

# SZIGMA

## Matematikai közgazdasági folyóirat

A Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai-Közgazdasági

Szakosztályának lapja

Szerkeszti:

MARTOS BÉLA

Társszerkesztők:

ANDORKA RUDOLF, BÁGER GUSZTÁV, BOD PÉTER, PONGRÁCZ TIBOR

Szerkesztő bizottság:

AUGUSTINOVICS MÁRIA, BÁCSKAY ZOLTÁN, BÉKÉSI GÁBOR, BOD PÉTER, BRÓDY ANDRÁS, DOBÓ ANDOR, ÉLTETŐ ÜDÖN, FORGÓ FERENC, GANCZER SÁNDOR, GYIRES BÉLA, HALABUK LÁSZLÓ, HEPPES ALADÁR, HOSSZÚ MIKLÓS, KÁDAS KÁLMÁN, KORNAI JÁNOS, KREKÓ BÉLA, MESZÉNA GYÖRGY, ORMÓS ZSOLT, PRÉKOPA ANDRÁS, SEBESTYÉN JÓZSEF, SÓLYOM CSABA, STAHL JÁNOS, SZAKOLCZAI GYÖRGY, SZÉP JENŐ, TARDOS MÁRTON (elnök), THEISS EDE, TÓTH JÓZSEF, ZIERMANN MARGIT

\*

E szám szerzői:

JEAN PASCAL BENASSY, az Institute of Business and Economic Research Center for Research in Management Science, University of California, Berkeley munkatársa, ANNE P. CARTER, a Brandeis University professzora, DR CSÁKI CSABA kandidátus, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem docense, FORGÓ FERENC kandidátus, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem adjunktusa, MAJOR IVÁN, az MTA Közgazdaságtudományi Intézet munkatársa, NAGY SÁNDOR, a Központi Statisztikai Hivatal munkatársa, NYÁRY ZSIGMOND, a Központi Statisztikai Hivatal főelőadója, PONGRÁCZ TIBOR, a KSH Országos Számítástechnika-alkalmazási Iroda megbízott igazgatóhelyettese, ZEISLER JÓZSEF, a Központi Statisztikai Hivatal főelőadója

Szerkesztőség: 1051 Budapest V., Münnich F. u. 7.

Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta hírlapüzleteiben és a Posta Központi Hírlap Irodánál (KHI. 1900 Budapest V., József nádor tér 1.) közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a KHI. 215—96161 pérforgalmi jelzőszámára. Egyes példányok beszerezhetők az 1055 Budapest V., Bajcsy-Zsilinszky út 76. sz. alatti hírlapboltban

Előfizethető és példányként megvásárolható: az AKADÉMIAI KIADÓ-nál, 1363 Budapest V., Alkotmány u. 21. Telefon 111—010. Pénzforgalmi jelzőszámunk: 215—11488., és az AKADÉMIAI KÖNYVESBOLT-ban, 1368 Budapest V., Váci u. 22. Telefon: 185—612. Előfizetési díj egy évre: 40,—Ft

ANNE P. CARTER

## Energia, környezet és gazdasági növekedés\*

### 1.0. Bevezetés

Az újabb környezetvédelmi problémák és az energiahány nyomán kérdések merültek fel az Egyesült Államok gazdasági növekedésének jövőjét illetően. Az ipar és a kormány szóvivői tartanak attól, hogy a kapacitás szűk keresztmetszetei megzavarják azt a 3.5 százalékos növekedést, amelyet az elmúlt negyedszázad folyamán fenn tudtunk tartani. Mások kétségbevonják az eddig biztosítottak tartott gyors gazdasági növekedés kívánatos voltát.

A gazdasági növekedés nem egyszerű gazdaságpolitikai változó. Jövedője sok tényezőtől függ: hazai és külföldi természeti erőforrásoktól, amelyeket mind máig csak hevenyében mértünk fel; a munkaerő bővülésétől és összetételétől; a közületi és személyi fogyasztástól; a a környezetvédelmi politikától; és a felhasznált sajátos termelési technikáktól. Habár a technológia nem határozza meg egyértelműen a fejlődésünket, adott fogyasztás és erőforrások mellett mégis korlátozza a gazdaság bővülési képességét. Ahogy az erőforrások és a környezeti kívánalmak változnak, feleletül új technológiák fejlődnek ki. Elvileg ezek az új technológiák elősegíthetik vagy gátolhatják a gazdaság növekedőképességét. Azok az „első generációs” technológiák, amelyek a mai környezet és erőforrások problémáit hivatottak megoldani, ténylegesen a növekedési ütem gátlására hajlanak. Ez a tanulmány a gazdasági növekedést csökkentő környezetvédelmi és energianyeresi technológiák kihatásának nyers nagyságrendi felmérését adja.

Az elemzés adatai egy tanulmánysorozatból származnak, ez egy dinamikus input-output modell keretében fogalmazta meg az egyedi szennyezésvédelmi technikákat és új energianyeresi eljárásokat [1]. Háromfajta innovációt vizsgálunk: a következő tíz év energiatermelésének, szállításának és elosztásának tervezett változásait; a szén elgázosítását; végül a szennyezésvédelem többirányú megoldását, amely eleget tesz a kimondott vagy tervezett szabványoknak a levegő- és vízszennyeződés, valamint a hulladékanyagok eltakarítása tekintetében. Habár távolról sem teljes, ez a lista jól képviseli azokat a közvetlen technológiai válaszokat, amelyek a következő tíz évben a környezetvédelem és az erőforrások kérdéseire felelnek. Elfogadásuk lényeges változásokkal járhat növekedési képességünkben, valamint a kibocsátáshoz és tőkeképzéshez való ágazati hozzájárulások arányaiban. Ha ilyen változásokat hajtunk végre, miben fog az 1980—85. évek gazdasága különbözni a maitól?

Egy zárt dinamikus input-output rendszerben a gazdaság fenntartható maximális növekedési üteme az összes szektor ráfordítási struktúrájától függ, a folyó és a tőkeráfordításoktól, beleértve a végső fogyasztás szintjét és össze-

\* Fodította Bródy András.

tételét. A gazdasági rendszer bővülését burkoltan a munkaerő és az egyedi természeti erőforrások is korlátozzák. A legutóbbi időkig a munkaerő terjedelme túnt az egyetlen nagyobb erőforráskorlátnak, amely az USA gazdaságában érvényesült. Mivel a munkaslétszám csak évi 1 százalékkal növekedett, állandó termelékenységnövekedésre volt szükség, hogy a hatékony munkaerő kínálat elégséges legyen 3—4 százalékos növekedéshez. Ezért a technikai változások főként munkamegtakarító jellegűek voltak a háború utáni szakaszban. Az ipari innovációk többsége — automatizálás, számítógépesítés, anyag- és konstrukció-változás — közvetlen és közvetett munkamegtakarítást jelentett, miközben a közvetlen munkamegtakarítás volt az uralkodó [2]. Ha az egy főre jutó fogyasztás változatlan maradt volna, a növekvő munkatermelékenység kapacitásokat szabadított volna fel nagyobb tőkefelhalmozásra és gyorsabb gazdasági bővülésre. A növekvő termelékenységet ellensúlyozta azonban az egy munkásra jutó fogyasztás növekedése, és így a növekedés átlagos rátája eléggé egyöntetű volt. Commoner [3] és mások rámutatnak arra, hogy a munkatermelékenység és fogyasztás jelen növekedésének zömét a nem-humán erőforrások intenzívebb kiaknázása tette lehetővé. Ezek valamikor bőségesnek tündek, különösen az energia és a természeti környezet. A más természeti erőforrások rovására megtakarított munka valószínűleg előmozdította a jelen „válságot”, amikor a környezet és az energia korlátjai is érvényesülni kezdenek.

Mint ahogy a munkamegtakarító újítások kiküszöbölik a munkaerőhiányt, ugyanúgy a mi környezetre és energiára orientált újításaink a földgáz, olaj, tiszta levegő és víz lehetséges hiányait küzdik le. Szűrők, tisztítótelepek, csapadékképzők a levegő és a víz megóvását segítik; az atomenergia és a szén elgázosítása a tiszta fosszilis energiaforrások kiegészítésére vagy pótlására szolgálnak; a magasabb feszültségű energiaátvitel és a földalatti elosztóvonalak minimális környezetzavarás mellett juttatják el az áramot a fogyasztóhoz. Bár ezek az új technológiák, ha már bevezették őket, nem igényelnek sok közvetlen munkát, általában mégis több tőkét és közvetett ráfordítást igényelnek, mint a régi technológiák, amelyeket meghaladnak vagy kiterjesztenek. Ezek a pótlólagos igények fékezik a rendszer növekedését.

Összegezve, kétfajta befolyás korlátozza a jövő évtized növekedését:

I. egy adott folyó fogyasztási színvonalat biztosító növekvő igények a termelőkapacitás kisebb részét hagyják meg tőkefelhalmozás céljára,

II. környezeti megfontolások és a nem-humán erőforrások szűkössege bonyolítja a munkatermelékenység növelésének technológiai feladatát. Az újítóknak a munka hatékonyságának növelésén kívül most szembe kell nézniük a súlyosbodó környezeti problémákkal. Lehetséges, hogy képesek lesznek a természeti erőforrások és a munka hatékonyságát egyidőben emelni, de a probléma bonyolultabb, mint amit a munka állít önmagában. Ha a munka és az erőforrások kínálata nem a tőkefelhalmozás mértékében növekszik, akkor a kapacitásbővítés terveit nem lehet valóra váltani.

Abban a mértékben, ahogy a természeti erőforrások nyomása ténylegesen csökkenti a tőkefelhalmozást, kisebb lesz a munkatermelékenység növelésének szükségessége. Ha az ipari kapacitás növekedése igen lassú volna, akkor a munkaslétszám természetes növekedése is elegendő lenne a munkaerő biztosítására. Megmutatjuk azonban, hogy a fogyasztás kis változásai is könnyen ellensúlyozhatják az új technológiáknak a közvetett ráfordítások és a tőke iránti

megnövekedett igényét, úgyhogy változatlan marad, sőt még növekedhet is a hosszútávú növekedési ráta. Ezért nehéz előre megmondani, hogy a környezet és az energia problémái enyhíteni vagy súlyosbítani fogják a munkatermelékenység állandó növelésének történeti tendenciáit.

## 2.0. Számítások

### 2.1. Az elemzés kerete

A zárt dinamikus input-output modell (1. egyenlet) az alapja az összes számításnak

$$(1) \quad (1 - A)x - B\dot{x} = 0,$$

ahol  $x$  a teljes ágazati kibocsátás vektora és  $\dot{x}$  ennek idő szerinti deriváltja,  $A$  és  $B$  a folyó- és a tőke-ráfordítások együttható mátrixai. A modell a háztartások sorának és oszlopának hozzáfűzésével válik zárttá. A háztartások sora olyan együtthatók vektora, amely a jövedelmeket és a közvetett adókat képviseli, a háztartások oszlopa olyan együtthatók vektora, amely a háztartások és a kormányzat kiadásait, valamint a nettó exportot képviseli.

Az (1) egyenlet azt mondja ki, hogy a kibocsátás  $Ax$  folyó ráfordításra és  $B\dot{x}$  növekedésre oszlik meg. Mivel a tőkeképződés endogén, a háztartási ág kiadásai a nemzeti jövedelemszámítás nyelvén egyenlőek a bruttó társadalmi termékkel plusz a bruttó magántőkeképződéssel. Ha az összes ágazat egyazon ütemben növekszik, akkor az (1) egyenlet átírható

$$(2) \quad (1 - A - \lambda B)x = 0$$

alakba, ahol  $\lambda$  az egyöntetű vagy „turnpike” növekedési ütem.

Tsukui [4] kimutatta, hogy  $\lambda$  olyan növekedési ütem, amely összefér a gazdaság összes szektorának teljes kapacitáskihasználásával. Ez a „turnpike” növekedési ütem a maximális az adott folyó- és tőkeráfordítási mátrixok mellett a kezdeti és végső időponti kibocsátások egy igen széles csoportjában. A „turnpike” növekedési ütemnek megfelel a kibocsátások egy arányrendszere, az  $(1 - A - \lambda B)$  mátrix pozitív sajátvektora. Így  $\lambda$  méri a gazdaság hosszú távú növekedőképességét, megadott  $A$  és  $B$  ráfordítási struktúra esetén, míg a kibocsátások arányrendszere nagyságrendileg jelzi az egyes ágazatok viszonylagos fontosságát az egyöntetű növekedés útvonalán. Tsukui [5] és Bródy [6] számított ilyen növekedési útvonalakat Japán és az Egyesült Államok részére. Számításaik azt sugallják, hogy mindkét gazdaság a számított útvonalhoz elég közel működik.

### 2.2. Számítási eljárás

Bródy [6] iteratív algoritmusát használtuk az egyöntetű növekedési ráták és kibocsátási arányok meghatározására. A bázisév  $x_0$  kibocsátási arányaiból kiindulva becsüljük  $\lambda$  közelítő értékét, s ennek segítségével újraszámítjuk az  $x_1$

egyensúlyi kibocsátási arányokat. Az iteráció a következő lépésekből áll

$$1. \quad \lambda_k = \frac{(1, \dots, 1) (1 - A) x_{k-1}}{(1, \dots, 1) B x_{k-1}}$$

$$2. \quad x_k = (A + \lambda_k B) x_{k-1}$$

ahol  $k$  az iteráció sorszáma. Az összes számítás 7 iteráción belül konvergált.<sup>1</sup>

### 2.3. Komparatív dinamika

Az  $A$  és  $B$  mátrixok strukturális változása persze megváltoztatja a „turn-pike” növekedési ütemét és kibocsátási arányait. E tanulmányban a strukturális változások kihatását mérjük fel a komparatív dinamika keretében. Meghatározzuk a növekedési ráta és a kibocsátási arányok viszonyítási alapját a korai 70-es évek termelési struktúráját képviselő folyó- és tőkeráfordítási mátrixai alapján. A bázisév mátrixain azután különböző változtatásokat hajtunk végre, hogy tükrözzék az energiatermelés új technológiáinak alkalmazását és a szennyezésvédelem szigorúbb szabványait. E strukturális változások külön-külön és együttes befolyása  $\lambda$  értékére jelzi hatásukat a gazdaság növekedőképességére. A kibocsátás számított arányainak változása képviseli a leírt strukturális változások különbözeti hatását az egyes ágazatokra.

A közvetett ráfordítási és tőkelekötési együtthatók változásának kihatása eltérő lesz a végső fogyasztás színvonalának és szerkezetének egyidejű változásától függően. Hogy a változó fogyasztás hatását megmutassuk, alternatív fogyasztási vektorokat vezetünk be az ipari együtthatók változásával kapcsolatban. Ezeket az alternatív fogyasztási szerkezeteket a 2.4.3. pont tárgyalja.

### 2.4. Adatforrások

#### 2.4.1. A bázisév mátrixai

Az Interagency Growth Project [7] 1970. évi 83 szektoros együtthatómátrixát választottuk bázisévi  $A$  mátrixunknak. Ez az együtthatómátrix a 60-as évek közepén kidolgozott és az 1970. évre vonatkozó becslések eredménye, nem pedig a tényleges 1970. évi statisztikai adatszolgáltatáson alapul. A tőkemátrix a Harvard Economic Research Project 1958. évi tőkemátrixának kiterjesztése az 1970—5. évi technológiákra és a Batelle intézet [8] munkája. A kiterjesztés mérnöki információkon és előrejelzésen alapul. Az a tény, hogy mind az  $A$ , mind a  $B$  mátrix becslés, nem korlátozza komolyabban használhatóságukat e tanulmányban, hiszen elsősorban arra szolgálnak, hogy vonatkozási pontokat kapjunk a vizsgálandó további egyedi változások elemzéséhez. Mind  $A$ , mind  $B$  1958. évi árakon készült. Az évi pótlási igényeket felbecsültük és hozzáadtuk az  $A$  mátrixhoz. A folyó- és tőkeráfordítási mátrixokat kibővítettük, hogy felöleljék a „háztartási” sort, amely az 1 dollár kibocsátásra eső

<sup>1</sup> A számításokat a Brandeis egyetem számítóközpontjának POP-10 jelű gépén végeztük Richard Drost PASTIM elnevezésű mátrixmanipulációs programjának segítségével.

jövedelemkifizetéseket és közvetett adókat tartalmazza minden iparágban, és a „háztartási” oszlopot, amely a végső kibocsátás (kivéve a bruttó tőkeképződés) felvásárlását képviseli a nemzeti jövedelem 1 dollárjára. A bázisév  $A$  és  $B$  mátrixaiból számított „turnpike” ütem évi 3.5 százalék volt.

#### 2.4.2. *Technológiai változatok*

A bázismátrixokat módosítottuk az új technológiákat képviselő együttthatók bevezetésével. Az új ipari struktúrák számszerű értékei Istvan, Just, Jenkins, Berlinsky, Kok és Dorsey [1] speciális tanulmányaiból erednek.

A strukturális változások három fő fajtáját vettük vizsgálat alá.

I. Az első az elektromos energia termelésének, átvitelének és elosztásának változó technológiájából fakad. A bázisév folyó ráfordításainak együttthatói helyébe az elektromos energia szektorának 1980-ra előirányzott ráfordítási struktúrájának együttthatóit tettük. Ezeket az új együttthatókat Istvan [9] becsülte fel. A bázisévi tőkelekötési mátrix megfelelő oszlopa helyébe hasonlóan az 1980. évi tőkeráfordításainak Istvan-féle becsléseit tettük. Istvan becslései azt mutatják, hogy az atomerőművek viszonylagos fontosságának, a szennyezésvédelem felszereléseinek, a különleges magasfeszültségű átvitelnek és a földalatti elosztásnak növekedése magasabb költségeket és különösen nagyobb tőkeigényességet eredményez. Az elektromos energiaipar tőkeigényessége becslése szerint 3.0-ról 4.9-re növekszik és a megfelelő reális költségek emelkedése (a pótlást is betudva) 9 százalékos.

II. A módosítások második fajtája szerint az elektromos energiatermelés tüzelőanyag fogyasztásának jelen színvonal feletti jövőbeni többletét szén-elgázosításból nyeri. A konvencionális tüzelőanyagok fogyasztását úgy csökkentettük, hogy a szén, olaj és földgáz ráfordítási együttthatót az elektromos energia termelésében korábbi értékük felére csökkentettük. Ezután a bázismátrixhoz hozzávettünk egy szénelgázosító iparágat. Ennek sorában egyetlen elem van, amely az elektromos energia elgázosított szén ráfordításait képviseli és egyenértékű a konvencionális tüzelőanyagfogyasztás BTU-ban mért fenti csökkentésével. Az oszlop Just [10] becsült ráfordítási struktúráját képviseli a szénelgázosítás „Hygas” rendszere alapján. Ez a legspekulatívabb e tanulmány összes új technológiája közt. Mivel nincs ipari tapasztalat a Hygas-eljárás vagy a többi lehetséges módszer terén, az együttthatók becslése spekulatívabb, mint például az atomerőművek, hűtőtornyok vagy a hulladékanyagok egészségre nem ártalmas elföldelése esetében. A környezetvédelmi szabványok megkívánják a szénelgázosítás vagy -folyósítás valamilyen eljárását, ha az eddiginél jobban hagyatkozunk a szénre. Az eljárás egy lehetséges és közepes költségű változat, a szénelgázosítás számos lehetősége közül.

III. Az elmúlt negyedszázad folyamán az energiaráfordítás együttthatói az összes fogyasztó ágazatban folytonosan nőttek, átlagosan mintegy 3 1/2 százalékkal évente [2] és a Szövetségi Energia Bizottság előirányzata aze elektromos energia fogyasztása tekintetében burkoltan feltételezi, hogy ez az irányzat a következő évtizedekben is folytatódik [11]. A megnövekedett elektromos energia fogyasztás valószínűleg elmélyíti a megváltozó energianyeresi technológiák kihatását. Az I. és II. szerinti technológiai változásokat képviselő számításokat megismételtük a bázisévi energia sor együttthatóinak 40 százalékos növelése mellett. A módosított elektromos energia sor jelzi a gazdaság energiafogyasztási hajlandóságát tíz év múlva, ha a jelenlegi irányzat folytatódik.

IV. Hogy a gazdaság-szerte gyakorolt szennyezésvédelmi rendszabályok kihatását tükrözzük, a bázisévi folyó és tőkeráfordítás mátrixokat kibővítettük, hogy magukbafoglalják a védelmi költség sori és egy vakváltozós védelmi oszlopot a szennyezés hat fajtája ellen: a levegő porszennyeződése, ipari vízszennyeződés, energiaszennyeződések, közületi csatornarendszerek, felszíni bányaművelés szennyeződései és közületi hulladékeltakarítás [12]. A védelem költségeit úgy számítottuk, hogy az 1971. évi Tiszta Lég törvényt kielégítsék és a közületi és ipari szennyvizek elsődleges kezelését biztosítsák (a szennyezéstartalom 85 százalékanak kiküszöbölése).

### 2.3.3. *A fogyasztás változatai*

A bázismátrixban a fogyasztás arányai az 1970. éveknek felelnek meg és a végső fogyasztás ugyanazon ütemben növekszik, mint az összes többi szektor. A jövőbeni fejenkénti fogyasztás attól függ majd, hogy a teljes végső fogyasztás növekedéséhez képest hogyan növekszik a népesség. A munkaerő növekedésének hiányában az elsődleges munkaráfordítás minden növekedése a növekvő termelékenységből ered, és így a fejenkénti reáljövedelem ugyanolyan ütemben növekszik, mint a gazdaság egységes növekedési üteme. Ha a népesség ugyanolyan ütemben növekedne, mint a gazdaság, akkor a fejenkénti jövedelem növekedése zérus volna. A következő évtizedben a népesség növekedésének üteme pozitív lesz, de valószínűleg alacsonyabb, mint a gazdaság növekedésének üteme, és a fejenkénti jövedelem valamelyes növekedése várható. A fogyasztás arányai várhatóan megváltoznak, ahogy a fejenkénti jövedelem növekszik és a termékek árai módosulnak. Mivel a háztartás szektora igen nagy, a fogyasztás struktúrája erőteljesen befolyásolja a növekedőképességet. A változó ipari technológiák kihatását négy különböző fogyasztási struktúra esetében számítottuk ki.

#### I. Az első a bázisév struktúrája.

II. A második nagyságrendileg követi a növekvő fejenkénti jövedelem okozta várható változásokat. Tíz év múlva, ha évi 2.5 százalékos termelékenységnövekedést tételezünk fel, a fejenkénti jövedelem várhatóan 28 százalékkal nagyobb lesz, mint ma.<sup>2</sup> Hogy a fejenkénti átlagjövedelem ilyen növekedésének a fogyasztás szerkezetére gyakorolt hatását felbecsüljük, feltesszük, hogy a kiadások struktúrája azonos marad a maival minden adott jövedelmi szinten. Mivel azonban az átlagos jövedelem emelkedik, a nagy jövedelműek kiadásai struktúrájának viszonylagos súlya is növekedni fog. Hogy a jövőbeni fogyasztás struktúráját felbecsüljük, újrasúlyozzuk az egyes jövedelmi szintvonalak kiadási struktúráját. Az új súlyozás megfelel a bázisévben 28 százalékkal kisebb jövedelműek jövedelmi arányainak. Az előírányzott struktúra legszembevetőbb eltérése a bázisévtől a személyes megtakarítás rátájában mutatkozik. Mivel a nagy jövedelműek sokkal többet takarítanak meg, mint az alacsonyabb jövedelműek, a II. változat megtakarítási rátája a bázisév háromszorosa. A történeti idősorok azonban azt mutatják, hogy a személyes megtakarítások a nemzeti jövedelem figyelemreméltóan állandó hányadát tették ki, s csak igen lassan növekedtek az idő múlásával és az egy főre jutó jövedelem emelkedésével.

<sup>2</sup> Mivel a számítások illusztratívák, a fejenkénti jövedelem itt megválasztott pontos növekedése kissé önkényes. A számított növekedési rátával való szabatos összefüggését csak egy iteratív eljárás biztosítaná.

III. Itt a megtakarítási hányad csak egy százalékkal növekedhet a bázisévi I. változathoz képest, a történeti irányzatnak megfelelően. A végső kiadások arányai egyébként a II. változatnak felelnek meg.

IV. A közvetkező tíz évben a növekvő energiaárak valószínűleg helyettesítésekhez vezetnek a kevésbé energiaintenzív termékek javára. Ez a változat a bázisévi fogyasztási arányokat energiamegtakarító irányban módosítja. Az energia közvetlen fogyasztását 20 százalékkal csökkenti, míg a többi fogyasztási cikk mennyiségét úgy növeli, hogy a bázisévi megtakarítási ráta változatlan maradjon.

### 3.0. Eredmények

#### 3.1. A változatok hatása $\lambda$ értékére

Az 1. tábla mutatja a növekedőképességre gyakorolt hatást az egyes egyedi technológiai változatok függvényében, külön-külön és együttesen, rögzített bázisévi fogyasztási struktúra mellett. A változások többsége nem érinti erősebben a növekedőképességet mint néhány tized százalék. Mégis az összesített kihatás jelentős. Az összes lég-, víz- és hulladékszennyeződés megszüntetése és a jelenleg kitűzött célok elérése  $\lambda$  értékét 3.5-ről 3-ra csökkenti. Az elektromos energia termelésének és elosztásának előrebecsült változása a szén elgázosításával együtt újabb 0.5 százaléknnyit süllyeszt  $\lambda$  értékén. A szennyezésvédelem és energiatermelés változásai együttvéve évi 2.6 százalékra csökkentik a hosszú távú növekedési képességet.

1. tábla

Hosszútávú növekedési képesség ( $\lambda$ ) új energia  
és környezetvédelmi technológiákkal 1970. évi bázison

	Évi százalék
<i>Strukturális változás</i>	
1. Nincs (bázisévi struktúra)	3,54
<i>Környezetvédelem</i>	
2. A levegő részecskevédelme (= 99%)	3,44
3. Ipari hulladék és vízvédelem (elsődleges kezelés)	3,47
4. Városi hulladék és vízvédelem (elsődleges kezelés)	3,45
5. Bányavizek	3,49
6. Hőszennyezés (hűtőtornyok)	3,52
7. Összes vízvédelem	3,33
8. Hulladékeltakarítás	3,33
9. Teljes környezetvédelem	3,03
<i>Új energiatermelő technológiák</i>	
10. 1980. évi elektromos energiatermelési technológia	3,32
11. 10. és szénelgázosítás	3,06
12. Energia és környezetvédelem (9 + 11)	2,59



### 3.2. A változások hatása az elektromos energia növekvő ipari felhasználása mellett

Az elektromos energiatermelés kihatása a növekedési rátára igen megerősödik, ha az elektromos energia használata terjed. A 2. tábla mutatja hogyan hatnak az új technológiák a növekedési rátára, ha az energiafogyasztás együttműködő nőnek. Istvan előirányzott elektromos energiatermelési változásai önmagukban 2 tized százalékkal csökkentik a növekedőképességet. Ha az elektromos energia felhasználásának együttműködőit 1.4-del szorozzuk a bázisévi mátrixban,  $\lambda$  értéke 0.6 százalékkal csökken. Ha ezt a növekedést Istvan előrejelzésével együtt vesszük figyelembe, akkor  $\lambda$  értéke 0.8 százalékkal csökken. A megnövekedett energiafogyasztási együttműködők hatása még drámaibb — 1 százaléknyi csökkenés —, ha Istvan előrejelzése mellett a szénelgázosítást is figyelembe vesszük. Az energiafelhasználás növekedésének költségei nagyobbak, mint az energiatermelés új technológiáinak kihatásai. Ezért az energiafogyasztás növekedése erőteljesebben csökkenti a növekedési rátát, mint az új technológiákra való áttérés. A két irányzat egymást erősítő hatása szembetűnő. Együttes hatásuk, 1.4 százalékkal, elég nagy ahhoz, hogy komolyan vegyük.

2. tábla

Hosszútávú növekedési képesség (7) változó energiatermelési technológiák és felhasználás esetén (évi százalék)

Energiatermelési technológia	Elektromos energia felhasználási együttműködő	
	1970 (a)	1970 $\times$ 1,4 (b)
1. Bázisévi	3,5	2,9
10. 1980. évi technológia	3,3	2,5
11. 1980. évi technológia és szénelgázosítás	3,1	2,1

### 3.3. Technológiai változások és fogyasztási változások együttesen

A „háztartás” modellünk legnagyobb szektora, felöleli az összes személyi és közületi fogyasztást. Jelenleg a fogyasztás színvonala nyersen a bruttó hazai magántőkeberuházásnak ötszöröse. Ezért nem lepődhetünk meg azon, hogy a háztartási kiadások és megtakarítások kis változása is ellensúlyozhatja az egyes ipari szektorokban végbemenő változás hatását. A 2.3.3. pontban tárgyalt fogyasztási struktúrák mindegyikére a 3. táblázatban találjuk meg  $\lambda$  megfelelő értékét.

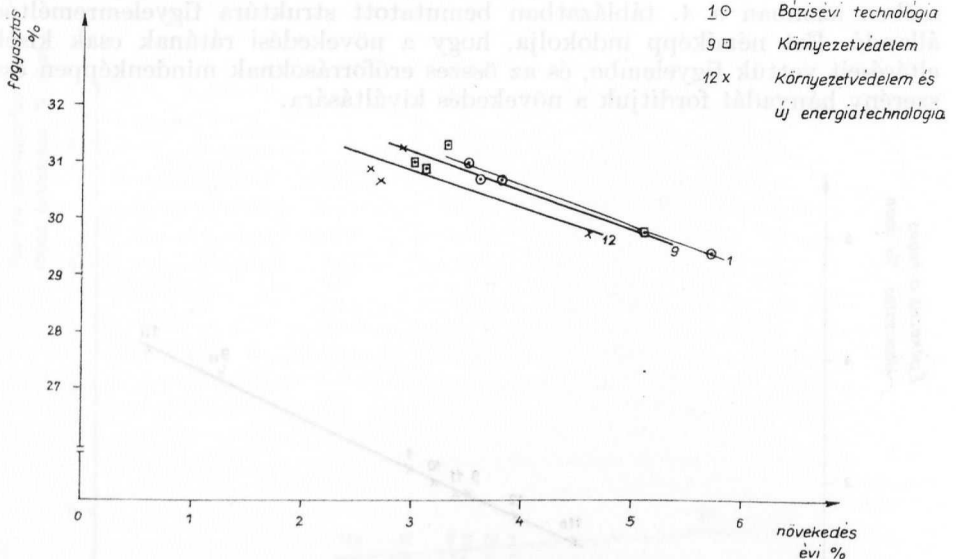
A 3. táblázat bizonyítja, hogy a gazdaság növekedése érzékenyen reagál a fogyasztási szerkezet változására. A végső fogyasztás energiaigényének csökkentése (iv) nagyban enyhíti az új energiatermelő technológiák hatását. Ha a megtakarítások az egyes jövedelmi szinteken állandóak maradnának (ii), akkor a növekvő fejenkénti jövedelem a megtakarítást annyira megnövelné, hogy 5–6 százalékos növekedés is fenntartható lenne, még a technológia „romlása” ellenére is. A nagyobb jólét azt jelenti, hogy többet költenek szórakozásra és szolgáltatásokra, kevesebbet élelmiszerre és házbérre. A fogyasztási szerkezet ilyen változása emeli a növekedőképességet, még ha a megtakarításokat meg is szorítjuk s a bázisévi hányad csak kevéssé növekszik.

3. tábla

Hosszútávú növekedési képesség (7) változó technológia és fogyasztási struktúra mellett (évi százalék)

Technológia	Fogyasztási struktúra			
	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
1. Bázisévi	3,5	5,7	3,8	3,6
9. Teljes környezetvédelem	3,0	5,1	3,3	3,1
12. Új energiatechnológia, szénelgázosítás és teljes környezetvédelem	2,6	4,7	2,9	2,7

Az 1. ábra mutatja a fogyasztás és a növekedés közti cserearányt, a környezetvédelem és az új energiatermelő technológiák alkalmazása esetén, és ezek nélkül.



1. ábra Cserearány a fogyasztás és növekedés között különböző technológiák esetén.

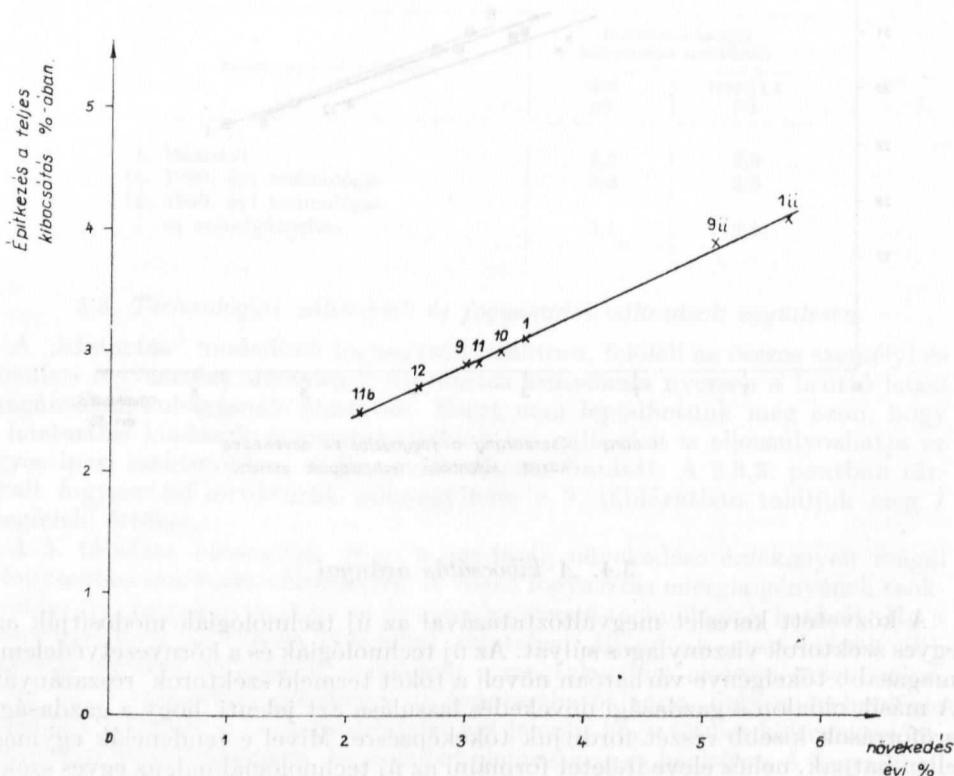
### 3.4. A kibocsátás arányai

A közvetett kereslet megváltoztatásával az új technológiák módosítják az egyes szektorok viszonylagos súlyát. Az új technológiák és a környezetvédelem magasabb tőkeigénye várhatóan növeli a tőkét termelő szektorok részarányát. A másik oldalon a gazdasági növekedés lassulása azt jelenti, hogy a gazdasági erőforrások kisebb részét fordítjuk tőkeképzésre. Mivel e tendenciák egymás ellen hatnak, nehéz eleve ítéletet formálni az új technológiáknak az egyes szektorok viszonylagos súlyára gyakorolt hatásáról. Számításaink némi útmutatást adnak e tekintetben.

A 2. és 3. ábra mutatja az új építkezések és a vas- és acélgégyártás szektorának viszonylagos hozzájárulását a teljes kibocsátáshoz a különféle számított változatokban. A teljes kibocsátás százalékát mérjük a függőleges tengelyen, míg  $\lambda$  értéke a vízszintes tengelyen szerepel. A pontok melletti körökbe beírt számok az 1., 2. és 3. táblázatban szereplő változatokra utalnak.

A 4. tábla mutatja, hogy az új építkezés viszonylagos súlya a gazdaságban 2.5 és 4.1 százalék közt mozog az egyes változatok alapján. Mivel az új építmény a legtöbb szektor tőkéjének és a háztartási befektetéseknek is a legnagyobb tényezője, nem meglepő, hogy súlya, egyenesen arányos a növekedési rátával. A vas- és acéligégyártás súlya azonban állandó, mivel az acélt sok fogyasztási cikk termeléséhez is felhasználják.

A legtöbb szektor viszonylagos súlya, mint az acélé, lényegében változatlan az e dolgozatban vizsgált változatok esetén. Az elektromos energiatermelés súlya a felhasználási együtthatók változásával módosul. Az élelmiszer viszonylagos súlya csökken, ha a nagy jövedelműek fogyasztási struktúrájának súlya növekszik és a növekedési ráta az 5 százalékhoz közel kerül. Nagyjában s egészében azonban a 4. táblázatban bemutatott struktúra figyelemreméltóan állandó. Ezt némiképp indokolja, hogy a növekedési rátának csak kisebb eltéréseit vettük figyelembe, és az összes erőforrásoknak mindenképpen csak szerény hányadát fordítjuk a növekedés kiváltására.



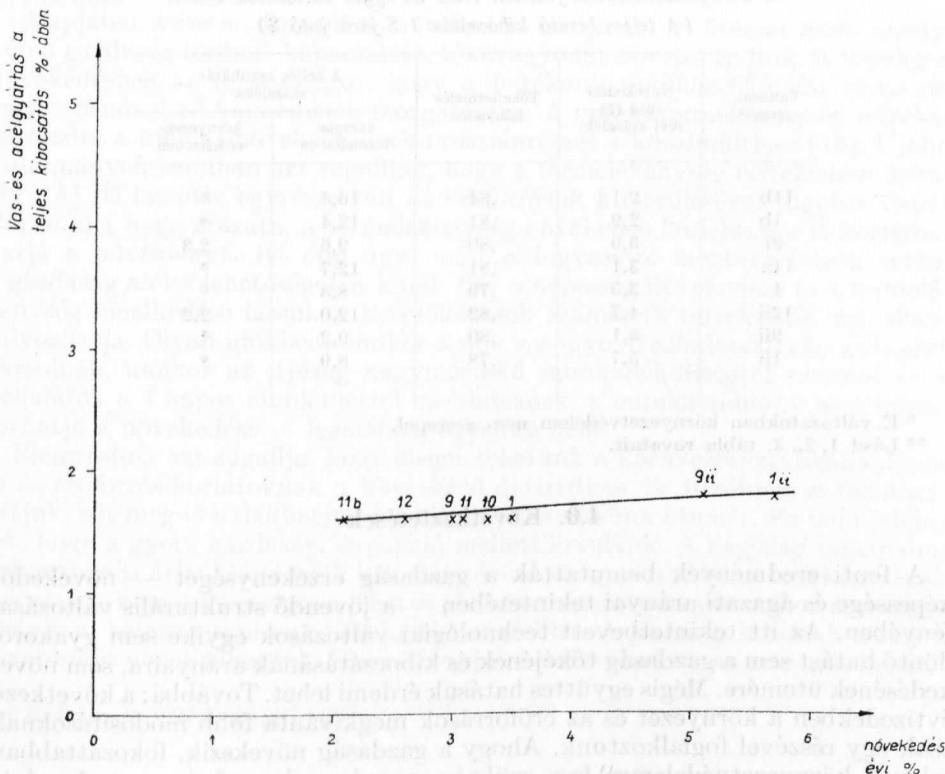
2. ábra Az építkezés súlya különböző növekedési ráták esetén.

4. tábla

Szektorok részesedése a teljes bruttó kibocsátásban eltérő technológiák és fogyasztási szerkezetek esetén (a teljes bruttó kibocsátás százalékában)

	Változat száma <sup>3</sup>							
	11b	12	9	11	10	1	9(ii)	1(ii)
λ értéke	2,1	2,6	3,0	3,1	3,3	3,5	5,1	5,7
új építkezés	2,5	2,7	2,9	2,9	3,0	3,1	3,9	4,1
karbantartó építkezés	2,2	2,1	4,4	2,1	2,1	2,2	2,1	2,1
élelmiszer	4,4	4,3	4,4	4,4	4,3	4,4	3,8	3,8
vas és acél	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,8	1,8
autó	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
elektromos energiatermelés	2,8	2,2	2,0	2,1	2,2	2,0	1,8	1,8

<sup>3</sup>Lásd az 1, 2., 3. tábla rovatait.



3. ábra A vas-és acélgártás súlya különböző növekedési rátek esetén.

## 3.5. A tőke változó összetétele

Míg az évi kibocsátás összetétele viszonylag azonos az egyes változatok esetében, a tőke növekvő részét fordítjuk energiatermelésre és környezetvédelemre, és az átlagos tőke/termelés hányados 6 százalékkal növekszik bázisévi értéke fölé a gazdaságban. Az 5. tábla mutatja, hogy általában nagyobb tőkeigényesség jellemzi az alacsonyabb növekedési rátájú változatokat. Bemutatja az összes tőkeberuházásnak az elektromos energiatermelésre és környezetvédelemre fordított részét is a különböző feltételezések mellett. Az elektromos energiatermelés részesedése az össztőkéből 8.8 százalék volt a bázisévben. Eredetileg is sokkal nagyobb tőkeigénye volt, mint a szektorok legtöbbjének. Az elektromos energiatermelés növekvő beruházásigénye és az elektromos-energia felhasználás növekedése jelentősen emeli az általános tőke-szükségletet.

5. tábla

*Összgazdasági tőke/termelési arányok és a beruházásnak az elektromos energiatermelésbe és környezetvédelemben fektetett része az egyes változások esetén  
(A teljes bruttó kibocsátás 1 \$-jára jutó \$)*

Változat száma**	Növekedési ráta (7) (évi százalék)	Tőke/termelés hányados	A teljes beruházás százaléka	
			energia-termelésben	környezetvédelemben
11b	2,1	,84	16,4	*
1b	2,9	,81	12,4	*
9i	3,0	,80	9,6	2,3
11a	3,1	,81	12,7	*
1	3,5	,79	8,8	*
12ii	4,7	,82	12,0	2,2
9ii	5,1	,80	9,2	*
1ii	5,7	,78	8,9	*

\* E változatokban környezetvédelem nem szerepel.

\*\* Lásd 1., 2., 3. tábla rovatait.

## 4.0. Következtetések

A fenti eredmények bemutatták a gazdaság érzékenységét — növekedőképessége és ágazati arányai tekintetében — a jövőndő strukturális változásai fényében. Az itt tekintetbevetett technológiai változások egyike sem gyakorol döntő hatást sem a gazdaság tőkéjének és kibocsátásának arányaira, sem növekedésének ütemére. Mégis együttes hatásuk érdemi lehet. Továbbá: a következő évtizedekben a környezet és az erőforrások megkívánta főbb módosításoknak csak egy részével foglalkoztunk. Ahogy a gazdaság növekszik, fokozottabban szigorú környezetvédelemre lesz szükség, csupán a levegő és a vizek adott minőségének fenntartására is. Új anyagok szennyező hatását fogjuk felismerni. A legtöbb ismert szennyezésvédelmi technológia igen élesen emelkedő költségekkel jár, ha a reziduális szennyezés százalékát csökkenteni kívánjuk. Általában az összes energiahordozó kitermelése és finomítása terén jelentős költség-emelkedéssel számolnak a jövőben.

A másik oldalon a növekvő energia- és szennyezési költségekre adott adaptív válaszok enyhíthetik ezek kihatását. Számításaink mutatják, hogy az elektromos energiatermelés felhasználási együtthatóinak évi 3.5 százalékos növekedése felerősíti az új energiatermelési technológiák növekedéscsökkentő hatását. Megfordítva: az együtthatók szerény csökkenése kiegyensúlyozhatná ezt a hatást. Ayres és Gutmanis [13] rámutat, hogy a jelenlegi legjobb gyakorlati megoldások lényegesen alacsonyabb szennyeződést okoznak, mint a jelenleg használt átlagos technológia. Az ipar és fogyasztó alkalmazkodását a változó energia és környezeti költségekhez nehéz előrelátni. Igen jelentőssé halmozódhatnak.

Ennek az elemzésnek a keretében a változó gazdasági lehetőségeket vizsgáljuk a pótlólagos technológiai változások fényében. Bár a „turnpiké” arányok igen szilárdak maradnak a figyelembevett változások esetén, nem volna reális, ha nem vennénk figyelembe a késedelmeket és a lehetséges szűk keresztmetszeteket, amelyek fellépnek a nagyobb technikai változások nyomán. Leontief [14] és Istvan [15] ad rugalmasabb módszert a kibocsátások és beruházások évről évre bekövetkező változásának felmérésére, ha letérünk a „turnpiké” útvonaláról.

Alapjában véve a „turnpiké” növekedési rátája azt az ütemet méri, amelyben a gazdaság termelő kapacitását, tőkevagyonát növelni tudjuk. A tényleges növekedéshez az is szükséges, hogy a hatékony munkaerő kínálat elégséges legyen a növekvő kapacitások mozgatására. A munkatermelékenység növekedése adta a kínálat növekedésének oroszlánrészét a közelmúltban [16]. Újabb tanulmányok azonban azt sugallják, hogy a termelékenység növekedése lassul [17, 18]. E lassulás egyrésze tán az erőforrások kimerülésével függhet össze. Bármi is a magyarázata, a termelékenység-növekedés késlekedése is korlátozhatja a növekedést. Itt épp úgy, mint a fogyasztói megtakarítások terén, a gazdaság széles lehetőségeket kínál. Bár a népesség növekedése és a termelékenység emelkedése lassul, a keresőképések számának növekedése ezt ellensúlyozhatja. Olyan időkben, amikor a nők a nagyobb alkalmaztatási arányért harcolnak, amikor az ifjúság nagymértékű munkanélküliségtől szenved és a vállalatok a 4 napos munkahéttel kísérleteznek, a munkaerőhiány nem korlátozhatja a növekedést — legalábbis egyelőre nem.

Elemzésünk azt sugallja, hogy eleget tehetünk a környezeti szabványoknak és az erőforrás-korlátoknak a következő évtizedben, és továbbra is fenntarthatjuk, sőt meg is haladhatjuk jelenlegi növekedésünk ütemét. Ez nem jelenti azt, hogy a gyors gazdasági expanzió mellett érvelünk. A nagyság társadalmi és környezeti átkait nem írják le kielégítően a környezetvédelmi tevékenységek vektorai, s nem is lehetséges a jelen és jövő összes cserearányát, itthon és a nagyvilágban, beleszorítani egy növekedési modellbe. A jelenlegi korlátok ellenére továbbra is növekedhetünk. Hogy kívánjuk-e a növekedést, az már más kérdés.

(Beérkezett, 1974. április 21.)

## IRODALOM

1. CARTER, A. P. (szerk.): Structural Interdependence, Energy and the Environment (megjelenés előtt).
2. CARTER, A. P.: Structural Change in the American Economy. Cambridge, 1970. Harvard University Press.
3. COMMONER, B.—CORR, M.—STAMLER, P. J.: „The Causes of Pollution” Environment, vol. 13, No. 3, 1971. ápr.
4. TSUKUI, J.: „Turnpike Theorem in a Generalized Dynamic Onput-Output System” Econometrica, vol. 34, No. 2, 1966. ápr. pp. 396—407.
5. MURAKAMI, Y.—TOKOYAMA, K.—TSUKUI, J.: „Efficient Paths of Accumulation and the Turnpike of the Japanese Economy” CARTER, A. P.—BRÓDY, A. (szerk.): Contributions to Input-Output Analysis. vol. 2, pp. 24—27. Amsterdam, 1970. North-Holland Publishing Company.
6. BRÓDY, A.: Proportions, Prices and Planning. Amsterdam, 1960. North-Holland Publishing Company.
7. U. S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics, Projections 1970 — Inter-industry Relationships — Potential Demand Employment. Bulletin No. 1536. Washington, 1966. Government Printing Office.
8. FISHER, W. H.—CHILTON, C.: An Ex Ante Capital Matrix for the United States, 1970—1975. Columbus, 1971. márc. Battelle Memorial Institute.
9. ISTVAN, R.: „The Environmental Impacts of Electric Power Production” CARTER, A. P. (szerk.): Structural Interdependence, Energy and the Environment (megjelenés előtt).
10. JUST, J. L.: „Impacts of New Energy Technology Using Generalized Input-Output Analysis” (kiadatlan doktori disszertáció) Cambridge, 1972. M. I. T.
11. Federal Power Commission, Bureau of Power, Trends and Growth Projections of the Electric Power Industry. Washington, 1969. Government Printing Office.
12. LEONTIEF, W. W.: „Environmental Repercussions and the Economic Structure: An Input-Output Approach” Review of Economics and Statistics. vol. 52, 1970. aug. pp. 262—271.
13. AYRES, R. U.—GUTMANIS, I.: „Technological Change, Pollution and Treatment Cost Coefficients in Input-Output Analysis” RIDKER, R. G. (szerk.): Population, Resources and the Environment. vol. 3, The Commission on Population Growth and the American Future Research Reports. Washington, 1972. Government Printing Office.
14. LEONTIEF, W. W.: „The Dynamic Inverse” CARTER, A. P.—BRÓDY, A. (szerk.): Contributions to Input-Output Analysis. vol. 1, pp. 17—46. Amsterdam, 1970. North-Holland Publishing Company.
15. ISTVAN, R.: „Interindustry Impacts of Projected Electric Utility Capital Formation” CARTER, A. P. (szerk.): Structural Interdependence, Energy and the Environment (megjelenés előtt).
16. SOLOW, R. M.: „Technical Change and the Aggregate Production Function” Review of Economics and Statistics. vol. 39, 1957. aug. pp. 312—320.
17. NORDHAUS, W. D.: „The Recent Productivity Slowdown” Brookings Papers on Economic Activity. vol. 3, 1972.
18. ALMON, C. JR.—BUCKLER, M. B.—HORWITZ, L. M.—REIMBOLD, T. C.: 1985 Industry Forecasts of the American Economy INFORUM Research Report no. 9. College Park, University of Maryland Bureau of Business and Economic Research, 1973. aug.

## ENERGY, ENVIRONMENT AND ECONOMIC GROWTH

On hand of engineering and technological information the impact of new environmental standards and new technologies for generating, transmitting and distributing electric power is assessed. A dynamic input-output model is exploited to compute the ensuing changes in the growth potential (turnpike growth rate) and in the relative importance of sectoral inputs.

## ЭНЕРГИЯ, ОКРУЖАЮЩАЯ СРЕДА, ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ

На базе сбора соответствующих технико-экономических данных автор оценивает ожидаемое влияние новых технологий производства энергии и защиты окружающей среды. В докладе используется динамический межотраслевой баланс, для расчета изменения пропорции способности роста "turnpike" и векторов.

## A mezőgazdasági vállalatok fejlesztésének lineáris-dinamikus modellje<sup>1</sup>

A korszerű matematikai tervezési módszereket mind szélesebb körben használják a mezőgazdasági vállalatok különböző döntési problémáinak megoldására. Az elmúlt néhány évben már viszonylag jelentős számú mezőgazdasági vállalat használta fel a lineáris programozás módszerét távlati terveinek kialakításában.<sup>2</sup> A matematikai módszerek számos olyan terv alapját képezték, amelyek a gyakorlati megvalósításban is sikeresnek bizonyultak. A lineáris programozás nagyobb mértékű felhasználásával együtt világossá vált az is, hogy e módszer alkalmazása ugyan hatalmas előrelépés a korábbi tervezési gyakorlathoz képest, ugyanakkor ez az eljárás sem képes a valóságot jelentős egyszerűsítések nélkül megragadni.

A lineáris programozás módszerével számított vállalati terveket ért bírálatok jelentős része a *módszer statikus jellegére* vezethető vissza. Kétségtelen, hogy a lineáris programozás statikus jellegű módszer. Segítségével kiszámítható a célként kitűzhető gazdálkodási program, azonban semmilyen információt nem kapunk a célhoz vezető útról, a cél megvalósításának optimális időbeli ütemezéséről. Amennyiben rövidebb távú számításokat végzünk, a statikus jelleg általában nem okoz különösebb problémát. Ha viszont hosszabb távra — pl. 5 évre — kívánunk tervet kidolgozni, az idő elhanyagolása már lényegesen nagyobb egyszerűsítés.

Általában elmondható, hogy az *idő-tényező a mezőgazdaságban a termelés más területeihez képest különleges jelentőséggel bír*. A mezőgazdasági termelésben a termelési periódusok viszonylag hosszúak, általában meghaladják az egy évet, sőt nem egyszer több évet tesznek ki. A termelésben léteznek kritikus időszakok, amelyekben belül bizonyos munkaműveleteket feltétlenül el kell végezni. A már egyszer megkezdett termelési folyamat gyakorlatilag csak az összes korábban eszközölt ráfordítás elvesztésével állítható át más irányba. A termelés természeti-technológiai sajátosságaiból eredő fenti jellemvonások mellett mindenekelőtt a pénzügyi és beruházási kérdések igénylik az idő valamilyen módon történő figyelembe vételét. A statikus vállalatfejlesztési modellek egyik nagy hiányossága a pénzügyi döntések viszonylag nagymértékű leegyszerűsítése. Ezen egyszerűsítésekre éppen a statikus jelleg miatt van szükség, hiszen a cél-évre készített modellekben a hitelgazdálkodás és a fejlesztés kifejezetten dinamikus problémáit csak igen összevontan lehet kezelni.

<sup>1</sup> A tanulmány anyagát a szerző előadta a KGST országok közötti tudományos együttműködés keretében „Az időtényező kezelése a mezőgazdasági tervezési modellekben” címmel rendezett nemzetközi konferencián. (Razdejovice, Lengyelország, 1974. április 29—május 5.)

<sup>2</sup> A komplex mezőgazdasági vállalati tervek lineáris programozási modellje e folyóiratban is megjelent [5], [6].



A *dinamikus programozás* lehetővé teszi a jelenségek dinamikus jellegének megragadását. Néhány esetben már kísérletet tettek e módszer mezőgazdasági alkalmazására is. Eredményesen használták e programozási ágat különböző kisebb vállalati részproblémák megoldásában, mindenekelőtt olyan területeken, ahol a dinamikus jelleg alapvető fontosságú. Így a dinamikus programozást alkalmazták már a mezőgazdasági gépek cseréjére, felújítására vonatkozó döntés megalapozásában [7], [11]. Hasonlóképpen sor került a tehén és a tojó-állomány optimális lecserélési programjának, valamint az ültetvény-pótlási terveknek dinamikus programozással való meghatározására is. Mindenekelőtt számítástechnikai nehézségek miatt azonban a dinamikus programozás módszerét jelenleg még komplex vállalati tervek készítésére nem tudjuk felhasználni.

Mivel a nagyobb méretű dinamikus programozási modellek számítástechnikai kérdései megoldatlanok, a *lineáris programozás keretein belül kell keresnünk a lehetőséget dinamikus jellegű tervek készítésére*. A lineáris programozási modellek alkalmassá tehetők az időtényező figyelembevételére. Ez esetben természetesen a dinamikus folyamatok modellezésének csak közelítő megoldásáról lehet szó, amikor a lineáris programozási modellt annyi blokkból építjük fel, ahány időszakra a kérdéses fejlesztési periódust tagolni kívánjuk. Hasonlóan a hazai törekvésekhez, más országokban is elsősorban az ún. kvázidinamikus modellek segítségével próbálják megoldani az idő figyelembevételét a mezőgazdasági vállalati modellekben.<sup>3</sup> Az alábbiakban, támaszkodva a témával kapcsolatos kutatási eredményekre, egy *olyan lineáris-dinamikus modellt írunk le, amely lehetővé teszi komplex fejlesztési programok kiszámítását gazdaságaink számára*.

## 1. A modell felépítésének néhány alapkérdése

A lineáris-dinamikus modellek általános jellemzője a dinamikus folyamatok modellezésének közelítő megoldása. E közös vonás mellett e modellek alkalmazásának többféle konkrét megoldása képzelhető el attól függően, hogyan foglalkunk állást a dinamikus modellekre jellemző — zömében az időtényező kezelésével összefüggő — néhány alapvető kérdésben.

Az egyik ilyen kérdés a *tervezési horizont és azon belül a periódusok hosszúságának megválasztása*. Azt, hogy milyen legyen a dinamikus modell által átfogott időszak hosszúsága, mindenekelőtt a műszaki-technikai fejlődés üteme, a gaz-

<sup>3</sup> A *szocialista országokban* általában a vizsgálódások középpontjában a mezőgazdaság népgazdasági tervezési problémáinak matematikai megoldása áll. A lineáris-dinamikus modellekkel kapcsolatos kutatómunka is elsősorban népgazdasági tervezési célú. *Kubas, P.* és munkatársai 1969-ben megjelent könyvükben [9] ismertették egy egyszerű vállalati lineáris-dinamikus modellt. A vállalati modellek dinamizálása területén elsősorban a csehszlovák (*Kundrat, J.* [10]), a szovjet és a német (*Badewitz, S.* [2]) eredmények a figyelemre méltóak.

A *tőkés országokban* a vállalati modellek dinamizálásával, a lineáris-dinamikus modellek segítségével mindenekelőtt a gazdaságpolitikai döntések jobb megalapozását igyekeznek szolgálni. Az egész vállalatot átfogó kvázi-dinamikus modellek szerkesztése tehát nem elsősorban vállalati tervezési célokat szolgál. E modellek segítségével vizsgálják a különböző típusú gazdaságok növekedésének jellemzőit és igyekeznek arra a kérdésre választ kapni, hogy milyen feltételek mellett lenne a vállalati növekedés üteme a kívánatos. Az ilyen kutatások közül különösen érdekes *Heidhues, T.* [8], *Cocks, K. D.* és *Carter, H. O.* [4], valamint *Boehlje, M. D.* és *White, T. K.* [3] munkája.

dasági szabályozók jelentősebb mértékű változásának gyakorisága, valamint a termelés legfontosabb tényezőinek avulási ciklus-ideje befolyásolja. Igen fontos tényező, hogy az említett területekre milyen időtartamra készíthetők megbízható előrejelzések, szerezhetőek be információk. Feltétlenül igazodni kell a vállalati modelleknek a népgazdasági és a területi tervek időhorizontjához is. Az említett tényezők következetes végiggondolása egyértelműen bizonyítja, hogy a mezőgazdaságban az 5 éves időszak tekinthető a leghosszabb olyan periódusnak, *amelyre még viszonylag részletes és konkrét gazdasági program készíthető*. Az 5 évnél hosszabb időszakot felölelő terv viszont a változások és a fejlődés előrejelzésének nehézségei miatt inkább csak *prognózis*nak tekinthető. Figyelembe véve a népgazdasági tervezés rendszerét és a többi említett tényezőt, ez azt jelenti, hogy a *lineáris-dinamikus modellek legcélszerűbb időhorizontja az 5 év*, tehát egy *középtávú vállalati terv időszaka*. Természetesen elvileg a lineáris-dinamikus programozás hosszútávú tervek készítésére is felhasználható. Ez esetben azonban a *középtávú tervtől minőségileg eltérő feladat* megoldásáról van szó. Mivel a hosszútávú terv minőségileg és tartalmilag eltér a középtávú tervektől, kidolgozása is más módszereket igényel. Ennek megfelelően a *hosszútávot átfogó lineáris-dinamikus modelleknek is alapvetően különbözniök kell a középtávú modellek megoldásaitól*.

A továbbiakban a lineáris-dinamikus modellek két lehetséges alaptípusa közül a gyakorlati munka szempontjából fontosabb középtávú, tehát 5 évet átfogó változattal foglalkozunk. E modell belső tagolására többféle lehetőség kínálkozik. Figyelembe véve a gyakorlati tervezés menetét, a különböző termékek előállításai folyamatainak hosszát, valamint a modellek méretével kapcsolatos kívánalmakat, az *éves tördelés* látszik a legcélszerűbbnek.

A második alapkérdés az *időtényező közelítő figyelembevételének módjával kapcsolatos*. Az egyik lehetőség az ún. rekurzív programozás,<sup>4</sup> amikor külön modelleket építünk fel a fejlesztés minden egyes időszakára. Ez esetben tehát annyi elemből álló modell-sorozatot készítünk, ahány időszakra a fejlesztési periódust tagolni kívánjuk. Az első lépés az első időszakra vonatkozó modell megoldása, majd ennek eredményeit felhasználva számítjuk ki a második modellt. Ez a folyamat folytatódik egészen az utolsó időszakra vonatkozó modell megoldásáig. A rekurzív programozás esetében a fejlesztés programja az időszakonkénti optimumok sorozatából tevődik össze, amelyek ugyan kétségtelenül egymásra épülnek, mégis egymástól függetlenek.

A másik út az időszakok számának megfelelő számú blokkból álló *szimultán modell* megkonstruálása. Ekkor egy olyan lineáris programozási modellel van dolgunk, amelyben külön feltételrendszerek szolgálgják az egyes időszakokra vonatkozó összefüggések, kapcsolatok figyelembevételét, azonban ezek az időszakok közvetlenül kapcsolódnak egymáshoz. Az optimális fejlesztési programot az időszakok együttesére, egyszerre számítjuk ki, vagyis az egyes időszakokra vonatkozó eredmények a fejlesztés egész folyamatát tekintve optimálisak és nem feltétlenül egyeznek meg az időszakonkénti számítások optimaival.

Mindkét megoldásnak van előnyös és hátrányos oldala. A szimultán modell általános viszonylag nagyméretű lineáris programozási feladat, amelynek megoldása a mai számítástechnikai lehetőségek között rendszerint nehézkes és költséges. A rekurzív programozással számított időszakonkénti optimumok

<sup>4</sup> Ilyen jellegű modellt ír le *Heidhues, T.* [8] és *Kundrat, J.* [10].

viszont együttesen nem biztos, hogy a fejlesztés optimális változatával egyenlők. Mindent összevetve a szimultán modell gyakorlati alkalmazása látszik célszerűbbnek. A komplexségből, a fejlesztés egészét átfogó optimalizálásból eredő előnyök ugyanis, úgy véljük, kompenzálják a már említett számítástechnikai nehézségeket.

A fejlesztési terv lineáris-dinamikus modelljének módszertani kiindulópontjai a már eredményesen alkalmazott statikus vállalatfejlesztési modellek lehetnek. A kvázidinamikus modell egyes időszakokra vonatkozó blokkjai belső struktúrájukban a statikus modellek jellemvonásait viselik magukon. Ezért a lineáris-dinamikus modell felépítésének fontos kérdése a *statikus modell-részek felépítési elveinek a meghatározása*.

A valóság összefüggéseit a statikus modellek közül viszonylag legpontosabban az *erőforrás-felhasználás és a termelésszerkezet együttes optimalizálására alkalmas modell ragadja meg*.<sup>5</sup> E modellben lehetőség van a termelési struktúra és az erőforrás-felhasználás és szükséglet döntési problémáinak összekapcsolására és együttes megoldására. Az egyes erőforrások időszerű hasznosítása miatt az ilyen modelleket rövidebb időszakokra kell felbontani. Amennyiben tehát a lineáris-dinamikus modell egyes blokkjait e modellszerkesztési elv szerint építjük fel, úgy a dinamikus jelleg fokozottabban érvényesül.

Természetesen ezt a modellszerkesztési módot a többperiódusú modell sajátos körülményeihez alkalmazkodva lehetséges csak felhasználni. A termelési szerkezet és az erőforrások komplex optimalizálására alkalmas lineáris programozási modellek mérete meglehetősen nagy. Nyilvánvalóan a dinamizálásra való törekvés miatt amúgyis hatalmasra duzzadt modellel kapcsolatos számítástechnikai problémákat ez a tény csak tovább fokozza. Ilyen körülmények között tehát semmiképpen sem lehetnek az egyes évekre vonatkozó modellrészek olyan részletezőek, mint a cél-időszakra konstruált statikus modellek, a statikus modellek megoldásai csak módosított formában alkalmazhatók.

## 2. A változók

A lineáris-dinamikus fejlesztési modellben a változók két típusa szerepel. A modell változóinak jó része *időszakonként*<sup>6</sup> kerül megadásra, szimbolizálva valamely év egy lehetséges gazdasági tevékenységét. Emellett szükség lehet olyan változókra, amelyek az *időszakok összességére*, tehát a terv egészére vonatkoznak.

Az egyes éveken belül az alábbi típusú változók szerepeltetésére lehet szükség:

1. *Termelési változók*, amelyek a növénytermelés, állattenyésztés és a feldolgozó, valamint kiegészítő tevékenységek lehetséges irányait fejezik ki valamely évben.
2. *Kereskedelmi változók*, amelyek az értékesítés és a beszerzés különböző irányainak felelnek meg.
3. *Erőforrás-felhasználási (technológiai) változók*, évenként, esetleg az éveken belül rövidebb időszakok szerint is bontva adják meg a különböző erőforrások felhasználási területeit.

<sup>5</sup> Lásd ezzel kapcsolatban a [6] alatti tanulmányt.

<sup>6</sup> Középtávú, ötéves terv esetén a modellt évekek megfelelő, tehát összesen öt blokkra célszerű bontani.

4. *Erőforrás-szükségleti és beruházási változók*, amelyek valamilyen erőforrásból szükséges, illetve rendelkezésre álló kapacitás nagyságát mutatják évenként.

5. *Finanszírozási változók*, amelyek a gazdaság különböző lehetséges pénzügyi műveleteit szimbolizálják évenként, valamint lehetővé teszik az eredmények továbbvitelét egyik évről a másikra.<sup>7</sup>

6. *Egyéb változók*, amelyek alkalmazását mindenekelőtt számítástechnikai okok vagy speciális gazdasági körülmények tehetik szükségessé.

A *fejlesztés egészére vonatkozó változók* az előzőekben említett bármelyik típusúak lehetnek, mindenekelőtt azonban pénzügyi jellegűek; összegező szerepet töltenek be és az alapvető gazdasági célok modellezésével kapcsolatosak. Így változóval szimbolizálhatjuk az összes nyereség vagy termelési érték tömegét stb.

*Jelöljük* modellünkben a termelési változókat  $x$ -szel, a kereskedelmi változókat  $y$ -nal, az erőforrás-felhasználási változókat  $u$ -val, az erőforrás-szükségleti-beruházási változókat  $v$ -vel, a pénzügyi változókat  $z$ -vel, míg az egyéb változókat  $e$ -vel. Ezen változók tehát évenként kerülnek megadásra, amit a felső indexként alkalmazott jelöléssel fejezünk ki:  $x_i^{(t)}$  = az  $i$ -edik termelési tevékenység volumene a  $t$ -edik évben. Az időszakhoz nem kötött, tehát a terv egészére vonatkozó változók szimbólumaként használjuk az  $X$ -et.

### 3. A korlátozó feltételek rendszere

A lineáris-dinamikus modellben a korlátozó feltételek évek szerint tagolódnak, az egyes évek közötti kapcsolatokat főként a speciális változók teremtik meg. Szerepelnek azonban a modellben több évet, vagy a terv egészét átfogó összefüggések is.

#### 3.1. Az anyagi-technikai<sup>8</sup> erőforrásokkal kapcsolatos korlátozó feltételek

A rendelkezésre álló anyagi-technikai erőforrások, ezek felhasználása a fejlesztés egész, illetve évenkénti programja szempontjából egyaránt alapvető jelentőségű. A modell alapkoncepciójának megfelelően a fejlesztés programjának olyan optimalizálására kell törekednünk, amely a vállalati nyereség maximumára törekvés mellett az ésszerű és hatékony erőforrás-felhasználásra is lehetőséget nyújt. Az anyagi-technikai erőforrások felhasználásával kapcsolatos feltételeket természetesen évenként kell megadnunk.

Az *anyagi-technikai erőforrások egy kisebb csoportja merev korlátot állít a gazdaságok elé, tehát gyakorlatilag nincs lehetőség a rendelkezésre álló kapacitások bővítésére*, a kapacitás változását a gazdaság nem befolyásolhatja (pl. öntözőművek kiépítésétől függő öntözési kapacitás). Ilyen erőforrás mindenekelőtt a föld, a különböző minőségű talajok területe, a folyókból, csatornákból nyer-

<sup>7</sup> A *finanszírozási változók* három csoportra orszthatók. *Egy részük* a gazdaság valamely évben végrehajtott pénzügyi műveleteinek volumenét mutatja (pl. hitelfelvétel, hitelvisszafizetés). A *második csoportjuk* összegező szerepet tölt be, szolgálva a jövedelem képződésének és felhasználásának tervezését (pl. összes nyereség, összes munkabér valamely évben), a *harmadik csoportra* pedig a gazdasági szabályozók modellbe építése miatt van szükség (pl. termelési érték növekmény valamely évben).

<sup>8</sup> Anyagi-technikai erőforrásokon a gépeket, épületeket, felszereléseket, anyagokat stb. értem.

hető öntözővíz mennyisége stb. A merev korlátként jelentkező erőforrások egy része olyan, hogy a számításba vehető kapacitás a fejlesztés valamennyi időszakában azonos. Más részüknél viszont a gazdaságtól független változásokkal kell számolni és így az évenként figyelembe vehető kapacitások eltérőek.

A merev korlátként kezelendő erőforrásokkal kapcsolatos korlátozó feltétel az alábbi:

$$\sum_i a_{ij}^{(t)} x_i^{(t)} \leq A_j^{(t)}$$

ahol:

$a_{ij}^{(t)}$  = a  $j$ -edik erőforrás fajlagos felhasználási koefficiense a  $t$ -edik időszakban,

$A_j^{(t)}$  = a  $j$ -edik erőforrás kapacitása a  $t$ -edik évben.

Az anyagi-technikai erőforrások jelentős része esetén azonban nem követhetjük a fenti megoldást. A gazdaságok általában a különböző erőforrásokból szükséges kapacitásokat és az anyagi-technikai erőforrások felhasználási programját a középtávú terv részeként határozzák meg. Ennek megfelelően a lineáris-dinamikus modellben is szükség van olyan feltételekre, amelyek a termékelőállítás oldaláról jelentkező igények és az ezek kielégítésének lehetőségeit szimbolizáló erőforrás-felhasználási változók, valamint az erőforrás-felhasználás és az anyagi-technikai erőforrások szükséges kapacitásait megadó erőforrás-szükségleti változók kapcsolatát fogalmazzák meg.

A növénytermelés és az állattenyésztés termelési feladatainak megoldására vonatkozó összefüggés a  $t$ -edik évben:

$$t_{ij}^{(t)} x_i^{(t)} - \sum_k f_{kij}^{(t)} u_{kij}^{(t)} \leq 0$$

ahol:

$t_{ij}^{(t)}$  = az  $i$ -edik növénytermelési, illetve állattenyésztési tevékenységnek jelentkező  $j$ -edik termelési feladat méretét kifejező koefficiens;<sup>9</sup>

$f_{kij}^{(t)}$  = az említett termelési feladatból az  $k$ -edik erőforrás egységnyi alkalmazásával megoldható volumet kifejező koefficiens;

$u_{kij}^{(t)}$  = a  $k$ -edik erőforrásból az  $i$ -edik mezőgazdasági termelő tevékenység  $j$ -edik termelési feladatának megoldásánál felhasznált (igénybevett) mennyiség.

A termelési feladatok jelentős részét — különösen a növénytermelésben — meghatározott rövid időszak alatt kell teljesíteni. Ezért az anyagi-technikai erőforrások hasznosítására vonatkozó korlátozó feltételeinket a munkák elvégzésének agronómiailag indokolt időszakait figyelembe véve kell megfogalmazni. E feltételek tehát az éveken belül kisebb időtartamokra bomlanak. Az egyes termelési ágaknál technológiai vagy agronómiai okokból korlátozhatjuk valamely erőforrás típus vagy típusok igénybevételének volumenét és előírhatunk összefüggéseket a különböző anyagi-technikai erőforrás-típusok egymáshoz kapcsolódó vagy egymást kizáró alkalmazására is.

Hasonlóan az előzőekben említett feltételekhez, az éveken belüli kisebb periódusok szerint szükség van olyan összefüggésekre, amelyek biztosítják,

<sup>9</sup> Ez esetben tehát a termelési változók technikai koefficiensei nem a fajlagos ráfordításokat, hanem a termelési feladatok volumenét (pl. búza esetében az 1 ha-ról elszállítandó termés mennyiségét stb.) mutatják.

hogy az *erőforrás-felhasználási változókkal előírányzott felhasználások fedezete* rendelkezésre álljon. Ehhez az alábbi típusú feltételekre van szükség:

$$\sum_i \sum_j u_{kij}^{(t)} \leq v_{km}^{(t-1)} + v_{ku}^{(t)}$$

ahol:

$v_{km}^{(t-1)}$  = a  $k$ -adik erőforrásból meglevő kapacitás a  $(t - 1)$  év végén;  
 $v_{ku}^{(t)}$  = a  $k$ -adik erőforrásból a  $t$ -edik évben újonnan létesítendő kapacitás.

A termelési szerkezet, valamint az erőforrás-felhasználás és -szükséglet együttes optimalizálását megoldó modellek, mint utaltunk rá, viszonylag nagyméretűek. A lineáris-dinamikus modellek esetében a mérétek csökkentése miatt alapvető fontosságú, hogy viszonylag a legegyszerűbben járjunk el. Éppen ezért — néhány kivételtől eltekintve — célravezető lehet, hogy a *fontosabb és meghatározó jelentőségű termelési feladatok megoldására szűkítsük le az erőforrás-felhasználás optimalizálását*. A többi termelési feladatnál viszont előzetesen rögzítjük a felhasználandó anyagi-technikai erőforrásokat. Ez esetben a következő típusú összefüggések szerepelnek a modellben:

$$\sum_i k_i^{(t)} x_i^{(t)} + \sum_i k_i^{(t)} y_i^{(t)} + \sum_i \sum_j u_{kij}^{(t)} \leq v_{km}^{(t-1)} + v_{ku}^{(t)}$$

ahol:

$k_i^{(t)}$  = a  $k$ -adik típusú erőforrásból a  $t$ -edik évben szükséges felhasználásokat kifejező fajlagos felhasználási koefficiens.

Végül az anyagi-technikai erőforrásokkal kapcsolatos korlátozó feltételek között szerepelniök kell olyan összefüggéseknek, amelyek az *évvégi kapacitás változók meghatározását* szolgálják. Ez a változó jelenik meg a következő évre vonatkozó blokkban, mint az év elején rendelkezésre álló kapacitás. (Az első évre a kapacitások adottak.) Ez az összefüggés az alábbi:

$$v_{km}^{(t-1)} + v_{ku}^{(t)} = v_{km}^{(t)} + L_k^{(t)}$$

ahol:

$L_k^{(t)}$  = a  $k$ -adik típusú erőforrásból a  $t$ -edik év végén kiselejtezett kapacitás.

Láthatjuk, hogy az egyes években kiselejtezendő állóeszköz-volumen a tervkészítés időpontjában meglevő eszközök életkorának és használhatósági fokának ismeretében előzetesen rögzítjük. Ez megengedhető, hiszen 5 év alatt az újonnan létesítendő állóeszközök kiselejtezésére még nem kerül sor. Készíthető azonban olyan lineáris-dinamikus modell is, amelyben az állóeszköz-kiselejtezés időpontjának megválasztása a modell által átfogott döntési problémák között szerepel.

A fenti feltételeket az anyagi-technikai erőforrások különböző típusaival kapcsolatosan építjük a modellbe. Mindenekelőtt ilyenek a gépek és felszerelések, berendezések. A legtöbb anyag felhasználását elegendő költségként figyelembe venni. Az anyagok közül a takarmányokat célszerű kiemelni, mivel a takarmánygazdálkodás a mezőgazdasági vállalat speciális és nagyjelentőségű döntési területe. Az előzőekben leírt módon oldható meg az élőmunka kapacitások beépítése és a szükséglet meghatározása is.

### 3.2. A beruházások szerepeltetése

A középtávú tervek egyik központi problémája a beruházások méretének és irányának a meghatározása. Így a lineáris-dinamikus modellekben is rendkívül fontos e terület megfelelő szerepeltetése. A mezőgazdasági vállalatok beruházási tevékenysége a termelés vegyes jellegéből eredően sokrétű, ezért a lineáris-dinamikus modellben különböző megoldások párhuzamos alkalmazására van szükség. A modellben eltérő kezelést igényelnek:

- a gépi beruházások és telkesítések,
- az ültetvény-telepítések,
- az állattenyésztési és feldolgozóüzemi, valamint az egyéb épület beruházások.

A *gépesítési* (traktor, kombajn, munkagép stb.) *beruházások* modellbe építése a legegyszerűbb. A beruházás gyakorlatilag valamilyen eszköz megvásárlását jelenti és lebonyolítása *nem lépi túl az egyes évek kereteit*. Így a beruházás kifejezésére elegendőek az előző pontban említett  $v_{ku}^{(t)}$ -vel jelölt változók, amelyek értékei megadják egy-egy év gép-beruházási programját. Lényegében hasonló módon járhatunk el a *telkesítések* esetében is, hiszen az egyes években megvalósítandó talajjavítási és meliorációs munkák általában külön választhatók a többi év hasonló beruházásaitól.

Az *ültetvény-telepítés* a beruházások másik fontos típusa. Ez esetben az adott évben bekövetkező kapacitásnövekedés (termőre-fordulás) *több éves beruházási tevékenység* eredménye. A termőre-fordulás ideje, tehát a beruházás megvalósulásának az időtartama azonban az ültetvény típusától függő, kötött tényező. A gazdaság elsősorban a telepítés volumenéről dönthet. Így

$$v_{ku}^{(t)} = v_{kb}^{(t-u)}$$

ahol:

- $v_{ku}^{(t)}$  = a  $t$ -edik évben termőre fordult  $k$ -adik típusú ültetvény volumene;
- $v_{kb}^{(t-u)}$  = a  $k$ -adik típusú ültetvény-telepítés volumene a  $(t - u)$ -edik évben;
- $u$  = a termőreforduláshoz szükséges évek száma.

Természetesen az ültetvény-telepítés méretét kifejező változókhoz kapcsolódóan a közbelső években szükség van olyan változókra is, amelyek a nem termő ültetvények ápolását fejezik ki.

A legösszetettebb feladat az olyan beruházások beépítése, amelyek *különböző idő alatt is megvalósíthatók* attól függően, hogy a gazdaság az adott célra milyen összeget fordít. Ide sorolhatók mindenekelőtt az *állattenyésztési beruházások*, a *feldolgozó üzemek építése* és a *tárolóhelyek létesítése*. Ez esetben a beruházások megvalósításának többféle módjával indokolt számolni, elsősorban a végrehajtás üteme tekintetében téve különbséget közöttük. A megvalósítási változók esetében elegendő csupán értékbeni kifejezést alkalmazni az alábbiak szerint:

$$v_{ku}^{(t)} = \frac{1}{f_{ka}} \sum_a v_{kba}^{(t)}$$

ahol:

- $v_{ku}^{(t)}$  = a  $t$ -edik időszakban bekövetkező  $k$ -adik típusú állattenyésztési férőhely kapacitás bővülés;<sup>10</sup>  
 $v_{kba}^{(t)}$  = a  $t$ -edik időszakban termelésbe lépő  $k$ -adik típusú állattenyésztési beruházás  $a$ -adik változatának összes beruházási költsége;  
 $f_{ka}$  = egységnyi férőhely beruházás igénye.

$$v_{kba}^{(t)} = \sum_t v_{ka}^{(t-n)}$$

ahol:

- $v_{ka}^{(t-n)}$  = a  $t$ -edik évben bekövetkező  $k$ -adik típusú férőhely bővítés<sup>11</sup> érdekében az  $a$ -adik változat szerint,  $a(t-n)$ -edik évben végzett beruházás értéke.

A beruházások jó része több év alatt valósul meg. A tervidőszak végén eszközrendő beruházások közül több a *modell által már érintett időszakban lép majd be a termelésbe*. Ennek ellenére a modellben szerepelni kell e döntési területnek is. Annak érdekében, hogy e tevékenységek volumenének alakulását ne a véletlen határozza meg, és hogy az időszak végén az áthúzódó beruházások méretének visszaesését megakadályozzuk, a vonatkozó változókat célszerű a célfüggvényben a beruházások várható eredményét kifejező koefficienssekkel jellemezni. Ezt az eredményt természetesen a tényleges jövedelem kalkulációjánál nem szabad figyelembe venni és indokolt — a korábbi évek szintjén — rögzíteni az ilyen beruházások felső határát is.

### 3.3. Agronómiai és biológiai összefüggések a növénytermelésben

A növénytermelésben a biológiai, agronómiai megkötöttségek elsősorban az ágazatok méretének rögzítését teszik szükségessé. Gazdaságaink jelentős része még nem áll a kemizálás olyan fokán, hogy a vetési sorrendet, mint a talajerő fenntartásának fontos tényezőjét teljesen figyelmen kívül hagyhatná. A *vetési arányok* modellbe építésének egyszerű módja alsó és felső korlátok, vagy ágazatok közötti arányok előírása. Készíthetünk azonban olyan modellt is, amely a *vetés-váltás tervezését* is magába foglalja. Ennek feltétele, hogy az előveteményeknek a főnövény termésátlagára gyakorolt hatása számszerűsíthető legyen.

Jelöljük  $x_{jk}^{(t-1)}$ -el a  $j$ -edik növény termelésének volumenét  $k$ -adik elővetemény után a  $(t-1)$ -edik évben. Ez esetben a *növényi kultúrák időbeni sorba rendezése* a következő típusú feltételekkel érhető el:

$$\sum_k x_{jk}^{(t-1)} = \sum_j x_{aj}^{(t)}$$

Előírásunk azt jelenti, hogy a  $j$ -edik növényből (pl. kukoricából) a különböző elővetemények után elvetett terület a  $(t-1)$ -edik évben egyenlő azzal a területtel, amellyel mint kukorica előveteménnyel a  $t$ -edik évben számolni kell.

<sup>10</sup> Feltételezve, hogy a kapacitás már az év első napján belép a termelésbe.

<sup>11</sup> Külön feltételekben elő kell írni, hogy a különböző megvalósítási módok esetében az egyes évekre az összes beruházási költség milyen százaléka esik.



A modell első évének vetésszerkezete számára az elővetemény a tervidőszakot megelőző év tényleges vetésszerkezete. Ezt a bázis vetésszerkezetet is be kell építeni az alábbi módon:

$$\sum_j x_{jk}^{(t)} = c_k^{(0)}$$

ahol:

$c_k^{(0)}$  = a tervidőszakot megelőző év vetésszerkezetét kifejező érték.

Emellett szükség lehet számos *speciális korlátra* is. Gyakran kerülünk szembe olyan kikötéssel, hogy valamely növény csak néhány év eltelte után kerülhet ugyanarra a területre. Ha pl. elő akarjuk írni, hogy pillangóst pillangós után négy éven belül nem szabad vetni, az alábbi korlárendszer alkalmazzuk:

Ha

$$x_{jk}^{(t)} \geq 0 \\ j \in P$$

akkor

$$x_{uj}^{(t+1)} = 0 \quad (u \in P)$$

$$x_{uj}^{(t+1)} \geq 0 \quad (u \notin P)$$

és

$$x_{zu}^{(t+2)} = 0 \quad (z \in P)$$

$$x_{zu}^{(t+2)} \geq 0 \quad (z \notin P)$$

és

$$x_{zy}^{(t+3)} = 0 \quad (y \in P)$$

$$x_{zy}^{(t+3)} \geq 0 \quad (y \notin P)$$

ahol:

$P$  = a pillangós növények részhalmaza.

Bizonyos növények teljesen kizárhatók valamely növény lehetséges előveteményei közül:

$$x_{jk} = 0$$

ha

$$k \in K$$

$$x_{jk} \geq 0$$

ha

$$k \notin K$$

ahol:

$K$  = a  $j$ -edik növény számára „megengedhetetlen” elővetemények halmaza.

A vetésforgók tradicionális értelemben *évről évre változatlan vetésszerkezetet* jelentenek a gazdaság szintjén. Amennyiben ezt a kikötést a modellben is érvényesíteni kívánjuk, úgy szükség van az alábbi típusú feltételekre is:

$$\sum_k x_{jk}^{(t-1)} = \sum_s x_{js}^{(t)}$$

Ez a feltétel — mint látható — formálisan igen hasonló az előveteményekre vonatkozó, elsőként említett feltételhez, tartalmilag azonban gyökeresen

eltérő. Míg ott azt írtuk elő, hogy a  $(t - 1)$ -év termelését a  $t$ -edik év növénytermelésének előveteményeként kell figyelembe venni, itt az éves termelés volumenét rögzítettük azonos — előre nem tudott —, éppen a számítás során meghatározandó szinten, függetlenül attól, hogy mi volt az egyes években az elővetemény.

### 3.4. Az állattenyésztés belső összefüggései

Az állattenyésztés belső összefüggései hasonlóan összetettek. Az állatállomány tervezett szaporulati és állományváltózási adatait (milyen időszakot tölt egy állat az egyes kor és hasznosítási csoportokban, milyen arányú az elhullás és kiselejtezés stb.) és az állatvásárlási lehetőségeket figyelembe véve meg kell fogalmazni a *tenyésztés, a növedéknevelés és a hizlalás összefüggéseit egy időszakon belül és az egyes időszakok között*. Az állatállomány legértékesebb és alapvető fontosságú részét a tenyészállatok képezik. Ezért úgy véljük, az egyes időszakok állatállománya közötti kapcsolatot elegendő a tenyészállatokon keresztül megteremteni.

Feltételezzük, hogy a  $g$ , a  $g + 1$  és a  $g + 2$  termelési tevékenységek egy állatfajon belül a tenyésztést, a tenyészcélú növedéknevelést és a hizlalást szimbolizálják. Az állattenyésztés kapcsolataira vonatkozó összefüggések főbb típusai a következők:

a) Általános szabály, hogy a hizlalás és a növedéknevelés mérete függ a tenyészállomány szaporulatától, az esetleges hiányt a növedék vagy a hízó-alapanyag vásárlásával fedezhetjük. A *hizlalás, a növedéknevelés, a tenyésztés és az állatvásárlások összefüggése* ennek megfelelően:

$$q_1 x_g^{(t)} - q_2 x_{(g+1)}^{(t)} - q_3 x_{(g+2)}^{(t)} + y_n^{(t)} + y_h^{(t)} = 0$$

ahol:

$q_1$  = egységnyi tenyészállat szaporulata;

$q_2, q_3$  = a növedéknevelés és a hizlalás állatigényét kifejező koefficiensek;

$y_n^{(t)}$  = vásárolt ( $y_n > 0$ ) vagy értékesített ( $y_n < 0$ ) növedéknevelésre alkalmas állatok száma a  $t$ -edik időszakban;

$y_h^{(t)}$  = vásárolt ( $y_h > 0$ ) vagy értékesített ( $y_h < 0$ ) hízó alapanyag a  $t$ -edik időszakban.

b) Egy adott időszak tenyészállománya a korábbi időszak végén meglévő állomány szinten tartásából, annak növelésével vagy csökkentésével alakul ki. Így

$$x_g^{(t-1)} + x_{gu}^{(t)} - x_{gc}^{(t)} = x_g^{(t)}$$

ahol:

$x_{gu}^{(t)}$  = a tenyészállat-létszám növelése a  $t$ -edik időszakban;

$x_{gc}^{(t)}$  = a  $t$ -edik időszakban végrehajtandó törzs (tenyészállat) állomány csökkentés.<sup>12</sup>

c) A gazdaságoknak minden időszakban gondoskodniuk kell a korábbi időszakban már meglévő és tovább tartani kívánt állomány bizonyos részének kiselejtezéséről és pótlásáról, hasonlóképpen a tervezett állománybővítés

<sup>12</sup> Értve ezen a létszám abszolút értelemben vett csökkentését.

tenyészállat-forrásaihoz. Ennek érdekében a következő feltételt célszerű szerepeltetni a modellben:

$$p_1(x_g^{(t-1)} - x_{g0}^{(t)}) - p_2x_{(g+1)}^{(t)} + y_p^{(t)} = 0$$

ahol:

- $p_1$  = a tenyészállat kiselejtezés arányszáma;
- $p_2$  = egységnyi növendéknevelési tevékenység által kibocsátott tenyészállat;
- $x_p^{(t)}$  = a  $t$ -edik időszakban vásárolt ( $y_p^{(t)} > 0$ ) vagy értékesített ( $y_p^{(t)} < 0$ ) tenyészállatok száma (tenyészállaton felnevelt növendékértve).

d) A saját szaporulatból tenyészcélra történő növendéknevelés lehetősége korlátozott, mivel a szaporulatnak csak egy kisebb hányadából válhat tenyészállat. Emellett számolni kell a tenyészcélú növendéknevelésre alkalmas állatok kereskedelmi forgalmával, tehát értékesítésük és megvásárlásuk lehetőségeivel is. Ezen összefüggés képletben kifejezve:

$$ax_g^{(t)} - q_2x_{(g+1)}^{(t)} + y_n^{(t)} = 0$$

ahol:

- $a$  = a tenyészcélú növendéknevelésre alkalmas állatok összes szaporulatán belüli arányát kifejező koeficiens.

Természetesen az előzőekben említetteken kívül egyéb speciális kötöttségekre is szükség lehet (pl. a saját szaporulat gazdaságon belüli felnevelésének előírása, az állomány minimális méretének rögzítése stb.) az adottságok függvényében.

### 3.5. Pénzügyi korlátozó feltételek

A gazdaságok fejlesztési programja szempontjából sok tekintetben meghatározóak a pénzügyi, illetve a csak pénzformában kifejezhető gazdasági összefüggések. A lineáris-dinamikus modell a statikusnál lényegesen kedvezőbb lehetőséget kínál ezen összefüggések figyelembevételére, bár *bizonyos egyszerűsítésekre itt is szükség van*, hiszen a mezőgazdasági termelés pénzügyi folyamatnak időrendszere ilyen módon sem ragadható meg a maga teljességében.

A pénzügyi összefüggések segítségével a modellben alapvetően háromféle feladatot kell megoldanunk, mégpedig:

- meg kell fogalmazni a jövedelemképződés és felhasználás összefüggéseit;
- össze kell állítani az érvényben levő pénzügyi szabályozók érvényesítését biztosító feltételeket;
- be kell állítani olyan feltételeket, amelyek a következő év pénzügyi előfeltételeinek meghatározását teszik lehetővé.

#### 3.5.1. A jövedelem-képződés összefüggései

Első feladat olyan összefüggések szerepeltetése, amelyek az *adott évben képződő jövedelem* tervezését teszik lehetővé. A jövedelem meghatározásának elképzelhető egy egyszerűbb „közvetlen” útja, amikor változónként megadjuk az adott tevékenységtől várható fajlagos jövedelem összegét. Ez az út azonban esetünkben, mivel az erőforrás-felhasználás és -szükséglet meghatározása

külön döntési területként szerepel, nem járható. Így a jövedelem meghatározás „közvetett” útját járjuk, a költségeket és bevételeket előzetesen összegezzük. E megközelítéssel más finanszírozási feltételek is egyszerűbbé válnak.

A költségek tervezésének különleges problémája az *általános költségek meghatározása*. A kisebb volumenű főágazati általános költségek konstans koefficiensekkel ágazatokra terhelhetők, a jelentős összegű vállalati (gazdasági) általános költségeknél azonban más megoldásra van szükség. A gazdasági általános költségek tételes bontása rendkívül megnövelné a modell terjedelmét, ezért csak összevont kezelésre van lehetőség. Úgy vélem, elfogadható pontossággal járunk el, ha gazdasági általános költségként a termelési érték bizonyos, a korábbi évek tévyszámainak megfelelő százalékát számoljuk el. A gazdasági általános költségek költségnemenkénti megoszlása tekintetében ugyancsak a korábbi évek tényadatai lehetnek az irányadók. Így:

$$z_f^{(t)} = \alpha z_t^{(t)}$$

ahol

$z_f^{(t)}$  = az összes vállalati általános költség a  $t$ -edik időszakban;

$z_t^{(t)}$  = összes termelési érték a  $t$ -edik évben;

$\alpha$  = a gazdasági általános költség-arányt kifejező koefficiens, amely adott lehet az egész tervidőszakra, de évenként változhat is.

Egy adott év költségeinek egyik legjelentősebb csoportját az *anyag- és egyéb különböző költségek* képezik, amelyek az alábbiak szerint határozhatók meg:

$$\sum_i a_i x_i^{(t)} + \sum_i a_i y_i^{(t)} + \sum_k \sum_i \sum_j a_{kij} u_{kij}^{(t)} + \sum_k a_k v_k^{(t)} + \beta z_f^{(t)} = z_a^{(t)}$$

ahol

$a_i$  = az  $i$ -edik termelési tevékenységre terhelhető közvetlen és egyéb költséget kifejező koefficiens;<sup>13</sup>

$a_i$  = az  $i$ -edik kereskedelmi tevékenységre terhelhető közvetlen anyag és egyéb változó költség;

$a_{kij}$  = a  $k$ -adik típusú erőforrás egységnyi volumenének az  $i$ -edik termelési tevékenység  $j$ -edik termelési feladata érdekében történő felhasználásakor felmerülő közvetlen anyag és egyéb változó költség;

$a_k$  = egységnyi  $k$ -adik erőforrás évi amortizációján kívüli, állandó jellegű anyag- és egyéb, nem munkabér jellegű költsége;

$z_a^{(t)}$  = összes anyag és egyéb változó költség a  $t$ -edik évben;

$\beta$  = a vállalati általános költségeken belül az anyag és egyéb változó költségarányt kifejező koefficiens.

A termelési költségek következő csoportját a *munkabérek* képezik:

$$\sum_i m_i x_i^{(t)} + \sum_i m_i y_i^{(t)} + \sum_k \sum_i \sum_j m_{kij} u_{kij}^{(t)} + \sum_k m_k v_k^{(t)} + \gamma z_f^{(t)} = z_m^{(t)}$$

<sup>13</sup> Ez a koefficiens az ágazatokra közvetlenül terhelhető anyagköltségek (pl. vetőmag) értékét, valamint azon erőforrás-felhasználásokkal kapcsolatos anyagjellegű költségeket tartalmazza, amelyek típusát előzetesen rögzítettük. Itt szerepel minden egyéb nem munkabér jellegű ágazatra terhelhető változó költség is. (Pl. főágazati költségek anyagjellegű része.)

ahol:

- $m_i$  = egységnyi  $i$ -edik termelési és kereskedelmi tevékenység fajlagos munkabér felhasználását mutató koefficiens (beleértve a munkabérek közterheit is);  
 $m_{kij}$  = a  $k$ -adik típusú erőforrás egységnyi volumenének az  $i$ -edik termelési tevékenység  $j$ -edik termelési feladata érdekében történő felhasználásakor felmerülő munkabér költség;  
 $m_k$  = egységnyi  $k$ -adik erőforrás évi amortizációján kívüli állandó munkabér jellegű költsége;  
 $\gamma$  = munkabér költség összes vállalati általános költségen belüli arányát kifejező koefficiens;  
 $z_m^{(t)}$  = összes munkabér felhasználás a  $t$ -edik évben.

Az összes amortizációs költséget az alábbiak szerint számítjuk ki:

$$\sum_i l_i x_i^{(t)} + \sum_k l_k v_k^{(t)} + \omega z_f^{(t)} = z_l^{(t)}$$

ahol:

- $l$  = fajlagos amortizációs költség;  
 $\omega$  = amortizációs költségek aránya az összes gazdasági általános költségeken belül;  
 $z_l^{(t)}$  = összes amortizációs költség a  $t$ -edik évben.

A képződő jövedelem meghatározása érdekében összesíteni kell a *várható bevételeket, illetve a létrehozott összes termelési értéket* az alábbiak szerint:

$$\sum_i t_i x_i^{(t)} + \sum_i t_i y_i^{(t)} = z_l^{(t)}$$

ahol:

$t$  = az egységnyi tevékenység által létrehozott termelési érték.

A különböző költségnemeket összesítő, valamint az összes termelési értéket megadó változók felhasználásával kifejezhető az *adott évben képződő jövedelem* az alábbiak szerint:

$$z_t^{(t)} - (z_a^{(t)} + z_m^{(t)} + z_l^{(t)} + z_f^{(t)}) = P^{(t)}$$

ahol:

$z_j^{(t)}$  = a  $t$ -edik évben képződött jövedelem;

$P^{(t)}$  = nyereséget terhelő, előre meghatározott fizetési kötelezettségek (pl. földadó) a  $t$ -edik időszakban.

### 3.5.2. A jövedelem felhasználás összefüggései

Az adott időszakban képződött jövedelem rendszerint részesedési és fejlesztési alap forrása, valamint felhasználható biztonsági tartalék-alap képzésére és további adók terhelik. A középtávú terv szempontjából a fejlesztési alap bír *kiemelkedő jelentőséggel*, hiszen ez az összeg képezi a termelés bővítésének legfontosabb forrását. A *jövedelem felhasználási* mérleg a  $t$ -edik időszakra az alábbi:

$$z_j^{(t)} = \alpha z_j^{(t)} + \gamma \alpha z_j^{(t)} + \beta z_j^{(t)} + z_r^{(t)} + z_b^{(t)}$$

ahol:

- $\alpha$  = a részesedési alap nyereségen belüli arányát kifejező koefficiens;<sup>14</sup>  
 $\gamma$  = a részesedési alap nagyságától függően fizetendő nyereségadó kulcs;  
 $\beta$  = a nyereséget terhelő városi és községfejlesztési hozzájárulás arányát kifejező koefficiens;  
 $z_r^{(t)}$  = a biztonsági és tartalék alapok feltöltésére fordított nyereség rész;<sup>15</sup>  
 $z_b^{(t)}$  = a  $t$ -edik évben képződött fejlesztési alap.

### Fejlesztési alap felhasználása

A jelenleg érvényben levő rendszerben a magyar mezőgazdasági vállalatok egy adott évben a korábbi időszakban képződött fejlesztési alapot használhatják fel, így a modellben a *fejlesztési alap felhasználási mérlege* az alábbi:

$$z_b^{(t-1)} + \sum_t z_{bt}^{(t-1)} = z_{ba}^{(t)} + z_{vu}^{(t)} + \sum_t w z_h^{(t-1)} + z_{bt}^{(t)} + H^{(t)}$$

ahol:

- $w$  = a hitel és kamat esedékességet kifejező koefficiens;  
 $z_{ba}^{(t)}$  = fejlesztési alapból fedezett állóeszköz bővítés;  
 $z_{bt}^{(t)}$  = a fejlesztési alapból tartalékolt összeg;  
 $z_{vu}$  = forgóalap bővítés a  $t$ -edik évben  
 $z_{bt}^{(t-1)}$  = beruházási hitelfelvétel a  $(t - 1)$ -edik évben  
 $H^{(t)}$  = a tervet megelőző időszakban igénybevett hitelek  $t$ -edik évben esedékes része, beleértve a kamatokat is.

### Beruházások finanszírozása

A mezőgazdasági vállalatoknál a fejlesztési alap mellett az új állóeszközök beszerzésének forrása lehet hitel és az amortizációs alap is, és rendszerint az állam is támogatást nyújt a beruházások megvalósításához. A beruházások jelenlegi rendszere Magyarországon ágazati alapon épül fel, tehát az állam differenciált támogatást nyújt az egyes ágazatok fejlesztéséhez és az ágazattól függően eltérőek a hitel kondíciók is. Így a *beruházásokra* vonatkozó feltételek a főbb területek vagy ágazatok, esetleg fontosabb beruházások szerint adhatók meg:

— *Egy év alatt megvalósuló beruházás* (pl. gépbeszerzés) esetén:

$$b_{ku} v_{ku}^{(t)} = z_{bak}^{(z)} + z_{hk}^{(t)} + z_{dk}^{(t)}$$

ahol:

- $b_{ku}$  = egységnyi új állóeszköz létesítésének beruházás igénye;  
 $z_{bak}^{(t)}$  = a  $k$ -edik állóeszközbővítés fejlesztési alapból fedezett része a  $t$ -edik évben;  
 $z_{hk}^{(t)}$  = a  $t$ -edik évben a  $k$ -edik állóeszköz beruházáshoz igénybevett hitel;  
 $z_{dk}^{(t)}$  = a  $k$ -edik állóeszköz bővítéshez nyújtott állami dotáció a  $t$ -edik évben.

<sup>14</sup> A képződött jövedelemből a dolgozóknak kifizetett rész.

<sup>15</sup> Célszerű külön feltételben rögzíteni a biztonsági és tartalék-alap kívánatos volumenét.

— Több éven keresztül megvalósuló beruházás esetén, feltételezve, hogy  $t$  nem a beruházásnak a termelésbe való belépési éve:

$$\sum_a v_{ka}^{(t)} = z_{bak}^{(t)} + z_{hk}^{(t)} + z_{dk}^{(t)}$$

Emellett szükség van olyan feltételekre, amelyek a beruházási típusonként számításba vett fejlesztési alap felhasználásnak, hitel igénybevételnek és az állami támogatásnak összesítését szolgálják, valamint célszerű kimutatni a fennálló hiteltartozások évi egyenlegét is.

— A fejlesztési alap iránti igény összesítése:

$$z_{ba}^{(t)} = \sum_k z_{bak}^{(t)} - z_1^{(t)}$$

— Hitelfelvétel a  $t$ -edik évben:

$$z_h^{(t)} = \sum_k z_{kh}^{(t)}$$

— A beruházási jellegű állami támogatások összesítése:

$$z_d^{(t)} = \sum_k z_{dk}^{(t)}$$

ahol:

$z_d^{(t)}$  = az összes beruházási jellegű állami támogatás a  $t$ -edik évben.

— A hitelállomány megállapítása:<sup>16</sup>

$$z_{ht}^{(t)} = (z_{ht}^{(t-1)} + z_h^{(t)}) - \left( \sum_t w z_h^{(t-1)} + H^{(t)} \right)$$

ahol:

$z_{ht}^{(t)}$  = a  $t$ -edik év végén fennálló összes hiteltartozás.

### A forgóalap alakulása

A forgóeszköz gazdálkodás a mezőgazdasági vállalat pénzgazdálkodásának egyik legnehezebben megragadható területe. A bevételek és kiadások időbeli lefolyását elfogadható méretű modellben nem lehet figyelembe venni. Úgy véljük, elfogadható egy olyan megoldás, amikor a gazdaság forgóeszköz szükségletét a termelési érték bizonyos százalékával tekintjük egyenlőnek.

Ennek megfelelően:

$$\lambda z_t^{(t)} = z_{vu}^{(t)} + z_v^{(t-1)}$$

illetve

$$z_v^{(t)} = z_{vu}^{(t)} + z_v^{(t-1)}$$

ahol:

$z_v^{(t)}$  = forgóalap a  $t$ -edik évben;<sup>17</sup>

$z_{vu}^{(t)}$  = forgóalap bővítés a  $t$ -edik évben;

$\lambda$  = a forgóeszköz szükséglet mértékét kifejező koefficiens.

<sup>17</sup> Az első évre vonatkozó modell-blokkban a bázis és tény száma szerepel.

<sup>16</sup> Külön feltételekben rögzíthető az igénybe vehető hitelek objektíve adott vagy szubjektíve meghatározott maximális volumene.

### Jövedelmek gazdasági szabályozása

A mezőgazdasági vállalatoknak is számolniuk kell a személyi jövedelmek állami szabályozásával. Ez a szabályozás különböző formában valósulhat meg. A magyar állami gazdaságokban pl. a felhasználható beralap a termelési érték nagyságával függ össze, a termelőszövetkezetekben pedig az ún. jövedelmnövekmény-adó befolyásolja a tagok részesedésének alakulását. A személyes jövedelmet meghatározó összefüggéseket az állami gazdaságok viszonyainak megfelelően, a termelési érték növekvő tendenciáját feltételezve írjuk le:

$$z_i^{(t)} = z_i^{(t-1)} + z_{iu}^{(t)}$$

$$z_{iu}^{(t)} = z_{ip}^{(t)} z_j^{(t-1)}$$

$$\sum_i b_i x_i^{(t)} + \sum_i b_i y_i^{(t)} + \sum_k \sum_i \sum_j b_{kij} u_{kij}^{(t)} + \sum_k b_k v_k^{(t)} = z_s^{(t-1)}$$

$$z_s^{(t)} \leq \sigma z_{ip}^{(t)} z_s^{(t-1)}$$

ahol:

- $b_i, b_{kij}, b_k$  = fajlagos munkabérfelhasználási koeficienssek;  
 $z_{iu}^{(t)}$  = a termelési érték növekménye a  $t$ -edik évben;  
 $z_{ip}^{(t)}$  = a termelési érték növekedési aránya a  $t$ -edik évben;  
 $\sigma$  = a termelési érték és a beralap-növekedés összefüggését kifejező koeficiens;  
 $z_s^{(t)}$  = a beralap a  $t$ -edik évben.

### 3.5. Egyéb korlátozó feltételek

Végezetül számos olyan tényező jelentkezik a modell összeállítása során, amelyek további feltételek beépítését teszik szükségessé. Mindenekelőtt a gazdaságokkal szembeni elvárások, az egyenletes fejlődés követelménye igényelnek speciális feltételeket. Így előírhatjuk:

— bizonyos termelési ág, termék előállítás feltétlenül megkívánt volumenét évenként vagy a tervperiódus egészére:

$$x_i^{(t)} \leq K_i \quad \text{vagy} \quad \sum_i x_i^{(t)} \leq K_i$$

ahol:

$K_i$  = az  $i$ -edik termék termelési volumenére vonatkozó előírás;

— a termelés-növekedés minimálisan megkívánt alsó határát:

$$z_{ip}^{(t)} \geq r^{(t)}$$

ahol:

$r^{(t)}$  = a termelési érték feltétlenül megkívánt növekedési üteme a  $t$ -edik évben;

— minden évben a realizált nyereség haladja meg a megelőző időszak összes nyereségét:

$$z_j^{(t-1)} \leq z_j^{(t)}$$



Természetesen a fentiekén kívül beépíthetők a modellbe a munkatermelékenységre, a beruházások hatékonyságára stb. vonatkozó előírások is. Különösen termelészövetkezetekben szükség lehet a foglalkoztatás bizonyos szintjének előírására is, de a foglalkoztatott létszám jelentős ingadozása az állami gazdaságokban sem engedhető meg.

#### 4. A célfüggvény

A távlati fejlesztés során a gazdaságok különböző célokat tarthatnak szem előtt. A vállalati érdekelttség érvényben levő rendszere a lehetséges célok közül kiemeli a gazdaság számára legfontosabbat, mely alapvető mérce lehet a termelési szerkezet és az erőforrás-felhasználás különféle variánsai közötti választásban. Ezt a célt kell a célfüggvényben megfogalmazni, míg a többi célt lehetőség szerint korlátozó feltételként indokolt figyelembe venni. Így a modell célfüggvényében vagy a *nettó jövedelem*, vagy pedig a *bruttó jövedelem maximalizálását* indokolt elsősorban előírni.

Ez esetben a célfüggvény gazdasági tartalma az *évi jövedelmek összegének maximalizálása lehet*. Ezt azonban úgy kell megoldani, hogy:

— diszkontálással megteremtjük az időbeli összehasonlítás és összeadhatóság lehetőségét;

— a terv utáni időszakra áthúzódó beruházásokat a célfüggvényben a várható hatékonyságot kifejező koefficienssekkel jellemezzük. A lineáris-dinamikus vállalati modell célfüggvénye tehát az alábbi lehet:

$$\sum_t \frac{z_t^{(t)}}{(1 + \alpha)^{(t-1)}} + \sum_k \sum_t j_k v_{ka}^{(t)} = \max !$$

ahol:

$\alpha$  = a különböző évek jövedelmének összehasonlíthatóvá tételéhez figyelembe vett diszkont-láb;

$j_k$  = egységnyi, a terv által át nem fogott években befejeződő  $k$ -adik beruházás várható hatékonyságát kifejező koefficiens.

A diszkontálás végezhető az érvényben levő kamatlábbal, de különböző gazdaságpolitikai megfontolások alapján kialakítható más diszkont-láb is. A lineáris-dinamikus modell célfüggvényében elképzelhető az *utolsó év végi saját alapok* (álló és forgóalap) *maximalizálásának* előírása is.

Az előzőekben vázolt modell-konstrukció gyakorlati kipróbálásának első lépésként a Mezőhegyesi Állami Gazdaság szántóföldi növénytermelésének fejlesztési tervét dolgoztuk ki lineáris-dinamikus modell segítségével. Egy egész gazdaságot átfogó komplex lineáris-dinamikus modellel kapcsolatos munka (a Felsőnyomási Állami Gazdaság középtávú tervének elkészítése) pedig a közelmúltban fejeződött be. Ezek az első gyakorlati tapasztalatok arra utalnak, hogy a lineáris-dinamikus modellek a korábbi megoldásoknál hasznosabb segédeszközök lehetnek a mezőgazdasági vállalatok távlati tervezésében és ugyanakkor — különösen érzékenységi vizsgálatok esetén — egy-egy ilyen modell megoldása értékes általános érvényű információkat is szolgáltat a vállalati növekedés feltételeiről és tartalékairól.

(Beérkezett: 1974. január 23.)

## IRODALOM

1. ACSAY F.—CSÁKI CS.—VARGA GY.: A növényi sorrend optimalizálása a Mezőhegyesi Állami Gazdaságban. Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézet, Gödöllő. 1972. Kézirat.
2. BADEWITZ, S.: Formulierung von dynamisierten linearen Optimierungsmodellen — eine höhere Stufe der Modellierung betrieblicher Reproduktions-prozesse. *Ekonomicko-Matematicky Obzor*. 8 (1972) No. 1.
3. BOEHLJE, M. D.—WHITE, T. K.: A Production-Investment Decision Model of Farm Firm Growth. *American Journal of Agricultural Economics*. 1970. No. 3. 543—563 p.
4. COCKS, K. D.—CARTER, H. O.: Micro Goal Functions and Economic Planning. *American Journal of Agricultural Economics* 1968. No. 2. 400—411 p.
5. CSÁKI CS.: Egy mezőgazdasági vállalat fejlesztési terve. *Sigma*, 1969. 4. sz.
6. CSÁKI CS.: Az erőforrások kezelésének problémái a mezőgazdasági vállalati tervek lineáris programozási modelljeiben. *Sigma*, 1971. 1—2. sz.
7. DVORACEK, SZ.: A dinamikus programozás alkalmazásának az állésczköz megújítás problémakörében előfordult feladatok megoldása során összegyűjtött tapasztalatok. Prága, 1971. Kézirat.
8. HEIDHUES, T.: A Recursive Programming Model of Farm Growth in Northern Germany. *American Journal of Agricultural Economics*. 1966. No. 3. 668—684 p
9. KUBAS É. és munkatársai: Matematikai módszerek a mezőgazdasági vállalatok terve zésében és vezetésében. Budapest, 1971. Mezőgazdasági Kiadó. 253 p.
10. KUNDRAT, J.: Mezőgazdasági vállalatok középtávú tervének számítása a rekurzív programozás rendszerének segítségével. Prága, 1971. Kézirat.
11. MINDEN, A. J.: Dynamic Programming: A Tool for Farm Firm Growth Research. *Canadian Journal of Agricultural Economics*. 1968. June. 16—38 p.
12. TÓTH J.: A termelési tényezők felhasználásának optimalizálása a mezőgazdaságban. Budapest, 1973. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 232 p.

## LINEAR-DYNAMIC MODEL FOR FARM DEVELOPMENT

The model is applicable to the elaboration of the medium-term (5 year) plan in a cooperative or state-owned farm. It grows out of a static model which has been successfully applied in farm planning and which optimizes simultaneously both product mix and resource utilization. The new dynamic variant consists of 5 such blocks, one for each year.

A large part of the variables represents yearly activity-levels, some others refer to the whole of the plan. Production, trade, resource utilization (technological), resource demand, investment, financing are among the activities in question. The constraints of the model describe the utilization and allocation of material-technological resources, dynamic investment and financial conditions as well as the biological and agronomical restrictions of plant cultivation and stock-breeding, including crop-rotation patterns. The objective function is the discounted sum of yearly revenues, with an extra provision for the expected utility from the investments which extend beyond the final year.

## Disequilibrium-elmélet\*

## 4. Fejezet

## Hosszú távú dinamika

Az előző részekben a rövidtávot árrugalmatlansággal és volumenrugalmassággal jellemeztük. Miközben továbbra is megőrizzük az árak és a volumenek előző relatív sebességeit, „hosszabb”-távú elemzésbe kezdünk, ahol az árak szabadon mozoghatnak.

## 1. Ármozgások

Mindaddig, amíg nem térünk át az ármeghatározás másik modelljére (a monopolista egyensúlyt tanulmányozva), szeretnénk megőrizni azt a szokásos feltevést, hogy az árak együtt változnak a túlkereslettel. Azonban, mint Patinkin (1965) hangsúlyozta, inkonzisztens lenne a szokásos „eszmei” túlkereslet használata egyensúlyhiány elemzésénél; átcsapó hatás miatt az egyik piac ármozgásai nagyon valószínűen más piacok túlkeresletének hatása alatt is állnak.

Ezért inkább az általunk megfogalmazott  $\bar{z}_h$  hatékony túlkeresleteket használjuk, mivel ezek már magukban foglalják az összes „átcsapó”<sup>30</sup> hatásokat. Ezenkívül ez sokkal valóságosabb, mivel a piacon csak a hatékony keresletek jelennek meg mint keresleti jelzések. Így

$$\frac{1}{p_h} \cdot \frac{dp_h}{dt} = f_h(\bar{z}_h), \quad f_h' > 0$$

ahol  $f_h(0)$  különbözhet nullától, ha be akarjuk vezetni az autonóm árnövekedéseket.<sup>31</sup>

## 2. Stacionárius hosszú távú „keynesi” egyensúly

Korábban már láttuk, hogy rögzített áraknál léteznek stabil „keynesi egyensúlyi helyzetek”, azaz olyan nem-egyensúlyi helyzetek, ahol nincs tendencia a tranzakciók változására. Másrészt ilyen nem egyensúlyi helyzetek ármozgásokat gerjesztenek az előző rész szerint. Ezek az ármozgások valahogy az egyensúly felé kell hogy vezessék a rendszert. Ezért feltehetjük a kérdést: lehetséges-e egy ilyen gazdaságnak „stabil” nem egyensúlyi helyzeteket elérni, vagy pedig a walrasi egyensúly az egyetlen stacionárius megoldás? Ilyen álla-

\* Az 1974. évi 3. számban megkezdett cikk második, befejező része.

<sup>30</sup> Ezek a hatások lényegében az egyik piacon kielégítetlen keresletet jelzik más piacon, és ez pontosan a hatékony kereslet számbavétele.

<sup>31</sup> Bevezethetnénk az áregyenletbe árvárakozásokat is. Hasonló összefüggéseket vezet be Hansen (1970a), Nagatani (1969) és Stein (1971).

potok nyilván lehetségesek, még ha kizárjuk is az autonóm árnövekedéseket, mivel a Walras-törvény nem érvényes és nyugodtan lehetséges egyszerre minden piacon túlkereslet (vagy túlkínálat).

Bent Hasen (1951) kvázi-egyensúly fogalma az idevágó fogalom, amit használni fogunk.

Ha valamilyen árrendszerrel a hatékony áru túlkeresletek olyanok, hogy

$$f_h(\bar{z}_h) = f_{h'}(\bar{z}_{h'})$$

minden  $(h, h')$ -re, akkor

$$\frac{1}{p_1} \frac{dp_1}{dt} = \dots = \frac{1}{p_h} \frac{dp_h}{dt} = \dots = \frac{1}{p_l} \frac{dp_l}{dt}.$$

A relatív árak stabilak maradnak, így a gazdaság végtelen sokáig be lesz zárva egyazon nem-egyensúlyi helyzetbe, amely a gazdaság egyik stabil stacionárius állapota.

### Megjegyzés

Ha léteznek bizonyos monetáris vagyontárgyak a gazdaságban, akkor nemcsak a relatív árak hatnak a hatékony keresletekre, hanem az abszolút árak is — „a reál egyensúlyi hatások” miatt. Ha valamilyen értelemben „hiányzik a pénzillúzió”, azaz zérus fokú homogenitás érvényesül a pénzkészletekben és az áraknál, akkor az összes pénzkészlet az abszolút árakkal azonos ütemben nő egy stacionárius kvázi-egyensúlyban.

### 3. A kvázi-egyensúly helyzetek létezése

A fenti feltételek igen eltérő körülmények közt fennállhatnak, így sok helyzetből eredhet kvázi-egyensúly. (Lásd például Bent Hansen (1970a) felsorolását.)

Az irodalomban gyakran említett eset, amikor a kormány vagy transzfereken vagy adókon keresztül periódusonként  $\theta$  ütemben növeli a pénz mennyiségét;<sup>32</sup> ebben az esetben olyan stacionárius  $K$ -egyensúly alakul ki, ahol az árak periódusonként  $\theta$  ütemben növekszenek. Az áruk árai és az egyéni pénzkészletek endogének.

Másik eset, amikor az infláció rátája endogénná válik, ha a kormány egy adott  $\bar{z}_{01}, \dots, \bar{z}_{0l}$  összetételű áruhalmazt óhajt megvenni és költségvetési hiányból fizeti azt. Tényleges vásárlása,  $z_{01}, \dots, z_{0l}$ , az árakkal együtt meghatározza a pénzkibocsátást minden periódusban. Itt ismét az árak és a pénzkészletek endogén módon vannak meghatározva.

Azonban e két esetben a kvázi-egyensúly esetleg nem alakul ki (vagy legalábbis nem értelmes), ha a pénz közvetett hasznossága olyan, hogy semmilyen árrendszer mellett semelyik egyed nem akar pénzt tartani. [Ezt a problémát már felvetették az irodalomban, például Hahn (1965)]. Sajnos kiderül, hogy a hasznosságok, a készletek, és a várakozások számos ésszerű koncentrációjánál ez a helyzet előfordulhat.<sup>33</sup>

<sup>32</sup> Például a pénzkészletekre  $\theta$  névleges kamatrátát fizetve.

<sup>33</sup> Lásd például hasonló összefüggésben Grandmont, Laroque (1972a).

Így több lehetséges megoldás létezik a kvázi-egyensúly létezésének bizonyítására: Vagy bevezetjük a kölcsönzést a modellbe, mivel azok a szereplők, akik nem akarnak pénzt tartani, rendszerint szeretnének kölcsönözni;<sup>34</sup> vagy specifikáljuk a hasznosságokat, a készleteket és a várakozásokat oly módon, hogy legalább egy egyén akarjon pénzt tartani. (Tipikusan az olyan egyed, aki pénzt akar tartani nem sokat számítol le a jövőre, kicsi jövőbeli készletei lesznek és általában „pesszimista” várakozásai vannak.) Ezeket a lehetőségeket egy későbbi dolgozatban kell majd vizsgálni.

#### 4. Egy példa

a) Továbbra is a 3. fejezetben vizsgált egyszerű modellt használjuk. Valóban nagyon szép tulajdonságai vannak, ami a kvázi-egyensúlyi helyzetek létezését illeti, a hasznosságfüggvény különleges formája miatt

$$U = \alpha_1 \text{Log } C^D + \alpha_2 \text{Log } \frac{M^D}{p} + \alpha_3 \text{Log } (L_0 - L^S)$$

Mint az időleges egyensúlyról szóló fejezetben látni fogjuk, ez olyan egyednek felel meg, aki nem számít a jövőben más erőforrásra, mint felhalmozott pénzkészleteire. Az ilyen „pesszimista” egyed mindig akar némi pénzt és így biztosítja a gazdaság számos kvázi-egyensúlyi helyzetének létezését.

Ezeket a kvázi-egyensúlyokat tanulmányozandó még meg kell adnunk az ár és bér egyenleteket:

$$\frac{\dot{p}}{p} = f_Y(\tilde{Y}^D - \tilde{Y}^S) \quad f'_Y > 0$$

$$\frac{\dot{w}}{w} = f_L(\tilde{L}^D - \tilde{L}^S) \quad f'_L > 0$$

#### b) Nem-autonóm növekedések

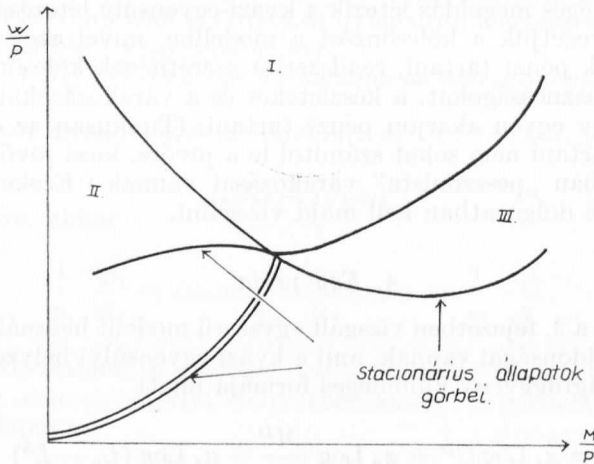
Kezdjük azzal a kérdésfeltevéssel, amely a kezdetben motivált minket: Lehetséges-e az általános egyensúlytól különböző stacionárius állapotok autonóm árnövekedések nélkül? Ha reprodukáljuk a 2. ábrát, látjuk, hogy sok ilyen lehetőség van, nevezetesen

- a II. tartományban (általános túlkínálat) munkanélküliséggel és deflációval.
- A III. tartományban (általános túlkereslet) árukiutalással és inflációval.
- A monopólium-vonalon.

ten tartható. Az első két esetben az árak és a bérek állandó ütemben változnak, maga után vonva, hogy a pénz mennyisége ugyanolyan ütemben változik (a II. tartományban csökken, a III. tartományban nő).<sup>35</sup> Mivel ezek multiplikátor-típusú egyensúlyi helyzetek, mint előzőleg kimutattuk,  $\bar{p}$ -inefficiensek.

<sup>34</sup> Ilyen bevezetést találhatunk a stacionárius modellbe Grandmont, Laroque (1972b), Gale (1973), dolgozataiban.

<sup>35</sup> Az ábrán látható vonalakat a II. és III. tartományokban tetszőlegesen rajzoltuk, mivel ezek — többek között — az észlelt korlátozó függvényektől függenek, ezeket nem adtuk meg pontosan.



4. ábra

### 5. Egy alkalmazás: a Phillips-görbe

#### a) Autonóm bérnövekedések

Az előző elemzés megmutatta, hogy autonóm árváltozások nélkül léteznek kvázi-egyensúlyi helyzetek munkanélküliséggel, vagy inflációval, de nem mindkettővel egyszerre.<sup>36</sup> Azonban lehetséges stacionárius állapotokat nyerni együttes munkanélküliséggel és inflációval (azaz „stagflációs” állapotokat), ha autonóm bérnövekedéseket feltételezünk — mint ezt B. Hansen (1970a, b) megjegyezte.

Ez nagyon valóságghű hipotézisnek látszik: például elegendő a jól ismert „termelékenységi infláció” jelenségét mérlegelni.<sup>37</sup>

A legnagyobb termelékenyséű vállalatok gyakran növelik munkásaik béreit a termelékenység növekedésével egyenlő mértékben. Más vállalatok kénytelenek követni őket, nehogy elveszítsék munkásaikat. Így az átlagos bérnövekedés egyenlő a gazdaság legmagasabb termelékenység növekedésével, jóval nagyobb mint az átlagos termelékenységnövekedés, amely „semleges” bérnövekedés lenne. Összességében minden úgy történik, mintha autonóm bérnövekedés volna.

A következő ár és bér egyenleteket feltételezzük:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{p}}{p} &= f_Y(\tilde{Y}^D - \tilde{Y}^S) & f_Y(0) &= 0 \\ \frac{\dot{w}}{w} &= f_L(\tilde{L}^D - \tilde{L}^S) & f_L(0) &> 0 \end{aligned}$$

<sup>36</sup> Azonban ez annak a ténynek tudható be, hogy csak egy homogén piacot vettünk tekintetbe. Ha több jól elkülönített munkaerő alpiacot vizsgálunk, akkor lehetséges munkanélküliség egyes piacokon, míg a globális munkaerő túlkereslet pozitív: vö. Bent Hansen (1970b).

<sup>37</sup> Vö. Kolm (1970).

b) *Hosszú távú Phillips-görbe*

A hosszú távú Phillips-görbe az összes kvázi-egyensúlyi helyzet halmaza, azaz azoknak a  $K$ -egyensúlyi helyzeteknek a halmaza, amelyekre teljesül

$$f_Y(\tilde{Y}^D - \tilde{Y}^S) = f_L(\tilde{L}^D - \tilde{L}^S)$$

A szokásos rajzon (6. ábra) a görbe egyenlete

$$\frac{\dot{p}}{p} = \frac{\dot{w}}{w} = f_L(\tilde{L}^D - \tilde{L}^S).$$

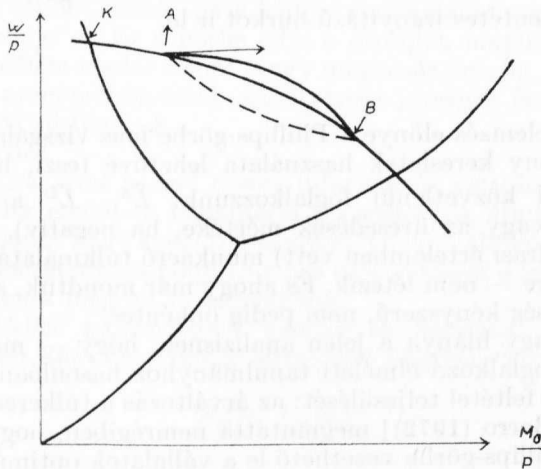
Szeretnénk felrajzolni ezt a helyet a mi  $(M/p, w/p)$  ábránkon. Különösen érdeklődünk a Phillips-görbe azon része iránt, amely egyszerre jelez munkanélküliséget és inflációt, azaz a „stagfláció” tartományba eső rész iránt. Ebben a tartományban a túlkeresletek jól-meghatározottak. (Vö. 3. fejezet, 5. szakasz.)

$$\tilde{Y}^D - \tilde{Y}^S = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} (Y_2 - Y_1)$$

$$\tilde{L}^D - \tilde{L}^S = -\frac{\alpha_2}{\alpha_3 + \alpha_2} (L_1 - L_3)$$

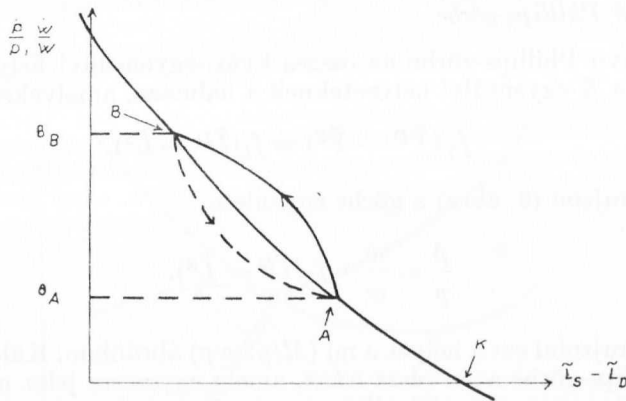
Egyszerű számolással könnyen igazolhatjuk, hogy a megfelelő hely lefele lejt az  $(M/p, w/p)$  síkon (5. ábra). Egy-egy értelmű megfeleltetés van az 5., illetve a 6. ábra kvázi-egyensúlyi pontjai között. Mindkettőn az egyedi helyzet a monetáris expanzió ütemétől függ.<sup>38</sup>

Például egy pont (a  $K$  pont) ezen a görbén se inflációt, se deflációt nem jelez. Megfelel a tankönyv szokásos keynesi egyensúlyi helyzetei egyikének.



5. ábra

<sup>38</sup> Amelyet gazdaságpolitikai változónak választottunk itt az egyszerűség, de nem a valóságosság kedvéért.



6. ábra

## c) Phillips-hurok

Az előző részben a hosszú távú egyensúlyi állapotokat tanulmányoztuk. Most megkérdezhetjük, hogy mi történik, amikor a rendszer egyik kvázi-egyensúlyból átmegy egy másikba.

Például tegyük fel, hogy a pénz bővülés üteme  $\vartheta_A$ -ról (amely  $A$  pontnak felel meg) megnövekszik  $\vartheta_B$ -re ( $B$  pont). Kezdetben  $\dot{w}/w$  és  $\dot{p}/p$  ugyanaz lesz, míg  $\dot{M}/M$   $\vartheta_B$ -re növekedett. Az  $(M/p, w/p)$  síkon (5. ábra) a megfelelő pont a nyíl irányában mozog, a kvázi-egyensúlyi hely fölé; és felülről fogja elérni a  $B$  pontot. Mivel ebben a tartományban  $\dot{p}/p > \dot{w}/w$ , a  $(\dot{p}/p, \tilde{L}^S - \tilde{L}^D)$  síkon a mozgás a hosszú távú Phillips-görbe fölött történik (6. ábra).

Ha valaki  $B$ -ből  $A$ -ba megy, a mozgás a hosszú távú görbe alatt lesz, így ha együtt rajzoljuk fel az inflációt és a munkanélküliséget, a megfelelő pont az óra járásával ellentétes irányítású hurkot ír le.

## d) Megjegyzések

Az ilyen típusú elemzés előnye a Phillips-görbe más vizsgálataival szemben az, hogy a hatékony keresletek használata lehetővé teszi, hogy a *tényleges* munkanélküliséggel közvetlenül foglalkozzunk:  $\tilde{L}^S - \tilde{L}^D$  a helyesen mért munkanélküliség (vagy az üresedések mértéke, ha negatív), így a szokásos probléma — (a walrasi értelemben vett) munkaerő túlkínálatától való áttérés a munkanélküliségre — nem létezik. És ahogy már mondtuk, az itt tekintetbe vett munkanélküliség kényszerű, nem pedig önkéntes.

Azonban igen nagy hiánya a jelen analízisnek, hogy — majdnem minden Phillips-görbével foglalkozó elméleti tanulmányhoz hasonlóan — biztosított-nak veszi a walrasi feltétel teljesülését: az árváltozás a túlkeresletre felel. Iwai (1972) [lásd még Barro (1972)] megmutatta nemrégiben, hogy hasonló eredmény és egy új Phillips-görbe vezethető le a vállalatok optimális monopolista viselkedéséből (ahol a vállalatok az igazi ár-, bér-megállapítók).



## 5. fejezet

## Monopolista egyensúly

Eddig fenntartottuk azt a hagyományos feltevést, hogy mind az egyedek, mind a vállalatok számára az árak külső adottságok. Ezzel szemben ebben a részben azzal a reálisabb feltevessel élünk, hogy néhány vállalat (a monopolisták) szabályozzák bizonyos áru árát. Most azt a folyamatot tanulmányozzuk, ahogyan ők rögzítik ezeket az árakat, valamint az egyensúly ebből származó formáit.

1. *A gazdaság*

Gazdaságunk versenyző háztartásokból, versenyző vállalatokból és monopolista vállalatokból ( $k$  index) áll. Minden egyes monopolista vállalat megállapítja az által ellenőrzött áruk  $p_k$  (vektor) árait.<sup>39</sup>

A következő részben az „azonos” árut, amelyet két különböző vállalat termel, ténylegesen két különböző gazdasági jószágoknak fogjuk tekinteni (különböző hely, minőség, stb. miatt), így mindegyik monopolista vállalat — legalábbis formálisan — saját piacán igazi monopolista.<sup>40</sup>

Kompetitív áruk szintén léteznek ( $p_h$  árakkal). A versenyző vállalatok és háztartások szokás szerint minden árat adottnak vesznek.

Továbbra is fenntartjuk a végtelen gyors volumenalkalmazkodás feltételét. Így minden  $\{p_h, p_k\}$  árrendszer létrehoz egy  $K$ -egyensúlyt és érzékelhető korlátokat ad a monopolisták számára. Látni fogjuk most hogyan módosítják áraikat ezen korlátozásoknak megfelelően.

2. *A monopolisták érzékelt keresletgörbéi*

A monopolista árdöntésének egyik legfontosabb eleme nyilvánvalóan „érezkelt keresleti görbéje”.<sup>41</sup> Ez a görbe adja a jószágok maximális mennyiségét, amelyet a monopolista eladni remél (vagy megvásárolni, ha a jószág termelési tényező), azaz a monopolista által szabályozott jószágok érzékelhető korlátozásai a következőktől függnek:

- $p_k$  árvektorból,
- a monopolista által ismert összes információs változótól, amely fontos számára:  $I_k$ -től. Ez magában foglalhatja a versenyzők árait, tevékenységi és keresleti stb. általános vagy ágazati indexeket. Olyan változó, amelyet a monopolista ismer, de azt gondolja hogy az nincs erős hatással a keresletre (pl. saját profitjai) nem jelenik meg az  $I_k$  halmazban.

- Az  $\alpha_k$  eltolódási paraméterek valamilyen halmaza, amely a vállalat összes ismeretlenjét képviseli. Így a következő függvényt írjuk le

$$\bar{Z}_k(p_k, I_k, \alpha_k)$$

<sup>39</sup> Ezek az áruk lehetnek a vállalat által keresett áruk is (munkaerő, termelési tényezők), mely esetben a vállalatot monoponistának nevezzük. A kifejtés egyszerűsége kedvéért, rendszerint csak kínált árukra és monopolumokra hivatkozunk.

<sup>40</sup> Később látni fogjuk, hogyan kell ezt módosítani a monopolista verseny elemzésénél.

<sup>41</sup> Ezt a fogalmat először Bushaw és Clower (1957) vezették be.

Nyilvánvaló, hogy a függvény alakja függ a monopolista rendelkezésére álló információtól, piaci tapasztalatairól és így nagyon változékony és szubjektív: a gazdaság minden állapotában maga a függvény csak akkor lenne teljesen ismert, ha az eltolódási paraméterek értékei ismertek lennének. Ezek azáltal a logikai követelménnyel határozódnak meg, hogy az érzékelt görbe konzisztens kell hogy legyen a megfigyelt korláttal; minden  $K$ -egyensúlyban  $\bar{z}_k$  érzékelt korlátozások jól-meghatározottak<sup>42</sup> és teljesülnie kell a következő össze-

$$\bar{Z}_k(p_k, I_k, \alpha_k) = \bar{z}_k$$

amely inverzióval<sup>44</sup>

$$\alpha_k = \Phi_k(p_k, I_k, \bar{z}_k)$$

összefüggést adja, így az érzékelt keresleti görbe tökéletesen definiált.

### 3. A monopolista ármegeállapítás

Mihelyt az érzékelt keresleti görbe ismert (és  $\alpha_k : \bar{\alpha}_k$ -nél rögzített), a monopolista problémája egyszerű lesz:  $p_k$  árvektorát úgy választja meg, hogy maximalizálja profitját (vagy valamilyen más kritériumot) figyelembevételével termelési lehetőségeit, érzékelt keresleti görbét és azokat a mennyiségi korlátozásokat, amelyeket azokon a piacokon tapasztal, melyeket nem ellenőriz.

Nevezzük:

$z_{kk}$ -nak az általa ellenőrzött áruból való tiszta kereskedelmét,

$z_{kk'}$ -nak a  $k'$  monopolista által ellenőrzött áruból történő tiszta kereskedelmét,

$z_{kh}$ -nak egy versenyző  $h$  áruból történő tiszta kereskedelmét,

ekkor profitmaximalizáló programja a következőképp írható:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max ! p_k z_{kk} + \sum_{k' \neq k} \bar{p}_{k'} z_{kk'} + \sum_h \bar{p}_h z_{kh} \\ z_k = (z_{kk}, z_{kk'}, z_{kh}) \in Y_k \\ z_{kk} \leq \bar{Z}_k(p_k, I_k, \alpha_k) \\ z_{kk} \leq \bar{z}_{kk'}, \quad \text{minden } k' \neq k\text{-ra} \\ z_{kh} \leq \bar{z}_{kh} \end{array} \right.$$

ahol  $\bar{z}_{kk'}$ ,  $\bar{z}_{kh}$  a monopolistának az általa nem ellenőrzött árukra vonatkozó érzékelt korlátozásai.<sup>45</sup>  $\bar{p}_h$ ,  $\bar{p}_{k'}$  ezen áruk árai, amelyek szintén adottságok a monopolista számára.

<sup>42</sup> Bár ezek csak akkor „objektívak”, ha a vállalat a „hosszú” oldalon van.

<sup>43</sup>  $\bar{z}_{kk}$  a monopolista  $z_k$  érzékelt korlátozási vektorának egy része, amely az általa szabályozott árukra vonatkozik.

<sup>44</sup> Feltesszük, hogy a megoldás  $\alpha_k$ -ban mindig egyértelmű, ez nem túl erős megkövetelés.

<sup>45</sup> Minden korlátozást úgy írunk, mintha a monopolista csak kínáló volna (a leírás egyszerűsége kedvéért). Az egyenlőségeket meg kell fordítani, ha termelési tényezőkről van szó.

A fenti program szolgáltatja  $p_k^*$  profitmaximalizáló monopolista árat. Sajnos, nem valószínű, hogy e program rendelkezik mindazokkal a szép konvexitási tulajdonságokkal, amelyekkel a tiszta versenyző magatartásnál találkozunk. Így egyszerűen azt a nagyon magától értetődő feltevést tesszük, hogy  $p_k^*$  folytonosan változik a monopolista számára külsőleg adott paraméterekkel, és azt mondjuk, hogy:

$$p_k^* = p_k^* [p_h, p_k', \bar{z}_{kh}, \bar{z}_{kk'}, \alpha_k, I_k]$$

ahol  $p_k^*$  folytonos változóiban.<sup>46</sup>

Most máris fontos megjegyzést tehetünk azokról az árakról, amelyeket a monopolista valószínűleg választani fog — adott érzékelt keresleti görbék osztálya esetén:

A monopolista mindig úgy választja meg árait, hogy azoknak a piacoknak, melyeket ő ellenőriz, a „hosszú” oldalán legyen, ezért minden érzékelt korlátozás, amelyet érzékelt keresleti görbéje ad, ténylegesen érvényesül is.

Valóban, ha valamelyik általa ellenőrzött piac „rövid” oldalán lenne, akkor növelhetné e termék árát (vagy csökkenthetné, ha az áru termelési tényező volna) és még mindig képes volna ugyanazt termelni és eladni volumenben, növelve profitját.

#### 4. Monopolista egyensúly

Monopolista egyensúlynak nevezünk egy olyan  $K$ -egyensúlyi helyzetet, ahol semelyik monopolista sem akarja változtatni az általa szabályozott árakat, azaz az érzékelt korlátozások és más információk, amelyeket ebben a  $K$ -egyensúlyban kap, mindenegyes monopolistát arra vezetnek, hogy a jelenlegi árakat válasszák.

A monopolista egyensúlyhoz vezető folyamat meglehetősen egyszerű:  $(p_h, p_k)$  árak adott rendszeréből indulva megvalósítható egy  $K$ -egyensúly. Minden egyes monopolista ismeri ekkor érzékelt korlátozásait, érzékelt keresleti görbéjét és az általa keresett kínált áruk árait. Ebből kiindulva az árak más rendszerét választja; egy új  $K$ -egyensúly jön létre. A monopolista felülvizsgálja érzékelt keresleti görbéjét és így tovább, addig, ameddig minden ár nem stabilizálódik.

Természetesen még mindig nagyszámú monopolista egyensúlyi helyzet lesz — a versenyző — és a monopolista árak relatív alkalmazkodási sebességének megfelelően. Olyan monopolista egyensúly létezését tanulmányozzuk itt, amelyben a versenyző árak rögzítettek, ez olyan eset, amelyet hagyományos eszközökkel nem lehet kezelni.<sup>47</sup>

<sup>46</sup> Azok az árak, amelyek árai és mennyiségi korlátai itt láthatók, nem az összes áru, hanem csak azok, amelyeket a monopolista cserél. Így például a versenytársai árai általában nem szerepelnek  $p_k^*$  változói között, ha csak meg nem jelennek  $I_k$ -ban.

<sup>47</sup> Ha „Általános monopolista egyensúlyt” vizsgálunk, ahol a versenyző árak úgy mozognak, hogy megtisztítsák a megfelelő piacokat a hatékony túlkeresletektől, nagyszámú egyensúlyi helyzetet kapunk, a 3. fejezetben levő példánk „kvázi monopólium” (valóságghű) jelensége miatt. Egy általános monopolista egyensúly létezésének bizonyításához, ahol ez a jelenség kiküszöbölődik, Arrow—Hahn (1971) 6. fejezet olvasandó.

## 5. Egy monopolista egyensúly létezése

## a) A gazdaság

Gazdaságunk versenyző háztartásokból ( $i$  index), versenyző vállalatokból ( $j$  index) és monopolista vállalatokból ( $k$  index) áll. Az egyedi hasznosságok és a vállalati technológiák a szokásosak.<sup>48</sup>

Vannak versenyző áruk ( $h$  index) és monopolista áruk ( $k$  index). A háztartások készletei nem-negatívak. Mindenegyres háztartásról feltesszük, hogy  $M_i > 0$  mennyiségű pénze van.

A versenyző áruk árai rögzítettek,  $p_h > 0$  szinten. Speciálisan a pénz árát egységnyinek vesszük.

A monopolista áruk árait az előző szakaszban leírt folyamattal határozzuk meg:

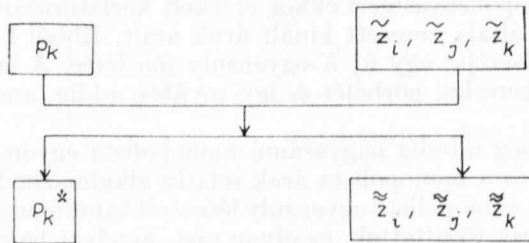
$$p_k^* = p_k^*[p_h, p_{k'}, \bar{z}_{kk}, \bar{z}_{kk'}, I_k, \alpha_k]$$

Feltesszük, hogy:

- $p_k^*$  folytonos függvény minden változójában.
- $I_k$  az áraknak és a hatékony kereseteknek folytonos függvénye.
- $\alpha_k$  folytonosan függ  $p_k$ ,  $I_k$  és  $\bar{z}_{kk}$  változóktól.
- Végül feltesszük, hogy  $p_k^*$  értékeit  $P_k$  konvex kompakt halmazból veszi fel, azaz semelyik monopolistának sincs teljes monopolista hatalma saját piacán, így nem számíthat fel tetszőlegesen magas árakat.

## b) Egyensúly

Szokás szerint az egyensúlyt fixpontként adó transzformációnk szorosan követi a vázolt dinamikus folyamatot; mostani ismeretleneink  $p_k$  monopolista áruk halmaza és az összes szereplőre vonatkozó  $\tilde{z}_i, \tilde{z}_j, \tilde{z}_k$  hatékony keresletek. Ennek megfelelően a transzformáció a következő lesz.



$(\tilde{z}_i^*, \tilde{z}_j^*, \tilde{z}_k^*)$  a hatékony keresletek új vektora: legyen  $h$  tetszőleges (versenyző vagy monopolista) áru indexe; akkor

- $\tilde{z}_{ih}^*$  maximalizálja az  $i$  egyén hasznosságát  $\gamma_{ih}[p, \tilde{z}_i]$  felett,
- $\tilde{z}_{jh}^*$  maximalizálja a  $j$  vállalat profitját  $\bar{Y}_{jh}[\tilde{z}_j]$  felett,
- $\tilde{z}_{kh}^*$  maximalizálja a  $k$  vállalat profitját  $Y_{kh}[\tilde{z}_k]$  felett,

<sup>48</sup> V. ö. Debreu (1959) 5.7 szakasz.

ahol  $\bar{z}_i, \bar{z}_j, \bar{z}_k$ , a  $\tilde{z}_i, \tilde{z}_j, \tilde{z}_k$  hatékony keresletből levezethető érzékelt korlátozások, az 1. fejezet leírása szerint.

$p_k^*$  egyszerűen a monopolista optimális válasza:

$$p_k^* = p_k^*[p_h, p_k, \bar{z}_{kh}, \bar{z}_{kk'}, I_k, \alpha_k]$$

Most be kell bizonyítanunk, hogy ez egy kompakt konvex halmazt önmagára leképező konvex *f.f.f.*

A monopolista árak halmaza definíciós tartományának nyilván  $\prod_k P_k$ -t vesszük. A megfelelő  $p_k^*$  transzformációk egyértékűek és folytonosságuk triviálisan következik feltevéseinkből.

Így csak azt kell bizonyítanunk, hogy a hatékony keresletek egy konvex kompakt halmazhoz tartoznak (egyensúlyi helyzetben) és a változóiban *f.f.f.* konvex transzformációt jelentenek.

#### *α) A hatékony keresletek korlátossága*

Monopolista árakra irányuló hatékony keresletek egyensúlyi helyzetben korlátosak, mivel a monopolista piacok „kiürülnek”.

Ami a versenyző árakat illeti a hatékony keresletek korlátossága a profitok és a gazdagság korlátosságából következik<sup>49</sup> és az összes versenyzői ár pozitívitásából.

Így minden hatékony kereslet korlátos és egy kompakt, konvex halmaz belsejébe tartozik. A hatékony keresleti függvényeket ennek megfelelően módosítjuk, úgyhogy beletartozzanak e kompakt halmazba.

#### *β) Konvexitás*

Ez triviálisan következik  $\gamma_{ih}[\bar{p}, \bar{z}_i]$ ,  $Y_{jh}[\bar{z}_j]$ ,  $Y_{kh}[\bar{z}_k]$  érzékelt választási halmaz konvexitásából és a kritériumok (profitok, hasznosságok, ...) konkavitásából.

#### *γ) Felülről félig-folytonosság*

Itt az áráktól és a hatékony keresletekből való felülről félig-folytonos függést kell bizonyítanunk: ami a kritérium-függvények maximumának folytonosságáról szóló tételből és az adott tartományba eső árnaknál az érzékelt választási halmazok folytonosságából ered.<sup>50</sup>

Így a következő tételt kaptuk: adott feltevéseink mellett rögzített versenyzői árak mellett létezik monopolista egyensúly.

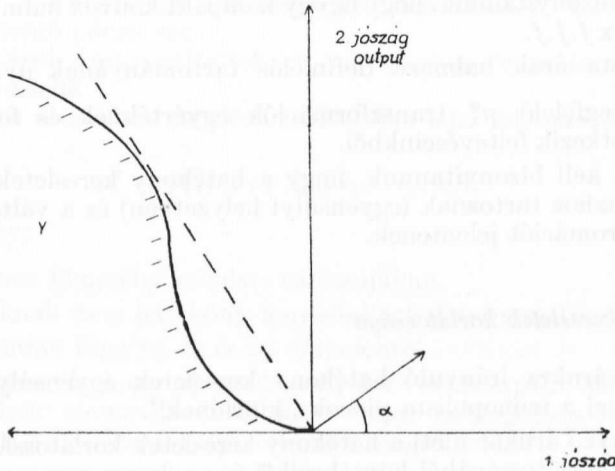
<sup>49</sup> Mivel az árak és a tényleges tranzakciók korlátosak.

<sup>50</sup> A vállalatok választási halmazára ez triviális. A háztartásokat illetően az olvasót a Függelékhez utaljuk, és ellenőrizze, hogy a felsorolt megkötések egyike sem érvényes itt.

c) *Növekvő hozadékok*

A megelőző részekben burkoltan feltettük, hogy a monopolisták technológiai nem növekvő hozadékokat mutatnak, amikor is hatékony keresletükről bizonyítható, hogy konvexek, f.f.f., stb.

Most, ha növekvő hozadékokat feltételezünk, a bizonyítás menete pontosan ugyanaz lesz, kivéve, hogy most *fel kell tennünk*, hogy a monopolisták haté-



7. ábra

kony keresletei folytonosak változóikban. Valóban ez a legkézenfekvőbb feltevés, ha olyan árintervallumokra szorítkozunk, amelyekben a monopolista rendszerint mozog.

Például, ha megnézzük a 7. ábrát, amely a szokásos U-alakú görbének felel meg, látjuk, hogy a monopolisták hatékony keresletei folytonosak minden változójukban — olyan árak és érzékelt korlátozások esetén, amikor az érzékelt profit maximuma szigorúan pozitív.

6. *Egy példa*

Térjünk vissza a 3. fejezet egyszerű gazdaságába, de a vállalat most monopolista mindkét valódi piacon (ő rögzíti az árakat és a béreket) — szemben a korábbi versenyzői magatartással. Az utolsó áru (a pénz) ára egységnyinek veendő:

a) *A monopolista viselkedése*<sup>51</sup>

Már ismerjük a monopolista technológiáját. Most már csak az árura és a munkaerőre irányuló érzékelt „keresleti” görbéit kell pontosítani:

$$\bar{Y}^D(p, \alpha) \quad \text{és} \quad \bar{L}^S(w, p)$$

<sup>51</sup> E szakasz anyaga K. Iwai (1972) dolgozatán alapszik. Az itt adott változat nagyon leegyszerűsített, mivel az eredeti dolgozat foglalkozik a bizonytalansággal, a készletekkel és a várakozásokkal . . . Az érdeklődő további részleteket találhat benne.

Megjegyzésünk szerint a monopolista az árat és a bért úgy választja meg, hogy mindkét piac „hosszú” oldalán legyen, maga után vonva, hogy

$$\bar{Y}^D(p, \alpha) = F[\bar{L}^S(w, \beta)] \quad (\text{I})$$

azaz a vállalat a „monopolium vonalon” van, ami az érzékelt keresleti görbét illeti.

Most az összes olyan pont közül, amelyben ő a „hosszú” oldalon érzi magát, a monopolista olyan pontot választ, amely maximalizálja

$$p \bar{Y}^D(p, \alpha) - w \bar{L}^S(w, \beta) \text{ profitját,}$$

— kielégítve termelési függvényét, amely egy második feltételt ad

$$p \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon_{\bar{Y}^D}} \right] \frac{\partial F}{\partial L} = w \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon_{\bar{L}^S}} \right] \quad (\text{II})$$

ahol  $\varepsilon_{\bar{Y}^D}$  az árukra irányuló érzékelt kereslet árrugalmassága és az érzékelt munkaerőkínálat berrugalmassága. (I) és (II) feltételek adják a „monopolista és monopsonista” optimális árszabályt

$$\begin{cases} p = p^*(\alpha, \beta) \\ w = w^*(\alpha, \beta) \end{cases}$$

Jegyezzük meg, hogy a monopolista („ex ante”) mindig magasabb árban reménykedik, mint amekkora a marginális költsége. Továbbá az egyik piac keresleti helyzete (melyet  $\alpha$  vagy  $\beta$  jelöl) hat a másik piac árképzésére, ez hasonlít a hatékony keresletek tovagyrúzó hatásaihoz az árdinamikában.

*Példa:*

Tegyük fel, hogy

$$\begin{cases} \bar{Y}^D = \alpha p^{-\eta} \\ \bar{L}^S = \beta w^\varepsilon \\ Y = \vartheta L^\gamma \end{cases}$$

Innen adódnak a következő optimális árszabályok:

$$\begin{aligned} \text{Log } p^* &= \frac{1}{\eta + \varepsilon\gamma + \eta\varepsilon(1-\gamma)} \left[ \varepsilon\gamma \text{Log} \left\{ \frac{(\varepsilon+1)\varepsilon}{(\eta-1)\varepsilon\gamma} \right\} - \right. \\ &\quad \left. - (1+\varepsilon) \text{Log } \vartheta + \{1 + \varepsilon(1-\gamma)\} \text{Log } \alpha - \gamma \text{Log } \beta \right] \\ \text{Log } w^* &= \frac{1}{\eta + \varepsilon\gamma + \eta\varepsilon(1-\gamma)} \left[ -\eta \text{Log} \left\{ \frac{(\varepsilon+1)\varepsilon}{(\eta-1)\varepsilon\gamma} \right\} + \right. \\ &\quad \left. + (\eta-1) \text{Log } \vartheta + \text{Log } \alpha - \{\gamma + \eta(1-\gamma)\} \text{Log } \beta \right]. \end{aligned}$$

b) *Általános monopolista egyensúly*

Adott  $\alpha$  és  $\beta$  esetén megkaptuk a monopolista optimális ármegállapító szabályát. Az egyensúlyhoz vezető folyamatban  $\alpha$ -t és  $\beta$ -t minden lépésnél úgy kellene meghatározni, hogy illeszkedjenek a tényleges érzékelt korlátozásokra. A folyamat végén az optimális árak és bérek ( $p^*$  és  $w^*$ ) és a megfelelő  $\alpha^*$  és  $\beta^*$  paraméterek olyanok volnának, hogy

$$\begin{cases} p^* = p^*(\alpha^*, \beta^*) \\ w^* = w^*(\alpha^*, \beta^*) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{L}^S(w^*, \beta^*) = L_2(M, p^*, w^*) = L_3(M, p^*, w^*) \\ \bar{Y}^D(p^*, \alpha^*) = Y_2(M, p^*, w^*) = Y_3(M, p^*, w^*) \end{cases}$$

ez meghatározza általános monopolista egyensúlyunkat.

Az első egyenletpár azt mondja, hogy a monopolista optimális árat és bért állapított meg, adottnak véve érzékelt görbéjét. A második egyenletpár azt mondja, hogy ezek a görbék olyan ponton mennek keresztül, ahol a monopolista *tényleg* (és nemcsak érzékelt görbéit illetően) mindkét piac „rövid” oldalán van.

7. *Monopolista verseny*

Formálisan a mi modellünk kizárólag tisztán monopolista esetekkel foglalkozik, azaz minden monopolizált árut csak egy monopolista vállalat ad el. Szeretnénk azonban foglalkozni azzal a valóságghűbb esettel, amikor sok monopolista vállalat adja el ugyanazt az árut, mindegyik saját árat állapítva meg, azaz a monopolista versennyel. Különböző lehetséges módokon kezelhető a monopolista verseny modellünkön belül.

a) Először, ha a versenyző monopolisták által termelt árukat nyíltan egy árunak tekintjük, a modell nem nagyon változik, kivéve, hogy ugyanazon árunak több ára lesz (ugyanannyi ahány monopolista van). A legfontosabb változás azonban az, hogy nagyon bonyolult kiutalási rendszert kell definiálnunk erre az árura meghatározva többek között, hogy hogyan „osztják” fel a piacot a monopolista versenyzők többletkapacitás esetén. A séma által adott arányok nyilván döntően a versenyzők relatív áraitól függének.

Hasonló munkákat illetően Rotschild (1971) összefoglaló tanulmányára hivatkozunk (de inkább „részleges egyensúlyi”, mint „általános nem-egyensúlyi” keretben).

b) A probléma megoldásának másik megoldási vonala — amely közelebb van a mi formális modellünkhöz — az, hogy a különböző vállalatok által eladott termékeket különböző áruknak tekintjük (helyi, minőségi okokból, stb.), de közeli helyettesítőknek. Ez a módszer a dolgokat formálisan sokkal egyszerűbbé teszi, mint az előző módszer és megkönnyíti a minőségi és termék-differenciálási problémák kezelését.

Az áruk közötti helyettesíthetőség foka a gazdaság olyan alapvető adataitól függ, mint amilyen a fogyasztó nem teljes információs minőségről és árakról, tranzakció-költségek stb. A helyettesíthetőség eme fokának megfelelően a különböző vállalatok által választott árak közel lesznek a „versenyzői” árhoz



(ha nagyon erős helyettesíthetőség van) vagy a „monopolista” árhoz<sup>52</sup> (ha a helyettesíthetőség nagyon gyenge).<sup>53</sup>

c) Azonban e két közelítés egyike sem túlzottan kielégítő. A monopolista verseny helyes elmélete nyíltan számításba kell hogy vegye a kiutalási rendszer vagy a helyettesíthetőségi fok burkolt tényezőit, azaz:

- a cserélők tökéletlen információit az áráról és a minőségről,
- tranzakciós költségeket (különös tekintettel az elhelyezésre, amely járadékokat tesz lehetővé),
- a cserélők kutatási viselkedését, figyelembevve az előző tényezőket.

E probléma első megközelítéseit Phelps és társai (1970) könyvében találhatjuk. [Vö. Rotschild (1971) összefoglaló tanulmányával is.]

d) Végül meg kell jegyeznünk, hogy modellünk, amelyben minden szereplő a többi szereplő cselekvését adottnak veszi, nem képes kezelni egy oligopolium általánosabb problémáját, ahol a szereplők figyelembe veszik stratégiáik kölcsönös függőségét (interdependenciáját). Ehhez általánosabb játékelméleti fogalmak lennének szükségesek. [Vö. például Marschak—Selten (1973).]

## 6. fejezet

### Időleges keynesi egyensúly

Idáig néhány olyan feltevessel éltünk, amelyet szeretnénk feloldani.

— A korlátozások (akár objektívek, akár szubjektívek) és az árak biztosan ismertek még a jövőre vonatkozóan is.

— Feltételezzük a pénz valamilyen közvetett hasznosságát anélkül, hogy megadnánk ennek levezetését.

— Az egymásutáni „egyensúlyi helyzetek” nincsenek igazán nyíltan összekapcsolva.

Ezért olyan gazdaságot fogunk most tanulmányozni, ahol a jövő bizonytalan (ami az árakat és a korlátozásokat illeti) és a pénz, mint az egyetlen értéktár kapcsolja össze az egymásutáni egyensúlyi helyzeteket. Meghatározzuk a pénz közvetett hasznát és megmutatjuk, hogy hogyan hat ez a létrejövő K-egyensúlyra. (Szokás szerint az árak rögzítve lesznek az első időszakra.)

#### 1. A gazdaság

Az egyszerűség kedvéért egy kétperiódusú<sup>55</sup> cseregazdaságot vizsgálunk. Legyen  $n$  egyedünk,  $i = 1, \dots, n$ , mindegyik rendelkezik egy von Neuman—Morgenstern típusú haszonfüggvénnyel kétperiódusú fogyasztási árama fölött:

$$u_i(\omega_{i1} + z_{i1}, \omega_{i2} + z_{i2}).$$

<sup>52</sup> A monopolista árat itt úgy kell érteni, mint amelyik a teljes ágazattal szembeni keresleti görbének felel meg.

<sup>53</sup> A probléma e közelítési módja szorosan kapcsolódik Triffinéhez (1940): vö. „Külső interdependencia”-elméletével.

<sup>55</sup> Mindegyik periódus „rövid periódus” az előbb használt értelemben, azaz sok elemi időszak összevonását képviseli.

Mivel inkább a „piac bizonytalanságára” akarunk összpontosítani, mint az „egyedi bizonytalanságra”; feltettük, hogy a jövőbeli készletek biztosan ismertek. Továbbá feltesszük, hogy az egy periódusra kapott hasznossági rendezés független a másik periódus fogyasztásától. (Az egyszerűsítő feltevések kiküszöbölése nem változtatná meg az eredményeket, de bonyolítaná a kifejtést.) Mindegyik egyed úgy cselekszik, hogy maximalizálja a várakozásainak megfelelő várható hasznosságot.

## 2. Várakozások

Az egyed a második időszakra  $p_{h_2}$  árakat lát előre, valamint  $\bar{z}_{ih_2}$  érzékelt korlátokat azokra az árukra vonatkozóan, amelyekkel kereskedni fog. Ezek a paraméterek bizonyossággal nem láthatók előre, de az egyed rendelkezik egy szubjektív valószínűség-eloszlással. Ez az eloszlás kell hogy függjön az első időszakban az egyed rendelkezésére álló összes információtól (múlt és jelen árak, múlt és jelen érzékelt korlátok, egyéb információs változók . . .). Mivel a „múlt” és a jelen árak adottak e problémában, és mi különösen a jelen érzékelt korlátainak fontosságát akarjuk hangsúlyozni, a valószínűség-eloszlást explicite függővé tesszük az egyed első periódusra vonatkozó érzékelt korlátaitól.

$$\psi_i[p_2, \bar{z}_{i2} | \bar{z}_{i1}]$$

További változókat is hozzávehetnénk, anélkül, hogy változtatnánk a bizonyítást. Ez a valószínűségi eloszlás — feltevés szerint — folytonosan függ  $\bar{z}_{i1}$  változójától (a mai érzékelt korlátoktól).

## 3. Az egyedi viselkedés

Itt az egyed első periódusban történő cselekedeteit akarjuk levezetni, azaz árukra vonatkozó hatékony keresleteit és kívánt pénzkészletét. De ebből a célból tudnunk kell, hogyan értékeli a különböző döntéseket. Ebből a célból egy közvetett haszonfüggvényt fogunk alkalmazni (amely magában foglalja külön a pénzt mint változót), amely „összegzi” minden egyes döntésének következményeit;<sup>56</sup> mivel ez a közvetett haszon a második periódus anticipált eseményeitől és döntéseitől függ lényegében, először ezeket tanulmányozzuk.

### a) A második időszak problémája

Tegyük fel, hogy az egyén az első periódusban  $\omega_{i1} + \bar{z}_{i1}$ -t fogyasztott,  $M_i$  mennyiségű pénzt halmozott fel és  $p_2$  árrendszerrel és  $\bar{z}_{i2}$  érzékelt korlátokkal áll szemben. Ekkor meg kell határozni  $z_{i2}$  fogyasztási kosarát a második periódusban úgy, hogy maximalizálja haszonfüggvényét a költségvetési korlát és az érzékelt korlátozások feltétele mellett.<sup>57</sup>

<sup>56</sup>Ezt a módszert megtaláljuk Grandmont (1971)-ben, a jól ismert Hicks-i időleges egyensúlyról szóló részben.

<sup>57</sup>Mivel az egyed egyszerűen egy fogalmi kísérletet végez a jövőben (azaz nincs valódi kölcsönhatás a jövő piacok keresletei közt), itt megengedett egyetlen optimalizációs programot vizsgálni  $t$  helyett.

$$\begin{cases} \max ! z_i[\omega_{i1} + \bar{z}_{i1}, \omega_{i1} + z_{i2}] \\ \sum_{h=1}^l p_{h2} z_{ih2} \leq M_i \\ z_{ih2} \leq \bar{z}_{ih2} & h \in D_{i2} \\ z_{ih2} \geq \bar{z}_{ih2} & h \in S_{i2}. \end{cases}$$

Az optimalizálás eredménye minden anticipált  $(p_2, \bar{z}_{i2})$ -re  $z_{i2}^*$  optimális fogyasztási vektor és a hasznosság optimális anticipált szintje:

$$u_i^*[\omega_{i1} + \bar{z}_{i1}, M_i, p_2, \bar{z}_{i2}] = u_i[\omega_{i1} + \bar{z}_{i1}, \omega_{i2} + z_{i2}^*].$$

A leírtaknak megfelelően, ez a maximális haszon nyilvánvalóan függ a pénztől, és a második periódus áraitól és érzékelt korlátjaitól.

b) *A közvetett haszonfüggvény*

Minden első periódusú  $(\omega_{i1} + z_{i1}, M_i)$  döntésre és minden  $(p_2, \bar{z}_{i2})$  anticipációra az egyén képes meghatározni hasznosságát (adottnak véve második időszakra vonatkozó legjobb döntését):

$$u_i^*[\omega_{i1} + z_{i1}, M_i, p_2, \bar{z}_{i2}].$$

Így egy döntés várható haszna az első periódusról nézve egyszerűen a fenti haszon várható értéke, figyelemmel az egyén valószínűségi elképzeléseire.

$$\int u_i^*[\omega_{i1} + z_{i1}, M_i, p_2, \bar{z}_{i2}] d\varphi_i[p_2, \bar{z}_{i2} | \bar{z}_{i1}] = V_i[\omega_{i1} + z_{i1}, M_i | \bar{z}_{i1}].$$

Ez a „pénz közvetett haszna”. Természetesen változóként szerepelnek benne a fogyasztás és a pénzkészlet, de ami legfontosabb, függ az anticipált áraktól és korlátoktól, és így függ a ma érzékelhető korlátoktól.

Például, a munkanélküliség ma jövőbeli munkaerő eladási megszorításokat illető anticipációkat okoz, és növeli a pénz közvetett hasznát úgy, hogy a megtakarítások relatíve nőnek a munkanélküliséggel (ez bizonyos fajtája a pénz iránti elővigyázatossági keresletnek). Fordítva, ha infláció és korlátozások vannak a vásárlásnál, a pénz közvetett haszna nagyon alacsony lesz és az emberek megpróbálnak megszabadulni tőle („fuite devant la monnaie”). Ez növelni fogja az inflációs árkeresletet, esetleg hiperinflációhoz vezet (és a reálkibocsátás csökkentéséhez is).

c) *Az első időszak problémája*

Az első időszakban minden egyén maximalizálja indirekt haszonfüggvényét:

$$\max ! V_i[\omega_{i1} + z_{i1}, M_i | \bar{z}_{i1}]$$

a vonatkozó különböző korlátozások mellett. De egy nehézség keletkezik abból a vontyából, hogy  $\bar{z}_{i1}$  érzékelt korlátok nem függetlenek ezen periódus egyéni döntéseitől. Mind a döntések, mind a korlátok az egyensúlyhoz vezető rekurzív folyamat eredményei, amelyet itt részletezünk.

d) *Példa: a defláció esete*

Feltesszük, hogy az egyedi, két periódusú von Neumann—Morgenstern haszonfüggvény a következő:

$$\alpha_1 \text{Log } C_1 + \alpha_3 \text{Log } [\bar{L} - L_1] + \alpha'_1 \text{Log } C_2 + \alpha'_3 \text{Log } [\bar{L} - L_2].$$

Az egyed feltételezi, hogy munkaerőinátatát  $L^e$ -nél fogják korlátozni a második periódusban, és hogy  $\pi^e$  profitrészt fog kapni. Mivel gazdasági élete a második periódusban befejeződik,

$$C_2 = \frac{M}{p^e} + \pi^e + \frac{w^e}{p^e} L^e = \frac{M}{p^e} + Y^e$$

mennyiséget fog fogyasztani.

Így a közvetett haszonfüggvény

$$\alpha_1 \text{Log } C_1 + \alpha_3 \text{Log } (\bar{L} - L_1) + \alpha'_1 \text{Log} \left[ \frac{M}{p^e} + Y^e \right] + \alpha'_3 \text{Log } [\bar{L} - L^e],$$

mely mai tranzakcióktól, pénzkészletektől és várakozásoktól függ.

Feltesszük, hogy defláció van és a munkaerő korlátozott, ezért első periódusú problémánk a közvetett haszonfüggvény maximalizálása a költségvetési korlátozás mellett:

$$C_1 + \frac{M}{p} = \frac{\bar{M}}{p} + Y,$$

amelyből következik, hogy

$$\begin{cases} \tilde{C}_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha'_1} \left[ \frac{M}{p} + Y + \frac{p^e Y^e}{p} \right] \\ \tilde{M} = \frac{\alpha'_1}{\alpha_1 + \alpha'_1} \left[ \frac{M}{p} + Y \right] - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha'_1} \frac{p^e Y^e}{p}. \end{cases}$$

Látjuk, az utolsó tagból, hogy „elővigyázatossági” pénzkereslet van a termelési tényezők előrejelzett eladhatatlansága miatt. Ha  $Y^e = 0$  (azaz, ha az egyed nem számít jövőbeli jövedelemre), megkapjuk példánk közvetett haszonfüggvényét, amely így egy „pesszimista” egyednek felel meg. Ebben az esetben az egyed mindig óhajtja bizonyos pénz megtakarítását.<sup>58</sup> Mint az elméletben pontosá tettük,  $Y^e$  és  $P^e$  az első időszak korlátozásaitól kell hogy függjön,  $Y$  különösen.

Megjegyezzük, hogy ha

$$\frac{\partial [p^e Y^e]}{p \partial Y} > \frac{\alpha'_1}{\alpha_1},$$

akkor a multiplikátor robbanó s ezért az egyensúly instabil lesz. Ténylegesen a valódi rendszerekben az instabilitás esélyei kisebbek, mint amit e képlet sugall, mivel a jövőt illető várakozások sok múltbeli időszaktól függenek, és nemcsak a ma érzékelt korlátozásoktól („állandó jövedelem” hatások).

<sup>58</sup> Ugyanazt kapnánk valószínűségi várakozásoknál, ha az egyén zérus második időszaki jövedelmet jelezne elő nem zérus valószínűséggel.

## 4. Egyensúly

Az egyensúlyhoz vezető folyamat mintegy „történetileg” a következőképp írható le: kezdetben az egyének kifejezték  $\bar{z}_{ih1}$  hatékony keresletüket. Ez meghatározza  $\bar{z}_{ih1}$  tényleges tranzakcióikat és  $\bar{z}_{ih1}$  érzékelt korlátaikat. Ezek meghatározzák a pénz közvetett hasznát, így meghatározhatjuk  $\tilde{z}_{ih1}$  hatékony keresletek új rendszerét a szokásos programok megoldásával:

$$\begin{cases} \max ! V_i[\omega_{i1} + z_{i1}, M | \bar{z}_{i1}] \\ \bar{p}_1 z_{i1} + M_i = \bar{M}_i \\ z_{ih'1} \leq \bar{z}_{ih'1} & h' \in D_{i1} & h' \neq h \\ z_{ih'1} \geq \bar{z}_{ih'1} & h' \in S_{i1} & h' \neq h. \end{cases}$$

Így a hatékony keresletek egyik rendszeréből az új rendszerbe való áttérés a következő oksági láncot követi:

$$\begin{aligned} z_{i1} &\rightarrow \bar{z}_{i1} \rightarrow V_i[M_i, z_{i1}, \bar{z}_{i1}] \rightarrow \tilde{z}_{i1} \\ &\quad \mapsto \bar{z}_{i1} \end{aligned}$$

Az egyensúly a hatékony keresletek egy stabil rendszere lesz, azaz a fenti transzformáció fixpontja.

5. Egy időleges  $K$ -egyensúly létezése

Adott első időszak  $\bar{p}_1$  áraitra — melyek egyike sem zérus — bebizonyítjuk egy „időleges  $K$ -egyensúly” létezését. A pénz árát önkényesen egységnyinek rögzítjük. A rövidtávú  $K$ -egyensúlyról szóló részből tudjuk, hogy ilyen egyensúly létezik, ha  $V_i$  közvetett hasznosságfüggvények

- folytonosak  $(\omega_{i1} + z_{i1}, M_i, \bar{z}_{i1})$ -ben,
- konkávok  $(\omega_{i1} + z_{i1}, M_i)$ -ben.

Mindegyik egyednek két periódusú von Neumann—Morgenstern hasznosságfüggvénye van a szokásos tulajdonságokkal. Az egyéni készletekre teljesül

$$\omega_{i1} \geq 0, \omega_{i2} \geq 0, M_i > 0 \text{ minden } i\text{-re.}$$

Kiegészítésül szükségünk van a várakozások folytonosságának feltételére: a  $\psi_i[\bar{p}_2, \bar{z}_{i2} | \bar{z}_{i1}]$  transzformáció — amely az első időszak korlátozásait a második időszak árak és korlátozásai fölötti valószínűségi mértékekben viszi — folytonos a valószínűségi mértékek gyenge konvergenciájának topológiájában.<sup>59</sup> Továbbá feltesszük, hogy semelyik árról sem várják, hogy zérus.

Most bebizonyíthatjuk  $V_i$  fenti tulajdonságait:

*Konkavitás*

Vegyünk két tetszőleges párt (az  $i$  indexet elhagyva):

$$\begin{cases} (\omega_1 + z'_1, M') = (x'_1, M') \\ (\omega_1 + z''_1, M'') = (x''_1, M'') \end{cases}$$

<sup>59</sup> Vö. Grandmont (1971).

és  $\lambda \varepsilon[0, 1]$  számot, legyen

$$\begin{cases} x_1 = \lambda x'_1 + (1 - \lambda) x''_1 \\ M = \lambda M' + (1 - \lambda) M'' \end{cases}$$

Meg akarjuk mutatni, hogy:

$$V_i[x'_1, M | \bar{z}_1] \geq \lambda V_i[x'_1, M' | \bar{z}_1] + (1 - \lambda) V_i[x''_1, M'' | \bar{z}_1]$$

$\alpha$ ) Rögzítsük először  $(p_2, \bar{z}_2)$ -t. Ekkor (elhagyva az adott  $(p_2, \bar{z}_2)$ -t):

$$\begin{cases} u_i^*[x'_1, M'] = u_i^*[x'_1, x'_2] \\ u_i^*[x''_1, M''] = u_i^*[x''_1, x''_2] \end{cases}$$

Könnyű ellenőrizni, hogy  $\lambda x'_2 + (1 - \lambda) x''_2$  kielégíti a második időszak  $M$ -korlátját. Így:

$$u_i^*[x_1, M] \geq u_i[x_1, \lambda x'_2 + (1 - \lambda) x''_2] \geq \lambda u_i[x'_1, x'_2] + (1 - \lambda) u_i[x''_1, x''_2]$$

(az utolsó egyenlőtlenség  $u_i$  konkavitásából következik).

$\beta$ ) Így megmutattuk, hogy minden  $(p_2, \bar{z}_2)$ -re

$$u_i^*[x_1, M, p_2, \bar{z}_2] \geq \lambda u_i^*[x'_1, M', p_2, \bar{z}_2] + (1 - \lambda) u_i^*[x''_1, M'', p_2, \bar{z}_2].$$

Mindkét oldalon véve a  $\psi_i[p_2, \bar{z}_2 | \bar{z}_1]$  valószínűségeloszlás szerinti várható értékeket, megkapjuk a kívánt eredményt.

### Folytonosság

A második időszak készleteire és várható áaira vonatkozó feltevések szerint, a második időszak érzékelt választási halmazai folytonosan változnak  $M_i, p_2, \bar{z}_{i2}$ -vel.<sup>60</sup> Így  $u_i^*[\omega_{i1} + z_{i1}, M_i, p_2, \bar{z}_{i2}]$  minden változójában folytonos, továbbá a  $\psi_i[p_2, \bar{z}_{i2} | \bar{z}_{i1}]$  várakozás folytonos, ezért  $V_i$  függvény minden változója szerinti folytonossága következik Grandmont (1972) 5. rész A-3 tétele szerint.

Így minden  $V_i$  kielégíti a konkavitási és a folytonossági feltevést, azaz az időleges keynesi egyensúly létezik.

### 6. Megjegyzések

a) Módszerünk, amelyet a pénz tekintetében felhasználtunk, használható volna bármilyen állandó-változóra, azzal a különbséggel, hogy az állandó-változó-sokra vonatkozó érzékelt korlátozásokat illető várakozásokat is be kellene vezetnünk. Ez különösen érdekes vonásokat hoz modellünkbe:

— Egy értéktár esetén (például pénzügyi aktívák) látjuk, hogy a közvetett haszon nemcsak „spekulatív” vonatkozásától függ (azaz a jövőbeli árváltozó-sokra vonatkozó anticipációktól), hanem „likviditási” vonatkozásától is (azaz ésszerű áron való gyors eladásának lehetőségétől), mivel az eladások érzékelt korlátozásai mutatják, hogy milyen gyorsan képes valaki átalakítani az értéktár adott készletét pénzzé. Ez a két vonatkozó nyilvánvalóan nagyon szorosan összefügg.

<sup>60</sup> Vö. Függelék. Az eredmény igaz, mivel az összes második időszaki várható ár pozitív.

— Fizikai tőkénél, a „közvetett profit-függvény”<sup>61</sup> nemcsak a jövőbeli áraktól függ, hanem legnagyobb mértékben a kereslet hosszú távú anticipációjától.

Ennek megfelelően, a fizikai tőkére vonatkozó származtatott keresleti görbék — bár továbbra is tartalmaznak árváltozókat — sokkal közelebb kerülnek a hagyományos akceleratorhoz, mivel magukban foglalják legalábbis a múlt és a jelen eladásokat.<sup>62</sup>

b) Láttuk, hogy a várakozások hatása valószínűleg növeli a multiplikátor egyensúlytalanságot okozó hatásait, amelyek „robbanók” lehetnek.<sup>63</sup> Így, egzisztencia-bizonyításaink kevésbé tételezik fel a rendszer stabilitását, mint bármikor. Instabilitás esetén a  $K$ -egyensúly fogalom használata dinamikus célokra nem lenne nagyon jogosult, és explicit időelemzés szükséges.

c) Mint Grandmont (1971) észrevette, bizonyos várakozási típusok esetén nem létezik szabályos rövidtávú egyensúly. Sajnos ez az eset, ha olyanok a várakozások, hogy „hiányzik a pénzillúzió”. Ebben az esetben a jövőbeli árak valahogyan meghatározott arányban lesznek a mai árakkal.<sup>64</sup> Az intertemporális árak eme „ragadósága” kizárja a szabályos egyensúly létezését. Azonban, mivel az ár ragadósága olyan helyzet típusa, ahol a  $K$ -egyensúly fogalma a legmegfelelőbb, létezni fog egy szabályos egyensúly minden egyes első periódusú árrendszerre, és ez lehetővé teszi ezen típusú gazdaságok elemzését is.

## 7. fejezet

### Más vizsgálatokhoz való viszony

Tanulmányunk viszonya Clower (1965) és Leijonhufvud (1968) munkáihoz elég nyilvánvaló. Mivel mindkét szerző ragyogóan bizonyította közelítésük erős kapcsolatát. Keynes munkájával, ezt nem követjük tovább itt. Inkább megpróbáljuk áttekinteni a kevésbé nyilvánvaló kapcsolatokat más jól ismert munkákkal.

#### 1. Bent Hansen: Az infláció elméletének tanulmányozása

Már több helyen említettük a két tanulmány közti hasonlóságokat, ezért itt csak a legfontosabbakat összegezzük:

Először, Bent Hansen aktív kereslet fogalma nagyon hasonlít a mi hatékony keresletünkhöz, és a Walras-törvénynek elutasítása aktív keresletekre vonatkozóan ugyanazon típusú okokon alapszik. Továbbá hangsúlyozta a merev árak szerepét rövid távon („elfojtott infláció”) és bevezette a kvázi-egyensúly fogalmát, amely lehetővé teszi a nem-egyensúlyi elemzések hosszú távú vizsgálatát is (azaz, ha az árak is változnak).

<sup>61</sup> A terminológia itt nagyon nem kielégítő. A kapott fogalomhoz hasonlít a „tőke határhatékonysága”. E görbe lefelé lejtése nagyon természetesnek tűnik ebben az összefüggésben, mivel annak reménye, hogy minden kibocsátást eladunk, csökken a készlet nagyságának növekedésével, így a várható megtérülés végül esökkenni fog még akkor is, ha a termelésben nincs esökkenő hozadék.

<sup>62</sup> Vö. Grossman (1972), aki különböző akceleratorokat származtat a keresleti várakozások különböző típusaira.

<sup>63</sup> Azonban, ha a várakozások a megfigyelések hosszú sorozatától függenek (állandó jövedelem típusú várakozások), akkor legalább az átmeneti résznek megfelelő multiplikátorok nem lehetnek túl instabilak.

<sup>64</sup> Pontosabb állítást Grandmont (1971) művében találunk.

## 2. Kornai: *Anti-equilibrium*

Egy másik mű, amely bizonyos hasonlóságokat mutat tanulmányunkkal: Kornai könyve (1971). Ezek közül néhányat vázolunk itt:

— Az egyedi gazdasági egységek leírásánál szembeállítja a szabályozási változókat (vételi és eladási szándékok) a reál-változókkal (tényleges eladások és vételek). A vételi és eladási szándékok nagyon közeliek a mi hatékony keresleteinkhez, különösen akkor, amikor említi, hogy ezek csak akkor figyelhetők meg, ha a gazdasági egység a piac „rövid” oldalán van (282. o.). De az összehasonlítás nem folytatható, mivel a szabályozási változók pontos meghatározása nincs kifejtve.

— Az egész gazdaság tanulmányozásánál, Kornai nagyon érdeklődik a „nyomás” (általános túlkínálat) vagy „szívás” (általános túlkereslet) állapotai iránt, amelyek nyilván nem volnának lehetségesek a szokásos keretben, és legalábbis azt implikálják, hogy a Walras-törvény nem érvényes a vásárlási és eladási szándékokra (szabályozási változók). Továbbá leírása, például a „szabályozási szféra szívási spiráljáról”, igen hasonlít a hatékony kereslet tovagyűrűző hatásaihoz az általánosított túlkereslet állapotában (337. o.).

— Rátérve az okokra (itt a „szívást” tanulmányozzuk, mivel Kornai ezt teljesebben elemzi, mint a „nyomást”) az által felsorolt legfontosabb okok az elfojtott infláció (azaz ármeréség) és túlfeszített *naturális* tervek, maga után vonva speciálisan a túl magas fizikai beruházási célokat. Az első okot részletesen tanulmányoztuk; a második okot legegyszerűbben úgy hozhatjuk be modellünkbe, hogy bevezetjük a beruházási (vagy más) javak iránt külsőleg meghatározott keresleteket, mint a keynesi modellben. És ebben az esetben egy még erősebb okunk van az általános tartós egyensúlytalanságra: mert minden monetárisan adott hatékony túlkereslet a Pigou-hatások révén hosszú távon kiküszöbölődik, de ha a volumenben adott hatékony túlkeresletek túl magasak, akkor ezek soha nem küszöbölődnek ki, és a rendszer végtelen sokáig egyensúlytalanságban marad.

## 3. K. Marx: *A tőke, Értéktöbbletelméletek*<sup>65</sup>

A lehető legfontosabb hasonlóság van analízisünk és a válságok (különösen „a realizációs válságok”) marxi analízise között. Valóban azt próbáljuk megmutatni, hogy Marxnál, hasonlóan a keynesi elemzéshez, burkoltan megvan az alap a nem-egyensúlyi állapotok (és különösen a válságok) vizsgálatához.<sup>66</sup>

### a) *Say törvénye*

A klasszikus elmélet első dogmája, amelyet Marx abból a célból támad, hogy bizonyítsa a túlkínálat állapotának lehetőségét, nyilván a „Say-törvény”:

„Az ízetlen Say-nek Ricardo által átvett [tulajdonképpen (James) Milltől való] nézete (amelyre vissza fogunk térni ennek a szánalmas alaknak a meg-

<sup>65</sup> Itt csak nagyon rövid megjegyzéseket teszünk a marxi közgazdaságtan egyik nagyon szűk aspektusáról. Az olvasó szélesebbkörű és ragyogó újraértékelését találhatja eme és más fogalmaknak Robinson (1942) és Sweezy (1942) klasszikus művekben.

<sup>66</sup> A következőket illetően emlékeznünk kell arra, hogy Marx, mint Keynes történelmi okokból lényegében a tőkés monetáris gazdaságon belül az általános túltermelés lehetőségének (és valószínűségének) bizonyítását célozta, ezért hivatkozik állandóan az általános túlkínálati állapotokra.



tárgyalásánál), hogy *túltermelés* vagy legalábbis a *piac általános túltelítettsége* nem lehetséges; azon a tételen nyugszik, hogy *terméket termékre* cserélnek ki . . .<sup>67</sup> Speciálisan, Marx támadja többek között Ricardo következő jellemző állítását: „Termékeket mindig termékekért vesznek vagy szolgálatokért; a pénz csak csereeszköz . . . Lehet, hogy egy *különös* áruból túl sokat termelnek s annyira túl van telítve a piac, hogy nem fizeti vissza a ráfordított tőkét; de nem lehet ez az eset *valamennyi* áru tekintetében” (Ricardo: i. m. 341—342).<sup>68</sup>

De mint Marx megmutatja, a kapitalista gazdaságban a pénz pusztja jelenléte, bár nagyban megkönnyíti a cserefolyamatot a természetes gazdasággal szemben, ugyanakkor létrehozza a túltermelési válságok lehetőségét az eladási-vásárlási döntés egységének megbontásával:

„A pénz nemcsak az «a közeg, amelynek révén a cserét lebonyolítják» (341. o.), hanem egyszerre mind az a közeg, amelynek révén a terméknek termékkel való cseréje két egymástól független és egymástól időben és térben távolálló aktussá válik szét.”<sup>69</sup>

„Mi sem ostobább annál a dogmánál, hogy mivel minden eladás vétel és vice versa [fordítva], az áruforgalom szükségszerűen magába foglalja az eladások és vételek egyensúlyát. Ha ezzel azt akarják mondani, hogy a valóban végrehajtott eladások száma egyenlő a vételek számával, ez közönséges tautológia. Ezzel a dogmával azonban azt akarják bizonyítani, hogy az eladó magával hozza a piacra vevőjét. A vétel és az eladás *azonos művelet* mint két *polárisan* ellenkező személy, az árutulajdonos és a pénztulajdonos kölcsönös vonatkozása. A vétel és az eladás *két polárisan* ellenkező művelet, mint *ugyanannak* a személynek cselekedetei . . . Senki sem adhat el, ha másvalaki nem vásárol. De senkinek sem kell azonnal vásárolnia, mert maga eladott. . . Ha az egymást kiegészítő, ezért belsőleg önálló folyamatok külső önállósulása bizonyos pontot ér el, az egység erőszakosan érvényt szerez magának — *válság* útján.”<sup>70</sup>

Mivel a terminológia problémát jelenthet, a marxi analízisről áttérve a mi analízisünkre, újrafogalmazzuk néhány állítását a mi elemzésünk kifejezéseivel:

Az eladás és a vásárlás egysége, amikor különböző személyek valósítják meg, nem más, mint az összes nettó vásárlások azonosan zérus volta minden árunál, amelyet a következőképp jelöltünk:

$$\sum_{i=1}^n \bar{z}_{ih} \equiv 0$$

minden  $h$ -ra.

Jegyezzük meg, hogy e „pusztá tautológia” csak az általános egyensúlyi pontban teljesül a hagyományos modellekben.

A vásárlás és az eladás azonossága egy személynél sokkal többet jelent mint ez, nevezetesen azt, hogy ha  $z_{ih}$  az egyed által kifejezett túlkereslet,

<sup>67</sup> Marx (1961) 460. o.

<sup>68</sup> Idézi Marx (1961) 471. o.

<sup>69</sup> Marx: (1961) uo.

<sup>70</sup> Marx (1955) 112. o.

ez egyensúlyban van az adott áráknál, azaz

$$\sum_{h=1}^l p_h z_{ih} = 0$$

minden  $i$ -re.

A hagyományos cseregazdaságban, ahol minden döntést egy csapásra hoznak (vagy legalábbis minden eladás azonnali vásárlást foglal magába), ez nyilvánvalóan igaz és a Walras-törvény modern változatainak alapját képezi. De egy monetáris gazdaságban, minden egyes vásárlási vagy eladási döntés elkülönül a többitől, és noncs ok, hogy a lényeges  $\tilde{z}_{ih}$  keresleti függvényekre vagy hatékony keresletekre teljesüljön a fenti egyenlőség, akár egyéni, akár globális szinten:

$$\sum_{h=1}^l p_h \tilde{z}_{ih} \neq 0$$

minden  $i$ -re.

$$\sum_{h=1}^l p_h z_h \neq 0.$$

Az eladási-vételi döntés elkülönülésének fontosságát, amelyet a pénz okoz a Say-törvény érvénytelenségében, Marx tökéletesen látta:

„Ha mint közvetlen cserénél a vétel és az eladás egy volna, a válság lehetsége ezen feltevés mellett eltűnne.”<sup>71, 72</sup>

### b) *Értékesítési válságok*

Idáig azt láttuk, hogy a kapitalista monetáris gazdaság analízise elvezette Marxt a válságok teljesen új okának felfedezéséhez, melyet a hagyományos elemzés kizárt: az általános túlkínálat lehetősége, azaz hogy a termékeknek, a munkaerőnek stb. adott kínálata nem talál magával egyenlő vásárlóerőt a vásárló oldalon *összességében sem*. Az eladás eme általános lehetetlensége, a munkaerő vagy az áru értékének „értékesíthetlensége” — ez a marxi „értékesítési válság”; ezt Marx a következő helyen igen erőteljesen elemzi:

„De az értéktöbblet megtermelésével a tőkés termelési folyamatnak csak az első felvonása, a közvetlen termelési folyamat zárult le. . . Most következik a folyamat másik felvonása. Az egész árutömeget, az összterméket, . . . el kell adni. Ha ez nem történik meg, vagy csak részben, vagy csak olyan áron, amelyek a termelési árak alatt vannak, akkor a munkást kizsákmányolták ugyan, de kizsákmányolása nem realizálódik mint olyan a tőkés számára . . . A közvetlen kizsákmányolásnak és a kizsákmányolás realizálásának feltételei nem azonosak. Nemcsak időben és térben, de fogalmilag is elkülönülnek. E feltételek egyikét csak a társadalom termelőereje korlátozza, másikat a különböző termelési ágak arányossága és a társadalom fogyasztóképessége.

<sup>71</sup> Marx: (1961).

<sup>72</sup> Itt csupán a túltermelés lehetőségét küszöböli ki a cseregazdaságban. Marx nem mondja, hogy egy cseregazdaság a „kiegyenlítő árverező” nélkül jobban működne, mint egy monetáris gazdaság.

Ez utóbbit azonban nem az abszolút termelőerő és nem az abszolút fogyasztóképesség határozza meg; hanem az antagonisztikus elosztási viszonyokon alapuló fogyasztóképesség, amely a társadalom nagy tömegének fogyasztását csak többé vagy kevésbé szűk korlátok között változó minimumra csökkenti.”<sup>73</sup>

### c) *A válság menete*

Amint a túltermelési válság lehetőségét bizonyította, Marx a legbehatóbb elemzését adja ezen állapot sajátosságainak:

Először, nem vezet félre a túltermelés kifejezése: Ilyen állapotban a termelés egyáltalán nem múlja felül a népesség szükségleteit, ellenkezőleg, ezek nagy mértékig kielégítetlenek maradnak.

„És ami még furcsább a túltermelésben, éppen a piacot túltelítő áruknak a tulajdonképpen termelői — a munkások — szűkölködnek bennük.”<sup>74</sup>

Sokszor találkoztunk már a túlkínálat eme helyzetével, ahol mégis léteznek kielégítetlen „eszmei” keresletek. Ennek nem volna értelme, ha nem ismernék fel, hogy ezek az „eszmei” keresletek teljesen lényegtelenek, mivel nem jelennek meg a piacon.

„Mi köze van egyáltalán a túltermelésnek az abszolút szükségletekhez? Csak a fizetőképes szükségletekhez van köze.”<sup>75</sup>

A mi kifejezésünket használva, túltermelés van a hatékony keresletekhez képest, amelyek az egyedüli lényeges keresletek.

Továbbá Marx teljesen felismeri e válságok rekurzív, az eltérést erősítő, önmagát megújító jellegét: „Van persze szükségletük a pamutcikkekre (ti. a munkásoknak), de nem tudják megvásárolni őket, mert nincsenek meg az eszközeik és azért nincsenek meg az eszközeik, mert nem tudnak tovább termelni és azért nem tudnak tovább termelni, mert túl sokat termeltek, túl sok pamutcikk telíti a piacot.”<sup>76</sup>

Ez pontosan a Leijonhufvud által leírt jövedelem korlátozta ciklikus folyamatra emlékeztet a deflációs multiplikátor esetében.

### *Következtetések*

Megpróbáljuk e tanulmány eredményeit röviden összefoglalni.

Először a hatékony kereslet fogalmát használva képesek voltunk konzisztens módon jellemezni az egyedek és a vállalatok viselkedését nem egyensúlyi helyzetekben.

Aztán e viselkedésből eredő stabil helyzetek elemzésével képesek voltunk az egyensúlyi helyzetek (*K*-egyensúlyi helyzetek) széles osztályát definiálni, melyek közül különösen érdekesek: a walrasi általános egyensúly, a keynesi munkanélküliséggel járó egyensúly, Bent Hansen kvázi egyensúlyi állapotai, monopolista egyensúly . . .

Ami a legfontosabb, ez a közelítés lehetővé teszi a mikro- és a makroökonómiai elmélet sikeres egyesítését, mivel segítségével írhatók olyan jelenségek, mint a multiplikátor, az akcelerátor, a munkanélküliség, a Phillips-

<sup>73</sup> Marx (1967) 2.

<sup>74</sup> Marx (1961. 464 o.).

<sup>75</sup> I. m. 473.

<sup>76</sup> I. m. 487.

görbe, a pénz hasznossága és sok más. És hasznos eszközt nyújt, amellyel a marxi közgazdaságtan fontos kérdései tanulmányozhatók.

Azonban, mint az a tanulmány során kiderült, sok kérdés nyitva marad. Reméljük, ez további kutatásokra ösztönöz ezen a túl régóta elhanyagolt területen.

### Függelék

#### *Az érzékelt választási halmazok folytonossága<sup>77</sup>*

Azokat a feltételeket tanulmányozzuk itt, amelyek mellett a háztartások érzékelt választási halmaza folytonos minden változója szerint (a vállalatok érzékelt választási halmazának folytonossága nagyon egyszerűen bizonyítható, amit bárki beláthat). Így speciálisan azt akarjuk bizonyítani, hogy a

$$\begin{aligned} \gamma_{ih}[p, \bar{z}_i] &= \{z_i \mid pz_i + p_m m_i \leq 0, z_i + \omega_i = x_i \in X_i, \\ &M_i \geq 0, \bar{z}_{ih'}^S \leq z_{ih'} \leq \bar{z}_{ih}^D \text{ minden } h' \neq h\text{-ra}\} \end{aligned}$$

halmazok<sup>78</sup> folytonosan függenek az áraktól és az érzékelt korlátozásoktól ezek „legtöbb” értékénél. (Látni fogjuk a bizonyítás folyamán, hogy mely értékre nem teljesül a folytonosság esetleg.)

$$\gamma_{ih}[p, \bar{z}_i] = \alpha_i(p) \cap \beta_{ih}(\bar{z}_i)$$

$\alpha_i(p)$  a szokásos költségvetési halmaz:

$$\alpha_i(p) = \{z_i \mid pz_i + m_i \leq 0, M_i \geq 0, z_i + \omega_i \in X_i\}$$

amely fölülről félig-folytonos  $p$  minden értékére.

$$\beta_{ih}(\bar{z}_i) = \{z_i \mid \bar{z}_{ih'}^S \leq z_{ih'} \leq \bar{z}_{ih}^D, \quad h' \neq h\}$$

folytonos az érzékelt korlátokban. E két halmaz metszete felülről félig folytonos:  $\gamma_{ih}$  f.f.f.

Azt kell még bizonyítanunk, hogy  $\gamma_{ih}$  alulról félig-folytonos, azaz hogy tetszőlegesen adott sorozatra,<sup>79</sup> ha

$$(p^t, \bar{z}^t) \rightarrow (p^0, \bar{z}^0)$$

és

$$z^0 \in \gamma_h[p^0, \bar{z}^0],$$

akkor létezik olyan

$$z^t \in \gamma_h[p^t, \bar{z}^t]$$

sorozat, amelyre  $z^t \rightarrow z^0$ .

Először tegyük fel, hogy  $\alpha(p)$  folytonos  $p^0$ -ban.<sup>80</sup> Ekkor létezik egy olyan sorozat, hogy

$$\hat{z}^t \rightarrow z^0 \quad \hat{z}^t \in \alpha_i[p^t].$$

<sup>78</sup>  $X_i$  a fogyasztásihalmaz és egy kompakt halmaz metszete.  $m_i$  a pénzáramlat,  $M_i$  a pénz zárókészlete,  $p_m$  a pénz ára. Itt nyíltan figyelembe vesszük, hogy egy egyed korlátozásokat érzékel mind a kínálatnál ( $\bar{z}_{ih'}^D$ ), mind a keresletnél ( $\bar{z}_{ih'}^S$ ).

<sup>77</sup> A következő érvelés teljesen J. H. Drèze (1972) publikálatlan dolgozatát követi.

<sup>79</sup> Mostantól kezdve elhagyjuk az  $i$  indexet.

<sup>80</sup> Ez nem túl „kemény” korlátozás; ez azt kívánja, hogy  $pw_i + p_m M_i + \text{profitok} > \min pX_i$ . Vö. Debreu (1959).

A következő különböző esetek lehetségesek:

a)  $z_h^{S_0} < z_h^0$ , vagy  $z_h^0 < z_h^{D_0}$ .

Ekkor létezik olyan  $\bar{t}$ , hogy mindezekre az indexekre és  $t > \bar{t}$ -re

$$\bar{z}_h^{S_t} < \hat{z}_h^t, \text{ vagy } \hat{z}_h^t < \bar{z}_h^{D_t}.$$

b) Jelölje most  $k$  és  $l$  index azokat a koordinátákat, amelyekre

$$z_k^0 = z_k^{D_0} > 0 \text{ vagy } z_l^0 = \bar{z}_l^{S_0} < 0.$$

Ha  $\hat{z}^t \notin p_h[\bar{z}^t]$ , akkor ez azt jelenti, hogy valamilyen  $k$ -ra vagy  $l$ -re és  $t > \bar{t}$ -re

$$0 < \bar{z}_k^{D_t} < \hat{z}_k^t \text{ vagy } 0 > \bar{z}_l^{S_t} > \hat{z}_l^t.$$

Ezekre az indexekre kiszámítjuk a következő kifejezéseket:

$$\lambda_k^t = \frac{\bar{z}_k^{D_t}}{\hat{z}_k^t} < 1 \quad \lambda_l^t = \frac{\bar{z}_l^{S_t}}{\hat{z}_l^t} < 1.$$

Legyen

$$\lambda^t = \min_{k,l} \{ \lambda_k^t, \lambda_l^t \}$$

és

$$z^t = \lambda^t \hat{z}^t.$$

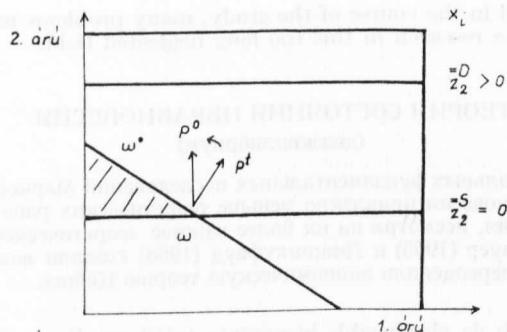
A konstrukció szerint  $z^t \in \gamma_h[p^t, \bar{z}^t]$ , ha  $t > \bar{t}$ . Mivel  $\lambda^t \rightarrow 1$  és  $\hat{z}^t \rightarrow z^0$ , a bizonyítást befejeztük.

c) Most már csak a bizonyítás kiterjesztése marad hátra azokra az esetekre, ahol

$$z_k^0 = \bar{z}_k^{D_0} = 0 \text{ valamilyen } k\text{-ra vagy}$$

$$z_l^0 = \bar{z}_l^{S_0} = 0 \text{ valamilyen } l\text{-re.}$$

Ebben az esetben legyen  $z_k^t = 0, z_l^t = 0$  ezekre az indexekre; az érvelés megismételhető a megmaradó áruknak megfelelő altérben, ha csak nem minden más áru ára zérus  $p^0$ -nál, amikor is az  $\alpha[p]$  költségvetési transzformáció nem folytonos ebben az altérben. A következő ábrán látható, hogy hogyan adódhat ilyen helyzet, még szigorúan pozitív készleteknél is:



8. ábra

Látjuk, hogy mialatt az 1. áru ára zérushoz tart, az érzékelt választási halmaz nem folytonos, még ha az árukészletek szigorúan pozitívak is,  $\omega \geq 0$ .

Eredményeink össze alkalmazásánál általában elégséges feltétellel éltünk az érzékelt választási halmazok folytonosságát illetően. Ilyen elégséges feltételek a következők:

- minden ár pozitív, vagy
- a pénz ára pozitív és minden egyednek pozitív pénzkészlete van (az eredmény ekkor következik abból, hogy a pénz soha sincs kiutalás alatt).<sup>81</sup>

### Köszönetnyilvánítás

Szeretném kifejezni mély hálámat Gerard Debreu és Bent Hanstn professzornak, számos vitáért és segítő tanácsért, és azért a folytonos bátorításért, amelyet e kutatás folyamán nyújtottak. Természetesen minden megmaradt hiba vagy homály csak engem terhel. Szeretném köszönetemet kifejezni Jacques H. Drèzenek és Katsuhito Iwainak is, akik lehetővé tették számomra, hogy idézzek nem-publikált dolgozataikból.

(Beérkezett: 1974. június 11.)

### IRODALOMJEGYZÉK

Lásd az ez évi 3. számban a 161. oldalon.

### DISEQUILIBRIUM THEORY

Ever since the pathbreaking contributions of Marx and Keynes the study of disequilibrium states has attracted far much less theoretical work than the study of general equilibrium systems, in spite of its greater empirical relevance. But recently, the possibility of a strong revival of disequilibrium economics has occurred with the reappraisal of Keynesian Economics by Clower (1965) and Leijonufvud (1968).

Using their concept of effective demand, we have been able to characterize in a consistent manner the behaviour of individuals and firms outside equilibrium.

Then, by considering the stable positions resulting from this behaviour, we could define a broad class of equilibria (*K*-equilibria), among which some particular interest economic theory since it is possible to describe with it such phenomena, as the multiplier, the accelerator, unemployment, the Phillips curve, utility of money, and many others. It might also provide a useful tool for studying the important issues of Marxian economics.

Though, as appeared in the course of the study, many problems remain open, and we hope this will stimulate research in this too long neglected field.

### ТЕОРИЯ СОСТОЯНИЯ НЕРАВНОВЕСИЯ

(дизэквilibриум)

Со времени первоначальных фундаментальных исследований Маркса и Кейнса исследование состояния неравновесия привлекло меньше теоретических работ, чем исследование общих систем равновесия, несмотря на их более важное теоретическое значение. Однако в настоящее время Клауер (1965) и Лижонхувуд (1968) создали возможность сильного возрождения тем, что переоценили экономическую теорию Кейнса.

<sup>81</sup> Sokkal egyszerűbb és elegánsabb bizonyítás található Drèze (1972) újabb változatában.

Используя введенное ими понятие эффективного спроса, мы могли консистентным образом характеризовать поведение отдельных лип и предприятий в неравновесных положениях. Исходя из анализа стабильных положений этого поведения, мы могли определить широкий класс равновесных положений (К-равновесные положения), среди которых особый интерес представляют: общее равновесие Вальраса, равновесие Кейнса, связанное с безработицей, состояние квазиравновесия Бен Хансена, монопольное равновесие и т.д. Самое важное то, что этот подход создает возможность успешного совмещения теории микро- и макроэкономик, с его помощью можно описать такие явления, как мультипликатор, акселератор, безработица, кривая Филиппа, полезность денег и др. Далее, это очень полезное средство при изучении важных вопросов марксистской экономики. В заключение можно сказать, что много вопросов остались открытыми. Мы надеемся, что этот факт стимулирует дальнейшее исследование в этой давно забытой области.

## Egészszámú programozási feladatok néhány transzformációja

### I. Bevezetés

Egy áttekintő cikkükben GARFINKEL és NEMHAUSER [1] vizsgálják bizonyos egészszámú programozási feladatok kapcsolatait. Többek között megmutatják, hogy hogyan lehet egy tiszta nulla-egy lineáris programozási feladatot (ILP) a következő speciális problémákká transzformálni:

- halmaz lefedés (HL),
- halmaz felbontás (HF),
- halmaz kitöltés (HK),
- csúcspont kitöltés (CK),
- éllefedés (EL).

Ezen transzformációk természete olyan, hogy a keletkezett feladatok szerkezete, a feltételek és változók száma a kiindulásul szolgáló ILP paramétereitől függ.

GRANOT és HAMMER [3] egy olyan módszert adtak, mely a többfeltételes hátizsák problémát (olyan ILP, ahol a feltételek  $\leq$ -el adottak és az együttható-mátrix nemnegatív) HL feladattá transzformálja anélkül, hogy a változók száma növekedne. Ebben az esetben is a HL együtthatómátrixa függ az eredeti ILP adataitól.

Ennek a dolgozatnak az első részében megadunk egy olyan transzformációt (helyesebben a transzformációk egy sorozatát), mely tetszőleges nulla-egy kvadratikusan programozási feladatot (IQP) úgy transzformál HL, HF, HK, CK, EL feladatokká, hogy ezen problémák együtthatómátrixa csupán az eredeti IQP változóinak számától,  $n$ -től függ. Pontosabban: a HL, HF, HK, CK, EL problémák feltételeinek és változóinak száma  $n^2$  nagyságrendű ( $O(n^2)$ ).

A második részben arra adunk egy módszert, hogy hogyan lehet egy IQP-t fix-költséges szállítási feladattá (FK) transzformálni. Az FK költségmátrixa  $n + 1$ -rendű.

### II. Nulla-egy kvadratikusan programozási feladatok transzformációja teljesen nulla-egy lineáris programozási feladatokká

Egy ILP-t teljesen nulla-egy lineáris programozási feladattá (TILP) nevezzük, ha mind az együttható mátrix, mind a jobboldal nulla-egy.

Tekintsük a következő IQP-t

$$x_j \in \{0, 1\} \quad (j = 1, \dots, n)$$



$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \quad (i = 1, \dots, m) \quad (1)$$

$$z(x) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n c_{kj}x_kx_j \rightarrow \max,$$

ahol valamennyi  $a_{ij}$ ,  $c_{kj}$ ,  $b_i$  egészek. Abban a speciális esetben, amikor  $c_{kj} = 0$  minden  $k \neq j$  esetén (1) feladat egy ILP.

A következő TILP feladatok speciális voltuknál fogva külön figyelmet érdemelnek. Egyedi tulajdonságaik speciális, az általános esetet is kezelni tudó algoritmusoknál hatékonyabb módszerek konstruálását teszik lehetővé. (Lásd ezzel kapcsolatban [1], [2].) A következőkben  $e_{ij}$  egy nulla vagy egy értékű konstans jelöl.

HL:  $x_j \in \{0, 1\} \quad (j = 1, \dots, n)$

$$\sum_{j=1}^n e_{ij}x_j \geq 1 \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$\sum_{j=1}^n c_jx_j \rightarrow \min$$

$$c_j > 0 \quad (j = 1, \dots, n)$$

HF:  $x_j \in \{0, 1\} \quad (j = 1, \dots, n)$

$$\sum_{j=1}^n e_{ij}x_j = 1 \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$\sum_{j=1}^n c_jx_j \rightarrow \max$$

HK:  $x_j \in \{0, 1\} \quad (j = 1, \dots, n)$

$$\sum_{j=1}^n e_{ij}x_j \leq 1 \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$\sum_{j=1}^n c_jx_j \rightarrow \max$$

CK: Ugyanaz, mint HK, azzal a megszorítással kiegészítve, hogy  $E = [e_{ij}]$  egy nem irányított gráf él-csúcs incidencia mátrixa. (Másképpen:  $E$  minden sora pontosan két egyest tartalmaz.)

EL: Ugyanaz, mint HL, csak itt is  $E$  egy él-csúcs incidencia mátrix. A következő tétel a dolgozat fő eredménye.

1. *Tétel.* Minden (1) alakú IQP-t át lehet transzformálni úgy HL, HF, HK, CK és EL feladatokká, hogy ezen problémák feltételeinek és változóinak száma  $O(n^2)$ .

(Áttranszformálhatóságon itt azt értjük, hogy az eredeti és a transzformált feladatok ekvivalensek abban az értelemben, hogy bármelyikük tetszőleges optimális megoldásából a többi egy optimális megoldása adott szabályok szerint megkonstruálható.)

*Bizonyítás:* Legelőször (1) probléma feltételeit küszöböljük ki oly módon, hogy választunk egy elég nagy  $R$  egészértékű, pozitív konstanst és felírjuk a következő feltétel nélküli IQP-t:

$$x_j \in \{0, 1\} \quad (j = 1, \dots, n) \quad (2)$$

$$v_R(x) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n c_{kj} x_k x_j - R \sum_{i=1}^m \left( b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right)^2 \rightarrow \max.$$

HAMMER és RUDEANU [17] megmutatták, hogy ha

$$R \geq \lambda^+ - \lambda^- + 1,$$

ahol  $\lambda^+$  és  $\lambda^-$  tetszőleges olyan számok, melyek kielégítik tetszőleges nulla-egy  $x$ -re a

$$\lambda^- \leq z(x) \leq \lambda^+$$

egyenlőtlenséget, akkor (1) és (2) optimális megoldásai ugyanazok, feltéve, hogy (1)-nek van lehetséges megoldása. (Abban az esetben, ha (2) optimális megoldása, mely természetesen mindig létezik, nem lehetséges megoldása (1)-nek, akkor (1)-nek nincs lehetséges megoldása.)

(2)-őt átírhatjuk a következő, könnyebben kezelhető formába:

$$x_j \in \{0, 1\} \quad (j = 1, \dots, n) \quad (3)$$

$$v(x) = d_0 + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} x_k x_j \rightarrow \max$$

ahol a  $d_0, d_{kj}$  egészértékű konstansokat  $c_{kj}, b_i, a_{ij}$  és  $R$  egyértelműen meghatározza.

Vezessünk be  $\frac{n(n-1)}{2}$  új nulla-egy változót — jelöljük őket  $u_{kj}$  ( $k \neq j$ )-vel —, és  $n(n-1)$  feltételt:

$$u_{kj} \in \{0, 1\}$$

$$0 \leq x_k + x_j - 2u_{kj} \leq 1 \quad \left( \begin{matrix} k, j = 1, \dots, n \\ k < j \end{matrix} \right) \quad (4)$$

$$x_k, x_j \in \{0, 1\} \quad (k, j = 1, \dots, n)$$

Könnyű belátni, hogy  $u_{kj} = 1$  akkor és csak akkor, ha  $x_k = x_j = 1$ . (Nulla-egy változók polinomjait lineáris függvénné először WATTERS [4] alakította.) Mivel  $d_{kk} x_k^2 = d_{kk} x_k$  és  $d_{kj} x_k x_j = d_{kj} u_{kj}$  minden olyan  $x_k, x_j, u_{kj}$  esetén, melyek

(4)-et kielégítik, (3) és ezáltal (2) és (1) ekvivalens a következő ILP-vel

$$\begin{aligned} x_j &\in \{0, 1\} & (j = 1, \dots, n) \\ u_{kj} &\in \{0, 1\} & \left( \begin{array}{l} k, j = 1, \dots, n \\ k < j \end{array} \right) \\ 0 &\leq x_k + x_j - 2u_{kj} \leq 1 \\ d_0 + \sum_{k=1}^n d_{kk}x_k + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj}u_{kj} &\rightarrow \max \end{aligned} \quad (5)$$

Tekintsük most a következő egyenlőtlenségrendszert:

$$\begin{aligned} x_k, x_j &\in \{0, 1\} & (k, j = 1, \dots, n) \\ u_{kj} &\in \{0, 1\} \\ x_k + x_j - u_{kj} &\leq 1 & \left( \begin{array}{l} k, j = 1, \dots, n \\ k < j \end{array} \right) \\ x_k &\geq u_{kj} \\ x_j &\geq u_{kj} \end{aligned} \quad (6)$$

Megmutatjuk, hogy (4) és (6) ekvivalens. Valóban, ha  $\bar{x}_k, \bar{x}_j, \bar{u}_{kj}$  kielégíti (6)-ot, akkor  $\bar{x}_k \geq \bar{u}_{kj}$  és  $\bar{x}_j \geq \bar{u}_{kj}$  egyenlőtlenségeket összeadva  $\bar{x}_k + \bar{x}_j - 2\bar{u}_{kj} \geq 0$  egyenlőtlenséget kapjuk. Más részről  $\bar{x}_k + \bar{x}_j - \bar{u}_{kj} \leq 1$  maga után vonja  $\bar{x}_k + \bar{x}_j - 2\bar{u}_{kj} \leq 1$  fennállását. Ha viszont  $x'_k, x'_j, x'_{kj}$  kielégíti (4)-et, akkor  $x'_k < u'_{kj}$ -ből  $x'_k = 0, u'_{kj} = 1$  következne s így  $0 \leq x_k + x_j - 2u_{kj}$  nem állhatna fenn. Ha pedig  $x'_k + x'_j - u'_{kj} > 1$ , akkor  $x'_k = x'_j = 1, u'_{kj} = 0$  s így  $x'_k + x'_j - 2u'_{kj} \leq 1$  nem lehet.

Ha áttérünk az  $y_j = 1 - x_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) ugyancsak nulla-egy változókra, akkor az  $x_k \geq u_{kj}$  és  $x_j \geq u_{kj}$  feltételek a következő alakot öltik:

$$\begin{aligned} y_j + u_{kj} &\leq 1 & \left( \begin{array}{l} k, j = 1, \dots, n \\ k < j \end{array} \right) \\ y_k + u_{kj} &\leq 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Az  $s_{kj}$  és  $t_{kj}$  kiegészítő változók bevezetésével kapjuk

$$\begin{aligned} y_j + u_{kj} + s_{kj} &= 1 & \left( \begin{array}{l} k, j = 1, \dots, n \\ k < j \end{array} \right) \\ y_k + u_{kj} + t_{kj} &= 1 \end{aligned} \quad (8)$$

Az  $x_k + x_j - u_{kj} \leq 1$  egyenlőtlenségek

$$y_k + y_j + u_{kj} \geq 1$$

formájúak lesznek. Kifejezve  $y_j$ -t (8) első egyenletéből és  $u_{kj} + y_k$ -t a másodikból, az

$$s_{kj} + u_{kj} + t_{kj} \leq 1 \quad \left( \begin{array}{l} k, j = 1, \dots, n \\ k < j \end{array} \right) \quad (9)$$

egyenlőtlenségekhez, majd az  $r_{kj}$  kiegészítő változó bevezetésével az

$$r_{kj} + s_{kj} + u_{kj} + t_{kj} = 1 \quad \begin{pmatrix} k, j = 1, \dots, n \\ k < j \end{pmatrix} \quad (10)$$

egyenlőségekhez jutunk. Természetesen a kiegészítő változók koefficiense 0 a célfüggvényben.

(8) és (10) egy HF feladat lehetséges tartományát határozza meg, ahol a változók száma  $2n^2 - n$ , a feltételek száma pedig  $\frac{3}{2}(n^2 - n)$ . Ezzel bebizonyítottuk, hogy (1) ekvivalens egy HF feladattal.

GARFINKEL és NEMHAUSER megmutatták [1] és [2]-ben, hogy minden HF átalakítható HL és HK problémákká a célfüggvényhez alkalmas pozitív konstansok hozzáadásával (ezáltal megőrizzük a feladat struktúráját — a változókat és az együttható mátrixot — és a célfüggvény valamennyi komponensét pozitívvá tesszük). Azt is megmutatják ([1]), hogy egy HK átalakítható CK-vá úgy, hogy minden egyenlőtlenséget annyi egyenlőtlenségre bontunk szét, ahány pár képezhető a HK egy sorában található egyesekből. Ez azt jelenti, hogy ha

$$\sum_j e_{kj} x_j \leq 1 \quad (11)$$

a HK egy feltétele és  $e_{ki} = 1$  ( $i = 1, \dots, t$ ), akkor (11) helyettesíthető az

$$x_{ji} + x_{j_i} \leq 1 \quad \begin{pmatrix} i, s = 1, \dots, t \\ i < s \end{pmatrix} \quad (12)$$

egyenlőtlenségrendszerrel úgy, hogy a lehetséges megoldások halmaza nem változik. Ez a transzformáció a változókat érintetlenül hagyja, míg a feltételek száma növekszik. Mivel a mi HK problémánk minden sorában pontosan három 1 van (az  $r_{kj}$  kiegészítő változók elhagyhatók, amikor a HF-ről a HK-ra térünk át), minden sor megháromszorozódik s így egy CK-t kapunk  $\frac{9}{2}(n^2 - n)$  feltétellel, s így a feltételek száma marad  $0(n^2)$ .

Mivel minden CK átalakítható EL-lé úgy, hogy minden változónak a komplementerét vesszük, (1) és EL ekvivalenciája nyilvánvaló. Ezzel tételünket bebizonyítottuk, mivel (1)-et transzformáltuk HL, HF, HK, CK és EL problémákká.

Az 1. Tétel néhány, egyelőre még nem teljesen tisztázott és inkább potenciálisan hasznosítható következményével kapcsolatban szeretnénk néhány megjegyzést tenni, s a további kutatómunka néhány lehetséges irányát vázolni.

1. A transzformációk során nyert HL, HF, HK, CK és EL feladatok adott  $n$  mellett azonos struktúrájúak, két tetszőleges  $n$  változós IQP a transzformációk után csak a célfüggvényben különbözik. Így adott  $n$  esetén elégséges lenne csak egyszer meghatározni a lehetséges megoldások konvex burkát, ezáltal valamennyi IQP megoldására a lineáris programozás módszerét lehetne alkalmazni. Minthogy valószínűleg a konvex burkot leíró egyenlőtlenségek száma igen nagy, csak valamilyen közvetett, ezeket az egyenlőtlenségeket egyenként generáló és az összes egyenlőtlenség kis hányadának megvizsgálását igénylő módszer jöhet szóba.

Mivel valamennyi transzformált problémánkhoz hozzárendelhető egy gráf (a HL, HF és HK feladatokhoz EDMONDS [5] rendelt hozzá egy gráfot, míg a CK és EL feladatokhoz természetes módon kapcsolódik az  $E$  incidencia mátrixú gráf) és ez a gráf adott  $n$  esetben fix, ezen adott gráfok szerkezetének felderítése több sikerrel kecsegtet, mintha minden egyes IQP-hez különböző gráf tartozna.  $n = 2$  és  $n = 3$  esetében a HL, HF, HK, CK és EL feladatok együtthatómátrixát és a CK és EL feladathoz tartozó gráfot a függelék tartalmazza.

2. Megvizsgálandó lenne, nem nyerhető-e közvetlen számítástechnikai előny létező, az általános ILP esetén nem elég hatékony módszerek ezen speciális feladatokra való alkalmazásával. Ez irányban optimizmusra ad okot LEBEGYEV és SZTIRIKOVICS [7] kísérletsorozata. A Gomory-féle metszősík módszert alkalmazták a HK feladatoktól csak igen kissé különböző problémák megoldására. A 14 teszt feladat esetén, melyek mérete a  $11 \times 22$ -től  $33 \times 191$ -ig változott egyik megoldásához sem volt szükség 7 metszésnél többre. Érdekes lenne megvizsgálni, miért működik az egyébként közismerten lassú Gomory-féle algoritmus ilyen jól ilyen típusú feladatok esetében.

MARSTEN [8] szintén igen jó eredményekről számol be igen nagy méretű (több ezer változó!) HL és HF feladatok megoldása kapcsán. Egy speciális leszámllási algoritmust használ, mely annál hatékonyabb, minél ritkább az együttható mátrix.

Az 1. Tételben ismertetett transzformált problémák egyikénél sincs egy sorban négynél több egyes, s így az együttható mátrixok igen ritkák.

3. Az EL problémára történő transzformáció lehetővé teszi annak eldöntését, hogy egy adott lehetséges megoldás nem optimális. BALINSKI [9] adott egy szükséges, de sajnos nem elégséges feltételt arra, hogy egy megoldás az EL feladat optimális megoldása legyen. Ennek alkalmazása abban az esetben, ha az EL feladat duálisa — mely egyébként egy „jól megoldható” általánosított párosítási probléma — egyértelmű optimummal rendelkezik, igen egyszerű.

4. BALAS és PADBERG [10], [11] igen érdekes eredményeket értek el a HF feladatra. Adtak egy algoritmust, mely a HF egy tetszőleges lehetséges megoldásából kiindulva egy jobb lehetséges megoldást talál, ha ilyen egyáltalán létezik. Az általunk javasolt algoritmus lehetővé teszi, hogy Balas módszerét az IQP megoldására alkalmas bármely módszerrel kombináljuk. Ha pl. egy leszámllási algoritmus elakad (hosszú időn keresztül nem tudja javítani a célfüggvényértéket és nem tudja az optimalitást sem kimutatni), akkor transzformáljuk a feladatot (esetleg a részfeladatot a változók egy részhalmazának rögzítésével) egy HF problémára és alkalmazzuk Balas módszerét egy jobb megoldás elérése vagy az optimalitás igazolása céljából. Természetesen számítástechnikai tapasztalatokra van szükség a várható előnyök és hátrányok összevetéséhez.

5. Említésre méltó tény, hogy az EL problémának van egy ugyanolyan tulajdonsága, mint a „jól megoldható” párosítási feladatnak, mely a következő ILP

$$x \geq 0 \quad x = \text{integer}$$

$$Ex \leq 1 \tag{13}$$

$$1x \rightarrow \max,$$

ahol  $E$  egy gráf csúcs-él incidencia mátrixa. Tekintsük az ugyanehhez a gráfhoz tartozó EL feladat folytonos lehetséges tartományát meghatározó egyenlőtlenség rendszert:

$$\begin{aligned} E^*y &\geq 1 \\ y &\geq 0, \end{aligned} \tag{14}$$

(\* a transzponáltat jelöli). A következő tétel [2] 10. tételének (85. o.) megfelelője EL probléma esetére

2. *Tétel.* Legyen  $y$  a (14)-nek egy bázismegoldása,  $B$  pedig az  $A^* = \begin{bmatrix} E^* \\ -I \end{bmatrix}$

mátrix azon soraiból alkotott nonsinguláris mátrix, melyekhez tartozó egyenlőtlenség egyenlőség formában teljesül  $y$ -nál. Ekkor  $B^{-1}$  minden eleme vagy 0 vagy  $\frac{1}{2} \pmod{1}$ , míg  $y$  minden egyes komponense  $0, \frac{1}{2}$  vagy 1.

*Bizonyítás.* Ahhoz, hogy  $y$  bázismegoldás legyen, szükséges, hogy  $y \leq 1$ . Legyen  $B$  az egyenlőségeként teljesülő feltételek mátrixa

$$B = \begin{bmatrix} E_{11}^* & E_{21}^* \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

és  $b$  a hozzátartozó jobboldal, mely szintén nulla-egy vektor. Így  $y = B^{-1}b$ . Ugyanakkor  $B^*$  a (13)-nak egy bázismátrixa, melyről bizonyított (lásd [2]), hogy minden komponense 0 vagy  $\frac{1}{2} \pmod{1}$ . Mivel  $y \leq 1$  és  $y = B^{-1}b$  következik, hogy  $y_j = 0$  vagy  $\frac{1}{2} \pmod{1}$  minden  $j$ -re, ami éppen a tétel állítása.

Ez a tulajdonság nem megy át automatikusan a megfelelő HL, HF és HK problémákra, de ugyancsak érvényes a CK-ra.

6. Amikor egy ILP-t HL, HF, HK, CK és EL problémákra transzformálunk ezen feladatok folytonos optimauma teljesen más lehet, mint az eredeti feladaté volt és természetesen az optimális bázisok is különböznek. Ez hasznos lehet abban az esetben, ha a transzformált feladat optimális bázisának determinánsa abszolút értékben jóval kisebb, mint az eredeti feladaté. Az ún. „csoportelméleti” (group theoretic) algoritmusok (lásd pl. [2], [16]) szempontjából ezen determináns nagysága döntő fontosságú.

### III. Nulla-egy kvadratikus programozási feladatok transzformációja fix költséges szállítási feladattá

Ismert dolog, hogy egy ún. fix költséges szállítási feladat [12] átalakítható egy vegyes nulla-egy programozási feladattá. A következőkben megmutatjuk, hogy ennek a fordítottja is igaz, vagyis a nulla-egy programozás feladatok egy széles osztálya egy vagy több FK megoldására visszavezethető. A könnyű hivatkozás kedvéért emlékeztetünk az FK definíciójára.

Keresendők olyan  $x_{ij} \geq 0$  ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ ) értékek, melyek kielégítik a

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = f_i \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = r_j \quad (j = 1, \dots, n)$$

feltételeket és minimalizálják a

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n b_{ij} y_{ij}$$

célfüggvényt, ahol  $r_j, f_i, c_{ij}, b_{ij}$  ( $b_{ij} \geq 0$ ) konstansok és

$$y_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{ha } x_{ij} = 0 \\ 1 & \text{ha } x_{ij} > 0. \end{cases}$$

3. *Tétel.* Minden IQP megoldása visszavezethető legfeljebb  $n - 1$  FK megoldására ( $n$  az IQP változónak száma).

*Bizonyítás:* Bizonyításunk konstruktív. Csatoljuk a

$$\sum_{j=1}^n x_j = t \quad (15)$$

feltételt (1), (2) és (3) feltételrendszeréhez.  $t$  egy egészértékű paraméter,  $0 \leq t \leq n$ . Ha adott  $t$  mellett (1) optimális célfüggvényértékét  $z_t$ -vel jelöljük ( $z_t = -\infty$  definíció szerint, ha (1)-nek nincs lehetséges megoldása), akkor

$$z_0 = \max_{0 \leq t \leq n} z_t$$

(1) optimális célfüggvényértéke, ha  $z_0 > -\infty$  és (1)-nek nincs lehetséges megoldása, ha  $z_0 = -\infty$ .

A  $t = 0$  és a  $t = n$  eset triviális, ezért elég a  $1 \leq t \leq n - 1$  eseteket vizsgálni. Adjuk meg az FK-t a költségmátrixszal, valamint a peremértékekkel (a „kereslettel” és „kínálattal”). A költségmátrix egy eleme a következőképpen néz ki

$$a \begin{array}{c} \textcircled{c} \\ \boxed{b} \end{array}$$

ahol  $a$  konstans egységköltség,  $b$  a fix költség,  $c$  pedig az illető változó egyedi felső korlátja. A  $\otimes$  jelölés egy olyan nagy számot (tiltó költség) jelöl, mely biztosítja azt, hogy a hozzátartozó változó minden optimális megoldásban 0 értékkel szerepel.

Bevezetünk két pozitív konstansot is

$$M > Dn^2 \quad D = \max_{k,j} |d_{kj}|$$

$$K > (D + M)n^2$$

ahol a  $d_{kj}$  paramétereket (3)-ban már definiáltuk. Megmutatjuk, hogy (3) megoldása és ezen keresztül (1) visszavezethető egy olyan  $(n + 1) \times (n + 1)$ -es költségmátrixú FK megoldására, melyet a következő paraméterek határoznak meg ( $t$  most rögzített és (15)-öt csatoltuk (3) feltételeihez):

$$\begin{array}{cccccc|c}
 -d_{11}^{(1)} & (-d_{12} + M)^{(1)} & \dots & (-d_{1n} + M)^{(1)} & 0_{|K|} & t \\
 (-d_{21} + M)^{(1)} & -d_{22}^{(1)} & & \dots & (-d_{2n} + M)^{(1)} & 0_{|K|} & t \\
 & & & \dots & & & \vdots \\
 (-d_{n1} + M)^{(1)} & (-d_{n2} + M)^{(1)} & \dots & -d_{nn}^{(1)} & 0_{\overline{K}} & t \\
 0_{|K|} & 0_{\overline{K}} & \dots & 0_{\overline{K}} & \otimes & \surd(n-t)t \\
 \hline
 t & t & \dots & t & (n-t)t & 2nt - t^2
 \end{array} \tag{16}$$

Legyen  $x^0$  az (1)-nek egy optimális megoldása. Ezért (3)-nak is optimális megoldása valamely  $t$ -re. Legyen  $x_{kj}^0 = x_k^0 x_j^0$  ( $k, j = 1, \dots, n$ ) és  $x_{k,n+1}^0 = 0$ , ha  $x_k^0 = 1$ ;  $x_{k,n+1}^0 = t$ , ha  $x_k^0 = 0$ ;  $x_{n+1,j}^0 = 0$ , ha  $x_j^0 = 1$ ;  $x_{n+1,j}^0 = t$ , ha  $x_j^0 = 0$ . Világos, hogy az így definiált  $\{x_{kj}^0\}$  a (16)-nak lehetséges megoldása és a hozzá tartozó célfüggvényérték

$$- \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} x_{kj}^0 + Mt(t-1) + 2(n-t)K.$$

Legyen  $\{y_{kj}^0\}$  a (16)-nak egy optimális megoldása. Ekkor

$$- \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} y_{kj}^0 + rM + sK \leq - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} x_{kj}^0 + Mt(t-1) + 2(n-t)K, \tag{17}$$

ahol  $r$  azon pozitív  $y_{kj}^0$ -ák száma, melyekre  $k \neq j$  ( $k, j = 1, \dots, n$ ) és  $s$  a pozitív  $y_{k,n+1}^0$  és  $y_{n+1,j}^0$ -ák száma. (16) konstrukciójából következik, hogy  $s \geq 2(n-t)$ , sőt  $K$  definíciója miatt  $s = 2(n-t)$ . Ez azt jelenti, hogy (16) minden sorára és oszlopára az utolsókat kivéve vagy  $y_k^0 = 0$  vagy  $y_{k,n+1}^0 = t$ , ill. vagy  $y_{n+1,j}^0 = 0$  vagy  $y_{n+1,j}^0 = t$ . Így (17) a következő alakot ölti:

$$- \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} y_{kj}^0 + rM \leq - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} x_{kj}^0 + Mt(t-1), \tag{18}$$

$r \geq t(t-1)$ , mivel ellenkező esetben több, mint  $t$  pozitív  $y_{kk}^0$  lenne s így  $y_{k,n+1}^0 = 0$  és  $y_{n+1,k}^0 = 0$  fennállna több mint  $t$  elemre, ami lehetetlen. Ugyanakkor  $M$  definíciója miatt  $r > t(t-1)$  nem állhat fenn (18) következtében, s így  $r = t(t-1)$  amiből

$$- \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} y_{kj}^0 \leq - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} x_{kj}^0 \tag{19}$$

következik. Láttuk az előzőekben, hogy pontosan  $t$  pozitív  $y_{kk}^0$  van. Legyen  $y_k^0 = 1$ , ha  $y_{kk}^0 = 1$  és  $y_k^0 = 0$ , ha  $y_{kk}^0 = 0$ . Ekkor (19)-ből

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} x_k^0 x_j^0 \leq \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} y_k^0 y_j^0 \tag{20}$$



következik, mely azt jelenti, hogy  $y^0 = [y_1^0, \dots, y_n^0]$  a (3)-nak és így (1)-nek is optimális megoldása.

Ha (16)-ot megoldjuk minden  $t$ -re ( $1 \leq t \leq n - 1$ ) és még figyelembe vesszük a  $t = 0$  és  $t = n$  eseteket, akkor ki tudjuk választani (3) és ezáltal (1) egy optimális megoldását ill. el tudjuk dönteni, hogy (1)-nek nincs lehetséges megoldása. Ezzel bebizonyítottuk a 3. tételt.

*Következmények:*

1. Bármely módszer, mely alkalmas FK megoldására (pl. [12], [13], [14]), használható IQP megoldására is.

2. Mivel számos olyan ILP van (lásd [15]), ahol (15) már eleve szerepel a feltételek között, elég (16)-ot csak egyszer megoldani egy  $t$ -re. Ebben az esetben (1) ekvivalens egy darab FK-val.

**Függelék: A transzformált problémák szerkezete**

$$n = 2$$

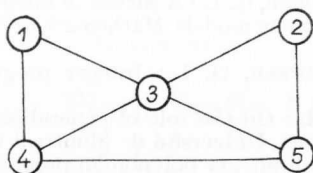
A HF, HL és HK együtthatómátrixa (HK esetében az  $r_{ij}$ -khez tartozó oszlopok elhagyhatók):

$y_1$	$y_2$	$u_{12}$	$s_{12}$	$t_{12}$	$r_{12}$
1		1	1		
	1	1		1	
		1	1	1	1

A CK és EL együttható mátrixa: (A redundáns, többször is szereplő feltételeket \*-gal jelöltük meg. Ezek a további vizsgálatokban figyelmen kívül hagyhatók).

	$y_1$	$y_2$	$u_{12}$	$s_{12}$	$t_{12}$
	1		1		
	1			1	
		1	1	1	
		1			1
			1		1
*			1	1	
*			1		1
				1	1

A<sub>1</sub> CK és EL-hez tartozó gráf a következő

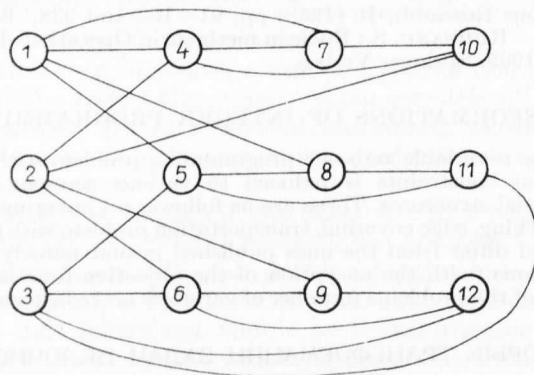


$$n = 3$$

A HL, HF és HK mátrixa:

$y_1$	$y_2$	$y_3$	$u_{12}$	$u_{13}$	$u_{23}$	$s_{12}$	$s_{13}$	$s_{23}$	$t_{12}$	$t_{13}$	$t_{23}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$r_{23}$
1			1			1								
	1		1						1					
1				1			1							
		1		1						1				
	1				1			1						
		1			1						1			
			1			1			1			1		
				1			1			1			1	
					1			1			1			1

A CK és EL feladatokhoz tartozó gráf. (Az együtthatómátrix ebből felírható.)



(Beérkezett: 1974. január 28.)

## IRODALOM

1. GARFINKEL, R. S.—NEMHAUSER, G. L.: A survey of integer programming emphasizing computation and relations among models. *Mathematical Programming HU—ROBINSON* (szerk.) pp. 77—155.
2. GARFINKEL, R. S.—NEMHAUSER, G. L.: *Integer programming*. New York, 1972. John Wiley and Sons.
3. GRANOT, F.—HAMMER, P. L.: On the role of generalized covering problems. *Centre de Recherches Mathematiques, Université de Montreal CRM-220* 1972 Sept.
4. WATTERS, L. J.: Reduction of integer polynomial programming problems to zero-one linear programming problems. *Operations Research*, 15, No. 6. pp. 1171—1174.
5. EDMONDS, J.: Covers and packings in a family of sets. *Bull. Am. Math. Soc.* 68, pp. 494—499 (1962).
6. EDMONDS, J.—JOHNSON, E. L.: Matching: A well solved class of integer linear programs. *Proc. of the Calgary Int. Conf. on Comb. Structures and Their Appl.* Gordon and Breach, pp. 89—92.
7. LEBEDEV, B. D.—STYRIKOVIC, R. S.: The effectiveness of the Gomory method for a certain class of integer programming problems (oroszul). *Ekonom. i Mat. Metody F* (1971) pp. 769—772.
8. MARSTEN, R. E.: An implicit enumeration algorithm for the set partitioning problem with side constraints. Ph. D. Dissertation, Univ. of Calif. Los Angeles, 1971.
9. BALINSKI, M. L.: On maximum matching, minimum covering and their connections. *Proceedings of the Princeton Symposium on Mathematical Programming* (szerk. KUHN) pp. 303—312. 1970. Princeton University Press.
10. BALAS, E.—PADBERG, M.: On the set covering problem. *Operations Research*, 20, 1972. No. 6.
11. BALAS, E.—PADBERG, M.: On the set covering problem II. An algorithm. *Carnegie-Mellon University, Management Sciences Report No. 295*. 1972.
12. BALINSKI, M. L.: Fixed cost transportation problems. *Naval Research Logistics Quarterly*, 11 (1961) pp. 41—54.
13. COOPER, L.—DREBES, C.: An approximate solution method for the fixed charge problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, 14 (1967) pp. 101—115.
14. MURTY, K. G.: Solving the fixed charge problem by ranking the extreme points. *Operations Research*, 16 (1968) pp. 268—280.
15. HEALY, W. C. JR.: Multiple choice programming. *Operations Research* 12 (1964) pp. 122—138.
16. SHAPIRO, J. F.: Group theoretic algorithms for the integer programming problem I—II. *Operations Research*, 16 (1968) pp. 91—102 and 928—947.
17. HAMMER, P. L.—RUDEANU, S.: *Boolean methods in Operations Research and Related Areas*. Berlin, 1969. Springer Verlag.

## SOME TRANSFORMATIONS OF INTEGER PROGRAMMING PROBLEMS

In the paper the  $n$ -variable zero-one programming problem with quadratic objective function and linear constraints is reduced to various zero-one linear programming problems with special structures. These are as follows: set covering, set partitioning, set packing, vertex packing, edge covering, transportation problem with fixed costs. The transformations outlined differ from the ones published insofar as the structure of the transformed problems (with the exception of the objective function) is a function of  $n$  alone and the size of the problems (number of variables and constraints) is of the order  $n^2$ .

## НЕКОТОРЫЕ ТРАНСФОРМАЦИИ ЗАДАЧ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В данной статье заданные линейными условиями задачи «0—1» программирования « $n$ » переменных, имеющих квадратическую целевую функцию, вводятся к разным, имеющим специальную структуру задачам «0—1» линейного программирования. Эти следующие: покрытие множества, разделение множества, заполнение множества и вершин, покрытие граней, транспортная задача постоянных затрат. Трансформации отличаются от известных из литературы тем, что структура трансформированных задач (за исключением целевой функции) является функцией лишь от  $n$ , а размер задач (переменные и число ограничений) является порядка  $n^2$ .

# FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

MAJOR IVÁN

## Jegyzetek Piero Sraffa könyvéhez („Áruk termelése áruk révén”)\*

A közgazdaságtan története és a modern gazdaságelmélet szempontjából is fontos művet — Piero Sraffa két és fél évtizedes munkájának összefoglalását — jelenteti meg a Közgazdasági- és Jogi Könyvkiadó.

Régi problémák új oldalainak feltárásával és új kérdések megfogalmazásával-megoldásával gazdagítja Sraffa az elméletet. Csak néhányat emelnék ki az izgalmas problémák közül, amelyekhez Sraffa segítségével juthatunk el:

1. Hogyan fejthető fel Ricardo értékelméletének logikai szövete?
2. Kidolgozható-e, és ha igen, milyen szempontok alapján a neoklasszikus elmélet *belső* kritikája?
3. Milyen a logikai viszony a ricardói, illetve egy ricardói alapelvektől nem idegen általánosabb értékelmélet és a marxi elmélet között?
4. Milyen is a „tőke természete”?

Ezek, és ehhez hasonló kérdések merültek fel a Sraffával foglalkozó irodalomban. A nyugat-európai tudósok elsősorban a sraffai gondolatok *elméleti* előzményeivel és következményeivel foglalkoznak (pl. a Cambridge-i iskola), de megfogalmazódott az az igény is, hogy Sraffa elméletét felhasználják a gazdasági tervezéshez.

Ez az írás arra vállalkozik, hogy néhány ponton szigorúan a könyv értelme szerint továbbgondolja P. Sraffa folytatható gondolatait. Ezen túl pedig igyekszik megvilágítani a sraffai terminológiát.

Maguk a gondolatok és a fogalmak e műben gyakran összeesengenek a jól ismert Marx—Leontief—Lange-féle „input-output szemléletű” modellek fogalmaival. A fő nehézséget épp ez a felszíni hasonlóság okozta. A könyvből — reméljük — világossá válik, hogy a közgazdaságtannak egy másfajta, új szemléletével állunk szemben.

A könyvet Gács Jánossal és Kovács J. Mátyással együtt fordítottuk. Gyakran használtunk a fordításban is — tehát a szerzőt hűen követve — utaló elnevezéseket, amelyek nem magyarázzák, csak jelölik a fogalmakat. Ez azért is fontosnak tűnt, mert előfordul, hogy létezik az utaló elnevezéshez közel eső fogalom, de az egészen más jelentéssel vonult be a szakirodalomba, mint amit a szövegben jelölhetne. Ezért inkább vállaltuk, hogy a nem maguktól értetődő fogalmak megnehezítsék a könyv olvasását, csak hogy a félreértést elkerüljük. Erre most mutatunk egy szemléletes példát. Sraffa gyakran használja a „self-replacing system” kifejezést. A marxi terminológiából pedig jól ismert az újratermelés fogalma. A kettő közötti hasonlóságot látszólag még szorosabbá

\* A mű eredeti címe: *Production of Commodities by Means of Commodities, Prelude to a Critique of Economic Theory*. Cambridge, 1960. University Press. XII/98 lap.



Hasonlóan  $p_a = p_1, p_b = p_2, \dots, p_k = p_k$  az árak,  $q_a = q_1, q_b = q_2, \dots, q_k = q_k$  pedig a termelési szintek vektora. Most már használhatjuk a szokásos mátrix-algebrai felírásmódot tehát

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} \end{pmatrix} \quad p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_k \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_k \end{pmatrix}.$$

Meg kell azonban jegyezni, hogy az egyéni jelölésmód — azon a Sraffa által kimondott szándékon túl, hogy nem-matematikuskok is könnyen kezelhessék — éppen arra utal, amiben Sraffa el akar különülni például a Walras—Cassel—Leontief-féle gondolatrendszerétől. Maga is leírja az előszóban, később sokan mások be is bizonyították, hogy rendszere nem épül az állandó hozadék feltevésére.

Ezért tehát nem is élt olyan jelölésmóddal — az  $a_{ij}$  koeficiensek kiírásával —, ami ezt a gondolatot sugallná.

### Önhelyreállító állapot az öfenntartó termelés esetén

Sraffa az önhelyreállítás állapotát a  $\sum_i a_{ij} = A_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) azonosságokkal jellemzi. Ez a feltevés magában foglalja a termelés és a fogyasztás teljes, naturálisan is meglevő globális *egyenlőségét*, de semmiképp sem jelenti a technikai együttthatók *változatlanosságát*. Annyit köt ki csupán, hogy

1. *ugyanazokat* a termékeket és *ugyanolyan* mennyiségben termelik, mint a megelőző periódusban,
2. a termelési rendszer *egészében* felhasznált termékmennyiségek is változatlanok.

Hogy azonban az egyes termékfajták össz mennyisége miképpen oszlik el az egyes iparágak között, arról semmit nem állít, vagyis megengedett a termékek megoszlásának változása.<sup>1</sup> Ez pedig azt jelenti, hogy az iparágak közül egyeseknek megnőhet, másoknak csökkenhet a produktivitása, tehát végbemehet technikai változás is. Hangsúlyozzuk, hogy nem növekedhet a produktivitás egyszerre minden iparágban, mert a változások csak az eredeti azonosságok korlátjain belül mehetnek végbe.

Nem mindig értelmezhető azonban világosan az iparágak produktivitásának változása. A produktivitás növekedésén (illetve „technikai fejlődésen”) itt pusztán a technikai koeficiensek sajátos megváltozását érthetjük. Produktivitás-növekedésnek tekintünk olyan változást, amikor egy iparág kibocsátása változatlan marad, miközben legalább az egyik ráfordítási tényezője csökken. Az így felszabadult ráfordításnak azonban be kell lépnie egy másik eljárás termelési eszközei közé, hogy az eredeti azonosság fennmaradhasson. Ez pedig ronthatja, de javíthatja is az utóbbi eljárás produktivitását. Erről az általános

<sup>1</sup> Ezek a feltevések még mindig igen szigorúak. Ha ugyanis a valóságos lehetőségeket egy síkkal ábrázoljuk, akkor ezen belül az állandó technikai koeficiensek egy pontot határoznak meg, míg a Sraffa feltevésein alapuló struktúra egy egyenest eredményez. Mindkettő nulla-valószínűségű.

esetben semmit nem tudunk megállapítani. Annyi azonban kijelenthető, hogy amennyiben az egyik iparág produktivitása javult, akkor legalább egy másiké viszonylagosan romlott. Összefoglalóan: bár az  $a_{ik}$  „koefficiensek” nem változatlan nagyságok, változásukat mégis korlátok közé szorítja az önhelyreállítás kezdeti feltétele.

Ha egyes technikai koefficiensek zérussá válnak, akkor ez bizonyos esetekben felboríthatja az önhelyreállító állapotot. Erre vissza kell térni a későbbiekben.

### Bázis és nem-bázis termékek

Sraffa definíciószerűen bázisterméknek nevezi azokat a termékeket, amelyek *közvetlenül* vagy *közvetve* minden termék termelésében résztvesznek. Minden más termék nem-bázis termék. Ez pedig nem más, mint a ricardói gabona-elv általánosítása.<sup>2</sup>

Ricardo, — értékelmélete kialakulásakor — azon a véleményen volt, hogy a gabona kulcsszerepet játszik az árak és a profitráta meghatározásában. Sraffa erre jó magyarázatot ad a Ricardo-művekhez írt előszavában. (L. David Ricardo: Works and Correspondence.) A gondolat kézenfekvő, mert a gabonatermesztés ágazatában ezek a gazdasági kategóriák természetes mennyiségek arányaiban illetve különbségeiben jelennek meg, és így az értékelés természetes arányokra épül. Ha ugyanis a gabonatermesztéshez csak gabonát használnak fel előlegként (vetőmag és a munkások fogyasztása), akkor a bérpálya és a profitráta mértéknélküli arányokban, a profit tömege pedig gabonamértékben adott. (A profitráta dimenziója tulajdonképpen  $1/idő$ , ha figyelembe vesszük, hogy azt a tőkeállomány után számítják. Ricardo ettől eltekintett, és Sraffánál sem jelenik meg explicit az „állomány” és az „áramlás” megkülönböztetése, igaz, egészen más okokból, mint Ricardónál.) Mindez azonban csak addig marad használható elv, amíg nem kell feloldanunk az egy-termékes tőke feltevését. Ez ugyanis azt jelenti, hogy végeredményben egyetlen áru játszik csak „bázis” szerepet, a többi nem lép vissza a termelés körébe, hanem a lakosság személyes fogyasztását alkotja. Pontosabban, az még megengedhető, hogy amennyiben a gabonatermesztésben az input csak gabonából áll, akkor minden egyes áru beléphet a *saját* termelésébe. Ha ugyanis az input-gabonamennyiség  $W_w$ , az output pedig  $W$ , akkor a profitráta

$$r = \frac{W - W_w}{W_w}.$$

Bármely más árura (pl. a  $k$ -ra):

$$(W_k p_w + K_k p_k)(1 + r) = K p_k$$

és ebből

$$\frac{p_k}{p_w} = \frac{K W_w - K_k W}{W W_k}.$$

<sup>2</sup>A  $j$ . termék bázistermék, ha  $a_{ij} > 0$  mellett minden  $i, j$ -hez van olyan  $t$ , hogy  $[A^t]_{ij} > 0$ . Ha az  $A$  matrix csak bázistermékeket tartalmaz, akkor az  $A$  irreducibilis, azaz  $0 < (I + A)^{k-1}$ , ahol  $k$  az  $A$  rendje. Ez biztosítja, hogy  $A$  pozitív dominináns sajátértékéhez pozitív sajátvektor tartozik.

Sőt megadható egy ennél általánosabb, és egyben a lehető legáltalánosabb, eset is:

$$\begin{pmatrix} W_w & 0 & 0 & \dots & 0 \\ W_a & A_a & 0 & \dots & 0 \\ W_b & A_b & B_b & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_k & A_k & B_k & \dots & K_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_w \\ p_a \\ p_b \\ \vdots \\ p_k \end{pmatrix} (1+r) = \begin{pmatrix} W p_w \\ A p_a \\ B p_b \\ \vdots \\ K p_k \end{pmatrix}.$$

Tehát a termelési kapcsolatokban nincsenek körök, azaz ha az egyik termék belép egy másik termelésébe, akkor ez utóbbi már nem vehet részt az előbbi előállításában. A megfogalmazásból kitűnik, hogy a mátrix alsó háromszögében is lehetnek zéruselemek.

Hiába általánosítottuk tovább a rendszert, még mindig csak a gabona a bázis termék, míg a többi áru most sem lett azzá. Azt már nem állíthatjuk, hogy csak a gabona visel „termelő” funkciókat, de a többi termék termelő funkciói erősen korlátozottak. Ez pedig túl szigorú és irreális feltevés, ha megfontoljuk, hogy az előbb leírt rendszerben a gabona árának változásával a többi áru ára mindig együtt változik.

Sraffa megmutatja, hogy a „gabona-elv” még általánosabbá tehető, nevezetesen a gazdaságban legalább egy, de tetszőleges számú bázis termék létezhet.

Tekintsük először azt az esetet, amikor minden termék bázis termék. Mivel ebben az esetben az  $A$  egy irreducibilis mátrix, biztosan létezik egy és csakis egy  $p > 0$  árrendszer, amely visszaállítja a kiinduló állapotokat, tehát a termelési rendszerben az önhelyreállítás végbemehet. Fel kell azonban hívnunk a figyelmet arra, hogy a bázis termékek vektorai nem jelentenek egyben bázisvektorokat is a lineáris algebra értelmében. Sőt éppen hogy nem játszanak ilyen szerepet. A  $k$  egyenletből álló teljes rendszer biztosan összefüggő, hiszen ki kell elégítenie az önhelyreállítás azonosságait. Természetesen nem arról van szó, hogy az  $A$  mátrix feltétlenül szinguláris. A „bázis termékek teljes rendszerét” formálisan az  $(A; -1)$  mátrixszal tudnánk megadni, ahol az utolsó oszlop a kibocsátásnak felel meg.

Itt jegyezzük meg, hogy a rendszer szabadságfokának dualizmusában is kifejezések jut az árak és a technikai összefüggések körkörös meghatározása. Az  $A p = p$  feladatban ugyanis valamely  $p_i$  tetszés szerint rögzíthető, és a többi ár ebben a standard-ben fejeződik majd ki. Legyen ez a rögzített ár  $p_1$ , nagyságát válasszuk 1-nek. Ugyanígy lehetőségünk van arra is, hogy  $k - 1$  egyenlet segítségével a  $k$ -adik együtthatóit kifejezzük, kivéve egyetlen együtthatót. Ha ugyanis az első egyenlet együtthatóit akarjuk a többi révén meghatározni, akkor  $a_{12}$ -t megkaphatjuk  $A_2 - \sum_{j=2}^k a_{2j}$ ,  $\dots$ ,  $a_{1k}$ -t pedig  $A_k - \sum_{j=2}^k a_{kj}$  segítségével, de az  $a_{11}$ -hez még ismernünk kellene az  $A_1$ -t is, ami azonban az első egyenlethez tartozik. Így tehát teljesen szabadon választhatjuk meg az  $a_{11}$  vagy  $A_1$  nagyságát, amiből a másik már egyértelműen adódik. (Pontosabban:  $A_1$  nem lehet kisebb, mint  $\sum_{j=2}^k a_{1j}$ .)

Ha most visszatérünk az  $A p = p$  feladathoz, és felhasználjuk, hogy  $p_a = 1$ , akkor a következő összefüggéshez jutunk:



$$a_{11} + a'^*p = 1,$$

$$a + A'p' = p',$$

ahol

$$a'^* = (a_{12}, a_{13}, \dots, q_{1k}),$$

$$a = (a_{21}, a_{31}, \dots, a_{k1})^*,$$

$$A' = \text{az } A \text{ fennmaradó része,}$$

$$p' = (p_2, p_3, \dots, p_k)^*.$$

A Sraffa által is használt eljárás (az egyik ár rögzítésével a feladat átalakítása egyenletrendszerre) a bázistermékek rendszerének egy igen mély tulajdonságára mutat rá. Az  $A$  eleget tesz a nem-negativitási követelményeknek is, és így az 1 maximális sajátértékéhez tartozó árvektor a rendszer megoldása. Világos, hogy itt az  $(I - A)$ -nak szingulárisnak kell lennie. Ha azonban az egyik árat rögzítjük, akkor a maradék rendszer *lineárisan függetlenné* válik, tehát a rendszer egy lineáris algebrai értelemben vett bázisához jutunk. Ezt így láthatjuk be: Ha az  $(I - A')$  is szinguláris lenne, akkor létezne olyan  $d \neq 0$ , amelyre  $(I - A')d = 0$ , és így az 1 az  $A'$ -nak is sajátértéke lenne. Feltehetjük, hogy a  $d$  legnagyobb abszolút értékű eleme egyben pozitív is. (Az előjelek mindig megváltoztathatók.) Legyen ez  $d_{\max}$ ! Akkor erre a sajátértékegyenletet felírva  $d_{\max} = \sum_i a'_{ij}d_i$ . Ha figyelembe vesszük, hogy  $\sum_i a_{ij} < 1$ , akkor  $d_{\max} = \sum_i a_{ij}d_i \leq \sum_i a_{ij}d_{\max} < d_{\max}$ , ami ellentmondás. Azt kaptuk tehát, hogy az  $(I - A')$  nem lehet szinguláris.

P. Newman ezért azt javasolja, hogy tekintsük a sraffai rendszert olyannak, amelyben csak bázistermékek szerepelnek. Véleménye szerint az úgysis csak a termelési területek aggregáltsági fokától függ, hogy mi számít bázis- illetve nem-bázis terméknek. Ha a dolgot pusztán a matematikai kezelhetőség oldaláról nézzük, Newman-nek igaza van. Két szempont szól mégis a javaslat ellen:

1. Léteznek a nem-bázis termékeket tartalmazó rendszernek is olyan speciális esetei, amikor szintén található megfelelő árrendszer. Igaz ugyan, hogy a matematikus szempontjából a speciális esetek legalább annyira elhanyagolhatóak, mint a 0 valószínűségű események, de a közgazdaságtanban igen gyakran épp a speciális esetek adnak lehetőséget egy rendszer jellemzésére. Erre Sraffánál is látunk példát.

2. Gazdaságilag valószínűleg a nem-bázis közé sorolhatók olyan tevékenységek, mint például a hadiipar, ami azonban igen jelentős szerepet játszhat a termelés alakulásában.

Éppen ezért most szemügyre vesszük, hogyan befolyásolja a termelési kapcsolatok a nem-bázis termékek jelenléte. Először itt is az önfenntartó termelésről beszélünk. A nem-bázis termékek felbukkanása a rendszer input-mátrixát reducibilissé teszi, vagyis

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & O \\ A_2 & A_3 \end{pmatrix} \text{ ahol } a \begin{pmatrix} O \\ A_3 \end{pmatrix}$$

blokk a nem-bázis termékek alrendszere. A nem-bázis termékek három tiszta típusa az  $A_3$  szubmátrix különböző alakjaival jellemezhető.

A sraffai felsorolásnak megfelelően

- I.  $A = O$ ,
- II.  $A_2 = I$ ,
- III.  $A_3$  olyan nem-negatív mátrix, melynek maximális eleme is kisebb, mint 1.

Általában nem állíthatjuk, hogy egy ilyen reducibilis mátrix kizárja a közgazdaságilag is lehetséges ármegoldás létezését. Ez csak akkor van biztosan így, ha  $A_3 = I$ , vagy ha  $A_3$ -ban legalább egy egységvektor található. (L. P. Newman már említett cikkét!) Ekkor a rendszert be kell sorolnunk azok közé, melyeket Sraffa működésképtelennek nevezett.

### Önhelyreállító állapot többlet esetén

Az önhelyreállítás minimális feltétele most az alábbi alakot ölti:  $\sum_j a_{1j} \leq A_1, \dots, \sum_j a_{kj} \leq A_k$ , de legalább egy termék esetében szigorú egyenlőtlenség teljesül. Mivel azonban az áraknak most nem csupán az a funkciójuk, hogy visszaállítsák a rendszer kiinduló állapotát, hanem egyúttal minden iparágban arányos többletet is realizálniuk kell, az önhelyreállítás nem is értelmezhető a bázis- és nem-bázis termékek nélkül. (A továbbiakban gyakran hivatkozunk majd Gantmacher könyvére [2].)

Kiinduló feladatunk most a következő alakban írható:  $(1 + r)Ap = p$ , ahol az új tényező,  $r$ , a profitráta. Ha  $A$  csak bázistermékekből épül fel, akkor biztosan létezik pozitív árrendszer, amely az önhelyreállítást megvalósítja. Ekkor ugyanis az

$$\left( A - \frac{1}{1+r} I \right) p = 0$$

sajátérték-feladatban a Froebenius—Perron tétel szerint a pozitív domináns sajátértékhez  $p > 0$  tartozik.

Ha azonban  $A$  nem-bázis termékeket is tartalmaz, akkor a legáltalánosabb eset, amelyben még  $p > 0$  létezik, a következő (lásd [2], 340. o.):

Legyen az  $A$  normálformája

$$\begin{pmatrix} A_1 & O & O & \dots & O \\ O & A_2 & O & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & \dots & A_g & \dots & O \\ A_{g+1,1} & \dots & \dots & A_{g+1,g} & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{s1} & A_{s2} & \dots & \dots & \dots & A_s \end{pmatrix}$$

Az  $A$  domináns sajátértékéhez,  $\lambda$ -hoz akkor és csak akkor tartozik pozitív sajátvektor, ha az  $A$  normálformájában

- (1) az  $A_1, A_2, \dots, A_g$  ( $g \leq s$ ) spektrál-sugarai is mind  $\lambda$ -val egyenlők, és
- (2) az  $A_{g+1}, \dots, A_s$  mátrixok spektrál-sugarai mind kisebbek 1-nél.

Joan Robinson mutatott rá a sraffai elmélet egy lényeges vonására (lásd [3], 7—13. o.), ami az általános profitráta feltevéséből adódik. Nevezetesen: amennyiben az egységes profitráta és berráta létezik, egy szeparált alrendszerből álló gazdaságban is kialakul az egyértelmű és összefüggő árrendszer. Vagyis a nem-bázis termékek nagy csoportjaira széteső gazdaság is képes az önhelyreállításra.

Gantmacher ennél általánosabban mondja ki a tételt: Az  $A > O$  mátrix pozitív domináns sajátértékéhez akkor és csak akkor tartozik pozitív jobb- és baloldali sajátvektor, ha az  $A$  kvázi-diagonális alakra hozható, ahol  $A_1, A_2, \dots, \dots, A_n$  az  $A$  diagonális irreducibilis blokkjai és maximális sajátértékük megegyezik az  $A$  maximális sajátértékével.

J. Robinson a tételnek csak az egyik részét fogalmazta meg. Ezt a speciális esetet két elkülönült alrendszerre mutatjuk be.

Legyen

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & O \\ O & A_2 \end{pmatrix},$$

és  $A$  maximális sajátértéke:  $c = \frac{1}{1+r}$ .

Be kell látnunk, hogy az  $Ap = c \cdot p$  fennállása esetén  $p > O$ . Mivel az  $A$  irreducibilis blokkokra esik szét ( $A_1$  és  $A_2$ ), ezért elegendő azt bizonyítani, hogy az  $A$  pozitív domináns sajátértéke egyúttal domináns sajátértéke az  $A_1$  és  $A_2$ -nek is. Ez viszont közvetlenül következik abból, hogy az  $Ap = c \cdot p$  ekvivalens az  $A_i p_i = c p_i$ -vel, ahol az  $i = 1, 2$ .

Joan Robinson még egy tételt állít a profitrátával kapcsolatban: „... Véleményem szerint Sraffa ezzel egy nagyon jelentős tényt hangsúlyoz, mint tudományos, mind politikai értelemben: egy piaci gazdaságban vagy tendencia létezik a termelés különböző területein a bér- és a profitráta egységesülésére, vagy az árakat a kereslet-kínálat szabályozza, de a kettő nem állhat fenn egyszerre” ([3], 12. o.).

Most megvizsgáljuk, hogy tényleg minden esetben összeférhetetlenek-e a technikai egyenletek a keresleti függvényekkel. Igaz ugyan, hogy ezzel már (mint az előzőek során is többször) átnyúlunk az árak területére, de a gondolatmenet még mindig az önhelyreállítás és az input-mátrix szerkezete körül mozog. Az nyilvánvaló, hogy bármi módon is határozódjanak meg az árak, az önhelyreállítás feltétele miatt fenn kell állnia az

$$Ap \leq p \text{ és az } 1^*A \leq 1^* \text{ egyenlőtlenségeknek.}$$

Ha az  $m$  iparág többlettermékét  $s_m$ -mel jelöljük, akkor a keresleti egyenletek által meghatározott árak mellett  $\sum_f a_{mf} p_f + s_m p_m = p_m$ . Mivel azonban  $s_m = 1 - \sum_f a_{jm}$ , az előbbi így írható:  $\sum_f a_{mf} p_f = p_m \sum_f a_{jm}$ . Fennáll továbbá, hogy

$$(1 + r_m) \sum_f a_{mf} p_f = p_m$$

és így

$$1 + r_m = \frac{1}{\sum_f a_{jm}} \text{ és } r_m = \frac{a_m}{\sum_f a_{jm}}.$$

Látható, hogy a keresleti egyenletek mellett az egységes profitráta nem feltétlenül létezik. Van azonban egy érdekes speciális eset: ha az  $A$ -nak van olyan sajátértéke, amely mellett (legyen ez a sajátérték  $c$ )  $1^*A = c \cdot 1^*$ , akkor

- i) ez egyben  $A$  maximális sajátértéke,
- ii)  $1 > c > 0$  teljesül,
- iii) az eddigiekből is következően tartozik hozzá nem-negatív jobboldali sajátvektor ( $p \geq 0$ ).

i)-hez: Mivel  $1^*A \leq 1^*$ , ezért a maximális sajátérték

$$c = \min_i \sum_f a_{fi} = \frac{1^*A1}{1^*1}.$$

Az átlag tulajdonságai miatt ez azt jelenti, hogy  $\sum_f a_{fi}$  minden  $i$ -re azonos.

ii)-höz: Mivel  $A \neq 0$ , ezért  $1^*A > 0$ , és így  $c > 0$ . Másrészt, mivel  $c = \min_i \sum_f a_{fi}$  és a gazdaságban legalább egy ágazat (esetünkben minden ágazat) többletet termel, ezért  $c > 1$ .

iii)-hoz: Mivel  $A$  nem-negatív, irreducibilis mátrix, Gantmacher könyvének egyik tétele értelmében maximális sajátértékéhez pozitív sajátvektor tartozik, tehát az  $Ap = c \cdot p$  egyenlet  $p > 0$  mellett áll fenn. Legyen  $c = 1/(1+r)$ . Ebből  $(1+r)Ap = p$ , és mivel  $1 > c > 0$ , ezért  $r > 0$ .

Azt a meglepő eredményt kaptuk, hogy amennyiben a bázistermékek rendszere mindenoldalúan arányos, akkor — az önhelyreállítás állapotát feltételezve — a profitráta bármilyen árrendszer mellett egységes az egész gazdaságra és egyben maximális is.

### A munka mint explicit termelési tényező

Feltűnhet a hasonlóság a marxi „egyszerű-bonyolult munka” és a sraffai „azonos minőségű összmunka” között. Világosan kell azonban látnunk, hogy Sraffa művében a munka ugyanolyan önálló tényező, mint a tőke, tehát a feltételezett „azonos minőség” ugyanúgy megköveteli a különböző munkafajták értékeinek meghatározását, mint ahogy a termelési eszközök összértékéről is csak az egyes termékek értékének ismeretében beszélhetünk. Erre azonban meg is van a lehetőség. Ha ugyanis a gazdaságot most úgy tekintjük, mint egy tevékenységeket reprodukáló rendszert, ahol az  $i$  tevékenységfajta  $l_i$  mennyiségének reprodukálásához az elsőből  $l_{i1}$ , a másodikból  $l_{i2}$ , stb., a  $k$ -ból  $l_{ik}$  szükséges, akkor az  $i$  tevékenység értékének meghatározására szolgáló egyenlet a következő:

$$l_{i1}v_1 + l_{i2}v_2 + \dots + l_{ik}v_k = l_i v_i.$$

És így az egész rendszer az

$$Lv = v$$

alakot nyeri.

Általánosabbá és egyben realisabbá is tehetjük a dolgot, ha a gazdaságot most *termékekből* és *tevékenységekből* álló, egymásra ható két rendszerként tekintjük, ahol az áruk termelésében munkát is felhasználnak, míg a munka

reprodukciójában a tevékenységek mellett különböző áruk vesznek részt. Azaz:

$$\left[ (1 + r) \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} + w \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} p \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ v \end{pmatrix},$$

ahol

- $A_1$ : az áruk termelésében résztvevő áruk mátrixa,  
 $A_2$ : a tevékenységek helyreállításában résztvevő áruk mátrixa,  
 $L_1$ : az áruk,  
 $L_2$ : a tevékenységek input-mátrixa,  
 $w$ : béraráta.

Feltesszük, hogy (mint Sraffánál):

$$1 * \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \end{pmatrix} v = 1.$$

A  $v$ -ben található „munkaértékek” az egyes munkafajták minőségi arányait fejezik ki. Az  $Lv$  viszont már egy homogén munkamennyiség. Mekkora az értéke? Sraffa nem törekszik ennek meghatározására. Amit ő *bérnek* ( $w$ ) nevez, az a munka (értékben kifejezett) részesedése a nettó termékből, tehát a profitráta analógiájára *bérrátának* nevezhetjük el.

### A többtermékes iparágakról

P. Newman a már említett cikkében csak az egytermékes iparágakkal foglalkozik, mert véleménye szerint az ott elmondottakból a könyv többi része már levezethető. Sajnos nem ilyen egyszerű a helyzet. Ha ugyanis az egyes *termelési eljárások* többféle terméket is előállítanak, akkor az önhelyreállítás képessége nem csupán a termelési eszközként felhasznált, hanem az áruként megtermelt termékektől is függ. Ez pedig olyan új és fontos kérdéshez vezet el, mint a „reswitching”-probléma, ami a „tőke természetének” feltárásához és a neoklasszikus elmélet kritikájához is alapvetően járul hozzá.

A feladatot most így fogalmazhatjuk meg általánosan:

$$(1 + r)Ap + wl = Bp,$$

ahol az új tényező,  $B$ , a kibocsátott termékek mátrixa.

Ennek a feladatnak a megoldhatósága még nem teljesen tisztázott kérdés. A problémát az esetleges negatív koefficiensok okozzák az  $[(1 + r)A - B]$  mátrixban (lásd [4], 306—315. o.).

### IRODALOM

1. NEWMAN, P.: Production of Commodities by Means of Commodities. Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik. 98. évf. 1962. május.
2. GANTMACHER: Teorija matric. Moszkva, 1966.
3. ROBINSON, J.: Collected Economic Papers. Vol. 3. Oxford, 1965. Basil Blackwell.
4. GALE, D.: The Theory of Linear Economic Models. London—New-York, 1960. McGraw-Hill.

# KÖNYVEKRŐL

WELFE, W.: *A medium term econometric model of the Polish economy*. Łódź, 1973. Práce Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersitetu Łódzkiego, Seria D, Nr. 2. 96 p.

Az ökonometriai kutatásoknak és modellezésnek Lengyelországban több évtizedes múltja van. Magyarországon is ismeretesek azok a modellek, amelyeket a Katowicei Gazdasági Főiskolán Z. Pawlowski és társai készítettek. Ökonometriai tevékenység és oktatás sok tudományos intézetben és egyetemen, ill. főiskolán folyik. Ezek közé tartozik a lódzi egyetem is. Ökonometriai kiadványai a „Łódzi Egyetem Ökonometriai és Statisztikai Intézetének Munkái” c. kiadványsorozatban jelennek meg. Ennek egyik újabb száma a W. Welfe professzor által készített modellt mutatja be.

A kiadvány a lényegében még nem teljesen befejezett munkát abban a stádiumban ismerteti, ahogy ezt a szerző az Ökonometriai Társaság 1973. évi oslói konferenciáján bemutatta. Részletesen leírja az egyenletrendszer és annak változóit is; az ezt megelőző részben a szerző kifejti az ökonometriai modellekről vallott felfogását és bemutatja modelljének fontosabb tulajdonságait. Ezek minden gyakorlati modellező számára tanulságosak; különösen azok a szocialista országok modellezői számára.

W. Welfe az ökonometriai modelleket a gazdasági modellek fejlett változatának tartja, és felfogása szerint az ökonometria növekvő szerepet fog játszani a központi tervezésű gazdaságokban az előrejelzések, a gazdasági tervek és programok előzetes változatainak a megfogalmazásában, majd alternatív gazdaság- és társadalompolitikai intézkedések várható eredményeinek a tanulmányozásában.

Annak ellenére, hogy Welfe professzor sztochasztikus modellt alkotott, nem hagy kétséget afelől, hogy központilag tervezett gazdaságban mind a rövid, mind a hosszútávú fejlődést döntően predeter-

minálnak tekinti. Ez elsősorban azoknak a hosszú távon érvényesülő korábbi stratégiai döntéseknek a következménye, amelyek a népgazdaság állótorkeállományát, a gazdaság szerkezetét és növekedési ütemét meghatározták. A szerző szerint a fejlődés predeterminált jellege továbbá olyan befolyásolhatatlan tényezők következménye, mint az időjárás hatásai, a világkereskedelmi tartós irányzatok vagy egyéb exogén változók. Felfogása abban csúcsosodik ki, hogy a középtávú modell specifikálásakor mindezen a hatásokon felül azokat a kiigazító mechanizmusokat („adjustment mechanisms”) is feltétlenül figyelembe kell venni, amelyek a gazdaság meghatározott szférái (így pl. a kereslet és a kínálat) között az egyensúlyt fenntartják, illetve a modell egyes változóinak (a célváltozóknak) az értékét eszközváltozóként alakíthatják.

A rövid távon érvényesülő hatások szabályozására elsősorban a forgókészletekkel való okszerű gazdálkodást, hosszútávú hatások érvényesítésére a gépek kapacitásának a kihasználását, valamint a beruházások ágazatok közötti elosztását és a külkereskedelmi cserearányok alakítását tartja alkalmas gazdaságpolitikai eszköznek. Mindenesetre határozott törekvés nyilvánul meg a modellben arra, hogy a keresleti és kínálati tényezőket, illetve a kereslet és kínálat egyensúlyát biztosító tényezőket megfelelő egyenletek segítségével magyarázza. Ez utóbbi irányban ható gazdasági döntéseket a modell többnyire karakterisztikus változókkal fejezi ki. Ezek előnyét a szerző elsősorban abban látja, hogy könnyen és sokféle helyzetben alkalmazhatók a legkülönbözőbb hatások kifejezésére; ugyanakkor hátrányuk túlságosan egyszerűsítő törekvésükben rejlik. A modell többi exogén változóját nagyrészt árak, kormányzati kiadások és különféle pénzügyi változók adják.

Különösen figyelemre méltó a modell szerkezete és nagymérvű dezaggregáltsága.

Tulajdonképpen nyolc blokkból áll. Ezek a következők: az állóalpok, a munkaerő-kínálat és munkaerőigény, a nettó anyagi termelés (kínálati és keresleti oldala), a végső felhasználás, a beruházások kínálata és kereslete, a bérek, a jövedelemeloszlás és a külkereskedelm blokka. A modell a nettó anyagi termelést és a beruházásokat a következő bontásban veszi figyelembe: mezőgazdaság, ipar és bányászat, építőipar, szállítás és kereskedelem; külön egyenletek magyarázzák a lakásépítkezéseket és a kommunális beruházásokat. A lakosság fogyasztásának vizsgálata is dezagregált szinten megy végbe: élelmiszerek, élvezeti cikkek, textil- és ruházati cikkek, egyéb iparcikkek és tartós fogyasztási cikkek.

Különösen nehéz feladat a beruházások sztochasztikus egyenletek alakjában történő magyarázata. A modell kísérletet tesz erre — annak ellenére, hogy a szerző a népgazdaság állóeszközállományának bővítésére vonatkozó döntéseket nagyrészt exogén tényezőnek tekinti. Konceptiója szerint a beruházásokat a tervezett állóeszközmennyiség, a produktív kapacitások bővülése, valamint az elavult termelőberendezések kicserélésének a mértéke határozza meg. Minthogy a jövőbeli hatások ezeken a területeken nem definiálhatók, a modell ahhoz az egyszerűsítő feltételezéshez folyamodik, hogy mindezek a termelés jövőbeli feltételezett értékében jutnak kifejezésre, mint ami egyben a beruházási kereslet meghatározója is; ezt pedig jobb híján a korábbi termelési volumennel veszi egyenlőnek.

A külkereskedelmet a lengyel külkereskedelmi struktúrájának megfelelően a modell négy árucsoportban vizsgálta meg: mezőgazdasági cikkek, ipari eredetű fogyasztási cikkek, gépek és szállítóberendezések, valamint nyersanyag és szén. Külön vizsgálja a szocialista és a tőkés viszonylatban folyó külkereskedelmi fogalmat. Míg az előbbi elsősorban a KGST-országok kereskedelmi forgalma magyarázza, az utóbbi a világ-expo-volumen és a relatív exportárindex függvénye.

A modell „termelési függvényei” lényegében lineáris kínálati függvények. A két hagyományos tényező (állóeszközállomány és munkaerő) mellett szerepel a trend-tényező is, sőt a mezőgazdasági termelés egyenletében megkísérli az időjárás hatás számszerűsítését is karakterisztikus változók segítségével. Ugyanakkor a modell munkaerőfüggvényei ún. fordított termelési függvények; függő változójuk a foglalkoztatott munkaerő, magyarázó változók a nettó termelés és az időtrend (illetve alter-

natív változatban: az állóeszközök és az időtrend). Ezekkel a munkaerőkeresletet kívánta meghatározni a modell; nem hiányoznak azonban a munkaerőkínálat egyenletei sem. Ezekben a függő változó az aktív keresők részaránya a produktív korú népességben, míg a magyarázó változók — különböző vegyes hatások kifejezésére — az időtrend, valamint a háztartások átlagos jövedelme. Szignifikáns paramétereket eredményezett az átlagbér-egyenletek becslése is. Eszerint az átlagbérek az előző időszak átlagbéreinek és a termelékenységek a függvényei. Meglepő, hogy ezt a hatást az 1950 — 1969 közötti időszakban is sikerült a modellnek számszerűsíteni.

Az árgyenletek egyaránt tartalmaznak hosszú és rövid időtávon belül érvényesülő hatásokat. Nyilvánvalóan hosszú távon érvényesülő hatást fogalmaz meg a kifizetett bérek és a változatlan áron számított nettó termelés aránya; rövid távú hatást fejez ki ugyanakkor pl. a mezőgazdasági terméseredmények változója. Az árindexeket a modell nagyobb részben exogén tényezőnek veszi. Sajnos, az adott keretek közt nincs mód a modell kimerítő bemutatására.

Szólunk kell a modell strukturális-morfológiai sajátosságairól is. Az egyenletek száma közel 250, a változóké 400 körül van. Tekintélyes számok, amelyek már első látásra a közismert amerikai Brookings-moddellel való összehasonlításra ösztönöznének. Tekintélyes a predeterminált változók száma: több mint 160. Az egyenletek nagyjából sztochasztikus egyenletek (kb. 150), szemben a közel 100 azonosági összefüggéssel. A kiadványban bemutatott modell nagyon sok alternatív egyenletet tartalmaz. Ezek nemesak formailag, illetve magyarázó változóikat tekintve különböznek egymástól, hanem adatbázisuk szerint is. Így egyes egyenleteket 1955 — 1971. évi, másokat 1960 — 1969. évi vagy ettől különböző hosszúságú időszakok alapján becsültek. Ennek megfelelően a modell identifikálása, a közölt egyenletek egységes és konzisztens modellé való ötvözése nyilvánvalóan egy későbbi munkafázis feladata lesz, amely a különböző alternatív megoldások közül kiválasztja majd a legmegfelelőbbeket.

A tanulmány nagy érdeme a modell-specifikáció részletes közgazdasági indokolása és a részletekbe menő bemutatás; keveset tartalmaz a kiadvány becslési problémákról vagy módszerekről. Maguk a becslési eredmények azonban (a többszörös determinációs együtthatók, a *t*-mutatók) rendkívül jónak mondhatók; kevésbé mutatkoznak megfelelőnek az auto-

korrelációt kifejező  $d$ -mutatók. A megadott értékek alapján úgy tűnik, hogy a reziduumokban helyenként pozitív, helyenként negatív autokorreláció mutatkozik.

A szerző ígérete szerint ezt az ún. W-1 modellt rövidesen egy fejlettebb változat: a W-2 modell fogja követni. Ez a mostani — rendkívüli ökonometriai vállalkozásnak minősülő — modell iránt megnyilvánuló érdeklődésnél nem csekélyebbre tarthat számot; nem utolsó sorban azért, mert adó-, kamat- és pénzügyi változókat, illetve összefüggéseket is fog tartalmazni.

NYÁRY ZSIGMOND

JACOBSON, L.: *An econometric model of Sweden*. Stockholm, 1972. Beckmans. 348p.

A könyv címében a svéd gazdaság ökonometriai modelljének ismertetését ígéri, tartalmát tekintve azonban lényegesen több annál. A szerző művének tizenkét fejezetében nemcsak az előrejelzésre szolgáló ökonometriai modell készítésének és felhasználásának problémáit tárgyalja, hanem áttekinti a gazdasági előrejelzés svédországi történetét is, külön kitérve a legfontosabb módszertani állomásokra.

A harmincas évek folyamán Svédországban is nyilvánvalóvá vált az állami beavatkozás szükségessége a gazdasági élet menetébe. Ez a Keynes által is szorgalmazott felismerés egyben azt is jelentette, hogy az államnak aktív gazdaságpolitikát kellett folytatnia, amelyhez feltétlenül szükség volt a gazdasági élet múltbeli és jövőbeni menetére vonatkozó információkra. Tulajdonképpen ez az igény hívta életre 1937-ben az Országos Gazdaságkutató Intézetet, amely úttörő munkát végzett a gazdaságstatisztika, a konjunktúrakutatás és a rövidtávú előrejelzés területén.

Kezdetben a konjunktúrakutatók figyelmébe Svédországban is a folyó gazdasági helyzet, a nemzeti költségvetés elemzésére koncentrálódott és az előrejelzés csak alárendelt szerepet játszott. Mindkét területen a kezdetet az inflációs rés elemzés (inflationary gap analysis) jelentette, amelyet mint a teljes foglalkoztatottság melletti kibocsátás és a tervezett, előrejelzett kereslet különbségét határozták meg.

A konkrét prognózisok értékelése arra utal, hogy a gazdasági fejlődés menetének előrejelzése Svédországban is viszonylag elfogadható volt. Világosan felismerhető alábecslési tendencia volt ugyanakkor megfigyelhető, ez a gyors növekedés éveiben különösen markánsná vált. Az előrejelzések pontossága elvileg több módon javítható. Fokozni kell egyrészt az alapot képező

statisztika megbízhatóságát, másrészt tovább kell fejleszteni az alkalmazott módszereket. A módszertan fejlesztésének egyik útja ökonometriai modellek készítése és alkalmazása.

A könyv tulajdonképpen tárgyát képező ökonometriai modell struktúrájának ismertetése előtt a szerző számos érvet hoz fel az ökonometriai megközelítés helyessége, előnye mellett. Így kifejti, hogy az ökonometriai modellek kvantitatív formában jellemzik a vizsgált összefüggéseket, ami jobb, megalapozottabb előrejelzések készítését teszi lehetővé. Az ökonometriai modellek alkalmazása azzal az előnnyel jár, hogy a kialakított prognózisok a kapcsolatok szimultán hatását tükrözik. Továbbá a gazdaságpolitikai variánsok készítése és összehasonlító elemzése is könnyebben megoldható, ha az előrejelzések ökonometriai modellek segítségével készülnek.

A modell belső felépítésének kialakítása során a szerző kettős célt követett. A modellnek egyaránt alkalmazni kell lennie előrejelzésre, valamint arra is, hogy a különböző gazdaságpolitikai intézkedések, valamint más exogén tényezők hatását elemezni lehessen. A modell lényegében tizenegy fő terület mozgását írja le: 1. munkaerő-piac; 2. bérek; 3. magánvállalkozók jövedelmei; 4. a háztartások adói; 5. a háztartások diszponibilis jövedelmei; 6. személyes fogyasztás; 7. a bányászat és a feldolgozóipar termelése; 8. készletek; 9. import; 10. export; 11. beruházások.

Általános jellemzőként el kell mondani, hogy miután a modell elsősorban a rövidtávú konjunktúraciklusok vizsgálatára koncentrált, a készletalakulás problémája igen nagy figyelmet kapott. Jelzi ezt többek között az is, hogy számos más modellel ellentétben, a készletek itt több szektorra bontva szerepelnek. Ennek az is a magyarázata, hogy input-output adatokat sokkal szélesebb körben alkalmaztak, mint ez más modelleknél szokásos. A modell egy másik említésre méltó vonása az, hogy a bérek alakulását két tényezőre bontva vizsgálja. Az egyik tényező a bértárgyalások eredményeként bekövetkező béremelkedéseket magyarázza, a másik a hivatalos bértarifán felüli béremelkedést (wage drift).

Ökonometriai modellek készítése során az egyik legfontosabb kérdés a becslési időszak hossza, azaz, hogy hány megfigyelés, adat alapján kerüljön sor a modell paramétereinek meghatározására. Negyedéves adatok alkalmazása esetén a kapott eredményekben túlzottan nagy süllyed szerepelnének a véletlenszerű, ciklikus ingadozást okozó tényezők. Mintegy kompromisz-



szamos megoldásként a paraméterbecslés ennél a modellnél az 1954 és 1965 közötti időszak féléves, szezonálisan kiigazított adatai alapján történt. Külön problémát jelentett itt az, hogyan kapcsolják össze a volumen (változatlan áras) adatokat a folyóáras adatokkal.

A svéd gazdaság modelljének készítése során is felmerült az alkalmazandó paraméterbecslési eljárás kérdése. Tény, hogy a legáltalánosabban a legkisebb négyzetek klasszikus módszerét alkalmazzák, de közismert az is, hogy interdependens modellek esetén ez torzított és inkonzisztens becslésekre vezet. A többi módszer áttekintése után a szerző arra megállapításra jut, hogy az adott esetben legnagyobb sikerrel két módszer, a legkisebb négyzetek klasszikus módszere, valamint a kétfokozatú legkisebb négyzetek módszere alkalmazható. Ez utóbbi alkalmazása során az első fokozatban az a probléma merült fel, hogy a predeterminált változók száma olyan nagy volt a megfigyelésekhez képest, hogy a megfelelő szabadságfok biztosítása érdekében egy részüktől a becslés során el kellett tekinteni. A probléma megoldható az úgynevezett fő komponensek módszerével is, bár ennek alkalmazására a jelen modell esetén nem került sor, és lényegében a fenti válogatásos módszert követték.

A modell egyik, talán legérdekesebb, része a háztartások jövedelemadóival foglalkozó blokk. Ugyanis a háztartások által fizetett úgynevezett közvetlen adókat endogén változóként kezelik. Svédországban a jövedelemadók jelentős részét, mintegy 85 százalékát a jövedelemképződéssel, bérekkel arányosan vetik ki. Így magyarózó tényezőként ezt szerepeltetik. Ide elsősorban az alkalmazottak tartoznak. A jövedelemadók fennmaradó részét magánvállalkozók fizetik, itt az előzetes adókiivetés alapja a legutolsó, a hatóságok által ismert, realizált jövedelem. Így előfordulhat, hogy az adókiivetés alapja, azaz a magyarózó tényező, a két évvel korábbi jövedelmi színvonal. A modellben szereplő adóegyenletek az előzetes adóbefizetésekre vonatkoznak, de készültek becslések a Gazdaságkutató Intézetben annak megállapítására is, hogy mekkora eltérés lehetséges az előzetes és a végleges adóbefizetés között. Az adóegyenletek paramétereinek becslése igen bonyolult feladat volt, mivel a becslési időszak folyamán az adókulcsokat számos alkalommal és jelentős mértékben megváltoztatták. Az adózási rendszerben és az adókulcsokban eszközölt változtatások következtében nem volt lehetőség arra, hogy adókulcs-változó beiktatásával küszöböljék ki a problémát. Így azt

a megoldást alkalmazták, hogy az adókulcsok revíziója által okozott változások hatását az adóbevételek összegének megváltoztatásával korrigálták.

Más rövidtávú, konjunktúraciklust magyarázó modellekhez hasonlóan, a svéd ökonometriai modellnek a központjában is a személyes jövedelmek keletkezése, elosztása és a fogyasztás áll. A modell készítői itt igen nagy mértékben igyekeztek Keynes ilyen irányú elméleti megállapításait figyelembe venni. A fogyasztási színvonal meghatározásánál abból az alapvető hipotézisből indultak ki, hogy a fogyasztás változása jelentős késéssel követi a jövedelmek változását. A kapott becslési eredmények alapján például amíg a rövidtávú fogyasztási határhajlandóság 0,4, a hosszútávú 0,85 körüli érték. A személyes fogyasztást a modell négy árucsoportra (élelmiszerek, egyéb nem tartós fogyasztási cikkek, tartós fogyasztási cikkek, szolgáltatások) bontva vizsgálja. Magyarázó tényezőként itt a jövedelmek alakulását, az árarányok változását szerepeltetik. Ezen túl a könyv egy rendkívül színvonalas esettanulmányt közöl a személygépkocsi vásárlások alakulásáról.

A termelés alakulását a modell tizenkét szektorra bontva mutatja be. A modell rövidtávú jellege azonban itt azonnal nyilvánvalóvá válik. A szerző ebben a fejezetben (IX. fejezet) siet leszögezni, hogy a modell céljaira a Cobb-Douglas típusú termelési függvény nem felel meg, mivel a termelés ebben a modellben is a keresleti tényezők határozzák meg. Figyelemre méltó, rendkívül érdekes megoldás ugyanakkor az, hogy miután minden egyes keresleti tényező elkülönült figyelembe vételére nem volt lehetőség, a keresleti tényezők aggregálását az input-output adatokból származó súlyok segítségével végezték el.

A fenti eljárással kapott becslési eredmények értékelésénél azonban körültekintően kellett eljárni, hiszen az input-output adatok nem tükrözik a technikai haladás következtében előálló strukturális változásokat. Ezért számos helyen a technológiai koefficienseket korrigálni kellett. A strukturális változás a tapasztalatok szerint igen gyors volt a vegyiparban és a ruházati iparban, ugyanakkor jóval lassúbb a homogén termékeket gyártó iparágakban, mint például a papíripar.

Az import alakulását a modell a hazai kereslettel magyarózza, mégpedig oly módon, hogy egyes esetekben a keresleti tényezők összesúlyozására is sor került. Az import függvény magyarózó változói között elvileg fel kellene tüntetni a hazai kapacitáskihasználás mutatóját is, de meg-

felelő statisztikai adatok hiányában erre nem került sor.

A multiplikátor-elemzés, a XI. fejezetben, már a modell egész összefüggésrendszerére épül. A rövidtávú (4 éves) multiplikátorok az exogén változók által az endogén változókra gyakorolt hatás időaspektusát mutatják be; pontosabban azt, hogy a modell késleltetési struktúrája következtében milyen az exogén változók hatásának időeloszlása. Ez a vizsgálati mód kitűnő eszköz a különböző exogén változások, és ami még fontosabb, a gazdaságpolitikai alternatívák összehasonlító elemzésére. A szerző külön figyelmet szentel annak vizsgálatára, hogy a gépi, illetve az építési beruházások milyen hatást gyakorolnak a GNP alakulására. Az elemzésből az a következtetés adódott, hogy a két tényező hatása, még a hatás időeloszlását is figyelembe véve, nem tér el jelentős mértékben egymástól. A gazdaságpolitikai variánsok közül a jövedelemadócsökkentés hatásának elemzése a legérdekesebb. A modell specifikációjának megfelelően a jövedelemadó egységnyi csökkentése az első évben (hatás multiplikátor) körülbelül 0,4 egységgel emelné a fogyasztást, a negyedik év végére (rövidtávú multiplikátor) ez az érték meghaladja a 0,6 egységet. A szerző nemzetközi összehasonlítás segítségével igazolja a modelltől származtatott multiplikátorok realitását.

A modell előrejelzési képességeinek értékelésénél az összehasonlítás alapját az úgynevezett „naiv” előrebecslés képezte, amelyet vagy a tényezők változatlansága, vagy a növekedési ütem változatlansága alapján származtattak. A számítások egyértelműen arra a következtetésre vezettek, hogy a modellel kapott prognózisok bármilyen predeterminált változó esetén is jobbak, mint a „naiv” relőrebecslés, azaz a modell ebből a szempontból elfogadható.

Amint a szerző is hangsúlyozza, egy ökonometriai modellel kapcsolatos munka sohasem tekinthető egészen befejezettnek, a II. részben már maga a könyv is a fenti modell 1970-ben módosított változatát tárgyalja. A legfontosabb változtatások a következők: féléves adatokról áttértek az éves adatokra és a megfigyelési időszak 1957–1969 lett; részletesebb bontást alkalmaztak az importnál; új egyenletet vezettek be az áruk és szolgáltatások exportjának magyarázására, hogy ezzel is felzárkózzanak más országok gyakorlatához; az ipari beruházásokat endogén változóvá tették és magyarázó tényezőként a termelés változását, valamint a korábbi időszak tőkeállományát vették; számos helyen árváltozók figyelembevételére is sor került.

A szerző megismétli a multiplikátor elemzést a módosított modell esetén is. Itt azonban csak négy exogén változó hatásának elemzésére koncentrált: gépi beruházás, építési beruházás, gépexport és jövedelemadó.

Az egyes multiplikátorok konkrét értékeinek elemzéséből az vonható le, hogy hosszú távon, 5 éves időszak alatt, a GNP növekedését a legdinamikusabban a gépexport befolyásolja. Két év alatt a GNP-re gyakorolt hatása több mint 1,5-szerese a gépexportban bekövetkezett eredeti változásnak.

A könyv utolsó, XV. fejezete a modellel az 1969–72-es évekre készített kísérleti előrejelzést mutatja be. Különösen figyelemre méltó ebben a fejezetben az 1971-ben lehetséges gazdaságpolitikai alternatíva értékelése, ami, úgy érezzük, teljes pompájában villantja fel az ökonometriai modell készítésének és alkalmazásának ma még nem mindenütt elismert, lehetséges gyakorlatát és perspektíváját.

NAGY SÁNDOR

# TUDOMÁNYOS ÉLET

## Számítógépesítésünk helyzete, az SZKFP<sup>1</sup> és az ESZR<sup>2</sup>

Magyarországon a számítógéptudományok iránti érdeklődés intenzívebb formában az 1950-es évek második felében bontakozott ki, az első számítógépek megjelenésére azonban 1959-ig kellett várni, amikor az MTA Számítástechnikai Kutatóintézetében szovjet tervek alapján megépítették az M-3-at, továbbá két kis BULL számítógépet installáltak. Számítógépesítésünk eleinte esetlegesen, véletlenszerűen fejlődött, majd az 1960-as évek közepétől egyre tudatosabb irányítás mellett bontakozott ki. Az 1960-as évek végén megkezdődött az SZKFP kidolgozása, ezt 1971-ben kormányhatározat hagyta jóvá.

Az SZKFP minden addiginál határozottabb alapokra helyezte számítógépesítési politikánkat, a számítógépesítés által a IV. ötéves terv időszakában elérendő céljainkat, a célkitűzésekhez biztosított anyagi és szervezeti feltételek alapján jól koncentrálni erőforrásainkat. A Program megteremtette a feltételeket a széleskörű hazai és nemzetközi együttműködéshez, a koncentráltabb hardware és software kutatásokhoz, nagy lépéssel vitte előre számítógépgyártásunkat és a szakemberképzést. Az SZKFP mindezzel alapot nyújtott legfőbb célja, a számítástechnikai kultúra — elsődlegesen hazai és szocialista bázison történő — elterjesztéséhez.

### A szocialista országok egységes számítógép rendszere

1969 decemberében megkezdődött az Egységes Számítástechnikai Rendszer (ESZR) kidolgozása 6 szocialista ország (BNK, CSSZSZK, LNK, MNK, NDK és a SZU) kormányserveinek határozata alapján. Az egyezmény — amelyhez később Kuba és az RNK is csatlakozott — döntő jelentőségű a résztvevő országok számítógépesítése szempontjából.

Az ESZR kialakítását megelőző időszakban a szocialista országok jelentős számítástechnika bázist hoztak létre, de az eltérő hardware és software elveken épülő számítógépek kompatibilitásának hiánya a számítógépek tömeges alkalmazása esetében már komoly gazdasági veszteségeket jelentett.

A harmadik generációs ESZR gépek egységes architektúrája, egységes utasítás rendszere, egységes adatábrázolási formája és címzési rendszere teljes program kompatibilitást, a felhasználói igényeknek megfelelő flexibilitású konfigurációk és hálózatok létrehozását teszi lehetővé. A rendszer komplex hardware és software szervize, a háttérgépek biztosítása, a szakemberképzés problémájának megoldása a korábbiaknál jóval gazdaságosabban szervezhető meg ESZR bázison.

Az ESZR együttműködést a Számítástechnikai Kormányközi Bizottság (SZKB) irányítja. A Bizottság határozatainak végrehajtását a résztvevő országok szakembereiből létrehozott állandó munkaszervezet a Koordinációs Központ ellenőrzi, kíséri figyelemmel. Az SZKB munkaszervezetei közé tartozik a Főkonstruktóri Tanács, amely a műszaki tudományos kérdésekkel foglalkozik, az alapsoftware kidolgozásával kapcsolatos munkákat végzi; az Automatizált Irányítási Rendszerekkel (AIR) foglalkozó munkacsoport, amely az alkalmazási programcsomagok kidolgozásáért felelős, valamint a Gazdasági Tanács, amely a nemzetközi együttműködés és a számítógépesítés gazdasági problémáit hivatott megoldani. Az ESZR keretében megszervezték a komplex műszaki kiszolgálás

<sup>1</sup> SZKFP: Számítástechnikai Központi Fejlesztési Program.

<sup>2</sup> ESZR: Egységes Számítástechnikai Rendszer.

általános rendszerét (NOTO<sup>3</sup>—OSZKOTO), illetve a résztvevő országok nemzeti NOTO szervezeteit. A NOTO — amelynek magyarországi szervezete az import ESZR gépek esetében az Országos Számítástechnikai Vállalat, a hazai gyártású gépek vonatkozásában pedig a VIDEOTON RT. — feladata a műszaki eszközök és software szállításának megvalósítása, a számítógépek és perifériák üzembehelyezése, a berendezések garanciális és garancia utáni kiszolgálása, a software-követés, az ESZR gépekhez szükséges kiképzés megszervezése. Az SZTB munkaszervezetei természetesen állandóan fejlődnek és a szakterület igényeinek megfelelően bővülnek, átalakulnak. Az itt elmondottak az 1973. végi állapotot tükrözik.

Az ESZR keretében jelenleg több mint 20 000 tudományos dolgozó és konstruktőr dolgozik a számítástechnikai berendezések létrehozása érdekében. A gyártásban több mint 70 üzem 300 000 dolgozója vesz részt. A program első lépcsőjében a gépcsaládnak 6 tagját hozták létre, az ESZ 1010 (MNK), az ESZ 1020 (SZU és BNK), az ESZ 1021 (CSSZSZK), az ESZ 1030 (SZU és LNK), az ESZ 1040 (NDK) és az ESZ 1050 (SZU) modelleket, amelyek működési sebessége 10 ezer művelet/sec és 500 ezer művelet/sec közé esik. A központi egységekhez közel 150 különböző perifériális, adatátviteli és távadatátviteli berendezést hoztak, illetve hoznak létre, amelyek közül 22-nek a kifejlesztését az MNK vállalta.

Az ESZR I-be tartozó gépek nemzetközi bevizsgálása 1972—73-ban sikeresen lezárult, a résztvevő országokban a gépek sorozatgyártása megkezdődött. Ennek eredményeképpen Magyarországon 1973-ban 11 db R-20 számítógépet és 6 db hazai gyártású R-10 gépet installáltak. Az 1974-es esztendőben az előbbieik számának növelésén túlmenően R-30 és R-40 modellek is megkezdik üzemszerű működésüket intézeteinknél, vállalatainknál. Az R-50 rendszerek installálására várhatóan 1974 végén, 1975 elején kerül sor.

Az ESZR gépek jelenleg az ESZR/DOS operációs rendszerrel üzemelnek, amelynek karbantartása, a változások átvezetése a NOTO-OSZV feladatai közé tartozik. A rendszer software elemei között megtalálhatók a számítógép-alkalmazások jelenlegi gyakorlata szerint legfontosabbnak tekinthető compilerek. A matematikai és alkalmazási programcsomagok nemzetközi felülvizsgálása 1974-ben kezdődött meg. Az első aprobációra ez év májusában az NDK-ban került sor. A BASTEI-nek nevezett adatbankrendszert az AIDOS információ és dokumentáció visszakereső rendszert, a PLUS termelésüzemelési és irányítási programcsomagot, a MAWI vállalati anyaggazdálkodási rendszert, a KOMPASS komplex tervezési, valamint az OPSI elnevezésű lineáris modellek kezelését és szimplex módszerrel történő megoldást tartalmazó programcsomagokat mutattak be sikerrel a nemzetközi bizottság előtt, az ESZR alkalmazási software dokumentációs és átvételi szabványainak megfelelően. Az év folyamán összesen mintegy 50 alkalmazási és matematikai programcsomag megvizsgálására kerül sor a többi szocialista országban, amelyek közül Magyarország matematikai és 6 alkalmazási programcsomag kidolgozását végzi el.

A műszaki-tudományos fejlesztést, az új számítógéprendszerek és megoldások kutatását a világ minden országában megfelelő titkossággal kezelik. Ugyanez volt tapasztalható az ESZR I kifejlesztésének időszakában. Határkövet jelentett az 1973 májusi moszkvai ESZR kiállítás, ahol a sorozatot és a hozzájuk tartozó perifériális berendezések jelentős részét bemutatták az érdeklődőknek. Azóta számos ESZR rendszert installáltak különböző országokban és a számítógépekkel kapcsolatos információk a szokásos forrásokon kívül (szakfolyóiratok, vásárok, prospektusok, stb.) az érdeklődők széles köre számára a nemzeti NOTO szervezeteken keresztül is beszerezhetők.

## A Számítástechnikai Központi Fejlesztési Program (SZKFP)

Az 1960-as évek folyamán felhalmozódott tapasztalatok, a megerősödött hazai szakembergárda, az ESZR program beindulása és a számítógépek iránti igények jelentős megnövekedése egyaránt indokolták, hogy az ország számítógépesítésének komplex irányítását az eddiginél magasabb szinten és átfogóbban hajtsák végre. Ezt a célt szolgálja az 1971. év végén a Kormány által jóváhagyott SZKFP. Az SZKFP a számítógépesítés problematikájának teljes vertikumát átfogja, azonban a számítógépesítés összetett problematikájából következően felhívja a figyelmet arra, hogy nem szabad a programot túlzottan mereven kezelni, állandóan gondoskodni kell ennek aktualizálásáról, karbantartásáról.

<sup>3</sup> Nacionalnaja Organizacija Tehniceszkovo Obszluzsivaniija.

Annak ellenére, hogy az SZKFP alkalmazás-centrikus alapállást hirdet, a Program első időszakára mégis erősen rányomta a bélyegét a hardware kérdés, a műszaki orientáció és gondolkodásmód. Azt hiszem, hogy a számítógépesítési problémák megoldhatóságának nálunk 1971-ben elért fokán ez reális volt, hasonló problémákkal találkozhattunk az ipari országokban a fejlődésnek ezen szakaszában. A műszaki szemlélet egyik fő oka, hogy a számítástechnikai eszközök végső kifejlesztése, a tényleges sorozatgyártás beindulása ugyanerre az időszakra esik, ami a népgazdaság beruházási forrásait, a kutató-fejlesztő kapacitást egyaránt fokozottan igénybe veszi. A műszaki jellegű problémákat bonyolítja az is, hogy egy olyan kis országban, mint Magyarország, gazdaságos számítógépgyártás elképzelhetetlen jelentős export nélkül.

Az SZKFP a számítástechnikai alkalmazások területén kiemeli az államigazgatási alkalmazások körét, az államigazgatás területén 4–5 jelentős részrendszer kidolgozását, illetve megalapozását tűzi ki célul a tervidőszakban. Az alkalmazások másik fontos területe az ágazati szintű alkalmazások köre. Ide tartozik az ágazati adatbankok létrehozása, vállalati típusmegoldások szervezési és realizációs rendszereinek létrehozása, egyes funkcionális feladatok típusmegoldásainak kidolgozása (pl. vegyiparban folyamatirányítás, kereskedelemben raktárgazdálkodás és rendelésbonyolítás), a vállalatok tájékoztatása, az ágazati számítógépesítés koordinálása, a kéaderálmány fejlesztése.

A harmadik alkalmazási szféra a programban a vállalati szintű alkalmazások köre. Ennek a területnek a számítógépesítését a Program a számítógépesítési céloknak megfelelő pénzügyi szabályozó rendszerrel, mintarendszerek létrehozásával, az általános vállalati működés gazdaságossági feltételeinek megfelelő beruházási politikával kívánja megoldani. A Program 1975 végére kb. 400 számítógép üzemelésével számol és különös fontosságot tulajdonít az ESZR gépek 1973-tól megkezdődő sorozatgyártásának.

A hazai számítógépgyártás problematikáját nagyon alaposan elemzi az SZKFP. Magyarország az ESZR első szakaszában a gépcsalád legkisebb egységének az R-10 gépnek a gyártásáért felelős, amelyet a VIDEOTON RT. gyárt. A hardware programban még további hét nagyvállalat és intézet vesz részt szignifikáns módon, elsősorban perifériák, adatátviteli és távadat-feldolgozási berendezések gyártása terén.

A Program értelmében számítógép iparunk részesedése az egyébként is dinamikusan fejlődő híradástechnikai iparágból az 1971. évi szerény szintről kiindulva 1973 végére már 1,5 milliárd Ft körüli volument képvisel.<sup>4</sup>

Az SZKFP külön kitér az ESZR-re, elemzi az ebből reánk háruló feladatokat, a közös munkából eredő előnyöket. Az ESZR-en belül Magyarország a rá profilozott R-10 kis-számítógép gyártásával több szempontból speciális helyzetbe került. Az R-10 számítógép operációs rendszere az OS-10 eltér a nagyobb ESZR modellek ESZR/DOS operációs rendszerétől. Az R-10 modell a nagyobb ESZR modellektől eltérő alkalmazási területtel rendelkezik, ami tükröződik a gép architektúrájában és alaprogram rendszereinek felépítésében is. Az ESZR következő fokozatában kifejlesztendő R 15 kis-számítógéppel a teljes kompatibilitást fogjuk biztosítani. Ennek közbenső lépésdjét jelenti az 1974. évi BNV-n már kiállított R-12 számítógép.

Az R-10 gép másik specifikuma, hogy amíg a nagyobb ESZR modelleket általában több országban is gyártják, az R-10 hardware és software fejlesztése csak Magyarországon folyik. Ebből ered az is, hogy az AIR Munkacsoportban Magyarország egyedül dolgozza ki az R-10 alkalmazási programcsomagjait és a software interfacet az R-10 és a nagyobb ESZR gépek között.

Az SZKFP foglalkozik a Program megvalósítását szolgáló hardware és software kutatások kérdésével, valamint a távolabbi jövő megalapozását célzó alapkutatási feladatokkal. A kutatás-fejlesztés jelentőségét felismerve koordinálták ezt az Országos Távtali Tudományos Kutatási Tervvel, a kiemelt országos szintű kutatási főirányokkal, az ágazati szintű főirányokkal és célprogramokkal. Ennek alapján született meg a Számítástechnikai Kutatási Célprogram (SZKCP), amely az SZKFP kutatás-fejlesztési fejezetét nagyfokú részletezettséggel támasztja alá.

Az MNK saját kutatás-fejlesztésén túlmenően jelentős licenc-vásárlásokat eszközölt a számítógép gyártás területén (központi egységeknél és perifériáknál egyaránt), sőt különböző software és oktatási licencet is vásároltunk a tőkés országoktól.

Külön fejezet tárgyalja az oktatást. Erre a számítógépesítési aspektusából még nagyon komoly feladatok várnak, hiszen a Program 1975-re 18–20 ezer fős számítástechnikai szakemberigénnyel számol. A szakemberképzésen kívül a közép- és felsőfokú oktatásban meg kell szervezni a számítástechnikai alapképzést. Külön feladat a számítógép alkalmazók

<sup>4</sup> Forrás: Hol tart a számítástechnika. Figyelő, 1973. április 11.

kiképzése, azaz a szakemberek és felhasználók interféce-ének kialakítása, a szakemberképzés keretein belül pedig a gyorsan fejlődő számítástechnikának megfelelően, továbbképzés keretében, az ismeretanyag állandó karbantartásáról kell gondoskodni.

Számítástechnikai szakemberképzés jelenleg már az ország 7 egyetemének 14 karán és további 7 főiskoláján folyik. Létrehoztak néhány számítástechnikai szakközépiskolát is és jelentős lépéseket tettek az intézményes oktatásban a számítástechnikai alapképzés megszervezésére. A tanfolyami oktatás bázisintézménye a SZÁMOK<sup>5</sup> országos oktatási hálózattal rendelkezik; a PM, a KGM ISZSZI, az OVK és egy sor más intézmény, az ágazati vezetőképzés szintén jelentős eredményeket könyvelhet el ezen a területen. Az oktatási intézmények számára a Program lehetővé tette, illetve teszi relatíve nagyszámú számítógép beszerzését.

Az SZKFP foglalkozik még a külkereskedelem kérdéseivel, valamint a Program végrehajtásához szükséges szervezeti és pénzügyi feltételekkel. Külön kezeli a költségvetési szféra számítógép-beruházásait és a vállalati szektort. A vállalatok számítógépesítésének elősegítésére központilag jelentős preferált hitelkeretet biztosítottak és módosították az amortizáció befizetési előírásokat is.

A számítástechnika irányításának központi szerve a Számítástechnikai Tárcaközi Bizottság, amelynek elnöke az OMF általános elnökhelyettese, tagjai a tárcaknak és az országos hatáskörű szervezeteknek a népgazdasági vagy szakterületi feladataival megbízott vezetői, miniszterhelyettesei, elnökhelyettesei. Az SZTB ülésére a napirendi pontoknak megfelelően meg szokták hívni az érintett nagyvállalatok, intézmények vezetőit is. Az egyes részfeladatokat végrehajtásáért különböző tárcaik és országos hatáskörű szervek vezetői felelősek.

Az SZKFP-t jóváhagyó Kormányrendelet értelmében hozták létre a minisztériumoknál és országos hatáskörű szerveknél a Számítástechnikai Alkalmazási Bizottságokat (SZAB-ok). A számítástechnika alkalmazásáért felelős KSH elnöke az SZTB elnökével egyetértésben dolgozta ki a SZAB-ok működési irányelveit.

A SZAB-ok ezen irányelvek és ajánlások alapján dolgozzák ki:

- az irányításuk alá tartozó szakterület ágazati alkalmazási programját, operatív és középlejáratú terveit,
- az időszaki súlyponti feladatokat,
- az alkalmazási célok megvalósítását elősegítő intézkedéseket,
- a számítógép beruházási alap és a saját pénzügyi alapjuk terhére végzendő kutatás-fejlesztés terveit,
- a számítástechnikai képzési terveket,
- ellenőrzik a számítógépesítés hatékonyságát.

A SZAB-okat miniszterhelyettesek (elnökhelyettesek) irányítják, tagjait az illetékes főhatóság vezetője nevezi ki szakterületének illetékes vezetői és szakértői közül. A bizottságokba a KSH képviselőjét a jelenlegi gyakorlat szerint állandó tagként hívják meg.

A SZAB-ok létrehozásával kapcsolatos irányelvek kimondják, hogy célszerű a javaslatok előkészítésével és a határozatok végrehajtásával állandó munkaszervezetet megbízni.

## A számítógépesítés helyzete 1973 végén

A magyarországi számítógépállomány 1973 végén 228 db-ot tett ki. Ez a szám nem foglalja magába az országban dolgozó 40–50 miniszámítógépet és a speciális feladatokra már egyre szélesebb körben igénybe vett mikrokategoriába eső számítógépeket. Aktualizált terveink szerint számítógép-állományunk 1975 végére 340–360 körül fog alakulni.

Számítógép-állományunkat, gyártó cégek szerint csoportokra bontva, az 1. táblázatban foglaltuk össze. A magyarországi gépállományban jelenleg 26 cég számítógépeit találjuk meg, ezek közül azonban 13 képviseli a gépállománynak majdnem 90%-át. 1967-ben még sokkal heterogénebb képet láthattunk. Akkor 15 különböző cég 23 számítógéptípusára oszlott meg a 48 db-os számítógépállomány.

<sup>5</sup> 1972 decemberében a Magyar Kormány és az ENSZ Fejlesztési Program (UNDP) között szerződés jött létre, amelynek célja elsősorban a magyar számítástechnikai oktatás fejlesztése. Az így Nemzetközi Számítástechnikai Oktató Központtá alakult SZÁMOK feladatai közé került a fejlődő országok ilyen irányú támogatása is.

Az évek folyamán számítógépesítésünk tervszerűségének fokozódásával az állomány tarkasága csökkent. Döntő fordulatot hoz ebbe az irányba az ESZR gépek sorozatgyártásának beindulása. 1973-ban összesen 17 db ESZR gépet installáltunk és várakozásaink szerint 1980-ra számítógépállományunknak mintegy 80%-át ESZR gépek fogják képezni.

A tőkés és szocialista relációból történő gépbeszerzéseknél egyaránt az a központi elv érvényesült már az elmúlt három év során, hogy lehetőleg ESZR kompatibilis vagy legalábbis részben ESZR kompatibilis számítógépállományt alakítsunk ki. Ez a feladatok megnövekedése esetén a számítóközpontok bővülésével lehetővé teszi az egyszerűbb átállást az ESZR gépekre, a programcsomagok pedig, amelyeket ezekre a rendszerekre hazai szervezők és programozók dolgoztak ki, a későbbiek során egyszerűen adapálhatók az ESZR modellekre.

1. tábla

*A magyarországi adatfeldolgozási és műszaki-tudományos célú számítógépek megoszlása gyártó cégek szerint\**

m. e. db

Gyártó cég	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973
1. Bull	4	15	16	17	17	16	16
2. Cellatron	—	—	—	—	8	10	11
3. CII	—	1	4	10	13	15	15
4. EMG	—	—	3	11	14	17	18
5. IBM	1	5	5	5	8	11	11
6. ICT—ICL	5	5	8	9	12	13	14
7. MINSZK	3	4	5	7	8	8	8
8. ODRA	7	7	7	14	16	16	16
9. R-20	—	—	—	—	—	—	11
10. SIEMENS	—	—	—	4	5	5	7
11. TPA	—	—	6	9	19	25	38
12. UNIVAC	14	14	15	16	17	19	19
13. VIDEOTON (VT, R-10)	—	—	—	—	6	10	20
14. Egyéb cégek	14	14	17	18	18	19	24
Összesen:	48	65	86	120	161	184	228

\* Év végi adatok, forrás: Számítástechnikai Évkönyv 1970, Számítástechnikai Évkönyv 1972. Statisztikai Kiadó Vállalat Bp. 1970. 1972.

2. tábla

*Számítógépállományunk alakulása relációs bontásban\*\**

Év Reláció	1970 %	1971 %	1972 %	1973 %	1974* %	1975* %
Hazai	16,4	24,2	28,3	29,9	35,8	37,2
Szocialista	21,8	23,0	21,7	27,1	18,0	31,4
Tőkés	61,8	52,8	50,0	43,0	36,2	31,4
Összesen:	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

\* Az 1974. és 1975. évi (várható) adatokat nagyban befolyásolja a ténylegesen beszerzett és az időszak folyamán kielejtezésre kerülő számítógépek száma.

\*\* Forrás: Számítástechnikai Évkönyv 1970. Számítástechnikai Évkönyv 1972. Statisztikai Kiadó Vállalat Bp. 1970, 1972.

Az ESZR gépekre való fokozott átállás természetesen nem jelenti azt, hogy az egyéb számítógépgyártó cégeket ki kívánánk zárni a magyar piacról. A külkereskedelmi normáknak és a műszaki-gazdaságossági versenyfeltételeknek megfelelően továbbra is számítunk e cégek termékeire a hazai piacon, de várakozásaink szerint, ha a tőkés importgépek beszerzése volumenben növekedni is fog az évek folyamán, súlyuk az ország számítógépesítésében a jelenlegihez képest okvetlenül csökken.

Számítógépállományunk megoszlása a kérdést kis, közepes és középnagy kategóriák szerint vizsgálva azt mutatja, hogy számítógépiparunkban erősen növekszik a kisgépek aránya a közepes kategória párhuzamos csökkenésével. Ugyancsak — ha szerény %-ot képviselve is — növekedni fog a nagygépek részaránya e kategóriákon belül. A struktúra átalakulásának oka elsősorban a számítógéphálózatok kialakulásában keresendő, ahol a nagyobb központi gépekhez on-line vagy off-line módon csatlakoznak a hálózat kisebb gépei. A kisgépek számának növekedését a hazai gyártás, a folyamatirányítási alkalmazások kiszélesedése és a magyar vállalatok szerényebb dimenziói is indokolják.

3. tábla

*Számítógépállományunk gépkategóriák szerinti megoszlása*

Számítógép kategória	Számítógépek száma az év végén			
	1971 %	1972 %	1973 %	1975 (várható) %
(1) Kisgép	52,8	54,3	55,3	56,0
(2) Közepes gép	46,6	44,6	43,4	40,2
(3) Középnagy-nagygép	0,6	1,1	1,3	3,8
Összesen:	100,0	100,0	100,0	100,0

Az 1975. évi várható adatoknál a legnagyobb kategóriát képviselő 3,8% annak a következménye, hogy 1974-ben és 1975-ben több R-40 kategóriájú gépet installálunk és várható néhány tőkés relációjú nagygép beszerzése is. Ez a struktúra az 1980-as évek körül feltehetőleg tovább közeledik a jelenleg korszerűnek mondható kategória megoszlásához, várakozásaink szerint (1) 64%, (2) 29%, (3) 7% lesz a megoszlási viszony számok vektora.

A számítógépek periféria-ellátása 1971-ig alacsony fokú volt. Az elmúlt évek során ebből a szempontból is komoly változás állt be. Számítógépállományunk fejlesztése ebben az időszakban már „intenzív” formában is megkezdődött, a számítóközpontjaink periféria-ellátottsága lényegesen javult. Erős fejlesztés indul meg a korszerűbb háttértárolók, adatmegjelenítők irányában, fokozottan előtérbe kerültek a táv-adatfeldolgozást biztosító berendezések, a táv-adatfeldolgozási rendszerek kiépítése is megkezdődött.

Összefoglalóan megállapíthatjuk, hogy az 1974—75. évi várható beszerzéseket és kislejtéseket figyelembe véve számítógépállományunk 1975 végére 350 körül fog alakulni. Ez darabszámban valamivel kevesebb az SZKFP-ben előirányzott állománynál. Számítógépeink tényleges kapacitása azonban — figyelembe véve, hogy a felhasználók jóval nagyobb kiépítettségű gépeket kívánnak beszerezni — várakozásaink szerint nagyobb lesz a tervezettnél.

### A számítógépek alkalmazása, a számítógépek gyakorlati alkalmazásában elért eredmények

Számítógépeink alkalmazása terén elért eredményeket, az általános problémák elemzését néhány összefoglaló és összehasonlító jellegű statisztikai táblázattal kezdjük.

Hazai számítógépállományunknak különböző területek közötti megoszlását néhány fejlett tőkés ország adataival összehasonlítva a következő táblázatot kapjuk (4. táblázat):



## 4. táblázat

*Számítógépek alkalmazási területek közötti megoszlása*  
1972. XII. 31-i adatok, m. e.: összegpállomány %-ban

	USA	Japán	NSZK	Franciaország	Magyarország
Ipar	39	41,7	38,0	42,0	20,6
Kereskedelem, bankok és pénz	18,7	25,4	22,5	21,6	3,8
Oktatási int., tud. intézetek	8,1	5,8	8,0	7,8	38,6
Bérmunka vállalatok	9,5	7,5	12,0	7,0	21,8
Szállítás, közlekedés	2,7	4,6	2,0	2,8	4,9
Kormányservek	12,0	10,8	12,0	7,0	3,8
Egyéb szolgáltatások	10,0	6,7	6,5	6,0	6,5
Összesen:	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Az elkövetkező évek várható adatai azt mutatják, hogy az iparban üzemeltetett számítógépek az össz számítógépállományunk 1974-ben 24%-át, 1975-ben pedig 30%-át fogják képezni. Ugyancsak növekedés várható a szállítási és közlekedési, valamint az államigazgatási számítógépberuházások terén, az oktatás és tudományos-intézeti géppállomány arányának párhuzamos csökkenése mellett. A bérszámítóközpontok, tudományos és oktatási intézetek természetesen jelentős szolgáltatásokat nyújtanak a termelő és igazgatási szféra számára is. A számítógépek gépóra felhasználásának a munkák jellege szerinti megoszlását az 5. táblázaton mutatjuk be.

## 5. táblázat

*Számítógépen futtatott programok megoszlása a munka jellege szerint*  
M. e.: összes produktív gépóra %-ában

A munka jellege	%-os megoszlás 1972. évben
Tudományos számítások	16,3
Gazdaságmatematika	5,8
Műszaki számítások	3,5
Termelésirányítás	4,3
Készletgazdálkodás	6,1
Ügyvitel, számvitel, bérelszámolás	25,4
Nyilvántartás, dokumentáció	3,1
Statisztika	13,4
Folyamatirányítás	0,4
Egyéb (pl. vezetőképzés, oktatás)	21,7
Összesen:	100,0

A 4. és az 5. táblázatokból általános levonható a következtetés, hogy számítógépesítésünk még a kutatás és bevezetés stádiumában van és — bár az előző tervidőszakhoz képest jelentős fejlődés következett be — a széleskörű, a számítógépesítés komplex előnyeit kihasználó alkalmazások elterjedése csak a következő öt éves terv időszakában várható. Ez a helyzet tulajdonképpen konform az SZKFP célkitűzéseivel, amelyek szerint az 1971—75-ös időszak a számítástechnikai kultúra elterjesztésének időszaka népgazdaságunkban.

A 4. táblázat összehasonlításaiából egyértelműen kitűnik, hogy számítógépeink jelentős része az oktatásban és különböző tudományos intézeteknél üzemel, részesedésük az össz géppállományban a tőkés országokhoz viszonyítva ötszöröse lehet. Ezek szolgáltatásai nyilvánvalóan fontosak a gyakorlati alkalmazók számára, de a kész rendszerek zömét

a kutatási munkák elvégzése, a rendszerek kidolgozása után át kell adni a szolgáltatásokat üzemszerűen igénylő felhasználóknak és az intézeteknek a számítógépesítés spektrumának kiszélesítése irányába kell tovább haladniuk.

A bér munka vállalatok magas részesedéséből nem ennyire egyértelműen, de lényegileg levonhatók azok a következtetések, hogy az alkalmazók részproblémák megoldására koncentrálnak, hiszen egy komplex vállalati információs és döntési rendszer számítógépesítése egyértelműen indokolja a saját számítógép beszerzését is. A statisztikán túlmenően tapasztalataink is azt bizonyítják, hogy a vállalatoknál a számítógépesítés sokszor egyszerű rutinmunkák gépesítését jelenti, az adott terület problematikájának újraértékelése, a számítógépekkel kompatibilis korszerű módszerek, szervezési koncepciók alkalmazása nélkül.

A bér munka vállalatok, a különböző vállalati társulások útján létrehozott számítóközpontok jelentőségét azonban nem akarjuk lebecsülni. Ezeknek a számítóközpontoknak — amelyek a fejlett tőkés országokban is a számítógép állománynak átlag 10%-át üzemeltetik — nálunk kettős jelentősége van:

- egyrészt vannak és mindig lesznek olyan felhasználók, akik számára feladataikból és/vagy dimenzióikból eredően sohasem lesz gazdaságos önálló géppark beruházása, tehát a bérszámítóközpont állandó fontos ügyfeleinek tekinthetők,
- másrészt a nagy számítógép alkalmazók nagy rendszereik létrehozására — a szükséges tapasztalatok megszerzése után — csak fokozatosan vállalkozhatnak. Egy bizonyos alkalmazói szint elérése után válik számukra gazdaságossá saját számítógép beszerzése és az ehhez szükséges szervezet kialakítása. A bérszámítóközpontok és számítógép társulások ebből a szempontból jelentős segítséget adnak. Később azonban a munkacsúcsok sok felhasználónál azonos időben jelentkeznek és ilyenkor mind volumenben, mind határidőben nehézségek merülnek fel a felhasználói igények kielégítésében, rangsorolásában.

Sajnálatos az iparvállalatok alacsony számítógépesítettségi foka, ami a termelés szervezése, az erőforrás tartalékok feltárása, a termelékenység fokozása szempontjából döntő jelentőségű. Az üzemszerű ipari alkalmazások viszonylag lassan haladnak előre, iparvállalatainknál 1973-ban nagyjából kikapacitált számítógépek üzemeltek. Az 1974 — 75. évekre előirányzott vállalati számítógép-beruházási tervek arra mutatnak, hogy a számítógépek magasabb szintű alkalmazását jelentő átfogó termelésirányítási, vezetés-információs, információvisszakereső stb. rendszerek üzemszerű alkalmazásai az 1976 — 77-es években várhatók. A tények egyben azt is mutatják, hogy a vállalatok számítógépkapacitás iránti igényei, gépre szervezett feladatai már meghaladják a számítógép-társulások által nyújtott lehetőségeket.

Az alkalmazások jelentős része a klasszikus értelemben vett adatfeldolgozásra, ügyvitel-szervezésre korlátozódik; sokszor érezni még a hollerithes szemléletet a számítógépekben futó rendszerekben. A számítógépesítés ilyen szemlélet mellett követeli meg a legkevésbé a belső átszervezéseket.

A számítógépesítés vállalatainknál csak több fázisban történhet meg. Először is biztosítani kell a vállalat fogadóképességét, ami szervezetének gondos elemzését és algoritmizálható formában történő átalakítását igényli. Sokhelyütt még távol állnak ettől a kívánalomtól és az egyértelmű döntési hierarchiát megkövetelő rendszerek kialakítása a vállalatvezetés különböző szintjein szubjektív motivációjú ellenállásba ütközik. Kétségtelen tény, hogy a számítógépesítés által addig áttekinthetetlen munkafázisok jól áttekinthetővé, bonyolult munkák sokszor egyszerűvé válnak (pl. a nemzetközi hajófuvarozás számítógépesítése, a megfelelő adatkezelő rendszer és adattárak kidolgozása ezt a többek által végzett rendkívül összetett tarifári munkát leegyszerűsíti, a szakembereknek inkább ellenőrző funkciójuk marad). Ez egzisztenciális problémákhoz, vállalaton belüli súlypont eltolódáshoz, ellentétek kiéleződéséhez vezethet. Fontos feladat hárul az oktatásra és a társadalmi szervekre, hogy a „modern géprombolók” spontán ellenállását legyőzze és az egzisztenciális kérdéseket megfelelően megoldja. A második szakasz — és sokszor ez az a szakasz, amivel a vállalatok a munkát megkezdik — az addigi feldolgozások, egyszerűen algoritmizálható alrendszerek számítógépre vitele, — természetesen komplex rendszer-szemléletben. Azt, hogy ez a komplex információs és döntési rendszer a vállalat tevékenységének milyen hányadát fedje le, gondos elemzés tárgyává kell tenni. Ennek a rendszernek a kibontakozása a számítógépesítés harmadik szakasza, amikor már aktuálisabbá válik az önálló vállalati számítóközpont megszerzése. A fejlődés másik valószínűsíthető útja a számítógép hálózat kialakulása, amikor a vállalatok kis számú itói gépei a bér-számítóközpontok, számítógéptársulások nagygépeihez közvetlenül csatlakozhatnak a feladatok racionális megoszlása alapján.

A vállalati alkalmazás lassú felfutása véleményünk szerint csak részben magyarázható a vállalatok vezető beosztású munkatársainak részleges ismerethiányával, — bár egy sor tudati tényezőt még kétségtelenül meg kell változtatni. A gépbeszerzési ingerküszöbök alacsony voltát elsősorban a számítógépes feldolgozás és a számítógépek magas árával, a vállalati fejlesztési alapok más célú leterheltségével, a részleges — különösen a tapasztalt szervezők és elektronikus rendszerszervezők terén fennálló — szakemberhiánnyal magyarázhatjuk. Fontos tényező ebben az is, hogy a számítógépek által nyújtott előnyök a vállalatok számára legfeljebb beláthatók, de többnyire nem érzékelhetők egyértelműen gazdaságossági és hatékonysági mutatókban. Mindezekhez hozzájárú, hogy a nagyobb igényű alkalmazási rendszerek kidolgozása hosszú szervezési és programozási időt, vagyis szintén komoly beruházást igényel. Ezeknek az ellentmondásoknak a feloldására, a számítógépesítés központi céljainak megfelelő ösztönzőrendszer kidolgozására illetékes kormányzati szervek jelentős erőfeszítéseket tesznek.

A vállalatok számítógépesítésében mindezek ellenére több helyütt szép eredményeket értek el. A központi állami irányítási szervek az országban 50 nagyvállalatot, illetve trösztöt (kohóipari, gépipari, nehézipari, közlekedési, könnyűipari, élelmiszeripari) jelölték ki központi megfigyelésre, ami természetesen kiterjed a számítógépesítés vállalati alkalmazásainak megfigyelésére is. Ezek a vállalatok 1972-ben a szocialista ipar termelésének közel 50%-át, az iparban foglalkoztatottak számának 40%-át és az állóeszközök bruttó értékének 65%-át reprezentálták. E vállalatok közül 1973-ban 20-nál összesen 30 számítógép üzemelt, a még nagy számban megtalálható hagyományos lyukkártya géppark mellett. A vállalatok közül 42 vett igénybe rendszeresen számítógépes szolgáltatásokat, és ezek közül 30 egyenél több, 11 pedig háromnál több helyen végeztette feldolgozásait. Az 1974—75. évek folyamán a vállalatok további 20 gép beszerzése mellett meglévő gépparkjuk jelentős bővítését is végre kívánják hajtani.

Az államigazgatás számítógépesítése szintén kedvezőtlen arányszámot mutat a 4. táblázat összehasonlításai szerint, hiszen a szocialista országokban az államigazgatás számítógépesítésének a társadalmi rendszerből eredően jóval nagyobb jelentőséggel kell bírnia, mint a tőkés államokban. Ezen a területen azonban jelenleg több jelentős, számítógépre orientált nagy rendszer előkészítése van folyamatban Magyarországon. Az államigazgatás területén egy sor alrendszer már több éve „üzemszerűen” számítógépen fut. Ilyeneket találunk majdnem minden ágazat tervezése, irányítása, statisztikai-, és számviteli feldolgozásai vonatkozásaiban. A kidolgozás alatt álló nagy államigazgatási rendszerek ezen alrendszereket integrálják, igyekezve a redundanciát és a párhuzamosságot minimálisra csökkenteni.

A számítógépek szolgáltatásait felhasználó jelentősebb intézmények és vállalatok száma 1973-ban 800 körül volt. Ezek 84%-a a vállalati, 16%-a pedig költségvetési rend szerint működik. Mindez azt mutatja, hogy a számítástechnikát valamilyen konkrét formában felhasználó szervezetek száma 1975 körül mintegy 1000—1300-ra lesz tehető.

A számítástechnika alkalmazása terén elért eredményeink a felsorolt problémák ellenére sem csekélyek. Számítógépeink — átlagosan két műszakban dolgozva — számos fontos feladatot oldanak meg a mindennapi gazdasági életben és a tudományos kutatások területén. Az alkalmazások köre fokozatosan szélesedik és ma már egyre több — különböző szintű — gazdasági vezetőtől, kutatótól halljuk, hogy elképzelhetetlennek tartják feladataik megoldását számítógép segítségével nélkül. Eredményeink, a számítástechnika elterjesztése érdekében tett és tervezett központi intézkedések ismeretében joggal remélhetjük, hogy a következő tervidőszak már számítógépek tömeges és magas színvonalú alkalmazásának időszaka lesz Magyarországon is.

PONGRÁCZ TIBOR

## A chilei gazdaságirányítási kísérlet

Az alábbiakban arról a népgazdasági információs és gazdaságirányítási rendszerről adunk rövid tájékoztatást, amelyet még az Allende kormány kezdett bevezetni a chilei gazdaságba. A kísérletet tragikusan félbeszakította az ellenforradalmi erők felülkerekedése. Ennek ellenére úgy véljük, hogy az egész koncepció és a kezdeti eredmények — melyekről részint nyelvi, részint publikációs okokból csak szűkebb kör szerzhetett tudomást — megérdemlik a magyar olvasó figyelmét.

1973 eleje óta a vezetéseméleti és informatikai folyóiratok, de egyes napilapok is egyre növekvő terjedelemben tárgyalták az addig ismeretlen gazdaságirányítási rendszerről szóló beszámolókat. A jelen összefoglalás ezekre a hozzáférhető ismertetésekre támaszkodik.

### Előzmények

Az Allende-kormány a chilei gazdaság közel felét érintő fokozatos államosítást olyan gazdasági helyzetben hajtott végre, melyet nyersanyaghiány, szervezatlenség és más súlyos gazdasági nehézségek jellemeztek. Sajátos chilei problémát jelentett, hogy az ország egy 5000 km hosszú, viszonylag keskeny tengerparti sávon helyezkedik el, amelyen egymástól elkülönült, regionális egységek alakultak ki. Ebben a helyzetben olyan gazdaságirányítási rendszer igénye merült fel, melynek segítségével operatíván be lehet avatkozni a gazdasági életbe, illetve mód nyílik annak folyamatos ellenőrzésére.

A pénzügy és a gazdasági miniszter, Fernando Flores, aki egyben az Állami Iparfejlesztési Hivatal (COFPRO) vezérigazgatója is volt (és aki — a hírek szerint — a katonai junta áldozata lett), korábban Angliában már kibernetikai tanulmányokat folytatott. Ő elnyerte a kormány támogatását egy korszerű, kibernetikai gazdaságirányítási rendszer kialakítására.

Ennek érdekében a kormány közvetlen hatáskörében egy munkacsoportot hívott létre, melynek vezetésével korunk egyik legtekintélyesebb közgazdasági kibernetikusát, Stafford Beer-t bízta meg. Beer korábban Norbert Wiener munkatársa volt, majd a London School of Economics tanára, később pedig nemzetközi szervezetek konzultánusa és különböző kormányok tanácsadója lett. Még a számítógépek szélesebbkörű elterjedése előtt, 1948–1952-ben kidolgozta Angliában az acélipart termelésirányítási rendszerét egy operációkutató munkacsoport élén. Hasonló rendszert ajánlott fel a munkaspárti Wilson kormánynak, de ajánlatát a kormány politikájának jobbratolódása miatt később visszavonta. 1972-ben megjelent *Brain of the Firm* (A vállalat agya) c. könyvében leírta az életképes rendszerek általános modelljét és ezt a modellt alkalmazta Chilében is. Beer, aki tudományterületének alkalmazása iránti felelősségérzettel áthatott tudós, őszinte lelkesedéssel ment Chilébe, mert — mint kijelentette — lehetősége nyílt kibernetikai rendszere alkalmazására egy társadalmi haladást szolgáló kormány számára.

### A rendszer elméleti megfogalmazása

A chilei gazdaságirányítás szervezete hasonló a hazaihoz. Az itthoni szóhasználattal élve a rendszerben négy vezetési szint található:

- vállalati,
- alágazati,
- ágazati és
- népgazdasági.

Az egyes szintekre operációkutató munkacsoportok blokkokból álló modelleket dolgoztak ki. Egy blokk tartalma szintenként más és más.

A vállalati modell egy blokkja a gyártási folyamat egy-egy részegységét jelentette (szervezeti egységet; pl. műhelyt, üzemet, vagy a folyamat részegységét; pl. valamilyen technológiai eljárást), míg az ágazati modell egy blokkja egy vállalat volt, és így tovább. A blokkok tehát a vezetési szintek szerint „egymásba skatulyázhatók” voltak.

Egy blokkot egy folyamatábrára írt le és így a folyamatábrára egy kockája egy újabb o lyamatábra. A folyamatábrákon kritikus pontokat választottak ki és az ezeken a pontokon átfolyó „áramlás” jellemzőit használták fel a modellek. A rendszer alapját képező, 0 és 1 közé eső indexek a nyersanyagokra, a befejezett termelésre, a főbb termelési

folyamatok eredményeire, a munkaerőszükségletre, stb. vonatkoztak. Ez vállalatonként, naponta kb. 10 kritikus adat kiszámítását kívánta meg.

Beer ezzel kapcsolatban egy angliai előadásában külön kiemelte, hogy bármely gazdaság kb. 500 kiválasztott vállalat adatával modellezhető és így az egész rendszer inputja általában 5000 adatnál nem több.

A modellek előre meghatározott normatíváktól való szignifikáns eltéréseket számították ki és a Bayes-i valószínűségelméletet használva megadták az eltérés valószínűségét is. A várható események előrejelzésére és az átmeneti ingadozások kiszűrésére az egyes mutatókra az előző 100 nap adatain alapuló illesztésvizsgálatot végeztek. A rendszer tanulásra is képes volt, tehát a megadott bemenő adatok alapján nemcsak az aktuális eredményeket számította ki, hanem — bizonyos feltételek között — a normatívákat, illetve a rendszer struktúráját is átalakította.

Abnormális helyzet létrejötté esetén a rendszer egy taxonomikus indexet határozott meg és kereste a változtatás módzatait.

A modellrendszer működésének eredményeképp egy vállalatvezető általában hetente csak egy jelentést kapott, és egy ágazat vagy ágazat vezetője naponta kevesebb mint 7 számadattal kellett, hogy foglalkozzék. Az eseményekről szóló információk felfelé jutásának rendje a gazdaságírányítás hierarchiájában a „management by exception” (vezetés a kivételek alapján) elvét tükrözte. A vállalatot érintő esemény a felsőbb szintű modellekre is hatott, de a problémát az előre rögzített hatáskör értelmében először, egy megadott határidőn belül, a vállalati vezető oldhatta meg. Csak a visszajelentés elmulasztása esetén jutott a kérdés a felsőbb szintű vezető elé, ahol ez az eljárás megismétlődött egészen a struktúra csúcsáig. Egy vállalati probléma jelentkezése a legfelsőbb szinten nemcsak az eredeti bajt és annak az egész rendszerre való kihatását jelezte, hanem azt is, hogy a többi vezetési szint sem működött kielégítően.

### Az alkalmazott programrendszer

A rendszert működtető számítógépes programok együttese a Cyberstride nevet viselte és angol software cégek terméke volt. Először egy adatbetöltő rendszer ellenőrizte az input érvényességét és kiszámította a fő indexeket. Az új érték lehetővé változtatlan vagy átmeneti változást mutató, amikor is a vezetőnek nem kellett közbeavatkoznia. Ha a számított új adatok csökkennek vagy lépcsőzetesen változók voltak, és valahol, valamilyen szinten be kellett avatkoznia, akkor a rendszer egy standard program segítségével együttes paramétereoslások formájában közölte a lehetőségek sorát.

A modell és az előrejelzések a Dynamo fordítóprogram segítségével készültek, amely kormány szintű gazdasági döntések valószínű hatásait képes elemezni különböző leboncoltási változatoknak megfelelően.

### Technikai környezet

A rendszer olyan módon működött, hogy a vezetők a problémák jelentkezésekor azonnal a rendszerhez fordulhattak és a népgazdasági szintről akár vállalati szintig is kérdezhettek aktuális paramétereket. A kapott információkat tovább vizsgálhatták a rendszer mellett elhelyezett háttérinformációk tükrében.

A rendszer bázisa a Nemzeti Számítógéppontban elhelyezett két (IBM 360/50 és Burroughs 3500 típusú) központi számítógép volt, amelyeket egy kapcsoló központon keresztül rövidhullámú és telex-lánc kötött össze az adatszolgáltató intézményekkel. Ez a rendszer működésképes volt, bár a telexhálózat igen elavult volt és csak lassú adatátvitellel volt alkalmas 50 baudos teljesítményével. A telex rendszer helyi telexhálózatához csatlakozott az ipari központokban.

Santiagóban az elnök Gazdasági Bizottsága számára irányító szoba készült, melynek falait képernyős adatmegjelenítők borították. A legnagyobb képernyőn a gazdaság modellje jelent meg gráfos ábrázolásban. Az egyes blokkokat különböző színű vonalak kötötték össze, melyeknek vastagsága arányos volt az átfolyó áramlás nagyságával. A rendszeren belüli reakciók folyamatát a gráf élein villogó jelzéssel mutatták. Egy külön képernyőn a villogó jelzésnek megfelelő szintű további adatok jelentek meg. A kisebb képernyőkön a nem a számítógép által előállított háttérinformációkat lehetett lehívni. Az irányító szerkezetek segítségével kiválasztható volt a megfelelő képernyő az információ lehívására. Az egyes adatokhoz az ugyancsak képernyőn megjelenített adatkatalógus segítségével lehetett hozzáférni.

## Fejlesztés, tájékoztatás

Stafford Beer 1971 novemberében kezdte meg munkacsoportjával a rendszer kialakítását, 1972 márciusában indult meg az adatgyűjtés és 1972 novemberében kezdett a rendszer első fázisa működni.

A katonai puccs idején a rendszer már kb. a gazdaság 25%-át fogta át és további körülből 20%-a közel állt a csatlakoztatáshoz. 1976-ra a rendszert a gazdaság 60%-ára akarták kiterjeszteni.

Beer alapelve az volt, hogy a modelleket állandóan fejleszteni és közelíteni kell a gazdasági valósághoz. Ezért 1973-ban először egy modell-javítási fázis következett volna. A későbbiekben két biztonsági feladat megoldását tervezte: az alsóbb szintű vezetők számára az input szigorú, pontos megfogalmazását, s az illetéktelen hozzáférés elkerülésére adatvédelmi rendszabályok foganatosítását. Végül távolabbi célkitűzés a közvélemény tájékoztatása és állásfoglalásának a rendszerbe kapcsolása lett volna.

A hardware fejlesztésére a francia CII cégtől egy IRIS 60, egy duál processzoros IRIS 80 és öt MITRA 15 típusú számítógépet rendeltek meg. Beer álma az volt, hogy Chile más ipari központjaiban is a santiagoóihoz hasonló irányítószobákat állítsanak fel.

A rendszer ilyen mértékű fejlesztésének elengedhetetlen feltétele volt az oktatás megszervezése. Ez körülbelül 100 000 ember kiképzését követelte meg. Beer két oktatási elképzelést dolgozott ki: az egyik szerint egyetlen kiképző központ jön létre Santiagóban, a másik decentralizált kiképzési sémát javasolt gyárakban, gyártelepeken, film és más vizuális oktatási rendszerek segítségével, figyelembe véve az oktatottaknak a gazdaság-irányításban elfoglalt helyét.

## Következtetések

Salvador Allende kormányának támogatásával Stafford Beer egy olyan decentralizált kibernetikai gazdaságirányítási rendszert valósított meg, mely a rendkívül nehéz chilei gazdasági, politikai helyzet és a kevés kiképzési lehetőség ellenére életképesnek tűnt.

A rendszer lényeges jellemzői, a vezetők autonómiája, a rendszer azonnali beavatkozási készsége, rugalmassága, a bemenő és a kimenő adatok csekély volumene felkeltették az érdeklődést más országokban való alkalmazhatósága iránt. Stafford Beer szerint a használt modell „minden életképes rendszer modellje” és alkalmazását lehetségesnek tartotta Anglia közgazdasága számára is.

Úgy tűnik, hogy már a chilei kísérlet kezdeti tapasztalatai is hasznosnak bizonyulhatnak a gazdaságirányítási módszerek fejlesztéséhez. Valószínűleg nem lenne érdektelen megvizsgálni, hogy egy Beer elképzelésén alapuló modell nem segíthetné-e pl. a részletebb adatszolgáltatást nyújtó 50 kiemelt vállalat folyamatos megítélését.

ZEISLER JÓZSEF

## IRODALOM

1. FOY, N.: Chile: End of cybernetic era. Datamation, 1973. december.
2. HANLON, J.: Kormányzati rendszer a hatékony szabadságért. New Scientist 1973. február 15. Az OTTI Információkutatási osztály kiadványa. Budapest, 1973. május.
3. MALIK, R.: Chile steals a march with real-time economy. Data Systems, 1973. április.
4. MALIK, R.: Inside Allende's economic power house. Data Systems, 1973. május.
5. The cybernetic brain of Beer. Computing, 29 (3) 73.

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Sós Attila

A kézirat nyomdába érkezett: 1974. VIII. 17 — Terjedelem: 9,1 (A/5 iv)  
74.793 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

## CONTENTS

ANNE P. CARTER: Energy, environment and economic growth .....	207
CSABA CSÁKI: Linear-dynamic model for farm development .....	221
JEAN PASCAL BENASSY: Disequilibrium theory .....	241
FERENC FORGÓ: Some transformations of integer programming problems .....	271

### CONCEPTS AND METHODS

IVÁN MAJOR: Commentary on Piero SRAFFA's book („Production of commodities by means of commodities") .....	283
---	-----

### BOOK REVIEWS

W. WELFE: A medium term econometric model of the Polish economy ( <i>Zsigmond Nyáry</i> ) .....	293
L. JACOBSON: An econometric model of Sweden ( <i>Sándor Nagy</i> ) .....	295

### SCIENTIFIC LIFE

TIBOR PONGRÁCZ: Computerization in Hungary .....	299
JÓZSEF ZEISLER: The Chilean experiment in economic management .....	308

## СОДЕРЖАНИЕ

Энн П. Картер: Энергия, окружающая среда, экономический рост .....	207
Чаба Чаки: Линейно-динамическая модель развития сельскохозяйственных предприятий .....	221
Жан Паскал Бенасси: Теория состояния неравновесия (дизэквilibриум) .....	241
Ференц Форго: Некоторые трансформации задач целочисленного программирования .....	271

### ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ

Иван Майор: Примечания к книге Пиеро Сраффа («Производство товаров посредством товаров») .....	283
--	-----

### О КНИГАХ

В. Велфе: Среднесрочная эконометрическая модель польской экономики .....	293
Л. Якобсон: Экономическая модель Швеции (Шандор Надь) .....	295

### НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Тибор Понграц: Обеспеченность электронными вычислительными машинами в Венгрии .....	299
Йожеф Цейслер: Попытка к управлению экономикой в Чили .....	308

Ára: 12,— Ft

Előfizetés egy évre: 40,— Ft

INDEX: 26793

## TARTALOM

ANNE P. CARTER: Energia, környezet és gazdasági növekedés .....	207
CSÁKI CSABA: A mezőgazdasági vállalatok fejlesztésének lineáris-dinamikus modellje .....	221
JEAN PASCAL BENASSY: Disequilibrium-elmélet .....	241
FORGÓ FERENC: Egészszámú programozási feladatok néhány transzformációja ....	271

## FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

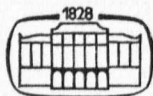
MAJOR IVÁN: Jegyzetek Piero Sraffa könyvéhez („Áruk termelése áruk révén”) ...	283
--	-----

## KÖNYVEKRŐL

W. WELFE: A medium term econometric model of the Polish economy ( <i>Nyáry Zsigmond</i> ) .....	293
L. JACOBSON: An econometric model of Sweden ( <i>Nagy Sándor</i> ) .....	295

## TUDOMÁNYOS ÉLET

PONGRÁCZ TIBOR: Számítógépesítésünk helyzete, az SZKFP és az ESZR .....	299
ZEISLER JÓZSEF: A chilei gazdaságirányítási kísérlet .....	308



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST