

SZIGMA

Matematikai közgazdasági folyóirat

Szerkesztő bizottság:

A MAGYAR KÖZGAZDASÁGI TÁRSASÁG
MATEMATIKAI KÖZGAZDASÁGI SZAKOSZTÁLYÁNAK VEZETŐSÉGE

Szerkeszti: MARTOS BÉLA

Munkatársak: ANDORKA RUDOLF, BÁGER GUSZTÁV, BOD PÉTER,
PONGRÁCZ TIBOR

*

E szám szerzői:

ANDORKA RUDOLF, a Központi Statisztikai Hivatal Társadalomstatisztikai Főosztályának főelőadója, DÁNIEL ZSUZSA, az Országos Tervhivatal Távlati Tervezési Főosztály osztályvezetőhelyettese, KORNAI JÁNOS, a közgazdaságtudományok doktora, az MTA Közgazdaságtudományi Intézete tudományos tanácsadója, ORMÓS ZSOLT, a Központi Statisztikai Hivatal Gazdaságkutató Intézete főelőadója, PONGRÁCZ TIBOR, a DATORG osztályvezetője, PÖLÖSKEI PÁL, az INFELOR Rendszertechnikai Vállalat Ökonometriai Osztálya szervezője, RIMLER JUDIT, az MTA Közgazdaságtudományi Intézete tudományos munkatársa, SZAKOLCZAI GYÖRGY, az INFELOR Rendszertechnikai Vállalat osztályvezetője.

Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta hírlapüzleteiben és a Posta Központi Hírlap Irodánál (KHI. Budapest V., József nádor tér 1.) közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a KHI. 215-96162 pénzforgalmi jelzőszámára. Egyes példányok beszerezhetők a Budapest V., Bajcsy-Zsilinszky út 76. sz. alatti hírlapboltban.

Előfizethető és példányonként megvásárolható: az AKADÉMIAI KIADÓ-nál, Budapest V., Alkotmány u. 21. Telefon: 111-010. Pénzforgalmi jelzőszámunk: 215-11488., az AKADÉMIAI KÖNYVESBOLT-ban: Budapest V., Váci utca 22. Telefon: 185-612.

Előfizetési díj egy évre: 40,- Ft

Folyóiratunknak ezt a számát, sokszínűsége törő szerkesztési elveinkkel ellentétben, egyetlen speciális témakörnek szenteltük. Eza téma: a népgazdaság egészére vagy nagyobb ágazataira vonatkozó (makro-) termelési függvények elmélete és azok a számítási módszerek, amelyek a makrofüggvények paramétereinek becslésére alkalmasnak látszanak. A kérdésnek itt következő többoldalú tárgyalását az indokolja, hogy egyidejűleg több hazai kutatócsoport is ért el eredményeket e kutatási területen, és pedig élesen különböző felfogásban és módszerekkel. E nézetek és módszerek összegyűjtésétől és szembeállításától a további kutatás inspirálását, az eddigi eredmények vitájának továbbfejlesztését (hasábjaink e célra rendelkezésre állnak) és a felhasználás elősegítését remélhetjük. A kérdés iránt érdeklődő, de abban nem eléggé otthonosan mozgó olvasónak azt javasoljuk, hogy az olvasást Andorka Rudolf cikkével kezdje, amelyből áttekintheti a téma eddigi történetét és iraldalmát.

Az ágazati CES termelési függvény számítások újabb eredményei és egyes módszertani tapasztalatai*

Ebben a cikkben az ágazati CES termelési függvény számítások újabb eredményeivel és a munka során felmerült módszertani problémákkal foglalkozunk. A cikk központjában a módszertani kérdések állanak; ez indokolja a tanulmánynak ebben a folyóiratban való megjelentetését. Az eredmények gyakorlati felhasználása iránt érdeklődők igényeit elégíti ki az a sokszorosított tanulmány, amely az Országos Anyag- és Árhivatal és az INFELOR közös kiadásában jelent meg [12], és részletesen ismerteti a kiinduló adatokat valamint az eredményeket. Ez a cikk a részletesebb anyagnak a módszertani vonatkozásait emeli ki.

A munka, melyről itt számolunk be, szervesen folytatja e szerzők egyikének Stáhl Jánossal együtt végzett korábbi kutatását, melynek különböző részleteiről több tanulmány számolt be [7], [9], [10], [11]. Ennek megfelelően az alapfogalmakat, a termelési függvény levezetését és az irodalmat itt a lehető leg-rövidebben tárgyaljuk és elsősorban az egyik korábbi cikkekre utalunk [7]. Az ott megadott irodalmat most csupán avval egészítjük ki, hogy a termelési függvényekkel Magyarországon az említett cikk megjelenése óta elsősorban Rimler [4], [5] és Simon [6] foglalkozott.

Jelenleg több irányban is foglalkozunk az itt közölt eredmények felhasználásával illetve továbbfejlesztésével. A meghatározott paramétereket az OAÁH és az OT megbízásából végzett ár-előrebecslési és egyéb tervszámításokban használjuk fel; a KGM megbízásából végzett számításaink [15] kiegészítéseként ugyanakkor a termelési függvény számítások eredményeinek az egyéb előrebecslések eredményeivel való konzisztenciáját elemezzük; ezzel egyidejűleg megkíséreljük az OAÁH megbízásából végzett optimális beruházási számítások [2], [2a], [12] megismétlését empirikus paraméter értékek alapján; végül pedig a KGM megbízásából végzett előkészítő munka eredményeire [14] építve megkíséreljük termelési függvényeknek üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok alapján való felépítését. Ez utóbbi kísérlet módszerét írja le ugyanitt megjelenő másik cikkünk [8].

Hangsúlyoznunk kell, hogy felfogásunk szerint termelési függvény számításaink eredményei elsősorban ezeknek az egyéb számításoknak a keretében

* Ebben a cikkben az INFELOR Rendszertechnikai Vállalat Ökonometriai Osztályán az Országos Anyag és Árhivatal felkérésére folyó kutatómunka egyes eredményeiről számolunk be. A számításokat az INFELOR MINSZK-2 számológépén bonyolítottuk le. Az állóeszközök extenzív kihasználási együttthatóinak meghatározásáért dr. Rácz Jenőnek, a munka elméleti előkészítésében való közreműködésért és egyes számítási programoknak a munka korábbi szakaszában való elkészítéséért pedig Stahl Jánosnak tartozunk köszönettel.

használhatók fel tervezési célokra, tehát főként más számítások paramétereit adhatják, és viszonylag kevésbé alkalmazhatók önálló gazdaságpolitikai következtetések levonására.

E tanulmány 1. és 2. pontja a munka elméleti alapjaival és a kiinduló adatokkal foglalkozik egészen röviden. A 3. pont a tulajdonképpeni termelési függvény számítások eredményeit, a 4. pont pedig a módszertani jellegű problémák tisztázására végzett kiegészítő számítások eredményeit ismerteti. A tanulmányt következtetéseink összefoglalása zárja le.

1. Elméleti alapok

A termelési függvények a termelés ill. az állóeszköz és élőmunka ráfordítások valamint a műszaki fejlődés közötti kapcsolatot írják fel egyszerű matematikai formában. Legismertebb alakjuk a

$$q(t) = a e^{\epsilon t} [k(t)]^{\alpha} [l(t)]^{\beta} \quad (1)$$

Cobb—Douglas termelési függvény, ahol $q(t)$, $k(t)$ és $l(t)$ a valamely t időszakhoz tartozó termelés ill. állóeszköz és élőmunka ráfordítás, ϵ a (meg nem tesztelt) műszaki fejlődés évi átlagos üteme, α és β pedig a termelési elaszticitások, amelyek azt mondják meg, hogy a $k(t)$, ill. $l(t)$ állóeszköz és élőmunka ráfordítások egységnyi viszonylagos (például 1%-os) növekedéséhez a termelés mekkora viszonylagos (pl. hány %-os) növekedése tartozik, és ahol végül a egy arányossági tényező, amely több különböző ország, régió vagy ágazat összehasonlítása esetén az általános hatékonyságot kifejező paraméter lehet, az itteni vizsgálatokban azonban közgazdasági szempontból nem értelmezhető.

Ezeket a jelöléseket kívül még a következő fogalmak bevezetésére van szükség. A volumen hozadéka, amelyet a

$$\mu = \alpha + \beta \quad (2)$$

kifejezéssel definiálható paraméter határozza meg, azt adja meg, hogy a termelés viszonylagos (pl. %-os) növekedése nagyobb vagy kisebb-e, mint a ráfordítások viszonylagos (pl. 1%-os) növekedése. A gazdasági növekedési folyamat szempontjából nagyon előnyös, ha $\mu > 1$, vagyis ha a volumen hozadéka növekvő. Az

$$s = - \frac{dk}{dl} \quad (3)$$

helyettesítési háttérarány voltaképpen az egységnyi munkaerő állóeszközökkel való kiváltásához szükséges beruházások nagyságát adja meg. A

$$\sigma = \frac{\frac{d(k/l)}{k/l}}{\frac{ds}{s}} \quad (4)$$

helyettesítési rugalmasság azt mutatja meg, hogy az előbb definiált helyettesítési háttérarány gyorsan vagy lassan nő-e akkor, ha megnő a munka technikai

felszereltsége. A gazdasági növekedés szempontjából nyilván az az előnyös, ha a munka technikai felszereltségének növekedése csak viszonylag csekély mértékben növeli meg a helyettesítési határárányt, vagyis az egységnyi élőmunka kiváltásához szükséges beruházást. Ez esetben a helyettesítési rugalmasság számértéke egynél nagyobb.

A Cobb—Douglas termelési függvényben a helyettesítési rugalmasság definíció szerint egységnyi, és ezért a Cobb—Douglas függvény ennek a fontos paraméternek az elemzésére nem alkalmas. Ezért vezették be a

$$q(t) = \gamma e^{\epsilon t} (\delta [k(t)]^{-\varrho} + (1 - \delta) [l(t)]^{-\varrho})^{-\frac{\mu}{\varrho}} \quad (5)$$

CES termelési függvényt, ahol γ az ún. hatékonysági, δ az ún. betudási és ϱ az ún. helyettesítési paraméter, és ahol a helyettesítési rugalmasság,

$$\sigma = \frac{1}{1 + \varrho} \quad (6)$$

konstans, de nem egységnyi. Számításaink során e függvény paramétereinek meghatározására törekedtünk, azonban számítástechnikai okokból nem az eredeti alakból, hanem a

$$q(t) = e^{a + \epsilon(t-t^*)} q^* \cdot \left(\frac{k^{*1/\sigma} [k(t)]^{1-1/\sigma} + s^* l^{*1/\sigma} [l(t)]^{1-1/\sigma}}{k^* + s^* l^*} \right)^{\frac{\mu}{1-1/\sigma}} \quad (7)$$

alakból indultunk ki, ahol a *-gal jelölt értékek egy valamely tetszőleges ill. pontosabban közgazdasági megfontolások alapján kiválasztott bázisévhez tartoznak. Ennek értelmében számításaink során feltételeztük, hogy ebben a bázisévben a tényleges és számított értékek egybeesnek.

Könnyen bizonyítható, hogy (7) visszavezethető (5)-re, ugyanis

$$\delta = \frac{k^{*1/\sigma}}{k^{*1/\sigma} + s^* l^{*1/\sigma}} \quad (8)$$

illetve

$$\sigma = e^{a - \epsilon t^*} q^* \left(\frac{k^{*1/\sigma} + s^* l^{*1/\sigma}}{k^* + s^* l^*} \right)^{\frac{\mu}{1-1/\sigma}} \quad (9)$$

A (7) kifejezés logaritmusát véve a

$$\ln \frac{q(t)}{q^*} = a + \epsilon(t-t^*) + \mu \frac{1}{1-1/\sigma} \ln \frac{k^{*1/\sigma} [k(t)]^{1-1/\sigma} + s^* l^{*1/\sigma} [l(t)]^{1-1/\sigma}}{k^* + s^* l^*} \quad (10)$$

kifejezést kapjuk, ahonnan adott t^* , q^* , k^* , l^* , s^* és σ mellett a $q(t)$, $k(t)$ és $l(t)$ értékek idősorai alapján a legkisebb négyzetek módszerével becslést kaphatunk a , ϵ és μ értékére, az s^* és σ értékek folyamatos változtatásával, iteratív úton pedig az utóbbi két paraméternek a legjobb közelítésre vezető és így legvalószínűbbnek tekinthető értékét is meghatározhatjuk. Számításaink során, legalábbis a legelső lépésben („A” változat) ezt az eljárást követtük.

2. A kiinduló adatok

A fentiek értelmében számításainkhoz a termelés, az állóeszközök és a létszám idősoraira van szükség. A megfelelő kiinduló adatok biztosítása elég nagy gondot okoz, csak nehezen érhető el ugyanis e három idősor kellő összhangja. Itt három alapvető probléma vetődik fel: az idősorok tartalmi azonosságának továbbá azonos árbázisának kérdése, mindenekelőtt azonban az, hogy az állóeszköz- és bizonyos mértékig még a létszám adatok is kapacitás adatok, a termelési adatok viszont nem kapacitás jellegűek. E három probléma közül az első kettő közismert és általános, részletesebben kell viszont foglalkoznunk a harmadik kérdéssel.

Itt lényegében arról van szó, hogy ha megváltozik az állóeszközök kihasználása, akkor ugyanaz az állóeszközmennyiség egészen más, pl. sokkal nagyobb termékmennyiség előállítását biztosíthatja. Ha pl. valamely üzem egyműszakos termelésről kétműszakos termelésre tér át, akkor az állóeszközök állományának változása nélkül megkétszerezheti termelését. A népgazdaság egészében vagy egész ágazatokban természetesen ilyen gyors és nagyarányú változások nem lehetségesek, hosszabb időn át végbemenő, kismértékű de egyirányú változások azonban ilyen nagyobb egységek esetén is nagy torzításokat okozhatnak. Hasonló a helyzet, bár kevésbé súlyos a probléma a munkaerő ráfordítás esetében. A munkaerő állományi létszáma a mi viszonyaink között csak csekély mértékben módosul a termelés kisebb-nagyobb ingadozásai esetén, mert a vállalatok a munkaerő-állomány fenntartására törekszenek. A létszám adatok ennek megfelelően bizonyos mértékig kapacitás jellegűek.

A számításhoz szükséges adatsorok közül foglalkozzunk először az állóeszköz idősorokkal. Itt az állami iparnak összehasonlítható (1965. évi) szerkezetre és árbázisra hozott 1950—67. évi állóeszköz adatsorait használtuk fel. Ezeket az adatsorokat az OAÁH közli [19; 23. o.].

Az állóeszköz-állomány adatoknak állóeszköz ráfordítási adatokká való átalakítását Rácz Jenő extenzív kihasználási együtthatóinak felhasználásával kíséreltük meg. Az együtthatók meghatározásának módszerét Rácz Jenő már korábban közölte [3]. Az eljárás lényege a teljesített munkaórák és a nyilvántartott munkahelyek számának összehasonlítása; a kapott mutatószám az egy év alatt teljesíthető összes órának, 8760-nak a %-ában adja meg az egy munkahelyen átlagosan teljesített óraszámot.

A számítások részleteit itt nem közöljük, hanem csupán az adatok forrására utalunk. A munkások összes teljesített munkaóráinak adatait a KSH ipari adattárából vettük [16; 542—45. o.]; az itt közölt adatokat a KSH Iparstatisztikai Főosztályának adatközlése alapján 1967 évig hosszabbítottuk meg. Az összes munkahelyek és a gépi munkahelyek idősorait a KSH adatközlése alapján az OAÁH már idézett kiadványa tartalmazza [19; 43—46. o.]. Felhasználtuk még a gépi munkások és az összes munkások arányát; ezt a KSH két reprezentatív adatfelvétele alapján állapítottuk meg [17], [18]. Az ezeknek az adatoknak felhasználásával számított extenzív állóeszköz kihasználási együtthatókat számításaink részleteivel is foglalkozó kiadványunk [13] közli.

Már az előbb utaltunk arra, hogy az élőmunka adatok esetében is célszerűbb állományi, tehát kapacitás jellegű adatok helyett ráfordítás jellegű adatokat használni. Ezek meghatározása során a következőképpen jártunk el. A KSH kiadványaiból vettük a foglalkoztatottak számának [21; 90—91. o.], a mun-

kások számának [21; 90—91. o.] és a munkások által teljesített összes munkaórának az adatait [16; 542—45. o.]. Az utóbbi két adat hányadosaként meghatároztuk az egy munkásra jutó évi átlagos munkaórák számát. Feltettük, hogy a nem-munkás állományú foglalkoztatottak munkaráfordítása ugyanolyan arányban változik, mint a munkások munkanapjainak átlagos hossza. A foglalkoztatottak becsült munkaóráit ennek a feltevésnek az alapján, az egy munkásra jutó évi munkaórák számának és a foglalkoztatottak számának szorzataként határoztuk meg.

Számításainkban a bruttó termelési érték adatok termelési értékénti felhasználása látszik célszerűnek, ugyanis a termelési függvényeink alapján meghatározott koefficienseket az ágazati kapcsolati mérlegek koefficienseivel együtt akarjuk felhasználni. Mivel a KSH nem közöl összehasonlítható áras bruttó termelési érték adatokat, az 1965. évi folyóáras, a termelési költségek és üzemi eredmények táblázatából vett termelési értékeket [20; 100. o.] a teljes termelési értékek indexsorával [21; 88—89. o.] beszorozva határoztuk meg a többi év számított termelési értékeit.

A kiinduló adatokat a most leírt módszerrel az állami ipar 17 iparcsoportjára számítottuk ki. Számításainkat ezen felül 6 főcsoportra, ill. összevont iparcsoportra is elvégeztük (gépipar; nehézipar; nehézipar bányászat nélkül; könnyűipar; állami ipar; állami ipar bányászat nélkül). A számítások így meghatározott kiinduló adatait részletes kiadványunk [19] tartalmazza; az adatokat hely hiányában itt nem közölhetjük.

3. Az eredmények

Már többször idézett részletesebb kiadványunkban [19] először a számítások menetét és az ezzel kapcsolatos módszertani problémákat írtuk le, majd részletesen elemeztük az összes ágazatra kapott eredményeket, ezek megbízhatóságát és számítási valamint elemzési célokra felhasználhatóságát. Tekintettel arra, hogy itt elsősorban a módszertani vonatkozású eredményeket ismertetjük, ezt a részletesebb elemzést mellőzzük és csupán a számítások menetét, változatait, és az ezzel kapcsolatos legfontosabb módszertani tapasztalatokat taglaljuk.

Számításainkat hat változatban végeztük el („A”–„F” változat). Az első számításorozatban („A” változat) a (10) formulából indultunk ki. A módszertani leírásban közöltek értelmében ki kellett választanunk egy bázisét, melyről feltételezzük, hogy számított termelési értéke egyenlő a ténylegessel. Gyakorlati megfontolások alapján 1960-at választottuk bázisévének. A korábbi érzékenységi vizsgálatok eredményei szerint egyébként eljárásunk nem különösképpen érzékeny a bázisév megválasztására.

A számítás során az s^* és σ paraméterek adott értékéből indultunk ki és ezekhez határoztuk meg a , ε és μ értékét úgy, hogy az R^2 korrelációs index értéke maximális legyen. s^* és σ értékét ezután mindaddig módosítottuk, amíg ezzel az R^2 korrelációs index értékét tovább tudtuk növelni. Minden egyes esetben meghatároztuk az adott újabb s^* és σ értékhez tartozó a , ε és μ értékeket is. Az utóbbi három paraméter értékét tehát a legkisebb négyzetek módszerével határozzuk meg, és így következtetni tudtunk ezek statisztikai megbízhatóságára is. Az első két paraméter értéket viszont iteratív módszerrel számítottuk, és ez a módszer ebben az esetben nem teszi lehetővé, hogy az ered-

mények statisztikai megbízhatóságára, konfidencia intervallumára következtessünk.

Az iteratív eljárás kiinduló pontjául s^* esetében a k^*/l^* értéket, vagyis a bázisévhez tartozó technikai felszereltség értékét választottuk, σ kiinduló értékének pedig 1,01-et. Azért jártunk el így, mert a helyettesítési határárány a technikai felszereltséggel rokon fogalom, és így értékének meghatározása során célszerű innen kiindulni. A helyettesítési rugalmasság alapértékének viszont a Cobb—Douglas termelési függvényben szereplő egységnyi helyettesítési rugalmasság tekinthető. (Az egységnyitől kismértékben eltérő értéket számítástechnikai okokból kellett választanunk.) Ezekből a kiinduló pontokból a mindenkori tényleges érték 1%-ának megfelelő lépésközzel haladtunk a korrelációs index maximális értéke felé.

Hely hiányában csupán az „F” változat alapján kapott eredményeket közölhetjük, és ezért itt most csak általános jellegű módszertani megjegyzésekre kerülhet sor. Az „A” változat eredményeiből mindenekelőtt az tűnt ki, hogy az a , ε és μ paramétereknek, vagyis az arányossági tényezőnek, a műszaki fejlődés ütemének és a volumen hozadékának értéke az esetek legnagyobb részében reálisnak tekinthető, s^* és σ értéke azonban nem.¹ a értéke mindig közel 0, vagyis e^a mindig körülbelül egységnyi, azaz e paraméteralig befolyásolja az eredményeket. Ez tulajdonképpen azt jelenti, hogy a bázisév megválasztásával kapcsolatos feltevéseink helyesek. Az ε paraméterre általában néhány század nagyságú értéket kaptunk, ami megfelel annak, hogy a műszaki fejlődés üteme évi néhány százalék. Végül a μ paraméter értéke 1 körül helyezkedik el, a feldolgozó ipari ágazatokban általában ennél nagyobb, a bányászatban, az élelmiszeriparban és a könnyűipar egyes ágazataiban viszont kisebb. Ez ismét megfelel a volumen hozadékának értékére vonatkozó közgazdasági elképzeléseknek. A paraméterek értékeihez tartozó szórásértékek valamint a korrelációs indexek többnyire kedvezőek, a Durbin—Watson koefficiensnek értéke viszont általában kissé alacsony, vagyis a szoros korreláció ellenére sem tudtuk kiküszöbölni a reziduumok autókorrelációját. Ez arra utal, hogy az állományi adatoknak ráfordítási adatokra való átszámításához felhasznált módszer nem volt eléggé hatékony, és a kapacitáskihasználás ingadozásait nem tudtuk teljes mértékben semlegesíteni.

Ezekkel a kedvezőnek tűnő eredményekkel szemben az esetek nagy részében teljesen elfogadhatatlan értékeket kaptunk az s^* helyettesítési határárányra és a σ helyettesítési rugalmasságra.² A helyettesítési határárány értékek sok esetben rendkívül nagyok és teljesen irreálisak. A helyettesítési rugalmasság értékei néhány esetben elfogadhatatlanul alacsonyak, más esetekben elfogadhatatlanul magasak, és ezzel a többi értéket is megbízhatatlanná teszik. A

¹ Utalnunk kell arra, hogy 1968-as árbázison és meghosszabbított alapadat sorokkal végzett számításaink eredményeképpen a helyettesítési rugalmasság értékére több esetben már az eredeti számítás sorozatban („A” változat) az itt közölteknél lényegesen jobb eredményeket kaptunk. Ez bizonyos mértékig módosítja következtetéseinket. Úgy látszik ugyanis, hogy a legkisebb négyzetek klasszikus módszerének felhasználása korrigált és hosszabb adatsorok esetén kedvezőbb eredményekre vezet, mint ahogy ezt ebben a tanulmányban bemutatjuk. Ezeknek az eredményeknek a részletesebb értékelésével csak külön tanulmányban foglalkozhatunk, mert számításaink még nem fejeződtek be.

² V.ö. az 1. lábjegyzettel.

helyzetet tovább rontja, hogy nem lehet meghatározni a paraméterek konfidencia intervallumának megítélésére felhasználható statisztikai mutatószámokat.

Az utóbbi eredmények voltaképpen azt fejezik ki, hogy a termelés és a számított állóeszköz ráfordítások alakulása között sok esetben csekély a korreláció. A termelés nem feltétlenül akkor nő nagyobb mértékben, amikor az állóeszközök nagyobb mértékben gyarapodnak, hanem például az ezt követő években, ugyanakkor viszont szoros a kapcsolat a munkaerő ráfordítás változása és a termelési volumen változása között. Ennek folytán az itt felhasznált statisztikai módszer azokat a termelésváltozásokat sem mutatja az állóeszköz növekedés következményének, amelyek pedig ténylegesen ennek folytán jöttek létre, mert az állóeszközök növekedése és a termelés növekedés között nincs időbeli összhang. Tekintettel arra, hogy az állóeszköz növekmények és a következményükkel jelentkező termelés növekmények közötti időbeli késés nem kellőképpen konstans, a korábban végzett érzékenységi vizsgálatok értelmében az eredmények késleltetett változók szerepeltetésével sem javíthatók.

Ez a helyzet valószínűleg elsősorban ténybeli, részben azonban módszertani okok következménye. Egyrészt feltétlenül igaz, hogy a beruházásaink által előidézett termelésnövekedés az esetek legnagyobb részében időbelileg elhúzódik, és így a kapott eredmény voltaképpen összhangban van a gazdaságunk működésére vonatkozó tapasztalatokkal. Másrészt az állóeszköz idősor összeállításával, azonos konstrukcióra és árbázisra való átszámításával továbbá az extenzív állóeszköz-kihasználási együtthatók meghatározásával kapcsolatos statisztikai hibák — amelyek főként a vizsgált időszak elején nagyon komolyak lehetnek — tovább ronthatják a termelés változás és az állóeszköz változás közötti amúgy is kisfokú korrelációt. Az eredményeket ezen felül a multikollinearitás is torzítja.

Az s^* és σ értékekre vonatkozó negatív eredményekből két következtetésre juthatunk. Egyrészt úgy tűnik, hogy a termelési függvények paraméterei két csoportra oszthatók: a növekedési folyamatot leíró műszaki fejlődésre és a volumen hozadékára, valamint a helyettesítési folyamatot (az élőmunka beruházással való kiváltását) leíró helyettesítési határányra és helyettesítési rugalmasságra. A felhasznált módszer, úgy látszik, kielégítő módon határozza meg a növekedési folyamat paramétereit, de kevésbé alkalmas a helyettesítési folyamat paramétereinek meghatározására. Másrészt viszont ebből egyenesen következik a második módszertani következtetés: amennyiben az s^* és σ értékek torzítottak, akkor ezek az a , különösképpen pedig az ε és a μ paraméterek torzítására vezethetnek. Feltétlenül szükség van tehát olyan érzékenységi vizsgálatokra, melyek segítségével megkísérélhetjük ezeknek a torzításoknak a kiszűrését.

A számítás további változataival voltaképpen ennek a feladatnak a megoldását kíséreltük meg. A „B” változatban azt vizsgáltuk, hogyan változnak a számított paraméterértékek, ha feltételezzük, hogy a bázisévhez tartozó helyettesítési határány értéke az ugyanehez az évhez tartozó technikai felszereltség értékének felel meg, a helyettesítési rugalmasság értéke pedig azonos az „A” változat szerint számított értékkel. A számításokat a korábbival teljesen azonos eljárással bonyolítottuk le, azonban kiküszöböltük az iterációt, vagyis csupán az s^* és σ paraméterek adott értékéhez tartozó többi paramétert és a statisztikai mutatószámokat határoztuk meg. Továbbra is 1960-at választ-

1. táblázat

Az ágazati CES termelési függvények paramétereinek az „A”–„E” változat eredményeinek összehasonlítása alapján legvalószínűbb, az ár- és tervszámításokban felhasználható értékei, valamint az ezekhez tartozó statisztikai mutatószámok („F” változat)

1950–67, bázisév: 1960

Ágazatok	s*	σ	a	ε	μ	R ²	δ	Változat
Bányászat	0,611899	1,01	0,020342 (0,018817)	0,030716 (0,007692)	0,464826 (0,146232)	0,976426	0,842846	C
Villamosenergia ipar	0,86	1,009010	-0,008857 (..)	0,044844 (..)	1,0 (..)	0,979222	0,212412	E, B alapján
Kohászat	0,323734	1,015	-0,022601 (0,009965)	0,034083 (0,004464)	1,112005 (0,122089)	0,994981	1,405805	C
Gépek és gépi berendezések gyártása	0,089479	1,01	-0,059829 (0,012679)	0,28069 (0,005254)	1,104058 (0,094099)	0,993776	1,416629	C
Közlekedési eszközök gyártása	0,11	1,01	0,003394 (0,009348)	0,034053 (0,007890)	1,808783 (0,183248)	0,997132	1,878721	D
Villamosipari gépek és készülékek gyártása	0,07	1,020000	-0,040841 (0,021405)	0,008572 (0,017006)	1,156804 (0,198985)	0,988319	1,142498	B
Híradás és vákumtechnikai ipar	0,06	1,009010	0,041398 (..)	0,047578 (..)	1,1 (..)	0,998543	1,083798	E, B alapján
Műszeripar	0,394226	1,01	-0,002750 (0,010422)	0,056466 (0,004789)	1,187407 (0,060857)	0,998502	1,283563	C
Fém-tömegcikkipar	0,165962	0,990099	0,013469 (0,013691)	0,043568 (0,002941)	1,262584 (0,082023)	0,990532	1,312753	A
Gépipar	0,08	1,00901	-0,008226 (0,010821)	0,022890 (0,007126)	1,250241 (0,120912)	0,996151	1,329184	B
Építőanyagipar	0,12	1,01	-0,71515 (...)	0,031758 (...)	0,9 (...)	0,930854	1,221160	E, D alapján

Ágazatok	s*	σ	a	ε	μ	R ²	δ	Változat
Vegyipar	0,27	1,01	0,024498 (..)	0,028708 (0,021947)	1,107360 (0,232407)	0,997516	1,136867	D
Nehézipar	0,22	1,337056	0,016227 (0,011869)	0,021703 (0,009095)	1,149702 (0,157346)	0,995585	0,849553	B
Nehézipar bányászat nélkül	0,708426	1,01	-0,007152 (0,007162)	0,040089 (0,004336)	1,229520 (0,097912)	0,998288	1,345098	C
Fafeldolgozó ipar	0,06	1,01	0,041584 (0,017712)	0,013034 (0,009949)	0,915632 (0,115720)	0,992146	1,486302	D
Papíripar	0,39	1,009901	0,018934 (0,014167)	0,031176 (0,010075)	1,004193 (0,188755)	0,991356	1,598417	B
Nyomdaipar	0,09	0,990099	0,000136 (0,016163)	0,052383 (0,006223)	0,591318 (0,150696)	0,98588	0,894833	B
Textilipar	0,16	1,01	-0,014839 (0,007565)	0,006052 (0,006490)	1,490304 (0,189181)	0,994843	1,547025	D
Bőr-, szőrme- és cipőipar	0,07	0,990099	-0,034308 (..)	0,013008 (..)	0,9 (..)	0,971401	0,490680	E, B alapján
Textilruházati ipar	0,03	1,01	0,037983 (0,021025)	0,011279 (0,007896)	0,851870 (0,096524)	0,987589	1,119101	D
Könnyűipar	0,229945	1,01	0,023148 (..)	0,016133 (..)	1,15 (..)	0,988517	1,491620	E, C alapján
Élelmiszeripar	0,18	1,009901	0,072340 (0,012956)	0,048119 (0,004026)	0,480575 (0,098956)	0,992319	0,667988	B
Állami ipar	0,19	1,212750	0,029320 (0,012295)	0,022509 (0,009652)	1,040614 (0,176245)	0,994774	0,891915	B
Állami ipar bányászat nélkül	0,18	1,212750	0,022624 (0,009861)	0,018778 (0,008487)	1,191689 (0,159445)	0,996417	1,082617	B

s* = a helyettesítési határányának a bázisévhez tartozó értéke, millió Ft/10 000 munkaóra; σ = a helyettesítési rugalmassági értéke; a = a regressziós egyenlet logaritmált alakjának nulladfokú tagja; ε = a (meg nem testesült) műszaki fejlődés átlagos évi exponenciális üteme; μ = a volumen hozadékának értékét meghatározóparaméter; R² = a korrelációs index; δ = a Durbin – Watson koefficiens. ()-ben a paraméterek szórása. (..) a kérdéses szórás a követett számítási eljárással nem határozható meg.

tottuk bázisévnek. Az eredmények elemzése azt mutatja, hogy ennek folytán a statisztikai mutatószámok alig romlottak, és a számított a , ε és μ paraméterek is csak csekély mértékben módosultak.

Teljesen hasonló módszert követtünk a „C” és a „D” változatban is. A „C” változatban azt tételezzük fel, hogy a helyettesítési rugalmasság értéke 1,01, vagyis hogy a termelési függvények megközelítőleg a Cobb—Douglas esetnek felelnek meg, a „D” változatban pedig azt, hogy a bázisév helyettesítési határarányának értéke a bázisév technikai felszereltségével egyenlő, a helyettesítési rugalmasság értéke pedig ismét megközelítőleg egységnyi. A számítási eljárás értelemszerűen azonos volt a „B” változattal, az eredmények elemzése pedig azt mutatja, hogy a legtöbb esetben a kiinduló paraméterértékeknek ezek a változásai sem módosították lényegesen az a , ε és μ paramétereket valamint a statisztikai mutatószámokat. Ezek az érzékenységi vizsgálatok tehát az előbb tárgyalt második probléma szempontjából arra az eredményre vezettek, hogy a helyettesítési folyamat paramétereinek torzított értékei a legtöbb esetben nem módosítják lényegesen a növekedési folyamat paramétereinek értékét.

Az eredmények elemzése még egy problémára mutatott rá. Multikollinearitás folytán több esetben az a , ε és μ paraméterek egymást kompenzáló torzítása lépett fel, azaz több esetben az egyik paraméterre irreálisan nagy, a másikra pedig irreálisan kis értéket kaptunk. Ez utóbbi torzításnak a gyakorlati jelentősége kisebb, ugyanis közgazdasági szempontból sok esetben közbömbös, hogy valamely ágazat növekedését a műszaki fejlődés vagy a növekvő hozadék mozdítja-e elő. A problémának ugyanakkor a beruházási folyamat optimalása szempontjából nagy a jelentősége, mert a volumen hozadékának nagy értéke esetén nagyobb beruházási volumen látszik indokoltnak, mint a műszaki fejlődés gyors üteme mellett. Célszerűnek látszott tehát további vizsgálatok végzése.

Ezeket a számításokat („E” változat) a korábbihoz hasonló módszerrel végeztük el. Ugyancsak a (10) képletből indultunk ki, azonban nem csupán s^* és σ , hanem a és μ értékeit is adottnak tekintettük, és ezeket a kiinduló paramétereket valamely korábbi változattól vettük át. Ilyen módon egyetlen szabad paraméterünk maradt, ε , melynek értékét iteratív módszerrel határoztuk meg. Ezt az eljárást nem csupán az a , ε és μ , hanem a σ paraméter értékeire vonatkozó érzékenységi vizsgálatra is felhasználtuk. A vizsgálatok néhány esetben lehetővé tették különböző torzítások kiküszöbölését, a legtöbb esetben viszont inkább megerősítették a korábban kapott eredményeket.

Az érzékenységi vizsgálatoknak az eredményei alapján az „F” változatban azokat az értékeket állítottuk össze, amelyek a statisztikai kritériumok és az eredmények logikai értelmezése alapján a legvalószínűbbnek tűnnek. Ezeket az értékeket közli az 1. táblázat. Kétségtelen, hogy kiválasztásuk során többé-kevésbé önkényesen jártunk el, úgyhogy az itt választott eljárással szemben módszertani oldalról lehet felhozni kifogásokat. Ezeknek az értékeknek tervezési célokra való felhasználását ennek ellenére nyugodt lelkiismerettel ajánlani tudjuk mindaddig, amíg újabb kutatási eredmények nem állnak rendelkezésünkre. E paraméterek ugyanis egyrészt hosszmeteszben konzisztensek, vagyis teljes mértékben összeegyeztethetők a vizsgált közel 20 éves időszakban lezajlott időbeni fejlődés tapasztalataival, másrészt keresztmeteszben konzisztensek, vagyis a különböző ágazatokhoz tartozó értékek arányosak egymással, harmadrészt a statisztikai mutatószámok kielégítően magas értékeire vezetnek és így statisztikai szempontból elfogadhatók, végül pedig meg-

egyeznek az irodalomból ismert eredményekkel és összhangban vannak a nemzetközi tapasztalatokkal.

Az elmondottak értelmében a végett, hogy gyakorlati célokra felhasználható adatokhoz jussunk, engedményeket tettünk a módszertani elegancia rovására. Hangsúlyozni kell, hogy ez az engedmény nem túlzottan nagy mértékű. A különböző változatokhoz tartozó értékek statisztikai mutatószámai között az eltérések voltaképpen nem szignifikánsak, hanem többé-kevésbé véletlenszerűnek tekinthetők. Ennek alapján úgy tűnik, hogy az érzékenységi vizsgálatok és az eredmények logikai kontrollja nincs kirívó ellentétben a statisztikai kritériumokkal. Sokkal megbízhatóbb eredményeket csak az adatokkal kapcsolatos problémák megoldásától, illetve a módszer nagymértékű továbbfejlesztésétől és a helyettesítési határárány valamint a helyettesítési rugalmasság ipari-technológiai jellegű számításokkal való meghatározásától várhatunk, nem pedig az idősoros elemzésen alapuló számítások módszerének bármilyen módosításától. Ezzel a problémával a KGM megbízásából végzett munkánkról készült beszámolóban [14] foglalkoztunk, melynek legfontosabb módszertani következtetéseit itt közölt másik cikkünk [8] ismerteti.

4. Érzékenységi vizsgálatok

Az előző pontban részletesen foglalkoztunk azzal, hogy sok esetben irreális értékeket kaptunk az s^* és a σ paraméterekre, aminek folytán a számított értékek helyett feltevéseken alapuló becsült értékeknek a tervszámításokban való felhasználását kellett ajánlanunk. Ugyanakkor megfigyeltük azt is, hogy az R^2 korrelációs index sok esetben teljesen érzéketlen volt az s^* és a σ paraméterek értékére, vagyis a helyettesítési határárány és a helyettesítési rugalmasság nagymértékű változása esetén is alig módosult. Ennek alapján teljes joggal tételezhetjük fel, hogy a legkisebb négyzetek itt felhasznált klasszikus módszere nem alkalmas a paraméterek értékének meghatározására, és az irreális eredményeknek kifejezetten módszertani okuk van. Érzékenységi vizsgálatunkat ennek a kérdésnek a megközelítésére végeztük el.

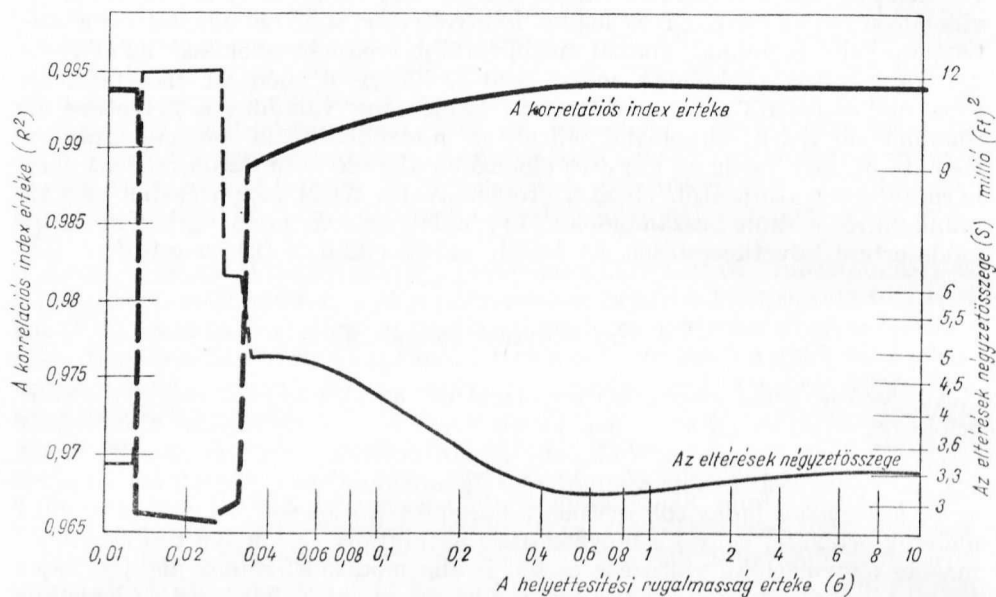
Ezekben a kiegészítő számításokban az s^* és σ paraméterek közül az egyiket az „A” változatban megjelölt színvonalon rögzítettük, a másikat folyamatosan változtattuk, és az egyes paraméter értékekhez tartozó statisztikai mutatószámokat először tabelláltuk, ezután pedig grafikusán ábráztuk. Számításainkat nem végeztük el valamennyi ágazatra, és az elvégzett számítások közül is csupán néhánynak az eredményét mutatjuk be illusztrálás céljából. Először egy kedvező esetet közlünk (Gépek és gépi berendezések gyártása; 1—2. ábra), ezután két problematikusabb esetet (Gépipar, illetve Állami ipar; 3—4., illetve 5—6. ábra), végül pedig ismét egy kedvezőbb esetet (Bányászat; 7. ábra).

A gépek és gépi berendezések adatai alapján legelőször a helyettesítési rugalmasságra vonatkozó érzékenységi vizsgálat eredményeit közöljük (1. ábra). Az ábra egy elméleti jellegű, továbbá egy nagyon is fontos gyakorlati jellegű problémára utal.

Elméleti jellegűnek kell minősíteni azt a tényt, hogy a legrosszabb közelítésre vezető, 0.02 körüli σ értékektől balra és jobbra, tehát ennél kisebb illetve nagyobb értékekre egyaránt javul a közelítés. Ez arra utal, hogy az iteratív eljárás mechanikus alkalmazása téves eredményekre vezethet; az igen ala-

csony értékek mellett kapott viszonylag jó közelítést azonban tárgyi szempontból mégis elhanyagolhatjuk, ezek az értékek ugyanis feltétlenül irreálisak. Utalnunk kell arra a tényre is, hogy mind az R^2 , mind az S görbének a legrosszabb közelítésre vezető értékek körüli intervallumban valószínűleg szakadásai vannak.

Vizsgálataink sokkal fontosabb és gyakorlati szempontból is értékelhető eredménye az R^2 és az S görbéknek a legrosszabb közelítés intervallumától



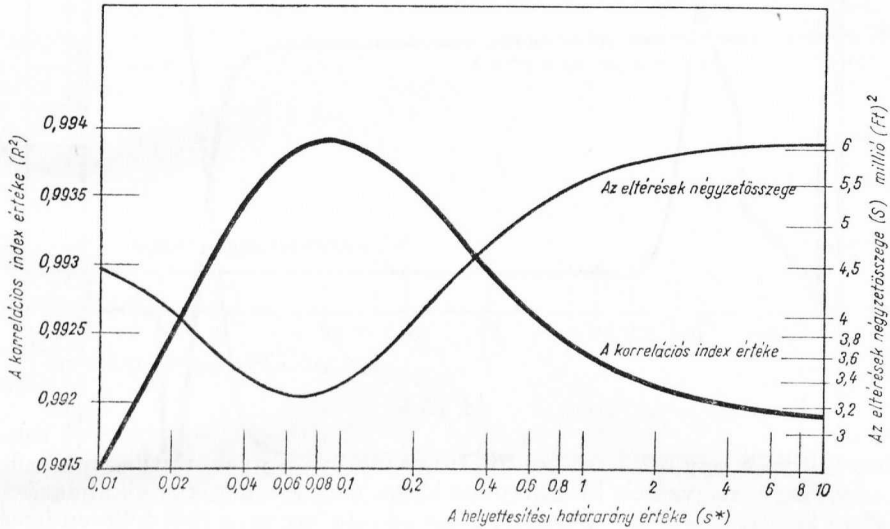
1. ábra

jobbra, tehát a reális értékek zónájában megfigyelhető alakulása. Az R^2 görbe mintegy a $\sigma = 0,6$ értékig folyamatosan növekszik, ettől jobbra azonban R^2 értéke gyakorlatilag konstans, a korrelációs index a legmagasabb érték körül ingadozik, az egyes helyi optimumok nem különböznek egymástól szignifikánsnak tekinthető mértékben, és ennek folytán a legjobb közelítésre vezető érték nem is határozható meg iteratív módszerrel. σ ilyen meghatározásának voltaképpen nincs is értelme, mert a különböző lokális optimumok értéke közötti eltérés elhanyagolható. Az eltérések négyzetösszegének, S -nek ugyanakkor határozott minimuma van, amely globális minimumnak tűnik. Ez a minimum éppen annál a σ értéknél helyezkedik el, amelytől jobbra a korrelációs index már nem változik szignifikáns mértékben. A két statisztikai mutatószám együttes figyelembevétele alapján úgy tűnik tehát, hogy a 0,55 körüli σ érték tekinthető a legvalószínűbbnek.

Figyelemreméltó, hogy ez az érték közgazdasági megfontolások alapján is reálisnak tekinthető. Arrow, Chenery, Minhas és Solow [1] ugyanis megközelítőleg ugyanilyen eredményt kaptak nemzetközi keresztmetszeti adatok alapján végzett empirikus számításaik során. Eredményünk tehát megfelel annak, amit mások más adatok alapján és más módszerrel kaptak. Úgy tűnik tehát,

hogy a legkisebb négyzetek klasszikus módszerének mechanikus alkalmazásával kapott és az eredménytáblázatunkban is szereplő $\sigma = 8,5$ érték helyett ezt a $\sigma = 0,55$ értéket kell reálisnak tekintenünk.

A gépek és gépi berendezések ágazatának adatai alapján egyértelmű eredményt kaptunk s^* értékére is (2. ábra). Ezekben a számításokban σ értékét az „A” változatban meghatározott színvonalon rögzítettük ($\sigma = 8,537746$). Amint az ábrából egyértelműen kiténik, R^2 -nek határozott maximuma, S -nek

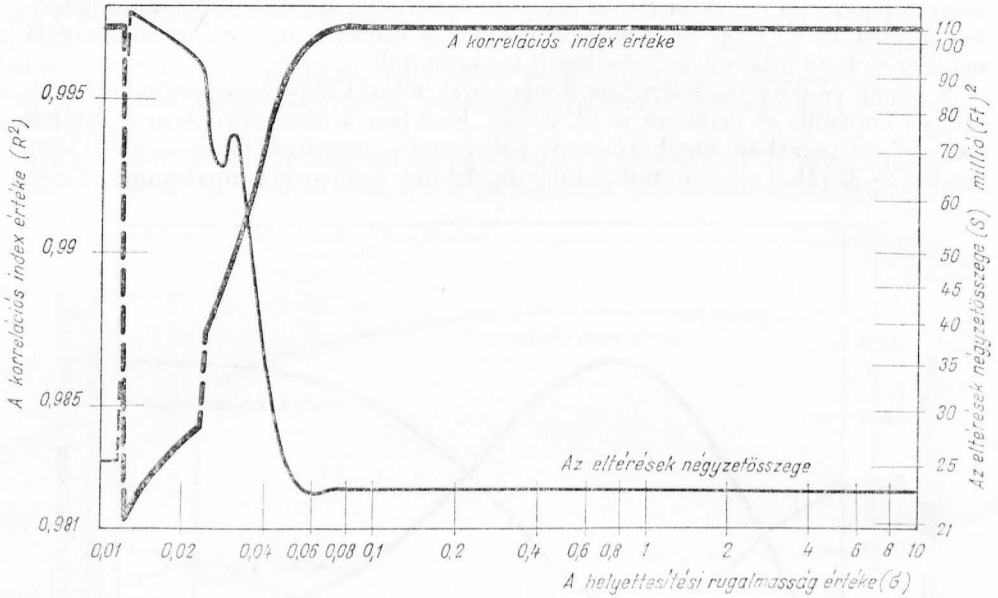


2. ábra

pedig határozott minimuma van, habár nem teljesen ugyanazon a helyen. Mindkét eredmény egészen közel fekszik azonban a munka technikai felszereltségének a bázisévhez tartozó statisztikai tényszámaihoz, így tehát a számított eredmények reálisnak tekinthetők. A gépek és gépi berendezések esetében tehát már a statisztikai kritériumok nem teljesen mechanikus alkalmazásával is meg lehet határozni az s^* és a σ paramétereknek a legjobb közelítésre vezető értékeit.

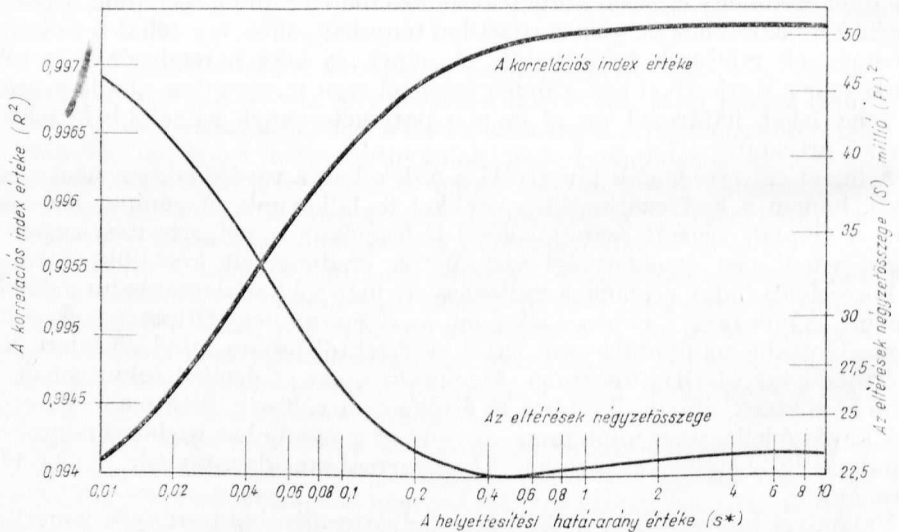
A felvetődő problémák illusztrálása érdekében a továbbiakban nem a kedvező, hanem a kedvezőtlenebb esetekkel foglalkozunk. A gépipar egészének adatai alapján végzett számításokból is legelőször a helyettesítési rugalmasságra vonatkozó érzékenységi vizsgálatok eredményeit közöljük (3. ábra). A korrelációs index értékének változása itt már sokkal alacsonyabb σ értékek mellett szűnik meg, s ebben a zónában az eltérések négyzetösszegének is csak elmosódottabb minimuma van. Ettől az értéktől jobbra mind R^2 mind pedig S értéke gyakorlatilag konstans. Amennyiben azt az értéket tekintenénk legjobb becslésnek, amelyetől jobbra R^2 értéke nem változik, illetve ahol S értékének kevésbé jellegzetes minimuma van, akkor σ -ra mind az irodalmi adatokhoz, mind pedig a logikai elemzéshez képest irreálisan alacsonynak tűnő értéket kapnánk.

Valamivel kedvezőbbben alakultak a helyettesítési határányra vonatkozó, ugyanazon adatok felhasználásával végzett számítások (4. ábra). A korrelációs



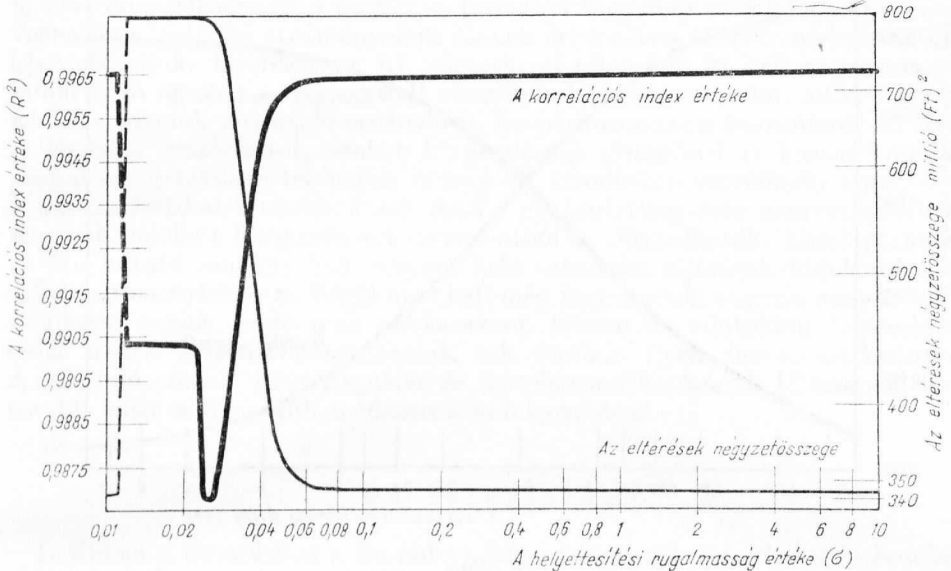
3. ábra

index változása egy bizonyos ponton túl ez esetben is gyakorlatilag megszűnik, és a legkisebb négyzetek klasszikus módszerének mechanikus alkalmazásával az s^* -ra kapott érték ($s^* = 623,97$) közgazdasági szempontból teljesen irreális. Az eltérések négyzetösszegének viszont ebben az esetben is van abszolút minimuma, és ez az abszolút minimum ismét azoknak az R^2 értékeknek a környezetébe esik, ahol R^2 gyakorlatilag konstanssá válik. Ez az s^* érték



4. ábra

megközelítőleg akkora, mint a bázisévben a munka technikai felszereltsége, illetve pontosabban ennél kissé nagyobb, ami arra utal, hogy a munkaerő felzabadtatásához a gépipar egészében a technikai felszereltséget kissé meghaladó mértékű fajlagos beruházásra van szükség. Ez reális eredménynek tűnik. A számítási eredmények részletesebb elemzése tehát ebben az esetben is közgazdasági szempontból elfogadható következtetésekre vezet.



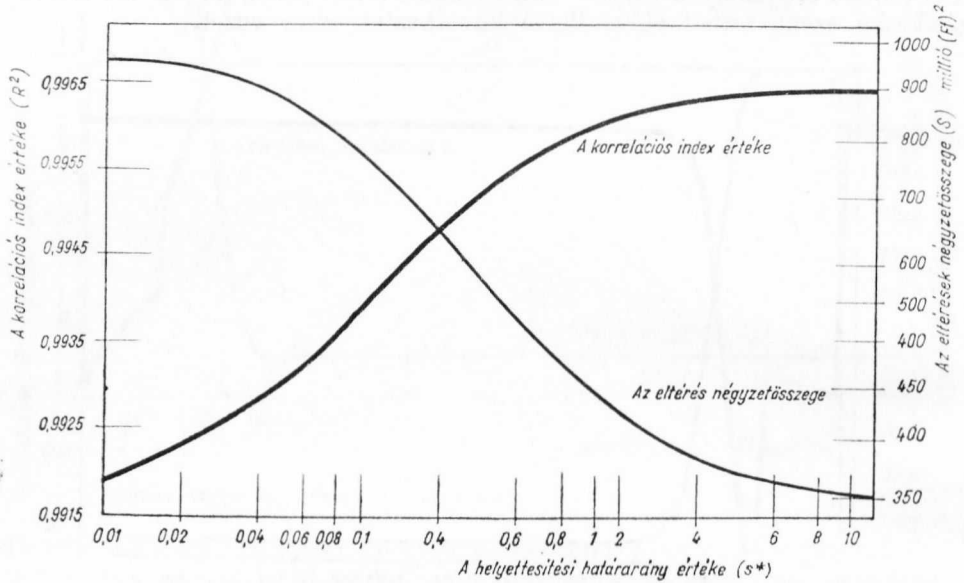
5. ábra

Statisztikai szempontból még kedvezőtlenebb a helyzet az állami ipar egészének adatai alapján végzett számításokban. Itt is először a helyettesítési rugalmasság értékére vonatkozó érzékenységi vizsgálatok eredményeit közöljük (5. ábra). Itt már az eltérések négyzetösszegének sincs minimuma, hanem egy igen alacsony érték fölött a korrelációs index és az eltérések négyzetösszege egyaránt gyakorlatilag konstanssá válik. Az ábrából látható, hogy a legkisebb négyzetek módszerének mechanikus alkalmazásával kapott, a legjobb közéletésre vezető $\sigma = 1,212750$ érték önkényesnek tekinthető, mert a statisztikai mutatószámok gyakorlatilag azonosak minden $\sigma = 0,06$ és $\sigma = \infty$ közötti értékre.

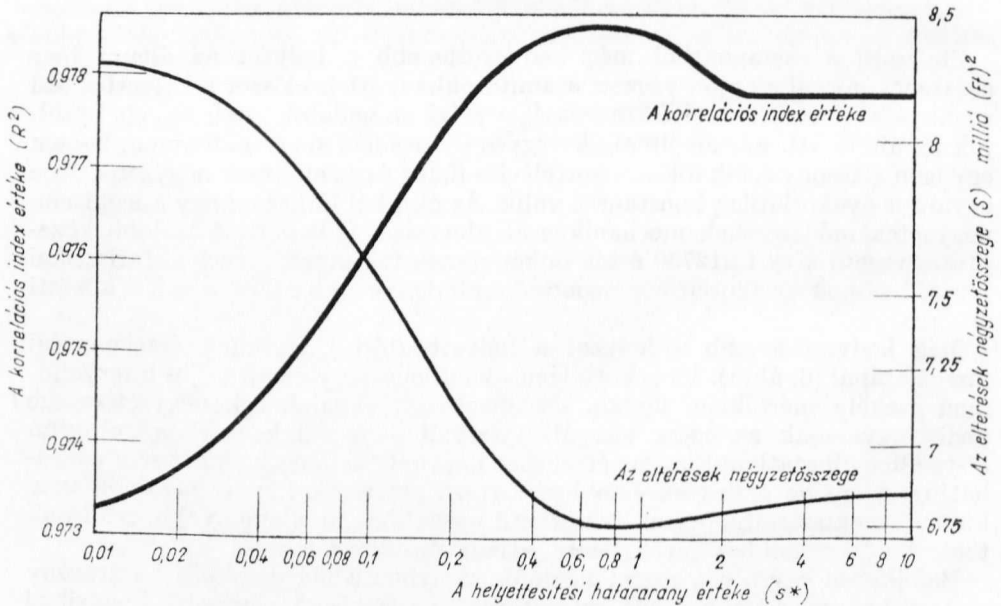
Még kedvezőtlenebb a helyzet a helyettesítési határány érzékenységi vizsgálatánál (6. ábra). Itt a korrelációs koefficiens a vizsgált teljes intervallumon csekély mértékben ugyan, de növekszik, az eltérések négyzetösszege pedig ugyancsak az egész vizsgált intervallumon csökken. Ennek folytán s^* -ra elfogadhatatlanul magas értékeket kaptunk, és még csak azt sem mondhatjuk, hogy az ehhez az értékhez tartozó statisztikai mutatószámok nem különböznek szignifikánsnak tekinthető mértékben az alacsonyabb, reálisnak tekinthető értékekhez tartozó statisztikai mutatószámoktól.

Befejezésül egy olyan esetet közlünk, melyben a helyettesítési határány statisztikai módszerekkel való meghatározása a legkisebb négyzetek klasszikus módszerének alkalmazása esetén ismét lehetségesnek tűnik. Ez a számításunk

a bányászati adatsoron alapul, és itt csupán a helyettesítési határárányval kapcsolatos érzékenységi vizsgálatok eredményeit közöljük (7. ábra). A helyettesítési határárány számított értéke itt nagyságrendileg megfelel a bázisív technikai felszereltségének; pontosabban ez utóbbinak háromszorosa. Ez meg-



6. ábra



7. ábra

felel annak a ténynek, hogy a munkaerő kiváltása ebben az ágazatban növekvő nehézségekkel jár, és így ez az érték reálisnak tekinthető. Ennek ellenére meg kell jegyezni, hogy az R^2 és S függvények szélső értékei ez esetben távolról sem mutatkoznak meg olyan határozottan, mint pl. a 2. ábrán.

A számítási eredmények arra utalnak tehát, hogy a legkisebb négyzetek klasszikus módszerének alkalmazásától — különösképpen az iteratív eljárás mechanikus felhasználása esetén — termelési függvény számításainkban nem várhatunk kielégítő eredményeket. Ennek értelmében kétféle módszerrel kell kísérleteznünk. Egyrészt az itt végzett számításokat ki kell terjesztenünk minél több ágazatra, és meg kell vizsgálnunk, hogy az esetek milyen százalékos mértékben kapunk megfelelő eredményt, ha párhuzamosan használunk fel több statisztikai kritériumot, ezeket közgazdasági elemzéssel is kiegészítjük, és azokat az értékeket tekintjük a legjobb közelítésre vezetőnek, amelyeknél a statisztikai mutatószámok értéke gyakorlatilag már nem változik, és amelyek emellett közgazdasági szempontból is elfogadhatók. Ezzel párhuzamosan kutató munkát kell végezni más számítási eljárások kidolgozása és alkalmazása érdekében. Végül meg kell még jegyeznünk: nagyon nagy a valószínűsége annak, hogy nem módszertani, hanem az adatokkal kapcsolatos okok miatt vezettek számításaink sok esetben ilyen furcsa eredményre. A kiinduló adatok felülvizsgálata és összehasonlíthatóságuk biztosítása fontosabb lehet a finomabb módszerek kidolgozásánál.

Összefoglalás

1. Ebben a kutatásban a korábban felírt matematikai modell és a korábbi számítások tapasztalatainak felhasználásával megkíséreltük a CES termelési függvények paramétereinek meghatározását az állami ipar 17 iparcsoportjára valamint 6 főcsoportjára ill. összevont iparcsoportjára. A kiinduló adatok egy részét a KSH kiadványaiból vettük, más részét a KSH Iparstatisztikai Főosztálya külön adatszolgáltatás formájában bocsátotta rendelkezésünkre, ismét más részét pedig a számítások adatbázisának előkészítése során állítottuk össze és részben külön publikáltuk.

2. A számításokat a legkisebb négyzetek módszerével, iteratív úton végeztük el. Az eredmények értékelése során kitűnt, hogy sok esetben korrekciót kellett bevezetnünk, ugyanis az eredmények torzításokat tartalmaznak. Ennek elsősorban az az oka, hogy a termelés változása és az állóeszköz-állomány változása között a legtöbb esetben nagyon csekély a korreláció. Ez azért van így, mert az új állóeszközökön elérhető termelésnövekmény általában kisebb-nagyobb késéssel az új állóeszközök létesítése után jelentkeznek, és így az itt alkalmazott viszonylag egyszerű matematikai-statisztikai módszerek segítségével nem lehet kellő biztonsággal elkülöníteni a termelésnövekménynek azt a részét, amely az állóeszköz növekménynek tudható be. Sok esetben tehát vagy azzal a feltevéssel kellett élnünk, hogy az egységnyi munkaerő felszabadításához szükséges beruházás a munkaerő technikai felszereltségével egyenlő, vagy azzal, hogy a helyettesítési rugalmasság egységnyi, esetleg mindkettővel. Több esetben a műszaki fejlődés üteme és a volumen hozadéka közötti egymást kompenzáló torzításokat is korrigálnunk kellett.

3. Az eredmények részletesebb elemzése arra a következtetésre vezetett, hogy a termelési függvény paramétereit két csoportra kell bontanunk: a

növekedési folyamatot leíró műszaki fejlődésre és a volumen hozadékára, valamint a helyettesítési folyamatot leíró helyettesítési határárányra és helyettesítési rugalmasságra. Úgy tűnik, hogy számításaink kielégítő módon határozták meg az első két paraméter értékeit, és hogy az ezekre kapott korrigált eredmények gyakorlati tervezési célokra teljes mértékben felhasználhatók. Úgy látszik, hogy a volumen hozadéka a népgazdaság egészében, ezen belül különösképpen a gépiparban és a könnyűipar egyes ágazataiban növekvő, a bányászatban és az élelmiszeriparban, valamint a könnyűipar egyes ágazataiban csökkenő. A műszaki fejlődés üteme a nehézipari ágazatokban általában nagyobb, a könnyűipari ágazatokban általában kisebb. A korrigált eredmények ágazatközi eltérései egymással és az összevont iparcsoportokkal valamint az állami ipar egészével összehasonlítva reálisnak tűnnek, és összhangban vannak a más forrásokból származó ismereteinkkel. Ez az eredmény nagy jelentőségűnek tűnik, hiszen annak bizonyítása, hogy az ágazatok egy részében csökkenő, más részében pedig határozottan növekvő hozadék érvényesül, a fejlesztési politika kialakítása szempontjából alapvető fontosságú.

4. Teljesen más a helyzet a helyettesítési folyamat paramétereinek, a helyettesítési határáránynak és a helyettesítési rugalmasságnak az esetében. A kapott eredmények nagyon sok esetben irreálisak, ami megbízhatatlanná teszi még a reálisnak tekinthető értékeket is. A helyzetet tovább nehezíti, hogy a számítási eljárás nem ad olyan statisztikai kritériumot, melynek alapján megítélhetnénk az eredmények megbízhatóságát. Az érzékenységi vizsgálatok eredményei azt mutatják, hogy a legkisebb négyzetek klasszikus módszerének alkalmazásától e tekintetben nem várhatunk lényegesen jobb eredményeket, és hogy a korrelációs indexnek illetve az eltérések négyzetösszegének alakulása alapján sok esetben nem határozható meg a helyettesítési határáránynak és a helyettesítési rugalmasságnak az értéke. Ezekkel a negatív eredményekkel kapcsolatban ugyanakkor rá kell mutatni arra, hogy számításaink szerint a volumen hozadéka illetve a műszaki fejlődés üteme nagymértékben független a helyettesítési határárány és a helyettesítési rugalmasság értékétől, és így az utóbbiak bizonytalansága nem befolyásolja az előbbiekre vonatkozó eredményeink felhasználhatóságát.

5. Arra a következtetésre kellett jutnunk, hogy a helyettesítési határárány és a helyettesítési rugalmasság meghatározását más módszerek felhasználásával kell megkísérelnünk. Célszerűnek látszik egy olyan vizsgálat, amely az egységnyi munkaerő felszabadításához szükséges beruházás nagyságát és esetleg a helyettesítési rugalmasság alakulását üzemi vagy vállalati szintű, technológiai jellegű adatokból kiindulva elemzi. A javasolt új módszerrel kapott eredményeket az ebben a tanulmányban leírt módszer segítségével elemezve kitűnik majd, hogy a helyettesítési folyamat paramétereire kapott új eredmények mennyiben módosítják a növekedési folyamat paramétereinek értékét. Úgy látszik tehát, hogy a helyettesítési és növekedési folyamat paramétereit esetleg teljesen különböző eljárással lehet meghatározni, sőt esetleg valamennyi termelési függvény paraméter meghatározását legalább részben mikroökonómiai, technológiai jellegű adatokra célszerű alapozni. Az ezzel kapcsolatos kutatást már megindítottuk; a módszertani elgondolást a következő tanulmányban ismerhetjük.

6. Külön fel kell hívnunk a figyelmet egy olyan szempontra is, melyet a részletek elemzése során nem említettünk. A meg nem testesült műszaki fejlődés itt számított üteme szinte valamennyi iparágban a nemzetközi összehason-

lítások értelmében túlságosan gyorsnak tűnik. Nagyonis valószínű, hogy nem csupán azért kaptuk ezeket a nagy értékeket, mert a berendezésekben megtestesült műszaki fejlődést nem vettük külön figyelembe, hanem azért is, mert egyes burkolt árváltozások az ilyen számításokban műszaki fejlődésnek mutatkoznak. Ennek a torzításnak a mértékét, sajnos, nem lehet meghatározni az itt felhasznált módszerrel.

7. Befejezésül utalunk kell arra, hogy következtetéseinket bizonyos mértékig módosítja az a tény, hogy 1968-as árbázisú meghosszabbított adatsorok alapján végzett számításaink a helyettesítési rugalmasságra lényegesen megbízhatóbbnak tűnő eredményeket adtak. Úgy látszik, hogy a legkisebb négyzetek klasszikus módszerének felhasználhatóságát illető megjegyzéseinket új számításaink befejezése után esetleg korrigálnunk kell.

(Beérkezett: 1971. szeptember 3.)

IRODALOM

1. ARROW, K. J.—CHENERY, H. B.—MINHAS, B. S.—SOLOW, R. M.: Capital-labor substitution and economic efficiency. The Review of Economics and Statistics, XLIII (1961). 235—250.
2. MIHÁLYFFY L.—SZAKOLCZAI GY.: Az állóeszköz állomány optimális növekedési üteme a létszám-változás ütemére vonatkozó különböző feltevések függvényében. Az egy szektoros modell alapján végzett számítások eredményei. Országos Terhivatal Távlati Tervek Főosztálya és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1970 május, 45 + 11 + 35 o.
- 2a. MIHÁLYFFY L.—SZAKOLCZAI GY.: Az állóeszköz-állomány optimális növekedési üteme. Gazdaság, V (1971) 83—106. o.
3. RÁCZ J.: Az állóalapok és a termelés összefüggése a magyar iparban. Budapest, Akadémiai Kiadó, 1966. 331. o.
4. RIMLER J.: A termelési függvények elméletéről. Közgazdasági Szemle, XIII (1966) 1067—80. o.
5. RIMLER J.: A munka és állóalap korlátozott helyettesíthetőségéről. Közgazdasági Szemle, XIV (1967) 1072—82. és 1224—34. o.
6. SIMON GY.: A termelési tényezők szerepe a termelékenység alakulásában. Közgazdasági Szemle, XVI (1969) 56—70. o.
7. STAHL J.—SZAKOLCZAI GY.: Obobsenie proizvozdstvennüe funkcii sz posztójannoj elaszticsnosztju zamesenyija. Ekonomika i matematicheskie metodü. III (1967) 509—522. o.
8. SZAKOLCZAI GY.—PÜLÖSKEI P.: Termelési függvények felírása technológiai adatok alapján. SZIGMA 1972/1. sz. 25. o.
9. SZAKOLCZAI GY.—STAHL J.: Ágazati termelési függvények a magyar iparban. Közgazdasági Szemle, XIV (1967) 739—57. o.
10. SZAKOLCZAI GY.—STAHL J.: Erklärungen von Produktion und Produktionspotential durch CES-Funktionen für Ungarn und USA. IFO-Studien, 13 (1967) 59—94 o.
11. SZAKOLCZAI GY.—STAHL J.: Increasing or decreasing returns to scale in the constant elasticity of substitution production function. The Review of Economics and Statistics LI (1969) 84—90.
12. Az ártervezés ökonometriai modelljének eredményei IV.: Az állóeszköz állomány optimális növekedési üteme. Az egy szektoros modell alapján végzett számítások eredményei. Országos Anyag- és Árhivatal és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1970 május, 83 + 8 + 54 o.
13. Az ártervezés ökonometriai modelljének eredményei V.: Az állami ipar termelési függvényei (20 iparesopontra). Országos Anyag- és Árhivatal és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1970 július, 45 + 19 o.

14. A gépipari tervezés ökonometriai modelljének munkaanyagai I.: A munkaerő felzabádító beruházások gazdaságosságának elemzése. Helyzetfelmérő előzetes tanulmány. Kohó- és Gépipari Minisztérium Távlati Fejlesztési Főosztály és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1970 november, 48 o.
15. A gépipari tervezés ökonometriai modelljének munkaanyagai III.: A trendszámítások és a termelési függvények felhasználása előrebecslési célokra a kohászat és gépipar távlati tervezésében. Kohó- és Gépipari Minisztérium Távlati Fejlesztési Főosztály és INFELOR Rendszertechnikai V. Budapest, 1970 december, 136 o.
16. Ipari Adattár 1960—1965. I—II. kötet. Központi Statisztikai Hivatal—Statisztikai Kiadó. Budapest, 1966. 707. ill. 549 o.
17. Az ipari munkások és a kisegítő alkalmazottak létszámának megoszlása végzett tevékenységük jellege szerint. 1964. május 25. Statisztikai Időszaki Közlemények 1965/12. (71. kötet) Központi Statisztikai Hivatal—Statisztikai Kiadó, Budapest, 1965. 157 o.
18. Az ipari munkások és a kisegítő alkalmazottak létszámának megoszlása végzett tevékenységük jellege szerint. 1969. május 30. Statisztikai Időszaki Közlemények 1969/12. (146. kötet). Központi Statisztikai Hivatal—Statisztikai Kiadó, Budapest, 1969. 222 o.
19. A népgazdasági ártervezés kiinduló adatainak dokumentációja I.: Munkaügyi adatok. Országos Anyag- és Árhivatal, Budapest, 1968 szeptember, 80 o.
- 19a. A népgazdasági ártervezés kiinduló adatainak dokumentációja II.: Az állóeszközökre vonatkozó adatok. Országos Anyag- és Árhivatal, Budapest, 1969 szeptember, 51 o.
20. Statisztikai Évkönyv 1965. Központi Statisztikai Hivatal—Statisztikai Kiadó, Budapest, 1966. XII + 423 o.
21. Statisztikai Évkönyv 1967. Központi Statisztikai Hivatal—Statisztikai Kiadó, Budapest, 1968, XII + 435 o.

RECENT RESULTS AND SOME METHODOLOGICAL EXPERIENCES IN CALCULATING SECTORAL CES PRODUCTION FUNCTIONS

The paper gives an account on the results of production function calculations based on data from 20 industrial sectors of the Hungarian state-owned industry. These calculations were based on the generalized CES production function, allowing decreasing or increasing returns, and carried out in an iterative way by the method of least squares. The data were taken from publications of the Central Statistical Office and, in some cases, from estimations based thereupon.

The analysis of results enabled us to draw the conclusion that two parameters describing the growth process, the rate of technological progress and of returns to scale can be satisfactorily determined with these methods. It has turned out that in the mining and manufacturing industries as a whole and especially in engineering and in some sectors the rate of the returns to scale is increasing, in the mining and food industry as well as in some sectors of the light industry it is decreasing. The rate of technological progress is, in general, higher in the heavy industry, and lower in the light and food industries. In many cases we have not received realistic results as regards the basic parameters of the substitution process: the marginal rate and the elasticity of substitution, which made unreliable even the results that had seemed realistic. In this case, in order to get practically applicable parameter combinations we were often forced to suppose that the marginal rate of substitution equals the capital-labour ratio and the elasticity of substitution equals unity, corresponding to the Cobb-Douglas case.

For the further clearing up of the question we carried out sensitivity analyses. It turned out, on one hand, that sometimes greatly different values of substitution parameters led to an insignificant change in the correlation coefficient, and on the other hand, that the parameters of the substitution process and those of the growth process are greatly independent from each other. This amounted to the conclusion that it would be reasonable to look for some other method to determine the parameters of the substitution process.

НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И НЕКОТОРЫЕ МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОПЫТЫ
РАСЧЕТОВ ОТРАСЛЕВОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ CES

Статья показывает результаты расчетов производственных функций, произведенных на основе данных 20 промышленных групп венгерской государственной промышленности. Эти расчеты были произведены итеративным методом с помощью метода наименьших квадратов на основе обобщенной функции CES, допустимой и повышающейся доход. Исходными данными служили цифры ЦСУ или, в некоторых случаях оценки на основе этих цифр.

На основе анализа результатов мы пришли к выводу, что такими методами можно определить два параметра, описывающих процесс роста, т. е. темпы роста технического прогресса и доход объема. Выяснилось, что доход объема целиком в добывающей промышленности и в обрабатывающей промышленности, а внутри этого особенно в машиностроительной промышленности и в некоторых отраслях обрабатывающей промышленности повышается, а в добывающей промышленности и в пищевой промышленности, а также в некоторых отраслях легкой промышленности снижается. Темп роста технического развития в отраслях тяжелой промышленности обычно больше, а в легкой и пищевой промышленности меньше. Но для основных параметров процесса субституции, т. е. для предельной пропорции субституции и для эластичности субституции мы получили во многих случаях нереальные значения, что сделало недостоверными и те результаты, которые казались реальными. Таким образом во многих случаях для комбинации параметров, используемых и на практике, мы должны были предполагать, что предельная пропорция субституции равняется технической вооруженности работы, и эластичность субституции — соответствует единичному значению случая Коб-Догласа.

Для дальнейшего уяснения вопроса мы производили исследования чувствительности. Из них выяснилось, что с одной стороны значения параметров процесса субституции, которые часто в значительной мере различаются друг от друга, привели к чуть заметным различиям коэффициента, а с другой стороны — параметры процесса субституции и процесса роста в большей мере независимы друг от друга. Ввиду этого мы пришли к выводу, что было бы целесообразно искать какой-то другой метод для определения параметров процесса субституции.

Termelési függvények felírása technológiai adatok alapján*

Ez a tanulmány szerves folytatása a termelési függvényekkel kapcsolatos eddigi elméleti és empirikus munkáinknak. *Empirikus számításaink* ugyanis nem minden szempontból vezettek teljes mértékben kielégítő eredményekre. Első számításorozatunkban [20] a helyettesítési határárányra nagyon sok esetben, a helyettesítési rugalmasságra pedig minden esetben ki nem elégítő eredményeket kaptunk, és a többi paraméter számított értékével kapcsolatban is voltak problémák. Második számításorozatunkban [14], [23] az eredmények több szempontból javultak, de még mindig nem fogadhatók el minden részletükben.

Ilyen körülmények között két úton lehet továbbfolytatni a munkát. Egyrészt meghosszabbított adatsorok és korrigált adatok felhasználásával, de a klasszikus módszerekkel lehet megismételni a számításokat, bízva abban, hogy a feltételek folyamatos javítása az eredményeket is tovább fogja javítani. Másrészt újszerű módszerek és kiinduló adatok alkalmazását lehet megkísérelni. Mi párhuzamosan indítottuk meg a munkát mindkét irányban. A klasszikus módszerrel kapott biztató eredményeinket másutt fogjuk közölni [15], az újabb módszerrel kapcsolatban viszont még csupán az eljárás elméleti kidolgozásánál és az adatok összeállításánál tartunk. Itt erről a kutatásról számolunk be, és nagyrészt a Kohó- és Gépipari Minisztérium Távlati Fejlesztési Főosztályának megbízásából összeállított sokszorosított tanulmányunkra támaszkodunk [24]. Arra, hogy erről a munkáról már ebben a stádiumban, tehát az empirikus eredmények elkészülte előtt beszámoljunk, az adott indítékot, hogy a SZIGMA Szerkesztősége a termelési függvények felhasználásával kapcsolatos lehetőségek tisztázása érdekében szükségesnek tartotta az ebbe a témakörbe tartozó módszertani kísérletek egyidejű bemutatását.

Erre az új módszerre — a termelési függvényeknek, vagy legalábbis a függvények egyes paramétereinek üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok alapján való felírására — a következő gondolat sor alapján jutottunk. A klasszikus módszerrel végzett számításaink [14], [20], [23] arra az eredményre vezettek, hogy a gazdasági növekedés szempontjából sokkal nagyobb jelentősége van a ráfordítások növekedésében és a műszaki fejlődésben megmutatkozó expanziós folyamatnak, mint az élómunkát beruházásokkal felszabadító

* Ezt a tanulmányt a Kohó- és Gépipari Minisztérium Távlati Fejlesztési Főosztályának felkérésére végzett vizsgálat előzetes eredményeinek és az azokat összefoglaló tanulmányunk [24] az alapján állítottuk össze. Ez a kutatómunka szervesen kapcsolódik az Országos Anyag- és Árhivatal felkérésére végzett, az ártervezés ökonometriai modelljének megalapozását célzó munkához, különösképpen pedig az ennek keretében a termelési függvényekről közzétett [23] illetve publikáció előtt álló [15] eredményekhez.

helyettesítési folyamatnak. A helyettesítési folyamat a termelés növekedésének csak csekély hányadát magyarázza meg, és emellett az állóeszköz-állomány optimális növekedési ütemére vonatkozó elméleti jellegű vizsgálatok [9], [10], [22] szerint a helyettesítési folyamat paramétereinek az optimális beruházási politika kialakítása terén is csak másodlagos jelentőségük van. Kitűnt az is — bár ezt a kérdést még más módszerekkel is meg kell vizsgálni —, hogy a két folyamat nagymértékben független is egymástól. Ennek megfelelően a termelési függvényben a két folyamatot leíró paraméterek értéke is viszonylag független, tehát az egyik csoportba tartozó paraméterek (a műszaki fejlődés üteme és a volumen hozadéka) értéke nagymértékben független a második csoportba tartozók (a helyettesítési határárány és a helyettesítési rugalmasság) értékétől.¹

Az empirikus számítások ugyanakkor azt mutatták, hogy idősorok alapján, klasszikus módszerrel eléggé megbízható módon lehet meghatározni a *növekedési folyamat* paramétereinek (a műszaki fejlődés ütemének és a volumen hozadékának) az értékét, a *helyettesítési folyamat paramétereire* vonatkozóan viszont a klasszikus módszerrel az esetek nagy részében csak megbízhatatlan értékeket kaphatunk. A két paramétercsoport viszonylagos függetlenségéből egyenesen adódik az a megoldás, hogy az egyikre fogadjuk el a klasszikus módszerrel kapott értékeket, és a másik értékeit más módszerrel próbáljuk meghatározni.

Ez a megoldás annál is inkább célszerűnek tűnik, mert míg a volumen hozadéka és a műszaki fejlődés üteme valóban népgazdasági jellegű, általános összefüggés, a másik két paraméter (különösképpen a helyettesítési határárány) kifejezetten üzemi-technológiai összefüggést fejez ki. Technológiai kérdés az, hogy egy fő vagy egy munkaóra megtakarítása érdekében mennyit kell beruházni és az ezt kifejező paraméterek számszerű értékét a vállalatoknak voltaképpen ismerniük kell. A kétfajta eljárás kombinálása teljes mértékben megfelel a tények belső logikájának.

Ez a módszertani kísérlet saját munkánk eredményeivel kapcsolatos megfontolásokból indul ugyan ki, de mégsem egyedülálló az irodalomban. A cikk első részében a termelési függvények mikroökonómiai adatok alapján való felírásával kapcsolatos kísérletek irodalmát ismertetjük. A második részben a javasolt módszer elméleti alapjaival, a homogén termelési felületek elméletével foglalkozunk. A harmadik részben a módszer alkalmazásával kapcsolatos legfontosabb problémákat ismertetjük. Ezek részben abból adódnak, hogy az üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok nem vihetők fel minden nehézség nélkül a homogén termelési felületre, másrészt pedig abból, hogy az expanziós és a helyettesítési folyamat paraméterei nem teljesen függetlenek egymástól. Végül a negyedik részben arra mutatunk rá, hogy többféle szükségzerű kapcsolat is van a termelési függvény és a beruházás gazdaságossági számítások között olyannyira hogy e két eljárás összekapcsolása egyrészt nem is kerülhető el, másrészt pedig a beruházás gazdaságossági számítások egyik legfontosabb módszertani kérdésének megoldását teszi lehetővé. A cikket az összefoglalás és az irodalomjegyzék zárja le.

¹ Ebben az okfejtésben az áttekintés megkönnyítése érdekében csupán az expanziós és a helyettesítési folyamat paramétereit különböztetjük meg. A későbbiekben utalni fogunk arra, hogy a helyettesítési folyamat paraméterein belül eltérő módon kell kezelni a helyettesítési határárányt és a helyettesítési rugalmasságot, mely kettő közül az utóbbinak az empirikus eredmények értelmében minden szempontból kisebb gyakorlati jelentősége van.

I. A kérdés irodalma

Chenery [2] vetette fel legelőször a mikro jellegű vizsgálatok felhasználását makro szintű termelési függvény számítások során. A műszaki (mennyiségi és minőségi) jellemzők alapján ún. process (műveleti vagy technológiai) függvényeket írt fel. A későbbiekben *Markowitz* és *Rowe* [7] osztályozta és specifikálta azokat a műszaki jellemzőket, amelyeket a különféle eljárások, technológiák vizsgálatánál figyelembe kell venni. E szerzők ezek alapján megkísérelték műveleti függvények felírását is. Elsősorban ez utóbbi munkán alapul *Kurz* és *Manne* [6] tanulmánya, amely a hagyományos (Cobb–Douglas, CES) termelési függvényeket műszaki jellemzőkkel (geometriai alak, munkadarab mérete, túrés, sorozatnagyság) egészíti ki a vakváltozós (shiftes) számítási eljárás alkalmazásával.

A termelési függvény számítások általános problémáival *Walters* [21] foglalkozik. Bemutatja a termelési és a költségfüggvény dualitását (vagyis a két függvény kapcsolatát abban az értelemben, hogy milyen transzformáció segítségével kaphatjuk meg az egyikből a másikat). Foglalkozik az aggregáció problémájával és egyéb statisztikai kérdésekkel, valamint a termelési és költségfüggvény számításoknak műszaki-technológiai és vállalati szintű vizsgálatokkal való kiegészítésével is.

Az Ökonometriai Társaság második Világkongresszusán (Cambridge, 1970) elhangzott előadások közül kettő kapcsolódik szorosabban a témához. *V. Ringstad* [16] a különféle becslési eljárások tulajdonságaival foglalkozott, továbbá mikro adatok alapján (907 gyáripari vállalat) vizsgálati és becslési módszereket adott a műszaki fejlődés természetének meghatározására, vagyis annak eldöntésére, hogy a műszaki fejlődés megtestesült, munkaerőmegetakarító, vagy anyagmegetakarító jellegű-e. Új módszert is dolgozott ki a műszaki fejlődés számszerűsítésére. *Leif Johansen* [6] ugyanekkor az aggregáció problémájával továbbá a fejlődési és helyettesítési folyamat szétválasztásával foglalkozott. Az aggregáció problémájának megoldására a programozás módszerét javasolta. Vizsgálatai során elméleti oldalról négyféle termelési függvény típust különböztetett meg: ex ante és ex post mikro, valamint rövid- és hosszútávú makrofüggvényeket. Témánkkal kapcsolatos vizsgálatokról számolt be *Z. Griliches* is *V. Ringstaddel* együtt írt tanulmánya [5] alapján.

2. A módszer elméleti alapjai

Termelési függvények üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok alapján való felírása gyakorlatilag csak akkor lehetséges, ha feltételezzük a termelési függvény homogenitását, vagyis ha homogén termelési felületből indulunk ki.² Először a homogén termelési felület tulajdonságaival fogunk foglalkozni, ezután pedig megmutatjuk, hogy az összefüggések homogenitásának feltételezése esetén hogyan írhatjuk fel a termelési függvényt üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok alapján.

² Elvben nem feltétlenül szükséges a homogenitás feltételezése, ugyanis a probléma elméletileg bizonyos inhomogén esetekben is megoldható. Mivel a gyakorlatban eddig nem alkalmaztak inhomogén termelési függvényeket, az ezzel a lehetőséggel kapcsolatos vizsgálatoktól itt eltekintünk.

2.1. A homogén termelési felületek

A homogén termelési felületek a homogén termelési függvények, az általános (inhomogén) termelési felületek pedig az általános (inhomogén vagy nem feltétlenül homogén) termelési függvények térbeli ábrázolásai.

A *termelési függvények* a termelés, a létszám és az állóeszközök (valamint általában a műszaki fejlődés üteme) közötti összefüggést fejezik ki egyszerű matematikai alakban. A legáltalánosabb módon a

$$q = f(k, l); \quad q = f(k, l, t); \quad q = f(k(t), l(t), t) \quad (1)$$

alakban írhatók fel, ahol q , k és l a termelés, az állóeszköz-állomány és a munkaerő volumene, t pedig az idő, és ahol a függvény eltérő alakjai az időnek különböző figyelembevételi lehetőségeire utalnak. Ez a háromváltozós összefüggés, illetve ennek az idő függvényében való eltolódása a háromdimenziós térben ábrázolható; az összefüggést leíró felület a *termelési felület*. Ez a felület tulajdonképpen az adott erőforrásokkal megvalósítható illetve meg nem valósítható termelési szintek határát adja meg, és így a programozási eljárásokból jól ismert fogalomnak, a hatékony pontok halmazának felel meg.

A termelési felület a síkban görbeseregekkel ábrázolható. Ilyen célra leggyakrabban az *izokvant térképet* használjuk, melyet a termelési felületnek a q tengelyre merőleges síkokkal való metszésével állíthatunk elő. Az izokvant-térképek egyes görbéi az izokvantok, amelyek mentén a q termelési volumen definíció szerint konstans, és amelyek ennek folytán a

$$\bar{q} = \bar{f}(k, l) = \text{const.} \quad (2)$$

alakban írhatók fel. Egy általános — nem homogén — termelési felület izokvant-térképét mutatja be az I. ábra.

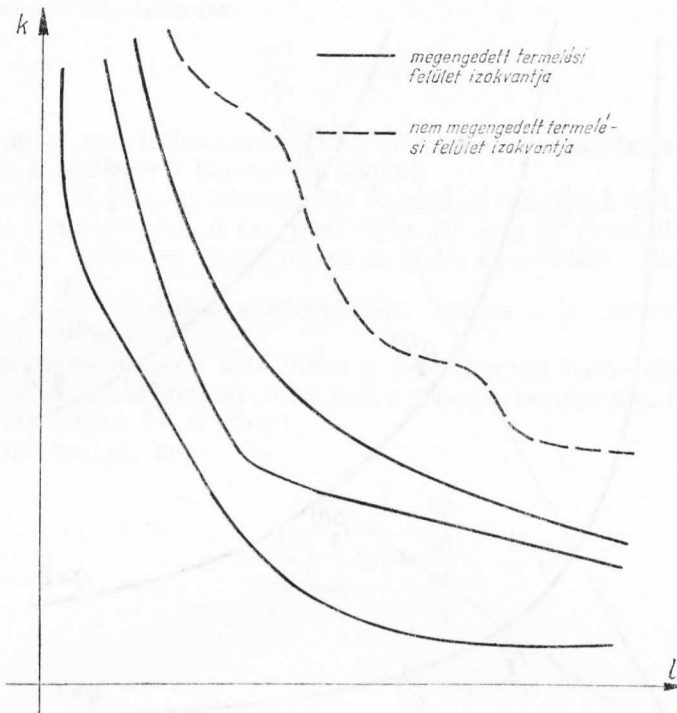
Az általános (megengedett) termelési felület izokvantjainak *két fontos tulajdonságuk* van:

- a) az izokvantok *nem metszhetik egymást*; és
- b) az izokvantok az *origó felől konvexek*.

Az első tulajdonság közvetlenül származtatható egyszerű logikai megfontolásokból. Az izokvantok azonos termelési volumennek megfelelő állóeszköz és előmunka kombinációt ábrázolnak, különböző izokvantok pedig különböző termelési szinteknek felelnek meg. Valamely pont ennek értelmében csak egy termelési szintet reprezentálhat, ennek folytán nem tartozhat két izokvanthoz és így az izokvantok nem metszhetik egymást.

A második tulajdonság abból származtatható, hogy az izokvantok a helyettesítési folyamatot írják le, és feltételezik a racionális (hatékony) eljárást (azonos időpontban és azonos technikai színvonalon). Ennek értelmében, ha úgy térünk át kevésbé munkaigényes technológiára, hogy a termelés szintjét változatlanul tartjuk, akkor racionális előbb azokat a részfolyamatokat gépesíteni, ahol az állóeszköz-állomány azonos mértékű növelésével több munkaerőt takaríthatunk meg. Az izokvantok a különböző helyettesítési lehetőségeket ilyen módon sorba rendezve ábrázolják, és ennek értelmében az origó felől konvexek.³

³ Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a konvexitás feltételezésére elsősorban módszertani okokból van szükség. E feltevés racionális ugyan, de a valóságban nem mindig alkalmaznak egzakt értelemben vett hatékony eljárásokat.



1. ábra

A homogén termelési felületek a homogén termelési függvények térbeli ábrázolásai. A függvények akkor homogének, ha fennáll az

$$f(\lambda k, \lambda l) = \lambda^\mu q \quad (3)$$

összefüggés, ahol λ egy tetszőleges pozitív konstans, μ pedig a homogenitás foka (a volumen hozadékának nagyságát kifejező paraméter). A homogenitás ennek értelmében azt jelenti, hogy ha a ráfordításokat bármely tetszőleges, de azonos arányban növeljük, akkor a termelés a teljes termelési felületen egyformán nő, de a növekedés aránya eltérhet az előbbtől. A lineáris homogenitás a homogenitás speciális esete; ekkor $\mu = 1$. Homogén termelési felületet mutat be — ismét az izokvant térkép felhasználásával — a 2. ábra.

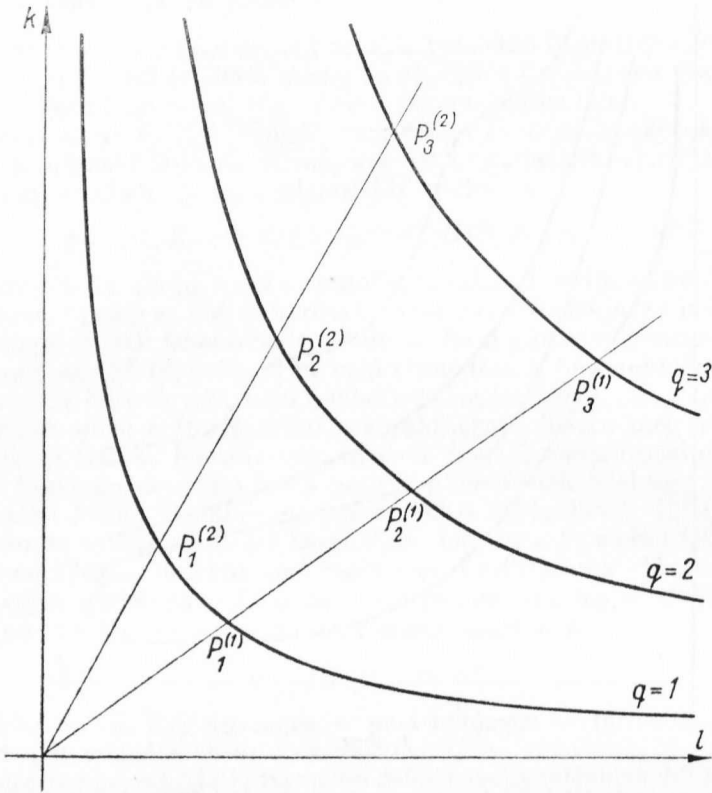
A homogén termelési felület izokvantjainak két további fontos tulajdonságuk van:

a) két tetszőleges izokvant adott sugáron fekvő pontjai *origótól mért távolságainak aránya megegyezik* (amiből további arányossági tételek következnek); és

b) az origóból húzott bármely tetszőleges sugár mentén az izokvantok érintői párhuzamosak.

Könnyen bebizonyítható, hogy mindkét tulajdonság egyenesen következik a homogenitás feltételezéséből.⁴

⁴ Megjegyezzük, hogy a (b) tulajdonság bizonyos speciális inhomogén esetekben is fennáll.



2. ábra

Jelölje $p_i^{(j)}$ a tetszőleges i izokvanton és a tetszőleges j sugáron fekvő pontot. Ez a pont nyilvánvaló módon a $(q_i^{(j)}, k_i^{(j)}, l_i^{(j)})$ értékhármassnak felel meg, és a \bar{q}_i izokvanton valamint az $r_i^{(j)}$ sugáron fekszik. Válasszunk most ki a tetszőleges j sugáron fekvő két pontot, így a $p_1^{(j)}$ azaz $(q_1^{(j)}, k_1^{(j)}, l_1^{(j)})$ és a $p_2^{(j)}$ azaz $(q_2^{(j)}, k_2^{(j)}, l_2^{(j)})$ pontokat. Minthogy ezek a pontok egy homogén termelési felületen és egyben a tetszőleges j sugáron fekszenek, felírhatjuk, hogy

$$q_2^{(j)} = \lambda' q_1^{(j)}$$

$$k_2^{(j)} = \lambda k_1^{(j)}, \text{ és}$$

$$l_2^{(j)} = \lambda l_1^{(j)}.$$

Az r sugár különböző izokvantokkal való metszeteinek hossza a

$$r_1^{(j)} = \sqrt{k_1^{(j)2} + l_1^{(j)2}} \quad (4)$$

illetve a

$$r_2^{(j)} = \sqrt{k_2^{(j)2} + l_2^{(j)2}} = \lambda \sqrt{k_1^{(j)2} + l_1^{(j)2}} = \lambda r_1^{(j)} \quad (5)$$

alakban írható fel, ahonnan

$$\frac{r_2^{(j)}}{r_1^{(j)}} = \lambda = \text{const.}, \quad (5.a.)$$

vagyis az ugyanazon izokvantokkal való metszetek aránya bármely j izokvantra és bármely tetszőleges λ konstansra azonos.

A második tulajdonság bizonyítása érdekében induljunk ki ismét valamely tetszőleges j sugáron fekvő két pontból, a $p_1^{(j)}$ és a $p_2^{(j)}$ pontból, ahol a megfelelő q , k és l értékekre vonatkozóan az előbb ismertetett tulajdonságok áll-

nak fenn. A $\left. \frac{dk}{dl} \right|_{q=\bar{q}}$ differenciálhányados, vagyis a \bar{q} izokvanthoz húzott

érintő iránytangense nem más, mint a helyettesítési határárnynak (vagyis az egységnyi munkaerőfelszabadításához szükséges beruházásnak) az ellenkező előjellel vett értéke. (V. ö. [20].)

Ekkor felírhatjuk, hogy

$$\left. \frac{dk}{dl} \right|_{q=\bar{q}} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial l}}{\frac{\partial f}{\partial k}} \quad (6)$$

ahonnan

$$\frac{dk}{dl} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)}) = - \frac{\frac{\partial f}{\partial l} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)})}{\frac{\partial f}{\partial k} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)})} \quad (7)$$

illetve

$$\frac{dk}{dl} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = - \frac{\frac{\partial f}{\partial l} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)})}{\frac{\partial f}{\partial k} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)})} \quad (7a)$$

Mivel termelési függvényünk homogén, így izokvantjai is homogének, vagyis

$$\bar{f}(\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = \lambda^\mu \bar{f}(k_1^{(j)}, l_1^{(j)}), \quad (8)$$

amiből viszont az következik, hogy

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial k} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = \lambda^{\mu-1} \frac{\partial \bar{f}}{\partial k} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)}), \quad (9a)$$

illetve hogy

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial l} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = \lambda^{\mu-1} \frac{\partial \bar{f}}{\partial l} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)}). \quad (9b)$$

Innen

$$\frac{dk}{dl} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = \frac{dk}{dl} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)}), \quad (10)$$

vagyis az ugyanazon tetszőleges j sugár mentén fekvő pontokban az érintők párhuzamosak.

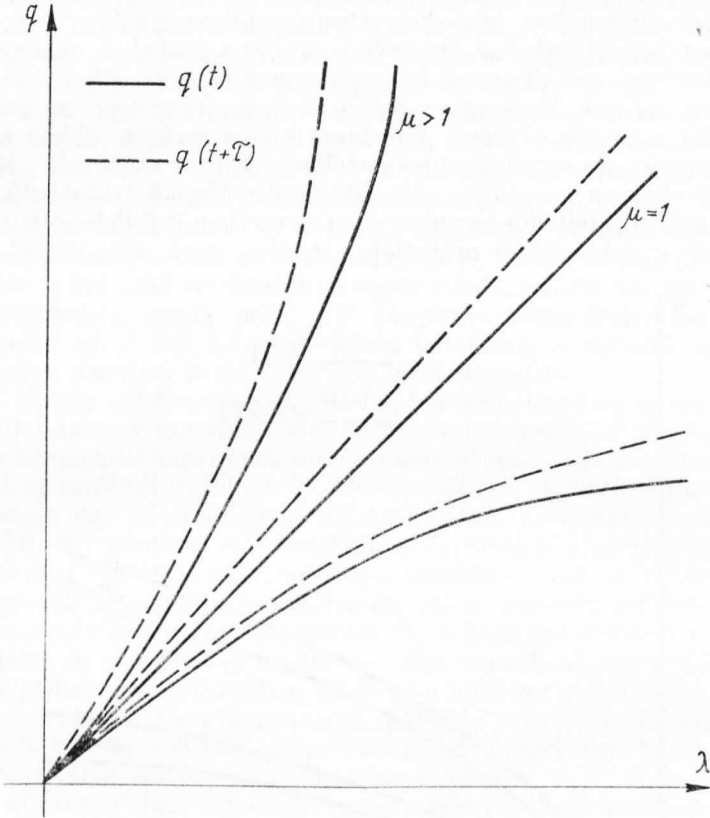
Könnyű bemutatni, hogy a homogén termelési felületekhez tartozó izo-
kvantoknak és így maguknak a homogén termelési felületeknek ez a két
alapvető tulajdonsága nagymértékben megfelel a tényleges termelési felüle-
tekre vonatkozó elképzeléseinknek, és így nem járunk messze a valóságtól,
ha feltételezzük, hogy a *tényleges termelési felületek is homogének*. A fenti (a)
tulajdonság lényegében azt mondja ki, hogy ha a volumen hozadéka valamely
adott technikai felszereltség mellett μ , vagyis adott mértékben csökkenő,
növekvő vagy esetleg éppen konstans, akkor más technikai felszereltség mel-
lett is azonos értékű, tehát azonos ütemben csökkenő, növekvő vagy éppen
konstans. A volumen hozadéka azonban az ágazatok alapvető technológiai és
természeti adottságaitól függ, így pl. a bányászathoz a termelési erőforrások
korlátozott mennyisége miatt csökkenő, a vegyiparban pedig a nagyobb
berendezések kedvezőbb hatásfoka miatt növekvő. Ennek folytán feltételez-
hető, hogy a munka technikai felszereltségének változása ezen az alapvető
összefüggésen nem változtat, vagy legalábbis nem változtat lényegesen, és
így a volumen hozadékának nagyságát megadó paraméter értéke nem változik
meg, ha a munka technikai felszereltsége megnő. Ez azt jelenti, hogy a fenti
(a) tulajdonság többé-kevésbé megfelel a valóságnak.

Ugyanez a helyzet a fenti (b) tulajdonsággal is. Ennek értelmében a munka
adott technikai felszereltsége mellett, de különböző termelési szinteken a
helyettesítési határárány értéke, vagyis az egységnyi munkaerő felszabadításá-
hoz szükséges beruházás nagysága azonos. Ez a feltevés ismét közel áll a való-
sághoz, mert a helyettesítési határárány nagysága első megközelítésben a
technikai felszereltségtől, nem pedig a termelés volumenétől függ. Azonos
technikai feltételek mellett dolgozó kisebb vagy nagyobb üzemben a helyette-
sítési határárány első megközelítésben azonos, és így a fenti (b) tulajdonság
feltételezése is racionális.

A termelési függvények homogenitásának feltételezése ennek értelmében
nem mond ellent a valóságnak, ugyanakkor viszont rendkívül nagy analitikai
előnyökkel jár. Voltaképpen a *homogenitás feltételezése teszi lehetővé a termelési
függvények elemzési célokra való felhasználását*. Ha a felület homogén, akkor
a felület kis részének vagy néhány pontjának ismeretében a teljes felületet
ismerjük, ha viszont a felület nem homogén, akkor a felület ismert pontjaiból
vagy egyáltalán nem, vagy pedig csak nagyon bonyolult (és a homogenitás
feltevésénél irreálisabb) módon következtethetünk a felület többi részére.
Ez a magyarázata annak, hogy mind a termelési függvényekből kiinduló,
mind pedig a programozási módszereket alkalmazó eljárások a termelési felü-
let homogenitásának feltevéséből indulnak ki.

Ezzel kapcsolatban csupán egy megjegyzésre van szükség. A homogenitás
feltevése mellett következtetéseket vonhatunk le a termelési felületnek az
ismert pontokon kívül fekvő részeire is, azonban hangsúlyozni kell, hogy ezek
a pontok nem eshetnek nagyon messze azokról a pontoktól, amelyekre mér-
hető adataink vannak. Ellenkező esetben a következtetések megalapozatlanná
és így irreálissá válhatnak, mert a fenti (a) és (b) tulajdonságok fennállását
csupán a reális, a *tényleges értékek tartományának közelében* elhelyezkedő érté-
kekről tételezhetjük fel. Ez a megfontolás mind a termelési függvények,
mind pedig a programozási eljárások gyakorlati felhasználására igaz.

Érdemes felhívni a figyelmet arra, hogy a μ vagyis a volumen hozadékának nagyságát megadó paraméter sem az (5a), sem pedig a (10) egyenletben nem szerepelt, vagyis a homogenitás foka nem befolyásolta ezeket az alapvető összefüggéseket. Egészen röviden — és csupán grafikus módon — utalnunk kell tehát arra, hogy hogyan érvényesül a *volumen hozadéka*. Az összefüggéseket a 3. ábra mutatja be.



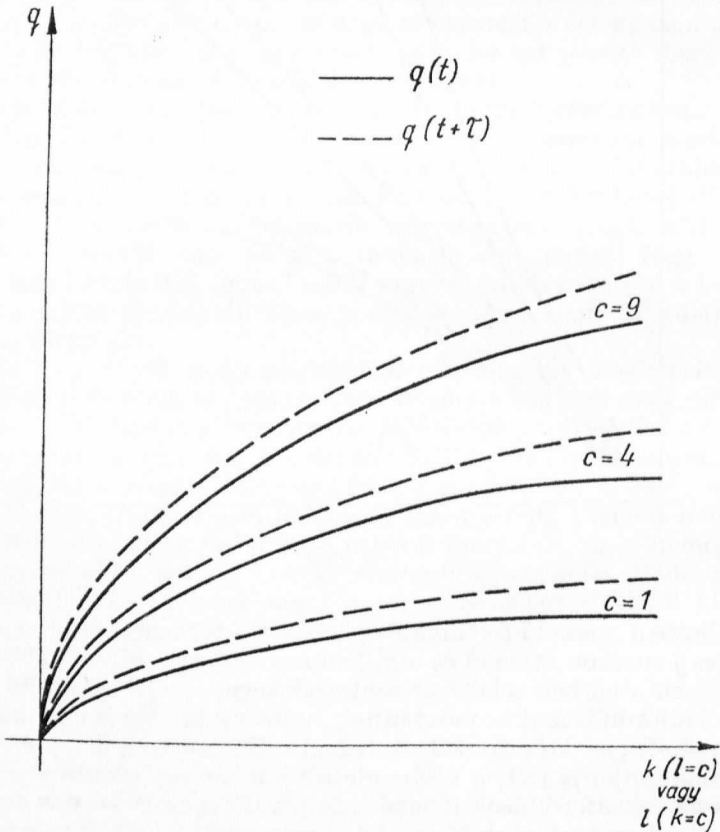
3. ábra

A 3. ábrában szereplő folyamatos görbéket a termelési felületnek valamely tetszőleges j sugáron átmenő és a k , l síkra merőleges síkkal való metszésével kaptuk. Ezek a görbék tehát azt mutatják meg, hogy hogyan nő a termelés, ha a k és l ráfordításokat azonos arányban növeljük, vagyis mindkét ráfordítás értékét tetszőleges konstansszal szorozzuk. Ez esetben, ha $\mu < 1$, a görbe alulról konkáv, ha $\mu > 1$, a görbe alulról konvex, és végül ha $\mu = 1$, akkor a termelésnek a ráfordítások függvényében való alakulását egy egyenes fejezi ki. A 3. ábrában levő görbék minden egyes pontja nyilvánvaló módon egy-egy izokvanton fekszik, és így μ értéke vagyis e görbék alakja csupán azt mutatja meg, hogy — a q tengely mentén mérve — milyen távolságban vannak egymástól az egyes izokvontok. Ez a tény más oldalról mutatja meg az izokvontok mentén való elmozdulást leíró helyettesítési folyamat, és az egyik

izokvantról a másikra való átlépést leíró expanziós folyamat egymástól való viszonylagos — de távolról sem teljes! — függetlenségét.

A 3. ábrán levő szaggatott görbék a meg nem testesült és semleges⁵ műszaki fejlődés hatását mutatják be. A műszaki fejlődés — ilyen felfogás és definíció esetén — az idő függvényében fölfelé tolja el az izokvantokat, de nem befolyásolja azok alakját. E szerint az ábrázolási mód szerint tehát az expanziós folyamat másik fő paraméterének hatása is viszonylag független az izokvantok mentén való elmozdulást leíró helyettesítési folyamatától.

Csupán a teljesség kedvéért ábrázoljuk azokat a görbéket, amelyeket a termelési felületeknek a k , illetve az l tengelyre merőleges síkokkal való metszésével származtathatunk. Ezek azt mutatják be, hogy ha az egyik termelési tényező felhasználását növeljük a másik konstans értéke mellett, akkor a termelés növekszik ugyan, de egyre kisebb mértékben. Ennek az az oka, hogy egyre jobban eltávolodnak a kétfajta ráfordítás optimálisnak tekinthető kombinációjától. A műszaki fejlődés természetesen ez esetben is fölfelé tolja el a termelési felületet; ennek hatását mutatják a 4. ábra szaggatott görbéi.



4. ábra

⁵ A műszaki fejlődés akkor semleges, ha nem változtatja meg a ráfordítások szerinti parciális deriváltak arányát és így a helyettesítési háttarányát.

2.2. A módszer alapgondolata

Homogén termelési felület feltételezése esetén kétféleképpen is használhatunk fel üzemi-vállalati szintű technológiai jellegű adatokat a felület felírására. Mindkét módszerben közös az, hogy ismertnek tételezzük fel az expanziós folyamat paramétereinek, vagyis a volumen hozadékának és a műszaki fejlődés ütemének az értékét. Az előbbieket értelmében e paraméterek viszonylag függetlenek a helyettesítési folyamat paramétereitől. Ugyancsak közös mindkét eljárásban — vagy legalábbis e két eljárás alapváltozatában —, hogy adottnak tekintjük a helyettesítési rugalmasság értékét is. Ezt — a bevezetésben említett szempontok mellett — az teszi lehetővé, hogy az empirikus vizsgálatok általánosan nem mutatták ki, hogy a helyettesítési rugalmasság értéke szignifikáns mértékben különbözik a Cobb—Douglas termelési függvényben feltételezett egységnyi értéktől. A legfontosabb eltérő értéket Minhas [11] közölte, akinek számításai a konstans helyettesítési rugalmasságú (CES) termelési függvényvel kapcsolatos kutatások [1] kiinduló pontját adták.

Az említett két módszer között az egyik a *helyettesítési határárány közvetlen megállapításából*, a másik pedig két tényleges technológiai helyzetet leíró pontból indul ki. A két lehetőség közül feltétlenül a második a fontosabb, foglalkozunk azonban röviden az első lehetőséggel is.

Az első eljárás abból a megfontolásból indul ki, hogy az egyes üzemeknek illetve vállalatoknak ismerniük kell az egységnyi munkaerő megtakarításához szükséges beruházás nagyságát, hiszen technológiai számításaikban voltaképpen ebből az értékből indulnak ki. Ha viszont ezt az értéket ismerjük — pl. tudjuk, hogy egy fő munkaerő százezer forint beruházással szabadítható fel —, akkor egy pontban már ismerjük a helyettesítési határárányt, és innen a helyettesítési rugalmasság ismeretében felírhatjuk ezt az izokvantot. Erről az izokvantról a volumen hozadékának (és a műszaki fejlődés ütemének) ismeretében más izokvantra léphetünk át, a homogén termelési függvények izokvantjaira és a termelési felület egészére vonatkozó feltevéseink alapján. A 2. ábra jelöléseinek értelmében tehát ez a módszer abból indul ki, hogy ismerjük valamely pontban, így pl. a p_1^1 pontban a helyettesítési határárányt, vagyis az 1 fő munkaerő felszabadításához szükséges beruházás nagyságát, és ebből kiindulva építjük fel a termelési felületet.

Ez az eljárás elvben tetszetős ugyan, felhasználása azonban két súlyos nehézségbe ütközik. Egyrészt ugyanazon üzemben egyidejűleg több helyettesítési lehetőség is van, és aligha lehet az önkényesség elkerülésével meghatározni, hogy melyik lehetőségből induljunk ki, vagy a különböző lehetőségeket hogyan vonjuk össze, átlagoljuk, súlyozzuk stb. Másrészt — ami talán még fontosabb — a valóságban nem találkozzunk a munkaerő felszabadításának tiszta eseteivel, hanem csak különböző műszaki-gazdasági megoldásokkal, amelyek nem csupán a munkaerő- és eszközráfordítás színvonalában, hanem a termelés színvonalában is különböznek egymástól. A tényleges beruházások ennek értelmében nem csupán munkaerőt szabadítanak fel, hanem ki is terjesztik a termelést.

Ezen a nehézségen lehet segíteni a *két pont módszerével*. Ez a módszer nem a helyettesítési határárány feltételezett értékéből, hanem két tényleges technológiai-üzemi megoldás valóságos értékéből indul ki; a 2. ábra jelölésrendszere szerint pl. a $p_1^{(1)}$ és a $p_2^{(2)}$ tényleges helyzetekből vagyis munkaerő-állószerkezet-termelési volumen kombinációkból. A homogenitás feltételezése és adott helyettesítési rugalmasság esetén e két pontból is egyértelműen fel lehet írni

a termelési felület egészét. Ez esetben az e két pontra vonatkozó információk a helyettesítési határány nagyságát adják meg — tehát ugyanazt az értéket, melyet a másik módszer közvetlenül próbál meghatározni. Ez az eljárás egyben az előző eljárással kapcsolatos első nehézséget is megoldja, ugyanis itt két valóságban előforduló technikai helyzetről, ráfordítás kombinációról van szó, így tehát a különböző lehetőségek önkényes kiválasztásának, összevonásának és súlyozásának kérdése nem vagy csak sokkal enyhébb formában vetődik fel.

Mindkét módszer értelemszerűen kiterjeszhető és általánosítható. Az első esetben a különböző helyettesítési lehetőségek sorbarendezhetők, egymás mellé állíthatók, és ilyen módon felhasználhatók nem csupán az egy adott ponthoz tartozó helyettesítési határányoknak, hanem az izokvant egészének vagy egy szakaszának a meghatározására is, azaz a helyettesítési határányoknak és a helyettesítési rugalmasságnak egyidejű meghatározására. Az eljárással kapcsolatos önkényesség — sajnos — ily módon sem kerülhető meg. Másrészt a két pont módszere helyett 3, 4 vagy akár több pontból való kiindulás is elképzelhető. Ez az eljárás a módszer megbízhatóságát nagymértékben növeli, és egyben matematikai-statisztikai eljárások alkalmazását teszi szükségessé. Nyilvánvaló azonban, hogy a kiinduló pontok száma — amennyiben nem akarunk elszakadni a valóságtól — ritkán lehet nagyon sok, és a legtöbb esetben aligha haladja meg a kettőt.

Az elmondottak alapján nyilvánvaló, hogy a két módszer és azok továbbfejlesztése közül *a két pont módszere* látszik a *legrealisabbnak* és a legáltalánosabban használhatónak, és ezért a továbbiakban ebből fogunk kiindulni. A most kifejtendő megállapítások egyébként értelemszerűen alkalmazhatók a többi módszerre is.

3. A módszer alkalmazásával kapcsolatos problémák

Az elvben teljesen egyszerű elgondolás gyakorlati alkalmazásakor súlyos problémák merülnek fel. Egyrészt az üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok nagyon nehezen illeszthetők be a makroökonómiai termelési függvények összefüggés- és változó rendszerébe, másrészt pedig az expanziós és a helyettesítési folyamat paramétereit nem teljes mértékben, hanem csak viszonylag függetlenek egymástól.

3.1. Mikroökonómiai adatok ábrázolása a makroökonómiai jellegű termelési felületen

Nyilvánvaló módon bonyolult probléma adódik abból, hogy a makro- és a mikroökonómiai szemlélet összekapcsolása esetén a sokrétű és részletes üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatokat be kell kényszerítenünk a termelési függvények összevont, leegyszerűsített kategóriáiba. Az ezzel kapcsolatos problémák négy szorosan összefüggő kérdéscsoportra bonthatók: a) a termelési függvények tőke-munka fogalmai nem felelnek meg az üzemi adatok anyagi és munkaráfordítás illetve folyamatos és egyszeri ráfordítás fogalmainak; b) a technológiai módosítások másodlagos hatásokat idéznek elő, amelyeket nehéz figyelembevenni; c) a költségek nagysága és számbavételük módja nagymértékben függ attól, hogy hol merülnek föl; d) az összefüggéseket

nagymértékben módosítja az a tény, hogy a különböző tőkejavak élettartama eltérő.

Ennek a cikknek nem lehet célja az ezzel kapcsolatos összes részletprobléma tárgyalása, ezért csak röviden utalhatunk azok lényegére.

A *termelési függvények a ráfordítások két fajtáját* ismerik: a létszámot és az állóeszközöket (vagy tőkét). Hallgatólagosan föltételezik, hogy a munkaerő-ráfordítás folyamatos, az anyagi ráfordítás viszont tartós jellegű, tehát az első folyamativáltozó (flow variable), a második pedig készletváltozó (állományi változó — stock variable). *Mikroökonomiai számítások esetén ez az összevonás túlságosan durva*, és a kategóriák száma túlságosan kicsi. Az anyagi ráfordítások között vannak folyamatosak (anyagfelhasználás), rövidebb élettartamúak (szerszámok, készletek) és végül hosszabb élettartamúak (gépek, berendezések, épületek), melyek élettartama ismét különböző lehet. (Az élettartam problémájával később külön fogunk foglalkozni, tehát a kategóriákon belüli élettartam különbségeket most elhanyagoljuk.) Ugyanakkor, ami talán még fontosabb, a munkaráfordítás sem teljes egészében folyamatos, hanem egy része — az új technológiai eljárás beállításával kapcsolatos munka — voltaképpen tőkejellegű. Ez utóbbi szempont fontosságát csak tovább növeli, hogy a technológiai beállítás munkaigénye az üzemeltetés munkaigényéhez képest a műszaki fejlődés függvényében egyre nő.

A probléma megoldásának alapelve csak az lehet, hogy a folyamatos anyagi ráfordításokat kiemeljük és levonjuk a termelési értékből, vagyis a termelés eredményét nettósítva kezeljük; a tartós munkaráfordításokat viszont tőke jellegűnek tekintjük, mert ez felel meg valóságos természetüknek. Ekkor azonban felmerül a kérdés, hogy az üzemben felmerülő munkaköltség semmiképpen sem adható közvetlenül össze az üzemen kívülről megvásárolt berendezések költségével, mert ez utóbbiakat rezsikules, nyereség, adózás és számos hasonló tétel terheli. Ez a szempont azt mutatja, hogy az egyes tételek értékelése felmerülésük helyétől is függ — ezzel a problémával rövidesen részletesebben is fogunk foglalkozni.

Az a tény, hogy egy új, tőkeigényesebb technológia alkalmazása a technológiai beállítással kapcsolatos költségek viselését teszi szükségessé, lényegében véve a másodlagos hatások egy esetének tekinthető. Ilyen *másodlagos hatás* azonban nagyon sok van; az új eljárás új anyagokat tehet szükségessé és régieket feleslegessé; új előkészítő eljárásokat szükségessé és régieket feleslegessé; új műveleteket igényelhet és régieket küszöbölhet ki stb. Mindezek a változások járulékos munkatöbblettel vagy járulékos munkamegtakarítással, járulékos anyag-többlettel vagy járulékos anyagmegtakarítással stb. járhatnak.

Nyilvánvaló, hogy csak akkor kaphatunk helyes képet, ha figyelembe vesszük mindezeket a másodlagos és továbbgyűrűző hatásokat. Ezek sora voltaképpen végtelen, és így el kell döntenünk, hogy milyen határig követjük nyomon ezeket a másodlagos összefüggéseket. A legcélszerűbbnek látszik ezeknek az üzemen belüli részletezése, az üzemen kívüli változásoknak pedig csupán az anyagköltség változások közötti figyelembevétele. Ez a megfontolás más oldalról mutat rá arra, hogy a probléma tárgyalása szempontjából alapvető fontosságú az *egyes költségek felmerülési helyének* megkülönböztetése.

E probléma lényege, hogy míg az üzemen belül megkülönböztethetünk közvetlen munka és közvetlen anyagi jellegű ráfordítást, az üzemen kívüli anyag, munka vagy szolgáltatás igénybevétele esetén a kérdéses üzemek

termelésének más üzemek rezsijét, nyereségét és adózását, tehát nem technológiai, hanem kifejezetten pénzügyi jellegű költségelemeket is fedezniük kell. Ha pl. valamilyen technológiai változás folytán az előkészítő munkafázis más üzembe tevődik át, akkor ez az eddigi munkaköltség helyett már anyagi költségként, méghozzá pótlékolt formában merül fel, a két helyzet összehasonlítása tehát távolról sem problémamentes. Látszólagos költségnövekményt idézhet elő pl. csupán a termelési összefüggések bonyolulttá válása is.

Ez a kérdés csak a számbavétel módjának egységesítésével oldható meg. Az látszik a legcélszerűbb megoldásnak, hogy csupán az üzemen belüli munkaráfördítést tekintjük munkaráfördítésnek, az üzemen kívülit pedig — tehát a vállalat egyéb egységeiben felmerülő munkaráfördítést is — anyagi-ráfördítésként, tehát megfelelőképpen pótlékolt formában vesszük figyelembe, úgy mintha az anyagot vagy szolgáltatást más vállalattól vennénk. Csupán ily módon kerülhetjük el azt a veszélyt, hogy szervezeti változásokat költség-változásnak tekintsünk.

A költségek azonban nemcsak előfordulásuk helyének hanem idejének függvényében is változnak. A termelési függvények egységes kategóriának tekintik a tőkeráfördítést és elhanyagolják a tőkejavak élettartamát. Nyilvánvaló azonban, hogy távolról sem mindegy, hogy a termeléshez szükséges tőke különböző elemeinek *élettartama* mekkora, és hogy óriási a gazdasági különbség akkor, ha egy figyelembevett tőkeráfördítés élettartama felére csökken vagy megkétszereződik. Ezek az összefüggések még bonyolultabbá válnak, ha figyelembe vesszük a *másodlagos hatásokat*. A technológiai változások a technológiai folyamat korábbi vagy későbbi szakaszában idézhetnek elő változásokat, tehetnek feleslegessé vagy szükségessé tőkeráfördítéseket, mégpedig olyanokat, melyek élettartama nagymértékben különböző lehet a vizsgált technológiai folyamat központjában álló gép vagy berendezés élettartamától.

Ez a probléma csupán az *azonos élettartamra való átszámítás* segítségével oldható meg. Ennek módszereként a beruházás gazdaságossági számítás (diszkontszámítás stb.) jólismert módszerei használhatók fel, melyekkel Baumol [2], Fiszal [4], Schneider [17] és Szakolczai [18] foglalkoznak. A módszer ismertetésére e keretek között nem kerülhet sor.

3.2. Az expanziós és a helyettesítési folyamat paramétereinek kapcsolata

Az eddig említett problémák nem annyira elvi, hanem inkább gyakorlati jellegűek. Ilyenek mindenféle adattömeg összeállításakor felmerülnek, itt legfeljebb arról van szó, hogy a módszer újszerűsége folytán ezekkel a kérdésekkel nagyobb mértékben kell számolni, mint egyébként. A második problémakör ugyanakkor nem csupán gyakorlati, hanem elvi jellegű is. Az eddigiekben ismételtén utaltunk arra, hogy a *helyettesítési és expanziós folyamat paramétereit nagymértékben függetlenek* egymástól — nyilvánvaló azonban, hogy ez a *függetlenség nem lehet teljes*. Ezek az összefüggések ismét szerencsésen mutathatók be a 2. ábra felhasználásával.

A probléma lényege, hogy csupán két pontot ismerünk — a $p_1^{(1)}$ és a $p_2^{(2)}$ pontot —, a többi pont azonban ismeretlen, sőt irreális is, mert hiszen a valóságban csupán ez a két tőke-munka-termelés kombináció fordult elő. A többi ábrázolt pont — így pl. a $p_1^{(2)}$ pont — helye attól függ, hogy milyen értékeket számítunk vagy tételezünk fel a helyettesítési határárányra, a volumen hoza-

dékára stb. A paramétereknek ez a két csoportja ennek megfelelően nem teljes mértékben független egymástól.

A probléma súlyának felmérésére az 1. táblában közöljük korábbi termelési függvény számításaink során végzett érzékenységi elemzésünk egyes eredményeit.

1. tábla

A műszaki fejlődés számított értékének függése a helyettesítési határánytól illetve a helyettesítési rugalmasságtól a többi paraméter rögzített értéke mellett

	s^*	σ	a	ε	μ	R^2	δ
Bányászat	0,611899	1,01	0,020342	0,031465	0,5	0,982171	0,744899
	0,611899	2,0	0,020420	0,031758	0,5	0,983269	0,791167
Gépek és gépi ber. gy.	0,089479	1,01	-0,059829	0,027070	1,104058	0,993309	1,249645
	0,089479	2,0	-0,059829	0,027363	1,104058	0,993269	1,226029
	0,089479	3,0	-0,059829	0,027461	1,104058	0,993229	1,213855
Gépipar	0,08	1,009901	-0,008226	0,026875	1,2	0,997326	1,226306
	0,16	1,009901	-0,008226	0,034590	1,2	0,997595	1,198052
	0,24	1,009901	-0,008226	0,038496	1,2	0,997618	1,122848
Textilipar	0,16	1,01	-0,014839	0,006367	1,493104	0,994598	1,319409
	0,32	1,01	-0,014839	0,014203	1,493104	0,995852	1,254055

Forrás: [23], 12. táblázat

s^* a helyettesítési határányának a bázisévhez tartozó értéke, millió Ft/10 ezer munkaóra

σ a helyettesítési rugalmasság értéke

a a regressziós egyenlet logaritmált alakjának nulladfokú tagja

ε a (meg nem testesült) műszaki fejlődés átlagos évi exponenciális üteme

μ a volumen hozadékának értéke

R^2 a korrelációs index

δ a Durbin-Watson koefficiens

Ezekben az érzékenységi vizsgálatokban valamennyi paraméter rögzített értéke mellett számítottuk ki a meg nem testesült műszaki fejlődés évi átlagos ε ütemét. A rögzített paraméterértékek közül egynek több értéket adtunk (tehát ezt parametrikusan kezeltük); a többiek értékét nem változtattuk. Ilyen módon azt vizsgáltuk meg, hogy a helyettesítési folyamatba tartozó és parametrikusan kezelt helyettesítési határány és helyettesítési rugalmasság értékétől hogyan függ a növekedési folyamatba tartozó műszaki fejlődési ütem értéke. A helyettesítési határányra és a helyettesítési rugalmasságra vonatkozóan egyaránt két-két ágazat értékeit közöljük. Az ágazatok kiválasztása teljesen véletlenszerű; más célból készült korábbi vizsgálataink számadataiból merítettük.

A helyettesítési rugalmassággal kapcsolatban két ágazat értékét közöljük. A bányászatban a σ helyettesítési rugalmasság feltételezett értékének 1,01-ről 2-re való változtatása esetén a műszaki fejlődés ε üteme 3,1465 %-ról 3,1758 %-ra nő, tehát alig figyelembevehető mértékben módosul. A gépek és gépi berendezések gyártása esetén, ha σ 1,01, 2,0 és 3,0 értéket vesz fel, az ε műszaki fejlődés üteme 2,7070, 2,7363 és 2,7461 % lesz, tehát ismét alig észrevehető mértékben változik. Úgy látszik tehát, hogy az expanziós folyamat paraméte-

reinek értéke valóban szinte teljesen független a helyettesítési rugalmasság értékétől.

Kevésbé kedvező a helyzet a *helyettesítési határáránynál*. A gépipari adatok értelmében, ha az s^* helyettesítési határárány értéke 0,08, 0,16, vagy 0,24, az ε műszaki fejlődés üteme 2,6875, 3,4590, illetve 3,8496 %, vagyis a változás már számottevő. Méginkább ez a helyzet a textilipar esetében, itt ugyanis ha az s^* helyettesítési határárány értéke 0,16-ról 0,32-re nő, akkor az ε műszaki fejlődés üteme több mint megkétszereződik, 0,6367%-ról 1,4203%-ra változik. A két paramétercsoport kölcsönös függetlenségének feltételezése tehát nem látszik teljes mértékben megalapozottnak. Úgy tűnik, hogy az itt tárgyalt számítások kiinduló alapjaként szereplő ε és μ paraméterek (a műszaki fejlődés üteme és a volumen hozadékának értéke) az s^* helyettesítési határárány valamely feltételezett értékén alapulnak, és amennyiben ez a feltételezett érték módosul, akkor ezek a paraméterek is módosulnak.

Ez a felismerés egyben a probléma megoldásának útját is megadja. Ha ugyanis a mikroökonomiai adatok elemzése azt mutatja, hogy a helyettesítési határárány feltételezett kiinduló értéke nem felel meg a tényeknek, akkor egy (újabb adatokat már nem igénylő) *iteratív eljárásra* van szükség, melynek segítségével a fenti két paramétercsoport összehangolt értékei állapíthatók meg. Ez az eljárás természetesen elméleti szempontból nem teljes mértékben kielégítő, a gyakorlat igényeinek azonban — az adott lehetőségek figyelembevételével — feltétlenül megfelel.

Már az eddigiekben is ismételten szó volt a beruházás gazdaságossági számításokról és ezeknek felhasználásáról az itt javasolt számítások keretében. Célszerűnek látszik most a beruházás gazdaságossági számítások és az itt javasolt eljárás közötti kapcsolat részletesebb elemzése.

4. A termelési függvény és a beruházás-gazdaságossági számítások kapcsolata

Ennek a két módszernek a kapcsolata többirányú. Egyrészt, amint az eddigiekben már rámutattunk, üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok felhasználása esetén a beruházás-gazdaságossági számítások elvégzése maguknak a termelési függvény számításoknak is nélkülözhetetlen kiinduló pontja. Másrészt nagyon könnyű bemutatni azt is, hogy ezek a beruházás-gazdaságossági számítások elméletileg feltétlenül a termelési függvény számításokon, illetve az ezek felhasználásával készülő optimális beruházási modelleken alapulnak. Végül, ami gyakorlatilag talán mindkét korábbi szempontnál fontosabb, az itt leírt eljárás a beruházás-gazdaságossági számítások egyik legfontosabb alapkérdését és e számítások gazdaságpolitikai célú felhasználásának legfontosabb problémáját is megoldja. A továbbiakban egymás után foglalkozunk ezzel a három problémával, az első kettővel egészen röviden és a harmadikkal kissé részletesebben.

4.1. A beruházás-gazdaságossági számítások szerepe a termelési függvény számításokban

A teljesség és az áttekinthetőség kedvéért összegezzük az eddig elmondottakat.

A beruházás-gazdaságossági számítások lényege az időbeli eltérésekből adódó problémák megoldása. A beruházás gazdaságosságának megítélésével

kapcsolatos alapprobléma ugyanis az, hogy más időpontban kell beruházni és ismét más — mégpedig későbbi — időpontban mutatkozik meg a beruházások termelésnövelő hatása. Így olyan termékmennyiségeket kell összehasonlítani, amelyek szigorú értelemben nem hasonlíthatók össze, mert egy lényeges szempontból — az idő szempontjából — különböznek egymástól. A beruházás-gazdaságossági számítások ezt a kérdést próbálják megoldani, lényegében olyan módon, hogy a későbbi időpontban felmerülő hozadékokat a diszkontszámítás valamilyen módszerével korábbi időpontra, általában a beruházás időpontjára számítják át. Ugyanezek a módszerek használhatók fel értelemszerűen minden olyan esetben, amikor valamiféle terméktömegek különböző időpontokhoz tartoznak.

Ez a helyzet már maguknak a beruházásoknak az esetében is, hiszen a beruházások sem egy pillanatban mennek végbe, hanem hosszú időszakra — sok esetben egy évtizednél is hosszabbra — oszlanak meg, és így az időbeliség kérdése a beruházáson belül is felvetődik. Ugyanezek a számítási módszerek használhatók fel a termelési függvény számításokban minden olyan esetben, amikor a ráfordítások és az eredmények különböző időpontban jelentkeznek, vagy amikor élettartam problémák merülnek fel, pl. a figyelembevett tőkeállomány egy részének élettartama különbözik a másik részétől.

A *termelési függvény számítások* tehát gyakorlatilag *feltételezik a beruházás-gazdaságossági számítások elvégzését*. Érdekes módon fordítva is ez a helyzet: a beruházás-gazdaságossági számítások sem állhatnak meg önmagukban, termelési függvény számítások nélkül.

4.2. A termelési függvény számítások szerepe a beruházás-gazdaságossági számításokban

A két eljárás közötti kapcsolatot a kamatláb teremti meg. A beruházás-gazdaságossági számítás a különböző időpontokhoz tartozó értékeket diszkontálás segítségével hasonlítja össze: a diszkontálás viszont csupán a kamatszámítás egy ága, mely adottnak tekintett kamatlábból indul ki. A számítás eredménye megváltozik, ha megváltozik a kamatláb; ugyanaz a beruházás gazdaságosnak tűnik egy bizonyos kamatláb — gazdaságtalannak más kamatláb mellett. Maguk a beruházás gazdaságossági számítások viszont a *kamatláb*at csak *adottságnak* tekinthetik, és semmit sem mondanak arra vonatkozóan, hogy mekkorának kell lennie a kamatlábnak és miért. A beruházás-gazdaságossági számítások ennek értelmében valósággal az űrben lebegnek, ha a kamatláb nagyságára nem kapunk valahonnan eligazítást. A tényleges piaci kamatláb figyelembe vétele hasznos segédeszköz lehet konkrét üzemgazdasági problémák megoldása során, elsősorban nem szocialista viszonyok között, azonban a kérdés alapvető összefüggéseinek megítéléséhez nem elegendő.

A probléma megoldását a termelési függvényeken alapuló optimális növekedési modellek adják meg. Az ilyen jellegű modellek közül néhány magyar nyelven is megjelent [12], [13], az összefüggések részletesebb elemzését e szerzők egyike külön publikációban fogja megkísérelni [19]. Itt csupán az összefüggések lényegére lehet utalni.

Alapjában véve arról van szó, hogy az optimális beruházásra vonatkozó, a *termelési függvényeken alapuló modellek* segítségével ki lehet mutatni, hogy a kamatláb távolról sem egy véletlenszerű pénzügyi mutatószám, melynek értéke a tervező hatóságok vagy a bankszervek tetszésétől függ, hanem a kamatláb

láb a gazdasági fejlődés legfontosabb tényezőivel és mutatóival van közvetlen kapcsolatban. Teljesen leegyszerűsített elméleti modell esetén a *kamatláb egyensúlyi* vagy optimális értéke éppen a *növekedési ütemmel*, a *beruházási hányad optimálási értéke* pedig éppen a termelési függvény egy alapvető paraméterével, a *termelés tőke szerinti elaszticitásával* egyenlő. A fenti egyenlőségek helyett nagyon közeli megfeleléssel van dolgunk, ha az elméleti modellek világából a gyakorlatba lépünk át. Az összefüggést már a számszerű hasonlóság is megmutatja, hiszen a növekedési ütem általában évi néhány százalék, éppúgy mint a kamatláb, a megtakarítási hányad pedig a nemzeti jövedelem 20%-a körüli érték, éppúgy mint a termelés tőke szerinti elaszticitása. A következtetés tehát — bármennyire elméletinek tűnjék is — egyáltalán nem áll távol a gyakorlati tapasztalatoktól.

Az eredmény a következő egyszerű megfontolásokkal támasztható alá — részletesebb igazolásra itt nincs lehetőség. Ha a tőkekoeficiens változatlan marad — amit pedig igazán hosszútávú modellekben fel kell tételeznünk —, akkor a legcélszerűbb, ha éppen annyit fordítunk beruházásra, mint amennyivel a megnövekvő állóeszköz-állomány növeli a nemzeti jövedelmet. Ha ennél többet ruházunk be, akkor a beruházások folytán nem jön létre annyi termék-többlet, mint amennyibe a beruházások kerülnek, ha viszont ennél kevesebbet ruházunk be, akkor a beruházások kiterjesztésével növelhetnénk a szabadon felhasználható nemzeti jövedelmet. Az optimális helyzetet tehát akkor érjük el, ha a beruházások hozadéka éppen egyenlő a költségükkel, vagyis ha a beruházások éppen önmagukat tartják el.

Könnyű belátni, hogy egészen leegyszerűsített elméleti esetben az éppen akkor következik be, ha az állóeszközök százalékos hozadéka éppen egyenlő a kamatlábbal. Tehát az eszközhasználati díj megfelelő szintjével lehet elérni azt, hogy az egyes ágazatok, illetve vállalatok beruházási színvonalukat éppen annyira terjesszék ki, hogy a népgazdaság egészének beruházási színvonalja megfeleljen az optimumnak. Gyakorlatban természetesen a probléma sokkal bonyolultabb, azonban semmiképpen sem szakad el messzire ettől az elvi megoldástól. Ennek alapján látható, hogy a *termelési függvény számítások és a beruházás-gazdaságossági számítások elvi alapjai kétszeresen is összefüggenek*.

Talán ennél az elméleti kérdésnél is fontosabb, hogy a beruházás-gazdaságossági számítások gyakorlati alkalmazásával kapcsolatos egyik legfontosabb részletkérdés megoldására éppen az itt leírt módszer segítségével lehet vállalkozni.

4.3. *A módszer szerepe a munkaerő megtakarító beruházások gazdaságosságának elemzésében*

A beruházások és különösképpen a munkaerő megtakarító beruházások elemzésekor sorozatosan kerülünk szembe a következő problémával. *A beruházások nagy része — munkabér színvonalunk miatt — a beruházás-gazdaságossági számítások értelmében nem tűnik racionálisnak*. Éppen ellenkezőleg, könnyen bizonyítható, hogy a modernebb, nagyobb technikai felszereltséget igénylő eljárások drágábbak, mint a hagyományos eljárások. Az esetek nagy százalékában az *egyszerű*, sok kézimunkát foglalkoztató hagyományos *eljárások a legolcsóbbak és a műszaki fejlesztés határozottan növeli az önköltséget*. Ilyen körülmények között egy látszólagos *megoldhatatlan dilemma* előtt állunk: változatlan technológiai színvonal főként a jelenlegi munkaerőkorlátok mellett

nem vezethet gazdasági fejlődésre; a technikai színvonal növelése viszont ráfizetéses, és ráfizetésből aligha lehet egy ország gazdasági fejlődését finanszírozni. A hagyományos gazdaságossági számítások viszont semmiféle támpontot sem nyújtanak a probléma megoldására.

Az összefüggések lényegét — és egyben a probléma megoldásának módját — ismét a 2. ábra felhasználásával szemléltethetjük. A munkaerő megtakarító beruházások elemzésére kidolgozott klasszikus beruházás gazdaságossági módszer lényegében véve a helyettesítési folyamat gazdaságosságát vizsgálja, tehát azt a kérdést, hogy érdemes-e pl. a $p_1^{(1)}$ pontból a $p_1^{(2)}$ pontba átlépnünk. Ez a lépés a tőkeráfordítás megnövelésével jár és a munkaráfordítás csökkentését teszi lehetővé, a klasszikus beruházás gazdaságossági számítások értelmében tehát akkor gazdaságos, ha a beruházás kisebb, mint a várható munkabér megtakarítás diszkontált összege. A klasszikus szabályok szerint a beruházás akkor gazdaságos, ha a munkabér megtakarítás diszkontált összege nagyobb, mint a kezdeti beruházás. Könnyen érthető, hogy alacsony bérszínvonal esetén csak viszonylag kevés beruházás gazdaságos és így e számítások eredményeinek tényleges gyakorlati alkalmazása a gazdasági fejlődés ütemének lefékezéséhez vezethet.

A kérdés megoldását az adja meg, hogy munkaerő megtakarító beruházás esetén a $p_1^{(1)}$ pontból kiindulva nem a $p_1^{(2)}$ pontba lépünk át, vagyis nem valamely adott izokvant mentén haladunk, hanem a felszabadított munkaerőt a termelés bővítésére használjuk fel és így a $p_1^{(1)}$ pont fölött levő $p_2^{(2)}$ pontba lépünk át. A beruházás hozadéka ennek értelmében nem a megtakarított munkabér, hanem a \bar{q}_1 izokvantról a \bar{q}_2 izokvantra való átlépés változatlan munkaerő-állomány mellett, az állóeszköz-állomány kiterjesztése folytán. *A munkaerő megtakarító beruházás hozadéka* ennek értelmében a mi körülményeink között *nem a megtakarított munkabér, hanem az egy fő új munkaerő beállításával előállítható többletermelés* —, bizonyosra vehető ugyanis, hogy a felszabadított munkaerő, méghozzá általában ugyanabban az üzemben, a termelés bővítésére használható fel. A munkaerő megtakarító beruházás gazdaságossága ennek értelmében a termelés bővítés gazdaságosságával mérhető és nem a munkaerő megtakarítás gazdaságosságával.

A termelés új munkaerő beállításával való bővítésének gazdaságossága viszont a mi jelenlegi gazdálkodási viszonyaink mellett rendkívül nagy. A tapasztalatok egyértelműen azt bizonyítják, hogy az egyes vállalatok mindent megtesznek munkaerő-állományuk gyarapítása érdekében, és hogy a központi hatóságok ezt a törekvést képtelenek lefékezni, ami egyértelműen mutatja az új munkaerő beállításának nagyfokú gazdaságosságát. Az ezzel a kérdéssel kapcsolatos ökonometriai jellegű vizsgálatok ugyanakkor egyértelműen azt mutatják, hogy a munkaerő-állomány adott %-os növekedése esetén a termelés általában ugyanazzal a %-kal, sőt esetleg még nagyobb ütemben nő, mint a munkaerő, ugyanis új munkaerő beállítása általában a kapacitások jobb kihasználását és az üzemi mutatók javítását teszi lehetővé. *Egy fő új munkaerő beállítása tehát a kifizetendő munkabért messze meghaladó módon* növeli a termelést, úgyhogy a munkaerő megtakarító beruházások gazdaságosságát ebből a megfontolásból kiindulva, más szemléletben kell megítélni.

Ez az eredmény nem jelenti azt, hogy a klasszikus eljárás elvileg hibás megfontolásokon alapult. A klasszikus eljárás azt tételezte fel, hogy a termelési tényezők értékelése hozadéknak felel meg, és hogy az egyes termelési tényezők a hozadéknak megfelelő piaci értékelés szintjén dotálva az egyes

gazdasági egységek számára korlátlanul hozzáférhetőek. A munkaerő vonatkozásában ez azt jelentené, hogy az egységnyi új munkaerő beállításával elérhető terméktöbblet a munkabérral egyenlő, továbbá hogy az adott munkabérszinten minden vállalat korlátlan mértékben szerezhet munkaerőt. Nyilvánvaló, hogy viszonyaink között egyik feltevés sem igaz, és így gazdaságossági kérdéseink megítélését nem bízhatjuk olyan módszerre, melynek alapfeltevései nyilvánvaló ellentétben állanak gazdasági valóságunkkal.

Összefoglalás

1. Ebben a tanulmányban a makroökonómiai szintű termelési függvények részben vállalati-üzemi szintű, technológiai, tehát mikroökonómiai jellegű adatok alapján való felírásának módszerével kapcsolatos elgondolásokat fejtettünk ki. Ez az elképzelés azon a feltételezésen és tapasztalaton alapszik, hogy a *helyettesítési és az expanziós folyamat*, valamint ezek paraméterei *nagymértékben függetlenek* egymástól; a makroökonómiai idősorok alapján sikerrel lehet meghatározni az expanziós folyamat paramétereit, a *helyettesítési folyamat paraméterei viszont üzemi szintű technológiai jellegű kérdések megítélésével* vannak közvetlen kapcsolatban, és az ezekre vonatkozó *adatok alapján határozhatók meg*. Célszerűnek látszik e két módszer összekapcsolása egymás kölcsönös kiegészítésére.

2. Ez a kölcsönös kapcsolat a homogén termelési felületek elmélete segítségével világítható meg a legkönnyebben. Ennek alapján könnyű belátni, hogy az üzemi szintű adatok elvben minden további nélkül beépíthetők a makroökonómiai növekedési összefüggéseket leíró termelési felületbe, ugyanakkor azonban nyilvánvaló, hogy ennek a problémának a megoldása nagyon *sok gyakorlati nehézséggel* jár. A cikk utalt ezekre a nehézségekre és megoldásuk irányára, minden részlet teljesen kielégítő tárgyalására azonban ezek között a keretek között nem lehetett vállalkozni.

3. A makroökonómiai és mikroökonómiai szemléletmód kapcsolatából még egy fontos összefüggésre: a *termelési függvények* elméletének és a *beruházás-gazdaságossági számításoknak* a *szerves és többoldalú kapcsolatára* lehetett következtetni. Egyrészt kitűnt, hogy ez a két eljárás kölcsönösen feltételezi egymást, ugyanis a termelési függvény számítások voltaképpen el sem végezhetők beruházás-gazdaságossági számítások nélkül, másrészt pedig hogy a termelési függvény számításokon alapuló optimális beruházási modellek voltaképpen a beruházás-gazdaságossági számítások elvi megalapozását adják. A makro- és mikroökonómiai adatok, valamint a kétféle számításmód összekapcsolása ennek értelmében nem véletlenszerű, hanem teljes mértékben megfelel a közgazdasági elmélet belső logikájának és mélyebb összefüggéseinek.

4. Talán még ennél is fontosabb, hogy ezek az eredmények fontos támpontot adhatnak a *munkaerő megtakarító beruházások gazdaságosságának* tényleges, gyakorlati *megítéléséhez*. Itt ugyanis egy súlyos ellentmondással állunk szemben: a beruházási politikának a klasszikus módszerekhez való igazítása arra az abszurd eredményre vezetne, hogy alig érdemes végrehajtani munkaerő-megtakarító beruházásokat, a klasszikus módszerek elvetése viszont arra az ugyancsak lehetetlen eredményre, hogy gazdasági fejlődésünket ráfizetéses beruházások sorozatával kellene előmozdítanunk. Az ellentmondás feloldását az itt kifejtett összefüggések adják meg, ezekből ugyanis kitűnik, hogy a

munkaerő megtakarító *beruházások hozadékát* nem a megtakarított munkabér, hanem a *felszabadított munkaerő felhasználásával elérhető termelésnövekmény alapján kell megítélnünk* —, ez utóbbi ugyanis kapacitásaink kihasználatlansága és a növekvő hozadékok érvényesülése folytán általában többszöröse a megtakarított munkabérnek.

5. Az elmondottak alapján feltétlenül célszerűnek látszik a *kutatások* két irányban való *folytatása*. Egyrészt ki kell dolgozni azokat a módszereket és össze kell állítani azokat az adatokat, melyek felhasználásával ki lehet egészíteni termelési függvény számításainkat. Másrészt részletesebben ki kellene dolgozni a munkaerő megtakarító beruházások gazdaságosságára vonatkozó elméleti eredményeinket, és ily módon lehetővé tenni azt, hogy ezt a kérdést az összefüggések valamennyi oldalának teljes mértékű figyelembevételével tudjuk megítélni.

(*Beérkezett: 1971. december 13.*)

IRODALOM

1. ARROW, K. J.—CHENERY, H. B.—MINHAS, B. S.—SOLOW, R. M.: Capital-labor substitution and economic efficiency. The Review of Economics and Statistics. XLIII (1961) 235—250.
2. BAUMOL, W. J.: Közgazdaságtan és operációanalízis. Budapest, 1968. 482—511 o.
3. CHENERY, H. B.: Process and productions functions from engineering data. In: LEONTIEF, W. W. (szerk.): Studies in the structure of the American economy. New York, 1953. 297—235.
4. FISZEL, H.: A beruházások hatékonysága és a termelés optimuma a szocialista gazdaságban. Budapest, 1968. 227 o.
5. GRILICHES, Z.—RINGSTAD, V.: Economics of scale in manufacturing: an econometric study of Norwegian establishment data. Harvard University—University of Oslo, 1970.
6. JOHANSEL, L.: A framework for production studies; micro /macro, short run/ long run. Second World Congress of the Econometric Society. Cambridge, 1970.
7. KURZ, M.—MANNE, A. S.: Capital-labor substitution in metal machining. The American Economic Review. LIII (1963) 662—679.
8. MARKOWITZ, H. M.—ROWE, A. J.: A machine tool substitution analysis. In: MANNE, A. S.—MARKOWITZ, H. M. (szerk.) Studies in process analysis. New York—London, 1963. 313—351.
9. MIHÁLYFFY L.—SZAKOLCZAI GY.: A távlati tervezés ökonometriai modelljének eredményei. Az állóeszközállomány optimális növekedési üteme a létszámváltozás ütemére vonatkozó különböző feltevések függvényében. Az egyszektoros modell alapján végzett számítások eredményei. Országos Tervhivatal Távlati Tervek Főosztálya és INFELOR Rendszerteknikai Vállalat. Budapest, 1970 május. 44 + 11 + 29 o.
10. MIHÁLYFFY L.—SZAKOLCZAI GY.: Az állóeszközállomány optimális növekedési üteme. Gazdaság. 1971/3. sz. 83—106 o.
11. MINHAS, B. S.: An international comparison of factor costs and factor use. Amsterdam, 1963. X + 124 o.
12. PHELPS, E. E.: A felhalmozás aranszabálya (Tanmese). A gazdasági növekedés feltételei című kötetben. Budapest, 1967. 266—75 o.
13. PHELPS, E. E.: Második értekezés a felhalmozás aranszabályáról. A gazdasági növekedés feltételei című kötetben, Budapest, 1967. 276—96 o.
14. PÖLÖSKEI P.—SZAKOLCZAI GY.: Az ágazati CES termelési függvényszámítások újabb eredményei és egyes módszertani tapasztalatai. SZIGMA IV (1971) 3—23 o.
15. PÖLÖSKEI P.—SZAKOLCZAI GY.: Az idősorok hosszának szerepe a termelési függvény számításokban. SZIGMA, előkészületben.
16. RINGSTAD, V.: Estimation of production functions and technological change from micro data. Second World Congress of the Econometric Society. Cambridge, 1970.

17. SCHNEIDER, E.: Wirtschaftlichkeitsrechnung. Theorie der Investition. Tübingen — Zürich, 1957. VIII + 156 o.
18. SZAKOLCZAI GY.: Állóeszközgazdálkodás. Kézirat. Tankönyvkiadó. Budapest, 1967.
19. SZAKOLCZAI GY.: Az optimális beruházási hányad elméletének néhány továbbfejlesztése. Közgazdasági Szemle, előkészületben.
20. SZAKOLCZAI GY.—STAHL J.: Ágazati termelési függvények a magyar iparban. Közgazdasági Szemle, XIV (1967) 739—57 o.
21. WALTERS, A. A.: Production and const functions: An econometric survey. *Econometrica*, 31 (1963) 1—66 o.
22. Az ártervezés ökonometriai modelljének eredményei IV.: Az állóeszközállomány optimális növekedési üteme. Az egyszektoros modell alapján végzett számítások eredményei. Országos Anyag- és Árhivatal és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1971 május, 83 + 8 + 54 o.
23. Az ártervezés ökonometriai modelljének eredményei V.: Az állami ipar termelési függvényei (20 iparcsoportha). Országos Anyag- és Árhivatal és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1970 július, 45 + 19 o.
24. A gépipari tervezés ökonometriai modelljének munkaanyagai I.: A munkaerő felszabadító beruházások gazdaságosságának elemzése. Helyzetfelmérő előzetes tanulmány. Kohó- és Gépipari Minisztérium Távlati Fejlesztési Főosztály és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1970 november, 48 o.
25. A symposium on CES production functions: extensions and comments. *The Review of Economics and Statistics* L (1968) 443—80 o.

FORMULATION OF PRODUCTION FUNCTIONS FROM TECHNOLOGICAL DATA

Starting from the methodological experiences of the other study published here this paper makes an attempt to give a new method for the determination of the parameters of the substitution process, first of all of the marginal rate of substitution. The method starts from the theory of the homogeneous production surfaces and is based upon the finding that, as a matter of fact, the data on factory level referring to the possibilities for substituting manpower by investments give the marginal rate of substitution. Considering that in accordance with the results of the other paper the marginal rate of substitution is greatly independent from the other parameters of the production function, it seems feasible and expedient to determine this parameter on factory level, on the basis of technological data.

In spite of the theoretical simplicity of the solution a lot of practical difficulties emerge. On the one hand, greatly detailed factory data can be fitted only with difficulty into the highly aggregated system of production surfaces, and on the other hand, the value of the marginal rate of substitution is not completely independent from the other parameters. Real significance of all these problems can be measured only from the results of empirical studies.

In the course of the study under discussion it turned out that there is a multilateral, close relationship between the traditional investment efficiency calculations and the production function calculations. On the one hand, both methods mutually depend on each other, as each is partly supported by the other. On the other hand, by the help of connecting the two methods, the basic problem of analysing the labour-saving investments can be solved. According to this solution the returns of investments in this case cannot be measured in terms of wages of released manpower, but in terms of the additional products gained by the utilization of the released labour in another field.

ОПИСАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Настоящая статья, основываясь на опыты методологического характера другой работы, опубликованной в этом же номере, пытается дать новый метод для определения параметров процесса субституции, а в первую очередь для определения предельной пропорции взаимозаменяемости. Метод исходит из теории однородных поверхностей производства и осно-

вывається на осознании, что на самом деле данные на уровне завода, относящиеся к возможностям замены рабочей силы капитальными вложениями дают предельную пропорцию субституции. Ввиду того, что в силу результатов другой статьи, опубликованной в этом же номере, предельная пропорция субституции в большой мере независима от других параметров производственной функции, кажется разрешимым и целесообразным определить этот параметр на уровне завода, на основе технологических данных.

Несмотря на то, что решение с теоретической точки зрения является простым, возникает очень много практических трудностей. С одной стороны заводские данные, которые являются очень подробными, очень трудно изображать в сильно агрегированной системе соотношений производственных поверхностей, а с другой стороны значение предельной пропорции субституции не является совсем независимым от других параметров. Реальное значение всех этих проблем будет возможно оценить только на основе результатов эмпирических исследований.

В течение изложенного исследования выяснилось, что имеется многосторонняя тесная связь между традиционными расчетами эффективности капитальных вложений и расчетами производственных функций. С одной стороны оба метода взаимно предполагают друг друга, потому что оба опираются отчасти на другой. С другой стороны с помощью соединения двух методов можно решить основную проблему анализа классическими методами капитальных вложений, сэкономивших рабочую силу: т. е. тот, что в этом случае доход капитального вложения можно измерить не заработной платой освобожденной рабочей силы, а добавочной продукцией, произведенной в результате использования освобожденной рабочей силы в другом месте.

Tervmodellek alapján számított makrofüggvények: Elvek és módszerek

Az Országos Tervhivatal megbízása alapján kutatócsoportunk* számításokat végzett, makroökonómiai összefüggések meghatározására. Munkánkról két cikkben számolunk be.

Az első cikk 1. fejezete a makrofüggvények általános fogalmát és specifikálását tárgyalja. A 2. fejezetben kutatásunk alapfogalatait foglaljuk össze. A 3. fejezet a makrofüggvények számszerűsítéséhez alapulvett minta kialakítását ismerteti, s ezzel kapcsolatban néhány fogalmat definiál. Végül a 4. fejezet a javasolt metodika előnyeivel és korlátaival foglalkozik.

Míg az első cikkben kutatásunk *általános* elveit és módszereit írjuk le, a második cikk tárgya egy *konkrét alkalmazás*. Ismertetjük azokat a számításokat, amelyeket az 1971–75. évi öt éves terv kidolgozásához felhasznált tervmodell segítségével végeztünk.

1. A makrofüggvény általános fogalma és specifikálása

Makrofüggvényeknek nevezzük a népgazdaság egészére jellemző aggregált változók (folyamatok vagy állományok) közötti, matematikai formában leírt összefüggéseket. Általános alakjuk a következő:

$$u = f(v), \quad (1)$$

ahol u = a függő (vagy magyarázandó) változók vektora,
 v = a független (vagy magyarázó) változók vektora,
 f = a hozzárendelés módja.

* A makrofüggvény-paraméterek matematikai tervmodellekkel számított variánsok alapján történő becslését *Kornai János* vetette fel [4] tanulmányában, majd az elgondolást általánosabb formában fejtette ki az [5] feljegyzésben.

E módszertani elgondolásokat továbbfejlesztve *Rimler Judit* irányította a gyakorlati számításokat, s az eredményekről a [7] tanulmányban számolt be.

Számításaihoz az 1971–75. évi összevont tervmodellel készült variánsokat használta fel. Az említett tervmodellel kapcsolatos munkát *Dániel Zsuzsa* irányította, aki közreműködött a makrofüggvényekkel kapcsolatos számítások előkészítésében és értékelésében is.

További közreműködők voltak: *Wellisch Péter*, aki a matematikai-statisztikai problémák tisztázásában vett részt és *Somogyi Miklós*, aki a gépi programot dolgozta ki és a számítógépen végzett munkát irányította.

A két cikk szerzőinek megjelölése jelzi a munkamegosztást, noha mindhárom szerző bizonyos fokig részt vett mind a két cikk kidolgozásában.

A definíció két összetevőjét húzzuk alá. Makrofüggvény esetében mindig *össznépgazdasági* összefüggésről van szó, mégpedig *aggregált* formában. A makrofüggvény jól ismert speciális esete: a hagyományos népgazdasági termelési függvény: $Y = f(K, L)$. Itt Y , a népgazdasági output a magyarázandó változó, K , a népgazdasági tőkeállomány és L , a népgazdasági munkaerő-állomány a magyarázó változók. Viszont nem tekinthető makrofüggvénynek egy ágazati vagy vállalati aggregált termelési függvény. Ugyancsak nem minősül makrofüggvénynek egy népgazdasági sokszektoros Leontief-modell. Igaz ugyan, hogy utóbbi össznépgazdasági összefüggést ad meg a bruttó és a nettó kibocsátás között — de dezaggregált formában.

Amikor egy makrofüggvényt számszerűen meghatározunk, a következő négy *specifikumot* kell megadnunk:

1. Specifikálnunk kell a *változókat*. Mit tekintünk u -nak és v -nek, magyarázandó és magyarázó változóknak? Amikor erről határozunk, ezzel már jelentős részben meg is adtuk az összefüggés közgazdasági tartalmát.

A függő változó specifikációja alapján beszélhetünk termelési, fogyasztási, export-, import-, beruházási makrofüggvényről.

A független változók számának figyelembevételével különböztetjük meg a kevésváltozós és a sokváltozós makrofüggvényeket. Utóbbiak közé soroljuk azokat, amelynél háromnál több magyarázó változó szerepel.

2. Specifikálnunk kell f -t, a *hozzárendelés módját*, a függvény matematikai formáját. Az előbbi példához visszatérve: a termelési függvény lehet mondjuk Cobb–Douglas típusú, azaz hatványfüggvény, mégpedig a két magyarázó változó hatványai szorzatának függvénye.

A függvény matematikai szerkezetének megadása nem formális probléma, hanem mindenkor közgazdasági feltevéseket implikál: pl. a magyarázó változók helyettesítik-e egymást, s ha igen, milyen mértékben; a függő változó a független változókkal arányosan változik-e, vagypedig progresszíven vagy degresszíven és így tovább.

3. Adott változók között adott matematikai formában megnyilvánuló összefüggések megkülönböztethetők aszerint, hogy a függvény paramétereit milyen *minta* alapján becsültük. Ebből a szempontból a mintákat két fő kategóriába sorolhatjuk: *tény* adatok és *fiktív* adatok, kísérleti számítások, tervszámítások. Előbbi esetben a gazdaságnak a múltban lezajlott valóságos életét figyeltük meg, s e megfigyelések alapján készült statisztikát használjuk fel. Utóbbi esetben viszont csupán gondolkísérleteket végeztünk: valamilyen módon (szubjektív becsléssel vagy formális modellel, reálisnak elképzelhető vagy szántsándékkal irreális körülmények feltételezésével) számszerűen jellemezzük a népgazdaság különböző hipotétikus állapotait. Minden egyes „mi lenne, ha...” gondolkísérlethez egy-egy számegyüttes tartozik, amely leírja e feltételezett helyzetet.

A tényadatokból merített minta problémáiról itt most nem szólunk; ezzel igen sokat foglalkozik az irodalom. A bennünket közelebről érintő kérdés: a fiktív adatokból merített minta. Ennek egy speciális típusával foglalkozunk majd e cikk további részében, valamint a második cikkben.

4. Végül adott változók, adott matematikai függvényforma és adott minta mellett meg kell határozunk még egy negyedik specifikumot: milyen matematikai-statisztikai *becslési eljárással* határozzuk meg a paraméterek számszerű értékét, azaz milyen módszerrel illesztjük a függvényt a minta adataihoz.

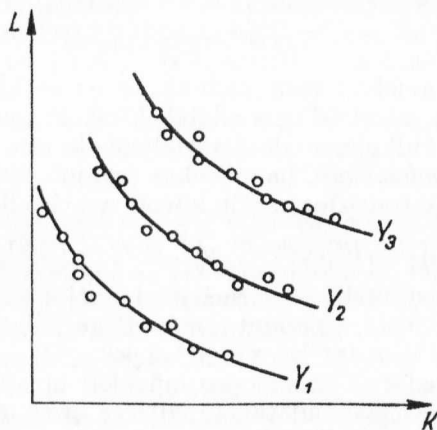
2. Kutatásunk alap gondolata

Ha mármost a fentiek alapján akarnók jellemezni saját kutatásunkat, úgy az 1., 2. és 4. specifikum tekintetében nem beszélhetünk különleges sajátosságokról. Ezekben a specifikumokban a mi makrofüggvényeink hasonlítanak a többi hazai és külföldi kutató által használt összefüggésekhez. (Bár, amint az a második cikkből kitűnik majd, néhány vonatkozásban itt is eltérünk más vizsgálatok rutinjától.)

Munkánk igazi sajátossága, amely lényegesen különbözik a makrofüggvények hagyományos meghatározásától, a 3. specifikumban, a minta megválasztásában áll. Elgondolásunk lényege a következő:

Elindulunk egy matematikai programozási tervmodellből. Ezzel a modellel számítássorozatot végzünk. A sorozat minden tagja egy-egy tervvariánst állít elő, amely a gazdasági mutatószámok egy-egy együttesével írható le. E mutatószámok szolgáltatják azt a mintát, amelynek alapján a különböző makrofüggvények paramétereit becsüljük.

Lássunk egy egyszerű példát. Egy dezaggregált lineáris programozási modellel kiszámítjuk az 1975. évi tervet, 30 variánsban. Az első tíz számításban a népgazdaság outputja Y_1 , a második tíz számításban valamivel nagyobb az Y_2 output, míg a harmadik tíz variánsban ennél is nagyobb az Y_3 output. Az outputoknak ezt az eltérését a feltételi korlátok alkalmas megszabásával érjük el. Mindhárom output-szint mellett sokféle tőke-munka kombinációt tételeztünk fel. Így tehát mindegyik Y_1 , Y_2 , Y_3 outputhoz tízféle $[K, L]$ pár tartozik. Ezt is a feltételi korlátok megfelelő előírásával biztosítjuk.



1. ábra

A számítássorozat eredményeit az 1. ábrán mutatjuk be. Harminc pontunk van; ezekhez három izokvantum-görbét illeszthetünk. Végeredményben együtt áll egy harminc pontból álló minta, harminc darab adathármas, amelynek alapján regressziószámítással becsülhetjük egy $Y = f(K, L)$ típusú kétváltozós termelési függvény paramétereit.

Eljárásunk abban tér el a termelési függvény hagyományos megállapításától, hogy mintánkat nem Y , K és L valóságos történelmi idősorai alkották, hanem a népgazdaságnak az elektronikus számológépen, egy programozási modell segítségével szimulált harminc hipotétikus helyzete.

3. A számszerűsítéshez alapulvett minta kialakításáról

Miután módszerünk alap gondolatait, egy egyszerű példa segítségével, általánosságban ismertettük, most pontosabban is definiálunk néhány fogalmat.

Annál is inkább szükség van fogalmi tisztázásra, mert az „információs input” és „információs output”, „konstans” és „változó”, „adat” és „eredmény” fogalompárjainak más-más használatához szoktak a „programozó” és a „termelési függvényes” közgazdászok — s a mi kutatásunkban mindkét csoport fogalomhasználatától némileg el kell térnünk.

Elsődleges transzformáció

Adva van egy adott szerkezetű matematikai programozási modell, röviden: *MP-modell*. A modellel *számítássorozatot* végzünk, a számítások száma S .

Az s -edik számítást ($s = 1, \dots, S$) nevezzük az s -edik *elsődleges transzformációnak*:

$$[A^{(s)}, b^{(s)}, c^{(s)}] \rightarrow [x^{(s)}, y^{(s)}], \quad (2)$$

ahol $A^{(s)}$ = az együttható-matrix

$b^{(s)}$ = a korlátvektor

$c^{(s)}$ = a célfüggvény-együtthatók vektora

$x^{(s)}$ = az optimális primális program

$y^{(s)}$ = az optimális duális program.

Az információs input: az *elsődleges adatok*; az információs output: az *elsődleges eredmények*.

Másodlagos transzformáció

Van számos adat, amelyet nem viszünk be az elsődleges transzformáció információs inputjába, az elsődleges adatok közé. Pl. outputok átárazásához használt árindexek, kalkulatív devizaárfolyamok stb. Nevezzük az ilyen adatokat *másodlagos adatoknak*, halmazukat jelöljük $H^{(s)}$ -sel.

Az s -edik elsődleges transzformációt követi a másodlagos transzformáció:

$$[A^{(s)}, b^{(s)}, c^{(s)}, x^{(s)}, y^{(s)}, H^{(s)}] \rightarrow [Z^{(s)}] \quad (3)$$

A másodlagos transzformáció információs inputja: az elsődleges transzformáció adatai és eredményei, valamint a másodlagos adatok. A transzformáció információs outputja: a *másodlagos eredmények*.

A másodlagos transzformációt számos műveleti utasítás írja le. Pl. a dez-aggregált MP-számítás egyes adatainak, illetve eredményeinek összegezése; indexek, átlagos évi növekedési ütemek számítása; átárazások; megoszlási viszonyszámok meghatározása stb.

Ide tartozik tulajdonképpen mindaz, amit egy-egy MP-számítás „feldolgozásakor”, az erről szóló beszámoló jelentések összeállításakor elvégzünk. (Az Országos Tervhivatal Matematikai Osztályának program-könyvtára a másodlagos transzformáció számos részműveletét gépesítette.)

Adatrendezés

A további fejtegetésekben megkülönböztetjük egy *indikátor típusát* és az *indikátor numerikus realizációit*. Előbbire példa: a népgazdaság összes bruttó termelési értéke, 1968-as áron. Ez egy *indikátor-típus*, azaz tulajdonképpen

egy változó közgazdasági definíciója. Ezeregyszáz milliárd forint — ez lehet ugyanezen indikátor egyik numerikus realizációja, mondjuk a 7. számításban.

Egy-egy indikátortípust egy-egy változó reprezentál; pl. legyen I a nép gazdaság összes évi beruházása. Az indikátor realizációit ugyanazzal a szimbólummal jelöljük, mint magát a változót, azaz az indikátor típusát, de indexszel utalunk a realizáció sorszáma. Így pl. a nép gazdaság összes beruházása az első, második, . . . , S -edik számításban $I^{(1)}$, $I^{(2)}$, . . . , $I^{(S)}$. Eszerint minden indikátor-típushoz S darab realizáció tartozik.

Az indikátor-típusok halmazát, azaz A , b , c , x , y , H és Z együttesét D -vel jelöljük. Ehhez összesen S darab realizáció-halmaz tartozik: $D^{(1)}$, $D^{(2)}$, . . . , $D^{(S)}$.

A D , illetve $D^{(s)}$ halmazokat azért vezettük be, mert ebben a formában is hangsúlyozni akartuk: számítási metodikánk szempontjából a továbbiakban immár közömbös e halmazok elemeinek „genezise”, születésük körülményei. Egyremegy, hogy a különböző elemek milyen szerepet játszottak korábban: elsődleges vagy másodlagos adatként vagy eredményként szerepeltek-e.

Jelöljük F -fel azoknak az indikátor-realizációknak a halmazát, melyek minden számításban azonos értékűek:

$$F = D^{(1)} \cap D^{(2)} \cap \dots \cap D^{(S)}. \quad (4)$$

Vezessük be a következő jelölést:

$$G^{(s)} = D^{(s)} - F \quad s = 1, 2, \dots, S. \quad (5)$$

A $G^{(s)}$ halmaz elemei tehát olyan indikátorok, amelyeknek s -edik realizációja legalább egy másik realizációtól különbözik. Az ezeknek megfelelő indikátor-típusok halmazát G -vel jelöljük; G elemeit a továbbiakban *kísérleti indikátor-típusoknak* nevezzük.

A makrofüggvények számszerűsítésekor kizárólag a kísérleti indikátor-típusokra illetve ezek realizációira lesz szükségünk.

A tervmodell alapján számított makrofüggvény

Ezek után visszatérhetünk az (1) formulában általános alakban megadott makrofüggvényekre. Ugyanazon MP-modellből kiindulva egész sor f_1, f_2, \dots makrofüggvényt számíthatunk ki; mindegyiket más-más változókra, különféle matematikai formákban specifikálva. Az 1. specifikum meghatározásakor úgy kell eljárunk, hogy mind a függő, mind a független változók típusai elemei legyenek a fentiekben definiált G halmaznak, a kísérleti indikátor-típusok halmazának:

$$[u_{i1}, \dots, u_{im_i}] = f_i [v_{i1}, \dots, v_{in_i}] \quad \{u_{i1}, \dots, u_{im_i}, v_{i1}, \dots, v_{in_i}\} \subset G. \quad (6)$$

Más szóval: csak olyan magyarázandó és magyarázó változókkal foglalkozunk, amelyekre vonatkozólag számszerű értékeket kaptunk az MP-modellből kiinduló elsődleges és másodlagos transzformációk során; mégpedig legalább kétféle (de általában lehetőleg kettőnél többféle) egymástól eltérő realizációt.

Amennyiben a (6) formula figyelembevételével specifikáltuk a makrofüggvényt, a paraméter-bebecslésnél mintaként az $(m_i + n_i)$ darab indikátor S darab realizációját használjuk fel. Azaz, az M_i mintát áttekinthetjük az alábbi

matrix alakjában:

$$M = \begin{bmatrix} u_{i1}^{(1)}, \dots, u_{im_i}^{(1)}, v_{i1}^{(1)}, \dots, v_{in_i}^{(1)} \\ \dots \\ u_{i1}^{(S)}, \dots, u_{im_i}^{(S)}, v_{i1}^{(S)}, \dots, v_{in_i}^{(S)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Ugyanazon MP-modellel végzett S darab számítás alapján kialakíthatjuk valamennyi, a (6) formula figyelembevételével specifikált f_1, f_2, \dots makrofüggvény számszerűsítéséhez szükséges M_1, M_2, \dots mintát.

A *tervmodell alapján számított makrofüggvény* (röviden: TMF) elnevezést a továbbiakban fenntartjuk azoknak a makrofüggvényeknek, amelyeknél a változók specifikálásakor figyelembevevük a (6) formulában leírt feltételt, s amelyek paramétereit a (7) formulában leírt minták alapján becsültük.

4. Az eljárás előnyei és korlátai

Röviden rámutatunk a TMP módszertan néhány előnyére, mégpedig kizárólag azokra a kedvező vonásokra, amelyek pusztán spekulatív úton is felismerhetők. Az empirikus tapasztalatokról majd a második cikkben lesz szó.

A javasolt módszertan kapcsolatot teremt a matematikai tervezésnek eddig többé-kevésbé különélő, szeparálódott két ága, a dezaggregált programozás és az aggregált makrofüggvényszámítás között. Ugyanakkor nem lép fel azzal az igénnyel, hogy bármelyiket is pótolja, kiszorítsa.

A dezaggregált számításokat már csak azért sem helyettesítheti, hiszen azokra épül: a részletes MP-modell a mi TMF-eink „anya-modellje”. Az eredeti MP-modell közvetlen felhasználásának is megvan a maga előnyös oldala, az aggregált függvényekkel szemben: éppen a részletezettség révén hasznos információt adhat a tervezőknek. A TMF komplementer előnye: nagyfokú összevonása folytán könnyen áttekinthető, igen egyszerűen kezelhető. Makrofüggvények segítségével kis erőfeszítéssel számíthatunk sok variánst. Különösen jó szolgálatot tehetnek a közép- és hosszúlejárátú tervek összeállításának két szakaszában: a folyamat elején, a kiinduló koncepciók meghatározásánál és a folyamat végén, a részletes tervek konzisztenciájának ellenőrzésénél.

Ugyancsak komplementaritás érvényesülhet a makrofüggvények két fajtája, a tényadatokra és a tervmodellekre épülő függvények között. Ezzel kapcsolatban néhány szót kell szólnunk a statisztikai adatokra, főként idősorok matematikai-statisztikai elemzésére épülő becslések nehézségeiről:

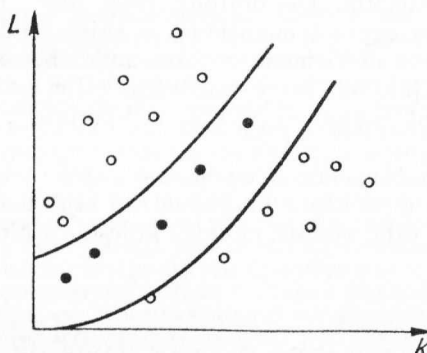
a) Az idősorok, a matematikai-statisztikus szempontjából, rendszerint „rosszul viselkednek”. Egy gazdasági folyamat valamely mutatójának különböző időpontokban mért értékei közt gyakran auto-korreláció áll fenn. Több, az időben párhuzamosan végbemenő folyamat mutatói között multikollinearitás érvényesül. Végeredményben a matematikai-statisztikus kevésszámú és egymástól nem független megfigyelés alapján kénytelen becslést végezni, ami súlyosan ronthatja a becslés megbízhatóságát.

b) Bizonyos fokig mindig önkényes a kizárólag a múlt megfigyelésére alapozott becslésekkel, illetve az ilyesfajta becslésekre alapozott modellekkel jósolni

a jövőt. Amennyiben a vizsgált gazdasági jelenséget befolyásoló külső adottságok lényegesen megváltoznának a jövőben, úgy a múlt alapján számszerűsített modellel nem tervezhetünk megbízhatóan.

c) Tény-idősorokon alapuló becslés esetén a minta elemeinek száma szükségképpen elég kicsi. Magyarországon a legtöbb jelenségre legfeljebb 15–18 éves sorok állnak rendelkezésre, sőt sokféle folyamatra még ennél is rövidebb az összehasonlítható adatokból álló sor.

Mondanivalónkat a már többször említett példával, a kétváltozós termelési függvények problémájával illusztráljuk a 2. ábrán.



2. ábra

Az ábrán nagy fekete pontok jelképezik a gazdasági növekedés tényleges folyamatában megfigyelhető $[K, L]$ párokat. Amennyiben a népgazdaság növekedése eléggé zavartalan, úgy e pontok egy átlós irányú „folyosón” helyezkednek el.¹ A történelem nem kísérletezik. A gazdaság tényleges fejlődése nem kombinálja a termelési tényezőket extrém arányokban, pl. nagyon sok tőkét igen kevés munkával, vagy megfordítva. Ehelyett rendszerint azzal az esettel találkozunk, hogy mind az output, mind a tőkeállomány, mind pedig a munkaerőállomány az időben eléggé szabályosan, közel exponenciálisan nő. Az ábránkon szereplő „folyosón” kívül nemigen találhatunk tényadatot. A fenti a) pontban említett statisztikai nehézségek éppen ezzel függnek össze.

A 2–3. fejezetekben leírt TMF módszertan jelentősége abban áll, hogy matematikai programozással tetszés szerint előállíthatunk kissé „extrémebb” kombinációkat is: olyan $[Y, K, L]$ adathármasokat, amelyek a „folyosón” kívül helyezkednek el. Így megbízhatóbbá válik az izokvantum-görbék illesztése, a makrofüggvény paramétereinek becslése, amint azt az 1. ábrán bemutattuk. A valóságos történelem nem kísérletezik — de mi a számológép segítségével kísérletezhetünk, előállíthatjuk a hipotétikus helyzeteket is.

De nemcsak a fentiekben említett a)-nehézség, hanem a b)-nehézség leküzdéséhez is hozzájárulhat a javasolt TMF metodika. A múltbeli adatokból nem jósolhatunk, ha a jövőben változnak, pl. a nemzetközi külkereskedelmi

¹ Lásd erről részletesebben *Rimler Judit* [6] cikkét.

adottságok, a technika és így tovább. Ezzel szemben a tervmodell adataiban kifejezésre juttathatjuk a külső körülmények változására vonatkozó prognózisunkat.

Ami végül a *c*)-nehézséget illeti: a javasolt módszertan alapján tetszés szerinti nagyságú mintát állíthatunk elő. A reprezentációk számát kizárólag a számításokra fordítható pénz és idő korlátozza.

Nem volna persze helyes csupán az előnyökről szólni. Nemcsak nyerünk — veszítünk is. A tényadatok alapján nyert minta szűkös ugyan, de mégis csak a valóságot tükrözi, míg a tervmodellel generált minta csupán a valóság „más”. Ez a „más” egyszerűbb, mint a valóság; pontatlanul tükrözi azt, sőt sok szempontból idealizálja. Gondoljunk csak arra, hogy a programozási modellel nyert minden egyes tervvariáns — saját modelljének és elsődleges adatainak világán belül — efficiens program, miközben a valóságos gazdálkodásról nem tételezhetjük fel, hogy szigorúan efficiens.² Makrofüggvényeink tehát öröklött bajként magukon viselik a kiinduló „anyamodell” minden gyengéjét.

A felsorolt meggondolások, az előnyök és a hátrányok együttes mérlegelése alapján nem ajánljuk a szokásos ökonometriai eljárások, idősoros elemzések *helyett*, hanem csupán ezek *mellett*, egymás kölcsönös kiegészítésére, ellenőrzésére.

MACROFUNCTIONS CALCULATED ON THE BASIS OF PLANNING MODELS: PRINCIPLES AND METHODS

In determining the parameters of production functions or of other macrofunctions describing interdependences between economy-wide aggregated variables the sample serving as a basis of estimation plays a crucial role. Samples can be classified whether their elements are actual data or fictitious data gained as results of experimental calculations. This paper deals in generality with a special form of samples from fictitious data that in literature relatively rarely can be met and it deals with some characteristic features of the macrofunctions estimated from this sample.

Elements of the fictitious sample are the aggregated data of plan variants calculated from mathematical programming model for planning. Having analysed the formal relations between plan variants and macrofunctions composed from these the paper deals with some advantages and disadvantages of macrofunctions being based upon actual data and data of mathematical programming models. One of the advantages of the applied methodology is that it connects two branches of mathematical planning more or less separated so far: desaggregated programming and calculation of aggregated macrofunctions.

Comparing macrofunctions calculated from planning models with actual data calculations it can be stated that the application of fictitious sample has advantageous and disadvantageous conclusions. With the fictitious sample the accuracy of estimation can be increased, because from planning models, as opposed to the limited number of actual

² Itt jegyezzük meg: az *S* darab számításból álló számítássorozat keretében módosítjuk mind az együttható-mátrixot, mind a korlátvektort — s ennek megfelelően a különböző számításoknál eltérhet egymástól a megengedett programok halmaza. Az a program, amely mondjuk az 1. számítás megengedett programjainak halmazán esúsponti program volt, a 2. számításban már belső pont, vagy esetleg ellenkezőleg: nem-megengedett program lehet. *Ebben az értelemben* nem mondható el mind az *S* darab optimális programról, hogy efficiens — mert mindegyik csak *saját* elsődleges adatai mellett minősül efficiensnek.

Az „efficiencia” fogalmáról lásd *Koopmans* [2] tanulmányát, illetve a [3] könyv 26. fejezetét.

data samples, numerous, more or less independent sample elements can be generated. Another advantage of the applied methodology is that it is not necessary to estimate the parameters from old data which may express quite different circumstances. Beside advantages the most important insufficiency is that though the sample of actual data is scarce, it still reflects reality, the sample generated by the planning model is, however, only a „replica” of reality. The model is not only inevitably simpler than reality but in most cases it shows a distorted image of reality.

МАКРОФУНКЦИИ, ИСЧИСЛЕННЫЕ НА ОСНОВЕ ПЛАНОВЫХ МОДЕЛЕЙ: ПРИНЦИПЫ И МЕТОДЫ

При определении параметров производственных функций или других макрофункций описывающих соотношения между агрегированными переменными народного хозяйства решающую роль играет выборка, служащая основой оценки. Выборки можно подразделить на категории, и, в частности, и в зависимости от того, являются ли элементы выборки фактическими данными или фиктивными, полученными в результате экспериментальных расчетов. В статье рассматривается в общей форме один особый вид выборки, взятых из фиктивных данных, которыми относительно редко занимаются в литературе, и некоторые характерными черты макрофункций, оцениваемых на основе этой выборки.

В качестве элементов фиктивной выборки служат агрегированные данные плановых вариантов, исчисляемых с помощью плановой модели математического программирования. После анализа формальных связей между плановыми вариантами и полученными из них макрофункциями в статье излагаются некоторые преимущества и недостатки макрофункций, основывающихся на фактических данных и данных моделей математического программирования. Одним из преимуществ примененной методологии является установление связи между двумя отраслями математического планирования, существовавших до сих пор более-менее раздельно, обособлено — между дезагрегированным программированием и исчислением агрегированных макрофункций.

Сопоставляя макрофункции, исчисленные на основе плановых моделей, с расчетами основанными на фактических данных можно констатировать, что применение фиктивной выборки имеет и выгодные и невыгодные последствия. С помощью фиктивной выборки можно повысить точность оценки, потому что по сравнению с ограниченным числом выборок из фактических данных, с помощью плановых моделей можно обобщать очень много, более-менее независимых друг от друга выборочных элементов. Дальнейшее преимущество примененной методологии заключается в том, что параметры функций на будущий период не надо оценивать на основе прошлых данных, выражающих хоть совсем другие обстоятельства. Наряду с преимуществами самым важным недостатком является то, что хотя выборка на основе фактических данных является скудной, но все-таки отражает действительность, а выборка, порождаемая плановой моделью, является только ограничением действительности. А модель не только неизбежно проще действительности, но во многих случаях искаженно отображает действительность.

Tervmodellek alapján számított makrofüggvények: Numerikus alkalmazás

Az előző cikkben leírt általános metodikát alkalmaztuk abban a numerikus vizsgálatban, amelynek kiinduló adatait az 1971—75. évi öt éves terv kidolgozásához felhasznált lineáris programozási modell szolgáltatta. Cikkünk 1. fejezete a vizsgálatot ismerteti, a 2., a 3. és a 4. fejezetek a közgazdasági és a metodikai tanulságokat tárgyalják, majd az 5. fejezetben a kutatás további feladatait foglaljuk össze.

1. A vizsgálat ismertetése

Az előző cikk 2. fejezetében kifejtettük, hogy valamely makrofüggvény meghatározását *négyféle specifikum* leírásával jellemezhetjük. Vegyük most sorra e négy specifikumot.

A változók specifikálása

Összesen 22 aggregált népgazdasági indikátor-típussal foglalkoztunk. Jegyzéküket az 1. táblázatban közöljük. A táblázatból kitűnik, hogy az indikátorokat öt fő csoportba sorolhatjuk: a termelés, a fogyasztás, az export és a ráfordítások mutatói, valamint struktúra-változók. Utóbbiak a termelés, a ráfordítások vagy a külkereskedelem különböző minőségi ismérveit, szerkezeti adottságait hivatottak összefoglaló formában kifejezni.

Az 1. táblázatban felsorolt indikátorok között nagyon sokféle összefüggést számítottunk ki. Ezek egyrészét — mégpedig a közgazdasági elemzésekhez jól használható, „munkaképes” részét — a 2. táblázatban tekintjük át. A cikk későbbi részeiben térünk majd rá azoknak a kritériumoknak a megvilágítására, amelyek alapján eldöntöttük: szerepeljen-e valamely kiszámított makrofüggvény a 2. táblázatban, vagy sem. E fejtegetések fogják majd megvilágítani a táblázat utolsó két oszlopának jelentését is.

Az áttekintés megkönnyítésére közöljük a 3. táblázatot. Ebben egyfelől a függő változók közgazdasági tartalma, másfelől a független változók száma szerint osztályozzuk makrofüggvényeinket.

A matematikai forma

A 2. táblázatban felsorolt valamennyi összefüggést kétféle matematikai formában — lineáris és log-lineáris függvény alakjában — írtuk le. Nem törekedtünk arra, hogy minél rafináltabb függvénytípus megválasztásával

1. táblázat
A makrofüggvényekben szereplő indikátortípusok

Sorszám	Megnevezés	Mértékegység	Szimbólum
	<i>Termelés</i>		
1.	Társadalmi termék	millió Ft	P
2.	Nemzeti jövedelem	millió Ft	N
	<i>Fogyasztás</i>		
3.	Fogyasztás	millió Ft	CN
	<i>Export</i>		
4.	Összes export	millió Dft	E
5.	Szocialista export	millió Dft	ES
6.	Tőkés export	millió Dft	ET
	<i>Ráfordítások</i>		
7.	Összes import	millió Dft	Z
8.	Szocialista import	millió Dft	ZS
9.	Tőkés import	millió Dft	ZT
10.	Beruházás	millió Ft	I
11.	Állóalap értéke	millió Ft	C
12.	Foglalkoztatott létszám	ezer fő	L
	<i>Strukturális (minőségi) mutatók</i>		
13.	Termelés régi üzemben	millió Ft	PA
14.	Termelés rekonstruált üzemben	millió Ft	PB
15.	Termelés új üzemben	millió Ft	PC
16.	Modernizálás (a rekonstruált plusz az új üzem és a régi üzem aránya)	%	M
17.	Ipari termelés	millió Ft	PI
18.	Mezőgazdasági termelés	millió Ft	PM
19.	Építőipari termelés	millió Ft	PÉ
20.	Termelési struktúra (az ipari és a mezőgazdasági termelés aránya)	%	ST
21.	Export struktúra (tőkés és szocialista export aránya)	%	SE
22.	Import struktúra (tőkés és szocialista import aránya)	%	SI

biztosítsunk jó illeszkedést. Ehelyett egyszerűségük miatt részesítettük előnyben az említett formákat.

Mindkét típusnál könnyen értelmezhető a paraméterek közgazdasági tartalma. A lineáris formában az együttható azt fejezi ki, hogy valamely magyarázó egységnyi növekedése — ceteris paribus — milyen mérvű változást hoz

2. táblázat

A makrofüggvények áttekintése a változók közgazdasági tartalma szerint

A TMF sor-száma	A függő változó közgazdasági tartalma	A független változók közgazdasági tartalma	A függvény típusa	Többfázisú becslést alkalmaztunk-e? Ha igen: hány változóval indultunk?
1.	Társadalmi termék	Foglalkoztatott létszám, Álló-alap értéke, Összes import, Import struktúra, Export struktúra	Eredmény-ráfordítási f.	Igen: 7
2.	Társadalmi termék	Foglalkoztatott létszám, Beruházás, Összes import, Import struktúra, Export struktúra	Eredmény-ráfordítási f.	Igen: 7
3.	Társadalmi termék	Foglalkoztatott létszám, Álló-alap értéke	Termelési f.	Nem
4.	Társadalmi termék	Foglalkoztatott létszám, Beruházás	Termelési f.	Nem
5.	Társadalmi termék	Szocialista export, Tőkés export	„Alternatíva”-f.	Nem
6.	Társadalmi termék	Beruházás, Fogyasztás	„Alternatíva”-f.	Nem
7.	Társadalmi termék	Beruházás, Összes import	„Alternatíva”-f.	Nem
8.	Nemzeti jövedelem	Foglalkoztatott létszám, Összes import	Eredmény-ráfordítási f.	Igen: 7
9.	Nemzeti jövedelem	Foglalkoztatott létszám, Beruházás, Export struktúra	Eredmény-ráfordítási f.	Igen: 7
10.	Nemzeti jövedelem	Foglalkoztatott létszám, Álló-alap értéke	Termelési f.	Nem
11.	Nemzeti jövedelem	Foglalkoztatott létszám, Beruházás	Termelési f.	Nem
12.	Nemzeti jövedelem	Szocialista export, Tőkés export	„Alternatíva”-f.	Nem
13.	Nemzeti jövedelem	Beruházás, Fogyasztás	„Alternatíva”-f.	Nem
14.	Nemzeti jövedelem	Termelés régi üzemben, rekonstruált üzemben, új üzemben	„Alternatíva”-f.	Nem
15.	Fogyasztás	Foglalkoztatott létszám, Álló-alap értéke, Import struktúra	Eredmény-ráfordítási f.	Igen: 7
16.	Fogyasztás	Foglalkoztatott létszám, Export struktúra	Eredmény-ráfordítási f.	Igen: 7
17.	Fogyasztás	Foglalkoztatott létszám, Álló-alap értéke	Termelési f.	Nem
18.	Fogyasztás	Termelés régi üzemben, rekonstruált üzemben, új üzemben	„Alternatíva”-f.	Nem
19.	Összes export	Társadalmi termék, Export struktúra	Eredmény-ráfordítási f.	Igen: 5
20.	Összes export	Ipari termelés, Mezőgazdasági termelés	„Alternatíva”-f.	Nem
21.	Szocialista export	Ipari termelés, Mezőgazdasági termelés	„Alternatíva”-f.	Nem

3. táblázat
A makrofüggvények osztályozása

A függő változó közgazdasági tartalma A független változók száma	Termelés (bruttó termelési érték vagy nemzeti jövedelem)	Fogyasztás	Export (összes vagy szocialista vagy tőkés export)
Hány darab függvény tartozik ebbe az osztályba:			
Kevés: 1 – 3	12	4	3
Sok: 3-nál több	2	–	–

a magyarázandó változóban. A log-lineáris formában az együttható a magyarázó változó elaszticitását adja meg, azaz, a magyarázó változó egyszázalékos növekedése hány százalékkal változtatja a magyarázandó változó értékét.

A minta jellegzetességei: az MP-modell és a számítássorozat

A TMF-számítás kiindulópontja a negyedik ötéves terv koncepciójának kidolgozásához használt MP-modell volt.¹ Matematikai formáját tekintve szokványos lineáris programozási modellt alkalmaztunk.

A modellel előállított program az ötéves tervperiódus záróévére, 1975-re határozta meg a *termelés* és a *külkereskedelem* szerkezetét. A termelési változókat úgy definiáltuk, hogy a záróévi program egyúttal megszabja az ötéves tervperiódus alatt megvalósítandó *beruházások* tervét is.

A népgazdaság termelő tevékenységét 23 szektorra tagoltuk. A legtöbb szektorhoz három alternatív technológiát rendeltünk: 1. a tervperiódus kezdetén már fennállott, s a tervperiódus alatt változatlanul konzervált állóalapon folyó záróévi termelést, 2. a tervperiódus kezdetén már fennállott, de a tervperiódus alatt technikailag rekonstruált állóalapon folyó záróévi termelést és végül 3. a tervperiódus alatt újonnan létesített állóalapon folyó záróévi termelést.

A külkereskedelmet két piaci relációra bontottuk: szocialista, illetve tőkés országokkal folytatott külkereskedelemre.

A modell tevékenységváltozói: záróévi szektoronkénti termelés, az említett háromféle technológia szerint tagolva, továbbá záróévi szocialista, illetve tőkés relációban folytatott szektoronkénti export, valamint szektoronkénti kompetitív import. Összesen 113 tevékenység-változó szerepelt a modellben.¹

A modell korlátozó feltételeinek főbb csoportjai a következők voltak:

- termékmérlegek, ágazatonként (a záróévre)
- beruházási felső korlát (a tervperiódus alatt)
- a szocialista piacról, illetve a tőkés piacról beruházási célra importált gépek felső korlátja (a tervperiódus alatt)
- a tőkés piacról származó középlejáratú hitel felső korlátja (a záróévre)
- létszámkorlát (a záróévre)
- természeti erőforrások korlátjai (a záróévre)

¹ A modellt, valamint a modellel végzett számítássorozatot *Dániel Zsuzsa* (korábbi nevén: *Újlaki Zsuzsa*) [8] és [9] cikkei ismertetik.

4. táblázat
A tervvariánsok áttekintése

A variáncsoport rendel- tetése a tervezésben Ismérvek 1	Koordináció, a konzisten- cia elemzése 2	A külkereskedelem érzé- kenységének elemzése 3	Az életszínvonal elemzése 4	A beruházások elemzése 5
A csoportba tartozó variánsok száma	9	14	8	30
Célfüggvény	Fogyasztás maximalizá- lása Dolláregyenleg optimali- zálása	Fogyasztás maximalizá- lása Dolláregyenleg optimali- zálása Szocialista külkeresk. volumenének maxima- lizálása Tőkés külkeresk. volume- nének maximalizálása	Fogyasztás maximalizá- lása Dolláregyenleg optimali- zálása Lakásépítés maximalizá- zálása Nemzeti jövedelem maxi- malizálása	Fogyasztás maximalizá- lása Létszám minimalizálása
A tervperiódus alatti beruhá- zási keret maximális és minimális értékei (a hiva- talos tervkoncepcióban el- fogadott szint = 100)	100	100 – 113	100 – 125	96 – 127
Külkereskedelmi felső korlátok maximális és minimális ér- tékei (a hivatalos tervkon- cepcióban elfogadott szint = 100)	Rubel: 100 Dollár: 100	Rubel: 100 – 120 Dollár: 100 – 125	Rubel: 100 – 120 Dollár: 100 – 125	Rubel: 100 – 120 Dollár: 100 – 120
Van-e külkereskedelmi alsó kor- lát?	Van	Nincs	Nincs	Nincs
Létszámkorlát maximális és minimális értéke (a hiva- talos tervkoncepcióban el- fogadott szint = 100)	100	100	100	95 – 105
A vizsgált fogyasztási struk- túrák száma	1	1	2	1

- az 1. és 2. technológia szerint működő termelési változók kapacitáskorlátai (a záróévre)
 - az export és az import felső és alsó korlátai, piaconként, illetve szektoronként tagolva (a záróévre)
 - a szocialista, illetve a tőkés piacra vonatkozó devizamérleg (a záróévre).
- Összesen 115 korlátozó feltétel szerepelt a modellben.

Hétféle célfüggvényt alkalmaztunk: a fogyasztás maximalizálása, a dollár-egyenleg optimalizálása, a szocialista külkereskedelem volumenének maximálása, a tőkés külkereskedelem volumenének maximalizálása, a lakásépítés maximalizálása, a nemzeti jövedelem maximalizálása és a létszám minimalizálása.

Modellünkkel 61 tervvariánst számítottunk ki. Ezeket a 4. táblázatban tekintjük át. A tervvariánsokat négy fő csoportba soroltuk, a gyakorlati tervezésben betöltött rendeltetésük szerint. Ezt az ismérvet a 4. táblázat 1. oszlopában adtuk meg. A táblázat 3—8. oszlopából kitűnik, hogy a modell mely elemeit módosítottuk a variánsok előállításakor: a célfüggvényt, a beruházási korlátot, a munkaerőkorlátot, a külkereskedelmi korlátokat és a termék-mérlegekben figyelembevett fogyasztási struktúrát.

A variánsok egyrésze „realista”: olyan hipotétikus gazdasági helyzetet ír le, amelynek megvalósulása könnyen elképzelhető, mind az objektív adottságok, mind pedig a gazdaságpolitika szempontjából. Kiszámítottunk azonban néhány merészebb variánst is, amely mind a gazdaságpolitikai feltételezésekben, mind a külső körülmények prognózisában nagyobb mértékben tér el a várható jövőbeni állapottól.

Az 5. táblázatban kiemeltünk 13-at a TMF-számításokban szereplő 22 indikátor közül, s bemutatjuk ezek érzékenységét a számítássorozat keretében

5. táblázat
Az indikátorok érzékenysége 61 tervvariáns alapján

Sorszám (az 1. táblázat sorszám- mozása szerint)	A mutatószám megnevezése	Variációs együttható	Maximális érték a minimális érték százalékában
1.	Társadalmi termék	0,28	110,5
2.	Nemzeti jövedelem	0,30	107,8
4.	Összes export	0,68	122,4
5.	Szocialista export	0,58	121,7
6.	Tőkés export	1,54	190,7
7.	Összes import	0,63	129,8
8.	Szocialista import	0,51	112,6
9.	Tőkés import	1,46	154,1
10.	Beruházás	1,02	132,5
12.	Foglalkoztatott létszám	0,44	114,4
17.	Ipari termelés	0,40	114,9
18.	Mezőgazdasági termelés	0,29	108,2
19.	Építőipari termelés	0,60	128,1

bevezetett változtatásokra. Erre a célra két mutatószámot közlünk: a variációs együtthatót (relatív szórást), azaz a 61 realizáció szórásának és átlagának hányadosát; továbbá a 61 realizáció között kapott maximális és minimális érték hányadosát. Mint látjuk: a realizációk közötti eltérések számottevőek, a minta egyes indikátorai eléggé szóródnak, bár persze vannak viszonylag stabilabb indikátorok is.

Az előző cikk (6) és (7) formulája értelmében csak azokat a tervvariánsokat kell figyelembe vennünk, amelyekben a vizsgált 22 indikátor realizációja eltérő. Tíz olyan számítás akadt, amely — noha a feltételi korlátot vagy a célfüggvényt változtattuk valamelyik más számításhoz képest — mégis a másik számításával azonos optimális programhoz vezetett. Így végeredményben mintánk 51 realizációra épül.

A paraméterek becslése

A paramétereket — a fentiekben leírt minta alapján — a legkisebb négyzetek módszerével becsültük.

Itt térünk vissza a 2. táblázat 5. oszlopának értelmezésére.

Egyes összefüggésekről eleve feltételeztük, hogy a magyarázó változók száma kicsi, nem több háromnál. Itt a szokványos módon végeztük el a paraméter-becslést. Ezekben az esetekben a 2. táblázat 5. oszlopában azt olvashatjuk: a becslés *egyfázisú* volt.

Más összefüggésekkel kapcsolatban viszont felmerült a gondolat, vajon érdemes-e a független változót nagyszámú, háromnál több változóval magyarázni? Ilyenkor — első fázisként — becslést adtunk valamennyi számításba jövő magyarázó változó paramétereire. Utána, második fázisként, elhagytunk egyet a magyarázó változók közül, mégpedig azt, amelyről megállapítottuk: kiiktatása aránylag legkevésbé rontja a függvény illeszkedését abban az értelemben, hogy aránylag legkevésbé csökkenti az R totális korrelációs együtthatót. A harmadik fázisban ismét kiiktatunk egy magyarázó változót, azonos szelekciós elv szerint. A magyarázó változók kihagyását fázisról-fázisra addig folytatjuk, amíg el nem jutunk egy egyváltozós függvényig. A többfázisú becslés végeztével egy *kiesési sorrend* birtokába jutunk, s ez önmagában is tanulságos.

Azokban az esetekben, amelyekben ezt az eljárást alkalmaztuk, a 2. táblázat 5. oszlopában feltüntettük: a becslés *többfázisú* volt, s megadtuk azt is, hogy hány változóval indultunk az első fázisban.

A sokváltozós függvények paramétereinek többfázisú meghatározásával két problémára kerestünk választ. Az első kérdés az volt, hogy érdemes-e sok, mondjuk több mint három vagy négy magyarázó változóval számolni: az adatok összegyűjtésével és a paraméterek becslésével járó többletmunka megfelelő mennyiségű többletinformáció forrása lehet-e. A második kérdés: mennyire erős a különböző magyarázó változók hatása a függő változóra.

A többfázisú becslésnél a változók kiesési sorrendje a magyarázó változók egymáshoz viszonyított jelentőségére is utal.

2. Az illeszkedés elemzése — Az első közgazdasági tanulságok

Miután az 1. fejezetben leírtuk makrofüggvényeink specifikálását, most áttérünk a vizsgálat tanulságaira. Elsőként a TMF-ek illeszkedését elemezzük. Ez kettős célt szolgál. Az egyik cél: önmagunk ellenőrzése. Az illeszkedés-vizsgálat rámutat, vajon egyik vagy másik TMF elfogadható-e a függő változó magyarázataként vagy sem. Ezzel kapcsolatban a következő kritériumokat alkalmaztuk: a TMF *elfogadható*, ha minden paraméter értéke szignifikánsan különbözik nullától, 95%-os valószínűségi szinten, ha a totális korreláció magas és ha a paraméterek becslési hibája (a becslés szórása) kicsi. A 2. táblázatban kizárólag elfogadható függvényeket közöltünk. Amikor rangosorolnunk kellett azonos függő változót magyarázó különböző TMF-eket, a többfázisú becslés során, akkor az *elfogadható* TMF-ek közül azt minősítettük „legjobb-nak”, amelynél a totális korreláció értéke a legmagasabb. Ilyenkor csak a több-fázisú becslés keretében nyert „legjobb” függvényt közöltük a 2. táblázatban.

Az elemzés másik célja közgazdasági jellegű; annak tisztázása, hogy milyen erős a különböző magyarázó változók hatása; mi e hatások relatív aránya. Ezzel kapcsolatban egyrészt — adott TMF-en belül — a paraméterek relatív arányát érdemes vizsgálnunk; főként akkor, ha a hozzájuk tartozó változók dimenziója azonos. Másrészt — amint arra az előző fejezetben rámutattunk — tanulságos lehet a többfázisú paraméter-becslés kiesési sorrendje is.

A most következő elemzésben — közgazdasági tartalmuk, „típusuk” szerint — négy csoportba soroltuk a TMF-eket: 1. eredmény-ráfordítási függvények, 2. termelési függvények, 3. export-függvények és 4. „alternatíva”-függvények. A csoportosítás önkényes, *ad hoc* jellegű, s kizárólag a jelen elemzés céljaira szolgál. A 2. táblázatból, annak 4. oszlopából kitűnik, hogy melyik TMF melyik csoportba tartozik, e négyes kategorizálás szerint.

Eredmény-ráfordítási függvények

Elsőként azokat a TMF-eket vesszük elő, amelyeknél a függő változó egy „eredmény”-jellegű indikátor (termelés vagy nemzeti jövedelem vagy fogyasztás), a független változók pedig a ráfordítások különböző indikátorai. Nevezzük ezeket *eredmény-ráfordítás típusú függvényeknek*. (Teljes felsorolásukat lásd a 2. táblázatban.)

A következő függvények bizonyultak, az illeszkedés szempontjából, a legjobbakkak:

A függvények leírásánál a paraméter alatt, zárójelben közöljük a paraméter becslési hibáját.

T e r m e l é s (2. sorszámú TMF)

$$\log P = \log 7,62 + 0,46 \log L + 0,11 \log I + 0,06 \log SE -$$

(0,03) (0,01) (0,01)

$$-0,06 \log SI + 0,07 \log Z \tag{1}$$

(0,01) (0,03)

Nemzeti jövedelem² (9. sorszámú TMF)

$$\log N = \log 7,25 + 0,45 \log L + 0,13 \log I + 0,04 \log SE \quad (2)$$

(0,05) (0,02) (0,02)

Fogyasztás (18. sorszámú TMF)

$$\log CN = \log 3,32 + 0,40 \log L + 0,41 \log C + 0,10 \log SI \quad (3)$$

(0,06) (0,07) (0,02)

ahol P = a termelés

N = a nemzeti jövedelem

CN = a fogyasztás

L = a foglalkoztatott létszám

I = a beruházás

SE = az export-struktúra

SI = az import-struktúra

C = az állóalap értéke

Z = az összes import

6. táblázat

Kiesési sorrend az eredmény-ráfordítás-típusú függvényeknél

A fázis sorszáma	A függő változó megnevezése		
	Termelés	Nemzeti jövedelem	Fogyasztás
1.	Modernizálás	Termelési struktúra	Termelési struktúra
2.	Termelési struktúra	Modernizálás	Modernizálás
3.	Összes import	Összes import	Összes import
4.	Import-struktúra	Import-struktúra	Export-struktúra
5.	Export-struktúra	Export-struktúra	Import-struktúra
6.	Beruházás	Beruházás	Állóalapok értéke
7.	Létszám	Létszám	Létszám

A magyarázó változók hatásának relatív intenzitására, mint említettük következtethetünk a többfázisú becslés kiesési sorrendjéből. Ezt a 6. táblázatban mutatjuk be. Szaggatott vonallal jelöltük azt a fázist, amelytől kezdve már valamennyi paraméter értéke szignifikánsan különbözött nullától. A termelés TMF-jénél ez akkor következett be, amikor a független változók száma ötre, a másik két függvényénél pedig akkor, amikor háromra csökkent.

A függvények paramétereiből és a változók kiesési sorrendjéből megállapítható, hogy a paraméterek értéke és a magyarázó változók egymáshoz viszonyított jelentősége nem változott döntő mértékben a függő változó kicserélésének következményeként. Mindhárom függvényénél a kibocsátást meghatározó

² A nemzeti jövedelem háromváltozós függvényénél a lineáris forma a totális korrelációs együttható szempontjából egy század százalékkal jobbnak bizonyult, mint a log-lineáris forma. Mivel az eltérés jelentéktelen és a log-lineáris függvények paramétereit könnyebb értelmezni, a nemzeti jövedelemnél is ezt a formát ismertetjük.

tényezők közül a legjelentősebb a létszám. A létszám egy százalékos növekedése körülbelül fél százalékos termelés-, nemzeti jövedelem-, illetve fogyasztás-növekedéssel jár együtt. A létszám után a másik legfontosabb tényező a beruházás, illetve az állóalapok értéke. Ha a vizsgált időszakot megelőző négy évben végrehajtott beruházások értéke egy százalékkal emelkedik, a termelés és a nemzeti jövedelem egy tized százalékkal nő. Ha az összes lekötött eszközök értéke egy százalékkal nő, úgy a fogyasztás erre 0,4 százalékos növekedéssel reagál. A relációnkénti export és import struktúra és a kibocsátás alakulása között is kapcsolat mutatható ki. A szocialista export egységére eső tőkés export értékének egy százalékos növekedése körülbelül egy tized százalékos kibocsátás növekedést eredményez, míg a tőkés és szocialista import arányának változása körülbelül azonos mértékű, de ellenkező irányú hatással jár, a tőkés import részarányának növekedése kibocsátás csökkenést eredményez.

A kibocsátás alakulására ható tényezők vizsgálatakor a legtöbb esetben azt szokás feltételezni, hogy a két legfontosabb tényező az élő- és a holtmunka. E számítás eredményei ezt a feltevést alátámasztják. A makrofüggvények paramétereiből azonban arra kell következtetnünk, hogy e két tényezőtől kívül célszerű még más, elsősorban a külkereskedelem relációnkénti megoszlását mutató tényezőket is figyelembe venni, ha a termelés, a nemzeti jövedelem, vagy a fogyasztás várható alakulására akarunk következtetni. A tőkés export relatív súlyának növelése ugyanis kibocsátás többlettel, míg a tőkés import relatív súlyának növelése kibocsátás csökkenéssel jár együtt.

Az eredmények együttes értékelésénél ki kell emelni, hogy míg a függvények által kimutatott pozitív kapcsolatok a várakozásokkal és más számításokból nyert eredményekkel egybevágnak, a függő és egyes független változók közötti kapcsolatok hiánya a számításból nyert új, ha nem is pozitív töltésű információnak tekinthető.

A számítási eredmények szerint a termelés modernizálása és a termelési struktúra változása nem befolyásolja a kibocsátás alakulását. Ez más szóval azt jelenti, hogy az új és a rekonstruált ütemek részarányának növekedése nem eredményez kibocsátás többletet. A kibocsátás és a modernizálás közötti kapcsolat hiányának magyarázatára két hipotézisünk van. Az egyik az elsődleges adatok gyengeségeiben keresi az okot. Az MP-modellben szereplő, az alternatív technológiákat leíró koeficiensek talán nem eléggé térnek el egymástól, becslésük nem volt minden szempontból megfelelő. A másik hipotézis: a számítássorozatban nem szerepeltek kellő számban olyan variánsok, amelyek a modernizálás fokában lényegesen eltértek volna egymástól.

Hasonlóképpen a minta — pontosabban: az elsődleges adatok — fogyatékoságának tulajdoníthatjuk azt, hogy a termelési struktúrának, azaz az ipar és a mezőgazdaság termelésének arányának változása és a kibocsátás alakulása között nem mutatható ki kapcsolat. Figyelembevéve, hogy az ipar és a mezőgazdaság kibocsátás hozama egyik eredmény-jellegű mutató szempontjából sem azonos, az arányváltozásnak — megfelelő koeficiensek esetén — hatást kellene gyakorolnia a kibocsátás alakulására.

Termelési függvények

Az eredmény-ráfordítási függvényeknél kapott eredményekből már megállapítható, hogy a kibocsátás alakulására, amelyet a termelési függvényeknél a társadalmi termék összegével, vagy a nemzeti jövedelemmel mérünk, a lét-

szám és a lekötött eszközök értéke gyakorolta a legjelentősebb hatást. A TMF-ek egy további csoportjánál ezért független változóként csak e két tényező szerepelt. Ezeket — a hagyományos termelési függvényekkel való szoros rokonságuk alapján — *termelési függvényeknek* nevezzük. (Lásd a 2. táblázatot.) A termelési függvények tulajdonképpen az előző szakaszban tárgyalt „eredmény-ráfordítási függvények” egy speciális osztályát alkotják.

A számítási eredményeket a 7. táblázatban foglaljuk össze. Annak érdekében, hogy a statisztikai tényadatokra alapozott termelési függvényekkel való összehasonlítást megkönnyítsük, kizárólag azokat a TMF-eket vettük figyelembe, amelyeknél a „tőke”-típusú termelési tényezőt az állóalapok értéke képviseli. A táblázatban — az irodalom konvenciói szerint — A -val jelöljük a konstans tagot, α -val a munka és β -val a tőke elaszticitását.

7. táblázat
Tervmodell alapján számított népgazdasági termelési függvények

A függő változók	A paraméterek			R
	A konstans tag	α a munka elaszticitása	β a tőke elaszticitása	
Termelés	8,14	0,47 (0,05)	0,11 (0,06)	0,81
Nemzeti jövedelem	7,99	0,45 (0,07)	0,07 (0,08)	0,70

A TMF-eket olyan statisztikai tény-idősorokon alapuló vizsgálat eredményeivel hasonlítjuk össze, amely (lásd a 8. táblázatot) a vizsgálat köre, a változók tartalma és a függvény formája szempontjából a lehető legjobban hasonlít a jelenlegi vizsgálatához.³ Az összehasonlítás azonban így is csak hozzávetőleges lehet, mert bár mindkét számítás a magyar gazdaságra vonatkozik, a tervfüggvényeknél az egész népgazdaság, a tényfüggvénynél pedig csak az ipar adatai szerepelnek.

A tény- és a tervfüggvényeket összehasonlítva első pillantásra szembevetendő, hogy bár a tényfüggvény illeszkedése összehasonlíthatatlanul jobb, mint a tervfüggvényeké, a jelentősebb paraméternek, a munkaerő elaszticitásának becslési hibája jóval kisebb a tervfüggvényeknél. Az állóalapok paraméterének

8. táblázat
Tény-idősorok alapján számított ipari termelési függvény

A függő változó	A paraméterek			R
	A konstans tag	α a munka elaszticitása	β a tőke elaszticitása	
Ipar hozzájárulása a nemzeti jövedelemhez	3,89	1,00 (0,34)	0,57 (0,20)	0,99

³ Lásd Rimler Judit [6] cikkét.

becslési hibája mindkét függvény típusnál kedvezőtlen. A tervfüggvényeknél azonban, ha nem a lekötött eszközökkel, hanem a beruházásokkal számolunk, a tőke paraméterének becslési hibáját nagymértékben csökkenthetjük, amint ezt az eredmény-ráfordítás típusú függvényeknél megfigyelhettük.

Számításaink szerint tehát a tervfüggvényekkel a paraméterek értékét pontosabban tudjuk megbecsülni, mint a tényfüggvénnyel. A tényfüggvénnyel nyert becslések hibája két okból nagyobb, mint a tervfüggvényeké.

Először is azért, mert a tényfüggvény magyarázó változói egymástól nem függetlenek, hanem multikollinearitást mutatnak. A tervfüggvények magyarázó változóira a multikollinearitás nem jellemző. A tényfüggvény magyarázó változói azért multikollinearitást mutatnak, mert a vizsgálat alapjául szolgáló minta idősoros volt, és mind a munka, mind a tőke értéke az időben közel exponenciálisan nőtt. Ezzel szemben a tervfüggvényeknél a magyarázó változók értékei egy és ugyanazon év alternatív fejlesztési lehetőségeit fejezik ki. A magyarázó változók értékeinek az egyik programról a másikra való változása sok esetben nem párhuzamos: ha az állóalap ráfordítás nő, ez nem jelenti azt, hogy a munkaráfordítás is nő, vagy fordítva. A változók tehát nem multikollinearitást mutatnak.

A másik ok, ami miatt a tervfüggvények paramétereinek becslési hibája kisebb, mint a tényfüggvényeké, az, hogy a minta elemeinek száma a tényfüggvényeknél jóval kevesebb, mint a TMF-eknél. A tényfüggvények paramétereit tizenöt, a tervfüggvényekét ötvenegy adat alapján becsültük. Köztudott pedig, hogy minél több a minta elemeinek száma, annál megbízhatóbb a becslés.

Az elmondottak alapján megállapítható: empirikus vizsgálatunk ebben a tekintetben igazolta azokat a várakozásokat, amelyeket a TMF-módszertan kialakításakor spekulatív úton kialakítottunk.

A terv- és a tényfüggvények nemcsak az illeszkedést és a paraméterek becslési hibáit tekintve különböznek egymástól. A becsült paraméterek értéke is nagymértékben eltér a két függvénytípusnál. A tényfüggvényben a paraméterek értéke jóval nagyobb, mint a tervfüggvényekben. A létszámnak a nemzeti-jövedelemre vonatkozó differenciális termelékenysége a tényfüggvényben 1,00, a tervfüggvényben 0,45, az állóalapok termelékenysége pedig 0,57 és 0,07. A két magyarázó változó együttes hozama a tényfüggvényben növekvő (1,57), a tervfüggvényekben csökkenő (0,52).

A paraméterek értékeinek nagyságrendi különbségei feltehetően nem abból erednek, hogy az egyik számításban tény, a másikban terv-adatokkal számoltunk. Az eltérések oka az, hogy az egyik esetben a számítás alapjául szolgáló minta idősoros, dinamikus, a másiknál viszont azonos záróévre vonatkozik, azaz statikus. A statikus elemzéseknél, mivel az adatok ugyanarra az évre vonatkoznak, az ilyen időbeli minőségi változások hatása nem érvényesül. Az idősoros tényfüggvénynél a ráfordítások növekvő hozamában tulajdonképpen az fejeződik ki, hogy mind a tőke, mind a munka „minősége” javul az időben.

A dinamikus tény- és a statikus tervfüggvények összehasonlításából azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a ráfordítások parciális differenciális termelékenységének összege dinamikusan növekvő, statikusan csökkenő. A ráfordítások minőségi javulása következtében, amely a technikai fejlődésből, a begyakorlottság fokának emelkedéséből, a jobb munkaszervezésből stb. ered, a ráfordítások hozama időben növekedő; a ráfordítások egyik időszakról a másikra való egy százalékos növelése körülbelül másfél százalékos nemzeti

jövedelem növekedést eredményez. Azonos időszakon belül azonban nem számolhatunk növekvő hozamokkal. Ha egy és ugyanazon évben a ráfordítások összegét egy százalékkal emeljük, a nemzeti jövedelem értéke alig több mint egy fél százalékkal fog nőni. Minden pótlólagos állóalap-növelés és létszám-bővítés tehát produkál ugyan többlet eredményt, de ez az eredmény minden további ráfordítás növeléssel egyre kisebb lesz, és így rontja az átlagos hatékonyságot.

Export-függvények

Az eredmény-ráfordítás jellegű összefüggéseknél bebizonyosodott, hogy a nemzeti teljesítmény, amelyet a kibocsátás különböző mutatóival mértünk, nem független a külkereskedelmi tevékenységtől. A külkereskedelmi tevékenység jelentőségére való tekintettel vizsgáltuk meg a fordított összefüggést: mely tényezők befolyásolták az export, mint függő változó alakulását.

A többfázisú becsléssel számított *export-függvények* közül a 19. sorszámú két változós log-lineáris függvény bizonyult a legjobbnak. Nem sikerült összefüggést kimutatni egyfelől az export alakulása és másfelől a termelés modernizálása, a termelési struktúra és az importstruktúra között. A függvényben csupán a termelés és az exportstruktúra változói szerepelnek magyarázó változóként. A termelés koefficiense 1,44, hibája 0,20, az exportstruktúra koefficiense 0,17, hibája 0,04. Az export növelésének elsődleges feltétele a vizsgálat szerint tehát az, hogy a termelés növekedjék. A termelés növekményben azonban az export részaránya nagyobb, mint az összes termelésben, ezért egy százalékos export volumen növeléshez kevesebb mint egy százalékos termelés növekedés szükséges. Az export volumene az export struktúrával is összefüggést mutat. Minél nagyobb a tőkés export relatív részesedése, annál nagyobb lehet az összes export volumene.

„Alternatíva”-függvények

A TMF-ek egy sajátos csoportját „*alternatíva*”-*függvényeknek* nevezzük. (Lásd a 2. táblázatot.) Más TMF-ektől való megkülönböztető jegyük a következő:

Valamely függő változóról feltételezhetjük, hogy változását több, egymással „versenyző” alternatív tényező valamilyen közgazdasági szempontból magyarázza. Ilyen alternatív „versenyző” tényező-párok, tényező-hármasok a következők:

- Szocialista és tőkés import
- Szocialista és tőkés export
- Beruházás és fogyasztás
- Ipari, mezőgazdasági és építőipari termelés
- Termelés régi, rekonstruált és új üzemben.

Összesen 17 „*alternatíva*”-függvényt határoztunk meg. (Felsorolásukat lásd a 2. táblázatban.) A tizenhét összefüggés közül tizenegyben a totális korrelációs együttható értéke nem érte el az alsó határként megjelölt 0,70-es értéket. Az eredményekre általában jellemző, hogy az *R* mutató értéke alacsony, a függvények többségénél közelebb esik értéke 0,7-hez, mint 0,8-hoz. Az eredmények további sajátossága, hogy az alacsony *R* mutató mellett is a paraméterek nagyobb része szignifikánsan különbözik nullától. Nemesak azoknál az összefüggéseknél áll ez fenn, ahol az *R* mutató értéke nagyobb,

mint 0,7, hanem azok egy részénél is, ahol kisebb. A paraméterek becslése tehát megfelelő, de a függő változó alakulásának megértéséhez nem elégséges a szóban forgó magyarázó változók alakulásának ismerete. A függő változókra más tényezők is hatnak, az „alternatíva”-függvényekben szereplő indikátorok mellett.

Az „alternatíva”-függvényeknél azonban nem is az volt a fő célunk, hogy mindazon tényezőket számításba vegyünk, amelyek a függő változók alakulását befolyásolhatják. Csupán az alternatív tényezők relatív súlyára, egymáshoz viszonyított arányára voltunk kíváncsiak. A függvények csoportjánál ezért megfelelőnek tekinthetjük mindazokat a függvényeket, amelyeknél minden magyarázó változó értéke szignifikánsan különbözik nullától, függetlenül attól, hogy R értéke kisebb-e vagy nagyobb, mint 0,7.

A függvények paramétereinek ismertetésétől itt eltekintünk, és csupán néhány kvalitatív következtetést sorolunk fel.

— A termelés és a nemzeti jövedelem alakulása egyaránt függ a szocialista és a tőkés export volumenétől. A szocialista export egy százalékos növelése nagyobb, a tőkés export egy százalékos növelése kisebb kibocsátás növekedéssel jár együtt.

— A fogyasztás és a relációnkénti export-volumenek között nem mutatható ki kapcsolat.

— A relációnkénti import-volumenek változása sem a termeléssel, sem a nemzeti jövedelemmel, sem a fogyasztással nem hozható a nyert eredmények szerint összefüggésbe.

— A nemzeti jövedelem invariáns a régi, a rekonstruált és az új üzemekben folyó termelés arány-változásaira. (Itt újra találkozunk azzal a problémával, amelyről már szó volt az eredményráfordítás típusú függvények elemzésénél.)

— Az összes és a szocialista export volumene kapcsolatban van az ipari és a mezőgazdasági termeléssel. A mezőgazdasági termelés volumenének változására az export érzékenyebben, az ipari termelés volumen-változására kevésbé érzékenyen reagál.

— A termelés alakulása a beruházással és a beruházással versenyző importtal egyaránt összefüggésben van. Az import egy százalékos növekedése 0,18, a beruházás egy százalékos növekedése 0,12 százalékos termelés-növekedéssel jár együtt.

3. A közgazdasági következtetések összefoglalása

A továbbiakban összefoglaljuk a TMF-számításból adódó közgazdasági következtetéseket, majd összehasonlítjuk az eredeti MP-számításból közvetlenül levont tanulságokkal.

1. A társadalmi termék és a nemzeti jövedelem 1975. évi alakulása leg-erősebben a foglalkoztatott létszámtól függ. Ötváltozós lineáris függvény esetén (a létszám, a beruházás, az export-struktúra, az import-struktúra, és az import volumen figyelembevételével), a létszám differenciális termelékenysége 89 ezer forint per fő. Egy fő pótlólagos beállítása (vagy ezzel ekvivalens mértékű termelékenység növekedés) — az összes többi tényező változatlanóságát feltételezve — 89 ezer forint termeléstöbbletet eredményezne 1975-ben.

2. A foglalkoztatott létszám után a beruházás hat a társadalmi termék alakulására a legjelentősebb mértékben.

3. A termelés és import volumenének változása között közepes erősségű összefüggés van. Ha két tényező, az import és beruházás függvényében vizsgáljuk a termelés alakulását, kiderül, hogy egy százalékkal növelve az importot, 0,18%-os, és egy százalékkal növelve a beruházást, 0,12 százalékos termelés-növekedéshez jutunk. Több tényezős függvény esetén az import súlya ennél alacsonyabb. Megelőzi a létszám, a beruházás, az export és import-struktúra változója.

4. A termelés volumene függ mind a szocialista, mind a tőkés export volumenének változásától. A rubel export egységnyi növelése nagyobb, a dollár exporté kisebb termelés-növekedéssel jár együtt. A termelés növekményben az export részaránya nagyobb, mint az összes termelésben, vagyis az export egészét tekintve, egy százalékos export növelés kevesebb, mint egy százalék termelés növekedést igényel.

5. Az export volumene szorosan függ az export relációnkénti struktúrájától. Minél több relatíve a tőkés export, az összes export volumene annál nagyobb lehet; minél több relatíve a szocialista export, annál kisebb. (Számszerűen kifejezve: ha egységnyi szocialista exportra egy százalékkal több tőkés export jut, az összes export 0,17 százalékkal nő.)

6. A fogyasztás és relációnkénti export volumene között *nem* mutatható ki kapcsolat. Ez másképpen azt jelenti, hogy a fogyasztás növekedése nem okoz exportkiesést, vagy megfordítva, az export volumenének növelése nem oldható meg a fogyasztás volumenének csökkentésével.

7. A beruházásnak és a fogyasztásnak a termeléssel való kapcsolatát összehasonlítva, kitűnik, hogy a fogyasztás növelése háromszor nagyobb termelés-növeléssel jár együtt, mint a beruházás növelése.

8. Mind az összes exportra, mind pedig a szocialista exportra vonatkozóan a mezőgazdaság differenciális hozama nagyobb, mint az iparé. Egy forint mezőgazdasági termelésnövekedés 0,14 devizaforint összes exportnövekedéssel jár együtt, s ezzel azonos a szocialista exportra gyakorolt hatás. Az ipar esetében az összes exportban 0,05 devizaforint, a szocialista exportban pedig 0,02 devizaforint a differenciális hozam.

A makrofüggvény-számítások elemzési eredményét az eredeti MP-számításokkal összehasonlítva, egyezőségeket és eltéréseket tapasztalhatunk. Nem térünk most ki az MP-számítások közgazdasági elemzésének részletes ismertetésére, ezek más publikációkban megtalálhatók.⁴ Megkíséreljük viszont a 9. táblázatban összefoglalni a két számítás megállapításainak megegyezését és eltérését.

A táblázatban csak azokat a megállapításokat emeltük ki, amelyekre mindkét számításból nyertünk közvetlen eredményeket. Az eredmények nagyrészt igazolták, alátámasztották egymást.

Azok a matematikai tervezők, akiknek a múltban elemezniük kellett egy-egy MP-moddellel végzett hosszabb számításorozatot, mindig szembe kerültek a következő nehézséggel: hogyan lehetne a számításorozat *egészéből* következtetéseket levonni. Általában arra kényszerültek, hogy meglegedjenek a sorozat néhány, egymást kiegészítő tagjának elemzésével. Ha válaszolni akartunk egy-egy közgazdasági kérdésre, úgy kifejezetten e kérdés megválaszolására érzékenységi vizsgálatot folytattunk. Ha a kérdés az volt: milyen hatással jár a létszámkeret növelése, úgy — *ceteris paribus* — több számítást végez-

⁴ Lásd [8] és [9].

tünk, különböző nagyságú létszámkeretekkel és ezek eredményeit hasonlítottuk össze. Most, a TMF-metodikával eszközt kaptunk a teljes számítás-sorozat együttes feldolgozására. *Most már a különböző kvalitatív és kvantitatív következtetéseket mind az S darab realizáció, az egész minta alapján vonhatjuk le.* Még az is lehet, hogy e következtetés más lesz, mint amit néhány kiragadott számítás alapján állapítottunk meg. Például más választ kapunk arra a kér-

9. táblázat
Az MP és a TMF számítás tanulságainak összehasonlítása

A közgazdasági tanulság rövid leírása	MP-számítás igazolja-e?	TMF-számítás	A két eredmény összehasonlítása
A termelés volumenét leginkább meghatározó tényező a foglalkoztatási (ill. termelékenységi) szint	igen	igen	egyező
Közvetlenül a munkaerő után következő tényező a beruházás	igen	igen	egyező
A rubel export egységnyi növelése nagyobb, a dollár exporté kisebb termelésnövekedést eredményez	igen	igen	egyező
Az export-volumen növelése elsősorban a tőkés export növeléséértől függ	igen	igen	egyező
A fogyasztási színvonal növelése nem versenyez az exporttal, vagyis a fogyasztás emelése nem elosztási probléma	igen	igen	egyező
A fogyasztás növelése a beruházásoktól függ	igen	nem	eltérő
A fogyasztás növelése függ az állóalapok modernizálásától	igen	nem	eltérő
A fogyasztás növelése lényegében csak a létszám erőforrás függvényében vizsgálható	nem	igen	eltérő
A termelés növekményében az export részaránya növekvő tendenciát mutat	igen	igen	egyező

désre, milyen tényezőktől függ a fogyasztás emelése, ha fogyasztási makrofüggvényeket állapítunk meg, mint ha csupán 3–4 variánst vizsgálnánk meg ebből a szempontból.

Ezen túlmenően a TMF-ek felhasználhatók az „anyamodell”, valamint az elsődleges és másodlagos adatok *kritikai felülvizsgálatra* is. Példa erre a modernizálási indikátor esete. Az MP-számításokban és a TMF-számításokban egyaránt vizsgáltuk azt a kérdést, hogyan hat a technikai fejlődés a társadalmi termék, a nemzeti jövedelem és a fogyasztás alakulására. Már az MP-számításokból is kitűnt, hogy az állóalapok modernizálása, az új technika fokozottabb bevezetése nem hat az eleve feltételezett intenzitással az említett mutatókra. A TMF-számításokban a probléma még élesebben mutatkozott meg. A ráfordítás-eredmény függvényeknél, mint említettük, a modernizálási indikátor már az első fázisban kiesett. Az „alternatíva”-függvények csoportjával folytatott vizsgálat is hasonló eredményre vezetett. A modernizálási mutató változása nem befolyásolja a termelés és nemzeti jövedelem alakulását. Mindez élesen rámutatott az MP-számítás elsődleges adatainak egyik hiányos-

ságára; a modellben szereplő régi, rekonstruált és új üzemek technikai színvonalát kifejező koefficiensek nem különböznek kellőképpen egymástól.

Mindezek alapján elmondható: a TMF-számítás gazdagabbá és megalapozottabbá teszi ismereteinket ahhoz képest, mintha csupán közvetlenül elemeznénk az MP-modellel végzett számítás sorozatot.

4. Metodikai problémák és tanulságok

Noha a 2.—3. fejezetekben főképpen a közgazdasági következtetéseket igyekeztünk kiemelni, futólag már érintettünk metodikai kérdéseket. Most azonban részletesebben is kitérünk a metodika néhány problémájára, mégpedig abban a sorrendben, ahogy a két cikk korábbi részeiben a makrofüggvények négy specifikumát tárgyaltuk. Mondanivalónk a 2., 3. és 4. specifikumhoz kapcsolódik.

A lineáris és a log-lineáris forma összehasonlítása

A TMF-számítások eredményei azt mutatták, hogy a függvények többségénél a lineáris és a log-lineáris forma illeszkedését értékelő totális korrelációs együttható nagysága között a különbség igen kicsi. Az eltérések általában az R mutatók harmadik, de legfeljebb második jegyében mutatkoznak, azaz ezred vagy század nagyságrendűek. A lineáris és a log-lineáris függvények illeszkedése közötti kis — gyakorlati szempontból legtöbb esetben elhanyagolható — eltérés annak következménye, hogy a változók mintabeli szórása nem volt elég nagy. A változók szórásainak értéke azt jelzi, hogy viszonylag szűk az az intervallum, amelyben az adatok többsége elhelyezkedik. Ennek következtében az adatok alakulását egyaránt jól (vagy nem jól) közelíti meg a lineáris és a log-lineáris függvény, hiszen a log-lineáris függvények rövid szakaszai viszonylag pontosan közelíthetők lineáris függvényekkel és fordítva.

A lineáris és a log-lineáris formák hasonlóságából azonban nem következik, hogy mindenáron olyan mintát kellett volna kialakítanunk, amelyben a változók szórása nagyobb. Az sem következik, hogy felesleges volt mindkét forma kiszámítása. Az egyes tervvariánsok valóság-hűségét tettük volna ugyanis kockára akkor, ha túl sok olyan változatot készítünk, amely a változók nagyobb szórásához vezet, hiszen a nagy szórás azt jelenti, hogy a változók igen sok esetben szélsőséges értékeket vesznek fel. A változókra azonban csak akkor nyerhetünk szélsőséges értékeket, ha szélsőségesek azok a feltételek, amelyek a tevékenységeket korlátozzák. Egy és ugyanazon évre vonatkozólag, ha adódnak is alternatív cselekvési lehetőségek, a lehetséges változtatások mértéke korlátos. Statikus elemzés alapján tehát, ha a realitás talaját nem akarjuk elveszteni lábunk alól, a mutatók szórását nem növelhetjük tetszés szerint. Olyan minta kialakítására, amelyben a változók szórása elég nagy ahhoz, hogy a lineáris és a log-lineáris forma közötti különbség jelentős legyen, valószínűleg csak dinamikus elemzésnél lesz lehetőség.

A lineáris és a log-lineáris forma külön-külön való kiszámítása két szempontból bizonyult hasznosnak. Elsősorban azért, mert az elkülönített számítások nélkül, csupán „ránézésre”, a minta tanulmányozása alapján nem vonhattuk volna le a fenti következtetéseket, hogy a minta szórása nem elég nagy a lineáris és a log-lineáris forma megkülönböztetéséhez. Másodsorban azért volt hasznos mindkét forma kiszámítása, mert megkönnyíti az eredmények

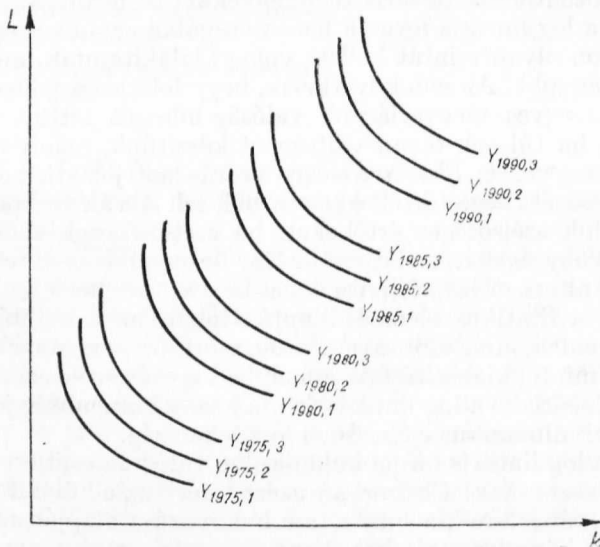
gyakorlati közgazdasági értékelését. Azokban az esetekben, amikor a lineáris és az exponenciális forma illeszkedése nem tért el jelentősen egymástól (és általában az volt a jellemző), mindkét forma függvénye egyaránt kifejezi a változók közötti összefüggéseket. A lineáris formákból az eredeti mértékegységekben mért, a log-lineáris formákból a százalékos összefüggések olvashatók le — márpedig mindkét kifejezőmód gyakorlatilag jól használható.

A minta tudatos kialakítása

A vizsgálat alapjául szolgáló, 51 realizációból álló minta kialakítására, az MP-moddellel végzett számítássorozat megtervezésére nem hatottak a TMF-számítás speciális igényei. A számítássorozat kizárólagos hivatása az volt, hogy feleljen a gyakorlati tervezők közgazdasági problémáira. A TMF-vizsgálat mintegy „készen” kapta ezt a mintát.

Hasonló vizsgálatoknál célszerű lesz a jövőben kifejezetten szem előtt tartani a becslés speciális igényeit. Igaz, amint arra az előző alfejezetben rámutatunk, nem növelhetjük tetszés szerint a minta szórását — de valamelyest befolyásolhatjuk, mégpedig a függvény-illesztést megkönnyítő irányban. A számítássorozat megtervezésekor többet kell „játszani” azokkal az indikátorokkal, amelyek kölcsönhatására kíváncsiak vagyunk. Különösen az egymással „versenyző” alternatív tényező-párok, tényező-hármasok (pl. technológiai alternatívák, vagy külkereskedelmi alternatívák stb.) sokféle, egymástól kissé merészebben eltérő kombinációival érdemes kísérletezni.

A TMF-becslések jobb megalapozását is elősegíti majd, ha áttérünk egy-periódusos, statikus MP-tervmodellekről a többperiódusos, dinamikus MP-modellek alkalmazására. Ez a munka folyamatban van.⁵ Ily módon az MP-moddellel nem ugyanazon időszakra vonatkozó mintát, hanem „idősorokat” állíthatunk elő: a termelés, a beruházás, a külkereskedelem növekedésének különböző időbeni pályáit.



1. ábra

⁵ Lásd a [8] tanulmányt.

A dinamikus modelltől várható könnyebbséget — az első cikkben megkezdett példát folytatva — a termelési függvény illesztésével illusztráljuk, az *1. ábrán*. Itt most nem egyetlen időpontra adunk meg háromféle Y_1 , Y_2 és Y_3 értéket, hanem négy időpontra három-három értéket. Ha azután mindegyikhez 10–10-féle $[K, L]$ kombinációt írunk elő, így végeredményben 120 $[Y, K, L]$ adathármas áll majd rendelkezésre. Ezekhez négy izokvantumgörbét illeszthetünk — azaz végeredményben sokkal megbízhatóbban végezhetjük el a termelési függvény paramétereinek becslését.

Cikkünkben most csak röviden jeleztük a minta *tudatos* kialakításának néhány szempontját. A kérdés azonban mélyebben fekvő valószínűség-elméleti és általános ismeretelméleti problémákhoz vezet el. Az alkalmazott becslési eljárásokat (a regressziószámítást, a legkisebb négyzetek módszerét stb.) eredetileg véletlen minták alapján végzett becslésekre dolgozták ki. Mi a helyzet ezek alkalmazásával, ha a mintát tudatosan formáljuk? A kérdést itt csupán jelezni akartuk — megválaszolása túlnőne cikkünk keretein és további kutatást igényel.

A többfázisú becslésről

A becslési módszerekről szólva csupán a többfázisú becslés speciális problémáira térünk vissza még egyszer.

Sokváltozós függvények paramétereinek többfázisú becslése hasznosnak bizonyult. Az összes fázishoz tartozó paraméterek, a becslési hibák és a totális korrelációs együtthatók kiszámításából az egyes konkrét összefüggésekre vonatkozólag a következő információkhoz jutottunk:

Megállapítottuk, hogy az egyes változók kihagyása milyen mértékben rontotta a függvény illeszkedését mutató totális korrelációs együtthatót. Általában azt tapasztaltuk, hogy azoknak a változóknak a kihagyása, amelyek értéke 95%-os valószínűségi szinten nem különbözött szignifikánsan nullától, a totális korrelációs együttható értékét vagy egyáltalán nem, vagy csak jelentéktelen mértékben módosította.

Megfigyeltük, hogy a magyarázó változók számának csökkentése milyen mértékben javítja vagy rontja a függvényben továbbra is szereplő paraméterek becslési hibáit. A számítások ebből a szempontból függvényenként és paraméterenként elég képet mutattak: egyes paraméterek hibája minden újabb változó kihagyásával csökkent, másoké egy ideig csökkent, majd nőtt, és voltak olyan paraméterek, amelyeknek a hibája az egyik fázisban csökkent, a másikban nőtt s. i. t. Figyelemreméltó az eredményeknek két közös vonása. A relatív hibák változása fázisonként egy-két kivételtől eltekintve, nem volt jelentős. A legjobbnak definiált függvényből további változókat kihagyva, a függvényben még szereplő magyarázó változók paramétereinek becslési hibája nem csökkent, hanem változatlan maradt vagy nőtt.

5. Kutatási feladatok

Kutatócsoportunkban a konkrét vizsgálat tapasztalatai alapján az a meggyőződés alakult ki, hogy a tervadatokból számított makrofüggvények a gyakorlati tervezőmunka hasznos eszközeivé válhatnak, s a gazdasági folyamatok elméleti elemzéséhez is alkalmazhatók. A módszertan azonban továbbfejlesztésre szorul.

Mindenekelőtt javítanunk kell az „anyamodellt”, az MP-számítást: mind a modell szerkezetét, mind pedig az elsődleges és másodlagos adatok minőségét. Különösen fontos ebből a szempontból az áttérés többperiódusos, dinamikus modellek alkalmazására.

Tovább kell fejlesztenünk az MP-modellel végzett számításorozatok megtervezését, a TMF-számítások speciális igényeinek figyelembevételével.

Ki kell bővítenünk a TMF-ekkel leírt összefüggések körét.

Kísérleteznünk kell más — a jelen vizsgálatban nem alkalmazott — matematikai formákkal.

Végül, módszeresebben kell összevetnünk a tény- és a tervadatokon alapuló makrofüggvényeket. Mindkét kategóriában ki kell dolgoznunk olyan függvényeket, amelyek — az indikátorok típusát és az összefüggés formáit tekintve — szigorúan összehasonlíthatók. Ha ezt biztosítottuk, úgy — egyik kísérletként — kipróbálhatjuk a tény- és a terv-minta egyesítését is. Ez fontos támpontokat adhat majd a tervmodellekre alapozott makrofüggvény-számításoknak az eddiginél alaposabb értékeléséhez is.

(Beérkezett: 1971. október 20.)

IRODALOM

1. DÁNIEL Zs.: Jelentés a többtechnológiás, többperiódusos (B_2) modellel végzett kísérleti számítások eredményeiről. Budapest, 1971. Országos Tervhivatal Távlati Tervezési Főosztály. Sokszorosított.
2. KOOPMANS, T. C.: Analysis of production as an efficient combination of activities. In: KOOPMANS, T. C. (szerk.): Activity analysis of production allocation. New York — London, 1951. Wiley — Chapman.
3. KORNAI J.: A gazdasági szerkezet matematikai tervezése. Budapest, 1965. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
4. KORNAI J.: A népgazdasági szintű számítások értékelése. Népgazdasági programozás (1966—70) 29. tájékoztató. Budapest, 1968. Országos Tervhivatal Tervgazdasági Intézet. Sokszorosított.
5. KORNAI J.: Programozási számítások alapján becsült makrofüggvények. Budapest, 1969. Országos Tervhivatal Távlati Tervezési Főosztály. Sokszorosított.
6. RIMLER J.: A munka és az állóalap korlátozott helyettesíthetőségéről. Közgazdasági Szemle, 1967/4. sz. 1072—1082, 1225—1234 o.
7. RIMLER J.: Terv-makrofüggvények. Budapest, 1970. Országos Tervhivatal Távlati Tervezési Főosztály. Sokszorosított.
8. ÚJLAKI Zs.: Hosszútávú többperiódusos összevont (B_2) programozási modell. Szigma, 1969/2. sz. 299—312 o.
9. ÚJLAKI Zs.: A program-variánsok szerepe a IV. ötéves tervkonceptió megalapozásában. Gazdaság, 1970/3. 35—55 o.

MACROFUNCTIONS CALCULATED ON THE BASIS OF PLANNING MODELS: NUMERICAL APPLICATION

For the elaboration of the Five-Year Plan for 1971—75 many planning variants were produced by a linear programming model. Aggregated data of these planning variants were used as a sample for the estimation of macrofunction parameters. Further characteristics of the research described in the paper were as follows: 1. 22 aggregated variables were included in the calculation, among them indices expressing the structure of national income, consumption, exports and imports, number of workers, investments, inputs and outputs; 2. The majority of variables figured both as explanatory and as explained variables; 3. The paper describes the procedures used for parameter estimation.

From the calculation, which resulted in more than twenty macrofunctions, all having an economic interpretation the authors make numerous conclusions of economic and methodological nature. From among the economic conclusions, the most comprehensive result can be mentioned, namely, that changes in the number of workers had the most important impact on outputs, and only after this followed, less significantly, investments. Beside these above-mentioned two factors the volume and structure of foreign trade had also an outstanding role in forming outputs.

The methodological lessons are related partly to the utilization of a programming model generating the sample, and partly to results gained from multiphase estimations applied in the course of calculations.

МАКРОФУНКЦИИ, ИСЧИСЛЕННЫЕ НА ОСНОВЕ ПЛАНОВЫХ МОДЕЛЕЙ: НУМЕРИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Для разработки пятилетнего плана на 1971—75 гг. было подготовлено много плановых вариантов с помощью модели линейного программирования. Сводные данные этих плановых вариантов использовались в качестве выборки для оценки параметров макрофункций. Дальнейшие характерные черты исследования, изложенного в статье, были следующие: 1. В расчетах фигурировали 22 агрегированных переменных, среди них индексы национального дохода, потребления, совокупного экспорта и импорта, занятости, капитальных вложений, структуры затрат и выпусков; 2. большинство переменных одновременно фигурировало в качестве объясняющей и объясненной переменной; 3. были описаны в числах параметры одно- и многофазных функций. В однофазных функциях фигурировали одна зависимая и не больше трех независимых переменных. Параметры функций оценивали методом наименьших квадратов. При многофазных функциях, где фигурировали больше трех объясняющих переменных, параметры оценивали также методом наименьших квадратов, но для всех фаз отдельно. Фазы различались друг от друга в том, что во всех последующих фазах фигурировала на одну меньше переменная, чем в предыдущей фазе. Критерий отпуска переменных: всегда следует выпускать из расчета ту переменную, которая в наименьшей мере портит тотальный коэффициент корреляции, выражающий прилагание функции; 4. форма функций была всегда линейная или логлинейная.

Из расчета, в результате которого получилось больше двадцати экономически толкуемых макрофункций, авторы выводят ряд экономических и методологических заключений. Из экономических выводов, как самый охватный результат, можно отметить, что, согласно исследованию, наиболее сильно на выпуск влияло изменение численности и рабочей силы только после этого следовало, с гораздо меньшим значением влияние капитальных вложений. Наряду с этими двумя факторами объем и структура внешней торговли тоже играли значительную роль в динамике выпуска.

Методологические выводы связаны, с одной стороны, с применением модели программирования в качестве выборки, а, с другой стороны, с результатами, полученными из многофазной оценки, примененной в исчислении.

FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

ANDORKA RUDOLF

Vita a népgazdasági termelési függvényekről a nemzetközi szakirodalomban

I. Elmélettörténeti előzmények

Adam Smith a termékek árában három alkotóelemet különböztetett meg: a munkabéretet, a földjáradékot és a profitot. Bár mind ő, mind David Ricardo a munkaértékelméletet fogadták el, ennek a hármas osztályozásnak a gondolata fennmaradt a klasszikus közgazdaságtani iskola későbbi képviselői között és — elsősorban J. B. Say és J. S. Mill rendszerében — megfogalmazódott az a tétel, hogy a termeléshez szükséges tényezőket az ennek megfelelő három nagy csoportra lehet felbontani, ezek a „termelési tényezők”: a munka, a föld (vagy természeti erőforrások) és a tőke.

A neoklasszikus iskola termelési függvény alakjában fejezte ki a felhasznált ráfordítások és a termelési eredmény közötti összefüggést. A termelési függvény fogalmat először — a neoklasszikus közgazdaságtan elsődleges érdeklődési körének megfelelően — vállalatokra, sőt a vállalatokon belüli különböző termelési folyamatokra alkalmazták [1]. Különböző alakú függvényeket írtak fel, a legegyszerűbb lineáris kapcsolatokról egészen bonyolult alakúakig [2]. Közöttük különösen elterjedt az alkotóiról elnevezett Cobb—Douglas-függvény [3], [4], mert annak tulajdonságai különösen jól megfeleltek azoknak a feltételezéseknek, amelyek a neoklasszikus iskola szerint a termelési összefüggéseket jellemezték: egy-egy termelési tényező határtermelékenysége — *ceteris paribus* — csökkenő, a különböző termelési tényezők egymást helyettesíteni képesek (és egyben komplementárisak), de a helyettesítési lehetőségek fokozatosan romlanak stb. Ezeket a termelési függvényeket nemcsak elméleti eszközként használták, hanem — elsősorban — számszerűsítették és konkrét elemzésekre használták. Különösen nevezetesek a különböző mezőgazdasági termelési folyamatoknak (pl. egyes növények termelésének vagy állatok hizlalásának) jellemzésére használt mezőgazdasági termelési függvények [6], [7]. Magyarországon Kádas Kálmán számított először ilyen — Cobb-Douglas típusú — termelési függvényeket négy magyar gyáripari ágazatra (vas- és fémipar, gépgyártás, papírgyártás, papíráru gyártás) [5].

A termelési függvények paramétereit részben statisztikai adatok (idősorok, keresztmetszeti adatok) alapján számszerűsítették, részben technológiai adatokból határozták meg őket. Az utóbbi alapon számítottakat nevezték technológiai vagy mérnöki termelési függvényeknek [8], [9].

A függvényekben nem mindig a „klasszikus” termelési tényezők (illetve legtöbbször azok közül kettő: a munka és a tőkeállomány) szerepeltek, hanem sok esetben olyan speciális ráfordítások, mint pl. a műtrágya felhasználás. A nagyobb aggregátumokra, elsősorban ágazatokra vonatkozó függvényekben azonban kizárólag az aggregált munkaráfordításokat és a teljes tőkeállományt szerepeltették.¹

¹ A legkülönbözőbb fajta termelési függvények példáit lásd [1]-ben és [2]-ben.

Amikor a második világháború után — a növekedésmélet térhódításával kapcsolatban — a figyelem a népgazdasági szintű összefüggések felé fordult, akkor a neoklasszikus iskolához közelálló közgazdászok számára kézenfekvőnek tűnt a hasonló termelési függvények felhasználása a gazdaság teljes munkaráfordítása, tőkeállománya (esetleg természeti erőforrásai) és a megtermelt nemzeti jövedelem közötti összefüggés megfogalmazására [12]. Az ilyen „makro” (népgazdasági) termelési függvények számszerűsítésével elsősorban Solow és munkatársai, az amerikai Cambridge-ben dolgozó közgazdászok foglalkoztak.² Cobb—Douglas típusú termelési függvényeikbe felvettek egy további tényezőt, amely a műszaki fejlődést fejezi ki [13—15]. Később — elejtve a Cobb—Douglas függvényben alkalmazott azon feltételezést, hogy a tényezők helyettesítési elaszticitása 1-gyel egyenlő, kidolgozták a CES (konstans helyettesítési elaszticitású) termelési függvényt [18]. Elemzéseik egyik fő következtetése az volt, hogy a műszaki fejlődésnek elnevezett reziduális tényezőknek igen erős hatása van a termelés növekedésére. Ezt az utóbbi tényezőt próbálták finomabban elemezni és felbontani Galenson és Pyatt az emberi beruházások figyelembe vételével [19], Denison pedig számos további tényező (pl. a női munka jobb hasznosítása, a tudományos ismeretek bővülése és azoknak gyorsabb felhasználása az iparban stb.) hatásának megbecsülése alapján [20, 21].

A népgazdasági termelési függvények kiszámítása és elemzési célokra való felhasználása a szocialista országok közgazdaságtani irodalmában is elterjedt: például Pajestka [22] a lengyel népgazdaságra, Magyarországon pedig először Kornai és Wellisch [23, 24] az egész népgazdaságra és külön az egész iparra számított ilyen „makro” termelési függvényt.

2. A népgazdasági termelési függvények bírálata

A népgazdasági termelési függvények az utolsó másfél évtizedben rendkívül gyorsan terjedtek el a közgazdaságtani szakirodalomban.³ Ugyanakkor azonban nagyon sok közgazdász erősen bírálta az e függvények alapját képező feltevéseket, valamint becslési módszereiket. A Solow-féle termelési függvények bírálatában élen jártak az angliai Cambridge közgazdászai.⁴ Ezért szokták a sokszor rendkívül heves vitát⁵ a „két Cambridge” vitájának nevezni. Valójában a mai polgári közgazdaságtan két nagy irányzata, a keynesi iskola (amelynek egyik fellegrvára az angliai Cambridge maradt) és a keynesi elmélet-től a neoklasszikus közgazdaságtanhoz visszakanyarodó irányzat csap össze

² A termelési függvényeknek „makro” szintű növekedési összefüggések elemzésére való felhasználását részletesen bemutatja [10] és a Solow-féle megközelítést bírálta Mátyás Antal [17].

³ Walters 1963-ban megjelent „áttekintő” tanulmányának bibliográfiája 345 tételt tartalmaz (igaz, nem csak népgazdasági, hanem ágazati, vállalati és egy-egy technológiai folyamatra számított függvényeket is) [33]. Nadiri újabb hasonló tanulmánya 155 — jórészt újabb — tételt sorol fel [34].

⁴ A vitáról áttekintést nyújtó tanulmány [35] 125 munkát említ, amelyek jórészt egymással vitáznak a termelési függvények kérdéseiről.

⁵ Az 1970. évi cambridgei Ökonometriai Világkongresszuson Joan Robinson, Goodwin, Solow és Fisher vitája bizonyította, hogy a különböző álláspontok változatlan heveséggel csapnak össze.

egymással. A népgazdasági termelési függvények bírálata és védelme a legtöbb közgazdaságtani munkában egyszerre több pontra irányul, az alábbiakban azonban megpróbálok néhány fő vitapontot elkülönítve bemutatni.

*A népgazdasági termelési függvény paramétereinek
összefüggése a jövedelemeloszlással*

A népgazdasági termelési függvények kidolgozói általában nem állítják kifejezetten, hogy a termelési függvénnyel együtt elfogadják az Euler-tételnek a jövedelemeloszlásra való alkalmazását, amely szerint mindegyik termelési tényező — a népgazdasági termelési függvényekben a munka és a tőke — határtermelékenységeinek megfelelően részesedik a nemzeti jövedelemből, vagyis mindegyik egysége akkora ellenszolgáltatást (munkabért, kamatot) kap a termelésben való részvételért, amennyivel utolsó egységének alkalmazása a nemzeti jövedelmet *ceteris paribus* (vagyis ha a másik tényező alkalmazott mennyisége változatlan) növeli. „A beruházás társadalmi hozam rátájának” Solow által használt fogalma azonban mindenképpen sugall ilyen elképzeléseket, annál is inkább, mert számításaiban felhasználta alapadatként a tőke részesedését a nemzeti jövedelemből az Egyesült Államokban.

A keynesi iskola részéről kapott bírálat, amelyben Robinson és Káldor jártak elől [25—32, 36—37], rámutat, hogy a jövedelemeloszlás határtermelékenységi elmélete legfeljebb olyan kapitalista gazdaságban érvényesülhet, ahol — a munkások és tőkésék adott fogyasztási függvényei mellett — a beruházás szintje olyan, hogy pontosan a teljes foglalkoztatáshoz szükséges teljes hatékony keresletet biztosítja. Márpedig ez alig előforduló, kivételes állapot a kapitalista gazdaságokban, amelyeket időnként a túlságosan alacsony hatékony kereslet (és ezzel együtt munkanélküliség), máskor viszont a teljes foglalkoztatáshoz szükségesnél nagyobb hatékony kereslet (és ezért infláció) jellemez.

A jövedelemeloszlás elméletének természetesen van egy másik bírálata is, amely „szociologisztikusabb” érveket használ: a bértárgyalásokon egymással szemben álló felek, a tőkésék és a munkások korántsem egyforma erejűek, a tőkésék rákényszeríthetik feltételeiket a munkásokra.

A népgazdasági termelési függvények becslésénél azonban ki lehet védeni ezt a bírálatot, mert a jövedelemeloszlási adatok igénybevételét el lehet kerülni, igaz, az amúgy is szűkösen rendelkezésre álló idősorok egyikének elvesztésével a becslésnél.

A tőkeállomány megbecslésének nehézségei

Az angliai Cambridge legfőbb bírálata a népgazdasági termelési függvényekkel szemben azonban abból indul ki, hogy a népgazdaságban alkalmazott tőkeállományt nem lehet mérni vagy egyszerű indexszámmal kifejezni. Ezért Joan Robinson szerint: „a termelési függvény hatalmas eszköze a félrenevelésnek. Az elméleti közgazdaságtant tanuló egyetemi hallgatót megtanítják az $Q = f(L, C)$ függvény felírására, ahol L a munka mennyisége, C a tőke mennyisége és Q az áruk termelésének mennyisége. (Ebben a tanulmányban eltekintünk a földtől mint termelési tényezőtől, hogy ne zavarjuk meg vele az olvasót.) Megtanítják arra, hogy tételezzen fel minden munkást hasonlóknak és mérje L -et munkaórában; mondanak neki valamit a termelés egységének

kiválasztásával kapcsolatos indexszám problémáiról; ezután gyorsan áttérnek a következő kérdésre, abban a reményben, hogy elfelejti megkérdezni: milyen egységekben mérik C -t? Mielőtt ezt a kérdést feltenné, már egyetemi tanár lesz belőle, és így ezek a felületes gondolkodási szokások nemzedékről nemzedékre öröklődnek át” [25].

A tőke ugyanis egyáltalán nem konkrét, hanem nagyon is absztrakt fogalom. A népgazdasági termelési függvények kidolgozói úgy kezelik, mint ha fizikai tőkéről lenne szó. Eltekintenek attól, hogy nagyon különböző típusú gépekről, épületekről stb. beszélnek és hogy még az azonos fajtájú berendezések hatékonysága is erősen különbözik attól függően, hogy mikor, pontosabban milyen technikai színvonalon hozták létre és helyezték üzembe őket.⁶ Ezt úgy szokták mondani, hogy feltételezik: a fizikai tőke „átkovácsolható”, „átformálható” (malleable).

A különböző fajta tőkejavakat azonban valamilyen módon közös mértékegységekben kell kifejezni. Elképzelhető lenne az eredeti előállítási költség (esetleg az értékesítés levonásával) vagy az adott pillanatban jelentkező újratermelési költség (pl. azonos gépek beszerzési ára jelenleg) alapján történő értékelés. Ekkor sem lehet azonban elkerülni a tőkejavak valamilyen árának felhasználását, ez pedig — Robinson szerint — már beleviszi az érték fogalmát a tőke mérésébe és ezzel illuzórikussá teszi a fizikai tőkeállomány mennyiségének mérését. A tőkejavak ára ugyanis eleve tartalmaz bizonyos összegű kamatot, amely a pénzügyi viszonyoktól függően ingadozik.

Robinson szerint azonban a tőke lényegében nem is mint fizikai berendezések összessége érdeklí a vállalkozót, hanem mint profitot biztosító tőketulajdon. Ezért a tőkét nem az üzembehelyezéskori vagy jelenlegi előállítási költsége szerint értékeli, hanem aszerint, hogy mekkora profitot hoz. Ezt a profitot diszkontálja az uralkodó kamatláb segítségével, hogy megkapja a tőke értékét. Így a kamatláb kisebb ingadozásai is erősen befolyásolják a tőke értékét a vállalkozó szemében.

További problémát okoz, hogy nem a teljes tőkeállomány vesz részt a termelésben, hanem annak — a kapacitás kihasználásától függően — kisebb vagy nagyobb része.⁷ Ezért a termelési függvényekben a tőkeállományt valamilyen kapacitás-kihasználási tényezővel kellene helyesbíteni. Ilyen tényezőt azonban nagyon nehéz meghatározni.

A munkaerő és nemzeti jövedelem mérésének problémái

A tőkeállomány mérésével kapcsolatban felmerülő problémák — kevésbé élesen — a nemzeti jövedelem megtermelésére felhasznált munka mennyiségének mérésénél is jelentkeznek, mert a munkaerő ugyanúgy heterogén termelési tényező, mint a tőke. Ha a különféle munkákat, munkaidőket egyszerűen összeadják, akkor erőszakkal homogenizálják a valójában nagyon

⁶ Az utóbbi problémát kívánták Solow [16] és mások az úgynevezett „vintage” típusú termelési függvényekkel megoldani, amelyekben a különböző évekből származó, különböző „évjáratú” (vintage) fizikai tőkeberendezések külön-külön szerepelnek.

⁷ Nagyon határozottan mutatott rá erre többek között Denison [38]. Maga Solow is felismerte a problémát, de egyben azt is látta, hogy a tőkeállomány kihasználtságára vonatkozó feltételezés kisebb változtatásai is nagyon lényegesen befolyásolják a termelési függvény kiszámított paramétereit, tehát kétséggé teszi az eredmények hitelét.

különböző hatékonyságú és minőségű munkaráfordításokat. Jorgeson és Griliches mutatták ki [51], [52], mennyire megváltoztatja a termelési függvény alakját a ráfordítások hibás mérése, azok minőségi változásainak és különbségeinek figyelmen kívül hagyása. Ha ugyanis a munka ráfordításokat azonos minőségűeknek vesszük, akkor a termelési függvény becslése a műszaki fejlődésnek igen nagy hatását mutatja.

Elképzelhető a különböző fajta munkáknak a munkabérrel való súlyozása. Itt azonban felmerül a jövedelemeloszlás gazdasági értelmezésével kapcsolatos szokásos probléma: lehet-e azt állítani, hogy a különböző foglalkozású dolgozókat munkájuk tényleges értéke (határtermelékenysége?) alapján fizetik meg?

Egy másik megoldás a különböző fajta munkák valamilyen súlyozása az iskolai végzettséggel, szakképzettséggel, tehát a munka bonyolultságának fokával.⁸

Bár a két Cambridge közötti vitában eddig nem merült fel az a szempont, hogy magának a ráfordítások eredményének, a termelésnek, nemzeti jövedelemnek stb. mérése is nagyon problematikus, ennek a felismerésnek az elterjedése (elsősorban a statisztikai irodalomban) szintén megkérdőjelezi a termelési függvények használhatóságát a népgazdasági összefüggések elemzésében.

A vállalati termelési függvények aggregálhatóságának feltételei

A változóknak homogén csoportokba való aggregálása mellett külön problémát jelent az is, hogy a különböző mikroökonómiai (vállalati) termelési függvényeket milyen feltételek teljesülése esetén lehet aggregálni. Whitaker [44], [45] szerint az „évjárat” (vintage) típusú termelési függvények aggregálhatóak, Gorman [46] kétségbevonja ezt. Pyatt [47] azt javasolja, hogy ne fizikai tőkét, hanem kapacitásokat aggregáljanak. A legtöbbet Fisher foglalkozott ezzel a kérdéssel [39–43]. Kimutatta, hogy még homogén termelési tényezők esetében is csak igen szigorú feltételek teljesülése esetén lehet a mikro-függvények aggregálását teljesen korrekt eljárásnak tekinteni. Konstans hozadék esetén ez a feltétel a műszaki fejlődés tőke-növelő (capital augmenting) volta, vagyis az, hogy a műszaki fejlődés következtében tőkeintenzívebb és kevésbé munkaintenzív technológiára térnek át. Nem-konstans hozadék esetén a feltétel némileg módosul, még szigorúbbá válik. Bonyolítja a problémát, hogy szerinte hasonlóan szigorú feltételek teljesítése szükséges a különböző fajta munkák és termelések aggregálhatóságához.

Egyik utolsó e témakörrel foglalkozó tanulmányának végén azonban az egyik pontnak azt a jellemző címet adta: „mégis működik”, vagyis — mindezen fenntartások ellenére — az aggregált termelési függvények mégis megfelelően közelítik meg a valóságot — legalábbis bizonyos körülmények között. Ezeket a körülményeket nem fogalmazza meg pontos feltételek alakjában, csupán azt mondja: amikor a különböző fajta tőkejavak aránya kevésbé változik, amikor hasonlóképpen a különböző fajta munkák aránya alig módosul, és amikor a termékösszetétel változásai nem nagyok, tehát általában inkább rövid távon, a népgazdasági termelési függvények nagyjából jól írják le a valóságot, bizonyos képet adnak a termelékenység változásokról és előrejelzésre is

⁸ Magyarországon Kovács János határozott meg ilyen „súlyokat” a különböző munkák egymáshoz viszonyított bonyolultsági foka alakjában [53].

használhatók. Az ilyen függvények használhatósága az olyan elemzésekben válik problematikussá, amikor ezeknek az arányoknak a változására kell számítani, tehát a hosszútávú előrebecslésben, valamint az elméleti és normatív (az optimális növekedést meghatározni kívánó) modellekben.

Becslési problémák

A rövid és hosszú táv problémája más szempontból a népgazdasági termelési függvények becslésénél is felmerül. A paraméterek becsléséhez kívánatos lenne minél hosszabb idősort felhasználni. Viszont minél hosszabb az idősor, annál valószínűbb, hogy időközben alapvető strukturális és esetleg institutionális változások mentek végbe, vagyis a termelési függvény tényleges alakja is lényegesen megváltozott [34]. Különösen lényegesek lehetnek a gazdaság intézmény-rendszerének, „mechanizmusának” változásai egy hosszabb időszakban: növekedhet a monopolizáltság foka, az állami beavatkozás mértéke, a gazdasági irányítás rendszere, és mindez erősen kétségessé teszi, hogy szabad-e változtatlan termelési függvényt feltételezni.

Az idősorokon alapuló termelési függvény becslésnél, mint Menderhausen már több mint harminc éve felhívta rá a figyelmet, általában nagyon erős a magyarázó változók multikollinearitása [48, 49].⁹ A foglalkoztatott munkaerő és a tőkeállomány általában többé-kevésbé párhuzamosan növekednek, ezért nehéz hatásukat a nemzeti jövedelemre különválasztani. Népgazdasági termelési függvény becslésnél nem lehet keresztmetszeti (több országban azonos időszakra vonatkozó) adatokat felhasználni, mint például a vállalati és ágazati becsléseknél, ezért nem marad más hátra, mint a tőke, a munka és a nemzeti jövedelem idősorainak növekedésében mutatkozó kisebb ingadozások alapján megpróbálni a becslést, amikor olyan jellegű összefüggések alapján kell következtetni, hogy például a foglalkoztatásnak az átlagnál kisebb növekedését mutató évben mennyire lassult meg a nemzeti jövedelem növekedése, vagy az üzembe helyezett beruházások mennyiségének megnövekedése mennyivel gyorsította meg a nemzeti jövedelem növekedést. A beruházások üzembe helyezésénél külön problémát jelent a „felfutási idő”: a termelés növekedése bizonyos késéssel, pontosabban az időben elnyúlva jelentkezik, ezért valamilyen késést (*lag*-et) kellene figyelembe venni.

Az ex post és az ex ante termelési függvény közötti különbség

J. Robinson szerint alapvetően helytelen eljárás a múltbeli adatok elemzése alapján kapott termelési függvényt úgy értelmezni, hogy az mintegy a népgazdaság előtt álló választási lehetőségeket, alternatívákat tükrözi. A neoklasszikus elmélet eredeti (mikro-függvényekre vonatkozó) megfogalmazása szerint ugyanis a termelési függvény olyan elméleti konstrukció, amely megmutatja: milyen tőkeállomány-munkaerő kombinációk között választhat a vállalat, amikor bizonyos meghatározott termelést el akar érni. Az egy-egy üzemre vagy technológiai folyamatra vonatkozó mérnöki (műszaki adatokból számított) termelési függvények valóban ezeket a választási lehetőségeket

⁹ Marschak és Andrews [50] foglalták össze a Cobb – Douglas függvények becsléséről megindult vita első fázisát, amely főképpen a multikollinearitás problémájának megoldására összpontosult.

tükrözik. Tehát valóban *ex ante* termelési függvények. A múltbeli egymás után következő időszakok adataiból számított *ex post* termelési függvények viszont a növekedési utat fejezik ki, nem pedig az adott pillanat választási alternatíváit. Ezért a közvetlenül *ex ante* (mondjuk: tervezési) döntésekre felhasználható termelési függvények meghatározásának kísérlete múltbeli adatok alapján — Robinson szerint — „olyan vállalkozás, mint sötét szobában fekete macskát keresni, amely biztosan nincs ott” [29].

A neoklasszikus népgazdasági termelési függvény azt is sugallja [54], hogy a gazdasági fejlődés úgy megy végbe, hogy a munkabér emelkedésével és tőkeprofit csökkenésével párhuzamosan a népgazdaság egyre munkamegtakarítóbb és tőkeigényesebb termelési technológiákra „vált át” a termelési függvényt ábrázoló izokvant mentén. Így (adott tőke profit mellett) minden reálbérenek megfelel egy meghatározott tőkeintenzitású technológia népgazdasági méreteiben. E koncepció bírálói [55] helyesen mutattak rá, hogy a munkának tőkével való helyettesítése *ex ante*, tehát a beruházás előtt elég tág tartományban lehetséges, de *ex post*, a már egyszer megépült gyárakban, berendezéseknél a helyettesítési lehetőségek egészen szűk sávra korlátozódnak.

A „kettős kapcsolás” vitája

Ehhez a koncepcióhoz kapcsolódik a „kettős kapcsolási lehetőségről” folyó vita. A neoklasszikus felfogás szerint a vállalat — és hozzá hasonlóan az egész népgazdaság — ezért választja a tőkeállomány és munka ráfordítás egy bizonyos kombinációját, tehát egy meghatározott technológiát, mert a tőke és munkabér költségek adott színvonalán azzal éri el a kívánt termelést a legkisebb költséggel. Robinson, Sraffa, Morishima és mások [56], [57], [58] viszont realiztíkusnak látszó példákon mutatták be, hogy elképzelhető olyan helyzet, amikor valamilyen (pl. tőkeintenzívebb) technológia a termelési tényezők kétféle költség szintjén (pl. magas béreknél és egy lényegesen alacsonyabb bérszínvonalon) is kifizetődővé válik, tehát „kettős kapcsolás” (double switching) lehetséges.

A termelési függvény alakja

Mindezek a bírálatok implicite kétségessé teszik azt is, hogy jogosult-e a népgazdasági termelési függvényeknek olyan speciális alakot választani, mint ahogyan azt a neoklasszikus közgazdaságtanhoz közelálló kutatók Cobb és Douglas óta teszik. Van-e értelme a bonyolult CES függvényt és annak továbbfejlesztett változatait [59], [60] alkalmazni? Lehet-e a Cobb—Douglas, CES és hasonló típusú népgazdasági termelési függvények paramétereit úgy értelmezni, hogy számszerűen megadják a tőke és a munka határtermelékenységet, helyettesítési elasticitásukat, a műszaki fejlődés ütemét, a volumen hozadékot? Ha pedig a paraméterek ilyen értelmezése legalábbis kétséges, akkor nem lenne-e helyesebb egyszerűbb alakú függvényeket használni, amelyeket az ökonometriai modellek egyenletrendszerébe szoktak beépíteni.

3. A népgazdasági termelési függvények körüli vita kapcsolata a matematikai közgazdaságtan alapfeltevéseiről folyó vitával

Végeredményben a népgazdasági termelési függvények körül kialakult heves vitát bizonyos fokig a matematikai közgazdaságtan alapvető kérdéseiről a közelmúltban kialakult vita előhangjának és egyik ágának is tekinthetjük. Sőt tulajdonképpen nem is csak a matematikai közgazdaságtannak, hanem általában a közgazdaságtani elmélet hagyományos irányzatának feltétel rendszerét és az ebből levont következtetéseket vitatják.¹⁰ Olyan alapvető kérdésekről folyik a vita, mint:

1. fel lehet-e tételezni legalább tendenciaként, hogy a gazdasági egységek racionálisan viselkednek?

2. mit jelent a gazdasági racionalitás a vállalat és a népgazdaság szintjén (nyereség maximalizálást, növekedési ütem maximalizálást stb.)?

3. mekkora szerepet játszanak a neoklasszikus termelési tényezők növekedése (beruházás, nagyobb foglalkoztatás) mellett más, elsősorban intézményes tényezők a gazdasági növekedés meghatározásában?

4. van-e a gazdaságban olyan tendencia, amely azt az egyensúly felé mozgatja?

Kimondottan vagy hallgatólagosan a hagyományos közgazdaságtan feltevései (racionalitás, másképpen homo oeconomicus; két, illetve három elsődleges termelési tényező; tendencia az egyensúlyra) állnak a neoklasszikus iskola által kidolgozott népgazdasági termelési függvények háttérében. Ezek a feltevések köztudottan meglehetősen absztraktak, valóságos gazdaság lényegesen bonyolultabb képet mutat. Azonban ezekre a leegyszerűsítő feltevésekre épül fel az elméleti közgazdaságtan egész impozáns, deduktívan felépített rendszere. Ha elvetjük a feltevéseket, tulajdonképpen alapjaitól kezdve újra kell felépíteni a közgazdaságtant, és ebben valószínűleg le kell mondani a deduktív módszer (az alaptételekből való következtetés) összes előnyeiről, eleganciájáról. A kérdés (ma és még feltehetően sokáig eldöntetlen kérdés) az: mennyire lehet építőköként felhasználni a hagyományos közgazdaságtan épületének elemeit, közöttük a termelési függvényeket is.

IRODALOM

1. FRISCH, R.: *Lois techniques et économiques de la production*. Paris, 1963.
2. ANDORKA, R.: *Mikromodellek*. Budapest, 1970. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
3. COBB, C. W.—DOUGLAS, P. H.: *A theory of production*. *American Economic Review*. Vol. 18. 1928. No. 1. Supplement. pp. 139—165.
4. DOUGLAS, P. H.: *The theory of wages*. New York, 1934.
5. KÁDAS K.: Az emberi munka termelékenységének statisztikai vizsgálata a magyar gyárparban. (A Cobb—Douglas-féle statisztikai törvény kiegészítése.) Különlenyomat a Magyar Statisztikai Szemle 1944. 7—8. számából. Budapest, 1944.
6. HEADY, E. O.: *Production functions from a random sample of farms*. *Journal of Farm Economics*. Vol. 28. 1946. pp. 989—1004.
7. HEADY, E. O.—DILLON, J. L.: *Agricultural production functions*. Ames, 1962. Iowa State Univ. Press.

¹⁰ Az utóbbi két-három évben a közgazdaságtanban kialakult önkritikát jól jellemzi Leontief új tanulmánya [61]. Átfogóan elemzi és bírálja az elméleti közgazdaságtan alapfeltevéseit az egyensúlyelmélet kritikája kapcsán Kornai János [62].

8. CHENERY, H. B.: Engineering production functions. *Quarterly Journal of Economics*. Vol. 63. 1949. pp. 507—531.
9. FERGUSON, A. R.: Commercial air transportation in the United States. In: LEONTIEF, W. (szerk.): *Studies in the structure of the American economy*. Oxford, 1953. pp. 405—421.
10. SZAKOLCZAI GY. (szerk.): *A gazdasági fejlődés feltételei*. Budapest, 1963.
11. SZAKOLCZAI GY. (szerk.): *A gazdasági növekedés feltételei*. Budapest, 1967.
12. MEADE, J. E.: *A neoclassical theory of economic growth*. London, 1961. Részlet (10)-ben 247—285.
13. SOLOW, R. M.: *Capital theory and the rate of return*. Amsterdam, 1963.
14. SOLOW, R. M.: Technical change and the aggregate production function. *Review of Economics and Statistics*. Vol. 39. 1957. 312—320. p. (11)-ben 127—140. o.
15. SOLOW, R. M.: Investment and technical progress. In: ARROW, K. J.—KARLIN, S.—SUPPES, P. (szerk.): *Mathematical methods in the social sciences*. Stanford, 1960. 89—104 p. (11)-ben 141—151. o.
16. SOLOW, R. M.: Technical progress, capital formation, and economic growth. *American Economic Review*. Vol. 52. 1962. *Papers and Proceedings*. 76—86. p. (11)-ben 152—162. o.
17. MÁTYÁS A.: A Cobb—Douglas-féle termelési függvény és Solow növekedési elmélete. *Közgazdasági Szemle*. Vol. 11. 1964. No. 7—8. 821—837. o.
18. ARROW, K. J.—CHENERY, H. B.—MINHAS, B. S.—SOLOW, R. M.: Capital-labor substitution and economic efficiency. *Review of Economics and Statistics*. Vol. 43. 1961. No. 3. pp. 225—250.
19. GALENSON, W.—PYATT, G.: *Éléments qualitatifs de la valeur de la main-d'oeuvre et développement économique dans certains pays*. Geneve, 1965.
20. DENISON, E. F.: The sources of economic growth in the United States and the alternatives before us. *Supplementary Paper No. 13*. published by the Committee for Economic Development. 1962.
21. DENISON, E. F.: Education, economic growth, and gaps in information. *Journal of Political Economy*. Vol. 70. 1962. No. 5. Part. 2. Supplement. pp. 124—128 (11)-ben 472—478. o.
22. PAJESTKA, J.: *Zatrudnienie i inwestycje a wzrost gospodarczy*. Warszawa, 1961.
23. KORNAI J.—WELLISCH P.: A kalkulatív kamatláb és bértarifa a hosszú lejáratú gazdaságossági számításokban. *Közgazdasági Szemle*. Vol. 10. 1963. No. 12. 1456—1475. o.
24. KORNAI J.—WELLISCH P.: A kalkulatív kamatláb és bértarifa a hosszú lejáratú gazdaságossági számításokban. *Közgazdasági Szemle*. Vol. 11. 1964. No. 1. 76—91. o.
25. ROBINSON, J.: The production function and the theory of capital. *Review of Economic Studies*. Vol. 21. 1953—1954. pp. 81—106.
26. ROBINSON, J.: The production function. *Economic Journal*. Vol. 65. 1955. pp. 67—71.
27. ROBINSON, J.: Accumulation and the production function. *Economic Journal*. Vol. 69. 1959. In: *Collected economic papers*. Vol. II. London, 1960. pp. 132—144.
28. ROBINSON, J.: Letter to the editor. *Econometrica*. Vol. 27. 1959. No. 3. p. 490.
29. ROBINSON, J.: Capital, technique and relative shares. In: *Collected economic papers*. Vol. II. pp. 159—184.
30. ROBINSON, J.: Some problems of definition and measurement of capital. *Oxford Economic Papers*. 1959. No. 6. In: *Collected economic papers*. Vol. II. pp. 197—208.
31. ROBINSON, J.: The existence of aggregate production functions: comment. *Econometrica*. Vol. 39. 1971. No. 2. pp. 405.
32. KÁLDOR, N.—MIRRELES, J.: A new model of economic growth. *Review of Economic Studies*. Vol. 29. 1962. 174—192. p. (10)-ben 289—308. o.
33. WALTERS, A. A.: Production and cost functions: and econometric survey. *Econometrica*. Vol. 31. 1963. No. 1—2. pp. 1—66.
34. NADIRI, M. I.: Some approaches to the theory and measurement of total factor productivity: a survey. *Journal of Economic Literature*. Vol. 8. 1940. No. 4. pp. 1137—1177.
35. HARCOURT, G.: Some Cambridge controversies in the theory of capital. *Journal of Economic Literature*. Vol. 7. 1969. No. 2. pp. 369—405.
36. ROBINSON, J.: The measure of capital: the end of controversy. Előadás az 1970. évi Ökonometriai Világkongresszuson. Kézirat.
37. KÁLDOR, N.: Marginal productivity and macro-economic theories of distribution. *Review of Economic Studies*. Vol. 32. 1966. No. 96. pp. 309—319.

38. DENISON, E. F.: Capital theory: technical progress and capital structure — discussion. *American Economic Review*. Vol. 56. 1966. No. 2. pp. 76–82.
39. FISHER, F. M.: Embodied technical change and the existence of an aggregate capital stock. *Review of Economic Studies*. Vol. 32. 1965. pp. 263–288.
40. FISHER, F. M.: Embodied technology and the existence of labor and output aggregates. *Review of Economic Studies*. Vol. 35. 1968. pp. 391–412.
41. FISHER, F. M.: Embodied technology and the aggregation of fixed and movable capital goods. *Review of Economic Studies*. Vol. 35. 1968. pp. 417–428.
42. FISHER, F. M.: The existence of aggregate production functions. *Econometrica*. Vol. 35. 1969. pp. 417–428.
43. FISHER, F. M.: Reply. *Econometrica*. Vol. 39. 1971. pp. 405.
44. WHITAKER, J. K.: Vintage capital models and econometric production functions. *Review of Economic Studies*. Vol. 33. 1966. pp. 1–18.
45. WHITAKER, J. K.: Capital aggregation and optimality conditions. *Review of Economic Studies*. Vol. 35. 1968. pp. 429–442.
46. GORMAN, W. M.: Capital aggregation in vintage models. In: WOLFE, J. N. (szerk.): *Value, capital and growth: papers in honour of Sir John Hicks*. Edinburgh, 1968.
47. PYATT, G.: A production functional model. In: HART, P. E., MILLS, G., WHITAKER, J. K. (szerk.): *Econometric analysis for national planning*. London, 1964. 105–122. pp.
48. MENDERHAUSEN, H.: On the significance of P. Douglas' production function. *Econometrica*. Vol. 6. 1938. pp. 143–153.
49. MENDERHAUSEN, H.: A correction. *Econometrica*. Vol. 7. 1939. 362 p.
50. MARSCHAK, J.—ANDREWS, W. H.: Random simultaneous equations and the theory of production. *Econometrica*. Vol. 12. 1944. pp. 143–205.
51. GYILICHES, Z.—JORGESON, D. W.: Sources of measured productivity change: capital input. *American Economic Review*. Vol. 56. 1966. No. 2. pp. 50–61.
52. GRILICHES, Z.—JORGESON, D. W.: The explanation of productivity change. *Review of Economic Studies*. Vol. 34. 1967. No. 99. pp. 249–283.
53. KOÁVCS J.: Szakképzés és beruházás. *Közgazdasági Szemle*. Vol. 13. 1966. No. 7–8. 899–914. o.
54. SAMUELSON, P. A.: Parable and realism in capital theory: the surrogate production function. *Review of Economic Studies*. Vol. 29. 1962. No. 80. pp. 193–206.
55. BLISS, C. J.: On putty-clay. *Review of Economic Studies*. Vol. 35. 1968. No. 102. pp. 105–132.
56. ROBINSON, J.—NAQVI, K. A.: The badly behaved production function. *Quarterly Journal of Economics*. Vol. 81. 1967. No. 4. pp. 579–591.
57. SRAFFA, P.: Production of commodities by means of commodities. *Prelude to a critique of economic theory*. Cambridge, 1960.
58. MORISHIMA, M.: Refutation of the non-switching theorem. *Quarterly Journal of Economics*. Vol. 80. 1966. No. 4. pp. 520–525.
59. DOBELL, R.: A symposium on CES production functions: extensions and comments. Introductory remarks. *Review of Economics and Statistics*. Vol. 50. 1968. No. 4. pp. 443–445.
60. SOSKICE, D.: A modification of the CES production function to allow for changing returns to scale over the function. *Review of Economics and Statistics*. Vol. 50. 1968. No. 4. pp. 446–448.
61. LEONTIEF, W.: Theoretical assumptions and nonobserved facts. *American Economic Review*. Vol. 61. 1971. No. 1. pp. 1–7.
62. KORNAI J.: *Anti-equilibrium*. Budapest, 1971. Akadémiai Kiadó.

KÖNYVEKRŐL

THEIL, H.: *Közgazdaságtan és információelmélet*. Budapest, 1970. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 501 old.

Henri Theilnek, az ökonometria élvonalbeli művelőjének neve régóta ismert a tudomány iránt érdeklődő magyar olvasók körében. Munkásságát elsősorban az indexszámok, előrejelzések, a kereslet perspektivikus vizsgálata és természetesen az információelmélet közgazdasági alkalmazásai területén fejtette és fejtí ki. Számos publikációját találjuk meg ezekben a témakörökben a nemzetközi szakirodalomban.

A „Közgazdaságtan és információelmélet” című könyv a hozzárendelési arányokkal foglalkozik a közgazdaságtanban. Elemzési módszere az információelmélet, amely a valószínűségelmélet egyik fejezete. Az információelmélet közgazdasági alkalmazásai témában nagyon kevés és szerény publikációval találkozunk a magyar szakirodalomban. Ezek többnyire a gazdasági információrendszerek témakörében jelentek meg és mindenesetre felhívták a figyelmet a gazdasági élet különböző területein való alkalmazás lehetőségeire és előnyeire.

A nemrégiben magyarul megjelent könyv (első kiadása Amsterdam, 1967. North Holland Publishing Company) — amely a szerző szerint tankönyvként is használható — a téma elméleti megalapozását és a gyakorlati alkalmazások széles körét mutatja be jól rendszerezetten. Elolvasása a hazai közgazdászok számára bizonyára hasznos segítséget nyújthat jónéhány közgazdasági probléma újszerű megközelítéséhez, elemzéséhez. Fel kell hívnunk azonban a figyelmet arra, hogy bár a szerző szerint „a felhasznált matematika elég elemi”, meglehetősen alapos jártasságot tételez fel a mátrix-algebra, a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika egyes fejezetei területén.

Az információelméletet a szabályozáselmülethez és számos tudományághoz hasonlóan, amelyek eredményeit már a tár-

sadalomtudományok területén alkalmazzuk és fejlesztjük tovább, a műszaki szférában, a termodinamikában, illetve a híradástechnikában dolgozták ki. Közgazdasági jelentősége — a szerző szerint — nem is az információ fogalma miatt fontos, hanem azért, mert több az információfogalommal kapcsolatos fogalmak elméleténél. „Voltaképpen általános felbontáselmélet abban az értelemben, hogy mértéket szolgáltat egy tetszőleges halmaz részhalmazokra történő felbontásához. Lehet ez a felbontás a bizonyosság (1 valószínűség) felosztása különböző lehetőségekre, amelyek egyike sem bizonyos, de lehet gazdasági hozzárendelési probléma is.” Hogyan is értelmezzük ezt az állítást?

A szerző a közgazdaságtannak abból a leszűkített meghatározásából indul ki, amely szerint a „közgazdaságtan az a tudomány, amely a szűkös anyagi források alternatív célokra való allokációjával foglalkozik.” Ha egy tetszőleges, szűkösen rendelkezésre álló erőforrás mennyiségi egységét úgy definiáljuk, hogy az összes elérhető mennyiség 1 legyen, akkor n alternatív célhoz való hozzárendelés n számú p_1, p_2, \dots, p_n szám előírása a különféle célokhoz tartozó mennyiségek szerint, amelyek mindegyikére fennáll $0 \leq p_i \leq 1$ ($i = 1, \dots, n$) és $\sum p_i = 1$. A p_i számok tehát kielégítik mindazokat a követelményeket, amelyek szükségesek ahhoz, hogy egy eloszlás valószínűségei legyenek. A valószínűségelméletet is hozzárendelési problémaként interpretálja a szerző, ahol részleges, vagy teljes bizalmunkat rendeljük egy E esemény bekövetkezéséhez, amit p_1, \dots, p_n valószínűségek, mint hozzárendelési arányok mérnek. Ez tehát Theil professzor kiindulópontja a különböző problémák vizsgálatánál.

A könyv négy részre osztható. Az első rész az elméleti megalapozással foglalkozik (1–3 fejezet). Ehhez hasonlóan elméleti kérdéseket, a folytonos információelmélet alapjait és felhasználási lehetőségeit tárgyalja a negyedik rész, a könyv utolsó,

11. fejezete is. A közöttük elhelyezkedő 7 fejezet, a második és harmadik témakör alkalmazási kérdéseket vizsgál. A második részben a háztartás, a fogyasztó áll a tárgyalás középpontjában (4–7. fejezet), a harmadikban a vállalat szintjén jelentkező problémákat és a nemzetközi kereskedelmet elemzi a szerző az információelméletre támaszkodva. Mint ismeretes, az információt a valószínűségek (és sűrűségfüggvények) logaritmusaként definiáljuk, a logaritmus alapja határozza meg az információ egységét. A könyv végén táblázatokat találunk a logaritmikus mértékekkel való számolás megkönnyítésére.

A könyv első részének fejezetei az információ fogalmi kérdéseivel, a várható információval (entrópia) és a feltételes valószínűségekkel, illetve az ezek analógiájára kezelhető információs problémákkal foglalkoznak. Az információ mérésének problémáját a határozatlanság mennyiségének mérésére vezethetjük vissza. Az információelmélet axiomatikus megalapozásának célja annak bemutatása, hogy az információ logaritmikus definíciója levezethető néhány elég természetes axiómából, ha úgy döntöttünk, hogy az információ csak az esemény bekövetkezési valószínűségtől függjön. Ennek bevezetése után foglalkozik Theil az entrópia függvény meghatározásával, tulajdonságaival, a feltétel nélküli és a feltételes entrópia kérdéseivel, illetve az információ mennyiségének mérésével kapcsolatban az egyedi információval, egy adott kísérlet határozatlanságának megszüréseből keletkező információval, a kiegészítő kísérlet által szolgáltatott információval és meghatározásuk módjaival. Ezek a kérdések természetesen a többváltozós információelmélet tárgyalását is jelentik.

A második fejezet részletesen kitér az információ pontatlanság kérdésére is, az információ pontatlanság aggregálási elméletére és a jóslásrevíziók információ javítására. A harmadik fejezet bemutatja a valószínűség logit transzformációját (logit = az eshetőség logaritmus). Ez egy olyan mértéket szolgáltat, amely nincs véges intervallumra korlátozva, mint p az $[0, 1]$ -ben volt. A logit alapján tárgyalja a feltételes valószínűségek log lineáris modelljét, a logit regressziót és a logit regresszió szimulációját, amelyek a későbbiek folyamán a konkrét elemzések fontos eszközeül szolgálnak. Az elméleti fejezetek mondanivalója a gyakorlatibb szemléletű olvasók számára plasztikus példákkal van illusztrálva.

A könyv második része válogatott problémákkal, a jövedelem egyenlőtlenség mérésével, az ár és mennyiségi összehasonlító

sok statisztikai problémáival, valamint a fogyasztó allokációs modelljeinek kérdéseivel foglalkozik. Az egyes témákat a szerző által irányított konkrét vizsgálatok, esettanulmányok ismertetése teszi teljessé.

A jövedelemegyenlőtlenség mérésénél Theil az egységnyinek tekintett összjövedelmet osztja el az egyének között és az információelmélet segítségével keresi meg azt a természetes mértéket, amely az egyes csoportok egyenlőtlenségeire utal. A kapott mérték egyszerűen értelmezhető a jövedelemrészesedésekkel és a népességi arányokkal, továbbá közvetlenül aggregálható. A fejezet függeléke az összehasonlíthatóság érdekében néhány egyenlőtlenség mértéket mutat be többek között a Gini-féle koncentrációránnyt. Az alkalmazás problémáit az Egyesült Államok fehér és színes családjainak jövedelemelmzésén keresztül láthatjuk. Az elemzés kiterjed regionális és országok közötti problémákra, valamint a Maxwell démon közgazdasági értelmezése alapján a vándorlás által felmerülő kérdésekre is.

A statisztikában alkalmazott indexmódszer segítségével vizsgálja a szerző az érték és naturális összefüggéseket, a megélhetési költség és a reáljövedelem kapcsolatait a következő fejezetben. A fő probléma röviden a következő: Tételezzük fel, hogy ár és mennyiségi adataink vannak (kettő vagy több) különböző régióra vagy időszakra. Van-e értelme arról beszélni, hogy az egyik árszintje pl. 10%-kal magasabb a másiknál? Megtehetjük-e ugyanezt a mennyiségekkel kapcsolatban? A problémát az Európai Gazdasági Közösség szénbányászainak viszonyaira, illetve a hollandiai fogyasztás 1921–63 közötti átalakulásán keresztül láthatjuk részleteiben.

Hasonló problémával foglalkozik a 6. és 7. fejezet is. A kereslet-kínálat problémát vizsgálja különböző marginális szempontok alapján. A klasszikus keresletelméletre építve kutatja a kérdést. Adott-nak tekintti a jövedelem és árváltozásokat és ezekkel magyarázza a vásárolt árucikkek mennyiségi változásait. A fogyasztó tehát igyekszik optimálisan allokálni a rendelkezésre álló jövedelmet és ez az a döntési probléma, amit a fejezetek meg kívánnak oldani. A 6. fejezet a kérdés közgazdasági-elméleti megalapozását nyújtja, a keresleti egyenletek és a haszonfüggvények különböző problémáit tárgyalja és az itt lefektetett elméleti alapon mutatja be a 7. fejezet empirikus következményeit a korábbi szénbányász család példán keresztül.

A könyv harmadik része három fejezetből áll:

8. Az ipari koncentráció és vállalati szintű allokációs problémák

9. Az ágazati szerkezet elemzése (input-output analízis) és aggregálási problémái

10. Az információ mértékek alkalmazása a nemzetközi kereskedelemben.

A 8. fejezetben vállalati szinten találjuk meg mindazt, amit eddig a fogyasztó szintjén mutatott be a könyv. A vállalati koncentráció mérése a jövedelem egyenlőtlenség mérésére, a termelési tényezők kereslete pedig a fogyasztók allokációs problémáira vezethető vissza. Itt a 6. fejezetben ismertetett kereslet-elméleti fundamentális mátrix egyenlettel analóg termeléselméleti fundamentális mátrixegyenletet vezet be a szerző és ezt oldja meg lineáris homogén termelési függvény esetére.

A 9. fejezetben az aggregálással kapcsolatos problémák kerülnek ismét előtérbe az ágazati szerkezet input-output modelljének megszerkesztésén és elemzésén keresztül. Itt az aggregálásból eredő szokásos problémák elemzését találjuk, amely részben a vállalatok összevonásából, részben a ráfordítási együttthatók időbeli változásából adódik. Az információtartalom vizsgálata érdekes eredményekre vezet az előrejelzési hibák csökkentése terén. Az alkalmazási kérdéseket az 1949–60 évi hollandiai input-output táblákon keresztül ismerhetjük meg.

A 10. fejezetben az információelméleti fogalmak alkalmazását láthatjuk a nemzetközi kereskedelmi áramlások analízisére részben a prognózis, részben a koncentrált-ság mérése szempontjából. A korábbi gondolatmenetnek megfelelően az összvolumeneket egységnyinek tekintve találjuk meg az allokáció problémáját. A bemutatott példák a világkereskedelmet 8 régióra osztva, illetve Közös Piac és komplementer bontásban vizsgálják 10 árucikken keresztül.

A könyv negyedik részének tekinthető „A folytonos információ elmélet és a jóslások hibaszórás négyzeteinek multiplikatív felbontása” című fejezet a címben jelzett probléma elméleti és gyakorlati kérdéseivel foglalkozik. A folytonos információelmélet eredményeit elsősorban időbeli elemzésekre, a jövő jóslására, a múlt becsülésére alkalmazza. A központi probléma kézenfekvő: az idő múlásával, az előrejelzések pontosíthatók a bizonytalanság és a hibahatárok csökkennek. Az eljárást a Holland Központi Tervhivatal számos előrejelzésre alkalmazta. A könyv végén található bőseges irodalomjegyzék hasznos segítséget nyújthat a téma iránt érdeklődők munkájában.

A könyv azonban nem tekinthető tankönyvnek. A mi értelmezésünk szerint ez sokkal zártabb felépítést kíván. A nagyobbik részét jelentő konkrét vizsgálatok — amennyiben nemesak a téma illusztrációjaként fogjuk fel őket, — határozott közgazdasági kritikát követelnek mielőtt ezeket a mi viszonyainkra adaptálnánk.

Jellemző rájuk, hogy tipikusan tőkés gazdasági környezetben és polgári közgazdasági gondolkodásmód mellett születtek, ami az ismertetésünkben már korábban közölt, a közgazdaságtudomány feladatáról szóló definícióból, illetve a keresletelemzésnél alkalmazott kiindulásokból is jól látható.

Ezek a problémák azonban nem vonnak le a könyv legfőbb erényéből, abból, hogy újszerű vizsgálati módszere jó segítséget jelenthet a matematikai eljárásokat alkalmazó közgazdászok számára. Elolvasása után örömmel szögezhetjük le, hogy a Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó ismét jól választott a szakirodalomból, amikor Henri Theil könyvének kiadására határozta el magát.

Pongrácz Tibor

TUDOMÁNYOS ÉLET

A II. Magyar ÁKM Konferencia*

Az I. Magyar ÁKM Konferencia óta eltelt több mint 10 év alatt nagy fejlődés következett be az ágazati kapcsolati mérlegek összeállításával és elemzésével összefüggő módszerekben, és jelentőssé vált az ÁKM mérlegek felhasználása a gyakorlati munkában. 10 évvel ezelőtt csak néhány lelkes kutató körül kialakult kis csoportok foglalkoztak az ÁKM-re vonatkozó kutatásokkal. Munkájuk sok vonatkozásban elvont, öncélú kutatásnak látszott, és ennek megfelelően az ágazati kapcsolati mérlegek felhasználására csak elvétve akadt egy-egy szerény kísérlet. Ezzel szemben napjainkban a gazdasági élet majdnem minden szintjén és területén, de leginkább talán a központi gazdaságirányító szerveknél, jelentős erők foglalkoznak az ÁKM-ek összeállításával, tervezési és elemzési célú felhasználásával. Az ágazati kapcsolati mérlegek a népgazdaság egészére, illetve valamelyik részterületére vonatkozóan a tervezés egyik legfontosabb eszközévé váltak. Ez a nagy fejlődés, az ágazati kapcsolati mérlegekkel összefüggő jelentős előrelépés szükség szerűen felvetette egy újabb konferencia megtartásának gondolatát, amely felméri és összegezi az eddigi megtett út eredményeit és bizonyos mértékig megpróbál irányt adni az elkövetkező évek munkálatai számára.

A Konferencia célja az ágazati kapcsolati mérlegek összeállításával és tervezési, elemzési célú felhasználásával kapcsolatban folyó kutatások összehangolása és a kutató munka, valamint a felhasználás során szerzett tapasztalatok szélesebb körű ismertetése volt. Ezen túlmenően a Konferencia hozzá kívánt járulni annak biztosításához is, hogy a Központi Statisztikai Hivatalon kívül folyó munkák megfelelően kapcsolódjanak az 1972. év ÁKM előkészítéséhez és kidolgozásának módszereihez.

A Konferencián a központi és középszintű irányító szervektől, egyetemektől, kutató és ipargazdasági intézetektől, vállalatoktól mintegy 170 szakember vett részt és közel 40 előadás hangzott el. A résztvevők nagy száma és összetétele is szemléltette, hogy milyen nagy jelentősége van a különböző szintű és rendeltetésű ágazati kapcsolati mérlegek összeállításának és felhasználásának. A Konferencia során felmerült az az igény, hogy az ÁKM legyen a gazdaságstatisztika legfontosabb koordináló eleme, mivel a népgazdasági mérlegrendszerrel együtt az ágazati kapcsolati mérlegekből kaphatjuk a népgazdaságra vonatkozó legfontosabb átfogó adatokat.

Megnyitó beszédében HUSZÁR ISTVÁN kiemelte az ágazati kapcsolati mérlegeknek — mint egyfajta gazdasági modellnek — a gazdasági élet irányításával összefüggő döntések megalapozásában játszott szerepét. Hangsúlyozta, hogy az ágazati kapcsolatok mérlegét úgy is lehet tekinteni, mint a népgazdasági mérlegrendszer egyik elemét. Az előadásban arról is szó esett, hogy az elkövetkező időben jó lenne valamilyen módon összekapcsolni az ÁKM-eket az ökonometriai jellegű vizsgálatokkal. Így az ÁKM-ek nagyobb részletettségét jól kiegészítenék az ökonometriai modellek előnyei: az együttthatók előrebeeslése, a dinamizálás stb.

A megnyitó ülésen hangzott el RÁCZ ALBERTnek, a KSH főosztályvezetőjének az előadása, amely összefoglalta az eddigi eredményeket és felvázolta a következő évek ÁKM-munkákkal összefüggő legfontosabb alapelveit. Közülük az egyik legfontosabb, hogy az ÁKM-eknek be kell illeszkedniük a népgazdasági mérlegrendszerbe. Össze kell állítani a szervezeti elhatárolású ágazati kapcsolati mérlegeket, amelyek jobban megfelelnek a forgalmi szféra elemzésére; az árszámítások igényeit pedig olyan ÁKM elégítheti ki legjobban, amelyben a sorok tevékenységek szerint, az oszlopok pedig szervezeti rendszerben vannak. A közép- és a hosszútávú tervezés elősegítése végett rendkívül fontos az ágazati kapcsolati mérlegek dinamizálásának megoldása. Emellett azonban szükség van az összehasonlító ágazati kapcsolati mérlegek sorozatának és a regionális ÁKM-ek összeállítására.

* A II. Magyar ÁKM Konferenciát a Magyar Közgazdasági Társaság Matematika i. Közgazdasági Szakosztálya, Népgazdaságtervezési Szakosztálya, Statisztikai Szakosztálya és a Baranya megyei Szervezete, valamint a Magyar Tudományos Akadémia Statisztikai Bizottsága szervezte 1971. október 18 és 20 között Siklósön. A Konferencia elnöke Huszár István államtitkár, a Központi Statisztikai Hivatal elnöke, a Magyar Közgazdasági Társaság alelnöke volt.

Dr. DÁNYI DEZSŐ előadása, amely szintén a megnyitó ülésen hangzott el, áttekintette az input-output modellek kidolgozásának és alkalmazásának történetét és megállapította, hogy az input-output módszer egyáltalán nem tekinthető lezártnak és napjainkban is különböző kezdeményezések vannak továbbfejlesztésére, tökéletesítésére.

A Konferencia első munkaiülése — amelyen *dr. Kiss Albert*, a Központi Statisztikai Hivatal elnökhelyettese volt az elnök — a korábbi magyar ágazati kapcsolati mérlegek összeállításával kapcsolatos statisztikai problémákkal foglalkozott. Az itt elhangzott nyolc előadás az összevont és egyes ágazatokra elkészített ÁKM-ek összeállításának nehézségeit és az itt szerzett tapasztalatokat ismertette. Kifejezésre jutott, hogy a nem ipari ágazatok ÁKM-jeinek elkészítése nagy nehézségekbe ütközik, mivel az ÁKM szerkesztése az ipari ágazatok statisztikai adatszolgáltatásához igazodik. Megállapítást nyert az is, hogy a következő években az ágazati kapcsolati mérlegek összefüggő rendszerére lesz szükség egyetlen ágazati kapcsolati mérleg helyett. Ennek megfelelően a Központi Statisztikai Hivatalban összeállított központi mérleghez különböző részmérlegek — többek között az egyes ágazatok mérlegei — kapcsolódnak, és ezek együtt alkotnak teljes rendszert.

A második munkaiülésen az ágazati kapcsolati mérlegek tervezési célú felhasználásával kapcsolatos statisztikai problémákról volt szó. Ezen az ülésen *dr. Hetényi István*, az Országos Tervhivatal elnökhelyettese elnökölt. Az első előadást *DR. ÁUGUSZTINOVICS MÁRIA* tartotta. Előadásában kifejtette az ágazati kapcsolati mérlegek szintetizáló szerepének nagy jelentőségét a gazdaságstatisztikában, mivel a tervezés elengedhetetlenül megkívánja az egységes mutatószámrendszert és az egységes ágazati nomenklatúrát. Az ÁKM zárt rendszere elősegítheti azt is, hogy az egyébként divergáló statisztikák egységes rendszert alkossanak.

Dr. CSERBA LAJOS előadása arról szólt, hogy célszerű lenne kidolgozni az Országos Tervhivatal, a Központi Statisztikai Hivatal és a többi központi irányító szerv között egy feladattervet a tervezésben felhasználandó ÁKM ténymérlegek összeállítására, mivel jelenleg a tervezés elsősorban nem a Központi Statisztikai Hivatal által összeállított ténymérlegekre, hanem a termélmérlegekre támaszkodik.

Dr. SZAKOLCZAI GYÖRGY az ÁKM-nek a pénzügyi tervezésben és az ártervezésben való felhasználásáról beszélt. Kifejtette, hogy a tevékenységi és a szervezeti, valamint a kombinált felépítésű ágazati kapcsolati mérlegeknek összefüggő rendszert kell alkotniuk. Véleménye szerint a különböző szempontok alapján összeállított ÁKM-ek közötti közlekedés és az egységes árbázisra való átszámítás végett a mérlegrendszert ki kell egészíteni a különböző pénzügyi tételekre vonatkozó mátrixokkal.

Ezt követően *Dr. CSEPINSZKY ANDOR* előadásában az 1972. évi ÁKM számítások statisztikai kérdéseivel foglalkozott. A korábbi előadásokhoz kapcsolódva hangsúlyozta annak szükségességét, hogy egyetlen mérleg helyett az egymáshoz kapcsolódó ágazati kapcsolati mérlegek csoportját kell kidolgozni, amelyben a Központi Statisztikai Hivatalban kidolgozott központi mérlegekhez kapcsolódnak az ágazati és területi ÁKM-ek, valamint a különböző mátrixok (import, kereskedelmi árrés, pénzügyi tételek stb.). Kiemelte, hogy az ÁKM-ek összeállításánál mindenekelőtt a felhasználás igényeit kell figyelembe venni és az ágazati kapcsolati mérlegeknek szervesen be kell illeszkedniük az egységes népgazdasági mérlegrendszerbe.

Ezen a munkaiülésen a többi előadás az ÁKM átárazásának problémáival, valamint a társadalomstatisztikai rendszerezési törekvésekhez kapcsolódó ÁKM-mel foglalkozott. Az előadások utáni vitában főként a pénzügyi és a jövedelmi mátrixok összeállításának problémáiról, a tervezők és a statisztikusok elengedhetetlen együttműködéséről, valamint a statikus ágazati kapcsolati mérlegek és a termelés dinamizmusa közötti ellentétekről volt szó.

A Konferencia harmadik munkaiülése — *Dr. Ganczer Sándor*, az OT Tervgazdasági Intézet igazgatójának elnöklétével — az ágazati kapcsolati mérlegek elemzési célú felhasználásával kapcsolatos problémákat tárgyalta meg. Az itt elhangzott előadások egymástól néha meglehetősen távolos kérdésekkel foglalkoztak. *NYITRAI FERENC* előadása az ÁKM-nek a hatékonyság elemzésében betöltött szerepét tárgyalta. Megállapította, hogy erre a célra a halmazott ráfordításokat eredményező ÁKM-ek alkalmasak a leginkább és a korábbi gyakorlattól eltérően megfelelőbbnek látszik a „C” változat alkalmazása. Néhány további előadás a külkereskedelemmel kapcsolatos elemzésekkel foglalkozott, ahol a legfőbb nehézséget az árbázis okozza.

Dr. FRIGYES ERVIN és *SIMON BÉLÁNÉ* előadása egy olyan módszert ismertetett, amely alkalmas a strukturális változások mértékének és irányának vizsgálatára. Az előadásban feldolgozták az elemzések gyakorlati tapasztalatait is.

Dr. IVÁNYI TAMÁS előadása arról szólt, hogy egy időszak peremértékeit és kiegészítő

vektorait kombinálva egy megelőző időszak belső négyzetével meg lehet határozni az adott időszak teljes bér-, létszám- és állóeszköztartalom mutatóit a belső négyzet ismerete nélkül. A módszert az ismertett gyakorlati alkalmazás eredményei kellőképpen alátámasztották.

A munkaülés befejező három előadása a területi mérlegek problémáival foglalkozott, majd az ezután kialakult vita az elhangzott előadásoknak megfelelően eléggé különböző problémákat vetett fel. Különösen élénk vita alakult ki az ÁKM-ekkel kapcsolatban felhasználható matematikai-statisztikai módszerekről.

A konferencia befejező ülészakának témája eltért az előzőektől. A korábbi munkálások az ÁKM-mel összefüggő közgazdasági, statisztikai problémákat tárgyalták, ezen az ágazati kapcsolati mérlegek összeállításával és felhasználásával kapcsolatos matematikai módszertani problémák kerültek szóba. A befejező ülészakon dr. Szakolczai György, az MKT Matematikai-Közgazdasági Szakosztályának elnöke töltötte be az elnöki funkciót.

Dr. THEISS EDE előadása az input-output modelleknek a népgazdasági tervezés keretében történő továbbfejlesztéséről szólt, és azt fejtegette, milyen módon lehetne összekapcsolni az input-output modelleket a sztochasztikus ökonometriai modellekkel. Arra a megállapításra jutott, hogy egy néhány ágazatra bontott erősen aggregált sztochasztikus modell köré kellene csoportosítani az egyéb módszereken alapuló számításokat. Az előadó végül annak az érzésének adott kifejezést, hogy a kutatók és a felhasználók között nincs meg a kellő információs kapcsolat és ez károsan hat a kutatómunka hatékonyságára.

GLATTFELDER PÉTER és VÁCZI PÁL előadása az utóbbi időben széleskörűen alkalmazott RAS-módszerrrel foglalkozott. Megállapították, hogy ez a módszer exponenciális jellegű összefüggéseket tételez fel és ismertették a módszer egy kielégítő pontosságú lineáris közelítését.

Egy sztochasztikus, definíciós- és mérlegegyenleteket egyaránt tartalmazó modellt ismertett előadásában HULYÁK KATALIN, amely a „kismérlegek” információtartalmát használja ki. A modell egy összevont ágazati kapcsolati mérleget is tartalmaz és ennek következtében nagy előnye, hogy az itt leírt kapcsolatokra is alkalmazható a modell alapján végzett előrejelzés.

MESZÉNA GYÖRGY és SIMON BÉLÁNÉ előadása is az előrejelzéssel foglalkozott. A trendszámítással kapott eredményeket autoregresszív sémák felhasználásával javították és arra a megállapításra jutottak, hogy így pontosabbak az előrebecslés eredményei, mint a RAS-módszerrel.

Az ÁKM mérlegek egyes elemeire vonatkozó előrebecslések konzisztenciája mindig nagy probléma. MIHÁLYFFY LÁSZLÓ egy olyan módszerről tartott előadást, amellyel biztosítható a probléma megoldása olyan bonyolult esetekben is, amelyekben a konzisztencia feltételek közt szerepel az is, hogy az adott mátrixok egyes blokkjaiban található elemek összegének egy rögzített értékkel kell egyenlőnek lennie.

LÁNYI KAMILLA előadása arról szólt, hogy a lényegében természetes jellegű ágazati kapcsolati mérlegeknél módszertani szempontból mennyire jelentős az egyes elemek dimenzióinak összehasonlítása.

Előadásában HORVÁTH JÓZSEF azzal a korábban már érintett kérdéssel foglalkozott, hogyan lehetne a társadalmi jellegű problémákat összekapcsolni az ÁKM számításokkal. Az ÁKM modellek dinamizálása, vagyis a beruházási mátrix beépítése ugyanis csak a termelésbővítés anyagi feltételeire vonatkozik; ezzel együtt azonban meg kell oldani a termelés emberi feltételeire, a szakemberképzésre, a munkaerőállományra vonatkozó problémákat is. Szükséges tehát, hogy az erre a célra történő kiadásokat is beruházási kiadásokként kezeljék. A problémát egy dinamikus rendszerű modellel lehet megoldani és ennek a modellnek a sajátjaival foglalkozott az előadás.

SZEPESY GYÖRGY és SZÉKELY BÉLA egy olyan modellt ismertett, amely — az ENSZ Európai Gazdasági Bizottságának szervezésében folyó vizsgálathoz kapcsolódva — a gazdasági struktúrák nemzetközi összehasonlítására alkalmas.

A Konferencia dr. Szakolczai György zárszavával ért véget.

Ormós Zsolt

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Helle Mária. A kézirat nyomdába érkezett: 1972. I. 17. Terjedelem 8,4 (A/5) iv
Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

CONTENTS

PÁL PÖLÖSKEI—GYÖRGY SZAKOLCZAI: Recent results and some methodological experiences in calculating sectoral CES production function	3
GYÖRGY SZAKOLCZAI—PÁL PÖLÖSKEI: Formulation of production functions from technological data	25
JÁNOS KORNAI—JUDIT RIMLER: Macrofunctions calculated on the basis of planning models: Principles and methods	49
JUDIT RIMLER—ZSUZSA DÁNIEL: Macrofunctions calculated on the basis of planning models: Numerical application	59

CONCEPTS AND METHODS

RUDOLF ANDORKA: A debate on the economy-wide production functions in international literature	81
---	----

BOOK REVIEWS

HENRI THEIL: Economics and information theory (<i>Tibor Pongrácz</i>)	91
---	----

SCIENTIFIC LIFE

ZSOLT ORMÓS: Second I-O Conference in Hungary	94
---	----

СОДЕРЖАНИЕ

Пал Пелешкеи—Дердь Сакольцаи: Новые результаты и некоторые методологические опыты расчетов отраслевой производственной функции	3
Дердь Сакольцаи—Пал Пелешкеи: Описание производственных функций на основе технологических данных	25
Янош Корнаи—Юдит Римлер: Макрофункции, исчисленные на основе плановых моделей: Принципы и методы	49
Юдит Римлер—Жужа Даниэль: Макрофункции, исчисленные на основе плановых моделей: Нумерическое применение	59

ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ

Рудольф Андорка: Спор о народнохозяйственных производственных функциях в международной литературе	81
---	----

О КНИГАХ

Хенри Тейл: Экономика и информационная теория (<i>Тибор Понграц</i>)	91
--	----

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Жолт Ормош: 2. Венгерская I-O конференция	94
---	----

TARTALOM

PÖLÖSKEI PÁL—SZAKOLCZAI GYÖRGY: Az ágazati CES termelési függvény számítások újabb eredményei és egyes módszertani tapasztalatai	3
SZAKOLCZAI GYÖRGY—PÖLÖSKEI PÁL: Termelési függvények felírása technológiai adatok alapján	25
KORNAI JÁNOS—RIMLER JUDIT: Tervmodellek alapján számított makrofüggvények: Elvek és módszerek	49
RIMLER JUDIT—DÁNIEL ZSUZSA: Tervmodellek alapján számított makrofüggvények: Numerikus alkalmazás	59

FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

ANDORKA RUDOLF: Vita a népgazdasági termelési függvényekről a nemzetközi szakirodalomban	81
--	----

KÖNYVEKRŐL

HENRI THEIL: Közgazdaságtan és információelmélet (<i>Pongrácz Tibor</i>)	91
--	----

TUDOMÁNYOS ÉLET

ORMÓS ZSOLT: A II. Magyar ÁKM Konferencia	94
---	----

