SZIGMA

Matematikai közgazdasági folyóirat

A Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai-Közgazdasági Szakosztályának lapja

Szerkeszti:

MARTOS BÉLA

Társszerkesztők:

ANDORKA RUDOLF, BOD PÉTER, PONGRÁCZ TIBOR, ZALAI ERNŐ

Szerkesztő bizottság:

AUGUSTINOVICS MÁRIA, BÁCSKAI ZOLTÁN, BÉKÉSI GÁBOR, BOD PÉTER, BRÓDY ANDRÁS DOBÓ ANDOR, ÉLTETŐ ÖDÖN, FORGÓ FERENC, GANCZER SÁNDOR, GYIRES BÉLA, HALABUK LÁSZLÓ, HEPPES ALADÁR, HOSSZÚ MIKLÓS, KÁDAS KÁLMÁN, KORNAI JÁNOS, KREKÓ BÉLA, MESZÉNA GYÖRGY, ORMÓS ZSOLT, PRÉKOPA ANDRÁS, SEBESTYÉN JÓZSEF, SÓLYOM CSABA, STAHL JÁNOS, SZAKOLCZAI GYÖRGY, SZÉP JENŐ, (elnök) TARDOS MÁRTON, THEISS EDE, TÓTH JÓZSEF, ZIERMANN MARGIT

*

E szám szerzői:

Andorka Rudolf, a Központi Statisztikai Hivatal osztályvezetője, Bod Péter, a közgazdaságtudományok doktora, az MTA Matematikai Kutató Intézete tudományos tanácsadója, A. Ciampi, az University of Zambia egyetemi előadója, Dr. Forgács Csaba, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem tanársegéde, Dr. Kádas Sándor, matematikus-közgazdász, „METRÓ" Beruházási Vállalat, Nyáry Zsigmond, a Központi Statisztikai Hivatal főelőadója, Pillis Pál, kandidátus, a Kertészeti Egyetem tanszékvezetője, Dr. Sebestyén Mária, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem adjunktusa, Somos Endre, a Számítógépalkalmazási Kutató Intézet (SZÁMKI) tudományos munkatársa, Stahl János, kandidátus, a SZÁMKI munkatársa, Dr. Szolnoky Antal az ÉGSZI tanácsadója, Hegedüs Gábor, programtervező matematikus, ÉGSZI

Szerkesztőség: Budapest XI. Budaörsi út 43–45.

Levélcím: 1361 Budapest. Pf. 11.

Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta hírlapüzleteiben és a Posta Központi Hírlap Irodánál (KHI 1900 Budapest V., József nádor tér 1.) közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a KHI 215–96162 pénzforgalmi jelzőszámára. Egyes példányok beszerezhetők az 1055 Budapest V., Bajcsy-Zsilinszky út 76. sz. alatti hírlapboltban

Előfizethető és példányonként megvásárolható: az AKADÉMIAI KIADÓ-nál, 1363 Budapest V. Alkotmány u. 21. Telefon: 111–010. Pénzforgalmi jelzőszámunk: 215–11488., és az AKADÉMIAI KÖNYVESBOLT-ban, 1368 Budapest V., Váci u. 22. Telefon: 185–612. Előfizetési díj egy évre: 40,–Ft

A. Ciampi

Egy két-termékes gazdaság egyszerű dinamikus modelljének megoldása

1. Bevezetés

Ezekben az években, a gazdasági rendszerek *statikus modelljeinek* [4] jelentős sikere után, nagy erőfeszítést fordítottak a *dinamikus gazdasági modellekre.* Általában a gazdaságot mint n termék együttesét definiáljuk; mindegyik terméket *mennyiségével*, x_i-vel, és *árával*, p_i-vel írjuk le. Így egy (x, p) pont az $R^n \times R^n$ térben a gazdaság állapotát írja le adott időben, ahol $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ és $p = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$. Egy gazdaság pályáját a következő típusú differenciál egyenlet rendszer írja le:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= F(x; p) \\ \dot{p} &= G(x; p) \end{aligned} \tag{1.1}$$

ahol a pont az időszerinti deriválást jelöli. Az (1.1) egyenlet formája azt a mechanikai alapfeltevéséhez hasonló feltevést fejezi ki, hogy a termékek *mennyisége* és *ára* adott pillanatban elegendő a *későbbi pillanatok mennyiségeinek és árainak* teljes meghatározásához. Az F és G függvények specifikálása szolgáltatja a *dinamikus modellt.*

E dolgozatban szereplő modell speciális esete $(n = 2)$ egy Bródy által javasolt modellnek [1]. Bródy modellje az *egyszerű újratermelés*, azaz a stagnáló rendszer mozgását írja le. Ez a rendszer nem tartalmaz tőkefelhalmozást, ezért teljesen meghatározza egy $A = (a_{ij})$ $[i, j = 1, 2, \ldots, n]$ mátrix, amelynek nem-negatív elemei vannak — a következő értelmezéssel: a_{ij} a j-edik termék egységének termeléséhez szükséges i-edik termék mennyisége. Az A mátrixot a folyó ráfordítások mátrixának hívjuk; jelentését és használatát részletesen leírja [2] és [8].

Bródy modelljének alapfeltevései a következők:

(a) az i-edik termék relatív növekedési üteme, $\dot{x}_i/x_i$, egyenlő a relatív többletprofittal: $[p_i - (pA)_i]/p_i$-vel.

(b) az i-edik termék árának relatív csökkenése, $-\dot{p}_i/p_i$, egyenlő a relatív többlet-termeléssel: $[x_i - (Ax)_i]/x_i$-vel.

Legyen $C = I - A$, $C = (c_{ij})$. Ekkor ezek a feltevések az alábbi alakot öltik:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\dot{x}_i}{x_i} &= \frac{\sum_{k=1}^{n} c_{ki}\, p_k}{p_i}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n \\ \frac{\dot{p}_i}{p_i} &= -\frac{\sum_{k=1}^{n} c_{ik}\, x_k}{x_i}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n \end{aligned} \right. \tag{1.2}$$

Esetünkben, ahol $n = 2$, azt kapjuk, hogy

$$\begin{cases} \dfrac{\dot{x}_1}{x_1} = c_{11} + c_{21}\dfrac{p_2}{p_1} \\ \dfrac{\dot{x}_2}{x_1} = c_{12}\dfrac{p_1}{p_2} + c_{22} \\ \dfrac{\dot{p}_1}{p_1} = -c_{11} - c_{12}\dfrac{x_2}{x_1} \\ \dfrac{\dot{p}_2}{p_2} = -c_{21}\dfrac{x_1}{x_2} - c_{22} \end{cases} \tag{1.3}$$

Mi föltesszük, hogy mind a folyó ráfordítások mátrixa, mind az egyensúlyi mennyiségi arányok *pozitívak*. Ezek a feltevések a következő, együtthatóinkra vonatkozó, megszorításokban tükröződnek:

$$c_{11}, c_{22} > 0, \; c_{21}, c_{12} < 0 \tag{1.4}$$

Egy két-termékes gazdaság természetesen nagyon irreális dolog. Gazdaságunkat egy Robinson Crusoe típusú gazdaságnak tekinthetjük [2], vagy másképpen szemlélve, olyan gazdaságnak, amelynek termékei — végletesen leegyszerűsítve — két tág osztályba tartoznak: pl. ,,mezőgazdasági'' és ,,ipari'' osztályba. Ez utóbbi értelmezésben x_1 és p_1 rendre az összes mezőgazdasági termék mennyisége és ára lenne, míg x_2 és p_2 rendre az összes ipari termék mennyisége és ára. Ekkor egy sztochasztikus modell megfelelőbb lenne. A bemutatásra kerülő megoldás azonban így is érdekes, mint az általános modell megértéséhez vezető első lépés. Az általános modell taglalása a jelen pillanatban nagyon nehéznek látszik, méginkább ilyen a megoldása. Remélhető, hogy ez a vizsgálat hasonlóan hasznos lesz az általános vizsgálatnál, ahogyan a kétdimenziós Volterra—Lotka modell hasznos volt az n egymásraható populáció dinamikájának tanulmányozásában.

2. Az (1.3) egyenlet megoldása a változók visszavezetésével

A modellt $n = 2$ esetén egy speciális szimmetria teszi megoldhatóvá. Valóban, az általánosság csorbítása nélkül feltehetjük, hogy

$$c_{12} = c_{21} = c_0 \tag{2.1}$$

mivel $c_{12} \neq c_{21}$ esetén az alábbi egyszerű transzformáció (a mennyiségi és az ár mértékegységek megváltoztatása):

$$\tilde{p}_1 = \sqrt{-c_{12}}\,p_1, \quad \tilde{x}_1 = \sqrt{-c_{21}}\,x_1, \quad \tilde{p}_2 = \sqrt{-c_{21}}\,p_2, \quad \tilde{x}_2 = \sqrt{-c_{12}}\,x_2,$$

(1.3)-at a kívánt alakra hozza, ahol $c_0 = -\sqrt{c_{12}c_{21}}$. (Megjegyezzük, hogy (1.4)-et is fölhasználtuk.)

Most új változókat vezetünk be:

$$\begin{cases} u = \ln \dfrac{x_1}{x_2} \\ \\ v = \ln \dfrac{p_1}{p_2} \end{cases} \tag{2.2}$$

és újra szemügyre vesszük (1.3)-at. Kivonva a második egyenletet az elsőből és a negyediket a harmadikból, és felhasználva u és v változókat, a következő másodrendű differenciál-egyenletrendszert kapjuk

$$\begin{cases} \dot{u} = A + B \sinh v \\ \dot{v} = -(A + B \sinh u) \\ A = c_{11} - c_{22}, \; B = -2c_0. \end{cases} \tag{2.3}$$

(2.3) megoldásai könnyen adják (1.3)-éit:

2.1 Tétel

(1.3) megoldása adott $[x_1(0), x_2(0), p_1(0), p_2(0)]$ esetén

$$\begin{cases} x_1(t) = x_1(0) \exp \left[c_{11}t + c_0 \int\limits_0^t \exp\left(-\bar{v}(s)\right) ds\right] \\ x_2(t) = x_2(0) \exp \left[c_{22}t + c_0 \int\limits_0^t \exp\left(\bar{v}(s)\right) ds\right] \\ p_1(t) = p_1(0) \exp \left[-c_{11}t - c_0 \int\limits_0^t \exp\left(-\bar{u}(s)\right) ds\right] \\ p_2(t) = p_2(0) \exp \left[-c_{22}t - c_0 \int\limits_0^t \exp\left(\bar{u}(s)\right) ds\right], \end{cases} \tag{2.4}$$

ahol $\bar{u}(t)$, $\bar{v}(t)$ (2.3) megoldása az alábbi kezdeti feltételek esetén:

$$\bar{u}(0) = \ln \frac{x_1(0)}{x_2(0)}, \qquad \bar{v}(0) = \ln \frac{p_1(0)}{p_2(0)}.$$

Ebből a tételből közvetlenül adódik az a fontos következtetés, hogy pozitív kezdeti árak és mennyiségek pozitívak maradnak, mint ahogy ezt bármely értelmes dinamikus modellben elvárhatjuk.

Most a (2.3) egyszerűsített rendszer tanulmányozására térünk át. E rendszernek van *egyensúlyi pontja:* (α, α), ahol $\alpha = \sinh^{-1}(-A/B)$, amely megfelel az eredeti (1.3) rendszer *egyensúlyi pályájának*, azaz (1.3) egyensúlyi pálya minden pontjának u és v koordinátában (α, α).

2.2. Tétel

(2.3) megoldásai periodikus időfüggvények. Pályáik az (u, v)-síkban zárt görbék, központjuk az egyensúlyi pont, egyenletük

$$B\cosh u + A\, u + B\cosh v + A\, v = \text{konstans}.$$

Az egyensúlyi pont tehát *stabil*, ténylegesen *középpont*.

Bizonyítás

Az integrál-görbe egyenletét (2.3)-ból kapjuk, mint

$$\frac{du}{dv} = -\frac{A + B\sinh v}{A + B\sinh u}.$$

megoldását.

Legyen $\varphi(u) = B\cosh u + A\,u$, ekkor a körpálya egyenletei

$$\varphi(u) + \varphi(v) = \text{konstans}$$

alakúak, ahol $\varphi(x)$ minimumhelye $\bar{x} = \alpha = \sin h^{-1}(-A/B)$. Geometriai megfontolásokból könnyen megállapíthatjuk, hogy ezek az egyenletek az (α, α) egyensúlyi pont körüli zárt görbék egyenletei. Másik bizonyítás adható a Poincare—Bendixon Tétel [6] felhasználásával. (Vegyük észre a hasonlóságot a Volterra—Lotka modellel!)

2.1. Megjegyzések. (2.3) egyenletek Hamilton-típusúak:

$$\begin{cases} \dot{u} = \dfrac{\partial \mathcal{H}}{\partial v} \\[2ex] v = -\dfrac{\partial \mathcal{H}}{\partial u}, \end{cases}$$

ahol $\mathcal{H}(u, v) = \varphi(u) + \varphi(v)$.

2.2. Megjegyzés.

$$\begin{cases} x = (u + v)/2 \\ y = (u - v)/2 \end{cases} \tag{2.7}$$

transzformációval (2.5) integrál-görbe

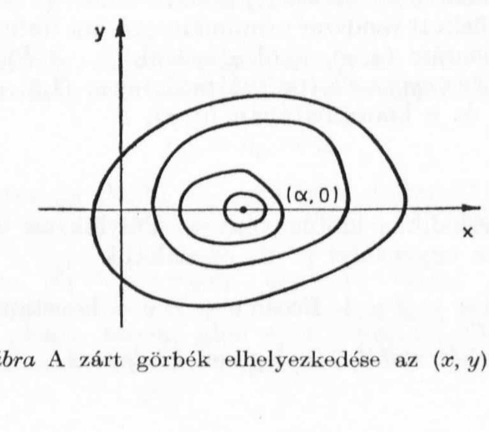
$$B\cosh x \cosh y + Ax = \text{konstans} = H \tag{2.7}$$

alakra hozható, amelyből

$$y = \pm \cosh^{-1} \frac{H - Ax}{B \cosh x} \tag{2.8}$$

képlethez jutunk.

Az (x, y)-síkban a görbék az (α, o) pont körül futnak és szimmetrikusak az x-tengelyre (lásd az 1. Ábrát)



1. ábra A zárt görbék elhelyezkedése az (x, y) síkban

Ezekkel a koordinátákkal könnyen kifejezhetjük az időt x függvényeként. Mivel az (x, y) koordinátákkal

$$\dot{x} = B \sinh y \cosh x,$$

(2.8)-ból adódik, hogy

$$\dot{x} = B \cosh x \sqrt{\cosh^2 y - 1} = \sqrt{(H - Ax)^2 - B^2 \cosh^2 x}\ ,$$

ahonnan

$$t = \int\limits_{x(0)}^{x} \frac{ds}{\sqrt{(H - As)^2 - B^2 \cosh^2 s}}\ . \tag{2.9}$$

(2.8) és (2.9) (2.3)-nak teljes megoldását adja; a (2.8) integrálgörbét azonban numerikusan kell kiszámítani, mint az A és B paraméterek és a kezdeti feltételek függvényét.

3. Az (1.3) megoldásainak viselkedése

Visszatérünk az eredeti (1.3) rendszer megoldásaihoz és a (2.4) egyenleteket úgy írjuk át, hogy a megoldások viselkedése jól lássék. Először figyelembevesszük, hogy csak pozitív kezdeti feltételek érdekelnek bennünket, amikor is a megoldások minden t-re pozitívak — mint azt már megjegyeztük. Ezért felírhatjuk e megoldásokra az alábbiakat:

$$\left\{\begin{aligned} x_1(t) &= X(t)\, e^{\frac{\bar{u}(t)}{2}} \\ x_2(t) &= X(t)\, e^{-\frac{\bar{u}(t)}{2}} \\ p_1(t) &= P(t)\, e^{\frac{\bar{v}(t)}{2}} \\ p_2(t) &= P(t)\, e^{-\frac{\bar{v}(t)}{2}} \end{aligned}\right. \tag{3.1}$$

ahol felhasználtuk (2.2)-t és bevezettük az alábbi jelöléseket:

$$\left\{\begin{aligned} X(t) &= \left(x_1(t)\, x_2(t)\right)^{1/2} \\ P(t) &= \left(p_1(t)\, p_2(t)\right)^{1/2}. \end{aligned}\right. \tag{3.2}$$

Az u-n és v-n levő felülvonás (2.3) partikuláris megoldására utal, specifikált kezdeti feltételekkel.
Most (2.4)-ből a következő kifejezéseket nyerjük:

$$\left\{\begin{aligned} X(t) &= X(0) \exp \left\{ \tfrac{1}{2} \int_0^t [C - B \cosh \bar{v}(s)]\, ds \right\} \\ P(t) &= P(0) \exp \left\{ -\tfrac{1}{2} \int_0^t [C - B \cosh \bar{u}(s)]\, ds \right\} \\ C &= c_{11} + c_{22}, \qquad B = -2c_0. \end{aligned}\right. \tag{3.3}$$

Ezután alakítsuk át $X(t)$-t és $P(t)$-t úgy, hogy kiderüljön, hogy ők osszcillációt képviselnek. Legyen

$$K = \frac{1}{T}\int_0^T [C - B\cosh \bar{u}(s)]\,ds = \frac{1}{T}\int_0^T [C - B\cosh \bar{v}(s)]\,ds, \tag{3.4}$$

ahol T a (2.3) periódus ideje. A két integrál egyenlőségét nem túl nehéz bizonyítani, kihasználva, hogy ha $\bar{u}(t)$, $\bar{v}(t)$ (2.3) megoldása, akkor $(\bar{v}(-t), \bar{u}(-t)$ is az.

Most definiáljuk a következő periodikus függvényeket:

$$\begin{cases} f(t) = \int_0^t [C - B\cosh \bar{u}(s) - K]\,ds \\ g(t) = -\int_0^t [C - B\cosh \bar{v}(s) - K]\,ds, \end{cases} \tag{3.5}$$

Helyettesítsük be (3.4)-et és (3.5)-öt (3.2)-be,

$$\begin{cases} X(t) = X(0)\,e^{\frac{Kt}{2}}\,e^{\frac{f(t)}{2}} \\ P(t) = P(0)\,e^{-\frac{Kt}{2}}\,e^{\frac{g(t)}{2}} \end{cases} \tag{3.6}$$

képleteket kapjuk. Végül eljutottunk a következőhöz:

3.1. Tétel

(1.3) megoldásai (pozitív kezdeti feltételek esetén)

$$\begin{cases} x_i(t) = F_i(t)\,e^{\frac{Kt}{2}} \\ p_i(t) = G_i(t)\,e^{-\frac{Kt}{2}} \end{cases} \qquad i = 1, 2 \tag{3.7}$$

formájúak, ahol $F_i(t), G_i(t)$ t-nek periódikus függvényei, T periódus-idővel, amely egyenlő (2.3) megfelelő megoldásának periódus-idejével.

Bizonyítás

Elegendő a következő összefüggéseket felírni:

$$\begin{cases} F_1(t) = X(0)\exp\left[\dfrac{f(t) + \bar{u}(t)}{2}\right] \\ F_2(t) = X(0)\exp\left[\dfrac{f(t) - \bar{u}(t)}{2}\right] \\ G_1(t) = P(0)\exp\left[\dfrac{f(t) + \bar{v}(t)}{2}\right] \\ G_2(t) = P(0)\exp\left[\dfrac{f(t) - \bar{v}(t)}{2}\right] \end{cases} \tag{3.8}$$

és felhasználni (3.1)-et és (3.6)-ot.

A fenti eredmény szerint K értéke meghatározza gazdasági modellünk viselkedését. Három esetet kell megkülönböztetnünk:

(i) $K > 0$. Termékeink *mennyisége* exponenciálisan csökkenő amplitúdóval oszcillál az egyensúlyi pálya körül; *áraink* viszont exponenciálisan növekvő amplitúdóval oszcillálnak. A gazdaság a valóságban leáll az égbeszökő árak miatt.

(ii) $K < 0$. A helyzet az ellenkező: valóságban a termelt mennyiségek a végtelenhez tartanak, míg az árak nullához.

(iii) $K = 0$. Mind az árak, mind a mennyiségek csillapítás nélkül oszcillálnak az egyensúlyi pálya körül, T periódus-idővel.

Vegyük észre, hogy $T \ll 1/K$ esetén az oszcillációk jó közelítéssel, nem túl hosszú időszakra, csillapítás nélkülinek vehetők.

K értéke meglehetősen összetett módon függ modellünk paramétereitől *és* a kezdeti feltételektől. A következő tétel némi tájékoztatást ad e függésről; megmutatja, hogy K felvesz pozitív, negatív és nulla értékeket.

3.2. Tétel

(i) Ha $c_{11} + c_{22} \leq -2c_0$, akkor $K < 0$ *minden* kezdeti feltételnél.

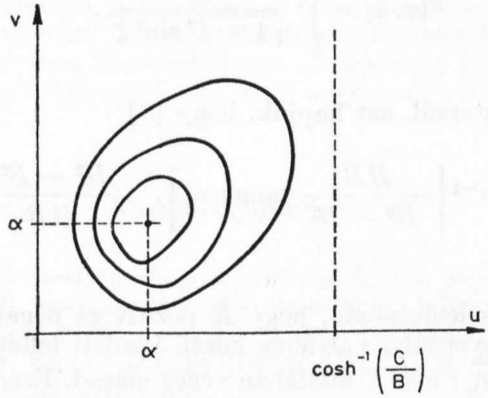
(ii) Ha $c_{11} + c_{22} > \sqrt{(c_{11} - c_{22})^2 + 4c_0^2}$, akkor van olyan kezdeti feltétel, amelynél $K > 0$.

(iii) A paraméterek és a kezdeti feltételek választhatók úgy, hogy $K = 0$ teljesüljön.

Bizonyítás

(i) Mérlegeljük (3.4)-ben K definícióját! Világos, hogy ha az integrandus negatív, akkor $K < 0$. Biztos, hogy ez a helyzet, ha $C/B \leq \cosh u(t)$ minden t-re. $C/B \leq 1$ esetén ez teljesül, ahonnan következik (i).

(ii) Ha a (ii) feltétele teljesül, akkor $\cosh^{-1} C/B > \alpha = \sinh^{-1}(-A/B)$. De ekkor választhatunk olyan kezdeti feltételt, hogy a megfelelő (2.3) megoldási görbe teljesen benne van az $u = \cosh^{-1}(C/B)$ egyenesétől balra fekvő félsíkban. (Lásd a 2. ábrát!) Minden ilyen görbén $\cosh u(t) < C/B$ minden t-re, ahonnan $K > 0$.



2. ábra A (2.3) megoldási görbe helyzete (Feltettük, hogy $\alpha > 0$. Hasonlóan okoskodhatunk, ha $\alpha < 0$.)

(iii) A differenciál-egyenletek általános tételei szerint [3] K folytonos függvénye c_{11}, c_{22} és c_0 paramétereknek valamint a kezdeti feltételeknek. A (iii) eredmény következik az (i)-ből és a (ii)-ből valamint az általánosított közbülső érték tételből [7].

Két alap-integrál

Mint láttuk, K és T értéke fontos tájékoztatást nyújt rendszerünkről. Tanulmányozni fogjuk e mennyiségek viselkedését.

A (2.6)-ban definiált x és y változót felhasználva, némi számolás után a következő képleteket kapjuk:

$$T = 2\int_{x_0}^{x_0'} \frac{dx}{\sqrt{(H - Ax)^2 - B^2 \cosh^2 x}} \tag{4.1}$$

$$K = \frac{2}{T}\int_{x_0}^{x_0'} \left[\frac{C - H + Ax}{\sqrt{(H - Ax) - B\cosh x}} + \tanh x\right] dx, \tag{4.2}$$

ahol x_0 és x_0' a (2.7) görbe metszéspontja az x-tengellyel (alkalmas kezdeti feltételeknél).

Vegyük észre, hogy mindkét integrál improprius integrál — az integrálási határoknál szingularitás lép föl; mivel ezek a szingularitások $x - x_0$ és $x_0 - x$ nagyságrendűek, az integrálok konvergálnak [9].

A $c_{11} = c_{22}$ esetben, vagy ami ugyanaz: $A = 0$, az integrálok zárt alakban előállíthatók. Legyen

$$F(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \frac{d\zeta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \zeta}},$$

elsőfajú elliptikus integrál, azt kapjuk, hogy [5]

$$\begin{cases} T = \dfrac{4B}{H} F\left(\sin^{-1}\left[\dfrac{HB}{H^2 - B^2}\,\mathrm{tangh}\, x_0\right], \quad \dfrac{H^2 - B^2}{HB}\,\mathrm{tangh}\, x_0\right). \\ K = C - H \end{cases} \tag{4.3}$$

(4.3)-ból világosan leolvasható, hogy K pozitív és negatív értékeket egyaránt fölvesz. Az egyensúlyi pályához közeli kezdeti feltételeknél láthatjuk, hogy $T = \mathcal{O}(\sqrt{x_0 - x_0})$ míg K általában véges marad. Ezért levonhatjuk azt a fontos következtetést, hogy *az egyensúlyi pályához közeli kezdeti feltételeknél, azaz ha* $x_0 - \alpha = \varepsilon$ *kicsiny, akkor* $KT = \mathcal{O}(\sqrt{\varepsilon})$, *tehát megoldásaink közelítően csillapítás nélküli oszcillációk.*

Bár a számítások hosszadalmasak, nem nehéz belátni, hogy az általános esetben is

$$\begin{cases} x_0 \to x_0' \\ T = \mathcal{O}\left(\sqrt{x_0' - x_0}\right) \\ K < \infty\,, \end{cases} \tag{4.4}$$

ha $x_0 \to \alpha$. Ezért a fenti következtetés általában is igaz.

Összegzés és következtetések

Összegezzük modellünk fő vonásait:

(a) Minden kezdeti feltételnél a két mennyiség és a két ár hányadosa T periódus-idővel oszcillál, amelyet a (4.1) egyenlet ad meg.

(b) A mennyiségek és az árak időbeli viselkedését a 3.1 Tétel írja le: Vagy az árak oszcillálnak csillapítva, míg a mennyiségek exponenciálisan növekvő amplitúdóval oszcillálnak; vagy fordítva. Ez a (4.2) egyenlet által adott K szám előjelétől függ. K függ a modell paramétereitől *és* a kezdeti feltételektől. (Lásd a 3.2. Tételt!) Lehetséges $K = 0$ — speciális paraméterekre és kezdeti feltételekre; ebben az esetben, maguk az árak és a mennyiségek, nemcsak hányadosuk, oszcillál T periódus-idővel. Azonban a paraméterek vagy a kezdeti feltételek tetszőleges kicsiny változása K-t pozitívvá vagy negatívvá teheti, azaz az oszcillációkat rendre csillapítottá ill. erősítetté teheti. Egy *hosszútávon* vagy mindkét ár nullához tart és a termékek költség nélkül termelhetők vagy mindkét ár végtelenné válik és a gazdaság rombadől.

(c) Az *egyensúlyi pályához* ($p_2/p_1 = x_2/x_1 = -c_{11}/c_0$) közeli kezdeti feltételeknél mind T mind KT nullához tart. Azaz az egyensúly közelében az árak és a mennyiségek oszcillációja *közelítőleg* tiszta oszcilláció.

Modellünk nem írja le megfelelően a valóságos gazdaságok hosszabb távú működését. Ez a sikertelenség egyszerűen az *egyszerű újratermelés* feltételezésével magyarázható: egyszerű újratermelést folytató gazdaságok hosszú távon nem életképesek. Azonban kielégítő, hogy *az egyensúly közelében* modellünk megmagyarázza a valóságos gazdaságoknál megfigyelt ciklusokat.

Köszönetnyilvánítás

Nagyon lekötelezett *Bródy* professzor, aki a probléma felvetette és a munka haladását lépésről lépésre követte. Meg szeretném köszönni *Bartholomeus* professzor javaslatát a 2.2 Megjegyzés transzformációjára és kedves érdeklődését kutatásom iránt. Végül köszönet illeti Mr. *N. Kasaila*-t intelligens közreműködéséért a kézirat elkészítésében.

(Beérkezett: 1976. június 5.)

IRODALOMJEGYZÉK

1. Bródy, A.: A Carter, *Contribution to Input-Output Analysis Amsterdam*, North Holland, 1970.
2. Bródy, A.: *Proportions, prices and planning* Budapest, Akadémiai Kiadó, 1970.
3. Coddington, E. A.,—Levinson, N.: *Theory of Ordinary Differential Equations.* New York; McGraw-Hill 1955.
4. Gale, D.: *The Theory of Linear Economic Models* New York, McGraw-Hill, 1960.
5. Gradshteyn, I. S.,—Ryzhik, J. M.: *Tables of Integrals, Series and Products*, Academic Press 1965.
6. Hirsch, M. W.,—Smale, S.: *Linear Algebra, Dynamical Systems, and Differential Equations*, Academic Press 1974.
7. Lang, S.:*Analysis I*, Reading, Mass: Addison-Wesley 1968.
8. Leontief, W.: *Input-output economics* New York, Oxford U. P., 1966.
9. Widder, D. V.: *Advanced Calculus*, Prentice-Hall, 1961.

SOLUTION OF A SIMPLE DYNAMIC MODEL FOR A 2-PRODUCT ECONOMY

We solve and discuss a two-product version of a simple dynamic economic mode proposed by Bródy. The model explains, at least for short times, the cycles observed in real economies. For long times, however, the oscillations are dampened or reinforced except for special values of parameters and initial conditions.

РЕШЕНИЕ ПРОСТОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВУПРОДУКТНОГО ХОЗЯЙСТВА

В статье рассматривается и решается вариант предложенной Броди простой динамической модели двупродуктного хозяйства. Модель предназначается для объяснения циклов, обнаруженных в конкретном хозяйстве, по крайней мере в течение непродолжительного периода. Однако в долгосрочной перспективе происходило затухание или усиление колебаний, за исключением параметров и особых величин исходных условий.

Bod Péter

Alternatív népgazdasági tervváltozatok (makrovariánsok) értékelő összehasonlítása

A problémáról

A népgazdasági tervezés módszertanában mind nagyobb szerephez jutnak a matematikai-tervezési modellek. A különböző tervezési folyamatok és főként a népgazdasági tervezés makroszintű összefoglalását szolgáló és számítógépre szervezett ún. kvantitatív szintézis [1] lehetővé teszi, hogy a tervezők ugyanarra a tervidőszakra több (esetleg számos) tervváltozatot dolgozzanak ki. Ezeket a — rendszerint formalizált modellek segítségével generált — tervváltozatokat a hazai távlati tervezési gyakorlatban *makro-variánsoknak* nevezzük. Makrovariánson az egész gazdaság egy lehetséges, stratégiai fejlesztési változatának a számszerűsített formáját értjük. A makrovariánsok a népgazdaság különböző megvalósítható fejlesztési pályáit írják le.

A népgazdasági terv elfogadására vonatkozó gazdaságpolitikai döntés végül is valamelyik makrovariánst emeli az állam gazdaságpolitikai programjának a rangjára. Ez lehet egyik a tervezési folyamatban kidolgozott makrovariánsok közül, vagy eltérhet ezektől a szűkebb értelemben vett gazdasági megfontolásokon kívüli, vagy nem formalizálható más szempontok érvényesítése miatt.

Akárhogy is alakul azonban a döntés a terv elfogadásáról: előkészítése logikailag mindenképpen feltételezi a tervváltozatok komplex, értékelő összehasonlítását.

Ez távolról sem egyszerű feladat. Hiszen egy-egy makrovariánst nagyszámú, különböző dinamikájú mutató, sokféle idősor jellemez. Ha ténylegesen élni is akarunk a számítógépes tervezés adta tágabb módszertani lehetőségekkel: fejleszteni kell az értékelés és összehasonlítás módszereit. Ellenkező esetben a variánsokban való tervezés nem segíti a tisztánlátást, inkább zavarja a döntéshozókat a közvetlenül nem áttekinthető és sok vonatkozásban ellentmondó információk tömegével.

A következőkben bemutatunk egy módszert, amely alkalmas az itt érzékeltetett probléma megoldásának bizonyos megközelítésére. A módszer egyszerű és rugalmas; dialógust tesz lehetővé a döntéshozók és a modellezők között.

A dialógus azzal kezdődik, hogy a döntéshozó meghatározza saját választási kritériumait és rangsorolja azokat; megadva reájuk egy fontossági sorrendet. Ezután minden választási ismérvhez bevezetünk egy rész-preferencia relációt. Majd a döntéshozó további információra támaszkodva kialakítunk egy a választással kapcsolatos globális preferenciát kifejező relációt. Ez utóbbi teljes és antiszimmetrikus lesz és így lehetővé teszi a variánsok kedvezőségi sorrendbe állítását.

Minthogy a makrovariánsok fejlődési pályákat írnak le, a gazdaságpolitikus kétféle meggondolással él, amikor döntenie kell: melyik variánst válassza. Mérlegeli a különböző végállapotokat, amelyek a tervidőszak végére előállnának, attól függően, hogy melyik variánst választja. Ugyanakkor vizsgálja azt is, hogy a különböző végállapotokhoz milyen fejlődési pályán jut el a népgazdaság; hogyan viszonylanak ezek a pályák egymáshoz a tervidőszak teljes tartama során.

Ez utóbbi megfontolásoknak nagy jelentőségük van, hiszen valamely tervidőszak vége semmiféle kitüntetett jelentőséggel sem bír a társadalom életében. Ami ott véget ér és ami ott kezdődik: nem több, mint az objektív társadalmi gazdasági folyamatok egy szubjektíven meghatározott számbavételi rendszerének egy-egy szakasza.

A hagyományos tervezési szemléletben gyakran kapott és kap még ma is szinte kizárólagos hangsúlyt a végállapot, a terv utolsó évének vagy időszakának az alakítása. Ez a szemlélet tükröződik még olykor a tervezéshez használt formalizált modellekben is. A középtávú tervezés modellezésénél például általános gyakorlat, hogy csak az utolsó tervév egyensúlyi feltételeit szerepeltetik részletesen.

Az ilyen egyoldalúság kiküszöbölése érdekében számításba kell vennünk a makrovariánsok elemzésénél a kritériumok mindkét típusát: a végállapotokra vonatkozókat éppen úgy, mint a pályajellemzőket.

E kétféle kritérium közötti fő különbség abban van, hogy míg a végállapoti jellemzők általában skalár mutatók, addig a pályákat a teljes tervidőszak több pontjában kell jellemeznünk. A pályák nem írhatók le skalárokkal; hanem az adatok idősorai lépnek előtérbe.

A továbbiakban abból indulunk ki, hogy a döntéshozó valamennyi kritériumát olyan mutatók jellemzik, amelyeknél a társadalom érdekei a mutatók növekedéséhez kapcsolódnak (hozam típusú mutatók). Amennyiben ráfordítási típusú mutatók is szerepelnének az elemzés alapjául szolgáló ismérvek között — úgy azokat előzetesen (—1)-gyel való szorzás révén olyan mutatókká alakítjuk, amelyeknél szintén a növekedés fejezi ki javulásukat.

Ami a mutatók tartalmát illeti: csak olyan mutatókat vonunk be az elemzésbe, amelyek additívak abban az értelemben, hogy a terv egyes részidőszakaszaiban mutatkozó értékek összege (esetleg súlyozott összege) értelmezhető, mint a teljes tervidőszakra vonatkozó mutató érték. Kritérium mutatóink tehát volumen és nem fajlagos típusúak.

A részpreferenciák

Tegyük fel, hogy n makrovariánst akarunk összehasonlítani k számú ismérv alapján. Az ismérvek indexeinek — fontossági sorrendbe rendezett — halmazát jelölje

$$J = \{1, 2, \ldots, k\}.$$

Az ismérvek két csoportba sorolhatók:

$$J = J_1 \cup J_2; \qquad J_1 \cap J_2 = \emptyset \cdot$$

Az J_1 halmazba tartozó ismérvek: pályaismérvek, az J_2 halmazba tartozók a végállapotokra vonatkoznak.

Minden makrovariáns ugyanarra az időszakra vonatkozik és a tervidőszakot T egyenlő részidőszakra bontottuk.

Legyen a makrovariánsok halmaza:

$$M = \{M_1; M_2; \ldots; M_n\}.$$

A j-edik variánsnak az i-edik kritérium szerinti értékelését jelölje

$$K_i(M_j) = [k_{i1}(M_j); k_{i2}(M_j); \ldots; k_{iT}(M_j)], \qquad \text{ha } i \in J_1,$$

és legyen az értékelés

$$k_i\,(M_j), \qquad \text{ha } i \in J_2.$$

Definiálni akarunk minden ismérvhez egy előnyösségi relációt az M halmazon. Fejezze ki

$$M_h \overset{i}{\succsim} M_l$$

azt a körülményt, hogy a h indexű makrovariáns az i-edik ismérv szerint nem kedvezőtlenebb, mint az l indexű.

Kézenfekvő, hogy $i \in J_2$ esetén az előnyösséget úgy kell értelmezni, hogy

$$M_h \overset{i}{\succsim} M_l \Longleftrightarrow k_i(M_h) \geq k_i(M_l).$$

Vagyis a végállapotra vonatkozó ismérvekre nézve az a variáns a kedvezőbb, amelyhez nagyobb ismérvértékelés tartozik. Ha történetesen $k_i(M_h) = k_i(M_l)$, akkor $M_h \overset{i}{\succsim} M_l$ és $M_l \overset{i}{\succsim} M_h$. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a két variáns erre az ismérvre nézve egyenértékű:

$$M_h \overset{i}{\sim} M_l.$$

Mit tegyünk azonban $i \in J_1$ esetén, ahol általában nem várhatjuk, hogy két tetszőleges variánsra

$$k_{it}(M_h) \geq k_{it}(M_l)$$

minden $t = 1, 2, \ldots, T$-re teljesüljön. Ha csak akkor mondanánk, hogy $M_h \succsim M_l$, ha a két variánst jellemző idősorok közül az egyik tagonként majorálná a másikat, a variánsok kis hányadát tudnánk csak ilyen módon összehasonlítani. Vagyis $i \in J_1$ esetén csak részlegesen értelmezett relációnk lenne, szemben azzal, hogy $i \in J_2$ esetén a megfelelő relációk teljesek. Ez azt jelenti, hogy a $M^2 = M \times M$ halmaz minden elemén a reláció legalább az egyik irányban fennáll.

Az elemzéshez nélkülözhetetlen pályajellemző ismérvek összehasonlítására az azokra értelmezett részleges preferenciarelációk igen kevés információt nyújtanának csak. Célszerűnek látszik ezért, hogy az idősorokkal jellemzett ismérvek esetén az előnyösséget — további ésszerű közgazdasági meggondolások segítségével — szélesebben értelmezzük.

Vezessük be mindenek előtt a következő függvényeket:

$$k_i[t, M_j] = \sum_{p=1}^{t} k_{ip}(M_j)$$

$$(i = 1, 2, \ldots, k); \; (j = 1, 2, \ldots, n); \; (t = 1, 2, \ldots, T).$$

A $k_i[t, M_j]$ tartalmilag azt fejezi ki, hogy mennyit nyújt az M_j variáns az i-edik ismérv szerint a népgazdaságnak a terv első t időszakában összesen.

Nem vitás, hogy amennyiben egy M_h variáns a terv minden időszakának végén a terv kezdete óta többet nyújtott valamilyen ismérv szerint, mint egy M_l variáns, akkor indokolt előbbit előnyösebbnek tekinteni, mint az utóbbit. Megállapodunk ezért abban, hogy

$$k_i[t, M_h] \geq k_i[t, M_l] \ \forall t = 1, 2, \ldots, T \Rightarrow M_h \overset{i}{\succsim} M_l.$$

Ez a megállapodás azt jelenti, hogy egy variánst valamilyen ismérv szerint jobbnak minősítünk a másiknál, amennyiben a megfelelő ismérvre vonatkozó kumulált értékeléseinek az idősora majorálja a másik variáns megfelelő kumulált értékeit. M_h akkor jobb, mint M_l, ha a $k_i[t, M_h]$ függvény a $(0, T)$ intervallumban „felette" van a $k_i[t, M_l]$ függvénynek.

Mit mondjunk azonban arra az esetre, amikor a két függvény valahol metszi egymást? Ez azt fejezi ki, hogy a teljes tervidőszak bizonyos részében az egyik variáns összességében többet nyújt, mint a másik; van azonban olyan időszak is, amikor a helyzet megfordul.

Az ilyen esetek egy részében az összehasonlításra tudunk közgazdaságilag indokolható módszert adni. Ehhez valamilyen időpreferenciát kell bevezetnünk. Enélkül nyilván lehetetlen különböző időpontokban jelentkező előnyöket és hátrányokat összemérni; holott éppen ez most a feladat.

Minthogy hozam típusú mutatókkal dolgozunk, joggal mondhatjuk a következőt: a népgazdaság számára a t-ik periódusban jelentkező egységnyi eredmény (az i-ik ismérv szerint) $(1 + \pi_i)^{-t}$ $(\pi_i > 0)$ ér, ha már a $(t-1)$-ik periódusban jelentkezik. Ennek alapján minden M_j-hez meghatározható az i-ik ismérv „felkamatolt" összes értéke a tervidőszak végéig. Ez

$$K_i\,[\pi, M_j] = \sum_{p=1}^{T} k_{ip}\,(M_j)\,(1 + \pi)^{T-p}.$$

Az időpreferencia függvényében most már módunkban áll a variánsokat összehasonlítani. Adott π_i mellett nyilván az a variáns az előnyösebb, amelyre $K_i[\pi_i, M_j]$ nagyobb.

Mekkora legyen azonban az időpreferencia? Erről a döntéshozónak kell nyilatkoznia. Nem várható el a döntéshozótól, hogy π_i-re egyetlen meghatározott értéket adjon. Nem is nagyon volna értelme valamiféle „objektív" időpreferencia után érdeklődni. Az a célszerű, ha a döntéshozó megjelöli az időpreferenciájának egy „ésszerű" tartományát. Legyen ez:

$$[\underline{\pi}_i; \overline{\pi}_i]$$

Ezek után a következő formában rögzítjük preferenciáinkat:

$$K_i\,[\pi_i, M_h] \geq K_i\,[\pi_i, M_l]; \ \forall \underline{\pi}_i \leq \pi_i \leq \overline{\pi}_i \Longleftrightarrow M_h \overset{i}{\succsim} M_l.$$

Vagyis egy variánst akkor tekintünk valamely ismérv szerint jobbnak egy másiknál, ha a döntéshozó által megadott időpreferencia-tartományba eső bármely π_i mellett az ismérv értékeinek felkamatolt összege ennél a variánsnál a nagyobb. Összehasonlíthatatlannak tekintünk két variánst, ha a

$$K_i\,[\pi_i, M_h] - K_i\,[\pi_i, M_l]$$

függvény a $[\underline{\pi}_i; \overline{\pi}_i]$ intervallumban határozottan előjelet vált.

Vegyük észre, hogy a „$\overset{i}{\gtrsim}$" relációnak ez a meghatározása magában foglalja a kumulált összegek alapján való meghatározást. Ha ugyanis

$$k_i[t, M_h] \geq k_i[t, M_l]; \quad \forall t = 1, 2, \ldots, T\text{-re},$$

akkor

$$K_i[\pi_i, M_h] \geq K_i[\pi_i, M_l]; \ \forall \pi_i > 0\text{-re}$$

és méginkább minden $\underline{\pi}_i \leq \pi_i \leq \overline{\pi}_i$-re.

Egy kis algebra

A végállapoti ismérvek összehasonlítása nem igényel számolást. Egyszerű a helyzet akkor is, amikor az idősorok kumulált értékei alapján tudunk választani. Matematikai vizsgálatot csak a felkamatolt hozamösszegek alapján való összemérés kíván. Két variáns összehasonlításakor csak azt kell eldönteni, hogy a

$$f_i(\pi_i) = K_i[\pi_i, M_h] - K_i[\pi_i, M_e]$$

függvény előjelt vált-e a $[\underline{\pi}_i, \overline{\pi}_i]$ intervallumban. Ha igen: a két variáns nem összehasonlítható. Ha nem: és a fenti függvény a teljes intervallumon nemnegatív, akkor $M_h \overset{i}{\gtrsim} M_l$ áll fenn, míg ha a függvény az egész intervallumon nem pozitív, akkor

$$M_l \overset{i}{\gtrsim} M_h.$$

Minthogy

$$f_i(\pi_i) = \sum_{p=1}^{T} k_{ip}(M_h)\,(1 + \pi_i)^{T-p} - \sum_{p=1}^{T} k_{ip}(M_l)\,(1 + \pi_i)^{T-p} =$$

$$\sum_{p=1}^{T} [k_{ip}(M_h) - k_{ip}(M_l)]\,(1 + \pi_i)^{T-p},$$

a következő jelöléseket bevezetve

$$c_{ip} = [k_{ip}(M_h) - k_{ip}(M_l)]$$
$$x = (1 + \pi_i),$$

kapunk egy polinomot:

$$P_i(x) = \sum_{p=1}^{T} c_{ip}\, x^{T-p}.$$

Azt kell vizsgálnunk, hogy a

$$P_i(x) = 0$$

$(T-1)$-ed fokú egyenletnek van-e gyöke az $[1+\underline{\pi}_i;\ 1+\bar{\pi}_i]$ intervallumban. Legyen $\mathrm{d}_{ip}=\frac{c_{ip}}{c_{i1}}$ és osszuk el az egyenlet mindkét oldalát c_{i1}-gyel. Kapunk egy új egyenletet:

$$\bar{P}_i(x)=\sum_{p=1}^{T}\mathrm{d}_{ip}\,x^{T-p}=0$$

ahol $\mathrm{d}_{i1}=1$.

Ha $\bar{P}_i(1+\underline{\pi}_i)$ és $\bar{P}_i(1+\bar{\pi}_i)$ előjele különböző, akkor a polinom folytonossága miatt az intervallumban előjelváltás következik be és a két variáns nem összehasonlítható. Ha azonban $\bar{P}_i(1+\underline{\pi}_i)\cdot\bar{P}_i(1+\bar{\pi}_i)>0$, akkor még nincs kizárva annak a lehetősége, hogy az intervallumban előjelváltás történjék. De ebben az esetben itt a polinomnak páros számú gyöke van.

Viszonylag könnyű a kérdésre válaszolni, ha T nem túl nagy, mert ekkor a polinomok gyökeinek a meghatározása nem igényel túl sok számolást. Sok periódus esetén viszont célszerűbb az algebra olyan eredményeire támaszkodni, amelyek az egyenletek megoldása nélkül adnak felvilágosításokat a lehetséges gyökök számáról és elhelyezkedésükről [2].

A legismertebb ilyen tétel a Descartes-féle előjelszabály. Eszerint a $P(x)$ polinom pozitív gyökeinek a száma (mindegyiket annyiszor véve, ahányszoros gyök) egyenlő a polinom együtthatórendszerében fellépő előjelváltások számával, vagy ennél egy páros számmal kevesebb. A mi esetünkben e tétel alapján azonban csak abban a triviális esetben következtethetünk biztosan, amikor $\forall\mathrm{d}_{ip}\geq 0$. Ebben az esetben ugyanis a polinómnak egyáltalában nem lehet pozitív gyöke. Erre azonban már korábban rájövünk, ugyanis ebben az esetben az előnyösséget el tudjuk dönteni a kumulált összegek alapján.

Rendszerint kénytelenek vagyunk ezért bonyolultabb segédeszközöket igénybe venni. Ezek közé tartozik többek között a polinomokra vonatkozó Sturm-féle tétel. Minden $P(x)$ polinomhoz meghatározható a polinomoknak egy ún. Sturm-féle rendszere: $P(x)=P_0(x);\ P_1(x);\ P_2(x);\ \ldots;\ P_s(x)$. Ha tekintjük a rendszert alkotó polinomok értékét egy adott $\hat{x}$ pontban, nyerünk egy számsorozatot. Jelölje ebben a sorozatban az előjelváltások számát: $S(\hat{x})$.

Sturm tétele már most azt mondja ki, hogy ha x_1 és x_2 nem gyökei a polinomnak és a polinomnak nincsenek többszörös gyökei, akkor az $S(x_1)-S(x_2)$ különbség egyenlő éppen a $P(x)$ polinom x_1 és x_2 közé eső valós gyökeinek a számával.

Az általános esetben tehát a $\bar{P}_i(x)$ polinomokhoz meg kell határozni egy Sturm-féle rendszert (ennek részleteit illetően utalunk az irodalomjegyzékre) és meg kell vizsgálni a

$$S(1+\underline{\pi}_i)-S(1+\bar{\pi}_i)$$

értékeket. Ha ez a különbség 0, $\bar{P}_i(x)$-nek nincs gyöke a vizsgált intervallumban. Ellenkező esetben a variánsok nem összehasonlíthatók.

A globális preferencia

A fentiekben leírt módon k különböző relációt definiáltunk. Minden $i\in J$-hez tartozik egy $\overset{i}{\succsim}$ reláció. Az így bevezetett relációkat a szokásos módon ábrázolhatjuk k különböző irányított gráf segítségével. $\overset{i}{\precsim}$ alapján definiáljuk a $G_i = (M, U_i)$ irányított gráfot, amelyben M a csúcspontok halmaza és $(M_h; M_l) \in U_i$ akkor és csak akkor, ha $M_h \overset{i}{\succsim} M_l$.

A G_i gráfban minden csúcsot irányított élek kötnek össze azokkal a csúcsokkal, amelyekhez az i-ik ismérv szerint nála nem kedvezőbb variánsok tartoznak. Ezek a gráfok mind tranzitivek, mert a relációk is azok. Ugyanis

$$M_h \overset{i}{\succsim} M_l;\ M_l \overset{i}{\succsim} M_p \Rightarrow M_h \overset{i}{\succsim} M_p.$$

Tekintsük a részpreferenciákhoz tartozó ún. hozzárendelt mátrixokat. A $G_i = (M, U_i)$ gráf esetén ez olyan $A_i : (n \times n)$ méretű mátrix, amelyben

$$a_{hl}^{(i)} = \begin{cases} 1 \text{ ha } M_h \overset{i}{\succsim} M_l \\ 0 \text{ ha } M_h \succsim M_l \text{ és ha } h = l \end{cases}$$

Az így definiált gráfok közül a G_i; $i \in J_2$ gráfokban minden csúcspár legalább az egyik irányban éllel össze van kötve. A G_i; $i \in J_1$ gráfokban lehetnek össze nem kötött csúcsok, ezek felelnek meg az össze nem hasonlítható variánsoknak.

A továbbiakban arra törekszünk, hogy a részpreferenciák alapján globáliz preferenciát értelmezzünk az M halmazon. Azt szeretnénk elérni, hogy ek a globális preferencia biztosítsa a variánsok sorbarendezését előnyösségüs szerint.

Képezzük a következő mátrixot:

$$B = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i A_i \qquad \text{ahol } \lambda_i > 0, \qquad \forall_i \in J\text{-re}$$

A λ_i súlyokat a döntéshozónak kell megadnia. A súlyarányok megadásáva a döntéshozó finomít a korábbi állásfoglalásain, amikor is csak a kritériumait nevezte meg és fontossági sorrendet adott reájuk. Most nyilatkoznia kell az egyes ismérvek egymáshoz viszonyított fontossági arányairól is. Minthogy az ismérvek az J halmazban már eleve fontossági sorrendjük szerint vannak sorszámozva, nyilván:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_k > 0.$$

Ilyen körülmények között két szélső álláspont lehetséges:

a) $$\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 1.$$

Valamennyi kritérium egyformán fontos és a sorrend csak egyenlő mérték esetén számít.

b) $$\lambda_1 = 2^{k-1};\ \lambda_2 = 2^{k-2};\ \ldots\ \lambda_k = 1.$$

Minden egyes ismérv fontosabb a sorban utána következő valamennyi ismérv hatásánál együttesen.

A két szélsőséges súlyozás között bármilyen közbülső lehetséges.

A B-mátrixból ezek után egy új $C : (n \times n)$ méretű mátrixot képezünk a következő szabályok szerint:

1. $\left.\begin{matrix} C_{hl} = 1 \\ C_{lh} = 0 \end{matrix}\right\}$ ha $b_{hl} > b_{lh}$; $h \neq l$

2. $\left.\begin{matrix} C_{hl} = 1 \\ C_{lh} = 0 \end{matrix}\right\}$ ha $b_{hl} = b_{lh}$ és a h-ik variáns lexikografikusan jobb, mint az l-ik

3. $C_{hh} = 0 \quad (h = 1, 2, \ldots, n)$

A lexikografikusan jobb azt jelenti, hogy az első olyan kritériumnál, ahol $M_h \overset{i}{\sim} M_l$-vel: $M_h \overset{i}{\gtrsim} M_l$ áll fenn.

Könnyen belátható, hogy a C mátrix 0 és 1 értékű elemekből álló, antiszimmetrikus mátrix, vagyis $c_{ij} + c_{ji} = 1$ $i \neq j$. Pontosan $\frac{n(n-1)}{2}$ pozitív eleme van. Tekintsük azt a $G = (M, U)$ irányított gráfot, amelynek C a hozzárendelt mátrixa. Megállapodunk abban, hogy

$$M_h \gtrsim M_l \Longleftrightarrow (M_h; M_l) \in U,$$

és ez éppen akkor következik be, ha $C_{hl} = 1$.

A G gráf komplett irányított gráf, ami annyit jelent, hogy minden csúcspárja között legalább az egyik irányban (esetünkben pontosan az egyik irányban) van él. A gráfelméletből jólismert az a tény, hogy minden komplett gráfban létezik ún. Hamilton féle út. Ez az irányított éleknek olyan $(n-1)$ élből álló, egymáshoz kapcsolódó sorozata, amely minden gráfcsúcsot pontosan egyszer érint. A G gráfban levő Hamilton utak a különböző makrovariánsoknak megfelelő csúcsokat a definiált globális preferencia szerinti sorrendben érintik és ezzel megvalósítják a kívánt célkitűzésünket.

Bemutatott módszerünk hasonló ahhoz az eljáráshoz, amelyet Bernard Roy javasolt [3] alatti könyvében egy véges döntéshalmazból való választásra több célfüggvény egyidejű figyelembevétele mellett.

Roy-nál minden kritérium skalármutatóval értékelődik. Az így keletkező részpreferenciák alapján definiálja az ún. ,,dominancia'' relációt, amellyel a mi ,,globális'' preferenciánk analóg. A két fogalom definíciós feltételezései azonban nem azonosak. Ahhoz, hogy két variáns között a $M_h \overset{i}{\gtrsim} M_l$ dominancia reláció fennálljon, két feltételnek kell teljesülnie:

1. az M_h variánsnak elég sok ismérv alapján jobbnak kell lennie M_l-nál;
2. nem létezhet egyetlen olyan ismérv sem, amely szerint M_h egy még megengedett fokot meghaladóan rosszabb, mint M_l.

A ,,dominancia'' relációban tehát előfordulhat összehasonlíthatatlanság, a G gráf nem feltétlenül komplett; nem feltétlenül létezik benne Hamilton út. Vagyis a módszer nem biztosítja azt, hogy ,,legjobb'' elemet találjunk minden esetben és hogy a variánsokat előnyösségi sorrendbe tudjuk rendezni. Roy azt javasolja, hogy a döntéshozó ilyen esetekben a gráf ún. magjához tartozó variánsok közül válasszon, mert ezek olyan variánsok, amelyeket egyetlen más variáns sem dominál.

A mi modellünkben a globális preferencia-reláció érvényes két variáns között, ha az egyik a kritériumok több, mint felében jobb, mint a másik. Egyenlőség esetén pedig a lexikografikusan előnyösebb variánst választjuk. Ugyanakkor nem vizsgáljuk, hogy a globális preferencia irányával ellentétes részpreferenciáknál mekkorák a különbségek. Ezt a vizsgálatot azért nem tartjuk jelen esetben fontosnak, mert az összehasonlításra kerülő makrovariánsokat generáló modellekben a korlátozó feltételek biztosítják, hogy lényeges kritériumok szerint egyetlen megengedettnek tekintett variáns se legyen ,,nagyon rossz''.

Végezetül megjegyezzük, hogy az általunk bevezetett globális preferencia — akár csak a Roy féle dominancia reláció — általában nem tranzitív. A G gráfban előfordulhatnak három élből álló körutak. Az ilyenek fellépése azt jelenti, hogy valamennyi feltételezés után még mindig maradt ellentmondás a rész-preferenciák és a globális értékelés között.

Amennyiben a G gráfban vannak körutak: több különböző Hamilton úthoz jutunk. A variánsok előnyösségi sorrendje nem lesz egyértelmű: Különböző sorrendek jöhetnek szóba: amelyek annyiban különböznek egymástól, hogy az azonos körutakon fekvő variánsok különböző ciklikus permutációi szerepelnek bennük.

Kézenfekvő ilyenkor arra az álláspontra helyezkedni, hogy az azonos körúton fekvő variánsokat a globális preferencia egymással egyenértékűnek ítéli. Igy már egyértelműen meghatározott sorrendhez jutunk, amely ugyan megengedi a ,,holtversenyt'' is.

Egy gyakorlati alkalmazás

A távlati tervezés keretei között különböző modellek segítségével optimalizációs számításokat végeztünk és nagyszámú makrovariánst állítottunk elő. Összehasonlító elemzésükhöz felhasználtuk az ismertetett eljárást. Röviden bemutatunk egy konkrétan végigszámolt elemzést.

Öt makrovariánst akarunk összehasonlítani, ezek: M_1, M_2, M_3, M_4, M_5. Valamennyi az 1976—1990 közötti 15 éves tervezési időszakra vonatkozik. A teljes tervidőszakot három ötéves szakaszra bontottuk ($T = 3$). Összehasonlítási kritériumokként fontossági sorrendben a következőket vesszük:

1. A lakosság fogyasztása. Ezt vesszük első ismérvnek, mert jellemzi a lakossági igények kielégítésének az alakulását.

2. A nemzeti jövedelem. A társadalmi termelés alakulásának egyik fontos mutatója.

3. A tőkés külkereskedelmi forgalom egyenlege.

4. A szocialista külkereskedelmi forgalom egyenlege. Ez utóbbi két ismérv jellemzi a gazdaság nemzetközi munkamegosztásbeli helyzetének stabilitását.

5. A népgazdaság összes állóalapja 1990-ben. Minthogy az állóeszközök képezik a következő termelési periódus egyik legfontosabb anyagi feltételét, ez a mutató tükrözi: milyen mértékig gondoskodnak a különböző variánsok a ,,jövőről'', vagyis mennyire készítik elő a tervidőszakot követő tervszakaszt.

Láthatóan $k_1 = |J_1| = 4$ idősorral jellemzett és $|J_2| = 1$ végállapotot jellemző kritériumunk van. Vagyis $k = 5$.

Bemutatjuk a részpreferenciák számítását az 1. ismérv alapján. Az 1. Tábla tartalmazza a lakossági összfogyasztást jellemző idősorokat variánsonként. A 2. Tábla pedig a kumulált fogyasztásokat tünteti fel.

1. Tábla

A lakossági összes fogyasztás alakulása

1971 — 1975 = 100

Variáns:	1976—1980	1981—1985	1986—1990
M_1	123,8	149,8	192,2
M_2	116,7	155,2	214,4
M_3	128,8	163,0	188,7
M_4	116,7	154,1	221,6
M_5	128,0	166,8	192,4

2. Tábla

A lakossági összes fogyasztás kumulált alakulása

1971 — 1975 = 100

Variáns:	1976—1980	1981—1985	1986—1990
M_1	123,8	273,6	465,8
M_2	116,7	271,9	486,3
M_3	128,8	291,8	480,5
M_4	116,7	270,8	492,4
M_5	128,0	294,8	488,2

A 2. Táblából leolvashatók az alábbi relációk:

$$M_5 \overset{1}{\succsim} M_1;\ M_5 \overset{1}{\succsim} M_2;\ M_5 \overset{1}{\succsim} M_3;\ M_3 \overset{1}{\succsim} M_1;$$

A többi hat összehasonlítás behatóbb vizsgálatot igényel. Meg kell adnunk először is az időpreferencia korlátait. Legyenek ezek évi 5%, illetve évi 20%. Minthogy 5 éves időszakokat mérünk, esetünkben: $\underline{\pi}_1 = 0{,}276$ és $\bar{\pi}_1 = 1{,}488$. Az összehasonlítási eljárás illusztrációjaként vessük egybe az M_3 és az M_4 variánsokat.

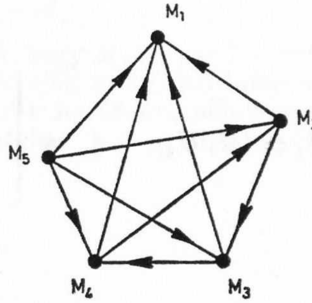
$$K_1[\pi_1, M_3] - K_1[\pi_1, M_4] = 12{,}1x^2 + 21{,}0x - 11{,}9.$$

Minthogy $T = 3$: másodfokú polinomot kaptunk, amelynek a vizsgálata elemi eszközökkel lehetséges. A polinom az [1,276; 2,488] intervallum mindkét végpontjában pozitív és az intervallumban végig növekszik. Igy itt nem lehet gyöke. Tehát: $M_3 \succsim M_4$.

Hasonló vizsgálatokat végezve valamennyi kritériumra: az alábbi gráfokban ábrázolt viszonyokat nyertük.

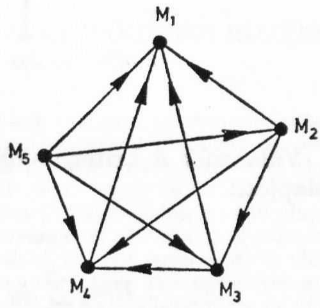
1. ismérv: fogyasztás

$$G_1 = (M, U_1) \qquad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



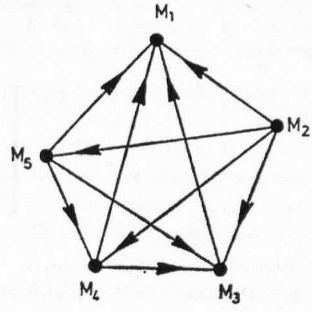
2. ismérv: nemzeti jövedelem

$$G_2 = (M, U_2) \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



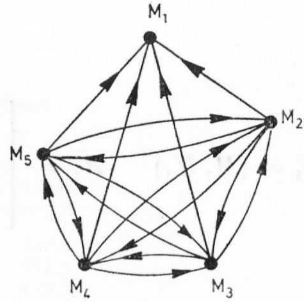
3. ismérv: tőkés külkereskedelmi egyenleg

$$G_3 = (M, U_3) \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



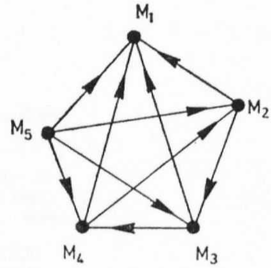
4. ismérv: szocialista külkereskedelmi egyenleg

$$G_4 = (M, U_4) \qquad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



5. ismérv: állóeszközök záróállománya

$$G_5 = (M, U_5) \qquad A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



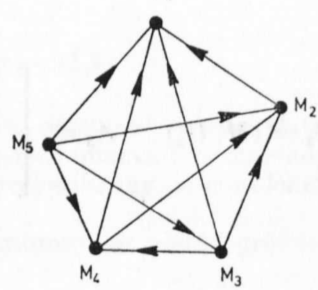
Válasszuk a kritériumok $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 1$ súlyozását. Fentiek alapján:

$$B = \sum_{i=1}^{5} A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 0 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 4 & 5 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

A C mátrix képzéséhez jelöljük meg a B mátrixban a max(*be*, *be*) elemeket. Mivel $b_{24} = b_{42}$: megvizsgáljuk G_1-től kezdve, hogy M_2, illetve M_4 kedvezősége hol tér el először. Azt találjuk, hogy $G^1_{42} > G^1_{24}$, ezért $C_{42} = 1$; $C_{24} = 0$.

Tehát a C mátrix és a neki megfelelő $G(M, U)$ gráf a következő:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



A G gráfban három különböző Hamilton út van:

$$M_5—M_2—M_3—M_4—M_1; \quad M_5—M_3—M_4—M_2—M_1 \text{ valamint}$$
$$M_5—M_4—M_2—M_3—M_1.$$

A tett feltételezések alapján határozottan állíthatjuk, hogy M_5 a legkedvezőbb, M_1 a legkedvezőtlenebb variáns. Nincs elegendő és elég meggyőző információnk ahhoz, hogy a közbül elhelyezkedő variánsokat is határozott előnyösségi rangsorba tudjuk állítani. Úgy tűnik: ezek összességükben nagyjából egyenértékűek.

(Beérkezett: 1976. október 14.)

IRODALOMJEGYZÉK

1. Augustinovics M. és szerzőtársai: A kvantitatív szintézis rendszere a távlati tervezésben (1968–1975). OT Távlati Tervezési Főosztály Matematikai Tervezési Osztály anyaga. 1976. március.
2. Kuros, A. G.: Felsőbb algebra. Tankönyvkiadó 1967.
3. Roy, B.: Algebre moderne et théorie des graphs. Tome 1. DUNOD. 1969.

A COMPARATIVE ASSESSMENT OF ALTERNATIVE PLAN VARIANTS (MACRO-VARIANTS) FOR THE NATIONAL ECONOMY

In the process of national economic planning several plan variants (macro-variants) are elaborated for the same plan period, especially when mathematical planning models are used. Macro-variants describe different possible paths for the development of the national economy. In the final stage of the planning a decision must be made which one of the possible paths should be followed. The preparation of the decision on the plan, thus, logically necessitates the complex evaluating comparison of the macro-variants.

The author suggests a relatively simple interactive method for the approach to this decision. The process starts with the economic policy makers fixing the development criteria of the national economy, giving the order of priorities as well. These refer partly to the state of the economy to be achieved by the end of the planning period, and partly to the path of the development. On the basis of these criteria each macro-variant is awarded partial indicators of the criteria, which may be scalar indicators as well as time series (vector indicators).

The method unifies the two measurements, relying on the time-preferences given by the policy makers and assignes a partial preference to each criterion. These are transitive but not necessarily complete.

On the basis of the information provided by partial preferences, and with regard to the weights given by the decision makers, a so-called global preference is introduced on the set of macro-variants, which is anti-symmetric, complete, but not necessarily transitive. The directed graph representing the global preference relations is known to contain a Hamilton path (perhaps more than one) and, thus, the macro-variants can be arranged into a certain order of preference.

The method has been used for the long-range planning of the period 1976–1990.

ОЦЕНОЧНОЕ СРАВНЕНИЕ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПЛАНОВЫХ ВАРИАНТОВ (МАКРОВАРИАНТОВ)

В процессе народнохозяйственного планирования (в особенности в случае применения математических плановых моделей) относительно конкретного планового периода разрабатывается обычно несколько (иногда много) плановых вариантов, которые известны под названием макровариантов. Макроварианты излагают различные, осуществимые пути развития народного хозяйства. На окончательным этапе планирования следует произвести выбор между возможными путями развития. Таким образом подготовка решения относительно принятия плана логически предполагает комплексное, оценочное сравнение макровариантов.

Автор предлагает сравнительно несложный, интерактивный метод для приближения этой проблемы. В начальной стадии процесса специалисты по экономической политике фиксируют критерии развития народного хозяйства и устанавливают порядок этих признаков. Они связаны отчасти со складывающимся к концу планового периода положением экономики, а отчасти примыкают к пути развития. На основании этих критериев к каждому макроварианту предписываются показатели различных парциальных критериев, которые являются отчасти скалярными показателями и отчасти временными рядами (показатели векторного значения).

Метод синтезирует эти два вида измерений, опираясь на данные специалистами по экономической политике временные преференции и назначает к каждому критерию по одной частной преференции. Они являются транзитивными, но не безусловно полными.

На основании информаций, полученных с помощью частных преференций, а также учета сформулированных решениями весов во множество макровариантов вводится т. н. глобальная преференция, которая является антисимметричной, комплектной, но не безусловно транзитивной. Изображающий реляцию глобальной преференции управляемый граф обязательно содержит гамильтонов путь (может быть даже несколько), благодаря чему можно установить некоторый преимущественный порядок (порядки) макровариантов.

Этот метод применялся на практике в аналитической работе, связанной с перспективным планированием на 1976—1990 годы.

Pillis Pál

Ültetvény modell

A mezőgazdasági tevékenységek matematikai programozásában sajátos helyet foglalnak el azok, amelyeknél

1. a tevékenység nem egy, hanem több évet foglal magában,

2. nem egy meghatározott időpontban elérendő *optimális állapot* meghatározása, kutatása célszerű, azaz nem végállapotot optimalizálunk, hanem *folyamatot.*

3. a lezajló folyamatokban *nem-lineáris* változások mennek végbe: növekedés és csökkenés, azaz biológiai folyamatokról lévén szó: *fejlődés és elöregedés.* [1] [2] [4] [5]

Ilyen típusú problémák a mezőgazdaságban, az egyéves növények termelése kivételével, igen gyakoriak. Igy például többéves nem-lineáris folyamatok zajlanak le az ültetvényekben, az állattartásban. Az ültetvények hosszú élettartalmú növények, telepítésük után nem adnak mindjárt termést (csak 3—5 év után) termő időszakuk néhány évtized (fajtától, művelésmódtól stb. függően), elöregedésük során a termésmennyiség csökkenő tendenciájú.

A többéves folyamatok során lezajló csökkenésnek és növekedésnek, a nem lineáris változásoknak a modellezése eltér a végállapotot optimalizáló modellekétől. (Középtávú végállapot modellekről lásd a [6] [13] számú irodalmat.)

Ha ültetvényekkel kapcsolatos tevékenységet kívánunk optimalizálni, akkor a következő döntési fajtákra keresünk választ: (döntési fajtákról lásd a [22] [23] számú irodalmat)

1. Milyen régi ültetvényeket célszerű kivágni és helyüket kívánatos-e ültetvényekkel hasznosítani?

2. Érdemes-e az ültetvények területét bővíteni vagy nem, esetleg ajánlatos-e a területet csökkenteni?

3. Ha kivágásra és telepítésre sor kerül, akkor milyen fajtákat milyen fajtákkal cseréljünk fel, továbbá milyen művelésmódot (koronaformát, vagy tőkeművelést) milyen másikkal?

4. A termék értékesítése kíván-e valamilyen feldolgozó üzemet — például szőlő esetén borpincét, gyümölcs esetén léüzemet, konzervüzemet vagy tárolót?

5. Milyen feldolgozási vagy tárolási technológiára létesüljön a feldolgozó-tároló üzem?

6. Milyen fajták, melyik művelésmódból kerüljenek feldolgozásra vagy feldolgozás nélkül értékesítésre?

7. A létesített feldolgozó-tároló üzemek kapacitásának kihasználása is legyen optimális.

8. A szóbajöhető beruházások (új telepítések, új tároló-feldolgozó üzemek

létesítése) fedezhető-e abból a nettó jövedelemből, amit a termő ültetvények adnak.

E 8 döntési problémát *egyetlen* modellben kell megoldani, amihez egy összetett, többperiódusú lineáris-dinamikus modellre van szükség.

Az alábbiakban egy téli alma ültetvényre kidolgozott és kipróbált modellt mutatunk be.

Az ültetvény modell közgazdasági koncepciója

A téli almából származó jövedelem igen nagy különbségeket mutat *fajták* (Jonatán, Starking, Golden Delicious, Húsvéti rozmaring), *koronaformák* (közepes törzsű, termőkaros, sövény, karcsú orsó), *szüreti idő* (körszedés, a szedés első 10 napja, a szedés 10. napjától a végéig), *termőhely* (domborzati, éghajlati és termőtalajbeli adottságok) és *értékesítési relációk* szerint (tárolás nélküli értékesítés, 3—5 hónapos változatlan légterű tárolás utáni értékesítés, 7—8 hónapos szabályozott légterű tárolás utáni értékesítés). [3] [10] [11] [17] [19] [20]. Az egyes fajták, koronaformák, értékesítési relációk előnyei-hátrányai *rendkívül ellentmondásosak*. Igy például a legbővebben termő fajta, a Golden Delicious árszínvonala elmarad a kevésbé bőven termő Jonatántól és a még kevésbé bőven termő Starking fajtától. A közepes törzsű ültetvényből származó alma tömöttebb, jobban bírja a tárolást, kevesebb benne a romlás, a sövény ültetvényből származó alma lazább, ezzel szemben a sövény ültetvény termelési költsége jóval alacsonyabb, mint a közepes törzsűé. Legkevesebb az élőmunka igénye a karcsú orsó ültetvénynek, de ennek a legmagasabb a beruházási költsége. Tárolás alatt az egyes fajták, koronaformák veszteségei egészen eltérőek, de még abban is különbség van, hogy a tárolás csak hűtésből áll-e változatlan légtérben, vagy a tárolás hűtésből és a légtér szabályozásából áll stb.

Mindezek az ellentmondó tényezők valamint a változatok nagy gazdagsága eleve lehetetlenné teszik, hogy matematikai programozás nélkül, hagyományos kalkulációval optimálisan tervezhető legyen az ültetvények rekonstrukciója.

Eddig sehol sem dolgozták ki az olyan ültetvény modelljét, amely egyrészt figyelembe veszi ezeket az ellentmondó tényezőket (a legáltalánosabb megoldás a vállalati modellekben az egyes ültetvények aggregált kezelése, mint alma, körte stb.), másrészt a megjelölt 8 döntési fajtára egzakt választ tud adni.

Az ültetvény modell közgazdasági koncepciója abból indul ki, hogy a vállalat számára az értékesítés révén elérhető nettó, illetve bruttó jövedelem maximuma a meghatározó, s így *a vállalati output mérésénél meg kell különböztetni a tárolatlan és a kétféle tárolás után értékesített termékeket*. Az ilymódon differenciált érdekeltségnek kell *visszahatnia a telepítésekre*. Hogy mely telepítések kerülnek az optimális megoldásba és hogy melyek szorulnak ki, az azon múlik, hogy *valamely periódusban (évben) telepített alma később, a teljes termés időszakában hogyan állja a versenyt* egyrészt a többi telepítéssel, másrészt a régi ültetvényekkel. Itt valójában visszafelé ható kapcsolatok vannak. Ezért a kezdő periódustól a záró periódusig minden változó esetében szükség van *intertemporális* feltételekre [24]. De intertemporális feltételeket igényel a régi ültetvények csökkenő, az új ültetvények emelkedő hozamainak modellezése azaz a *nem-linearitás* kezelése is. [4] [5] [12] [18] [26]

A közgazdasági koncepció során szólni kell a *távlati jövedelmek diszkontálásáról*, a jövőbeli jövedelmek jelenidejű értékeléséről. Ültetvények esetében ennek fontosságát kiemeli az a tény, hogy a régi ültetvények kiöregedése miatt évrőlévre zsugorodik az a jövedelem, amelyből az új beruházások fedezhetők: *minél tovább húzódik az ültetvények cseréje, annál kisebb erre a lehetőség.* Ez azt jelenti, hogy a modell szakított a kialakult, hagyományos rekonstrukciótervezéssel, mikor is folyamatos cserével számolnak, ami kiterjed az ültetvény területének 1/20-ad—1/30-ad részére [25], és ennek az a következménye, hogy így *igazi korszerűsítés nem megy végbe.* A folyamatos cserét nem építettük be a modellbe, nem kívántuk eleve eldönteni, hogy 1/20-ad, vagy 1/30-ad területrészen, vagy bármekkora részen cserélődjenek ki, az almafák. *Ezt a döntést a modellre bíztuk.*

Végül az eddigiekből következik, hogy egyetlen célfüggvénnyel fogtuk össze az összes periódust. Ennek elve: pozitív értékűek a termelési változók (kivéve, ha deficitesek), negatív értékűek a beruházási változók (telepítések, tároló építés) és a meglevő tároló kihasználatlan kapacitása. (A programozási horizonton túl termőre forduló ültetvények feltételezett célfüggvény együtthatót kaptak.) Mind a diszkontálást, mind a programozási horizonton túl termést adó ültetvények kezelését exogén módon oldottuk meg.

Változók, feltétel-típusok és célfüggvény

A változók a *kibocsátás szerint* 3 csoportot képeznek: változatlan légterű tárolás utáni értékesítés, szabályozott légterű tárolás utáni értékesítés, tárolás nélküli értékesítés. Ezen belül ugyancsak 3 csoportot képeznek a változók, nevezetesen: *régi ültetvények, új nem termő ültetvények, új termő ültetvények.* Valamennyi csoporton belül *fajtákat, koronaformákat, szüreti periódusokat és termőhelyeket* is megkülönböztetjük egymástól.

Jelöljük továbbá a változó csoportokat *periódusok szerint* is: 1. a modell induló periódusa (első éve), t. a modell záró periódusa. Megkülönböztetendő továbbá az új telepítéseknél az, hogy a telepítés *melyik periódusban történt,* valamint az, hogy a szóbanforgó változó *melyik periódusban szerepel.* Ezt az $1 \ldots t$ indexek eltérő pozíciójával jelezzük: felső pozícióban közöljük a változó helyét a periódusokban, alsó pozícióban a telepítés idejét a periódusok rendszerében.

E többféle csoportosítás mellőzhetetlen még akkor is, ha ennek következménye egy igen bonyolult jelölési rendszer. Ezt elkerülendő a változók szimbolizálását egyszerűsítjük és általános formulázásként az alábbiakat vezetjük be: x_{ijk}^{g} = az i-edik kibocsátás szerinti alma, a j-edik ültetvényfeléből (régi és új), a k-adik fajtából, koronaformából, termőhelyről, szüreti periódusból, a g-edik programozási periódusban.[1]

$i = 1 \ldots m$, m = a kibocsátási relációk száma,
$j = 1 \ldots n$, n = az ültetvényféleségek száma,

[1] A gyakorlati számítások során az i, j és k szerinti megkülönböztetést tovább kell részletezni, itt azonban rövidített formában mutatjuk be a modellt, s ettől csak akkor térünk el, ha egyes feltételek esetében a további részletezés elkerülhetetlen.

$k = 1 \ldots r$, $r =$ a fajták, koronaformák, szüreti periódusok, termőhelyek száma[2]

$g = 1 \ldots t$, $t =$ a periódusok száma.

Továbbá szükségünk van még a következő változókra:

$x^{Sg} =$ szabályozott légterű tároló beruházási változója a g-edik periódusban,
$x^{Sog} =$ üres, kihasználatlan tárolókapacitás szabályozott légterű tárolóban,
$x^{Vog} =$ mint előző, változatlan légterű tárolóban.

A feltételek típusai 2 csoportba sorolhatók: 1—1 periódusra vonatkozóak, ezek periódusként ismétlődnek, továbbá intertemporális feltételek.

Az 1—1 periódusra vonatkozó feltételek fontosabb típusai:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} \alpha_{ijk}^{g} x_{ijk}^{g} \leq A^{g} \tag{1}$$

$\alpha_{ijk}^{g} = i, j, k$ szerinti alma fajlagos holtmunka költsége a g-edik periódusban,
$A^{g} =$ a holtmunka költség kerete a g-edik periódusban.

Az (1) alatt jelzett feltétel típus valamennyi g ($g = 1 \ldots t$) periódusban megtalálható, s ehhez hasonló az élőmunka feltétele is ugyanezen periódusokban.

A földterület feltételeiben külön kell választani a régi ültetvények föld feltételeit és az összes rendelkezésre álló föld (régi és új telepítések együtt) feltételeit. Ezért vezessük be a következő értelmezést:

x_{ik}^{g} régi ültetvény, $\overline{x}_{ik}^{g}$ új ültetvény:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{r} \beta_{ik}^{g} x_{ik}^{g} \leq F^{g} \tag{2}$$

$\beta_{ik}^{g} =$ a régi ültetvények fajlagos földigénye i, k szerint a g-edik periódusban,
$F^{g} =$ a régi ültetvények földterülete a g-edik periódusban.

Új telepítéseknek csak akkor kell külön föld feltételt adni, ha valamilyen meggondolásból szükség van az új telepítések minimális előírására:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{r} \overline{\beta}_{ik}^{g} \overline{x}_{ik}^{g} \geq Fu^{g} \tag{3}$$

$\overline{\beta}_{ik}^{g} =$ mint előző β, de új ültetvényekre vonatkozóan.
$Fu^{g} =$ az új telepítések földterülete a g-edik periódusban.

Az összes rendelkezésre álló föld feltétele:

$$F^{g} + Fu^{g} = F\ddot{o} \tag{4}$$

$F\ddot{o} =$ összes föld.

Fontos összefüggéseket kell formalizálni a tárolókapacitások kitöltésének feltételeiben. Ezeket a záró (t-edik) periódusban mutatjuk be, mivel egyrészt a kezdő periódusban csak régi ültetvények jöhetnek számításba, másrészt, mert a kezdő periódusban még nincs szabályozott légterű tárolás.

E feltétel típushoz meg kell bontani az eddig összevontan szereplő értékesítési relációkat. Vezessük be ezért a következőket: x_{jk}^{t} tárolatlanul értékesített

[2] A fajták, koronaformák, szüreti periódusok és termőhelyek száma ezen változatok szorzatával egyenlő.

alma, $x_{jk}^{\prime t}$ változatlan légterű tárolás után értékesített alma, $x_{jk}^{\prime\prime t}$ szabályozott légterű tárolás után értékesített alma:

$$(5) \qquad \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} (x_{jk}^{\prime t} + \bar{x}_{jhk}^{\prime t} + \bar{x}_{jkh+1}^{\prime t} + x^{Vot}) = V$$

$\bar{x}_{jkh}^{\prime t}$ = új termőrefordult ültetvényből származó alma, a telepítés a h-adik periódusban történt,

$\bar{x}_{jkh+1}^{\prime t}$ = mint előző, a telepítés a $h+1$-edik periódusban történt.

V = a változatlan légterű tároló kapacitása.

Mint az (5) alatt jelzett feltételből látható, a h-adik periódustól kezdve az új telepítésekből származó termékkel is számolnunk kell a tároló kitöltésekor.

Az (5) alatt jelzett feltételhez hasonló a szabályozott légterű tároló kitöltésének feltétele.

Minden alma — függetlenül attól, hogy tárolóba kerül-e vagy tárolás nélküli eladásra — átmegy a manipuláló soron:

$$(6) \qquad \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} \gamma_{ijk}^{g}\, x_{ijk}^{g} \leq M^{g}$$

γ_{ijk}^{g} = i, j, k szerinti alma fajlagos manipulációs költsége a g-edik periódusban,

M^{g} = a manipulációs költségek kerete.

A tárolási feltételekkel összefüggésben két sajátos feltételről kell szólni. Az egyik: minden periódusban szükség van fajtánként, koronaformák, termőhelyek stb. szerinti *mérlegfeltételekre*, ezek értelme az, hogy az összes megtermelt alma egyenlő az értékesítési relációk szerint összegezett almával. Ehhez az eddig összevontan, k szerint szereplő változókat fel kell bontani. Igy például x_{hqos}^{g} jelentse a h fajta almát a q koronaformából, az o szüreti periódusból, az s termőhelyről:

$$(7) \qquad x_{qos}^{g} + x_{hqos}^{\prime g} + x_{hqos}^{\prime\prime g} = H_{qos}^{g}$$

H_{qos}^{g} = az összes H fajta alma a q koronaformából, az o szüreti periódusból, az s termőhelyről.

A (7) alatt jelzett mérlegfeltételhez hasonlóra van szükség minden termőhely, szüreti periódus stb. szerint valamennyi periódusban, továbbá ugyanerre mind a régi, mind az új ültetvények esetében.

A másik sajátos mérlegfeltétel a *tárolási mérlegfeltétel;* ez biológiai problémákkal kapcsolatos. A h, q, o, s szerint megtermelt összes alma egy része ugyanis nem alkalmas tárolásra, mert gyengébb minőségű.

$$(8) \qquad \pi H_{qos}^{g} = \overline{H_{qos}^{g}}$$

π = tárolási hányados: $o < \pi < 1$

A π-vel jelölt tárolási hányados fajták, koronaformák, szüreti periódusok stb. szerint eltérő, továbbá más a régi és az új ültetvények esetében is.

Annyi alma mérlegre van szükség, amennyit a fajták, koronaformák, szüreti idők, termőhelyek számának szorzata alkot, továbbá ennyi tárolási mérlegfeltétel is szükséges, hacsak egyes fajtákat, koronaformákat stb. eleve ki nem zárunk a tárolásból.

Az új szabályozott légterű tároló beruházási feltételét úgy fogalmaztuk meg, hogy a beruházási költség kiegyenlítése a vállalat számára a legkedvezőbb időben történjék, s ne függjön magától a szabályozott légterű tárolási tevékenységtől; azaz lehetővé tettük, hogy a tároló már üzemel, de a beruházási költség még nincs kiegyenlítve, vagy fordítva.

$$x^{S1} + x^{S2} + \dots + x^{St} = S \tag{9}$$

S = a szabályozott légterű tároló beruházási költsége.

Az eddig bemutatott feltétel típusok 1—1 periódusra vonatkoztak. Ezeken kívül szükségünk van *intertemporális* feltételekre, amelyek *periódusokat összekapcsoló, folyamatot fenntartó, nem lineáris relációkat kifejező feltételek.*

Igy például, ha a régi ültetvény a 3. és 4. periódus között 5%-os hozamcsökkenést ad, akkor ez:

$$0{,}95x^3_{hqos} - x^4_{hqos} = 0 \tag{10}$$

lineáris relációra alakítható át. A régi ültetvények esetében ez az 1—1 szomszédos periódust (s ezzel az összes periódust) összekapcsoló feltétel rendszer a régi ültetvények folyamatos elöregedését formalizálja.

A régi ültetvények intertemporális mérlegfeltételének sémája a következő *(1. séma).*

1. séma

Régi ültetvények intertemporális mérlegfeltételeinek rendszere

1	2	3	...	t
		periódusban		
λx^1_{hqos}	$-x^2_{hqos}$			$= 0$
	λx^2_{hqos}	$-x^3_{hqos}$		$= 0$
		λx^3_{hqos}	...	$= 0$
$\vdots$				
				$-x^t_{hqos} = 0$

Az 1. sémában szereplő λ révén a degresszív folyamat lépcsőnkénti lineáris relációkká alakítható át. Meg kell azonban egy lényeges körülményt említeni: *a λ együttható h, q, o, s és periódusonként differenciált.*

Az új, nem termő ültetvények esetében (jele $\bar{x}_{hqos}$) minden megkezdett telepítésnél szükség van fenntartó jellegű intertemporális feltételekre. A fenntartó jelleg lényege: ha a telepítés a programba bekerül, termőre fordulásig össze kell kapcsolni a periódusokat, mert ennek hiányában képtelen megoldások adódhatnak: egy telepítés adott periódusban szerepel a programban, a következő periódusban megszűnik, majd több periódus után mint termő ültetvény újból megjelenik. Ezt elkerülendő a következő feltételek szükségesek *(2. séma).*

2. séma

Uj, nem termő telepítések intertemporális mérlegfeltételeinek rendszere

1	2	3	...	t	
periódusban					
$\bar{x}^1_{hqos1}$	$-\bar{x}^2_{hqos1}$				$= 0$
	$\bar{x}^2_{hqos1}$	$-\bar{x}^3_{hqos1}$			$= 0$
	$\bar{x}^2_{hqos2}$	$-\bar{x}^3_{hqos2}$			$= 0$

Az új ültetvények rendszerében meg kell különböztetni a nem termő ültetvényeket (jele $\bar{x}_{hqos}$) a termőrefordult ültetvényektől (jele $\bar{x}_{hqos}$). Ez utóbbiaknál szintén szükség van intertemporális mérlegfeltételekre. Az $\bar{x}$ jelű változók, ha bekerülnek a megoldások közé, termőrefordult $\bar{x}$ változókká válnak. Ha például az 1. periódusban telepített ültetvény a 4. periódusban válik termő ültetvénnyé, akkor minden h, q, o, s szerint, valamint értékesítési relációk szerint differenciált ültetvénynél fenn kell állni a

$$\bar{x}^3_{hqos_1} - \bar{x}^4_{hqos_1} = 0 \tag{11}$$

relációnak.

Az új ,termő ültetvények kezdetben növekvő hozamúak. Ha példának okáért a 3. periódusban telepített ültetvényt nézzük, ahol is a növekedési koefficiens δ, ezzel a következő feltételeket képezhetjük *(3. séma)*.

3. séma

Uj, termő ültetvények intertemporális mérlegfeltételeinek rendszere

... t-2	t-1	t	
periódusban			
$-\bar{\bar{x}}^{t-2}_{hqos3}$			$= 0$
$\delta\,\bar{\bar{x}}^{t-2}_{hqos3}$	$-\bar{\bar{x}}^{t-1}_{hqos3}$		$= 0$
	$\delta\,\bar{\bar{x}}^{t-1}_{hqos3}$	$-\bar{\bar{x}}^{t}_{hqos3}$	$= 0$

Az 1., 2., 3. sémához hasonló módon kell szerkeszteni a tárolható alma mérlegfeltételeit.

Bemutatunk még egy olyan feltétel típust is, amelyben a régi és új, termőrefordult telepítések együtt szerepelnek. Igy például a szüreti élőmunka feltétele a t-edik periódusban olyan új, termőrefordult telepítéseket is tartalmaz, amelyeket a d-edik és minden előtte levő periódusban telepítettek.

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{p} \varepsilon^t_{ik}\; x^t_{ik} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{d} \bar{\bar{\varepsilon}}^t_{tjk}\; \bar{\bar{x}}^t_{ijk} \leq S\acute{e}^t \tag{12}$$

ε_{ik}^{t} = i, k szerinti alma fajlagos szüreti élőmunka igénye a t-edik periódusban,

$\bar{\varepsilon}_{iik}^{t}$ = mint előző, új, termő ültetvényekre vonatkozóan,

$Sé^{t}$ = a szüreti élőmunka kerete.

A modell célfüggvénye:

$$(13) \qquad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r}\sum_{g=1}^{t}(p_{ijk}^{g}\,x_{ijk}^{g} - \bar{p}_{ijk}^{g}\,\bar{x}_{ijk}^{g} +$$

$$+ \bar{\bar{p}}_{ijk}^{g}\,\bar{\bar{x}}_{ijk}^{g}) - \sum_{g=1}^{t}(x^{Sg} + x^{Sog} + x^{Vog}) \to \max.$$

p_{ijk}^{g}, $\bar{p}_{ijk}^{g}$ = fajlagos nettó ill. bruttó jövedelem i, j, k, g, régi és új telepítések szerint,

$\bar{\bar{p}}_{ijk}^{g}$ = beruházási költség az előzőek szerint.

Az ültetvény modell értékelése

A gyakorlati alkalmazás során a modell jól kiállta a számítások „próbatételét", a modell „élt" és az előzetesen megfogalmazott 8 döntési fajtára jól értelmezhető, gyakorlatban alkalmazható választ adott, s ezen kívül még sok hasznos információval is szolgált.

Kitűnt az is, hogy sok probléma fakad a modell nagy méretéből.

A modell csaknem kvadratikus, s ha a periódusok száma 10, több mint 1000 feltétellel van dolgunk.[3] Elképzelhető azonban több periódus összevonása is (több évet egy átlagév képvisel) s ezzel mérsékelhető a modell mérete.

Az ültetvény modell nagyértékű beruházás, ültetvény-csere matematikai programozása, amelynél a lehetséges döntés több évtizedre teremt kész helyzetet. Jelenleg 1 ha téli alma ültetvény beruházási költsége és a termőrefordulásig szükséges ápolási költsége 100—150 ezer Ft, s ha egy 500 ha területtel rendelkező gazdaságra gondolunk, ahol évente felújítják az ültetvény 1/20-ad részét, ez évente 2,5—3,75 millió Ft-ba kerül.[4]

Ehhez járul még a téli alma tárolásának nagy népgazdasági szerepe [20]. A gyümölcstárolás jelenleg igen ellentmondásos: fontos népgazdasági érdekek fűződnek a tárolt téli alma exportjához, valamint fogyasztói érdekek a tárolt téli alma fogyasztásához, s ezért az állam jelentős támogatást ad a tárolók építéséhez.[5] A gazdaságok jórészében — hozzáértés hiánya és hibás tárolási gyakorlat miatt — a tárolás deficites, ami oda vezet, hogy a tárolókat más célra használják.

[3] Ha a régi ültetvények változóinak száma 4 fajta, 4 koronaforma, 3 értékesítési reláció szerint — szüreti periódust és termőhelyet nem is számítva — 48, s ez egymaga 10 periódusban 480 feltételt ad (1. séma); ehhez hozzáadandó az új, nem termő telepítések mérleg feltételei (2. séma), amit periódusonként szintén 48 feltétellel, de csak 5 periódusban számítunk, újabb 240 feltételt kapunk; végül pedig az új, termő ültetvények mérlegfeltételei (3. séma) újabb 240 feltételt alkotnak. Ilyenformán csak az intertemporális feltételek száma 960.

[4] A nagyüzemi almaültetvények (területük mintegy 52 ezer ha) folyamatos felújítása évente kb. 7 milliárd Ft-ba kerül [27].

[5] Egy 300 vagon kapacitású szabályozott légterű tároló beruházási költsége mintegy 120 millió Ft, ehhez 40%-os állami támogatást kaphatnak a vállalatok.

Az ültetvény modell megoldását táblázatban mutatjuk be, ebben az optimumot összehasonlítjuk az induló állapottal és a vállalat rekonstrukciós tervével (1. táblázat).

A modell megoldása, illetve annak realizálása minőségi változást idéz elő az ültetvény korszerűsítésében mind a fajtaösszetételt, mind a koronaformákat tekintve. Az élőmunka igényes közepes törzsű fák az induló állapotban az ültetvények területének 71%-át tették ki, ezt a vállalat a terve szerint 29%-ra kívánta csökkenteni, az optimális megoldás 9%-ot ajánl. A sövény ültetvények aránya induláskor 14% volt, a vállalat 45%-ra tervezte növelni, az optimum pedig 83%-ra. A vállalat is tisztában volt azzal, hogy a Húsvéti rozmaring fajtát csökkenteni kell, (35%-ról 14%-ra tervezte) az optimális megoldás szerint a fajtát a termesztésből teljesen ki kell vonni.

A modell megoldása ajánlja az új szabályozott légterű tároló felépítését, s egyben meg is oldotta annak optimális kitöltését éppen úgy, ahogy a meglevő tárolót is optimálisan töltötte ki (2. táblázat).

A megoldás legtanulságosabb része a folyamatnak az a szakasza, amely egyben a vállalat számára a legkritikusabb. Itt történnek a kivágások — ennek következtében csökken a termelés, sőt a tároló 18%-a is kihasználatlan marad,

1; táblázat

Az ültetvény modell megoldása összevetve a rekonstrukció előtti állapottal és a vállalat rekonstrukciós tervével

	Induló állapot		A vállalat terve		Az optimális megoldás	
	(ha)	termés (10 t)	(ha)	termés (10 t)	(ha)	termés (10 t)
Régi ültetvények						
Jon. közepes törzsű	71,05	130,0	—	—	46,51	58,4
termőkaros	49,20	135,0	49,2	108,0	38,47	85,5
sövény	23,55	90,0	23,55	72,0	21,88	68,4
ST. közepes törzsű	34,52	60,0	28,70	40,0	—	
sövény	30,18	110,0	30,18	88,0	29,26	83,6
GD. közepes törzsű	48,47	102,0	48,47	100,0	—	—
termőkaros	15,20	48,0	15,20	38,4		
sövény	5,81	25,0	5,81	20,0	4,59	15,8
RH. közepes törzsü	150,00	270,0	72,20	130,0	—	—
Összesen:	427,98	970,0	273,31	596,4	140,71	321,7
Új ültetvények						321,7
Jon. termőkaro			62,70	192,0	—	
sövény			36,36	151,5	90,00	—
karcsú orsć			—	—	—	375,0
ST. sövény			113,70	450,6	279,27	—
karcsú orsó			—	—	—	1117,1
GD. termőkaros			3,30	11,6	—	—
sövény			20,44	98,9	—	—
karcsú orsó			—	—	—	—
Összesen:			236,50	903,6	369,27	1492,1
Régi és új ültetvény összesen:			509,81	1500,0	509,98	1813,8

2. táblázat

A tárolókakacitás kihasználása az optimális megoldásban (%).

Fajta és koronaforma	Az induló	a záró
	periódusban	
Jon. közepes törzsű	24,09	9,19
termőkaros	25,00	11,48
sövény	16,67	50,40
ST. közepes törzsű	11,10	—
sövény	20,37	26,70
GD. közepes törzsű	—	—
termőkaros	—	—
sövény	2,77	2,23
HR. közepes törzsű	—	—
Összesen:	100,0	100,0

— és itt megy végbe a telepítés, amit a kivágások miatt csökkent nettó jövedelemből kell fedezni. A szabályozott légterű tároló beruházási költségeinek képzését az optimális megoldás a folyamat elejére helyezte. Igy is a kivágások és új telepítések évei alatt a vállalat nettó jövedelme az induló érték 73%-ára esett vissza, amit a vállalatnak 4 éven át kell elviselnie. A folyamat végére viszont a nettó jövedelem közel 40%-kal emelkedik. Itt jegyezzük meg, hogy ha elesne az állami támogatás, akár a szabályozott légterű tároló beruházásánál, akár az új telepítéseknél, akkor a vállalat alma vertikuma az itt előállított nettó jövedelemből képtelen lenne optimális mértékben vállalkozni az ültetvények ilyen rekonstrukciójára.

Ha elmarad a rekonstrukció, akkor a modellben számított 12 év alatt a vállalat almatermése az induló 9700 t-ról fokozatosan 7372 t-ra csökken. De a nettó jövedelem csökkenése ennél nagyobb méretű, mert az elöregedő fák nemcsak kevesebb, de gyengébb minőségű termést is adnak.

A rekonstrukció révén kialakítható korszerűsödés egyik legjellemzőbb vonása az, hogy a szüreti élőmunka igény relatíve csökkent. (Ez fontos feltétel volt; előírtuk ugyanis, hogy a folyamat végére a növekedés csak 50%-nál kisebb mértékű lehet.) Míg a kezdő periódusban 9700 t termék betakarítása még kereken 200 ezer munkaórát igényel, addig a folyamat végén a 18 138 t betakarítható 247 ezer munkaórával. Ennek magyarázata: jelentősen csökkent a közepes törzsű fák aránya (az ültetvény területének 71%-áról 9%-ra) viszont a sövény gyümölcsösök 14%-ról 83%-ra növekedtek.

A vizsgálat alatt fény derült a sok gazdaságban kialakult téves tárolási gyakorlat okára. Ennek lényege abban foglalható össze, hogy a gazdaságok ősszel eladják a legjobb minőségű almát és a gyengébb minőségűt tárolják, mert úgy számítanak, hogy a jó minőségű termékért ősszel is jó árat lehet kapni, a gyengébb minőségű termék árszínvonala is emelkedik tavaszig, továbbá, ha a legértékesebb terméket tárolja, akkor abból árbevétele csak a következő év tavaszán lesz és készletei is jócskán növekednek. De ennek a gyakorlatnak nagy ára van: a gyenge minőségű termékben tárolás alatt nagy romlás megy végbe, a betárolt 4—5 Ft/kg alma egy része csak ipari feldolgozásra lesz alkalmas és 3 Ft/kg-ra csökken az ára.

A vizsgálat egzakt igazolást adott arra, hogy a tárolókat csak kifejezetten jó minőségű, elıválogatott almával szabad hasznosítani. Amikor a kivágások és telepítések periódusában kevesebb lett az almatermés, a számítógép „nem volt hajlandó" gyenge minőségű termék tárolására.[6]

Egzakt igazolást kaptunk arra is, hogy mi a „jó" és mi a „kevésbé jó" minőségű alma. Az árnyékárak rangsorolták mind a fajtákat, mind a koronaformákat, s ezek szerinti a sorrend: Starking sövény, Jonatán sövény, Starking közepes törzsű, Jonatán termőkaros, Golden sövény, Golden termőkaros, Jonatán közepes törzsű, Golden közepes törzsű, Húsvéti rozmaring közepes törzsű.

Tanulságos jelenség, hogy az újabb szakirodalomban legkorszerűbbnek minősített koronaforma, a karcsú orsó nem került be az optimumba; de hozzá kell tenni, hogy ehhez nem sok hiányzott: a Jonatán fajtánál mindössze 0,20 Ft/kg nettó jövedelem javulás kellett volna ehhez.

*

Az ültetvény modell nem csak ültetvényekre értelmezhető, sőt nem csak a mezőgazdasági hosszútávú, nem-lineáris folyamatokra. Az almafa termelőeszköz. Mindenféle termelőeszközre igaz az, hogy kopásuk miatt teljesítőképességük csökken — sőt talán az is, hogy az új termelőeszközök a „bejáratás" ideje alatt valami hasonlót mutatnak, mint az új, termőrefordult ültetvények a növekvő terméshozamaikkal.

Ezért az ültetvény modellt, minden specialitása ellenére, olyan modellként is felfoghatjuk, amelyben általánosítható, hosszútávú, nem-lineáris folyamatok mennek végbe.

(Beérkezett: 1976. október 12.)

IRODALOMJEGYZÉK

1. BADEVITZ, S.: Dinamisierte Lineare Optimierungsmodelle für Teilsystem in der sozialistischen Landwirtschaft. Martin Luther Universität, Halle—Wittenberg.
2. BELLMAN, R.: Dinamic Programming. Princeton, 1957.
3. BOROS R.: Gyümölcs-tárolás. Budapest, 1970. Mezőgazdasági Kiadó.
4. CSÁKI CS.: Mezőgazdasági vállalati távlati tervezés matematikai programozással. Budapest, 1969. Akadémiai Kiadó.
5. CSÁKI CS.: A mezőgazdasági vállalatok fejlesztésének lineáris-dinamikus modellje. Szigma, 1974. 4.
6. CSETE L.—MEGYERI F.—MÉSZÁROS S.: A termelőszövetkezetek és állami gazdaságok középtávú tervezési eljárása és módszere. Gazdálkodás, 1976. 6.
7. CSIZMADIA E.—DANKOVICS L.—UDVARI L.: A magyar mezőgazdaság. Budapest, 1968. Kossuth Kiadó.
8. CSIZMADIA E.: Az intenzív gazdasági fejlődés és a mezőgazdaság. Közgazdasági Szemle, 1969. 5.

[6] Amikor egy érzékenységi vizsgálat alkalmával felső határt adtunk a jó minőségű termékek tárolásának és előírtuk a tárolótér kitöltését, nem engedtünk üres tárolóteret, akkor a célfüggvény értéke az érintett periódusokban közel 4 millió Ft-tal csökkent.

9. FEKETE F.: Az iparosodó mezőgazdasági ágazatok eszközellátásának problémái. Közgazdasági Szemle, 1975. 1.
10. GYURÓ F. et al.: A gyümölcstermesztés alapjai. Budapest, 1974. Mezőgazdasági Kiadó.
11. HEINZE, J.: Probleme und Erfolge der C. A. Lagerung. Reinische Monatschrift, 1972.
12. KREKÓ B.: Optimumszámítás. Budapest, 1972. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
13. KUBAS, P.: Matematikai módszerek a mezőgazdasági vállalatok tervezésében és vezetésében. Budapest, 1971. Mezőgazdasági Kiadó.
14. MÉSZÁROS S.: Gazdaságmatematikai modellek és alkalmazásuk lehetőségei a kertészetben. Kertgazdaság, 1973. 3.
15. MOHÁCSY M.—TOMCSÁNYI P.—PEREGI S.: A gyümölcs útja a fától a fogyasztóig Budapest, 1963. Mezőgazdasági Kiadó.
16. PILLIS P.: Periodikusan ismétlődő folyamatok modellje. Budapest, 1972. Kertészeti Egyetem Közleményei.
17. PILLIS P.: Optimale Ausnützung der Kühllager für Winteräpfel. Erfurt, 1974. IGA.
18. PINTÉR J.: A többperiódusú lineáris programozás alkalmazása egy mezőgazdasági vállalat középtávú tervezésében. Gazdálkodás, 1974. 4.
19. RÉDAI I.—KISS L.: A hűtött tárolás jövedelmezőségének néhány kérdése. Kertgazdaság, 1973. 1.
20. SASS P.: Gyümölcstárolás (in szerk. GYURÓ F.: A gyümölcstermesztés alapjai). Budapes,t 1974. Mezőgazdasági Kiadó.
21. SEBESTYÉN J.: Matematikai modellek alkalmazása a mezőgazdasági termelés vizsgálatában. Budapest, 1962. Akadémiai Kiadó.
22. TÓTH J.: A termelési tényezők felhasználásának optimalizálása a mezőgazdaságban. Budapest, 1973. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
23. TÓTH J.—KARLIK E.: A termelési szerkezet, átlaghozamok, technológiák és termelési források egyidejű optimalizálása mezőgazdasági vállalatoknál. Kézirat, 1975.
24. UJLAKI ZS.: Hosszútávú többperiódusos összevont programozási modell. Szigma, 1969. 4.
25. VIG P.: A nagyüzemi almatermesztés rekonstrukciós kérdései Magyarországon. Doktori értekezés, kézirat, 1975.
26. Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban. Tudományos konferencia előadásának tézisei. Agrártudományi Egyetem, Gödöllő 1976.
27. Statisztikai Időszaki Közlemények KSH., Budapest

A MODEL OF PLANTATIONS

The plantation model describes a process of several years, containing non-linear relations, and has been elaborated and solved by the author for a winter apple plantation of 500 hectares. The variables of the model are as follows: type, form of foliage, period of harvesting, habitat, and the form of marketing — selling without previous storage, selling after storage in constant atmosphere and in controlled atmosphere.

The model is combined to answer several (8) sort of decision problems. Linear-dynamic programming is used to determine production, the renewal of the winter apple plantation, the construction of a new storehouse, the exploitation of the old and new storehouse, the modernization of the types and foliage forms, the reduction of the labour input to harvesting.

The most important conclusions are as follows: it is advisable to increase the area of plantation, to plant a new more than 60 per cent of old plantations. New storehouse must be built, the full exploitation of the storehouses will be a result of the new plantations. The labour input to harvesting is increased by only 23 per cent, while output increases by 80 per cent. The proportion of hedge pomariums will be considerably greater, the proportion of outdated medium-trunk trees will decrease. Easter Rosemary must be eliminated to be replaced by Starking. In the future, the slim spindle plantation may gain ground.

After due adaptation, the plantation model may be suitable for the long-term linear-dynamic programming of the substitution of capital goods.

МОДЕЛЬ ПЛАНТАЦИИ

Модель плантации охватывает многолетний процесс, выражает нелинейные соотношения. Настоящую модель автор разработал относительно плантации зимних яблок площадью в 500 га. Переменные величины модели различаются в зависимости от видов, формы кроны, периода уборки, месторасположения участка, способа сбыта (сбыт со складов, имеющих или не имеющих регулирование воздуха, непосредственный сбыт без хранения).

Модель имеет комбинированный характер и предоставляет ответ на решения нескольких видов (всего на 8 видов). Она с помощью линейно-динамического математического программирования содержит решения относительно производства, реконструкции плантации зимних яблок, строительства нового хранилища, использования старого и нового хранилища, модернизации видов и форм кроны, сокращения живого труда в ходе уборки.

Важнейшие выводы: желательно увеличить площадь плантации, вместо более 60% старых плантаций целесообразно создать новые плантации. Следует построить одно новое хранилище и путем реконструкции обеспечить полное использование хранилищ. Потребность в затратах живого труда на уборку возрастает только на 23%, в то время как объем продукции увеличивается на 80%. Значительно увеличится доля плантаций низкоростных деревьев, а доля несовременных среднествольных деревьев сократится. Следует свернить выращивание розмариновых сортов и увеличить производство яблок сорта старкинг. В будущем может возрасти также число плантаций стройных деревьев.

Модель плантации — при должной адаптации — пригодна также для долгосрочного линейно-динамического программирования замены средств производства.

STAHL JÁNOS

Egy nagyméretü LP-feladat megoldásáról (I.)

(Mit és hogyan szeretnénk megoldani?)

Bevezetés

Gyakorlati feladatok megoldását ismertető publikációk, röviden esettanulmányok, rendszerint terjedelmesek, ezért sokszor jelennek meg több részben. Maga a gyakorlati probléma, a probléma matematikai modellje, a modell megoldása, annak gépre vitele olyan egymástól elválaszthatatlan területeket jelentenek, melyek mindegyikét érinteni kell, és ez már önmagában jelentékeny alsó határt ad egy ilyen cikk terjedelmére. Ezt az említett területek valamelyikéhez kapcsolódó, szokásos értelemben vett eredmények közlése — eléggé nehezen kézbentartható módon — növeli tovább.

Nem minden esetben lehet vagy legalább is érdemes ugyanis ezeket külön publikációba foglalni. (Tisztán matematikai eredmények esetén pl. sokkal egyszerűbb a helyzet: a folyóirat, a szerző, valamint a téma elég jól behatárolja egy-egy publikáció terjedelmét.) Éppen ezért sem szokatlan, hogy ilyen publikációk több részletben jelennek meg és most is mindaz, ami következik, csak az első része valaminek.

A címben szereplő I.-nek azonban most más az igazi oka és erre utal az alcím. Úgy érezzük, hogy a munka jelenlegi fázisában már lehetséges és érdekes megírnunk, hogy mit akarunk és hogyan szeretnénk ezt megcsinálni. Ezt majd szembe lehet állítani a II. résszel, azaz azzal, hogy mi is történt. Minthogy jelen esetben az I. és II. rész megírása között mindenképpen történik még egy és más, ez az említett szembesítést bizonyára érdekesebbé teszi. Mindenesetre, az is egy lehetséges és értékelhető alternatíva, ha a II. rész sohasem születik meg.

Jelen cikkünk 1. fejezetében a megoldandó problémát foglaljuk össze. A 2. fejezetben megfogalmazzuk ennek matematikai modelljét, és röviden ismertetünk egy, a megoldásra kínálkozó dekompozíciós eljárást. A 3. fejezet ennek egy változatával foglalkozik. E változatnak megfelelő számítógépi programok készültek végül is el és ezzel kapcsolatos további megjegyzéseket tartalmaz a 4. fejezet. Az eljárás várhatóan csak közelítő megoldást ad. A közelítő megoldás és az eredeti feladat kapcsolatával foglalkozik a cikk 5. fejezete.

1. A megoldandó probléma

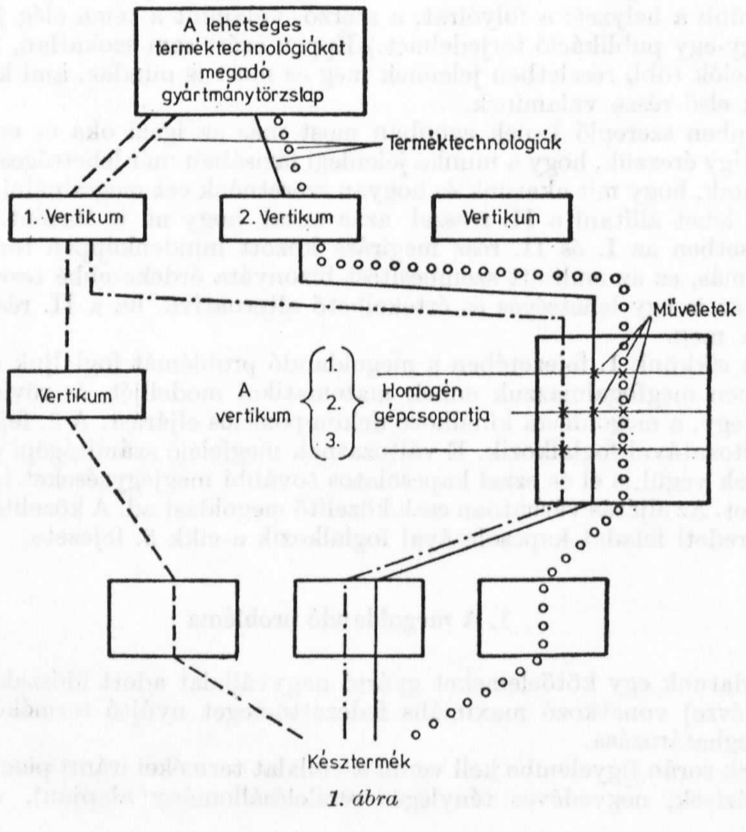
Feladatunk egy kötőelemeket gyártó nagyvállalat adott időszakra (pl. egy negyedévre) vonatkozó maximális fedezettömeget nyújtó termékösszetételének meghatározása.

Ennek során figyelembe kell venni a vállalat termékei iránti piaci igényeket (prognózisok, negyedéves tényleges rendelésállomány alapján), valamint a termékek gyártására vonatkozó kötelező előírásokat (célprogramok, KDD határozatok). Figyelembe kell venni továbbá a homogén gépcsoportok kapacitásadatait, illetve a termékekre vonatkozó alternatív technológiai változatokat.

A vállalat több gyárból áll. Egy-egy gyár homogén gépcsoportjai csoportokba oszthatók és egy ilyen csoportot a továbbiakban vertikumnak nevezünk. Egy-egy vertikum gépcsoportjai azonos jellegű műveleteket végeznek. (A homogén gépcsoport képzés a szokásos módon történik: ha egy művelet elvégezhető a gépcsoport egy tagján, elvégezhető bármely másik tagján is és a műveleti idők aránya minden elvégezhető műveletre ugyanaz.)

A gyártás technológiáját szemlélteti az 1. ábra. Egy termék több technológiai változat szerint gyártható. Egy-egy technológiai változat azt írja elő, hogy egyes műveleteit mely vertikumokban kell végrehajtani. Az már a programozás eredménye, hogy a technológiai változat egy művelete a vertikumot alkotó több, általában termékenként különböző hatékonyságú homogén gépcsoport melyikére kerül. Ugyanis egy terméktechnológia egy vertikumbeli műveletének végrehajtására több homogén gépcsoport is alkalmas és más hatékonysággal. Egy termék egy technológiai változatának műveletei viszonylag kevés vertikumra oszlanak meg.

A szóbajövő termékek száma 10 000 körül van, ezekhez körülbelül 15 000 terméktechnológia tartozik.



1. ábra

Egy terméktechnológia átlagban 4—5 vertikumot érint. A vertikumok száma kb. 50, az összes homogén gépcsoport száma 700. A legnagyobb vertikum 50 homogén gépcsoportot tartalmaz, egy vertikumot maximálisan kb. 500 terméktechnológia érint. Egy-egy negyedéves program várhatóan 5000 terméket és ennek megfelelően kb. 8000 terméktechnológiát vesz figyelembe. Úgy tervezzük, hogy egy-egy negyedéves optimalizálás négyhónapos időszakot fog át és a tárgynegyedév előtti hónap eleje termelési és anyagleltár adatai, valamint a tárgynegyedévre már beérkezett rendelésállomány alapján történne. A program a tárgynegyedévet megelőző hónap közepére, azaz mintegy két hét alatt készülne el. Ily módon két egymást követő negyedéves optimalizálás programja egy negyedév utolsó hónapjának második felében átfedi egymást. Egy negyedév utolsó hónapjának első felében a termelés a korábbi optimalizálás eredményeinek megfelelően folyna és ennek következményeit a következő negyedévre vonatkozó optimalizálás figyelembe venné. Ugyanígy figyelembe kell venni a korábbi optimalizálás eredményeinek egyéb hátralékos (visszaigazolt, de valamilyen okból elmaradt) részeit. Általában az átfedés folytán korrigálni lehet (és korrigálni kell) a bármilyen operatív okból bekövetkezett eltéréseket.

Az első pillanatban hosszúnak tetsző átfutási idő sok oknak együttes következménye. Remélhetőleg a cikkben sikerül mindezeket világossá tenni. Mindenesetre a cikk 4. fejezetében még visszatérünk erre a kérdésre.

A modell alapján tervezünk éves termékösszetétel optimalizálásokat is. Ezeknél előrebecsült éves rendelés-állomány és éves kapacitásadatok alapján dolgoznánk.

A modellhez elég nagyméretű alapadat-előkészítő és alapadat-karbantartó programrendszer tartozik, amely már elkészült, de ezzel cikkünkben nem foglalkozunk.

2. A probléma matematikai modellje

Vezessük be a következő jelöléseket. Legyen egy adott időszakban

x_{ij} — az i-edik termékből (a termék) j-edik technológiájával előállított mennyiség;

x_{ijkl} — a fenti mennyiségnek az a része, amelynek a k-adik vertikum l-edik homogén gépcsoportján kerül megmunkálásra (ha a j-edik technológia előírja a k-adik vertikum érintését);

t_{ijkl} — az előbbi művelet adott normaideje (azaz az egységnyi termékmennyiség megmunkálásához szükséges idő);

T_{kl} — a k-adik vertikum l-edik homogén gépcsoportján rendelkezésre álló idő;

A_i és F_i — az i-edik termékből előállítandó mennyiségre vonatkozó alsó és felső korlátok;

C_{ij} — az i-edik termékből a j-edik technológiával előállított mennyiségre jutó egységnyi fedezeti tényező.

Az elmondottak alapján a termelési program meghatározását az alábbi lineáris programozási feladat megoldásán keresztül képzeljük

$$A_i \leq \sum_j x_{ij} \leq F_i \qquad (i = 1, 2, \ldots)$$

$$\sum_{(i,j)}' t_{ijkl}\, x_{ijkl} \leq T_{kl} \qquad \text{(a } k\text{-adik vertikum homogén gépcsoportjaira)}$$

$$(2.1) \qquad x_{ij} - \sum_l' x_{ijkl} = 0 \qquad \text{(a } k\text{-adik vertikumot érintő technológiákra)}$$

$$(k = 1, 2, \ldots)$$

$$x_{ij}, x_{ijkl} \leq 0$$

$$\max\left(\sum_{ij} c_{ij}\, x_{ij}\right)$$

ahol a Σ" jellel arra figyelmeztetünk, hogy az összegzés azon indexekre terjed ki, melyeknek megfelelő változók a megfelelő vertikummal kapcsolatban vannak. (Tulajdonképpen eleve csak létező (ij), (kl) és $(ijkl)$ kombinációknak megfelelő változókat definiáltunk és a továbbiakban nem is fogjuk a Σ" jelet használni.)

Az említett méretek alapján lehetetlennek látszik a (2.1) feladat közvetlen megoldása. Egyrészt ezért, másrészt pedig azért, mert rögzített x_{ij}-k mellett a második feltételcsoport egymástól független részfeladatokra esik szét — egy-egy vertikum egy-egy egyszerűnek tekinthető feladatot határoz meg — kézenfekvőnek látszik egy [2]-nek megfelelő dekompozíció használata.

Ezen eljárás szerint kiindulunk az

$$A_i \leq \sum_j x_{ij} \leq F_i \qquad (i = 1, 2, \ldots)$$

$$x_{ij} \geq 0$$

$$\max\,(\sum_{ij} c_{ij}\, x_{ij})$$

feladat megoldásából.

Általában, az eljárás egy lépésében először rögzített $\tilde{x}_{ij}$-k mellett minden k-ra megoldjuk a

$$\sum_{ij} t_{ijkl}\, x_{ijkl} \leq T_{kl} \qquad (l = 1, 2, \ldots)$$

$$(2.2) \qquad \sum_l x_{ijkl} = \tilde{x}_{ij} \qquad (i, j = 1, 2, \ldots)$$

$$x_{ijkl} \geq 0$$

vertikumfeladatokat.

Ha ezen feladatok mindegyikének van megoldása, készen vagyunk. Az $\tilde{x}_{ij}$-k a vertikumfeladatokból most meghatározott x_{ijkl}-lekkel együtt a (2.1) feladat optimális megoldását szolgáltatják.

Ha van olyan vertikumfeladat, melynek nincs lehetséges megoldása, akkor minden ilyen k-ra a Farkas lemma folytán van [és a (2.2) feladatok megoldására választott módszer segítségével többnyire adódik is] olyan (p_{kl}, q_{ijk})-rendszer, hogy minden $(ijkl)$-re fennáll

$$p_{kl}\, t_{ijkl} - q_{ijk} \geq 0$$

és teljesül a

$$\sum_l p_{kl}\, T_{kl} - \sum_{(ij)} q_{ijk}\, \tilde{x}_{ij} < 0$$

egyenlőtlenség.

A lépés második felében új $\tilde{x}_{ij}$-ket határozunk meg. A (2.2) feladatok megoldhatóságát elérendő a már rendelkezésünkre álló feltételeket tartalmazó ún. központi feladatot bővítjük a

$$\sum_{(ij)} q_{ijk}\, x_{ij} \leqq \sum_{l} p_{kl}\, T_{kl}$$

feltételekkel, ahol az együtthatók az előbb meg nem oldhatónak bizonyult vertikumfeladatokból adódtak. Új $\tilde{x}_{ij}$-ket olymódon kapunk, hogy a korábbi és most meghatározott feltételek mellett maximalizáljuk $\sum\limits_{ij} c_{ij}\, x_{ij}$-t.

Az új $\tilde{x}_{ij}$-k birtokában a vertikumfeladatok megoldásával folytatjuk az eljárást, mely a most elmondott lépések végesszámú végrehajtása után véget ér. [Ha valamikor olyan eset lépne fel, hogy az $\tilde{x}_{ij}$-kre vonatkozó feladatnak nincs lehetséges megoldása, nincs lehetséges megoldása a (2.1) feladatnak sem.]

Az eljárás így elvben jó, a gyakorlatban azonban minden bizonnyal nem, valószínűleg túl időigényes. Semmilyen alapunk sincs ennél erősebben fogalmazni.

3. A feladat megoldására tervezett eljárás

Ebben a fejezetben az előző fejezetbeli dekompozíciós eljáráson végrehajtott változtatásokkal és a változtatások okaival foglalkozunk. Mindez már a számítógépes realizációval is összefonódik.

Először az $\tilde{x}_{ij}$-k meghatározására szolgáló központi feladatot vizsgáljuk. Ilyen eljárások során, mondhatni, szokásos, hogy az $\tilde{x}_{ij}$-knak az eljárás során bekövetkező változását minél jobban korlátozzák, de legalább is nem engedik meg, hogy a központi feladat nyilvánvalóan rossz $\tilde{x}_{ij}$ értékeket adjon. Ezért a kiinduláskor az $\tilde{x}_{ij}$-kre vonatkozó

$$A_i \leqq \sum_{j} x_{ij} \leqq F_i$$

feltételek mellé további feltételeket vezetünk be. Ezek a pótlólagos kezdeti feltételek két feltételcsoportból tevődnek össze.

Az első feltételcsoport feltételeit azon vertikumok adják, melyek egyetlen homogén gépcsoportot tartalmaznak. Ilyen k-ra $x_{ijkl} = x_{ij}$ és a megfelelő

$$\sum_{(ij)} t_{ij}\, x_{ij} \leqq T_k$$

feltételt a központi feladatban szerepeltetjük.

A másik feltételcsoport elemei a további vertikumok alapján adódnak. Egy-egy (2.2) vertikumfeladat megoldhatóságához szükséges, hogy az x_{ij}-k meghatározta termelési program beleférjen a vertikumbeli gépek kapacitásába akkor, ha minden gépre a számára — a t_{ijkl}-ek szempontjából — legkedvezőbb termék kerül. Ugyancsak szükséges, hogy a szóbanforgó termelési program úgy is beleférjen a gépkapacitásba, ha az x_{ij} mennyiség a terméktechnológia szempontjából legkedvezőbb gépre kerül. Tehát minden több homogén gépcsoportot tartalmazó vertikum esetén induláskor bevezetünk a központi feladatba egyrészt egy

$$\sum_{(i,j)} x_{ij} \leqq \sum T_{kl} / \min_{(i,j)} t_{ijkl}$$

alakú, másrészt egy

$$\sum_{(i,j)} (\min t_{ijkl})\, x_{ij} \leq \sum_{l} T_{kl}$$

alakú feltételt. [Általában nem lehet megmondani, hogy a két feltétel közül melyik az erősebb. Vannak olyan vertikumok, ahol a vertikum minden l homogén gépcsoportjára $t_{ijkl} = t_{kl}$, azaz az egységnyi műveletidő független a terméktől, illetve a terméktechnológiától. Ilyen esetben a második feltétel nyilván felesleges, illetve a (2.2) vertikumfeladat nem ún. általánosított hanem közönséges szállítási feladat.]

Az $\tilde{x}_{ij}$-k változásának korlátozását az előbb szokásosnak neveztük. Nyilvánvalónak tekintik ugyanis, hogy egy optimálishoz közeli $\tilde{x}_{ij}$-rendszerből kiindulva kevesebb lépésben — a központi feladat és a vertikumfeladatok megoldásának kevesebb számú megismétlésével — lehet az optimális $\tilde{x}_{ij}$-khoz eljutni.

Ezt alá is támasztja több-kevesebb számítógépes tapasztalat. Határesetben nyilvánvaló, hogy optimális $\tilde{x}_{ij}$-ből indulva egyetlen lépésben véget ér az eljárás. Gondoljunk továbbá a Dantzig—Wolfe eljárásra, amelynek az előbbi fejezetben ismertetett eljárás lényegében a duálisa. Ha rendelkezésünkre állnának a közös feltételekhez tartozó duálváltozók optimális értékei (a feladat duálisa optimális megoldásának megfelelő része), a Dantzig—Wolfe eljárás egyetlen lépésének végrehajtásával meg tudnánk oldani a feladatot. A Dantzig—Wolfe eljárással kapcsolatban is van olyan tapasztalat, hogy a közös feltételek multiplikátorait egy „reális'' (nyilván az optimálishoz közeli) érték közelében tartva, az eljárás lépéseinek száma lényegesen csökkenthető. [1] (Mindez egyébként némi magyarázatot is ad arra, hogy általában miért működik egy [2]-típusú dekompozíció többnyire sokkal jobban, mint a Dantzig—Wolfe eljárás, holott a két eljárás között — legalább is a lineáris esetben — matematikai szempontból nincs különbség. Mindegyik természetesen a maga esetében működik jól vagy kevésbé jól. Egy nagyméretű feladat alkotóinak általában magáról a feladatról van elképzelésük és nem annak duálisáról. Következésképpen a közös változókról sokkal inkább elképzelhető az, hogy már induláskor optimális értékük köré tudják korlátozni, mint a duális feladat változóiról. Ugyanakkor a Dantzig—Wolfe eljárást éppen a feladat duálisára vonatkozó ismeretek, elképzelések alapján lehetne hatékonyabbá tenni.)

Van azonban az $\tilde{x}_{ij}$-k változása korlátozásának egy később részletezendő további szempontja is. Úgy képzeljük, hogy az eljárást nem érdemes az optimális megoldásig folytatni. Tehát a közbülső $\tilde{x}_{ij}$-rendszereknek is lehetőleg elfogadhatóknak kell lenniök.

Az eddigieket összefoglalva, a dekompozíciós eljárás során adódó központi feladatok tehát

$$A_i \leq \sum_{j} x_{ij} \leq F_i \qquad (i = 1, 2, \ldots)$$

$$\sum_{(i,j)} t_{ij}\, x_{ij} \leq T_k \qquad \text{(ha a } k\text{-adik vertikum egyetlen homogén gépcsoportot tartalmaz)}$$

$$\text{(3.1)} \qquad \left.\begin{aligned} &\sum_{(i,j)} x_{ij} \leq \sum_{l} T_{kl}/\min_{(i,j)} t_{ijkl} \\ &\sum_{(i,j)} (\min_{l} t_{ijkl}) x_{ij} \leq \sum_{l} T_{kl} \end{aligned}\right\} \quad \text{(ha a } k\text{-adik vertikum több homogén gépcsoportot tartalmaz)}$$

$$\sum_{(i,j)} q_{ijk}^{(n)} x_{ij} \leqq \sum_{l} p_{kl}^{(n)} T_{kl} \qquad (n = 1, 2, \ldots; \ k = \ldots)$$

$$\max \left(\sum_{(i,j)} c_{ij} x_{ij}\right)$$

alakúak, ahol az n felső index azt fejezi ki, hogy az utolsó feltételcsoport elemei esetleg különböző lépésekben, különbözőképpen rögzített $\tilde{x}_{ij}$ értékekkel megoldott (2.2) vertikumfeladatok alapján adódtak.

Hogyan oldjuk meg ezeket a feladatokat?

Minthogy a feltételek nagy többségét, kb. 5000-t az egyszerű szerkezetű első feltételcsoport teszi ki, a központi feladat megoldása kézenfekvő eszközének az ún. általánosított felsőkorlátok módszere [3] látszik.

A központi feladat további feltételeinek száma az eljárás kezdetén mintegy 70, ami az eljárás során várhatóan néhány százra emelkedik.

A problémát IBM gépen kellett megoldanunk. Az IBM gépen rendelkezésünkre álló Mathematical Programming System (MPS) nem tartalmazza az általánosított felsőkorlátok módszerét. Egy komplett, általánosított felsőkorlátos módszert is tartalmazó lineáris programozási rendszer elkészítése olyan volumenű munka, hogy ezt a lehetőséget az adott esetben kizárhattuk. Egy további lehetőség lett volna, hogy csináljunk az MPS-re építve egy általánosított felsőkorlátos módszert alkalmazó programot. [Szükségszerű, hogy az MPS-re építsünk. 4—500 feltételes lineáris programozási feladatok megoldásánál már szükség van mindazokra az eszközökre (pl. a numerikus stabilitást biztosító eszközök), melyekkel az MPS rendelkezik. Azt, hogy mindezeket magunk produkáljuk — a nagy programozási ráfordítás miatt — ismét csak nem vállalhattuk.]

Az MPS-hez így hozzányúlni egyrészt elég nehézkes és nem is olcsó, másrészt ezt a lehetőséget túl sok programozási munkát igénylőnek ítéltük, minden bizonnyal jogosan. Végül úgy döntöttünk, hogy a központi feladat megoldását a Dantzig—Wolfe eljárás alapján végezzük olymódon, hogy a (3.1)-beli első feltételcsoportot tekintjük részfeladatnak. Ennek a programját is a MPS-re építettük. Az MPS használata most is nehézkes és drága, de ennek a realizálása legalább viszonylag egyszerű volt.

Az MPS ilyen használata el is tünteti azt a különbséget, mely csoportkorlátos feladatoknál az általános felsőkorlátos technika alkalmazásának javára mutatkozik a Dantzig—Wolfe eljárás alkalmazásával szemben.

Az értelmes megoldás nyilván az MPS Extended valamelyik változatának megszerzése és alkalmazása lett volna, mivel az MPS Extended tartalmazza az általánosított felsőkorlátos módszert. Azonban ez az út sem bizonyult járhatónak. Bár, ha őszinték akarunk lenni, mi sem gondoltuk volna, hogy az MPS ilyen használata ennyire körülményes és drága, vagy hogy a hazánkban üzemelő IBM rendszereken nem áll rendelkezésre egyetlen hatékony és jól kezelhető lineáris programozási szubrutin sem. Mindez — természetesen?! — a dokumentációkból nem derül ki. Minthogy az MPS Extended-hez is csak (IBM) dokumentációk alapján fűzhetünk reményeket, az ember némileg bizonytalan, hogy annak használata lenne-e az igazi (vagy legalább jobb) megoldás?

Ezen a ponton lehet bevezetni a központi feladat egy további módosítását, mely a központi feladat megoldására választott módszerrel is összefügg. Az eljárás során nem (2.3)-t, hanem az annál gyengébb

$$A_i \leq \sum_j x_{ij} \leq F_i \qquad (i = 1, 2, \ldots)$$

PÓTLÓLAGOS KEZDETI FELTÉTELEK

$$\sum_{(i,j)} q_{ijk}^{(n)} x_{ij} - z_k \leq \sum_l p_{hl}^{(n)} T_{kl} \qquad (n = 1, 2, \ldots; \; k = \ldots) \tag{3.2}$$

$$z_k \leq D_k$$

$$\max\left(\sum_{ij} c_{ij} x_{ij}\right)$$

alakú feladatokat oldjuk meg, ahol a D_k-k rögzített számok.

Ugyanis a Dantzig—Wolfe eljárás alkalmazása során el akarunk kerülni, egy formális indulóprogram kereső első fázist. Itt egyrészt arra gondoltunk, hogy a Dantzig—Wolfe eljárástól azt várjuk, hogy indulóprogram keresésnél az optimum közelébe elég hamar eljusson, másrészt pedig arra, hogy a D_k értékek alkalmas megválasztásával elérhető, hogy egy központi feladatot attól a megoldástól tudjunk folytatni, amelynél a korábbi központi feladat megoldását abbahagytuk. Továbbá, nem is szükséges a (3.1) feladat feltételeit minden esetben pontosan kielégíteni, amivel részletesebben a vertikumfeladatok tárgyalása során foglalkozunk majd.

Ezért egy központi feladat megoldásánál úgy járunk el, hogy először a korábbi központi feladat megoldásából és ennek megfelelő D_k-értékekből kiindulva minimalizálunk egy $\Sigma d_k z_k$ összeget, ahol a d_k-kat a központi feladat megoldása előtt (lényegében a korábbi vertikumfeladatok megoldása alapján) határozzuk meg (és esetleg a feladat megoldása közben annak állapotától függően változtatjuk is). Majd, ha $\Sigma d_k z_k$ érték elég kicsi, a D_k-knak a megfelelő pillanatnyi értékét rögzítve elkezdjük (3.2) megoldását.

(3.2) egy $\tilde{x}_{ij}$-megoldásának (vagy közelítő megoldásának) birtokában kezdjük meg a (2.2) vertikumfeladatok megoldását. Pontosabban, azt kell eldöntenünk, hogy a (2.2) feltételrendszereknek van-e lehetséges megoldásuk vagy sem. Ez a

$$\sum_{(i,j)} t_{ijkl} x_{ijkl} - y_{kl} \leq T_{kl} \qquad (l = 1, 2, \ldots)$$

$$\sum_l x_{ijkl} = \tilde{x}_{ij} \qquad (i, j = \ldots) \tag{3.3}$$

$$y_{kl}, x_{ijkl} \geq 0$$

$$\max\left(-\sum_l h_{kl} y_{kl}\right)$$

lineáris programozási feladatok megoldásával végezhető el, ahol a h_{kl}-ek rögzített számok (melyek nagysága az iteráció sorszámától is függhet). Az

$$\bar{y}_{kl} = T - y_{kl}$$

változókat bevezetve, ahol T alkalmasan nagy szám, az adódó

$$\sum_{(i,j)} t_{ijkl} x_{ijkl} + \bar{y}_{kl} \leq T_{kl} + T \qquad (l = 1, 2, \ldots)$$

$$\sum_l x_{ijkl} = \tilde{x}_{ij} \qquad ((i, j) = \ldots) \tag{3.4}$$

$$x_{ijkl} \geq 0$$

$$\max\left(\sum_l h_{zl} \bar{y}_{kl}\right)$$

feladat is egy általánosított szállítási feladat. Ennek megoldására az [5]-beli általánosított felsőkorlátos módszert programoztuk be. Ez egy duál algoritmus, amit azért részesítettünk előnyben az eredeti primál változattal [3] szemben, mert úgy képzeltük, hogy ily módon hatékonyan fel tudjuk használni egy vertikumfeladat megoldásánál a vertikumfeladat korábbi vizsgálatánál kapott megoldást.

A vertikumok méretei lehetővé teszik, hogy a közbülső megoldások, illetve optimális megoldás megőrzésétől eltekintve, mindent az operatív memóriában oldjunk meg. Ugyanakkor az eljárásba szinte pontosan annyi eszközt (pivotkiválasztási, újrainvertálási kritérium, újrainvertáló szubrutin) kellett végül beleépíteni, mint egy általános lineáris programozási program (rendszer) optimalizáló részébe. Ez tulajdonképpen nem is meglepő, mert egy általánosított szállítási feladat ilyen szempontból semmivel sem speciálisabb, mint egy tetszőleges lineáris programozási feladat.

A próbaszámítások eredményei elég meglepőek voltak. Már említettük, hogy egyes vertikumok esetén a (2.2) feltételrendszer szállítási feladatra redukálódik. Szállítási feladat megoldására már korábban kidolgoztunk egy több esetben is hatékonynak bizonyult programot. (Ez kb. azt jelenti, hogy nagyméretű szállítási feladatokat is gyorsan megoldott.) A szóbanforgó néhány vertikumfeladat kezelésére ennek IBM változatát készítettük el. A próbaszámítások kb. azt adták, hogy az előbbi program nagyjából ugyanannyi idő alatt old meg egy általánosított szállítási feladatot, mint utóbbi egy hasonló méretű közönséges szállítási feladatot. Nyilván nem a méret az egyetlen tényező, mely egy feladat komplikált voltát meghatározza (nagyon lényeges pl. a megengedett gépcsoporttechnológia párok száma és eloszlása), de az eredményeket mégis úgy tekintjük, hogy a szállítási feladat programjának finomítása is jelent egy kevés tartalékot.

Valójában nem (3.3)-mal, illetve (3.4)-gyel, hanem ezek egy tovább módosított változatával foglalkozunk. Elvileg akkor fejezhetjük be az eljárást, ha a központi feladat megoldása alapján képzett valamennyi vertikumfeladatnak van lehetséges megoldása. Gyakorlati szempontból nyilván az is kielégítő, ha valamennyi vertikumfeladat megoldható, vagy majdnem megoldható. Ugyanis egy homogén gépcsoport kapacitásának bizonyos mértékű túllépése elfogadható, mivel egyszerűen értelmezhető az egymást követő negyedéves programok átfedése folytán.

Ezért a vizsgált vertikumfeladatok

$$\begin{aligned}
&\sum_{(i,j)} t_{ijkl}\, x_{ijkl} - \bar{y}_{kl} - \bar{\bar{y}}_{kl} \leq T_{kl} \\
(3.5) \qquad &\sum_{l} x_{ijkl} = x_{ij}^{(n)} \\
&\bar{y}_{kl} \leq 0{,}05\, T_{kl} \\
&\bar{y}_{kl},\ \bar{\bar{y}}_{kl},\ x_{ijkl} \geq 0 \\
&\max \left(-\sum_{l} \bar{y}_{kl}\, \bar{h}_{kl} - \sum_{l} \bar{\bar{h}}_{kl}\, \bar{\bar{y}}_{kl}\right)
\end{aligned}$$

alakúak. Azaz, a vertikum minden homogén gépcsoportján az esetleges T_{kl}-en felüli gépidőfelhasználást két részre osztottuk. Az elsőt $\bar{y}_{kl}$ méri és ez nem lehet több, mint T_{kl} 5%-a, a második részt adja meg $\bar{\bar{y}}_{kl}$. Ezen utóbbiak $\bar{\bar{h}}_{kl}$ célfüggvény-együtthatóit úgy választottuk, hogy bármelyik $\bar{y}_{kl}$ változó preferált legyen bármelyik $\bar{\bar{y}}_{kl}$ változóhoz képest. A (3.5) feladatok is nyilván átalakíthatók általánosított vagy közönséges szállítási feladattá.

A 0,05% kb. egy hetet jelent és ilyen túllépések az egymást követő negyedéves programok átfedése folytán elfogadhatók. [Formálisan is felírható az y-változók és a (3.2)-beli z-k kapcsolata. Mindenesetre, ezért nem feltétlenül „kell'' a (3.1)-beli utolsó feltételeket pontosan kielégíteni.]

A programrendszert úgy készítettük el, hogy egy-egy iterációs lépés végén lehetőség van egyes vertikumfeladatok újravizsgálatára. Erre akkor lehet szükség, mikor egy vertikumfeladat eredményei alapján úgy látszik, hogy más h-értékek esetén kedvezőbb, vagy elfogadhatóbb gépidőtúllépések adódnak. Ez az előbbiek szerint nem gépidőigényes, ugyanakkor az újrafuttatásból a központi feladat számára adódó feltétel pontosan úgy használható, mint a vertikumfeladat előző megoldásából kapott.

4. A programrendszerre vonatkozó néhány további megjegyzés

Az előző fejezetben már foglalkoztunk a dekompozíciós eljárás egyes részeinek gépre vitelével. Már ezeknél is figyelembevettük az egész rendszer működésére vonatkozó elképzeléseinket, illetve helyenként utaltunk is erre. Mindenesetre, ebben a fejezetben először is megpróbáljuk az egész rendszer működésére vonatkozó elvárásainkat összefoglalni.

Az eljárást, illetve annak egy lépését a 2. ábra szemlélteti. 50 vertikumot feltételezve, melyekből 10 egy homogén gépcsoportot tartalmaz, 15 pedig szállítási feladatként kezelhető, a pótlólagos kezdeti feltételek száma 70 körül van.

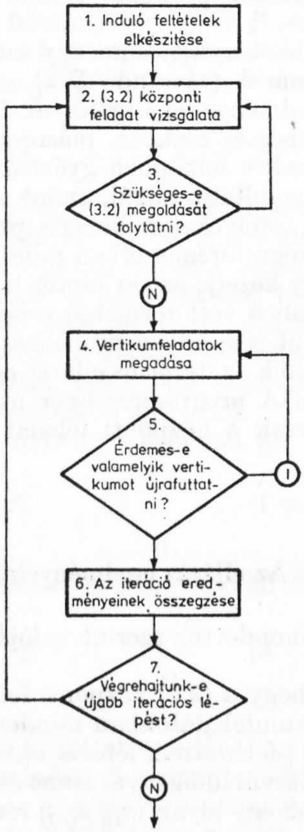
A Dantzig—Wolfe eljárással kezelt központi feladat feltételeinek a száma minden lépésben kb. 40-nel nő. (Kezdetben a vertikumfeladatok között alig van megoldható, későbbi lépésekben feltételezhetően egyre több oldható meg, de ugyanakkor nőhet azon vertikumok száma is, melyeket egy lépésben többször is megvizsgálunk és ezek a központi feladat új feltételeinek a számát növelhetik.) Tehát a Dantzig—Wolfe eljárás extremális feladata feltételeinek a száma várhatóan így alakul 70, 110, 150, . . .

A programot úgy írtuk, hogy a terméktechnológiákra vonatkozó csoportkorlátok meghatározta részfeladatnak az eljárás során adódó valamennyi megoldását megőrizzük és az ezeknek megfelelő változók végig szerepelnek minden központi feladat extremális feladatában. Ez meglehetősen sok közbülső eredmény adminisztrálását kívánja, ami eléggé memória és időigényes. Viszont az a reményünk, hogy így lényegesen redukálódik a központi feladatok megoldásánál szükséges Dantzig—Wolfe lépések száma és így időben végül is nyerünk. Mindenesetre reméljük, hogy a központi feladatok megoldásánál 100, 60, 60 . . .-nál kevesebb számú Dantzig—Wolfe lépéssel célt érünk.

Továbbá 8000 olyan terméktechnológiával számolva, melyeket egy optimalizálás során figyelembe kell vennünk, egy Dantzig—Wolfe iterációs lépés 2,5 perc körül van a SZÜV IBM/370 rendszerén. Így a központi feladatok megoldására fordított idő 10 iterációs lépéssel számolva 22—26 óra körül lehet.

Egy-egy központi feladat megoldását úgy képzeljük, hogy a legrosszabb esetben a 30. lépés után kell az eredeti feladat célfüggvényét maximalizálnia. Ennek ellenőrzésére, illetve biztosítására különféle eszközöket építettünk a programba. Végső eszközt a futás megszakítása, illetve újraindítása jelent, amit a séma 3. blokkja jelez. [Ebben az esetben mód van a (3.2) feladat *d* és *D* értékeinek megváltoztatására is.]

Egy-egy vertikumfeladat megoldására átlagban 4 percre lehet szükség az említett rendszeren. Ez lépésenként 160 perc, összesen kb. 22—26 óra. A séma 5. blokkja a vertikum feladatoknál említett esetleges újrafuttatás(oka)t jelöli.



2. ábra

A séma utolsó blokkja az iterációs lépés eredményét összegzi. Ennek, valamint a korábbi hasonló eredmények alapján dönthetünk az eljárás befejezéséről vagy újabb lépés végrehajtásáról.

Az, hogy kb. 10 iterációs lépés elég lesz, a [2]-dekompozícióra vonatkozó kedvező tapasztalatoknak [4], [6] talán túl merész általánosítása. De elég biztosnak látszik, hogy ennyi iterációs lépés valamelyike a vállalat számára olyan akceptálható hasznos eredményt ad, amely még a ráfordításokkal is arányban áll. Ebben segítenek az említett beavatkozási pontok is.

Elvben a rendszer automatikussá tehető. Ez azonban nem látszik célszerűnek és valójában nem is szükséges. Az első néhány lépés elvégezhető minden beavatkozás nélkül, a továbbiaknál szükséges beavatkozáshoz a rendszer elegendő információt ad. Úgy látszik, hogy meg lehet majd tanítani a vállalat szakembereit arra, hogy ezeket az információkat miként használják.

Ha mindezen várakozásaink realizálódnak és a rendszer élni fog, a kapott végeredmény nem rossz. (Az más kérdés, hogy ekkor érdemes-e és milyen mértékben érdemes a rendszer egyes részeit, pl. a központi feladat kezelését javítani.) Végül is az említett ráfordítással sikerülne 10—12 nap alatt egy negyedéves termelési programot produkálni, ami a jelenlegi rendszerhez képest nagy lépés lenne előre.

Valójában a rendszer többet nyújt, mint egy szűkebb értelemben vett termelési programot, hiszen már a gyártandó $\Sigma_i x_{ij}$ mennyiségek is a programozási feladat megoldása eredményeként adódnak. Tehát a modell egyrészt a (negyedéves vagy éves) tervezés eszköze, másrészt azt is megoldja, hogy a tervezett termékmennyiségeket miképpen gyártsák le.

Maga a probléma is bonyolultabb annál, amint azt 2.-ben leírtuk. Ismertek továbbá azok a kritikák, amelyeket a lineáris programozás, mint tervezési eszköz kapott. Az egész programrendszerben mindössze néhány utasítást kell megváltoztatni ahhoz, hogy kezelje azt az esetet is, amikor a $\Sigma_j x_{ij}$-k rögzítettek; ekkor szűkebb értelemben vett termelési program meghatározásáról van szó. (Az végképp nem jelent semmilyen problémát, ha adott x_{ij}-khez tartozó x_{ijkl}-eket keresünk: ez történik az iterációs eljárás egyes lépéseiben a vertikumfeladatok megoldásakor is. A programrendszer úgy készült, hogy ez végrehajtható tetszőleges, nemcsak a központi feladat megoldásából adódó x_{ij}-k esetén is.)

5. Az eljárás eredményeiről

Az előző fejezetekben elmondottak szerint valójában nem feltétlenül oldjuk meg a (2.1) feladatot.

Elvileg elérhető ugyan, hogy a (3.2) központi feladatban minden z-változót és a (3.3) vagy (3.5) vertikumfeladatokban minden y-változót zérusra szorítsunk le, amennyiben a (2.1)-feladatnak létezik optimális megoldása. Ez azonban minden bizonnyal rendkívül időigényes lenne és erre valójában szükségünk sincs. Amire szükség van, az egy olyan (x_{ij}, x_{ijkl}) rendszer, mely a (2.1) feladat célfüggvénye és feltételei, valamint a megbízó ráfordításai szempontjából a megbízó számára akceptálható. Ennek eldöntéséhez viszont segítséget nyújt, ha tudunk valamit mondani az eredeti feladat optimális megoldásáról, illetve annak a feladatnak az optimális megoldásáról, melyre vonatkozóan a kapott eredmény lehetséges megoldás. (Ugyanis egyes homogén gépcsoportokon az eredmény gépidőfelhasználása várhatóan meghaladja a megadott T_{kl}-értékeket.)

Ezzel kapcsolatos a következő néhány egyszerűen igazolható állítás.

Legyen a $(v, w_k^{(n)}, w_k)$ rendszer egy (3.2) központi feladatnak Dantzig—Wolfe-féle megoldása során az extremális feladat valamelyik megoldásánál nyert multiplikátor-rendszer. [v a pótlólagos kezdeti feltételekhez tartozó multiplikátorokból áll, $w_k^{(n)}$ egy

$$\sum_{(i,j)} q_{ijk}^{(n)} x_{ij} - z_k \leq \sum_l p_{kl}^{(n)} T_{kl}$$

feltételhez, w_k pedig a

$$z_k \leq D_k$$

feltételhez tartozó multiplikátor.]

Akkor az $(u_i, v, w_k^{(n)}, w_k)$ rendszer, ahol

$$u_i = \max_j \, (c_{ij} - v_{ij} - \sum_{k,n} w_k^{(n)} q_{ijk}^{(u)})$$

és t_{ij} a pótlólagos kezdeti feltételekben az (i, j) terméktechnológiához tartozó együtthatókból álló vektor, lehetséges megoldása (3.2) duálisának.

Az ehhez tartozó (duál) célfüggvényérték és a (3.2) aktuális megoldásához tartozó célfüggvényérték különbsége

$$C_1 = \sum_{i,j} [(c_{ij} - v_{ij}) - \sum_{k,n} w_k^{(u)} q_{ijk}^{(u)}] \tilde{x}_{ij} - u$$

ahol u a Dantzig—Wolfe eljárás extremális feladatában szereplő konvexitási feltételhez tartozó multiplikátor, $\tilde{x}_{ij}$ pedig a Dantzig—Wolfe részfeladatnak a szóbanforgó multiplikátorokhoz tartozó extremális megoldása. Tehát a szóbanforgó duális megoldás, a hozzátartozó (duál) célfüggvényérték, ami (3.2) optimumértékének becslése, és végül ennek a becslésnek pontosságát megadó fenti kifejezés adódik a Dantzig—Wolfe eljárás alkalmazása során, ami útmutatást nyújt abban, hogy egy (3.2) központi feladat megoldását meddig érdemes ezzel az eljárással folytatni.

Az $(u_i, v, w_k^{(n)})$ rendszer nyilván megoldása az

$$A_i \leq \sum_j x_{ij} \leq F_i \qquad (i = 1, 2, \ldots)$$

PÓTLÓLAGOS KEZDETI FELTÉTELEK

$$\sum_{(i,j)} q_{ijk}^{(n)} x_{ij} \leq \sum_l p_{kl}^{(n)} T_{kl} \qquad (n = 1, 2, \ldots; \; k = \ldots)$$

$$\max \, (c_{ij} \, x_{ij})$$

feladat duálisának és így a hozzátartozó (duál) célfüggvényérték [ami ugyancsak rendelkezésünkre áll minden (3.2) központi feladat megoldásának minden lépésében] felső becslése az eredeti (2.1) feladat optimumértékének. [Ez a felső korlát a megfelelő (3.2) feladatra vonatkozó, ugyanazon (Dantzig—Wolfe) lépésben nyert felső korlátnál $\sum_k w_k D_k$-val kisebb.]

Az eljárás mindegyik lépésének befejezésekor (tehát a vertikumfeladatok megoldása után) rendelkezésünkre áll az

$$A_i \leq \sum_j x_{ij} \leq F_i \qquad (i = 1, 2, \ldots)$$

$$\sum_{(i,j)} t_{ijkl} \, x_{ijkl} \leq T_{kl} + y_{kl} \qquad \text{(a k-adik vertikum homogén gé-p csoportjaira)}$$

(5.1) $$x_{kl} - \sum_l x_{ijkl} = 0 \qquad \text{(a k-adik vertikumot érintő (i, j) technológiákra)}$$

$$x_{ij}, \, x_{ijkl} \geq 0$$

$$\max \, (\sum_{(i,j)} c_{ij} \, x_i^j)$$

lineáris programozási feladat egy megoldása, ahol az eredeti (2.1)-hez képest eltérést jelentő y_{kl}-ek a vertikumok homogén gépcsoportjain ebben a lépésben adódott kapacitástúllépések. Minthogy az $(u_i, v, \sum_n w_k^{(n)} p_{kl}^{(n)}, \sum_n w_k^{(n)} q_{ijk}^{(n)})$ rendszer megoldása a redundáns pótlólagos kezdeti feltételekkel bővített (5.1) feladat duálisának, a hozzátartozó (duál) célfüggvényérték felső becslése az (5.1) feladat optimumértékének. Ezen becslés és az aktuális, a rendelkezésre álló megoldáshoz tartozó célfüggvényérték különbségére

$$C_2 = C_1 - \sum_k w_k D_k + \sum_{kl} p_{kl} y_{kl}$$

adódik, ahol $p_{kl} = \sum_n w_k^n p_{kl}^{(n)}$.

Az eljárás során minden lépésben csak egyszer, az utolsó Dantzig—Wolfe lépésben számítjuk ki C_2-t, ugyanis p_{kl} számítása túl időigényes. [p_{kl} meghatározása akkor lenne egyszerű, ha a

$$\sum_{(i,j)} q_{ijk} y_{ij} \leq \sum_l p_{kl} T_{kl}$$

alakú feltételeket generáló p_{kl} értékeket a feltételekkel együtt tudtuk volna tárolni, ezt azonban nem tudtuk megoldani.]

Valójában tehát az előző részbeli eljárástól azt várjuk, hogy az eljárás lépéseit mintegy 10-szer végrehajtva ki tudunk választani olyan lépést, mikor az (5.1) feladatban az y_{kl}-lek elég kicsik, a $\sum_{i,j} c_{ij} x_{ij}$ célfüggvényérték elég nagy, illetve a hozzátartozó C_2 ehhez képest elég kicsi. A szóbanforgó lépésben x_{ij}-kel, valamint az y_{kl}-ekkel megnövelt T_{kl}-ekkel megoldanánk mégegyszer a vertikumfeladatokat. Ebben az esetben már a minimális gépidőfelhasználás lenne a vertikum-optimalizálás célfüggvénye. (Olyan vertikumok esetén, melyek valamennyi gépen felhasznált gépidő csak a legyártandó darabszámtól függ, azaz a szállítási feladattal modellezhető vertikumoknál, a vertikum-optimalizálás célfüggvénye a vertikum gépcsoportjai közötti valamilyen további preferenciát fejezne ki.)

(Beérkezett: 1976. október 28.)

IRODALOMJEGYZÉK

1. Beale, E. M. L., Hughes, P. A. B., and Small, R. E.: „Experience in using a decomposition program", The Computer Journal, 8 (1965) 13—18.
2. Benders, J. F.: „Partitioning procedures for solving mixed variable programing problems", Numerische Mathematik, 1 (1972) 238—252.
3. Dantzig, G. B. and van Slyke, R. M.: „Generalized upper bounded techniques for linear programming", Journal of Computer and System Sciences, 1 (1967) 213—226.
4. Geoffrion, A. M. and Graves, G. W.: „Multicommodity distribution system design by Benders decomposition", Management Science, 20 (1974) 822—844.
5. Grigoriadis, M. D.: „Dual generalized upper bounding techniques", Management Science, 17 (1971) 269—285.
6. Kovács Á. és Stahl J.: „Dekompozíciós eljárás a szén termelésének és elosztásának optimalizálására", SZIGMA, III (1970) 97—107.

ON THE SOLUTION OF A LARGE SCALE LP PROBLEM (I)

The paper forms the first part of a case study.

Chapter 1 explains the production planning and programming problem to be solved: the product mix of a large screw mill is to be determined by taking technological constraints and orders into account and maximizing profits. In Chapter 2 we describe the mathematical model in the form of a LP. The problem size being large it cannot be attacked directly, thus we discuss also a decomposition procedure for its solution.

In Chapter 3 we deal with the computerization of this procedure, we discuss the reasons, facts and expectations which have been pondered when selecting and programming the algorithms for each step in the decomposition. All these are connected with the formulation and reformulation of the model itself. The conclusions are summarized in Chapter 5. Here we also set up that problem whose solution is given by this procedure and analyse the relation between this problem and the original problem of Chapter 2.

О РЕШЕНИИ КРУПНОЙ ЗАДАЧИ ПО ЛИНЕЙНОМУ ПРОГРАММИРОВАНИЮ

Настоящая статья является первой частью написанного автором очерка.

В первой главе автор излагает задачу по планированию производства и программированию, которую следует решить в случае выпускающего крепежные элементы крупного предприятия на основании учета технических возможностей и портфеля заказов требуется определить структуру продукции, обеспечивающую максимальную массу покрытия затрат относительно данного периода. Во второй главе приводится математическая модель проблемы, которая представляет собой задачу по линейному программированию. Поскольку задача из-за ее больших масштабов не может быть решена непосредственно, в статье излагается также пригодный для решения способ декомпозиции.

В 3-ей главе автор рассматривает вопрос перевода этого способа на ЭВМ: излагает соображения, условия и ожидания, которые были приняты во внимание в ходе выбора и программирования алгоритмов, обеспечивающих реализацию отдельных этапов декомпозиции. Занимается также со связью всего этого с формулировкой и, соответственно, переформулировкой математической модели. Дальнейшие следствия подытоживает в 5-ой главе. Здесь имеет место написание задачи, одно решение которой дает упомянутый выше способ и производится исследование связи этой задачи с первоначальной задачей, сформулированной во 2-ой главе.

Hegedűs Gábor — Szolnoky Antal

Az erőforrás allokáció SZELET módszere

Az építőiparban alkalmazott erőforrás allokáló módszerek és a SZELET

A hálós programozásban alkalmazott, ismert erőforrás allokáló eljárások lényege: az erőforrások időszakos elégtelenségének feloldása érdekében a technikailag párhuzamosan is elhelyezhető folyamatok közül halasszuk későbbre azt, amelyik bizonyos követelmények szerint legkevésbé kritikusnak minősül.

A kivitelező építőipar jellegzetességeihez alkalmazkodó ERALL [1] és VOP [2] üzemeltetésével szerzett tapasztalatok felhívják a figyelmet az adatok és a számítás pontosságának ellentmondására: a folyamatok erőforrásigényét hiába adják jó kipróbált normák, ha a rendelkezésre álló erőforrásokra gyakran csak 10—20% szórású becslés adható. Hiába a modell kifogástalan — és ennek megfelelően számításigényes — megoldása, ha a körülmények alakulása a feltételeket gyorsan változtatja (munkaerővándorlás, váratlan anyaghiány, jó szervezéssel sem elkerülhető szeles idő).

Gondolnunk kell maguknak a hálóknak a pontosságára is: hogy kezelhető méretűek maradjanak, számos összefüggés — elsősorban együtt futó tevékenységek közötti kapcsolat —, kimarad belőlük. A hálók építői általában kihasználják a műszaki ütemező program tulajdonságait (pl.: kódolással jelezhető, hogy a tartalékidőt, ha van, a folyamat elé vagy mögé kérjük [3]). Ha e hálón kívül jelzett tulajdonságoktól eltekintve használjuk fel az olykor csak látszólagos tartalékidőket, az eredmény műszakilag értelmetlen lehet.

Olyan heurisztikus megoldást keresünk, mely

— érzéketlen a rövid időn belüli átütemezéssel feloldható erőforrás elégtelenségre,
— nem bolygatja a folyamatok egymáshoz viszonyított elhelyezkedését,
— sorban ütemezi a hálókat.

A rövid időszakon belül végrehajtandó átütemezés csak az operatív termelésirányítás feladata lehet. A havi vagy negyedévi számítógépes feldolgozásokkal elsősorban arra kell törekedni, hogy az operatív termelésirányításra csak ilyen feladat maradjon.

A folyamatoknak az erőforrásokat is figyelő időzítése helyett a hálót lánccá tömörítjük és a láncot ütemezzük. A csak műszakilag megalapozott előütemezés eredményét időegységenként (pl.: naponta) összevonjuk, így kapjuk a módszer névadóját: a szeletet. Az egyes szeletek időtartamának változtatásával próbáljuk a túlterheléseket felszámolni. A folyamatok végpontjaiként az operatív irányítás számára azokat az időpontokat ajánljuk, melyek a szeleteket az eredeti arányok szerint osztják.

A soros ütemezés mellett szól, hogy általános túlterhelés esetén (amit az építőipari kereslet és teljesítmény rossz mérlege mutat), így is bízhatunk a viszonylag bőséges erőforrások kihasználásában (a sor végén is lesznek olyan hálók, melyek lekötik) — lényegesen kisebb számításigénnyel.

A SZELET módszer gondolatmenete a következő:

I. Az allokálás időhorizontját szakaszokra osztjuk (pl. hónapokra, később negyedévekre), időszakonként megadunk a vizsgálandó erőforrásfajtákra két mennyiségi határt. Az első egy ideális érték, melyet a második, kemény korlátig akkor lépünk túl, ha ez kevés, az viszont elég a határidők betartásához. (Ha a második sem elég, akkor az ideális korlát betartásával igyekszünk mielőbb végezni.)

II. Sorra vesszük a műszakilag már ütemezett hálókat, s ha tehetjük, eredeti ütemezésüket meghagyva, kezdetüket megfelelően időzítve illesztjük a korábbiakhoz.

III. Ha az eredeti ütemezés erőforráshiány miatt nem tartható, akkor, — ha a háló alhálókból épül fel —, teljes alhálókat mozgatva igyekszünk a korlátokhoz igazodni.

IV. Ha nem a III.-beli eset áll fenn, vagy pedig az igazitás után is marad akár erőforráshiány, akár határidő-túllépés, akkor a konfliktusokat időszakonként sorban próbáljuk rendezni.

Első eszközünk a gyorsítás: egy korábbi időszakba eggyel több szeletet ütemezünk, az ezt követők szeleteit korábbra csúsztatjuk.

V. Ha konfliktust találunk egy olyan időszakban, mely előtt nem gyorsíthatunk, akkor ha hiányzik erőforrás, lassítással próbálkozhatunk: az utolsó szeletet kihagyjuk ebből az időszakból, a következők szeleteit későbbre csúsztatjuk.

VI. A gyorsítást-lassítást — I-gyel összhangban — először az ideális korlátok betartása érdekében végezzük. Ha nem sikerül minden konfliktust megoldanunk, akkor megpróbálunk megoldást keresni a kemény korlát adta lehetőségekkel is élve. Ha az sem elegendő, akkor folytatjuk az ideális korlátokkal félbemaradt számítást (lényegében csak az erőforrás-korlátok betartása érdekében).

A SZELET módszer algoritmusa

A SZELET módszer alkalmazása esetén elvégzendő legfontosabb teendők néhány eljárásba foglalhatók:

A) Szeletképzés

A még nem gyorsított-lassított háló vetületét az időtengelyen egyenlő hosszú, diszjunkt időintervallumokkal fedjük le. Az intervallumok hossza lehet hálónként eltérő (pl. a később kezdhető munkák hálóinál nagyobb), de osztója kell legyen a háló legkorábbi kezdéséig be nem fejeződő minden I. szerinti időszak hosszának. Ez a hosszúság a háló minden szeletének induló hossza.

A hálót alkotó tevékenységek erőforrásigényének időarányos részét számítjuk a vetületét lefedő intervallumokhoz tartozó szeletekhez. Ezeknek az időarányos részeknek összegei adják az egyes szeletek erőforrásigényét.

Ha egy intervallum belsejébe esik egy olyan esemény vetülete, melyhez legkorábbi kezdési vagy legkésőbbi befejezési igény tartozik, akkor ezt az igényt az intervallumhoz tartozó szelet elejére, ill. végére vonatkoztatjuk. (Ez feszítettebb az eredetinél.) Az intervallumok illeszkedési pontjaira eső legkorábbi kezdés kikötést a későbbinek, a legkorábbi befejezési kikötést pedig a korábbinak megfelelő szeletre értjük. Igy kaphatunk a szeletekhez kezdési, ill. befejezési időpontra vonatkozó korlátozást.

Az egyes intervallumokba pozitív hosszúságú vetülettel eső tevékenységek közül a legkevésbé rövidíthető, ill. a legkevésbé nyújtható változtathatósági viszonyszáma adja meg, hogy hányadára nyomható össze, ill. hányszorosára nyújtható a megfelelő szelet. Ebből kapjuk meg a szelet minimális és maximális hosszát.

A szomszédos intervallumok mindegyikébe pozitív hosszúságú vetülettel eső tevékenységek nyújthatóságától függ, megszakítható-e a háló a megfelelő szelet-határon. Ha mind korlátlanul nyújtható, akkor megszakítható. (Következésképp: korlátlanul nyújtható szeletek között a háló megszakítható, de nem feltétlenül csak ott.)

Minden szelethez feljegyezzük a megfelelő intervallumban kezdődő és végződő vetületű tevékenységeket, továbbá, hogy a végpont az intervallumot milyen arányban osztja. Az intervallum-határra eső kezdőpont az ott kezdődő, a végpont az ott végződő intervallumhoz számít.

Az *A)* eljárással összhangban: Szelet egy hálónak két — előre nem rögzített — időpont közötti része. Van, ill. lehet:

— időtartama (induló, minimális, maximális, tényleges),
— erőforrásigénye,
— korlát kezdetének és végének időpontjára,
— a szomszédjától elszakítható vagy el nem szakítható.

Az egyes időszakok mindig valahány teljes szeletet tartalmaznak.

B) Simítás

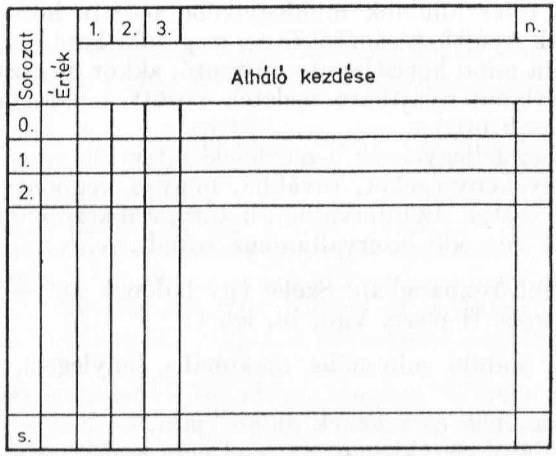
Akkor mondjuk, hogy egy háló alhálókból áll, ha bizonyos fiktív tevékenységeket elhagyva belőle, egymással össze nem függő részhálókra esik szét, és az e részhálókat, mint csúcspontokat, ill. az előbbi fiktív tevékenységeket, mint éleket tartalmazó gráfnak nincs irányított körútja. A fenti részhálókat nevezzük alhálóknak.

Az alhálók sorrendjét (sorszámozását) csak az említett fiktív tevékenységekkel adott, részben rendezés korlátozza.

A simító eljárással úgy próbáljuk elhelyezni az alhálókat, hogy a legnagyobb erőforrás-határ túllépés vagy kihasználás minimális legyen. Feltételezzük, hogy működik egy kiszolgáló eljárás, mely az alhálók sorozatához, ismerve az elsők elhelyezését, megadja a soronlevő szóbajövő kezdéseit. Szóbajön, a korábbiak helyzetétől is esetleg függő legkorábbi kezdés és a teljes időszaknyival későbbiek is, mindaddig, míg a többi alháló is határidő-tartóan elhelyezhető. (Ha vannak határidő-tartóan eleve el nem helyezhetők, akkor azokat a tényleges simítás előtt legkorábbi kezdésükre helyezi.)

A különböző elhelyezések összehasonlítására szolgáló büntető függvény az időszakonkénti igények és a rendelkezésre álló erőforrások hányadosa exponenciális függvényeiből képzett összeg, erőforrásfajtánként súlyozva. Elég nagy alapot választva a legnagyobb kitevőjű tagokhoz képest a többi elhanyagolható; a büntető függvény csak a maximumra érzékeny.

Az összes szóbajöhető kezdésrendszert az esetek nagy száma miatt nem tudjuk értékelni, itt is soros eljárást választottunk. Rendre vesszük az alhálókat, alhálónként a szóbajövő kezdéseket. A következő alháló szóbajövő kezdéseit már csak az előbbieknek a fenti függvénnyel értékelt, legfeljebb adott számnyi legjobb sorozatához nézzük meg. E szám megválasztásával a számítási idő befolyásolható. Első alkalmakkor még remény van a szeletenkénti ütemezés elkerülésére, ekkor érdemes viszonylag nagyobbnak választani, később a végeredményt nem nagyon befolyásolhatja, célszerűbb kicsinek venni.



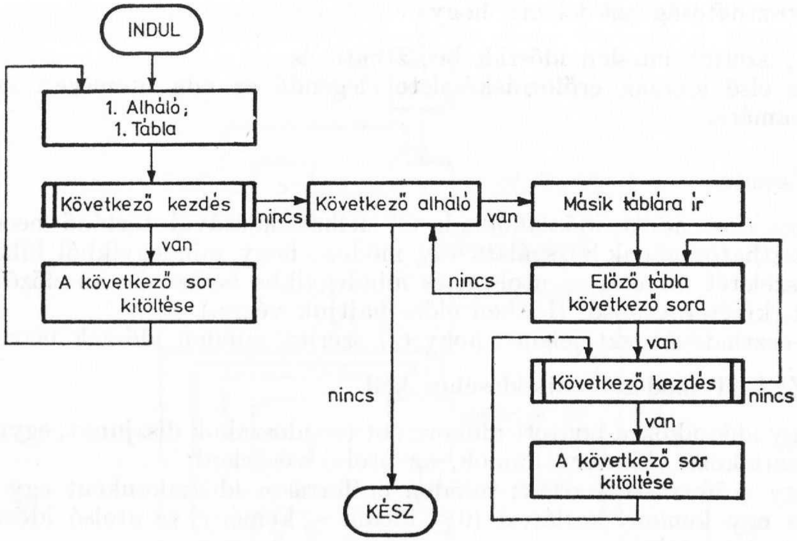
1. ábra

A számítást elvégezhetjük két, az 1. ábrán látható táblázat vezetésével. *S* sorozat számára tartunk helyet mindkettőben. A *O.* oszlopba az aktuális büntető függvény értékeit írjuk, a többiekbe a sorszámuknak megfelelő alháló kezdési időpontját.

Először az 1, 2,. . . *S* sorba írunk; a *O*-ba csak akkor, ha az előbbiek mind foglaltak. Minden sorhoz, az aktuális alháló kezdő-időpontjának beírása után, kiszámítjuk a büntető függvény értékét is. A *O.* sort azonnal kicseréljük a legkedvezőtlenebbel (ha maga az, akkor hagyjuk helyben), s ezzel felszabadítjuk a következő számításhoz.

Az első alhálónál sorban kérjük a szóbajövő kezdési időpontokat, az említett kiszolgáló eljárástól, s a hozzátartozó büntetéssel együtt beírjuk az 1. táblázat következő sorába (az $S+1$, $S+2$, . . .-t a *O*-ba, és azonnal cseréljük a legkedvezőtlenebbel).

A további alhálóknál váltakozva a 2, 1, 2, . . . táblázatot töltjük ki a másik alapján. Előlről foglaljuk el sorait (ha megtelt, akkor a 0-ba írunk). Először a másik táblázat 1. sorozatához, majd a 2.-hoz, végül az *S*.-hez kérjük a soronevő alháló szóbajövő kezdési időpontjait (2. ábra).



2. ábra

C) Időszak-beosztás

Feladata egy megadott időszakba adott, egymást követő szeletek elhelyezése, ill. elhelyezésük lehetőségének vizsgálata. Ismeri az adott szeletek előtti és utáni szelet záró, ill. kezdő időpontját (időbeli szakadáskor van jelentősége).

A lehetőséget a következők betarthatósága jelenti:

— nem engedélyez szakadást ott, ahol az tilos;
— az időszakok hosszát a rá vonatkozó korlátok között tartja;
— betartja a kezdésekre vonatkozó alsó időpontkorlátokat.

Ha a lehetőség adott, akkor a szeletek elhelyeztethetők a megadott időszakba. Olyan elhelyezést keresünk, mely egymás után érvényesíti a következő célokat:

— betartja a lehetőség-vizsgálatkor említett követelményeket;
— minimálja az időszakba eső határidők túllépésének darabszámát (ha nem tarthatjuk a határidőt, akkor a túllépés mértékének csökkentése már nem elsődleges cél);
— minimálja a szakadások számát;
— minimálja a szeletek időtartamának szórását.

D) Gyorsítás

Szomszédos, adott időszakoknak *C)* felhasználásával végzett beosztása, ill. beoszthatóságának vizsgálata olymódon, hogy mindegyik befogadja a következő időszak első szeletét, (kivéve az utolsó) és mindegyikből kihagyjuk első szeletét, kivétel az első. (Időben visszafelé hajtjuk végre.)

A beoszthatóság azt jelenti, hogy

— *C)* szerint minden időszak beosztható és
— az első időszak erőforráskészlete elegendő az oda ütemezett szeletek számára.

E) Lassítás

Szomszédos, adott időszakoknak *C)* felhasználásával történő beosztása, ill. beoszthatóságának vizsgálata oly módon, hogy mindegyikből kihagyjuk utolsó szeletét (kivétel az utolsó), és mindegyikbe bevesszük az előző utolsó szeletét, kivétel az első. (Időben előre hajtjuk végre.)
A beoszthatóság azt jelenti, hogy *C)* szerint minden időszak beosztható.

A SZELET módszer működéséhez kell

— egy időszakokra bontott időhorizont (az időszakok diszjunkt, egymáshoz csatlakozó időintervallumok, az utolsó végtelen);
— egy erőforrás-választék; minden erőforrásra időszakonként egy ideális és egy kemény korláttal ($0 \leq$ ideális $\leq$ kemény, az utolsó időszakban mind végtelen);
— egy elő-ütemezett háló-sorozat (vagy akár vonalas ütemterv sorozat); csak a hálók tevékenységeivel foglalkozunk, melyeknek
 = adott az időtartamuk, kezdésüknek a háló elejéhez viszonyított időpontja;
 = adott nyújthatóságuk és összenyomhatóságuk mértéke;
 = adott az erőforrás-választékba tartozó erőforrásokra vonatkozó igényük;
 = kezdésére legkorábbi, befejezésére legkésőbbi időpont írható elő (legalább egy tevékenységre kell legkorábbi kezdési időpont);
— hálónként egy szelethossz, mely osztója minden olyan időszak hosszának, melybe e háló belenyúlhat.

Ha bizonyos hálókat alhálónként adunk meg, akkor a tevékenységek kezdetét az alháló elejéhez is viszonyítjuk és az alhálókat sorszámozzuk. Az előütemezés minden alhálót időzít, pl. legkorábbi kezdésére.

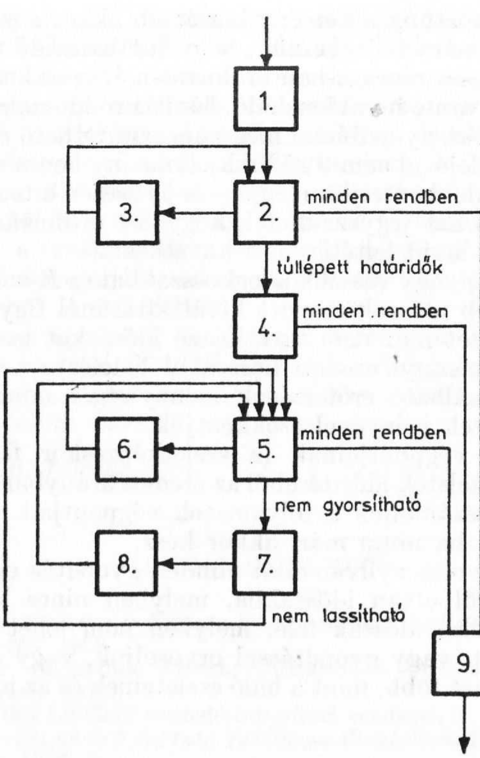
A SZELET módszer az alábbiak szerint működik:

1. A soronlevő hálót először úgy helyezzük az időtengelyre, hogy minden tevékenységére teljesüljön az esetleges legkorábbi kezdési előírás, legalább egyikre pontosan; majd szeleteit képezzük *A*-val.
Rendelkezésre bocsátjuk időszakonként az ideális korlátból még megmaradt erőforrásokat.

2. Ha valamelyik szelet nem tartja befejezési határidejét, akkor *4* következik; egyébként megvizsgáljuk, elegendő erőforrás áll-e rendelkezésünkre minden időszakban a szeletek igényeinek kielégítésére. Ha igen, akkor *9* következik.

3. Minden szeletet annyival későbbre tolunk, amennyi az első olyan időszak hossza, melyben a hálónak van szelete, *2* következik.

4. Ha a háló alhálókból áll, akkor *B*-vel alhálóit újra időzítjük, szeleteit képezzük *A*-val, s ha így már mind tartja befejezési határidejét és az időszakok erőforrásai is elegendők, akkor *9* következik, egyébként *5* jön. Ha a háló nem



3. ábra

bomlik alhálókra, akkor visszaállítjuk (*3* után) az *1*-ben meghatározott időpontokat.

5. Megkeressük az első olyan, a keresésből *7*-ben ki nem zárt, h. időszakot, melyben konfliktus van (akár véghatáridejét túllépő szelet, akár erőforráshiány). Ha ilyet nem találunk, akkor *9* következik. Ha találunk, akkor *D*-vel megnézzük, van-e h-t tartalmazó gyorsítható időszak-csoport. Ha nincs, akkor *7* következik.

6. Ha van, akkor vesszük a leghosszabbat és *D*-vel gyorsítjuk. *5* következik. (A leghosszabb időszak-csoport kiválasztásánál figyelembe vesszük az utolsó, a hálóból szeletet még nem tartalmazó időszakokat is az idővel ellentétes sorrendben, ha az utánuk következőben van annyi szelet, amennyi eredeti hosszával belefér, vagy ha a rendelkezésre álló erőforrás kevés a plusz egy szelet befogadásához.)

7. Ha az *5*-ben kiválasztott h időszakban van véghatáridejét túllépő szelet, akkor (mivel a konfliktust itt már meg nem oldhatjuk)

a) ha még nem próbálkoztunk a kemény korlátok felhasználásával, rendelkezésre bocsátjuk a kemény korlátig még fennmaradt erőforrásokat és újrakezdjük a *4* utáni állapotból, *5*-től a számítást;

b) ha éppen a kemény korlát felhasználásával jutottunk ide, akkor visszaállítjuk az ideális korlátokat és az azzal félbemaradt számítást úgy folytatjuk, mint eredetileg is tettük volna, ha már akkor sem lehetett volna félbeszakítani;

c) ha már próbálkoztunk a kemény korláttal, akkor a számítást nem lehet félbeszakítani; *5* számára feljegyezzük, hogy h-t határidő-túllépés miatt nem szabad kiválasztani; ha nincs h-ban erőforrás-hiány, akkor *5* következik.

Megnézzük *E*-vel, van-e h-val kezdődő, lassítható időszak-csoport (ide akkor jut a vezérlés, ha h-ban gyorsítással meg nem szüntethető erőforrás-hiány van és szeleteinek határidejével nem törődünk). Amennyiben nincs, ismét az előbbi *a)*, *b)* és *c)* esetet különböztetjük meg, *a)* és *b)* esetén a teendő is változatlan, *c)* esetén *5* számára azt jegyezzük fel, hogy h-t erőforrás-hiány miatt nem szabad kiválasztani, majd feltétlenül *5* következik.

8. Amennyiben van, úgy vesszük a leghosszabbat és *E*-vel lassítjuk. *5* következik. (A leghosszabb időszak-csoport kiválasztásánál figyelembe vesszük az első, a hálóból szeletet már nem tartalmazó időszakot is, ha a megelőzőben van annyi szelet, amennyi eredeti hosszával belefér).

9. A még felhasználható erőforrások mennyiségét minden időszakban az oda ütemezett szeletek igényével csökkentjük.

A tevékenységek végpontjainak (a szeletképzéskor feljegyzett) szeleten belüli helyéből és a szeletek időzítéséből az eredeti arányban osztó pontok meghatározásával visszaszámoljuk a folyamatok végpontjait. Ha van még háló, akkor *1* következik, ha nincs már, akkor kész.

A módszer véges volta nyilvánvaló: minden gyorsítás egy további szeletet juttat a háló elejéről olyan időszakba, melyben nincs konfliktus; minden lassítás lépés az utolsó időszak felé, melyben nem lehet erőforrás-hiány (a határidő-túllépéseket, vagy gyorsítással orvosoljuk, vagy eltekintünk tőlük). E lépésekből nem lehet több, mint a háló szeleteinek és az időszakok számának szorzata.

Kiegészítő megjegyzések:

Ha minden hálót egyetlen összefoglaló háló alhálójaként kezeltetünk, akkor a simító eljárás maga is megvalósít egy, a tevékenységek időtartamát nem változtató, a bevezetőben említett követelményeknek megfelelő erőforrás-allokálást. Ebben az esetben célszerű megőriztetni a kezdés-sorozatok táblánkénti legjobb értékelését: ha a végül legjobbaknak mutatkozók mindig távol álltak a kiselejtezéstől, akkor ez a tény növeli bizalmunkat — előfordulhat, hogy az összes lehetséges esetet megvizsgálva is ugyanazt az eredményt kaptuk volna.

Megtehetjük, hogy az összes háló minden szóbajöhető kezdését mégegyszer megvizsgáljuk (közben a többieket a legjobb sorozat szerint rögzítve); ha nem akad jobb megoldás: lokális optimumot találtunk.

A simító eljárás önálló alkalmazásával elsősorban a kezdési, másodsorban a befejezési határidők betartása érhető el. (Ha nem mondanak ellent az előütemezésnek, mindet tartani fogja.) Következő szempont csupán a relatív erőforráshatár túllépések maximumának leszorítása.

A szelet módszer a valóságos lehetőségeket jobban megközelítő eszközeivel (a tevékenységek időtartama nem merev) jobb eredményt ígér. Betartja a legkorábbi kezdésekre vonatkozó kikötéseket, a tevékenységek időtartamát csak a megengedett mértékben változtatja, megszakítást csak ott tervez, ahol az műszakilag és szervezésileg megengedett. Felvehető pl. a meg nem szakítható hálórésszel párhuzamosan egy erőforrást nem igénylő, összenyomható, nagy mértékben nyújtható, de meg nem szakítható fiktív tevékenység. Igyekszik betartani az erőforráshatárokat, túlterheléssel nem kezd, de megszakíthatatlanság miatt a későbbi időszakok esetleg már meglevő erőforráshiányát fokozhatja (a lehetséges minimális intenzitáshoz tartozó munka erőforrás-szükségletével). A befejezési határidők betartása érdekében akkor alkalmaz emelt erőforrásszintet, ha ez a háló minden határidejének betartását biztosítja. Ellenkező esetben a többletet fenntartja a sorban később jövő olyan hálóknak, melyeknél felhasználva majd minden határidő tartható lesz.

Az előütemezés, a tevékenységek egymáshoz viszonyított helyzetének merevítése miatt, bármilyen eljárás lehet. A módszer inputja, mint már jeleztük, vonalas ütemtervből is előállítható.

A szelet módszer igyekszik összhangot teremteni az adatok pontossága (pontatlansága) és a számítási idő között. Az időszakok és szeletek hosszának növelésével igen durva számításokra is alkalmas, egészen addig, amíg számításnak egyáltalán értelme van.

(Beérkezett: 1976. február 17.)

IRODALOMJEGYZÉK

1. Balla Mihályné—Szolnoky Antal: Beruházások irányítása ERALL-2 módszerrel, SZÁMGÉP Kiadvány 1968.
2. Balla Mihályné—Szolnoky Antal: Útmutató a VOP módszer alkalmazásához, SZÁMGÉP Kiadvány 1970.
3. Tájékoztató a KOMPLETER termelésirányítási rendszerről, ÉGSZI Kiadvány 1974.
4. Hegedüs Gábor—Szolnoky Antal: Erőforrás-allokáció SZELET módszerrel, Információ Elektronika 1976. 2.

RESOURCE ALLOCATION BY THE SLICE METHOD

The essence of the known resource allocation methods is that in order to solve the temporary insufficiency of resources, out of several, technically parallel processes that one should be postponed which is the least critical according to certain requirements.

The essence of the authors' new method is as follows:

Such a heuristic solution was sought as would be insensitive to insufficiencies of resources, which are solvable by a short term rescheduling; on the other hand. it would not interfere with the relative position of processes.

The short term rescheduling can only be the duty of operative production control. Monthly or quarterly computerized programming must, first of all, concentrate on leaving only such tasks for the operative production control.

Instead of programming the processes with full regard to resource limitations, we condense the network into a chain and schedule this latter. The results of the preliminary schedule based only on technical conditions is aggregated by time periods (say, days) and this way we get "slices", after which the method is called. By varying the length of the slices we make an attempt to eliminate overloads. As the end points of the processes, we suggest dates to the operative control that divide the slices according to the original proportions.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ С ПОМОЩЬЮ «КУСКОВОГО» МЕТОДА

Сущность применяемых в сетевом планировании известных методов распределения: в интересах преодоления периодической недостаточности ресурсов среди параллельно совместимых в техническом отношении процессов производится отсрочка того из них, который с точки зрения определенных требований квалифицируется наименнее критическим.

Сущность разработанного авторами нового метода:

Поиск эвристического решения, которое

— нечувствительно к недостаточности ресурсов, которое можно преодолеть перестройкой графиков в течение короткого времени,

— не нарушает порядок процессов в отношении друг к другу.

Определение перестроек графиков, проводимых в течение короткого времени, может являться задачей только оперативного управления производством. Путем месячных и поквартальных разработок на ЭВМ следует стремиться к тому, чтобы оперативное управление сводилось только к решению этой задачи.

Вместо хронирования, принимающего во внимание ограниченность процессов со стороны ресурсов, производится сжатие сети в цепь и ее хронирование. Результаты обоснованного только в тесническом отношении предварительного хронирования по единицам времени (например, по суткам) суммирования по единицам времени (например, по суткам) суммируются, что дает наименование метода — кусок. Путем изменения временного содержания отдельных кусков мы пытаемся ликвидировать перегрузки. В качестве конечных точек процессов оперативному руководству предлагаются те моменты, которые делят куски согласно исходным соотношениям.

FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

ANDORKA RUDOLF

A faktoranalízis alkalmazása társadalom ökológiai vizsgálatokban

Rummel megfogalmazása szerint a faktoranalízis a társadalomtudományok kalkulusa [Rummel, 1970; 4. p.]. A legkülönfélébb társadalomtudományi problémák vizsgálatára fel lehet használni. Ilyenek: a gazdasági és társadalmi fejlődés [Adelman, Morris, 1967; Rimler, 1973], a regionális gazdasági fejlődés [Jamouette, Paelinck, 1971], a jólét dimenzióinak megkülönböztetése [Allardt, 1975], a különböző társadalmak kulturális és politikai viszonyainak összehasonlítása [Rummel, 1967], a társadalmi mobilitás dimenzióinak különválasztása [Westoff, Bressler, Sagi, 1960], az emberi személyiségnek [Cattel, 1965], az ember intellektuális képességeinek dimenziói [Thurstone, 1947] stb. Ebben a tanulmányban a faktoranalízisnek egy speciális problémakörben, a társadalomökológiában való alkalmazásairól adok áttekintést.

A társadalomökológia kérdésfeltevései

A társadalomökológia elnevezésű szociológiai terület kutatásának kezdeteit az 1920-as években a Chicagoi Egyetemen kialakult ökológiai iskolában kereshetjük [Park, Burgess, McKenzie, 1925]. Ez az iskola a humán ökológia tárgyát úgy definiálta, hogy beletartozik a népességnek és a társadalmi intézményeknek (pl. gyáraknak, közintézményeknek, üzleteknek) térbeli elhelyezkedése, a különböző területegységeken (például a belvárosban, az ipari területeken, a külső lakónegyedekben) elhelyezkedő népességnek és intézményeknek egymással való kapcsolata, alá- és fölérendeltsége, továbbá a területegységek társadalmi szerepének időbeli változása (lásd erről [Szczepanski, 1973]). Elsősorban Chicago városrészeinek jellemzőit vizsgálták, hasonlították össze. Megpróbálták a különböző jellegű városrészek elhelyezkedésének általános törvényszerűségeit megállapitani. (Például feltételezték, hogy a belváros körül többnyire elhelyezkedik egy olyan övezet, amelyben a társadalmi problémák, mint a szegénység, bűnözés, alkoholizmus, prostitúció koncentráltan jelentkeznek). Ezen túlmenően azonban kutatási eredményeik gyakorlati alkalmazhatóságára is törekedtek, például a városi problémák gócpontjainak körülhatárolásával mérsékelésükhöz akartak hozzájárulni. Vizsgálataikban széles körben használták a rendelkezésre álló statisztikai adatokat és korán kezdték alkalmazni a matematikai statisztika módszereit.

A mai társadalomökológia egyrészt megtartotta ezeket az alapvető jellemzőket, másrészt sok vonatkozásban továbbfejlesztette, bővítette azokat. Megmaradt érdeklődése a nagyvárosok egyes részeinek, kerületeinek különleges jellemzői iránt [Sweetser, 1965a, 1965b], de kiterjesztette kutatásait a települési hálózat egészére [Janson, 1972; Sweetser, 1970, 1971], a városok [Berry, 1972] és falvak [Zaslavskaia, Muchnik, 1975], valamint régiók [Jamouette, Paelinck, 1971] tipizálására, továbbá a városfejlődés [Hunter, 1974] és a regionális fejlődés [Bassand, 1976; Mlinar et al., 1976] törvényszerűségeinek a vizsgálatára. Ma is nagy mértékben használja fel a társadalomökológia a rendelkezésre álló statisztikai adatokat és az elektronikus számítógépek nyújtotta lehetőségek következtében igen nagy mértékben támaszkodik a különböző matematikai statisztikai technikákra. Ezek között az utolsó tíz évben különösen elterjedt a faktoranalízis.

A faktoranalízis módszerével kezelt kutatási problémák típusát a következőképpen körvonalazhatjuk. A statisztikai hivataloknak régi gyakorlata, hogy a népszámlálások és más adatforrások alapján *nagy mennyiségű adatot* közölnek városokról, városrészekről, községekről, megyékről, járásokról. Ezeket még kiegészíthetik különböző szociológiai felvételeknek — legtöbbször reprezentatív minták megkérdezése alapján kapott — eredményei. A társadalomökológiai elemzések céljára tehát nagytömegű adatbázis áll rendelkezésre.

Ugyanakkor a *településtervezés* és a *regionális tervezés* részéről növekvő igények merülnek fel a települések, városrészek, régiók jellemzőinek, fejlettségének, fejlődési tendenciáinak mérésére, tömör formában való kifejezésére. Ez azonban sok nehézségbe ütközik, részben a települések és régiók fejlettsége fogalmának és dimenzióinak elméleti tisztázatlansága, részben pedig éppen az adatok gazdagsága következtében, amely megnehezíti a legmegfelelőbb mutatók kiválasztását.

A települések és régiók *fejlettségének* jellemzésére különböző tipológiákat és fejlettségi pontszámokat szerkesztettek Magyarországon [Fórizs, Orlicsek, 1962; Kiss, 1967; Bene, 1967] és külföldön egyaránt. E fejlettségi pontszámoknak lényeges gyengesége azonban, hogy a kiválasztott mutatók és azoknak az aggregálásnál alkalmazott súlyozása szükségszerűen önkényesek, a pontszámot szerkesztő kutató megítélésén alapulnak. A faktoranalízis módszerével viszont egyrészt igen nagyszámú változót lehet egyszerre vizsgálni, a bennük levő információk segítségével lehet a fejlettségi szinteket meghatározni, másrészt el lehet különíteni az ezen változók mögött rejlő alapvető fejlettségi dimenziókat, meg lehet határozni a változók értékei mögött meghúzódó rejtett struktúrát, végül ki lehet számítani mindegyik vizsgált település fejlettségét megadó faktor pontszámokat (factor scores) mindegyik fejlettségi dimenzió vonalán [Sweetser, 1971; Bobinski, Zagórski, Szarkowski, 1969]. Így nagyszámú változó figyelembe vételével, a bennük levő információ tömörítésével lehet települések és régiók fejlettségi szintjét meghatározni.

Az ilyen elemzéseknél a kutató figyelme összpontosulhat az *elmaradott* és ezért különös fejlesztést igénylő területek kijelölésére is. Ha a változók közé felveszik a *társadalmi problémák* elterjedtségét (például a szegénységet, a bűnözést, a betegségeket, mentális zavarokat, öngyilkosságokat, a gyermekek elhanyagoltságát stb.) jellemző adatokat, akkor a faktoranalízis segítségével ki lehet jelölni az ország vagy nagyváros különösen elmaradott részeit [Cullingford, Flynn, Webber, 1975, 1975].

A két említett kérdés vizsgálata a faktoranalízis segítségével elsősorban konkrét tervezési feladatok megoldását szolgálja. Elméletibb jellegű problémákat is meg lehet azonban a módszerrel közelíteni. Így tanulmányozni lehet vele a gazdasági és társadalmi folyamatok térbeli eloszlását, a területegységek funkcionális *differenciálódásának általánosabb törvényszerűségeit* (például a lakóterületek, ipari területek, kereskedelmi központok stb. elkülönülését), a különböző területek közötti munkamegosztást, a központi és periferális területek közötti uralmi viszonyokat [Bassand, 1976].

Végül meg lehet kísérelni a települések és régiók *fejlődési* törvényszerűségeinek feltárását is olyan módon, hogy a figyelembe vett változók között dinamikusakat (például növekedési ütemeket) is szerepeltetnek, vagy hogy több egymást követő időpontra vonatkozóan ismétlik meg a faktoranalízist [Mlinar et al., 1976; Janson, 1976; Bassand, 1976]. E dinamikus változóknak az egyes faktorokkal mutatott korrelációja alapján bizonyos következtetéseket lehet levonni az egyes települések várható fejlődéséről, másszóval ki lehet választani azokat a településeket, amelyeknek a legjobbak a fejlődési adottságai, legnagyobb a fejlődési potenciálja [Zaslavskaia, Liashenko, 1975; Zaslavskaia, Muchnik, 1975].

A társadalomökológiai faktoranalízis módszere[1]

A társadalomökológiai faktoranalízis vagy — rövidebben — faktoriális ökológia vizsgálataiban tehát különböző területegységek: országok, régiók, városok, községek, városrészek, népszámlálási számlálókörzetek stb. adatait dolgozzák fel. A legtöbb külföldi vizsgálatban 20—70 *változót* vettek fel. Túlságosan kevés változóval már nem érdemes faktoranalízist végezni, hiszen ebben az esetben az eredeti változók elég áttekinthetőekké válnak. A faktoranalízis alkalmazásának éppen az az értelme, hogy a nagy számú változóban benne rejlő információt feltérképezzük, áttekinthetővé tegyük. A változók számát elvben korlátlanul emelhetjük. Ennek — a számítógépi kapacitáson kívül — csak az a követelmény szab határt, hogy a megfigyelési egységek (tehát a területi egységek) száma nagyobb kell hogy legyen a változók számánál. Nincs egyértelmű és általános szabály arra vonatkozóan, hogy a megfigyelési egységek száma mennyivel legyen nagyobb a változók számánál. Rummel gyakorlati elvként azt ajánlja, hogy legalább négyszer annyi megfigyelési egységet alkalmazzanak, mint változót [Rummel, 1970], mások ennél jóval kevesebb megfigyelési egységgel is megelégszenek [Bassand, 1974].

A változók között — a vizsgálat céljától függően — a legkülönfélébb adatokat szokták szerepeltetni. A legtöbb esetben alkalmazzák a területegységek alapvető demográfiai jellemzőit (a népességszámot, a fiatalok és öregek arányát, a nők és férfiak arányát, esetleg a születési és halálozási, valamint be- és kivándorlási arányszámot stb.), a lakosság társadalmi összetételének mutatóit (a fizikai munkásság, az értelmiségiek stb. aránya, az iskolai végzettségi arányszámok), az életszínvonalra vonatkozó adatokat (egy főre jutó jövedelem, a lakáshelyzet mutatói, személygépkocsi ellátottság, telefon ellátottság), bizonyos gazdasági adatokat (a mezőgazdaságban foglalkoztatott népesség, az iparban és a terciér szektorban foglalkoztatott népesség, az ipari munka terme-

[1] Nem célom ebben a cikkben a faktoranalízis módszerének bemutatása, matematikai alapjainak ismertetése, mivel azt a magyar olvasó több munkából megismerheti [Vita, 1970; Jahn, Vahle, 1974; Rimler, 1970a, 1970b]. Csupán ahhoz akarok segítséget nyújtani, hogy a faktoranalízist alkalmazó kutató, aki nem szükségképpen ismeri pontosan a matematikai alapokat, megértse a számítógépes program által végzett számítások lényegét és a kapott eredményeket.

lékenysége, mezőgazdasági hozamok, egy foglalkoztatottra jutó állóeszköz-állomány). A vizsgálat céljától függően időnként felvesznek további változókat, amelyek például az etnikai vagy vallási összetételt jellemzik (például Amerikában a fekete népesség arányát), a társadalmi problémák különböző mutatóit, a népesség politikai állásfoglalását jellemző adatokat (a különböző pártokra leadott szavazatok arányát). Különösen érdekes kutatási lehetőségeket nyújt a makrostatisztikai adatok kombinálása különböző szociológiai mikrofelvételek adataival. Míg korábban többnyire csak egy időszakra vonatkozó adatokat alkalmaztak egy faktor analízisben, újabban megkísérlik a növekedési ütemek vagy a különböző időszakokban megfigyelt értékek közötti differenciák bevonását a változók közé.

Nem feltétlenül szükséges, hogy a változók normális eloszlásúak legyenek. A normális eloszlás csupán a szignifikancia számítások elvégezhetőségének előfeltétele. Nem előnyös azonban, ha egyes változók (pl. a települések népességszáma) szélsőségesen nem-normális eloszlásúak, mert ez eltorzíthatja a faktoranalízis eredményeit. Ilyen esetekben például logaritmikus transzformációt szoktak végrehajtani.

A faktoranalízis első lépése a változók közötti egyszerű (szorzatmomentum) *korrelációs együtthatók matrixának* kiszámítása. Ezen alapulnak a további számítások. Bár a faktoranalízis eredményeit bemutató munkák sok esetben nem közlik a korrelációs matrixot, érdemes azt is végigtanulmányozni, mert sok érdekes információt nyújthat a változók közötti kapcsolatokról, így bizonyos mértékben sejteti már a faktoranalízis eredményeképpen kapott faktorokat.

A korrelációs matrix kiszámítása azonban csak kezdő lépés, és nem lép túl a legegyszerűbb matematikai statisztikai technikák körén. A faktoranalízis módszerének újdonsága és specialitása az ezt követő lépésekben van. Az első lépés az egyszerű vagy *nem-rotált faktorsúly matrix* meghatározása. Ebben minden változót egy sor és minden faktort egy oszlop képvisel. A matrixban szereplő faktorsúlyok (loading) a korrelációs együtthatókhoz hasonlítható együtthatók: kifejezik a kérdéses változó és faktor közötti kapcsolat erősségét. (Szélső értékük a korrelációs együtthatókhoz hasonlóan ± 1.) A faktorsúly négyzete kifejezi, hogy a kérdéses faktor az adott változó varianciájának mekkora részét magyarázza meg. Ezért ha a faktorsúlyok négyzeteit összeadjuk, akkor megkapjuk, hogy a figyelembe vett faktorok az adott változó varianciájának mekkora részét magyarázzák meg. Ezt nevezik kommunalitásnak. Ha a faktorsúlyok négyzeteit egy faktor oszlopában összeadjuk, akkor megkapjuk a kérdéses faktor sajátértékét. Ez tehát kifejezi, hogy a kérdéses faktor mekkora szerepet játszik az összes változók varianciájának megmagyarázásában.

A szakirodalomban [Rummel, 1970] több faktoranalízis modellt vagy módszert írtak le, amellyel a faktorsúlyok matrixát meg lehet határozni. Ezek: a közös faktor analízis, a komponens faktor analízis vagy főkomponens módszer,[2] a *Guttman* féle kép (image) faktor analízis, a *Lawley* modellje alapján

[2] A főkomponenselemzés ugyan a faktoranalízis speciális esete, mégis sok szempontból igen élesen különbözik az eredeti faktoranalízis modelltől, ezért egyesek önálló módszernek tekintik. Ettől függetlenül — bizonyos egyszerűsítésekkel — az első néhány főkomponens faktorsúlyait az eredeti faktoranalízis modell súlyai kielégítő becslésének szokták tekinteni. Ezért — az egyszerűség kedvéért — a főkomponensek súlyait e cikkben faldosúlyoknak nevezzük.

Rao által kifejlesztett kanonikus faktor analízis, a *Kaiser* és *Caffrey* által kidolgozott alfa faktor analízis.

Korábban többnyire a *közös faktor analízist* használták. *Spearman* dolgozta ki két faktorra és *Thurstone* általánosította sok faktorra. Alapfeltevése, hogy a változók varianciájának egyik részét (amelyet a kommunalitások fejeznek ki) a közös faktorok magyarázzák meg, a másik részt pedig minden változónak egy-egy speciális faktora. E módszer alkalmazása esetén a számítások kiindulópontjául szolgáló korrelációs matrix főátlójába az eredeti 1,00 értékek helyére a kommunalitásokat helyettesítik be. A kommunalitásokat tehát előre meg kell becsülni. A faktor analízis eredményét leíró munkák sokszor nem adják meg, hogyan becsülték meg a kommunalitásokat, noha ezt a problémát eddig nem oldották meg teljesen megnyugtatóan.

Éppen ezért a társadalomökológiai faktoranalízisben — de másféle problémák vizsgálatánál is — ma legtöbbször a *főkomponens módszert* alkalmazzák. Ennek alapfeltevése, hogy a változók teljes varianciáját közös faktorokkal, úgynevezett főkomponensekkel kívánja megmagyarázni. Ezért nincsenek speciális faktorok és nem merül fel a kommunalitások előzetes becslésének problémája sem. A kommunalitások értéke ugyanis 1,00 (mivel a változók teljes varianciáját magyarázzák meg a főkomponensek). Viszont ennek az alapfeltevésnek következtében a főkomponensek száma elvben eléri a változók számát. Itt tehát nem a szó szoros értelmében vett faktoranalízisről van szó. Ha az eredeti változókban foglalt információt ugyanolyan számú főkomponens alakjában fejeznénk ki, nem is sok értelme lenne a számítások elvégzésének, hiszen a faktoranalízis egyik célja éppen a nagyobb számú változóban foglalt információknak kevesebb számú faktorban való tömörítése. Az első néhány főkomponens azonban szerencsés esetben megmagyarázza a változók varianciájának meglehetősen nagy részét, mondjuk kétharmadát-háromnegyedét. Igy az ezekre a főkomponensekre vonatkozóan kiszámított súlyok a valódi (a közös faktor módszerrel kiszámított) faktorsúlyok kielégítő becsléseinek tekinthetők. Ezért a többi főkomponenst, amelyek a fennmaradó varianciának már csak kisebb részét magyarázzák meg, elhanyagolják. Úgy szoktak eljárni, hogy azoknak a főkomponenseknek súlyait, amelyeknek sajátértéke bizonyos határ (legtöbbször 1,0) alá esik, nem számítják ki. A faktorsúly matrixban tehát csak az így kiválasztott főkomponensekhez tartozó súlyok szerepelnek. A faktorsúly matrix ilyen meghatározása után számított (és nem előre megbecsült, mint a közös faktor analízisnél) kommunalitások azt fejezik ki, hogy a kiválasztott faktorok az egyes változók varianciájának mekkora részét magyarázzák meg.

A faktoranalízis eredményeképpen kapott egyszerű nem-rotált faktorsúly matrix a vizsgált adatokban levő fő tendenciákat mutatja ki. A számítási módszer úgy jár el, hogy először kijelöli az első faktort, amely a változók varianciájának legnagyobb részét magyarázza meg, vagyis úgy határozza meg ezt a faktort, hogy a faktorsúlyok négyzeteinek összege a lehető legnagyobb legyen. Ezek után úgy választja meg a második faktort, hogy az az első faktorra merőlegesen feküdjék abban a sokdimenziós térben, amelyben a megfigyelési egységek elhelyezkednek, és hogy a változók fennmaradó varianciájából ismét a lehető legnagyobb részt magyarázza meg. A harmadik faktor az első kettőre merőleges és ismét a fennmaradó variancia legnagyobb részét magyarázza meg, és így tovább.

Ilyen módon a faktoranalízis segítségével meghatározunk egymástól független tengelyeket, amelyeknek segítségével le lehet írni a megfigyelési pontok eloszlását a sokdimenziós térben, amelyben elhelyezkednek. (A tér dimenzióinak száma a változók számával azonos és benne minden egyes megfigyelési pont helyét a nála megfigyelt változó értékek határozzák meg.) A társadalomökológiai faktoranalízist akkor szokták eredményesnek mondani, ha néhány faktor (tehát nem egyetlen, de nem is túlságosan sok faktor) segítségével sikerült leírni a változók varianciájának meglehetősen nagy részét. Ilyen eredményt akkor kapunk, ha a megfigyelési egységek elhelyezkedése a sokdimenziós térben nem teljesen véletlenszerű, hanem néhány fő tengely körül rendeződik, másszóval ha a változók egyes csoportjai egymás között viszonylag erős korrelációt mutatnak.

Ha az elemzésre kiválasztott változók teljesen véletlenszerűen helyezkednek el a térben, vagyis ha nincsenek mögöttük bizonyos tendenciák, akkor elvben a változókkal azonos számú egyformán gyenge faktort kapunk. Ha ennél lényegesen kevesebb, de még mindig viszonylag nagyszámú és meglehetősen gyenge faktort kapunk, akkor sem értünk célt a faktoranalízis elvégzésével. Ha viszont csak egyetlen igen erős faktort kapunk, akkor ez azt jelenti: a változók mögött tulajdonképpen egyetlen fő tendencia húzódik meg, tehát mivel nincs több fő tendencia vagy dimenzió, nem érdemes azokat a faktoranalízis segítségével elkülöníteni próbálni.

A faktoranalízis eredményességének azonban nem csak ilyen formai kritériumai vannak, hanem hasonlóan fontos követelmény, hogy a faktorokat értelmezni is tudjuk. Az értelmezés azt jelenti, hogy elméleti megfontolások és intuíciónk alapján megfogalmazzuk, milyen alapvető tendenciát vagy dimenziót fejeznek ki az egyes faktorok. Úgy járunk el, hogy megnézzük: a kérdéses faktor melyik változóknál mutatja a legnagyobb faktorsúlyokat, vagyis melyekkel van a legerősebb kapcsolatban, és megpróbáljuk értelmezni, a települések vagy régiók gazdasági-demográfiai-társadalmi jellemzőinek vagy fejlettségének milyen dimenzióit képviselhetik. Ha ennek alapján korábbi tudásunkhoz képest új ismeretekhez jutunk a vizsgált társadalomökológiai jelenségekről, akkor mondhatjuk valóban eredményesnek a faktoranalízis alkalmazását.

Az értelmezést általában megkönnyíti, ha a nem-rotált faktorsúly matrix elemzése helyett előbb végrehajtjuk az úgy nevezett *rotálást* és a rotált faktorsúly matrixot elemezzük. A rotálással új faktorokat állítunk elő, amelyek az előbbieknek transzformációi. A leggyakrabban alkalmazott ortogonális rotálási módszerek esetében az új faktorok is merőlegesek egymásra. Egyes társadalomökológiai elemzésekben ferdeszögű rotálást is alkalmaztak, illetve az első ortogonális rotálás után ferdeszögű (oblique) rotálást is végeztek és azt találták, hogy ezzel jobban le tudták írni a valóságot [Janson, 1972]. Ferdeszögű rotálás esetében nem írják elő azt a követelményt, hogy az új faktorok egymásra merőlegesek legyenek, illetve egy-két faktorra vonatkozóan nem írnak elő ilyen követelményt. (*Janson* például először ortogonális rotálással kapott hét faktort és ferdeszögű rotálással határozta meg nyolcadik faktorát a svéd községek vizsgálatában.)

Az ortogonális rotálást többféle módszer szerint lehet elvégezni, többféle kritériumot lehet alkalmazni az új faktorok meghatározásánál. Az egyszerű struktúra kritérium, amely az úgynevezett *több faktor megoldást* (multiple factor solution) adja, úgy forgatja el a faktorokat, hogy lehetőleg 1. minden változó csak egy faktornál szerepeljen nagy faktorsúllyal, 2. egy-egy faktornál minél kevesebb változó szerepeljen nagy faktorsúllyal, viszont 3. minden faktornál legyenek nagy faktorsúlyú változók, végül ennek eredményeképpen 4. a változók összes varianciájának megmagyarázott része minél egyenletesebben oszoljék meg az egyes faktorok között. A leggyakrabban használt ortogonális rotálási technika a varimax módszer.

A rotált faktorsúly matrix — az egyszerű struktúra kritérium alkalmazása következtében — általában könnyebben értelmezhető tehát az eredeti nemrotált faktorsúly matrixnál, mert jobban különválasztja a faktorokat, határozottabban összekapcsolja az egyes változó csoportokat egy-egy faktorral.

A társadalomökológiai faktoranalízis módszerének egyik érdekessége, hogy a különböző országokban kapott faktorok egy részét hasonlóan lehetett értelmezni. Ez annál feltűnőbb, mert eltérő számú és jellegükben is legfeljebb hasonló, de nem azonosan definiált mutatókat használtak. A települések (városok és falvak) adatainak faktoranalízise alapján Norvégiában [Sweetser, 1970], Svédországban [Janson, 1972], az amerikai Massachusetts államban [Sweetser, 1971], az Egyesült Államok városainál [Berry, 1972], Svájcban [Bassand, 1974], a lengyel városoknál [Bobinski et al., 1969], a Szovjetunió szibériai falvainál [Zaslavskaia, Muchnik, 1975] szabályszerűen megjelent egy faktor, amelynél nagy faktorsúlyokat mutattak az értelmiségiek és szellemi foglalkozásúak, a magas iskolai végzettségűek arányát kifejező változók, továbbá az életszínvonal és az infrastrukturális ellátottság különböző mutatói. Ezt szokták a társadalmi státus faktorának nevezni és úgy értelmezik, hogy a társadalmi hierarchiában kedvező helyzetű és magas életszínvonalú népesség a legjobb ellátottságú területekre összpontosul, míg a legalacsonyabb életszínvonalú társadalmi csoportok más területeken tömörülnek. Majdnem minden elemzésnél kaptak egy olyan faktort is, amelynél a demográfiai változók, mint a gyermekszám, a korösszetétel, a fiatal házaspárok aránya mutatott nagy faktorsúlyokat. Ezt szokták az életciklusban elért helyzet vagy a családciklus faktorának nevezni és úgy értelmezik, mint azt a tendenciát, hogy a fiatal házaspárok bizonyos településeken összpontosulnak, amelyek a gyermekneveléshez kedvező feltételeket biztosítanak (pl. viszonylag jó ellátottságú szuburbán települések). Végül többé-kevésbé általánosan találtak egy olyan faktort is, amely a nők gazdasági aktivitását fejezte ki.

Nem kevésbé érdekesek azok a faktorok, amelyek csak egy-egy országban, tehát csak egy-egy társadalom településeiben jelentkeznek erős differenciáló tényezőként. Ilyenek az etnikai (fekete népesség aránya az amerikai városokban, az északnorvég nyelvjárást beszélők aránya Norvégia településeiben) és vallási csoportok (protestánsok és katolikusok a svájci kantonokban) arányszámát képviselő faktorok, vagy például egy nagyon határozott szegénységi faktor a svéd települések vizsgálatánál.

Amikor — a chicagói ökológiai iskola érdeklődéséhez szorosabban kapcsolódva — egy-egy nagyváros kerületeinek, kisebb körzeteinek adataival végeztek faktoranalízist, egyrészt az előbbiekhez hasonló faktorokat találtak [Sweetser, 1965b], amelyek a városrészek társadalmi státusát és demográfiai jellemzőit fejezték ki, másrészt meg tudták határozni a városi társadalmi problémák faktorát [Cullingford et al., 1975].

A legújabban megkísérelt dinamikus vizsgálatok, amelyekben ugyanazon területegységek azonos adataival több egymást követő időszakra vonatkozóan végeztek faktoranalízist, bizonyos következtetésekhez vezettek egy ország regionális és települési szerkezetének fejlődési tendenciáira. *Bassand* (1976) például azt a hipotézist fogalmazta meg svájci adatok vizsgálata és nemzetközi összehasonlítás alapján, hogy a központ-periféria jelenség a gazdaságilag fejlett, iparosodott társadalmakat tartósan jellemzi, vagyis fennmarad a fejlettebb központi területek és elmaradottabb perifériális területek közötti egyenlőtlen viszony. Az előbbiekben nem csak az életszínvonal magasabb, hanem bizonyos mértékig politikailag is erősebb a helyzetük, míg az utóbbiak tartósan biztosítják a fejlettebb területek munkaerő utánpótlását.

Távol vagyunk még attól, hogy a különböző országokban végzett társadalomökológiai faktoranalízis vizsgálatok segítségével a régiók és települések fejlődésének és differenciálódásának általános törvényszerűségeit, valamint az egyes országokra és társadalmi rendszerekre jellemző sajátosságokat megállapíthassuk, de talán nem túlzás azt állítani, hogy az eddigi eredmények ígérnek ilyen lehetőségeket.

A társadalomökológiai faktoranalízis tervezési felhasználásához — a faktorok meghatározásán és értelmezésén kívül — ki szokták számítani a *faktorpontszámokat*. Ezek azt mérik, hogy az egyes megfigyelési egységek — régiók, városok, falvak — hol helyezkednek el a különböző faktorok dimenzióiban. Például ha valamely faktor a városiasodottságot méri, akkor a faktorpontszám azt fejezi ki, hogy az adott település mennyire városiasodott, és ha valamely másik faktor a társadalmi problémák gyakoriságát fejezi ki, akkor a megfelelő faktorpontszám azt méri, hogy a kérdéses területegységen mennyire súlyosak ezek a problémák. Egy településnek, régiónak vagy városrésznek a különböző faktorok dimenzióiban meghatározott faktorpontszámai mintegy megadják annak „profilját''. Például olyan információkat kapunk egy-egy településről, hogy népessége a társadalmi hierarchiának középső szintjein helyezkedik el (első faktor), demográfiailag fiatal és fejlődő (második faktor), erősen iparosodott (harmadik faktor), stb. A faktorpontszámok alapján meg lehet határozni, hogy az egyes faktorok által képviselt dimenziókban milyen sorrendben helyezkednek el a régiók vagy települések, mekkora közöttük a távolság e dimenziókban, végül típusokat lehet kialakítani.

A faktorpontszámokat úgy számítják ki, hogy minden egyes változónak a kérdéses megfigyelési egységnél mért standardizált értékét megszorozzák a kérdéses faktornál meghatározott faktorsúllyal, a kapott értékeket faktoronként összeadják, végül az így kapott összeget standardizálják. Vannak a pontszámok kiszámításának egyszerűbb, de kevésbé egzakt módszerei, például az adott faktornál legmagasabb faktorsúlyú változókat veszik csak figyelembe a pontszámban.

A faktorpontszámok alapján ki lehet jelölni különösen fejlett vagy elmaradott területeket, különböző gazdasági körzeteket, az országnak vagy városoknak különösen magas, illetve alacsony státusú népesség által lakott övezeteit [Sweetser, 1973], a nagyvárosok problematikus övezeteit [Cullingford et al., 1975], a városok [Mucsnik et al., 1975] és falvak [Zaslavskaia, Liashenko, 1975] fejlettség és fejlődési adottságok szerinti típusait stb.

A magyar megyék adatainak faktoranalízise

A társadalomökológiai faktoranalízis fenti leírásának illusztrálására bemutatom két faktoranalízis néhány eredményét, amelyet a KSH Társadalom-statisztikai Főosztályán végeztünk.[3] Az egyik esetben Magyarország 19 megyéjének és Budapestnek néhány 1970 körüli gazdasági, társadalmi és demográfiai mutatóját használtam változóként. Ezt a faktoranalízist a módszer kipróbálásának tekinthetjük csak és korai lenne belőle mélyebb következtetéseket levonni a regionális fejlődésre és szerkezetre vonatkozóan, annál is inkább, mert a megfigyelési egységek száma (20) alig volt nagyobb a változók számánál (15). Viszont éppen az adattömeg kis méretei miatt részletesen be lehet mutatni az eredményeket e cikk keretében. (A változók pontos leírását lásd a Függelékben.)

A főkomponens módszert alkalmaztuk és az így kapott 15 faktor közül háromnak sajátértéke volt 1,0-nál nagyobb. Ezeknek sajátértéke és a változók teljes varianciájából megmagyarázott halmozott rész:

	Sajátérték	A variancia megmagyarázott százaléka, halmozottan
Első faktor	7,75	52
Második faktor	3,20	73
Harmadik faktor	1,32	82

A nem-rotált faktorsúly matrix és a kommunalitások a következők voltak (1. táblázat).

1. táblázat

A megyei faktoranalízis nem-rotált faktorsúly matrixa és a kommunalitások

Változó	1. faktor	2. faktor	3. faktor	Kommunalitás
Beruházás	0,68	—0,47	—0,06	0,70
Búzahozam	0,26	0,22	0,78	0,73
Népességszám	0,72	—0,01	—0,40	0,68
Élveszületési arányszám	—0,61	—0,66	—0,07	0,81
Halálozási arányszám	0,02	0,97	—0,09	0,96
Vándorlási egyenleg	0,75	—0,22	0,32	0,72
Idős népesség	0,23	0,91	—0,14	0,91
Nyolc osztályt végzett	0,94	—0,08	—0,03	0,89
Középiskolába jár	0,77	—0,18	—0,29	0,71
Iparban foglalkoztatott	0,61	—0,62	0,25	0,82
Szellemi foglalkozású	0,93	—0,10	0,29	0,96
Jövedelem	0,81	0,27	0,27	0,80
Személygépkocsi	0,83	0,29	0,26	0,84
Vízvezeték	0,95	—0,17	—0,01	0,94
Orvosok száma	0,86	0,23	—0,22	0,83

Ebben a faktorsúly matrixban 10 változó faktorsúlya az első faktornál, 4 változó faktorsúlya a második faktornál és egy változó faktorsúlya a harmadik faktornál volt a legnagyobb. Amikor varimax rotálást végeztünk, a változók szétosztása a faktorok között lényegesen egyenletesebbé vált: 8 változó tartozott az első, 4 a második és 3 a harmadik faktorhoz (2. táblázat).

[3] A társadalomökológiai faktoranalízis alkalmazásának első kísérleteiben részt vett Vita László.

2. táblázat

A megyei faktoranalízis rotált faktorsúly matrixa

Változó	1. faktor	2. faktor	3. faktor
Beruházás	0,73	−0,38	0,15
Búzahozam	−0,09	0,09	0,84
Népességszám	0,81	0,14	−0,07
Élveszületési arányszám	−0,42	−0,69	−0,40
Halálozási arányszám	−0,12	0,97	0,06
Vándorlási egyenleg	0,60	−0,20	0,56
Idős népesség	0,11	0,94	0,10
Nyolc osztályt végzett	0,88	0,02	0,34
Középiskolába jár	0,84	−0,03	0,02
Iparban foglalkoztatott	0,57	−0,59	0,38
Szellemi foglalkozású	0,97	0,05	0,10
Jövedelem	0,59	0,29	0,60
Személygépkocsi	0,60	0,32	0,61
Vízvezeték	0,90	−0,07	0,35
Orvosok száma	0,82	0,36	0,18

A három faktort vázlatosan a következőképpen értelmezhetjük. Az első faktor a megye népességének társadalmi státusát fejezi ki, mert elsősorban a szellemi foglalkozásúak magas arányához kapcsolódik, továbbá az iskolai végzettség és a beiskolázási arányszám, valamint infrastrukturális ellátottság (vízvezetékes lakások) és társadalmi szolgáltatások (orvosok száma) szerint differenciálja a megyéket. Az ezekben a vonatkozásokban előnyös helyzetű megyékben összpontosultak a beruházások is. A második faktor az elöregedést fejezi ki. Figyelemre méltó, hogy az erősen elöregedett és kis születésszámú

3. táblázat

A megyei faktoranalízis faktorpontszámai

Területegység	1. faktor	2. faktor	3. faktor
Baranya	0,08	0,20	1,24
Fejér	−0,17	−1,34	1,36
Győr-Sopron	0,19	−0,98	1.03
Komárom	0,35	−1,80	1,38
Somogy	−0,56	1,41	0,19
Tolna	−0,81	0,85	0,88
Vas	−0,05	0,55	−0,62
Veszprém	0,50	−0,90	−0,27
Zala	−0,22	0,78	−0,70
Bács-Kiskun	−1,04	0,99	0,83
Békés	−0,82	1,10	−0,07
Csongrád	0,31	1,11	0,21
Hajdú-Bihar	−0,22	−0,27	−1,16
Pest	−0,42	−0,79	0,76
Szabolcs-Szatmár	−0,72	−0,61	−2,12
Szolnok	−0,41	0,36	−0,60
Borsod-Abaúj-Zemplén	0,74	−1,50	−1,78
Heves	−0,06	0,11	−0,34
Nógrád	−0,43	−0,48	−0,34
Budapest	3,75	1,21	0,10

megyékben alacsony az ipari népesség aránya. Végül a harmadik faktornál egyrészt az életszínvonal bizonyos mutatói (egy főre jutó jövedelem és személygépkocsik száma), másrészt pedig a búza hektáronkénti hozama mutat magas faktorsúlyt. Ebből arra lehetne esetleg következtetni, hogy ezek a gazdasági-társadalmi fejlettségnek valamilyen többé-kevésbé azonos dimenzióját képviselik, másszóval a mezőgazdaság fejlettsége szoros kapcsolatban van az életszínvonallal. (Az 1960 körüli évek adataival végzett hasonló faktoranalízis lényegében ugyanezeket a faktorokat mutatta ki.)

A faktorpontszámok (3. táblázat) alapján azt lehet mondani, hogy a társadalmi státus faktor dimenziójában Budapest kiemelkedően a legmagasabb helyet foglalja el, Bács-Kiskun, Békés és Tolna foglalják el a legalacsonyabb helyeket. Az öregedés faktorának dimenziójában Somogy látszik a „legelöregedettebbnek", Budapest, Csongrád és Békés követi. Viszont Komárom, Borsod-Abaúj-Zemplén és Fejér a „legfiatalabbak". A mezőgazdaság-életszínvonal faktor dimenziójában dunántúli megyék állnak az élen és az északkelet-magyarországi megyék a sor végén.

Magyar városok és községek adatainak faktoranalízise

A magyarországi településekről — városokról és falvakról — igen nagy számú statisztikai adat áll rendelkezésre. Elsősorban a népszámlálások közölnek sok adatot a települések népességéről, annak nem és kor szerinti összetételéről, iskolai végzettségéről, foglalkozási megoszlásáról, továbbá a lakásállományról és a lakóházakról. Az egymást tízéves időközökben követő népszámlálások alapján e jellemzők időbeli változásáról is pontos képet kapunk. Továbbá az úgynevezett területi statisztikából ismerjük ezen települések számos ellátottsági adatát (pl. a kereskedelmi ellátottságot, az óvodai és bölcsődei férőhelyek számát).

Ezeknek az adatoknak alapján tanulmányozhatjuk a települések fejlődésének, a tényleges népességszám változásának, a vándorlási egyenlegnek, a természetes szaporodásnak stb. összefüggését a legkülönfélébb gazdasági és társadalmi tényezőkkel. Továbbá megkísérelhetjük a települések tipizálását, kutathatjuk a különböző település típusok fejlődési potenciálját. Végül meghatározhatjuk egy-egy város vagy falu alapvető társadalmi jellemzőit.

A faktoranalízis különösen alkalmas módszernek mutatkozott ezeknek a problémáknak kutatására, mert segítségével az igen gazdag adattömeget „fel lehet térképezni", bizonyos áttekintést lehet kapni az adatok mögött meghúzódó alapvető tendenciákról, szerkezetről.

59 változó értékét gyűjtöttük össze (lásd pontos leírásukat a Függelékben). Ezek nagyobb része a népszámlálásokból, elsősorban az 1970. évi népszámlálásból származik, kisebb részük a területi statisztikából. A változók többsége egy adott évre vonatkozik, de vannak olyanok is, amelyek az 1960 és 1970 között bekövetkezett változások mértékét fejezték ki.

A magyarországi települések igen nagy száma (3000 körül) miatt úgy döntöttünk, hogy először tervezési régiónként végezzük el a faktoranalízist. Eddig három régióé készült el, ezek: a Délalföld (Bács-Kiskun, Békés, Csongrád megyék, 258 település), az Északalföld (Szolnok, Hajdú-Bihar, Szabolcs-Szatmár, 389 település), és Északmagyarország (Borsod-Abaúj-Zemplén, Heves, Nógrád, 617 település).

4. táblázat

A városi-községi faktoranalízis 1,0-nál nagyobb sajátértékü faktorainak sajátértéke és a variancia megmagyarázott része, halmozottan

Faktorok	Délalföld		Északalföld		Északmagyarország	
	sajátérték	megmagyarázott variancia, %	sajátérték	megmagyarázott variancia, %	sajátérték	megmagyarázott variancia, %
Első faktor	15,94	27	11,40	19	11,19	19
Második faktor	6,90	39	9,76	36	6,06	29
Harmadik faktor	4,93	47	3,71	42	3,63	36
Negyedik faktor	3,60	53	3,32	48	3,31	41
Ötödik faktor	2,93	58	3,14	53	3,07	46
Hatodik faktor	2,16	62	2,49	57	2,23	50
Hetedik faktor	1,86	65	1,89	61	2,03	53
Nyolcadik faktor	1,57	68	1,54	63	1,83	57
Kilencedik faktor	1,56	70	1,47	66	1,63	59
Tizedik faktor	1,34	73	1,26	68	1,51	62
Tizenegyedik faktor	1,26	75	1,20	70	1,42	64
Tizenkettedik faktor	1,09	77	1,16	72	1,29	66
Tizenharmadik faktor	1,04	78	1,07	74	1,22	69
Tizennegyedik faktor					1,13	70
Tizenötödik faktor					1,03	72

A kapott eredmények — a változók és megfigyelési egységek nagy száma miatt — olyan nagytömegűek, hogy csak kis részüket tudjuk itt bemutatni.

Az 1,0-nél nagyobb sajátértékű faktorok száma és az általuk megmagyarázott variancia (halmozottan) azt mutatja (4. táblázat), hogy ebben az esetben sokkal több faktor is a varianciának csak kisebb részét magyarázta meg, mint a megyei faktoranalízis esetében. Ez valószínűleg a változók és megfigyelési egységek nagyobb számának következménye.

Mind a három régióban két faktor mutatkozott különösen nagy jelentőségűnek a varianciából megmagyarázott rész alapján. Ez a két faktor ugyanakkor mind a három régióban sok hasonlóságot mutatott.

A rotálás elvégzése után ugyanis az első faktor (5. táblázat) faktorsúlyai három csoportba tartozó változóknál mutattak általában magas értékeket.[4] Ezek: 1. a népesség iskolai végzettségét jellemzik, 2. a foglalkozási szerkezet bizonyos jellegzetességeit (a szellemi foglalkozásúak arányát stb.) fejezik ki, 3. a lakások közművesítettségét és ezen keresztül a színvonalukat mutatják. Együttvéve talán indokolt ezt a faktort a kérdéses település *társadalmi státusa és városiasodottsága faktorának tekinteni.* A városi funkciókat ellátó településeken koncentrálódnak ugyanis az egészségügyi és művelődési intézmények, továbbá a közigazgatási tevékenységek (ugyanott kisebb a mezőgazdasági tevékenység), ezzel együtt jár a magasabb iskolai végzettségűek és a szellemi foglalkozásúak tömörülése. Végül a települések városias jellegének egyik eleme a közművesítettség. Ezek a jellemzők azt is kifejezik, hogy az ilyen településeken élő népesség társadalmi helyzete általában előnyösebb az átlagnál.

[4] Mivel a teljes faktorsúly matrixokat terjedelmi okok miatt nem lehetett itt közölni kiválasztottam az első két faktornál azokat a változókat, amelyek viszonylag magas faktorsúlyokat (0,6 fölött) mutattak. Zárójelben közöltem a táblázatokon egyes faktorsúlyokat akkor, ha a kérdéses régióban nem voltak különösen erősek.

5. táblázat

A városi-községi faktoranalízis első faktoránál kapott legmagasabb faktorsúlyok

Változó	Délalföld	Északalföld	Északmagyarország
Az érettségizettek aránya a 18 éves és idősebb népességben	0,95	0,93	0,72
Az érettségizettek arányának növekedése, 1960–1970	0,86	0,75	(0,44)
A legalább 8 általános iskolai osztály végzettségűek aránya a 15 éves és idősebb népességben	0,78	0,75	0,61
Az egyetemi és főiskolai végzettségűek aránya a 7 éves és idősebb népességben	0,87	0,86	(0,44)
A szellemi foglalkozásúak aránya az aktív keresők között	0,93	0,92	0,63
Az egészségügyi, kulturális, személyi és lakásszolgáltatás, valamint közigazgatás ágakban foglalkoztatottak aránya az aktív keresők között	0,79	0,70	(0,40)
A mezőgazdaságban foglalkoztatottak aránya az aktív keresők között	−0,69	(−0,49)	−0,66
A háztáji és kisegítő gazdaságban mezőgazdasági munkát végzők aránya	−0,71	−0,60	−0,66
A szennyvízelvezető csatornával ellátott lakások aránya	0,79	0,85	0,89
A lakáson belüli vízvezetékkel ellátott lakások ará-aránya	0,70	0,82	0,88
A fürdőszobás és mosdófülkés lakások aránya	0,70	0,75	0,87
A népességszám logaritmusa	0,65	(0,49)	0,60
A népességszám változása, 1960–1970	(0,42)	(0,47)	0,67
Vándorlási egyenleg	(0,41)	(0,45)	0,64

A települések népességszáma csak közepes erősségű faktorsúlyokat mutat ennél a faktornál, másszóval a városi funkciók ellátása — úgy látszik — nem függ össze szorosan a települések népességszámával. Hasonlóképpen a népességszám növekedése sem látszik szorosan összefüggni ezekkel a funkciókkal, kivéve az északmagyarországi régiót. Ennek oka az lehet, hogy a vándorlási egyenleg is csak az északi régióban mutat erősebb pozitív kapcsolatot az első faktorral. Az északmagyarországi régió eltérése a két alföldi régiótól az előbbinek eltérő településstruktúráját, az igen kis lakosságú és erősen hanyatló

6. táblázat

A városi-községi faktoranalízis második faktoránál kapott legmagasabb faktorsúlyok

Változó	Délalföld	Északalföld	Északmagyarország
0–14 éves népesség aránya	0,93	0,87	(0,32)
60 és több éves népesség aránya	−0,89	−0,91	(−0,31)
Aktív kereső nélküli háztartások aránya	(−0,53)	−0,74	−0,69
Természetes szaporodás	(0,38)	0,90	0,73
100 házas nőre jutó született gyermekszám	0,75	0,70	0,72
A 0–4 éves gyermekek száma a propagatív korú (15–49 éves) nők számához viszonyítva	0,75	0,73	0,67
Az egy szobára jutó lakosok száma	0,70	0,77	0,71
A népességszám változása, 1960–1970	(0,03)	(0,47)	(0,28)

községek nagyobb arányát tükrözheti. További mélyebb elemzést igényelne annak a megállapítása, hogy — az első faktor által képviselt városi funkciókon túl — milyen további tényezők, erők adják egy-egy település növekedési potenciálját az Alföldön.

A második faktor (6. táblázat) szintén hasonlóságokat mutat a három régióban. Ezt *demográfiai faktornak* nevezhetjük. Aszerint differenciálja a településeket, hogy mekkora a természetes szaporodásuk, amely egyrészt a születésszámtól függ, ezzel összefüggésben alakul a korstruktúrájuk (nagyobb születésszámú településeken fiatalabb a korösszetétel, az idősebb korösszetételű településeken kevesebb gyermek születik), továbbá a laksűrűségük. Az északi régióban, — ahol a hegyvidéki területeken sok az elöregedő falu, — külön faktorban jelentek meg az öregedéssel összefüggő jellemzők, ezért a korösszetétellel kapcsolatos változók faktorsúlya a második faktornál viszonylag alacsony. Figyelmet érdemel, hogy a népesség növekedésének faktorsúlya ennél a faktornál a három régióban mennyire eltérő. A délalföldi régióban, ahol a születésszám általában alacsony, a demográfiai faktor nem függ össze a települések népességszámának tényleges alakulásával, az északmagyarországi régióban, ahol a születésszám közepes, a kapcsolat enyhén pozitív, az északalföldi régióban, amely Magyarország legnagyobb születésszámú része, a tényleges népességnövekedés faktorsúlya a demográfiai faktornál ugyanolyan értékű, mint az első faktornál. Az utóbbi régióban tehát a születésszám a települések növekedésének lényeges tényezője.

Mind a három régióban megjelent a *női foglalkoztatottság* faktora is (a délalföldi régióban harmadik, a másik két régióban ötödik faktorként). Ez aszerint differenciálja a településeket, hogy a nőknek mekkora része aktív kereső és ezzel összefüggésben milyen a kereső—eltartott arány.

Néhány további faktor csak egy-egy régióban jelent meg, mint például:

— a segédmunkások arányát tükröző faktor (Délalföld),
— az infrastrukturális fejlettség faktora (Délalföld),
— az építőipari munkások faktora (Északalföld),
— a települések hanyatlását kifejező faktor (sok régi lakóépület, sok özvegy stb.) (Északmagyarország).

Az elvégzett faktoranalíziseknek egyik további érdekes eredménye azonban éppen egyes kapcsolatok hiánya, illetve gyengesége: az iparban és az építőiparban foglalkoztatottak aránya nem mutatott sehol sem nagyobb faktorsúlyt a városiasodottsági faktornál, sőt — a délalföldi régió kivételével — az iparban foglalkoztatottak aránya nem jelenik meg nagy faktorsúllyal egy faktornál sem. Az építőiparban foglalkoztatottak aránya viszont általában egy egészen különálló faktornál jelenik meg, más változókkal viszonylag gyenge kapcsolatot mutatva. Ezt az eredményt úgy értelmezhetjük, hogy az ipari munkásság a mai Magyarországon meglehetősen szétszórtan lakik, közel felerészben kisebb-nagyobb községekben, ahonnan városi munkahelyére ingázik. Az építőipari munkásság viszont egyes jellegzetesen ingázó községekben koncentrálódik.

A magyarországi települések faktoranalízisének eredményeiből végleges következtetéseket levonni nyilvánvalóan csak az egész országra vonatkozó elemzés elvégzése után lehet. Az eddig elvégzett faktoranalízisek is sejtetnek bizonyos érdekes következtetéseket. Azt a megállapítást pedig mindenképpen jogosulttá teszik, hogy az ilyen elemzésekhez megfelelő adatbázissal rendelkezünk, és hogy a kapott eredmények hasznosaknak bizonyulhatnak a regionális és a településtervezés számára.

FÜGGELÉK

A. *A magyarországi megyék faktoranalízisében használt változók leírása:*

1. Átlagos évi egy főre jutó beruházás a szocialista szektorban, 1971–1974, Ft
2. Az egy hektárra jutó évi átlagos búzahozam, 1971–1974, kg
3. Népességszám 1970
4. Élveszületési arányszám, 1970
5. Halálozási arányszám, 1970
6. Állandó vándorlási egyenleg, 1970, ezer főre számítva
7. A 60 éves és idősebb népesség aránya, 1970, százalék
8. A 7 éves és idősebb népességből legalább az általános iskola nyolc osztályát elvégezte, 1970, százalék
9. Az ezer fő népességre jutó középiskolai tanulók száma, 1970/71
10. Az iparban foglalkoztatottak aránya az aktív keresők között, 1970, százalék
11. A szellemi foglalkozásúak aránya az aktív keresők között, 1970, százalék
12. Egy főre jutó havi személyes jövedelem, 1972, Ft
13. A 10 ezer fő népességre jutó magántulajdonban levő személygépkocsik száma, 1975
14. A vízvezetékkel ellátott lakások aránya, 1970, százalék
15. A 10 ezer fő népességre jutó orvosok száma, 1970

B. *A városok és községek faktoranalízisében használt változók leírása:*

1. Tényleges népességnövekedés, 1960–1969, ezrelék
2. Természetes szaporodás, 1960–1969, ezrelék
3. Állandó és ideiglenes vándorlási egyenleg, 1960–1969, ezer lakosra számítva
4. A népességszám logaritmusa, 1970
5. A külterületi népesség aránya, 1970, ezrelék
6. A külterületi népesség arányának változása, 1960–1970, ezrelék
7. A 0–14 éves népesség aránya, százalék
8. A 15–59 éves népesség aránya, százalék
9. A 60 éves és idősebb népesség aránya, százalék
10. Az ezer férfira jutó nők száma, 1970
11. A nemek arányának változása, 1960–1970, ezrelék
12. A 60 éves és idősebb népesség arányának változása, 1960–1970, ezrelék
13. A 0–4 éves gyermekek száma a 15–49 éves nők számához viszonyítva, 1970, százalék
14. A 15 éves és idősebb nők közül hajadon, 1970, százalék
15. A 15 éves és idősebb nők közül házas, 1970, százalék
16. A 15 éves és idősebb nők közül özvegy és elvált, 1970, százalék
17. A száz házas nőre jutó már szült gyermekek száma, 1970
18. A száz házas nőre jutó gyermekszám változása, 1960–1970
19. A 7 éves és idősebb népességből felsőfokú tanintézeti oklevéllel rendelkezik, 1970, ezrelék
20. A 10 éves és idősebb népességből 0 osztályt végzett, 1970, ezrelék
21. A 15 éves és idősebb népességből legalább 8 általános iskolai osztályt végzett, 1970, ezrelék
22. A 18 éves és idősebb népességből legalább érettségizett, 1970, ezrelék
23. A 18 éves és idősebb népességből legalább érettségizettek arányának változása, 1960–1970, ezrelék
24. A száz aktív keresőre jutó inaktív keresők és eltartottak száma, 1970
25. A 100 aktív és inaktív keresőre jutó eltartottak száma, 1970
26. A 14 éves és idősebb női népességből aktív kereső, 1970, százalék
27. Az összes keresőből nő, 1970, százalék

28. Az összes keresőből nők arányának változása, 1960—1970, ezrelék
29. Az összes aktív keresőből iparban foglalkoztatott, 1970, százalék
30. Az összes aktív keresőből építőiparban foglalkoztatott, 1970, százalék
31. Az összes aktív keresőből mezőgazdaságban foglalkoztatott, 1970, százalék
32. Az összes aktív keresőből szállításban foglalkoztatott, 1970, százalék
33. Az összes aktív keresőből kereskedelemben foglalkoztatott, 1970, százlék
34. Az összes aktív keresőből egyéb ágban foglalkoztatott, 1970, százalék
35. Az összes aktív keresőből nem-mezőgazdasági ágban foglalkoztatott arány változása, ezrelék
36. Az összes aktív keresőből szellemi foglalkozású, 1970, ezrelék
37. Az összes aktív keresőből szellemi foglalkozásúak arány változása, 1960—1970, ezrelék
38. Az összes nem-mezőgazdasági aktív keresőből egyéb fizikai foglalkozású (segédmunkás), 1970, ezrelék
39. Az aktív keresők közül legalább 90 napnak megfelelő mezőgazdasági munkát végzett, 1970, százalék
40. A két vagy több családtagot tartalmazó háztartások aránya, 1970, ezrelék
41. A családháztartások aránya az összes háztartások között, 1970, százalék
42. A csak inaktív keresőt tartalmazó háztartások aránya, 1970, százalék
43. Az egyszobás lakások aránya, 1970, százalék
44. A száz szobára jutó lakók aránya, 1970
45. A fürdőszobás vagy mosdófülkés lakások aránya, 1970, százalék
46. Az 1900 előtt épített lakások aránya, 1970, százalék
47. Az 1960—1968-ben épített lakások aránya, 1970, százalék
48. A villanyvezetékkel ellátott lakások aránya, 1970, százalék
49. A gázzal ellátott lakások aránya, 1970, százalék
50. A szennyvízelvezető csatornával ellátott lakások aránya, 1970, százalék
51. A vízvezetékkel ellátott lakások aránya, 1970, százalék
52. Az alapozás nélküli vályog, sár és vertföld falazatú lakóépületek aránya, 1970, százalék
53. Az egy lakosra jutó bolti forgalom, 1965, Ft
54. A kiépített belterületi járdák aránya, 1965, százalék
55. Az 1 km belterületi útra jutó lámpahelyek száma, 1965
56. Az ezer lakosra jutó óvodai férőhelyek száma, 1965
57. Az ezer lakosra jutó művelődési otthoni férőhelyek száma, 1965
58. Az ezer lakosra jutó TV előfizetők száma, 1965
59. Az ezer lakosra jutó kölcsönkönyvtári kötetek száma, 1965.

C. *Más magyar társadalomökológiai faktoranalízis vizsgálatok*

Az OT Tervgazdasági Intézetében 27—30 változó felhasználásával vizsgálták az életkörülmények és infrastrukturális ellátottság településenkénti különbségeit faktoranalízis segítségével [Francia, 1975; Francia, Véghelyi, 1975; Lackó et al., 1975; Lackó, 1975]. A változók részben hasonlóak voltak a KSH-ban végzett faktoranalízisek változóihoz, részben azonban eltértek tőlük annyiban, hogy nagyobb szerepet kaptak közöttük a települések ellátottságát, infrastruktúráját jellemző mutatók. Az első faktor által megmagyarázott rész lényegesen nagyobb, körülbelül 50 százalék volt. Ennek magyarázata az lehet, hogy egyneműbb típusú változókat alkalmaztak, a változók többsége — a vizsgálat céljának megfelelően — az ellátottságot jellemezte. A szerzők elsősorban ezt az első faktort értelmezték és úgy kezelték, mint az ellátottságnak, az infrastrukturális fejlettségnek komplex mutatóját. Segítségével ki tudták jelölni az országnak ebben a vonatkozásban különösen elmaradott területeit.

Az MTA Földrajztudományi Intézetében a mezőgazdasági termelőszövetkezetek adatait vizsgálták faktoranalízis segítségével [Enyedi, 1976]. A kutatás célja az ország mezőgazdasági körzeteinek kijelölése volt. A 12 változó a mezőgazdasági termelőszövetkezetek termelési feltételeit és eredményeit fejezte ki. A három első faktor a teljes varianciának 43, 21, illetve 17 százalékát fejezte ki, és úgy voltak értelmezhetők, mint 1. a jövedelem és az eszközellátottság, 2. a növénytermesztési arány, 3. az állattenyésztési és egyéb alaptevékenység arány faktorai. Az első két faktor dimenziójában számított faktorpontszámok alapján 27 mezőgazdasági körzetet különböztettek meg az ország területén.

IRODALOMJEGYZÉK

1. ADELMAN, I.—MORRIS, C. T.: *Society, politics, and economic development. A quantitative approach.* Baltimore, 1967. John Hopkins Press.
2. ALLARDT, E.: *Dimensions of welfare in a comparative Scandinavian study.* Helsinki, 1975. Research Group for Comparative Sociology, University of Helsinki, Research Reports, no. 9.
3. ANDORKA, R.: *Analysis of development of villages and towns in Hungary by factor analysis.* A torontói Szociológia Világkongresszuson bemutatott tanulmány, 1974.
4. ANDORKA, R.: *Analysis of the development level of settlements by means of factor analysis.* A Regional Science Association budapesti konferenciáján bemutatott tanulmány, 1975.
5. BASSAND, M.: Urbanisation et pouvoir politique, Geneve, 1974. Georg Libraire de l'Université.
6. BASSAND, M.: *La dynamique du systeme des collectiviiés territoriales.* A Nemzetközi Szociológiai Társaság Társadalomökológiai Kutatási Bizottságának ljubljanai konferenciáján bemutatott tanulmány. 1976.
7. BASSAND, M.—CHRISTE, E.—VALETTE, M.: Quelques aspect du développement regional en Suisse. Analyse factorielle de régions typiques entre 1941 et 1960. Geneve, 1974. Départment de sociologie, Université de Geneve.
8. BENE, L.: Szempontok a települések fejlettségének és típusainak vizsgálatához. *Demográfia,* 10. no. 1. (1967). pp. 17—34.
9. BERRY, B. J. L. szerk.: *City classification handbook: methods and applications.* New York, 1972. Wiley-Interscience.
10. BERRY, B. J. L.—REES, P. H.: The factorial ecology of Calcutta. *American Journal of Sociology,* 74 (1969). pp. 445—491.
11. BOBINSKI, J.—ZAGÓRSKI, K.—SZARKOWSKI, A.: *Syntetyczne miary poziomu rozwoju miast.* WARSZAWA, 1969. GUS.
12. BOBINSKI, J.—ZAGÓRSKI, K.: *Zastosowanie analizy czynnikowej do okreslenia poziomu rozwoju miast.* Megjelent: Mierniki rowoju regionów. Warszawa, 1969. GUS. pp. 230—254.
13. CATTEL, R. B.: *The scientific analysis of personality.* Harmondsworth, 1965. Penguin.
14. CULLINGFORD, D.—FLYNN, P.—WEBBER, R.: *Liverpool social area analysis.* Interim report. London, 1975. Planning Research Applications Group, Centre of Environmental Studies.
15. DOGAN, M.—ROKKAN, S. szerk.: *Quantitative ecological analysis in the social sciences.* Cambridge, Mass., 1969. MIT Press.
16. ENYEDI, GY.: A magyar mezőgazdasági tér felosztása (körzetesítése). *Földrajzi Értesítő,* 24. no. 1. (1976) pp. 33—53.
17. FÓRIZS, M.—ORLICSEK, J.: A vidéki városok fejlettségének statisztikai vizsgálata. *Demográfia,* 5. no. 2. (1962) pp. 206—219.
18. FRANCIA L.: A faktoranalízis alkalmazása a lakosság életkörülményei és az infrastrukturális ellátottság közötti összefüggések területi elemzésében. *Területi Statisztika,* 25. no. 3. (1975) 245—253. p.
19. FRANCIA, L.—VÉGHELYI, J.: A lakás- és kommunális ellátás, településenkénti arányainak alakulása a IV. ötéves terv időszakában. (Egy faktoranalitikus vizsgálat tapasztalatai.) *Közgazdasági Szemle,* 22. no. 10. (1975) pp. 1140—1175.
20. HUNTER, A.: Community change: a stochastic analysis of Chicago's local communities, 1930—1960. *American Journal of Sociology,* 79. no. 4. (1974) pp. 923—947.
21. JAHN, W.—VAHLE, H.: *A faktoranalízis és alkalmazása.* Budapest, 1974. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
22. JAMOUTTE, C.—PAELINCK, J. H. P.: The differential economic structures of the Belgian provinces: a time varying factor analysis. *Regional and Urban Economics,* 1. no. 1 (1971) pp. 41—75.
23. JANSON, C.-G.: *Swedish minicipalities 1960* Stockholm, 1972. Statens Institut för Byggnadsforsking.
24. JANSON, C.-G.: *A factorial study of sociological change.* A Nemzetközi Szociológiai Társaság Társadalomökológiai Kutatási Bizottságának ljubljanai konferenciáján bemutatott tanulmány. q976.
25. JONES, K. J.—JONES, W. C.: Toward a typology of American cities. *Journal of Regional Science,* 10. no. 2. (1970) pp. 217—224.
26. KISS, I.: A települések fejlettségének mérése. *Demográfiai* 10. no. 1. (1967) pp. 35—53.

27. Lackó, L.—Francia, L.—Répássy, H.: *Connections between the special elements of the settlement system of Hungary and regional differences in living conditions: a case study.* A Regional Science Association budapesti konferencióján bemutatott tanulmány. 1975.
28. Lackó, L.: A kedvezőtlen feltételekkel rendelkező területek fontosabb jellemző vonásai. *Területi Statisztika,* 25. no. 4. (1975) pp. 352—362.
29. Lackó, L.: Az ország elmaradott területeinek vizsgálata. *Területi Statisztika.* 25. no 5. (1975) pp. 475—485.
30. Mlinar, Z.—Trampuz, C.—Ferligoj, A.: *Development and the social ecology of developmental change: an exploration of some hypothesis on Slovenian communes.* A Nemzetközi Szociológiai Társaság Társadalomökológiai Kutatási Bizottságának ljubljanai konferenciáján bemutatott tanulmány. 1976.
31. Mucsnik, I. B.—Novikov, Sz. G.—Petrenko, E. Sz.: Metod sztrukturnoj klasszifikacii v zadacse posztroenia tipologii gorodov po szocialno-demograficseszkim harakterisztikam naszelenija. *Szociologicseszkie Isszledovanija,* 2. (1975) pp. 127—138.
32. Park, R. E.—Burgess, E. W.—McKenzie, R. D.: *The city.* Chicago, 192t. The university of Chicago Press.
33. Rimler, J.: A gazdasági fejlődés vizsgálata és a faktoranalízis. *Közgazdasági Szemle.* 17. no. 7—8. (1970a). pp. 913—926.
34. Rimler, J.: Kísérlet a faktoranalízis alkalmazására a gazdasági fejlődés vizsgálatában. *Közgazdasági Szemle.* 17. no. 10. (1970b). pp. 1195—1214.
35. Rimler, J.: A gazdasági fejlődés vizsgálata matematikai-statisztikai módszerekkel. Kandidátusi értekezés. Budapest, 1973.
36. Rummel, R. J.: *Some attribute and behavioural patterns of nations. Journal of Peace Research,* 1, no. 3. (1967) pp. 201—204.
37. Rummel, R. J.: *Applied factor analysis.* Evanston, 1970. Northwestern University Press.
38. Sweetser, F. L.: Factorial ecology. Helsinki, 1960. *Demography,* 2 (1965a) pp. 372—386.
39. Sweetser, F. L.: Factor structure as ecological structure in Helsinki and Boston. *Acta Sociologica,* 8. no. 3. (1965b) pp. 205—225.
40. Sweetser, F. L.: *Ecological factors in metropolitan zones and sectors.* Megjelent Dogan, M.—Rokkan, S. idézett művében. 1969. pp. 413—456.
41. Sweetser, F. L.: *Commune differentiation in Norway, 1960.* Bergen, 1970. Sosiologisk institutt, Universitetet Bergen.
42. Sweetser, F. L.: *Massachusetts social ecology 1960.* Boston, 1971. Massachusetts Department of Menthal Health.
43. Sweetser, F. L.: *Metropolitan and regional social ecology of Helsinki.* Helsinki, 1973. Commentationes Scientiarum Socialium. no. 5. Sociatas Scientiearum Fennica.
44. Sweetser, F. L.: *The uses of factorial ecology in classification.* Megjelent Archer, M. S. szerk.: Current research in sociology. The Hague, 1974. Mouton. pp. 317—343.
45. Szczepanski, J.: *A szociológia története.* Budapest, 1973. Kossuth.
46. Thurstone, L. L.: *Multiple-factor analysis.* Chicago, 1974. University of Chicago Press.
47. Vita, L.: A faktoranalízis közgazdasági alkalmazásának lehetőségéről. *Szigma,* 3. no. 2. (1970) 127—152. p.
48. Vita, L.: A főkomponens elemzés felhasználása az indexszámításban. Szigma. 8. no. 4. (1975) 229—250. p.
49. Westoff, C. F.—Bressler, M.—Sagi, P. C.: The concept of social mobility: an empirical inquiry. *American Sociological Review,* 25. no. 3. (1960) pp. 375—385.
50. Zaslavskaia, T. I.—Muchnik, I. B.: A linguistic method for the classification of multidimensional social objects. *Quality and Quantity,* 9, (1975) pp. 203—227.
51. Zaslavskaia, T. I.—Liashenko, L. P.: About a relationship between socioeconomic development of the countryside and rural population migration. *Quality and Quantity,* 9. (1975) pp. 229—243.

THE APPLICATION OF FACTOR ANALYSIS IN SOCIO-ECOLOGICAL SURVEYS

Of the many applications of factor analysis, this paper describes its application in social ecology. Socio-ecological surveys examine the spatial patterns of social phenomena, by comparing social indicators of different areas (municipalities, villages, regions,, boroughs). In such surveys, it is often the abundancy of data that causes problems. Censuses and other statistical sources often provide large amounts of data concerning the different areas. Factor analysis is especially suitable to uncover the basic tendencies hidden in a large amount of data.

The paper deals with the interpretation of the results achieved by applying factor analysis in socio-ecological research. The results comprise the correlation matrix, the matrices of non-rotated and rotated factor loadings, the communalities, and the factor cores.
s

The results of two Hungarian socio-ecological surveys applying factor analysis serve as an illustration. In the first instance, the data of the Hungarian counties were analyzed, in the second the data of all settlements (towns and villages) in the different economic regions of the country were surveyed. The first study brought out three factors: 1. social status, 2. demographical aging, 3. the factor of the standard of living and of agricultural development. The second survey bore out several factors of which 1. the social status; 2. the age structure and natural increase; and 3. the employment of women turned out to be very intensive.

The Appendix contains the definition of the variables used in these factor analytic surveys.

ПРИМЕНЕНИЕ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА В ОБЩЕСТВЕННО-ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Из числа многих областей применения факторного анализа автор останавливается на его общественно-экологическом применении. Общественно-экологические исследования направлены на изучение индикаторов порядка общественных явлений в пространстве. Для этих целей мы сравниваем общественные индикаторы различных территориальных единиц (городов, сел, регионов, городских районов). В этих исследованиях нередко возникают трудности из-за избытка данных. Переписи населения и другие статистические источники содержат множество данных относительно различных территориальных единиц. Факторный анализ особенно пригоден для раскрытия основных тенденций, скрытых в массе данных.

Автор приводит толькование различных результатов, полученных в ходе факторных исследований. Таковы: корреляционная матрица, матрица не ротированных факторных весов, факторные очки.

Автор иллюстрирует сказанное результатами двух отечественных общественно-экологических факторных анализов. В первом случае были подвергнуты анализу областные данные, а во втором — данные всех поселений (городов и сел), находящихся в отдельных экономических регионах страны. В первом обследовании были обособлены три фактора: 1. общественное положение, 2. демографическое старение, 3. фактор жизненного уровня и степени развития сельского хозяйства. Во втором обследовании были обособлены многие факторы, среди которых во всех трех регионах имели высокую интенсивность 1. общественное положение и урбанизованность, 2. возрастная структура и естественный прирост, 3. фактор занятости женщин.

Приложение содержит определение переменных величин, использованных в обследованиях с помощью факторного анализа.

KÖNYVEKRŐL

Közgazdasági operációkutatási alkalmazások Budapest, 1975. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 399 p.

A Szocialista Országok Közgazdasági Kiadóinak II. (budapesti) Konferenciáján ajánlást fogadtak el közös kiadványok létrehozására. E kötetek sorát nyitja meg a Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó tanulmánykötete, melyet a szovjet, a lengyel és a német partnerkiadó is megjelentet.

A kötet tanulmányai az operációkutatásban használatos optimumszámítási módszerekkel, ezek közgazdasági megalapozásával, számítógépes alkalmazhatóságával, a nyert tapasztalatokkal foglalkoznak, és betekintést nyújtanak az optimumszámítás szinte minden ágába.

A könyvben a következő tanulmányok találhatók:

Wladislaw Radzikowski (Lengyelország): Nagy lineáris rendszerek optimalizálása.

A szerző röviden ismertet nagyméretű lineáris programozási feladatok megoldására alkalmas három módszert: a H. P. Künzi által kidolgozott duplex módszert, a Dantzig—Wolfe dekompozíciót és egy olyan eljárást, mellyel a nem-negatív együtthatójú lineáris programozási feladatok méreteit — kedvező körülmények között — annyira lehet csökkenteni, hogy a maradék már a hagyományos módszerekkel is megoldható.

Ju. I. Zsuravljev—Ju. Ju. Finkelstein (Szovjetunió): A diszkrét programozási módszerek alkalmazása.

A tanulmány első része a gazdasági életben leggyakrabban előforduló egészértékű feladatok közül ismertet egy csokorra valót. A második rész a legjobban elterjedt megoldási módszereket három osztályba sorolja: metszési módszerek, irányított leszámolási módszerek és közelítő módszerek. Számpéldák segítségével írja le őket.

Werner Dück (NDK): A diszkrét programozási módszerek hatóköre.

A szerző diszkért optimumszámítási problémák matematikai leírása és a gyakorlatban felmerülő néhány feladat megfogalmazása után a megoldási módszerek három fő csoportját (metsző síkok, döntési fák, heurisztikus módszerek) ismerteti, majd értékeli őket programozhatósági, hatékonysági és stabilitási szempontokból.

Karl-Heinz Elster—Christian Grossmann (NDK): Nemlineáris optimumszámítási feladatok megoldása büntető és akadályfüggvényekkel.

A nemlineáris programozási feladatok megoldásához szükséges néhány alapvető fogalom és tétel felsorolása után a büntetőfüggvények, valamint az akadályfüggvények módszere, és a kettő kombinációjából adódó eljárás leírása következik. A szerző kitér a centrumok és külső centrumok ezekkel rokon módszerének ismertetésére is.

Klaus-Jürgen Richter (NDK): A növekvő hozadék kezelése az optimumszámításban.

A tanulmány az általános nemlineáris programozási feladatra ad közgazdasági megalapozást és többféle megoldási módszert, melyek közül a szakaszonkénti linearizálással dolgozókat tárgyalja részletesen.

D. B. Jugyin—T. D. Bereznyeva (Szovjentunió): Statikus és dinamikus sztochasztikus programozási modellek.

A szerzők a gazdasági életben felmerülő problémák sztochasztikus modellként való megfogalmazásának szükségességével, ezen modellek osztályozásával (egy-, két- és többfázisú sztochasztikus programozási feladatok), valamint megoldásuk különböző lehetőségeivel foglalkoznak. Az olvasó néhány gyakorlati feladat útját is végigkísérheti, amíg matematikai modellé alakulnak.

Ziermann Margit: Sztochasztikus készletezési modellek.

A tanulmány a sztochasztikus programozási modellek egy speciális osztályával, a készletezési problémákkal foglalkozik. Az ebben a témakörben eddig elért eredményeket ismerteti, és kitér a további kutatások néhány lehetséges irányára is.

Edmond Ignasiak (Lengyelország): A tevékenységek tervezése gráfelméleti módszerekkel.

Bizonyos közgazdasági feladatok megoldásának igen elterjedt módja a gráfelméleti módszerek felhasználása. Ehhez nyújt segítséget ez a tanulmány, mely a hálózati modellezést ismerteti, és azt több gyakorlati példával illusztrálja.

Szép Jenő—Hegedüs Miklós: Rendszerek egyensúlyi problémái.

A gyakorlati életben felmerülő problémák — bonyolultságuk és nagy méreteik miatt — általában nem kezelhetők a játékelmélet jelenlegi módszereivel. Ezért a szerzők általánosítják a játékelmélet alapfogalmait, és ilyen általánosabb megfogalmazás esetén foglalkoznak az egyensúlypontok, egyensúlyhalmazok és stabilitási halmazok tulajdonságaival és létezésük feltételeivel.

SOMOS ENDRE,

WELFE, W.: *Forecasting industrial models in centrally planned economies.* Lódz, 1974. Instytut Ekonometrii i Statystyki Uniwersitetu Lódzkiego, Seria D, Nr. 5. 51 p.

A Lódzi Egyetem Ökonometriai és Statisztikai Intézete, népgazdasági szintű ökonometriai modelleken kívül néhány év óta ágazati ökonometriai modellek alkotását is megkezdte. Az ágazati modellek egyrészt a specifikált összefüggések előrejelzésére, szimulációs kísérletek folytatására alkalmasak (s ebben a minőségükben a tervezésben is felhasználhatók); másrészt az összefüggések pontosabb ismeretében megalapozottabbá tehetik az ágazat, tröszt vagy minisztérium döntéseit. Az Ökonometriai és Statisztikai Intézet egyes könnyűipari ágazatok éves és negyedéves adatokon alapuló ökonometriai modelljeinek konstrukciójával kezdte meg ezirányú programját.

Bármennyire azonos módszerrel történik is a népgazdasági szintű modellek és az ágazati ökonometriai modellek paramétereinek becslése, valamint a változók előrejelzése és a szimulációs kísérletek lefolytatása, ágazati modell esetében figyelembe kell venni azokat a speciális problémákat is amelyeket az ágazat sajátos természete vet fel. Welfe-nek mégis az a véleménye, hogy minden ágazati sajátosság ellenére, kisebb-nagyobb eltérésekkel lényegében hasonló típusú egyenletekből és változókból álló rendszer alkalmas — legalábbis a könnyűipari ágazatok szféráján belül — az egyes összefüggések elemzésére és előrejelzésére.

Gondolatmenetének kifejtésében Welfe egyébként nagyjából ugyanazon az úton jár, amelyet már a W-1 makroökonometriai modell bemutatásakor követett.[1] Mind a népgazdasági szintű, mind az ágazati modell specifikációját elsősorban az befolyásolja, hogy a gazdaság (vagy ágazat) keresletre vagy kínálatra orientált-e; ezt pedig az dönti el, hogy a piacon a keresletnek vagy a kínálatnak van-e uralkodó szerepe. Ám Welfe elképzelésének a lényege éppen az, hogy a jó modell-specifikációnak mindkét szempontot figyelembe kell vennie. A második döntő szempont, amely a specifikációra hat az, hogy a modell elsősorban rövid- vagy középtávon érvényesülő összefüggéseket kíván-e elemezni és előrejelezni.

Tanulmányát a szerző a következő szerkezetben építette fel: az 1. fejezetben foglalt Bevezetést követően a 2—3. fejezetek a modell-specifikáció általános elveit (a keresleti és kínálati összefüggések szimultán figyelembevételének a szükségességét,) valamint az Ökonometriai és Statisztikai Intézetben készített könnyűipari ágazati modellek fontosabb tulajdonságait fejtik ki. A 4—5. fejezet ezeket a modelleket részleteikben is (az előrejelzés eredményeivel együtt) bemutatja. A modellek egyenleteinek és változóinak részletes felsorolását a Függelék tartalmazza.

Az ágazati modellek mindenekelőtt — a népgazdasági modellhez hasonlóan — az újratermelési folyamatot modellezik, mindazokkal a folyamatokkal együtt, amelyek az újratermelés lehetőségét biztosítják. Így tekintetbe kell venniök a beruházási folyamatot, amely az üzemi kapacitásokat bővíti; tekintettel kell lenniök a munkaerőhelyzetre és a rendelkezésre álló munkaerő képzettségére, a nyersanyag-ellátottságra, s ezzel kapcsolatban az ágazat importigényességére és technikai fejlettségére; nem utolsó sorban pedig a munkabér- és anyagköltségre, áralakulásra, a készáruk bel- és külföldi értékesítési lehetőségeire. Mindezeken kívül különös fontosságú az ágazati modell esetében az ipari háttér, az ágazati környezet bemutatása, az ágazatnak a népgazdaság egészével, a külkereskedelemmel, a hártartásokkal, valamint más ágazatokkal való összeköttetései. Ezek a modell szempontjából mint exogén változók jönnek figyelembe.

A specifikáció legfontosabb szempontjait Welfe szerint az határozza meg, hogy az ágazaton belül a gazdaságirányítás rendjében a kínálaté vagy a keresleté a vezető szerep. Az első esetben a kereslet meghaladja a kínálatot, a termelők a piacon előnyben vannak; meglevő kapacitásaik határozzák meg, hogy a termékek-

[1] Ismertetése megjelent a Szigma 1974. évi 4. számában.

ből mennyi kerül a végső felhasználókhoz. A második extrém esetben a kínálat a nagyobb; felesleges kapacitások és árukészletek vannak, a kereslet van erősebb pozícióban. Welfe mindkét esetre bemutat egy-egy szélsőséges példát, ill. egy-egy, összesen hat egyenletből álló modellt. Az egyik modell mindenekelőtt az állóeszközállományt becsüli az új beruházások alakulása segítségével, majd ennek alapján a munkaerő-szükségletet, azután e két legfontosabb termelési tényező alapján, — termelési függvény segítségével, — az ágazat termelési volumenét, ill. a költségtényezők figyelembevételével a többletterméket, végül ennek a fogyasztás (a végső felhasználók) számára fennmaradó részét.

A másik elméleti modell (a ,,keresleti'' modell) ezzel szemben a fogyasztás oldaláról indul, majd a készletek figyelembevételével az ágazat végtermékei iránt megnyilvánuló kereslet mennyiségét, ennek segítségével a foglalkoztatottságot és a nyersanyagszükségletet, végül a szükséges állóeszköz-bővítés mértékét határozza meg ill. becsüli.

A keresleti és a kínálati modellek között az az egyik döntő specifikációs különbség, hogy az utóbbi a beruházásokat ill. az állóeszköznövekedést exogén változóként kezeli, míg a keresleti modell megkísérli ezek magyarázatát sztochasztikus összefüggések segítségével. A keresleti modell ugyanakkor a végső felhasználók keresletének alakulását speciális változók segítségével magyarázza, míg a kínálati modellek a végső felhasználásról olykor feltételezik, hogy a keresletet az áruvásárlásokban realizálódó mennyiségi adatok kielégítő mértékben tükrözik.

Welfe gondolatmenetének sarkalatos pontja, hogy a realitás igényével fellépő modellnek mind a keresleti, mind a kínálati oldalról ható gazdaságpolitikai eszközöket figyelembe kell vennie. Ez még önmagában nem oldja azonban meg a hibátlan specifikáció kérdését. A gazdasági életben ugyanis a kereslet és a kínálat egyensúlya jóformán sehol sem valósul meg önmagától; ehhez többnyire vagy a kereslet vagy a kínálat oldaláról ható gazdaságpolitikai eszközre van szükség. Ilyenek: a kapacitáskihasználás, az árukészletek nagysága, a munkaerő tervszerű irányítása az egyes ágazatok felé, valamint árak, bérek szabályozása, adópolitika stb. A modell specifikációjában tehát mindazokat a változókat figyelembe kell venni, amelyek a keresleti és kínálati oldal egyensúlyának megvalósításában szerepet játszanak. A készletgazdálkodás változója, a túlórák száma gyakrabban szerepel negyedéves adatokon épülő rövidtávú modellekben, míg a kapacitáskihasználás változója (a meglevő kapacitások bővítése) elsősorban éves adatokra épített középtávú modellekben játszik szerepet. Így tehát a specifikáció egyik feladata az egyensúlyi mechanizmus bemutatása is.

Welfe szerint az ágazati összefüggések elemzésére olyan modell a legalkalmasabb, amely a fogyasztói keresletből indul ki, s ennek ill. a készleteknek az alapján az ágazat végtermékei iránti keresletet, valamint az ágazat output-ját becsüli meg. Ennek segítségével álllapítható meg az output-hoz szükséges kapacitás, munkaerőmennyiség és anyagigény. A szükséges és tényleges üzemi kapacitások egybevetése mutatja meg, hogy van-e szükség kapacitásbővítésre: a kínálat növelésére a kereslet kielégítése érdekében. Ekkor a szükséges kapacitásbővülés határozza meg a beruházások mértékét.

Welfe két korábban konstruált ágazati modellt: a ruházati ipar és a kötöttáruipar modelljét mutatja be. A két modell nagyjából azonos egyenletrendszert foglal magában, azonos tartalmú változókkal. A modell egyenletei különböző blokkokba sorolhatók, ezek a következők: a beruházások és gépi berendezések blokkja; a munkaerő, a ledolgozott munkaórák és a termelés blokkja; a bér és anyagköltségeké, végül a bruttó termelés és a kereslet blokkja. A ruházati ipar modellje 20, a kötöttáruipar modellje 17 egyenletet ölel fel. Mindkét modell a kínálati oldal felől indul, vagyis nem igazodik a fentiekben leírt ,,ideális'' modellhez, éspedig azért nem, mert a modellek adatbázisának időszakában (1961—1972) a két ágazat termékeinek piacán a kínálat túlsúlya volt a döntő.

Welfe részletesen kifejti, hogy a modelleken hol van javítani való, milyen irányban kell a két modellt bővíteni. Egyik lényeges követelmény a keresleti oldalon a végső felhasználók igényeinek bontottabb vizsgálata (háztartások, közületi szektor, külkereskedelem), míg a kínálat oldalán — esetleg főbb árucsoportok szerint bontott — import-egyenletek bevezetése. Welfe elismeri, hogy a specifikáció nagymértékben az adatbázis nyújtotta lehetőségekhez kénytelen igazodni. Az ágazati termelési függvényekben szükségesnek tartja a munkaerő figyelembe vételét képzettség és kor szerint, a ténylegesen ledolgozott munkaórákat, továbbá minden ágazatban a technikai fejlettség kifejezésére egy-egy speciális változó felvételét. Ilyen pl. a ruházati ipar és a kötöttáru-ipar esetében a speciális célu automatizált gépek aránya az összes gépi berendezéshez viszonyítva.

A két ágazati modell ex post és ex ante

előrejelzési eredményeit is részletesen bemutatja. A fő nehézség ezen a területen ott van, hogy a modellek megfigyelési időszakában eléggé merev gazdaságirányítási rendszer érvényesült az említett két ágazatban, s így a múltbeli összefüggéseket relisztikus igénnyel elemző modelleknek elsősorban a kínálati összefüggések specifikálására kellett törekedniök. Az utóbbi években fokozottabban előtérbe kerülő keresleti összefüggések előrejelzését ez a tény nagymértékben nehezíti. Így bár az endogén változók többségében az ex post és az egy évvel előre történő ex ante előrejelzés elfogadható eredményeket adott, egyes változók esetében — különösen két-három időszakkal előre — az előrejelzési eredmények már nem voltak elfogadhatók.

NYÁRY ZSIGMOND

WILSON, A. G.: *Urban and regional models in geography and planning*, London, 1974. J. Wiley & Sons Ltd, 418 p.

A. G. Wilson könyve összefoglaló áttekintést ad a városi és a regionális gazdasági elemzési és tervezési modellekről, bemutatva a problémák felvetését, a megfelelő modellezési eszközök kiválasztását, különböző típusú problémák modelljeit, s a felépített modellek gyakorlati alkalmazását a tervezésben. A modellek kialakításánál, bemutatásánál azt a szemléletet követi, amely az egymáshoz kapcsolódó részproblémák komplex, összehangolt modellezésére törekszik. Ennek a megközelítésnek az eszközét alkotja a vizsgált rendszerek, tervezési folyamatok hierarchiáját szemléltető számos sematikus ábra.

A könyv egyszerű stílusa, a matematikai fejtegetések jól érthető megfogalmazása lehetővé teszi, hogy viszonylag kevés matematikai előképzettséggel rendelkezők is eredményesen használják. Igaz viszont, hogy a matematikailag igényesebb olvasók a tárgyalásmódot helyenként matematikai szempontból kissé egyszerüsítőnek, primitívnek találhatják.

A munka 4 részre, s ezen belül 15 fejezetre tagozódik. Az első rész bevezeti a városi- és regionális tervezési problémák jellemzőit, az elemzés, a modellezés és a tervezés feladatait, s a részproblémák rendszerré való összekapcsolódását. Ezután a modellezési módszertan, a ,,technika'' tárgyalása, majd a harmadik részben különböző típusú modellek ismertetése következik. A befejező rész a modellek felhasználásával foglalkozik a tervezésben.

A módszertan bemutatását indító fejezetben a modellkészítésre vonatkozó néhány általános szabály, irányelv után egy egyszerű példán (a kiskereskedelmi forgalom területi megoszlásának vizsgálata egy városban) szemléletesen mutatja be a területi elemzés, modellezés számos sajátos eszközét, megközelítési módját. A következő fejezet a regionális modellezésben használt matematikai ismeretek igen tömör, inkább csak utalásszerű áttekintését adja. Ezután a területi kölcsönhatások *(spatial interactions)* leggyakrabban használt elméletét, az ún. gravitációs modellt ismertető fejezet következik.

A harmadik rész, amely a könyv teljes terjedelmének kb. kétharmadát adja, az egyes modellfajtákat ismertető fejezetekből áll. Először demográfiai modelleket ismertet a szerző; kiválasztva közülük néhány jellemzőt jól reprezentálja az ilyen vizsgálatok jellegét. Szerepel egy egyszerű többrégiós diszkrét modell, ennek általánosítása, majd egy folytonos változókat alkalmazó modell. A következő fejezet a városi és regionális gazdasági kérdéskörrel foglalkozik, előbb az egy régióra, majd a több régióra vonatkozó input-output modellt ismerteti, kitérve az ökonometriai s néhány más megközelítésmód vizsgálatára is. Ezután közlekedési modellek tárgyalása következik.

A forgalom előrebecslési és tervezési vizsgálatok általában 4 részből állnak, ezek: forgalomkeltés *(trip generation)*, forgalom szétosztás *(distribution)*, a közlekedési mód szerinti megosztás *(modal split)* és a hálózati ráterhelés *(traffic assignment)*. Ezek különböző változatainak, különösen a forgalomkeltés és megosztás esetében, gazdag és érdekes választékát ismerteti. Egy gyakorlatban is megvalósított komplex modellrendszer vázlatos bemutatása is szerepel köztük. A következő fejezet különböző tevékenységek területi megoszlása megközelítési módjaival foglalkozik. Így sor kerül a lakóhely- és munkahelyválasztás ill. telepítés, a szolgáltatások területi megoszlása modellezésének vizsgálatára. Itt szerepel a gazdasági bázis hipotézisének az ismertetése is. Ehhez kapcsolódik a következő fejezet, amely átfogó városi rendszermodelleket ismertet. Tárgyalja a Lowry modellt, s annak néhány továbbfejlesztett változatát, az ökonometriai jellegű Penn—Jersey modellt, s más modelltípusok összeállítási elveit is. A korábbi fejtegetések szintéziseként itt írja le részletesen egyik saját komplex rendszermodelljét is. A könyv e részének záró fejezete gyakorlati problémákkal foglalkozik: az adatokkal, a modellek kalibrálásának és kipróbálásának kérdéseivel, az általános kérdések vizsgálata mellett külön kitérve az egyes modellfajták sajátosságaira is.

A könyv negyedik része a modellek tervezési felhasználásával foglalkozik. A kezdő fejezet a tervezési folyamatot vizsgálja egészében, a probléma felvetéstőlk az elemzésen és a modellezésen, a matematikai megoldáson keresztül egészen az elfogadott döntések levezetéséig, ill. a rendszer irányításának problémájáig. A következő fejezet két esettanulmányt mutat be. A döntési problémák egy tengeri kikötő beruházásának telepítésére, ill. egy városi közlekedéstervezési kérdéskörre vonatkoznak. A záró fejezet a könyvben tárgyalt témakör kutatásának helyzetével és perspektíváival, az alkalmazhatóság kérdéseivel, s a fejlődés várható irányával foglalkozik.

Összegezve: a könyv jó didaktikai felépítésével, gazdag anyagával és gördülékeny stílusával bizonyára jól használható kézikönyvként vagy tankönyvként, de még inkább igényes bevezető olvasmányként a témakörbe.

Kádas Sándor

TUDOMÁNYOS ÉLET

Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban (konferencia)

A Gödöllői Agrártudományi Egyetem, a Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai Közgazdasági Szakosztálya, a Neumman János Számítógéptudományi Társaság Operációkutatási Szakosztálya, valamint a Magyar Agrártudományi Egyesület 1976. április 8—9-én a fenti címmel tudományos konferenciát rendezett Gödöllőn.

A konferencia célja egyrészt az volt, hogy a mezőgazdaságban és elsősorban a vállalatok tevékenységében, így a tervezésben, szervezésben, gazdasági elemzésben és a nyilvántartásban alkalmazható módszerekről, azok felhasználásának eredményeiről és gyakorlati tapasztalatairól tájékoztassák a konferencia résztvevőit. Másrészt a különböző kutatóhelyeken folyó egyéni és csoportos kutatások eredményének ismertetése és megvitatása minden bizonnyal hozzájárul a kidolgozott és alkalmazott módszerek tökéletesítéséhez.

A konferencia plenáris ülésén *Kiss Albert* egyetemi tanár, a KSH elnökhelyettese tartott bevezető előadást. „A tervezési munka színvonala emelésének követelményei az ötödik ötéves terv gazdasági célkitűzésének tükrében" címmel. Többek között hangsúlyozta, hogy a mezőgazdaság előtt álló nagy feladatok megoldásához ma már egyre nélkülözhetetlenebb a korszerű gazdaság-matematikai eljárások és a számítástechnika alkalmazása. Ezt követően *Tóth Mihály* egyetemi tanár „A mezőgazdasági vállalati tervezés fejlesztésének kérdései"-ről, *Tóth József* egyetemi tanár pedig az operációkutatás és a számítástechnika helyzete és perspektívái a mezőgazdaságban témakörben tartott előadást.

A plenáris ülés után öt szekcióban összesen 79 előadás hangzott el. A Konferencián a következő intézmények képviseltették magukat. Gödöllői ATE, MÉM Statisztikai és Gazdaságelemző Központ, Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem, Debreceni ATE, Agrárgazdasági Kutatóintézet, Keszthelyi ATE, Szarvasi ATE, Kertészeti Egyetem, Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézet, valamint a MÜSZI. Ezen kívül a gyakorlatban dolgozó néhány szakember is beszámolt a különböző módszerek alkalmazása során nyert tapasztalatokról.

Az „A" szekcióban a mezőgazdasági vállalatok távlati terveinek megalapozására szolgáló komplex vállalati modelleket mutattak be. Az előadásokból egyértelműen kiderült, hogy a különböző típusú lineáris modelleket már számos mezőgazdasági vállalatnál eredményesen alkalmazták és a lineáris-dinamikus modellek gyakorlati kipróbálása is hasznos tapasztalatokkal szolgált. A szekció bevezető előadásában *Csete László* a MÉM STAGEK-ban folyó kutatások tapasztalatait összegezte, majd pedig különböző középtávú vállalati modelleket mutattak be. A lineáris programok mellett foglalkoztak különböző nemlineáris módszerek gyakorlati alkalmazásának lehetőségeivel és problémáival is. Szó esett az integer, a vegyes egészértékű és a sztochasztikus programozás felhasználására tett eredményes kísérletekről is. Figyelmet érdemelt a lineáris-dinamikus modellek gyakorlati alkalmazásának bemutatása. Itt az időtényező figyelembe vétele, a beruházási és pénzügyi kérdések modellezése jelent lényeges lépést a statikus modellekhez viszonyítva. Gondolatok hangzottak el a modellek tömegszerű alkalmazásának problémáiról is. Érdekes előadásokban számoltak be a matematikai tervezés tapasztalatairól a gyakorlatban dolgozó szakemberek is.

A matematikai módszerek mezőgazdasági felhasználásának új területét képező szimuláció volt a fő témája a „B" szekciónak. *Csáki Csaba* foglalta össze a legújabb kutatási eredményeket, amelyek alapul szolgálnak a módszer gyakorlati felhasználásához. Előadásában ismertette a mezőgazdasági vállalat ún. költségvetési jellegű, valamint az ipari dinamika elveire épülő szimulációs modelljét. Ezek után több előadásban foglalkoztak a hálótervezési módszerekkel, azok alkalmazási területeivel, a felhasználás feltételeivel és korlátaival. A vállalati géppark és géphasználat tervezésére kialakított heurisztikus szimulációs modell, mint legújabb kutatási eredmény nagy érdeklődést váltott ki. A termelési függvények eredményes felhasználásáról számolt be néhány előadó, így a ráfordítások és a termelési eredmény közötti összefüggéseket költség-jövedelem függvényekkel elemezték. A munkaerő felszereltségével kapcsolatos néhány kérdés tisztázására szintén alkalmasak ezek a módszerek. Érdeklődésre tarthat számot az az előadás, amely a cluster analízis segítségével a mezőgazdasági vállalatokat több ismérv alapján osztályozza és ilyen példát is bemutatott.

A számítógépes információs rendszer megteremtése a mezőgazdaságban egyre sürgetőbb. A számítástechnikai program keretében épülő vállalati számítóközpontok sikeres működésének egyik lényeges feltétele, hogy az elméleti kutatások eredményei megfelelő alapot teremtsenek a vállalati igényekhez igazodó információs rendszer kidolgozásához. *Németi László* a „C" szekció bevezető előadásában szólt a számítógépek vállalati alkalmazásának külföldi tapasztalatairól, valamint az V. ötéves terv számítástechnikai fejlesztési koncepciójáról. A későbbiekben hangsúlyozottan esett szó az integrált információs rendszerek kialakítására tett kísérletek tapasztalatairól. Érdekes és hasznos volt az az előadás, amely a számítógépes vállalati információs rendszer koncepcióját vázolta. Ebben az információs rendszerrel szemben három alapkövetelmény fogalmazódott meg: 1. vezetésre orientáltság, 2. automatizáltság, 3. az integrált adatfeldolgozás előnyeinek hasznosíthatósága.

Az ágazati modellezéssel és a vállalati részterületek tevékenységének optimalizálásával a „D" szekcióban foglalkoztak. A szekció bevezető előadását *Pillis Pál* tartotta. Egy ültetvény modellt, mint vállalati rész-modellt ismertetett,[1] amely hosszútávú, nemstatikus folyamatot és nem végállapotot optimalizál. Ez a kombinált modell alkalmas az ültetvény telepítés, kivágás technológiák szerinti optimalizálására bekapcsolva a tárolás korszerűbb megoldási lehetőségeit is. A továbbiakban takarmány igények optimalizálására és szervezési kérdések megoldására szolgáló módszereket is bemutattak. Ezeken kívül a vállalati gépesítés tervezésének és üzemeltetésének kérdéseit tárgyalták ebben a szekcióban.

Az „E" szekcióban a technológiai tervezés problémáiról, valamint néhány növénytermesztési ágazat betakarításának szervezéséről hangzottak el előadások. E szekcióban kapott helyet néhány makroökonómiai téma is. *Udvari László* összefoglalta a technológiák készítésének fontosabb módszertani elveit. Figyelmet érdemelt a technológiai tervezés számítógépes megoldása is, amely a lehetséges technológiai változatok közül az optimális megoldást a lineáris mellett az egész értékű és a nem lineáris programozás alkalmazásáva adja meg. A betakarítás szervezésével foglalkozó modellek közül érdekes volt a cukorrépa betakarításával és a szállítás szervezésével foglalkozó előadás, amely az optimális megoldásnál a cukorgyár igényeit is figyelembe vette. A makroökonómiai témák között többen foglalkoztak a termelés területi elhelyezkedésével, egy-egy előadásban pedig a vertikális árszerkezet számításáról és az ágazati kapcsolati mérleg felhasználásáról is szó esett.

A konferencia plenáris üléssel zárult. Ezen *Kovács Imre* MÉM miniszterhelyettes arra hívta fel a figyelmet, hogy a mezőgazdaság előtt álló feladatok megkívánják, hogy a sikerrel kipróbált módszereket a jövőben minél szélesebb körben alkalmazzák.

A konferencia is bizonyította, hogy a matematikai módszerek mezőgazdasági alkalmazása az utóbbi években jelentősen fejlődött. Áttekinthetőbb képet kaphattunk volna azonban, ha az egyes kutatóhelyeken elért legfontosabb új eredményeket összefoglalóan bemutatták volna a nagyszámú, részproblémákkal foglalkozó s nem egyszer ismétlésekbe bocsátkozó előadások helyett.

A konferencia ugyanakkor jó alkalom volt arra, hogy megfogalmazzák azokat a legfontosabb feladatokat, melyek a kutatók és az irányító szervek előtt állnak. Világosan megmutatkozott, ha a számítástechnika mezőgazdasági alkalmazásában lényegesen előbbre akarunk lépni, akkor mindenekelőtt egységes szemléletre van szükség a számviteli, információs rendszer továbbfejlesztésében, valamint a nagy teljesítményű számítógépek racionális kihasználásában. A konferencián elhangzott előadások és viták is bizonyították: számos módszer alkalmazásában túl vagyunk az első kísérleteken. Most már „minőségi ugrásra" van szükség: az egyedi, többé-kevésbé elszigetelt próbálkozások után, több szakterület összehangolt munkája alapján a széles körű alkalmazást kell előkészíteni.

Forgács Csaba—Sebestyén Mária

[1] Lásd ebben a számunkban.

Az MKT Matematikai–Közgazdasági Szakosztályának közgyűlése

A Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai-Közgazdasági Szakosztálya 1976. október 28-án tartotta közgyűlését *dr. dr. h. c. Kádas Kálmán* az MKT alelnöke elnökletével, aki a Társaság elnökségének képviseletében vett részt a közgyűlésen.

Először *Ziermann Margit*, a szakosztály elnöke mondta el a vezetőség beszámolóját az elmúlt 5 év — az előző közgyűlés óta eltelt időszak — munkájáról.

A két közgyűlés közötti időben a rotációs elvnek megfelelően három elnöke volt a szakosztálynak: Szakolczai György, Tardos Márton és Ziermann Margit. Ezt a rotációs elvet, melynek értelmében kb. 2 évenként új elnököt választ a szakosztály vezetősége, a továbbiakban is fenn akarjuk tartani.

A szakosztály tagsága az ismertetett időszakban 165 főről 259 főre nőtt, de továbbra is jelentős része a tagságnak a tagdíjat nem fizetők, vagy csak időszakonként fizetők csoportja. Sajnos, nem sikerült kellő mértékben bevonni a szakosztály munkájába a fiatalokat és a taglétszámhoz viszonyítva kevesen vesznek részt az évente 2—3 alkalommal meghirdetett előadásokon. Az új vezetőség feladata lesz, hogy ezeket a problémákat a jövőben valamilyen formában megpróbálja megoldani.

Ezektől eltekintve szakosztályunk az elmúlt időszakban jó szakmai és szervező munkát végzett. Különösen sikeres volt a Bolyai János Matematikai Társulattal és a Neumann János Számítógéptudományi Társasággal közösen rendezett balatonfüredi Operációkutatási Konferencia, a II. Magyar ÁKM Konferencia és a hosszútávú, a pénzügyi- és az ártervezés matematikai módszereiről rendezett szakértői konferencia. Hasonlóképp általában jól sikerültek a Társaság más szakosztályaival — elsősorban a Népgazdaságtervezési és a Mezőgazdasági Szakosztályokkal — közösen rendezett ankétok, előadások is.

Nagyon jó a kapcsolatunk az Ökonometriai Társasággal, amelynek konferenciáin jelentős létszámú magyar küldöttség szokott résztvenni, szakosztályunk több tagja tartott előadásokat, volt szekció-elnök és szervező bizottsági tag.

Számos külföldi vendégünk közül ki kell emelni a Nobel-díjas amerikai *Koopmans*, a szovjet *Agambegjan* és az angol *Stone* professzorokat.

A szakosztályon belül egy éve alakult meg az agrár szekció, amely tagságunknak kb. egyötödét fogja össze, és igen aktív. Ez év nyarán nagy sikerrel rendezték meg az „Operációkutatás és számítástechnika az élelmiszergazdaságban” című kétnapos konferenciát.

A beszámolóhoz többen szóltak hozzá: elsősorban a szakmai munka színvonalának további emelésével és a taglétszám megfelelő irányú kiszélesítésével foglalkoztak.

A vita után *Martos Béla* a Szigma főszerkesztője ismertette az eredményeket és feladatokat. Megállapította — és ezt a hozzászólások is megerősítették —, hogy a szakosztály folyóiratának színvonala megindulása óta kielégítően magas, nem következett be a más folyóiratoknál előforduló színvonal esés. Sajnos, kevés a jó kézirat és egyre hosszabb időt vesz igénybe a nyomdai előállítás. Ennek következtében csak nagy késéssel jelennek meg a lap egyes számai. A színvonal tartása azonban fontosabb, mint a hozzávetőleg pontos megjelenés hajszolása.

Végezetül a közgyűlés megválasztotta az új vezetőséget:

Elnök: *Szép Jenő* (MK Közgazdaságtudományi Egyetem)
Alelnök: *Meszéna György* (MK Közgazdaságtudományi Egyetem)
Titkár: *Ormós Zsolt* (KSH Gazdaságkutató Intézet)
Tagok: *Augustinovics Mária* (Országos Tervhivatal), *Békési Gábor* (MK Közgazdaságtudományi Egyetem), *Bod Péter* (MTA Matematikai Kutatóintézet), *Csepinszky Andor* (Központi Statisztikai Hivatal), *Éltető Ödön* (Központi Statisztikai Hivatal), *Forgó Ferenc* (MK Közgazdaságtudományi Egyetem), *Halabuk László* (Központi Statisztikai Hivatal), *Kornai János* (MTA Közgazdaságtudományi Intézet), *Ligeti István* (OT Tervgazdasági Intézet), *Morva Tamás* (OT Tervgazdasági Intézet), *Simon Nóra* (OT Tervgazdasági Intézet), *Simonovits András* (MTA Közgazdaságtudományi Intézet), *Sólyom Csaba* (Számítástechnikaalkalmazási Kutató Intézet), *Tardos Márton* (Konjuktúra- és Piackutató Intézet), *Tóth József* (Gödöllői Agrártudományi Egyetem), *Vári István* (Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó), *Ziermann Margit* (OT Tervgazdasági Intézet).

ORMÓS ZSOLT

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója
Műszaki szerkesztő: Agócs András
A kézirat nyomdába érkezett: 1976. XII. 15. Terjedelem: 8,4 (A/5 ív)
77.3931 Akadémiai Nyomda, Budapest – Felelős vezető: Bernát György

CONTENTS

CONCEPTS AND METHODS

BOOK REVIEWS

SCIENTIFIC LIFE

СОДЕРЖАНИЕ

ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ

О КНИГАХ

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Ára: 12,— Ft
Előfizetés egy évre: 40,— Ft

INDEX: 26793
ISSN 0039—8128

TARTALOM

FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

KÖNYVEKRŐL

TUDOMÁNYOS ÉLET

1828

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST