

# SZIGMA

## Matematikai közgazdasági folyóirat

A Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai-Közgazdasági  
Szakosztályának lapja

Szerkeszti:  
MARTOS BÉLA

Társszerkesztők:  
ANDORKA RUDOLF, BÁGER GUSZTÁV, BOD PÉTER, PONGRÁCZ TIBOR

Szerkesztő bizottság:

AUGUSTINOVICS MÁRIA, BÁCSKAI ZOLTÁN, BÉKÉSI GÁBOR, BOD PÉTER, BRÓDY ANDRÁS,  
DOBÓ ANDOR, ÉLTETŐ ÖDÖN, FORGÓ FERENC, GANCZER SÁNDOR, GYIRES BÉLA, HALABUK  
LÁSZLÓ, HEPPES ALADÁR, HOSSZÚ MIKLÓS, KÁDÁS KÁLMÁN, KORNAI JÁNOS, KREKÓ BÉLA,  
MESZÉNA GYÖRGY, ORMÓS ZSOLT, PRÉKOPA ANDRÁS, SEBESTYÉN JÓZSEF, SÓLYOM CSABA,  
STAHL JÁNOS, SZAKOLCZAI GYÖRGY, SZÉP JENŐ, TARDOS MARTON, THEISS EDE, TÓTH JÓZSEF,  
ZIERMANN MARGIT (elnök)

\*

E szám szerzői:

ANDORKA RUDOLF, a Központi Statisztikai Hivatal munkatársa, DÁVID LÁSZLÓ, az Országos Vízügyi Hivatal főosztályvezetője, DR. FUTÓ PÉTER, az Építéstudományi Intézet tudományos csoportvezetője, HEGEDŰS MIKLÓS, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem adjunktusa, HULYÁK KATALIN, a Központi Statisztikai Hivatal Ökonometriai Laboratóriumának munkatársa, KORNAI JÁNOS, a közgazdaságtudományok doktora, az MTA Közgazdaságtudományi Intézet tudományos tanácsadója, LAMPL TAMÁS, az INFELOR Rendszertechnikai Vállalat főosztályvezető-helyettese, WUU-LONG LIN, az ENSZ Élelmézsügyi és Mezőgazdasági Szervezete, Róma, MARTOS BÉLA, kandidátus, az MTA Közgazdaságtudományi Intézet tudományos főmunkatársa, MÓCZÁR JÓZSEF, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem adjunktusa, NAGY PÉTERNÉ, az INFELOR Rendszertechnikai Vállalat munkatársa, NYÁRY ZSIGMOND, a Központi Statisztikai Hivatal főelőadója, PAP ANDRÁS, a Központi Statisztikai Hivatal Ökonometriai Laboratóriumának munkatársa, PONGRÁCZ TIBOR, a Központi Statisztikai Hivatal Országos Számítástechnika-alkalmazási Irodájának megbízott igazgatóhelyettese, SIMONOVITS ANDRÁS, az MTA Közgazdaságtudományi Intézet tudományos segédmunkatársa, STAHL JÁNOS, kandidátus, az INFELOR Rendszertechnikai Vállalat munkatársa, SZÉP JENŐ, a matematikai tudományok doktora, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem tanszékvezetője

Szerkesztőség: 1051 Budapest V., Münnich F. u. 7.

Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta hírlapüzleteiben és a Posta Központi Hírlap Irodánál (KHI. 1900 Budapest V., József nádor tér 1.) közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a KHI. 215—96162 pénzforgalmi jelzőszámára. Egyes példányok beszerezhetők az 1055 Budapest V., Bajcsy-Zsilinszky út 76. sz. alatti hírlapboltban

Előfizethető és példányonként megvásárolható: az AKADÉMIAI KIADÓ-nál, 1363 Budapest V. Alkotmány u. 21. Telefon: 111—010. Pénzforgalmi jelzőszámunk: 215—11488., és az AKADÉMIAI KÖNYVESBOLT-ban, 1368 Budapest V., Váci u. 22. Telefon: 185—612. Előfizetési díj egy évre: 40,— Ft

# Neumann-gazdaságok szabályozási problémái

## I. Irodalmi előzmények

Dolgozatunk<sup>1</sup> háromféle kutatási irányzat kereszteződéséből született.

1. *A gazdasági rendszerek szabályozási mechanizmusának matematikai modellezése.* Az első kísérleteket ebben az irányban a neoklasszikus iskola végezte el: a XIX. században COURNOT [7] és WALRAS [33], majd az általános egyensúlyelmélet XX. századi reneszánszában SAMUELSON [28], ARROW, DEBREU [9] és követőik. Újabban többen próbálkoztak azzal, hogy — részlegesen vagy teljesen — elszakadjanak a neoklasszikus gondolkodási sémáktól a gazdasági rendszerek szabályozásának matematikai modellezésében. Fontos úttörők HURWICZ [13], valamint MARSCHAK és RADNER [23].

2. *A dinamikus Leontief- és Neumann-modellek.* (Lásd pl. LEONTIEF [19], NEUMANN [26] és BRÓDY [4]). Ellentétben az 1. kutatási irányzattal, ezek eredetileg csupán a *reálszféra* modelljei kívántak lenni, s nem kapcsolódtak össze a *szabályozás* leírásával. Megtörténtek az első lépések a Leontief-, ill. Neumann-gazdaság szabályozásának elemzésére; SARGAN [29], LEONTIEF [20] és LOVELL [21].

3. *A matematikai szabályozáselmélet (control theory) és az ezzel rokon, ezt részben átfedő optimális folyamatelmélet és dinamikus programozás közgazdasági alkalmazása.* Eddig főképpen a Keynes-i makroökonómia, a tőkeelmélet és a növekedési elmélet formalizálására használták. (Lásd pl. TUSTIN [31], LANGE [18], DORFMAN [10], RADNER [26] és ARROW—KURZ [2] munkáit). Ismeretes ökonometriai szimultán egyenletrendszerek vezérlése szabályozáselméleti formalizmus segítségével. (Lásd CHOW [6]). Felhasználták egyes dinamikus tervezési problémák tanulmányozására, pl. KENDRICK [14] dolgozatában. Mindezideig azonban csak kivételes esetekben, (pl. [1]) használták fel a matematikai szabályozáselméletet a gazdasági rendszerek szabályozási mechanizmusának modellezésére.

<sup>1</sup> A két szerző között a következő munkamegosztás alakult ki: Kornai János egy hosszabb tanulmányt készített 1973-ban [17], amelyben felvázolta a jelen dolgozat néhány főbb gondolatát is. A modell specifikálását a két szerző együtt végezte. Simonovits András dolgozta ki a matematikai tételek bizonyítását; Kornai János végezte el a feltevések és eredmények közgazdasági interpretációját.

Kornai János a kutatás egy részét külföldön végezte: 1973-ban előbb a Stanford Egyetem (USA), majd a Bielefeld Egyetem (NSZK) matematikai-közgazdasági intézeteiben. Ezen a helyen is szeretne köszönetet mondani a két intézménynek munkája elősegítéséért, s az ott dolgozó kollégáknak, elsősorban A. MANNE és C. C. v. WEIZSACKER professzoroknak értékes tanácsaikért.

A háromféle irányzat egyesítését kísérte meg a jelen cikk egyik szerzőjének, KORNAI JÁNOSNAK MARTOS BÉLÁVAL közösen írott [15], [16] tanulmánya a vegetatív szabályozásról, továbbá a Kornai—Martos modellt továbbfejlesztő több más dolgozat, DANCs—HUNYADI—SIVÁK [8], VIRÁG [32] és BRÓDY [5] munkái. A jelen cikk is a kutatásnak ebbe az áramlatába sorolható. Célja, akárcsak az említett korábbi munkáké, a háromféle irányzat „keresztezése”: az 1. irányzat kutatásainak, azaz a szabályozási mechanizmusok absztrakt modellezésének előrevitele, mégpedig a 2. irányzat (dinamikus Leontief- és Neumann-modellek) és a 3. irányzat (szabályozáselmélet) apparátusának és eredményeinek felhasználásával. Ez a keresztezés persze nemcsak előnyökkel jár, hanem erős megszorításokkal is. Kénytelenek vagyunk együttesen alkalmazni azokat a szigorú feltevéseket, amelyeket egyfelől a Leontief- és Neumann-modellek irodalma, másfelől a matematikai szabályozáselmélet fel szokott használni.

Miután röviden ismertettük dolgozatunk irodalmi előzményeit, rátérünk a modellek és a segítségükkel levonható következtetések ismertetésére. Néhány helyen menet közben is utalunk majd irodalmi forrásokra, a tanulmány egy későbbi helyén pedig külön fejezetben hasonlítjuk össze saját eredményeinket más dolgozatokéval.

## 2. A modell

### *Általános megjegyzések*

Kizárólag *dinamikus rendszereket* vizsgálunk. Az idő integer változó:  $t = 0, 1, 2, \dots$ . Az időegységet *periódusnak* nevezzük. Stock-típusú változó mindig a periódus kezdetekor fennálló állapotra utal (pl. nyitókészlet), a flow a periódus folyamán megy végbe.

A gazdasági rendszer *reálszférája* az alapvető reálfolyamatok (termelés, termelő felhasználás, fogyasztás, forgalom) változóit és a köztük fennálló összefüggéseket foglalja magába. Elméleti síkon elválasztjuk tőle a *szabályozási szférát*, amely a reálszférát vezérli. Egyes megjelölésekben  $R$ -rel utalunk a reálszférára és  $C$ -vel (control) a szabályozási szférára.

A gazdaságnak  $n$ -féle *terméke* van; előállításukat a gazdaság  $n$  számú *szektora* végzi.

Kétféle gazdaságot vizsgálunk. Az egyiket *Neumann-gazdaságnak* nevezzük, mert lényeges vonásaiban megfelel egy állandó struktúrájú, egyöntetű ütemben növekedő, Neumann-pályán haladó gazdaságnak, A másikat  $\varepsilon$ -aszimptotikus Neumann-gazdaságnak, vagy röviden *aszimptotikus gazdaságnak* nevezzük. Ez utóbbi — kissé leegyszerűsítve a magyarázatot — olyan dinamikus Leontief rendszer, amely nagyon közel kerül egy állandó struktúrájú Neumann-gazdasághoz. A kétféle gazdaság pontosabb definíciója a feltevések és a megállapítások részletes taglalásából rajzolódik majd ki. A kétféle gazdaság modellezéséhez zömében azonos feltevéseket alkalmazunk majd. Azoknak az alternatív feltevéseknek és megállapításoknak a sorszámozásánál, amelyek a kétféle gazdaságra vonatkozóan eltérnek, az „ $N$ ” (Neumann-gazdaság), illetve az „ $A$ ” (aszimptotikus gazdaság) megkülönböztetést használjuk.

*A változók*

A modell változói a következők:<sup>2</sup>

- $r(t)$  = a *termelés*  $n$  komponensű vektora. Az  $r_j$  változó a  $j$ -edik szektor termelése.
- $Y(t)$  = a *vétel*  $n \times n$ -es mátrixa. Az  $y_{ij}$  változó az  $i$ -edik termékből a  $j$ -edik szektor által vásárolt mennyiség.
- $w(t)$  = az *outputkészlet*  $n$  komponensű vektora. A  $w_j$  változó a  $j$ -edik szektor saját termékéből saját raktárában felhalmozott készlet.
- $V(t)$  = az *inputkészlet*  $n \times n$ -es mátrixa. A  $v_{ij}$  változó az  $i$ -edik termékből a  $j$ -edik szektor raktárában felhalmozott készlet.
- $S(t)$  = a *slack inputkészlet*  $n \times n$ -es mátrixa.<sup>3</sup> Az  $s_{ij}$  változó az összes  $v_{ij}$  inputkészletnek a technikailag szükséges inputkészlet feletti része. Definíciójára még visszatérünk.

*A réálstruktúra*

A modellben háromféle technológiai együtttható mátrix szerepel.

- $A(t)$  = a *folyó ráfordítási együttthatók*  $n \times n$ -es mátrixa. A statikus és dinamikus Leontief modellekből jól ismert  $A$  mátrixnak felel meg.
- $B(t)$  = a *technikai eszközkötési együttthatók*  $n \times n$ -es mátrixa. Ez alapján véve a dinamikus Leontief modell  $B$  mátrixának felel meg, egy lényeges eltéréssel. Ez csupán a *termeléshez technikailag elengedhetetlenül szükséges* eszközkötést adja meg. Ha tehát pl. a 8. szektor az áramfejlesztő generátorok előállítója és a 2. szektor a villamosenergia-termelés, akkor  $b_{8,2}$  az egységnyi villamosenergia előállításában közvetlenül résztvevő generátorok mennyiségét fejezi ki, *tartalék* generátorok *nélkül*. Ennek megfelelően  $v_{ij}(t) = b_{ij}(t)r_j(t) + s_{ij}(t)$ , vagyis az összes inputkészlet két fő részből tevődik össze: a  $b_{ij}(t)r_j(t)$  *technikai inputkészletből* és az  $s_{ij}(t)$  *slack inputkészletből*.
- $C(t)$  = a *selejtezéssel csökkentett technikai eszközkötési együttthatók*  $n \times n$ -es mátrixa. Exogén módon adva van a termelésben technikailag leköötött eszközök egy periódus alatti kiselejtezési hányada,  $\gamma_{ij}(t)$ :  $0 \leq \gamma_{ij}(t) < 1$ . Eszerint  $c_{ij}(t) = [1 - \gamma_{ij}(t)]b_{ij}(t)$ .

A három együtttható mátrix együttesét, az  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  együttest a rendszer *réálstruktúrájának* nevezzük.

<sup>2</sup> Főbb jelölési elveink a következők:

*Mátrixot* latin nagybetűvel jelölünk; a mátrix elemeit ugyanazon betű kisbetűs alakjával és kettős indexszel jelöljük. *Vektort* latin kisbetű jelöl, komponenseit ugyanaz a kisbetű, egy indexszel. A transzpozíció jele a szimbólum mellett '. *Diagonál mátrixot* a főátló vektorának  $\langle \rangle$ -ba foglalása jelzi. Két vektor, ill. mátrix logikai (elemenkénti) szorzatát  $\times$ -val jelöljük, a köztük levő egyenlőtlenséget  $\geq$  ill.  $>$ -vel jelöljük, ahol az előbbi nem zárja ki, hogy minden elem pár egyenlő legyen, az utóbbi kizárja.

<sup>3</sup> A „slack” elnevezés arra utal, hogy itt erőforrások kihasználatlan részéről van szó. A „slack” szó semleges jellegű, értékítéletet nem tartalmaz. Magában foglalja a véletlen zavarok ellensúlyozására tudatosan kialakított *tartalékokat* és a *felesleget*, az ésszerű gazdálkodás szempontjából indokolatlan reziduumbot.

### A termékmérleg

A modell reálszférájának működését könnyebben megértjük, ha skaláris jelöléssel áttekintjük az  $i$ -edik szektor termékmérlegét a  $t$ -edik periódusban.

$$\begin{aligned} r_i(t) = & \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) r_j(t) + \\ & + w_i(t+1) - w_i(t) + \\ & + \sum_{j=1}^n [b_{ij}(t+1) r_j(t+1) - c_{ij}(t) r_j(t)] + \\ & + \sum_{j=1}^n [s_{ij}(t+1) - s_{ij}(t)]. \end{aligned}$$

A termelést négyféle célra használjuk fel. (Az értelmezés egyszerűsítésére tegyük fel, hogy mind a termelés, mind a készletek nőnek.)

*Első sor:* a termelés folyó ráfordítása.

*Második sor:* az outputkészletek növeléséhez szükséges felhalmozás.

*Harmadik sor:* a technikai inputkészletek növeléséhez szükséges felhalmozás. Ez magában foglalja egyrészt a kislejtezett eszközök pótlását  $[b_{ij}(t) - c_{ij}(t)] r_j(t)$ -t, másrészt a termelés növekedésével együttjáró többlet eszközleköltés fedezetét.

*Negyedik sor:* a slack input készlet növeléséhez szükséges felhalmozás.

A gazdaság outputkészleteinek és slack inputkészleteinek együttesét *ütközőkészletnek* nevezzük. A gazdaság ideális körülmények között — tökéletesen súrlódás- és zavarmentes működés esetén — funkcionálhatna kizárólag a technikai inputkészletek segítségével, ütközőkészletek nélkül is.

### A reálszférára vonatkozó feltevések

Foglaljuk össze a reálszférára vonatkozó feltevéseket.

*R. 1. Zárt Leontief gazdaság.* Egy terméket egyetlen szektor állít elő, s megfordítva, minden szektornak csak egyféle kibocsátása van. Nincsen inputok közti helyettesítés, nincs választás alternatív technológiák között. Nincsenek ikertermékek. Nincsenek külső erőforrások. Nincsen végső fogyasztás. A gazdaság „munkaerőszektorainak” fogyasztása inputként, munkája pedig outputként jelentkezik, s ezért a modellben nincsenek megkülönböztetve a többi, „közönséges” szektortól. A gazdaság irreducibilis.

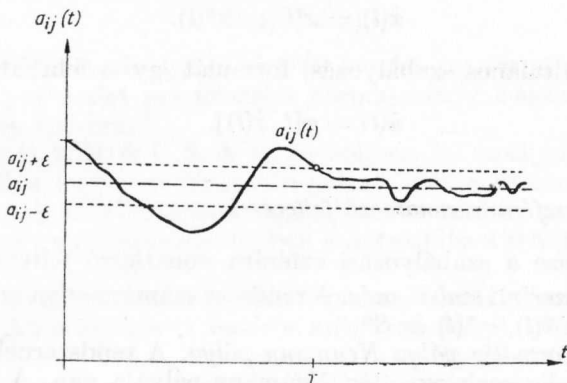
*R. 2. Homogén lineáris ráfordítási függvények.* A termelés folyó ráfordítása és technikailag szükséges eszközleköltése a termelés volumenének homogén lineáris függvénye.

*R. 3. Exogén selejtezési hányadok.* A termeléshez technikailag lekötött eszközök periódusonkénti selejtezési hányada exogén módon meghatározott.

*R. 4. A rendszer produktivitása.* A rendszer képes növekedni. A folyó ráfordítások felett többlet marad a készlet (outputkészletek, technikai és slack inputkészletek) feltöltésére és növelésére. Másszóval az  $A(t) + B(t) - C(t)$  mátrix spektrálrádiusza kisebb 1-nél:  $\sigma\{A(t) + B(t) - C(t)\} < 1$ .

*R. 5. N. A reálstruktúra az időben állandó.* A reálstruktúra együttható mátrixai az időben változatlanok:  $A(t) = A$ ,  $B(t) = B$ ,  $C(t) = C$ .

R. 5. A. A *reálstruktúra aszimptotikus*. A reálstruktúra együtthatómátrixai véges idő után nagyon közel jutnak egy *alapstruktúrához*. Létezik egy  $\varepsilon > 0$  (megfelelően kicsi) szám és egy  $T$  (nagy) természetes szám, amelyekre nézve teljesül a következő összefüggés: ha  $t > T$ , akkor  $\|A(t) - A\| < \varepsilon$ ,  $\|B(t) - B\| < \varepsilon$ ,  $\|C(t) - C\| < \varepsilon$ , ahol  $\|\cdot\|$  valamilyen mátrixnormát jelöl. (Pl. az elemek abszolút értékének összege). Ábránk az  $a_{ij}(t)$  együttható példáján szemlélteti az  $\varepsilon$ -aszimptotikus tulajdonságot.



1. ábra

### A norma szerinti szabályozás

A reálszféra ismertetése után a szabályozási szféra leírására áttérve mindenekelőtt a *norma szerinti szabályozás* alapgondolatát fejtjük ki.

Feltételezzük, hogy a gazdaság döntéshozó egységei — modellünkben a szektorok — számára adva vannak *normák*, amelyek viselkedésük iránytűjeként szolgálnak. Dinamikus rendszerben a normák esetleg *normatív pályák* formájában jelennek meg, Olyan pályák ezek, amelyek a rendszer mozgásának normatív irányát jelzik.

A normák történelmi-társadalmi folyamatok eredményeképpen alakulnak ki, s konvenciók rögzítik. Dolgozatunkban nem foglalkozunk a normák *keletkezésével*; ezt majd más munkákban vizsgáljuk. Itt egyszerűen *adottnak* vesszük őket.

E dolgozatban a normák meghatározott módon *kiszámíthatók*. Ez azonban csupán egy elemzési „fogás”, amely a rendszer elméleti vizsgálatát hivatott elősegíteni. Nincs összekapcsolva olyasféle institucionális feltételezéssel, mintha a valóságban bárki „kiszámítaná” a rendszer normáit. A való életben e normákat anonim társadalmi processzusok tapogatódzva alakítják ki.

Ha mármost adva vannak a normák (illetve a normatív pályák), akkor a döntéshozók megfigyelik az állapotváltozók tényleges és norma szerinti értékei közti eltérést. Ennek ismeretében az eltérést az irányítási változóknál el-lensúlyozva avatkoznak be és terelik vissza a rendszert a normák felé. A norma szerinti szabályozás a *negatív visszacsatolás* elve szerint megy vég-be, a következő általános *szabályozási formula* alapján:

$$u(t) - u^*(t) = \varphi[t, x(t) - x^*(t)], \quad \varphi(t, 0) = 0, \quad \varphi(t, \hat{x}) \text{ monoton csökken } \hat{x}\text{-ben,}$$

ahol  $u(t)$  a rendszer *szabályozási változója*,  $x(t)$  pedig a rendszer *állapotváltozója*. A csillag különbözteti meg a változó norma szerinti értékét a csillag nélküli

tényleges értéktől. A  $\varphi$  függés formáját természetesen minden konkrét modellben specifikálni kell.

Modellünkben az  $r(t)$  termelés és az  $Y(t)$  vétel a szabályozási változók, a  $w(t)$  outputkészlet és az  $S(t)$  slack input készlet az állapotváltozók.

Bevezetünk egy rövidített jelölésmódot is:

$$\hat{u}(t) = u(t) - u^*(t),$$

$$\hat{x}(t) = x(t) - x^*(t).$$

Eszerint az általános szabályozási formulát így is felírhatjuk:

$$\hat{u}(t) = \varphi[t, \hat{x}(t)].$$

### *A szabályozási szférára vonatkozó feltevések*

Foglaljuk össze a szabályozási szférára vonatkozó feltevéseket.

C. 1. *Norma szerinti szabályozás.* A rendszer számára adva vannak a normatív pályák:  $r^*(t)$ ,  $Y^*(t)$ ,  $w^*(t)$  és  $S^*(t)$ .

C. 2. *N. A normatív pálya Neumann-pálya.* A rendszernek van Neumann-pályája, mégpedig csak egyetlen Neumann-pályája van. A Neumann-pályát következőképpen jelöljük:

$$\bar{r}(t) = r_0 \lambda_0^t$$

$$\bar{Y}(t) = Y_0 \lambda_0^t$$

$$\bar{w}(t) = w_0 \lambda_0^t$$

$$\bar{S}(t) = S_0 \lambda_0^t,$$

ahol  $\lambda_0$  a rendszer Neumann növekedési együtthatója<sup>4</sup>:  $\lambda_0 > 1$ .

A feltevés értelmében a Neumann-pálya szolgál normatív pályaként, azaz:

$$r^*(t) = \bar{r}(t)$$

$$Y^*(t) = \bar{Y}(t)$$

$$w^*(t) = \bar{w}(t)$$

$$S^*(t) = \bar{S}(t).$$

Jelöljük a slack inputkészlet per termelés normáinak mátrixát  $F$ -fel, az outputkészlet per termelés normáinak mátrixát pedig  $\langle g \rangle$ -vel:  $S(t) = F \langle \bar{r}(t) \rangle$  és  $\bar{w}(t) = \langle g \rangle \bar{r}(t)$ . Jelöljük  $H$ -val az ütközőkészlet normáinak mátrixát:  $H = F + \langle g \rangle$ .

C. 2. *A. A normatív pálya aszimptotikus pálya.* Adott záró reálstruktúra mellett létezik egy aszimptotikus pálya, amelyet következőképpen jelölünk:  $\tilde{r}(t)$ ,  $\tilde{Y}(t)$ ,  $\tilde{w}(t)$  és  $\tilde{S}(t)$ . Az aszimptotikus pályán

$$|\tilde{r}_i(t) - \bar{r}_i(t)/\bar{r}_i(t)| < \varepsilon, \text{ ha } t > T.$$

<sup>4</sup>  $\lambda_0$  meghatározását lásd az 1. megállapításban.

Hasonló tulajdonsága van  $\tilde{y}_{ij}(t)$ -nek,  $\tilde{w}_i(t)$ -nek és  $\tilde{S}_{ij}(t)$ -nek is. A feltevés értelmében az aszimptotikus pálya szolgálna normatív pályaként, azaz:

$$r^*(t) = \tilde{r}(t)$$

$$Y^*(t) = \tilde{Y}(t)$$

$$w^*(t) = \tilde{w}(t)$$

$$S^*(t) = \tilde{S}(t).$$

Az aszimptotikus gazdaságban az  $F(t)$  készlet per termelés norma-mátrixa és a  $\langle g(t) \rangle$  outputkészlet per termelés norma-mátrix  $\varepsilon$ -aszimptotikusan konvergál  $F$ -hez és  $\langle g \rangle$ -hez.

Megjegyzés a C. 2. N. és C. 2. A. feltevésekhez. Itt most *feltevésnek* tekintjük a Neumann-pálya (egyetlen Neumann-pálya), illetve az aszimptotikus pálya egzisztenciáját. A *megállapítások* tárgyalásakor térünk majd vissza annak tisztázására, hogy e feltevés mennyiben kompetibilis a reálszférára vonatkozó feltevésekkel.

C. 3. *A döntés decentralizálása.* Adott normák mellett a döntés tökéletesen decentralizált. A  $j$ -edik szektor határoz az  $r_j$  termelésről, valamint minden  $i$ -re az  $y_{ij}$  vételről.

C. 4. *Nincs memória.* A decentralizált szabályozás nem vesz igénybe memóriát; nem használja fel bemenő információként a változóknak korábbi periódusokban felvett értékeit.

C. 5. *Az információ decentralizálása.* Adott normák mellett az információ tökéletesen decentralizált. A  $j$ -edik szektor a döntéshez kizárólag saját állapotváltozóit figyeli meg. Nevezzük *vegetatív szabályozásnak* azt a szabályozási sémát, amelyben a C. 3. és C. 5. feltevés együttesen érvényesül.

C. 6. *Készletjelzés kizárólagossága.* A C. 5. feltevés úgy realizálódik, hogy a  $j$ -edik szektor kizárólag saját készleteit figyeli meg: a  $w_j$  outputkészletet és az  $s_{ij}$  slack inputkészleteket.

C. 7. *A szabályozási formula linearitása.* A szabályozást lineáris formulával biztosítjuk. Általános alakja:  $\hat{u}(t) = -\alpha(t)\hat{x}(t)$ , ahol  $\alpha(t)$  az *alkalmazkodási sebesség*. Az alábbi (2.3) és (2.4) egyenletekben  $d(t)$  és  $E(t)$  szerepel alkalmazkodási sebességként.

### A modell összefoglalása

Dinamikus rendszerünket a következő négy egyenlet-együttessel írjuk le:

#### Outputkészlet

$$(2.1) \quad w(t+1) = w(t) - Y(t) \mathbf{1} + r(t).$$

#### Slack inputkészlet

$$(2.2) \quad S(t+1) = S(t) - B(t+1) \langle r(t+1) \rangle - [A(t) - C(t)] \langle r(t) \rangle + Y(t).$$

#### A termelés szabályozása

$$(2.3) \quad r(t) = r^*(t) - \langle d(t) \rangle [w(t) - w^*(t)].$$



*A vétel szabályozása*

$$(2.4) \quad Y(t) = Y^*(t) - E(t) \otimes [S(t) - S^*(t)].$$

Végeredményben  $2n + 2n^2$  egyenletünk van.

(2.1)–(2.2) adja meg a rendszer *mozgásegyszerleteit* és (2.3)–(2.4) a rendszer *szabályozását*. Előbbiek a  $t$ -edik periódus szabályozási és állapotváltozóival vezetik le a  $(t + 1)$ -edik periódus új állapotváltozóit. Utóbbiak pedig az állapotváltozók tényleges és norma szerinti értékének eltéréséből vezetik le a szabályozási változók eltérítését azok norma szerinti értékéből.

A valódi számítási sorrend ettől eltérő: (2.1), (2.3), (2.2) és (2.4), és a szabályozás a  $(t + 1)$ -edik periódusra vonatkozik.

**3. Megállapítások**

Az alábbiakban megállapításokat ismertetünk, rövid közgazdasági értelmezésükkel együtt. A megállapítások matematikai bizonyítását a Függelék közli.

1. *N. MEGÁLLAPÍTÁS. Normatív pálya létezése.* Neumann-pálya létezik és egyértelműen meghatározott.

A  $\lambda_0(B + H)r_0 = (I - A + C + H)r_0$ ,  $1'r_0 = 1$  sajátérték – sajátvektor probléma megoldásával egyértelműen megkapjuk az  $r_0 > 0$  pozitív termelést és a  $\lambda_0 > 1$  növekedési együtthatót.

Ezek ismeretében az  $F$  és  $\langle g \rangle$  mátrixokon keresztül kiszámítható a  $\bar{w}(t)$  outputkészlet, az  $\bar{S}(t)$  biztonsági inputkészlet és 2.4 egyenletből az  $\bar{Y}(t)$  vétel Neumann-pályája.

1. *A. MEGÁLLAPÍTÁS. Normatív pálya létezése.* Aszimptotikus pályák sávja létezik. Mindegyik asimptotikus pályán valamennyi változó növekedési együtthatója  $\varepsilon$ -közelségben van az alapstruktúrához tartozó Neumann-pálya megfelelő növekedési együtthatójához.

Az 1. N. megállapítással tulajdonképpen azt mondjuk ki, hogy a Neumann-gazdaságra nézve az R. 1.–R. 4., valamint az R. 5. N. és a C.1., C. 2. N., valamint a C. 3.–C. 7. feltevések kompatibilisek egymással. Hasonlóan értelmezhető az 1. A. megállapítás az asimptotikus gazdaságra vonatkozó feltevések összhangjára. Ezenfelül a Neumann-gazdaság esetére megkaptuk a normatív pálya egyértelmű kiszámításának módját is. Ez kiindulásul szolgál az asimptotikus pálya kiszámításához is.

2. *N. MEGÁLLAPÍTÁS. Ütközőkészlet és növekedési ütem.* Hasonlítsuk össze az 1. és 2. gazdaságot, amely tökéletesen azonos, kivéve ütközőkészleteinek normáit:  $h_{ij}^{(1)} \geq h_{ij}^{(2)}$  minden  $i$ -re, s legalább egy komponens határozottan nagyobb az 1. gazdaságban, mint a 2.-ban. Ebben az esetben az 1. gazdaság növekedési együtthatója kisebb mint a 2.-é:  $\lambda_0^{(1)} < \lambda_0^{(2)}$ .

A megállapítással azt mondjuk ki, hogy determinisztikus modellünk világában az ütközőkészletnormák növelése lassítja a gazdaság növekedését. A valóságos életben az ütközőkészletnormák növelésének előnyei is vannak: segíti a termelés váratlan zavarainak leküzdését, simábbá teszi az alkalmaz-

<sup>5</sup> A 2.N. megállapítás — megfelelő megszorítás mellett — kiterjeszthető az asimptotikus gazdaságra is; erre azonban cikkünkben nem térünk ki.

kodást stb. Ezeket az előnyöket azonban a jelen dolgozatban nem tudjuk igazolni.

A továbbiakban a stabilitás és a relatív stabilitás kérdését párhuzamosan tárgyaljuk. Ilyenkor a *relatív* jelző szögletes zárójelben szerepel.

*Definíció.* A Neumann-gazdaság, ill. az aszimptotikus gazdaság [*relatív*] *stabil*, ha tetszőleges helyzetből kiindulva, a változók egy-egy periódusra vonatkozó értékei[nek páronkénti arányai] konvergálnak (ill.  $\varepsilon$ -közelésekbe kerülnek) a normatív pálya [szerinti páronkénti arányok]hoz.

3. *MEGÁLLAPÍTÁS.* [*Relatív*] *stabilitás.* A (2.1–4) egyenletekben leírt szabályozás mellett a rendszer [*relatív*] *stabil*. A [*relatív*] *stabilitás* elégséges feltétele:  $0 \leq d_j < 1$  és  $d_j < \min\{a_{ij} + b_{ij} - c_{ij}\}/b_{ij}$  minden  $i$ -re, ha  $b_{ij} > 0$  és  $0 \leq e_{ij} \leq 1$ , minden  $(i, j)$  párra:  $1 \leq i, j \leq n$ .

A relatív stabilitás egyaránt érvényes mind a Neumann-gazdaságra, mind az aszimptotikus gazdaságra, a stabilitás viszont csak az előbbire.

*Definíció.* A rendszer *működőképes*, ha egyetlen változója sem negatív, s minden periódusban legalább egy termelési változója pozitív. *Működőképes indulási környezetnek* nevezzük a normatív pálya szerinti indulásnak azt a környezetét, amelynek tetszőleges pontjából elindulva a rendszer minden periódusban működőképes.

4. *MEGÁLLAPÍTÁS.* *Működőképesség.* Minden [*relatív*] *stabil* gazdaságban van működőképes környezet. Speciális esetekre van konstruktív módszer a működőképes környezet meghatározására.

A megállapítás érvényes mind a Neumann-gazdaságra, mind az aszimptotikus gazdaságra. A Neumann-gazdaságra vonatkozóan egyszerű konstruktív módszerünk van a működőképes környezet kiszámítására.

A 3. és 4. megállapítás együttes interpretációja a következő:

Meghatározott feltételek mellett a dolgozatunkban leírt szabályozás működőképes, s alkalmas arra, hogy [*relatív*] *stabilitást* biztosítson.

#### 4. A megállapítások közgazdasági értelmezéséhez

##### *Elemi mennyiségi alkalmazkodás*

A jelen dolgozatban leírt modell, akárcsak elődei, a Kornai–Martos modell és Dancs–Hunyadi–Sivák, valamint Virág modelljei, nem lépnek fel azzal az igénnyel, hogy a gazdaság szabályozásának *általános* modelljei legyenek. *A gazdasági rendszerek szabályozása összetett feladat, amelyet különböző szabályozási mechanizmusok és almechanizmusok komplexusa együttesen lát el.* E szabályozási mechanizmusok egyrésze primitív rövidlejárati mennyiségi alkalmazkodási folyamatokat irányít, mégpedig igen egyszerű decentralizált döntési és információs struktúra mellett. A Kornai–Martos cikk a szabályozásnak ezt a típusát „autonom” vagy „vegetatív” szabályozásnak nevezte: jelen dolgozatunk a még általánosabb „elemi” jelzőt használja. Dolgozatunk kizárólag az ilyen „elemi”, „primitív”, „autonóm”, „vegetatív” szabályozási mechanizmusok elemzéséhez kívánt hozzájárulni.

Ugyanakkor minden gazdaságban működnek *magasabbrendű* mechanizmusok is, bonyolultabb szabályozási feladatkörök ellátására. Ilyen bonyolult feladatok például a termelés és a fogyasztás minőségi fejlődése, új termékek bevezetése; különböző erőforrások takarékos kombinációja és ezzel együtt

az alternatív technológiák közti választás; a felhalmozás méreteinek eldöntése; a hosszúlejárátú alkalmazkodás a tartós változásokhoz és így tovább. Ezeknek a bonyolultabb szabályozási funkcióknak az ellátására a jelen dolgozatban leírt mechanizmus nyilván nem alkalmas.

### *A Neumann-gazdaság szabályozása*

Megállapításaink részben azokon a feltevéseken alapulnak, amelyek szerint a gazdaság reálstruktúrája állandó és a normatív pálya Neumann-pálya. E feltevések rendkívül erősek, eléggé távol állnak a valóságtól. A szerzők nem tagadják, hogy fogcsikorgatva kényszerültek a kutatásnak ebben a stádiumában a e feltevések alkalmazására. Az igazság azonban az, hogy ha már elfogadtuk a dinamikus Leontief modell szokványos absztrakcióit, akkor a modellezés logikája jóformán methetetlenül visz a Neumann-gazdaság világába. Önmenyugtatóképpen a következőket érdemes meggondolni:

A Neumann-pálya szinte elviselhetetlenül „rossz” modellje a gazdasági rendszernek, ha a reálszféra tervezésére kívánjuk felhasználni. Akkor ugyanis már a feltevések révén elzárkózunk a tervezési probléma lényegétől, a szektorok arányainak és a technológiának a megválasztásától. Sokkal kevésbé „rossz” a modell a mi céljainkra: a szabályozási mechanizmus — mégpedig az elemi mennyiségű alkalmazkodást vezérlő mechanizmuselméleti elemzésére.

Nemcsak a mi modellünkben, hanem a valóságban is hajlamosak a döntéshozók a rutinszerű mennyiségi alkalmazkodásban olyasféle egyszerű recepteket, hüvelykujjszabályokat alkalmazni, amelyek nem veszik számításba a távolabbi gazdasági környezet strukturális eltulodásait, hanem csupán a közvetlenül megfigyelhető jelzésekre reagálnak.

A Neumann-gazdaságnak a jelen dolgozatban leírt elemi mennyiségi alkalmazkodása olyan készletnormák segítségével történik, amelyek hasonlítanak a valóságos gazdaságban megfigyelhető készletnormák alakjára: output-készlet per output hányados vagy inputkészlet per vétel hányados formában rögzítjük a normákat. („Hány havi termelésnek vagy beszerzésnek felel meg a készlet . . .”) A normáknak ezt az egyszerű formáját eddig csupán a Neumann-gazdaságra sikerült kidolgoznunk.

Igaz, ez az elemi szabályozási mechanizmus helytelen döntésekhez vezethet, ha számottevő minőségi változások, arányeltulodások következnek be a végső erőforrások és a végső fogyasztás összetételében, valamint a technológiában. Ilyenkor eljutunk a dolgozatunkban leírt elemi szabályozás *határaihoz*. Egyrészt: működésbe kell lépniük más, magasabbrendű szabályozóknak is. Másrészt: esetleg meg kell változtatni az eddig érvényben volt normákat. Úgy érezzük azonban, hogy ez nem hibája a modellnek. Mi nem egy mindenféle szabályozási funkció ellátására egyaránt alkalmas *univerzális* mechanizmust kívántunk bemutatni, hanem egy speciálisat, amely néhány elemi szabályozási funkciót képes ellátni — s természetesen tartjuk, hogy időről-időre felül kell vizsgálni a benne szereplő szabályozási paramétereket, a normákat és az alkalmazkodási sebességeket.

### *Az aszimptotikus gazdaság szabályozása*

Az aszimptotikus gazdaságra vonatkozó feltevések kevésbé erősek, mint az előző szakaszban tárgyaltak. Az aszimptotikus gazdaság is absztrakció — de a valósághoz közelebbálló absztrakció. Azokat a technológiai változásokat,

arány-eltolódásokat, amelyek — tartós trendjüket tekintve — valamilyen határozott monoton szabályosságot mutatnak, jó közelítéssel leírhatjuk úgy, mint valami közeledést egy alapstruktúrához. Ha pl. az energiahordozóknál monoton tendencia van a nukleáris energia részarányának növelésére, akkor ez leírható úgy, mintha közelednénk egy arányhoz a nukleáris és a konvencionális energiahordozók között.<sup>6</sup>

### 5. Összehasonlítás más modellekkel

Amint azt a bevezetőben említettük, dolgozatunk három irányzat kereszteződéséből született: a gazdasági szabályozási mechanizmusok modellezéséből, a Leontief–Neumann-modellek irodalmából és a matematikai szabályozás-elmélet közgazdasági alkalmazásából. Túl messzire vezetne, ha mindhárom irányzatnak akárcsak a fő modelljeivel összehasonlításokat tennénk. Ezért a kört lényegesen leszűkítjük. Kizárólag azokkal a modellekkel foglalkozunk, amelyek *dinamikus gazdasági rendszerek szabályozási mechanizmusát* vizsgálják. (Meglepő, hogy aránylag milyen kevés modell sorolható ebbe a kategóriába.)

Az összehasonlítást táblázatos formában végezzük el. Az oszlopok a különböző modellek szerint, a sorok pedig a modellek ismérvei szerint tagolódnak.

	Kornai Martos [15, 16]	Virág [32]	Danes Hunyadi [8] Sivák	Bródy [5]	Lovell [21]	Mc Fadden [22]	Kornai Simonovits
0 Determinisztikus 1 Sztochasztikus	0	1	0	0	0	0	0
0 Folytonos idő 1 Diszkrét	0	0	0 és 1	0 és 1	1	1	1
0 Eszközlektés nincs 1 van	0	0	0	0	1	0	1
0 Állandó struktúra 1 Változó	1	1	1	0	0	0	0 és 1
0 Stagnáló 1 Növekvő	1	1	1	0	0	0	1
0 Centralizált 1 Decentralizált	1	1	0	1	1	1	1
0 Memória van 1 nincs	0	0	0	0 és 1	0	1	1

Noha a táblázat önmagáért beszél, néhány kiegészítő megjegyzést fűzünk hozzá.

— A táblázat 1., 2., 3., 4. és 7. oszlopában olyan modellek szerepelnek, amelyek szoros rokonságban állnak: valamennyi a Kornai–Martos tanulmányhoz kapcsolódik. Ezért aránylag könnyen összehasonlíthatók. Lovell és

<sup>6</sup> Hosszú történeti fejlődésben a szén részaránya először nőtt a fa kiszorítása idején, majd csökkent az olaj és földgáz előrenyomulásának hatására, s most talán ismét nőni fog, legalább átmenetileg, az olaj és földgáz drágulása nyomán. Az ilyen nem-monoton arányeltolódás nem írható le megfelelően az aszimptotikus feltevés segítségével.

Mc Fadden tanulmányai némileg eltérő kérdésfeltevésekből indulnak ki. Ezért e két modellt először adaptáltuk az általunk vizsgált problémára, s csak ezután hasonlítottuk össze a többivel.

— Eddig mindössze egyetlen kísérlet történt a probléma sztochasztikus kezelésére, Virág cikkében. Az egyik legfontosabb feladat a kutatás kiterjesztése ebben az irányban.

— A Kornai—Martos cikk (s ennek nyomán Virág, valamint Dancs—Ligeti—Sivák cikke) nem kötötte magát az időben állandó reálstruktúrához, hanem megengedte a reálstruktúra tetszőleges változását az időben. A jelen dolgozat egyfelől erősebb feltevést alkalmaz, amikor időben állandó vagy aszimptotikus reálstruktúrából indul ki. Viszont ennek ellentételeként van egy érdeme: a Neumann-gazdaság esetében a normarendszer igen egyszerű — a valóságos készletnormákhoz hasonló — alakot ölt (készlet a termelés, illetve a vétel fix arányában).

— A Kornai—Martos cikk folytonos változóként kezelte az időt, s nem írt le késleltetést. A Dancs—Hunyadi—Sivák modell, valamint a jelen dolgozat diszkrét változóként kezeli az időt, ami pl. azzal az előnnyel jár, hogy a rendszer számológépen közvetlenül szimulálható. Az egyik lényeges eltérés—Dancs—Hunyadi—Sivák és a jelen modell között, hogy előbbiben a szabályozási változók csak centralizált információ alapján számíthatók ki, míg az utóbbiban a rendszer információs szempontból is decentralizált. Az előbbi nem vegetatív szabályozás, az utóbbi igen.

— A felsorolt tanulmányok közül a jelenlegi az első, amely tiszta készletjelzést modellez. A Kornai—Martos tanulmányban, s a hozzája kapcsolódó többi munkában a készleten kívül az eladás is a jelzések között szerepel.

— Nincs mód a „centralizált” és a „decentralizált” szabályozási sémák egyszerű szembeállítására, hiszen ez egyebek között attól is függ, miképpen jönnek létre a normák. (Vajon nem valamilyen centralizált folyamat határozza-e meg őket?) Ezért az összehasonlításban az 1-es jelet odatesszük, ahol — adott normák birtokában — szigorúan decentralizált mind a döntés, mind a döntés alapjául szolgáló információ.

Befejezésül hangsúlyozni szeretnénk: a táblázat jelzi a kutatások további irányát is. Arra törekszünk, hogy minden ismérv szempontjából kipróbáljuk mind a 0-val, mind az 1-gyel jelölt esetet. Emellett szeretnénk vizsgálatunkat kiterjeszteni olyan irányokba is, amelyeket a táblázat nem jelez: pl. beiktatni szűkös elsődleges erőforrásokat és egymást helyettesítő technológiákat.

### Függelék: A megállapítások matematikai bizonyítása

#### 1. N. Megállapítás bizonyítása:

Ha létezik N-pálya, akkor a termékmérlegbe behelyettesítve C. 2. N. összefüggéseit és  $\lambda_0$ -vel egyszerűsítve, a következő egyenletet kapjuk:

$$(6.1) \quad r_0 = Ar_0 + (\lambda_0 - 1)\langle g \rangle r_0 + (\lambda_0 B - C)r_0 + (\lambda_0 - 1)Fr_0$$

ami átrendezés után az 1. N. Megállapítás-ban szereplő sajátérték — sajátvektor feladathoz vezet.

Azt kell tehát bizonyítanunk, hogy egy és csak egy  $r_0 > 0$  vektor elégíti ki a feladatot  $1'r_0 = 1$  normálás mellett. Ezt bizonyítandó, térjünk vissza az

előbb felírt (6.1) fixpont-feladathoz.  $\lambda_0 > 1$  miatt és  $B \geq C$  miatt a fixpont feladat jobboldalán szereplő mátrix pozitív és minden eleme folytonosan nő  $\lambda_0$  növekedésével. A pozitív mátrixok elméletében (vö. pl. Morishima [25] és Bródy [4]). ismert a következő

*I. Lemma:* Ha  $U_1; U_2$   $n \times n$  dimenziós, nem negatív elemű, irreducibilis mátrixok, amelyekre  $U_1 \geq U_2$ , akkor  $\sigma(U_1) > \sigma(U_2)$ .

Ekkor a megfelelő mátrix spektrálsugara is folytonosan nő.  $\lambda_0 = 1$  esetén a spektrálsugár  $= \sigma(A + B - C)$ , ami az R. 4. feltevés szerint kisebb, mint 1. Másrészt a szóbanforgó mátrix nagyobb  $(\lambda_0 - 1)H$ -nál, vagyis spektrálsugara is nagyobb mint  $(\lambda_0 - 1)\sigma(H)$ . Mivel az utóbbi mennyiség  $+\infty$ -ben vett határértéke  $+\infty$ , ugyanez áll az előbbi határértékére. Bolzanó tétele szerint ekkor létezik egy és csak egy  $\lambda_0$ , amely az  $(1, +\infty)$  intervallumba esik és kielégíti fixpont feladatunkat, mégpedig pozitív  $r_0$ -lal, amely  $1'r_0 = 1$  normálásal szintén egyértelműen meghatározott.

$r_0$  egyértelműen meghatározza  $w_0$ -t és  $S_0$ -t C. 2. N. szerint, és ekkor  $Y_0$  is egyértelműen meghatározott (2.2) miatt:

$$Y_0 = (\lambda_0 - 1)S_0 + (A + \lambda_0 B - C)\langle r_0 \rangle > 0.$$

### 1. A. Megállapítás bizonyítása:

Az R.1.—R.4. feltevéseket kielégítő reálstruktúra esetén létezik megengedett pályák sávja. Tegyük föl, hogy  $[w^*(t), V^*(t)]$  adott. Ekkor minden olyan  $[w^*(t+1), V^*(t+1)]$  állapot pozitív  $[r^*(t), Y^*(t)]$  döntéssel elérhető, amelyre teljesülnek az alábbi feltételek:

$$(6.2) \quad w^*(t+1) \geq w^*(t) \text{ és } V^*(t+1) \geq V^*(t),$$

valamint

$$(6.3) \quad B(t) \langle [I - A(t) - B(t) + C(t)]^{-1} [w^*(t+1) - w^*(t) + V^*(t+1)1 - V^*(t)1] \rangle \leq V^*(r).$$

Ugyanis ha a termékmérlegben  $S(t)$  helyett  $V(t)$  szerepel, akkor  $r^*(t) = A(t)r^*(t) + w^*(t+1) - w^*(t) + V^*(t+1)1 - V^*(t)1 + [B(t) - C(t)]r^*(t)$  összefüggéshez jutunk. R.4 és (6.2) miatt utolsó összefüggésünkből  $r^*(t)$  egyértelműen meghatározható és pozitív, (2.2)-ből  $Y^*(t)$  is egyértelmű és pozitív.  $S^*(t)$  pozitívítását éppen (6.3) fejezi ki, és az így adódó  $[w^*(t+1), V^*(t+1)]$  vektorok halmaza nem üres, szintén R.4. miatt.

A rendszer aszimptotikus növekedési együththatóját csak  $\varepsilon$ -pontossággal definiáljuk és csak akkor definiáljuk, ha az egyes változók növekedési együththatói  $4\varepsilon\lambda_0$ -nál közelebb vannak egymáshoz, ha  $t > T$ . Jelölje  $z_\mu$  a rendszer  $\mu$ -edik koordinátáját,  $1 \leq \mu \leq 2(n^2 + n)$ . Azaz

$$|\tilde{z}_\mu(t+1)/\tilde{z}_\mu(t) - \tilde{z}_\nu(t+1)/\tilde{z}_\nu(t)| < 4\varepsilon\lambda_0 \text{ ha } t > T.$$

Az aszimptotikus és a Neumann pálya definíciója miatt

$$(1 - \varepsilon)\tilde{z}_\mu(t) < \tilde{z}_\mu(t) < (1 + \varepsilon)\tilde{z}_\mu(t) \text{ és}$$

$$(1 - \varepsilon)\tilde{z}_\mu(t)\lambda_0 < \tilde{z}(t+1) < (1 + \varepsilon)\tilde{z}_\mu(t)\lambda_0.$$

A két egyenlőtlenség pár összevetéséből közvetlenül adódik, hogy

$$(1 - 2\varepsilon)\lambda_0 < \frac{\tilde{z}_\mu(t+1)}{\tilde{z}_\mu(t)} < (1 + 2\varepsilon)\lambda_0,$$

ahonnan az állítás már adódik.

## 2. N. Megállapítás bizonyítása:

(6.1) fixpont-feladatunkban  $H = \langle g \rangle + F$ . Ha  $H^{(1)} \geq H^{(2)}$ , akkor az I. Lemma szerint

$$\sigma\{A + \lambda_0 B - C + (\lambda_0 - 1)H^{(1)}\} > \sigma\{A + \lambda_0 B - C + (\lambda_0 - 1)H^{(2)}\}$$

minden  $\lambda_0 > 1$ -re. Ezért  $\sigma\{A + \lambda_0^{(1)} B - C + (\lambda_0^{(1)} - 1)H^{(2)}\} < 1$ . Másrészt  $\lim \sigma\{A + \lambda B - C + (\lambda - 1)H^{(2)}\} = +\infty$ , azaz ismét Bolzano tétele szerint  $\lambda_0^{(2)} > \lambda_0^{(1)}$ .

## 3. N. és 3. A. Megállapítás bizonyítása:

Mind a relatív stabilitás, mind a működőképesség vizsgálatánál nagy szerepet játszik a következő *monotonitási* tulajdonság:

*II. Lemma:* Ha

$0 \leq d_j \leq \min \{(a_{ij} + b_{ij} - c_{ij})/b_{ij} \text{ minden olyan } i\text{-re, amelyre } b_{ij} > 0\}$  és  $d_j < 1$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  és  $0 \leq e_{ij} \leq 1$  minden  $(i, j)$  párra, akkor  $w_0^{(1)}(0) \geq w^{(2)}(0)$  és  $S^{(1)}(0) \leq S_0^{(2)}(0)$  maga után vonja a  $w^{(1)}(t) > w^{(2)}(t)$  és  $S^{(1)}(t) \geq S^{(2)}(t)$  egyenlőtlenségeket  $t = 1, 2, \dots$ -re, ahol az (1) és a (2) rendszer strukturája és alkalmazkodási sebességei azonosak, csak induló állapotuk különbözik (1) „javára”.

*II. Lemma bizonyítása:*

Helyettesítsük be a Neumann-pályát (2.1)-be; és vonjuk ki az eredetiből:  $\hat{w}_j(t+1) = \hat{w}_j(t) - \sum_{k=1}^n y_{jk}(t) + \hat{r}(t)$ . Helyettesítsük be (2.3)-at új egyenletünkbe:

$$(6.4) \quad \hat{w}_j(t+1) = (1 - d_j) \hat{w}_j(t) + \sum_{k=1}^n e_{jk} \hat{s}_{jk}(t)$$

(6.4)-hez hasonlóan, de már (6.4)-et is figyelembe véve, adódik

(6.5)

$$\hat{s}_{ij}(t+1) = (1 - e_{ij}) \hat{s}_{ij}(t) + b_{ij} d_j \sum_{k=1}^n e_{jk} \hat{s}_{jk}(t) + d_j [b_{ij}(1 - d_j) + a_{ij} - c_{ij}] \hat{w}_j(t)$$

A II. Lemma feltételeiből közvetlenül következik, hogy a  $(6.4-5)n^2 + n$  dimenziós iterációs formula együtthatómátrixa nem negatív, amiből az „eltérésrendszer” monotonitása azonnal adódik. Mivel az „eltérésrendszer” a

Neumann-pályával redukált rendszer, az eredeti rendszer is monoton. Az együttható-mátrix irreducibilitásához elég azt bizonyítani, hogy nem-negatív és nullától különböző vektor képe is nem-negatív és nullától különböző. Indirekt úton bizonyítunk: legyen  $\hat{w}(t) \geq 0$  és  $\hat{S}(t) > 0$ ,  $\hat{w}(t+1) = 0$  és  $\hat{S}(t+1) = 0$ . Ekkor (6.4–5) jobb oldalán szereplő összeadandók is nullák, pl.  $e_{jk}\hat{s}_{jk}(t) = 0$ ,  $(1 - e_{jk})\hat{s}_{jk}(t) = 0$ , azaz  $\hat{s}_{jk}(t) = 0$ . Hasonlóan  $(1 - d_j)\hat{w}_j(t) = 0$ . Vagyis  $\hat{w}(t) = 0$  és  $\hat{S}(t) = 0$ , ellentétben feltevésünkkel.

### 3. N. Megállapítás bizonyítása:

Legyen (6.4–5) lineáris rendszer alkalmasan normált pozitív domináns megoldása  $(\hat{\lambda}, \hat{w}, \hat{S})$ , ahol az együtthatómátrix nemnegatív irreducibilis, vagyis Frobenius tétele értelmében van pozitív domináns megoldás és az egyértelmű.

A pozitív domináns megoldás segítségével egyszerű *konstruktív* feltételt adhatunk a rendszer relatív stabilitására és működőképességére.

A stabilitást bizonyítandó, be kell látnunk, hogy  $\hat{\lambda} < 1$ . Mivel (6.4–5) domináns megoldása,  $(\hat{\lambda}, \hat{w}, \hat{S})$ , az egyetlen pozitív megoldás, elegendő pozitív megoldás létezését bizonyítani,  $\hat{\lambda} < 1$  mellett.

Helyettesítsük  $(\hat{\lambda}, \hat{w}, \hat{S})$ -t (6.4–5)-be. Némi számolás után a következő  $n$ -dimenziós, nem-lineáris fixpont-feladathoz jutunk:

$$\hat{w}_j = \frac{d_j}{\hat{\lambda} - 1 + d_j} \sum_{k=1}^n \frac{e_{jk}}{\hat{\lambda} - 1 + e_{jk}} (a_{jk} + \hat{\lambda}b_{jk} - c_{jk}) \hat{w}_k$$

$$\hat{w}_j > 0, \quad j = 1, \dots, n \quad \text{és} \quad \hat{\lambda} > 0.$$

Segédfeladatként vezessük be a következő sajátérték-sajátvektor feladatot:

$$\sigma_\lambda w_j = \frac{d_j}{\lambda - 1 + d_j} \sum_{k=1}^n \frac{e_{jk}}{\lambda - 1 + e_{jk}} (a_{jk} + \lambda b_{jk} - c_{jk}) w_k$$

$$w_j > 0 \quad j = 1, \dots, n \quad \text{és} \quad \lambda > 0 \quad \text{paraméter.}$$

Megemlítjük, hogy  $\lambda = \hat{\lambda}$ -nál a második feladat az elsőre egyszerűsödik.

Legyen  $\mu = \max_{j,k} \{(1 - d_j, 1 - e_{jk}), b_{jk} > 0\}$ ;  $d_j < \min_k \frac{a_{jk} + b_{jk} - c_{jk}}{b_{jk}}$ ;  $b_{jk} > 0$

miatt  $a_{jk} + \mu b_{jk} - c_{jk} > 0$ . Ezért ha  $\lambda > \mu$ , akkor a segédfeladat minden együtthatója nem-negatív és mátrixuk irreducibilis,  $\sigma_\lambda$  spektrálsugárral.

Mivel  $\lambda = \mu + 0$ -nál legalább egy együttható  $+\infty$ ,  $\sigma_{\mu+0} = +\infty$ , Továbbá  $\lambda = 1$ -nél  $\sigma_1 = \sigma(A + B - C) < 1$ . Mivel  $\sigma_\lambda$  folytonos, Bolzano-tétel értelmében van olyan  $(\hat{\lambda}, \hat{w}, \hat{S})$ , amelyre  $\sigma_\lambda = 1$  és az első feladat jellege miatt a megoldás pozitív. Természetesen  $\hat{\lambda} < 1$ .

Mivel az eltérések  $\hat{\lambda}$  sebességgel tartanak zérushoz, a relatív eltérések; konvergencia sebessége  $\hat{\lambda}/\lambda_0 < \hat{\lambda}$ . Ezért az abszolút stabilitásból következik a relatív stabilitás, de fordítva nem.



### 3. A. Megállapítás bizonyítása:

Jól ismert, hogy lineáris differencia-, illetve differenciál-egyenletrendszerre vonatkozó stabilitási tételek állandó mátrixról könnyen kiterjeszthetők aszimptotikus mátrixokra, mint azt Poincare (vö. *Gelfond* [12]) ill. Perron (vö. *Bellman* [3] II. fejezet, 2. Tétel) igazolta. A két tétel alapján bizonyítás nélkül kimondjuk a következő

*III. Lemmát:* Legyen  $z(t+1) = Uz(t)$  állandó együtthatás elsőrendű lineáris differencia-egyenletrendszer stabil, azaz  $\sigma(U) < 1$ . Ekkor van olyan megfelelően kicsiny  $\varepsilon > 0$  és megfelelően nagy természetes szám,  $T$ , amelyre. vonatkozóan tetszőleges  $\{U(t)\}^\infty$  mátrixsorozatnál a  $\tilde{z}(t) = U(t)\tilde{z}(t)$  egyenletrendszer ugyancsak stabil, feltéve, hogy  $\|U(t) - U\| < \varepsilon$  minden  $t > T$ -re.

Osszuk el az így kapott együttható mátrixot  $\lambda_0$ -al, a  $t$  időszak vektorát  $\lambda_0^t$ -vel, a  $t+1$ -ét pedig  $\lambda^{t+1}$ -gyel. Azaz volumenek helyett az arányokra térünk, relatív stabilitás helyett rendes stabilitásra. Alkalmazzuk a III. Lemmát az (6.4–5) egyenletrendszer aszimptotikus általánosítására, ekkor  $\|d(t) - d\| < \varepsilon$ ,  $\|E(t) - E\| < \varepsilon$ ,  $\|A(t) - A\| < \varepsilon$ ,  $\|B(t) - B\| < \varepsilon$  és  $\|C(t) - C\| < \varepsilon$ , ha  $t > T$ .

Válasszuk  $\varepsilon$ -t olyan kicsire, hogy az aszimptotikus rendszerek arányai legalább  $1 - \varepsilon$  sebességgel konvergáljanak. Ekkor pl.  $[w_j(t) - \tilde{w}_j(t)]/\lambda_0^{t(1+\varepsilon)} \rightarrow 0$ , továbbá  $\tilde{w}_j(t)/\lambda_0^{t(1+\varepsilon)} \rightarrow 0$ . Következésképp  $[w_j(t) - \tilde{w}_j(t)]/\tilde{w}_j(t) \rightarrow 0$ , ha  $t \rightarrow \infty$ .

Bonyolultabb a helyzet, ha az aszimptotikus normatív pálya nem megengedett. A lényeg látható tetszőleges nem megengedett Neumann-pálya esetéből is. Ekkor a  $\hat{z}(t+1) = U\hat{z}(t) + \hat{v}$  iteráció határértéke  $\sigma(U) < 1$  miatt  $\hat{z} = (I - U)^{-1}\hat{v}$ .

### 4. A. Megállapítás bizonyítása:

Általánosan igaz, hogy [relatív] stabil differencia-egyenletrendszer esetén, ha az egyensúlyi pálya minden időpontban alulról korlátozott egy időben állandó pozitív vektorral, akkor van olyan indulási környezet, hogy bármelyik belőle induló pálya végig pozitív.

### 4. N. Megállapítás bizonyítása:

A Neumann-gazdaság esetén konstruktív módszert adunk egy bizonyos értelemben maximális kiindulási környezet meghatározására.

Szükségünk lesz az alábbi mennyiségekre:

$$\alpha = \min_{1 \leq j \leq n} \frac{w_j^0}{\hat{w}_j}, \quad \beta = \min_{1 \leq j \leq n} \frac{r_j^0}{d_j \hat{w}_j},$$

$$\gamma = \min_{1 \leq i, j \leq n} \frac{s_{ij}^0}{\hat{s}_{ij}}, \quad \zeta = \min_{1 \leq i, j \leq n} \frac{y_{ij}^0}{e_{ij} \hat{s}_{ij}},$$

$$w^{(m)} = w_0 - \alpha \hat{w}, \quad w^{(M)} = w_0 + \beta \hat{w},$$

$$S^{(m)} = S_0 - \gamma \hat{S} \quad \text{és} \quad S^{(M)} = S_0 + \zeta \hat{S}.$$

IV. Lemma: A  $w^{(m)} \leq w(0) \leq w^{(M)}$  és  $S^{(m)} \leq S(0) \leq S^{(M)}$  egyenlőtlenségekkel definiált indulási környezet nem üres és működőképes. A definíciókban szereplő  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  és  $\zeta$  bármelyikének növelése  $w^{(m)}$ ,  $w^{(M)}$ ,  $S^{(m)}$  és  $S^{(M)}$ -ben a működőképeség megszűnését okozza már a kiindulásnál.

Bizonyítás:

Térjünk át az „eltérés-rendszer”-re. Ekkor kiindulási környezetünk  $-\alpha\hat{w} \leq \hat{w}(0) \leq \beta\hat{w}$  és  $-\gamma\hat{S} \leq \hat{S}(0) \leq \zeta\hat{S}$ . A monotonitás miatt  $-\alpha\hat{w}\hat{\lambda}^t \leq \hat{w}(t) \leq \beta\hat{w}\hat{\lambda}^t$  és  $-\gamma\hat{S}\hat{\lambda}^t \leq \hat{S}(t) \leq \zeta\hat{S}\hat{\lambda}^t$  minden  $t$ -re. A rendszer relatív stabilitása miatt  $\hat{\lambda} < \lambda_0$ , továbbá definíció miatt:

$$-w_0 \leq -\alpha\hat{w}, \quad \beta\hat{w} \leq \langle d_j^{-1} \rangle r_0, \quad -S_0 \leq -\gamma S, \quad \zeta\hat{S} \leq [n_{ij}^{-1}] \otimes Y_0.$$

Következésképpen

$$-w_0\lambda_0^t < \hat{w}(t) < \langle d_j^{-1} \rangle r_0\lambda_0^t, \quad -S_0\lambda_0^t < \hat{S}(t) < [e_{ij}^{-1}] \otimes \gamma_0\lambda_0^t \quad (t > 0)$$

ami (2.3) és (2.4) szerint  $-w(t)$  és  $S(t)$  pozitivitásán kívül  $-r(t)$  és  $Y(t)$  pozitivitását is biztosítja  $t > 0$ -ra.

(Beérkezett: 1974. december 18.)

## IRODALOM

1. AOKI, M.: „On Feedback Stabilizability of Decentralized Dynamic Systems.” *Automatica*, 8. (1972). pp. 163—173.
2. ARROW, K. J.—KURZ, M.: *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*. Stanford University, Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences, 1968.
3. BELLMAN, R.: *Stability Theory of Differential Equations*. New York—Toronto—London, 1953. McGraw-Hill
4. BRÓDY A.: *Érték és újratermelés*. Budapest, 1969. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
5. BRÓDY A.: „Szabályozási modellekről”. *Sigma*, 6. (1973). pp. 93—103.
6. CHOW, G. C.: „Optimal Control of Linear Econometric Systems with Finite Time Horizon.” *International Economic Review*, 13. (1972). pp. 16—25.
7. COURNOT, A.: *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Paris, 1838.
8. DANCs, I.—HUNYADI, L.—SIVÁK, J.: „Készletjelzésen alapuló szabályozás Leontief-típusú gazdaságban”, *Sigma*, 6. (1973). pp. 185—208.
9. DEBREU, G.: *Theory of Value*, New York, 1959. Wiley.
10. DORFMANN, R.: „An Economic Interpretation of Optimal Control Theory”, *American Economic Review*, 59, (1969). pp. 817—831.
11. DORFMANN, R.—SAMUELSON, P. A.—SOLOW, R. M.: *Linear Programming and Economic Analysis*, New York, 1958. McGraw-Hill.
12. GELFOND, A. O.: *Differencia-számítás*. Budapest, 1953.
13. HURWICZ, L.: „Optimality and Information Efficiency in Resource Allocation”, megjelent: Arrow, K. J.—Karlin, S.—Suppes, P. *Mathematical Methods in the Social Sciences*. Stanford, Stanford University Press, 1960. pp. 27—46.
14. KENDRICK, D.: *Numerical Methods for Planning under Uncertainty*, sokszorosított, Stanford: Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences, 1970.

15. KORNAI J.—MARTOS B.: „Gazdasági rendszerek vegetatív működése” *Sigma*, 4. (1971). pp. 34—50.
16. KORNAI J.—MARTOS B.: „Autonomous Functioning of the Economic System.” *Econometrica*, 41. (1973). pp. 509—528.
17. KORNAI J.: *Kétfokozatú szabályozási sémák*, kézirat, Rheda, 1973.
18. LANGE, O.: *Bevezetés a közgazdasági kibernetikába*. Budapest, 1967. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
19. LEONTIEF, W. W. és mások: *Studies in the Structure of the American Economy*, New York, 1953. University Press Oxford.
20. LEONTIEF, W. W.: „Lags and Stability of Dynamical Systems: A Rejoinder.” *Econometrica*, 29. (1961). pp. 659—669.
21. LOVELL, M. C.: „Buffer-Stock, Sales-Expectations and Stability: A Multi-Sector Analysis of the Inventory Cycle.” *Econometrica*, 30. (1962). pp. 267—296.
22. MCFADDEN, D.: „On the Controllability of Decentralized Macroeconomic Systems: The Assignment Problem.” megjelent: Kuhn, H. W.—Szegő, G. *Mathematical System Theory and Economics I.*, Berlin, 1969 Springer Verlag, pp. 221—239.
23. MARSCHAK, J.—RADNER, R.: *Economic Theory of Teams*, New Haven, 1972. Yale University Press.
24. MARTOS B.: „Megjegyzések Dancs—Hunyadi—Sivák cikkéhez”, *Sigma*, 6. (1973). pp. 209—210.
25. MORISHIMA, M.: *Equilibrium, Stability, and Growth*, Oxford, 1964. Oxford University Press
26. NEUMANN, J.: „Az általános gazdasági egyensúly egy modellje” *Válogatott előadások és tanulmányok*, Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1965, pp. 160—176. (első német publikáció, 1938).
27. RADNER, R.: „Dynamic Programming of Economic Growth”, megjelent: Malinvaud, E.—BACHARACH, M. O. L.: *Activity Analysis in the Theory of Growth and Planning*. London—Melbourne—Toronto—New York, 1967. Macmillan — St Martins Press.
28. SAMUELSON, P. A.: *Foundation of Economic Analysis*, Cambridge, 1947. Harvard University Press.
29. SARGAN, J. D.: „The Instability of the Leontief Dynamic Model”, *Econometrica*, 26. (1958). pp. 381—392.
30. SARGAN, J. D.: „Lags and Stability of Dynamic Systems: A Reply”, *Econometrica*, 29. (1961). pp. 671—674.
31. TUSTIN, A. *The Mechanism of Economic Systems*, London, 1953. W. Heinemann Ltd.
32. VIRÁG I.: „Gazdasági rendszerek vegetatív működése sztochasztikus külső fogyasztással”, *Sigma*, 6. (1973). pp. 261—268.
33. WALRAS, L.: *Elements of Pure Economics, or the Theory of Social Value*, Homewood, 1954. Irvin. (francia eredeti első kiadás 1874).

## CONTROL PROBLEMS IN NEUMANN ECONOMIES

The present paper continues the line of thoughts of papers [15], [8], [32], [5] published also in this periodical. The real sphere of our model is described by a dynamic, closed Neumann—Leontief model, the structural matrices of which are (almost) constant in time. A normative control is assumed, in which the deviation of the state variable from the norm brings about a proportional deviation of the corresponding control variable from the norm in the opposite direction. In this paper the normative path is a Neumann-path, the control and the information system is decentralized, has no memory and it is based exclusively on stock signals. The operation of the system is described by equations (2.1)—(2.4).

The main findings are as follows:

1. There exists a normative path and it is uniquely determined.
2. The increase of the buffer-stock/production norms depresses the growth rate (but may increase the adaptivity of the system).
3. If the feedback coefficients are appropriately small then the system is [relatively] stable.
4. In every [relatively] stable economy there exists a viable neighbourhood of initial states.

## ПРОБЛЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ В ХОЗЯЙСТВАХ-НЕЙМАН

Данная статья является продолжением статей [15], [8], [32] и [5], которые вышли в этом же журнале. Реальную сферу нашей модели описывает динамическая закрытая модель Леонтьева—Неймана, структурные матрицы которой (почти) постоянны во времени. Мы предполагаем регулирование, нормами где отклонение от нормы соответствующих переменных регулирования изменяется пропорционально отклонению от нормы переменной положения, но с противоположным знаком. В данной работе нормативной траектории является траектория Неймана, система регулирования и информации является децентрализованной, без памяти, основана исключительно только на регистрации запасов. Функционирование системы описывается при помощи уравнений (2.1)—(2.4).

Основные выводы являются следующими:

1. Нормативная траектория существует и однозначно определена.
2. Повышение норм сталкивающихся запасов/производства понижает темпы роста (но, может повысить способность системы к адаптации).
3. Если коэффициенты обратной связи достаточно малы, то система относительно стабильна.
4. В каждом относительно стабильном хозяйстве есть окрестность нагальных переменных положения, способная к функциони-рованию.

## Egyensúlyi rendszerek III.

A korábbi I. és II. közleményben\* bevezettük azokat a legfontosabb alapfogalmakat, amelyek egy dinamikus, azaz időben változó rendszer matematikai vizsgálatához elengedhetetlenül szükségesnek látszanak. Bevezettük a stabilitási halmaz és egyensúlyhalmaz fogalmát, majd egzisztenciátételeket igazoltunk velük kapcsolatban.

Az ezt közvetlenül követő vizsgálatainkban egy új és a közgazdaságtudományban, vagy az operációkutatásban kevésbé használt fogalom fog központi szerepet játszani: a vonzási tartomány fogalma. Itt, kvalitatív megfogalmazásban, arról van szó, hogy létezik-e és milyen feltételek mellett létezik egy egyensúlyhalmaznak olyan környezete, melyből kiinduló monoton láncok szükségképpen a tekintett egyensúlyhalmazba vezetnek. (E fogalom mindenestre mutat némi hasonlóságot a differenciálegyenletek vizsgálatainál vagy más speciális matematikai területen fellépő stabilitási problémakörrel.)

A vonzási tartomány kérdéskörének vizsgálata folyamán azonban számos olyan probléma merül fel, amelynek analízise szükségessé teszi a szóbajövő esetek alapos és finom szétválasztását. Az alább felsorolt esetek mindegyike önálló vizsgálatot igényel, amelyekből azután a közöttük fennálló kapcsolatok is napfényre kerülnek.

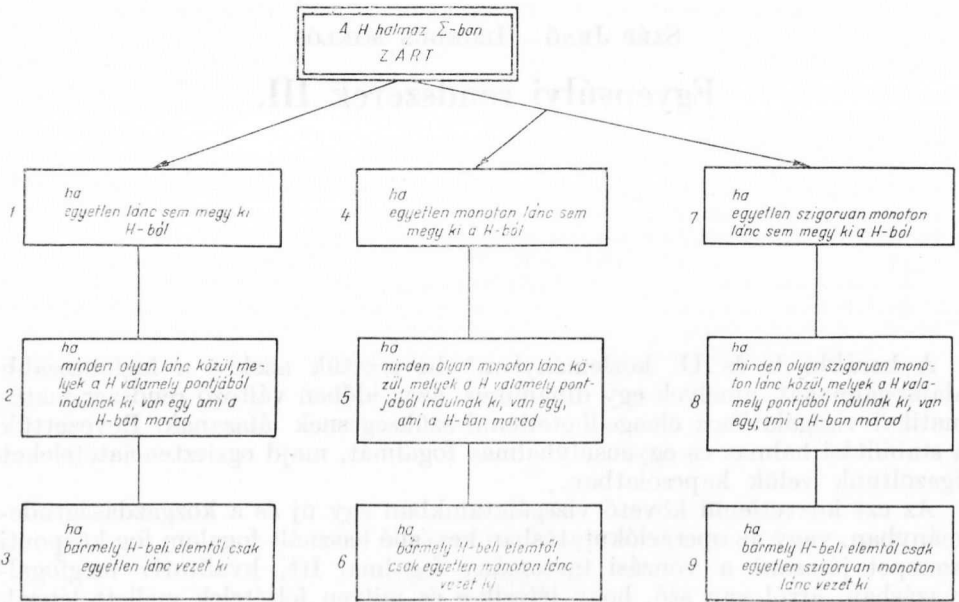
Bár a továbbiakban a jelölésekben és a megfogalmazásokban azt az esetet tekintjük, amikor egyszerre csak egy szerv végez állapotváltoztatást, a tárgyalás hasonló a több szerv egyidejű állapotváltoztatása esetén is. Láttuk ugyanis (II. közlemény), hogy az egyensúlyhalmazok (stabilitási halmazok) létezése általános feltételek mellett ekkor is biztosított.

## 3.1. Az esetek szétválasztása

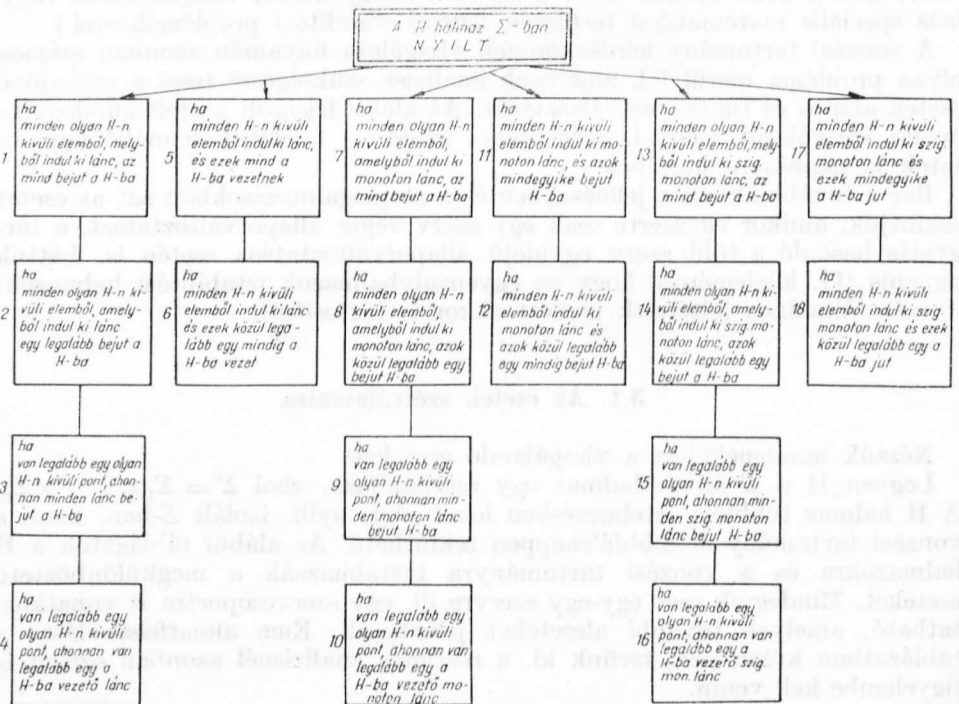
Nézzük mindenekelőtt a vizsgálandó eseteket!

Legyen  $H$  a  $\Sigma$  állapothalmaz egy részhalmaza, ahol  $\Sigma = \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_n$ . A  $H$  halmaz többféle értelmezésben lehet zárt, nyílt, izolált  $\Sigma$ -ban, majd a vonzási tartomány is többféleképpen tekinthető. Az alábbi táblázatok a  $H$  halmazokra és a vonzási tartományra tartalmazzák a megkülönböztető eseteket. Mindegyik eset egy-egy szerve ill. egy szervcsoportra is vonatkozatható, amelyek további aleseteket jelentenek. Eme alesefelsorolásra a táblázatban külön nem térünk ki, a részletes analízisnél azonban ezeket is figyelembe kell venni.

\* Lásd *Sigma* 6 (1973) 255—272 és 7 (1974) 177—190.

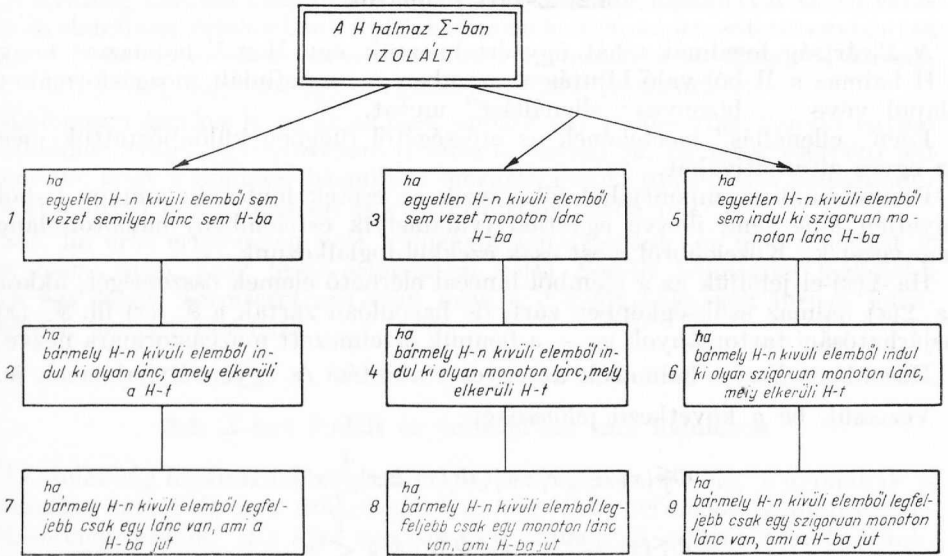


1. ábra



2. ábra

III



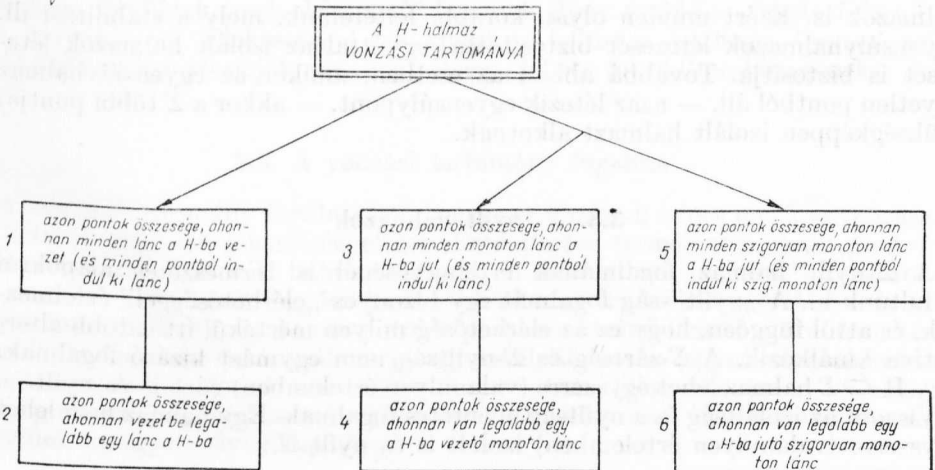
3. ábra

IV



4. ábra

V



5. ábra

### 3.2. $\Sigma$ -zárt halmazok

A  $\Sigma$ -zárttság fogalmát tehát úgy értelmeztük egy  $H \subset \Sigma$  halmazra, hogy a  $H$  halmaz a  $H$ -ból való kijutással szemben —, a definiált mozgásformákat alapul véve —, bizonyos „ellenállást” mutat.

Ezen „ellenállás” mértékének az erősségétől függően különböztettük meg az egyes alternatívákat.

Rendszerünk szempontjából főleg azok az esetek fontosak, amikor  $H$ -ból egyetlen lánc sem, illetve egyetlen (valamelyik értelemben) monoton lánc sem vezet ki. Közelebről most csak ezekkel foglalkozunk.

Ha  $\mathcal{L}(x)$ -el jelöljük az  $x$  elemből láncsal elérhető elemek összességét, akkor az  $\mathcal{L}(x)$  halmaz szükségképpen zárt, de hasonlóan zártak a  $\mathcal{F}_{\leq}(x)$  ill.  $\mathcal{F}_{<}(x)$  bejárhatósági tartományok is, — a bennük értelmezett mozgásformára nézve.

Hasonlóan  $\Sigma$ -zárt halmazok az egyes stabilitási és egyensúlyhalmazok is.

Vezessük be a következő jelöléseket:

$$\Phi_i^{\leq}(x) = \langle x'_i : x'_i \in \Phi_i(x) \ \& \ x \leq^i x' \rangle$$

$$\Phi_i^{<}(x) = \langle x'_i : x'_i \in \Phi_i(x) \ \& \ x <^i x' \rangle.$$

Ha  $H = H_1 \times \dots \times H_n \subset \Sigma$ , úgy  $H$  akkor és csak akkor  $\Sigma$ -zárt (a megfelelő mozgásformára nézve), ha

$$H_i \supset \bigcup_{x \in H} \Phi_i^{\leq}(x) \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

illetve

$$H_i \supset \bigcup_{x \in H} \Phi_i^{<}(x) \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Továbbá, ha  $H$  (valamelyik értelemben)  $\Sigma$ -zárt, úgy a  $\Sigma$ - $H$  (ugyanabban az értelemben)  $\Sigma$ -ban izolált. Ebből következik, hogy ha  $\Sigma$ -ban van valódi  $\Sigma$ -zárt halmaz, úgy egyúttal van valódi izolált halmaz is.

A korábbiak szerint a stabilitási ill. egyensúlyhalmazok egyben  $\Sigma$ -zárt halmazok is. Ezért minden olyan korábbi feltételünk, mely a stabilitási ill. egyensúlyhalmazok létezését biztosította, egyúttal az izolált halmazok létezését is biztosítja. Továbbá abban az esetben, amikor az egyensúlyhalmaz egyetlen pontból áll, — azaz létezik egyensúlypont, — akkor a  $\Sigma$  többi pontjai szükségképpen izolált halmazt alkotnak.

### 3.3. $\Sigma$ -nyílt halmazok

A  $\Sigma$ -nyílt halmaz fogalmának értelmezésénél is természetes alapokról indultunk ki. A „nyílt”-ság fogalmát egy bizonyos „elérhetőséggel” értelmeztük, és attól függően, hogy ez az elérhetőség milyen mértékű, itt is több alternatíva kínálkozik. A  $\Sigma$ -zárttság és  $\Sigma$ -nyíltság nem egymást kizáró fogalmak. Egy  $H \subset \Sigma$  halmaz lehet egyszerre (valamilyen értelemben) zárt is és nyílt is.

Viszont az izoláltság és a nyíltság ellentétes fogalmak. Egy halmaz nem lehet egyszerre (valamilyen értelemben) izolált is és nyílt is.



A nyíltság kérdése összefügg a vonzási tartomány fogalmával is. Ugyanis egy (valamilyen értelemben) nyílt halmaznak a komplementere egyben az (ugyanabban az értelemben vett) vonzási tartománya is. Ebből is látszik, hogy a nyíltság fogalma egy meglehetősen erős megszorítás.

Különösen érdekes lehet az az eset, amikor egy rendszerben  $\Sigma$ -nyílt egyensúlyhalmaz (vagy egyensúlypont!) létezik, hiszen pl. ez (erős esetben) azt jelentené, hogy a rendszer bármilyen mozgása esetén (tetszőleges alapállapotból kiindulva) mindenképpen egy egyensúlyállapotba jut.

Sőt, ha erős értelemben vett nyíltságot feltételezünk, ez már unicitást is von maga után, azaz (erős értelemben vett)  $\Sigma$ -nyílt halmazból legfeljebb csak egy lehet. Természetesen csak azok a  $\Sigma$ -nyílt halmazok bírnak jelentőséggel, melyek valódiak.

### 3.4. $\Sigma$ -ban izolált és önmagában zárt halmazok

Az izoláltság fogalmának, valamint az önmagában zárttság fogalmának a bevezetése ezek után már szükségszerű és a korábbi definíciók alapján természetesen adódik. Míg zárt esetben egy halmazból kijutni nem tudunk, addig izolált halmaz esetén, — ha egy kinti állapotban vagyunk, — bejutni nem tudunk, ill. az izolált halmaz a „természetes bejutással” szemben mutat „ellenállást”.

Ezen „ellenállás” mértékétől függően itt is több alternatíva létezik. A zártság és izoláltság egymást nem kizáró fogalmak. Egy halmaz egyszerre lehet zárt is és izolált is. Ezt az önmagában véve is érdekes esetet külön elneveztük: ezek voltak az önmagukban zárt halmazok. Ezekbe, mivel izoláltak, nem lehet „természetes úton” — valamelyik preferenciafüggvény értékét mindig növelve — eljutni, de ha már „bizonyos áldozatok árán” — tehát valamelyk szerv preferenciafüggvény értékének csökkentésével — sikerült eljutnunk, akkor „természetes módon” innen már kijönni nem tudunk, hanem már csak újabb esetleges „áldozatok” árán.

Ezek a halmazok a természetes állapotváltozásokra, mint „pályák”-ra nézve, amolyan „fekete foltok”-nak tekinthetők, és külön érdekességgel bírnak azon feltételek, melyek mellett léteznek ilyen (valódi) „fekete foltok”. Sőt, ugyanolyan érdekességgel bír annak a feltárása is, hogy éppenséggel mely feltételek biztosítják azt, hogy ilyen „fekete foltok” ne létezzenek.

### 3.5. A vonzási tartomány fogalma

A vonzási tartomány fogalma — a rendszer általunk adott megfogalmazása mellett — alapvető jelentőséggel bír. Értelmezése természetes; azon pontok összessége, melyekre a  $H$  halmaz valamilyen értelemben „vonzást” gyakorol. A „vonzás” mértékétől függően itt is több alternatíva lehetséges. Mint már az elején arra utaltunk, ez rokon a több problémakörből ismert stabilitási kérdéssel. Nevezetesen, ha a rendszer pl. egyensúlyállapotba (egyensúlyhalmazba) jutott, onnan egy kicsit kimozdítva vajon olyan állapotba jut-e, ahonnan mindig szükségképpen visszakérül az egyensúlyállapotba, ill. ahonnan visszakérülhet az egyensúlyi állapotba.

De itt többről is szó van. Mivel korábbi vizsgálataink azt mutatták, hogy ha nem is egyensúlypont, hanem egyensúlyhalmaz igen tág feltételek mellett létezik, mégpedig tetszőleges elemek bejárhatósági tartományában. Ez azt implicálja, hogy az egyensúlyhalmazok feltehetőleg, — ugyancsak igen tág feltételek mellett —, bizonyos vonzási tartománnyal bírnak.

Külön érdekességgel bír az egyensúlypont vonzási tartománya, amely esetben egyáltalán a létezés kérdésének a felvetése is, csak az általunk fent adott általánosítás, illetve szemlélet mellett vált lehetővé.

A fentiek mellett remény van arra, hogy a  $\Sigma$  halmazt fel tudjuk osztani egyensúlyhalmazokra és az azokat körülvevő tartományokra, melyek elhelyezkedésének szerkezete a rendszer vizsgálata szempontjából alapvető.

### 3.6. Néhány megállapítás $\Sigma$ -zárt és $\Sigma$ -nyílt halmazokra

Mielőtt kimondanánk néhány megállapítást és tételt, a bevezetett definíciókra adott több alternatíva közül most lerögzítjük azt a néhányat, amelyekkel az alábbiakban foglalkozni fogunk.

Megállapodunk a következőkben:

Egy  $H(\subset \Sigma)$  halmazt  $\Sigma$ -zártnak fogunk nevezni, ha nem megy ki  $H$ -ből egyetlen szigorúan monoton lánc sem, azaz

$$\mathfrak{F}_{<}(x) \subset H \quad (x \in H).$$

A  $H$ -halmazt  $\Sigma$ -nyíltnek nevezzük, ha bármely  $H$ -n kívüli elemből indul ki olyan szigorúan monoton lánc, amely a  $H$ -ba vezet, azaz

$$\mathfrak{F}_{<}(x) \cap H \neq \emptyset \quad (x \in \Sigma - H).$$

A  $V(H)$  halmazt a  $H$  vonzási tartományának nevezzük, ha minden  $V(H)$ -beli elemből indul ki  $H$ -ba vezető szigorúan monoton lánc, azaz

$$\mathfrak{F}_{<}(x) \cap H \neq \emptyset \quad (x \in V(H)).$$

Végül a  $V^*(H)$  halmazt a  $H$  erős vonzási tartományának nevezzük, ha minden olyan szigorúan monoton lánc, ami a  $V^*(H)$ -ből indul ki, a  $H$ -ba vezet, azaz

$$\mathfrak{L}_{<}(x) \cap H \neq \emptyset \quad [x \in V^*(H)].$$

Világos, hogy

$$H \subset V^*(H) \subset V(H),$$

továbbá egy  $H \subset \Sigma (H \neq \Sigma)$  halmaz akkor és csak akkor  $\Sigma$ -nyílt, ha

$$V(H) = \Sigma.$$

Mint már említettük, a  $\Sigma$ -zárttság és a  $\Sigma$ -nyílttság nem egymást kizáró fogalmak, egy halmaz lehet egyszerre  $\Sigma$ -zárt is és  $\Sigma$ -nyílt is, sőt ha  $H \subset \Sigma (H \neq \Sigma)$  halmaz  $\Sigma$ -zárt, akkor már nem is lehet a  $\Sigma$ -ban más  $\Sigma$ -nyílt halmaz, mint a  $H$  részhalmazai.

Ez megfordítva is igaz. Ha  $H$  a  $\Sigma$ -nak egy valódi  $\Sigma$ -nyílt halmaza, akkor  $\Sigma$ -zárt halmazok már csak a  $H$  részhalmazai lehetnek.

A fentiek alapján kiderül tehát, hogy a  $\Sigma$ -zárttság és a  $\Sigma$ -nyíltság erősen összetartozó fogalmak, és ez annak a következménye, hogy a nyíltság egy igen erős fogalom ill. megszorítás.

Tegyük fel ezek után, hogy van a  $\Sigma$ -ban egy  $H$  valódi  $\Sigma$ -zárt halmaz.

Ezek után két eset lehetséges.

Vagy nem létezik a  $\Sigma$ -ban  $\Sigma$ -nyílt halmaz, vagy ha létezik, úgy az részhalmaza  $H$ -nak. Ez utóbbi esetben viszont nem létezik további olyan  $H$   $\Sigma$ -zárt halmaz, mely diszjunkt a  $H$ -val, sőt ha  $\hat{H} \subset H$  a nevezett  $\Sigma$ -nyílt halmaz, akkor minden további  $H'$   $\Sigma$ -zárt halmazra  $\hat{H} \cap H' \neq \emptyset$ .

Mivel az egyensúly (stabilitási) halmazok szükségképpen zártak, ezért, ha van a rendszernek egyensúlyhalmaza, úgy vagy nincs a  $\Sigma$ -ban nyílt halmaz, vagy ha van, akkor az az egyensúlyhalmazon belül helyezkedik el.

Ez utóbbi esetben viszont az egyensúlyhalmaz definíciójából következik, hogy akkor több egyensúlyhalmaz nincs is.

Világos ezek után, hogy azok az egyensúlyhalmazok külön érdekességgel bírnak, melyeken belül  $\Sigma$ -nyílt halmazok találhatóak, akkor ugyanis több egyensúlyhalmaz már nem is létezik.

Megfordítva, tegyük fel ezek után, hogy van a  $\Sigma$ -ban egy (valódi)  $H$   $\Sigma$ -nyílt halmaz. A fentiekből következően ezek után a  $\Sigma$ -zárt halmazok a  $H$  részhalmazai között keresendők. Ezért a fentiekhez hasonlóan két eset lehetséges. Vagy nem létezik a rendszernek  $\Sigma$ -zárt halmaza, vagy ha van az részhalmaza  $H$ -nak.

Ez utóbbi esetben nincs a  $\Sigma$ -nak a  $H$ -val diszjunkt további  $\Sigma$ -nyílt halmaza, sőt ha  $\hat{H}$  a nevezett  $\Sigma$ -zárt halmaz ( $\hat{H} \subset H$ ), akkor minden további  $H'$   $\Sigma$ -nyílt halmazra  $H' \cap H \neq \emptyset$ , továbbá az egyensúlyhalmazok is a  $H$  részhalmazai között keresendők.

Az alábbiakban elégséges feltételt fogunk adni arra nézve, hogy egy  $\Sigma$ -zárt halmaz egyszerre  $\Sigma$ -nyílt is legyen.

Előtte néhány alapfogalom bevezetése szükséges.

Az  $n$  dimenziós euklidesi térben két halmaz „távolságán” a

$$\varrho(A, B) = \inf_{\substack{x \in A \\ y \in B}} \|x - y\|$$

mennyiséget értik. Ez a távolságfogalom azonban általában nem tesz eleget azoknak a követelményeknek, amelyeket egy „távolság-fogalom”-tól megkívánunk. Egy, a halmazok közötti metrikához jutunk azonban, ha a halmazok közötti távolságot az alábbi módon értelmezzük, (l. [1]).

Legyen

$$\mu(A, B) = \sup_{x \in A} \inf_{y \in B} (\|x - y\|).$$

és legyen

$$d(A, B) = \max \{ \mu(A, B), \mu(B, A) \}.$$

Könnyű megmutatni, hogy az  $n$  dimenziós euklidesi tér nem üres, korlátos zárt halmazai a  $d(A, B)$  távolsággal metrikus teret alkotnak.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> A  $d(A, B)$  távolságot szokás az  $A$  és  $B$  halmazok *Hausdorff-jéle távolságának* nevezni.

A matematikai közgazdaságtanban (különösen az egyensúlyi problémák tárgyalásánál) sűrűn találkozhatunk ún. „pont-halmaz” leképezésekkel, vagy többértékű függvényekkel. Az ilyen leképezéseknél az  $x$  képeként szereplő  $J(x)$  nem egy pont, hanem egy halmaz. A szokásos jelölésekkel:

$$x \rightarrow J(x) \quad (x \in E_n; J(x) \subset E_n).$$

A fenti távolságfogalomra építve értelmezni fogjuk a pont-halmaz leképezések folytonosságát.

Egy  $x \rightarrow J(x)$  pont-halmaz leképezést az értelmezési tartományának egy  $x_0$  pontjában folytonosnak nevezünk, ha minden  $x_n \rightarrow x_0$  sorozat esetén

$$d(J(x_n), J(x_0)) \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty),$$

felülről félig folytonosnak nevezzük, ha

$$\mu(J(x_n), J(x_0)) \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty),$$

és alulról félig folytonosnak nevezzük, ha

$$\mu(J(x_0), J(x_n)) \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty).$$

Világos, hogy a  $J(x)$  akkor és csak akkor folytonos az  $x_0$ -ban, ha ott egyszerre alulról is és felülről is félig folytonos. Ezek után megfogalmazzuk a  $\Sigma$ -nyíltság egy elégséges feltételét.

#### 14. TÉTEL

Legyen  $\Sigma$  korlátos halmaz és legyen  $H$  a  $\Sigma$  egy valódi részhalmaza. Ha az  $x \rightarrow \mathfrak{F}_<(x)$  leképezés folytonos a  $\Sigma$ -n és a  $H$ -nak pozitív sugarú vonzási tartománya van, akkor  $H$   $\Sigma$ -nyílt.

Mielőtt a tételt bizonyítanánk, előrebocsátjuk annak néhány következményét.

A fenti feltételek mellett, ha  $H$  egyben  $\Sigma$ -zárt is, akkor

1. a korábbiak alapján — mivel  $H$   $\Sigma$ -nyílt és egyben  $\Sigma$ -zárt is, — nem létezik sem olyan  $\Sigma$ -zárt, vagy  $\Sigma$ -nyílt halmaz, ami a  $H$ -val diszjunkt lenne,
2. ha egy egyensúlyhalmaz pozitív sugarú vonzási tartománnyal bír, akkor nincs több egyensúlyhalmaz  $\Sigma$ -ban,
3. ha egy egyensúlypont pozitív sugarú vonzási tartománnyal bír, akkor rajta kívül sem egyensúlypont, sem egyensúlyhalmaz nem létezik a  $\Sigma$ -ban.

Ezek után rátérünk a 14. TÉTEL bizonyítására.

#### BIZONYÍTÁS

Első lépésben azt mutatjuk meg, hogy a  $H$  halmaz  $V(H)$  vonzási tartománya községes értelemben vett zárt halmaz, azaz minden torlódási pontját tartalmazza.

Legyen  $x_0$  a  $V(H)$  egy torlódási pontja. Ha  $\varrho(x_0, H) \leq \eta$ , ahol  $\eta$  a feltételekben kimondott pozitív sugarú környezet sugara, akkor definíció szerint  $x_0 \in V(H)$ . Feltehető tehát, hogy  $\varrho(x_0, H) > \eta$ .

\* A  $\varrho(J(x_n), J(x_0)) \rightarrow 0$  ( $n \rightarrow \infty$ ) esetén *gyengén* folytonosnak nevezzük.

A feltételünk szerint a  $\mathfrak{F}_{<}(x)$  leképezés folytonos az  $x_0$ -ban, ezért ott egyben felülről is félig folytonos. Ezért van olyan  $\delta$  ( $\delta > 0$ ,  $\delta = \delta(x_0, \eta)$ ), hogy valahányszor  $\|x - x_0\| < \delta$ , mindannyiszor

$$\mu(\mathfrak{F}_{<}(x), \mathfrak{F}_{<}(x_0)) < \eta$$

Ezek után tegyük fel, hogy  $x_0 \notin V(H)$ . Mivel  $x_0$  torlódási pont, ezért a  $\delta = \delta(x_0, \eta)$  sugarú környezetében is van legalább egy  $x \in V(H)$ -pont. Ekkor viszont

$$\mu(\mathfrak{F}_{<}(x), \mathfrak{F}_{<}(x_0)) < \eta.$$

Másrészt mivel  $x_0 \notin V(H)$ , ezért

$$\mathfrak{F}_{<}(x_0) \subset \Sigma - V(H),$$

azaz minden pontja legalább  $\eta$  távolságra van  $H$ -től.

Viszont mivel  $x \in V(H)$ , ezért

$$\mathfrak{F}_{<}(x) \cap H \neq \Phi,$$

ahonnan szükségképpen a

$$\mu(\mathfrak{F}_{<}(x), \mathfrak{F}_{<}(x_0)) \geq \eta$$

ellentmondásra jutunk.

Ezek után megmutatjuk, hogy

$$V(H) = \Sigma.$$

Ismét indirekt úton bizonyítunk.

Tegyük fel, hogy

$$V(H) \neq \Sigma.$$

Ekkor a  $V(H)$  zártsága miatt van olyan  $x^* \in V(H)$  pont, melynek tetszőleges sugarú környezetében van legalább egy pont a  $\Sigma - V(H)$ -ből.

Mivel a  $\mathfrak{F}_{<}(x)$  folytonos az  $x^*$ -ban, így ott egyben alulról is félig folytonos. Ezért van olyan  $\delta' \pm \delta'(x^*, \eta)$ , hogy valahányszor  $\|x - x^*\| < \delta'$ , mindannyiszor

$$\mu(\mathfrak{F}_{<}(x^*), \mathfrak{F}_{<}(x)) < \eta.$$

Legyen

$$\|x - x^*\| < \delta' \quad (x \in \Sigma - V(H)).$$

Ekkor, mivel  $x \notin V(H)$ , így

$$\mathfrak{F}_{<}(x) \subset \Sigma - V(H),$$

azaz  $\mathfrak{F}_{<}(x)$ -nek minden pontja legalább  $\eta$  távolságra van  $H$ -től. Másrészt  $x^* \in V(H)$ , ezért

$$\mathfrak{F}_{<}(x^*) \cap H \neq \Phi,$$

ahonnan a

$$\mu(\mathfrak{F}_{<}(x^*), \mathfrak{F}_{<}(x)) \geq \eta$$

ellentmondásra jutunk.

Ellentmondásra jutva a tételt bizonyítottuk.

Eddigi közleményeinkből, de különösen a harmadik közleményből világosan kiderül, hogy az elmélet szempontjából igen sok és alapvető szerepet játszó vizsgálat van hátra. Jelen cikksorozatunkat közvetlenül nem kívánjuk folytatni, hanem egy későbbi időpontban összefoglaló cikkben fogunk beszámolni további eredményeinkről, mind elméleti, mind számítástechnikai vonatkozásban.

(Beérkezett: 1975. március 11.)

#### IRODALOM

1. CSÁSZÁR Á.: Bevezetés az általános topológiába. Budapest, 1970. Akadémiai Kiadó.
2. ALLINGHAM, M. G.: Equilibrium and stability. *Econometrica*, Vol. 42. (1974. (705—716 p.)

#### EQUILIBRIUM SYSTEMS III.

In previous papers we were concerned with the existence problem of equilibrium sets and stability sets respectively. In the present paper it comes to the introduction of attraction domains of equilibrium sets. First of all the concepts of  $\Sigma$ -closed,  $\Sigma$ -open and  $\Sigma$ -isolated sets should be introduced that are related to conditions of getting into the equilibrium set or getting out of it. We list all those cases that are later investigated. We prove a sufficient condition for the openness of the equilibrium set. A consequence of this is e.g. that under given conditions there is no more equilibrium set in  $\Sigma$  if the equilibrium set has an attraction domain with a positive radius. We shall return to further results of the research and numerical experiences on an other occasion.

#### СИСТЕМЫ РАВНОВЕСИЯ III

В появившихся раньше сообщениях мы занимались вопросом существования множества равновесия, или же стабильности. В данной работе мы займемся введением области притяжения множеств равновесия. Прежде всего следует ввести понятие закрытого —  $\Sigma$  —, открытого —  $\Sigma$  —, изолированного —  $\Sigma$  — множеств, которые связаны с условиями проникновения или выхода из множества равновесия. Мы перечисляем все те случаи, которые позднее являются предметом исследования. Доказываем удовлетворительное условие в отношении открытости множества равновесия. В результате этого, например, если при данных условиях множество равновесия имеет область притяжения с положительным радиусом, то в —  $\Sigma$  — нет больше множеств равновесия.

Дальнейшими результатами исследования и опытом, приобретенным в области числового программирования, мы займемся в следующий раз.

# Az M-4. ökonometriai modell felépítése és eredményei

## I. Bevezetés és előzmények

A Központi Statisztikai Hivatal Ökonometriai Laboratóriumában évek óta folyó ökonometriai modellezési munka eredményeként születtek meg az „M-modelleknek” nevezett ökonometriai modellek; amelyek különböző célkitűzések és szempontok alapján egyaránt a magyar népgazdaság makroökonómiai vizsgálatára irányultak. E modellsorozat negyedik tagját, az M-4. modellt és a modellel végzett számítások összevont eredményeit mutatja be a jelen tanulmány.

A hazai ökonometriai modellekészítés oldaláról az M-4. modell egyenesági leszámazottja az M-1., M-2. és M-3. modelleknek, magán viseli e modellek lényegi vonásait, s így természetesen az azokban tükröződő közgazdasági elgondolásokat, koncepciókat.

Az M-modellek vonalának továbbvitele mellett az M-4. modell előzményei közé tartozik az az általános törekvés, hogy az ökonometriai modellszerkesztést egyre jobban megfeleltessék a népgazdasági elszámolások teljes rendszerének. Ezt a törekvést tükrözi például L. R. Klein professzornak az 1970-ben Novoszibirszkben a „Népgazdasági modellezés” témakörében rendezett konferencián tartott előadása [7]. L. R. Klein, az ökonometriai modellezés egyik legnevesebb művelője, aki az elmúlt húsz év során az USA-ban készített ökonometriai modellek kidolgozásában aktívan is nagymértékben résztvett, az ökonometriai modellek legfontosabb továbbfejlesztési irányának a „teljes népgazdaság modellrendszerének” a kidolgozását tartja. Ennek a teljes rendszernek a népgazdasági elszámolások teljes rendszerével egyeztetve kell betöltenie feladatát.

Ha az ökonometriai modellek történelmi fejlődését végigkísérjük, megállapíthatjuk, hogy azok elsősorban a végső felhasználás magyarázatára orientálódtak. Ez azt jelenti, hogy egyrészt termelési oldalról a végső felhasználás forrásául szolgáló nettó termelési értékek létrejöttét, másrészt (főleg a nyugati országok gazdaságára kidolgozott modellek) a végső fogyasztás forrásául szolgáló nettó jövedelmek alakulását vizsgálták. A modellek legtipikusabb ún. viselkedési egyenletei a végső felhasználás fő tételeinek (a lakosság fogyasztásának, a beruházásoknak, a készletváltozásoknak és a külföldi felhasználásnak) magyarázatára vonatkoztak. Ezek a végső felhasználás típusú modellek is valamely népgazdasági elszámolási rendszerből — a konkrét modelltől függően a hozzáadott érték, a nettó nemzeti érték, vagy a nemzeti jövedelem mérlegéből — indultak ki. A vizsgált rendszer, amely a modell specifikációjakor előtérbe került, egyúttal vázát is alkotta az ökonometriai modellnek. (Pl. a modell identitásait, a modell dezaggregáltsági fokát és szektorbontását eleve megszabja a kiindulásként felhasznált rendszer.) Az ökon-

metriai modell az elszámolási rendszerben előforduló változókon kívül, természetesen egyéb kívülálló változókat (pl. árváltozókat, bérváltozókat, demográfiai változókat stb.) is tartalmaz. A modell alapvető célja a vizsgált nettó nemzeti termelési érték, nemzeti jövedelem stb. legfontosabb forrás- és felhasználási tételeinek olyan magyarázata, amely az okozati kapcsolatokra is fényt derít. Ezért az elszámolási tételeken és kapcsolatokon túl, éppen a kívülálló változók sztochasztikus és időben lejátszódó hatásának elemzése az, amiben a modell többet nyújt, mint egy egyszerű, determinisztikus mérleg-szerű elszámolás. A nettó nemzeti termelés, nemzeti jövedelem elszámolások csak egy részét képezik a népgazdasági elszámolások rendszerének. Az ökonometriai modelleket olyan irányban kellene továbbfejleszteni, hogy vázukat a teljes elszámolási rendszer (mérlegrendszer) képezze. Ez nem azt jelenti, hogy a gazdaság minden szféráját (s az azt leíró elszámolási rendszert is) ökonometriai modellel, sztochasztikus módszerekkel kellene leírni, hanem csak azt, hogy a teljes elszámolási rendszert alapulvéve s annak megfelelően, olyan modellel kellene létrehozni, amely a sztochasztikus módon érvényesülő összefüggéseket sztochasztikus formában, a determinisztikus kapcsolatokat pedig determinisztikus formában ábrázolja, miközben a modell egységes egészet képez.

Tudomásunk szerint olyan ökonometriai modell, amely ezt a teljességre való törekvést maradéktalanul teljesítette volna, ezideig nem készült. Olvas-hatunk viszont olyan modellezési kísérletekről, amelyek során a végső felhasználás típusú ökonometriai modellt úgy terjesztik ki, hogy az a gazdasági élet más szféráit is magábfoglalja, illetve magyarázza. Két fő terület az, amelyekkel a modellt összekapcsolják: az egyik az ágazatok egymásközötti termelési kapcsolatokat leíró input-output elszámolások (modellek), a másik pedig a reálfolyamatokat kísérő pénzügyi és jövedelmi elszámolások. Ezek közül is az elsőre, az ágazatközi kapcsolatoknak a modellbe való beépítésére találunk több példát. Először az amerikai Brookings Intézet nagyméretű ökonometriai modelljében [8], majd később más modellekben (lásd pl. [9] és [10]) is alkalmaztak input-output blokkot.

Az ökonometriai Laboratóriumban kidolgozott M-1.—M-3. modellek szintén végső felhasználás típusú modellek, amennyiben a nettó termelési érték létrejöttét és felhasználását, az exportot és importot, foglalkoztatottságot stb. magyarázó, szimultán egyenletekből álló rendszerek, amelyek elsősorban a nemzeti jövedelem mérlegéhez kapcsolódtak. Már az M-2. modell kidolgozásakor felmerült, hogy a modellt A és B változatban dolgozzuk ki, ahol a B változat az input-output számításokhoz kapcsolódott volna. Az M-2. modell kidolgozását követően, az 1968-tól bevezetett új gazdaságirányítási rendszer és a Központi Statisztikai Hivatalban az új kiterjesztett népgazdasági mérleg-számításra való áttérés miatt, célszerűbbnek látszott egy új modell kidolgozása, amely a modell szerves részeként ÁKM-blokkot is tartalmaz.

Az M-4. modell létrejöttének döntő hazai előzménye éppen az új típusú mérlegrendszerre való áttérés volt. Az új népgazdasági mérlegrendszer szélesebb tartalommal és mélyebb részletezésben mutatja be a gazdaság helyzetét. Amellett, hogy továbbra is, sőt nagyobb részletességgel, felöleli az anyagi termelés eredményeit tükröző kategóriákat, bemutatja az összes társadalmilag szervezett módon folyó nem anyagi tevékenység eredményét is. Ez a kibővítés számos, eddig nem alkalmazott új fogalom bevezetését is jelentette, amelyek a korábbi évek népgazdasági mérlegeiben nem szerepeltek (pl. a bruttó nem-



zeti termelés és nettó nemzeti termelés kategóriáit, amelyek a nem anyagi tevékenységek eredményét is magukba foglalják). Az új típusú mérlegek 1968-tól kezdődően állnak rendelkezésre, a mérlegrendszer legfontosabb kategóriáit pedig 1960-ig visszamenően számították ki.

Ha ezek után végigtekintjük az M-4. modell előzményeit, azt mondhatjuk, hogy:

1. a modell folytatni kívánja az M-modellekkel megkezdett ökonometriai modellezési kísérleteket;

2. fokozott mértékben akar támaszkodni a népgazdasági mérlegrendszerre, s annak is az ágazati kapcsolatokat tartalmazó input-output mérlegére;

3. az új típusú mérlegrendszernek megfelelően az ökonometriai modellt bővíteni kívánja a nem anyagi termelési szférával is.

Mindezeket a szempontokat figyelembe véve, s még kiegészítve a statisztikai adatbázis erősen korlátozott voltával, megállapítható, hogy az M-4. modell igen szerény mértékben, s csak kísérleti szinten tölthette be feladatát.

A következőkben bemutatjuk az M-4. modell felépítését, két fő blokkjának specifikációját, majd a becslési eredményeket. Ezt követően röviden ismertetjük az ex post és ex ante előrejelzések eredményeit, végül bemutatunk egy kísérleti számítást, amely az ÁKM előrejelzések korrekciójára irányult.

## 2. Az M—4. modell felépítése

Az M-4. modell egyenletrendszerének felállításánál az az alapvető cél vezérelt bennünket, hogy a modell a nettó termelési érték létrejöttének és felhasználásának folyamatát leíró ökonometriai modellen kívül olyan blokkot is tartalmazzon, amely az input-output modellek szemléletének megfelelően az ágazatok egymás közötti termelési kapcsolatait is magában foglalja. Így a modell két fő részre tagolódik: a „végső-felhasználás típusú” sztochasztikus blokkra és az ÁKM-blokkra, amely az ágazatok halmozott, bruttó termelési értékét, s ennek ráfordítás és kibocsátási szerkezetét is kifejezi. Amennyiben az M-4. modell előző modelljeinkhez képest újat nyújt, az ennek a két különböző típusú módszernek egyetlen modell rendszerében történő összefoglalása úgy, hogy közben megkíséreljük mindkét módszer elemzési és felhasználási lehetőségeit kihasználni.

Felmerül a kérdés, hogyan lehet két ilyen különböző típusú módszert egy rendszer keretében összefoglalni. Míg az ökonometriai modell (blokk) egyenletei sztochasztikus egyenletek, amelyeknek verifikálását (paraméterbecslését) a statisztikai inferenciaelmélet alapján idősorok felhasználásával végezzük; az input-output modell valamely időpont megfigyelt adataira fennálló egyszerű aritmetikai összefüggés, amelynek paramétereit (az input-output koefficiensket) is direkt módon, a megfelelő két adat hányadosaként nyerjük. A lényeges különbségek ellenére bizonyos megfontolások a két típus együttes szerepeltetése mellett szólhatnak.

E megfontolások alapkérdése az input-output koefficienssek (technológiai v. közvetlen ráfordítási együtthatók) állandóságának kérdése. Ha ugyanis ezek az együtthatók konstansok lennének az időben, az input-output összefüggések maradéktalanul fennállnának a modell megfigyelési időszakának minden évére (v. negyedévére), s ezek az egyenletek teljesen úgy viselkednének, mint az ökonometriai modellekben szereplő egyéb identitások vagy defi-

níciós egyenletek, amelyeknek paramétereit eleve kívülről vesszük a modellbe. Ebben az (irreális) esetben semmiféle megkülönböztetést nem kellene tennünk a modell input-output összefüggései és a modell többi egyenlete között. A kérdés azonban nem úgy vetődik fel a valóságban, hogy az ÁKM-koefficiensek állandók-e vagy változók, hanem hogy változásuk — a megfigyelési időszak vonatkozásában — milyen mértékű. Ha feltételezzük, hogy a változás nem nagymértékű, az input-output összefüggések identitás jelleggel ugyancsak valamely évre állnak fenn (arra az évre, amelyből a koefficiens mátrixot vettük), a többi évre viszont valamely viszonylag kis súllyal jelentkező hibatényező hozzáadásával teremthetjük meg az egyensúlyt. Így az input-output összefüggések olyan deformálódott sztochasztikus egyenleteknek tekinthetők, amelyeknek paramétereit kívülről vittük a modellbe; maradéktényezői pedig olyan reziduumok, amelyek eltérően a sztochasztikus egyenletekben szokásos zavaró hatásokat kifejező eltérésektől, valamely konkrét, a koefficiens változásából eredő hibaforrásból erednek. Ennek a szemléletnek az alapján azonos és lényegében sztochasztikus modellben szerepeltethetünk input-output összefüggéseket is, de csak úgy, hogy közben nem feledkezünk meg a technológiai együttthatók stabilitására vagy legalábbis majdnem-stabilitására tett feltevésünkről, amelyet esetleg revideálnunk kell.

Így jártunk el az M-4. modell esetében is. Mivel lehetőségeink a modell statisztikai bázisának szempontjából erősen korlátozottak voltak, úgy döntöttünk, hogy első megközelítésként konstansnak (azaz majdnem konstansnak) tekintjük az input-output koefficienseket. Amennyiben ez a feltételezés nem válna be, a későbbiekben valamilyen módon figyelembe vesszük a koefficiens változását is.

Az M-4. modell *statisztikai adatbázisának* szempontjából a vizsgálandó változók összehasonlítható idősorainak hosszúsága, valamint a kidolgozott ÁKM-mérlegek voltak az irányadók. Az M-4. modell adatbázisát a vizsgálni kívánt legfontosabb változók 1960-tól 1970-ig terjedő összehasonlító idősorai, valamint az 1968-as összevont ÁKM-mérleg szolgáltatta.

Az M-4. modell kis mérete megszabta a modell *dezaggregálási fokát* is. A modell mindkét blokkja azonos szerkezetben a népgazdasági (anyagi és nem anyagi) termelést hét ágazatra bontva tartalmazza. Ez a hét ágazat (szervezeti elhatárolásban) a következő: ipar, építőipar, mező-, erdő- és vízgazdálkodás, szállítás és hírközlés, kereskedelem, nem anyagi tevékenységek, egyéb (vámok és értékkülönbözetek).

Az M-4. modell *sztochasztikus blokkjának* specifikációjánál a hozzáadott érték mérlegéből indultunk ki. Mivel az M-4. modellben az ágazatok folyó termelő felhasználását a nem sztochasztikus ÁKM-blokk magyarázza, a teljességre törekedve a sztochasztikus blokkban éppen a hozzáadott érték keletkezését és felhasználását kell magyaráznunk. (Ha az ágazati kapcsolatok mérlegéből indulunk ki, a belső négyzetet átvesszük a modell nem sztochasztikus blokkjába, sztochasztikus egyenleteket pedig az alsó és oldalsó szárny fő tételeire írunk fel.) Ezek a függvények termelési-, fogyasztási-, beruházási és külkereskedelmi függvények.

Az M-4. modell *termelési függvényei* az ágazatokban keletkezett hozzáadott érték alakulását vizsgálják az elsődleges termelési tényezők (állóeszköz és munkaerő) függvényében. A termelési függvények magyarázó változói egységesen (ez alól kivétel csak a mezőgazdasági szektor) az illető ágazatban foglalkoztatott létszám, valamint az egy foglalkoztatottra jutó bruttó álló-

eszköz állomány. A termelés volumenének alakulását tehát egy volumen jellegű változóval a foglalkoztatottak számával magyarázzuk az élők munkafelhasználás oldaláról; s a holt munka felhasználását csak mint az élők munkafelhasználási fokának fajlagos mutatóját vittük be termelési függvényeinkbe. A mezőgazdasági termelési függvényben a magyarázó változók közé még egy speciális változót, az időjárás hatásának mutatóját vettük fel. A felhasználási oldalon sztochasztikus egyenletek magyarázzák a végső felhasználás főbb irányainak alakulását. Az M-4. modell a belföldi felhasználásból a lakosság fogyasztásának és a népgazdasági beruházások alakulásának a vizsgálatára tartalmaz sztochasztikus egyenleteket. A lakosság fogyasztására vonatkoztatva két *fogyasztási függvényt* specifikáltunk: egyet a lakosság anyagi fogyasztására és egyet a lakosság által igénybe vett nem anyagi szolgáltatásokra. E függvények magyarázó változói: az összfoglalkoztatottság, a reálbér indexe, valamint az egy keresőre jutó eltartottak száma. A *beruházási függvényben* a beruházásokat az összes hozzáadott érték és a beruházások előző évi befejezetlen állománya változóival magyarázzuk, ahol az előző változó forrás oldalról, az utóbbi pedig az előző évekről áthúzódó és kényszerítő erővel ható beruházások oldaláról kívánja a népgazdasági beruházások alakulását magyarázni. Ugyancsak sztochasztikus egyenletekkel magyarázza a modell az *export* és az *import* alakulását.

Az M-4. modell sztochasztikus blokkjának adatait összefoglalva megállapítható, hogy ez a blokk összesen tizenhat egyenletet tartalmaz, amiből tizenegy sztochasztikus egyenlet és öt identitás.

Az ágazati kapcsolatok mérlegére épülő input-output modell a bruttó és a nettó termelés között teremt meg az összefüggést a mérlegből származtatott koefficiens mátrixok segítségével. Az input-output modell igen sok elemzési lehetőséget rejt magában, amelyeknek köre egyre szélesedik. A klasszikus és kézenfekvő elemzési lehetőséget a származtatott koefficiens mátrixok — a közvetlen ráfordítási együtthatók A mátrixa és a teljes ráfordítási együtthatók  $(E - A)^{-1}$  mátrixa — nyújtják. Ezek jellemzik az ágazatok közötti termelési folyamatokat, és a folyó termelőfelhasználás meghatározásával lehetővé teszik a bruttó és nettó termelésnek, valamint a végső felhasználás ágazati szerkezetének megállapítását. Amikor az M-4. modellel próbát tettünk az input-output modell és az ökonometria modell egybeolvasására, éppen ez utóbbi klasszikus elemzési lehetőséget kívántuk a modellben hasznosítani és az ökonometria modell nyújtotta előrejelzési lehetőséggel párosítva az előrejelzési időszakokra is kiterjeszteni.

Ahogy már utaltunk rá az M-4. modellbe az 1968-as összevont ágazati kapcsolatok mérlegéből származtatott kis input-output modellt építettünk be, konstans input-output együttható mátrix feltételezésével élve. A *nem sztochasztikus vagy ÁKM-blokk* egyenletei tehát eleve ismert paraméterértékekkel kerültek a modellbe. Ezek az egyenletek kétféle célt szolgálnak: Az egyenletek első csoportja (az első mátrixegyenlet) az ágazati hozzáadott érték adatokból az A mátrix oszlopösszegeinek felhasználásával, az ágazati bruttó termelési értékeket, majd ezek összegét, a bruttó nemzeti termelést határozza meg. Az egyenletek második csoportja (a második mátrixegyenlet) ugyancsak az A mátrix felhasználásával az ágazati bruttó termelésekből kiindulva a közismert input-output összefüggéssel  $[y = (E - A)x]$  a végső felhasználás ágazati eredetét is kifejezi. Ez a két mátrixegyenlet és egy identitás újabb tizenöt egyenletét képezi az M-4. modellnek.

A sztochasztikus és az ÁKM-blokk közötti kapcsolat egyirányúsága az M-4. modell jellemző szerkezeti sajátága. Az ökonometriai modellek egyik legjellemzőbb tulajdonsága a modell egyenletrendszerének rekurzív, illetve interdependens volta. Bár az M-4. modell inkább kisméretű, blokkok szerinti vizsgálata speciális jellege miatt indokolt. Általában az input-output modellel összekapcsolt ökonometriai modellek központi kérdése az „ökonometriai” és az input-output blokk közötti kapcsolat egy-, illetve kétirányúsága. Lényegében a kérdés úgy merül fel, hogy a végső felhasználás-típusú sztochasztikus blokk és az input-output blokk megoldása egyszerre történik-e a modellben és úgy, hogy miközben az egyik hat a másikra, a másik is visszahat rá; avagy a két blokk között csak egyirányú a kapcsolat. A valóságban a gazdasági folyamatok szimultán módon játszódnak le, s így a fokozott interdependenciát érvényre juttató modell mindenképpen valósághűbb, mint a visszacsatolást nem tartalmazó rekurzív modell. Ennek ellenére az első input-output modellel egybedolgozott ökonometriai modellekben a kétféle modellt reprezentáló blokkok közötti kapcsolatot rekurzív, egyirányú kapcsolattal specifikálták.

Így jártunk el az M-4. modellel is. A teljes, harmincegy egyenletet tartalmazó modell verifikálása mindössze tizenegyéves minta alapján nagyfokú bizonytalanságot eredményezett volna teljes interdependencia esetében, míg a modell blokkrekurzív szerkezete lehetővé tette a sztochasztikus blokk külön paraméterbecslését. Ugyanis, ha a blokkok között kétirányú kapcsolatot tételeztünk volna fel, a két blokk strukturális és redukált paramétereit sem számszerűsíthettük volna egymástól függetlenül. A becslésen kívül a blokkrekurzív szerkezet a modell redukálását és az előrejelzési számításokat is lényegesen leegyszerűsítette. Az M-4. modellben tehát a kétféle blokk megoldása nem egyszerre történik. Először a sztochasztikus blokk meghatározza az ágazatokban keletkezett hozzáadott érték adatokat és a végső felhasználás fő irányait, s csak ezek után és ezen adatok alapján határozza meg az ÁKM-blokk az ágazatok bruttó termelési értékét és a végső felhasználás ágazati eredetét (mindkettőt a folyó termelő-felhasználáson keresztül). A sztochasztikus blokk tehát hat a nem sztochasztikus ÁKM-blokkra, de az már nem hat vissza a sztochasztikus blokkra. Bár ez a kapcsolat lazább, mint amilyen egy teljesen interdependens rendszerben lenne, a modell ilyen formában is képes arra, hogy változóinak (sőt egy összevont ágazati kapcsolatok mérlegének is) olyan egységes rendszerét produkálja, amely a modell mindkét blokkjában felvett összefüggéseket egyszerre kielégíti.

Az M-4. modell két különböző blokkjában eltérő módon határoztuk meg a paramétereket. A modell sztochasztikus blokkjának paramétereit a változók idősorainak alapján a legkisebb négyzetek klasszikus és kétfokozatú módszerével becsültük, míg a nem sztochasztikus blokk koefficienseit az 1968-as ÁKM-mérlegből vettük át. Ezt az eljárást nagymértékben megkönnyítette az a körülmény, hogy a két blokk között egyirányú kapcsolat van, s a sztochasztikus blokk önmagában is identifikált.

### 3. Az M—4. modell egyenletrendszere és becslésének eredményei

A továbbiakban bemutatjuk az M-4. modell egyenletrendszerét és változóit, valamint a sztochasztikus blokk becsült paramétereit a kapcsolódó egyéb mutatószámokkal: a paraméterek szignifikanciájáról tájékoztat t-arányokkal (zárójelben a paraméterérték alatt), a többszörös korrelációs együttható

mutatójával és a reziduumokban jelentkező autokorrelációról tájékoztató Durbin–Watson d-mutatóval együtt. Ugyanakkor közöljük a nemsztochasztikus ÁKM-blokk származtatott koefficienseit.

*Termelési függvények:*

$$(1) \quad h^i = \alpha_0^i + \alpha_1^i \frac{\dot{a}^i}{m^i} + \alpha_2^i m^i + u$$

$$\begin{array}{ccc} -76\,897,9 & 484,19 & 63,36 \\ (12,81) & (5,0) & (5,5) \end{array}$$

$$R^2 = 0,9873; \quad d = 1,16$$

$$(2) \quad h^e = \alpha_0^e + \alpha_1^e \frac{\dot{a}^e}{m^e} + \alpha_2^e m^e + u$$

$$\begin{array}{ccc} -1965,72 & 64,39 & 64,45 \\ (2,0) & (1,0) & (8,2) \end{array}$$

$$R^2 = 0,9634; \quad d = 1,51$$

$$(3) \quad h^m = \alpha_0^m + \alpha_1^m \frac{\dot{a}^m}{m^m} + \alpha_2^m m^m + \alpha_3^m i_j + u$$

$$\begin{array}{cccc} 12\,844,36 & 352,21 & 5,20 & 42,50 \\ (0,6) & (4,1) & (0,5) & (0,3) \end{array}$$

$$R^2 = 0,7743; \quad d = 2,57$$

$$(4) \quad h^{sz} = \alpha_0^{sz} + \alpha_1^{sz} \frac{\dot{a}^{sz}}{m^{sz}} + \alpha_2^{sz} m^{sz} + u$$

$$\begin{array}{ccc} -34\,587,5 & 62,21 & 58,79 \\ (7,7) & (10,2) & (2,9) \end{array}$$

$$R^2 = 0,9704; \quad d = 1,88$$

$$(5) \quad h^k = \alpha_0^k + \alpha_1^k \frac{\dot{a}^k}{m^k} + \alpha_2^k m^k + u$$

$$\begin{array}{ccc} -16\,410,76 & 214,12 & 97,19 \\ (4,4) & (4,6) & (7,9) \end{array}$$

$$R^2 = 0,9311; \quad d = 1,63$$

$$(6) \quad h^{na} = \alpha_0^{na} + \alpha_1^{na} \frac{\dot{a}^{na}}{m^{na}} + \alpha_2^{na} m^{na} + u$$

$$\begin{array}{ccc} -22\,524,78 & 193,81 & 28,15 \\ (28,9) & (22,3) & (15,8) \end{array}$$

$$R^2 = 0,9963; \quad d = 1,86$$

*Termelést összefoglaló identitás:*

$$(7) \quad h = h^i + h^e + h^m + h^{sz} + h^k + n^{na} + h^r$$

*Fogyasztási függvények:*

$$(8) \quad f^a = \beta_0^a + \beta_1^a r + \beta_2^a m + \beta_3^a l + u$$

$$-140\,523,44 \quad 2056,31 \quad 8,59 \quad 83,82$$

$$(3,4) \quad (13,8) \quad (1,1) \quad (0,5)$$

$$R^2 = 0,9915; d = 1,59$$

$$(9) \quad f^{na} = \beta_0^{na} + \beta_1^{na} r + \beta_2^{na} m + \beta_3^{na} l + u$$

$$-1137,56 \quad 220,04 \quad -3,23 \quad 31,88$$

$$(1,4) \quad (7,7) \quad (2,1) \quad (1,0)$$

$$R^2 = 0,9310; d = 2,31$$

*Beruházási függvény:*

$$(10) \quad f^b = \gamma_0 + \gamma_1 h + \gamma_2 b + u$$

$$-19\,178,83 \quad 0,1945 \quad 0,7438$$

$$(4,8) \quad (3,9) \quad (3,6)$$

$$R^2 = 0,9877; d = 2,41$$

*A belső fogyasztást összefoglaló identitás:*

$$(11) \quad b^f = f^a + f^{na} + f^b + f^k + f^{ké}$$

*Külkereskedelmi függvények:*

$$(12) \quad e = \delta_0 + \delta_1(h + i) + u$$

$$-34\,101,66 \quad 0,3151$$

$$(7,8) \quad (22,8)$$

$$R^2 = 0,9741; d = 1,72$$

$$(13) \quad i = \omega_0 + \omega_1 h + \omega_2 e + u$$

$$-22\,145,31 \quad 0,2907 \quad 0,2341$$

$$(1,3) \quad (7,7) \quad (0,9)$$

$$R^2 = 0,9289; d = 1,67$$

A végső felhasználást kifejező identitás:

(14)  $v^f = b^f + e$

(15)  $n = h - a$

A termelési és felhasználási oldal egyezőségét kifejező identitás:

(16)  $b^f = h + i - e$

Nem sztochasztikus (ÁKM) blokk

(17-23) 
$$x = \begin{bmatrix} x^i \\ x^é \\ x^m \\ x^{sz} \\ x^k \\ x^{na} \\ x^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{h^i}{1 - \mathbf{1}^* \mathbf{a}_1} \\ \frac{h^é}{1 - \mathbf{1}^* \mathbf{a}_2} \\ \frac{h^m}{1 - \mathbf{1}^* \mathbf{a}_3} \\ \frac{h^{sz}}{1 - \mathbf{1}^* \mathbf{a}_4} \\ \frac{h^k}{1 - \mathbf{1}^* \mathbf{a}_5} \\ \frac{h^{na}}{1 - \mathbf{1}^* \mathbf{a}_6} \\ \frac{h^r}{1 - \mathbf{1}^* \mathbf{a}_7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3331 \\ h^é \\ h^m \\ 0,5252 \\ h^{sz} \\ 0,6358 \\ h^k \\ 0,6579 \\ h^{na} \\ 0,5300 \\ h^r \\ 1,0000 \end{bmatrix}$$

(24)  $\mathbf{1}^* \mathbf{x} = x$

(25-31) 
$$v^f = \begin{bmatrix} v^{fi} \\ v^{f é} \\ v^{fm} \\ v^{fsz} \\ v^{fk} \\ v^{fna} \\ v^{fr} \end{bmatrix} = (\mathbf{E} - A_{68}) \mathbf{x} + \mathbf{i}$$

ahol: kis latin betűkkel a modell változóit;

- u-val a sztochasztikus egyenletek zavaró tényezőit megtestesítő változókat;
- görög betűkkel a sztochasztikus egyenletekben szereplő paramétereket;
- x-szel az ágazati bruttó termelések vektorát;

- $\mathbf{v}^f$ -vel a végső felhasználások ágazati eredetű vektorát;
- $\mathbf{i}$ -vel a kiegészítő import ágazati struktúrában vett vektorát;
- $A_{68}$ -cal az 1968-as input-output koefficiens mátrixot, s ennek oszlopösszegeit rendre  $\mathbf{1}^*a_1, \mathbf{1}^*a_2 \dots$  stb.-vel;
- $\mathbf{E}$ -vel pedig a megfelelő méretű egységmátrixot jelöltük.

### *A változók megnevezése*

#### *Endogén változók*

- $h^i$  — hozzáadott érték az iparban
- $h^é$  — hozzáadott érték az építőiparban
- $h^m$  — hozzáadott érték a mező-, erdő- és vízgazdálkodásban
- $h^{sz}$  — hozzáadott érték a szállítás és hírközlésben
- $h^k$  — hozzáadott érték a kereskedelemben
- $h^{na}$  — hozzáadott érték a nem-anyagi ágakban
- $h^r$  — hozzáadott érték az egyéb ágazatokban
- $h$  — hozzáadott érték (összesen)
- $f^a$  — lakosság összes anyagi fogyasztása
- $f^{na}$  — lakosság összes nem anyagi fogyasztása
- $f^b$  — népgazdasági beruházások
- $b^f$  — belföldi felhasználás összesen
- $e$  — export
- $i$  — import
- $\mathbf{v}^f$  — végső felhasználás összesen
- $n$  — nettó nemzeti termelés
- $x^i$  — bruttó termelési érték az iparban
- $x^é$  — bruttó termelési érték az építőiparban
- $x^m$  — bruttó termelési érték a mező-, erdő- és vízgazdálkodásban
- $x^{sz}$  — bruttó termelési érték a szállítás és hírközlésből
- $x^k$  — bruttó termelési érték a kereskedelemből
- $x^{na}$  — bruttó termelési érték a nem anyagi ágakból
- $x^r$  — bruttó termelési érték az egyéb ágazatokból
- $x$  — bruttó nemzeti termelés
- $\mathbf{v}^{fi}$  — végső felhasználás az iparból
- $\mathbf{v}^{fé}$  — végső felhasználás az építőiparból
- $\mathbf{v}^{fm}$  — végső felhasználás a mező-, erdő- és vízgazdálkodásból
- $\mathbf{v}^{fsz}$  — végső felhasználás a szállítás és hírközlésből
- $\mathbf{v}^{fk}$  — végső felhasználás a kereskedelemről
- $\mathbf{v}^{fna}$  — végső felhasználás a nem anyagi ágakból
- $\mathbf{v}^{fr}$  — végső felhasználás az egyéb ágazatokból

#### *Exogén változók*

- $\acute{a}^i$  — állóeszközállomány bruttó értéke az iparban
- $\acute{a}^é$  — állóeszközállomány bruttó értéke az építőiparban
- $\acute{a}^m$  — állóeszközállomány bruttó értéke a mező-, erdő- és vízgazdálkodásban
- $\acute{a}^k$  — állóeszközállomány bruttó értéke a kereskedelemben
- $\acute{a}^{sz}$  — állóeszközállomány bruttó értéke a szállítás és hírközlésben



$\hat{a}^{an}$	— állóeszközállomány bruttó értéke a nem anyagi ágakban
$m^i$	— foglalkoztatottak átlagos létszáma az iparban
$m^é$	— foglalkoztatottak átlagos létszáma az építőiparban
$m^m$	— foglalkoztatottak átlagos létszáma a mező-, erdő- és vízgazdálkodásban
$m^{sz}$	— foglalkoztatottak átlagos létszáma a szállítás és hírközlésben
$m^k$	— foglalkoztatottak átlagos létszáma a kereskedelemben
$m^{na}$	— foglalkoztatottak átlagos létszáma a nem anyagi ágakban
$m$	— összfoglalkoztatottak száma
$i_j$	— időjárási változó
$r$	— reálbér index
$l$	— eltartott—kereső arányszám
$b$	— befejezetlen beruházások állománya (előző év végén)
$f^k$	— közösségi összes fogyasztás
$f^{ké}$	— készlet felhalmozás
$a$	— állóeszközök értékcsökkenése (összesen).

Az M-4. modell harmincöt paramétere közül, öt paraméter esetében maradt 1 alatt a  $t$ -arány, ami körülbelül a paraméterek 15%-a. Figyelemre méltó eredmény viszont az, hogy tizenkilenc paraméter esetében — az esetek több mint felében — a  $t$ -arány 4 feletti érték. A  $t$ -eloszlás megfelelő 9, 8 és 7 szabadságfokú táblázatbeli értékeivel összevetve ez azt jelenti, hogy ezek a paraméterek 1%-os szignifikancia-szinten is megállják a helyüket.

Az M-4. modellben a tizenegy egyenlet közül tíz esetben a szabadságfokok szerint korrigált determinációs együttható 0,9 fölötti érték, amely 90%-ot meghaladó (esetenként majdnem 100%-os) determináltságot mutat. Egyetlen esetben, a mezőgazdasági termelési függvényénél értünk el kisebb, 0,77-os értéket, amely még mindig szignifikáns, de arra utal, hogy mezőgazdasági függvényünk specifikációja nem problémamentes.

Az M-4. modellben csak egy egyenletben, az (1)-ben jelentkezett határozotlan pozitív autokorreláció. A fennmaradó esetek több mint felében a Durbin—Watson-féle  $d$ -mutató értéke abba az intervallumba esett, amelyből a reziduumok autokorrelátlanságára következtethetünk. A maradék egyenletekben a  $d$ -mutató ezeken a határokon kívül, de még nem a határozott autokorrelációt mutató zónákba esett.

Eredményeink módszertani értékelése alapján azt mondhatjuk, hogy a sztochasztikus blokk becslése kielégítő eredményekhez vezetett, amelyek alapján áttérhettünk a modell további felhasználására.

#### 4. Az M—4. modell redukálása

A modell alapfeltevése szerint az endogén változóknak az exogén változókra vonatkoztatott együttes feltételes eloszlása alapján állítjuk elő az endogén változók várható értékét. Ahhoz tehát, hogy az előrejelzést el tudjuk végezni, az egyenletrendszer olyan formára kell hozni, ahol az endogén változókat — eltérően a strukturális formától — már csak exogén változók függvényében fejezzük ki. Erre a célra szolgál a modell redukált formája, amely a változók két csoportja közötti összes kapcsolatot mutatja, s amelynek alapján az előrejelzési számításokat végeztük.

Ahogy a strukturális rendszer együtthatói a strukturális formában feltüntetett kapcsolatokat jellemzik számszerűen, úgy a redukált rendszer paraméterei az ún. „hatás multiplikátorok” az endogén és exogén változók közötti kapcsolatokat jellemzik. A redukált rendszer előállítása tehát nemcsak az előrejelzés nélkülözhetetlen feltétele, hanem a redukált rendszer paramétermátrixa (a *II* multiplikátor-mátrix) közgazdasági elemzésre is felhasználható.

## 1. sz. tábla

A redukált rendszer együtthatói  
(hatás multiplikátorok)

Exogén változók		Endogén változók					
		millió Ft-ban					
		népgazdasági beruházások	belföldi felhasználás	export	import	hozzáadott érték	végso felhasználás
Foglalkoztatottak az							
iparban		12,32	60,47	27,82	24,93	63,36	88,29
építőiparban		12,53	61,51	28,30	25,36	64,45	89,81
mezőgazdaságban		1,01	4,96	2,28	2,05	5,20	7,25
szállítás és hírközl.	1000	11,43	56,11	25,81	23,13	58,79	81,92
kereskedelemben	fő	18,90	92,76	42,68	38,24	97,19	135,43
nem anyagi ágakban		5,48	26,87	12,36	11,08	28,15	39,23
Egy foglalkoztatottra jutó állóeszköz az							
iparban		94,18	462,11	212,60	190,52	484,19	674,71
építőiparban		12,52	61,45	28,27	25,34	64,39	89,73
mezőgazdaságban	1000	68,50	336,15	154,65	138,59	352,21	490,80
szállítás és hírközl.	Ft	12,10	59,37	27,32	24,48	62,21	86,69
kereskedelemben	fő	41,64	204,36	94,02	84,25	214,12	298,37
nem anyagi ágakban		37,69	184,97	85,10	76,26	193,81	270,07
Időjárás		8,27	40,56	18,66	16,72	42,50	59,22
Reálbér	%	541,09	2817,43	1295,15	1296,15	2816,53	4113,14
Eltartott/kereső		27,50	143,20	65,86	65,88	143,16	209,06
Befejezetlen beruházások	millió	0,93	0,93	0,43	0,43	0,93	1,36
Közösségi fogyasztás	Ft	0,24	1,24	0,57	0,57	1,24	1,81

A *II* mátrixnak az 1. sz. táblába foglalt része hat endogén változónak (a beruházásoknak, a belső fogyasztásnak, az exportnak és importnak, az összes hozzáadott értéknek és a végso felhasználásnak) az összes lényeges exogén változótól való függőségét mutatja. Az alapvető mérleg-összefüggéseket kifejező indentitásoknak megfelelően a paraméterértékekre is az jellemző, hogy a belső fogyasztásban és a hozzáadott értékben indukált változások nem térnek el erősen egymástól, mint ahogy ugyancsak nem térnek el erősen az export és import oszlopában szereplő számértékek sem. (A kétféle eltérés természetesen biztosítja az egyensúlyt.) A végso felhasználásban létrejövő

hatások a belső fogyasztásban és az exportban keletkező hatások összegeként adódnak.

A táblázat felső harmadában levő számok azt fejezik ki, hogy az ágazati foglalkoztatott létszámok 1000 fős változása milyen változásokat okoz (vagy milyen változásokkal jár együtt) a vizsgált endogén változóknak. Legnagyobb kihatása a kereskedelmi foglalkoztatottak számának van. Körülbelül egyformán fontos az ipari-, az építőipari- és a közlekedési létszám, amelyeknek 1000 fős emelkedése a beruházásokat 10–12 millió Ft-tal, a termelést és belső fogyasztást 60–65 millió Ft-tal, az exportot és importot pedig mintegy 25–30 millió Ft-tal emeli. A nem-anyagi foglalkoztatottság hatása az előzőkhöz képest mintegy feleakkora, a mezőgazdasági munkaerő változása pedig csak kevesebb mint tizedrésznyi változást okoz.

A táblázat középső harmada az állóeszközzel való felszereltségben beálló változások hatását mutatja ágazati struktúrában. Legnagyobb hatása az ipari állóeszköz-változóban bekövetkező változásnak van, ez a beruházásokat mintegy 100 millió Ft-tal, a termelést és belső fogyasztást mintegy 500 millió Ft-tal, az exportot és importot kb. 200 millió Ft-tal emeli. Szintén fontos a mezőgazdasági felszereltség fokozása, amely az iparihoz viszonyítva mintegy 70%-os változásokat indukál. Az építőipari és közlekedési állóeszközzel való felszereltségben beálló változások viszonylag kevésbé hatékonyak.

A táblázat alsó harmada vegyes jellegű exogén változók hatására vonatkozik. Érdekes megvizsgálni, hogy milyen hatása van az időjárás változójának endogén változóinkra. Ha valamely évben — az időjárás index szerint — 1%-kal kedvezőbb az időjárás mint átlagosan,<sup>1</sup> a beruházások kb. 8 millió Ft-tal; az össztermelés és belső fogyasztás 40–42 millió Ft-tal; az export és import pedig 18–16 millió forinttal emelkedik. A reálbérindex 1%-os növekedése a beruházások 500 milliós-, az össztermelés és belső fogyasztás kb. 2,8 milliárd Ft-os, s az export és import 1,2 milliárd Ft-os növekedésével jár együtt. Említésre méltó még a befejezetlen beruházások előző év végi állománya, amelynek 1 milliárd Ft-os emelkedése a következő évi beruházásokat, az össztermelést és belső fogyasztást kb. 1 milliárd Ft-tal emeli, s az exportban és importban is csaknem 0,5 milliárdnyi emelkedést eredményez.

## 5. Ex post előrejelzések 1971—1972-re.

Az M-4. modell specifikációjakor 1970 volt az utolsó év, amelyre vonatkozóan változóink megfigyelt, tényleges értéke rendelkezésünkre állt. Amikorra a modell becslése és redukálása elkészült, 1971-re végleges, 1972-re előzetes adatok álltak rendelkezésünkre. Így az 1971-re és 1972-re végzett számításainkat ex post előrejelzéseknek tekinthettük. E számítások során az exogén változók tényleges értékéből kiindulva előrejeleztük a modell mindkét blokkjának endogén változóit, majd ezek alapján, s az 1968-as A mátrix felhasználásával kisméretű input-output táblákat is előrejeleztünk 1971-re és 1972-re. A 2., 3. és 4. sz. táblázat e számítások eredményét tartalmazza.

<sup>1</sup> Itt megjegyezzük, hogy a megfigyelési időszakban időjárás indexünk legalacsonyabb értéke 91%, legmagasabb értéke pedig 110,3% volt. Így azt mondhatjuk hozzávetőlegesen, hogy mintánk alapján az átlagosnál legfeljebb 10%-kal kedvezőbb, vagy 10%-kal kedvezőtlenebb időjárás várható.

## 2. sz. tábla

Ex post előrejelzés 1971-re és 1972-re

Endogén változók

(1968. évi árszinten, millió Ft-ban)

Endogén változók	1971			1972		
	Tényleges értékek	Előrejelzett értékek	Az előrejelzés hibája százalékban	Tényleges értékek	Előrejelzett értékek	Az előrejelzés hibája százalékban
$h^i$	127 000	124 200	2,2	136 686	131 300	3,9
$h^e$	26 000	25 300	2,7	26 481	26 800	-1,2
$h^m$	66 500	66 300	0,3	68 930	69 200	-0,4
$h^{sz}$	24 100	24 500	-1,7	25.163	25 600	-1,7
$h^k$	40 000	39 300	1,8	41 749	41 700	0,1
$h^{na}$	36 000	34 500	4,2	38 391	35 600	7,3
$f^a$		188 300			197 100	
$f^{na}$	203 100	14 000	0,4	210 601	14 600	-0,5
$f^b$	104 300	98 600	5,4	102 890	105 300	-2,3
$b^f$	358 200	358 100	0,03	350 212	344 300	1,7
$e$	107 200	100 700	6,1	132 900	131 800	0,8
$i$	130 000	128 300	1,3	129 100	127 900	0,9
$h$	335 500	330 500	1,5	352 926	348 200	1,3
$n$	297 600	292 600	1,7	312 500	308 900	1,2
$v^f$	465 400	458 800	1,4	483 112	476 100	1,5
$x^i$	384 422	375 100	2,4	406 148	396 600	2,4
$x^e$	58 699	56 000	4,6	59 409	59 300	0,2
$x^m$	136 492	126 300	7,4	141 682	131 800	7,0
$x^{sz}$	39 148	38 500	1,7	40 089	40 200	-0,3
$x^k$	60 329	59 800	0,9	62 118	63 400	-2,1
$x^{na}$	74 922	65 100	13,0	77 654	67 200	13,5
$x$	769 902	737 800	4,2	802 626	776 500	3,3
$v^{fi}$		228 360			235 434	
$v^{f^e}$		47 523			50 455	
$v^{fm}$		53 433			54 580	
$v^{fsz}$		18 058			18 518	
$v^{fk}$		41 671			44 267	
$v^{fna}$		58 075			59 825	
$v^{fr}$		11 680			13 021	

A táblázatok értékeit vizsgálva megállapíthatjuk, hogy az M-4. modell a sztochasztikus blokk endogén változóira vonatkozóan lényegében helyesen jelezte előre a bekövetkezett értékeket. Az előrejelzés hibája az összes hozzáadott érték-, a belső fogyasztás-, a végső felhasználás, az import és a lakosság fogyasztásának változójánál nem érte el a 2%-ot. Az ágazati hozzáadott érték adatoknál a hiba nagyobb intervallumban ingadozik. Az 1971-es év előrejelzésének értékelésénél nem szabad eltekintünk attól, hogy ez az év összevetve a megelőző, de a következő évekkkel is, igen speciális gazdasági évnek tekinthető. Kiemelkedően kedvezőtlen volt külkereskedelmi egyenlegünk 1971-ben, s a készlet-felhalmozás is igen nagymérvű volt. Ez lehet az oka annak, hogy az 1972-es előrejelzés értékei kedvezőbbek az 1971. évinél, különösen a beruházások és az export vonatkozásában.

A modell nem sztochasztikus blokkjával előállítottuk az ágazatok bruttó termelési értékét, és a végső felhasználás ágazati eredetét. Majd e változók

3. sz. tábla  
Előrejelzett input-output tábla 1971-re

(1968. évi árszinten, millió Ft)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Ipar	Építőipar	Mező- erdő- és vízgazd.	Szállítás és hírközlés	Kereske- delem	Nem anyagi tevékenység	Egyéb (vámok, értékkü- lönbözetek	Folyó termelő felhasználás	Végző felhasználás	Felosztott források összesen
1. Ipar	174 382	22 168	24 302	11 282	10 498	18 295		260 927	228 360	489 287
2. Építőipar	2 026	370	278	354	983	4 466		8 477	47 523	56 000
3. Mező-, erdő- és vízgazdál- kodás	49 886	510	29 849	258	1 515	1 113		83 131	53 433	136 564
4. Szállítás és hírközlés	8 702	4 626	1 402	530	4 916	2 832		23 008	18 058	41 066
5. Kereskedelem	9 940	1 986	2 602	1 072	1 468	2 344		19 412	41 671	61 083
6. Nem anyagi tevékenység	2 100	879	1 188	396	1 114	1 348		7 025	58 075	65 100
7. Egyéb (Vámok és értékkül.)	3 864	161	379	108	6	202		4 720	11 680	16 400
8. Folyó termelő felh.	250 900	30 700	60 000	14 000	20 500	30 600		406 700	458 800	865 500
9. Hozzáadott érték	124 200	25 300	66 300	24 500	39 300	34 500	16 400	330 500		
10. Bruttó nemzeti termelés	375 100	56 000	126 300	38 500	59 800	65 100	16 400	737 200		
11. Kiegészítő import	114 187		10 264	2 566	1 283			128 300		
12. Rendelkezésre álló források	489 287	56 000	136 564	41 066	61 083	65 100	16 400	865 500		

4. sz. tábla  
Előrejelzett input-output tábla 1972-re

(1968. évi árszinten, millió Ft)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Ipar	Építőipar	Mező-, erdő- és vízgazd.	Szállítás és hírközlés	Kereske- delem	Nem anyagi tevékenység	Egyéb (Vámok és Értk.)	Folyó termelő felhasználás	Végző felhasználás	Felosztott forrás összesen
1. Ipar	184 393	23 465	25 356	11 759	11 119	18 905		274 997	235 434	510 431
2. Építőipar	2 142	391	290	370	1 040	4 612		8 846	50 455	59 300
3. Mező-, erdő- és vízgazdálkodás	52 748	530	31 142	269	1 604	1 149		87 452	54 580	142 032
4. Szállítás és hírközlés	9 201	4 897	1 463	555	5 199	2 925		24 240	18 518	42 758
5. Kereskedelem	10 510	2 104	2 715	1 120	1 553	2 410		20 412	44 267	64 679
6. Nem anyagi tevékenység	2 221	931	1 239	414	1 179	1 391		7 375	59 825	67 200
7. Egyéb (Vámok és Értékkül.)	4 085	172	395	113	6	208		4 979	13 021	18 000
8. Folyó termelő felhaszn.	265 300	32 500	62 600	14 600	21 700	31 600		428 300	476 100	904 400
9. Hozzáadott érték	131 300	26 800	69 200	25 600	41 700	35 600	18 000	348 200		
10. Bruttó nemzeti termelés	396 600	59 300	131 800	40 200	63 400	67 200	18 000	776 500		
11. Kiegészítő import	113 831		10 232	2 558	1 279			127 900		
12. Rendelkezésre álló források	510 431	59 300	142 032	42 758	64 679	67 200	18 000	904 400		

értékeinek alapján előrejeleztük az ágazati kapcsolatok mérlegét is. Olyan ténymérleg, amely közvetlenül összevethető az előrejelzett mérleggel nem készült. Így a végső felhasználás ágazati vektorát sem tudtuk összevetni a ténylegessel. Az viszont megállapítható, hogy a bruttó termelési értékek előrejelzési hibái nagyobbak, mint a hozzáadott érték adatok előrejelzési hibái. Míg az összes hozzáadott értéket csak 1,4–1,5%-kal becsülte alá a modell, a bruttó termelési értéket 3,3–4,2%-kal. Különösen nagy a hiba a mezőgazdasági bruttó termelés és a nem anyagi ágazatok bruttó termelési értékének előrejelzésében. Annak, hogy a bruttó termelési értékek előrejelzése rosszabbul sikerült, mint az anyagmentes termelési értékeké, valószínűleg az az oka, hogy meglehetősen régi (1968-as) input-output koeficiens mátrixot használtunk. A modell ugyanis a kétféle típusú mutatószám közötti kapcsolatot pusztán az  $A_{68}$  mátrix segítségével fejezi ki. Így már az ex-post előrejelzés eredményei is indokolják, hogy a későbbiekben megpróbáljuk túllépni a konstans technikai együtthatók feltételezését.

## 6. Ex ante előrejelzések 1973–1975. évekre.

Ahogy az előző pontban láttuk, az ex post előrejelzések eredményei szerint, minél jobban eltávolodunk a modellen belül a sztochasztikus bloktól, annál nagyobbak lesznek előrejelzési hibáink. Ezért úgy döntöttünk, hogy ex ante előrejelzést 1973–1975. évekre csak a sztochasztikus blokk endogén változóira végzünk. E számítások első lépéseként az exogén változók értékét kellett extrapolálnunk erre a három évre. Az extrapolációt az esetek túlnyomó részében az ún. „harmonikus súlyok módszerével” végeztük. (A módszer részletes leírását Z. Hellwig lengyel szerző 1967-ben megjelent cikke [16] és a [3] magyar forrás tartalmazza.)

Az 5. sz. táblázat az 1973–75. évre végzett előrejelzések eredményeit tartalmazza.

5. sz. tábla

A sztochasztikus blokk endogén változóinak előrejelzett indexei az 1973–75. évekre  
(1972 = 100)

Endogén változók	1973	1974	1975
$h^i$	104,4	108,8	113,3
$h^e$	105,2	110,8	116,0
$h^m$	102,2	104,3	106,6
$h^{sz}$	104,7	109,4	113,7
$h^k$	105,8	111,3	116,8
$h^{na}$	103,1	106,2	109,3
$f^a$	104,5	108,9	113,4
$f^{na}$	103,4	107,5	111,0
$f^b$	106,4	112,7	119,1
$b^f$	104,1	108,2	112,3
$e$	106,1	112,2	118,3
$i$	105,6	111,2	116,8
$h$	104,3	108,6	112,9
$n$	104,3	108,5	112,8
$v^f$	104,7	109,3	113,9

## 7. Input-output előrejelzések korrekciója a statisztikai korrekciós (SCM) módszerrel.

Az 1971-re és 1972-re végzett ex-post előrejelzéseink eredményei rámutattak arra, hogy konstans-, s különösen több évvel korábbi A mátrixszal végzett input-output számítások előrejelzési képessége nem kielégítő. Az a tény, hogy a bruttó termelési értékek előrejelzési hibái lényegesen meghaladták a nettó termelési értékeknél jelentkező hibákat, arra mutat, hogy a folyó termelő felhasználás előrejelzése gyengén sikerült. Mind a szakirodalomban, mind a gyakorlati alkalmazásokban ismeretes egy sor módszer az input-output előrejelzések korrekciójára. E módszerek általában az input-output tábla összeállítására óta eltelt évek főbb összevont kategóriáira vonatkozó megfigyelések alapján korszerűsítik az előrejelzéseket. Megemlíthjük ezek közül az ismert RAS-eljárást, valamint a lineáris és a kvadratikus programozáson alapuló módszereket. Ezek az eljárások általában az A mátrix és ezzel egyidejűleg az  $(E - A)^{-1}$  mátrix módosítását célozzák.

Az M-4. modell célja nem elsősorban input-output előrejelzések készítése, s a modell mérete és információs alapja révén nem is alkalmas az ágazatközi kapcsolatok beható elemzésére. Azt viszont célul tűztük ki, hogy a modell a nettó termelési értékeken és végső felhasználáson kívül a bruttó termelési értékeket is viszonylag pontosan tudja előrejelzni. A bruttó termelési értékek előrejelzésének javítása érdekében egy igen egyszerű és gyakorlatban jól bevált módszert, a Tilanus által kidolgozott statisztikai korrekciós (SCM) módszert alkalmaztuk [17]. A módszer alapvető célkitűzése az, hogy valamely input-output tábla összeállítását követően, az azóta eltelt évek népgazdasági elszámolási tételeit felhasználva, az input-output táblán alapuló előrejelzéseket korrigálni tudjuk. A korrekció a folyó termelő fogyasztás előrejelzését érinti közvetlenül.

Eredeti elképzeléseink szerint az M-4. modell nem-sztochasztikus blokkjával végzett előrejelzések során kizárólag az 1968-as kidolgozott kis ÁKM-mérlegre, illetve az 1968-as input-output koeficiens mátrixra kívántunk támaszkodni. Az 1971-es és 1972-es ex-post előrejelzéseknek a nem sztochasztikus blokk változóira nyert eredményei nem kielégítőek. Ezért gondoltuk azt, hogy az 1971-es tényadatok ismeretében a statisztikai korrekciós módszer alkalmazásával korrigáljuk az 1972-es előrejelzéseket. 1971-re ÁKM-mérleg, az 1968-as általunk felhasznált mérlegnek megfelelő szerkezeti-, ár-, stb. struktúrában nem készült. Így a tényleges folyó termelő fogyasztás (ágazati eredetű) vektorát sem ismerjük. Az összes termelő fogyasztás, s az ágazati bruttó termelések tényadatainak ismeretében mégis elvégeztük a korrekciót az 1972-es előrejelzéseken a következő módon:

$$\hat{z}_{1972}(\text{SCM}, 1971) = \hat{c}_{1971}[(E - A_{68})^{-1} - E]\hat{y}_{1972}$$

ahol:  $\hat{z}_{1972}$  és  $\hat{y}_{1972}$  vektorok az 1972-re előrejelzett termelő fogyasztás és végső felhasználás vektorai;  $A_{68}$  a számítások során végig felhasznált 1968-as input-output koeficiens mátrix;  $\hat{c}_{1971}$  a korrekciós tényező diagonális mátrixa, amelyeket az 1971-es előrejelzett és tényadatok egybevetésével származtattunk.

E képlet alkalmazásával megkaptuk a folyó termelő fogyasztás korrigált előrejelzéseit, amelyből azután a bruttó termelések korrigált előrejelzéseit is származtattuk. A 6. sz. táblázat az SCM módszerrel végzett számítások ered-



ményeit tartalmazza. A 6. sz. táblázatban szereplő kétféle bruttó termelési érték előrejelzést és előrejelzési hibákat összehasonlítva megállapítható, hogy a korrekciós módszer alkalmazása jelentősen javította előrejelzési eredményeinket. A legjelentősebb javulás a mezőgazdaság, a nem anyagi ágazatok és az összes bruttó termelés előrejelzésében mutatkozott.

Az 1972-es év mintájára a  $\hat{c}_{1971}$  korrekciós faktorok felhasználásával, vagy a későbbiekben az 1972-es tényadatok ismeretében a  $\hat{c}_{1972}$  korrekciós súlyok kiszámításával és felhasználásával, előállíthatjuk az 1973, 1974 stb. évek korrigált előrejelzéseit is.

## 6. sz. tábla

Az 1972. évre elvégzett korrekciós számítások eredményei

(1968. évi árszinten, millió Ft)

Ágazat	Tényleges értékek $\bar{x}_{1972}$	Előrejelzett értékek $\hat{x}_{1972}$	Az előrejelzés hibája százalékban	Korrekciós tényezők $\hat{c}_{1971}$	Korrigált előrejelzett értékek $\hat{x}_{1972}$ SCM, 1971)(	A korrigált előrejelzések hibája százalékban
Ipar	406 148	396 600	2,4	1,028	404 300	0,5
Építőipar	59 409	59 300	0,2	1,214	61 200	-3,0
Mező-, erdő- és vízgazdálkodás	141 682	131 800	7,0	1,117	142 000	-0,2
Szállítás és hírközlés	40 089	40 200	-0,3	1,025	40 800	-1,8
Kereskedelem	62 118	63 400	-2,1	0,993	63 300	-1,9
Nem anyagi tevékenység	77 654	67 200	13,5	2,250	76 400	1,6
Egyéb	15 526	18 000	-15,9	0,900	17 500	-12,7
Bruttó termelés (összes)	802 626	776 500	3,3		805 500	-0,4

(Beérkezett: 1975. január 6.)

## IRODALOM

1. HALABUK: Specifikációs elgondolások az M-II/A modellel kapcsolatban. Budapest, 1967. Laboratóriumi Munkaanyagok 5. sz.
2. HALABUK—HULYÁK—NYÁRY—VITHALM: Az M-2. modell: Becslés és struktúra. Budapest, 1970. Laboratóriumi Munkaanyagok 10. sz.
3. HALABUK—KOTÁSNÉ: Előrebekelés az M-2. modellel. Budapest, 1972. Laboratóriumi Munkaanyagok 15. sz.
4. HALABUK—HULYÁK—NYÁRY—KOTÁSNÉ: A magyar népgazdaság M-2. ökonometriai modellje. Budapest, 1973. Akadémiai Kiadó.
5. HULYÁK—NYÁRY: Magyar—csehszlovák ökonometriai modell. Statisztikai Szemle, 1971. 3. sz.
6. HULYÁK: Ökonometriai modell terve az ágazati kapcsolatok összevont mérlege alapján. Statisztikai Szemle, 1972. 8—9. sz.
7. L. R. KLEIN: Model Building to Conform to a Complete System of Social Accounts. For the Symposium on National Economy Modeling, Novosibirsk, June, 1970.
8. „The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States” and „The Brookings Model: Some Further Results” Amsterdam: North-Holland, 1965. and 1969.
9. M. SAITO: An Interindustry Study of Price Formation. The Review of Economics and Statistics, 1971. February.

10. M. HALTTUNEN—A. MOLANDER: The Input-Output Framework as a Part of a Macroeconomic Model: Production-Price-Income Block in the Bank of Finland Econometric Model. A paper presented at the European Meeting of the Econometric Society, Budapest, 1972. szeptember.
11. A. S. GOLDBERGER: *Econometric Theory*, John Wiley and Sons, 1965.
12. A népgazdasági mérlegrendszer módszertana, Budapest, 1971. Központi Statisztikai Hivatal.
13. HALABUK—HULYÁK: Az időjárás és a mezőgazdasági termelési eredmények. Budapest, 1968. *Ökonometriai Füzetek* 10. sz.
14. Népgazdasági mérlegek 1960—1970. Budapest, 1971. Központi Statisztikai Hivatal.
15. Főbb népgazdasági folyamatok 1972. Budapest, 1973. Központi Statisztikai Hivatal.
16. Z. HELMWIG: Schemat budowy prognozy statystycznej metoda wag harmoniczych, *Przegląd Statystyczny*, 1967. No. 2.
17. C. B. TILANUS: *Input-Output Experiments. The Netherlands 1948—1961*. Rotterdam University Press, 1966.
18. *Optimal Prediction of Inter-Industry Demand Report 7022 of the Econometric Institute of the Netherlands School of Economics*, Rotterdam, 1970.
19. STONE—BROWN: *A Long-term Growth Model for the British Economy in Europe's Future in Figures*, edited by R. C. Greary, North-Holland Publishing C. Amsterdam, 1962.
20. MATUZEWski: *Linear Programming Estimates of Changes in Input Coefficients. The Canadian Journal of Econ. and Pol. Sc.* Vol. 30. 1964.

#### STRUCTURE AND RESULTS OF THE ECONOMETRIC MODEL M—4

The paper presents the econometric model M—4 elaborated in the Econometric Laboratory of the Central Statistical Office and also the results obtained from calculations based on the model. The model M—4 in addition to continuing earlier approaches to econometric modelling reflects also a new endeavour, as it contains, as an organic part of the model, input-output relationships, too. So it can be divided into two main blocks: a stochastic block of the final use type and an input-output type nonstochastic block. The application of the two different methods within the framework of a single model creates new facilities both in the area of analysis and in that of practical applications.

Taking into account the methodological difficulties as well as the scarcity of the data base, the model M—4 has been developed in a strongly aggregated form (containing 7 sectors). Its data base was obtained from data on the 1960—1970 period and from the aggregated input-output matrix for 1968. The stochastic block of the model describes the production and use of value added by means of production-, consumption-, investment, foreign trade ect. functions. The nonstochastic input-output block expresses the sectoral structure of the gross national product and that of final demand making use of known input-output relationships.

The model M-4 has 31 equations and 51 variables altogether. We have taken one part of its parameters, the input-output coefficients from the 1968 input-output tables, and estimated the rest with the classical and the two-stage least square method.

After reducing the equation system we carried out ex-post forecasts for 1971 and 1972 compiling at the same time small forecasted input-output tables, too. Ex-ante forecasts were prepared for the years 1973—1975. Finally, the paper briefly reviews the possibilities of developing further models of similar type, in the first place by relaxing the assumption of constant input-output coefficients.

#### СОСТАВ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ М—4

Статья описывает разработанную в Эконометрической Лаборатории Центрального Статистического Управления модель М—4 и результаты проведенных с помощью модели расчетов. Наряду с тем, что модель М—4 продолжает начатые раньше эксперименты по эконометрическому моделированию, отражает и новое стремление, согласно которому в состав модели, как её органическая часть, входят и связи инпут—аутпут. Таким образом, модель М—4 делится на два главных блока: стохастической блок типа конечного исполь-

зования и нестохастический блок типа инпут—аутпут. Применение двух различных методов в рамках одной модели предоставляет новые возможности как в области анализа, так и в области использования.

Учитывая трудности методического решения, а также ограниченность базы данных, мы разработали модель M—4 в сильно агрегированной форме (в разбивке на семь отраслей). Базой данных явился период между 1960—1970 г. г. и сводный баланс межотраслевых связей на 1968 год. (БМС). Стохастический блок модели описывает производство и использование добавленной стоимости при помощи функций производства, потребления, капиталовложений, внешней торговли, и т. д. Нестохастический блок БМС отражает отраслевую структуру валового национального производства и конечного потребления путем записи известных зависимостей инпут—аутпут.

Модель M—4 имеет всего тридцать одно уравнение и пятьдесят одну переменную. Часть параметров модели — коэффициенты инпут—аутпут — мы взяли из баланса межотраслевых связей на 1968 год, остальные параметры оценены нами при помощи классического и двухстепенного метода наименьших квадратов.

После редуцирования системы уравнений мы выполнили прогнозирование на 1971 и 1972 годы, в ходе которого нами были составлены маленькие прогнозируемые таблицы инпут—аутпут. Прогнозы экс анте составлялись нами на 1973—1975 годы.

Наконец, статья коротко занимается возможностями усовершенствования подобных моделей, в первую очередь путем снятия предположения постоянных коэффициентов инпут—аутпут.

## Országok hosszú távú társadalmi-gazdasági szimulációja

A népesség és a mezőgazdasági termelés (különösen élelmiszertermelés) növekedési rátája közötti különbség joggal riasztja a világot, mint korunk egyik legfenyegetőbb társadalmi-gazdasági problémája. A fejlődő országokban kevés kivétellel a veszély kézzelfogható, sőt néhányukban katasztrófa fenyeget. Ez az aggodalom áll annak a FAO—UNFPA programnak a háttérében, (Project PO2), amelyben a népesség növekedését, a foglalkoztatottságot, a termelékenységet tanulmányozzák hosszú távon a mezőgazdasági fejlődéssel összefüggésben. Jóllehet a segélyakciókat és a technikai segítséget nyújtó akciókat nemzetközi szinten szervezik, a feladatok zöme mégis elkerülhetlenül a nemzeti kormányok hatáskörébe tartozik, mármint az érdekelt fejlődő országok kormányáéba. Kutatásunknak — amely az imént említett programnak csak egy része — az a célja, hogy metodikai segítséget nyújtson ezeknek az országoknak. Tartózkodnunk attól, hogy bármelyik kormánynak gazdaságpolitikai tanácsot adjunk, de segíteni szeretnénk őket abban, hogy felismerjék és jobban megértsék céljaikat, feladataikat és lehetőségeiket, és ki tudják értékelni a fejlődési stratégia tekintetében rendelkezésükre álló választási lehetőségeket.

A dolgozat négy fejezetből és két függelékből áll. Az I. fejezet a fogalmi keretet vázolja föl, a II. fejezet a prototípus modell szóbeli leírását nyújtja és utal arra, hogyan alkalmazható egy-egy országra. A modell formális leírása az 1. függelékben található. A III. fejezet beszámol a modellel egyiptomi adatok alapján végzett kísérletről, a 2. függelék az adatforrásokat és a számítási eredményekre vonatkozó érdekesebb táblázatokat tartalmazza. Az utolsó fejezetben következtetéseinket foglaljuk össze és kutatási feladatokat tűzünk ki.

<sup>1</sup> Az Econometric Society 3. Világkongresszusára (Torontó, 1975. augusztus) készült előadás.

A kutatás, amelyről a tanulmányban beszámolunk az ENSZ Mezőgazdasági és Élelmezési Szervezete (FAO, Róma) égisze alatt folyt, az ENSZ népesedéspolitikai alapja (UNFPA) anyagi támogatásával. E szervezetek egyike sem felelős azokért a gondolatokért, amelyeket a tanulmányban kifejtünk, kizárólag a szerzők felelősek. Különösképpen a statisztikai adatok nem hivatalosak.

MARTOS BÉLA feladata volt a fogalmi keret kidolgozása és az általános modell formába öntése. WUU-LONG LIN szervezte meg az alkalmazást egy-egy országra. Köszönet illeti MARIA GRAZIA OTTAVIANI-t az adatok összegyűjtéséért és statisztikai feldolgozásáért.

A tanulmányt az angol eredetiből *Leiter Jakab* fordította.

## I. A fogalmi keret

### *Célok és problémák*

Javaslatunk fogalmi és metodikai kereteként egy modellt állítottunk fel a következő kritériumok szerint: A modell legyen hosszú távú (legalább 20 éves), sokszektoros tervezési modell, amely hangsúlyozza a mezőgazdasági fejlődés, a népesedés és a foglalkoztatottság problémáit. A modell fejlődő országokra legyen alkalmazható.

Tervezési modellen itt egyszerűen olyan modellt értünk, amelyben a társadalmi-gazdasági politika kialakítása lényeges szerepet játszik, szemben például a kizárólag előrebecslést tartalmazó modellekkel. Azok a módok azonban, ahogyan egy gazdasági politikát végrehajtanak, definiálatlanok maradnak, azaz a gazdaságpolitika eszközei a modellben nem szerepelnek. A modellezés céljainak ez a felállítása többé-kevésbé egyértelműen maga után vonja, hogy a modellnek a következő jellemzőkkel kell rendelkeznie:

(a) *Rugalmasság.* Mivel egy tisztes számú országra kell alkalmazhatónak lennie, a modell nem lehet túlspecifikált. Nemcsak a társadalmi, politikai és gazdasági feltételek és feladatok változnak országról-országra, hanem a rendelkezésre álló adatok is, a tervezésre való felkészültség és az abban való jártasság is.

(b) *Egyszerűség.* A statisztikai bázis a fejlődő országokban többnyire szűkös, megbízhatatlan és összefüggéstelen. Minél egyszerűbb a modell, annál inkább remélhetjük, hogy megfelelő adatokkal lehet kitölteni.

(c) *A problémák szelektálása.* A fenti két követelmény azt jelenti, hogy ki kell választani a társadalmi és gazdasági problémák szövevényéből néhányat, amelyeket a legfontosabbaknak tekintünk. E szelektálás első kritériuma az, hogy a probléma számos fejlődő ország számára eléggé fontos legyen, a második az, hogy lényeges legyen a hosszú távú fejlődés szempontjából. Például az erdészet az országok egy csoportjában fontos szektor lehet, de ez a helyzet nem eléggé általános ahhoz, hogy külön kezelését a mi kereteink közt jogosná tegye. Vagy például a folyó ágazatközi input-output egyensúly lényeges kérdés a közép és rövid távú tervezésben, de nem speciálisan fontos kérdése a hosszútávúnak.

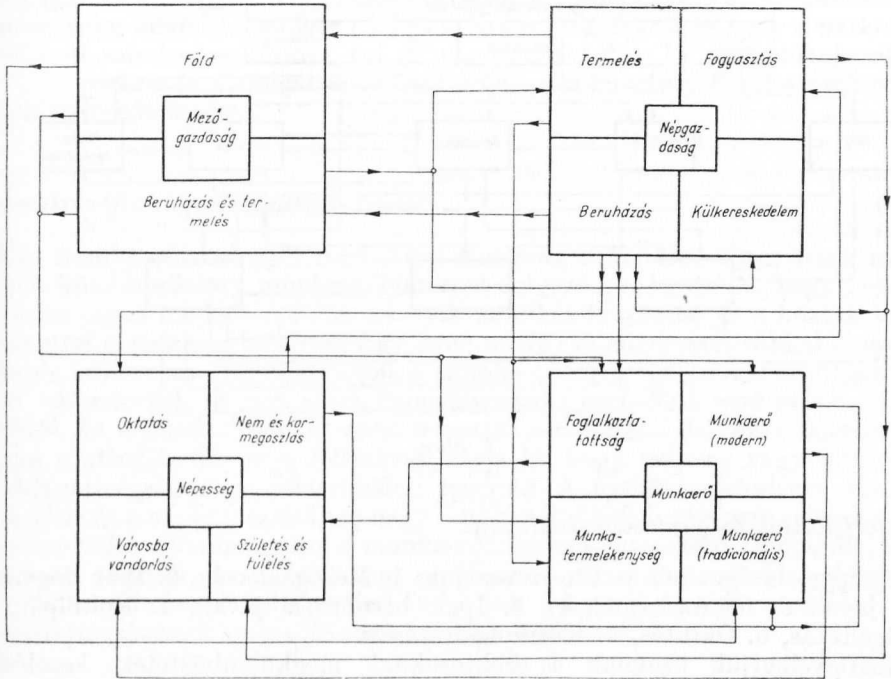
Ez a körülhatárolás oda vezetett, hogy a következő fő problématerületeket választottuk ki a modell számára:

#### 1. *Mezőgazdaság*

Új terület (szűzföld) föltárása\* és földnek a művelésből való kivonása.  
Intenzív beruházások\* és extenzív beruházások  
Folyó anyagrafordítás  
Termelés

#### 2. *Népgazdaság*

Magánfogyasztás\*  
Kormányzati fogyasztás  
Beruházások szektorközi allokációja\*  
Import, export\* és eladásosítás



1. ábra

### 3. Munkaerő és foglalkoztatottság

#### Munkaerő

Foglalkoztatottság és munkanélküliség a modern szektorokban

A munkaerő áramlása a tradicionálisból a modern munkahelyekre

A munka termelékenysége

### 4. Népszerűség

#### Oktatási kapacitás

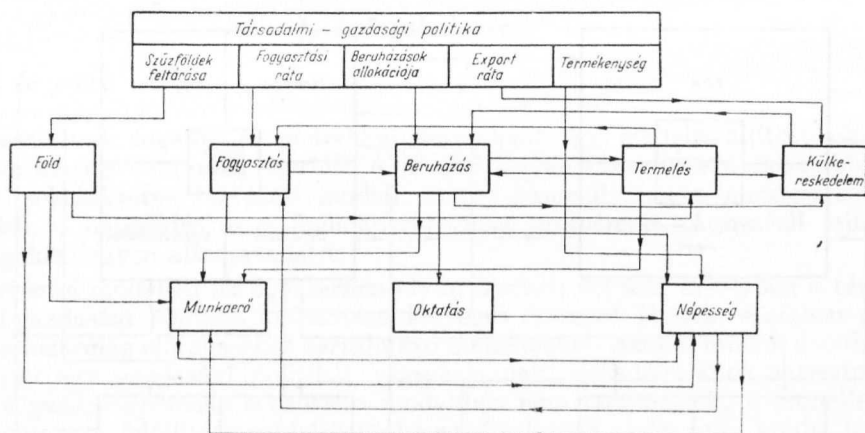
A felnőtt lakosság felhalmozott műveltségi színvonala

A népesség növekedése, nem és kor szerinti megoszlása

Termékenység, halandóság, népesedési politika\*

Városba vándorlás

Ez a felsorolás a modellnek négy részmodellre való felosztását is mutatja. A felosztás az 1. sz. ábrából is látható, ahol a részmodellek közötti kapcsolatokat is ábrázoltuk, de a részmodelleken belülieket nem. A fenti jegyzékben a \* azokra a pontokra hívja fel a figyelmet, ahol a társadalmi-gazdasági politika kialakítása fellép. A rendszerszabályozás nyelvén ezek azok a pontok, ahol a nyílt hatásláncú vezérlő szervek belépnek, a fennmaradó összefüggéseket zárt hatásláncú visszacsatolások képviselik. A kétfajta szabályozás megkülönböztetése a 2. sz. ábrából is kiolvasható.



2. ábra

### Szektorfelosztás és gazdasági dualizmus

A népgazdaságot hét szektorra osztjuk: 1. Mezőgazdaság, 2. Ipar (fogyasztási javak és félkésztermékek), 3. Ipar, beruházási javak, 4. Építőipar, 5. Szolgáltatás, 6. Oktatás, 7. Közszolgáltatások.

Megfigyelhetjük azoknak a szektoroknak megkülönböztetett kezelését, amelyek hosszú távú hatásokhoz kapcsolódnak, nevezetesen a tőkefelhalmozáshoz és az oktatáshoz. Másrészt két további szektort (lakásgazdálkodás és egészségügy) nem emeltünk ki, jóllehet ők is kapcsolódnak hosszú távú népesedési folyamatokhoz, és pedig az urbanizációhoz és a népesség növekedéséhez. Az előbbi a szolgáltatási szektor részét képezi, a második a közszolgáltatásokét. Amikor a modellt egy meghatározott országra alkalmazzák, a felhasználó leválaszthatja ezeket a szektorokat, ha fontosnak tekinti őket és adatok is rendelkezésére állnak.

Hasonlóképpen kidolgozatlan választási lehetőség a mezőgazdaság felbontása alszektorokra, például földművelésre és állattenyésztésre, vagy élelmiszertermelésre és más mezőgazdasági termékekre.

A tőke-javak iparáról kell még néhány szót szólni. Feltételezzük róla, hogy csak beruházási javakat állít elő, amelyek azonban nem építési jellegűek. Gépek, járművek és más felszerelések gyártása tartozik ebbe a kategóriába. A szektor terjedelmét a rendelkezésre álló adatoktól függően lehet szűkebben vagy szélesebben definiálni. A többi szektornak mindenképpen megengedjük, hogy kiegészítő beruházási javakat termeljen, például készletnövelési céllal.

Annak megfelelően, hogy a gazdaság a legtöbb fejlődő országban dualisztikus (l. Myint [16], 14. fej.), a szektorok közül néhányat tovább bontunk tradicionális és modern részre. Ezt a felosztást különböző kritériumokra lehet alapozni, például elavult és korszerű technológia, saját szükségletre vagy piacra termelő gazdaság, családi munkaerőre vagy bérmunkára alapozott munkaszervezés. Mivel mi népesedési és foglalkoztatási problémák felé orientálódunk, indokolt, hogy a legutóbbi kritériumot választottuk. Tehát megkülönböztetünk egy „családi munkaerőre támaszkodó szférát” és egy „bérmunkára támaszkodó szférát”, amely utóbbi magában foglalja a termelő

szövetkezeteket vagy kommunákat is, ahol a munka szervezése hasonlít a magán- vagy állami cégekéhez. A két szférára való felosztás nem vonatkozik feltétlenül minden szektorra; mi a mezőgazdaságban, a nem tőkejavakat előállító iparban és a szolgáltatási szektorban alkalmaztuk. Ezzel a szektorok száma tízre növekedett.

#### *A munkaerőfeleslegre vonatkozó feltevés*

Egy munkaerőfelesleggel rendelkező gazdaság működése olyan nagy mértékben különbözik egy munkaerőhiánnyal dolgozó gazdaságtól, hogy nehéznek tűnt olyan modellt építeni, amelyik mindkét helyzettel és a köztük való átmenettel is meg tud birkózni. Egy ilyen modell mindenestre sokkal komplikáltabb lett volna. Természetesen a munkaerőfelesleggel rendelkező gazdaságot válssztottuk. Éppen ezért hangsúlyozzuk: *modellünk csak akkor alkalmazható, ha a gazdaságban az egész tervezési periódusban általános munkaerőfelesleg uralkodik.* (Ez nem feltétlenül zárja ki, hogy helyileg vagy bizonyos szakképzettségekben munkaerőhiány legyen.) A munkaerőfeleslegre vonatkozó feltevés a modern szférában nagy munkanélküliségi arányban jelentkezik, a tradicionális szférában, ahol a munkaerőfelesleg a munkaerő kihasználatlansága mögé rejtőzik, a csökkenő vagy a túl lassan növekvő munkatermelékenység jelzi a munkaerő kihasználatlanságának fokozódását. (A munkaerő kihasználatlanságának mérésére nem tettünk kísérletet.)

#### *A rendszerszimuláció*

Ebben a tanulmányban a gazdasági rendszer és a népesség szerkezetének időbeli viselkedését rendszerszimuláció segítségével írjuk le. Ha adva vannak az induló feltételek, a paraméterek, az exogén és a gazdaságpolitikai változók, akkor az endogén változók időbeli pályáját a modell generálja. A számos korábbi kísérlet közül, hogy a gazdaságra szimulációs modellt alkalmazzanak, a következőket említjük meg: Blandy—Wéry [1]; Johnson és mások [8, 9, 10]; Dániel, Jónás, Kornai, Martos [3]; Miller—Halter [15]; Byerlee és Halter [2]. (Terjedelmi korlátok akadályoznak abban, hogy ezeket a megoldásokat a magunkéval összehasonlítsuk, és hogy részletesen beszámoljunk arról, mi mindent tanultunk belőlük.)

A következő érvek ösztönöztek arra, hogy problémáinkat szimulációs úton közelítsük meg:

(1) A modellel szemben felállított rugalmassági követelmény maga után vonja, hogy meg kell könnyíteni egyes változók és egyenletek beiktatását és kihagyását, egy függvényalaknak mással való helyettesítését. Ily módon a modell bonyolultságát csökkenteni vagy növelni lehet a gazdaság különleges vonásaitól és az adatellátástól függően. Ezt a feladatot viszonylag könnyű végrehajtani egy szimulációs modellben, szemben egy szimultán egyenletrendszerrel tartalmazó ökonometriai modellel, vagy például egy matematikai programozási modellel.

(2) A hosszú távú tervezésben a gazdaságpolitikus ténylegesen nagyobb szabadságfokkal rendelkezik döntéseiben, mint rövid és középtávon. Ehhez a valóságos szabadságfokhoz egy további látszólagos is csatlakozik, különösen



a tervezési folyamat korai szakaszában, mivel még nincs világos képe saját céljairól és céljainak relatív fontosságáról. Amire valóban szüksége van, az nem egy jól definiált probléma optimális megoldása, nem egy egyértelmű akcióprogram, hanem választási lehetőségeinek kifürkészése és tevékenység-sorozatok különböző kombinációiból nyerhető eredmények összehasonlítása.

(3) Nemcsak a szabadságfok, hanem a bizonytalanság mértéke is növekszik a tervezési horizont meghosszabbodásával. Ez a bizonytalanság minden hosszú távú tervezési vagy előrebecslési munkában közös. De a szimuláció lehetővé teszi, hogy a rendszert különböző környezeti hatások alatt vizsgáljuk meg, és megismerjük érzékenységét az ismeretlen vagy megjósolhatatlan paraméterváltozásokra. Ez a gondolatmenet a modellszerkesztésben a következő alapelvek alkalmazásához vezetett:

(a) A bizonytalan paraméterek számát a lehető legkisebbé kell tenni. Mivel a technológiai és az alapvető gazdasági paramétereket könnyebb becsülni és előre jelezni, mint a magatartási paramétereket, ez utóbbi fajta függvényeket és paramétereket különös takarékossgal alkalmazzuk.

(b) A gazdaságpolitikai változók kombinációjából nem szabad sem véletlenszerűen, sem pedig egy formálisan teljes sorozat formájában variánsokat képezni, hanem lehetőség szerint belső összefüggéssel rendelkező gazdaságpolitikák egy értelmes választékát kell kialakítani. Ennek a szelektálásnak intuícióna kell támaszkodnia és azokra a tapasztalatokra, amelyeket a model megelőző futtatásaiból szereztünk.

(c) Maga a szimuláció ugyan nem zárja ki lineáris egyenletrendszerek alkalmazását, mi mégis olyan modellt szerkesztettünk, amelyben ilyen rendszert nem kell megoldani. Egyszerűen haladhatunk az egyik egyenlettől a következőig, úgy, hogy a korábban meghatározott értékeket behelyettesítjük. Ez vonatkozik az időszakokra is: az endogén változók  $t$  időszakbeli értékét az exogén változók értékéből és az endogén változók korábbi értékéből számítjuk ki. (Egy kivétel van ez alól a szabály alól az építési piac esetében, ahol egyetlen rekurzió, a beruházások újrafelosztása előfordulhat. Ezzel a problémával itt nem foglalkozunk, az eljárás hasonló ahhoz, amit Dániel, Jónás, Kornai, Martos [3]-ban alkalmazott.). A szimultán rendszert nem tartalmazó modellnek mindenestre előnye, hogy semmibe sem kerül nem lineáris összefüggéseket alkalmazni, és ezzel a lehetőséggel bőségesen élünk is.

### *A társadalmi-gazdasági politika megfogalmazása*

A társadalmi-gazdasági politikát, mint már jeleztük, az alább részletezett módon fejezzük ki a modellben. Az itt megjelenő gazdaságpolitikai változóknak rögzített időbeli ütemezésük van, úgyhogy két különböző idősor különböző politikát képvisel.

(a) Szűzföld feltárási programok, azaz új földterületnek mezőgazdasági művelésbe való bekapcsolása. A program egymást követő szakaszaihoz szükséges beruházási összegek a program részét képezik. Ezeket extenzív beruházásoknak nevezzük szemben azokkal a beruházásokkal, amelyeket a régi gazdaságokba fektetünk és amelyeket intenzív beruházásoknak nevezünk. A teljes mezőgazdasági beruházást a (b) pont szerint határozzuk meg.

(b) A beruházások szektorközi allokációja. Ezt a gazdaságpolitika által meghatározott, időben esetleg változó felosztási részarányokkal számítjuk. A népgazdaság összes beruházási alapja endogén változó.

(c) A fejenkénti magánfogyasztás növekedése. Az ennek megfelelő gazdaságpolitikai változó a fejenkénti fogyasztás növekedési rátájának aránya a fejenkénti nemzeti jövedelem (GDP) növekedési rátájához. Például, ha ennek a változónak az értéke egy bizonyos évben 0,4, akkor a fejenkénti nemzeti jövedelem 5%-os növekedése a fejenkénti fogyasztás 2%-os növekedését vonja maga után.

(d) Exportcélok. Ezt a szektor kibocsátásának export céljára visszatartott hányada fejezi ki, és azt mutatja, milyen mértékben képes a szektor exportálható termékeket előállítani. Az építőipar, a szolgáltatás és a kormányzati szektorok persze ki vannak ebből zárva és legtöbbszörre a tőke-javakat előállító ipar is.

(e) Népesedési politika. Ez egy szorzó formájában jelenik meg, amelyet a termékenység arányszám egyenletében alkalmazunk a műveltségi tényezővel kapcsolatban. E mögött az a feltevés áll, hogy bármifajta népesedéspolitika sikere a műveltségi színvonal növekedésétől függ. A népesedési politika tartalma ebben az általános keretben nincs fogalmilag specifikálva, és így az alkalmazás számára sokféle lehetőséget hagytunk nyitva.

A felsorolás világosan mutatja, hogy a gazdaságpolitikát a modellben reálfogalmakkal ábrázoltuk anélkül, hogy specifikáltuk volna a gazdaságpolitikai eszközöket, amelyeket a kormány politikájának végrehajtásában alkalmazhat. Csak annyit tételeztünk fel, hogy a kormánynak van annyi hatalma és olyan szervezete, amellyel politikáját végre tudja hajtani. (Készséggel elismerjük, hogy ez a feltevés a fejlődő országok egész sorában túl erősnek tűnik.)

A gazdaságpolitikai eszközöknek a modelltől való kihagyását a következő érvek motiválják:

(1) A modell szerkezete ily módon kevésbé bonyolult, kevesebb magatartási egyenlettel és változóval kell dolgoznunk.

(2) Azok az arányok, amelyekben különböző közvetlen és közvetett szabályozási eszközöket alkalmaznak, országról-országra változnak. A gazdaságpolitikai eszközök specifikálása erősen korlátozta volna azoknak az országoknak a számát, amelyekre a modellt alkalmazni lehet.

(3) Az eszközöket a gazdaságban fennálló helyzet függvényében rövid és középtávon is változtatni lehet anélkül, hogy a hosszú távú stratégia megváltozna. Időszerűtlen 20 vagy még több évre előre kiválasztani őket.

A gazdaságpolitikai változók értékének egy együttese, (amely 18 idősrövből áll) egy gazdaságpolitikai változatot képvisel és ez a modell egy futtatásakor az endogén változóknak egy pályáját állítja elő. A szimuláció folyamán különböző gazdaságpolitikai variánsokból sok pályát számítunk.

## II. A prototípus modell vázlatja

A modell periódusonként kb. 140 egyenletet tartalmaz és ugyanennyi endogén változót. Van még évenként 18 gazdaságpolitikai változó és megfelelő számú exogén változó és paraméter. Még ha el is tekintünk azoktól az egyenletektől, amelyek szerkezetileg hasonlóak, (például több szektorra vonatkozó hasonló egyenletek), még mindig marad 74 különböző alakú egyenletünk. Lehetetlen tehát itt a modell részletes formális leírását adni. Akit érdekel, az 1. sz. függelékéből vagy még inkább Martos [13], és Lin [11] sokszorosított tanulmányából szerezhet információt.

Ebben a cikkben a modellnek csak szóbeli leírását adjuk. A modellnek azokat a részeit, amelyek megfelelnek a tradicionális és szokásos gyakorlatnak, csak röviden említjük, inkább azokat az összefüggéseket hangsúlyozzuk, amelyek a jelen javaslatban különlegeseek.

### *Termelés a nem mezőgazdasági szektorokban*

A produktív szektorok termelési színvonalát termelési kapacitásuk határozza meg és semmi olyan esetleges kihasználatlanságot nem veszünk figyelembe, mely az elégtelen keresletből származik. Ez az egész modellt kínálatra orientáltá teszi, ami jól beleillik magatartásellenes szemléletünkbe. A munkakerőfeleslegre vonatkozó feltevéssel kombinálva az egyszerű Harrod—Domar termelési függvény alkalmazása kézenfekvőnek tűnt minden produktív szektorban a mezőgazdaságot kivéve. Nem akartuk feltételezni, hogy tőkeállományra vonatkozó adatok szektorális bontásban rendelkezésre állnak, ezért a termelés növekményét számítjuk ki a tőke növekményéből, amit a beruházással azonosítunk. A kibocsátás-tőke növekményének arányát a volumentől függetlennek tételezzük fel, de az idővel exogén módon változnak. Ez exogén megtettesült műszaki fejlődést reprezentál. A nettó termék a bruttó terméknek kívülről adott hányada.

### *Mezőgazdasági termelés*

A mezőgazdaságban a föld fontos termelési tényező, és így teljes mértékben számításba vesszük a megművelt terület változását. Többletterületet a szűzföld feltárási programok révén kapunk, amit gazdaságpolitikai változónak tekintünk. A földnek művelésből való kivonása az építőipar bruttó termelésével arányos. A mezőgazdaság bruttó termelése mindkét (tradicionális és modern) mezőgazdasági szektorban a föld és a hozam szorzataként van definiálva.

A hozam növekménye két tényezőtől függ. A tőke növekményétől (ez itt az intenzív beruházás) és a pótlólagos anyagráfordítástól. A mezőgazdasági technológia megváltozhat azzal, hogy több vagy jobb anyagot (ideértve vetőmag, műtrágya, takarmány, állategészségügyi szolgálat) használunk fel. A tőkenövekménynek és a pótlólagos anyagráfordításnak a hatása összeadódik.

A pótlólagos anyagráfordítást endogén módon határozzuk meg egy rövidtávú megtakarítási függvényből, a nettó kibocsátás múltbeli növekményével való arányosságot tételezve föl. Ezzel pozitív visszacsatolási effektust vezetünk be. Másrészt viszont a pótlólagos anyagráfordítást levonjuk akkor, amikor a nettó mezőgazdasági terméket számítjuk ki, és ez negatív visszacsatolást eredményez. Ha ez a két visszacsatolás jól ki van egyenlítve, akkor megakadályozza az anyagráfordítások elszaladását. Nem tételeztük fel az anyagráfordítások határtermelékenységének csökkenését. A csökkenő határtermelékenység törvénye nem feltétlenül érvényes akkor, ha egy technológiát új területre terjesztünk ki, hosszú távon pedig a technikai fejlődés ellenőrizhető ezt a hatást.

### *Folyó ágazatközi input-output kapcsolatok*

Modellünknek egy jellemző sajátossága, hogy nem gondoskodik a folyó ágazatközi input-output egyensúlyról. Az egyetlen folyó egyensúlyi feltétel a nemzeti jövedelem (GNP) mérlege, ahol a szektorok nettó kibocsátásának összegét és a nettó importot egyensúlyba hozzuk a fogyasztással és beruházással.

Utalásként arra, hogy mi is járt az eszünkben, amikor kihagytuk a modelltől az ágazatközi input-output kapcsolatokat, elsősorban arra hivatkozunk, hogy gyakorlatilag lehetetlen az input-koefficiens matrixot hosszú távra előre becsülni. (A középtávú tervezésnél vagy megteszi egy konstans matrix is, vagy különböző előrebecslési módszerek alkalmazhatók. De ezek hosszú horizontra nem adnak értelmes eredményt.) Így arra a következtetésre jutottunk, hogy a folyó input-output egyensúly nem vizsgálható meg a hosszú távú tervezés keretében és arra kell hagyatkozni, hogy majd a közép- és rövidtávú tervekben megoldják.

### *Fogyasztás*

A teljes magánfogyasztás a népesség számának és a fejenkénti fogyasztásnak a szorzata, mindkettőt „ekvivalens felnőtt fogyasztó” alapon számítjuk, tehát a kor és nem szerinti megoszlást figyelembe vesszük. Ez az a pont, ahol a demográfiai hatások befolyásolják a gazdasági fejlődést.

A fejenkénti fogyasztás növekedési rátája a fejenkénti nemzeti jövedelem növekedési rátájának egy hányada, ezt a hányadot a gazdaságpolitika határozza meg azzal a pótlólagos szabállyal, hogy a fejenkénti fogyasztás sohasem csökken. A kormányzat fogyasztását endogén módon határozzuk meg, a kormányzati szektorokba eszközölt beruházásoktól függően, arányosan növekedve.

### *A beruházás és a tőkejavak piaca*

A társadalom teljes beruházási alapját a nemzeti jövedelem mérlegből maradékként számítjuk ki, miután levontuk a magán- és a kormányzati fogyasztást. Mivel nem tételeztük fel, hogy tőkeállományra vonatkozó adatokkal rendelkezünk, nem tudunk sem értékcsökkenést, sem selejtezést számításba venni. Így az a két feltevés, hogy a beruházás bruttó, azaz a pótlást is magában foglalja, és az, hogy a tőkeállomány növekményét reprezentálja, ellentmond egymásnak. Ezt a hézagot a kibocsátás-tőke növekmény hányados numerikus értékének meghatározásakor kell áthidalni.

Az össztársadalmi beruházási alapot a 10 szektor között (mind produktív, mind kormányzati szektorok) allokációs koefficiensek segítségével osztjuk szét, ezek exogén adott gazdaságpolitikai változók. Ez azt jelenti, hogy a beruházási politikát a Feldman [5]—Mahalanobis [12] típusú modellek mintájára közelítjük meg, de nálunk az allokációs hányadosok változhatnak az időben, ami azt fejezi ki, hogy a társadalom prioritásai a tervezési időszak alatt eltolódhatnak.

A tőkejavak piacán biztosítjuk a hozzávetőleges egyensúlyt. A kibocsátás-tőke növekmény hányadosok egy kicsiny mátrixa segítségével ki tudjuk számítani azt a keresletet, melyet a beruházások támasztanak az építőiparral

és a tőkejavak iparával szemben. Ami a tőkejavakat illeti a feltételezett többletkeresletet importból fedezik. Azonban az épületek nem importálhatók és így egyensúlytalanság állhat elő az építőiparnak a beruházásokra irányuló kibocsátása és a beruházásoknak az építőiparral szemben támasztott kereslet között. Ha a kereslet meghaladja a kínálatot, vagy pedig a kínálat tetemesen (azaz egy megengedett határon felül) meghaladja a keresletet, akkor vissza kell térni az előző időszakra és aszerint, hogy éppen mire van szükség, fel kell emelni vagy csökkenteni kell az építőiparba eszközölt beruházásokat. Ezzel azután az egész beruházási alapnak az újrafelosztását követeli meg oly módon, hogy a többi szektorok egymás közti arányai változatlanok maradjanak. Matematikailag bebizonyítottuk, hogy minden gyakorlatilag előforduló esetben ezt az újrafelosztást csak egyszer kell elvégezni, iterációra nincs szükség.

### *Külkereskedelem*

A külkereskedelmet nagyon durva közelítéssel építjük csak be a modellbe azzal az egyetlen céllal, hogy hosszú távon figyelembe lehessen venni a gazdaság nyitottságára vonatkozó gazdaságpolitikai változtatásokat, azaz hogy szektorális bontásban meg lehessen vizsgálni az önerőre való támaszkodás stratégiáját, szemben egy külkereskedelemre orientált fejlődéssel. Másrészt azonban a külföldi kereslet és a külkereskedelem gazdaságossága nem szerepelnek a modellben, mivel úgy gondoljuk, hogy ezeket a tényezőket nem lehet hosszú távra megjósolni.

A tőkejavak importját a beruházások indukálta szükséglet és a hazai termelés különbsége határozza meg. (A tőkejavak exportját figyelmen kívül hagytuk.) A magán- és kormányzati fogyasztás egy előre meghatározott hányada ugyancsak importból származik és ugyanígy viszonylik a produktív célú nyersanyag és félkésztermék behozatal a szektoronkénti bruttó kibocsátáshoz. A mezőgazdasági és ipari exportcélokat (csak négy szektorban tételezzük fel exportképességet) gazdaságpolitikailag meghatározott exportráták szabályozzák.

A külkereskedelmi politika kumulált hatását a külföldi eladósodottsággal mérjük anélkül, hogy ez visszahatna a gazdaságpolitikára. Ez a jelzőszám segít abban, hogy a rendelkezésre álló gazdaságpolitikai variánsok között választhassunk, de nem korlátozzuk eleve a világgazdasági hajlandóságát.

### *Munkaerő és foglalkoztatottság*

A gazdaság modern szférájában különbséget teszünk munkaerő és foglalkoztatottság között, a tradicionális szférában nem. Tehát a modern szférában ki tudunk számítani egy munkanélküliségi arányt, de a munkaerő kihasználatlanságát a tradicionális gazdaságban nem tudjuk mérni.

A foglalkoztatottak száma a modern nem mezőgazdasági szektorokban a beruházásokkal együtt nő. A foglalkoztatottság-tőke növekményhányadosok az időben endogén módon változnak a munkanélküliségi indextől függően. A munkanélküliségi arány növekedése a foglalkoztatottság-tőke növekményhányadosot változatlanul hagyja, mivel a kihasználatlanság növekedését feltételezzük. De a munkanélküliségi arány csökkenése, azaz a munkaerőpiac

szűkülése csökkenti a hányadot, mivel az optimum eltolódik a munkamegtakarító tőkeintenzív technológiák felé. Ez a munka és a tőke közötti dinamikus helyettesítési hatást tükrözi vissza. A modern mezőgazdaságban a foglalkoztatottságot hasonló módon kezeljük, de itt a megművelt terület változását és a pótlólagos anyagráfördítés munkaigény növelő hatását is hozzáadjuk, és azt is megengedjük, hogy a foglalkoztatottság-tőke növekmény hányada negatív értéket vegyen fel. A közalkalmazottak száma a kormányzat fogyasztásával arányosan nő.

A teljes rendelkezésre álló munkaerőt a népesség nem és kor szerinti megoszlásának adataiból számoljuk exogén részvételi ráták segítségével. A bér-munka piacon jelentkező munkaerő arányosan nő a teljes munkaerővel, hozzáadva még azoknak a számát, akik a tradicionális szférából a bér-munka piacra áramlanak. A munkaerő áramlásának terjedelme függ a forrásnak és a befogadó szférának a méreteitől és attól, hogy a két szféra nettó munkatermelékenysége mennyire különbözik. Ezt a különbséget a kereseti különbségek helyett használjuk. A termelékenységet itt munkaerő alapon és nem a foglalkoztatottak száma alapján számítjuk és ezzel a munkanélküliség elriasztó hatását is számításba vesszük. A tradicionális szféra munkaerőkészlete a teljes és a modern munkaerő különbsége. Ezt arányosan osztjuk szét a tradicionális szektorok között, de a tradicionális mezőgazdaságban a megművelt terület változását is figyelembe vesszük.

### *Népesség*

A modell tartalmaz egy nem és kor szerinti bontásban kiszámított népesedési előrejelzést, amely általánosságban megfelel a standard demográfiai gyakorlatnak. Így mindig fennáll az a lehetőség, hogy a népesedési előjelzést ne endogén módon generáljuk, hanem kívülről, független forrásokból vegyük, és pedig lehetőleg több variánsban.

A mi javaslatunknak megvan az a kétes érdeme, hogy figyelembe veszi a gazdasági fejlődés demográfiai hatásait. Kételyeink tudatlanságunkból erednek (az olvasó ízlése szerint gondolhat akár a szerzők, akár a társadalomtudományi kutatók közösségének tudatlanságára), abból hogy nem tudjuk, milyen magyarázó tényezők befolyásolják a halandóságot, a születési arányt, és a városba vándorlást, nem is beszélve a kérdéses függvények alakjáról. Mindenesetre megkíséreltük, hogy ezeket a függvényeket úgy formalizáljuk, hogy minél kisebb legyen a magatartási paraméterek iránti igényük.

A termékenységi arányszám három tényezőtől függ. A felnőtt lakosság műveltségi színvonalától, a termékeny korú nők számára rendelkezésre álló modern munkahelyektől és a népesedési politikától. Ami az első két tényezőt illeti, konstans negatív parciális elaszticitásokat tételeztünk fel. Az utolsó, a népesedési politika egy szorzó, amelyet csak akkor alkalmazunk, ha az átlagos műveltségi színvonal nő. (Fentebb már említettük ennek okait és azt is, mennyire határozatlanok vagyunk abban, hogy amit népesedési politikának nevezünk, valójában miből is áll.)

A kor és nemek szerint specifikált halandósági arányok a nemek szerint specifikált születéskori várható élettartamtól függenek. A várható élettartam a fejenkénti fogyasztástól (ez helyettesíti a táplálkozást) és a közszolgáltatásoktól (ez helyettesíti az egészségügyi és köztisztasági ellátást) függ; itt ismét konstans elaszticitásokkal dolgozunk.

A városba vándorlást hasonlóan kezeljük, mint a munkaerő átáramlását a tradicionálisból a modern szférába. A termelékenységi különbséget reprezentáló tényező a két függvényben megegyezik, csak a forrás változik meg a tradicionális munkaerőről a falusi népességre és a befogadó a modern munkaerőről a városi népességre. Azt tételezzük fel, hogy a fejlődő országokban a két folyamat párhuzamosan halad.

### *Oktatás*

Az oktatás meglehetősen alárendelt szerepet játszik ebben a modellben. Az egyetlen pont, ahol a fejlődésre bármilyen hatást gyakorol: a termelékenységi arányszám egyenlete. Elismerjük, hogy a hosszú távú tervezésben az oktatásnak alapvető szerepe van, és ezt a mi modellünk nem tükrözi vissza. Azzal mentegetedzünk, hogy egyrészt a művelődés hatása a gazdaságra igen komplex és nehezen számszerűsíthető, másrészt, hogy az oktatási rendszernek egy teljes terjedelmű modellje elég bonyolult. Így a mi formuláink nem tesznek mást, mint összekötik az oktatási beruházásokat a felnőtt lakosság felhalmozott műveltségi színvonalának késleltetett növekedésével.

### *Dinamika*

A prototípus modell magyarázatát azzal zárjuk, hogy néhány szót mondunk modellünk dinamikai vonatkozásairól. A népesedési és oktatási folyamatokban a késleltetés mértéke viszonylag könnyen megállapítható. A gazdaságban egységes egyperiódusnyi késleltetést alkalmaztunk minden szektor-tőke-képződéséhez. Jóllehet ezt a periódust „évnek” nevezzük, gyakorlatilag egy két-három éves egységes periódusidő (és késleltetés) realiztikusabb.

Megvalósíthatónak látszik a különböző szektorokban különböző késleltetések alkalmazása is, de ezt nem dolgoztuk ki.

### *Alkalmazás*

A fentebb kifejtett prototípus modell csak keretként szolgál és szükség-szerűen megváltozik, amikor egy ország szükségleteire és körülményeire alkalmazzák. Legalább négy szempont van, amelyet az alkalmazáskor figyelembe kell venni.

(1) *Az ország különleges társadalmi-gazdasági problémái.* Ezek arra ösztönözhetik a felhasználót, hogy a modell egyes részeire nagyobb vagy kisebb súlyt helyezzen, hogy szektorokat felbontson, vagy összevonjon, hogy elhanyagolt vonatkozásokat (például regionális bontás, jövedelemelosztás stb.) befogadjon vagy érdekteleneket elhagyjon. Formai szempontból ez változóknak és egyenleteknek a beiktatásával, kihagyásával vagy kicserélésével jár, vagy esetleg új részmodellek szerkesztésével, amelyeket a jelen modell keretében vagy azon kívül kell megoldani.

(2) *A társadalmi-gazdasági ismeretek fejlettsége.* Korábbi társadalmi-gazdasági kutatások eredményei jobb alternatívát nyújthatnak egy bizonyos társadalmi-gazdasági folyamat megformulálásához annál, amit a prototípus modell ajánl. Ilyen kutatások a paraméter becsléseket is segíthetik. A korábbi kutatás hiánya elrettentheti a felhasználót, hogy leküzdhetetlen nehézségekkel szembeszálljon, de provokálhatja is őt, hogy eddig érintetlen problémákat próbáljon megoldani.

(3) *A statisztikai bázis.* Nyilvánvaló követelmény, hogy alkalmazkodni kell az országban használt statisztikai fogalmakhoz és a rendelkezésre álló adatbázishoz.

(4) *A működő tervezési rendszer.* Egyrészt a mi javaslataink alkalmazásánál bele kell illeszkedni más hosszú távú számítások és tervek rendszerébe, ha van ilyen az országban, vagy legalábbis az eredményeknek összehasonlíthatóknak kell lenniök. Másrészt lehetővé kell tenni a kétirányú kommunikációt a hosszú- és a középtávú tervek között. Ezeket a követelményeket nem lehet elég nyomatékosan hangsúlyozni. Mivel a mi modellünk meg sem kísérel, hogy teljes legyen, csak egy szélesebb tervezési folyamat részének tekinthető, amelyben különböző más modelleket és nem formalizált tervezési eljárásokat kombinálnak egy átfogó kép érdekében. Az input adatok átvihetősége olyan előny, amit nem szabad elszalasztani, egy másik ilyen előny az output adatok összehasonlíthatósága.

Technikai oldalról az alkalmazás azt is magában foglalja, hogy meg kell határozni a tervezési horizontot, a bázisidőszakot, az időegységet, azaz a periódus hosszát, hogy pontosan definiálni kell az egyes fogalmak tartalmát és mértékegységeit, a nyomtatandó jelzőszámokat stb.

### III. Példa: Kísérletezés egyiptomi adatokkal

Illusztrációképpen a modellt egy egyiptomi esettanulmányon próbáltuk ki. A szimuláció kezdőéve 1963, a bázisidőszak 1964-től 1969-ig terjed. Az előrevetített időszak 1970-től 1980-ig tart, ahol is az 1970-es évet tekintjük a gazdaságpolitika szimulációja kezdetének. Ennek a kísérletnek a fő célja, hogy egyrészt megvizsgáljuk a modell működőképességét és alkalmazhatóságát, másrészt magukat az egyiptomi adatokat. Semmiképpen sem értelmezhető úgy, hogy a prototípus modellt máris az egyiptomi gazdaságra alkalmaztuk. Azt is figyelembe kell venni, hogy néhány paraméter, mint például a kibocsájtás-tőke növekményhányadosát és a túlélési arányszámot exogén adottnak tekintjük, nem pedig endogéneknek, amint azt a prototípus modellben javasoltuk.

Jóllehet, az itt bemutatott számszerű becsléseket kísérletieknek kell tekinteni; az adatok még finomításra szorulhatnak, a modell pedig módosításra, ezzel mégis illusztrálni tudjuk a szimulációs modell alkalmazhatóságát és azt is, hogyan használható fel, amikor más országokban hasonló helyzetekre alkalmazzuk. Mégis el kell ismernünk, hogy az egyiptomi gazdaságra vonatkozó esettanulmány kísérleti eredményei főképp a modell kipróbálását szolgálják és a jelen szakaszban korai lenne ezekből a statisztikai eredményekből gazdaságpolitikai következtetéseket levonni.

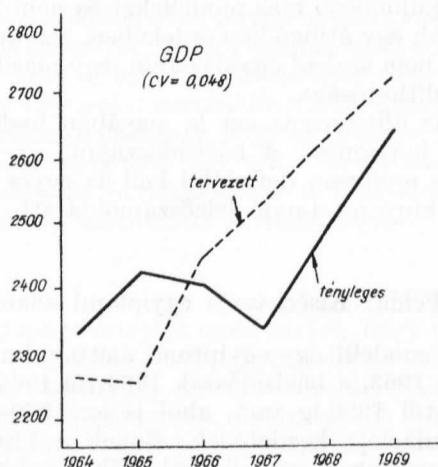
#### *A modell igazolása: a standard pálya*

Sok érzékenységi vizsgálatot végeztünk, hogy a gazdaságpolitikai változók és paraméterek változásának hatását a statisztikai eredményekre kipróbáljuk és kiértékeljük. Ezek gyakran olyan információkhoz vezettek, melyek pótlólagos adatváltoztatást és modellmódosítást igényeltek. Ilyen számítások továbbra is hasznos források ahhoz, hogy a gazdaságpolitikai változók megfelelő kombinációit állítsuk elő, úgy hogy a fejlődési alternatívák a kitűzött



célok tekintetében eredményesek legyenek. A standard pálya, amelyre mint I. fejlesztési alternatívára is hivatkozni fogunk, nem más, mint az egyiptomi gazdaság és népesség főbb indexeinek becslése, amely a történelmi fejlődési utat tükrözi vissza. A bázisidőszakban ezt a standard pályát használjuk a modell igazolásának alapjául. E fejezet végén tárgyaljuk majd részletesebben a gazdaság és a népesség fő jellemzőit.

A modell igazolása nélkülözhetetlen része a rendszerszimulálásnak; ezzel vizsgáljuk meg, hogy a modell szerkezete kifogástalan-e, és hogy azok a technikai és magatartási paraméterek, amelyeket az előrejelzési időszak szimulációjában fel akarunk használni, megbízhatóak-e. Az igazolást úgy hajtjuk



3. ábra

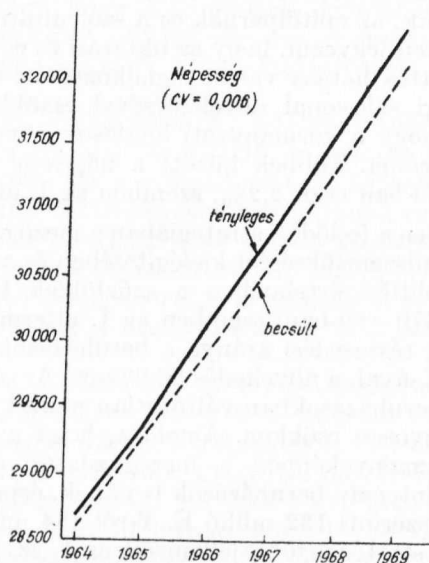
vége, hogy összehasonlítjuk a standard pályának a bázisidőzakra vonatkozó szimulált eredményeit az ugyanezen időzakra vonatkozó tényleges statisztikai jelentésekkel. Továbbá, a modell előrejelzési képességét is kiértékeljük, úgy hogy az előrebecsült időszakot mind elméletileg, mind a józan ész szempontjából megvizsgáljuk.

A bázisidőszakban az előrebecsült és a tényleges értékek illeszkedésének jószágát a variációs koefficiens (CV) segítségével mérjük. Ha a CV értéke nem nagyobb, mint 0,8, akkor azt mondjuk, hogy az előrebecsült és a tényleges adatok összehasonlíthatók; egyébként összehasonlíthatatlanok.

A 3. és 4. ábra válogatott adatokat tartalmaz a népesség és a nemzeti jövedelem (GDP) előrebecsült és tényleges fejlődéséről 1964–1969-ben; a variációs koefficiens zárójelbe tettük. (Néhány más indexre, például a beruházási sorozatra az ebben az időszakban lezajlott háború torzító hatással volt.)

A nemzeti jövedelem, illetőleg a népesség bázisidőszaki előrebecsült és tényleges értékei között a variációs koefficiens 0,048, illetőleg 0,006 volt. Általánosságban szólva is igaz, hogy a legfőbb mutatókban az előrebecsült eredmények és a tényleges adatok nagyon közel álltak egymáshoz. Ez volt a legmeggyőzőbb bizonyíték arra, hogy a szimulációs modellnek ezt a szerkezetét elfogadhatjuk az egyiptomi gazdaság elemzésére és megbízhatunk előrebecslési alkalmasságában.

Összefoglalva úgy éreztük, hogy a modell és a paraméterek becslése azon a szinten vannak már, hogy *feltételesen* előrebecslést végezhetünk az egyiptomi gazdaságra, a gazdaságpolitika különböző változataival, ahol is azt feltételeztük, hogy az egyiptomi gazdaság a jövőben is hasonló módon fog viselkedni. Ebben a vizsgálatban nem pusztán az előrebecslési eredmények érdekeltek bennünket, hanem az is, hogy mélyebb bepillantást nyerjünk a demográfiai és a gazdasági folyamatok közötti kölcsönhatásba, és hogy összehasonlítsuk a gazdaságpolitikai változatok hatását az alternatív fejlődési pályákra.



4. ábra

#### A fejlesztési alternatívák

Miután a modellt igazoltuk, a fejlődési alternatívákkal való kísérletezésre térünk rá, amelyek különböző gazdaságpolitikai céloknak felelnek meg. A standard pályán kívül (I. alternatíva) két további alternatívával kísérletezünk: a II. alternatíva célja az, hogy növelje a foglalkoztatottságot és csökkentse a népesség növekedését és a munkanélküliséget; a III. alternatíva a mezőgazdaság szerepét emeli ki a gazdasági fejlődésben. A három alternatíva háttérében álló feltételezések a következők:

*Standard pálya — I. alternatíva:* a gazdaságpolitika megformálásában mintegy a múltbeli trendek folytatódását tételezzük fel.

(a) A mezőgazdasági beruházásoknak az összes beruházásokhoz való aránya 19% marad és az évenként feltárt szűzföld 30 ezer feddan marad 1970–80-ban, ami megfelel az 1964–69 évek átlagának.

(b) A múltbeli népesedési politika folytatása azt eredményezi, hogy a népesség növekedési üteme az 1964–69. évi 2,37%-ról 1975–80-ra 2,61%-ra növekszik.

(c) A magánfogyasztás és a külkereskedelem terén 1970–80-ban alkalmazandó gazdaságpolitika ugyanaz, mint amit a bázisidőszakban alkalmaztak,

pl. a mezőgazdasági termelés 19%-át exportálják, ugyanúgy, mint 1964–69 átlagában.

*II. alternatíva.* Ezt a fejlődési stratégiát úgy konstruáltuk meg, hogy a foglalkoztatottság növekedjék, a népesség növekedési üteme és a munkanélküliségi arány viszont csökkenjen. Ez azzal jár, hogy az iparnak a beruházásokból való részesedése az I. alternatíva 38,4%-áról 44,2%-ra növekszik (15%-os növekedés). Hasonlóképpen az oktatási és egészségügyi beruházások aránya az I. alternatívában 1,71% volt, míg a II. alternatívában 2,56%, a növekedés 50%-os. Ezek következtében relatíve a mezőgazdaságnak, a tőkejavakat előállító iparnak az építőiparnak és a szolgáltatásoknak a részesedési aránya csökken. Meg kell jegyezni, hogy az oktatási és egészségügyi beruházások növekedésének kettős hatása van a foglalkoztatási stratégiára: az egyik az, hogy a műveltségi színvonal növekedésével csökken a termékenységi ráta, a másik pedig, hogy a kormányzati kiadások növekedésével növekszik a közalkalmazottak száma. Többek között a népesség növekedési rátája a II. alternatívában 1980-ban csak 2,2%, szemben az I. alternatíva 2,6%-ával.

*III. alternatíva.* Ebben a fejlődési stratégiában a mezőgazdaság kulcsszerepet játszik a növekvő élelmiszerszükséglet kielégítésében és a gazdasági növekedés fenntartásában. E politika értelmében a szűzföldek feltárása évi 60 ezer feddanra növekszik 1970–80-ban, szemben az I. alternatíva 30 ezer feddanjával, a mezőgazdaság részesedési aránya a beruházásokban 29,0%, szemben az I. alternatíva 19,3%-ával, a növekedés 50,0%-os. Az oktatás és egészségügyi részesedési aránya a beruházásokban változatlan marad, az ipari és szolgáltató szektoroké pedig arányosan csökken. Amellett, hogy a szűzföldek növekvő feltárásának következményeképpen a mezőgazdaság extenzív beruházásai növekszenek, még az intenzív beruházások is nőnek, és pedig 1970–80 átlagában az I. alternatíva szerinti 132 millió E. £-ról 184 millió E. £-ra.

A három fejlesztési stratégia főbb jellemzőit az I. sz. táblázatban foglaltuk össze. Röviden: a III. alternatívát elsősorban a nemzeti jövedelem gyors növekedése jellemzi, míg a II. alternatívát a népesség lassú növekedése, magas foglalkoztatottsági szint és alacsony munkanélküliségi arány. Az I. alternatívát a nemzeti jövedelemnek és a népességnek közepes növekedése jellemzi.

I. táblázat

*Alternatív fejlesztési stratégiák gazdasági-demográfiai jellemzői*  
(Egyiptom, 1975–1980; zárójelben az évi átlagos értékek)

Fejlesztési stratégia	Gazdaság		Foglalkoztatottság és demográfia	
	GDP	Mezőgazdaság	Foglalkoztatottság	Népesség
	1970. évi változatlan áron mill. E. £		ezer főben	
I. alternatíva (standard pálya)	Közepes (4087)	Közepes (1148)	Alacsony (4368)	Közepes (39988)
II. alternatíva (foglalkoztatottsági stratégia)	Alacsony (3975)	Alacsony (1081)	Magas (4530)	Alacsony (39218)
III. alternatíva (mezőgazdaságfejlesztési stratégia)	Magas (4171)	Magas (1339)	Közepes (4264)	Magas (39996)

*Fontosabb mutatószámok:* a 2. függelékben az A—1 és A—2 táblázatokban bemutatjuk a nemzeti jövedelem mérleg válogatott adatait, valamint a népességre és foglalkoztatottságra vonatkozó adatokat, mind a bázis, mind a tervidőszakra az I. alternatíva szerint. Ezek a standard pálya fő jellemzői, amit kiindulópontul használunk a három fejlesztési stratégia fő jellemvonásainak összehasonlításához. A 2. függelék A—3 és A—4 táblázatai ennek megfelelően beszámolnak a fejlesztési alternatívák egyes gazdasági és demográfiai változói-ról mind a bázis, mind a tervidőszakban. Még egyszer hangsúlyozzuk, hogy ebben a tanulmányban elsősorban az érdekelt, hogy a modell működőképességét kiértékeljük, úgy hogy a szimuláció keretében különböző fejlesztési stratégiák következményeit állítjuk szembe. A most következő taglalás két részből áll: a gazdaság egyrészről, a foglalkoztatottság és a népesedés másrészről.

1. *A gazdaság.* Mint a 2. függelék A—3 táblázatából látható, a beruházások ágazatközi allokációs arányait és a GDP szektorális bontását aggregáltuk a mezőgazdasági, az ipari és a szolgáltatási fő ágazatokban. A bázisidőszak és a tervidőszak adatai többé-kevésbé hasonlíthatnak egymáshoz, kivéve a III. alternatívát. Ebben az alternatívában a mezőgazdaságnak a beruházásokból való részesedési aránya a bázisidőszakbeli 19,2%-ról 1975—80-ra 28,9%-ra növekszik. A növekvő mezőgazdasági beruházások hatására a mezőgazdaság hozzájárulása a GDP-hez a bázisidőszakbeli 27%-ról 1975—80-ban 32%-ra növekszik.

Az egyiptomi mezőgazdaság nagyon munkaintenzív technológiája azt eredményezi, hogy a mezőgazdaságban a tőke hozama magasabb, mint a többi szektorokban. Így joggal várható volt, hogy a III. alternatíva magas mezőgazdasági beruházása a GDP-nek gyorsabb növekedését eredményezi, mint a többi fejlesztési alternatívák. Az 1970. évi faktoráronok számított évi átlagos GDP az I. II. és III. alternatívában 1975—1980-ra az 1964—69. évi bázisidőszak 1,63-szorosára, 1,59-szeresére, illetőleg 1,66-szorosára növekszik. (A bázisidőszakban az évi átlagos GDP 7500 millió E. £.) A GDP 1975—80. évi átlagos évi növekedési üteme durván 5 és 6% között mozog a három fejlesztési stratégiának megfelelően, ami 1,2—2,2 ponttal magasabb, mint a bázisidőszakbeli.

A fejenkénti fogyasztás (ekvivalens felnőtt fogyasztóban mérve) abszolút mértékben fokozatosan növekszik. De a magán- és közfogyasztás részesedése a GDP-ből az idővel csökken, a bázisidőszakbeli 89,6%-ról az 1975—80-as 84,0, 86,6, illetőleg 83,2%-ra a három alternatívának megfelelően. Ezzel több forrást bocsájunk rendelkezésre produktív beruházások céljára. Következésképpen a beruházás/GDP arány az 1964—69. évi 17,1%-ról 25,0, 23,1 illetve 24,5%-ra növekszik, 1975—80-ra. A növekvő beruházási hányad a GDP gyorsabb növekedését eredményezi a tervidőszakban, mint azt feljebb már megmutattuk. A munka termelékenysége, amit a GDP/munkaerő hányadossal fejezünk ki, a tőkének, a technikai fejlődésnek és más tényezőknek együttes hatását fejezi ki. A megfigyelt időszakban a munka termelékenysége mind a tradicionális szférában, mind a modern szférában nő. A népgazdasági munka termelékenysége, mint a 2. függelék A—3 táblájában látható, a bázisidőszaki 314 E. £/főről 378, 369, illetőleg 385 E. £/főre növekszik 1975—80-ban a három alternatíva szerint. A munkatermelékenység növekedése azt a tényt tükrözi vissza, hogy a GDP növekedése gyorsabb, mint a munkaerő növekedése.

2. *Foglalkoztatottság, munkaerő és népesség.* Mint a 2. függelék A-4 táblázatából látható, a foglalkoztatottság növekvő irányú, a munkanélküliségi arány és a termékenységi ráta csökkenő irányú mind a három fejlesztési stratégia szerint.

A II. alternatíva nyújtja a leghatékonyabb stratégiát a népesség növekedési rátájának, és a munkanélküliségi aránynak a csökkentésében, a foglalkoztatottság növelésében. A népesség évi növekedési rátája a bázisidőszaki 2,39%-ról a II. alternatíva szerint 1975-80-ban 2,23%-ra csökkent, viszont az I. és III. alternatíva szerint ugyanezen idő alatt 2,61-2,62%-ra növekszik. Mivel a II. alternatívát az I. és III. alternatívához képest a népesség lassabb növekedése jellemzi, természetesen elvárható, hogy a foglalkoztatottság nagyobb, a munkaerő pedig kisebb mértékben növekszik. Például a foglalkoztatottság évi átlagos növekedése a II. alternatíva szerint az 1964-69. évi 3,81%-ról 1975-80-ban 5,82%-ra növekszik, ami 1,09, illetőleg 0,59 ponttal magasabb, mint az I. és III. alternatívák növekedési rátái.

#### IV. Következtetések és kutatási feladatok

A modell kipróbálásánál szerzett tapasztalatok és az a nagyra értékelt bírálat, amelyet kollégáinktól, szakértőktől és a modell esetleges felhasználóitól kaptunk, néhány megfontolandó következtetéshez vezettek és figyelmünket további kutatási feladatokra irányították.

##### *Következtetések*

A modellnek egyiptomi adatokra alapozott kipróbálása a következőket bizonyította:

(a) A javasolt prototípus-modell működésképes volt és alkalmas arra, hogy értelmes válaszokat adjon több változatban olyan problémákra, amelyekkel számos fejlődő országnak szembe kell néznie, amikor hosszútávú fejlesztési stratégiáját kidolgozza.

(b) A modellt ki lehetett tölteni adatokkal, melyek a hosszútávú tervezés céljára eléggé megbízhatóak voltak. A bizonytalan paramétereket be lehetett úgy kalibrálni, hogy az ex-post előrebecsült és a ténylegesen megfigyelt trendek illeszkedése elfogadható legyen.

(c) A különböző gazdaságpolitikai változatoknak megfelelő ex-ante számítások különböző pályákat produkáltak és ezek nem mondtak ellent a józan észnek. Egyes változók nagyobb, mások kisebb érzékenységet mutattak a gazdaságpolitika változására, de a változók értékei mind ésszerű határok között maradtak.

(d) A rendszer-szimuláció elfogadható eszköznek bizonyult arra, hogy különböző stratégiák következményeit kitapogassuk, és pedig alacsony költséggel.

Ezzel egyidejűleg felismertük, hogy a modell szerkezete bizonyos irányokban túlságosan primitív. E hiányok nagy részét akkor kell korrigálni, amikor az egyes országokra a specifikált modellváltozatokat kidolgozzák.

(a) A mezőgazdaságra vonatkozó választási lehetőségek a mi javaslatunkban túlságosan durvák ahhoz, hogy elegendő útmutatást adjanak a követendő

mezőgazdasági stratégiára. Különösképpen joggal bírálták, hogy hiányzik az élelmészeti mérleg.

(b) A gazdaság és a népesség közötti kölcsönhatásoknak csak egy részét ábrázolja a modell. Például egy hosszútávú modellben jobb, ha a lakosság munkaerőkínálatát, a részvételi arányokat endogén módon, mint ha exogén módon határozzuk meg.

(c) Az oktatás és szakképzés hatása sokkal gazdagabb, mint amit a modell ábrázol; például a termelékenységre való hatást figyelembe kellett volna venni.

### *Kutatási feladatok*

Egyes kutatási feladatok közvetlenül a modell imént említett hiányosságai-ból következnek, és ezek eredményeit viszonylag könnyen be lehet építeni a modellbe, anélkül, hogy szerkezetét alapvetően megváltoztatnók. Ezeket nem soroljuk fel újból. De vannak olyan területek, amelyeknek esetleges figyelembe-vele nagyobb változtatásokat vonna maga után, vagy pedig azt, hogy a modellhez opcionális részmodelleket kell csatolni.

(a) A jövedelem-egyenlőtlenség és a jövedelmek újrafelosztására irányuló politika egyike azoknak a fontos problémáknak, amelyeket számos kormány esetleg figyelembe kíván venni, mikor fejlesztési stratégiáját kidolgozza. (A földbirtoklási rendszer módosítása is ezzel rokon probléma.) Mivel a jövedelmeket explicite nem vezettük be a modellbe, ez a modell nagyobb módosítását igényelheti.

(b) A gazdasági dualizmust kizárólag a foglalkoztatottsággal összefüggésben vettük figyelembe. Itt meg kell vizsgálni a munkaerő kihasználtságának mérési lehetőségeit a tradicionális gazdaságban és a dualizmus más (pl. technológiai) következményeit. Itt a fő nehézség a kvantifikálhatatlanság és a megbízható adatok ebből következő hiánya.

(c) Javasolták, hogy az árak (legalábbis a mezőgazdaság és a gazdaság többi része közötti *terms of trade* formájában) szerepeljenek és endogén módon határozottassanak meg. Ez is további kutatást igényel.

(d) Nem foglalkoztunk azzal, milyen módon lehet a gazdaságpolitikát végrehajtani. Tanulmányozni kell, lehet-e opcionális eszközváltozókat beépíteni a modellbe, anélkül, hogy azt túlspecifikálnánk és így rugalmasságát elveszteszünk.

## I. Függelék

### *A modell formális matematikai leírása*

#### *A. Változók*

##### *Jelölési rendszer*

Egy változó jelölése hat betűből áll három csoportban. Pl. PRG.AMJ. Az első csoport (három betű) a változó neve, a második (2 betű) a változót specifikálja valamilyen osztályozásban, mint pl. szektor, népesség-csoport, stb. Az utolsó betű az időre vonatkozik. (A változók jelölései eredetileg angol

kifejezések rövidítéseként keletkeztek. Sajnos, ez a mnemotechnikai könnyítés elvész a magyar fordításban.)

A következő listában a csillag exogén változót (ide értve a gazdaságpolitikai változókat is) jelöl, a többiek endogének.

*A változók neve* (első csoport)

- BTH: születések száma  
 CAP: oktatási kapacitás  
 CGR: a fejenkénti fogyasztás növekedési rátája  
 \*CKR: oktatási kapacitás-tőke növekményhányados  
 CON: fogyasztás  
 COR: fejenkénti fogyasztás  
 \*CPM: szorzó a fejenkénti fogyasztás és nettó termelés növekedési rátája között  
 DBT: külföldi tartozás vagy követelés  
 DEK: a beruházások által támasztott kereslet (tőkejavakra és építésre)  
 EDC: a felhalmozott műveltség  
 EDF: szorzó a műveltség és a termékenység között  
 EDL: műveltségi színvonal  
 EGR: a műveltségi színvonal növekedési rátája  
 \*EKR: foglalkoztatottság-tőke növekményhányados  
 \*EKS: helyettesítési koefficiens a foglalkoztatottság és tőke között (modern mezőgazdaság)  
 \*EMI: a foglalkoztatottság és az anyagráfördítés közötti koefficiens (modern mezőgazdaság)  
 EMP: foglalkoztatottság  
 EXP: export  
 \*EXR: export hányad (a bruttó termelésből)  
 FER: termékenységi arányszám  
 \*FRV: külföldi bevétel vagy kiadás (nem-kereskedelmi)  
 GPY: bruttó munkatermelékenység  
 GRM: gravitációs szorzó  
 IMN: nettó import  
 IMP: import  
 \*IMR: importarány (fogyasztás és anyagráfördítés céljára)  
 INE: extenzív beruházás (mezőgazdaság)  
 INF: beruházás (első allokáció)  
 INI: intenzív beruházás (mezőgazdaság)  
 \*INR: beruházás-allokációs hányad  
 INS: beruházás (második allokáció)  
 INV: beruházás  
 JOM: szorzó a termékenység és a modern munkaalkalom között

- KLR: tőke-föld arány (szűzföld feltárásakor)  
 LAB: munkaerő  
 LAN: föld  
 \*LAR: feltárt szűzföld  
 LAS: átáramló munkaerő (a tradicionálisból a modern szférába)  
 LAW: művelésből kivont föld  
 LEB: születéskori várható élettartam  
 \*LPR: munkaerőben való részvételi arány  
 MAT: öregedés (a következő korszakotba)  
 MIA: pótlólagos folyó anyagráfördítés (mezőgazdaság)  
 MIG: városba vándorlás  
 \*NPR: a nettó termék aránya a bruttó termékhez  
 NPY: nettó munkatermelékenység  
 \*OKR: kibocsátás-tőke növekményhányados  
 PDM: termelékenység-különbözeti szorzó  
 POP: népesség  
 POR: falusi népesség  
 POU: városi népesség  
 \*PPM: népesedéspolitikai szorzó  
 PRG: bruttó termék  
 PRI: a nettó termék növekménye  
 PRN: nettó termék  
 SEX: többletkereslet (beruházási célú építés iránt)  
 SVR: túlélési hányad  
 UEC: a munkanélküliségi arány változásának rátája  
 UER: munkanélküliségi arány  
 YLD: területegységre eső hozam

*Szektorok* (második csoport)

- AM: modern mezőgazdaság  
 AT: tradicionális mezőgazdaság  
 IM: modern ipar, nem-tőke javak  
 IT: tradicionális ipar, nem-tőke javak  
 IC: ipar, tőke javak  
 SM: modern szolgáltatás  
 ST: tradicionális szolgáltatás  
 BL: építőipar  
 ED: oktatás  
 GS: közszolgáltatás

$$AG = AT + AM$$

$$EM = AM + IM + SM + IC + BL$$



ET	=	AT + IT + ST
EC	=	ET + EM
GV	=	ED + GS
MM	=	EM + GV
SO	=	EC + GV
d, p:		szektorok vakindexei

*Egyebek* (második csoport)

EA:	ekvivalens felnőtt fogyasztó
NK:	nem-tőke jóság (import)
TM:	a tradicionálisból a modern szférába (munkaerő-áramlás)
RU:	faluról városba (vándorlás)

*Korcsoportok* (ötödik betű)

C:	gyermek (0—14)
F:	termékeny kor (15—49)
E:	idősek (50—64)
O:	öreg (65—)

$$W = F + E$$

$$A = W + O$$

$$T = C + A$$

g: a korcsoportok vakindexe

*Nemek* (negyedik betű)

M:	férfi
F:	nő
B:	mindkét nem
s:	nevek vakindexe

*Idő* (utolsó betű)

O: bázisidőszak

K: folyó időszak

J: előző időszak

t: az idő vakindexe

*B. Egyenletek*

Kis betűvel, amelyeket alkalmanként a szektorra való hivatkozás és egy zárójelbe foglalt sorszám követ, időben változatlan konstans jelölünk. Elhagytuk azokat a triviális egyenleteket, amelyek dezaggregált változókból összeadással aggregátumokat képeznek. Az egyenletek sorrendje nem felel meg a számítások sorrendjének.

*Mezőgazdasági részmodell* (d = AT, AM)

$$(1) \text{ LAN.d.K} = \text{LAN.d.J} - \text{LAW.d.J} + \text{LAR.d.J}$$

$$(2) \text{ LAW.AG.K} = a(1) \times \text{PRG.BL.J}$$

$$(3) \text{ LAW.d.K} = \text{LAW.AG.K} \times \frac{\text{LAN.d.J}}{\text{LAN.AG.J}}$$

$$(4) \text{ PRG.d.K} = \text{YLD.d.K} \times \text{LAN.d.K}$$

$$(5) \text{ YLD.d.K} = \text{YLD.d.J} + a.d.(2) + \frac{\text{INI.d.J}}{\text{LAN.d.K}} + a.d.(3) \times \frac{\text{MIA.d.K}}{\text{LAN.d.K}}$$

$$(6) \text{ INI.d.K} = \text{INV.d.K} - \text{INE.d.K}$$

$$(7) \text{INE.d.K} = \text{KLR.d.K} \times \text{LAR.d.K}$$

$$(8) \text{KLR.d.K} = f \left( \sum_{t=1}^J \text{LAR.d.t} \right)$$

$$(9) \text{MIA.d.K} = \text{a.d.(4)} \times \text{PRI.d.J}$$

$$(10) \text{PRI.d.K} = \text{PRN.d.K} - \text{PRN.d.J}$$

*Népgazdasági részmodell*

$$(1) \text{PRG.d.K} = \text{PRG.d.J} + \text{OKR.d.J} \times \text{INV.d.J} \quad d = \text{IT, IM, IC, BL, ST, SM}$$

$$(2) \text{PRN.d.K} = \text{NPR.d.K} \times \text{PRG.d.K} \quad d = \text{IT, IM, IC, BL, ST, SM}$$

$$(3) \text{PRN.ET.K} = \text{PRN.AT.K} + \text{PRN.IT.K} + \text{PRN.ST.K}$$

$$(4) \text{PRN.EM.K} = \sum_u \text{PRN.d.K} \quad d = \text{AM, IM, IC, BL, SM}$$

$$(5) \text{PRN.EC.K} = \text{PRN.ET.K} + \text{PRN.EM.K}$$

$$(6) \text{CON.EA.K} = \text{COR.EA.K} \times \text{POP.EA.K}$$

$$(7) \text{COR.EA.K} = \text{CGR.EA.K} \times \text{COR.EA.J}$$

$$(8) \text{CGR.EA.K} = \max \left\{ 1, 1 + \text{CPM.EA.K} \times \left( \frac{\text{PRN.EC.K} \times \text{POP.EA.J}}{\text{PRN.EC.J} \times \text{POP.EA.K}} - 1 \right) \right\}$$

$$(9) \text{CON.GV.K} = \text{CON.G.V.J} + c(1) \times \text{INV.ED.J} + c(2) \times \text{INV.GS.J}$$

$$(10) \text{INV.SO.K} = \text{PRN.EC.K} - \text{CON.EA.K} - \text{CON.GV.K} + \text{IMN.SO.K}$$

$$(11) \text{INV.d.K} = \begin{cases} \text{INF.d.K} & (\text{első allokáció}) \\ \text{INS.d.K} & (\text{második allokáció}) \end{cases} \quad d = \text{minden szektor}$$

$$(12) \text{INF.d.K} = \text{INR.d.K} \times \text{INV.SO.K} \quad d = \text{minden szektor}$$

$$(13) \text{DEK.p.K} = \sum_u c.p.d(3) \times \text{INV.d.K} \quad p = \text{IC, BL}; \quad d = \text{minden szektor}$$

$$(14) \text{SEX.BL.K} = c(4) \times \text{PRG.BL.K} - \text{DEK.BL.K}$$

$$(*) \quad 0 \leq \text{SEX.BL.K} \leq c(5) \times \text{DEK.BL.K}$$

Ha (\*) nincs kielégítve, akkor az előző időszak beruházásait újra kell allokálni:

$$(15) \text{INS.BL.J} = \max \left\{ 0, \text{INF.BL.J} + \frac{c(5) \times \text{DEK.BL.K} + 2 \times [c(5) - 1] \times \text{SEX.BL.K}}{2 \times c(4) \times \text{OKR.BL.J}} \right\}$$

$$(16) \text{INS.d.J} = (\text{INV.SO.J} - \text{INS.BL.J}) \times \frac{\text{INR.d.J}}{\sum_{d \neq \text{BL}} \text{INR.d.J}}$$

$d = \text{minden szektor kivéve BL}$

$$(17) \text{IMN.SO.K} = \text{IMP.NK.K} + \text{IMP.IC.J} - \text{EXP.NK.K}$$

$$(18) \text{EXP.NK.K} = \sum_d \text{EXR.d.K} \times \text{PRG.d.K} \quad d = \text{AT, AM, IT, IM}$$

$$(19) \text{IMP.NK.K} = \text{IMR.EA.K} \times \text{CON.EA.K} + \text{IMR.GV.K} \times \text{CON.GV.K} + \\ + \sum_d \text{IMR.d.K} \times \text{PRG.d.K} \quad d = \text{minden produktív szektor}$$

$$(20) \text{IMP.IC.K} = \text{DEK.IC.K} - \text{PRG.IC.K}$$

$$(21) \text{DBT.SO.K} = [1 + e(6)] \times \text{DBT.SO.J} + \text{IMN.SO.K} - \text{FRV.SO.K}$$

*Munkaerő részmodell*

$$(1) \text{EMP.d.K} = \text{EMP.d.J} + \text{EKR.d.K} \times \text{INV.d.J} \quad d = \text{IM, BL, IC, SM}$$

$$(2) \text{EKR.d.K} = \text{EKR.d.J} \times \min \{1, 1 + e.d.(1) \times (\text{UEC.MM.J} - 1)\} \\ d = \text{ugyanaz}$$

$$(3) \text{EMP.AM.K} = \text{EMP.AM.J} \times \frac{\text{LAN.AM.K}}{\text{LAN.AM.J}} + \text{EMI.AM.K} \times \text{MIA.AM.K} + \\ + \begin{cases} -\text{EKS.AM.K} \times \text{INI.AM.J} \\ +\text{EKR.AM.K} \times \text{INI.AM.J} \end{cases} \quad (\text{opcionális})$$

$$(4) \text{EMP.GV.K} = \text{EMP.GV.J} \times \frac{\text{CON.GV.K}}{\text{CON.GV.J}}$$

$$(5) \text{UEC.MM.K} = \frac{\text{UER.MM.K}}{\text{UER.MM.J}}$$

$$(6) \text{UER.MM.K} = \frac{\text{LAB.MM.K} - \text{EMP.MM.K}}{\text{LAB.MM.K}}$$

$$(7) \text{LABMM.K} = \text{LAB.MM.J} \times \frac{\text{POP.BW.K}}{\text{POP.BW.J}} + \text{LAS.TM.J}$$

$$(8) \text{LAS.TM.K} = \text{LAS.TM.J} \times \frac{\text{LAB.ET.K}}{\text{LAB.ET.J}} \times \frac{\text{GRM.TM.K}}{\text{GRM.TM.J}} \times \text{PDM.TM.K}$$

$$(9) \text{GRM.TM.K} = \frac{\text{LAB.ET.K} \times \text{LAB.MM.K}}{(\text{LAB.SO.K})^2}$$

$$(10) \text{PDM.TM.K} = 1 + e(2) \times \left[ \left( \frac{\text{PRN.EM.K}}{\text{LAB.EM.K}} \times \frac{\text{LAB.EM.J}}{\text{PRN.EM.J}} \right) : \right. \\ \left. : \left( \frac{\text{PRN.ET.K}}{\text{LAB.ET.K}} \times \frac{\text{LAB.ET.J}}{\text{PRN.ET.J}} \right) - 1 \right]$$

$$(11) \text{LAB.EM.K} = \text{LAB.MM.K} \times \left( 1 - \frac{\text{EMP.GV.K}}{\text{EMP.MM.K}} \right)$$

$$(12) \text{LAB.SO.K} = \sum_{s=F,M} \sum_{g=F,E} \text{LPR.sg.K} \times \text{POP.sg.K}$$

$$(13) \text{LAB.ET.K} = \text{LAB.SO.K} - \text{LAB.MM.K}$$

$$(14) \text{ LAB.AT.K} = \text{LAB.AT.J} \times \frac{\text{LAN.AT.K}}{\text{LAN.AT.J}} \times \frac{\text{LAB.ET.K}}{\text{LAB.ET.J}}$$

$$(15) \text{ LAB.IT.K} = \text{LAB.IT.J} \times \frac{\text{LAB.ET.K} - \text{LAB.AT.K}}{\text{LAB.ET.J} - \text{LAB.AT.J}}$$

$$(16) \text{ LAB.ST.K} = \text{LAB.ET.K} - \text{LAB.AT.K} - \text{LAB.IT.K}$$

$$(17) \text{ GPY.d.K} = \frac{\text{PRG.d.K}}{\text{EMP.d.K}} \quad d = \text{AM, IM, BL, IC, SM}$$

$$(18) \text{ GPY.d.K} = \frac{\text{PRG.d.K}}{\text{LAB.d.K}} \quad d = \text{AT, IT, ST}$$

$$(19) \text{ NPY.d.K} = \text{GPY.d.K} \times \frac{\text{PRN.d.K}}{\text{PRG.d.K}} \quad d = \text{minden produktív szektor}$$

### Demográfiai részmodell

$$(1) \text{ CAP.ED.K} = \text{CAP.ED.J} + \text{CKR.ED.K} \times \text{INV.ED.J}$$

$$(2) \text{ CAP.BC.K} = p(1) \times \text{CAP.ED.K}$$

$$(3) \text{ CAP.BA.K} = \text{CAP.ED.K} - \text{CAP.BC.K}$$

$$(4) \text{ EDC.BA.K} = \text{EDC.BA.J} \times \text{SVR.BA.J} + \text{CAP.BA.J} + \\ + p(2) \times \text{CAP.BC.K} - 5)$$

$$(5) \text{ EDL.BA.K} = \frac{\text{EDC.BA.K}}{\text{POP.BA.K}}$$

$$(6) \text{ EGR.BA.K} = \frac{\text{EDL.BA.K}}{\text{EDL.BA.J}} - 1$$

$$(7) \text{ POP.sC.K} = \text{POP.sC.J} \times \text{SVR.sC.K} + \text{BTH.sC.K} - \text{MAT.sC.K}; \\ s = \text{F, M}$$

$$(8) \text{ POP.sg.K} = \text{POP.sg.J} \times \text{SVR.sg.K} + \text{MAT.sg.K} - \text{MAT.sg.K} \\ s = \text{F, M}; g = \text{F} \implies \bar{g} = \text{C}; g = \text{E} \implies \bar{g} = \text{F}$$

$$(9) \text{ POP.sO.K} = \text{POP.sO.J} \times \text{SVR.sO.K} + \text{MAT.sE.K} \quad s = \text{F, M}$$

$$(10) \text{ MAT.sg.K} = p.sg(3) \times \text{POP.sg.J} \quad s = \text{F, M}; g = \text{C, F, E}$$

$$(11) \text{ POP.EA.K} = 0.6 \times \text{POP.BC.K} + 0.9 \times \text{POP.FA.K} + \text{POP.MA.K}$$

$$(12) \text{ BTH.BC.K} = \text{FER.FF.K} \times \text{POP.FF.K}$$

$$(13) \text{ BTH.MC.K} = p(4) \times \text{BTH.BC.K}$$

$$(14) \text{ BTH.FC.K} = \text{BTH.BC.K} - \text{BTH.MC.K}$$

$$(15) \text{ FER.FF.K} = \text{FER.FF.J} \times [1 - p(5) \times \text{EDF.FF.J} - p(6) \times \text{JOM.FF.J}]$$

$$(16) \text{ EDF.FF.K} = \max \{ \text{EGR.BA.K}, \text{EGR.BA.K} \times \text{PPM.FF.K} \}$$

$$(17) \text{ JOM.FF.K} = \max \left\{ 0, \frac{\text{EMP.MM.K} \times \text{POP.FF.J}}{\text{EMP.MM.J} \times \text{POP.FF.K}} - l \right\}$$

- (18)  $SVR.sg.K = f(LEB.sT.K)$   $s = F, M; g = C, F, E, O$
- (19)  $LEB.sT.K = LEB.sT.J \times [1 + p.s.(7) \times (CGR.EA.J - 1)] +$   
 $+ p.s(8) \times \frac{INV. GS. J}{POP. BT. J}$   $s = F, M$
- (20)  $POR.BT.K = POR.BT.J \times \frac{POP.BT.K}{POP.BT.J} - MIG.RU.J$
- (21)  $POU.BT.K = POP.BT.K - POR.BT.K$
- (22)  $MIG.RU.K = MIG.RU.J \times \frac{POR.BT.K}{POP.BT.J} \times \frac{GRM.RU.K}{GRM.RU.J} \times PDM.TM.K$
- (23)  $GRM.RU.K = \frac{POR.BT.K \times POU.BT.K}{(POP.BT.K)^2}$

## 2. Függelék

### *Főbb adatforrások és számítási eredmények*

#### *Főbb adatforrások*

E tanulmányhoz az adatok zömét a *Statistical Handbook* [20] évi statisztikai jelentésből vettük. Az idősorok egy része, például a változatlan áras nemzeti jövedelemmérték, a modern és a tradicionális szektorok megkülönböztetése nem volt ezekből a jelentésekből vehető. Kísérletet tettünk arra, hogy ezeket más forrásból állítsuk össze.

Az 1970-es árakon számított szektorális GDP-hez a *Yearbook of National Accounts* [23], *Latest information on National Accounts of Less Developed Countries* [22] és *Economic Bulletins* [21] című kötetekből vettünk pótlólagos adatokat.

Különböző típusú árindexeket publikált Mongi és Hanafi [14]-ben. Hogy a GDP változatlan áras felhasználásait megkapjuk, a jelentett folyóáras magánfelhasználást a létfenntartási indexszel defláltuk 1969/70-et véve 100-nak; a kormányzati kiadásokat és a tőkeberuházásokat a globális árindexszel, az importot és exportot saját árindexeikkel, a közvetett adókat és támogatásokat a GDP-re alkalmazott árindexszel defláltuk.

Ebben a tanulmányban szükség van a tradicionális és a modern szolgáltatásra vonatkozó adatokra, de ezek a publikált jelentésekben nem találhatóak. Azonban van egy részletes, a szolgáltatási szektort alszektorokra bontó adathalmaz az idézett Mongi és Hanafi [14] 50. és 52. sz. táblázatában. Ezek adatokat tartalmaznak a foglalkoztatottságról, bérekről és a hozzáadott értékről a közlekedés, kommunikáció, pénzügyek, kereskedelem és egyéb szolgáltatások alszektorokban 1959/60 és 1964/65 között; belőlük kiindulva állítottuk elő a foglalkoztatottságra és a hozzáadott értékre vonatkozó sorokat tradicionális-modern bontásban. El kell ismernünk, hogy ez az osztályozás némi torzítást okoz a tradicionális és modern szolgáltatás felosztásában, jóllehet e kérdéstről az egyiptomi tervhatóságokkal is konzultáltunk.

A tőkejavakat előállító ipar részarányát az egész feldolgozóiparból ugyanebből a forrásból merítettük (76. o.). Ez 6%, 8%, illetőleg 7% az 1950–60, 1964/65 és 1969/70 években. Ezeket az arányszámokat és más évekre való lineáris extrapolációjukat használtuk a tőkejavakat előállító ipar GDP hozzájárulásának becslésére.

A *Demographic Yearbook* [24] tartalmazza az 1960. évi népszámlálás adatait, a népességnek nemek és ötéves korcsoportok szerinti megoszlásában. Ugyanitt található a falusi és városi lakosság megoszlása is. A nem és korcsoportok szerinti túlélési arányszámok előrebecslését a következő forrásból vettük: *Population Research and Studies* [26].

A munkaerő-statisztika fő forrása a *Yearbook of Labour Statistics* [25]. A gazdaságilag aktív népesség nemek és kor szerinti megoszlása rendelkezésre áll az 1960. évi népszámlálás alapján, szektorok és foglalkozási viszony szerinti megoszlása pedig az 1966. évi népszámlálás alapján. Ezeket használtuk a tanulmányban szereplő részvételi ráták becslésére.

### Főbb számítási eredmények

A jelen vizsgálat főbb számítási eredményei magukban foglalják az 1970. évi változatlan áron számított GDP-t, az egyes szektorok hozzájárulását és a felhasználási adatokat (A–1 és A–2 táblák), a foglalkoztatottság szektorális adatait, a munkaerőt, a termelékenységet, a városba vándorlást és a népességet. Az A–3. és A–4. sz. táblázatok a nemzeti jövedelem mérleg, valamint a foglalkoztatási és népességi adatok egy kiválogatott hányadát tartalmazzák.

#### A–1. táblázat

A GDP szektorális összetétele és felhasználása, Ex-post tervezett adatok a bázisidőszakra 1970. évi változatlan áron

	1964	1965	1966	1967	1968	1969
1. Magánfogyasztás	1667,0	1786,4	1840,7	2032,9	2094,1	2254,9
2. Közfogyasztás	531,3	556,9	578,4	592,4	609,8	628,8
3. Beruházás	411,6	452,8	401,6	441,8	408,4	449,2
4. Export	469,1	446,3	462,0	346,1	428,8	459,3
5. Import	569,9	607,0	531,1	526,2	542,0	637,5
6. GDP piaci áron	2509,1	2635,4	2751,8	2887,1	2999,1	3154,7
7. Közvetett adók és támogatások	238,5	278,8	300,3	345,2	357,0	418,5
8. GDP a tényező-költségekben	2270,6	2356,6	2451,5	2541,9	2642,1	2736,2
9. Mezőgazdaság	617,5	639,1	661,7	688,7	719,9	746,2
10. Ipar, nem-tőke javak	510,7	539,8	572,3	602,8	638,0	664,0
11. Ipar, tőke javak	38,2	40,2	42,4	44,5	46,9	48,6
12. Építőipar	120,6	123,2	123,7	125,8	126,3	127,7
13. Tradicionális szolgáltatás	112,6	116,1	120,4	123,6	127,6	132,0
14. Modern szolgáltatás	871,0	898,3	931,1	956,3	983,5	1017,8
GDP növekedés rátája	—	3,7888	4,0252	3,6876	3,9441	3,5619
Foglalkoztatottság (1000)	2471	2579	2679	2768	2861	2954
Népesség (1000)	28597	29313	29971	30716	31427	32206
Népesség növekedési rátája	2,3257	2,5027	2,2455	2,4871	2,3144	2,4788
Fejenkénti GDP	79,40	80,39	81,79	82,75	84,07	84,96

A-2. táblázat

*A GDP szektorális összetétele és felhasználása, tervezett adatok a tervidőszakra  
1970. évi változatlan áron*

	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
1. Magánfogyasztás	2344,8	2423,4	2503,4	2589,0	2680,5	2778,8	2884,2	2997,7	3119,9	3251,8	3394,2
2. Közfogyasztás	644,9	671,6	701,0	733,4	768,9	808,0	851,1	898,4	950,5	1007,7	1070,7
3. Beruházás	494,1	543,5	597,9	657,7	723,4	795,8	875,3	962,9	1059,2	1165,1	1281,6
4. Export	517,6	539,9	563,6	590,0	619,4	652,0	688,1	728,1	772,3	821,2	875,3
Import	711,5	742,4	774,6	809,6	847,7	889,4	935,1	985,0	1039,6	1099,4	1164,9
6. GDP piaci áron	711,5	742,4	774,6	809,6	847,7	889,4	935,1	985,0	1039,6	1099,4	1164,9
7. Közvetett adók és támogatások	450,0	480,0	510,0	540,0	570,0	600,0	630,0	660,0	690,0	720,0	750,0
8. GDP a tényező-költségeken	2839,9	2956,0	3981,3	3220,4	3374,6	3545,1	3733,7	3942,1	4172,2	4426,4	4706,9
9. Mezőgazdaság	773,9	808,8	844,6	885,3	931,1	982,5	1040,0	1104,2	1175,8	1255,5	1344,1
10. Ipar, nem-tőke javak	694,6	726,9	762,4	801,5	844,4	891,6	943,6	1000,7	1063,6	1132,7	1208,8
11. Ipar, tőke javak	50,7	52,9	55,3	58,0	60,9	64,2	67,7	71,6	75,9	80,6	85,8
12. Építőipar	129,6	132,4	135,7	139,5	143,6	148,1	153,0	158,4	164,4	171,0	178,3
13. Tradicionális szolgáltatás	136,7	141,7	147,3	153,4	160,1	167,4	175,5	184,4	194,2	205,0	216,9
14. Modern szolgáltatás	1054,3	1093,2	1135,9	1182,9	1234,5	1291,4	1353,9	1422,7	1498,3	1581,5	1673,1
GDP növekedési rátája	3,7896	4,0860	4,2402	4,5161	4,7856	5,0533	5,3189	5,5814	5,8393	6,0913	6,3364
Foglalkoztatottság (1000)	3052	3174	3309	3458	3622	3802	4000	4218	4458	4721	5011
Népesség (1000)	33012	33844	34705	35594	36511	37457	38429	39432	40464	41527	42620
Népesség növekedési rátája	2,5009	2,5215	2,5447	2,5606	2,5753	2,5912	2,5961	2,6080	2,6186	2,6258	2,6329
Fejenkénti GDP	86,03	87,34	88,78	90,48	92,43	94,64	97,16	99,97	103,11	106,59	110,44

## A-3. táblázat

A nemzeti jövedelem mérlege és más mutatószámok alakulása különböző fejlesztési alternatívák szerint

Mutatószám	Bázisidő- szak 1964-69	Tervidőszak 1975-80 átlaga		
		I	II	III
		alternatíva		
1. GDP átlagos növekedési rátája 1970. évi tényező költség áron	3,89%	5,70%	5,11%	6,06%
2. GDP				
2.1. Teljes GDP 1970. évi tényező költség áron, mill. E. L	2500	4087	3975	4171
2.2. A fenti GDP százalékos megoszlása a szektorok hozzájárulása szerint	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
2.2.1. Mezőgazdaság	27,2	28,1	27,2	32,1
2.2.2. Ipar	30,2	31,2	32,6	29,4
2.2.3. Szolgáltatás	42,6	41,0	40,2	38,5
2.3. A GDP százalékos felosztása 1970. évi piaci áron	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
2.3.1. Magánfogyasztás	69,0	64,5	64,0	64,0
2.3.2. Közfogyasztás	20,6	19,5	22,6	19,2
2.3.3. Beruházás	15,1	21,5	19,7	21,1
2.3.4. Export—import	-4,7	-5,5	-6,3	-4,3
3. Egy ekvivalens fogyasztóra eső fogyasztás E. L	79,3	94,5	93,0	95,3
4. Beruházás/GDP arány piaci áron	15,1%	21,5%	19,7%	21,1%
5. Szektorok részesedése a beruházásból	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
5.1. Mezőgazdaság	19,2	19,2	17,1	28,9
5.2. Ipar	46,1	42,6	47,8	37,4
5.3. Szolgáltatás	34,7	38,2	35,1	33,7
6. Munkatermelékenység, GDP E. L munkaerő				
6.1. Népgazdaság összesen	314	378	369	385
6.2. Modern szféra	485	571	564	554
6.3. Tradicionális szféra	179	223	212	251

## A-4. táblázat

Főbb foglalkoztatási és népesedési adatok különböző fejlesztési alternatívák mellett

Mutatószám	Bázisidő- szak 1964-69	Tervidőszak 1975-80 átlaga		
		I	II	III
		alternatíva		
1. A foglalkoztatottság növekedési rátája	3,81	4,73	5,82	5,23
2. Munkanélküliségi arány	0,22	0,10	0,06	0,11
3. A munkaerő növekedési rátája				
a. modern szféra	3,17	2,82	2,79	2,68
b. tradicionális szféra	2,90	2,67	2,46	2,62
4. Évi átlagos városba vándorlás (1000 fő)	223	244	263	209
5. Termelékenységi ráta	0,166	0,163	0,145	0,163
6. A népesség növekedési rátája	2,39	2,61	2,23	2,62

(Beérkezett: 1975. március 21.)



## IRODALOMJEGYZÉK

1. BLANDY, R.—WÉRY, R.: „World Employment Programme — The Demographic-Economic Simulation Model: BACHUE-IB, Technical Report” (Geneva: ILO, 1973).
2. BYERLEE, D.—HALTER, A. N.: „A Macro—Economic Model for Agricultural Sector Analysis” *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 55, No. 3 (August 1974).
3. DÁNIEL, Zs., JÓNÁS, A., KORNAI, J., MARTOS B.: „Plan Sounding”, *Economics of Planning* Vol. 11, 1971. No. 1—2.
4. ENCARNACIÓN, J. Jr.: „An Economic-Demographic Model of the Philippines” (University of the Philippines).
5. FELDMAN, G. A.: K teorii tempov narodnogo dohoda. *Planovoje Hozjajsztvo*, 1928, No. 11, 146—170; No. 12, 151—178.
6. GREEN, H. A.: „LRPM 2: A System of Perspective Planning Submodels”, Socio-economic Analysis Staff Paper No. 72—3. (Washington, DC, 1972. US Department of Commerce, Social and Economic Statistics Administration.)
7. HICKS, W. W.: „Interrelations Between Population, Employment and Economic Development: A Bibliography”, *Workshop Report* (New York, 1973. The Agricultural Development Council, Inc.)
8. JOHNSON, G. L.: *A Generalized Approach to Agricultural Sector Analysis — with Special Reference to Nigeria* (Michigan: Michigan State University, 1971).
9. JOHNSON, G. L.: *Korean Agricultural Sector Analysis and Recommended Development Strategies, 1971—1985* (Michigan: Michigan State University, 1972).
10. JOHNSON, G. L.: The Michigan State University Agricultural Sector Simulation Team; „System Simulation of Agricultural Development: Some Nigerian Policy Comparisons”, *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 55, No. 3, 1973.
11. LIN, W. L.: *A System Simulation Approach to Economic-Demographic Interaction — with special emphasis on the agricultural sector in the multisector, long-term perspective study*. FAO Long-Term Employment Simulation Project PA 4/1 INT/73/PO2 Working Paper Series No. 2 (Rome: Policy Analysis Division, FAO, 1974).
12. MAHALANOBIS, P. C.: Some Observations on the Process of Growth of National Income, *Sankhya*, Vol. 12, 307.
13. MARTOS, B.: *Long-term Employment Simulation Model, First Report: The Model*, FAO Long-term Employment Simulation project PA 4/1 INT/73/PO2 Working Paper Series No. 1 (Rome: Policy Analysis Division, FAO, May 1974).
14. MOUGI, M.—HANAFI, N.: „Labour Absorption in the Egyptian Economy”. (Cairo: Institute of National Planning, 1971).
15. MILLER, S. F.—HALTER, A. N.: „System Simulation in a Practical Policy-Making Setting: The Venezuelan Cattle Industry”, *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 55, No. 3 (August 1973).
16. MYNT, H.: *Economic Theory*. London, 1971, Oxford University Press
17. NURKSE, R.: *Problems of Capital Formation in Underdeveloped Countries and Patterns of Trade and Development* (New York: Oxford University Press, 1967.)
18. ROBINSON, W. C.—HORLACHER, D. E.: *Report on Population Family Planning* (New York: The Population Council, Inc. 1971.)
19. SCHULTZ, Th. M. (szerk.): „New Economic Approaches to Fertility”, *Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 2, Part II (Chicago: The University of Chicago Press, March/April 1973.)

*Hivatalos kiadványok*

20. *Statistical Handbook* (Cairo: Central Agency for Public Mobilisation and Statistics, 1969. és 1972. évi kiadások).
21. *Economic Bulletin*, Vol. XXI No. 4, (Cairo: National Bank of Egypt, 1968).
22. *Latest Information on National Accounts of Less Developed Countries*, No. 7, (Paris: Development Centre, OECD, 1974).
23. *Yearbook of National Accounts* (UN, 1970 és 1972) New York.
24. *Demographic Yearbook* (UN, 1970). New York.
25. *Yearbook of Labour Statistics* (ILO, 1973). Geneve.
26. *Population Research and Studies*, Cairo, 1972. Population Studies and Research Centre.

## LONG-TERM SOCIO-ECONOMIC COUNTRY SIMULATION

A long-term multisectoral model has been set up for being adapted to and applied by individual developing countries in the formation of their perspective socio-economic policy. Special emphasis is given to the following aspects: population growth, rural-urban migration, employment, agricultural development, investment allocation. The basic assumptions are: (1) labour surplus prevailing in the long-run, (2) unlimited labour absorbing capacity of the traditional sectors.

A sequential method is used in the simulation of the development of a country so that a variety of development paths can be elaborated, corresponding to different strategies. Then they can be offered for consideration to the policy maker, who can compare the effects on relevant economic and demographical indicators.

Experimental calculations related to the United Arab Republic have proved that the model works and meaningful results can be attained.

## ДОЛГОСРОЧНАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СИМУЛЯЦИЯ СТРАН

Протекает составление догосрочной многосекторной модели, которую развивающиеся страны могут приспособить к собственным условиям и применять при формировании перспективной общественно-экономической политики. Особый вес мы придаем следующим аспектам: приросту населения, миграции в города, развитию занятости, развитию сельского хозяйства, аллокации капиталовложений. Основными предпосылками являются следующие:

1. Преобладает излишек рабочей силы на длительную перспективу,
2. Традиционные секторы имеют неограниченную приемоспособность рабочей силы.

Для симуляции развития страны нами применяется секвенциальный метод в результате чего мы можем рассчитать различные пути развития, соответствующие разным стратегиям. Впоследствии их можно предложить для обдумывания тем, кто принимает хозяйственные решения и таким образом могут сопоставить действие различных стратегий с существенными экономическими и демографическими показателями.

Наши экспериментальные расчеты в отношении Египта доказали, что модель пригодна к функционированию и с её помощью можно получить однозначные результаты.

# A tudományos kutatás irányítása: a LOGEL módszer

## I. Bevezetés

A fejlett és a fejlődő országok nemzeti jövedelmük 2–4%-át használják fel a tudományos kutatás céljára. Ezen óriási összeg felosztására, a kutatások tervezésére és irányítására az iparban és a hadseregben alkalmazott módszereket adaptálták, amelyek a kutatást csak külső közgazdaságtani-manageri szemszögből vizsgálják. Nem veszik figyelembe a kutatások speciális karakterét; kísérletet sem tesznek arra, hogy a kutatások *belső* logikáját felhasználják a tervezésnél és irányításnál.

Ugyanez a helyzet a modern nagyvállalatok kulcsfontosságú szervezeti egységeinél a kutatási-fejlesztési részlegeknél is. Amíg a nagyvállalatok minden más tevékenysége alaposan megtervezett és irányított, addig a kutatás tervezése és irányítása a kutatások *belső*, tematikai szerkezetét figyelembe vevő módszer hiányában csak elenyésző mértékben megoldott.

Az Építéstudományi Intézetben több éves munkával kidolgoztuk a LOGEL kutatásirányítási, kutatásszervezési módszert, amely a kutatás *belső*, tematikai szerkezetének elemzésére támaszkodik. Sikerrel használható a következő kutatásirányítási, kutatástervezési alapproblémák megoldására: információ, statisztika, helyzetelemzés, prognosztizálás, koordinálás, koncentráció.

A LOGEL módszer matematikai modellek, algoritmusok, döntési eljárások, számítógépes programok rendszere, amelyek a tudományos kutatás tematikai szerkezetének logikai modelljein alapulnak. [13], [14], [5], [6], [8]. A módszer elvi részét semmi sem köti az építéstudományhoz, s ezért átvihető bármilyen más tudományterületre; fel kell azonban a figyelmet hívni arra, hogy az eddigi munka elsősorban a műszaki tudományok körében felmerülő jellegzetes kérdésfeltevésekhez igazodott, s ezért elsősorban ilyen irányú alkalmazásokra került sor.

Az építéstudomány területén sikeresen alkalmaztuk az építési kutatások nemzetközi helyzetképeinek felvázolásához [9], a hazai építési ágazat 15 éves távlati kutatási tervének kidolgozásához [12], a hazai építési kutatások helyzetelemzésére, koordinálására [11]. Elkezdődött a LOGEL módszer alkalmazása a környezetvédelem [7] és az orvosegészségügyi kutatások területén is.

## 2. Logikai modellek, matematikai algoritmusok

A LOGEL módszer R. L. Ackoff-nak az *operációkutatás* és a *tudományelmélet* szintézisét reprezentáló, — az alkalmazott kutatási döntések optimalására kidolgozott — metodológiai koncepciójához kapcsolódik. Gyökeres újítás azonban, hogy az *információtudományban* (a számítógépek alkalmazá-

sára is kiterjedő korszerű könyvtári gyakorlat elméletében (pl. B. C. Vickery [18] és M. Salton [16] által tárgyalt koordinált indexelés alapelveire támaszkodva tárgyszavak (deszkriptorok) halmazaira képezzük le a vizsgált kutatási témákat, célokat, programokat, tételeket, hipotéziseket.

A logikai modellek a témák, célok stb., valamint a tárgyszavak és azok rendszerei közötti különböző jellegű kapcsolatokat írják le. Először a modellrendszer *elemeit* definiáljuk.

## 2.1. Elemek

Kognitívum: a tudományos megismerés elemi egysége (pl. probléma, téma, cél, törvény, hipotézis stb.).

Kognitív rendszer: a tudományos megismerés összetett egysége (pl. probléma-, téma-, programrendszer, tudományos diszciplína stb.).

Terminus: a kognitívum tartalmi lényegének leképezésére szolgáló (összetett) szó (pl. tárgyszó, deszkriptor).

Terminus rendszer: a kognitív rendszer tartalmi lényegének leképezésére szolgáló szórendszer (pl. tezaurusz).

A modellrendszer elemi közötti kapcsolatokat különböző relációkkal írhatjuk le. A továbbiakban néhány fontosabb relációt definiálunk.

## 2.2. Relációk

### Affiliációs reláció (AR)

a) A  $t_i$  terminus és a  $k_j$  kognitívum, ill. a  $T_i$  terminus rendszer és a  $K_j$  kognitívum rendszer között akkor és csak akkor van AR, ha a  $t_i$  terminust, ill.  $T_i$  terminus rendszert felhasználták a  $k_j$  kognitívum, ill.  $K_j$  kognitív rendszer tartalmának leírásához. Jelölése:  $t_i \overset{A}{\leftrightarrow} k_j$  ill.  $T_i \overset{A}{\leftrightarrow} K_j$ . Jelöljük  $t(k_j)$ -vel, ill.  $T(K_j)$ -vel azon terminusok, illetve terminusrendszerek halmazát, amelyeket felhasználtunk  $k_j$ , ill.  $K_j$  tartalmi lényegének leírásához, azaz

$$t(k_j) = \{t_i | t_i \leftrightarrow k_j\}, \text{ ill. } T(K_j) = \{T_i | T_i \leftrightarrow K_j\}.$$

b) A  $t_i$  és a  $t_j$  terminusok, ill.  $T_i$  és a  $T_j$  terminusrendszerek között akkor és csak akkor van AR, ha létezik legalább egy olyan kognitívum, ill. kognitív rendszer, amely tartalmának leírásához a  $t_i$  és  $t_j$  terminusokat, ill. a  $T_i$  és  $T_j$  terminusrendszereket felhasználtuk. Jelölése:  $t_i \overset{A}{\leftrightarrow} t_j$ , ill.  $T_i \overset{A}{\leftrightarrow} T_j$ . Azaz:  $t_i \overset{A}{\leftrightarrow} t_j$  ill.  $T_i \overset{A}{\leftrightarrow} T_j \iff$  ha  $\exists t(k_i)$  ill.  $\exists T(K_i)$ , melyre  $t_i \in t(k_i)$  és  $t_j \in t(k_i)$ , ill.  $T_i \in T(K_i)$  és  $T_j \in T(K_i)$ .

c) A  $k_i$  és a  $k_j$  kognitívumok, ill.  $K_i$  és  $K_j$  kognitív rendszerek között akkor és csak akkor van AR, ha van legalább egy olyan terminus, ill. terminus rendszer, amelyet felhasználtunk a  $k_i$  és a  $k_j$  kognitívum, ill. a  $K_i$  és  $K_j$  kognitív rendszer tartalmának leírásához. Jelölése:  $k_i \overset{A}{\leftrightarrow} k_j$ , ill.  $K_i \overset{A}{\leftrightarrow} K_j$ . Azaz:

$$k_i \overset{A}{\leftrightarrow} k_j, \text{ ill. } K_i \overset{A}{\leftrightarrow} K_j \iff t(k_j) \cap t(k_i) \neq \emptyset \text{ ill. } T(K_i) \cap T(K_j) \neq \emptyset.$$

### Generikus reláció (GR)

a) A  $t_i$  és a  $t_j$  terminusok, ill. a  $T_i$  és  $T_j$  terminusrendszerek között GR áll fenn, ha a  $t_i$  ill. a  $T_i$  szemantikailag magában foglalja  $t_j$ -t, ill.  $T_j$ -t. Jelölése:

$t_i \xrightarrow{G} t_j$  ill.  $T_i \xrightarrow{G} T_j$ . Pl.  $t_i$ : alma,  $t_j$ : gyümölcs;  $T_j$ : építéstudományi tezausz  $T_j$ : építési tezausz.

Generikus rokonsági reláció (GRR)

a) A  $t_i$  és a  $t_j$  terminusok, ill., a  $T_i$  és  $T_j$  terminusrendszerek között GRR áll fenn, ha van olyan  $t_k$  terminus, ill.  $T_k$  terminusrendszer, amely szemantikailag magában foglalja  $t_i$ -t és  $t_j$ -t, ill.  $T_i$ -t és  $T_j$ -t, de sem  $t_i$ , sem  $t_j$ , ill. sem  $T_i$  sem  $T_j$  nem foglalja szemantikailag magában a másikat. Jelölése:  $t_i \xleftrightarrow{GR} t_j$ , ill.  $T_i \xleftrightarrow{GR} T_j$ . Azaz:  $t_i \xleftrightarrow{GR} t_j$  ill.  $T_i \xleftrightarrow{GR} T_j \iff \exists t_k$  ill.  $\exists T_k$ , melyre  $t_k \xrightarrow{G} t_i$  és  $t_k \xrightarrow{G} t_j$  ill.  $T_k \xrightarrow{G} T_i$  és  $T_k \xrightarrow{G} T_j$ , de  $t_i \not\xrightarrow{G} t_j$  és  $t_j \not\xrightarrow{G} t_i$  ill.  $T_i \not\xrightarrow{G} T_j$  és  $T_j \not\xrightarrow{G} T_i$ . Nyilván:  $t_i \xleftrightarrow{GR} t_i$  ill.  $T_i \xleftrightarrow{GR} T_i$ .

b) A  $k_i$  és a  $k_j$  kognitívumok ill. a  $K_i$  és a  $K_j$  kognitív rendszerek között GRR áll fenn, ha létezik  $t(k_i)$ -nek és  $t(k_j)$ -nek, ill.  $T(K_i)$ -nek és  $T(K_j)$ -nek olyan teljes felosztása  $r$  részre:

$$(t_1(k_i) \dots t_r(k_i) \text{ és } t_1(k_j) \dots t_r(k_j)),$$

$$\text{ill. } T_1(K_i) \dots T_r(K_i) \text{ és } T_1(K_j) \dots T_r(K_j)),$$

hogy  $t_n(k_i)$  és  $t_n(k_j)$  ill.  $T_n(K_i)$  és  $T_n(K_j)$  ( $n = 1 \dots r$ ) terminusai, ill. terminusrendszerei között GRR áll fenn. Azaz:  $k_i \xleftrightarrow{GR} k_j$  ill.  $K_i \xleftrightarrow{GR} K_j \iff \exists t_n(k_i)$  és  $t_n(k_j)$

ill.  $\exists T_n(K_i)$  és  $T_n(K_j)$ , ( $n = 1 \dots r$ ) melyre  $\bigcup_{n=1}^r t_n(k_i) = t(k_i)$  és  $\bigcup_{n=1}^r t_n(k_j) = t(k_j)$ ,

ill.  $\bigcup_{n=1}^r T_n(K_i) = T(K_i)$  és  $\bigcup_{n=1}^r T_n(K_j) = T(K_j)$ , és bármely  $t_i \in t_n(k_i)$  és  $t_j \in t_n(k_j)$

ill.  $T_i \in T_n(K_i)$  és  $T_j \in T_n(K_j)$  esetén:  $t_i \xleftrightarrow{GR} t_j$  ill.  $T_i \xleftrightarrow{GR} T_j$ .

Generikus reláció (GR)

b) A  $k_i$  és a  $k_j$  kognitívumok, ill. a  $K_i$  és a  $K_j$  kognitív rendszerek között GR áll fenn, ha  $t(k_i)$ -nak, ill.  $T(K_i)$ -nak legalább egy terminusa szemantikailag magában foglalja  $t(k_j)$ , ill.  $T(K_j)$  legalább egy terminusát és ezektől a terminusoktól eltekintve  $k_i$  és  $k_j$ , ill.  $K_i$  és  $K_j$  között GRR áll fenn. Jelölése:  $k_i \xrightarrow{G} k_j$  ill.  $K_i \xrightarrow{G} K_j$ . Azaz:  $k_i \xrightarrow{G} k_j$ , ill.  $K_i \xrightarrow{G} K_j \iff \exists t_i \in t(k_i)$  és  $t_j \in t(k_j)$  ill.  $\exists T_i \in T(K_i)$  és  $T_j \in T(K_j)$ , úgyhogy  $t_i \xrightarrow{G} t_j$  ill.  $T_i \xrightarrow{G} T_j$ , de  $\exists t_i \in t(k_i)$  és  $t_j \in t(k_j)$  ill.  $\exists T_i \in T(K_i)$  és  $T_j \in T(K_j)$ , melyre  $t_j \not\xrightarrow{G} t_i$ , ill.  $T_j \not\xrightarrow{G} T_i$ .

$$\begin{aligned} \text{Jelölés: } & t_0(k_i) = \{t_i | t_i \in t(k_i)\} & \exists t_j \in t(k_j) & t_i \xrightarrow{G} t_j \\ & t_0(k_j) = \{t_j | t_j \in t(k_j)\}, & \exists t_i \in t(k_i) & t_i \xrightarrow{G} t_j \\ & T_0(K_i) = \{T_i | T_i \in T(K_i)\} & \exists T_j \in T(K_j) & T_i \xrightarrow{G} T_j \\ & T_0(K_j) = \{T_j | T_j \in T(K_j)\} & \exists T_i \in T(K_i) & T_i \xrightarrow{G} T_j. \end{aligned}$$

Ekkor:  $\{t(k_i) - t_0(k_i)\}$  és  $\{t(k_j) - t_0(k_j)\}$  ill.  $\{T(K_i) - T_0(K_i)\}$  és  $\{T(K_j) - T_0(K_j)\}$  által generált  $k'_i$  és  $k'_j$ -kre, ill.  $K'_i$  és  $K'_j$ -kre fennáll  $k'_i \xleftrightarrow{GR} k'_j$  ill.  $K'_i \xleftrightarrow{GR} K'_j$ .

Asszignációs reláció (ASR)

a) A  $T$  terminus rendszer és a  $t_j$  terminus között ASR áll fenn, ha a  $t_j$  terminus szerepel a  $T$  terminus rendszer elemei között. Jelölése:  $T \xrightarrow{AS} t_j$ .

b) A  $K$  kognitív rendszer és a  $k_j$  kognitívum között ASR áll fenn, ha a  $k_j$  kognitívum szerepel a  $K$  kognitív rendszer elemei között. Jelölése:  $K \xrightarrow{AS} k_j$ .

Szerep reláció (SZR)

a) A  $k_i$  kognitívum leírására használt terminusokat különböző szempontok szerint vizsgálhatjuk és csoportosíthatjuk.

Ilyenek lehetnek:

- nyelvtani szerep (pl. alany, állítmány, jelző)
- függvénytani szerep (pl. függő, független változó, ill. eredményváltozó; döntésüktől függő és független paraméterek)
- termelési szerep (pl. nyersanyag, termelőeszköz, technológiai művelet, műszaki jellemző . . .)

Adott szempont szerint elvégezve egy  $K$  kognitív rendszer mindegyik  $k_i$  kognitívumára a hozzárendelt terminusok csoportosítását, ezek a csoportok a  $K$ -hoz affiliált  $T$  terminus rendszer részrendszereit fogják alkotni. Ezek a részrendszerek nem feltétlenül diszjunktak, mivel valamely terminus két különböző kognitívum leírásánál más-más szerepet is betölthet.

A  $\{T_1, T_2, \dots, T_r\}$  halmaz elemeiből alkotott bizonyos kitüntetett párok között irreflexív szerep relációt definiálunk. (Amennyiben ez értelmezhető, akkor a tényleges folyamatnak megfelelő irányban). Jelölése:  $T_i \xrightarrow{SZ} T_j$ .

A  $t_i$  és a  $t_j$  terminusok között SZR áll fenn, ha a  $K$  kognitív rendszernek létezik olyan kognitívuma, amelynek leírására  $t_i$ -t és  $t_j$ -t is felhasználtuk, és a  $t_i$ -t tartalmazó  $T_i$ , valamint a  $t_j$ -t tartalmazó  $T_j$  terminus rendszerek között SZR áll fenn. Jelölése:  $t_i \xrightarrow{SZ} t_j$ . Azaz:  $t_i \xrightarrow{SZ} t_j \iff \exists k_i$ , melyre  $K \xrightarrow{AS} k_i$ , valamint  $t_i \xrightarrow{A} k_j$  és  $t_j \xrightarrow{A} k_j$ , valamint  $\exists T_i$  és  $T_j$  melyekre  $T_i \xrightarrow{A} K$ ,  $T_j \xrightarrow{AS} K$ ,  $T_i \xrightarrow{AS} t_i$  és  $T_j \xrightarrow{AS} t_j$ , valamint  $T_i \xrightarrow{SZ} T_j$ .

b) A  $K$  kognitív rendszer kognitívumait különböző szempontok szerint vizsgálhatjuk és csoportosíthatjuk. Ilyenek lehetnek:

- effektuálási szerep (probléma, feltétel, cél, eredmény)
- következtetési szerep (premissza, konklúzió)
- kísérletezési szerep (adat, törvény, hipotézis).

Adott szempontok szerint elvégezve egy  $K$  kognitív rendszerre az asszignációs relációval hozzárendelt kognitívumok csoportosítását, akkor ezek a csoportok  $K$ -nak egy  $\{K^1, K^2, \dots, K^r\}$  nem feltétlenül diszjunkt részrendszerekre való felbontását fogják adni. A  $\{K^1, K^2, \dots, K^r\}$  halmaz elemeiből alkotott bizonyos kitüntetett párok között irreflexív szerep relációt definiálunk. Jelölése:  $K^i \xrightarrow{SZ} K^j$ .

A  $k_i$  és  $k_j$  kognitívumok között SZR áll fenn, ha a  $K$  kognitív rendszernek  $k_i$  és  $k_j$  is eleme, és a  $k_i$ -t tartalmazó  $K^i$ , valamint a  $k_j$ -t tartalmazó  $K^j$  kognitív rendszerek között SZR áll fenn. Jelölése:  $k_i \xrightarrow{SZ} k_j$ . Azaz:  $K \xrightarrow{SZ} k_j \iff K \xrightarrow{AS} k_i$  és  $K \xrightarrow{AS} k_j$ , valamint  $\exists K^i$  és  $K^j$ , melyekre  $K^i \subset K$  és  $K^j \subset K$  és  $K^i \xrightarrow{AS} k_i$  és  $K^j \xrightarrow{AS} k_j$ , valamint  $K^i \xrightarrow{SZ} K^j$ .

### 2.3. Modellek

A fent definiált elemekből és relációkból igen sok modell állítható fel. Ezek közül eddig a gyakorlatban mintegy huszat alkalmaztunk.

A továbbiakban példaképpen 6 modellt ismertetünk vázlatosan.

1. Kognitív rendszer kognitívumokat tartalmazó affiliációs modellje.

A modell többszörös, irányítatlan élekkel rendelkező gráf. A gráf csúcsai és a  $K$  kognitív rendszerrel asszignációs relációban álló  $k_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) kognitívumok. Az élek a kognitívumok között fennálló affiliációs relációt reprezentálják. Két csúc közötti élek száma megegyezik a két csúc által reprezentált két kognitívummal egyaránt affiliációs relációban álló terminusok számával.

2. Kognitív rendszer terminusokat tartalmazó affiliációs modellje (Terminus rendszer modell).

A modell többszörös élekkel rendelkező gráf. A gráf csúcsai a  $K$  kognitív rendszerrel asszignációs relációban álló  $k_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) kognitívumokkal affiliációs relációban álló  $t_j$  ( $j = 1 \dots m$ ) terminusok. Az élek a terminusok között fennálló affiliációs relációt reprezentálják. Két csúc közötti élek száma megegyezik a két csúc által reprezentált két terminussal egyaránt affiliációs relációban álló kognitívumok számával. Tehát a  $K$  kognitív rendszert a  $T$  terminus rendszerrel modelleztük, amellyel asszignációs relációban állnak a  $t_j$  ( $j = 1 \dots m$ ) terminusok, és a terminusok kapcsolatait az affiliációs reláció adja.

3. Kognitív rendszer terminusokat tartalmazó speciális generikus modellje (Tezaurusz; terminus rendszer modell).

A modell hurokmentes irányított gráf. Csúcsait a  $K$  kognitív rendszert a 2. pontban leírt módon modellező  $T$  terminus rendszerrel asszignációs relációban álló  $t_j$  ( $j = 1 \dots m$ ) terminusok felhasználásával képezzük úgy, hogy a homonimákat (azonos szókép, különböző jelentés) felbontjuk a különböző jelentéseknek megfelelő számú terminusra, a szinonimákat (különböző szókép, azonos jelentés) egyetlen terminussá vonjuk össze.

Az élek a terminusok közötti generikus relációt reprezentálják, azzal a feltétellel, hogy a  $t_i$  terminust csak pontosan egy nála bővebb ( $t_i$ -t szemantikailag magában foglaló) terminussal kötjük össze, mégpedig úgy, hogy a gráfban, amely az összes generikus relációt modellezi, elhagyjuk mindazokat az utakat, amelyeknél rövidebbek találhatóak. Az így nyert  $T$  terminus rendszert tezaurusznak nevezik az információtudományban.

4. Kognitív rendszer terminusokat tartalmazó, a termelési szerepet reprezentáló modellje.

A modell egy többszörös irányított élekkel rendelkező gráf. A gráf csúcsai a 2. modellben definiált  $t_j$  ( $j = 1 \dots m$ ) terminusok. A terminusok között — a kognitívumok leírásában betöltött termelési szerepük (nyersanyag, termeléseszköz, technológiai művelet, termék, műszaki vagy gazdasági jellemző, vizsgálati eszköz vagy eljárás stb.) alapján — szerep reláció áll fenn. Az irányított élek ezt reprezentálják. Az élek száma megegyezik a  $K$  kognitív rendszerrel asszignációs relációban álló azon  $k$  kognitívumok számával, amelyekkel mindkétrelt minus affiliációs relációban áll és amelyekben a két terminus

szerpe is megegyezik (pl. az egyik terminus termék, a másik technológiai művelet leírására szolgál a fent említett kognitívumok mindegyikében).

5. Kognitív rendszer kognitívumokat tartalmazó, az effektuálási szerepet reprezentáló modellje.

A modell egy irányított súlyozott élekkel rendelkező színezett csúcsú gráf. A gráf csúcsai kognitívumok, amelyeket a következő 4 osztály (4 szín) valamelyikébe soroljuk be, a vizsgált kognitív részrendszerekben betöltött szerepük szerint. Ezen osztályok egyikébe fejlesztési célok tartoznak, a másikba azok az eredmények, amelyeket e célok megvalósításától remélünk, a harmadikba olyan kutatási problémák, amelyek megoldása a célok elérésének feltétele, a negyedikbe pedig olyan további feltételek, amelyek biztosítása szükséges a kutatási problémák megoldásához és a fejlesztési célok megvalósításához.

A szerep relációt a következő osztályok (kognitív részrendszerek) között definiáljuk:

- feltételekből a problémákhoz és célokhoz,
- problémákból a célokhoz,
- célokból az eredményekhez.

A kognitívumok közötti szerep relációt jelképező élekhez az anyagi ráfordításoknak megfelelő súlyokat rendelünk hozzá. Ezt a négyes felépítésű modellt a kutatási-fejlesztési programjavaslatok közötti döntés — kapcsolatokat is feltáró — megalapozása céljára dolgoztuk ki.

6. Kognitív rendszer kognitívumokat tartalmazó, a következtetési szerepet reprezentáló modellje.

A modell egy irányított élekkel rendelkező gráf. A gráf csúcsai kognitívumok. A kognitívumokat a vizsgált deduktív rendszer ( $K$  kognitív rendszer) tételeiben betöltött szerepük szerint  $K^1$  és  $K^2$  osztályba (premissza, konklúzió) soroljuk. A szerep relációt a „premissza” kognitív részrendszerből, a „konklúzió” kognitív részrendszerhez irányulva definiáljuk. Így a kognitívumok közötti szerep relációt reprezentáló irányított élek felhasználásával a deduktív rendszer modelljét nyerjük.

## 2.4. Algoritmusk

A tudományos kutatás feladatainak, eredményeinek legkülönbözőbb komplexumai modellezhetők logikai gráfokkal. De a tudományszervezési akciókat is modellezni akarjuk. Ezek az akciók — amelyek a kutatási feladatok és eredmények komplexumainak manipulálásai — szimbolizálhatók gráfok strukturális változtatásával (pl. bővítésével, szűkítésével, vágásainak összekapcsolásával stb.). A gyakorlatban elérni kívánt megoldásoknak a gráfokon strukturális optimumkritériumokat feleltetünk meg. Így ezek tényleges elérését lehető tevő *algoritmusk* kidolgozása a feltétele annak, hogy a tudományszervezési tevékenységet operációkutatási módszerekkel is segítsük.

A LOGEL rendszer eddig kidolgozott operációkutatási algoritmusai közül itt csak hármat ismertetünk vázlatosan.

### 1. Súlyozott élű gráf legsűrűbb részgráfjainak meghatározása.

Az algoritmus a vizsgált gráf legsűrűbb (a súlyozott élösszeg osztva a csúcsok számával: maximális) 2, 3, 4, 5 csúcsú részgráfjait határozza meg gyors, kizárásos módszerrel. Az algoritmust az 1. és 2. fent említett modellre alkal-



mazva lehetővé válik a kognitív rendszer súlyponti kérdéseinek kijelölése, amely a helyzetelemzési és prognosztizálási munkák elvégzésének, a koordinálási és koncentrálnálási döntések meghozatalának alapvető feltétele.

### 2. Súlyozott élő gráfok optimális kettévágása.

Az algoritmus a gráfnak egy olyan minimális vágását határozza meg, amely szeparálja az éleknek vagy csúcsoknak előre kiválasztott két diszjunkt rész-halmazát. Az algoritmus alap gondolata az optimális kettévágási feladat transzformálása a kereslet-kínálat probléma maximális párosítási feladatára. Ily módon az algoritmus gyors és memória igénye kicsiny. Az algoritmust a fent említett 1. és 2. modellre alkalmazva lehetővé válik a kutatási programok vagy kutatási témák optimális elosztása két kutatóhely között.

Ha  $n > 2$  kutatóhely között akarjuk a fenti szétválasztást elvégezni, akkor az algoritmust csak  $2 \lceil \log n \rceil + 1$ -szer kell elvégezni, de amegoldás csak közelítően lesz optimális. (Pl.  $n = 100$  esetén 7-szer kell az algoritmust lefuttatni).

### 3. Színezett gráfok optimális színezett részgráfjainak meghatározása.

Az algoritmus a szétválasztás és korlátozás módszerén alapul. Segítségével, ha a fent említett 6. modellre alkalmazzuk, megoldható a kutatásirányítás egyik legfontosabb problémája: a konkurens témajavaslatok közötti optimális döntés. Az algoritmus, más módszerekkel ellentétben, a javaslatok megvalósításának kapcsolatait is figyelembe veszi.

## 3. A számítógépes programrendszer

A kidolgozott algoritmusok többsége nagyszámú kombináció képzését és értékelését igényli. Nagyobb méretű feladatok esetében ez alig képzelhető el kézi eszközökkel; ezért az algoritmusok gyakorlati felhasználásának igénye szükségessé tette számítógépes programok készítését. Ezzel egyébként nem csupán az algoritmusok hasznosításának céljából kellett foglalkozni, hanem azért is, mert néhány modellnek már a felépítése is megengedhetetlenül nagyméretű manuális munkát kívánt, valamint a kutatási statisztikák készítése is számítógép felhasználását követelte meg.

A kidolgozott és már többször alkalmazott számítógépes programjaink közös családneve: LOGEL (*logikai eljárások*). A programok FORTRAN nyelven készültek. Implementálásuk eddig CDC 3300, SIEMENS 4004 és TPA/i számítógépre készült el. Röviden vázoljuk az eddig alkalmazott programok feladatát.

LOGEL 01 és 02. A kognitív rendszer kognitívumai és a hozzájuk affiliált terminusok alkotják a programrendszer inputját. Ezek felhasználásával kapjuk meg a terminusok neveit és előfordulási gyakoriságait alfabetikus és gyakorisági sorrend szerint.

LOGEL 03. A gyakoriság szerinti terminuslista elejéről, kijelölt számú terminusból alkotott párokra meghatározza az együttes előfordulásuk gyakoriságát, azaz a fent említett 2. modell súlyozott élű gráfját határozza meg.

LOGEL 04. Az általunk kijelölt kognitívumokból alkotott párokra meghatározva a közös terminusok számát, azaz a fent említett 1. modell súlyozott élű gráfját határozza meg.

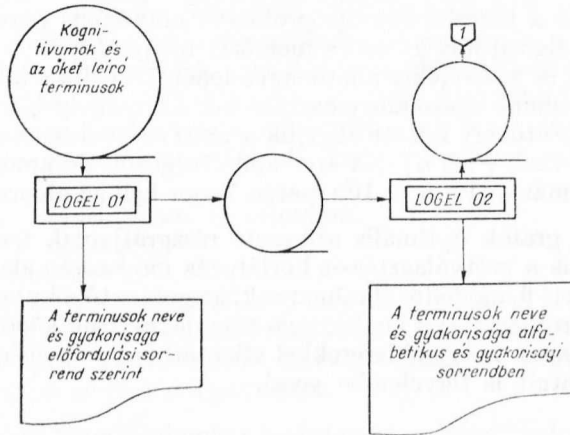
LOGEL 05. A program egy súlyozott élű gráf legsűrűbb részgráfjait határozza meg az 1. algoritmus felhasználásával.

LOGEL 06. A program egy súlyozott élű gráf optimális kettévágását adja meg a 2. algoritmus felhasználásával.

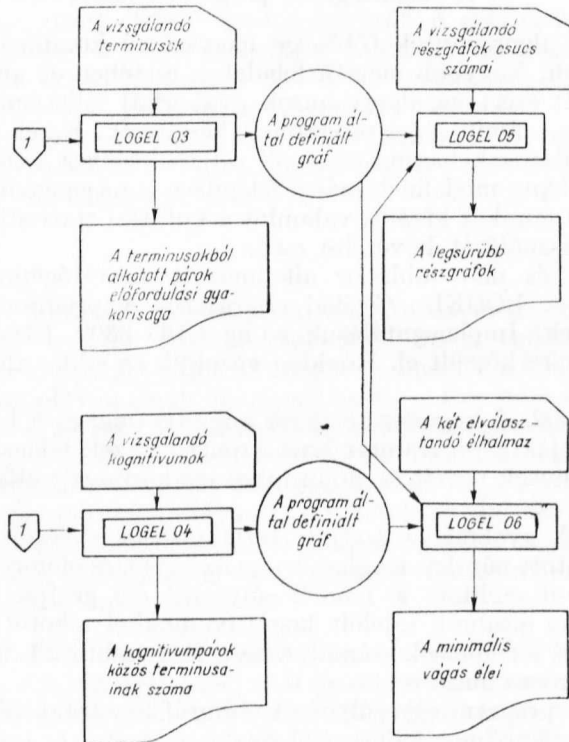
A LOGEL 05 és 06 programok inputja lehet akár a LOGEL 03 vagy 04 program, akár egy más program által meghatározott súlyozott élű gráf.

A programok kapcsolódását az 1. sz. és a 2. sz. ábra mutatja.

(Béérkezett: 1974. november 12.)



1. ábra



2. ábra

## IRODALOMJEGYZÉK

1. ACKOFF, R. L.—GUPTA, S. V.—MINAS, I. S.: Scientific Method: Optimizing Applied Research Decisions. New York, 1962. John-Wiley and Sons Inc.
2. BERGE, C.: Theorie des graphes et ses applications. Paris, 1967. Dunod.
3. BUNGE, M.: Scientific Research. I. The Search for System. II. The Search for Truth. Berlin—New York, 1967. Springer Verlag.
4. FUTÓ P.: A tudományos kutatás irányításával kapcsolatos gráfelméleti kérdések. Budapest, 1971. ÉTI Tudományos Közlemény.
5. FUTÓ P.: Tudományos kutatások tematikai irányításával kapcsolatos problémák gráf modellje, optimalitás kritériuma, megoldása. „Operációkutatás a gyakorlatban '72” című kötetben. Budapest, 1972. Statisztikai Kiadó Vállalat.
6. FUTÓ P.: Algoritmus gráfok optimális kettévágására. Budapest, 1973. Információ — Elektronika.
7. FUTÓ P.: A deszkriptorstatistika alkalmazása a környezeti hatásokkal kapcsolatos kutatásokban. Budapest, 1973. ÉTI Tanulmány.
8. FUTÓ P.: Computer Aided Management of Building Research. Nemzetközi Építési Tanács budapesti 1974. évi kongresszusára készített anyag. Budapest, 1974. CIB '74. II. kötet.
9. KUNSZT Gy.: Main Fields and Problems of Building Research. CIB Report No. 10. Rotterdam, 1967. CIB.
10. KUNSZT Gy.: A tematikai koordinálás új módszerei és lehetőségei, a KGST TMK-KÁB 1968. évi moszkvai szimpóziumán ismertetett tanulmány. Budapest, 1968. ÉTI.
11. KUNSZT Gy.—SZEPESLUBLÓI L.—FUTÓ P.—KISS Á.: Az 1968—69. évi magyar építési kutatások deszkriptorstatistikai vizsgálata és a vizsgálat módszereinek továbbfejlesztése. Budapest, 1970. ÉTI Tanulmány.
12. KUNSZT Gy.—SZEPESLUBLÓI L.—RÉVÉSZ I.—DÁVID J.—FUTÓ P.—KISS Á.: Távlati kutatási koncepciótervezet kidolgozása deszkriptorstatistikai módszer alkalmazásával ágazati szinten. Budapest, 1970. ÉTI Kutatási Jelentés.
13. KUNSZT, Gy.: A tudományos kutatás logikai modellezése és tematikai irányítása. Általános elmélet és építéstudományi alkalmazások. Budapest, 1973. ÉTI.
14. KUNSZT Gy.: Tudományszervezési és tudománypolitikai problémák logikibernetikai megközelítése. Budapest, 1974. ÉTI.
15. SALTON, H.: Automatic information organisation and retrieval. New York, 1968. McGraw Hill.
16. TARSKI, A.: Introduction to logic and to the methodology of deductive sciences. New York, 1865. Oxford University.
17. VICKERY, B.: On Retrieval System Theory. London, 1961. Butterworths.

## MANAGEMENT OF SCIENTIFIC RESEARCH: THE LOGEL METHOD

For the solution of the basic problems of research planning and management we have elaborated a method in the Institute for Construction Science that relies on the analysis of the subject structure of research projects. The LOGEL method is a system of mathematical models, algorithms, decision procedures and computer programs that are based on logical models of the subject structures of research projects.

After presenting precursors and a rough definition of the model some of its application possibilities and important actual uses are outlined. The presentation of the full system of relations and elements of the logical models is followed by a brief description of 6 logical models and 3 algorithms.

The brief outline of the program system LOGEL that has been realized on several computers is supplemented with a figure showing the connections among the programs.

## УПРАВЛЕНИЕ НАУЧНЫМИ ИССЛЕДОВАНИЯМИ (МЕТОД ЛОГЕЛЬ)

Для решения основных проблем планирования и управления научными исследованиями в Институте Строительных Наук разработали метод, который опирается на анализ тематической структуры исследований. Метод Логель является системой математических моделей, алгоритмов, способов принятия решений и программ для вычислительных машин, которые основаны на логических моделях тематической структуры исследований.

После ознакомления с предпосылками этого метода в специальной литературе и схематического определения мы указываем на возможности его применения и приводим несколько наиболее важных конкретных примеров использования метода.

После ознакомления с полной системой элементов и реляций логических моделей следует схематический обзор шести логических моделей и трех алгоритмов.

Краткое описание системы программ Логель, разработанной для нескольких вычислительных машин, дополняется рисунком, показывающим связи между программами.

# A Tiszalöki Öntözőrendszer vízkormányzási modelljei

A következő két modell az Országos Vízügyi Hivatal által elrendelt *Tiszavölgyi Vízgazdálkodási Rendszer vízkormányzásának számítógépi irányítása* c. fejlesztési terv már megvalósult része, amely arra a szervezési állapotra épült fel, hogy a csatornák mentén jelentkező vízigényeket a felhasználók már meghatározott tervek szerint igénylik.

A modellek a Tiszántúli Regionális Vízmű és Vízgazdálkodási Vállalat debreceni kirendeltségéhez tartozó Tiszalöki Öntözőrendszer (TÖR) működtetéséhez nyújtanak segítséget az eddigi, főként tapasztalatra alapozott működtetés helyett.

## I. A modellezendő rendszer jellemzése

Az öntözőrendszer a Tiszántúlon kb. 3000 km<sup>2</sup> területet hálóz be. Alap-elemei a csatornák és az egyes csatornaszakaszokat összekapcsoló zsilipek, illetve a csatornák találkozási pontjai. A zsilipek és a találkozási pontok között az a különbség, hogy a zsilipeknél az átbocsátott víz mennyiségét az üzemeltető határozza meg, a találkozási pontok pedig folyamatosan és bármikor továbbengedik a hozzájuk érkező vizet.

A fürtök egymáshoz csatlakozó csatornák meghatározott együttese. A létesítményrendszer három fő ágból (két főcsatorna és közöttük egy főgyűjtő) és az ezek által határolt területeken fekvő fürtökből épül fel. Az öntözőrendszert (jelenleg) két főzsilipen keresztül a Tiszából látják el vízzel.

A TÖR-nek számos feladata van. El kell látnia vízzel kb. 65 000 ha-nyi mezőgazdasági területet. Ez a víz mezőgazdasági kultúrák öntözésére, halastavak vízigényének kielégítésére stb. szolgál. Ezen kívül a rendszer számos helyén vannak ipari- és ivóvíz igények, sőt az utóbbi időben üdülési célokat szolgáló vízfelhasználás is van. Ennek a csatornarendszernek feladata még meglehetősen nagy vízmennyiség átszállítása a Tiszából a Körösvölgybe. A Körösvölgy vízpótlásához szükséges vízmennyiség a rendszert két kivételi ponton terheli.

A Tisza vízhozamának, az időjárás változásának és az igények jelentkezésének együttes hatásaként a rendszerben háromféle üzemi állapotot különböztetünk meg.

*Normál üzemi állapotról* akkor beszélünk, ha a Tisza vízkészlete elég nagy az összes igények kielégítésére és a rendszer kiépítettsége nem gátolja sehol a szükséges mennyiség átvitelét. Tapasztalat szerint ez az összes üzemidőszak kb. 80%-ában így van.

*Korlátozások az az üzemi állapot, amikor vagy a Tiszából nem vehető ki az igények összegének megfelelő vízmennyiség, vagy a rendszeren nem lehet átszállítani annyi vizet, hogy minden igénylőhöz eljusson a megfelelő mennyiségű víz. A teljes üzemeleti időszaknak – ez ma már gyakorlatilag az egész év – kb. 5%-a ilyen.*

Az összes üzemidő kb. 15%-át az ún. *belvizes üzemi állapot* teszi ki, mely általában rendkívül csapadékos időszakokban fordul elő.

Matematikai modellt a normál- és a korlátozások üzemi állapotokra dolgoztunk ki. A belvizes üzemi állapottal azért nem foglalkoztunk, mert ott az üzemeltetés feladatai lényegesen eltérnek a másik két üzemi állapot feladataitól. Normál- és korlátozások állapotban a legfontosabb a jelentkező (viszonylag nagy) igények teljes vagy nagymértékű kielégítése. Ilyenkor a belvizek az igényeket legfeljebb csökkentik. Belvizes állapotban viszont a nagy károkat okozó belvizek gyors elvezetése a cél; egyébként is a jelentkező igények ilyenkor igen kicsik, legtöbbjük nulla.

## 2. A létesítményrendszer fizikai adottságainak modellje

Mindkét modellezett állapotnál a rendszer fizikai sajátosságaiból indulunk ki. Modelljeink a rendszer üzemelését egymást követő, egyenlő hosszúságú időszakokban írják le. Egy-egy ilyen időszak hossza  $T$ .

Egy időszakban egy csatornarendszén különféle felhasználói igények kielégítésére, szivárgási veszteségek pótlására stb. kell vizet biztosítani. A víz elvonulásához bizonyos idő kell.  $T$ -t úgy választjuk meg, hogy a megfelelő vízmennyiség biztosításához a megelőző időszak egy időpontjában kell a csatornák beeresztő zsilipjét beállítani. Egy-egy számítás mindig egy meghatározott időszakban biztosítandó vízmennyiségekre vonatkozik majd, de a normál üzemi állapot esetében két időszakra – a szóbanforgó és az azt megelőző időszakra – adódnak operatív üzemelési feladatok. A számítások sorozatát figyelembe véve azonban a rendszer egy meghatározott műtárgyára vagy mindig az aktuális időszakra, vagy mindig a megelőző időszakra eső tevékenységről van szó.

A csatornarendszernek egy  $G = [N, A]$  irányított kör nélküli gráfot feleltetünk meg. A gráf  $N$ -beli csúcspontjai a rendszer bizonyos zsilipeinek, illetve csatorna találkozási pontjainak,  $A$ -beli élei pedig ezek között a zsilipek között elhelyezkedő fűrtöknek, vagy csatornaszakaszoknak felelnek meg. A modellezésnél figyelembe vett zsilipeket az üzemeltetés és nem a modellezés szempontjából választottuk ki; kidolgozott modelljeinkkel sokkal több csúccsal, illetve éllel rendelkező hálózatot is lehet kezelni.

Az élék irányítását a víz lefolyásának iránya adja meg. Az él  $x$ -nek megfelelő zsilipjét felső zsilipnek,  $y$ -nak megfelelő zsilipjét pedig alsó zsilipnek fogjuk nevezni.  $S$ -sel jelöljük azon zsilipeknek megfelelő pontok halmazát, ahol a víz beléphet a rendszerbe.

Minden  $(x, y)$  élhez megadható egy  $c_1(x, y)$  és egy  $c_2(x, y)$  szám, melyek az  $x$ -nek és  $y$ -nak megfelelő zsilipek, illetve az  $(x, y)$ -nak megfelelő fűrt vagy csatorna műszaki állapotára együttesen jellemző, jól definiált értékek.  $c_1(x, y)$  azt adja meg, hogy az  $x$ -nek megfelelő felső zsilipen keresztül maximum mennyi víz áramoltatható  $T$  idő alatt a rendszer  $(x, y)$ -nal reprezentált részébe;  $c_2(x, y)$  pedig azt a legnagyobb vízmennyiséget jelenti, amennyi az  $y$ -nak

megfelelő alsó zsilipen keresztül elhagyhatja a rendszer  $(x, y)$ -nak megfelelő részét  $T$  idő alatt.

A  $G$  gráfot úgy feleltetjük meg a rendszernek, hogy az igényeket mindig élekhez rendeljük, még akkor is, ha az eredeti rendszerben egy igény csomópontban (pl. a körösvölgyi vízleadási kötelezettségnél) jelentkezik. A rendszer  $(x, y)$ -nak megfelelő részében jelentkező vízigények összegét  $F(x, y)$ -nal fogjuk jelölni. Megjegyezzük, hogy minden programozott  $T$  időintervallumra, illetve minden  $(x, y)$ -ra  $F(x, y) > 0$ , mert a rendszer üzemelése közben fellépő szivárgási veszteséget pótolni kell. A szivárgási veszteséget minden  $(x, y)$  élhez előre meghatározott értéknek tekintjük. Ez a feltevés a tenyészidőszak (április 1.—szeptember 30.) kezdetétől számított rövid ún. telítődési idő után jogosnak látszik.

### 3. A rendszer működtetésének legfontosabb szempontjai

Az eddigiek szerint adva van az öntözőrendszer, melynek bizonyos helyein vízigényeket kell kiszolgálni. A víz a Tiszában — részben, vagy teljesen — rendelkezésre áll, de a vízkészlettel mindig takarékoskodnunk kell. Maga a vízáramlás az öntözőrendszerben a zsilipekkel irányítható.

*Feladatunk* elsősorban az, hogy a rendszer működtetésére olyan modelleket készítsünk, amelyekből megadhatjuk azokat a vízmennyiségeket, melyeket az egyes zsilipeken át kell bocsátani ahhoz, hogy a rendszer vízszállító kapacitását sehol ne lépjük túl. Mindezt úgy kell megoldanunk, hogy minden igénylőhöz eljusson a teljes, vagy a maximálisan eljuttatható mennyiségű víz; és a Tiszából csak valamilyen felhasználói igényt kielégítő vizet vegyünk ki. A rendszer  $(x, y)$  élekkel reprezentált részeihez tartozó ilyen vízmennyiségek együttesét *lehetséges folyamtnak* fogjuk nevezni. Az üzemeltetés jelenlegi, tapasztalati alapon folyó rendszerében a most megfogalmazott feladat megoldása nem mindig lehetséges.

Az öntözőrendszer két fő vízkivételi pontjából kb. 40 igénypontba kell vizet juttatnunk. Az igénypontok legtöbbször úgy helyezkedik el a rendszerben, hogy nem egyetlen (csatornák alkotta) úton juttatható el hozzá a megfelelő vízmennyiség. Ha azokat az utakat, vagy azon utak egy részét, melyeken az egyes igénylőkhöz el akarjuk juttatni a vizet, előre meg is határoznánk, akkor (egy időperiódus alatt) az utak közös szakaszain (sok ilyen lenne) gyakran kapacitáskorlátokba ütköznénk, mert a különböző utakon adódó vízmennyiségek összege meghaladná az átbocsátóképességet. Az eddigi üzemeltetésnél ez azt jelentette, hogy időnként nem tudtak kielégíteni olyan igényeket, melyek a lehetőségek jobb megvizsgálása esetén kielégíthetők lettek volna.

A tapasztalati alapon történő működtetés egy másik, az előbbivel azonos eredetű hibája volt, az hogy gyakran nagy vízvesztéssel dolgozott. Jóval nagyobb mennyiségű vizet emeltek ki a Tiszából, mint a vízigények összege és a felesleges vízmennyiség szükségtelenül folyt át a Körösvölgybe. Kidolgozott modelljeinknél ennek kiküszöbölését is célul tűztük ki: megköveteljük, hogy a Tiszából kivett vizet valahol felhasználják.

#### 4. A normál üzemi állapotra kidolgozott modell

Az előző pontban leírtuk azokat a szempontokat, amelyek a modellalkotásnál elsődleges szerepet játszottak. Ezek a felhasználók igényeinek kielégítését és a vízkészlettel való takarékoságot célozzák, az üzemeltetés szempontjai közül pedig csak azt veszik figyelembe, hogy a korábban említett feltételek és fizikai jellemzők szerint az öntözőrendszerben le lehessen bonyolítani a víz elszállítását a Tiszából az igénylőkhöz. A normál üzemi állapot modellje azonban még más üzemeltetési szempontot is figyelembe vesz.

A hálózat bizonyos  $(x, y)$  élre megadható egy  $t_{(x,y)}(V)$  függvény, mely azt mutatja, hogy mennyi idővel kell a vizsgált  $T$  hosszúságú időszak kezdete előtt az  $x$ -nek megfelelő zsilipet kinyitni, ha a zsilipen az élen jelentkező felhasználói igények, szivárgási veszteségek és a továbbítandó mennyiségek összegének megfelelő  $V$  mennyiségű vizet kell átbocsátani. Minthogy egy nagyobb vízmennyiség rövidebb idő alatt vonul le, mint egy kisebb,  $t_{(x,y)}(V)$ ,  $V > 0$ -ra  $V$ -nek monoton csökkenő függvénye. A  $T$  időintervallumot úgy választjuk meg, hogy  $t_{(x,y)}(V) \leq T$  az  $(x, y)$ -on szobajövő  $V$ -kre. Olyan lehetséges folyamat akarunk most meghatározni, melyre az időszak kezdete előtti legkorábbi beavatkozási, azaz zsilipállási időpont a lehető legkésőbbi. Ugyanakkor, amikor a legkorábbi zsilipállítási időpont a legkésőbbre kerül (a szóbanforgó időszak kezdetéhez képest) a zsilipterhelések is egyenletesebbé válnak.

##### 4.1. A feladat matematikai modellje

Minden  $(x, y) \in A$ -ra meg kell határozni azokat az  $f(x, y) \geq 0$  számokat, [mely az  $(x, y)$  él saját vizigényeinek és az élen továbbítandó vízmennyiségeknek az összegét reprezentálja], melyek kielégítik az alábbi feltételeket:

$$(4.1) \quad f(x, y) \geq F(x, y), \quad (x, y) \in A$$

$$(4.2) \quad f(x, y) \leq c_1(x, y), \quad (x, y) \in A$$

$$(4.3) \quad f(x, y) - F(x, y) \leq c_2(x, y), \quad (x, y) \in A$$

$$(4.4) \quad \sum_{y \in N^-(x)} [f(y, x) - F(y, x)] = \sum_{y \in N^+(x)} f(x, y) \quad x \in S$$

$$N^-(x) = \{y | (y, x) \in A\}, \quad N^+(x) = \{y | (x, y) \in A\}$$

$$(4.5) \quad \sum_{s \in S} f(s, y) = \sum_{(x, y) \in A} F(x, y)$$

$$(4.6) \quad \max_{(x, y)} t_{(x, y)} [f(x, y)] \rightarrow \min.$$

A (4.1)–(4.4) feltételek azt fejezik ki, hogy az  $f(x, y)$  számok egy lehetséges folyamat határozzanak meg. (4.1) szerint az  $(x, y)$  élre legalább annyi víz érkezik, mint az él saját igénye. (4.2) biztosítja, hogy az élre legfeljebb annyi víz érkezhessen, mint a felső zsilip átbocsátóképessége. (4.3) teljesülése esetén az  $(x, y)$  él alsó zsilipjéhez nem érkezik több víz, mint amennyit kapacitása  $T$  idő alatt megenged. A (4.4) feltétel szerint a csomópontoknál nincs vízkivétel, vagyis a zsilipekhez érkező összes vizet tovább engedjük. (4.5) felel



meg annak a célkitűzésünknek, hogy a Tiszából feleslegesen ne vegyünk ki vizet. (4.6) szerint a lehetséges folyamatok közül egy olyat választunk, mely a rendszerben a lehető legkésőbbi beavatkozást teszi lehetővé.

A (4.1)–(4.6) feltételrendszer megoldva a kapott  $f(x, y)$  értékek adják az  $(x, y)$  él felső zsilipjénél bebocsátandó vízmennyiséget, a  $t_{(x,y)} [f(x, y)]$  értékek pedig a  $T$  intervallum kezdete előtt szükséges beavatkozási időket.

#### 4.2. A „normál modell” megoldása

A leírásban már eddig is Ford és Fulkerson ismert terminológiájához [L. R. Ford jr. and D. R. Fulkerson: *Flows in networks*, Princeton University Press, 1962] alkalmazkodtunk, mivel a megoldáshoz az ott található *out-of-kilter* algoritmust használjuk fel.

A megoldáshoz a  $G = [N, A]$  hálózatot a következőképpen alakítjuk át.

Minden  $(x, y)$  élt helyettesítünk egy  $(x, y_1), (y_1, y)$  élpárral. Jelöljük  $R^*$ -gal az  $y_1$  típusú pontok halmazát,  $S^*$ -gal pedig az eredeti  $S$  halmazt. Egészítsük ki hálózatunkat a  $r^*$  és  $s^*$  pontokkal. Legyen  $N^* = N \cup R^* \cup r^* \cup s^*$ . Vezessünk  $s^*$ -ból  $\forall s \in S^*$  pontba  $\forall r \in R^*$ -ból  $r^*$ -hoz és  $r^*$ -ból pedig  $s^*$ -ba egy-egy élt. A  $*$ -gal jelöljük az új hálózat éleinek halmazát.

A  $G^* = [N^*, A^*]$  hálózat élein a kapacitást definiáljuk a következő módon:

$$c^*(x^*, y^*) = \begin{cases} c_1(x, y), & \text{ha az } (x^*, y^*) \text{ él } (x, y_1) \text{ típusú} \\ c_2(x, y), & \text{ha az } (x^*, x^*) \text{ él } (y_1, y) \text{ típusú} \\ F(x, y), & \text{ha az } (x^*, y^*) \text{ él } (y_1, r^*) \text{ típusú.} \end{cases}$$

Értelmezzünk alsó korlátokat is az élekhez. (Alsó korlát megadása egy élen azt jelenti, hogy  $T$  idő alatt legalább annyi vizet át kell bocsátanunk rajta, mint az alsó korlát értéke).

$$l^*(x^*, y^*) = \begin{cases} 0, & \text{ha } (x^*, y^*) \neq (r^*, s^*) \\ \sum_{(x,y) \in A} F(x, y), & \text{ha } (x^*, y^*) = (r^*, s^*). \end{cases}$$

Ebben a hálózatban egy lehetséges folyam nyilvánvaló módon feleltethető meg a 4.1.–4.5. rendszer egy megoldásának.

A célfüggvény minimalizálása az alsó-korlát feltételek módosításával történik, mivel a  $t_{(x,y)}(V)$  függvények monotonitása következtében egy  $t_{(x,y)}(V) \leq \tau$  feltétellel ekvivalens egy  $f(x, y) \geq l$  alakú feltétellel. A  $t_{(x,y)}$  függvény monoton csökkenő voltából következik, hogy  $l$  a  $\tau$ -nak monoton nem növekvő függvénye. Ez azt jelenti, hogy ha egy él felső zsilipjénél csökkenteni akarjuk a szükséges beavatkozási időt, akkor egyre nagyobb mennyiségű vizet kell erre az élre „kényszerítenünk” [természetesen  $f(x, y)$  értékét felülről a  $c_1(x, y)$  mindenképpen korlátozza].

A megoldást a következő algoritmussal kapjuk:

4.a Adott a  $G^* = [N^*, A^*]$  hálózat, a  $c^*(x^*, y^*)$  kapacitások. Az  $l^*(x^*, y^*) = 0$ , ha  $(x^*, y^*) \neq (r^*, s^*)$ ,  $l^*(r^*, s^*) = \sum_{(x^*, y^*) \in A} F(x^*, y^*)$ .

Bizonyos élekre adottak a  $t_{(x^*, y^*)}(V)$  függvények.  $\Delta t$  adott érték,  $I = 1$ .

4.b Az out-of-kilter algoritmus segítségével lehetséges folyamatot keresünk.

— Ha nincs ilyen: 4.d. Ha van: 4.c.

$$4.c \quad I = I + 1$$

Megkeressük azt az  $(x^*, y^*) \in A^*$  élt, amire

$$\tau = \max_{x^* \in N^*} \max_{y^* \in N^*(x^*)} t_{(x^*, y^*)}[f(x^*, y^*)]$$

$\tau^* = \tau - \Delta\tau$ .  $l(x, y)$  legyen az a  $V$ , amire  $t_{(x, y)}(V) = \tau^*$ . Folytassuk 4.b-től.

4.d Ha  $I = 1$ , akkor az adott igényeket nem lehet kielégíteni (korlátozások üzemi állapot).

Ha  $I > 1$ , akkor az  $I$ -ik lépésben kapott  $f(x, y)$  rendszerből megkaphatjuk a zsilipeken átbozsátandó vízmennyiségeket, illetve a zsilipnyitási időpontokat.

## 5. A „normál modell” számítógépes futtatási tapasztalatai

Az első kísérleti üzem 1973-ban egy hétig tartott. Az ennek tapasztalatai alapján 1974-ben végrehajtott többhetes próbaüzem sikeres volt.

Az algoritmust IBM 360/40 gépre FORTRAN-4 nyelven programoztuk. A kibővített  $G^*$  hálózat pontjainak száma kb. 60, éleinek száma pedig kb. 120. A  $t_{(x, y)}(V)$  függvény kb. 20 élre van adva; (4.6)-ban a maximalizálás ezekre az  $(x, y)$ -okra szól. A 4.b pontnak megfelelő lehetséges folyamkereső eljárás maximális futási ideje 50 sec volt;  $I > 1$ -re általában 10 sec-nél kevesebb.  $I$  maximális értéke 5–6 volt, így az egész algoritmus, tehát a közel optimális ( $\tau$  értékeit  $\Delta t$ -vel csökkentettük) beavatkozási idő megkeresése nem tartott tovább 120 sec-nál.  $T = 6$  órára programoztuk,  $I = 1$  és az optimumot adó  $I$  között a célfüggvény értéke általában 2 órával (5 órától 3-ra) csökkent. Megjegyezzük, hogy a számításoknál  $\Delta t$  értékét 6 percre választottuk.

## 6. A korlátozások üzemi állapotra kidolgozott modell

A korábbiak szerint korlátozások üzemi állapotról akkor beszélünk, ha vagy a Tisza vízkészlete nem elég az igények összegének kielégítésére, vagy a rendszer kiépítettsége (vízszállító kapacitása) szab határt annak, hogy a rendszer minden részébe eljusson az igényelt mennyiségű víz. Nem nehéz észrevenni, hogy ez a két lehetőség a mi szempontunkból tulajdonképpen nem különbözik egymástól, mert azt, hogy a Tisza vízkészlete kicsi, értelmezhetjük úgy, hogy a  $S$  beli zsilipek kapacitása kicsi.

Ennek a modellnek a kidolgozásánál is azt tekintettük feladatunknak, hogy lehetséges folyamot határozzunk meg úgy, hogy takarékoskodjunk a vízzel. Itt azonban a lehetséges folyam értelmezésénél el kellett tekintenünk attól a követelménytől, hogy az összes igénylő megkapjon minden szükséges vizet. Abból az általános gyakorlatból indultunk ki, hogy vízszegény időszakokban a vízhasználók igényeit a felhasználás jellege szerint kategóriákba sorolják és ezek között a kategóriák között a kielégítés szempontjából fontosági sorrendet állapítanak meg. A vízfelhasználást úgy korlátozzák, hogy a fontosági sorrend szerint egyre több fajta vízkivételtiltanak meg.

Rendszerünkben ez azt jelenti, hogy az igényeket 8 kategóriába soroltuk: szivárgási veszteség pótlása, ivóvíz, ipari víz, kertészeti igények, szántóföld öntözése, rizs, halastó, üdülés céljait szolgáló igények. Minden kategórián

belül (a szivárgási veszteség kivételével) az igényeket két alkategóriába soroltuk. A kategóriák között a fontossági sorrend a felsorolás sorrendjével esik egybe, a legfontosabb a szivárgási veszteség kategóriája. A kategóriákon belüli megosztás is olyan, hogy az egyik csoportba tartozó igények kielégítése fontosabb a másik csoportba tartozó kielégítésénél. A kategóriák és alkategóriák között megállapított fontossági sorrend segítségével minden igényhez egy-egy prioritási számot (0–14) rendeltünk. A legnagyobb prioritási számot abba a kategóriába tartozó vízigények kapták, amelyek kielégítésétől legelőször tekinthettünk el.

Megjegyezzük, hogy egy-egy élen általában többfajta vízigény is van, de természetesen nem szükséges az, hogy minden élen minden kategóriába tartozó igény jelentkezzen.

*Feladatunk* ekkor úgy fogalmazható meg, hogy határozzunk meg a zsilipeken átbocsátandó olyan vízmennyiségeket, melyekből a rendszer minden részében, a 0 prioritási szintből indulva, a prioritási sorrend szigorú figyelembevételével a lehető legmagasabb szintig ki lehet venni az igényelt vízmennyiséget, és a rendszerbe csak olyan víz jut be, amit valahol felhasználnak.

A korábbiakhoz képest a következő új jelöléseket vezetjük be:

$M$  a Tiszából kivehető vízkészletek, illetve az a meghatározható maximális vízmennyiség, amit a rendszer kapacitása megenged  
 $0, 1 \dots, n$  az összes prioritási szám

$K_{(x,y)}$  megadja, hogy az  $(x, y)$  élen hányféle igény van. (A legfontosabb a legkisebb prioritású számú, a  $K_{(x,y)}$ -odik a kielégítés szempontjából a legkevésbé fontos)

$F_j^i(x,y)$  az  $(x, y)$  élen jelentkező  $i$ -ik igény nagysága; a  $j$  index azt jelöli, hogy ez az igény a  $j$ -ik prioritási szinthez tartozik

$$i = 0, \dots, K_{(x,y)}$$

$$j \in \{0, \dots, n\}$$

[minden  $i_{(x,y)}$ -nak egyértelműen megfelel egy  $j$ ].

Meg kell határoznunk azokat az

$$l_{(x,y)} \leq K_{(x,y)} \quad (x, y) \in A$$

$$f_j^i(x, y) \quad i = 0, \dots, l_{(x,y)}$$

$$j \in \{0, \dots, n\}$$

$$(x, y) \in A$$

$$f(x, y),$$

$$(x, y) \in A$$

értékeket, amelyekre:

$$(6.1) \quad f_j^i(x, y) \leq F_j^i(x, y) \quad \begin{array}{l} i = 0, \dots, l_{(x,y)} \\ j \in \{0, \dots, n\} \end{array}$$

$$(x, y) \in A$$

$$(6.2) \quad f(x, y) \leq c_1(x, y) \quad (x, y) \in A$$

$$(6.3) \quad f(x, y) - \sum_{i=0}^{l(x,y)} f_j^i(x, y) \leq c_2(x, y) \quad (x, y) \in A$$

$$(6.4) \quad \sum_{y \in N^-(x)} [f(x, y) - \sum_{i=0}^{l(x,y)} f_j^i(x, y)] = \sum_{y \in N^+(x)} f(x, y) \quad x \notin S$$

$$(x, y) \in A$$

$$(6.5) \quad \sum_{(x,y) \in A} \sum_{i=0}^{l(x,y)} f_j^i(x, y) = M$$

$$(6.6) \quad \sum_{(x,y) \in A} \sum_{i=0}^{l(x,y)} j f_j^i(x, y) \rightarrow \text{minimális.}$$

$f_j^i(x, y)$  megadja, hogy az  $(x, y)$  élen a  $j$  prioritási számú igényből mennyit elégítünk ki.  $f(x, y)$  pedig az a vízmennyiség, amit az  $x$  csomópontnak megfelelő zsilipen a rendszer  $(x, y)$ -nal reprezentált részébe be kell bocsátani.

A 6.2.—6.4. feltételek biztosítják, hogy az  $f_j^i$  és  $f$  értékek lehetséges folyamat reprezentáljanak, 6.5. pedig azt írja elő, hogy az összes rendelkezésre álló vizet felhasználjuk. 6.1.—6.5. és a célfüggvény együtt biztosítják, hogy az összes rendelkezésre álló víz felhasználásával a rendszer minden részében a 0 prioritási szinttől kezdve a lehető legmagasabb szintig elégítsük ki az igényeket.

Azáltal, hogy a prioritási számot egységnyi igény „kielégítési költsége”-ként kezeljük és az összes rendelkezésre álló víz felhasználását megköveteljük, a célfüggvényt minimalizáló megoldás olyan lesz, hogy minden élen minden kielégíthető szinten, (esetleg a legmagasabb kivételével) teljesen kielégíti az igényeket és az igények prioritását szigorúan figyelembe veszi. A meghatározott  $l_{(x,y)}(x, y) \in A$  azt mutatja, hogy az  $(x, y)$  élen hány prioritási szint van (esetleg a legmagasabb szint kivételével) teljesen kielégítve.

## 7. A korlátozások modell megoldása

A  $G = [N, A]$  hálózatot a megoldáshoz most is átalakítjuk. A különbség az előzőkhöz képest az, hogy a  $r \in R^*$  pontok és az  $r^*$  pont körött nem egy, hanem annyi él van, ahány féle igény az eredeti  $(x, y)$  élen jelentkezik. Ezekre az élre a kapacitás értéke  $F_j^i(x, y)$ . Minden ilyen élhez, az egységnyi folyam mennyiség átszállítási költségeként hozzárendeljük a megfelelő igény prioritási számát; az összes többi élen az átszállítás költségét 0-nak vesszük. Ekkor az *out-of-kilter* algoritmussal minimális költségű lehetséges folyamatot keresve, feladatunk egy megoldáshoz jutunk.

A korlátozások modell üzemi próbájára 1975-ben kerül sor.

(Beérkezett: 1974. október 14.)

## WATER CONTROL MODELS FOR THE TISZALÖK IRRIGATION SYSTEM

We have elaborated models facilitating the operation of the irrigation system at „Tiszalök” under the normal and the constrained operating mode.

In the first part of the paper the structure of the system, its physical characteristics and duties are outlined. We write about the problems of the empirically controlled opera-

tion till now, and about the aspects which were important in the model building. We outline the mathematical models elaborated for the normal and the constrained operating mode and also their solutions, more-over the experiences gathered from runs of the normal model.

### МОДЕЛИ ВОДНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ОРОСИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ В ТИСАЛЭКЕ

Нами разработаны модели, способствующие функционированию оросительной системы в Тисалэке, для нормального и ограниченного рабочего состояния этой системы.

В первой части статьи мы рассказываем о структуре системы, её физических параметрах и задачах. Описываем проблемы функционирования, возникшие на основе опыта практического пользования, и о тех аспектах, которые были важны при моделировании. Описываем математические модели, разработанные на нормальные и ограниченные рабочие состояния системы, и решение этих моделей, а также опыт, приобретенный при введении нормальной модели.

# FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

NYÁRY ZSIGMOND

## Ökonometriai modellek újabb alkalmazásai és specifikációs tulajdonságaik

### Bevezetés

A gazdaságmatematikai modelleknek, s ezek családján belül az ökonometriai modelleknek a köztudat sokszor elméleti jelentőséget tulajdonít. A látszat szerint olykor feledésbe megy a modellezés tulajdonképpeni célja: a mindenkori gazdaságban *itt és most* érvényesülő összefüggések számszerű meghatározásának és elemzésének nagyon is konkrét gyakorlati célkitűzése. A mutatószámok statisztikai szignifikancia-szintjének, a konfidencia-intervallumoknak a vizsgálata, a becült értékeknek a tényszámokkal való összehasonlítása is azt célozza, hogy a modellben leképezett gazdasági összefüggések megbízhatósága tekintetében tájékozódjunk. Nem véletlen, hogy az első ökonometriai modellek konstrukcióját is elsősorban gyakorlati célkitűzések motiválták annak idején: a harmincas évek első felének nagy világgazdasági válságát követően egyrészt a gazdasági konjunktúra kutatása, illetve a nemzetgazdaság világgazdasági hatásoktól való függőségének a vizsgálata; később, a második világháborút követően pedig — főleg az ötvenes évek közepétől kezdődően — a gazdasági növekedés vizsgálata, a korábban elképzelhetetlen méretekben és arányokban növekvő gazdaságok legjellemzőbb mennyiségi összefüggéseinek az elemzése.

Valamivel világosabban látszik az előrejelzések gyakorlati célja. Viszonylag korán felismerték, hogy a modellek alkalmasak egyes makroökonómiai aggregátumok alakulásának előrejelzésére; sőt a kifejezetten előrejelzési célú modelleknek kialakultak bizonyos jellemvonásaik is, amelyek az előrejelzés mechanizmusát kívánják segíteni. Nem kevésbé gyakorlati cél húzódik meg a tervezési modellek hátterében is, amelyek tulajdonképpen az előrejelzési modellek fejlettebb változatának tekinthetők.

Az ökonometriai modellek további alkalmazásaként említhető szimulációs kísérletek is szükségképpen a modellek gyakorlati orientációját bizonyítják. Ezek a vizsgálatok az exogén változók feltételezett értékei mellett adódó endogén változó-értékek vizsgálatára, vagyis különféle feltételezett, feltételezhető vagy tervbevett gazdaságpolitikai elképzelések vagy intézkedések várható következményeinek az elemzésére irányulnak.

Más kérdés, hogy a modellezés eredményeinek gyakorlati hasznosítása jelenleg még nem kielégítő. Ez világjelenség, amelyet nemcsak hazai tapasztalatok, ökonometriai és operációkutatási konferenciákon elhangzott hozzászólások támasztanak alá, hanem külföldi vélemények, folyóiratcikkek is. Ebben a vonatkozásban pl. L. R. Klein véleménye idézhető, aki szerint a matematikai-közgazdasági, ill. ökonometriai ismeretanyag visszaáramlása a gyakorlati közgazdasági alkalmazás irányában sehol, így az Egyesült Államokban sem megoldott kérdés. Véleménye szerint az ökonometriának a következő

évtizedben várható fejlődését nem új módszerek elterjedése vagy újabb látványos sikerek, hanem az ökonometriai ismeretek gyakorlati hasznosítása fogja determinálni [35].

A Központi Statisztikai Hivatal Ökonometriai Laboratóriuma hosszabb idő óta foglalkozik ökonometriai modellek vizsgálatával és összehasonlításával is. A korábbi vizsgálatok egyrészt az ökonometriai modellek különböző tulajdonságait, „morfológiai” sajátosságait vették számba [51]; egy további fázisban a modellek „becslési jóságá”-nak kritériumai alapján több ökonometriai modell összehasonlítására [48] [49], majd az ökonometriai modellek különböző tulajdonságok alapján való összehasonlítására került sor [50].

Az 1972–74. években végzett kutatások az ökonometriai modellek újabb alkalmazásait, specifikációs tulajdonságait vizsgálták: az utóbbi évek folyamán kidolgozott ökonometriai modellek milyen tulajdonságokkal rendelkeznek korábbi, olykor már „klasszikus”-nak tekintett ökonometriai modellekkel szemben; „újszerűségük” milyen külső vagy tartalmi sajátosságok formájában jelenik meg; milyen módszerbeli újításokat hoznak; mennyivel képesek többet nyújtani mint a korábbiak.

A kérdés megválaszolása nem egyszerű, mert a fejlődés nem könnyen vagy egyértelműen meghatározható fogalom. Komplex ismérveinek megragadására kell törekednünk több ökonometriai modell összehasonlítása és a közös jellemvonások megállapításának segítségével. Tanulmányunk ennek megfelelően kiterjedt:

- az ökonometriai modellek újabb alkalmazásainak vizsgálatára (nemzetközi összehasonlítások célját szolgáló modellek, fejlődő országok modelljei, előrejelzési, tervezési vagy ágazati modellek);
- a szűkebb értelemben vett specifikációs tulajdonságok vizsgálatára (az egyenletek megfogalmazásában, a változók kiválasztásában és meghatározásában kifejezésre jutó sajátosságokra, különböző szektorok kezelésére a modellben);
- a modellek szerkezeti felépítésének, dinamikus tulajdonságainak vizsgálatára, különböző típusú modellek összekapcsolásának a lehetőségeire;
- a modellek „dimenziójában”, szerkezeti arányaiban kifejeződő morfológiai sajátosságokra.

A vizsgálat — annak a célnak megfelelően, amely a fejlődés újabb irányait kívánja felmérni — olyan modellekre szorítkozott, amelyek az utóbbi hét–nyolc évben keletkeztek. Hasonlóképpen csak nemzetgazdasági összefüggéseket tárgyaló modelleket vettünk figyelembe; néhány ágazati modellt csak annyiban, amennyiben a modellek újabb alkalmazásai között az ágazati szinten érvényesülő kapcsolatok elemzése is szerepel.

Tanulmányunk egyébként a KSH Ökonometriai Laboratóriuma „Laboratóriumi Munkanyagok” c. sorozata 18. számaként megjelent „Az ökonometriai modellspecifikáció újabb irányai” című összefoglaló rövidített és átdolgozott változata.

## I. A modellek újabb alkalmazásai

A továbbiakban ismertetjük az ökonometriai modellek alkalmazásának néhány újabb területét. Az, hogy a modell milyen alkalmazási céllal készült, rendszerint már a modellspecifikáció terén érezteti hatását; egyrészt speciális változó-típusok alkalmazása révén, másrészt az egyenletek megfogalmazásában.

### 1.1. Nemzetközi összehasonlítások célját szolgáló modellek

A gondolat nem egészen új: azonos formában specifikált ökonometriai modellel első ízben *G. Tintner* és *B. von Hohenbalken* kísérelték meg az OECD-országok összehasonlítását [26]. A kis modell (országonként öt egyenlettel, amelyből mindössze két sztochasztikus összefüggés) erősen leszűkítette ugyan az összehasonlítások lehetőségét, azt azonban igazolta, hogy egészen alapvető összefüggések összehasonlítása sikerre vezethet szerkezetükben és fejlettségükben egymástól erősen különböző országok esetében is; főleg ha figyelembe vesszük, hogy ugyanezt a modellt *Tintner* és munkatársai még más országokra, így Indiára [63], Marokkóra [64] és Ausztriára [65] is kidolgozták.

A kísérlet sokáig egyedülálló maradt. Csupán az 1960-as évek végén és az 1970-es évek elején indult meg nagyobb lendülettel és különböző formában az egyes országok ökonometriai modell segítségével történő összehasonlítása. Példák adódnak mind a bilaterális, mind a többoldalú összehasonlításra, amikor is ennek leggyakoribb eszköze továbbra is az azonos formában specifikált egyenletrendszer. A nemzetközi összehasonlítások legújabb példái a következők:

a) Csehszlovákia és Magyarország legjellemzőbb makroökonómiai paramétereinek bilaterális összehasonlítása [28] [58];

b) Az Európai Gazdasági Közösség országainak multilaterális összehasonlítása és összekapcsolása szimultán modellé az ún. COMET-modell segítségével [5];

c) Különböző országok összehasonlítása és modelljeinek összekapcsolása az ún. *link project*-en belül [6];

d) A *F. T. Denton* és *E. H. Oksanen* által végzett összehasonlítások 21 tőkésországra vonatkozóan [11].

Kétségtelen, hogy a négy felsorolt vizsgálat nem egyenlő mértékben gyakorlati célú. Ugyanakkor nem állítható, hogy bármelyik csupán elméleti vagy tudományos célú elemzésre korlátozódik.

A magyar – csehszlovák ökonometriai modell a KSH Ökonometriai Laboratóriuma és a pozsonyi Számító Kutatóközpont közös munkájaként 1971-ben jött létre. A *Tintner*-féle modellekkel szemben egyrészt abban mutatkozott fejlődés, hogy a közös modellt kifejezetten két hasonló gazdasági berendezkedésű ország legjellemzőbb összefüggéseinek a figyelembevételével specifikálták; másrészt abban, hogy a modell országonként 12 összefüggést és 26 változót foglalt magában. Az összehasonlítás lehetőségét a megfelelő paraméterek egybevetése biztosította. A két országmodell azonban teljesen független egymástól és nem alkot szimultán rendszert: ugyanazt a modellt két különböző adatbázison becsülték.

Más eljárásához folyamodtak a COMET-modell készítői (*A. P. Barten* és *G. J. Carrin*, 1972). A COMET (Common Market Medium Term Model) több országra (az Európai Gazdasági közösség országaira) középtávú előrejelzések céljából kidolgozott modell-családot jelent. Mint az előbb felsorolt modellekben, úgy itt is fennáll az egyes országmodellek specifikációs szempontból való tökéletes azonossága. Különbség mutatkozik mégis mind a forma, mind a modell meghatározott gazdaságpolitikai célja tekintetében. A formát tekintve annyiban, hogy mind az öt tagország (Franciaország, Hollandia, Német Szövetségi Köztársaság, Olaszország, valamint az együttesen kezelt Belgium



és Luxemburg) modelljében szerepelnek ún. import-allokációs egyenletek, amelyek a tagországokból eredő importot magyarázzák. Az import a megfelelő partner-ország modelljében természetesen exportként jelenik meg, és ez biztosítja az egyes ország-modellek interdependenciáját. Minden egyes ország-modellben (partnerként) négy import-allokációs egyenlet van. Független változója a meghatározott partner-országból származó import; magyarázó változói az egész Gazdasági Közösség területéről származó import-volumen, az exportáló ország valutaárfolyama és export-árindexe, valamint az importáló ország import-árindexe és valutaárfolyama. (Országonként 4, összesen tehát 20 import-allokációs egyenlet segítségével képez a 180 egyenletet átfogó modell-család szimultán rendszert). A modell célja, hogy az endogén változók előrejelzése segítségével tájékoztasson az Európai Gazdasági Közösség tagországainak további gazdasági koordinációja, illetve összehangoltabb gazdaságpolitikájának kialakítása tekintetében.

A fentiekben említett *link project* alapján véve nem a modellek összehasonlítását, hanem azok összekapcsolását célozza. Ez a nagy ökonometriai vállalkozás elsősorban egyetemek és kutatóintézetek közös munkájaként folyik. A munka célja az egyes nemzetgazdaságok és a világkereskedelem kapcsolatának, összeszövődöttségének a vizsgálata. A *link project* nem specifikál azonos formájú ország-modelleket, hanem a már meglévő ország-modelleket törekszik egységes elvek alapján összekapcsolni. Ennek ellenére a programban résztvevő országok modelljei nem egy esetben tartalmaznak azonos változókat, illetve változó-kapcsolatokat, ami a megfelelő paraméterek összehasonlítását is lehetővé teszi.

A programon belül az UNCTAD a fejlődő országokra több különböző típusú regionális modellt dolgozott ki. Erről az alábbiakban még lesz szó. Ezek a regionális modellek a nemzetközi összehasonlítást is nagy mértékben lehetővé teszik. A programon belül azonban két esetben sor került bilaterális összehasonlításra is: Japán és az Egyesült Államok, valamint Kanada és az Egyesült Államok között. Igen valószínű, hogy a programban résztvevő országok számának gyarapodása a nemzetközi összehasonlítások fejlődését, a világgazdasági kapcsolatok elmélyültebb elemzését segíti majd elő, s ebből a világgazdasági kutatások is hasznot meríthetnek.

A *F. T. Denton* és *E. H. Oksanen* által végzett összehasonlításokat nem kereskedelempolitikai vagy világgazdasági kutatási cél hívta életre, mikor öt egyenletből álló modelljüket 21 tőkésország adatbázisán az 1955–1964. évi időszakra verifikálták. A rendszer vizsgálata arra irányult, hogy a becsült paraméterek értékét mi változtatja meg jobban: ha az adatbázis „előzetes” adatait a „végleges” adatokkal helyesbítik, vagy pedig ha a paraméterbecslésben fejlettebb módszerhez folyamodnak. (Jelen esetben a legkisebb négyzetek klasszikus módszere helyett a kétfokozatú legkisebb négyzetek módszeréhez). Így bár az elsődleges cél nem a megfelelő paraméterek összehasonlítása volt, a rendszer adatbázisonként (előzetes és végleges adatok halmaza), valamint becslési módszerenként (a legkisebb négyzetek módszerének említett két változata) összesen 189 paraméter összehasonlítását tette lehetővé. Ez pedig a gyakorlati gazdaságpolitikus számára sem érdektelen.

## 1.2. Fejlődő országok modelljei

Közel tíz éve kezdődött, s azóta válik egyre általánosabbá a *fejlődő* országok gazdasági összefüggéseit *elemző* modellek gyakorlata. Viszonylag hamar felismerték, hogy a módszer alkalmas egyrészt a fejlődő országok jellemző tulajdonságainak, e tulajdonságok számszerű összefüggéseinek kimutatására, másrészt különböző fejlesztési programok, külföldi segélyek várható eredményeinek, továbbgyűrűző hatásainak a felmérésére. Az elmúlt évtizedben azonban a fejlődő országok modelljei is bizonyos fejlődésen mentek át.

Korábban nyilvánvaló volt az a törekvés — és ezt nem utolsó sorban adatbázis-problémák határozták meg — hogy a fejlődő országok esetében elégedünk meg kevesebb és viszonylag egyszerűbb összefüggések megfogalmazásával. Példaként említhető *G. Tintner* és *R. Zind* marokkói modellje [64], amely a Tintner—Hohenbalken által korábban kidolgozott OECD-modellcsalád [26] modelljeihez csatlakozik, minthogy formailag teljesen analóg a modellcsalád modelljeivel (5 összefüggés 13 változóval). Ennél lényegesen fejlettebb típust képvisel *N. Islam* pakisztáni modellje [30] vagy *P. Pavlopoulos* görög modellje [54]. A pakisztáni modell már 80 változót és 50 összefüggést tartalmaz. A Pavlopoulos-féle modellben az összefüggések száma ugyan lényegesen kisebb (17, amiből 12 sztochasztikus egyenlet), de az összefüggések differenciáltabbak és a becslési módszerek finomabbak.

Bár nem látszik vitathatónak, hogy a modellek alkalmasak a fejlődő országok gazdasági elemzésére is, nem volt egyetértés abban a tekintetben, hogy a fejlődő országok modelljei kevesebb egyenletet és változót tartalmazó modellek legyenek-e, és ériék be egyszerűbb összefüggések megfogalmazásával, vagy meg lehet-e próbálkozni itt is fejlettebb specifikációs módszerek és becslési eljárások alkalmazásával. *M. K. Evans* szerint [17] túlságosan szimpla összefüggések megfogalmazása a fejlődő országok esetében sem mond sokat. Jelenleg az a nézet van túlsúlyban, hogy meg kell kísérelni a fejlett gazdaságokéhoz formailag hasonló modellek specifikációját. Példaképpen említhetjük ebben a vonatkozásban a *Marwah*-féle kolumbiai modellt [43]. Ez közel száz változóval és több mint negyven összefüggéssel operál. A kolumbiai gazdaság olyan értelmű vizsgálata céljából specifikálták, hogy mik a valuta-leértékelés következményei egy külkereskedelmi orientációjú nemzetgazdaság esetében. A kérdést a modellel végzett szimulációs kísérletek derítették fel; egy feltételezett 25 százalékos és egy 35 százalékos valuta-leértékelés várható következményeit állították szembe a status quo fenntartásának következményeivel.

A jelek szerint ma már eldőntött a kérdés abban az irányban, hogy a fejlődő országokra a fejlett országokkal azonos formájú és tartalmú modelleket célszerű specifikálni. Ez tűnik ki azoknak a modelleknek a közelebbi vizsgálata alapján is, amelyeket a *link project*-en belül az UNCTAD — egyelőre próbaképpen — három fejlődő országra nézve kidolgozott. A három országmodell imponáns nagyságú: Nigériára 37 egyenletes, Indiára 71 egyenletes, Argentínára meg éppen 101 egyenletes modellt dolgoztak ki [6]. A munka meggyorsítása érdekében — amely a különböző országmodelleket egységes világereskedelmi modellé kívánja integrálni — szükségesnek látszott a fejlődő országoknak négy típusba sorolása, s ennek megfelelően négyféle regionális országmodell-típus kidolgozása. Tehát nem dolgoznak ki külön modellt minden egyes fejlődő országra, hanem a sajátosságaik alapján valamely országmodell-típusba sorolt fejlődő országok aggregált adatbázisán egyet-egyét,

vagyis összesen négyet. A négy régiót a következőképpen határozták meg: az első országcsoportot Latin-Amerika fejlődő országai, a másodikat a fejlődő afrikai országok alkotják (Líbia nélkül); a harmadik csoport a Közelkelet olajtermelő országaiból áll, míg a negyedik a távolkeleti államok eléggé heterogén csoportja. A regionális modellek alapvető termelési, fogyasztási, külkereskedelmi, beruházási, jövedelmi és ár-összefüggéseket tartalmaznak, éspedig 20 egyenlettel és 28 változóval. Az említett elsődleges célon kívül — amit a világkereskedelmi modell konstrukciója jelent — igen könnyen, szinte önmagától adódik egyes gazdaságtípusok jellemvonásainak, bizonyos változó-kapcsolatainak a számszerű összehasonlítása is.

### 1.3. Az előrejelzési modellek fejlődése

Az előrejelzési modellek fejlődése, amely az elmúlt évtizedben olyan erős volt, hogy egyesek ebben vélték felfedezni az ökonometriai modellezés kizárólagos vagy legalább is elsődleges célját, mindenekelőtt a prognózisoknak a gazdaságirányításban elfoglalt növekvő szerepével magyarázható; másrészt abból a felismerésből folyik, hogy a szimultán egyenletrendszer struktúrája megbízhatóbb előrejelzési bázis, mint a különálló mutatószámok extrapolációja. Az ökonometriai modellek előrejelzési alkalmazásának gyakorlati célja nyilvánvaló.

Éppen ezért nem meglepő, hogy az előrejelzések simább, rutinosabb lebonyolításának a célja bizonyos fokig befolyást gyakorol a modell specifikációjára. A specifikációnak az előrejelzési célkitűzéstől való determináltsága egyrészt (a) az exogén és endogén változók kiválasztásában, másrészt (b) abban a szerepben jut kifejezésre, amelyet az előrejelzési modellben az időben késleltetett változók töltenek be. Az előrejelzési modell endogén változói az előrejelzendő célváltozók; exogén, illetve predeterminált változói az eszközváltozók. Az időben késleltetett változók kiemelt szerepének alapján véve triviális oka van; éspedig az, hogy az ökonometriai előrejelzés viszonylag információ-igényes művelet, amely a predeterminált változók modellen kívüli extrapolációját követeli meg. Ex ante előrejelzés esetén  $z_{1t}, z_{2t}, \dots, z_{nt}$  predeterminált változókra feltételes értékeket kell felvennünk  $(t + 1), (t + 2), \dots, (t + i)$  időpontban, hogy ennek alapján az endogén változók  $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{mt}$  értékét előrejelezzük  $(t + 1), (t + 2), \dots, (t + i)$  időpontban. A predeterminált változók tényszámairól azonban  $(t)$  időpontban nem lehet tájékozottságunk. Ha azonban ezek időben késleltetett változók, akkor  $(t - 1)$  időpontbeli, illetve bármely korábbi  $(t - i)$  időpontbeli értékük  $(t)$  időpontban már ismert, s így például  $z_{1,t-1}$  alapján  $y_t$ , illetve  $z_{1t}, \dots, z_{nt}$  alapján  $y_{t+1}$  már előrejelezhető.

Az előrejelzési modell esetében tehát a lehetőségekhez képest célszerű az időben késleltetett változók alkalmazása. Az előrejelzés könnyebb lebonyolítása ugyanakkor a külső információ-igény olyan értelmű csökkentését is kívánatosá teszi, hogy a modell exogén változóinak a száma csökkenjen. Abban mutatkozik is fejlődés, hogy az újabb modellek korábban exogénként kezelt változókat endogén változónak tekintenek és sztochasztikus függvényként magyaráznak. Ilyenek a beruházások, állóalapot, adók, kormányzati kiadások, stb. Ez az előrejelzés szempontjából természetesen csak abban az esetben jelent könnyebbséget, ha az újabb sztochasztikus függvények felírása

nem jár *újabb* exogén változók bekapcsolásával. Ilyen módon az előrejelezhető változók köre is kiterjeszthető, sőt a modell interdependenciája is fokozható. Különösen célszerűnek látszik az előrejelzési modellek olyan specifikációja, amely az előrejelzéshez szükséges információ mennyiséget késleltetett endogén változók alkalmazásával generálja, mint pl. az UKR-1 és UKR-2 modell [31], [32]. Ezekről a továbbiakban még lesz szó.

Az ökonometriai modellek segítségével végzett előrejelzések pontosságának növelése érdekében újabb előrejelzési modellekben az anticipációkat változóként vezették be. Nagyobb arányban első ízben a Brookings-modell alkalmazta [12], de más modellekben is sor került rá. Az anticipációk lényegében magatartási változók (beruházási döntések, fogyasztói magatartások stb.) feltételezhető alakulását, jövőbeli értékét fejezik ki. Az anticipációk többnyire szakértői becslések, illetve szaklapok, konjunktúrákutató-intézetek prognózisai, piackutatások eredményei, amelyek pl. eladási forgalomra, megrendelésekre, készletalakulásra vonatkoznak. A modellben az anticipációk rendszerint mint a magatartási változót magyarázó egyenlet független változói szerepelnek:  $(t - i)$  időpontbeli értékük a függő változó  $(t)$  időpontbeli értékének, következésképpen  $(t)$  időpontbeli értékük az utóbbi  $(t + i)$  időpontbeli értékének a magyarázatára alkalmas. Általában rövid távon érvényesülő keresleti hatásokat, igényeket, jövőbeli magatartást fejeznek ki. Az újabb előrejelzési modellekben elsősorban a beruházási egyenletekben szerepelnek, mint szándékolt beruházások, beruházási tervek kifejezői. Fontosságuk nyilvánvaló, ha megfontoljuk, hogy a gazdasági tevékenység (pl. különféle megrendelések) már a beruházási döntéseket követően (és nem azok tényleges megvalósulásakor) megélnékül.

Az anticipációkat tartalmazó modellekben olykor külön szerepel egy anticipációs függvény (anticipation function) és egy megvalósulási függvény (realization function). Az anticipációk mellett a megvalósulási függvényben magyarázó változóként több más olyan változó szerepel, amely az anticipált magatartás megvalósulását, bekövetkezését befolyásolja. Ha pl. anticipált beruházásokról van szó, akkor a magyarázó változók közt szerepelnek kínálati tényezők (így munkaerő- vagy kapacitás-problémákra utaló változók, illetve a beruházási keresletben időközben bekövetkezett változások kifejezői; különféle pénzügyi hatások, vállalati nyereség alakulása, likviditási, kamatláb-alakulási problémák stb.). Az anticipált változó paramétere a tervezett beruházásoknak (beruházási döntéseknek) az üzembe helyezett beruházásokra gyakorolt hatását méri. A megvalósulási függvény függő változója vagy az üzembe helyezett beruházásokat, vagy az anticipált és üzembe helyezett beruházások arányát ill. különbségét fejezi ki. (Az utóbbi megoldást alkalmazza pl. a Brookings-modell). Beruházási példánknál maradván, az anticipációs függvény magyarázó változói viszont (ugyancsak a Brookings-modellben) az üzleti-forgalom, a tőkeállomány, valamint az anticipált és megvalósult beruházások közötti különbség az előző megfigyelési időszakban. Az anticipált változók adatbázisát egyébként épp úgy adatsorok alkotják, mint a modell egyéb változóinak az adatbázisát is. A gyakorlati tapasztalatoktól függően szerepük várhatóan növekedni fog az előrejelzési modellekben.

#### 1.4. Tervezési modellek

Az ökonometriai modellek tervezési felhasználásának gondolata nem egészen újkeletű, a holland Tervhivatal 1955-től kezdve készít tervezési céllal ökonometriai modelleket. Mégis a tervezésben, a tervekészítés gyakorlati feladataiban való felhasználásuk az utóbbi három-négy év eredménye, és jóformán nem jutott még túl a kísérleti stádiumon. Az utóbbi években fokozódik az ilyen irányú tevékenység a központi terveződalkodást folytató országokban is. A tervezési modellek lényegében a közép- és hosszútávú előrejelzési modellekkel mutatnak szoros rokonságot. Tervezési modellek esetében is az endogén változók fogalmának a célváltozók, az exogén változók fogalmának nagyjából az eszközváltozók felelnek meg. Az exogén változók ugyanis minden esetben két csoportra bonthatók. Az egyik csoportba tartoznak azok, amelyek egyáltalán nem befolyásolhatók (időjárási hatások, természeti adottságok, általános világgazdasági irányzat stb.), míg a másikba olyan jelenségek, amelyek az állami gazdaságpolitika körébe tartoznak; akár mint direkt gazdaságpolitikai eszközök, akár úgy, hogy általában a gazdálkodás institutionális kereteit juttatják kifejezésre. A nem befolyásolható, tisztán exogén változók csoportjával szemben ezek az utóbbiak alkotják az eszközváltozók csoportját. Ugyanakkor a késleltetett predeterminált változók a modell szempontjából a környezetet, a meglévő berendezések hatását jelentik, amin nem lehet változtatni.

Így pl. az 1969. évi holland tervmodellben [69] 42 célváltozóval szemben összesen 66 predeterminált (exogén és késleltetett endogén) változó áll. Döntő súllyal szerepelnek a modellben a környezeti adottságokat kifejező predeterminált változók; kifejezői annak a gazdaságpolitikai és institutionális környezetnek, amellyel a tervezésnek mint realitással számolnia kell. Tiszta exogén (nem befolyásolható) változókként szerepelnek az import ára és volumene, a terméseredmények alakulása és az időjárás. A célváltozók alakítására tudatosan felhasználható tiszta eszközváltozók körét és számát tervezési modell esetében nyilvánvalóan az határozza meg, hogy a központi gazdaságpolitikai irányítás közvetlen hatása a gazdaságnak mekkora szféráját érinti. Ez a szféra természetesen lényegesen nagyobb a központi tervirányítású országok esetében; itt a termelési szféra is ide tartozik. Ahol a termelőeszközök nincsenek társadalmi tulajdonban, ott a tervezhető célváltozók és a közvetlenül befolyásolható ill. alakítható eszközváltozók köre is szűkebb. Célváltozóként az 1969. évi holland tervmodellben többek között a lakossági fogyasztás, a vállalati beruházások, a forgókészletek, a külkereskedelem, a foglalkoztatottság, a bérek, árak, a bankbetétek alakulása stb. szerepel, míg a fontosabb eszközváltozók a kormányzati szektor kiadásai és foglalkoztatottsága, a kamatalakulás, adók, kulturális és kommunális létesítmények stb. A modell lényegében a korábbi Tinbergen-féle modellek [66], [67], [68] továbbfejlesztése.

A jelenlegi tervmodellek lényegében a közép-, illetve hosszútávú előrejelzési modellek funkciójával analóg módon működnek. Ez azt jelenti, hogy a paraméterbecslést követően az eszközváltozóknak a megfigyelési időszakon kívüli alakulásáról bizonyos ismeretekkel kell rendelkezünk, éppen úgy mint az előrejelzési modellek esetében. Az eszközváltozók feltételezett értékei lehetnek egyszerű trend-extrapolációk, lehetnek szakértői becslések eredményei, sőt lehetnek hivatalos tervszámok is. Az előrejelzési modell és a tervmodell között azonban éppen ott van a lényeges különbség, hogy ha az eszközváltozók

jövőbeli feltételes értékei és a modell redukált alakjának paramétereit ismeretében a célváltozók értékét ( $t + i$ ) időszakra meghatároztuk, az előrejelzési modell ezzel már be is töltötte feladatát, funkcióját — a tervezési modell azonban még nem. A célváltozók előrejelzését követően a tervezési modellek esetében szükség van a modell által „előrebecsült” értékek és a célváltozók külső információ segítségével nyert értékeinek az összehasonlítására. Eltérés esetén az eszközváltozók alakítására, újabb eszközváltozók kiválasztására, ill. összetételük változtatására van szükség, amely a célváltozók becsült értékét a tervszámokhoz jobban közelíti. Az eljárás tehát lényegében gazdaságpolitikai célú szimulációnak, vagyis az exogén változók különböző hipotetikus értékei mellett végzett előrejelzésnek is felfogható. Lényeges tehát egyrészt az eszközváltozók hatására a célváltozókban bekövetkező változások ismerete (amit a modell paramétereit mutatnak), valamint az, hogy — ahol gazdasági tervek vannak — ezeknek sarkalatos pontjait a modell célváltozói megfelelően tükrözzék. Elsősorban ott jelentkezik probléma, hogy az ökonometria modellek tervezésben való felhasználásának standard módszertana nem alakult ki még; kellő tapasztalatok sem állnak rendelkezésre, sőt a tervezésnek az előrejelzéssel való kapcsolata sem eléggé tisztázott. Minderre egységes standard elvek kidolgozása annál nehezebb, mert a tervezés és előrejelzés kapcsolatát nyilvánvalóan az határozza meg, hogy a szóban forgó nemzetgazdaság jogi vagy institutionális rendje mennyiben biztosít a tervnek kötelező erőt, az előrejelzések tisztán informatív rendeltetésén túlmenően.

A tervezési modell elsősorban ott lényegesen több mint előrejelzési modell, ahol a termelési tényezők társadalmi tulajdonban vannak. Itt a terv ugyanis nemcsak a gazdaság szélesebb szféráját fogja át, hanem lehetőség van a magatartási változók fokozott befolyásolására, a tervszámok és az előrejelzés fokozottabb összehangolására is a központi szabályozórendszer segítségével. Valóban úgy látszik, hogy az elmúlt néhány év folyamán az ökonometria modellel a központi tervirányítású országokban is — a hagyományos tervezési módszerek alternatívájaként — egyre inkább elismerték nyer.

A tervezési modellek körében különös figyelmet érdemelnek a Szovjetunió Állami Tervhivatala mellett működő Tervezési és Ellenőrzési Kutatóközpont által kidolgozott ökonometria modellek: az UKR—1. és UKR—2. modell [31], [32].; különösen az utóbbi. Az UKR—2. modell 101 egyenletes, 129 változós nagy modell. A modell specifikációjának függősége a modell tervezési rendeltetésétől talán egy esetben sem olyan nyilvánvaló, mint az UKR—2. modell esetében.

A modell készítői egyrészt sikerrel valósították meg az ötéves tervszámoknak és a modell endogén változóinak az azonosságát, másrészt a modell sajátos szerkezete és az iteratív paraméterbecslési eljárás segítségével biztosították a modell „aggregált” blokkjában becsült endogén változók konvergenciáját. A modell aggregált blokkjában változói ugyanis az ágazati blokkok megfelelő változóinak aggregált értékei; másrészt az aggregált blokk egyes változói magyarázó változóként szerepelnek az egyes ágazati egyenletekben. A modell mechanizmusának működtetéséhez az aggregált blokk változóinak az ismeretére van szükség: ezek a tervidőszakban megvalósítandó tervszámok. Az ágazati változók ezeknek az aggregált változóknak a függvényei, majd az ágazati változók aggregációja adja az aggregált blokk változóinak újabb értékeit. Konvergenciájukat az eljárás tetszőleges számú iterációja biztosítja.

A tervezési modellek iránt megnyilvánuló érdeklődést egyrészt az az igény motiválja, hogy olyan területeket is a tervezés szférájába vonjanak, ahol a magatartási változóknak, a sztochasztikus kapcsolatoknak van döntő szerepe; másrészt az az igény, hogy a tervezés korszerű matematikai modelljei közé az ökonometriai modelleket is besorolják. Ebben a vonatkozásban meg kell említenünk a Német Demokratikus köztársaságban kidolgozott modelleket [2] [73], valamint a magyar Országos Tervhivatal Tervgazdasági Intézetében kidolgozott K—3 modellt [53], amely a tervezésben alkalmazni kívánt modell-család egyik tagja. Ide sorolható a *Toms—Kláček*-féle csehszlovák „planometriai” modell is [33].

### 1.5. Ágazati modellek

Az ökonometriai modelleket általában népgazdasági szintű vizsgálatok céljára alkalmazzák, de nem csak erre alkalmasak. Az újabb fejlődés egyik jellemvonása éppen az alacsonyabb aggregációs szintű ökonometriai modellek szaporodása. Az „alacsonyabb szint” ebben az esetben jelenthet termelőágazatot, jelentheti a gazdaság egy meghatározott szféráját (pl. pénzügyi szféra, lakásépítések, külkereskedelem), de jelenthet egy vállalatot is. Ökonometriai modellek efféle alkalmazása az utóbbi 5—10 év műve. Az ágazati modellek célja általában az, hogy a termelő ágazat összefüggéseit tüzetesebb elemzés tárgyává tegyék, azzal a további céllal, hogy az ágazattal szemben követendő gazdaságpolitika, valamint az ágazatnak más ágazatokkal és a nemzetgazdaság egészével, sőt esetleg közvetlenül a világgazdasággal fennálló kapcsolatai, valamint a fejlesztési lehetőségek tekintetében tájékoztasson.

Sem elméletben, sem gyakorlatban nem látszik tehát akadály, hogy az ökonometriai modelleknek eredetileg nemzetgazdasági szintű vizsgálatok céljára kialakított módszereit és technikáját ágazati, ill. mikroökonómiai szinten (vállalatok esetében) is alkalmazzák. Elsősorban az a kérdés igényel megfontolást, hogy az ágazati (ill. ennél alacsonyabb szintű) alkalmazásnak mik a gyakorlati követelményei.

Az ágazati modellnek a nemzetgazdasági modellel szemben először is kevésbé zárt jellege tűnik szembe: az ágazat kapcsolatai más ágazatokkal és a nemzetgazdaság egészével szükségképpen szorosabbak, mint a nemzetgazdaságnak más nemzetgazdaságokkal vagy a világgazdasággal fennálló kapcsolatai. További lehetséges jellemvonása az ágazati modellnek (illetve a kapcsolatnak, amelyeket tükröz), lényegesen kevésbé interdependens jellege; amikor is legalább feltételezhető, hogy a nemzetgazdaság rendkívül összeszövődött kapcsolataival ellentétben az ágazaton belüli kapcsolatok oksági irányba könnyebben és pontosabban nyomon követhető. Minél feljebb haladunk az aggregáció szintjén, annál bonyolultabbak és többirányúak az összefüggések.

Erre utal az a tény, hogy az ágazati modellek többnyire rekurzív szerkezetűek. Példaképpen idézhetjük a *Naylor—Wallace—Sasser*-féle modellt [47], amelyet az Egyesült Államok textiliparára, valamint a *Vernon—Rives—Naylor*-féle modellt, [70], amelyet ugyancsak az Egyesült Államok dohányiparára dolgoztak ki.

Röviden az alábbiakban idézzük a *Naylor—Wallace—Sasser*-féle textilipari modell oksági kapcsolatainak az irányát. A modell összesen 9 sztochasztikus egyenlettel és ennek megfelelően 9 endogén változóval operál, míg

összes változóinak száma 21. Adatbázisa havi adatokra épült (1953–1962), úgyhogy a megfigyelések száma adatsoronként összesen 40.

A modell rekurzív szerkezete az alábbiakból jól kitűnik; s egyben jó példa arra nézve is, hogy az ágazati modell milyen jelenségek, miféle ágazati aggregátumok magyarázatát kísérel meg. (Megjegyezzük, hogy a könnyebb áttekinthetőség érdekében a sémát kissé egyszerűsítve mutatjuk be. A csillaggal jelölt változók ebben az esetben exogén változókat jelentenek).

A modell oksági kapcsolatainak az iránya (egyben az egyenletek sorrendje) a következő:

<i>Függő változó</i>	<i>Független változók</i>
Kereslet az ágazat termékei iránt	Előző időszaki reáljövedelmek* + korábbi reklám-költségek*
Az ágazat termelése	Kereslet az ágazat termékei iránt + korábbi kiskereskedelmi készletek
Nyersanyagkereslet	Az ágazat termelése + a nyersanyaggyártásra ható külső tényezők*
Nyersanyagtermelés	Nyersanyagkereslet + a készletek és leszállítatlan megrendelések aránya az előző időszakban* + egyéb külső tényezők
Foglalkoztatottság	Nyersanyagtermelés + a nyersanyagtermelés korábbi időszakokban* + előző időszaki reáljövedelmek*
Bérek	Foglalkoztatottság + trend*
Árak	Bérek + a készletek és leszállítatlan megrendelések aránya az előző időszakban* + áralakulás az előző időszakban*
Haszon	Árak + áralakulás az előző időszakban* + nyersanyagkereslet + készletek és leszállítatlan megrendelések aránya az előző időszakban* + bérek
Beruházások	Nyersanyagkereslet + trend.*

Nem állítható, hogy a jelenségek között csak a feltüntetett irányban érvényesülő okozati kapcsolatok állnak fenn. Nyilvánvalóan pl. nemcsak a foglalkoztatottság hat a bérekre, s a bérek az árakra, hanem megfordítva is; az árak, a haszon és a beruházások pedig mind hatnak a termelésre. Az, hogy a gazdasági életben „mind összefügg mindennel”, — mind az egész nemzetgazdaság, mind az ágazat vonatkozásában áll; kevésbé aggregált szinten azonban a kapcsolatok nem olyan sokrétűek és összeszövődöttek, mint a nemzetgazdaság egészében.

Eltérően alakulhat azonban ágazati és nemzetgazdasági szintű modellben az exogén és endogén változók minősítése: más—más szempontok határozzák meg ezeknek exogén, illetve endogén jellegét a két esetben. Mindenesetre exogének a természeti tényezők hatását, kormányzati intézkedések befolyását,



világgazdasági hatásokat számszerűsítő változók. Ágazati modell esetében valószínűleg ilyenek a nemzetgazdasági aggregátumok különböző változói, mint pl. a népgazdaságban keletkező nemzeti jövedelem vagy bruttó társadalmi termék; e változók magyarázata nem is az ágazati modell feladata. Mindenesetre exogének továbbá más ágazatok olyan változói, amelyek a vizsgált ágazat szempontjából adottságokat jelentenek.

Megegyeznek viszont az ágazati és a nemzetgazdasági szintű modellek abban, hogy mindkettőben nagyjából ugyanazok az egyenlet típusok találhatók: termelési, fogyasztási, munkaerő-, beruházási, ár-, bér és külkereskedelmi egyenletek.

Aligha vitatható, hogy az ágazati modellek — a népgazdasági modelleknél kevésbé aggregált szintjük ellenére — mind az összefüggések természetét, mind aggregációs szintjüket tekintve, makromodelleknek tekinthetők. Egyébként ugyanez áll azokra az ökonometriai modellekre is, amelyek a nemzetgazdaság egy részterületét, szféráját, funkcióját vagy keresztmetszetét vizsgálják. Ide sorolhatók pl. a külkereskedelmi összefüggéseket, a lakásépítéset, pénzügyi összefüggéseket vizsgáló modellek, továbbá a gazdaság területi keresztmetszetének adatbázisára épített regionális modellek, valamint a gazdasági és népességi folyamatok kölcsönös egymásrahatását számszerűsítő ún. demo-ökonómiai modellek.

A gyakorlati orientáció valamennyi modell típus esetében feltalálható; legszembetűnőbb a külkereskedelmi és pénzügyi szféra összefüggéseit leíró ökonometriai modellek esetében. Elsőrendű céljuk rövid távon érvényesülő összefüggések elemzése, ami a megfelelő gazdaságpolitikai intézkedések első fázisa.

Az említett Naylor-Wallace—Sasser-féle modell [47] gyakorlati beállítottságát is a gazdaságpolitikai intézkedések hatását felderíteni kívánó szimulációs kísérletek juttatják kifejezésre. A modell exogén változóinak különböző kezdőértékeket tulajdonítva generálták az endogén változók különböző adatsorait, majd ezeket összehasonlították és elemezték. Ezzel arra kívántak feleletet kapni, hogy a szövetségi kormányzat gazdaságpolitikája hogyan hat a textilipar fejlődésére.

A szocialista országok közül újabban Lengyelországban, a lódz-i egyetem Ökonometriai Intézetében folynak kísérletek ágazati modellek specifikációjával és becslésével kapcsolatban. W. *Welfe, J. Sztaudynger* és munkatársaik az ipar több ágazatára dolgoztak már ki modellt, pl. a ruházati és a divatcikk-iparra. Terveik az egész könnyűipar részterületeinek ágazati modellek segítségével való „feltérképezésére” irányulnak [72].

## II. Az újabb modellek specifikációs tulajdonságai

A specifikáció célja a valóság minél tökéletesebb ábrázolása; éppen ezért nyilvánvaló a gazdasági háttértől, institutionális keretektől, a mindenkori gazdasági mechanizmustól való determináltsága. Az újabb modellek fokozottan törekszenek ennek a követelménynek a betartására, ami szükségképpen visszatükröződik az egyes változóban és ezek kapcsolataiban, valamint a modellkészítőknek abban a törekvésében, hogy vizsgálatukat minél tágabb szférára terjesszék ki.

## 2.1. Keresleti és kínálati tényezők együttes figyelembevétele

Az újabb fejlődés egyik jellemvonása a keresleti és kínálati tényezőket, rövid és hosszú távon érvényesülő hatásokat kifejező egyenletek szintézise a modellben. A hosszútávú (elemző, előrejelzési vagy tervezési) modellek általában a kínálat, a rövidtávú modellek viszont a kereslet megmagyarázására alkalmasak. Ha figyelembe vesszük, hogy az utóbbi időben főleg a középtávú előrejelzés és tervezés modelljei irányában mutatkozik erőteljes fejlődés, akkor érthető, hogy a középtávon (mintegy öt év) érvényesülő összefüggések elemzése vagy előrejelzése érdekében a két szempont szintézisére törekszenek. A hosszú- és rövidtávon érvényesülő hatások együttes vizsgálatát az a szempont is sürgeti, hogy a piaci vezérlésű gazdaságok egyre intenzívebben orientálódnak hosszabb távon érvényesülő kínálati hatások elemzése felé, míg a központi tervirányítású országok fokozott hajlamot árulnak el a rövid távon érvényesülő hatások vizsgálatára. amit elsősorban a gazdaságirányítási rendszerükben a közelmúltban bekövetkezett változások tesznek szükségessé.

A kétféle szempont szintézise történhetik egyenletek vagy egyenlettípusok egymáshoz való közelítése révén, speciális módszerbeli eljárások segítségével (erre példaként a Brookings-modellt idézhetjük) [12]; az utóbbira több példa is akad; elég, ha a svájci modellre [39], a Wharton-EFU modellre [15], a COMET-modellre [5] vagy a Welfe-féle modellre [71] hivatkozunk.

A Brookings-modell a termelő ágazatok output-ja és a végső felhasználás, valamint a fogyasztói árindexek (élelmiszerek, tartós fogyasztási cikkek stb. árindexe) és a bruttó nemzeti termék implicit árindexe közötti sztochasztikus kapcsolat vizsgálatát kísérelte meg. Az eljárás újszerűségét a modell készítői elsősorban abban látták, hogy az alkalmazott módszerrel első ízben tettek kísérletet ágazati kapcsolati összefüggések felhasználására ökonometriai modellben. Végső célként arra kívántak feleletet kapni, hogy a fogyasztói árindexek alakulásában mekkora szerepe van az áruk és szolgáltatások árában bekövetkezett változásoknak.

A feladat tehát kettős. Első része az ágazati output és a végső felhasználás közötti kapcsolat meghatározása, második az ágazatok implicit termelői árindexének fogyasztói árindexekké való transzformációja.

Első lépésben a végső felhasználásra szánt áruk és szolgáltatások ágazati eredetét határozzák meg az ismert  $f = (I - A)x$  input-output-összefüggés alapján, ahol  $f$  az ágazat termékei iránt megnyilvánuló végső kereslet vektorát jelenti;  $(I - A)$  a ráfordítási együtthatók mátrixa,  $x$  pedig az ágazatok bruttó termelésének a vektora. Ezt követően regresszioelemzésre került sor a fenti módon meghatározott  $f$  vektorelemek és a végső felhasználás egyes költség-helyei között (pl. élelmiszervásárlás stb.) Ezeknek a regresszióegyenleteknek a segítségével határozták meg, hogy az ágazatok termelése iránt megnyilvánuló végső keresletet a fogyasztói kiadások milyen mértékben befolyásolták (transzformátor-egyenletek vagy „final demand converter”-egyenletek). A feladat második részét: a termelői és fogyasztói árak kapcsolatának a meghatározását ezeknek a konverter-egyenleteknek a segítségével oldották meg; feltételezve mindenesetre, hogy az aggregált kereslet egyenlő a folyóáron számbavett bruttó nemzeti termékkel. A  $k$ -ik költséghelyen mutatkozó fogyasztói kiadások és a  $j$ -ik ágazat termékei iránt megnyilvánuló végső kereslet kapcsolatát jelző  $w_{jk}$  regressziós együtthatók adják a fogyasztói árindexek alaku-

lását befolyásoló termelő ágazatok árindexeinek súlyait, amelyeknek összege szükségképpen az egységgel egyenlő.

A modellek többsége azonban másképpen kezeli a kérdést: így pl. a *Lambelet-Schiltknecht*-féle svájci modell [39]. A bruttó hazai terméket mind a kereslet, mind a kínálat oldaláról külön egyenlet segítségével határozza meg. A kínálat oldaláról a termelékenységet és a munkaerőt, a kereslet oldaláról a fogyasztást, a beruházást és a külkereskedelmet számszerűsíti. A két oldal egyensúlyának biztosítására a le nem szállított megrendelések és a túlóra-index változója szerepel. Mindkettő ciklikus keresleti nyomást fejez ki és mindkettő a gazdaságnak olyan állapotára utal, amikor a szállítás képtelen eleget tenni a megrendeléseknek. Hasonló hatás kifejezésére szolgál a DHL-III. modellben [29] a munkanélküliség változójának a reciproka, mint a munka iránti túlkereslet kifejezője.

Ciklikus változón általában rövidtávú, többnyire konjunkturális hatásokat számszerűsítő tényezőket értünk; rövid, nem szabályos időközönként visszatérő hatások kifejezőjét. Ilyen hatások nemcsak a kereslet, hanem a kínálat oldaláról is megnyilvánulhatnak. A kínálat rövidtávú változásainak a hatását többnyire a kapacitáskihasználás változója mutatja.

Ez többféleképpen fejezhető ki a modellekben. Lényegében ezt mutatják a betöltetlen munkahelyek vagy a nyilvántartott munkanélküliség adatai is a nyugati modellekben. Egy speciális kapacitáskihasználási mutató a Wharton School of Economics-ban készült; ezt alkalmazta az Evans-Klein-féle Wharton-EFU modell [15] vagy az Evans-féle francia modell is [16]. A mutató lényege, hogy felrajzolják a termelés évi grafikonját, kiszámítják a trend alakulását, majd a termelés térszámait osztva a trendértékekkel, feltételezés szerint a kapacitáskihasználás mutatóját kapják eredményül. A francia modellben ezt a világgiazi viszonyok illusztrálására használják fel úgy, hogy a mutatót valamennyi partner-országra kiszámítják és súlyozott átlagukat veszik.

A *Barten-Carrin*-féle COMET-modellben [5] is a kapacitáskihasználás mutatója játszik fontos szerepet, mint olyan változó, amely a kínálat és a termelés eredménye iránt megnyilvánuló kereslet közötti arány mérésére szolgál, és pedig külön egyenlet alakjában. A modellben ez endogén változó és olyan tört határozza meg, amelynek számlálója a tényleg megtermelt bruttó nemzeti termék változatlan áron, nevezője pedig a teljes termelő kapacitás; a két legfontosabb termelési tényező: a munka és az állóeszközállomány rendelkezésre álló mennyiségei alapján számítva.

A *Marwah*-féle kolumbiai modell [43] a kapacitáskihasználást hasonlóképpen a termelés kiugró csúcsértékeihez méri, mint amelyek a teljes kapacitáskihasználás fázisának felelnek meg. Az ettől való elmaradás, százalékos alakban kifejezve, a kihasználatlan kapacitás mértéke. A termelési egyenletben ezzel a mutatóval igazítják ki a tőkeállományt.

Különösen figyelemre méltó, ahogy a kereslet és kínálat közötti egyensúly kérdését a lengyel Welfe-féle modell kezeli [71]. A modell a kereslet és a kínálat vizsgálatának szintézisét, olyan tényezők explicit specifikációjának a fontosságát hangsúlyozza, amelyek a kereslet és kínálat rövid távú egyensúlyát biztosítják. Ez a gyakorlatban az állami gazdaságpolitika körébe tartozó tényezők figyelembevételét is jelenti; nem feltételezhető ugyanis, hogy a kereslet és kínálat egyensúlya automatikusan megvalósul. Ilyen egyensúlyi tényezők pl. a fogyasztási cikkek árának a rendezése, az árukészletekkel való gádzálkodás, a termelő kapacitások kihasználása és a teljes foglalkoztatottság

állapotának a megvalósítása. Az állami gazdaságpolitikai döntéseket a modellben gyakran karakterisztikus változók juttatják kifejezésre.

## 2.2. A reálszféra újabb egyenletei és változói, valamint a pénzügyi szféra specifikációja

A korábbi modellek hagyományos egyenlettípusai a fogyasztási, termelési, munkaerő-, ár- és jövedelemalakulási stb. egyenletek voltak. Ezekben a magyarázó változók szerepét gyakran töltötték be olyan exogén változók, mint állóalapok, beruházások, forgóeszközök, külkereskedelem, közösségi fogyasztás. A fejlődés során megkísérelték ezeket nagyobbrészt endogén változóként kezelni és alakulásukat a rendszeren belül magyarázni. A reálszféra vizsgált területének ilyen értelmű kibővülése gyakran a rendszer interdependenciáját is fokozta.

A piaci vezérlésű országok modelljeiben a beruházási egyenleteknek idővel kialakultak bizonyos típusai. A beruházásokat magyarázó változók jellegüket tekintve többnyire kétfélék. Egyik esetben azokat a hatásokat fejezik ki, amelyek a beruházásokat a nemzeti termelés nagysága, a korábbi állóeszköz-állomány vagy beruházási volumen vagy a befejezetlen beruházások oldaláról érték. Ez azon a feltevésen alapul, hogy meghatározott volumenű termelés vagy megkezdett beruházás bizonyos beruházási lehetőségeket kínál vagy tesz lehetővé. A hasonló típusú összefüggések — *Paulowski* ismert megkülönböztetését alkalmazva rájuk — „szimptomatikus” és nem okozati jellegű összefüggések. Példa rá a *Hansen-féle* modell [25].

A beruházási egyenletek másik típusa inkább olyan változók segítségével tesz kísérletet a beruházások alakulásának a magyarázatára, amelyek a beruházások iránt megnyilvánuló konkrét keresleti tényezők *húzó hatását* kvantifikálják, pl. a nem bérjellegű jövedelmek, a nyereség, a részvények hozama, a vállalatok likvid tőkekészlete vagy más pénzügyi változók.

A beruházási egyenletek valóban nagy változatosságot mutatnak magyarázó változók tekintetében (lásd alább), míg függő változójuk általában a bruttó beruházás:

<i>Modell megnevezése</i>	<i>Magyarázó változók</i>
Marwah-féle kolumbiai modell	Bruttó nemzeti termék; állóeszköz-, ill. építőanyagimport
Evans-féle francia modell	Eladási forgalom; részvényárak; leszállítatlan megrendelések
Krelle-féle NSZK-modell	Nyereség a $(t - 1)$ időszakban és értékcsökkenés
Barten-féle COMET-modell	Bruttó nemzeti termék a $(t)$ és $(t - 1)$ időszakban; a bérindex és a beruházási árindex aránya; a foglalkoztatottsági arány, a trend és a kapacitás változója
Narasimham—Köksal-féle török modell	Nyereség és tőkeállomány
Holland tervmodell	Nem bérjellegű jövedelmek $(t - 1)$ időszakban és a január 1-i likvid tőkekészle.

A beruházási egyenletek specifikációjában az anticipációk magyarázó változóként való alkalmazása jelentett további változást: elsősorban rövidtávú keresleti hatások számszerűsítésére. Ennek a változónak az adatbázisát éppen úgy idősor alkotja, mint a modell egyéb változóit. Alkalmazásukat az alábbi gondolatmenet indokolja: ha pl. a kormányzat nagyarányú beruházásokat (köz munkák, útépitések, stb.) tervez, akkor már pusztán a megrendelések (és nem a tervek megvalósulása) következtében megélnékül a gazdasági tevékenység; új megrendelések születnek és a foglalkoztatottság szférájában is megfelelő változások mennek végbe. Különös jelentőséget nyernek az anticipációk kifejezetten előrejelzési célú modellekben. Erről az 1.3. pontban már volt szó.

A beruházási egyenlet specifikációja a szocialista országok modelljeiben másképpen alakul, mint a tőkésországok modelljeiben. Ezt a gazdasági rendszerek különbsége kellőképpen érthetővé teszi. Minthogy a szocialista országokban a múltban a beruházások nagyrészt a kormányzat központi döntéseinek a következményei voltak, a beruházásokat, az állóeszköz-alakulást a modellekben exogén változóként kezelték; vagy ha nem, akkor meglehetősen formális, szimptomatikus összefüggések segítségével, mint például a *Pawlowski-féle II. katowicei modellben* [4].

Ez utóbbi modell beruházási egyenletének a változói a következők:

- a nemzeti jövedelem volumene;
- beruházások a  $(t - 1)$  időszakban;
- karakterisztikus változók a különböző gazdaságpolitikai hatások, illetve a gazdaságirányításban bekövetkezett változások érzékeltetésére.

Lényegében az előbbihez hasonló megoldásokkal kísérleteztek a többi szocialista ország modelljei is. Magyarázó változóként általában az előző időszaki beruházások, a felhalmozás, a nemzeti jövedelem növekedése, esetleg a kifejezetlen beruházások állományának a változója szerepelnek [2] [52]. Figyelmet érdemel mindenesetre a VVS-2. csehszlovák modell [59], amelynek állóeszköz-felhalmozási egyenletében a hagyományos változók mellett a felhalmozási kapacitás változója is szerepel.

Egy másik olyan szféra, amelyet az ökonometriai modellek csak újabban kezdenek vizsgálódásaik körébe vonni: a közösségi fogyasztás; ezt eddig szigorúan exogén változóként kezelték. Az úttörő ebben is a Brookings-modell volt [12]; a modell blokkja, amely a kormányzati szektor bevételeit és kiadásait meghatározza, egyben pénzügyi összefüggéseket is kvantifikál. Ide sorolja az állami-pénzügyi szektor, a költségvetés összefüggéseit, míg a bankhitel, részvény- és kamatátalakulás egyenletei különálló blokkba tartoznak. Az összefüggések olykor mindössze formálisak és jóformán csak sztochasztikus tautológiák, de mindenesetre kifejezésre juttatják egy korszerű modellnek azt a törekvését, hogy eddig még nem magyarázott vagy éppen sztochasztikus összefüggésekkel magyarázhatatlannak vélt szférát is a vizsgálat körébe vonjon be.

Az előzővel mutatnak hasonlóságot a *Lambelet-Schiltknecht-féle* svájci modell [39] kormányzati szektor-blokkjának a bevételeit magyarázó egyenletek. Adó-, vám- és társadalombiztosítási összefüggéseket vizsgálnak az alábbiak szerint:

## Függő változók

## Magyarázó változók

Jövedelmi adó	Lakossági jövedelmek és karakterisztikus változók
Közvetett adók	Eladási forgalom és karakterisztikus változók
Nyereségadó	Bruttó nyereség ( $t-1$ ) és ( $t-2$ ) időpontban, valamint karakterisztikus változó
Külkereskedelmi vámok	Importvolumen; új vámtarifa bevezetését kifejező karakterisztikus változó; energiaimport változásai
Társadalombiztosítási járulék	Kifizetett bérek összege és karakterisztikus változók.

Tanulságos példa a közösségi fogyasztás változóinak endogén változóként való kezelésére és a pénzügyi szférának a megfigyelések körébe való fokozott bevonására a *Krelle*-féle prognosztikus modell újabb változata [38].

A *Krelle*-modell mind a bér-, mind a nyereségalakulásra sztochasztikus összefüggéseket specifikál, mint amelyek az illetményadó, a jövedelemadó és a vállalati nyereségadó alakulását meghatározzák. Hasonlóképpen sztochasztikus összefüggések segítségével jut el a közvetett adók magyarázatához. Az adóösszegek függvényeként magyarázza azután egyrészt a bérből élők számára nyújtott juttatások és jövedelemkiegészítések alakulását, másrészt a kormányzati kiadásokat. Ez utóbbtól függ az állami szektorban foglalkoztatottak létszáma is. A nyereség ismét több sztochasztikus függvény magyarázó változója; ugyanakkor az összes nyereség határozza meg a vállalatok számára nyújtott térítéseket és a tőketulajdonosok jövedelmeit. A bérek nagyságától függ viszont, hogy a vendégmunkások keresetükből mennyit utalnak át külföldre.

Adózási összefüggések szerepelnek a viszonylag kis *Hansen*-féle NSZK-modellben [25], valamint a *Wharton*-modellben is [15], bár ez utóbbiban jelentéktelen súllyal. Definíciós egyenlet alakjában fogalmazznak meg néhány adózási összefüggést a holland tervmodellek is; az 1969. évi holland tervmodell [69] is tartalmaz ilyeneket.

A reálszféra-összefüggések területének további bővülése egyes újabb modellekben elsősorban a lakásépítések és a külkereskedelem vonatkozásában tapasztalható; gyakran szubmodellek segítségével. Ezek a modellrendszernek olyan további alrendszerei, amelyek többnyire csak laza kapcsolatban állnak az önmagában identifikált egyenletrendszerrel. Ilyen külkereskedelmi és mezőgazdasági szubmodellt tartalmaz pl. a *Brookings*-modell [12]. Gyakoribb eset azonban, hogy a lakásépítési és külkereskedelmi egyenletek nem szubmodellként, hanem az identifikált modell szerves részeként illeszkednek az egyenletrendszerhez. A lakásépítések vizsgálatának elsősorban az ad aktualitást, hogy a lakás-ellátottságot mindenütt az életszínvonal egyik legfontosabb komponensének tekintik; a külkereskedelmi szektor specifikációjakor pedig az jellemző, hogy a „szimptomatikus” összefüggéseken túl egyre fokozottabb mértékben törekszenek a keresleti oldalról érvényesülő „húzó hatások” specifikációjára.

A Brookings-modellben a lakásépítések 16 egyenletből álló blokkot képeznek. A sztochasztikus egyenletek az építkezések átlagos költségét, az építési tevékenység volumenét, a lakásellátottságot, a lakbérek alakulását, a lakásvásárlási forgalmat magyarázzák. A magyarázó változók között rövid távon érvényesülő pénzügyi hatások és hosszútávú demográfiai hatások kifejezői egyaránt szerepelnek.

Nem csekélyebb fontosságú az építőipar szerepének, a lakás-ellátottságnak a hangsúlyozása a szocialista országok modelljeiben. Kiemelt szerepe van pl. az *Adamec—Fundárek*-féle hosszútávú csehszlovák előrejelzési modellben [1], ahol a modell 8 blokkja közül az egyik az építési beruházások dezaggregált vizsgálatát végzi. Ugyancsak kiemelt fontossága van az építési beruházásoknak egy másik csehszlovák modellben: a VVS-2. modell [59] az építőiparban keletkező nemzeti jövedelmet tekinti a népgazdaság beruházási kapacitását reprezentáló tényezőnek.

Érthető módon a külkereskedelmi szektor kezelése elsősorban a külkereskedelemre orientált vagy a fejlődő országokban kiemelt fontosságú. Így pl. a *Marwah*-féle kolumbiai modellben [43], ahol a gazdaság speciális struktúrájának megfelelően dezaggregált egyenletek száma (hét egyenlet) önmagában jelentős az összes összefüggések számához viszonyítva. A bontás: tőkejavak, nyersanyagok, építőanyagok, tüzelőanyagok és fogyasztási javak importja; exporton kívül külön egyenlet a kávéexport egyenlete. Magyarázó változóként fő szerepet játszanak a valutaárfolyam változói, a belföldi komplementer árucikkek árindexei, cserearánymutatók, külföldi követelések, sőt — a valuta-leértékelés importra gyakorolt hatásának figyelembevételére — karakterisztikus változó is.

Speciális jelentősége van a külkereskedelmi egyenleteknek a nemzetközi összehasonlítás célját szolgáló modellekben. A *Barten—Carrin*-féle COMET-modellről ebben a vonatkozásban a fentiekben már volt szó [5]; az Európai Gazdasági Közösség országaira specifikált modell-családot a köztük fennálló külkereskedelmi kapcsolatok segítségével foglalja össze interdependens modellé.

A *Wharton*-modellek családja: az Egyesült Államok *Wharton-EFU* modellje [15], az *Evans*-féle francia modell [16] és az izraeli gazdaság modellje [17] hasonló módon kezelik a külkereskedelmi összefüggéseket. Mindhárom esetben döntő súllyal szerepelnek azok a magyarázó változók, amelyek készleteket, belföldi termelést, belföldi árakat, illetve belföldi és külföldi árszint-különbséget, cserearánymutatókat, világpiaci áralakulást, komplementer árucikkek árvizonyait fejezik ki. Az egyenletekben konjunktúra-ciklust tükröző, keresleti és kínálati hatásokat egyaránt kifejezésre juttató változók bőven szerepelnek; így a francia modellben a készletek, a leszállítatlan megrendelések, a kapacitáskihasználás és a munkanélküliség mutatói. Az izraeli modell 103 egyenletéből 22 egyenlet a külkereskedelmi összefüggéseket specifikálja. Ez utóbbi, valamint a *Lambelet—Schiltknecht*-féle svájci modell [39] az idegenforgalom alakulását is magyarázza.

Egyre nagyobb gyakorisággal szerepelnek az újabb modellekben a pénzügyi szféra összefüggései.

Hogy szerepelnek-e pénzügyi összefüggések a modellben — és milyen mértékben — az többnyire a vizsgált gazdaság nyíltabb vagy zártabb jellegén, kapcsolatainak erősebb vagy gyengébb összeszövődöttségén, a gazdaságirányítás rendjén múlik. A legfőbb kérdés azonban az, hogy mennyire tekint-

hető maga a pénzügyi szféra autonómnak, amely a reálszféra összefüggéseit tartósan és jelentős mértékben képes befolyásolni. Az irodalomban szép számmal található olyan modellek, amelyek kifejezetten a pénzügyi szféra vagy a pénzáramlások ökonometriai modelljei, így *R. L. Crouch* angol [8] és *J. H. David* francia [9] modellje. Mi azonban itt csak makro-ökonometriai modellen belül specifikált pénzügyi összefüggésekkel foglalkozunk.

Pénzügyi összefüggések megfogalmazásakor korábban általában a kamatalakulás, az értékpapír-forgalom vagy a részvényhozam alakulásának a meghatározására vállalkoztak. Újabb modellekben megpróbálkoznak pénzügyi változás, valutaárfolyam és hasonló összefüggések megfogalmazásával is. Így pl. a Marwah-féle kolumbiai modell [43] három ilyen egyenlettel rendelkezik, s ezek, mint első próbálkozások, figyelemre méltóak. A modell kifejezett célja a valutaleértékelés várható következményeinek vizsgálata egy külkereskedelemre orientált gazdaság esetében.

Az egyik egyenlet a pénz forgási sebességét magyarázza. A bruttó nemzeti termék és a pénzkészlet arányaként tekintett forgási sebesség a részvényvásárlások volumenétől, a belföldi valuta dollárárfolyamától és trendtényezőtől függ. A részvényvásárlás a készpénzkészlet nagyságára gyakorolt inverz hatást kívánja számszerűsíteni. A belföldi valuta iránti kereslet az ország külföldi valuta-követeléseinek, valamint a belföldi valuta átlagos vételi és eladási árfolyamának a függvénye. A külföldi valutakövetelések nyilvánvalóan a belföldi valuta vásárlóerejének a növelése irányában hatnak, míg a valutaárfolyam átlagos alakulása a szabad árfolyam-alakulást kívánja kifejezésre juttatni. Egy további egyenlet a külföldi és belföldi valutában elhelyezett letétek egymás közötti arányát kívánja meghatározni. Ha a valutaárfolyam nő és leértékelés várható, a közönség megtakarításait várhatóan idegen valutába fogja fektetni. A modell segítségével végrehajtott szimulációs kísérlet egy feltételezett 25%-os és 35%-os valuta-leértékelés várható következményeit igyekezett felmérni.

A pénzfolyamok és a reálszféra közötti kapcsolat magyarázatára való törekvés jellemzi a *Hymans—Shapiro*-féle ún. DHL-III. modellt is [29]. A modell jövedelemeloszlási blokkja tartalmazza a vállalati nyereség és bérek, egyenes és közvetett adók, részvényhozam és társadalombiztosítási illetékek alakulásának az egyenleteit. A bruttó nemzeti termék határozza meg a közvetett adók és — több más változó mellett — a vállalati nyereség, a bérek, valamint a személyi jövedelmek alakulását. A vállalati nyereség a vállalatok által fizetett adóösszegre és a részvények osztalékára hat, a bérek hatása viszont továbbgyűrűzik a társadalombiztosítási illetékekre és a személyi jövedelmekre; ez utóbbiak pedig a jövedelemadót határozzák meg.

A komplikáltabb pénzügyi kapcsolatok ilyen magasszintű figyelembevétele azonban nem tipikus jelenség. A modellek nagyrészt meglegszenek szerényebb célkitűzésekkel. A Brookings-modell [12] pl. mindössze 4 pénzügyi összefüggést tartalmaz. Kettő a bankbetétek alakulását magyarázza, éspedig mind a látra szóló, mind a tartós betétét. Ezek lényegében olyan megtakarítási egyenletek, amelyek rövid- és hosszúlejáratú hatásokat juttatnak kifejezésre, és végső soron választ adnak arra, hogy ezek a hatások a látra szóló vagy a tartós bankbetétek alakulását befolyásolták-e erőteljesebben. A modell másik két sztochasztikus egyenlete alapján a meghatározott időre szóló betétek és a kötvényvásárlások alakulásának párhuzamos vagy ellentétes irányára lehet következtetni.



Viszonylag jelentős súllyal szerepelnek a pénzügyi összefüggések a Lambert–Schiltknecht-féle svájci modellben is [39]. A modell öt pénzforgalmi egyenlete közül az egyik a nemzetközi tőkeáramlást, kettő a pénzállományt magyarázza (egyik a kínálat, a másik a kereslet oldaláról úgy, hogy mindegyik egyenlet azonos függő változója a pénzállomány); végül két egyenlet a kamatalakulásra vonatkozik.

*Függő változó*

*Magyarázó változók*

Nemzetközi magántőke-áramlás	Kamatláb alakulása Svájcban; kamatlábalakulás az Egyesült Államokban; bruttó belföldi termék volumene; karakterisztikus változó
Pénzkínálat	Bankkészletek és követelések a takarékkészleten felül; banktartalékok növekedése; kamatláb-alakulás
Pénzkereslet	Összes eladási forgalom; kamatláb-alakulás; leszállítatlan megrendelések
Kamatláb alakulása	Pénzkészlet; összes eladási forgalom; leszállítatlan megrendelések
Jelzálogkölsön-kamat alakulása	Kamatláb-alakulás; jelzálogkölsön-kamatláb előző időszaki alakulása.

A tőkeáramlás elsősorban attól függ, hogy — a svájci gazdaság tőkeigényének ill. tőkével való ellátottságának megfelelően — a tőke belföldön kerül-e befektetésre vagy tovább áramlik-e az Egyesült Államokba, ha ott a tőkepiac kedvezőbb. A kérdés a vizsgált időszakban Svájc eurodollar-piaci jellege folytán volt aktuális.

Hogy a pénzügyi szféra vizsgálata újabban mekkora fontosságra tett szert, mutatja az is, hogy pl. a mindössze 25 egyenletből álló Narasimham–Köksal-féle török modell [46] négy sztochasztikus egyenletet szentelt pénzügyi összefüggéseknek. A modell azt vizsgálta, hogy egy viszonylag elmaradt nemzetgazdaságot inkább az állami adó- és költségvetési politika (fiscal policy) vagy a pénzkínálatot befolyásoló bankpolitika eszközei segítségével (monetary policy): a hitel, a kamat stb. szabályozása útján lehet-e megmozgatni. A hatás-multiplikátorok elemzése alapján úgy tűnik, hogy csupán bankpolitikai változók segítségével a gazdasági fejlődés fő problémái nem oldhatók meg.

A jövőben a pénzügyi változók és pénzfolyamok fokozottabb figyelembevétele valószínűleg a szocialista országok modelljeiben is erősödni fog. A szocialista országokban is nőtt a pénzügyi ösztönzők, a piac, a világpiaci összefüggések, a vállalati önállóság szerepe, éppen ezért fokozódik annak a szükségessége is, hogy az ökonometriai modellek figyelembevegyék ezeket az összefüggéseket. A közeli jövőben Lengyelországban a W-1. modell továbbfejlesztéseként [71] kidolgozásra kerülő W-2. modell mindenesetre nagy szerepet szán nekik.

### III. Szerkezeti felépítés

#### 3.1. *Rekurzív modellek*

Az újabb modellek között ritka a tisztán rekurzív modell. Ilyen mindenestre a DÖM-1. keletnémet modell és az Adamec—Fundárek-féle hosszútávú csehszlovák előrejelzési modell [1], [2].

A DÖM-1. modellben lényegében két exogén tényezőből: az előző évi állóeszközállomány és az autonóm döntésektől függő beruházások értékéből kiindulva kapják a modell-egyenletek megoldását. Ugyanilyen kiindulópontot képez az Adamec—Fundárek-modellben a nemzeti jövedelem termelésének (t-1) időpontbeli értéke, mint ami a tárgyévi nemzeti jövedelemfelhasználást, illetve ennek beruházásokra és a fogyasztásra fordítható hányadát meghatározza. A modellben különösen az ún. kontroll-összefüggések figyelemreméltók. Ezek lényegében két korlátozó feltételnek a modellbe való beiktatását jelentik. Az egyik azt fejezi ki, hogy az építőiparban keletkező nemzeti jövedelem haladja meg az építőipari beruházások összegét; a másik azt, hogy a lakosság összes fogyasztásának növekedése haladja meg a nem termelő fogyasztás növekedésének ütemét. A modell 10 predeterminált változója közül 6 késleltetett endogén változó, ami annyit jelent, hogy a modellt csekély külső információigénnyel lehet előrejelzésre felhasználni.

#### 3.2. *Blokk-rekurzív modellek és interdependencia*

A régebbi modellek között jelentős számarányt képviseltek a rekurzív modellek. A korszerű modellek esetében, tekintettel a változók és egyenletek nagy számára — nehéz vagy lehetetlen volna olyan okozati sorrendbe állítani őket, hogy minden egyenlet jobb oldalán, a predeterminált változókon kívül, csak már megmagyarázott endogén változó szerepeljen. Nem vitatható az új modelleknek az a határozott törekvése, hogy a gazdasági élet szövevényes kapcsolatairól, interdependenciájáról minél pontosabb képet alkossanak.

Mindennek megvan a következménye a paraméterbecslés vonatkozásában is. A korszerű modellek nagyszámú predeterminált változóval operálnak; számuk az endogén változóknak gyakran kétszerese. Ugyanakkor a megfigyelési időszakok száma alig növekedett; a negyedéves megfigyeléseken alapuló modellek száma csekély. Így a paraméterbecslés céljára gyakran nem rendelkezünk kellő szabadságfokkal.

Ebben a helyzetben a modellező többféleképpen járhat el. Vagy főkomponenseket alkot, vagy megfelelő eljárás segítségével kiválasztja a predeterminált változók halmazából azokat, amelyeket azután a paraméterbecslés során felhasznál. Választhatja viszont a blokk-rekurzívnak nevezett szerkezeti konstrukciót is, amely az interdependencia-elvet és a rekurzivitás-elvet egyesíti magában. Ez a konstrukció első ízben a Brookings-modellben [12] valósult meg.

A rekurzív modellekben a strukturális egyenletek folyó (t) időpontbeli endogén változóinak  $\Gamma$  együtthatómátrixa trianguláris, minthogy a soron következő egyenletekben magyarázó változóként csak predeterminált vagy korábban már megmagyarázott endogén változók szerepelnek. A reziduumok variancia-kovariancia mátrixa viszont diagonális. Interdependens modellek esetében a (t) időpontbeli endogén változók együtthatómátrixa tetszőleges

alakú. A blokk-rekurzív modell lényege, hogy olyan egyenletcsoportokba (blokkokba) rendezhető, amelyek „befelé” interdependens rendszerek, míg „kifelé”, azaz egymás vonatkozásában rekurzív sémát követnek. A triangularitás követelménye itt úgy valósul meg, hogy az egyes blokk-elemekből alkotott mátrix fődiagonálisánál itt is nem-zérus elemek helyezkednek el, de ezek itt nem együtthatókat, hanem mátrixokat jelentenek.

A rekurzív modelleknek az a jellemvonása, hogy a reziduumok variancia-kovarianciamátrixa diagonális, itt úgy valósul meg, hogy ez a mátrix kvázi-diagonális alakú.

A modellek többsége interdependens szerkezetű, de a becslés könnyebbé érdekében az egyenletrendszer gyakran blokkrekurzív szerkezetűvé alakítható. Példa erre a megoldásra a Wharton-EFU modell [15]. A modell egyenletei három blokkba rendezhetők (az ún. rekurzív blokkba, a mennyiségi és az árblokkba). Az első blokkban becslült regresszió-értékeket használják fel a másik két blokk paramétereinek a becslésénél. Hasonló megoldást alkalmaz a DHL-III. modell is [29].

Szerkezeti sajátosságai miatt különösen a Brookings [12] és a *Jemeljanov—Kusnyirszkij*-féle UKR-2. modell [32] érdemel figyelmet. Az UKR-2. lényegében tervezési modell. Szerkezetéről és működtetéséről fent az 1.4. alatt volt szó.

### 3.3. Különböző modelltípusok kapcsolata

Különböző modelltípusok kapcsolatba hozatalának szükségességét egyre gyakrabban hangoztatják. A gazdaságmatematikai modellek mindegyike speciális információtartalommal bír; így az egyik a másikat nem teszi feleslegessé, sőt kiegészítik egymást.

Gyakran vetik fel annak szükségességét, hogy a modell termelési vagy felhasználási szféráját ágazati kapcsolati mérlegekkel kapcsolják össze. A *Krelle*-féle modell [38] pl. az ökonometriai modellhez olyan ágazati modellt kíván csatolni, amely a termelői szférát 12 ágazatra bontja, a végső felhasználást pedig 5 szektorra. Újabban Finnországban és Magyarországon történtek sikeres kísérletek arra, hogy ökonometriai modellt és ágazati kapcsolati mérleget egyetlen modellé integráljanak [45], [27]. A magyar M-4. modell rekurzív szerkezetű: sztochasztikus blokkja az ágazatokban keletkező hozzáadott értéket és a végső felhasználás fő irányait, míg ÁKM-blokkja az ágazatok bruttó termelési értékét és a végső felhasználás ágazati eredetét határozza meg.

Csak újabb modellekben fordul elő bizonyos korlátozó feltételek beépítése a modellbe. Így a DÖM-1. modellben [2], az Adamec—Fundárek-féle cseh-szlovák modellben [1], valamint az UKR-2. modellben [32]. Pl. az Adamec—Fundárek-féle modell két egyenlőtlenséget tartalmaz (erről fent a 3.1. pontban volt szó), amelyeket a modellel történő előrejelzésekor figyelembe kell venni. Az UKR-2. modell viszont egyes paraméterekre a nem-negativitás feltételét kötötte ki; egyesekre a monoton növekedés feltételét is. Arról van tehát szó, hogy a becslést bizonyos feltételek kikötésével hajtják végre.

További lépés volna ezen az úton a modell-egyenletek célfüggvénnyel, ill. a gazdaságpolitikai intézkedések várható eredményeinek rangsorolását lehetővé tevő preferencia-függvénnyel való összekapcsolása. Ez a modellek döntési modellé való alakításával volna egyértelmű. Mint ahogy a fogyasztói döntések egy mikroökonómiai fogyasztói preferencia-függvény alapján a fogyasztási

optimum elérését célozzák, a Theil-féle koncepció szerint [60] az optimális gazdaságpolitikai döntéseket is egy makroökonómiai preferencia-függvény segítésével, amely mellett a makro-ökonometriai modell kapcsolatai a korlátozó feltételek szerepét játsszák [61] [62]. Ez egyben a mikro- és makroelmélet közeledésének az irányában is hatna, aminek jövő fontosságát *L. R. Klein* is hangsúlyozza [35].

### 3.4. Nem-linearitások figyelembe vétele

A modellek paramétereit általában a legkisebb négyzetek kétfokozatú módszerének valamely korszerű változatával becsülik (ami az első fokozatban instrumentális változók kiválasztását vagy főkomponensek számítását teszi szükségessé). Ritkábban kerül sor a maximális esélyesség korlátozott információ alapján a módszerének alkalmazására egyes modellekben, így a Brookings-modellben [12], az Adamec—Fundárek-féle modellben [1] vagy a holland tervmodellben [69].

Nem-lineáris kapcsolatok a modellben vagy a modell paramétereiben vagy a modell változóiban, vagy pedig mind paramétereiben, mind változóiban együttesen léphetnek fel. A vizsgált modellekben többnyire a változóiban lépnek fel.

Paramétereiben nem-lineáris összefüggést többnyire az egyes modellek termelési egyenletei mutatnak. Exponenciális termelési egyenleteket tartalmaz a Hohenbalken—Tintner-féle modellesalád [26] és ennek újabb modelljei: a marokkói és az osztrák modell [64] [65], a Wharton-EFU modell [15] és Evans izraeli és francia modellje [16] [17], ezenkívül a Hansen-féle nyugatnémet és a Krelle-féle modell [25] [38], sőt a Lambelet—Schiltknecht-féle svájci modell is [39].

A változóiban gyakrabban előforduló nem-linearitások többnyire olyan multiplikatív összefüggések, mint pl.  $\text{volumen} \times \text{ár} = \text{volumen folyóáron}$ ; esetleg tört alakú kifejezések mint pl. relatív árindexek, termelékenységi mutatók, kapacitáskihasználási indexek vagy tőke-kibocsátás hányadosok.

Mindaddig, amíg a nem-lineáris összefüggések egyenletenként becsülhetők, vagy az összefüggések loglineárisra alakíthatók, a nem-linearitás nem jelent különösebb problémát. A probléma a hatásmultiplikátorok kiszámítását megelőzően, a redukált formára való áttéréskor jelentkezik. Ezekben az esetekben a nem-lineáris rendszert a szukcesszív iteráció módszerével oldják meg, ami a nem-lineáris változókra megfelelő kezdőértékek megválasztásában, konvergencia-kritérium kikötésében és az eljárásnak mindaddig történő ismétlésében áll, míg a konvergencia-kritérium meg nem valósul. Ezt a módszert használták a Wharton-modellben [15] és az Evans-féle francia modellben is [16].

## IV. Szerkezeti arányok

### 4.1. Szerkezeti tulajdonságok és információ-tartalom

A továbbiakban kísérletet teszünk a modelleknek néhány mérőszám szerinti rangsorolására, összehasonlítására, jellemzésére. A mérőszámok a modellek külső információ-igényére, interdependenciájára, dinamikus jellegére vonatkoznak, s alapján véve minőségi tulajdonságaira szeretnének választ adni.

Sor- szám	A modell megnevezése	Megfigye- lési időszakok száma	Összes egyenletek és folyó endogén változók száma	Sztochasz- tikus egyenletek száma	Összes változók száma
		I	II	III	IV
1.	Brookings, USA, 1965 [12]	52	220	170	520
2.	Hansen, NSZK, 1967 [25]	14	21	16	35
3.	Menges—Gossmann, NSZK, 1967 [44]	12	6	4	16
4.	Tintner—Zind, Marokkó, 1966 [64]	12	5	2	13
5.	Tintner—Pollan, Ausztria, 1968 [65]	12	5	2	14
6.	Wharton—EFU, USA, 1968 [15]	68	76	47	169
7.	Pawlowski, Lengyelország, 1968 [4]	15	17	12	31
8.	Shishido, Japán, 1968 [56]	52	53	23	141
9.	Marwah, Kolumbia, 1969 [43]	12	44	30	96
10.	Dutta-Su, Puerto-Rico, 1969 [13]	17	35	23	57
11.	Evans, Franciaország, 1969 [16]	14	55	34	198
12.	M—2. Magyarország, 1970 [22]	18	26	23	58
13.	Evans, Izrael, 1970 [17]	14	103	79	237
14.	DHL—III. USA, 1970 [29]	56	43	24	126
15.	UKR—1. Ukrajna, 1970 [31]	10	15	13	18
16.	Lambelet—Schiltnecht, Svájc, 1970 [39]	19	108	34	171
17.	Krelle, NSZK, 1971 [38]	11	70	28	81
18.	1969. évi holland tervmódel [69]	35	42	13	108
19.	M—3/VVS—1. magyar—csehszlovák 1971 [28]	19	12	8	26
20.	Adamec—Fundárek, Csehszlovákia, 1971 [1]	23	33	33	43
21.	DEM—1. NDK, 1971 [2]	16	11	7	13
22.	Gazdaságkutató, Magyarország, 1971 [52]	11	35	27	63
23.	VVS—2. Csehszlovákia, 1972 [59]	16	27	17	70
24.	UKR—2. Ukrajna, 1972 [32]	11	101	79	129
25.	Barten—Carrin, EGK, 1972 [5]	10	36	17	70
26.	Narasimham, Törökország, 1972 [46]	20	25	17	48
27.	Wölfling, NDK, 1973 [73]	9	24	11	34
28.	Welfe, Lengyelország, 1973 [71]	15	272	137	411
	Átlag	20	40	24	79

Megjegyzés: A Brookings- és Welfe-modell számadatai nem szerepelnek az átlagban, mert

Ezek a strukturális-morfológiai mérőszámok a modellek olyan jellemző tulajdonságait ragadják meg, mint a megfigyelési időszak hosszúsága, a változók és az egyenletek száma, valamint ezeknek egymáshoz való aránya; az exogén és endogén, ill. predeterminált és endogén változók aránya, valamint a sztochasztikus egyenletek számaránya.

A modellek imént említett jellemzőit alább két táblázat tünteti fel. Az I. számú táblázaton újabb (1966-nál nem régebb) modellek, a II. számú táblázaton 1966-nál korábban konstruált modellek sajátosságai szerepelnek. Az azonos rovatok alapján a két táblázat számadatai könnyen összehasonlíthatók. A vizsgálat célja a modellek specifikációs tulajdonságainak a mérése; az eredmények azonban csak további vizsgálatok kezdeteként értékelhetők.

A táblázatok I—VII. rovatok tükrözik a vizsgált modellek alapvető strukturális-morfológiai sajátosságait. A követelmény az, hogy a modell minél

lázat.

Prede- er- minált változók száma	Időbeni késleltetett változók száma	Késleltetett endogén változók száma	Egy endogén változóra eső pre- determinált változók száma	Sztochasz- tikus egyenletek százalék- aránya	Predeter- minált változók százalék aránya	Késleltetett változók százalék aránya	Késleltetett endogén változók százalék- aránya	Sor- szám
V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
300	132	68	1,4	80	64	28	14	1.
14	9	7	0,7	76	40	26	20	2.
10	3	3	1,7	67	63	19	19	3.
8	—	—	1,6	40	62	—	—	4.
9	—	—	1,8	40	64	—	—	5.
93	57	53	1,2	62	55	34	32	6.
14	8	8	0,8	71	45	26	26	7.
88	59	46	1,7	43	62	42	33	8.
52	18	18	1,1	68	54	19	19	9.
22	7	7	0,6	66	39	12	12	10.
143	106	73	2,6	62	72	54	37	11.
32	3	1	1,3	89	55	5	2	12.
134	69	61	1,3	77	57	29	26	13.
83	64	56	1,9	56	66	51	44	14.
3	2	2	0,2	87	17	11	11	15.
63	27	23	0,6	31	39	16	13	16.
18	11	11	0,3	40	22	14	14	17.
66	35	22	1,6	31	61	32	20	18.
14	1	1	1,2	67	54	4	4	19.
10	6	6	0,3	100	23	14	14	20.
2	1	1	0,2	64	15	8	8	21.
28	15	13	0,8	77	44	24	21	22.
43	23	22	1,6	63	61	33	31	23.
18	18	18	0,2	78	14	14	14	24.
34	18	16	0,9	47	49	26	23	25.
23	7	7	0,9	68	48	15	15	26.
8	2	2	0,3	46	24	6	6	27.
169	63	61	0,6	50	41	15	15	28.
40	22	18	1,0	60	50	28	24	

a szokatlan méretarányok az átlagokat torzítanák.

részletesebben térképezze fel a gazdasági valóságot; a jelenségeket időbeli mélységben és dezaggregáltan közelítse meg. E követelmények a modell egyenleteinek, változóinak számában és a megfigyelések számában jutnak kifejezésre.

A táblázatok VIII—XII. rovatában megfogalmazott szerkezeti tulajdon-  
ságok alapján (az endogén és predeterminált változók aránya, az egy egyen-  
letre eső változók száma, az egyenletek számán belül a sztochasztikus változók  
százalékaránya, a késleltetett változók százalékaránya) elsősorban a modell  
információtartalmára vonatkozó követelmények fogalmazhatók meg. Minden  
modell: információrendszer, amellyel szemben az a követelmény áll fenn, hogy  
minél sűrítettebb formában minél több információt foglaljon magában; hogy  
működéséhez minél kevesebb információ-input-ra legyen szükség; végül, hogy  
minél összetettebb, minél szövevényesebb kapcsolatok tükrözésére legyen képes.

Sor- szám	A modell megnevezése	Megfigye- lési időszakok száma	Összes egyenletek (és folyó endogén változók) száma	Sztochasz- tikus egyenletek száma	Összes változók száma
		I	II	III	IV
1.	Klein—Goldberger, USA, 1955 [36]	18	20	15	63
2.	Klein—Ball et al., Anglia, 1961 [37]	36	37	31	102
3.	Gallaway—Smith, USA, 1961 [19]	40	4	3	9
4.	Klein, Japán, 1961 [34]	12	10	8	16
5.	T. C. Liu, USA, 1963 [41]	52	36	19	89
6.	Gehrig, NSZK, 1963 [20]	22	5	3	9
7.	Friend—Taubman, USA, 1964 [18]	16	5	4	12
8.	Suits, Görögország, 1964 [57]	11	35	32	88
9.	Pawlowski et al., Lengyelország 1964 [3]	12	8	7	17
10.	M—1., Magyarország, 1965 [21]	14	9	5	19
11.	N. Islam, Pakisztán, 1965 [30]	9	50	20	80
12.	Denton—Kuiper, Kanada, 1965 [10]	10	12	6	25
13.	Evans, USA, 1966 [14]	60	50	31	125
14.	Pavlopoulos, Görögország, 1966 [54]	11	17	12	45
15.	Leser, Írország, 1966 [40]	15	8	6	16
16.	Christ, USA, 1966 [7]	27	7	4	20
	Átlag	23	20	13	44

Az információtartalom követelménye szempontjából elsősorban az egyenletek és változók számaránya lényeges. Több információt nyújt a modell, ha az egyenletek az előrejelzés vagy elemzés tárgyát képező jelenséget nem egy, hanem több magyarázó változó függvényében vizsgálják, mert ez többoldalú megvilágítást teszi lehetővé a valóságban bonyolult kapcsolatoknak.

Az ökonometriai modellek nagy előnye, hogy a változók közti kapcsolatokat statisztikai adatok bázisán, sztochasztikus függvények segítségével elemzik, s a becsült paraméterértékek megbízhatósági határait matematikai-statisztikai módszerekkel ellenőrzik. Éppen ezért a sztochasztikus összefüggések számaránya is lehet az információtartalom egyik mérőszáma.

A modell könnyű kezelhetősége szempontjából lényeges a csekély információ-input feltétele: a modellen kívüli (exogén) információk alacsony számlékaránya. Ugyanakkor ennek a mérőszámnak a komplementer kiegészítője (az endogén változók számaránya) arra felel, hogy a modell milyen intenzitással tudja kihasználni információs adottságait a külső információigény fokozása nélkül.

A korszerű modellekkel szemben fokozott igény az is, hogy a megfigyelések különböző időponthoz tartozó változók közötti kapcsolatokat rögzítsenek. Ez adja a modell dinamikus jellegét, s ennek alkalmas mutatója lehet a késleltetett változók számaránya; különösen a késleltetett endogén változók számlékaránya. A késleltetett endogén változók nagy száma esetén ugyanis a modell könnyen hozható végső formára, ami a dinamikus tulajdonságok elemzését és a modell működtetését (előrejelzés) elősegíti.

A megfigyelési időszakok száma az újabb modellekben nem változott számottevően. A megfigyelések száma — alig egy-két kivételtől eltekintve — csak a negyedéves modellek esetében haladja meg a 20-at. A negyedéves ada-

látat.

Predeter- minált változók száma	Időben késleltetett változók száma	Késleltetett endogén változók száma	Egy endogén változóra eső pre- determinált változók száma	Sztochasz- tikus egyenletek százalék- aránya	Predeter- minált változók százalék- aránya	Késleltetett változók százalék- aránya	Késleltetett endogén változók százalék- aránya	Sor- szám
V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	II	
43	25	20	2,2	75	68	41	32	1.
65	50	30	1,8	84	64	49	29	2.
5	4	2	1,3	75	56	44	22	3.
6	2	2	0,6	80	38	13	13	4.
53	37	37	1,5	53	60	42	42	5.
4	—	—	0,8	60	54	—	—	6.
7	4	3	1,4	80	58	33	25	7.
33	11	1	0,9	92	38	13	1	8.
9	4	4	1,1	88	53	24	24	9.
10	3	1	1,1	56	53	16	5	10.
30	19	16	0,6	40	38	24	20	11.
13	4	3	1,1	50	52	16	12	12.
75	52	45	1,5	62	60	42	36	13.
28	9	4	1,6	71	62	20	9	14.
8	8	7	1,0	75	50	50	44	15.
13	6	5	1,9	57	65	30	25	16.
24	15	11	1,3	66	55	33	25	

tokon alapuló modellek száma azonban csekély; havi adatbázisú modellek kidolgozására eddig csak kísérletek történtek [42].

A modellek „dimenziója”: az egyenletek és változók száma azonban erősen növekedett. Míg korábban egy modell átlagban 20 egyenletet tartalmazott, az újabb modellek általában 40 egyenlettel operálnak. Lényegében alig változott — valamit csökkent — a sztochasztikus egyenletek számaránya. Mint a táblázatok IV. rovatai mutatják, az összes változók száma is lényegesen megnőtt; átlagos számuk korábban 44 volt, az újabb modellekben azonban 80; nagyjából hasonló mértékben nőtt a predeterminált és a késleltetett endogén változók száma is.

Ha minden endogén változót úgy tekintünk, mint a modelltől nyerhető egységnyi információt, minden predeterminált változót pedig úgy mint a modell működéséhez szükséges külső információ egységét, akkor az egy endogén változóra eső predeterminált változók számának (VIII. rovat) különbségei azt mutatják, hogy a modellek egymástól igen eltérő külső információ-igénnyel operálnak. Míg korábban minden endogénre 1,3 predeterminált változó esett átlagban, az újabb modellek átlagában csak egy esik, sőt egyes modellekben ez az arány lényegesen kisebb 1-nél. Ez a tény a külső információ-igény csökkenésére utal, de aligha tekinthetnénk a modell belső interdependenciája növekedéséből eredő jelenségnek.

A táblázatok IX—XII. rovatai azt mutatják, hogy az újabb modellekben mind a sztochasztikus egyenletek számaránya, mind pedig a predeterminált, a késleltetett, ill. késleltetett endogén változók számaránya csökkent, bár ez utóbbi alig észrevehető mértékben. A predeterminált változók csökkenése lehet „pozitív” jelenség, amennyiben a modell külső információ-igényét csökkenti, s így belső információtartalmának jobb kihasználását eredményez-



heti, de felfogható „negatív” jelenségnek is, ha a késleltetett változók számarányának csökkenését egyben a modell-dinamika csökkenésének is tekintjük. Mindez viszont azt jelenti, hogy ezeket az egyszerű strukturális-morfológiai mérőszámokat sem könnyű egyértelműen magyarázni.

A predeterminált változók magasabb vagy alacsonyabb számarányának előnyeivel és hátrányaival újabban *Halabuk L.* egy tanulmánya foglalkozott [23]; találóan mutatva rá a változók endogénné vagy predeterminálttá való minősítésének nehézségeire és esetleges ellentmondásaira. Ezek a kérdések döntően befolyásolják a modellszifikációt is, és — több más kérdéssel együtt — a „szifikációs stratégia” részét alkotják.

A modellkészítés bizonyos értelemben az „exigenciák tudománya”: egyes módszerek, megfogalmazásbeli lehetőségek és adatbázis által diktált kompromisszumos megoldás. Kétségtelen azonban, hogy a korszerű modellszifikáció célja elérésére nagyobb „fegyvertár”, korszerű stratégia és módszerbeli választék birtokában törhet.

#### IRODALOM

1. ADAMEC, S.—FUNDÁREK, M.: Dlhodobý dynamický prognostický model hospodárstva CSSR. Medzinárodné kolokvium o aplikácii prognostických modelov v socialistickom hospodárstve. Bratislava, 1—3 decembra 1971.
2. ANDERS, H. D.—SCHILAR, H.—FRANKEN, P.—WALTER, D.—WÖFLING, M.: Nekotórie problémü primenenija makroekonomiceszkih modelej v prognózirovanii i dolgoszrocsnom planirovanii narodnogo hozjaisztva GDR. Mezsdünarodnütj kolokvium po primeneniju prognoszticeszkih modelej v szocialiszticeszkom hozjaisztve, 1—3 dekabrja, 1971. Bratislava.
3. BARCZAK, A.—CIEPIELEWSKA, B.—JAKUBCZYK, T.—PAWLOWSKI, Z.: Próba budowy prostych ekonometrycznych równan wzrostu. *Ekonomista*, 1964. 3. sz.
4. BARCZAK, A.—CIEPIELEWSKA, B.—JAKUBCZYK, T.—PAWLOWSKI, Z.: Model ekonometryczny gospodarki Polski ludowej. Państwówe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1968.
5. BARTEN, A. P.—CARRIN, G. J.: A medium term model for the European Economic Community — some first results. Paper prepared for the European Meeting of the Econometric Society, Budapest, September 1972.
6. BALL, R. J. ed.: The international linkage of national economic models. North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1973.
7. CHRIST, C. F.: *Econometric models and methods*. John Wiley and Sons, New York, 1966.
8. CROUCH, R. L.: A model of the United Kingdom's monetary sector. *Econometrica*, 1967. 3—4. sz.
9. DAVID, J. H.: A monetarist model of the French economy. Paper prepared for the European Meeting of the Econometric Society, Budapest, September 1972.
10. DENTON, F. T.—KUIPER, I.: The effect of measurement errors on parameter estimates and forecasts etc. *The Review of Economics and Statistics*, 1965. 2. sz.
11. DENTON, F. T.—OKSANEN, E. H.: Measurement error and choice of econometric estimation method: some empirical findings. *International Statistical Review*, 1973. 3. sz.
12. DUESENBERY, J. S.—FROMM, G.—KLEIN, L. R.—KUH, E.: *The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States*. Rand McNally and Co., Chicago, 1965.
13. DUTTA, M.—SU, V.: An econometric model of Puerto Rico. *The Review of Economic Studies*. 1969. júl.
14. EVANS, M. K.: Multiplier analysis of a post-war quarterly U.S. model and comparison with several other models. *The Review of Economic Studies*, 1966. okt.
15. EVANS, M. K.—KLEIN, L. R.: *The Wharton econometric forecasting model*. University of Pennsylvania, 1968.

16. EVANS, M. K.: An econometric model of the French economy: a short-term forecasting model. OECD Economic Studies, 1969.
17. EVANS, M. K.: An econometric model for the Israeli economy. *Econometrica*, 1970. 5. sz.
18. FRIEND, I.—TAUBMAN, P.: A short-term forecasting model. *The Review of Economics and Statistics*, 1964. 3. sz.
19. GALLAWAY, L. E.—SMITH, P. E.: A quarterly econometric model of the United States. *Journal of the American Statistical Association*, 1961. jún.
20. GEHRIG, G.: Ein makroökonomisches Modell für die Bundesrepublik Deutschland. Duncker und Humblot, Berlin, 1963.
21. HALABUK, L.—KENESSEY Z.—THEISS E.—KOTÁSZ GY.-NÉ—NYÁRY Zs.: A magyar népgazdaság M-1. statisztikai makromodellje. *Nemzetközi Módszertani Füzetek*, 7. sz. KSH, Budapest, 1965.
22. HALABUK L.—HULYÁK K.—NYÁRY Zs.—KOTÁSZ GY.-NÉ: A magyar népgazdaság M-2. ökonometria modellje. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1973.
23. HALABUK L.: Néhány ökonometria modellkészítési tapasztalat. *Statisztikai Szemle*, 1973. 1. sz.
24. HALABUK L.—KOTÁSZ GY.-NÉ: Előrebecslés az M-2. modellel. *Laboratóriumi Munkaanyagok*, 15. sz. KSH, Budapest, 1972.
25. HANSEN, G.: Ein ökonometrisches Modell für die Bundesrepublik, 1951—1964. Vandenhoeck and Rupprecht in Göttingen, 1967.
26. HOHENBALKEN, B. V.—TINTNER, G.: Econometric models of OEEC member countries, the United States and Canada and their application to economic policy. *Weltwirtschaftliches Archiv*, 1962. 1. sz.
27. HULYÁK K.: Az M-4. modell: input-output összefüggéseket tartalmazó ökonometria modell. *Ökonometria Füzetek*, 12. sz. KSH, Budapest, 1974.
28. HULYÁK K.—NYÁRY Zs.: A magyar—cseszlóvak ökonometria modell. *Statisztikai Szemle*, 1971. 3. sz.
29. HYMANS, S. H.—SHAPIRO, H. T.: Quarterly econometric model of the U.S. economy. University of Michigan, Ann Arbor, 1970.
30. ISLAM, N.: A short-term model for Pakistan economy. Oxford University Press Lahore, 1965.
31. JEMELJANOV, A. Sz.—KUSNYIRSZKIJ, F. I.: Dynamic model of the econometric type for the Ukrainian SSR. Theses of Report at the Symposium on National Economy Simulation. Novosibirsk, 1970.
32. JEMELJANOV, A. Sz.—KYSNYIRSZKIJ, F. I.: *Ekonomiceszckaja model' razvitija narodnogo hozajisztva Ukrainzkoi SzSzR.* Kiev, 1972.
33. KLÁČEK, J.—TOMS, M.: Metodologie a konstrukce planometrického agregátniho modelu socialistické ekonomiky. *Politická Ekonomie*, 1973. 4. sz.
34. Klein, L. R. A model of Japanese economic growth, 1878—1937. *Econometrica*, 1961. 1. sz.
35. Klein, L. R.: Whither econometrics? *Journal of the American Statistical Association*, 1971. jún.
36. Klein, L.R.—GOLDBERGER, A. S.: An econometric model of the United States, 1929—1952. North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1955.
37. Klein, L. R.—BALL, R. J.—HAZLEWOOD, A.—VANDOME, P.: An econometric model of the United Kingdom. Basil Blackwell, Oxford, 1961.
38. KRELLE, W.—MARTIENSEN, J.—SCHLOENBACH, K.: Functioning of a prognostication model for the Western German Economy. *Economies et Sociétés, Cahiers de l'ISEA*, 1971. aug.
39. LAMBELET, J. C.—SCHILTKNECHT, K.: A short-term forecasting model of the Swiss economy. *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*. 1970. 3. sz.
40. LESER, C. E. V.: The role of macro-economic models in economic forecasting. *Econometrica*, 1966. 4. sz.
41. LIU, T. C.: An explanatory quarterly econometric model of effective demand in the postwar economy. *Econometrica*, 1963. 3. sz.
42. LIU, T. C.: A monthly recursive econometric model of the United States: a test of feasibility. *The Review of Economics and Statistics*, 1969. 1. sz.
43. MARWAH, K.: An econometric model for Colombia: a prototype devaluation view. *Econometrica*, 1969. 2. sz.
44. MENGES, G.—GOSSMANN, J.: Ein ökonometrisches Modell der Bundesrepublik Deutschland (in: Menges, G.: *Ökonometrische Prognose*); *Statistische Hefte*, 1967. Heft 2.

45. MOLANDER, A.—HALTTUNEN, H.: The input-output framework as a part of a macro-economic model. Paper prepared for the European Meeting of the Econometric Society. Budapest, September, 1972.
46. NARASIMHAM, G. V. L.—KÖKSAL, H.: A short-term policy model for Turkey. Contributed Paper to the European Meeting of the Econometric Society. Budapest, September, 1972.
47. NAYLOR, T.—WALLACE, W.—SASSER, W.: A computer simulation model of the textile industry. *Journal of the American Statistical Association*, 1967. dec.
48. NYÁRY Zs.: Néhány ökonometriai modell becslési és előrejelzési eredményének összehasonlítása. *Laboratóriumi Munkaanyagok*, 12. sz. KSH, Budapest, 1971.
49. NYÁRY Zs.: Becslés és előrejelzés: néhány ökonometriai modell összehasonlítása. *Sigma*, 1971. 3. sz.
50. NYÁRY Zs.: Az ökonometriai modellek rendszerezésének és vizsgálatának néhány szempontja. *Statistikai Szemle*, 1971. 4. sz.
51. NYÁRY Zs.—KOTÁSZ GY.-NÉ: Sztochasztikus makromodellek néhány jellemző tulajdonsága. *Laboratóriumi Munkaanyagok*, 1. sz. KSH, Budapest, 1966.
52. ORMÓS Zs.—BOGNÁR K.—PAIZS J.: A népgazdaság egy kísérleti makroökonómiai modellje. *Gazdaságkutató Intézet*, Budapest, 1971.
53. Országos Tervhivatal: az V. ötéves népgazdasági terv modellrendszere (részmethodika) I. rész. (A gazdaságpolitikai elgondolások és a népgazdasági tervkonceptiók kidolgozását megalapozó modellek). Budapest, 1973. szept.
54. PAVLOPOULOS, P.: A statistical model for the Greek economy, 1949—1959. North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966.
55. PAWLOWSKI, Z.: Ökonometria. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1970.
56. SHISHIDO, S.—KOHNO, A.—NAGAYA, S.—TANAKA, S.: Use of national accounts for a short-term econometric model, 1954—1966. *The Review of Income and Wealth*, 1968. 3. sz.
57. SUITS, D. B.: An econometric model of the Greek economy. *Center of Econometric Research*, Athens, 1964.
58. SUJAN, I.—GERGELYI, K.—KOLEK, J.: Pokus o porovnanie ekonomik CSSR a ML'R na zaklade spolocného ekonometrického modelu. VVS, Bratislava, 1971.
59. SUJAN, I.—KOLEK, J.—GERGELYI, K.: Krátkodoby prognosticky model CSSR. VVS, Bratislava, 1972.
60. THEIL, H.: Economic forecasts and policy. North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1961.
61. THEISS, E.: A makro- és mikroökonómiai döntési modellek valószínűséglogikai alapjai. *Statistikai Szemle*, 1967. 11. sz.
62. THEISS E.: A Bayes-módszertan és a statisztikai döntésmélet alkalmazásai a gazdaságpolitikai modellekben. *Statistikai Szemle*, 1971. 11. sz.
63. TINTNER, G.—NARAYANAN, R.: An econometric model of India. *Indian Statistical Institute*, Calcutta, 1961.
64. TINTNER, G.—ZIND, R.: Un modèle keynesien simplifié de l'économie marocaine. *Revue d'Économie Politique*, 1967. 2. sz.
65. TINTNER, G.—POLLAN, W.: Ein einfaches ökonometrisches Modell für Österreich. *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 1968. 5. sz.
66. TINBERGEN, J.: An econometric approach to business cycle problems. Hermann et Cie, Paris, 1937.
67. TINBERGEN, J.: Business cycles in the United States of America, 1919—1932. *League of Nations*, Geneva, 1939.
68. Tinbergen, J.: Business cycles in the United Kingdom, 1870—1914. North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1956.
69. Verdoorn, P. J.—Post, J. J.—GOSLINGA, S. S.: The 1969 annual model. Appendix „A” to Centraal Economisch Plan, 1971. 's-Gravenhage, 1971.
70. VERNON, J. M.—RIVES, N. W.—NAYLOR, T. H.: An econometric model of the tobacco industry. *The Review of Economics and Statistics*, 1969. 2. sz.
71. WELFE, W.: A medium-term econometric model of the Polish economy. *Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersitetu Łódzkiego*. Seria D, Nr. 2. Łódz, 1973.
72. SZTAUDYNGER, J. J.—WELFE, W.: Quarterly forecasting industrial models exemplified by a model of the Polish apparel industry. *Práce Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersitetu Łódzkiego*, Seria D, nr. 3. Łódz, 1973.
73. WÖFLING, M.: A népgazdasági főarányok modellezésének egyes kérdései. Berlin, 1973. (Nyers fordítás).

# KÖNYVEKRŐL

FRISCH, R.: *Kvantitatív és dinamikusan közgazdaságtan*, Budapest, 1974. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 382. o.

A kiadvány válogatás a Nobel-díjas Ragnar Frisch életművéből, amelyet két lényeges szempont szerint állítottak össze: 1. a válogatás tükrözze R. Frisch tudományos tevékenységét; 2. a tanulmányok ne csak elmélettörténeti szempontból legyenek érdekesek a hazai olvasók számára, hanem adjanak nekik munkájukban segítséget, új gondolatot, módszert — ha nem is mindig közvetlenül használható.

Úgy véljük, hogy a fenti szempontok sikeres érvényesítésére kellő garancia Leif Johansennek, az Oslói Egyetem professzorának, R. Frisch kitűnő tanítványának és munkatársának személye, aki a kiadó dicséretre méltó felkérésére e kötet számára kiválogatta a megfelelő tanulmányokat a hatalmas életműből.

A tanulmányok időrendben következnek egymás után, s így az olvasó nyomon követheti a szerző szakmai életútját, fejlődését, a probléma felvetésétől a megoldásig. A tanulmányok rendkívül szerteágazó érdeklődésről, hallatlan biztos matematikai és statisztikai, valamint közgazdasági felkészültségről tesznek tanúbizonyságot.

Már Frisch legelső tanulmányaiban is fellelhető az a törekvés, hogy a közgazdaságtudományt egzakt, kvantitatív alapokra helyezze. Egy működőképes kvantitatív elmélet kialakításához a legfőbb segédeszközei a matematika és a statisztika voltak. Egyike volt azoknak, akik az elsők között alkalmaztak absztrakt axiómatikus megközelítést a közgazdaságtudományban, egyszersmind távoltartotta magát az elméleti kutatók körében oly gyorsan kifejlődő üres formalizmustól. Célja mindig a valós jelenségek megértése, kvantifikálása, a gyakorlati problémák megoldási módszereinek kidolgozása volt.

A másik főbb jellegzetesség munkáiban az a törekvés, hogy a közgazdaságtudományt a racionális gazdaságpolitika kiala-

kitásának segédeszközévé tegye. Ezt a tevékenységét úgy is tekinthetjük, mint az egzaktabb és kvantitatívabb közgazdasági elméletért folytatott munkásságának kiterjesztését.

A harmadik főbb jellegzetességét a *dinamikus közgazdaságtan továbbfejlesztése* területén elért eredményei jelentik.

Az *elméleti közgazdaságtan egyik problémájáról* c. tanulmányában első ízben alkalmazta az axiómatikus módszert a közgazdasági elmélet szilárd alapjainak megteremtése érdekében. A mai modern hasznossági, jóléti és keresletelméletek már rendszerezetten, axiómatikusan vannak felépítve. Tartalmilag ezeknek az elméleteknek a kiinduló axiómái természetesen eltérnek a Frisch által javasoltaktól. Axiómái közül leginkább azok bírálhatók, amelyek a fogyasztás különböző szintjein feltételezett változások fogyasztói értékelésére vonatkoznak, s amelyek alapján Frisch eljutott a „számszerűsíthető”, vagy „kardinális” hasznosság fogalmához.

A *közgazdasági elmélet új irányzata. A közgazdaságtan, mint tapasztalati tudomány* c. tanulmányában az olvasó a közgazdaságtudomány tapasztalati irányba való fejlődésének egyik legfontosabb oldaláról, a közgazdasági fogalmak kvantifikálásáról olvashat. Ez a tanulmány is azt bizonyítja, hogy R. Frisch nem ragadt meg az absztrakció szintjén, nem elégedett meg csupán az elméleti tisztázással. Ugyanabban a munkájában, amelyben az axióma-rendszert kialakította, már össze is kötötte az elméletet olyan gyakorlati vizsgálatokkal, amelyek célja a fogyasztói hasznossági struktúra főbb jellemzőinek mérése volt! Ezek a tanulmányok több szempontból vitatottak — különösen azokon a pontokon, amelyek a már említett „kardinális hasznosság” problémájával kapcsolatosak. Ezekre a tanulmányokra építve írta meg R. Frisch az *Egy többszektoros modell összes keresletrugalmassági és keresztrugalmassági együtthatóinak számítási módszere* c. tanul-

mányát. Ez a cikk a keresleti függvények egy komplex rendszerében az összes rugalmassági együttható becslésének problémájával foglalkozik; olyan problémával, amelyet részben a nagyméretű tervezési modellekkel kapcsolatos gyakorlati igények támasztottak. Az ilyen típusú becslésekhez az általánosságot megszorító előfeltételezéseket kell alkalmazni. R. Frisch független hasznosságot tételezett fel, vagyis azt, hogy a hasznossági függvény az egyes elfogyasztott javak függvényeinek összegeként írható fel. A keresleti elaszticitásokra vonatkozó feltételeket azután e kiindulópont alapján már szisztematikusan vezette le. A tanulmányból választ kap az olvasó arra a kérdésre, hogy ezeket a feltételeket milyen módon lehet felhasználni az összes keresleti rugalmasság meghatározására, ill. becslésére.

A negyvenes évek második felétől kezdve R. Frisch főleg olyan gazdaságpolitikai modellek kidolgozásával foglalkozott, amelyek döntési modellek voltak, s amelyek egy egyenletrendszerbe explicit módon építettek be egy sor gazdaságpolitikai akcióparamétert. Ezek alternatív választása különböző hatékonyságúnak mutatkozik, miáltal a modell a gazdaságpolitikai döntések bázisául szolgálhat. A „szabadságfok” fogalmának részletes vizsgálata eredményeként ezekben a modellekben R. Frisch tisztázni tudta azt, hogy mit tekintünk a gazdaságpolitikai célok és a célok megvalósításához szükséges eszközök száma közötti kapcsolat „klaszszikus” szabályának. Az e témakörben megjelent legfontosabb tanulmánya: *Modellek alkalmazása racionális gazdaságpolitika kidolgozásához.*

Az input-output elemzésre és a matematikai programozásra épülő tervezési modellek továbbfejlesztésének néhány főbb alapelvét ismerteti *A nemzeti elszámolási rendszertől a makroökonómiai döntési modellekig* c. tanulmány. Ez a cikk bemutat néhány általános természetű megfontolást (Pareto-féle optimum stb.) a közgazdasági elméletnek, mint a gazdaságpolitika eszközüének jelenlegi helyzetéről. Rámutat arra, hogy mennyire fontosak a nemzeti jövedelem- és vagyonszámítások, s általános elveket javasol arra, hogyan lehet a nemzeti elszámolási rendszer számanyagát úgy megszervezni és átalakítani, hogy az elméletet hasznosan lehessen alkalmazni gazdaságpolitikai problémák megoldásában. Ez elvezet a döntési modell fogalmához és az ilyen modellek kezelésénél szükséges speciális technikához. A tanulmány végén rövid áttekintést ad arról a munkáról, amely ezen a területen Norvégiában folyik. Amikor adatainkat

a döntési modell szempontjából hatékonyan akarjuk összeállítani, mindig felmerül a kérdés: hogyan lehet a legegyszerűbb és a leghatékonyabb módon kifejezni az adatok azon legfontosabb jellemzőit, amelyekkel egy adott helyzetben alkalmazott speciális gazdaságpolitika hatásait becsüljük meg. A szerző tulajdonképpen ennek a kérdésnek a megválaszolására törekszik tanulmányában.

A gazdasági tervezés modelljei után az ötvenes évek második felében R. Frisch egyre inkább nagyméretű programozási modellekkel kezdett foglalkozni. Nézetét a programozási modellek felhasználásáról a *Bevezetés az Osló Channel modellhez. A gazdasági előrejelzés és programozás típusai* c. tanulmány tekinti át.

Közismert, hogy a dinamikus közgazdasági elmélet fejlődésében R. Frisch ugyancsak úttörő szerepet játszott. Munkássága ezen a területen is kiterjedt a logikai, fogalmi és módszertani bázis kidolgozására, speciálisan viszont elsősorban a gazdasági cikluselmélettel foglalkozott. A dinamikus közgazdaság területén elsősorban *Az egyensúly és az egyensúlytalanság fogalmáról* c. cikke vált nemzetközileg ismertté. Űgy építette fel a dinamikus közgazdaságtan fogalmait, hogy azok még ma is az elmélet standard alapjául szolgálnak. Az olvasó megismerkedhet olyan fogalmakkal, mint pl. a statikus, stationer és dinamikus állapot, az egyensúly, a stabil és instabil egyensúly stb.

R. Frisch szerepe az „akcelerator-elv” megvilágításában, valamint a gazdasági cikluselméletnek az akcelerator-elv alapján történő magyarázatában nemzetközileg is jól ismert. *A terjedés és az impulzus kérdései a dinamikus közgazdaságtanban* c. tanulmányában jut el R. Frisch a gazdasági cikluselmélet eredeti és matematikailag teljes megfogalmazásához. Ez a tanulmány egy ciklusmodell makroökonómiai kategóriákra épülő rendszerét ismerteti. A ciklust magyarázó főbb komponensek: az akcelerator-elv, a pótlólagos beruházások hatásai és a beruházások átfutási időigénye. R. Frisch a fogyasztásba egy dinamikus elemet visz be, nevezetesen azt a hatást, hogy a készpénzhiány visszatartja a fogyasztást. Ez a gazdasági modell sokkal csiszoltabb és átfogóbb, mint több későbbi és nemzetközileg jól ismert dinamikus modell. Frisch modellje kevert differencia-differenciálegyenletekből áll, s így a megoldás jóval nehezebb, mint a tisztán differencia, ill. differenciálegyenletekből álló egyszerűbb rendszereké. *Paul Samuelson* az ún. megfelelően elvben látja Frisch tanulmányának jelentőségét és a következőket írja: „Ennek az elvnek a

megértése rendkívül fontos egy olyan időszakban, amikor a tiszta közgazdaságtan elméletben a gondolkodás forradalmasodása megy végbe a statikustól a dinamikus szemlélethez való közeledéssel. Noha a közgazdasági irodalomban már korábban is fellelhetünk néhány idevágó kísérletet, a „statikustól a dinamikushoz” vezető forradalom kezdetét mégis Ragnar Frischnek a *Cassel* tiszteletére kiadott tanulmánykötetben megjelent publikációjához kell fűznünk. Ugyanebben a tanulmányában R. Frisch továbbfejlesztette *Wicksell* és *Akerman* gondolatait is. Szerinte a gazdaságot érő „szabálytalan megrázkódtatások” a gazdasági ciklusokra jellemző ingadozásokká transzformálódhatnak.

*Slutsky* és *Yule* statisztikusok munkájára támaszkodva kimutatta, hogy a szabálytalan megrázkódtatások nélküli rendszer matematikai megoldása hogyan kezelhető olyan súlyrendszerként, amely ezeket a szabálytalan megrázkódtatásokat a gazdasági ciklus hullámszerűségét igen jól közelítő ingadozásokká alakítja át. E mechanizmus leírásához olyan eszközöket használ fel, amelyek azóta a kutatás egyik legfontosabb segédeszközeiként, szimulációs vagy Monte-Carló módszerek néven, váltak ismertté.

Az olvasó az említettekén kívül még három tanulmányt talál a kötetben, nevezetesen: *Monopólium — polipólium — az erő fogalma a közgazdaságtanban*, továbbá *Az általános közgazdasági elmélet időszériú kérdésének áttekintése. Az indexszámok problémája*, s végül a *Politikai preferenciák kialakítására irányuló együttműködés politikusok és ökonometrikusok között*. Az első két tanulmány a korábbi ismeretek rendszerezésén túl sok új és eredeti gondolatot tár az olvasó elé; az első pl. kimutatja a polipóliumelméletet és a modern játékelméleti közötti hasonlatosságot. Az utolsó tanulmány a Nobel-díj ülésen elhangzott előadás sajtó alá rendezett, kibővített szövege. Célja egy olyan preferenciafüggvény megfogalmazása, amely alátámasztja az igazán optimális gazdaságpolitika koncepcióját.

A tanulmányok fordítói dícséretre méltó munkát végeztek.

Összegezésképpen megállapíthatjuk, hogy a kiadvány hasznos lehet a hazai olvasótábornak: közgazdászoknak, matematikus-közgazdászoknak és statisztikusnak egyaránt.

MÓCZÁR JÓZSEF

KOPLIN, H. T.: *Microeconomic Analysis. Welfare and Efficiency in Private and Public Sectors*, New York, 1971. Harper and Row Publishers, 337 p.

A könyv — mint azt címe is mutatja — mikro-szintű közgazdaságtannal foglalkozik. A vállalatok és háztartások viselkedését vizsgálja különböző piaci viszonyok között. Analizálja az állam mikro-szintű tevékenységét, annak lehetőségeit és konzekvenciáit is. Vizsgálatait a közömböségi görbék, de legfőképp a termelési és költség függvények módszerével végzi. A termelési és költség függvényekkel foglalkozó szakember számára különösen érdekes a könyv, mert a különböző piaci szituációkat e módszerek segítségével elemzi és felhasználási lehetőségeit széles skálájával ismerteti meg az olvasót. Minden elemzett gazdasági szituációt részletesen megvizsgál a hatékonyság szempontjából, ahol a hatékonyságot a Pareto-optimum fogalmánál általánosabb értelemben használja. Egy változást akkor nevez hatékonynak, ha a változásból származó nyereségek meghaladják a velejáró veszteségeket. Egy gazdasági változásnál egyesek általában jól járnak, míg mások rosszul. Ha a gazdasági változás olyan természetű, hogy a kedvezőbb helyzetbe kerültek nyeresége nagyobb, mint a kedvezőtlenbe kerültek vesztesége, akkor a változást a könyv hatékonynak nevezi az elosztási viszonyoktól függetlenül. Az első fejezet e hatékonyság-fogalom bevezetésével és a gazdasági jólét definíciójával foglalkozik, a könyvben használt technika rövid ismertetése mellett.

Ezután az egyének keresleti és kínálati görbéinek meghatározó tényezőivel foglalkozik. Megvizsgálja a görbék elaszticitását befolyásoló faktorokat éppúgy, mint a görbék alakulását ár és jövedelem változások esetén. Majd Edgeworth box-diagram módszerével a csere viszonyokat tárgyalja tisztaverseny és monopóliumos piacokon. Az utóbbi eset több alfaját is megvizsgálja, nevezetesen monopolista eladó, monopolista vevő (monopszónia) illetve ezek különböző erőket képviselő változatainak piaci szereplése esetén. Mind-egyik esetnek tárgyalja a fenti értelemben vett gazdasági hatékonyságát.

A tiszta csere tárgyalása után a cégek viselkedését veszi bonckés alá. Megvizsgálja a termelés költségeinek és jövedelmeinek természetét. Először a cégek hosszútávú viselkedését vizsgálja. A termelési függvények közül csak a Cobb—Douglas függvényt tárgyalja röviden, mert célja nem a termelési függvények különböző változatainak ismertetése, hanem magával

a termelési függvények módszerével különböző gazdasági szituációk elemzése. A termelési függvényből levezeti a hozzátartozó költségfüggvényt, majd rátér a rövid távú analízis sajátosságainak általános tárgyalására. Összehasonlítja a hosszú- és rövidtávú költségfüggvényeket, mégpedig háromfajta iparágban: a konstans, a növekvő és a csökkenő átlagköltségű iparágakban.

A cégek termelési sajátosságainak tárgyalása után a magánszektor piaci viszonyait analizálja. Itt először a tiszta verseny piacok hosszú- illetve rövidtávú analízisét adja. Megvizsgálja, hogy e két fajta viselkedés milyen kapcsolatban áll egymással, továbbá, hogy egyes változások, például keresletnövekedés az iparág termékei iránt, vagy új adópolitika milyen hatással vannak az iparág és azon belül a cégek viselkedésére. A tisztaverseny tárgyalásmód után a monopolista viselkedést vizsgálja a termelés függvények módszerével. Elemzi a monopolista árdiszkriminációt és annak különféle fajtáit. Tárgyalja *Joe S. Bain* „barrier pricing” modelljét, *Chamberlinnek* a 30-as évek gazdasági világában nagyhatású „large group” modelljét, majd a monopolista piaci viszonyok egyik speciális esetével az oligopolista piacokkal foglalkozik. Ilyen piacról akkor beszélünk, ha több monopólium van a piacon, melyek meghatározói a több kis cég eselekvéseinek, viszont egymás viselkedését figyelembe kell venniük. Itt először illusztrációképpen a leegyszerűbb és egyben legrégebbi modellt, *Cournot* duopólium modelljét tárgyalja, melyel megkönnyíti a későbbi tárgyalásmód megértését. Szó esik e modellnek a *Bertrand—Edgeworth*-féle továbbfejlesztett változatáról, *Neumann* játékelméletéről, az árak inflexibilitásának kérdéséről és a monopolista „price leadership” modelltől is.

Egy újabb fejezetben a termelés két tényezőjének piacával foglalkozik. A szabadverseny és a különféle monopolista helyzeteket külön-külön tárgyalja. Bemutatja az Euler tétel közgazdasági vonatkozásait, a rent és a quasi-rent fogalmát és ezzel kapcsolatosan *Henry George* adózási elméletét, annak bírálatával együtt.

A magánszektorral kapcsolatos vizsgálódások után a közszívégi szektor analízise következik. Itt megvizsgálja az állam mikroökonómiai tevékenységét, különös tekintettel az externalitások és az adózás kérdéseire. Externalitásokról vagy külső hatásokról akkor beszélünk, ha egy cég termelése során olyan hasznot hajt, amelyért nem kap semmit, vagy olyan kárt

csinál, amelyért nem fizet semmit. Ez utóbbira példa lehet a levegő és víz szennyezése. Az adózással kapcsolatos nyereségeket a terhekkel összeveti és beszél a különböző adózási és dotációs kérdések természetéről. Megismerkedünk az állam árszabályozó politikájának egyes kérdéseivel, a maximális és a minimális árszint rögzítés hatásaival, céljával.

A könyv utolsó része a jóléti közgazdaságtannal foglalkozik. Először a társadalmi optimummal, annak jellemzőivel és azon feltételekkel foglalkozik, amelyek mellett az optimum létezhet. A gazdaság jólétének mérési nehézségeiről, a Pareto optimumról, annak speciális voltáról, a szabadverseny árrendszer és a Pareto optimum kapcsolatáról esik szó. A szerző vázolja a „második legjobb” elméletét és néhány szót ejt a szavazás elméletének kérdéseiről is. Végül megvizsgálja, hogy milyen feltételezések mellett mondhatjuk, hogy a gazdasági berendezkedés vagy viselkedés egy változása növeli vagy csökkenti a társadalom jólétét.

PAP ANDRÁS

CROUCH, R. L.: *Macroeconomics*. London, 1972. Harcourt Brace Jovanovich International Edition 425 p.

A könyv a komparatív statikus makro-közgazdaságtani elméletek modern, összehasonlító tárgyalását nyújtja. Tehát döntően olyan elméletekkel foglalkozik, amelyek a gazdaság két egyensúlyi állapotának összehasonlító analízisével kapcsolatosak és nem vizsgálják az egyik állapotból a másikba vivő utat. A témakör bemutatásához mikroszintről kiindulva felépít egy rövidtávú makromodellt, mégpedig egy két tényező, egy termékes modellt. A két termelési tényező a munka és a tőke. Tehát eléggé leegyszerűsített világot épít fel, amely azonban éppen egyszerűségénél fogva különösen alkalmas a legfontosabb neoklasszikus és neo-Keynes-i tételek bemutatására. A modellnek három gazdasági szereplője van: az egyén, a vállalatok és az állam. A gazdaság egyensúlyi viszonyait négy aggregált piacon tárgyalja, nevezetesen a munka, a termékek, a részvények és a pénz piacon. A pénzpiacot időzjelbe teszi, mert az nem igazi piac. A modellnek két exogén változója van: a pénz kínálata, azaz a kibocsátott pénz mennyisége, és mivel a modell rövidtávú: a tőke állomány. Endogén változók: a munka iránti kereslet, illetve kínálat, a reáljövedelem, a reálfogyasztás, a reálberuházások, a termék iránti kereslet, a megtakarítások, a pénzjövedelem mint

„flow” jellegű változók; és a részvények iránti kereslet, a részvények kínálata, a nominál pénz iránti kereslet és a pénz- és reálkészletek értéke, mint állomány-változók. Az endogén változók között vannak még árváltozók is, mégpedig a termékek ára, a nominál bérszínvonal, illetve a kamatláb reciproka, mint a részvények ára. Mint látható, az állam jelenlétére utaló változók a modellben még nem szerepelnek, ezekkel csak később bővílni ki. A kiinduló (az állam nélküli) modell 15 endogén változót és 16 egyenletet tartalmaz. Itt tárgyalja Walras tételét. A modell kidolgozásával kapcsolatosan meg kell jegyezni, hogy a mikro- és makroszint összhangja erős hangsúlyt kap, természetesen megmutatva a makro-szintnek a mikroszinttől eltérő sajátosságait is.

A szerző e modell keretein belül először bevezeti az olvasót a neoklasszikus közgazdászok világába, majd Keynes elméletével ismerteti meg. A modell neoklasszikus feltételezések esetén neoklasszikus, míg Keynes feltételezései esetén Keynes-féle eredményeket ad. A két közgazdasági iskola egymástól különböző feltételei négy pontban foglalhatók össze.

a) A neoklasszikusok az árakat rugalmasnak tartották, Keynes nem.

b) A neoklasszikus modellekben mind-egyik függvény mentes a „money illusion”-tól, míg Keynesnél nem. „Money illusion”-ról akkor beszélünk, ha bármelyik keresleti vagy kínálati függvény megváltozik olyan változások hatására, amelyek a reáljövedelmet, a relatív árakat, a kamatlábat vagy a reálkészleteket nem változtatják meg.

c) A neoklasszikusok az árak jövőbeni mozgását az adott időszakbeli mozgáshoz képest egység-elasztikusnak tételezték fel, míg Keynes ezt inelasztikusnak tartotta.

d) A neoklasszikusok szerint elosztás hatások nem játszanak szerepet a négy piac egyensúlyának kialakításában, míg Keynes szerint igen.

A könyv először az egyszerűbb, komplikációmentesebb neoklasszikus világot tárgyalja. Olyan fontos tételeket ismerünk meg, mint a pénz semlegességét, a munkanélküliség lehetetlenségét, valamint hogy az állami kiadások növelésével nem változik meg az output szintje, csak annak az állami és magán szektor közötti összetétele módosul (itt építi be a modellt az államot

is). Itt tárgyalja a neoklasszikus *Strict Quantity Theory*-t a Cambridge-i illetve a Fischer egyenlőség segítségével.

A könyv további része a Keynes-féle közgazdaságtannal foglalkozik. Mind a munka, mind a termék piacán, illetve a két pénzügyi piacon merev árakat állapít meg és megvizsgálja ezek implikációit. Foglalkozik az infláció különböző módzataival és azok orvoslási lehetőségeivel. Tárgyalja a szekuláris stagnálás hipotézisét és az akörül kialakult nézeteket. Megismerjük a *Hicks* által kidolgozott IS/LM technika alapjait. E módszer segítségével rendkívül elegáns módon levezethető egy-két korábbi tétel és ezenkívül segítségével sok mindent megtudunk az állam pénzzel, kiadásokkal illetve adózással folytatott politikájának értelméről, hatékonyságáról, lehetőségeiről. Ez utóbbi gondolat-körben megismerünk egy jövedelem determinációval kapcsolatos szukcesszív approximációs technikát is, melyben nagy szerepe van a statikus multiplikátoroknak. Megvizsgálja azokat a tényezőket, amelyek a multiplikátorok nagyságát befolyásolják.

A szerző külön fejezetben foglalja össze a neoklasszikusok és a neo-Keynes-i közgazdászok közti legfontosabb eltéréseket, nézeteik bírálata mellett. A neoklasszikusok tulajdonképpen hosszabb távú analízist képviselnek, míg Keynes eredményei rövidebb távra vonatkoznak. A két elmélet közti különbséget Keynes két értelmező-jének, *Clowernek* és *Leijonhufvudnak* egyensúlytalansági magyarázatán keresztül mutatja be. A legfőbb eltérés az, hogy Keynes elveti a neoklasszikusoknál döntő szerepet játszó „tátonnement” (próbálgatás) processzust és így az árrugalmasság elégtelen lesz az egyensúly gyors biztosításához. Ez azonban már kivezet a komparatív-statikus vizsgálatok köréből a makroközgazdaságtani egyensúlytalanság elméleteihez. Végül függelékben foglalkozik a szerző az Egyesült Államok kormányának pénzügyi, adó és költségekési politikájával.

A könyv matematikai igénye nem nagy, lényegében az egyszerűbb analízisbeli ismeretekre korlátozódik. Minden fejezet végén összefoglalás és kérdések segítik a jobb megértést, a tudás ellenőrzését.



# TUDOMÁNYOS ÉLET

## Világmodellek\*

A Római Klub nézetei a közelgő világcatasztrófáról, amely a természeti erőforrások kimerülése, a környezet elszennyeződése, a mezőgazdasági termelés viszonylag lassú és a népességnövekedés gyors üteme miatt következne be, nemcsak a szaktudósok, hanem a nagyközönség körében is széles körben ismertté váltak. Ezekkel a nézetekkel, illetve kritikáikkal magyar nem-szakfolyóiratokban megjelent tanulmányok is foglalkoztak. 1973-ban a sussexi egyetemnek egy multidiszciplináris (közgazdászt, szociológust, matematikust, biológust, fizikust, politológust magában foglaló) kutatócsoportja részletesen és sokoldalúan bírálta a Római Klub kezdeményezésére írott munkákat, közöttük elsősorban Forrester „világdinamikáját”, valamint Meadows-éknak a növekedés hatáiról írott népszerűsítő könyvét. Mivel a Római Klub nézeteit igen széles matematikai apparátus támasztja alá és kritikájuk is részben éppen a világmodell felépítésére és általában a hasonló nagyméretű modellek felhasználási lehetőségeire vonatkozik, célszerűnek látszik, hogy a Szigma ismertesse a vitának ezt a matematikai közgazdaságtannal összefüggő oldalát.

Bevezetésképpen érdemes a művek keletkezéstörténetét röviden ismertetni. Forrester az ipari vállalatok vezetésének professzora, jelentős technikai találmányai vannak a szervomechanizmusok, a digitális információ tárolás és az ipari vezérlés területén. Megközelítése alapvetően mérnöki és nem közgazdaságtani jellegű. Módszerét, amelyet rendszer dinamikának nevez, először *Industrial Dynamics* című művében írta le, majd a városok fejlődésének és leromlásának problémáira alkalmazta *Urban Dynamics* című könyvében.

A Római Klub, amelyet Aurelio Peccei olasz gyáriparos hozott létre, meghívta Forrester, hogy ismertesse módszerét, és használhatónak találta azt a Klub érdeklődésének középpontjában álló világproblémák modellezésére. A Klub kezdeményezésére a Volkswagen Alapítvány vállalta a munka finanszírozását és azzal D. L. Meadows-t, Forrester munkatársát bízta meg. Először Forrester írta meg saját elképzeléseit a világmodellről, majd Meadows és társai írtak számos anyagot, tanulmányt, amelyekben lényegesen részletesebb modelljüket és a számítások eredményeit mutatták be. Eredményeiket többé-kevésbé népszerű formában (matematikai apparátus nélkül) foglalták össze *Limits to Growth* című munkájukban.

A sussexi egyetem tudománypolitikai kutató csoportja *Thinking about the Future* című munkájában egyrészt végigvizsgálta mind Forrester, mind Meadows és társai modelljének egyes alrendszereit, a bennük foglalt egyenleteket és paramétereket, az alkalmazott feltevéseket és érzékenységvizsgálatokat végzett a modellek megváltoztatott paraméterekkel való futtatása útján, másrészt elemezte a növekedés határai koncepciójának tudománytörténeti hátterét és a mögötte meghúzódó jelenlegi gazdasági és politikai érdekeket.

A Forrester által kidolgozott *Világ II* modell a következő nagy tömbökből áll: 1. népesség, 2. természeti erőforrások, 3. ipari termelés és beruházás, 4. mezőgazdasági termelés, 5. szennyeződés. Ezekben a tömbökben viszonylag egyszerű felépítésű egyen-

\* Forrester, J. W.: *World Dynamics*, Cambridge, Mass. 1971. Wright-Allen Press.

Meadows, D. H.—Meadows, D. L.—Randers, J.—Behrens, W. W. III.: *The Limits to Growth*, New York, 1972. Universe Books. 205 p.

Cole, H. S. D.—Freeman, C.—Jahoda, M.—Pavitt, K. L. R. (szerk.): *Thinking about the Future. A Critique of the Limits to Growth*. London, 1973. Sussex University Press.

letek fejezik ki a változók időbeni alakulását. Például a világ népességszámának alakulása a születési és halálozási arányszám különbségétől, a halálozási arányszám alakulása az egy főre jutó élelmiszertermelésétől, a népsűrűségtől (zsúfoltságtól), a környezet szennyezettségétől, stb. függ. A természeti erőforrások adott mennyisége az ipari termelés növekedésének ütemével arányosan esökken. A különböző változók egymásra való hatását multiplikátorok fejezik ki. A hatások elég jelentős késésekkel jelentkeznek. A *Világ II* tehát meglehetősen egyszerű dinamikus modell, amely egy bonyolult rendszer változóinak egymást követő értékeit a kiinduló értékek alapján — a feltételezett paraméterek (multiplikátorok stb.) segítségével — előrebecsüli. Az előrebecslés eredménye igen borulató: a természeti erőforrások rövidesen kifognak, és pedig minél gyorsabb a közeljövőben a gazdasági növekedés, annál gyorsabban; a növekvő ipari termelés növeli a környezet szennyezettségét, amely az emberi életfeltételeket lerontja és ezáltal a népesség csökkenését fogja előidézni; a népesség növekedése rövid időn belül az élelmiszer termelés gátjába is beleütközik, mert a mezőgazdasági termelés jellemző csökkenő hozadék következtében az élelmiszertermelés nem képes lépést tartani a népesség növekedésével, illetve egyre több erőforrást von el az ipari beruházásoktól és ezáltal megállítja az ipari növekedést. Tehát a világot fenyegeti egy erőforrás-kimerülési, egy elszennyeződési és egy éhínség katasztrófa. Ha sikerül is elkerülni az egyiket, a többiek szükségképpen bekövetkeznek. A katasztrófák ezért csak igen drasztikus intézkedésekkel hártathatók el: a népesség növekedést meg kell állítani (családonként nem lehet több két gyermeknél), a beruházásokat és a gazdasági növekedést vissza kell fogni, és nagy erőfeszítéseket kell tenni a környezet szennyeződésének megállítására. Ezeknek a javaslatoknak hatásait azonban Forrester már nem modellezi. Úgy látszik, hogy a modelltől nem is lehet semmilyen optimistább következtetésre jutni, a katasztrófák egyike — legbiztosabban az erőforrások kimerülése — előbb vagy utóbb szükségképpen bekövetkezik a modell alapfeltevései értelmében.

Meadows *Világ III* modellje tulajdonképpen csak Forrester modelljének részletesebb változata. Háromszor annyi egyenletet tartalmaz, az egyenletekben szereplő paraméterekben lényegesen nagyobb mértékben igyekeztek empirikus adatokat figyelembe venni, a modell felépítése és jellege azonban ugyanolyan maradt. A *Limits to Growth* csak a modellszámítások eredményeit közli, a *Thinking about the Future* című könyvben azonban a szerzők Meadows-ék más munkáira támaszkodva részletesen leírják a modellt.

A modell általános jellemzői a következők. A világ zárt rendszert alkot, minden változó endogén. A paramétereket többnyire nem finom ökonometria módszerekkel, hanem igen egyszerű becslésekkel állapították meg, vagy egyszerűen hipotetikus értékeket választottak. A modellt nem szerepelnek technológiai és társadalmi visszacsatolási mechanizmusok, vagyis a gazdasági körülmények változása nem ösztönöz technológiai változásokra és a társadalom értékeinek, preferenciáinak változásaira. Nincsenek a modellben árak, amelyek a visszacsatolásokat közvetíthetnék. Az egész világ egyetlen szektort alkot, tehát még olyan durva bontást sem alkalmaz, mint amilyen a fejlett és elmaradott országok megkülönböztetése lehetne. A modell alapvetően determinisztikus jellegű.

A *Világ III* erőforrás alrendszere azon a feltevésen alapul, hogy a természeti erőforrások készlete körülbelül 250 évre elegendő (a jelenlegi fogyasztás mellett). Az ipari termelés folyamatosan fogyasztja ezeket, ezzel párhuzamosan nőnek a kitermelési költségek és egyre nagyobb beruházásokat fog igényelni az ismert, de még nem használt erőforrások tartalékok feltárása. Ennek következtében a természeti erőforrás szektor a beruházásoknak egyre nagyobb részét vonja el az ipari beruházásoktól. Nincs olyan műszaki fejlődés, amely eddig ismeretlen erőforrásokat tárna fel vagy a kitermelést olcsóbbá tenné.

W. Page a sussexi kutatócsoport könyvében egyrészt arra mutat rá, hogy az erőforrás készletek a feltételezettnél sokszorososan nagyobbak és nem az abszolút hiány, hanem a technológiai nehézségek és a gazdasági tényezők (költségek) akadályozzák a kitermelés növelését. Másrészt az elmúlt évtizedekben a bányászati technológiák fejlődése ellensúlyozni tudta a nehezebben hozzáférhető készletek kitermeléséből adódó költség növekedést, ezért indokolt arra számítani, hogy ez a jövőben sem változik. Számítani lehet a hulladékok hasznosításának tökéletesítésére és az erőforrások egyre takarékosabb felhasználására is. Mindez azonban nem változtat azon, hogy átmenetileg egy-egy erőforrás szűkössé válhat és ára emelkedhet. Ilyen elsősorban az olaj, amint azt az energia-forrásokkal foglalkozó tanulmányban A. J. Surrey és A. J. Bromley megállapítják. De ebben az esetben sem a fizikai hiány okozza a fő problémát, hanem a gyorsan növekedő fogyasztás miatt szükségessé váló gazdasági és társadalmi változások.

A népesedési alrendszert szintén W. Page elemezte. Ebben az alrendszerben az egyik fő változó a termékenység. Ez egyrészt függ a maximális teljes normál termékenységtől

amelyet 12 gyermekkel vesznek egyenlőnek. A ténylegesen érvényesülő teljes maximális termékenység ennél kisebb, mert a nők jelentős része nem éli végig a propagatív életszakaszt. Ebben az értelemben a halandóság javulása a tényleges termékenység növelése irányában hat. A születésszámot ezen kívül befolyásolja a kívánt gyermekszám. Ez függ a gazdasági fejlődéstől egyrészt olyan módon, hogy maga a jövedelem emelkedés a termékenység növekedésének irányában hat (mert nagyobb jövedelemből több gyermeket lehet eltartani), másrészt a gazdasági fejlődéssel együttjáró társadalmi struktúra változások (városiasodás, az iskolai végzettség emelkedése stb.) a gyermekszám csökkenése irányában hatnak. A modell azt is feltételezi, hogy létezik valamilyen alapvető vágy a gyermekek iránt és ez a családonkénti négy gyermekes átlag kialakulása irányában hat, az említett jövedelmi és strukturális hatások ezt a négy gyermekes átlagot módosítják. Itt meg kell jegyezni, hogy bár a termékenységre ható tényezők felépítése a modellben nagyjából megfelel a demográfiai elmélet mai állásának, ez utóbbi tenőző, a négy gyermek utáni természetes vágy, semmilyen empirikus adattal sem igazolható. Arra vonatkozóan sincs empirikus alapunk, hogyan befolyásolja számszerűen a jövedelememelkedés és a fejlődéssel járó strukturális változás a termékenységet. Ezért teljesen hipotetikus a modellnek az a feltételezése, hogy bizonyos fejlettségi szint fölött a tényleges gyermekszám nőni kezd a gazdasági fejlődéssel párhuzamosan. A hatvanas évek közepe óta Amerikában és Nyugat-Európában bekövetkezett születésszám csökkenés teljesen rácafolni látszik erre az elképzelésre. A világmodell népesedési prognózisa viszont éppen ezen és a négygyermekes természetes családideálon alapul. Mivel egyik sem reális, a modell népesedési prognózisa sem az.

A népesedési alrendszer másik fő változója a halandóság. A világmodell feltételezi, hogy a halandóságot egyrészt kedvezőtlenül befolyásolja a szőlőfűrés és a környezeti szennyezettség növekedése, másrészt függ az egészségügyi szolgáltatásoktól (amelyek a harmadik szektor beruházásainak egy részét alkotják), valamint az egy főre jutó élelmiszertermeléstől. A világmodell szerint a következő évtizedekben nő a népsűrűség, nő a szennyezettség, és hamarosan csökkenni kezd az egy főre jutó élelmiszertermelés és egészségügyi szolgáltatás színvonala, mert a megtermelt nemzeti jövedelemnek egyre nagyobb részét köti le a természeti erőforrások kitermelése és az élelmiszertermelés fokozása kedvezőtlenebb mezőgazdasági területeken. Ezért népesedési katasztrófa következik be a halandóság hirtelen megnövekedése miatt, és ez csökkenti majd a születésszámot (mert a nők rövidebb ideig élnek) és a népességszámot is. Látható tehát, hogy a világmodellben semmi olyan mechanizmus sem szerepel, amelyen keresztül a világ népessége születésszámát korlátozza, amikor a népesség növekedése az élelmiszertermelés korlátjába ütközik. A népesedés története viszont éppen azt látszik bizonyítani, hogy hasonló helyzetekben egy-egy ország vagy vidék népessége előbb-utóbb mindig megtalálta a születésszám korlátozásának módját. Ez ilyen társadalmi visszacsatolások hiánya különben az egész világmodell jellemzi. Ha ilyen visszacsatolás a valóságban létezik, akkor a jövő természetesen egészen másképpen zajlik le, mint ahogyan ezt a világmodell jósolja.

A mezőgazdasági termelés alrendszere, amelyről a sussexi kutatócsoport könyvében *P. K. Marstand* és *K. L. R. Pavitt* írt, tulajdonképpen azt a ricardói tételt fogalmazza meg modell alakban, hogy a mezőgazdasági termelés növekedésével párhuzamosan egyre rosszabb minőségű földeket kell a termelésbe bevonni, ezért a hozadékok csökkennek. Ehhez járul, hogy a levegő szennyeződése csökkenteni fogja a terméshozamokat, maga a tőkeintenzív mezőgazdaság tartósan elszennyezi a földterületet és a hosszan tartó megművelés is visszafordíthatatlan eróziót eredményez. A modell szerint a mezőgazdaságban nincs műszaki fejlődés, amely ezeket a folyamatokat feltartóztathatná. A múltban viszont éppen e műszaki fejlődés miatt nem érvényesült a csökkenő hozadék a mezőgazdaságban. A bírálók e hiányosságban kívül kiemelik azt is, hogy a világmodell egyáltalán nem veszi figyelembe a mezőgazdaságilag megművelhető földterületen országok közötti megoszlását, pedig éppen ez a megoszlás okozza ma a legnagyobb problémákat a világ népességének élelmiszerellátásában. Egyes országokban sok az ember, de nincs föld, amelyet megműveljen, más országokban sok a föld, de nincs ember, aki megművelje. Ha ez az akadályozó tényező nem hatna, akkor még sokáig egyáltalán nem merülhetne fel a csökkenő hozadék.

A világmodellben az ipari termelés és a tőkejavak egyetlen alrendszer alkotnak, ugyanis az ipari termelés egy részét fordítják beruházásra az iparban (második szektor), a mezőgazdaságban és bányászatban (első szektor) és a harmadik szektorban. Mivel az első szektorban a termelés növelése egyre nagyobb beruházásokat igényel, az ipar és a harmadik szektor egyre kevesebb beruházást kap, így a gazdasági növekedés stagnálásba, majd visszaesésbe megy át. A modell állandó 3 értékű tőke/termelés együtthatót tételez fel, ebben a szektorban tehát nincs csökkenő hozadék és van műszaki fejlődés. A szekto-

rok egymáshoz viszonyított termelése a világban a közelmúltban megfigyelt arányban fog alakulni (Chenery ismert adatai szerint). Amint azonban a sussexi kutatócsoport két tagja, *P. A. Julien* és *C. Freeman* rámutatnak, az 1960-as években különböző fejlettségű országokban megfigyelt szektor-arányok semmiképpen sem értelmezhetőek fejlődési törvényszerűségként, nem lehet azt mondani, hogy amikor az egész világ eléri az amerikai gazdaság jelenlegi fejlettségi szintjét, akkor a világon a szektorok aránya meg fog egyezni a jelenlegi amerikai aránnyal, már csak azért sem, mert ezeket a mai arányokat a külkereskedelem erősen befolyásolja. Azt is erősen megkérdőjelezzük, hogy a világ népességének fogyasztási preferenciái, értékelései a jövőben a mai fejlett országokban megfigyelt preferenciák szerint fognak-e alakulni.

Végül a világmodell szennyeződés alrendszere, amelyet a sussexiek részéről *P. K. Marstrand* és *T. C. Sinclair* bírált, azon az egyszerű tételre alapul, hogy mind az ipari, mind a mezőgazdasági termeléssel arányos mennyiségű szennyeződés jön létre, így a termelés növekedésekor nő a világ szennyezettsége, ugyanakkor annak szennyeződés elnyelő kapacitása változatlan. A világmodell feltételezi, hogy az 1970. évinek 25-szöröse az a maximális szennyeződés mennyiség, amelyet a környezet még fel tud szívni. A modell egyáltalán nem veszi figyelembe annak a lehetőségét, hogy az egységnyi termelésre jutó szennyeződés mennyiségét műszaki újításokkal csökkenteni lehet, és hogy a szennyeződés egyrészt esetleg művi úton fel lehet dolgozni. Ténylegesen azonban úgy látszik, hogy az évi nemzeti jövedelem egy törtrészének (körülbelül 0,5—2,0 százaléknak) felhasználásával meg lehetne akadályozni a szennyeződés növekedését ezekben az országokban. A bírálók rámutatnak, hogy a világmodell kidolgozóí azáltal, hogy a szennyeződésre összpontosítottak, elterelték a figyelmet a gazdasági növekedés más társadalmi költségeiről (pl. a munkahelyi balesetekről, a strukturális változásokhoz való alkalmazkodás nehézségeiről).

*H. S. D. Cole* és *R. C. Curnow* leírják, hogy a sussexi kutatócsoport keretében kísérleteket végeztek a világmodellel olyan módon, hogy kissé megváltoztatott paraméterekkel, feltételekkel, új összefüggések beépítésével futtatták őket. Ezeket a futtatásokat semmiképpen sem tekintik reális előrebecsléseknek, csupán érzékenységi vizsgálatoknak. Tisztázódott, hogy némely paraméternek kisfokú változtatása esetén egészen más jövőbeli folyamatokat kapnak. Némely esetben a katasztrófa időben kitolódik, máskor egyáltalán nem következik be a következő kétszáz évben. Teljesen megváltozik a modell működése, ha visszacsatolási mechanizmusokat építenek be, amelyek technológiai, gazdasági és társadalmi-politikai alkalmazkodási folyamatokat indítanak meg. Éppen ezeknek a legkritikusabb paramétereknek az értéke nagyon bizonytalan a világmodellekben. Kidolgozók a lehetséges értékek közül következetesen a pesszimistábbakat választották, tehát messzemenően hagyták érvényesülni saját értékítéleteiket, ugyanakkor ezt a tényt a matematikai modell látszólagos objektivitása mögé rejtették. *C. Freeman* a bevezető fejezetben találoán jellemezte a világmodelleket így: „Malthus egy computerrel”.

A világmodell tehát megmutatták, mire és hogyan nem szabad a matematikai modelleket felhasználni. Egyrészt világossá vált, hogy egy ipari üzem vezérlésére jól használható modell-típus nem alkalmas a sokkal bonyolultabb összefüggéseket tartalmazó világméretű folyamatok leírására és előrebecslésére. Másrészt a megfelelő statisztikai adatbázis nélkül felépített modellt csupán gondolkísérletekre szabad használni, a belőle kapott eredményeket nem lehet a vlóságos folyamatok előrebecslésének tekinteni. Különösen veszélyes az exponenciális trendek egyszerű meghosszabbítása. A gazdasági folyamatok hasonló hosszútávú modelljeiben túlzott leegyszerűsítést jelent az árváltozások, az azokon keresztül megvalósuló alkalmazkodási folyamatok elhanyagolása. Mellettük figyelembe kell venni más társadalmi alkalmazkodási mechanizmusokat is. Egy rendszer modellnek éppen az kellene, hogy legyen a fő jellemzője, hogy szerepelnek benne azok a visszacsatolások, amelyek keresztül a rendszer működésének szabályozása megvalósul. Mindez természetesen nem jelenti azt, — ezt a sussexi kutatócsoport tagjai is erősen hangsúlyozták — hogy a világmodellekben vizsgált jelenségek; a környezet szennyeződése, az energiaellátás, a világ növekvő népességének élelmezése nem érdemlik a szaktudományok különleges figyelmét. Éppen a tudományos kutatások felismerései, eredményeik átültetése a gyakorlatba alkotják az egyik fontos visszacsatolási mechanizmust, amely a katasztrófális helyzetek elkerülése irányában hat.

## Az "EURO I" konferenciáról

1975. január 27—29 között Brüsszelben rendezték az *Operációkutatás I. Európai Kongresszusát* (EURO I.) az IFORS támogatásával. A konferencia fő célja az volt, hogy az IFORS-on belül — az amerikai vezetési hegemóniával szakítva — az európai országok létrehozzák saját munkacsoportjait, és ezek között rendszeres és szoros együttműködést teremtsenek.

Az EURO I. konferencián 25 európai ország 466 küldötte vett részt. Ezek között 5 szocialista országot 9 fő (Magyarországot 3 fő) képviselte.

A konferencián — a nyitó és záró plenáris üléseken kívül — 4 párhuzamos szekcióban folytak az előadások, angol és francia nyelven. A szekció-ülések főbb témakörei az alábbiak voltak:

- a) Matematikai programozás.
- b) Szállítási és telepítési problémák.
- c) Branch and bound módszerek.
- d) Szimulációs eljárások.
- e) Játékelmélet.
- f) Döntésméletek, termelésprogramozás.
- g) Sorbanállási módszerek és kontrollméletek.
- h) Vezetési problémák.
- i) Hálótechnikai és gráfelméleti módszerek.
- j) Készletmodellek.
- k) Állami szektor döntési modelljei.
- l) Egészségügy területén alkalmazható módszerek.
- m) Operációkutatás az oktatásban.

A három nap alatt mintegy 100 előadás hangzott el. Az előadások nagy száma, és az egyes előadásokra fordított rövid idő (kb. 15—20 perc) rányomta a bélyegét a konferenciára. Az előadások nagy része elvi jellegű volt, az általánosság szintjén mozgott, csak kevés előadástól készült írásos anyag. Konkrétan alkalmazott modellekről, gyakorlati eredményekről sajnos keveset hallottunk e néhány nap alatt.

A megnyitót H. J. ZIMMERMANN és J. P. BRANS professzorok tartották. Ebben vázolták, hogy mennyire fontosnak tartják az európai országok operációkutatási szakembereinek szakmai összefogását, egymás tájékoztatását. E célból a jövőben is szándékukban áll konferenciákat szervezni. A nyitó plenáris ülésen M. THEYS az operációkutatás vezetésben való alkalmazásának szerepéről beszélt, míg a záró plenáris ülésen R. C. TOMLINSON *Az operációkutatás jelene és jövője* címmel tartott előadást. Mindkettő azt fejtegette előadásában, hogy az operációkutatási munkát igen dinamikus és komplexen kell értelmezni. Beletartoznak a matematikai modelleken és algoritmusokon kívül a vezetésirányítás módszerei, a széleskörű adatháttér megteremtése, rendszerszervezés és rendszerelemzés stb. A különböző típusú szakembereknek operációkutatási teamekben együttműködve kell dolgozniuk a közös cél érdekében. Nem szabad a matematikai algoritmusokat öncélúan fejleszteni, szoros együttműködésre van szükség a matematikusok és más szakemberek között. Hangsúlyozták a rendszerelmélet fontosságát, az egytemek szerepét az elméleti tanácsadásban és a társadalomtudományok szerepét az operációkutatás fejlődésében. Rámutattak arra, hogy még viszonylag kevés a konkrét gyakorlati alkalmazás, sajnos sokan megelégszenek elegáns elméleti eredményekkel, a kutatás nagyon lazán kapcsolódik a gyakorlat igényeihez.

Az előadások között néhány az adott témakörben eddig elért eredményeket tekintette át. Közülük kiemelkedtek T. GAL *Parametrikus programozás* (igen bő irodalomjegyzéket is bocsátott hallgatóság rendelkezésére), és B. KORTE *Integer programozás* c. előadásai. Az utóbbi rámutatott arra, hogy egyre több helyen merül fel az integer programozás iránti igény, több speciális esetre készültek algoritmusok, számítógépi programok, de az általános eljárások nagyon bonyolultak és számítógép-igényesek. A kutatások igen sok irányban folynak, és még messze vagyunk a hatékony és általánosan is alkalmazható algoritmusok kidolgozásától.

A következőkben néhány szakmailag érdekesebb előadást emelünk ki a többi közül. B. G. MADSON *Különböző dekompozíciós algoritmusok numerikus összehasonlítása* címmel tartott előadást. Ma már az irodalomból igen sok (50—100) dekompozíciós algoritmus ismeretes. Legtöbbször azonban csak leírják az elméletet, és kevesen veszik a fáradságot az egyes algoritmusok numerikus összehasonlítására. Az előadó nyolc különböző dekompo-

ziciós algoritmust vett elemzés alá teszt-példák sorozatával (a számításokat IBM 370/165 számítógépen végezték), és pedíg: Danzig—Wolfe algoritmus, Danzig—Wolfe algoritmus korlátos főprogrammal (DWRM), Balas algoritmus (BIF), Kornai—Lipták (KL) algoritmus, Kornai—Lipták algoritmus módosított változata, Malinvaud—Thygesen módszer, Silverman módszer, Mesarovic módszer. Az előadó a teszt-példák alapján ismertette az egyes módszerek konvergenciájának gyorsaságát, és erről grafikont is közölt (l. 1. sz. ábra). Konklúzióként megállapította, hogy leghatékonyabbnak a DWRM és a BIF program bizonyult. A KL módszer közgazdaságilag jól értelmezhető, de véleménye szerint igen lassan konvergáló eljárás.

DW — Dantzig — Wolfe

DWRM — Dantzig — Wolfe algoritmus korlátos főprogrammal

BIP Balas

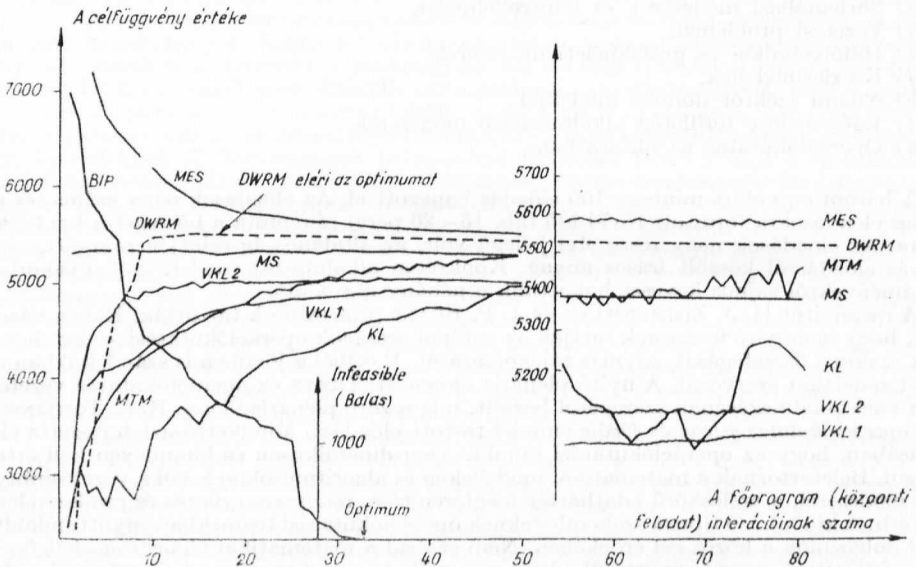
KL — Kornai — Lipták

VKL 1-2 — Kornai — Lipták algoritmus módosított változatai

MTM — Malinvaud — Thygesen

MS — Silverman

MES — Mesarovic



1. sz. ábra

Madsen összehasonlító grafikonja a 8 dekompozíciós algoritmus konvergenciójáról. A teszt feladatban 5 közös sor volt és az 5 részfeladat mindegyikében 6 sor és 16 oszlop szerepelt.

L. CHALMET és L. GELDERA *A raktárok helyes telepítésének modellje* c. előadásukban a termelő üzemek—raktárak közötti minimális szállítási és egyéb költségek optimalizálásával kialakított telepítési problémákat ismertették. (A raktároknál megkülönböztették az alapanyagraktárakat a csomagolóanyag- és készáru raktáraktól). A megoldásra különböző optimalizálási és heurisztikus eljárásokat ismertettek.

J. C. ROOSE és P. RIEMERSMA a szállítási hálózat gazdaságos igénybevételének problémájára mutatott be egy heurisztikus módszert. A feladat a városközpontok közötti vasúti-közúti hálózat optimális struktúrájának meghatározása a közlekedési áramlások és költségek figyelembevételével. Az előadók a módszert, az algoritmust és a számítási időigényt (IBM 360/50) részletesen ismertették. A módszert Hollandiában alkalmazták.

C. EDEN *Döntési modellek, dinamikus cél-rendszerek* címmel tartott előadást. Ebben a többes célfüggvény kezelésének módszereivel foglalkozott. A különböző célfüggvényeket additív, multiplikatív súlyokkal igyekszik közös nevezőre hozni. A paraméteres eljárásokat és a különböző célok dinamikus vizsgálatát javasolja.

T. P. TURNER és K. ALDRED előadása az angol kormány pénzügyi vezetési rendszerében alkalmazott operációkutatási módszereket ismertette. Külön kitért az éves és a hosszútávú tervekészítésre. Az operációkutatási módszerek alkalmazhatóságát a pénzügyi tervezés területén csak elvileg vizsgálta és nem tért ki a módszerek, eljárások ismertetésére.

M. FIELDHOUSE *Elosztási rendszerterv folyamatechnika segítségével* című előadása többtermékes, változtatható kapacitású élelmiszeripari elosztási problémát tárgyalt. A feladatban a feladóhelyek termelési kapacitása változó; nagyságától a szállítási költség és a fix költség is függ. Az optimalizálás során kell kialakítani az egyes termelőhelyek optimális kapacitáskihasználási szintjét. A modell megoldására az előadó branch and bound technikát javasolt.

Az előadások mellett a szervezőbizottság lehetőséget adott arra, hogy a hallgatóság érdeklő bármely témakörben — egyéni kezdeményezésre — munkacsoportok, kerekasztal megbeszélések jöjjenek létre. Így kb. 10—15 témakörben volt — 10-20 fős csoportokban — kerekasztal megbeszélés. Néhány az érdekesebb témakörökből:

- Energiaproblémák
- Operációkutatás a nagy társaságok gyakorlatában
- Operációkutatás a bankok szolgálatában
- Programozás és körjárat-szerkesztés
- Várostervezés, közlekedés-elemzés
- Oktatási problémák
- Döntéselőkészítés az állami politikában
- Termelésprogramozás.

E kerekasztal megbeszéléseken — tekintve, hogy csak az arra jelentkezők, a témával foglalkozók vettek részt — igen aktív és élénk volt a vita.

1975. január 29-én az EURO I. konferencia utolsó napján ünnepélyes keretek között megalapították az Európai Operációkutatási Szövetséget (European Association for Operations Research), amelyet EURO-nak neveztek el. Mivel a Szigma rendszeresen tájékoztatja olvasóit a matematikai közgazdaságtan, operációkutatás, informatika és rokonterületeinen létrejött nagyobb nemzetközi szervezetek tevékenységéről célszerűnek látjuk, hogy az EURO szervezetéről már most keletkezésének pillanatában beszámoljunk.

A Szövetség megalakulását és a 11 társaság által aláírt Megállapodás tartalmát ZIMMERMANN professzor ismertette a konferencia résztvevőivel. A Szövetség — amely az IFORS keretein belül működik — célja, hogy szoros kapcsolatot teremtsen az európai operációkutatók között a különböző országok, csoportok elméleti és gyakorlati eredményeinek széleskörű elterjesztése érdekében. Implicit céljai közé tartozik az európai operációkutatás függetlenítése a szakterületen tapasztalható jelentős amerikai befolyástól.

A Megállapodás cikkelyei szerint az ideiglenes Elnökségbe minden aláíró OR társaság egy-egy hivatalos tagot delegál. Az Elnökség tagjai sorából ideiglenes elnököt és titkárt választ, továbbá egy bizottságot, amelynek feladata, hogy 6 hónapon belül alapszabálytervezetet dolgozzon ki. Az alapszabálytervezetet az ideiglenes Elnökség jóváhagyása után a tagszervezeteknek kell ratifikálniuk. Az Alapszabály és ezzel az Európai Szövetség akkor válik elfogadottá, ha már legalább hat ország ratifikálta a kidolgozott tervezetet.

A Megállapodás mellékleteként egy további dokumentum került kidolgozásra, amelynek értelmében az aláíró OR társaságok az operációkutatás területén való együttműködés kiterjesztése érdekében a következőkben állapodtak meg:

Az aláíró társaságok minden tagja élvezi azokat a jogokat és előnyöket, amelyeket az egyes tagszervezetek saját tagjaik számára nyújtanak, kivéve a szavazási jogot és azokat a jogokat, amelyeknek konkrét anyagi konzekvenciái vannak (pl. folyóiratok kézhezvétele stb.). Az utóbbi esetben azonban jogosultak a megszabott díj befizetése esetén a publikációkra, a konferenciákra, szemináriumokon való részvételre stb. is.

Fokozzák a témához kapcsolódó információk cseréjét, informálják egymást munkacsoportjaikról, ezek üléseiről stb., lehetőséget biztosítanak minden az egyezményt aláíró OR társaság tagjának a munkacsoportok munkájában való részvételre.

Európai OR konferenciákat, Európán belül szakcsoportokat szerveznek érdeklődésre számot tartó témákban.

Lehetőségeik szerint támogatják OR társaságok létrehozását más európai országokban is és megadnak ehhez minden lehetséges segítséget. Remélik, hogy ezek a társaságok

csatlakoznak majd az IFORS-hoz, és a későbbiek során aláírják majd a fenti Megállapodást is.

Az egyezményt Belgium, az NSZK, Finnország, Nagy-Britannia, Görögország, Írország, Hollandia, Svédország, Svájc, Dánia, Spanyolország és Franciaország OR társaságai írták alá. Az Európai Operációkutatási Szövetségbe való belépés feltétele az egyes társaságok IFORS tagsága volt.

Az EURO következő konferenciájára 1976/77 telén Svédországban került sor. A társaság megkezdi egy kéthavonta megjelenő európai bulletin publikálását, és megkezdte a tárgyalásokat egy európai folyóirat kiadásáról.

PONGRÁCZ TIBOR—LAMPL TAMÁS



A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Agócs András

Kézirat nyomdába érkezett: 1975. VII. 3. Terjedelem: 13,3 (A/5 ív)  
75.2084 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

Szakemberek számára nélkülözhetetlen

# a KÖZGAZDASÁGI SZEMLE

a Magyar Tudományos Akadémia  
Közgazdasági Bizottságának folyóirata

Főszerkesztő: ZSARNÓCZAI SÁNDOR

A KÖZGAZDASÁGI SZEMLE elméleti tanulmányokon kívül rendszeresen közöl cikkeket

az *ipar*

a *mezőgazdaság*

a *bel- és külkereskedelem*

a *tervgazdálkodás*

a *világgazdaság*

időszerű problémáiról.

Tájékoztat a magyar és a külföldi szakirodalomról;  
ismerteti a külföldi szaksajtó figyelemre méltó termékeit.

A KÖZGAZDASÁGI SZEMLE havonta jelenik meg magyar nyelven, angol és orosz nyelvű összefoglalókkal

Évi előfizetési díja 132,— Ft

Példányonkénti eladási ára 11,— Ft

Előfizethető a Posta Központi Hírlap Irodánál (1900 Budapest, József nádor tér 1.) közvetlenül postautalványon, vagy átutalással a PKHI. 215-96162 pénzforgalmi jelzőszámára, vagy bármely postahivatalnál, a kézbesítőnél és a posta hírlapüzleteiben.

Példányonként és a régebbi számok megrendelhetők az Akadémiai Könyvesboltban, 1368 Budapest V. Váci utca 22, Postafiók 236.

A LEGFRISSEBB EREDMÉNYEKRŐL TÁJÉKOZTATJÁK...

## ÁLLAM- ÉS JOGTUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA ÁLLAM-  
ÉS JOGTUDOMÁNYI INTÉZETÉNEK FOLYÓIRATA

Főszerkesztő: Szabó Imre

A folyóirat közli az Intézetben készült tudományos dolgozatokat, szemleciókakat és jogirodalmi tájékoztatásokat. A tanulmányok elméleti alapkutatás jellegűek, és az állam- és jogtudományok minden területére kiterjednek. Feldolgozzák az állam- és jogelmélet, a nemzetközi jog, a büntetőjog és segédtudományai, az alkotmányjog és az igazgatási jog, továbbá a civilizisztika tágabb értelemben vett területeit.

Megjelenik évente 1 kötet 4 füzetben. Évi előfizetési díja 80, — Ft

## GAZDASÁG- ÉS JOGTUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA GAZDASÁG-  
ÉS JOGTUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

Főszerkesztő: Friss István

Áttekintést ad az Osztály és a hozzá tartozó intézmények munkájáról. Közzéteszi az Osztály előadóülésein, konferenciáin elhangzott előadásokat, a magyar nyelven még nyomtatásban meg nem jelent értekezéseket a gazdasági- és jogtudományok különböző területeit érintő kérdésekről. Érdeklődési körébe tartozik a közgazdaságtudomány, az ágazati gazdaságtudományok, az állam- és jogtudományok, a szociológia, a statisztika, a demográfia, valamint az afroázsiai kutatások. Megjelenik évente 1 kötet 4 füzetben. Évi előfizetési díja 40, — Ft

Mindkét folyóirat előfizethető az Akadémiai Kiadónál, 1363 Budapest, Postafiók 24 címen, postautalványon vagy átutalással 215-11488 pénzforgalmi jelzőszámra.

Példányonként és a régebbi számok megrendelhetők a fenti címen, vagy az Akadémiai Könyvesboltban, 1368 Budapest V. Váci utca 22., Postafiók 236.

## CONTENTS

JÁNOS KORNAI—ANDRÁS SIMONOVITS: Control problems in Neumann economies	81
JENŐ SZÉP—MIKLÓS HEGEDŰS: Equilibrium systems III.	101
KATALIN HULYÁK: Structure and results of the econometric model M—4	111
BÉLA MARTOS—WUU-LONG LIN: Long-term socio-economic country simulation	133
PÉTER FUTÓ: Management of scientific research: the LOGEL method	165
LÁSZLÓ DÁVID—MRS. PÉTER NAGY—JÁNOS STAHL: Water control models for the Tisza-lyök irrigation system	176

### CONCEPTS AND METHODS

ZSIGMOND NYÁRY: New applications and specific features of econometric models	185
--	-----

### BOOK REVIEWS

R. FRISCH: Quantitative and dynamic economics ( <i>József Móczár</i> )	215
H. T. KOPLIN: Microeconomic analysis. Welfare and efficiency in private and public sectors ( <i>András Pap</i> )	217
R. L. CROUCH: Macroeconomics ( <i>András Pap</i> )	218

### SCIENTIFIC LIFE

RUDOLF ANDORKA: World models	221
TIBOR PONGRÁCZ—TAMÁS LAMPL: On the conference „EURO I”	225

## СОДЕРЖАНИЕ

Янош Корнай—Андраш Шимонович: Проблемы регулирования в хозяйствах — Нейман	81
Йене Сеп—Миклош Хегедюш: Системы равновесия III.	101
Каталин Хуяк: Состав и результаты эконометрической модели M—4	111
Бела Мартош—Ву-Лонг Лин: Долгосрочная экономическая симуляция стран	133
Петер Футо: Управление научными исследованиями (Метод Логел)	165
Ласло Давид—Петерне Надь—Янош Штал: Модели водного регулирования оросительной системы в Тисзэляке	176

### ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ

Жигмонд Няри: Новые применения и спецификационные свойства эконометрических моделей	185
---	-----

### О КНИГАХ

Р. Фриш: Количественная и динамическая экономика ( <i>Йозеф Моцар</i> )	215
Х. Т. Коплин: Микроэкономический анализ ( <i>Андраш Пап</i> )	217
Р. Л. Крауч: Макроэкономика ( <i>Андраш Пап</i> )	218

### НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Рудольф Андорка: Мировые модели	221
Тибор Понграц—Томаш Лампл: О конференции «ЕУРО I»	225

## TARTALOM

KORNAI JÁNOS—SIMONOVITS ANDRÁS: Neumann-gazdaságok szabályozási problémái	81
SZÉP JENŐ—HEGEDŰS MIKLÓS: Egyensúlyi rendszerek III.	101
HULYÁK KATALIN: Az M—4. ökonometriai modell felépítése és eredményei	111
MARTOS BÉLA—WUU-LONG LIN: Országok hosszú távú társadalmi-gazdasági szimulációja	133
FUTÓ PÉTER: A tudományos kutatás irányítása: a LOGEL módszer	165
DÁVID LÁSZLÓ—NAGY PÉTERNÉ—STAHL JÁNOS: A Tiszalöki Öntözőrendszer vízkormányzási modellje	176

## FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

NYÁRY ZSIGMOND: Ökonometriai modellek újabb alkalmazásai és specifikációs tulajdonságai	185
---	-----

## KÖNYVEKRŐL

R. FRISCH: Kvantitatív és dinamikus közgazdaságtan ( <i>Móczár József</i> )	215
H. T. KOPLIN: Microeconomic analysis. Welfare and efficiency in private and public sectors ( <i>Pap András</i> )	217
R. L. CROUCH: Macroeconomics ( <i>Pap András</i> )	218

## TUDOMÁNYOS ÉLET

ANDORKA RUDOLF: Világmodellek	221
PONGRÁCZ TIBOR—LAMPL TAMÁS: Az „EURO I” konferenciáról	225

