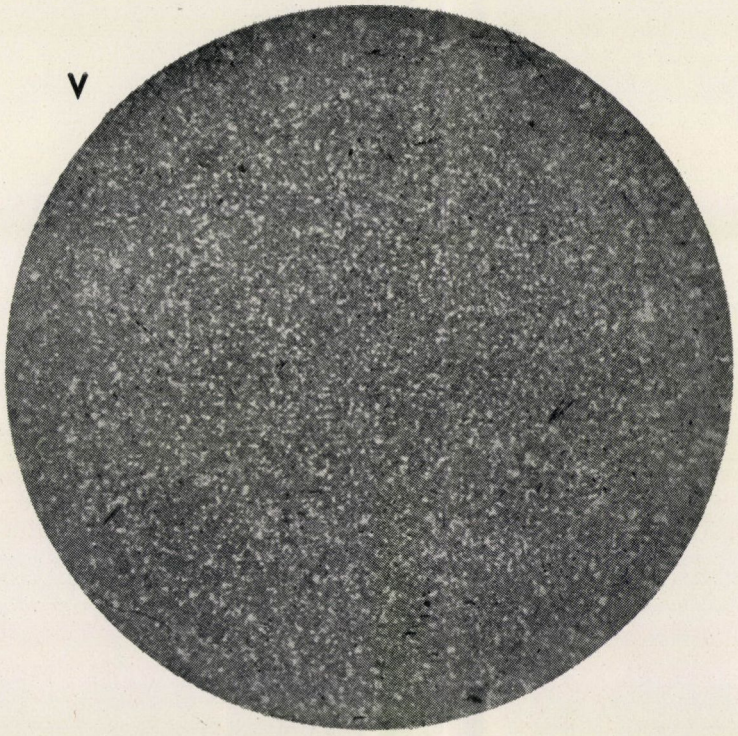
Akadémiai nyomda, V., Gerlóczy-u, 2. — 25057/53 — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc

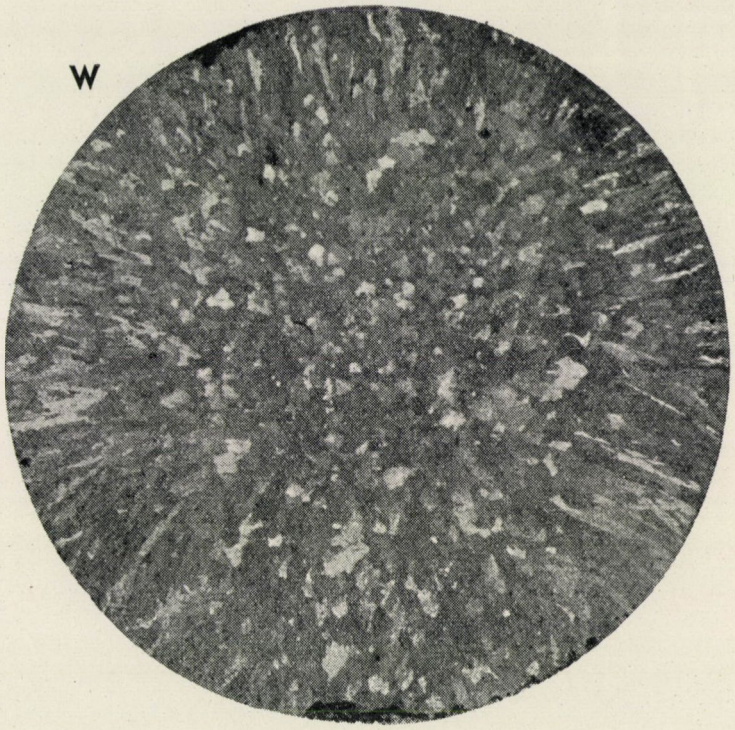


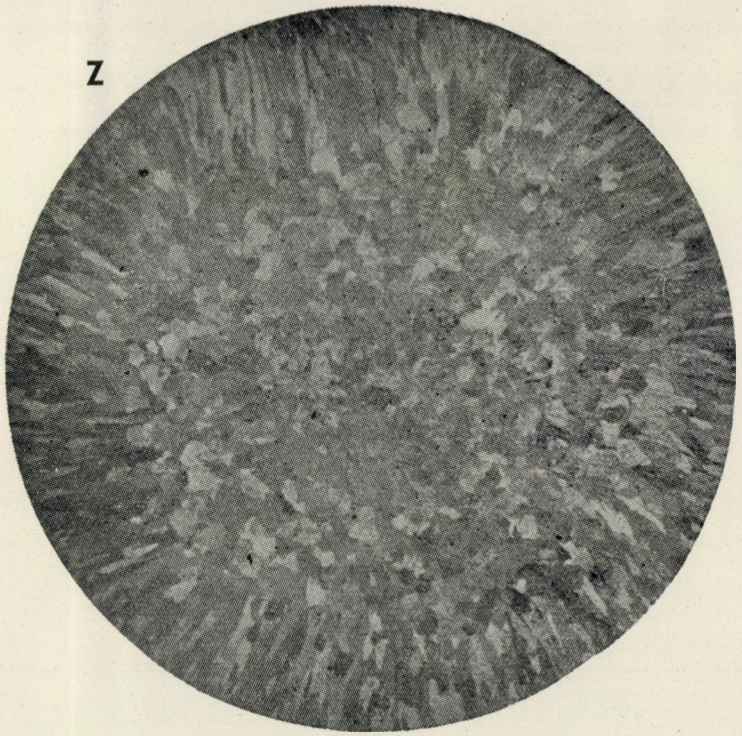
10. ábra. A : túlhűléssel, *B* és *C :* túlhűlés nélkül kristályosodott óntuskó szövete ; *D :* meg nem figyelt túlhűléssel kristályosodott óntuskó



3. ábra. N : 30 óráig 800 fokon tartott alumíniumból öntött tuskó ; *O :* 30 óráig 800 fokon tartott és öntés előtt 1,2% alumíniumlemezzel beoltott olvadékból öntött tuskó ; *P :* ugyanaz, mint *O*, de 2,5% oltóanyag a kokillába helyezve







5. ábra. 0,155% Ti-tartalmú alumíniumból ötvözés után azonnal öntött tuskó (*V*), ötvözés után 5 órával (*W*) és 24 órával (*Z*) öntött tuskó

Ára: 87,— Ft

TARTALOMJEGYZÉK

Gyengő Tibor: Vasbetontartók törési állapotának vizsgálata, tekintettel az új vasbeton-szabályzat előírásaira 1

Tuschák Róbert: Szinkron-gépek zárlati jelenségeinek vizsgálata a szimmetrikus összetevők módszerével 19

Reuss Endre: Nagy viszkozitású folyadék anyagegyenlete és alkalmazása az ultrahangra 57

Jurek Jenő: Gázturbinák körfolyamának néhány elméleti kérdése 71

Petur Alajos és *Kurutz Imre:* Hajlított fatartók méretezése a fa szilárdságtani tulajdonságainak figyelembevételével 97

Jurek Aurél: Összetett bolygóművek mechanikai viszonyai, teljesítményelágazások 119

Hegedüs Zoltán: ZnO-zárvány 141

Jurek Jenő: Körfolyamok vizsgálata változó fajhő figyelembevételével 153

Verő József: A rácsmaradványok állandósága fémolvadékokban 187

Széchy Károly: Hidak ellenfalainak újszerű szerkezeti megoldásai 207

Sályi István: Kiegészítés a folytatólagos tartók elméletéhez 237

Csonka Pál: Szabadvégű rácsos vezetékoszlopok méretezése csavarásra 257

Karafiáth László: A földnyomás néhány kérdésének vizsgálata 269

Szántó István: Új röntgendiffrakciós módszer fémek belső feszültségének mérésére 293

Geleji Sándor: Az alakítási ellenállás megnövekedése vékony lemez hideghengerlésénél a hengerek belapulása következtében 313

Keller György: Sorozatgyártmányok folyadék alatti ultrahangvizsgálata 319

Schleicher Aladár: A sárgaréz késő középkori feldolgozása és a dróthúzás kezdete Magyarországon 367

Cotel Ernő: Az alacsonyaknás kohó 371

Berndt G.: Ellenőrzés a cserélhető alkatrész-gyártásban 381

Pattantyús Á. Géza: Nyugvó folyadék munkaképessége gravitációs erőtérben 407

Schleicher Aladár: Adatok a Börzsönyhegység ércbányászatának történetéhez 415

Csonka Pál: A végein felfüggesztett négyszögkeresztmetszetű rúd stabilitása 437

A Műszaki Tudományok Osztálya rendezésében 1953 január—május hónapokban elhangzott előadások 449

Műszaki Tudományi Szemle 451

Az 1953. április 28-i aspiránsvezetői értekezleten elhangzott felszólalások 453