

A
MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
HEVESI GYULA

XII. KÖTET

1—4. SZÁM



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1954

VI. OSZT. KÖZL.

A
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
HEVESI GYULA

XII. KÖTET 1—4. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG : BUDAPEST, V., NÁDOR-UTCA 12.
KIADÓHIVATAL : BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY-UTCA 21.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei változó terjedelmű füzetekben jelennek meg. Négy füzet alkot egy kötetet. Évenként általában egy kötet jelenik meg.

Kéziratok a következő címre küldendők :

Magyar Tudományos Akadémia
Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei
Budapest, V., Nádor-u. 12.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt száz különlenyomat illet meg megjelent munkájáért. Közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttat a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért, vagy továbbításáért nem vállal.

A Közlemények előfizetési ára kötetenként belföldi címre 40 forint, külföldi címre 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest, V., Alkotmány-u. 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám : 04-878-111-48), külföldi megrendelések a »Kultúra« Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest, VI., Sztálin-út 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám : 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának kiadványa az

Acta Technica

című idegennyelvű folyóirat.

E lap hivatott a magyar műszaki tudományok eredményeinek legjavát a külföld felé tolnácsolni. A cikkek orosz, német, angol vagy francia nyelven jelennek meg, lehetőleg a szerző kívánsága szerint, összefoglaló pedig a cikk nyelvén és azonkívül a másik három nyelven. Cikkeket magyar, vagy a szerző választotta idegen nyelven a következő címre kell beküldeni :

Acta Technica szerkesztősége, Budapest, V., Nádor-utca 12.

A
MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
HEVESI GYULA .

XII. KÖTET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1954

VI. OSZT. KÖZL.

TARTALOMJEGYZÉK

<i>Blahó Miklós</i> : Kopoltyúszerű járműszellőzőkön áthaladó levegőmennyiség meghatározása	1
<i>Blahó Miklós</i> : Csőalagútban haladó vonat légellenállása	9
<i>Brugger Frigyes és Fehér István</i> : Szőrmetartóssági vizsgálatok	29
<i>Balla Árpád</i> : A kompresszió kérdései	39
<i>Vidéky Emil</i> : Homlokkerékfogazások fejéltompítása	73
<i>Eisler János</i> : Szigetelési szintek koordinálása	89
<i>Kurutz Imre</i> : Mérési eljárás ventilátor-csigaházak veszteségeinek meghatározására	109
<i>Bejna Ferenc</i> : A tükörmeyersvasgyártás metallurgiája	117
<i>Kiss Ignác</i> : A gépi gyökvonás elméleti alapjai	157
<i>Terplán Zénó</i> : Síkban mozgó egyszerű mechanizmusok kinematikai vizsgálata	177
<i>Kézdí Árpád</i> : Makroporozus talaj vizsgálata roskadás szempontjából	191
<i>Diebold Károly</i> : Negatív anyagok érzékenységének fokozása, különös tekintettel a kisfilmes metallografiai mikrofényképezésre	201
<i>Geleji Sándor</i> : Az Ehrhardt-féle csőgyártásnál keletkező erőszükséglet és teljesítményszükséglet meghatározása	205
<i>Bardócz Árpád</i> : Elektronikus vezérlésű szikragerjesztő színképelemzés céljaira	233
<i>Bardócz Árpád</i> : Elektronikus vezérlésű, kisfeszültségű szikra-, szaggatott iv- és egyenáramú ivkeltő berendezés színképelemzés céljára	261
<i>Csonka Pál</i> : Folyadéknnyomással terhelt kettősfalú szigetelt körhengerhéj bélésfalának erőtanai számítása	283
<i>Fink Konrád</i> : Az alakítási szilárdság	305
<i>Pápai László</i> : Pneumatikus gabonaszállítás	319
<i>Gyenesné Holló Mária</i> : A titán és bór hatása a nagy tisztaságú alumínium kémiai ellenállóképességére	365
<i>Vassel K. Róbert</i> : A nagyon tiszta alumínium gyártási feldolgozásmódja és fontosabb tulajdonságai	377
<i>Csonka Pál</i> : Az egy ponton felfüggesztett négyszögkeresztmetszetű rúd stabilitása	395
<i>Schleicher Aladár</i> : Az 1813-ban épült és 1952-ben újjáépített újmassai nagyolvasztó	403
<i>Tárczy-Hornoch Antal</i> : A mesterséges rengéshullámokat reflektáló sík meghatározásáról	413
<i>Geleji Sándor</i> : Alakos üregben való hengerlés teljesítményszükséglete	463
Akadémiai rendezvények	473
Könyvszemle	475

KOPOLTYÚSZERŰ JÁRMŰSZELLŐZŐKÖN ÁTHALADÓ LEVEGŐMENNYISÉG MEGHATÁROZÁSA

BLAHÓ MIKLÓS

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM ÁRAMLÁSTAN TANSZÉKE]

[Beérkezett 1952. január 26-án]

A járművek szellőztetéséhez rendszerint a környező levegőnek a járműhöz viszonyított mozgását használják fel. A szellőztetés egyik szokásos módja, hogy a jármű oldalán (pl. ablakok felett, autók motorburkolatának oldalán stb.) előre- vagy hátrafelé nyíló kopoltyúszerű réseket képeznek ki, melyeken a levegő be-, illetve kiáramolhat.

A Budapesti Műszaki Egyetem Aerodinamikai Tanszékén megmértük ilyen kopoltyúszerű szellőző szállította levegő mennyiségét előre-, illetve hátrafelé nyíló rések és különféle jármű haladási sebesség esetén, valamint a járműben és a szabadban uralkodó nyomás különbségének változtatása mellett.

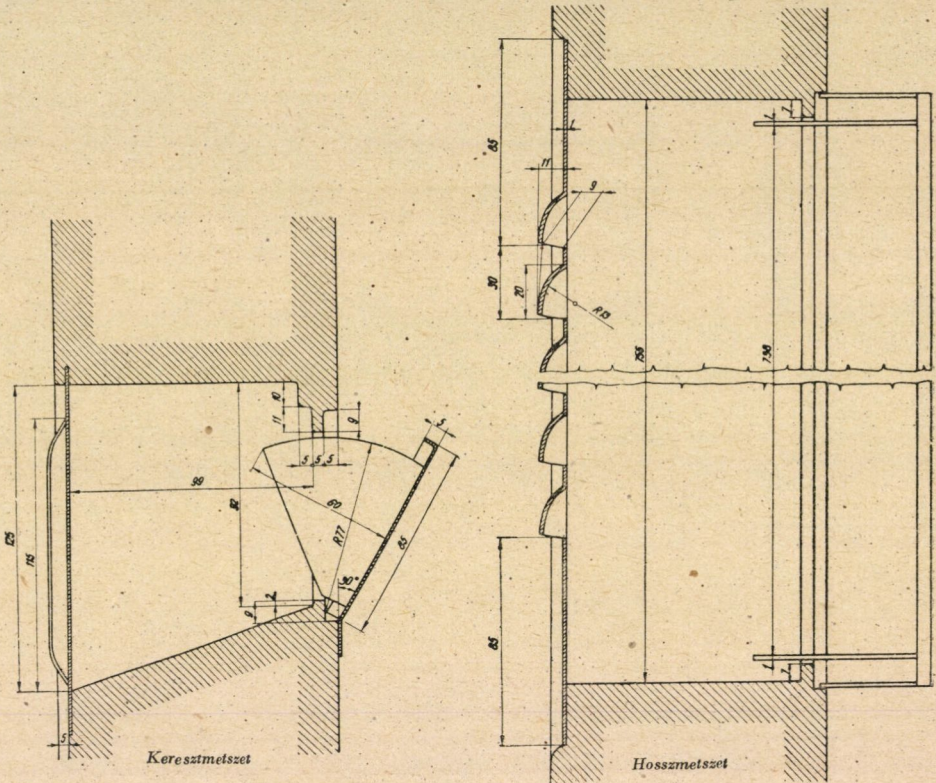
A szellőzőkön át be- majd azokon át kiáramló levegő mennyisége a jármű légterében eloszolva, abban általában igen kis (1 m mp alatti) sebességgel halad. Ez az áramlás a járműben nyomáskülönbséget gyakorlatilag nem idéz elő, vagyis a jármű belsejében uralkodó nyomást mindig állandónak tekinthetjük. A szabadban haladó járműnél a külső nyomás is állandó, de a járműben és a szabadban uralkodó nyomás rendszerint nem egyforma, hanem a járműben néhány mm v. o.-pal nagyobb, amit a járműhöz viszonyítva nagyobb sebességgel beáramló levegőnek a lelassulása okoz. Nem állandó a külső nyomás akkor, ha a jármű aránylag szűk és hosszú alagútban halad (pl. földalatti vasút). Ezért a tanszéken végzett méréseket a jármű és a külső nyomás különféle eltéréseire is kiterjesztettük.

Kísérleti elrendezés. A vizsgált szellőző elrendezését az 1. ábrán láthatjuk. A kopoltyúlemez 22 darab, kb. 100×20 mm méretű réssel rendelkezett. A kopoltyúlemez külső felülete a kocsi oldalfalához képest 5 mm-rel süllyesztve került beszerelésre. A kocsi oldalfalának szerkezeti vastagsága kb. 100 mm volt. Az oldalfalban kialakított, 69×742 mm területű szellőzőnyílás belső felületén egy az oldalfalhoz képest 30° szöggel kinyitott elzáró csappantyú volt.

A kopoltyúlemez által szállított levegőmennyiség mérésére a 2. ábrán látható kísérleti elrendezést készítettük. Az (a) jelű kifúvó szélcsatornához négyszögletes keresztmetszetű, fából épített csatornát (b) csatlakoztattunk. Ez a csatorna valósította meg a kocsin kívül lévő szabad légtér egy részét. A csatorna egyik oldalfala a kocsifal külső felületének felelt meg és ezen helyeztük el a vizsgálandó

kopolyúlemezt (c). Ily módon a koci oldalafa, illetőleg a kopolyúlemez mellett különféle levegősebességet lehetett előidézni, ami a koci különféle sebességgel való haladásának felelt meg. A kopolyúlemez megfordításával mind az előre-felé, mind a hátrafelé nyíló kopolyúkat meg tudtuk valósítani.

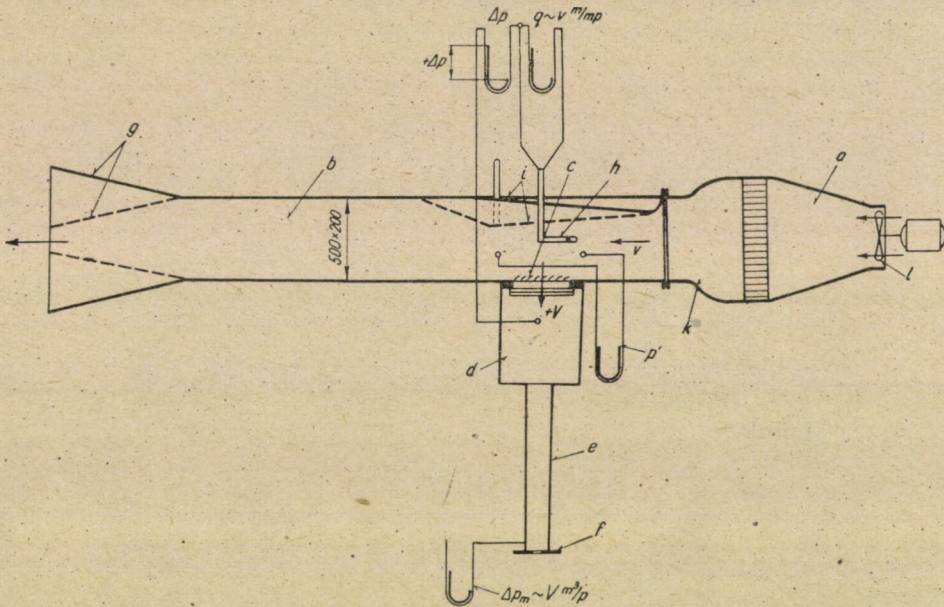
A szellőzőrendszeren kiáramló levegőt ugyancsak négyszögletes keresztmetszetű, fából készült térbe (d) gyűjtöttük össze, ami a koci belső terét helyet-



1 ábra

tesítette. Innen a levegő (e) lemez-csővön és annak végén elhelyezett mérőperemen (f) keresztül áramlott ki a szabadba (laboratóriumba). A koci belsejében uralkodó és a külső nyomás közötti nyomáskülönbség létesítése céljából a (b) csatorna végén állítható konfuzort, illetve diffuzort (g) képeztünk ki, amellyel a kopolyúlemez előtt a csatornában uralkodó nyomást nagyobbra vagy kisebbre állíthattuk be, mint a kopolyúlemez mögötti (d) térben uralkodó nyomás.

A levegőnek a kocsihoz viszonyított v sebességét a (h) Pitot-csővel és Betz-típusú mikromanométerrel, a külső és a kocstér közötti Δp nyomáskülönbséget a Pitot-cső statikai nyílása és a (d) tér oldalfalában elhelyezett furat közé kapcsolt Betz-típusú mikromanométerrel mértük. A kocstérbe, illetőleg abból kiáramló V levegőmennyiséget az (f) mérőperem és az ehhez csatlakozó Fuess-típusú mikromanométer segítségével mértük.



2. ábra

A kocsin kívül, a szabad levegőben a nyomás nem változik. Alagútban haladó kocsinál is az alagút és a kocsi közötti szabad keresztmetszet a kopolyúkeresztmetszethez képest végtelen nagynek tekinthető, így a kopolyúlemezen átáramló mennyiség a levegősebességet gyakorlatilag nem befolyásolja, azaz a statikai nyomás változása a valóságban a kopolyúlemez előtt elhanyagolható. Ezzel szemben a kísérleti elrendezés (b) csatornakeresztmetszete a kopolyúnyílások összes keresztmetszetének csak kb. 3-szorosa volt és így a kopolyúlemezen áthaladó levegőmennyiség a csatornában uralkodó nyomást lényegesen befolyásolta.

A statikai nyomás állandóságának ellenőrzése céljából a kopolyúlemez előtt és után a csatorna falában elhelyezett furatokon keresztül kivezetett nyomások különbségét p' egy másik Fuess-típusú mikromanométerrel mértük.

E nyomáskülönbség csökkentése céljából pedig a csatornának a kopoltyúlemezzel szemközti falára hajlékony pótfalet (*i*) erősítettünk, melynek különféle állítással a kopoltyúlemez előtt helyi konfuzort, illetve diffuzort tudtunk képezni.

Ezzel a berendezéssel a levegőnek a kocsiba való beömlése esetén a p' nyomáskülönbséget pontosan 0-ra tudtuk beállítani, a levegőnek a kocsiból való kiszívása esetén a mérendő Δp nyomáskülönbségnek kb. 1/3-ára csökkentettük. Miután a Δp nyomáskülönbséget a kopoltyúlemez közepe előtti nyomáshoz képest mértük, az elkövetett hiba a Δp nyomáskülönbség 1/3-ának csak tört része lehet.

Feltételeztük, hogy a kocsi oldalfalán fokozatosan vastagodó határréteg miatt egy hátrább elhelyezett kopoltyúlemez esetleg kevésbé lesz hatásos, mint a kocsi elején. Ezért a (*b*) jelű csatornát aránylag hosszúra (4 m) készítettük és a kopoltyúlemezt kevéssel a szélcsatorna konfuzora (*k*) után helyeztük el. A szélcsatorna konfuzora a határréteg szempontjából megfelel a kocsi elejének, tehát az ábrán látható elrendezés a kocsi elején elhelyezett kopoltyúlemeznek. A kocsi elejétől távolabb elhelyezett kopoltyúlemezt úgy valószínűztük meg, hogy a ventilátort (*l*) visszafelé járatjuk, minek folytán az a csatorna (*g*) nyílásán keresztül szívta a levegőt. A kopoltyúlemez ebben az esetben a kocsi elejétől kb. 3 m-rel hátrább elhelyezett szellőzőnek felelt meg.

Mérési eredmények. Egy-egy mérésorozatot a (*g*) konfuzor, illetve diffuzor beállítása után a levegő sebességének (ventilátor fordulatszámának) változtatásával vehettünk fel. Miután az elrendezésen egy mérésorozat közben nem változtattunk, a Reynolds-szám hatását nem tekintve (tehát gyakorlatilag bizonyos sebességi tartományon belül), valamennyi sebesség egyenlő arányban változott.

A kocsiba áramló levegőmennyiséget az alagútban a kocsihoz viszonyított levegősebesség függvényében ábrázolva, az arányosságnak megfelelően, a mérési pontok egy-egy, a kezdőponttól kiinduló egyenesre esnek. (3. ábra), melyeken bizonyos sebesség elérésekor néhol törések tapasztalhatók. Ez a körülmény módot nyújtott a mérési pontok hibáinak lineáris kiegyenlítés útján történő csökkentésére.

A csatornában és a kocsiban uralkodó nyomások különbsége (Δp) a sebességgel (Reynolds-szám hatást nem tekintve) négyzetes összefüggésben van. A lineáris interpoláció lehetővé tette végett az egyes mérési pontokhoz a Δp nyomáskülönbség négyzetgyökét írtuk (3. ábra, +-tel jelölt pontok). Pozitívnak tekintettük a Δp nyomáskülönbséget akkor, amikor a nyomás a csatornában nagyobb volt, mint a kocsiban. Ennek megfelelően pozitív volt a kocsiba beömlő légmennyiség (negatív a kocsiból kiszívott légmennyiség), továbbá pozitívnak tekintettük a vonat haladási sebességét akkor, amikor a kopoltyúrések előre-felé álltak (a 2. ábrán feltüntetett elrendezésben a nyíllal jelzett értelmek). A kocsiban uralkodó túlnyomás esetén a Δp nyomáskülönbség negatív volt, ennek négyzetgyökét is negatív előjellel írtuk a diagrammba ($\text{sign } \Delta p \sqrt{|\Delta p|}$).

A mérésorozatoknak megfelelő egyeneseken a $\Delta p = \text{áll. értékek}$ pontjait kiegyenlítő lineáris interpoláció útján kaptuk ($^{\circ}$ -val jelzett pontok). Ezeket keresztül rajzoltuk meg az egyes Δp értékeknek megfelelő egyenes darabokat.

$\Delta p = 0$ és pozitív haladási sebesség (előrefelé álló kopoltyúrések) esetében a kocsiba beáramló levegőmennyiség a vonat sebességével a kimért tartományon belül arányos volt. (A diagramm jobb felső negyedében $\Delta p = 0$ egyenes). A mérések egy része ugyan a $\Delta p = 0$ egyenesnek párhuzamos lefelé való eltolódását indokolta (szaggatott egyenes), amit minden valószínűség szerint az áramlásnak a kopoltyúelekről való leválása okozott. Ez a leválás bizonyos sebességnél megszűnván, a szaggatott egyenes ugrásszerűen lép át a $\Delta p = 0$ egyenesbe. Az átlépés helye bizonytalan. Egyrészt ezért, másrészt pedig miután az eltérés kicsiny, ezt a jelenséget az átáramló légmennyiség kiszámításához készített diagrammnál nem vettük figyelembe. A pozitív nyomáskülönbségnek megfelelő egyenesek ezen egyenes fölött, míg a negatívnak megfelelőek ez alatt helyezkednek el. Az állandó nyomáskülönbségnek megfelelő egyeneseken látható törések a kopoltyúlemezen kialakuló áramkép ugrásszerű változásának következményei.

A diagramm bal felső negyede a szabadban keletkező túlnyomás és hátrafelé nyíló kopoltyúrések esetének felel meg. A bal alsó negyedben találjuk a $\Delta p = 0$ egyenes folytatását hátrafelé álló kopoltyúrések esetében. Ezen egyenes környékén a levegősebességek erősen bizonytalanok voltak, az áramkép többször megváltozott. A $\Delta p = 0$ egyenes a több ízben felvett mérésorozatok átlagértékét mutatja.

Kétségtelenül megállapítható, hogy bár a hátrafelé álló kopoltyúrések esetében $\Delta p = 0$ nyomáskülönbség mellett kiszívott mennyiség nagyjából arányos a vonat haladási sebességével, ez a mennyiség durván 1,20 része az előre felé álló kopoltyúréseken ugyanazon vonatsebesség mellett belépő mennyiségnek.

Negatív Δp (kocsiban uralkodó túlnyomás) esetén a kocsiból kiáramló mennyiség a vonat haladási sebességétől aránylag nagy sebességi tartományban függetlennek mutatkozott (vízszintes egyenes szakaszok). Meglepő, hogy hátrafelé álló kopoltyúk és a kocsiban uralkodó túlnyomás esetén nagyobb vonatsebesség a kocsiból kiáramló mennyiséget bizonyos tartományban csökkentti.

A ventilátor visszafelé járatásával a kocsi elejétől kb. 3 m-rel hátrább kezdődő szellőző esetét mértük ki. A kétféle szellőző-elhelyezés között légszállítás szempontjából különbséget nem észleltünk, így a 3. ábrában feltüntetett diagramm a kocsi oldalán bárhol elhelyezett szellőzőre érvényesnek tekinthető.

A mérések közben többször tapasztaltuk, hogy a levegő átáramlása a szellőző hossza mentén nem egyenletes. Így az átömlő mennyiségnek a kopoltyúrések számával való arányos átszámítása csak a vizsgált esettől való kis eltérés mellett ajánlatos.

Mérési pontosság. Bár a mért pontok a kiegyenlítő egyenesekhez közel esnek és az egyenes mentén a $\sqrt{|\Delta p|}$ értékek is egyenessel igen jól összeköthetők voltak, a valódi áramkép megvalósítása terén feltételezhető eltérések miatt az eredményeknek a szellőzések tervezésénél való alkalmazásában a mérési pontok szórásánál lényegesen nagyobb eltérésekre is számítanunk kell.

A $\Delta p = 0$ egyenes baloldali ágának megfelelő kis légmennyiségeknél a mért értékekkel egyenlő nagyságrendű bizonytalanságot tapasztaltunk, de ezen kis légmennyiségek bizonytalansága a rendszerint sokkal nagyobb összmenyiség hibáját nem növeli lényegesen. A vizsgált szellőzőelrendezéssel felszerelt kocsis szellőzése a mérési eredményekből számítható értéktől becslésünk szerint $\pm 15\%$ -kal nagyobb mértékben nem fog eltérni.

A szállított levegőmennyiség kiszámítása. A 3. ábrában közölt mérési eredmények, valamint a kocsin tervezett szellőző elrendezés birtokában a szellőzők szállította összes levegőmennyiség meghatározása a következőképpen lehetséges:

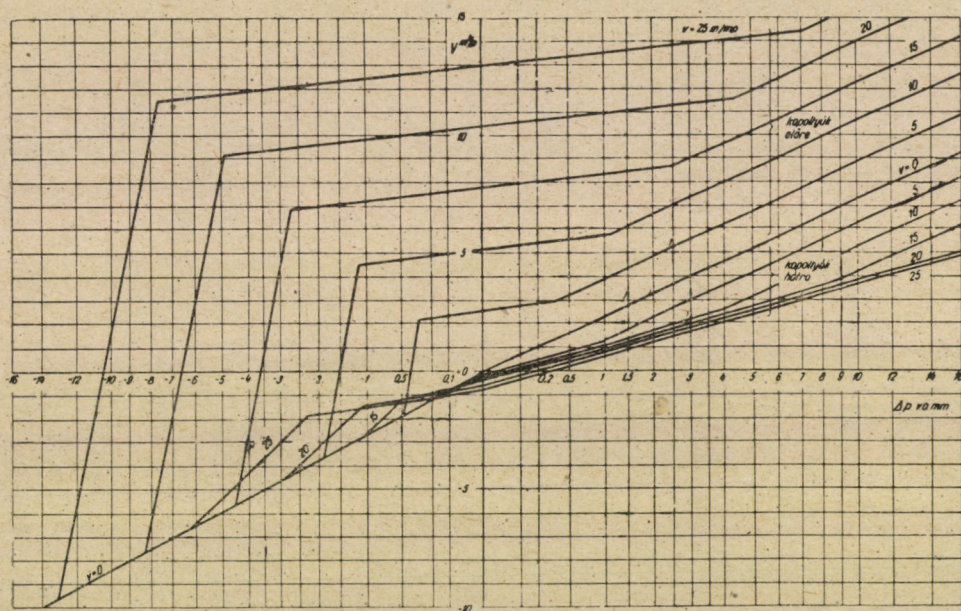
Adott vonáthaladási sebesség mellett felvesszük a kocsiban uralkodó (állandónak tekinthető) nyomást. A vonat sebességének, a szellőzők irányításának és a nyomáskülönbségnek megfelelő be- vagy kilépő mennyiségeket a 3. ábrából leolvassuk, és a kapott mennyiségeket összegezzük. A felvett nyomáskülönbség általában nem ad egyenlő be- és kilépő összmenyiséget. A kocsi belsejében uralkodó nyomás felvételét tehát mindaddig korrigáljuk, amíg a belépő összes levegőmennyiség a kilépő összes levegőmennyiséggel meg nem egyezik. Ez a számítás néhány próba után a kocsiban uralkodó nyomás helyes értékére vezet, és ebben az esetben helyesen adja a kocsiba be-, illetve az abból kilépő levegőmennyiséget is.

Miután a fenti sorozatos közelítést mindig valamely adott vonatsebesség esetére kell elvégezni, a számítást megkönnyíti olyan diagramm elkészítése, melyen a szellőzők szállította légmennyiség a Δp nyomáskülönbség függvényében van feltüntetve és az állandó vonatsebességnek megfelelő pontok vannak összekötve. Ezt a diagrammot találjuk a 4. ábrán, ahol a vízszintes tengelyre a Δp nyomáskülönbséget négyzetgyökös léptékben mértük fel, hogy így az állandó vonatsebességnek megfelelő görbék tört egyenes vonalak legyenek.

Az álló vonatnak megfelelő $v = 0$ egyenes kis töréssel halad át a 0 ponton, ami azt jelenti, hogy a szellőzőrendszer (kopolytűlemez és elzáró csappantyú nyitott állapotban) ellenállása a kocsiba való beömlés esetén valamivel nagyobb, mint a kocsiból való kiömléskor. A külső túlnyomás (pozitív Δp) tartományban a vonat haladása előrefelé álló kopolytűrések esetén a beömlő mennyiséget lényegesen növeli, míg a hátrafelé álló kopolytűrések esetén kisebb mértékben csökkenti. Előrefelé álló kopolytűk és nagyobb vonatsebesség mellett még a kocsiban uralkodó lényeges túlnyomás (negatív Δp) esetén is, a kocsiba beáramló (pozitív) légmennyiséget kapunk. Hátrafelé álló kopolytűrések és a kocsiban uralkodó túlnyomás esetén a vonat haladási sebessége a kocsiból kiömlő levegő-

mennyiséget bizonyos tartományban csökkenti. Az egyes vonatsebességeknek megfelelő görbék növekvő negatív nyomáskülönbség esetén a $v = 0$ egyenesben folytatódnak.

Miután előrenyíló kopoltyúk még a kocsiban uralkodó aránylag nagy túlnyomás (negatív Δp) esetén is a kocsiba beáramló (pozitív) légmennyiséget adnak, a be- és kilépő légmennyiségek rendszerint csak a kocsiban uralkodó lényeges túlnyomás feltételezésekor lesznek egyenlők. Így a 4. ábrán feltüntetett diagram jobb oldalára (pozitív Δp , külső túlnyomás esete) rendszerint nincs



4. ábra

szükség. A kocsin átáramló légmennyiség meghatározásakor rendszerint nem fordul elő továbbá a $\Delta p = 0$ és hátrafelé nyíló kopoltyúk esetében említett bizonytalan légmennyiség sem ($\Delta p = 0$ egyenes baloldali ágán lévő metszéspontok).

Vegyünk pl. egy 20 m/mp sebességgel haladó vasúti kocsit. Ha a kocsi oldalán elhelyezett kopoltyúlemez szellőzők fele a haladási irányba, fele pedig hátrafelé nyílik, akkor a szabadban és a kocsiban uralkodó nyomások különbsége $-5,3$ mm v. o. (kocsiban uralkodó túlnyomás) lesz, mert ekkor a kocsiba áramló mennyiség egyenlő az abból kiáramló légmennyiséggel. Egy szellőzőpáron (egy előre és egy hátrafelé irányított kopoltyúlemez) átáramló mennyiség ekkor $6,2$ m³/perc. Ez a mennyiség a szellőzőpárok számával szorzandó.

Ha az előre felé nyíló kopolyúlemezek száma kétszer annyi, mint a hátra felé nyílóké, akkor a kocsiban uralkodó túlnyomás 5,9 mm v. o., mert ebben az esetben egy előre felé nyíló kopolyún belépő mennyiség $3,2 \text{ m}^3/\text{perc}$, egy hátra felé nyíló kopolyún kiáramló mennyiség pedig $6,4 \text{ m}^3/\text{perc}$. Két előre felé és egy hátra felé nyíló kopolyú csoporton áthaladó légmennyiség tehát $6,4 \text{ m}^3/\text{perc}$, ami az előző esettel körülbelül megegyezik. Miután azonban így 2 előre és 1 hátra felé nyíló kopolyú ad egy csoportot, az összes kopolyúk száma pedig nem változik, 2 : 3 arányban kevesebb kopolyú csoportunk van, a légmennyiségnek is csak $2/3$ részét kell számítanunk, tehát a kopolyúk felénél nagyobb rész előre irányítása nem célszerű.

Amennyiben a kopolyúk $2/3$ részén nyílik hátra felé és $1/3$ -a előre, akkor a kocsiban uralkodó túlnyomás 3 mm v. o., mert ekkor egy előrenyíló kopolyúlemezen belépő mennyiség $9,4 \text{ m}^3/\text{perc}$, egyenlő két hátra felé nyíló kopolyún kilépő $2 \times 4,7 \text{ m}^3/\text{perc}$ -cel. Ezt a mennyiséget $2/3$ arányban átszámítva, az első feltételezésünkkel kb. azonos $6,2 \text{ m}^3/\text{perc}$ átáramló mennyiséghez jutunk. Hasonló eredményeket kapunk a kocsi kisebb sebességgel való haladásakor is.

E néhány példából azt a következtetést vonhatjuk le, hogy szabadban haladó járművön célszerű a kopolyús szellőzők felét előre, felét pedig hátra felé irányítani. A kocsin átáramló légmennyiség csökken, ha több kopolyú nyílik előre, mint amennyi hátra felé.

A szellőzők megfelelő elrendezésével a kocsi belsejében úgy a hossz-, mint a keresztirányú áramlás megvalósítható.

Alagútban haladó járműben a külső (jármű és alagút közötti szabad keresztmetszetben uralkodó) nyomás a haladási iránnyal ellentétes értelemben csökken. Ez esetben a szellőző levegő mennyiségének meghatározásához ismernünk kell a külső nyomás változását és az annak következtében az egyes szellőzők helyén keletkező nyomáskülönbségeket külön-külön kell számításba venni. Érdekes, hogy ebben az esetben valamennyi kopolyú előre vagy hátra felé irányításakor is kapunk (aránylag kis) átömlő mennyiséget.

Összefoglalás

A dolgozatban ismertetett eljárás a járművekben haladás közben bekövetkező légesere kiszámítását teszi lehetővé. A számításához ismerni kell egy szellőzőnyíláson be-, illetve kiáramló légmennyiséget a szellőzőnyílás két oldalán keletkező nyomáskülönbség függvényében, különféle haladási sebességeknél.

A tanulmány tartalmazza egy gyakran alkalmazott szellőzőtípussal a Budapesti Műszaki Egyetem Áramlástan Tanszékén végzett mérések eredményeit. Ezen eredmények felhasználásával példákat dolgoz ki és következtetéseket von le a kocsi kétféle haladási értelmével kapcsolatos legjobb szellőző-elrendezésre nézve.

CSŐALAGÚTBAN HALADÓ VONAT LÉGELLENÁLLÁSA

BLAHÓ MIKLÓS

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM ÁRAMLÁSTANI TANSZÉKE]

[Beérkezett 1952. január 26-án]

Bevezetés

Szűk csőalagútban haladó vonat légellenállása a szabadban haladóénak sokszorosára növekszik. Nem túl nagy (100 km/órán aluli) sebességnél sem közömbös tehát a légellenállás legyőzésére fordítandó teljesítményszükséglet.

A légellenállás ilyen nagymértékű megnövekedése azzal magyarázható, hogy míg a szabadban haladó vonat előtt és mögött — a vonat első és hátsó homlokfalának közvetlen környezetét nem tekintve — a nyomás nem változik, addig a csőalagútban a vonat mögött lényegesen kisebb a nyomás, mint a vonat előtt. Az alagútban haladó vonat, mint rosszul záró dugattyú tolja a levegőt maga előtt. A vonat térfogatával kiszorított levegőtömeg egy részen azonban a vonat és az alagút közötti szabad keresztmetszeten át a vonat mögé áramlik. A vonat melletti nyomásesésnek egyik részét (1. ábra, $b-c$ görbe szakasz) a vonat és az alagút közötti szabad keresztmetszetben keletkező súrlódás okozza. A nyomáscsökkenés másik része (1. ábra, $a-b$ görbe szakasz) a levegőnek a szűk keresztmetszetben mutatkozó sebességre való felgyorsításához szükséges. Ennek a nyomásesésnek egy részét a vonat mögötti keresztmetszet-bővülésben, mint rossz hatásfokú diffuzorban visszkapjuk (1. ábra, $c-d$ görbe szakasz).

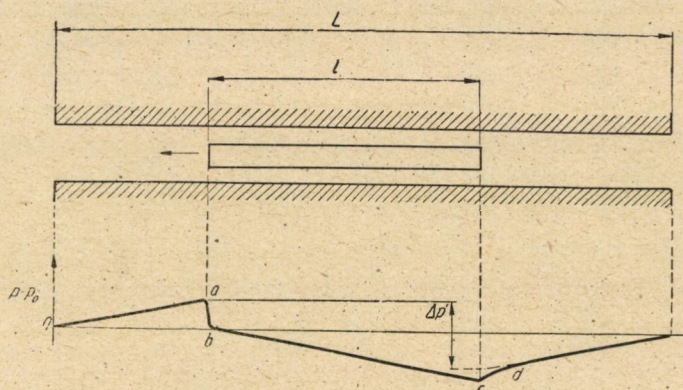
A felsorolt három nyomáskülönbség eredője ($\Delta p'$) létesíti az alagút többi részében a vonat haladásával azonos értelmű ú. n. *utánáramlást*. Az utánáramlás sebességét az szabja meg, hogy annak következtében az alagút szabad keresztmetszetében keletkező összes nyomásvesztés a $\Delta p'$ nyomáskülönbséggel egyenlő legyen és így az alagút két végén a nyomás a légköri nyomással egyenlő maradjon.

A vonat légellenállását, és az utánáramlást kisminta segítségével célszerű megmérni.

Az ismertetett légáramlás kismintán való előállításához egyrészt az alagút és a vonat közötti viszonylagos elmozdulást, másrészt pedig az utánáramlást kell megvalósítani. Ez lehetséges lenne pl. ejtőkísérlet alakjában, melynél a függőlegesen elhelyezett alagútkismintában az aránylag könnyűre készített vonatkisminta súrlódásmentes vezetés mellett szabadon esnék. Az alagút-

kisminta egyik végén a keresztmetszet fojtásával az utánáramlás sebességét lehetne szabályozni. A vonat és a levegő sebességének mérését a vonatkismintának a felgyorsulás után állandó sebességgel való esése közben lehetne elvégezni, melyből a kisminta súlyának ismeretében a légellenállás is kiszámítható lenne. De ezzel a módszerrel aránylag nagy költség mellett is csak kis mérhető sebességet, illetve kis Reynolds-számot lehetne elérni.

Ehelyett a kísérletezés szokásos módja az, hogy az alagútkismintában ventilátorral szívják a levegőt és ebben a mesterséges légáramban mérik az egyhelyben felfüggesztett vonatkisminta légellenállását. Ez a módszer elvileg helytelen, mert nem valósítja meg az alagút és a vonat viszonylagos elmozdulását. Ebben az esetben a levegő a vonat oldalához és az alagút falához képest ugyanolyan sebességgel halad, míg a valóságban a vonat és az alagút közötti



1. ábra

szabad keresztmetszetben az alagút falához képest lényegesen kisebb sebességgel áramlik, esetleg a vonat haladásával megegyező értelemben. Az irodalomban mégis az ily módon kapott adatok alapján számítják a vonat légellenállását.

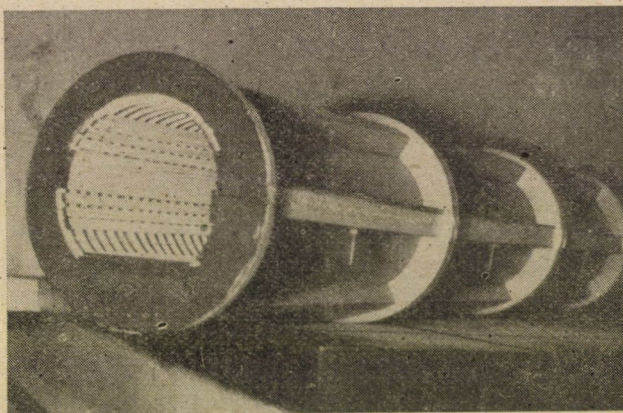
A Budapesti Műszaki Egyetem-Áramlástan Tanszékén szintén ilyen elrendezéssel végeztünk méréseket, csőalagútban haladó vonat légellenállásának meghatározására. A méréseknél az alagútkisminta belső felülete egyik esetben sima, másik esetben kereszt- és hosszirányban bordázott volt. Így a vonat légellenállását mindkét alagúttípus esetében meg tudtuk mérni. Az alagút keresztmetszetének kismértékű változtatásával mindegyikben többféle méretű vonatkismintát helyeztünk el és így tájékozódunk arról, hogyan változik az ellenállástényező a vonat és az alagút keresztmetszetének viszonya, az ú. n. *kitöltési tényező* függvényében. Végül az alagútban uralkodó levegősebesség változtatásával az ellenállástényezőnek a Reynolds-szám függvényében való változását mértük. Amennyiben lehetőség nyílik majd eredeti méretű vonaton áramlás-

technikai mérések végzésére, úgy a kismintákon, fenti módszerrel kapott eredményeknek a valóságos vonat esetétől való eltéréseit is tisztázni fogjuk.

Tanulmányunkban a mérési eredmények ismertetése után rámutatunk arra, hogy a méréssel kapott értékek a közismert csősúrlódási tényező és hidraulikus sugár felhasználásával aránylag jól számíthatók, továbbá az utánáramlási sebesség számításával kapcsolatban teszünk néhány megjegyzést.

Kísérleti elrendezés

Az alagút kismintáját favázra erősített kartonlemezeső alkotta. A kartonlemez belső felülete megfelelt a borda nélküli »sima« alagútnak, míg a befelé



2. ábra

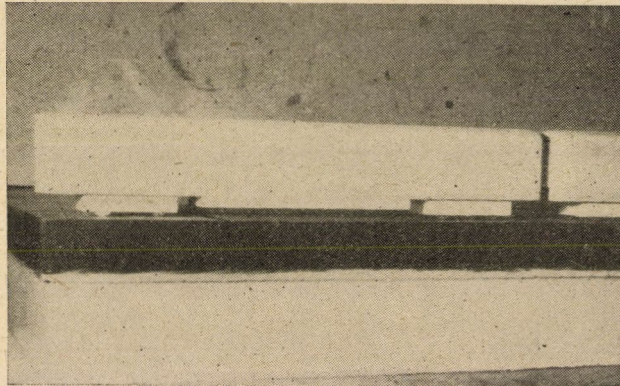
bordázott alagutat ugyancsak kartonból készült bordák beragasztásával valósítottuk meg (2. ábra). A bordázott alagút keresztmetszetét később kétoldalt egy-egy lécbetéttel segítségével kissé növeltük. Az alagút végét centrifugális ventilátorhoz csatlakoztattuk, elejére pedig az átömlő légmennyiség mérése céljából mérőperemet helyeztünk.

Ellenőrzés céljából megmértük a ventilátor után kifújtt légmennyiséget is. A légmennyiségnek két helyen történt mérése indokoltnak bizonyult, mert az első próbamérésnél a kifújtt levegőmennyiség kb. 70%-kal volt több, mint a beszívott. Ezt az eltérést a két félből készült cső réseinek leragasztásával és a csatlakozások tömítésével 5–10%-ra csökkentettük. A hamislevető mennyiségét ennél kisebb értékre a vonatkismintát tartó szálaknak megfelelő nyílások miatt nem lehetett csökkenteni, így az átmenő levegőmennyiséget a hamislevető felével korrigáltuk.

Az alagútban uralkodó nyomás mérése céljából az alagút tetején 1/2 m-enként kis nyílásokat vágtunk, melyeken át egy 2 mm átmérőjű statikai nyomássonduát helyeztünk be.

Részben az alagút-keresztmetszet, részben pedig a vonatkisminták (3. ábra) változtatásával más és más keresztmetszetviszonyokat tudunk előállítani:

		Kocsi keresztmetszete: $F_k \text{ m}^2 = 0,0098$		0,0111		0,0146	
		Kocsi kerülete: $K_k \text{ m} = 0,41$		0,43		0,49	
Alagút	Keresztmetszet $F \text{ m}^2$	Kerület $K \text{ m}$	Hidraulikus sugár négyesz. $4r' \text{ m}$	kitöltési tényezők			
Sima ...	0,0269	0,630	0,171	0,364	—	0,542	
Bordás .	0,0232	0,596	0,156	0,424	0,478	0,630	
Bordás .	0,0257	0,620	0,166	0,382	0,432	0,567	

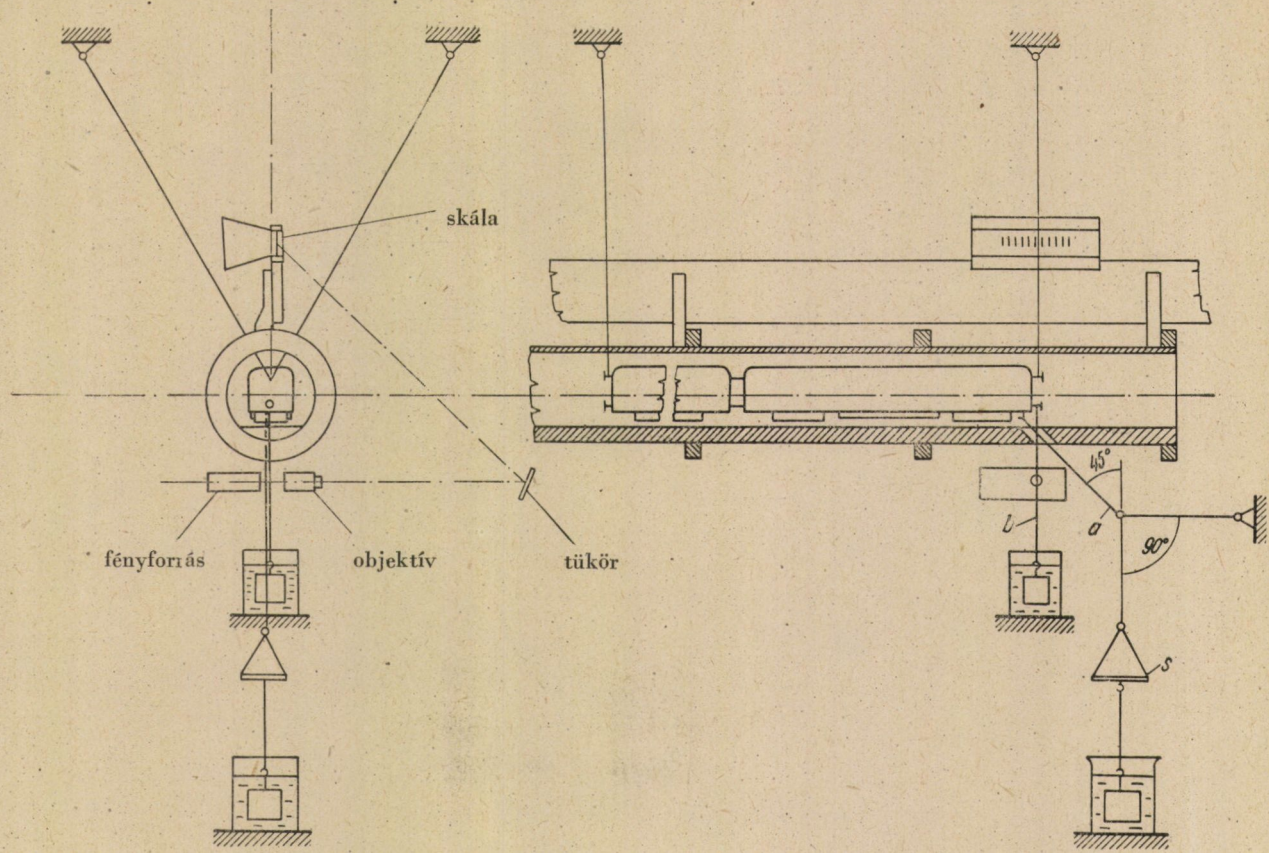


3. ábra

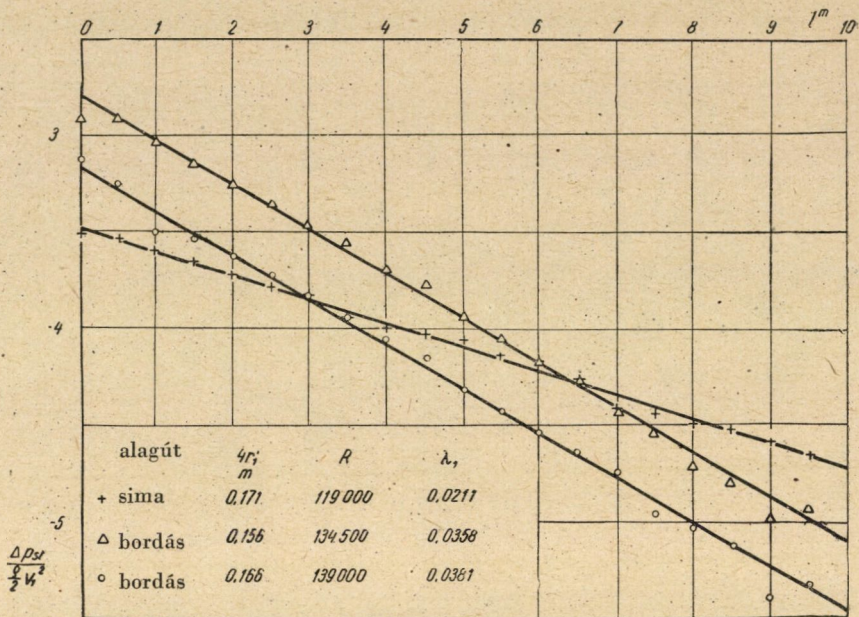
A vonatkismintákat 2, 4 és 6 kocsi összekapcsolásával a 4. ábrán látható módon függesztettük be az alagútba. A vonat légellenállását a 4. ábrán a -val jelzett 45° -os drótszál alkalmazásával az s serpenyőbe helyezett súlyokkal ellensúlyoztuk. A kismintának 0 helyzetbe való visszahozását a b előfeszítő drótszál kivetítésével ellenőriztük.

Mérési eredmények

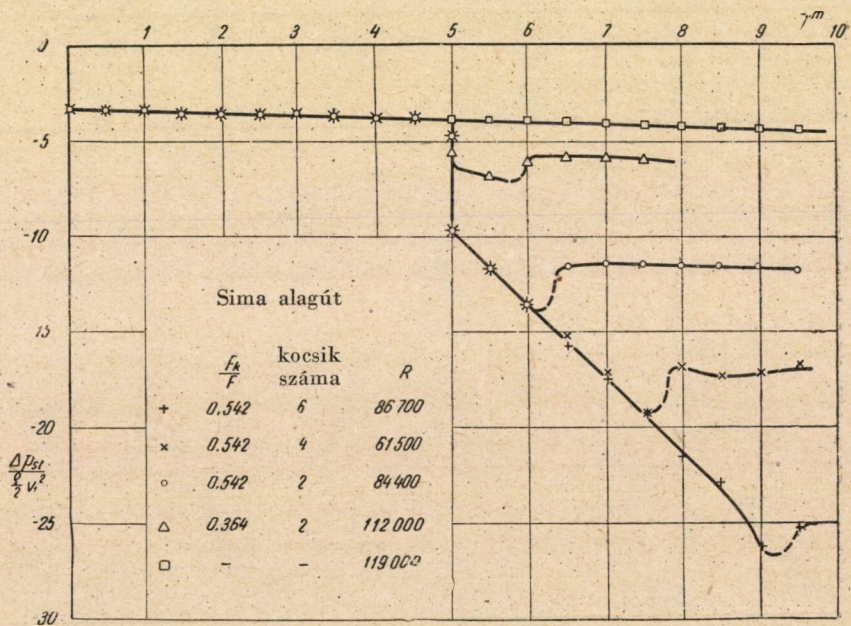
a) *Nyomásváltozás az alagút hossz tengelye mentén.* Az üres alagútban áramló levegő okozta nyomásesést az 5. ábrában látjuk. A nyomáskülönbségeket az alagútban uralkodó átlagsebesség dinamikusához viszonyítva dimenzió



4. ábra

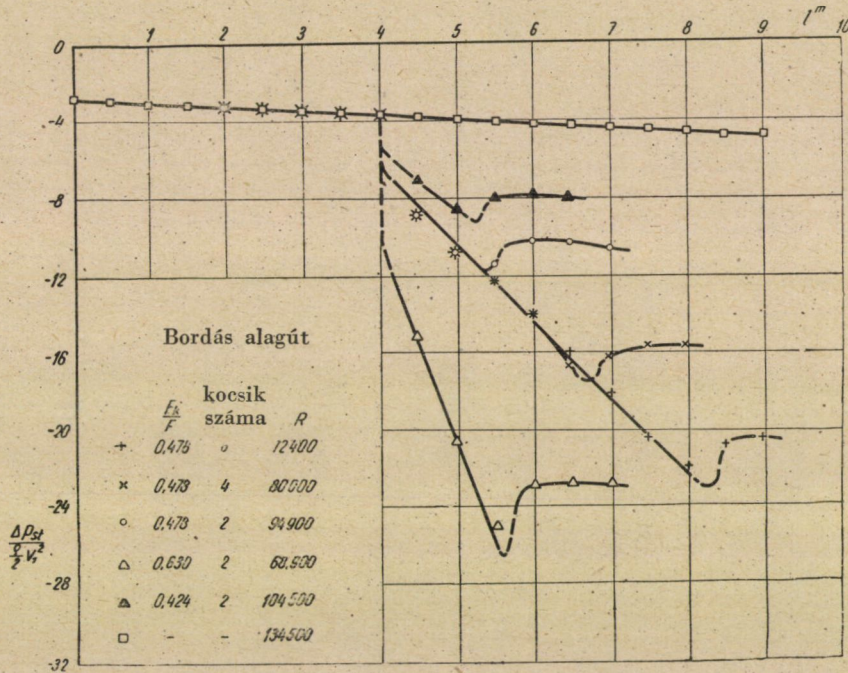


5. ábra



6. ábra

nélküli alakban rajzoltuk a diagrammba. A mérések az alagutakban a nyomás lineáris változását mutatták, a változás iránytényezője a kétféle keresztmetszetű bordás alagútban egyformának adódott. Az alagút légellenállástényezőjét (λ_1) az egyenesek iránytényezőjének a hidraulikus sugár négyszeresével való szorzata adja. Az ellenállástényezőket azért vonatkoztattuk a hidraulikus sugár négyszeresére, mert a keresztmetszet körhöz hasonló volt és így az ellenállástényező értékei a körkeresztmetszetű csövek ellenállástényezőjével összehasonlíthatók. Az ellenállástényező értékeit ugyancsak megtaláljuk a diagrammban.



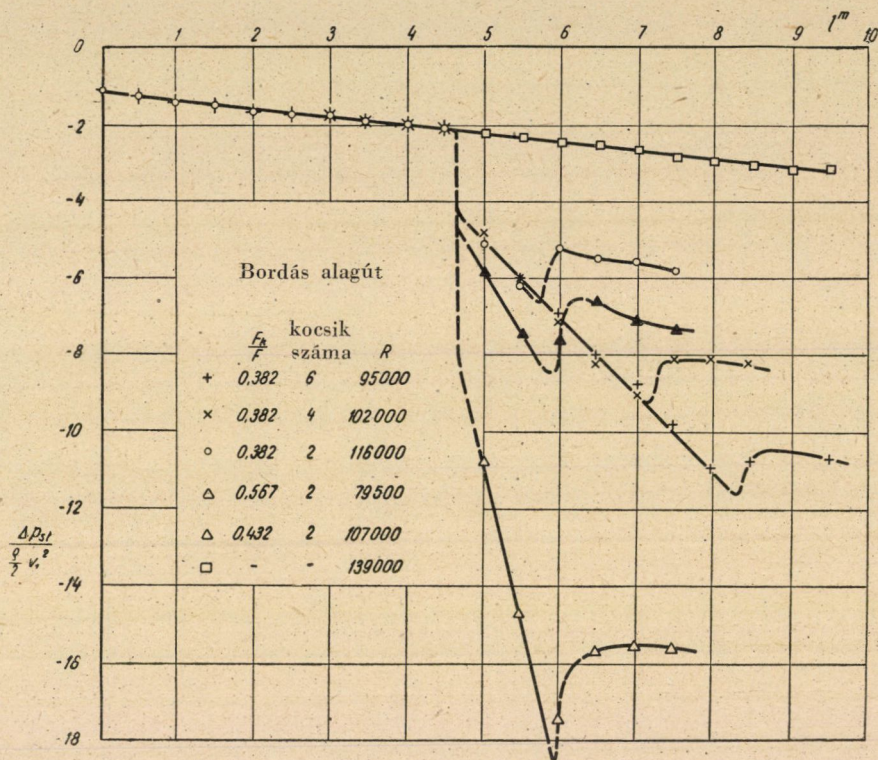
7. ábra

A különböző sebességgel végzett nyomásmegoszlás mérésekből azt tapasztaltuk, hogy a sima alagút ellenállástényezője a Reynolds-szám függvényében a sima csövek ellenállástényezőjével megegyezően változik, míg a bordás alagút ellenállástényezője a mért tartományban a Reynolds-számtól függetlennek mutatkozott.

Az alagútban a nyomásnak a vonat melletti változásait mutatják a 6., 7. és 8. ábrák. Mindegyik ábrában megtaláljuk az üres alagútban bekövetkező nyomásváltozást is. Jól megfigyelhető a vonat elején kialakuló ugrásszerű nyomáscsökkenés, mely a hirtelen szűkülő keresztmetszetben a levegő felgyorsításának a következménye. A vonat mellett a nyomás szintén lineárisan csökken, de az üres alagúthoz képest sokkal rohamosabban. A 2, 4, illetve 6 kocsis vonat mellett a nyomáscsökkenés iránytényezője megegyezik úgy, hogy a vonatok

hossza a linearitás megszűnéséből jól látható. A vonat mögött mindenütt megtaláljuk a keresztmetszethövelésnek megfelelő nyomásemelkedést, mely után a nyomás ismét az üres alagútnak megfelelő iránytényezővel csökken.

b) *Vonatellenállás a Reynolds-szám függvényében.* A fent felsorolt nyolcféle kitöltési tényezőnek és háromféle kocsiszámnak megfelelően összesen 14 összeállításban mértük meg a vonat légellenállását a Reynolds-szám (levegősebesség) függvényében. Az ellenállást az üres alagútban keletkező átlagos levegősebesség dina-



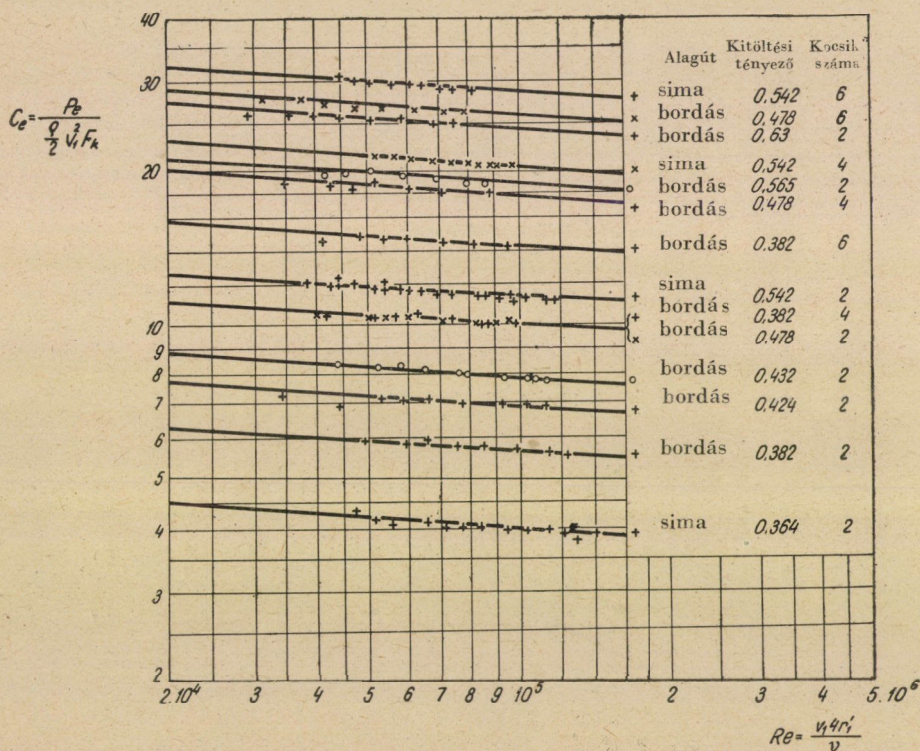
8. ábra

mikai nyomásával és a vonat keresztmetszetével (F_k) osztva, dimenzió nélküli alakban találjuk a 9. ábrában. A Reynolds-számot valamennyi esetben az alagút szabad keresztmetszetében mutatkozó átlagsebességgel és az alagút hidraulikus sugarának négyszeresével számítottuk.

A vonat ellenállástényezője a Reynolds-szám növekedésével csökken. A Reynolds-szám logaritmusának függvényében az ellenállástényező logaritmusa a kimért tartományon belül közelítőleg lineárisan változik. Meglepő, hogy bár az alagút légellenállása a sima alagút esetében a Reynolds-számtól függött, míg bordás alagút esetében attól függetlennek mutatkozott, az ellenállástényezőik változásának iránytényezője mégis mindkét esetben egyformának

tekinthető. Ennek oka valószínűleg az, hogy a vonat felülete a kocsi alján elhelyezett szekrényekkel és kocsiközökkel együtt a sima alagúthoz képest érdes, az érdes alagúthoz viszonyítva pedig sima volt, és így a kétféle hatást kiegyenlítette. Az iránytényező átlagértékének megfelelően az ellenállástényező a kimért tartományon belül a Reynolds-szám 0,061-ik hatványával fordítva arányos.

A vonat ellenállásának a kocsiszám függvényében való változására nézve jellemzők az ellenállástényezőnek a 2 kocsi ellenállástényezőihez viszonyított értékei :

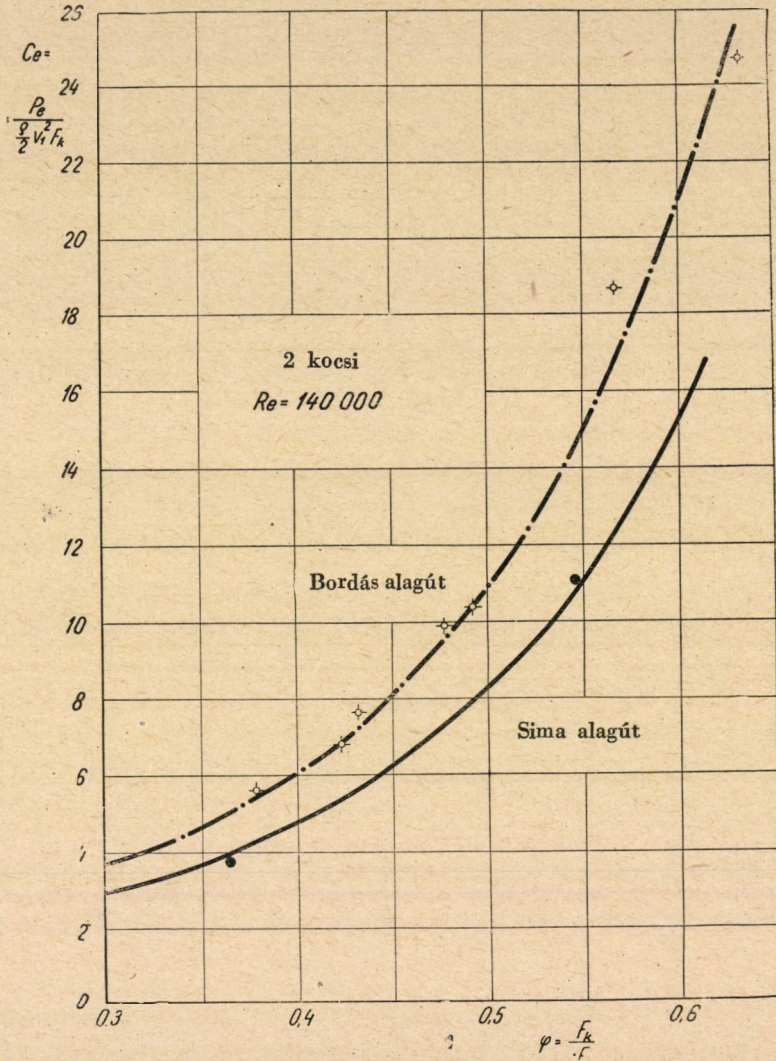


9. ábra

$$\frac{C_e}{C_e \text{ 2 kocsi}}$$

Alagút	Kocsiszám		
	2	4	6
Sima	1	1,79	2,49
Bordás	1	1,78	2,56
Bordás	1	1,79	2,52
Átlag	1	1,79	2,52

Eszerint 4 kocsi ellenállása 2 kocsi ellenállásának kb. 1,8-szerese, 6 kocsié pedig kb. 2,5-szerese. Az ellenállástényező tehát nem növekszik a kocsik számával arányosan, mert abban a kocsik számától független állandó rész is foglaltatik.



10. ábra

c) Vonatellenállás a kitöltési tényező függvényében. A felsorolt keresztmetszetviszonyok mellett 2 kocsival mért ellenállásokból $Re \approx 140\,000$ Reynolds-számhoz tartozó ellenállástényezőket a kitöltési tényező függvényében ábrázoltuk a 10. ábrában. Az ábrában megkülönböztettük a sima és a bordás alagútban mért értékeket. Feltüntettük továbbá a később ismertető számítással

kapott görbéket. A diagrammból láthatjuk, hogy az ellenállástényezők értéke, amely szabadban haladásnál ($\varphi = 0$) 1 körül lenne, a szokásos $\varphi = 0,5$ körüli kitöltési tényező esetében kb. 10 és növekvő kitöltési tényezőknél egyre rohamosabban növekszik.

Mérési pontosság. Az alagút és a vonat közötti viszonylagos elmozdulás hiánya okozta eltérésen kívül hibaforrás volt a felfüggesztő drótok résein és egyéb tömítetlenségen át beáramló hamis levegő. Ezt 5–10%-ra tudtuk csökkenteni. (A nagyobbik mennyiséget több kocsiból álló vonat több felfüggesztése okozta.)

A hamis levegő mennyiségét minden mérésnél pontosan megállapítottuk és annak felét a beszívott levegőmennyiséghez hozzáadtuk. Így az elkövetett hibát csökkentettük.

Az erőmérés hibája, mint azt a vízszintes erővel történt próbaterhelések mutatták, a légmennyiségmérés hibáihoz képest elhanyagolható volt.

Végül a vonat- és az alagútkisminták méreteinek megállapítását terhelheti hiba, különösen a bordázott cső esetében.

A felsorolt hibaforrások figyelembevételével a mért adatok maximális hibáját $\pm 10\%$ -ra becsüljük.

Az ellenállás meghatározása számítással

Mint a bevezetésben említettük, a mért adatok a hidraulikus sugár és a cső-ellenállástényező segítségével aránylag jól számíthatók. A számítás alapja az, hogy a vonat és az alagút közötti szabad keresztmetszetet körgyűrűhöz hasonló keresztmetszetű csőnek fogjuk fel és meghatározzuk annak a négyszeres hidraulikus sugárra vonatkoztatott ellenállástényezőjét.

Alagút ellenállástényezők. A vonat melletti nyomásesést a csősúrlódási tényező segítségével a következő szokásos alakban fejezhetjük ki:

$$\Delta p_2 = \frac{\rho}{2} v_2^2 \frac{l}{4r_2} \lambda_2$$

ahol ρ a levegő sűrűsége, v_2 a levegősebesség a vonat és alagút közötti szabad keresztmetszetben (11. ábra), l a vonat hossza, r_2 a körgyűrűhöz hasonló keresztmetszet hidraulikus sugara, λ_2 ezen adatokra vonatkozó ellenállástényező. Az ellenállástényező kiszámításához a nyomáseséseket az üres alagútban uralkodó átlagsebesség dinamikai nyomásához viszonyítva az 5–8. ábrákban találjuk meg. Az üres alagútban és a vonat melletti körgyűrűhöz hasonló keresztmetszetben uralkodó átlagsebesség viszonya a folytonosság tétele alapján

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{F - F_k}{F} = 1 - \frac{F_k}{F} = 1 - \varphi.$$

A körgyűrűhöz hasonló keresztmetszet hidraulikus sugarának kiszámításához a keresztmetszetet az alagút belső és a vonat külső kerületének összegével osztottuk. Ezek alapján λ_2 tényező kiszámítását az alábbi táblázatban találjuk :

Alagút	λ_1	$F \text{ m}^2$	$K \text{ m}$	$F_K \text{ m}^2$	$K_K \text{ m}$	φ	$(1-\varphi)^2$	$4r_2' = \frac{F-F_K}{K+K_K}$	$\frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2} v_1^2 l}$	$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\Delta p(1-\varphi)^2}{\frac{\rho}{2} v_1^2 \frac{l}{4r_2'^2}}$	λ_2
Sima	0,0234	0,0269	0,63	0,0146	0,21	0,542	0,21	0,0439	3,88	0,0358	1,53
Bordás	0,0358	0,0232	0,60	0,0098	0,41	0,424	0,332	0,0531	3,10	0,0547	1,53
—	—	—	—	0,0111	0,43	0,478	0,273	0,0470	3,95	0,0507	1,42
—	—	—	—	0,0146	0,49	0,630	0,137	0,0316	10,60	0,0460	1,29
	0,0381	0,0257	0,62	0,0098	0,41	0,382	0,382	0,0618	2,03	0,0480	1,26
	—	—	—	0,0111	0,43	0,432	0,322	0,0519	3,35	0,0560	1,47
	—	—	—	0,0146	0,49	0,567	0,187	0,0400	7,70	0,0556	1,46
										Átlag	1,42

A táblázat utolsó oszlopában látjuk a körgyűrűhöz hasonló keresztmetszet esetére kapott ellenállástényezők és az üres alagút ellenállástényezője közötti viszonyszámokat. (Sima alagút esetében az ellenállástényezőt a Reynolds-számok viszonyának 5-ik gyökével számítottuk át, mert a kérdéses tartományban ez a hatvány közelítette meg legjobban a sima cső ellenállástényezőjének változását.) Megfigyelhető, hogy bár az értékek bizonyos szórást mutatnak, a szórában a kitöltési tényezőtől való függést nem lehet megállapítani, úgy hogy az csak a számítás közelítő voltára mutat. A viszonyszámok átlaga kb. 1,4, ami azt jelenti, hogy a körhöz hasonló keresztmetszetről a körgyűrűhöz hasonló keresztmetszetre való áttérés közben a hidraulikus sugár négyszeresére vonatkoztatott ellenállástényező az előzőnek kb. 1,4-szeresére növekedett.

Miután ez a viszonyszám a kitöltési tényezőtől gyakorlatilag nem függ, így a vonat melletti nyomásesést $\lambda_2 =$ állandó feltételezésével kifejezhetjük a kitöltési tényező függvényében.

Vonat-ellenállástényezők. Ahhoz, hogy a vonat ellenállástényezőjét az üres alagútban uralkodó átlagsebességhez és annak hidraulikus sugarához viszonyítsuk, a vonat melletti nyomásesés kifejezését a megfelelő viszonyszámok arányában át kell alakítanunk.

Az alagútkeresztmetszetben és a körgyűrű keresztmetszetben uralkodó sebesség viszonya

$$\frac{v_1}{v_2} = 1 - \varphi$$

így

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = (1 - \varphi)^2$$

A hidraulikus sugarak viszonya a keresztmetszetek és a kerületek viszonyából számítható. A körgyűrűhöz hasonló keresztmetszet területe az alagút keresztmetszetének $(1 - \varphi)$ -szerese. A kocsi kerülete és az alagút kerülete közötti viszony a kitöltési tényező négyzetgyökével arányos:

$$\frac{K_K}{K} = C_1 \sqrt{\varphi}.$$

így

$$\frac{K + K_k}{K} = 1 + \frac{K_k}{K} = 1 + C_1 \sqrt{\varphi}.$$

a hidraulikus sugarak viszonya tehát

$$\frac{r'_1}{r'_2} = \frac{\frac{F}{K}}{\frac{F - F_k}{K + K_k}} = \frac{F}{F - F_k} \frac{K + K_k}{K} = \frac{1}{1 - \varphi} (1 + C_1 \sqrt{\varphi}).$$

Egy adott vonat hosszának az alagút hidraulikus sugarához viszonyított értéke $\frac{l}{r'}$ a kitöltési tényezőtől szintén függ. A kocsikat arányosan növelve vagy csökkentve, azok hossza keresztmetszetük négyzetgyökével arányosan változik. Állandó alagútkeresztmetszet esetén a kocsi keresztmetszetek arányán mit sem változtat az állandó alagútkeresztmetszettel való osztás. Így mondhatjuk, hogy az adott vonat hossza (illetve annak az — esetünkben állandó — alagút hidraulikus sugarához viszonyított értéke) a kitöltési tényező négyzetgyökével arányosan változik.

Ugyanerre az eredményre jutunk természetesen akkor is, ha a kitöltési tényezőt úgy változtatjuk, hogy a kocsik méretét állandónak tartva, az alagutat növeljük vagy csökkentjük, hiszen a kocsi és az alagút együttes arányos változtatása a viszonylagos értékeket nem befolyásolja.

Ha a kocsi méretarányainak megfelelően valamely φ_1 kitöltési tényezőhöz bizonyos $\frac{l_1}{r'_1}$ érték tartozik, akkor tetszésszerű φ kitöltési tényező esetén a kocsi hosszának az alagút hidraulikus sugarához viszonyított értékét

$$\frac{l}{r'_1} = \frac{l_1}{r'_1} \sqrt{\frac{\varphi}{\varphi_1}}.$$

képlet segítségével kaphatjuk.

Amennyiben a tapasztalat szerint az ellenállástényező a Reynolds-számtól nem függ (hidraulikailag érdes cső), akkor a λ_2 tényező átszámításához az alag-

útra vonatkozó λ_1 tényezőt csak a fenti, mérésekből kapott viszonyszámmal kell megszorozni:

$$\lambda_2 = C_2 \lambda_1$$

Ha az ellenállástényezőnek a Reynolds-számtól való függését is figyelembe kell vennünk, akkor szükség van a Reynolds-számok viszonyának kiszámítására is:

$$\frac{Re_2}{Re_1} = \frac{\nu_2 r_2'}{\nu_1 r_1'} = \frac{1}{1-\varphi} (1-\varphi) \frac{1}{1+C_1 \sqrt{\varphi}} = \frac{1}{1+C_1 \sqrt{\varphi}}$$

Az ellenállástényezőnek a Reynolds-számtól való függését legcélszerűbb a számított tartománynak megfelelő hatványfüggvénnyel figyelembe venni. Így pl. 5-ik gyök alkalmazásával

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt[5]{1+C_1 \sqrt{\varphi}}$$

A felsorolt viszonyszámok alapján a vonat melletti nyomásesést az alábbi képlettel fejezhetjük ki:

$$\Delta p_2 = \frac{\rho}{2} \nu_1^2 \frac{l_1}{4r_1'} c_2 \lambda_1 \frac{1}{(1-\varphi)^2} \frac{1}{1-\varphi} (1+C_1 \sqrt{\varphi}) \sqrt{\frac{\varphi}{\varphi_1}}$$

E kifejezésben λ tényezőnek a Reynolds-számtól való függését nem tüntetjük fel.

Az így kapott érték a nyomáskülönbségnek csak egyik része. Másik része a vonat elejénél bekövetkező hirtelen nyomásesésből származik, mely a levegősebesség megnövekedéséből a Bernoulli-egyenlet alapján számítható:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (\nu_2^2 - \nu_1^2) = \frac{\rho}{2} \nu_1^2 \left(\frac{\nu_2^2}{\nu_1^2} - 1 \right) = \frac{\rho}{2} \nu_1^2 \left[\frac{1}{(1-\varphi)^2} - 1 \right]$$

Ha feltételezzük, hogy a vonat homlokfalán mindenütt össznyomás keletkezik, a vonat végére pedig a diffuzorhatásnak megfelelő nyomásnövekedés még nem hat, akkor a vonat homlok- és hátfalán keletkező és a levegő felgyorsításából eredő nyomáskülönbség

$$\Delta p_1 = \frac{\rho}{2} \nu_1^2 \frac{1}{(1-\varphi)^2}$$

Össznyomás valójában a vonat homlokfelületének csak egy pontjában keletkezik, de fenti feltevésünk a szabadban haladó vonat ($\varphi = 0$) esetében $c_e = 1$

ellenállástényezőre vezet, ami a tapasztalattal elég jól egyezik. Növekvő kitöltési tényezők esetén viszont a teljes -1 érték elhagyásával elkövetett hiba az ellenállástényezőhöz képest egyre inkább elhanyagolhatóvá lesz.

A kétféle nyomásesés összege a vonat homlok-, illetve hátfalára ható nyomások különbségét adja, amelyet a vonatkeresztmetszettel szorozva a vonat ellenállását kapjuk. A vonat ellenállástényező, vagyis a vonatkeresztmetszethez és a $\frac{\rho}{2} v_1^2$ dinamikai nyomáshoz viszonyított vonat ellenállás kiszámításához tehát a két nyomásesés összegét csak $\frac{\rho}{2} v_1^2$ dinamikai nyomással kell osztanunk.

Felmerült ugyan a gondolat, hogy az a felület, amelyre a nyomáskülönbség hat, nagyobb, mint a vonat homloklfelülete. Nyomáskülönbség hat ugyanis a kocsik alján elhelyezett szekrények közeinek első, illetve hátsó falaira, valamint a kocsiközökben levő homloklfalakra is. Ezeket a járulékos felületeket mint a vonat felületének látszólagos megnövekedését foghatjuk fel. A tapasztalat szerint azonban ez a látszólagos felületnövekedés elhanyagolható volt.

A vonat-ellenállástényező tehát

$$c_e = \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{\frac{\rho}{2} v_1^2} = \frac{1}{(1-\varphi)^2} + \frac{l_1}{4r_1'} C_2 \lambda_1 \frac{1}{(1-\varphi)^2} \frac{1}{1-\varphi} (1 + C_1 \sqrt{\varphi}) \sqrt{\frac{\varphi}{\varphi_1}} =$$

$$= \frac{1}{(1-\varphi)^2} + C_3 \frac{1 + C_1 \sqrt{\varphi}}{(1-\varphi)^3} \sqrt{\varphi},$$

ahol

$$C_3 = \frac{l_1}{4r_1'} C_2 \lambda_1 \frac{1}{\sqrt{\varphi_1}}.$$

A vonat-ellenállástényezőt tehát csak a kitöltési tényezővel, mint független változóval fejeztük ki és a képletben egy geometriai és egy áramlástechnikai méréssel meghatározandó állandó szerepel.

Az Áramlástan Tanszéken végzett kísérletek folyamán ezek az állandók a következők voltak:

A koci és az alagút kerületének viszonya

$$\frac{K_k}{K} = 1,1, \quad \text{azaz: } c_1 = 1,1.$$

A cső-ellenállástényező viszonya körhöz hasonló keresztmetszetről a körgyűrűhöz hasonló keresztmetszetre való áttérésnek megfelelően

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = C_2 = 1.42.$$

A vonat hosszára nézve : a bordás alagútban $\frac{l_1}{r_1} = 30,6$, $\varphi_1 = 0,382$ kitöltési tényező esetén; a sima alagútban pedig $\frac{l_1}{r_1} = 36,3$, $\varphi_1 = 0,542$ kitöltési tényező esetén.

Ezen adatokkal a fenti képletből számított ellenállástényező görbéket a 10. ábrában találjuk. A sima alagút ellenállástényezőinek átszámításánál azokat a Reynolds-szám — 0,2-ik hatványával tekintettük arányosnak.

Az ábrában közölt mérési pontokból megfigyelhető, hogy a számított görbe a vonat-ellenállástényezőknél a kitöltési tényező függvényében való változását jól jellemzi.

Utánáramlási sebesség. Az utánáramlási sebesség számítása abból a tényből indul ki, hogy a vonat által létesített nyomáskülönbség fedezi az alagútnak a vonatelőtti és utáni részében az utánáramlásnak megfelelő nyomásesést. A vonat által létesített nyomáskülönbség a vonat ellenállástényezőjéből számítható.

Tollmien szerint

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} (v - u)^2 \frac{F_k}{F} c_e,$$

ahol v a vonat sebessége, u az utánáramlási sebesség, c_e a vonat ellenállástényezője végtelen hosszú alagútban, $u = 0$ esetben. A vonat ellenállásának kiszámításánál pedig az eddigi képletekben előforduló v_1 sebesség helyébe a $v - u$ relatív sebesség kerül.

Fenti képlet azt fejezi ki, hogy a vonat ellenállását a vonat homlok- és hátsó falán keletkező nyomáskülönbségnek és a kocsi keresztmetszetének szorzata adja. A vonat által az alagútban okozott nyomáskülönbség számításánál nem hagyhatjuk azonban figyelmen kívül a vonat mögötti nyomásnövekedést, miután a vonat homlokfelületén keletkező nyomástöbbletet is számításba vettük.

A vonat okozta felgyorsítást veszteségmentesnek tekintve, a vonat végén a levegősebesség csökkenése közben legfeljebb a Borda—Carnot-féle nyomásvesztés mutatkozik. Az utánáramlást létesítő nyomáskülönbséget úgy kapjuk, ha előző számításunkban

$$\Delta p_1 = \frac{\rho}{2} v_1^2 \frac{1}{(1 - \varphi)^2}$$

helyett

$$\Delta p'_1 = \frac{\rho}{2} (v_2 - v_1)^2 = \frac{\rho}{2} v_1^2 \left(\frac{1}{1 - \varphi} - 1 \right)^2 = \frac{\rho}{2} v_1^2 \left(\frac{\varphi}{1 - \varphi} \right)^2.$$

képlettel számolunk (11. ábra). Az utánáramlás számításánál tehát a vonat c_e ellenállástényezője helyébe a

$$c_e - \frac{1}{(1 - \varphi)^2} + \left(\frac{\varphi}{1 - \varphi} \right)^2 = c_e - \frac{1 + \varphi}{1 - \varphi}.$$

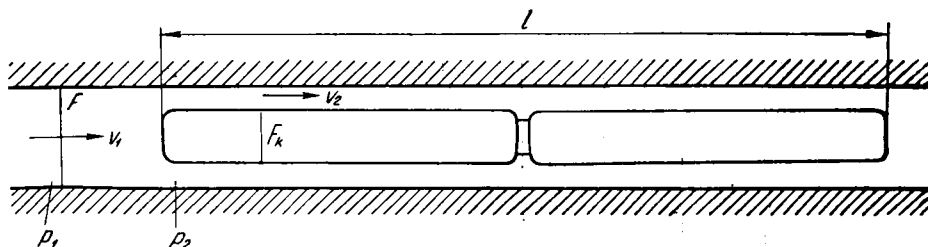
kifejezést kell helyettesítenünk.

A mérések azt mutatták, hogy az utánáramlást létesítő nyomáskülönbség az így számítottnál is valamivel (átlagosan mintegy 5%-kal) kisebb. Ez azzal magyarázható, hogy a vonat mögötti nyomásnövekedés a Borda—Carnot veszteségénél kisebb veszteség mellett megy végbe. Miután azonban az értékek erős szórást mutattak (mintegy $\pm 15\%$), ennek az eltérésnek a figyelembe vétele nem lett volna indokolt.

Fentiek szerint az utánáramlási sebességre nézve

$$\Delta p' = \frac{\rho}{2} (\nu - u)^2 \varphi \left(c_e - \frac{1 + \varphi}{1 - \varphi} \right) = \frac{\rho}{2} u^2 \left(1 + \lambda_1 \frac{L-l}{4r_1'} \right),$$

ahol L az alagút hossza.



11. ábra

Bevezetve a

$$k = \frac{\varphi \left(c_e - \frac{1 + \varphi}{1 - \varphi} \right)}{1 + \lambda_1 \frac{L-l}{4r_1'}}$$

dimenzió nélküli tényezőt, az utánáramlás sebességének a vonat sebességéhez viszonyított értéke

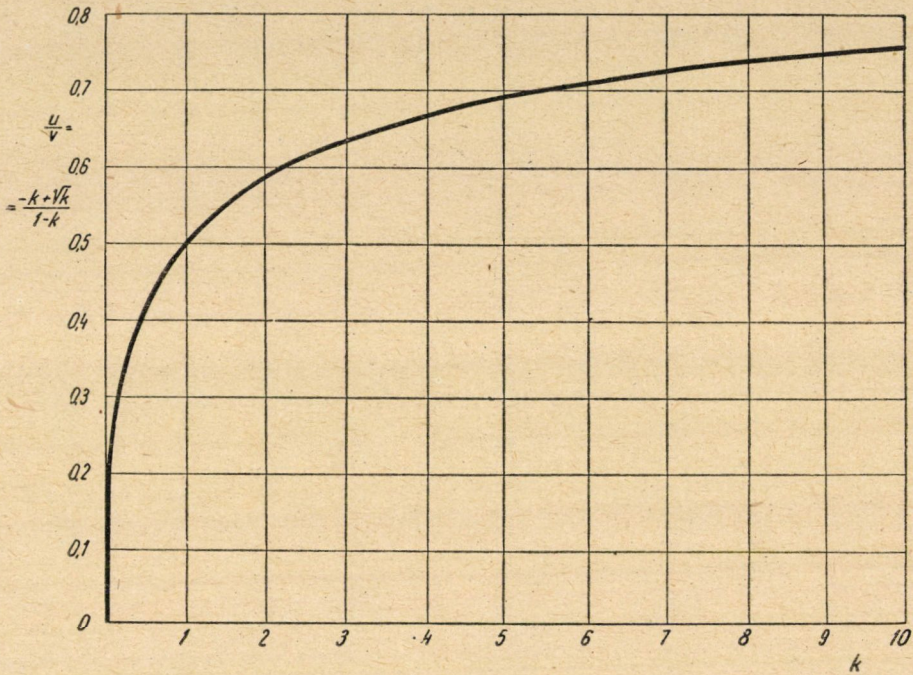
$$\frac{u}{v} = \frac{-k + \sqrt{k}}{1 - k}.$$

$\frac{u}{v}$ értékét k tényező függvényében a 12. ábrában találjuk. A görbe megfigyeléséből és a k tényező szokásos értékeiből arra a következtetésre jutunk, hogy az utánáramlási sebesség első közelítésben rendszerint fele a vonat haladási sebességének. A k tényező értékének kiszámításához ugyanis a következő tájékoztató adatokat vehetjük fel:

A kitöltési tényező $\varphi = 0,5$, ennek megfelelően a vonat ellenállástényezője $c_e = 10$. Az alagút hidraulikus sugarának négyszerese, amely megegyezik egy

körkeresztmetszetűnek feltételezett alagút átmérőjével, legyen pl. 5 m. Legyen az alagút szabad hossza $L - l = 500$ m, és ellenállástényezője $\lambda_1 = 0,02$. Ezzel

$$k = \frac{0,5 \left(10 - \frac{1 + 0,5}{1 - 0,5} \right)}{1 + 0,02 \frac{500}{5}} = 1,17$$



12. ábra

amellyel a diagrammból

$$\frac{u}{v} = 0,52$$

A vonat hosszánál 500 m-rel hosszabb, pl. 5 m átmérőjű alagút esetében k értékeinek változásáról tájékoztat az alábbi táblázat:

φ	0,4	0,5	0,6
c_e	5,5	10	18
$\lambda_1 = 0,01$	0,632	1,75	4,20
$\lambda_1 = 0,02$	0,421	1,17	2,80
$\lambda_1 = 0,04$	0,253	0,70	1,68

Ezen értékeknek megfelelő utánáramlási sebességek $\frac{u}{v}$:

φ	0,4	0,5	0,6
c_e	5,5	10	18
$\lambda_1 = 0,01$	0,44	0,57	0,67
$\lambda_1 = 0,02$	0,41	0,52	0,62
$\lambda_1 = 0,04$	0,33	0,45	0,56

Amint látjuk, a kapott legkisebb utánáramlási sebesség a vonat haladási sebességének kb. 1/3-a és a felvett legnagyobb k érték esetén annak 2/3-a.

Így előbbi $\frac{u}{v} = 0,5$ tájékoztató értékünk az utánáramlás sebességét jól jellemzi.

Megjegyezzük még, hogy a többi adatot állandónak tartva, az alagút rövidülése esetén a fenti képlet nevezője 1-hez közeledik, így k értéke kb. 3,5-hez tart. Az utánáramlási sebesség tehát fenti adatok mellett egészen rövid alagút esetében sem haladja meg a vonat haladási sebességének 2/3-át.

Az $\frac{u}{v} = 0,5$ tájékoztató értéket, valamint a $\varphi = 0,5$ kitöltési tényezőt alapul véve, azt az érdekes eredményt kapjuk, hogy a levegőnek a vonathoz viszonyított átlagos áramlási sebessége az alagút és a vonat közötti keresztmetszetben megegyezik a vonat haladási sebességével, de azzal természetesen ellentétes értelmű. Ez esetben tehát a vonat mellett a levegő az alagút falához viszonyítva gyakorlatilag áll.

IRODALOM

1. Untersuchungen an einem Schnellbahnwagen Erg. der Aerodyn. Versuchsanstalt zu Göttingen, III. Lieferung. 1927.
2. *W. Tollmien* : Luftwiderstand und Druckverlust bei der Fahrt von Zügen in einem Tunnel. Zeitschrift V. D. I. Bd. 71. No. 6. 1927.

Összefoglalás

A cikk első része a Budapesti Műszaki Egyetem Áramlástan Tanszékén, csőalagútban haladó vonat kismintáján végzett áramlástechnikai mérésekről számol be. A mérések alkalmával a vonatkisminta az alagútkismintához képest azonos helyzetben maradt, a levegőt egy ventilátor szívta az alagútkisminta végén. A vizsgálat az alagút belső felületének, valamint a vonat kitöltési tényezőjének befolyására is kiterjedt. Az eredmények között van a nyomás változása az üres alagútban és a vonat mellett, a vonat ellenállástényezője különféle esetekben a Reynolds-szám és a kitöltési tényező függvényében.

A cikk második része számítási módszert tartalmaz a mért adatok alapján a vonat ellenállástényezőnek és az utánáramlásnak különféle kitöltés esetében való meghatározására. A számítás nem terjed ki a kisminta kísérlet és a csőalagútban haladó nagyméretű vonat esete között lehetséges eltérések vizsgálatára.

SZŐRMETARTÓSSÁGI VIZSGÁLATOK

BRUGGER FRIGYES és FEHÉR ISTVÁN, a kémiai tudományok kandidátusa

[BŐR-, CIPÓ- ÉS SZŐRMEIPARI KÖZPONTI KUTATÓ LABORATÓRIUM

[Beérkezett 1952. szeptember 29-én]

A szőrme kereskedelmi értékét szépsége, ritkasága, az uralkodó divat és a viselhetőség időtartama szabják meg. Népruházati cikkek készítésére alkalmas szőrménél különösen lényeges tényező a szőrme élettartama és ezenkívül még egy fontos követelményt kell ebben az esetben a szőrmének kielégíteni: jó hőszigetelő képességűnek kell lennie. Az általánosan ismert szőrmevizsgáló módszerekkel e két tulajdonság nem mérhető. A kérdés fontosságára való tekintettel a szőrme tartósságának mérésére alkalmas vizsgalati módszer kidolgozását tűztük ki célunknak.

A szőrme használat közben veszít értékéből. A hordás folytán értékcsökkenése kétirányú, a szőrme részben szépségéből, másrészt pedig hővédő képességéből veszít. A szépsézetű értékcsökkenés okai a szőrme színének kifakulása, vagy színének kevésbé tetszetősé válása, a szőrszálak összegubancolódása, összenemezelődése, a szőrszálak eredeti, nagyjából párhuzamos irányzottságának teljesen szabálytalanná válása. Ezenkívül a hordás közben lekopott szőrök — elsősorban az erősen dekoratív jellegű koronaszőr és vezetőszőr — hiánya is a szépség nagyfokú csökkenését okozza.

Az esztétikai értékcsökkenéssel nagyjából párhuzamosan romlik a szőrme hővédő képessége is. A szőrszálak összegubancolódása, de különösen a szőrök elkopása és kihullása a szőröktől körülzárt levegőréteg vastagságának csökkenését okozza. A szőrme hővédő képessége pedig elsősorban ennek a hőszigetelő levegőrétegnek köszönhető.

A szőrme szőrhullása a kikészített szőrme tartósításának mineműségétől, a kikészítés és festés folyamán elszennvedett vegyi és mechanikai behatásoktól és ezenkívül természetesen a szőrme-célra feldolgozott állatfajta milyenségétől függ. Az egyes szőrszálak kopása hasonlóképpen függvénye a kikészítés és festés vegyi behatásainak. A festés nélkül elkészített szőrme kopási ellenállása lényegesen nagyobb, mint a hidrogénperoxidos halványítás után világos színűre festett, vagy az erősen savas és oxidáló közegben anilinfekete roston való képzésével festett szőrme.

Különböző fajtájú állatok szőrméi kopással szemben különböző ellenállást tanúsítanak. Habár a szőr anyaga minden esetben közel egyforma össze-

tételű keratin, kopás szempontjából lényeges a szőrszálak szerkezetét is tekintetbe vennünk: a vékonyabb, hajlékonyabb szálak kevésbé kopnak, mint a merevebb, vastagabb szálak. Ezenkívül nagy mértékben befolyásolja a kopási ellenállást a szőrszálakban jelenlevő légcSATORNÁK mennyisége is. Igen sok levegőt tartalmazó szőr ellenállása annyira gyengülhet, hogy a szőr már hajlításkor is eltörik (szarvas szőre).

A különböző szőrmefajtákat tartósság szempontjából *Austin* mutatószámmal osztályozta. Az általa készített rangsorban a vidra szőrméjét — mint legtartósabbat — 100 ponttal értékelte és gyakorlati alapon ehhez arányította a többi leggyakrabban használt szőrme tartósságát. *Nestler* a szőrmegyártás technológiájának javulását figyelembevéve, az *Austintól* megadott értékeket helyenkint javította. Utóbbi táblázatából vett néhány szőrme tartóssága a következő:

Vidra	100	Róka	40
Hód	90	Csikó	35
Hód (koronaszőr kitépve)	85	Róka, festett	35
Nerz	70	Mókus	30
Perzsa	65	Házinyúl	20
Krimi bárány	60	Kecske	15
Nerz, festett	55	Vakond	7
Pézsmá	45	Vadnyúl	5

Austin táblázatában előforduló számok természetesen átlagértékek, mert gyakorlatból tudjuk, hogy a szőrme tartósságát az előállításához felhasznált nyersbőr tulajdonságai is erősen befolyásolják.

Gyakorlatban többször előfordul, hogy valamely gyártási eljárást a szőrme tartóssága szempontjából kell megítélnünk. Az ilyen természetű kérdések eldöntésére kétségkívül a hordási próba a legbiztosabb módszer. Az ilyenfajta próbák kivitelénél nagy körültekintéssel kell eljárni ahhoz, hogy értékelhető eredményhez jussunk és emellett egy-egy próba kiviteléhez általában egy év vagy egy évad szükséges. Az általunk ismert szőrmeipari irodalomban sehol se találtunk oly módszert, melynek segítségével a szőrme tartósságát kísérleti úton lehetne megállapítani. A textilipar ezzel a tárggyal viszont igen behatóan foglalkozik, ezért ennek az iparnak tapasztalatait igyekeztünk értékesíteni.

A textilipari koptatógépek közül a Schiefer-féle koptatót kíséreltük meg felhasználni. Ennél a gépnél a tartósságára vizsgálandó szőrmedarabot forgó korongra szereltük, mellyel szemben párhuzamos tengellyel excentrikusan van elhelyezve a koptatókorong. A koptatókorong különböző nagyságú súlyokkal terhelhető. Kísérleteinknél koptatófelületként különböző szemcsenagyságú csi-szolópapírt, műszaki vásznat és posztót alkalmaztunk. E készüléken végzett valamennyi kísérletnél a szőrme szálai már röviddel a kísérlet elfűdítása után teljesen összenemezelődtek, ami azt jelenti, hogy egészen más behatásnak vetettük alá a szőrmét a koptatógépen, mint amilyennek a viselésnél van kitéve.

Gyakorlatban a szőrme nemezelődése csak igen kis mértékben fordul elő, a nemez kopási ellenállása viszont lényegesen nagyobb, mint az elkülönített szőrszálaké, így tulajdonképpen a szőrme nemezelőképességét mértük.

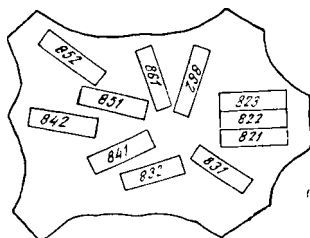
A szőrme gyakorlati kopásához legközelebb van a *Huggenberger*-koptató behatása. Ez, mechanizmusát tekintve, egyszerű síkmozgású gép. A koptató eszköz Nylon-sörtéből készült kefe, mely bronzlapba van szerelve és 243 sörtesomóból áll. A bronzlapon 30 szívólyuk is van, amelyeken keresztül légritkítás segítségével a lekopott részecskék eltávozhatnak és a keletkező légáram a kefét és koptatott anyagot is hűti. A nylonkefe vízszintes irányban szabadon mozog két vezetőlemez között úgy, hogy a kefe a vizsgálandó anyagra teljes szélességben egyenletesen fekszik. A kefetartó súlya kefével együtt 3 kg. A terhelés pót-súlyok alkalmazásával 3 és 10 kg között változtatható. A kefetartót hajtórúd vezetősínen mozgatja ide-oda 60 löket/perc sebességgel. A koptatás hossza 200 mm, szélessége 54 mm.

Kísérleteinket báránybőrön kezdtük. 5×20 cm nagyságú próbatesteket vágunk ki a bőrből. Koptatás előtt a gyapjúbundát mindig ugyanarra a magasságra lenyírtuk (15 mm). Koptatásnál minden 1000 löket után súlyra mértük a lekopott gyapjú mennyiségét (a próbadarab visszamérése útján). A koptatási vizsgálat elvégzése után a próbadarabról beretválással teljesen eltávolítottuk a gyapjúbundát és a szőrme bőrrészének lemérése segítségével kiszámítottuk a próbadarabon eredetileg jelenlevő gyapjú mennyiségét. Tekintve, hogy a báránybőrök mind egy magasságra voltak lenyírva, a próbadarabon levő gyapjú súlya arányos a próbadarab szőrsűrűségével. A nylonkefe terhelése 5 kg volt, egyes kísérleteknél azonban 10 kg-os terhelést is alkalmaztunk.

Az előkísérletek szerint a szőrméről lekopott szőrmennyiség közel arányosnak adódott a löketszámmal. A lekopott szőr 5 kg terhelésnél 80 cg, 10 kg-os terhelésnél pedig 160 cg körül volt. Sűrűbb szőrzetű szőrméből minden esetben kisebb mennyiségű volt a lekopott szőr.

Bárányszőrme koptatás

Az előkísérletek kedvező befejezése után rátértünk egy egész báránybőr különböző részeinek koptatására, oly célból, hogy megvizsgáljuk a szerkezetbeli



1. ábra

különbségek hatását a minták kopására. A teljesen kidolgozott báránybőrből az *I. ábra* szerint vettük a mintákat. A mérések eredményeit az *I. táblázat* tartalmazza. Az eredményeket következők szerint értelmezhetjük :

I. TÁBLÁZAT

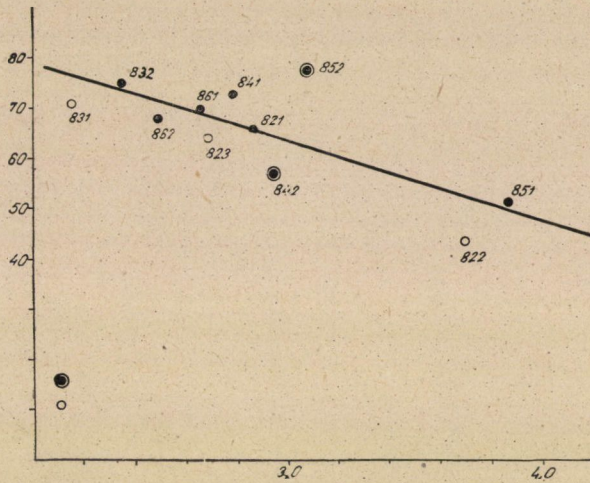
Minta	Összes gyapjú cg	Gyapjú-sűrűség cg/cm ³	Terhelés kg	Löketszám	Lekopott gyapjú cg	Lekopott gyapjú %					
821	429	2,86	5	1000	66	15,4					
				2. 1000	67						
				3. 1000	43						
822	554	3,70	10	1000	87	7,9*					
				2. 1000	97						
				3. 1000	106						
823	402	2,68	5	1000	64	15,8					
				2. 1000	62						
				3. 1000	55						
831	322	2,15	10	1000	142	22,1*					
				832	362		2,35	5	1000	75	20,8
									2. 1000	71	
3. 1000	74										
841	419	2,79	5	1000	73	17,4					
				2. 1000	72						
				3. 1000	63						
842	440	2,94	5	1000	58	13,0					
				2. 1000	57						
				3. 1000	55						
851	581	3,87	5	1000	52	8,9					
				2. 1000	53						
				3. 1000	59						
852	461	3,07	5	1000	87	16,9					
				2. 1000	78						
				3. 1000	94						
861	397	2,65	5	1000	70	17,6					
				2. 1000	62						
				3. 1000	82						
862	373	2,49	5	1000	68	18,2					
				2. 1000	61						
				3. 1000	90						

* 10 kg-os koptatásnál a 2-vel osztott %-okat tüntettük fel.

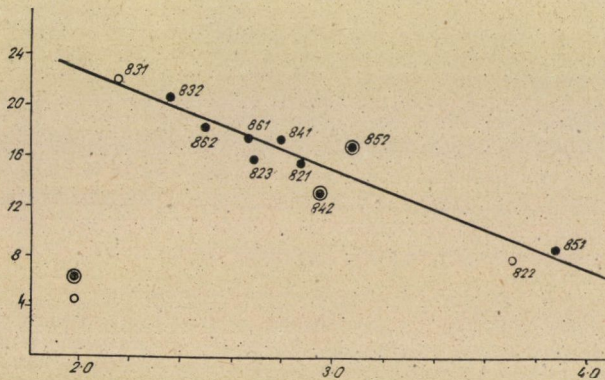
A lekopott szőr mennyisége közel arányos a löketszámmal. Nagyobb eltérés csak a harmadik ezer löketnél található, ami abból adódhat, hogy itt már a koptatás körülményei megváltoztak (koptatandó felület, szőrsűrűség, tarlómagasság stb.). A továbbiakban minden esetben az első ezer löket alkalomával lekopott szőrmennyiséggel számoltunk.

A lekopott szőr mennyisége a bőr teljes felületén változik, még az egymáshoz közelálló mintáknál is, pl. a 851 sz. mintánál 52 cg, a 852-nél pedig 87 cg. Ha azonban a lekopott szőrmennyiségeket a szőrsűrűség függvényében ábrázoljuk (*2. ábra*), a kopási értékek nagyjából egyenes mentén helyezkednek el. Az egyenestől távolabb eső 852 és 842 sz. minták értékeinél a minta a szőrme

oly részéből származott, melynél a szőrsűrűség a mintán belül nem volt egyenletes. A szőrsűrűség és kopás mértéke közötti összefüggés még szembetűnőbb, ha a lekoptott szőrmennyiséget az összes szőr %-ban fejezzük ki és az így kapott %-os kopási értékeket grafikonon ábrázoljuk a szőrsűrűség függvényében (3. ábra). Eszerint a szőrsűrűség felére csökkenésével a szőrme %-os kopása kb. megháromszorozódik.



2. ábra



3. ábra

A 10 kg-os terheléssel koptatott mintáknál a lekoptott szőr közel kétszerese az 5 kg-os koptatásoknak. A grafikonon ennek megfelelően már a kettővel osztott értékek vannak ábrázolva.

A 3. ábra grafikonjának értékelése alapján a következő összefüggés látszik :

$$X = K_1 - \frac{2}{3} 10B \quad (1)$$

ahol X = a lekopatatott % szőr,

B = az 1 cm²-ben lévő szőr mennyisége cg-ban (szőrsűrűség)

K_1 = konstans (elvileg a lekopott mennyiség %-ban kifejezve, ha a szőrsűrűség lim. 0.).

Ugyanis, ha $B = 0$

$$X = K_1 \quad (2)$$

és ha $X = 0$

$$B = \frac{3}{20} K_1. \quad (3)$$

A (2) és (3) képletből következik, hogy az (1) képlet széles intervallumra érvényes és érvényessége főleg kis szőrsűrűségnél csökken. (Nyúlszörme.)

Az (1) képletben előforduló X , 15 mm-es szőrmagasságnál a következő kifejezéssel egyenlő :

$$X = \frac{100 A}{150 B} \quad (4)$$

ahol A = a 100 cm²-es mintáról lekopott szőr mennyisége cg-ban.

Az (1) és (4) képlet összevonásával a K_1 állandóra a következő értéket kapjuk :

$$K_1 = \frac{10 A + 100 B^2}{15 B}$$

Ha a löketek számát és a terhelést is figyelembe vesszük :

$$K = \frac{10 A + 100 B^2}{15 B} \cdot \frac{1}{PN}$$

ahol P = a koptatásnál alkalmazott terhelés kg-ban,

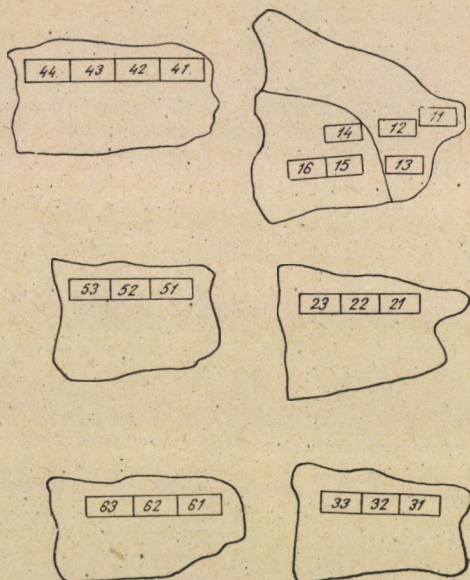
N = a löketek száma.

E képlet alapján fenti kísérleteknél a K állandóra következő értékeket kapjuk :

Minta	$K \cdot 10^{-3}$
821	6,88
822	6,50
823	6,74
831	7,28
841	7,20
842	6,52
851	6,94
852	7,26
861	7,06
862	6,96

Nyúlszörme koptatása

A bóránynál kapott tapasztalatokat a nyúlszörme koptatásakor megfelelően alkalmaztuk. A szőr gyengébb volta miatt a koptatógépen a legkisebb terhelést — 3 kg-ot — alkalmaztuk. A mintadarabokat 50×100 mm nagyságúra választottuk részben azért, hogy egy nyúlszörméből több párhuzamos kísérletet végezhessünk, másrészt — mivel a Huggenberger-koptató a koptatási felületen amúgy sem egyenletesen koptat — az ilyen kisebb minta a maximális kopás helyére szerelhető. A többi méréseket az előzőekben megadott módon



4. ábra

végeztük. Nyúlszörme esetében a bunda mindenkor egyenlő mértékű szörmagasságát természetesen csak a nyírott szörménél tudtuk biztosítani, a koronaszőrt eredeti állapotában tartalmazó szörméknél ez nem lehetséges.

A koptatáshoz felhasznált mintavételek helye a 4. ábrán láthatók. A szörmék közül a 3, 5 és 6 jelzésű egyenlő magasságra nyírott, az 1, 2 és 4 jelzésűek pedig nyíratlan állapotban kerültek koptatásra.

A koptatások eredményeit a 2. táblázat tartalmazza.

Nyúlszörménél — főképp különböző méretű és mennyiségű koronaszőr tartalmuk miatt — a koptatási értékek erősebben szórnak, mint bórányszörme koptatásánál. A szörsűrűség és %-os kopás közötti összefüggés — ha nem is annyira szembetűnően — itt is megtalálható. Ismeretes a nyúl koronaszörmének könnyű törékenysége, a koptatásnál természetesen a lekopott szőr nagy szá-

zalékát a törött koronaszőrök alkotják. A koronaszőrök mennyisége azonban erősen függ a mintavétel helyétől és a nyúl fajtájától, ezért egyáltalán nem várhatóan az értékek nagyfokú szórása.

2. TÁBLÁZAT

Minta	Szőr-sűrűség eg/cm ²	Lekopott szőr		Koptatott szőrme
		eg	%	
11	4,08	64	31	Fehéren készített nyúl koronaszőrrel
12	5,20	67	26	
13	4,00	41	21	
14	4,96	80	32	U. az a bőr, de koronaszőr eltávolítva
15	3,08	60	39	
16	3,82	67	35	
21	4,34	72	33	Krómosan kikészített nyúl koronaszőrrel
22	3,84	67	35	
23	3,96	95	48	
31	4,90	38	16	Krómosan kikészített nyúl koronaszőr lenyírva
32	4,22	45	21	
33	4,12	58	28	
41	3,02	61	40	Krómosan kikészített nyúl koronaszőr eltávolítva
42	3,34	86	51	
43	3,62	87	48	
44	3,52	89	51	
51	6,46	69	21	Nyírott és epillált nyúl seal színre festve
52	6,56	50	15	
53	6,46	50	15	
61	5,32	87	33	Nyírott, tépéssel koronaszőrmentesített nyúl seal színre festve
62	5,00	80	32	
63	5,42	90	33	

Már a báránybőr koptatásánál megállapítottuk, hogy talált összefüggésünk érvényessége kis szőr-sűrűségnél csökken és mivel a nyúl szőr-sűrűsége lényegesen kisebb a bárányénál, az eredmények nagyobb szórása amúgy is várható volt.

A bárány- és nyúl szőrme koptatási értékeinek alapján azok egymáshoz viszonyított tartósságára is következtethetünk. E viszonyszámok természetesen nem az átlag bárányszőrme tartósságát mérik az átlag nyúlhoz képest. Ilyenfajta számításhoz még további kísérletek hosszú sora szükséges.

A bárányszőrme koptatásánál a lekopott szőr átlag 66 cg, a legtömöttebb nyúlshőrménél ugyanez 56 cg, de itt a terhelés 3 kg volt szemben a bárány 5 kg-jával, a koptatott felület pedig a báránynál kétszeres volt a nyúl felületének, ami hatásban gépszerkezeti okokból kb. másfélszeres felületnek felel meg. Ha ezek alapján az eddigi tapasztalatokat figyelembevéve — a nyúl koptását a bárány próbadarab nagyságára és 5 kg terhelésre számítjuk át, úgy 140 cg-os értékhez jutunk. Nyúl-shőrménket az Austin-sorban 20 ponttal értékelve, bárányszőrménk 42-es értéket kapna. Tekintve, hogy aránylag ritkaszőrű albán bárányról van szó, ez az érték reálisnak látszik a perzsa 65-ös és krimi bárány 60-as értékéhez viszonyítva.

A szőrme szőrsűrűségéről a következőt mondhatjuk. A szűcsipar kezdettől fogva a sűrűbundájú szőrmét tartotta a legértékesebbnek, nemcsak szépészeti szempontok vezették erre, hanem a tapasztalat is amellet szőlt, hogy az ilyen szőrme viselésnél lényegesen ellenállóbb. A szűcsipar a szőrme sűrűségét még mesterségesen is fokozza azzal, hogy a szőrme bőrért minden alkalómmal a gerincevonallal párhuzamosan erősen nyujtja. Hosszanti nyujtásnál a bőr keresztirányban sűrűsödik a rajtalévő szőrzettel együtt. A hosszanti nyujtás pl. nyúlnál 10—15% területcsökkenést, azaz ugyanennyi szőrsűrűség növekedést jelent. A hosszára nyujtott szőrme szebb alakú is, ezért azután, ha megfelelő alakadáshoz a bőr nyúlása nem kielégítő, a szűcs apró csikokra vágja fel a szőrmét és ezeket hosszirányban eltolva, ismét összevarrja: »kiereszti« a szőrmét. A szőrme kieresztése ugyancsak a szőrsűrűség növelésével jár, mert az összeillesztések helyén a cérna a varrásnál a bőrszéleket az eredetnél kisebb területre szorítja össze. A koptatások eredményei a szűcs törekvéseit teljesen igazolják. Hiszen a fenti eredmények szerint a szőrsűrűség kétszeres növekedésével a szőrme tartóssága háromszorosára nő.

IRODALOM

1. *Austin*: Fur Dressing and Fur Dyeing. New York, 1922.
2. *Kramer*: Vom Pelztier zum Pelz. Berlin, 1937.
3. *Izmai*: A szövetkoptatás módszerei. Textilipari központi kutató laboratórium. 1951.

Összefoglalás

A dolgozat bárány- és nyúlshőrmek kopással szembeni ellenállását vizsgálja. A kísérletekhez különböző textilipari koptatógépeket vizsgáltak meg, ezek közül szőrmék koptatására legmegfelelőbbnek a Huggenberger-féle nylon-kefés koptatógép bizonyult. A koptatást nyírott bárányszőrménél 5×20 cm-es mintadarabokon végezték. A mintadarabok súlyát koptatás előtt és után mérték. A lekopott szőr súlyát a szőrmén lévő össz-shőr súlyához viszonyított %-ban fejezték

ki. A mérések adatai alapján matematikai összefüggést állapítottak meg a lekopott szőr mennyisége, a szőrme szőrsűrűsége, a koptatókefére ható nyomás és a koptatás löketszáma között. A %-os szőrmekopás a szőrsűrűség emelkedésével csökken, arányos a löketek számával és a koptatási felület terhelésével. Az összefüggés alapján különböző előkezelésen átment szőrmék kopási ellenállása összehasonlítható. Nyírott és epillált nyúlszőrméknél a koptatások eredményei nagyobb szórást mutatnak, mert a koronaszőrök és szőrcsonkok jelenléte a kopást erősen befolyásolják. Nyúlszőrménél értékelhető eredmények elérésére a báránynál használt 5 kg-os terhelés helyett 3 kg terhelést kell alkalmazni. A koptatási mintát 5×10 cm-nek vették. A nyúl- és báránybőrök koptatásánál kapott eredmények alapján a kétféle szőrme tartóssága összehasonlítható. Az összehasonlító értékek Austin gyakorlati szempontból megállapított értékeivel jó egyezést mutatnak.

A KOMPRESSZIÓ KÉRDÉSEI

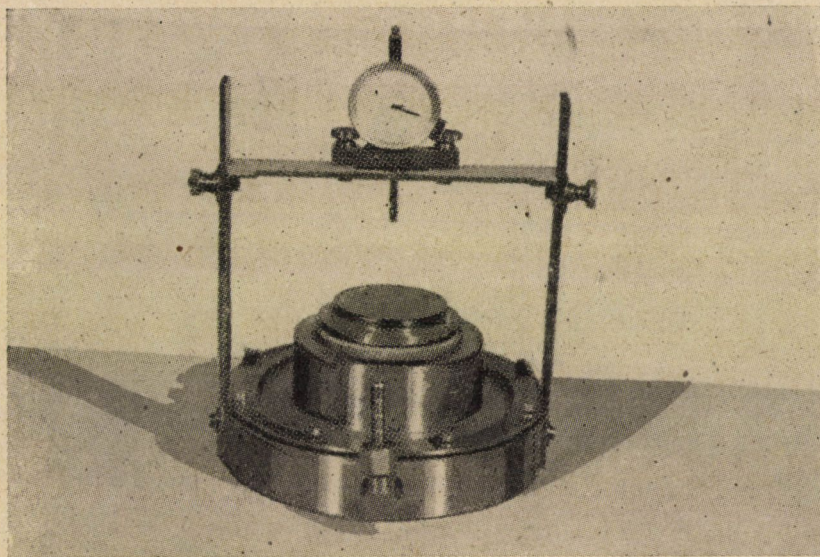
BALLA ÁRPÁD

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM TALAJMECHANIKAI LABORATÓRIUMA, BUDAPEST]

[Béérkezett 1952. október 20-án]

I. Bevezetés

A talajmechanikai laboratóriumokban igen gyakran alkalmazott vizsgálat a kompressziós kísérlet. Végrehajtása az 1. ábrán látható készülékben az ú. n. ödométerben történik.



1. ábra

A korong, illetve hengeralakú talajmintát a készülékben az oldalirányú kitérést megakadályozó gyűrű veszi körül, alul pedig szűrőkő támasztja alá. A terhelést a minta felső lapján szűrőkő közbeiktatásával kapja.

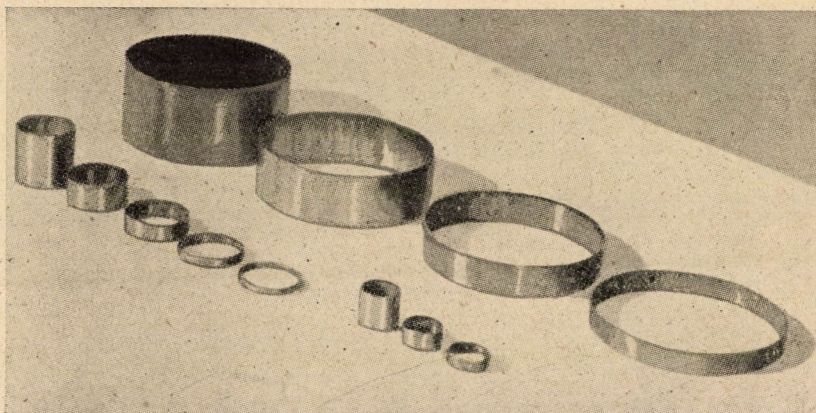
Az ismertetett elrendezés következtében a minta a terhelés hatására csak függőleges összenyomódást szenved, alsó lapján és az oldalfelületén alakváltozás nem lehetséges.

A Budapesti Műszaki Egyetem Talajmechanikai Laboratóriuma nagyszámú ilyen kísérletet végzett, s ezeknek kapcsán gyakran merült fel a kérdés: vajjon az alkalmazott minta mérete miként befolyásolja az alakváltozást. Feladatomból tűztem ki e kérdés vizsgálatát.

Tanulmányomat három részre tagoltam: az első részben ismertetem azokat a kísérleteket, amelyeket a minta méretének, illetve alakjának a fajlagos összenyomódás nagyságára gyakorolt hatásának megállapítása céljából végeztem. A második részben igyekeztem a kísérleti úton kapott eredmények igazolására a kérdést elméletileg megoldani. A harmadik rész az elmélet értékelését és szám-példát tartalmaz.

2. Kísérletek a kompressziós minta méretének, illetve alakjának a fajlagos összenyomódásra gyakorolt hatásával kapcsolatosan

21. A kísérletnél használt ödométert és részeit az 2. ábra mutatja.



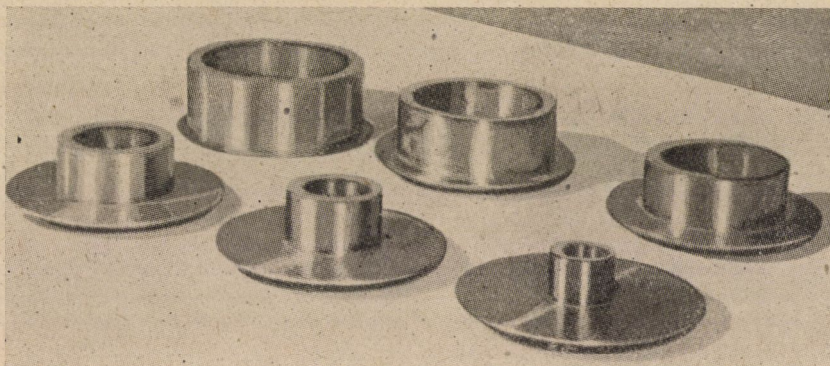
2. ábra

A készülékhez hat különböző átmérőjű ($D = 3 \sim 15$ cm) gyűrűfoglat (2. és 3. ábra) tartozik, s minden foglatba 4–5 különböző magasságú gyűrű illeszthető.

A legkisebb és legnagyobb átmérőjű gyűrűsorozatokat a 4. ábrán láthatjuk.

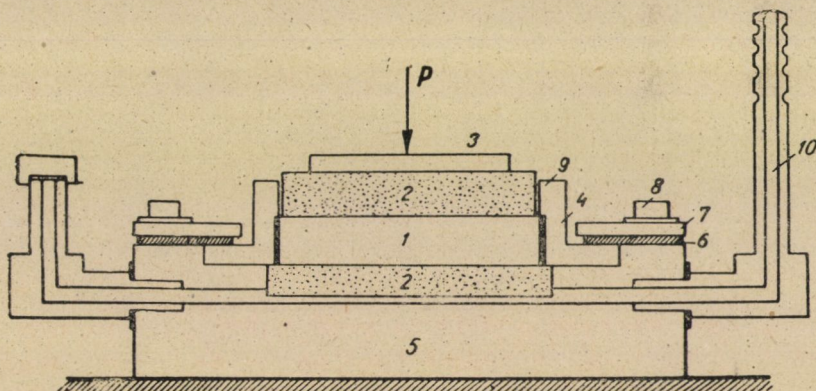
26-féle más és más méretű és arányú kompressziós-mintával végezhetünk kísérletet. Az ödométer szerkezete egyébként azonos az ismert készülékkel (1. 1. ábra) az alsó öntvényen furatok vannak a kipréselt víz elvezetésére. A talajminta alul — felül szűrőkő között van. Az alsó szűrőkő nagyobb méretű, mint a gyűrű, így utóbbi rátámaszkodik, vagyis a szerkezeti elrendezés alátámasztott gyűrűs.

22. A kísérlethez használt anyag: *sovány agyag*. Képlékenységi indexe: $P_i \sim 18\%$, ($F \sim 38\%$, $P \sim 20\%$). A kísérleteket átglyúrt mintákkal végeztem. Igyekeztem a víztartalom és hézagtényező azonosságát az egyes kísérletek során biztosítani.



3. ábra

23. Az alkalmazott terhelési lépések: $\sigma = 1, 2, 3, 5 \text{ kg/cm}^2$. Az eredményül kapott fajlagos összenyomódásokat az I. sz. táblázatban foglaltam össze.



4. ábra

A táblázatból látható, hogy a közvetlen mérés nem adott használható eredményt: az alakváltozási görbéket ábrázolva, azok rendszertelenül helyezkedtek el, és látszólag semilyen összefüggésben nem voltak a kísérletnél használt minta méreteivel vagy alakjával.

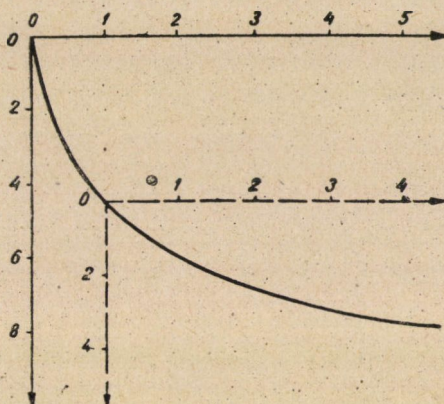
Tüzetesebb tanulmányozáskor azonban feltűnt, hogy az alakváltozási görbék alakjukat tekintve mennyire hasonlóak. Felmerült az a gondolat, hogy

I. TÁBLÁZAT
Fajlagos nyomás értékei
($\epsilon\%$)

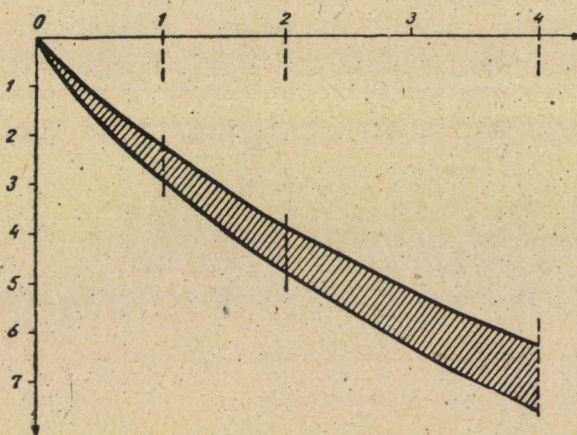
R cm	h/R	Feszültség p kg/cm ² -ben							
		1,0		2,0		3,0		6,0	
		$\delta\%$	Közép- értéktől való eltérés %	$\epsilon\%$	Közép- értéktől való eltérés %	$\epsilon\%$	Közép- értéktől való eltérés %	$\epsilon\%$	Közép- értéktől való eltérés %
7,5	0,250	7,25	+ 14,0	10,70	+ 11,1	12,90	+ 13,0	14,90	+ 7,2
	0,400	6,33	— 11,5	9,11	— 6,3	10,53	— 7,8	13,38	— 3,7
	0,667	7,50	+ 4,8	10,40	+ 7,0	12,03	+ 5,3	14,36	+ 3,3
	1,000	9,20	+ 27,4	11,71	+ 21,5	13,30	+ 16,5	16,10	+ 15,9
6,25	0,250	11,70	+ 63,4	14,20	+ 46,1	16,20	+ 41,0	19,30	+ 48,0
	0,400	9,45	+ 32,0	12,35	+ 27,1	13,93	+ 22,0	16,90	+ 21,6
	0,667	6,10	— 14,8	8,76	— 9,9	10,86	— 4,9	13,65	— 1,7
	1,000	8,5	+ 12,4	10,72	+ 10,4	12,30	+ 7,7	14,62	+ 5,2
5,0	0,250	3,27	— 54,3	5,70	— 41,4	7,44	— 34,8	9,91	— 28,6
	0,400	9,91	+ 38,5	11,61	+ 29,7	14,17	+ 24,1	15,72	+ 20,4
	0,667	8,13	+ 14,5	10,60	+ 9,1	12,30	+ 7,7	14,60	+ 5,1
	1,000	5,91	— 17,5	8,15	— 16,2	10,01	— 12,3	12,31	— 11,4
3,75	0,250	8,57	+ 19,7	11,30	+ 16,4	13,02	+ 14,0	15,25	+ 10,5
	0,400	9,15	+ 27,8	11,80	+ 21,4	13,67	+ 19,7	15,75	+ 13,4
	0,667	9,35	+ 30,6	11,95	+ 23,0	13,60	+ 19,1	16,00	+ 15,2
	1,000	6,05	— 15,5	8,57	— 11,8	10,10	— 11,5	12,33	— 11,2
	1,333	7,57	+ 5,7	10,25	+ 5,5	11,88	+ 4,0	14,10	+ 1,5
2,5	0,250	4,50	— 37,1	6,93	— 39,0	8,59	— 24,8	11,32	+ 18,5
	0,400	6,60	— 7,8	9,81	— 9,3	10,71	— 6,2	12,91	— 7,0
	0,667	4,54	— 36,6	7,07	— 27,3	8,75	— 23,4	11,33	— 18,4
	1,000	5,73	— 20,0	7,94	— 18,3	9,64	— 15,6	11,30	— 18,7
	2,000	4,00	— 44,1	6,63	— 31,8	8,36	— 26,8	10,88	— 21,7
1,5	0,400	7,20	+ 0,4	9,65	— 0,7	11,00	— 3,7	13,55	— 2,4
	0,667	—	—	—	—	—	—	—	—
	1,000	4,80	— 33,0	7,17	— 26,2	8,76	— 23,3	11,72	— 15,6
	2,000	—	—	—	—	—	—	—	—
Középtérték:		7,16	0	9,72	0	11,42	0	13,89	—

a kezdeti hatásokat ki kellene kapcsolni, s csak azután vizsgálni az alakváltozásokat. *Th. W. Van Zelst* kutatásai szerint a minta előkészítése, a felületek lesimítása igen érzékenyen befolyásolja az összenyomódást, különösen a kis terheléseknél, az alakváltozási görbe kezdeti szakaszán.

Olyan tökéletes kísérleteket kellett volna tehát végezni, amelyeknél ezek a kezdeti hatások is teljesen azonosak. Ezt azonban a kísérleteknél szinte lehetetlen



5. ábra



6. ábra

lett volna biztosítani. Ehelyett azt a megfontolást követtem, hogy $\sigma = 1,0$ kg/cm² terhelés már elegendő nagy ahhoz, hogy — miután a kezdeti felületi egyenlőtlenégeket, tömörségi különbségeket megszüntette, illetve minimálisra csökkentette — olyan egyenletes felületet létesítsen, amelyre további terhelést téve, az alakváltozások már vizsgálhatók, és a minta méreteivel és alakjával összefüggésbe hozhatók.

II. TÁBLÁZAT
Fajlagos nyomás értékei
($\varepsilon\%$)

R cm	h/R	Feszültség p kg/cm ² -ben					
		1,0		3,0		4,0	
		$\varepsilon\%$	Közép- értéktől való eltérés %	$\varepsilon\%$	Közép- értéktől való eltérés %	$\varepsilon\%$	Közép- értéktől való eltérés %
7,5	0,250	2,65	+ 3,5	4,75	+ 11,5	6,75	+ 0,3
	0,400	2,78	+ 8,6	4,75	- 1,4	7,05	+ 4,7
	0,667	2,90	+ 13,3	4,20	+ 6,3	6,85	+ 1,8
	1,000	2,60	+ 1,9	4,53	- 3,6	6,90	+ 2,5
6,25	0,250	2,50	+ 2,3	4,50	+ 5,6	7,60	+ 12,9
	0,400	2,90	+ 13,3	4,48	+ 5,2	7,45	+ 10,7
	0,667	2,66	+ 3,9	4,76	+ 11,7	7,55	+ 12,2
	1,000	2,67	+ 4,4	4,25	- 0,2	6,57	- 2,4
5,0	0,250	2,43	+ 5,1	4,17	- 2,1	6,64	- 1,3
	0,400	2,70	+ 5,5	4,26	0	6,81	+ 1,2
	0,667	2,47	- 3,5	4,17	- 2,1	6,74	- 4,5
	1,000	1,24	- 12,5	4,10	- 3,7	6,40	- 4,9
3,75	0,250	2,73	+ 6,6	4,45	- 4,4	6,78	+ 0,7
	0,400	2,65	+ 3,5	4,52	+ 6,1	6,60	- 1,9
	0,667	2,60	+ 1,5	4,25	- 0,2	6,65	- 1,2
	1,000	2,62	- 1,5	4,06	- 4,9	6,28	- 6,7
	1,444	2,68	+ 4,7	4,41	+ 1,2	6,53	- 3,0
2,5	0,250	2,43	- 5,1	4,98	- 4,0	6,82	+ 1,4
	0,400	2,21	- 13,7	4,11	- 3,5	6,31	- 6,2
	0,667	2,53	- 1,2	4,21	- 2,2	6,79	+ 0,9
	1,000	2,22	- 13,7	(3,91)*	- 8,2	(5,57)*	- 17,2
	2,000	2,63	+ 2,7	4,36	+ 2,3	6,88	+ 2,2
1,5	0,400	2,45	- 4,3	3,80	- 0,8	6,35	- 5,6
	0,667	—	—	—	—	—	—
	1,000	2,47	- 7,4	3,96	- 7,0	6,92	+ 2,8
	2,000	—	—	—	—	—	—
Középérték		2,56		4,26		6,71	
ε legnagyobb értéke		2,90		4,76		7,60	
ε legkisebb értéke . .		2,21		3,70		6,28	
ε max. — ε min. . . .		0,69		0,96		1,32	
Szóródás %-ban			31,0		25,0		21,0

* ε min-nál nincs figyelembe véve.

Ebből az elgondolásból kiindulva a kísérleti adatokból a koordináta rendszer eltolásával (l. 5. ábra) a II. táblázatban feltüntetett adatokat kaptam.

A II. táblázat adatai szembetűnően mutatják, hogy a kezdeti hatások kikapcsolása után megmaradó alakváltozási görbék közel azonosak, és elég szűk határok között rendszertelenül helyezkednek el. A határoló görbéket, illetőleg azt a sávot, amelyben a 24 kísérlet alakváltozási görbéi elhelyezkednek, a 6. ábra mutatja.

A kompressziós minta méretei, arányai tehát a fajlagos alakváltozásokat nem befolyásolják, illetőleg, ha befolyásolják is, ez a hatás csak olyan kis méretű, hogy a kísérlet egyéb hibaforrásai (a víztartalomnak, tömörségnek a minta minden pontjában való azonosságát, tehát a minta teljes egyneműségét még átgyúrt mintával sem lehet maradéktalanul biztosítani) miatt nem érzékelhető: a minta méreteinek, alakjának különböző volta miatt bekövetkező, a fajlagos alakváltozásban jelentkező különbségek a kísérlet elkerülhetetlen hibaforrásai folytán mutatkozó szórásnál kisebbek.

3. A kompresszió feszültség állapota

Az előző pontban ismertetett kísérleti eredmények elméleti alátámasztásra szorulnak. Kérdés tehát, hogy milyen feszültségállapot uralkodik a kompressziós minta belsejében. Ezideig a problémát közelítően oldották csak meg: a végtelen feltérben uralkodó feszültségállapotot érvényesnek fogadták el a kompresszió

esetére is. Eszerint: $\sigma_x = p_0$; $\sigma_r = \frac{1}{m-1} \sigma_x$ azaz úgy a függőleges, mint a vízszintes feszültség állandó; viszonyuk a nyugalmi nyomás tényezője:

$$\lambda_0 = \frac{1}{m-1}$$

A terhelés előtt vízszintes síkok terhelés után is síkok maradnak, oldalirányú elmozdulás nincs, a csúsztató feszültség az oldalfal mentén is zérus ($\tau = 0$). Az összenyomódási modulus (M) tisztán talajjellemző, a rugalmassági modulus (E) és a Poisson-szám (m) alapján számítható.

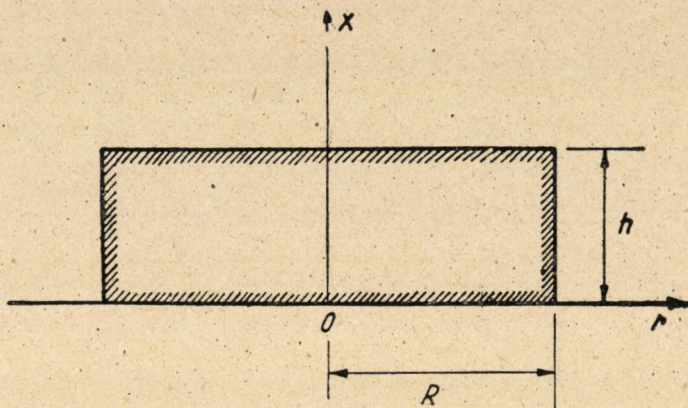
$$M = E \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2}$$

Ez az elmélet csak közelítés lehet, hiszen nyilvánvaló, hogy az oldalfalon *van* súrlódás, elméletileg helyes megoldás a súrlódás hatását nem hagyhatja figyelmen kívül.

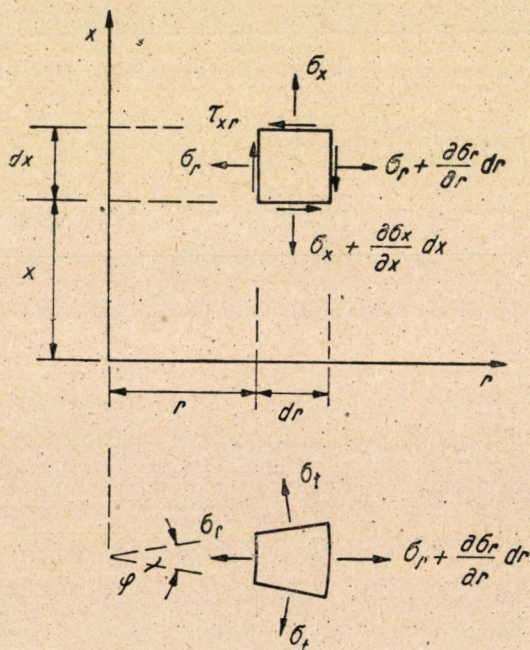
Igyekeztem tehát a kérdést a súrlódás hatásának figyelembe vételével megoldani. A fentebb ismertetett elmülethez hasonlóan levezetéseim szintén a *rugalmasságtan* tételein alapulnak. Kiindulásul írjuk fel a 7. ábrán vázolt koordináta rendszerben az elemi testre vonatkozó egyensúlyi egyenleteket.

$$r \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} (r\tau) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r\sigma_r) + r \frac{\partial \tau}{\partial x} - \sigma_t = 0 \quad (2)$$



7. ábra



8. ábra

Jelöljük ξ , illetve ϱ -val egy, az x , r koordinátákkal jellemzett anyagi pontnak x illetve r irányú elmozdulását. A fajlagos alakváltozások :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (3)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial \varrho}{\partial r} \quad (4)$$

$$\varepsilon_t = \frac{\varrho}{r} \quad (5)$$

A fajlagos térfogatváltozás :

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_t = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varrho}{\partial r} + \frac{\varrho}{r} \quad (6)$$

Vezessük be a

$$D = \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}$$

operator jelet, ekkor

$$e = \frac{\partial \xi}{\partial x} + D\varrho \quad (7)$$

A feszültségek és alakváltozások közötti összefüggések :

$$\sigma_x = 2G \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{e}{m-2} \right] \quad (8)$$

$$\sigma_y = 2G \left[\frac{\partial \varrho}{\partial r} + \frac{e}{m-2} \right] \quad (9)$$

$$\sigma_t = 2G \left[\frac{\varrho}{r} + \frac{e}{m-2} \right] \quad (10)$$

$$\tau = G \left[\frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial \varrho}{\partial x} \right] \quad (11)$$

Az (1) egyenlet a D operátor segítségével a következőképpen írható :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + D\tau = 0 \quad (12)$$

A (8) és (11) egyenleteket a (12) összefüggésbe téve :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{m-2}{2(m-1)} D \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{m}{2(m-1)} \frac{\partial}{\partial x} D \varrho = 0 \quad (13)$$

Hasonlóképpen a (2) egyenletből :

$$\frac{\partial}{\partial r} D \varrho + \frac{m-2}{2(m-1)} \frac{\partial^2 \varrho}{\partial x^2} + \frac{m}{2(m-1)} \frac{\partial^2 \xi}{\partial r \partial x} = 0 \quad (14)$$

Olyan alakváltozási függvényeket (ξ és ϱ) kell tehát keresni, amelyek a (13) és (14) egyenleteket kielégítik, amellet a kerületi feltételeknek és az egész mintára működő erők egyensúlyi követelményének eleget tesznek.

Differenciáljuk a (13) egyenletet r , a (14)-et x szerint :

$$\frac{m}{2(m-1)} \frac{\partial}{\partial r} D \frac{\partial \varrho}{\partial x} + \left[\frac{m-2}{2(m-1)} \frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \frac{\partial \xi}{\partial r} = 0 \quad (15)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{m-2}{2(m-1)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \frac{\partial \varrho}{\partial x} + \frac{m}{2(m-1)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial \xi}{\partial r} = 0 \quad (16)$$

Az utóbbit az előbbiből kivonva :

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \left[\frac{\partial \varrho}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial r} \right] = 0 \quad (17)$$

A (15), (16) egyenletek az alábbi alakba írhatók :

$$\frac{m}{2(m-1)} \frac{\partial}{\partial r} D \left[\frac{\partial \varrho}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial r} \right] + \left[\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \frac{\partial \xi}{\partial r} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{m}{2(m-1)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial \varrho}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial r} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \frac{\partial \varrho}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

A (18) és (19) egyenletekre alkalmazzuk a

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \text{ műveletet, és}$$

vegyük figyelembe a (17) alatti összefüggést, ekkor az

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right]^2 \frac{\partial \xi}{\partial r} = 0 \quad (20)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right]^2 \frac{\partial \varrho}{\partial x} = 0 \quad (21)$$

eredményre jutunk.

Tehát

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right]^2 y_2(x, r) = 0 \quad (22)$$

alakú differenciál egyenleteket kell megoldanunk, s a kapott $y_2(x, r)$ függvényt r illetve x szerint integrálva, ξ és ϱ függvényét kapjuk.

Tegyük fel, hogy a keresett y_2 függvény $f_2(x)$ és $f_2(r)$ függvény szorzata :

$$y_2(x, r) = f_2(x) \cdot f_2(r) \quad (23)$$

A (22) egyenlet megoldása előtt oldjuk meg az egyszerűbb

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] y_1(x, r) = 0 \quad (24)$$

egyenletet, ahol — ugyancsak feltehetjük —

$$y_1(x, r) = f_1(x) \cdot f_1(r) = 0 \quad (25)$$

A (24) egyenlet tehát :

$$f_1(x) \frac{\partial}{\partial r} D f_1(r) + f_1(r) \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_1(x) = 0 \quad (26)$$

$$\frac{1}{f_1(r)} \frac{\partial}{\partial r} D f_1(r) = - \frac{1}{f_1(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_1(x) \quad (27)$$

A baloldal r , a jobboldal x függvény, az egyenlőség minden x és r értékre csak úgy állhat fenn, ha mindkét oldal ugyanazzal a konstanssal egyenlő, értékét jelöljük $-k_1^2$ -al, tehát :

$$\frac{1}{f_1(r)} \frac{\partial}{\partial r} D f_1(r) = - \frac{1}{f_1(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_1(x) = -k_1^2 \quad (28)$$

továbbá :

$$\frac{\partial}{\partial r} D f_1(r) = -f_1(r) \cdot k_1^2 \quad (29)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f_1(x) = f_1(x) k_1^2 \quad (30)$$

Utóbbi egyenlet megoldása : $e^{k_1 x}$ vagy $e^{-k_1 x}$;

illetőleg a kettőt összefoglaló : $\cosh(k_1 v + a)$

A (29) egyenlet teljes alakjában :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} f_1(r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} f_1(r) + \left(k_1^2 - \frac{1}{r^2}\right) f_1(r) = 0 \quad (31)$$

azaz egy elsőrendű Bessel-féle differenciál egyenlet, melynek megoldása :

$I_1(k_1 r)$, vagyis az ú. n. elsőrendű Bessel-függvény.

A (22) alatti negyedrendű homogén differenciál egyenlet helyett a

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] y_2 = y_1 \quad (32)$$

másodrendű inhomogén differenciál egyenlet megoldását kell keresnünk. A (23) és (24) figyelembe vételével :

$$f_2(x) \frac{\partial}{\partial r} D f_2(r) + f_2(r) \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_2(x) = f_1(x) f_1(r) \quad (33)$$

ahonnan

$$\frac{1}{f_2(r)} \frac{\partial}{\partial r} D f_2(r) + \frac{1}{f_2(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_2(x) = \frac{f_1(x) f_1(r)}{f_2(x) f_2(r)} \quad (34)$$

A baloldal olyan függvény, amely csak x -at és csak r -et tartalmazó tagok összege ; a jobboldali függvény tagjai x és r szorzatait tartalmazzák. Az egyenlőség csak úgy állhat fenn, ha a jobboldal vagy csak r , vagy csak x függvénye.

Ha a jobboldal csak r függvény :

$$\text{s az egyenlet : } \frac{f_2(x)}{f_1(x)} = a$$

$$\frac{\partial}{\partial r} D f_2(r) + f_2(r) \frac{1}{f_1(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_1(x) = \frac{1}{a} f_1(r) \quad (35)$$

Mivel a (30) egyenlet szerint :

$$\frac{1}{f_1(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_1(x) = k_1^2 \quad (36)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + k_1^2 \right] f_2(r) = \frac{1}{a} f_1(r) \quad (37)$$

A (29) szerint

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + k_1^2 \right] f_1(r) = 0 \quad (38)$$

Alkalmazzuk a (37) egyenletre a

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + k_1^2 \right] \text{ műveletet :}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + k_1^2 \right]^2 f_2(r) = \frac{1}{a} \left[\frac{\partial}{\partial r} D + k_1^2 \right] f_1(r) \quad (39)$$

A (38) figyelembe vételével :

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} D + k_1^2 \right]^2 f_2(r) = 0 \quad (40)$$

Ennek a negyedrendű differenciál egyenletnek megoldásai egyrészt a (31) egyenlet megoldásai, másrészt : $r I_0(k_1 r)$, vagyis r -el szorzott zérusrendű Bessel-függvény. Mivel a (30) egyenlet megoldása $\cosh(k_1 x + a)$, a keresett függvény utóbbinak $I_1(k_1 r)$ és $r I_0(k_1 r)$ -el képzett szorzatainak összegéből áll.

Tételezzük fel most azt, hogy a (34) egyenlet jobboldala csak x függvénye:

$$\frac{f_2(r)}{f_1(r)} = b$$

s az egyenlet az előbbihez hasonló módon :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - k_1^2 \right] f_2(x) = \frac{1}{b} f_1(x) \quad (41)$$

A (30) szerint :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - k_1^2 \right] f_1(x) = 0 \quad (42)$$

A (41)-re a $\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - k_1^2 \right]$ műveletet elvégezve:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - k_1^2 \right]^2 f_2(x) = 0 \quad (43)$$

Ennek a differenciál egyenletnek $\cosh(k_1 x + a)$ -n kívül $x \cdot \cosh(k_1 x + a)$ is megoldása.

A probléma legáltalánosabb megoldása tehát :

$$y_2 = A \cdot \cosh(k_1 x + a) I_1(k_1 r) + B \cdot \cosh(k_1 x + a) r I_0(k_1 r) + \\ + C \cdot x \cdot \cosh(k_1 x + a) I_1(k_1 r) \quad (44)$$

További átalakítás : mivel k_1 imaginárius értéket is vehet fel, ezt kiküszöbölendő $k_1 = ik'$ majd k' helyébe $\frac{k}{R}$ -et helyettesítve (így $\frac{k}{R}$ dimenzió nélküli ; R a kompressziós minta sugara)

$$y_2 = \cos\left(k \frac{x}{R} + a\right) \left[A I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) + Br I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) + C \cdot x I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \right] \quad (45)$$

Mivel a (20), (21), és (22) egyenletek szerint :

$$y_2 = \frac{\partial \xi}{\partial r} = \frac{\partial \varrho}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial r} = \cos\left(k \frac{x}{R} + a\right) \left[A_1 I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) + Br I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) + C \cdot x I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \right] \quad (46)$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial x} = \cos\left(k \frac{x}{R} + a\right) \left[A_2 I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) + Br I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) + C \cdot x I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \right] \quad (47)$$

A két egyenletben előforduló B , C , a állandók azonosságát a (17) egyenlet kielégítése tette szükségessé.

Az egyenletekben előforduló Bessel-függvények argumentuma imaginárius, sorbafejtett alakjuk :

$$I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) = 1 + \frac{\left(\frac{k}{2R} r\right)^2}{1!^2} + \frac{\left(\frac{k}{2R} r\right)^4}{2!^2} + \frac{\left(\frac{k}{2R} r\right)^6}{3!^2} + \dots \quad (48)$$

$$I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) = i \frac{k}{2R} r \left[1 + \frac{\left(\frac{k}{2R} r\right)^2}{1 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{\left(\frac{k}{2R} r\right)^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} + \frac{\left(\frac{k}{2R} r\right)^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots \right] \quad (49)$$

(46) és (47)-ből integrálással :

$$\varrho = \varphi(r) + \frac{R}{k} \sin\left(\frac{k}{R} x + a\right) \left[A_1 I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) + Br I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) + C \cdot x I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \right] + \\ + C \frac{R}{k} I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \cos\left(\frac{k}{R} x + a\right) \quad (50)$$

$$\xi = \psi(x) + i \frac{R}{k} \cos\left(\frac{k}{R}x + \alpha\right) \left[A_2 I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) - Br I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) - C \cdot x \cdot I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) \right] \quad (51)$$

Mivel a terhelés a tengelyre nézve szimmetrikus, ha $r = 0$, $\varrho = 0$. Miután $r = 0$ -nál $I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) = 0$ és $r I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) = 0$, az (50) egyenlet:

$$\varrho = \varphi(r) = 0 \quad (52)$$

$\psi(x)$ legfeljebb lineáris függvénye lehet x -nek, mert csak ez esetben teljesülhet a (13) alatti egyenlet.

Tehát :

$$\varrho = \frac{R}{k} \sin\left(\frac{k}{R}x + \alpha\right) \left[A_1 I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) + Br I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) + C \cdot x I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \right] + C \frac{R}{k} I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \cos\left(\frac{k}{R}x + \alpha\right) \quad (53)$$

$$\xi = Nx + L + i \frac{R}{k} \cos\left(\frac{k}{R}x + \alpha\right) \left[A_2 I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) - Br I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) - C \cdot x I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) \right] \quad (54)$$

Az állandók között, ahhoz, hogy az egyensúlyi egyenletek teljesülhessenek, az

$$\frac{m}{2(m-1)} \frac{k}{R} i (A_2 - A_1) - 2B - 2iC = 0 \quad (55)$$

összefüggésnek kell fennállnia. Ennek helyességéről az (53, 54) képleteknek a (13, 14) egyenletekbe való helyettesítésével győződhetünk meg.

Az (53, 54) egyenletekben szereplő állandók meghatározása a kerületi feltételek alapján történhetik. Ezek a következők :

1. az alaplapon a függőleges elmozdulás zérus,
2. az oldalfalon az oldalirányú elmozdulás zérus,
3. a fedőlap önmagával párhuzamos függőleges elmozdulást végez.

1. Az alaplappal függőleges elmozdulása zérus, azaz :

$x = 0$; $\xi = 0$, r értékétől függetlenül.

$$L + i \frac{R}{k} \cos \alpha \left[A_2 I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) - Br I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \right] = 0 \quad (56)$$

$$i \frac{R}{k} \cos \alpha \left[Br I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) - A_2 I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) \right] = L \quad (57)$$

Mivel a baloldal változó, r függvénye, a jobboldal konstans, az egyenlőség csakis akkor állhat fenn, ha :

$$L = 0 \quad (58)$$

$$\text{és} \quad i \frac{R}{k} \cos \alpha \left[BrI_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) - A_2 I_0 \left(ik \frac{r}{R} \right) \right] = 0 \quad (59)$$

Utóbbi csak akkor lehetséges, ha $\cos \alpha = 0$ ahonnan :

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad (60)$$

Az egyenletekbe tehát

$$\begin{aligned} \cos \left(\frac{k}{R} x + \alpha \right) & \text{ helyébe } -\sin \frac{k}{R} x \\ \sin \left(\frac{k}{R} x + \alpha \right) & \text{ helyébe pedig } \cos \frac{k}{R} x \text{ teendő.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varrho = \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \left[A_1 I_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) + BrI_0 \left(ik \frac{r}{R} \right) + \right. \\ \left. + C \cdot x I_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) \right] - C \frac{R}{k} I_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) \sin \frac{k}{R} x \quad (61) \end{aligned}$$

$$\xi = N \cdot x - i \frac{R}{k} \sin \frac{k}{R} x \left[A_2 I_0 \left(ik \frac{r}{R} \right) - B \cdot r \cdot I_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) - C \cdot x \cdot I_0 \left(ik \frac{r}{R} \right) \right] \quad (62)$$

2. Az oldalfal nem engedi a mintát oldalirányba kitérni : ha $r = R$, akkor $\varrho = 0$, x értékétől függetlenül.

Tehát :

$$\varrho = \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \left[A_1 I_1(ik) + B \cdot R \cdot I_0(ik) + CxI_1(ik) \right] - C \frac{R}{k} I_1(ik) \sin \frac{k}{R} x = 0 \quad (63)$$

$\frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x$ -el osztva :

$$A_1 I_1(ik) + B \cdot R I_0(ik) = C \left[I_1(ik) \operatorname{tg} \frac{k}{R} x - x \cdot I_1(ik) \right] \quad (64)$$

Az egyenlőség baloldala konstans, jobboldala x -függvény. Csak úgy lehet tehát igaz minden x -re, ha mindkét oldal tovább egyenlő zérussal.

Tehát

$$C = 0 \quad (65)$$

$$A_1 I_1(ik) + B R I_0(ik) = 0 \quad (66)$$

$$B = -A_1 \frac{1}{R} \frac{I_1(ik)}{I_0(ik)} \quad (67)$$

A (65) és (67) alattiakat a (61), (62)-be helyettesítve :

$$\varrho = \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \cdot A_1 \left[I_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) - \frac{1}{R} \frac{I_1(ik)}{I_0(ik)} r I_0 \left(ik \frac{r}{R} \right) \right] \quad (68)$$

$$\xi = N x - i \frac{R}{k} \sin \frac{k}{R} x \left[A_2 I_0 \left(ik \frac{r}{R} \right) - A_1 \frac{1}{R} \frac{I_1(ik)}{I_0(ik)} r I_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) \right] \quad (69)$$

Az (55) egyenletbe helyettesítsük be a (67) alatti összefüggést. Ekkor :

$$A_2 = A_1 \left[1 - \frac{2}{R} \frac{R}{k} \frac{2(m-1)}{m} \frac{I_1(ik)}{i I_0(ik)} \right] \quad (70)$$

Ezt a (69)-be helyettesítve és rendezve :

$$\varrho = A_1 \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \left[I_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) - \frac{1}{R} \frac{I_1(ik)}{I_0(ik)} r I_0 \left(ik \frac{r}{R} \right) \right] \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \xi = N \cdot x - A_1 \frac{R}{k} \sin \frac{k}{R} x \left[\left\{ i - \frac{1}{k} \frac{4(m-1)}{m} \frac{I_1(ik)}{I_0(ik)} \right\} I_0 \left(ik \frac{r}{R} \right) - \right. \\ \left. - \frac{I_1(ik)}{i I_0(ik)} \frac{r}{R} I_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) \right] \quad (72) \end{aligned}$$

3. A felső lap önmagával párhuzamosan mozdul el. Ha $x = h$, akkor $\xi = -\Delta h$, r értékétől függetlenül.

$$\begin{aligned} -\Delta h = N h - A_1 \frac{R}{k} \sin \frac{k}{R} h \left[\left\{ i - \frac{1}{k} \frac{4(m-1)}{m} \frac{I_1(ik)}{I_0(ik)} \right\} I_0 \left(ik \frac{r}{R} \right) - \right. \\ \left. - \frac{I_1(ik)}{i I_0(ik)} \frac{r}{R} I_1 \left(ik \frac{r}{R} \right) \right] \end{aligned}$$

Az egyenlet baloldala konstans, jobboldala r függvénye. Az egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha a jobboldal második tagjának valamelyik tényezője zérus :

a) ha a zárójeles tényező volna zérus :

$$iR \frac{iI_0(ik)}{I_1(ik)} - \frac{R}{k} \frac{4(m-1)}{m} = r \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}$$

a baloldal konstans, a jobboldal r függvény, az egyenlőség nem lehet igaz, az a) eset nem lehetséges

b) ha $A_1 = 0$, ez esetben

$$\xi = Nh = -\Delta h \quad \text{azaz} \quad N = -\frac{\Delta h}{h} = -\varepsilon_a$$

ahol ε_a : fajlagos összenyomódás, a kompressziós minta teljes összenyomódása, osztva a minta magasságával.

Ebben az esetben :

$$\xi = -\varepsilon_a x$$

azaz a függőleges elmozdulások r -től függetlenek, az eredetileg vízszintes síkok alakváltozás után is síkok maradnak, $\varrho = 0$; tehát oldalirányú elmozdulások az egész mintában sehol sincsenek.

$\sigma_x = -p_0$, a függőleges feszültség konstans, $\sigma_r = -\frac{1}{m-1} p_0$, azaz a vízszintes feszültség ugyancsak állandó, $\sigma_r = \frac{1}{m-1} \sigma_x$ az ismert összefüggés; $\tau = 0$ és végül :

$$M = E \frac{1}{1 - \frac{2}{m(m-1)}} = E \frac{m(m-1)}{m(m-1) - 2}$$

Ez a megoldás tehát az eddig ismert elméletre vezet. Célunk azonban nem az, hogy ennek helyességét igazoljuk, hanem, hogy új, a tapasztalatokkal jobban egyező megoldást találjunk. Nincs tehát más utunk, mint feltenni, hogy

$$c) \quad \sin \frac{k}{R} h = 0 \quad (73)$$

Innen :

$$\frac{k}{R} h = n\pi \quad (74)$$

ahol $n = 1, 2, 3 \dots$ stb, azaz bármely egész szám.

$$k = n\pi \frac{R}{h} \quad (75)$$

vagyis k tulajdonképpen egy állandóval szorzott *alaki tényező*, a minta sugarának és magasságának viszonya.

$$\begin{aligned} -\Delta h &= N \cdot h \\ N_1^j &= -\frac{\Delta h}{h} = -\varepsilon'_a = -\frac{P_0}{M} \end{aligned} \quad (76)$$

ahol p_0 : a kompressziós mintát terhelő feszültség, M pedig az összenyomódási modulus.

(71), (72) egyenleteinket rendezve, a zárójeles tényezőkből $I_1(ik)$ -t kiemelve, és a (76) alattiakat behelyettesítve

$$\varrho = A_1 \frac{R}{k} I_1(ik) \cos \frac{k}{R} x \left\{ \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_1(ik)} - \frac{r}{R} \frac{I_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_0(ik)} \right\} \quad (77)$$

$$\begin{aligned} \xi &= -\frac{P_0}{M} x - A_1 \frac{R}{k} I_1(ik) \sin \frac{k}{R} x \left\{ \frac{i}{I_1(ik)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{k} \frac{4(m-1)}{m} \frac{1}{I_0(ik)} \right\} I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) - \frac{1}{i I_0(ik)} \frac{1}{R} r I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \left\} \end{aligned} \quad (78)$$

Vezessük be az

$$A_1 I_1(ik) = K_1 \quad (79)$$

$$F_\varrho(r) = \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_1(ik)} - \frac{r}{R} \frac{I_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_0(ik)} \quad (80)$$

$$F_\xi(r) = \left[\frac{i}{I_1(ik)} - \frac{1}{k} \frac{4(m-1)}{m} \frac{1}{I_0(ik)} \right] I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) - \frac{r}{R} \frac{1}{i I_0(ik)} I_1\left(ik \frac{r}{R}\right) \quad (81)$$

jelöléseket, s ekkor egyenleteink a

$$\varrho = K_1 \frac{R}{k} F_\varrho(r) \cos \frac{k}{R} x \quad (82)$$

$$\xi = -\left[\frac{P_0}{M} x + K_1 \frac{R}{k} F_\xi(r) \cdot \sin \frac{k}{R} x \right] \quad (83)$$

alakba mennek át. Az egyenletek helyességéről az alap egyenletekbe (13, 14) való helyettesítéssel könnyen meggyőződhetünk.

Nem ismerjük még a K_1 állandó értékét. Egyensúlyi egyenlet alapján állapíthatjuk meg, ehhez azonban ismerni kell a feszültségek értékét.

A (8) egyenletből:

$$\sigma_x = \frac{2G}{m-2} \left[(m-1) \frac{\partial \xi}{\partial x} + D\varrho \right] \quad (84)$$

ahová (82) és (83)-at helyettesítve:

$$\begin{aligned} \sigma_x = \frac{2G}{m-2} \left\{ - (m-1) \frac{P_0}{M} + K_1 \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \left[\frac{1}{r} F_\varrho(r) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{dF_\varrho(r)}{dr} - (m-1) \frac{k}{R} F^\xi(r) \right] \right\} \quad (85) \end{aligned}$$

A (9) egyenletből:

$$\sigma_r = \frac{2G}{m-2} \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} + (m-1) \frac{\partial \varrho}{\partial r} + \frac{\varrho}{r} \right] \quad (86)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r = \frac{2G}{m-2} \left\{ - \frac{P_0}{M} + K_1 \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \left[\frac{1}{r} F_\varrho(r) + \right. \right. \\ \left. \left. + (m-1) \frac{dF_\varrho(r)}{dr} - \frac{k}{R} F^\xi(r) \right] \right\} \quad (87) \end{aligned}$$

és végül

$$\sigma_t = \frac{2G}{m-2} \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varrho}{\partial r} + (m-1) \frac{\varrho}{r} \right] \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \sigma_t = \frac{2G}{m-2} \left\{ - \frac{P_0}{M} + K_1 \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \left[(m-1) \frac{1}{r} F_\varrho(r) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{dF_\varrho(r)}{dr} - \frac{k}{R} F^\xi(r) \right] \right\} \quad (89) \end{aligned}$$

A csúszófeszültség:

$$\tau = G \left[\frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial \varrho}{\partial x} \right] \quad (90)$$

$$\tau = -GK_1 \sin \frac{k}{R} x \left\{ \frac{R}{k} \frac{dF\xi(r)}{dr} + F_\varrho(r) \right\} \quad (91)$$

$$\tau = 2GK_1 \sin \frac{k}{R} x \left\{ \frac{1}{k} \frac{2(m-1)}{m} \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{iI_0(ik)} - F_\varrho(r) \right\} \quad (92)$$

A csúsztatófeszültség a gyűrű szélén, ahol $r = R$

$$\tau_{r=R} = 2GK_1 \sin \frac{k}{R} x \frac{1}{k} \frac{2(m-1)}{m} \frac{I_1(ik)}{iI_0(ik)} \quad (93)$$

Mivel a csúsztató feszültség végig azonos előjelű lehet csak

$$\frac{k}{R} x = \frac{n\pi}{h} x \leq \pi$$

mivel $\frac{x}{h}$ maximális értéke 1, ez esetben

$$n\pi = \pi, \text{ azaz } n = 1 \quad (94)$$

A K_1 állandó meghatározására az egyensúlyi egyenletet írjuk fel. Eszerint az alsó lapon működő normál feszültségek és az oldalfalon működő súrlódó feszültségek integrálja egyenlő a külső erővel.

Mint látni fogjuk, ugyanazt az egyenletet kapjuk akkor is, ha a felső lapon működő feszültségek integrálját tesszük egyenlővé a külső erővel.

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_x \Big|_{x=0} r dr d\varphi - 2R\pi \int_0^h \tau_{r=R} dx = -R^2\pi p_0 \quad (95)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_x \Big|_{x=h} r dr d\varphi = -R^2\pi p_0 \quad (96)$$

A (85) egyenletet r -el szorozva :

$$r\sigma_x = \frac{2G}{m-2} \left\{ -(m-1) \frac{p_0}{M} r + K_1 \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \left[F_\varrho(r) + r \frac{dF_\varrho(r)}{dr} - (m-1) \frac{k}{R} r F\xi(r) \right] \right\} \quad (97)$$

$$\int r\sigma_x dr = \frac{2G}{m-2} \left\{ -(m-1) \frac{p_0}{M} \frac{r^2}{2} + K_1 \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \left[rF_2(r) - (m-1) \frac{k}{R} \int rF\xi(r) dr \right] \right\} + \text{Konst.} \quad (98)$$

$$\int_0^R r\sigma_x dr = \frac{2G}{m-2} \left\{ -(m-1) \frac{p_0 R^2}{M} + K_1 \frac{R}{k} \cos \frac{k}{R} x \left[2 \frac{(m-1)(m-2)}{m} \frac{R}{k} \frac{I_1(ik)}{iI_0(ik)} \right] \right\} \quad (99)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R r\sigma_x dr d\varphi = -2\pi G \frac{m-1}{m-2} \frac{p_0}{M} R^2 - 8\pi G K_1 \left(\frac{R}{k} \right)^2 \frac{I_1(ik)}{iI_0(ik)} \frac{m-1}{m} \quad (100)$$

továbbá

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R r\sigma_x \Big|_{x=0} dr d\varphi = -2\pi G \frac{m-1}{m-2} \frac{p_0}{M} R^2 + 8\pi G K_1 \left(\frac{R}{k} \right)^2 \frac{I_1(ik)}{iI_0(ik)} \frac{m-1}{m} \quad (101)$$

A (93) egyenletből :

$$\int_0^h \tau_{r=R} dx = 2\pi G K_1 \frac{1}{k} \frac{2(m-1)}{m} \frac{I_1(ik)}{iI_0(ik)} \frac{R}{k} \left[-\cos \pi \frac{x}{h} \right]_0^h \quad (102)$$

$$2R\pi \int_0^h \tau_{r=R} dx = 8\pi G K_1 \left(\frac{R}{k} \right)^2 \frac{I_1(ik)}{iI_0(ik)} \frac{2(m-1)}{m} \quad (103)$$

A (95) egyenlet tehát

$$-2\pi G \frac{m-1}{m-2} \frac{p_0}{M} R^2 - 8\pi G K_1 \left(\frac{R}{k} \right)^2 \frac{I_1(ik)}{iI_0(ik)} \frac{m-1}{m} = -R^2 \pi p_0 \quad (104)$$

A (96) egyenletből a (100) alattiakat figyelembe véve, ugyanezt kapjuk.

A (104) egyenletből, a

$$G = \frac{mE}{(2m+1)} \quad (105)$$

összefüggés figyelembe vételével :

$$K_1 = \frac{p_0}{E} \left[1 - \frac{m(m-1)}{m(m-1) - 2M} \right] \frac{E}{4} \frac{k^2}{m-1} \frac{m+1}{iI_1(ik)} \frac{iI_0(ik)}{iI_1(ik)} \quad (106)$$

Vezessük be a

$$K_1 \frac{R}{k} = K \frac{P_0}{E} \quad (107)$$

jelölést. Ekkor:

$$K = \left[1 - \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \frac{E}{M} \right] \frac{R}{4} \frac{m+1}{m-1} k \frac{iI_0(ik)}{I_1(ik)} \quad (108)$$

Tehát az egyenleteinkben eddig ismeretlen állandót kifejeztük. Végeredmények:

$$\varrho = \frac{P_0}{E} KF_{\varrho}(r) \cos \pi \frac{x}{h} \quad (109)$$

$$\xi = -\frac{P_0}{E} \left[\frac{E}{M} x + KF_{\xi}(r) \sin \pi \frac{x}{h} \right] \quad (110)$$

$$\sigma_x = P_0 \left[\frac{m}{m(m-1)-2} KF_{\sigma_x}(r) \cos \pi \frac{x}{h} - \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \frac{E}{M} \right] \quad (111)$$

$$\sigma_r = P_0 \left[\frac{m}{m(m-1)-2} KF_{\sigma_r}(r) \cos \pi \frac{x}{h} - \frac{1}{m-1} \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \frac{E}{M} \right] \quad (112)$$

$$\sigma_t = P_0 \left[\frac{m}{m(m-1)-2} KF_{\sigma_t}(r) \cos \pi \frac{x}{h} - \frac{1}{m-1} \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \frac{E}{M} \right] \quad (113)$$

$$\tau = P_0 \frac{m}{m+1} \frac{k}{R} KF_{\tau}(r) \sin \pi \frac{x}{h} \quad (114)$$

Egyenleteink

$$\sigma_x = P_0 \frac{m}{m(m-1)-2} \left[KF_{\sigma_x}(r) \cos \pi \frac{x}{h} - (m-1) \frac{E}{M} \right] \quad (115)$$

mintájára további egyszerűbb alakban írhatók.

Az előbbi írásmód azonban szemléletesebbé teszi, hogy a 2. kerületi feltétel *b*) pontjában ismertetett az egyensúlyi egyenletnek szintén elegendő megoldás esetén

$$\left(K = 0, \quad M = E \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \right)$$

egyenleteink az eddig ismert elmélet összefüggéseibe

$$\left(\varrho = 0, \quad \xi = -\frac{P_0}{M} x, \quad \sigma_x = -P_0, \quad \sigma_r = -\frac{1}{m-1} P_0, \quad \sigma_t = -\frac{1}{m-1} P_0, \quad \tau = 0 \right)$$

mennek át.

A (110) egyenlet alapján felírhatjuk a függőleges fajlagos alakváltozásokat :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{P_0}{E} \left[\frac{E}{M} + KF_{\xi}(r) \frac{k}{R} \cos \pi \frac{x}{h} \right] \quad (116)$$

Az egyenletekben szereplő *Bessel*-függvényekből felépített függvények az alábbiak :

$$F_{\varrho}(r) = \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_1(ik)} - \frac{r}{R} \frac{I_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_0(ik)} \quad (117)$$

$$F_{\xi}(r) = \left[\frac{i}{I_1(ik)} - \frac{1}{k} \frac{4(m-1)}{m} \frac{1}{I_0(ik)} \right] I_0\left(ik \frac{r}{R}\right) - \frac{r}{R} \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{iI_0(ik)} \quad (118)$$

$$F_{\sigma_x}(r) = \frac{k}{R} \frac{iI_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_1(ik)} - \frac{r}{R} \frac{k}{R} \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{iI_0(ik)} - \frac{2}{R} \frac{I_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_0(ik)} - (m-1) \frac{k}{R} F_{\xi}(r) \quad (119)$$

$$F_{\sigma_r}(r) = [m-1] \left[\frac{k}{R} \frac{iI_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_1(ik)} - \frac{1}{r} \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_1(ik)} - \frac{r}{R} \frac{k}{R} \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{iI_0(ik)} - \frac{1}{R} \frac{I_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_0(ik)} \right] + \frac{1}{r} F_{\varrho}(r) - \frac{k}{R} F_{\xi}(r) \quad (120)$$

$$F_{\sigma_t}(r) = \frac{k}{R} \frac{iI_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_1(ik)} - \frac{1}{r} \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_1(ik)} - \frac{r}{R} \frac{k}{R} \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{iI_0(ik)} - \frac{1}{R} \frac{I_0\left(ik \frac{r}{R}\right)}{I_0(ik)} + (m-1) \frac{1}{r} F_{\varrho}(r) - \frac{k}{R} F_{\xi}(r) \quad (121)$$

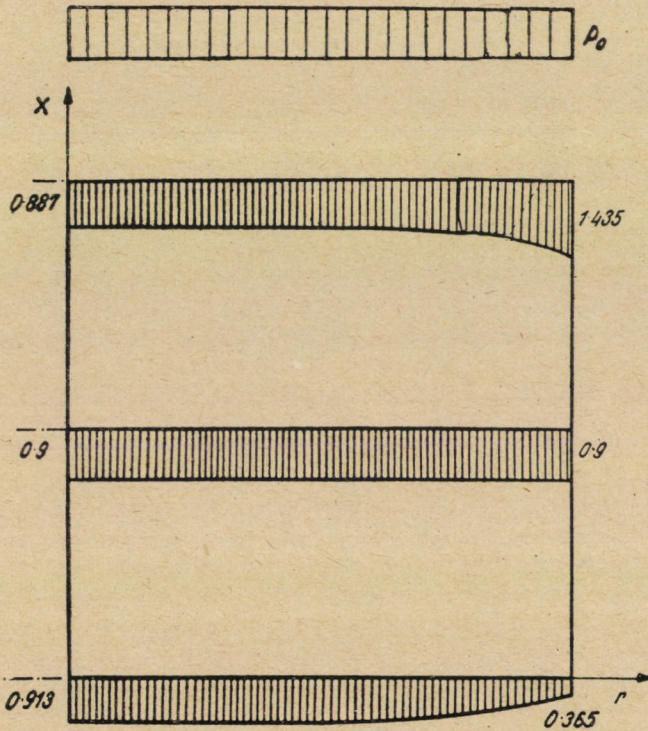
$$F_{\tau}(r) = \frac{1}{k} \frac{2(m-1)}{m} \frac{I_1\left(ik \frac{r}{R}\right)}{iI_0(ik)} - F_{\varrho}(r) \quad (122)$$

4. A kompresszió feszültség elmélet értékelése

41. Vizsgáljuk először az eredményül kapott kifejezéseket.
 q értéke meglehetősen kicsi, az előforduló mintaméretek és talajjellemzők mellett alig érzékelhető.

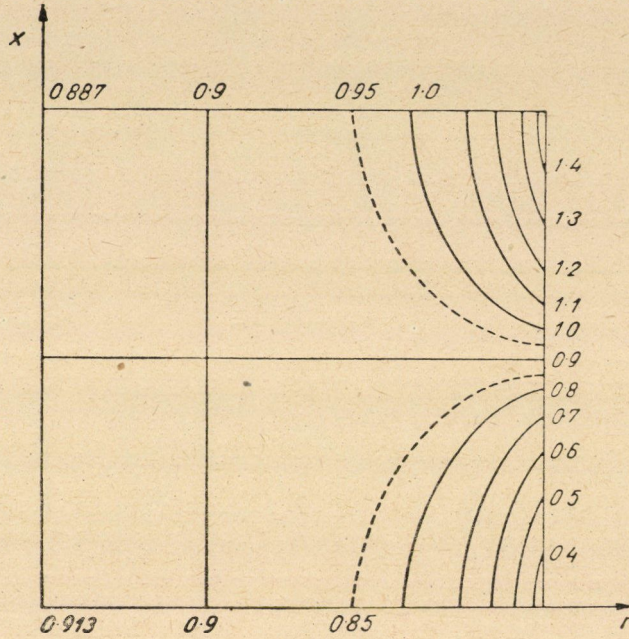


9. ábra

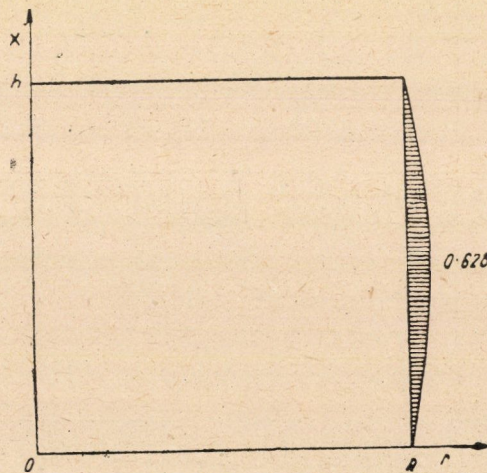


10. ábra

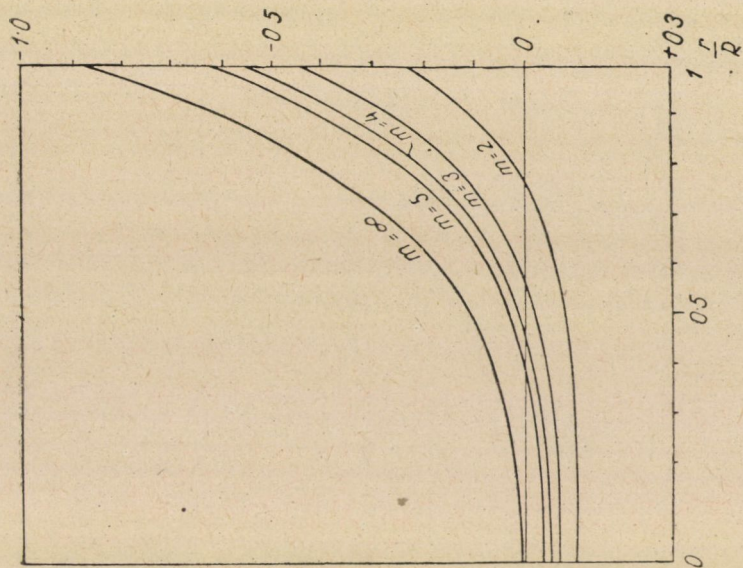
ξ -t, vagyis a függőleges irányú alakváltozást vizsgálva azt látjuk, hogy a terhelés előtt vízszintes síkok alakváltozás után, különösen a fal mentén, felhajlanak. σ_x feszültségek ábráját a felső lapnál vizsgálva látjuk, hogy az a merev alaptest, egyenletes süllyedés esetére megismert talpfeszültségi ábrához hasonló: széleinél (— az oldalfal mentén —) csúccsal bír. A σ_x ábrák egészen a minta-



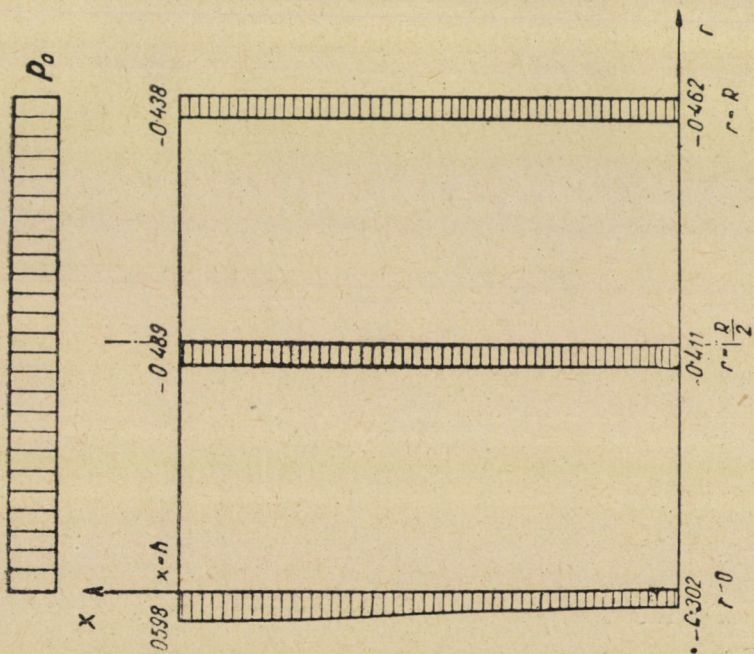
11. ábra



12. ábra

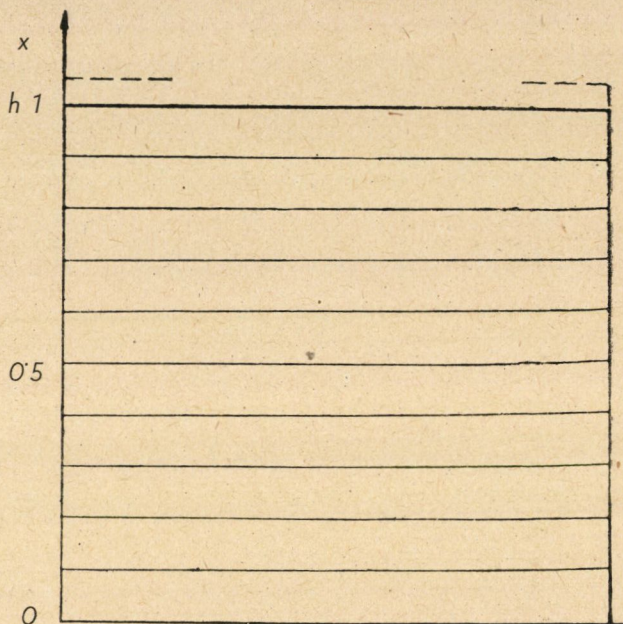


14. ábra

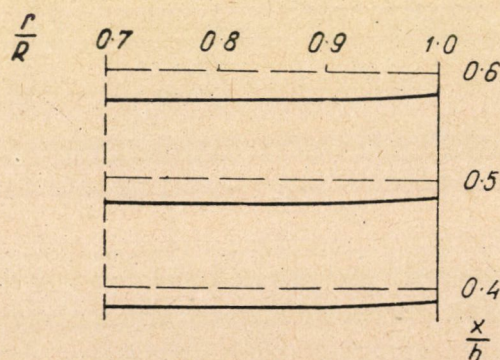


13. ábra

magasság feléig ilyenek, azután a viszonyok megváltoznak: a feszültségek a tengelyvonalban érik el maximális értéküket, míg a fal mentén már csökkennek. (l. 10. ábra).



Részlet



15. ábra

A σ ábrák függőleges értelemben egy konstans tag és egy cosinusos függvény összegeként jelentkeznek.

Példaként a σ_r ábrát rajzoltuk fel. (9. ábra) Maximális értéke az $x = 0$ helyen van.

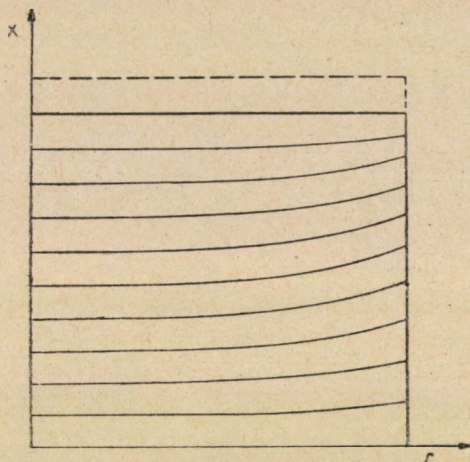
Nagyságrendileg a változó tag kicsi, az alább ismertetendő számpéldában, illetőleg ábrázolásban a feszültségeloszlás csaknem lineárisnak tűnik.

42. Vizsgáljunk egy $R = h = 5$ cm nagyságú talajmintát.

Anyaga: puha agyag, $m = 3$ ($\varphi \sim 20^\circ$), $E = 60$ kg/cm²,

$$M = 100 \text{ kg/cm}^2$$

A 10., 11. és 12. sz. ábrákon a σ/p_0 feszültségi viszonyszámokat, illetőleg a $\sigma x/p_0$ izobárokat ábrázoltuk.



16. ábra

A 13. ábra a τ/p_0 ábra. A 14. ábrán $F\xi(r)$ értékeit raktam fel, m különböző értékei mellett, a $h = R$ ($k = \pi$) esetben. Más alakú tényezőnél más $F\xi(r)$ görbéket kapunk, s ennek megfelelően az eredetileg vízszintes síkok másként változtatják alakjukat.

Az alakváltozásokat $p_0 = 5$ kg/cm² esetére számítottam ki. Az oldalirányú elmozdulás maximális értéke (ami $x = 0$ és $x = h$ síkokban $r = 0,7 R$ függőlegesében lép fel) $\max = 0,007$ cm, nem egészen 1/10 milliméter, elenyészően kicsi. A függőleges elmozdulásokat a 15. ábra tünteti fel. A 16. ábrán ugyancsak függőleges elmozdulásokat raktam fel, de torzítva; az alakváltozást kifejező képlet második tagja az elsőhöz képest kb. 10-szeresen van megnövelve.

Az alaplapon működő erő P_a

$$P_a = \int_0^{2\pi} \int_0^R r \sigma_x dr d\varphi = -R^2 \pi p_0 \left[2 \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \frac{E}{M} - 1 \right]$$

Az oldalfalon működő súrlódó erő (P_τ):

$$P_\tau = -2R\pi \int_0^h \tau_{r=R} dx = -R^2 \pi p_0 2 \left[1 - \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \frac{E}{M} \right]$$

Számpéldánk adatait behelyettesítve

$$P_a = -0,8 R^2 \pi p_0 = -0,8 P_{\text{külső}}$$

$$P_\tau = -0,2 R^2 \pi p_0 = -0,2 P_{\text{külső}}$$

vagyis a külső erő nyolctizede az alaplagra, kéttizede pedig, súrlódó erőként, az oldalfalra adódik át.

43. A negyedik kerületi feltétel

Elméletünkben három mennyiség fordul elő : a Poisson szám (m), a rugalmassági modulus (E) és az összenyomódási modulus (M). Előbbi kettő anyagjellemző. Utóbbi csak a talajmechanikában használatos fogalom, ugyancsak talajjellemző ; de feltehető, hogy a kompressziós minta méretei, arányai is befolyásolják értékét. Mivel $\frac{p_0}{M} = \varepsilon_a$ nyilvánvaló, hogy — azonos p_0 esetén — alapproblémánk áll előttünk, amikor a minta arányainak M értékére gyakorolt befolyását keressük.

Szám példánkban még mindhárom mennyiséget felvettük, pedig az M tulajdonképpen az előző kettőből — és feltehetően a minta alakjától is — függ.

A keresett összefüggés megtalálása módot nyújt egy eddig még kiaknázatlan kerületi feltétel bevezetésére egy még figyelembe nem vett tényezőnek, nevezetesen a falsurlódás hatásának az elméletbe való beillesztésére.

A földnyomási elméletekből már ismert elv alapján tudjuk, hogy az oldalfalon működő csúsztató feszültségek eredőjének és az oldalnyomó erőnek a hányadosa egyenlő a talaj és a kompressziós minta anyaga közötti súrlódási szög (δ) tangensével :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\int_0^h \tau_{r=R} dx}{\int_0^h \sigma_{r=R} dx} \quad (123)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{Rp_0 \left[1 - \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \frac{E}{M} \right]}{hp_0 \frac{1}{m-1} \cdot \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \frac{E}{M}} \quad (124)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R}{h} (m-1) \left[\frac{m(m-1)-2}{m(m-1)} \cdot \frac{M}{E} - 1 \right] \quad (125)$$

$$M = \left[1 + \frac{h}{R} \frac{\operatorname{tg} \delta}{m-1} \right] \cdot E \cdot \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \quad (126)$$

$$M = \alpha \cdot E \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2} \quad (127)$$

$$\text{ahol : } \alpha = 1 + \frac{h}{R} \frac{\operatorname{tg} \delta}{m-1}$$

Tehát az összenyomódási modulus nem csupán talajjellemző, hanem értéke a kompressziós minta alakjától $\left(\frac{h}{R}\right)$, és a súrlódási mértéktől ($\operatorname{tg} \delta$) is függ.

Vizsgáljuk meg az említett két tényező befolyásának nagyságát. Kiszámíthatjuk, hogy a számpéldákban felvett agyag és a réz (a kompressziós gyűrű agyaga) között a súrlódási tényező: $\operatorname{tg} \delta \sim 0,2$

Mivel $m = 3$,

$$\alpha = 1 + \frac{h}{R} \frac{0,2}{2} = 1 + 0,1 \frac{h}{R}$$

A kísérletsorozatnál használt 26 gyűrű közül 23-nál

$$0,25 \leq \frac{h}{R} \leq 1$$

tehát

$$1,025 \leq \alpha \leq 1,10$$

vagyis a kompressziós minta alakja kb 8%-os különbségeket okozhat az összenyomódási modulus és ezzel együtt a fajlagos összenyomódás értékében.

Mivel a kísérleteknél az eljárás elkerülhetetlen hibaforrásai folytán 20–30%-os szóródást észleltünk, nyilvánvaló, hogy *bár a kompressziós minta alakja befolyásolja a kompressziós kísérletnél kapott fajlagos összenyomódás értékét, ez a hatás kisebb, mint a kísérlet elkerülhetetlen hibaforrásai folytán mutatkozó szórás.*

Gyakorlatilag tehát közömbös az alkalmazott minta mérete, aránya; kb. 20%-os szórási határok között azonos eredményeket kapunk.

A kísérleti eredmények és az elmélet tehát összhangban állnak egymással.

A súrlódási tényező értéke két határ között változhat.

Az alsó határ:

$$\operatorname{tg} \delta = 0$$

Ekkor
$$M = E \frac{m(m-1)}{m(m-1)-2}, K = 0, \sigma_x = p_0, \tau = 0$$

az ismert elméletet kapjuk vissza.

A felső határ

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \varphi$$

akol φ : az anyag belső súrlódási szöge

Mivel Jáky szerint :

$$m = \frac{2}{1 - \sin \varphi}$$

esetünkben ($m = 3$) $\varphi \sim 20^\circ$; $\operatorname{tg} \varphi = 0,36$

Tehát:
$$\alpha = 1 + 0,18 \frac{h}{R}$$

Ahonnán

$$1,05 \leq \alpha \leq 1,18$$

e szélső esetben tehát a minta aránya kb 12%-os különbségeket okozhat.

44. Az elmélet érvényességi határai

Eredményeinket a vizsgált minta anyaga, méretei és a rájutó terhelés nagysága befolyásolják. Ennek megfelelően kell a határokat megvonni.

A minta *anyaga* szempontjából az *egyneműség* a követelmény. Az elmélet nemcsak talajokra *érvényes*, hanem — a rugalmasság határán belül — *minden homogén anyagra*.

Az átgyúrt, minden pontban azonos tömörségű és víztartalmú agyag homogénnek mondható. Természetes állapotú, keményebb, tömörebb, elég homogén agyagokra az elmélet jó közelítéssel érvényes.

Nem alkalmazható azonban szemcsés talajok komprimálása esetén, valamint réteges anyagra.

A minta arányai szempontjából megállapíthatjuk, hogy az egészen magas, csőszzerű és az egészen lapos korongalakú mintáknál az elmélet nem alkalmazható; itt ugyanis már más hatások mutatkoznak. Mindkét határeset — további megfontolásokkal — számszerűen is értékelhető.

A *terhelő erő* csak akkora lehet, hogy a mintában sehol ne idézzen elő képlékeny állapotot, azaz a minta minden pontjában a *rugalmasságtan* törvényei legyenek érvényesek. Ez a határ a térbeli törési elméletek (Huber-Miseses stb.), valamint a képlékenységtani elméletek (Szokolovszki stb.) ismeretében megadható.

45. Gyakorlati alkalmazások

Az ismertetett elmélet alapján feltehetően kidolgozható lenne egy új süllyedés számítási elmélet, továbbá megoldható — az oldalfal alakváltozásának figyelembevétele után — a körülszádfalazott alaptest feszültségi és alakváltozási viszonyainak kérdése.

Összefoglalás

A szerző laboratóriumi kísérletekkel kimutatja, hogy a kompressziós minta méretei a fajlagos alakváltozást igen kevésbé, az egyébként is adódó hibák határán belül befolyásolják. A kísérletek igazolására rugalmasságtani alapon felírja a kompressziós mintában uralkodó feszültségek és alakváltozások egyenleteit, s azokat példa keretében számszerűen bemutatja.

HOMLOKKERÉKFOGAZÁSOK FEJÉLTOMPÍTÁSA

VIDÉKY EMIL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

BEÉRKEZETT 1952. DECEMBER 18-ÁN

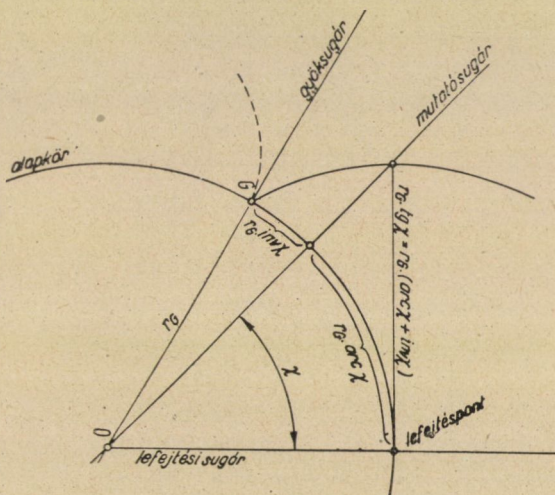
BETŰRENDES JELTÁR

c = kerületi sebesség
 e = az aktív kapcsolóhossz végpontja
 h = távolság
 n = percenkénti fordulatszám
 r = sugár (a modul egységénél)
 s = fogvastagság (egységénél)
 t = osztás
 v = visszavágás mérete a fejkörön
 z = fogsorszám
 α = kapcsolószög
 ε = a visszavágásra feláldozott kapcsolóhossz darab
 α = szög, értelmezve az 1. ábrával
 Δ = különbözetjel
 ψ = a teljes kapcsolóhossz felezőpontja
 A = áttétel (≥ 1)
 C = centrális (főpont)
 E = a teljes kapcsolóhossz végpontja

G = az evolvens gyökpontja
 K = a fog fejpontja
 M = modulus
 O = középpont
 R = sugár (tényleges méret)

INDEXEK

v = a fejjvisszavágáshoz tartozó
 w = a gyártási (elemi) osztókörhöz tartozó
 ε = a visszavágási kezdőpontjához tartozó
 G = az alapkörhöz tartozó
 K = a fejkörhöz tartozó
 I, 1, vagy ' = a kiskerékhez tartozó
 II, 2, vagy " = a nagykerékhez tartozó
 \wedge = ékezet = a fogkihegyesedési ponthoz tartozó
 [] = például felvett
 = a táblázatból veendő kapcsolatos érték



1. ábra

Az evolvens fogazás hajtófoga a kapcsolás kezdetén a meghajtott fog fejlével lép érintkezésbe, mely — ha nincsen letompítva, — éles; a profil görbületi sugara itt hirtelen $\varrho = 0$ -ra csökken és a Hertz feszültség: $\sigma_H = \infty$ -re szökik fel. [1] Ezen felül még az előtte haladó hajtófognak, — mely ugyanekkor a kapcsolása végéhez közeledik — behajlása is nagyobb (a nagyobb hajlítókárja következtében), mint az általa hajtott fogé, melynek ekkor kicsi a hajlítókárja. Az újonnan kapcsolásba lépő hajtófog tehát korábban érkezik a kapcsolásba lépés geometriai helyére, vagyis beléütközik a meghajtott fog fejlébe. Lassító áttevésnél a kiskerékfog hajt, — gyorsító áttevésnél a nagykerékfog. A rendszeren alkalmazott profileltolásnál a nagykerékfog gyökben gyengül, a kiskerékfog ellenben vastagszik. Az ütközés mértéke így lassító hajtásnál rendszerint valamivel kisebb, mint gyorsítónál és ez is egyik oka a gyorsító hajtásoknál tapasztalt kedvezőtlenebb működésnek. [3] A meghajtott fog éles kapcsolásba lépését az ütközés még inkább rontja, de hozzájárul ehhez még az elkerülhetetlen gyártási pontatlanságokból eredő osztóhibák és osztáshibára redukálható profilhibák okozta ütközés is (mindezeket a fejkörön mérve). Már a meghajtott fog fejlének szűrő kapcsolásba lépése egymagában elegendő az olajfilm megszakítására, annál inkább bekövetkezik ez a fogbehajlás és a gyártáshibáktól.

Mindezek felismerése szükségessé teszi a meghajtott fog fejlének tompítását. A tompítás alakítása, mértéke és előállítása módját illetően következő szempontok irányadók:

1. A letompítás kapcsoláshossz veszteséget jelent, tehát lehető csekély mélységig terjedjen, mindenesetre kívül maradjon az egyfoghordás zónáján (ha a kapcsolószám nagyobb kettőnél, úgy a kétfoghordás zónáján). [2]

2. A letompítás lágy átmenetességű és valamennyi fagon pontosan egybevágó legyen a vibrációk elkerülésére,

3. A méretekre vonatkozóan: Ha a meghajtott fog geometriai (tompítás nélküli) fejevastagsága s_K és a fejl behajlásának plusz a fejhengeren mért redukált osztás és profilhibák mérete: v , úgy a fejevastagság jobbról és balról v -vel keskenyítendő. Az elérendő fejevastagság: $s_{Kv} = s_K - 2v$ minimálisan. A v méret ténylegesen választandó értéke, valamint a tompítás mélysége és ezzel az alakítás fentebbi megfontolásokon felül a kenélméleti problémákkal is összefügg, amire itt rátérni nem fogunk; ez már az olajminőség és az olajozás-mód helyes kiválasztásának eddig még nem teljesen tisztázott és még igen beható elemzést igénylő kérdése.

További megfontolás arra mutat, hogy gyorsító hajtásnál a kiskerékfagon nagyobb mértékű visszavágás kívánatos, mint lassító hajtásnál a nagykerékfagon, mert a nagykerékfog, — mint említettük, — rendszerint nagyobb behajlású. Gyorsításnál az elől haladó nagykerékfognak a nyitási szakasz végé felé nagyobb a behajlása és így a következő kapcsolásba lépő fog valamivel

hamarabb ér a kapcsolás geometriai helyére, mint lassító hajtásnál. Gyorsításnál eszerint a kiskerékfogon valamivel nagyobb v visszavágás indokolt. Még egy további megfontolás szerint nagyobb áttevésnél a lassító hajtásnál kisebb a kívánatos visszavágás, ellenben gyorsításnál az áttevéssel nő a kívánatos mérték. Ugyanis: határesetben 1:1 áttevésnél a fejkörbemetszések szimmetrikusan azonos aktív szakaszfeleket vágnak ki a kapcsolóvonalból. Lassító hajtásnál, — rendes profileltolás esetében — a nagykerék fejkörbemetszéssel határolt aktív kapcsoló szakaszfél növekvő áttételnél csökken, míg a kiskeréké növekszik. Ennélfogva a visszavágásra feláldozható kapcsolóhossz rész kevesbedik. Gyorsító hajtásnál a helyzet megfordított.

4. A fejléltompítás forgácsolással vagy köszörüléssel állítható elő. Edzett felszinnél csak az utóbbi alkalmas. Természetes keménységű anyagnál rendszerint forgácsolás alkalmazandó, bár ha az anyag természetes keménysége elegendő, köszörülni is lehet. A három előbbi pontban felsorolt szempontok kielégítését az előállításmódok kapcsán elemezzük:

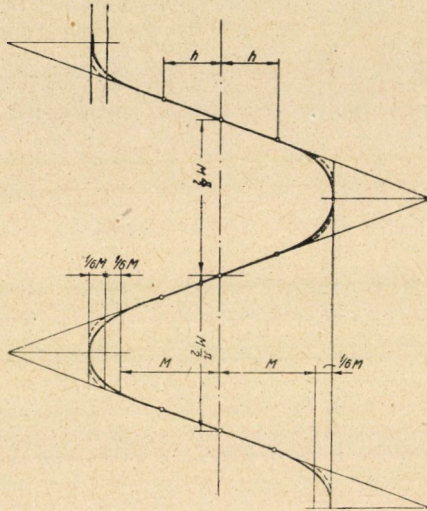
A) Fejléltompítás forgácsolással (fejvisszavágás)

A fogaskerék-hajtóművek túlnyomó többsége lassító áttevés, melynél a nagykerékfog a meghajtott. A nagykerék többnyire természetes keménységű anyagból készül, részint, mert tapasztalás szerint a súrlódási viszonyok különemű anyagok között jobbak, a kiskerék pedig rendszerint edzett; másfelől a nagykerékfogazás egyenletes edzése méreteinél fogva amúgy is bajosabb és nem teljesen megbízható. A fejléltompítására, — hogy az minden fogon egybevágó legyen, — nagyobb kapcsolószögű generált evolvens ívdarabot célszerű használni mind a forgácsolásnál, mind a köszörülésnél. Generáló szerszámok a fésűkés, a csigamaró és a vágókerék.

a) Fejvisszavágás fésűkéssel

A régi fejvisszavágásmód, melyet a BBS szabvány szerint alakított fésűkés állít elő, a 2. ábra szerint módosította a rendes szabványú fogasrúdfogazás forrásprofilját. A szerszámközépvonaltól fel és le h távolságtól kezdve a vágófogláb vastagodik, a vágófogfej vékonyodik, átmenetes görbülettel. A származékprofil fejvisszavágását a forrásprofil lábvastagítása állítja elő, míg forrásprofil fejének vékonyítása a származékprofilon gyökfelpótlást létesít, azzal a céllal, hogy az üzemben a terhelés alatt behajló hajtófognak a visszavágott meghajtott fog lábával való kapcsolását a nyitási szakaszban meghosszabbítsa (utólérhesse) pótlásul a beharapási szakaszban a fejvisszavágásból eredő kapcsolóhossz veszteségért. A származékprofil [4] fogszám szerint változó alakú

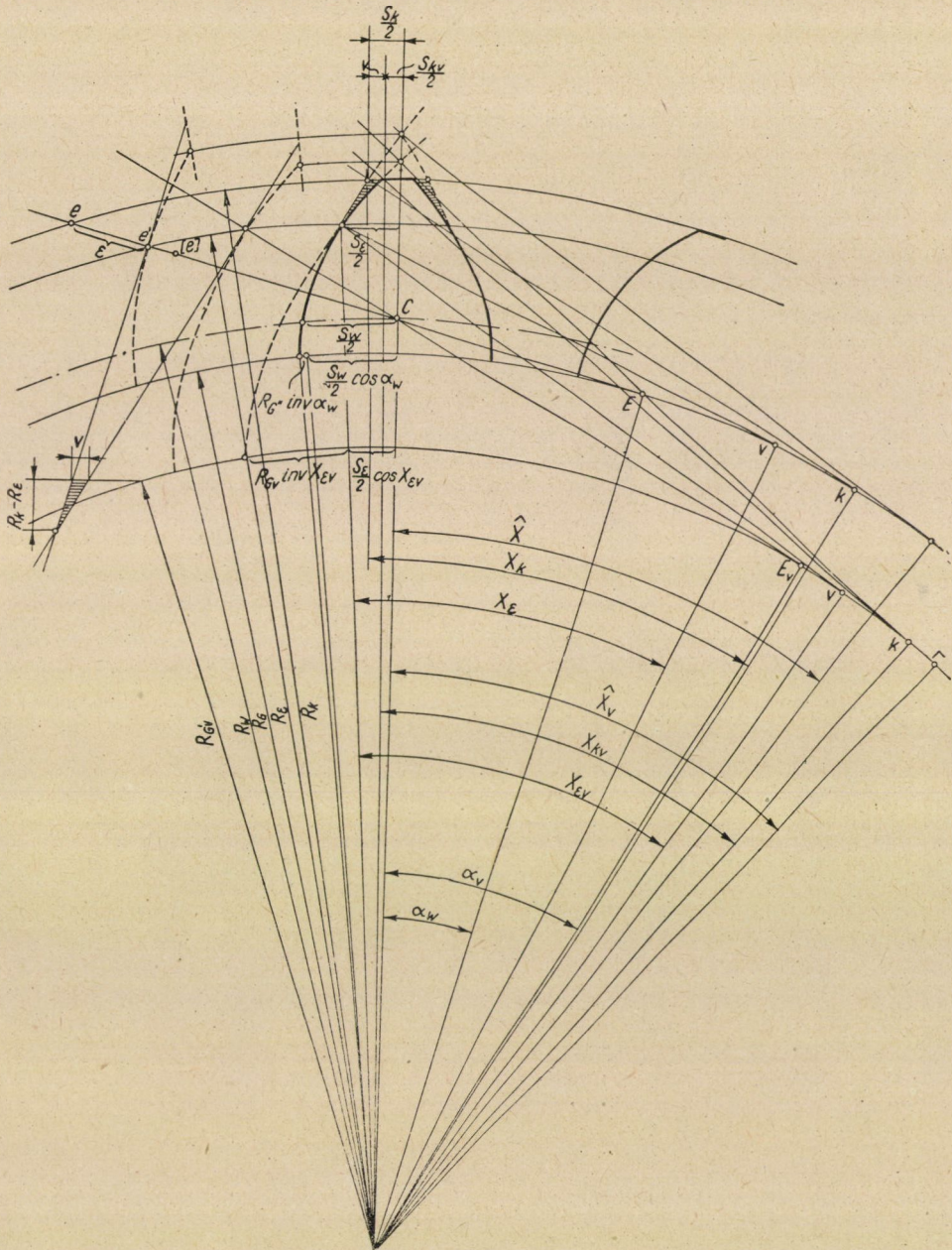
lévén, minden fogszámhoz (modulusként) különböző fésűkés lenne szükséges azonos méretű visszavágás létesítésére. Az így megkívánt szerszámok nagy számát azon alapon csökkentették, hogy oly fogszámcsoportokat jelöltek ki, melyeken belül az alaki eltérés még nem nagy és az ily csoportokhoz egyazon kés legyen használható. Kis fogszámoknál kevesebb fogszám foglalható egy csoportba, de nagyobb fogszámoknál, kisebb lévén az alaki eltérés, már több. (Hasonló csoportokat alkottak régente a sablon-tárcsás profilmaróknál.) A visszavágás méretének kérdése azonban ezzel még nincsen megoldva, mert



2. ábra

minden terhelésnél más a fogbehajlás és így terhelés szerint is változó módosítású fésűkésekre volna szükség. Meggondolandó még az is, hogy csak ritka üzemben állandó a terhelés, de még ilyennél is van indulási és leállási periodus, mely alatt a terhelés változik. Teljesen eltekintve attól, hogy az ilyen módosított fésűkések közül milyen nagy szám kellene, valamint attól is, hogy e szerszámok készítése, — mivel azok nem egyenes élűek, — jóval körülményesebb, egyszóval, hogy a BSS szabványú visszavágás föltötte drága, megvan az a fő hibája, hogy a származékprofil visszavágási mértéke nem beállítható a terhelés szerint (illetve a terhelés maximumhoz).

Beállítható mértékű fejjvisszavágást pontosan és egyszerűen, modulusonként egy egyetlen szerszámmal, vagyis hasonlíthatatlanul csekélyebb költséggel létesíthetünk az alább ismertetett módon (3. ábra), mely azonban gyökfelpótlást nem létesít. A BSS szabványú gyökfelpótlásától várt kapcsolóhossz kipótlás lassító áttevésnél előnyös lehet, gyorsítónál azonban inkább káros, mert itt a



3. ábra

nagykerékfog hajt, melynek behajlása rendszeren nagyobb. De még lassító hajtásnál is a kipótlás csak egy bizonyos terhelésnél áll elő, miért is a gyökfelpótlást nélkülözhetjük, annál is inkább, mert a fejjelzavágás okozta kapcsolásveszteség jórészt csak elméleti veszteség, ami megtérül az olajjéken közvetítődő nyomástól.

E fejvisszavágásmód lényege az, hogy a már a rendes szabványos fésűkessel készrevágott fogazást változatlanul rajtahagyjuk a fogazógépen befogva, a használt fésűkést azonban kivesszük és helyébe egy nagyobb szerszámszögű, azonos modulusu visszavágó fésűkést helyezünk a késtartóba és ezzel a fogazást a kívánatos mélységig körülvágjuk. Mielőtt e csupán néhány percet igénylő művelet* végrehajtásmódját részletesen ismertetnék, előbb annak kinematikájával és trigonometriájával kell foglalkoznunk.

A már meglévő fogazás adatai ismertek, közöttük s_w a gyártási osztóköron mért fogvastagság is, melyet az alkalmazott késkihúzás és fogjátékköz meghatároz. E fogazásnak az alapkörön mért fogvastagsága $s_{Gw} = s_w \cdot \cos \alpha_w + 2 \cdot r_G \cdot \text{inv } \alpha_w$.

A visszavágó kés ismert α_v szerszámszögének megfelelő alapkör sugara: $r_{Gv} = r_w \cdot \cos \alpha_v$. Ábránkban az eredeti fogprofil teljes vonallal, a visszavágókés által generált profilevolvens szaggatott vonallal van berajzolva, mindkettő a gyökpontjától a kihegyeződés pontjáig. Az eredeti profilból a visszavágás által eltávolított háromszög alakú sarok vonalkázva van. Az eredeti α_w szerszámszögű kapcsolóvonalon az aktív kapcsolóhosszat a fejkör bemetszés e pontja határolja. A visszavágásra feláldozni szánt $\varepsilon = \overline{ee'}$ darabot úgy választjuk, hogy az e' pont mindenkép' az egyfoghordás határpontján $[e]$ -n kívül maradjon. Ábránkban az $[e]$ pontot, mely a mindenkor ellenkerék fejkörbemetszés pontjától, vagyis az áttevéstől függ és tőle egy alaposztásnyi távolságban van, önkényes példaképpen jelöltük be. Az e' ponton átmenő kör R_ε sugarát (mivel ε -t és így e' -t megválasztottuk) ismerjük. E körön a fogvastagság a visszavágástól még nem változik. A fejkör vastagság csökkenése $2 \cdot v = s_{Kw} - s_{Kv}$, melynek számításmódját alább adjuk meg (megjegyezzük, hogy számítás helyett a nagyobb léptékű felrajzolás is elég pontossággal megadja a méreteket és talán gyorsabb is, kivált ha nincsen kéznél inv. táblázat.). A műhelyrajzon a visszavágókés szerszámszögén α_v -n kívül csak a kívánt s_{Kv} méretnek megadása szükséges.

A számításmenethez adva vannak az eredeti fogazás következő értékei: $M_w, R_w, \alpha_w, s_w, R_{Gw} = R_w \cdot \cos \alpha_w$; továbbá a visszavágó kés adatai: azonos M_w , valamivel nagyobb szerszámszög $\alpha_v, R_{Gv} = R_w \cdot \cos \alpha_v$. Ezen felül ismert a visszavágás kezdőpontján átmenő kör sugara R_ε . (2. ábra).

Meghatározandó: s_{Kv} illetőleg $v = 0,5$. ($s_{Kw} - s_{Kv}$)

$$\frac{s_G}{2} = \frac{s_w}{2} \cos \alpha_w + R_G \text{inv } \alpha_w$$

$$\frac{s_K}{2} = R_k \cdot (\text{inv } \hat{\chi} - \text{inv } \chi_K)$$

$$\text{ahol: } \text{inv } \hat{\chi} = \frac{s_G}{2 \cdot R_G}$$

* Szerző és Mauler G. üzemmérnök újítása, melyet a Ganz-Wagongyár néhány év óta alkalmaz.

$$\cos \chi_K = \frac{R_G}{R_K}, \text{ mihez a táblázatból } \underbrace{\hspace{2cm}} \text{ inv } \chi_K.$$

Az R_ε körön a fogvastagság:

s_ε a visszavágástól még nem változik.

3. A fejkörön:

$$\frac{s_{Kv}}{2} = R_K \cdot (\text{inv} \cdot \hat{\chi}_v - \text{inv } \chi_{Kv})$$

$$\text{ahol: } \text{inv } \hat{\chi}_v = \frac{s_{Gv}}{2 \cdot R_{Gv}}, \text{ mihez: } \frac{s_{Gv}}{2} = \frac{s_\varepsilon}{2} \cdot \cos \chi_{\varepsilon v} + R_{Gv} \cdot \text{inv } \chi_\varepsilon$$

$$\cos \chi_{\varepsilon v} = \frac{R_{Gv}}{R_\varepsilon} \quad \underbrace{\hspace{2cm}} \text{ (táblából) inv } \chi_{\varepsilon v}$$

$$\text{továbbá: } \cos \chi_{Kv} = \frac{R_{Gv}}{R_K} \quad \underbrace{\hspace{2cm}} \text{ (táblából) inv } \chi_{\varepsilon v}$$

Az s_{Kv} számításához valók megvannak a 3.-szerint; a műhelyrajzon ez van előírva és a visszavágás folyamán folyton ellenőrzendő a haladás, míg azt el nem érjük. A visszavágás mértéke: $2 \cdot v = s_K - s_{Kv}$. Ha R_{Gv} és α_v nem lennének megadva, ellenben valami különleges esetben v és R_ε lenne mindenképp betartandó, akkor a visszavágó kés szerszámiszöge már meghatározott:

$$\text{tg } \alpha_v \cong \text{tg } \alpha_w + \frac{v}{R_K - R_\varepsilon}; \quad \text{amiből: } R_{Gv} = R_w \cdot \cos \alpha_v$$

is megvan.

A visszavágó művelet végrehajtása a következő:

A tárgybefogás változatlan marad; a késtartót kihúzzuk és meglazítjuk a késrögztítő csavarokat; a kést kivesszük és helyébe betesszük a visszavágó kést, melyet azonban még nem rögzítünk, hogy laterálisan elmozdulhasson. A késelőtolást kikapcsolva kézzel hajtott előtolással közelítjük a kést és késtartót a fogazáshoz, vigyázva, hogy csak laterálisan tolódhassék el. A kés így automatikusan pontosan beigazodik a helyes érintkezéshez. Ekkor a kést a rögzítő csavarok meghúzásával rögzítjük és a fogazógép generáló mozgását elindítjuk, de az előtolást továbbra is kézzel hajtjuk, folyton mérve a fekvastagság csökkenését, míg az előírt s_{Kv} méretet elértük. Ekkor a további előtolást beszüntetve, a fogazást egyszer körülvágjuk, vagyis egy tárgyfordulatot végeztetünk. Evvel valamennyi fog pontosan egybevágó fejéltompítást kapott. Ha mindkét

méret: visszavágókés szerszámszög α_v és visszavágás kezdet (mélység), vagyis R_e megkötött, akkor a fejevastagság csökkenés $2 \cdot v$ már nem választható és meghatározott. Adott v és α_v -nél az R_e (visszavágás mélység) meghatározott.

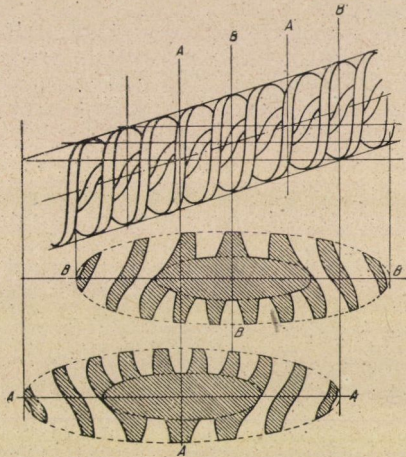
A visszavágókés szerszámszögét célszerű 5° -al nagyobbra venni az eredeti kés szerszámszögénél. Így $\alpha_w = 15^\circ$ -nál a fejéltompításhoz (rendszerint készletben levő) 20° -os kés használható. A 20° -os fogazáshoz legtöbb esetben 25° -os visszavágó kés felel meg, mely modulusonként külön készítenőd, azonban előállítás, az osztást leszámítva, nem kíván túlzott pontosságot, mert az avval vágott profilrész úgy sem kapcsol. Ezenfelül elegendő a késfogaknak csak a láb-részét előállítani és az osztóvonal fölötti rész elmaradhat, mert az úgy sem vág. Az ilyen csonka fésűkés tehát nem költséges szerszám.

Az 5° -al nagyobb visszavágókés-szerszámszög ugyan rendszerint jóval nagyobb visszavágást létesít, mint azt a fogbehajlás és a gyártáshibák kívánnának és kisebb növelés is megfelelő, azonban az olajék kialakulása szempontjából a nagyobb növelés előnyösnek mutatkozik. Meg kell jegyeznünk, hogy a fejéltompítást elvileg magával az eredeti fésűkessel is lehetne végezteni; egyazon szerszámszög különböző gyártási (gördítő) osztókörnél különböző evolvens generál. Ha a fogazógép generáló mozgatójához tartozó váltókerék átvevéseket az R_e sugarú körnek, mint gyártási osztókörnek megfelelően számítjuk ki és cseréljük át, akkor az eredeti kés fogja a kívánt visszavágást végezni. Az áttételi váltókerékeket azonban nem lehet mindig pontosan megfelelően megtalálni, azonfelül a számításuk és kicserélésük jóval hosszadalmasabb, mint egy kés-csere, ezért ez a mód gyakorlatilag nem alkalmas. Mindazonáltal nagyméretű kerekek fogazásának generáló tényékorongos köszörülésénél, a fejéltompításnál mégis e mód használatos, mint arra még rátérünk.

b) Fejvisszavágás csigamarós előállításnál

A csigamarót meneteinek emelkedési szögével előállítva működtetik mind az egyenes, mind a ferdefogazásnál akképpen, hogy az osztóhengerén a csavarvonal tangense párhuzamosan álljon a fogiránnyal. Ebből következőleg a vágandó kerék síkjában, melyben a generálás folyamata végbemegy, a vágó forrásprofil már nem a szabványos lécfogazás, hanem a csigamarónak az osztókörén lévő csavarmenetére merőleges síkmetszete [5], ami egy különleges természetű ellipsziskerék fogazási alakzat, melynek fogazása forgás közben folyton változtatja alakját és minden fordulat után visszaalakul kiinduló alakjára (4. ábra). Fél fordulat alatt (A-tól B-ig) az ellipszis alsó felében látható alakulás kerül felülre és a felső alulra. Egymenetű csigamarónál, ha átmérője is elég nagy, az ellipszis igen hosszúra nyúlik el és az aktív kapcsolási zónában a fogazás alakja nem torzul el sokat a lécfogazásától. Ábránkban három menetű marónál a folyton változóan keletkező forrásprofil két fő fázisában mutatjuk be. A torzulás itt

már szembetűnő nagy. Homlokkerék-csigamarónál a menetekre merőleges síkban kell lennie az előállítandó fogazás osztásának és fogárok-fogtest vastagság-eloszlásnak, valamint az egyenes vágóélnek. Ábránkat megfigyelve feltűnően látható, hogy csupán a B-B fázisban keletkező ellipszis fogazás alsó felének közepén van ez némi közelítéssel így. Innen jobbra és balra a vágófogak lábban vastagodnak, fejben keskenyednek. Fél fordulat után, mikor a felső ellipszis-fél fogalakulása kerül alulra, (vagyis maráshoz), a torzulás a legerősebb. A megvastagodott vágó-fogláb fejjel visszavágást, az elvékonyodott vágó-fogfej pedig gyökfelpótlást létesít és pedig annál nagyobb mértékben, mennél meredekebb a csigamenet, vagyis mennél rövidebb az ellipszis nagytengelye. A gyakorlatban



4. ábra

készremaráshoz egymenetű és lehető nagy átmérőjű csigamaró használatos, mely így önműködően kis fejjel visszavágást és gyökfelpótlást létesít és ez a csigamarónak megbecsülendő előnyös sajátossága. Előmaráshoz előnyösebb két-, (talán még három-)menetű csigamarót használni, mivel így a teljesítmény kétszeres (ill. háromszoros). Azonban nagy átmérőjű többmenetű előmaró csiga készítése, melynek visszavágó hatása még nem ártalmas mértékű, (kivált három menetnél) már technológiai nehézségekbe ütközik és túl költséges is lenne. Hárommenetűnél már túl nagy ráhagyás lenne szükséges, hogy a készremarással a túlságos fejjel visszavágást kellő mértékre csökkenthessük. De a készremaró csigának nem szabad vastag és sok forgácsot szednie, mert ha élei megkopnak, élesítő utánköszörülést csak igen keveset tűr, profilja néhányszori élesítés után már nem helyes (nem profiltartó) és ekkor már csak elővágáshoz lehet tovább használni. Ezért a hárommenetű csigamaróval való előnagyolás nagy teljesítményének haszna már igen kétséges és ajánlatosabb csak kétmenetűt használni. A fejjel visszavágás mértéke a csigamarásnál nem beállítható.

c) Fejvisszavágás vágókerékkel

A vágókerék nem tekinthető alkalmas szerszámnak visszavágás előállítására; csak igen nagy sorozatban készülő fogaskerek esetében jöhet szóba, mikor ilyen vágókerék bonyolult és kényes megtervezése és nehéz előállítása, valamint aránylag rövid élettartama dacára mégis gazdaságos lehet. Ilyen különlegesen módosított gyökfelpótlású vágókerék előállításához speciális fésűkést kell előbb tervezni. Mind a fésűkés, mind a vágókerék más fogazáshoz nem használható. A vágókerék nem profiltartó, — kevés élesítést tűr, — másfelől azonban a fogazógépének igen nagy a teljesítőképessége. E két körülmény egybevetéséből ítélhető csak meg, hogy a sorozatgyártás gazdaságos lesz-e. Ilyen visszavágó kerék készítéséhez a BSS szabványos alakítású fésűkés használható, megfelelő h választás mellett, hogy a kívánatos gyökfelpótlás létesüljön. A tervezésnél a számításmód már a visszavágó rendes fésűkésnél ismertetett alapon végezhető, ha azt gyökfelpótlásra átalakítjuk, miért is ezt nem szükséges részleteznünk.

B) Fejéltompítás köszörüléssel

Már fentebb rámutattunk arra, hogy a hajtóművek túlnyomó többsége lassító. Gyorsító hajtómű, melynél a fejéltompítás a kiskeréken szükséges, aránylag ritka. Vannak azonban reverzáló hajtóművek, melyeknél mindkét fogazáson kell a fejéltompítás. Kisebb méretű edzett fogazású kerekek fejéltompítását az erre berendezett szalaggördítésű Maag-rendszerű tányérkorongos köszörűgépen lehet legjobban végezni. Nagyobb méretű kerekeknél a szalaggördítés nem alkalmas, mert a tárgyengely befogása ilyeneknél már nem megbízhatóan szilárd. Nagy kerekek tányérkorongos köszörülésére épített gépeknél a fejéltompítást a váltókerekek megfelelő kicserélésével lehet előállítani, mint azt már említettük a fésűkéses gyalugépnél. Sík korongos köszörűgépek fogazásokhoz egyáltalában nem alkalmasak, mert a köszörüléstől fejlődő hőfok ezeknél már ártalmas szemeseszövedék elváltozást okoz a fogprofilon.

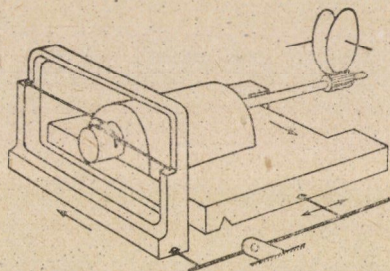
Helyesebb mindenestre, ha a nagykerék természetes keménységű anyagból készül, mint azt már kifejtettük. E megfontolások előre bocsátásával rátérünk a köszörülő fejéltompítás két előállításmódjára:

a) Kisebb kerekek fejéltompítása szalaggördítéses gépen.

A tompítást itt is egy nagyobb kapcsolószögű evolvens ívdarab létesíti azzal a különbséggel, hogy nem a szerszámszög nagyobb, hanem a gép berendezése olyan, hogy a gördítés sebességét beállíthatóan növelheti. Elvileg az alap ugyanaz, mint a váltókerékcseré a fésűkéses gyalugépnél az eredeti kés alkalmazásánál.

A kijelölt R_e sugárnál (a tompítás kezdőpontjánál): $\cos \chi_e = \frac{R_G}{R_e}$. Szalaggördítésnél egy R_e sugarú gördítés azonban elérhető az eredeti R_w sugarú gör-

dító hengerrel is, ha a gördítő szalag tartókeretét a gördítés irányával szemben c_0 sebességgel mozgatjuk, amivel a hiányzó forgatást hozzápótoljuk. Ezt a gördítéspótlást a gépen a 5. ábrában vázlatosan feltüntetett Maag-rendszerű berendezés létesíti, mely csak a különleges géptypuson van alkalmazva. A szalag tartókeretét a tárgytengely szánja mozgatja az ábrában vastag vonallal jelölt kétkarú mérlegszerű vonalzórúddal. A tárgytartó szán, kivánság szerinti karon beállíthatóan, közli a gördítéspótló mozgást a kívánt c_0 sebességgel a szalag-tartó keretnek. c_0 értékét a megválasztott R_ε -hoz következőkép számítjuk: legyen a tényleges R_w sugarú gördítőhenger kerületi sebessége: c_w , az R_ε sugarú köré c_ε . Ekkor



5. ábra

$$c_\varepsilon = c_w + c_0, \quad c_0 = c_\varepsilon - c_w = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot (R_\varepsilon - R_w)$$

$$c_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot R_w \cdot \left(\frac{1}{\cos \chi_\varepsilon} - 1 \right).$$

b) Nagyobb kerekek köszörülő fejéltompítása

A készre köszörült fogazás fejéltompítását a generáló mozgítás váltókerekeinek a választott R_ε sugarú körre, mint gördítő (gyártási) körre való kiszámítása és átcserélése útján végezzük, mint azt már a gyalugépnél tárgyaltuk. Kiszámítjuk az osztást:

$$t_\varepsilon = t_w \cdot \frac{R_\varepsilon}{R_w}$$

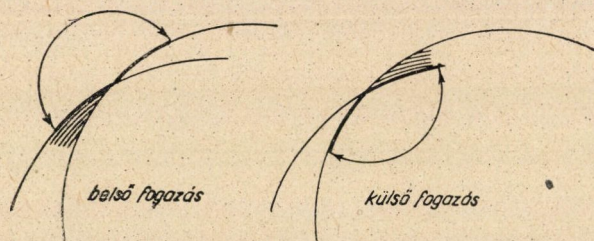
és az ehhez való váltókerekeket, melyek beszerelésével a fejéltompítás egy tárgyfordulat alatt elkészül. (Meg kell jegyeznünk, hogy ha a váltókerekek nem adják is talán pontosan a kívánt áttevést, de eléggé megközelítik, az nem nagy jelentőségű, mert az R_ε megválasztása sem matematikailag exakt jellegű.)

A köszörülő fejléltompításmód gyökfelpótlást nem létesít. A fejevastagság csökkentés és tompításmélység közül csak az egyik választható szabadon, (vagy: v , vagy R_e), a másik már megkötött.

Az optimális fejléltompítási méretek világos megismerésétől még elég messze vagyunk, mert ehhez az olajozási problémák megoldása is szükséges lenne.

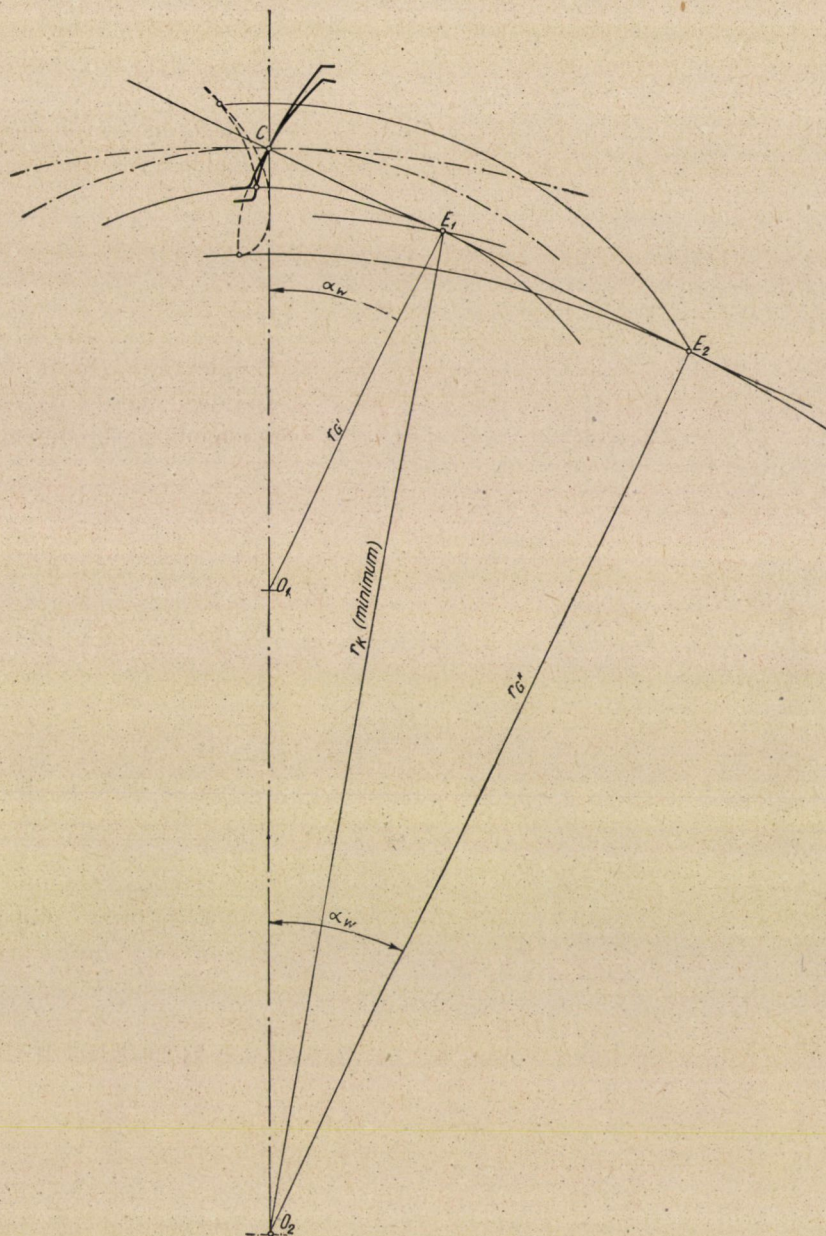
Belső fogazások

A belső fogazás fejléltompítása megoldatlan probléma, bár a mindinkább tért hódító bolygóműves hajtóműveknél nagy szükséglet mutatkozik az éles kapcsolásbalépés elhárítására. Belső fogazás ezidejűleg csak vágókerékkel generálható. Ha gyökfelpótlású vágókereket alkalmaznánk, az eredmény egy-



6. ábra

általán nem lenne kielégítő, mert a belső fogakon nem símuló ártalmas átmenetesség keletkezik, nem olyan, mint külső fogazásnál. A kissé torzítottan rajzolt 6. ábránkban jól megfigyelhető, hogy a belső fogazáson két homorú görbület metsződik élesen, míg külső fogazásnál két domború görbület metsződése símuló átmenetet létesít. De ezen felül a belsőfogazásnál így keletkező profiltörés a kapcsolásnál interferenciára is vezet. (E viszonyokat szerző FOGASKEREKEK I. köt. 1913. könyvében már részletesen megvilágította.) Ilyen kedvezőtlen fejlévvisszavágás különben a belsőfogazás generálásánál ismeretesen akkor is keletkezik, ha a vágandó fogszám és a vágókerék-fogszám különbsége nem elegendő nagy, illetve egy határértéknél kisebb. Így tehát, ilyen kedvezőtlen fejlévvisszavágáshoz elég lenne a vágókerék fogszámát a határértéknél csak egy foggal is nagyobbra választani, ami azonban teljesen hamis megoldás lenne és interferenciára vezetne. Ezt az interferencia jelenséget az irodalomban többen és többféleképp is tárgyalták. A vágókerékkészítő gyárak az interferencia elkerülésére formulákat és táblázatokat is közölnek a szükséges fogszámkülönbsöztet. A közzétett kinematikai tárgyalások azonban bonyolultak, a számítások nehézkesek és nem elég világosak. Ezért célszerű lesz ezt az interferenciát jobban



7. ábra

megvilágítani, ami egyszersmind rá fog vezetni arra is, hogy mikép lehessen elérni azt a célt, amit külsőfogazásnál a fejjelzavágás eredményez. A belső fogazásnál keletkező interferencia lényegileg azonos a külsőfogazásnál keletkező alámetszéssel, valamint az ennek megfelelő határfogszám kérdéssel. Alá-

metszés akkor keletkezik, ha a fésűkés fejevonala a kapcsolóvonalat a határponton túl metszi, mégpedig azért, mert a forrásprofil fejélpontjai az evolvensnek a gyökpontjától tükörképben újra emelkedő, irreális, vagyis anyagból nem létező ágával kapcsolnának tovább, de az irreális ágon fekvő kapcsoláspont geometriai helyéhez vezető relatív pályájuk már átvágja a már előállított, anyagból kiképezett reális profilevolvens ágat. Ha nem a szerszám fejevonala (vagy fejköre), hanem az ellenkerék fejköre metsz a kapcsolóvonalba a határponton túl, akkor nem alámetszés, hanem ütközés (interferencia) keletkezik. Belső fogazásnál e jelenség analogonját azonnal felismerhetjük, ha a belső fogazást szerszámnak képzelve követjük fejélpontjainak relatív pályáit (7. ábra). A belső-fogazás fejkörének az E_1 határponton túl kell metszenie, mert itt az E_1E_2 köz a kapcsolásból kizárt zóna. (Az E_2 ponton túli rész egyáltalán nem jön tekintetbe). A belsőfogazás fejkörének minimális sugara r_{K^*} tehát:

$$r_{K^*}^2 = r_{G^*}^2 + \overline{E_1E_2}^2, \text{ ahol: } r_{G^*} = \frac{z_2}{2} \cdot \cos \alpha_w$$

$$\text{és: } \overline{E_1E_2} = \frac{z_1 - z_2}{2} \sin \alpha_w = \frac{z_2}{z} \cdot \left(\frac{1-A}{A} \right) \cdot \sin \alpha_w.$$

Adva van: z_2 és A .

$$z_1 = \frac{z_2}{A}, \quad r_{K^*}^2 = \frac{z_2^2}{4} \cdot \cos^2 \alpha_w + \frac{z_2^2}{4} \cdot \sin^2 \alpha_w \left(\frac{1-A}{A} \right)^2$$

$$\text{Minimum: } r_{K^*} = \frac{z_2}{2} \cdot \sqrt{\cos^2 \alpha_w + \left(\frac{1-A}{A} \right)^2 \cdot \sin^2 \alpha_w}.$$

Ha a kapcsolásbalépés szűrő ütközését tompítani kívánjuk, akkor egyszerűbb megoldás a kiskerék foglábát kissé vékonyítani, amit olyan visszavágó fésűkéssel lehet végezni, melynek valamivel kisebb szerszámszöge van az eredeti késénél. Ezzel a visszavágó késsel nagyoljuk elő a kiskerékfogazást és azután a rendes fésűkéssel vágjuk készre vagy köszörüléshez készre. E módnak elvileg semmi akadálya nincsen, de mivel gyakorlatilag kipróbálni eddig nem volt módom, a gondolatot itt csupán felvettem. Újabban a Maag-gyár különleges tányérkorongos köszörűgépet hozott forgalomba, mely belsőfogazást generálva köszörül. Tudtommal e géptípus fejéltompításra nincsen berendezve, ami alig is képzelhető. Köszörült belsőfogazással kapcsoló kiskerék fogazásnál a fenti elgondolású foglábvékonyítású ütközés-elhárítás még nem zárja ki a kiskerékfogazás edzését és köszörülését, mert a lábvékonyítás csekély zónája úgy sem jut kapcsolásba. A lábvékonyítás zónája kijelölésének azonban figyelembe kell venni a köszörülési ráhagyás mértékét, mert a köszörülés e zóna kiterjedését valamivel csökkenteni fogja.

IRODALOM

1. E. Vidéky : Z. d. V. Östr. Ing. U. Arch. 1908. No. 36. Beiträge zur Berechnung der Zahnräder.
2. E. Vidéky : V. D. I. Maschinenbau. 1926. Heft No. 8. Beitrag zur Berechnungsweise der Zahnräder.
3. Vidéky Emil : A súrlódás analízise fogaskerék szempontból. A M. Tud. Akad. Műsz. Tud. Oszt. Közl. I. évf. 2. sz. 1952.
4. D. W. Dudley : Modifications on Gear Tooth Profiles. Product Engineering 1949. IX.
5. E. Vidéky : Z. für Werkzeugmaschinen u. Werkzeuge, 1913. Heft No. 8. Kritischer Vergleich der Stirnradbearbeitungsweisen.

Összefoglalás

A terhelés alatti deformációk, valamint a gyártási pontatlanságok megkívánják a külső fogazás fejeleinek megfelelő módon való tompítását. Az e problémára vonatkozó elméleti számítások, valamint az ismeretes kiviteli eljárások azonban nem kielégítő megoldások, első sorban a tompítás méretének tekintetében. Belső fogazások számára alkalmas megoldás nincs is, bár ennek szükségessége a bolygóművek mindnagyobb térfoglalásánál élénken mutatkozik.

Jelen értekezés a felmerülő problémák analízise alapján egyfelől a külső fogazásnál nyújt módot a terhelésnek és az alkalmazott tőrésnek megfelelő fejéltompítási méreteknek és alakításnak, valamint az előállítás módjának megállapítására az eddigi eljárásoknál jóval egyszerűbb, olcsóbb módon és szerzővel számokkal és pedig éveken át kipróbált eredménnyel. Másfelől: belső fogazásoknál egy, az evolvenstrigonometria kimélyítésén alapuló módszert nyújt, mely elvileg analóg, de teljesen más eljárással ugyanazon eredményt ér el, mint a külső fogazásnál a fejéltompítás; továbbá általános érvényű egyszerű magyarázatát tárja fel az interferencia jelenségének, kiküszöbölve az idevágó irodalomban található hosszadalmas és bonyolult számításokat.

SZIGETELÉSI SZINTEK KOORDINÁLÁSA*

EISLER JÁNOS

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

1. Bevezetés

Villamos gépeink, készülékeink és hálózataink kellő szigetelése kezdettől fogva gond volt. Később, amikor nőtt az üzemfeszültség, nőtt a gépek és berendezési tárgyak ára, fokozódtak az üzembiztonságra vonatkozó követelmények, a problémák a szigetelés terén szaporodtak és nehezebbekké váltak. Egyre világosabb lett az is, hogy villamos berendezéseink beruházási költségeit és ezzel a villamos energia árát, aminek a leírási hányad jelentős részére rüg, első-sorban a szigetelés javításával lehet csökkenteni. A szigetelőanyag tulajdonságainak rendszeres kutatása indult meg, amelyben az akkor fiatal szovjet állam kutatói úttörő munkát végeztek. A szigetelőanyagok, a szigetelés helyes kialakítása terén a megindult kutatómunka eredményeként hatalmas haladás mutatkozott az utolsó harminc év alatt. Kiderült azonban az is, hogy a kiterjedt szabadvezeték-hálózatokat magukba foglaló villamos rendszerek átütésektől és ebből keletkező üzemzavaroktól való megóvása nemcsak szigetelési feladat, helyesebben ezt a szigetelés módszertana egyedül nem tudja megoldani.

Ezen állítás helyességét rögtön beláthatjuk, ha közelebbről megnézzük, milyen villamos igénybevételnek van kitéve a szigetelés üzem közben. Az igénybevételek három csoportra oszthatók: 1. üzemfeszülésből, 2. néhány periódustól néhány mp-ig tartó 2—3-szoros belső túlfeszülésből, 3. az ezeknél általában nagyobb külső túlfeszülésből eredő igénybevételek.

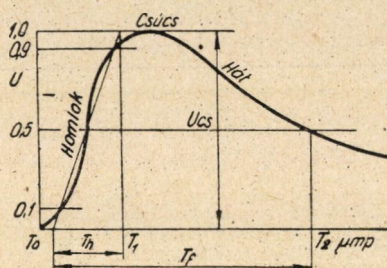
Felmerül a kérdés: mire kell méretezni a szigeteléseket? Az üzemfeszültségekre nyilván szükséges, de nem elégséges méretezni, mert azok kisebbek, mint a túlfeszültségek. A külső túlfeszültségekre méretezni nyilván elégséges lenne, de talán nem szükséges, hiszen csak rövid ideig tartanak.

A rövid ideig tartó igénybevételekkel szemben a szigetelőanyagok külön-

* Ezen dolgozat kollektív munka eredménye, amelyet a VKB keretében működő munkabizottság végzett.

A bizottság tagjai voltak: Elek András, Káldor Tamás, Lomb Pál, Rusznyák Endre, Szendy Károly, Szepesi Endre, Eisler János. A szöveget egyébként a szerző a Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya kebelében 1952. november 12-én tartott ülésen előadta.

bőzőképpen viselkednek. Vannak szigetelőanyagok, amelyeknek villamos szilárdsága az igénybevétel idejének csökkenésével erősen nő, lökőfeszültség-szilárdságuk egyes esetekben az 50 Hz-nél mutatkozó villamos szilárdság 5–10-szeresére is rúghat. Ezek általában a hőátütésre hajlamos anyagok : bakelit, itatott papiros, gumi, szennyezett olaj. Más szigetelőanyagok villamos szilárdsága rövid ideig tartó igénybevételek, tehát lökőfeszültségek esetében nem ilyen mértékben nagyobb az 50 Hz-es villamos szilárdságnál. Ilyenek : a levegő, általában a gázok, tiszta olaj, a kerámiái szigetelőanyagok. A kétféle villamos szilárdság viszonya ezeknél 1–5 között van. Amellett a polaritásnak is van jelentősége, pozitív polaritású lökésnél a levegő pl. jóval kevesebbet bír, mint negatív lökésnél. Az átütési feszültségek szórásával később foglalkozunk.



1. ábra

A kétféle szilárdság viszonya természetesen függ a lökőfeszültség időbeli lefolyásától is. Ezt két értékkel, a homlokidővel és a félértékidővel lehet jellemezni, ha a lökőfeszültség egyszeri hullám alakjában jelentkezik. (1. ábra)

Az elmondottakból kiderül, hogy valóban felesleges lenne berendezéseinket a túlfeszültségekre méretezni úgy, mintha azok 50 Hz periódusú feszültségek lennének, hanem figyelembe lehetne venni, hogy a szigetelőanyagok lökőfeszültségek esetében többet bírnak el, mint 50 Hz-nél.

Közelebbi vizsgálat után azonban az is kiderül, hogy ez nem járható út. A külső túlfeszültségek, minthogy azok többnyire a légköri kisülésektől, közvetlen, vagy közvetett villámcsapásoktól eredő vándorhullámok alakjában jelentkeznek és időbeli lefolyásuk a hálózat impedanciaviszonyaitól is függ, a legkülönbözőbb hullámalakot mutathatják. Már pedig a szigetelőanyagok villamos szilárdsága függ a hullámalaktól, illetve a feszültség időbeli lefolyásától. Szerencsére ezzel a nehézséggel nem kell megküzdeni, mivel — amint a villámkutatás kiderítette — a külső túlfeszültségek olyan nagy igénybevételeket is jelenthetnek, hogy azokra a szigeteléseket méretezni gazdaságilag elbírható módon nem is lehet. Bár a túlfeszültségek jelentős része nem jelent ilyen nagy igénybevételeket, nyilvánvaló, hogy fontosabb hálózatban nem lehet megkockáztatni azt, hogy egy-egy, a várhatótól eltérő lefolyású túlfeszültséget előidéző villám a transzformátorokban, vagy egyéb kényes részekben hosszabb

ideig tartó üzemszüneteket és költséges javításokat előidéző bajokat okozzon.

Túlfeszültséget idézhet elő az említetteken kívül a földetlenn hálózatok sztatikai feltöltődése is, ez azonban általában kevésbé veszélyes, mint a meredek-homlokú túlfeszültség hullám.

Ezekután önként adódik, hogyan kell valamilyen hálózatban a szigeteléseket méretezni: a szigeteléseket az üzemfeszültségre, mint tartós igénybevételekre méretezzük, de úgy, hogy a belső túlfeszültségeket, mint rövid ideig tartó igénybevételeket is elbíráják. Azt, hogy a szigetelés a teljes mértékű külső túlfeszültségeket nem bírja el, eleve tudomásul vesszük, mert ezen segíteni nem tudunk. Ugyanúgy tudomásul vesszük, mint azt, hogy vezetékeinket olyan bőségesen méretezni, hogy a zárlati áramok előidézte melegeledést károsodás nélkül állandóan elbíráják, gazdasági okokból nem lehet.

Hogyan védekezhetünk mégis a nagyobb károk ellen? Ugyanúgy, mint a vezetékeknél a zárlati áramok káros melegítő hatása ellen. Beiktathatunk egy gyengébb részt, ahol az átütésből nem származik nagyobb kár és ilyen módon megvédjük a kényesebb részeket, az ú. n. belső szigeteléseket a károsodástól. Ez a gyengébb rész általában valamilyen szikraköz, amelynek elektródái között gáz, vagy más könnyen regenerálódó anyag van. Lényegében tehát a berendezés egyes részeit szándékosan különböző átütési feszültségűre készítjük, különböző szigetelési szinteket képezünk és azokat egymáshoz képest lépcsőzzük, *koordináljuk*.

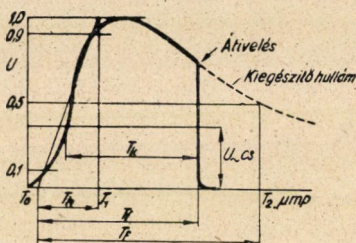
Ezt többé-kevésbé tudatosan régen alkalmazzuk. A szabványokból látható, hogy az 50 Hz-es próbafeszültségek az üzemfeszültség 2—3-szoros értékei körül vannak, megfelelően a belső túlfeszültségek nagyságának. Lökőfeszültséggel szemben tanúsított szilárdságot régebben nem vizsgáltunk, de a tapasztalat azt mutatta, hogy ha a kialakult próbafeszültségeket, pl. transzformátoroknál, betartottuk, akkor azok, normális villámgyakoriságot feltételezve, aránylag ritkán hibásodtak meg. Ennek oka abban volt, hogy a transzformátorszigetelés azonos 50 Hz próbafeszültség esetén lökőfeszültségeknél kibírta a próbafeszültségnek 5-, esetleg 10-szeresét, míg a szigetelők, amelyeket átívelésre méreteztek, ahol tehát a szigetelést levegő alkotja, már az 50 Hz-es próbafeszültség 1,5—3-szoros értékét elérő lökőfeszültségnél biztosan átíveltek. Ezek képezik tehát a gyenge helyeket, amelyekről az előbb szó volt.

Az elmondottak meglehetősen durva közelítéssel írják le a jelenségeket. Így pl. nem beszéltünk arról, ami gázok esetében is tapasztalható, hogy az átütéshez idő kell, ha kicsi is. Így előfordulhat, hogy az átívelés nem a hullám homlokán, hanem a hátán, kisebb feszültségen következik be (2. ábra). Ez a szikrakésés jelensége. Eljárásunk biztos védelmet csakis akkor fog nyújtani, ha a levegőközök szikrakésése kisebb, mint a szilárd belső szigeteléseké. Ez szerencsére általában így is van, de nem árt, ha tudjuk, hogy ez előfeltétele az ilyen módon való védekezés hatásosságának. A szikrakésés függ az elektródák alak-

jától is. Általában minél kisebb a görbületi sugár, annál nagyobb a késés. Függetlenül a késés az elektródatávolságtól, a gáz állapotától és még sok más körülménytől is.

A szabványokat nézve feltűnik, hogy kisebb üzemi feszültségeknél a próba-feszültség viszonylag nagyobb. Ennek oka abban van, hogy bizonyos mértékig védekezni is akartak a túlfeszültségek ellen, amelyek nagysága független az üzemi feszültségtől. Emiatt a levegőközöket kis üzemi feszültség esetén viszonylag nagyobbra veszik, ezzel a külső szigetelések szintje megemelkedik, a helyes koordinálás tehát nagyobb villamos szilárdságot kíván meg a belső szigeteléstől is, tehát azok szintjét is fel kell emelni. Látjuk, hogy amint már említettük, ez előtt is alkalmaztunk tulajdonképpen koordinálást.

Ennek a régen alkalmazott koordinálásnak fő tökéletlensége az, hogy a belső szigetelések védelmét külső szigetelések elektródái alkotta szikraközökre



2. ábra

bízta, holott ezeknek egyéb feladatuk is van. Már pedig általában nem helyes, ha egy berendezési tárgynak többféle rendeltetése van, mert akkor rendszerint egyiket sem látja el tökéletesen. A külső szigetelések ilyen célra való felhasználásának fő nehézsége az, hogy azokat az esőre, párasodásra való tekintettel úgy készítik, hogy száraz állapotban sokkal nagyobb feszültséget bírnak el, mint nedvesen. Ez azután száraz szigetelőknél különösen, de nedvesen is erősen csökkentheti a védőhatást. Lökőfeszültségeknél ugyanis nincs olyan nagy különbség száraz és a nedves átívelési feszültség között, mint az 50 Hz-nél. Helyesebb, mint említettük, külön erre a célra olyan gyenge helyet létesíteni, amely mindig ugyanannál, és a külső szigetelés átívelési feszültségénél kisebb feszültségnél fog átütni vagy átívelni. Így elkerüljük azt, hogy az átívelések a legkülönbözőbb helyeken, szétszórtan következzenek be, rongálódásokat okozzanak, amelyek, ha nem is jelentenek olyan bajt, mint a belső szigetelés sérülése, mégis kellemtelenek. Ezen megfontolások alapján készültek a régi szarvas villámhárítók, amelyek persze nem voltak villámhárítók, hanem túlfeszültséglevezetők. A szarvas levezető már további lépést jelentett a túlfeszültségvédelem terén, mert ez már kifejezett védőberendezés volt. Idővel egész sor különféle szerkezetű, a célnak többé-kevésbé megfelelő levezetőt készítettek.

Az ilyen védőberendezéseket természetsszerűen lehetőleg a védendő tárgy közvetlen közelében kell elhelyezni.

A szarvas levezetőnek, mint minden egyszerű szikraköznek, fő hátránya, hogy a túlfeszültség elmúlta után az üzemszfűltség általában fenn tudja tartani az ívet, azt kioltani csak kikapcsolással, tehát üzemszfűnet árán lehet. Kompenzált hálózatokban ez a hátrány csak korlátozottan van meg.

Másik hátránya az egyszerű szikraköznek, hogy csökkenti ugyan az érkező túlfeszűltség hullám amplitudóját, de működése közben esetleg az eredetinel meredekebb homlokú hullám fog behatolni a transzformátorba, amely sokkal kisebb amplitudója ellenére, éppen meredekebb homloka miatt veszélyes, sőt egyes kutatók állítása szerint az eredeti hullámnál veszélyesebb is lehet. Az erre vonatkozó kísérletek még nem tekinthetők befejezettnek.

Látható, hogy a szikraközszel való védelem tökéletlen, bizonytalan és általában üzemszfűvarrral jár. Ezért született meg a következő fejlődési fokozat, a modern túlfeszűltség levezető. Általában ez is tartalmaz valamilyen szikraközszet, ezzel azonban az újabb rendszerű levezetőkbén ellenállás van sorbakapcsolva, amelynek rendeltetése az utánfolyó áram értékének csökkentése és kioltásának előmozdítása. Az oltás előmozdítására szokásos ezenkívűl oltószikraközöket is beiktatni. Ezek kis elektródatávolságú tárcsás szikraközök, amelyekből sok van egymással sorbakapcsolva. Az ismert fizikai jelenséget használják ki, hogy kis léghközöknek viszonylag igen nagy az átűtési feszűltsége és bizonyos feszűltséget egy-egy szikraköz még nagy áramerősség áthaladása után, tehát erősen ionozott állapotban is képes igen rövid idővel az ív megszűnése után szigetelni. Amikor tehát az utánfolyó áram fenntartotta ív a természetes nullaátmenet alkalmával kialszik, az oltószikraköz megakadályozza az újragyűlladást.

A túlfeszűltség levezető legfőbb előnye a szikraközszel szemben az, hogy a túlfeszűltség megszűnte után az utánfolyó áramot megszakítja anélkül, hogy szükség lenne üzemszfűvarrt jelentő lekapcsolásra.

Ez így nagyon egyszerűnek látszik, nyilvánvaló azonban, hogy az ellenállással szemben különleges követelményeket kell támasztani. Az ellenállásnak akkor, amikor a levezető működik, amikor tehát a túlfeszűltség hullámot előidézű töltés egy részét levezeti, lehetőleg minél kisebbnek kell lennie, mert így lesz kicsi a hullámáram és ellenállás szorzatától függű maradék feszűltség, ami a szigetelést igénybeveszi. Ha a túlfeszűltség már megszűnt, és a levezetőn csupán az üzemszfűltség hatására létrejűvű utánfolyó áram folyik, tehát amikor oltani akarunk, akkor pedig előnyös, ha az ellenállás minél nagyobb, mert annál kisebb lesz az utánfolyó áram, annál könnyebb lesz az oltás. Ennek a célnak legjobban az u . n. feszűltségtől függű ellenállások felelnek meg. Az áram és feszűltség közötti összefűggést közelítőleg az $I = c E^5$ képlet adja. Innen az ellenállás

$R = \frac{1}{cE^4}$, vagyis tízszeres feszűltségnél az ellenállás tízezred részére csökken.

A túlfeszültségvezetőket előbb említett előnyeik folytán egyre kiterjedtebben alkalmazzák, bár vannak országok, ahol ma is előnyben részesítik az egyszerű szikrakózt, mint pl. Angliában. A bizottság a túlfeszültségvezetők alkalmazása mellett foglalt állást, az egyszerű szikrakózt csak pótmegoldásnak tekinti, ott alkalmazható csupán, ahol vezetető nem áll rendelkezésre.

A feszültségtől függő ellenállással ellátott túlfeszültségvezető és az egyszerű szikraköz között átmenetet alkot az expulziós vezetető. Ennek szikraköze csőben van elhelyezve, amelynek anyagából az utánfolyó áram létesítette ív hatására gáz fejlődik, amely az ívet kifújja.

Fontosságára való tekintettel ismertetjük a túlfeszültségvezetőkkel kapcsolatos főbb javasolt meghatározásokat, annál inkább, mert az ismertetendő irányelvekben ezeket a meghatározásokat alkalmazzuk.

2. Meghatározások

2.1. A túlfeszültségvezető olyan készülék, amely a vezetető és a föld között keletkező légköri eredetű túlfeszültségeket korlátozza. A túlfeszültségvezető a túlfeszültség hullámot előidéző töltés egy részét levezeti, a vezeték és a föld között létesített állandó, vagy átmeneti összeköttetés segítségével és a túlfeszültség hullám feszültségét a maradékfeszültség értékére korlátozza. A maradékfeszültség az ellenállástól és az áramtól függ. A vezetető ezenkívül átalakítja a hullám elektrosztatikai energiájának egy részét a hálózatba visszatáplált és ott csillapodó elektromágneses energiává. A túlfeszültségvezető söntöli a védendő készüléket, gépet, transzformátort.

Megjegyzés: A túlfeszültségvezetők általában szikraközből, vagy szikraközökből és ezekkel sorbakapcsolt, feszültségtől függő, általában a feszültség növekedésével csökkenő jellegű ohmos ellenállásból állnak. A szikraköz rendeltetése a vezetéket a túlfeszültségvezető ellenállásától elszigetelni mindaddig, amíg a védendő rendszer csak üzemi feszültségen van. Amidőn azonban túlfeszültség mutatkozik, akkor a megszólalási feszültség elérésekor a szikraköz átüt, és megkezdődik a túlfeszültség levezetése.

A maradékfeszültséget a hullám erőssége és az ellenállás jelleggörbéje határozza meg. A levezetési folyamat befejezésével a hálózat üzemi feszültségének hatására a levezetőn utánfolyó hálózati áramot a szikraköz és az ellenállás együttes hatása az első nullán való átmenetnél megszakítja.

2.2. *Szikraköz.* Két egymással szemben lévő és egymástól légközzel elszigetelt elektróda, amely átütésével korlátozza a túlfeszültségeket oly módon, hogy ideiglenes vezetető összeköttetést létesít a vezeték és a föld között. Az így keletkezett ív önmagától általában nem alszik ki.

2.3. *Feszültségtől függő ohmos ellenállás* az olyan ellenállás, amelynek értéke a sarkain megjelenő feszültségtől függően változik, általában annak növekedésével csökken.

Megjegyzés: A feszültségtől függő ohmos ellenállás önmagában — szikraköz nélkül is — alkalmazható túlfeszültségvezetőként. Úgy méretezendő, hogy az esetben, ha közvetlenül a vezetékre van kapcsolva, a rendszer üzemi feszültségén csak néhány mA-es áram folyék rajta keresztül. Minthogy túlfeszültségek levezetésekor esetleg több tízezer amper erősségű áramot kell vezetnie, a lökőhullám áramának és az állandó továbbfolyó hálózati áramnak viszonya $10^7 : 1$ nagyságrendű is lehet.

A jelenlegi legjobb feszültségtől függő ellenállásoknál az ellenállás kapcsain keletkező feszültség, az áthaladó áram 5-ik gyökével változik, vagyis $I = cE^5$. Ennek megfelelően, ha pl. I tízmilliószorosra növekszik, akkor E csak huszonöttszörösre, mert

$$25^5 = 10\,000\,000.$$

Ez a huszonöttszörös feszültség az, amely a levezetés alatt a berendezést igénybeveszi.

Bár ez a huszonöttszörös feszültség lényegesen kisebb, mint ami lineáris ellenállásnál mutatkoznék, még mindig túlságosan nagy ahhoz, hogy a túlfeszültségvezető nagyfeszültségű berendezések számára megfelelő védelmet nyújtson. Ezért a feszültségtől függő jellegű ellenállásoknak *önmagukban* való alkalmazása kisfeszültségű berendezésekre korlátozódik.

A szikraköznek (közöknek) és a feszültségtől függő jellegű ellenállásnak együttes alkalmazása túlfeszültséglevezetőként jól egyesíti magában a két szerkezet clónycit. A feszültségtől függő ellenállás üzemi feszültségen elegendő ahhoz, hogy az utánfolyó hálózati áramot olyan értékre korlátozza, amelyet a szikraköz az áramnak első nullán való átmeneténél megszakít. A túlfeszültséglevezető megszólalása nem működteti a megszakítókat vagy biztosítókat.

2,4. *Megszólalási lökőfeszültség* az a legkisebb lökőfeszültség, amelynek túllépésekor a túlfeszültséglevezető működni kezd.

Megjegyzés: A megszólalási lökőfeszültség értéke a lökőhullám polaritásától, homlokának meredekségétől, a levegő sűrűségétől és nedvességétől függ. A levezető helyes működésekor a védendő berendezés kapcsain ez a feszültség uralkodik. A megszólalási lökőfeszültség értékét a védendő berendezés szigeteléséhez alkalmazkodva kell megválasztani.

2,5. *Megszólalási feszültség* azon legkisebb üzemi periódusszámú váltakozó feszültség csúcserőteke, amelynek túllépésekor a túlfeszültséglevezető működni kezd.

Megjegyzés: Megszólalási feszültségről csak szikraközrel ellátott vagy hasonló jellegű túlfeszültséglevezetőknél lehet szó. Értéke a levegő sűrűségétől és nedvességtartalmától függ és egyenlő a szikraköz üzemi periódusszámú átütési feszültségének csúcserőtekével.

2,6. *Lökési tényező* a megszólalási lökőfeszültség és a megszólalási 50 Hz periódusú feszültség viszonya.

2,7. *Maradékfeszültség*. A levezető kapcsain a lökőáram áthaladásakor a levezető ellenállása miatt uralkodó feszültség csúcserőteke, vagyis az a feszültség, amely a levezetőt a levezetés időtartamára igénybeveszi.

Megjegyzés: A maradékfeszültség értéke az ellenálláson kívül még a lökőhullám homlokmeredekségétől, homlokidejétől és a lökőáram félértékidejétől függ.

2,8. *Utánfolyó áram* az az áram, amely a hálózathól az üzemi feszültség hatására a túlfeszültséglevezetőn keresztül folyik a lökőáram tartama alatt és még azután is, mindaddig, amíg vagy a levezető maga, vagy valamely más védőszerv ki nem oltja.

2,9. *Túlfeszültséglevezető névleges feszültsége* (U_{ln}) az az effektív üzemi feszültség, amelyre a levezető készült, s amely megjelölésére szolgál.

Megjegyzés: Megállapodás alapján a túlfeszültséglevezető névleges feszültségéül olyan értéket választanak, hogy a szigetelt, vagy közvetve földelt csillagpontú hálózatban alkalmazandó túlfeszültséglevezető névleges feszültsége egyenlő legyen a hálózat névleges feszültségével.

2,10. *Névleges levezetőképesség* az az áramlökés, amelynél éppen akkora maradékfeszültség jelentkezik, amekkora a szigetelési szintek koordinálása érdekében a túlfeszültséglevezető sarkain még megengedhető. Értéke a túlfeszültséglevezető védőhatásának jellemzésére való.

2,11. *Névleges maradékfeszültség* a levezető kapcsain a névleges levezetőképességnek megfelelő áramlökés levezetésekor mutatkozó maradékfeszültség. Általában akkora, mint a levezető megszólalási feszültsége.

Megjegyzés: A névleges levezetőképességnél nagyobb áramlökéskor a maradékfeszültség természetesen nagyobb lesz a névlegesnél. Éppen ezért a helyes koordinálás érdekében a névleges levezetőképességet a villámstatistikából megállapított villámáramoknak megfelelően kell meghatározni. Ez a munka jelenleg folyamatban van. Svájci tapasztalatok szerint a 4000 A-nél nagyobb áramok igen ritkák.

2,12. *Levezetőképesség határértéke* az a legnagyobb áramlökés, amelyet a levezető többször egymásután is meghibásodás nélkül tud levezetni. Ennél a lökőáramnál a maradékfeszültség meghaladja a névleges maradékfeszültség értékét, és így módon nem biztosítja a szigetelési szintek koordinálását.

2,13. *A túlfeszültséglevezető oltófeszültsége* az a kapcsain mutatkozó legnagyobb üzemi periódusszámú effektív feszültség, amelyen meghatározott vizsgálati módszerekkel történő működtetés után a levezető szigetelőképessége helyreáll és az utánfolyó hálózati áramot megszakítja.

Megjegyzés: Az oltófeszültség a túlfeszültséglevezetőre jellemző érték. Az oltófeszültség (U_{olt}) és a névleges feszültség (U_n) közötti összefüggést a szigetelt és a földelt csillagpontú rendszerekben különbözőképpen lehet kiszámítani.

2,14. *Szigetelt, vagy közvetve földelt csillagpontú hálózatban*, a túlfeszültséglevezetőnek az utánfolyó áramot akkor is el kell oltania, ha a hálózat a legnagyobb üzemi feszültségre van gerjesztve és ugyanakkor az egyik fázisnak földzárata van. E feltételek mellett

$$U_{olt} = 1,15 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot U_n \dots \quad (1)$$

legyen, ahol U_n a hálózat névleges feszültsége.

1,15 szorzószám a hálózat legnagyobb üzemi feszültségének a névleges feszültségtől való eltérését veszi figyelembe (35 kV-os hálózatokban ez az érték 1,1 lásd MNOSZ 1.),

1,05 szorzószám, biztonsági tényező.

A másik 1,05 szorzószám az egyik fázis földzárlatakor az ép fázisban mutatkozó feszültség-emelkedést veszi figyelembe.

Az (1) egyenlet alapján a túlfeszültségvevető névleges feszültsége általában

$$U_{ln} = U_n = \frac{U_{olt}}{1,15 \cdot 1,05 \cdot 1,05} = \frac{U_{olt}}{1,27} \quad (2)$$

35 kV feszültségű hálózatban

$$U_{ln} = U_n = \frac{U_{olt}}{1,1 \cdot 1,05 \cdot 1,05} = \frac{U_{olt}}{1,21} \quad (3)$$

2,15. Közvetlenül földelt csillagpontú hálózatban általában

$$U_{olt} = 1,15 \cdot 0,85 \cdot 1,05 U'_n \quad (4)$$

ahol

U'_n a hálózat névleges feszültsége.

1,15 szorzószám a hálózat legnagyobb üzemszültségének a névleges feszültségtől való eltérését veszi figyelembe.

A 0,85 szorzószám az egyik fázis földzárlatakor az ép fázisban mutatkozó feszültség-emelkedést veszi figyelembe. A feszültség emelkedése fázisfeszültségben 30–40%, a felemelkedett fázisfeszültség 1,40 $U_f = 1,40 \frac{U_n}{\sqrt{3}} = 0,81$. Ehelyett a 0,85 biztonsággal, a külföldi tapasztalatok alapján került be.

Az 1,05 szorzószám, biztonsági tényező.

A (4) egyenletből $U_{olt} = 1,03 U'_n$

ez egyenlő kell legyen mindkét hálózatban, mert ez a levevető jellemzője.

Szigetelt csillagpontú hálózatban U_{olt} -nak megfelelő érték, amint láttuk

$$U_{olt} = 1,27 U_n = 1,27 U_{ln}$$

Ebből kiszámítható a közvetlenül földelt csillagpontú rendszerben alkalmazandó túlfeszültségvevető névleges feszültsége

$$U_{olt} = 1,27 U_{ln} = 1,03 U'_n$$

$$U_{ln} = \frac{1,03}{1,27} U'_n = 0,81 U'_n \cong 0,8 U'_n,$$

vagyis közvetlenül földelt hálózatokban olyan túlfeszültségvevető szükségesek, amelyek névleges feszültsége 0,8-szorosa a hálózat névleges feszültségének. Ezt egyeztetni kell persze a transzformátorszabvánnyal is, ahol valamivel kisebb feszültség szerepel.

A különböző értékek — más előírás hiányában — a szabványos 1/50 jelölésű lökőhullámra vonatkoznak 760 mm légnymáson, 20 °C hőmérséklet és 11 g/m³ légnedvesség mellett.

Fel kell hívni a figyelmet arra, hogy amint említettük, az újabb vizsgálatok szerint a túlfeszültségvevető nem vezeti le az egész sztatikai energiát, hanem annak egy részét átalakítja elektromágneses energiává, a levevető mintegy visszaverődési pont az áram szempontjából. A hullám energiájának tehát csak egy része alakul meleggé a levevetőellenállásban és a földelési ellenállásban, másik része a hálózatban hullámszik elektromágneses energia alakjában addig, amíg az ellenállásokon az is meleggé nem alakul át.

Látható, hogy olyan hálózatban, ahol túlfeszültségvevetőket alkalmazunk; a szigetelés szempontjából a túlfeszültségvevető maradékfeszültsége

és megszólalási lökőfeszültsége a mérvadó, mert ezeknél nagyobb feszültség a szigetelést nem veheti igénybe, ha a levezető működik.

A levezető egyedüli alkalmazásának a biztonságos koordinálás szempontjából szerintünk három hiányossága van.

1. Ha nem működik, ami előfordulhat, akkor a belső szigetelések védelem nélkül maradhatnak.

2. Ha a túlfeszültséglevezetőt valamilyen okból leszerelik, akkor a belső szigetelések ismét védelem nélkül vannak.

3. Ha a levezetőn lefolyó áram a névlegesnél nagyobb, akkor a maradékfeszültség is megnő, esetleg olyan nagy lesz, hogy veszélyezteti a belső szigeteléseket.

Ezekután ismertetjük a munkabizottság részéről kidolgozott és a Szabványügyi Hivatal szakbizottságában tárgyalta és elfogadott irányelvek lényeges részleteit. Az irányelvek teljes szövege az Elektrotechnika 1952. évi 11—12. számában megtalálható.

Az irányelvek nem kötelezőek, csak ajánlottak. Ennek oka az, hogy amint az a nagyszámú idevágó közleményből és az IEC (International Electrotechnical Commission) munkájából látható, ezen a területen még nem alakult ki annyira

1. TÁBLÁZAT

Névleges szigetelési feszültség		Legnagyobb megengedett üzemi feszültség kV_{eff}	Próba-fesz. 50 Hz.	Próba-feszültség (50 Hz.-nél) testhez képest kV_{eff}			
Szigetelt és közvetve földelt csillagpontú rendszer	Közvetlenül földelt csillagpontú rendszer kV		Szakaszoló, megszakító szakaszolók, biztosító aljakatok megszakítási helyei	Szabadvez. készülékek és átv. ill. támszigetelők. Zárttéri sínrendszerek*	Transzformátorok	Feszültség-váltók	Áramváltók
1	2	3	4	5	6	7	8
1	—	1,15	15	10	3	10	10,5
3	—	3,45	22	16	10	16	16
6	—	6,9	40	33	20	33	33
10	—	11,5	53	42	32,5	42	42
20	—	23	86	64	50	64	64
30	—	34,5	119	86	67,5	86	86
35	—	40	140	95	76	95	95
60	—	69	218	152	120	152	152
—	66	76	218	152	120	152	152
—	120	138	380	260	186	186	260
—	220	245	580	400	340	340	400

* Szabadvezetési szigetelőkre egyes külföldi szabványok ugyanezeket az értékeket adják. Átívelési feszültség külső szigetelések vizsgálatánál a próba-feszültség 1,1-szeresénél kisebb nem lehet.

egységes vélemény, főként a szintek számszerű értékeire vonatkozólag, hogy kötelező szabvány kiadása indokolható lett volna.

Irányelvek közlése viszont indokolt, mert az alapelvek már meglehetősen tisztázódtak és szükséges a hazai fejlődésnek a kialakult helyes irányba való terelése. Ezzel egyrészt növeljük hálózataink üzembiztonságát a koordinálás alkalmazása révén, másrészt lehetővé tesszük, hogy a szerkesztők a szigeteléseket lökőfeszültségekre méretezhessék. Koordinálást 1 kV-on aluli üzemfeszültségű hálózaton nem alkalmazunk. Koordinálást — legalábbis az irányelvekben leszögezett módon — nem szükséges alkalmazni ott sem, ahol külső eredetű túlfeszültségek nem keletkezhetnek.

Az irányelvek leszögezik, hogy a villamos berendezések szigetelésének a belső eredetű, tehát kapcsolásokból, ívelő földzárlatból stb. eredő túlfeszültségeket ki kell bírnia. Ennek egyik oka az, hogy olyan levezetők, amelyek ilyen túlfeszültségek ellen is védenek, az ilyen túlfeszültségek levezetésekor keletkező melegedést elbírják, viszont külső túlfeszültségek levezetése után az üzemfeszültségen biztosan oltanak, jelenleg nem ismeretesek.

Az irányelvek megadják azokat az 50 Hz periódusú próbafeszültségeket is (1. táblázat), amelyek elbírásakor a szigetelés az üzemfeszültség és a belső túlfeszültségek szempontjából biztonságosnak tekinthető.

Különbséget tesznek az irányelvek a szigetelt és a közvetve földelt, valamint a közvetlenül földelt hálózatok elemeinek vizsgálatokor alkalmazandó próbafeszültségek között, a meghatározások 2, 14 és 2, 15 pontjában ismertetett okokból.

A lökőfeszültségek elleni hatásos védekezés céljából az *irányelvek határozottan állást foglalnak a háromszintes koordinálás mellett*, mert ez látszik a legbiztonságosabbnak.

Az első szint a túlfeszültséglevezetők megszólalási lökőfeszültségének és maradékfeszültségének szintje (2. táblázat 4. oszlopa). A középső szint a külső szigetelések átívelési lökőfeszültségének szintje. Ezt a szintet, minthogy a külső szigetelések (támszigetelések, átvezetők) átívelési lökőfeszültsége állapottuktól függően változhatik, ilyen változásoknak ki nem tett, kifejezetten erre a célra szolgáló koordináló szikraközökkel rögzítjük az irányelvekben megadott értékeken (2. táblázat 5., 6., 7. oszlopa). A középső szint arra való, hogy a belső szigetelések a levezető meghibásodásakor se maradjanak védelem nélkül.

A felső szintet a belső szigetelések, tehát transzformátorok, mérőváltók, kábelek belsejében lévő szigetelések lököpróbafeszültségei képezik. Biztonsági okokból a felső szintnek megfelelő lököpróbafeszültségeket el kell bírniok a nyitott szakaszolók kései, a biztosítóaljzatok sarkai közötti szigeteléseknek, valamint két különböző rendszer vezetői közötti szigeteléseknek is. Ennek a követelésnek az indokolása nyilván felesleges. A felső szint értékeit a 2. táblázat 9. oszlopa tartalmazza. Az irányelvek megemlítik annak lehetőségét is, hogy szükségmegoldásként túlfeszültséglevezető helyett is szikraközt alkalmazzunk.

Ilyenkor tehát az alsó és a középső szintet két különböző elektródatávolságú szikraköz képezi. A középső szintre ilyenkor látszólag nem is lenne szükség, kiépítése mégis szükséges. Ezért a levezető helyett alkalmazott szikraköz csak átmeneti szükségmegoldás lehet, ezt a szikraközt, amint lehetséges, levezetővel kell kicserélni, amikor pedig már szükség van a középső szintre.

2. TÁBLÁZAT

Névleges szigetelési feszültség		Legnagyobb megengedett üzemi feszültség kV_{eff}	Alsó szint Tűlfeszültség-levezetők megszóllatató lökőfeszültsége 1/50 hullám kV_{CS}^{**}	Középső szint			Felső szint Belső szigetelések próbafeszültsége Megszakított hullám kV_{CS}			
Szigetelt és közvetve földelt csillagpontú rendszer kV	Közvetlenül földelt csillagpontú rendszer kV			Külső szigetelések próbafeszültség 1/50 hullám kV_{CS}	Koordináló szikraközök			Elektródatávolsága* mm		
					próba-feszültsége***					
1	2	3	4.	5	negatív 1/50 hullám kV_{CS}	pozitív 1/50 hullám kV_{CS}	6	7	8	9
1	—	1,15	5	20	20	19	—	—	—	25
3	—	3,45	26	40	40	38	—	—	—	50
6	—	6,9	38	68	60	57	60	60	60	75
10	—	11,5	54	80	80	76	95	95	95	100
20	—	23	86	125	125	120	155	155	155	155
30	—	34,5	116	170	170	150	220	220	220	215
35	—	40	132	200	200	175	250	250	250	250
60	—	69	206	300	300	250	400	400	400	375
—	66	76	206	300	300	250	400	400	400	375
—	120	138	350	480	480	420	700	700	700	600
—	220	245	725	780	780	675	1200	1200	1200	980

* Ha a szikraközök próbafeszültsége nem állapítható meg, a 8. oszlop értékei irányadók.

** Sem a megszóllatató lökőfeszültség, sem a névleges maradékfeszültség nem lehet ennél nagyobb értékű.

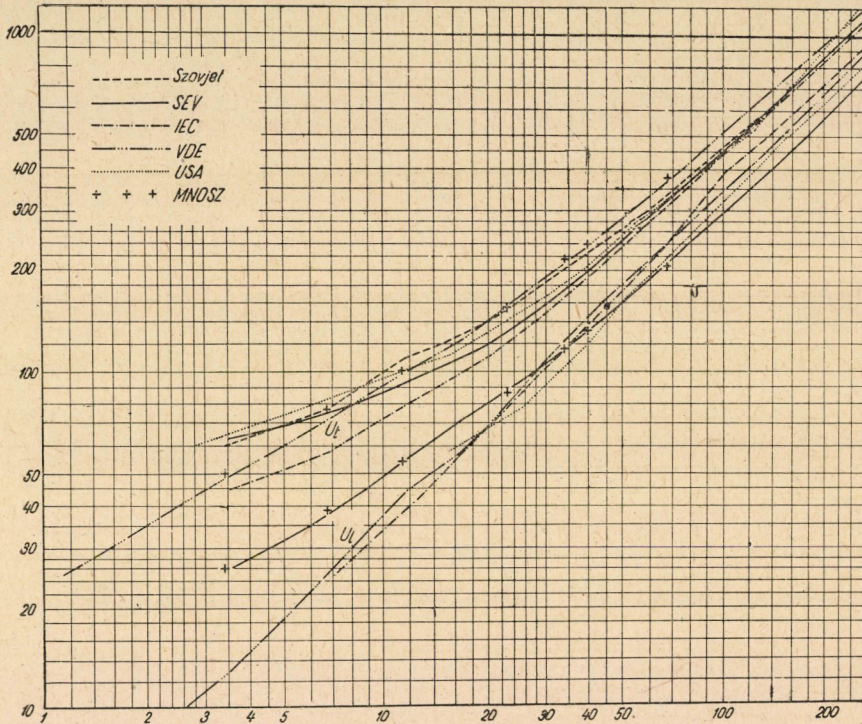
*** A koordináló szikraközök 50%-os átütési feszültsége ennél az értéknél legfeljebb 10%-kal lehet nagyobb.

Az irányelvek *elvi* része nagyjában megegyezik a világszerte kialakultakkal. A szintek *számmértékei* tekintetében ennek megvalósítása lehetetlennek bizonyult, mert a különböző államokban kialakult értékek eltérők, azonkívül gyakran változnak is. Néhány mértékadó értéksorozatot a 3. és 4. ábrában mutatunk be. (Elektrotechnika 1952. 339. old. 2a, 340. old. 2b ábra.) Az ábrákon a magyar tervezetnek megfelelő görbéket is feltüntettük. Az sem volt lehetséges, hogy az IEC-hez igazodjunk, mert még ezen nemzetközi szerv keretében működő szakbizottságnak sem sikerült eddig minden érdekelt állam részéről elfogadott megoldást találnia. Ezen okból az irányelveket készítő és az azokat elbíráló bizottságok úgy látták helyesnek, hogy a hazai adottságok figyelembevételével

egyelőre lényegében a német és a svejci értékek alapulvételével készített táblázatokat fogadjuk el.

Villámveszélynek különösen kitett berendezésekben, vagy berendezések ilyen részein az irányelvek egy fokozattal nagyobb névleges szigetelési feszültségnek megfelelő felső szint alkalmazását ajánlják, az alsó szint változatlanul hagyása mellett.

Az irányelvek az ismertetett főbb pontokon kívül számos megjegyzést tartalmaznak, amelyeknek célja nem teljesen kialakult nézetek tisztázása.



3. ábra

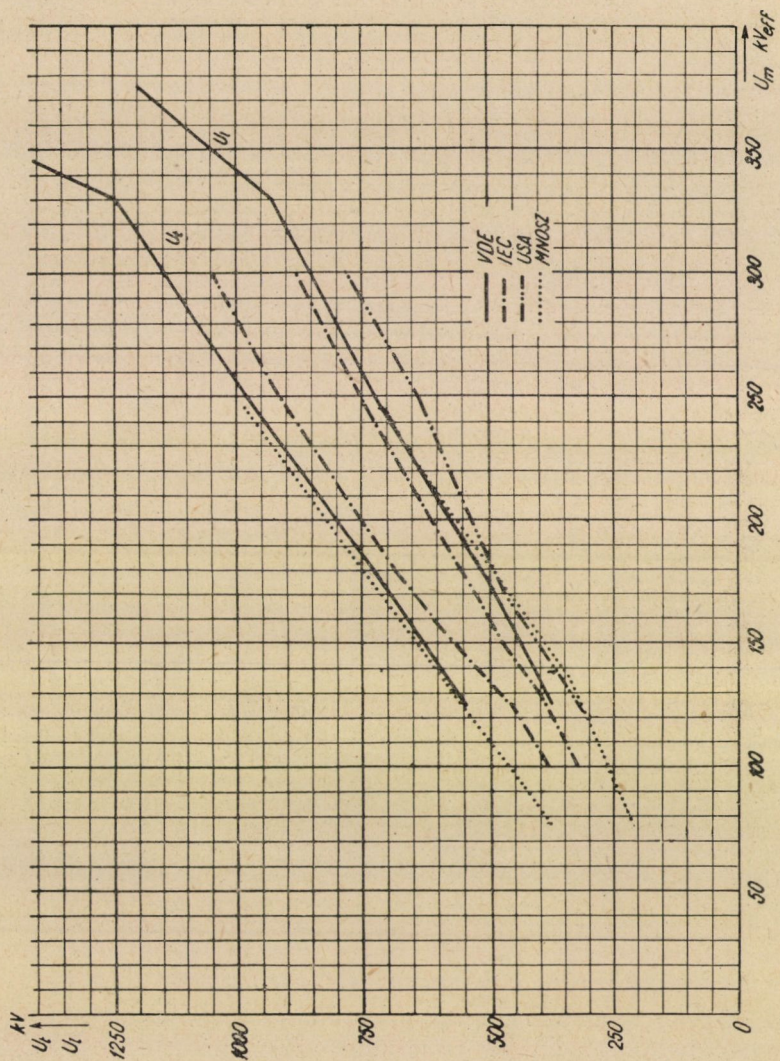
Ilyen pl. a védőszikraközök osztályozása. Ezek lehetnek

1. Túlfeszültséglevezetők átmeneti jellegű szükségmegoldáskénti pótlására alkalmas szikraközök, amelyek úgy vannak beállítva, hogy átütési feszültségük az alsó szintnek feleljen meg.

2. A középső szintet rögzítő koordináló szikraközök.

3. Szigetelők épségét védő szikraközök, amelyeknek feladata csupán az, hogy a bármilyen okból keletkező ívet a szigetelőtől távortartsák.

Összefoglalva: célszerűnek látszik a belső szigetelést oly módon védeni, hogy három szintet alakítunk ki. A legkisebb, amely a legalacsonyabb szintnek felel meg, a levezető névleges maradékfeszültsége vagy megszólalási feszültsége



4. ábra

közül a nagyobbik ; a középső a külső szigetelések szintje, amelyet koordináló szikraközökkel rögzítünk; végül a felső szint a védendő belső szigetelések szintje. A középső szint határozott kialakításának célja az, hogy a túlfeszültségelvezető előbb említett nem rendeltetésszerű működésekor, vagy hiányakor az azt rögzítő szikraközök üssenek át és így mindenképpen — ilyenkor persze üzemzavar árán — biztosítva legyen a belső szigetelés védelme.

A levezetők hatásossága szerkezetükön és helyesen megválasztott névleges adataikon kívül a helyes beszereléstől is függ. Általában minél közelebb vannak a védendő tárgyhoz, annál jobb. Transzformátoroknál kívánatos lenne, ha a levezető azzal egy egységet képezne. A helyes beszerelésre vonatkozólag hivatkozunk Szepesi Endre tanulmányára (Elektrotechnika, 1952. 11–12. szám).

4. Magyarázatok

Bár az irányelvekhez szükséges magyarázatok nagyrészt már megadtuk, mégis néhány pontot most meg kell magyarázni, mert az előbb nem lett volna lehetséges. Mindenekelőtt kissé bővebben kell indokolni, miért csak 1 kV felett akarunk koordinálni.

Ennek fő oka, hogy 1 kV-nál kisebb üzemszültségű hálózatokban a szigetelők nyilván hamarabb ívelnek át, mintsem a transzformátorszigetelések átütnének. Sztatikai feltöltődés a földelt csillagpont miatt nem is lehetséges. Ez persze nem jelenti azt, mintha a túlfeszültségelvezetőkre ilyen hálózatokban, amennyiben szabadtéri részeik is vannak, nem volna szükség, csupán a középső szint rögzítése felesleges.

Második kérdés, miért foglaltunk állást a három szint mellett, holott külföldön sok helyen csak kettőt alkalmaznak. Ennek már magyarázatát adtuk a bevezetőben, ismételten hangsúlyozni kívánjuk, hogy két szint (levezető és belső szigetelések) csak akkor lenne elegendő, ha mindenütt alkalmaznánk biztosan működő levezetőket.

A gyakorlati tapasztalatok szerint elsősorban az a fontos, hogy a középső és a felső szint közötti távolságot megtartsuk, itt a megfelelő lépcsőzést minden körülmények között biztosítsuk. A középső és az alsó szint közötti távolság már változik : a középső szint magassága az alsó szint négyszereséről annak 1,1-szeresére csökken az üzemszültség növekedésével. Minthogy a próbafeszültségek és névleges feszültségek viszonya növekvő üzemszültséggel csökken, ez indokolt is, valójában a lépcsőzés az említettől kissé eltér, mert a valóságos lépcsőzést nem a próbafeszültségek, hanem az átütési, illetve átívelési feszültségek viszonya szolgáltatja. Ennek megfelelően a középső és az alsó szint közötti valóságos viszony nagyobb az említetténel, ezért a középső szint átívelési feszültsége természetesen nagyobb a próbafeszültségnél, mégpedig annak általában 1,1-szerese. Nyilvánvaló, hogy eltérés van a középső és a felső szint valóságos

viszonyában is ahhoz képest, amit a próbafeszültségek viszonya mutat. Igen nehéz lenne jelenleg kimondani, mekkorára kell választani a felső szint átütési feszültségét a próbafeszültséghez képest. Annál nehezebb lenne erre is irányelvet adni, mert láttuk, hogy az átütési feszültség milyen nagy mértékben függ a túlfeszültség időbeli lefolyásától, transzformátor esetében ezenkívül a túlfeszültségnek a tekerccselésen való eloszlásától is.

Mindezen bizonytalanságokat figyelembevév a legmegnyugtatóbbnak ez idő szerint az irányelvekben ajánlott módszert kell minősítenünk, tehát a három szintes koordinálást a javasolt lépcsőkkel.

Ennek értelmében elkészített szigetelés *próbája* a következő módon történjék. Először alávetjük a középső szint elemeit az előírt lökőfeszültségpróbának. Azután együttes próba alá vesszük a középső és a felső szintet, oly módon, hogy a feszültséget a középső szint próbafeszültségének 1,25-szörösére állítjuk be. Ilyen igénybevétel mellett a középső szinten minden esetben, a felsőn pedig egyetlen esetben sem szabad átütésnek vagy átívelésnek bekövetkeznie. Evvel a próbával a valóságot a lehetőségekhez képest híven utánozzuk.

Az alsó szint próbája eléggé nehéz. A túlfeszültségvezető megszólalási lökőfeszültségének megállapítása egyszerű, viszont a maradékfeszültség meghatározása annál nehezebb. Ehhez különleges berendezés szükséges. Márpedig tudjuk, hogy az alsó szintet a megszólalási és a maradékfeszültség közül a nagyobbik határozza meg, a maradékfeszültség meghatározása tehát igen fontos. Azt is tudjuk, hogy a maradékfeszültség nagysága a levezetőn átfolyó áramtól is függ, amit a villám, a levezető és a hálózat jellemzői együttesen határoznak meg.

Beszélni kell az irányelvekkel kapcsolatban a levezető és a szikraköz összehasonlításáról is, noha erről már szintén volt szó.

Túlfeszültségvezető hiányában azt pótolhatjuk, de nem helyettesíthetjük a túlfeszültségvezető megszólalási feszültségére beállított szikraközzel. A szikraköz, mint az alsó szintet képviselő védőberendezés, két okból nem helyettesítheti a túlfeszültségvezetőt:

a) üzemszünetet okoz, mert az ívet — ellentétben a levezetővel — nem tudja kioltani,

b) csökkenti ugyan a túlfeszültség hullám amplitudóját, viszont esetleg megnövelheti a homlokmeredekséget, ami hátrányos a tekerccsekre.

Természetesen ugyanez érvényes a középső szintet rögzítő szikraközökre is, azonban azok csak akkor szólalnak meg, ha a levezető nem működik, tehát sokkal ritkábban. Az eddigi tapasztalatok még nem egyértelműek, de arra mutatnak, hogy a levezető helyett beépített szikraköz ugyan sokkal kevesebbet ér a levezetőnél, de többet a semmiféle védelemnél.

Szigetelt hálózatban a szikraközök ívelő földzárlatot és így meg nem engedhető túlfeszültséget okoznak, ezért ajánlják az irányelvek ilyenkor a csillagpontban elhelyezett levezető alkalmazását. Ezt több oldalról vitatták.

A levezetőkben mutatkozó hiányt, amint tudjuk, rövidesen nagyban enyhíteni fogja az, hogy *Lukács József* Kossuth-díjas kutatóknak sikerült a feszültségtől függő ellenállások hazai gyártását megoldania.

Beszélni kell az *önmagukban koordinált* berendezési tárgyacról is. Láttuk, hogy a középső és a felső szint összehangolása milyen fontos. Gondoskodni kell tehát arról, hogy a középső szint a megfelelő módon meg is legyen mindig valósítva. Ezért ajánlják az Irányelvek, hogy a középső szintet rögzítő szikraközök lehetőleg magán a védendő transzformátoron vagy mérőváltón, vagy legalább is annak közvetlen közelében legyenek elhelyezve. A transzformátorok és mérőváltók önmagukban koordináltak legyenek. Természetesen gondoskodni kell arról, hogy az esetleges átívelés alkalmával keletkező ív a berendezésben kárt ne tegyen, azt tehát a szigetelők felületétől megfelelő szerelvényekkel a kellő távolságban kell tartani.

Szó van az irányelvekben arról is, hogy mit tegyünk ott, ahol számítani lehet gyakori villámcsapásokra.

Az a javaslat, hogy villámveszélynek különösen kitett berendezésekben a középső és felső szintet válasszuk magasabbra az alsó szint változatlanul hagyása mellett, nem szorul bővebb magyarázatra és minden idevágó külföldi szabványban, illetőleg irányelvben is megtalálható.

Ilyen berendezésekben különösen kell ügyelni arra, hogy átütések bekövetkezésének lehetőségét mind a felső, mind a középső szinten kizárjuk és csak átíveléseket engedjük meg.

Ami a táblázatokat illeti, azok különösebb magyarázatra nem szorulnak. Az 1. táblázat a nagyjából kialakult, részben már szabványosított értékeket tartalmazza. Megjegyezzük, hogy a porcelánszigetelők próbafeszültségére a magyar szabvány általában valamivel kisebb értéket ad meg, mint a készülékekre. Márpedig készülékek szigetelőinek (ide tartoznak a zárttéri sínrendszerek is) természetesen nem lehet kisebb a próbafeszültsége, mint magának a készüléknek, amire egyébként a készülékekre vonatkozó szabvány hivatkozik is. Itt tehát kisebb változtatásokra lehet szükség, koordinálni kell a szabványokat is.

Függőszigetelőkre és általában szabadvezetéki szigetelőkre a táblázatok 50 periódusú próbafeszültséget nem írnak elő : ezzel kapcsolatban az illető szabványokra hivatkozunk.

Befejezésül foglalkozni kell még röviden a túlfeszültségvédelem kérdésével és a koordinálás megvalósításának előfeltételeivel, mégpedig együtt, mert a két kérdés összetartozik.

A túlfeszültségvezető csak akkor kezd működni, amikor a túlfeszültség odaér hozzá. A túlfeszültség nagyságát azonban már eleve csökkenthetjük, a hálózatot védhetjük a védővezetők alkalmazásával. Ismeretes, hogy a *Verebély* részéről kidolgozott elmélet alapján elhelyezett két védővezető mennyire csökkenti annak valószínűségét, hogy a vezetéket közvetlen villámcsapás érje.

Tudjuk azt is, hogy a védővezető csökkenti a feltöltődést is. Nyilvánvaló tehát, hogy a védővezetők, állomásokban a védőhálók, villámhárítók alkalmazása a koordinálás szempontjából nem közömbös. Ugyancsak fontos az is, hogy elkészüljön a Villamosművek tanszékének 300 megfigyelő bevonásával felvett adataiból összeállítandó és az izokeraunikus vonalakat tartalmazó térkép alapjául szolgáló országos villámstatisztika. Itt jelentősége van a villámáram mérésének is, amit mágneses rudakkal végzünk.

Szükséges az is, hogy megállapítsuk jelenleg gyártott hazai készülékeink, gépeink lökőfeszültség-szilárdságát, mert ez lehet csak a koordinálás alapja. Ugyancsak ebből fogjuk megtudni, hol volt eddig esetleg túlméretezés, hol kevés a biztonság. Ehhez szükséges, hogy gyáraink rendezkedjenek be lökőfeszültségpróbáknak egyelőre típuspróbaként való elvégzésére. Meg kell itt említeni, hogy a lökőfeszültségnek transzformátorok tekercsén való eloszlását olcsón készíthető kisfeszültségű ismétlő lökésgerjesztőkkel is lehet tanulmányozni. A szükséges elektronikus regisztráló berendezés, amelyet katódoszilloszkóp és vezérelt eltérítő generátor alkot, itthon beszerezhető, folyamatosan gyártott készülékek alkalmazását igényli. A feszültségeloszlás tanulmányozása feltétlenül szükséges, mert a tekercselés szigeteléseit a benne keletkező hullám veszi igénybe. Okvetlenül tudnunk kell tehát, mekkora és milyen meredekségű az a feszültség, amely az egyes tekercsrészekre jut. Tudnunk kell ezt annál inkább, mert amint az elmondottakból láttuk, teljesen megóvni a transzformátort attól, hogy túlfeszültség érje, semmiképpen sem lehet. Ugyanez érvényes a mérőváltóra és egyéb felső szinthez tartozó szigetelésekre is.

Ismeretes, hogy szerkezeti módosításokkal a transzformátort többé-kevésbé lengésmentessé tehetjük. Ez nem teszi feleslegessé természetesen a túlfeszültségvezetőt, csak csökkenti a vele szemben támasztott igényeket. Azt, hogy milyen mértékben érdemes ezt csinálni, kutatómunka és gazdasági számítás együtt döntheti csak el. A kisfeszültségű lökésgerjesztő a Villamosművek tanszéken elkészült és azt az ipari alkalmazóknak rövidesen be fogjuk mutatni. Ugyancsak kidolgoztuk a módszert arra is, hogyan lehet a nagyfeszültségű lökésekkel végzett próba alatt keletkező hibát észrevenni. Ez is ipari kipróbálást kíván.

Beszélni kell itt még egy fontos kutatási igényről. Láttuk, hogy az egyes szintek között eléggé nagy távolság van. Ez nyilván költségbe kerül, jó lenne tehát a távolságokat csökkenteni. Ezt sajnos ezidőszert nem tehetjük meg, még pedig azért, mert a lökőfeszültségnél tapasztalt átütési és átívelési értékeknek a szórása igen nagy, a görbék helyett sávokkal van dolgunk, a biztos koordináláshoz tehát szükségesek a szintek közötti nagy távolságok. A szórás okai jelenleg még levegő esetére sincsenek egészen tisztázva, még kevésbé olajra és szilárd szigetelőanyagokra. Tudjuk, hogy az 50 Hz-es átütési feszültségben is vannak szórások, de jóval kisebbek, mint lökéseknél, mert ez utóbbi esetben a késleltetésnek is van szórása. Ezt a késleltetésben mutatkozó szórást

a jó koordinálás érdekében az alsó és középső szinten csökkenteni, a felső szinten pedig felfelé növelni kell. Minél kisebb a szórás az alsó és a középső szinten, annál inkább számíthatunk arra, hogy az ott alkalmazott szikraközök a kívánt, a szintnek megfelelő feszültségen tényleg át is ütnek és elvégzik feladatukat, a túlfeszültség amplitudójának csökkentését. Minél nagyobb a szórás a felső szinten, annál inkább számíthatunk arra, valószínűségi alapon, hogy a bejutott túlfeszültségi hullám nem fog átütést okozni. A szórást növeli a nagyobb kilépesi munka, a felületek oxidrétege és még sok más körülmény. Ezeket a szórást befolyásoló körülményeket a szilárd szigeteléseknél behatóan vizsgálni kell ugyanúgy, ahogy ez a levegőszigetelésnél jórészt már megtörtént.

Ezzel párhuzamosan tapasztalatokat kell gyűjteni, amint már említettük, kész transzformátorokon is. Ez nem is kíván olyan nagy áldozatokat, amint első pillanatra látszik. A 35 kV-nál nem nagyobb üzemfeszültségű transzformátorok próbájához szükséges lökésgerjesztők itthon, aránylag nem nagy költséggel szintén elkészíthetők. Amíg gyáraink be nem rendezkednek lökőfeszültségpróbák elvégzésére, addig a hazai meglévő berendezési tárgyak lökőfeszültségzilárdságának megállapítására irányuló munka csak ott végezhető el, ahol lökésgerjesztők vannak, tehát a Műszaki Egyetem Villamosművek tanszékén és a VKKL-nél.

Ez a munka már megindult, de ezt a villámstatisztika felvételét és a szórásra vonatkozó vizsgálatokat a legnagyobb eréllyel folytatni kell, hogy irányelveinket hazai tapasztalatok alapján minél jobban alkalmazhassuk és azok alkalmazásával a túlfeszültségekből eredő, ezidőszert jelentékeny károkat csökkenthessük.

IRODALOM

1. R. *Elsner* : Entwurf neuer »Leitsätze für die Bemessung und Prüfung der Isolation elektrischer Anlagen von 1 kV und darüber«. — EZT. 1951. 22. sz. 662. old.
2. W. *Wanger* : Introductions aux Règles et recommandations pour la coordination des isolements dans les installations à courant alternatif à haute tension. — Bull. SEV. 1947. 26. sz.
3. Proposed Basic Impulse Insulation Levels for High-Voltage System. — Electr. Eng. 1951. jan. Pg. 61.
4. Standard Basic Impulse Insulation Levels : 450 to 1,045 kV Inclusive. — Electr. Eng. 1952. oct. Pg. 992.
5. Insulation Co-ordination. — C. F. Wagner—R. L. Witzke—E. Beck—W. L. Teague. — Transactions. — 1952. Part III. Pg. 1064.
6. Уровни изоляции высоковольтных линий электропередачи 110—220 кВ на металлических опорах. (Fémoszlopokra szerelt 110—220 kV-os távvezeték szigetelési szintjei.) Эл. станции 1953. 2. sz. 32. o.
7. Insulation Coordination. — Wagner—Witzke—Beck—Teague. — Electrical Engng. 1953 June, Pg. 497.

Összefoglalás

Transzformátorok, mérőváltók, kábelek és egyéb berendezési elemek nehezen javítható szigeteléseit a légköri eredetű, általában meredekhomlokú lökőfeszültség-hullámok alakjában jelentkező túlfeszültségekből eredő igénybe-

vételekre gazdaságosan méretezni nem lehetséges. Ezen túlfeszültségek okozta meghibásodások elkerülésére ezidőszerint egyetlen járható útnak az látszik, hogy a villamos berendezések szigeteléseit különböző villamos szilárdságúra készítjük, különböző szigetelési szinteket képezünk ki és ezeket egymáshoz képest megfelelően lépcsőzzük, egymáshoz koordináljuk. Az alsó szintet a túlfeszültségvezetők lökő-megszólalási feszültsége képezi. Ha a levezető helyesen működik, akkor ennél nagyobb feszültség nem veheti igénybe a levezetővel védett berendezési elemek szigetelését, amelyeknek lökőpróba-feszültsége a levezető megszólalási lökőfeszültségénél biztonságos mértékben nagyobb és a felső szintet képezi. A két szint közé, a levezető esetleges hibás működésére vagy hiányára való tekintettel, a biztonság fokozása céljából egy középső, levegőben elhelyezett koordináló szikraközökkel rögzített szintet iktatunk be.

A belső túlfeszültségek ellen így védekezni nem lehet, azokat a berendezés szigeteléseinek el kell bírniuk. A helyes koordinálás feltételei: a villámáramok valószínű erősségének ismerete, berendezési elemek lökőszilárdságának meghatározása, illetve a megfelelő értékek biztosítása, a berendezésekbe behatoló lökőfeszültség időbeli és térbeli eloszlásának felderítése.

MÉRÉSI ELJÁRÁS VENTILÁTOR-CSIGAHÁZAK VESZTESÉGEINEK MEGHATÁROZÁSÁRA

KURUTZ IMRE

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM ÁRAMLÁSTANI TANSZÉKE]

[Beérkezett 1953. január 21-én]

A centrifugális ventilátorok csigaházának feladata az, hogy a járóke rékből kilépő levegőt összegyűjtse, a nyomócsonkba vezesse, miközben sebességét csökkenti.

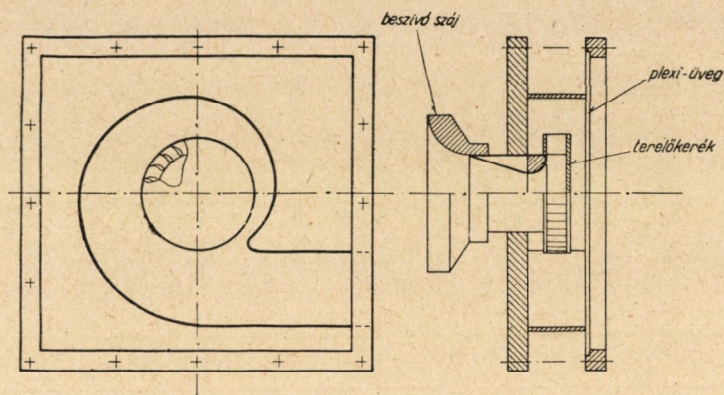
A sebességet csökkentő működésből következik, hogy a csigaházban diffuzor-jellegű áramlás alakul ki, ez pedig veszteségekkel jár. A keletkező veszteségek természetesen függenek a csigaház alakjától. Ez az összefüggés számítással nem követhető, éppen az áramlás diffuzor-jellege miatt. Így a veszteségeket csak kísérleti úton lehet meghatározni. A ventilátor-tervezésnél általában alkalmazott, szögletes keresztmetszetű, lemezszerkezetű csigaházakra vonatkozó kísérletekről az irodalomban kevés adat található. Ezért merült fel ilyen irányú kísérletek végzésének szükségessége.

A kísérleti berendezésnél a csigaházba belépő levegőnek álló terelőlapát-koszorúval adtuk a perdületet. A valóságban, forgó járókerék esetén — még ha a létesített perdület ugyanakkora is — a veszteségek nem lesznek pontosan akkorák, mint az álló terelőberendezés alkalmazásakor, mégis az utóbbi megoldást választottuk. Feltehető ugyanis, hogy az a csigaház, mely adott perdületnél az álló terelőberendezéssel vizsgálva a legkisebb veszteségeket okozza, forgó járókerék esetén is az optimális megoldást fogja szolgáltatni.

Az álló perdületlétesítő terelőberendezés alkalmazását az indokolja, hogy forgó járókerék esetén nehéz a járókerékben és a csigaházban keletkező veszteségeket szétválasztani. Álló terelőkerékben a veszteség viszonylag kicsi, ha azt úgy szerkesztjük meg, hogy a levegő a csigaházba való belépésig állandóan csökkenő keresztmetszeteken át áramlik, s így — tekintve, hogy az áramlás konfuzor-jellegű — leválás nem keletkezik. Egyidejűleg arra is ügyelni kell, hogy az áramlás az axiális irányból radiális irányba való terelésekor se váljék le a belső, kis görbületi sugarú oldalon. Végeredményben első közelítésben feltehetjük, hogy a veszteségek legnagyobb része a csigaházban keletkezik.

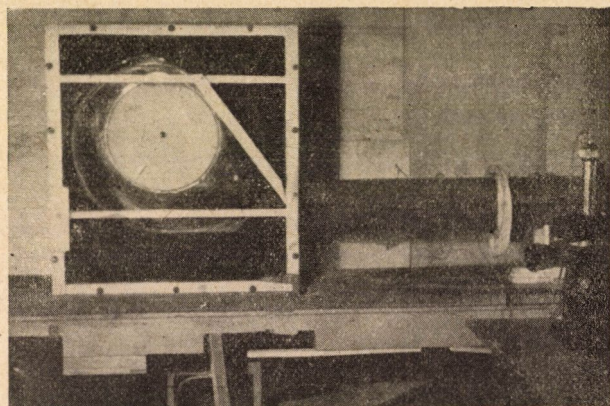
Tekintve, hogy különböző alakú csigaházakat ugyanazzal a perdületlétesítő terelőberendezéssel vizsgálunk, a mért veszteségek még akkor is minőségi összehasonlítás alapjául szolgálhatnak, ha a terelőberendezésben keletkező veszteségeket külön nem határozzuk meg.

A kísérleti csigaházat és a perdületlétesítő szerkezetet az 1. és 2. ábrán mutatjuk be. Hogy a vizsgálandó csigaház méreteit gyorsan és könnyen lehessen változtatni, palástját két nagyobb, csavarokkal összeszorított fal közé helye-



1. ábra

zett, megfelelően meggörbített alumíniumlemezből készítettük. A csigaház előfala plexi-üvegből készült, hogy szükség esetén az áramlást láthatóvá téve (füsttel, illetve fonalakkal) is megfigyelhessük.

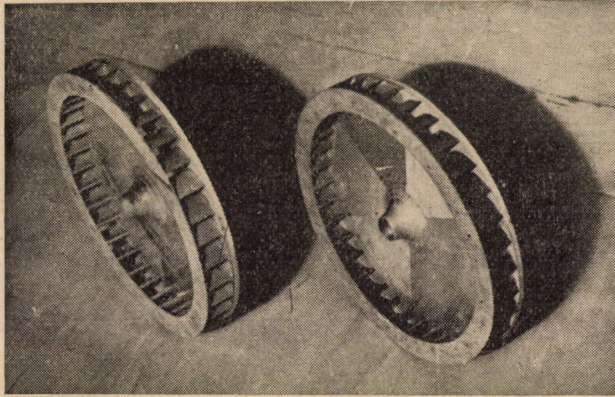


2. ábra

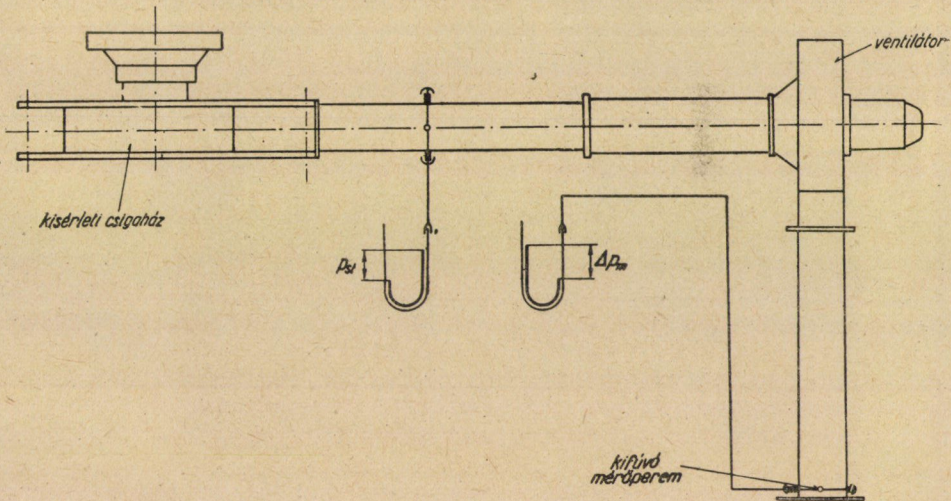
Az alumíniumlemez és a plexi-üveg közötti jó tömítést gumicsővel biztosítottuk.

A csigaház közepén, a ventilátor-járókerék helyén van a perdületet létesítő terelőkerék. Ebbe egy beszívószájon s egy konfuzoron át áramlik a levegő. A kerék úgy van kiképezve, mint egy ventilátor-járókerék: a lapátozás belépő-éléig a keresztmetszet állandóan csökken. A belépésnél lévő lekerekítési sugár

— kísérletek alapján — elegendő nagyra van választva ahhoz, hogy leválás biztosan ne mutakozzék. A lapátozás is olyan, hogy a koszorún való áthaladás közben a sebesség folyton növekedjék. A terelőkerék cserélhető, s így — a lapátozást kialakításának megfelelően — különböző perdületek létesíthetők (3. ábra).



3. ábra



4. ábra

A mérés célja a csigaházban keletkező — a nyugvó külső levegő p_0 nyomásától mért $\Delta p_0 = p_0 - p_0$ — össznyomáscsökkenés meghatározása. Ebből a célból a csigaházon át ventilátor segítségével levegőt szívunk át (4. ábra). A levegő mennyiségét a ventilátor után elhelyezett kifúvó mérőperem segítségével mértük. Az össznyomás változását ugyanolyan módszer szerint hatá-

roztuk meg, mint ahogyan a ventilátorok teljesítménymérésénél szokás: a csigaházból kilépő levegő statikai nyomását mértük, a dinamikai nyomást pedig az átlagsebességből számítottuk. A csigaház kifúvónyílásához azzal azonos keresztmetszetű cső csatlakozik. A csatlakozástól a négyszögletes kifúvónyílás hosszabbik oldalának kétszeresével egyenlő távolságra a cső négy oldalán egy-egy statikai nyomás-kivezetést készítettünk, ezeket körvezetékekkel kötöttük össze s az így adódó statikai depressziót: $\Delta p_{st} = p_o - p_{st}$ mértük.

A mérőperemen keletkező nyomásesés (Δp_m) és Δp_{st} mérésére Betz-rendszerű víz-mikromanométereket használtunk.

Az átlagos sebességet a másodpercenként átszívott levegőmennyiségből, s a cső keresztmetszetéből számítottuk, s meghatároztuk az ehhez tartozó dinamikai nyomást:

$$q = \frac{\rho}{2} v^2.$$

Így az össznyomás-változás már számítható:

$$\Delta p_s = p_o - p_s = p_o - q - p_{st} = \Delta p_{st} - q.$$

A csigaházban keletkező veszteségeket méretnélküli tényező segítségével adjuk meg:

$$\zeta_{cs} = \frac{\Delta p_s}{\frac{\rho}{2} c_2^2},$$

ahol c_2 a terelőkerékből kilépő levegő sebessége.

Hogy a különböző terelőkerekek létesítette perdületet és így a kilépő sebességet, c_2 -t pontosan meghatározhatjuk, külön hitelesítő berendezést készítettünk. A kilépő sebesség nagyságának és irányának bonyolultabb és pontosabb mérése helyett az átáramló levegő mennyiségét, s a légerők által a kerékre gyakorolt nyomatókót mértük. Az Euler-turbinaegyenlet alapján meghatározhatjuk a kilépési sebesség érintőleges összetevőjének átlagát, c_{2u} -t (5. ábra).

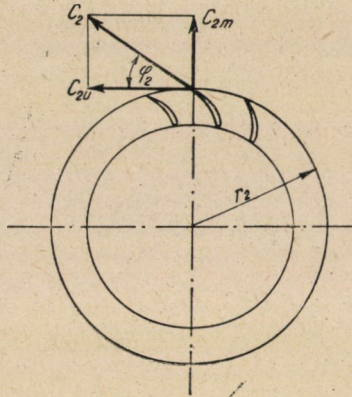
$$M = \rho V c_{2u} r_2.$$

A terelőkerék palástjára merőleges sebességösszetevő átlaga az átáramló levegőmennyiségből számítható:

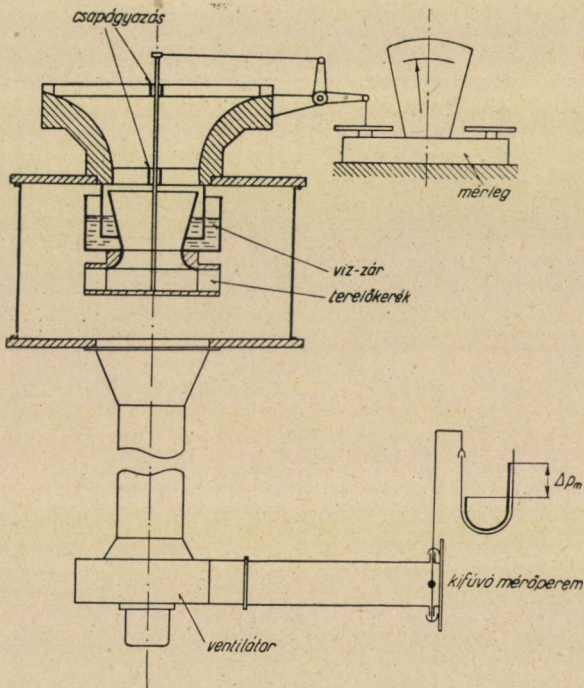
$$c_{2m} = \frac{V}{2r_2 \pi b}$$

(ahol b a kerék szélessége).

Ezzel az eredő sebesség: $c_2 = \sqrt{c_{2u}^2 + c_{2m}^2}$; amivel a kerékből kilépő levegő dinamikai nyomása: $\frac{\rho}{2} c_2^2$ már számítható. A kerék létesítette perdület nagyságára pedig a $\frac{c_2}{c_{2m}} = \frac{1}{\sin \varphi_2}$ viszony jellemző.

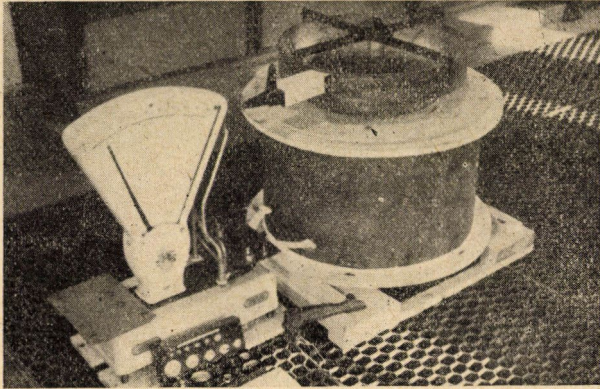


5. ábra



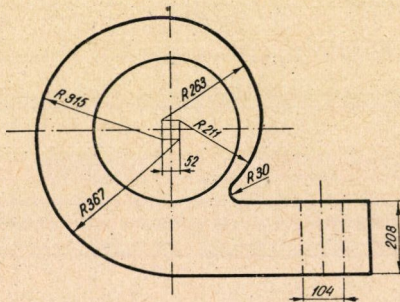
6. ábra

A berendezés (6. és 7. ábra) lényege az, hogy a terelőkeréket könnyen elforgathatóan csapágyazva, hengeralakú házban helyezzük el, melynek alján a levegőt ventilátorral elszívjuk. Az elszívott levegő mennyiségét ezúttal is kifúvó mérőperemmel mérjük.



7. ábra

A levegő a terelőkerékbe beszívószájon, s utána konfuzoron át áramlik. A konfuzor a terelőkerékkel mereven össze van szerelve, s együttesen tudnak a házban elfordulni. Hogy az álló beszívószáj és az elforgatható konfuzor közötti



8. ábra

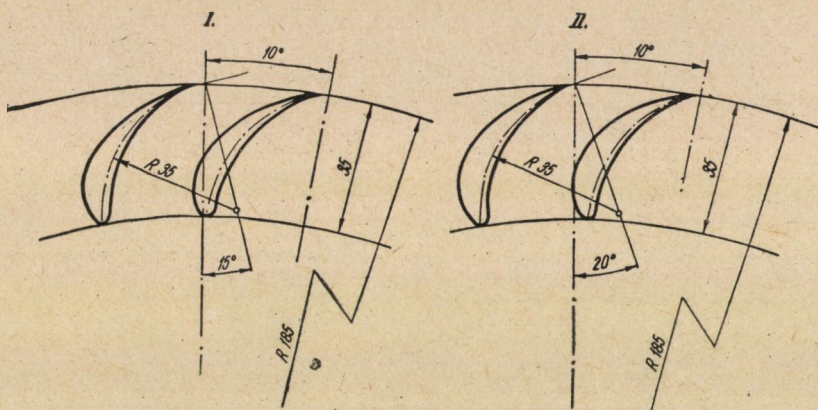
résen ne tudjon a házba levegő beáramolni, a konfuzor külső oldalán gyűrűalakú vályút helyeztünk el, melybe egy – a házhoz rögzített – hengerpalást nyúlik bele. A vályú vízzel van megtöltve s így a levegő átáramlását tökéletesen meggátolja anélkül, hogy súrlódás keltésével a nyomatékmerés pontosságát befolyásolná.

A terelőkerékre ható nyomatékot, melyet a beszívószájban két helyen golyóscsapággal csapágyazott tengely továbbít, egy – a tengely végén a beszívószáj fölött elhelyezett – karra ható erő ellensúlyozza. Ezt az erőt vékony huzal

és szintén golyóscsapágyas szögemelő közvetítésével Berkel-rendszerű mérlegre visszük át. A mérés során a mérleget — súlyok ráhelyezésével — mindig nullaállásra egyenlítettük ki, ezzel elértük, hogy a tengely végén lévő kar mindig merőlegesen állt a huzal irányára, vagyis az erő karja nem változott.

A mérést a 8. ábrán megadott csigaházon végeztük el két terelőkerékkel, melyek lapátozásának főbb méreteit a 9. ábrán tüntettük fel.

A terelőkerekekre ható nyomatékot különböző átáramló levegőmennyiségeknél mértük. A mérési eredmények feldolgozása során φ_2 értékében V -től függő törvényszerű változás nem mutatkozott, s így a továbbiakban a mérésekből adódott közepes φ_2 értékekkel számoltunk. Az eredmények:



9. ábra

$$\text{I. terelőkerék: } \varphi_2 = 29^\circ 5' \cdot \frac{c_2}{c_{2m}} = 2,06$$

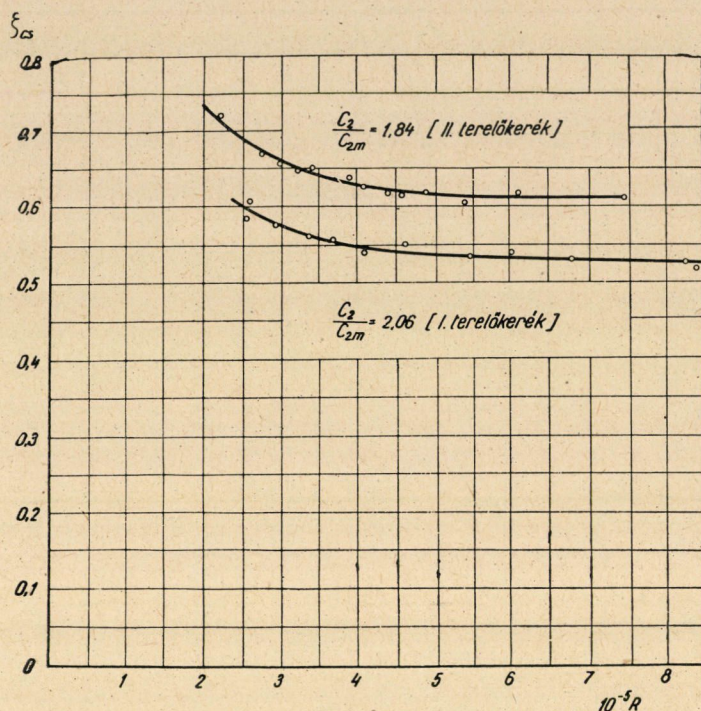
$$\text{II. } \ll \varphi_2 = 32^\circ 58' \cdot \frac{c_2}{c_{2m}} = 1,84.$$

A csigaházban keletkező össznyomás-csökkenést szintén az átáramló levegőmennyiség függvényében mértük mindkét terelőkerékkel.

A csigaház veszteségtényezője, ζ_{cs} az átáramló levegőmennyiség függvényében változik. Ezt a változást a Reynolds-szám függvényében adhatjuk meg célszerűen. Jellemző sebességként c_2 -t, hosszúságként a terelőkerék (illetőleg ventilátornál a járókerék) átmérőjét, d_2 -t választottuk:

$$R = \frac{c_2 d_2}{\nu}$$

Az eredményeket; ζ_{cs} változását R függvényében a 10. ábrán tüntettük fel. Az ismertetett berendezés és mérési módszer alkalmasnak látszik arra, hogy kiterjedt ventilátor-csigaház vizsgálatokat lehessen folytatni. A tovább-



10. ábra

biakban végzendő mérésorozataink eredményéről, s így az alkalmas csigaház-méretek megválasztásáról más alkalommal számolunk be.

Összefoglalás

A centrifugális ventilátorok csigaházaiban — miközben a járókerékből kilépő levegőt összegyűjtik és sebességét csökkentik — diffuzor-jellegű áramlás keletkezik. A jelentkező veszteségek számítással nem követhetők, csak kísérleti úton határozhatók meg.

A kísérleti berendezésnél a csigaházba belépő levegőnek álló terelőlapát-koszorú adta a perdületet, forgó járókerék esetén ugyanis nehéz a járókerékben és csigaházban keletkező veszteségeket szétválasztani. Ha a terelőkerékben mutatkozó veszteségeket külön nem is határozzuk meg, a különböző csigaházakon, ugyanazzal a terelőkerékkel végzett mérések mégis minőségi összehasonlításra alkalmasak.

A terelőkerék létesítette perdület meghatározása nyomatókméréssel történt, így a kilépési sebesség érintőleges összetevője az Euler-turbinaegyenletből, a merőleges összetevő az átáramló mennyiségből számítható.

A csigaház veszteségtényezőjét a csigaházban mért össznyomásesökkenés és a terelőkerékből kilépő levegő eredő sebességéből számított dinamikai nyomás hányadosa adta.

A TÜKÖRNYERSVASGYÁRTÁS METALLURGIÁJA

BEJNA FERENC

[Beérkezett 1953. március 27.]

Az acélgártásnál a beolvadás és kikészítés során a fürdő karbonizálása és Mn-pótlása céljából pótlékként adagolják a tükörnyersvasat. A tükörnyersvasgyártásnál legfontosabb a mangánérc és miután ez az érc magyar és világviszonylatban is nem korlátlan mennyiségben fordul elő, azért a mangánérccel való takarékoskodás nemzetgazdasági szempontból nagyon fontos. Igyekezünk kell mindazon tényezőket megismerni, melyek a mangán eloszlását az olvasztóban a nyersvas és salak között irányítják, hogy ennek megfelelően járathassuk az olvasztót.

Ezen cél elérésére üzemi adatok alapján oly összefüggésekre kell szertennünk függvények alakjában, melyek magukban foglalják mindazon tényezőket, melyek a mangán eloszlását a legkedvezőbben befolyásolják. Ezen függvény felállítása és értékelése képezi jelen fejtegetés célját.

Gyakorlati tapasztalatból tudjuk, hogy minél savanyúbb a salak, annál több mangán megy át a salakba s annál kevesebb jut a nyersvasba. A mangán eloszlására az olvasztóban uralkodó hőmérséklet is befolyással van, mert minél melegebb a járat, annál több mangán juthat a nyersvasba. Befolyással van még a salakmennyiség, a termelés és a Σ Mn is, melyet az olvasztóba adagolunk. Ha a mangán eloszlásának törvényszerűségét akarjuk megállapítani, akkor ezen tényezőket is be kell vonni, hogy helyes képet kapjunk s adott esetben előre megállapíthassuk, hogy mennyi Mn jut a nyersvasba és mennyi a salakba.

Kísérletileg beigazolódott, hogy minden metallurgiai folyamatnál, ahol folyékony salak és folyékony vas hatnak egymásra, a hőmérsékleten kívül a salak bázicitásának van a legnagyobb befolyása a mangán eloszlására.

A mangán eloszlásának törvényszerű levezetése

A mangáneloszlás törvényszerűségének megállapításánál abból indultam ki, hogy a beadagolt mangán összmennyisége a salak és a nyersvas között eloszlik és a salak és nyersvas mangántartalmának összege megegyezik a beadagolt

összmangán mennyiségével, vagyis

$$\Sigma \text{Mn} = (\text{Mn}) + [\text{Mn}].$$

Ezen összefüggés felírásánál feltételezem, hogy szublimálás és más úton mangán nem megy veszendőbe. Acélnyersvas és öntészeti nyersvasgyártásnál ez még feltételezhető, de tüköryniersvas és ferromangán gyártásánál már mangánvesztesség mutatkozik s ezért ezen nyersvasfajtáknál a mangáneloszlás összefüggése nem jut kellőképp érvényre.

A mangánt oldó fürdő folyékony nyersvas és folyékony salak elegye, tehát heterogén rendszer, melynél főképen a salak bázicitása befolyásolja a mangánfelvevőképességet. Számításainknál a salak bázicitását a $\text{CaO} : \text{SiO}_2$ arányszám fejezi ki legjobban s adja a legkielégítőbb eredményeket.

A fürdő mangánoldó képességére a hőmérséklet is befolyással van. Hideg járatnál azonos körülmények között a nyersvasfürdőben kevesebb a Mn, mint melegebb járatnál s éppen ezért a fürdő hőmérsékletét is figyelembe kell venni. A nagyolvasztóban uralkodó hőmérsékletet mérni nagyon körülményes s alig keresztülvihető. Itt azonban a nyersvas Si-tartalma jön segítségünkre. Az is tapasztalati tény, hogy hidegebb járatnál a nyersvas Si-tartalma kisebb, melegebb járatnál pedig nagyobb. A nyersvas Si-tartalmából egészen biztosan következtethetünk a fürdő hőmérsékletére és mint tényezőt be is vezethetjük. Miután a Si növekedésével a nyersvas mangántartalma is növekszik, következik, hogy a nyersvas Si-tartalmát mint tényezőt figyelembe kell venni. De hatása nem oly nagy s ezért mint tényező, csak $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ alakban jöhet figyelembe.

A nyersvas Mn-tartalmára a salak bázicitása hasonló hatással van, mert minél nagyobb a salak bázicitása, vagyis minél bázisosabb a salak, annál több Mn mehet át a nyersvasba s így a salak bázicitása β , osztóként szerepel. A beadagolt ércet és a termelést megközelítő pontossággal ismerjük s a salak mennyiségét számítás útján meghatározzuk. Pontos számítási eredményekhez pontos bemérések szükségesek, különösen az ércadag és mangánérc bemérésénél. Az itt mutatkozó felületességek eltérő eredményekre vezetnek s a diagrammokban nagy szóródásokat, kiugrásokat, okozhatnak, mint ahogy azt tapasztalni fogjuk. Az ércek összetétele is változik, s ez is nagy mértékben befolyásolhatja a számítási eredményeket és teszi érthetővé a szóródásokat.

A Mn az elegyszámítás alapján mindenkor meghatározható s adott mennyiségnek tekinthető. Itt is mutatkozhatnak eltérések, ha az átlagos Mn-tartalmat nem kellő pontossággal és gonddal állapították meg.

Ezek szerint felírhatjuk, hogy

$$M_{nyv} = \text{Termelés} \cdot \text{Mn}\% = Q \cdot x,$$

ahol Q a nyersvastermelést 100 kg-ként és x a mangántartalmat %-ban, továbbá

$$M_{\text{salak}} = \text{Salak} \cdot \text{Mn}\% = S \cdot y,$$

ahol S a kiszámítható salakmennyiséget szintén 100 kg-ként és y a salak Mn-tartalmát százalékban kell kifejezni. Feltételünk szerint tehát

$$\Sigma \text{Mn} = Q \cdot x + S \cdot y.$$

A nyersvas Mn-tartalmát a fürdő hőmérséklete s a salak Mn-tartalmát a salak bázicitása β szabályozzák. Az összefüggést tehát a következőképpen kell bővíteni.

$$\Sigma \text{Mn} = Q \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot x + \frac{S}{\beta} \cdot y.$$

A mangán eloszlásánál viszont az tapasztalható, hogy a Mn-eloszlásakor tulajdonképpen egyenlő mennyiségben áll rendelkezésre mind a nyersvas, mind a salakfürdő részére és eloszlását a nyersvas, illetve a salakfürdő felé az uralkodó hőmérséklet és a salak bázicitása mozdítják elő, illetve hátráltatják. Ha azt az esetet vizsgáljuk meg, amikor $[\text{Si}] = 1$ és $\beta = 1$, akkor a mangán a nyersvasban és salakban százalékosan egyenlő mennyiségben van jelen, úgyhogy

$$x = y$$

s akkor

$$\Sigma \text{Mn} = Q \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot x + \frac{S}{\beta} \cdot x.$$

Ha a $[\text{Si}]$, vagy β , vagy együttesen mind a kettő, az egységtől eltér, akkor a Mn a $[\text{Si}]$ -tól, vagy a bázicitástól függően változik meg a fürdőben. Ezek után írhatjuk, hogy

$$\Sigma \text{Mn} = \left(Q \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot x + \frac{S}{\beta} \right) \cdot x,$$

ahonnan

$$x = \frac{\Sigma \text{Mn}}{Q \sqrt[3]{[\text{Si}]} + \frac{S}{\beta}}.$$

Ha az egyenlet jobboldalát β/β értékkel megszorozzuk, akkor

$$x = \frac{\Sigma \text{Mn} \cdot \beta}{Q \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + S}$$

A

$$\Sigma \text{Mn} = Q \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot x + \frac{S}{\beta} \cdot x$$

egyenlőségben a nyersvas mangántartalmát, vagyis a nyersvasban oldott összes mangán mennyiségét a

$$Q \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot x$$

kifejezés képviseli, úgyhogy az egységnyi súlyra vonatkoztatott Mn %-os tartalmát

$$[\text{Mn}] = \frac{Q \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot x}{Q}$$

összefüggés jelenti, ahonnan

$$[\text{Mn}] = \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot x.$$

Ha az előbb kapott x értékét behelyettesítjük, kapjuk, hogy

$$[\text{Mn}] = \frac{\Sigma \text{Mn} \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta}{Q \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + S}.$$

Ez az összefüggés már az Mn százalékos tartalmát adja meg a nyersvasban
Hasonlóképen a salak Mn-tartalmát az

$$\frac{S}{\beta} \cdot x$$

kifejezés mutatja, vagyis a salak %-os mangántartalmát

$$\frac{\frac{S}{\beta} \cdot x}{S} = (\text{Mn})$$

egyenlőség fejezi ki, ahonnan

$$(\text{Mn}) = \frac{x}{\beta}.$$

Ha x értékét behelyettesítjük, akkor

$$(\text{Mn}) = \frac{\frac{\Sigma \text{Mn} \cdot \beta}{\sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta}} + S}{\beta},$$

ahonnan

$$(\text{Mn}) = \frac{\Sigma \text{Mn}}{\sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta} + S}.$$

A mangáneloszlás törvényszerűségének alkalmazása

Legyen valamely tükörnyersvasra járó olvasztóba adagolt ércmennyiség 24 óránként 60 adag mellett

$$3900 \text{ q érc},$$

melynek szállópóra és nedvessége 4% s így kohósításra került

$$\frac{3900 \text{ q}}{- 156 \text{ q } 4\% \text{ veszteség.}} \\ 3744 \text{ q érc}$$

Elegyszámítás szerint 1 q érc Mn-tartalma 12,7%. Ezek szerint az ércel bevitt összes mangán mennyisége

$$3744 \cdot 12,7 = 47548,8 \text{ kg, vagyis}$$

$$\Sigma \text{Mn} = 47548,8 \text{ kg.}$$

Hat csapolással elért össztermelés 1652 q. A termelt tükörnyersvas mangántartalma 16,4% és 18,4% között ingadozott. A Si-tartalma 1,25% és 1,88% között változott. A járat tehát hullámzó volt s a salak bázicitása is változott.

Elegyszámítás szerint egy adag salakmennyisége 22,787 q és így hatvan adagnál

$$22,787 \cdot 60 = 1367 \text{ q}$$

volt azon a napon a salak mennyisége.

1 q nyersvasra jutó salakmennyiség

$$1367 : 1652 = 0,83 \text{ q}$$

vagyis 83 kg/q nyersvas, ami a valóságot meg is közelíti.

Vizsgáljuk meg, hogy a mangáneloszlás törvényszerűsége miképpen osztja el a tükörnyersvasnál az összes mangán mennyiségét. Levezetéseink szerint az összes mangán mennyisége a nyersvas felé a következő képlet szerint oszlik el :

$$[\text{Mn}] = \frac{\Sigma \text{Mn} \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta}}{Q \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta} + S}$$

ahol

$$\Sigma \text{Mn} = 47548,8$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = \sqrt[3]{1,45} = 1,132.$$

$$\beta = 1,29$$

$$\sqrt[3]{1,45} \cdot \beta = 1,46$$

$$Q = 1652$$

$$S = 1367$$

Ezek szerint

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 \cdot 1,46}{1652 \cdot 1,46 + 1367} = 18,37.$$

Az első csapolás Mn-tartalma 18,40%, tehát evvel csaknem azonos volt. A következő csapolások mangántartalma 16,40%-ig csökkent, ami annak a jele, hogy a $\sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta$ tényező változott. Tekintve, hogy minden csapoláshoz nincs meg a salak elemzése, úgy a megadott felső tényező együttes változását tételezhetjük fel. Ha feltesszük, hogy

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta = 1,3$$

akkor

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 \cdot 1,3}{1652 \cdot 1,3 + 1367} = 17,58$$

mely érték a megadott határok közé esik. Ha pedig

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta = 1,2$$

akkor

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 \cdot 1,2}{1652 \cdot 1,2 + 1367} = 17,03, \text{ vagyis}$$

$$[\text{Mn}] = 17,03\%$$

Ilyen összetételű tükörnyersvasat szintén csapoltak, úgyhogy jogosan feltételezhetjük, hogy a nyersvas Si-tartalmával a bázicitás is változott.

A mangán eloszlása tükörnyersvasban térbeli ábrázolásban

Határozzuk meg a tükörnyersvas mangántartalmát kifejező függvény térbeli felületét és vizsgáljuk meg, miképpen magyarázható meg a mangán eloszlása.

Az ábrázolandó függvény

$$(\text{Mn}) = \frac{\Sigma \text{Mn} \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta}}{Q \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta} + S},$$

amely függvényben $\sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta}$ és $[\text{Mn}]$ változóknak, ΣMn , Q és S adott mennyiségeknek tekinthetők.

Ha

$$\begin{aligned} \Sigma \text{Mn} &= 47548,8 \text{ kg} \\ Q &= 1652 \text{ q} \\ S &= 1367 \text{ q,} \end{aligned}$$

akkor

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8 \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta}{1652 \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367}$$

Legyen

$$[\text{Mn}] = 20 = \text{const.}$$

akkor

$$20 = \frac{47548,8 \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta}{1652 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367}$$

$$20 (1652 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367) = 47548,8 \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta.$$

Elrendezés után

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta = \frac{27340}{14508,8}$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta = 1,884.$$

Ezek szerint a felvett üzemi feltételek mellett a nyersvasban a 20% mangántartalom csak akkor lett volna elérhető, ha $\sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta = 1,884$. A legnagyobb érték, amit elérhetünk, 1,46 volt s így a tükörniersvasban a [Mn]-tartalom 18,37%-ban állapodott meg.

A feltétel szerint a még ismeretlen felületet oly síkkal metsszük, mely a [Mn]-tengelyt 20-értékben metszi s az első képsíkkal párhuzamosan halad. Határozzunk meg néhány metszési pontot, hogy a metszetet berajzolhassuk.

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1,884/\beta.$$

1. TÁBLÁZAT

β	$\sqrt[3]{[\text{Si}]}$	[Mn]
0	∞	20
0,5	3,770	20
1	1,884	20
2	0,942	20
3	0,628	20
4	0,471	20
6	0,314	20
8	0,235	20
10	0,188	20
12	0,157	20

A metszet R_1 hyperbola.

Ezen hyperbola metszeteknek a pozitív térfolyadban van egy felső határük, amikor is a hyperbola a pozitív térfolyadból a negatív térfolyadba csap át. Ez pedig akkor következik be, ha

$$\begin{aligned} 1652x &= 47548,8 \\ x &= \frac{47548,8}{1652} \\ x &= 28,78\% [\text{Mn}]. \end{aligned}$$

Ez azt jelenti, hogy a felvett üzemmenet mellett a tükörnyersvasban a mangántartalom maximálisan 28,78%-ig fokozható, amikor is elméletileg a salakba mangán nem jutna. A gyakorlatban azonban a tükörnyersvas mindig tartalmaz Si-t és a salaknak is van bázicitása, úgy hogy a mangán egyrésze feltétlenül elsalakul, amiről későbben meg is fogunk győződni.

A felület további meghatározására legyen most

$$\begin{aligned} [\text{Mn}] &= 32 = \text{const.}, \\ \text{akkor} \quad 32 &= \frac{47548,8 \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta}}{1652 \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367} \end{aligned}$$

$$32 (1652 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367) = 47548,8 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta$$

$$43744 = -5315,2 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta = -\frac{43744}{5315,2} = -8,23$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = -\frac{8,23}{\beta}.$$

2. TÁBLÁZAT

β	$\sqrt[3]{[\text{Si}]}$	[Mn]
0	∞	32
— 1	8,23	32
— 2	4,12	32
— 3	2,74	32
— 4	2,06	32
— 5	1,65	32
— 6	1,37	32
— 7	1,17	32
— 8	1,03	32
— 10	0,823	32

A metszet R_2 hyperbola.
Ha most

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = -\beta,$$

akkor

$$[\text{Mn}] = \frac{-47548,8 \cdot \beta^2}{-1652 \beta^2 + 1367}$$

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 \cdot \beta^2}{1652 \cdot \beta^2 - 1367}$$

Itt most oly síkkal metszettük a felületet, mely a második és negyedik térfolyadékokat felezi. Ennek a vetítő síknak a metszetével, amelynek nyomvonala S_1 , arról akarunk meggyőződni, hogy az R_2 hyperbolás metszet hogyan függ össze az eddigi metszetekkel. Eddig az első képsíkkal párhuzamos metszetek R_1 hyperbolát adták, melynek egyik szára a pozitív térfolyadékbába esett, holott a $[\text{Mn}] = 32 = \text{const.}$ metszetről a hyperbola R_2 mindkét szára már negatív térfolyadékbába esik. Ez azt jelenti, hogy a tükörnyersvas mangántartalma itt is 28,78%-nál éri el a maximális értékét, mert azontúl már negatív értékek mutatkoznak, vagyis ugyanazon elegynél nagyobb mangántartalmat a nyersvasban elérni már nem lehet. Ha ez így van, akkor R_2 hyperbola egy másik felületrészhez tartozik, mely független az eddigi felületrésztől. A mostani és a következő metszetekkel fogunk meggyőződhetni arról, hogy mely felületrészhez tartozik az R_2 hyperbola.

Ha β értékeit szabadon választjuk, akkor $[\text{Mn}]$ értéke már meghatározható

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 \cdot \beta^2}{1652 \cdot \beta^2 - 1367}$$

3. TÁBLÁZAT

β	$[\text{Mn}]$	$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = -\beta$
0	0	0
$\pm 0,5$	- 12,4	$\mp 0,5$
$\pm 0,82$	∞	$\mp 0,82$
$\pm 1,0$	+ 166,8	$\mp 1,0$
$\pm 1,5$	+ 45,5	$\mp 1,5$
$\pm 2,0$	+ 36,3	$\mp 2,0$
$\pm 3,0$	+ 31,7	$\mp 3,0$
$\pm 4,0$	+ 30,3	$\mp 4,0$

A metszet R_3 hyperbola.

A felület még nincs meghatározva, mert nem látjuk világosan az alakját. A felület további meghatározása céljából messük még a felületet V_1, V_2, V_3 vetítősíkkal, mely sík első nyomvonalának egyenlete

$$\frac{\sqrt[3]{[\text{Si}]} - \beta}{7} = 1$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} - \beta = 7$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = \beta + 7.$$

Ha $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ ezen értékét a függvénybe helyettesítjük, akkor

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 (\beta + 7) \beta}{1652 (\beta + 7) \beta + 1367}$$

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 (\beta^2 + 7\beta)}{1652 (\beta^2 + 7\beta) + 1367}$$

A megfelelő értékeket a 4. táblázatban állítottuk össze.

Most határozzuk meg a baloldalon levő felületrészt u_1, u_2, u_3 vetítősík metszésével, akkor

$$-\frac{\sqrt[3]{[\text{Si}]}}{7} + \frac{\beta}{7} = 1.$$

4. TÁBLÁZAT

β	[Mn]	$\sqrt[3]{[\text{Si}] = \beta + 7}$
0	0	7
0,5	+ 23,5	7,5
1	+ 26,1	8
2	+ 27,5	9
.....
-0,5	+ 38,6	6,5
-1	+ 33,8	6
-2	+ 31,4	5
-3	+ 30,9	4
-4	+ 30,9	3
-5	+ 31,4	2
-6	+ 33,8	1
-6,5	+ 38,6	0,5
-7	0	0
-8	+ 26,1	-1
-9	+ 27,5	-2

A metszet R_4

Most folytatjuk az előbbi levezetéseinket.

$$-\sqrt[3]{[\text{Si}]} + \beta = 7$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} - \beta = -7$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = \beta - 7.$$

Ha $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ értékét behelyettesítjük a függvénybe, akkor

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8(\beta - 7) \cdot \beta}{1652(\beta - 7) \cdot \beta + 1367}$$

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8(\beta^2 - 7\beta)}{1652(\beta^2 - 7\beta) + 1367}.$$

Ha β értékeit szabadon választjuk, akkor [Mn] értékei már meghatározhatók. Foglalkozunk össze táblázatosan ezen értékekkel. Bár az összefüggés hasonló az előbbi összefüggéshez, mindamelllett a [Mn] értékeit 5. táblázatban külön meghatározzuk, hogy a metszet felrajzolása nehézségekbe ne ütközzék.

5. TÁBLÁZAT

β	[Mn]	$\sqrt[3]{[\text{Si}] = \beta - 7}$
10	28,01	3
9	27,50	2
8	26,10	1
7,5	23,50	0,5
7	0	0
6,5	38,6	-0,5
6	33,8	-1
5	31,4	-2
4	30,9	-3
3	30,9	-4
2	31,4	-5
1	33,8	-6
0	0	-7
-1	26,1	-8
-2	27,5	-9
-3	28,01	-10

A metszet R_5 .

Messük még az első tényeladot felező vetítősíkkal a felületet, amikor is

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = \beta$$

akkor

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 \cdot \beta^2}{1652 \cdot \beta^2 + 1367}$$

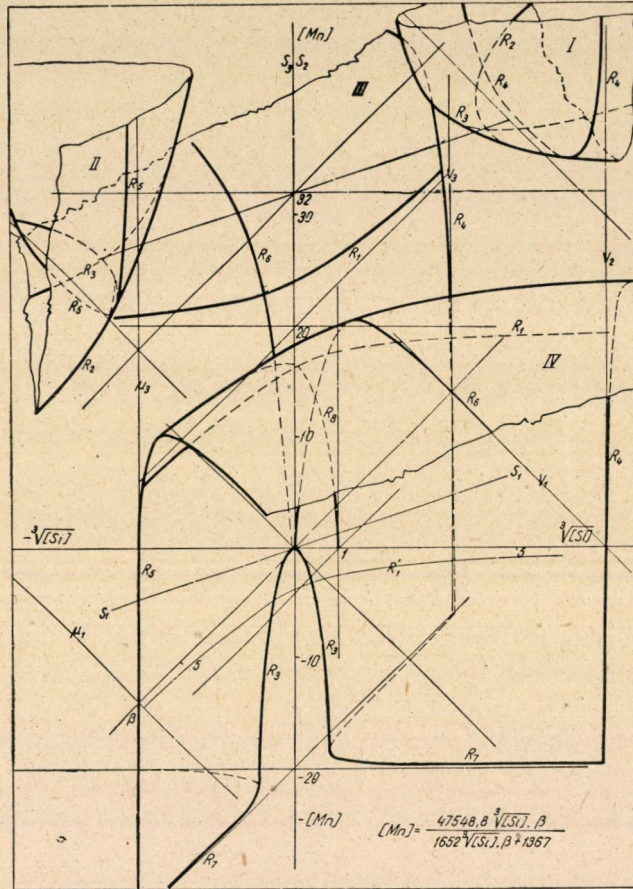
6. TÁBLÁZAT

β	[Mn]	$\sqrt[3]{[\text{Si}] = \beta}$
0	0	0
$\pm 0,5$	6,7	$\pm 0,5$
± 1	15,7	± 1
± 2	23,8	± 2
± 3	26,3	± 3
± 4	27,4	± 4
± 5	27,8	± 5
± 8	28,4	± 8
± 10	28,5	± 10

A metszet R_6 .

A felület most már előttünk áll.

A felület négy részből van, melyből az I, II, és III részek negatív természetűek s ezért gyakorlatilag nincs jelentőségük. Tükörnyersvasgyártás szempontjából csak a IV felületrész érdekel bennünket, amely magában foglalja a tükörnyersvas tulajdonságait. A felület egyszerű palást, mely az első képsík fölé hajlik és a β és $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ tengelyekből indul ki, ahol a tükörnyersvas [Mn] tartalma már nulla. A 6. táblázatból láthatjuk, hogy adott elegy és mangántartalom mellett a tükörnyersvasban a [Mn]-tartalom 28,5%-a is elérhető, de csak igen nagy bázicitás és [Si]-tartalom mellett, mely az olvasztóknál már nem fordul elő.



1. ábra

Az 1. ábra felülete oly természetű, hogy lineáris összefüggést nem ad s összes metszeti másod-, vagy harmadrendű görbék s emiatt lineáris nomogrammok nem szerkeszthetők a metszetekből. De ezen görbékből összeállítható nomogrammok egyszerű számítással megszerkeszthetők.

A IV. sz. palástból láthatjuk, hogy a tükörnyersvasban a [Mn] eleinte hirtelen emelkedik, de később már ráhajlik az első képsík fölé s csaknem párhuzamosan halad vele. A palástnak ez a tulajdonsága azt jelenti, hogy a mangántartalmat tovább fokozni alig lehet, akárhogy növeljük a salak bázicitását és a nyersvas [Si] tartalmát. Bárhogy is járjunk az olvasztókat, a ΣMn egyik része el fog salakulni. Feladatunk viszont az, hogy rámutassunk azon legkedvezőbb járatra, melynél az olvasztó viszonyaihoz képest a legtöbb mangán vihető a nyersvasba.

A tükörnyersvas nomogramjai

Vizsgáljuk meg részleteiben a *IV* palást tulajdonságait. Elsősorban is állítsuk össze azon nomogrammot, melynél az egyes Si-tartalmakat állandóvá tesszük és határozzuk meg, hogy ezen [Si]-tartalmak és különböző bázicitások mellett mennyi [Mn] lehetséges a tükörnyersvasban.

Nézzük, hogy pl.

$$[\text{Si}] = 0,125 = \text{const.}$$

értékkel és változó salakbázicitással mennyi [Mn] érhető el a tükörnyersvasban. A függvényünk

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta}{1652 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367}$$

ahol

$$\sqrt[3]{0,125} = 0,5$$

s így

$$[\text{Mn}] = \frac{47548,8 \cdot 0,5 \cdot \beta}{1652 \cdot 0,5 \cdot \beta + 1367}$$

$$[\text{Mn}] = \frac{23774,4 \cdot \beta}{826 \cdot \beta + 1367}$$

Hogy a nomogramm görbéjét megszerkeszthessük, ahhoz több pont ismerete szükséges, amit úgy kapunk, ha β különböző értékeket fejez ki.

Ha pl. $\beta = 0$,

akkor

$$[\text{Mn}] = 0,$$

vagyis a monogramm görbéi a tengelyrendszer kezdőpontján mennek keresztül. A nomogramm megszerkesztésére felvesszünk egymásra merőleges tengelyrendszert, melynek abszcisszája a β és az ordinátája [Mn]. A görbe az állandónak felvett [Si] értéket képviseli.

Ha a felső példánál $\beta = 0,2$, akkor

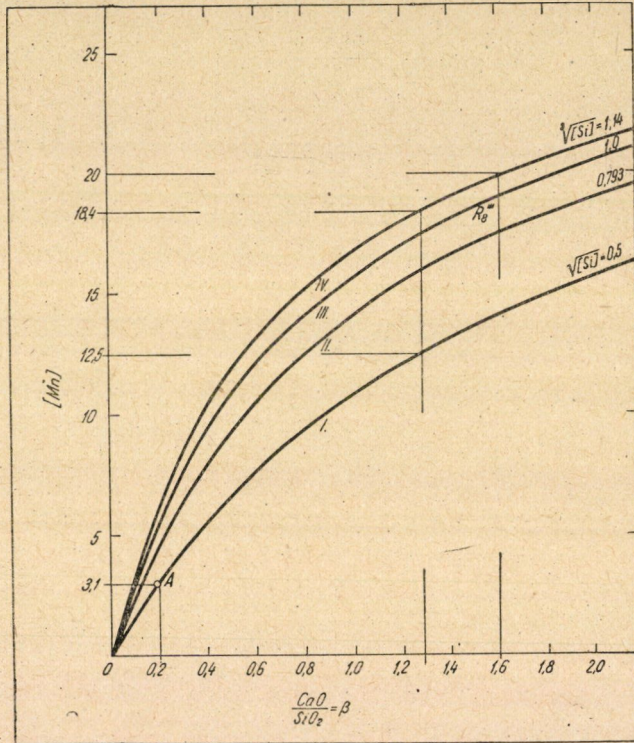
$$[\text{Mn}] = \frac{23774,4 \cdot 0,2}{826 \cdot 0,2 + 1367}$$

$$[\text{Mn}] = \frac{4754,88}{1532,2} = 3,1$$

vagyis a β tengely 0,2 értékében 3,1 [Mn]-t viszünk fel s kapjuk *A* pontot, a [Si] = 0,125 görbének egy pontját. Hasonlóan eljárva több pontot lehet meghatározni s a pontok sokasága megadja a görbét.

A [Si] = 1 görbét az *1. ábrában* is berajzoltuk. Ha ugyanis [Si] = 1 = const., akkor a térbeli felületet oly vetítősíkkal metszünk, amely párhuzamosan halad a harmadik képsíkkal és a $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ tengelyt 1 értékben metszi. Ez a sík az *R₈* görbét metszi ki a felületből, melynek harmadik vetülete van a *2. ábrában* feltüntetve. Hasonlóképpen eljárva több görbét lehet a nomogrammban

feltüntetni s leginkább azokat rajzolják be, mely az üzemet érdekli. A IV görbe a felvett példánk üzemi görbáját tünteti fel s előzőleg azt találtuk, hogy $[\text{Si}] = 1,45$ és $\beta = 1,29$ értékek mellett a tükörnyersvasban a $[\text{Mn}] = 18,37\%$, mely érték az elemzéssel is megegyezik. Ha a 2. ábrában $\beta = 1,29$ értékben a IV görbén keressük a $[\text{Mn}]$ értéket, azt $18,4\%$ -nak találjuk. Amint látjuk, levezetett összefüggésünk a gyakorlati adatokkal teljesen megegyezik. A tükörnyersvas $[\text{Mn}]$ -tartalmát úgy lehetett volna még fokozni, hogy a salak bázis-



2. ábra

citását növeltük volna, mert $\beta = 1,6$ mellett a tükörnyersvas már 20% Mn-t tartalmazhatott volna. Azonban nagyon bázisos salakkal nem ajánlatos az olvasztót járatni, részben az olvasztó nehezebb kiszolgálása miatt, a sűrű és nehezen folyó salakot ugyanis nehéz az olvasztóból eltávolítani, másrészt nehezen olvadó tapadékok képződnek. Ha ily nehezen olvadó tapadék a medencébe csúszik, akkor súlyos üzemzavarokat, hidegjáratot idézhet elő, mert a bázisos salakban az ily tapadékok nehezen oldódnak. A tapadékok okozta nyersjárat napokig eltarthat s a termelésben nagy hiányokat idézhetnek elő. Épen ezért ajánlatosabb valamivel savanyúbban járatni az olvasztót, mert a savanyú salak könnyebben oldja a lecsúszott tapadványokat s az üzemzavar is rövidebb

ideig tart. A 2. ábrából még azt is láthatjuk, hogy minél kisebb a tükörnyersvas [Si]-tartalma ugyanazon bázicitás mellett, annál kisebb a nyersvas [Mn]-tartalma. Hideg járatnál a nyersvas nehezen veszi fel a mangánt, inkább elsalakul. Az *I* görbe hidegjáratot mutat, melynél $\beta = 1,29$ bázicitás mellett a tükörnyersvas mangántartalma csak 12,5%. Annyi bizonyos, hogy minél melegben jár az olvasztó, annál több a mangán a tükörnyersvasban, ha az elegyen nem is változtatunk.

Ha a tükörnyersvas [Mn]-tartalmának függvényét vizsgáljuk, megállapíthatjuk, hogy annál több lesz a Mn a nyersvasban, minél nagyobb a számláló és minél kisebb a nevező. A számláló akkor lesz nagyobb, ha több mangánt viszünk az olvasztóba, vagyis nagyobbítjuk a Σ Mn értékét. Nagyobb elegysúllyal dolgozni nem ajánlatos, mert veszélyeztetjük a melegjáratot s inkább több Mn-ércet vigyünk az elegybe. A tükörnyersvasban 18–20% mangán teljesen megfelel s ezért a mangánércnek az adagmennyisége is adott szokott lenni.

A nevezőt úgy lehet csökkenteni, hogy csökkentjük a nyersvasfürdő mennyiségét, vagyis ne hígítsuk nagyon a nyersvasfürdőt hulladékvas és forgács adagolásával, mert evvel csökkentjük a tükörnyersvas [Mn]-tartalmát. A salak mennyiségét is lehetőleg csökkenteni kell, mert szintén osztóként szerepel. A felvett példánkban 100 kg tükörnyersvasra 83 kg salak jut. Ezt 75 kg-ra is lehet csökkenteni, tehát az elegyet úgy kell összeállítani, hogy 75 kg-ig nyv. salaknál több ne adódjék ki.

Ezek szerint több tényező befolyásolja a tükörnyersvas [Mn]-tartalmát és mindegyikre figyelemmel kell lenni, hogy a leggazdaságosabban járattassuk az olvasztót s a mangánkihasználás a legkedvezőbb legyen.

A 2. ábrán kívül még oly nomogrammot is lehet összeállítani, melynél nem a [Si]-t, hanem a $\beta =$ bázicitást választjuk állandónak, vagy egy harmadik nomogrammot, melynél a nyersvas mangántartalmát állandósítjuk.

A harmadik nomogrammuak, melynél az [Mn]-t választjuk állandónak, szintén nagyobb jelentősége van, mert abból azt láthatjuk, hogy határozott mennyiségű [Mn]-tartalmat mily feltételek mellett lehet tartani.

Tegyük fel, hogy a tükörnyersvasban 20% [Mn]-tartalmat akarunk biztosítani s kérdés, mily feltételek mellett érhetjük el. A 2. ábra szerint $\beta = 1,6$ és [Si] = 1,5% mellett ez is elérhető. Vizsgáljuk meg részletesen ezt a kérdést.

Feltevésünk szerint [Mn] = 20 = const. Amikor is

$$20 = \frac{47548,8 \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta}}{1652 \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta} + 1367}$$

Ennél a példánál az előbbi üzemi feltételeket vettük alapul s az elegyen nem változtattunk, inkább arra törekszünk, miképen lehet a fenti összefüggésből a kérdéses nomogrammot megszerkeszteni.

A fenti összefüggés szerint

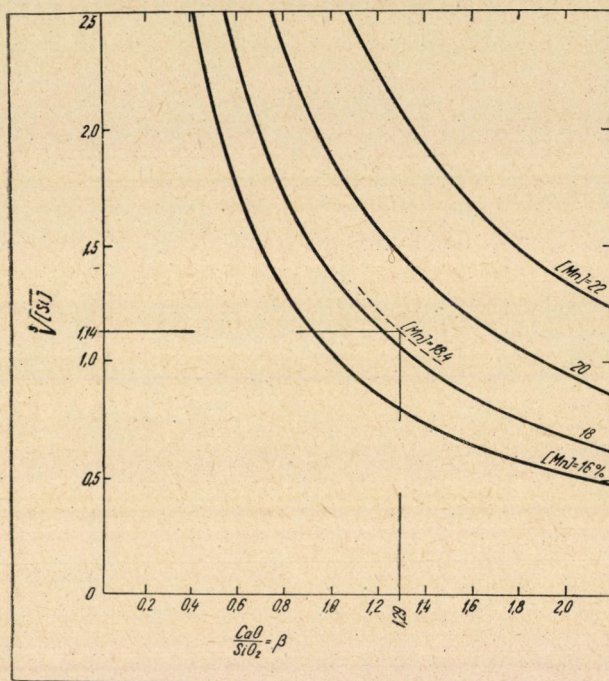
$$20 (1652 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367) = 47548,8 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta.$$

Elrendezés után

$$14508,8 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta = 27340$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta = 1,884$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = \frac{1,884}{\beta}$$



3. ábra

Hasonlóképpen járunk el a többi [Mn] tartalomnál is.

Az összefüggés hiperbolás, vagyis a nyersvasban a [Mn]-t csak úgy lehet állandósítani,

ha $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ és β hiperbolásan változnak. A 3. ábrából az is megállapítható, hogy állandó [Mn]-

tartalom mellett a bázicitás növekedésével a $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ végeredményben a [Si] csökken, más szavakkal a bázicitás növekedésével a hőmérséklet az olvasztóban csökken. Ha ugyanis nem akarjuk, hogy a tükrönyersvasban a [Mn] növekedjék s a salak bázicitását növeljük, akkor az olvasztó hidegebben járhat. Viszont állandó bázicitás mellett a [Mn]-t csak úgy lehet növelni, ha az olvasztókat melegebben járattuk, illetőleg a nyersvas [Si]-tartalmát növeljük.

Az olvasztóban azonban állandóan bizonyos %-os Si-tartalmú nyersvasat gyártani, vagy állandó bázicitással bíró salakot tartani nem lehet, mert azok bizonyos határok között állandóan változnak.

Ezen változásokat nemcsak az olvasztó járata idézi elő, hanem függ még az ércék változó összetételétől és a bemérések pontatlanságától, sőt még elemzési hibák is lehetségesek. Mindezek a hibaforrások kisebb-nagyobb szóródásokat idéznek elő, melybe az elméleti görbe csak mint középérték rajzolható be.

7. TÁBLÁZAT

β	$\sqrt[3]{[\text{Si}]}$	[Mn]
0	∞	20
0,2	9,42	20
0,4	4,71	20
0,6	3,14	20
0,8	2,35	20
1,0	1,88	20
1,2	1,57	20
1,4	1,35	20
1,6	1,18	20
1,8	1,05	20
2,0	0,94	20

A tükörsavas salakjainak vizsgálata

Általánosságban a nyersvas salakjainak mangánfüggvénye

$$(\text{Mn}) = \frac{\Sigma \text{Mn}}{Q \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta + S}}$$

és esetünkben a tükörsavasnál

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8}{1652 \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta + 1367}}$$

Említettük már, hogy tükörsavas gyártásánál elkerülhetetlen a tapadékok képződése, pedig azok olykor nagyobb mennyiségű mangánt vesznek fel. Másrészt a melegjárással együtt jár, hogy a mangán egyrésze szublimálódik és a torokgáz finom poraiban lelhető meg. Ennek a mangánvesztésnek valahol jelentkeznie kell s érdekes, hogy a tükörsavasban a mangán elméleti mennyisége megtalálható, a hiány a salakban mutatkozik.

Az összmangánmennyiség

$$\begin{aligned} \Sigma \text{Mn} &= 47548,8 \text{ kg} \\ [\text{Mn}] &= 28892,4 \text{ kg} \\ (\text{Mn}) &= 18656,4 \text{ kg} \end{aligned}$$

vagyis a salakban 18656,4 kg mangánnak kell lennie.

Most vizsgáljuk meg, hogy a salak mangánfüggvénye mily % mangántartalmat ad meg.

$$\text{Mn} = \frac{47548,8}{1652 \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta + 1367}}$$

Ha

$$\sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta} = 1,46.$$

akkor

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8}{1652 \cdot 1,46 + 1367}$$

$$(\text{Mn}) = 12,60\%$$

$$(\text{MnO}) = 16,26\%$$

Ha a salakmennyiség 1367 q, akkor a salakkal elmegy

$$1367 \cdot 12,6 = 17224,2 \text{ kg Mn.}$$

A tükrönyersvas után fennmaradó mangánmennyiség

$$\begin{array}{r} 18656,4 \text{ kg} \\ - 17224,2 \text{ kg} \\ \hline 1432,2 \text{ kg (Mn)} \end{array}$$

vagyis mangánhiány mutatkozik, mely a beadagolt összmangánmennyiségnek 3,01%-át teszi ki. Annyi bizonyos, hogy a tükrönyersvasnál némi mangánvesztés keletkezik, részben szublimálás útján a magasabb hőmérséklet miatt és részben a tapadékokban is.

A legérdekesebb, hogy a mangánhiány a salaknál található meg, míg a mangán eloszlás törvényszerűsége a nyersvas részére a mangántartalmat pontosan meghatározza. A mangán eloszlás törvényszerűségéből arra lehet következtetni, hogy a mangánt az olvasztóban elsősorban a nyersvas veszi fel, a salak csak a felesleget veszi át s ezért mutatkozik a hiány ép a salaknál. A mangán eloszlás törvényszerűsége ezt a veszteséget csak közvetetten mutatja ki.

Oelsennek [1] a Mn-ra és Si-ra vonatkoztatott egyensúlyi egyenlete

$$\frac{(\text{Mn})}{[\text{Mn}]} = \frac{1}{\sqrt{[\text{Si}]}}$$

ahonnan

$$(\text{Mn}) = \frac{[\text{Mn}]}{\sqrt{[\text{Si}]}}$$

ha

$$[\text{Mn}] = 18,4,$$

$$\sqrt{[\text{Si}]} = \sqrt{1,45} = 1,204$$

akkor

$$(\text{Mn}) = \frac{18,4}{1,204}$$

$$(\text{Mn}) = 15,28\%.$$

Ha a salak mennyisége 1367 q, akkor a salakkal elvitt mangán mennyisége

$$1367 \cdot 15,28 = 20887,8 \text{ kg (Mn)}$$

több, mint amennyi a salakban lehetséges. *Oelsen* képlete nemcsak hogy nem mutat rá a tükrönyersvasnál keletkező veszteségekre, hanem még több mangánt mutat ki, mint amennyi a salakban lehetséges, vagyis a képlet nem ad kielégítő eredményt.

A salak mangánfüggvényének térbeli felülete

Vizsgáljuk a tükrönyersvas salakját annak térbeli felülete alapján. A tükrönyersvas salakmangán függvénye

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8}{1652 \sqrt{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367}$$

Már a függvényből megállapítható, hogy a salak térbeli felülete eltér a tükörnyersvas térbeli felületétől. Ennél is ugyanazt az eljárást követjük, mint a nyersvasnál.

Messük a felületet oly vetítősíkkal, melynek V_1 nyomvonalának az egyenlete

$$\frac{\sqrt[3]{[\text{Si}]}}{5} - \frac{\beta}{5} = 1$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} - \beta = 5$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = \beta + 5.$$

Helyettesítsük be $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ ezen értékét a függvénybe, akkor

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8}{1652(\beta + 5) \cdot \beta + 1367}$$

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8}{1652(\beta^2 + 5\beta) + 1367}.$$

8. TÁBLÁZAT

β	[Mn]	$\sqrt[3]{[\text{Si}] = \beta + 5}$
0	34,8	5
1	4,21	6
2	1,94	7
3	1,16	8
4	0,78	9
- 1	- 9,07	4
- 2	- 5,57	3
- 3	- 5,57	2
- 4	- 9,07	1
- 5	+ 34,8	0
- 6	+ 4,21	- 1
- 7	+ 1,94	- 2
- 8	+ 1,16	- 3
- 9	+ 0,78	- 4

A metszet R_1 hármas görbe.

Hasonló metszetet alkalmazunk a felület baloldalán, ahol u_1 nyomvonal egyenlete

$$\frac{\beta}{5} - \frac{\sqrt[3]{[\text{Si}]}}{5} = 1,$$

ahonnan

$$\beta - \sqrt[3]{[\text{Si}]} = 5$$

$$-\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 5 - \beta$$

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = \beta - 5.$$

Ha $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ ezen értékét a függvénybe helyettesítjük, akkor

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8}{1652(\beta-5) \cdot \beta + 1367}$$

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8}{1652(\beta^2 - 5\beta) + 1367}$$

9. TÁBLÁZAT

β	[Mn]	$\sqrt[3]{[\text{Si}] = \beta - 5}$
0	34,8	- 5
1	- 9,07	- 4
2	- 5,57	- 3
3	- 5,57	- 2
4	- 9,07	- 1
5	+ 34,8	0
6	+ 4,21	1
7	+ 1,94	2
8	+ 1,16	3
9	+ 0,78	4
- 1	+ 4,21	- 6
- 2	+ 1,94	- 7
- 3	+ 1,16	- 8
- 4	+ 0,78	- 9

A metszet R_2 hármas görbe.
Legyen folytatólag

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = \beta.$$

Behelyettesítve a függvénybe

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8}{1652 \cdot \beta^2 + 1367}$$

10. TÁBLÁZAT

β	(Mn)	$\sqrt[3]{[\text{Si}] = \beta}$
0	34,8	0
± 1	15,7	1
± 2	6,0	2
± 3	2,9	3
± 4	1,7	4
± 5	1,1	5

A metszet R_3
Legyen

Behelyettesítve a függvénybe

$$(Mn) = 40 = \text{const.}$$

$$40 = \frac{47548,8}{1652 \cdot \sqrt[3]{[Si]} \cdot \beta + 1367}$$

$$40 (1652 \sqrt[3]{[Si]} \cdot \beta + 1367) = 47548,8$$

$$66080 \sqrt[3]{[Si]} \cdot \beta = -7131,2$$

$$\sqrt[3]{[Si]} \cdot \beta = -0,1079$$

$$\sqrt[3]{[Si]} = -\frac{0,1079}{\beta}$$

11. TÁBLÁZAT

β	$\sqrt[3]{[Si]}$	(Mn)
0	∞	40
- 0,25	0,4	40
- 0,5	0,2	40
- 1	0,1	40
- 2	0,05	40

A metszet R_4 .

Ha az R_4 hyperbolát a térfolyadék felező síkjával metszünk, akkor

$$\sqrt[3]{[Si]} = -\beta,$$

mely az S_1 nyomvonalnak felel meg s ha $\sqrt[3]{[Si]}$ ezen értékét a függvénybe helyettesítjük, akkor

$$(Mn) = \frac{47548,8}{1652(-\beta) \cdot \beta + 1367}$$

$$(Mn) = \frac{47548,8}{-1652 \cdot \beta^2 + 1367}$$

12. TÁBLÁZAT

β	(Mn)	$\sqrt[3]{[Si]} = -\beta$
0	+ 34,8	0
$\pm 0,5$	+ 49,8	$\mp 0,5$
$\pm 1,5$	- 20,2	$\mp 1,5$
± 2	- 9,07	∓ 2
$\pm 2,5$	- 5,21	$\mp 2,5$

A metszet R_5 ugyancsak hármas görbe.

Legyen végre

$$\begin{aligned} (\text{Mn}) &= -20 = \text{const.} \\ -20 &= \frac{47548,8}{1652 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367} \\ -20 (1652 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta + 1367) &= 47548,8 \\ -33040 \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta &= 74888,8 \\ \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta &= -2,27 \\ \sqrt[3]{[\text{Si}]} &= -\frac{2,27}{\beta} \end{aligned}$$

13. TÁBLÁZAT

β	$\sqrt[3]{[\text{Si}]}$	(Mn)
0	∞	-20
0,5	-4,54	-20
1	-2,27	-20
2	-1,13	-20
3	-0,76	-20
4	-0,57	-20

A metszet R_6

Ezzel a felület teljesen meg van határozva.

Ez a felület az I. ábrának a fordítottja, amiből az is következik, hogy a nyersvasak salakjai ellenkezően viselkednek a mangánnal szemben, mint a nyersvasak. Ez a tükrönyersvasra épügy vonatkozik, mint az acélnyersvasra s ha közelebbről vizsgáljuk meg, tényleg tapasztalható ama régóta ismert alapjelensége a nyersvasgyártásnak, hogy a mangánnal szemben a salak a nyersvassal ellenkező magatartást tanúsít.

A mangán tulajdonságait itt is palástfelület képviseli, mely szintén az első képsík fölé hajlik, de ennek a palástnak már más tulajdonsága van, mint az I. ábra hasonló elhelyezkedésű palástjának.

A 4. ábra I. palástja, mely a pozitív értékeket fejezi ki, a második és harmadik képsíkot e_1 egyenesben metszi, ami azt jelenti, hogy a salak mangántartalma növekedhetik 34,8%-ig akkor, ha vagy $\beta = 0$, vagy $[\text{Si}] = 0$, mely utóbbi már oly hideg járatot jelent, amelynél olvasztójárat már nincs. A második feltételnél $\beta = 0$, már meleg járatnál is bekövetkezhetnek s azt jelenti, hogy ha a salakban bázisos alkatrész nincs, csak SiO_2 , akkor az elegy egész mangántartalma salakba megy át. Ennek gyakorlati lehetőségéről még is győződünk. Az egyik olvasztóban olyan járatot vizsgáltunk, amelynél tisztán 23%-os mangántartalmú ércet dolgoztunk fel, minden mészkőhozag nélkül, mely járatnál a CaO/SiO_2 viszony 0,16-ig csökkent. Ennél a járatnál sikerült a mangán 98%-át átvinni a salakba, holott a nyersvasban a Si 1—2% között mozgott.

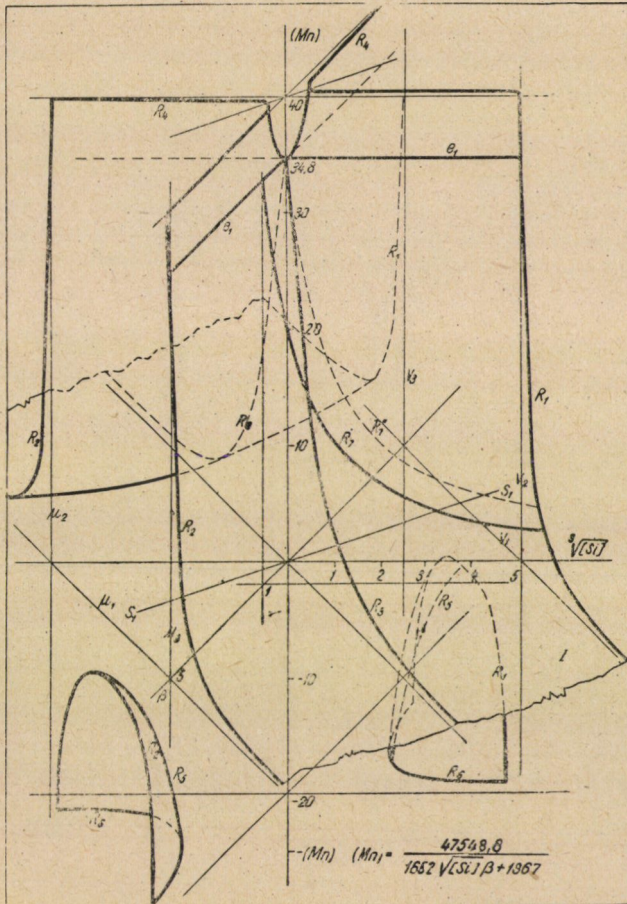
Az a feltételezés tehát, hogy az elegy mangántartalma teljesen átmenjen a salakba, nem tartozik a lehetőségek közé. A térbeli felület helyesen mutatja ezt a lehetőséget, de megadja hozzá a feltételt is, mert bármily melegen jár is az olvasztó, ha a CaO/SiO_2 viszonya nullával egyenlő, akkor az összes mangán a salakba megy át. Ha az e_1 egyenes kifejezte 34,8% mangán-

tartalmat a salak mennyiségével megszorozzuk, akkor az elegy öszsmangánmennyiségét kell kapnunk :

$$1367 \cdot 34,8 = 47571,6 = \Sigma Mn,$$

ami egyezik a valósággal.

Másrészt azt is látjuk, hogy az I palást az első képsíkot a végtelenben metszi, amiből az következik, hogy bármily melegen járjon is az olvasztó s bármily nagy a salak bázicitása, a beadagolt öszsmangán mennyisége egyrészeben feltétlenül elsalakul. Az elegy összes mangánját a nyersvasba átvinni nem lehet. Tükörnyersvasnál és ferromangánál a mangánkihasználás



4. ábra

70—80% s az acélnyersvasaknál 50—55%. Mindezen megállapításokat a 4. ábra felülete nagyon érthetően szemlélteti.

A tükörnyersvas salakjának térbeli felületéből szerkeszthető nomogrammok és azok tulajdonságai

A salak térbeli felülete oly harmadrendű felület, melynél az e_1 lineáris metszeten kívül több lineáris metszete nincs s ezért a levezethető nomogrammok itt is csak görbékből tevődnek össze.

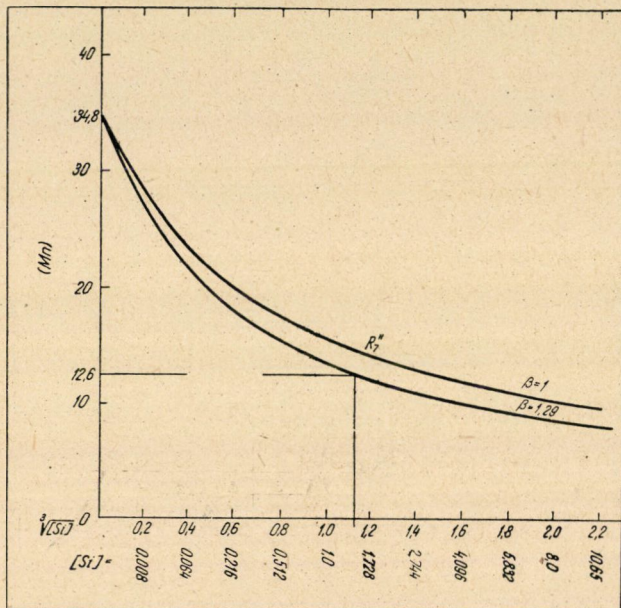
Minél kevesebb mangánt tartalmaz a salak, annál jobb a mangán kihasználása. Azt is tudjuk, hogy annál kisebb a salak mangántartalma, minél bázisosabb a salak, minél melegebb a járat. Vizsgáljuk meg, hogy függenek össze ezek a tényezők. Határozzuk meg, hogy adott bázicitás mellett miképpen lehet a salak mangántartalmát ugyanazon termelésnél és salakmennyiségénél csökkenteni.

Tegyük fel, hogy a bázicitás

$$\beta = 1,$$

akkor

$$(\text{Mn}) = \frac{47548,8}{1652 \sqrt[3]{[\text{Si}]} + 1367}$$



5. ábra

Ebben az esetben a 4. ábra térbeli felületét oly vetítősíkkal metsszük, mely a második képsíkkal párhuzamosan halad és a β -tengelyt $\beta = 1$ értékben metszi. A metszési görbe néhány pontja a következő:

14. TÁBLÁZAT

$\sqrt[3]{[\text{Si}]}$	(Mn)	β
0	34,8	1
0,5	21,7	1
1	15,7	1
2	10,18	1
3	7,5	1
4	5,96	1

A metszet R_7 .

Ennek a metszetnek a második vetülete R_7'' , már a nomogrammnak a görbáját képviseli. Ha a bázcitás a mi esetünkben

$$\beta = 1,29,$$

akkor

$$(Mn) = \frac{47548,8}{1652 \cdot \sqrt[3]{[Si]} \cdot 1,29 + 1367}$$

$$(Mn) = \frac{47548,8}{2131 \sqrt[3]{[Si]} + 1367}$$

15. TÁBLÁZAT

$\sqrt[3]{[Si]}$	(Mn)	β
0	34,8	1,29
0,5	19,5	1,29
0,8	15,4	1,29
1	13,5	1,29
1,5	10,4	1,29
2	8,4	1,29

A nomogrammban a görbe $\beta = 1,29$ van jelölve.

A görbék $(Mn) = 34,8$ értékből indulnak ki, mely $[Si] = 0$ mellett érhető el. Ez olyan hidegjáratot jelent, ami az olvasztóknál nem fordul elő s ezért figyelembe sem vehető. A $[Si]$ növekedésével a salakban a mangántartalom eleinte rohamosan, majd mérsékeltebben csökken, de $(Mn) = 0$ érték nem fordulhat elő a hiperbolás görbénél, miután az az x tengelyt a végtelenben metszi.

Úgy a térbeli felületből, mint a belőlük szerkeszthető nomogrammból megfelelő betekintést kaphatunk az olvasztók járatába. Az 1. és 4. ábrákból láthatjuk, miképen oszlik el a mangán az olvasztóban, milyen törvényszerűséget követ akkor, amikor a mangán a nyersvasba és akkor, amikor a mangán a salakba megy át. Ez a két jelenség egymással ellentétes viselkedésű, ami a felületekben érvényre is jut. Sokkal könnyebb egy törvényszerűség tulajdonságait áttekinteni, ha annak felületét a térben ismerjük, mert bármely változásnál már előre láthatjuk azt a hatást, melyet a változás előidéz, sőt pontosan be is rajzolhatjuk és vetületeit megállapíthatjuk s így könnyebben vonhatjuk le a következtetéseket, amelyek olykor helytelen próbavételre és hibás elemzésre is mutathatnak.

A tükörnyersvasgyártásnál is pontosan megállapítható, hogy milyen járat mellett lehet a legkedvezőbb mangánkihozatalt elérni. Ismételten megemlítjük, hogy a tükörnyersvasgyártás nagyon hajlamos a karbonkiválásra és tapadékok

képzésére s ép ez a körülmény veszélyezteti a nagyon bázikus járatot. Jobb kisé savanyúbb salakkal jární, semhogy tapadékok lecsúszása alkalmával hosszabb ideig tartó üzemzavart idézzünk elő.

A tömeghatás képletének levezetése

A tömeghatás képletének az a célja, hogy az üzem részére könnyen használható és pontos összefüggést bocsáthassunk rendelkezésre. Már a 134. oldalon felírtuk a tömeghatás képletét *Oelsen* szerint, amely azonban csak adott esetben használható fel üzemileg és pedig akkor, amikor a képletben $Si = 1$ és $\beta = 1$. Ha a salak bázicitása 0,2-ig csökken, akkor *Oelsen* képlete elfogadhatatlan eredményeket ad. *Martinacél*-, *Thomas*-, *Bessemer*- és öntészeti nyersvasnál nem mutatkoznak nagyobb különbségek a salak bázicitásában, miértis az eltérések sem oly nagyok. Azonban 0,2 bázicitás mellett már oly nagyok az eltérések és a szóródások a diagrammáknál, hogy a tömeghatás képletét már felhasználni nem lehet, mert az *Oelsen* képlete nem foglalja magában a bázicitást. Oly metallurgiai átalakulásoknál, melyeknél folyékony salak- és fémfürdő egymásra hatnak és így kémiai hatást akarunk elérni, ott a salak bázicitását nem lehet mellőzni. Olyankor azonban, amikor a salakfürdőnek csak az a célja, hogy a fémfürdőt az oxydációtól megvédje, ott a salak bázicitásának nincs jelentősége.

Az *Oelsen* levezette tömeghatás képlet

$$K_{Mn} = \frac{(Mn)}{[Mn]} \cdot \sqrt{[Si]},$$

ahonnan

$$K \cdot \frac{1}{\sqrt{[Si]}} = \frac{(Mn)}{[Mn]}.$$

amely összefüggésre *Oelsen* megjegyezte, hogy a tömeghatás K -értéke a bázicitással nagyon változik.

Levezetéseinknek épp az volt a célja, hogy a tömeghatás K -értékét állandósítsuk, vagyis a tömeghatás képlete egyensúlyi állapotot mutasson. Ha a K_{Mn} változó értékeket mutat, nem tudjuk, mikor van a $[Si]$, (Mn) és $[Mn]$ egyensúlyi állapotban, azért kell, hogy állandó számot képviseljen.

Levezetéseinkből a következőképpen kapjuk a tömeghatás képletét:

$$\frac{(Mn)}{[Mn]} = \frac{\frac{\Sigma Mn}{Q \sqrt{[Si]} \cdot \beta + S}}{\frac{\Sigma Mn \sqrt{[Si]} \cdot \beta}{Q \sqrt{[Si]} \cdot \beta + S}} = \frac{\Sigma Mn (Q \sqrt{[Si]} \cdot \beta + S)}{\Sigma Mn \cdot \sqrt{[Si]} \cdot \beta (Q \sqrt{[Si]} \cdot \beta + S)},$$

ahonnan

$$\frac{(\text{Mn})}{[\text{Mn}]} = \frac{1}{\sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta}}$$

$$\frac{(\text{Mn})}{[\text{Mn}]} \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta} = 1 = U_{\text{Mn}}$$

vagyis a mangán és [Si] tömeghatása egyenlő az egységgel és függ a salak bázicitásától.

Eddigi levezetéseink üzemi adatokon nyugszanak s ezért van az üzem részére nagyobb jelentőségük. A (Mn) és a [Mn] olyan adatokat tartalmaznak,

amelyek az üzem rendelkezésére állanak, csupán a β és a $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ képezi azokat a változókat, melyek az üzem részéről változtathatók s így a (Mn) és [Mn] meghatározása, amint láttuk, semmi nehézségbe nem ütközik. Ezek szerint az üzemi adatokból módunkban van a (Mn) és [Mn]-t külön-külön, egymástól függetlenül meghatározni, míg a tömeghatás képletéből pl. a (Mn)-t csak úgy

határozhatjuk meg, ha a [Mn]-t már előre ismerjük, mely esetben a $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ és β értékei már kötve vannak s szabadon nem választhatók.

Kísérjük meg a tömeghatás két képletét gyakorlati adatokkal összehasonlítani. Többnap adatokat állítottunk össze martinnyersvasból és egy különlegesen savanyúan járatott olvasztó üzemi adataiból, amelyeket alant közlünk.

Martinnyersvasnál

16. TÁBLÁZAT

(Mn)/[Mn]	$1/\sqrt[3]{[\text{Si}] \cdot \beta}$	$1/\sqrt[3]{[\text{Si}]}(\text{Oelsen})$
1,4092	1,4096	1,4104
1,0970	1,0966	1,2180
0,9000	0,9055	1,0764
1,0000	1,0021	1,0885
0,8870	0,8868	0,8550
1,0000	0,9917	1,1146

Már az acélnyersvasnál is az U_{Mn} sokkal jobban közelíti meg a (Mn)/[Mn]-t, mint az Oelsen felállította tömeghatás képlete, bár nagy eltérések még nem mutatkoznak, mert a bázicitás szűkebb határok között mozog és közel vannak az egységhez.

A savanyú kísérleti járat adatainál már sokkal nagyobbak az eltérések.

Saványú kísérleti járat

17. TÁBLÁZAT

(Mn)/[Mn]	$\frac{3}{1/\sqrt{[\text{Si}]} \cdot \beta}$	$1/\sqrt{[\text{Si}]} (\text{Oelsen})$
1,6020	1,6366	0,6270
1,5150	1,5404	0,6882
1,4330	1,4245	0,6580
7,3742	7,0030	1,0661
4,6576	4,5100	0,8000
3,2600	3,1368	0,6821
3,5040	3,5000	0,6566
4,2583	4,2166	0,7812

Itt már oly nagy eltérések mutatkoznak, amelyek Oelsen képletét használhatatlanná teszik. Ellenben az U_{Mn} fenti képlete elfogadhatóan követi a (Mn)/[Mn] viszonyát.

Foglaljuk diagrammba ezen adatokat oly módon, hogy az abszcissa tengelyén a (Mn)/[Mn] viszony legyen, míg az ordináta tengelyen az $\frac{3}{1/\sqrt{[\text{Si}]} \cdot \beta}$, illetőleg $1/\sqrt{[\text{Si}]}$ értékei. (6. ábra).

Ez az ábra világosan mutatja, hogy a meghatározott pontok Oelsen szerint mily nagy szóródást mutatnak, míg a rektifikált tömeghatás függvényével meghatározott pontok olyan egyenes mentén fekszenek, mely a tengelyrendszer kezdőpontján megy keresztül.

Tükörnyersvasnál a következő eredményekkel van dolgunk:

18. TÁBLÁZAT

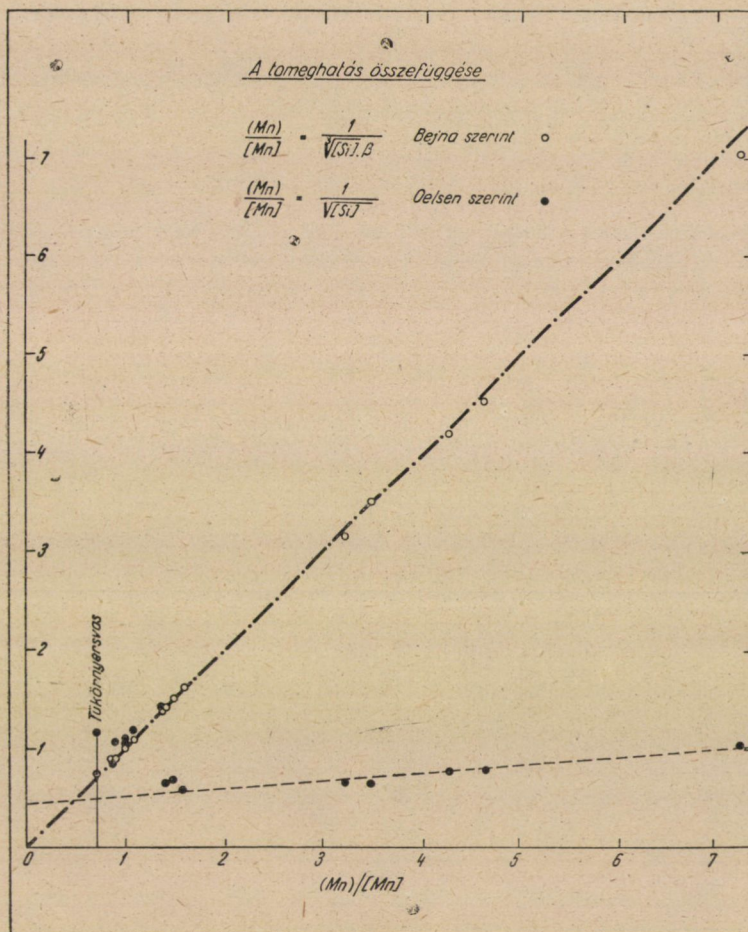
(Mn)/[Mn]	$\frac{3}{1/\sqrt{[\text{Si}]} \cdot \beta}$	$1/\sqrt{[\text{Si}]} (\text{Oelsen})$
0,685	0,685	1,200

U_{Mn} szerint az egyenlőség megvan, míg Oelsen szerint már nagyobb eltérés mutatkozik.

Oelsen maga is elismeri [1], hogy a szétszóró pontok között megvonható közepes egyenes nem megy keresztül a koordináta-rendszer kezdőpontján, mit különbözőképpen igyekszik indokolni. Ha a salak bázicitását is bevezette volna képletébe, akkor kielégítőbb eredményhez juthatott volna.

A fizikai kémia igyekszik egyes elemek egymásra való hatását függvény alakjában feltüntetni oly módon, hogy a függvényben csak a szóbanforgó elemek legyenek. A tömeghatásnak ily módon való meghatározása a mangánra vonat-

kozólag kohászati szempontból nem ad kielégítő eredményt és gyakorlatilag nem használható fel olyankor, ha több elemnek egymásra való hatására más tényezők is befolyással vannak. A Si-nak feltétlenül van hatása a Mn-ra, amely a hőmérséklet emelkedésével fokozódik, de ezt a hatást a salak bázicitása ellensúlyozza. A Mn és Si tömeghatására a salak bázicitásának van döntő befolyása



6. ábra

s vagy előmozdítja a Mn-nak a nyersvasba jutását, vagy hátráltatja, aszerint, milyen a salak bázicitása. Éppen ezért nem lehet a salak bázicitását a Mn és Si tömeghatás-képletéből nélkülözni, még akkor sem, ha elvi felfogásokkal ellentézik. A gyakorlat csak oly képleteket tud felhasználni és alkalmazni, melyek pontos eredményeket adnak.

Tegyük fel, hogy

$$\beta = 1 = \text{const.}$$

vagyis CaO SiO_2 viszonya az egységgel egyenlő. Ily salakkal az olvasztók nagyon gyakran járnak s ezért ez a feltétel teljesen indokolt és elfogadható. Ebben az esetben a függvény a következő alakot veszi fel:

$$\frac{(\text{Mn})}{[\text{Mn}]} = \frac{1}{\sqrt[3]{[\text{Si}]}}$$

Ennél a feltételnél a tömeghatás képlete már megegyezik az Oelsen-féle képlettel és csak annyiban különbözik, hogy $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ helyett Oelsennél $\sqrt{[\text{Si}]}$ van.

Számításaink igazolták, hogy $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ -mal jobban közelítjük meg a valóságot, mint $\sqrt{[\text{Si}]}$ -mal. Ezek szerint Oelsen képlete csak akkor közelíti meg a valóságot, ha a salak bázicitása az egységgel egyenlő.

A függvényt még a következőképen is felírhatjuk:

$$(\text{Mn}) \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}]} = [\text{Mn}]$$

vagyis egységnyi bázicitással bíró salak mellett a nyersvas mangántartalmát úgy is kaphatjuk, ha a salak mangántartalmát $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ tényezővel szorozzuk. Ez az összefüggés tényleg fenn is áll.

Ha feltesszük még, hogy $\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1 = \sqrt{[\text{Si}]}$, akkor

$$(\text{Mn}) = [\text{Mn}]$$

vagyis, ha a nyersvas Si-tartalma 1 és a salak bázicitása is egyenlő az egységgel, akkor a nyersvas és a salak mangántartalma azonos, természetesen százalékosan kifejezve. Kiinduló számításaink is ezen az elven alapulnak és csak ezen tétel érvényességének köszönhetőek a többi levezetett összefüggések is és csak ennek alapján tudtuk meghatározni a mangáneloszlás törvényszerűségét a nagyolvasztókban. Itt már teljesen megegyezünk Oelsen felfogásával, mert ha $\beta = 1$ nála is és $[\text{Si}] = 1$, akkor $(\text{Mn}) = [\text{Mn}]$. Most láthatjuk csak világosan, mit jelent a salak bázicitása a mangán eloszlásánál. Ha ugyanis a salak bázicitása egységnyi és az olvasztóban uralkodó hőmérséklet oly magas, ami lehetővé teszi azt, hogy a nyersvasban a $[\text{Si}]$ -tartalom szintén egységnyi, akkor a salak a mangánt egyenlően osztja el oly módon, hogy mind a nyersvasban, mind a salakban a százalékos Mn-tartalom azonos. Ha azonban a salak bázicitása csökken, vagyis a salak SiO_2 tartalma növekszik, akkor noha a hőmérséklet nagyobb, a nyersvasban a mangán csökken. Ha pedig a salak bázicitása növekszik, akkor a nyersvas mangántartalma szintén nő. A salak bázicitásának ez a tulajdonsága döntően befolyásolja a mangán eloszlását s ezért a tömeghatás képletében ennek kifejezésre is kell jutnia.

A tömeghatás függvényének térbeli felülete

A tömeghatás függvénye

$$\frac{(\text{Mn})}{[\text{Mn}]} \cdot \sqrt[3]{[\text{Si}]} \cdot \beta = 1.$$

Ennek a függvénynek térbeli ábrázolására szükséges, hogy vagy a bázicitás, vagy a $\sqrt[3]{[\text{Si}]}$ különböző értékeihez megállapítsuk a térbeli jelentőséget. Tekintve, hogy a mangán eloszlását a salak bázicitása irányítja tulajdonképpen, ezt a tényezőt is változónak tartjuk meg és a $[\text{Si}]$ -t választjuk állandónak. Leginkább a járatos $[\text{Si}]$ -tartalmat vesszük figyelembe, vagy pedig valamely alsó, középső és felső értékhez állapítjuk meg a térbeli felületeket s azok nomogrammainak összehasonlítás céljából. A mangántartalmak mindegyik esetben változnak, így külön-külön meghatározandók.

Legyen

$$[\text{Si}] = 1 = \text{const.}$$

amikor is

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1$$

s így

$$\frac{(\text{Mn})}{[\text{Mn}]} \cdot \beta = 1,$$

ahonnan

$$(\text{Mn}) \cdot \beta = [\text{Mn}].$$

Ez a függvény már ábrázolható. Legyen

$$(\text{Mn}) = 20 = \text{const.},$$

akkor

$$[\text{Mn}] = 20 \beta$$

az összefüggés lineáris. Ha ugyanis

$$\beta = 0$$

$$[\text{Mn}] = 0,$$

ha pedig

$$\beta = 1$$

$$[\text{Mn}] = 20.$$

Az egyenes jele e_1 .

Hasonló az eset, ha

$$(M_n) = -20 = \text{const.}$$

akkor

$$[M_n] = -20\beta$$

Az egyenes jele e_2 .

Ha tehát a felületet az első képsíkkal párhuzamos síkkal metsszük, akkor metszetül egyenest kapunk, vagyis ennél a feltételnél a függvény lineáris tulajdonságú.

Legyen most

$$[M_n] = 20 = \text{const.},$$

akkor

$$(M_n) \cdot \beta = 20$$

$$(M_n) = \frac{20}{\beta}.$$

19. TÁBLÁZAT

β	(M_n)	$[M_n]$
0	∞	20
0,5	40	20
1	20	20
2	10	20
3	6,66	20
4	5	20
5	4	20
6	3,33	20
8	2,5	20
-1	-20	20
-2	-10	20

A metszet R_1 hyperbola.

Legyen folytatólag

$$[M_n] = -10 = \text{const.}$$

$$(M_n) = \frac{-10}{\beta} \quad (\text{lásd 20. táblázatot})$$

A metszet R_2 hyperbola.

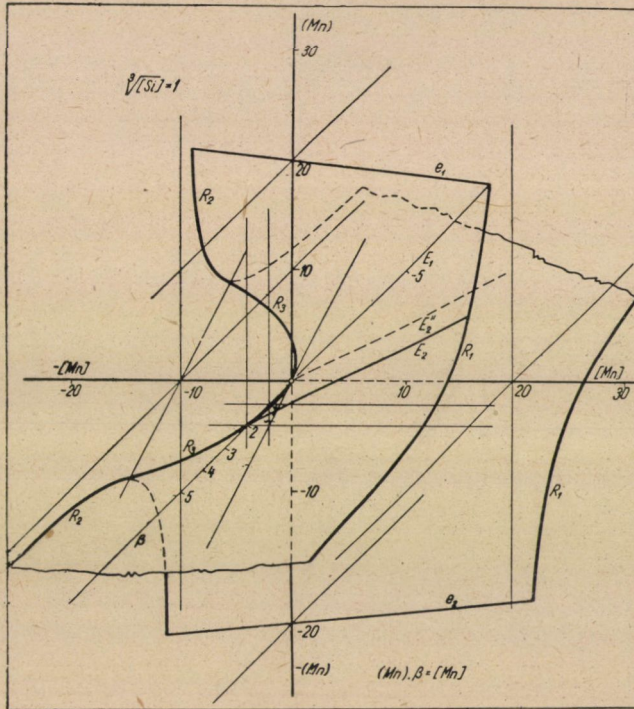
$$\text{Ha pedig} \quad (\text{Mn}) = -2\beta,$$

akkor behelyettesítve a függvénybe, lesz

$$(-2\beta)\beta = [\text{Mn}]$$

$$-2\beta^2 = [\text{Mn}].$$

A metszet R_3 parabola. Ezen metszetekkel a felület meg is van határozva.



7. ábra

A felület, amint látjuk, egy 90° -kal elforgatott hiperbolás paraboloid.

A felvett állandó $[\text{Si}]$ mellett az érdekel bennünket, hogy változó bázicitás mellett miképpen változik a mangántartalom a salakban és a tükrönyersvasban.

Legyen

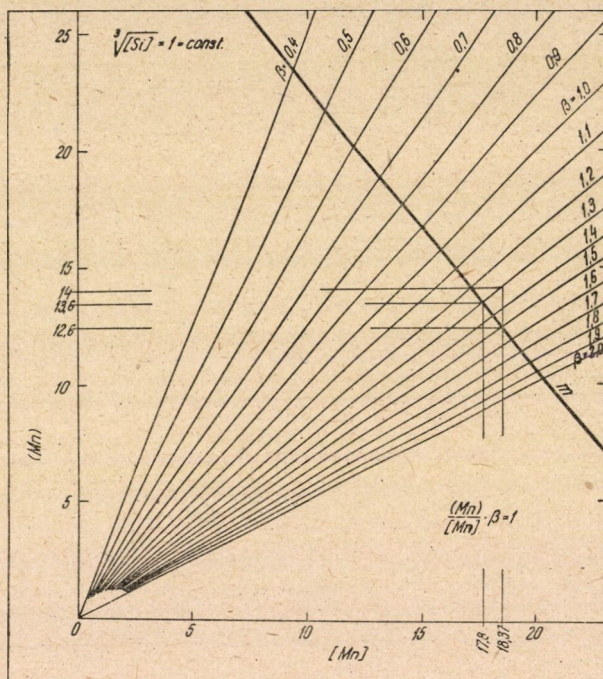
$$\beta = 1 = \text{const.}$$

akkor

$$(\text{Mn}) = [\text{Mn}].$$

20. TÁBLÁZAT

β	(Mn)	[Mn]
0	∞	— 10
1	— 10	— 10
2	— 5	— 10
3	— 3,33	— 10
4	— 2,5	— 10
5	— 2	— 10
— 1	+ 10	— 10
— 2	+ 5	— 10



8. ábra

A metszet E_1 egyenes.

Ha
akkor

$$\beta = 2 = \text{const.},$$

$$(\text{Mn}) = \frac{[\text{Mn}]}{2}$$

a metszet E_2 , melynek második vetülete E_2'' . Ezen az alapon lehet összeállítani a 8. ábra nomogrammját.

Ez a nomogramm arra az esetre érvényes, amikor $\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1$. A nomogrammból is láthatjuk, hogy ha $\beta = 1$, akkor $(\text{Mn}) = [\text{Mn}]$. Pl. legyen $(\text{Mn}) = 10$, akkor $[\text{Mn}] = 10$. Ha pedig $\beta = 2$, akkor, ha $(\text{Mn}) = 10$, $[\text{Mn}] = 20$. Tükörnyersvasnál

$$\beta = 1,29$$

és ha

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1,$$

akkor

$$[\text{Mn}] = 18,4 \text{ esetében}$$

$$(\text{Mn}) = 14$$

lett volna. Miután $\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1$ hidegebb járatot fejez ki, azért mutatkozott a salakban nagyobb mangánmennyiség. Itt persze feltételeztük, hogy a nyersvas $\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1$ érték mellett is felvette volna 18,4% Mn-tartalmát. A valóságban azonban a $[\text{Mn}] = 17,54$ -re csökkent s a salakba 13,6% (Mn) került volna. Ezt a számítás is igazolja.

Amint látjuk, nem lehet bármely értéket alapul venni s azokból a következtetést levonni, hanem össze kell egyeztetni azzal a járatral, melyre a diagrammot szerkesztettük. Ha a 8. ábra nomogrammából az 1. és 4. ábra adatait, helyesebben mondva a felvett tükörnyersvasjárat megfelelő adatait akarjuk leolvasni, akkor ennek a járatnak adatait akkor kapjuk, ha a 8. ábra nomogrammába berajzoljuk még azt az m -egyenest, amely oly módon keletkezik, hogy a (Mn) és a $[\text{Mn}]$ tartalmainak maximális értékeit összekötjük. A salaknál azt találtuk, hogy $(\text{Mn})_{\max} = 34,8\%$ és $[\text{Mn}]_{\max} = 28,78\%$. Ha tehát ezeket az értékeket a megfelelő tengelyekre felvisszük és a pontokat összekötjük, kapjuk m -egyenest. Ez az egyenes metszi a különböző bázicitásokat kifejező egyeneseket, melyekhez tartozó (Mn) és $[\text{Mn}]$ -értékek azokat az értékeket fejezik ki, amelyek a tükörnyersvasnál elérhetők. Előző példánkban úgy találtuk, hogy 18,4% $[\text{Mn}]$ -tartalomhoz 12,6% (Mn) tartozik, amelyet a nomogramm meg is ad, de 1,5 és nem 1,3 bázicitásnál. Tehát egy másik nomogramra van szükségünk, mely nem $\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1$ -ből, hanem $\sqrt[3]{[\text{Si}]} = \sqrt[3]{1,45}$ -ből indul ki. Legyen ezek szerint

$$\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1,14,$$

akkor

$$1,14 \cdot (\text{Mn}) \cdot \beta = [\text{Mn}].$$

Ha pl.

$$\beta = 2,$$

akkor

$$2,28 (\text{Mn}) = [\text{Mn}],$$

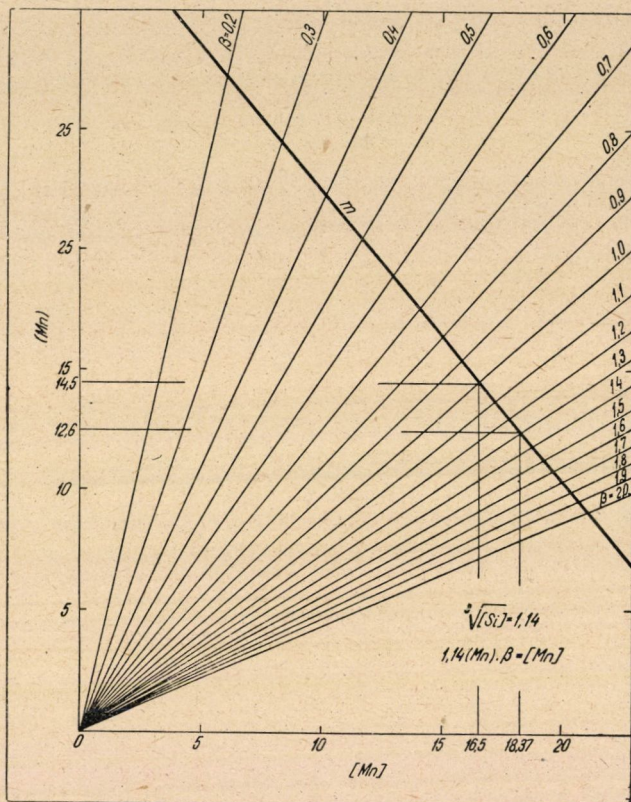
ahonnan

$$(\text{Mn}) = \frac{[\text{Mn}]}{2,28}$$

Ha $[\text{Mn}]$ -t szabadon választjuk, akkor (Mn) meghatározható.

Ha pl.

$$[\text{Mn}] = 20,$$



9. ábra

akkor

$$(\text{Mn}) = \frac{20}{2,28} = 8,7\%.$$

A 9. ábra a felvett példánkat demonstrálja, melynél $\beta = 1,3$ bázicitás mellett tényleg 18,37% $[\text{Mn}]$ -t és $\beta = 1$ bázicitás mellett a minimális 16,5%-ot érték el tüköryersvasban. E két határ között van a tüköryersvas összetétele, mely mellett a bázicitás is 1–1,3 között változott, mely eltéréseket változó ércösszetételek, pontatlan bemérések és próbavételek idézhették elő.

Az m -vonal metszi le a nomogramm egyeneséből azokat az értékeket, amelyek a felvett elegyösszetétel mellett a tüköryersvasban elérhetőek. A tükör-

nyersvas [Mn]-tartalma főképpen a Σ Mn-tól, vagyis a beadagolt mangán mennyiségétől függ, mert hiszen ez határozza meg a (Mn) és [Mn] szélső értékeit és ezzel az *m*-egyenes helyét a nomogrammban.

Minél kisebb a salak bázicitása, annál inkább emelkedik a salakban a mangán és fordítva. Ha $\sqrt[3]{[\text{Si}]} = 1,14$ -nél még melegebben járunk, akkor a nomogrammban az egyenesek még jobban süllyednek. Ugyanazon bázicitásnál még kedvezőbb mangánkihozatalt érhetünk el. De minél melegebben járunk, annál nagyobbak a mangánvesztések, melyek a salaknál mutatkoztak és nem a nyersvasnál. A mangán eloszlásánál ez rendkívül érdekes jelenség, amelyet még közelebbről meg kellene vizsgálni.

Ha a tömeghatás összefüggését ily értelemben használjuk fel s az egyes tényezők százalékos értékeit helyettesítjük be, akkor a gyakorlat részére igen jól járható utat teremtettünk és sok hasznos következtetéshez juthatunk. A mangáneloszlás törvényszerűsége most már világosan megmutatkozik. Látjuk, mi mozditja elő a mangánnak a nyersvasba jutását és mi hátráltatja s így tudjuk az olvasztó járatát úgy irányítani, hogy a mangán nagyobb mérvű elsalakulását megakadályozzuk, vagy ha esetleg szükséges, azt előmozdítsuk.

IRODALOM

[1] Archiv f. d. Eisenhüttenwesen, Jg. 1950, Heft 3/4.

Függelék

A tükörnyersvasgyártásnál felhasznált 100 s. r. ércelegy összetétele mangántartalomra vonatkoztatva a következő:

Érc megnevezése	100 s. r.-ben részesezés %	100 s. r.-ben		Az elegyben súlyszerinti részesezés
		Mn %	Mn súly	
Mangánérc	33,85	34,—	11,51	2200 kg
Érc I.	18,46	1,4	0,25	1200 «
« II.	6,15	1,1	0,07	400 «
« III.	12,40	0,5	0,06	800 «
« IV.	4,61	10,—	0,46	300 «
« V.	4,61	2,2	0,10	300 «
« VI.	4,61	0,5	0,02	300 «
« VII.	15,31	1,5	0,23	1000 «
	100,—		12,70	6500 kg
		Mészke	700 «
		Elegysúly	7200 «

A metallurgiai és technológiai levezetéseknél felhasznált tükörnyersvas és salakjának elemzése a következők:

Tükkörnyersvas összetétele :

Si	Mn	Termelés	Mn kg	Si kg	
1,25	18,4	398 q	7323,2	497,5	
1,32	18,—	243 «	4374,—	320,8	
1,88	17,4	258 «	4489,2	485,—	
1,52	17,—	228 «	3876,—	346,6	
1,50	16,4	325 «	5330,—	487,5	
1,30	17,5	200 «	3500,—	260,—	
Átlag	1,45	17,49	1652 q	28892,4	2397,4

A salak összetétele : 6 nyersvascsapoláshoz 2 salakelemzés

SiO ₂	CaO	MnO
31,50	—	8,26
28,18	36,23	9,04

Összefoglalás

Jelen fejtegetésünk célja a mangáneloszlás törvényszerűségének megállapítása volt, amelyet azonban nem kémiai, hanem fizikai alapon üzemi adatokból igyekeztünk levezetni. Ehhez gyakorlati tapasztalatok és üzemi adatok adnak útbaigazítást. Ezen adatok felhasználásával jellegzetesen rá lehetett mutatni a mangán eloszlására az olvasztóban, sőt a mangán eloszlásának függvényét is fel lehetett írni.

Ha a függvényt megállapítottuk és ha azt három változóval ki tudjuk fejezni, akkor a függvények felületelmélete alapján azt ábrázolni és térbeli felület alakjában szemléltetni is lehet. Ezen szemléltető eljárásnak igen nagy előnye van, mert nemcsak látjuk a függvény vagy törvényszerűség jelentőségét a térben, hanem a változók változásainak a hatását is a térbeli felületen. Minden változás, mely a háromváltozós függvény vagy törvényszerűség keretében végbemegy, a térbeli felületen zajlik le és metszetként jelentkezik. A térbeli metszetnek három vetülete van s mindegyik vetület két-két változó összefüggését és tulajdonságát mutatja a változás alatt. Ha több párhuzamos metszet térbeli görbéinek vagy egyenesecinek vetületeit visszük fel egy koordináta-rendszer tengelyeire, akkor olyan nomogramokat kapunk, melyeknek a gyakorlatban jelentőségük van.

A függvények és törvényszerűségek felületelméletének is az volt a célja, hogy bemutassuk a matematika gyakorlati alkalmazását, melynek létjogosultsága az előző fejtegetésünkben be is igazolódott.

A tömeghatás képletének levezetését nem kémiai alapon, hanem az üzemi adatokból megállapított mangáneloszlás összefüggéseiből vezettük le, beigazolvva azt a tényt, hogy olyan metallurgiai átalakulásoknál, melyeknél a salaknak is befolyása van az átalakulásokra, a salak bázicitása a tömeghatás képletéből nem hiányozhatik. Párhuzamba állítottuk a mangánmegoszlás törvényszerűségéből levezetett tömeghatás képletét az Oelsen felvette tömeghatás képletével, melyből világosan kitűnt, hogy a gyakorlatnak jobban felel meg az a képlet, melyben a salak bázicitása is érvényesül.

A tükörnyersvas metallurgiájában levezetett ilyen összefüggések — úgy vélem — igazolták a törvényszerűségek felületelméletének jelentőségét és gyakorlati alkalmazhatóságát.

A GÉPI GYÖKVONÁS ELMÉLETI ALAPJAI

KISS IGNÁC

[MŰSZAKI EGYETEM, SOPRON, MATEMATIKAI TANSZÉK]

[Beérkezett 1953. március 26-án]

I. Bevezetés

A számok gyökének meghatározása közel négyezer éves problémája a matematikának. A gazdasági élet és az építkezés szükségletei vetették fel először ezt a kérdést: a számológépek elterjedése és a fejlődő tudománynak a pontossággal szemben támasztott fokozott követelménye teszi jelenleg idő-szerűvé.

A gyök kiszámítását többféleképpen lehet gépen elvégezni. Alapul vehetjük az elemi mennyiségtan hatványozási, gyökkvonási szabályait, a számelmélet megfelelő tételét [15; 49. o.], a lánc törtekkkel való kifejtést, a tiszta négyzetes egyenlet közelítő megoldását [14; 65. o.] és a szükséges műveleteket vagy azok célszerű módosítását alkalmazzuk a gépre. Ezek az eljárások nem tudtak tért hódítani a múltban és nem fognak elterjedni a jövőben sem, mivel alkalmazásuk szűk korlátok közé van szorítva, teljesítményük nem sokkal haladja meg azt a fokot, amit a közhasználatban levő táblázatok útján elérhetünk (ez utóbbi alól egyedül *Bodewig* eljárása [2; 377. o.] kivétel), a számítás kivitele pedig megfelelő gyakorlatot kíván.

A géptől elsősorban azt várjuk, hogy a táblázatok merev korlátain túl lehetővé tegye a magas tizedesek kiszámítását bármely számra és bármely gyökkitevőre tetszés szerinti pontossággal. Ezt a célt gyökközelítő képletek felállításával érhetjük el. Ez adja a legáltalánosabb megoldást és a gyakorlat követelményeinek is ez felel meg a legjobban, mivel a gyök kiszámítását olyan elemi algebrai műveletekre vezeti vissza, amit a gépen könnyen elvégezhetünk és nagyrészt nem állnak fenn az előbb felsorolt hátrányok. Ebben az irányban is megtették már a kezdő lépéseket: az irodalomban három általános gyökközelítő képlet ismeretes (*Heron*, *Lambert*, *Merrifield*), amelyeket egymástól függetlenül különböző módon kaptak. Hiányzott azonban a további fejlődéshez az egységes átfogó elméleti alap. Ezt akarjuk a következőkben megteremteni azzal, hogy a gyökkvonás műveletét algebrai egyenletek megoldására vezetjük vissza. A gyökközelítő képletek felállításánál és vizsgálatánál felhasználhatjuk tehát az ezen a téren végzett elméleti kutatások és gyakorlati tapasztalatok

eredményeit. Ki tudjuk ezen az alapon mutatni, hogy az eddig ismert gyökképletek szoros összefüggésben vannak egymással és el fogjuk végezni a mai fokozott követelményeknek megfelelő kiegészítéseket.

*

Ha ki akarjuk számítani az A szám n -edik gyökét

$$x = \sqrt[n]{A}$$

akkor a

$$f(x) = x^n - A = 0 \tag{1}$$

egyenletet kell Newton—Raphson alapképlete (9. egyenlet) és ennek változatai segítségével megoldani. Az ismert eljárások közül az (1) egyenlet egyszerű alakja miatt nyilván ezt fogjuk választani; a másik számba jöhető eljárás, a regula falsi csak felesleges módon bonyolítaná a feladatot.

Minden közelítő eljárás feltételezi, hogy az egyenlet gyökét előzetesen valamilyen módon legalább egy tizedesig terjedő pontossággal meghatároztuk; ezt a számot *kezdőérték*-nek fogjuk nevezni és a -val jelöljük¹

$$\sqrt[n]{A} = a \dots$$

A legtöbb szám gyöke irracionális. Ezeket két oldalról közelítjük meg, értéküket két tizedestört adja meg az esetenként megkívánt pontossággal. Pl. $2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 098\ 197 < \sqrt[6]{6} < 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 098\ 198$. Ez a két tört csupán az utolsó tizedes egy egységében tér el egymástól és jellemző rájuk, hogy *helyettesítési értékiük*

$$a^n - A \tag{2}$$

mindig ellentétes előjelű.

Természetesen meg kell állapítani, hogy a két közelítő tizedestört közül melyiket fogjuk a képletekben előforduló a kezdőérték helyébe tenni. A Newton—Raphson-képlet alkalmazásánál elvileg abból a kezdőértékből kell kiindulni, amelyik a grafikon konvex oldalán van (l. az 1. ábrát)

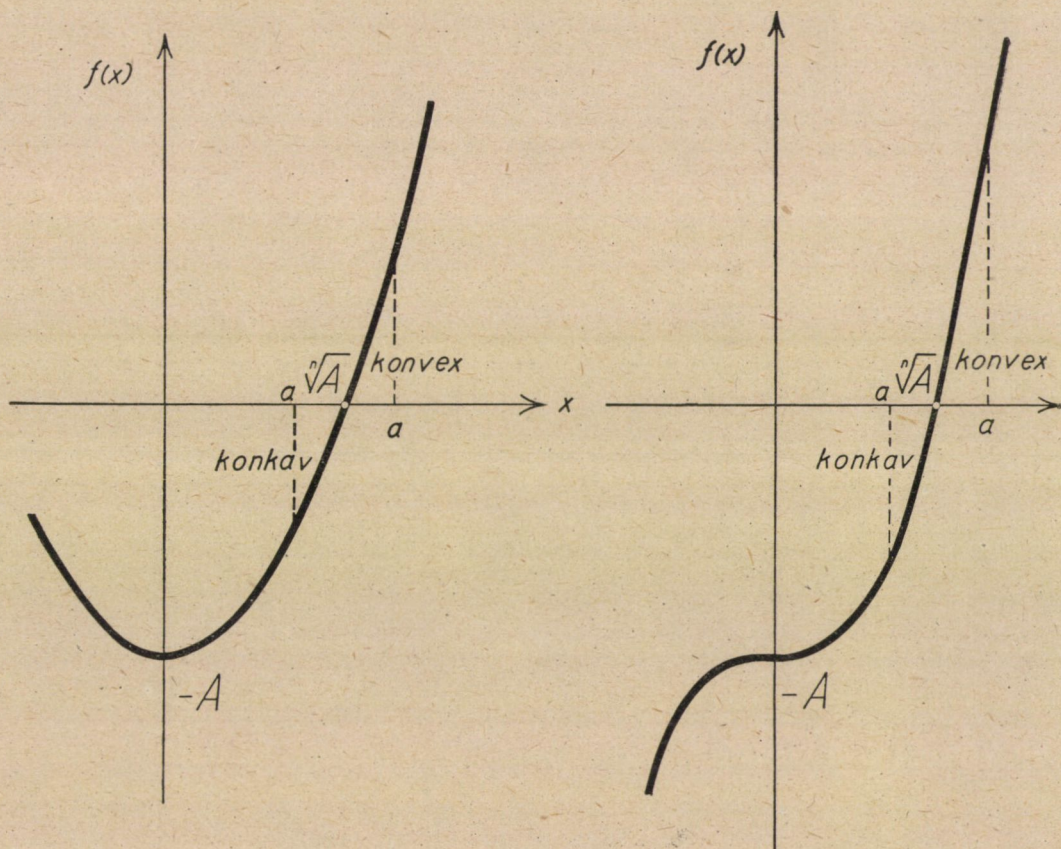
¹ A Newton—Raphson-képlet konvergenciájának elméleti feltételeit [6; 281. o.] jól fedi a következő gyakorlati szabály: az eljárás feltétlenül konvergál az egyenlet gyöke felé a görbe azon szakaszán, ahol helyettesítési érték valódi tört, az előjel pedig megváltozik. Ennek akarunk eleget tenni a kezdőérték korlátozásával.

Az a kezdőérték a grafikon konvex oldalára esik, ha [11 ; 264. o.]

$$f(a) f''(a) > 0.$$

A mi esetünkben tehát a jobboldali közelítő tizedestörtet kellene mindig választani, mert ez tesz eleget az előbbi feltételnek

$$n(n-1) a^{n-2} (a^n - A) > 0.$$



I. ábra

Azonban sokkal jobban tudjuk kihasználni a képletek teljesítőképességét, ha azt a tizedestörtet választjuk, amelyiknek helyettesítési értéke $|a^n - A|$ kisebb. Ha a két helyettesítési érték közel ugyanakkora, akkor célszerű a számtani középértéket venni. Négy-öt helyes tizedessel kaphatunk kevesebbet még aránylag kis kezdőérték mellett is, ha ezt a szabályt figyelmen kívül hagyjuk.

A számítás eredményét természetesen ellenőriznünk kell. A legtöbb szerző ezért hibaképletet vezet le, amit azonban a gyakorlatban nem használnak.² Legjobb erre a célra a közelítő tizedestörtek helyettesítési értékének előjelváltozását felhasználni. Evégből a végeredmény utolsó tizedesét egy egységgel növeljük, kiszámítjuk ennek és a kapott végeredménynek helyettesítési értékét : ha előjelük ellentétes, jó az eredmény. Ha mind a kettőnek negatív az előjele, akkor a gyököt nem kaptuk meg a kívánt pontossággal, a számítást egy nagyobb kezdőérték mellett kell megismételni.

Ha a végeredmény helyettesítési értékének pozitív az előjele, akkor természetesen csökkenteni kell az utolsó tizedest egy egységgel. Ha az utóbbi tizedestörtnék is pozitív a helyettesítési értéke, akkor számolási hibát követtünk el.

*

Ha ugyanazt a gyököt több képlettel számítjuk végig, azt látjuk, hogy az egyik egyenlet több, a másik kevesebb helyes tizedest ad ugyanazon kezdőérték mellett. A gyakorlat szempontjából célszerű ezért fokozatokba sorolni az egyes képleteket. Ezt úgy érzük el a legegyszerűbben, hogy a képleteket közös formára hozzuk. Sokkal helyesebb azonban, ha ezt a műveletet nem a gyökközelítő képleteken, hanem a kiindulásul szolgáló alapegyenleteken végezzük el.

Jelöljük evégből az adott $f(x) = 0$ egyenlet pontos gyökét ξ -szel ; mivel az egyenlet a gyöktényezővel elosztható, ezért az adott egyenletet ilyen alakban írhatjuk

$$f(x) = (x - \xi)g(x), \quad (3)$$

ahol természetesen $g(\xi) \neq 0$, mivel a mi esetünkben többszörös gyökök nem jöhetnek számításba.

Ha a kezdőérték m tizedesig terjedő pontossággal adja meg az adott egyenlet gyökét, akkor ezt a számot x_m -mel jelöljük. Az alakképlet alkalmazása után km helyes tizedest kapunk: a megfelelő gyököt x_{km} -mel fogjuk jelölni. Szükségünk lesz még ezenkívül a következő rövidítésekre (2. ábra)

$$\begin{aligned} x_m - \xi &= d_m \\ x_{km} - \xi &= d_{km}. \end{aligned} \quad (4)$$

Ezek felhasználásával Newton—Raphson alapegyenletét és változatait a következő alakra hozhatjuk

$$d_{km} = c_1 d_m + c_2 d_m^2 + c_3 d_m^3 + \dots + c_r d_m^r + \dots = \sum_{i=1}^{i=\infty} c_i d_m^i$$

² Lásd [5; 49. o.]. Ennek oka részben a hibaképletek alkalmazásával járó kisebb-nagyobb bizonytalanság. Lásd a 9. jegyzetet.

Az együtthatók $g(x_m)$, $g'(x_m)$, $g''(x_m)$, $g'''(x_m)$ $g^{(r)}(x_m)$ függvényei (ahol zavarja az áttekintést, elhagyjuk az x_m argumentum feltüntetését)

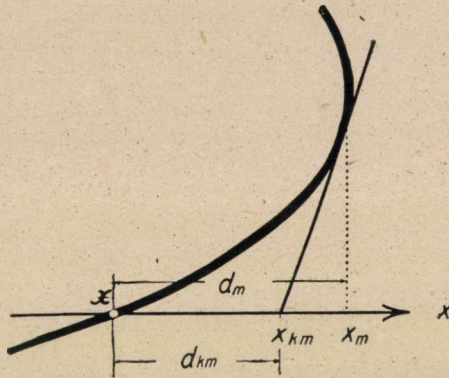
$$c_1 = F_1(g)$$

$$c_2 = F_2(g, g')$$

$$c_3 = F_3(g, g', g'')$$

általában

$$c_r = F_r(g, g', g'', g''' \dots \dots g^{(r-1)})$$



2. ábra

Ha $c_1 \neq 0$, akkor azt mondjuk, hogy az illető képlet lineárisan konvergál. Ha $c_1 = 0$, ellenben $c_2 \neq 0$, akkor négyzetes konvergenciáról beszélünk. Kőbös lesz a konvergencia, ha $c_1 = 0$, $c_2 = 0$, de $c_3 \neq 0$. Általában azt mondjuk, hogy a képlet konvergencia-foka r , ha

$$c_1 = 0, c_2 = 0, c_3 = 0, c_4 = 0 \dots \dots c_{r-1} = 0$$

ellenben $cr \neq 0$. Minél nagyobb a jobboldalon d_m legkisebb hatványkitevője, annál több helyes tizedest ad az illető képlet lépésenként.

A legfontosabb ennek a megállapításnak a gyakorlati jelentősége. A lineárisan konvergáló képlet minden egyes lépésnél általában ugyanannyi helyes tizedest ad, a négyzetesen konvergáló megkétszerezi a helyes tizedesek számát, a kőbös háromszor annyi tizedest ad esetenként, a bikvadratikusnál 4, az ötödfokúnál 5 a szorzószám és így tovább. Vagyis végeredményben a helyes tizedesek szorzószámát, a k -t egyenlővé tehetjük az egyenlet konvergencia-fokával [1; 45. o.]: $k \approx r$. Természetesen nem beszélhetünk pontos szabályról, mivel az együtthatók számértéke minden egyes esetben megváltozik, meg kell elégednünk azzal, hogy nagyjából tájékozódunk egy képlet teljesítménye felől.

A konvergencia gyorsaságára a választott alakképleten kívül két tényezőnek van jelentős befolyása. Az elsőt már említettük a kezdőérték korlátozásánál: a helyettesítési érték nagysága. Minél kisebb a helyettesítési érték abszolút értéke, annál jobb a konvergencia. A második a görbületi sugár: minél nagyobb az adott egyenlet grafikonjának görbületi sugara a gyök helyén, annál gyorsabb a konvergencia [12 ; 315. o.]. Nagy görbületi sugár esetén $|\varrho > 10^6|$ a képletek teljesítménye nagyobb fokozatba megy át, mint amekkorát az előzők alapján megállapítunk.

Látni fogjuk, hogy nemcsak egy képlet konvergencia-fokát tudjuk meghatározni, hanem a határozatlan együtthatók módszerével kombinálva meg tudjuk esetleg javítani egy képletforma közelítési fokát, természetesen bizonyos határokon belül.

Bármilyen nagy egy képlet konvergencia foka, ez még nem jelenti azt, hogy az általa megadott számsorozat valóban az adott egyenlet gyöke felé közeledik: ezt ettől függetlenül külön kell bizonyítani. A mi esetünkben elég, ha rámutatunk: a Newton—Raphson-képlet az általánosan ismert feltételek mellett [6 ; 279. o.] konvergál az egyenlet gyöke felé, tehát nyilván konvergálni fognak ennek a képletnek magasabb fokú változatai is, nekünk pedig a következőkben csak ezekkel lesz dolgunk.

*

Áttekinthetőbb lesz később a tárgyalás menete, ha a szükséges képleteket, értékeket itt külön összeállítjuk.

Képezzük sorra a (3) egyenlet differenciálhányadosait, írjunk x helyébe x_m -met, akkor a (4) egyenlet figyelembe vételével kapjuk

$$\begin{aligned}
 f &= g d_m \\
 f' &= g' d_m + g & f''' &= g''' d_m + 3g'' \\
 f'' &= g'' d_m + 2g' & f^{(4)} &= g^{(4)} d_m + 4g''' \\
 f^{(n)} &= g^{(n)} d_m + n g^{(n-1)}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Állapítsuk meg $g(x)$ -nek és differenciálhányadosainak értékét a gyökkvonás egyenletének esetére (1). Ismeretes az azonosság

$$\begin{aligned}
 x^n - A &= \left(x - \sqrt[n]{A} \right) \left(x^{n-1} + x^{n-2} \sqrt[n]{A} + x^{n-3} \sqrt[n]{A^2} + x^{n-4} \sqrt[n]{A^3} + \dots \right. \\
 &\quad \left. \dots + x^3 \sqrt[n]{A^{n-4}} + x^2 \sqrt[n]{A^{n-3}} + x \sqrt[n]{A^{n-2}} + \sqrt[n]{A^{n-1}} \right).
 \end{aligned}$$

A hányados képlete tehát

$$g(x) = x^{n-1} + x^{n-2} \sqrt[n]{A} + x^{n-3} \sqrt[n]{A^2} + x^{n-4} \sqrt[n]{A^3} + \dots \\ \dots + x^3 \sqrt[n]{A^{n-4}} + x^2 \sqrt[n]{A^{n-3}} + x \sqrt[n]{A^{n-2}} + \sqrt[n]{A^{n-1}}. \quad (6)$$

Képezzük sorra ennek a függvénynek differenciálhányadosait és írjunk a végeredményben x helyébe mindenütt $\sqrt[n]{A}$ -t; bennünket ugyanis csak a konvergencia fokának megállapítása és az első együtthatónak a nagysága érdekel, a képleteket nem akarjuk a hiba kiszámítására felhasználni.

$$\begin{aligned} g &= \binom{n}{1} \sqrt[n]{A^{n-1}} & g^{(n-3)} &= (n-3)! \binom{n}{n-2} \sqrt[n]{A^2} \\ g' &= 1! \binom{n}{2} \sqrt[n]{A^{n-2}} & g^{(n-2)} &= (n-2)! n \sqrt[n]{A} \\ g'' &= 2! \binom{n}{3} \sqrt[n]{A^{n-3}} & g^{(n-1)} &= (n-1)! \\ g''' &= 3! \binom{n}{4} \sqrt[n]{A^{n-4}} & g^{(n)} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Többször lesz szükségünk a gyökvonás egyenletének különböző differenciálhányadosaira a kezdőérték mellett

$$\begin{aligned} f &= a^n - A \\ f' &= 1! \binom{n}{1} a^{n-1} & f^{(n-2)} &= (n-2)! \binom{n}{n-2} a^2 \\ f'' &= 2! \binom{n}{2} a^{n-2} & f^{(n-1)} &= n! a \\ f''' &= 3! \binom{n}{3} a^{n-3} & f^{(n)} &= n! \end{aligned} \quad (8)$$

Ezek után rátérhetünk tárgyunk közvetlen ismertetésére.

II. Az alapegyenlet

Egyenletek gyökének közelítő meghatározására a leggyakrabban *Newton-Raphson* képletét³

$$x_{2m} = x_m - \frac{f(x_m)}{f'(x_m)} \quad (9)$$

használjuk fel. Egyszerűen igazolhatjuk azt az ismert tételt, hogy ez az egyenlet négyzetesen konvergáló számsorozat ad. Adjunk hozzá mindegyik oldalhoz

³ A (9) egyenlet alapelve részben Newtontól ered, alakját viszont Raphson adta meg 1690-ben [10; 85. o.] A gyakorlat szempontjából célszerűbbnek tartjuk az x kezdőérték indexében az alkalmazások száma helyett a helyes tizedesek számát feltüntetni.

— ξ -t, helyettesítsük be az (5) egyenlet értékeit, rendezzük úgy a számlálót, mint a nevezőt d_m növekvő hatványai szerint, ekkor az osztás elvégzése után a magasabbrendű tagok elhagyásával kapjuk⁴

$$d_{2m} = \left(\frac{g'}{g}\right) d_m^2 \quad (10)$$

Írjunk a (9) egyenletben x_m helyébe a -t, x_{2m} helyébe pedig $\sqrt[n]{A}$ -t, ekkor a (8) egyenlet figyelembe vételével megkapjuk az első gyökközelítő képletet⁵

$$\sqrt[n]{A} = a \frac{A + (n-1) a^n}{na^n} \quad (11)$$

Ha a (11) egyenlet jobboldalából a kezdőértéket levonjuk, kapjuk az új tizedeseket

$$\Delta_m = \frac{A - a^n}{na^{n-1}}$$

Számítás céljaira ez a Newtontól eredő forma [15; 51. o.] a legmegfelelőbb.

A (10) egyenlet a (7) képlet felhasználásával átalakul

$$d_{2m} = \frac{n-1}{2! \sqrt[n]{A}} d_m^2 \quad (12)$$

A (11) gyökközelítő képlet megkétszerezi a helyes tizedesek számát. Annál gyorsabb a konvergencia, minél kisebb a gyökkitevő. Egyezően a tapasztalattal a négyzetgyökvonásnál kapjuk a legjobb eredményeket és a leg-egyszerűbb képleteket.

*

A gyökvonás egyenlete nagyon egyszerű; itt a legtermészetesebb a törekvés, hogy Newton—Raphson képletének konvergenciáját növeljük. Eddigi ismereteink alapján három lehetőség van nyitva.

1. Az $\frac{1}{f'}$ tényezőt szorzó-törtfüggvény alsó fokozatának tekintjük és keressük ennek alakját a magasabb közelítési fokoknak megfelelően. Ez a változat elkerülte eddig a figyelmet, pedig úgy általában mint különösen a gyök-

⁴ A konvergencia gyorsaságának analitikai meghatározása Bodewig-től származik [1; 45. o.]. Ezen alapszik az itt vázolt eljárás.

⁵ Ha a (11) egyenletben n helyébe 2-t írunk, a legrégebb gyökközelítő eljárást kapjuk, amit az alexandriai Heron kereken kétezer évvel ezelőtt fedezett fel [3; 372. o.]. Egyszerűen lehet igazolni, hogy ennek ismételt alkalmazásával nyert számsorozat az adott szám négyzetgyöke felé közeledik [10; 79. o.].

vonás szempontjából ez a legfontosabb általánosítása Newton—Raphson képletének, mivel teljesítménye független a helyettesítési érték nagyságától.

2. Közismert, hogy Newton—Raphson képletét megkapjuk, ha az adott egyenletet a gyök körül kifejtjük és a magasabbfokú tagokat elhagyjuk. Nyilván pontosabb értékeket kapunk, ha az elhagyott tagokat is figyelembe vesszük.

3. Teljesség kedvéért megemlítjük *Willers* eljárását: x_m helyett ennek megfelelően választott függvényét hozza be a (9) képletbe, amely az egyenlet görbületét a gyök körül megnagyobbítja [12; 315. o.]. Ez a módszer a leg-egyszerűbb esetben meglehetősen komplikált gyökös kifejezésre vezet, a gyakorlat szempontjából nincsen tehát jelentősége.

III. A szorzófüggvény meghatározása

Írjunk a (9) képletben f helyébe $\frac{f}{f'}$ -t és f' helyébe pedig ennek a tört-függvénynek első differenciálhányadosát [9; 179. o.]: köbösen konvergáló alapegyenletre jutunk.⁶

$$x_{3m} = x_m - \frac{f'}{f'^2 - \frac{1}{2}ff''} f. \quad (13)$$

A konvergencia fokszámának megállapítása ugyanúgy történik mint az előző képletnél

$$d_{3m} = \left[\left(\frac{g'}{g} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{g''}{g} \right) \right] d_m^3. \quad (14)$$

A (13) alapegyenlet a (8) képlet értékeinek felhasználásával *Lambert* gyökközelítő képletét adja.⁷

$$\sqrt[n]{A} = a \frac{(n+1)A + (n-1)a^n}{(n-1)A + (n+1)a^n}, \quad (15)$$

amely tehát

$$d_{3m} = \frac{n^2-1}{2!3!\sqrt[n]{A^2}} d_m^3 \quad (16)$$

esetenként háromszor annyi helyes tizedest ad.

⁶ A (13) egyenletet Halley ismertette először 1694-ben [13; 200. o.].

⁷ Lambert képletét 1770-ben tette közzé [8; 160. o.] Újabbán tőle függetlenül *Rubbert* vezette le [7; 190. o.].

Meg kell még jegyeznünk: ha a (13) egyenlet nevezőjében $\frac{1}{2}$ helyett 1-et írunk, akkor az egyenlet csak négyzetesen konvergál [1; 47. o.]; ha pedig f'^2 együtthatóját változtatjuk meg, a közeledés lineáris lesz. A nevező együtthatói tehát lényegesen befolyásolják a képlet teljesítményét.

*

Határozzuk meg ezzel az eljárással a negyedikfokon konvergáló alapegyenletet. Helyettesítsünk Newton—Raphson képletében f helyébe [l. a (13) egyenlet nevezőjét]

$$\frac{f}{\sqrt{f'^2 - \frac{1}{2} ff''}}$$

és f' helyébe pedig ennek a kifejezésnek első differenciálhányadosát

$$x_{2m} = x_m \frac{f'^2 - \frac{1}{2} ff''}{f'^3 - \frac{5}{4} ff'f'' + \frac{1}{4} f^2 f'''} f \quad (17)$$

Ez az egyenlet azonban csak négyzetesen konvergál, a helyettesítés tehát önmagában véve még nem vezet célhoz. Alkalmazzuk a határozatlan együtthatók módszerét annak megállapítására, nem lehet-e ennek a képletformának konvergenciáját növelni. Írjunk evégből a (17) egyenlet nevezője helyébe

$$f'^3 + a ff'f'' + b f^2 f'''$$

ezzel a konvergencia fokszámára általánosabb képletet kapunk

$$\begin{aligned} d_{2m} = & 2(1+a) \left(\frac{g'}{g}\right) d_m^2 - \left[4(1+a)^2 \left(\frac{g'}{g}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} + a + 3b\right) \left(\frac{g''}{g}\right)\right] d_m^3 + \\ & + \left[(7 + 22a + 24a^2 + 8a^3) \left(\frac{g'}{g}\right)^3 - \left(\frac{3}{2} + 5a + 15b + 12ab + \right. \right. \\ & \left. \left. + 4a^2\right) \left(\frac{g'}{g}\right) \left(\frac{g''}{g}\right) + b \left(\frac{g'''}{g}\right)\right] d_m^4. \end{aligned}$$

Tegyük egyenlővé d_m^2 és d_m^3 együtthatóit zérussal, ezekből

$$a = -1, \quad b = \frac{1}{6}.$$

Mégkaptuk tehát a keresett bikvadratikusán konvergáló alapegyenletet

$$x_{4m} = x_m - \frac{f'^2 - \frac{1}{2} f f''}{f'^3 - f f' f'' + \frac{1}{6} f^2 f'''} f, \quad (18)$$

amelynek fokszáma

$$d_{4m} = \left[\left(\frac{g'}{g} \right)^3 - \left(\frac{g'}{g} \right) \left(\frac{g''}{g} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{g'''}{g} \right) \right] d_m^4. \quad (19)$$

Ha a (18) alapegyenletet a gyökvonás egyenletére alkalmazzuk, megkapjuk *Merrifield* gyökközelítő képletét⁸

$$\sqrt[n]{A} = a \frac{2n^2 A a^n + [(n-1)A + (n+1)a^n] [(n+1)A + (n-1)a^n]}{2n^2 A a^n + [(n-1)A + (n+1)a^n] [(n-2)A + (n+2)a^n]} \quad (20)$$

ennek fokszáma

$$d_{4m} = \frac{n^2 - 1}{4! \sqrt[n]{A^3}} d_m^4, \quad (21)$$

vagyis lépésenként négyszerannyi helyes tizedest ad.

Merrifield egyenletét nem méltatták eddig kellő figyelemre. Nem vették észre, hogy ez az egyenlet adja a legideálisabb képletet a négyzetgyökvonásnak gépi úton való elvégzésére

$$\sqrt{A} = \frac{Aa}{A + a^2} + \frac{A + a^2}{4a}.$$

Egyszerű alakjához viszonyítva teljesítménye feltűnően magas.

*

Ugyanígy kapjuk az ötödfokon konvergáló alapegyenletet és az ebből folyó gyökközelítő képletet, ha az f függvény helyébe [l. a (18) egyenlet nevezőjét]

$$\frac{f}{\sqrt{f'^3 - f f' f'' + \frac{1}{6} f^2 f'''}}$$

⁸ *Merrifield* 1862-ben közölte képletét az elliptikus függvények közelítő meghatározásával foglalkozó dolgozatában [8 ; 160. o.]. Mi ezt kissé átalakítottuk : az eredeti alak nem mutatja világosan az összefüggést Lambert képletével. Nyilván valami félreértésből ered Rubbert közleményének az a megjegyzése, hogy *Merrifield* egyenlete kőbösen konvergál.

írunk. Ez is négyzetesen konvergáló alapegyenletre vezet

$$x_{2m} = x_m - \frac{f'^3 - ff'f'' + \frac{1}{6} f^2 f'''}{f'^4 - 2ff'^2 f'' + \frac{1}{2} f^2 f''^2 + \frac{1}{2} f^2 f' f''' - \frac{1}{12} f^3 f^{(4)}} f. \quad (22)$$

A tört nevezője helyett

$$f'^4 + aff'^2 f'' + bf^2 f''^2 + cf^2 f' f''' + df^3 f^{(4)}$$

írva általánosabb képletet kapunk a konvergenciára

$$\begin{aligned} d_{2m} = & (3 + 2a) \left(\frac{g'}{g}\right) d_m^2 + \left[\left(\frac{1}{2} + a + 3c\right) \left(\frac{g''}{g}\right) - (7 + 10a + \right. \\ & + 4a^2 - 4b) \left(\frac{g'}{g}\right)^2] d_m^3 + [(13 + 32a + 28a^2 + 8a^3 - 28b - \\ & - 16ab) \left(\frac{g'}{g}\right)^3 - (1 + 6a - 4b + 4a^2 + 18c + 12ac) \left(\frac{g'}{g}\right) \left(\frac{g''}{g}\right) + \\ & + \left(4d + c - \frac{1}{6}\right) \left(\frac{g'''}{g}\right)] d_m^4 - [(21 + 80a - 116b + 116a^2 + 16b^2 - \\ & - 144ab + 72a^3 - 48a^2b + 16a^4) \left(\frac{g'}{g}\right)^4 + \left(\frac{1}{2} - 19a - 66c + 30b - 30a^2 - \right. \\ & - 96ac + 24ab + 24bc - 36a^2c - 12a^3) \left(\frac{g'}{g}\right)^2 \left(\frac{g''}{g}\right) + \\ & + \left(\frac{1}{4} + a + 3c\right) \left(\frac{g''}{g}\right)^2 + \left(-1 - \frac{a}{3} + 7c + 28d + 4ac + 16ad\right) \cdot \\ & \cdot \left(\frac{g'}{g}\right) \left(\frac{g'''}{g}\right) + d \left(\frac{g^{(4)}}{g}\right)] d_m^5. \end{aligned}$$

Tegyük egyenlővé d_m^2 , d_m^3 és d_m^4 együtthatóit zérussal, ezzel megkapjuk a (22) egyenlet határozatlan együtthatóinak értékét

$$a = -\frac{3}{2}, \quad b = \frac{1}{4}, \quad c = \frac{1}{3}, \quad d = -\frac{1}{24}$$

és egyben az ötödfokon konvergáló alapegyenletet

$$x_{5m} = x_m - \frac{f'^3 - ff'f'' + \frac{1}{6} f^2 f'''}{f'^4 - \frac{3}{2} ff'^2 f'' + \frac{1}{4} f^2 f''^2 + \frac{1}{3} f^2 f' f''' - \frac{1}{24} f^3 f^{(4)}} f, \quad (2.)$$

amelynek fokszáma

$$d_{5m} = \left[\left(\frac{g'}{g} \right)^4 - \frac{3}{2} \left(\frac{g'}{g} \right)^2 \left(\frac{g''}{g} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{g''}{g} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{g'}{g} \right) \left(\frac{g'''}{g} \right) - \frac{1}{24} \left(\frac{g^{(4)}}{g} \right) \right] d_m^5. \quad (24)$$

A (23) egyenletnek megfelel a

$$\sqrt[n]{A} = a \frac{4n^2 A a^n [(2n-1)A + (2n+1)a^n] +}{4n^2 A a^n [(2n-3)A + (2n+3)a^n] +} + \frac{[(n-1)A + (n+1)a^n][(n-2)A + (n+2)a^n][(n+1)A + (n-1)a^n]}{+ [(n-1)A + (n+1)a^n][(n-2)A + (n+2)a^n][(n-3)A + (n+3)a^n]} \quad (25)$$

gyökközelítő képlet, amely tehát

$$d_{5m} = \frac{(n^2-1)(19-n^2)}{6! \sqrt[n]{A^4}} d_m^5 \quad (26)$$

ötször annyi helyes tizedest ad lépésenként.

*

Mi a szorzófüggvény meghatározására rekurzív módszert alkalmaztunk a határozatlan együtthatókkal kombinálva. *Gornstein* egészen más úton oldja meg ugyanezt a feladatot [4 ; 193. o.]. Azt az esetet vizsgálja, amikor a szorzófüggvény polinom (egyenletes közelítés)

$$x_{(r+2)m} = x_m - (h_0 + h_1 x_m + h_2 x_m^2 + h_3 x_m^3 + \dots + h_r x_m^r) f(x_m). \quad (27)$$

Sorra képezi a jobboldal differenciálhányadosait $r+1$ -ig bezárólag, ezek értéke zérus, így megkapja az ismeretlen $h_0, h_1, h_2, h_3, \dots, h_r$ együtthatókat, amelyek természetesen x_m kezdőérték függvényei lesznek.

Ez az eljárás egységes alapon tetszés szerinti konvergenciafokra adja meg Newton—Raphson képletének általánosítását. Minél nagyobb közelítési fokot akarunk elérni, annál több és magasabbrendű determinánst kell előzetesen kiszámítani és ezt a műveletet elvileg minden egyes lépésnél meg kellene ismételni: nyilván ezt akarta kikerülni *Gornstein* azzal, hogy az egyes együtthatók képletében előforduló x_m helyett más paramétert választott a felvett szakaszon

belül, ami természetesen csökkentette az elérhető pontosságot.⁹ Ha megtartjuk az eredeti x_m paramétert, akkor az együtthatók értékének behelyettesítése után a 27. egyenletben x_m minden hatványa kiesik és sorra megkapjuk az egyes közelítési fokoknak megfelelően a (13), (18) és (23) egyenletet. Nagyon jellemző, hogy ez a két egymástól teljesen független eljárás ugyanarra a végeredményre vezet.

IV. A magasabbfokú tagok kiszámítása

Megtartva eddigi jelöléseinket fejtsük sorba az adott $f(x) = 0$ egyenletet a gyök körül. Mivel felső határ esetén

$$\xi = x_m + d_m$$

kapjuk tehát a $f(x_m + d_m) = 0$ egyenlethől.¹⁰

$$f(x_m) + \frac{f'(x_m)}{1!} d_m + \frac{f''(x_m)}{2!} d_m^2 + \frac{f'''(x_m)}{3!} d_m^3 + \frac{f^{(4)}(x_m)}{4!} d_m^4 + \dots = 0. \quad (28)$$

Ha ugyanazt a végső konvergencia-fokot akarjuk itt is elérni, mint az előző esetben, d_m -nek negyedik hatványát figyelembe kell még venni, viszont rendkívül nehézkes lenne d_m értékét egy negyedfokú egyenlethől kiszámítani. Hogy ezt kikerüljük, kifejtjük d_m -et $f(x_m)$ hatványai szerint, amit természetesen csak akkor tehetünk meg, ha a helyettesítési érték $|f(x_m)|$ valódi tört [11; 267. o.].

$$d_m = af + bf^2 + cf^3 + df^4$$

Az a , b , c és d együtthatók értéke még határozatlan. Helyettesítsük ezt a kifejezést a (28) egyenletbe és rendezzük f növekvő hatványai szerint

$$(1 + af')f + (bf' + \frac{1}{2} a^2 f'')f^2 + (cf' + abf'' + \frac{1}{6} a^3 f''')f^3 + \\ + \left[df' + \frac{1}{2} (b^2 + 2ac)f'' + \frac{1}{2} a^2 bf''' + \frac{1}{24} a^4 f^{(4)} \right] f^4 + \dots = 0.$$

⁹ Gornstein kiszámítja módszerével Wallis egyenletének

$$x^3 - 2x - 5 = 0$$

reális gyökét [4; 195. o.]. Egy tizedesből kiindulva ötödfokú közelítéssel hat pontos tizedest kap

$$x_6 = 2,094551\dots$$

Ugyanezt a pontosságot mutatja az általa megadott hibaképlet is. Ha ellenben ugyanazon kezdőérték mellett a (23) egyenlettel határozzuk meg a gyököt, egyszerre tizenkét tizedest kapunk

$$x_{12} = 2,094551481542\dots$$

kevesebb fáradsággal. Meg kell jegyeznünk, hogy a számítás eredményét kedvezően befolyásolja az a körülmény, hogy az egyenlet görbületi sugara a gyök helyén meglehetősen nagy: $\rho = 111.976$

¹⁰ Ezt a változatot Euler adta meg 1744-ben [11; 267. o.]. Az irodalomban a 30. számú egyenletet a harmadfokú tagig bezárólag szokták közölni.

Ha az első négy tag együtthatóját zérussal tesszük egyenlővé, megkapjuk a határozatlan együtthatók értékét

$$\begin{aligned} a &= -\frac{1}{f'} \\ b &= -\frac{f''}{2f'^3} \\ c &= \frac{f'''}{6f'^4} - \frac{f''^2}{2f'^5} \\ d &= -\frac{5f''^3}{8f'^7} + \frac{5f''f'''}{12f'^6} - \frac{f^{(4)}}{24f'^5} \end{aligned}$$

Használjuk fel ezeket az értékeket és írjunk az ξ határérték helyett x_{5m} -et, ekkor a (29) egyenlet átalakul

$$\begin{aligned} x_{5m} = x_m - \left(\frac{f}{f'}\right) - \frac{1}{2!} \left(\frac{f''}{f'}\right) \left(\frac{f}{f'}\right)^2 - \frac{1}{3!} \left[3 \left(\frac{f''}{f'}\right)^2 - \left(\frac{f'''}{f'}\right)\right] \left(\frac{f}{f'}\right)^3 - \\ - \frac{1}{4!} \left[15 \left(\frac{f''}{f'}\right)^3 - 10 \left(\frac{f''}{f'}\right) \left(\frac{f'''}{f'}\right) + \left(\frac{f^{(4)}}{f'}\right)\right] \left(\frac{f}{f'}\right)^4. \end{aligned} \quad (30)$$

Newton—Raphson képletének ennél az általánosításánál a gyakorlatban használható konvergencia-fokozatokat egyszerűbben kapjuk mint az előző esetben. A (30) egyenlet teljes alakja ötödfokon konvergál

$$d_{5m} = \left[14 \left(\frac{g'}{g}\right)^4 - \frac{21}{2} \left(\frac{g'}{g}\right)^2 \left(\frac{g''}{g}\right) + \frac{3}{4} \left(\frac{g''}{g}\right)^2 + \left(\frac{g'}{g}\right) \left(\frac{g'''}{g}\right) - \frac{1}{24} \left(\frac{g^{(4)}}{g}\right)\right] d_m^5. \quad (31)$$

Ha az utolsó tagot elhagyjuk

$$x_{4m} = x_m - \left(\frac{f}{f'}\right) - \frac{1}{2!} \left(\frac{f''}{f'}\right) \left(\frac{f}{f'}\right)^2 - \frac{1}{3!} \left[3 \left(\frac{f''}{f'}\right)^2 - \left(\frac{f'''}{f'}\right)\right] \left(\frac{f}{f'}\right)^3 \quad (32)$$

bikvadratikus a konvergencia:

$$d_{4m} = \left[5 \left(\frac{g'}{g}\right)^3 - \frac{5}{2} \left(\frac{g'}{g}\right) \left(\frac{g''}{g}\right) + \frac{1}{6} \left(\frac{g'''}{g}\right)\right] d_m^4. \quad (33)$$

A jobboldal első három tagja

$$x_{3m} = x_m - \left(\frac{f}{f'}\right) - \frac{1}{2!} \left(\frac{f''}{f'}\right) \left(\frac{f}{f'}\right)^2 \quad (34)$$

köbösen konvergál

$$d_{3m} = \left[2 \left(\frac{g'}{g} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{g''}{g} \right) \right] d_m^3 \quad (35)$$

Newton—Raphson alapképletéből kiindulva (a jobboldal első két tagja) a konvergencia fokszáma tehát minden új tag figyelembe vételével eggyel nő. A gyökkonás esetére alkalmazva kapjuk a megfelelő gyökközelítő képleteket. Hozzuk be a

$$\alpha = \frac{A - a^n}{na^n}$$

rövidítést, akkor a (30) egyenlet megadja

$$\sqrt[n]{A} = a \left[1 + \alpha - \frac{n-1}{2!} \alpha^2 + \frac{(n-1)(2n-1)}{3!} \alpha^3 - \frac{(n-1)(2n-1)(3n-1)}{4!} \alpha^4 \right] \quad (36)$$

gyökközelítő képletet, amely lépésenként

$$d_{5m} = \frac{(n-1)(2n-1)(3n-1)(4n-1)}{5! \sqrt[n]{A^4}} d_m^5 \quad (37)$$

ötszörannyi helyes tizedest ad. A (32) egyenletnek megfelel

$$\sqrt[n]{A} = a \left[1 + \alpha - \frac{n-1}{2!} \alpha^2 + \frac{(n-1)(2n-1)}{3!} \alpha^3 \right] \quad (38)$$

gyökközelítő képlet, amely

$$d_{4m} = \frac{(n-1)(2n-1)(3n-1)}{4! \sqrt[n]{A^3}} d_m^4 \quad (39)$$

megnégyszerezi a helyes tizedesek számát. Az első három tag végül

$$\sqrt[n]{A} = a \left[1 + \alpha - \frac{n-1}{2!} \alpha^2 \right] \quad (40)$$

háromannyi helyes tizedest ad :

$$d_{3m} = \frac{(n-1)(2n-1)}{3! \sqrt[n]{A^2}} d_m^3. \quad (41)$$

Ennek a változatnak egyenletei ugyan egyszerűbbek mint a szorzófüggvény képletei, ennek ellenére nem vezetnek gyorsabban a célhoz, mivel a értékét nagyon pontosan kell kiszámítani, ha a választott képlet konvergencia-fokát tényleg ki akarjuk használni.

Ötnél magasabb fokon konvergáló képleteket a gyakorlatban csak az tud felhasználni, akinek nagyteljesítményű számoló-automata áll rendelkezésére.

*

Befejezésül példán mutatjuk be a felsorolt gyökközelítő képletek használatát, hogy szemléltető képet kapjunk teljesítményükről.

Az alábbi összehasonlító táblázat 6 négyzetgyökét adja meg egy és öt tizedes kezdőértékből kiindulva¹¹

$$\begin{aligned} 2,4 < \sqrt[6]{6} < 2,5 \\ 2,449\ 48 < \sqrt[6]{6} < 2,449\ 49 \end{aligned}$$

a két változat különböző fokozatú képleteinek felhasználásával.

Köbgyökvonás esetén már csökken a képletek teljesítménye.

A gyökközelítő képleteket alkalmazhatjuk bármely számra és bármely gyökkitevőre. Az elérhető pontosság teljesen kielégíti a legmagasabb követelményeket is. A számítás kivitele csupán annyit tétel fel, hogy a legelemibb algebrai műveleteket a gépen el tudjuk végezni.

IRODALOM

1. *Bodewig* : Konvergenztypen und das Verhalten von Approximationen in der Nähe einer mehrfachen Wurzel einer Gleichung. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM), 29 (1929), 44. o.
2. *Bodewig* : Über das Quadratwurzelziehen aus kleinen Zahlen auf der Rechenmaschine. ZAMM 29 (1949), 377. o.
3. *Cantor* : Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. I. Band. Leipzig, 1907.
4. *Гориштейн* : Численное решение уравнений Доклады Академии Наук, 78 (1951), 193. o.
5. *Perron* : Algebra. II. Band. Berlin, 1933.
6. *Rényi* : A Newton-féle gyökközelítő eljárásról. Matematikai Lapok, I. évfolyam, 278. o.
7. *Rubbert* : Zur Radizierung mit der Rechenmaschine. ZAMM 28 (1948), 190. o.
8. *Rubbert* : Zur Radizierung mit der Rechenmaschine. ZAMM 29 (1949), 160. o.
9. *Uspensky* : Theory of Equations. New York, 1948.
10. *Whittaker—Robinson* : The Calculus of Observations, London, 1949.
11. *Willers* : Methoden der praktischen Analysis. Berlin, 1950.
12. *Willers* : Zum Newtonschen Näherungsverfahren. ZAMM 16 (1936), 315. o.
13. *Willers* : Zur Konvergenz des Newtonschen Näherungsverfahrens. ZAMM 18 (1938), 197. o.
14. *Willers* : Mathematische Maschinen und Instrumente. Berlin, 1951.
15. *Wütke* : Die Rechenmaschine und ihre Rechentechnik. Berlin—Grunewald, 1943.

¹¹ A táblázatban az első tizedes középértéke van, mivel a két határ helyettesítési értéke közel ugyanakkora.

Összefoglalás

A szerző a gyökvonás problémáját algebrai egyenlet megoldására vezeti vissza. Ezen az úton egységesen tudta levezetni az ismert gyökközelítő képleteket (Heron, Lambert, Merrifield) és ötödik közelítési fokig kiegészíteni. Newton—Rapson eljárásának egy új általánosítását adja meg rekurzív úton: az említett képletek ennek egyszerű alkalmazásai. Ugyanerre az általánosításra vezet Gornstein metódusa az elérhető legnagyobb pontosság esetében. Közli azt a gyökközelítő képletet, amelyet Newton eljárásának Euler által javasolt általánosítása szolgáltat. Egy példa ad szemléltető képet a nyert eredmények teljesítményéről.

ÖSSZEHASONLÍTÓ TÁBLÁZAT

A négyzetgyökvonás képletei	Konvergenciafok	A négyzetgyök alsó közelítő értéke	
		$a = 2,45$	$a = 2,449\ 49$
		 kezdőérték mellett	
$\sqrt{A} = \frac{1}{2} \left(\frac{A}{a} + a \right)$ (Heron)	2	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 7\dots$	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 1\dots$
$\sqrt{A} = a \left[1 + \frac{2(A - a^2)}{A + 3a^2} \right]$ (Lambert)	3	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 7\dots$	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 098\ 197\dots$
$\sqrt{A} = \frac{Aa}{A + a^2} + \frac{A + a^2}{4a}$ (Merrifield)	4	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\dots$	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 098\ 197\ 284\ 074\ 7\dots$
$\sqrt{A} = a \left[1 + \frac{A^2 - a^4}{1,25(A + a^2)^2 - A^2} \right]$	5	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 098\dots$	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 098\ 197\ 284\ 074\ 705\ 891\ 3\dots$
$\sqrt{A} = a(1 + \alpha)$	2	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 7\dots$	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 1\dots$
$\sqrt{A} = a(1 + \alpha - 0,5 \alpha^2)$	3	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 7\dots$	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 098\ 19\dots$
$\sqrt{A} = a(1 + \alpha - 0,5 \alpha^2 + 0,5 \alpha^3)$	4	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 1\dots$	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 098\ 197\ 284\ 074\dots$
$\sqrt{A} = a(1 + \alpha - 0,5 \alpha^2 + 0,5 \alpha^3 - 0,625 \alpha^4)$	5	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 09\dots$	$\sqrt{6} = 2,449\ 489\ 742\ 783\ 178\ 098\ 197\ 284\ 074\ 705\ 891\dots$

SÍKBAN MOZGÓ EGYSZERŰ MECHANIZMUSOK KINEMATIKAI VIZSGÁLATA

TERPLÁN ZÉNÓ

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[RÁKOSI MÁTYÁS NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, GÉPELEMEEK TANSZÉKE, MISKOLC]

[Beérkezett 1953. május 15-én]

I.

A »Mechanizmusok és gépek elmélete« című tantárgy hallgatása műszak egyetemeinken az 1953/54. tanévtől kezdve kötelező. Már az eddigi rövid oktatási szakaszban is megállapítható, hogy a tantárgy jó szolgálatot tesz a gépészmérnököknél annyira fontos kinematikai problémák szabatos megoldásához. Az oktatás főleg *Kozsevnyikov* és *Artobolevszkij* szovjet akadémikusok munkáira támaszkodik. Mindkét könyv szerzője a mechanizmusok tagjai gyorsulásainak meghatározását *szerkesztő-számító* (ú. n. grafikoanalitikai) vegyes eljárással oldja meg, azaz egyesíti a szerkesztő és számító módszereket a keresett gyorsulás meghatározására.

E tanulmány célja kettős. A síkbeli legegyszerűbb mechanizmusok út-, sebesség- és gyorsulás meghatározásait kívánja *összefoglalni* az említett szovjet irodalom alapján és ezt kiegészítően, a gyorsulások meghatározását bemutatni a forrásmunkáktól eltérően *kizárólag gyors szerkesztő* eljárással. A szerkesztő eljárások alapjai *Kraemer* és *Kraus* könyveiben található meg.

*

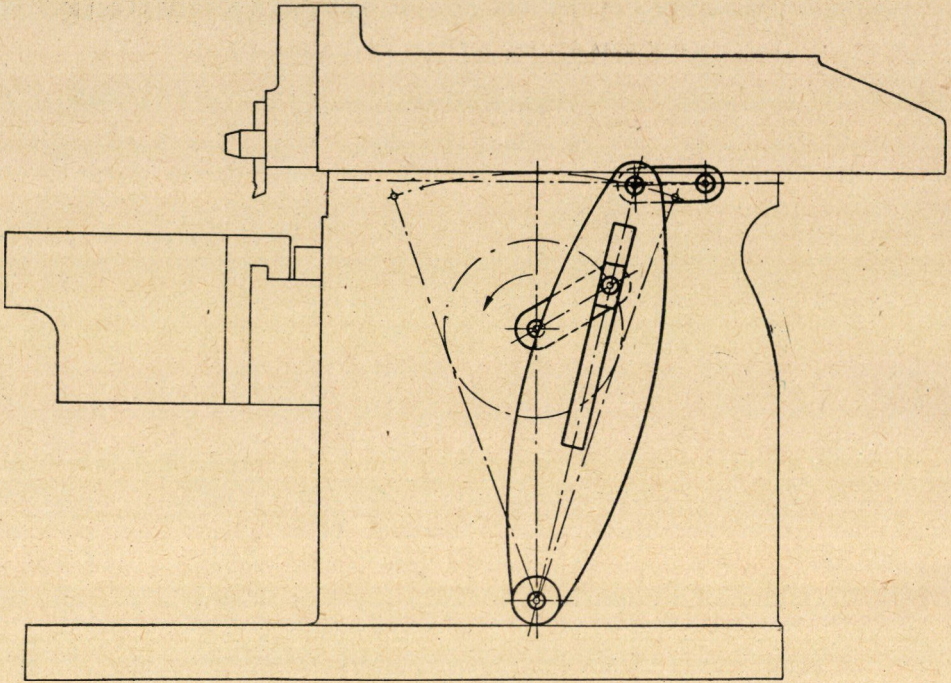
Bevezetőül néhány alapfogalmat kell megemlíteni.

1. A mechanizmust *szilárd testekből álló*, egymáshoz képest elmozduló kapcsolatban levő *tagok* alkotják (l. pl. az 1. ábrán látható harántgyalut, amelyen a mechanizmust alkotó tagokat vastagabb vonalak emelik ki).

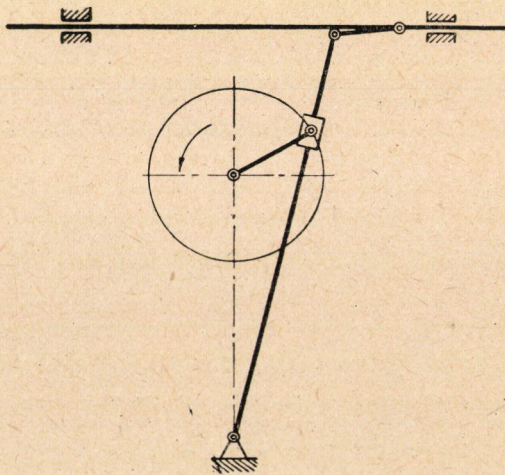
2. A szilárd testnek a mechanizmusok szempontjából jellemzője, hogy választott két pontjának távolsága az elmozdulás folyamán állandó marad. Éppen ezért a következőkben vonallal helyettesítjük a mechanizmus tagját (l. 2. ábrát, amely az 1. ábrán megrajzolt mechanizmus ú. n. helyettesítő vázlata).

3. A tagok egymással pont-, vonal vagy felület-menti érintkezés útján kapcsolódhatnak (l. 3. ábrát). A kapcsolódó elemeket a következőkben *kinematikai pároknak* nevezzük. A 4. ábra táblázatosan feltünteti a lehetséges összes kinematikai párokat, megjegyezve egyúttal, hogy hány kötöttségük, illetve hány szabadságfokuk van.

4. *Kötöttségi feltétel* alatt értjük a mozgáslehetőség akadályozását valamely koordináta-tengely irányában, vagy a koordináta-tengely körül, míg a *szabadságfok* a kinematikai pár még megmaradó szabad mozgáslehetőségeinek számát adja meg. Mivel a test mozgáslehetőségeinek száma a térben hat, síkban pedig három, térbeli mechanizmusoknál a szabadságfokok és kötöttségek számának összege 6-tal, síkbeli mechanizmusoknál pedig 3-mal egyenlő.



1. ábra. Harántgyalú főképe (vastagabb vonal kiemeli a szerszámtartót hajtó mechanizmus tagjait)



2. ábra. Az 1. ábrán látható vastagon kihúzott mechanizmus helyettesítő vázlata

5. A tagok kinematikai párokkal való folyamatos kapcsolatát *kinematikai láncnak* nevezzük (l. pl. 5. ábrát).

6. A kinematikai lánc akkor válik *mechanizmussá*, ha valamelyik tagját mozdulatlanak tekinthető alaphoz rögzítjük (l. pl. 6. ábrát, amelyet az 5. ábrán látható ú. n. zárt kinematikai láncból alakítottunk át mechanizmussá az 1 jelű tag rögzítésével).

7. Állapodjunk meg a következő jelölésekben:

a) a tagokat arabszám;

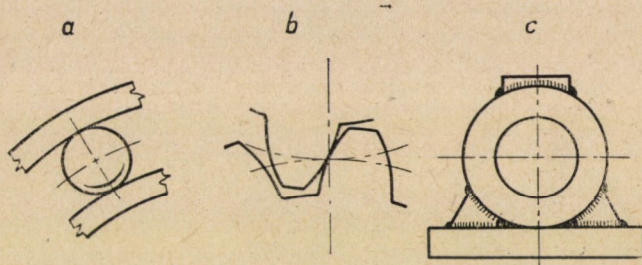
b) a kinematikai párokat az *ABC* nagy betűi;

c) a mechanizmus összes tagjainak számát *n* betű;

d) a mechanizmusban található kinematikai párok számát *p* betű (amelynek alsó indexe a kötöttségek számát jelenti);

e) a mechanizmus szabadságfokát pedig *w* betű jelöli.

8. Ha a mechanizmus szabadságfokát akarjuk megállapítani, akkor az összes $(n-1)$ mozgó tag szabadságfokának (egyenként 6) összegéből le kell vonnunk az egymáshoz kapcsolással a mechanizmusba vitt kötöttségek számát. Utóbbit a kinematikai párok száma és azok kötöttsége határozza meg. Képletben:



3. ábra. A mechanizmus tagjai a) pont-, b) vonal- vagy c) felület mentén kapcsolódhatnak egymáshoz

$$w = 6(n-1) - 5 p_5 - 4 p_4 - 3 p_3 - 2 p_2 - p_1, \quad (1)$$

síkban pedig:

$$w = 3(n-1) - 2 p_2 - p_1. \quad (2)$$

A 6. ábrán látható ú. n. négytagú síkbeli mechanizmus szabadságfoka pl., mivel $n = 4$, $p_2 = 4$ és $p_1 = 0$,

$$w = 3(4-1) - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 0 = 1.$$

Ez azt jelenti, hogy a mechanizmusnak egy *kezdőttagja* van (a 6. ábrán pl. a 2 vagy a 4 jelű tag a kezdőttag) és e kezdőtagnak adott mozgása a mechanizmus összes tagjainak mozgását meghatározza.

9. A síkbeli mechanizmusokat osztályozni szokták aszerint, vajjon milyen csoport választható le anélkül, hogy a megmaradó mechanizmus *eredeti* szabadságfoka megváltoznék. A legegyszerűbb leválasztható csoportot *elemi csoportnak* nevezzük, amelyet két tag és három kinematikai pár alkot. Ilyen pl. a 7. ábrán a 3 és 4 jelű tag, továbbá a *B*, *C* és *D* kinematikai pár alkotta elemi csoport. Itt a *C* a belső, *B* és *D* pedig a külső kinematikai pár. Eme elemi csoport leválasztása után a 6. ábrán a rajzolt mechanizmusból csak a 2 jelű kezdőttag marad meg, amelynek szabadságfoka 1.

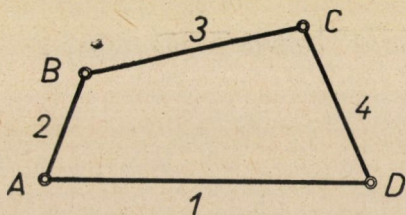
10. A következőkben csak olyan síkbeli mechanizmusokat tárgyalunk, amelyek

a) egy vagy két kezdőttaghoz kapcsolódó elemi csoportból állnak;

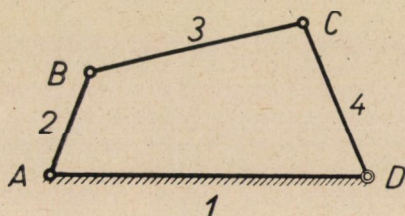
b) az elemi csoport kinematikai párjai vagy forgó, vagy haladó mozgást végeznek.

A kinematikai párok osztálya		Kötöttéégi feltételek száma		Szabadságfokok száma		Fajta k								
						I. fajta	II. fajta	III. fajta	IV. fajta					
I	1	5	Mozg.szám	forló	hal.									
			Meghagyott	3	2									
			Kizárt	0	1									
II	2	4	Mozg.szám	forgó	hal.	Mozg.szám	forgó	hal.						
			Meghagyott	3	1	Meghagyott	2	2						
			Kizárt	0	2	Kizárt	1	1						
III	3	3	Mozg.szám	forgó	hal.	Mozg.szám	forgó	hal.	Mozg.szám	forgó	hal.			
			Meghagyott	3	0	Meghagyott	2	1	Meghagyott	1	2			
			Kizárt	0	3	Kizárt	1	2	Kizárt	2	1			
V	4	2	Mozg.szám	forgó	hal.	Mozg.szám	forgó	hal.						
			Meghagyott	2	0	Meghagyott	1	1						
			Kizárt	1	3	Kizárt	2	2						
V	5	1	Mozg.szám	forgó	hal.	Mozg.szám	forgó	hal.	Mozg.szám	forgó	hal.	csav.		
			Meghagyott	1	0	Meghagyott	0	1	Meghagyott	0	0	1		
			Kizárt	2	3	Kizárt	3	2	Kizárt	2	2			

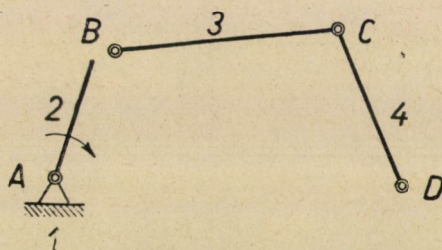
4. ábra. A kinematikai párok osztályozása Artobolevszkij szerint



5. ábra. Zárt, négytagú kinematikai lánc.



6. ábra. Négytagú mechanizmus.



7. ábra. Négytagú mechanizmusból az elemi, kéttagú csoport leválasztása

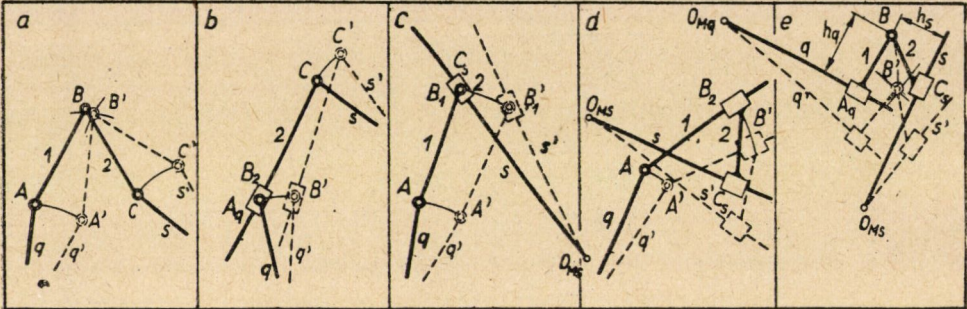
II.

A 8. ábracsoport első sorában az elemi csoport különböző változatai láthatók, sorrendben:

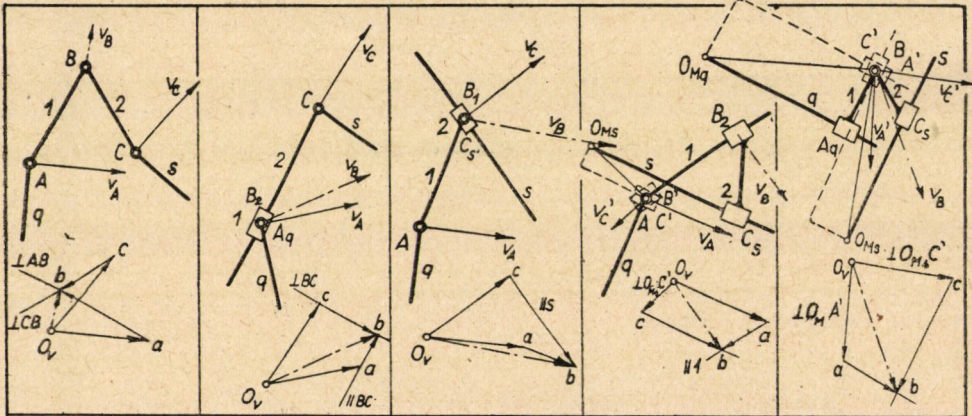
- a) Mindhárom kinematikai pár forgó mozgást végez;
- b) A belső kinematikai pár haladó, a két külső pedig forgó mozgást végez;
- c) Az egyik külső kinematikai pár haladó, míg a másik külső és belső forgó mozgást végez;
- d) Az egyik külső kinematikai pár forgó mozgást, míg a másik külső és belső haladó mozgást végez;
- e) A belső kinematikai pár forgó mozgást a két külső pedig haladó mozgást végez.

Kétkarú csoportok általános kinematikai vizsgálata.

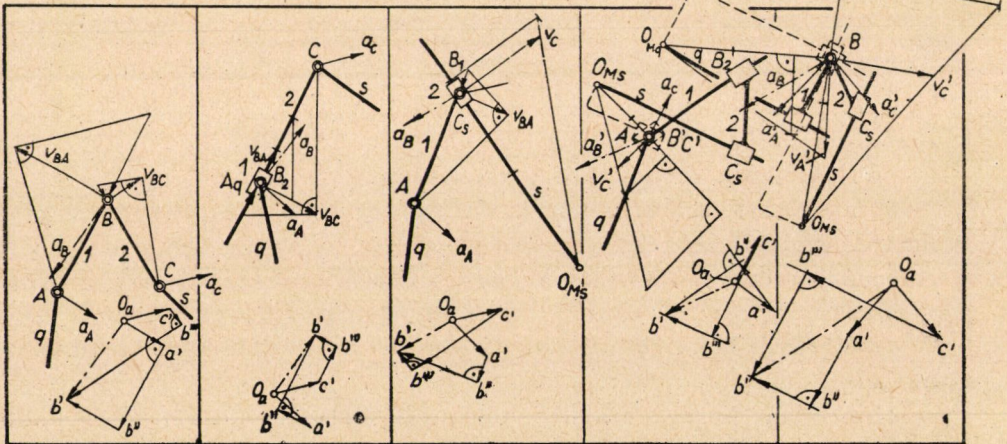
1. Út-meghatározások (adott q' és s' új helyzetében B' -t keressük)



2. Sebességi-tervek v_A és v_C felvett sebességekkel



3. Gyorsulás-tervek a_A és a_C felvett gyorsulásokkal és a seb-terv felhasználásával.



3. ábracsoport. Kétkarú csoportok út-, sebesség- és gyorsulás meghatározása tetszőleges mozgású kezdőttagok esetén kizárólag szerkesztéssel

Az ábra első sorában az elemi csoport külső kinematikai párijait q és s jelű kezdőttagokhoz kapcsoltuk, amelyek mozgása adott. Így tehát q és s kezdő tagok Δt idő után elfoglalt helyzete adott. Ezzel a belső kinematikai pár B jelű pontjának Δt idő után elfoglalt helyzetét az a), b) és c) helyzetben egyszerű köríves bemetszéssel határozhatjuk meg, míg d) esetben az új s' helyzetű tagon úgy kell elcsúsztatnunk a 2 jelű tagot, hogy az eredeti 1- és 2-jelű tag bezárta szög változatlan maradjon. Az e) esetben a q és s új q' és s' helyzeteiből B új helyzete a változatlan h_q és h_s távolságban van, azaz q' és s' helyzetével h_q és h_s távolságban párhuzamost kell húzni és ezek metszése adja B' -t.

Az ábra második sorában ugyanazoknak az elemi csoportoknak sebességtervei láthatók azzal a feltétellel, hogy a q és s kezdőttag sebessége adott és nagysága az egyszerűség kedvéért egységnyi (azaz pl. v_A és v_C sebességek nagyságai 1 m/s -al legyenek egyenértékűek). A sebességtervek elvi szerkesztése e mechanizmusoknál azon alapul, hogy B pont sebessége a mechanika tanítása szerint: -

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{BA} \quad \text{és} \quad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_C + \mathbf{v}_{BC} \quad (3)$$

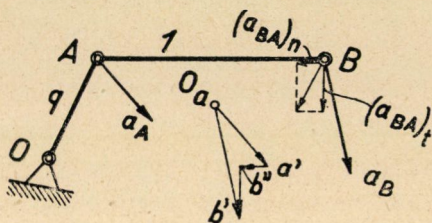
amely vektoregyenletekben a \mathbf{v}_{BA} és \mathbf{v}_{BC} ú. n. viszonylagos sebességvektorok. A \mathbf{v}_{BA} a B pont relatív sebességét jelenti A momentán centrumhoz viszonyítva, \mathbf{v}_{BC} pedig ugyancsak a B pont relatív sebességét jelenti C momentán centrumhoz képest. A B pontnak A , illetve C ponthoz viszonyított elmozdulási iránya megadja a viszonylagos sebességek irányát. A (3) jelű két vektoregyenlet grafikus megoldása elvégezhető, mert v_A és v_C adott sebességeken kívül ismerjük a v_{BA} és v_{BC} viszonylagos sebességek irányát is (pl. a 8. ábracsoport legegyszerűbb 2/a esetében v_{BA} iránya, azaz B pont sebességének A -hoz viszonyított iránya, csak AB egyenesre merőleges lehet s hasonlóan v_{BC} iránya BC egyenesre merőleges). Kísérjük figyelemmel ugyanazon ábra sebességtervének felépítését. Tetszőleges O_v pólusból megrajzoljuk az ismert v_A és v_C sebességeket irány és nagyság szerint (az ábrán $O_v a$ és $O_v c$ hosszúságok). Utána (3) jelű vektoregyenletek alapján meghúzzuk a -ból v_{BA} -, majd c -ből v_{BC} irányát. Miután az a -ból és a c -ből meghúzott irányok külön-külön, egymástól függetlenül v_B vektor végpontjának mértani helyei, a (3) jelű egyenleteket figyelembevéve, a v_B végpontja csak a két irány metszésében, vagyis b pontban lehet és $v_B = O_v b$.

Teljesen hasonló a sebességterv szerkesztése a 8. ábracsoport b) és c) esetében, csak arra kell ügyelni, hogy a b) esetben a B pont elmozdulása A -hoz a 2 jelű taggal és a c) esetben a B ponté C -hez képest s kezdőttaggal lesz párhuzamos. Általános szabály az is, hogy amennyiben a haladó mozgást végző kinematikai pár nem esik össze a forgó mozgást végző kinematikai párral, akkor célszerű helyettesítő vázlattal a forgó mozgást végző kinematikai pár középpontjába áthelyezni (l. 8. ábracsoport 2. sorának d) és e) esetét). A d) esetről tehát az s jelű tag momentán centrumának megkeresése után a kezdőttag v_C sebesség iránya nem s tagra, hanem A -ban, azaz C' -ben $O_{M_s C'}$ segédegynesre

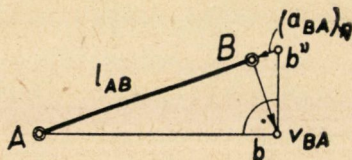
merőleges. A B jelű pont viszonylagos elmozdulásának iránya A -hoz képest az l jelű taggal, míg C -hez képest az s jelű kezdőtaggal párhuzamos. Ezek tisztázása után a sebességterv könnyen megszerkeszthető. Hasonló gondolatmenettel kell az e) eset v_A és v_C sebességeit a helyettesítő vázlat és a momentán centrumok megkeresésével meghatározni.

Az ábra harmadik sorában ugyanazoknak az elemi csoportoknak gyorsulástervei láthatók, azzal a feltétellel, hogy a q és s kezdőttagok gyorsulásai adottak.

Mielőtt áttekintenők az elemi csoportok változatainak gyorsulásterveit, először meg kell ismételnünk két fontos mechanikai törvényszerűséget:



9. ábra. Az eredő gyorsulás meghatározása vektoregyenlettel



10. ábra. A centripetális gyorsulás meghatározása szerkesztéssel

a) Két tag forgó mozgást végző kinematikai párral történő kapcsolódásokor (l. 9. ábrát), pl. az l jelű tag B pontjának gyorsulása a következő vektoregyenlettel fejezhető ki:

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{BA} = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{BA})_n + (\mathbf{a}_{BA})_t, \quad (4)$$

ahol $(\mathbf{a}_{BA})_n$ a viszonylagos gyorsulás normális, és $(\mathbf{a}_{BA})_t$ a tangenciális irányú összetevője. Számítással (ha a szögsebességet ω_{1A} -val és a szöggyorsulást ε_{1A} -al jelöljük):

$$(\mathbf{a}_{BA})_n = l_{BA} \omega_{1A}^2 = \frac{v_{BA}^2}{l_{BA}} \quad \text{és} \quad (\mathbf{a}_{BA})_t = l_{BA} \varepsilon_{1A}. \quad (5)$$

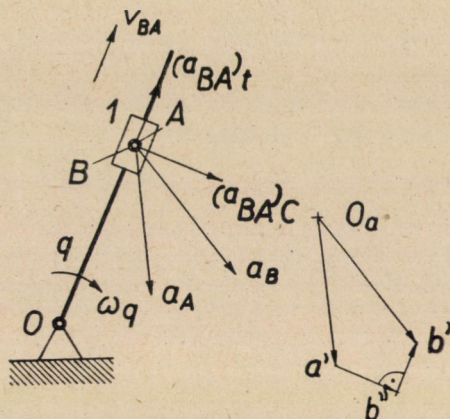
E két összetevő közül a sebességterv ismeretében $(\mathbf{a}_{BA})_n$ gyorsulásösszetevő, v_{BA} és l_{BA} ismeretében számítható, míg $(\mathbf{a}_{BA})_t$ irányát ismerjük (merőleges a forgáspontból a vizsgált ponthoz húzott egyenesre). Hogy a későbbiekben a közbülső számításokat mellőzhessük, a 10. ábrában megmutatjuk $(\mathbf{a}_{BA})_n$ gyorsulás szerkesztését l_{BA} és v_{BA} ismeretében. v_{BA} végpontját A -val összekötő egyenesre merőlegest bocsátunk és l_{BA} -t metszve, megkapjuk $(\mathbf{a}_{BA})_n$ abszolút értékét $b''B$ egyenes hosszúságában. A szerkesztés $ABb\Delta$ és $bBb''\Delta$ hasonlóságával bizonyítható, mert

$$\frac{v_B}{l_{BA}} = \frac{(\mathbf{a}_{BA})_n}{v_B}.$$

Az $(\mathbf{a}_{BA})_n$ iránya mindig a forgáspont felé mutat (centripetális gyorsulás).

A 9. ábrában külön megrajzoltuk az \dot{u} . n. gyorsulás-tervet, amelynél tetszőleges O_a pontból a (4) jelű vektoregyenletnek megfelelően megrajzoltuk az \mathbf{a}_A , az $(\mathbf{a}_{BA})_n$ és az $(\mathbf{a}_{BA})_t$ vektorokat és így $\mathbf{a}_B = O_a b'$.

b) Két tagot haladó mozgást végző kinematikai párral kapcsolva, továbbá a 11. ábrán ábrázolt helyzetben vizsgálva (amikor tehát a q jelű tag forgó, míg az 1 jelű tag q -hoz viszonyítva haladó mozgást végez) és az 1 jelű tag B pontjának gyorsulását keresve, a Mechanika tanítása



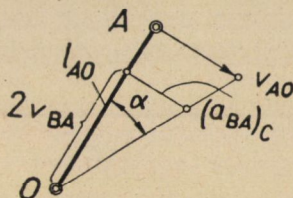
11. ábra. Az eredő gyorsulás meghatározása forgó rendszerben vektoregyenlettel.

szerint a következő vektoregyenletet írhatjuk fel (A pont a q egyenes egy pontja):

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{BA} = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{BA})_C + (\mathbf{a}_{BA})_t. \tag{6}$$

$(\mathbf{a}_{BA})_n = 0$, mert a relatív pálya egyenes. Az $(\mathbf{a}_{BA})_t$ a tangenciális irányú viszonylagos gyorsulás összetevő, amelynek iránya a haladó mozgás irányával egyezik. Az $(\mathbf{a}_{BA})_C$ pedig az \dot{u} . n. Coriolis-gyorsulás, amelynek iránya az

$$(\mathbf{a}_{BA})_C = 2 \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{v}_{BA} \tag{7}$$



12. ábra. A Coriolis-gyorsulás abszolút értékének meghatározása szerkesztéssel

vektorális szorzatból, a jobbkez szabály szerint állapítható meg, vagy síkbeli problémáknál úgy is megállapítható, hogy a v_{BA} vektorát mindig a szögsebesség forgásértelmében 90° -ka elforgatjuk.

Miután a (7) képlet szerint elvégzendő számításokat a későbbiekben el szeretnénk kerülni, a 12. ábrán a Coriolis-gyorsulás abszolút értékének gyors szerkesztését mutatjuk meg, amelynek alapösszefüggése a (7) jelű képlet felírása $\boldsymbol{\omega} \perp \mathbf{v}_{BA}$ esetre (amely síkbeli mechanizmusoknál mindig érvényes)

$$(\mathbf{a}_{BA})_C = 2 \omega_1 v_{BA} = 2 \frac{v_{AO}}{l_{AO}} v_{BA} \tag{8}$$

vagy

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{AO}}{l_{AO}} = \frac{(a_{BA})_C}{2 v_{BA}}. \quad (9)$$

Ha tehát O pontot összekötjük v_{AO} végpontjával (l. 12. ábrát), akkor e vonal és l_{AO} bezárta szög: α . Ha továbbá l_{AO} hatásvonalában felmérjük v_{BA} viszonylagos sebesség kétszeresét, akkor rá merőlegest húzva, az α szöghöz tartozó vonaldarab (9) alapján $(a_{BA})_C$ -t metszi ki.

A 11. ábrában a 9. ábrához hasonlóan, külön megrajzoljuk a gyorsulástervet.

E két tétel és szerkesztés ismeretében már áttekinthetjük a gyorsulási terveket is. A 3/a eset a legegyszerűbb. O_a pólusból megrajzoljuk az ismert a_A és a_C gyorsulásokat (l. az ábrán $O_a a'$ és $O_a c'$ hosszúságokat). A sebességi tervből az elemi csoport B pontjára átrajzoljuk v_{BA} és v_{BC} viszonylagos sebességeket, majd az a pontban ismertetett szerkesztéssel meghatározzuk $(a_{BA})_n$ és $(a_{BC})_n$ centripetális gyorsulások abszolút értékét és ezeket felmérjük a' illetve c' pontokból az 1- illetve 2-jelű tagok irányával párhuzamosan (l. a gyorsulásterv b'' és b''' pontjait). E két pontból párhuzamosokat vonunk a tangenciális gyorsulás irányával. Miután ezek az egyenesek egymástól függetlenül a keresett a_B gyorsulás végpontjának mértani helyei, b' csak a két egyenes metszéspontjába eshetik (ábrán a_B egyenlő $O_a b'$ egyenessel), miután

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{BA})_n + (\mathbf{a}_{BA})_t \quad \text{és} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_C + (\mathbf{a}_{BC})_n + (\mathbf{a}_{BC})_t. \quad (10)$$

A b) esetben B pontnak A -hoz viszonyított mozgásakor Coriolis-gyorsulás is keletkezik, amelyet a sebességi tervből leolvasott v_{BC} és v_{BA} viszonylagos sebességek segítségével magán a mechanizmuson szerkesztettünk meg. Az eredményül kapott $(a_{BA})_C$ Coriolis-gyorsulást az O_a -ból húzott a_A gyorsulásvektor a' jelű végpontjából rajzoljuk meg a külön módszerrel megállapított irányba és így megkapjuk b'' pontot. A gyorsulási terv további szerkesztése már hasonló az előzőhöz.

A c) esetben az előzőkhöz képest külön többletmunkát jelent az elmozduló s tag O_{M_s} jelű momentán centrumának keresése. Egyébként a gyorsulásterv szerkesztése hasonló az előzőhöz.

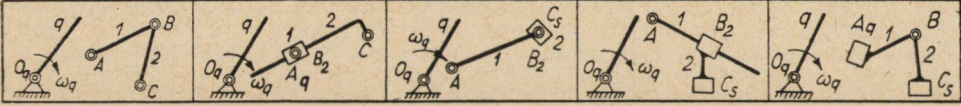
A d) és e) esetben két Coriolis-gyorsulás meghatározása szükséges. Ezekhez először helyettesítő vázlat rajzolása és momentán centrum keresése szükséges.

A 13. ábracsoportban az elemi csoportokat egy kezdőtaghoz, míg a 14. ábracsoportban két kezdőtaghoz kapcsoljuk és az így kapott $w = 1$, illetve $w = 2$ szabadságfokkal rendelkező mechanizmusok út-, sebesség- és gyorsulás értékeit határoztuk meg.

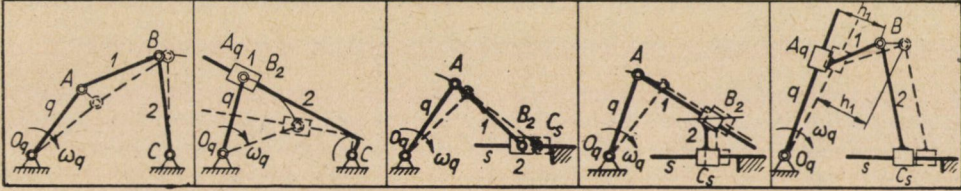
A 15. ábracsoportban a miskolci egyetem Gépelemek tanszékének műhelyében levő harántgyalugép méretarányhelyes mechanizmusát láthatjuk. Az összes tagok száma: $n = 6$. A síkbeli $p_2 = 7$, amelyből 5 forgó és 2 haladó. A vízszintes tag jobboldali kinematikai párja a mechanizmus mozgása szempontjából felesleges, a kivitelezésnél viszont szilárdsági okok miatt szükséges.

Egy kezdőtaghoz kapcsolt kétkarú csoportok kinematikai vizsgálata.

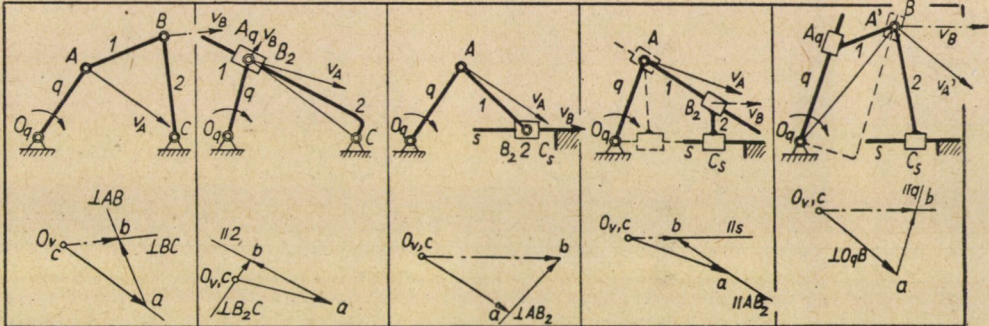
1. Kapcsolási vázlat.



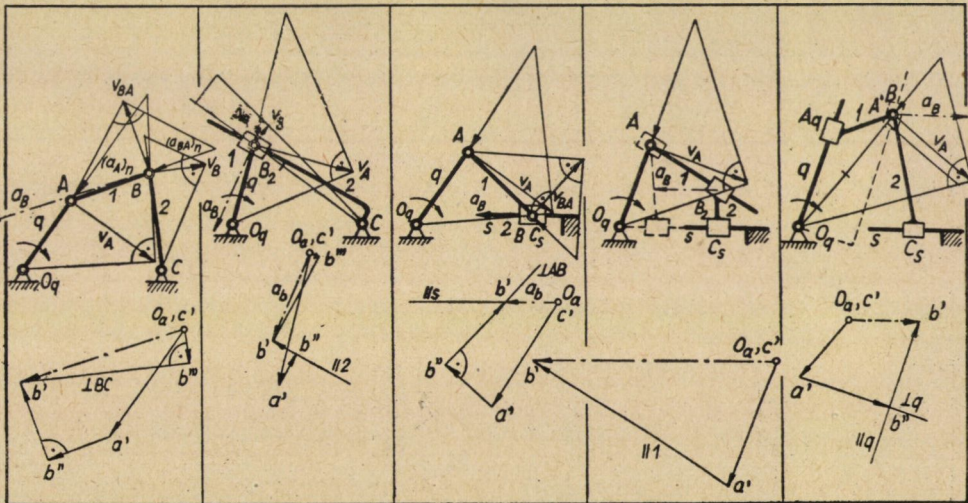
2. Út-meghatározások.



3. Sebességi-tervek $v_A = \text{constans}$ feltétellel.



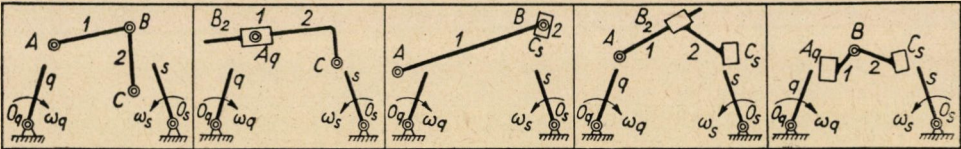
4. Gyorsulástervek a sebességi-tervek felhasználásával.



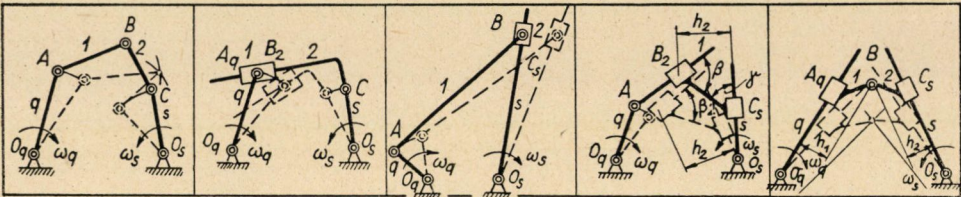
13. ábracsoport. Egy kezdőtaghoz kapcsolt kétkarú csoportok út-, sebesség- és gyorsulás-meghatározása kizárólag szerkesztéssel

Két kezdőtaghoz kapcsolt kétkarú csoportok kinematikai vizsgálata.

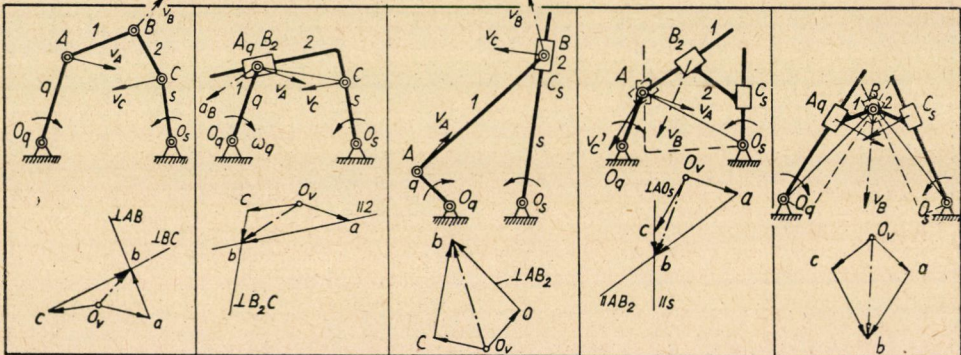
1. Kapcsolási vázlat.



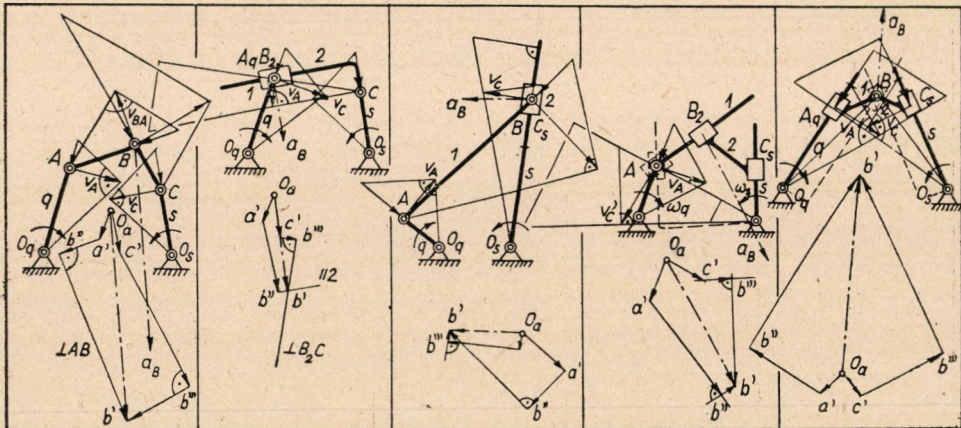
2. Út-meghatározások



3. Sebesség-tervek $v_A = \text{constans}$ és $v_C = \text{constans}$ felvétellel.



4. Gyorsulástervek a sebességi tervek felhasználásával.



14. ábracsoport. Két kezdőtaghoz kapcsolt kétkarú csoportok út-, sebesség- és gyorsulásmeghatározása kizárólag szerkesztéssel

A mechanizmus szabadságfoka: $w = 3(n - 1) - 2p_2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$, egy kezdőtag mozgásának törvényszerűsége tehát meghatározza bármely tag mozgásának törvényét.

A 15. ábracsoportban az ismertetett szerkesztési módszerek felhasználásával megrajzoltuk e mechanizmus 10 különböző helyzetében a sebességtervet és gyorsulástervet ügyelve arra, hogy a hosszúság-, sebesség- és gyorsulásléptékek között egyértelmű összefüggés kielégítése szükséges. Külön megrajzoltuk a 6 jelű tagon levő szerszám mozgását jellemző foronómiai görbéket.

IRODALOM

- И. И. Артоболевский: Теория механизмов и машин. Москва, 1951.
 F. Dyson: Principles of Mechanism. London, 1951.
 С. Н. Кожевников: Теория механизмов и машин. т. I. Москва, 1949.
 (Magyar fordítása »A mechanizmusok és gépek elmélete« címen Budapesten, 1952-ben jelent meg.)
 O. Kraemer: Getriebelehre. Karlsruhe, 1950.
 R. Kraus: Getriebelehre. Berlin, 1951.

Összefoglalás

A magyar műszaki irodalomban a mechanizmusok elméletéről nem jelent meg *összefogó* könyv, csak néhány szacikk foglalkozik *különleges* mechanizmus kinematikai vizsgálatával. E tanulmány célja az, hogy a külföldi irodalomra támaszkodva a műszaki gyakorlatban előforduló egyszerű mechanizmusok út-, sebesség- és gyorsulás meghatározását *összefoglalóan* ismertesse kizárólag gyors *szerkesztési eljárással*. A tanulmány végén konkrét példa mutatja a szerkesztő módszer alkalmazását a foronómiai görbék szerkesztéséhez.

MAKROPORÓZUS TALAJ VIZSGÁLATA ROSKADÁS SZEMPONTJÁBÓL

KÉZDI ÁRPÁD

a műszaki tudományok kandidátusa

[ÉPÍTŐIPARI MŰSZAKI EGYETEM, VASÚTÉPÍTÉS ÉS FÖLDMŰVEK TANSZÉKE, BUDAPEST]

[Beérkezett 1953. június 10]

Szocialista tervgazdaságunk egyik legnagyobb építkezése, *Sztálinváros* és a *Sztálin Vasmű* létrehozása, talajmechanikai vonatkozásban is sok újszerű feladat elé állította mérnökeinket és talajmechanikai laboratóriumainkat. A mű létesítésére kijelölt terület a Dunántúlon végighúzódó *lősz-terület* szélét alkotja, s meredek parttal végződik a Duna felé. Ez az *eolikus* eredetű üledék megfelelő védekező rendszabályok nélkül különleges szerkezete révén kellemetlen jelenségeket okozhat az építkezések során: az ilyen talajt megterhelve, a réteg összenyomódásának bekövetkezése után *átázás* hatására további süllyedések, *roskadások* következnek be, mégpedig szinte konszolidáció nélkül, teljesen hirtelen, *omlásszerűen*. A jelenség oka a talaj *makroporózus* szerkezetében, a vízfilmek hatásában és kémiai jelenségekben keresendő.

E talaj olyan, gyakran szabad szemmel is látható hézagokat tartalmaz, melyeknek méretei lényegesen felülmúlják a talajt alkotó szemcsék méreteit, így e talajok laza szerkezetűek. A makropórusok részben a levegőből lehulló porral eltemetett fűvek elkorhadott gyökereinek megmaradt csatornái révén keletkeznek, részben a talajszemcsék felületén adszorbeált vékony vízfilmek összetapadnak s így közöttük a szemcsék méreteinél nagyobb hézagok keletkeznek. A makropórusok képződésében hatásuk van a hulló porban jelenlevő kémiai anyagoknak, valamint a leülepedés helyén bekövetkező kémiai folyamatoknak; a lősztalaj nagy mérszertartalmának.

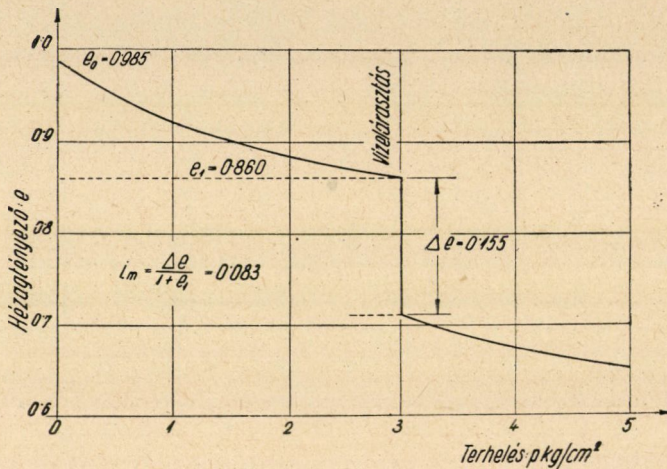
A roskadás jelenségének laboratóriumi tanulmányozására olyan ödométerre van szükségünk, melyben a gyűrűben elhelyezett talajminta felülről vízzel árasztható el. Bizonyos terhelést adva a mintára, az összenyomódik; a hézagtényezőt a nyomás függvényében felrakva, normális kompressziós görbét kapunk. Majd a mintát felülről vízzel elárasztva, roskadást fogunk tapasztalni, a minta a terhelés növelése nélkül hirtelen erősen összenyomódik, ez a kompressziós görbében lépcsőként jelentkezik. A további terhelés azután egy az előbbinél meredekebben haladó kompressziós görbét eredményez. (L. 1. ábra.)

A roskadóképesség számszerű jellemzésére a fajlagos roskadási tényező szolgál. Ennek definíciója (l. 1. ábra):

$$i_m = \frac{\Delta e}{1 + e_1}$$

A fajlagos érték alapján a teljes h vastagságú réteg várható roskadása is meghatározható; az egyes rétegekben várható értékeket a süllyedésszámítás módszeréhez hasonlóan összeadva, megkapjuk az *összegezett roskadás* nagyságát. Ennek számítása során természetesen csak az alapsík alatti háromfázisú rétegeket kell figyelembe venni.

A lösztalajok keletkezésével, geológiájával kiterjedt szakirodalom foglalkozik [1]. Mérnöki, illetve talajmechanikai szempontból a legalaposabban a *szovjet irodalom* dolgozta fel a kérdést; a kutatások eredményeit összefoglalóan



1. ábra. Kompressziós görbe; roskasztás vízelárasztással

Abeljev [2] ismerteti, ki magyarázatot ad a jelenségre, ismerteti a Szovjetunióban előforduló lösztalajokat, vizsgálja a roskadási jelenségnek az építményekre való hatását s a védekezési rendszabályokat tárgyalja.

Ilyen altalajjal bíró területen való építésre a szovjet építésügyi szabályzat, továbbá annak és a hazai tapasztalatainknak az alapján készült magyar szabályzat részletes előírásokat tartalmaz, pontosan meghatározza azokat az eseteket, midőn védekezésre van szükség s előírja annak módját és fokozatait. Védekezés szempontjából a talajt, az említett összegezett roskadás alapján csoportokba osztja. Az összegezett roskadás értéke az építmény alatti rétegek roskadóképességétől, vastagságától és a talajvíz mélységétől függ. A számításhoz szükséges fajlagos roskadási tényező a bemutatott módon laboratóriumi kísérlettel állapítható meg. A kísérlet pontos végrehajtási módja szabványosítva van.

Abból a célból, hogy a szabványosított kísérletre hatással bíró tényezők jelentőségét megvizsgáljuk s a kísérletet hazai talajviszonyokra is alkalmassá tegyük, az Építőipari Műszaki Egyetem Talajmechanikai Laboratóriumában sorozatos kísérleteket végeztünk. Ezeknek eredményéről számol be ez a dolgozat.

I. A kísérletekhez felhasznált talaj fizikai jellemzői

A kísérletekhez sztálinvárosi lösztalajt használtunk fel, *zavartalan*, aknából kivett kockaminták alakjában. E zavartalan szerkezetű mintákat előzetesen 18 C° szobahőmérsékleten *légszáraz* állapotig kiszárítottuk, úgy, hogy a minták víztartalma $w \sim 1\%$ körüli értékre csökkent.

Mint ismeretes, olyan magas- és mélyépítmények esetén, melyek az altalajra jelentős hőhatást nem gyakorolnak, a talajmintákat a vizsgálat előtt nem kell kiszárítani, hanem a laboratóriumi roskasztást természetes víztartalom mellett kell elvégezni. A szárítással az volt a célunk, hogy a roskadás mértékét növeljük, így a megfigyelések pontosságát fokozzuk s a törvényszerűségeket jobban megállapíthassuk.

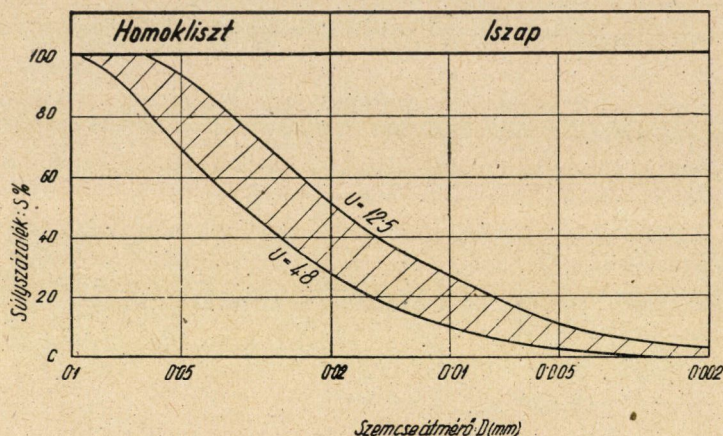
A talaj, talajfizikai megjelölés szerint *iszap*, fizikai tulajdonságait az I. táblázatban foglaltuk össze.

I. TÁBLÁZAT

A vizsgált talaj fizikai jellemzői

Talajfizikai jellemző	Számérték
Folyási határ	F = 29—34%
Képlékenységi határ	P = 20—22%
Képlékenységi index	Pi = 7—14%
Víztartalom természetes állapotban	w = 8—24%
Víztartalom a vizsgált állapotban	w ₀ = 0,03—4,5%
Hézagtérfogató	e = 0,742—1,082
Hézagterfogó	n = 42,6—51,9%
Száraz térfogatsúly	$\gamma_0 = 1,42—1,75 \text{ t/m}^3$
Vízáteresztőképességi együttható	k = $0,9 \times 10^{-5}$ — $1,2 \times 10^{-5}$ cm/sec
Kapilláris emelkedés	
10 óra alatt	h ₁₀ = 37 cm
100 « «	h ₁₀₀ = 99 cm
1000 « «	h ₁₀₀₀ = 235 cm

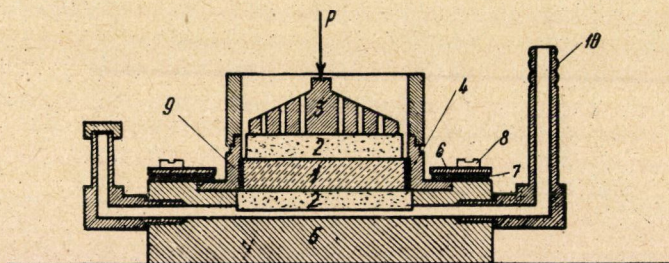
A talajok szemeloszlási görbéinek tartományát a 2. ábra mutatja be.



2. ábra. A vizsgált talajok szemeloszlási görbéinek tartománya

2. A vizsgálat eszköze és módszere

A kísérleteket a szokványos ödométer módosított változatával végeztük. A készülék rajzát a 3. ábra, fényképét a 4. ábra mutatja. A minta méretei: 15 mm magasság, 75 mm átmérő; ezen kívül azonban, épen a méret hatásának

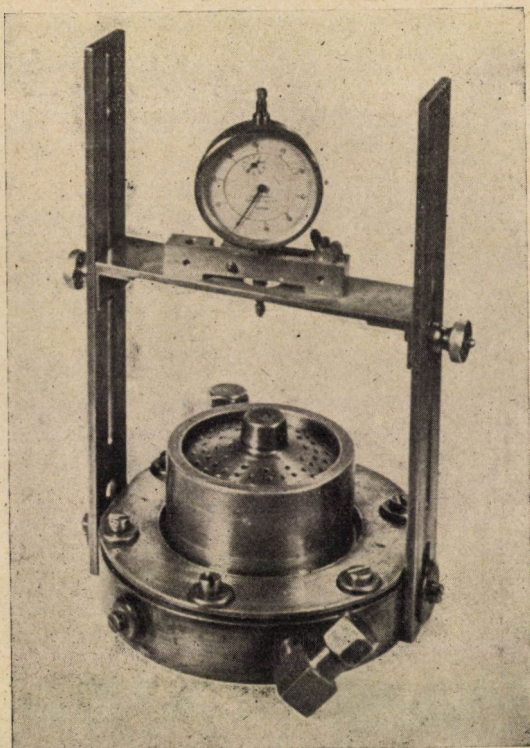


3. ábra. Roskaszási kísérlethez használt ödométer metszete. 1. talajminta, 2. szűrőkövek, 3. terhelő lap, 4. a talajminta gyűrűje, 5. talplemez, 6., 7., 8. gumilemez, szorítólemez és csavar, 9. befogó talpas gyűrű, 10. cső a víz ki-, illetve hozzávezetésére

vizsgálata céljából, más méretű mintákat is használtunk. A roskadást felülről való vízelárasztással idéztük elő, változó terhelés mellett. Az összenyomódásokat 1/100 mm érzékenységgű mérőórával határoztuk meg.

3. Az elvégzett kísérletek ismertetése

Összesen 68 kísérlet történt a következő tényezők roskasztásra való hatásának vizsgálatára: a) a terhelés nagysága, b) az elárasztáshoz felhasznált vízmennyiség, c) a mintaméret és az ismételt elárasztás. A következőkben az egyes kísérletesoportokat külön-külön ismertetjük.



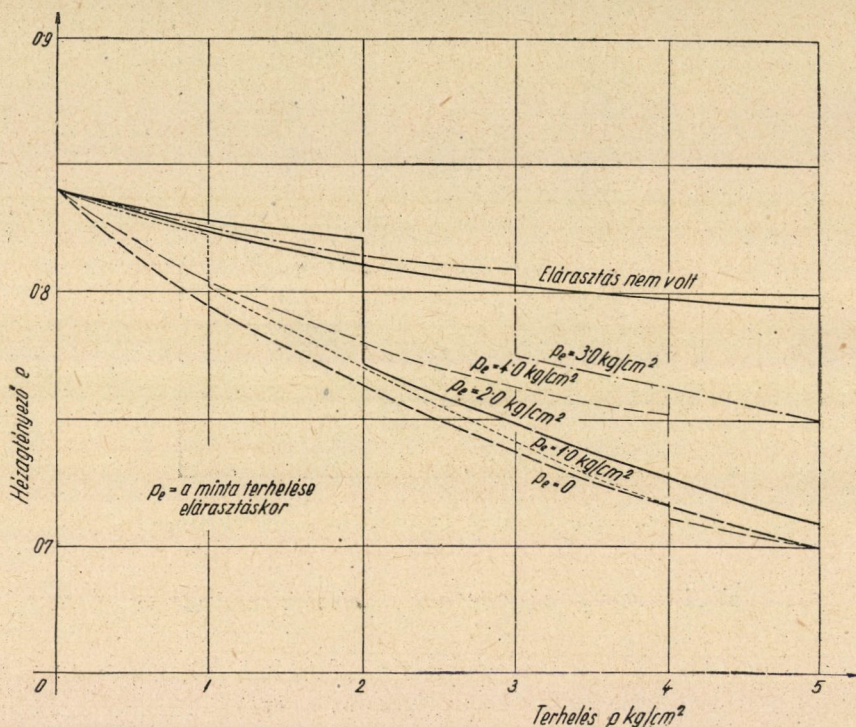
4. ábra. A kísérletekhez használt ödométer fényképe

a) *A terhelés nagyságának hatása a roskadásra*

Az ödométerbe helyezett talajmintát 0,5, 1,0, 2,0, 3,0, 4,0, és 5,0 kg/cm² terhelési lépcsőkben terheltük, először légszáraz állapotban, majd ugyanebből a talajból egy másik mintát azonnal a kísérlet kezdetén elárasztottunk oly módon, hogy a minta a befogó talpas gyűrű felső síkjának megfelelő magasságig víz alatt volt a kísérlet alatt; végül egy további sorozatban a légszáraz mintát mindig más-más terhelési lépcsőnél árasztottuk el az említett módon. Célunk az volt, hogy a vízelárasztás pillanatában a talajra ható terhelés nagyságának befolyását megvizsgáljuk, továbbá megvizsgáljuk annak a gyakorlati szabálynak a jogosultságát, mely a talaj roskadékonysága szempontjából a $p = 3 \text{ kg/cm}^2$ fajlagos terhelésnél alkalmazott elárasztáskor bekövetkező roskadás értékét tekinti mértékadónak.

A kísérletsorozat eredményeit az 5. ábra mutatja be, ahol a kapott kompressziós görbéket hézag tényezőben tüntettük fel, a terhelés függvényében. Meg kell állapítani, hogy a megismételt kísérletekben kapott értékek meglehetősen nagy szórást mutatnak, jöllehet a kísérletekhez felhasznált talaj-

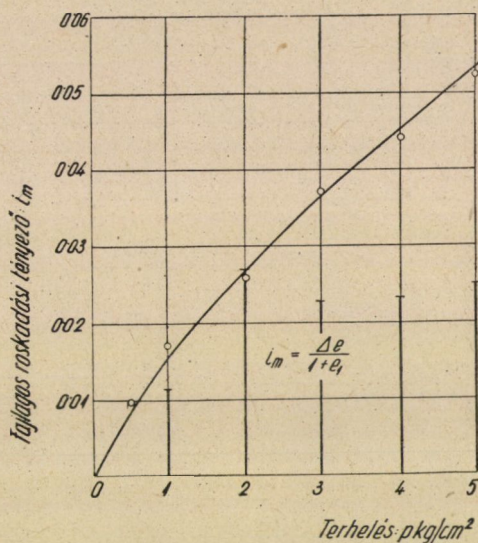
mintákat ugyanazon tömbből, azonos módszerrel vágtuk ki. Az ábrán feltüntetett értékeket háromszor megismételt kísérletsorozat eredményei adták. A felső görbe az elárasztás nélküli kompresszió esetét adja; a legalsó görbe pedig azt az esetet, midőn a mintát a kísérlet kezdetén elárasztottuk. Valamennyi többi görbe — kicsiny szórással — a kettő között marad. Megállapítható, hogy közbenső terhelési lépcsőnél való elárasztáskor a roskadás általában mindig kisebb, mint a két szélső görbe közötti különbség. E körülményből az a gyakor-



5. ábra. Különböző terhelési lépcsők mellett bekövetkező roskadás értéke

lati következtetés vonható le, hogy mindig akkor kapunk nagyobb roskadást, ha i_m értékének meghatározásához azt a két kompressziós görbét használjuk fel, melyek közül az egyiket száraz, a másikat a kísérlet kezdetén teljesen elárasztott mintával kaptunk. Az ilyen számítási mód tehát a biztonság javára szolgál; nagyobb i_m értéket ad, mintha a vízelárasztást közben, meghatározott terhelés elérése után alkalmazzuk a száraz mintára s az ekkor tapasztalt roskadás alapján számítunk. Ezt a tényt szemléltetően mutatja a 6. ábra, ahol i_m értékét részben a két szélső görbe között mérhető Δe értékek alapján (folytonos görbe) részben a közbenső terhelésnél elárasztott mintákon mért roskadás alapján (vastagon kihúzott ordináták) számítottuk. A 6. ábrából az is megállapítható, hogy a faj-

lagos roskadási tényező $p = 3 \text{ kg/cm}^2$ terhelésig rohamosan növekszik, utána pedig alig változik. Azt az előírást tehát, hogy adott altalaj roskadási veszély szempontjából való megítélése céljából a kivett talajmintákat $p = 3 \text{ kg/cm}^2$ fajlagos terhelés mellett kell az ödométerben vízzel elárasztani, s az így kapott i_m értéket mértékadónak tekinteni, függetlenül attól, hogy az illető réteg a valóságban milyen terhelést fog kapni, biztonságosnak és helyesnek kell tartanunk. Ettől legfeljebb akkor szabad eltérnünk, ha $p = 1,0 \text{ kg/cm}^2$ értéknél kisebb talajjénny-bevételt átadó építményről van szó.



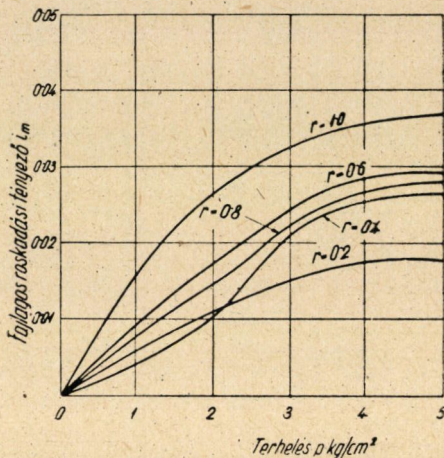
6. ábra. Fajlagos roskadási tényező értéke a terhelés függvényében

b) Az elárasztáshoz felhasznált vízmennyiség hatása a roskadásra

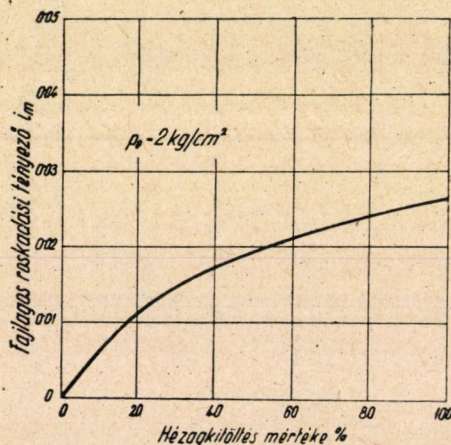
Az előbbi kísérletsorozatban az elárasztás mindig teljes volt, a minta mindig teljes egészében víz alá került. A következő sorozatban azt vizsgáltuk, hogy milyen módon változik a roskadás mértéke akkor, ha ez a teljes elárasztás azért nem következik be, mert a talajba jutott vízmennyiség nem elegendő ahhoz, hogy minden hézag vízzel kitöltődjék. Ez felel meg u. i. a gyakorlatnak, mert még akkor is, ha az építmény valamely pontján koncentráltan nagyobb mennyiségű víz jut az altalajba, teljes átnevesedés csak a felső talajrétegben következik be, mélyebben az átázás feltétlenül kisebb értékű lesz.

Ennek vizsgálata céljából, — átlagos értékeket figyelembevéve — kiszámítottuk az ödométergyűrűbe helyezett talajminta hézagainak térfogatát s az elárasztás során annyi vizet adagoltunk, hogy az a hézagok 20, 40, 60, 80 vagy

100%-ának kitöltéséhez legyen csak elegendő. E kísérlet során a készülék felső szűrőköve helyett kissé nedves szűrőpapírt használtunk, hogy az adagolt vízmennyiség teljes egészében a talajba jusson.



7. ábra. A fajlagos roszakadási tényező értéke az elárasztáshoz használt vízmennyiség és a terhelés függvényében



8. ábra. Fajlagos roszakadási tényező $p = 2 kg/cm^2$ terhelés esetén, a felhasznált vízmennyiség függvényében

A kísérletsorozat eredményét a 7. ábra mutatja. Valamennyi kísérleti görbe zárt területen belül marad, melynek felső határa a teljes elárasztásnak ($r = 1$ -ig) megfelelő görbe. A két szélső határ közötti vízmennyiséggel történt elárasztások roszakadási értékei a területen belül jelentős szórást mutatnak — így pl. erősen kiugró értéket kaptunk a 80%-ig való elárasztáskor, — ami arra mutat, hogy a makroporozitás mértéke és a mésztartalom egy-egy nagyobb

talajmintán belül is szeszélyesen változik. A roskadás és a terhelés nagysága közötti összefüggés az a) alatti kísérletsorozat eredményéhez hasonlóan jelentkezett; az elárasztáshoz használt víz mennyiségével kapcsolatban pedig megállapítható (l. 8. ábra), hogy a felhasznált vízmennyiség és a fajlagos roskadási tényező között az összefüggés *nem lineáris*; aránylag kisebb vízmennyiség is előidézhethet jelentős roskadásokat. Így pl. $r = 0,5$ viszonylagos nedvességig való átázáskor a teljes elárasztáskor bekövetkező roskadás 72%-ának megfelelő értékkel kell számolnunk. A biztonság javára való számítási módot jelent tehát az, ha mindenkor a *teljes elárasztást* vesszük alapul.

Meg kell még jegyeznünk azt, hogy a teljes elárasztáskor sem telítődik a talaj minden hézaga vízzel, vagyis a viszonylagos nedvesség a valóságban mindvégig $r = 1$ értéknél kisebbre adódik ($r = 0,92 - 0,98$); ennek oka az, hogy az elárasztás *felülről* történik s így mindig maradnak a talajban *levegőzárványok*.

c) A minta méretének és az ismételt elárasztásnak a hatása

Különböző méretű és arányú mintákkal végzett kísérleteinkben azt tapasztaltuk, hogy a fajlagos roskadási tényező értékében a normális — mint említettük, meglehetősen nagy — szóráson túlmenő különbségek *nem mutatkoznak*; így a minta méretének hatása nem tekinthető jelentősnek.

Kísérleteket végeztünk továbbá az elárasztás *ismétlésének* hatására bekövetkező roskadás vizsgálatára is. A mintát először $p = 4,0$, vagy $p = 5,0$ kg/cm^2 -rel terheltük, majd elárasztottuk, s az elárasztást a tehermentesítés és újrateherelés után megismételtük. Az első elárasztásra nagy roskadás mutatkozott ($i = 0,0778$, ill. $0,028$) a további elárasztás azonban már szinte nem is mérhető ($\Delta e = 0,002 - 0,004$) nagyságrendű összenyomódást idézett elő. Roskadás szempontjából tehát kizárólag az *első elárasztásnak* van jelentősége.

IRODALOM

1. Scheidig A.: Der Löss und seine geotechnische Eigenschaften. Dresden u. Leipzig: Steinkopff 1934.
2. Ju. M. Abeljev: Tervezések és építkezések makroporozus altalajokon. Közlekedési Kiadó, Budapest, 1951.

Összefoglalás

Vizsgálataink eredményeit a következőkben foglaljuk össze.

1. A roskadás mértéke a terhelés nagyságától függ; $p = 3,0$ kg/cm^2 terhelésig a roskadás nő, ennél nagyobb terhelések mellett pedig közel állandó.
2. A legnagyobb roskadás úgy adódik, ha a természetes állapotú minta

kompressziós görbéjét a *kísérlet kezdetén* elárasztott minta görbéjével vetjük össze.

3. A roskadás mértéke függ a talajba jutó víz *mennyiségétől*; az összefüggés azonban nem lineáris, aránylag kisebb vízmennyiség is előidézhet jelentős roskadást.

4. A ténylegesen a talajba jutó vízmennyiséget, a tényleges terhelést és a talaj állapotát figyelembevéve, az összegezett roskadás jóval *kisebbre* adódik. Vizsgálataink módot adnak a részletes számszerű meghatározásra.

5. A minta *méretének* a roskadásra lényeges hatása nincsen.

6. A roskadás döntő részét az *első nedvesítés* már kiváltja; a további elárasztások lényegtelen összenyomódást okoznak.

*

A fenti dolgozatban ismertetett kutatás az Építőipari Műszaki Egyetem Vasútépítés és Földművek tanszékének a Magyar Tudományos Akadémia részéről támogatott kutatási programja keretében végeztetett; a munkában a szerzőn kívül *Szilvágyi Imre* műsz. egy. adjunktus és *Nagyváti Béla* kutatómérnök vett részt.

NEGATÍV ANYAGOK ÉRZÉKENYSÉGÉNEK FOKOZÁSA, KÜLÖNÖS TEKINTETTEL A KISFILMES METALLOGRAFIAI MIKROFÉNYKÉPEZÉSRE

DIEBOLD KÁROLY

[Beérkezett 1953. június 11-én]

Előbbi dolgozataimban [1, 2] részletesen foglalkoztam a kisméretű negatív anyagokra, mint lemez, síkfilm vagy tekercsfilmre való — elsősorban metallografiai célú — mikrofényképezéssel.

A kisfilmes mikrofényképezés egyik előnye, hogy a rövid kamarahuzatok alkalmazásának lehetősége erősen csökkenti a felvételek megvilágítási idejét. Sok felvételnél ez nagy időmegtakarítást jelent, ami még azzal is növelhető, hogy a negatív anyagok érzékenységét fokozzuk.

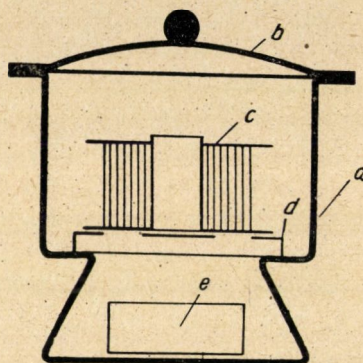
Az érzékenységet fokozó eljárások, nevezhetjük túlérzékenyítésnek is, vagy a megvilágítás előtt növelik az érzékenységet, vagy a megvilágítás után erősítik a latens képet. Mindkét eljárással már régebben foglalkoznak és a legkülönbözőbb módszerekkel igyekeztek eredményeket elérni.

Így felhasználták többek közt mint hiperszenzibilizáló eljárást a negatívokat azt a tulajdonságát, hogy feketedés az előhívott negatívon csak akkor mutatkozik, ha a negatív anyagot ért fény mennyisége meghatározott kis fénymennyiségnél nagyobb. Ha ezt a kis fénymennyiséget fényképezés előtt rávilágítjuk a negatívra, úgy fényképezéskor rövidebb megvilágítási időre lesz szükségünk, mint normális körülmények között, tehát negatívunkat túlérzékenyítettük. Természetesen csak nagyon csekély fény előadagolásáról van szó, amit a gyakorlatban úgy végzünk el, hogy negatívunkat rövid időre a panchroanyagok hívásánál használt sötétzöld szűrőn keresztül bocsátott fény hatásának tesszük ki. Ez a rövid, előzetes megvilágítási idő kísérletek alapján állapítandó meg. A túlérzékenyítés mértéke nagyon kicsi, alig éri el az alapérzékenység kétszeresét, éppen ezért ma már nem igen alkalmazzák ezt a módszert, legfeljebb más eljárással kombinálva.

Hiperszenzibilizálás elérhető akkor is, ha a negatívot különféle híg sóoldatokban, híg savakban vagy lúgokban áztatjuk és utána megszáritjuk. Ezekkel az eljárásokkal azonban körülményes voltuk és az elért csekély mértékű túlérzékenyítés miatt nem érdemes részletesen foglalkoznunk.

Egyik legrégebbi módszer, ami akár mint hiperszenzibilizálás, akár mint latenzifikálás is alkalmazható, a higanygőzzel való túlérzékenyítés. Ha ugyanis negatívunkat akár a felvétel előtt, akár azután, léghíjasan záródó edényben

higanygőz hatásának tesszük ki, akkor az érzékenységet kb. a kétszeresére növelhetjük. Az eljárás egyszerű, mert a higany már szobahőmérsékleten is párolog és ezért elég, ha belőle néhány cseppet kis üvegtálban a légmentesen zárható edény fenekére és föléje lazán tekereselve a filmet helyezzük. A túlérzékenyítés ideje a szoba hőmérsékletétől függ, hűvösebb helyiségben tovább tart. 22 C° hőmérsékletű szobában célszerű 48 óráig a filmet a léghíjasan záró edényben tartani. Az edény léghíjas elzárása a túlérzékenyítés tökéletes elérése végett, de egészségi okokból is fontos, mert a higanygőz mérgező hatása és ezért mindenképpen meg kell akadályoznunk, hogy sötétkamránk levegőjét megfertőzze. Ha az eljárást mint hiperszenzibilizálást alkalmazzuk, akkor a fel-



1. ábra

vételeket annak megtörténte után 6 órán belül, készítsük el, mert különben a túlérzékenyítés hatása elmúlik, az eljárás azonban újra megismételhető.

Egyik leghatásosabb újabb túlérzékenyítő eljárás a negatív anyagnak megvilágítás után kéndioxiddal való tartós kezelése. Egyszerűen kivitelezhető, kényelmes módszer, aránylag nagy érzékenységet növelő hatással. Éppen ezért részletesen ismertetem.

Egy léghíjasan elzárható edényre van ismét szükségünk. A legjobban megfelel a célnak egy kisebb, kb. 150 mm belső átmérőjű exszikkátor, amelyet a csiszolatok megőrzésére is használunk (1. ábra). Az ábrán *a* az exszikkátor test, *b* a fedél, ami a testre van csiszolva és így léghíjasan zár, ha a csiszolt felületeket zsiradékkal is bevonjuk. Az edény ne csak léghíjasan zárjon, hanem fénymentes is legyen, ezért kívül több rétegben fekete olajfestéssel befestjük.

Az exszikkátor fenekén elhelyezett *e* üvegedénybe 30 cm³ 10%-os nátriumszulfit oldatot és 30 cm³ 10%-os ecetsavat öntünk, elhelyezzük az exszikkátorban *d* átlukgatott tányért és erre tesszük a *c* előhívó dobra tekereselt megvilágított filmünket; *b* fedéllel az exszikkátort lezárjuk és az egészet kb. 20 C° szobahőmérsékleten 24 óráig állni hagyjuk. A nátriumszulfitból az ecetsav hatására kéndioxid fejlődik, az edény megtelik kéndioxid és ecetsav gázele-

gyével és ez elvégzi a film latenzifikálását. 24 óra múlva a filmet az edényből kivesszük és a szokott módon előhívjuk. Azt fogjuk tapasztalni, hogy ez a kezelési mód nagyban fokozta az érzékenységet és erős kiegyenlítő hatása is van.

Igen fontos, hogy a túlérzékenyítés ideje alatt a helyiség, amiben az eljárást végezzük, ne legyen 18 C°-nál hidegebb és 25 C°-nál melegebb. Hűvös helyiségben, 15 C°-on alul egyáltalán nem következik be túlérzékenyítés, nagy melegben, 30 C°-on felül pedig azt fogjuk tapasztalni, hogy negatívunk érzékenysége csökkent.

A különféle gyártmányú negatív anyagok különféleképpen reagálnak a túlérzékenyítésre, még az egyfajta, de különböző emulzió számúak is. A vékonyrétegű, kis érzékenységű filmek, mint pl. Agfa Isopan FF 10/10 Din érzékenységű, egyáltalán nem mutatják az érzékenység növekedését, a nagy érzékenységűek, pl. Agfa Superpan csak igen kis mértékben. Legjobban használhatók a közepes érzékenységű filmek, pl. Agfa Isopan F 17/10 Din, melynek érzékenysége esetenként 4–16-szorosára a fent leírt eljárással növelhető. Csak friss anyagokat használjunk, mert a régi, lejárt filmek többnyire elsűrűknek.

Mivel a különféle gyártmányú anyagok a túlérzékenyítéssel szemben különbözőképpen viselkednek, célszerű azokat használatbavétel előtt felülvizsgálni, hogy alkalmasak-e ilyen eljárásra és ha igen, az érzékenységnek milyen növekedése várható. A vizsgálatot a legcélszerűbb a következőképpen végezni :

Tetszés szerinti fototémáról két teljesen azonos felvételsorozatot készítünk. Fénymérővel megállapítjuk objektívünk legnagyobb rekesznyílása mellett szükséges megvilágítási időt, a gyár megadta negatív anyag érzékenységet feltételezve. Pl. 17/10 Din érzékenységű anyagnál, a mért expozíciós idő 1 : 2,8 rekesznyílásnál 1/100 másodperc. A két felvételsorozatot ezek alapján a következőképpen fényképezzük :

1 : 2,8	rekesznyílásnál	1/100	másodperc
1 : 4	«	1/100	«
1 : 5,6	«	1/100	«
1 : 8	«	1/100	«
1 : 11	«	1/100	«
1 : 16	«	1/100	«
1 : 22	«	1/100	«

Amint látjuk, a felvételsorozat úgy készül, hogy minden következő felvétel az előzőnek fele megvilágítását kapta.

Ha a két sorozatunk megvan, egyiket az ismertetett módon túlérzékenyítjük és annak megtörténte után a másikkal együtt egyszerre előhívjuk. Előhívás után összehasonlítjuk a két sorozatot és az azonos fedettségu filmkockákból megállapítható, hogy a túlérzékenyítés hány-szoros érzékenység-növekedést okozott. Ha pl. a kezelés nélkül készült filmtékercsen az 1 : 4 rekesz-

nyílásnál készült felvétel olyan, mint a túlérzékenyített tekercsen az 1:11 rekesznyílásnál készült, akkor az érzékenység növekedése nyolcszorosnak vehető. A fedettség megítélésénél tekintettel kell lennünk a túlérzékenyítési eljárás kiegyenlítő hatására is. Ez a kiegyenlítő hatás csiszolatok mikrofelvételeinél nem mindig kívánatos, mert a csiszolatok megvilágítása általában lapos, ellentét nélküli és inkább a kontrasztokat fokozó, nem pedig kiegyenlítő hatású eljárásra van szükség, hogy szépen nagyítható negatívjaink legyenek.

Ezen a bajon azonban könnyen segíthetünk azzal, hogy negatívjainkat a normálisnál lényegesen tovább hívjuk. Ez a túlhívási eljárás újabban nagyon elterjedt, egyesek szerint túlérzékenyítésnek tekinthető. Ez azonban önámítás, mert a túlhívásról már régen tudjuk, hogy a negatív árnyékos részeiből mindent előhoz, de ezzel szemben különösen nagyobb fényellentéteknél a világos részek a negatívon annyira fedettek lesznek és a negatív annyira keménnyé válik, hogy csak körülményes pozitív eljárásokkal lehet az ilyen lemezről elfogadható képet készíteni. A szemcsézet is erősen eldurvul. Lapos világitásnál, ahol nincsenek nagy fényellentétek, negatív túlhíváskor is egyenletes fedettségű lesz és ez az egyedüli eset, amikor az így készült negatívok jól használhatók. Miután a csiszolatok mikrografálásánál éppen ilyen megvilágítás adódik, felhasználhatjuk a túlhívást, amivel egyszersmind közömbösítjük a túlérzékenyítés okozta kiegyenlítő hatást.

A gyakorlatban tehát úgy járunk el, hogy a túlérzékenyítéssel kezelendő anyagok vizsgálatákor a két felvételsorozatból a túlérzékenyítettet nem a normális, pl. 10 percig, hanem annak háromszorosáig, 30 percig hívjuk. Ha az előhívott filmeket összehasonlítjuk, azt fogjuk látni, hogy a kiegyenlítő hatás megszűnt és az érzékenység a túlhívás következtében még megkétszereződött. A nem túlérzékenyített felvételsorozatot a túlérzékenyített és túlhívottal összehasonlítva, a nem kezelt filmen 1:4 rekesznyílásnál készült filmkocka a túlérzékenyített és túlhívott film 1:16 rekesznyílásnál készült kockájának felel meg, tehát az érzékenység növekedés 16-szorosnak vehető. A szemcsedurvulás finomszemcsés és ultrafinomszemcsés hívók használatánál nem túlzott mértékű.

IRODALOM

1. *Diebold Károly*: Mikrografálás tekercsfilmre és kisfilmre. Műsz. Tud. Oszt. Közl. 2 (1952), 181/200. 1.
2. *Diebold Károly*: Lemezostó mikrografáló készülékek. Műsz. Tud. Oszt. Közl. 7 (1952), 307/326. 1.

Összefoglalás

Szerző dolgozatában nagy általánosságban megemlékezik a negatív anyagok érzékenységét fokozó régebbi eljárásokról is, de különösen részletesen ismerteti a kisfilmekre készült felvételek kéndioxid gázokkal való túlérzékenyítését, és leírja, hogy a gyakorlatban ez a módszer hogyan alkalmazható metallográfiai mikrofelvételeknél.

AZ EHRHARDT-FÉLE CSŐGYÁRTÁSNÁL KELETKEZŐ ERŐSZÜKSÉGLET ÉS TELJESÍTMÉNYSZÜKSÉGLET MEGHATÁROZÁSA

GELEJI SÁNDOR

a Magy. Tud. Akadémia lev. tagja

[NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, KOHÓGÉPTAN- ÉS KÉPLÉKENY ALAKÍTÁS TANSZÉKE, MISKOLC]

[Beérkezett 1953. június 11-én]

Az *Erhardt*-féle varratnélküli csőgyártó eljárás, mint ismeretes, két műveletből van összetéve : az első a vastagfalú lyukas test (edény) előállítás, a második a vékonyfalú cső húzása. Az első művelethez hidraulikus vagy mechanikus lyukasztóprést, a második művelethez ú. n. tolópadot használnak. Ennél az eljárásnál a kiinduló anyag négyzetes keresztmetszetű előhengerelt buga. Ezt a bugát a tolópadon gyártható cső súlyának megfelelő súlyú darabokra szabják, 1150–1250 C° hőmérsékletre felmelegítik, majd egyenként a lyukasztóprés felvevőjébe helyezik, ahol a lyukasztótüskével kilyukasztják. A lyukasztótüske azonban nem lyukasztja ki a darabot teljes hosszában, hanem a lyukas testnek feneke marad. Tehát egy vastagfalú edény keletkezik. Ezt a vastagfalú edényt (darabot) ezután, még melegen (1000 C°) kiemelik a prés felvevőjéből és ráhelyezik a tolópad húzótüskéjének végére. A tolópad tüskéje a reá helyezett meleg darabbal keresztülhatol a tüske tengelyébe helyezett szükségesszámú húzóüregben, miközben a darab fala a szükséges mértékig vékonyodik. Újabban a húzóüregeket görgősorból képezett üregekkel helyettesítik. Ez az eljárás annakidején Magyarországon, Csepelen, a csőgyárban fejlődött ki és elterjedt külföldön is. A húzószerszámok három vagy négy görgőből vannak és az egymásután következő szerszámok 45°, illetőleg 60°-kal vannak egymáshoz képest elfordítva a tengelyük körül.

A következőkben a lyukasztóprésen, valamint a tolópadon keletkező erők meghatározásával és kiszámításával fogunk foglalkozni.

a) *Ehrhardt*-féle kitöltő lyukasztáshoz szükséges erő

Ennél a lyukasztásnál négyszögletes keresztmetszetű tuskót lyukasztanak hossz tengelye irányában kör keresztmetszetű felvevőben. A lyukasztótüske keresztmetszetét úgy választjuk, hogy lyukasztáskor a tuskó anyaga a felvevőt maradéktalanul kitöltse (*1. ábra*). Az *Ehrhardt*-féle lyukasztást ezért kitöltő lyukasztásnak is nevezik.

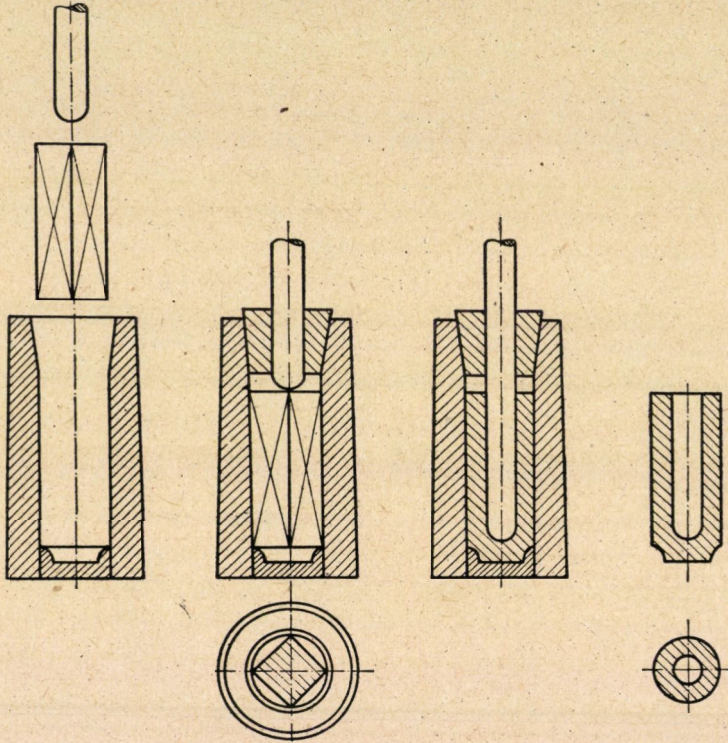
A kitöltő lyukasztás feltétele tehát :

$$\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} = a^2 + \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4}, \quad (1)$$

ahol d_1 a felvevő átmérője, a a négyzetes tuskó keresztmetszetének oldalhosszúsága, és d_0 a tüske átmérője.

Mint ahogy

$$d_1 = a \cdot \sqrt{2}, \quad (2)$$



1. ábra

az 1. egyenletből kifejezhető, hogy

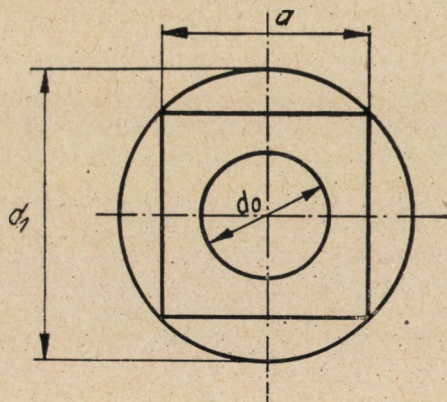
$$\frac{a}{d_0} = 1,18, \quad (3)$$

illetve

$$\frac{d_1}{d_0} = 1,66. \quad (4)$$

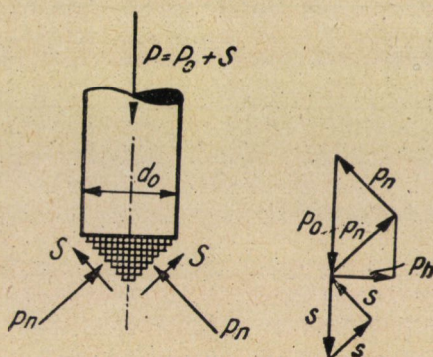
A kitöltő lyukasztásnál a lyukasztás oly módon történik, hogy a tüske homloklapja előtt felhalmozódott holt anyagkúp a tüske csúcsa gyanánt hatol

bele az anyagba és lyukasztja ki a tuskót. A tuskóba behatoló tűske a lyuk térfogatának megfelelő anyagot oldalt szétnyomja és így kitöltődik a felvevő. Lyukasztáskor a tűskére, illetve a tűske homloklapja előtt keletkező anyag-



2. ábra

kúpra a 2. ábrán feltüntetett erők hatnak. A tűske homloklapja előtt levő kúp felületére a p fajlagos nyomás és a $p \cdot \mu_b = s$ fajlagos súrlódási erő hat, ahol μ_b az anyag belső súrlódását jelenti. A tuskó anyagában előrehaladó kúp a



3. ábra

tuskó *I* és *II* keresztmetszete között levő anyagot széttolja és így az *I* négyzetes keresztmetszetből a *II*-ban körgyűrűkeresztmetszet lesz (3. ábra). Képzeljük úgy el, hogy az *I* és *II* keresztmetszet között az anyagból kivágott bármely δ vastagságú réteget egy p_h horizontális erő nyom szét (4. ábra). Amikor a p_h erő a δ vastagságú gyűrűt széttolja, akkor a $\Delta t \cdot \sigma_f$ erő ellen végez munkát. Δt a δ vastagságú gyűrű keresztmetszete, σ_f a lyukasztott anyag folyási határa.

Az egész $ABCD$ keresztmetszetű gyűrű alakváltozásához szükséges erő :

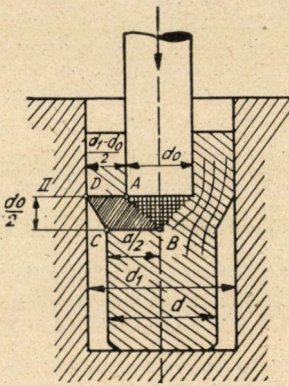
$$\sigma_f \cdot t = \left(\frac{d_0}{2} \cdot p_h \right) \cdot \frac{d_0}{2} = \frac{d_0^2}{4} \cdot p_h, \quad (5)$$

ebből az alakváltozáshoz szükséges közepes fajlagos erő

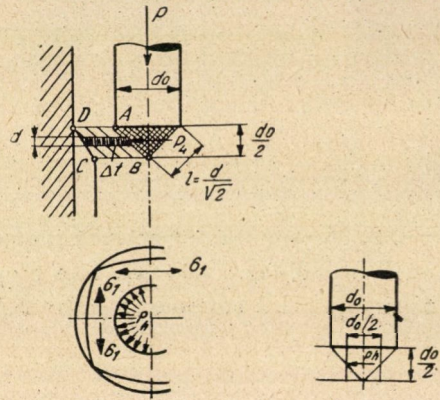
$$p_h = \frac{4 \cdot \sigma_f \cdot t}{d_0^2}. \quad (6)$$

Az egyenletben előforduló $ABCD$ keresztmetszet :

$$t = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d_1 - d_0}{2} + \frac{a}{2} \right) \cdot \frac{d_0}{2} = \frac{1}{2} \cdot (d_1 - d_0 + a) \cdot \frac{d_0}{2} \quad (7)$$



4. ábra



5. ábra

Mint ahogy

$$d_1 = 1,66 \cdot d_0$$

és

$$a = 1,18 \cdot d_0$$

következik, hogy

$$t = 0,26 \cdot d_0^2. \quad (8)$$

Ha t -nek ezt az értékét behelyettesítjük a (6) egyenletbe, akkor

$$p_h = \frac{4 \cdot \sigma_f \cdot 0,26 \cdot d_0^2}{d_0^2} = 1,04 \cdot \sigma_f. \quad (9)$$

A kúp palástjára ható erő :

$$P_n = p_n \cdot \frac{d_0 \cdot \pi}{2} \cdot \frac{d_0}{\sqrt{2}} = p_n \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{p_h}{0,7} \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{2 \cdot \sqrt{2}} = p_h \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{2}. \quad (10)$$

A tiszta alakításhoz szükséges erő :

$$P_0 = \frac{P_n}{0,7} = p_h \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{1,4} = 1,04 \cdot \sigma_f \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{1,4} (=) \sigma_f \cdot d_0^2 \cdot \pi \cdot 0,74$$

$$P_0 = 3 \cdot \sigma_f \cdot \left(\frac{d_0^2 \pi}{4} \right). \quad (11)$$

A kúp felületén keletkező súrlódás legyőzéséhez szükséges erő :

$$S = P_n \cdot \mu, = p_h \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{2} \cdot \mu_b = 2,08 \cdot \sigma_f \cdot \mu_b \cdot \left(\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} \right). \quad (12)$$

A lyukasztáshoz szükséges összes erő :

$$P = P_0 + S = 3 \cdot \sigma_f \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} + 2,08 \cdot \mu_b \cdot \sigma_f \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} =$$

$$= (3 + 2,08 \cdot \mu_b) \cdot \sigma_f \cdot \left(\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} \right). \quad (13)$$

Ha a belső súrlódási tényezőt egyenlőnek vesszük 0,6-dal, akkor írható, hogy a kitöltő lyukasztáshoz szükséges erő :

$$P = 4,2 \cdot \sigma_f \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4}. \quad (14)$$

A kitöltő lyukasztáshoz szükséges erő a lyukasztótüske átmérőjének függvényében az 5. ábrán van feltüntetve.

A (14) képlettel kifejezett sajtolóerő abban az 1. ábrán látható esetben érvényes, melyben a préstuskó oldalhossza és a recipiens átmérője között az ábrában megadott geometriai összefüggés áll fenn. A valóságban azonban a préstuskó keresztmetszete sohasem élesélű négyzet, hanem az élek le vannak tompítva (6. ábra). Ebben az esetben közelítőleg a következő összefüggés érvényes a lyukasztótüske átmérője és a tuskóméreték között :

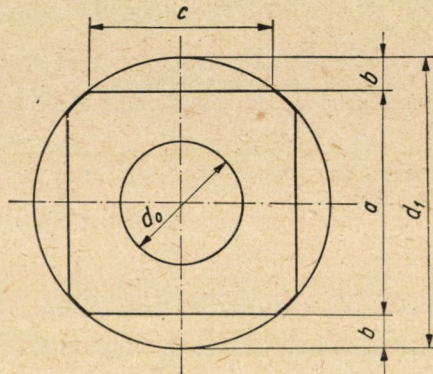
$$\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} = 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot c,$$

azaz

$$\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} = \frac{8}{3} \cdot b \cdot c, \quad (15)$$

ahol b és c méret a 6. ábrából következik.

A sajtolási erőt ebben az esetben is a fenti gondolatmenet alapján lehet kiszámítani, csupán a (2), (4) és (8) egyenletekben egy különleges esetre megállapított összefüggéseket kell figyelmen kívül hagynunk. A sajtolóerő tehát ebben



6. ábra

az esetben is a (13) egyenlettel fejezhető ki. A (10) és (6) egyenlet értelmében azonban

$$P_n = p_h \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} = \frac{4 \cdot \sigma_f \cdot t}{d_0^2} \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{2} = 2 \cdot \pi \cdot \sigma_f \cdot t, \quad (16)$$

és így

$$P_0 = \frac{2}{0,7} \cdot \pi \cdot \sigma_f \cdot t = 2,85 \cdot \pi \cdot \sigma_f \cdot t. \quad (17)$$

Tehát a szükséges lyukasztóerő:

$$P = (2,85 + 2 \cdot \mu_b) \cdot \pi \cdot \sigma_f \cdot t. \quad (18)$$

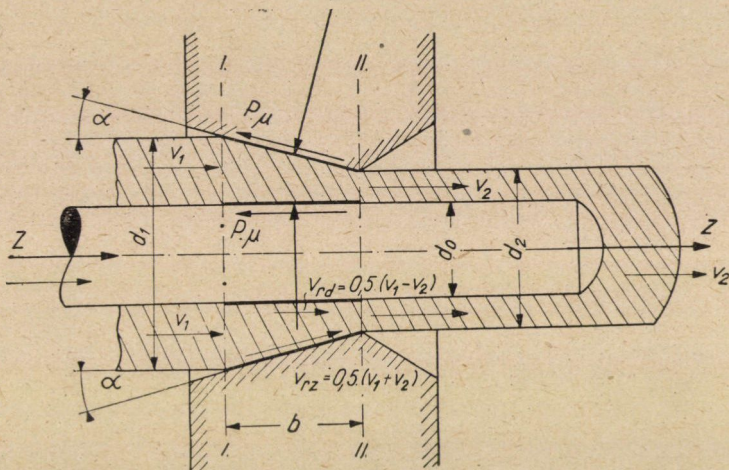
Mint hogy $\mu_b (=) 0,6$, lesz:

$$P = 4,05 \cdot \pi \cdot \sigma_f \cdot t \quad (19)$$

Ebben a képletben t a (7) egyenlettel számítható ki.

b) Az Ehrhardt-féle csőtölőpadon keletkező erők

Tulajdonképpen a csőtölőpadon is rúdon való csőhúzás történik; a keletkező erők meghatározása céljából először azt az esetet vizsgáljuk meg, amikor a tüske végére helyezett vastagfalú edényt csak egy húzóüregen (húzóvason) tolják (húzzák) keresztül (7. ábra). Az alakító munka teljesítménye, minthogy csőhúzásról van szó, ebben az esetben is háromféle munkateljesítményből tevődik



7. ábra

össze. Nevezetesen : a tiszta alakváltozási (deformációs) munkateljesítményből

$$L_a = k_k \cdot F \cdot v_2, \quad (20)$$

a húzóüreg dolgozó felülete és a tüske dolgozó felülete mentén jelentkező súrlódási munkateljesítményből

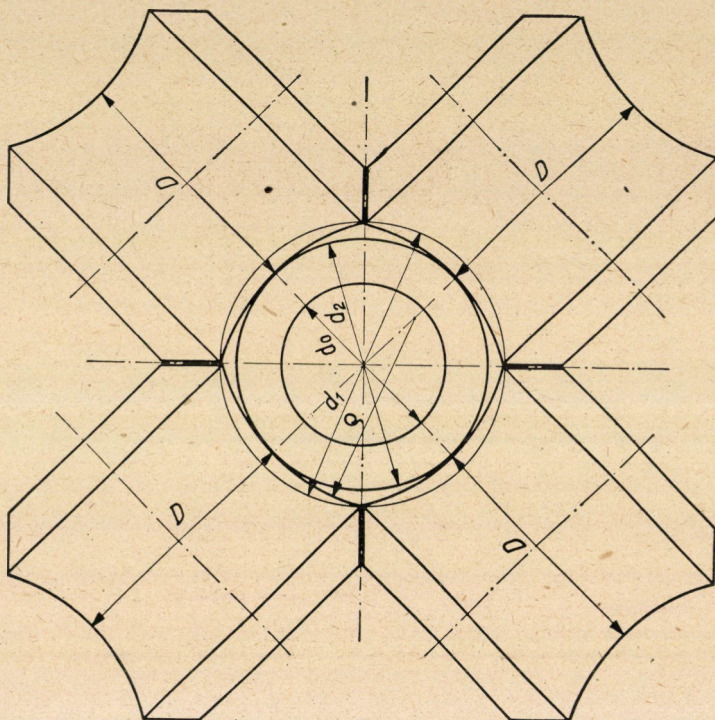
$$L_s = k_k \cdot \mu \cdot Q_u \cdot \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) + k_k \cdot \mu \cdot Q_r \cdot \left(\frac{v_2 - v_1}{2} \right), \quad (21)$$

végül a belső anyagelmozdulások létrehozásához szükséges munkateljesítményből :

$$L_b = 0,58 \cdot f_2 \cdot \alpha \cdot k_f \cdot v_2. \quad (22)$$

A fenti képletekben k_k a közepes alakítási ellenállás, mely a jelen esetben hozzávetőlegesen egyenlőnek vehető a k_f alakítási szilárdsággal. U. i. a húzószerszám palástján mutatkozó súrlódás létrehoz σ_3 feszültséget; a rúdpaláston

a b szélességű övezetben szintén keletkezik súrlódási erő, amely létrehoz σ_3 feszültséget; ennek az előjele azonban ellenkezője a szerszám palástján keletkező súrlódás következtében létrejövő σ_3 feszültség előjelének (8. ábra). A két feszültség csaknem egyforma nagyságú és így megsemmisítik egymást. A σ_3 -feszültségeket mind a rúdpaláston, mind az üregpaláston azonos nagyságú $P \cdot \mu$ súrlódási erő hozza létre.



8. ábra

F a fogyás vagy keresztmetszetsökkenés az üregben :

$$F = f_1 - f_2 = \frac{d_1^2 - d_2^2}{4} \cdot \pi, \quad (23)$$

ahol a belépő keresztmetszet :

$$f_1 = \frac{d_1^2 - d_0^2}{4} \cdot \pi$$

és a kilépő keresztmetszet :

$$f_2 = \frac{d_2^2 - d_0^2}{4} \cdot \pi.$$

$Q_{\bar{u}}$ az üreg dolgozó felülete :

$$Q_{\bar{u}} = \frac{F}{\sin \alpha} (=) \frac{F}{a}, \quad (24)$$

Q_t a tüske (rúd) palástjának b szélességű dolgozó felülete :

$$Q_t = d_0 \cdot \pi \cdot b = \xi \cdot \frac{F}{a}, \quad (25)$$

ahol

$$\xi = \frac{2 \cdot d_0}{d_1 + d_2} \quad (26)$$

és a a húzószög.

v_2 a tolótüske sebessége és egyúttal az ürege kifutó cső sebessége, v_1 az üregbe belépő cső sebessége, amely természetszerűleg kisebb a v_2 sebességnél.

Az üreg dolgozó fala mentén mozgó anyag közepes sebessége :

$$v_{r\bar{u}} = \frac{v_1 + v_2}{2}. \quad (27)$$

A tüske b szélességű dolgozó palástja mentén mozgó anyag közepes sebessége :

$$v_{rt} = \frac{v_2 - v_1}{2}. \quad (28)$$

A $v_{r\bar{u}}$ közepes sebesség az üregbe belépő és abból kilépő csősebesség számtani közepe. A v_{rt} anyagáramlási sebesség a rúd dolgozó palástja mentén abból a megfontolásból állapítható meg, hogy a *II* kilépő keresztmetszetben a csőnek és a tolótüskének (rúdnak) a sebessége azonos, az *I* belépő keresztmetszetben pedig $v_2 - v_1$.

A súrlódási tényező itt $\mu = 0,84 - 0,0005 \cdot t$ képlettel számítható ki.

A fentiek szerint az összes teljesítményszükséglet :

$$\begin{aligned} L &= L_a + L_s + L_b = \\ &= k_k \cdot F \cdot v_2 + k_k \cdot \mu \cdot Q_{\bar{u}} \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} + k_k \cdot \mu \cdot Q_r \cdot \frac{v_2 - v_1}{2} + \\ &+ 0,58 \cdot f_2 \cdot a \cdot k_f \cdot v_2 = k_k \cdot F \cdot v^2 + k_k \cdot \mu \cdot \frac{F}{a} \cdot \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) + \\ &+ k_k \cdot \mu \cdot \xi \cdot \frac{F}{a} \cdot \left(\frac{v_2 - v_1}{2} \right) + 0,58 \cdot f_2 \cdot a \cdot k_f \cdot v_2 \\ &= k_k \cdot F \cdot \left[v_2 + \frac{\mu}{a} \cdot (v_{r\bar{u}} + \xi \cdot v_{rt}) \right] + 0,58 \cdot f_2 \cdot a \cdot k_f \cdot v_2 \end{aligned} \quad (29)$$

Minthogy azonban

$$v_1 \cdot f_1 = v_2 \cdot f_2 \quad (30)$$

következik, hogy

$$v_1 = v_2 \cdot \frac{f_2}{f_1}. \quad (31)$$

Ezek szerint

$$v_{r\ddot{u}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot \left(1 + \frac{f_2}{f_1}\right) \quad (32)$$

és

$$v_{r\dot{t}} = \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot \left(1 - \frac{f_2}{f_1}\right). \quad (33)$$

Ezeket az értékeket behelyettesítve a (29) egyenletbe az összes teljesítményszükséglet lesz :

$$\begin{aligned} L &= k_k \cdot F \cdot \left[v_2 + \frac{\mu}{\alpha} \cdot \frac{v_2}{2} \cdot \left(1 + \frac{f_2}{f_1}\right) + \xi \cdot \frac{\mu}{\alpha} \cdot \frac{v_2}{2} \cdot \left(1 - \frac{f_2}{f_1}\right) \right] + \\ &\quad + 0,58 \cdot f_2 \cdot \alpha \cdot k_f \cdot v_2 \\ &= k_k \cdot F \cdot v_2 \cdot \left\{ 1 + 0,5 \cdot \frac{\mu}{\alpha} \cdot \left[(1 + \xi) + \frac{f_2}{f_1} \cdot (1 - \xi) \right] \right\} + 0,58 \cdot f_2 \cdot \alpha \cdot k_f \cdot v_2 \end{aligned}$$

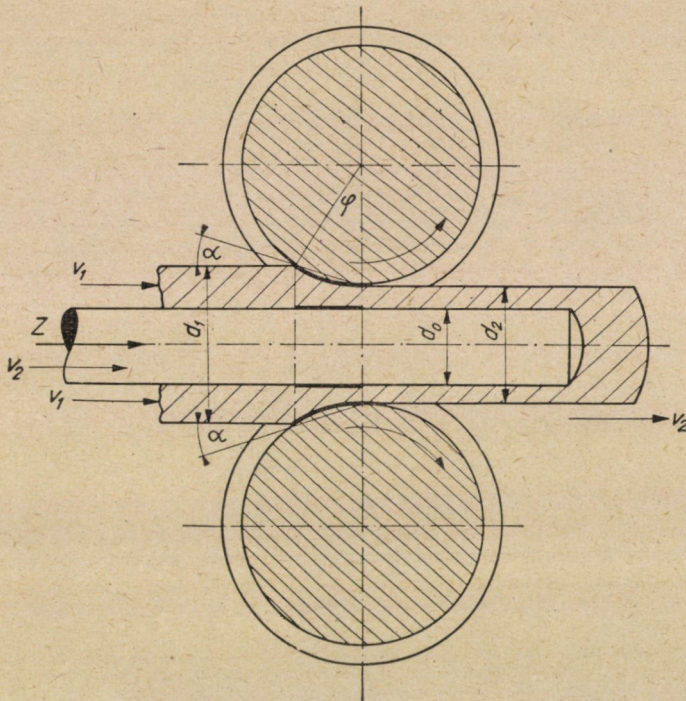
$$\boxed{L = k_k \cdot F \cdot v_2 \cdot \left\{ 1 + 0,5 \cdot \frac{\mu}{\alpha} \cdot \left[(1 + \xi) + \frac{f_2}{f_1} \cdot (1 - \xi) \right] \right\} + 0,58 \cdot f_2 \cdot \alpha \cdot k_f \cdot v_2} \quad (34)$$

• Ebből a húzó- (toló-) erő

$$\boxed{Z = k_k \cdot F \cdot \left\{ 1 + 0,5 \cdot \frac{\mu}{\alpha} \cdot \left[(1 + \xi) + \frac{f_2}{f_1} \cdot (1 - \xi) \right] \right\} + 0,58 \cdot f_2 \cdot k_f \cdot \alpha} \quad (35)$$

A húzóvas helyett alkalmazható három vagy négy görgőből összeállított húzóüreg is. Ilyenkor a húzóüreg falán jelentősen kevesebb súrlódási munka mutatkozik. A húzóüreg görgői nem köreget zárnak körül, hanem kiképzésük

olyan, hogy a görgőosztásban az üreg átmérője azonos a befutó cső átmérőjével, az üreg legkisebb átmérője a görgők legkisebb átmérőjű síkjában van, hasonlóan a redukáló sorok görgőihez. Az üreg tehát körívekből összeállított sokszög, mégpedig ha három görgő van alkalmazva, akkor háromszög, ha négy görgőből áll a szerszám, akkor négyszög (9. ábra).



9. ábra

A rúdon való csőhúzás teljesítményszükségletét a (29) képlet adja, amely szerint

$$L = k_k \cdot F \cdot \left[v_2 + \frac{\mu}{\alpha} (v_{r\ddot{u}} + \xi \cdot v_{rl}) \right] + 0,58 \cdot f_2 \cdot k_f \cdot v_2 \cdot a. \quad (35)$$

Görgős húzószerszám esetében a közepes relatív csúszási sebesség a görgőfelület mentén :

$$v_{r\ddot{u}} = \delta \cdot v_2, \quad (36)$$

ahol

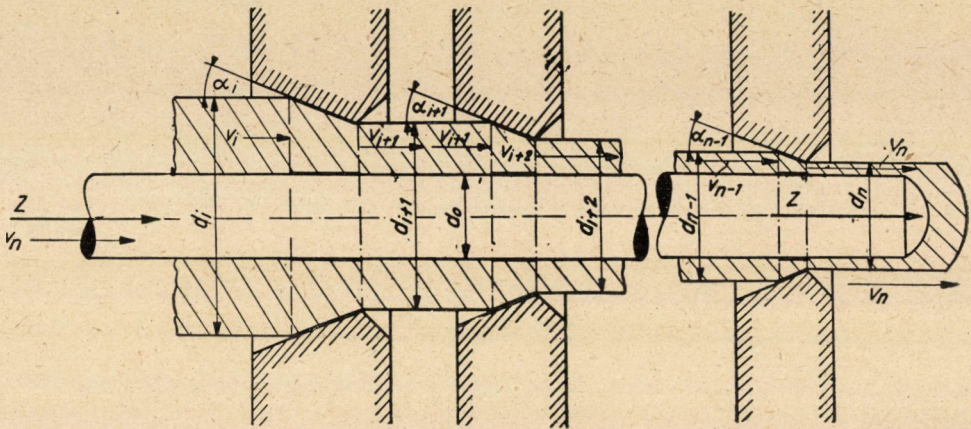
$$\delta = 1 - \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{1}{\cos \varphi}, \quad (37)$$

amely képletben :

$$\varphi = 2 \cdot \alpha = \sqrt{\frac{d_1 - d_2}{0,5 \cdot D}} \quad (38)$$

(lásd 9. és 10. ábrákat).

A tolórúd dolgozó felülete mentén a közepes relatív csúszási sebesség itt is ugyanakkora, mint a húzóvasban való alakítás esetében (l. 33. egyenlet). Ezek szerint a húzás erőszüksége lesz



10. ábra

$$L = k_k \cdot F \cdot v_2 \cdot \left\{ 1 + \frac{\mu}{\alpha} \cdot \left[\delta + 0,5 \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{f_2}{f_1} \right) \right] \right\} + 0,58 \cdot f_2 \cdot k_f \cdot \alpha \cdot v_2 \quad (39)$$

A toló- (húzó-) erő pedig :

$$Z = k_k \cdot F \cdot \left\{ 1 + \frac{\mu}{\alpha} \cdot \left[\delta + 0,5 \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{f_2}{f_1} \right) \right] \right\} + 0,58 \cdot f_2 \cdot k_f \cdot \alpha \quad (40)$$

c) Az Ehrhardt-féle csőtolás

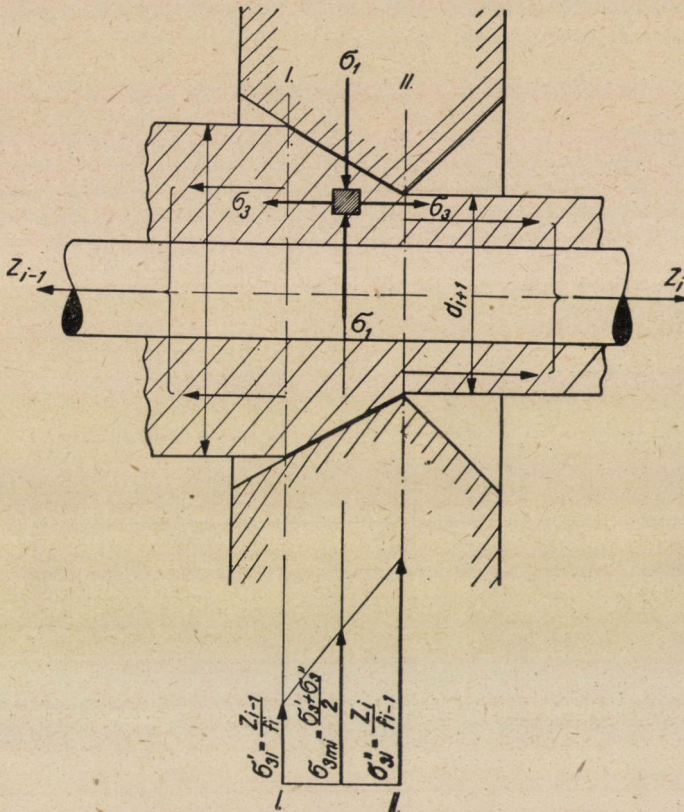
Az Ehrhardt-féle csőtolópadon a tolórúd a vékonyítandó csövet egyidejűleg nem egy, hanem több (mintegy 10–25) húzószerszámon tolja (húzza) keresztül. Ha tehát meg akarjuk állapítani a csőtolópad erő- és munkaszükségletét, akkor azt az esetet kell megvizsgálnunk, amikor a cső egyidejűleg több üregben kap megmunkálást. Nézzük meg először is milyen a helyzet, ha a húzás húzóvasokban történik (11. ábra).

Az alakváltóási munka erőszüksége az i -ik üregben :

$$L_{ai} = F_i \cdot k_{ki} \cdot v_{(i+1)}, \quad (41)$$

az $i + l$ -ik üregben :

$$L_{a(i+l)} = F_{(i+l)} \cdot k_{k(i+l)} \cdot v_{(i+2)}. \quad (42)$$



11. ábra

Mint hogy

$$v_i = v_n \cdot \frac{f_n}{f_i} \text{ és } v_{(i+1)} = v_n \cdot \frac{f_n}{f_{(i+1)}},$$

ahol $f_n = \frac{d_n^2 \cdot \pi}{4}$, $f_i = \frac{d_i^2 \cdot \pi}{4}$ és $f_{(i+1)} = \frac{d_{(i+1)}^2 \cdot \pi}{4}$,

és $F_i = f_i - f_{(i+1)}$ továbbá $F_{(i+1)} = f_{(i+1)} - f_{(i+2)}$

következik, hogy az i -ik üreg alakítási munkájának erőszükséglete

$$L_{ai} = F_i \cdot k_{ki} \cdot v_n \cdot \frac{f_n}{f^{(i+1)}} \quad (43)$$

és

$$L_{a(i+1)} = F_{(i+1)} \cdot k_{k(i+1)} \cdot v_n \cdot \frac{f_n}{f^{(i+2)}}. \quad (44)$$

Az összes üreg alakítási munkájának erőszükséglete pedig :

$$L_a = \sum_{i=1}^{n-1} F_i \cdot k_i \cdot v_n \cdot \frac{f_n}{f^{(i+1)}}. \quad (45)$$

Az i -ik húzóüreg dolgozó falán és a dolgozó túske dolgozó felületén fellépő súrlódási munka erőszükséglete :

$$\begin{aligned} L_{si} &= k_{ki} \cdot \mu_i \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot v_{r\ddot{u}i} + k_{ki} \cdot \mu_i \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \xi \cdot v_{rti} \\ &= k_k \cdot \mu_i \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot (v_{r\ddot{u}i} + \xi \cdot v_{rti}), \end{aligned} \quad (46)$$

amely képletben $v_{r\ddot{u}i}$ a húzószerszám dolgozó felülete mentén mozgó anyag relatív csúszási sebessége és v_{rti} túske dolgozó felülete mentén mozgó anyag viszonylagos csúszási sebessége.

$$v_{r\ddot{u}i} = 0,5 \cdot (v_i + v_{(i+1)}) = 0,5 \cdot v_n \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f^{(i+1)}} \right) \quad (47)$$

és

$$v_{rti} = v_n - 0,5 \cdot (v_i + v_{(i+1)}) = v_n \cdot \left[1 - 0,5 \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f^{(i+1)}} \right) \right]. \quad (48)$$

A relatív csúszási sebességeknek ezeket az értékeit a (46) egyenletbe behelyettesítve, kapjuk :

$$L_{si} = k_{ki} \cdot \mu_i \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot v_n \cdot \left[\xi_i + (1 - \xi_i) \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f^{(i+1)}} \right) \right]. \quad (49)$$

Ha úgy vesszük, hogy

$$\psi_i = \left[\xi_i + (1 - \xi_i) \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f^{(i+1)}} \right) \right], \quad (50)$$

akkor a (46) egyenletnek a következő alakot adhatjuk :

$$L_{Si} = k_{ki} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \mu_i \cdot v_n \cdot \psi_i. \quad (51)$$

Az (50) egyenletben

$$\xi_i = \frac{2 \cdot d_0}{d_i + d_{(i+1)}}. \quad (52)$$

Az összes húzóüreg dolgozó felületén és a húzótüske összes dolgozó felületén keletkező súrlódási munka erőszükséglete :

$$L_s = \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot F_i \cdot \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot v_n \cdot \psi_i. \quad (53)$$

Az i -ik üregben a belső anyagelmozdulások létrehozásához szükséges munka erőszükséglete :

$$\begin{aligned} L_{bi} &= 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_{(i+1)} \cdot v_{(i+1)} \\ &= 0,58 \cdot \alpha_i \cdot f_n \cdot v_n \cdot k_{fi}. \end{aligned} \quad (54)$$

Az összes üregben futó anyag belső anyagelmozdulásainak létrehozásához szükséges munka erőszükséglete :

$$L_b = \sum_{i=1}^{n-1} 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n \cdot v_n. \quad (55)$$

Ezek szerint a csőtolópad csőhúzó munkájának erőszükséglete :

$$L = L_a + L_s + L_b, \quad (56)$$

azaz

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot F_i \cdot v_n \cdot \frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot F_i \cdot \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot v_n \cdot \psi_i + \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n \cdot v_n = \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot F_i \cdot v_n \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \psi_i \right) + \sum_{i=1}^{n-1} 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n \cdot v_n. \end{aligned} \quad (57)$$

Tehát a csőtóláshoz szükséges összes toló- (húzó-) erő :

$$Z = \sum_{i=1}^{r-1} k_i \cdot F_i \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \psi_i \right) + \sum_{i=1}^{r-1} 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n. \quad (58)$$

Az i -ik üregben szükséges toló- (húzó-) erő pedig :

$$Z_i = k_i \cdot F_i \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \psi_i \right) + 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n. \quad (59)$$

Ha meg akarjuk állapítani az i -ik üreg legkedvezőbb húzószögét, tehát azt, hogy az i -ik üregben melyik α_i húzószög mellett legkisebb a toló- (húzó-) erő, akkor az i -ik húzóüregben működő Z_i húzóerőt (59. képlet) α_i szerint kell differenciálnunk. Amely α_i szög mellett $\left(\frac{dZ_i}{d\alpha_i} \right) = 0$ az a szög a legkedvezőbb húzószög. Tehát

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\alpha_i} \left[k_i \cdot F_i \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \psi_i \right) + 0,58 \cdot k_{fi} \cdot \alpha_i \cdot f_n \right] &= 0 \\ \frac{d}{d\alpha_i} \cdot \left(k_i \cdot F_i \cdot \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) &= 0 \\ \frac{d}{d\alpha_i} \cdot (k_i \cdot F_i \cdot \mu_i \cdot \alpha_i^{-1} \cdot \psi_i) &= -k_i \cdot F_i \cdot \psi_i \cdot \mu_i \cdot \alpha_i^{-2} \\ \frac{d}{d\alpha_i} \cdot (0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n \cdot \alpha_i) &= 0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

A fenti differenciálhányados ott zérus, ahol

$$+ k_i \cdot F_i \cdot \psi_i \cdot \mu_i \cdot \alpha_i^{-2} = 0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n, \quad (61)$$

tehát

$$\alpha_i^2 = \frac{k_i \cdot F_i \cdot \psi_i \cdot \mu_i}{0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n}, \quad (62)$$

vagyis az i -ik üregben a legkedvezőbb húzószög

$$\alpha_i = \sqrt{\frac{k_i \cdot F_i \cdot \psi_i \cdot \mu_i}{0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n}} \quad (63)$$

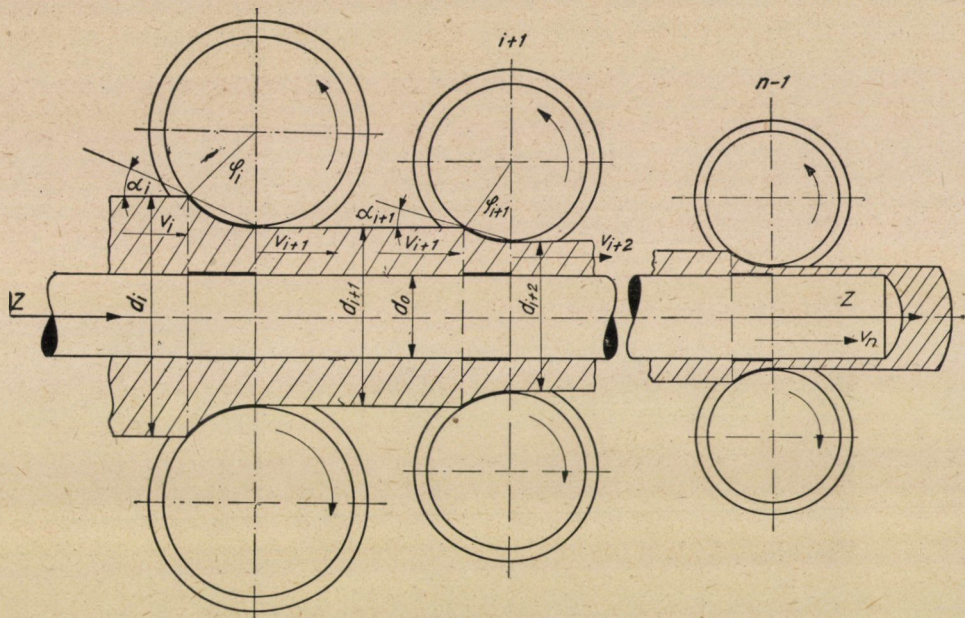
A k_i közepes alakítási ellenállást az i -ik üregben közelítőleg a következőkből állapíthatjuk meg :

A folyás feltétele az i -ik üregben :

$$\sigma_{1i} + \sigma_{3i} = k_{fi}, \quad (64)$$

ahol

$$\sigma_{1i} = k_i, \quad (65)$$



12. ábra

tehát (12. ábra)

$$k_i = k_{fi} - \sigma_{3i}. \quad (66)$$

A húzóüreg I-es keresztmetszetében a σ_3 húzófeszültség

$$\sigma'_{3i} = \frac{Z^{(i-1)}}{f_i}, \quad (67)$$

a II-es keresztmetszetben

$$\sigma''_{3i} = \frac{Z_i}{f^{(i+1)}}. \quad (68)$$

A közepes húzófeszültség pedig

$$\sigma_{3ki} = \frac{\sigma'_{3i} + \sigma''_{3i}}{3} = 0,5 \cdot \left(\frac{Z_i}{f^{(i+1)}} + \frac{Z^{(i-1)}}{f_i} \right). \quad (69)$$

A 64-ik egyenlet tehát ebben a formában írható :

$$k_{fi} = k_i + 0,5 \cdot \left(\frac{Z_i}{f_{(i+1)}} + \frac{Z_{(i-1)}}{f_i} \right), \quad (70)$$

ahol

$$\frac{Z_i}{f_{(i+1)}} = \frac{k_i \cdot F_i}{f_{(i+1)}} \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \psi_i \right) + 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \frac{Z_{(i-1)}}{f_i} &= \frac{k_{(i-1)} \cdot F_{(i-1)}}{f_i} \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{\mu_{(i-1)}}{\alpha_{(i-1)}} \cdot \psi_{(i-1)} \right) + \\ &+ 0,58 \cdot \alpha_{(i-1)} \cdot k_{f(i-1)} \cdot \frac{f_n}{f_i}. \end{aligned} \quad (72)$$

Ha (71) és (72) egyenlet jobb oldalát behelyettesítjük a (70) egyenletbe, akkor két ismeretlenes (k_i és $k_{(i-1)}$) egyenletet kapunk. Minthogy a tolópadon közvetlenül egymásután következő üregek jellemzői kevésbé különböznek egymástól, jó megközelítéssel feltehető, hogy (k_i és $k_{(i-1)}$) oly kevésbé különböznek egymástól, hogy ez a különbség gyakorlati szempontból nem döntő. Az egymásután következő szerszámokban keletkező alakítási ellenállások, de az üregekre jellemző bármely egyéb adatok is a szerszámsor mentén egy folytonos görbén fekszenek és csak kevésbé térnek el egymástól. Tehát az alakítási ellenállást az i -ik üregben jó megközelítéssel a következő képlet segítségével számíthatjuk ki (70. egyenlet) :

$$\begin{aligned} k_{fi} = k_i + 0,5 \cdot k_i \cdot \left[\frac{F_i}{f_{(i+1)}} \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \psi_i \right) + \right. \\ \left. + \frac{F_{(i-1)}}{f_i} \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{\mu_{(i-1)}}{\alpha_i} \cdot \psi_{(i-1)} \right) + 0,58 \cdot \left(k_{fi} \cdot \alpha_i \cdot \frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \right. \right. \\ \left. \left. + k_{f(i-1)} \cdot \alpha_{(i-1)} \cdot \frac{f_n}{f_i} \right) \right], \end{aligned} \quad (73)$$

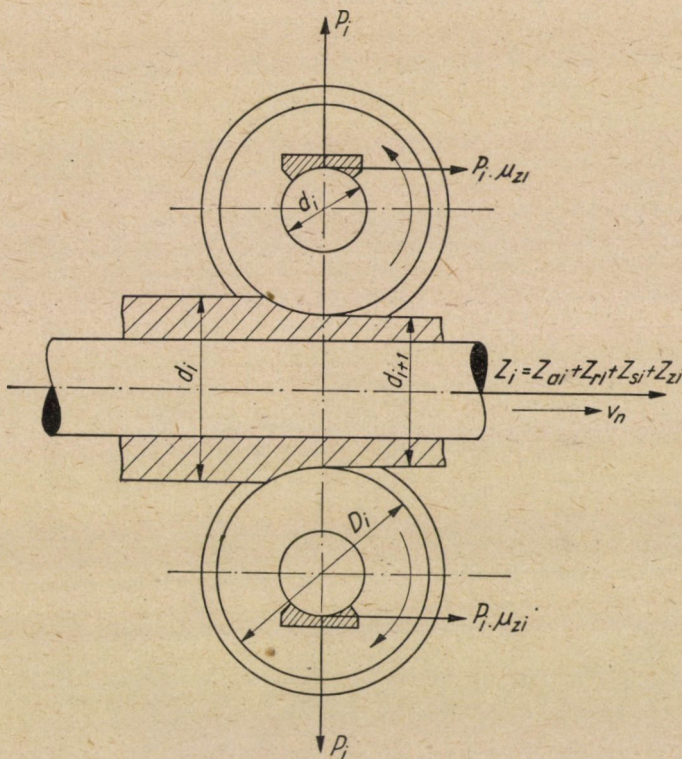
és ebből

$$\begin{aligned} k_i = \frac{k_{fi}}{1 + 0,5 \cdot \left[\frac{F_i}{f_{(i+1)}} \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \psi_i \right) + \frac{F_{(i-1)}}{f_i} \cdot \right.} \\ \left. \frac{k_{fi}}{\left(\frac{f_n}{f_{(i-1)}} + \frac{\mu_{(i-1)}}{\alpha_{(i-1)}} \cdot \psi_{(i-1)} \right) + 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \left(\frac{f_n}{f_{i+1}} + \frac{f_n}{f_i} \right)} \right]}. \end{aligned} \quad (74)$$

Ha a húzógyűrűk helyett görgős húzószerszámokat alkalmazunk, akkor a viszonyok a következőképpen alakulnak (9. és 13. ábra).

Az i -ik üregben az alakítási munka erőszüksége:

$$L_{ai} = F_i \cdot k_i \cdot v_n \cdot \frac{f_n}{f_{(i+1)}}, \quad (75)$$



13. ábra

a súrlódási munka erőszüksége a húzóüreg és a tolótüske falán:

$$L_{si} = k_i \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \mu_i \cdot (v_{rui} + \xi_i \cdot v_{rti}), \quad (76)$$

ebben a képletben

$$v_{rui} = \delta \cdot 0,5 (v_i + v_{(i+1)}) = \delta \cdot 0,5 \cdot v_n \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right), \quad (77)$$

ahol

$$\delta_i = 1 - \frac{d_{(i+1)}}{d_i} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_i}, \quad (77/a)$$

továbbá

$$v_{rti} = v_n \cdot \left[1 - 0,5 \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) \right], \quad (48)$$

tehát

$$\begin{aligned} L_{si} &= k_i \cdot F_i \frac{\mu_i}{\alpha_i} \left\{ \delta_i \cdot 0,5 \cdot v_n \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \xi_i \cdot v_n \cdot \left[1 - 0,5 \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) \right] \right\} \\ &= k_i \cdot F_i \cdot \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot v_n \cdot \left[\xi_i + 0,5 \cdot (\delta_i - \xi_i) \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (78)$$

A belső anyagelmozdulások létrehozásához szükséges munka erőszükséglete az i -ik üregben :

$$L_{bi} = 0,58 \cdot k_{fi} \cdot \alpha_i \cdot f_n \cdot v_n. \quad (79)$$

Tehát a tiszta alakítási munka létrehozásához szükséges toló- (húzó-) erő az i -ik üregben :

$$Z_{ai} = F_i \cdot k_i \cdot \frac{f_n}{f_{(i+1)}}, \quad (80)$$

a szerszám falán jelentkező súrlódás legyőzéséhez szükséges erő :

$$Z_{si} = k_i \cdot F_i \cdot \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \left[\xi_i + 0,5 \cdot (\delta_i - \xi_i) \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) \right], \quad (81)$$

a belső anyagelmozdulások létrehozásához szükséges tolóerő :

$$Z_{bi} = 0,58 \cdot k_{fi} \cdot \alpha_i \cdot f_n. \quad (82)$$

A tolópadai munkához szükséges összes toló- (húzó-) erő :

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot F_i \cdot \left\{ \frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \left[\xi_i + 0,5 \cdot (\delta_i - \xi_i) \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) \right] \right\} + \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} 0,58 \cdot f_n \cdot k_{fi} \cdot \alpha_i. \end{aligned} \quad (83)$$

Az összes erőszükséglet pedig

$$L = \sum_{i=1}^{n-1} F_i \cdot k_i \cdot v_n \cdot \left\{ \frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \left[\xi_i + 0,5 \cdot (\delta_i - \xi_i) \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) \right] \right\} + \sum_{i=1}^{n-1} 0,58 \cdot f_n \cdot v_n \cdot k_{fi} \cdot \alpha_i \quad (84)$$

Ha feltesszük, hogy

$$\omega_i = \left[\xi_i + 0,5 \cdot (\delta_i - \xi_i) \cdot \left(\frac{f_n}{f_i} + \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) \right], \quad (85)$$

akkor a fenti képletek a következőképpen írhatók :

$$Z_i = k_i \cdot F_i \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \omega_i \right) + 0,58 \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n \quad (86)$$

$$Z = \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot F_i \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \omega_i \right) + \sum_{i=1}^{n-1} 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n \quad (87)$$

$$L = \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot F_i \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \omega_i \right) \cdot v_n + \sum_{i=1}^{n-1} 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n \cdot v_n \quad (88)$$

Eddigi levezetésekben nem vettük tekintetbe a húzószerszámok görgőinek csapsúrlódásából származó erő-, illetve munkaszükséglettöbbletet. Ha a csapsúrlódás legyőzéséhez szükséges erőt is figyelembe vesszük, akkor az a tolóerő, mely a csőnek egy üregezen való keresztültolásához szükséges, nem három, hanem négy tagból fog állni :

$$Z_i = Z_{ai} + Z_{bi} + Z_{csi} + Z_{si} \quad (89)$$

Az első három tagot már levezettük, még csak a negyedik (Z_{csi}) tag meghatározása van hátra.

Ha a görgős húzóüregben k_i a közepes alakítási ellenállás, akkor az egy görgőre ható nyomás, amennyiben négygörgős a szerszám (14. ábra) :

$$P = \frac{1}{4} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot k_i \quad (90)$$

Ha a szerszám háromgörgős, akkor

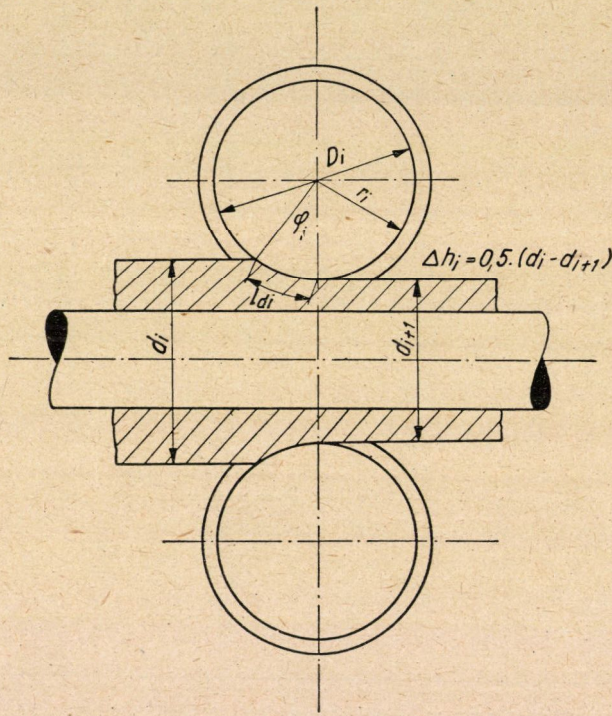
$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot k_i \quad (91)$$

Az egy görgő mozgatásához szükséges erő a 14. ábra alapján a nyomtécok segítségével határozható meg :

$$Z'_{csi} \cdot \frac{D_i}{2} = P_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{d_{csi}}{2}, \quad (92)$$

ebből

$$Z'_{csi} = P_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{d_{cs}}{D_i}, \quad (93)$$



14. ábra

illetőleg

$$Z''_{csi} = \frac{1}{4} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot k_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{d_{csi}}{D_i}, \quad (94)$$

ahol μ_{si} a csapsúrlódási tényező, d_{csi} a görgő csapjának átmérője. Mind a négy görgő mozgatásához szükséges húzóerő

$$Z_{csi} = k_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \frac{d_{csi}}{D_i}, \quad (95)$$

illetőleg erőszükséglet

$$L_{csi} = k_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \frac{d_{csi}}{D_i} \cdot v_{(i+1)}. \quad (96)$$

Ha tehát a csapsúrlódási erőszükségletet is figyelembe vesszük, akkor az i -ik üregeen való keresztültolóshoz szükséges tolóerő :

$$\begin{aligned} Z_i = & k_i \cdot F_i \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \omega_i \right) + \\ & + 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n + k_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \frac{d_{csi}}{D_i} \end{aligned} \quad (97)$$

lesz.

Az összes tolóerő a tolópadon :

$$\begin{aligned} Z = & \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot F_i \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \omega_i \right) + \sum_{i=1}^{n-1} 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n + \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \frac{d_{csi}}{D_i}. \end{aligned} \quad (98)$$

A csőtolás erőszükséglete az i -ik görgős szerszámban :

$$\begin{aligned} L_i = & k_i \cdot F_i \cdot v_n \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \omega_i \right) + 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n \cdot v_n + \\ & + k_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \frac{d_{csi}}{D_i} \cdot v_{(i+1)}. \end{aligned} \quad (99)$$

A csőtolás teljes erőszükséglete :

$$\begin{aligned} L_i = & \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot F_i \cdot v_n \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \omega_i \right) + \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n \cdot v_n + \sum_{i=1}^{n-1} k_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \frac{d_{csi}}{D_i} \cdot v_{(i+1)}. \end{aligned} \quad (100)$$

A fenti képletekben a súrlódási tényezőzt

$$\mu = 0,84 - 0,0005 \cdot t \quad (101)$$

képlettel kell kiszámítani. Ebben a képletben t a darab hőmérsékletét jelenti.

A legkedvezőbb húzószög itt is a Z_i húzóerő differenciálhányadosából határozható meg :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\alpha_i} \left[k_i \cdot F_i \cdot \left(\frac{f_n}{f_{(i+1)}} + \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot \omega_i \right) + 0,58 \cdot \alpha_i \cdot k_{fi} \cdot f_n + \right. \\ \left. + k_i \cdot \mu_{csi} \cdot \frac{F_i}{\alpha_i} \cdot \frac{d_{csi}}{D_i} \right] = 0 \\ \frac{d}{d\alpha_i} \cdot \left(k_i \cdot F_i \cdot \frac{f_n}{f_{(i+1)}} \right) = 0 \\ \frac{d}{d\alpha_i} (k_i \cdot F_i \cdot \mu \cdot \omega_i \cdot \alpha_i^{-1}) = -k_i \cdot F_i \cdot \mu_i \cdot \omega_i \cdot \alpha_i^{-2} \\ \frac{d}{d\alpha_i} \cdot (0,58 \cdot \alpha_i \cdot f_n \cdot k_{fi}) = 0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n \\ \frac{d}{d\alpha_i} \cdot \left(k_i \cdot \mu_{csi} \cdot F_i \cdot \frac{d_{csi}}{D_i} \cdot \alpha_i^{-1} \right) = -k_i \cdot \mu_{csi} \cdot F_i \cdot \frac{d_{csi}}{D_i} \cdot \alpha_i^{-2}. \end{aligned} \right\} \quad (102)$$

Ez a differenciálhányados ott zérus, azaz a függvénynek ott van szélső értéke, ahol

$$k_i \cdot F_i \cdot \mu_i \cdot \omega_i \cdot \alpha_i^{-2} + k_i \cdot \mu_{csi} \cdot F_i \cdot \frac{d_{csi}}{D_i} \cdot \alpha_i^{-2} = 0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n. \quad (103)$$

Ebből

$$\alpha^2 = \frac{k_i \cdot F_i \cdot \mu_i \cdot \omega_i + k_i \cdot \mu_{csi} \cdot F_i \cdot \frac{d_{csi}}{D_i}}{0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n}, \quad (104)$$

illetőleg a legkedvezőbb húzószög :

$$\alpha = \sqrt{\frac{k_i \cdot F_i \cdot \mu_i \cdot \omega_i + k_i \cdot \mu_{csi} \cdot F_i \cdot \frac{d_{csi}}{D_i}}{0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n}}. \quad (105)$$

Mintthogy azonban a mindenkori húzószöget a görgőátmérő határozza meg, a legkedvezőbb húzószögből ki lehet számítanunk a legkedvezőbb görgőátmérőt.

A α_i húzószög és a φ_i befogási szög között érvényes a következő összefüggés (15. ábra) :

$$\varphi_i = 2 \cdot \alpha_i. \quad (106)$$

A befogási ív

$$l_{.i} = \gamma_i \cdot \varphi_i. \quad (107)$$

Mint ahogy

$$l_{.i} = \sqrt{r_i \Delta h_i} \quad (108)$$

következik, hogy

$$r_i \cdot \varphi_i = \sqrt{r_i \cdot \Delta h_i}, \quad (109)$$

ahol

$$\Delta h_i = \frac{d_i - d_{(i-1)}}{2}. \quad (110)$$

A (108) egyenlethől írható, hogy

$$r_i^2 \cdot \varphi_i^2 = r_i \cdot \Delta h_i. \quad (111)$$

tehát

$$r_i \cdot \varphi_i^2 = \Delta h_i, \quad (112)$$

és ebből

$$r_i = \frac{\Delta h_i}{\varphi_i^2} = \frac{\Delta h_i}{4 \cdot \alpha_i^2}. \quad (113)$$

Ebben az egyenletben α_i a legkedvezőbb húzószög (105. egyenlet). Ha ezt behelyettesítjük a (113) egyenletbe, akkor a legkedvezőbb görgőátmérő :

$$D_i = \frac{0,5 \cdot \Delta h_i}{\left(\frac{k_i \cdot F_i \cdot \mu_i \cdot \omega_i + k_i \cdot \mu_{csi} \cdot F_i \cdot \frac{d_{csi}}{D_i}}{0,58 \cdot k_{fi} \cdot f_n} \right)},$$

illetőleg

$$D_i = \frac{0,3 \cdot k_{fi} \cdot f_n \cdot \Delta h_i}{k_i \cdot F_i \cdot \left(\mu_i \cdot \omega_i + \mu_{csi} \cdot \frac{d_{csi}}{D_i} \right)} \quad (114)$$

Ha a (114) képlettel kiszámítjuk a legkedvezőbb görgőátmérőt, akkor kapjuk, hogy annak értéke

$$2,5 \cdot \frac{d_n^2}{d_i} \text{ és } 0,5 \cdot \frac{d_n^2}{d_i}$$

között változik. A $2,5 \cdot \frac{d_n^2}{d_i}$ érték a kezdő nagy fogyásoknál érvényes, amikor még nagy a darab hőmérséklete, a $0,5 \cdot \frac{d_n^2}{d_i}$ érték pedig az utolsó szerszámra vonatkozik, amikor a darab már erősen lehűlt és kicsinyek a fogyások. Adott példából kiszámítva látjuk, hogy a legkedvezőbb görgőátmérő

$$D_i = 0,7 d_i \sim 0,5 \cdot d_i,$$

között változik. Nagy fogyásoknál és magasabb hőmérsékleteknél a nagyobb átmérővel kell számolni. A gyakorlatban használatos görgőátmérő négygörgős szerszámoknál

$$D_i = (0,6 \sim 1) \cdot d_i,$$

és háromgörgős szerszámoknál

$$D_i = (0,9 \sim 1,3) \cdot d_i$$

szokott lenni. A görgőátmérőket természetesen a csapágyazás lehetősége és a szerszám tartóágy méretei is befolyásolják.

Az *Ehrhardt*-féle csőtolópadnál a szerszám tartó ágyat általában olyan hosszúra, vagy $\frac{1}{2}$ –1 méterrel hosszabbra választják, mint amilyen hosszú csöveket gyártanak a tolópadon.

A fogyások a tolópadon a *Kirchberg*-parabola szerint vannak elosztva. Az első fogyás kb. 20%, az utolsó kb. 5% szokott lenni. A lyukas darab és a kész cső méretéhez képest oly módon van választva, hogy a kész méret előállításához 20–25 húzószerszám szükséges.

A tolórúd 2–3 m/sec sebességgel tolja keresztül a darabot a szerszámokon.

IRODALOM

1. *Puppe, J.*: Walzwerkswesen, Bd. III. Verl. Stahleisen. J. Springer, Düsseldorf—Berlin. 333/369. old.
2. *Puppe, J.*: Walzwerkswesen, Bd. III. 371. old.
3. *Geleji, A.*: Strangpressen und Presslochverfahren. Acta Technica, Budapest, 1952 Tom. IV. Fasc. 1—4. 273/291. old.
4. *Geleji, A.*: Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs beim Formgebung im bildsamen Zustände der Metalle. Verl. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952. 145. old.
5. *Puppe, J.*: Walzwerkswesen, Bd. III. 371. old.
6. *Geleji, A.*: Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs usw. 47. old.
7. *Geleji, A.*: Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs usw. 178. old.

Összefoglalás

E dolgozatban az Ehrhardt-féle csőgyártó berendezések (lyukasztó-prés és csőtolópad) tervezésének eddig teljesen hiányzó elméleti mechanikai technológiai alapjai vannak kifejtve.

A dolgozat első részében az Ehrhardt-féle kitöltő lyukasztásnál keletkező sajtolóerők meghatározására találhatók képletek.

A második rész a rúdon való csőhúzás problémájával foglalkozik, húzógyűrűs és görgős húzószerszám alkalmazása mellett.

A dolgozat harmadik részében le vannak vezetve azok a képletek, amelyek segítségével kiszámíthatók a tolópadon keletkező húzó-, illetve tolóerők és teljesítményszükségletek, továbbá az egyes húzógyűrűk legkedvezőbb húzószöge, illetve görgős húzószerszám alkalmazása esetén, a legkedvezőbb görgő-átmérők.

A dolgozat végül megadja az alkalmazott fogyásokat és húzósebességeket.

ELEKTRONIKUS VEZÉRLÉSŰ NAGYFESZÜLTSGŰ SZIKRAGERJESZTŐ SZÍNKÉPELEMZÉS CÉLJAI RA

BARDÓCZ ÁRPÁD

[MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETE,
SPEKTROSKÓPIAI OSZTÁLY]

[Beérkezett 1953. június 25-én]

Bevezetés

Amint ismeretes, a mennyiségi kémiai színeképelemzés úgy történik, hogy a vizsgálandó anyagot fényforrásban elgőzölögtetik, majd az így keletkező gőzöket fénykibocsájtásra gerjesztik, a keletkező fényt színeképelemző készülékekben felbontják és az így kapott színeképvonalak fényerősségéből a vizsgált anyag százalékos összetételére vonatkozóan következtetéseket vonnak le. Minden kémiai színeképelemzés fontos előfeltétele többek között az, hogy a fényforrásban megismételhető viszonyokat lehessen létrehozni.

Különbéféle anyagok minőségi és mennyiségi vegyi összetételének meghatározását célzó emissziós színeképelemzés az utóbbi 20 évben elért sikereit nagyrészt annak tulajdoníthatjuk, hogy megfelelő gerjesztőberendezések kialakításával sikerült a megismételhetőséget annyira biztosítani, hogy mind tudományos, mind gyakorlati célra kellő pontosságú elemzéseket lehet végezni.

Az elmúlt 25 év alatt sok olyan dolgozat jelent meg az irodalomban, amely a kémiai színeképelemzés gerjesztő eszközeivel foglalkozik [1—72]. Ezek részben újrendszerű gerjesztőberendezések ismertetésével, részben felhasználási módjukkal, részben pedig azok előnyeinek és hátrányainak megvizsgálásával foglalkoznak. Mivel a gerjesztés a spektrokémiai elemzés egyik legfontosabb mozzanata, továbbá a spektrokémiai elemzésben a hiba jelentős részét még ma is a gerjesztés bizonytalanságai okozzák, sok kísérlet történt a gerjesztőberendezések tökéletesítésére.

A ma ismert spektroszkópiai fényforrások között a megismételhetőség legnagyobb mértékben a villamos szikra-fényforrásokban van meg, ezenkívül a szikrától várhatunk legtöbbet a tökéletesítést illetően is.

Mivel a spektrokémiai elemző gyakorlatban a közvetlen fénymérő eljárások mindinkább elterjednek és mivel a spektroszkópiai fényforrások tökéletesítéséből származó pontosságnövekedés közvetlen fénymérő eljárásoknál lényegesen nagyobb, mint fényképező eljárásnál, biztosnak látszik, hogy a közvetlen fénymérő eljárások magukkal fogják hozni a spektroszkópiai fényforrások tökéletesítését. Ebből megállapítható, hogy a spektroszkópiai fényforrások minél

nagyobb mértékű állandósítása ma is fontos, de a jövőben még fontosabb lesz. A jelenlegi közvetlen leolvasó eljárások pontosságának növelése csak a gerjesztés tökéletesítéséből származhatik. Tökéletesített fényforrásoknak még az az előnyük is van, hogy közvetlen leolvasó eljárásnál esetleg nem lesz szükség belső összehasonlító vonal használatára (54).

Fentiek indokolják a szerző végezte hasonló tárgyú kísérleteket, melyekről az alábbiakban beszámolunk. A dolgozat áttekintést ad a használatos gerjesztőberendezésekről és ismertet egy alapvetően új elektronikus vezérlésű spektroszkópai gerjesztőrendszert, amelynek alkalmazási lehetőségei az eddigi rendszerekét felülmúlják.

Amint az szintén ismeretes, a villamos szikra azonkívül, hogy önálló, nagyenergiájú fényforrásként használatos, kisteljesítményű alakjában mint szaggatott ívek és kifestültségű kondenzált szikrák gyűjtőelemét is alkalmazzák [13, 15, 25, 26, 30, 35, 36, 37, 38, 41, 42, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 56, 57, 58, 59, 60, 65, 66, 67, 68, 70, 71, 72]. Tárgyalásunk folyamán a szikrának ezt az alkalmazását is tekintetbe fogjuk venni.

Történelmi áttekintés

Nem vezérelt és segédszikrákózzal vezérelt szikragerjesztők

A spektroszkópai elemző szikragerjesztő kapcsolása abban a klasszikus alakjában, ahogy azt az elemző spektroszkópia úttörői (*Harley, Pollok és Leonard és de Gramont*) [2, 3, 5] használták az *1a. ábrán* látható. Egy kondenzátort transzformátor (régőbbi alkalmazásoknál induktor) [2, 3] olyan feszültségre tölt fel, amilyent az *F* elemzőszikrákőz elektródjainak távolsága megenged. Míután a kondenzátor feszültsége elérte az *F* szikrákőz átütéséhez szükséges feszültséget, a kisülési áramkörön át kisül. A kapcsolásnak a *C* kondenzátortól balra eső része a töltőáramkör, jobbra eső része a kisülési áramkör [17]. A kisülési áramkörben levő önindukció a kisülési viszonyok, a töltőáramkörben levő ohmos ellenállás pedig a töltési viszonyok beállítására való.

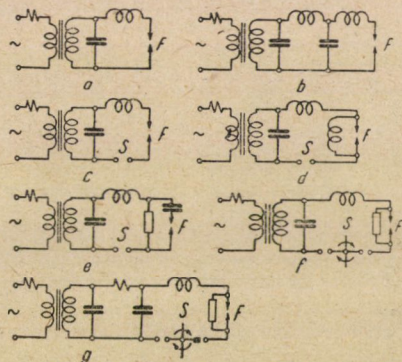
Az *1a. ábra* szerint kapcsolt szikragerjesztőknél az időegységre eső szikrák száma, valamint a kisülések előtt a kondenzátor töltőfeszültsége általában nem lesz mindig azonos. Az áramköri elemek megfelelő méretezésével azonban szabályos szikrasorozatok érhetők el. A szikragerjesztők ilyen irányú működését *Kaiser és Wallraff* [17], illetve *Kaiser* [28], majd *Höfert és Keck* [34], nagy részletességgel és alaposan tárgyalták. Hasonló a *Scheibe* és munkatársai részéről bevezetett szikragerjesztő kapcsolat [1, 9, 11, 22]. Ezeknél a gerjesztőknél a másodpercre eső szikrák száma azonos, de nem azonos az egyes szikrák átütési feszültsége. *Boas* [4] olyan szikragerjesztőt készített, ahol a szikrák számának időbeli állandósága mellett az átütési feszültség is azonos minden szikrában. Ezt elektrosztatikus relé segítségével éri el, amely az elektródokat mindig azonos kisülési feszültségnek megfelelő távolságon tartja. Itt említjük meg a *Wolbank* által bevezetett gerjesztőt [18, 19] (*1. ábra, b*), amelynél a szokásos kapacitást és önindukciót tartalmazó részhez további önindukciót és kapacitást tartalmazó rezgőkör csatlakozik.

Az *1a. ábra* *F* elemzőszikrákőzének távolságát az elemzési viszonyok szabják meg. Ez a távolság egyúttal a kondenzátor töltőfeszültségét is meghatározza. Ha a töltőfeszültséget növelni akarjuk, az *F* elemzőszikrákőzzel egy második, *S*, rögzített vagy forgó vezérlő- vagy segédszikrákőzt kell sorbakapcsolni. Ez a gondolat *Feussner*től származik [6–8] és kivételét rögzített szikrákózzal az *1c. ábra*, forgó szikrákózzal pedig az *1f. ábra* mutatja.* Az *1c. ábra*

* A vezérlőszikrákőzök elektródjait az elemzőszikrákőz elektródjaitól való megkülönböztetés végett az összes ábrákban körökkel jelöltük. Az elemzőszikrákőzök elektródjait nyílak jelzik.

szerinti kapcsolásnak [23, 24] az a jellemzője, hogy a kondenzátor töltőfeszültsége nagyobb ugyan, mint vezérlőszikraköz nélkül, de ez a feszültség ingadozik, mert az elemzőszikraköz viszonyai is befolyásolják. Az elemzőszikraköz viszonyainak a kondenzátor töltőfeszültségére való befolyását avval lehet kiküszöbölni, hogy azt önindukcióval áthidaljuk (1d. ábra). A szóbanforgó önindukció helyettesíthető ohmos ellenállással is [29], ahogyan az elemzőszikraköznek ilyen módon való áthidalása újabban minden segédszikraközös szikragerjesztőberendezésnél szokásos [56]. Ennek a kapcsolásnak spektroszkópiai célra történő alkalmazása Raijskijtől (20) származik. Az 1d. ábra szerinti kapcsolás Lévy [47] által módosított változatát az 1e. ábra mutatja, ahol a transzformátorból jövő kisfrekvenciájú áramoknak a szikraközön való áthaladását, az elemzőszikraközrel sorbakötött kondenzátor megakadályozza. Az elemzőszikraköznek egyáltalában nincs befolyása a kondenzátor töltő feszültségére a Feussner [6—8] által bevezetett forgókapsolós vezérlésnél (1f. ábra), ahol az a feltöltődés alatt le van kapcsolva a kisülési áramkörrel. Ennél a vezérlésnél a vezérlőszikraközök változó hossza miatt a kondenzátor energia nem okvetlenül oszlik el mindig azonosan a vezérlőszikrák és elemző szikraköz között. A forgókapsolós vezérelt szikragerjesztő további változata az 1g. ábra szerinti [40].

Ha a szikragerjesztőt tápláló váltóáramú hálózati feszültség félperiódusa alatt növeljük a szikrák számát, az elemzési pontosság növelhető. Ilyen kisülési fajtát az 1d. ábra szerinti kapcsolással szokás létrehozni [45, 53, 56], amikor azonban az egyes kisülések között a vezérlő-



1. ábra. Különböző szikragerjesztő kapcsolások, a egyszerű nem vezérelt szikragerjesztő, b Wolbank szikragerjesztője, c nyugvó vezérlőszikraközös gerjesztő, d Rajskij szikragerjesztője, e Levy által módosított Rajskij-féle kapcsolás, f forgó vezérlőszikraközös gerjesztő, g Vincent és Sawyer szikragerjesztője, F elemzőszikraköz, S vezérlőszikraköz

szikraköz deionozásáról külön levegőfúvatással kell gondoskodni. Levegőfúvatás bevezetése spektroszkópiai fényforrások vezérléséhez Fowler és Wolfe-tól [45] származik. A kérdés részletesebb tárgyalása Enns és Wolfe [53, 56] munkáiban található.

A már leírt szikrafényforrások tökéletesebb működésének biztosítása végett számos olyan fogást alkalmaztak, ami megemlítésre kívánkozik. Az elemző és vezérlő szikráknak a szikraközön való egyenletesebb átütése végett ultrabolya besugárzást alkalmaznak. [16, 19, 44]. Balz, Kaiser és Keck [31] a gyújtást ionozó tüvel segítik elő. Az ionozó tü szintén alkalmazható mind az elemző-, mind a vezérlőszikraközök viszonyainak megjavítására [43]. Nagyfeszültségen levő szigetelt vezető körül keletkező koronakisülésnek szintén ionozó hatása van. Ezt a jelenséget Balz [43] alkalmazta az elemzőszikraköz ionozására olyan módon, hogy annak közelében nagyfeszültségen levő szigetelt vezetőt helyezett el. Erősen ionozó hatása van az árammal izzított és az alsó elektróda körül, a szikraköznel lejjebb elhelyezett tekercsnek vagy huzalnak is, mert a huzal által kibocsátott elektronok a szikraközbe kerülve megkönnyítik a kisülések létrejöttét (63).

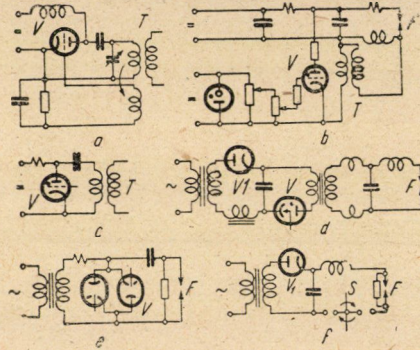
A gerjesztési viszonyok megjavítása végett némelykor az elemzőszikraközbe is szokás levegőáramot fúvatni [7, 14, 21, 32, 33, 63, 69], az elérhető hatást illetően azonban nem egyeznek a vélemények [17, 28, 39].

A szikra kettős feladatát, nevezetesen az elgőzölgtetést és gerjesztést különválasztandó, Rouse [73], a vizsgálandó anyagot tégyelbe helyezte, nagyfrekvenciás fűtéssel elgőzölgtette, majd az így keletkező gözöket szikrával gerjesztette.

Elektronikus vezérlésű szikragerjesztők

A spektroszkópiai szikrafényforrásoknak fentebb leírt álló, vagy forgó segédszikraközökkel való vezérlése nem jelenti a végleges megoldást, hanem csak a végleges megoldás megközelítésének tekinthető. A vezérlés kérdését véglegesen valószínűleg az elektronikában ismert módszerekkel kell majd megoldani. Jelenleg még nagyjából az a helyzet, hogy elektronikus kapcsolóelemek a spektroszkópiában előforduló, aránylag nagy energiákat csak korlátozottan és költséges üzemmel képesek vezérelni.

A szokásos, vákuum-csővekkel működő rezgékeltető berendezések legfeljebb a szaggatott ívek és kisfeszültségű kondenzált szikrák gyújtásához szükséges energiát képesek szolgáltatni. Ilyen megoldással gerjeszti *Findelsen* [15] szaggatott ívgerjesztőjénél a nagyfeszültségű gyújtó-



2. ábra. Különböző elektronikus vezérlésű szikragerjesztő-kapcsolások. *a* induktív visszacsatolású vákuumcsöves generátor gyújtófeszültségek keltésére (*Findelsen*), *b*, *c* thyatroncsöves vezérlésű gyújtószikragerjesztő (*Dwyer*, *Bardócz*), *d* ignitron vezérlésű nagyenergiájú szikragerjesztő (*Mireless—Malpica—Berry*), *e* trigatron vezérlésű, nagyenergiájú szikragerjesztő (*Braudo és Clayton*), *f* töltőáramkör elektronikus vezérlése forgó vezérlőszikraközös szikragerjesztőnél (*Rankin*). *F* elemzőszikraköz, *S* vezérlőszikraköz, *T* Tesla transzformátor, *V* a kislést vezérlő elem

áramokat induktív úton visszacsatolt csőgenerátorral (2a. ábra). A gyújtófeszültségnek az íváramkörre való átvitele a *T* Tesla-transzformátor segítségével történik. Thyatron-csőveknek gyújtófeszültség létrehozására való felhasználását először *Kemmler* [38] javasolta. Szaggatott ívek gyújtószikráinak előállítására *Dwyer* [59] (2b. ábra) és *Bardócz* [70—72], (2c. ábra) thyatron vezérlőelemes kapcsolásokat alkalmaznak.

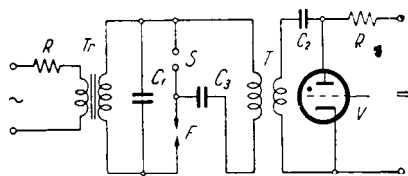
Nagyenergiájú elektronikus vezérlésű szikragerjesztőt először *Mireless—Malpica és Berry* [27] szerkesztettek a 2d. ábra szerinti kapcsolásban. A kapcsolóelem itt ignitron, amely a primér áramkörben van elhelyezve és amely jelentős energiák kapcsolására alkalmas. További nagyenergiák kapcsolására és átvitelére alkalmas elektronikus kapcsoló az utolsó háború alatt kifejlesztett trigatron-cső [74], az ezzel készített szikragerjesztő kapcsolási vázlata a 2e. ábra szerinti (50, 51).

Megemlítendő még, hogy némelykor szokás nagyfeszültségű szikragerjesztőknél a töltőáramkörbe egyenirányító diódát iktatni [64] (2f. ábra). Ezt a megoldást először *Schmidt* [35] alkalmazta kisfeszültségű szikragerjesztőknél. Ilyen alapon szó lehet a töltőáramkör vezérléséről is, ami egyébként már *Mireless—Malpica és Berry* [27] gerjesztőjénél is megvan.

Az elemző-spektroszkópiai irodalomban a felsorolt szikragerjesztőkön kívül találkozunk még több nagyfrekvenciás elektronikus gerjesztőberendezéssel, amelyeket helyi mikroelemzésre, vagy más különleges célra alkalmaznak [75—80], de ezekben az elektronikusan kapcsolt áramok erőssége messze mögötte marad az itt tárgyalt gerjesztőkben kapcsolt áramok erősségének.

Elektronikus vezérlésű szikragerjesztő szerkesztését célzó előzetes kísérletek

Az ismertetni kívánt elektronikus vezérlésű szikragerjesztő szerkesztését megelőzően néhány kísérletet végeztünk. Az első gondolat az volt, hogy nagyfeszültségű gerjesztő vezérlőszikraközét idegen eredetű erős koronakisülés segítségével bírjuk átütésre. Ebből a célból a vezérlőszikraközt olyan gyűrűvel vettük körül, amely a szikraköz felé mutató 8–12 db gramofontűvel volt ellátva. A vezérlőszikraköz távolságát úgy állítottuk be, hogy adott kondenzátor töltő feszültség mellett, még éppen nem ütött át. Tesla-transzformátor nagyfeszültségű pontját ehhez a gyűrűhöz vezettük. A nagyfeszültséget a 2c. ábra szerinti kapcsolással létesítettük. Ha a gramofontűk a vezérlőszikraköztől távol voltak, a kívánt vezérlés nem következett be. Ha viszont a tűket a vezérlőszikraközhöz közel vittük, a kívánt vezérlés elérhető volt, de akkor



3. ábra. Nagyfrekvenciás vezérlésű, nagyfeszültségű szikragerjesztő kapcsolási vázlata. C_1 , C_2 , C_3 kondenzátorok, F elemzőszikraköz, R ohmos ellenállások, S vezérlőszikraköz, Tr nagyfeszültségű transzformátor, T Tesla transzformátor

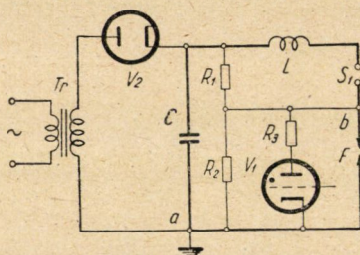
a szikra a vezérlőszikraköz egyik elektródjától először a gramofontűkhöz, innen pedig a másik elektródhoz ment át. A további vizsgálatok azt mutatták, hogy vezérlés szempontjából teljesen közömbös, hogy a nagyfeszültségű és nagyfrekvenciás áramoknak a szikraközhöz való vitele tűk segítségével, vagy más módon történik. Így a vezérlés, a vezérlőszikraköz két elektródja közé, azok szimmetria tengelyére merőlegesen elhelyezett lemez segítségével is működött. De hatásos volt a vezérlés akkor is, ha a szikraközt két független részre osztottuk, amelyből most az egyik a vezérlő, a másik az elemző szikraköz. Ilyen módon a 3. ábra szerinti kapcsolást lehetett létrehozni, ahol S a vezérlő-, F pedig az elemzőszikraköz. Tr nagyfeszültségű transzformátor, amely a C_1 kondenzátort feltölti. A gyújtáshoz szükséges energiát C_2 kondenzátor adja, amely egyenáramú forrásból táplálkozik. Az egyenáramú táplálás azért célszerű, mert így nincs szükség a gyújtófeszültség és a C_1 kondenzátor töltőfeszültségének fázisegyeztetésére. A C_2 feltöltött kondenzátor a V thyatroncsövön és T Tesla-transzformátor primér tekercsén át kisül, minek folytán a T Tesla-transzformátor szekundér tekercsében nagyfeszültség indukálódik. Ez a nagyfeszültség begyűjtja az S vezérlőszikraközt. S és F össztávolsága úgy van beállítva, hogy azokon keresztül C_1 még éppen nem tud kisülni. Miután azonban S átütött, C_1 teljes töltőfeszültsége F -en jelenik meg, így az is átüt. A C_3 szigetelő kondenzátor, R ohmos ellenállások. A V thyatroncső vezérlése impulsusgenerátorral történik [70–72].

A 3. ábra szerinti kapcsolással azt tapasztaltuk, hogy amíg a C_1 kondenzátor töltőfeszültsége nem haladja meg a 10 000 voltot, a kisülések jól vezérelhetők. Amint azonban a C_1 kondenzátor töltőfeszültsége nő, növelni kell az S szikraköz elektródjainak távolságát is. Nagyobb elektródtávolságok mellett azonban a gyenge Tesla-kisülés nem képes a C_1 kondenzátor kisülését ilyen módon beindítani. Ezt csak akkor lehet elérni, ha a gyújtóáramkör nagy energiákat szolgáltat, ami az egész kapcsolás életképességét kérdésessé tette.

Az újrendszerű elektronikus vezérlésű szikragerjesztő

Az egy vezérlőszikraközös szikragerjesztő

Az ismertető újrendszerű elektronikus vezérlésű szikragerjesztő lényege, hogy a gerjesztő energiát tároló kondenzátor kisülése vezérlőszikraközön keresztül



4. ábra. Egy vezérlőszikraközrel bíró elektronikus vezérlésű szikragerjesztő kapcsolási vázlata. C kondenzátor, S_1 vezérlőszikraköz, F elemzőszikraköz, L önindukciós tekercs, R_1 , R_2 feszültségosztó ohmos ellenállások, R_3 ohmos ellenállás, Tr nagyfeszültségű transzformátor, V_1 thyatroncső, V_2 egyenirányító dióda. A vastagon kihúzott rész a kisülési áramkör

tül történik. A kisülést elektroncső indítja be oly módon, hogy a kisülési energia nem a kisülést kiváltó elektroncsövön halad át, hanem a már említett segédszikraközön. Ilyen módon korlátlan energia vezérelhető az elektronikus vezérlés minden előnyének megtartása mellett.

Az elektronikus vezérlésű szikragerjesztő elvi kapcsolási vázlatát a 4. ábra szemlélteti. Tr nagyfeszültségű transzformátor, amely a C kondenzátort V_2 vákuum diódán keresztül feltölti, S_1 vezérlőszikraközt jelent, míg F az elemzőszikraköz. R_1 és R_2 ellenállásoknak az a feladata, hogy a C kondenzátor sarkain uralkodó feszültséget az S_1 és F szikraközökön egyenletesen osszák el. Ezért R_1 és R_2 ohmos ellenállások kondenzátorokkal is helyettesíthetők. V_1 gáz-töltésű trióda (thyatron), amely negatív előfeszültséggel le van zárva.

A 4. ábra szerinti rendszer működése a következő: Miután a C kondenzátor feltelt a Tr transzformátor szolgáltatva váltóáramú feszültség csúcsértékére, az ezt követő félperiódusban a negatív előfeszültséggel lezárt V_1 cső rácsára pozitív feszültséglökést juttatunk, minek következtében a cső begyúl. Ennek folytán, mivel R_3 lényegesen kisebb, mint R_1 , illetőleg R_2 , az S_1 szikraköz

egyik elektródja gyakorlatilag a kapcsolás »a« pontjának potenciáljára kerül. Az S_1 , illetőleg F szikraközöket úgy kell beállítani, hogy azok között C feltöltött állapota mellett még biztonsággal éppen ne legyen átütés. Az S_1-F kettős szikraköz közös elektródjának az »a« pont potenciáljára való helyezése folytán a C kondenzátor töltőfeszültsége teljes egészében az S_1 elektródjain jelentkezik. Ez a közel kétszeres feszültség S_1 -et átüti. Ennek megtörténte után a C kondenzátor elkezd kisülni S_1 -en, R_3 ohmos ellenálláson és V_1 csövön keresztül. Az S_1 -en átfolyó áram következtében, — mivel az átütés, majd az ezt követő áramfolyás S_1 részére rövidzárlatot jelent — a C kondenzátor sarkain uralkodó feszültség teljes egészében R_3 sarkain, illetőleg az F szikraközön fog jelentkezni, minek folytán ez is átüt. F átütése után a C kondenzátor kisülése most már S_1-F -en keresztül folytatódik. S_1 és F szikraközök átütése után az R_3 ohmos ellenállás sarkaira eső feszültség csak az ívfeszültségből fog állani, így azon az áramfolyás lényegtelen lesz. A V_1 thyatroncső a $C-S_1-F$ áramkör villamos adataitól függően, amelybe az elemzés kívánalmainak megfelelően még L önindukciót és esetleg ohmos ellenállást is lehet helyezni, vagy a C kondenzátor kisüléseinek végén, vagy pedig még a kisülés befejezése előtt kialszik.

A V_1 cső vezérléséhez szükséges pozitív feszültséglökések mechanikai kapcsolóval, vagy villamos úton adagolhatjuk. A 4. ábra szerinti elrendezésben másodpercenként a hálózati feszültség periódusszámának megfelelő, vagy ennél kisebb gyakorisággal tudunk szikrákat kelteni.

A berendezés működésének szemléltetésére a 20. és 21. ábrák oszcillogrammjai szolgálnak, amire később még vissza fogunk térni.

A kísérleti berendezés

Méréseinknél a kísérleti berendezés műszaki adatai az alábbiak voltak. A Tr transzformátor (4, 10., 17. ábrák) 220/15 000 volt feszültségű, előtte feszültségbeállító transzformátorral, amelynek segítségével a C kondenzátor sarkain a feszültség a kívánt értékre beállítható. A feszültségbeállító transzformátor és Tr transzformátor közé helyezett 3 ohm értékű ellenállás az S_1 , illetőleg F szikraközök rövidzárásakor meggátolja a V_2 cső tönkremenetelét. V_2 egyenirányító dióda, üzemi feszültsége 20 000 volt, legnagyobb időszakos terhelhetősége 1 amper, zárófeszültsége 40 000 volt. C részben Minos-, részben Dubilier-féle csillámszigetelésű kondenzátor 1000—20 000 pF kapacitás értékekkel. $R_1 = R_2 = 100$ megohm. V_1 gáztöltésű trióda (thyatron) 10 000 volt üzemi feszültséggel, legnagyobb lökésszerű terhelhetősége 16 amper.

A 4., 10. és 17. ábrákon az S_1 és S_2 vezérlőszikraközöket három cinkvagy széntárca alkotta szimmetrikus elrendezésben. A középső tárcsa átmérője 58 mm, vastagsága 27 mm, a két szélső tárcsa átmérője 45 mm, vastagsága 23 mm. A cinktárcsák egymással szemben levő oldalai központos bordákkal

vannak ellátva. A széntárcsák sima felületűek. Az oldalsó tárcsáknak a középsőhöz viszonyított távolsága állítható. Megfelelő szerkezeti kiképzés folytán a távolság beállítása feszültség alatt is lehetséges. A felmelegedés elkerülése és ezzel együtt a mérések megismételhetőségének növelése végett a cinktárcsák hűthetőek voltak és azokat üzem közben vízzel hűtöttük. Ebből a célból a cinktárcsák üreges kiképzésűek és hűtővíz bevezető és elvezető csőcsatlakozásuk volt. Ezeknél a méréseknél a 4., 10. és 17. ábrák »b« pontjai földelve voltak, így a szikraköz középső tárcsája közvetlenül a vízvezetéki hálózatba volt csatlakoztatható. Mivel ilyen kapcsolásnál az S_1 és S_2 vezérlőszikraközök szélső tárcsái feszültségen vannak, a hűtést olyan módon oldottuk meg, hogy mind a tárcsán átfolyó vizet szolgáltató, mind pedig a vizet felfogó edényt szigetelten állítottuk fel. A hűtéshez használt vízvezetéki víz hőmérséklete 14–17 C° között változott. Egy vezérlőszikraközös üzem esetében az egyik oldalsó tárcsa vezetőileg össze volt kötve a középső tárcsával. Az 5., 6., 7., 8. és 9. ábrákban az egyes szikraközt két tárcsával (betűjelölés S_1), a 11., 12., 13., 14., 15. és 16. ábrákban a kettős szikraközt három tárcsával (betűjelölés S_2) jelöltük. Ha nem akarunk vízhűtést alkalmazni, a vezérlőszikraköz cinktárcsái jól helyettesíthetők szén- vagy grafitárcsákkal is. Az R_1 és R_2 osztóláncokat 30–30 db, egyenként 3,3 megohm ellenállású, 5 wattig terhelhető rádióellenállásból állítottuk össze. R_3 és R_4 (4., 10., 17. ábrák) kisebb értékeknél 100 watt, nagyobb értékeknél megfelelően kisebb terhelhetőségű ellenállások. Az elemzőszikraköz elektródjai minden esetben 6 mm átmérőjű, sík végfelületű, színképtiszta szénből készültek. Az elektródok szimmetriatengelyére merőlegesen ionozó-tűk voltak elhelyezve.

A V_1 vezérlő thyatron-cső rácsát impulzusgenerátor vezérelte. A V_1 csövet lezáró negatív előfeszültség az impulzusgenerátorból jön. Az impulzusgenerátor másodpercenként 100 vagy ennél kisebb számú pozitív feszültség-lökés előállítására képes. A kisebb gyakoriságú feszültség-lökések másodpercenkénti száma a hálózati frekvencia valamelyik alharmonikusával egyenlő. Természetesen az impulzusgenerátor a hálózati feszültséggel szinkron működik. Az összes jellemző görbék felvétele 50/mp szikragyakoriság mellett történt.

A vizsgálatok alatt a beállítás helyességét és a készülék működésének szabályosságát katódsugár oszcilloszkóppal ellenőriztük. Az ellenőrzésnél a feszültség lefolyását figyeltük a C kondenzátor sarkain.

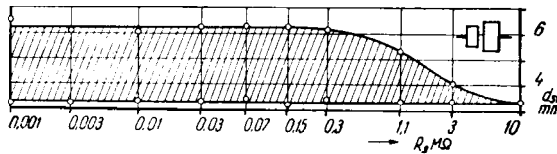
Az egy vezérlőszikraközös szikragerjesztő jellegzetességei

Az újrendszerű spektroszkópiai szikragerjesztő jellegzetességeinek tanulmányozásánál azt vizsgáltuk, milyen befolyása van az üzemviszonyokra a 4. ábra C kondenzátora kapacitásának, U_C töltő feszültségének, R_3 ohmos ellenállásnak, továbbá az S_1 vezérlőszikraköz, illetve F elemzőszikraköz elektródtávolságainak. Ezen öt paraméter közötti összefüggést mérésekkel határoztuk meg.

A mérések első részének célja az volt, hogy megállapítsuk az R_3 ohmos ellenállás befolyását a rendszer működésére, utána pedig a legmegfelelőbbnek talált ellenállásérték mellett megállapítani azt, hogy a rendszer működése a különböző beállítások mellett mennyire állandó.

Ha a 4. ábra szerinti szikragerjesztőnél, rögzített d_F elemző elektród-távolság mellett, a d_{S1} vezérlőszikraköz elektródtávolságot változtatjuk, azt találjuk, hogy van olyan alsó és felső d_{S1} elektródtávolság, amelyen belül a gerjesztő rendszer teljesen szabályosan működik. Ezt a Δd_{S1} elektródtávolság-közt a továbbiakban *működési tartománynak* fogjuk nevezni.

Ilyen mérések eredményeit az 5. ábra mutatja. Látjuk, hogy az F elemző-szikraköz $d_F = 3,0, 6,0$ és $9,0$ mm elektródtávolságai mellett, az R_3 ellenállást változtatva, melyek azok az S_1 vezérlőszikraköz elektródtávolságok, amelyeknél a rendszer teljesen szabályosan működik. A teljesen szabályos működés alatt



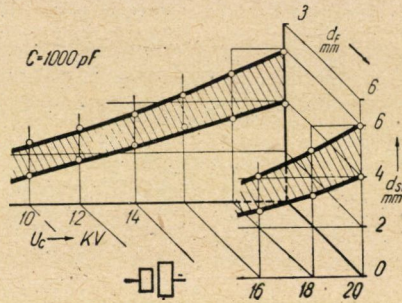
5. ábra. Az egy vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya. d_{S1} a vezérlőszikraköz elektródtávolsága, R_3 ohmos ellenállás, d_F 3—9 mm, U_C 18 000 volt, C 10 000 pF. Szikragyakoriság 50/mp. A működési tartomány vonalkázott

azt a működést értjük, amikor az oszcilloszkóp a 20. ábra szerinti képet mutatja és gyújtásbeli kihagyások, vagy pedig a szikraközök vezérlés nélküli, szabálytalan begyűlése egyáltalában nem mutatkozik. A $d_F = 3,0, 6,0$ és $9,0$ mm elemző elektródtávolságok egyébként a kísérletek folyamán állandóan megtartott értékek.

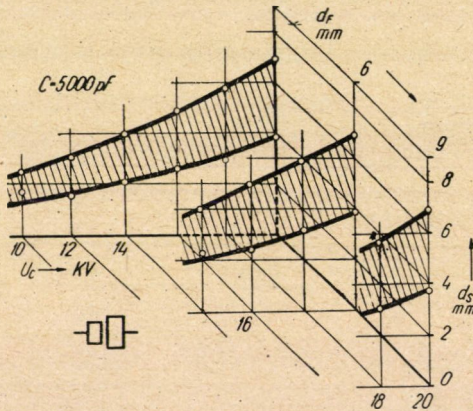
Az 5. ábra vízszintes tengelyén R_3 értékei vannak felrakva logaritmusos léptékben, a függőleges tengelyen pedig az S_1 vezérlő szikraköz elektródjainak d_{S1} távolsága van. A mérések eredménye szerint, ha a C kondenzátor töltési feszültsége 18 000 volt, $C = 10\,000$ pF és az F elemzőszikraköz elektródjainak d_F távolsága 3—9 mm között változik, R_3 ellenállás értékének mintegy 1000 és 200 000 ohm értékek közötti változtatásával az üzembiztos működési tartomány akkor van, ha az S_1 vezérlő segédszikraköz elektródjainak távolsága, d_{S1} , átlagosan 3,3 és 6,2 mm között van. Ha R_3 értékét tovább növeljük, d_{S1} felső értéke csökken és mintegy 10 megohm környékén a működési tartomány egyetlen pontra zsugorodik össze. Ezek az eredmények azt mutatják, hogy a 4. ábra szerinti kapcsolás működése akkor biztosított, ha a V_1 thyatron-csővön átfolyó áram erőssége egy legkisebb értéknél nagyobb.

R_3 , 1000 ohmnál kisebb értékeinél nem végeztünk méréseket, hogy egyrészt az ellenállásokat, másrészt pedig a thyatron-csővet ne terheljük feleslegesen túl. Az 5. ábrában a Δd_{S1} működési tartományt vonalkázva jelezzük.

A további mérések annak meghatározását célozták, hogy az 5. ábra segítségével meghatározott R_3 ellenállásérték mellett, különböző d_F elemző elektródtávolságoknál, a C kondenzátor U_C töltőfeszültségének és kapacitásának függvényében miként változnak a Δd_{S1} működési tartományok. Az ered-



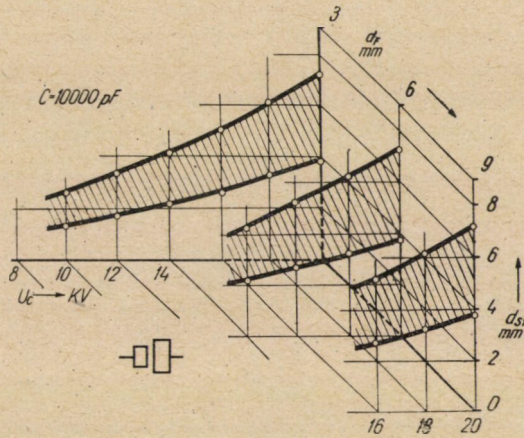
6. ábra. Egy vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya a d_{S1} vezérlőszikraköz elektródtávolság, az U_C töltőfeszültség és d_F elemzőszikraköz elektródtávolság függvényében. C 1000 pF, R_3 20 000 ohm, szikragyakoriság 50/mp. A működési tartományok vonalkázva vannak



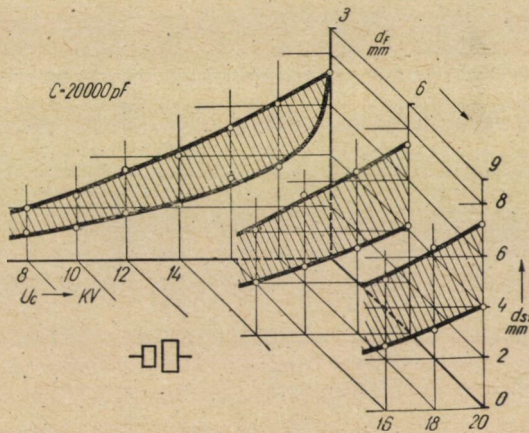
7. ábra. Egy vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya a d_{S1} vezérlőszikraköz elektródtávolság, U_C töltő feszültség és d_F elemző elektródtávolság függvényében. C 5000 pF, R_3 20 000 ohm, szikragyakoriság 50/mp. A működési tartományok vonalkázva vannak

ményeket $C = 1000, 5000, 10\ 000$ és $20\ 000$ pF kapacitás és $R_3 = 20\ 000$ ohm értékekre a 6., 7., 8. és 9. ábrák tüntetik fel. Ezekben az ábrákban az egyik vízszintes tengelyre a kondenzátor U_C töltőfeszültsége, a másikra pedig a d_F elemző elektródtávolság van felvive. A függőleges tengely a d_{S1} vezérlő segédszikraköz elektródtávolságokat tartalmazza. Az értelmezésnél induljunk ki a 8. ábrából, amely a viszonyokat $C = 10\ 000$ pF kapacitás értékre adja. A 8. ábra három részt tartalmaz, egyik $d_F = 3$ mm-re, a másik $d_F = 6$ mm-re, a harmadik $d_F = 9$ mm-re vonatkozik. A görbék kezdeti része hasonló, de nagyobb

d_F elemző szikraköztávolságoknál a működési tartomány sokkal nagyobb feszültségértékeknél szűnik meg. Általánosságban az adott d_F elemző elektródtávolság mellett, csökkenő U_C kondenzátor töltőfeszültséggel, amint az várható, csökken a d_{S1} elektródtávolság és csökken a Δd_{S1} működési tartomány



8. ábra. Egy vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya a d_{S1} vezérlőszikraköz elektródtávolság, az U_C töltőfeszültség és d_F elemző elektródtávolság függvényében. C 10 000 pF, R_3 20 000 ohm, szikragyakoriság 50/mp. A működési tartományok vonalkázva vannak



9. ábra. Egy vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya a d_{S1} vezérlőszikraköz elektródtávolság, az U_C töltőfeszültség és d_F elemző elektródtávolság függvényében. C 20 000 pF, R_3 20 000 ohm, szikragyakoriság 50/mp. A működési tartományok vonalkázva vannak

szélessége is. Amint a C kondenzátor U_C töltő feszültsége annyira csökken, hogy a rendszer működés közben nem képes átütni a d_F illetve d_{S1} szikraköz távolságokat, a C kondenzátor nem tud többé kisülni. Adott d_F illetve d_{S1} szikraköztávolság mellett van tehát egy alsó feszültséghatár, amely alatt a rendszer nem képes működni.

A 6., 7., 8. és 9. ábrákat összehasonlítva, azt állapíthatjuk meg, hogy a görbék menete általában azonos minden kapacitás érték mellett. Az eltérés mégis az, hogy a C kondenzátor kisebb kapacitás értékei mellett a működési tartomány összehúzóul, továbbá, hogy kisebb kapacitásértékek mellett nagyobb d_F elemző elektródtávolságoknál a rendszer már nem lesz üzemképes.

Érdekes megfigyelni még a 9. ábra $d_F = 3$ mm-rel felvett görbéjét, amely $C = 20\,000$ pF kapacitás mellett adja vissza a viszonyokat. Ez a görbe az összes többi görbétől eltérő menetet mutat, a Δd_{SI} működési tartomány 20 000 voltnál egyetlen pontra szűkül. Ennek magyarázata még nincs meg.

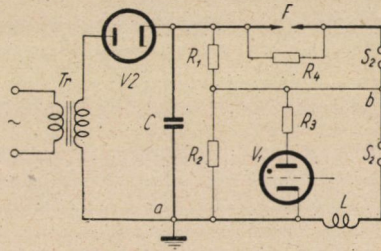
A két vezérlőszikraközös elektronikus vezérlésű szikragerjesztő

A 4. ábra szerinti egy vezérlőszikrakózzal bíró elektronikus vezérlésű szikragerjesztő használata korlátozott, mert az F elemző szikraköz d_F távolságát nem lehet a C kondenzátor U_C töltő feszültségétől függetlenül beállítani. A d_F elemző elektród legkisebb távolság csak akkora lehet, amely az R_2 ellenállás sarkain uralkodó feszültség mellett még nem üt át. Amint az a 6., 7., 8. és 9. ábrákból megállapítható, a C kondenzátor 20 000 volt töltőfeszültségéig és a gyakorlatilag használt elemző elektródtávolságok mellett ennek a körülménynek nincs kellemetlen gyakorlati kihatása, de kényelmetlenségek adódhatnak ilyen töltőfeszültségek mellett igen kis elektródtávolságoknál vagy szokásos elektródtávolságoknál nagyobb töltőfeszültségekkel.

Fenti hátrányt ki lehet küszöbölni azzal, hogy a 4. ábra S_1 jelű vezérlőszikraköze helyett a 10. ábra S_2 jelölése szerinti két vezérlőszikrakózt alkalmazunk, amikor az áramkörben az F elemzőszikrakózzal együtt most már három szikraközünk lesz. A harmadik szikraköz behozatalával egyidejűleg be kell még vezetni az R_4 ohmos ellenállást is az F elemzőszikraköz áthidalására. Ennél a kapcsolásnál az S_2 kettős vezérlőszikraköz mindkét fele geometriailag azonos. Az R_1 és R_2 ohmos ellenállások a C kondenzátor töltőfeszültségét az S_2 vezérlőszikraköz két felén, az R_4 ohmos ellenállás beiktatása ellenére is, egyenletesen osztják el, mert R_4 értéke R_1 , illetőleg R_2 értéke mellett elhanyagolható.

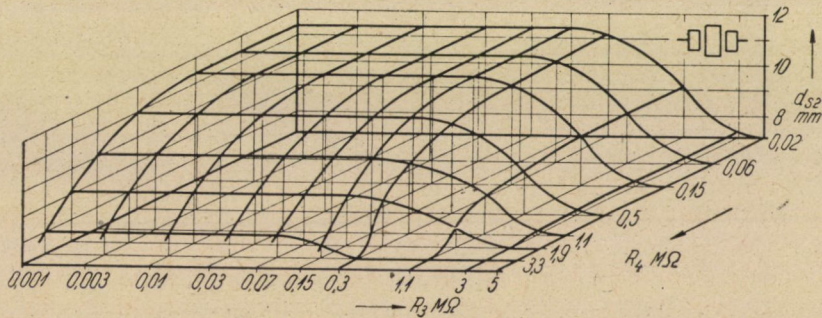
Ha a 10. ábrában az F elemzőszikrakózt rövidzárjuk, újból a 4. ábra szerinti kapcsolással van dolgunk. Ha az F elemzőszikraköz nyitott, a kapcsolási rendszer működése a következő: Ha az egyébként előfeszültséggel lezárt V_1 jelű thyatron-cső rácsára pozitív feszültséglökést adunk, a cső begyúl és a kapcsolás »b« pontja az »a« pont potenciáljára kerül. Mivel ezt megelőzőleg az S_2 kettős vezérlőszikraköz távolságai úgy voltak beállítva, hogy az adott töltőfeszültség mellett még éppen ne legyen átütés, S_2 felső felén közel kétszeres

feszültség jelentkezik, minek folytán S_2 felső fele átüt. Az átütést követően a C kondenzátor az R_4 — S_2 felső fele— R_3 elemekből alkotott áramkörön keresztül kezd kisülni. Ennek megtörténte után a kondenzátor töltőfeszültsége az R_3 és R_4 ellenállások sarkain jelentkezik. Ha R_3 és R_4 ellenállás-értékben lényegesen eltérnek egymástól, először az a szikraköz üt át, amelyet a nagyobbik ellenállás hidal át. Ha R_4 nagyobb R_3 -nál, S_2 vezérlőszikraköz felső felének átütése



10. ábra. Két vezérlőszikrakózzal bíró elektronikus vezérlésű szikragerjesztő kapcsolási vázlata. C kondenzátor, F elemzőszikraköz, L önindukciós tekercs, R_1, R_2 feszültségosztó ohmos ellenállások, R_3, R_4 ohmos ellenállások, S_2 kettős vezérlőszikraköz, Tr nagyfeszültségű transzformátor V_1 thyratroncső, V_2 egyenirányító dióda. A vastagon kihúzott rész a kisülési áramkör

után az F elemzőszikraköz üt át először. Az F elemzőszikraköz átütése után a C kondenzátor kisülésének útja F — S_2 felső fele — R_3 . Ilyen körülmények között a C kondenzátor teljes töltőfeszültsége R_3 -on jelentkezik, minek folytán



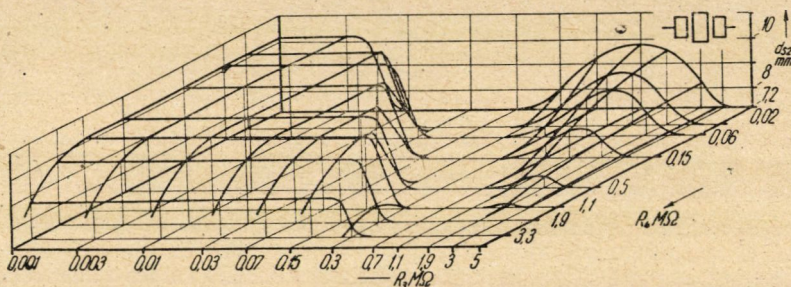
11. ábra. A két vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya. d_{S2} a vezérlőszikraköz összelektrodtávolsága, R_3 és R_4 ohmos ellenállások, d_F 3 mm, U_c 18 000 volt, C 10 000 pF, szikragyakoriság 50/mp

S_2 vezérlőszikraköz alsó fele is át fog ütni. Ennek megtörténte után a C kondenzátor L — S_2 — F -en keresztül kisül. Ha R_3 lényegesen nagyobb mint R_4 , S_2 alsó felének átütése megelőzi F átütését. $R_3 = R_4$ esetét később fogjuk tárgyalni.

A két vezérlőszikraközös elektronikus vezérlésű szikragerjesztő jellegzetességei

Az első vizsgálatok az R_3 és R_4 ellenállások legkedvezőbb értékeinek meghatározását célozták. A kapott eredményeket összefoglalva a 11. és 12. ábrák tüntetik fel. Ezek az ábrák azt mutatják, miként változik a d_{S_2} , illetve a Δd_{S_2} , R_3 és R_4 különböző értékeinél, $d_F = 3$ és $d_F = 6$ mm elemző elektródtávolságok mellett. Ha a kettős szikraköz elektródtávolságairól beszélünk, mindig a két felszíkaraköz elektródtávolságainak összegét értjük.

A 11. ábrán a két vízszintes tengelyen R_3 , illetőleg R_4 értékei logaritmikus léptékben, a függőleges tengelyen pedig d_{S_2} , a kettős szikraköz elektródjainak össztávolsága van felmérve. A méréseknél $C = 10\,000$ pF, $U_C = 18\,000$ volt, $d_F = 3$ mm volt. Az ábra tanúsága szerint mind R_3 , mind pedig R_4 bizonyos



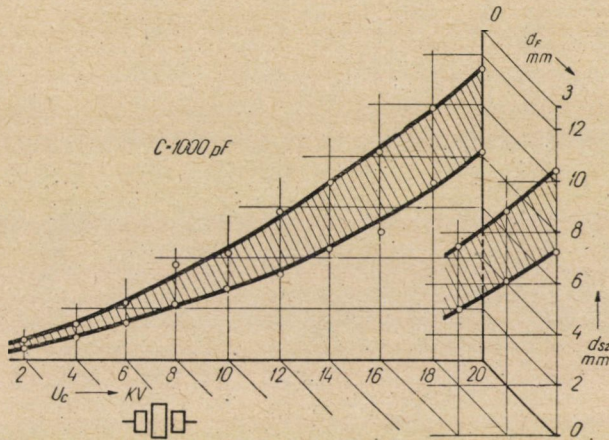
12. ábra. A két vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya. d_{S_2} a vezérlőszikraköz összelektródtávolsága, R_3 és R_4 ohmos ellenállások, d_F 6 mm, U_C 18 000 volt, C 10 000 pF, szikragyakoriság 50/mp

legnagyobb érték alatt kell hogy maradjon ahhoz, hogy a Δd_{S_2} nagy, vagyis hogy a működési tartomány széles legyen. A 11. ábrából megállapítható, hogy ha R_3 értéke 1000–15 000 ohm között, R_4 értéke pedig 20 000–150 000 ohm között van, a felületnek egy fensíkja van, amelyen belül a működési tartomány a legszélesebb. Itt d_{S_2} értéke 7,2–11,4 mm között van. Az ezzel a fensíkkal befedett területen kívül a Δd_{S_2} távolság csökken.

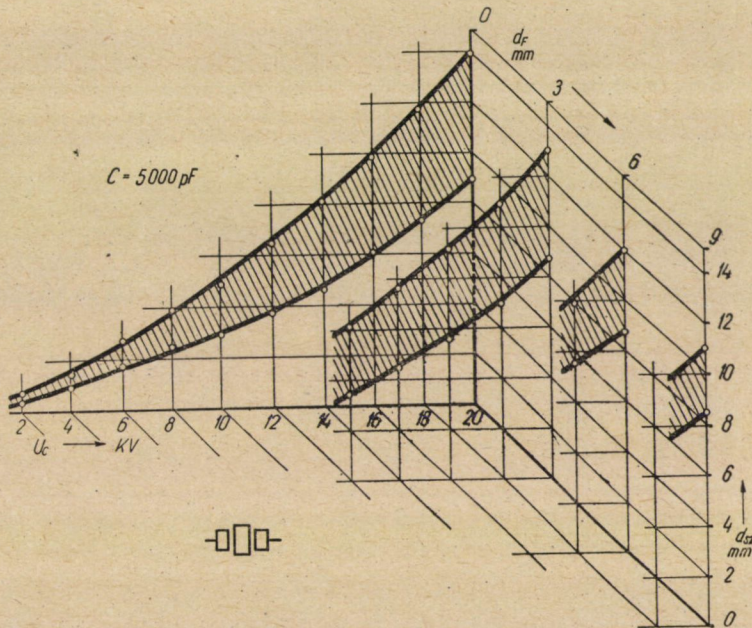
Ha a fenti kísérleti viszonyok megtartása mellett az F elemzőszikraköz távolságát 3-ról 6 mm-re növeljük, a 12. ábra szerinti viszonyokat kapjuk. Az ábrából rögtön megállapítható, hogy $d_F = 6$ mm mellett a legszélesebb működési tartomány $d_{S_2} = 7,2$ és 10,2 mm értékei között van. d_{S_2} legnagyobb értéke, $d_F = 3$ mm mellett 11,4 mm-re rúgott. A másik, ami szembetűnő az, hogy a felületen át völgy húzódik, amelynek területén a Δd_{S_2} működési tartomány annyira leszűkül, hogy a rendszer üzemképtelen. Ezen völgy megjelenésének magyarázata a következő:

Már korábban volt arról szó, hogy ha a 10. ábra szerinti kapcsolás üzeménél az S_2 vezérlőszikraköz felső fele már átütött, a C kondenzátor U_C töltőfeszültsége R_3 és R_4 ellenállásokon oszlik meg. Amint az a 12. ábrából megállapítható,

d_{S_2} legkisebb értéke 7,2 mm, ebből S_2 kettős szikraköz egyik felére 3,6 mm jut. Mivel az elemzőszikraköz távolsága $d_F = 6$ mm, a $6 + 3,6 = 9,6$ mm távolságot a C kondenzátor $U_C = 18\,000$ volt töltőfeszültsége nem képes átütni.

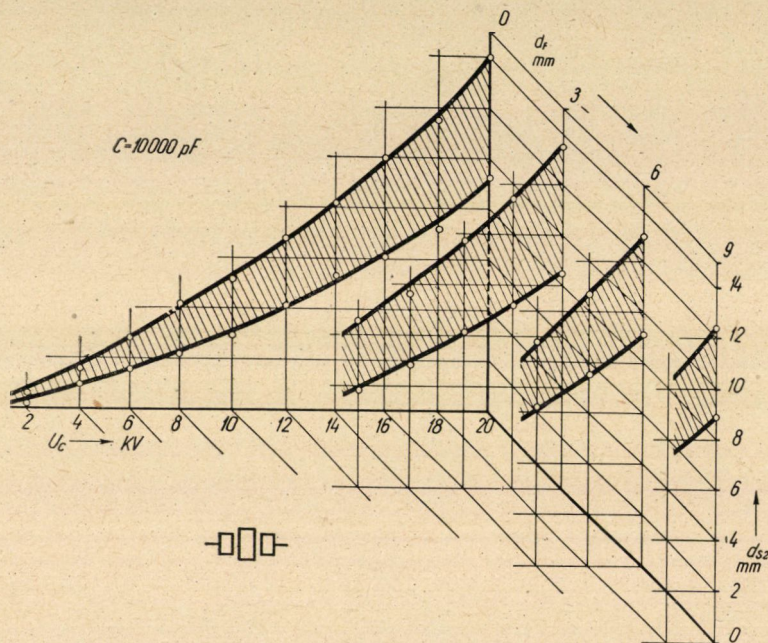


13. ábra. Két vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya a d_{S_2} vezérlőszikraköz összelektrodtávolság, az U_C töltő feszültség és d_F elemző elektrodtávolság függvényében. C 1000 pF, R_3 0,02 megohm, R_4 0,5 megohm, szikragyakoriság 50/mp. A működési tartományok vonalkázva vannak



14. ábra. Két vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya a d_{S_2} vezérlőszikraköz összelektrodtávolság, az U_C töltőfeszültség és d_F elemző elektrodtávolság függvényében. C 5000 pF, R_3 0,02 megohm, R_4 0,5 megohm, szikragyakoriság 50/mp. A működési tartományok vonalkázva vannak

ha az R_3 és R_4 ellenállások az U_C feszültséget a szóbanforgó két szikraközre az adott viszonyok szerint osztják el. A 12. ábra felületén a völgy azoknak az ellenállásértékeknek a környezetében jelentkezik, amelyeknél R_3 és R_4 megközelítően azonos. Ahhoz, hogy S_2 vezérlőszikraköz felső felének átütése után S_2 alsó fele és F is átüssön, az kell, hogy R_3 és R_4 értéke egymástól lényegesen eltérjen. Ha R_4 nagyobb, mint R_3 a 12. ábra völgyétől balra eső, ha R_3 nagyobb, mint R_4 a 12. ábra völgyétől jobbra eső tartományban vagyunk.



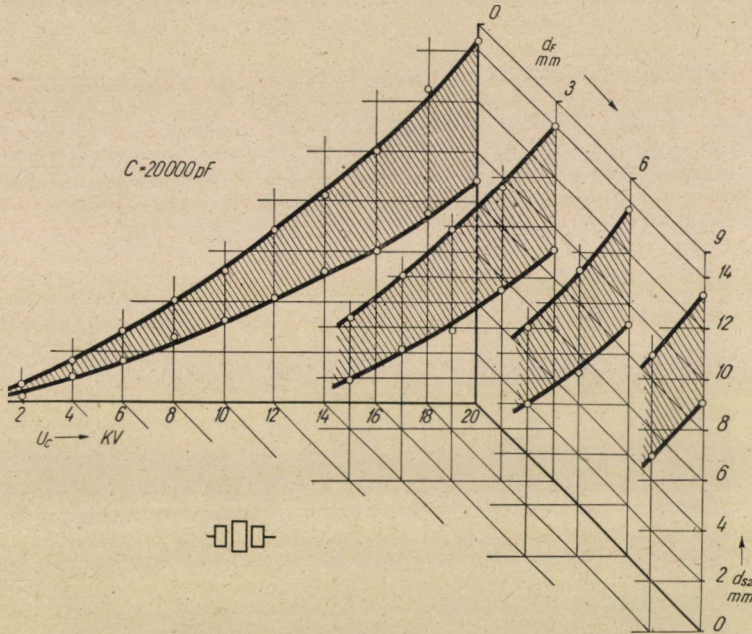
15. ábra. Két vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya a d_{S2} vezérlőszikraköz összelektrodtávolság, az U_C töltőfeszültség és d_F elemző elektrodtávolság függvényében. C 10 000 pF, R_3 0,02 megohm, R_4 0,5 megohm, szikragyakoriság 50/mp. A működési tartományok vonalkázva vannak

A völgytől balra eső tartományban jelentős kiterjedésű fennsíkok van, amely alatt elhelyezkedik a kedvező működési tartomány.

Az R_3 és R_4 legkedvezőbb adatainak birtokában meghatároztuk különböző d_F elemző elektrodtávolságok mellett miként alakulnak a d_{S2} vezérlőszikraköz elektrodtávolságai és ezzel együtt a helyes működési tartomány a C kondenzátor U_C töltőfeszültségének és kapacitásának függvényében. A méréseket $R_3 = 0,02$ megohm és $R_4 = 0,5$ megohm ellenállás értékekkel, $C = 1000$, 5000, 10 000 és 20 000 pF kapacitásértékek mellett végeztük. A mérési eredményeket a 13., 14., 15. és 16. ábrák foglalják össze.

Mindegyik ábrában a $d_F = 0$ jelű görbék az F elemzőszikraköz rövidzárt állapota mellett készültek. Ezek a görbék azt mutatják, hogy a kapcsolás

megfelelően kis elektródtávolságok mellett még 2000 V feszültségnél is üzeme-képes. Ennek a ténynek a gyújtószikrát szolgáltató elektronikus vezérlésű szikra-gerjesztőknél van jelentősége. Nyitott, $d_F = 3$ mm nagyságú elemzőszikraköz mellett a rendszer üzemképessége a 14., 15. és 16. ábrákban 12 kV körül, míg a 13. ábrában 16 kV körül már megszűnik. Még tovább csökken a működési tartomány $d_F = 6$, illetve 9 mm mellett. Általában minél kisebb C értéke, annál nagyobbak azok a feszültségértékek, amelyek mellett a rendszer még



16. ábra. Két vezérlőszikraközös szikragerjesztő működési tartománya a d_{s2} vezérlőszikraköz összelektródtávolság, az U_c töltőfeszültség és d_F elemző elektródtávolság függvényében. C 20 000 pF, R_3 0,02 megohm, R_4 0,5 megohm, szikragyakoriság 50/mp. A működési tartományok vonalkázva vannak

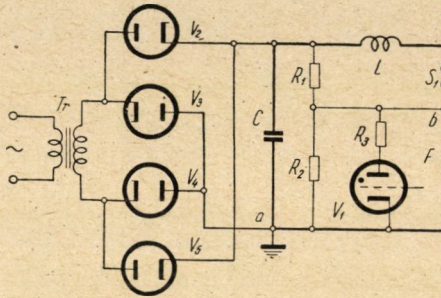
üzemben tartható. $C = 1000$ pF kapacitásérték és $d_F = 6$ és 9 mm mellett egyáltalában nincs üzemlehetőség. Csökkenő kapacitásértékekkel együtt a működési tartomány keskenyedik is, továbbá a kisebb elemző elektródtávolságok irányába tolódik el.

Másodpercenként 100 szikrát adó elektronikus vezérlésű szikragerjesztő

A 4. és 10. ábrák szerinti szikragerjesztők 50 periódusú hálózatról másodpercenként csak 50 szikrát képesek létrehozni. Másodpercenként 100 szikra előállítása a 17. ábra szerinti kapcsolás segítségével lehetséges. Ezen kapcsolás

C kondenzátortól jobbra eső része teljesen azonos a 4. ábra ugyanezen részével. A különbség a két kapcsolás között az, hogy itt Graetz-kapcsolás segítségével teljes hullám egyenirányításunk van. Ha a V_1 thyatron-eső rácsát vezérlő pozitív feszültséglökés fázisa olyan, hogy szikra mindig a transzformátorfeszültség zérus értékénél legyen, a gyújtások gyakorisága pedig másodpercenként 100, szabályos szikrasorozat lesz előállítható. Ilyen kísérési viszonyokat a 21. ábra oszcillogrammja szemléltet.

A 17. ábra szerinti kapcsolásnál másodpercenként 100 szikra mellett az S_1 vezérlő szikraközben a deionozásra rendelkezésre álló idő sokkal kisebb, mint másodpercenként 50 szikra esetében. Addig, amíg az itt alkalmazott kapacitás-



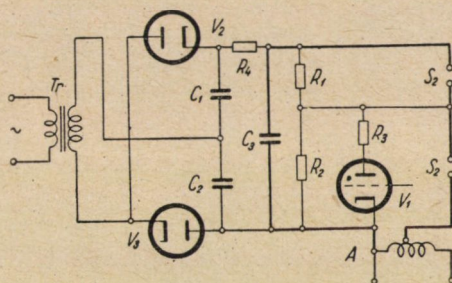
17. ábra. Másodpercenként 100 szikrát adó elektronikus vezérlésű szikragerjesztő kapcsolása. C kondenzátor, F elemzőszikraköz, L önindukciós tekercs, R_1 , R_2 feszültségosztó ohmos ellenállások, R_3 ohmos ellenállás, S_1 vezérlőszikraköz, Tr nagyfeszültségű transzformátor, V_1 thyatron-eső, V_2, V_3, V_4, V_5 egyenirányító diódák. A vastagon kihúzott rész a kísérési áramkör

és feszültségértékek mellett másodpercenként 50-es szikra gyakoriságok mellett az S_1 vezérlőszikraköz deionozása mindig teljesen kielégítő, másodpercenként 100 szikra esetében nagyobb feszültségeknél és nagyobb kondenzátorkapacitás értékeknél ez nem lesz így. Nem kedvezőbbek a deionozási viszonyok akkor sem, ha a vezérlő szikraköz elektródjait tárcsa helyett 5–10 mm átmérőjű rudakból készítjük. Ilyenkor a szikragerjesztő üzeme az S_1 vezérlőszikraköznek levegővel való fúvásával lesz fenntartható.

Gyújtószikrát adó elektronikus vezérlésű szikragerjesztő

A nagyfeszültségű kondenzált szikra pontos mennyiségi elemzéseknél való igen jó használhatósága mellett azzal a hátránnyal bír, hogy érzékenysége nem mindig kielégítő. Ha nagyobb érzékenység elérése kívánatos, a gerjesztés szaggatott ívvel, vagy kisfeszültségű kondenzált szikrával történik. Mindkét fényforrás üzemekor a begyújtásnál kisenergiájú, nagyfeszültségű kondenzált szikrára van szükség. Erre a célra az újrendszerű elektronikus vezérlésű szikragerjesztő minden mást felülmúlva, kiválóan alkalmas.

Szaggatott ívek és kisfeszültségű kondenzált szikrák begyűjtésére alkalmas elektronikus vezérlésű szikragerjesztőt a 18. ábrával szemléltetjük. Ezen Tr , V_2 , V_3 , C_1 és C_2 szokásos feszültségkettőző kapcsolás elemei, amely gazdaságos kapcsolás nagyfeszültségű egyenáram előállítására, ha aránylag kis teljesítményekről van szó. A tulajdonképpeni munkakondenzátor C_3 , amely töltését C_1 és C_2 -ből, R_4 ohmos ellenálláson keresztül kapja. A kapcsolás többi része azonos a korábbiakkal, mégis azzal a különbséggel, hogy a kisülési áramkörben az A Tesla-autótranszformátor primér része is helyet foglal. A C_3 — S_2 — A áramkörben keletkező nagyfrekvenciás kisüléseket az A Tesla-autótranszformátor transzformálja és a gyújtószikrát szolgáltatja.



18. ábra. Gyújtószikrákat adó szikragerjesztő kapcsolása. A Tesla transzformátor, C_1 , C_2 , C_3 kondenzátorok, R_1 , R_2 feszültségosztó ohmos ellenállások, R_3 , R_4 ohmos ellenállások, S_2 kettős vezérlőszikraköz, Tr nagyfeszültségű transzformátor, V_1 thyatroncső, V_2 , V_3 egyenirányító diódák. A vastagon kihúzott rész a kisülési áramkör

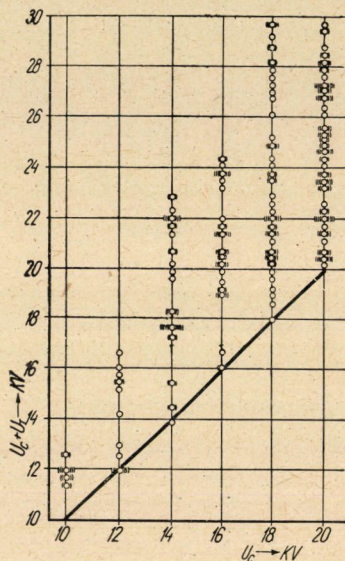
Gyújtószikragerjesztőknél az egyenáram táplálásnak kifejezett előnye van. Ha ugyanis a 18. ábra C_3 kondenzátorát váltóárammal táplálnók, különösen kisfeszültségű kondenzált szikra gyűjtésánál, a kisfeszültségű kondenzátor töltőfeszültségének legnagyobb értéke és a C_3 kondenzátor töltőfeszültségének legnagyobb értéke időben nem esnek egybe. A legjobb hatásfokú gerjesztőszikra és legjobb hatásfokú gyújtószikra viszont akkor van, ha a kisülés a kondenzátor töltőfeszültségének csúcsertékénél történik. A két időpont egybehozása, váltóáramú táplálás esetén nehézségekkel jár. Ezzel szemben, ha a C_3 kondenzátor feltöltését egyenárammal végezzük, a gyűjtés a kívánt fázishelyzetben történhet, mert a V_1 thyatron-cső rácsát vezérlő pozitív feszültséglökés fázisa könnyen beállítható.

Túlfeszültségek keletkezése

Az itt ismertetett szikragerjesztő a szó szoros értelmében véve abszolút működésű készülék, amely, ha a vezérlő szikraköz elektródjainak távolsága a tápláló feszültséghez mértén helyesen van beállítva, kihagyások és gyújtási zavarok nélkül hosszú időn át tökéletesen, szabályosan működik. Ez nagyrészt

valószínűleg annak tulajdonítható, hogy a szikraközök átütése alkalmával jelentős túlfeszültségek keletkeznek, amelyek nagymértékben hozzájárulnak a biztos gyújtások bekövetkeztéhez.

Hasonló túlfeszültségek keletkezését a Feussner-féle szikragerjesztőnél Kaiser (29) észlelte. A mi szikragerjesztőnkénél a vezérlőszikraközöket illetőleg a viszonyok igen nagy mértékben hasonlítanak a Feussner-féle szikragerjesztő viszonyaihoz, különösen kettős vezérlőszikraköz esetében, amikor három szikraköz van sorbakötve, mint a Feussner-féle gerjesztőnél. A túlfeszültségek kelet-



19. ábra. Túlfeszültségek keletkezése az elektronikus vezérlésű szikragerjesztőben. C 5000 pF, U_C a C kondenzátor töltőfeszültsége, U_T túlfeszültség

kezését Kaiser a vezérlő szikraközön a kapcsolási folyamat alkalmával keletkező vándor hullámoknak tulajdonítja.

A túlfeszültségeket úgy mértük, hogy a kettős vezérlőszikraközzel párhuzamosan 50 mm átmérőjű feszültségmérő gömbpárt helyeztünk el. A szikragerjesztő adott beállítása és üzeme mellett a gömböket addig közelítettük, amíg azok között átütés nem keletkezett. A gömbök távolságából azután meghatároztuk a túlfeszültséget.

Az észlelt túlfeszültségekre vonatkozó mérési eredmények a 19. ábrában vannak összefoglalva. Az ábra vízszintes tengelyére a C kondenzátor U_C töltőfeszültségét, a függőleges tengelyre pedig a gömbszikraközzel mért összefeszültséget mértük fel. Utóbbi érték magában foglalja az U_C töltő-, valamint U_T túlfeszültséget. A 45° alatt húzott egyenes feletti pontoknak az egyenestől mért függőleges távolsága az U_T túlfeszültség. A méréseket $C = 5000$ pF kondenzátor kapacitás mellett végeztük.

A 19. ábrába berajzolt egymás fölött elhelyezkedő pontokat ugyanazon U_C töltési feszültség mellett vettük fel különböző d_{S_2} vezérlőszikraköz elektródtávolságok mellett. A mérések azt mutatják, hogy minél nagyobb a vezérlőszikraköz távolsága, annál nagyobb az észlelt túlfeszültség is. Az üzemviszonyok megengedte legkisebb vezérlőszikraköz elektródtávolságok mellett túlfeszültség vagy egyáltalában nem, vagy csak igen kismértékben mutatkozik. Mivel általában a legfelső és legalsó vezérlő elektródtávolság meghatározta munkatartomány közepén dolgozunk, 25% körüli túlfeszültségek azok, amelyekkel állandóan számolni lehet.

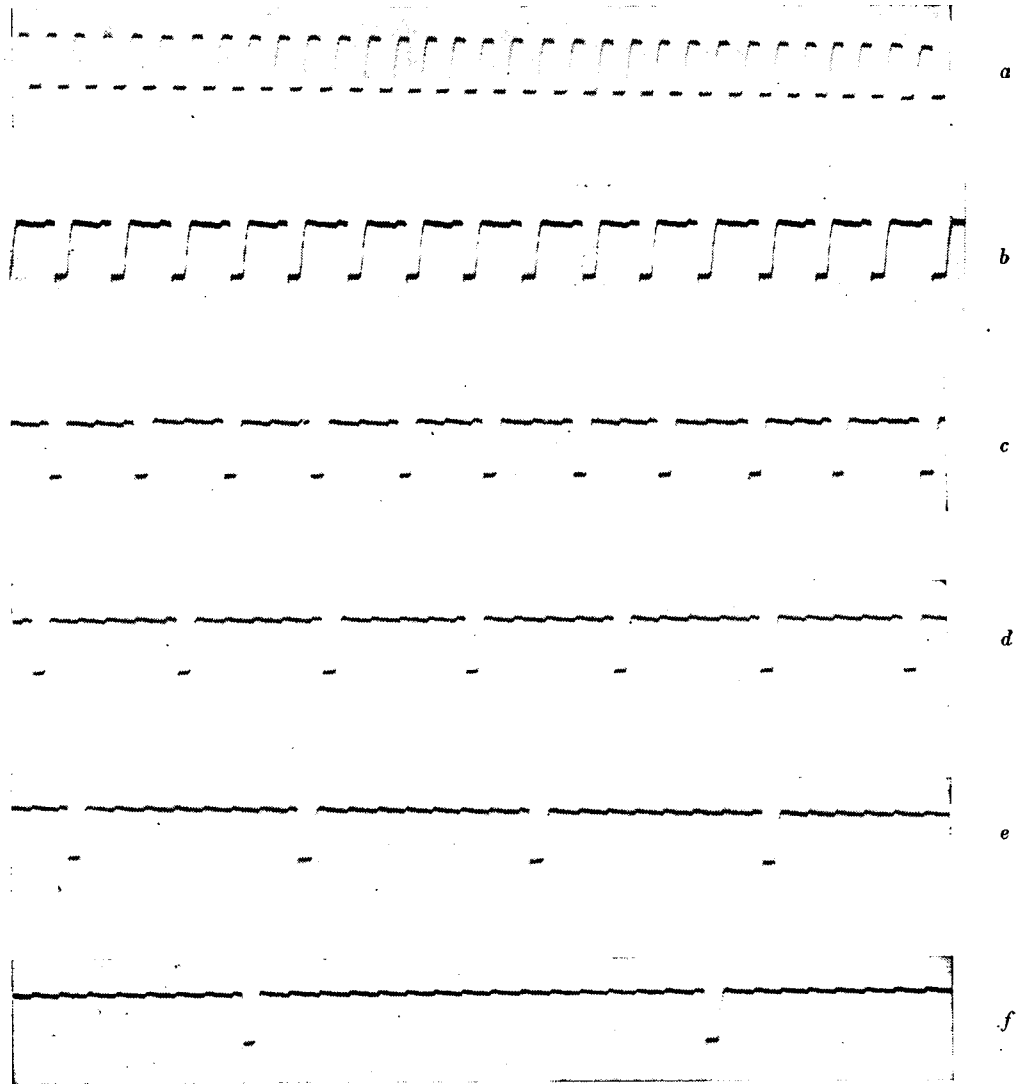
A vizsgálatok azt mutatták, hogy a túlfeszültségek keletkezése független az F elemzőszikraköz d_F elektródtávolságától.

Az elektronikus vezérlésű szikragerjesztő működésének szemléltetése

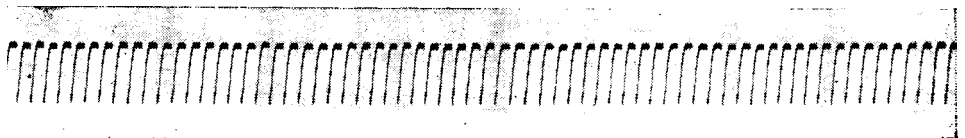
A tárgyalt szikragerjesztő működésének szemléltetésére a 20., 21. és 22. ábrákon bemutatunk néhány oszcillogrammot. A 20. ábra oszcillogrammjai a 4. ábra C kondenzátorának a sarkain adják a feszültség lefolyását $C = 10\,000$ pF kapacitás, $U_C = 18\,000$ volt töltőfeszültség és különböző szikragyakoriság mellett. A felvételek Siemens-féle hurkos oszcillográffal készültek. A 20a—20f. ábrák azokra az esetekre adják a feszültség lefolyását a kondenzátor sarkain, ha a 4. ábra V_1 jelű thyatron-csővének rácsát különböző gyakoriságú pozitív feszültséglökésekkel vezéreljük. A 20a. ábrában a szikrák másodpercenkénti gyakorisága 50., a 20b. ábrában $1/2 \times 50$, a 20c. ábrában $1/3 \times 50$, a 20d. ábrában $1/5 \times 50$, a 20e. ábrában $1/8 \times 50$, a 20f. ábrában $1/16 \times 50$. A 20. ábra oszcillogrammjainak apró szabálytalanságai az oszcillográf hurok önrezgéseitől származnak.

A 21. ábra oszcillogrammjai a 17. ábra szerinti kapcsolás mellett készültek és ugyancsak a C kondenzátor sarkain adja a feszültség lefolyását. Egyéb üzemadatok: $C = 10\,000$ pF, $U_C = 18\,000$ volt, a szikragyakoriság 100/mp. Itt tehát a 17. ábra V_1 jelű thyatron-csővének rácsának vezérlése másodpercenként 100 pozitív feszültséglökéssel történik. Ha ilyen üzemviszonyok mellett a kisülési áramkör önindukciót is tartalmaz, szabályos kisüléssorozat csak az S_1 vezérlőszikraköz levegővel való fúvatása mellett tartható fenn. A levegőfúvatást akként végeztük, hogy a segédszikraköz egyik elektródját szimmetria tengelyében átfúrtuk és a levegőt itt vezettük be.

A 22. ábracsoport azt mutatja be, miként lehet a 18. ábra szerinti kapcsolással létrehozott gyújtószikrák segítségével szaggatott ívet működtetni. Ezeknél a felvételeknél a 18. ábra A Tesla-transzformátora váltóárammal táplált iváramkörhöz csatlakozott. A 18. ábra V_1 jelű thyatron-csővének rácsát, pozitív feszültséglökésekkel a kívánt ütemben impulzusgenerátor vezérelte. A 22. ábra minden képében a felső oszcillogramm a feszültség lefolyását adja az elemzőköz elektródjain, az alsó görbe pedig az áramgörbe. Az összes képekben a felső gör-



20. ábra. A feszültség lefolyása a 4. ábra C kondenzátorának sarkain, különböző másodpercenkénti szikragyakoriságok mellett. Hurkos oszcillográffal készült oszcillogrammok. C 10 000 pF, U_C 18 000 volt. A szikrák másodpercenkénti gyakorisága »a« képbén 50, »b« képbén $1/2 \times 50$, »c« képbén $1/3 \times 50$, »d« képbén $1/5 \times 50$, »e« képbén $1/8 \times 50$, »f« képbén $1/16 \times 50$



21. ábra. A feszültség lefolyása a 17. ábra C kondenzátorának sarkain. C 10 000 pF, U_C 18 000 volt, a szikrák gyakorisága 100/mp

béknél a sinus alapgörbe az 50 periódusú váltóáramú hálózat feszültséggörbéje. A felvételek hurkos oszcillográffal készültek.

A 22a. ábra azt az esetet mutatja be, amikor a váltóáramú feszültség minden félperiódusában van ív. A 22d. ábrában minden második félperiódusban van ív, egyirányú ívvel van dolgunk. A 22b. ábrában két egymást követő félperiódusban van ív, ezt 4 perióduson át szünet követi. A 22e. ábrában minden ötödik periódusban van ív (egyirányú) és így tovább.

Általános megjegyzések

Mind a tudományos, mind pedig a gyakorlati spektroszkópia igen sokszor lényeges korlátozásoknak van alávetve szikragerjesztés vagy szaggyatott ívek alkalmazásakor, mert a szikrák, illetőleg ívek másodpercenkénti gyakorisága adott és az a hálózat rezgésszámával rögzített. Ennek folytán egész kevés kivétellel csaknem minden nagy- és kisfeszültségű szikragerjesztő és ívgerjesztő a hálózati periódusszámnak megfelelően másodpercenként csak 100 vagy 50 szikrát, illetőleg ívet képes szolgáltatni. Ennek a megkötöttségnek sokszor az a következménye, hogy a gerjesztés nem a legcélszerűbb gerjesztési viszonyok között történik, hanem a gerjesztési viszonyokat a megengedhető melegedéshez kell idomítani. A melegedés szempontjából tehát kisebb másodpercenkénti szikra, illetőleg ív gyakoriságok a kívánatosak. Másrészt a spektrokémiai kutatások azt mutatják, hogy sokszor a szokásos módon elérhető másodpercenkénti 100 gyakoriságnál nagyobb szikragyakoriságok a kívánatosak, mert így szilárd anyagok elemzésénél az elemzési pontosság nő. Az elemzés pontosságának növekedése szempontjából tehát a nagyobb szikragyakoriságok a kívánatosak.

A spektrokémiai gyakorlatban fenti két követelmény kielégítésére születtek megoldások. Szaggyatott ívek használatánál a káros felmelegedést úgy igyekeznek kiküszöbölni, hogy ívelés közben az ívet hosszabb-rövidebb ideig szüneteltetik. Ez a szüneteltetés a gyújtóáramkörbe, íváramkörbe, vagy mindkét helyre iktatott rendszerint forgó kapcsolók segítségével történik. Egész kivétel esetétől eltekintve ez a megoldás nem tekinthető kifogástalannak, mert egész rövid ívelési időknél, ha a megszakítás és kapcsolás nem szinkron történik, a megismételhetőség hiányos lehet. Ez a feladat elektronikus vezérlésű gyújtószikra gerjesztőnél nagyon egyszerűen és tökéletesen megoldható a 18. ábra V_1 jelű thyatron-csőve rácsának vezérlésével, minek folytán 50 periódusú hálózatnál másodpercenként 100-as gyakoriságnál kisebb gyakoriság tetszőlegesen beállítható. Ilyen módon tetszőlegesen lehet beállítani a gerjesztési energiát, mert az időegységre eső ívek, illetőleg szikrák számának csökkentésével a túlzott felmelegedés elkerülhető.

Másodpercenként 100-nál nagyobb gyakoriságú szikrákat nem elektronikus vezérléssel jelenleg úgy létesítenek, hogy segédszikraköz és a feszültség

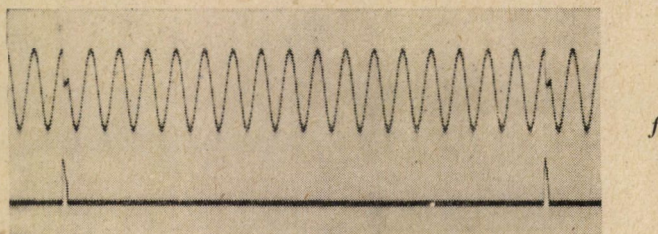
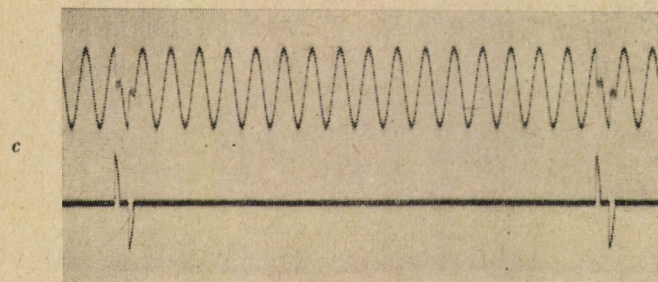
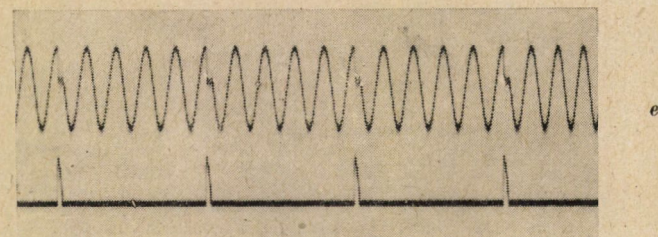
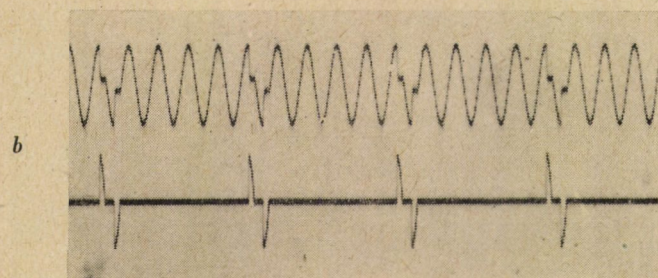
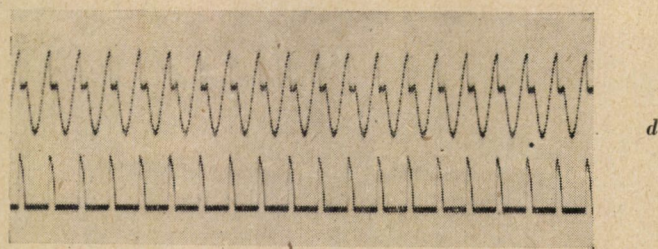
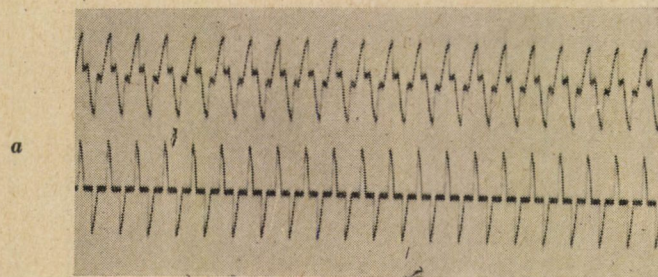
kellő beállításával félperiódusonként több szikrát keltenek (45, 53, 56). Feltételezik, hogy a jobb elemzési eredményeknek az az oka, hogy a nagyobb szikragyakoriság miatt a szikraközben maradó ionok miatt a térerősség megváltozik, a szikra nem az elektródok kitüntetett helyei között ugrik át, hanem az elektródok felületét, bizonyos mértékig alakjuktól, függetlenül egyenletesen megdolgozza (45). Ha ez tényleg így van, akkor az egyik félperiódusból a másikba való átmenet alkalmából keletkező szikrázási szünet kedvezőtlen kell hogy legyen és a megszakítás nélküli folyamatos szikrázás lenne kívánatos. Elektronikus vezérlésű szikragerjesztővel az a feladat is kényelmesen megoldható, egyenáramú táplálás és a V_1 jelű thyatron-cső rácsának (18. ábra) 100-nál nagyobb, tetszőleges számú feszültséglökésekkel való vezérlésével.

Rövid összehasonlítást téve a régebbi rögzített, továbbá forgószikraközrel vezérelt és az elektronikus vezérlésű szikragerjesztők között, az alábbiak állapíthatók meg. Rögzített szikraközrel vezérelt szikragerjesztőknél a vezérlő szikraköz elektródjai távolságának beállítása kényes és azok elhasználódása a gerjesztési viszonyok megváltozását okozhatja. Elvileg tökéletesen oldható meg a vezérlés forgó vezérlőszikraközrel, de ennek hátránya — amint arról a történelmi áttekintés folyamán már volt szó — az, hogy az állandóan változó vezérlőszikraköz távolságok miatt, változik az energiának a vezérlő és elemzőszikraközök közötti eloszlása. Ezzel szemben az elektronikus vezérlésű szikragerjesztő vezérlő szikraköze elektródjai távolságában bekövetkező kis változások az üzemet alig befolyásolják, mert ez a távolság több mm tartományon belül megközelítően azonos munkaviszonyokat biztosít. Mivel továbbá a vezérlő szikraköz rögzített, a kisülési energia eloszlása előbbi és az elemzőszikraköz között állandó viszonyban marad. Fentiek értelmében az elektronikus vezérlésű szikragerjesztő megtartja a korábbi vezérlő rendszerek előnyeit, azok hátrályaik kiküszöbölésével.

Végezetül röviden összehasonlítjuk az egy-vezérlőszikraközű és két-vezérlőszikraközű elektronikus vezérlésű gerjesztőket.

Összehasonlítva a 4. ábra szerinti egy-vezérlőszikraközű kapcsolás 6., 7., 8. és 9. ábrákon feltüntetett jellemző görbéit, a 10. ábra szerinti két-vezérlőszikraközű kapcsolás 13., 14., 15. és 16. ábrákon feltüntetett jellemző görbéivel megállapítható, hogy a két-vezérlőszikraközös elrendezés működési tartománya $d_F = 3$ mm elemzőszikraköz esetében szélesebb, mint az egy-vezérlőszikraközösé. Ennél nagyobb elektródtávolságok mellett, a két rendszernél a működési tartomány általában azonos.

Hátránya az egy-vezérlőszikraközös rendszernek, hogy az F elemzőszikraköz elektródjainak távolsága nem független a C kondenzátor U_C töltőfeszültségétől, továbbá pedig az, hogy nagy kapacitásértékeknél, nagy üzemi feszültségnél és kis elektródtávolságnál bizonytalanság (9. ábra) jelentkezik.



22. ábra. Szaggatott ív vezérlése a 18. ábra szerinti kapcsolással. A felső görbék a feszültséggörbék, az alsó görbék az áramgörbék. A felső görbéknél a sinus alapgörbe a váltóáramú hálózat feszültséggörbéje. »a« kép — ív minden félperiódusban, »b« kép — ív két egymást követő félperiódusban, amelyet 4 perióduson át szünet követ, »c« kép — ív két egymást követő félperiódusban, amelyet 16 perióduson át szünet követ, »d« kép — ív minden második félperiódusban (egyirányú), »e« kép — ív minden ötödik periódusban (egyirányú), »f« kép — ív minden 17-ik periódusban (egyirányú)

Minden olyan esetben, amikor szokásos elektródtávolságokkal kell dolgozni és az üzemfeszültség is a szokásos, az egy vezérlőszikraközös szikragerjesztő is használható.

A vezérlőszikraközök hossza mindkét esetben gyakorlatilag független az elemzőszikraköz hosszától.

*

Az elektronikus vezérlésű szikragerjesztő kidolgozásánál kifejtett munkájáért *Klatsmányi Árpádnak* köszönetünket fejezzük ki.

Berta Kornél, Boronkay Attila, Éder Sándor, Mancz Ferenc és Sibalszky Zoltán munkatársakat a kísérletekben való részvételükért és a mérések elvégzéséért illeti köszönet.

IRODALOM

1. *Scheibe, G. és Neuhäuser A.*: Ang. Chemie 41, 1928, 1218.
2. *Lundegardh, H.*: Die quantitative Spektralanalyse der Elemente. I. Gustav Fischer, Jena, 1929.
3. *Gerlach, W. és Gerlach, W.*: Die chemische Emissionsspektralanalyse. Leopold Voss, Leipzig, 1930.
4. *Boas, H.*: Zs. Physik 60, 1930, 690.
5. *Twyman, F. és Smith, D. M.*: Wavelength tables for spectrum analysis. A. Hilger Ltd., London, 1931.
6. *Feussner, O.*: Zs. techn. Physik 13, 1932, 573.
7. *Feussner, O.*: Arch. Eisenhüttenwes. 6, 1932/33, 551.
8. *Feussner, O.*: Zs. Metallkunde 25, 1933, 73.
9. *Scheibe, G. és Schöntag A.*: Arch. Eisenhüttenwes. 8, 1934/35, 533.
10. *Kosbahn, T.*: Ann. Phys. (5), 25, 1936, 625.
11. *Schöntag, A.*: Doktori értekezés 1936.
12. *Schliessmann, O. és Zänker, K.*: Arch. Eisenhüttenwes. 10, 1937, 345.
13. *Pfeilsticker, K.*: Zs. Elektrochem. 43, 1937, 719.
14. *Vincent, H. B. és Sawyer, R. A.*: J. Appl. Phys. 8, 1937, 163.
15. *Findeisen, O.*: Zs. Metallkunde 30, 1938, 213.
16. *Wolbank, F.*: Arch. Eisenhüttenwes. 12, 1938/39, 133.
17. *Kaiser, H. és Wallraff, A.*: Ann. Phys. (5), 34, 1939, 297.
18. *Wolbank, F.*: Doktori értekezés 1939.
19. *Wolbank, F.*: Zs. Metallkunde 31, 1939, 257.
20. *Rajskij, S. M.*: J. Tech. Phys. USzSzR 9, 1939, 1719.
21. *Sawyer, R. A.*: J. Appl. Phys. 10, 1939, 741.
22. *Henrici, A. és Scheibe, G.*: Chemische Spektralanalyse. Akademische Verlagsgesellschaft GmbH., Leipzig, 1939.
23. *Zehden, W.*: J. Soc. Chem. Ind. 59, 1940, 236.
24. *Twyman, F., Zehden, W. és Dreblow, E. S.*: J. Soc. Chem. Ind. 59, 1940, 238.
25. *Sventitskij, N. S.*: Zavod. Lab. 8, 1940, 470.
26. *Pfeilsticker, K.*: Spectrochim. Acta 1, 1940, 424.
27. *Mireless—Malpica, J. T. és Berry, T. M.*: Gen. Elec. Rev. 44, 1941, 563.
28. *Kaiser, H.*: Spectrochim. Acta 1, 1941, 477.
29. *Kaiser, H.*: Spectrochim. Acta 2, 1941, 98.
30. *Kaiser, H. és Sohm, M.*: Spectrochim. Acta 2, 1941, 81.
31. *Balz, G., Kaiser, H. és Keck, P. H.*: Spectrochim. Acta 2, 1941, 92.

32. Kaiser, H.: VDI Zs. 85, 1941. 40.
33. Kaiser, H.: Stahl u. Eisen 61, 1941, 35.
34. Höfert, H. J. és Keck, P. H.: Zeiss-Nachrichten (4), Heft 2, 1941, 37.
35. Schmidt, R.: Rec. Trav. Chim. Pay-Bas 60, 1941, 378.
36. Meyer—Fppler, W. és Koehler, W.: Arch. Elektrotechnik 35, 1941, 603.
37. Sventitskij, N. S.: Bull. Acad. Sci. USzSzR. Sér. Fiz. 5, 1941, 222.
38. Kemmler, F.: 712 654 sz. német szabadalom 1941.
39. Kaiser, H. és Sohm, M.: Spectrochim. Acta 2, 1942, 258.
40. Vincent, H. B. és Sawyer, R. A.: J. Opt. Soc. Am. 32, 1942, 686.
41. Husler, M. F. és Dietert, H. W.: J. Opt. Soc. Am. 33, 1943, 218.
42. Mika, J., Schöntag, A. és Hartwig, S.: Zs. Wiss. Phot. 42, 1943, 12.
43. Balz, G.: Aluminium 26, 1944, 60.
44. Simpson, S. F.: J. Opt. Soc. Am. 35, 1945, 40.
45. Fowler, R. G. és Wolfe, R. A.: J. Opt. Soc. Am. 35, 1945, 170.
46. Schmidt, R. és Schuringa, A.: Rec. Trav. Chim. Pay-Bas 64, 1945, 340.
47. Levy, S.: J. Opt. Soc. Am. 35, 1945, 221.
48. Caldecourt, V. J. és Saunderson, I. L.: J. Opt. Soc. Am. 36, 1946, 99.
49. Walsh, A.: Bull. Brit. Non-Ferrous Met. Res. Assoc. No. 201, 1946. 60
50. Braudo, C. és Clayton, H. R.: Nature 157, 1946, 622.
51. Braudo, C. és Clayton, H. R.: J. Soc. Chem. Ind. 66, 1947, 259.
52. Sinclair, D. A.: J. Opt. Soc. Am. 38, 1948, 547.
53. Enns, J. H. és Wolfe, R. A.: Symposium on spectrographic light sources. Spec. Tech. Publ. Am. Soc. Test. Mat., Philadelphia 1948.
54. Saunderson, J. L.: Symposium on spectrographic light sources. Spec. Techn. Publ., Am. Soc. Test. Mat., Philadelphia 1948.
55. Kaczor, E. és Chamberlain, K.: J. Opt. Soc. Am. 39, 1949, 637.
56. Enns, J. H. és Wolfe, R. A.: J. Opt. Soc. Am. 39, 1949, 298.
57. Mika, J., Macher, F. és Vorsatz, B.: Anal. Chim. Acta 3, 1949, 228.
58. Török, T.: Acta Chimica Hungarica 2, 1950, 289.
59. Dwyer, R. J.: J. Opt. Soc. Am. 40, 1950, 180.
60. Marti, N.: Spectrochim. Acta 4, 1950, 430.
61. Carlsson, G. G. és Yü, T. M.: J. Iron Steel Inst., December 1950, 273.
62. Shirley, H. T., Oldfield, A. és Kitchen, H.: J. Iron Steel Inst. December 1950. 329.
63. Prokofjev, V. K.: Fémek és ötvözetek mennyiségi szinképelemzésének fényképező módszerei. Gosztechizdat, Moszkva 1951.
64. Rankin, C. W.: Anal. Chem. 23, 1951, 1722.
65. Calker, J. van: Spectrochim. Acta 5, 1952, 19.
66. Laqua, K.: Spectrochim. Acta 4, 1952, 446.
67. Calker, J. van és Maass, W.: Zs. Ang. Phys. 4, 1952, 161.
68. Bücker, H.: Spectrochim. Acta 4, 1952, 525.
69. Steinberg, R. H.: Appl. Spectroscopy 6, 1952, 20.
70. Bardócz, Á.: J. Opt. Soc. Am. 42, 1952, 357.
71. Bardócz, Á.: Acta Physica Hungarica 2, 1953, 265.
72. Bardócz, Á.: Spectrochim. Acta 5, 1953, 397.
73. Rouse, A. G.: J. Opt. Soc. Am. 40, 1950, 82.
74. Craggs, J. D., Haine, M. E. és Meek, J. M.: J. Inst. Electrical Eng. 93, III A, 1946, 963.
75. Martin, J. J.: Doktori értekezés 1937.
76. Scheibe, G. és Martin, J.: Spectrochim. Acta 1, 1941, 47.
77. Murray, W. M., Gettys, B. és Ashley, S. E. Q.: J. Opt. Soc. Am. 31, 1941, 433.
78. Gatterer, A. és Frodl, V.: Ric. Spettroscopiche 1, 1946, 201.
79. Bryan, F. R. és Nahstoll, G. A.: J. Opt. Soc. Am. 37, 1947, 311.
80. Keller, R. E. és Smith, L.: Anal. Chem. 24, 1952, 796.

Összefoglalás

Az elemző spektroszkópiában használt nagyfeszültségű szikragerjesztők vezérlését meg lehet oldani kisteljesítményű elektroncsövekkel, amelyeken a vezérelt energia nem halad át, hanem az elektroncső csak beindítja a szikrakisülést. Jelen munkában a szikrakisülést thyatron-cső vezérli. Az elektronikus vezérlés lényege két olyan sorbakötött szikraköz alkalmazásában van, amelyikből az egyiket thyatron-csővel sorbakötött ohmos ellenállás hidalja át. Ha az egyébként negatív előfeszültséggel lezárt thyatron-cső rácsa pozitív feszültség-lökést kap, először az át nem hidalt, majd utána a thyatron-csővel és ohmos ellenállással áthidalt szikraköz üt át, ami beindítja a főkisülést. Az elektronikus vezérlőrendszer jelentősen csökkenti más vezérlőrendszerek bizonytalanságait. Ezenfelül elektronikus vezérlés alkalmazásával az időegységre eső szikrák száma igen tág határok között változtatható. Ez magával hozza szaggatott ívek és kisfeszültségű kondenzált szikrák ütemének könnyűszerrel való változtathatóságát is.



ELEKTRONIKUS VEZÉRLÉSŰ, KISFESZÜLTSGŰ SZIKRA-, SZAGGATOTT ÍV- ÉS EGYENÁRAMÚ ÍVKELTŐ BERENDEZÉS SZÍNKÉPELEMZÉS CÉLJÁRA

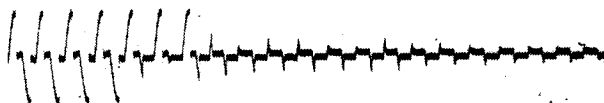
BARDÓCZ ÁRPÁD

[MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETE,
SPEKTROSKÓPIAI OSZTÁLY]

[Beérkezett 1953. június 25-én]

Bevezetés

A kutató és gyakorlati spektroszkópiai munkában sokszor zavaró az a körülmény, hogy szaggatott íveknél az áramerősség, kisfeszültségű szikra-gerjesztésnél pedig az alkalmazott kondenzátor-kapacitás nem növelhető



1. ábra. 50 periódusú váltóáramú szaggatott ív feszültséggörbéje. A feszültség csúcserőssége 1000 volt, az áramerősség csúcserőssége 10 amper. Színképtiszta szénelektrodok. Az elektrodok erős felmelegedése folytán a vezérlés hatásossága megszűnik

a kívánt mértékben az elektrodok erős felhevülése és megolvadása miatt. Így az elemzési kívánalmak kárára megalkuvással kell választani a gerjesztő energiát. Oldatok elemzésekor a felmelegedés miatt a helyzet még súlyosabb. Vízhűtésű szikraállványok ilyenkor csökkentik, de nem szüntetik meg a nehézségeket. Az elmondottak folytán nagyenergiával való gerjesztés a legtöbb esetben reménytelen és a tapasztalat azt mutatja, hogy a gerjesztőberendezések nagyenergiájú gerjesztő lehetőségei rendszerint kihasználatlanok. Ezenfelül a kisfeszültségű szikra- és szaggatott ívkeltő berendezéseknek, a szinkron forgókapcsolókkal, vagy rögzített szikraközökkel működtetett, gyújtószikra gerjesztőkkel biztosított vezérelhetősége sem mindenkor kielégítő. A hasonló berendezéseknél a vezérelhetőség csak aránylag kis kondenzátor-energia, illetőleg kis áramerősség mellett tartható fenn. Ha nagyfrekvenciás gyújtású szaggatott ívnél az íváramerősség bizonyos határ felett van, ami függ még az elektrodanyag minőségétől is, rövid ívelési idő után a nagyfrekvenciás gyújtás elveszti azt a képességét, hogy az ívet a kívánt ütemben vezérelje. Erre példa az 1. ábrán látható. Az ábra olyan

50 periódusú, váltóáramú szaggatott ív esetében mutatja a feszültségviszonyokat, ahol a tápláló-feszültség csúcserőve 1000 volt, az áramerősség csúcserőve pedig 10 amper körül van. Színképtiszta szénelektrodok esetében az ív néhány félperiódusnyi szabályos vezérlés után, az elektrodok felmelegedése folytán, a termoionos hatás következtében begyűl és függetlenül a vezérléstől önmagától ég tovább. Valamivel jobb a helyzet kisfeszültségű kondenzált szikránál, mert itt a kisülések időtartama rövidebb, mint szaggatott ívnél, így az elektrodok felmelegedése is kisebb. Nagyobb kondenzátor-energiáknál azonban az elektrodok annyira felmelegedhetnek, hogy a nagyfrekvenciás gyújtás itt is elveszti vezérlő-képességét. Az irodalomban olykor megadott 1000–2000 mikrofarad kondenzátorkapacitással (1, 2) szabályos szikrasorozatok, ha az elektrodok szabad levegőn vannak, csak igen rövid ideig tarthatók fenn. Kisfeszültségű kondenzált



2. ábra. Feszültségviszonyok a 3. ábra C1 kondenzátorának sarkain egyenirányított szikra esetében. A felvételnél a kisülési áramkörben $C1 = 50$ mikrofarad, töltőfeszültség 1000 volt, $L2 = 120$ mikrohenry, $R3 = 3$ ohm. A szikrák gyakorisága másodpercenként 50. Színképtiszta szénelektrodok. Az elektrodok erős felmelegedése folytán a vezérlés hatásossága megszűnik

szikránál zavarólag hat még az a körülmény is, hogy ha a kondenzátorkisülés hosszú időtartamú, a töltőáramkörben ideje van íváramnak kifejlődni és a kondenzátor kisülésének megtörténte után a kisülés a félperiódus végéig tartó ívkisülésben folytatódik. Ezt teljesen ki lehet küszöbölni avval, hogy a töltőáramkört egyenirányító diódával vezéreljük (3, 4, 5). Ekkor a kondenzátor feltöltődése a váltóáramú feszültség egyik félperiódusa, kisülése pedig a következő félperiódus alatt történik, amikor tulajdonképpen a kondenzátor a tápláló hálózatról teljesen le van választva, így a kondenzátor kisülése után ív nem keletkezhetik. Utóbbi fogás ezenfelül lényegesen javítja a kisülések szabályosságát, mivel a beiktatott kisülésmentes félperiódusok jobb hűlést és az elemzőszikraköz jobb deionozását teszik lehetővé. A 2. ábra azonban azt mutatja, hogy a töltőáramkör ilyen módon való vezérlése sem oldja meg teljesen a kérdést, mert nagy kapacitásértékek mellett az elektrodok felmelegedése oly nagy lesz, hogy a termoionos hatás következtében az elemzőszikraköz be fog gyűlni, még mielőtt a kondenzátor elérte volna teljes töltőfeszültségét. A 2. ábra felvétele 1000 volt töltőfeszültség mellett, színképtiszta szénelektrodokkal történt. A kisülési áramkör elemeinek értékei a 3. ábra jelöléseivel $C1 = 50$ mikrofarad, $L2 = 120$ mikrohenry és $R3 = 3$ ohm voltak. Az oszcillogramm a C1 kondenzátor sarkain adja a feszültségviszonyokat. A szikra gyakorisága másodpercen-

ként 50. Ilyenkor a kondenzátornak a töltőfeszültség csúcsertékénél kisebb feszültségre való feltöltődése és kisülése a töltőfélperiódus alatt többször is megismétlődhet, illetve a kisülés a töltőfélperiódus alatt folytonos ívbe mehet át. Az a tény, hogy a 2. ábra oszcillogrammján a töltőfélperiódusok alatt csak egyetlen kondenzátor-kisülés van, az itt ismertetett szikragerjesztő különlegességéből származik és annak magyarázatát később adjuk.

Szerző korábbi kísérletei (6, 7, 8) igazolták, hogy szaggatott ívkeltő berendezéseknél nagyon jól lehet alkalmazni az elektronikus vezérlést, amely az eddig használt vezérlőberendezéseknél lényegesen kedvezőbb beállíthatósági viszonyokat biztosít. Ez a dolgozat az elektronikus vezérlésnek olyan gerjesztőberendezésre való kiterjesztését tárgyalja, mely kisfeszültségű szikra, szaggatott ív és egyenáramú ív keltésére alkalmas.

Az alkalmazott elektronikus vezérlés bármilyen anyag gerjesztését lehetővé teszi tetszőleges gerjesztési viszonyok mellett. A gerjesztési viszonyok beállítása teljesen független az elektródok olvadáspontjától, anyagi minőségétől, stb. Az alkalmazott vezérlőrendszer lehetővé teszi az időegységre eső kisülések számának tetszőleges beállítását, így szabadon választható energiával gerjeszthetünk.

Az ismertetendő gerjesztőkészüléknél az ív, illetőleg a szikra begyújtása az általános gyakorlatnak megfelelően nagyfeszültségű és nagyfrekvenciás árammal történik. A gyújtóáramokat az eddigi gyakorlattól eltérően teljesen újrendszerű elektronikus vezérlésű szikrakeltővel állítjuk elő. A szikrakeltő vezérlését impulzusgenerátor eszközli. Az impulzusgenerátor szerkezete olyan, hogy vele igen változatos gerjesztési viszonyok állíthatók be.

A gerjesztőkészüléknek három főrésze van :

az ív-, illetőleg szikraáramkör,

a gyújtóáramkör és az

impulzusgenerátor-áramkör.

Az ív- és szikraáramkör, valamint gyújtóáramkör villamos kapcsolási vázlata a 3. ábrán, az impulzusgenerátor-áramkör kapcsolási vázlata pedig a 4. ábrán látható. Az impulzusgenerátor vázlatos elrendezését és működési elvét az 5. ábra mutatja.

Az ív- és szikraáramkör

Az ív-, illetőleg szikraáramkört a 3. ábrán vastagon jelöltük. Az ív- és szikraáramkör táplálása a 3. ábra szerint T2 transzformátorról történik. A T2 transzformátor feszültsége a T1 toroid (Variac) rendszerű transzformátor segítségével a kívánt értékre beállítható. Az ív-, illetőleg szikraáramkörben levő W1—W4, X1, X2 és Y1, Y2 jelű mágneskapcsoló-érintkezők segítségével a gerjesztő különböző üzemi viszonyokra állítható be. A készülék különböző üzemi viszonyokra való beállítása a K5 háromállású kapcsoló segítségével

történik, mely megfelelő állása mellett kapcsolja az MW, MX és MY mágneskapcsolókat, amelyekhez a W1—W4, X1, X2 és Y1, Y2 kapcsoló-érintkezők tartoznak. Erről később még részletesen szó lesz.

A V1 és V2 csövek egyenirányításra szolgálnak. A V2 cső thyatron, amely rácsának vezérlésével a töltőáramkör vezérelhető. L1 és R2 vasmagos önindukció, illetőleg ohmos ellenállás. Mindkettő a töltőáramkör üzemviszonyainak megfelelő beállítására való. Az ME mágneskapcsoló E1 érintkezője segítségével az L1 fojtótekeres az áramkörből kiiktatható. Egyenirányított szaggatott ívek előállításánál a C2 kondenzátor (3. ábra) nem elég ahhoz, hogy a V1 és V2 csöveken keresztül az áramfolyást biztosítsa. Az áramfolyásnak ilyen esetekre való biztosítására az R9 ohmos ellenállás való, melyet az ME mágneskapcsoló kapcsol be L1 kikapcsolásával egyidejűleg. C1, L2 és R3 a kisülési áramkör szokásos elemei. A gyújtóáramkörtől származó nagyfrekvenciás áramoknak az I ívközre való átvitele a T légmagos autotranszformátor és C2 kondenzátor segítségével történik. Az áramkör egyes elemeinek adatai a 3. ábra szövegében található.

A gyújtóáramkör

A 3. ábra I ívközének begyújtásához szükséges nagyfeszültségű és nagyfrekvenciás áramokat a 3. ábra alsó részén vékonyan kihúzott gyújtóáramkör szolgáltatja.

A T5 transzformátorból, V3 és V4 egyenirányító csövekből, továbbá C3 és C4 kondenzátorokból álló feszültségkettőző kapcsolás a C5 kondenzátort 10 000 volt körüli egyenfeszültségre tölti fel. A C5 kondenzátorral T légmagos autotranszformátor közbeiktatásával párhuzamosan van kötve az S kettős szikraköz (6. ábra). Az S kettős szikraköz három elektródból áll, a két szélső elektród a középsőhöz képest szimmetrikusan helyezkedik el. A két szélső elektródot a középsőhöz viszonyítva úgy kell beállítani, hogy a C5 kondenzátor sarkain uralkodó feszültség mellett a kettős szikraköz biztonsággal át ne üssön. Az R7 és R8 azonos értékű ellenállás-láncok gondoskodnak arról, hogy a C5 kondenzátor sarkain uralkodó feszültség az S szikraköz két felére egyenletesen oszoljék el. A gyújtóáramkörben elhelyezkedő V5 thyatron-cső az R5 rácsellenálláson keresztül, az impulzusgenerátorból eredő negatív előfeszültséggel le van zárva. Ha a V5 jelű cső rácsa az impulzusgenerátorból pozitív feszültségelet kap, a cső begyűl és a C5 sarkain uralkodó feszültség csaknem teljes egészében az S szikraköz ábra szerinti alsó felén jelenik meg. Ennek következtében az S szikraköz alsófele át fog ütni és a C5 kondenzátor V5-ön és R6-on keresztül kezd kisülni. Abban a pillanatban azonban, ahogy V5-ön és R6-on keresztül az áramfolyás megindul, a C5 sarkain uralkodó feszültség R6 sarkain, illetve mivel V5 begyűlt állapotban van az S szikraköz felső felén jelentkezik, így S felső fele is át fog ütni. Miután most már S mindkét

oldala vezet, C5 kondenzátor további kisülése S-en és T-n kersztül fog megtörténni. A C5—T—S áramkörben keletkező nagyfrekvenciás áramok, melyeket T légmagos autotranszformátorral még feltranszformálunk, szolgáltatják az I ív-, illetőleg szikraközben a gyújtóáramokat.

A 3. ábra S szikraközének kivitele a 6. ábrán látható. A szikraköz »a« alaplemezre rögzített »b« porcelánszigetelőkön álló »c« és »d« elektródokból áll. A »c« elektródoknak »d« elektródhoz viszonyított távolsága az »e« oszlopokba illeszkedő »f« csavarorsók segítségével változtatható. A »d« elektród »m« oszlopon nyugszik. A »g« szigetelőanyag tárcsákkal az »f« csavarorsók mozgathatók. Az áramcsatlakozás a »h« csavarokhoz történik.

A gerjesztőkészülék végleges kivitelénél a »c« és »d« elektródok grafitból készültek, mert grafittal sikerült a legállandóbb kisülési viszonyokat elérni. Kísérletképpen készítettünk elektródokat nagyon tiszta elektródgrafitból és közönséges grafitból is, mindkét esetben egyformán jól működött a szikraköz. A tapasztalat azt mutatja, hogy jól legömbölyített élek mellett az elektródok felülete még igen hosszú üzem után sem mutat észlelhető elhasználódást. Az aránylag nagy elektródfelületeken a szikra össze-vissza táncol, ezért a felületek megközelítően egyenletesen használnak el, így a gyújtóáramkör viszonyai hosszú üzemidő után sem változnak meg számottevően.

A teljesség végett megemlítjük, hogy fémelektródokkal a szikrázás lényegesen bizonytalanabb, mint grafitelektródokkal. A fémelektródok felülete a szikrázás folyamán még oxidálódik is, ami a bizonytalanságokat fokozza.

A megépült gerjesztőberendezésben az S kettős szikraköz »c« és »d« jelű elektródjainak osztávolsága mintegy 4 mm volt. Az elektródok távolságára és a pontosan szimmetrikus beállításra a rendszer nem túlságosan érzékeny.

Impulzusgenerátor áramkör

Az impulzusgenerátor villamos kapcsolási vázlata a 4. ábrán, működési elvét ismertető vázlatos szerkezete az 5. ábrán látható és az alábbi részekből áll:

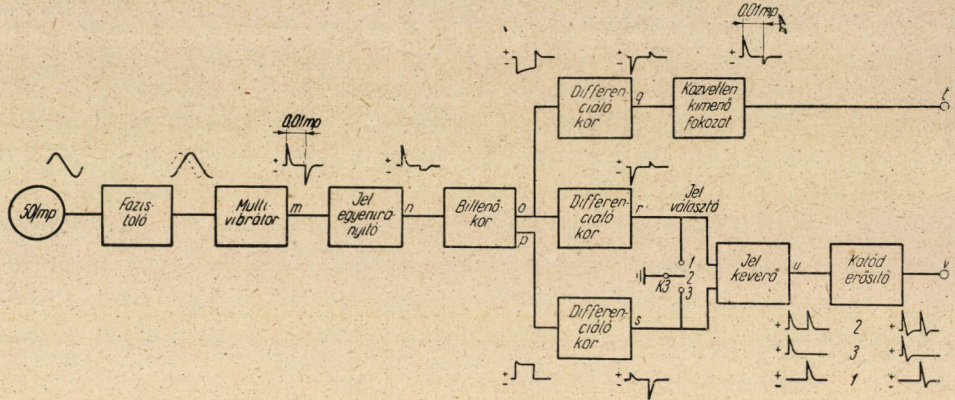
1. fázistoló, 2. multivibrátor, 3. jel egyenirányító, 4. billenőkör, 5. differenciálkörök, 6. közvetlen kimenő fokozat, 7. jel választó, 8. jel keverő, 9. katóderősítő kimenő fokozat.

Az 5. ábra tartalmazza a jellegzetes feszültség-hullám alakokat is az egyes fokozatok után. Fenti impulzusgenerátor a korábban leírt (6, 7, 8) impulzusgenerátorok továbbfejlesztéseként adódott, ezért a már ismertetett részleteket nem ismétljük.

1. Fázistoló

A fázistoló, amint azt korábban már részletesen ismertettük (6, 7, 8) arra való, hogy segítségével a gyújtószikráknak a C1 kondenzátor (3. ábra) feszültségéhez, illetőleg T2 transzformátor szolgáltatva feszültséghez viszonyított fázishelyzete beállítható legyen. A V5 thyatron-

cső (3. ábra) a gyújtószikra-áramkört az impulzugenérátorral szolgáltatott pozitív feszültségjelek fázishelyzetének megfelelően vezérli. A fázisbeállítás az R46 potenciométer (4. ábra) segítségével történik. Az R46 potenciométer mintegy 110° fáziseltolást tesz csak lehetővé. Ennél nagyobb fáziseltolás úgy érhető el, hogy az impulzugenérátort tápláló hálózati csatlakozás sarkait átcsereljük.



5. ábra. Impulzugenérátor vázlatos elrendezése. A berajzolt görbék az illető helyen jelentkező feszültséggörbék

2. Multivibrátor

A multivibrátor (4. és 5. ábrák) segítségével állítjuk elő a V2 és V5 jelzésű csövek (3. ábra) rácásának vezérléséhez szükséges feszültségjeleket. A 4. és 5. ábra azonos pontjai azonos betűkkel vannak megjelölve. A multivibrátor az 50 periodusú hálózatról szinkronizálva van, így az csak a hálózati frekvencia valamely egészszámú alharmonikusán adhat feszültségjeleket. A rácásáramkör időállandóinak beállítása a 4. ábra K1 és K2 kapcsolóinak segítségével történik. »a«—»l« és I—II a K1 ill. K2 kapcsolók különböző állásait jelzik. A 4. ábra adataival a multivibrátor rezgésszámait az I. táblázat tartalmazza. A multivibrátorból jövő jelek a 4. és 5. ábrák »a« pontjából mennek tovább.

I. TÁBLÁZAT

Multivibrátor rezgésszámai/mp (névleges értékek)

K1 kapcsoló állása	K2 kapcsoló állása	
	I	II
	Rezgésszám	
a	50×1	$50 \times 1/5$
b	$50 \times 1/2$	$50 \times 1/10$
c	$50 \times 1/3$	$50 \times 1/15$
d	$50 \times 1/4$	$50 \times 1/20$
e	$50 \times 1/5$	$50 \times 1/25$
f	$50 \times 1/6$	$50 \times 1/30$
g	$50 \times 1/7$	$50 \times 1/35$
h	$50 \times 1/8$	$50 \times 1/40$
i	$50 \times 1/9$	$50 \times 1/45$
j	$50 \times 1/10$	$50 \times 1/50$
k	$50 \times 1/12$	$50 \times 1/60$
l	$50 \times 1/24$	$50 \times 1/120$

3. Jel egyenirányító

A multivibrátorból jövő jeleket a C5—R27 csatoló tagok után (4. ábra) a V2 dióda egyenirányítja, azaz a multivibrátorból jövő kétirányú jelből a negatív részt levágja (4. és 5. ábra » α « pont).

4. Billenőkör

A multivibrátor, mivel az 50 periodusú hálózatról van szinkronizálva, másodpercenként legfeljebb 50 pozitív jelet adhat. Ahhoz, hogy minden félperiodusban legyen ívünk, vagy szikránk, másodpercenként 100 pozitív jelre van szükségünk. A billenő körnek (4. ábra) az a feladata, hogy egyetlen bemenő pozitív jel ellenében, kimenetén két, egymástól változtatható időtávolságra levő jelet adjon. Így másodpercenként 100 jelünk lesz. A két jel közötti időkülönbséget a kapcsolás C6, R33 és R34 elemeinek (4. ábra) időállandója határozza meg és ez R33 potenciométer elállításával változtatható. A billenőkör egy egystabilállapotú multivibrátor, melyet a 4. és 5. ábra » α « pontjából érkező jel indít.

5. Differenciáló áramkörök

A billenőkör szolgáltatja és az » α « és » β « pontokon (4. és 5. ábra) megjelenő feszültségjelek közül az » α « pontról jövő a közvetlen, a » β « pontból jövő a késleltetett feszültségjel. Az » α « pontról jövő jelet két részre osztjuk. Az így kapott három feszültségjelet a C7—R35, C8—R36 és C9—R39 differenciáló körökkel differenciáljuk. A differenciáló körök után az 5. ábrába a » q «, » r « és » s « pontokhoz berajzolt alakú feszültség görbéket kapjuk. A billenőkörből kijövő hasznos feszültségjelek negatív előjelűek.

6. Közvetlen kimenő fokozat

A » q « pontból jövő (4. és 5. ábra) feszültségjelek a közvetlen kimenő fokozaton áthaladva a 3. ábra V2 thyatron-csővét vezérlik. A közvetlen kimenő fokozat feladata részben az, hogy az előbbieken létrehozott negatív feszültségjeleket pozitívvá alakítja a V2 thyatron-cső vezérléséhez, részben pedig az, hogy a billenőkört szétválassza a thyatron-áramkörtől és annak működését a thyatron-áramkör befolyásától mentesítse.

7. Feszültségjel-választó

A 4. és 5. ábra » α « illetőleg » β « pontjait elhagyó feszültségjelek bizonyos átalakítás után a 3. ábra V5 jelű csövének rácsvezérlésére valók. Ez a cső jelen esetben thyatron. Mielőtt az » α « és » β « pontokból jövő jelek a 4. ábra V5 keverő csövébe jutnának, a K3 jelválasztón haladnak keresztül. A K3 választó-kapcsoló segítségével elérhetjük, hogy a 4. ábra V5 csövének rácsához az » α « és » β « pontokból jövő jelek mindegyike (K3 kapcsoló 2 állása), vagy csak az » α « (K3 kapcsoló 3 állása), vagy pedig csak az » β « pontból (K3 kapcsoló 1 állása) jövő jel jusson. Az » α « vagy » β «-ból jövő jelek hatását akként kapcsolhatjuk ki, hogy a K3 jel választó-kapcsoló segítségével egyiket, vagy másikat földeljük. A jelválasztó-kapcsoló középállásában (2 állás) mindkét jel hatékony.

8. Feszültségjel-keverő

A V5 jel-keverőnek (4. és 5. ábra) az a feladata, hogy a billenő-áramkörből jövő közvetlen és késleltetett jeleket közös csatornában egyesítse, hogy így váltakozó-irányú ívek, és szikrák létrehozásához a 3. ábra gyűjtőáramkörében egyetlen vezérlőcső (V5) elegendő legyen. Így a közvetlen és késleltetett jelek a jelkeverő-fokozat V5 jelű csövének (4. ábra) anód-munkaellenállásán, közös ponton (» α « pont) jelennek meg.

A jelek egy csatornában való egyesítése két vezérlőráccsal bíró pentagrid (6BE6) csőben történik. A pentagrid cső két vezérlő rácsa (az első és harmadik) a közvetlen, illetőleg késlel-

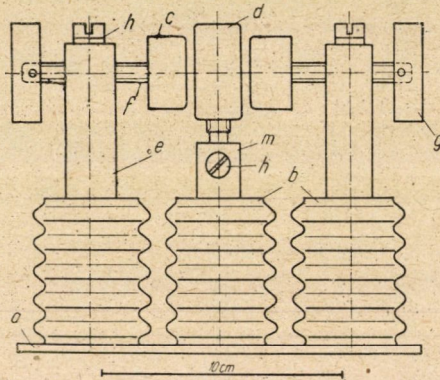
tetett jel csatornák differenciálköreinek kimenetére, a 4. ábrában az »a« és »s« pontokra van kötve. A rácsvezető ellenállásokat a megfelelő differenciálkörök kimenő R36 és R39 tagjai képezik. Így a pentagrid cső két vezérlőrácsa zérus előfeszültségen van.

Az R37 és R38 rácsellenállások feladata az, hogy a pentagrid cső megfelelő rácsaival együtt, mint vágó fokozat működjenek és a differenciáló körből kijövő és nem szükséges pozitív jeleket levágják.

Ha a V5 cső (4. ábra, 6BE6) bármelyik vezérlő rácsára nagy negatív vezérlő-feszültséggel érkezik, a cső a jel időtartamára lezár, anódárama zérussá válik és a cső anódkörében levő L1 vastagos fojtótekeres sarkain, a hirtelen fluxusváltozás miatt, a földhöz képest mintegy 800 volt csúcsértékű, igen rövid ideig tartó pozitív feszültséglökés keletkezik (4. és 5. ábra »u« pontja). A vezérlő negatív jel megszűnése után a cső ismét vezet. Az előbbivel ellenkező fluxusváltozás miatt az L1 fojtótekereszen negatív jel van. Ezt a jelet a pentagrid cső belső ellenállása csillapítja.

9. Katóderősítő kimenő fokozat

Ismeretes, hogy nagyfeszültségen működő thyatron-csőnek a rácsán nagy áramlökések keletkezhetnek akkor, ha a cső anódkörében hirtelen feszültségváltozások mutatkoznak. Ha



6. ábra. Kettős szikraköz. »a« = alaplemez, »b« = porcelán szigetelő, »c«, »d« = elektródok, »e«, »m« = tartóoszlopok, »f« = csavarorsó, »g« = szigetelőanyag tárcsa, »h« = áramcsatlakozó csavarok

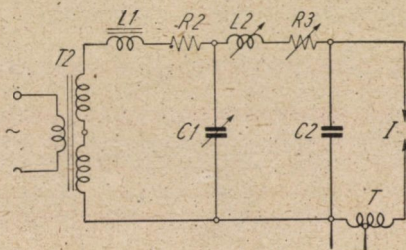
ilyenkor a thyatron-cső rácsvezető ellenállása nagyértékű (0,1—0,2 megohm), azon jelentős feszültségugrások keletkeznek, amelyek visszajutva az impulzusgenerátorba, annak működését megzavarhatják, sőt nemkívánt átütéseket okozhatnak. Ennek meggátolására célszerű a vezérlő impulzusgenerátor és a thyatron-cső rácsa közé alul-áteresztő szűrőt iktatni. Ha ezenfelül még az impulzusgenerátorból kijövő jelek továbbítása katóderősítő fokozaton keresztül történik, amelynek kimenő impedanciája igen kicsi — néhány száz ohm nagyságrendű — azon nem mutatkozhatnak zavaró feszültségugrások. Ebből a szempontból nem érdekesek a V2 jelű thyatron-cső (3. ábra) viszonyai, mert ennek a csőnek az anódján legfeljebb 1000 volt feszültség keletkezhetik, rácsán még ennél is kisebb. Ezért lehet a rácsvezető-impulzussal a V2 cső rácsára közönséges kimenő fokozaton át csatlakozni. A katóderősítő fokozatban (4. ábra) egy 6J6 jelű kettős trióda (V6) foglal helyet, két rendszerével párhuzamosan kötve. Ez a cső 120 volt körüli előfeszültséggel működik. A katóderősítő így lezárt állapotban van mindaddig, amíg a rácsán pozitív vezérlő jel mutatkozik. Ennek hatására az anódáram megindul és a kimeneti katód-köri impedancián szintén pozitív jel fog mutatkozni. A kimenet — a munkaellenállás — a katódkörben lévő T3 transzformátor. A katóderősítő feszültségerősítése az egységénél kisebb, de a szükséges impedancia-átalakítást — nagyról igen kicsi kimenő impedanciára — végrehajtja. A T3 transzformátor szekundérjén így mintegy 600 volt csúcsértékű pozitív feszültségjel mutatkozik, amely most már a szűrőtag közbeiktatásával felhasználható a 3. ábra V5 jelű thyatron-csővének vezérlésére.

A V2 és V5 jelű csövek rácsai (3. ábra) előfeszültségüket az impulzusgenerátorba beszerelt előfeszültségforrásból kapják.

Egyirányú és váltakozóirányú ívek és szikrák keltése

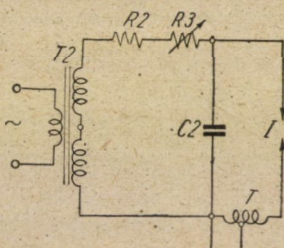
(K5 kapcsoló X állásban)

A viszonyok aránylag akkor a legegyszerűbbek, ha a 3. ábrán a K5 kapcsoló X állásban van. Ekkor MX mágneskapcsoló X1 és X2 kapcsoló-érintkezői zárnak, V1 és V2 csövek az áramkörből ki vannak kapcsolva. A V2 cső rácsára jutó vezérlő jelek működnek ugyan, de hatástalanok. A működésben részt nem



7. ábra. A 3. ábra K5 kapcsolójának X állása mellett adódó kapcsolás egyszerűsített vázlata, egyirányú és váltakozóirányú szikrák keltésére

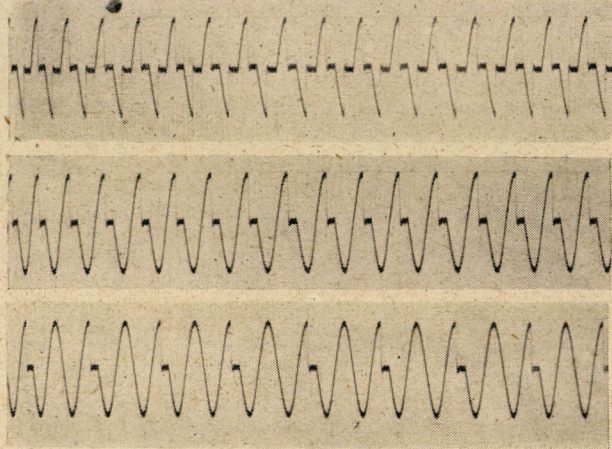
vevő kapcsolási elemeket elhagyva, egyszerűsített kapcsolást kapunk a 7. ábra szerint, mely egyirányú és váltakozóirányú szikrák keltésére alkalmas. Ha az áramkörből C1-et, L1-et és L2-t kikapcsoljuk, a 8. ábrán látható kapcsolást kap-



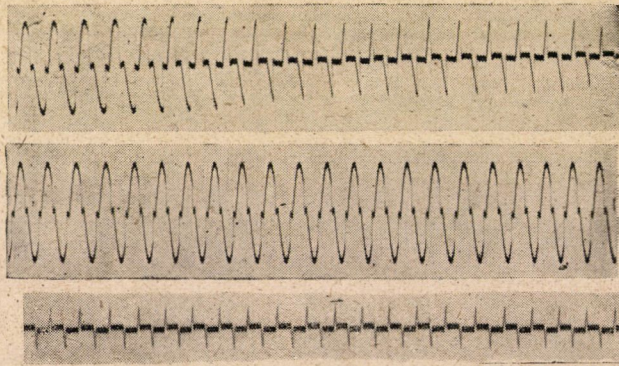
8. ábra. A 3. ábra K5 kapcsolójának X állása és kikapcsolt C1, L1 és L2 értékek mellett adódó kapcsolás egyszerűsített vázlata, egyirányú és váltakozóirányú szaggatott ívek keltésére

juk, amikor a készülék egyirányú és váltakozóirányú szaggatott ívek keltésére alkalmas. Ilyen szaggatott ívek jellegzetes oszcilogrammait a 9. ábra mutatja. Az oszcilogramokat 1000 volt csúcsheszültséggel 10 amper legnagyobb áramerősséggel vettük fel és azok a feszültségviszonyokat a 3. ábra I ívközén adják. Az ábrákban a sinus alapgörbe a T2 transzformátor szolgáltatotta feszültséggörbe. A felső oszcilogramm felvételénél a gyújtóáramkör gyújtásainak gyakorisága 100/mp, a 4. és 5. ábrában a K3 jelválasztó középállásban (2) volt, vagyis a billenőkörből jövő mindkét jel vezérli a V5 (3. ábra) gyújtást vezérlő cső rácsát. Ugyanakkor a billenőkörből jövő vezérlő jelek egymásközötti

időtávolsága 10 millimásodperc (180 villamosfok). A 9. ábra középső oszcillogrammjának felvételénél a jelválasztó segítségével a billenőkörből jövő késleltetett jelet földeltük (4. és 5. ábra K3 kapcsolója 3 állásban) így hatását kikapcsoltuk. Ennek megfelelően a másodpercre eső gyújtások száma 50, egyirányú



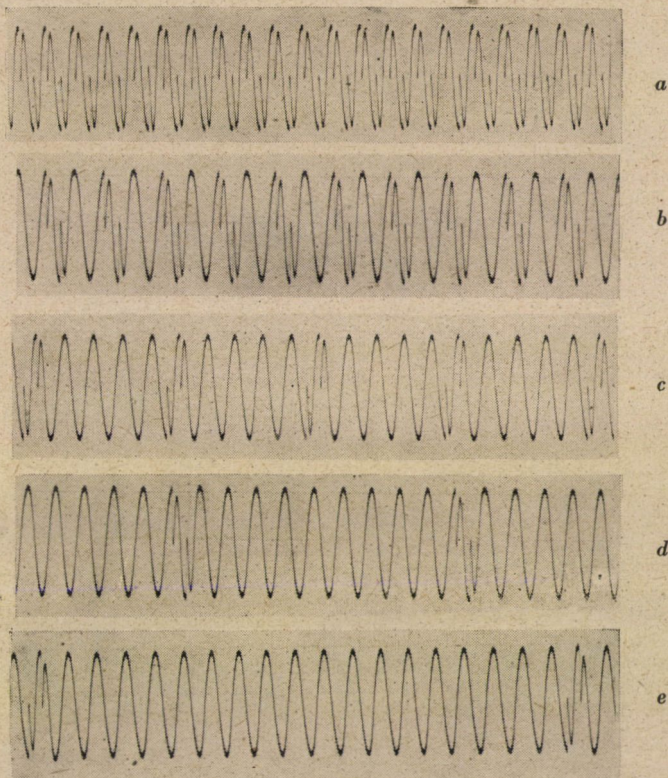
9. ábra. A feszültség lefolyása a 3. ábra (8. ábra) I ívközében másodpercenként 100-szor (felső ábra), 50-szer (középső ábra) és 25-ször (alsó ábra) megismétlődő, váltakozóirányú és egyirányú szaggatott ívnél. A feszültség legnagyobb értéke 1000 volt, áramerősség 10 amper. A sinus alapgörbe a T2 transzformátor feszültséggörbéje. Acél elektródok



10. ábra. A feszültség lefolyása a 3. ábra (8. ábra) I ívközében másodpercenként 100-szor ismétlődő váltakozóirányú ívnél különböző ívelési időtartamok mellett. Felső oszcillogramm: Az ív begyújtása folyamatosan változó fázishelyzetben történik. Középső oszcillogramm: Rövid ívelési idő. Alsó oszcillogramm: Hosszú ívelési idő. A feszültség legnagyobb értéke 1000 volt áramerősség 10 amper. A sinus alapgörbe a T2 transzformátor feszültséggörbéje. Acél elektródok

ívünk van. A 9. ábra alsó oszcillogrammjában a másodpercenkénti gyújtások száma 25, itt a 4. ábra multivibrátorának a rezgésszáma ennek megfelelően volt beállítva. További beállítási lehetőségeket illetőleg, utalunk a (7) alatt idézett munkára.

A 10. ábracsoport segítségével a 4. ábra fázistoló áramkörének működését lehet szemléltetni. A 10. ábra felső oszcillogrammjában a kérdéses fázistoló R46 potencióméterének ellenállásértékét üzem közben folyamatosan változtatva, a gyújtás különböző pillanatnyi feszültségértékeknél történik. A 10. ábra középső oszcillogrammja rövid és alsó hosszú ívelési időt jelez egy félperióduson belül.

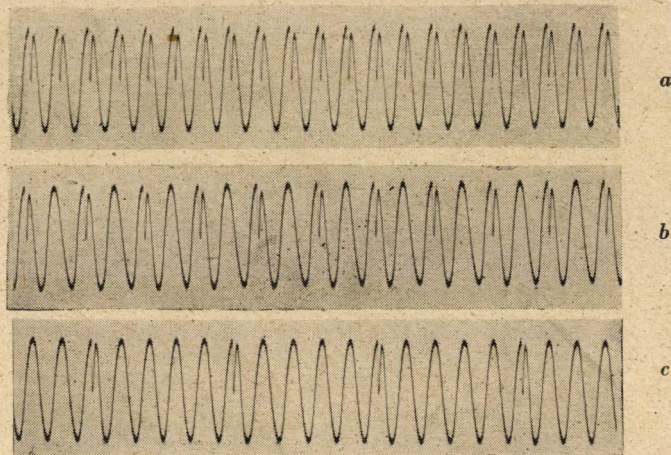


11. ábra. Az impulzusgenerátor rezgésszámának hatása a gerjesztési viszonyokra kétirányú szikrák esetében. Az oszcillogrammok a feszültségviszonyokat a C1 kondenzátor (3. ábra) sarkain adják. »a« kép: szikra minden félperiódusban; »b« kép: szikra két egymást követő félperiódusban, amit két félperióduson át szünet követ; »c« kép: szikra két egymást követő félperiódusban, amit 8 félperióduson át szünet követ; »d« kép: szikra két egymást követő félperiódusban, amit 18 félperióduson át szünet követ; »e« kép: szikra két egymást követő félperiódusban, amit 36 félperióduson át szünet követ. A 3. ábra K5 kapcsolója X állásban (7. ábra) $C1 = 20$ mikrofarad, $L2 = 120$ mikrohenry, $L3 = 4$ ohm, a feszültség legnagyobb értéke 1000 V . Acél elektródok

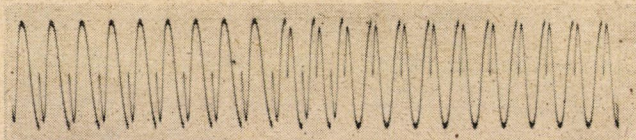
Ha a 3. ábra K5 kapcsolójának X állása mellett a 7. ábra szerinti kapcsolással dolgozunk szikrakisüléseket létesíthetünk. Az így felvett oszcillogrammokat a 11. ábra mutatja be váltakozóirányú szikrák esetén. Az oszcillogrammok a 3. ábra C1 kondenzátorának sarkain mutatják a feszültségviszonyokat. A 11. ábra oszcillogrammjainak felvételekor az impulzusgenerátor rezgés-

száma és ezzel együtt a gyújtószikrák gyakorisága változott. A 12. ábra egyirányú szikrák viszonyait mutatja, ugyancsak változó impulzusgenerátor rezgésszámok mellett.

A 4. ábra K3 jelválasztójának működését a 13. ábra segítségével lehet szemléltetni. Az ábra baloldali részén a jelválasztó a közvetlen vezérlőjelet



12. ábra. Az impulzusgenerátor rezgésszámának hatása a gerjesztési viszonyokra egyirányú szikrák esetében. Az oszcillogrammok a feszültségviszonyokat a C1 kondenzátor (3. ábra) sarkain adják. »a« kép: szikra minden második félperiódusban; »b« kép: szikra minden negyedik félperiódusban; »c« kép: szikra minden tizedik félperiódusban. Az 1. ábra K5 kapcsolója X állásban. (7. ábra) C1 = 20 mikrofaraad, L2 = 120 mikrohenry, R3 = 4 ohm, a feszültség legnagyobb értéke 1000 V. Acél elektródok



13. ábra. A K3 jelválasztó kapcsoló (4. ábra) működésének szemléltetése. Az ábra baloldali részén K3 kapcsoló 3 állásban, középen 2 állásban, jobboldalt 1 állásban

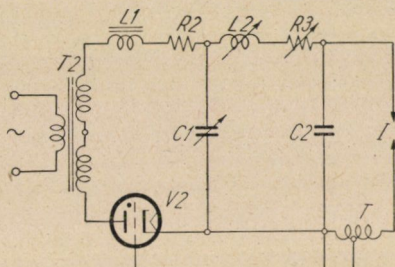
földeli (K3 kapcsoló 1 állásban), középen mindkét jel dolgozik (K3 kapcsoló 2 állásban), míg az ábra jobboldali részén a késleltetett vezérlőjel földelt (K3 kapcsoló 3 állásban). A jelválasztó átkapcsolása az oszcillogramm felvétele közben történt.

Egyenirányított szikrák és ívek keltése

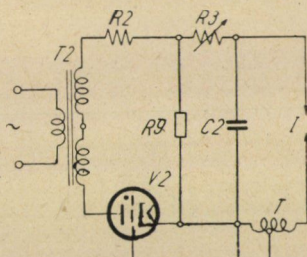
(K5 kapcsoló Y állásban)

A 3. ábra K5 kapcsolójának Y állása mellett az MY mágnescapcsoló Y1 és Y2 kapcsoló-érintkezői zárnak, tehát V1 cső kikapcsolott, V2 cső bekapcsolott állapotban van. A működésben részt nem vevő kapcsolási elemeket elhagyva

a 14. és 15. ábra szerinti egyszerűsített kapcsolásokat kapjuk. A V2 cső jelenléte miatt ebben a kapcsolásban csak legfeljebb másodpercenként 50-es gyakoriságú egyenirányított ívek és szikrák kelthetők. A 14. ábra kapcsolása szerint egyenirányított szikrákat állíthatunk elő. Ha az áramkörből C1-et L1-t és L2-t kikapcsoljuk, a 15. ábrán látható kapcsolás adódik, amely egyenirányított szaggatott ívek keltésére alkalmas. Az íváramkörben áramfolyás csak akkor lehetséges, ha a V2 thyatron-csővet a rácsára juttatott pozitív feszültségjellel begyújtjuk. A thyatron-cső ugyanis az impulzusgenerátorból származó negatív előfeszült-



14. ábra. A 3. ábra K5 kapcsolójának Y állása mellett adódó kapcsolás egyszerűsített vázlata egyenirányított szikrák előállításához



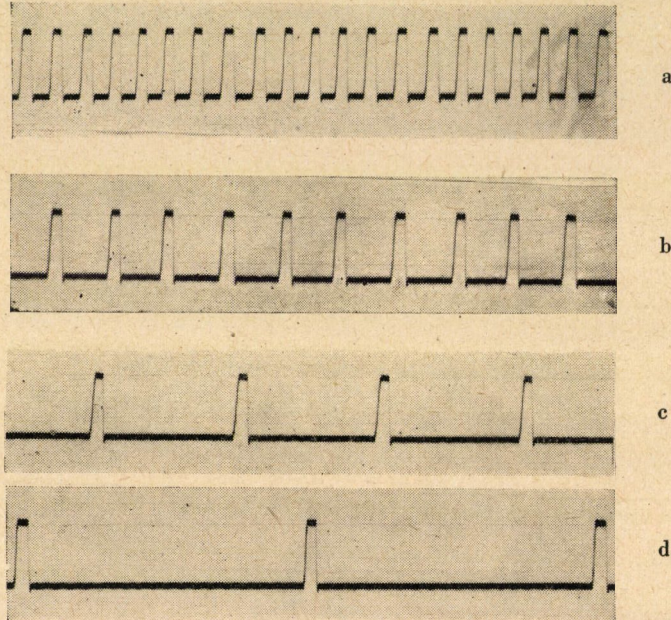
15. ábra. A 3. ábra K5 kapcsolójának Y állása mellett adódó kapcsolás egyszerűsített vázlata egyenirányított szaggatott ívek előállításához

séggel le van zárva. Ezen kapcsolással felvett oszcillogrammok a 16. és 17. ábrán láthatók. A készülék ebben a kapcsolásban a következőképpen működik.

Egyenirányított szikrák keltésénél az impulzusgenerátor (4. és 5. ábra) szolgáltatva közvetlen feszültségjel fázisa úgy van beállítva, hogy a V2 cső (3. ábra) begyújtása a T2 transzformátor feszültségének a zérusponton való áthaladása után történjék. Annak a transzformátorfeszültségnek, ahol a begyújtás bekövetkezik, valamivel nagyobbak kell lennie, mint a feszültségének a csővön keresztül. A V2 cső vezérlése a 4. és 5. ábra »a« pontjából történik. Miután a C1 kondenzátor a T2 transzformátor szolgáltatva feszültség csúcserkére telt, a V2 thyatron-cső elalszik, a C1 kondenzátor ennek folytán a töltőáramkörrel leválasztódik és megtartja feszültségét a kisütésig. Másodpercenkénti 50 szikragyakoriságot feltételezve, a feltett állapotban levő kondenzátor a töltés befejezése után, a negatív félperiódus alatt rendelkezésre álló 180 villamosfoknak megfelelő időhatáron belül bármikor kisüthető. A szikra begyújtása a V5 thyatron-csőnek (3. ábra) a késleltetett feszültségjellel való vezérlése útján történik. A V5 csövet vezérlő jel az impulzusgenerátor »v« pontjából jön. A V2 csövet begyújtó és V5 csövet vezérlő impulzusok időtávolsága jelen esetben megközelítően 0,01 mp-re (180 villamosfokra) van választva.

Ilyen módon különböző gyújtás gyakoriság mellett felvett oszcillogrammokat a 16. ábra szemléltet. Az oszcillogrammok a C1 kondenzátor sarkain adják a feszültségviszonyokat. Érdekes jellegzetessége ennek a kapcsolásnak az, hogy a kondenzátor kisülése után mindaddig, amíg a V2 cső nem kap az impulzusgenerátorból vezérlőjelet, az I elemzőköz elektródjai feszültségmentesek maradnak, így az esetleges termoionos hatás folytán az elemzőköz nem gyulhat be.

A szaggatott ív előállításának igen érdekes lehetősége adódik a 3. ábra K5 kapcsolójának Y állásánál (15. ábra). Ha a gyújtóáramkört a 3. ábra K2 kapcsolójával kikapcsoljuk, úgy, hogy gyújtószikrák ne legyenek és az íváramkör feszültség alatt van, az oszcilloszkóp az R9 ellenállás sarkain, illetőleg az I ívközön a 17. ábra »a«, illetve »b« képét fogja mutatni, attól függően, hogy a V2 thyatron-cső rácsa milyen fázisban kapja a gyújtójelet. Ha ezt a gyújtójelet a K3 jelválasztó »k« állása mellett kapja a thyatron-cső és ugyanakkor a gyújtóáramkört a K2 kapcsolóval bekapcsoljuk, a V2 cső begyújtásával egyidejűleg gyújtószikrák is lesz. Az eredmény a



16. ábra. Feszültségviszonyok a 3. ábra C1 kondenzátorának sarkain egyenirányított szikra esetében. »a« kép: az ismétlődések időtávolsága 0,02 mp; »b« kép: az ismétlődések időtávolsága 0,04 mp; »c« kép: az ismétlődések időtávolsága 0,1 mp; »d« kép: az ismétlődések időtávolsága 0,2 mp. A 3. ábra K5 kapcsolója Y állásban (14. ábra). C1 = 20 mikrofarad, L2 = 120 mikrohenry, R3 = 4 ohm. A legnagyobb feszültségérték 1000 V. Acél elektródok

17. ábra »a«, »d«, »e« és »f« oszcillogrammok szerinti, különböző ismétlődési gyakoriságú szaggatott ívek. Az ilyen fajta szaggatott íveknél az elektródok az ívelési időn kívül egyáltalában nincsenek feszültség alatt.

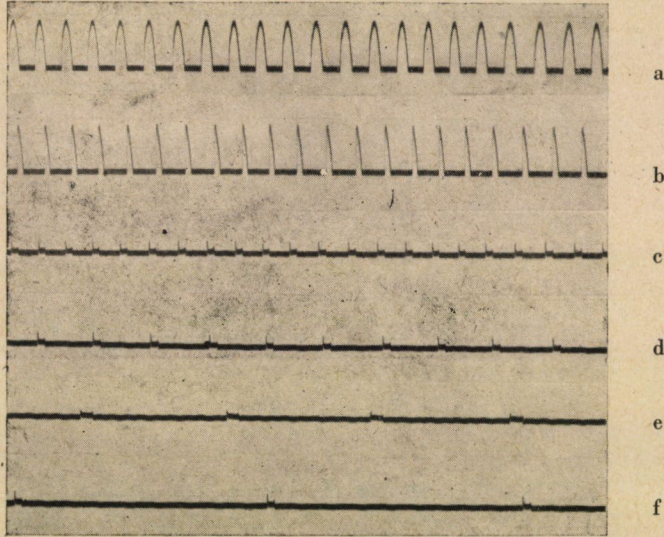
Másodpercenként legfeljebb 100-as gyakoriságú egyenirányított szikrák és ívek, továbbá gyújtóáramú ív létesítése

(K5 kapcsoló W állásban)

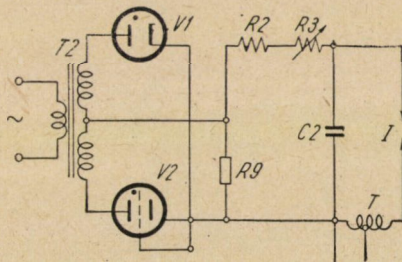
Ha a 3. ábra K5 kapcsolója W állásban van, az MW mágneskapcsoló W1 — W4 érintkezői zárnak, tehát mind a V1 mind a V2 cső hatékonyan közreműködik a kapcsolásban. Miután V2 rácsát ebben az állásban a W4 mágnes-

kapcsoló-érintkező katódpotenciálra köti, ez a cső ennél a kapcsolásnál közös-
séges egyenirányító diódaaként működik, így az egész kapcsolás tulajdonképpen
kétutas egyenirányító. A V2 rácsára jutó vezérlőjelek most is működnek, de
hatástalanok.

K5 kapcsolónak W állása és kikapcsolt C1, L1 és L2 értéke mellett adódó
kapcsolás egyszerűsített vázlatát a 18. ábra mutatja. Ebben a kapcsolásban

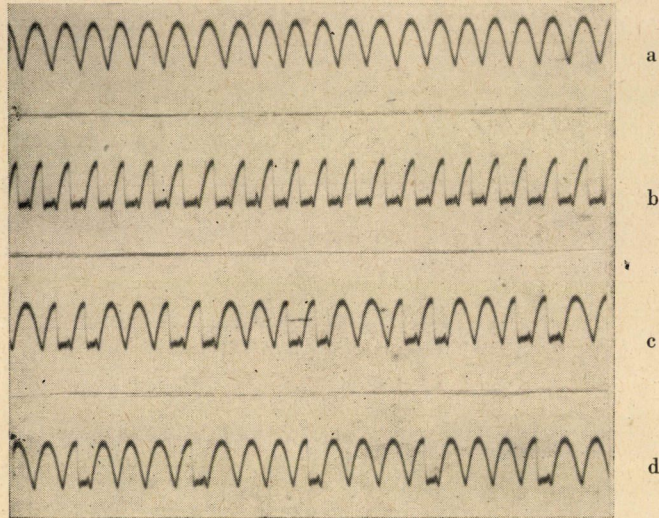


17. ábra. Feszültségviszonyok a 3. ábra I ívközében egyenirányított ív esetében. »a« kép : feszültségviszonyok a 15. ábra R9 ellenállásának sarkain kikapcsolt gyújtóáramkör mellett ; »b« kép : u. a. mint »a« képen, de V2 más fázishelyzetben való gyújtása mellett ; »c« kép : szaggatott ív, az ismétlődések időtávolsága 0,02 mp ; »d« kép : szaggatott ív, az ismétlődések időtávolsága 0,04 mp ; »e« kép : szaggatott ív, az ismétlődések időtávolsága 0,1 mp ; »f« kép : szaggatott ív, az ismétlődések időtávolsága 0,2 mp. A 3. ábra K5 kapcsolója Y állásban (15. ábra). A legnagyobb feszültség 1000 V, legnagyobb áramerősség 10 A. Acél elektródok

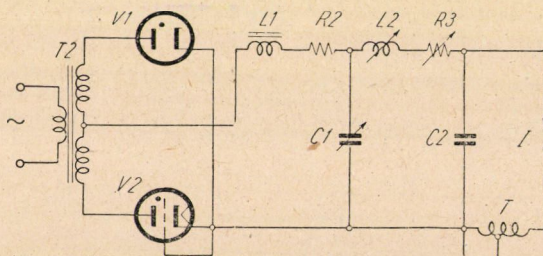


18. ábra. A 3. ábra K5 kapcsolójának W állása és kikapcsolt C1 és L1 értékek mellett adódó
kapcsolás egyszerűsített vázlatát, legfeljebb 100/mp gyakoriságú egyenirányított ívek előállításhoz

a gerjesztő másodpercenként legfeljebb 100-as gyakoriságú egyenirányított ív előállítására alkalmas. Ezen kapcsolás mellett adódó feszültségviszonyok a 19. ábrán láthatók. A 19a ábra az R9 ellenálláson, illetőleg az I ívközön mutatja a feszültséglefolyást, abban az esetben ha nincs gyújtószikra. A 19b ábra



19. ábra. A feszültség lefolyása a 3. ábra I ívközében egyenirányított ívnél. »a« kép : feszültségviszonyok a 3. ábra (18. ábra) R9 ellenállásának sarkain kikapcsolt gyújtóáramkör mellett ; »b« kép : 100/mp gyakoriságú egyenirányított ív ; »c« kép : ív két félsperiódusban, amelyet két félsperióduson át szünet követ ; »d« kép : ív egy félsperiódusban, amelyet három félsperióduson át szünet követ. A 3. ábra K5 kapcsolója W állásban. A legnagyobb feszültség 500 V, legnagyobb áramerősség 5 A. Acél elektródok

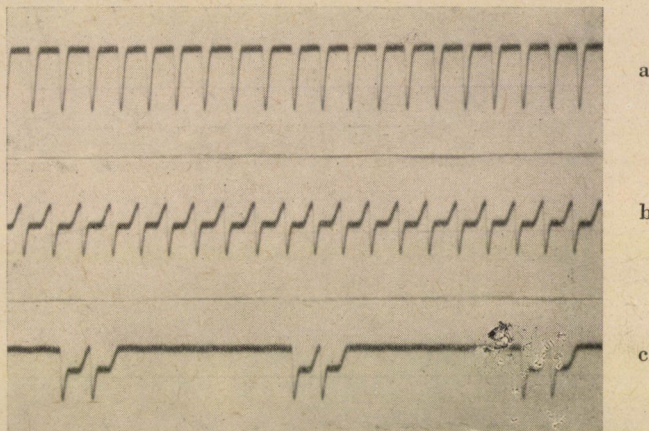


20. ábra. A 3. ábra K5 kapcsolójának W állása mellett adódó kapcsolás egyszerűsített vázlata, legfeljebb 100/mp gyakoriságú egyenirányított szikrák előállításához

100-as gyakoriságú ív oszcillogrammját mutatja. Ezen oszcillogrammon a 3. ábra I ívközében fennálló feszültségviszonyok láthatók. Ennél a felvételnél a gyújtóáramkör V5 csövet az impulzusgenerátor »v« pontjából jövő, egymáshoz képest 180 villamosfokkal (0,01 mp) eltolt jelek vezérlik. Ha ebben a kapcsolásban 100-nál kisebb másodpercenkénti ívgyakorisággal akarunk dolgozni és az impul-

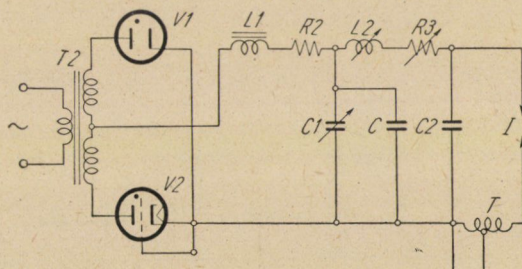
zusgenerátor úgy van beállítva, hogy a kettős vezérlőjelek egymástól 180 villamosfokra vannak, az ívek párosával fognak jelentkezni, úgy, ahogy azt a 19c ábra szemlélteti. Az ívpárok egyik tagja eltüntethető, ha az egyik vezérlőjelet a 4. ábra K3 kapcsolójával kikapcsoljuk (19d ábra).

Ha a 3. ábra K5 kapcsolójának W helyzetében a 20. ábra szerint egyszerűsített kapcsolással dolgozunk, másodpercenként legfeljebb 100-as gyakoriságú egyenirányított szikrák előállítására van lehetőségünk. Ilyen módon készített oszcillogrammokat a 21. ábra szemléltet. A 21a ábra oszcillogrammja

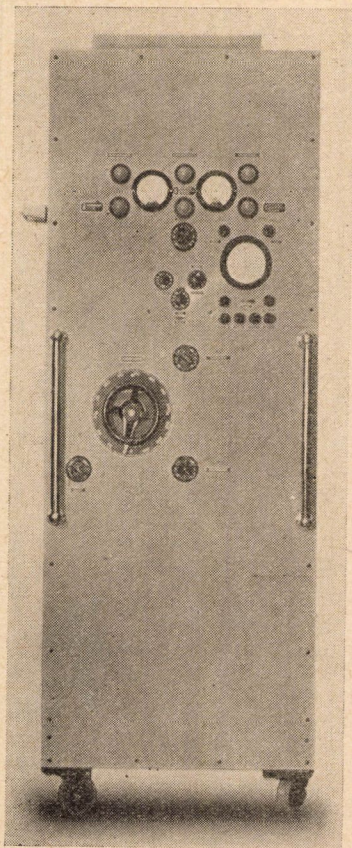


21. ábra. Feszültségviszonyok a 3. ábra (20. ábra) C1 kondenzátorának sarkain egyenirányított szikra esetében, »a« kép: az ismétlődések időtávolsága 0,01 mp, gyújtás a transzformátorfeszültség zérus értékénél; »b« kép: az ismétlődések időtávolsága 0,01 mp; »c« kép: az ismétlődések időtávolsága 0,08 mp. Utóbbi két esetben gyújtás a transzformátorfeszültség csúcsertékénél. A 3. ábra K5 kapcsolója W állásban, C1 = 20 mikrofarad, L2 = 120 mikrohenry, R3 = 4 ohm. A legnagyobb feszültségérték 500 volt. Acél elektródok

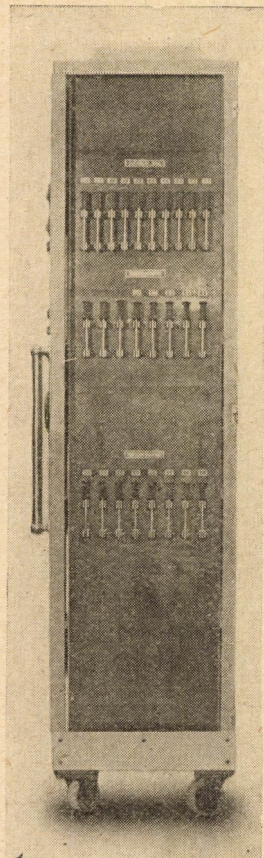
másodpercenként 100 kisülés mellett adja a feszültségviszonyokat a 3. ábra C1 kondenzátorának a sarkain. Ennél a felvételnél a C1 kondenzátor kisülése a T2 transzformátorfeszültség zérus értékénél történik. A 21b és c ábra osz-



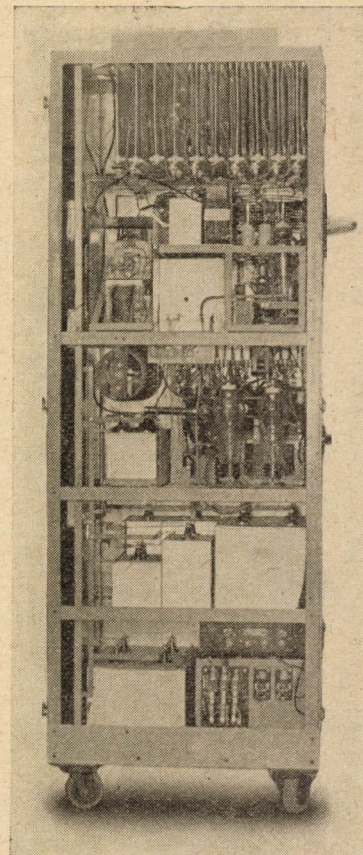
22. ábra. A gerjesztőkészülék egyszerűsített kapcsolási vázlata egyenáramú ív keltése esetében. A 3. ábra K5 kapcsolója W állásban, C = kiegészítő kondenzátor



23. ábra.
A gerjesztőberendezés előnézete



24. ábra. A gerjesztőberendezés
oldalnézete levett ajtóval



25. ábra. A gerjesztőberendezés
hátnézete levett ajtóval

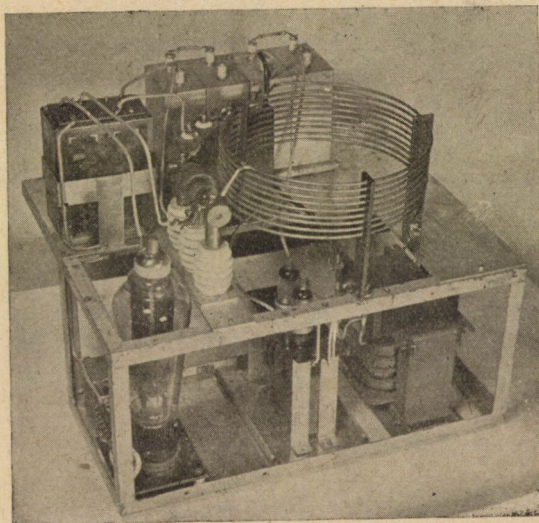
cillogrammjainál a C1 kondenzátort a T2 transzformátorfeszültség csúcsertékénél sűjtjük ki. A 21c ábra kihagyásokkal felvett hasonló oszcillogrammot szemléltet.

Végezetül a 22. ábra szerint egyszerűsített kapcsolásában a készülék egyenáramú ív előállítására lesz alkalmas. Ebben az esetben még a C kiegészítő kondenzátor bekapcsolására is szükség van. A gyújtóáramkör ilyenkor az egyenáramú ív begyújtására és szükség szerint annak fenntartására való.

A készülék szerkezete

A gerjesztőberendezés 560×820 mm alapterületű, 2100 mm magas alumíniumlemez borítású, hegesztett vaskeretben helyezkedik el, és görgőkön mozgatható. A készülék előlnézetét a 23. ábra, oldalnézetét levett ajtóval és a 3. ábra C1, L2 és R3 értékeit választó kapcsolókkal a 24. ábra, hátulnézetét pedig levett ajtóval a 25. ábra szemlélteti.

A 25. ábrát figyelve, megállapíthatjuk, hogy a gerjesztőberendezés alkotóelemei öt szinten helyezkednek el. A legelső szinten van a 3. ábra T2 transzformátora, az MD mágnes- és az AU automata kapcsolókkal. A még fennmaradó helyet és a következő szintet a C1 kondenzátorteleg elemi foglalják el. A középső szinten helyezkedik el a T1 toroid transzformátor, az ME, MX, MY és MW mágneskapcsolók, az L1 vasmagos fojtótekercs, az L2 önindukciós tekercs és a T3 fűtőtranszformátor a V1 és V2 csövekkel együtt. Alulról a negyedik szinten foglal helyet a gyújtóáramkör, mely külön keretben önállóan van elhelyezve és a készülékből kivethető. Ugyanezen a szinten helyezkedik el külön kivethető önálló egységként az impulzusgenerátor. A még fennmaradó helyen a katódsugár oszcilloszkóp van. Legfelső szinten van elhelyezve az R3 ellenállascsoport. Az R2 ellenállás a készülék tetején levő kiugró részben van.



26. ábra. A gyújtóáramkör

A 24. ábrán a legfelső választókapcsoló-csoport az R3 ellenállások, a középső csoport az L2 önindukció, a legelső csoport pedig a C1 kondenzátorteleg részeinek be- és kikapcsolására szolgál.

A készülék előlnézetén (23. ábra) látható elemek rendeltetése a következő. A felső részen helyezkedik el a 3. ábra AM és VM jelű áram- és feszültségmérője. Közvetlen közelükben hat jelzőlámpa van. Lefelé haladva a K5 kapcsoló működtető gombja következik. A közepen lejjebb következő három forgatógomb, valamint az ezek közelében levő két választókapcsoló az impul-

zuszgenerátorhoz tartozik. Az egyik forgatógomb a fázisállító potenciométeré (4. ábra R46), a másik a késleltetett jel fázisát állítja (4. ábra R33), a harmadik pedig a szikrázási, illetőleg ívelési gyakoriság beállítására szolgál (4. ábra K1). A két választókapcsoló közül az egyik a 4. ábra K2 kapcsolója, a másik a K3 jelválasztó.

Az impulzusgenerátor beállító elemeitől jobbra van a katódsugár oszcilloszkóp ernyője, körülötte az oszcilloszkóphoz tartozó 8 szabályozó gomb.

Lejjebb menve, a köralakú osztott tábla a forgató kerékkel a 3. ábra T1 toroid transzformátorához tartozik. A körülötte elhelyezkedő három kapcsológomb K1, K2 és ME (3. ábra) működtetésére szolgálnak. A K1 és K2 kapcsolók arra valók, hogy az iv-, illetőleg szikraáramkör és a gyújtóáramkör egymástól függetlenül is kapcsolhatók legyenek.

Az áramcsatlakozások előlről nézve a készülék baloldalán vannak. Ugyanitt van a K3 főkapcsoló is (3. ábra). A készülék üzemközbenei működtetése a K6 távkapcsolóval történik, amely az MD mágneskapcsoló D1 és D2 érintkezőit kapcsolja. Amint az a 3. ábrából megállapítható, a K3 főkapcsoló bekapcsolásával az összes csövek fűtése bekapcsolódik.

A 3. ábra gyújtóáramköre, mint már említettük, külön egységet képez és a készülékből kivethető. Általános elrendezését a 26. ábrán külön is bemutatjuk.

Néhány megjegyzés

Ha a kifestültségű kondenzált szikrát vagy szaggatott ívet a szokásos elrendezésű segédszikraközös szikragerjesztővel vezéreljük, az időegységre eső szikrák számát a hálózati periódusszám szabja meg. 50 periódusú hálózatot feltételezve, ilyen módon másodpercenként 100 szikránk lesz. Ha az ilyen vezérlő szikragerjesztő töltőáramkörébe egyenirányító diódát helyezünk, a másodpercenkénti szikrák száma az előbbi érték felére, 50-re csökkenthető. Valamelyest nagyobb a beállíthatósági lehetőség szinkron forgókapcsolós gyújtó-szikragerjesztőknél (10), ahol ha a fordulatszám kicsi, a forgókapcsoló ellenérintkezői számának változtatásával az időegységre eső gyújtások száma változtatható. Ezt azonban a beállítás nehézsége miatt ritkán használják. Körülményesen oldható meg ezeknél a készülékeknél a fázisállítás is, amire különösen kifestültségű szikrakeltésnél van szükség, sőt a fázisállítás a C1 kondenzátor kapacitásától függően, még változtatható kell, hogy legyen. Részben a felmelegedés okozta nehézségek kiküszöbölésére, részben pedig a vezérlés biztosítása végett, számos olyan gerjesztőberendezés készült, ahol ívgerjesztés közben szüneteket iktatnak be. A gerjesztés és szünet időtartamának viszonya oly módon változtatható, hogy az íváramkörbe, vagy a gyújtóáramkörbe, vagy mindkét helyre, rendszerint forgókapcsolókat iktatnak, melyeknek fordulatszáma változtatható. A szünetek alatt az elektródok lehülhetnek. Ezeknél a rendszereknél mindenkor az a helyzet, hogy az ívelés több félperióduson át tart, amit ugyancsak több félperióduson át tartó szünet követ. Ha az ívelési idő aránylag hosszú, az elektródok hőmérsékletingadozása nagymértékű. Az ilyen nagymértékű hőmérsékletingadozások egyes esetekben az elektródokon nemkívánt változásokat okoznak, amelyek az elemzési eredményeket hátrányosan befolyásolhatják. Ezzel szemben, ha az ívelési idő nagyon rövid, — csak periódusnyi nagyságrendű, — amit azután hosszabb-rövidebb szünet követ,

a nemszinkron történő kapcsolás miatt az ismételhetség hiányos lesz. Kivételt olyan berendezés képez, melynél a szaggatás szinkron meghajtással történik (9). Ha egyenletes, jól megismételhető, rövid ívelési időket tudunk biztosítani, melyek közé tetszőlegesen hosszú szünetek iktathatók, az elektródok hőmérsékletének ingadozása a legkisebb lesz. Az ismertetett elektronikus berendezés ezt a kívánalmat a legmesszebbmenően teljesíti. Segítségével egyenirányított, egyirányú és váltakozóirányú egyes ívek és szikrák állíthatók be, közöttük tetszőleges szünettel. Már magának az ívek vagy szikrák közötti szünetidőnek megfelelő beállításával is teljes mértékben biztosítható mind a vezérlés fenntarthatósága, mind pedig a káros felmelegedés elkerülése. Szerző tapasztalatai szerint erősen felhevült elektródoknál és erősen ionozott ívközben 2—4 periódusnyi szünetre van szükség ahhoz, hogy a vezérelhetőség biztonsággal még legnagyobb energiájú kisülések esetén is fennmaradjon. Ha ennél nagyobb gyakoriságú, nagyenergiájú szaggatott ívek és szikrák esetében is fenn akarjuk tartani a vezérelhetőséget, az ívnek illetve szikráknak vezérlés nélküli begyulása az elektródok tetszőleges hőmérséklete mellett is biztonsággal elkerülhető, ha az elektródokon az ív elalvása illetőleg a C1 kondenzátor kisülése után nincs feszültség. Feszültségmentesítés végett az íváramkörben alkalmazott mechanikai kapcsolók, az itt keletkező aránylag nagy áramerősségek miatt rosszul működnek, erősen elhasználódnak és csak szükségmegoldásnak tekinthetők. A feladat teljes mértékű megoldását jelenti a 3. ábra K5 kapcsolójának Y állása melletti kapcsolás (14. és 15. ábrákon látható egyszerűsített vázlatok), amikor a V2 cső bekapcsolt állapotban van és rácsa vezérelt. A C1 kondenzátor sarkán illetőleg az I ívközön most már csak azután lesz feszültség, miután a V2 csővön keresztül áramfolyás indul, ami csak a cső rácsára ható pozitív feszültségjel hatása folytán következik be. Ilyen módon, ha az ív kialudt, vagy a kondenzátor kisült, az I ívközön mindaddig nem lesz feszültség, amíg a vezérlő jel a V2 csövet nem nyitja.

Ezen kapcsolásnál felvett 16. és 17. ábrák oszcillogrammjairól még az alábbiakat kell megjegyezni. Mivel a 3. ábra C1 kondenzátorának feltöltődéséhez bizonyos időre van szükség, kisfeszültségű kondenzált szikragerjesztéskor nem vagyunk teljesen szabadok a szikrázási gyakoriság választásában, mert ha az elektródok melegek és a szikraköz nem eléggé deionozott, a szikraköz még a töltés befejezése előtt begyulhat. Teljesen szabadon választhatjuk azonban az ívelési gyakoriságot szaggatott ív esetében, mert akkor a 4. ábra K3 jelválasztó kapcsolójának 3 állásában, a V2 és V5 cső (3. ábra) egyidőben kapja a gyújtást eszközöz vezérlőjelet. Így teljesen mindegy, hogy az ív azért gyul be, mert az I ívközben a viszonyok olyanok, hogy az ív begyulása vezérlés nélkül is megtörténik, vagy pedig a begyulás csak a gyujtószikra segítségével történik azért, mert az ívek üteme és azok tartama minden körülmény között azonos. A 17c—f ábrák ilyen viszonyokat tüntetnek fel. Evvel a beállítással tehát egészen »eröltetett« ívelés érhető el a vezérlés teljes mértékű fenntartása mellett.

A felsorolt példák alapján meg lehet állapítani, hogy az elektronikus vezérlés ugyanannak a készüléknek sokkal több célra való felhasználását teszi lehetővé.

A leírt gerjesztőberendezés a kereskedelemben kapható szabványos elektronikus alkatrészekből készült.

IRODALOM

1. Pfeilsticker, K. : Spectrochim. Acta 1, 1940, 424.
2. Calker, J. és Maass, W. : Zs. ang. Phys. 4, 1952, 161.
3. Schmidt, R. : Rec. Trav. Chim. Pay-Bas 60, 1941, 378.
4. Schmidt, R. és Schuringa, A. : Rec. Trav. Chim. Pay-Bas 64, 1945, 349.
5. Hasler, M. F. és Dietert, H. W. : J. Opt. Soc. Am. 33, 1943, 218.
6. Bardócz, Á. : J. Opt. Soc. Am. 42, 1952, 357.
7. Bardócz, Á. : Spectrochim. Acta 5, 1953, 397.
8. Bardócz, Á. : Acta Physica Hungarica 2, 1953, 265.
9. Bückert, H. : Spectrochim. Acta 4, 1952, 525.
10. Sinclair, D. A. : J. Opt. Soc. Am. 38, 1948, 547.

Összefoglalás

A dolgozat elektronikus vezérlésű kifestésű szikra-, szaggatott ív- és egyenáramú ívkeltő berendezést ismertet. Az ív-, illetve szikraáramkör alapjában véve a szokott szerkezetű, de átkapcsolási lehetőségei vannak. Egyik kapcsolási állásban egyirányú és váltakozóirányú szikra és szaggatott ív, másik állásban egyenirányított szikra és szaggatott ív, harmadik állásban egyenirányított szikra és szaggatott ív, továbbá egyenáramú ív kelthető. A szikra és ív begyújtása újrendszerű elektronikus vezérlésű szikragerjesztő segítségével történik. A gyujtószikragerjesztőt változtatható rezgésszámú impulzusgenerátor vezérli. Ugyanez az impulzusgenerátor vezérli a második kapcsolási állásban az ív-, vagy szikraáramkör bekapcsolását végző thyatron-csővet is. Ennél a kapcsolási állásnál az ív-, vagy szikrakisülés megszűnése után az ívköz feszültségmentes. Az impulzusgenerátor rezgésszámának változásával igen különböző gerjesztési viszonyok létesíthetők.

FOLYADÉKNYOMÁSSAL TERHELT KETTŐSFALÚ SZIGETELT KÖRHENGERHÉJ BÉLÉSFALÁNAK ERŐTANI SZÁMÍTÁSA

CSONKA PÁL

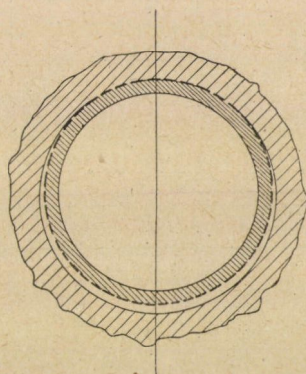
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[BUDAPESTI ÉPÍTŐIPARI MŰSZAKI EGYETEM SZILÁRDSÁGTANI TANSZÉKE]

[Beérkezett 1953 július 17-én]

Bevezetés

Ez a tanulmány külső folyadéknomás alatt álló kettősfalú, a külső és belső fal közt szigetelt körhengerhéj belső falának erőtani viselkedését tár-



1. ábra. Kettősfalú körhengerhéj

gyalja. A vizsgálat célja annak megállapítása, minő erők keletkeznek ilyfajta szerkezetek (alagutak, óvóhelyek) belső falában, ha a két fal — köpenyfal és bélésfal — közt pl. az utólag készülő bélésfal zsugorodása folytán hézag keletkezik, s a köpenyfalon átszűrődő folyadék nyomása a bélésfalat megemeli és fent a köpenyfalhoz szorítja (1. ábra).

A szóbanforgó szerkezetek erőjátékát a két héj közt keletkező hézag vastagsági méretén kívül a bélésfal külső átmérőjének nyomás-okozta csökkenése is számottevően befolyásolhatja. Ha a számítások során erre a körülményre is tekintettel akarunk lenni, akkor a feladat tárgyalására nem alkalmazhatjuk a görbetengelyű rudak szilárdságtanában szokásos egyszerű módszereket. Az említett módszerek ugyanis azt tételezik fel, hogy a rúdtengely hosszváltozása a derékerőkkel, görbületváltozása pedig a hajlítónyomatékokkal arányos, holott a valóságban a viszonyok nem ilyen egyszerűek. Ez a körülmény a fel-

adatnak a technikai rugalmasságtan módszereivel való pontosabb tárgyalását teszi szükségessé.

Számítási feltevések

A megoldandó feladatot az alábbiakban a következő feltevések keretében tárgyaljuk :

1. A körhengerhég tengelye vízszintes, hossza a keresztmetszeti méretekhez viszonyítva jelentős.

2. A köpenyfal belső, valamint a bélésfal külső határoló felülete a hég terheletlen állapotában pontos körhenger-felület. E két hengerfelület közül a külsőnek a sugara a belső sugaránál nagyobb.

3. A bélésfal vastagsága a hég terheletlen állapotában állandó s e vastagsági méret a bélésfal belső átmérőjéhez viszonyítva kicsiny.

4. A két fal közötti szigetelés vastagsága a hézeg vastagságához viszonyítva elenyésző kicsiny.

5. A köpenyfal anyaga merev, a bélésfal anyaga homogén, izotróp és tökéletesen rugalmas.

6. A bélésfalra jutó erők a héjtengely irányában állandók.

7. A bélésfal teljes egészében a folyadék-felszín alatt foglal helyet.

8. A köpenyfal és bélésfal érintkezési pontjaiban csak a bélésfalra merőleges erők, mégpedig csakis nyomóerők adódhatnak át.

9. A bélésfal pontjainak terhelés-okozta elmozdulásai a bélésfal vastagságához viszonyítva kicsinyek. Tengelyirányú elmozdulás nem jön létre.

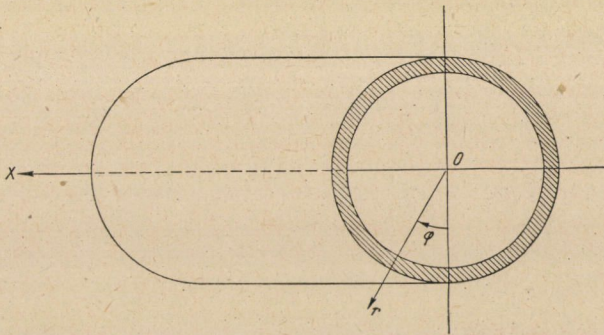
10. A bélésfal vastagsági méretét befolyásoló feszültségek oly kicsinyek, hogy a bélésfal vastagsági méretére gyakorolt hatásuk figyelmen kívül hagyható.

11. A bélésfal azon pontjai, melyek a szerkezet terheletlen állapotában a bélésfal középfelületére merőleges közös egyenesen foglaltak helyet, az alakváltozás után is közös egyenesen helyezkednek el s e az egyenes az alakváltozást szenvedett bélésfal középfelületére merőleges helyzetű.

12. A nyíróerőknek a bélésfal alakváltozására gyakorolt hatása a derék-erőknek és a hajlítónyomatékoknak az alakváltozásra kifejtett hatásával szemben elhanyagolható.

Az alkalmazandó koordinátarendszer

Vizsgálatainkat a 2. ábrán feltüntetett $O(x, \varphi, r)$ hengeres koordinátarendszerben végezzük. Ennek x tengelyéül a bélésfal tengelyét, kezdő irányul pedig a függőlegesen lefelé mutató sugárirányt választjuk.



2. ábra. Az $O(x, \varphi, r)$ koordináta-rendszer

A φ irányszöveget a pozitív x tengelyág irányában szemlélve az óramutató forgás-irányával megegyező irányban mérjük.

Jelölések:

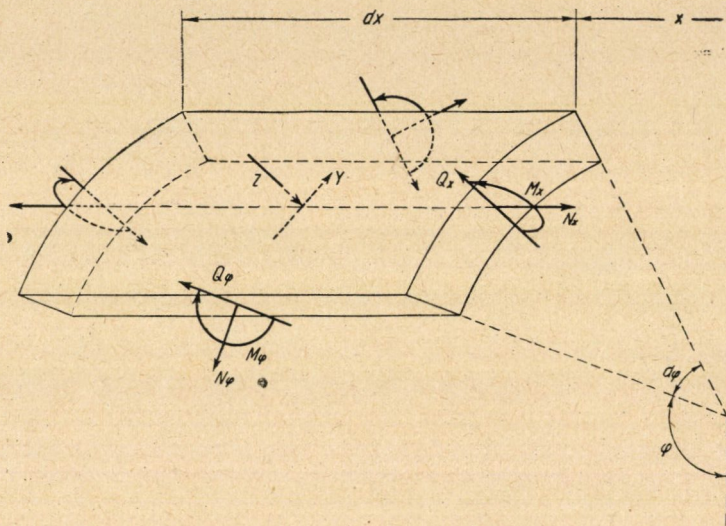
- a = a bélésfal középfelületének sugara;
- b = a bélésfal külső felületének sugara;
- c = a köpenyfal belső felületének sugara;
- δ = a bélésfal vastagsága;
- e = $c - b$, hézagvastagság;
- h = a folyadék felszínének a héj tengelyétől való távolsága;
- v = a bélésfal középfelületi pontjainak ívirányú elmozdulása; növekvő φ irányban történő elmozdulás esetén pozitív;
- w = a bélésfal középfelületi pontjainak sugárirányú elmozdulása; kifelé való elmozdulás esetén pozitív;
- γ = a bélésfalat terhelő folyadék térfogatsúlya;
- f = a bélésfalat terhelő folyadék nyomása, a középfelület területegységére vonatkoztatva;
- F = a köröskörül folyadéknyomással terhelt bélésfalra jutó felhajtóerőnek a bélésfal saját súlyával csökkentett értéke;
- g = a bélésfal saját súlya; a középfelület felszínegységére vonatkoztatott fajlagos érték;
- Y = a bélésfalra jutó ívirányú fajlagos teher; ez a fajlagos teherérték a középfelület felszínegységére van vonatkoztatva, s akkor pozitív, ha nyíla a φ szög növekedését jelző nyíl irányával egyezik;
- Z = a bélésfalra jutó sugárirányú fajlagos teher; ez a fajlagos teherérték a középfelület felszínegységére van vonatkoztatva, s akkor pozitív, ha nyíla befelé irányul;
- M_x = a bélésfal keresztmetszeteire működő fajlagos hajlítónyomaték; ez a fajlagos érték a középfelület íveinek hosszegységére van vonatkoztatva, s akkor pozitív, ha hatására a héj belső felületén keletkezik húzás;
- M_φ = a bélésfal hosszmetzeteire működő fajlagos hajlítónyomaték; ez a fajlagos érték a középfelület alkotóinak hosszegységére van vonatkoztatva, s akkor pozitív, ha hatására a héj belső felületén keletkezik húzás;
- N_x = a bélésfal keresztmetszeteire működő fajlagos derékerő; ez az erőérték a középfelület íveinek hosszegységére van vonatkoztatva, s akkor pozitív, ha hatására a héjfalban húzás keletkezik;
- N_φ = a bélésfal hosszmetzeteire működő fajlagos derékerő; ez az erőérték a középfelület alkotóinak hosszegységére van vonatkoztatva, s akkor pozitív, ha hatására a héjfalban húzás keletkezik;
- Q_x = a bélésfal keresztmetszeteire működő sugárirányú fajlagos nyíróerő; ez a fajlagos erőérték a középfelület íveinek hosszegységére van vonatkoztatva, s akkor pozitív, ha nyíla a pozitív x külső normálisú keresztmetszeteken befelé irányul;
- Q_φ = a bélésfal hosszmetzeteire működő sugárirányú fajlagos nyíróerő; ez a fajlagos erőérték a középfelület alkotóinak hosszegységére van vonatkoztatva, s akkor pozitív, ha a φ szög növekedése irányába mutató külső normálissal bíró hosszmetzeten befelé irányul;

- E = a bélésfal anyagának rugalmassági tényezője ;
 m = a bélésfal anyagának Poisson-féle tényezője ;
 $\mu = 1/m$;
 D = a bélésfal anyagának nyújtási merevsége :

$$D = \frac{E\delta}{1 - \mu^2} ;$$

- K = a bélésfal anyagának hajlítási merevsége :

$$K = \frac{E\delta^3}{12(1 - \mu^2)} ;$$



3. ábra. A külső és belső erők

- k = merevségi szám :

$$k = \frac{K}{Da^2} = \frac{\delta^2}{12a^2} ;$$

- c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 = integrálási állandók.

Az alkalmazandó egyéb jelöléseket illetően a későbbiek adnak felvilágosítást.

A feladat alapegyenletei

A vizsgálandó szerkezet egyszerű körhengerháj s így tárgyalásainkhoz a technikai rugalmasságtannak a hajlításra igénybevett körhengerhájakra vonatkozó összefüggései készen átvehetők [1], [2]. Ezek az összefüggések esetünkben lényegesen egyszerűsödnek, hiszen a hég feszültségi és alakváltozási viszonyai az x koordinátától függetlenek.

A szóbanforgó egyszerű esetben a héjelem egyensúlyi egyenletei:

$$\frac{dN_{\varphi}}{d\varphi} - Q_{\varphi} + aY = 0, \quad (1)$$

$$\frac{dQ_{\varphi}}{d\varphi} + N_{\varphi} + aZ = 0, \quad (2)$$

$$\frac{dM_{\varphi}}{d\varphi} - aQ_{\varphi} = 0. \quad (3)$$

Az utolsó egyenlet szerint

$$Q_{\varphi} = \frac{1}{a} \cdot \frac{dM_{\varphi}}{d\varphi}. \quad (3a)$$

Ha ezt az összefüggést az első két egyenletbe betesszük, a vizsgált héjelem egyensúlyi egyenleteit a következő ismert alakban kapjuk:

$$a \frac{dN_{\varphi}}{d\varphi} - \frac{dM_{\varphi}}{d\varphi} + Y a^2 = 0, \quad (4)$$

$$aN_{\varphi} + \frac{d^2M_{\varphi}}{d\varphi^2} + Za^2 = 0. \quad (5)$$

Esetünkben egyszerűen alakulnak a belső erők képletei is:

$$N_{\varphi} = \frac{D}{a} \left(\frac{dv}{d\varphi} + w \right) + \frac{K}{a^3} \left(w + \frac{d^2w}{d\varphi^2} \right), \quad (6)$$

$$N_x = \frac{D}{a} \mu \left(\frac{dv}{d\varphi} + w \right), \quad (7)$$

$$M_{\varphi} = \frac{K}{a^2} \left(w + \frac{d^2w}{d\varphi^2} \right), \quad (8)$$

$$M_x = \frac{K}{a^2} \mu \left(\frac{d^2w}{d\varphi^2} - \frac{dv}{d\varphi} \right). \quad (9)$$

Ezeket az értékeket a (4) illetve (5) alatti képletekbe betéve, az elmozdulásalkotókra a következő ismert differenciálegyenleteket kapjuk:

$$\frac{d^2v}{d\varphi^2} + \frac{dw}{d\varphi} + \frac{Ya^2}{D} = 0, \quad (10)$$

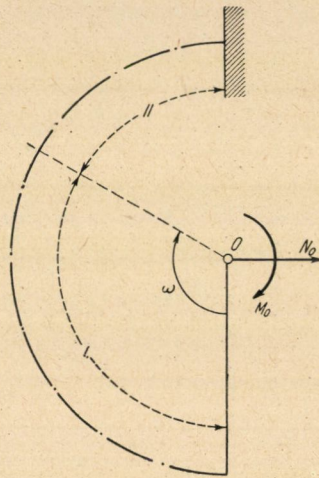
$$\frac{dv}{d\varphi} + w + \frac{K}{Da^2} \left(w + 2 \frac{d^2w}{d\varphi^2} + \frac{d^4w}{d\varphi^4} \right) + \frac{Za^2}{D} = 0. \quad (11)$$

Ha M_φ és N_φ értékét már ismerjük, akkor a többi belső erőt már egyszerűen számíthatjuk. A (6) képletet u. i. a (8) alattiakra tekintettel

$$N_\varphi = \frac{D}{a} \left(\frac{dv}{d\varphi} + w \right) + \frac{M_\varphi}{a} \quad (6a)$$

alakban írhatjuk s ha ebből $dv/d\varphi$ értékét kifejezzük s azt a (7) képletbe bevisszük, a következő összefüggést kapjuk :

$$N_x = \mu \left(N_\varphi - \frac{M_\varphi}{a} \right). \quad (7a)$$



4. ábra. A vizsgálandó héjrészek

Ha viszont a (9) képletben $d^2w/d\varphi^2$, illetve $dv/d\varphi$ helyébe a (8), illetve (6a) alattiakból számítható értékeket helyettesítjük be, a

$$K = Da^2 k$$

összefüggés figyelembevételével az alábbi eredményre jutunk :

$$M_x = \mu [(1 + k) M_\varphi - k a N_\varphi]. \quad (9a)$$

A vizsgálandó héjrész

Vizsgálataink során — a fennforgó szimmetria miatt — elégséges a béléfal egyoldali

$$0 < \varphi \leq \pi$$

felével foglalkozunk. Ezt a héjrészt a héj többi részétől függetlenül oly szerkezetnek tekintjük, mely fent mereven be van fogva. E szerkezet alsó peremén a szomszédos részekkel való összefüggést biztosító belső erőket külső erőkkel, nevezetesen az O középpontba áthelyezett M_0 erőpárral és N_0 vízszintes erővel pótoljuk (4. ábra).

A vizsgálandó héjrészen két különböző szakaszt különböztetünk meg. Azt a héjszakaszt, mely nem érintkezik a köpenyfallal, *I jelű héjszakasznak*, azt a héjszakaszt pedig, mely a folyadéknomás hatására a köpenyfalhoz simul, *II jelű héjszakasznak* nevezzük. E két héjszakasz középfelületét a

$$\varphi = \omega \neq 0$$

alkotó határolja el egymástól.

A következőkben az I illetve II jelű héjszakaszra vonatkozó értékeket I illetve II fejjindexszel különböztetjük meg egymástól.

Az I jelű héjszakasz vizsgálata

A héj I jelű szakaszát a g önsúly, valamint a bélésfal külső felületére ható f folyadéknomás terheli. Utóbbinak értéke (5. ábra) a héj külső felületén

$$\gamma(h + b \cos \psi),$$

úgyhogy a héj középfelületére vonatkoztatott fajlagos nyomás

$$f = \gamma \frac{b}{a} (h + b \cos \psi). \quad (12)$$

Egyszerűen számíthatók a belső erők is:

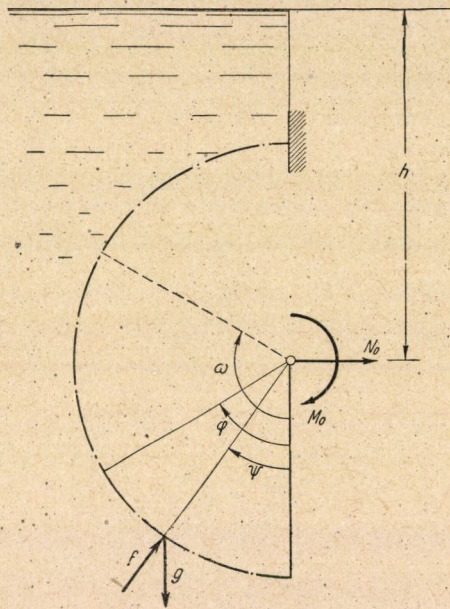
$$N_{\varphi}^I = N_0 \cos \varphi + \int_0^{\varphi} g a \sin \varphi \, d\psi - \int_0^{\varphi} f a \sin (\varphi - \psi) \cdot d\psi,$$

$$M_{\varphi}^I = M_0 + N_0 a \cos \varphi + \int_0^{\varphi} g a^2 (\sin \varphi - \sin \psi) \cdot d\psi - \int_0^{\varphi} f a^2 \sin (\varphi - \psi) \cdot d\psi.$$

Behelyettesítve f értékét s az integrálást elvégezve

$$N_{\varphi}^I = N_0 \cos \varphi + ga \sin \varphi \cdot [\psi]_0^{\varphi} - \\ - \gamma bh [\cos(\varphi - \psi)]_0^{\varphi} - \gamma \frac{b^2}{2} [\psi \sin \varphi + \sin \psi \cdot \sin(\varphi - \psi)]_0^{\varphi},$$

$$M_{\varphi}^I = M_0 + N_0 a \cos \varphi + ga^2 [\psi \sin \varphi + \cos \psi]_0^{\varphi} - \\ - \gamma abh [\cos(\varphi - \psi)]_0^{\varphi} - \gamma \frac{ab^2}{2} [\psi \sin \varphi + \sin \psi \cdot \sin(\varphi - \psi)]_0^{\varphi}.$$



5. ábra. Az I jelű héjszakaszra ható külső erők

Innen az

$$\left. \begin{aligned} A &\equiv \gamma abh + ga^2 \\ B &\equiv \gamma \frac{ab^2}{2} - ga^2 \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

jelöléssel

$$\left. \begin{aligned} N_{\varphi}^I &= -\gamma bh + (N_0 + \gamma bh) \cos \varphi - \frac{B}{a} \varphi \sin \varphi \\ M_{\varphi}^I &= (M_0 - A) + (N_0 a + A) \cos \varphi - B \varphi \sin \varphi \end{aligned} \right\}, \quad (14)$$

a (3a) alattiak szerint pedig

$$Q_{\varphi}^I = \frac{1}{a} [-(N_0 a + A) \sin \varphi - B(\varphi \cos \varphi + \sin \varphi)]. \quad (14a)$$

M_{φ} értékét ismervén, a középfelület pontjainak sugárirányú w^I elmozdulását a (8) alattiak alapján felírható

$$w^I + \frac{d^2 w^I}{d\varphi^2} = \frac{a^2}{K} M_{\varphi} \quad (15)$$

differenciálegyenlet segítségével határozhatjuk meg. E differenciálegyenlet általános megoldása:

$$w^I = \frac{a^2}{K} \left[\sin \varphi \int M_{\varphi}^I \cos \varphi \cdot d\varphi - \cos \varphi \int M_{\varphi}^I \sin \varphi \cdot d\varphi \right].$$

Behelyettesítvén M_{φ}^I értékét, s az integrálást végrehajtva:

$$w^I = \frac{a^2}{K} \left[(M_0 - A) + \frac{N_0 a + A}{2} \varphi \sin \varphi + \frac{B}{4} (\varphi^2 \cos \varphi - \varphi \sin \varphi) + c_1 \sin \varphi - c_2 \cos \varphi \right]. \quad (16)$$

A középfelület pontjainak ívirányú v^I elmozdulásait a (6a) egyenlet segítségével állapíthatjuk meg. Ezen egyenlet szerint

$$N_{\varphi}^I = \frac{D}{a} \left(\frac{dv^I}{d\varphi} + w^I \right) + \frac{M_{\varphi}^I}{a}, \quad (17)$$

illetve

$$\frac{dv^I}{d\varphi} = \frac{1}{D} (aN_{\varphi}^I - M_{\varphi}^I) - w^I. \quad (18)$$

Ha ide N_{φ}^I , M_{φ}^I illetve w^I korábbi értékeit betesszük, egyszerűsítés után a

$$\begin{aligned} \frac{dv^I}{d\varphi} = \frac{1}{D} & \left[\frac{1}{a} M_0 + ga^2 (1 - \cos \varphi) \right] - \\ & - \frac{a^2}{K} \left[(M_0 - A) + \frac{N_0 a + A}{2} \varphi \sin \varphi \right] - \\ & - \frac{a^2}{K} \left[\frac{B}{4} (\varphi^2 \cos \varphi - \varphi \sin \varphi) + c_1 \sin \varphi - c_2 \cos \varphi \right] \end{aligned}$$

összefüggést kapjuk. Innen integrálás után

$$\begin{aligned}
 v^I &= \frac{1}{D} \left[-M_0 \varphi + ga^2 (\varphi - \sin \varphi) \right] - \\
 &\quad - \frac{a^2}{K} \left[(M_0 - A) \varphi + \frac{N_0 a + A}{2} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \right] - \\
 &\quad - \frac{a^2}{K} \left[\frac{B}{4} (\varphi^2 \sin \varphi + 3\varphi \cos \varphi - 3 \sin \varphi) \right] - \\
 &\quad - \frac{a^2}{K} \left[-c_1 \cos \varphi - c_2 \sin \varphi \right] + c_3.
 \end{aligned} \tag{19}$$

A II jelű héjszakasz vizsgálata

A II jelű héjszakaszon feltevéseink szerint a bélésfal mindenütt érintkezik a köpenyfallal. Itt a bélésfal középfelületének *sugárirányú elmozdulása* eleve ismeretes

$$w^{II} = e, \tag{20}$$

az *ívirányú elmozdulás* meghatározására pedig a (10)-jelű differenciálegyenlet használható fel. Ezen egyenlet szerint

$$\frac{d^2 v^{II}}{d\varphi^2} = -\frac{dw^{II}}{d\varphi} - \frac{Y^{II} a^2}{D}.$$

Mínthogy a II héjszakaszon ívirányú erő csak a héj önsúlyából származik, nevezetesen

$$Y^{II} = -g \sin \varphi,$$

s mivel itt

$$\frac{dw^{II}}{d\varphi} = 0,$$

az előbbi differenciálegyenlet ekként írható:

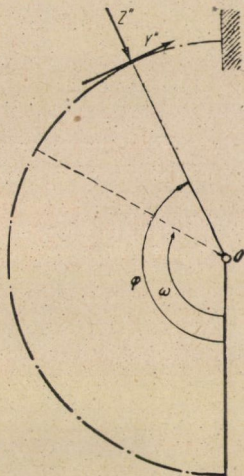
$$\frac{d^2 v^{II}}{d\varphi^2} = \frac{a^2}{D} g \sin \varphi.$$

Innen kétszeri integrálás után

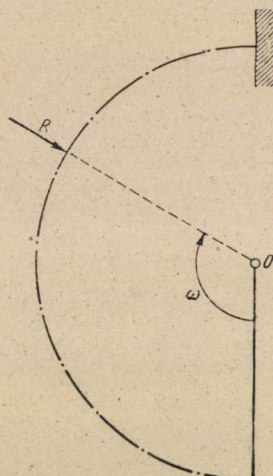
$$v^{II} = -\frac{a^2}{D} g \sin \varphi + c_4 \varphi + c_5. \tag{21}$$

Ismervén a v^{II} , w^{II} elmozdulásfüggvényeket, a *belső erők* képleteit is azonnal megadhatjuk. A (8), illetve (6a) összefüggés szerint u. i.

$$\left. \begin{aligned} N_{\varphi}^{\text{II}} &= -ga \cos \varphi + \frac{D}{a} [c_4 + (1+k)e] \\ M_{\varphi}^{\text{II}} &= \frac{K}{a^2} e \end{aligned} \right\}, \quad (22)$$



6. ábra. A II jelű héjszakaszra ható külső erők



7. ábra. Az I és II jelű héjszakaszok csatlakozási helyén ható összpontos külső erő

a (3a) jelű összefüggés alapján pedig

$$Q_{\varphi}^{\text{II}} = 0. \quad (22a)$$

Könnyen meghatározhatók a II jelű héjszakaszra jutó *külső erők* is (6. ábra). Az ív irányú fajlagos külső erő, mint tudjuk

$$Y^{\text{II}} = -g \sin \varphi, \quad (23)$$

a sugárirányú fajlagos külső erő pedig az (5) összefüggésből számítható:

$$Z^{\text{II}} = g \cos \varphi - \frac{D}{a^2} [c_4 + (1+k)e] = -\frac{N_{\varphi}^{\text{II}}}{a}. \quad (24)$$

E megoszló sugárirányú erőkn kívül az I és II jelű héjszakaszok határvonalán vagyis a $\varphi = \omega$ helyen a héjra sugárirányú R összpontos erő is hat (7. ábra).

Mint hogy a (22a) alattiak szerint a II jelű héjszakaszon

$$Q_{\varphi}^{II} = 0,$$

így az R erő a $\varphi = \omega$ helyen vett Q_{φ}^I erővel egyezik:

$$R = Q_{\varphi}^I(\omega).$$

Innen a (14a) alattiak figyelembevételével

$$R = -\frac{1}{a} \cdot \left[(N_0 a + A) \sin \omega + B(\omega \cos \omega + \sin \omega) \right]. \quad (25)$$

A feladat kezdeti feltételei

Az I és II jelű héjszakaszra vonatkozó előző képletekben összesen 8 ismeretlen érték szerepel:

$$M_0, N_0, \omega, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5.$$

E 8 ismeretlen érték meghatározására 8 kezdeti feltétel áll rendelkezésünkre, úgymint:

I. $\frac{dw^I(0)}{d} = 0;$	II. $v^I(0) = 0;$
III. $v^{II}(\pi) = 0;$	IV. $M_{\varphi}^I(\omega) = M_{\varphi}^{II}(\omega);$
V. $w^I(\omega) = w^{II}(\omega);$	VI. $\frac{dw^I(\omega)}{d\varphi} = \frac{dw^{II}(\omega)}{d\varphi};$
VII. $N_{\varphi}^I(\omega) = N_{\varphi}^{II}(\omega);$	VIII. $v^I(\omega) = v^{II}(\omega).$

A feladat megoldása

Az ismeretlenek meghatározására a kezdeti feltételeket kifejező fenti egyenletekbe sorra be kell tennünk az I illetve II jelű héjszakaszra imént levezetett értékeket. Ez alkalommal az első három feltétel-egyenlethől a

$$c_1 = 0, \quad c_3 = 0, \quad c_5 = -c_4 \pi \quad (36)$$

eredményhez, a IV. feltételből pedig az

$$(M_0 - A) = \frac{K}{a^2} e - (N_0 a + A) \cos \omega + B \omega \sin \omega \quad (27)$$

összefüggéshez jutunk.

Most az V. és VI. kezdeti feltételt vesszük sorra. Ezek az ismert értékek behelyettesítése után a következő kapcsolatokat állapítják meg:

$$\begin{aligned} \frac{N_0 a + A}{2} (\omega \sin \omega - 2 \cos \omega) + \\ + \frac{B}{4} (\omega^2 \cos \omega + 3\omega \sin \omega) - c_2 \cos \omega = 0, \\ \frac{N_0 a + A}{2} (\omega \cos \omega + \sin \omega) + \\ + \frac{B}{4} (-\omega^2 \sin \omega + \omega \cos \omega - \sin \omega) + c_2 \sin \omega = 0. \end{aligned}$$

A fenti két egyenletből

$$\left. \begin{aligned} N_0 a + A &= -\frac{B}{2} \left(\frac{2\omega \sin^2 \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} + 1 \right), \\ c_2 &= \frac{B}{4} \left(\frac{\omega^3 + \omega^2 \sin \omega \cos \omega + 2\omega \sin^2 \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} + 2 \right). \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Ezután a VII. feltételt írjuk fel. Ez a (14) és (22) alattiak behelyettesítésével így írható:

$$-\gamma abh + (N_0 a + \gamma abh) \cos \omega - B \omega \sin \omega = -ga^2 \cos \omega + D [c_4 + (1+k)e].$$

Innen a (13) alattiak felhasználásával

$$c_4 = \frac{1}{D} [-\gamma abh + (N_0 a + A) \cos \omega - B \omega \sin \omega] - (1+k)e,$$

illetve a (28) alatti első egyenlet figyelembevételével

$$\begin{aligned} c_4 = \frac{1}{D} \left[-\gamma abh - \frac{B}{2} \left(\frac{2\omega \sin^2 \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} + 1 \right) \cos \omega - B \omega \sin \omega \right] - \\ - (1+k)e. \end{aligned}$$

Ebből némi átalakítással

$$c_4 = \frac{1}{D} \left[-\gamma abh - \frac{B}{2} \left(\frac{2\omega^2 \sin \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} + \cos \omega \right) \right] - (1+k)e. \quad (29)$$

Végül rátérhetünk a VIII. feltétel kiaknázására. Ez a (19) és (21) alattiak behelyettesítésével némi rendezés után így írható:

$$\begin{aligned} \frac{1}{D} [-M_0\omega + ga^2\omega] + \frac{a^2}{K} [-(M_0 - A)\omega] + \\ + \frac{a^2}{K} \left[-\frac{N_0 a + A}{2} (\sin \omega - \omega \cos \omega) \right] + \\ + \frac{a^2}{K} \left[\frac{B}{4} (\omega^2 \sin \omega + 3\omega \cos \omega - 3 \sin \omega) \right] + \\ + \frac{a^2}{K} [-c_1 \cos \omega - c_2 \sin \omega] + c_3 - c_4 \omega - c_5 = 0. \end{aligned}$$

Ha ebbe az egyenletbe a (26), (27) és (28) alattiakat bevisszük, azt találjuk, hogy

$$\begin{aligned} \frac{B}{2D} \left[\frac{2\omega^3 \sin \omega - 2\omega^2 \sin \omega \cos \omega - 2\omega^2 \pi \sin \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} - 2\omega^2 \sin \omega - \pi \cos \omega \right] + \\ + \frac{a^2 B}{4K} \left[\frac{\omega^3 \sin \omega - 5\omega^2 \sin^2 \omega \cos \omega + 4\omega \sin^3 \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} - \right. \\ \left. - 5\omega^2 \sin \omega - 6\omega \cos \omega + 6 \sin \omega \right] = (1 + k)\pi e + \gamma \frac{\pi abh}{D}. \end{aligned}$$

Innen

$$\begin{aligned} -\frac{B}{2D} \left[\frac{2\omega^2 \pi \sin \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} + \pi \cos \omega \right] - \frac{a^2 B}{2K} \left[\frac{2\omega^3 \sin \omega - 2\omega \sin^3 \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} \right] - \\ - \frac{a^2 B}{2K} \left[\frac{3\omega^2 \cos \omega - 3\omega \sin \omega - 3\omega \sin \omega \cos^2 \omega + 3 \sin^2 \omega \cos \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} \right] = \\ = (1 + k)\pi e + \gamma \pi \frac{abh}{D}, \end{aligned}$$

illetve összevonás után

$$\begin{aligned} -\frac{B\pi}{2D} \left[\frac{2\omega^2 \sin \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} + \cos \omega \right] - \\ - \frac{a^2 B}{2K} \left[\frac{2\omega^3 \sin \omega - 2\omega \sin^3 \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} \right] - \\ - \frac{a^2 B}{2K} [3(\omega \cos \omega - \sin \omega)] = \\ = (1 + k)\pi e + \gamma \pi \frac{abh}{D}. \end{aligned}$$

Ezek szerint

$$(1+k)e = \frac{a^2 B}{2K\pi} \Omega_1 - \gamma \frac{abh}{D} - \frac{B}{2D} \Omega_2, \quad (30)$$

ahol Ω_1 és Ω_2 csupán az ω határszögtől függő értékek:

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 &\equiv -\frac{2\omega^3 \sin \omega - 2\omega \sin^3 \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} - 3(\omega \cos \omega - \sin \omega) \\ \Omega_2 &\equiv \frac{2\omega^2 \sin \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} + \cos \omega \end{aligned} \right\} (30a)$$

Az ω szöget ismervén, a belső erők (14) illetve (22) alatti képletei a (26)–(30) összefüggések figyelembevételével, valamint az

$$\Omega_3 \equiv \frac{2\omega \sin^2 \omega}{\omega - \sin \omega \cos \omega} + 1 \quad (30b)$$

jelöléssel végeredményben így írhatók:

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi^I &= -\gamma bh - \frac{B}{2a} \left[\Omega_3 \cos \varphi + 2\varphi \sin \varphi \right] - ga \cos \varphi \\ N_\varphi^{II} &= -\gamma bh - \frac{B}{2a} \left[\Omega_3 \cos \omega + 2\omega \sin \omega \right] - ga \cos \varphi \\ M_\varphi^I &= \frac{B}{2} \left[-\Omega_3 (\cos \varphi - \cos \omega) + 2(\omega \sin \omega - \varphi \sin \varphi) \right] + \frac{K}{a^2} e \\ M_\varphi^{II} &= \frac{K}{a^2} e \end{aligned} \right\} (31)$$

Ezen értékek birtokában az N_x^I , N_x^{II} , Q_φ^I , Q_φ^{II} , M_x^I , M_x^{II} belső erők a (7a), (3a) illetve (9a) képletekkel már számíthatók, a Z^{II} illetve R értékek meghatározására pedig a (24) illetve (25) képletek szolgálhatnak. Ezekből

$$Z^{II} = \gamma \frac{bh}{a} + \frac{B}{2a^2} (\Omega_3 \cos \omega + 2\omega \sin \omega) + g \cos \varphi,$$

illetve

$$Z^{II} = \gamma \frac{bh}{a} + \frac{B}{2a^2} \Omega_2 + g \cos \varphi, \quad (32)$$

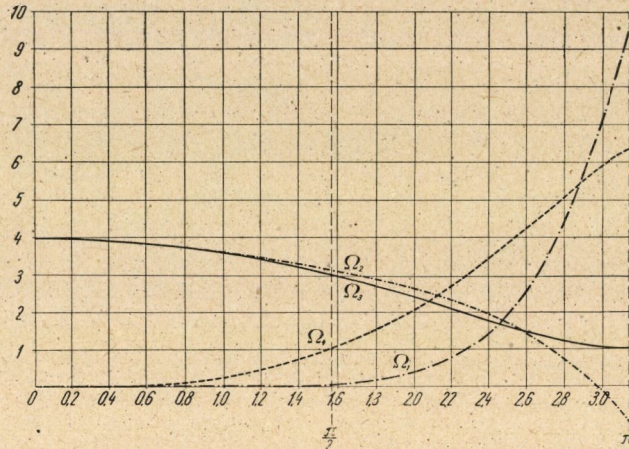
és

$$R = \frac{B}{2a} \Omega_4, \quad (33)$$

ahol

$$\Omega_4 \equiv \Omega_3 \sin \omega - 2(\omega \cos \omega + \sin \omega). \quad (34)$$

Az Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 és Ω_4 tényezőknek különböző ω határszögekhez tartozó értékeit a 8. ábra tünteti fel. E tényezők egyes számértékeit az I. táblázat tartalmazza.



8. ábra. Az Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 , Ω_4 értékek, mint az ω szög függvényei

I. TÁBLÁZAT
Az Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 , Ω_4 tényezők értékei

a	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4
0	0	4,000 00	4,000 00	0
0,2	0,000 00	3,985 17	3,985 06	0,002 34
0,4	0,000 02	3,936 81	3,935 98	0,017 06
0,6	0,000 04	3,859 68	3,855 51	0,057 29
0,8	0,000 56	3,755 32	3,742 66	0,135 38
1,0	0,002 62	3,626 25	3,596 74	0,263 01
1,2	0,009 55	3,475 40	3,417 90	0,451 92
1,4	0,028 61	3,304 21	3,206 17	0,712 70
$\pi/2$	0,065 20	3,141 59	3,000 00	1,000 00
1,6	0,074 42	3,112 11	2,962 48	1,055 51
1,8	0,173 66	2,894 89	2,689 14	1,489 04
2,0	0,372 04	2,642 41	2,390 57	2,019 67
2,2	0,744 00	2,336 34	2,074 99	2,649 94
2,4	1,402 04	1,947 59	1,755 67	3,374 43
2,6	2,507 02	1,434 42	1,454 30	4,174 52
2,8	4,266 66	0,743 68	1,201 70	5,009 01
3,0	6,912 92	-0,180 95	1,038 06	5,804 19
π	9,424 78	-1,000 00	1,000 00	6,283 18

Érvényességi korlátozások

Feladatunk megoldása során meg kell vizsgálnunk, vajjon képleteink mindenben megfelelnek-e azoknak a kikötéseknek, melyeket bevezetőnkben a feladatra nézve tettünk.

Bevezetésünkben feltételeztük, hogy a folyadéknomás a bélésfalat megemeli, tehát fent a köpenyfalhoz szorítja. Ezek szerint a felhajtóerőnek a bélésfal saját súlyával csökkentett értéke nem lehet negatív:

$$\gamma b^2 \pi - 2ga \pi \geq 0.$$

Ebből a kikötésből a (13) alattiak szerint a B tényezőre a

$$B \geq 0. \quad (35)$$

feltétel adódik. Képleteink tehát csak akkor érvényesek, ha ez a feltétel teljesül.

A tárgyalásból kirekesztett $B < 0$ esetben a bélésfal alul támaszkodik a köpenyfalra. Ez az eset lényegében véve az általunk fent tárgyalt esethez hasonlóan lenne tárgyalható, de megoldásával itt nem foglalkozunk.

Képleteink érvényességének további feltétele, hogy a (30) képletből az ω határszögre π -nél kisebb érték adódjék ki. Ilyenkor

$$\Omega_1 < 3\pi, \quad \Omega_2 > -1,$$

úgyhogy a (30) képlet alapján az e hézag vastagságra a következő egyenlőtlenség írható:

$$(1+k)e < \frac{3a^2B}{2K} - \frac{\gamma abh}{D} + \frac{B}{2D}. \quad (36)$$

Előző képleteink csak addig érvényesek, amíg ez a feltétel is teljesedik.

Az ellenkező esetben, vagyis akkor, ha

$$(1+k)e \geq \frac{3a^2B}{2K} - \frac{\gamma abh}{D} + \frac{B}{2D},$$

a bélésfal csupán csak egyetlenegy alkotó mentén, mégpedig a záradékvonalnál támaszkodik a köpenyfalhoz (9. ábra). Ilyenkor a II szakaszra levezetett képletek érvényüket veszítik, az I szakaszra levezetett képletek pedig csak akkor alkalmazhatók, ha a bennük előforduló e érték helyébe a határhelyzetnek megfelelő

$$e_0 = \frac{1}{1+k} \left[\frac{3a^2B}{2K} - \frac{\gamma abh}{D} + \frac{B}{2D} \right] \quad (37)$$

értéket helyettesítjük be.

Képleteinknek természetesen a bevezetésben említett azon feltételnek is meg kell felelniök, hogy a bélésfal és köpenyfal csak nyomóerőket adhatnak át egymásra. Ezt a követelményt a

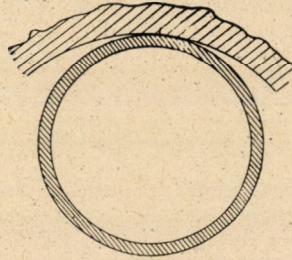
$$Z^{II} \cong 0, \quad (38)$$

$$R \cong 0. \quad (39)$$

feltételekkel fejezhetjük ki.

A (38) feltétel szempontjából a (32) egyenlet értelmében a helyzet a $\varphi = \pi$ helyen a legkényesebb. Itt a (38) feltétel

$$Z^{II} \cong \gamma \frac{bh}{a} + \frac{B}{2a^2} \Omega_2 - g \cong 0,$$



9. ábra. A bélésfal csak egyetlenegy alkotó mentén támaszkodik a köpenyfalhoz

illetve

$$\Omega_2 \cong -\frac{2}{B} (\gamma abh - ga^2) \quad (40)$$

alakban írható. Minthogy a (35) alattiak szerint

$$\gamma \frac{ab^2}{2} - ga^2 = B \cong 0,$$

viszont az általunk tárgyalt $h > b$ esetben

$$\gamma abh - ga^2 > \gamma \frac{ab^2}{2} - ga^2,$$

tehát

$$\gamma abh - ga^2 > B.$$

Így, ha a (40) képletben a zárójeles kifejezés helyébe B -t írunk, feltételünket okvetlenül kielégítjük:

$$\Omega_2 > -2. \quad (41)$$

Ámde a $0 \leq \omega \leq r$ szakaszon (8. ábra)

$$\varphi_2 \geq -1,$$

tehát a vizsgálati tartományban még a ténylegesnél szigorúbb (41) feltétel is okvetlenül teljesedik. Ezek szerint a Z'' erő kikötésünkkel egyezően mindenkor nyomóerő.

Végül már csak a (39) feltétellel kell foglalkoznunk. E feltételt a (33) alattiakra tekintettel

$$\frac{B}{2a} \Omega_4 \cong 0 \quad (42)$$

alakban írhatjuk. Ámde (35) szerint B nem lehet negatív s hasonló a helyzet a $0 \leq \omega \leq r$ szakaszon Ω_4 esetében is (8. ábra). Ezért a (42) feltétel mindenkor eleve teljesedik. Végeredményként megállapíthatjuk tehát, hogy kikötésünknek megfelelőleg R szintén mindenkor nyomóerő.

Szám példa

Alkalmazzuk képleteinket $h = 25$ m magas vízoszlop nyomása alatt álló $a = 3,0$ m középsugarú vasbeton bélésfal esetére (10. ábra). Legyen a héj falvastagsága $\delta = 0,25$ m, a hézagvastagság $e = 0,01$ m, a vasbeton rugalmassági tényezője $E = 2\,000\,000$ t/m², a Poisson-tényező reciprok értéke $\mu = 0$, a bélésfal négyzetméter súlya pedig $g = 0,6$ t/m². Ez esetben 1 m széles boltozatsávon végezve a vizsgálatot

$$D = \frac{E\delta}{1 - \mu^2} = 500\,000 \text{ t/m},$$

$$K = \frac{E\delta^3}{12(1 - \mu^2)} = 2604 \text{ tm},$$

$$k = \frac{K}{Da^2} = \frac{\delta^2}{12a^2} = 0,00058,$$

$$b = a + \frac{\delta}{2} = 3,125 \text{ m},$$

$$B = a \left(\gamma \frac{b}{a} - ga \right) = 9,25 \text{ t}.$$

A számítás során először is az ω szöget kell meghatároznunk. E célra a (30) képletet használhatjuk. Ebből

$$\Omega_1 = \frac{2K\pi}{a^2b} \left[(1+k)e + \gamma \frac{abh}{D} + \frac{B}{2D} \Omega_2 \right], \quad (43)$$

illetve az ismert számértékek behelyettesítésével

$$\Omega_1 = \frac{1}{0,005087} [0,010\,0058 + 0,000\,4688 + 0,000\,00925 \Omega_2].$$

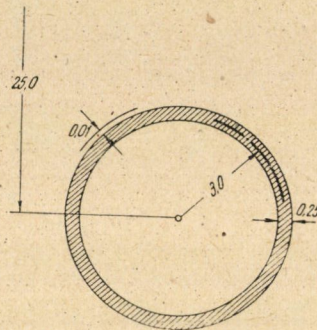
Ha a zárójelben szereplő utolsó tagot az első két taghoz képest elhanyagoljuk, azt találjuk, hogy

$$\Omega_1 = 2,059.$$

Ezek után az ω szög értékét a (30a) alatti összefüggésből, vagy a 8. ábrán feltüntetett diagrammból határozhatjuk meg. Az eredmény

$$\omega = 2,530.$$

Utólag megállapíthatjuk, hogy a számítás során alkalmazott elhanyagolás, t. i. a (43) képlet zárójelben szereplő utolsó tagjának elhagyása valóban jogos volt.



10. ábra. Számpélda

Az ω szöget ismervén, a derékerők, nyírőerők és hajlítónyomatékok diagrammjaikat megrajzolhatjuk (11., 12. és 13. ábra). Ezeken az ábrákon a szaggatott vonalak az $\omega = \pi$ esetnek vagyis a záradékvonal mentén való támaszkodás esetének megfelelő belső erő értékeket ábrázolják. Ez a különleges helyzet akkor következik be, ha az e hézagvastagság a (37) képlettel meghatározott e_0 hézagvastagsággal egyenlő, vagy annál nagyobb. Az adott esetben

$$e_0 = \frac{1}{1 + 0,00058} \left[\frac{3 \cdot 3,0^2 \cdot 9,25}{2 \cdot 2604} - \frac{1 \cdot 3,0 \cdot 3,125 \cdot 25,0}{500000} + \frac{9,25}{2 \cdot 500000} \right],$$

tehát

$$e_0 = 0,0476 \text{ m} > e.$$

Mint a 11., 12. és 13. ábrákból kiténik, a derék- és nyírőerők felületi támaszkodás, illetve a záradékvonal mentén való támaszkodás esetében nagyjából azonos értékűek. Ezekkel szemben a hajlítónyomatékok felületi támaszkodás esetében lényegesen kisebbek, mint akkor, ha a támaszkodás csak a záradékvonal mentén történik.

Végezetül nem lesz érdektelen a köpenyfalhoz támaszkodó héjszakaszon a középfelületre merőleges erők meghatározása sem. A számítás azt mutatja, hogy felületi támaszkodás esetében az érintkezési szakaszon a sugárirányú megoszló erő a záradékvonal felé csak Kevéssel csökken, (14. ábra), fajlagos értéke a támaszkodás szélein

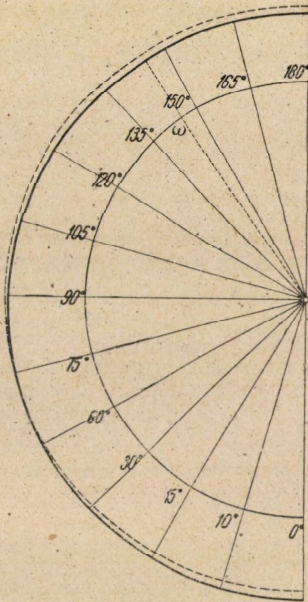
$$Z^{II}(\omega) = 24,915 \text{ t/m}^2,$$

a záradékvonalban pedig

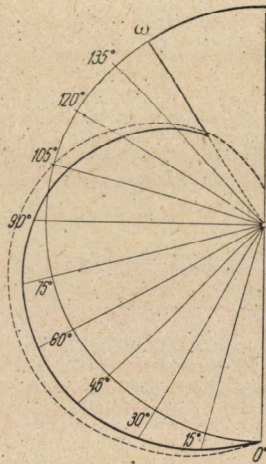
$$Z^{II}(\pi) = 24,480 \text{ t/m}^2.$$

A támaszkodási felület szélső alkotói mentén működő sugárirányú összpontos erők értéke:

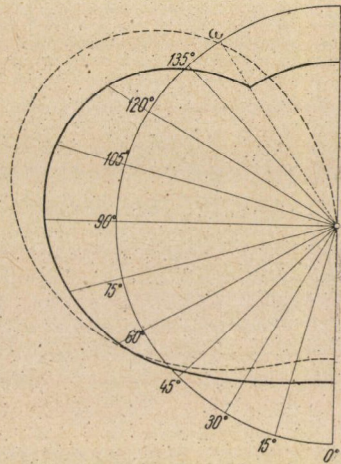
$$R = Q_{\varphi}^I(\omega) = 5,994 \text{ t/m}.$$



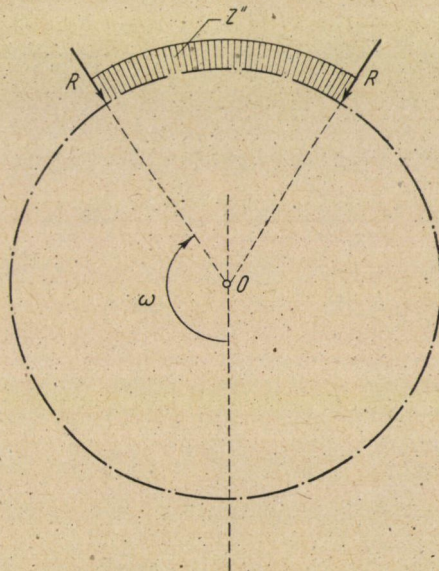
11. ábra. A der ékerök diagrammja



12. ábra. A nyíróerők diagrammja



13. ábra. A hajlítónyomatékok diagrammja



14. ábra. A II héjszakaszra jutó sugárirányú erők

IRODALOM

1. W. Flügge : Statik und Dynamik der Schalen. Berlin (1934). Springer, pp. 110—120.
2. K. Girkmann : Flächentragwerke. Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke. Wien (1948). Springer. II. Aufl., pp. 384—390.
3. R. Mayer : Über Elastizität und Stabilität des geschlossenen und offenen Kreisbogens. *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 61 (1912), pp. 246—320.

Összefoglalás

A dolgozat kettősfalú hengeres földalatti építmények (alagutak, óvóhelyek) építése során felmerülő azt a kérdést tárgyalja, minő belső erők keletkeznek a belső hengerhéjon, ha a külső hengerhéjon átszűrődő talajvíz nyomása a kívülről szigetelt belső héjat megemeli, s fent a külső hengerhéjhoz szorítja. E feladat tárgyalása során a belső hengerhéj felszínét két szakaszra (I és II) kell osztani. (3. ábra). Az I jelű szakaszon a belső héj nem érintkezik a külső héjjal, a II jelű szakaszon viszont ahhoz feszesen hozzásimul. E két szakaszt az ω központi szöggel jellemzett alkotók választják el egymástól.

Az ω határszöget a (30) jelű képletből, a belső erőket, valamint a belső héjra ható támaszerőket pedig a (31) illetve (32) és (33) képletekből lehet számítani. A támaszerők az I és II héjszakasz csatlakozási vonala mentén működő R összpontosított erőkből s a II héjszakaszon működő Z^{II} megoszló erőkből állanak.

Abban a különleges esetben, ha a (30) képletből az ω határszögre π vagy annál nagyobb érték adódik, a belső héj csak egyetlenegy alkotó mentén, nevezetesen a záradékvonal mentén érintkezik a külső héjjal. Ilyenkor a belső erőket az I héjszakaszra vonatkozó képletekből kell számítani, azonban e képletekben előforduló e érték helyébe a (37) képlettel meghatározott e_0 értéket kell tenni.

AZ ALAKÍTÁSI SZILÁRDSÁG

FINK KONRÁD

[KOHÓGÉPTANI TANSZÉK, RÁKOSI MÁTYÁS NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, MISKOLC]

[Beérkezett 1953. július 20-án]

Fémek és fémötvözetek képlékenységét hideg és meleg állapotban széles alkalmazási körben kihasználjuk. A legtöbb színfém és ötvözet hideg állapotban hajlítható, húzható, kalapács és henger segítségével nyújtható és duzzasztható. Még az általánosságban nem kovácsolhatónak mondott öntöttvas is kellő hőmérsékleten az alkalmas alakítási sebesség gondos betartásával lapokká hengerelhető. Érvényes tehát az a feltevés, hogy minden szilárd test alakját maradónan változtathatja, ha bizonyos feltételeket betartunk.

Képlékenyen alakítható testekben a részek úgy tolódnak el bizonyos mértéket meghaladó erő hatására, hogy összefüggésüket nem veszítik el és az új helyzetükben megmaradnak. A képlékeny állapotot tehát azzal jellemezhetjük, hogy a test szomszédos részecskéinek kölcsönös maradó eltolódását az összefüggés megtartása mellett lehetségessé teszi. Minden szilárd test arra törekszik, hogy az elmozdulásokat előidéző erőhatás megszűnte után eredeti helyzetébe visszatérjen. Az ú. n. folyási határnál nagyobb feszültség hatására azonban a maradó alakváltozások erősebb mértékben keletkeznek.

Alakított anyag felületén az arányossági határ túllépésekor folyási vonalak jelentkeznek, melyek a főfeszültségi irányhoz kb. 45° alatt hajló egyenes vonalrendszert képeznek. Ezt a jelenséget *Coulomb* (1773) azzal magyarázta, hogy a test egyik része a másikon alakításkor úgy csúszik, mint érdes, ferde síkon. A képlékeny alakítással kapcsolatos számítások szokásos kiindulási alapját képező *Mohr*-féle elmélet szintén feltételezi, hogy a maradó alakváltozás csúszás révén indul meg a felületi vonalak meghatározta síkokban. *Mohr* a belső ellenállások törvényszerűségét nem kutatja. Feltételezi, hogy

1. valamely felületelem a csúszás megindulása a felületelemen ébredő σ normál- és τ csúsztatófeszültségtől egyidejűleg függ, továbbá, hogy

2. ha akármelyik felületelemen a σ és τ_1 feszültség még nem okoz csúszást, akkor ugyanott csúszás a σ és τ_2 ($\tau_2 < \tau_1$) feszültség hatására sem indulhat meg.

E két feltevésből az következik, hogy minden anyagra nézve van egy jellemző

$$\tau = f(\sigma)$$

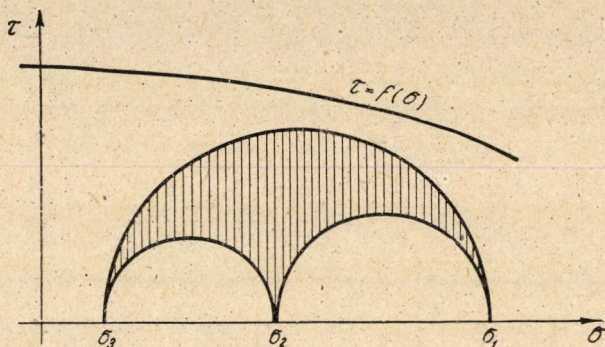
függvény, amely a csúszás határát kifejezi, amennyiben az olyan felületelemeken, ahol

$$\tau < f(\sigma)$$

csúszás nem indulhat meg. A csúszás azokon a felületelemeken indul meg, ahol

$$\tau = f(\sigma).$$

A σ - τ koordinátarendszerben ábrázolt $\tau = f(\sigma)$ görbét Mohr feszültségi, vagy szilárdsági határgörbének nevezi.



1. ábra

A feszültségi állapotok a Mohr-féle kördiagramokkal igen szemléletesen ábrázolhatók (1. ábra). Ha az anyag valamely tetszőleges pontjában az ábrán feltüntetett feszültségi állapot uralkodik, úgy az illető ponton átfektethető bármely felületelemen ébredő σ , τ feszültségpár képe a körívháromszög kerületére, vagy belsejébe esik. Ha tehát a feszültségi kördiagram — miként az ábrán is — teljes egészében a $\tau = f(\sigma)$ feszültségi határgörbe alatt fekszik, úgy a kérdéses ponton átfektethető egyetlen felületelemen sem indulhat meg a csúszás, mert mindenütt

$$\tau < f(\sigma).$$

Az ábrából az is látszik, hogy a középső főfeszültségnek nincs hatása arra, hogy a feszültségi állapot okoz-e csúszást, vagy sem.

Az anyag bármely pontjában akkor indulhat meg a csúszás, ha a feszültségi állapot kördiagramja érinti a feszültségi határgörbét (2. ábra). Az érintési pontnak megfelelő felületelemek a csúszási síkok. Ez a körülmény egyszerű módszert ad a feszültségi határgörbe kísérleti meghatározására. Az anyagot különböző feszültségi állapotokkal a folyási határig terheljük, a folyási határon mérjük a feszültségi állapotok és a csúszási síkok jellemzőit. A keresett feszült-

ségi határgörbe a mért adatokkal megrajzolt feszültségi diagramokat burkolja és a csúszási síkoknak megfelelő pontokban érinti.

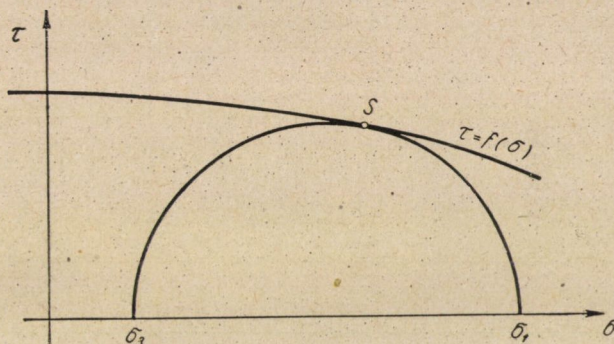
A feszültségi határgörbe a képlékeny anyagoknál, a gyakorlat szempontjából szóbajövő feszültségi állapotok körzetében jó közelítéssel a σ tengellyel párhuzamos

$$\tau = f(\sigma) = \text{const} = \tau_F$$

egyenessel helyettesíthető. Ekkor a képlékeny alakváltozás megindul, ha

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \tau_{\max} = 2 \tau_F = k_f$$

k_f a képlékeny alakváltozás bekövetkezéséhez szükséges főfeszültségkülönbség, amelyet alakítási szilárdságnak nevezünk.



2. ábra

W. Lode [1], továbbá *M. Roš* és *A. Eichinger* [2] kísérletei azt mutatták, hogy a képlékeny alakváltozás megindulását a közepső σ_2 főfeszültség is befolyásolja. Kísérleteik azt mutatják, hogy *Huber—Mises—Hencky* elmélete közelíti meg leginkább a valóságos viszonyokat. E szerint a képlékeny alakváltozás akkor indul meg, ha a rugalmas alakváltozási munkának a térfogatváltozáshoz szükséges munkát meghaladó része meghatározott határértéket túllép. A folyási feltétel az elmélet szerint :

$$k_f = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

$\sigma_k = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ középérték bevezetésével a folyási feltétel matematikai kifejezése következőképpen alakul :

$$k_f = \sqrt{\frac{3}{2} [(\sigma_1 - \sigma_k)^2 + (\sigma_2 - \sigma_k)^2 + (\sigma_3 - \sigma_k)^2]}$$

Az alakítási szilárdság ily módon meghatározott értékei a Mohr-féle elmélet alapján megállapított értékektől a különböző szerzők meghatározása szerint kb. 12–15%-kal eltérnek. Ezért a Mohr-féle elmélet a képlékeny alakítással kapcsolatos számításokra, mint munkaelmélet, minden különösebb aggály nélkül alkalmazható. Ennek az az előnye, hogy az alakító eljárásnál érvényes törvényszerűségek egyszerű alakra hozhatók.

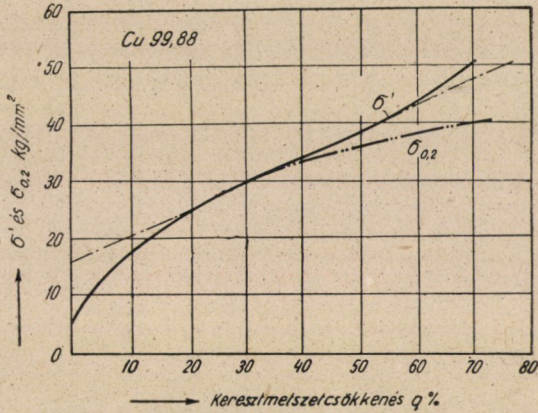
Mint említettük, a képlékeny állapot bekövetkezésére az a csúsztatófeszültség mérvadó, melyet le kell győznünk, hogy maradó alakváltozásokat érzünk el, tehát olyanokat, melyek az erőhatás megszűnése után is jelen vannak. Az első maradó alakváltozás jelét a rugalmasság határa adja. Mivel az első maradó alakváltozás észlelése a mérőműszer pontosságától függ, megállapodás alapján kell a rugalmasság határát felvennünk. A nemzetközi előírások (Brüsszel, 1906) a 0,001% maradó nyúláshoz tartozó feszültséget nevezik rugalmassági határnak. A rugalmassági határnak a mérési pontosságtól való függése a fémek egyik alap tulajdonságán, a keményedőképességén alapszik. A keményedés következménye, hogy további maradó alakváltozást csak a feszültség egyidejű emelkedése okozhat. Minden anyagról jellemző keményedési görbét vehetünk fel. Mivel a gyakorlatban a finom mérőműszerekkel való munka nehézkes, ezért más feszültséget, mégpedig az ú. n. folyási határt fogadjuk el a maradó alakváltozás kezdetéül. A rugalmassági határ túllépése után a rugalmas alakváltozás mellett mind erősebben jelentkezik a képlékeny alakváltozás, végül is a folyás jelensége mutatkozik. *Valamely előzetes képlékenyen alakított anyag folyási határát elméletileg az a σ' valódi feszültség adja meg, amely az anyag $\sigma' - q$ (valódi feszültség — keresztmetszetsökkenés) diagrammján az elszervenedett azonos nagyságú alakváltozáshoz tartozik [3].*

A képlékeny alakításnál keletkező erők és erőszükségletek számításánál fontos az alakítási szilárdság ismerete. Gyakorlati számításainknál az alakítási szilárdság értékét a $\sigma_{0,2} - q$ görbéből vesszük [4]. A továbbiakban vizsgáljuk meg, hogy a gyakorlati képlékeny alakítás során a $\sigma' - q$, illetve $\sigma_{0,2} - q$ görbék közül melyik közelíti meg legjobban a valóságos állapotot.

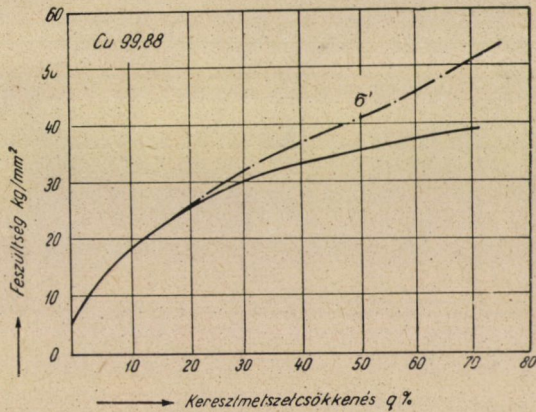
A valódi feszültség — keresztmetszetsökkenés görbét szakító kísérlettel határozzák meg. A próbatesten a mindenkorai terheléshez tartozó átmérőt a legvékonyabb helyen mérik és a valódi feszültség értékét a terhelés és a hozzátartozó legkisebb keresztmetszet osztásából számítják.

Annak megállapítására, hogy a valódi feszültség mennyire közelítheti meg a gyakorlati alakító műveletek folyamán mutatkozó alakítási szilárdság értékét, vizsgáljuk meg a húzásra igénybevett próbatestben uralkodó feszültségi állapotot. Hengeres alakú bemetszés nélküli próbatestben húzóigénybevétel hatására mindaddig egytengelyű feszültségi állapot uralkodik, amíg a keresztmetszetsökkenés a próbatest teljes hosszában egyenletes, tehát befűződés, kontrakció nincs. A helyi befűződés tartama alatt a próbatest bemetszett próbatesthez hasonlóan viselkedik. A bemetszés hatása abban nyilvánul, hogy a σ_1

tengelyirányú főfeszültség mellett az erre merőleges σ_2 tangenciális és σ_3 radiális főfeszültség is mutatkozik. A helyi befűződés megindulása után tehát az egytengelyű feszültségi állapotot háromtengelyű feszültségi állapot váltja fel és a befűződés előrehaladásával a valódi feszültség értéke nagyobb értéket fog adni, mint amekkora az egytengelyű feszültség állapotnak megfelelne.



3. ábra

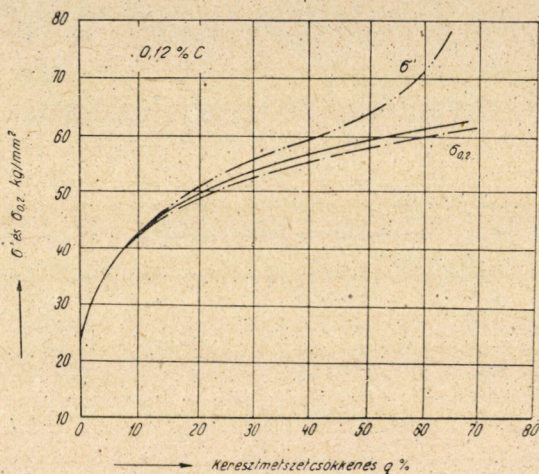


4. ábra

Technológiai alakítás során az anyag a kontrakció állapotáig nem jut el annak ellenére, hogy minden alakítóműveletnél lényegében háromtengelyű feszültségi állapottal van dolgunk. Szerszámok között kontrakció nincsen, az anyag egész keresztmetszetében egyenletes alakítást szenved, ezért a $\sigma' - q$ görbének csak az egyenletes nyúlás tartományába eső része lehet számításainknál kiindulási alap.

A gyakorlati technológiai műveletek folyamán keletkező alakítási szilárdság értékét ezért legjobban az egytengelyű feszültségi állapotnak megfelelő alakítási feszültség közelíti meg. *McAdam* és munkatársai [5] oxigéntől mentes rézre és 0,12% C-tartalmú acélra meghatározták ezeket a görbéket oly módon, hogy különböző mértékig hidegen előhúzott vagy előhengerelt próbatesteket szakítottak és ezek eredményeiből levezették az egytengelyű feszültségi állapotnak megfelelő görbét a maximális feszültség figyelembevételével.

A továbbiakban vizsgáljuk meg hasonló szempontból a $\sigma_{0,2} - q$ görbét. A $\sigma_{0,2} - q$ görbe meghatározása szintén húzókísérlet segítségével történik. A különböző mértékig előzetesen alakított anyagok $\sigma_{0,2}$ értékei meghatározta görbe adja a kérdéses anyag $\sigma_{0,2} - q$ görbáját.



5. ábra

Az irodalomban nem találhatók azonos anyagokról felvett $\sigma' - q$, $\sigma_{0,2} - q$ és az egytengelyű feszültségi állapotot jellemző görbék. Ismeretes azonban néhány kísérleti eredmény, melyet közel azonos anyagok vizsgálatánál kaptak. A 3. ábrán *Körber* [6] kísérletei alapján 99,88% Cu-tartalmú réz görbéje és *Müller* [7] kísérlete alapján ugyanennek az anyagnak $\sigma_{0,2} - q$ görbéje található (3. ábra).

A 4. ábrán *McAdam* és munkatársai által oxigénmentes rézre az egytengelyű feszültségi állapot mellett meghatározott görbe és a $\sigma' - q$ görbe látható.

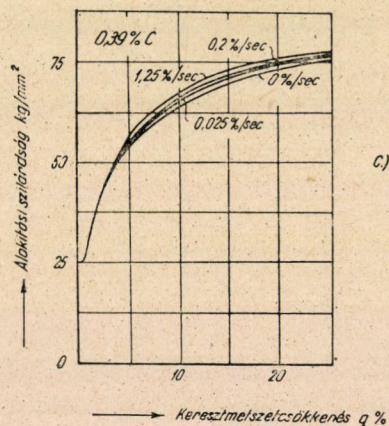
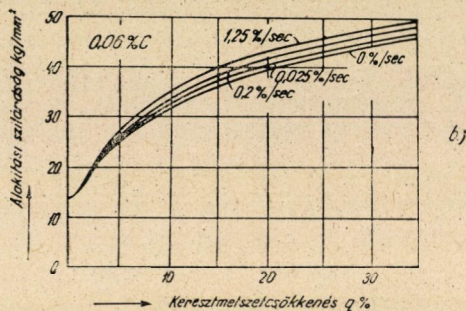
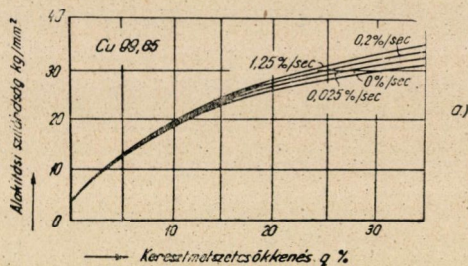
A két anyag valódi feszültséggörbéje majdnem azonos, a 4. ábra egytengelyű feszültségi állapotnak megfelelő görbéje a 3. ábra $\sigma_{0,2} - q$ görbéjével mutat jó egyezést.

Az 5. ábrán 0,12% C-tartalmú acél egytengelyű feszültségállapot görbáját és 0,12% C-tartalmú acél $\sigma_{0,2} - q$ görbáját tüntettük fel.

Ezeknek a — kétségkívül nem kielégítő számú — adatoknak alapján azt a következtetést vonhatjuk le, hogy lágy anyagok $\sigma_{0,2} - q$ görbéje megfelel

az egytengelyű feszültségi állapotot jellemző görbének. Tehát a gyakorlati alakító műveletek számításainak elvégzésénél lágy anyagok esetében nem követtünk el számbavehető hibát, ha az alakítási szilárdság értékéül a folyási határ értékét helyettesítjük be.

A folyási görbe alakulása függ az alakítás sebességétől is. Ezt a dh/dt duzzasztási sebességgel, vagy az $1/h \cdot dh/dt$ fajlagos duzzasztási sebességgel, vagy a df/dt alakváltozási sebességgel határozhatjuk meg, ahol dh a magasságcsökkentés, h a kiindulási magasság, f a fogyás. Ismeretes, hogy az alakváltozási sebesség növekedése a fémeknek képlékeny alakításával szembeni ellenállását növeli. Az alakváltozási sebesség hatását még nem tisztázták egyértelműen. Meyer [8] nagy szakítósebességgel végzett szakítókérdések szerint az alakító erők középértéke nagy szerszámsebesség mellett nem sokkal nagyobb, mint lassú húzásnál vagy nyomásnál; Geller [9] szerint az azonos kísérleti értékekből a Henky [10] megadta tétellel számított dinamikai alakváltozási munka viszont a sztatikainak többszöröse. Ehhez hasonló eredményekhez jutott Kühner [11] alacsony próbatestekkel végzett duzzasztókísérletei során. Plank [12], Seehase [13], Körber és Strop [14] munkái viszont ismét megfelelő egyezést mutatnak a Meyer-féle kísérletek eredményeivel, Siebel és Pomp [15] kísérleti eljárásul a kúpos duzzasztó kísérletet választották, mivel ennél az eljárásnál a próbatest minden részén a legegyszerűsebb alakítást tudták elérni, anélkül, hogy a szakítókérdésnél a befogási fejek okozta zavar mutatkoznék a próbatest befűződésében, vagy mint a szokásos nyomókísérletnél a végfelületek határában. 1,25%/sec., 0,2%/sec., és 0,025%/sec. alakváltozási sebességgel végezték el kísérleteiket. A 6. a, b, c ábrák görbéiből látható, hogy ebben a sebességközben az eltérések 10% alatt maradnak. A kísérleti anyagok közül a szénben szegény acél 0,06% C, 0,02% Si, 0,15% Mn-tartalmú volt, a 0,39% C-tartalmú acél, 0,72% Mn mellett Si nyomait tartalmazza, a réz összes szennyeződése 0,15% volt. Az anyagokat kiizzított állapotban vizsgálták. Gyakorlati hideg alakításnál az alakváltozási sebesség a következőképpen változik: huzal húzásnál a fogyás átlagosan 30%, durva húzásnál a húzási sebesség 1,5–2 m/sec., a húzóüreg dolgozó felületének hossza 6 mm-es hengerhuzalnál kb. 6 mm. 30%-os alakváltozás tehát $6/1500 = 0,004$ – $6/2000 = 0,003$ sec-ig tart, s ennek megfelelően az alakváltozási sebesség $30/0,004 = 7500\%/sec.$ vagy $30/0,003 = 10\,000\%/sec.$ Durva húzásnál legnagyobbak a fogyások, közép- és finomhúzásnál a fogyás kisebb. Másrészt viszont az utóbbi esetben az üreg dolgozó felülete is jelentős mértékben rövidebb lesz. Dróthúzásnál tehát 5000–15 000 %/sec. alakváltozási sebességgel kell számolnunk. Csőhúzásnál és rúdhúzásnál az alakváltozási sebesség kisebbnek adódik. Hideghengerlésnél 500–3000%/sec. alakváltozási sebesség a szokványos. Ha pl. a hengerátmérő 200 mm, a szalagvastagság 2 mm, a fogyás 30% = 0,6 mm, akkor a hengerek a hengerelt anyaggal $\sqrt{r \cdot \Delta h} = \sqrt{100 \cdot 0,6} = 7,7$ mm-es hosszban érintkeznek, 0,3 m/sec hengerlési sebesség esetén az alakváltozási sebesség $30 \times 300 \cdot 7,7 = 1200 \%/sec$ -nak adódik.

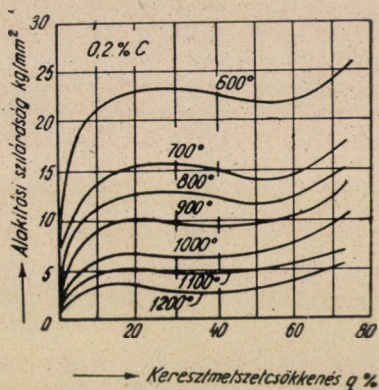


6. ábra

Az alakváltozási sebesség fenti határai között az alakítási szilárdság növekedésére vonatkozóan *Körber* és *Strop* [14] végeztek dinamikai ütőkísérletet lágyacéllal, az alakváltozási sebesség kerekén 10 000 %/sec. volt. Az alakítási szilárdság értéke 30–50%-os emelkedést mutatott a sztatikai úton megállapítottal szemben. Hasonló értéket kaptak *Meyer* [8] és *Seehase* [13] dinamikai szakító és duzzasztó kísérleteiknél, a közepes alakváltozási sebesség 10 000–15 000 %/sec. között volt és a dinamikai érték a sztatikaival szemben 10–25%-kal volt nagyobb.

Az alakítási szilárdság értékének meleg állapotban való megállapítására jelenleg nem ismeretes tökéletes eljárás. Szakító kísérletnél a számításba jövő hőmérséklet közben a kúszási sebességek oly nagyok, hogy k_f nagyságának egyértelmű meghatározása nehézkes. Kúpos duzzasztókísérletnél a nyomófelületeken keletkező sűrűdés hatását nem lehet elhanyagolni, mert a nyomófelület hideg, a próbatest pedig meleg. Az elkerülhetetlen melegvezetés és az alakváltozási sebesség mértéke az eredményt szintén befolyásolja, dinamikai kísérletnél pedig a sebesség igen nagy.

Az alakítási szilárdságnak melegalakításkor mutatkozó értékét a lehetőség szerint vékony próbatestekkel végzett duzzasztó kísérletekből határozták meg,



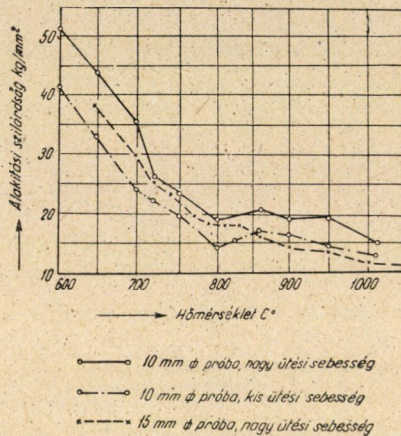
7. ábra

ezeknek a próbatesteknek középső harmadát vizsgálták, mert közelítőleg itt jelentkezik az egytengelyű feszültségi állapot és az egyenletes anyagfolyás legjobban. Mivel ezek a kísérletek nyilvánvalóan nem mentesek a sűrűdés hatásától, csak mint közelítő értékek vehetők figyelembe. A 7. ábra Hennecke [16] részéről ötvöztelen acélra (0,2% C) meghatározott folyási görbét adja meg 600–1200° hőmérsékletközben. Látható, hogy az alakítási szilárdság növekvő hőmérséklettel erős mértékben csökken, 1200°-on az alakítási szilárdság a 700°-on megállapítottaknak 1/4-e. Ezenkívül látható, hogy melegalakításkor az alakítási szilárdság az alakítási foktól megközelítően független.

A 8. ábra is a hőmérséklet hatását szemlélteti. A görbe alakulása az $\alpha - \gamma$ átalakulás szakaszában, Houdremont és Kallen [17] kísérletei szerint avval magyarázható, hogy az újrakristályosodási sebesség az átalakulási pont közelében a γ közelében kisebb, mint az α közelében.

A hőmérséklet hatása különösen nagy a színes fémeknél. Ezért alkalmazhatunk ezekre olyan alakítási eljárásokat, amelyeket acél melegmegmunkálásakor alig lehet használni, mert akkor az alakító szerszámokat igen nagy igénybevétel terhelné. Az acél alakítási szilárdsága pl. 600°-on kerekén 10–20-szor

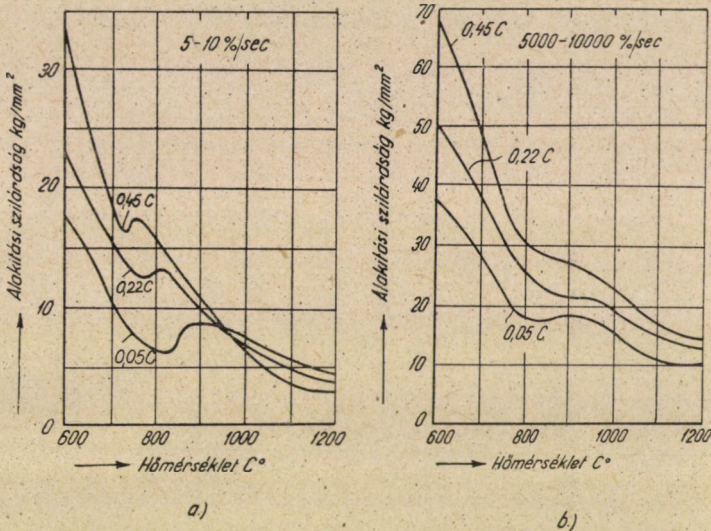
olyan nagy, mint az alumíniumötvözeteké. Ezért színes fémeknél rúdsajtolással egy munkamenetben messzemenő alakítás lehetséges; ugyanilyen mértékű alakítást acélnál csak kovácsolással, hengerléssel érhetünk el, vagyis olyan alakító eljárásra szorulunk, amelynél azonos alakváltozás eléréséhez nagyszámú munkamenet szükséges, de a szerszámokat kisebb igénybevétel éri.



3. ábra

A 9. a, b ábrák különböző szénttartalmú acél alakítási szilárdsággörbéjét adják a hőmérséklet függvényében, Hennecke [16] duzzasztókísérletei alapján a kísérleteket hidraulikus préssel, valamint kalapáccsal végezte. Ezeknél a kísérleteknél a duzzasztás 30%-os volt, az alakváltozási sebesség prés alatt 6 %/sec., kalapács alatt 7000 %/sec-t ért el. Ezek szerint kalapács alatt végzett meleg duzzasztáskor az alakítási szilárdság 2–3-szor olyan nagy, mint a prés alatt végzett. Megállapítható tehát, hogy melegalakításnál az alakítási szilárdság nagysága, ellentétben a hidegalakítással, nagymértékben függ az alakváltozási sebességtől. Ez Siebel [18] kísérleteiből is kitűnik. Siebel szerkezeti acélból, szerszámacélból, valamint gyorsacélból és betétacélból vett próbatesttel végzett melegsakító kísérlettel megállapította a sztatikai szilárdságot és meleghajlítókísérlettel (ejtőkalapáccsal) meghatározta a dinamikai szilárdságot. A dinamikai kísérletnél a szilárdságnak 2–300%-os emelkedése adódott a sztatikaival szemben. Ezekből a kísérletekből következtethető: alacsonyabb hőmérsékleten a keményedést az okozza, hogy az újrakristályosodási sebesség kisebb, mint az alakváltozási sebesség, s ennek folytán a lágyulási sebesség is kisebb, mint a keményedés sebessége. Magas hőmérsékleten az újrakristályosodási sebesség igen nagy; itt az alakváltozási sebesség hatása úgy magyarázható, hogy a csúszási ellenállás a csúszási síkban nyúlós folyadék súrlódásához hasonlóan, az eltolási sebesség függvényében a nagyobb érték felé köze-

ledik. Ezeknek a kísérleteknek eredményei alapján a gyakorlatban számos átalakítás történt. Kovácsolásnál pl. sok helyen a kalapácsokat présekkel helyettesítették, mégpedig mind a nehéz, mind a kis daraboknál, amelyeket egy munkamenetben, süllyesztékben lehet előállítani. Hengerlésnél a körülmények mások, az itt várható nyereség a munkatartam meghosszabbodása folytán és ezzel kapcsolatban a hengerelt áru lehűlésével eltűnik. A hengerlés gyors végrehajtása már csak azért is kívánatos, mert így a darab a hengernek kevesebb meleget ad át, s evvel az utóbbinak az igénybevétele is csökken.

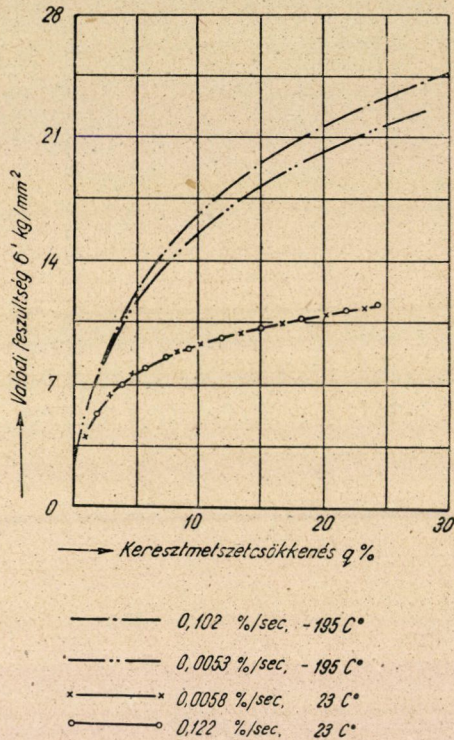


9. ábra

Újabbán megvizsgálták az alakítási sebesség hatását a valódi feszültségre szobahőmérsékletnél lényegesen alacsonyabb hőmérsékleten. A 10. ábrán — 195 C°-on 2S—O jelzésű Al-ötvözetrel végzett kísérletek eredményeit tüntették fel. Közöséges hőmérsékleten az alakítási sebesség nem okoz észrevehető változást, a folyékony N₂ hőmérsékletén azonban a nagyobb alakítási sebességgel nagyobb keményedés jár együtt [19].

Az alakítási szilárdság és az alakváltozás sebessége közötti összefüggést illetően csak olyan kísérletek hasonlíthatók össze, amelyeket ugyanazon a hőmérsékleten végeztek el. Figyelembe kell venni még azt is, hogy az alakváltozási sebesség növekedésének hatását a hőmérséklet emelkedése is befolyásolja, mivel az alakításnál felhasznált munka meleggé alakul. Az időegységben fejlődő melegmennyiség és evvel a hőmérséklet emelkedése is annál nagyobb, minél nagyobb az alakváltozási sebesség, mert ekkor a legkisebb a sugárzás előidézte melegvesztés. Ez a hőmérsékletemelkedés acélokánál az A_{c3} átalakulási hőmér-

séklet feletti melegmegmunkálásnál mindenkor az alakítási szilárdság csökkenésében nyilvánul. Hidegalakításnál a hőmérséklettől függően az alakítási szilárdság emelkedik vagy csökken. Csökkenés akkor mutatkozik, ha az alakítás során jelentkező hőmérsékletemelkedés oly nagy, hogy az újrakristályosodási hőmérsékletet eléri. Ez annál könnyebben lehetséges, minél vékonyabb az alakított anyag. Az alakváltozási sebességnek hatását legújabbban *Nádai* és *Manjoine* [20] vizsgálták. A kísérleti eredmények azt mutatták, hogy a szakítószilárdság



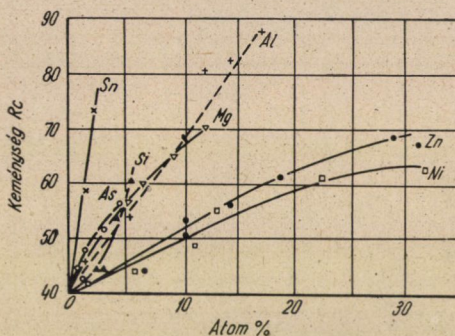
10. ábra

szobahőmérsékleten (20 C°) az alakváltozási sebességnek 10 000-szeresére való növekedése következtében csak 10–20%-kal nő. Nagyobb hőmérsékleten az alakítási sebességnek a hatása mégis jelentősebb az alakítási szilárdságra.

Az anyag összetételének az alakítási szilárdságra való hatására *Hennecke* [16] és *Siebel* [18] kísérleti eredményeit mutatjuk be. *Hennecke* kísérleteiből megállapítható, hogy kevés Ni és Cr, vagy a kettőnek együttes adagolásakor a dinamikai szilárdság a képlékenység határáig nem emelkedik lényegesen. Az austenites és martensites acélokban csak nagyobb ötvözőelemtartalom hoz észrevehető emelkedést létre. Az emelkedés a dúsan ötvözött krómnikkel acéloknál a legnagyobb, az alakítási szilárdság értéke pl. a 7,3% Ni-t és 19,6% Cr-t tartal-

mazó acélnál 1000° -nál mintegy 80%-kal, 1200° -nál mintegy 45%-kal nagyobb, mint az ugyanolyan szénttartalmú ötvöztelen acélé. Siebel kísérleti eredményei azt mutatják, hogy gyorsacélnál a dinamikai szilárdság 115%-kal, ugyanarra az alakváltozási sebességre vonatkoztatva, nagyobb, mint a betétacélé (hőmérséklet 1000°C). *Niederhoff* [21] megállapította ezen kísérleti eredmények igazolásában, hogy a folyási feszültség az ötvözőelemek mennyiségének növekedésével nő, ez a hatás különösen gyorsacélnál jelentkezik. A legkisebb érték 0,1% C-tartalmú acélnál adódott (14 kg/mm^2), a legnagyobb gyorsacélnál (40 kg/mm^2).

Színes fémek alakítási szilárdságának az ötvözőelemek mennyiségével való változását mutatja a 11. ábra, mely *Brich*, *Martin* és *Angier* [22] kísér-



11. ábra

letei alapján a rézalapú binér szilárd oldatok keménységének változását adja.

Az eddigiekből kitűnik, hogy az alakítási szilárdság értéke legnagyobb mértékben a hőmérséklet változásával befolyásolható. Ennek oka, hogy a fémeknél általánosságban növekvő hőmérséklettel a csúszási síkok keletkezésének lehetősége nő. Alakított fémek viselkedését ezenkívül alapvetően az újrakristályosodás vagy annak elmaradása határozza meg. Ezért megkülönböztünk az újrakristályosodási hőmérséklet feletti és alatti alakítást. Első esetben az alakítás melegalakítás, a második esetben hidegalakítás. A hideg- és melegalakítás teljes elválasztása legtöbb esetben nehéz, mivel az újrakristályosodási hőmérséklet nagysága függ az alakítás mértékétől.

IRODALOM

1. *Lode, W.*: Versuche über den Einfluss der mittleren Hauptspannung auf die Fließgrenze. *Z. angew. Math. Mech.* 5. (1926) 142—144. old.
2. *Roš, M.* és *Eichinger, A.*: Versuche zur Klärung der Bruchgefahr. *Mit. Eidg. Mat. Prüfanst. Zürich* 1926. 35. old.
3. *Dr. Geleji, S.*: Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs bei der Formgebung im bildsamen Zustände der Metalle. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952.
4. *Dr. Geleji, S.*: Kohóéptan. Tankönyvkiadó, Budapest, 1950. 13. old.

5. *D. J. Mc Adam, Jr. G. W. Geil und Frances Jane Cromwell.* Flow, Fracture and Ductility of Metals. Metals Technology Jan. 1948.
6. *Körber, F.:* Verfestigung und Zugfestigkeit. Ein Beitrag zur Mechanik des Zerrei-
versuches plastischer Metalle. Mitt. K. W. Inst. f. Eisenforsch. 3. (1922) Heft 2. 1. old.
7. *Müller, W.:* Kupfer und Bronze. Eine technologische Studie über die Wirkung des
Reckens usw. Forschungsarb. auf d. Gebiete d. Ingenieurwesens. Heft. 211. (1918)
8. *Meyer, E.:* Der Verlauf des Zugversuchs bei raschem Zerreißen. Forschungsarb. a.
d. Gebiete d. Ingenieurwesens. H. 295. (1927) 62. old.
9. *Geller, J.:* Einfluss der Drehzahl auf die Werkzeugtemperaturen im Kaltpressen.
Hellwingsche Verlagsbuchhandlung Hannover 1927.
10. *Henky, H.:* Über das Wesen der plastischen Verformung. Z. V. D. I. 69. (1925)
695. és 1253. old.
11. *Kühner, O.:* Arbeitsbedingungen für Wirtschaftliche spanlose Formgebung. Werk-
statttechnik. 21. (1927) 629. old.
12. *Plank, R.:* Betrachtungen über dynamische Zugbeanspruchung. Forschungsarb.
a. d. Gebiete d. Ingenieurwesens. H. 133. (1913).
13. *Seehase, H.:* Die experimentelle Ermittlung des Verlaufs der Stosskraft. Forschungs-
arb. a. d. Gebiete d. Ingenieurwesens. H. 182. (1915).
14. *Körber, F.—v. Strop, II. A.:* Über den Kraftverlauf bei Schlagprüfung. Mitt. d. K.
W. Inst. f. Eisenforsch. 7. (1925) 81. old.
15. *Siebel, E.—Pomp, A.:* Einfluss der Formänderungsgeschwindigkeit auf dem Verlauf
der Fließkurve von Metallen. Mitt. d. K. W. Inst. f. Eisenforsch. 10. (1928) 63. old.
16. *Hennecke, H.:* Warmstauchversuche mit perlitischem, martensitischen und austeni-
tischen Stählen.
17. *Houdremont, E.—Kallen, E.:* Formänderungsfähigkeit und Rekrystallisations-
geschwindigkeit von niedriggekohltem Stahl. Ber. Werkstoffaussch. VDEh. Nr. 72. (1925).
18. *Siebel, E.:* Die Formgebung im bildsamen Zustande. Düsseldorf, 1932.
19. *T. E. Tietz and J. E. Dorn:* The Effect of Strain Histories on the Hardening of Metals.
Cold Working of Metals A. S. M. Cleveland Ohio, 1949.
20. *Nádai, A.—Manjoine, M.:* High-speed Tension Tests at Elevated Temperatures.
Trans. Am. Soc. of Mech. Eng. June 1941. Vol. 63. 77—91. old.
21. *Niederhoff, O.:* Über die Erfassung des spezifischen und absoluten Dampfverbrauches
vom Schmiedehämmern bei Reckschmiedung legierter Stähle. Arch. Eisenhüttenwesen 2 (1928/29),
545. old.
22. *R. M. Brick, D. L. Martin and R. P. Angier:* Effects of Various Solute Elements
on the Hardness and Rolling Textures of Copper. Tars. A. S. M. Vol. 31. 1943, 675—695. old.

Összefoglalás

A dolgozat az alakítási szilárdsággal kapcsolatos néhány kérdést tárgyalja. Az alakítási szilárdság fogalmának meghatározásával arra a következtetésre jut, hogy a gyakorlati képlékeny alakítási műveletek alkalmával keletkező alakítási szilárdság értékét legjobban az egytengelyű feszültségi állapot betartásával megállapított görbéből vehetjük. Ilyen görbét elegendő számban még nem határoztak meg, lágy anyagoknál azonban $\sigma_{0,2} - q$ (folyási határ-keresztmetszetcsökkenés) görbéje elegendő pontossággal helyettesíti.

Az alakítási sebesség hatása az eddigi kísérleti eredmények alapján szobahőmérsékleten elhanyagolható, igen alacsony, továbbá szobahőmérsékletnél magasabb hőmérsékleten már jelentős.

Az alakítási hőmérséklet növekedése általában csökkenti az alakítási szilárdság értékét, egyes anyagok azonban ettől eltérően viselkednek.

Az ötvözőelemek acélban csak nagyobb mennyiségben növelik az alakítási szilárdságot, színes fémeknél már kis koncentrációban is jelentékenyebb a hatásuk.

PNEUMATIKUS GABONASZÁLLÍTÁS ANYAGSZÁLLÍTÁS LÉGÁRAMBAN

PÁPAI LÁSZLÓ

[BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, VÍZGÉPEK TANSZÉKE, BUDAPEST]

[Beérkezett: 1953. július 24-én.]

1. Bevezetés

A különféle szállítóberendezések között, főleg szemes- és poranyagok szállítására, az utóbbi években mindjobban terjednek az ú. n. pneumatikus szállítóberendezések. A pneumatikus szállítóberendezés igen kis beruházási költsége, szerkezetének egyszerűsége és kis helyszükséglete, bár energiafogyasztása a mechanikai elven működő szállítóberendezésekénél nagyobb, megadja létjogosultságának alapját. Időszakos üzemben pedig gazdaságosabb is lehet más szállítóberendezésnél. Alkalmazására elsősorban ott kerül sor, ahol fontos üzemi, egészségügyi és egyéb népgazdasági követelmények kielégítése más szállítóberendezéssel vagy kézi munkával nem teljesíthető.

Egyik fontos alkalmazási területe : gabona és egyéb szemes anyag kiemelése uszályból vagy vasúti kocsiból, vízszintes és függőleges továbbítása gabonatárházakban, silókban és magtárakban. A gabona átrakásának ez a módja a dohosodást is meggátolja, mert a kiszellőztetés feladatát is elvégzi.

A pneumatikus szállítóberendezések általános elterjedésének egyik akadályát szabatos, tudományosan megalapozott és minden részletfeladatra kiterjedő szállítási elmélet hiányával lehet magyarázni. A tervezők a létesítendő berendezéseket saját tapasztalataik alapján, és az utóbbi évtizedekben elterjedt »Gasterstädt-i elmélet« segítségével tervezték. E munkámban kívánok rámutatni a Gasterstädt-i formula hiányosságaira, szűk alkalmazhatósági korlátjaira.

A tudományos elméleti alapok tisztázása céljából a Budapesti Műszaki Egyetem Vízgépek tanszéke is besorozta a pneumatikus szállítás elméleti és kísérleti vizsgálatát a Magyar Tudományos Akadémia részéről jóváhagyott tématervebe. A kísérleteket és a mérési eredmények értékelését Fáy Csaba kartársammal magam végeztem.

A kísérleti eredmények alapot adtak a szállítás elméletének kidolgozására. E tanulmányomnak a célja : a kísérleti eredmények leírásán és általánosításán kívül a vízszintes és függőleges szállítócsőben végbemenő folyamatok erőtani áramlástan és energetikai összefüggéseinek elvi tisztázása és a berendezés meg-

bízható méretezési alapjainak lefektetése. A gyakorlati alkalmazhatóságot szám-példán mutatom be.

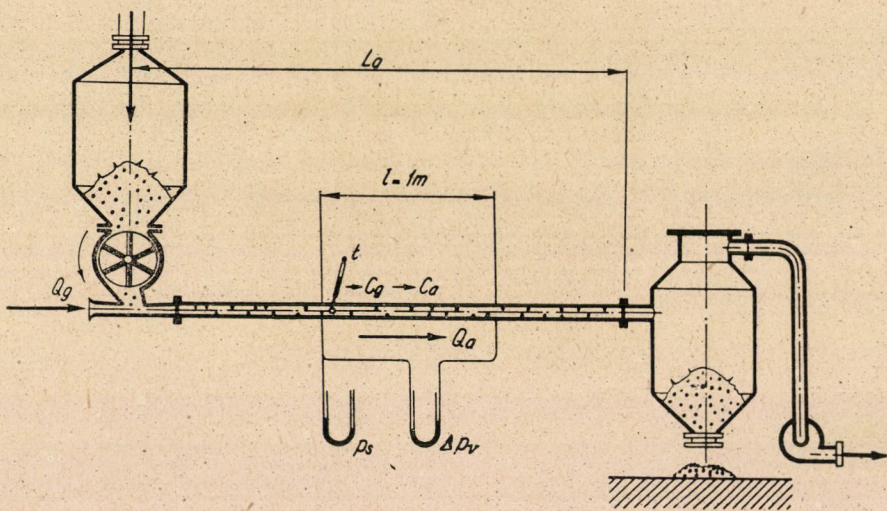
A laboratóriumi kísérleti kutatómunka búza és rozs szállítására vonatko-zott. A levezetett eredmények tehát elsősorban gabonára és olyan szemes anyagra érvényesek, amelyeknek szemnagysága nagyjában egyenletes, a szemek alakja pedig nem nagyon tér el az ellipszoid-alaktól. Más anyagokra a kapott eredményeket értelemszerűen kell átvinni.

A) Vízszintes gabonaszállítás

1. Pneumatikus gabonaszállítási mérések és eredményei

Egyenletes szállítás különféle üzemi viszonyok mellett

A pneumatikus szállítóberendezés lényege: szállító légáram vízszintes vagy függőleges továbbvezetésére alkalmas zárt csőrendszer, amelynek elején szellőző,



1. ábra. Szívóüzemű kísérleti berendezés vázlata

fúvó vagy légsűrítő a levegőt túlnyomással betáplálja (nyomóüzem), vagy pedig a levegő a csőszájon légköri nyomáson lép be, és azt a csővezeték végéhez csat-lakozó szellőző vagy légszivattyú szívja keresztül (szívóüzem).

A szállítóberendezés motorja tehát minden esetben légszállítógép, amelynek jellemzői megszabják a szállítóberendezés jellegét.

Első méréseinket $D = 130$ mm belső átmérőjű vízszintes csővezetékben búzával végeztük. A mérési vázlat az 1. ábrán látható.

A szállított anyagmennyiségnek az időegységre eső része: Q_a (kg/mp) (szállítóteljesítmény), melyet Q_g (kg/mp) gázmennyiséggel, kísérleteinknél leve-

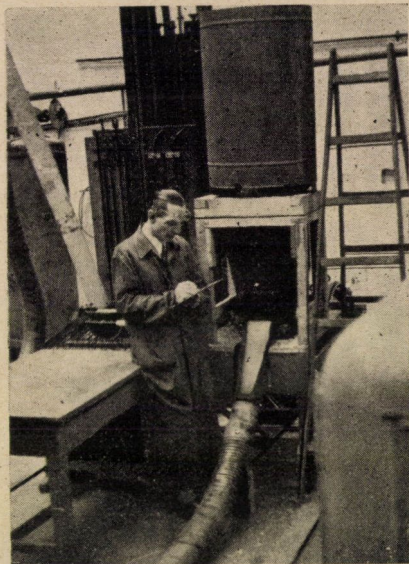
gővel szállítottunk. A levegő fajsúlya : γ_g (kg/m³), sebessége : c_g (m/mp), tehát :

$$Q_g = \gamma_g \cdot F \cdot c_g \text{ (kg/mp)} \quad (1)$$

ahol F : csőfelület ; $F = D^2 \cdot \pi/4$ (m²).

A légmennyiség ilyen módon való számítása anyagszállításkor is jó eredményt ad, mert a szemek okozta szűkítés szélső esetben is csak legfeljebb 1—2%-os hibát okoz.

A csőben a szállítást végző levegő fajsúlya (γ_g) a csőben lévő sztatikus nyomásból (p_s) és hőfokból (t), — a külső légnyomás ismeretével — számít-



2. ábra. Szívőüzemben használt surrantó adagoló

ható, a normál állapotú : $t = 0$ C°-ú és $p_0 = 1$ Atm. nyomáshoz tartozó $\gamma_{g0} = 1,293$ kg/m³ levegőfajsúlyból :

$$\gamma_g = \frac{p_s}{p_0} \cdot \frac{273}{273 + t} \gamma_{g0} \quad (2)$$

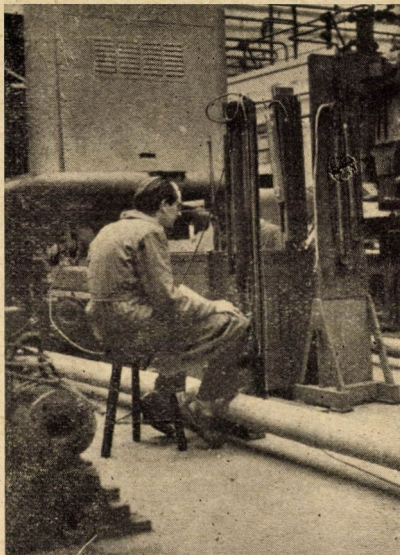
Anyagszállításkor a repülő szemek sebessége c_a (m/mp) (anyagsebesség) nem éri el a levegő sebességét, az anyagsebesség kisebb lesz, $c_a < c_g$. (Az anyagsebesség statisztikus átlagsebességet jelent).

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{c_g} \\ \xrightarrow{c_a} \quad \xrightarrow{w} \end{array} \quad c_g = c_a + w \quad (3)$$

w (m/mp) : a relatív sebesség ; $w = c_g - c_a$.

Szállítási kísérletek közben a következő adatokat mértük: szállított anyagmennyiség hitelesített adagolóval (szívóüzemben surrantó adagolóval; fényképét l. a 2. ábrán). Légmennyiséget az anyag leválasztás után (ciklon után) Pitot-csővel. Az adagolótól 10–15 m-re, tehát a szemek felgyorsítási határára túl következett az $L = 6–10$ m hosszú mérőszakasz, melynek két vége között a nyomásesés: $\Delta p_v'$ (kg/m^2). (A nyomásesés mérését l. a 3. ábrán.)

A mért nyomáseséseket $L = 1$ m hosszú csőszakaszra a továbbiakban is mindig átszámolom:



3. ábra. A nyomásesés mérése vízszintes anyagszállítás közben

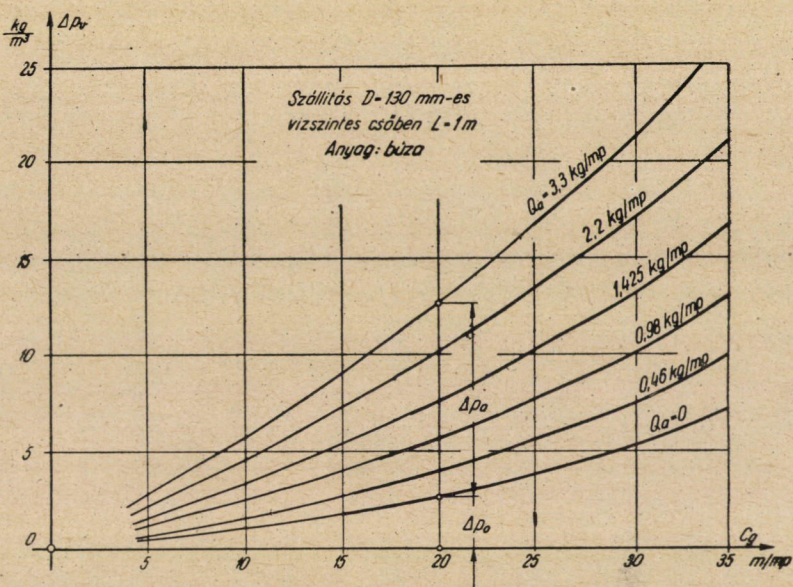
$\Delta p_v = \frac{\Delta p_v'}{L}$ (kg/m^3): az egyenes szállítási szakaszban a folyóméterenkinti nyomásesés.

A mérőszakaszban ezenkívül p_s (kg/m^2) sztatikus nyomás és t ($^\circ\text{C}$) hőfok mérésére volt szükség, a levegő fajsúlyának számításához.

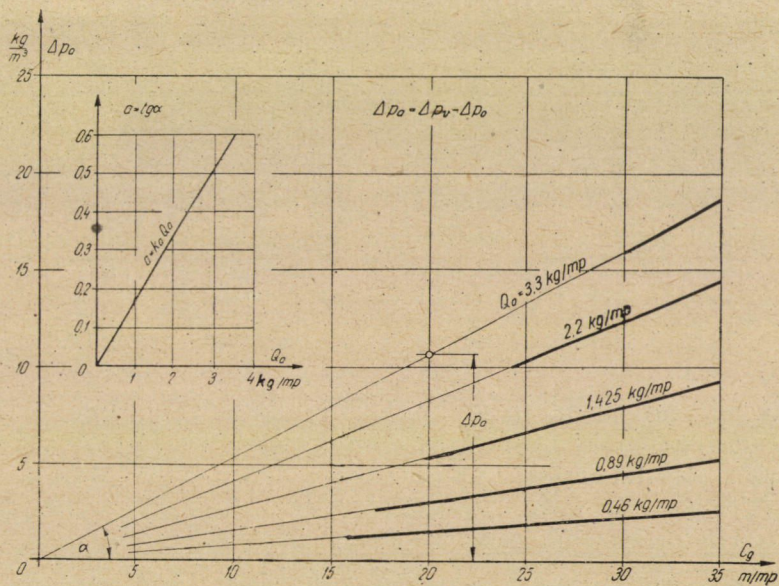
Anyagszállítási mérésekkel párhuzamosan üresjárás méréseket ($Q_a = 0$) is végeztünk. Ekkor a folyóméterenkinti nyomásesés: Δp_0 (kg/m^3).

A mérési eredményeket a 4. ábra mutatja, ahol a gázsebesség függvényében a Δp_v nyomásesések vannak különböző anyagmennyiségek esetén ($Q_a = 0,46$; $0,89$; $1,425$; $2,2$ és $3,3$ kg/mp). Mint látható, ugyanolyan gázsebesség esetén anyagszállításkor a nyomásesés nagyobb, mint üresjárásnál volt; azaz $\Delta p_v < \Delta p_0$.

Az üresjárás és egy anyagszállítási görbe közé eső rész, grafikus kivonással kapott



4. ábra. A Δp_v nyomásesések diagramja a c_g légsebesség függvényében. (Vízszintes egyenletes búzaszállítás $D = 130$ mm átmérőjű csőben.)

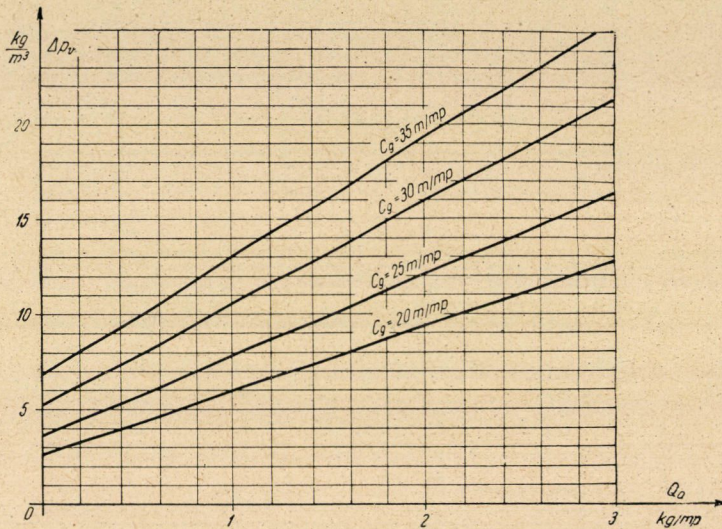


5. ábra. A $\Delta p_a = \Delta p_v - \Delta p_0$ nyomásesések diagramja a c_g légsebesség függvényében. ($D = 130$ mm ; $L = 1$ m.)

$$\Delta p_a = \Delta p_v - \Delta p_0 \quad (4)$$

metszék a nyomásesésnek az anyagszállításra eső része. Δp_a a mérési eredmények alapján a légsebességgel is és a szállítóteljesítménnyel is pontos arányosságot mutat.

Az 5. ábrán a grafikus kivonással kapott Δp_a értékeit ábrázoltam a gázsebesség függvényében (paraméter: Q_a szállítóteljesítmény). Egy-egy állandó Q_a szállítóteljesítmény esetén Δp_a origóból kiinduló egyenes, mely egyenes iránytangense a szállítóteljesítménnyel lineárisan változik. Ezen egyenesek



6. ábra. A Δp_v nyomásesések a szállítóteljesítmény (Q_a) függvényében

iránytangenseit az 5. ábra bal felső sarkában a szállítóteljesítmény függvényében ábrázoltam. Tehát az anyagszállításkor jelentkező többlet nyomásesés arányosan nő a gázsebességgel és a szállítóteljesítménnyel is. Az arányossági tényező bűzára és rozsra $k_a = 0,175$ (csőátmérő $D = 130$ mm). A többlet nyomásesés:

$$\Delta p_a = k_a \cdot Q_a \cdot c_g \quad (\text{kg/m}^3) \quad (5)$$

alakú összefüggéssel számítható.

Pneumatikus anyagszállításkor vízszintes csőben a jelentkező nyomásesés a következőképpen számítható:

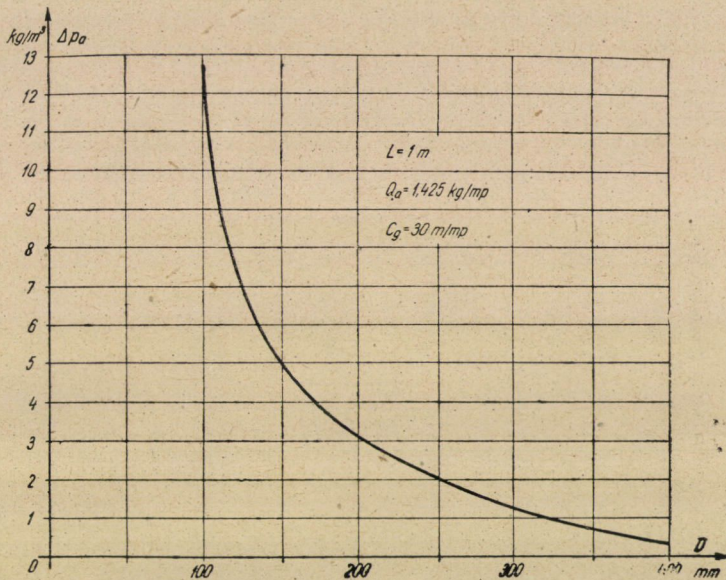
$$\Delta p_v = \Delta p_0 + \Delta p_a$$

$$\text{és } \Delta p_0 = \lambda \frac{L}{D} \cdot \frac{c_g^2}{2g} \gamma_g \quad (6)$$

λ : csősúrlódási tényező, értéke $\lambda = 0,013 - 0,02$ kicsi, mert a szállított anyag a csövet simára csiszolja.

A mérési eredményeket másképpen csoportosítva a 6. ábrán mutatom. Itt a szállítóteljesítmény (Q_a) függvényében ábrázoltam a folyóméterenkénti nyomásesést, különböző állandó gázsebességek esetében. E vonalak lineáris egyenesek, ami az 5. ábra eredményeiből is következik. Ezen egyenesek az illető gázsebességhez tartozó üresjárási nyomásesésből indulnak ki.

Vízszintes szállítási kísérleteinket kiterjesztettük az előbbi méretű ($D = 130$ mm) csővezetékől eltérő méretű csővezetékben történő szállítási



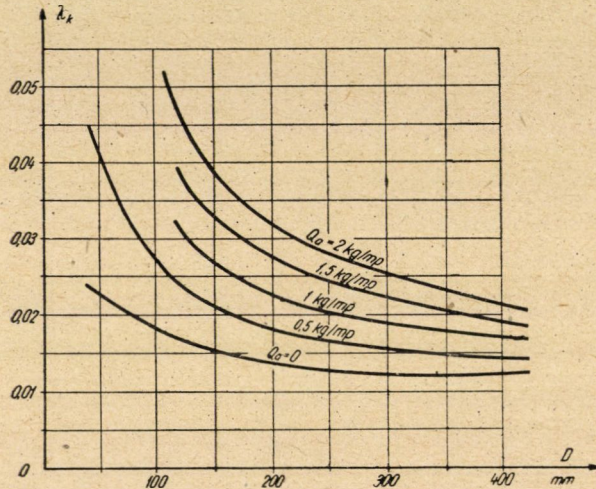
7. ábra. Anyagszállításkor jelentkező többletnyomás Δp_a változása a csőátmérő D függvényében ($Q_a = 1,425$ kg/mp szállítóteljesítmény és $c_g = 30$ m/mp légsebesség esetében.)

vizsgálatra is. A kísérletsorozatok fentebb ismertetett eredményei más csőméretek esetében a következőképpen módosulnak.

Szállítás közben az egyméteres csőszakaszra eső teljes nyomásesés ($\Delta p_v = \Delta p_0 + \Delta p_a$) üresjárási nyomásesése (Δp_c) a (6) szerint a D csőátmérővel fordított arányban változik.

A nyomásesésnek az anyagszállításra eső $\Delta p_a = \Delta p_v - \Delta p_0$ részének felkutatására $D = 100, 125, 150$ mm-es csövekben is végeztünk méréseket. A 7. ábrában megrajoltam a Δp_a nyomásesést a D csőátmérő függvényében. E mérések közben csak a cső átmérője változott, a szállítóteljesítmény $Q_a = 1,425$ kg/mp és a légsebesség $c_g = 30$ m/mp állandó értékek voltak. A 7. ábrán látható Δp_a görbe a csőátmérő négyzetével, D^2 -tel, vagyis a szállítócső felületével fordítottan arányos. Megjegyzem, hogy eddigi laboratóriumi méréseinken ($D = 100 - 150$ mm) kívül eső pontokat Segler mérései alapján közöltem.

Segler kiterjedt pneumatikus szállítási méréseket végzett 20 éven át, vízszintes csőben gabonával. Eredményeit 1951-ben megjelent »Pneumatic Grain Conveying« c. könyvében közölte. Közös mérési területen azonos értékeket mértünk, s így a mi mérési határainkon túlmenő adatokat is felhasználhattam. A 8. ábrán Segler mérési eredményei láthatók. Ő a vízszintes csőben létrejövő nyomásesést $\Delta p_v = \lambda_k \frac{L}{D} \frac{c_g^2}{2g} \gamma_g$ összefüggéssel számolja. Az ábrán $c_g = 23$ m/mp légsebességnél λ_k változásai láthatók a D csőátmérő függvényében.



8. ábra. Segler mérési eredményei, $c_g = 23$ m/mp légsebességnél

A csőátmérő befolyását ismerve, a vízszintes $L = 1$ m hosszú csőben létrejövő nyomásesést szemes anyag egyenletes szállításakor a következőképpen számolhatjuk:

$$\Delta p_v = \Delta p_0 + \Delta p_a = \Delta p_0 + \frac{k}{g} \cdot \frac{Q_a \cdot c_g}{F} \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (7)$$

F (m^2) csőkeresztmetszet; $g = 9,81$ m/mp² gravitációs gyorsulás. » k « (1/m) állandó a vízszintes pneumatikus szállítás ellenállástényezője. Segítségével számítható a csővezeték méterenkénti többletnyomásése. (Innen az 1/m dimenzió).

Gabonaszállításra vonatkozó k állandó értékét a $D = 130$ mm-es cső $k_a = 0,175$ értékű állandójából számíthatjuk. A többletnyomásés összefüggésébe:

$$\Delta p_a = k_a \cdot Q_a \cdot c_g = \frac{k}{gF} Q_a c_g \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5/a)$$

kerül, vagyis

$$k = k_a \cdot g \cdot F \quad (8)$$

$g = 9,81 \text{ m/mp}^2$ és $F = 0,0133 \text{ m}^2$ -hez tartozó $k_a = 0,175$ helyettesítéssel

$$k = 0,023/\text{m}$$

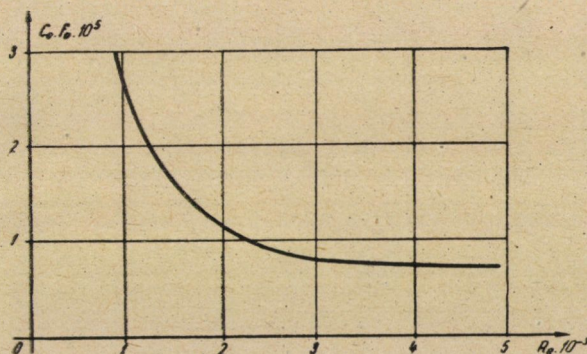
k tényező nagysága tehát gabona egyenletes szállításakor a D csőátmérőtől, valamint a Q_a szállítóteljesítménytől és a c_g légsebességtől független állandó érték.

A nyomásesés (7) szerint történő számításnak helyes voltát az anyagszállítás elméletével igazolom.

2. Pneumatikus anyagszállítás elmélete

Elméleti összefüggések, a kísérleti eredmények értelmezése

A szállított anyag és a szállító gáz nem alkot együtthaladó keveréket. A szemekre szállítás közben visszatartó erők hatnak, melyek a szemek csőfalhoz



9. ábra. Búzaszem ellenállástényezője a Reynolds-szám függvényében

történő ütközéséből adódnak. Ezen erők hatására a szemek visszamaradnak a légáramhoz képest, de meg nem állnak, mert a jelentkező relatív sebesség szállításirányú aerodinamikai ellenálláserőt hoz létre. Ez az erő (P_1) az egy szemet előrehajtó mozgatóerő, mely

$$P_1 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 \cdot C_e w^2 \quad (9)$$

összefüggésből számítható.

C_e : a gabonaszem f_0 felületére vonatkozó aerodinamikai ellenállástényező. Értéke méréssel meghatározható. A mérésből $f_0 \cdot C_e$ szorzat adódik közvetlenül, és szétválasztásuk a továbbiakban sem fontos. A 9. ábrában éppen ezért $f_0 \cdot C_e$

változót mutatom a gabonaszemre vonatkoztatott Reynolds-szám függvényében. E tényező hosszadalmas mérésére itt nem térek ki, csak megjegyzem, hogy azt szemek ejtési kísérletével, az eső gabonaszem sebességének mérésével határoztam meg. Így az ellenállástényezőt $R_e = 4 \cdot 10^3$ nagyságú Reynolds-számig tudtam meghatározni. Anyagszállítás közben a szemre vonatkozó Reynolds-szám $3 \cdot 10^3 - 6 \cdot 10^3$ érték között változik. Az ellenállástényező görbéjének jellegeből következően a Reynolds-szám e határán belül C_e állandónak vehető, és a későbbiekben $f_0 C_e = 0,70 \cdot 10^{-5}$ (m²) értékkel számolok.

Egyenletes szállítást vizsgálva, vagyis az adagolástól oly távolságban, ahol már gyorsulás nincs, az egyes G_1 (kg) súlyú szemekre az ütközésekből származó S_1 (kg) visszatartó, fékező erőt folyamatosan hatónak tételezhetjük fel (Vagyis az ütközésekből adódó erők statisztikus átlagát vesszük.)

Az egyenletes üzem feltétele:

$$S_1 = P_1 \text{ (kg)} \quad (10)$$

erőegyensúly.

Szállítás közben az $L = 1$ m hosszú csőben egyidejűleg n_q darab G_1 súlyú szem van.

$$n_q \cdot G_1 = q_a \text{ (kg/m)} \quad (11)$$

A folyómétersúly

$$q_a = \frac{Q_a}{c_a} \quad (12)$$

szállítóberendezéseknél használt fogalom. Az összes n_q darab szemre hat még az S_1 visszatartóerő és P_1 hajtóerő is ($n_q S_1 = n_q P_1$). Ez az erő a cső két vége között az üres cső súrlódási nyomásesésén túlmenő többletnyomásésésként jelentkezik. A nyomások összegeződnek. E többletnyomás szükséges a szemek szállításához.

$$n_q P_1 = \Delta p_a F \quad (13)$$

Tehát elméletileg is indokolt a szállításkor jelentkező többletnyomást az üresjárású nyomáseséshez hozzáadni. A (13) egyenlet $n_q = \frac{q_a}{G_1} = \frac{Q_a}{G_1 (c_g - w)}$ helyettesítéssel a következő alakra hozható:

$$F \cdot \Delta p_a = F \cdot \frac{k}{g} \cdot \frac{Q_a \cdot c_g}{F} = \frac{Q_a}{G_1 (c_g - w)} \cdot \frac{\gamma_g}{2g} \cdot f_0 \cdot C_e \cdot w^2$$

Az egyenlet rendezésekor Q_a szállítóteljesítmény és F csőfelület kiesik, az egyenlet tehát Q_a és F bármely értékére érvényes marad. Írható:

$$w^2 + A \cdot c_g \cdot w - A c_g^2 = 0 \quad (14)$$

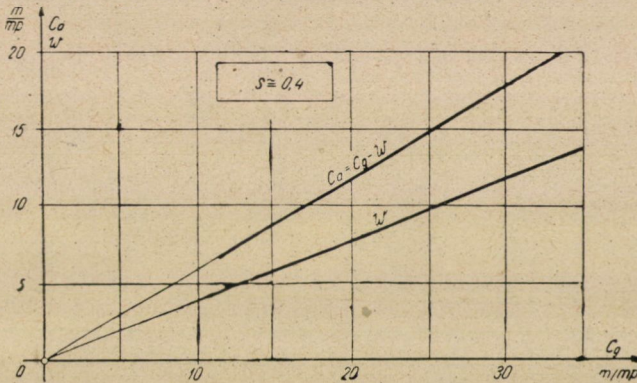
ahol az egyenlet állandója

$$A = \frac{2 G_1 k}{\gamma_g \cdot f_0 C_e} \quad (15)$$

és értéke $G_1 = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$, $\gamma_g = 1,1 \text{ kg/m}^3$ (szívőüzemi adat), $f_0 C_e = 0,70 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ és $k = 0,023/\text{m}$ helyettesítéssel: $A = 0,23$.

A (14) egyenletből w relatív sebesség kiszámítható. A másodfokú egyenlet két megoldása közül anyagszállításkor csak pozitív w értéknek van fizikai értelme. Az egyenlet átrendezés után írható:

$$\left(\frac{w}{c_g}\right)^2 + A \frac{w}{c_g} - A = 0 \quad (14/a)$$



10. ábra. A vízszintes gabonaszállítás sebessége

$$\text{és } \frac{w}{c_g} = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + 4A}}{2} = s \quad (16)$$

A mérések tehát arra a meglepő eredményre vezettek, hogy vízszintes gabonaszállításkor az anyagáram viszonylagos visszamaradása, vagyis a szlip (s) állandó marad, függetlenül a szállítóteljesítménytől, csőmérettől és légsebességtől.

Írható tehát:

$$s = \text{állandó}$$

és ezzel:

$$w = s \cdot c_g \text{ és } c_a = (1 - s) c_g \quad (17)$$

Gabonaszállításkor a szlip értéke a (14/a)-ból kiszámítva $s = 0,4$ értéket ad (felfelé kerekítve); azaz 40%. Ennek a rendkívül egyszerű eredménynek az érvényessége csak a dugulásmentes anyagszállítást biztosító c_{g0} sebességi határnál nagyobb ($c_g > c_{g0}$) légsebességekre korlátozott.

A w és c_a sebesség (lineáris) változását a c_g légsebesség függvényében a 10. ábra szemlélteti.

Az anyagáram viszonylagos visszamaradása miatt az adagolási súlyarány (keverési arány): $\mu = Q_a/Q_g$, a szállítócsövet egyidejűleg kitöltő keverék súlyarányával nem egyenlő, hanem

$$m = \frac{q_a}{q_g} = \frac{\mu}{1-s}$$

A szemek szállításakor jelentkező többletnyomásésés, mint azt már előbb említettem, a szemeknek a csőfalhoz való ütközéséből adódik. Ez igazolható is. $L = 1$ m hosszúságú csőben a szemek elvesztenék lendületük ξv részét, ha ezt az energiavesztéséget a P_1 hajtóerő munkája nem fedezné. Ez az energia-vesztés az S_1 visszatartó erő munkájával egyenlő, azaz:

$$\xi v \frac{m_1 c_a^2}{2} = S_1 \cdot 1 \quad (\text{mkg}) \quad (18)$$

$$m_1 = \frac{G_1}{g} \quad (\text{egy szem tömege}); \text{ vagyis:}$$

$$S_1 = \xi v \cdot \frac{m_1 c_a^2}{2} \quad (18/a)$$

Az így felírt S_1 erő ütközésből adódó erőt jelent. Ha ez okozza az anyagszállításakor jelentkező többletnyomásésést, állításom igazolt. $L = 1$ m-es hosszú csőre:

$$\Delta p_a = S_1 \cdot n_q / F$$

írható, és ide behelyettesítve

$$n_q = \frac{q_a}{G_1} = \frac{Q_a}{c_a \cdot G_1} \quad \text{és} \quad S_1 = \xi v \cdot \frac{m_1 c_a^2}{2}$$

összefüggéseket

$$\Delta p_a = \xi v \cdot \frac{Q_a \cdot c_a}{2g \cdot F} = \frac{\xi v \cdot (1-s)}{2} \frac{Q_a \cdot c_g}{F \cdot g} \quad (5/b)$$

adódik, és ez utóbbi összefüggést mint mérési eredményt láttuk

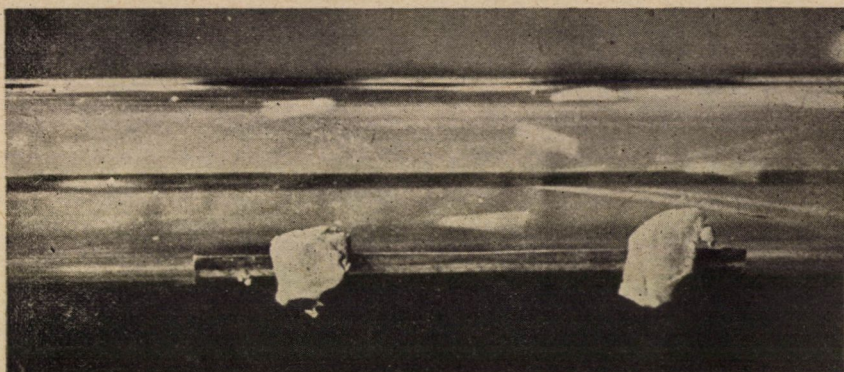
$$k = \xi v \cdot \frac{1-s}{2}$$

állandó beírásával (5/a).

A (19)-ből ξ_v gabonára a mérési eredményekből számítható :

$$\xi_v = \frac{2k}{1-s} = \frac{2 \cdot 0,023}{0,6} = 0,077/m.$$

Ez azt jelenti, hogy gabonaszállítás közben folyóméterenként a szállított anyag lendületének 7,7%-át kell pótolni. A (19) egyenlettel a k tényezőnek elméleti értelmezést is adtam. E szerint a szállításkor jelentkező többletnyomásesést az anyagsebességre vonatkoztatva kellene kifejezni, ahogy azt az (5/b)-ben látjuk. Tekintve, hogy az anyag- és gázsebesség között lineáris összefüggés



11. ábra. Üvegcsőben történő búzaszállításról készült fénykép

van, egyszerűsége és könnyen használható volta miatt vízszintes szállításkor mégis indokolt az (5/a) összefüggés használata.

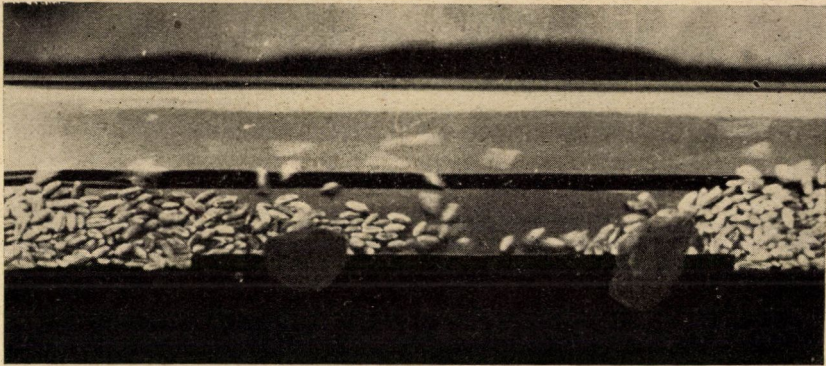
A vízszintes pneumatikus anyagszállítás elméletével kapcsolatban még valamit kell tisztázni: a vízszintes csőben szállított szemek lebegésének kérdését. Másképpen a kérdés: lebegnek-e egyáltalában a szemek, és ha igen, milyen erőhatás lebegteti a szemeket. *Gasterstüdt* szerint a repülő szemek forgó mozgást végeznek, és autorotációval magyarázza a lebegést. Ez eddigi megfigyeléseinknél sohasem volt tapasztalható, igen erőltetett és helytelen magyarázat.

Aerodinamikai felhajtóerővel is lehetne magyarázni a szemek lebegését. E szerint repülés közben a szemre, mint tökéletlen szárnyprofilra, aerodinamikai felhajtóerő hat, mely a szem súlyerejével megegyező nagyságú és vele egyensúlyt tart. Azonban a szemek az ütközések folytán a csőben egészen különböző helyzetben repülnek, és így az esetlegesen keletkező felhajtóerő csak egy-egy kivételes helyzetben lenne valóban függőlegesen felfelé irányuló.

A valóságban a helyzet az, hogy a szemek nem lebegnek a csőben, hanem nagy sebességgel vízszintesen elhajtított test pályájához hasonlóan, igen elnyújtott parabola pályán repülnek, a cső aljáról, illetve oldaláról visszapattannak.

Ezt igazolja a 11. ábrán látható fénykép, ahol vízszintes üvegsőben történő búzaszállítás látható. Van szem, amelyik felfelé tart, másik lefelé, van amelyik vízszintesen repül. Némelyik a csőfalról való visszapattnás miatt forog is. Ha a cső aljára szemek rakódtak le, és utána a légsebesség oly értéket ér el, amelynél már szállítás lehetséges, a határreteg sebességeloszlásából adódó szívóhatás folytán felrepülnek. Ilyen jelenséget mutat a 12. ábra.

A vízszintes csőben szállított szemek lebegése energetikai szempontból különben sem döntő. Ugyanis a vízszintes irányú szállítás energiaszükségletének számításában a súlyerőnek közvetlenül nincs jelentősége, súlyemelő munkát nem végzünk.



12. ábra. Csőben lerakódott szemek növekvő légsebességnél felrepülnek

E fejezetben, a mérési eredményekből kiindulva, sikerült tisztázni a szemes anyagok vízszintes egyenletes szállításakor keletkező erő- és sebességi viszonyokat.

3. Indítószakasz vizsgálata

Pneumatikus anyagszállító berendezéseknél az adagoló után az indítószakasz következik. Ebben a csőszakaszban a szemek felgyorsulnak az egyenletes üzemiállapotnak megfelelő sebességre. Természetesen a szemek felgyorsítása energiát igényel, mely az indító csőszakaszban az egyenletes anyagszállítás nyomásesésén túlmenő többletgyorsításban (Δp_d), a gyorsításhoz szükséges gyorsításban jelentkezik.

Ha a szemes anyagot a vízszintes cső tengelyére merőlegesen vezetjük a c_g sebességű légáramba, akkor minden szemcsét c_a sebességre kell felgyorsítani. Az 1 kg felgyorsításához szükséges munka: $c_a^2/2g$ a Q_a (kg/mp) mennyiség gyorsításának munkateljesítmény szükséglete:

$$N_{d0} = Q_a \frac{c_a^2}{2g} \quad (\text{mkg/mp}). \quad (20)$$

A veszteségmentes esetben keletkező nyomásesés

$$\Delta p_{d0} \cdot V_g = Q_a \frac{c_a^2}{2g} \quad (21)$$

összefüggésből $c_a = (1 - s) c_g$ helyettesítéssel :

$$\Delta p_{d0} = \frac{Q_a c_g (1 - s)^2}{2gF} \quad (\text{kg/m}^2) \quad (22)$$

számolható.

A veszteségek miatt a nyomásesés jóval nagyobb és az impulzus tételből számítható $F \cdot \Delta p_d = m_a \cdot c_a$; ($m_a = Q_a/g$) összefüggésből :

$$\Delta p_d = \frac{Q_a c_a}{Fg} = \frac{1 - s}{g \cdot F} \cdot Q_a \cdot c_g \quad (\text{kg/m}^2). \quad (23)$$

A (23) egyenlet, amely a szemek felgyorsításához szükséges többletnyomásesést fejezi ki, alakra megegyezik az (5/a) egyenlettel, amely az egyenletes szállítás közben jelentkező többletnyomásesést mutatja. A két egyenlet hányadosa :

$$\Delta p_d / \Delta p_a = \frac{1 - s}{k} = L_{de}$$

a gyorsítás egyenértékű csőhosszát jelenti az egyenletes üzemű többlet ellenállással kifejezve.

Gabonaszállításkor $s = 0,4$; $k = 0,023$ értékekkel

$$L_{de} = \frac{0,6}{0,023} = 26 \text{ m.}$$

Az indítószakaszban a szemek sebességviszonyait a rá ható erők vizsgálatából számolhatjuk. A hajtóerő most is aerodinamikai ellenálláserő, mely a pillanatnyi w relatív sebességből a (9) szerint számolható. A jelentkező visszatartóerő: S_1 ütközésekből adódik, és most is, mint mindig, az anyagsebesség négyzetével arányos, (18)-ból számolható. Csakhogy az indítószakaszban $P_1 \neq S_1$, hanem $P_1 > S_1$, és a két erő különbsége a tehetetlenségi erő (illetve gyorsító erő).

Az erőegyensúly most : $P_1 = S_1 + K_1$
azaz : ($w = c_g - c_a$ helyettesítéssel)

$$\frac{\gamma g}{2g} f_0 C_e (c_g - c_a)^2 = \xi_v m_1 \cdot \frac{c_a^2}{2} + m_1 \cdot \frac{dc_a}{dt} \quad (24)$$

Ez a differenciálegyenlet az állandók összevonásával írható :

$$B_2 c_a^2 - B_1 c_a + P_0 = m_1 \cdot \frac{dc_a}{dt} \quad (24/a)$$

$$P_0 = \frac{\gamma_g}{2g} \cdot f_0 C_e c_g^2 \text{ (kg)}$$

az indítás első pillanatában jelentkező ($c_a = 0$ -hoz tartozó) hajtóerő

$$B_1 = \gamma_g f_0 C_e c_g \quad \text{és} \quad B_2 = \frac{\gamma_g}{2} f_0 C_e - \xi v \cdot \frac{m_1}{2}.$$

A differenciálegyenlet a változók szétválasztása után integrálható, és az idő (t) és az anyagssebesség (c_a) között összefüggést kapunk

$$t = \frac{m_1}{\sqrt{B_1^2 - 4B_2P_0}} \ln \frac{(B_1 - \sqrt{B_1^2 - 4B_2P_0})c_a - 2P_0}{(B_1 + \sqrt{B_1^2 - 4B_2P_0})c_a - 2P_0} \quad (25)$$

(az integrációs állandó $t = 0$ -hoz tartozó $c_a = 0$ határfeltételből számoltam).

A (25) inverze $c_a(t)$ összefüggés érdekesebb, s ez :

$$c_a = \frac{c_g}{1 + \beta} \cdot \frac{1 - e^{-\alpha t}}{1 - \delta e^{-\alpha t}} \quad (25/a)$$

alakba írható, az egyszerű alak miatt az állandók másfajta csoportosításával.

Itt

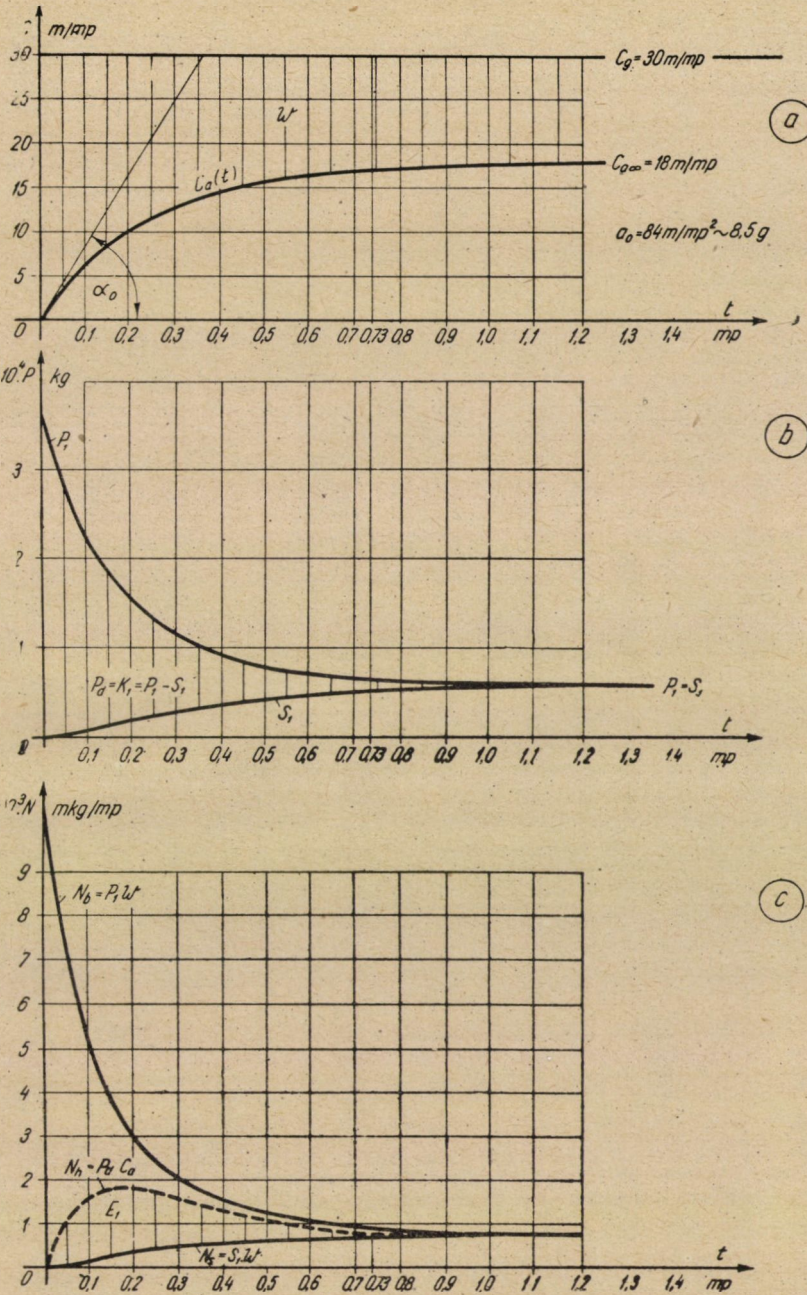
$$\alpha = \frac{\sqrt{B_1^2 - 4B_2P_0}}{m_1} = c_g \sqrt{\frac{\xi v \gamma_g f_0 \cdot C_e}{g \cdot m_1}} \quad (26)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\xi v m_1 g}{\gamma_g f_0 C_e}} \quad \text{és} \quad \delta = \frac{1 - \beta}{1 + \beta}.$$

A (25/a) egyenlet görbéjének lefolyása a 13/a. ábrán látható, aszimptotikusan közeledik az anyagssebesség egyenletes üzemmállapothoz tartozó értékéhez $c_a \rightarrow c_{a\infty}$, melyet tulajdonképpen csak végtelen idő múlva érne el. A (25/a)-ban tehát $t \rightarrow \infty$ -hez határátmenetet végezve, az előző fejezetben már megismert $c_{a\infty}$ értéket kell kapnunk.

Vagyis :

$$c_{a\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} c_a = \frac{1}{1 + \beta} c_g \quad (27)$$



13. ábra. Indítószakaszban a az anyag- és légsebesség az idő függvényében ; b az erők az idő függvényében ; c a teljesítmények az idő függvényében

A (26) egyenletbe a szlipet: $\frac{c_{a\infty}}{c_g} = 1 - s$ helyettesítve, β előbbi értékét beírva, valamint a (19)-ből $\xi_v = \frac{2k}{1-s}$ betéve, a már ismert

$$s^2 + A \cdot s - A = 0 \quad (14/a)$$

összefüggést kapjuk, ahol az A állandó értéke is pontosan megegyezik a (15)-ben felírt alakjával.

Vagyis a határátmenettel is az egyenletes szállításkor már megismert végsebességeket kapjuk. Ez gabonára, mint láttuk, felfelé kerekítve $s = 0,4$, azaz 40%-os szlipet ad.

A (26)-ból kapható összefüggések segítségével:

$$\beta = s/1 - s \quad \text{és} \quad \delta = 1 - 2s.$$

A (25/a) még egyszerűbb, és fizikailag értelmezett alakra hozható:

$$c_a = c_g(1-s) \frac{1 - e^{-\alpha t}}{1 - (1-2s)e^{-\alpha t}} \quad (\text{m/mp}) \quad (25/b)$$

vagy:

$$c_a = c_{a\infty} \frac{1 - e^{-\alpha t}}{1 - (1-2s)e^{-\alpha t}} \quad (\text{m/mp})$$

(s mindig az egyenletes sebességű üzemhez tartozó szlipet jelenti).

A 13. ábrában $c_g = 30$ m/mp gázsebességhez tartozó búza indításnál lejátszódó jelenségeket rajzoltam meg: a) menetábra. A t_i indítási időt abból a feltételből határoztam meg, hogy az anyagsebesség $h = 5\%$ -os hibával közelítse meg az egyenletes üzemállapothoz tartozó értékét ($c_a/c_{a\infty} = 0,95$), t_i a (25/b) egyenlet inverz alakjából adódik.

$$t_i = -\frac{1}{\alpha} \ln \frac{1 - c_a/c_{a\infty}}{1 - (c_a/c_{a\infty}) \cdot (1 - 2s)} \quad (\text{mp}) \quad (25/c)$$

$c_g = 30$ m/mp gázsebességnél ($h = 5\%$ -os hibával) $t_i = 0,73$ mp. Ez az idő háromszorosa annak a $t_0 = t_i/3$ időnek, mely idő alatt elérné a szem a végsebességét, ha végig a kezdő $a_0 =$ állandó gyorsulással mozogna.

A szemek kezdőgyorsulása $a_0 = 85$ m/mp² $\sim 8,5$ g. (A kezdő gyorsulás, szemes anyagokra általános egyenlete: $a_0 = c_{a\infty} \cdot \alpha/2s$.)

A számításnál gabonaszállítási adatokat helyettesítettem: $s = 0,4$; és

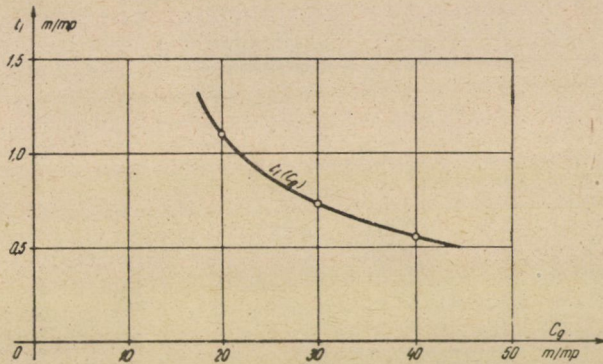
$$\alpha = 0,125 c_g \quad (26/a)$$

melynek értéke a (26)-ból a következő helyettesítéssel adódik:

$\xi v = 0,077/m$; $\gamma_g = 1,1 \text{ kg/m}^3$; $f_0 C_e = 0,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$; és $G_1 = g \cdot m_1 = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$
 $c_g = 30, \text{ m/mp}$ esetén, $\alpha = 3,75$.

A 13/b. ábrán az indításnál keletkező erők láthatók az idő függvényében. A P_1 hajtóerő az a) ábrából leolvasható ($c_g - c_a$ kivonásból adódó) w relatív sebességek négyzetével, az S_1 visszatartóerő pedig az anyagsebesség négyzetével arányos. E két erő különbsége a gyorsítóerő (P_d), illetve a gyorsítóerővel megegyező nagyságú, de ellenkező értelmű tehetetlenségi erő (K_1).

A c) ábrán a teljesítmények láthatók. Az indításhoz bevezetendő teljesítmény: $N_b = P_1 \cdot w$ (mkg/mp), mert a hajtóerő w sebességgel végez munkát. Az ütközésből adódó visszatartóerők teljesítménye $N_s = S_1 \cdot w$. A gyorsítóerő



14. ábra. Búza indításnál az indítási idő változása a légsebesség függvényében. A szem felgyorsulásának hibája: $h = 5\%$.

teljesítménye pedig $N_h = P_d \cdot c_a$. Ezen az ábrán a görbék alatti területek munkát jelentenek. N_s alatti terület az ütközések miatt adódó veszteségek munkaterülete. Az N_h alatti terület (az N_s görbéig), melyet vonalazással külön is kiemeltem, a gyorsító erők munkája, vagyis a lendület (E_1). Értéke planimetrálással is meghatározható: $E_1 = 0,65 \cdot 10^{-3}$ mkg, egyezik a számított értékkel. Az N_b alatti terület e kettő összegénél jóval nagyobb, a különbség az indításkor jelentkező többletvesztés, mely hővé alakul.

A légsebességnek az indítási időre való befolyását a (25/c)-ből állapíthatjuk meg. E szerint, ha a szemek felgyorsításának hibáját, vagyis $c_a/c_{a\infty}$ értékét állandónak (a példa szerint $c_a/c_{a\infty} = 0,95$) vesszük, az indítási idő α -val, vagyis (26) szerint a légsebességgel fordítva arányos. Búza indításnál, ha $h = 5\%$ -os szemfelgyorsulási hibát engedünk meg, vagyis $c_a/c_{a\infty} = 0,95$ az indítási idő:

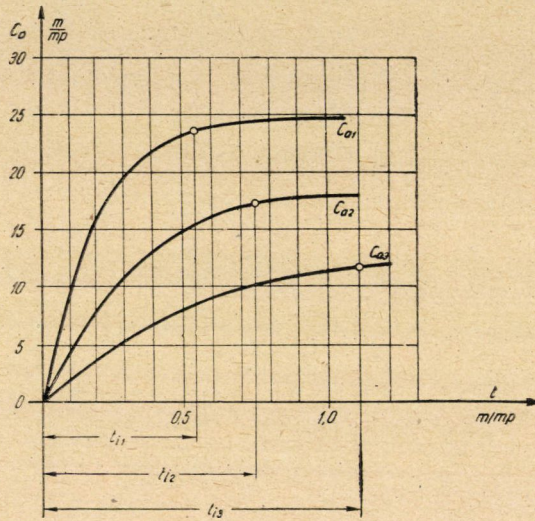
$$t_i = \frac{22}{c_g} \quad (28)$$

alakból számítható (l. 14. ábrát).

Indítószakasz vizsgálatánál fontos adat az indítószakasz hossza (ahol a szemek felgyorsulása lefolyik). A (25/b) egyenlet integrálásával az út-idő: $L(t)$ összefüggést megkapjuk :

$$L_i = \int_0^{t_i} c_a dt = c_g (1-s) \cdot \left(t_i - \frac{2s}{a(1-2s)} \ln \frac{1 - (1-2s)e^{-\alpha t_i}}{2s} \right) \text{ (m)}. \quad (29)$$

(Az integrációs állandót $t = 0$ -hoz tartozó $L = 0$ határfeltételből határoztam meg.)



15. ábra. Különbféle légsebességgel való indításkor anyagsebesség változása az idő függvényében

A (29)-ből azt a meglepő eredményt olvashatjuk ki, ha szemes anyag indításánál az indítási utat a szemek felgyorsulásának h hibaszázalékával korlátozzuk, az L_i indítóhossz független a légsebességtől is.

Búza indításnál $c_a/c_{a\infty} = 0,95$ korlátozással t_i értékét a (28)-ből, a értéket (26/a)-ból helyettesítve, $s = 0,4$ -del számolva :

$$L_i = 9,2 \text{ m} = \text{állandó}$$

adódik, függetlenül a légsebességtől.

A 15. ábrán különböző légsebességekkel való indításkor az anyagsebesség változását rajzoltam meg az idő függvényében. A c_a görbék alatti, és t_i indítási időig terjedő területek tehát egyenlők.

E pontban lévő eredmények igazolják, és indokolják azt is, hogy az egyenletes üzem kimérésekor az adagoló után $L = 10-15$ m indítószakasz végén kezdődhetik a mérések.

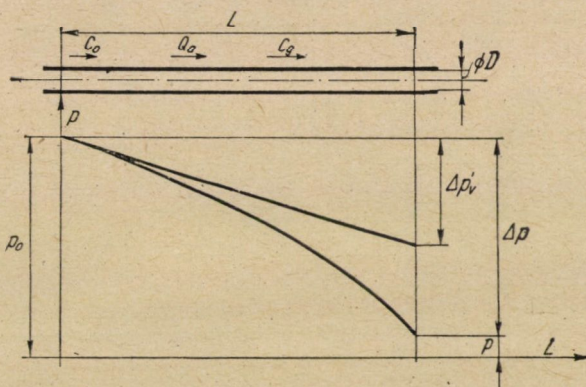
4. Anyagszállítás hosszú csővezetékben

(expanzió figyelembevételével)

Hosszú csővezetékben történő anyagszállításkor a cső két vége között jelentkező nyomásesés tekintélyes nagyságú lehet. Az eddigiekben megadott Δp_v nyomásesések $L=1$ m hosszú szállítócsőre vonatkoznak, és nem túlságosan hosszú csővezeték esetében a nyomásesés a csőhosszal arányosan nő. Ha tehát L nem túl nagy, a végei között jelentkező nyomásesés:

$$\Delta p'_v = L \cdot \Delta p_v \quad (\text{kg/m}^2) \quad (30)$$

A jelentkező nyomáseséssel kapcsolatosan nem szabad elfeledkeznünk a



16. ábra. Nyomásesés hosszú csővezetékben

szállítógáz expansziójáról. Ha az expansziót is figyelembe vesszük, már nem lesznek a csőhosszal arányos nyomásesések. Az expanszió miatt a gázsebesség megnő, és ez az üresjárási és a szállítási többletnyomást is megváltoztatja a kezdeti értékekhez képest. A 16. ábra hosszú csővezetékét ábrázol, melynél az anyagszállítás balról jobbra történik.

A cső elején a gázsebesség: c_{g0} ; az ebből számítható nyomásesés $L = 1$ m-es csőszakaszra a (7)-ből számítható (Δp_v). Az expanszió miatti nyomásesés a cső végei között:

$$\Delta p > L \cdot \Delta p_v = \Delta p'_v$$

és értéke a következőképpen határozható meg:

$$-dp = \lambda \frac{dL}{D} \cdot \frac{c_g^2}{2g} \cdot \gamma_g + dL \frac{k}{g \cdot F} \cdot Q_a \cdot c_g \quad (31)$$

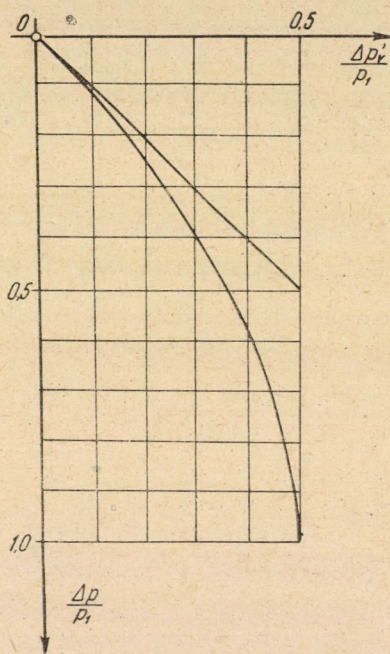
majd $c_g = \frac{Q_g}{F \cdot \gamma_g}$ behelyettesítéssel, és izotermikus állapotváltozást feltételezve,

a levegőfajsúly a kezdeti értékéből kifejezve $\gamma_g = p \frac{\gamma_0}{p_0}$, és szintén behelyettesítve, a differenciálegyenlet a változók szétválasztása után integrálással megoldható. A végeredmény :

$$\Delta p = p_0^* - \sqrt{p_0^2 - 2\Delta p'_v \cdot p_0} \quad (\text{kg/m}^2) \quad (32)$$

vagy másképpen rendezve :

$$1 - \frac{\Delta p}{p_0} = \sqrt{1 - \frac{2\Delta p'_v}{p_0}} \quad (32/a)$$



17. ábra. Az expanzió figyelembevételével adódó nyomások

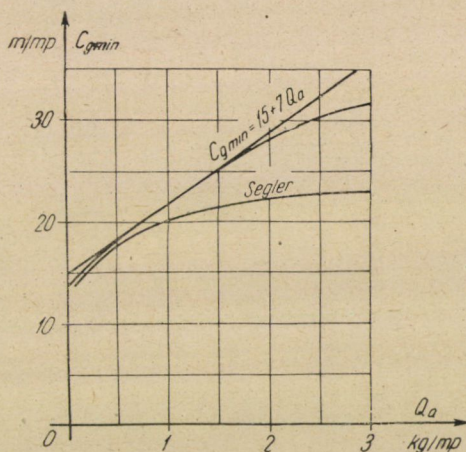
A (32) összefüggésnek az az érdekessége, hogy pontosan megegyezik a csak levegő szállításakor mutatkozó jelenséggel. A kapott eredménynek hiányossága, hogy nem veszi figyelembe a csőmenti expanzió miatt folyamatosan növekedő sebességű légáram gyorsításához szükséges nyomásesést. De ennek elhanyagolása — mint azt *Pattantus* kimutatta — a gyakorlatban előforduló esetekben alig vezet számszerűen érzékelhető hibára. (A végeredmény levezetése közben feltételeztem, hogy a szállítási többletnyomásés összefüggésében előforduló k tényező független a szállító gáz állapotjelzőitől. Idevágó mérések hiányában ezt a feltételt azért hoztam be, mert az expanzió következtében

létrejövő többletnyomásra mindenképpen rá akartam mutatni. Ha változó levegő fajsúllyal végzett mérések a k tényező változását mutatják, a (32) eredmény csak közelítésnek tekinthető, és ekkor az expanzió következménye nem azonos a csak levegőszállítás esetével.)

A 17. ábrán látható a (32/a) egyenlet lefolyása. A görbe 45° -os egyenessel kezdődik, tehát kis nyomásesések esetén nem szükséges e korrekciót alkalmazni. 5%-os hibahatárt megengedve $\Delta p/p_0 = 0,1$ értékig, ami szívóüzem esetében $\Delta p = 1000 \text{ kg/m}^2$ nyomásesést jelent, az expanzió figyelmen kívül hagyható.

5. A minimális szállítósebesség

Eddigi vizsgálataink folyamán nem vettük figyelembe, hogy a légsebes-



18. ábra. A légsebesség alsó határértéke búza szállításakor

ségnek van felső ($c_{g\max}$) és alsó ($c_{g\min}$) határértéke, mely korlátozza a szállító-levegő sebességének választását.

$$c_{g\min} < c_g < c_{g\max}$$

A légáram sebességének legnagyobb értékét voltaképpen a szállított anyag megengedhető $c_{a\max}$ sebessége szabja meg, amely a szemek épségben maradását még éppen biztosítja. A túlságosan nagy sebességgel ütköző szemek ugyanis megsérülnek, amit különösen gabonaszállításakor feltétlenül kerülni kell.

Nagy szállítósebesség üzemgazdasági okokból sem kívánatos, a légsebesség választásával mindig az alsó határérték megközelítésére kell törekednünk. A légáram sebességének alsó $c_{g\min}$ határa fölött az üzem folytonossága és zavarlatansága érdekében kell maradni. A légáram sebességének kisebbedésével az

anyagszállítás megszűnik, a szemek a cső alján lerakódnak és a cső csakhamar eldugul. Kísérleteink olyan határsebesség megállapítására irányultak, amely a szemek lerakódását még teljes biztonsággal meg tudja akadályozni.

Segler gabonával végzett kísérletei alapján arra az eredményre jutott, hogy a cső dugulását megakadályozó határsebesség a csőátmérőtől független. Nagyságát a Q_a szállítóteljesítmény nagysága szabja meg. Mérési eredményei a 18. ábrán láthatók, melyek búza szállításra 46 mm-től 400 mm-ig változó csőátmérőre vonatkoznak.

A vízgéplaboratóriumban $D = 130$ és 150 mm átmérőjű vízszintes csövekben búzával végzett kísérleteink eredménye szintén a 18. ábrán látható. Ez a függvényábra jóval Segler görbéje fölött jár, ami azzal magyarázható, hogy nem a cső dugulását előidéző határsebességeket, hanem a szállítást még teljes biztonsággal fenntartó határsebességeket ábrázoltam. A görbe első szakasza egyenessel helyettesíthető, melynek egyenlete:

$$c_{g \min} = 15 + 7 Q_a \text{ (m/mp)} . \quad (33)$$

Ez az összefüggés kisebb ($Q_a < 6$ t/ó) szállítóteljesítmények esetére jól használható, és Segler kísérletei alapján a csőátmérőtől független.

6. A vízszintes szállítás gazdaságossága

A jósági fok

Az eddig tárgyaltak alapján pneumatikus szállítóberendezések üzemi jellemzőit előre számolhatjuk, de nem tudjuk biztosan, vajjon a szabadon választott méretek és sebességek az üzem gazdaságossága szempontjából a legelőnyösebb megoldásra vezetnek-e?

A méretezéshez szükség van olyan módszerre, mely az üzemi jellemzők kapcsolatát feltárja abban az értelemben, hogy a legelőnyösebb megoldást választhassuk.

A függőleges szállításnál értelmezett hatásfok:

$$\eta = \frac{Q_a H}{V_g \cdot \Delta p'_f} \quad (34)$$

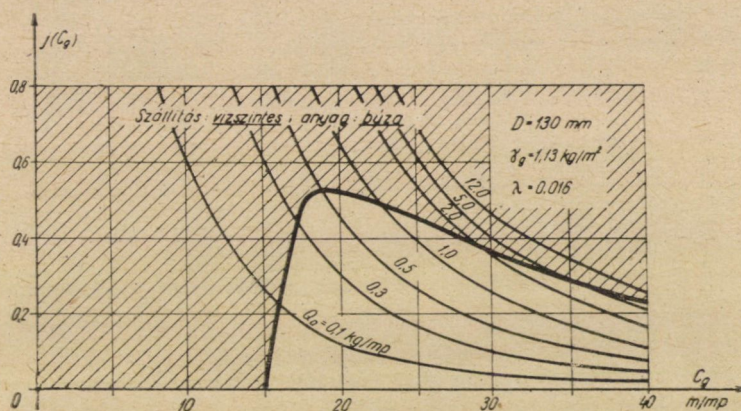
(H : a függőleges szállítás magassága; $\Delta p'_f$: a jelentkező nyomáskülönbség.)
míntájára vízszintes szállításnál a jósági fokot vezethetjük be:

$$j = \frac{Q_a \cdot L}{V_g \cdot \Delta p'_v} . \quad (35)$$

Ez $V_g = F \cdot c_g$ helyettesítéssel a következő alakba írható :

$$j = \frac{Q_a}{F \cdot c_g \cdot \Delta p_v} \quad (36)$$

A 19. ábrán $D = 130$ mm csőátmérőhöz ($F =$ állandó) és a kijelölt $Q_a =$ állandó szállítóteljesítményekhez, mint paraméterekhez a jósági fok görbeserege látható a c_g légsebesség függvényében. A görbék azt mutatják, hogy a légáram c_g sebességének csökkentésével a vízszintes szállítás jósági foka rohamosan növekszik. Azonos sebesség esetében a Q_a szállítóteljesítmény növelésével javul az üzem gazdaságossága.



19. ábra. A vízszintes szállítás jósági foka a légsebesség függvényében. Az üzembiztos szállítás tartománya

Ez a megállapítás azonban csak a görbesereg alakjára érvényes, de a berendezés üzemére nem vonatkoztatható, mert az üzembiztos (dugulásmentes) anyagszállítás érdekében a görbeseregnek csak az előző pontban körülírt $c_{g\min}$ alsó határsebesség fölött járó szakaszai vehetők figyelembe.

A 19. ábrán minden Q_a paraméterhez tartozó görbén kijelöltem a határpontot. E pontokat összekötő határgörbével kirekesztettük azt a (vonalkázással kiemelt) területrészt, amely anyagszállítás szempontjából figyelembe nem vehető.

A diagramm szemlélete alapján az alábbi következtetések vonhatók le :

a) Bármilyen meghatározott Q_a anyagszállítás esetén mindig az illető szállítóteljesítményhez tartozó légáram alsó határsebessége biztosítja a leg-gazdaságosabb üzemet (j értéke itt maximális).

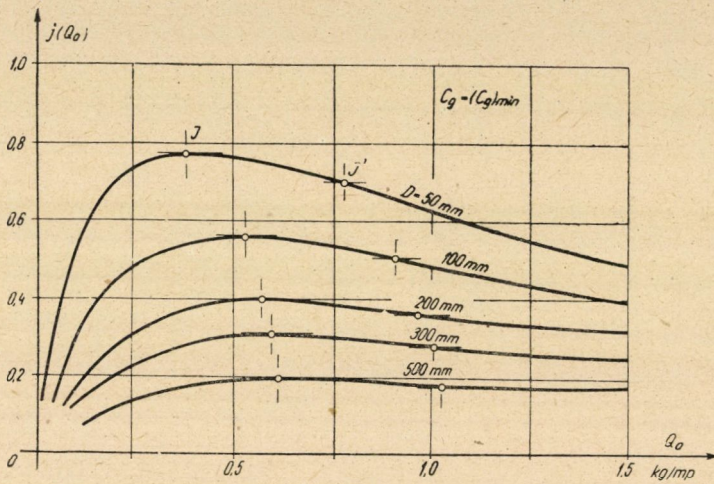
b) Előírt csőátmérő esetében a Q_a szállítóteljesítmény növelésével a jósági fok csak az anyagszállítás kezdetén (mintegy Q_a 0,5 kg/mp-ig) növekszik, azontúl csökken.

A gazdaságos üzemvitel — az általános felfogástól eltérően — kisebb szállítóteljesítmények választását indokolja.

A csőátmérő befolyásának vizsgálatához a (36) egyenletet a következő alakba írjuk fel:

$$j = \frac{Q_a}{F \cdot c_g \left(\frac{\lambda}{D} \cdot \frac{c_g^2}{2g} \cdot \gamma_g + \frac{k}{g} \cdot \frac{Q_a \cdot c_g}{F} \right)} \quad (37)$$

Meghatározott szállítóteljesítmény esetén ($Q_a = \text{áll}$), és ha ezt az anyagmennyiséget a hozzátartozó minimális légsebességgel szállítjuk ($c_g = \text{áll. szintén}$)



20. ábra. A jósági fok a szállítóteljesítmény függvényében

az egyenlet így írható:

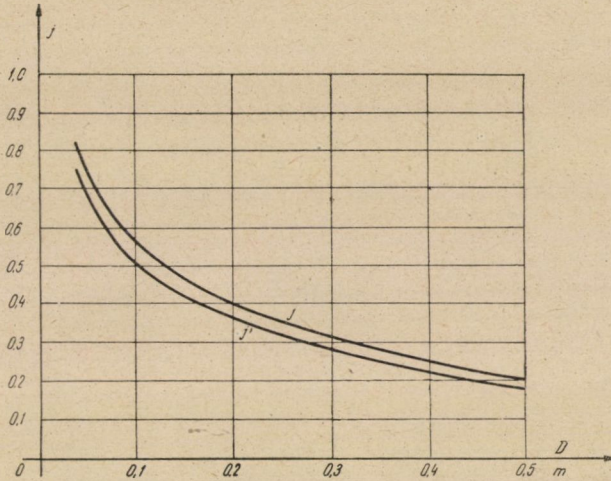
$$j = \frac{1}{A_1 D + A_2} \quad (A_1 \text{ és } A_2 \text{ állandók})$$

Tehát a jósági fok kis csőátmérők felé növekszik.

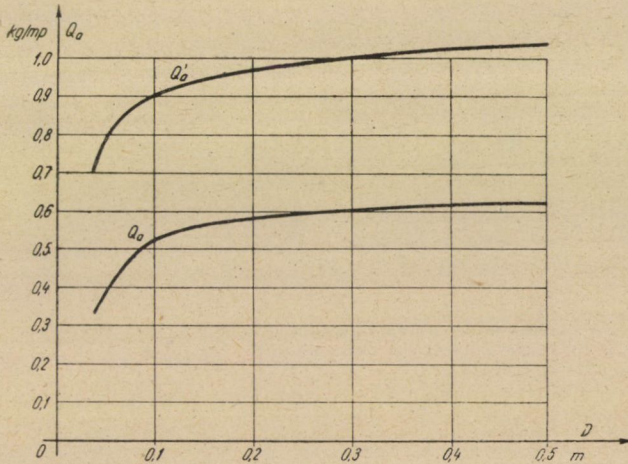
A 20. ábrában a szállítóteljesítmény függvényében ábrázoltam a jósági fokot $D = 50, 100, 200, 300$ és 500 mm-es csőben történő szállítás esetére úgy, hogy minden egyes szállítóteljesítményhez a leggazdaságosabb, $c_{g \min}$ légsebesség tartozik.

Látható, hogy minden egyes csőben bizonyos anyagmennyiség szállítható a legnagyobb jósági fokkal. A jósági fok görbéjének maximuma van. Ez a maximum nagyobb csőátmérők esetén kisebb, bár nagyobb szállítóteljesítményekhez tartozik. Gazdaságosság szempontjából adott méretű vízszintes pneumatikus szállítócsőben a jósági fok maximumánál vagy legalább is közelében történjék a szállítás.

A 21. ábrán a csőátmérő függvényében az illető csőmérethez tartozó legjobb jósági fokot ábrázoltam (j görbe). A 22. ábrán azokat az anyagmennyiségeket ábrázoltam a csőátmérő függvényében, amelyek a legjobb jósági fokkal történő szállításkor szállíthatók (Q_a jelű görbe). Ennek értékei, főleg kis cső-



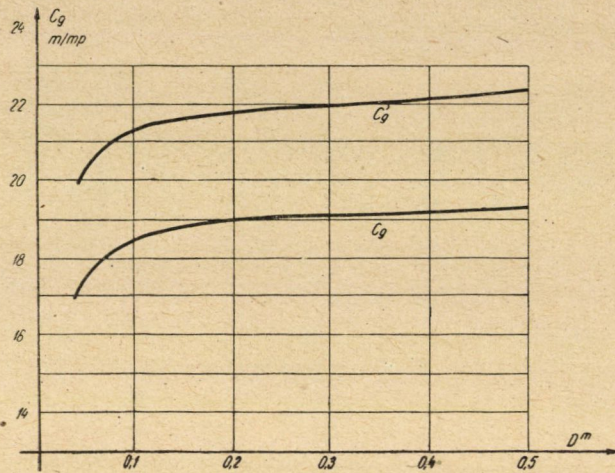
21. ábra. A legjobb jósági fok változása a csőátmérő függvényében



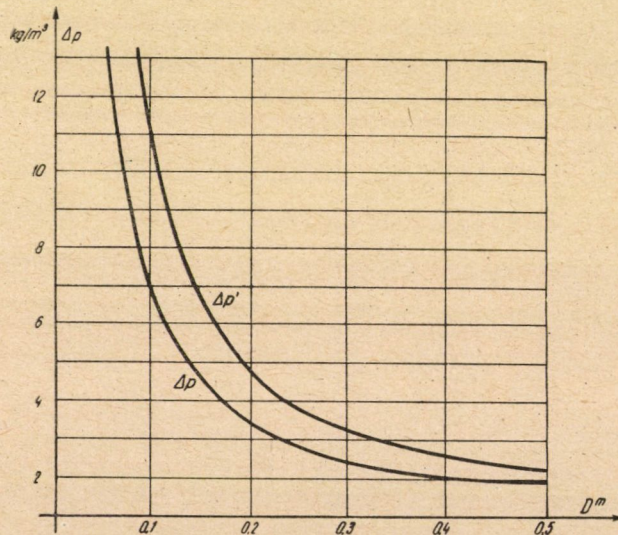
22. ábra. A legjobb jósági fokkal szállítható anyagmennyiség változása a csőátmérő függvényében

átmérőknél kicsik. Indokolt tehát, hogy esetleg a jósági fok kismértékű csökkenése mellett a szállítóteljesítményt növeljük, a csővezeték jobb kihasználása érdekében. Ha csak 10%-os jósági fokcsökkenést engedünk meg, már ez esetben is lényegesen megnő az egyes csövek szállítóteljesítménye. A 21. ábrán a j' görbe $j' = 0,9 j$ értékeit mutatja a csőátmérő függvényében. A 22. ábra Q_a

görbéje pedig a 10%-kal csökkentett jósági fokhoz tartozó, és a maximális jósági fokhoz tartozó szállítóteljesítménynél nagyobb szállítóteljesítmény értékeket mutatja.



23. ábra. A legjobb jósági fokkal történő szállításkor a légsebesség változása a csőátmérő függvényében

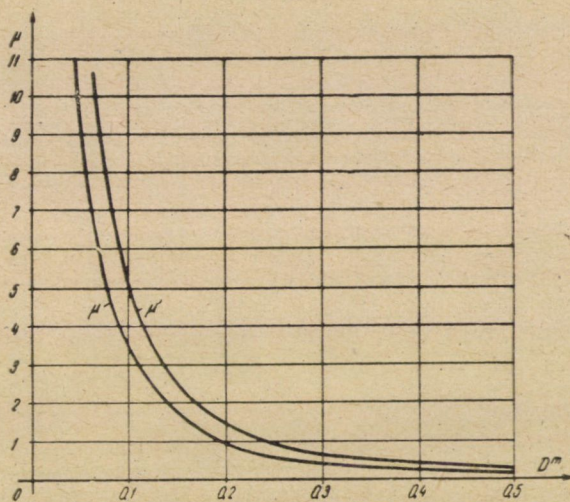


24. ábra. A legjobb jósági fokkal történő szállításkor az $L = 1$ m hosszú cső végei között jelentkező nyomásesések a csőátmérő függvényében

Mégegyszer hangsúlyozom, hogy a 20., 21. és 22. ábrák görbéit úgy szerkesztettem, hogy minden egyes szállítóteljesítményhez $c_{g \min}$ (a szállítást még teljes biztonsággal fenntartó) légsebesség tartozik.

A 23. ábra ennek megfelelően a c_g jelű görbe a maximális jósági fokkal történő szállításhoz alkalmazandó légsebességeket mutatja a csőátmérő függvényében. A c_g görbe a jósági fok 10%-os engedménye esetén alkalmazandó légsebesség vonala.

Az $L = 1$ m hosszú vízszintes szállítócső végei között jelentkező nyomáseséseket a 24. ábra Δp jelű görbéje mutatja a csőátmérő függvényében, arra az esetre vonatkozóan, ha a szállítás a maximális jósági fokkal, azaz az előbbieken látott szállítóteljesítményekkel, illetve a hozzájuk tartozó légsebességekkel



25. ábra. A legjobb jósági fokkal történő szállításkor az adagolási súlyarány (keverési arány) változása a csőátmérő függvényében

történik. A $\Delta p'$ jelű görbe a 10%-os jósági fok csökkenés esetére mutatja a nyomáskülönbségeket.

Vízszintes csőben történő pneumatikus gabonaszállítás legnagyobb jósági fokához tartozó adagolási súlyarány (keverési arány) változását a csőátmérő függvényében a 25. ábrán láthatjuk (μ jelű görbe). A 10%-os jósági fok engedményhez a μ' görbe tartozik. A szállítás csak kis csőátmérők esetén gazdaságos, nagy (de nem tetszőlegesen nagy) keverési aránnyal. Az ábrából az is látható, hogy a keverési arány nagy volta egyáltalán nem jelenti az üzem gazdaságosságát, és téves az a felfogás, hogy igyekezni kell minél nagyobb keverési aránnyal szállítani. A nagy keverési arány legfeljebb a szállítócső gazdaságos kihasználását jelenti, és ugyanakkor esetleg az üzemi költségekben erre sokszorosán ráfizetünk.

Gazdaságosság szempontjából tehát minél kisebb csőben és e csőmérethez tartozó maximális jósági foknak megfelelő szállítóteljesítménnyel kell dolgoznunk. Előírt szállítóteljesítmény esetén (amely rendszerint nagy érték) érdemes

több kisebb csövön végezni a szállítást. A kis csőméret alkalmazásának egyetlen hátránya, hogy főleg hosszú csővezeték esetében a nyomásesés nagy értékre adódik, és ennek megvalósítására túlságosan drága kompresszort kellene alkalmaznunk. Ilyenkor részletes mérlegelés eredményeképpen, a nyomásesés megkötésével, a jóság fok romlásának ellenére, nagyobb csőátmérőt választhatunk.

7. Vízszintesen szállító pneumatikus berendezések méretezése

Pneumatikus szállítóberendezések tervezését világszerte és Magyarországon is a *Gasterstädt* meghatározta összefüggés alapján végzik. E szerint :

$$\pi = 1 + k_g \cdot \mu \quad (38)$$

$$\pi = \frac{\Delta p_v}{\Delta p_0} \text{ nyomásviszony}$$

$$\mu = \frac{Q_a}{Q_g}$$

adagolási súlyarány (keverési arány) $Q_g = V_g \cdot \gamma_g$ légmennyiség.

$k_g = 0,3$, a *Gasterstädt*-féle állandó, tőle méréssel meghatározott érték, mely a légsebesség növekedésével szerinte kis mértékben csökken, de közel állandónak vehető.

A gyakorlatban ezt az összefüggést úgy használják, hogy érzék szerint felvesznek egy légsebességet, melynek biztosítania kell a dugulásmentes anyagszállítást. Kiválasztják az adagolási súlyarányt (keverési arányt) és ezekkel az értékekkel a csőátmérő és a várható nyomásesés kiszámítható. Az egyenletben előforduló » k_g « állandót 0,3 értékűnek — függetlenül a szállítócsőtől — veszik.

Rámutatok e méretezési mód alapvető hibájára és használhatatlanságára. Ugyanis a *Gasterstädt* meghatározta $k_g = 0,3$ érték csakis az ő méréseinél használt $\varnothing 100$ mm csőnél állandó érték, máskülönben a csőátmérő lineáris függvénye. Így tehát mint állandónak általános használata teljesen hibás.

$$k_g = \frac{\pi - 1}{\mu} = \frac{\Delta p_v / \Delta p_0 - 1}{\mu} = 2 \frac{k \cdot D}{\lambda} \quad (39)$$

Ugyanez az összefüggés olvasható ki Seglernek a 8. ábrán bemutatott mérési eredményeiből.

Gasterstädt képletének az a nagy hibája, hogy a szállítási és üresjárási nyomások viszonyát adja meg, holott a valóságban, mint azt elméletileg is kimutattam, e két nyomás összege jelentkezik. Ha tehát például az üresjárási nyomásesés megváltozik (például a λ csőszúrlódási tényező változása miatt),

ez csak az üresjárási nyomásesésben jelent változást, de az anyagszállításkor jelentkező többletnyomás Δp_a változatlan marad.

A helyes méretezésnek a következőképpen kell történnie: adott Q_a szállítóteljesítmény és L vízszintes szállítási távolság esetén először is meghatározzuk a Q_a szállítóteljesítményre még teljes biztonsággal alkalmas minimális légsebességet (18. ábra). Ezután, ha különleges megkötöttségünk nincs (pl. nyomásesések korlátozása), a gazdaságosság szem előtt tartásával, az adagolási súlyarányt, vagy a csőátmérőt tetszőlegesen választhatjuk. Ezekkel az adatokkal már számolhatjuk a nyomásesést. $L = 1$ m-es csőhosszra a (7) egyenletből Δp_v értékét, L hosszú csőre $\Delta p_v = L \cdot \Delta p_v$; és ha ez az érték $\Delta p_v > 1000$ kg/m², akkor az expanziót figyelembe véve korrigáljuk ezt a (32) egyenlet, vagy a 17. ábra segítségével.

Ha a megvalósítható nyomáseséssel kötve vagyunk (pl. ventilátorüzemet kívánunk létesíteni), akkor a csőátmérőt és a keverési arányt tetszőlegesen nem választhatjuk, hanem a megadott nyomásesésből kell visszaszámolnunk. Ekkor azonban a szállítás jósági foka nagy mértékben csökkenhet, mert általában nagy csőátmérő adódik.

Ezen úgy segíthetünk, hogy a szállítást több párhuzamos kisméretű csőben végezzük. Ha lehetséges, annyi csövet alkalmazunk, hogy egy csőben a legjobb jósági számnak megfelelő, vagy legalább is hozzá közelálló anyagmennyiséget szállítsunk. Így igen gazdaságos üzemi berendezést valósíthatunk meg.

A helyes méretezés menetét a következő példában mutatom be.

8. Méretezési példa; többvezetékes szállítóberendezés

Szállítani kell $Q_a = 10$ t/ó gabonát (pl. búzát) $L = 40$ m vízszintes távolságra.

a) Semmiféle különleges megkötöttségünk nincs. $Q_a = 10$ t/ó = 2,77 kg/mp szállítóteljesítményhez az üzembiztos légsebesség a 18. ábra alapján $c_g = 31$ m/mp. Az adagolási súlyarányt (keverési arányt) $\mu = 8$ értékre választom (önkényesen, mert megkötöttségem nincs).

Ekkor a szükséges légmennyiség

$$Q_g = \frac{Q_a}{\mu} = \frac{2,77}{8} = 0,345 \text{ kg/mp.}$$

Szívóüzemet létesítünk, a levegő fajsúlyát $\gamma_g = 1,1$ kg/m³-re becsülve

$$V_g = \frac{Q_g}{\gamma_g} = \frac{0,345}{1,1} = 0,313 \text{ m}^3/\text{mp.}$$

A szükséges csőfelület $F = V_g/c_g = 0,01$ m².

A csőátmérő tehát $D = 0,113$ m ≈ 100 mm, azaz a cső méretét lefelé kerekítettem. Emiatt létrejövő változások:

$$F' = 0,00785 \text{ m}^2; \quad V_g' = F' \cdot c_g = 0,242 \text{ m}^3/\text{mp};$$

$$Q_g' = V_g' \cdot \gamma_g = 0,266 \text{ kg/mp} \text{ és } \mu' = Q_a/Q_g' = 10,4.$$

A nyomásesés számítása (7), (6) és (5a) alapján

$$\Delta p_0 = 340 \text{ kg/m}^2 \quad (\lambda = 0,016 \text{ értékkel})$$

$$\Delta p'_a = L \cdot \Delta p_a = 1010 \text{ kg/m}^2 \quad (k = 0,023/\text{m})$$

$$\Delta p'_v = 1350 \text{ kg/m}^2.$$

A szemek felgyorsításához szükséges többlet nyomásesés (23) $\Delta p_d = 657 \text{ kg/m}^2$.

E nyomáseséseken kívül még az adagolónál és a leválasztásnál is további nyomásesés fog jelentkezni. Ezek értéke e berendezések kialakításától függ. Itt inkább a mindenképpen létrejövő nyomásesésre szeretném felhívni a figyelmet.

$\zeta_a = 1$ adagoló ellenállástényezővel számolva és a levegő felgyorsításához szükséges nyomásesést is itt figyelembe véve az adagolónál jelentkező nyomásesés:

$$\Delta p_{ad} = (1 + \zeta_a) \cdot \frac{c_g^2}{2g} \gamma_g = 118 \text{ kg/m}^2.$$

A leválasztó ellenállástényezőjét $\zeta_{lev} = 2$ -re becsülve

$$\Delta p_{lev} = \zeta_{lev} \cdot \frac{c_g^2}{2g} \gamma_g = 118 \text{ kg/m}^2.$$

A teljes jelentkező nyomásesés:

$$\Delta p' = \Delta p'_v + \Delta p_d + \Delta p_{ad} + \Delta p_{lev} = 2243 \text{ kg/m}^2.$$

Az expanziót is figyelembe véve (32. egyenlet illetve a 17. ábra)

$$\Delta p \cong 2600 \text{ kg/m}^2 = 0,26 \text{ at.}$$

Ekkora nyomáskülönbség meghaladja az egyszerű centrifugális ventilátorokkal létrehozható nyomáskülönbséget, tehát például forgódugattyús kompresszor szükséges.

A szállítási jóság foka:

$$j = \frac{L \cdot Q_a}{V_g \cdot \Delta p'_v} = 0,339; \text{ elég kicsi érték.}$$

b) Ha a megkötés az, hogy a teljes nyomásesés az előbbinél kisebb értékű legyen, ezt kisebb adagolási súlyarány választásával elérhetjük. Pl.: $\mu = 4$ értéket felvéve:

$$Q_g = 0,64 \text{ kg/mp}; \text{ ha a levegőfajsúly: } \gamma_g = 1,1 \text{ kg/m}^3$$

$$V_g = 0,626 \text{ m}^3/\text{mp. A gázsebesség változatlanul } c_g = 31 \text{ m/mp.}$$

A csőfelület: $F = 0,0202 \text{ m}^2$; a hozzátartozó átmérő: $D = 0,16 \text{ m} \cong 150 \text{ mm}$ (lefelé kerekítve).

A kerekítés miatt $V'_g = 0,55 \text{ m}^3/\text{mp}$ légmennyiség kell.

A nyomásesések:

$$\Delta p_0 = 182 \text{ kg/m}^2 \quad (\lambda = 0,014, \text{ az előbbinél kisebb a Reynolds-szám növekedése miatt})$$

$$= 108 \text{ kg/m}^2. \quad \Delta p'_a = 453 \text{ kg/m}^2; \Delta p'_v = 635 \text{ kg/m}^2; \Delta p_d = 413 \text{ kg/m}^2; \Delta p_{ad} = 108 \text{ kg/m}^2; \Delta p_{lev} =$$

$$\Delta p' = 1264 \text{ kg/m}^2, \text{ mely az expanzió miatt } \Delta p = 1340 \text{ kg/m}^2 = 0,134 \text{ at.}$$

A megvalósítandó nyomásesés a felére csökkent, bár a jósági fok kissé romlott: $j = 0,318$ most.

Ha az adagolási súlyarányt tovább csökkentjük, amivel egyúttal a csőátmérő növekedni fog, a nyomásesést csökkenthetjük oly kis értékre, hogy azt már egyszerű ventilátorral megvalósíthatjuk. De ez természetesen a jósági fok további csökkenését, vagyis az üzem drágulását vonja maga után.

c) Ha két követelményt egyidejűleg akarunk megvalósítani: vagyis kis nyomáseséssel és olcsón — azaz nagy jósági fokkal — akarunk szállítani, ezt két (esetleg több) egymás mellett levő párhuzamos csővezetékben való szállítással oldhatjuk meg. Ekkor ugyan a berendezés önköltsége kissé emelkedik, de az üzemi költségek javulásában ezt bőségesen visszakapjuk.

Két csövet alkalmazva, egy csőben $Q'_a = 1,38 \text{ kg/mp}$ anyagot szállítunk. Ekkor alkalmazható még üzembiztos légsebesség: $c_g = 24 \text{ m/mp}$. $\mu = 6$ értéket választva $Q_g = 0,23 \text{ kg/mp}$ (0,46 kg/mp) (zárójelben a két csővezetékre vonatkozó összérték).

$V_g = 0,2 \text{ m}^3/\text{mp}$ ($0,4 \text{ m}^3/\text{mp}$), ha e levegő $\gamma_g = 1,15 \text{ kg}/\text{m}^3$ fajsúlyú. $F = V_g/c_g = 0,00835 \text{ m}^2$, s ehhez $D = 0,103 \text{ m} \approx 100 \text{ mm}$ csőátmérő tartozik.

Tehát 2 db $D = 100 \text{ mm}$ átmérőjű csővezeték alkalmazunk.

A csőméret lekerekítése miatt: $V'_g = 0,19 \text{ m}^3/\text{mp}$ ($0,38 \text{ m}^3/\text{mp}$) $Q'_g = 0,218 \text{ kg}/\text{mp}$ ($0,436 \text{ kg}/\text{mp}$) és $\mu' = 6,35$.

$$\Delta p_0 = 215 \text{ kg}/\text{m}^2 \quad (\lambda = 0,016 \text{ értékkel})$$

$$\Delta p'_a = 390 \text{ kg}/\text{m}^2; \quad \Delta p'_v = 605 \text{ kg}/\text{m}^2$$

$$\Delta p_d = 254 \text{ kg}/\text{m}^2; \quad \Delta p_{ad} = 50 \text{ kg}/\text{m}^2 \text{ és } \Delta p_{lev} = 50 \text{ kg}/\text{m}^2, \text{ azaz a teljes nyomásesés}$$

$$\Delta p = 959 \text{ kg}/\text{m}^2 \approx 0,096 \text{ at}, \text{ és a jósági fok: } j = \frac{L \cdot Q'_a}{V'_g \cdot \Delta p'_v} = 0,482.$$

Két párhuzamos csővezeték alkalmazásával a jósági fok az előbbiekhez képest 50%-kal nőtt és a $\Delta p = 959 \text{ kg}/\text{m}^2$ nyomásesés és $V_g = 0,38 \text{ m}^3/\text{mp} = 1370 \text{ m}^3/\text{ó}$ légmennyiség szállítás centrifugális ventilátorral már megoldható.

d) Ha a nyomásesést még mindig nagynak találjuk, akkor 2 db $D = 100 \text{ mm}$ átmérőjű cső helyett alkalmazunk 2 db $D = 125 \text{ mm}$ átmérőjű csövet.

Ez esetben is $c_g = 24 \text{ m}/\text{mp}$.

$$V_g = 0,294 \text{ m}^3/\text{mp} \text{ (0,588 m}^3/\text{mp)}; \quad \mu = 4,3$$

$$\Delta p_0 = 161 \text{ kg}/\text{m}^2, \quad \Delta p'_a = 252 \text{ kg}/\text{m}^2; \quad \Delta p'_v = 413 \text{ kg}/\text{m}^2$$

$$\Delta p_d = 164 \text{ kg}/\text{m}^2; \quad \Delta p_{ad} = 50 \text{ kg}/\text{m}^2; \quad \Delta p_{lev} = 50 \text{ kg}/\text{m}^2.$$

A teljes nyomásesés:

$$\Delta p = 677 \text{ kg}/\text{m}^2$$

kis érték, ventilátorral könnyen megvalósítható, és a jósági fok sem romlott túlságosan:

$$j = 0,455.$$

A) Függőleges gabonaszállítás

1. Gabonaszállítási mérések

A Műszaki Egyetem Vízgép laboratóriumában függőleges csővezetékben is végeztünk méréseket. A mérőberendezés a $D = 130 \text{ mm}$ átmérőjű csővezetékben lényegében ugyan olyan volt, mint vízszintes szállításkor (v. ö. az 1. ábrával). Itt is folyadékmanométerrel határoztuk meg a p_s nyomást a kijelölt H (m) hosszúságú függőleges csőszakasz belépőszelvényében és differenciálmánométerrel mértük a csőszakasz mentén talált $\Delta p'_f$ (illetve üresjárásnál: Δp_0) nyomásesést. A mérőszakaszt most is az adagolótól kellő távolságra jelöltük ki, úgyhogy az egyenletes üzemállapotot mértük. Ezekon kívül itt is szükség volt a légköri nyomás (barométer állás) és légáram hőfokának leolvasására, a szállítást végző levegő fajsúlyának meghatározásához.

Meg kell jegyezni, hogy a differenciálmánométer nem mutatja a függőleges csőben levő γ_g fajsúlyú levegő súlyából származó $\Delta p_g = \gamma_g \cdot H$ nyomáskülönbséget. Ezt azonban csak akkor kell külön figyelembe venni, ha a szállító-gáz fajsúlya eltér a környező levegő fajsúlyától. Esetünkben ez figyelmen kívül hagyható.

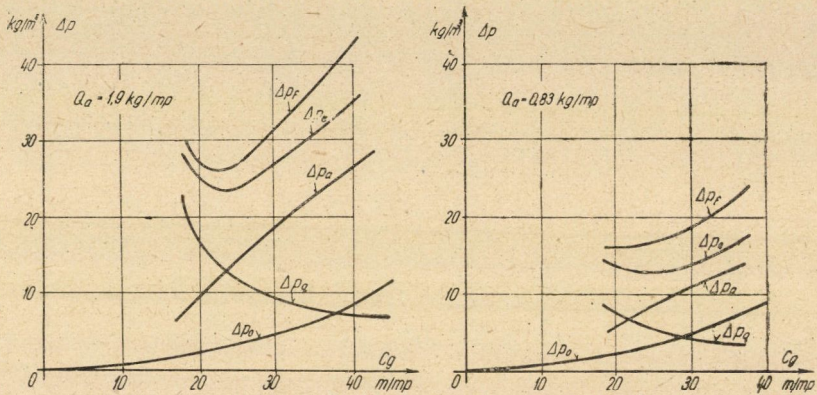
A mérések eredményeit, a $H = 1$ m csőhosszra átszámított nyomáseséseket: $\Delta p_f = \Delta p'_f/H$ (kg/m^3) kétféle ($Q_a = 1,9$ kg/mp és $Q_a = 0,83$ kg/mp) szállítóteljesítmény esetére a c_g légsebesség függvényében a 26. ábrán mutatom be.

A nyomásokat itt is részeire bontjuk, hasonlóan a vízszintes szállításhoz látottakhoz.

Először grafikus kivonással megszerkesztjük a függőleges anyagszállításhoz szükséges

$$\Delta p_e = \Delta p_f - \Delta p_0 \quad (40)$$

többletnyomás függvényábrát.



26. ábra. A nyomásesések diagrammja a c_g légsebesség függvényében függőleges szállításkor

Δp_e nyomásesés részekre bontása a szemet terhelő erőhatások vizsgálatával végezhető el. Függőleges szállításkor a szemet előrehajtó P_1 erőnek (mely most is a (9)-ből számítható), nemcsak a szemek ütközéséből származó S_1 visszatartó erőt kell egyensúlyban tartania, hanem ezen felül a szállított szem G_1 súlyát is, azaz :

$$P_1 = G_1 + S_1 \quad (41)$$

Itt hívom fel a figyelmet arra szakirodalomban elterjedt tévedésre, amely a szemek relatív $w = c_g - c_a$ sebességét a w_0 lebegtetési sebességgel veszi egyenlőnek. A szemek lebegését eredményező $c_a = 0$ anyagsebességnél a szemek relatív sebessége valóban $w = w_0$. Értéke $P_1 = G_1$ feltételből számítható; $S_1 = 0$ mert mozgás nincs, vagyis

$$G_1 = \frac{\gamma_g}{2g} \cdot f_0 C_e w_0^2 \quad (\text{kg}) \quad (42)$$

és innen a lebegési határsebesség :

$$w_0 = \sqrt{\frac{2g \cdot G_1}{\gamma_g \cdot f_0 \cdot C_e}} \quad (\text{m/mp}). \quad (43)$$

Anyagszállításkor a szemek ütközési ellenállása miatt a relatív sebességnek mindig nagyobbnak kell lennie a lebegési határsebességnél ($w > w_0$; ha $c_a > 0$), hisz ebben az esetben G_1 szemsúlynál nagyobb a hajtóerőszükséglet, s ez csak nagyobb relatív sebességgel jöhet létre.

A függőleges szállításkor jelentkező többletnyomásés ennek megfelelően két részre bontható :

$$\Delta p_e = \Delta p_q + \Delta p_a \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (44)$$

ahol :

$$\Delta p_2 = \frac{q_a}{F} = \frac{Q_a}{c_a F} \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (45)$$

a folyómétersúly (q_a) emeléséhez szükséges nyomáskülönbség, és

$$\Delta p_a = \frac{k_f}{g \cdot F} Q_a \cdot c_a \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (46)$$

az ütközésekből adódó többletnyomás-különbség. A (46) összefüggés alakilag hasonló a vízszintes szállítás többletnyomásés számításának (5/a) összefüggéséhez. A különbség az, hogy függőleges szállításnál azt a többletnyomás értéket nem lehet a légsebességre (c_g) vonatkozó tényezővel kifejezni, — mert mint a következő pontban bizonyítom —, függőleges anyagszállításnál nincs lineáris kapcsolat a lég- és anyagsebesség között. A k_f tényező értékét a $D = 130$ mm átmérőjű csőben végzett kísérleti eredmények alapján meghatároztam, ily módon

$$\Delta p_a = k_{af} \cdot Q_a \cdot c_a \quad (46/a)$$

összefüggést kaptam. $k_{af} = 0,71$; mérési adat, s ez az érték független a szállítóteljesítménytől és a légsebességtől. A csőméret változásának befolyását a vízszintes szállítás hasonlósága alapján határoztam meg :

$$k_f = k_{af} \cdot g \cdot F \text{ (m}^{-1}\text{)} \quad (47)$$

és értéke gabonára, a $D = 130$ mm-es csőátmérőre talált $k_{af} = 0,71$ értékkel és $F = 0,0133$ m² helyettesítéssel :

$$k_f = 0,093 \text{ (m}^{-1}\text{)} .$$

k_f tényező fizikai értelmezése, mint a vízszintes szállítási k tényező is, a szemek ütközése miatt jelentkező energiavesztéssel magyarázható. Ha $H = 1$ m-es csőben a szemek elveszítik lendületük ξ_f részét, s ez az energiavesztés az S_1 ütközőerők $H = 1$ m-es úton végzett munkájával egyenlő, vagyis :

$$\xi_f \frac{G_1}{g} \frac{c_a^2}{2} = S_1 \cdot l \text{ (mkg)}$$

és ha $H = 1$ m-es csőben n_q darab szem van :

$$n_q \cdot S_1 = \Delta p_a \cdot F$$

és ide $n_q = Q_a/c_a \cdot G_1$ ismert összefüggést, valamint a (46)-ot behelyettesítve bűzára :

$$\xi_f = 2 k_f = 0,186/m = 18,6\%/m \text{ adódik.}$$

Vagyis a szemek lendületük 18,6%-át elveszítik folyóméterenként.

Végeredményképpen, a $H = 1$ m hosszú csőben létrejövő nyomásesést, egyenletes szállításkor, a következő módon számolhatjuk :

$$\Delta p_f = \Delta p_0 + \Delta p_q + \Delta p_a \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (48)$$

és
$$\Delta p_0 \leq \lambda \frac{1}{D} \cdot \frac{c_g^2}{2g} \cdot \gamma_g ; \quad \Delta p_q = \frac{Q_a}{c_a \cdot F} ; \quad \text{és} \quad \Delta p_a = \frac{k_f}{g \cdot F} \cdot Q_a \cdot c_a.$$

(A környezettől eltérő fajsúlyú gázzal történő szállításkor Δp_f így számított értékéhez még hozzáadandó γ_g a szállító gáz fajsúlya.)

Ezt az összefüggést tehát csak c_a (c_g) ismeretében tudjuk használni, de a már előzőkben ismertetett k_f tényező meghatározását is csak az anyagsebességek ismeretében tudtam kiszámítani.

2. A kísérleti eredmények elméleti magyarázata

Egyenletes sebességű üzemállapotban elsősorban a sebességek alakulását határozzuk meg. A Δp_e nyomáskülönbség felfogható úgy, mint a $H = 1$ m-es csőben lévő n_q darab szemre ható P_1 erők összegéből jelentkező nyomásesés.

$$F \cdot \Delta p_e = n_q \cdot P_1$$

ahol
$$n_q = \frac{q_a}{G_1} = \frac{Q_a}{G_1 (c_g - w)} \quad \text{és} \quad P_1 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 \cdot C_e \cdot w^2.$$

Helyettesítés és rendezés után az egyenlet

$$w^2 + \Delta p_e K_f \cdot w - \Delta p_e K_f \cdot c_g = 0 \quad (49)$$

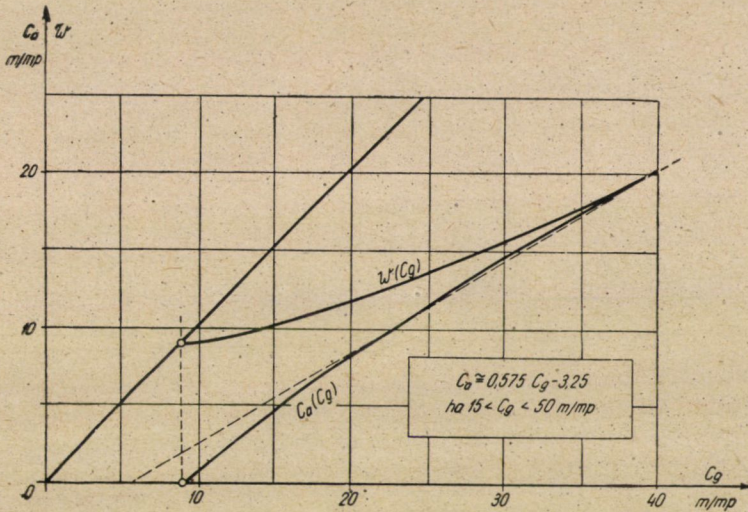
alakra hozható

ahol :
$$K_f = \frac{2g \cdot F \cdot G_1}{Q_a \cdot \gamma_g \cdot f_0 \cdot C_e} = \text{állandó, ha } Q_a = \text{állandó.}$$

A Δp_e nyomásesés függvényábrája analitikailag nem kezelhető, ezért a (49)-ből a $w(c_g)$ függvényábrára, a Δp_e és c_g összetartozó értékpárjainak pontról pontra való behelyettesítésével, adódik.

Az így szerkesztett $w = w(c_g)$ és $c_a = c_g - w = c_a(c_g)$ sebességi diagrammokat a 27. ábrában mutatom be. A $c_a = 0$ sebességhez tartozó viszonylagos sebesség $w_0 = c_{g0} = 9,2$ m/mp, a lebegési sebességgel azonos.

A sebességek összefüggésének érdekessége az, hogy a c_a anyagsebesség vagy w relatív sebesség értéke, — hasonlóan a vízszintes szállításhoz — csak a légsebességtől függ, a Q_a szállítóteljesítménytől pedig független. Amint



27. ábra. A függőleges gabonaszállítás sebessége a légsebesség függvényében

vízszintes szállításnál, — a mérések alapján — a cső méretétől is függetlenek voltak a sebességi viszonyok, az analógia alapján ezt kiterjeszthetjük függőleges szállításra is. A 27. ábra sebességdiagrammja tehát függőleges búzaszállításkor általános érvényű. Segítségével, vagy a $c_a(c_g)$ görbét helyettesítő:

$$c_a = 0,575 c_g - 3,25 \text{ (m/mp)} \quad (50)$$

igen jó közelítéssel ($15 < c_g < 50$ m/mp között az eltérés a valódi értékhez képest kisebb mint 5%), a (48)-ből a függőleges szállítási nyomásesést tetszőleges üzemiállapotra számolhatjuk, illetve a Δp_e érték két részre bontását elvégezhetjük.

Ha már most a $c_a(c_g)$ összefüggés ismeretével az ütközésekből adódó Δp_a nyomásesést az anyagsebesség függvényében ábrázoljuk, a 28. ábrán található origóból kiinduló egyeneseket kapunk (egy-egy egyenesnél $Q_a = \text{állandó}$). Ebből az eredményből olvasható ki a 46/a) egyenlettel már fölirt $\Delta p_a = k_{af} \cdot Q_a \cdot c_a$ arányosság.

A k_{af} , illetve k_f tényező tehát, mint kísérleti eredmény fogható fel és ismeretével a sebességek közötti összefüggés analitikai úton is számítható.

Az egész F keresztmetszetet támadó erők egyensúlya :

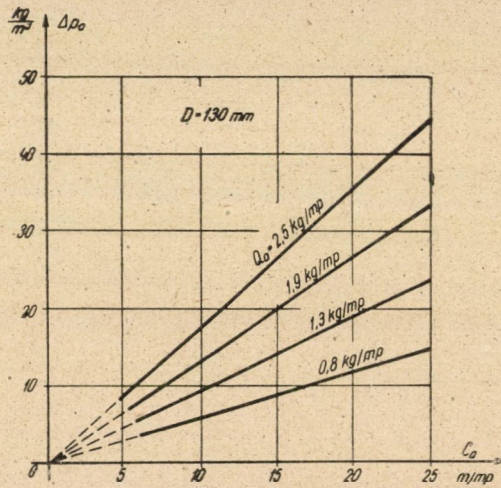
$$n_q P_1 = q_a + n_q S_1$$

és

$$n_q S_1 = F \cdot \Delta p_a$$

figyelembevételével és helyettesítések után

$$\frac{Q_a}{c_a G_1} \cdot \frac{\gamma_g \cdot f_0 \cdot C_e}{2g} \cdot w^2 = \frac{Q_a}{c_a} + \frac{k_f \cdot Q_a \cdot c_a}{g}$$



28. ábra. A szemek ütközéséből származó Δp_a nyomásesés diagramja a c_a anyagsebesség függvényében

Ez az egyenlet rendezés után a következő alakra hozható :

$$w^2 - w_0^2 - A' c_a^2 = 0 \quad (51)$$

ahol

$$w_0 = \sqrt{\frac{2g \cdot G_1}{\gamma_g \cdot f_0 \cdot C_e}} \quad (\text{m/mp})$$

lebegési sebesség és $A' = \frac{2G_1 k_f}{\gamma_g f_0 C_e}$.

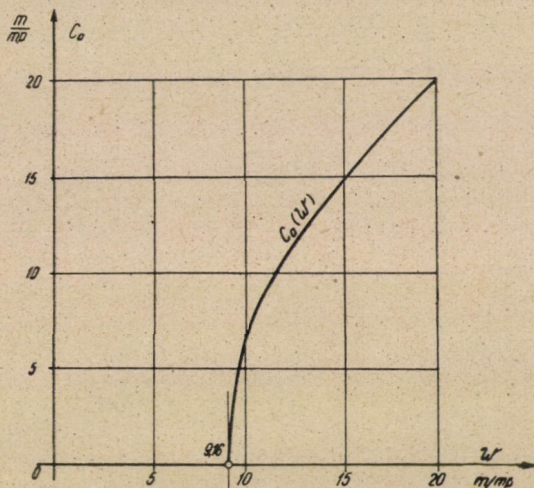
(A' formailag megegyezik a (15) alakkal, csupán a k tényező ott vízszintes szállításra vonatkozott).

Az (51) egyenlet megoldása :

$$w = \sqrt{w_0^2 + A' \cdot c_a^2} \quad (52)$$

hiperbolát jellemez, alakja a 29. ábrán látható.

E diagramm metszékei a más úton szerkesztett 27. ábrában szemléltetett függvényábra adataival is egyeznek.



29. ábra. A függőlegesen szállított gabona c_a sebessége a w relatív sebesség függvényében

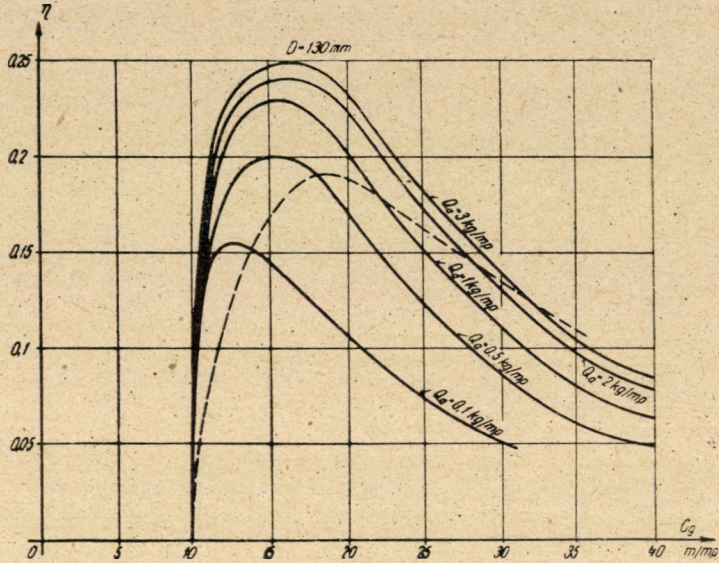
3. A függőleges szállítás hatásfoka

Függőleges szállítóberendezés gazdaságosságát a hatásfoka dönti el. Értelmezését már láttuk, H szállítómagasság esetén

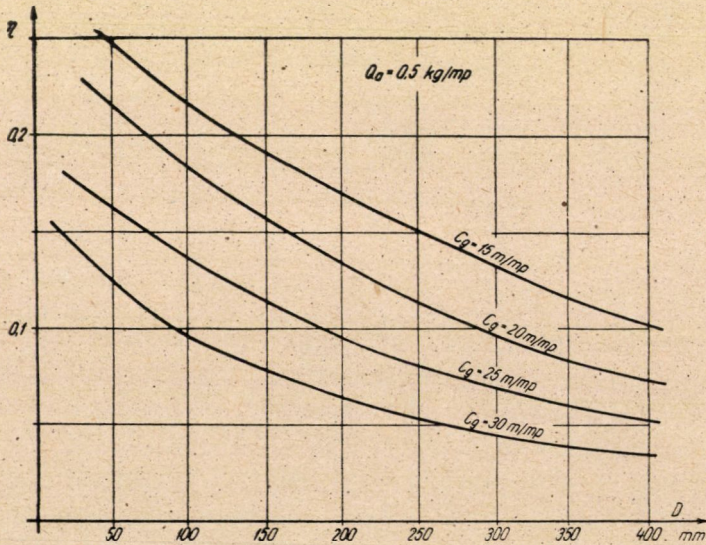
$$\eta = \frac{Q_a \cdot H}{V_g \cdot \Delta p_f} \quad (34)$$

A 30. ábrán $D = 130$ mm-es átmérőjű csőben a mérések alapján számított gabonaszállítás hatásfokát mutatom a gázsebesség függvényében, különböző Q_a szállítóteljesítmények esetén. Látható, hogy a légsebesség növekedésével rohamosan javul a hatásfok bizonyos értékig, majd pedig esik. Sajnos az egyes szállítóteljesítményekhez tartozó legjobb hatásfoknál nem lehet szállítani, mert ez a pont már a dugulási légsebességnél is kisebb sebességhez tartozik. Egész pontos mérések hiányában tájékoztatásul kijelöltem azt a területet (szaggatott vonallal), ahol dugulás miatt az üzemi pontot nem választhatjuk. Ez alapján a vízszintes szállításhoz teljesen hasonló következtetéseket vonhatunk le.

A csőátmérő befolyását a 31. ábrán mutatom be. Itt a csőátmérő függvényében $Q_a = 0,5$ kg/mp (közel a legjobb hatásfokkal szállítható) szállítóteljesítmény esetén különböző légsebességeknél a hatásfok változása látható.



30. ábra. Függőleges gabonaszállítás hatásfoka a légsebesség függvényében



31. ábra. A függőleges gabonaszállítás hatásfoka a csőátmérő függvényében

A szállítás hatásfokának vizsgálatával gazdaságosság szempontjából ugyanazokra a következtetésekre jutunk, mint vízszintes szállításnál. Vagyis a szállítandó anyagmennyiséget (szállítóteljesítmény) a lehető legkisebb (az üzembiztos szállítást még teljes mértékben biztosító) légsebességgel szállítsuk. Lehetőleg kis átmérőjű csőben és $Q_a = 0,5-1$ kg/mp szállítóteljesítménnyel dolgozzunk. Ha tehát a kijelölt szállítóteljesítmény ennél az értéknél nagyobb, érdemes több párhuzamos csővezetékben szállítani.

4. Függőleges szállítóberendezések méretezése

Az eddig világszerte használt méretezési mód *Gasterstädt* alapjaiból indul ki. A feladat általában: a megadott szállítóteljesítmény és szállítási magasság mellett a jelentkező nyomásesés kiszámítása. Ehhez gázsebességet és csőátmérőt (vagy adagolási súlyarányt) elég önkényesen fel szoktak venni. A nyomásesés kiszámítása pedig úgy történt, hogy a *Gasterstädt* megadta képletből az ugyanolyan hosszú vízszintes csőben létrejövő nyomásesést kiszámították, és ehhez hozzáadták a súlyemeléshez szükséges nyomásesést. Ez utóbbit a lebegési sebességgel egyenlőnek vett relatív sebesség felhasználásával számolták.

Tehát a számítás első részébe bekerült az a hiba, hogy a *Gasterstädt*-féle tényezőt a csőmérettől függetlenül állandónak vették, a második részben pedig a függőleges anyagszállításnál teljesen hibás állandó relatív sebességgel való számolás.

A helyes méretezési mód a következő:

Adott Q_a szállítóteljesítmény és H magasságra szállítás a feladat. Ezen adatokhoz kiválasztjuk először is az adott szállítóteljesítmény szállítását még teljes biztonsággal végző minimális gázsebességet. Ezután a gazdaságosság szem előtt tartásával kiválasztjuk a csőátmérőt vagy a keverési arányt. (Kis csőátmérő jobb hatásfokot, de nagyobb nyomáskülönbséget eredményez.) Ha a létesíthető nyomáskülönbséggel kötve vagyunk, többszörös számításra lesz szükség és a végeredménnyel a csőátmérő, illetve keverési arány adódik, ezeket tehát szabadon nem választhatjuk.

A nyomásesések számítása $H = 1$ m hosszú csőben a (48) szerint történhetik. H m hosszú csővezeték végei között a nyomásesés: $\Delta p_f = H \cdot \Delta p_f$ (kg/m²). Ha ez az érték $\Delta p_f > 1000$ kg/m², akkor az expanziót is figyelembe kell venni. Ez közelítőleg a (32) összefüggés segítségével történhet.

A helyes méretezés menetét a következő példán mutatom be:

A feladat: $Q_a = 10$ t/ó búzát $H = 20$ m magasságra függőlegesen kell szállítani.

a) A szállítóteljesítmény $Q_a = 10$ t/ó = 2,78 kg/mp, ehhez a biztos szállítási légsebességet $c_g = 35$ m/mp-re választom. Az adagolási súlyarányt (keverési arányt $\mu = 8$ -ra felvéve, $Q_g = 0,347$ kg/mp a légmennyiség szükséglet és ez $\gamma_g = 1,1$ kg/m³ levegőfajsúly (szívóüzem) esetén $V_g = 0,315$ m³/mp légmennyiséget jelent.

A szükséges csőfelület $F = 0,009 \text{ m}^2$, s az ehhez tartozó csőátmérő: $D = 0,107 \text{ m}$. Lefelé kerekítve $D = 100 \text{ mm}$. (A kerekítés miatt a légmennyiség $V'_g = 0,274 \text{ m}^3/\text{mp}$ és a keverési arány: $\mu = 9,2$.)

A nyomásesések:

$$\Delta p_0 = 205 \text{ kg/m}^2 \quad (\lambda = 0,015 \text{ értékkel})$$

$$\Delta p'_a = H \cdot \Delta p_a = 1160 \text{ kg/m}^2 \quad (c_a = 17,3 \text{ m/mp a 27. ábra alapján})$$

$$\Delta p'_q = H \cdot \Delta p_q = 407 \text{ kg/m}^2$$

és $\Delta p'_f = \Delta p_0 + \Delta p'_a + \Delta p'_q = 1772 \text{ kg/m}^2$.

A szemek felgyorsításához szükséges többletnyomás:

$$\Delta p_d = \frac{Q_a \cdot c_a}{F \cdot g} = 630 \text{ kg/m}^2.$$

Az adagoló ellenállás miatt $\zeta_a = 1$ ellenállás tényezővel (itt számítom a belépő levegő felgyorsítását is)

$$\Delta p_{ad} = (1 + \zeta_a) \frac{c_g^2}{2g} \cdot \gamma_g = 136 \text{ kg/m}^2$$

a leválasztónál a nyomásesés: $\Delta p_{lev} = 122 \text{ kg/m}^2$.

A teljes nyomásesés:

$$\Delta p' = \Delta p'_f + \Delta p_d + \Delta p_{ad} + p_{lev} = 2660 \text{ kg/m}^2.$$

Az expanzió figyelembe vételével: $\Delta p = 0,31 \text{ at}$.

A hatások: $\eta = \frac{H \cdot Q_a}{V'_g \cdot \Delta p'_f} = 0,115$, azaz 11,5%

b) Ha a keverési arányt kisebbre választjuk, kisebb lesz a nyomásesés. Pl. ha $\mu = 4$.

$$Q_g = 0,695 \text{ kg/mp. és } V'_g = 0,621 \text{ m}^3/\text{mp} \quad (\gamma_g = 1,1 \text{ kg/m}^3).$$

A légsebesség változatlanul $c_g = 35 \text{ m/mp}$, a szükséges csőméret: $D = 150 \text{ mm}$.

A most jelentkező nyomásesés (az anyagsebesség változatlanul $c_a = 17,3 \text{ m/mp}$)

$$\Delta p_0 = 125 \text{ kg/m}^2; \quad \Delta p'_a = 511 \text{ kg/m}^2; \quad \Delta p'_q = 181 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{összegük: } p'_f = 817 \text{ kg/m}^2$$

és ezzel a hatások kis mértékben romlott: $\eta = 11\%$.

Az össz nyomásesés, az előbb is hozzáadott értékekkel:

$$\Delta p' = \Delta p'_f + \Delta p_d + \Delta p_{ad} + \Delta p_{lev} = 817 + 278 + 136 + 122 = 1343 \text{ kg/m}^2$$

és az expanzió figyelembe vételével: $\Delta p = 0,15 \text{ at}$.

Tehát a hatások kismérvű romlása mellett a nyomásesés több mint a felére csökkent.

c) Ha ugyanezt a gabonamennyiséget 3 párhuzamos csövön szállítjuk, bár a szerkezet költségesebb, de jobb hatásokot kapunk.

Az egy csőben szállított anyagmennyiség:

$$Q'_a = Q_a/3 = 0,93 \text{ kg/mp.}$$

A megengedhető gázsebesség $c_g = 20 \text{ m/mp}$.

$\mu = 8$ -as adagolási súlyarányt felvéve:

$$Q'_g = 0,116 \text{ kg/mp, illetve: } V'_g = 0,105 \text{ m}^3/\text{mp.}$$

A szükséges csőméret: $d = 80 \text{ mm}$.

A nyomásesések

$$\Delta p_0 = 84 \text{ kg/m}^2$$

$$\Delta p'_a = 345 \text{ kg/m}^2 \quad (c_a = 9 \text{ m/mp})$$

$$\Delta p'_q = 375 \text{ kg/m}^2$$

és összegük $\Delta p_f = 804 \text{ kg/m}^2$

a hatások most: $\eta = \frac{H \cdot Q_a}{3 \cdot V'_g \cdot \Delta p'_f} = 0,23$, azaz 23%.

A teljes nyomásesés:

$$\Delta p' = \Delta p'_f + \Delta p_d + \Delta p_{ad} + \Delta p_{lev} = 804 + 510 + 46 + 40 = 1400 \text{ kg/m}^2$$

és az expanzió figyelembevételével: $\Delta p = 0,155 \text{ at}$.

Tehát a *b*) esethez képest a nyomásesés alig változott, a hatások pedig több mint kétszeresére növekedett.

E példával óhajtottam megmutatni, hogy a szállítás elméletének ismeretében oly méretezési mód adható a tervező kezébe, mely gazdaságos berendezések tervezését lehetővé teszi.

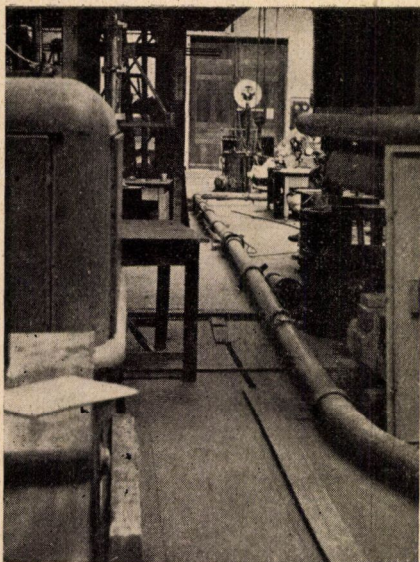
IRODALOM

1. *Gasterstädt, J.*: Die experimentale Untersuchung des pneumatischen Fördervorganges (V. D. I. Forschungsarbeit, No. 265, 1924.)
2. *Segler, G.*: Pneumatic Grain Conveying (Braunschweig, 1951).
3. *Uzspenszkij, V. A.*: Pnevmatyicseszkij transzport. (Moszkva, 1952.)
4. *Dr. Pattantyús Á. Géza*: Gyakorlati Áramlástan (Tankönyvkiadó, 1951).
5. *Dr. Gruber és Blahó*: Folyadékok mechanikája. (Tankönyvkiadó, 1952.)
6. *Dr. Pattantyús Á. Géza*: Anyagszállítás légáramban. (Mérnöki Továbbképző Intézet, 1953.)

Összefoglalás

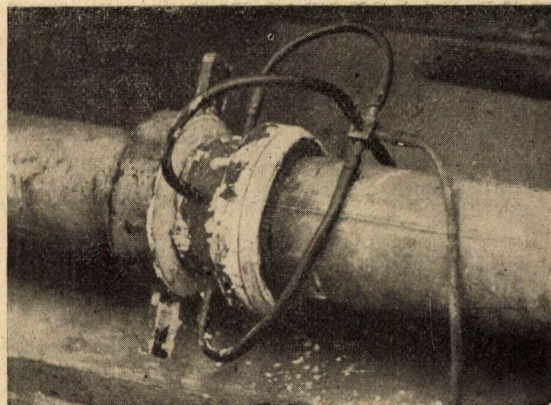
Az utóbbi évtizedekben mindjobban elterjedő pneumatikus szállítóberendezéseknek tudományosan megalapozott elmélete és ennek folytán kialakult tervezési módszere nem volt. A Budapesti Műszaki Egyetem Vízgépek laboratóriumában kísérletsorozat indult, melynek eredményeit és az ezekből levonható messzemenő következtetéseket tartalmazza a közlemény. E tanulmány célja: a vízszintes és függőleges szállítócsőben végbemenő folyamatok erőtani, áramlástan és energetikai összefüggéseinek elvi tisztázása és a berendezés megbízható méretezési alapjainak lefektetése.

Gabonaszállítási kísérleti eredményekből kiindulva sikerült olyan nyomásesés számítására alkalmas összefüggést találni, mely minden üzemállapotban (légssebesség, szállítóteljesítmény, csőátmérő változás esetén) használható és értelmezése elméletileg indokolt. Más, gabonától eltérő szemes anyag szállítására is értelemszerűen alkalmazható, az illető anyag állandóinak kísérleti úton történő meghatározásával. Az elméleti vizsgálat az eddig világszerte elterjedt és használt Gasterstädt elméletének hiányosságaira és korlátozott alkalmazhatóságára mutat rá, és helyette általános érvényűt ad. A szállított szemek lerakódását még teljes biztonsággal megakadályozó minimális légssebesség kísérleti meghatározása alapot adott gazdaságosan dolgozó berendezés tervezésére. A közlemény számpéldában mutatja be mind vízszintes, mind függőlegesen szállító berendezés helyes tervezését, és ennek kapcsán rámutat a többvezetékes, párhuzamos kapcsolású berendezés eddig nem alkalmazott előnyeire.



32. ábra. Pneumatikus gabonaszállítási kísérlethez felszerelt szállítócső fényképe

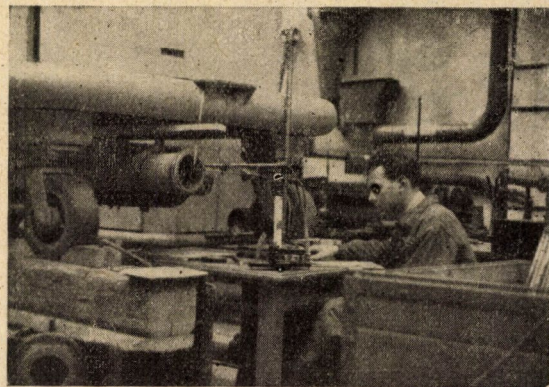
32



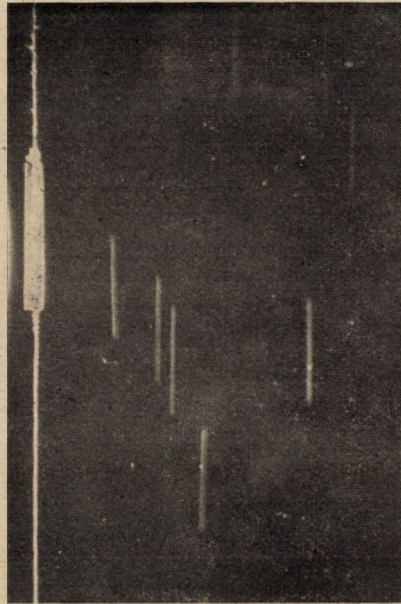
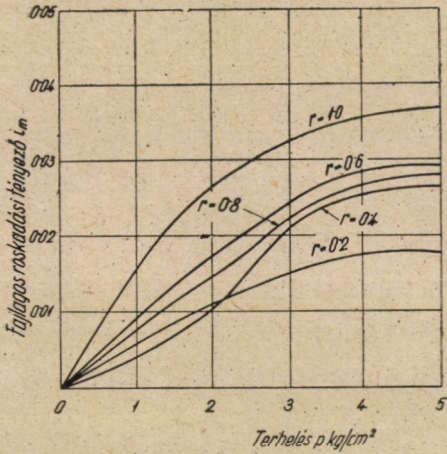
33

33. ábra. Nyomásmérési megcsapolás a szállítócsövön

34. ábra. Légmennyiség mérése anyagleválasztás után a kompresszor nyomócsövkjén. (Hőfokmérés és légsebességmérés Pitot-csővel.)



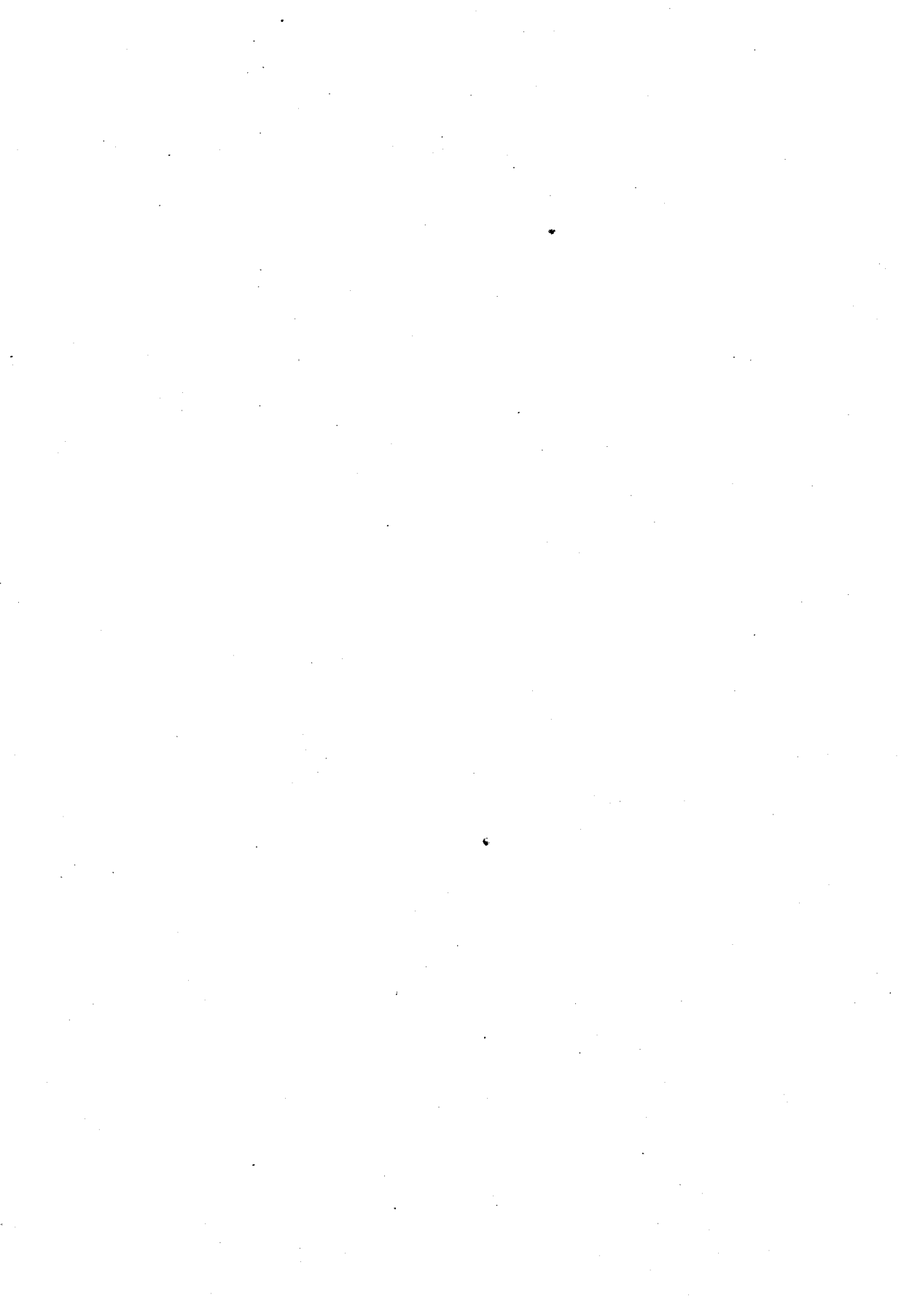
34



35. ábra. Búzaszem ellenállástényezőjének meghatározása ejtési kísérletekkel történt. Az ejtett szem sebességének meghatározását hitelesített zárídejű fényképezőgéppel végeztük. A képen látható csíkok a szem pályáját mutatják. Baloldalt zsinegen elhelyezett mérce a szem úthosszá-
nak meghatározására szükséges



36. ábra. Vízrel telt függőlegesen elhelyezett üvegcsőben jól látható az eső szem elhelyezkedése



A TITÁN ÉS BÓR HATÁSA A NAGYTISZTASÁGÚ ALUMÍNIUM KÉMIAI ELLENÁLLÓKÉPESSÉGÉRE

GYENESNÉ HOLLÓ MÁRIA

[FÉMIPARI KUTATÓ INTÉZET, BUDAPEST]

[Beérkezett 1953. augusztus 31-én]

Az alumínium és ötvözeteinek tulajdonságaira a titán és bór kedvező hatással vannak. Mindkét elem külön-külön és együtt is jó szemcsefinomító hatást gyakorol az önthető és alakítható alumíniumra és ötvözeteire. Bár a titán már 0,01%-os mennyiségben is jelentősen rontja az alumínium vezető-képességét, káros hatása bóros kezeléssel eredményesen ellensúlyozható [1, 2].

A nagytisztaságú alumínium előnyös sajátságainak kihasználására irányuló kutatások szükségképpen felvetették a szemcsefinomítók korróziós hatásának kérdését.

Az ötvöző és szennyező elemeknek már igen kis mennyisége is jelentősen befolyásolja a finomított alumínium korrózióállóságát. A kérdéssel foglalkozó irodalom feldolgozásával egy korábbi közleményemben [3] foglalkoztam. Kis-mennyiségű Fe, Si, Cu, Mn, Zn és Mg korróziós hatásával kapcsolatosan a világirodalomban számos, rendszeres vizsgálat alapján összeállított tanulmány jelent meg [4–15], a titán- és bór-adalékok hatására vonatkozólag azonban csak néhány elszigetelt adat ismeretes.

Indokolt volt tehát vizsgálatokat végezni arra vonatkozólag, hogy a titán és bór különböző mennyiségei külön-külön és együttesen hogyan befolyásolják a nagytisztaságú alumínium korrózióállóságát. A kísérletsorozat a szemcsefinomítókkal (Ti, B) ötvözött 99,99%-os alumínium vizsgálata mellett összehasonlításképpen néhány kohóalumíniummal végzett mérést is tartalmaz.

A) Felhasznált anyagok és kísérleti módszer

A kiindulási anyag nagytisztaságú alumínium, 0,003% Fe- és 0,005% Si-tartalommal.

A titántartalom hatásának vizsgálata nyolc különböző titántartalmú nagytisztaságú anyagon és négy vassal, illetve szilíciummal szennyezett anyagon történt.

A bórtartalom hatásának vizsgálata nyolc nagytisztaságú és egy vassal szennyezett anyagot ölel fel.

A titán és bór együttes hatásának vizsgálata hat nagytisztaságú anyag mellett három 0,1% Si-tartalmú és négy vassal és szilíciummal erősen szennyezett anyagot foglal magába.

A kísérleti anyagokon alkalmazott hőkezelések :

- a) 300 C°-on 14 órás hőkezelés, majd levegőn hűtés
- b) 500 C°-on 1 órás hőkezelés, majd vízűtés
- c) 250—280 C°-on 4 órás hőkezelés, majd levegőn hűtés.

Mínthogy részletes előkísérletek során bebizonyosodott, hogy a háromféle hőkezelés a korrózióállóságban nem okozott jól mérhető és egyértelmű különbséget, a további rendszeres vizsgálatoknál felhasznált próbatetek mindegyike csak egyféle, az a) alatt említett hőkezelést kapott. (A II—V. táblázatokban összefoglalt eredmények is ilyen hőkezelésű anyagokra vonatkoznak.)

Hőkezelés közben a próbatetek felületét alumínium-fólia csomagolás védte a szennyeződéstől.

Próbatetek mérete : $96 \times 10 \times 1$ mm.

Az alkalmazott kísérleti módszer, a felhasznált hatóanyagok, valamint a próbatetek előkészítésének és az eredmények értékelésének módja mindvégig azonos volt azzal, amelyet Zeerleder és Zurbrügg [6] alkalmaztak. Ez a megoldás lehetővé tette a Ti és B korróziós hatásának közvetlen összehasonlítását az említett szerzők egyéb elemek (Fe, Si, Cu, Mn, Zn és Mg) korróziós hatására vonatkozóan kapott adataival. Az alkalmazott kísérleti körülmények ismeretével korábbi közleményemben [3] foglalkoztam, ezért ezek részletezését itt mellőzöm.

A vizsgálatok kétféle módszerrel négyféle hatóanyagban történtek :

1. Oldékonysági vizsgálat 25%-os HNO_3 -ban és 20%-os H_2SO_4 -ben súlyváltozás mérésével. A korrózió mérőszáma ennél a módszernél a g/m^2 -nap-ban kifejezett súlycsökkenés.

2. Gáztérfogatos oldékonysági vizsgálat 5%-os NaOH-ban és 10%-os HCl-ban. A korrózió mérőszáma :

$$\text{Reakciószám} = \frac{\text{fejlődött hidrogén gáz cm}^3\text{-ben}}{\text{óra} \times \text{felület cm}^2\text{-ben.}}$$

A két-féle kísérleti módszerrel kapott eredményeket az I—V. táblázatok és az I—4. ábrák foglalják össze. Az ábrákon az abszcissza az ötvöző-tartalmat, a baloldali ordináta a salétromsavban és kénsavban mért súlycsökkenéseket, a jobboldali ordináta pedig a nátronlúgos és sósavas oldatban mért gáztérfogatos reakciószámokat tünteti fel. A két különböző módszerrel kapott korróziós mérőszámok számértéke közvetlenül nem hasonlítható össze. A görbék közös ábrába foglalása azonban lehetővé teszi annak összevetését, hogy különböző közegekben a korrózióállóság milyen jellegű görbe szerint függ az ötvöző-tartalomtól.

Az alkalmazott vizsgálati módszerekkel sikerült Zeerleder és Zurbrügg [6] raffinált alumínium korrózióállóságára vonatkozó adatait jól megközelítő eredmé-

I. TÁBLÁZAT

Súlycsökkenés : $\frac{\text{g/m}^2 \cdot \text{napban}}{\text{Fejlődött H}_2 \text{ cm}^3}$ Reakciószám = $\frac{\text{óra} \times \text{felület cm}^2}{\text{Fejlődött H}_2 \text{ cm}^3}$

Összehasonlítás Zeerleder és Zurbrügg adataival

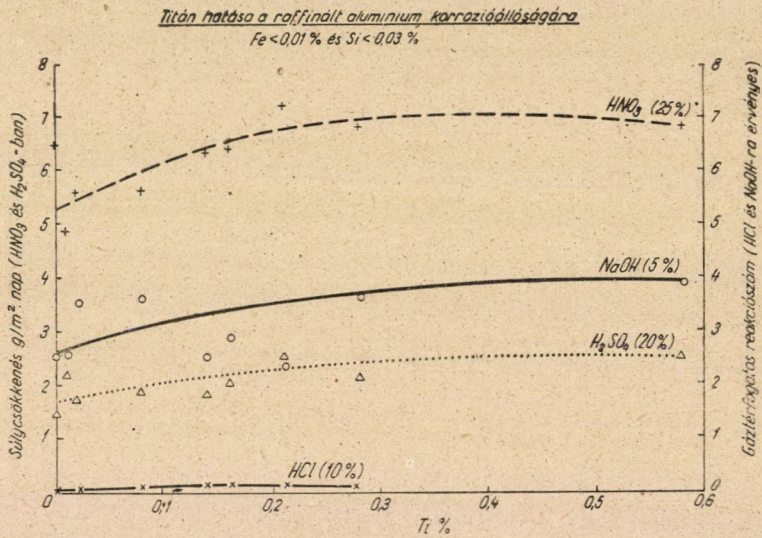
Az alkalmazott kísérleti módszerek ellenőrzése

Adatok eredete	Összetétel				Súlycsökkenések 25%-os HNO ₃ -ban					Súlycsökkenések 20%-os H ₂ SO ₄ -ben				Gázvolumetrikus reakciószám	
	Fe %	Si %	Cu %	Mg %	1—48h	49—96h	97—144h	145—192h	1—192h	1—24h	25—72h	73—120h	1—120h	5%-os NaOH-ban	10%-os HCl-ben
Raffinált alumínium, hőkezelés : 300 C°-on 14 óra :															
Zeerleder és Zurbrügg	0,0014	0,002	0,0011	—	5,25	5,75	5,00	5,25	5,30	1,00	1,50	1,25	1,30	3,50	0,0115
Saját mérés	0,003	0,005	—	—	6,02	5,87	6,60	7,04	6,42	2,26	1,53	1,04	1,41	2,52	0,0086
Raffinált alumínium, hőkezelés : 500 C°-on 1 óra, utána vízhűtés:															
Z. és Z.	0,0014	0,002	0,0011	—	5,00	5,50	5,50	5,25	5,30	1,00	1,50	1,00	1,20	—	—
Saját mérés	0,003	0,005	—	—	5,34	6,25	7,33	8,06	6,74	1,57	1,52	1,04	1,34	—	—

nyekhez jutni. (I. táblázat.) Különösen a kénsavban végzett vizsgálatoknál jó az egyezés. Figyelembevételre azonban, hogy a vizsgált fém az idézett dolgozatban ismertetettől szennyezettebb, a többi adat egyezése is kielégítőnek mondható. Így lehetőség nyílt a szemeseffinomítók korróziós hatását az idézett cikk adatainak figyelembevételével közvetlenül összehasonlítani egyéb ötvöző- vagy szennyező-elemek hatásával.

B) Kísérleti eredmények

1. A raffinált alumínium korrózióérzékenysége a titántartalom függvényében. (II. táblázat, 1. és 2. ábra).

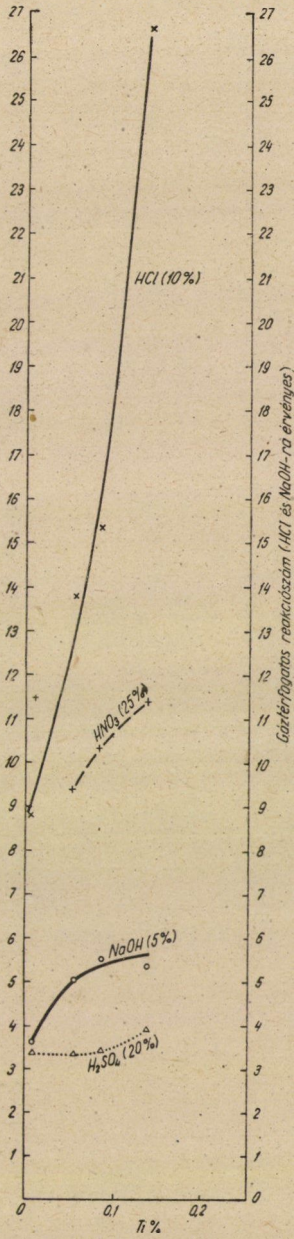


1. ábra

A raffinált alumínium korrózióállóságát az alkalmazott hatóanyagokban 0,01% és 0,58% közötti titán-tartalom nem befolyásolja. Az 1. ábrán mind a négy görbe teljesen lapos.

Kohóalumíniumban (II. táblázat b. szakasza és 2. ábra) a titán-tartalom növelése a korrózióérzékenységet — különösen sósavas közegben — rohamosan fokozza. Minthogy azonban a vizsgált fémeknél a titán-tartalommal párhuzamosan a vas-tartalom is növekedett, valószínűnek látszik, hogy a korrózióérzékenység ilyen hirtelen megnövekedése — éppen sósavas közegben — nem annyira a titán, mint inkább a vas jelenlétének tulajdonítható (0,26–0,59% Fe).

2. Raffinált alumínium korrózióérzékenysége a bór-tartalom függvényében (III. táblázat és 3. ábra).



*Titán hatása a kőhőgumium
korrózióállóságára
Fe: 0.3-0.6% és Si: 0.23-0.26%*

2. ábra

II. TÁBLÁZAT
A titántartalom hatása a raffinált alumínium korróziójára

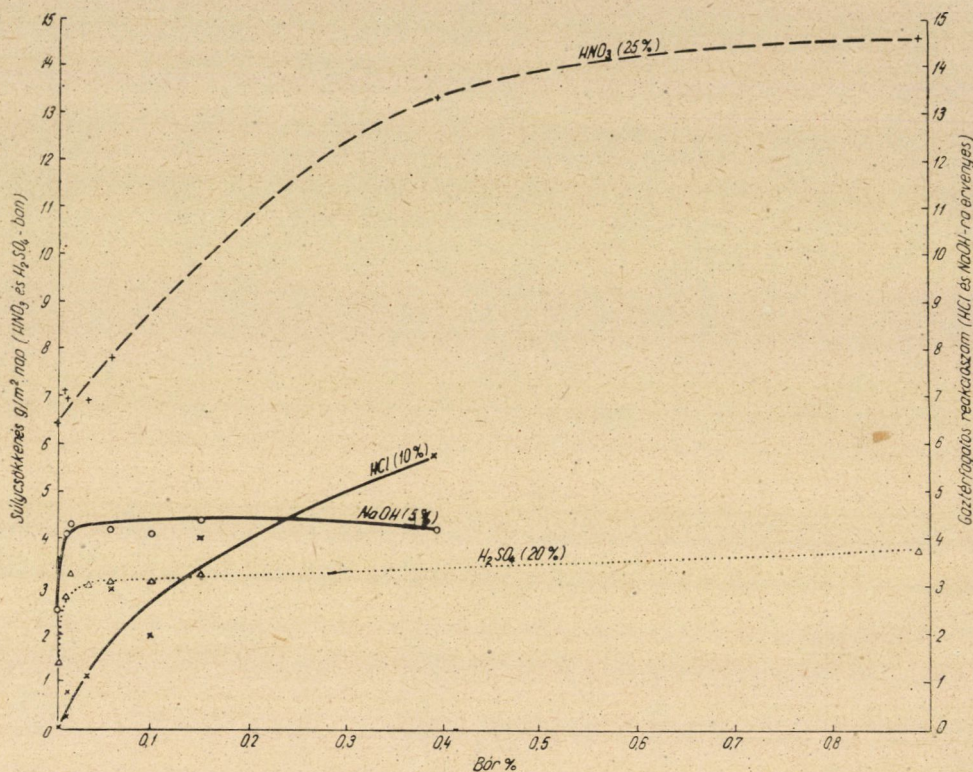
Jel	Összetétel			Korrózió-okozta súlycsökkenések g/m ² ·nap-ban kifejezve 20 C -on									Gázvolumetrikus reakciószám = reakciószám = fejlődött hidrogén cm ³ óra × felület cm ² -ben	
				25%-os salétromsavban					20%-os kénsavban					
				Fe%	Si %	Ti %	1-48 ^h	49-96 ^h	97-144 ^h	145-192 ^h	1-192 ^h	1-24 ^h	25-72 ^h	73-120 ^h
<i>a) (0,01 %alatti Fe- és 0,03% alatti Si-tartalom esetén)</i>														
99,99% Al	0,003	0,005	—	6,02	5,87	6,60	7,04	6,42	2,26	1,33	1,04	1,41	2,52	0,0086
TO 12/2	0,01	0,01	0,01	5,00	4,95	4,90	4,94	4,93	2,08	2,22	2,15	2,17	2,57	—
TO 211	0,007	0,009	0,019	4,25	5,34	5,86	6,73	5,54	1,79	1,67	1,76	1,77	3,61	0,018
TO 21/1	0,01	0,01	0,080	5,63	5,84	5,73	5,51	5,61	1,94	1,85	1,98	1,90	3,69	0,011
TO 209	0,008	0,010	0,140	5,30	6,60	6,46	7,13	6,37	2,16	1,65	1,84	1,84	2,59	0,029
TO 32/2	0,01	0,01	0,160	6,17	6,22	6,46	6,61	6,40	1,74	2,04	2,20	2,05	2,93	0,060
TO 206	0,009	0,020	0,210	6,54	7,58	7,19	7,44	7,22	2,66	2,34	2,61	2,53	2,41	0,034
TO 205	0,005	0,018	0,280	5,81	6,76	6,78	7,37	6,83	2,22	1,88	2,33	2,18	3,66	0,037
TO 208	0,010	0,027	0,580	5,15	7,09	7,43	7,80	6,86	2,76	2,34	2,58	2,52	3,93	—
<i>b) (0,26—0,6% közötti Fe-tartalom és 0,23—0,26% Si-tartalom esetén)</i>														
TO 251	0,260	0,230	0,012	11,56	11,55	11,35	11,34	11,46	2,46	2,86	4,60	3,44	3,63	8,84
TO 212	0,360	0,230	0,052	7,68	9,94	10,90	11,25	9,75	2,77	3,08	3,98	3,33	5,02	13,81
TO 213	0,500	0,230	0,085	8,45	11,28	11,04	11,86	10,30	2,94	3,11	3,94	3,40	5,49	15,30
TO 215	0,590	0,260	0,140	7,83	10,78	11,21	11,85	11,41	3,24	4,00	4,37	3,94	5,31	26,80

A vastagon szedett adatokat foglalja össze az 1. és 2. ábra

III. TÁBLÁZAT
A bór-tartalom hatása a raffinált alumínium korróziójára

Jel	Összetétel			Korrózió-okozta súlycsökkenések g/m ² nap-ban kifejezve 20 C°-on									Gázvolumetrikus reakciószám reakciószám = fejlődött hidrogén cm ³ = ————— óra × felület cm ² -ben	
				25%-os salétromsavban					20%-os kénsavban					
	Fe %	Si %	B %	1-48 ^h	49-96 ^h	97-144 ^h	145-192 ^h	1-192 ^h	1-24 ^h	25-72 ^h	73-120 ^h	1-120 ^h	5%-os NaOH-ban	10%-os HCl-ben
99,99% Al	0,003	0,005	—	6,02	5,87	6,60	7,04	6,42	2,26	1,33	1,04	1,41	2,52	0,0086
				(Fe-tartalom 0,02%-ig, Si-tartalom 0,080%-ig)										
BO 11/2	0,01	0,01	0,010	6,30	6,95	7,73	8,24	7,10	2,32	3,12	2,93	2,80	4,15	0,17
BO 210	0,009	0,010	0,012	6,90	6,77	6,59	7,43	6,94	3,28	3,41	3,08	3,25	4,27	0,73
BO 208	0,012	0,024	0,035	7,19	7,09	6,82	7,73	6,87	3,18	3,06	2,88	3,03	—	1,07
BO 207	0,012	0,010	0,058	7,66	7,82	7,47	8,53	7,82	3,31	3,05	3,05	3,09	4,23	2,99
VO 21/1	0,011	0,013	0,100	9,85	10,20	10,90	11,15	10,51	2,86	3,01	3,36	3,10	4,18	1,95
BO 206	0,012	0,012	0,150	8,00	8,02	7,98	9,15	8,35	3,14	3,28	3,28	3,26	4,45	4,03
BO 201	0,020	0,078	0,390	9,69	13,55	14,09	16,05	13,30	7,52	8,67	8,82	8,35	4,22	5,73
BO 212	0,015	0,080	0,890	12,01	14,70	14,98	16,80	14,60	3,88	3,81	3,81	3,83	—	—
				(Magasabb Fe-tartalom esetén)										
BO 202	0,290	0,095	0,340	13,91	17,70	17,62	19,21	17,01	8,02	6,84	7,28	7,08	5,24	19,00

A vastagon szedett értékeket foglalja össze a 3. ábra

Bőr hatása a raffinált alumínium korrózióállóságára

3. ábra

A bőr 0,01% és 0,89% közötti mennyiségben a raffinált alumínium lúggal és kénsavval szembeni ellenállóképességét alig befolyásolja. Bár a korrózióállóság kismértékű csökkenése már 0,01% bőr jelenlétében bekövetkezik, nagyobb mennyiségű bőr hatására a korrózióérzékenység nem fokozódik.

Salétromsavban és sósavban azonban a bőr a korrózióállóságot kifejezetten rontja. 25%-os HNO₃-ban a bőr közel olyan mértékben fokozza a korrózióérzékenységet, mint azonos mennyiségű réz-tartalom. 10%-os HCl-ben azonban nem éri el azt a káros hatást, amelyet ilyen közegben azonos mennyiségű réz vagy vas okoz.

Kohóalumíniumnál (III. táblázat utolsó sora) a vas és a bőr korróziós hatása összegeződik és savakkal szemben fokozott korrózióérzékenységet okoz.

Jóllehet a bőr-tartalom fokozása a korrózióérzékenységet bizonyos mértékig növeli, szemcsefinomítóként való alkalmazását ez nem gátolja, mert az ilyen célra szokásos 0,1% körüli bőr-tartalmú raffinált alumínium a legtöbb közegben sokkal ellenállóbb, mint a 99,5%-os alumínium.

IV. TÁBLÁZAT

Titán és bór együttes hatása a raffinált alumínium korrózióállóságára

Jel	Összetétel					Korrózió-okozta súlycsökkenések g/m ² ·nap-ban kifejezve 20 C°-on										Gázvolumetrikus reakciószám = reakciószám = fejlődött hidrogén cm ³ / óra × felület cm ²	
	Fe %	Si %	Ti %	B %	Ti+B%	25%-os salétromsavban					20%-os kénsavban					5%-os NaOH-ban	10%-os HCl-ben
						1-48h	49-96h	97-144h	145-192h	1-192h	1-24h	25-72h	73-120h	1-120h			
99,99% Al	0,003	0,005	—	—	—	6,02	5,87	6,60	7,04	6,42	2,26	1,33	1,04	1,41	2,52	0,0086	
						a) (Fe-tartalom 0,020%-ig, Si-tartalom 0,056%-ig)											
TB 205	0,009	0,030	0,029	0,055	0,084	8,46	7,08	8,03	8,81	8,10	3,44	3,84	4,16	3,93	2,64	1,011	
TB 202	0,017	0,045	0,006	0,080	0,086	9,61	7,45	8,92	10,30	9,20	3,05	3,19	3,72	3,35	3,03	1,415	
TB 203	0,020	0,054	0,020	0,077	0,097	9,78	8,87	10,20	11,43	10,07	2,76	3,52	4,25	3,54	3,06	1,688	
TB 209	0,008	0,040	0,065	0,038	0,103	9,77	9,15	10,85	12,00	10,44	2,94	3,55	4,57	3,72	2,81	1,685	
TB 201	0,010	0,056	0,005	0,170	0,175	10,28	8,65	9,93	11,10	9,89	2,66	2,90	3,54	3,13	2,99	1,830	
TB 207	0,014	0,028	0,165	0,020	0,185	8,30	*8,80	10,46	10,60	9,54	1,79*	2,48*	4,07	2,83*	2,94*	0,182*	
						b) (Fe-tartalom 0,008% alatt, Si-tartalom 0,1%)											
TB 210	0,007	0,100	0,013	0,040	0,053	8,85	7,87	9,90	11,15	9,44	3,19	3,66	4,30	3,82	3,18	1,731	
TB 213	0,007	0,100	0,027	0,100	0,127	8,80	8,17	9,76	10,80	9,18	2,77	2,84	3,38	3,01	3,53	1,152	
TB 211	0,008	0,100	0,100	0,195	0,295	9,17	8,64	10,75	11,58	10,02	3,09	3,61	3,95	3,54	3,36	2,160	
						c) (Fe-tartalom 0,67—0,70%-ig, Si-tartalom 0,26—0,33%-ig)											
TB 217	0,670	0,280	0,053	0,050	0,103	12,85	13,42	11,40	11,52	12,30	5,71	7,06	8,14	7,19	6,16	33,20	
TB 218	0,720	0,290	0,070	0,047	0,117	12,67	13,40	12,65	12,71	12,90	4,27	5,14	6,05	5,52	6,24	27,51	
TB 220	0,750	0,260	0,160	0,050	0,210	11,40	10,77	11,12	12,17	11,36	3,11	4,09	4,74	4,16	6,70	11,36	
TB 216	0,700	0,330	0,011	0,200	0,211	14,22	17,14	17,36	18,31	16,85	6,57	8,09	8,96	8,10	6,16	22,45	

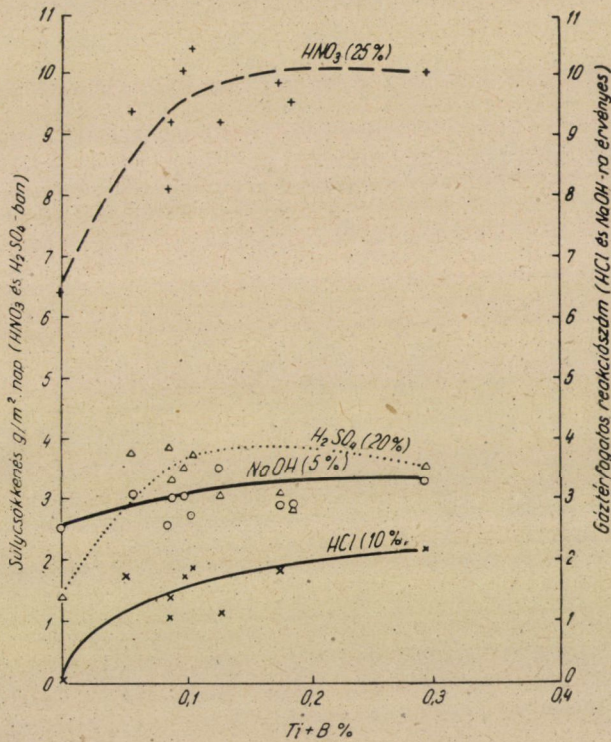
* A növekvő Ti+B-tartalom ellenére kisebb a korrózió mérőszáma, mert a TB 207-nél a legkisebb a B% (0,020) és legnagyobb a Ti% (0,165).

A vastagon szedett adatokat foglalja össze a 4. ábra.

3. A titán és bór együttes hatásának vizsgálata (IV. táblázat és 4. ábra).

A titán és bór együttes hatását vizsgálva megállapítható, hogy a korrózió-érzékenység fokozódását ilyen esetben is a bór jelenléte okozza. A korrózió mértékét úgy a IV. táblázat, mint a 4. ábra a $Ti + B\%$ függvényében tünteti fel. Így

Titán és bór együttes hatása a raffinált alumínium korrózióállóságára



4. ábra

adódik az, hogy olyan anyagoknál, mint pl. a TB 207 jelű, ahol a nagy $Ti + B$ mennyiség kis mennyiségű bórból és nyolcszoros mennyiségű titánból adódik, a korróziós értékek a nagy $Ti + B\%$ ellenére is kicsik. A kapott korróziós mérőszámok együttese azonban így is rávilágít arra, hogy az ilyen anyagok korrózió szempontjából úgy viselkednek, mintha a titán nem lenne jelen, tehát a korrózióérzékenység változását csak a jelenlevő bór mennyisége befolyásolja.

A $Ti + B$ együttes hatását kohóalumíniumnál vizsgálva (IV. táblázat c. szakasz) nem érzékelhető még a bór hátrányos befolyása sem, mert a korrózió mérőszámát döntő mértékben a nagy mennyiségű vas jelenléte szabja meg és mellette a bór káros hatása már nem érvényesül.

V. TÁBLÁZAT

Különböző elemek 0,1% körüli mennyiségének hatása a raffinált alumínium korrózióállóságra

A szemcsefinomítók és egyéb adalékok korróziós hatásának összehasonlítása

(Zn, Mg, Mn, Si, Fe és Cu-ra vonatkozó adatok Zeerleder és Zurbrügg alapján)

Jel	Összetétel								Korrózió-okozta súlycsökkenés g/m ² · napban 20 C°-on	Korrózió-okozta súlycsökkenés g/m ² · napban 20 C°-on	Gázvolumetrikus reakciószám reakciószám = fejlődött hidrogén cm ³ = ————— óra × felület cm ²	
	Fe %	Si %	Ti %	B %	Cu %	Zn %	Mg %	Mn %	25%-os salétrosavban 1–192 h	20%-os kénsavban 1–120 h	5%-os NaOH-ban	10%-os HCl-ben
99,99% Al	0,003	0,005	—	—	—	—	—	—	6,42	1,41	2,52	0,0086
TO 21/1	0,01	0,01	0,08	—	—	—	—	—	5,61	1,90	3,69	0,011
BO 21/1	0,011	0,013	—	0,100	—	—	—	—	10,51	3,10	4,18	1,95
TB 203	0,020	0,054	0,020	0,077	—	—	—	—	10,07	3,54	3,06	1,69
Zn	0,0014	0,0022	—	—	0,0011	0,10	—	—	4,5	1,2	4,3	0,012
Mg	0,0016	0,0020	—	—	0,0011	—	0,11	—	4,9	1,3	1,8	0,011
Mn	0,0046	0,0035	—	—	0,0011	—	—	0,10	5,7	1,4	3,5	0,018
Si	0,005	0,11	—	—	0,0011	—	—	—	5,8	1,6	3,7	0,2
Fe	0,10	0,0011	—	—	0,0011	—	—	—	5,8	1,9	7,6	4,9
Cu	0,0040	0,0020	—	—	0,06	—	—	—	9,7	2,4	4,9	0,20

A szemcsefinomítók és egyéb elemek korróziós hatását összehasonlítva (V. táblázat) azt tapasztaljuk, hogy a korrózióállósági sorrend a négyféle hatóanyagban igen különböző. A titán korróziós hatása leginkább a mangánéhoz hasonlítható, amelyről az irodalom alapján ismeretes, hogy a korróziót alig befolyásolja.

A bór-, valamint Ti + B-tartalmú anyagok a vas- és réz-tartalmú alumíniumhoz hasonlóan jelentős korrózió-okozta súlyvesztést csak salétromsavbau mutatnak, sósavban azonban már meg se közelítik az azonos mennyiségű vasat tartalmazó alumínium korróziós mérőszámát és lúgban is lényegesen ellenállóbbak az azonos mennyiségű vasat tartalmazó anyagnál.

IRODALOM

1. *Domony A. és Vassel K. R.*: Bór ötvözés hatása a finomított és a kohóalumínium villamos vezetőképességére. (Kohászati lapok, Alumínium, 1953. május, 103—104.)
 2. *Domony A. és Vassel K. R.*: A titán és bór hatása az alumínium villamos vezetőképességére, szemcseméretére és szilárdságára. M. T. A. Műsz. Tud. Osz. Közl. 8 (1953) 629.
 3. *Gy.-né Holló M.*: Szemcsefinomító adalékok és magnézium ötvözés hatása a finomított alumínium korrózióállóságára (Kohászati lapok, Alumínium, 1953. 225—235).
 4. *M. Whitaker*: A Review of Information on the Effect of Impurities on the Corrosion Resistance of Aluminium (Metall Industry, 1952. 183—185. 207—212, 227—230, 247—251, 263—266, 288—289, 303—313, 331—332, 346—350, 387—388).
 5. *E. Franke*: Der Einfluss von Verunreinigungen auf das Korrosionsverhalten von Aluminium und seinen Legierungen. (Werkstoffe und Korrosion, 1953. 4—14.)
 6. *Zeerleder und E. Zurbrügg*:zeugung des Raffinals (hochreinen Aluminiums) und dessen Verwendung in der chemischen Industrie. (Aluminium 1938. 365—378.)
 7. *W. Helling und H. Neunzig*: Beispiele für den Einfluss des Reinheitsgrades des Aluminium auf den örtlichen chemischen Angriff. (Aluminium, 1938. 70—83.)
 8. *E. Ruppel*: Oberflächenkorrosion und ihre Vermeidung durch Plattieren mit Al 99,99. (Aluminium, 1938. 95—106.)
 9. *H. Schiek und W. Helling*: Über den Einfluss geringer metallischer Zusätze zum Raffinat-Aluminium auf Festigkeit, Korrosionsbeständigkeit und Ausbildung von Eloxal-schichten. (Aluminium, 1938. 452—459.)
 10. *H. U. Vogel*: Vergleichende Untersuchung über das Korrosionsverhalten von Al 99,99 und Al 99,99 plattierten Blechen mit den normalen Leichtmetall-Werkstoffen des chemischen Apparatebaues. (Aluminium, 1938. 85—93.)
 11. *H. Lichtenberg*: Über die chemische Widerstandsfähigkeit von hochreinem Aluminiumblech, in dessen Oberfläche Flitter aus anderen Al-Legierungen eingewalzt wurden. (Aluminium, 1940. 635—638.)
 12. *E. Kühnrich*: Beitrag zur Erscheinung der örtlichen Korrosion an Rein- und Reinstaluminium in wässrigen Lösungen. (Aluminium, 1938. 83—85.)
 13. *B. Roald et M. A. Strecher*: Corrosion Rate and Etch Structures of Aluminium; Effect of Heat Treatment and Impurities (J. Electrochem. Soc., 1950. 283—299).
 14. *Domony A.*: Néhány új szempont könnyűfémek alkalmazására. (Kohászati Lapok, Alumínium, 1953. 64—72 és 88—91.)
 15. *F. A. Rohrmann*: The Effect of Heat Treatment on the Corrosion of Highpurity Aluminium. (Trans. Electrochem. Soc. 66, 1934. 229—237.)
1. *ábra.* Titán-tartalom hatása a raffinált alumínium korrózióállóságára (Fe < 0,01% és Si < 0,03%).
 2. *ábra.* Titán-tartalom hatása a kohóalumínium korrózióállóságára (Fe: 0,3—0,6% és Si: 0,23—0,26%).
 3. *ábra.* Bór-tartalom hatása a raffinált alumínium korrózióállóságára (Fe < 0,02% és Si < 0,08%).
 4. *ábra.* Titán és bór együttes hatása a raffinált alumínium korrózióállóságára (Fe < 0,02% és Si < 0,056%).

Összefoglalás

A szemcsefinomítók (Ti és B) általában korrózió szempontjából nem károsak. A titán 0,6% alatti mennyiségben a korrózió mértékét nem befolyásolja. A bór pedig — bár salétromsavban és sósavban bizonyos mértékig gyorsítja a korróziót — a szokásos mennyiségben ötvözve nem rontja a korrózióállóságot annyira, mint a kereskedelmi árukban jelenlevő vas mennyiség. 0,1% bór-tartalom mellett a raffinált alumínium előnyös kémiai ellenállóképessége még érvényre jut.

Az elvégzett vizsgálatok alapján nem lehet közvetlen következtetést levonni arranézve, hogy természetes viszonyok között, vagy enyhébb hatású közegekben milyen mértékig érvényesül az egyes ötvöző elemek korróziós hatása, de az agresszív hatású oldatokban elvégzett laboratóriumi vizsgálatok alapján várható, hogy a Ti és B más körülmények között sem fokozzák számottevően a korrózióérzékenységet.

A NAGYON TISZTA ALUMÍNIUM GYÁRTÁSI FELDOLGOZÁSMÓDJA ÉS FONTOSABB TULAJDONSÁGAI

VASSEL K. RÓBERT

[FÉMIPARI KUTATÓ INTÉZET, BUDAPEST]

[Beérkezett 1953. szeptember 21-én]

A nagyon tiszta alumíniummal a világirodalomban egyre sűrűbben foglalkoznak. Mivel ilyen alumíniumot a közeljövőben itthon is gyártani fognak, 1953-ban laboratóriumi és félüzemi kísérleteket kezdtünk a Fémipari Kutató Intézetben. Ezek célja a nagyon tiszta alumínium feldolgozási módszereinek, különböző tulajdonságainak és ezek alapján célszerű felhasználási területeinek megállapítása volt. Kísérleteink alapján a követendő gyártási módszerekkel kapcsolatban több új körülményt állapítottunk meg, amelyeknek egyéb alumíniumötvözetek gyártásánál is számottevő jelentősége lehet. A szakirodalomban ezekre nézve nem találtunk adatokat, ezért csupán saját megállapításaink ismertetésére szorítkozunk.

Kísérleti anyagok

A Fémipari Kutató Intézetben 1951- és 1952-ben végzett kutatásaink eredményeként megállapítottuk, [1], hogy az alumínium titánnal és bórral történő kismértékű ötvözése jelentékeny szemcsefinomodást idéz elő. Mivel a nagyon tiszta alumíniumnál különösképpen veszélyes és valószínű is a nagyobb szemcsék megjelenése, ezért a nagyon tiszta, 99,99% Al-ot tartalmazó anyagon kívül különböző mennyiségű Ti-nal, B-ral, Ti + B-ral és Ti + V-mal szemcsefinomított nagyon tiszta alumíniumot is vizsgáltunk.

Már említett korábbi kutatásaink eredményeként azt is megállapítottuk, hogy a szemcsefinomító adalékok szilárdságnövelő hatása jelentékenyebb mértékben inkább az öntött állapotban levő anyagoknál jelentkezik, alakított anyagoknál csak kisebb mértékben. A szilárdság fokozása érdekében tehát az alumíniumot nagyobb mennyiségben kell valamilyen elemmel, vagy esetleg több elemmel ötvözni. Vegyi ellenállóképességi, tehát korróziós szempontokból viszont csak olyan elem jöhet számításba és olyan mennyiségben, amely az alumíniumban oldódik. A gyakorlati szempontokat is figyelembevéve ennek megfelelően a nagyon tiszta alumíniumot változó mennyiségű magnéziummal

ötvöztük és egyes esetekben a magnéziumötvözésen kívül vélt szemcsefinomító adalékokat is hozzáadtunk.

A vizsgált anyagaink összetételét az I. táblázat tartalmazza.*

I. TÁBLÁZAT
A vizsgált anyagok %-os vegyi összetétele

Jel	Fe	Si	Mg	Ti	B	Zn	V	Összes egyéb	Al számítva
O. O. 1	< 0,01	< 0,01	—	—	—	—	—	0,010	99,99
O. O. 2	< 0,01	< 0,01	—	—	—	—	—	0,010	99,99
T. O. 1	< 0,01	< 0,01	—	0,015	—	—	—	0,025	99,975
T. O. 2	< 0,01	< 0,01	—	0,080	—	—	—	0,090	99,91
T. O. 3	< 0,01	< 0,01	—	0,16	—	—	—	0,17	99,83
B. O. 1	< 0,01	< 0,01	—	—	0,01	—	—	0,018	99,972
B. O. 2	0,011	0,013	—	—	0,04	—	—	0,05	99,95
B. O. 3	< 0,01	< 0,01	—	—	0,085	—	—	0,095	99,905
T. B. 1	0,01	0,015	—	0,10	0,005	—	—	0,130	99,87
T. V. 1	0,01	0,014	—	0,08	—	—	0,05	0,060	99,94
G. O. 1	< 0,01	< 0,01	0,6	—	—	—	—	0,61	99,94
G. O. 2	< 0,01	< 0,01	1,65	—	—	—	—	1,66	99,34
G. O. 3	< 0,01	< 0,01	2,2	—	—	—	—	2,21	97,79
G. O. 4	< 0,01	< 0,01	3,36	—	—	—	—	3,37	96,63
G. Z. 1	< 0,01	< 0,01	1,74	—	—	0,17	—	1,92	98,08
G. T. 1	< 0,01	0,013	1,8	0,044	—	—	—	1,9	98,1
G. T. B. 1	< 0,01	0,012	1,81	0,052	nyom	—	—	1,88	98,12

* A méréseket a Rákosi Mátyás Művek Szinképelemző Laboratóriuma végezte.

Öntés

Az öntéseket kétféle eljárás szerint végeztük, a szokásos kokillaöntéssel, valamint folyamatos tuskóöntéssel. Az öntés hőmérséklete egységesen kb. 670—700 C° volt, a túlhevülés elkerülésére.

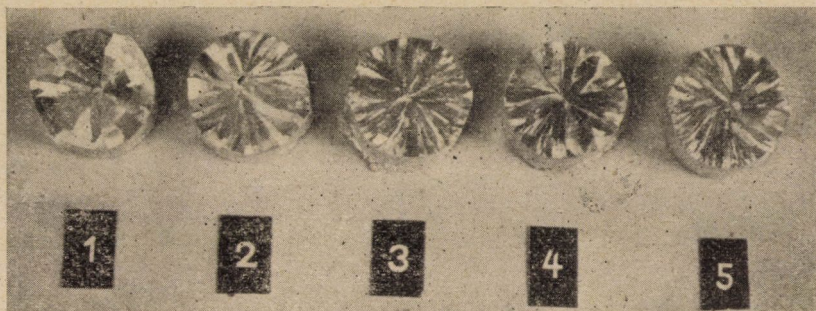
A kokillaöntéskor az öntés utáni kristályosodási sebesség hatásának vizsgálatára többnyire két-, némely esetben háromféle hűtést alkalmaztunk:

- Vízben hűtve, kb. 1,5 perc alatt szobahőmérsékletig,
- Levegőn, kb. 1 óra alatt lehűtve.
- Kemencében, 24 óra alatt lehűtve.

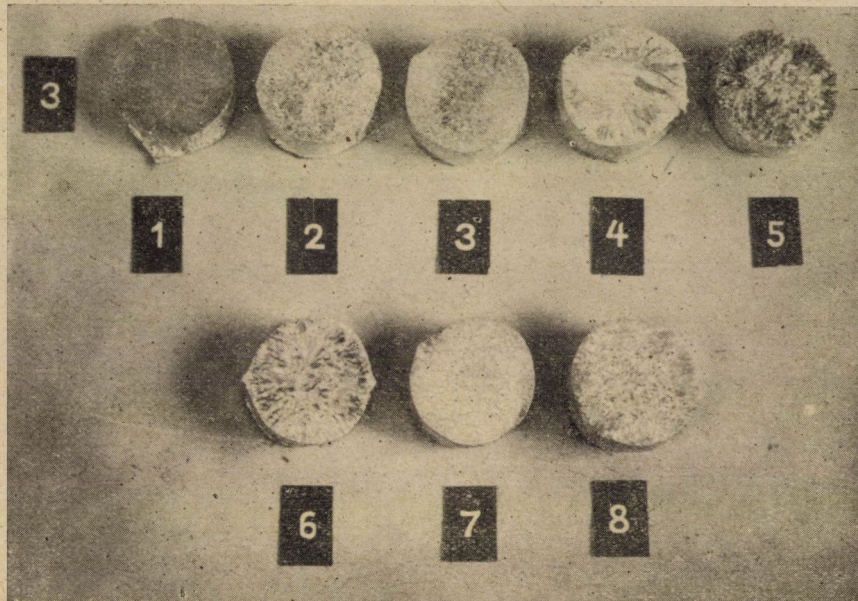
Vizsgálataink szerint — lásd I. ábra — az első kétfajtájú lehülés eredménye között nincs mérhető különbség, csupán a harmadik fajtájú hevítésnél észlelhető sokkal erőteljesebb szemcsedurvulás. Az ábrán feltüntetett 5 makrociszolat nagyon tiszta anyagra vonatkozik.

A szemcsefinomító adalék hatását vizsgálva — 2. ábra — azt találjuk, hogy erre a célra a nagyon tiszta Al-nál kb. 0,05–0,08% Ti, vagy 0,1–0,15% B megfelelő. Ti + B és Ti + V esetén a hatás a csupán Ti-nal elért hatáshoz képest nem fokozódik.

Mg-mal ötvözött nagyon tiszta alumínium szemcséje már önmagában finomabb, mint az 1. ábra képei. Ha ehhez különböző fémeket adagolunk,



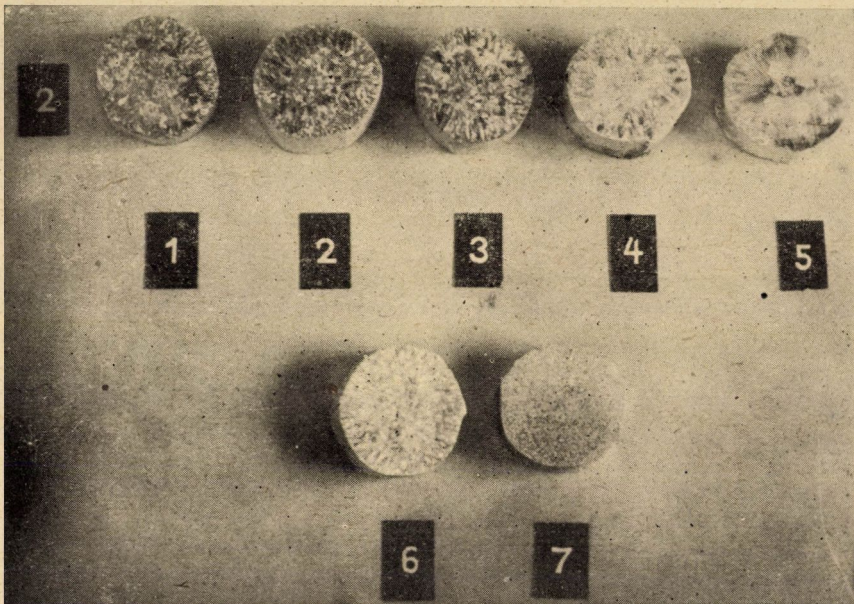
1. ábra. Kokillába öntött nagyon tiszta alumínium makrosziszolatai. 1—24 óra alatt lehűtve öntés után; 2 és 4 — 1 óra alatt lehűtve; 3 és 5 — 1,5 perc alatt lehűtve



2. ábra. Szemcsefinomított, kokillába öntött nagyon tiszta alumínium makrosziszolatai. 1 — 0,015% Ti; 2 — 0,08% Ti; 3 — 0,16% Ti; 4 — 0,01% B; 5 — 0,04% B; 6 — 0,085% B; 7 — 0,10% Ti + 0,005% B; 8 — 0,08% Ti + 0,05% V.

mind pl. *Lacombe* tanácsa szerint [2] Zn-et, durvább szemcséket kapunk. Vagy ha pl. saját előző kísérleteink alapján [1] Ti-t adagolunk, a szemcseméret alig változik, Ti + B adagolása után viszont igen finom szövetet kaptunk. Az eredményeket jól szemlélteti a 3. ábra.

A nagyon tiszta alumínium és szemcsefinomított változatai folyamatos tuskóöntéssel jól önthetők voltak. A vizsgált tuskókeresztmetszet 80 mm $\bar{\varnothing}$ -jú, illetve 100×32 mm²-es téglány volt. A tuskóöntési sebesség 100 és 200 mm/perc határok között történő változtatása kevés befolyást gyakorolt a tuskók szemcse-



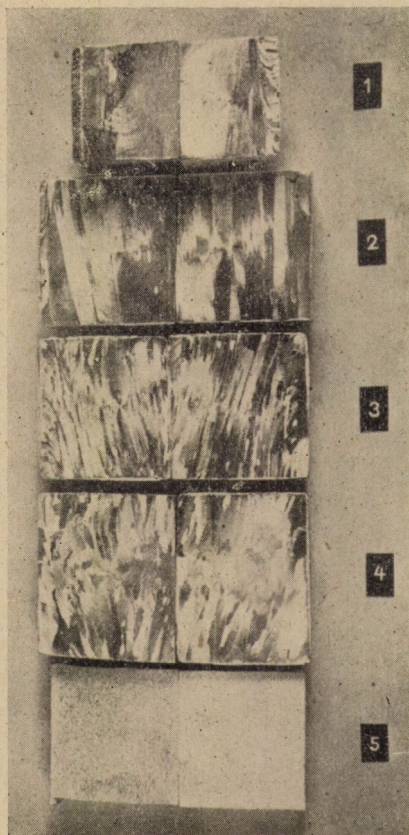
3. ábra. Magnéziummal ötvözött és szemcsefinomított, kokillába öntött nagyon tiszta alumínium makrociszolatai. 1 — 0,6% Mg; 2 — 1,65% Mg; 3 — 2,2% Mg; 4 — 3,34% Mg; 5 — 1,74% Mg + 0,17% Zn; 6 — 1,8% Mg + 0,044% Ti; 7 — 1,81% Mg + 0,052% Ti + B nyomokban

méretére (4., 5. és 6. ábra). Kb. 0,1% Ti-tartalom hatására viszont rendkívül finomszemcsés tuskókat kapunk (4. ábra).

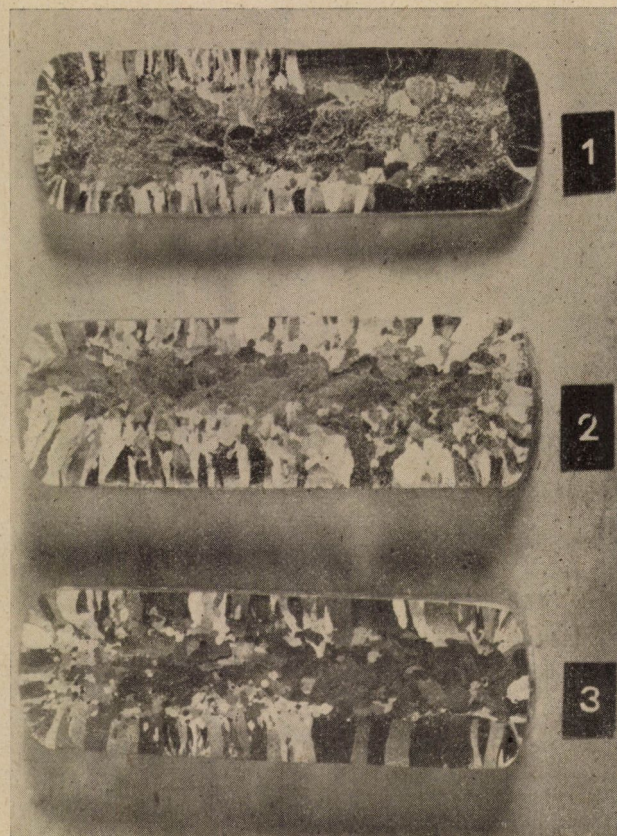
Mg-mal ötvözött alumínium folyamatos tuskóöntésekor könnyen bekövetkezett a felületi Mg-kiégés, ezenkívül a felület is igen érdes volt.

Alakítás

Az I. táblázatban felsorolt valamennyi anyagból készült hengeres tuskókat aránylag kis alakítási ellenállással 2,5 mm-es dróttá húztuk. Az anyag ilyen állapotában még kellő képlékenységgel rendelkezik és így feltétlenül tovább alakítható, illetve húzható.



4. ábra. Nagyon tiszta alumínium és szemcsefinomított változatának folyamatos eljárással öntött tuskói, makrosziszolatok. 1-4 jelűek fokozatosan növekvő öntési sebességgel öntött nagyon tiszta alumíniumtuskók; 5 — 0,1% Ti-t tartalmazó nagyon tiszta alumíniumtuskó. A felvételek a tuskók hosszmet-szetéről készültek



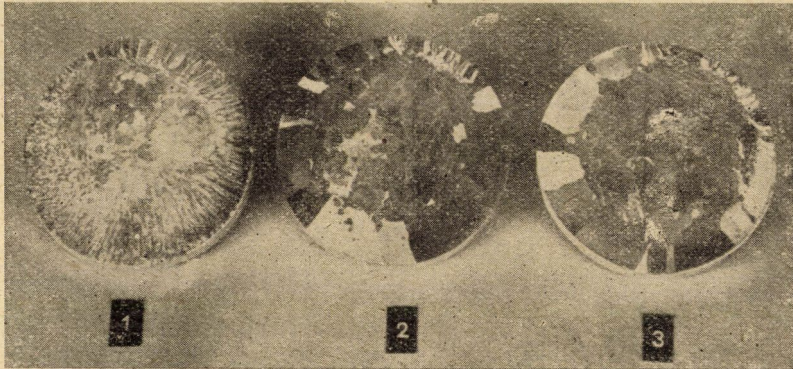
5. ábra. A 4. ábrában közölt tuskók keresztmetszete. 1 — a 4. ábra »2« tuskója; 2 — a 4. ábra »3« tuskója; 3 — a 4. ábra »4« tuskója

A hengerlésnél a helyzeti adottságoknak megfelelően kétféle eljárást követtünk:

a) Csak hideg alakítást, kb. 30 mm-ről 1 mm vastagságra.

b) Meleg alakítással kezdve, fokozatosan átcsúszva hidegalakításba, majd tisztán hideg alakítással és közbeiktatott lágyításokkal tovább alakítva.

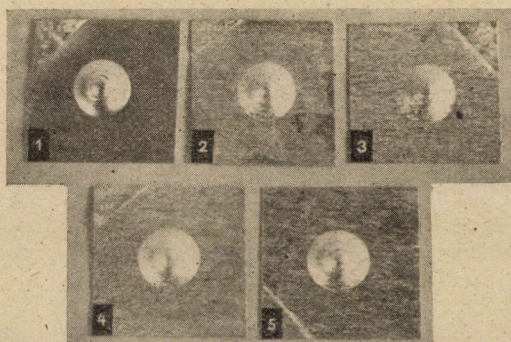
A nagyon tiszta alumínium és szemcsefinomított változatai az a) változat szerint jól alakíthatónak bizonyultak, mivel ily módon 1 mm-re hengerelve is mélyhúzhatók voltak.



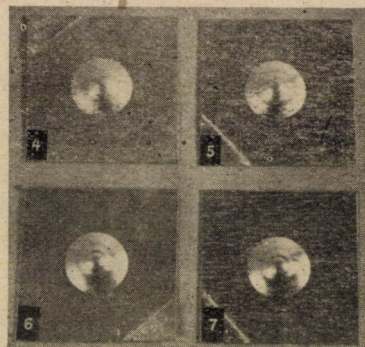
6. ábra. Folyamatos eljárással öntött nagyon tiszta alumíniumtuskó. 1 — a tuskó talpához közeleső keresztmetszet; 2 — a tuskó közepe; 3 — a tuskó felső vége

A b) változat szerinti eljárásnál 24 órás homogenizáló izzítás (400 C° , illetve a Mg-mal ötvözötteknél 440 C°) után a melegalakítást 450 C° (Mg-mal ötvözötteknél 500 C°) hőmérsékleten kezdtük. Mivel ez az első alakítás 27 mm-ről 8 mm-re — tehát 70%-os alakítással — történt, a kisméretű darabok erősen lehültek és így alakítás közben tulajdonképpen átcsúsztunk a kritikus hőmérséklet közbe, aminek kedvezőtlen hatása később, a mélyhúzásnál jelentkezett. Az ezt követő 3 órás lágyítás (300 C° , illetve 0,6–2,0% Mg esetén 400 C° , ennél több Mg esetén 330 C° hőmérsékleten) és kb. 50%-os hidegalakításból álló ciklus egyszer vagy kétszer történő alkalmazása a nagyon tiszta Al és szemcsefinomított változatai esetében már nem tudta ezt a kedvezőtlen hatást kiküszöbölni, sőt még fokozta. A Mg-mal ötvözött változatoknál a melegalakításból hidegalakításba történő átmenet kedvezőtlen hatása nem volt annyira kifejezett, az anyagok mélyhúzhatók voltak. A Mg-mal ötvözött változatoknál az alakítási ellenállás a nagymértékű keményedés folytán természetesen sokkal nagyobb, így az ilyen anyagok tisztán hidegalakítását meg sem kíséreltük.

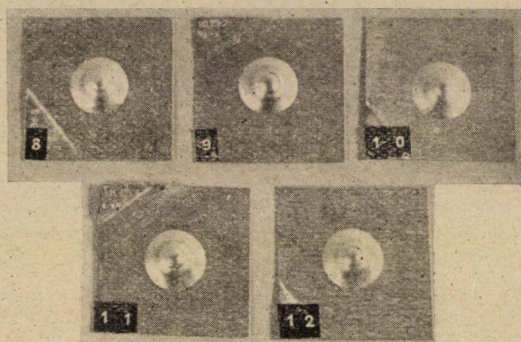
A nagyon tiszta alumíniumot bizonyos alkalmazások szempontjából borítási kísérletnek vetettük alá. Egyfelől 99,5%-os kohóalumíniumot, másfelől pedig szabványos minőségű Al—Mg₃ ötvözetet borítottunk 10% vastagságban



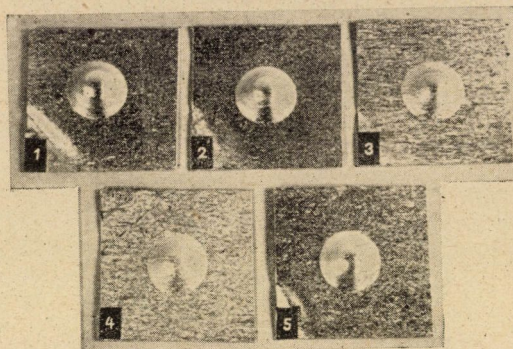
7. ábra. 150 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított alumínium Erichsen-próba és makromaratás után. 1 — öntés után gyorsan hűtött nagyon tiszta Al; 2 — öntés után levegőn hűtött nagyon tiszta Al; 3 — öntés után kemencével lehűlt nagyon tiszta Al; 4 — öntés után gyorsan lehűtött nagyon tiszta Al + 0,015% Ti; 5 — öntés után levegőn lehűtött nagyon tiszta Al + 0,015% Ti.



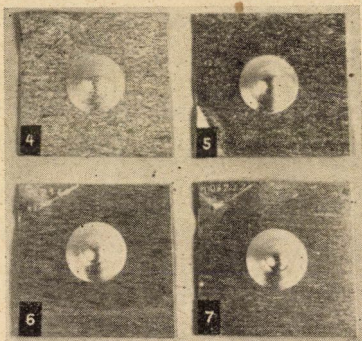
8. ábra. 150 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított anyag Erichsen-próba és makromaratás után. 4 és 5 — lásd 7. ábra; 6 — nagyon tiszta Al + 0,08% Ti; 7 — nagyon tiszta Al + 0,16% Ti.



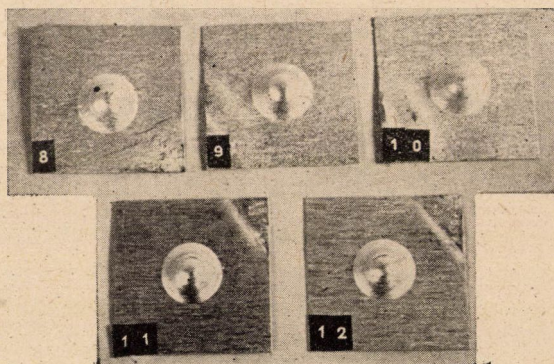
9. ábra. 150 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított anyag Erichsen-próba és makromaratás után. 8 — nagyon tiszta Al + 0,01% B; 9 — nagyon tiszta Al + 0,04% B; 10 — nagyon tiszta Al + 0,085% B; 11 — nagyon tiszta Al + 0,10% Ti + 0,005% B; 12 — nagyon tiszta Al + 0,08% Ti + 0,05% V.



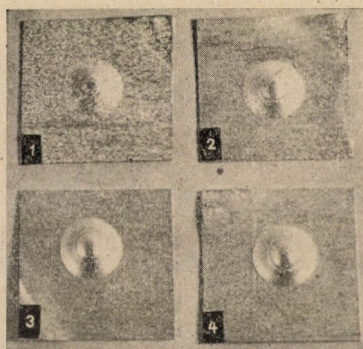
10. ábra. 300 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított anyag Erichsen-próba és makromaratás után. A próbatestek jele ugyanaz, mint a 7. ábrában, csupán a 4 és 5 jelű próbatest lett felcsérélve



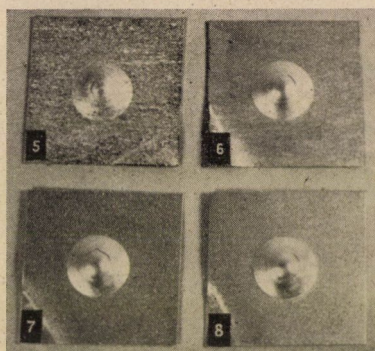
11. ábra. 300 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított anyag Erichsen-próba és makromaratás után. A próbatestek jele ugyanaz, mint a 8. ábrában, csupán a 4 és 5 jelű próbatest lett felcsérélve



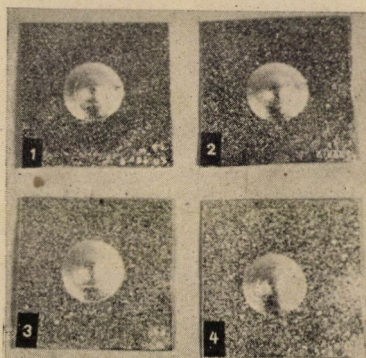
12. ábra. 300 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított anyag Erichsen-próba és makromaratás után. A próbatestek jele ugyanaz, mint a 9. ábrában



13. ábra. 250 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított anyag Erichsen-próba és makromaratás után. 1 — nagyon tiszta Al + 0,6% Mg; 2 — nagyon tiszta Al + 1,65% Mg; 3 — nagyon tiszta Al + 2,2% Mg; 4 — nagyon tiszta Al + 3,36% Mg.

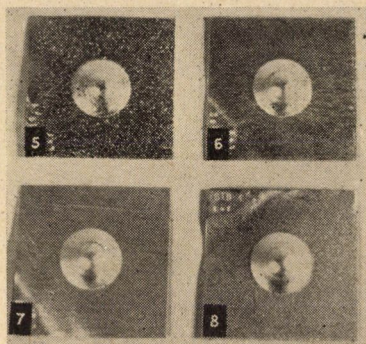


14. ábra. 250 C° hőmérsékleten át 4 órán lágyított anyag Erichsen-próba és makromaratás után. 5 — nagyon tiszta Al + 1,74% Mg + 0,17% Zn; 6 — öntés után lassan lehűtött nagyon tiszta Al + 1,8% Mg + 0,044% Ti; 7 — ü. az, mint 6, gyorsan lehűtve; 8 — nagyon tiszta Al + 1,81% Mg + 0,052% Ti + B nyomokban.



15. ábra. 450 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított anyag Erichsen-próba és makromaratás után. A próbatetek jele ugyanaz, mint a 13. ábrában

99,99%-os Al-mal. Az összvastagság borítás előtt 5, utána pedig 1 mm volt. A borítás legkedvezőbb hőmérséklete mindkét változat esetén 450 C°-nak bizonyult. A borítás után kilágyított agyagok szokásos körülmények között kilágyítva jól mélyhúzhatók voltak.



16. ábra. 450 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított anyag Erichsen-próba és makromaratás után. A próbatestek jele ugyanaz, mint a 14. ábrában

Lágyítás

A lágyítást szintén kétféleképpen végeztük. Először az üzemi gyakorlatban szokásos pár órás izzítással, majd pedig megvizsgáltuk az üzemekben eddig még nem alkalmazott gyorslágyítás lehetőségeit. Ezt az utóbbi módszert újabban egyes alumíniumötvözeteknél külföldön többen használták [3, 4, 5], nagyon tiszta alumíniumnál és változatainál azonban az alábbi kísérleteink újak.

A szokásos lágyítás egységesen 4 órán át tartott. Az optimális hőmérséklet kikeresésére méréssorozatot végeztünk, a nagyon tiszta és szemcsefinomított anyagoknál 150, 200, 250, 300 és 350, míg a magnéziummal ötvözött változatoknál, 150, 250, 350, 450 C° hőmérsékleten. A lágyítás hatását Erichsen-próbával és makromaratással ellenőriztük, megállapítván azt a hőfokot, ahol az Erichsen-szám a maximálishoz közeleső értéket először eléri, viszont durva szemcse-növekedés még nem következik be. Az eredményeket a 7–16. ábrák szemléltetik. A mérések eredményei a következőket mutatják:

a) A nagyon tiszta alumínium már kb. 300 C°-on igen erősen lágyul, sőt túllágyul és durván újrakristályosodik. Ennél az anyagnál a szokásos körülmények között végzett lágyítás legkedvezőbb hőmérséklete 250–280 C° között van.

b) Ha a bór 0,2%-nál nem több, akkor a kilágyulás ugyanolyan, mint a nagyon tiszta alumíniumé, azonban finomabb, egységes, kerekded szemcséket kapunk. A legkedvezőbb lágyítási hőmérséklet az előzővel egyező.

c) Ha a titán 0,05%-nál nem több, a durvakristályosodás jellege megegyezik a nagyon tiszta alumíniuméval, viszont ennél több Ti esetén finomabb szemcséket kapunk, ugyanúgy, mint a B-adalék hatására. A Ti bevitellekor azonban a hengerlési szálas szövet megmarad. A durvakristályosodás hőfokhatára utóbbi esetben felfelé kitolódik, 350 °C fölé. Az optimális lágyítási hőmérséklet ebben az esetben 320–350 °C.

d) A vizsgált Ti + B és Ti + V szemcsefinomítás esetén a Ti hatása a döntő és így ez szabja meg a jelleget.

e) Csupán magnéziummal való ötvözéskor az erős kilágyulás kb. 400–450 °C között következik be. Az optimális lágyítási hőmérséklet kb. 350 °C.

f) Mg + Zn esetén a kilágyulás ugyanolyan jellegű, mint a nagyon tiszta alumíniumnál. Mg + Ti és Mg + Ti + B esetén a kilágyulás jellege ugyanolyan, mint a nagyobb mennyiségben Ti-nal szemcsefinomított nagyon tiszta alumíniumnál, a durvakristályosodási pont azonban kitolódik 450 °C fölé. Az optimális lágyítási hőmérséklet kb. 370 °C.

g) Bármely vizsgált változatra érvényes az a megállapítás, hogy lágyítás szempontjából közömbös az eredeti tuskónak öntés utáni levegőn vagy vízben történő lehülése, viszont a kemencében történő lehülés még az ilyen, alakításon keresztülment anyag esetén is káros.

Ezek szerint a kilágyulás és újrakristályosodás körülményei elsősorban az anyag összetételétől függenek, bizonyos esetekben már század-tized % nagyságrendű ötvözőelem, vagy szennyeződés hatására 50–100 °C nagyságrendet is elérő eltérések mellett. Túl lévén a kritikus alakítási fokon, az alakítás hatása úgylátszik csak másodlagos.

A gyorslágyítás, amelynek lényege a gyors hőbevitel biztosítása, eddigi kísérleteink szerint ugyanolyan lágyulást eredményez, azonban sokkal rövidebb idő alatt, így tehát igen lényeges a gyártás szempontjából. A gyorslágyítási kísérleteket nagyon tiszta alumínium és szemcsefinomított változatán végeztük, hidegen hengerelt, valamint a kritikus hőfok-közben is folytatott meleg alakítás utáni állapotban. A kétféle alakítási mód között különbség hőfokjellegben nem mutatkozott, időjellegben annyi, hogy a hidegen hengerelt tovább tartó lágyítás után repedt.

A lágyítás célja végső fokon az alakítási textúra eltüntetése. Lágyításkor fokozatosan alakul ki a lágyítási textúra és amidőn a két textúra egyező mértékű, az anyag látszólag irányítottágmentes. Ez az ú. n. átváltási pont a legkedvezőbb pl. mélyhúzóhatóság szempontjából. Ennek megállapítására nem a szokásos textúra vizsgálati módszereket használtuk, hanem a mélyhúzóhatóság mutatkozó fülképződésből következtettünk annak jellegére. Erre vonatkozó kísérleteink már folyamatban voltak, amikor más szerzők hasonló eljárást javasoltak erre a célra [6, 7]. Különböző hőmérsékleten, különböző ideig — esetünkben sófürdőben — lágyított anyagnál az átváltási pont hőfok-idő diagrammja folytonos görbe, amelyet a 17. ábra szemléltet. Ennek az 1 és 20 perc közé eső szakasza

a legértékesebb, mivel ez gyakorlatilag is jól megvalósítható. Igen kedvező az átváltási pont közelében elhelyezkedő, kevésbé repedő anyagot jellemző terület, amely üzemszerű alkalmazáskor kellő biztonságot nyújt. Igen érdekes és teljesen új megállapítás, hogy 0,1%-nyi Ti a görbétet önmagukkal párhuzamosan 40 C°-kal felfelé tolja el.

Mechanikai és technológiai tulajdonságok

A 2 mm vastagságra hengerelt kemény lemezek szakítópróbáinak eredményeit a II. táblázat tartalmazza.

II. TÁBLÁZAT

A vizsgált lemezek szilárdsága kemény állapotban

Anyag megjelölése	Saját mérések		Irodalmi adatok [8]	
	σ_B kg/mm ²	δ %	σ_B kg/mm ²	δ %
99,99%-os alumínium	10—10,5	6—5,5	11—13,6	5—4
U. az + 0,01% Ti	10—10,5	6—5,5	—	—
U. az + 0,01% B	10—10,5	6—5,5	—	—
U. az + 0,08—0,16% Ti	11,2—11,1	6,25—7	—	—
U. az + 0,1% B	11,2—11,1	6,25—7	—	—
U. az + 0,1% Ti + B, V	11,2—11,1	6,25—7	—	—
U. az + 0,6% Mg	16,5	5	19,0	4
U. az + 1,6—1,8% Mg, Zn, vagy Ti, vagy Ti + B szemcsefinomítóval vagy anélkül	22—22,5	4—4,5	40,0	4
U. az + 2,2% Mg	27	4,5	—	—
U. az + 3,4% Mg	30,5	5	—	—

Az 1 mm-es lágylémezekeken mért szakítópróbák eredményeit a III. táblázatban tüntettük fel.

III. TÁBLÁZAT

A vizsgált lemezek szilárdsága lágylémezek állapotban

Anyag megjelölése	Saját mérések		Irodalmi adatok [8]	
	σ_B kg/mm ²	δ %	σ_B kg/mm ²	δ %
99,99%-os alumínium, szemcsefinomítóval vagy anélkül	6—6,5	50—56	3,5—6	50—40
U. az + 0,6% Mg	11,5	27	10	27
U. az + 1,6% Mg, szemcsefinomítóval vagy anélkül	15—16	25—26	24	26
U. az + 2,2% Mg	19,5	26	—	—
U. az + 3,4% Mg	25	26,5	—	—

Ezek szerint az alappontokban igen jó az egyezés az irodalmi adatokkal, mind lágy, mind kemény állapotban. Kivételt csupán a kb. 1,6–1,8% Mg-ot tartalmazó alumínium szakítószilárdsága képez. Utóbbira az irodalom indokolatlanul nagy értéket ad meg. *Zeerleder* [9] értékei a mi eredményeinkhez hasonló szinten vannak.

Látjuk továbbá, hogy a szemcsefinomító adalékok az alakított nagyon tiszta alumínium és Mg-mal ötvözött változatainak szilárdságára kevés fokozó hatást gyakorolnak. Ez a megállapítás egyezik már idézett korábbi megállapításainkkal [1].

A nagyon tiszta alumínium és szemcsefinomított változatainak 1 mm-es lemezeken mért Erichsen-száma kemény állapotban 8–8,5 mm, lágy állapotban 10–11,5 mm volt. A Mg-mal ötvözött változatoknál 7–7,5 mm-t (kemény), illetve 8,5–9,5 mm-t (lágy) mértünk. A különböző alumíniumféleségek csészehúzásakor a megállapított mélyhúzóhatósági tényező,

$$K = \frac{\text{tárcaátmérő}}{\text{nyomóbélyegátmérő} + \text{lemezvastagság}}$$

1,88 volt.

Mélyhúzóhatóság

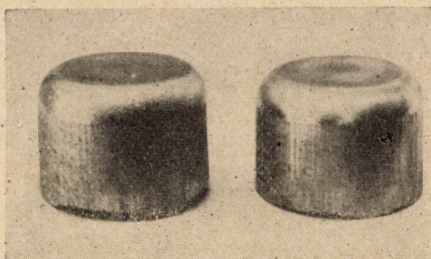
A mélyhúzás összetett igénybevételű alakítás, amely az anyagtól jó képlékenységet és egyidejűleg kellő szilárdságot is megkövetel. A mélyhúzóhatóság mértékének meghatározása történhetik közvetlenül, mélyhúzási vagy ú. n. csészepróba alakjában, vagy közvetett módon. Utóbbira többféle javaslatot ismerünk. Az üzemi gyakorlatban az Erichsen-próba terjedt el, ez azonban nem ad helyes képet, mert méréseink szerint pl. ugyanolyan Erichsen-szám mellett a túllágyított anyag már repedt, míg a helyesen lágyított nem.

Néhány mélyhúzott darab fényképét a 18–23. ábrákon közöljük.

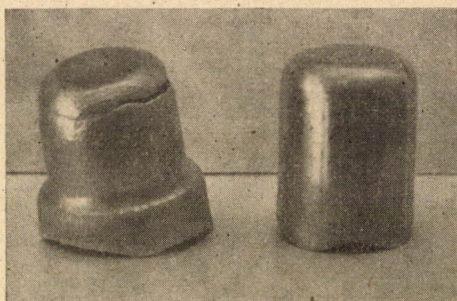
A 17. ábra alapján láthatjuk, hogy mélyhúzás szempontjából igen lényeges az anyag összetétele: már tized %-nyi mennyiségű szennyezés vagy ötvözés 30–40 C°-kal eltolja az újrakristályosodási görbéket, ennek megfelelően az alkalmazandó lágyítási időtartamokat is.

Vizsgálataink szerint mélyhúzáskor másik igen lényeges szempont az anyag anizotrópiájának és repedésre való hajlamosságának elkerülése.

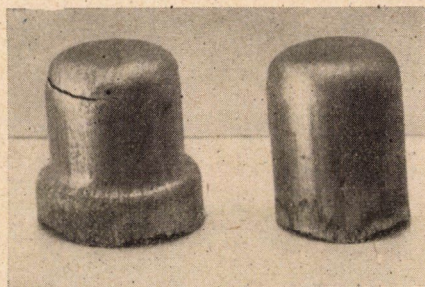
Ez lényegében az öntés, alakítás és lágyítás körülményeitől függ. Célszerű, ha szemcsefinomított, öntési textura nélküli alapanyagot dolgozunk fel tovább és az alakítást vagy csak melegen, vagy csak hidegen végezzük. Ugyanis a 22. és 23. ábra jól szemlélteti azt az érdekes megfigyelésünket; hogy az alakítás során az anyag a kritikus hőfokközben való időzése folytán repedésre és újrakristályosodásra sokkal hajlamosabb. Ezt a tényt ilyen határozottan eddig



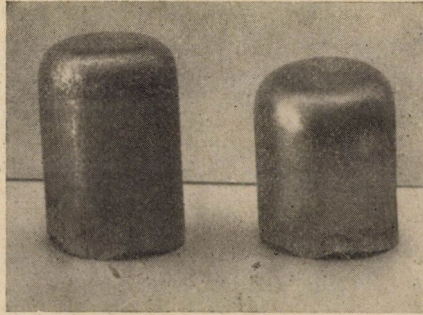
18. ábra. 300 C° hőmérsékleten 4 órán át lágyított anyagok mélyhúzás után. Baloldalt — nagyon tiszta és hidegen hengerelt Al; jobboldalt — 0,1% Ti-tartalmú, hidegen hengerelt nagyon tiszta Al.



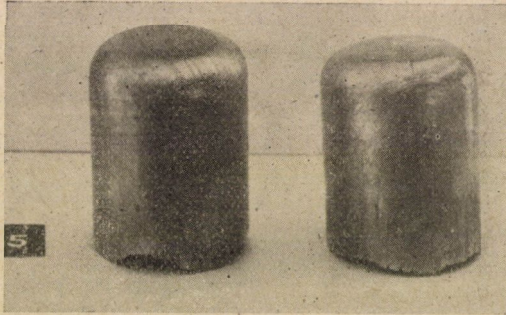
19. ábra. 312 C° hőmérsékleten 60 percen át lágyított anyagok mélyhúzás után. Baloldalt — nagyon tiszta és hidegen hengerelt Al; jobboldalt — 0,1% Ti-tartalmú, hidegen hengerelt nagyon tiszta Al.



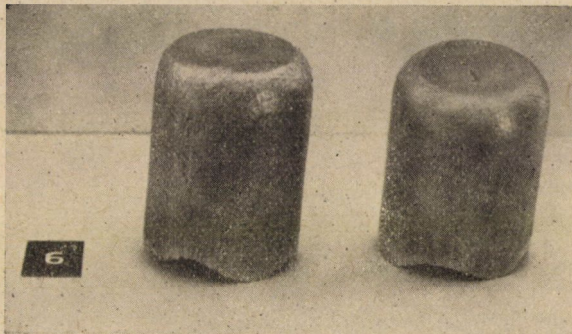
20. ábra. Különböző körülmények között lágyított anyagok mélyhúzás után. Baloldalt — 355 C° hőmérsékleten 10 mp-ig lágyított hidegen hengerelt nagyon tiszta Al; jobboldalt — 385 C°-on 30 mp-ig lágyított hidegen hengerelt 0,1% Ti-tartalmú nagyon tiszta Al.



21. *ábra.* Különböző körülmények között lágyított anyagok mélyhúzás után. Baloldalt — 415 C° hőmérsékleten 5 mp-ig lágyított, hidegen hengerelt nagyon tiszta Al; jobboldalt — ugyan-ezen hőmérsékleten 25 mp-ig lágyított, hidegen hengerelt 0,1% Ti-tartalmú nagyon tiszta Al.



22. *ábra.* Különböző körülmények között hengerelt anyagok lágyítás és mélyhúzás után. Baloldalt — 340 C° hőmérsékleten 2 percen át lágyított hidegen hengerelt nagyon tiszta Al; jobboldalt ugyanez az anyag a kritikus hőfokközben folytatott alakítással előállítva és azonos módon lágyítva



23. *ábra.* Különböző körülmények között hengerelt anyagok lágyítás és mélyhúzás után. Baloldalt — 434 C° hőmérsékleten 10 mp-ig lágyított, a kritikus hőfokközben is folytatott alakítással előállított nagyon tiszta Al; jobboldalt — ugyanez csak hidegen hengerelt anyag esetén

még, sehol sem figyelték meg,¹ csupán az üzemi tapasztalat mutatta azt, hogy egyes „melegen” hengerelt — nyilvánvalóan időközben kihűlt — anyagok kedvezőtlenebb tulajdonságokkal rendelkeznek. A kérdés pontosabb vizsgálata — így a melegalakítás megengedhető alsó hőfokhatára és a kedvezőtlen hatás közömbösítése — még további vizsgálatot kíván. Véleményünk szerint azonban ez a jelenség minden olyan helyen kihatással van vagy lehet, ahol ilyen, a kritikus hőfokközbe történő átmenet mutatkozik — gondolunk itt például a hegesztési varratok kilágyulási zónájára.

A helyesen alakított anyag még mindig anizotróp, fülképződésre hajlamos. Ennek kiküszöbölése, valamint a további alakításra alkalmas anyagállapot biztosítása az előzőkben már körvonalazott, megfelelő módon és időben elvégzett lágyítással történik. Igen értékesek ebből a szempontból a méréseink során felvett és a 17. ábrán feltüntetett görbék, mert segítségükkel beállíthatók a helyes lágyítási paraméterek.

Szemcsefinomítás főleg azért előnyös, mert nagyobb a biztonság a durva újrakristályosodás elkerülésére és ezenkívül az anyag homogénebb és repedésre kevésbé hajlamos.

Ezek a megállapítások elsősorban a részünkről vizsgált, de Mg-mal nem ötvözött nagyon tiszta alumíniumfésésekre vonatkoznak, azonban kétségtelenül érvényesek más alumíniumfésésekre is.

Korrózióval szembeni ellenállás

A Ti és B szemcsefinomítókra is kiterjedő és ebből a szempontból a szakirodalomban újszerű korróziós vizsgálatok eredményei röviden összefoglalva a következők:

a) A Ti és B szemcsefinomítók szükséges mennyiségben történő ötvözése lúgos és savas közegekben nem veszélyes korrózió szempontjából. Ez különösen Ti-ra érvényes, több tized %-nyi mennyiségű ötvözéskor is.

b) A nagyon tiszta alumíniumot kb. 3,5%-ig terjedő mennyiségben Mg-mal ötvözve a korrózióérzékenység változatlan marad. A korróziós tulajdonságokat a Mg-mal ötvözött nagyon tiszta alumíniumhoz adagolt szemcsefinomítók (Ti, Ti + B, Zn) sem befolyásolják.

Villamos vezetőképesség

A villamos vezetőképességet illetően hivatkozunk korábbi vizsgálatainkra [1]. Ezek eredményei szerint a nagyon tiszta alumínium igen jó vezetőképességét csak bórral történő szemcsefinomítással őrizhetjük meg.

¹ Kísérleteink befejezése és a kézirat benyújtása után jutott kezünkbe *Dodson* közleménye [10], amely ugyanerre hívja fel a figyelmet.

A nagyon tiszta alumíniumot Mg-mal ötvözve a villamos vezetőképesség az ismert módon erősen romlik, így az ilyen ötvözet ebből a szempontból érdektelen.

IRODALOM

1. Domony A., Vassel K. R.: MTA Műsz. O. Közl. VIII (1953), 3—4. szám, 629. oldal.
2. Lacombe, P.: Chemical Abstracts, 40 (1946), 4994/g hasáb.
3. Fatkin, F. M.: Színesfémek és ötvözetek lemezsajtólása, Moszkva, 1952, 207. oldal.
4. Jevons, J. D.: A mélyhúzás és lemezsajtolás metallurgiája, London, 1949, 247. oldal.
5. Staples, R. T.: Journal of Inst. of Metals, 80 (1952), 323. oldal.
6. Stelljes, H. A. J.: Revue de Métallurgie, 1953. március, 189. oldal.
7. Siebel, G., Hug, H.: Aluminium (Düsseldorf), 1953, 1—2. szám, január, 51. oldal.
8. Aluminiumtaschenbuch (Düsseldorf), 10. kiadás, 1951, 24. oldal.
9. Zeerleder, A.: Az alumínium technológiája, Leipzig, 5. kiadás, 1947, 114. oldal.
10. Dodson, D. A.: Canadian Metals, 1953. július, 24. oldal.

Összefoglalás

A nagyon tiszta alumínium gyártási feldolgozásmódja különös figyelmet és gondot kíván, részben az anyag egész tömegének, részben a felület szennyeződésének meggátlása végett. Az öntés történhet álló kokillába és — legalább is közepes szelvényméretekig — folyamatos tuskóöntési eljárással. Az öntés utáni hűtési sebesség kevés hatással van, így alkalmazhatunk léghűtést, vagy ha nagy belső feszültségek veszélye nincsen, vízhűtést is.

Szemcsefinomító adalékok alkalmazása célszerű és feltétlenül javasolható. Az adalék nagyon tiszta alumínium esetében lehet Ti vagy B, Mg-mal ötvözött nagyon tiszta alumínium esetében célszerűen Ti + B. Azt, hogy a nagyon tiszta Al-nál Ti-t vagy B-t alkalmazzunk, a későbbi felhasználás dönti el.

A nagyon tiszta alumínium jól sajtoltatható és húzható. Hengerlése lehetőség szerint csak hidegen vagy csak melegalakítással történjék. Mg-mal ötvözött nagyon tiszta alumínium természetesen csak meleg- és hidegalakítással alakítható vékonyabb méretekre.

A nagyon tiszta alumínium és szemcsefinomított változatainak lágyítására, főleg vékonyabb méretek esetén, feltétlenül a megállapított görbének megfelelően történő gyorslágyítást javasoljuk. Okvetlenül elkerülendő a kritikus hőfok-időközben való tartózkodás, vagy az azon keresztül történő lassú áthaladás.

A nagyon tiszta alumínium és szemcsefinomított változatainak szilárdsága a kohóalumíniuméhoz képest kb. 50%-kal kisebb. Ezen célszerűen 1,5—2,0% Mg-ötvözéssel javíthatunk, ekkor viszont a kohóalumíniuméhoz képest 50%-kal jobb szilárdságot kapunk.

A vizsgált alumíniumfélésegek a kellő feldolgozásmód — öntés, alakítás és lágyítás — betartásával jól mélyhúzhatók.

A különböző hőhatások kedvezőtlen szemcsenövelő befolyását jórészt közömbösítő vagy erősen csökkentő szemcsefinomító adalékok korrózióval szembeni ellenállás szempontjából nem kedvezőtlenek.

Villamos vezetőképesség szempontjából viszont csupán a B-ötvözés kedvező.

AZ EGY PONTON FELFÜGGESZTETT NÉGYSZÖG- KERESZTMETSZETŰ RÚD STABILITÁSA

CSONKA PÁL

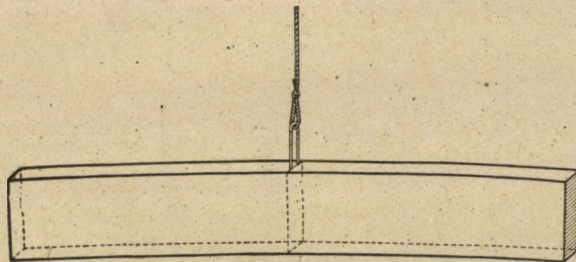
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

BUDAPESTI ÉPÍTŐIPARI-MŰSZAKI EGYETEM SZILÁRDSÁGTANI TANSZÉKE

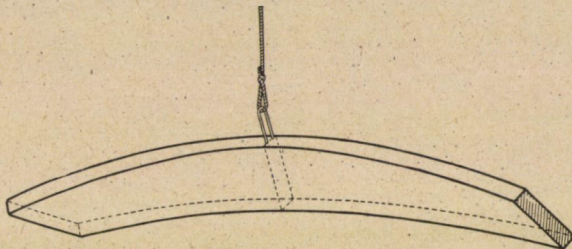
[Béérkezett 1953. október 3-án]

Bevezetés

Jelen tanulmány az *egy ponton, a súlypont felett felfüggesztett* egyenes-tengelyű, derékszögű négyszögkeresztmetszetű, pallószerű gerenda egyensúlyi állapotának vizsgálatával foglalkozik, a gerendatengely mentén egyenletes megoszló teher esetében. A vizsgálatot az teszi szükségessé, hogy a szóbanforgó vékony gerenda egyensúlyi állapota a terhelés növekedtével a kritikus teher-



1. ábra. Egy ponton felfüggesztett pallószerű gerenda, kifordulás előtt



2. ábra. Egy ponton felfüggesztett pallószerű gerenda, kifordulás után

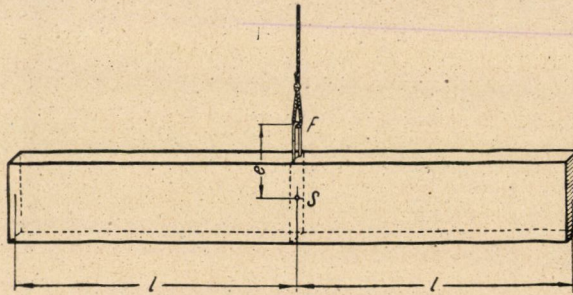
érték elérésekor labilissá válhatik. Ilyenkor az eredetileg függélyes síkú gerenda (1. ábra) síkjából oldalirányban kifordulhat (2. ábra), tehát az 1. ábrán fel-tüntetett egyensúlyi alakon kívül a 2. ábrán szemléltethető egyensúlyi alakot is

felveheti. E tanulmány célja annak megállapítása, hogy ez, a gerenda teherbíró-képessége szempontjából igen veszélyes labilis állapot mekkora $g = g_{\text{krit}}$ terhelés hatására jöhet létre.

Pallószzerű gerendák oldalirányú kifordulásának lehetőségét, nevezetesen az ilyen gerendák egyensúlyi állapotának stabilitását számos tanulmány tárgyalja [1]—[4]. Ebbe a tárgykörbe vág Szerzőnek e folyóirat hasábjain megjelent egyik dolgozata is [5], mely a két végén felfüggesztett pallószzerű gerendák oldalirányú kifordulásával foglalkozik. Jelen tanulmány szorosán kapcsolódik ehhez a korábbi dolgozathoz.

Feltevés, jelölések

A vizsgálandó gerendáról feltesszük, hogy pontos derékszögű négyszög-hasáb alakja van, hossz tengelye emelés előtt vízszintes, véglapjainak hosszabbik

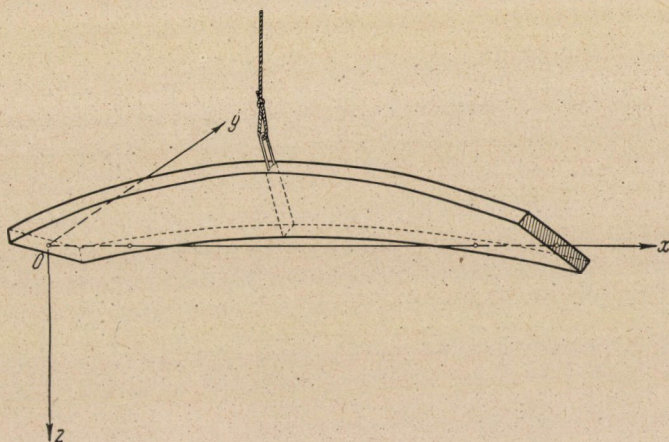


3. ábra. A függesztési pont helyzete

oldala pedig függélyes helyzetű. A gerenda anyagát homogénnek, izotrópnak, ezenkívül tökéletesen rugalmasnak tekintjük. Feltételezzük, hogy a gerenda emelésére szolgáló függesztő kötélt a gerenda függélyes középvonalán fekvő, a súlypont felett e távolságban levő F ponthoz van erősítve (3. ábra). Az emelést lengésmentesen képzeljük végbemenni, tehát a függesztő kötelet emelés közben függélyes helyzetűnek tételezzük fel, továbbá feltesszük, hogy az emelés igen lassan, tehát zökkenés- és rezgésmentesen történik.

A vizsgálatot oly $0(x, y, z)$ derékszögű koordináta rendszerben végezzük, melynek kezdőpontja a gerenda egyik véglapjának középpontjához, $+x$ tengelye a másik véglap középpontjához van rögzítve, $+z$ tengelye függélyesen lefelé irányul, y tengelye pedig vízszintes (4. ábra).

Az alakváltozásokat illetően ugyanazt kötvük ki, mint az említett [5] alatti cikkben. Az alakváltozások, belső erők, a keresztmetszeti mennyiségek és rugalmassági állandók jelölésére is ugyanazokat a betűjeleket használjuk, mint előzőleg.



4. ábra. A koordináta-rendszer

A feladat alapegyenlete

A gerendák kifordulási lehetőségét kifejező *L. Prandl-féle* alapegyenlet [1] vagyis az [5] alatti cikk (7) jelű egyenlete, a jelen cikkben tárgyalt esetre is érvényes

$$GJ_1EJ_3 \frac{d^2\varphi}{dx^2} + M_2^2\varphi = 0, \quad (1)$$

most azonban az M_2 hajlító nyomaték értéke :

$$M_2 = -\frac{gx^2}{2}; \quad x \leq l. \quad (2)$$

Ezzel a helyettesítéssel az említett alapegyenlet

$$\frac{l^2}{\alpha} \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \varphi = 0 \quad (3)$$

alakban írható, ha t. i.

$$\alpha \equiv \frac{g^2l^6}{4GJ_1EJ_3}. \quad (4)$$

Az alapegyenlet megoldása

A (3) differenciálegyenlet egyéb kifordulási problémák kapcsán is előfordul, s megoldása ismeretes [4] :

$$\varphi = C_0 \sum_0^{\infty} B_i \alpha^i \left(\frac{x}{l}\right)^{6i}. \quad (5)$$

Itt C_0 egyelőre határozatlan arányossági tényező, a B_i értékek jelentése pedig

$$\begin{aligned} B_0 &= 1, \\ B_1 &= -\frac{1}{5 \cdot 6}, \\ B_2 &= \frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12}, \\ B_3 &= -\frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 17 \cdot 18}, \\ B_i &= -\frac{(-1)^i}{6! i! \prod_{k=0}^i (6k-1)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Mint hogy a $\varphi = \varphi(x)$ elfordulásfüggvényt ismerjük, a középszál vízszintes kigömbülését kifejező $\eta = \eta(x)$ elmozdulásfüggvényt is azonnal megadhatjuk, hiszen

$$EJ_3 \frac{d^2 \eta}{dx^2} = -M_2 \varphi = \frac{gx^2}{2} \varphi.$$

Innét az (5) alattiak behelyettesítése és kétszeri integrálás után

$$\eta = \frac{gl^4}{2EJ_3} C_0 \left[K_1 + K_2 \frac{x}{l} + \sum_0^{\infty} \frac{B_i \alpha^i x^{6i+4}}{(6i+3)(6i+4) l^{6i+4}} \right], \quad (7)$$

A fenti képletben K_1 és K_2 integrálási állandókat jelentenek.

Az előző képletben lévő integrálási állandók meghatározására az

$$\eta(0) = 0, \quad \frac{d\eta(l)}{dx} = 0$$

kezdeti feltételeket használhatjuk fel. Ezekből

$$K_1 = 0, \quad K_2 = - \sum_0^{\infty} \frac{B_i \alpha^i}{6i+3}.$$

Ha ezeket az értékeket a (7) jelű egyenletbe behelyettesítjük, némi rendezés után a következő eredményre jutunk:

$$\eta = -\frac{gl^4}{2EJ_3} C_0 \sum_0^{\infty} \frac{B_i \alpha^i}{6i+3} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{6i+4} \frac{x^{6i+4}}{l^{6i+4}} \right). \quad (8)$$

Most már csak azt a feltételt kell felírunk, hogy a gerenda oldalirányban kifordulva is, egyensúlyban tartozik lenni. Ez a követelmény az alábbi egyenlettel fejezhető ki:

$$\int_0^l \eta \, dx - l \eta(l) - e l \varphi(l) = 0. \quad (9)$$

Az itt szereplő mennyiségek közül

$$\int_0^l \eta \, dx = -\frac{gl^5}{2EJ_3} C_0 \sum_0^{\infty} \frac{B_i \alpha^i}{6i+3} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{(6i+4)(6i+5)} \right],$$

$$\eta(l) = -\frac{gl^4}{2EJ_3} C_0 \sum_0^{\infty} \frac{B_i \alpha^i}{6i+4},$$

$$\varphi(l) = C_0 \sum_0^{\infty} B_i \alpha^i.$$

Ezeket az értékeket (9)-be betéve,

$$\begin{aligned} & -\frac{gl^5}{2EJ_3} C_0 \sum_0^{\infty} B_i \alpha^i \frac{1}{2(6i+3)} + \\ & + \frac{gl^5}{2EJ_3} C_0 \sum_0^{\infty} B_i \alpha^i \frac{1}{(6i+3)(6i+4)(6i+5)} + \\ & + \frac{gl^5}{2EJ_3} C_0 \sum_0^{\infty} B_i \alpha^i \frac{1}{6i+4} - e l C_0 \sum_0^{\infty} B_i \alpha^i = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Innen némi rendezés után a kifordulás lehetőségének feltétele:

$$\sum_0^{\infty} B_i \alpha^i \left(1 - \frac{1}{24i+20} \cdot \frac{gl^4}{eEJ_3} \right) = 0. \quad (11)$$

A fenti végtelen sor tagjai a gyakorlat szempontjából szóhajóvó esetekben abszolút értékre nézve rohamosan csökkennek, s felváltva pozitív, illetve negatív előjelűek. Ezért a kifordulást jelentő kritikus g_{krit} teherértéket igen könnyen két korlátérték közé szoríthatjuk, ha a (11) végtelen sornak csak első, illetve csak első és második tagját vesszük számításba.

A végtelen sornak csak az első tagjával dolgozván, az

$$1 - \frac{1}{20} \cdot \frac{gl^4}{eEJ_3} = 0$$

feltételt kapjuk, s ebből a kritikus terhelés első közelítő értéke:

$$g'_{\text{krit}} = \frac{20eEJ_3}{l^4}. \quad (12')$$

Ha a végtelen sornak első két tagját vesszük számításba, vagyis az

$$\left(1 - \frac{1}{20} \frac{gl^4}{eEJ_3}\right) - \frac{\alpha}{30} \left(1 - \frac{1}{44} \cdot \frac{gl^4}{eEJ_3}\right) = 0$$

feltételből indulunk ki, a kritikus terhelés második, immár igen pontos közelítéseként a

$$g''_{\text{krit}} = g'_{\text{krit}} \frac{1 - \alpha/30}{1 - \alpha/66} \cong g'_{\text{krit}} [1 - \alpha/55]. \quad (12'')$$

értéket kapjuk. E képletben α a (4) képlettel számítható, mégpedig célszerűen úgy, hogy g helyébe egyszerűen a g_{krit} értéket írjuk.

A g''_{krit} teherérték a gyakorlatilag szóbjövő esetekben alig tér el g_{krit} -től. Az eltérés u. i.

$$g'_{\text{krit}} \frac{\alpha}{55},$$

ahol a (4) alattiakra tekintettel

$$\alpha = \frac{g_{\text{krit}}^2 l^6}{4GJ_1EJ_3},$$

illetve a (12') alatti érték felhasználásával

$$\alpha = 100 \frac{e^2}{l^2} \frac{EJ_3}{GJ_1} < 100 \frac{e^2}{l^2}.$$

Ha tehát

$$e \cong 0,04 l,$$

az eltérés kisebb, mint a g_{krit} érték 0,3%-a, ha pedig

$$e \cong 0,08 l,$$

az eltérés legfeljebb 1,2%.

A fenti közelítő képletek közül általában teljesen elégséges az igen egyszerű (12') képlettel dolgozni. E képlet érdekessége, hogy benne a gerenda csavarási ellenállása nem szerepel, ami azt jelenti, hogy a *kritikus teherérték számításakor a gerenda csavaró ellenállására nem kell tekintettel lennünk*. Az előző cikkben ugyanerre a megállapításra jutottunk, a két végén felfüggesztett, egyenes-tengelyű, négyszögkeresztmetszetű gerenda tárgyalása során is.

Az $e = \infty$ határeset

Az előzőek alapján azonnal meghatározható a kritikus terhelés értéke a középen befogott $2l$ hosszúságú, illetve az egyik végén befogott l hosszúságú gerenda esetében is. Ezekhez az esetekhez úgy juthatunk el, hogy a gerenda felfüggesztési pontjának a gerenda tengelyétől mért e távolságát minden határon túl növeljük. Ezáltal a (11) feltétel

$$\sum_0^{\infty} B_i \alpha^i = 0$$

alakúvá lesz, ami a (6) alattiak behelyettesítésével így is írható :

$$1 - \frac{\alpha}{5 \cdot 6} + \frac{\alpha^2}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12} - \frac{\alpha^3}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 17 \cdot 18} + \dots = 0.$$

Ebből

$$\alpha = 41,06,$$

illetve a (4) alattiak figyelembevételével

$$g_{\text{krit}} = \frac{12,8}{l^2} \sqrt{GJ_1 E J_3}.$$

Ez az érték a szakirodalomból ismert értékkel egyezik.

IRODALOM

1. L. Prandl: Kipperscheinungen (1899). Disszertáció. Nürnberg.
2. A. G. M. Michell: Elastic Stability of Long Beams under Transverse Forces, *Philosophical Magazine and Journal of Science* 48 (1899), pp. 298—309.
3. S. Timoshenko: Theory of Elastic Stability (1936), Mc. Graw Hill Book Company, Inc. New York and London, pp. 239—286.
4. A. Föppl—L. Föppl: Drang und Zwang (1928), R. Oldenbourg, München und Berlin, 2. Aufl. II. Band, pp. 323—356.
5. Csonka Pál: A végein felfüggesztett négyszögkeresztmetszetű rúd stabilitása. *A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei* 9 (1953) pp. 437—447.

AZ 1813. ÉVBEN ÉPÜLT ÉS 1952-BEN ÚJJÁÉPÍTETT ÚJMASSAI NAGYOLVASZTÓ

SCHLEICHER ALADÁR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1953. október 15-én]

Az alább ismertetett újmassai nagyolvasztó helyreállítását és megóvását elsőként *Köves János* ny. főerdőtanácsos 1937. novemberében írásban javasolta az állami vasgyárak akkori vezetőségének. Másodikként *Zsák Viktor* egyet. tanár foglalkozott evvel, amikor felhívta a nyilvánosság figyelmét a romokban heverő újmassai vasolvasztó megmentésére és helyreállítására [1]. Ez a helyreállítás az 1952. és 1953. évben jórészt megtörtént, mégpedig elsősorban a diósgyőri állami vas- és acélművek: a Lenin-kohászati művek vezetőségének áldozatkészsége és másodsorban dolgozóinak lelkesedése segítségével, ami igen jelentős társadalmi munkában nyilvánult meg. A helyreállítási munkában tevékenyen közreműködött a Műemlékek Országos Központja és annak építész- és műtörténész szakértői, akik evvel a feladattal a Népművelési Minisztérium múzeumi főosztályának kebelében továbbra is foglalkoznak.

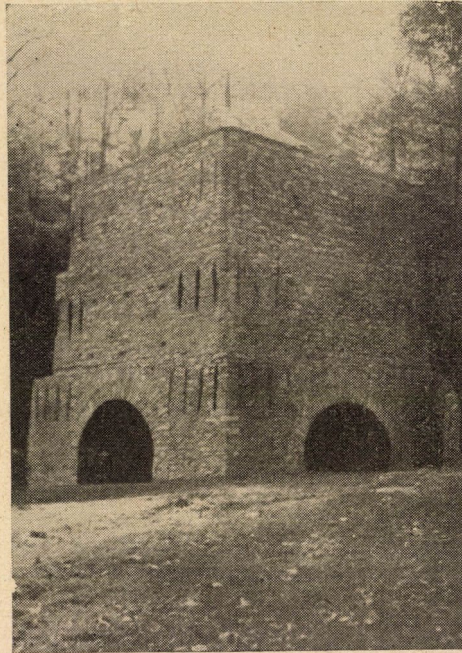
A szóbanforgó olvasztó Diósgyőrtől nyugatra a Garadna völgyében, Újmassa nevű telepen van. Az e völgyben űzött vasgyártás történetével nem foglalkozunk, mert a diósgyőri gyárvezetőség megbízásából az erre vonatkozó adatokat már gyűjtik és azokat ki fogják adni. Csupán azt jegyezzük itt meg, hogy a vasgyártás ebben a völgyben feltehetően 1769-ben kezdődött, amikor *Fazola Henrik** egri lakatosmester a most újjáépített olvasztó helyétől nyugatra azaz a völgyben feljebb az első vasművet építette. Ezt a helyet Ómassának hívják** [2]. Az alább ismertetett olvasztót 1810 és 1813 között *Fazola* fia: *Frigyes* építette, aki 1803-tól kezdve acélgyártással is kísérletezett*** [3].

* *Fazola* nevét a miskolci állami — volt vármegyei — levéltár irataiban *Fazola*, *Fasola* és *Fassola* alakban találjuk, sokszor egy és ugyanazon iratban is különbözőképen. Maguk *Fazolák* is következtelenek nevíük írásának módjában, ezért mi a magyar kiejtésnek leginkább megfelelő és régebben is használt *Fazola*-t írtunk.

** Az 1769. évszám a miskolci levéltár egyik adata. *Kiszely Gyula* szíves közlése szerint *Mária Terézia* 1770-ben engedélyezte a gyár létesítését, a nyersvasgyártás pedig 1772-ben kezdődött Ómassán.

*** Arra a kérdésre, hogy vajjon ezen a vidéken volt-e esetleg vasgyártás már sokkal előbb is, itt nem tudunk felelni, mert ezt nem is vizsgáltuk. Valószínű, hogy a borsodmegyei különböző vasércelőfordulás, így pl. a rudabányai okot adhatott erre, bár éppen Rudabányán a távolabbi múltban inkább a vasércet kísérő rézérc feldolgozását tartották szem előtt. *Marjalaki Kiss Lajos* miskolci tanár szóbeli közlése szerint a Miskolc-városi számadáskönyvek azt látszanak bizonyítani, hogy a Garadna-völgyi egyik gátat mecenzéfiek magasították 1702-ben, az utóbbiakról pedig tudott tény, hogy leginkább vasgyártással foglalkoztak. Nevezett szerint a Garadna völgyétől északra — légvonalban mintegy 40 km-nyire — Jósavőfő tájékán is találtak.

Az olvasztó telepítésének helyére nyilvánvalóan két körülmény lehetett döntő. A Garadna völgye nemcsak 150 évvel ezelőtt, hanem vízben és fában ma is meglehetősen gazdag. A faszenes olvasztók korában pedig e két utóbbinak közvetlen vagy közeli előfordulása szabta meg a telepítés helyét, nem pedig az ércé, amit szekéren olyan olesón fuvaroztak, hogy annak a gazdaságosság szempontjából úgyszólván semmi jelentősége sem volt. Így történt itt is, amikor diósgyőri, uponyi, tapolcsányi, szilvási stb. (10–15 km); telekesi, rudabányai (40–50 km), sőt rozsnyói és dobsinai (110–125 km) ércet olvasztottak.



1. ábra

Az újjáépített olvasztónak műszaki leírása nem csupán tudománytörténeti szempontból érdekes. Az olvasztó építésének idejében a közep európai országokban már úgyszólván mindenütt felváltotta a bucakemencének [4] nevezett olvasztó üzemét a nagyolvasztó üzeme. A 18. és 19. századból az irodalomban — többnyire rajzokkal — számos leírást találunk nagyolvasztókról. Ezeknek a rajzos ábrázolásoknak azonban nagyon sokszor, mondhatnók legtöbbször az a hibájuk, hogy hiányzanak mellőlük a méretek. Még Becknek jól ismert és a világirodalomban egyedüli munkájában [5] is csupán méretek nélküli erre vonatkozó rajz van.

1907-ben vassalakot, aminek és egyéb adatoknak alapján feltételezi, hogy a Jósua völgyében vasgyártás már előbb, talán már Zsigmond korában, kb. 1390-ben lehetett. Ez a kérdés megérdemelné, hogy arra hivatottak azt külön megvizsgálják.

Az olyan ábrázolásokban pedig, ahol legalább léptéket, vagy némelykor, egyes beírt méreteket is találunk, csaknem mindig hiányzik az olvasztó építési idejére vonatkozó adat. Főképpen ezért indokolt az újmassai olvasztó részletes ismertetése, minekutána annak nem csak részletes méreteit, hanem építésének pontos idejét is ismerjük, amire a nemzetközi irodalomban kevés példa van [6]. Mindössze két példát ismerünk arra, hogy ilyen romot sikerült az eredeti méretek betartásával helyreállítani, de egyikben sem voltak a romok távolról sem olyan elhanyagoltak, mint amilyenek az újmassai romok voltak [7].



2. ábra

Az 1. ábra mutatja az újjáépített olvasztó fényképét. Az irodalomból jól ismert képet látjuk, amely nyerskő falazásban mutatja a zömök alakú olvasztót. A falazatban lent, a tartó pillérek között három boltozat van, balról egyikben a melloldalon a csapolónyílással, jobbról a másik a fúvósél bevezetésére. A 2. ábrán látjuk a harmadik boltozatot, amely a második fúvóka elhelyezésére való volt. Két másik fénykép (3. és 4. ábra) az olvasztó tartozékainak elhelyezéséről ad képet, a hegyoldal felé épített fallal, amelynek feltárása még folytatódik. Végül a részletekről az 5. és 6. ábrából kapunk tanulságos képet, amelyek két metszetet és az olvasztó kör alakú vízszintes szelvényének alaprajzát mutatják. A hegyoldalban az olvasztótól jobbra és balra épült fal helyét az alaprajzból látjuk. Ennek a falnak feladata volt az olvasztó mögötti elegytérnek híd segít-

ségével a torokkal való összeköttetése. Ezt az 5. ábra ABCD-metszete szemlélteti. A talajnak a rajzon vonalkázással jelölt részét még elhordják. Az olvasztótól jobbra és balra két helyiség volt, amelyek vagy közülük legalább is az egyik, a fűvógép elhelyezésére szolgálhatott. Valószínűleg a mellfal előtt is lehetett valamilyen fedett építmény, A 6. ábrán a toroknál hullámvonallal rajzolt rész azt jelenti, hogy az újjáépítéskor az már nem volt meg; ezért lehet annak alakját csak feltevésszerűen megrajzolni. Ugyanezen az ábrán a melloldalon a nyugvó és a medence táján látható, sűrűn vonalkázott rész szintén beomlott állapotban volt [8].



3. ábra

Feltételezhető, hogy az olvasztó belső méretei korának általános fajtáéival megegyeznek, ami nagyjából így is van. Nem szabad persze elfelejtenünk, hogy abban a korban még nem nagyon volt valamilyen általános típus, mint később pl. a skót nagyolvasztó, hanem minden vasat gyártó vidéknek többnyire megvolt a maga olvasztó típusa. Megállapítható, hogy az újmassai olvasztó pohaátmérőjének a magassághoz való $3,7 : 1$ viszonya és a poha átmérőjének a torok átmérőjéhez való $1,5 : 1$ viszonya normális, az utóbbi a mai követelményekhez képest túlzott. A szakadozott vonallal rajzolt medencének az akna teljes magasságához mért viszonya szintén nagy és végül a medence átmérőjét is szokatlanul nagyoknak kell mondanunk [9]. Mindebben azonban meg kell nyugodnunk, mert a rajz adatai nem képzeletbeli, hanem a tényleg megállapított és az eredeti állapotot kifejező méretek.

Mivel az olvasztónak a medence táján levő része sem maradt épségben, a fűvósík helyzetét sem lehetett pontosan meghatározni. A 6. ábrán erre nézve megadott méret feltehetően helyes. Mint láttuk, az olvasztónak két fűvókája volt, pedig tudjuk, hogy faszenes olvasztók egy fűvókával még a 19. század közepén sem voltak ritkák [10]. Ugyanezen forrás szerint egyébként szembetűnő olvasztónk hasonlatossága az ott rajzban bemutatott Harz-hegységbeli rübelandi olvasztóéval [11]. Az irodalomban más hasonló szerkezetek leírása is fellelhető, így pl. *Hartmann* részéről stájernek mondott olvasztóé [12]; továbbá *Karsten*-től [13] és egy másik *Quantz*-tól [14] ismertetett olvasztóé. Kisebb a hasonlatosság a *Garnei*-től [15], *Jars*-tól [16] és *Hassenfratz*-tól [17] leírt olvasztókhoz. Egyik könyvében *Kerpely* is bemutat néhány szelvényt, amelyek



4. ábra

hasonlítanak az újmassaiéhoz [18]. Ebből a szempontból nagyon érdekes *Schaur* tanulmánya a nagyolvasztó stájerországi fejlődéséről [19].

A fentebb és alább a [8] jegyzetben mondottak kiegészítésére meg kell még jegyeznünk, hogy amint a torok körüli rész nem maradt meg, természetesen avval együtt vagy valószínűleg még előbb, elpusztult a torok feletti rész is. Így most már nem állapítható meg, hogy az milyen volt; talán olyan, amilyent *Ledebur* [10] alatt idézett könyvének 121. és 122. ábráján bemutat. Eszerint az adagoló nyílás körüli részt mintegy 2–3 m magas fal vette körül, ami ezt a teret és az ott dolgozókat védte.

Éppoly keveset tudunk a torok elzárásáról. Lehetséges, hogy azt egyáltalában nem zárták le, vagy ha igen, olyasféle egyszerű fedővel, amilyent pl. *Percy-Wedding* ismertetett [20]. A fúvóberendezést illetőleg sincs adatunk; megtalálták ugyan kb. 300 mm Ø öntöttvascső maradványait szabályozószeleppel, amely a talptól a fúvósíkiig ívben hajlott. Nem vitás, hogy a fúvógépet vízierővel hajtották. Téglával kifalazott két vízvezető-árok nyomai elég nagy távolságban megvannak. Nem tudjuk, miért volt szükség az egymással nagyjából párhuzamosan, de két különböző szinten haladó vízvezető-árokra. Lehetséges, hogy azokat a vízszükséglet növekedésével különböző időben létesítették, kiindulási helyük is elég távol van egymástól; az egyiket a patak vizével, a másikat forrás vizével táplálták.

A fúvógépről sem tudunk semmit. Nem valószínű, hogy a fából és bőrből készült egyszerű kovácsfujtatókat használták volna, mert hiszen azok használatán a 19. század elején már régen túl voltak. Ezt sem szabad azonban általánosítanunk. *Schaur* [19] alatt idézett tanulmányában olyan vízikerekkel hajtott egyszerű kovácsfujtatót ismertet, amely Stájerországban 1804-től 1851-ig nagyolvasztó mellett üzemben volt. Tudjuk, hogy Skóciában az első, vízierővel hajtott hengeres fúvógépet már 1768-ban ismerték és használták [21]. Okiratok és rajzok hiányában csak feltevésekre és találgatásokra vagyunk utalva, ehelyett inkább hivatkozunk az egykorú és későbbi irodalmi adatokra [19, 20, 21, 22, 23, 24, 25].

Ennek a tanulmánynak célja elsősorban az, hogy ismertesse a korhűen helyreállított olvasztót és azt beillesse korának típusai közé, ami megtörtént. Sajnos, nem sikerült minden tekintetben kielégítő leírást adnunk: lehetséges, hogy a további feltárás és a folyamatban levő levéltári kutatás talán még egyet-mást pótolni fog. Az utóbbtól esetleg az is remélhető, hogy az üzemi adatokra nézve, mint pl. a napi teljesítményre, az ércből való százalékos kihozatalra, a szénfogyasztásra, az évi üzemidőre stb. is kapunk felvilágosítást. Bizonyára érdekelni fogja azonban az olvasót az olvasztó néhány termékének elemzési adata. Ezek a melloldalon talált kétféle nyersvas és medvetöredék (meredvény).

	C	Si	Mn %	P	S	Cu
Nyersvas.....	4,43	1,00	3,00	0,47	0,016	0,05
«	3,63	1,98	2,60	0,27	0,015	0,07
Medvetöredék.....	3,10	1,17	4,00	0,19	0,54	0,17

Sajnos, nem tudjuk, hogy melyik időből származnak a most elemzett próbák anyagai. Az olvasztó 1866-ban még üzemben lehetett [26], ezek a próbák valószínűleg az üzem legutolsó maradványaiból valók. A nyersvas összetételének más faszenes-nyersvas összetételével való egybevetéséből [10], (22.1) kitűnik, hogy az egyik stájerországi nyersvaséhoz van legközelebb.

Végül az olvasztó hányójáról vett minta elemzését közöljük, amelynek keletkezési ideje szintén ismeretlen:

SiO ₂	Al ₂ O ₃	CaO	MgO	FeO	MnO
53,64	10,10	18,59	6,12	1,53	9,91 %

Ennek a nagyon savanyú salaknak összetétele igen hasonlít egyik *Parlov* közölte faszenes-nagyolvasztóból eredő salak összetételéhez [27].

MEGJEGYZÉSEK ÉS IRODALOM

[1] A *Kövesre* vonatkozó adat *Kiszely Gyula* szíves közlése, a *Zsákra* vonatkozót I. Bányászati és Kohászati Lapok 82 (1949) 194. l.

[2] A *massa* szó *Osann* szerint (*B. Osann* : Lehrbuch der Eisenhüttenkunde. 2. Aufl., Leipzig, 1923, I. köt. : Nyersvasgyártás, 8. l.) a »*massa ferris*« = a vas tömege latin kifejezésből származik. A régi Gömör megyében a kisebb kohótelepeket, amelyeknek olvasztói valószínűleg azonosak a *Beck* [5] alatt idézett művében a 166. lapon ismertett »*tót-kemencék*«-kel, szintén *massának* nevezték. (Erre az utóbbi adatra *Dr. Cotel Ernő* egy. tanár volt szíves a szerző figyelmét felhívni.) A *massa* egyébként nem csupán a német »*Massel*« és »*Massenhütte*« szavakban, hanem pl. a 14. és 15. századból származó svéd szavakban is megjelenik, mint pl. *masugn* = *Massenofen*, *massomastare* = *Massenmeister*. [Erre nézve I. *O. Johannsen* : Das Alter der schwedischen Hochöfen. Stahl und Eisen 50 (1930) 308. l. L. még : *O. Johannsen*, u. o. 51 (1931) 438. l. és *Sundholm* : U. o. 49 (1929) 1875. l.]

[3] Erre irányuló kísérletei olyan jól sikerültek, hogy saját adata szerint (Miskolci állami — volt várnegyei — levéltár, Fasc. X. No. 101. Prot. No. 805, pag. 1192], 1808-ban a bécsi »*Montanistica Directio*« vizsgálata alapján acélja az »*angollal*« tökéletesen hasonlóknak bizonyult.

[4] Ez az elnevezés a német »*Stückofen*«-nek vagyis a nagyolvasztó közvetlen elődjének a neve. (L. *Cotel* : A nyersvasgyártás alapelvei. Sopron, 1933, I. l.) Megjegyzendő, hogy *Schaur* [19] alatt idézett nagyon érdekes tanulmányában »*Stuckofen*«-t ír.

[5] *L. Beck* : Die Geschichte des Eisens in technischer und kulturgeschichtlicher Beziehung. Braunschweig, 1893—1895, 2. köt. A 189/190. lapon van ilyen rajz, amelyet később számos más helyen — szintén méretek nélkül — közöltek.

[6] Éppen ezért jelen tanulmány, szerző kohásztörténeti tanulmányainak sorozatában »*Die Wiederherstellung eines 1813 erbauten Hochofens*« címen német nyelven is megjelent az »*Acta Technica Acad. Scientiae Hung.*« 8 (1954) kötetében a 425/433. lapon.

[7] Az egyik a stájerországi *Vordernbergben* az 1840-es években épült faszenes nagyolvasztó, amelyet annak idején múzeumná átalakítani és ugyanakkor két másik nagyolvasztó romjait helyreállítani szándékoztak. (*W. Schuster* : Die hüttenmännische Denkmale der Ostmark. Stahl und Eisen 59 [1939] 589/591. l.) A másik a wesztfáliai *Wocklumban* helyreállított és műemlékké nyilvánított *Luisenhütte*, amelyben utóljára 1865-ben olvasztottak és olyan állapotba hozták, hogy abban bármikor olvasztani is tudnak (*D. Dickmann* : Der letzte Holzkohlenhochofen im rheinisch-westfälischen Industriegebiet. Stahl und Eisen 70 [1950] 887/8. l.)

[8] Sajnos, az olvasztóról építésének korából rajzok nem maradtak, csupán szénpajták-ról és hasonló jelentéktelen épületekről. A fent közölt rajzok az újjáépítés után készültek, amihez meg kell jegyeznünk, hogy a helyreállítást végző diósgyőri gyárvezetőség adatai szerint a maradványok a rajzok elkészítéséhez és a méretek meghatározásához elegendő és biztos támpontot nyújtottak. Így pl. az olvasztó legfontosabb részének : az aknának falai megmaradt részükben majdnem teljesen épek voltak. Erre nézve l. még a [19] jegyzetet is.

[9] Van ugyan példa ilyen nagy medenceátmérőkre, amikor 11 500 és 11 900 mm magasság és 3400 mm pohaátmérő mellett a medence átmérője 1800 és 1400 mm volt (*H. Thaler* : Werdegang der Roheisenerzeugung im Siegerland und in seinen Nachbargebieten. Stahl und Eisen 57 [1937] 115. l.), de ez mégis csak ritkaság. Az újmassaihoz hasonló méretű olvasztók medencéjének átmérője annak korában általában 500 mm körül volt. Így pl. 1804-ben épült 10898 mm magas felsősziléziai olvasztó medencéjének átmérője 502 mm (*O. Simmersbach* : Die geschichtliche Entwicklung der oberschlesischen Eisenbahn-Bedarfs-Aktien-Gesellschaft. Stahl und Eisen 46 [1917] 1052), vagy pl. 1826-ban épített 8400 mm magas, 2620 mm pohaátmérőjű olvasztó medencéjének átmérője 500 mm volt (*J. W. Gilles* : Ein bemerkenswerter Hochofenentwurf aus dem Jahre 1826. Stahl und Eisen 71 [1951] 477.).

[10] *A. Ledebur*: Handbuch der Eisenhüttenkunde. 5. Aufl., Leipzig, 1906, II. Abt. 43/45. l.

[11] L. a [10] alatt idézett munka 112. ábráját.

[12] *C. Hartmann*: Grundriss der Eisenhüttenkunde. 2. Aufl., Berlin, 1852, IV. tábla. Az olvasztó rajzán méretek hiányzanak.

[13] *C. J. B. Karsten*: Handbuch der Eisenhüttenkunde. 2. Aufl., Berlin, 1827, III. r. II. tábla; méretek nélküli keresztmetszet.

[14] *J. C. Quantz*: Praktische Abhandlung über die Eisen- und Stahlmanipulation in der Herrschaft Schmalkalden. Nürnberg, 1799. A könyv I. tábláján bemutatott ábrázolás szintén nagy hasonlatosságot mutat az újmassai olvasztóhoz. Különbség az, hogy az előbbinél a torok felett felfelé táguló tölcseralakú adagoló van. Tekintve, hogy a schmalkaldeni olvasztónak a maga idejében igen jó híre volt, esetleg feltehető, hogy azt nálunk is utánozták. Ezt azonban nem lehetett ellenőrizni, mert az olvasztónak ez a része — mint említettük — már régebben beomlott. A schmalkaldeni vaskohászatra nézve néhány adat található még *A. Pistor* »Die geschichtliche Entwicklung der Eisen- und Stahlindustrie im Kreise Herrschaft Schmalkalden« c. tanulmányában. Beiträge zur Geschichte der Technik und Industrie. Herausg. v. V. Matschoss, Berlin, 1919. Bd. 9. (Ref. Stahl und Eisen 40 [1920] 1126/27.) Sokkal valószínűbb azonban a [19] alatt is említett stájer hatás.

[15] *J. C. Garnei*: Abhandlung vom Bau und Betrieb der Hochöfen in Schweden. Übersetzt v. Blumhof. Freiberg, 1800. A könyv I. részében a VI, VII, és VIII. tábla nyers falazatban zömök kemencét ábrázol, svéd rőfbeni léptékkel; az olvasztó szelvénye meglehetősen különbözik a mienkétől.

[16] *G. Jars*: Metallurgische Reisen. Übers. v. C. A. Gerhard. Berlin, 1777. I. és II. köt., IV. tábla, 4. ábra, lábban megadott léptékkel.

[17] *J. H. Hassenfratz*: La Sidérotechnie. Paris, 1812. I. köt., 15. és 16. tábla, amelyek méret nélkül néhány olvasztó-szelvényt mutatnak.

[18] *Kerpely Antal*: A vaskohászat gyakorlati és elméleti kézikönyve. Selmec, 1874. 2. köt. Alakjuk és méreteik szerint hasonlíthatnak az oláhpataki, vígtelkei és hrádeki olvasztók szelvényei.

[19] *R. Schaur*: Streiflichter auf die Entwicklungsgeschichte der Hochöfen der Steiermark. Stahl und Eisen 49 (1929) 489/498. l. Az újmassai olvasztóval való összehasonlítás szempontjából rendkívül érdekes tanulmány. Feltehető ugyanis, hogy a közelség folytán nálunk ebben a tekintetben a stájer hatás nagy lehetett, ez utóbbinak fejlődéséről pedig ez a tanulmány kimerítő tájékoztatást nyújt. *Schaur* munkája a méretek és az építési időket illetőleg is dicséretes kivétel. Ami egyébiránt a földrajzi közelséget illeti, szóbajöhetne esetleg felsősziléziai befolyás is, erre azonban semmiféle irodalmi adat nem mutat. A stájer hatás annál valószínűbb, mert ismeretes, hogy a bányászatra és kohászatra vonatkozó ügyeket mind Stájerországban, mind Magyarországon központilag Bécsből irányították.

[20] *J. Percy*: Ausführliches Handbuch der Eisenhüttenkunde. Bearb. v. H. Wedding. Braunschweig, 1868. 2. r., 338. l., 190. ábra. A gömörmezei Nagyrőczén (Kieskova) 1893-ig üzemben volt nagyolvasztó pl., amely az itt leírtnál nagyobb volt, nyitott torokkal működött (*Dr. Cotel Ernő* ny. egy. tanár szíves közlése).

[21] A hengeres fúvó alkalmazásának idejét *Peetz* 1780-ra teszi. Stahl und Eisen 40 (1920) 1019. l.

[22] *Karsten* [13.] alatt idézett művében, az 1816-ban megjelent I. kiadásban, I. rész I. tábla, 477. l.-on bőrfújtatókat és javított szerkezetű vízzel hajtott dobos fújtatókat ismertet. (Az utóbbinak német »Wassertrommelgebläse« nevét *Péck* »zajfúvó«-nak fordította. *Péck Antal*: Magyar és német bányászati szótár, Selmec, 1891, II. r., 361. l.) — *Quantz* [14.] alatt idézett könyvében régebbi szerkezetű fúvókat ismertet.

[23] *J. G. Blumhof*: Versuch einer Enzyklopädie der Eisenhüttenkunde. 4 kötet. Giessen, 1817. A 2. k. XX. tábláján vízzel hajtott hengeres fúvógépet ismertet.

[24] *O. Johannsen*: Geschichte des Eisens. Düsseldorf, 1924. Ez a nem csupán szakemberek részére írt könyv a 115/16, 134/35 és 177/78 l.-on röviden ismerteti a fújtatók fejlődését. Ennek a könyvnek 3. kiadása 1953. decemberében jelent meg, amit — sajnos — már nem tudunk figyelembe venni, illetve nem is állott rendelkezésünkre.

[25] *Osann*-nak [2.] alatt idézett könyvében a 287. és köv. l.-on ismerteti a szélszekrényes és harangos fúvókat.

[26] *Kerpely* szerint (Das Eisenhüttenwesen in Ungarn, sein Zustand und seine Zukunft, Schemnitz, 1872, 165. l.) a frissítő-kemencék és a kovácsműhely 1870-ben még üzemben voltak,

hogy a diósgyőri vasgyár akkor folyamatban volt építkezéséhez szerszámokat, armaturákat és durvább gépöntvényeket készítsenek.

[27] *M. A. Pavlov*: A nyersvas kohászata. Budapest, Akadémiai Kiadó, 1951. 2. köt. Kohászati folyamatok a nagyolvasztóban. 200. l., 47. t.

Összefoglalás

A tanulmány fényképeken és rajzokon bemutatja az 1813-ban épült és 1952/53-ban jórészt helyreállított újmassai nagyolvasztót. Hasonló példát az irodalomban mindössze két másikat ismerünk. Sok más ismertetéstől főképpen abban különbözik, hogy a rajzokon minden fontos, mégpedig az eredeti állapotot feltüntető méret megvan. Az olvasztó alakja szerint jól összehasonlítható a korából ismert más ilyen olvasztókkal. A közleményt az olvasztóból eredő néhány termék elemzése egészíti ki.

A MESTERSÉGES RENGÉSHULLÁMOKAT REFLEKTÁLÓ SÍK MEGHATÁROZÁSÁRÓL

TÁRCZY-HORNOCH ANTAL

A M. TUD. AKADÉMIA R. TAGJA

[MŰSZAKI EGYETEM GEODÉZIAI ÉS Bányaméréstani Tanszéke, Sopron]

[Beérkezett 1953. október 15-én]

Ezt az érdekes és fontos feladatot a rendelkezésünkre álló irodalom eléggé szórványosan tárgyalja. A megoldáshoz rendszerint a beérkezési időket használják fel, mint pl. [1 ; 289—295. old.], [2 ; 304—314. old.], [3 ; 243—254. old.], [4 ; 562—570. old.], [8], [9]. Egyelőre csak kísérleteknek tekintendők azok a törekvések, amelyeknél a beérkező hullámok térbeli iránya szerepel. Mindaddig, amíg a vízszintestől nem nagyon eltérő síkokról van szó, a közelítő megoldások is jó szolgáltatásokat tesznek. A vízszintestől jobban eltérő síkok (és itt a vetőkre is gondolhatunk) esetében azonban szabatosabb megoldásra is szükség lehet. Ha az elismerésre méltó módon az ilyen általános fekvésű reflektáló sík meghatározását a robbantási ponttal egyenlő magas és ettől egymásra merőlegesen elhelyezett felvevő készülékek esetében vizsgálta meg [6 ; 7.]. A robbantási ponttal egyenlő magas felvevő készüléket tételeznek az előbb idézettek is fel. Így még mindig hiányzik az az általános megoldás, amelynél a robbantási pont és felvevő készülékek különböző magasságban és egymáshoz viszonyítva tetszőleges helyzetben vannak, mert a szokásos egy szintre való átszámítás nem tekinthető szabatosnak. Erre vonatkozó vizsgálataink kapcsán azonban mód nyílik arra, hogy az eddig tárgyalt esetekre vonatkozó megállapításokat is kiegészítsük. Vizsgálatunk itt csak a feladat számítási problémáira terjeszkedik ki.

A következő számításainkhoz nem a már [1]-ben is, de csak hézagosan szereplő téranalitikát, hanem a sík- és gömbháromszögtant alkalmazzuk azért, mert a nagy számokkal végzendő számításokra, — mint amilyenekről itt is szó van, — a téranalitika sokszor kevésbé alkalmas, mint a gömbháromszögtan. Amint egyébként majd látni fogjuk, ez utóbbi igen egyszerű összefüggésekhez vezet. A gömbháromszögtan igen korlátozott mértékben egyébként már [8]-ban is bizonyos szerephez jutott.

I. A megoldás a reflektáló sík csapásvonalának ismerete mellett.

Tekintsük egyelőre azt az esetet, amelynél a meghatározandó visszaverő sík csapásvonalát ismerjük és a felvevő eszközöket erre merőlegesen helyezzük el.

Az itt lényegileg Haáz 1. ábráját követő 1. ábránk alapján, amely a csapásvonalra merőleges metszetet és vízszintes terepet mutat, a rendszerint alapul vett (v. ö. [3 ; 563. old.]) Cantor-tétel értelmében mi is felírhatjuk (V a terjedési sebességet, t_i az i pontban kapott időtartamot jelenti) :

$$\begin{aligned} \overline{O'S_i^2} &= (\overline{OR_i} + R_i \overline{S_i})^2 = V^2 t_i^2 = s_i^2 + 4n^2 - 4ns_i \cos(90^\circ - \gamma) = \\ &= s_i^2 + 4n^2 - 4ns_i \sin \gamma \end{aligned} \quad (1)$$

1. Ha a terjedési sebességet is ismerjük :

Tételezzük fel továbbá, hogy a közet ismertsége folytán a V terjedési sebességet is ismerjük, akkor, ha a

$$\begin{aligned} 4n^2 &= x \\ 4n \sin \gamma &= y \end{aligned} \quad (2)$$

jelöléseket bevezetjük.

$$x - s_i y + s_i^2 - V^2 t_i^2 = 0 \quad (3)$$

kifejezést nyerjük. Ebben x és y az ismeretlen és így két egyenlet, illetőleg két felvevő eszköz esetében már megoldható. Minthogy $O'S_i = V t_i = OR_i S_i$ mindig nagyobb, mint O és S_i legrövidebb s_i összeköttetése, a tiszta tag negatív értékű. Ezért :

$$s_i^2 - V^2 t_i^2 = -a_i \quad (4)$$

illetőleg :

$$a_i = V^2 t_i^2 - s_i^2$$

ekkor két egyenlet esetében

$$\begin{aligned} x - s_1 y - a_1 &= 0 \\ x - s_2 y - a_2 &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Ebből :

$$y = - \frac{a_2 - a_1}{s_2 - s_1} \quad (6)$$

Kerekszámú, pl. $s_2 - s_1 = 100$ m-nél ez igen egyszerű képletet ad.

Továbbá :

$$x = s_1 y + a_1 = \frac{s_2 a_1 - s_1 a_2}{s_2 - s_1} \quad (7)$$

A (2) egyenletekből :

$$n = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad (8)$$

$$\sin \gamma = \frac{y}{4n} = \frac{y}{2\sqrt{x}} \quad (9)$$

Csak a lefelé menő n -nek és 90° -ig terjedő γ -nak van reális jelentősége, azért mindkét érték csak pozitív lehet. Egy bizonyos nehézség lép fel azonban abban a tekintetben, hogy a síkot tudvalevőleg csapásvonala és a γ dőlésszöge nem határozza meg egyértelműleg, mert a visszaverő sík 180° -kal ellenkező irányban is dőlhet (2. ábra). Ebben az esetben viszont (1) egyenletünk utolsó tagjában előjelváltozás lép fel, mert itt :

$$\overline{O'S_i^2} = V^2 t_i^2 = s_i^2 + 4n^2 - 4ns_i \cos(90^\circ + \gamma) = s_i^2 + 4n^2 + 4ns_i \sin \gamma \quad (1a)$$

A (2) és (4) szerinti jelölésekkel két felvevőeszköz esetében :

$$\begin{aligned} +x s_1 y - a_1 &= 0 \\ x + s_2 y - a_2 &= 0 \end{aligned} \quad (5a)$$

Ebből :

$$y = \frac{a_2 - a_1}{s_2 - s_1} \quad (6a)$$

és

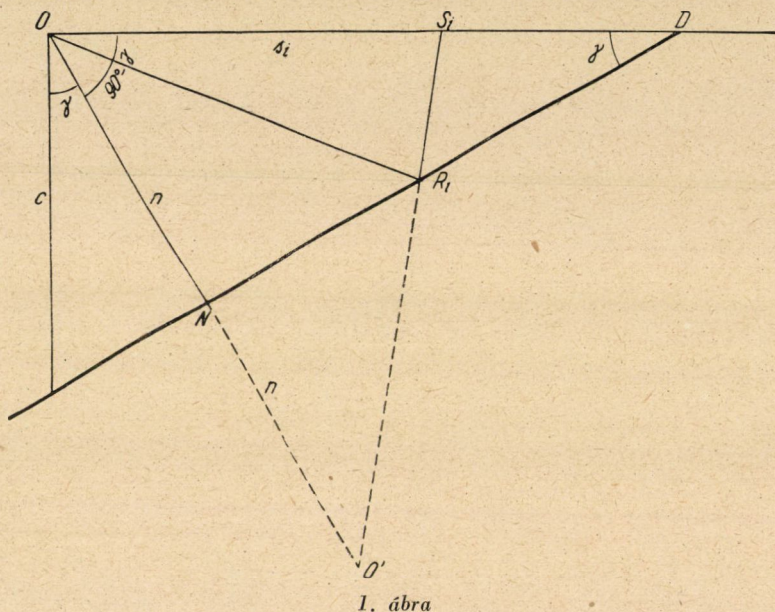
$$x = -s_1 y + a_1 = -\frac{s_2 a_1 - s_1 a_2}{s_2 - s_1} \quad (7a)$$

Ez utóbbi képletet (7) egyenletünkkel összehasonlítva látjuk, hogy x és (8) szerint n mindkét esetben ugyanazon értékben adódik. Sőt az előjeltől eltekintve (6) és (6a) is egyenlő. Minthogy pedig n és $\sin \gamma$ kell, hogy mindig pozitív értékű legyen, ugyanez vonatkozik (2) szerint y -ra is, azaz a (6) és (6a) képlet közül az a helyes, amelyikből y pozitív értékűnek adódik. Mivel az előjeltől eltekintve a számítás ugyanaz, nem is kell két számítást végezni ahhoz, hogy megtudjuk merre emelkedik a visszaverő sík. Számításainkban legegyszerűbben úgy járunk el, hogy az emelkedést az egyik irányban föltételezzük és ha a számításból γ negatívnak adódik, akkor az emelkedés eredeti föltételezésünknek ellenkezője.

Meg kell jegyeznünk, hogy a sík emelkedési irányát adott körülmények között már a szeizmogrammból is kivehetjük. Így 1. ábránkból azonnal következik, hogy $\overline{OD} = \frac{n}{\sin \gamma}$ értéken túl a felvevőkészülékekhez reflektált hullám nem érkezik, hiszen D -ben a keresett sík a felszínre érkezik és ténylegesen végetért. Előfordulhat tehát, hogy a távolabb fekvő eszközök süket-sége a reflektáló sík felszíni kibúvása az oka.

Fontosabb a felismerés szempontjából az, hogy az emelkedő oldalon a t_i időtartamnak minimuma van és ez az O' felszíni függőleges vetületének felvevő készülékében kell, hogy mutatkozzék. Ennek igazolására fejezzük ki (1)-ből t értékét s függvénye gyanánt :

$$t = \frac{1}{V} \sqrt{s^2 + 4n^2 - 4ns \sin \gamma} \quad (10a)$$



Ebből változatlan reflektáló sík és sebesség mellett a

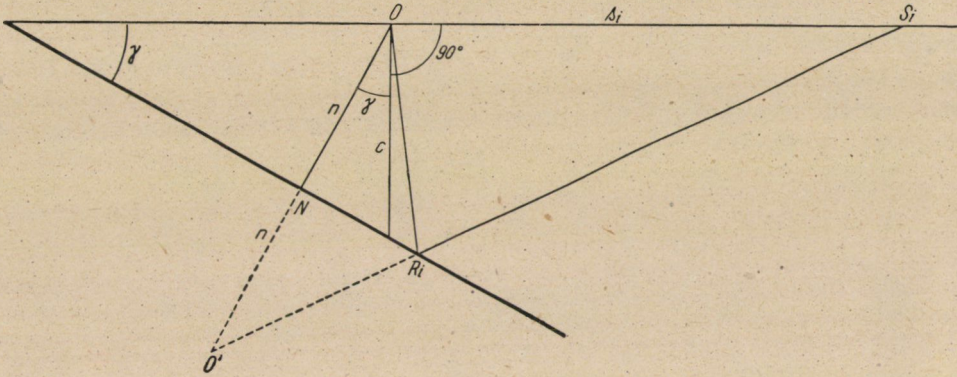
$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{2V} \frac{2s - 4n \sin \gamma}{\sqrt{s^2 + 4n^2 - 4ns \sin \gamma}} \quad (10b)$$

első differenciálhányados, illetőleg számlálója nullávátevéséből a t szélső értékének megfelelő $s = s_m$:

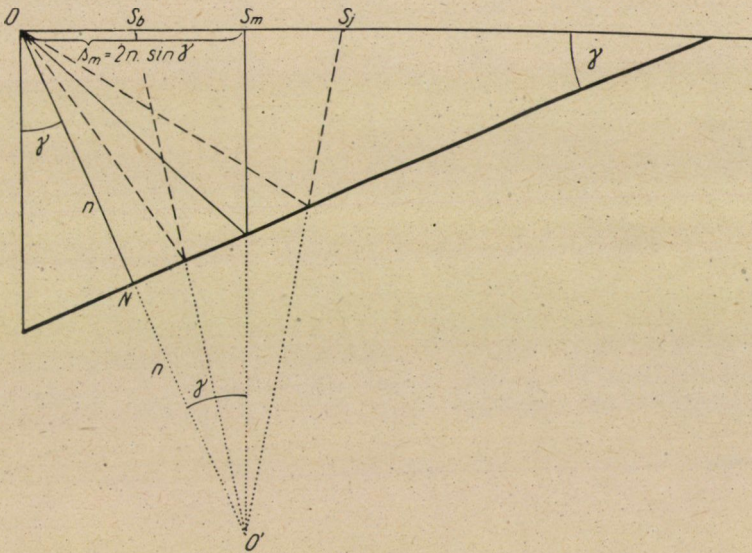
$$s_m = 2n \sin \gamma \quad (10c)$$

A szélső érték minimum jellege könnyen bizonyítható, ha tekintetbe vesszük, hogy (11)-ben csak a gyök pozitív értékének van reális értelme. A t , illetőleg $V \cdot t$ minimuma egyébként 3. ábránkkal is jól szemléltethető. Nyilvánvaló belőle, hogy $s_m = 2n \sin \gamma$ mellett $O'S_m$ kisebb, mint bármely balra fekvő $O'S_b$, vagy jobbra fekvő $O'S_j$ hossz. A (11) alatti függvényünk vizsgálatából következik egyébként, hogy t e helytől két oldalt hiperbolafüggvény szerint nő és ennek a

hiperbolaágnak a szeizmogrammon is látszani kell, ha S_m a felvevő készülékek közé esik. Abban a speciális esetben, ha a minimum helyét ismerjük, az út-idő diagramm segítségével tudvalevőleg igen egyszerű megoldás lehetséges amelyet részletesen [2 ; 304—308 és 344—353. old.] tárgyal. Azonban ez a minimum



2. ábra



3. ábra

helyének ismeretét tételezi fel, míg a mi — egyébként szintén egyszerű eljárásunk, független ettől.

Fejtegetéseink értelmében az is nyilvánvaló, hogy a sík esés (lejtési) irányában (2. ábra) ilyen minimum nem lehet. Következik ez abból is, hogy a (12)-nek megfelelő egyenlet számlálója itt :

$$2s + 4n \sin \gamma = 0 \tag{10d}$$

ad, amely pozitív s , n és $\sin \gamma$ értékek mellett nem teljesíthető. Ha O -tól két oldalt az s értékeket különböző előjelűeknek tekintjük, akkor a szélső érték helyére (12a)-ból $-s$ érték, azaz nem a 2., hanem a 3. ábránk esete adódik. Folyamatos számításokra és így a kiegyenlítésekre is a fúróluk két oldalán lévő felvevőkészülékek adatait egybe lehet kapcsolni és csupán az (1)–(9) képletekkel végezni a számításokat, ha a fúróluktól az emelkedés irányába eső s távolságokat — de csak vízszintes hossz esetében — pozitívaknak, az esés irányába esőket pedig negatívaknak vesszük. Az emelkedés irányának előzetes eldöntése már ezért is célszerű.

Megjegyezzük, hogy y -nak a (7) szerinti egyszerű kiszámítása után x -et az első, tehát $s_1 y - a_1$, illetőleg $-s_1 y - a_1$ kifejezésből a legegyszerűbb számítani, a másik kifejezés inkább a (7) és (7a) szerinti x értékek azonosságának bizonyítására szolgál. Az n és γ értékek a reflektáló síkot igen jól meghatározzák. Mindazonáltal célszerű még c -t, azaz a reflektáló síknak a robbantási ponttól való függőleges távolságát is ismerni:

$$c = \frac{n}{\cos \gamma} \quad (9a)$$

Mint hogy kettőnél rendszerint több felvevő eszközünk van, amelyek a reflexiót jelzik, fölös mérések keletkeznek, amelyeket célszerű lehet kiegyenlíteni, már csak azért is, mert a kapott eltérésekből a visszaverő felületnek a síktól való eltérésére is bizonyos mértékig következtetni tudunk. A legkisebb négyzetek módszere a *mérési eredmények* javításai négyzetösszegének a minimumát követeli, mert csak a mérési hibákról (s nem különböző függvényeikről) tételezhető fel, hogy követik a Gauss-féle haranggörbét (v. ö. [5; 86. old.]). Esetünkben — ha a megmért hosszak hibáitól eltekintünk —, a v javításokat a mérés útján kapott t időtartamoknak kell adnunk. A robbantási helytől való s távolságok különböző előjelével az előbbiek szerint a különböző oldalon fekvő készülékek adatait közös kiegyenlítésbe foglalhatjuk.

Adjunk tehát az (1) egyenlet szerinti t értéknek v javítást, úgy sorra a következő kifejezéseket nyerjük:

$$\begin{aligned} (t_1 + v_1)^2 &= \frac{s_1^2}{V^2} + \frac{4n^2}{V^2} - 4s_1 n \sin \gamma \frac{1}{V^2} \\ (t_2 + v_2)^2 &= \frac{s_2^2}{V^2} + \frac{4n^2}{V^2} - 4s_2 n \sin \gamma \frac{1}{V^2} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (11)$$

A másodrendű kicsiny értékek elhanyagolása mellett és a (2) szerinti behelyettesítések után kapjuk ismert módon a közvetítő mérések javítási egyenleteit:

$$v_1 = \frac{1}{2V^2 t_1} x - \frac{s_1}{2V^2 t_1} y + \frac{s_1^2}{2V^2 t_1} - \frac{t_1}{2} \quad (12)$$

$$\vdots$$

$$v_2 = \frac{1}{2V^2 t_2} x - \frac{s_2}{2V^2 t_2} y + \frac{s_2^2}{2V^2 t_2} - \frac{t_2}{2}$$

Ha x együtthatói rendre A_1, A_2, \dots -vel, y -ét B_1, B_2, \dots -vel, a tiszta tagokat L_1, L_2, \dots -vel jelöljük, kapjuk a normálegyenleteket:

$$[AA] x + [AB] y + [AL] = 0 \quad (13)$$

$$[AB] x + [BB] y + [BL] = 0$$

Ezekből x és y legmegbízhatóbb értékét és ezek középhibáit ismert módon meghatározhatjuk (v. ö. [5; 46–60. old.]). Ezekből n és γ középhibáit a következőképpen számíthatjuk: Ha adva van x -nek $\pm \mu_x$ középhibája, úgy (8)-ból n -nek $\pm \mu_n$ -középhibája tudvalevőleg (v. ö. [5; 7–8. old.]) a következő:

$$\mu_n = \pm \left(\frac{dn}{dx} \right) \mu_x = \pm \frac{\mu_x}{4\sqrt{x}} \quad (14)$$

Viszont γ középhibáját a közvetítő mérések kiegyenlített értékei függvényének a középhibája alapján ([5; 103–105. old.]) lehet meghatározni, legegyszerűbben a

$$\log \sin \gamma = \log y - \log n - \log 4 \quad (15)$$

függvényből, de még ez is kényelmetlen. Ha tehát γ középhibáját is számítani akarjuk, célszerű a kiegyenlítést a két pontból (8) és (9) szerint számított n_0 és γ_0 közelítő értékek bevezetésével elvégezni, amelyekhez a kiegyenlítés útján δn és $\delta \gamma$ legmegbízhatóbb kiegészítő értékeket számítunk. Vezessük be ezeket a (11) egyenletekbe:

$$(t_1 + v_1)^2 = \frac{s_1^2}{V^2} + \frac{4(n_0 + \delta n)^2}{V^2} - 4s_1(n_0 + \delta n) \sin(\gamma_0 + \delta \gamma) \frac{1}{V^2} \quad (11a)$$

$$\vdots$$

$$(t_2 + v_2)^2 = \frac{s_2^2}{V^2} + \frac{4(n_0 + \delta n)^2}{V^2} - 4s_2(n_0 + \delta n) \sin(\gamma_0 + \delta \gamma) \frac{1}{V^2}$$

Sorbafejtés, a másodrendű kicsiny értékek elhanyagolása és rendezés útján nyerjük a következő javítási egyenleteket :

$$v_1 = \frac{2(2n_0 - s_1 \sin \gamma_0)}{V^2 t_1} \delta n - \frac{2s_1 n_0 \cos \gamma_0}{V^2 t_1} \delta \gamma + \left\{ \frac{s_1^2 + 4n_0^2 - 4s_1 n_0 \sin \gamma_0}{2V^2 t_1} - \frac{t_1}{2} \right\} \quad (12a)$$

$$v_2 = \frac{2(2n_0 - s_2 \sin \gamma_0)}{V^2 t_2} \delta n - \frac{2s_2 n_0 \cos \gamma_0}{V^2 t_2} \delta \gamma + \left\{ \frac{s_2^2 + 4n_0^2 - 4s_2 n_0 \sin \gamma_0}{2V^2 t_2} - \frac{t_2}{2} \right\}$$

Ha δn együtthatóit A_1, A_2, \dots -vel, $\delta \gamma$ -ét B_1, B_2, \dots -vel, a kanyarodós zárójelben lévő tiszta tagokat L_1, L_2, \dots -vel jelöljük, kapjuk végül a

$$\begin{aligned} [AA] \delta n + [AB] \delta \gamma + [AL] &= 0 \\ [AB] \delta n + [BB] \delta \gamma + [BL] &= 0 \end{aligned} \quad (13a)$$

normálegyenleteket. Ezekből δn és $\delta \gamma$ ismert módon számítható. Ezekből n és γ legvalószínűbb értéke :

$$n = n_0 + \delta n \quad \text{és} \quad \gamma = \gamma_0 + \delta \gamma$$

δn és $\delta \gamma$ középpontját a kiegyenlítés közvetlenül szolgáltatja. Ezek tudvalévőleg egyszerűsége miatt n és γ középpontjai is (v. ö. [5 ; 66–67. old.]).

*

Eddigi fejtegetéseinknél feltételeztük, hogy az O robbantási pont és a felvevő készülékek egy magasságban vannak. Ezt a feltételt lyuklövéses módszerrel még vízszintes terepen is nehéz teljesíteni, mivel a robbantás a felszín alatt bizonyos mélységben történik, s így ehhez viszonyítva a felvevőkészülékek magasabb szinten vannak. Térjünk át most a különböző magas felvevő készülékek (geofonok) esetére.

Jelöljük 4. ábránkon az S_1 -ben lévő első felvevőkészülék magasságát az O robbantási pont fölött (amely léglövésnél a felszíni pontot jelentheti) h_1 -gyel,

ferde távolságát O -tól s_1 -gyel, s ennek magassági szögét α_1 -gyel ; az S_2 -ben lévő felvevő készülékre vonatkozó adatokat kettes indexszel, akkor a következő egyenleteket kapjuk :

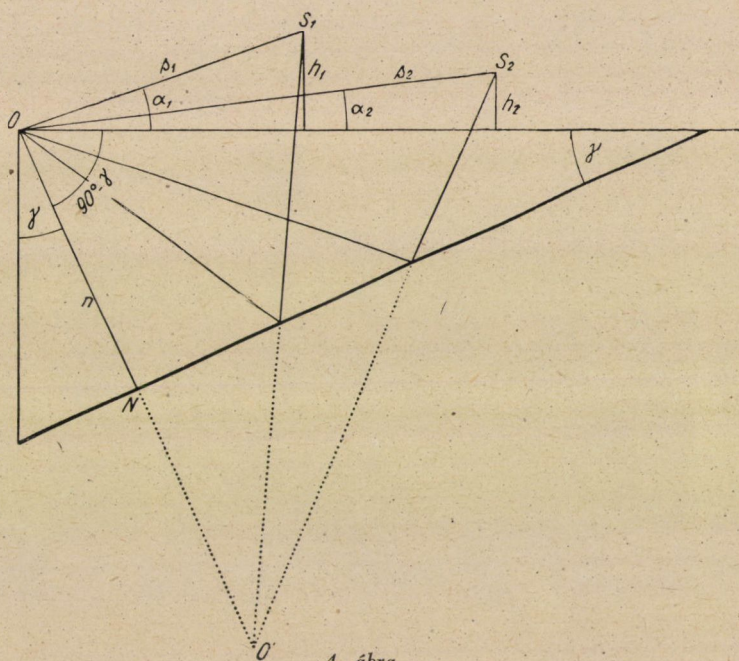
Az $OO'S_1$ háromszögből :

$$V^2 t_1^2 = s_1^2 + 4n^2 - 4ns_1 \cos (90^\circ - \gamma + \alpha_1)$$

Az $OO'S_2$ háromszögből :

$$V^2 t_2^2 = s_2^2 + 4n^2 - 4ns_2 \cos (90^\circ - \gamma + \alpha_2)$$

(16)



Az itt szereplő α_1 és α_2 magassági szögeket és s_1, s_2 ferde távolságokat, — ha nem lehet közvetlenül megmérni, a vízszintes vetületi hosszából és magassági különbségből számítjuk. A mélységi szögeket nyilvánvalóan negatív előjellel kell számításba venni.

A (16) egyenleteket kifejtve és rendezve lesz :

$$4n^2 - 4n \sin \gamma s_1 \cos \alpha_1 + 4n \cos \gamma s_1 + \sin \alpha_1 s_1^2 - V^2 t_1^2 = 0$$

(16a)

$$4n^2 - 4n \sin \gamma s_2 \cos \alpha_2 + 4n \cos \gamma s_2 \sin \alpha_2 + s_2^2 - V^2 t_2^2 = 0$$

⋮

Vezessük be a következő jelöléseket :

$$\begin{aligned}
 4n^2 &= x \\
 4n \sin \gamma &= \gamma \\
 4n \cos \gamma &= z \\
 s_1^2 - V^2 t_1^2 &= -a_1 \\
 s_2^2 - V^2 t_2^2 &= -a_2
 \end{aligned} \tag{17}$$

akkor (16)-ból a következő egyenleteket kapjuk :

$$\begin{aligned}
 x - s_1 \cos a_1 y + s_1 \sin a_1 z - a_1 &= 0 \\
 x - s_2 \cos a_2 y + s_2 \sin a_2 z - a_2 &= 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

Ehhez járul harmadik egyenletként $\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$ -ből :

$$y^2 + z^2 - 4x = 0$$

A kényelmesebb megoldás és a legutóbbi egyenlet kétértékűségének megszüntetése céljából harmadik egyenletként egy harmadik felvevő készülék adatait használjuk föl :

$$x - s_3 \cos a_3 y + s_3 \sin a_3 z - a_3 = 0 \tag{18a}$$

A három egyenletből :

$$\begin{aligned}
 (s_2 \cos a_2 - s_1 \cos a_1) y - (s_2 \sin a_2 - s_1 \sin a_1) z + (a_2 - a_1) &= 0 \\
 (s_3 \cos a_3 - s_1 \cos a_1) y - (s_3 \sin a_3 - s_1 \sin a_1) z + (a_3 - a_1) &= 0
 \end{aligned}$$

Jelöljük y együtthatóit B_2, B_3 -mal, z -ét C_2, C_3 -mal, úgy :

$$\begin{aligned}
 B_2 y - C_2 z + (a_2 - a_1) &= 0 \\
 B_3 y - C_3 z + (a_3 - a_1) &= 0
 \end{aligned} \tag{19}$$

Ebből :

$$y = \frac{(a_2 - a_1) C_3 - (a_3 - a_1) C_2}{-B_2 C_3 + B_3 C_2} \quad z = \frac{(a_3 - a_1) B_2 - (a_2 - a_1) B_3}{B_2 C_3 - B_3 C_2} \tag{20}$$

és a (18) egyenletek egyikéből számítjuk x -et. Végül (17) szerint :

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \gamma &= \frac{y}{z} \\
 \text{és } n &= \frac{\sqrt{x}}{2}
 \end{aligned} \tag{21}$$

Az egy főlösszámú mérést itt eredményeink jóságának ellenőrzésére használhatjuk fel:

$$y^2 + z^2 = 4x^2 \quad (22)$$

Az ettől való eltérésből bizonyos mértékben következtethetünk eredményeink jóságára, bár jó eredményt így csak nagyobb geofonköz esetén várhatunk.

Nagyobbszámú mérés kiegyenlítésére más módszer célszerűbb. Az előbbieik értelmében pl. (21) szerint n és γ részére jó közelítő n_0 és γ_0 értéket kaptunk, s a kiegyenlítésből ennek δn és $\delta\gamma$ kiegészítő értékét keressük. Vezessük be ezeket (16) egyenleteinkbe és adjunk az időtartamoknak v javításokat:

$$V^2(t_1 + v_1)^2 = s_1^2 + 4(n_0 + \delta n)^2 - 4(n_0 + \delta n)s_1 \cos\{90^\circ + (\alpha_1 - \gamma_0 - \delta\gamma)\} \quad (23)$$

$$V^2(t_2 + v_2)^2 = s_2^2 + 4(n_0 + \delta n)^2 - 4(n_0 + \delta n)s_2 \cos\{90^\circ + (\alpha_2 - \gamma_0 - \delta\gamma)\}$$

Sorbafejtés, a másodrendű kicsiny tagok elhanyagolása és rendezés után kapjuk a javítási egyenleteket:

$$v_1 = \frac{2(2n_0 + s_1 \sin(\alpha_1 - \gamma_0))}{V^2 t_1} \delta n - \frac{2s_1 n_0 \cos(\alpha_1 - \gamma_0)}{V^2 t_1} \delta\gamma + \left\{ \frac{s_1^2 + 4n_0^2 + 4s_1 n_0 \sin(\alpha_1 - \gamma_0)}{2V^2 t_1} - \frac{t_1}{2} \right\} \quad (24)$$

$$v_2 = \frac{2(2n_0 + s_2 \sin(\alpha_2 - \gamma_0))}{V^2 t_2} \delta n - \frac{2s_2 n_0 \cos(\alpha_2 - \gamma_0)}{V^2 t_2} \delta\gamma + \left\{ \frac{s_2^2 + 4n_0^2 + 4s_2 n_0 \sin(\alpha_2 - \gamma_0)}{2V^2 t_2} - \frac{t_2}{2} \right\}$$

Ha δn együtthatóit A_1, A_2, \dots -vel, $\delta\gamma$ -ét B_1, B_2, \dots -vel, a kanyarodós zárójelben lévő tiszta tagokat L_1, L_2, \dots -vel jelöljük, kapjuk végül a normálegyenleteket:

$$[AA] \delta n + [AB] \delta\gamma + [AL] = 0 \quad (25)$$

$$[AB] \delta n + [BB] \delta\gamma + [BL] = 0$$

amelyekből δn és $\delta\gamma$, ezekkel pedig n és γ , valamint középhibájuk számítható. Az s távolságoknak a robbantási helytől való előjeles bevezetése (pozitív a sík

emelkedése, negatív az esése [lejtése] irányában) itt azonban nem elegendő, mert α viszonya γ -hoz is megváltozik. Célhoz jutunk azonban, ha a hosszakat skaláris értékeknek meghagyva, a robbantási ponttól a reflektáló sík emelkedési irányában lévő pontokra γ -t pozitívnak (a képletben tehát $-\gamma_0$ miatt negatívnak), az eső irányban lévő pontokra pedig negatív értékűnek helyettesítjük be (24) képletünkbe. Ezzel a (11)–(13) szerinti függvény folyamatossága adott γ mellett megszakad ugyan, de különböző magassági különbségek mellett a folyamatosságnak nincs is különösebb jelentősége. Az α magassági szög viszont negatív tudvalevőleg, ha a felvevő készülék mélyebben fekszik, mint a robbantási pont.

Nyilvánvaló, hogy mind a kiegyenlítés nélküli, mind a kiegyenlítéses számításkor az O -val egyforma magas felvevő készülékek eredményeinek kiértékelése egyszerűbb. Ezért a földközeli léglövéses módszer vízszintes terepen ebből a szempontból kényelmesebb lehet.

2. Ha a terjedési sebességet nem ismerjük :

Ebben az esetben nyilvánvalóan V_0 is meghatározandó és ebből következik, hogy az egyértelmű meghatározáshoz eggyel több mérésre van szükségünk.

A robbantási ponttal egyenlő magas felvevő készülékek esetében így (1) egyenletünk értelmében a következő összefüggések adódnak :

$$\begin{aligned} t_1^2 &= \frac{s_1^2}{V^2} + \frac{4n^2}{V^2} - \frac{4ns_1 \sin \gamma}{V^2} \\ t_2^2 &= \frac{s_2^2}{V^2} + \frac{4n^2}{V^2} - \frac{4ns_2 \sin \gamma}{V^2} \\ t_3^2 &= \frac{s_3^2}{V^2} + \frac{4n^2}{V^2} - \frac{4ns_3 \sin \gamma}{V^2} \end{aligned} \quad (26)$$

Ha itt a

$$\begin{aligned} \frac{4n^2}{V^2} &= x \\ \frac{4n \sin \gamma}{V^2} &= y \\ \frac{1}{V^2} &= z \end{aligned} \quad (27)$$

jelöléseket bevezetjük, akkor (26) a következő alakú lesz :

$$\begin{aligned} x - s_1 y + s_1^2 z - t_1^2 &= 0 \\ x - s_2 y + s_2^2 z - t_2^2 &= 0 \\ x - s_3 y + s_3^2 z - t_3^2 &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Két-két egyenlet kivonásával :

$$\begin{aligned} (s_2 - s_1) y - (s_2^2 - s_1^2) z + (t_2^2 - t_1^2) &= 0 \\ (s_3 - s_1) y - (s_3^2 - s_1^2) z + (t_3^2 - t_1^2) &= 0 \end{aligned} \quad (29)$$

Ebből viszont :

$$\begin{aligned} \{ (s_2^2 - s_1^2) (s_3 - s_1) - (s_3^2 - s_1^2) (s_2 - s_1) \} z &= \\ = (t_2^2 - t_1^2) (s_3 - s_1) - (t_3^2 - t_1^2) (s_2 - s_1) & \quad (30) \\ z = \frac{(t_2^2 - t_1^2) (s_3 - s_1) - (t_3^2 - t_1^2) (s_2 - s_1)}{(s_2^2 - s_1^2) (s_3 - s_1) - (s_3^2 - s_1^2) (s_2 - s_1)} \end{aligned}$$

Ezután :

$$y = - \frac{(t_2^2 - t_1^2) - (s_2^2 - s_1^2) z}{s_2 - s_1} \quad (31)$$

és :

$$x = s_1 y - s_1^2 z + t_1^2 \quad (32)$$

Ezekből :

$$V = \frac{1}{\sqrt{z}} \quad n = \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{z}} \quad \sin \gamma = \frac{y}{2\sqrt{xz}} \quad (33)$$

A robbantási ponttól az ellentétes oldalon fekvő felvevő készülékeknél a (26) és (28) egyenletben a $\sin \gamma$, illetőleg z előjele megváltozik. Ha számításainkból (33) szerint negatív γ jön ki, síkunk feltételezésünkkel ellentétes emelkedésű. n és V -nek csak pozitív értéke jön tekintetbe.

Itt említjük meg, hogy a z -re (30) alatt fölállított egyenletünknek, tekintve, hogy $z = \frac{1}{V^2}$, egyeznie kell Haáz [2; 2. old.] V^2 -re felállított képletének a reciproknak értékével. Az egyezés a szorzások elvégzése után valóban fennáll; az itt megadott formában mindössze négy szorzatra van szükség. A többi értékünk számításánál nincs közvetlen összehasonlítási alap.

Megjegyzendő, hogy még (30) egyenletünk is tovább egyszerűsíthető. Osszuk végig számlálóját és nevezőjét $(s_2 - s_1) (s_3 - s_1)$ -gyel, úgy :

$$z = \frac{\frac{t_2^2 - t_1^2}{s_2 - s_1} - \frac{t_3^2 - t_1^2}{s_3 - s_1}}{\frac{s_2^2 - s_1^2}{s_2 - s_1} - \frac{s_3^2 - s_1^2}{s_3 - s_1}} = \frac{\frac{t_2^2 - t_1^2}{s_2 - s_1} - \frac{t_3^2 - t_1^2}{s_3 - s_1}}{(s_2 + s_1) - (s_3 + s_1)} = \frac{\frac{t_2^2 - t_1^2}{s_2 - s_1} - \frac{t_3^2 - t_1^2}{s_3 - s_1}}{s_2 - s_3} \quad (30a)$$

Ha a felvevő készülékek egyenlő Δs távolságra vannak egymástól, tekintetbe véve, hogy $(s_2 - s_3) = -(s_3 - s_2)$

$$z = \frac{2(t_2^2 - t_1^2) - (t_3^2 - t_1^2)}{-\Delta s^2} = \frac{t_1^2 - 2t_2^2 + t_3^2}{2\Delta s^2} \quad (30b)$$

Nincs akadályja természetesen annak sem, hogy y és x -et is közvetlenül vezessük le. Így pl. (29)-ből z kiejtése után :

$$\begin{aligned} y &= \frac{(t_2^2 - t_1^2)(s_3^2 - s_1^2) - (t_3^2 - t_1^2)(s_2^2 - s_1^2)}{(s_2^2 - s_1^2)(s_3 - s_1) - (s_3^2 - s_1^2)(s_2 - s_1)} = \\ &= \frac{s_3 + s_1}{s_2 - s_1} (t_2^2 - t_1^2) - \frac{s_2 + s_1}{s_3 - s_1} (t_3^2 - t_1^2) \\ & \qquad \qquad \qquad s_2 - s_3 \end{aligned} \quad (31a)$$

Hasonlóképpen vezethetünk le (28)-ből összefüggéseket x és az s , valamint t értékek között.

Az így kapott értékeknek (33)-ba való behelyettesítése után itt is elérhetjük, hogy V , n és γ értékeit közvetlenül a mérési adatokból tetszőleges sorrendben egymástól függetlenül számíthatjuk. Mindazonáltal ennek nagyobb jelentőséget nem tulajdonítunk, mivel rendszerint mindhárom adatra szükségünk van, s ekkor a leggyorsabb módszer a legcélszerűbb. Ez pedig a (30a), (31) és (32) egyenletekhez vezet. Számítási ellenőrzésül szolgálhat a kapott x , y és z értékeknek pl. (28) utolsó egyenletébe való behelyettesítése.

A (26)–(28) egyenletek a kiegyenlítésre is jól felhasználhatók. Ha ismét a t értékek, mit mérési hibákkal terhelt mennyiségeknek v javításokat adunk, a következő kifejezések keletkeznek :

$$(t_1 + v_1)^2 = x - s_1 y + s_1^2 z$$

$$(t_2 + v_2)^2 = x - s_2 y + s_2^2 z$$

$$\vdots$$

(Kiegyenlítéshez tudvalévőleg fölös mérés, esetünkben tehát legalább négy t kell.)

A másodrendű kicsiny értékek elhanyagolása után kapjuk a javítási egyenleteket :

$$v_1 = \frac{1}{2t_1} x - \frac{s_1}{2t_1} y + \frac{s_1^2}{2t_1} z - \frac{t_1}{2} \quad (34)$$

$$v_2 = \frac{1}{2t_2} x - \frac{s_2}{2t_2} y + \frac{s_2^2}{2t_2} z - \frac{t_2}{2}$$

$$\vdots$$

Az együtthatókat ismét $A_1, A_2, \dots, B_1, B_2, \dots, C_1, C_2, \dots$ -vel, a tiszta tagokat L_1, L_2, \dots -vel jelölve kapjuk a normálegyenleteket :

$$\begin{aligned} [AA]x + [AB]y + [AC]z + [AL] &= 0 \\ [AB]x + [BB]y + [BC]z + [BL] &= 0 \\ [AC]x + [BC]y + [CC]z + [CL] &= 0 \end{aligned} \quad (35)$$

Ezek ismert megoldása adja x, y és z legmegbízhatóbb értékeit és középhibáikat. Ez utóbbiakból azonban a keresett ismeretlenek középhibáit csak a sebességre egyszerű megadni. A $V = \frac{1}{\sqrt{z}}$ függvényből következik ugyanis :

$$\mu_v = \pm \frac{1}{2} z^{-\frac{3}{2}} \mu_z = \pm \frac{V^3}{2} \mu_z \quad (36)$$

A többinél (33)-ból kiindulva a kiegyenlített értékek függvényeinek középhibáját kell számítani, amire már (15) egyenletünkkel kapcsolatban utaltunk.

Elvégezhetjük természetesen a számítást úgy is, hogy (27) helyett az alábbi helyettesítéseket végezzük :

$$\begin{aligned} 4n^2 &= x \\ 4n \sin \gamma &= y \\ V^2 &= z \end{aligned} \quad (27a)$$

Ebben az esetben (26) egyenleteinkből a következő összefüggéseket kapjuk :

$$\begin{aligned} x - s_1 y - t_1^2 z + s_1^2 &= 0 \\ x - s_2 y - t_2^2 z + s_2^2 &= 0 \\ x - s_3 y - t_3^2 z + s_3^2 &= 0 \end{aligned} \quad (28a)$$

amely egyenleteknek a megoldása az előbbiekhöz hasonló, csak pl. (30)-ban t^2 és s^2 felcserélődnek. Minthogy pedig itt $z = V^2$, ott pedig $z = \frac{1}{V^2}$, a (28a)-ból így keletkező egyenlet is valóban a reciprokja a (30)-nak. Ezen megoldási forma mellett (14) szerint n -nek a középhibáját is közvetlenül megadhatjuk.

Ha γ középhibáját is ismerni akarjuk, a legmegbízhatóbb értékeket itt is közelítő értékek bevezetésével számíthatjuk. Ilyen előzetes értékeket szolgáltathatnak a (30)–(33) egyenletek.

Legyenek a közelítő értékek n_0 , γ_0 és V_0 , a kiegyenlítés útján keresett legmegbízhatóbb kiegyesítő értékei δn , $\delta\gamma$ és δV , akkor a t értékeknek adott v javítások mellett (1) egyenletünk alapján felírhatjuk:

$$\begin{aligned} (V_0 + \delta V)^2 (t_1 + v_1)^2 &= 4(n_0 + \delta n)^2 - 4(n_0 + \delta n) s_1 \sin(\gamma_0 + \delta\gamma) + s_1^2 \\ (V_0 + \delta V)^2 (t_2 + v_2)^2 &= 4(n_0 + \delta n)^2 - 4(n_0 + \delta n) s_2 \sin(\gamma_0 + \delta\gamma) + s_2^2 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (37)$$

Sorbafejtés, a másodrendű kicsiny értékek elhanyagolása és rendezés után kapjuk az immár lineáris javítási egyenleteket (kiegyenlítéshez három ismeretlennel legalább négynek kell lenni):

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{2(2n_0 - s_1 \sin \gamma_0)}{V_0^2 t_1} \delta n - \frac{2n_0 s_1 \cos \gamma_0}{V_0^2 t_1} \delta\gamma - \frac{t_1}{V_0} \delta V + \\ &+ \left\{ \frac{s_1^2 + 4n_0^2 - 4n_0 s_1 \sin \gamma_0}{2V_0^2 t_1} - \frac{t_1}{2} \right\} \quad \dots \\ v_2 &= \frac{2(2n_0 - s_2 \sin \gamma_0)}{V_0^2 t_2} \delta n - \frac{2n_0 s_2 \cos \gamma_0}{V_0^2 t_2} \delta\gamma - \frac{t_2}{V_0} \delta V + \\ &\vdots \\ &+ \left\{ \frac{s_2^2 + 4n_0^2 - 4n_0 s_2 \sin \gamma_0}{2V_0^2 t_2} - \frac{t_2}{2} \right\} \end{aligned} \quad (38)$$

Az együtthatókat ismét megfelelő indexszel ellátott A , B , C -vel, a tiszta tagokat megfelelő indexű L -vel jelölve kapjuk a három normálegyenletet:

$$\begin{aligned} [AA] \delta n + [AB] \delta\gamma + [AC] \delta V + [AL] &= 0 \\ [AB] \delta n + [BB] \delta\gamma + [BC] \delta V + [BL] &= 0 \\ [AC] \delta n + [BC] \delta\gamma + [CC] \delta V + [CL] &= 0 \end{aligned} \quad (39)$$

A legmegbízhatóbb végleges értékeket

$$n = n_0 + \delta n \quad \gamma = \gamma_0 + \delta\gamma \quad \text{és} \quad V = V_0 + \delta V$$

adja. A kiegyenlítésből δn , $\delta\gamma$ és δV -re kapott középhibák egyszersmind n , δ és V középhibái.

*

Hátra van végül, hogy ebben a csoportban is a robbantási ponttól eltérő magasságú felvevő készülékek esetét tárgyaljuk kiegyenlítés nélkül és kiegyenlítéssel.

A kiegyenlítés nélküli meghatározáshoz (4) ábránkból és (16)–(16a) egyenleteinkből indulhatunk ki, azzal a különbséggel, hogy itt V^2 is ismeretlen. Legyen tehát itt :

$$\begin{aligned} 4n^2 &= x \\ 4n \sin \gamma &= y \\ 4n \cos \gamma &= z \\ V^2 &= w \end{aligned} \tag{40}$$

Ezekkel a (16) egyenletekből a következő összefüggéseket kapjuk :

$$\begin{aligned} x - s_1 \cos \alpha_1 y + s_1 \sin \alpha_1 z - t_1^2 w + s_1^2 &= 0 \\ x - s_2 \cos \alpha_2 y + s_2 \sin \alpha_2 z - t_2^2 w + s_2^2 &= 0 \\ x - s_3 \cos \alpha_3 y + s_3 \sin \alpha_3 z - t_3^2 w + s_3^2 &= 0 \end{aligned} \tag{41}$$

amely egyenletekhez 4-nek itt is az :

$$y^2 + z^2 - 4x = 0 \tag{42}$$

egyenlet járul. Kényelmesebb megoldást ad, ha egy negyedik felvevő készülék adataiból még az

$$x - s_4 \cos \alpha_4 y + s_4 \sin \alpha_4 z - t_4^2 w + s_4^2 = 0$$

egyenletet hozzávesszük, s a négy ismeretlenből álló elsőfokú egyenletrendszer megoldjuk. A részletekre helyszűke miatt nem térünk ki. (42) összefüggésünk ebben az esetben is ellenőrzésül szolgál.

Kiegyenlítés esetében föltételezzük, hogy az előbbieken megadott módszer szerint n_0, γ_0, V_0 jó közelítő értékek már rendelkezésünkre állanak. Ebben az esetben (16a) egyenleteinkből a t -nek adandó v javításokkal a következő egyenletek keletkeznek :

$$\begin{aligned} (V_0 + \delta V)^2 (t_1 + v_1)^2 &= 4(n_0 + \delta n)^2 - 4(n_0 + \delta n)s_1 \cos \alpha_1 \sin(\gamma_0 + \delta\gamma) + \\ &\quad + 4(n_0 + \delta n)s_1 \sin \alpha_1 \cos(\gamma_0 + \delta\gamma) + s_1^2 \\ (V_0 + \delta V)^2 (t_2 + v_2)^2 &= 4(n_0 + \delta n)^2 - 4(n_0 + \delta n)s_2 \cos \alpha_2 \sin(\gamma_0 + \delta\gamma) + \\ &\quad + 4(n_0 + \delta n)s_2 \sin \alpha_2 \cos(\gamma_0 + \delta\gamma) + s_2^2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Három meghatározandó ismeretlen lévén kiegyenlítésről legalább négy egyenlet esetében beszélhetünk.

Sorbafejtés, a másodrendű kicsiny értékek elhanyagolása és rendezés után a következő javítási egyenleteket kapjuk :

$$v_1 = \frac{2(2n_0 - s_1 \sin(\alpha_1 - \gamma_0))}{V_0^2 t_1} \delta n - \frac{2s_1 n_0 \cos(\alpha_1 - \gamma_0)}{V_0^2 t_1} \delta \gamma - \frac{t_1}{V_0} \delta V +$$

$$+ \left\{ \frac{s_1^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_1 \sin(\alpha_1 - \gamma_0)}{2V_0^2 t_1} - \frac{t_1}{2} \right\}$$
(43)

$$v_2 = \frac{2(2n_0 + s_2 \sin(\alpha_2 - \gamma_0))}{V_0^2 t_2} \delta n - \frac{2s_2 n_0 \cos(\alpha_2 - \gamma_0)}{V_0^2 t_2} \delta \gamma - \frac{t_2}{V_0} \delta V +$$

$$+ \left\{ \frac{s_2^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_2 \sin(\alpha_2 - \gamma_0)}{2V_0^2 t_2} - \frac{t_2}{2} \right\}$$

Kiegyenlítésük a már ismert módon történik. Belőle az ismeretlenek közép-hibáit is megkapjuk.

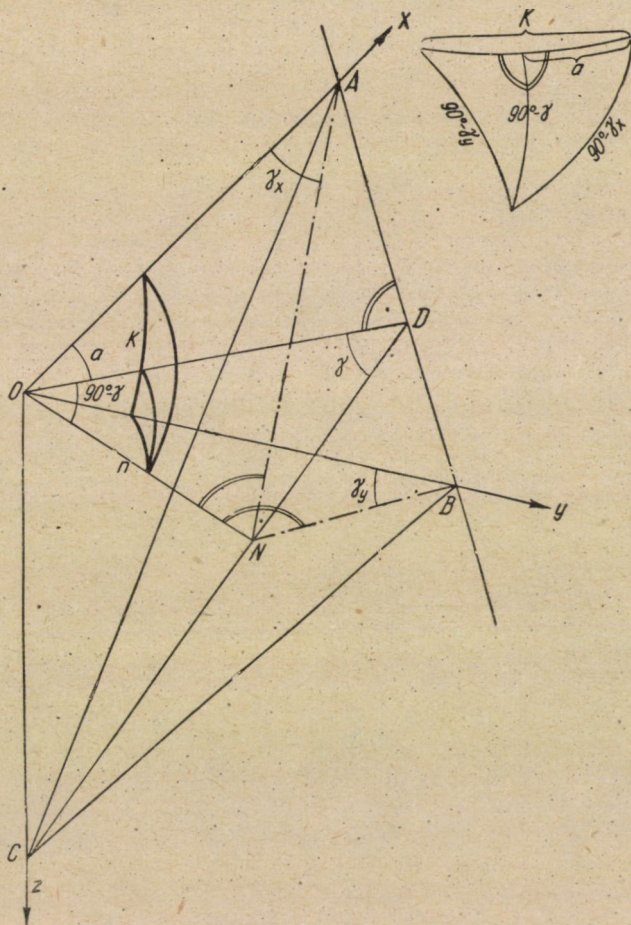
II. A megoldás a reflektáló sík csapásvonalának ismerete nélkül

Itt is két fősétet különböztetünk meg aszerint, hogy a terjedési sebességet ismertnek tételezzük-e fel vagy sem. Mindkét esetben lehetnek a robbantási pont és felvevő pontok egyforma, vagy különböző magasságban és lehet a meghatározás kiegyenlítéses, vagy anélküli.

1. Ismertnek föltételezett terjedési sebesség mellett :

Ha a robbantási és felvevő pontok egyforma magasan vannak és feltételezzük, hogy a felvevő pontok két egymással K (rendszerint 90°) szöget bezáró x és y irányban (5. ábra) fekszenek, akkor a meghatározandó reflektáló sík az xy vízszintes síkból az AB csapásvonalat, az yz síkból a BC vonalat és az xz síkból az AC vonalat metszi ki. A csapásvonalra merőleges \overline{OD} vízszintes egyenes az x tengellyel α szöget zár be, míg a meghatározandó síkra a térben merőleges az ON egyenes. Ennek N talppontján keresztül menő valamennyi, a reflektáló síkban fekvő egyenes merőleges, így az ON és OA egyenesekkel meghatározott síknak NA , az ON és OB egyenesekkel meghatározott síknak NB és az ON és OD egyenesekkel meghatározott síknak ND metszésvonala is. Ez utóbbi függőleges sík és benne D -nél a meghatározandó sík hajlásszöge, míg O -nál a komplementens $90^\circ - \gamma$ szög mutatkozik.

Valamennyi az OA egyenesen fekvő készülék rengési hullámai az ON és OA által meghatározott ferde, de a reflektáló síkra merőleges síkban haladnak; ezért ebben a síkban $ON = n$, γ_x és az OA egyenesen fekvő $s_{x,1}, s_{x,2} \dots$ távol-



5. ábra

ságok, valamint a $t_{x,1}, t_{x,2} \dots$ időtartamok között (1) képletünk analógiájára fennáll:

$$V^2 t_{x,1}^2 = s_{x,1}^2 + 4n^2 - 4ns_{x,1} \sin \gamma_x \tag{44}$$

Hasonló vonatkozik az ON és OB egyenesek által meghatározott ferde síkra és a bennök az OB -n fekvő felvevő készülékekbe jutó hullámokra. Tehát:

$$V^2 t_{y,1}^2 = s_{y,1}^2 + 4n^2 - 4ns_{y,1} \sin \gamma_y \quad (45)$$

Az (5) ábra jobboldalán külön kirajzolt gömbháromszögekből γ , γ_x és γ_y között, ha a a sík emelkedési irányának az x tengellyel bezárt vízszintes vetületi szögét jelenti, a következő összefüggések írhatók fel:

$$\cos(90^\circ - \gamma_x) = \cos a \cos(90^\circ - \gamma)$$

illetőleg:

$$\sin \gamma_x = \cos a \sin \gamma \quad (46)$$

és

$$\cos(90^\circ - \gamma_y) = \cos(K - a) \cos(90^\circ - \gamma)$$

$$\sin \gamma_y = \cos(K - a) \sin \gamma \quad (47)$$

Fenti képlet nem változik akkor sem, ha $K < a$, mert $\cos(a - K) = \cos(K - a)$. Behelyettesítve (44) és (45) egyenleteinkbe, ha itt az

$$s_{x,1}^2 - V^2 t_{x,1}^2 = -a_{x,1} \quad (48)$$

$$s_{y,1}^2 - V^2 t_{y,1}^2 = -a_{y,1}$$

jelöléseket bevezetjük:

$$4n^2 - 4ns_{x,1} \cos a \sin \gamma - a_{x,1} = 0$$

$$4n^2 - 4ns_{y,1} \cos K \cos a \sin \gamma - 4ns_{y,1} \sin K \sin a \sin \gamma - a_{y,1} = 0 \quad (49)$$

Legyen továbbá:

$$4n^2 = x \quad 4n \cos a \sin \gamma = y \quad 4n \sin a \sin \gamma = z, \quad (50)$$

és tételezzünk fel két felvevő készüléket x és egyet y irányában:

$$\begin{aligned} x - s_{x,1} y - a_{x,1} &= 0 \\ x - s_{x,2} y - a_{x,2} &= 0 \end{aligned} \quad (51)$$

és
$$x - s_{y,1} \cos K \cdot y - s_{y,1} \sin K \cdot z - a_{y,1} = 0$$

Az első két egyenletből számítható x és y (6) és (7) képletünk szellemében. Tehát :

$$y = -\frac{a_{x,2} - a_{x,1}}{s_{x,2} - s_{x,1}} \quad \text{és} \quad x = s_{x,1}y + a_{x,1} \quad (52)$$

Ezek segítségével pedig :

$$z = \frac{x - s_{y,1} \cos K \cdot y - a_{y,1}}{s_{y,1} \sin K}$$

Ha — mint rendszerint — $K = 90^\circ$, akkor :

$$z = \frac{x - a_{y,1}}{s_{y,1}} \quad (52a)$$

Végül :

$$n = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad \text{tg } a = \frac{z}{y} \quad \text{és} \quad \sin \gamma = \frac{y}{4n \cos a} = \frac{z}{4n \sin a} \quad (53)$$

Meg kell itt jegyeznünk, hogy a robbantási helytől ellentétes oldalon lévő felvevő készülékek egyenletei itt már minden külön szabály nélkül is kiadódhatnak, mert ezeknél $K = 180^\circ$ és így $\cos K = -1$ és $\sin K = 0$. Ha tehát (51) alatt a harmadik egyenlet lenne ilyen, z eltűnése folytán a feladat megoldhatatlanná válna. Három, a robbantási ponttal egyenlő magas, egy egyenesen fekvő felvevő készülék adataiból tehát csak a reflektáló sík egy egyenese határozható meg. Ha azonban egy pont eltér, a meghatározás egyértelműen lehetséges, mivel $\text{tg } a$ számlálójának és nevezőjének előjeléből az a szög síknegyede is meghatározható. Itt említjük meg, hogy [8] előbb az egy-egy irányba eső felvevő készülékek adataiból $\gamma_x - t$ és $\gamma_y - t$ határozza meg és ebből (46)–(47) képleteink értelmében számítja $\gamma - t$ és $a - t$. Ezzel szemben Angenheister — igaz, csak $K = 0^\circ, 90^\circ$ és 180° esetére — a különböző irányú felvevő készülékek adatait számításában szintén összekapcsolja, — ezért erre az esetre nála is csak 3 felvevő készülék kell, — de számítási módszere jelentősen bonyolultabb a mienknél (v. ö. [9 ; 311–313. old.]).

Több felvevő készülék esetén fölös mérések keletkeznek. Amennyiben a kiegyenlítés szükséges, a javítási egyenleteket (44)–(45)-ből a (46)–(47) egyenletek behelyettesítésével írhatjuk fel :

$$V^2 (t_{x,1} + v_{x,1})^2 = s_{x,1}^2 + 4n^2 - 4ns_{x,1} \cos a \sin \gamma$$

$$\vdots$$

$$V^2 (t_{y,1} + v_{y,1})^2 = s_{y,1}^2 + 4n^2 - 4ns_{y,1} \cos K \cos a \sin \gamma - 4ns_{y,1} \sin K \sin a \sin \gamma$$

$$\vdots$$

Sorbafejtve a másodrendű kicsiny értékek elhanyagolása után és az (50) szerinti helyettesítésekkel kapjuk a javítási egyenleteket [v. ö. (12) egyenleteinkkel]:

$$\begin{aligned}
 v_{x,1} &= \frac{1}{2V^2 t_{x,1}} x - \frac{s_{x,1}}{2V^2 t_{x,1}} y + \frac{s_{x,1}^2}{2V^2 t_{x,1}} - \frac{t_{x,1}}{2} \\
 &\vdots \\
 v_{y,1} &= \frac{1}{2V^2 t_{y,1}} x - \frac{s_{y,1} \cos K}{2V^2 t_{y,1}} y - \frac{s_{y,1} \sin K}{2V^2 t_{y,1}} z + \frac{s_{y,1}^2}{2V^2 t_{y,1}} - \frac{t_{y,1}}{2} \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{54a}$$

Ezekből kapjuk az ismeretlenek legmegbízhatóbb értékét és középhibáit.

Ha $K = 90^\circ$, akkor (54) alatti javítási egyenleteinkből eltűnnek a $\cos K$ -t tartalmazó tagok; viszont, ha az egyes felvevő készülékek nem fekszenek egy egyenesen, módunkban van különböző K -értékek bevezetésével ezt is tekintetbe venni. $K = 90^\circ$ esetére javítási egyenleteink a következők:

$$\begin{aligned}
 v_{x,1} &= \frac{1}{2V^2 t_{x,1}} x - \frac{s_{x,1}}{2V^2 t_{x,1}} y + \frac{s_{x,1}^2}{2V^2 t_{x,1}} - \frac{t_{x,1}}{2} \\
 &\vdots \\
 v_{y,1} &= \frac{1}{2V^2 t_{y,1}} x - \frac{s_{y,1}}{2V^2 t_{y,1}} z + \frac{s_{y,1}^2}{2V^2 t_{y,1}} - \frac{t_{y,1}}{2}
 \end{aligned} \tag{54b}$$

Ha maguknak a γ és a értékeknek középhibáit is akarjuk, a kiegyenlített értékek függvényei középhibájának számítása helyett célszerű lehet itt is a kiegyenlítést közelítő n_0 , γ_0 és a_0 értékek bevezetésével elvégezni, amikor is ilyeneket pl. az (51)–(53) egyenletek segítségével kaphatunk. Ebben az esetben (54) egyenleteinkből:

$$\begin{aligned}
 V^2 (t_{x,1} + v_{x,1})^2 &= s_{x,1}^2 + 4(n_0 + \delta n)^2 - 4(n_0 + \delta n) s_{x,1} \cos(a_0 + \delta a) \sin(\gamma_0 + \delta \gamma) \\
 &\vdots \\
 V^2 (t_{y,1} + v_{y,1})^2 &= s_{y,1}^2 + 4(n_0 + \delta n)^2 - 4(n_0 + \delta n) s_{y,1} \cos K \cos(a_0 + \delta a) \sin(\gamma_0 + \delta \gamma) \\
 &\quad - 4(n_0 + \delta n) s_{y,1} \sin K \sin(a_0 + \delta a) \sin(\delta_0 + \delta \gamma) \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

Sorbafejtés és jó közelítő értékek esetében, a másodrendű kicsiny értékek megengedett elhanyagolása és rendezés után lesz:

$$\begin{aligned}
 v_{x,1} &= \frac{2(2n_0 - s_{x,1} \cos a_0 \sin \gamma_0)}{V^2 t_{x,1}} \delta n - \frac{2n_0 s_{x,1} \cos a_0 \cos \gamma_0}{V^2 t_{x,1}} \delta \gamma + \\
 &+ \frac{2n_0 s_{x,1} \sin a_0 \sin \gamma_0}{V^2 t_{x,1}} \delta a + \left\{ \frac{s_{x,1}^2 + 4n_0^2 - 4n_0 s_{x,1} \cos a_0 \sin \gamma_0}{2V^2 t_{x,1}} - \frac{t_{x,1}}{2} \right\} \\
 &\vdots \\
 v_{y,1} &= \frac{2(2n_0 - s_{y,1} \cos K \cos a_0 \cos \gamma_0 - s_{y,1} \sin K \sin a_0 \sin \gamma_0)}{V^2 t_{y,1}} \delta n - \quad (55) \\
 &- \frac{2n_0 s_{y,1} (\cos K \cos a_0 \cos \gamma_0 + \sin K \sin a_0 \cos \gamma_0)}{V^2 t_{y,1}} \delta \gamma + \\
 &+ \frac{2n_0 s_{y,1} (\cos K \sin a_0 \sin \gamma_0 - \sin K \cos a_0 \sin \gamma_0)}{V^2 t_{y,1}} \delta a + \\
 &+ \left\{ \frac{s_{y,1}^2 + 4n_0^2 - 4n_0 s_{y,1} \cos K \cos a_0 \sin \gamma_0 - 4n_0 s_{y,1} \sin K \sin a_0 \sin \gamma_0}{2V^2 t_{y,1}} - \right. \\
 &\left. - \frac{t_{y,1}}{2} \right\} \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

Ezek segítségével ismert módon képezhetjük a normálegyenleteket; ezekből számíthatjuk a δn , δa és $\delta \gamma$ kiegészítő értékeket, majd a közelítő értékekhez hozzáadva a végleges értékeket és ezek középhibáit.

Ha $K = 90^\circ$, az (55) egyenletekből is a más úton levezetett (71) egyenleteinket kapjuk.

*

Ha O és a felvevő készülékek különböző magasságban fekszenek, akkor a rengési hullámok a kérdéses felvevő készüléken keresztülmenő, a reflektáló síkra merőleges síkban érkeznek a felvevő készülékhez: Így 6. ábránkon pl. az O fölött h_1 magasságban lévő x_1 felvevő készülékhez az x_1 és \bar{ON} -nel, illetőleg az Ox_1 és ON egyenesekkel meghatározott síkban. Az (1) egyenletünknek megfelelő összefüggésben tehát itt n , $s_{x,1}$ és az ON , valamint Ox_1 közötti térbeli ($90^\circ - \gamma_{x,\alpha,1}$) szög szerepel, amely a különböző felvevő készülékekre más és más értékűnek adódik. Számítás céljaira ezért ezeket a szögeket a reflektáló sík keresett γ hajlásszögének és a sík emelkedési irányát, valamint a csapásvonalat a vízszintes vetületben meghatározó a szögnek függvényében kell kifejezni. A térbeli egyenesek közti szögek összefüggéseire a 6. ábra jobboldalán

egyenletbe, úgy a következő kifejezést kapjuk :

$$4n^2 + 4ns_{x,1} \sin \alpha_{x,1} \cos \gamma - 4ns_{x,1} \cos \alpha_{x,1} \cos a \sin \gamma + s_{x,1}^2 - V^2 t_{x,1}^2 = 0 \quad (58)$$

Az ugyanezen vízszintes vetületi irányban lévő x_2 és x_3 pontra hasonlóképpen a következő egyenletek keletkeznek :

$$4n^2 + 4ns_{x,2} \sin \alpha_{x,2} \cos \gamma - 4ns_{x,2} \cos \alpha_{x,2} \cos a \sin \gamma + s_{x,2}^2 - V^2 t_{x,2}^2 = 0 \quad (58a)$$

$$4n^2 + 4ns_{x,3} \sin \alpha_{x,3} \cos \gamma - 4ns_{x,3} \cos \alpha_{x,3} \cos a \sin \gamma + s_{x,3}^2 - V^2 t_{x,3}^2 = 0$$

Vezessük be a következő jelöléseket :

$$4n^2 = x \quad 4n \cos a \sin \gamma = y \quad 4n \cos \gamma = z$$

továbbá ismét :

$$\begin{aligned} s_{x,1}^2 - V^2 t_{x,1}^2 &= -a_{x,1} \\ s_{x,2}^2 - V^2 t_{x,2}^2 &= -a_{x,2} \\ s_{x,3}^2 - V^2 t_{x,3}^2 &= -a_{x,3} \end{aligned} \quad (59)$$

úgy ezekkel (58) és (58a) egyenletekből lesz :

$$\begin{aligned} x - s_{x,1} \cos \alpha_{x,1} y + s_{x,1} \sin \alpha_{x,1} z - a_{x,1} &= 0 \\ x - s_{x,2} \cos \alpha_{x,2} y + s_{x,2} \sin \alpha_{x,2} z - a_{x,2} &= 0 \\ x - s_{x,3} \cos \alpha_{x,3} y + s_{x,3} \sin \alpha_{x,3} z - a_{x,3} &= 0 \end{aligned} \quad (60)$$

Ezek az egyenletek nagy hasonlóságot mutatnak (18) és (18a) egyenleteinkhez. Itt is tehát :

$$\begin{aligned} (s_{x,2} \cos \alpha_{x,2} - s_{x,1} \cos \alpha_{x,1}) y - (s_{x,2} \sin \alpha_{x,2} - s_{x,1} \sin \alpha_{x,1}) z + \\ + (a_{x,2} - a_{x,1}) &= 0 \\ (s_{x,3} \cos \alpha_{x,3} - s_{x,1} \cos \alpha_{x,1}) y - (s_{x,3} \sin \alpha_{x,3} - s_{x,1} \sin \alpha_{x,1}) z + \\ + (a_{x,3} - a_{x,1}) &= 0 \end{aligned}$$

Ha ismét y előjel-nélküli együtthatóit B_2 , B_3 -mal, z -ét C_2 , C_3 -mal jelöljük :

$$y = \frac{(a_{x,2} - a_{x,1}) C_3 - (a_{x,3} - a_{x,1}) C_2}{-B_2 C_3 + B_3 C_2} \quad z = \frac{(a_{x,3} - a_{x,1}) B_2 - (a_{x,2} - a_{x,1}) B_3}{B_2 C_3 - B_3 C_2} \quad (61)$$

és x a (60) egyenletek egyikéből számítható. Ezekből :

$$n = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad \cos \gamma = \frac{z}{4n} \quad \text{és} \quad \cos a = \frac{y}{4n \sin \gamma} \quad (62)$$

Ezekből az egyenletekből azonban γ és a szögek síknegyede még megnyugtató módon nem állapítható meg: a kétértékűség a -ra vonatkozólag nem is küszöbölhető ki a számításból, mivel az egy vízszintes vetületi egyenesben elhelyezett három felvevő készülékben egy, ettől az egyenestől $+a$, vagy $-a$ értékkel eltérő sík azonos hajlásszög mellett, szimmetrikus helyzeténél fogva egyenlő időpontokat ad. E kétértékűséget a földtani adottságok, vagy előzőleg ismert adatok alapján kell megszüntetni. Nehézség adódik azonban a visszaverő sík γ hajlásszögével is, amely természeténél fogva csak 0° és 90° között fekehetik. Levezetésekben a felvevő készülékek irányában a térszín felé emelkedő visszaverő síkot tételeztünk fel: ez az alapja (1) egyenletünknek is. A $\sin \gamma$ -ban a föltevessel ellentétes emelkedés a negatív értékben régebbi képleteinkben azonnal kiadódott. Azonban $\cos(-\gamma)$ szintén pozitív lévén, a sík emelkedésére csak úgy következtethetünk, ha előzőleg a kétértékűségét megszüntettük és ezzel $\sin \gamma = \frac{y}{4n \cos a}$ -t is kiszámítjuk: $\sin \gamma$ előjele régebbi fej-

tegetéseink értelmében, már feltevésünk helyességét megmutatja.

Az eddigiekből nyilvánvaló az is, hogy ha a robbantási ponttól az egyik irányban a sík emelkedik, akkor a másik irányban esik (lejt): ez az ilyen felvevő készülékek adatainak egységes számításba való foglalásakor fontos. Ezt képleteinkben tekintetbe veszi az a körülmény, hogy a két esetben a felvevő készülékeknek az első oldalhoz viszonyítva 180° -kal eltérő irányuk van. Ha tehát a felvevő készülékek vízszintes vetületi irányát megadó K szöget folyamatosan 360° -ra számítjuk s -nek mindig pozitívnak, az emelkedésre vonatkozó helyes feltevés mellett γ -nak is pozitívnak kell lenni, míg a magassági szög pozitív, a mélységi szög negatív, föltéve, hogy a robbantási helytől ellenkező oldalon fekvő felvevő készülékek K értékét helyesen 180° -kal eltérő értékben vesszük számításba.

Mint érdekes eredményeket állapítsuk meg itt, hogy különböző magas felvevő készülékek esetében a reflektáló sík adatait már három, a vízszintes vetületben egy irányban fekvő felvevő készülék adataiból is ki tudjuk számítani, föltéve, hogy nem fekszenek egy, a robbantási ponton keresztülmennő térbeli egyenesben. Megbízható eredményekhez persze pl. megfelelő magassági különbségek is kellene. E kérdésnek a hibaterjedés törvényszerűségei szerint való vizsgálata is érdekes lenne, de túl messze vinne kitűzött célunktól, s esupán arra utalunk, hogy ez nagy mértékben függ a felvevő készülékeknek a meghatározandó síkra való vetítésénél keletkező vetületi pontok egymáshoz való helyzetétől. Szögezzük le azonban, hogy a különböző magas felvevő készülékek esete egyrészt nem mindig hátrányos, másrészt a különböző magasság szigorúan véve nem redukálható egyszerűen a magassági különbségekkel az egyenlő magas felvevő készülékek esetére, mert a megtett többletút a meghatározandó visszaverő sík térbeli helyzetétől és főképpen hajlásszögétől is függ. Ez a megállapításunk akkor is áll, ha a legfelsőbb laza rétegben a kis terjedési sebesség miatt

a rengési hullám közel függőlegesen érkezik a felvevő készülékbe, mivel ez a magassági különbségnek általában csak egy részét teszi ki.

Fölös mérések esetén itt is kiegyenlítésre térhetünk át, azonban ezt később egybekapcsoljuk azzal az általános esettel, amelynél más vízszintes vetületi irányokban is vannak felvevő készülékek, mert ebben, mint speciális eset, az előbbi benne van.

Tételezzük fel tehát, hogy az 1-es felvevő készüléken keresztülmenő Ox vízszintes vetületi iránytól az óramutató járásának megfelelően K_2 szögnyire és s_2 ferde távolságnyira van a 2., K_3 szögnyire és s_3 távolságnyira van a 3. stb. felvevő készülék. Az egyes magassági szögek legyenek α_1, α_2 és α_3 és ezeket a robbantási ponthoz viszonyított h_1, h_2, h_3 magassági különbségek a $\sin \alpha_1 = \frac{h_1}{s_1}$, $\sin \alpha_2 = \frac{h_2}{s_2}$, $\sin \alpha_3 = \frac{h_3}{s_3}$... összefüggésekkel meghatározzák. Ebben az esetben az OD egyenesnek az $O2$ egyenes vízszintes vetületével bezárt vízszintes vetületi szöge nem a , hanem $(a - K_2)$, vagy $(K_2 - a)$, aszerint amint $K_2 \geq a$; hasonlóképpen az OD egyenes vetületének $O3$ -mal bezárt vízszintes szöge $(a - K_3)$, vagy $(K_3 - a)$. Ezek szerint az ON térbeli egyenesnek az $O2$ térbeli egyenessel O -ban képzett $90^\circ - \gamma_{K,2}$ szögét (56) és (56a) analógiájára :

$$\begin{aligned} \sin \gamma_{K,2} &= -\cos \gamma \sin \alpha_2 + \sin \gamma \cos \alpha_1 \cos (a - K_2) \\ \sin \gamma_{K,3} &= -\cos \gamma \sin \alpha_3 + \sin \gamma \cos \alpha_2 \cos (a - K_3) \end{aligned} \quad (63)$$

határozza meg. Minthogy itt is $\cos (a - K) = \cos (K - a)$, fenti egyenleteink szempontjából mindegy, hogy K nagyobb, vagy kisebb-e, mint a . A (63) egyenletekkel (57) értelemszerű felhasználásával kapjuk a következő egyenleteket :

$$\begin{aligned} 4n^2 + 4ns_1 \sin \alpha_1 \cos \gamma - 4ns_1 \cos \alpha_1 \sin \gamma \cos a + s_1^2 - V^2 t_1^2 &= 0 \\ 4n^2 + 4ns_2 \sin \alpha_2 \cos \gamma - 4ns_2 \cos \alpha_2 \cos K_2 \sin \gamma \cos a - \\ - 4ns_2 \cos \alpha_2 \sin K_2 \sin \gamma \sin a + s_2^2 - V^2 t_2^2 &= 0 \quad (64) \\ 4n^2 + 4ns_3 \sin \alpha_3 \cos \gamma - 4ns_3 \cos \alpha_3 \cos K_3 \sin \gamma \cos a - \\ - 4ns_3 \cos \alpha_3 \sin K_3 \sin \gamma \sin a + s_3^2 - V^2 t_3^2 &= 0 \end{aligned}$$

Elvileg három egyenlet elegendő az ismeretlen n, a és γ meghatározására. Az egyszerűbb és egyértelmű számításhoz még egy negyediket is hozzáveszünk :

$$\begin{aligned} 4n^2 + 4ns_4 \sin \alpha_4 \cos \gamma - 4ns_4 \cos \alpha_4 \cos K_4 \sin \gamma \cos a - \\ - 4ns_4 \cos \alpha_4 \sin K_4 \sin \gamma \sin a + s_4^2 - V^2 t_4^2 &= 0 \end{aligned}$$

Legyen most :

$$4n^2 = x \quad 4n \cos \gamma = y \quad 4n \sin \gamma \cos a = z \quad 4n \sin \gamma \sin a = w \quad (65)$$

A negyedik egyenlet egyúttal az a szög síknegyedének meghatározására is alkalmas és így a kétértékűségét megszünteti. Minthogy ez egyszersmind a visszaverő sík emelkedési irányát adja, lényegtelen, hogy $\cos \gamma$ -ból γ csak két-értékűen adódik ki. Vezessük be még a következő jelöléseket :

$$\begin{aligned} s_1^2 - V^2 t_1^2 &= -a_1 \\ s_2^2 - V^2 t_2^2 &= -a_2 \\ s_3^2 - V^2 t_3^2 &= -a_3 \\ s_4^2 - V^2 t_4^2 &= -a_4 \end{aligned} \quad (66)$$

akkor (64) egyenleteink a következők lesznek :

$$\begin{aligned} x + s_1 \sin \alpha_1 y - s_1 \cos \alpha_1 z - a_1 &= 0 \\ x + s_2 \sin \alpha_2 y - s_2 \cos \alpha_2 \cos K_2 z - s_2 \cos \alpha_2 \sin K_2 w - a_2 &= 0 \\ x + s_3 \sin \alpha_3 y - s_3 \cos \alpha_3 \cos K_3 z - s_3 \cos \alpha_3 \sin K_3 w - a_3 &= 0 \\ x + s_4 \sin \alpha_4 y - s_4 \cos \alpha_4 \cos K_4 z - s_4 \cos \alpha_4 \sin K_4 w - a_4 &= 0 \end{aligned} \quad (67)$$

E négy ismeretlenes rendszer további megoldására nem óhajtunk kitérni. Ezekből :

$$n = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad \cos \gamma = \frac{y}{4n} \quad \cos a = \frac{z}{4n \sin \gamma}$$

és ellenőrzésül :

$$\sin a = \frac{w}{4n \sin \gamma}$$

Ha a két a érték között nagyobb eltérés nincs, az elfogadott értéket

$$\operatorname{tg} a = \frac{w}{z}$$

szerint számítjuk. A számítást ezeknél az összes számításoknál általában elegendő percnyi pontossággal végezni.

Vizsgálataink szerint azonban a reflektáló sík helyzete ismert terjedési sebesség mellett már négy nem egy vízszintes vetületi egyenesen fekvő, — egyébként tetszőleges helyzetű — felvevő készülék adataiból egyszerű, elsőfokú egyenletekből ellenőrzéssel meghatározható. Első egyenletünk azért egyszerűbb a többinél, mert itt $K_1 = 0$, azaz az első oldalra viszonyítjuk a többit. Ha azonban az északi iránytól számítjuk az összes szöget, így tehát a -t is, erre vonatkozólag már K_1 nem nulla, s az első egyenletben a többihez hasonlóan meg-

jelenik $\cos K_1$ és $\sin K_1$. Fenti (67) egyenleteinkre is áll az, hogy ha K értékeit folyamatosan 0° -tól 360° -ig számítjuk, magukkal a K szögekkel fejezzük ki a sík emelkedésének, vagy esésének (lejtésének) változatait.

A (67) egyenletek megoldásánál az első x ismeretlen már egyszerű kivonással kiesik. Lényegesnek tartjuk azonban megemlíteni, hogy az ismert terjedési sebesség melletti legáltalánosabb (64)-ből valamennyi eddigi kifejezésünk levezethető és több más, még nem tárgyalt eset megoldása is megadható.

Ez utóbbiak közül pl. ha a K értékek egy része nulla, más része egyforma, egyszerűbb képletek vezethetők le.

Ha ez utóbbiaknál az egyforma K érték 90° , s a $K = 0$ irányban lévő pontokat x , a másokban lévőket y indexszel, s mindkét helyen 1-nél kezdődő sorszámozással látjuk el, a gyakorlatban előforduló eset részére kapunk megoldást. Ebben az esetben (64)–(67)-ből a következő egyenletek adódnak:

$$\begin{aligned} x + s_{x,1} \sin \alpha_{x,1} y - s_{x,1} \cos \alpha_{x,1} z - a_{x,1} &= 0 \\ x + s_{x,2} \sin \alpha_{x,2} \gamma - s_{x,2} \cos \alpha_{x,2} z - a_{x,2} &= 0 \\ x + s_{y,1} \sin \alpha_{y,1} y - s_{y,1} \cos \alpha_{y,1} w - a_{y,1} &= 0 \\ x + s_{y,2} \sin \alpha_{y,2} y - s_{y,2} \cos \alpha_{y,2} w - a_{y,2} &= 0 \end{aligned} \quad (68)$$

A robbantási helytől ellentétes oldalon lévő felvevő készülékekre K 180° -kal eltérő értékű, miért is ezeknél mind a z , mind a w együtthatójának előjele megváltozik.

Ha a robbantási pont és a felvevő készülékek egyforma magasan vannak, azaz a magassági szögek nullák, 90° -tól különböző K mellett a (67)-ből az eltérő jelölések figyelembe vételével (51) egyenleteink, míg egy $K = 0$ és egy $K = 90^\circ$ mellett (64)-ből a következő képletek adódnak:

$$\begin{aligned} 4n^2 - 4ns_{x,1} \sin \gamma \cos \alpha + s_{x,1}^2 - V^2 t_{x,1}^2 &= 0 \\ 4n^2 - 4ns_{x,2} \sin \gamma \cos \alpha + s_{x,2}^2 - V^2 t_{x,2}^2 &= 0 \\ 4n^2 - 4ns_{y,1} \sin \gamma \sin \alpha + s_{y,1}^2 - V^2 t_{y,1}^2 &= 0 \end{aligned}$$

Ez az (50) szerinti ismeretlenek bevezetésével az (52)–(52a) megoldásokhoz vezet ($K = 180^\circ$ -nál ugyancsak előjelcsere lép fel).

Ha (64)-ben valamennyi $K = 0$ és így valamennyi mérést x indexszel látjuk el, akkor a felvevő készülékek különböző magassága mellett (58a)–(60) egyenleteink keletkeznek.

Végül, ha a sík csapásvonala ismert, akkor (64) egyenleteinkben a magassági szögek és a K értékek mellett a is adott. Ebben az esetben célszerű a geofonokat a reflektáló sík emelkedési, illetőleg esési irányában elhelyezni, amikor is $a = 0$ és $K = 0$. Így (64)-ből (16a)–(18) egyenleteink keletkeznek. (Éggyel

kevesebb ismeretlen mellett eggyel kevesebb egyenlet kell.) Ha a magassági szögek is nullák, első esetünknek (5) alatti egyenleteit kapjuk.

A kiegyenlítés mindezekben az esetekben az eddigiekből önként adódik.

Vegyük a (64) szerinti általános esetet és mindjárt pl. a (67) szerint számított közelítő értékek segítségével való kiegyenlítést. Ebben az esetben a t értékeknek adott javításokkal kapjuk a következő egyenleteket :

$$\begin{aligned}
 & 4(n_0 + \delta n)^2 + 4(n_0 + \delta n) s_1 \sin a_1 \cos(\gamma_0 + \delta\gamma) - \\
 & - 4(n_0 + \delta n) s_1 \cos a_1 \sin(\gamma_0 + \delta\gamma) \cos(a_0 + \delta a) + s_1^2 - V^2(t_1 + v_1)^2 = 0 \\
 & 4(n_0 + \delta n)^2 + 4(n_0 + \delta n) s_2 \sin a_2 \cos(\gamma_0 + \delta\gamma) - \\
 & - 4(n_0 + \delta n) s_2 \cos a_2 \cos K_2 \sin(\gamma_0 + \delta\gamma) \cos(a_0 + \delta a) - \\
 & - 4(n_0 + \delta n) s_2 \cos a_2 \sin K_2 \sin(\gamma_0 + \delta\gamma) \sin(a_0 + \delta a) + s_2^2 - V^2(t_2 + v_2)^2 = 0 \\
 & \hspace{20em} (69) \\
 & 4(n_0 + \delta n)^2 + 4(n_0 + \delta n) s_3 \sin a_3 \cos(\gamma_0 + \delta\gamma) - \\
 & - 4(n_0 + \delta n) s_3 \cos a_3 \cos K_3 \sin(\gamma_0 + \delta\gamma) \cos(a_0 + \delta a) - \\
 & - 4(n_0 + \delta n) s_3 \cos a_3 \sin K_3 \sin(\gamma_0 + \delta\gamma) \sin(a_0 + \delta a) + s_3^2 - V^2(t_3 + v_3)^2 = 0
 \end{aligned}$$

Sorbafejtve, a másodrendű kicsiny tagok elhanyagolása és rendezés után kapjuk a következő javítási egyenleteket :

$$\begin{aligned}
 v_1 = & \frac{2(2n_0 + s_1 \sin a_1 \cos \gamma_0 - s_1 \cos a_1 \sin \gamma_0 \cos a_0)}{V^2 t_1} \delta n - \\
 & - \frac{2(n_0 s_1 \sin a_1 \sin \gamma_0 + n_0 s_1 \cos a_1 \cos \gamma_0 \cos a_0)}{V^2 t_1} \delta \gamma + \\
 & + \frac{2n_0 s_1 \cos a_1 \sin \gamma_0 \sin a_0}{V^2 t_1} \delta a + \\
 & + \left\{ \frac{s_1^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_1 \sin a_1 \cos \gamma_0 - 4n_0 s_1 \cos a_1 \sin \gamma_0 \cos a_0}{2V^2 t_1} - \frac{t_1}{2} \right\} \\
 v_2 = & \frac{2(2n_0 + s_2 \sin a_2 \cos \gamma_0 - s_2 \cos a_2 \cos K_2 \sin \gamma_0 \cos a_0 - \\
 & - s_2 \cos a_2 \sin K_2 \sin \gamma_0 \sin a_0)}{V^2 t_2} \delta n - \\
 & - \frac{2n_0 s_2 (\sin a_2 \sin \gamma_0 + \cos a_2 \cos K_2 \cos \gamma_0 \cos a_0 + \cos a_2 \sin K_2 \cos \gamma_0 \sin a_0)}{V^2 t_2} \delta \gamma + \\
 & + \frac{2n_0 s_2 (\cos a_2 \cos K_2 \sin \gamma_0 \sin a_0 - \cos a_2 \sin K_2 \sin \gamma_0 \cos a_0)}{V^2 t_2} \delta a +
 \end{aligned}$$

$$+ \left\{ \frac{s_2^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_2 \sin \alpha_2 \cos \gamma_0 - 4n_0 s_2 \cos \alpha_2 \cos K_2 \sin \gamma_0 \cos a_0}{2V^2 t_2} - \frac{4n_0 s_2 \cos \alpha_2 \sin K_2 \sin \gamma_0 \sin a_0}{2V^2 t_2} - \frac{t_2}{2} \right\} \quad (69a)$$

$$v_3 = \frac{2(2n_0 + s_3 \sin \alpha_3 \cos \gamma_0 - s_3 \cos \alpha_3 \cos K_3 \sin \gamma_0 \cos a_0 - s_3 \cos \alpha_3 \sin K_3 \sin \gamma_0 \sin a_0)}{V^2 t_3} \delta n -$$

$$\frac{2n_0 s_3 (\sin \alpha_3 \sin \gamma_0 + \cos \alpha_3 \cos K_3 \cos \gamma_0 \cos a_0 + \cos \alpha_3 \sin K_3 \cos \gamma_0 \sin a_0)}{V^2 t_3} \delta \gamma +$$

$$+ \frac{2n_0 s_3 (\cos \alpha_3 \cos K_3 \sin \gamma_0 \sin a_0 - \cos \alpha_3 \sin K_3 \sin \gamma_0 \cos a_0)}{V^2 t_3} \delta a +$$

$$+ \left\{ \frac{s_3^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_3 \sin \alpha_3 \cos \gamma_0 - 4n_0 s_3 \cos \alpha_3 \cos K_3 \sin \gamma_0 \cos a_0}{2V^2 t_3} - \frac{4n_0 s_3 \cos \alpha_3 \sin K_3 \sin \gamma_0 \sin a_0}{2V^2 t_3} - \frac{t_3}{2} \right\}$$

⋮

Ezek az egyenletek kétségtelenül nem egyszerűek, még akkor sem, ha a keresett kiegészítő δn , $\delta \gamma$ és δa értékek együttthatóit logarléccel is számíthatjuk. Azonban tekintetbe kell vennünk, hogy ez annak az általános esetnek kiegyenlítésére vonatkozik, amelynél az egyes pontok különböző magasságban és különböző irányban vannak. A teljesség kedvéért ezt az esetet is meg kellett adnunk, már csak azért is, mert belőle az egyes speciális eseteket azonnal megkaphatjuk.

Egyszerűsödik már a megoldás, ha a felvevő készülékek pl. a robbantási ponttól egyenlő távolságra és egyenlő szögek alatt fekszenek.

Lényegesen egyszerűbb a helyzet, ha a felvevő készülékeket különböző magasságban ugyan, de csak két egymásra merőleges vízszintesvetületi irányban helyezük el. Ha tehát a pontok egy részénél $K = 0$, a másik részénél $K = 90^\circ$. Ha az első csoportbelieket x indexszel, a második csoportbelieket y indexszel látjuk el és az utóbbiak számozását ismét 1-gyel kezdjük, (69)-ből a két, a vízszintesben egymásra derékszögű felvevő készülékrendszerre (a robbantási ponttal a derékszög csúcsában) a következő javítási egyenleteket kapjuk:

$$v_{x,1} = \frac{2(2n_0 + s_{x,1} \sin \alpha_{x,1} \cos \gamma_0 - s_{x,1} \cos \alpha_{x,1} \sin \gamma_0 \cos a_0)}{V^2 t_{x,1}} \delta n - \frac{2n_0 s_{x,1} (\sin \alpha_{x,1} \sin \gamma_0 + \cos \alpha_{x,1} \cos \gamma_0 \cos a_0)}{V^2 t_{x,1}} \delta \gamma +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2n_0 s_{x,1} \cos \alpha_{x,1} \sin \gamma_0 \sin a_0}{V^2 t_{x,1}} \delta a + \\
& + \left\{ \frac{s_{x,1}^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_{x,1} \sin \alpha_{x,1} \cos \gamma_0 - 4n_0 s_{x,1} \cos \alpha_{x,1} \sin \gamma_0 \cos a_0}{2V^2 t_{x,1}} - \frac{t_{x,1}}{2} \right\} \\
v_{x,2} = & \frac{2(2n_0 + s_{x,2} \sin \alpha_{x,2} \cos \gamma_0 - s_{x,2} \cos \alpha_{x,2} \sin \gamma_0 \cos a_0)}{V^2 t_{x,2}} \delta n - \\
& - \frac{2n_0 s_{x,2} (\sin \alpha_{x,2} \sin \gamma_0 + \cos \alpha_{x,2} \cos \gamma_0 \cos a_0)}{V^2 t_{x,2}} \delta \gamma + \\
& + \frac{2n_0 s_{x,2} \cos \alpha_{x,2} \sin \gamma_0 \sin a_0}{V^2 t_{x,2}} \delta a + \\
& + \left\{ \frac{s_{x,2}^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_{x,2} \sin \alpha_{x,2} \cos \gamma_0 - 4n_0 s_{x,2} \cos \alpha_{x,2} \sin \gamma_0 \cos a_0}{2V^2 t_{x,2}} - \frac{t_{x,2}}{2} \right\} \\
& \vdots \\
& \vdots \\
v_{y,1} = & \frac{2(2n_0 + s_{y,1} \sin \alpha_{y,1} \cos \gamma_0 - s_{y,1} \cos \alpha_{y,1} \sin \gamma_0 \sin a_0)}{V^2 t_{y,1}} \delta n - \\
& - \frac{2n_0 s_{y,1} (\sin \alpha_{y,1} \sin \gamma_0 + \cos \alpha_{y,1} \cos \gamma_0 \sin a_0)}{V^2 t_{y,1}} \delta \gamma - \\
& - \frac{2n_0 s_{y,1} \cos \alpha_{y,1} \sin \gamma_0 \cos a_0}{V^2 t_{y,1}} \delta a + \\
& + \left\{ \frac{s_{y,1}^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_{y,1} \sin \alpha_{y,1} \cos \gamma_0 - 4n_0 s_{y,1} \cos \alpha_{y,1} \sin \gamma_0 \sin a_0}{2V^2 t_{y,1}} - \frac{t_{y,1}}{2} \right\} \\
& \vdots \\
& \vdots
\end{aligned} \tag{70}$$

Ha csak egy irányban vannak felvevő készülékek, csupán az x -nek megfelelő javítási egyenletek szerepelnek, — a robbantási hely másik oldalán lévő felvevő készülékeknel megfelelő előjelcserékkel.

A fenti egyenletek már lényegesen egyszerűbbek és minthogy az ismeretlenek együtthatóit elegendő logarléccel kiszámítani, könnyen is kezelhetők.

Még jobban leegyszerűsödnek a javítási egyenletek továbbá akkor, ha a robbantási pont és a felvevő készülékek egyforma magasan is vannak. Ebben az esetben a javítási egyenletek a következők lesznek :

$$\begin{aligned}
 v_{x,1} &= \frac{2(2n_0 - s_{x,1} \sin \gamma_0 \cos a_0)}{V^2 t_{x,1}} \delta n - \frac{2n_0 s_{x,1} \cos \gamma_0 \cos a_0}{V^2 t_{x,1}} \delta \gamma + \\
 &\quad + \frac{2n_0 s_{x,1} \sin \gamma_0 \sin a_0}{V^2 t_{x,1}} \delta a + \left\{ \frac{s_{x,1}^2 + 4n_0^2 - 4n_0 s_{x,1} \sin \gamma_0 \cos a_0}{2V^2 t_{x,1}} - \frac{t_{x,1}}{2} \right\} \\
 v_{y,1} &= \frac{2(2n_0 - s_{y,1} \sin \gamma_0 \sin a_0)}{V^2 t_{y,1}} \delta n - \frac{2n_0 s_{y,1} \cos \gamma_0 \sin a_0}{V^2 t_{y,1}} \delta \gamma - \\
 &\quad - \frac{2n_0 s_{y,1} \sin \gamma_0 \cos a_0}{V^2 t_{y,1}} \delta a + \left\{ \frac{s_{y,1}^2 + 4n_0^2 - 4n_0 s_{y,1} \sin \gamma_0 \sin a_0}{2V^2 t_{y,1}} - \frac{t_{y,1}}{2} \right\} \quad (71)
 \end{aligned}$$

Még további egyszerűsítéseket érhetünk el, ha az s értékeket az első s kétszeres, háromszoros stb. értékében vesszük fel, de ezekre már nem térünk itt ki. Az egyes ismeretlenek együtthatóit rendre $A_{x,1}, A_{x,2} \dots A_{y,1}, A_{y,2} \dots B_{x,1}, B_{x,2} \dots B_{y,1}, B_{y,2} \dots, C_{x,1}, C_{x,2} \dots, C_{y,1}, C_{y,2} \dots$ -vel, a tiszta tagokat $L_{x,1}, L_{x,2} \dots, L_{y,1}, L_{y,2} \dots$ -vel jelölve, kapjuk valamennyi fenti esetben, végül ismert módon a három normálegyenletet:

$$\begin{aligned}
 [AA] \delta n + [AB] \delta \gamma + [AC] \delta a + [AL] &= 0 \\
 [AB] \delta n + [BB] \delta \gamma + [BC] \delta a + [BL] &= 0 \\
 [AC] \delta n + [BC] \delta \gamma + [CC] \delta a + [CL] &= 0
 \end{aligned} \quad (72)$$

A kiegyenlítő számításból a fenti normálegyenletek ismertnek feltételezett lefejtésével kapjuk nemcsak a kiegészítő értékeket és ezekkel n, γ és a legmegbízhatóbb értékeit, hanem ezeknek a középhibáit is.

Itt említjük meg, hogy ismert terjedési sebesség mellett az általános esetnek is van még más megoldási lehetősége. Csak utalni akarunk arra, hogy pl. a (4) ábrán az S_1O' és S_2O' távolságok a Vt_1 és Vt_2 értékekből adóttak. Ha még egy tetszőlegesen a térben fekvő S_3 pont és az ehhez tartozó Vt_3 is adva van, O' -t, mint egy a gúla csúcspontját az adott S_1, S_2, S_3 pontok és Vt_1, Vt_2, Vt_3 élhosszak segítségével a fotogrammetria térbeli hátrametszésénél már általunk régebben megadott módon ugyancsak a gömbháromszögtan segítségével számíthatjuk [10; 746—753. old.]. O adott és O' számított három koordinátájával az OO' egyenes és az erre az N felezési pontban merőleges sík helyzete is adott. Minthogy ez az eljárás nem egyszerűbb az előbbieken részletesebben kifejtett-nél, megelégszünk ezzel az utalással.

A robbantási pont O' tükörképének a kiszámítására egyébként megfelelő kiindulás és átalakítás mellett a téranalitika is jól felhasználható. Három adott

pont és oldalél esetében ugyanis, ha az adott pontok koordinátáit x_1, y_1, H_1 , (H a tengerszintfeletti magasságot jelenti) x_2, y_2, H_2 és x_3, y_3, H_3 -mal, O' keresett koordinátáit x, y és H -val jelöljük, a következő három egyenletet kapjuk:

$$(S_1O')^2 = V^2 t_1^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (H - H_1)^2$$

$$(S_2O')^2 = V^2 t_2^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (H - H_2)^2$$

$$(S_3O')^2 = V^2 t_3^2 = (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (H - H_3)^2$$

Az egyenletek megoldása így nem egész egyszerű és nem egyértelmű. Ha azonban itt is egy negyedik, hasonló egyenletet veszünk hozzá és az elsőből a három következőt levonjuk, az alábbi elsőfokú egyenleteket kapjuk:

$$2x(x_2 - x_1) + 2y(y_2 - y_1) + 2H(H_2 - H_1) + V^2(t_2^2 - t_1^2) - (x_2^2 - x_1^2) - (y_2^2 - y_1^2) - (H_2^2 - H_1^2) = 0$$

$$2x(x_3 - x_1) + 2y(y_3 - y_1) + 2H(H_3 - H_1) + V^2(t_3^2 - t_1^2) - (x_3^2 - x_1^2) - (y_3^2 - y_1^2) - (H_3^2 - H_1^2) = 0$$

$$2x(x_4 - x_1) + 2y(y_4 - y_1) + 2H(H_4 - H_1) + V^2(t_4^2 - t_1^2) - (x_4^2 - x_1^2) - (y_4^2 - y_1^2) - (H_4^2 - H_1^2) = 0$$

A fenti egyenletekből x, y és H már ismert módon számítható és az OO' egyenessel az erre merőleges és ezt felező visszaverő sík is meg van határozva. Az emelkedési irány a irányszögét és γ hajlásszögét pl. a geodéziai koordináta-rendszerben:

$$\operatorname{tg} a = \frac{y_0' - y_0}{x_0' - x_0} \quad \text{és} \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{H_0 - H_0'}{\sqrt{(x_0' - x_0)^2 + (y_0' - y_0)^2}}$$

határozza meg. Ez a módszer eredeti négyzetes egyenleteivel a kiegyenlítésre is alkalmas (térbeli ívmetszés feladata) és γ , valamint a középhibája is meghatározható. Helyszúke miatt speciális eseteinek (egyenlő magas pontok stb.) és ismeretlen terjedési sebesség melletti megoldásának tárgyalására külön szándékozunk visszatérni. Itt csak annyit említünk meg, hogy ha az első felvevő készülék x_1, y_1 és H_1 koordinátáit vesszük nullának, a számítás különösen egyszerű.

2. A feladat ismeretlen terjedési sebesség mellett:

Induljunk ki most már a legáltalánosabb esetből, tehát különböző magas és tetszőleges elhelyezésű felvevő készülékek esetéből. A (64) szerinti egyenletekben ezek szerint most V^2 is ismeretlen és ha a (65) szerinti jelölésekhez ezt

mint ismeretlent az alábbiakban u -val jelöljük, akkor (64)-ből egy továbbival kiegészítve, a következő egyenleteket kapjuk :

$$\begin{aligned} x + s_1 \sin a_1 y - s_1 \cos a_1 z - t_1^2 u + s_1^2 &= 0 \\ x + s_2 \sin a_2 y - s_2 \cos a_2 \cos K_2 z - s_2 \cos a_2 \sin K_2 w - t_2^2 u + s_2^2 &= 0 \\ x + s_3 \sin a_3 y - s_3 \cos a_3 \cos K_3 z - s_3 \cos a_3 \sin K_3 w - t_3^2 u + s_3^2 &= 0 \\ x + s_4 \sin a_4 y - s_4 \cos a_4 \cos K_4 z - s_4 \cos a_4 \sin K_4 w - t_4^2 u + s_4^2 &= 0 \\ x + s_5 \sin a_5 y - s_5 \cos a_5 \cos K_5 z - s_5 \cos a_5 \sin K_5 w - t_5^2 u + s_5^2 &= 0 \end{aligned} \quad (73)$$

Ezeket az egyenleteket legcélszerűbben úgy oldjuk meg, hogy x -et az első és egymásután következő egyenletek kivonása útján kiküszöböljük és a kapott négy ismeretlenes rendszert valamilyen bevált szokásos lefejtési eljárás szerint lefejtjük. Az ismeretlenekből (65) figyelembe vételével :

$$n = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad \cos \gamma = \frac{y}{4n} \quad \cos a = \frac{z}{4n \sin \gamma} \quad V = \sqrt{u} \quad (74)$$

és ellenőrzésül :

$$\sin a = \frac{w}{4n \sin \gamma}, \quad \text{illetőleg} \quad \operatorname{tg} a = \frac{w}{z}$$

A fenti (73) egyenletek egyike arra is felhasználható, hogy a t időt a K és s függvényében kifejezhesük. Minthogy a következőkben támpontszerzés céljából csak a vízszintes síkban fekvő pontok esetét akarjuk megvizsgálni, erer az esetre x , z és w behelyettesítése után a következő függvényt kapjuk :

$$\frac{4n^2}{V^2} - \frac{4ns \cos K \sin \gamma \cos a}{V^2} - \frac{4ns \sin K \sin \gamma \sin a}{V^2} + \frac{s^2}{V^2} = t^2$$

Keressük az időnégyzetének minimumát K és s függvényében :

$$\frac{\partial t^2}{\partial K} = \frac{4ns \sin K \sin \gamma \cos a - 4ns \cos K \sin \gamma \sin a}{V^2} = 0$$

Ebből : $\operatorname{tg} K = \operatorname{tg} a$

$$\frac{\partial t^2}{\partial s} = \frac{-4n \cos K \sin \gamma \cos a - 4n \sin K \sin \gamma \sin a + 2s}{V^2} = 0$$

Ebből : $s = 2n \sin \gamma \cos (K - a)$

A második differenciálhányadosok : $\frac{\partial^2 t^2}{\partial K \partial s} = \frac{4n \sin \gamma \sin (K - a)}{V^2}$

$$\frac{\partial^2 t^2}{\partial K^2} = \frac{4ns \cos K \sin \gamma \cos a + 4ns \sin K \sin \gamma \sin a}{V^2} \quad \text{és} \quad \frac{\partial^2 t^2}{\partial s^2} = + \frac{2}{V^2}$$

Ha nemcsak $\operatorname{tg} K = \operatorname{tg} a$, hanem még $K = a$ (tehát nem $K = a \pm 180^\circ$) is, akkor $\frac{\partial^2 t^2}{\partial K^2}$ mindig pozitív, tehát itt valóban minimum van. Az előbbi $\frac{\partial t^2}{\partial s} = 0$ -ból

$$s = 2n \sin \gamma \cos (K - a) = 2n \sin \gamma$$

és ez megfelel (10d) képletünk eredményének. Ezek szerint a visszaverő sík emelkedési irányában $s = 2n \sin \gamma$ távolságra a robbantási ponttal egyenlő magas felvevő készülékek esetében az időtartam négyzetének és így az időtartamnak is abszolút minimumát kapjuk. Ettől a helytől az időtartam mind s , mind K változtatásával növekszik. Relatív minimumot kapunk egy adott K irányban, ha $s = 2n \sin \gamma \cos (K - a)$ és ugyancsak relatív minimumot kapunk állandó s mellett K változtatásával, ha $K = a$. Ha a minimumokat a szeizmogrammon felismerhetjük, ez a megoldást lényegesen meggyorsíthatja, mert megrajzolhatjuk az út-idő diagrammját és belőle a hiperbola aszimptotáját (v. ö. [2 ; 344–353. old.]). Csakhogy ez föltételezi, hogy a minimum vagy minimumok helye felvevő készülékeink közé essen, s ez különösen nagyobb hajlásszög és nagyobb mélység esetén könnyen kívülre kerülhet. Viszont általános megoldásunk ilyen megkötést nem kíván.

Az előbbieket szerint a lineáris megoldás esetünkben általában már öt felvevő készüléket igényel, s ez a szám akkor sem lesz — csak az egyenletek egyszerűbbek — kevesebb, ha a felvevő készülékeket a robbantási helytől két egymásra merőleges vízszintesvetületi irányban helyezzük el, azaz (73)-ban a K értékek egy része nulla (jelöljük ezeket x indexszel), másik része 90° (jelöljük y indexszel) lesz. Ennek megfelelően (73)-ból a robbantási ponttól egymásra merőleges vízszintesvetületi irányban elhelyezett felvevő készülékek esetén az alábbi egyenletek keletkeznek :

$$\begin{aligned} x + s_{x,1} \sin \alpha_{x,1} y - s_{x,1} \cos \alpha_{x,1} z - t_{x,1}^2 u + s_{x,1}^2 &= 0 \\ x + s_{x,2} \sin \alpha_{x,2} y - s_{x,2} \cos \alpha_{x,2} z - t_{x,2}^2 u + s_{x,2}^2 &= 0 \\ x + s_{x,3} \sin \alpha_{x,3} y - s_{x,3} \cos \alpha_{x,3} z - t_{x,3}^2 u + s_{x,3}^2 &= 0 \\ x + s_{y,1} \sin \alpha_{y,1} y - s_{y,1} \cos \alpha_{y,1} w - t_{y,1}^2 u + s_{y,1}^2 &= 0 \\ x + s_{y,2} \sin \alpha_{y,2} y - s_{y,2} \cos \alpha_{y,2} w - t_{y,2}^2 u + s_{y,2}^2 &= 0 \end{aligned} \quad (73a)$$

Még ennyi sem elegendő azonban, ha több mint 2 pont egy, a robbantási pontból kiinduló térbeli egyenesen fekszik (ha tehát több mint két pontnál a egyenlő), mivel a harmadik egyenlet nem független.

Ellenben már négy felvevő készülék elegendő, még pedig tetszőleges vízszintesvetületi elrendezés mellett, ha a robbantási pont és a felvevő készülékek nem egy egyenesen ugyan, de valamennyien egyenlő magasan vannak. Ebben az esetben (73)-ból tetszőlegesen elhelyezés mellett:

$$\begin{aligned}
 x - s_1 z & \quad - t_1^2 u + s_1^2 = 0 \\
 x - s_2 \cos K_2 z - s_2 \sin K_2 w - t_2^2 u + s_2^2 & = 0 \\
 x - s_3 \cos K_3 z - s_3 \sin K_3 w - t_3^2 u + s_3^2 & = 0 \\
 x - s_4 \cos K_4 z - s_4 \sin K_4 w - t_4^2 u + s_4^2 & = 0
 \end{aligned} \tag{73b}$$

Itt természetesen már mérési ellenőrzés nincs, s először számítjuk tg a értékét és ennek a segítségével γ -t:

$$\operatorname{tg} a = \frac{w}{z} \quad \text{és} \quad \sin \gamma = \frac{z}{4n \cos a}$$

Ha két-két felvevő készüléket itt is a robbantási ponttól egymásra merőleges vízszintes irányban helyezünk el, a (73b) egyenletek tovább egyszerűsödnek:

$$\begin{aligned}
 x - s_{x,1} z & \quad - t_{x,1}^2 u + s_{x,1}^2 = 0 \\
 x - s_{x,2} z & \quad - t_{x,2}^2 u + s_{x,2}^2 = 0 \\
 x & \quad - s_{y,1} w - t_{y,1}^2 u + s_{y,1}^2 = 0 \\
 x & \quad - s_{y,2} w - t_{y,2}^2 u + s_{y,2}^2 = 0
 \end{aligned} \tag{73c}$$

De még ennek a lefejtésére sem térünk ki részletesen, mert van még egy egyszerűbb eset, amelynél három felvevő készülék esik egy irányba, s csak a negyedik az erre merőlegesre:

$$\begin{aligned}
 x - s_{x,1} z & \quad - t_{x,1}^2 u + s_{x,1}^2 = 0 \\
 x - s_{x,2} z & \quad - t_{x,2}^2 u + s_{x,2}^2 = 0 \\
 x - s_{x,3} z & \quad - t_{x,3}^2 u + s_{x,3}^2 = 0 \\
 x & \quad - s_{y,1} w - t_{y,1}^2 u + s_{y,1}^2 = 0
 \end{aligned} \tag{73d}$$

Ennél az első három egyenletből számíthatjuk x , z és u

$$\begin{aligned}
 (s_{x,2} - s_{x,1}) z + (t_{x,2}^2 - t_{x,1}^2) u - (s_{x,2}^2 - s_{x,1}^2) & = 0 \\
 (s_{x,3} - s_{x,1}) z + (t_{x,3}^2 - t_{x,1}^2) u - (s_{x,3}^2 - s_{x,1}^2) & = 0
 \end{aligned} \tag{74a}$$

Ebből értelemszerűen (30) és (30a) mintájára :

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{(s_{x,2} - s_{x,1})(s_{x,3}^2 - s_{x,1}^2) - (s_{x,3} - s_{x,1})(s_{x,2}^2 - s_{x,1}^2)}{(s_{x,2} - s_{x,1})(t_{x,3}^2 - t_{x,1}^2) - (s_{x,3} - s_{x,1})(t_{x,2}^2 - t_{x,1}^2)} = \\
 &= \frac{s_{x,3} - s_{x,2}}{\frac{t_{x,3}^2 - t_{x,1}^2}{s_{x,3} - s_{x,1}} \frac{t_{x,2}^2 - t_{x,1}^2}{s_{x,2} - s_{x,1}}} \quad (75)
 \end{aligned}$$

Egyenlő Δs készüléktávolság mellett, ami könnyen elérhető :

$$u = \frac{2\Delta s^2}{t_{x,3}^2 - 2t_{x,2}^2 + t_{x,1}^2} = \frac{2\Delta s^2}{(t_{x,3}^2 - t_{x,2}^2) - (t_{x,2}^2 - t_{x,1}^2)} \quad (75a)$$

u értékét (74a) egyikébe behelyettesítve kapjuk z -t, majd (73c) három első egyenletének egyikébe behelyettesítve x -et, s végül x , valamint u segítségével a negyedikből w -t.

Ezekből a síkot és sebességet meghatározó adatok :

$$n = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad \operatorname{tg} a = \frac{w}{z} \quad \sin \gamma = \frac{z}{4n \cos a} \quad \text{és} \quad V = \sqrt{u}$$

A visszaverő sík tájékoztató értékeinek gyors meghatározásához tehát egyenlő magas felvevő készülékeket célszerű kiválasztani.

Ha (75a) képletünk segítségével V -t közvetlenül kifejezzük, akkor a következő kifejezést kapjuk :

$$V = \Delta s \sqrt{\frac{2}{t_{x,3}^2 - 2t_{x,2}^2 + t_{x,1}^2}} \quad (75b)$$

Ez — különösen, ha s -t kerekszámú értékek, pl. 100 m-nek választjuk — nem bonyolultabb módszer a terjedési sebesség megállapítására, mint akár az aszimptoták, akár az állandó különbség módszere [2; 344—346. old], mert hiszen ott is legalább 3 pontra van szükség. De míg itt három tetszőleges egyenlő távolságban lévő pont lehet, ott az egyiknél a pontnak a minimum helyén kell lenni. Az ottaniak szellemében egy közelítő kiegyenlítést úgy is végezhetünk, hogy három-három egymásután következő pontból kapott u értékeknek középértékét vesszük. Az egyes u értékek számítása egyébként nem hosszabb, mint az állandó különbségek módszerénél az egyenes egyes pontjainak a számítása. Még pontosabb eredményt kapunk, ha ölelkezve egy-egy számításhoz pl. minden második értéket veszünk, mert így Δs a kétszeres lévén, ugyanazon időhibák sokkal kisebb hatásúak.

Itt jegyezzük meg, hogy állandó $\Delta s = 100$ m esetében (74a) alatti egyenleteink is lényegesen leegyszerűsödnek és pl.

$$z = \frac{s_{x,2}^2 - s_{x,1}^2 - (t_{x,2}^2 - t_{x,1}^2) u}{100}$$

és ez z folyamatos kiszámítását és ugyancsak közelítő kiegyenlítését teszi lehetővé.

A reflektáló sík meghatározásának kevés számú pontra és egyszerű megoldásra való visszavezetésének az az előnye, hogy egy területen fokozatosan újabb pontok bevonásával és régebbieknek elhagyásával lehetővé teszi az anti-klinalisok kimutatását, amennyiben az egyes helyen keletkező reflektáló síkdarabokból ez mozaikszerűen kiadódik. Erre a célra persze (9a) szerint a függőleges c mélységet is kiszámítjuk és ennek segítségével ábrázoljuk a síkot. Ez a módszer a legtöbb esetben fontosabb lehet, mint a kiegyenlítés elvégzése, különösen akkor, ha a számított értékeknek középhibája kiegyenlítés nélkül is elég kicsi. Számítása tudvalévőleg mindig lehetséges, ha a számított értéket a hibával terhelt megmért értékek függvényében ki tudjuk fejezni. Ha pl. a (75) szerint kiszámított terjedési sebesség középhibáját keressük, akkor először u -nak $\pm \mu_u$ középhibanégyzetét számítjuk ki, úgyhogy (75) szerinti egyenletünket rendre $t_{x,1}$, $t_{x,2}$ és $t_{x,3}$ szerint differenciáljuk és a parciális differenciáhányadosok négyzetét a megfelelő középhibanégyzettel szorozva összeadjuk (v. ö. [5; 6–8. old.]). Ha tehát $t_{x,1}$ középhibáját $\mu_{t,x,1}$ -gyel, $t_{x,2}$ -ét $\mu_{t,x,2}$ -vel... jelöljük, (75)-ből lesz:

$$\mu_u^2 = \frac{4u^2 \{ t_{x,1}^2 (s_{x,3} - s_{x,2})^2 \mu_{t,x,1}^2 + t_{x,2}^2 (s_{x,3} - s_{x,1})^2 \mu_{t,x,2}^2 + t_{x,3}^2 (s_{x,2} - s_{x,1})^2 \mu_{t,x,3}^2 \}}{\{ (t_{x,3}^2 - t_{x,1}^2) (s_{x,2} - s_{x,1}) - (t_{x,2}^2 - t_{x,1}^2) (s_{x,3} - s_{x,1}) \}^2} \quad (76)$$

Ha valamennyi időtartam középhibáját egyenlőnek, $\mu_{t,x}$ -nek vehetjük, lesz belőle:

$$\mu_u = \pm \frac{2u\mu_{t,x} \sqrt{t_{x,1}^2 (s_{x,3} - s_{x,2})^2 + t_{x,2}^2 (s_{x,3} - s_{x,1})^2 + t_{x,3}^2 (s_{x,2} - s_{x,1})^2}}{(t_{x,3}^2 - t_{x,1}^2) (s_{x,2} - s_{x,1}) - (t_{x,2}^2 - t_{x,1}^2) (s_{x,3} - s_{x,1})} \quad (77)$$

Végül, ha a felvevő készülékeket egyenlő Δs távolságra helyezzük:

$$\mu_u = \pm \frac{2u\mu_{t,x} \sqrt{t_{x,1}^2 + 4t_{x,2}^2 + t_{x,3}^2}}{t_{x,1}^2 - 2t_{x,2}^2 + t_{x,3}^2} \quad (78)$$

Mint hogy pedig a V terjedési sebesség:

$$V = \sqrt{u}$$

azért V -nek $\pm \mu_v$ középhibája, minthogy $\frac{dV}{du} = \frac{1}{2\sqrt{u}}$

$$\pm \mu_v = \pm \frac{\mu_u}{2\sqrt{u}} = \pm \frac{\mu_u}{2V}$$

és így (77) segítségével :

$$\mu_v = \pm V\mu_{t,x} \frac{\sqrt{t_{x,1}^2 (s_{x,3} - s_{x,2})^2 + t_{x,2}^2 (s_{x,3} - s_{x,1})^2 + t_{x,3}^2 (s_{x,2} - s_{x,1})^2}}{(t_{x,3}^2 - t_{x,1}^2)(s_{x,1} - s_{x,1}) - (t_{x,2}^2 - t_{x,1}^2)(s_{x,3} - s_{x,1})} \quad (77a)$$

illetőleg (78) segítségével :

$$\mu_v = \pm V\mu_{t,x} \frac{\sqrt{t_{x,1}^2 + 4t_{x,2}^2 + t_{x,3}^2}}{t_{x,1}^2 - 2t_{x,2}^2 + t_{x,3}^2} \quad (78a)$$

Ezekből az egyenletekből érdekes következtetéseket lehet levonni, hogy adott $\pm \mu_{t,x}$ középhiba mellett milyen t és s értékek a kedvezőbbek a terjedési sebesség meghatározása tekintetében. Erre itt csak utalni óhajtunk.

Ha V , illetőleg u középhibája adva van, (74a) egyik egyenletéből z , majd (73d)-ből x középhibáját is ismert módon kiszámíthatjuk.

Itt említjük meg, hogy ha bármely fölös mérés nélküli lineáris egyenletrendszerünket a Gauss-féle lefejtési eljárás szerint oldjuk meg, a kérdéses ismeretlenek az utolsó redukciónál kapott nevezője, mint súly segítségével középhibáját közvetlenebbül is levezethetjük.

Amennyiben az előbbieket szerinti vizsgálat azt mutatja, hogy a reflektáló felület jelentős darabon síknak tekinthető, és az eredmények pontosságának fokozására kiegyenlítés szükséges, úgy megkapjuk az egy-egy kiegyenlítésbe bevonható mérések határait is. E határok megállapításának célszerűsége összes eddigi kiegyenlítéseinkre is vonatkozik és ez fontos azért, mert nemcsak az időmérés hibája, hanem a síktól való eltérés is okoz ellentmondásokat az egyenletben, s ezért a meghatározott sík a kérdéses területen az átlagos síkot jelenti, amelytől az eltérések annál kisebbek, minél jobban elhatároltuk az egyes kiegyenlítésekre bevont területeket. Meg kell végül említenünk, hogy a terjedési sebesség, — akár ismertnek tételezzük fel, akár együtt számítjuk, — csupán egy átlagos érték. Ennek véletlen jellegű változásai csak kisebb zavarokat okoznak, míg szabályos jellegű, pl. a mélységtől függő változásait már külön kell tekintetbe venni. Itt csak jelezni kívánjuk, hogy ennek egyik elég jól járható módja az, hogy V helyett eddigi egyenleteinkben a föltételezett függvényalakot helyettesítjük be, s V helyett ez utóbbinak az együtthatóit és tiszta tagját vezetjük be további ismeretlenekként.

Ha a kiegyenlítésből nyert középhibákat, amelyekben tehát a visszaverő felületnek a síktól való eltérései és a sebességváltozások is megmutatkoznak, a

kiegyenlítés nélküli, — csupán az időmérés hibáiból származó — középhibákkal összehasonlítjuk, érdekes támpontokat nyerhetünk a visszaverő sík és a terjedési sebesség ingadozásairól.

Tételezzük most már fel, hogy a fentiek értelmében megengedett az átlagos terjedési sebességgel való számítás, ismerjük a reflektáló felületnek egy-egy síkban összefogható részeit és az előbbi számítások szerint a számítandó sík és sebesség n_0 , μ_0 , a_0 és V_0 közelítő értékei is ismertek. Ezek legmegbízhatóbb kiegészítő értékeit ismét a kiegyenlítő számítás szolgáltatja. Ha mostan (69) egyenleteinkben V^2 -t is ismeretlennek tételezzük fel, s helyébe $(V_j + \delta V)$ -t írunk, sorbafejtés, a másodrendű kicsiny értékek elhanyagolása és rendezés után a (69a) egyenletekhez hasonló egyenleteket nyerünk, csak a következő különbségekkel: A nevezőben V^2 helyett most mindenütt V_0^2 áll, s a jobboldal minden egyenletben kiegészül a δV ismeretlent tartalmazó $-\frac{t}{V_0} \delta V$ taggal. (t -nek az egyenlet sorszámaitól függő indexe van.) Ezért helykímélés céljából külön felírásától eltekintünk. Hasonló változások lépnek fel a (70) és (71) alatti, a robbantási helytől két egymásra derékszögben elhelyezett felvevő készülékek esetén érvényes képleteknél is. Ezeket, bár felhasználásuk nem lesz túl gyakori, inkább a teljesség kedvéért mégis megadjuk:

A javítási egyenletek a robbantási helytől derékszögben elhelyezett különböző magas felvevő készülékek esetében:

$$\begin{aligned}
 v_{x,1} = & \frac{2(2n_0 + s_{x,1} \sin \alpha_{x,1} \cos \gamma_0 - s_{x,1} \cos \alpha_{x,1} \sin \gamma_0 \cos a_0)}{V_0^2 t_{x,1}} \delta n - \\
 & - \frac{2n_0 s_{x,1} (\sin \alpha_{x,1} \sin \gamma_0 + \cos \alpha_{x,1} \cos \gamma_0 \cos a_0)}{V_0^2 t_{x,1}} \delta \gamma + \\
 & + \frac{2n_0 s_{x,1} \cos \alpha_{x,1} \sin \gamma_0 \sin a_0}{V_0^2 t_{x,1}} \delta a - \frac{t_{x,1}}{V_0} \delta V + \\
 & + \left\{ \frac{s_{x,1}^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_{x,1} \sin \alpha_{x,1} \cos \gamma_0 - 4n_0 s_{x,1} \cos \alpha_{x,1} \sin \gamma_0 \cos a_0}{2V_0^2 t_{x,1}} \frac{t_{x,1}}{2} \right\} \\
 & \dots \\
 & \dots \\
 & \dots \\
 v_{y,1} = & \frac{2(2n_0 + s_{y,1} \sin \alpha_{y,1} \cos \gamma_0 - s_{y,1} \cos \alpha_{y,1} \sin \gamma_0 \sin a_0)}{V_0^2 t_{y,1}} \delta n - \\
 & - \frac{2n_0 s_{y,1} (\sin \alpha_{y,1} \cos \gamma_0 + \cos \alpha_{y,1} \cos \gamma_0 \sin a_0)}{V_0^2 t_{y,1}} \delta \gamma - \\
 & - \frac{2n_0 s_{y,1} \cos \alpha_{y,1} \sin \gamma_0 \cos a_0}{V_0^2 t_{y,1}} \delta a - \frac{t_{y,1}}{V_0} \delta V +
 \end{aligned} \tag{79}$$

$$+ \left\{ \frac{s_{x,1}^2 + 4n_0^2 + 4n_0 s_{y,1} \sin \alpha_{y,1} \cos \gamma_0 - 4n_0 s_{y,1} \cos \alpha_{y,1} \sin \gamma_0 \sin a_0}{2V_0^2 t_{x,1}} - \frac{t_{x,1}}{2} \right\}$$

A robbantási hellyel egyenlő magas felvevő készülékek esetében :

$$v_{x,1} = \frac{2(2n_0 - s_{x,1} \sin \gamma_0 \cos a_0)}{V_0^2 t_{x,1}} \delta n - \frac{2n_0 s_{x,1} \cos \gamma_0 \cos a_0}{V_0^2 t_{x,1}} \delta \gamma +$$

$$+ \frac{2n_0 s_{x,1} \sin \gamma_0 \sin a_0}{V_0^2 t_{x,1}} \delta a - \frac{t_{x,1}}{V_0} \delta V + \left\{ \frac{s_{x,1}^2 + 4n_0^2 - 4n_0 s_{y,1} \sin \gamma_0 \cos a_0}{2V_0^2 t_{x,1}} - \frac{t_{x,1}}{2} \right\}$$

(80)

$$v_{y,1} = \frac{2(2n_0 - s_{y,1} \sin \gamma_0 \sin a_0)}{V_0^2 t_{y,1}} \delta n - \frac{2n_0 s_{y,1} \cos \gamma_0 \sin a_0}{V_0^2 t_{y,1}} \delta \gamma -$$

$$- \frac{2n_0 s_{y,1} \sin \gamma_0 \cos a_0}{V_0^2 t_{y,1}} \delta a - \frac{t_{y,1}}{V_0} \delta V + \left\{ \frac{s_{y,1}^2 + 4n_0^2 - 4n_0 s_{x,1} \sin \gamma_0 \sin a_0}{2V_0^2 t_{y,1}} - \frac{t_{y,1}}{2} \right\}$$

Legalább 5 mérési adat kell a kiegyenlítéshez, amelynél az együtthatókat elegendő logarléccel számítani. A kiegyenlítés egyúttal az n , γ , a és V közép-hibáit is szolgáltatja.

*

Az előzőekben közreadott vizsgálataink után is még számos kapcsolatos kérdés marad tisztázatlanul. Ezeket helyszűke miatt most szándékosan mellőzzük és fontosabbnak tartottuk a közlőket egész a gyakorlati felhasználásra alkalmas mértékig kifejteni.

A vizsgálat a soproni Geodéziai és Geofizikai Munkaközösség keretében készült. A sajtó alá rendezés munkájában Alpár Gyula és Csegezi Józsefné voltak segítségemre.

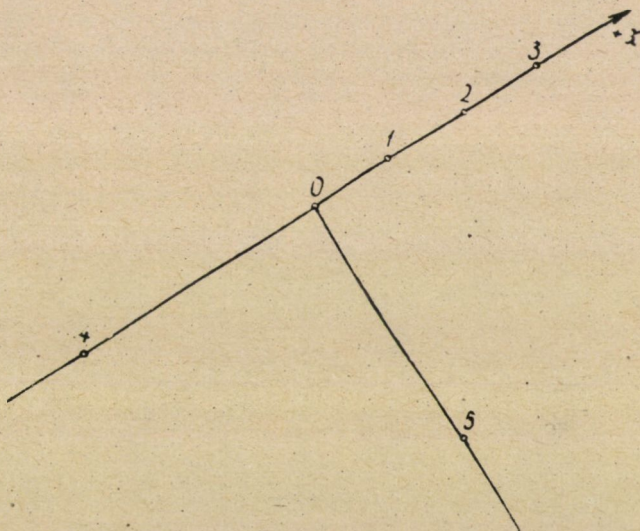
Függelék

A számítás menetének bemutatására, de főleg annak bizonyítására, hogy egy-két egyenlő magas felvevő készülék a számítás menetét mennyire leegyszerűsítheti, a leggyakoribb esetet, tehát a vízszintes vetületben egymásra merőleges felvevő készülékek esetét egy példán is bemutatjuk. Megjegyezzük, hogy az időadatok nem ténylegesen mért eredmények, hanem felvett kerekszámú

értékekhez számított adatok: ezért szerepel a szokásosnál több tizedes benne és ezért lesznek végeredményeink is kerekszámú értékek.

Legyen a 7. ábra szerinti felvevő készülékek helyzete a robbantási ponthoz (a pontosság fokozására egymástól nagyobb távolságra fekvő geofonokat választunk):

- az 1. számú 100 m-re 30° hajlásszög alatt
- a 2. « 200 m-re 30° hajlásszög alatt
- a 3. « 300 m-re vízszintesen
- a 4. « 300 m-re vízszintesen az ellenkező oldalon és
- az 5. « 300 m-re 30° hajlásszög alatt merőlegesen az előbbi irányra.



7. ábra

A (67). szerinti általános képletünk értelmében általában:

$$x + s \sin \alpha y - s \cos \alpha \cos K z - s \cos \alpha \sin K w - t^2 V^2 + s^2 = 0$$

Ha a K irányszögeket O -tól az 1, 2, 3, pontok irányában haladó $+x$ tengelytől számítjuk és a kapott t időtartamokat is megadjuk, úgy az előbbi egyenletünkbe sorra a következő értékek helyettesítendők:

$$K_1 = 0 \quad s_1 = s_{x,1} = 100 \text{ m} \quad \alpha_1 = \alpha_{x,1} = 30^\circ \quad t_1 = t_{x,1} = 0,98238 \text{ sec}$$

$$K_2 = 0 \quad s_2 = s_{x,2} = 200 \text{ m} \quad \alpha_2 = \alpha_{x,2} = 30^\circ \quad t_2 = t_{x,2} = 0,98724 \text{ sec}$$

$$K_3 = 0 \quad s_3 = s_{x,3} = 300 \text{ m} \quad \alpha_3 = \alpha_{x,3} = 0^\circ \quad t_3 = t_{x,3} = 0,91585 \text{ sec}$$

$$K_4 = 180^\circ \quad s_4 = s_{x,4} = 300 \text{ m} \quad \alpha_4 = \alpha_{x,4} = 0^\circ \quad t_4 = t_{x,4} = 1,09828 \text{ sec}$$

$$K_5 = 90^\circ \quad s_5 = s_{y,1} = 300 \text{ m} \quad \alpha_5 = \alpha_{y,1} = 30^\circ \quad t_5 = t_{y,1} = 1,01819 \text{ sec}$$

Ezek segítségével a következő egyenleteket kapjuk :

$$\begin{aligned}
 1) \quad & x + 50y - 86,60z - 0,984822 V^2 + 10\,000 = 0 \\
 2) \quad & x + 100y - 173,20z - 0,974645 V^2 + 40\,000 = 0 \\
 3) \quad & x - 300,00z - 0,838788 V^2 + 90\,000 = 0 \\
 4) \quad & x + 300,00z - 1,206211 V^2 + 90\,000 = 0 \\
 5) \quad & x + 150y - 259,71w - 1,036710 V^2 + 90\,000 = 0
 \end{aligned}$$

Ezekből :

$$\begin{array}{r|l}
 2) - 1) & 50y - 86,60z + 0,010177 V^2 + 30\,000 = 0 \\
 - 1) & -x - 50y + 86,60z + 0,984822 V^2 - 10\,000 = 0 \\
 \hline
 6) & -x + 0,994999 V^2 + 20\,000 = 0 \\
 3) + 4) & 2x - 2,044999 V^2 + 180\,000 = 0 \\
 7) & x - 1,022499 V^2 + 90\,000 = 0 \\
 6) & -x + 0,994999 V^2 + 20\,000 = 0 \\
 \hline
 8) & -0,027500 V^2 + 110\,000 = 0
 \end{array}$$

Ebből :

$$V^2 = \frac{110\,000}{0,02750} = 4\,000\,000 \quad \text{és} \quad V = 2000 \text{ m/sec}$$

Továbbá (7)-ből :

$$x = 1,022499 V^2 - 90\,000 = 3\,999\,996$$

$$\text{és } n = \frac{\sqrt{x}}{2} = 999,99 \doteq 1000 \text{ m}$$

míg (3)-ből :

$$z = \frac{x + 90\,000 - 0,838788 V^2}{300} = \frac{734\,848}{300} = + 2449,5 \text{ m}$$

és (2)-ből :

$$y = \frac{0,974645 V^2 - 40\,000 + 173,2 \cdot 2449,5 - 40\,000}{100} = + 2828,1 \text{ m}$$

Végül (5)-ből w :

$$w = \frac{4\,000\,000 + 150 \cdot 2828,1 + 90\,000 - 1,036710 V^2}{259,81} = + 1414,0 \text{ m}$$

Ezek segítségével (74) egyenleteink szerint

$$\cos \gamma = \frac{y}{4n} = \frac{+2828,1}{4000} = 0,7070$$

illetőleg

$$\gamma = 45^{\circ}00,5' \doteq 45^{\circ}$$

ellenőrzésül :

$$\sin \gamma = \frac{\sqrt{w^2 + z^2}}{4n} = \frac{\sqrt{7\,999\,400}}{4000} = \frac{2828,3}{4000} = 0,70708$$

$$\text{és } \gamma = 44^{\circ}59'50'' \doteq 45^{\circ}$$

Az n bizonytalanságától független eredményt ad

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sqrt{w^2 + z^2}}{y} = \frac{2828,3}{2828,1} = 1,0007 \text{ illetve } \gamma = 45^{\circ}01' \doteq 45^{\circ}$$

Csak a pozitív gyöknek van értelme, mivel γ csak 90° -ig nőhet.

Továbbá :

$$\operatorname{tg} a = \frac{w}{z} = \frac{+1414,0}{+2449,5} = 0,5733$$

Mint hogy mind a számláló, mind a nevező pozitív, az a szög az első síknegyedben fekszik és így $a = 30^{\circ}$.

Ellenőrzésül szolgál :

$$\cos a = \frac{z}{4n \sin \gamma} = \frac{+2449,5}{4000 \cdot 0,7071} = 0,8661 \quad a = 29^{\circ}59'40'' \doteq 30^{\circ}$$

$$\sin a = \frac{w}{4n \sin \gamma} = \frac{+1414,0}{4000 \cdot 0,7071} = 0,4999 \quad a = 29^{\circ}59'40'' \doteq 30^{\circ}$$

Amennyiben az ellenőrzésül számított értékek $20'$ -en belül egyeznek, mindkét esetben a tg -ból számított értékeket véglegcsecsknek elfogadhatjuk. Nagyobb eltérések esetén egész 4–5 fokig több pont bevonásával kiegyenlítést célszerű végezni, míg még nagyobb eltérések esetén — amennyiben nem számítási hibáról van szó — a visszaverő felület a szóbanforgó területen belül már nem tekinthető síknak és ezt kisebb területű síkdarabok mozaikszerű meghatározásával igyekszünk megközelíteni, ha a pontosság kielégítő.

Ha $+x$ tengelyünket a 7. ábrán az $O4$ irányban vettük volna fel, úgy ebben az esetben $K_1 = K_2 = K_3 = 180^{\circ}$, $K_4 = 0^{\circ}$ és $K_5 = 270^{\circ}$. Ennek megfelelően egyenleteinkben x , y és V^2 előjele változatlan marad, megváltozik azonban ugyanazon abszolútérték mellett valamennyi z és w előjele és így

$\operatorname{tg} a = \frac{-1414,0}{-2449,5}$ ezen új x tengelyhez viszonyítva a III. síknegyedben fekvő $a = 210^\circ$ -ot adná. Ha viszont a $+x$ tengelyünket az O5 irányban vesszük fel, a 7. ábra szerinti x tengelyhez viszonyítva a K értékek 270° -kal változnak meg. Minthogy $\cos(K + 270^\circ) = \sin K$ és $\sin(K + 270^\circ) = -\cos K$, (73a) egyenleteinkben itt ezek tekintetbe vétele után z helyett $-w$ és w helyett $+z$ kerül, miért is itt $\operatorname{tg} a = \frac{w}{z} = \frac{-2449,5}{+1414,0}$ értéket vesz fel és az a szög a negyedik síknegyedben lévén, $a = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ ismét a helyes értéket adja.

Érdekes még tudni, hogy mennyi pl. a terjedési sebesség középhibája, ha az egyes időtartamok μ_t középhibája pl. 0,001 sec. V^2 számításánál a 0,02750 nevező a levezetés szerint $t_2^2 + 0,5 t_3^2 + 0,5 t_4^2 - 2 t_1^2$ -ből adódik. Az egyszerűség kedvéért először $\frac{1}{V^2} = F$ -nek $\pm \mu_F$ középhibáját keressük, ha az s hosszakat és így az s^2 értékeket megengedetten hibamenteseknek tekinthetjük :

$$F = \frac{t_2^2 + 0,5 t_3^2 + 0,5 t_4^2 - 2t_1^2}{110\,000}$$

függvényből a hibaterjedés törvénye szerint :

$$\mu_F = \frac{\pm \mu_t}{110\,000} \sqrt{(2t_2)^2 + t_3^2 + t_4^2 + (-4t_1)^2} = \pm \frac{0,001 \sqrt{21,7}}{110\,000} = \frac{1}{23\,600\,000}$$

μ_F dimenziója: (sec/méter)²

Minthogy pedig

$$F = \frac{1}{V^2} \quad \text{azért} \quad \mu_F = \pm 2V^{-3} \mu_v$$

és így a keresett μ_v :

$$\mu_v = \pm \frac{\mu_F V^3}{2} = \pm \frac{1 \cdot 2000^3}{2 \cdot 23\,600\,000} = \pm 169 \text{ m/sec}$$

A terjedési sebesség kapott középhibája igen nagy, de ez várható is volt, mivel példánkban a 0,02750 nevezőben a több időtartam 0,001 sec középhibája viszonylag igen nagy bizonytalanságot hoz létre. Ebből azonban nem következik, hogy az ezzel számított többi érték még pontatlanabb, amint ezt az alábbi vizsgálatok bizonyítják.

Az előbbi példa (7) egyenlete szerint :

$$x = 1,022\,499 V^2 - 90\,000 = \frac{t_3^2 + t_4^2}{2} \cdot \frac{110\,000}{t_2^2 + 0,5t_3^2 + 0,5t_4^2 - 2t_1^2} - 90\,000$$

most már a t megmért időtartamok függvénye. Képezzük ezért rendre a t szerinti differenciálhányadosokat :

$$\frac{\partial x}{\partial t_1} = 55\,000 (t_3^2 + t_4^2) (t_2^2 + 0,5 t_3^2 + 0,5 t_4^2 - 2 t_1^2)^{-2} 4 t_1.$$

$$\frac{\partial x}{\partial t_2} = -55\,000 (t_3^2 + t_4^2) (t_2^2 + 0,5 t_3^2 + 0,5 t_4^2 - 2 t_1^2)^{-2} 2 t_2$$

$$\frac{\partial x}{\partial t_3} = \frac{(t_2^2 + 0,5 t_3^2 + 0,5 t_4^2 - 2 t_1^2) \cdot 55\,000 \cdot 2 t_3 - (t_3^2 + t_4^2) \cdot 55\,000 \cdot t_3}{(t_2^2 + 0,5 t_3^2 + 0,5 t_4^2 - 2 t_1^2)^2}$$

$$\frac{\partial x}{\partial t_4} = \frac{(t_2^2 + 0,5 t_3^2 + 0,5 t_4^2 - 2 t_1^2) \cdot 55\,000 \cdot 2 t_4 - (t_3^2 + t_4^2) \cdot 55\,000 \cdot t_4}{(t_2^2 + 0,5 t_3^2 + 0,5 t_4^2 - 2 t_1^2)^2}$$

Ezek segítségével kapjuk x -nek $\pm \mu_x$ közéhibáját :

$$\begin{aligned} \mu_x &= \pm \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial t_1}\right)^2 \mu_{t_1}^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial t_2}\right)^2 \mu_{t_2}^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial t_3}\right)^2 \mu_{t_3}^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial t_4}\right)^2 \mu_{t_4}^2} = \\ &= \pm \frac{0,001 \cdot 55\,000}{(t_2^2 + 0,5 t_3^2 + 0,5 t_4^2 - 2 t_1^2)^2} \sqrt{(t_3^2 + t_4^2) (16 t_1^2 + 4 t_2^2) + (2 t_2^2 - 4 t_1^2)^2 (t_3^2 + t_4^2)} \end{aligned}$$

Behelyettesítve a megfelelő értékeket, lesz :

$$\mu_x = \pm \frac{0,001 \cdot 55\,000}{0,0275^2} \sqrt{88} = 648\,000$$

Ennek segítségével $n = \frac{\sqrt{x}}{2}$ -ből :

$$\mu_n = \pm \frac{1}{4 \sqrt{x}} \mu_x = \pm \frac{648\,000}{4 \sqrt{4\,000\,000}} = \pm 81 \text{ m}$$

Így mehetünk tovább, ha z -t, y -t, w -t, illetőleg ezek segítségével γ -t és a -t a t^2 értékek függvényében kifejezzük és a megfelelő parciális differenciálhányadosokat képezzük.

Számítási példánk alapján a számított értékek közéhibája elég nagy, s lejjebb szorítása kívánatos. Ezt több úton érhetjük el : Vagy a felvevő készülékek távolságát növeljük, mely a minimumos helytől való távolodás esetén t^2 értékét növeli úgy, hogy ugyanaz a μ_t hiba ehhez viszonyítva kisebb hatású.

Mentül nagyobb sebességgel kell számolnunk, annál nagyobb távolságot célszerű választani. Vagy az időmérés pontosságát fokozzuk és ezzel μ_t -t magát csökkentjük. Vagy több felvevő készülék bevonásával a középhibákat kiegyenlítés útján csökkentjük a megkívánt mértékre. Megjegyezzük, hogy az aszimptóta módszernél is hasonló rendű bizonytalanságokkal kell számolnunk, már csak azért is, mert a minimum helyének a pontos meghatározása különösen lapos hyperbolaágnál elég pontatlan. De míg ez utóbbi módszernél a minimum helyének lehető pontos megfogása elég sűrű geofonközt igényel, módszerünknel nincs akadálya a közök nagyobbításának.

A viszonylag nagy középhibák mellett a logaréléccel való számítás elegendő. A számítást a felvevő készülékek állandó távolsága nagyon megkönnyíti. Az állandó távolság vonatkozhatik a vízszintes vetületekre is. Mindkét esetben az egyes magassági különbségekhez tartozó magassági szöveget szükség szerint táblázatból vehetjük ki.

Szám példánkban nincs három, a robbantási ponttal egyenlő magas és egy egyenesen egyenlő távolságra eső pont, hogy a terjedési sebesség (75a) és (75b) szerinti igen gyors számítását és segítségével ugyancsak a többi érték gyors számítását is bemutassuk. De ez az általános példa leegyszerűsítésével önmagától adódik.

IDÉZETT IRODALOM

- [1] *L. L. Nettleton* : Geophysical Prospecting for Oil (1940).
- [2] *Szorokin—Uriszin—Rjabinkin—Dolickij* : A kőolajkutató geofizikai módszerei (1953).
- [3] *Reich—Zweiger* : Taschenbuch der angewandten Geophysik (1943).
- [4] *Heiland* : Geophysical Exploration (1946).
- [5] Kiegyenlítő számítás. II. kiadás, 1950, Sopron.
- [6] *Haáz István Béla* : Mesterséges rengéshullámokat visszaverő síkfelület térbeli helyzetének meghatározása. Geofizikai Közlemények, I. köt. 5. füz. 11—15. old. (1952).
- [7] *Haáz István Béla* : Mesterséges rengéshullámokat visszaverő síkfelület térbeli helyzetének és a rengések terjedésssebességének együttes meghatározása. Geofizikai Közlemények, II. köt. 6. sz. 1—4. old. (1953).
- [8] *R. Bungers* : Zum 2-Schichten-Problem der angewandten Seismik. Zeitschr. f. Geophysik, 1935. év, 207—211. old.
- [9] *G. Angenheister* : Bestimmung einer Grenzfläche durch Laufzeiten oder Richtungswinkel reflektierter Wellen. Zeitschr. f. Geophysik, 1941/42. év, 309—316. old.
- [10] Beiträge zur Lösung des räumlichen Rückwärtseinschneidens. Allg. Vermessungsnachrichten, 1928. év, 729—739. és 746—753. old.

Összefoglalás

A tanulmány a rengési hullámokat reflektáló sík térbeli helyzetének meghatározását két nagy csoportban tárgyalja : I. Ha a reflektáló sík csapásvonala ismert és II., ha sík csapásvonala is ismeretlen. Mindkét nagy csoportban ismét két esetet különböztet meg aszerint, hogy a terjedési sebességet ismerjük-e vagy sem. Valamennyinél különbözik a megoldás, ha a robbantási pont és a felvevő készülékek egyenlő magasan vagy különböző magasan vannak. Ha a visszaverő sík csapásvonalát nem ismerjük, lehetnek a felvevő készülékek egy vízszintesvetületi vonalban, két egymásra — a vízszintes vetületben — merőleges vonalban vagy legáltalánosabban a robbantási ponthoz viszonyítva tetszőleges vízszintesvetületi irányban és magasságban.

A tanulmány a fentiek valamennyi esetében a fölöszámú mérések kiegyenlítésének a módját is megadja ; vizsgálatokat végez a számított értékek középhibájára és ezekből következtetéseket von le a felvevő készülékek célszerű elhelyezésére.



ALAKOS ÜREGBEN VALÓ HENGERLÉS TELJESÍTMÉNYSZÜKSÉGLETE

GELEJI SÁNDOR

A MAGYAR TUD. AKADÉMIA LEV. TAGJA

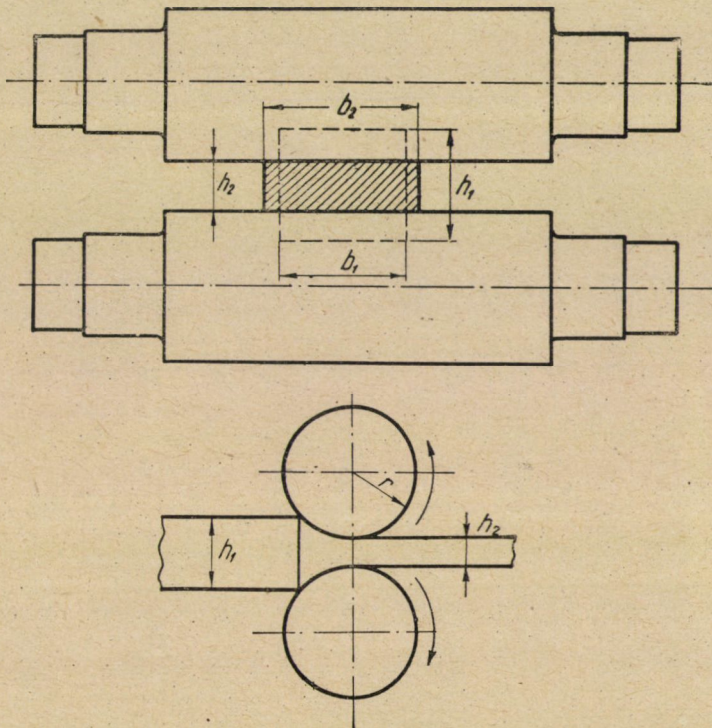
NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, KOHÓGÉPTAN- ÉS KÉPLÉKENY
ALAKÍTÁS TANSZÉKE, MISKOLC

[Beérkezett 1953. nov. 12-én]

Ha négyzetes keresztmetszetű darabot hengerelünk sima hengerek között, akkor a szűrés teljesítményszükségletét a következő képlettel lehet kiszámítani :

$$N = \eta \cdot \frac{F \cdot k_k \cdot v}{102} \quad [kw] \quad (1)$$

Ebben a képletben F a fogyás vagy keresztmetszetcsökkenés [mm^2], k_k a



1. ábra

közepes alakítási ellenállás [kg/mm^2], v a hengerlési sebesség [m/sec], η egy korrekciós tényező (1. ábra) :

$$F = f_1 - f_2 = \Delta h \cdot b \text{ [mm}^2\text{]}, \quad (2)$$

$$\eta = 1,05 - 0,8 \frac{\Delta h}{h_1}, \quad (3)$$

$$\Delta h = h_1 - h_2 \text{ [mm]}, \quad (4)$$

$$k_k = k_f \left(1 + 5,5 \cdot \mu \cdot \frac{l_d}{h_2} \cdot \sqrt[4]{v} \right) \text{ [kg/mm}^2\text{]}, \quad (5)$$

$$l_d = \sqrt[3]{r \Delta h}. \quad (6)$$

Itt k_f az alakítási szilárdság [kg/mm^2], μ a súrlódási tényező, l_d a befogás íve vagy nyomott ív [mm], b a hengerelt darab közepes szélessége [mm], h_1 a darab magassága szűrés előtt, h_2 a szűrés után [mm], r a hengerek sugara [mm].

A hengerre ható nyomást a következő képlettel lehet kiszámítani :

$$P = k_d \cdot b \cdot l_k \text{ [kg]}. \quad (7)$$

A tiszta alakítási munka teljesítményszükséglete ($F \cdot k_k \cdot r$), mint azt az (1) egyenletből látjuk, független a darab méreteitől és alakjától, és csak a keresztmetszetsökkenéstől és az alakítási ellenállástól függ.

Négyzetes keresztmetszetű darabnak sima hengerek között való hengerlését azonban olyan határesetnek kell tekinteni, melyben a hengerek átmérője a tengely mentén állandó, azaz a hengerek alkotói egyenesek. Mihelyt a hengerek alkotói akár a legkisebb mértékben is eltérnek az egyenestől, az alakváltozásból eredő nyomófelületnövekedéssel kapcsolatos súrlódási munkán kívül, (amely az alakítási ellenállás növekedésében nyilvánul meg) keletkezik a nyomófelületek mentén olyan súrlódási munka is, amely az alakítási ellenállás képletében már nincs kifejezve. Ha például olyan hengerek között, illetőleg olyan üregben hengerelünk, amilyent a 2. ábrán ábrázol, akkor a darab nem lép ki sem

$$v_1 = r_1 \cdot \left(\frac{n \cdot \pi}{30} \right) \quad (8)$$

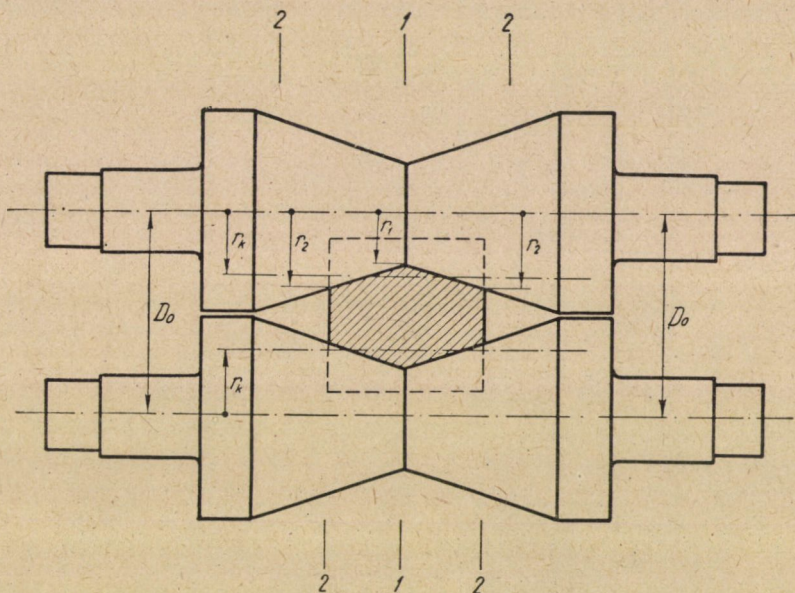
sem

$$v_2 = r_2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30} \right) \quad (9)$$

kerületi sebességnek megfelelő sebességgel a hengerek közül (n a hengerek

fordulatszám), hanem egy valamilyen v hengerlési sebességgel, amely a v_1 és v_2 közé esik ($v_1 > v > v_2$).

Tételezzük fel azt a szélső esetet, hogy a darab v_1 sebességgel lép ki a hengerek közül. Ekkor a hengerek r_2 -höz tartozó keresztmetszete hengerlés közben $\Delta v = (v_2 - v_1)$ sebességgel csúszik előre a darabon. Megfordítva, ha v_2 sebességgel lép ki a darab az üregből, akkor az r_1 átmérőjű hengerkeresztmetszet $\Delta v = (v_2 - v_1)$ sebességével visszamarad a darab felületén.



2. ábra

Ha a kilépési sebesség v , amely v_1 és v_2 közé esik, akkor az 1 és 2 hengerkeresztmetszet kerülete kisebb viszonylagos sebességgel csúszik előre, illetve marad vissza, mint ahogy fentebb a szélső esetekre megállapítottuk.

Ezek szerint a dolgozó átmérők között mindig van egy olyan közepes átmérő, amelyhez tartozó kerületi sebességnek megfelelő sebességgel szalad ki a darab az üregből (2. ábra):

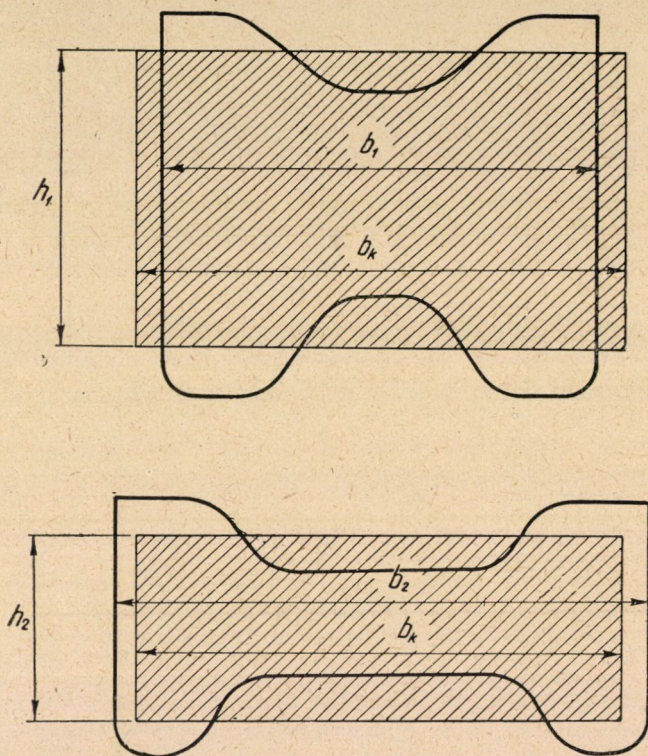
$$v = r_k \left(\frac{n \cdot \pi}{30} \right) \quad (10)$$

Üregben való hengerlésnél tehát a hengerek felülete mentén keletkezik olyan súrlódási munka is, amely megkülönböztetendő az alakváltozásból származó, a nyomófelület növekedésével kapcsolatos súrlódási munkától. A hengerlési munka erőszükségletének kiszámításakor az így keletkező súrlódási munkát a hengerlési alakítási munkához hozzá kell adni. Ennek figyelembevételével

bármely üreg erőszükséglete Kw-ban kiszámítható a következő képlettel:

$$N_{kw} = \eta \frac{F \cdot k_k \cdot r}{102} + \frac{2 \cdot P \cdot \mu \cdot v_r}{102} \quad (11)$$

Ebben a képletben F a fogyás, k_k a közepes alakítási ellenállás, v a hengerlési sebesség (4. egyenlet), P a hengerre ható nyomás, μ a hengerek felületén jelent-



3. ábra

kező súrlódási tényező, v_r a nyomófelület közepes relatív sebessége a nyomott felületen.

A k_k közepes alakítási ellenállást, illetve a P hengerre ható nyomást oly módon kell kiszámítani, hogy a darab szűrés előtti és szűrés utáni keresztmetszetét (f_1 és f_2) helyettesítjük egy-egy olyan négyzetes keresztmetszettel, amelynek területe egyezik az alakos darab keresztmetszetével, szélessége pedig a két alakos darab szélességének középértéke (3. ábra). Tehát

$$h_1 = \frac{f_1}{b_k} \quad (12)$$

$$h_2 = \frac{f_2}{b_k} \quad (13)$$

ahol

$$b_k = \frac{b_1 + b_2}{2} \quad (14)$$

Az üregben keletkező közepes alakítási ellenállást és a hengerre ható nyomást ezután úgy számítjuk ki, mintha sima hengerek között h_1 magasságú b_k szélességű négyzetleges keresztmetszetű darabot h_2 magasságú, b_k szélességű darabba hengerelnénk ki.

Az alakos keresztmetszeteknek paralelogrammákkal való helyettesítésével azért sem követünk el számbaveendő hibát, mert a hengerlési nyomás és a teljesítményszükséglet szempontjából a hengerek tengelyére merőleges erők azok, amelyek az alakítási munkát végzik. Minden más erőt, amely az alakos üregben való hengerlésnél fellép, reakcióerőnek kell tekinteni, amelyet a henger tengelyére merőleges, aktív alakítóerők hoznak létre, s ezeket a reakcióerőket az alakítási munka és a hengerlési nyomás kiszámításánál figyelmen kívül kell hagyni.

Az alakítási ellenállás és a hengerre ható nyomás kiszámítására szolgáló egyenletekben (5. egyenlet) szereplő befogadási ívet a következőképpen határozhatjuk meg:

$$l_d = \sqrt{r \cdot \Delta h}, \quad (15)$$

ahol

$$r = \frac{D_0 - h_2}{2} \quad (16)$$

és

$$\Delta h = h_1 - h_2 \quad (17)$$

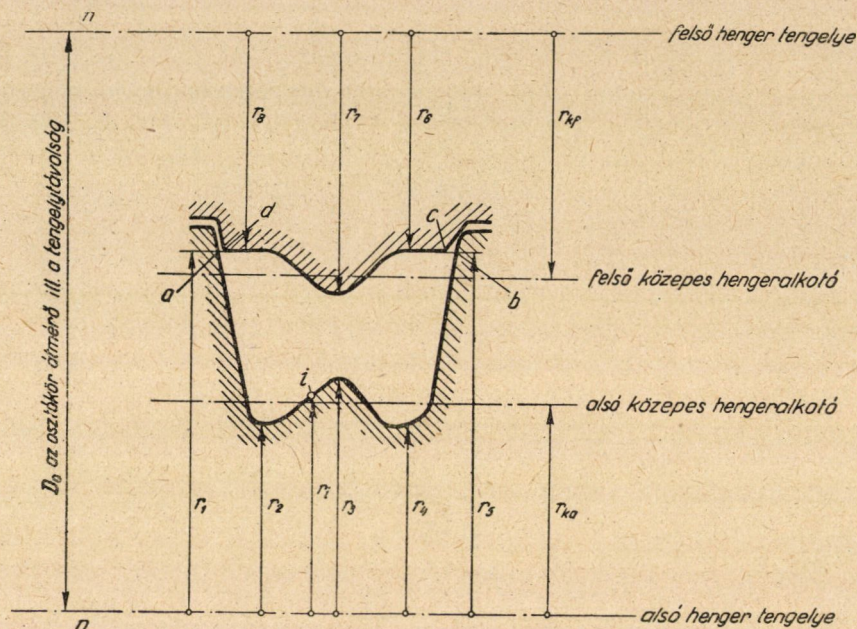
A 16. képletben előforduló D_0 a két henger tengelyének egymástól való távolságát, illetve a hengerek osztóköreinek átmérőjét jelenti.

Alakos darabok hengerlésénél az üregben a darab felületén súrlódási munka keletkezik. E súrlódási munka kiszámításához meg kell határozni az üreg felületének a darabon való közepes relatív csúszási sebességét. A darab u. i. az üregből

$$v_m = r_k \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} \quad (18)$$

közepes sebességgel lép ki. Az üreg dolgozó kerületének különböző pontjai a hozzájuk tartozó hengerkeresztmetszet sugarának megfelelő kerületi sebességgel bírnak (4. ábra). A darab v_m kifizési sebessége és a kerületi sebességek

közötti különbség, amellyel az üreg felülete a darabon csúszik és létrehozza a felület mentén keletkező súrlódási munkát. Az üreg dolgozó kerülete valamely i -ik pontjának relatív csúzási sebességét a darabon következőképpen fejezhetjük ki :



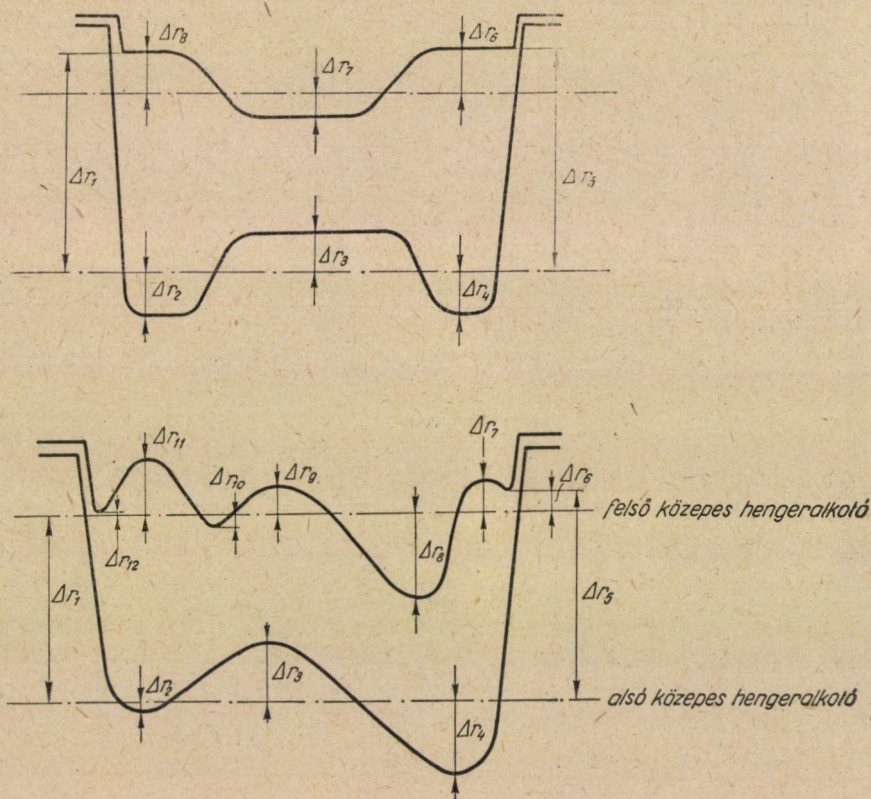
4. ábra

$$v_{ri} = v_i - v_m = r_i \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} - r_k \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} = (r_i - r_k) \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} = \Delta r_i \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} \quad (19)$$

Ha az üreg dolgozó kerületének minden pontjára kiszámítjuk a relatív sebességeket, akkor ezek középértéke az a közepes relatív csúzási sebesség, melyet a 11. képlet második tagjába be kell helyettesítenünk.

Egyszerűség kedvéért elegendő, ha a viszonylagos sebességeket nem számítjuk ki a dolgozó kerület minden pontjára, hanem csak az extrem pontokra: az üregkerületnek a közepes hengeralkotóra vonatkoztatott maximumaira és minimumaira, továbbá a dolgozó üregkerület kezdőpontjaira (4. ábra, a , b , c , d , pontok). A számításhoz nem is szükséges az egyes rádiusok ismerete, hanem elég ha meghatározzuk a közepes dolgozó hengeralkotóhoz képest a különböző Δr_i rádiuskülönbségeket (5a-b ábra). Minthogy az üregkerület a közepes hengeralkotót több pontban metszi, vannak ennek a dolgozó kerületnek olyan pontjai, amelyek sebessége azonos a v kifizési sebességgel. Az extrem helyzetű

pontok és a metszéspontok között levő üregkerületrészek különböző pontjainak relatív csúszási sebessége zérus és egy maximum között változik. Nyilvánvaló, hogy az erre a kerületrésze vonatkoztatott közepes relatív csúszási sebesség e két érték közé esik: megközelítőleg a legnagyobb sebesség fele. Az üreg egész kerületére vonatkoztatott közepes relatív csúszási sebességet a fentiek alapján a következő képlet segítségével jó megközelítéssel kiszámíthatjuk:



5. ábra

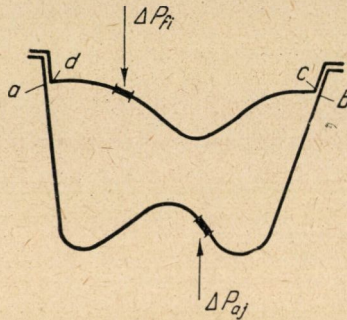
$$v_{rk} = \frac{\pi \cdot n}{30} \cdot \frac{\sum_{i=1}^x \Delta r_i}{2 \cdot x} \quad (20)$$

Ebben a képletben x az alsó és felső közepes hengeralkotóra vonatkoztatott Δr -ek számát jelenti.

A közepes hengeralkotó helyzetét a közepes r_k hengerrádus segítségével állapítjuk meg. A közepes r_k az a hengerrádus, amelynek megfelelő kerületi

sebességgel lép ki a darab az üregből. Ezt a közepes r_k hengersugarat a következő megfontolás alapján határozhatjuk meg.

Ha üregben hengerelünk, és azt akarjuk, hogy a darab egyenesen szaladjon ki a hengerek közül, akkor se felső eredő nyomásnak, se alsó eredő nyomásnak nem szabad keletkeznie az üregben, azaz kell, hogy az üreg egész dolgozó kerülete mentén fellépő súrlódási erők teljesítményei ($\Delta P_i \cdot \mu \cdot v_{ri}$) kiegyeneljenek egyenlítőre (6. ábra):



6. ábra

$$\sum_{a-b}^a \Delta P_{\alpha j} \cdot \mu \cdot r_{raj} - \sum_{c-d}^f \Delta P_{fi} \cdot \mu \cdot v_{rji} = 0. \quad (21)$$

Gyakorlati tapasztalatok is azt mutatják, hogy kiegyenlített állapotban a közepes hengeralkotó a felső és alsó üregfélhez tartozó fogyási terület súlypontján megy keresztül, és a darab a közepes alkotóhoz tartozó hengersugárnak megfelelő sebességgel szalad ki az üregből; az üreg semleges vonala pedig a két henger közepes alkotója között levő távolság felezőpontján halad keresztül (7. ábra).

A közepes alakítási ellenállás és a felületi súrlódási munka kiszámításához szükséges, hogy ismerjük a μ súrlódási tényezőt az üregben. Ha négyzetes keresztmetszetű darabot hengerelünk sima hengerek között, akkor a súrlódási tényező 700–1300 C° hengerlési hőmérséklet között acélhengerek esetében

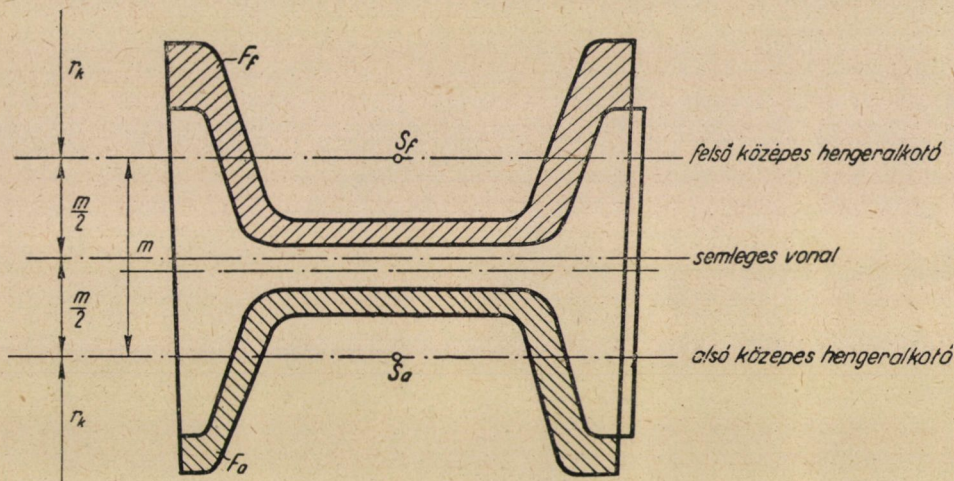
$$\mu = 1,05 - 0,0005 \cdot t, \quad (22)$$

kéregöntésű vagy öntöttvas hengerek esetében

$$\mu = 0,94 - 0,0005 \cdot t \quad (23)$$

képlettel számítható ki, ahol t a hengerelt darab hőmérséklete [C°]. Amikor sima hengerek között történik a négyzetes keresztmetszetű darab hengerlése,

akkor a hengerrésben a henger és a darab között tapadó (nyugvó) súrlódás keletkezik. Üregben azonban, minthogy az üreg minden pontja a vele érintkező befogott darab felületének minden pontjához képest más-más relatív csúszási sebességgel elmozog, ilyen tapadó (nyugvó) súrlódás nem léphet fel, hanem mozgó súrlódás keletkezik. A mozgó súrlódási tényező pedig kisebb, mint a tapadási súrlódási tényező, éspedig a mozgó súrlódási tényező kb. 0,6–0,8-ed része, közepesen 0,7-ed része a nyugvó súrlódási tényezőnek. Ezek szerint



7. ábra

üregben való hengerrésnél mind a közepes alakítási ellenállás kiszámításakor, mind a felületi súrlódási munka kiszámításakor a következő súrlódási tényezőkkel kell számolni :

acélhengerek esetében

$$\mu = 0,7 \cdot (1,05 - 0,0005 \cdot t), \quad (24)$$

kéregöntésű vagy öntöttvas hengerek esetében

$$\mu = 0,7 (0,94 - 0,0005 \cdot t). \quad (25)$$

A bemutatott számítással bármilyen alakú üreg teljesítményszükséglete igen jó gyakorlati pontossággal kiszámítható.

Összefoglalás

A dolgozatban a szerző ezirányú régebbi dolgozataiból kiindulva számítási eljárást dolgoz ki az üregben való hengerlés teljesítményszükségletének kiszámítására.

A szerző abból indul ki, hogy az üregben való hengerlés teljesítményszükséglete két részből tevődik össze: a tiszta alakítási munka és az üregben keletkező súrlódási munka teljesítményszükségletéből. Az alakítási munka teljesítményszükséglete függ a fogyástól, a közepes alakítási ellenállástól és a hengerlési sebességtől. A súrlódási munka teljesítményszükséglete függ a hengerfelületeknek a darabon fellépő relatív csúszási sebességétől, súrlódási tényezőtől és a hengerlési nyomástól, illetve a közepes alakítási ellenállástól. A közepes alakítási ellenállás az üregben bekövetkező közepes vastagságcsökkenés segítségével, a közepes relatív csúszási sebesség az üreg dolgozó kerületének közepes sebessége és a hengerlési sebesség között fennálló különbségből számítható ki. Az üregben keletkező közepes súrlódási tényező kisebb mint blokk- vagy lemez-hengerlésnél mutatkozó súrlódási tényező, mert az üreg egy pontja sem tapad a hengerelt darab felületéhez, tehát a mozgó súrlódás tényezőjével kell számolnunk, amely mindig kisebb mint a nyugvó súrlódás tényezője.

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK RENDEZÉSÉBEN 1953. JÚNIUS—
DECEMBER HÓNAPOKBAN TARTOTT FELOLVASÓ ÜLÉSEKEN ELHANGZOTT
ELŐADÁSOK

Ankétok :

1953. június 1. Korróziós ankét.
1953. június 16, 17. Bányagépesítési ankét.
1953. július 16. Bauxitbányászati ankét (Iszkaszentgyörgyön).
1953. augusztus 14. Dunai vízierőmű ankét.
1953. október 29. Nagykohó távmérési ankét (Sztálinvárosban).

Felolvasó ülések :

1953. június 11. *Hoffmann Tibor* : A reverzibilis mágnesezés elmélete.
1953. június 24. *Horváth József* : Feszültségelméletek különös tekintettel a bányászati mélyépítésre.
1953. október 8. *Malecki Ignacy* varsói műegyetemi professzor : Az ultrahang passzív alkalmazásainak újabb eredményei (német nyelven).
1953. október 9. *Malecki Ignacy* varsói műegyetemi professzor : Izotrop anyagok elektromechanikai analógiájának újrendszerű tárgyalása (angol nyelven).
1953. november 5. *Zoltán István* : Ferromágneses anyagok mérés technikája.
1953. november 12. *Mieczyslaw Debiczki* gdanski műsz. egy. prof. : A gépkocsik folyadék-hajtó műveinek fejlődése és harc a nagyobb megbízhatóságért (német nyelven).
1953. november 26. *Peres Tibor* : Lágymágneses anyagok gyengeáramú mérései.
1953. december 1. *Rudnai Gyula* : Az építőipari kutatás időszerű kérdései a Szovjetunióban.
1953. december 3. *Morvay György* : Önműködő villamos vezérlőberendezések tervezésének korszerű módszerei.

Előadások

1953. XII. 10. *Pattantyús Á. Géza* lev. tag : Anyagszállítás légáramban. (Székfoglaló.)
1953. XII. 16. A magyar medence rétegtanának kérdései. I. Pliocén-Pleistocén.
Vitaülés Vadász Elemér r. tag vezetésével.
Előadók : *Kretzói Miklós*, a föld- és ásványtani tud. doktora,
Sümeghy József, a föld- és ásványtani tud. kandidátusa,
Zalányi Béla, a műszaki tud. kandidátusa.
1953. XII. 17. *Pál Lénárd*, a fizikai tud. kandidátusa : Ferromágneses anyagok tulajdonságai dinamikus rezsimben. (Mágneses előadássorozat.)
1954. I. 21. *Váradi F. Péter* : Strikciós jelenségek ferromágneses anyagoknál. (Mágneses előadássorozat.)
1954. II. 18. *Tarján Gusztáv* lev. tag : Baritkinyerés a rudabányai pátvasércből.
1954. III. 4. *Neuhöffer Ernő* : Ferromágneses anyagok technológiája. (Mágneses előadássorozat.)
1954. III. 9. *Vargha László* : Magyar népi műemlékek. A népi műemlék fogalma és jellege.
1954. III. 16. *Szekér Gyula* műsz. tud. kandidátusa : Az áramhatásfok kutatása az alumínium elektrolízisnél.

KÖNYVSZEMLE

Grasselly Gyula :

ÁSVÁNY ÉS ÉRCELEMZÉSI MÓDSZEREK. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1953.

A természettudományok egyik legfiatalabb ágának, a geokémiának, ásvány- és kőzet-elemzési adatok ezreire van szüksége. Egy-egy ásvány, kőzet leírásánál elengedhetetlen a teljes, szennyező elemekre is kiterjedő mennyiségi analízis, nemcsak tudományos, hanem legalább olyan mértékben gyakorlati szempontból is. Mindazon iparágakban, ahol ásványi nyersanyagokat dolgoznak fel, ugyancsak szükséges a feldolgozandó ércek vagy egyéb ásványi anyagok részletes elemzése. A szakirodalomban az általános szervesetlen mennyiségi elemzésre vonatkozó tárgykörű kézikönyvek hatalmas számához képest aránylag csekély azoknak a munkáknak a száma, melyek több-kevesebb figyelmet fordítanak az ásvány- és ércelemzés különleges feladataira. Hazai viszonylatban Sarudi Imre 1948-ban megjelent kétkötetes, »Szervesetlen mennyiségi elemzés« c. munkájának II. kötetében található néhány ásvány elemzésére vonatkozó rész képviselte csupán az ásványelemzés irodalmát, melyhez még 1952-ben hozzájárult az Akadémiai Kiadó kiadásában megjelent, oroszról fordított, Nazarenko—Poluektov : »Ásványok és ércek félmikro-analízise« c. munka. Az előbb említett munka, tekintve, hogy lényegében a mennyiségi elemzés általános kérdéseivel és feladataival foglalkozik, természetszerűleg nem helyezhette a súlypontot az ásványelemzés során mutatkozó kérdések, feladatok tárgyalására, hanem a könyvben bedolgozott néhány, valóban legfontosabb, ásvány elemzésmenetét gyakorlati példának szánta. A második helyen említett munka viszont elsősorban minőségi elemzéseket tárgyal, mely eljárások megközelítő pontossággal helyszíni vizsgálatok alkalmazásával félkvantitatív meghatározások szempontjából is igen jó szolgálatot tehetnek.

Igy hazai irodalmunkban valóban szükségünk volt már kimondottan ásvány- és kőzet-elemzésekkel foglalkozó szakmunkára, mely az általános analitikai kézikönyvek tárgyalásmódjától eltérőleg nem azt ismerteti, hogy pl. a rezet vagy vasat, vagy az alkáliföldfémeket hány módszer szerint és hogyan lehet súlyszerinti vagy térfogatos, vagy elektrogravimetriai módszerrel meghatározni. Hiányzott olyan munka, amely arra ad útmutatást, hogy pl. a fent említett alkotórészeket figyelembe véve, az ismert módszerek közül melyik a legmegfelelőbb a réznek, a vasnak különböző érceikben való meghatározására; figyelembe véve mindazt a szennyezést, ami az illető érc keletkezési körülményeit tekintve várható és amely szennyezések, kísérőelemek mindenképen erős befolyást gyakorolnak az alkalmazandó módszer kiválasztását illetően. Végeredményben a különböző ásványok, ércek elemzésmenetét tárgyalja, az elemzés menetébe az azokat a meghatározásmódokat illesztve be, melyek a kísérő elemeket tekintetbe véve a legcélravezetőbbek.

A Szegedi Tudományegyetem Ásvány-Kőzettani Intézetében a szerző részéről a hallgatók számára régebben vezetett ásványelemzési gyakorlatok, valamint több mint tíz éve folytatott kutatómunkáján során szerzett tapasztalataiból keletkezett a jelenleg ismertett munká, melyben a fentebb említett szempontok maradéktalanul érvényesülnek.

A könyv négy részre és egy függelékre tagozódik. Az első rész foglalkozik a karbonátos ásványok, kőzetek vizsgálatával. Az I—V. fejezetben tárgyalja a legfontosabb karbonátok kémiai úton történő gyors megkülönböztetési módjait, valamint az ebben a részben tárgyalt valamennyi ásványnál használható egységes eljárást, az anyag oldását, a kovasavtartalom, víz- és széndioxidtartalom, végül az izzítási veszteség meghatározását. Az első rész további fejezeteiben kerül sor a legfontosabb karbonátásványok, kőzetek elemzésének tárgyalására. A tárgyalt ásványok kiválasztásánál az a szempont érvényesült, hogy részben a gyakorlat számára valóban

legfontosabbak vizsgálati módszere kerüljön részletes ismertetésre, de olyan összeválogatásban, hogy egy-egy ásvány elemzésmenete alkalmas legyen a különböző alkotórészek, elválasztás-módok tárgyalására is.

Ez a szempont különben valamennyi — a könyvben felölelt — ásványcsoport tárgyalásánál érvényesül. Így pl. a mészkő, dolomit, magnezit elemzésének tárgyalása alkalmas a különböző mennyiségi arányú kalcium-magnézium elválasztásának ismertetésére, a sziderit elemzésmenete az acetátos vas-mangán elválasztás, a rodokrozit elemzése a tényleges mangánmeghatározás tárgyalására.

A második részben tárgyalja a szerző a legfontosabb szulfátok, mint pl. gipsz, barit, anhidrit feltárási és elemzési módját, majd az oxidoknál és a wolfrámatoknál alkalmazható feltárási módokat, megjelölve, hogy az egyes ismertetett feltárási módok mikor és mely ásványoknál alkalmazhatók.

A feltárási módok általános ismertetése után rátér a legfontosabb oxidok: oxidos vas-ércsek, mangánércsek, titánércsek, a kromit, bauxit, korund, önkő vizsgálatának tárgyalására, majd a wolfrámércsek, végül az apatit, foszforit elemzését ismerteti.

A harmadik részben bevezetőül foglalkozik a szulfidok feltárási módjaival általában, az egyes feltárási módok alkalmazási lehetőségeivel, valamint a kén meghatározásának különböző módjaival. Ezután kerül sor a legfontosabb szulfidos ércsek elemzésének tárgyalására, mint pl. a galenit, szfalerit, pirit, pirrotin, pentlandit, szulfidos rézércsek stb. A szulfidok között van néhány olyan ásvány is, melyeknek különösebb gazdasági jelentősége nincsen ugyan, azonban a mineralógus szempontjából ezek is érdeklődésre tarthatnak számot. Ilyenek pl. a különböző bizmuttelliguridek, az altaít, a különböző ólom-antimon szulfosók.

A negyedik rész a kőzetek, szilikátok elemzésével foglalkozik, részletesen tárgyalva a szilikát elemzéseknél alkalmazott feltárási módokat, valamint a kőzetelemzéseknél általában lényeges alkotórészek meghatározását, majd néhány fontos kőzetalkotó szilikát-ásvány elemzéséhez fűz megjegyzéseket, amennyiben azok elemzés módja a megadott általános menettől valamiben eltérne.

Végül a függelékben ismerteti mindazon mérőoldatok készítését és beállítását, melyekre a tárgyalt módszerek folytán az elemzőnek szüksége lehet. Ugyancsak a függelékben adja meg szerző a súlyszerinti elemzéseknél szükséges átszámítási tényezőket is.

A könyvet részletes és jól használható betűsoros név- és tárgymutató fejezi be.

Előnye a könyvnek világos, szabatos kifejezőmódján, a tárgyalási szempontok következetes keresztülvitelén kívül az is, hogy minden egyes ásványcsoport elemzési módjának ismertetése előtt röviden ismerteti az illető ásványok, ércsek, legfontosabb ásványtani sajátosságait, szennyezési lehetőségeit, így az elemzőnek már előzetes tájékozódást nyújt, hogy milyen alkotórészek meghatározására kell munkája során gondot fordítania. Ugyancsak az elemzőnek nyújtana segítséget az egyes részek végén levő táblázatok, melyek az illető részben tárgyalt ásványok eszményi, illetve a legfontosabb kőzetek átlagos összetételét adják meg. Végül helyes és hasznos megoldás volt az egyes részek végén néhány érzékeny és különleges minőségi vizsgálati mód ismertetése azon alkotórészek kimutatására, melyek az illető részben tárgyalt ásványokban nem főalkotórészek, azonban szennyezés alakjában jelen lehetnek.

A szerzőnek, mind kutató-, mind oktatómunkája során sokszor volt alkalma tapasztalnia, mennyi nehézséget okoz, ha adatait számos, gyakran csak nehezen megszerezhető szakkönyvből vagy folyóiratból kell összeszednie, mivel hazai szakirodalmunkban nem volt egy, a mai igényeknek minden tekintetben megfelelő mű, mely megkönnyítette volna az ásvány- és kőzetelemzéssel dolgozó vegyészek munkáját. Ez vezetett e könyv megírásához. Remélem, hogy egyetemeink hallgatói, kutató és ipari laboratóriumaink vegyészei eredménnyel fogják használni Grasselly könyvét.

A könyv gondos és szép kiállítása az Akadémiai Kiadó és az Akadémiai nyomda dolgozóinak kiváló munkáját dicséri.

Koch Sándor

I. A. Ogying :

A GÖZERŐMŰVEK SZERKEZETI ANYAGAI. Fordította : Vassel K. Róbert, lektorálta és szerkesztette Gillemot László. Akadémiai Kiadó, 1953.

A gőzerőművek fejlődésével mindinkább előtérbe kerül a megfelelő szerkezeti anyagok kérdése. A nyomás és hőfok növekedésével, az alkalmazott anyagokkal szemben, egyre nagyobb követelményeink vannak. Az erőművek műszaki vezetőinek mindezideig nem állt rendelkezésére olyan irodalom, amiből kellő mértékben megszerezhették volna a szerkezeti anyagoknak a gőzerőművekben való viselkedésére vonatkozó ismereteket.

Ez a könyv az első olyan munka, amelyet az üzemi szakemberek minden tekintetben eredményesen használhatnak. Az első négy fejezetben a fémek tulajdonságai találhatók (szilárdság, alakváltozás, ridegség, viselkedés nagy hőmérsékleten). Az V. fejezet a technológiai eljárások során keletkező feszültségeket tárgyalja és ebből az üzemi szakemberek a gyártás során mutatózó hibákat ismerhetik meg. A továbbiakban a könyv az anyagok kifáradásával foglalkozik, tehát az üzemi igénybevétel okozta hibákkal. A VIII. fejezet a fémek korrózióját és erózióját tárgyalja röviden, a további nyolc fejezetben a könyv részletesen ismerteti az egyes üzemi berendezések anyagának viselkedését és az üzem vagy gyártás közben mutatózó hibákat. Megismerhetjük itt a gőzkazánok, gőzturbinák, csapágyak, turbógenerátorok és tartozékaik követelményeit az anyaggal szemben, de ugyanakkor ismerteti a könyv mindazoknak a gép-egységeknek gyártási folyamatát és a gyártás közbeni ellenőrzést is.

Ogying könyve hasznos tanácsadója lehet minden erőmű műszaki vezetőjének, mert ennek segítségével olyan új üzemviteli szempontokat ismerhet meg, amelyekre mindeztideig nem gondoltak. Ez a munka segítségünkre van az üzemi hibák megítélésénél, az új berendezések átvételénél és üzembehelyezésénél, de legnagyobb haszna a megelőző karbantartás területén, különösen a tartalékalkatrészek biztosításánál van. Hazánkban az erőműveknek az anyaggal kapcsolatos kérdései csak a tudományos és kutató intézetek számára voltak ismeretesek, míg az üzemek vezetői természetesen vették azt, hogy gépeik a követelményeknek megfelelő anyagból készülnek és így nem is foglalkoztak ezzel a kérdéssel.

Ogying munkája olyan segédesszközt ad az üzemek kezébe, amellyel ismereteiket megfelelően kibővítve az anyag rendkívül kényes kérdéseit is át tudják tekinteni és meg tudják oldani. Ennek a munkának a jelentősége természetesen nemcsak az üzemek számára fontos, hanem a gőzerőművek egyes berendezéseit készítő gyárak részére is. A könyvben ugyanis a gépek gyártása során szükséges ellenőrzés ismertetése is megvan és ezzel gyárainknak komolyan kell foglalkozniuk.

A könyv stílusa könnyű és világos. Tárgyalása nem minden fejezetben részletes, de erre nincs is szükség, mert az alapelvek ismeretében egy-egy kényesebb eset további tanulmányok segítségével megoldható. Az ábrák és különösen a fényképek nem mindenütt tiszták, de ez a munka értékét nem csökkenti.

Feltétlenül szükséges, hogy ez a könyv minden erőműnek a könyvtárában meglegyen, mert új szempontokat mutat a gondos és helyes üzemvezetésben és segítségével erőműveink üzembiztonsága is javul.

ifj. Vadász Elemér

Szörényi Erzsébet :

PODÉLIA MIOCÉN TENGERI SÜNFAUNÁJA. MIOZÁNE ECHINOIDEN AUS DEN WESTLICHEN TEILEN DER UKRAINE. (Geologica Hungarica, series Palaeontologica, 23. füzet, 1953. — 4*, magyar szöveg 48, német 54, orosz 2 oldal; 8 fényképes tábla.)

A magyar földtani és őslénytani tudományos munka fellendítéséhez nagyfontosságú lépést jelent az a tény, hogy a M. Áll. Földtani Intézet kiadványai közül régóta kimaradt Geologica Hungaricát a M. Tud. Akadémia most életre keltette s két olyan érdekes, terjedelmes és kifogástalan nyomdai kiállítású monográfiát ad ki egyszerre, mint Szóts E.-től a gánti eocén molluszkák, Szörényi E.-től a nyugatukrajnai tortonai kori tüskésbőrű-maradványok leírása.

Szörényi monográfiája Leningrádban készült kandidátusi dolgozat: itthoni kiadását indokolja, hogy ez a fauna nagy rokonságot mutat a magyarországi hasonlókorú képződmények tüskésbőrűivel. A kb. 500 példányból álló (orosz és lengyel geológusok által gyűjtött) anyagból előzetesen csak 13 fajt határoztak meg; ezt most Szörényi 52 alakra növelte. Ebből Szörényi szerint 34% van meg Magyarországon (1. p. 34.); de ha az összehasonlításnál kihagyjuk a 12., 13., 27., 46. és 48. számú bizonytalan alakokat (a fajok sorszámai a 104. oldalon található), és a magyarországi előfordulások közé felvesszük az 1., 4., 5. sz.-t, a H. plagiosomus-nak két változatát és a 36. sz.-t, akkor az egyezés 47%-nak adódik.

Új fajokat is leír a szerző, csak általában ritkák; nagyobb példányszámban a már ismert alakok vannak (a példányszámot azonban nem mindenütt tünteti fel). Új nevet ad egy genusnak: A Hypsoclypus-t Hypsoheteroclypusra módosítja s részletesen tárgyalja az Echinolampastól való eltéréseit, valamint a H. plagiosomus változatait, a természet és szíromszélesség viszonyának szabatos számszerű feltüntetése az »ambulakrális index« meghatározását vezeti be. A kiadványnak igen értékes része a nyolc tábla is, ezeken kitűnő ábrákat kapunk a tárgyalta alakok többségéről.

Strausz László

V. P. Jeljutyin, J. A. Pavlov, B. E. Levin.

A FERROÖTVÖZETEK GYÁRTÁSA (Elektrometallurgia II. rész). (Egyetemi tankönyv) Budapest, 1953. Akadémiai Kiadó, 400 l. 147 ábra.

A könyv az acélgyártásnál használatos leggyakoribb ferroötvözetekkel, előállításuk módjával és nyersanyagaival foglalkozik, mind elméleti, mind gyakorlati alapon. A szerzők szerint a könyv a kohászati főiskolák hallgatói számára készült, tehát elsősorban tankönyv, de amellett olyan színvonalon tárgyalja az elméleti részeket és annyi gyakorlati vonatkozást ismertet, hogy egyben útmutatással szolgál az üzemi mérnökök és a tudományos kutatók munkájához is. Termodinamikai alapon részletesen ismerteti a ferroötvözetek gyártási lehetőségét, a gyártás módszereit, rámutat a hibalehetőségekre és azok kiküszöbölési módjára is. Ismerteti a ferroötvözetet gyártó elektromos kemencéket és egyéb berendezéseket, továbbá az üzem-szervezéssel kapcsolatos kérdéseket és végül megvilágítja a gazdasági vonatkozásokat.

A könyv tizennyolc fejezetre oszlik. Az I. fejezet az egyes technológiai eljárásoknak alapját képező termodinamikai alapelveket ismerteti. A II.-től XIV. fejezetek az egyes ferroötvözeteket tárgyalják, mégpedig: ferroszilícium, szilikoalumínium, szilikocalcium, ferromangán, ferrokróm, ferrowolfrám, ferromolibdén, ferrovanádium, ferrotitán, cirkonötvözetek, ferroniób, ferrobór és ferrofoszfor sorrendben. A XV.-től XVIII. fejezetekben az elektromos kemencéket, az üzemvezetést, üzemszervezést, balesetelhárítást és gazdasági kérdéseket tárgyalják a szerzők. A függelékben az elemek és vegyületek fajhőjére, entropijára, képződési és átalakulási hőjére, valamint a képződési szabad energiájára táblázatokban számos olyan adat van összegyűjtve, mely így máshol nem található meg.

A bevezetőben a szerzők visszapillantást vetnek az elektrometallurgia multjára. Itt sok eddig részünkről nem ismert adatot találunk arról az úttörő munkáról, amit az orosz és szovjet kutatók, több, mint egy évszázad alatt végeztek a fémek előállítása és az elektrotechnika terén. Így pl. V. V. Petrov 1802-ben felfedezi a villamos fényív jelenségét és ezzel fémoxidokat redukál. I. H. Lenz és B. Sz. Jakobi 1839-ben elkészítik az első elektromotort. J. F. Uszagin 1881-ben felfedezi a transzformátort. M. O. Dolivo-Dobrovolszkij kidolgozza a villamosenergia továbbítási lehetőségét nagy távolságra. N. N. Beketov megalkotja a metallotermikus pl. (aluminotermikus) fémelőállítás elvét stb. A korszerű ferroötvözetgyártás technológiájának kidolgozója A. A. Bajkov akadémikus és M. Sz. Maximenko professzor. Megtudjuk a bevezetőből, hogy csupán a kujbisevi és sztálingrádi vízierőművek évi villamosenergia termelése 20 milliárd kWó és ez a nagy energiámennyiség tette és teszi lehetővé a Szovjetunió elektrokohászatának és ferroötvözetgyártásának kifejlődését.

Az I. fejezet az anyag és energia megmaradásának — M. V. Lomonoszov-tól felfedezett — elvéből kiindultán a fizikai-kémia alapvető törvényeit ismerteti. A fajhő, az entrópia és entalpia fogalmának ismertetése után a termodinamikai potenciál és egyensúlyi állapotok jelentősége kerül megvilágításra a fémek, illetve ferroötvözetek előállítása, helyesebben a fémoxidokat redukáló anyagok megválasztása szempontjából. A könyvnek ez a fejezete sok értékes diagrammba foglalt adatot tartalmaz a különféle fémoxidok képződési szabad energiájára, melyeket elsősorban az elméleti kutatásoknál lehet jól felhasználni.

A következőkben a könyv az egyes ferroötvözeteket tárgyalja, általában a következő beosztással: a fém és vegyületei, kohászati felhasználása, ércei és nyersanyagai, az egyes ferroötvözetek gyártásának fizikai-kémiai alapjai, a gyártás gyakorlati kivitele és technológiája, elegyszámítás, hőmérlegsámítás.

A ferroötvözetek tárgyalását a leggyakrabban használt ötvözzettel, a ferroszilíciummal kezdik. Az első mondatban azt találjuk, hogy a szilícium az egyik leggyakrabban előforduló fém. Ez nyilván helytelen fordítás, mert a Si kimondottan »nem fém«, elem. A Si-ötvözeteinek ismertetése során adatokat és állapotábrákat találunk a Si-Fe, Si-Al, Si-Ca, Si-Mn, Si-C, Si-N₂, Si-H₂, Si-Fe-H₂ rendszerekről. Részletesen ismertetik a szilikátképződést a FeO-SiO₂, CaO-SiO₂, Al₂O₃-SiO₂ és a CaO-SiO₂-Al₂O₃ salakrendszerekben. Értékes rész a szilíciumról szóló fejezetben az a részletesen levezetett termodinamikai számítás, amelyet a redukció hőfokának meghatározására közölnek.

A ferroszilíciumgyártás módszereinek ismertetésénél sok olyan értékes útmutatást találunk, melyeket hazai üzemünk is sikerrel hasznosíthatnak. Külön ki kell emelni a grafikus elegyszámítás ötletes módszerét, melyet a szerzők dolgoztak ki. Ez lényegesen egyszerűsíti az üzemvezetők munkáját.

A szilikoalumíniumról szóló fejezet ismerteti a Fe-Al, C-Al, N₂-Al, O₂-Al rendszereket és ennek kapcsán az Al-mal történő dezoxidáció termodinamikai feltételeit. A szerzők rámutatnak arra a tényre, hogy a szilikoalumínium gyártásánál az Al-ra jutó energiafelhasználás lényegesen kevesebb, mint a tiszta fémalumínium előállításánál, ezért úgy vélik, hogy a vasiparban a sziliko-

alumínium használata egyre általánosabb lesz. A szilikoalumínium nyersanyagai olcsók és könnyen hozzáférhetőek, mert erre a célra jók a kovasavdús bauxitok, kaolin és alitféségek, továbbá sok kőszén hamuja is. A szerzők véleménye szerint a szilikoalumínium a metallotermikus fémelőállításra is kedvező.

A szilikokalcium című fejezet ismerteti a Ca fizikai-kémiai tulajdonságait a Ca-C, CaC₂-CaO, Ca-Al, Ca-N₂, Ca-H₂, Ca-O₂ rendszereket, a Ca dezoxidálóképességét és végül a szilikokalcium előállítását. A gyártás legkedvezőbb módszere úgylátszik még nem alakult ki, mert a szerzők a szóba jöhető két megoldás gyakorlati értékéről nem adnak határozott véleményt.

Az V. fejezet a ferromangánnal foglalkozik. Ez a rész különös érdeklődésre tarthat számot nálunk, mert ferromangán gyártásához megfelelő nyersanyagunk van. A Mn fém tulajdonságai után a Mn-Fe, Mn-C, Mn-Fe-C, Mn-Si, Mn-Al, Mn-P, Mn-N₂, Mn-H₂, Mn-O₂ rendszereket ismerjük meg, majd a MnO-FeO, MnO-SiO₂ és MnO-FeO-SiO₂ salakrendszerek kerülnek tárgyalásra. A legtöbb két- és háromalkotós rendszert fázisdiagrammok szemléltetik. Kár, hogy a Fe-Mn állapotábra nem teljes, hiányzik az α -fázis, holott ennek átalakulásáról a szövegben említés történik.

A ferromangángyártás fizikai-kémiai folyamatainak ismertetésénél sok értékes termodinamikai adatot találunk. A fém-mangán elektrolízis útján történő gyártását csak röviden tárgyalja a könyv, de megemlíti, hogy erre a módszerre még nagy jövő vár.

A ferrokrómról szóló fejezet a Cr-Fe, Cr-C, Cr-Fe-C, Cr-Si, Cr-Fe-Si, Cr-Fe-Si-C, Cr-Al, Cr-S, Cr-N₂, Cr-O₂, valamint a Cr₂O₃-FeO, Cr₂O₃-MgO, Cr₂O₃-CaO, Cr₂O₃-Al₂O₃-MgO rendszereket részletesen tárgyalja fázisdiagrammok és számos termodinamikai adat közlésével. A króm előállítás termodinamikájának részletes ismertetése után a C-tartalmú ferrokróm, majd az ebből gyártható C-szegény ferrokróm gyártási eljárásairól kapunk kimerítő leírást és elegyszámítást. Végül az alumínotermitikus króm és ferrokrómgyártást ismerjük meg röviden.

A ferrowolfrám gyártásával kapcsolatban ismerteti a könyv a W-fém fizikai és kémiai tulajdonságait, a W-Fe, W-C, W-Si, W-Al, W-S, W-P, W-N₂, W-H₂ és W-O₂ rendszereket, valamint a W hatását az acél tulajdonságaira. A W-ércet ismertetése után a wolframoxidok redukciójának fizikai-kémiai feltételeit, majd a ferrowolfrám gyártására alkalmas kemencék és az elektrotermikus gyártás módszerét és elegyszámítását ismertetik. A metallotermikus redukcióval elért szovjet eredmények igen figyelemreméltók. Kár, hogy a kiinduló wolframérc összetételét nem adják meg.

A Mo, V, Ti, Zr, Nb, B és P-ről szóló fejezetek az eddigiekhez hasonló részletességgel ismertetik a fém tulajdonságait, a redukció termodinamikai feltételeit, az előállítás módját és a gyártás módszereit stb. A Mo előállításával kapcsolatban a MoS₂ pörkölésére találunk adatokat és ebben a fejezetben leírják a metallotermikus eljáráshoz alkalmas berendezést. E fejezet végén röviden ismertetik a kalciummolibdát előállításának módját is.

A V nyersanyagainak tárgyalása során kiemelik a szerzők a szovjet kutatók munkáját, aminek segítségével lehetőségessé vált a V termelése néhány tized % V-tartalmú vasérből és nyersvasból is. Ezzel kapcsolatban röviden ismertetik a nyersvas előfrissítésével kapott V-tartalmú salakok vegyi feldolgozását V₂O₅-ra.

A XV. fejezet az elektromos kis olvasztóban történő nyersvasgyártást írja le. Ismerteti a korszerű elektromos olvasztó felszerelését és segédberendezéseit, a folyamatok fizikai-kémiájának jellemzőbb adatait, elegyszámítást és a gyártás módszereit, majd végül a gazdaságosság előfeltételeit. A szerzők szerint a Szovjetunióban az elektromos nyersvasgyártás a jövőben, amikor a vízierőművek kiépülnek, nagy jelentőséghez fog jutni.

A XVI. fejezet a ferroötvözeteket gyártó kemencék szerkezetével, teljesítő képességével, elektromos viszonyaival foglalkozik. Ismerteti a kemencék kezelését és részletesen kitér a szükséges balesetvédelmi intézkedésekre.

A XVII. fejezetben a ferroötvözeteket gyártó üzem telepítésének főbb alapelveivel ismerkedünk meg.

Az utolsó fejezet a gazdaságosság kérdéseit, illetve előfeltételeit tárgyalja. Az önköltség alakulása szempontjából 3-féle ötvözetsoprotot különböztet meg: 1. amelyeknél az energia-költség nagyobb, mint a nyersanyagköltség, pl. FeSi, 2. amelyeknél az energia-költség kisebb ugyan, mint a nyersanyag költsége, de még mindig számottevő, pl. FeMn, 3. amelyeknél az energia-költség a nyersanyagköltséghez képest elenyésző, pl. FeV. Az első két csoportnál a gazdaságosság a jó áramkihasználással, a harmadiknál pedig elsősorban a nagy fémkihozattal biztosítható. Az elektromos kemencék üzemének kihasználásával kapcsolatban rámutatnak a szerzők arra, hogy pl. egy 10 000 kVA teljesítményű ferroszilíciumot gyártó kemence szünetének minden perce annyi hiányt okoz a teljesítményben, amellyel 10 t acélt lehet dezoxidálni. A ferroötvözet gyár dolgozóinak szakmaszerinti megoszlása kb. a következő: fizikai dolgozó 88%, műszaki mérnök és technikus 6%, adminisztratív 6%, vagyis minden 100 fizikai dolgozóra 7 műszakit kell alkalmazni.

Külön fejezet foglalkozik a késztermékek minőségi ellenőrzésével, a próbavétellel és a laboratórium feladataival.

A világirodalomban is alig található olyan mű, amely ilyen összefoglalóan tárgyalná a ferroötvözetek gyártását. Külön érdeme a könyvnek, hogy nemcsak a korszerű módszereket, hanem a legújabb termodinamikai adatokat is részletesen ismerteti. A mű tökéletes, egyedül talán az a hiánya, hogy a metallurgiai vonatkozásokat általában csak röviden tárgyalja. Pl. nem találunk adatokat a mangán redukciójának mértékére, a salak mennyisége és bázikusság befolyását illetően, vagy pl. a vanádiumoxidok viselkedésére bázisos és savanyú salakokkal szemben. A balesetvédelemnél nem hívja fel a könyv a figyelmet az egyes oxidok mérgező hatására, pl. a V_2O_5 por rendkívül káros az emberi szervezetre, belélegzésnél súlyos mérgezést okoz.

A könyv ferroötvözetgyártó iparunk kifejlesztéséhez, megszervezéséhez a legkorszerűbb módszereinek kiválasztásához igen nagy segítséget fog nyújtani. Ilyen vonatkozásban megjelentése éppen időszerű és a Magyar Tudományos Akadémia jó szolgálatot tett mind az iparnak, mind a tudományos kutatásoknak e nagyértékű mű lefordításával és kiadásával. A könyv kiállítása kifogástalan, rajzok és fényképek világosak, tiszták, jól áttekinthetők.

Nem hagyható azonban szó nélkül az a tény, hogy a fordítás helyenként, sőt nagyon sok helyen rendkívül zavaros, a kifejezések nem megfelelőek, ami a szöveget nehezen érthetővé teszi, sőt néhol éppen az ellenkező értelem adódik, mint amit a szerzők leírtak.

Visnyovszky László

Szöts Endre :

MAGYARORSZÁG EOCÉN PUHATESTŰI. *Geologica Hungarica*, Fasc. 22. 1—270. 10. táblával és 1 földtani térképpel. A Magyar Tudományos Akadémia Kiadása, Budapest, 1953.

A Magyar Tudományos Akadémia régi kötelezettségének tett eleget és újabb igen jelentős lendületet adott a magyar földtani tudománynak és kutatásnak, a régóta szünetelő *Geologica Hungarica*-sorozat újraindításával. Ennek az ország földtanára vonatkozó monográfiákat tartalmazó, külföldön széles körben ismert kiadványnak megjelentetése elsősorban az Akadémia feladata. A sorozat keretében jelent meg Magyarország puhatestűi monografikus feldolgozásának I. kötete Szöts Endre gántkörtényeki eocén puhatestűek monográfiája. A feldolgozás nagyobb távlatú munka első biztató állomása, amennyiben a szerző célkitűzése szerint a teljes magyarországi eocén fauna korszerű feldolgozásának keretébe kíván beleilleszkedni. Idevonatkozó eddigi gazdag hazai földtani szakirodalmunk éppen a regionális kereten túlmenő, összefogó őslénytani feldolgozásokat nélkülözte leginkább, annyira, hogy faunameghatározásainkban és gyakorlati jellegű rétegtani vizsgálatainkban többnyire külföldi s nagyrészt már elavult monográfiákra voltunk utalva. Más ősföldrajzi körülmények között élt távoli faunák alakjaival való gyakran erőltetett azonosítások és a rétegtani viszonyok kulesának a magyar viszonyoktól idegen területen való keresése bénítóan hatott sajátos hazai földtörténeti képünk kialakításában. Mivel a faunameghatározások és a rétegtani viszonyok helyes tisztázása a földtani kutatás közvetlen gyakorlati céljait is szolgálja, a hazai korszerű őslénytani monográfiák hiányát gyakorlati kutatásunk is erősen érezte. Szöts Endre szerenésesen választotta a Gánt környéki eocén puhatestűek feldolgozását, mert a fauna alakjainak kiváló megtartása, nagy fajszáma és a jól rögzíthető rétegtani viszonyok ezt a faunát összehasonlítás céljaira a világhírű párizsi medencebeli hasonló faunával egyenlő értékűvé teszik.

Megkönnyíti a kutató munkáját, hogy bevezetőül Szöts Endre összefoglalja a feldolgozott faunára és lelőhelyeire vonatkozó teljes szakirodalmat, majd vázolja az előfordulások rétegtani felépítését, földtani kifejlődését s ezeken belül a faunaelemek eloszlását. Ily módon a jól sikerült táblákkal illusztrált munka összehasonlító vizsgálatokra kiválóan alkalmas lesz.

Az őslénytani leírás százkilencvenkilenc fajra terjed ki (1 *loricata*, 162 *gastropoda*, 1 *scaphopoda*, 34 *bivalvia* és 1 *cephalopoda*). Ebből a 199 fajból 99 újnak bizonyult, 130 faj eddig csak helyben fordult eddig elő, 26 faj pedig dunántúli lelőhelyekre korlátozódik és mutatja, hogy faunaelemzéseinkben idegen őseleterek faunára milyen bizonytalanul támaszkodhatunk. Szöts Endre a feldolgozott faunát az alsó eocénbe helyezi.

Szöts Endre máris értékes munkája a Szovjetunióval való tudományos kapcsolataink növelését is szolgálja. A gazdag faunából egy sorozatot a Szovjet Akadémia Földtani Tudományos Intézetének is elküldtünk. A munka nyersanyagkutatásunk súlyponti területein, a bauxit és kőszénkutatás rétegtani problémáival kapcsolatban értékesíthető. Ebben a tekintetben további őseleltani feladatok várnak megoldásra. A Tudományos Akadémiától várjuk a sorozat folytatását.

Horusitzky Ferenc

V. V. Szokolovszkij :

A KÉPLÉKENYSÉG ELMÉLETE. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1953. 372 o. 240 ábra.

Az elméleti mechanika erőteljesen fejlődő, s egyre több gyakorlati munkaterületen alkalmazásra kerülő ága, a *képlékenységtan* magyar nyelvű irodalma nagyon hiányos volt. Hazai tudósaink az elmélet egy-egy szűkebb körét művelték, dolgozataik pedig főként külföldön jelentek meg; magyar nyelvű összefoglaló munka, mely az elemektől kiindulva tárgyalta volna a kérdéseket, teljesen hiányzott. Szocialista építőmunkánk, az újszerű építési, géptervezési és gyártási problémák megoldása során e hiány mindjobban érezhetővé vált, ezért a Magyar Tudományos Akadémia gondoskodott arról, hogy e tudomány vezéralakjának, V. V. Szokolovszkij akadémikusnak a világirodalomban standard-műnek számító könyve magyarra fordítva, a hazai műszaki világ részére hozzáférhetővé váljék.

Az utolsó száz év során a kutatók meg nem szűnő, s időről-időre megújuló fáradozással törekedtek arra, hogy a mechanika módszereivel leírják az anyagok rugalmassági határon túli viselkedését. A folyamatos alakváltozás, a törés, a testek képlékeny alakításának kérdése a műszaki világ számos, legkülönbözőbb munkaterületén merült föl — tartók tervezése, metallurgia, talajmechanika, geológia — s ezzel egyidejűleg mutatkozik az a kíváncsiság, hogy e problémák ugyanolyan exakt definíciók alapján tárgyalassanak, mint a matematikai rugalmasságtan kérdései. Az anyagvizsgálat számos eredménye nyomán mód nyílt arra, hogy az anyagok fizikai viselkedését minél jobban leíró törvények kerüljenek alkalmazásra, ezekre épülhetett fel a matematikai képlékenység tudománya.

E tudomány alapjait és számos kérdésének teljes megoldását mutatja be Szokolovszkij professzor könyve. Az első két fejezet a képlékenységi feltevéseket és az alapegyenleteket tárgyalja; majd, hogy az olvasót a későbbiekben követett módszerekkel teljesen megismertesse, néhány egyszerűbb alapeladatot részletesen bemutat. A következő fejezetek a síkfeszültségi és síkalakváltozási állapotok egy-egy konkrét feladatát oldják meg. A képlékeny állapot bekövetkezésére tett különböző feltevések közül tárgyalásaiban a rugalmas-képlékeny alakváltozás és a képlékeny folyás elméleteit használja; egyes kérdéseket hatványos keményedés alapulvételével old meg. Az egyszerű és egységes tárgyalásmód, valamint túlságosan bonyolult matematika elkerülése érdekében túlnyomórészt a Hencky-féle testet veszi alapul, s nem tér ki néhány újabb, az elmélet finomítását jelentő kutatási eredményre. Így nem foglalkozik azzal a kérdéssel, hogy sok gyakorlati kerületérték feladat vegyes jellegű, egyaránt tartalmaz kerületi feszültségeket és alakváltozásokat. Ezért első sorban statikailag határozott eseteket tárgyal. Nem tér ki továbbá a feszültség- és sebességterek diszkontinuitásának kérdésére sem.

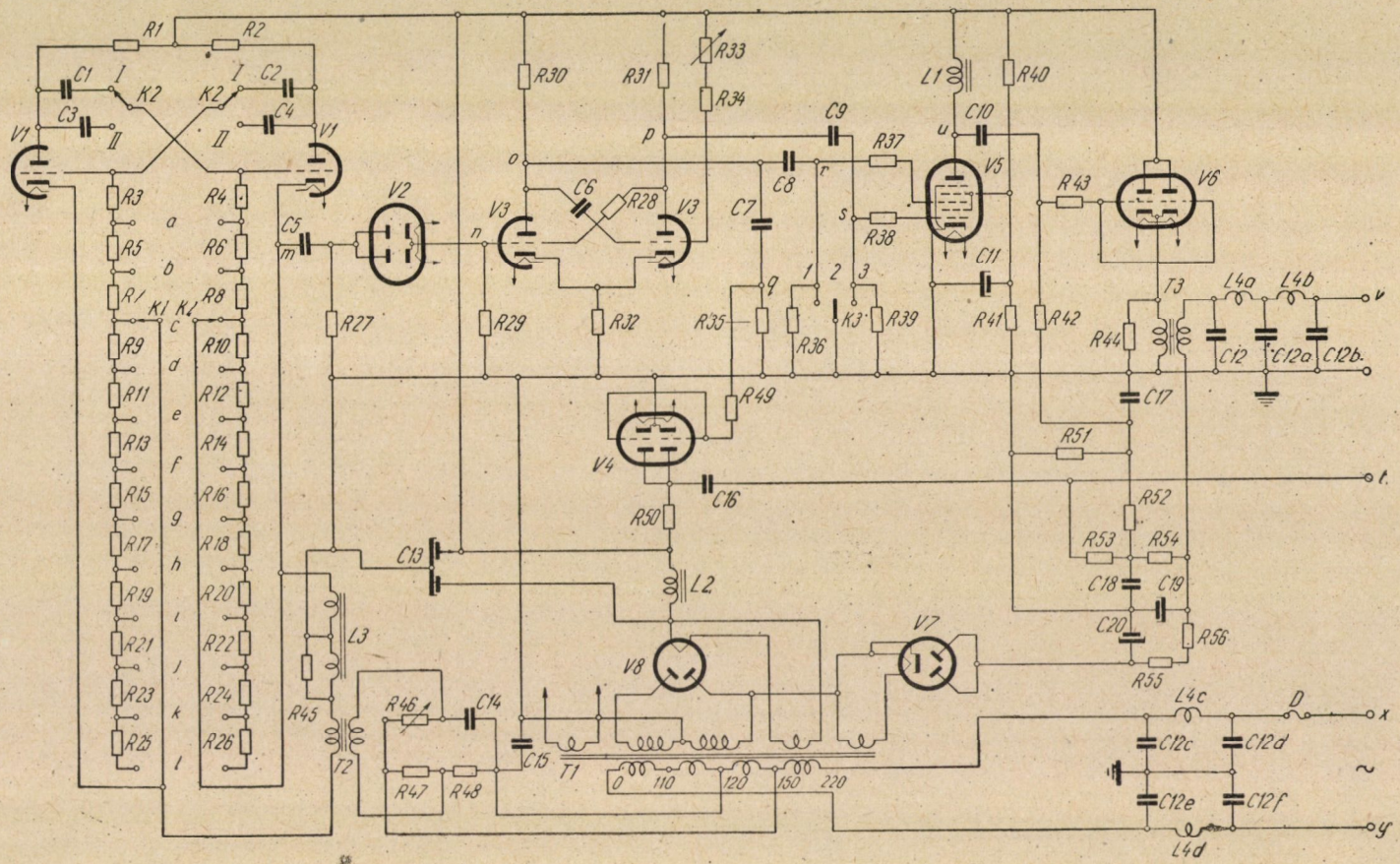
Nagy érdeme a könyvnek, hogy az egyes felvetett kérdéseket nemcsak elvben oldja meg, hanem a megoldást a közvetlen gyakorlati felhasználás érdekében, numerikus eredményekig kidolgozza és sok számpéldát mutat be.

A könyv megjelenése hatalmas segítséget nyújt az elméleti mechanika e területével kapcsolatba kerülő tudományos dolgozóink és gyakorlati mérnökeink részére; rájuk vár most már az a feladat, hogy a könyvben oly tisztán, világosan és áttekinthető módon bemutatott alapelveket és megoldásokat saját gyakorlati problémáikra alkalmazzák s az újabb segédeszközök gyümölcsözően felhasználják.

Kézdi Árpád

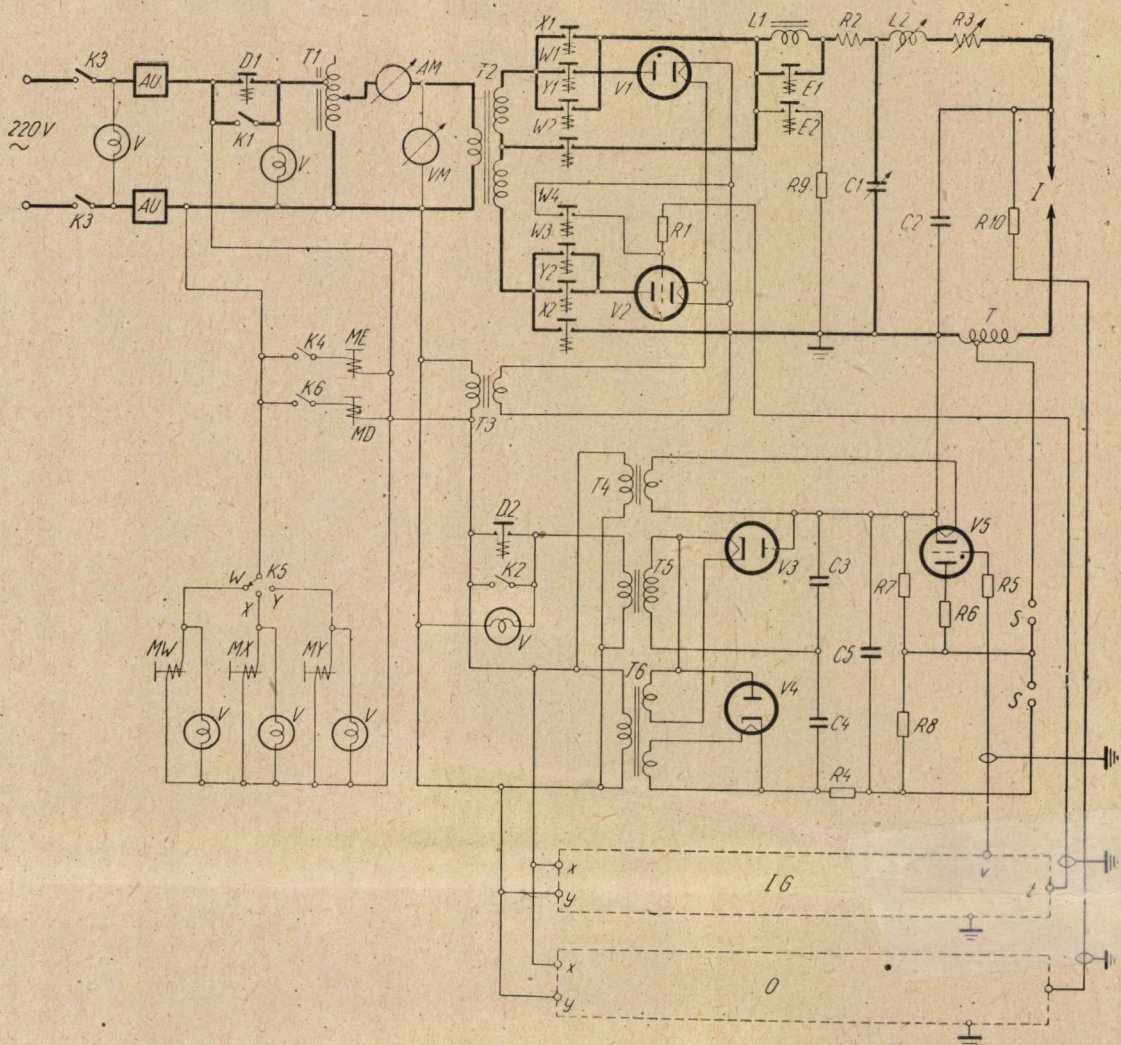
A kiadásért felel: Mestyán János — Műszaki felelős: Farkas Sándor
Kézirat beérkezett: 1953. XII. 29. Terjedelem: 42 (A/5) fv, 264 ábra, 8 melléklet

29024/54 Akadémiai nyomda — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc



4. ábra. Impulzusgenerátor villamos kapcsolási vázlata

- | | |
|--|--|
| <p>C1 = kondenzátor, 0,016 mikrofara, 500/1500 V
 C2 = kondenzátor, 0,018 mikrofara, 500/1500 V
 C3 = kondenzátor, 0,11 mikrofara, 500/1500 V
 C4 = kondenzátor, 0,115 mikrofara, 500/1500 V
 C5 = kondenzátor, 0,1 mikrofara, 500/1500 V
 C6 = kondenzátor, 0,02 mikrofara, 500/1500 V
 C7 = kondenzátor, 0,00005 mikrofara, 500/1500 V
 C8, C9 = kondenzátor, 0,0001 mikrofara, 500/1500 V
 C10 = kondenzátor, 0,02 mikrofara, 500/1500 V
 C11 = kondenzátor, 8 mikrofara, 450/500 V, elektrolitikus
 C12 = kondenzátor, 0,003 mikrofara, 1000/3000 V
 C12a = kondenzátor, 0,003 mikrofara, 1000/3000 V
 C12b = kondenzátor, 0,0005 mikrofara, 1000/3000 V
 C12c—C12f = kondenzátor, 0,01 mikrofara, 1000/3000 V
 C13 = kondenzátor, 16 + 8 mikrofara, 450/500 V, elektrolitikus
 C14 = kondenzátor, 6 mikrofara, 250/750 V
 C15 = kondenzátor, 0,01 mikrofara, 1000/3000 V
 C16 = kondenzátor, 0,005 mikrofara, 500/1500 V
 C17 = kondenzátor, 0,5 mikrofara, 500/1500 V
 C18 = kondenzátor, 0,5 mikrofara, 500/1500 V
 C19 = kondenzátor, 8 mikrofara, 450/500 V, elektrolitikus
 C20 = kondenzátor, 8 mikrofara, 450/500 V, elektrolitikus
 K1 = Yaxley kapcsoló, 2 × 12 átkapcsolásra, «a»-»l» annak állásai
 K2 = váltókapcsoló 2 átváltó érintkezőivel, I és II annak állásai
 K3 = váltókapcsoló 3 állással, 2 záróérintkezővel, 1, 2, 3 annak állásai
 L1 = vasmagos fojtótekeres, 25 H, legf. 2000 ohm
 L2 = vasmagos fojtótekeres, 6 H, 200 ohm
 L3 = vasmagos ikerfojtótekeres, 30 + 30 H, legf. 1000 ohm
 L4a, L4b = fojtótekeres, 2,5 millihenry
 L4c, L4d = fojtótekeres, 1 millihenry
 R1, 2 = rétegellenállás, 0,1 megohm, 0,5 watt
 R3, 4 = rétegellenállás, 0,2 megohm, 0,25 watt
 R5—R22 = rétegellenállás, 0,4 megohm, 0,25 watt
 R23 = rétegellenállás, 0,7 megohm, 0,25 watt
 R24 = rétegellenállás, 0,9 megohm, 0,25 watt
 R25 = rétegellenállás, 4 megohm, 0,5 watt
 R26 = rétegellenállás, 5 megohm, 0,5 watt
 R27 = rétegellenállás, 40 kilohm, 0,5 watt
 R28 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,25 watt
 R29 = rétegellenállás, 60 kilohm, 2 watt</p> | <p>R30 = rétegellenállás, 0,2 megohm, 0,25 watt
 R31 = rétegellenállás, 60 kilohm, 2 watt
 R32 = rétegellenállás, 15 kilohm, 2 watt
 R33 = potenciométer, 0,5 megohm, 1 watt
 R34 = rétegellenállás, 0,8 megohm, 0,25 watt
 R35 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,25 watt
 R36 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,25 watt
 R37 = rétegellenállás, 0,1 megohm, 0,25 watt
 R38 = rétegellenállás, 0,1 megohm, 0,25 watt
 R39 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,25 watt
 R40 = huzalellenállás, 20 kilohm, 6 watt
 R41 = rétegellenállás, 60 kilohm, 2 watt
 R42 = rétegellenállás, 0,3 megohm, 0,25 watt
 R43 = rétegellenállás, 0,1 megohm, 0,25 watt
 R44 = rétegellenállás, 80 kilohm, 2 watt
 R45 = rétegellenállás, 40 kilohm, 0,5 watt
 R46 = huzalpotenciométer, 5 kilohm, 12 watt
 R47, 48 = huzalellenállás, 10 kilohm, 6 watt
 R49 = rétegellenállás, 0,1 megohm, 0,25 watt
 R50 = rétegellenállás, 70 kilohm, 2 watt
 R51 = rétegellenállás, 7 kilohm, 3 watt
 R52 = rétegellenállás, 0,01 megohm, 0,25 watt
 R53 = rétegellenállás, 0,1 megohm, 0,25 watt
 R54 = rétegellenállás, 20 kilohm, 3 watt
 R55, 56 = réteg ellenállás, 30 kilohm, 3 watt
 t = vezérlőjel
 T1 = transzformátor, primer 110—125—150—220 V, szekunder 2 × 330 V, legf. 60 mA, 6,5 V, legf. 4 A, 4 V, legf. 1 A,
 6 V, legf. 1 A
 T2 = szinkronizáló transzformátor áttétel, 1 : 2, szekunder legalább 25 H
 T3 = csatoló transzformátor 1 : 1 áttétellel
 v = vezérlőjel
 V1 = ECC40 jelű kettős trióda
 V2 = 6AL5 jelű kettős dióda
 V3, 4, 6 = 6J6 jelű kettős trióda
 V5 = 6BE6 jelű pentagrid
 V7 = 6X4 jelű kétutas egyenirányító cső
 V8 = AZ1 jelű kétutas egyenirányító cső
 x-y = hálózati csatlakozás</p> |
|--|--|



3. ábra. Elektronikus vezérlésű kisfeszültségű szikra-, szaggatott ív- és egyenáramú ívkeltő berendezés villamos kapcsolási vázlatja. Vastagon kihúzott rész : ív- és szikraáramkör, alsó, vékonyan kihúzott rész : gyújtóáramkör.

AM = árammérő, végkitérés 40 A

AU = biztosító automata 35 A

C1 = kondenzátortelep 1000/3000 V, 2 db. 1 mikrofarad, 2 db. 2 mikrofarad, 1 db. 5 mikrofarad, 1 db. 10 mikrofarad, 2 db. 20 mikrofarad egységekből (összesen 61 mikrofarad)

C2 = kondenzátor 0,05 mikrofarad, 1200/3500 V

C3, C4 = kondenzátor, 0,1 mikrofarad, 6000 V

C5 = kondenzátor, 0,0025 mikrofarad, 12 000 V

D1 } = az MD mágnes kapcsoló érintkezői

D2 } = az ME mágnes kapcsoló érintkezői

E1 } = az ME mágnes kapcsoló érintkezői

E2 } = az ME mágnes kapcsoló érintkezői

I = ív-, illetve szikraköz

IG = impulzusgenerátor

K1—K6 = kapcsolók

L1 = vasmagos önindukciós tekercs 10 A, 5 A-nél 0,15 henry

L2 = fojtótekercs összesen 500 mikrohenry, leágazásokkal 20, 70, 160, 330 és 500 mikrohenrynél

MD, ME, MX, MY, MW = mágneskapcsolók

O = oszcilloszkóp

R1 = rétegellenállás, 5 kilohm, 0,25 watt

R2 = huzalellenállás, 22 ohm, 10 A

R3 = huzalellenállás, 250 ohm, leágazással 0,5, 0,5, 1, 2, 5, 8, 16, 32, 60, 125 ohmnál

R4 = rétegellenállás, 25 db. a 30 kilohm, 3 watt, sorba kötve

R5 = rétegellenállás, 10 kilohm, 0,25 watt

R6 = rétegellenállás, 8 db. 1,2 kilohm, 3 watt, sorba kötve

R7, R8 = rétegellenállás, 5 db. 3,3 megohm, 3 watt, sorba kötve

R9 = huzalellenállás, 20 kilohm, 150 watt

R10 = rétegellenállás, 2 x 0,2 megohm, 0,5 watt

S = kettős vezérlő szikraköz

t = V2 cső vezérlőjele

T = légmagos autotranszformátor 250 mm átmérő, összesen 8 menet, menettávolság 9 mm,

primer menetszám 1, huzalátmérő 3 mm

T1 = toroid transzformátor (Variac), 220/270 V, 7 kVA

T2 = transzformátor, 220/2 x 350 V, 7 kVA

T3 = transzformátor, 220/5 V, 100 VA

T4 = transzformátor, 220/5 V, 50 VA

T5 = transzformátor, 220/4000 V, 250 VA

T6 = transzformátor, 220/2 x 6,3 V, 50 VA, nagyfeszültségre szigetelt fűtőtekercsekkel

v = V5 cső vezérlő jele

V1 = egyenirányító dióda

V2, V5 = Thyatron-cső GRG4

V3, V4 = egyenirányító dióda, V22/7000

V = jelzőlámpák

VM = feszültségmérő

x, y = impulzusgenerátor és oszcilloszkóp hálózati csatlakozásai

X1 } = az MX mágnes-kapcsoló érintkezői

X2 } = az MX mágnes-kapcsoló érintkezői

Y1 } = az MY mágnes-kapcsoló érintkezői

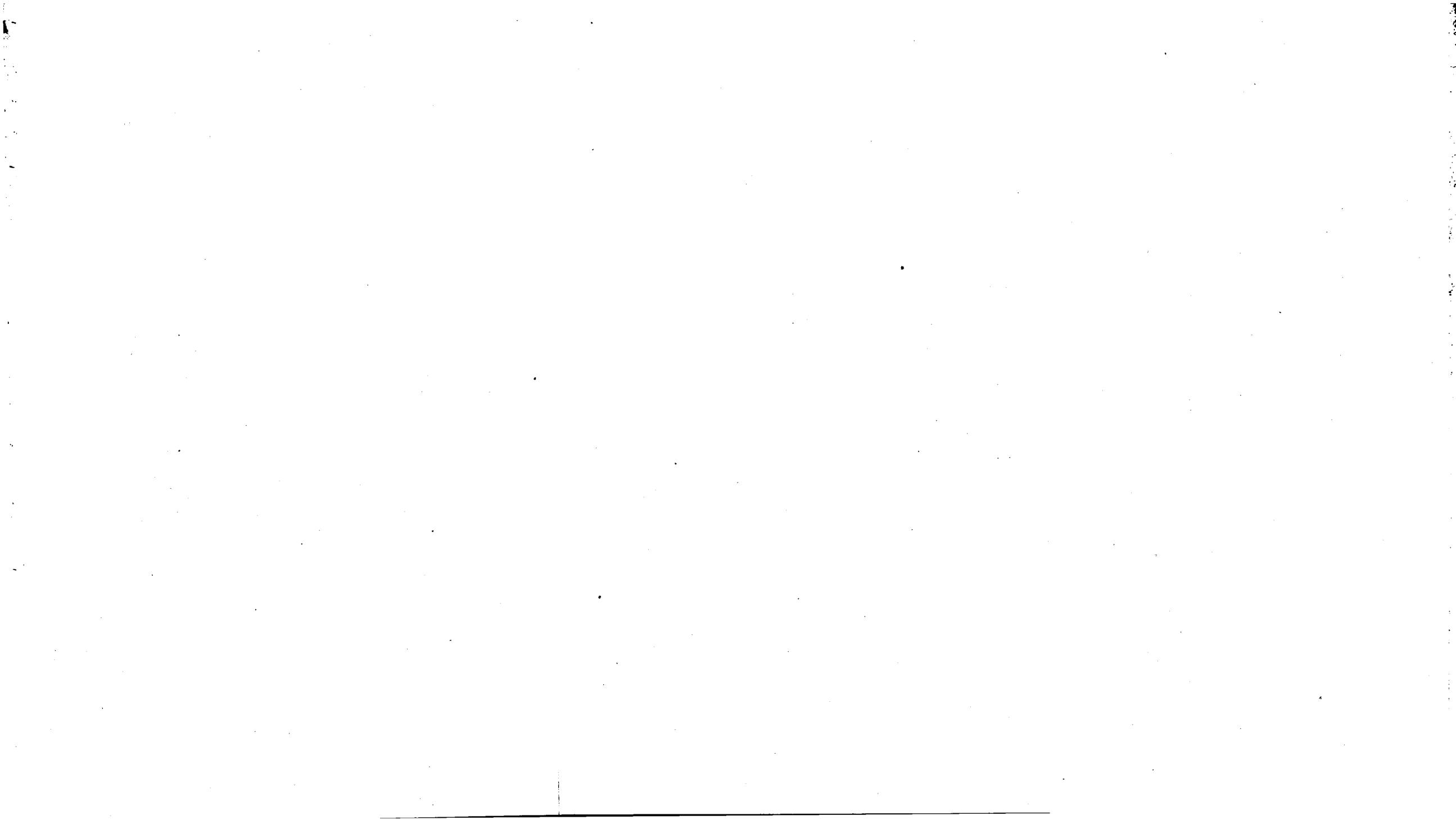
Y2 } = az MY mágnes-kapcsoló érintkezői

W1 } = az MW mágnes-kapcsoló érintkezői

W2 } = az MW mágnes-kapcsoló érintkezői

W3 } = az MW mágnes-kapcsoló érintkezői

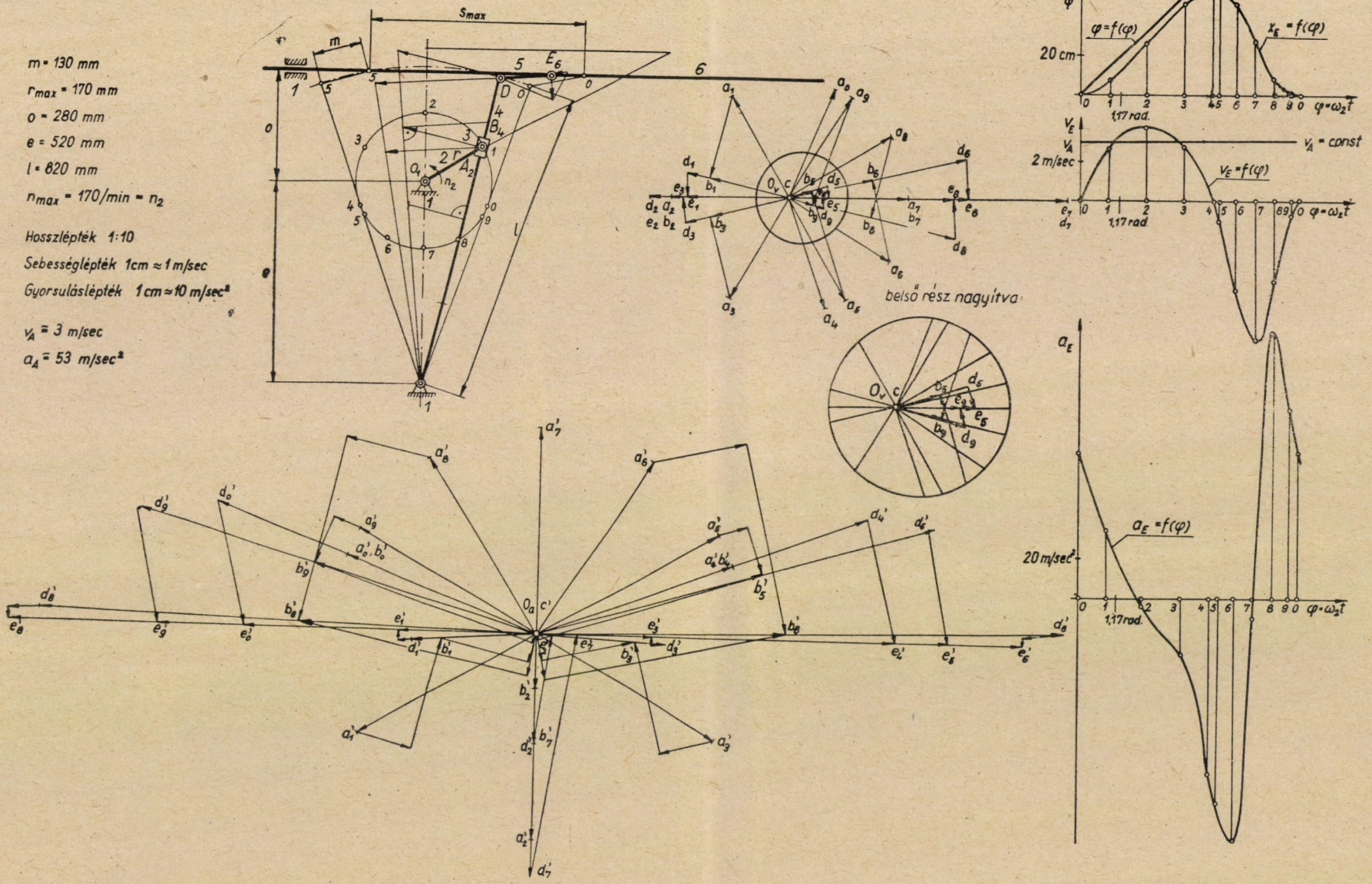
W4 } = az MW mágnes-kapcsoló érintkezői



$m = 130 \text{ mm}$
 $r_{\max} = 170 \text{ mm}$
 $o = 280 \text{ mm}$
 $e = 520 \text{ mm}$
 $l = 820 \text{ mm}$
 $n_{\max} = 170/\text{min} = n_2$

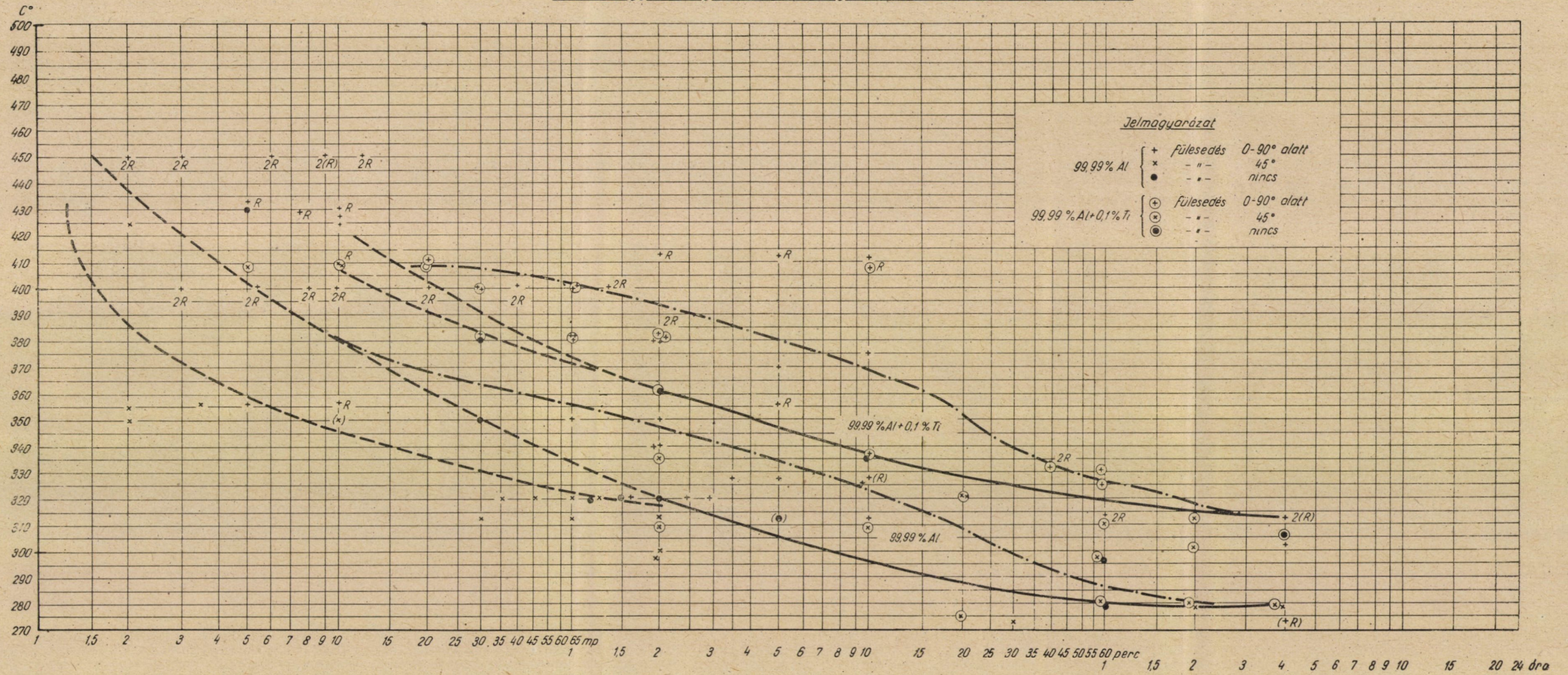
Hosszlépték 1:10
 Sebességlepték $1 \text{ cm} \approx 1 \text{ m/sec}$
 Gyorsuláslépték $1 \text{ cm} \approx 10 \text{ m/sec}^2$

$v_A = 3 \text{ m/sec}$
 $\alpha_A = 53 \text{ m/sec}^2$



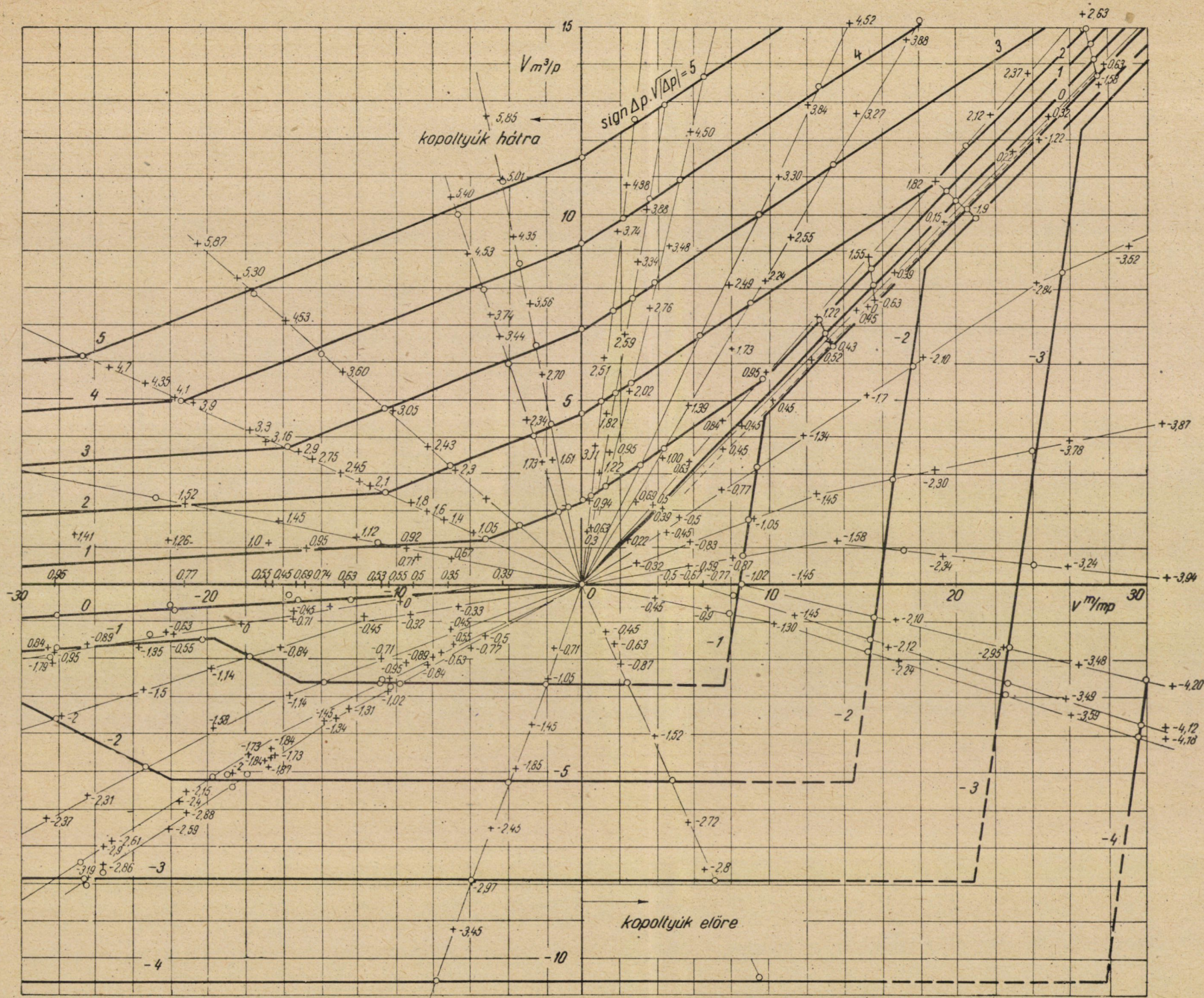
15. ábracsoport. Az 1. ábrán látható harántgyalú sebesség- és gyorsulásterve, továbbá a szerszámtartó tag foronómiai görbéi

1 mm-es nagytisztaságú alumínium mélyhúzósa $\phi 64$ mm-es tárcsából. ($K=1,88$)

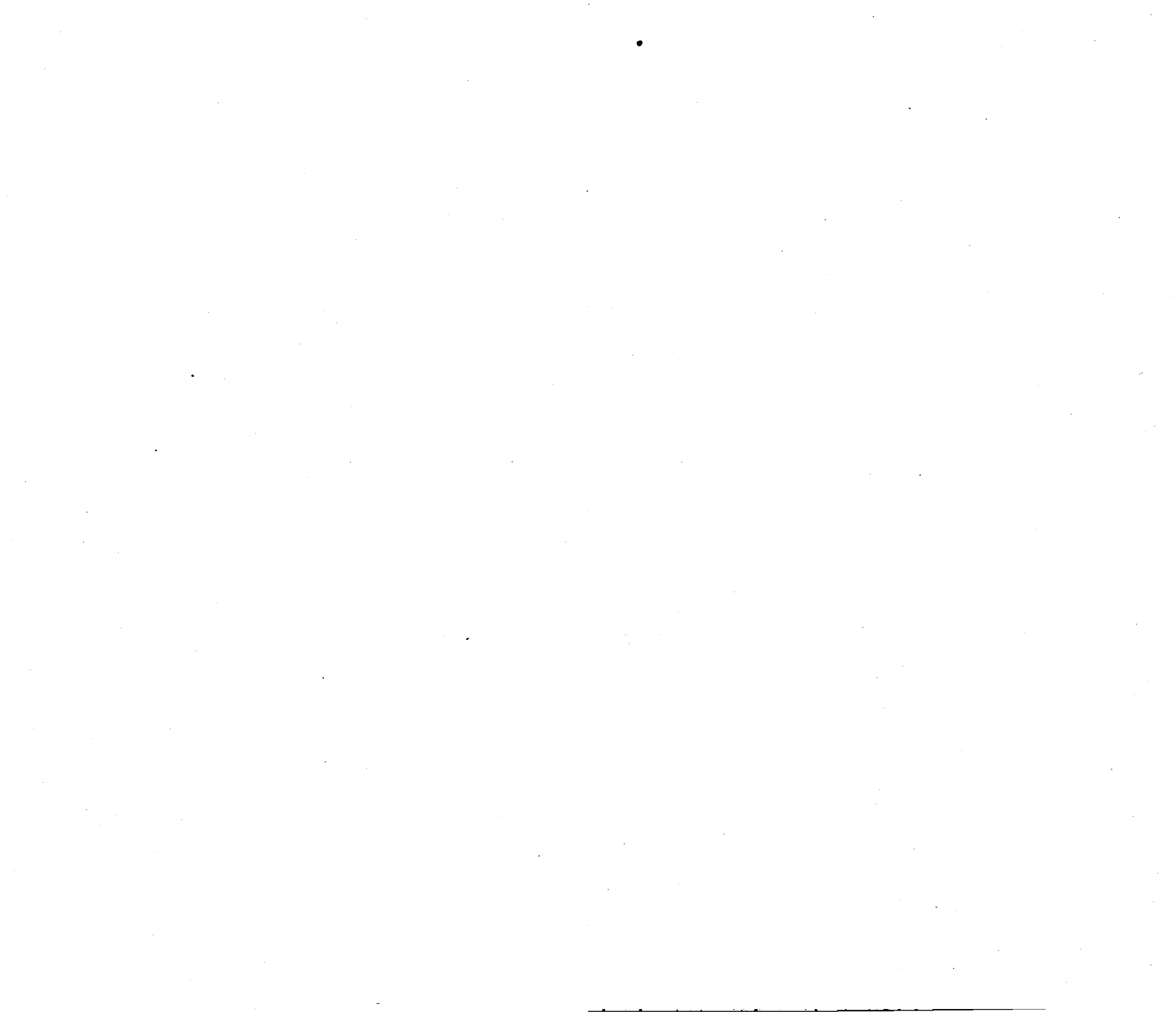


17. ábra. Nagyon tiszta alumínium és 0,1% Ti-tartalmú változatának gyorslágyítási hőfok-idő diagrammja. Folytonos vonal — meghatározott átváltási pont; szaggatott vonal — igen rövid idő esetén lehetséges bizonytalansági terület; pont-vonásos görbe — még kevésbé repedő anyagra jellemző terület. Az átváltási vonal alatt és attól balra alakított textura és nagyobb keménység jellemzi az anyagot, míg a pont-vonásos görbétől jobbra és afelett túllágyított, erősen újrakristályosodott állapot, továbbá lágyítási textura





3. ábra



T A R T A L O M J E G Y Z É K

<i>Blahó Miklós</i> : Kopolyúszerű járműszellőzőkön áthaladó levegőmennyiség meghatározása	1
<i>Blahó Miklós</i> : Csőalagútban haladó vonat légellenállása	9
<i>Brugger Frigyes és Fehér István</i> : Szőrmetartóssági vizsgálatok	29
<i>Balla Árpád</i> : A kompresszió kérdései	39
<i>Vidéky Emil</i> : Homlokkerékfogazások fejeltompítása	73
<i>Eisler János</i> : Szigetelési szintek koordinálása	89
<i>Kurutz Imre</i> : Mérési eljárás ventilátor-csigaházak veszteségeinek meghatározására	109
<i>Bejna Ferenc</i> : A tükrönyersvasgyártás metallurgiája	117
<i>Kiss Ignác</i> : A gépi gyökvonás elméleti alapjai	157
<i>Terplán Zénó</i> : Síkban mozgó egyszerű mechanizmusok kinematikai vizsgálata	177
<i>Kézdi Árpád</i> : Makroporózus talaj vizsgálata roskadás szempontjából	191
<i>Diebold Károly</i> : Negatív anyagok érzékenységének fokozása, különös tekintettel a kis-filmes metallografiai mikrofényképezésre	201
<i>Geleji Sándor</i> : Az Ehrhardt-fele csőgyártásnál keletkező erőszükséglet és teljesítmény-szükséglet meghatározása	205
<i>Bardócz Árpád</i> : Elektronikus vezérlésű szikragerjesztő színeképelemzés céljaira	233
<i>Bardócz Árpád</i> : Elektronikus vezérlésű, kisfeszültségű szikra-, szaggatott ív- és egyen- áramú ívkeltő berendezés színeképelemzés céljára	261
<i>Csonka Pál</i> : Folyadéknyomással terhelt kettősfalú szigetelt körhengerhøj bélésfalának erőtani számítása	283
<i>Fink Konrád</i> : Az alakítási szilárdság	305
<i>Pápai László</i> : Pneumatikus gabonaszállítás	319
<i>Gyenesné Holló Mária</i> : A titán és bór hatása a nagy tisztaságú alumínium kémiai ellenállóképességére	365
<i>Vassel K. Róbert</i> : A nagyon tiszta alumínium gyártási feldolgozásmódja és fontosabb tulajdonságai	377
<i>Csonka Pál</i> : Az egy ponton felfüggesztett négyszögkeresztmetszetű rúd stabilitása	395
<i>Schleicher Aladár</i> : Az 1813-ban épült és 1952-ben újjáépített újmassai nagyolvasztó	403
<i>Tárczy-Hornoch Antal</i> : A mesterséges rengéshullámokat reflektáló sík meghatározásáról	413
<i>Geleji Sándor</i> : Alakos üregben való hengerlés teljesítményszükségele	463
Akadémiai rendezvények	473
Könyvszemle	475