

SZIGMA

Matematikai közgazdasági folyóirat

A Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai-Közgazdasági
Szakosztályának lapja

Szerkeszti:

MARTOS BÉLA

Társszerkesztők:

ANDORKA RUDOLF, BOD PÉTER, IFJ. KREKÓ BÉLA, PONGRÁCZ TIBOR

Szerkesztő bizottság:

AUGUSTINOVICS MÁRIA, BÉKÉSI GÁBOR, BOD PÉTER, CSEPINSZKY ANDOR, ÉLTETŐ ÖDÖN,
FORGÓ FERENC, HALABUK LÁSZLÓ, HOSSZÚ MIKLÓS, KELLE PÉTER, KORNAI JÁNOS, KREKÓ
BÉLA, LIGETI ISTVÁN, MESZÉNA GYÖRGY, MORVA TAMÁS, ORMÓS ZSOLT, SIMON NÓRA, SIMONO-
VITS ANDRÁS, SÓLYOM CSABA, STAHL JÁNOS, SZAKOLCZAI GYÖRGY, SZÉP JENŐ (elnök), TARDOS
MÁRTON, TÓTH JÓZSEF, ZALAI ERNŐ, ZIERMANN MARGIT

*

E szám szerzői:

BÁNKÖVI GYÖRGY, az Országos Tervhivatal Számítóközpontjának munkatársa, FENYES
TAMÁS kandidátus, az MTA Matematikai Kutató Intézet tudományos főmunkatársa,
HUŒYADI LÁSZLÓ, a SZÁMKI osztályvezetője, LANGER LÁSZLÓ, a Kaposvári Húskombi-
nát információs és számítástechnikai csoportvezetője, MIKÓ GYULA, kandidátus a Marx
Károly Közgazdaságtudományi Egyetem adjunktusa, MÓCZÁR JÓZSEF a Marx Károly
Közgazdaságtudományi Egyetem adjunktusa, HARRY W. RICHARDSON, a Dél-Kalifor-
niai Egyetem (Los Angeles, USA) Város- és Területi tervezési ill. Közgazdasági Karának
oktatója, SÁRI JÓZSEF, a Magyar Nemzeti Bank osztályigazgatója, STAHL JÁNOS, kan-
didátus, a SZÁMKI tudományos tanácsadója, osztályvezető, VELICZKY JÓZSEF, az Ország-
os Tervhivatal Számítóközpontjának munkatársa, ZIERMANN MARGIT, az Országos
Tervhivatal Tervgazdasági Intézetének csoportvezetője

Szerkesztőség: Budapest XI., Budaörsi út 43–45.

Levélelm: 1502 Budapest, Pf. 262.

Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta
hírlapüzleteiben és a Posta Központi Hírlap Irodánál (PKHI 1900 Budapest V., József
nádor tér 1.) közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a PKH 215–96 162
pénzforgalmi jelzőszámára. Egyes példányok beszerezhetők az 1055 Budapest V., Bajesy-
Zsilinszky út 76. sz. alatti hírlapboltban

Előfizethető és példányonként megvásárolható: az AKADÉMIAI KIADÓ-nál, 1363
Budapest V., Alkotmány u. 21. Telefon: 111–010. Pénzforgalmi jelzőszámunk: 215–11488,
és az AKADÉMIAI KÖNYVESBOLT-ban, 1368 Budapest V., Váci u. 22. Telefon:
185–612. Előfizetési díj egy évre: 120,—Ft

Külföldön terjeszti a KULTÚRA Külkereskedelmi Vállalat, H-1389 Budapest, Pf. 149

A pénzmennyiség összetételének differenciaegyenlet-rendszeréről

A Szigma hasábjain megjelent előző cikkünkben [1] a pénz és a hitel mozgását egyenlegváltozásában vizsgáltuk, s lényegében az országos hitelmérleget fogalmaztuk meg időeltolódásos modell formájában. Ezúttal pontosabban követjük a valóságos pénzfolyamatokat, és nem csupán a teljes pénzállomány, hanem a belső összetétele változását is megfigyeljük és ábrázoljuk. A pénz mozgása állandó változások sorozata, ami a pénz forgalomba hozása (nyomás) és a forgalomból való kivonása (szívás) intenzitásának megfelelően forgalmi folyamatok révén, de végeredményben állományváltozások formájában mutatkozik meg a mérési időpontokban. A pénzállomány — mobilitását tekintve — az elköltés vagy megtakarítás céljától függően legalább két nagy csoportra osztható. Az első csoportba tartozik az a mennyiség, amely a fizetési forgalom lebonyolítására, az ügyletek kiegyenlítésére szolgál (aktív pénz); a másodikba pedig az, amely egy adott egységnyi időszakban (általában egy év) nem vesz részt a kötelezettségek teljesítésében, hanem mozdulatlanul hever megtakarítások formájában a bankszámlákon, takarékbetétben vagy akár készpénzben (inaktív pénz) [2]. A jelen cikkben kísérletet teszünk a pénz összetételváltozásának modellszerű bemutatására, megfogalmazva azokat a feltételeket, amelyek elengedhetetlenek a pénzügyi egyensúly fennmaradása vagy létrehozása érdekében. Végül pedig számításokat végzünk a matematikailag leírt modell segítségével a gyakorlati felhasználás lehetőségének igazolására.

I. A pénzfolyamatok közgazdasági összefüggései

A fizetési forgalom a pénztulajdonosok egymás közötti kapcsolataiban mindig egy adott t -edik időpontban meglévő pénzmennyiség felhasználásával bonyolódik le. A bővített újratermelés által igényelt további pénzmennyiséget a jegybank hozza forgalomba bankhitel folyósításával vagy devizavétellel (döntően export miatt). Az anyagi folyamatok körforgásában a pénzmennyiség egy része — a végső felhasználás következtében — visszaáramlik a jegybankba, s megszűnik pénz lenni, mégpedig hiteltörlesztés vagy devizaeladás (import) miatt. A megfigyelési időtartam záró pontjában ismét mérhetővé válik a pénzállomány. Az elmondottakat az alábbi egyszerű összefüggéssel írjuk le:

$$(1) \quad P(t-1) + N(t) - V(t) = P(t),$$

ahol: $P(t)$ = a pénzállomány a t -edik időszak végén

$N(t)$ = a t -edik időszak alatt forgalomba hozott (nyomott) új pénz mennyisége

$V(t)$ = a t -edik időszakban a forgalomból visszavont (szívott) pénz összege.

A továbbiakban a

t forgalmi adatoknál (flow) az adott időszakot, állományi adatoknál (stock) pedig az időszak végpontját jelöli.

A *pénzállomány mobilitása* szempontjából két fő összetevőre oszlik: a forgalom lebonyolításában részlegesen résztvevő *aktív (mozgó) pénzre*, és a forgalomból kicsapódott, megtakarított *inaktív (heverő) pénzre*. Azaz:

$$(2) \quad P(t) = P_A(t) + P_I(t).$$

A (2)-ben felírt egyenlőség egy adott t -edik időszak végén fennálló statikus összefüggést fejez ki (stock). A pénz teljes mennyisége és ezen belül a mozgó és a heverő pénz nagysága azonban állandóan változik; hol növekszik, hol csökken, a szükségletek szerint. Az a változási folyamat, ami két időpont között lebonyolódik, felszíni megjelenési formájában a pénzforgalom (flow). Az aktív és az inaktív pénz közötti változás is csökkenés és növekedés formájában megy végbe, ami végeredményben állandó szerkezeti változást hoz létre a pénz mobilitásában, összetételében. Az új kibocsátású pénz $N(t)$ mindig aktív pénzként kerül a forgalomba, de meghatározott idő után inaktívvá válhat, ha a forgalomnak már nincs rá szüksége. Az inaktívvá válás történhet a pénztulajdonos saját elhatározásából (betétben helyezi el), vagy pedig jogszabályok írják elő a megtakarítást (pl. a vállalati tartalékalap képzése). A heverő pénz egyik része tudatos emberi cselekvés eredményeként jön létre, másik része viszont automatikusan válik inaktívvá azáltal, hogy tulajdonosa számára elkölthetetlen lesz egy adott időpontban, illetve időszakban. A pénzállomány alakulására vonatkozó (1)-ben szereplő három adat mint változó, szoros összefüggésben van egymással. A nyomás és a visszaszívás különbsége ugyanis nemcsak a teljes pénzmennyiség nagyságát változtatja meg, hanem az aktív pénzt is; a belső szerkezeti változás pedig olyan komplementere egymásnak, hogy amennyivel nő vagy csökken az inaktív pénz állománya, ugyanannyival csökken vagy nő a mozgó pénzé. Képletbe foglalva ezt a változási folyamatot, az alábbi két egyenlőséget írhatjuk fel:

$$(3) \quad P_A(t) = P_A(t-1) + [N(t) - V(t)] - [\alpha P_A(t - T_I) - \beta P_I(t - T_A)]$$

$$(4) \quad P_I(t) = P_I(t-1) + [\alpha P_A(t - T_I) - \beta P_I(t - T_A)],$$

ahol α = az inaktívvá váló pénz aránya az inaktív pénz állományára vonatkoztatva

β = az aktívvá váló pénz aránya az inaktív pénz állományára vonatkoztatva

T_I = az aktív pénz inaktívvá válásának időtartama ($T_I = 1$ év a gyakorlatban)

T_A = az inaktív pénz aktívvá válásának időtartama években.

A (3)-ban és a (4)-ben megadott két egyenlőség összevonásával az (1) és a (2) eredményét kapjuk, számunkra azzal a fontos megállapítással, hogy a t -edik időpontban fennálló pénzmennyiség összetétele a T_I és a T_A időszakokkal előbb végbement változásoktól meghatározott, míg az állományban bekövetkezett tényleges változás független a meglévő pénzkészlettől. A nyomás és a szívás nagysága és a pénzmennyiségre gyakorolt hatása a népgazdaság adott színvonalától, fejlődésétől, a lebonyolításra váró vagy kerülő fizetések összességétől és a pénz forgási sebességétől függ. Azaz:

$$(5) \quad N(t) - V(t) = P(t) = \Theta[K(t), f(t)],$$

ahol K = a pénzkeresleti tényezők nagysága (áruccsere-forgalom + jövedelemelosztás miatti pénzforgalom),

f = a pénz forgási sebessége.

A továbbiakban a nyomás és a szívás különbségében nem vesszük figyelembe annak a pénzkeresleti tényezőktől és a pénz forgási sebességétől való függését, hanem azt közvetlenül az idő függvényében fejezzük ki:

$$(6) \quad N(t) - V(t) = \Phi(t).$$

Az állomány összetételének változása akkor is végbemehet, ha a teljes pénzmennyiség nem változik meg egyik időszakról a másikra. Térjünk ezért vissza a (3) összefüggésre, amiből következik, hogy bár az aktív pénz mennyisége közvetlenül a nyomás és a szívás különbségével változik, ezen túlmenően azonban csökken azzal az értékkel, amely meghatározott egységnyi időszak alatt ebből inaktívvá válik, illetve növekszik azzal a mennyiséggel, amely ugyanazon időszak alatt egy T_A időponttal megelőzően fennálló inaktív pénzből aktívvá lesz. Az aktív pénz átalakulási folyamata a (4) szerint ugyanekkora összegű módosulást idéz elő az inaktív pénzben fordított előjellel. Az elmondottakból számunkra két igen fontos feltétel adódik:

- az első annak meghatározása és törvényszerűségének tanulmányozása, hogy az aktív pénz *mekkora hányada* alakul át inaktívvá és fordítva;
- másodsor pedig annak meghatározása, hogy az átalakulás *mekkora időeltolódással* megy végbe.

A pénzforgalom zavartalan lebonyolításának feltétele, hogy elegendő aktív pénz álljon a népgazdaság rendelkezésére a fizetési kötelezettségek kiegyenlítésére. A szocialista népgazdaságban a jegybank tervszerű pénzkibocsátással biztosítja a gazdaság zavartalan működését. Ebből azonban még nem következik, hogy a pénz mennyiségi változása és mobilitás szerinti összetétele csak a fejlődés által megszabott ütemben és arányokban módosulhat. Az inaktivizálódás mértéke széles határok között mozoghat a megtermelt jövedelemhez és a fogyasztáshoz viszonyítva; így pl. ha az átalakulás üteme túl nagy, akkor kevés lesz a pénz az ügyletek lebonyolítására, a jövedelem elosztására és újraelosztására, vagy pedig akarva nem akarva új pénz kibocsátásával kell pótolni a hiányt. Abban az esetben viszont, ha a megtakarítási hajlam csökken, az inaktivizálódás lassú ütemű az adott jövedelempolitikai és közgazdasági-pénzügyi szabályozók feltételei között, akkor változatlan arányú pénzkibocsátás esetén is túlzottan nagy lesz a fizetőképes kereslet, ami feszültségeket okozhat a gazdaságban. Ebben az esetben tehát a jegybanknak korlátoznia kell a pénzkibocsátást, elsősorban a hitelnyújtást. Megfordítva is

igaz ez az állítás. Abban az esetben ugyanis, ha a heverő pénz túl gyorsan halmozódik fel, akkor ez nemcsak a megtakarítási hajlam növekedésének tulajdonítható, hanem annak is, hogy a pénz nem használható fel célszerűen tulajdonosaik részéről, s az árrendszer sem elég rugalmas a fizetőképes kereslet és az árualap egyensúlyának létrehozására.

A jól megválasztott bázisidőszak adatairól feltételezhető, hogy a jövőben is hasonló arányú N (nyomás) és V (visszaszívás) lesz elegendő a forgalom lebonyolítására, mert a gazdasági fejlődés fő arányai (rövid és közép távon) nem módosulnak érdemlegesen. Ha azonban a pénz összetételében nemkívánatos változások mennek végbe, akkor az összes pénz ugyan elegendőnek látszik, de a tranzakciók lebonyolítására szolgáló mozgó pénz mennyisége több vagy kevesebb lesz a szükségesnél. Ez pedig vagy túlzott fizetőképes keresletet eredményez, vagy pedig ennek ellenkezője következik be és fizetési zavarok keletkeznek. A helyes cselekvés az lehet, hogy

- az inaktív pénz növekedésével arányosan több pénzt nyomnak a forgalomba, mint az az eredeti feltételek szerint történnék; vagy fordított esetben:
- az inaktív pénz mobilizálásából felszabaduló pénzmennyiséggel csökkentik a kibocsátást.

A pénzmennyiség fentiekben körvonalazott szabályozása azt célozza, hogy a forgalom lebonyolításához mindig elegendő mennyiségű pénz álljon rendelkezésre. Ezt olyan mechanizmussal érhetjük el, ami lényegében a *pénzforgalom marx-i törvényében* megfogalmazott számszerű összefüggéshez szabja az új pénz kibocsátását. A befolyásoló tényezők által kiváltott impulzusokat a különféle forgalmi és pénzállományi adatokból származtatott mutatószámok segítségével lehet ábrázolni és elemezni. Ezek közül elsősorban a pénz forgási sebességének mutatói, az aktív és az inaktív pénz mozgásának, működésének jellemzői kapnak kitüntetett szerepet. Az [1]-ben elsősorban a pénz forgási sebességének mutatóival foglalkoztunk a pénzmennyiség szabályozását leíró modellben. Ezúttal a *szerkezeti változásokat jellemző paraméterekre* helyezük a fő súlyt. A (3)-ban és (4)-ben szereplő α és β paraméterek meghatározása csak akkor ad reális eredményt, ha lehetőleg azoknak az időszakoknak az arányait vesszük figyelembe, amikor a népgazdaság a viszonylagos egyensúly állapotában volt, éspedig minél több ilyen időszakét. Ebből következik, hogy olyan feltételeket kell előírni, amelyek képesek optimális arányt létrehozni a pénzkibocsátás és a visszaszívás, valamint az aktivizálódás és az inaktivizálódás között. A III. fejezetben éppen ezért szimulációs eljárással keressük a paraméterek gyakorlatilag elfogadható értékeit annak érdekében, hogy tudatosan közelítsük a tranzakciók lebonyolítására szükséges pénz mennyiségét, illetve a teljes állományon belüli részarányát.

A paraméterek szerepére néhány alapfeltételt ismertetünk. *Feltételezve*, hogy a teljes pénzállomány $t = 0, 1, 2, \dots$ időszakokban egyenlő, akkor az α és a β együtthatók csak abban az esetben hozhatnak létre állandó arányt az aktív és az inaktív pénz mennyisége között, ha a gazdaság *egyszerű újratermelést* folytat (stacionárius). Ekkor ugyanis — ha a pénz forgási sebessége sem változik — állandóan ugyanannyi mozgó pénzre lesz szüksége a népgazdaságnak a forgalom lebonyolítására, következésképpen az inaktív pénz állománya is állandó marad. Bővített újratermelés esetén viszont megnövekszik az aktív pénz iránti igény is, amit — új pénz kibocsátása hiányában — csak a heverő

pénzből lehet pótolni. Ebből következik, hogy ilyen esetben szükségszerűen csökken az α és nő a β értéke. A változásnak azonban *korlátot szab* az a körülmény, hogy az aktív pénz inaktívvá alakulása fokozatosan megszűnik ($\alpha = 0$), és szélső esetben elfogy az inaktív pénz az aktívvá való visszaalakulás miatt ($\beta = 1$). Ekkor az átalakulási folyamat megáll, amit csak új pénz kibocsátásával lehet ismét megindítani. A valóságban persze stacionárius gazdaság nem létezik; igaz marad viszont az az állításunk, hogy az átalakulás üteme viszonylag szűk határok között ingadozhat. Rendkívüli helyzetektől eltekintve, a gazdaság tervszerű tudatos irányításával mindig létrehozható a pénzállományok olyan nagysága és szerkezeti összetétele, ami egy adott időszakban megfelel a szükségleteknek és képes korlátok között tartani a fizetőképes keresletet.

A pénz aktivizálódása és inaktívvá válása meghatározott *időkésédelemmel* történik egy adott, választott időponthoz képest. A banki üzleti szokások világszerte azt a felfogást vallják — és ez a mi gyakorlatunkban is elfogadható, — hogy a *legalább 1 évig mozdulatlanul heverő pénz* mennyiségét tekintik inaktívnak. Ennek a pénzmennyiségnek a tényleges számbavétele számos nehézséggel járna, ezért mind a tőkés államokban, mind Magyarországon azt a megoldást választjuk, hogy a bankszámla jellegéből és a betétek lekötési időtartamából határozzuk meg az összeget. Az inaktív pénz aktívvá válása viszont nem csupán a bankszámlákon fennálló követelések minősítésének kérdése, hanem attól is függ, mennyi idő telik el, amíg a pénz ténylegesen ismét felhasználásra kerül, vagyis újból részt vesz a forgalomban. Erre vonatkozóan rendelkezésre állnak a bankszámla forgalmi adatok, amelyek segítségével meghatározható az aktivizálódás mérete. Egy adott t időszak forgalmi adatai és az átlagos inaktív pénzállomány hányadosa megfelel az *inaktív pénz egy speciális forgási sebességének*, amiből számszerűen következik az időeltolódás hossza is.

A jelen cikkben elsődlegesen a pénz szerkezeti összefüggéseit, átalakulását vizsgáljuk abból a szempontból, hogy a modell feltételrendszeréből milyen következmények adódnak a pénzügyi egyensúly fenntartására, a stabilitás figyelembevételével. Az általunk felállított modelltől lényegében kettős összefüggést kapunk abból kifolyólag, hogy a teljes pénzmennyiséget

- egyrészt *aktív* (mozgó = tranzakciós) és *inaktív* (heverő = tartós) pénz szerint különböztetjük meg,
- másrészt különbséget teszünk a rendszerben *gerjesztett* pénz (amely megváltoztatja a teljes pénzállomány nagyságát is) és a *spontán*, szabad átalakulással végbemenő pénzkészlet változása között (amely utóbbi csupán a pénzállomány szerkezeti összetételét módosítja).

Ez az utóbbi alapján

$$(7) \quad P(t) = P_s(t) + P_g(t).$$

A továbbiakban megfogalmazzuk a pénzmozgások matematikai modelljét, megoldjuk az egyenleteket, és megvizsgáljuk a rendszer stabilitását.

II. A pénzfolyamatok matematikai leírása

A pénzfolyamatok állandó változásokat idéznek elő az állományokban, mind összsvolumenüket, mind pedig szerkezeti összetételüket tekintve. E folyamatokat matematikailag differenciaegyenlet-rendszerrel írjuk le, bemutatva a gerjesztett és a spontán pénzmozgások hatását is a népgazdaság pénzellátására, annak elégséges vagy nem megfelelő mértékére, a pénz mobilitásából következő működőképes, stabilis helyzetekre, és az ebből adódó szabályozási lehetőségekre.

1. A pénzátalakulás differenciaegyenlet-rendszere, gerjesztett és spontán pénzmozgások

A modell matematikai megfogalmazásánál az I. fejezetben felírt (3) és (4) sz. összefüggésekből indulunk ki. A pénzállományok mobilitási összetételére és időbeli alakulására tekintsük az alábbi kétismeretlenes differenciaegyenlet-rendszert:

$$\begin{aligned} (8) \quad \Delta P_A(t) &= \Phi(t) - \alpha P_A(t - T_I) + \beta P_I(t - T_A) \\ \Delta P_I(t) &= \alpha P_A(t - T_I) - \beta P_I(t - T_A) \quad t = 0, 1, 2, \dots \\ & T_I, T_A = \text{pozitív egészek} \end{aligned}$$

$$0 < \alpha < 1; \quad 0 < \beta < 1.$$

A (8)-ban megadott két egyenlőség a valóságos pénzmozgások, ill. pénzátalakulások folyamatának egy matematikai modellje, amelyet az előző pontban közgazdaságilag megindokoltunk. Az α , β együtthatókat a modellben állandóknak tekintjük; a $\Phi(t)$ ismert függvényt, amely a pénzkibocsátás és a pénzvisszaszívás különbsége, a rendszer gerjesztésének fogjuk nevezni. Kikötjük, hogy teljesül a következő feltétel, amely közgazdaságilag — normális gazdasági körülmények között — nyilvánvaló:

$$(9) \quad T_A > T_I \geq 1.$$

A (8)-at operátorszámítással fogjuk megoldani. Ennek lényege, hogy a (8)-at a diszkrét operátortestben algebrai egyenletrendszerre alakítjuk át, amelynek megoldása közvetlenül előállítja az aktív és az inaktív pénzmennyiségek operátorait. Az operátorok elméletét illetően [3]-ra utalunk. Ebben a dolgozatban feltételezzük a diszkrét operátorszámítás alapjainak és az abban alkalmazott jelöléseknek az ismeretét.

A (8) két egyenletének összevonásából kapjuk, hogy

$$(10) \quad \Delta P_A(t) + \Delta P_I(t) = \Phi(t),$$

amely azt az egyszerű ténnyt fejezi ki, hogy a teljes pénzmennyiség változása megegyezik a kibocsátott és a visszaszívott pénz különbségével. Ezért a (8) helyett a következő formálisan egyszerűbb differenciaegyenlet-rendszert vizsgáljuk:

$$\begin{aligned} (11) \quad \Delta P_A(t) &= \Phi(t) - \alpha P_A(t - T_I) + \beta P_I(t - T_A) \\ \Delta P_A(t) + \Delta P_I(t) &= \Phi(t). \end{aligned}$$

Tekintsük az aktív és az inaktív pénzmennyiségeket a diszkrét operátortest elemeinek az alábbi alakban:

$$(12) \quad P_A = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{P_A(j)}{(1+q)^j}$$

$$P_I = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{P_I(j)}{(1+q)^j},$$

ahol az absztrakt q elem az ún. differenciaoperátor, $\frac{1}{1+q}$ pedig az eltolási operátor. A konvergencia operátoros értelemben triválisan teljesül. Az eltolási operátor alaptulajdonságának és a (12) figyelembevételével a (11) átírható az alábbi operátoros alakra:

$$(13) \quad P_A - \frac{1}{1+q} P_A - P_A(-1) = \Phi - \frac{\alpha}{(1+q)^{T_I}} P_A - \alpha \sum_{k=1}^{T_I} \frac{P_A(-k)}{(1+q)^{T_I-k}} +$$

$$+ \beta P_I \frac{1}{(1+q)^{T_A}} + \beta \sum_{k=1}^{T_A} \frac{P_I(-k)}{(1+q)^{T_A-k}}$$

$$P_A - \frac{1}{1+q} P_A - P_A(-1) + P_I - \frac{1}{1+q} P_I - P_I(-1) = \Phi$$

Rendezve a fenti kifejezést nyerjük, hogy

$$(14) \quad \frac{q(1+q)^{T_I-1} + \alpha}{(1+q)^{T_I}} P_A - \frac{\beta}{(1+q)^{T_A}} P_I = \Phi +$$

$$+ P_A(-1) - \alpha \sum_{k=1}^{T_I} \frac{P_A(-k)}{(1+q)^{T_I-k}} + \beta \sum_{k=1}^{T_A} \frac{P_I(-k)}{(1+q)^{T_A-k}}$$

$$P_A + P_I = \frac{1+q}{q} \Phi + \frac{1+q}{q} [P_A(-1) + P_I(-1)],$$

amely az ismeretlen pénzmennyiségekre nézve kétismeretlenes algebrai egyenletrendszer. Ezt megoldva megkapjuk a pénzmennyiségek operátorait:

$$(15) \quad P_A = \Phi \frac{\beta(q+1) + q(1+q)^{T_A}}{qZ} +$$

$$+ \frac{\beta(1+q) [P_A(-1) + P_I(-1)] + P_A(-1) q(1+q)^{T_A}}{qZ}$$

$$- \frac{\alpha q \sum_{k=1}^{T_I} P_A(-k) (1+q)^{T_A-T_I+k} + \beta q \sum_{k=1}^{T_A} P_I(-k) (1+q)^k}{qZ}$$

$$P_I = \Phi \left[\frac{1+q}{q} - \frac{\beta(1+q) + q(1+q)^{T_A}}{qZ} \right] + \frac{q+1}{q} [P_A(-1) + P_I(-1)] - \frac{\beta(1+q) [P_A(-1) + P_I(-1)]}{qZ} + \frac{P_A(-1)q(1+q)^{T_A} - \alpha q \sum_{k=1}^{T_I} P_A(-k)(1+q)^{T_A-T_I+k} + \beta q \sum_{k=1}^{T_A} P_I(-k)(1+q)^k}{qZ}.$$

Fentiekben:

$$(16) \quad Z = (1+q)^{T_A} - (1+q)^{T_A-1} + \alpha(1+q)^{T_A-T_I} + \beta$$

a (11) ún. karakterisztikus polinomja.

Feladatunkat elvileg megoldottuk, megkaptuk a keresett pénzmennyiségek operátorait. Hátra van még, hogy az absztrakt operátoros jelölések elhagyásával a kapott (15) kifejezéseket, mint a *t idő függvényeit* is felírjuk.

Bevezetjük az aktív pénzmennyiséggel kapcsolatban a gerjesztett pénzmennyiség (P_{gA}) és a spontán pénzmennyiség (P_{sA}) fogalmát. Definíciószerűen legyen

$$(17) \quad P_A = P_{gA} + P_{sA},$$

ahol (15)-ből

$$(18) \quad P_{gA} = \Phi \frac{\beta(q+1) + q(1+q)^{T_A}}{qZ}$$

$$(19) \quad P_{sA} = \frac{\beta(1+q)[P_A(-1) + P_I(-1)] + P_A(-1)q(1+q)^{T_A}}{qZ} - \frac{\alpha q \sum_{k=1}^{T_I} P_A(-k)(1+q)^{T_A-T_I+k} + \beta q \sum_{k=1}^{T_A} P_I(-k)(1+q)^k}{qZ}.$$

A gerjesztett pénzmennyiség a teljes aktív pénzmennyiségnek az a komponense, amely csupán a rendszer Φ gerjesztésétől függ, és független az aktív és az inaktív pénzmennyiségeknek a bázisintervallumon előírt kezdeti értékeitől. Matematikailag P_{gA} az inhomogén (11) rendszer megoldásának operátora, nulla kezdeti feltételek mellett. Így ez az aktív pénz külső vagy gerjesztett mozgását írja le (nulla kezdeti feltételek mellett).

A spontán keletkező aktív pénz a teljes aktív pénzmennyiségnek az a komponense, amely csupán az aktív és az inaktív pénzmennyiségnek a bázisintervallumon előírt kezdeti értékeitől függ, és független a rendszer gerjesztésétől. Matematikailag P_{sA} a (11)-hez tartozó homogén rendszer megoldásának operátora tetszőleges kezdeti feltételek mellett, ahol $\Phi = 0$. Így ez az aktív pénz belső vagy spontán mozgását írja le; a teljes (aktív) pénz pedig a gerjesztett (aktív) és a spontán (aktív) pénz összege. Teljesen hasonló módon lehet definiálni és képletszerűen felírni a gerjesztett inaktív és a spon-

tán inaktív pénzmennyiséget is. Itt ti. fennáll, hogy

$$P_I = P_{gI} + P_{sI}.$$

Értelmezhető az összes gerjesztett és az összes spontán pénzmennyiség is, melyekre érvényesek az alábbi közgazdaságitag nyilvánvaló triviális összefüggések:

$$P_g(t) = P_{gA}(t) + P_{gI}(t) = \sum_{i=0}^t \Phi(i)$$

$$P_s(t) = P_{sA}(t) + P_{sI}(t) = P_A(-1) + P_I(-1) = \text{konstans}.$$

Parciális törtekre bontással (18) és (19) könnyen felírható, mint a t idő függvénye.

Tekintsük a (16)-ban megadott polinom karakterisztikus egyenletét:

$$(20) \quad \xi^{T_A} - \xi^{T_A-1} + \alpha \xi^{T_A-T_I} + \beta = 0.$$

Jelöljük ennek különböző gyökeit ξ_k -val, multiplicitásait pedig σ_k -val. Mivel a (18)-ban szereplő

$$\frac{\beta(q+1) + q(1+q)^{T_A}}{qZ}$$

operátor felírható, mint az $(1+q)$ racionális törtfüggvénye, amelynek számlálója és nevezője is $T_A + 1$ -edfokú, ezért az egy függvényt állít elő, amely az alábbi parciális törtekre bontott alakban fejezhető ki:

$$(21) \quad \frac{\beta(q+1) + q(1+q)^{T_A}}{qZ} = \gamma \frac{(1+q)}{q} + (1+q) \sum_{k=1}^M \sum_{p=1}^{\sigma_k} \frac{\gamma_{k,p}}{(q+1-\xi_k)^p},$$

ahol: $M \leq T_A$ és a $\gamma, \gamma_{k,p}$ együtthatók ismert elemi módszerekkel nyerhetők.

Az operátorszámítás elemeiből ismeretes, hogy

$$\frac{1+q}{(q+1-\xi)^p} = \left\{ \xi^{t-p+1} \binom{t}{p-1} \right\},$$

Így (21)-gyel a gerjesztett aktív pénzmennyiség végső alakja az alábbi:

$$(22) \quad P_{gA}(t) = \gamma \sum_{i=0}^t \Phi(i) + \sum_{i=0}^t \Phi(i) \sum_{k=1}^M \sum_{p=1}^{\sigma_k} \gamma_{k,p} \xi_k^{t-i-p+1} \binom{t-i}{p-1}.$$

A (19) könnyen felírható, mint az $1+q$ operátor racionális törtfüggvénye, ahol a nevező $T_A + 1$ -ed fokú, a számláló legfeljebb $T_A + 1$ -ed fokú. Ennek megfelelően a parciális törtekre bontott alakja

$$(23) \quad P_{sA} = \frac{\vartheta(1+q)}{q} + (1+q) \sum_{k=1}^M \sum_{p=1}^{\sigma_k} \frac{\vartheta_{k,p}}{(q+1-\xi_k)^p},$$

ha a számláló fokszáma $T_A + 1$. A ϑ és $\vartheta_{k,p}$ szintén elemien adódnak.

A (19)-ből könnyen belátható, hogy az az eset, amikor a számláló fokszáma kisebb, mint $T_A + 1$, előfordulhat, ha teljesül, hogy

$$(24) \quad P_A(-1) - \alpha P_A(-T_I) + \beta P_I(-T_A) = 0.$$

Ez azonban közgazdasági megfontolások alapján figyelmen kívül hagyható, mert ekkor $P_{sA}(0) = 0$. Így az aktív spontán pénz végső alakja:

$$(25) \quad P_{sA}(t) = \vartheta + \sum_{k=1}^M \sum_{p=1}^{\sigma_k} \vartheta_{k,p} \xi_k^{t-p+1} \binom{t}{p-1} \quad (t \geq 0),$$

ha (19) számlálója $T_A + 1$ -ed fokú. Megjegyezzük, hogy a γ , δ együtthatók a ξ_k karakterisztikus gyököktől függetlenek és

$$(26) \quad \gamma = \frac{\beta}{\alpha + \beta}; \quad \vartheta = \frac{\beta}{\beta + \alpha} [P_A(-1) + P_I(-1)].$$

A ϑ a további vizsgálataink során igen fontos szerepet fog játszani.

A (22), (23) alapján a (15)-ben szereplő P inaktív pénz spontán és gerjesztett komponensei is egyszerűen felírhatók a t idő függvényeiként.

Megjegyzés: A (22) és a (25) kifejezések igen leegyszerűsödnek, ha a karakterisztikus egyenlet összes gyökei különbözőek. Továbbá komplex gyökök felépése esetén ezek a kifejezések értelemszerűen valós értékű függvényeket állítanak elő, amelyekben már trigonometrikus kifejezések is szerepelnek, ekkor a spontán mozgások rezgéseket tartalmazhatnak. (Ezzel kapcsolatban lásd szerzők [1] dolgozatát.)

2. A modell működőképessége, stabilitás, a pénzmozgások egyensúlyi helyei

A (11)-gyel leírt modellt akkor nevezzük működőképesnek, ha $P_{sA}(t) > 0$, $P_{sI}(t) > 0$; $P_{gA}(t) > 0$, $P_{gI}(t) > 0$, ha $0 \leq t < \infty$ és ha van az α és β értékeknek egy olyan $\alpha_0 < \alpha < \alpha_1$, $\beta_0 < \beta < \beta_1$ környezete, melyekből választott tetszőleges $\tilde{\alpha}$ és $\tilde{\beta}$ együtthatók mellett is teljesülnek a pozitivitási feltételek. Negatív pénzmennyiségeknek közgazdasági értelmük nincs.

Az irodalomban a (11) típusú állandó együtthatós rendszereket akkor nevezzük stabilisnak, ha karakterisztikus egyenletük összes gyökei a komplex sík egységkörének belsejébe esnek, tehát akkor, ha $|\xi_k| < 1$. Ekkor azt is mondják, hogy a (16) karakterisztikus polinom stabilis. A stabilis megoldás lehet negatív is. Kimutatjuk, hogy ha a (11) működőképes, akkor a (11) rendszer stabilis. Ez igen nagy jelentőségű, mert a stabilitás kritériumai egyszerűen megadhatók, a működőképességet pedig a kapott eredmények igazolják.

Ha a (20) karakterisztikus egyenletnek van 1-nél nagyobb abszolút értékű gyöke, akkor α és β tetszőleges kicsi környezetéből választható olyan $\tilde{\alpha}$ és $\tilde{\beta}$, melyeknél a (25) alapján világos, hogy P_{sA} minden határon túl növekedik (vagy csökken). Ekkor azonban az inaktív spontán pénznek is minden határon túl csökkennie (növekednie) kell. Ebben az esetben tehát a modell nem működőképes, hiszen negatív értékű pénzmennyiségeknek ebben az összefüggésben nincs értelmük. Megemlítjük, hogy a (20) karakterisztikus egyenlet esetlegesen előforduló pontosan 1 abszolút értékű gyökei sem indukálhatnak stabilis és közgazdaságilag értelmezhető folyamatokat. Ezek közül az egyszerűeknek a (25)-ben tiszta periodikus összetevők felelnek meg ugyan, de a (20)-ban α ; β együtthatók tetszőleges kis változása a gyököket az egységkör külsejébe viheti át..

Tehát ha a modell működő képes, akkor a karakterisztikus gyökök abszolút értéke egynél kisebb, és a (25) formulából azonnal következik, hogy

$$(27) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} P_{sA}(t) = \vartheta = \frac{\beta}{\beta + \alpha} [P_A(-1) + P_I(-1)],$$

és az aktív spontán pénz megközelíti egyensúlyi helyét, amelynek értéke ϑ . Minden számítás nélkül is azonnal következik, hogy ekkor az inaktív pénzmennyiség spontán komponense is megközelíti egyensúlyi helyét, amelynek értéke

$$(28) \quad \varrho = \frac{\alpha}{\beta + \alpha} [P_A(-1) + P_I(-1)].$$

A (27)-ben és a (28)-ban megadott ϑ -ban és ϱ -ban az aktív és az inaktív pénzállományoknak a $t = -1$ helyen felvett értékei szerepelnek, és fennáll, hogy

$$\vartheta + \varrho = P_A(-1) + P_I(-1).$$

Láthatjuk, hogy az egyensúlyi értékek csak a teljes pénzállomány $t = -1$ helyen felvett értékétől függenek és függetlenek a pénzállományoknak a bázis-intervallum $t < -1$ helyein felvett értékeitől, vagyis függetlenek a $t < -1$ helyeken előírt kezdeti feltételektől.

A pénzmennyiség spontán mozgását *tranzien folyamatnak* tekintjük. Hosszú távon a tranzien folyamat „lecseng”, beáll az egyensúlyi értéke, és ettől kezdve a folyamat stacionáriussá válik. Ez azt jelenti, hogy a $t < -1$ -re vonatkozó kezdeti feltételek hatása többé nem érvényesül. A $\frac{\vartheta}{\varrho} = \frac{\beta}{\alpha}$ arány a

spontán aktív és a spontán inaktív pénz viszonyára jellemző mennyiség. Mivel a (16) karakterisztikus polinom általában nem stabilis, alapvető annak eldöntése, hogy konkrét adott esetben a (16) stabilis-e, vagy sem. Erre vonatkozólag az irodalomban számos eljárást dolgoztak ki. Igen egyszerű az ún. osztási módszer, amellyel egy adott polinom stabilitása viszonylag gyorsan eldönthető. (Lásd pl. [4].) Itt ezt nem ismertetjük, hanem megmutatjuk, hogy ha $T_A = 2$, akkor a (16) mindig stabilis, míg $T_A = 3$ -ra megadjuk a stabilitási kritériumokat.

Ha $T_A = 2$, akkor (16) stabilis. Valóban ekkor $T_I = 1$ és a (20) karakterisztikus egyenlet az alábbi alakú:

$$(29) \quad \xi^2 - (1 - \alpha)\xi + \beta = 0$$

Ha a gyökök komplexek, akkor egyenlő abszolút értékűek, és mivel

$$\xi_1 \xi_2 = \beta < 1,$$

evidens, hogy $|\xi_1| < 1$, $|\xi_2| < 1$. Ha a gyökök valósak, akkor (29)-et megoldva

$$\xi_{1,2} = \frac{1 - \alpha \pm \sqrt{(1 - \alpha)^2 - 4\beta}}{2},$$

amiből könnyen belátható, hogy mindkét gyök pozitív és egynél kisebb. A (16) tehát stabilis.

Ha $T_A = 3$ és $T_I = 1$, a (16) akkor, és csak akkor stabilis, ha

$$(30) \quad \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\beta^2} < 1.$$

Ha $T_A = 3$ és $T_I = 2$, a (16) akkor, és csak akkor stabilis, ha

$$(31) \quad \frac{\alpha + \beta}{1 - \beta^2} < 1.$$

Végül a $T_A = 2$ esetben megadjuk annak feltételét, hogy a spontán aktív pénzmennyiség (és ekkor a spontán inaktív pénzmennyiség is) az egyensúlyi értéke körül csillapított rezgőmozgással legyen leírható. Ez akkor következik be, ha a (29) gyökei komplexek. A (29) diszkriminánsa

$$(32) \quad D = (1 - \alpha)^2 - 4\beta.$$

A diszkrimináns akkor negatív, ha

$$(33) \quad \left(\frac{1 - \alpha}{2} \right)^2 < \beta,$$

amely a spontán pénzmozgás rezgési kritériuma.

Térjünk rá a gerjesztett pénzmozgásokra. Belátjuk, hogy a (16) karakterisztikus polinom stabilitása a gerjesztett pénzmozgások pozitivitása szempontjából is alapvető. Mint tudjuk, a gerjesztett pénzmennyiséget a Φ kibocsátás határozza meg. Ha a (16) nem stabilis, akkor α és β tetszőlegesen kicsiny környezetéből választható olyan $\bar{\alpha}$ és $\bar{\beta}$, melyek mellett (22)-ből látható, hogy a legcsekélyebb kibocsátás is olyan végtelenhez növekvő vagy mínusz végtelenhez csökkenő gerjesztett aktív pénzmennyiséget, és ennek megfelelően olyan mínusz végtelenhez csökkenő, vagy végtelenhez tartó gerjesztett inaktív pénzt eredményez, amelyeket a $|\xi_k| > 1$ gyökök determinálnak. Így negatív értékű gerjesztett pénzmennyiséghez jutunk, amely közgazdaságilag értelmetlen. Szemléltessük ezt egyszerű példával. Legyen $\Phi(0) = 1$ és $\Phi(t) = 0$, ha $t > 0$. Az egyszerűség kedvéért legyenek a ξ_k gyökök egyszeresek és valósak. Ekkor a (22) átmege az alábbi alakba:

$$P_{gA}(t) = \gamma + \sum_{k=1}^{T_A} \gamma_{k,1} \xi_k^t.$$

Továbbá:

$$P_{gI}(t) = P_g(t) - P_{gA}(t) = 1 - \gamma - \sum_{k=1}^{T_A} \gamma_{k,1} \xi_k^t.$$

Ha a ξ_k gyökök közül csak egy olyan van, amely egynél nagyobb abszolút értékű, akkor a $\gamma_{k,1}$ együtthatóktól függően az egyik gerjesztett pénznek $+\infty$, a másiknak $-\infty$ -hez kell tartania, ha $t \rightarrow \infty$.

E pont eredményeit foglaljuk össze az alábbi *I. tételben*.

Ha a (11) rendszer működőképes, akkor a

$$(34) \quad Z(q+1) = (q+1)^{T_A} - (1+q)^{T_A-1} + \alpha(1+q)^{T_A-T_I} + \beta$$

polinom stabilis, vagyis a karakterisztikus gyökök a komplex egységkör belsőjébe esnek. Ekkor a spontán pénzmennyiségek a

$$\vartheta = \frac{\beta}{\beta + \alpha} [P_A(-1) + P_I(-1)]$$

$$\varrho = \frac{\alpha}{\beta + \alpha} [P_A(-1) + P_I(-1)]$$

egyensúlyi értékeikhez tartanak, ha $t \rightarrow \infty$. Továbbá ha $T_A = 2$, akkor (34) mindig stabilis. Ha $T_A = 3$, $T_I = 1$, akkor a (34) stabilitásának szükséges és elégséges feltétele:

$$\frac{\beta(1 - \alpha)}{1 + \beta^2} < 1.$$

Ha $T_A = 3$, $T_I = 2$, akkor a (34) stabilitásának szükséges és elégséges feltétele:

$$\frac{\alpha + \beta}{1 - \beta^2} < 1.$$

Végül $T_A = 2$ esetben a spontán pénzmozgás rezgésének szükséges és elégséges kritériuma az

$$\left(\frac{1 - \alpha}{2}\right)^2 < \beta$$

feltétel.

3. Exponenciális gerjesztésű rendszerek

A népgazdaság egyenlő ütemű (átlagos) fejlődése esetén a $\Phi(t)$ kibocsátás és a teljes $P_A(t) + P_I(t)$ pénzállomány között a gyakorlatban fennáll, hogy

$$(35) \quad \Phi(t) = \varphi(t) [P_A(t - 1) + P_I(t - 1)],$$

ahol: $0 < \varphi(t) < 1$, és $\varphi(t)$ kis ingadozású függvény.

A matematikai leírhatóság érdekében $\varphi(t)$ -t állandónak tekintve érdekes további eredményekhez juthatunk, amelyek a gerjesztett pénzmennyiségekkel kapcsolatosak. Legyen tehát:

$$(36) \quad \Phi(t) = \varphi [P_A(t - 1) + P_I(t - 1)], \quad \varphi = \text{állandó.}$$

A (10) figyelembevételével adódik, hogy

$$(37) \quad \Delta[P_A(t) + P_I(t)] = \Phi(t) = \varphi [P_A(t - 1) + P_I(t - 1)].$$

Az így kapott egyenletünk a teljes pénzállományra nézve egy elsőrendű differenciaegyenlet, amelynek megoldása

$$(38) \quad P_A(t) + P_I(t) = [P_A(-1) + P_I(-1)](1 + \varphi)^{t+1} \quad t \geq 0,$$

és (37) alapján

$$(39) \quad \Phi(t) = \varphi [P_A(-1) + P_I(-1)](1 + \varphi)^t \quad t \geq 0.$$

A t időszak alatt gerjesztett összes pénz pedig

$$(40) \quad P_g = \sum_{i=0}^t \Phi(i) = [P_A(-1) + P_I(-1)] [(1+q)^{t+1} - 1].$$

Határozzuk meg a P_g összetételét a (39) *exponenciális gerjesztése* esetén. Érvényes az alábbi *II. tétel*.

Legyen (11) működőképes. Ha a gerjesztés a (39)-cel megadott exponenciális alakú, akkor a P_{gA} , P_{gI} gerjesztett pénzek aszimptotikusan szintén exponenciális függvényekkel írhatók le az alábbi alakban:

$$(41) \quad \tilde{P}_{gA} = \gamma_1(1+q)^t, \quad \tilde{P}_{gI} = \gamma_2(1+q)^t,$$

ha $t \rightarrow \infty$. γ_1, γ_2 pozitív konstansok.

Bizonyítás: Először megmutatjuk, hogy a (41) egy partikuláris megoldása (11)-nek. A (41)-et (11)-be helyettesítve, (39) figyelembevételével kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} \gamma_1(1+q)^t - \gamma_1(1+q)^{t-1} &= q[P_A(-1) + P_I(-1)](1+q)^t - \\ &\quad - \alpha\gamma_1(1+q)^{t-T_I} + \beta\gamma_2(1+q)^{t-T_A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_1(1+q)^t - \gamma_1(1+q)^{t-1} + \gamma_2(1+q)^t - \gamma_2(1+q)^{t-1} &= \\ = q[P_A(-1) + P_I(-1)](1+q)^t. \end{aligned}$$

$(1+q)^t$ -vel egyszerűsítve γ_1, γ_2 -re kapunk egy kétismeretlenes egyenletrendszert, amelynek megoldása:

$$(42) \quad \begin{aligned} \gamma_1 &= [P_A(-1) + P_I(-1)] \frac{q(1+q)^{T_A} + \beta(1+q)}{(1+q)^{T_A} - (1+q)^{T_A-1} + \alpha(1+q)^{T_A-T_I} + \beta} \\ \gamma_2 &= [P_A(-1) + P_I(-1)] \frac{\alpha(1+q)^{T_A-T_I+1}}{(1+q)^{T_A} - (1+q)^{T_A-1} + \alpha(1+q)^{T_A-T_I} + \beta}. \end{aligned}$$

Könnyen belátható, hogy $\gamma_1, \gamma_2 > 0$.

A tényleges gerjesztett pénzmennyiségek felírhatók úgy, hogy

$$(43) \quad \begin{aligned} P_{gA}(t) &= \eta_1(t) + \gamma_1(1+q)^t \\ P_{gI}(t) &= \eta_2(t) + \gamma_2(1+q)^t, \end{aligned}$$

ahol η_1, η_2 a (11)-hez tartozó homogén egyenletrendszer egy megoldása. Mivel a (11) működőképes, az $\eta_1(t), \eta_2(t)$ függvények korlátosak – ahogy az előzőekben láttuk, – így a gerjesztett pénzmennyiségek aszimptotikusan (41) alakúak. Az η_1, η_2 függvények jelentik az exponenciális gerjesztés esetén fellépő tranzienst folyamatokat, amelyek hosszú távon az exponenciális növekedésű tagok mellett elhanyagolhatóvá válnak. A

$$(44) \quad \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{q(1+q)^{T_A-1} + \beta}{\alpha(1+q)^{T_A-T_I}}$$

arány a gerjesztett aktív és a gerjesztett inaktív pénz viszonyára jellemző mennyiség.

A következőkben az áll vizsgálataink középpontjában, hogy a gerjesztett és a spontán aktív pénz mennyisége együttesen milyen arányú lehet az összes pénzállományon belül, különböző α és β értékek fennállása esetén.

III. A modell gyakorlati alkalmazása

Az elemző és előrejelző munkánál két alappillérré építünk:

- a közgazdaságilag helyesnek bizonyult tapasztalatokra és
- a modelltől kapott stabilis helyzetekre.

Az ügyletek lebonyolításához szükséges aktív pénz és a megtakarítások pénzformában történő felhalmozásával létrejött inaktív pénz objektív közgazdasági kategóriák. A pénz lényegéből, funkcióiból következik ez a kettős megjelenési forma. A *forgalmi és a fizetési funkció*, valamint a *megtakarítási funkció* olyan minőségi meghatározottság, amely nélkül a pénz nem működhet, ill. mennyiségileg számba vehető értéktömeggként nem létezhet. A minőségileg meghatározott pénzkategóriák mennyiségileg bizonyos határok között helyezkednek el a gyakorlatban. A két forma közötti arány a következő változások alapján jön létre:

- a már meglevő aktív és inaktív pénz bázisidőpontban fennálló állományaiából,
- egy adott t időszakban kibocsátott és visszaszívott pénzmennyiség különbözeteként mutatkozó növekedési ütemből,
- az aktív pénz inaktív pénzzé történő átalakulásának üteméből és
- az inaktív pénz aktív pénzzé történő visszaalakulásának üteméből.

A vizsgálat célja az, hogy a pénzügyi szabályozás során miként hozható létre az egyensúlyi helyzet az általunk felállított modell szerint, és mi módon tartható fenn az a leírt rendszerben. Az egyensúlyon azt értjük, hogy

- a népgazdaság elegendő aktív pénzzel rendelkezik a tranzakciók lebonyolításához, vagyis a gazdasági növekedéssel arányos pénzkibocsátás történik, és ennek eredményeként a gazdálkodó szervezeteknek általában nincsenek fizetési nehézségeik;
- a megtakarításból eredő pénzfelhalmozás, valamint ennek folyamatos felhasználása egy későbbi időszakban, nem bontja meg azt a feltételt, ami biztosítja a fizetési forgalom zavartalan lebonyolítását;
- az elköltésre kerülő jövedelmek nagysága megegyezik a végső felhasználásra szolgáló termékek piaci kínálatának árösszegével. Meg kell valószínűsíteni tehát a fizetőképes kereslet és az árukínálat egyensúlyának.

A matematikai kifejtésben feltételeztük az α , a β és a φ paraméterek pontos ismeretét, illetve előrejelezhető értékeit. A valóságban azonban igen bonyolult összefüggések állnak fenn ezek között az arányszámok között, amelyek a fizetési forgalom és a megtakarítások alakulásának jellemzői. Lényegében forgalmi folyamatokat számszerűsítene, amikor a pénz teljes mennyiségének és mobilitási összetételének változására adnak feleletet. Magát az összetételt az aktív pénz arányával (Ψ) fejezzük ki a teljes pénzállományra vonatkoztatva.

A modellben szereplő három paraméter meglehetősen determinált. Mégpedig:

- a φ , vagyis a pénzkibocsátás üteme közgazdaságilag meghatározott és lényegében a gazdaság fejlődésével arányosan változik, illetve a tervszerű arányosság betartása posztulátum a pénzügyi vezetés számára;
- az α a modellben a φ -től, a β -től és a Ψ -től függő tényező, a gazdaságban viszont a pénzügyi szabályozó rendszertől meghatározott a szocialista szektor szervezeteinél és sok millió egyedi döntés eredménye a lakosságnál. Ebből következik, hogy alakulása részben determinált, részben sztochasztikus. A továbbiakban az α -t a modell alapján számított endogén paraméternek tekintjük;
- a β csak a modell szerint meghatározott, s így közgazdaságilag kvázi determináltságú mutatószám, és azt jelzi, hogy az inaktív pénz felhasználásának, azaz aktívvá válásának milyen az üteme. Ez a mutatószám a rendkívül sok pénztulajdonos szabad vagy legalábbis nagymértékben szabad elhatározásából alakul ki, és válik a fizetési forgalom egyik jellemzőjévé.

A pénzkibocsátás ütemét meghatározó *bruttó nemzeti termelés értéke* jelenleg és előre láthatóan a VI. ötéves terv időszakában is, volumenében 4–5%-kal, az általános árszínvonal indexe pedig kb. 3–5%-kal növekszik évenként. Mivel a folyó fizetéseknél a pénz forgási sebessége hosszú évek óta nagyjából állandó, ezért a tranzakciók pénzszükséglete évenként 7–10%-kal növekszik. Ezen túlmenően azonban a megtakarításoknak is van pénzigényük (autonom, forgalomból független pénzkeresleti tényező), amelyet részben pótolni kell, különben zavarok keletkeznének a forgalom lebonyolításában. A jövőbeni fejlődés ütemét leginkább meghatározó mai beruházások is bizonyos mértékű pénzügyi megelőlegezést kívánnak. Téves nézet tehát az, hogyha befagyaszttjuk a jövedelmek elköltését, akkor azzal ugyanolyan mértékben automatikusan javul a pénzügyi egyensúly. A modellel végzett számításokból levonható tanulságok arra engednek következtetni, hogy ez nemesak globális értelemben vett mennyiségi kérdés, hanem a pénzjövödelmek elosztásának helyes volta is a népgazdasági szektorok (beleértve a lakosságot is) között, ami elsősorban allokációs probléma. Másszóval így is mondhatnánk, hogy mennyiségi kérdés általában az egész népgazdaságra értelmezve, ugyanakkor elosztási kérdés parciálisan. A tapasztalatok szerint annak biztosítása, hogy a pénz mindig kellő mennyiségben álljon rendelkezésre azoknál a szektoroknál, ill. gazdálkodó szerveknél, lakosságnál, amelyek azt felhasználják, kb. 2–3% kibocsátási többletet igényel a keresleti tényezők (forgalmi folyamatok) növekedési üteméhez képest. A szimulációs számítások és azok eredményeire épülő szélesebb körű elemzés céljából ennél tágabb, $\pm 5\%$ -os határt állapítottunk meg vizsgálataink során.

A meghatározottság szempontjából felvett β paraméter az inaktív pénz aktívvá válásának ütemét jellemzi. Ha közvetlenül a statisztikai és a tervezési feltételeket vesszük figyelembe, akkor a tartós pénz forgási sebességének alakulása ad elsődlegesen tájékoztatást a β nagyságáról. Vizsgálataink során azonban nemesak azt nézzük, hogy mi történik a pénzforma átalakulását illetően, hanem azt is, hogy *mennyi idővel előbb elhelyezett betétet*, azaz inaktív pénzt használnak fel tulajdonosaik a jelen időszakban. Ezeknek az időeltolódásoknak a közgazdasági jelentősége abban rejlik, hogy pl. az azonos t -edik

időszak pénzforgalma és a hozzá tartozó átlagos pénzállomány összefüggéséből 2,5–3 év alatti felhasználást kapunk az inaktív pénzre vonatkozóan; a fentebb megfogalmazott időeltolás szerint viszont ez az időtartam kerekén 2 évre redukálódik. Ebből pedig az következik, hogy az inaktív pénz felhasználása lényegesen gyorsabb, mint azt az időegyezéssel az általános szokás szerint számított forgási sebesség alapján várnánk. Ennek oka az, hogy a 70-es években viszonylag gyors volt a pénzfelhalmozás (megtakarítás) üteme, s a növekvő állományok a forgási sebesség lassulását eredményezték. A matematikai kifejtésben a tapasztalati számoknak megfelelően $T_A = 2$ és $T_A = 3$ időszakokkal foglalkozunk a stabilitás kérdésénél. Mivel pedig a β paraméter nagysága az időtényezőtől függ, ezért a $T_A = 2$ -ből az időtartam hosszának reciprok értéke, azaz $1/2$ adódik a β -ra.

Az elvégzett szimulációs számításoknál azonban az 1,5–3 év forgási idő figyelembevételével az $1/3$; $2/3$ határok között elhelyezkedő értékekre végeztünk számításokat. A vizsgálat célja mindenekelőtt az, hogy a φ és β közgazdasági értelemben elfogadható és a gyakorlat számára is alkalmazható fent megadott értékei között mennyi lesz — pontosabban fogalmazva mennyi lehet — a pénzfolyamatok lebonyolításához szükséges aktív pénz aránya a teljes pénzmennyiségen belül, és azt, hogy milyen ütemben alakulhat át az aktív pénz inaktívvá (α).

Mielőtt erre a kérdésre érdemleges választ adnánk, még egy fogalommal kell megismerkednünk. Ez pedig az *aktív pénz aránya* a teljes pénzmennyiségen belül. Ezt az értéket jelöljük Ψ -vel. Azaz:

$$\Psi = \frac{P_A}{P_A + P_I}$$

Az $\alpha = 1/3$ és a $\beta = 1/2$ tényezőinek segítségével, amikor a $T_I = 1$ és a $T_A = 2$, azt kaptuk a modell alapján, hogy egyszerű újratermelést folytató (stacionárius) gazdaságra ($\varphi = 0$) az aktív pénz aránya az összes pénzállományon belül 0,6 körül ingadozik. Ezt az eredményt támasztja alá a *spontán* változásokat az időben leíró (25)-ből számított alábbi összefüggés is:

$$P_{sA}(t) = 60 - (0,707)^t (0,17 \cos 1,08t + 6,986 \sin 1,08t).$$

Elvégezve a műveleteket, az 1975–76 bázisévekből kiindulva eredményül azt kaptuk, hogy a $t = 2$ -től $\pm 1\%$ -os, a $t = 5$ -től kezdődően pedig $\pm 0,2\%$ -os eltéréssel (rezgéssel) 60% körül alakul az aktív pénz aránya a teljes pénzmennyiséghez.

A szocialista népgazdaságra azonban a fejlődés a jellemző. Abból kiindulva, hogy a gazdaság növekedéséhez szükségelt pénz a kibocsátáskor minden esetben működő pénz, s csak később — egy vagy több év eltelte után — alakul át részben vagy egészben heverő pénzzé, az aktív pénz aránya a 0,6-nál csak nagyobb lehet.

A (22)-ből — fenti paraméterek mellett — a *gerjesztett aktív pénzre* az alábbi összefüggés adódik:

$$P_{gA}(t) = 0,6 \sum_{i=0}^t \Phi(i) + \\ + \sum_{i=0}^t \Phi(i) (0,707)^{t-i} \cdot [0,4 \cos 1,08(t-i) - 0,1067 \sin 1,08(t-i)].$$

Exponenciális gerjesztést feltételezve $q = 0,1$ esetén kapjuk, hogy

$t = 0$	időszakban	$\psi_g = 1,00$
$t = 1$	időszakban	$= 0,84$
$t = 2$	időszakban	$= 0,72$
$t = 3$	időszakban	$= 0,665$
.		.
.		.
.		.
$t = 10$	időszakban	$= 0,637$
.		.
.		.
.		.
$t = \infty$	időszakban	$= 0,624$

Az utolsó 0,624-es arány természetesen egyenlő $\frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2}$ -vel.

Az adatok azt jelzik, hogy a gerjesztett aktív pénz aránya az összes gerjesztett pénzben közeledik a spontán aktív pénznek az összes spontán pénzben elfoglalt arányához, a 0,6-hez. A gerjesztett és a spontán aktív pénz együttes aránya (Ψ) a teljes pénzállományon belül tehát elméletileg 0,6–0,624 között helyezkedik el a végtelenben ($q = 0,1$, $\alpha = 1/3$ és $\beta = 1/2$ esetén). A gyakorlatban azonban a pénzfolyamatok lejátszódásánál a T_A időtartam a meghatározó, ami 2–3 évnél nem hosszabb. Ily módon a modell szerint számított adatok alapján az összes aktív pénz aránya a teljes pénzmennyiség 60–72%-a közé esik. A tényleges és a számított értékek alapján az aktív pénz részaránya, azaz a Ψ értékének alsó és felső határa ténylegesen 0,63–0,73 között volt a 70-es években. Ezért számításainknál a Ψ -re nézve 0,6–0,75 értékeket fogadtunk el.

A pénzkibocsátás ütemére (q) a már definiált pénzkeresleti tényezőkön kívül bizonyos mértékig meghatározó az α és a β nagysága is. Bár elvileg

α számított értékei

q	$\beta \backslash \psi$	0,60	0,675	0,750
	0,05	0,33	0,250	0,185
	0,5	0,375	0,278	0,200
	0,67	0,500	0,371	0,267
0,10	0,33	0,278	0,210	0,156
	0,5	0,417	0,315	0,233
	0,67	0,556	0,420	0,311
0,15	0,33	0,306	0,235	0,178
	0,5	0,458	0,352	0,267
	0,67	0,611	0,469	0,355

mindkettőre felírható, hogy a $[0; 1]$ intervallumban mozoghatnak, a valóságban azonban sokkal kisebb korlátok között alakul nagyságuk. Ennek igazolására mellékeljük az alábbi — rendkívül leszűkített — táblázatot.

Következik a táblázat adataiból, hogy — azonos ütemű pénzkibocsátás (φ) esetén — a nagyobb α érték általában nagyobb β -t tételez fel és fordítva, és mindkettő egyenes arányban változik a φ -hez képest is, míg az aktív pénz részaránya (Ψ) fordítottan arányos az α -val. Az α mozgási sávja végsősoron azért nem lehet a gyakorlatban sem 0, sem 1 környezetében, mert az egyrészt lehetetlenülést eredményezne a tranzakciók lebonyolításában, másrészt nem biztosítana kellő mennyiségű pénzfelhalmozást a reális felhalmozások (beruházások) finanszírozására, illetve állandóan új (gerjesztett) pénzt kellene pumpálni a népgazdaságba a forgalom zökkenőmentes lebonyolítása érdekében. A számítások közvetlen eredménye az, hogy az α lehetséges értékeinek, vagyis az aktív pénz inaktívvá történő átalakulása ütemének, a megtakarítási hajlamot jellemző eme mutatónak is megvannak a gyakorlatban még elfogadható határai.

A β és a Ψ meghatározzák az α nagyságát, amely utóbbi visszahat azok értékére és befolyásolja nagyságukat, azaz a három paraméter között kölcsönös összefüggés áll fenn. Ez a megállapítás egyben azt is jelenti, hogy a matematikai modellben megszabott α ; β nagyságrendi viszony a gyakorlatban nem tekinthető szigorú követelménynek, amiből viszont következik, hogy az α értékeire elfogadható nagyságok sem feltétlenül esnek egybe a β és a Ψ értékek tényleges túrési hatáiraival. Miután a szimulációs számítások erre vonatkozóan is tájékoztatást adnak, az egyes paraméterekre vonatkozó eredményeket úgy foglaltuk táblázatba, hogy azok lehetőleg útmutatást adjanak a gyakorlati szakemberek számára a pénzügyi irányítás és szabályozás végrehajtásához. Így pl. az utóbbi évek aktív pénzarányának fenntartása a reálisnak mutatózó $\Psi = 67,5\%$ -kal csak abban az esetben lehetséges a még elfogadható 5–15%-os évenkénti pénzkibocsátási ütem mellett, ha fennáll a

$$0,25 \leq \alpha \leq 0,475 \quad \text{és} \quad 0,4 \leq \beta \leq 0,67$$

összefüggés. Ha az aktív pénz részaránya 75%-ot választunk, ami már maximálisnak tekinthető a jelenlegi pénzgazdálkodás feltételei között, akkor

$$0,25 \leq \alpha \leq 0,35 \quad \text{és} \quad 0,5 \leq \beta \leq 0,67$$

közé esik az átalakulások üteme. Ebben az esetben azonban rendkívül leszűkül a pénzügyi vezetés intézkedésének a szabadságfoka. Jellemzésül álljon itt az alábbi táblázat a pénzkibocsátás ütemére (φ -re) vonatkozóan.

φ értékei, ha $\varphi = 0,75$

α	β	
	0,500	0,667
0,250	0,125	0,031
0,275	0,162	0,059
0,300	0,200	0,087
0,325	0,238	0,115
0,350	0,275	0,144

Abban az esetben tehát, ha a népgazdaság tranzakciós pénzállománya az összes pénzmenyiség $\frac{3}{4}$ részét teszi ki, az egyensúly fenntartásához a beke-retezett részben elhelyezkedő 5,9–14,4%-os pénzkibocsátási ütem tartozik, feltéve, hogy az inaktív pénzt 1,5–2 év alatt elköltik a tulajdonosaik. Ekkor a tartalékolásra kerülő pénz évenként az aktív pénz 25–35%-a, ami meglehe-tősen magas arány, de nem kevésbé az a heverő pénzek felhasználását jellemző β -é sem. Megjegyezzük, hogyha $\beta = \frac{1}{3}$, vagyis három év alatt történnék az inaktív pénz forgalomba kerülése, akkor a pénzkibocsátás üteme 30% felett lenne 0,25-ös α és 0,75-ös Ψ érték esetén, ami már inflatorikus gazdaságra utal.

A népgazdaság jelenlegi növekedési ütemének figyelembevételével gyakor-latilag a 10–12,5%-os pénzkibocsátási ütem látszik reálisnak. A fizetőképes kereslet szabályozása tehát — ebből következően is — nagy körültekintést és megfontolt intézkedéseket indokol. Különösen meggondoltan kell bánni a vállalati alapok képzésével és a szabad rendelkezésű pénzek tartalékolásával vagy zárolásával. Általában levonható az a tanulság, hogy mennél nagyobb az aktív pénz iránti igény, annál inkább csökken a szabad cselekvés lehetősége — ha tartani akarjuk magunkat a népgazdaság fejlődése által indokolt pénz-kibocsátás mértékéhez, a pénzforgalom törvényéhez.

A modell gyakorlati alkalmazhatósága két területen máris lehetséges:

- *elemzések végezhetők* a tapasztalati adatok felhasználásával;
- *döntési változások készíthetők* a paraméterek előre becslésével szimulációs számítások alapján.

Célunk az volt, hogy rámutassunk az összefüggések kölcsönhatására a pénzkibocsátás, a megtakarítás és azok felhasználásának determináltságára. A modell eszközül szolgálhat a monetáris politika megalapozottabbá tételére annak ismeretében, hogy adott gazdasági feltételek között — nevezetesen a pénzügyi szabályozó rendszer, valamint a lakosság megtakarítási hajlamának változása miatt — milyen szabadságfokkal rendelkezik a vezetés a pénz-kibocsátás ütemének eldöntésénél. A népgazdaság tervszerű pénzellátása, külön-nösen pedig a fizetési forgalom zavartalan lebonyolításához szükséges aktív pénz helyes mennyiségi arányának fenntartása az, ami a monetáris szervek, elsősorban a szocialista állam központi bankjának a feladata, s egyben lehetősége is. Ehhez kívántunk segítséget nyújtani a megadott differenciaegyenlet-rendszerrel.

(Beérkezett: 1979. augusztus 31-én)

IRODALOM

1. FÉNYES T.—SÁRI J.: Az országos hitelmérleg egy pénzegyensúlyi modellje. Szigma, 1975. 1. sz.
2. SÁRI J.: A pénz mennyisége és keresleti tényezői I—II. MNB Közgazdasági Főosztály Közleményei, 77. és 84. sz.
3. BUTZER, P. L.—SCHULTE, H.: Ein Operatorenkalkül zur Lösung gewöhnlicher und partieller Differenzgleichungssysteme von Funktionen diskreter Veränderlicher und seine Anwendungen. Köln und Opladen, 1965. Westdeutscher Verlag.
4. JURY, E.: Theory and Application of the z-Transform Method. New-York, 1964. Wiley and Sons.

ON THE DIFFERENCE EQUATION SYSTEM OF THE COMPOSITION OF THE AMOUNT OF MONEY

Concerning its mobility money stock can be divided at least into two major groups according to the spending or saving purpose, respectively, namely, active (mobile) money really participating in the realization of circulation and inactive (idle) money laid by, withdrawn from circulation. The full amount of money and within this the stock of mobile and idle money, respectively are steadily changing; the outward form of appearance of this process between two dates is the flow of money. The problem to be solved is to determine which share of active money will turn into inactive and vice-versa; furthermore, how long is the time-lag in this transformation.

The mathematical description of these processes is a system of difference equations indicating also the effect of induced and spontaneous money movements on the supply with money of the national economy, on its sufficient or insufficient volume, on viable, and stable situations following the mobility of money and on resulting regulation possibilities.

In the socialist national economy the issuing bank ensures the undisturbed functioning of the economy by planned emission of money. A condition of the smooth realization of money circulation is that there should always be enough active money available for the national economy to fulfil payment liabilities. Therefore, the investigation is aimed at determining how the state of equilibrium can be established in the course of financial regulation according to the model set up by the authors and how it can be maintained in the system described. Which is the degree of freedom under the given economic conditions for the management when deciding the rate of money emission? Practical application seems to be possible in two fields, namely, analyses can be made with the utilization of empirical data; decision variants can be elaborated by forecasting parameters on the basis of simulation computations.

О СИСТЕМЕ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ СОСТАВНЫХ ДЕНЕЖНОЙ МАССЫ

С точки зрения мобильности в зависимости от целей траты или экономии денежная масса может быть подразделена на две большие группы: активные деньги, фактически принимающие участие в обеспечении оборота (мобильные) и пассивные сэкономленные деньги, не участвующие в обороте (неподвижные). Вся масса денег и, в рамках этого, величина (stock) мобильных и неподвижных денег постоянно меняется. Внешней формой проявления этого процесса в какой-то определенный период является денежный оборот (flow). Задача состоит в определении того, какая доля активных денег становится пассивной и наоборот; далее, при каком сдвиге по времени осуществляется такое преобразование.

Математическое описание этих процессов осуществляется с помощью системы разностных уравнений и при этом указывается воздействие искусственного и стихийного движения денег на обеспечение народного хозяйства деньгами, удовлетворительность или же недостаточность этого, эффективные стабильные ситуации, связанные с мобильностью денег и вытекающие из этого возможности регулирования.

В социалистическом народном хозяйстве бесперебойность функционирования экономики государственный банк обеспечивает путем планомерной эмиссии денег. Условием бесперебойности денежного оборота является то, чтобы в распоряжении народного хозяйства всегда имелось достаточное количество активных денег для покрытия обязательств по платежам. Поэтому цель исследования заключалась в установлении того, что в ходе финансового регулирования каким образом может обеспечиваться равновесие с учетом модели, разработанной авторами, и каким образом в рамках данной системы можно поддерживать, т. е. в аспекте сложившихся экономических условий какой степенью свободы располагает руководство при решении вопроса темпов эмиссии денег. Практическое использование представляется возможным в двух аспектах:

- анализ может выполняться с использованием эмпирических данных,
- могут разрабатываться варианты решений путем прогнозирования параметров на базе симуляционных расчетов.

A dekompozabilitás kiterjesztése a gazdaság lineáris modelljeiben

A matematikai-közgazdasági modellezésben a gazdasági rendszerek makroszintű vizsgálatára leggyakrabban felhasznált modellek a linearitás feltevésével élő input-output modellek, a Neumann-modell és ezek különféle speciális változatai. Mind az input-output modellekben, mind a Neumann-modellben, de általában is a gazdaságot többszektoros rendszerként leíró modellekben különféle struktúramátrixok szerepelnek. E struktúramátrixok típusát minden esetben a gazdaság aggregációs szintje határozza meg, amely elsősorban a vizsgálat céljától függ. A gazdaság aggregálása többféleképpen történhet: ágazati (szektor), alágazati, szakágazati, termékcsoportonkénti stb. bontásban; funkcionális (termelőeszközök, fogyasztási cikkek) bontásban; szervezeti elhatárolásban stb. A matematikai-közgazdasági modellekkel végzett elemzéseink eredményességének egyik legfontosabb feltétele a gazdaság minél pontosabb leírása. Ennek pedig egyik összetevője a dezaggregáció foka. A közgazdász egészséges törekvése a dezaggregáció fokozása. Kérdés azonban, vajon meddig mehetünk el matematikai szempontból a dezaggregációval, a túlzottan valóság-hű ábrázolásra való törekvés fejében nem áldozzuk-e fel a modell működőképességét. A dezaggregáció szintje specifikus tulajdonságokat kölcsönözhet az említett lineáris modellekben szereplő struktúramátrixoknak, nevezetesen dekompozábilissá¹, illetve indekompozábilissá teheti a mátrixokat, ami viszont a modellek viselkedését jelentős mértékben befolyásolja. (A kérdés megválaszolásának természetesen csak elméleti szempontból van jelentősége. Ugyanis a gazdasági struktúra dekompozabilitását az a tény eredményezi, hogy bizonyos ágazatközi kapcsolatokban nincs termékáramlás. Ha a nulla termékáramlás helyett bármilyen piciny $\varepsilon > 0$ értéket szerepeltetünk, a gazdasági struktúra máris indekompozábilis lesz. Ezzel élvezhetjük a modell indekompozabilitásának előnyeit úgy, hogy ez a perturbáció lényegesen nem befolyásolja a kapott eredményeket.)

A dezaggregáció mélységének a közgazdasági és számítástechnikai megfontolásokon túlmenően van egy statisztikai aspektusa is: minél dezaggregáltabb a modell, várhatóan annál kisebb a felhasznált adatok stabilitása, pontossága.

Ebben a tanulmányban lényegében három modell: az input-output modell, a Neumann-modell és a Neumann—Leontief modell strukturális sajátosságait vizsgálom. Kiindulva a Neumann-modell — *D. Gale* által megfogalmazott — indekompozabilitás meghatározásából, a dekompozábilis gazdaságok külön-

¹ Gyakran előfordul az egyes matematikai-közgazdasági művekben a reducibilis terminológia is. A pontos meghatározást lásd később.

féle specifikációit vezetem be; nevezetesen az erősen és a gyengén dekompozábilis gazdaságokat. Minthogy a Leontief- és a Neumann—Leontief modellek a Neumann-modell speciális esetei, ezért ezek az újabb fogalmak kiterjeszthetők ezekre a modellekre is. Mivel a fenti modellek mindegyike a gazdaságot duális összefüggésekkel írja le, ezért elvégezhető az (in) dekompozabilitás duális kiterjesztése: elemzem a technológiai és a gazdasági (in) dekompozabilitás fogalmát, közgazdasági tartalmát, megvizsgálom a dekompozabilitás gyenge és erős válfajainak duális összefüggéseit.

Az egyes modellek strukturális összefüggéseinek fentiekben említett újabb specifikációi és a dualitás bekapcsolása új tételek (l. később a 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9. tételeket) megfogalmazását, az egyes modellek újabb tulajdonságainak feltárását eredményezték.

A tanulmány második felében azt vizsgálom meg, hogy milyen előnyöket nyújthat a gazdaság strukturális összefüggéseit leíró mátrix jellege a fenti modellekkel végzett közgazdasági elemzésekben: rámutatok a technológiailag vagy gazdaságilag indekompozábilis, valamint csak gyengén dekompozábilis struktúrájának a modellezés eredményességében játszott szerepére. A Neumann-gazdaságok strukturális sajátosságainak a tanulmányban kifejtett újabb specifikációi lehetővé teszik, hogy tovább bővítsük az unicitást biztosító, speciális struktúrájú Neumann-gazdaságok körét. A tanulmány végén bebizonyítom, hogy (akár technológiailag, akár gazdaságilag) erősen nem dekompozábilis gazdaságok esetében mindig fennáll az unicitás (l. 10. tételt); ennek komplementeréből az unicitást biztosító gazdaságok kiszűrése csak megfelelő további nem-strukturális feltételek bevezetésével lehetséges.

A levezetésekben a következő matematikai jelöléseket használom: x' az x vektor transzponáltja;

$$x \geq y: x \geq y, \text{ de } x \neq y$$

(In)dekompozábilis gazdaságok modellezése

A címben szereplő „indekompozábilis gazdaság” megnevezéstől lehet az olvasó számára; ugyanis ha a gazdaságot például a termelési folyamat metszeteként vizsgáljuk, ilyen gazdaság nem létezik. Biztosan találunk olyan különálló termelési blokkokat, amelyek a gazdaság többi részével nincsenek összefüggésben, tőle függetlenül funkcionálnak, állítják elő termékeiket. Ha viszont a gazdaságot a Neumann-féle felfogásban, ún. fenomenológiai általánosságban vizsgáljuk, akkor a gazdaság csakis indekompozábilis lehet, hiszen ebben az értelemben minden összefügg mindennel. Ez utóbbi értelemben vett vizsgálatra azonban még csak modellesírákkal sem rendelkezünk; a Szovjetunióban komplex népgazdasági tervezés címén folyó kutatás [19] (complex modellrendszer és információs adatbázis felépítése) is csak nagyon kezdetleges és vitatott formában folyik. Addig amíg nem rendelkezünk ilyen modellekkel, meg kell elégednünk a gazdaság különféle metszetenkénti vizsgálatával, ahol viszont az indekompozabilitás mindig kérdéses. Belátható, hogy az indekompozabilitás mindig csak egy bizonyos aggregációs szintig létezik, csak eddig a szintig beszélhetünk összefüggő gazdaságról. Nézzük meg milyen kritériumokkal határozható meg az input-output modell, a Neumann-modell és a Neumann—Leontief-modell indekompozabilitása.

Az *input-output modell* esetében az indekompozabilitás fogalmát a zárt, statikus Leontief modell segítségével fogjuk bemutatni. A modell megfogalmazásához tekintsünk egy lineáris, fix koefficiensű termelési modellt több termelési eljárással vagy tevékenységgel, amelyek mindegyike egyetlenegy terméket bocsájt ki (nincs ikertermelés). Valamely termék, mondjuk a j -edik, egységnyi termelése az i -edik termékből a_{ij} mennyiséget igényel. Minthogy a modell lineáris, a j -edik output x_j mennyisége az i -edik inputból $a_{ij}x_j$ mennyiséget használ fel. Mivel fix termelési koefficiensek vannak, ezért az inputok között nincs helyettesíthetőség, azaz x_j termékmennyiséghez az i -edik inputból $a_{ij}x_j$, a k -adik inputból pedig $a_{kj}x_j$ mennyiség szükséges. Amennyiben az input-termékek halmaza megegyezik az output-termékek halmazával és nincs más input-forrás csak a folyó termelés, akkor a zárt input-output modell mérlegegyensúlyi feltételeit $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{x}$ lineáris egyenlőtlenség-rendszerrel írhatjuk le, ahol \mathbf{A} az a_{ij} input-koefficiensekből (folyó ráfordítási együtthatókból) álló inputmátrix, amely per definitionem nemnegatív. Ha kikötjük, hogy minden egyes termék előállítása legalább egy termékből igényel ráfordítást, valamint minden egyes termék hozzájárul legalább egy termék előállításához, akkor \mathbf{A} szemipozitív mátrix.

Matematikailag nézve, az hogy egy x_j változó szerepel-e a k . összefüggésben vagy sem, a megfelelő a_{kj} -től függ. Ha a_{kj} zérus, akkor a j -edik termék kibocsátásához a k -adik termékből nem kell közvetlenül ráfordítás: a két terméket előállító szektor között nincs ilyen irányú függőség a termelési folyamatban. Az indekompozabilitást az ilyen jellegű kapcsolatok száma és a szektorok közötti eloszlása dönti el. Ugyanis, ha az $[a_{ij}]$ mátrixban kellő számú zérus van megfelelő helyen, akkor az indekompozábilis jelleg megszűnik.

A sor-, illetve oszlopindexek segítségével egzakt, konstruktív eljárást adó definíciót fogalmazhatunk meg egy tetszőleges nemnegatív (csak erre van értelme) n -edrendű mátrix dekompozábilisának eldöntésére.²

1. definíció (Leontief-dekompozábilis)

Az $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ mátrix dekompozábilis, ha van olyan valódi I részhalmaza az $\{1, 2, \dots, n\}$ indexhalmaznak, hogy $a_{ij} = 0, \forall i \in \bar{I}, j \in I$, (egyéb-ként indekompozábilis.).

Ez azt jelenti, hogy az I -be tartozó szektorok nem használnak fel az \bar{I} -be tartozó szektorok kibocsátásaiból. Az I -be tartozó szektorok az inputokból történő ellátást tekintve autark helyzetben vannak. Ez azonban nem feltétlenül jelenti azt, hogy az I -beni szektorok termékeire nem mutatkozik kereslet az \bar{I} -beni szektorok részéről. Más szavakkal az \mathbf{A} dekompozábilisága nem szükségszerűen jelenti azt, hogy $a_{ij} = 0$, ha $i \in I, j \in \bar{I}$. A dekompozábilis gazdaságban a szektorcsoportok sorbarendezhetők oly módon, hogy egyik szektorcsoport sem használja fel a sorban előtte levő szektorcsoportok termékeit.

² A dekompozabilitás fogalma, eredetét tekintve, először a Markov-lánc tulajdonságainak leírásánál szerepelt (l. pl. [8], [9]). Ezt a definíciót vették át később (elsők között: R. Solow [28], G. Debreu, I. N. Herstein [7] stb.) a lineáris modellek struktúráinak jellemzésére. Az itt szereplő 1. definíció megfogalmazásánál Nikaidó [26] művét vettük alapul; egyébként többféle kritérium létezik a dekompozabilitás eldöntésére (l. például: [12], [27]).

Ha $a_{ij} = 0$, $\forall i \in I, j \in \bar{I}$, valamint $\forall i \in \bar{I}, j \in I$ is, akkor a rendszer teljesen szétválik két I és \bar{I} szektorcsoportra, amelyek mindegyike autark helyzetben van és amelyek között nincs tranzakció. A gazdaság ekkor teljesen dekompozábilis, azaz „szétesik” a termelési folyamatban egymástól függetlenül funkcionáló blokkokra.

A dekompozábilis \mathbf{A} mátrix sorainak és oszlopainak átrendezésével, azaz egy megfelelően megkonstruált \mathbf{P} permutáló mátrix segítségével

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{22} \end{pmatrix}$$

alakra hozható, amelyben a \mathbf{D}_{11} az I -be tartozó szektorok közötti termékáramlást tartalmazza és $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}'$. Az egyenlet jobb oldalán levő hiper mátrix szimmetrikusan particionált (vagyis a diagonális blokkok kvadratikusak).

Természetesen lehetséges olyan gazdaság is, amelyben több, egymástól függetlenül funkcionáló blokk létezik. Általában a fenti szimmetrikus átrendezéssel az ilyen gazdaságok struktúramátrixai a következő alakra hozhatók:

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & & \mathbf{D}_{1k} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{22} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & & \mathbf{D}_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{D}_{k-1,k-1} & & \mathbf{D}_{k-1,k} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & & \mathbf{D}_{kk} \end{pmatrix},$$

ahol a $\mathbf{D}_{11}, \mathbf{D}_{22}, \dots, \mathbf{D}_{kk}$ mátrixok kvadratikusak. Amennyiben a fődiagonális felett valamennyi blokkban szemipozitív mátrixok szerepelnek, úgy ismét csak egy független termékcsoport adható meg, amelynek kijelölése viszont $(k-1)$ -féleképpen lehetséges.

Az input-output modell dekompozabilitásával kapcsolatos a következő két tétel, amelynek bizonyításánál Nikaidó [26] gondolatmenetét vettük alapul.

1. tétel: Egy nemnegatív kvadratikus mátrix dekompozabilitása invariáns a transzponálás műveletére.

Bizonyítás: Feltevésünk szerint $a_{ij} = 0 \forall i \in \bar{I}, j \in I$, ahol I az $\{1, 2, \dots, n\}$ indexhalmaz egy valódi részhalmaza. $\mathbf{A}' = [a_{ji}]$, amelyben $a_{ji} = 0 \forall i \in I, j \in \bar{I}$, ahol \bar{I} szintén egy valódi részhalmaza az $\{1, 2, \dots, n\}$ indexhalmaznak. Hasonló érveléssel mutatható meg, hogy \mathbf{A}' dekompozabilitása egyúttal \mathbf{A} dekompozabilitását is jelenti, mivel $\mathbf{A} = \mathbf{A}''$.

2. tétel: Az $\mathbf{A} = [a_{ij}] \geq 0$ mátrix dekompozábilis akkor és csak akkor, ha létezik olyan nemnegatív ϱ valós szám és szemipozitív \mathbf{x} vektor (amelynek nem minden komponense pozitív), amelyek kielégítik az $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \varrho\mathbf{x}$ összefüggést.

Bizonyítás: (i) Szükségesség. Legyen \mathbf{x}_1 egy tetszőleges pozitív vektor és $\mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$. Ekkor meg tudunk adni egy olyan nemnegatív ϱ valós számot, amelyre

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \leq \varrho \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Átrendezve: $\mathbf{Ax} \leq \rho \mathbf{x}$, ahol $\mathbf{x} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$

(ii) Elégségesség. Legyen $I = \{j | x_j > 0, \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \rho x_j\}$. A feltevés szerint az I egy valódi részhalmaza az $\{1, 2, \dots, n\}$ indexhalmaznak. Az $\mathbf{Ax} \leq \rho \mathbf{x}$ egyenlőtlenségek között szerepelnek

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq 0, \quad i \in \bar{I}$$

alakú egyenlőtlenségek is, amelyek bal oldalán szereplő összeadandók nemnegatívak, úgyhogy $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = 0 \ (\forall i \in \bar{I})$. Ekkor, mivel $x_j > 0, \forall j \in I$, kapjuk: $a_{ij} = 0, \forall i \in \bar{I}, j \in I$, azaz \mathbf{A} dekompozábilis.

Megjegyzendő, hogy a fenti tételben foglalt állítás igaz $\rho > 0$ feltétel mellett is. Ebből következik, hogy az állítás igaz úgy is, hogy $\exists \alpha > 0$ és $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$, amelyre $\alpha \mathbf{Ax} \geq \mathbf{x}$. Látni fogjuk, hogy ebben a formában a vizsgált tétel értelemszerűen kiterjeszthető a Neumann-modell erős dekompozábilisására, amelynek vizsgálatára most térünk át.

A *Neumann-modell*ben a technológiai sajátosságokat leíró input-output mátrix a termelési tevékenységeken keresztül két mátrixban: a \mathbf{C} fogyasztási (felhasználási) és a \mathbf{B} kibocsátási mátrixban jut kifejezésre. A \mathbf{C} mátrix általános c_{ij} eleme azt mutatja meg, hogy a j -edik tevékenység egységnyi szinten történő alkalmazása hány egységet igényel az i -edik termékből, a \mathbf{B} mátrix általános b_{ij} eleme pedig azt, hogy a j -edik tevékenység egységnyi szinten történő alkalmazása hány egységet eredményez az i -edik termékből. Mindkét mátrix $n \times m$ típusú nemnegatív mátrix, ahol n a termékek számát, m pedig a tevékenységek számát jelöli.

A továbbiakban feltesszük³, hogy $\sum_{i=1}^n c_{ij} > 0 \ (j = 1, \dots, m)$ és $\sum_{j=1}^m b_{ij} \geq 0 \ (i = 1, \dots, n)$, ami azt jelenti, hogy minden egyes tevékenység legalább egy terméket felhasznál, illetve minden egyes termék termelhető legalább egy tevékenységgel. Lényeges, hogy a modell feltételrendszere megengedi az ikertermelést is: így a \mathbf{B} mátrix oszlopvektoraiban egynél több pozitív elem is szerepelhet.

A Neumann-gazdaság indekompozábilisát annak a kérdésnek megválaszolása dönti el, hogy ki tudunk-e választani a tevékenységek halmazából olyan tevékenységköteget (-kötegeket), amelybe (amelyekbe) tartozó tevékenységek csak olyan termékekből „fogyasztanak”, amelyekből gyakorlásuk eredményeként kibocsátanak. Nemleges válasz esetén a gazdaság indekompozábilis, ellenkező esetben pedig dekompozábilis, amelyen belül megkülönböztetem az erősen és a gyengén dekompozábilis eseteket.

Először vezessük be D. Gale [12] nyomán a dekompozábilis gazdaság egzakt kritériumának megfogalmazásához szükséges független (önálló) termékesoport fogalmát.

³ Ezt a feltevést eredetileg *Kemeny, Morgenstern* és *Thompson* vezették be [16], biztosítva ezzel a modell megoldásának egzisztenciáját (l. később).

2. *definíció* (független termékcsoport):

A termékek $\{1, 2, \dots, n\}$ indexhalmazának I valódi részhalmazát függetlennek nevezzük, ha a tevékenységek $\{1, 2, \dots, m\}$ indexhalmazának van olyan nem üres J részhalmaza, hogy $c_{ij} = 0, \forall i \in \bar{I}, j \in J$ és $b_{ij} > 0, \forall i \in I, \text{ valamely } j \in J$ -re.

Független termékcsoport létezése közgazdaságilag azt jelenti, hogy lehetséges az adott I csoportba tartozó terméket előállítani anélkül, hogy a többi termékből felhasználnánk. Ezek után meghatározhatjuk a dekompozábilis Neumann-gazdaság fogalmát és a különböző specifikációit.

3. *definíció* (Neumann-dekompozábilis):

A Neumann-gazdaság dekompozábilis, ha létezik független I halmaz. Adott I független termékcsoport esetén a dekompozábilis gazdaságokat az alábbi módon osztályozhatjuk:

\mathcal{A} : erősen dekompozábilis, ha $b_{ij} = 0, \forall i \in \bar{I}, j \in J$;

\mathcal{B} : gyengén dekompozábilis, ha $b_{ij} > 0$ néhány $i \in \bar{I}, j \in J$ esetén.

Nyilvánvaló, hogy vannak olyan Neumann-gazdaságok, amelyek erősen is és gyengén is dekomponálhatók, attól függően, hogy hogyan választjuk meg a független termékcsoportot. A definíció alapján az összes elképzelhető Neumann-gazdaságon belül (jelöljük ezek halmazát \mathcal{H} -val) a következő típusokat különböztethetjük meg:

- 1) erősen dekompozábilis: \mathcal{A}
- 2) gyengén dekompozábilis: \mathcal{B}
- 3) dekompozábilis: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$
- 4) indekompozábilis: $\mathcal{H} - (\mathcal{A} \cup \mathcal{B})$
- 5) csak gyengén dekompozábilis: $\mathcal{B} - \mathcal{A}$
- 6) csak erősen dekompozábilis: $\mathcal{A} - \mathcal{B}$.

Megjegyzendő, hogy a Neumann-modell növekedési és kamattényezőjének unicitását ez idáig csak az indekompozábilis esetre bizonyították. Később megmutatom, hogy a fenti unicitás fennáll akkor is, ha a gazdaság csak gyengén dekompozábilis. Ennek bizonyításához hasznos lesz az alábbi tétel, amely a Leontief-gazdaság dekompozábilisával kapcsolatban megfogalmazott 2. tétel analógja⁴ a Neumann-gazdaság esetében:

3. *tétel*:⁵ A (\mathbf{C}, \mathbf{B}) strukturális mátrixokkal megadott Neumann-gazdaság akkor és csak akkor erősen dekompozábilis, ha van olyan szemipozitív \mathbf{x} vektor és pozitív α valós szám, amelyekre $\alpha \mathbf{C}\mathbf{x} \leq \mathbf{B}\mathbf{x}$ és $\mathbf{B}\mathbf{x} \not\geq \mathbf{0}$.

Bizonyítás: (i) Elégesség. A \mathbf{C} fogyasztási mátrixra tett kikötés értelmében $\mathbf{1}'\mathbf{C} > \mathbf{0}'$. Ezért egy szemipozitív \mathbf{x} vektorral való szorzata, $\mathbf{C}\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$, amiből figyelembe véve $\alpha > 0$ kikötést, a $\mathbf{B}\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ következik. Legyen $I = \{i \mid b_i'x > 0\}$, ahol b_i' a \mathbf{B} mátrix i -edik sorvektora; mivel $\mathbf{B}\mathbf{x} \not\geq \mathbf{0}$, ezért

⁴ A tétel megfogalmazásáért Zalai Ernőnek tartozom köszönettel, aki hasznos észrevételeivel segítségemre volt a dekompozábilis egyéb jellemzőinek megvitatásában is.

⁵ Hasonló tétel fogalmazható meg a dekompozábilisra vonatkozóan is, amelyben a $\mathbf{B}\mathbf{x} \not\geq \mathbf{0}$ kikötés helyett szükséges és elégséges feltételként a $\mathbf{C}\mathbf{x} \not\geq \mathbf{0}$ szerepel.

I és \bar{I} egyike sem üres halmaz. Legyen $J = \{j | x_j \geq 0\}$; feltevésünk miatt $J \neq \emptyset$. Mivel $\sum_{j=1}^m b_{ij} x_j \geq \alpha \sum_{j=1}^m c_{ij} x_j$ és $\sum_{j=1}^m b_{ij} x_j = 0$, $\forall i \in \bar{I}$, $\alpha > 0$, ezért $b_{ij} = c_{ij} = 0$, $\forall i \in \bar{I}$, $j \in J$. Nyilvánvaló, hogy a $\sum_{j=1}^m b_{ij} x_j > 0$ összefüggésből következik, hogy $b_{ij} > 0$, $\forall i \in I$ valamely $j \in J$ mellett. Mindezek következtében a (\mathbf{C}, \mathbf{B}) erősen dekompozábilis.

(ii) Szükségesség. Legyen (\mathbf{C}, \mathbf{B}) erősen dekompozábilis; tehát megadható egy független I halmaz, azaz a struktúramatrixok megfelelő átrendezéssel:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{pmatrix}$$

alakra hozhatók, ahol $\mathbf{C}_{21} = \mathbf{0}$, $\mathbf{B}_{21} = \mathbf{0}$ és $\mathbf{B}_{11} \mathbf{1} > \mathbf{0}$. Mivel $\mathbf{1}' \mathbf{C}_{11} > \mathbf{0}'$ és $\mathbf{B}_{11} \mathbf{1} > \mathbf{0}$, ezért⁶ a $(\mathbf{C}_{11}, \mathbf{B}_{11})$ Neumann algazdaságra $\exists \alpha^{(1)} > 0$ és pozitív $\mathbf{x}^{(1)}$ vektor, amelyek mellett $\alpha^{(1)} \mathbf{C}_{11} \mathbf{x}^{(1)} \leq \mathbf{B}_{11} \mathbf{x}^{(1)}$. Legyen most $\mathbf{x} = [\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{0}]$, és $\alpha = \alpha^{(1)}$, ezek nyilván kielégítik a tétel kívánalmait.

Az erős dekompozábilis kritériumára szintén adhatunk egy konstruktív eljárást adó definíciót. Ha összeadjuk a \mathbf{C} és \mathbf{B} mátrixokat, amit azonos méreteik miatt megtehetünk, akkor egy olyan mátrixot kapunk, amelynek egyes oszlopai az egyes tevékenységek egységnyi szinten történő gyakorlásában felmerülő inputokat és outputokat tartalmazzák. Legyen $\mathbf{A} = \mathbf{C} + \mathbf{B}$. A (\mathbf{C}, \mathbf{B}) Neumann-gazdaságot erősen dekompozábilisnek nevezzük, ha az $\{1, 2, \dots, n\}$ és az $\{1, 2, \dots, m\}$ indexhalmazokat particionálni tudjuk két olyan I és \bar{I} , valamint J és \bar{J} részhalmazaira (egyik sem üres), hogy $a_{ij} = 0$, $\forall i \in \bar{I}$, $j \in J$. Amennyiben $a_{ij} = 0$, $\forall i \in \bar{I}$, $j \in J$ valamint $\forall i \in I$, $j \in \bar{J}$ mellett is, úgy a Neumann-gazdaság teljesen dekompozábilis. A teljesen dekompozábilis esetben is értelmezhetők a dekompozábilis Neumann-gazdaságok különféle osztályai.

Minthogy a Leontief-modell a Neumann-modell speciális esete⁷, ezért erre is értelmezhető a Neumann-dekompozábilis. Könnyen megmutatható, hogy a Neumann-dekompozábilis tágabb fogalom, mint a Leontief-dekompozábilis, abban az értelemben, hogy amíg egy Leontief-gazdaság lehet Neumann-dekompozábilis gyengén, addig, mint Leontief-dekompozábilis gazdaság, mindig csak erősen dekompozábilis. A Leontief-gazdaság gyengén dekompozábilis jellege azt jelenti, hogy bizonyos számú termék kibocsátása e termékcsoportba tartozó kevesebb számú termék felhasználásával történik. Ebben az esetben az inputmátrix szimmetrikus átrendezése után

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{22} \end{pmatrix}$$

mátrixot kapjuk, ahol a \mathbf{D}_{11} nem kvadratikusan mátrixot jelöl (még pontosabban: sorainak száma kevesebb oszlopainak számánál.)

Tehát a Neumann-dekompozábilis értelmezhető a Leontief-gazdaságra is, és ha egy Leontief-gazdaság Neumann-dekompozábilis, akkor nyilván mindig Leontief-dekompozábilis is. A továbbiakban meg fogjuk mutatni a Neumann —

⁶ Ennek indoklását l. később a Neumann-modell vizsgálatánál.

⁷ Ld. erre vonatkozóan [3], [14].

Leontief modell kapcsán (aminek a Leontief-gazdaság szintén egy speciális esete), hogy minden gyengén dekompozábilis Neumann–Leontief gazdaság egyúttal erősen is dekomponálható.

A *Neumann–Leontief modell* két kikötésben különbözik a Neumann-modelltől: 1) minden egyes szektor több különböző termelési eljárás (tevékenység) közül választhat; 2) ikertermékeket eredményező tevékenységeket nem szerepeltet. Az első kikötés értelmében legyen m_j azon tevékenységek száma, amelyek közül a j -edik szektor választhat. Egy tevékenység, mondjuk a j -edik szektor s_j ($l_j \leq s_j \leq m_j$) tevékenysége egy n -dimenziós oszlopvektorral definiálható: azaz $c_{s_j} = (c_{s_j}^1, \dots, c_{s_j}^n)'$, amelynek komponensei a j -edik ágazat egységnyi outputjához szükséges inputokat mutatják. A második kikötés kizárja az ikertermelés lehetőségét, ezért a \mathbf{B} kibocsátási mátrix egy csupa nullákból és egyesekből álló mátrix, amelynek az i -edik sorából az első $m_1 + m_2 + \dots + m_{i-1}$ számú elem zérus, melyet m_j egyes követ, majd ismét $m_{i+1} + \dots + m_n$ számú zérus következik.

A tevékenységek teljes halmazát, azaz az input-koefficiensek mátrixát jelölje az $n \times m$ -es nemnegatív \mathbf{C} mátrix:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{l_1}^1 \dots c_{m_1}^1 \dots c_{l_2}^1 \dots c_{m_2}^1 \dots c_{l_n}^1 \dots c_{m_n}^1 \\ c_{l_1}^2 \dots c_{m_1}^2 \dots c_{l_2}^2 \dots c_{m_2}^2 \dots c_{l_n}^2 \dots c_{m_n}^2 \\ \dots \\ c_{l_1}^n \dots c_{m_1}^n \dots c_{l_2}^n \dots c_{m_2}^n \dots c_{l_n}^n \dots c_{m_n}^n \end{pmatrix},$$

ahol $m = \sum_{i=1}^n m_i$ a tevékenységek száma, n pedig a termékek száma. Mivel ikertermék a modellben nem szerepelhet, ezért az output-koefficiensek mátrixa a következő alakban írható fel:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 \dots 1 & 0 \dots 0 & \dots & 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 & 1 \dots 1 & \dots & 0 \dots 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 \dots 0 & 0 \dots 0 & \dots & 1 \dots 1 \end{pmatrix}.$$

Jelölje továbbra is I a termékek $\{1, 2, \dots, n\}$ indexhalmazának egy valódi részhalmazát; J_j a j -edik szektor rendelkezésére álló tevékenységek halmazát, azaz $J_j = \{l_j, \dots, m_j\}$, J pedig az $\bigcup_{j=1}^n J_j$ egy nem üres részhalmazát jelöli.

Mivel minden egyes szektor valamennyi rendelkezésére álló tevékenységgel (technológiával) ugyanazt a terméket állítja elő, mégpedig egységnyi szinten, ezért a szektorok száma megegyezik a termékek számával. Megfelelő indexeléssel könnyen elérhetjük, hogy a megfelelő szektorok és termékek azonos sorszámúak legyenek. (Egyébként a \mathbf{C} illetve a \mathbf{B} mátrixok felírásánál mi is így jártunk el.)

A Neumann-dekompozábilis fogalmát sajátosan megfogalmazva azt mondhatjuk, hogy a Neumann–Leontief gazdaság dekompozábilis, ha $\exists I$ és J , amelyekre $c_{s_j}^i = 0, \forall i \in I, s_j \in J$; erősen dekompozábilis, ha $J \subset \bigcup_{j \in I} J_j$, egyébként gyengén dekompozábilis.

4. *tétel*: Bármely dekompozábilis Leontief- vagy Neumann—Leontief modell erősen is dekompozábilis.

Bizonyítás: Vegyük az általánosabb Neumann—Leontief modell esetét; ekkor feltevésünk értelmében $\exists I$ és J , amelyekre $c_{sj}^i = 0$, $\forall i \in \bar{I}$, $s_j \in J$. Amennyiben a $J \subset \bigcup_{j \in I} J_j$, úgy a modell per definitionem erősen dekompozábilis; ha viszont J tartalmaz s_j ($\in \bigcup_{j \in \bar{I}} J_j$)-ket is, akkor gyengén dekompozábilis. Az erős dekompozábilis kritériumának előállításához elegendő a következő transzformáció: a J -ből hagyjuk ki azokat az s_j -ket, amelyek az $\bigcup_{j \in I} J_j$ halmazba tartoznak és jelöljük a redukált halmazt J' -vel. Az így megválasztott I és J' indexhalmazok már biztosítják az erős dekompozábiliséget.

Következmény: Csak gyengén dekompozábilis Neumann—Leontief vagy Leontief-modell nem létezik.

5. *tétel*: Minden erősen dekompozábilis Leontief-modell esetében $I = J$. A tétel bizonyítása könnyen elvégezhető a 4. tétel felhasználásával, ezért azt az Olvasóra bízuk.

Következmény: A Leontief-dekompozábilis értelmezhető.

Tegyük fel, hogy valamennyi szektor a rendelkezésére álló tevékenység-kötegből egyetlen tevékenységet választ ki⁸. Ha eme tevékenységek ráfordításvektorait egy mátrixban fogjuk össze és \mathbf{C}_k -val jelöljük, akkor az összes lehetséges \mathbf{C}_k mátrixok száma $\prod_{j=1}^n m_j$ lesz. A dekompozábilis problémája ebben az esetben a $(\mathbf{C}_k, \mathbf{E})$ Leontief-algazdaságok vizsgálatára vezethető vissza. Ezzel kapcsolatos a következő három tétel.

6. *tétel*: A Neumann—Leontief modell struktúrája akkor és csak akkor dekompozábilis, ha létezik $(\mathbf{C}_k, \mathbf{E})$ dekompozábilis Leontief-algazdaság.

Bizonyítás: (i) Elégesség. Legyen a dekompozábilis k . Leontief-algazdaság ráfordítási mátrixa $\mathbf{C}_k = [\mathbf{c}_{s_1k}, \mathbf{c}_{s_2k}, \dots, \mathbf{c}_{s_jk}, \dots, \mathbf{c}_{s_nk}]$, ahol s_{jk} a j -edik ágazatnak a k -adik algazdaságba kerülő tevékenysége. Mivel \mathbf{C}_k dekompozábilis, ezért $\exists I_k$ valódi részhalmaz, amelyre $c_{s_kj}^i = 0$, $\forall i \in \bar{I}_k$, $j \in I_k$. Legyen most $I = I_k$, $J = \{s_j \mid s_j = s_{jk}, j \in I_k\}$. Az I és J felosztás természetéből következik, hogy a Neumann—Leontief modell struktúrája dekompozábilis.

(ii) Szükségesség. Ha a Neumann—Leontief gazdaság dekompozábilis, akkor a 4. tétel értelmében erősen is dekompozábilis. Ezért a struktúra-mátrixok megfelelő átrendezéssel következő alakra hozhatók:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{pmatrix}$$

⁸ Általában ilyen megoldások elemzésével találkozhatunk a szakirodalomban. L. például [20], [22].

ahol $\mathbf{C}_{21} = \mathbf{0}$, $\mathbf{B}_{11}\mathbf{1} > \mathbf{0}$ és $\mathbf{B}_{21} = \mathbf{0}$. Nyilvánvaló, hogy minden olyan Leontief-algazdaság dekompozálható, amelyet úgy kapunk meg, hogy az első blokkba tartozó termékeket előállító ágazatok tevékenységeit ugyancsak az első tevékenységblokkba tartozók közül választjuk ki.

7. *tétel*: Ha a Neumann—Leontief modell struktúrája olyképpen Neumann-dekompozálható, hogy $J_j \subseteq J \forall j \in I$ -re, akkor az összes lehetséges $(\mathbf{C}_k, \mathbf{E})$ Leontief-algazdaság Leontief-dekompozálható, ahol $k = 1, 2, \dots, \prod_{j=1}^n m_j$

Bizonyítás: A feltevés értelmében a Neumann—Leontief modell struktúrája dekompozálható, mégpedig olyképpen, hogy $\exists I$ és J , amelyekre $c_{sj}^i = 0 \forall i \in \bar{I}, s_j \in J \cup \bigcup_{j \in I} J_j$. Jelöljük a $j \in I$ termékek előállítására rendelkezésre álló J_j tevékenység-halmazból egy-egy tevékenységet tartalmazó halmazt J' -vel. Mivel az összes lehetséges $(\mathbf{C}_k, \mathbf{E})$ Leontief-gazdaságban a tevékenységek tartalmazzák J' , amelyre $c_{sj}^i = 0 \forall i \in \bar{I}, s_j \in J'$, ezért bármelyik Leontief-algazdaság Leontief-dekompozálható J' szerint.

8. *tétel*: Ha valamennyi $(\mathbf{C}_k, \mathbf{E})$ Leontief-algazdaság olyképpen dekompozálható, hogy az egyes Leontief-algazdaságokhoz tartozó független I_k indexhalmazokra

$$\bigcup_{k=1}^n I_k = I \subset \{1, 2, \dots, n\}$$

teljesül, akkor ezen C_k -ből megkonstruálható Neumann—Leontief gazdaság is dekompozálható.

Bizonyítás: A feltevés értelmében minden egyes Leontief-algazdaság dekompozálható, így valamennyi esetben \exists a termékek indexhalmazának egy olyan I_k valódi részhalmaza, hogy a struktúramátrixok megfelelő átrendezéssel a következő alakra hozhatók:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}_{k_{11}} & \mathbf{C}_{k_{12}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{k_{22}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{22} \end{pmatrix},$$

ahol $1' \mathbf{C}_{k_{11}} > \mathbf{0}'$, $\mathbf{E}_{11}\mathbf{1} = \mathbf{1}$, az \mathbf{E}_{11} és \mathbf{E}_{22} megfelelő rendű egységmátrixok. Legyen J azon tevékenységek indexhalmaza, amelyek az egyes Leontief-algazdaságokban a független I_k -hoz tartozó termékeket állítják elő. Ekkor $c_{sj}^i = 0, \forall i \in \bar{I} = \bigcap_k \bar{I}_k, s_j \in J$, ahol $\bar{I} \neq \emptyset$, azaz a Neumann—Leontief gazdaság Neumann-dekompozálható I és J szerint.

Végül érdemes még megemlíteni, hogy M. Morishima az (in)dekompozálhatóság fogalmát a fentiekől eltérően értelmezi. Definícióját (l. alább) az egyensúlyi növekedés általános modellje, a Gale modell⁹ segítségével adja meg. A modell megfogalmazásánál abból a feltevésből indulunk ki, hogy a gazdaságban n számú terméket állítanak elő. A termelési lehetőségeket a $T(\mathbf{q}, \mathbf{y})$

⁹ A modell leírását l. [22], [26] magyarul [14] könyvekben.

val,¹⁰ azaz a (\mathbf{q}, \mathbf{y}) n -elemű vektorpár segítségével értelmezett transzformációs halmazzal adjuk meg, ahol az \mathbf{y} vektor a \mathbf{q} vektorral jelölt input-termékekből a technológiaiilag lehetséges kibocsátásokat foglalja magába.

4. Definíció (Morishima-dekompozábilis):

Legyen $I(\mathbf{q}, \mathbf{y}) = \{i \mid q_i = 0 \text{ és/vagy } y_i = 0\}$.

A T halmaz dekompozábilis a (\mathbf{q}, \mathbf{y}) pontban, ha $I(\mathbf{q}, \mathbf{y}) \neq \emptyset$ és ha $I(\mathbf{q}, \mathbf{y})$ nem tartalmaz egyetlen olyan i indexet sem, amelyre $q_i > 0$ vagy $y_i > 0$. Más szavakkal, a T technológiai halmaz a (\mathbf{q}, \mathbf{y}) pontban dekompozábilis, ha a termékek $\{1, 2, \dots, n\}$ indexhalmazának van olyan valódi $\bar{I}(\mathbf{q}, \mathbf{y})$ részhalmaza, hogy mind $q_i = 0$, mind $y_i = 0$, $\forall i \in I(\mathbf{q}, \mathbf{y})$, de mind $q_i > 0$, mind $y_i > 0$, $\forall i \in \bar{I}(\mathbf{q}, \mathbf{y})$.

A Neumann-modell keretei között a technológiai halmaz következőképpen fogalmazható meg:

$$T(\mathbf{q}, \mathbf{y}) = \{(\mathbf{q}, \mathbf{y}) \mid \mathbf{q} = \mathbf{C}\mathbf{x}, \mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}.$$

Morishima definíciója értelmében, akkor nevezhetnénk egy Neumann-gazdaságot (in)dekompozábilisnak, ha (nem) létezne a gazdaságnak olyan erős dekompozíciója, amely esetén $\mathbf{C}_{11}\mathbf{1} > \mathbf{0}$ lenne. Ugyanis dekompozábilis a gazdaság Morishima szerint akkor, ha

$$\exists \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \text{ és } I \subset \{1, 2, \dots, n\}, I \neq \emptyset, \text{ hogy } \sum_{j=1}^m c_{ij} x_j > 0$$

és

$$\sum_{j=1}^m b_{ij} x_j > 0 \quad \forall i \in \bar{I} \text{ és } \sum_{j=1}^m c_{ij} x_j = \sum_{j=1}^m b_{ij} x_j = 0 \quad \forall i \in I.$$

Ekkor viszont $c_{ij} = b_{ij} = 0 \quad \forall i \in I, j \in J = \{j \mid x_j > 0\}$, azaz a gazdaság erősen dekompozábilis az \bar{I} független termékcsoport szerint. Mivel ugyanakkor

$\sum_{j=1}^m c_{ij} x_j > 0 \quad \forall i \in \bar{I}, j \in J$, ezért $c_{ij} > 0$ legalább egy $i \in \bar{I}, j \in J$ indexpár mellett,

azaz $\sum_{j \in J} c_{ij} > 0 \quad \forall i \in \bar{I}$. Megfordítva: ha a Neumann-gazdaság erősen dekompozábilis és $\mathbf{C}_{11}\mathbf{1} > \mathbf{0}$, akkor \mathbf{x} alkalmas megválasztásával (pl. \mathbf{C}_{11} oszlopvektoraihoz pozitív x_j -ket rendelve, a többit pedig 0-nak véve) megmutatható, hogy a Neumann-gazdaság az adott \mathbf{x} vektor mellett Morishima-dekompozábilis.

A fentiekben csak a statikus, illetve stacioner modellek struktúramátrixait vizsgáltam. Anélkül, hogy részletesen belemennénk a dinamikus modellek vizsgálatába, röviden kitérek a zárt dinamikus input-output modell struktúramátrixaira. Ha a modell szokásos elméleti-közgazdasági feltevései értelmében megállapodunk abban, hogy minden egyes periódusban pótolják az elhasznált állóeszközöket, akkor a pótlás az \mathbf{A} folyó ráfordítások mátrixában szerepel, a termelésnövekedés egységéhez szükséges állóeszközöket egy külön mátrixban, a beruházási koefficiensek mátrixában szerepeltetjük. Az értelmezésből világos, hogy a gazdaság dekompozábilisát csakis a folyó ráfordításokat

¹⁰ A T halmazra megfogalmazott tulajdonságok (l. pl. [26] magyarul [14]) következtében a (\mathbf{q}, \mathbf{y}) vektorpárok az E^{2n} nemnegatív ortansában egy zárt konvex kónuszt alkotnak.

magába foglaló mátrix segítségével vizsgálhatjuk. A fenti értelmezés mellett ugyanis a beruházási koefficiensek mátrixa általában nem „örökli” a folyó ráfordítások mátrixának struktúráját.

Az (in)dekompozabilitás duális kiterjesztése

Az indekompozabilitás fogalmát olyan lineáris modellek segítségével fogalmaztuk meg, amelyek mindegyikére jellemző a dualitás. „Az, hogy a termelés konkrét dologi arányainak megoldásait ugyanazon koefficiensekből vezetik le, mint amelyek a másik oldalon a termelés értékelését (árait, árnyékárait, termelési árat stb.) is meghatározzák.”¹¹ A fentiekben tárgyalt különféle (in)dekompozabilitás fogalmak az egyes lineáris modellek termelési feltételeivel kapcsolatos tulajdonságokon alapulnak. A lineáris modellek dualitásával kapcsolatban mondtak alapján merült fel, hogy az egyes modellek érték-folyamatok alakulását leíró feltételeivel kapcsolatban is, azaz a duális oldalról is megvizsgáljam az indekompozabilitást.

Az (in)dekompozabilitás előzőekben megfogalmazott definíciói, minthogy a termelés alakulását leíró összefüggéseken alapulnak — S. M. Robinson¹² terminológiájával — a gazdaság *technológiai (in)dekompozabilitását* írják le. Az indekompozabilitás eme fogalmát érdemes megfogalmazni — a továbbiak könnyebb megértése végett — a korábbival teljesen azonos jelentésben, de eltérő formában. Könnyen megmutatható ugyanis, hogy az alábbi definíció egyenértékű a 3. definícióval.

3'. *definíció* (technológiai (in)dekompozabilitás):

A (\mathbf{C}, \mathbf{B}) Neumann-gazdaság technológiailag (in)dekompozábilis, ha $\mathbf{C}\mathbf{x} \not\leq \mathbf{0}$ ($\mathbf{C}\mathbf{x} > \mathbf{0}$) valamely (minden) szemipozitív \mathbf{x} vektorra, amely mellett $\alpha\mathbf{C}\mathbf{x} \leq \mathbf{B}\mathbf{x}$ és $\alpha > 0$.

A technológiailag indekompozábilis struktúra tehát azt jelenti, hogy egy ilyen gazdaság csak úgy képes működni ($\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$), ha $\mathbf{B}\mathbf{x} > \mathbf{0}$, azaz minden termékből termelnek. (Vegyük észre, hogy $\mathbf{B}\mathbf{x} > \mathbf{0}$ csak szükséges feltétel.)

Amennyiben az indekompozabilitást az értékáramlások alapján vizsgáljuk, a technológiai (in)dekompozabilitás duálisát, a *gazdasági (in)dekompozabilitás* fogalmát kapjuk meg.

5. *definíció* (gazdasági (in)dekompozabilitás):

A (\mathbf{C}, \mathbf{B}) Neumann-gazdaság gazdaságilag (in)dekompozábilis, ha $\mathbf{p}'\mathbf{B} \not\leq \mathbf{0}'$ ($\mathbf{p}'\mathbf{B} > \mathbf{0}'$) valamely (minden) szemipozitív \mathbf{p} vektorra, amely mellett $\mathbf{p}'\mathbf{B} \leq \beta\mathbf{p}'\mathbf{C}$ és $\beta > 0$.

A gazdaságilag indekompozábilis gazdaságban minden tevékenység pozitív értéket eredményez, mégpedig úgy, hogy valamennyi lehetséges szemipozitív árrendszerhez található olyan pozitív kamattényező, hogy egyetlen tevékenység sem realizál a kamattényező által meghatározottnál nagyobb jövedelmet.

¹¹ L. [3]-ban 119. oldalon.

¹² Időközben bukkantam rá S. M. Robinson [27] tanulmányára, aki hasonló eredményeket ért el az indekompozabilitás duális kiterjesztésében.

Másként megfogalmazva ez annyit jelent, hogy egy ilyen gazdaságban csak úgy lehet az ún. non-profit feltételeket kielégítő pozitív kamattényezőt és szemipozitív árrendszert megadni, ha minden tevékenység pozitív értéket hoz létre, *vagyis* a gazdaság gazdaságilag dekompozábilis, ha egy lehetséges értékelési rendszerben valamely tevékenység(ek) csak szabad javakat (termékeket) állítanak elő.

A definíciók alapján könnyen belátható, hogy a kétféle indekompozábilis egymástól független. Dekompozábilis esetben viszont bizonyítható: ha egy gazdaság csak erősen dekomponálható technológiailag, akkor gazdaságilag is dekomponálható (erősen is), és a dualitás szempontjából *vice versa*; gyengén dekompozábilis esetekben semmi biztosat nem tudunk mondani.

A Neumann-modell speciális eseteire, a Leontief- és a Neumann—Leontief modellekre is értelmezhető a gazdasági indekompozábilis.

A Neumann-gazdaságok a gazdasági (in)dekompozábilis szempontjából ugyanolyan típusokba sorolhatók, mint a technológiai (in)dekompozábilis szempontjából. Az eddig kimondott tételek mindegyike fennáll a gazdasági (in)dekompozábilis esetére is. Minthogy a következő részben kardinális szerepet kap a 3. tétel, ezért ennek a gazdaságilag indekompozábilis esetre vonatkozó transzformációját bizonyításával együtt megadjuk. (Az analógia megőrzése végett az 5. definícióban szereplő kritériumok transzponáltját vesszük.¹³

9. tétel: (3. tétel duálisa)

A (\mathbf{C}, \mathbf{B}) strukturális mátrixokkal megadott Neumann-gazdaság akkor és csak akkor gazdaságilag erősen dekompozábilis, ha van olyan szemipozitív \mathbf{p} vektor és pozitív β valós szám, amelyekre $\beta \mathbf{C}' \mathbf{p} \geq \mathbf{B}' \mathbf{p}$ és $\mathbf{C}' \mathbf{p} \not\geq \mathbf{0}$.

Bizonyítás: (i) Elégségesség. A \mathbf{B} kibocsátási mátrixra tett kikötés értelmében $\mathbf{1}' \mathbf{B}' > \mathbf{0}$. Ezért egy szemipozitív \mathbf{p} vektorral való szorzata, $\mathbf{B}' \mathbf{p} \neq \mathbf{0}$, amiből figyelembe véve $\beta > 0$ kikötést, a $\mathbf{C}' \mathbf{p} \neq \mathbf{0}$ következik. Legyen $J = \{j \mid \mathbf{c}_j \mathbf{p} > 0\}$, mivel $\mathbf{C}' \mathbf{p} \not\geq \mathbf{0}$, ezért J és \bar{J} egyike sem üres halmaz.

Legyen $I = \{i \mid p_i > 0\}$; feltevésünk miatt $I \neq \emptyset$. Mivel $\sum_{i=1}^n b_{ji} p_i \leq \beta \sum_{i=1}^n c_{ji} p_i$ és $\sum_{i=1}^n c_{ji} p_i = 0$, $\forall j \in \bar{J}$, $\beta > 0$, ezért $c_{ji} = b_{ji} = 0$, $\forall j \in I$. Nyilvánvaló, hogy a $\sum_{i=1}^n c_{ji} p_i > 0$ összefüggésből következik, hogy $c_{ji} > 0$, $\forall j \in J$ valamely $i \in I$ mellett. Mindezek következtében a (\mathbf{C}, \mathbf{B}) gazdaságilag erősen dekompozábilis.

(ii) Szükségesség. Legyen (\mathbf{C}, \mathbf{B}) gazdaságilag erősen dekompozábilis; tehát megadható egy független J halmaz, azaz a struktúramátrixok megfelelő átrendezéssel

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B}'_{11} & \mathbf{B}'_{21} \\ \mathbf{B}'_{12} & \mathbf{B}'_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{C}'_{11} & \mathbf{C}'_{21} \\ \mathbf{C}'_{12} & \mathbf{C}'_{22} \end{pmatrix}$$

¹³ Itt az 5. definíciót olyképpen értelmezzük, hogy a (\mathbf{C}, \mathbf{B}) Neumann-gazdaság gazdasági indekompozábilisének a $(\mathbf{B}', \mathbf{C}')$ technológiai indekompozábilisével ekvivalens.

alakra hozhatók, ahol $\mathbf{B}'_{12} = \mathbf{0}$, $\mathbf{C}'_{12} = \mathbf{0}$, és $\mathbf{C}'_{11} \mathbf{1} > \mathbf{0}$. Mivel $\mathbf{1}' \mathbf{B}'_{11} > \mathbf{0}'$ és $\mathbf{C}'_{11} \mathbf{1} > \mathbf{0}$, ezért¹⁴ a $(\mathbf{C}'_{11}, \mathbf{B}'_{11})$ Neumann-algazdaságra $\exists \beta^{(1)} > 0$ és szemipozitív $\mathbf{p}^{(1)}$ vektor, amelyek mellett $\beta^{(1)} \mathbf{C}'_{11} \mathbf{p}^{(1)} \geq \mathbf{B}'_{11} \mathbf{p}^{(1)}$. Legyen most $\mathbf{p} = [\mathbf{p}^{(1)}, \mathbf{0}]'$ és $\beta = \beta^{(1)}$, ezek nyilván kielégítik a tétel kívánalmait.

Az indekompozábilis és a csak gyengén dekompozábilis gazdaságok modellezésének előnye

Az előzőekben közgazdaságilag értelmeztük az indekompozabilitást (technológiai és gazdasági), megfogalmaztuk az egyes lineáris gazdasági modellekben az indekompozabilitás kritériumait. Bevezettük mind technológiai, mind gazdasági értelemben az erősen és gyengén dekompozábilis gazdaságok fogalmát és kritériumait. Ebben a részben azt vizsgálom meg, hogy milyen előnyöket nyújthat a gazdaság strukturális összefüggéseit leíró mátrix jellege a fenti modellekkel végzett közgazdasági elemzésekben; rámutatok a technológiailag és a gazdaságilag indekompozábilis, valamint csak gyengén dekompozábilis struktúrának a modellezés eredményességében játszott szerepére.

Mielőtt rátérnénk az egyes modellek vizsgálatára, röviden összefoglalom a többszektoros lineáris modellek elemzésében, illetve megoldásában központi szerepet játszó *Perron-Frobenius tételeket*. Jelen tanulmány szempontjából különös jelentőséggel bírnak azok a tételek, amelyek az indekompozabilitás esetére vonatkoznak. Tekintettel arra, hogy nem céлом újabb bizonyításokat adni, ezért a tételek igazolásától eltekintek. (Az érdeklődő Olvasó a bizonyításokat megtalálhatja pl. a [26], [18] könyvekben.)

PF 1. Legyen \mathbf{A} egy nemnegatív kvadratikus mátrix. Ekkor a következőket állítjuk:

- (i) \mathbf{A} -nak van nemnegatív sajátértéke. Az összes nemnegatív sajátérték közül a legnagyobb λ sajátértékhez nemnegatív sajátvektor is tartozik;
- (ii) $\rho \mathbf{E} - \mathbf{A}$ akkor és csak akkor invertálható nemnegatívan, ha $\rho > \lambda$;
- (iii) ha $\mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mu \mathbf{x}$ egy valós μ számra és egy szemipozitív \mathbf{x} vektorra, akkor $\lambda \geq \mu$;
- (iv) $\lambda \geq |\omega|$ az \mathbf{A} mátrix bármely ω sajátértékére;
- (v) ha az $\mathbf{A} \geq \mathbf{0}$ mátrix j -edik oszlopösszegét s_j , az i -edik sor összegét r_i jelöli, akkor

$$\min_{1 \leq j \leq n} s_j \leq \max \lambda \leq \max_{1 \leq i \leq n} r_i$$

illetve

$$\min_{1 \leq i \leq n} r_i \leq \max \lambda \leq \max_{1 \leq j \leq n} s_j$$

A fentiekben definiált λ sajátértékét az $\mathbf{A} (\geq \mathbf{0})$ mátrix Perron–Frobenius gyökének vagy domináns sajátértékének nevezzük és a továbbiakban $\lambda(\mathbf{A})$ -val jelöljük. Bebizonyítható, hogy $\lambda(\mathbf{A})$ domináns sajátértékre a következő tulajdonságok érvényesek:

¹⁴ L. később

- (i) $\lambda(\mathbf{A}) = \lambda(\mathbf{A}')$
- (ii) $\lambda(\alpha\mathbf{A}) = \alpha\lambda(\mathbf{A})$ $\alpha \geq 0$ -ra
- (iii) $\lambda(\mathbf{A}^k) = (\lambda(\mathbf{A}))^k$ egy tetszőleges pozitív integer k -ra.
- (iv) $\lambda(\mathbf{A}) \geq \lambda(\mathbf{B})$, ha $\mathbf{A} \geq \mathbf{B} \geq \mathbf{0}$.
- (v) $\lambda(\mathbf{A}) \geq \lambda(\mathbf{C})$, ha \mathbf{C} az \mathbf{A} mátrix tetszőleges főminormátrixa.
- (vi) $\lambda(\mathbf{A}) = 0$, akkor és csak akkor, ha $\mathbf{A}^k = \mathbf{0}$ valamilyen $k > 0$ -ra.

Az eddigiek során \mathbf{A} -ról csak azt kötöttük ki, hogy nemnegatív. Ha kikötjük \mathbf{A} indekompozabilitását is, akkor újabb tételeket fogalmazhatunk meg, illetve néhány fenti tétel következőképpen módosul:

PF 2. Legyen $\mathbf{A} \geq \mathbf{0}$ indekompozabilis mátrix. Ekkor a következőket állítjuk:

- (i) $\lambda(\mathbf{A})$ -hoz pozitív sajátvektor tartozik és $\lambda(\mathbf{A}) > 0$;
- (ii) $\lambda(\mathbf{A})$ -hoz tartozó sajátvektorok tere egydimenziós.
- (iii) a $(\rho\mathbf{E} - \mathbf{A})\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ összefüggésekből következik a $(\rho\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \geq \mathbf{0}$;
- (iv) $(\rho\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} > \mathbf{0}$;
- (v) $\lambda(\mathbf{A}) > \lambda(\mathbf{B})$, ahol $\mathbf{A} \geq \mathbf{B} \geq \mathbf{0}$ és \mathbf{A} vagy \mathbf{B} egyike indekompozabilis;
- (vi) $(\lambda(\mathbf{A})\mathbf{E} - \mathbf{A})$ mátrix bármely főminora pozitív;
- (vii) $\lambda(\mathbf{A})$ az \mathbf{A} karakterisztikus egyenletének egyszerű gyöke
- (viii) $\min_{1 \leq j \leq n} s_j < \lambda(\mathbf{A}) < \max_{1 \leq j \leq n} s_j$, ha $\min s_j \neq \max s_j$,

illetve

$$\min_{1 \leq i \leq n} r_i < \lambda(\mathbf{A}) < \max_{1 \leq i \leq n} r_i, \text{ ha } \min r_i \neq \max r_i.$$

A zárt input-output modell vizsgálatánál tekintsük a modell stacioner növekedési változatát: azaz a kibocsátás rögzített ráfordítási arányok mellett az $\alpha (> 0)$ növekedési tényező szerint változatlan arányban nő. A modell termelési volumenekre vonatkozó mérlegegyensúlyi összefüggése következőképpen írható fel: $\alpha\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{x}$, $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$, $\alpha > 0$. Könnyen belátható, hogy a zárt input-output modell stacioner változata az (\mathbf{A}, \mathbf{B}) Neumann-modell¹⁵ (i) feltételi egyenlőtlenségének egy speciális esete, ahol $\mathbf{B} = \mathbf{E}$. (Hasonlóképpen mutatható meg, hogy az értékfolyamatokra felírt mérlegegyensúlyi összefüggés a Neumann-modell (ii) összefüggése, $\mathbf{B} = \mathbf{E}$ esetén.) A modellel végezhető közgazdasági elemzés egyik célkitűzése, olyan maximális α_0 növekedési tényező meghatározása,¹⁶ amely mellett az egyes szektorok kibocsátása megegyezik a szektorok „termelői” felhasználásával; azaz $\mathbf{x}_0 = \alpha\mathbf{A}\mathbf{x}_0$. Amennyiben átírjuk az egyensúlyi megoldást eredményező fenti egyenletet $\mathbf{A}\mathbf{x}_0 = (1/\alpha_0)\mathbf{x}_0$ alakra, könnyen belátható, hogy az $(1/\alpha_0)$ az \mathbf{A} mátrix egy pozitív sajátértéke, az \mathbf{x}_0 pedig a megfelelő nemnegatív sajátvektor. A fenti közgazdasági feladat megoldása tehát az $\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ sajátérték-problémára vezethető vissza. A megoldás során úgy járunk el, hogy a pozitív sajátértékek közül a legkisebbet választjuk a hozzá tartozó nemnegatív sajátvektorral (-kal), minthogy így kapunk olyan termékstruktúrát, amely maximális növekedés mellett biztosítja az egyensúlyt. A fenti gondolatmenetből is kitűnik, hogy a közgazdasági probléma megoldása ebben a formában nem egyértelmű; nem mindig teljesül az \mathbf{x}

¹⁵ L. később

¹⁶ A probléma megoldását és bizonyítását l. [12]-ben 317. old.

vektor pozitivitása sem. A Perron—Frobenius tételek¹⁷ alapján viszont könnyen belátható, hogy ha az \mathbf{A} mátrix indekompozábilis (az 1. tétel következtében itt a technológiai indekompozabilitás egyúttal gazdasági is), akkor a $\lambda(\mathbf{A})$ domináns sajátérték és a hozzá tartozó sajátvektor is pozitív és egyértelműen meghatározott. (Hasonló eredményt kapunk az értékfolyamatok vizsgálatánál is.)

Itt említjük meg, hogy Marx újratermelési elméletének input-output modell segítségével megadott általánosításai során is jelentős szerepet játszik a gazdasági struktúra indekompozabilitása (L. erről bővebben [3], [14], [22], [23], [24]).

A *nyílt statikus input-output modell* esetén az alapprobléma a termelési volumenekre úgy fogalmazható meg, hogy egy nemnegatív végső keresletvektor és a szemipozitív \mathbf{A} inputmátrix segítségével meghatározható-e olyan nemnegatív \mathbf{x} termelési vektor, amely pontosan fedezi a végső keresletet és a termelő fogyasztást. Közismert a megoldás: a termelési vektort az \mathbf{A} Leontief inverze¹⁸ és a végső keresletvektor szorzata határozza meg. A nemnegatív \mathbf{x} vektor biztosítására két lehetőség kínálkozik: 1) ha \mathbf{A} produktív, azaz ha \exists nemnegatív \mathbf{x} vektor, amelyre $\mathbf{Ax} < \mathbf{x}$ ¹⁹; 2) ha \mathbf{A} Leontief inverze pozitív. A Perron—Frobenius tételek közül a PF. 2. (iv) alapján belátható: ha \mathbf{A} indekompozábilis és $\lambda(\mathbf{A}) < 1$ úgy $(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$ mindig pozitív. A $\lambda(\mathbf{A}) < 1$ mindig teljesül, mivel a nyílt input-output modell \mathbf{A} mátrixában az oszlopösszegek mindegyike kisebb mint egy, így állításunk a PF 2. (viii) tétel alapján könnyen belátható. A második lehetőséghez elegendő tehát csak az \mathbf{A} mátrix indekompozabilitását biztosítani, ami egyébként a megoldás egyértelműségét is garantálja. Érdekes megfigyelni, hogy amíg \mathbf{A} produktivitása nemnegatív kibocsátás-vektor mellett csak nemnegatív végső keresletvektort biztosít, addig \mathbf{A} indekompozabilitása a határozottan pozitív kibocsátási vektorra szemipozitív keresletvektort eredményez.

(A gazdaság duális oldalára, az értékfolyamatokra vonatkozó modellezésben hasonlóképpen mutatható meg a nemnegatív árvektor létezése.)

A *Neumann-modellt* következőképpen fogalmazhatjuk meg:

- i) $(\mathbf{B} - \alpha\mathbf{C})\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$
- (ii) $\mathbf{p}'(\mathbf{B} - \beta\mathbf{C}) \leq \mathbf{0}'$
- (iii) $\mathbf{p}'(\mathbf{B} - \alpha\mathbf{C})\mathbf{x} = 0$
- (iv) $\mathbf{p}'(\mathbf{B} - \beta\mathbf{C})\mathbf{x} = 0$
- (v) $\mathbf{p}' \geq \mathbf{0}'$; $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$, $\alpha > 0, \beta > 0$,

ahol \mathbf{p} az árvektor, \mathbf{x} a tevékenységi szintek vektora, β az általános kamattényező és α a növekedési tényező.

A modell egyes kikötéseinek közgazdasági tartalma rendre:

- (i) nem lehet egyetlen termékből sem többet fogyasztani, figyelembe véve a bővülést is, mint amennyi rendelkezésre áll;
- (ii) egyensúlyi helyzetben egyik tevékenység sem tartalmazhat több nyeregéget, mint amennyit az átlagos kamattényező meghatároz;

¹⁷ L. előzőekben PF 2 (i) tételét.

¹⁸ Értsd: Leontief—Minkowski-féle mátrix inverze.

¹⁹ Bizonyítását l. [12]-ben 296. oldalon.

- (iii) ha fölös termék van, amelyet a modellben nem használnak fel, akkor az szabaddá válik és az ára zérus lesz;
- (iv) ha valamely tevékenység nem biztosítja az egész gazdaságra jellemző átlagos kamattényező által meghatározott nyereséget, akkor ez az eljárás „veszteségesnek” minősül, tovább nem fogják felhasználni, s így alkalmazási szintje zérus lesz;
- (v) megoldásként olyan szemipozitív ár- és tevékenységi szintvektort, valamint pozitív növekedési és kamattényezőt keresünk, amelyek kielégítik a modell összefüggéseit.

Neumann tehát az egyensúlyt mint az egyensúlyba hozott növekedés állapotát határozta meg, amelyben a struktúramátrixok, az árak és a kamatláb az idő függvényében változatlanok, a termelési tevékenységek intenzitása pedig valamennyi tevékenységre ugyanazon arányossági tényező alapján mértani haladvány szerint nő (vagy csökken). Champernowne terminológiája szerint ezt az egyensúlyi állapotot kvázistacioner állapotnak tekinthetjük, mivel a gazdaságban csak a méretek változnak, a strukturális arányok viszont nem.²⁰

Neumann tanulmányában²¹ a Brouwer-féle fixponttétel általánosítása segítségével bizonyítja be a modell egzisztenciáját. Megmutatta továbbá, hogy bármely (x_0, p_0) egyensúlyi megoldáshoz tartozó α_0 -ra és β_0 -ra teljesül az egyenlőség és a megoldás ezekre a változókra egyértelmű (unicitás). A bizonyítás során a következő megszorításokat vezette be a struktúramátrixokra: $C, B \geq 0$, és $C + B > 0$. Később Kemeny, Morgenstern és Thompson tanulmányukban²² bebizonyították, hogy ez a feltétel egy gyengébb és közgazdaságilag is jobban értelmezhető feltétel párra cserélhető ki; nevezetesen $Cx \geq 0 \quad \forall x \geq 0$ és $p'B \geq 0' \quad \forall p' \geq 0'$. Ha viszont ilyen feltételek mellett keressük az egyensúlyi megoldást, akkor az unicitás teljesüléséhez további feltételek bevezetése szükséges. Hosszú ideig az irodalomban (l. például [11], [14], [17], [20], [22]) csak a Gale-től származó technológiai indekompozabilitás feltétele mellett bizonyították az unicitást. Bár tudott volt, hogy az unicitásnak ez csak elégséges, de nem szükséges feltétele. Például Gale a [11] tanulmányában (298–299 oldalakon) egy olyan Neumann-modellt írt fel, amely technológiaiilag dekompozabilis, mégis meg lehetett mutatni, hogy $\alpha_0 = \beta_0$. Robinson kimutatta, hogy mindezt a modell gazdaságilag indekompozabilis jellege biztosította, és az említett tanulmányában bebizonyította, hogy a gazdaságilag indekompozabilis Neumann-gazdaságok esetében is mindig teljesül az unicitás.

A Neumann-gazdaságok strukturális sajátosságainak az előzőekben kifejtett további specifikációi lehetővé teszik, hogy tovább bővítsük az unicitást biztosító Neumann-gazdaságok körét. Megmutatom ugyanis, hogy a technológiaiilag vagy gazdaságilag *csak gyengén dekompozabilis* gazdaságok esetében is $\alpha_0 = \beta_0$.

Legyen α_0 a maximális növekedési tényező, azaz azon α -k maximuma, amelyek valamely szemipozitív x mellett eleget tesznek a $(B - \alpha C)x \geq 0$ feltételnek. Hasonlóképpen, legyen β_0 a minimális kamattényező, azaz azon β - k minimuma, amelyek valamilyen szemipozitív p mellett kielégítik a

²⁰ L. részletesebben [5]-ben.

²¹ L. [25].

²² Ld. [16]

$\mathbf{p}'(\mathbf{B} - \beta\mathbf{C}) \leq \mathbf{0}'$ egyenlőséget. A Neumann-modell egyensúlyi megoldása létezésének bizonyításából ismert²³, hogy a fenti α_0 és β_0 létezik és $0 < \beta_0 \leq \alpha_0$. Ilyen általános esetben bármilyen $\gamma \in [\beta_0, \alpha_0]$ érték mellett létezik a Neumann-modellnek megoldása.²⁴

Most bebizonyítjuk, hogy ha a gazdaság (akár technológiailag, akár gazdaságilag) indekompozábilis, vagy csak gyengén dekompozábilis, akkor $\alpha_0 = \beta_0$ és a Neumann-modell minden lehetséges megoldásában $\alpha = \beta$. Mivel ha $\alpha = \beta$, akkor szükségképpen $\beta_0 \leq \beta = \alpha \leq \alpha_0$, ezért a $\beta_0 = \alpha_0$ egyenlőség a kamat- és növekedési tényező unicitását is implikálja.

10. tétel: Ha a gazdaság technológiailag és/vagy gazdaságilag erősen nem dekompozábilis, akkor csak egyetlen $\alpha_0 = \beta_0$ mellett létezik megoldása a Neumann modellnek.

Bizonyítás: Tudjuk, hogy $\beta_0 \leq \alpha_0$, azért az egyenlőség teljesüléséhez elegendő a $\beta_0 \geq \alpha_0$ összefüggést bizonyítani. Legyen \mathbf{x}_0 egy olyan szemipozitív vektor, amely mellett

$$(1) \quad \mathbf{B}\mathbf{x}_0 \geq \alpha_0 \mathbf{C}\mathbf{x}_0,$$

továbbá \mathbf{p}_0 egy olyan szemipozitív vektor, amelyre

$$(2) \quad \mathbf{p}'_0 \mathbf{B} \leq \beta_0 \mathbf{p}'_0 \mathbf{C}$$

egyenlőtlenség fennáll. Az (1) egyenlőtlenséget \mathbf{p}'_0 -vel, a (2) egyenlőtlenséget \mathbf{x}_0 vektorral megszorozva, majd a kapott egyenlőtlenséget sorbaállítva kapjuk, hogy

$$\alpha_0 \mathbf{p}'_0 \mathbf{C}\mathbf{x}_0 \leq \mathbf{p}'_0 \mathbf{B}\mathbf{x}_0 \leq \beta_0 \mathbf{p}'_0 \mathbf{C}\mathbf{x}_0.$$

Nyilván elegendő most már azt megmutatni az $\alpha_0 \leq \beta_0$ egyenlőtlenség belátásához, hogy $\mathbf{p}'_0 \mathbf{C}\mathbf{x}_0$ pozitív, amellyel végigosztva az egyenlőtlenség-sorozat tagjait, a jelzett egyenlőtlenség igazolt. A $\mathbf{p}'_0 \mathbf{C}\mathbf{x}_0$ pozitivitását kétféleképpen is beláthatjuk:

(i) Közvetlen eset. A $\mathbf{p}'_0 \mathbf{C}\mathbf{x}_0 > 0$ összefüggés \mathbf{x}_0 szemipozitivitása miatt fennáll valahányszor $\mathbf{p}'_0 \mathbf{C} > \mathbf{0}'$. Ez utóbbi viszont teljesül a gazdaságilag erősen nem dekompozábilis esetben. Ugyanis \mathbf{p}_0 szemipozitív, β_0 pozitív és eleget tesznek a (2) feltételnek, ezért a 9. tétel értelmében $\mathbf{p}'_0 \mathbf{C} > \mathbf{0}'$ fennáll.

(ii) Közvetett eset. Először a $\mathbf{p}'_0 \mathbf{B}\mathbf{x}_0 > 0$ egyenlőtlenséget mutatjuk meg, ami a (2) következtében implikálja a $\mathbf{p}'_0 \mathbf{C}\mathbf{x}_0 > 0$ összefüggést. A $\mathbf{p}'_0 \mathbf{B}\mathbf{x}_0 > 0$ viszont \mathbf{p}'_0 szemipozitivitása miatt fennáll, valahányszor $\mathbf{B}\mathbf{x}_0 > \mathbf{0}$. Ez utóbbit viszont garantálja az a feltevés, hogy a gazdaság technológiailag erősen nem dekompozábilis. Ugyanis \mathbf{x}_0 szemipozitív, α_0 pozitív és eleget tesznek az (1) feltételnek, ezért a 3. tétel értelmében $\mathbf{B}\mathbf{x}_0$ szükségképpen pozitív.

Hasonlóképpen bizonyíthatjuk, hogy a Neumann-modell minden lehetséges megoldásában $\alpha = \beta$. Ugyanis a Neumann-modell (iii) és (iv) feltételeiből kö-

²³ L. például [12], [17], [20], [26] illetve magyarul [14].

²⁴ Bizonyítását l. pl. [26], magyarul [14] könyvekben.

vetkezik, hogy minden lehetséges megoldásban fennáll az

$$\alpha \mathbf{p}' \mathbf{C} \mathbf{x} = \mathbf{p}' \mathbf{B} \mathbf{x} = \beta \mathbf{p}' \mathbf{C} \mathbf{x}$$

A gazdaság strukturális jellege következtében $\mathbf{p}' \mathbf{B} \mathbf{x} > 0$, valamint $\mathbf{p}' \mathbf{C} \mathbf{x} > 0$ is, ezért $\alpha = \beta = \mathbf{p}' \mathbf{B} \mathbf{x} / \mathbf{p}' \mathbf{C} \mathbf{x}$.

Mivel minden technológiailag erősen nem dekompozábilis Neumann-gazdaságban: $\mathbf{p}' \mathbf{B} \mathbf{x} > 0$, ahol $\mathbf{p}, \mathbf{x} \geq 0$, $\alpha > 0$ és $\mathbf{B} \mathbf{x} \geq \alpha \mathbf{C} \mathbf{x}$, valamint minden gazdaságilag erősen nem dekompozábilis Neumann-gazdaságban: $\mathbf{p}' \mathbf{C} \mathbf{x} > 0$, ahol $\mathbf{p}, \mathbf{x} \geq 0$, $\beta > 0$ és $\mathbf{p}' \mathbf{B} \leq \beta \mathbf{p}' \mathbf{C}$, ezért $\mathbf{p}' \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{p}' \mathbf{B} \mathbf{x} > 0$. Ez utóbbi egyenlőtlenséget átalakítva kapjuk $\mathbf{p}' (\mathbf{C} + \mathbf{B}) \mathbf{x} > 0$, ami — figyelembe véve, hogy \mathbf{p}' és \mathbf{x} szempozitív vektorok — csak úgy teljesülhet, ha $\mathbf{C} + \mathbf{B} > 0$. Ez pedig éppen Neumann eredeti feltétele. Azt kaptuk tehát, hogy minden olyan Neumann-gazdaság, amelynek struktúramátrixai az eredeti Neumann feltetés mellett eleget tesznek az ún. Kemeny—Morgenstern—Thompson feltételeknek is, az erősen nem dekomponálható (akár technológiai, akár gazdasági értelemben) Neumann-gazdaságok egy valódi részhalmozát alkotják.

Eddigi eredményeink alapján, figyelembe véve az (in)dekompozábilitás duális kiterjesztését is, a Kemeny—Morgenstern—Thompson feltételeket kielégítő Neumann-gazdaságok közül 12 specifikus struktúrájú gazdaság egyensúlyi megoldásában teljesül az unicitás. A fennmaradó 4-féle, különböző struktúrájú gazdaságban továbbra is csak a $\beta_0 \leq \alpha_0$ egyenlőtlenség bizonyított. Az alábbi táblázatban egybefoglaltuk az összes, különféle struktúrájú Neumann-gazdaságot, amelyben — korábbi jelöléseinknek megfelelően — \mathcal{A} és \mathcal{B} ill. \mathcal{A}' és \mathcal{B}' a technológiailag erősen és gyengén ill. gazdaságilag erősen és gyengén dekompozábilis gazdaságokat jelölnek.

α \diagdown T	$\overline{\mathcal{A} \cup \mathcal{B}}$	$\mathcal{B} - \mathcal{A}$	$\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$	$\mathcal{A} - \mathcal{B}$
$\overline{\mathcal{A}' \cup \mathcal{B}'}$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 = \beta_0$
$\mathcal{B}' - \mathcal{A}'$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 = \beta_0$
$\mathcal{A}' \cap \mathcal{B}'$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 \geq \beta_0$	$\alpha_0 \geq \beta_0$
$\mathcal{A}' - \mathcal{B}'$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 = \beta_0$	$\alpha_0 \geq \beta_0$	$\alpha_0 \geq \beta_0$

Úgy tűnik, hogy a táblázat jobb alsó 2×2 -es sarkába tartozó technológiailag, vagy gazdaságilag erősen dekompozábilis gazdaságokra (vagy azok egy részére) az unicitás pusztán csak \mathbf{C} és \mathbf{B} strukturális sajátosságai alapján nem biztosítható. Ezt látszik bizonyítani jó néhány tanulmány, l. például [4], [15], [21], [29], amelyekben az unicitást biztosító szükséges és elégséges feltételekben \mathbf{C} és \mathbf{B} strukturális sajátosságai mellett szerepelnek a gazdasághoz, illetve megfelelően kialakított algazdaságokhoz tartozó maximális növekedési és a minimális kamattényező, valamint az ezekhez tartozó egyensúlyi intenzitás- és árvektorok. Illusztrációképpen vegyük H. J. Jaksch tételét, amely egy

szükséges és elégséges feltételrendszer bevezetésével lehetővé teszi az unicitást biztosító erősen dekompozábilis Neumann-gazdaságok kiszűrését.

A tétel megfogalmazása előtt felírunk egy olyan speciális struktúrájú (\mathbf{C}, \mathbf{B}) Neumann-gazdaságot, amelyről kimutatható, hogy a $[(\mathcal{A} - \mathcal{B}) \cup (\mathcal{A} \cap \mathcal{B})] \cap \cap [(\mathcal{A}' - \mathcal{B}') \cup (\mathcal{A}' \cap \mathcal{B}')]$ strukturális tulajdonságú Neumann-gazdaságok mindegyikét magába foglalja.

Legyen az I_1, I_2, I_3 egy olyan páronként diszjunkt felosztása termékek indexhalmazának, amelyre $I_1 \cup I_2 \cup I_3 = \{1, 2, \dots, n\}$ és J_1, J_2, J_3 hasonló tulajdonságú felosztása a tevékenységek indexhalmazának. Az I_1, I_3 és a J_1, J_3 részhalmazok legyenek nem üresek; az I_2 és J_2 részhalmazok egymástól függetlenül lehetnek üresek is (lényegében ezektől függően tartozhat (\mathbf{C}, \mathbf{B}) a négyféle specifikáció valamelyikébe). Legyen továbbá:

$$c_{ij} = 0, \forall i \in I_2 \cup I_3, j \in J_1 \text{ és } b_{ij} = 0, \forall i \in I_3, j \in J_1 \cup J_2.$$

A fogyasztási, illetve kibocsátási mátrixok fentieket kielégítő particionálásai következő alakot öltik:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} & \mathbf{C}_{13} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{22} & \mathbf{C}_{23} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{32} & \mathbf{C}_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{13} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} & \mathbf{B}_{23} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{33} \end{pmatrix}.$$

Amennyiben eme erősen dekompozábilis Neumann-gazdaságok közül azokat vesszük, amelyekre $\mathbf{B}_{11}\mathbf{I} > \mathbf{0}$ és $\mathbf{I}'\mathbf{C}_{33} > \mathbf{0}'$, akkor az így előálló (\mathbf{C}, \mathbf{B}) Neumann-gazdaság mellett a $(\mathbf{C}_{11}, \mathbf{B}_{11})$ és a $(\mathbf{C}_{33}, \mathbf{B}_{33})$ algazdaságok is kielégítik a Kemeny–Morgenstern–Thompson feltételeket. Ekkor mindhárom gazdaság esetében meghatározhatjuk a maximális növekedési és minimális kamattényezőt és a hozzájuk tartozó intenzitási és árvektorokat. Jelöljük ezeket rendre:

$$(\alpha_0, \mathbf{x}_0; \beta_0, \mathbf{p}_0); (\alpha_0^{(1)}, \mathbf{x}_0^{(1)}, \beta_0^{(1)}, \mathbf{p}_0^{(1)}); (\alpha_0^{(3)}, \mathbf{x}_0^{(3)}, \beta_0^{(3)}, \mathbf{p}_0^{(3)})$$

négyesekkel. Ezek után megfogalmazhatjuk Jaksch tételét:²⁵

11. tétel:²⁶ Ha az erősen dekompozábilis (akár technológiailag, akár gazdaságilag) Neumann-gazdaságnak van a fentiekben megadott olyan dekompozíciója, amelyekre $\mathbf{B}_{11}\mathbf{I} > \mathbf{0}$, $\mathbf{I}'\mathbf{C}_{33} > \mathbf{0}'$, és $\alpha_0^{(1)} > \beta_0^{(3)}$, akkor és csak akkor $\alpha_0 > \beta_0$.

A bizonyítás eredményeként azt kapjuk, hogy ezekben a Neumann-gazdaságokban $\alpha_0 = \alpha_0^{(1)}$, $\beta_0 = \beta_0^{(3)}$ és $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_0^{(1)}, \mathbf{0}, \mathbf{0}]'$, $\mathbf{p}' = [\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{p}_0^{(3)}]$.

²⁵ Ezt a tételt, illetve ezzel egyenértékű tételt levezethetjük Bromek [4] tanulmánya alapján is, ahol a szerző az eltérő megoldások előállítására ad algoritmust. Itt jegyzem meg, hogy a dekompozabilitás kiterjesztésével megadható egy olyan dekompozíció, amely több a Bromek által javasoltnál, ez ugyanis képes kimutatni a „finomabb” strukturális sajátosságot, nevezetesen a gyengén dekompozábilis struktúra előnyeit is. Ezt egy következő tanulmányban szándékozom részletesen kifejteni.

²⁶ Bizonyítást l. [15]-ben.

Következtetések

A fenti vizsgálatok alapján megmutattuk, hogy a gazdaság aggregációját kifejező struktúramátrixok jellegének, azaz dekompozábilis (erősen, gyengén és csak gyengén) illetve indekompozábilis voltának jelentős szerepe van a modellezés eredményeinek közgazdasági értelmezésében. Beláttuk, hogy az egyes émodellekkel meghatározható egyensúlyi növekedési pályák indekompozábilis és csak gyengén dekompozábilis gazdaságok esetén mindig egyértelműen léteznek; a strukturális kikötések mellett egyéb, megfelelő megszorításokkal pedig az erősen dekompozábilis Neumann-gazdaságok közül is kiszűrhetők az unicitást biztosító gazdaságok.

Milyen tanulságokkal, ill. elemzési lehetőségekkel szolgálnak a kapott eredmények? A modellező szakember számára a fenti vizsgálódás legfontosabb mondanivalója az aggregáció jelentősége. A többszektoros termelési modellek struktúramátrixainak kialakítására nemcsak közgazdasági, hanem számítástechnikai szempontból is nagy figyelmet kell fordítani. A gazdaság aggregációs szintje ugyanis olyan hibákat (előnyöket) eredményezhet, amelyek jelentősen befolyásolhatják a modellek segítségével levonható következtetéseket. A struktúramátrixok jellegének feltárásával egy sor elemzési lehetőség kínálkozik: a struktúratervezés számára hasznos információt szolgáltat az ún. autark jellegű algazdaságok feltárása, a növekedés és a fejlesztés tervezése során segítséget jelenthetnek az egyes indekompozábilis algazdaságok növekedési üteme stb.

(*Béérkezett: 1979. augusztus 24-én*)

IRODALOM

1. AFRIAT, S. N.: Production Duality and the von Neumann Theory of Growth and Interest. *Mathematical Systems in Economics* 11, 1974. Verlag Anton Hain Kg — Meisenheim am Glan
2. ALLEN, R. G. D.: *Mathematical Economics*. Macmillan, New York, 1960.
3. BRÓDY A.: Érték és újratermelés. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1968.
4. BROMEK, T.: „Consumption-investment Frontier in von Neumann Models” in *Mathematical Models in Economics*, eds. J. Łoś and M. W. Łoś, North-Holland, Amsterdam, 1974.
5. CHAMPERNOWNE, D. G.: A note on J. v. Neumann's article on „A model of economic equilibrium” *Review of Economic Studies*, 13 (1945)
6. *Computing Equilibria: How and Why* Edited by Jerzy Łoś and Maria W. Łoś North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1976.
7. DEBREU, G. and I. N. HERSTEIN: Nonnegative Square Matrices *Econometrica*, 21 (1953) 597—607.
8. FELLER, W.: Bevezetés a valószínűségszámításba és alkalmazásaiba. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.
9. FRÉCHET, M.: *Recherches théoriques modernes sur le calcul des probabilités*. Vol. 11. Paris: Gauthier—Villars, 1938.
10. FUJIMOTO, T.: Duality and the uniqueness of growth equilibrium. *International Economic Review* 16 (1975) 81—91.
11. GALE, D.: „The Closed Linear Model of Production”, in *Linear Inequalities and Related Systems*, ed. by H. W. Kuhn and A. W. Tucker. *Annals of Mathematics Study No. 38*. Princeton: Princeton University Press 1956.
12. GALE, D.: *The Theory of Linear Economic Models*. Mc Graw-Hill Book Co. London, 1960.

13. HAMBURGER, M. J. — G. L. THOMPSON — R. L. WEIL: Computation of Expansion Rates for the Generalized von Neumann Model of an Expanding Economy, *Econometrica*, 35 (1967) 542 — 547.
14. HEGEDŰS, M. — ZALAI E.: Fixpont és egyensúly a gazdasági modellekben. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó Budapest, 1979.
15. JAKSH, H. J.: A Necessary and Sufficient Condition for the Equality of the Expansion Rates in the von Neumann Growth Model. *Journal of Economic Theory* 15 (1977) 228 — 234.
16. KEMENY, J. G. — O. MORGENSTERN — G. L. THOMPSON: A generalization of the von Neumann-model of an expanding economy. *Econometrica*, 24 (1956) 115 — 135.
17. KLEIN, E.: *Mathematical Methods in Theoretical Economics*. Academic Press, New York and London, 1973.
18. KREKÓ B.: *Lineáris algebra*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1976.
19. *Komplex népgazdasági tervezés*. (Szerk. P. FEDORENKO) Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1976.
20. LANCASTER, K.: *Mathematical Economics*. Macmillan Co. New York, 1969.
21. MORISHIMA, M.: „Consumption-investment Frontier, Wage-profit Frontier and the von Neumann Growth Equilibrium” in *Contributions to the von Neumann Growth Model* ed. by G. Bruckmann and W. Weber. Springer-Verlag Wien — New York, 1971.
22. MORISHIMA, M.: *Equilibrium, Stability and Growth* Oxford, 1964.
23. MORISHIMA, M.: Marx in the Light of Modern Economic Theory. *Econometrica* 42 (1974) 611 — 632.
24. MORISHIMA, M.: *Marx's Economics*. Cambridge, Univ. Press, 1973.
25. NEUMANN J.: *Válogatott előadások és tanulmányok*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó Budapest, 1965.
26. NIKAIIDO, H.: *Convex Structures and Economic Theory* Academic Press, New York and London, 1968.
27. ROBINSON, S. M.: Irreducibility in the von Neumann Model. *Econometrica* 41 (1973) 569 — 574.
28. SOLOW, R.: On the Structure of Linear Models. *Econometrica*, 20 (1952) 29 — 46.
29. *Warsaw Fall Seminars in Mathematical Economics 1975*. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 133 Springer-Verlag. Berlin — Heidelberg — New York.

EXTENSION OF DECOMPOSABILITY IN LINEAR MODELS OF THE ECONOMY

The article is aimed at revealing structural particularities of closed and open Leontief, Neumann and Neumann — Leontief models. Starting from the indecomposability of the Neumann-model — as defined by D. Gale — the author introduces various specifications of decomposable economies, namely, strongly and weakly decomposable economies. Since the Leontief as well as the Leontief — Neumann models are specific cases of the Neumann model, these new concepts can be extended also to these models. Since each of the above models describes the economy by dual connections, the (in)decomposability concepts can be extended to the dual: the author analyzes the economic contents of technological and economic (in)decomposability, furthermore examines dual connections between strong and weak types of decomposability. These new specifications of structural connections between the individual models and the inclusion of duality resulted in the formulation of new theorems (cf. theorems 3 — 9) and in the revealing of new properties of the models.

In Part Two of the study the author examines the advantages that might result from the character of the matrix describing structural connections of the economy with respect to the economic analysis made with the above models; he points to the role of technologically and/or economically indecomposable as well as weakly decomposable structures in the efficiency of modelling. The new specifications of the structural properties of Neumann-economies enable further extension of the sphere of Neumann-economies of special structure ensuring uniqueness of the solution. Finally, it is proved (cf. theorem 10) that uniqueness prevails in strongly non-decomposable economies (both in technological and economic sense); but the sorting out of the uniqueness ensuring economies from the complementary set requires introduction of non-structural conditions.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАЗЛОЖИМОСТИ В ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ

Цель данной статьи заключается во вскрытии структурных особенностей открытых и закрытых моделей Леонтьева, Нейманна и Нейманна-Леонтьева, в которых используется и структура экономики. Исходя из определения неразложимости модели Нейманна, сформулированной Д. Гале, вводятся различные спецификации разложимых экономик, т. е. сильно и слабо разложимых экономик. В связи с тем, что модели Леонтьева и Нейманна-Леонтьева являются специфическими случаями модели Нейманна, то поэтому эти новые понятия могут быть распространены и на эти модели. В связи с тем, что каждая из этих моделей описывает экономику посредством двойственных зависимостей, двойственной является двойственное распространение (не)разложимости. Дается экономический анализ технологической и экономической (не)разложимости, изучаются двойственные зависимости слабых и сильных разновидностей разложимости.

Наличие приводимых выше новых спецификаций структурных зависимостей некоторых моделей и подключение двойственности привело к формулировке новых положений (см. теоремы 3–9) и выявлению новых свойств по отдельным моделям.

Во второй части рассматриваемой работы изучается то, что какая выгода может увязываться с характером матрицы, описывающей структурные зависимости экономики в рамках экономического анализа указанных выше моделей; указывается на роль в техническом и/или экономическом аспекте неразложимой, а также слабо разложимой структуры в результативности моделирования. Новые спецификации структурных особенностей экономик типа Нейманна позволяют еще более расширять круг экономик Нейманна, располагающих особой структурой и обеспечивающих единичность. В конце работы дается доказательство того, что в отношении сильно неразложимых экономик (как в технологическом, так и в экономическом плане) всегда налицо единичность (см. теорему 10); выделение при этом экономик, обеспечивающих единичность из его дополнения возможно лишь при обеспечении соответствующих неструктурных условий.

Az aggregálás során fellépő információvesztés vizsgálata az ágazati kapcsolatok mérlegénél

Az ágazati kapcsolatok mérlege, mint a népgazdasági elszámolások egyik igen fontos eszköze, számtalan elemzési lehetőséget rejt magában.

Az egyik, a gyakorlati felhasználás hatékonyságát nagymértékben befolyásoló kérdés az aggregáció, az ágazati összevonások mikéntje.

A népgazdasági ÁKM összeállításánál ágazatonként mintegy tízezer terméket vonnak össze. Az egy ágazatba tartozó egységek ráfordítás-szerkezeteit reprezentáló ágazati ráfordítás-szerkezet valószínűleg az ágazathoz tartozó semelyik egység ráfordítás-szerkezetével sem egyezik meg.

Mennél részletezettebb a táblázat, annál közelebb kerülnek egymáshoz az egyedi és az átlagos értékek, annál pontosabb lesz a gazdasági áramlásokról és kapcsolatokról alkotott képünk. Az ÁKM részletezettsége nem növelhető tetszőlegesen. Egy nagyon részletezett bontásban a ráfordítások már nem oszthatók fel az egyes termékek között anélkül, hogy közben el ne veszítenék létezésük valóságos feltételeit és ne válnának a koefficiensek teljesen véletlen-szerűvé.

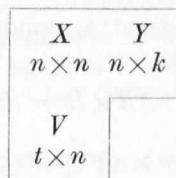
Az elméleti korlátok mellett gyakorlatilag is behatárolt az ÁKM mérete: mennél részletezettebb a táblázat, annál drágább és lassúbb az összeállítása, illetve felhasználása.

Hogyan lehet a táblázat méreteinek jelentős növelése nélkül elérni, hogy az összevonás során jóval homogénebb egységek kerüljenek egy szektorba?

Ennek a kérdésnek megválaszolását kíséreljük meg a következőkben.

Aggregálási torzítás a termelési szintek tervezésénél

Tekintsük az ÁKM leegyszerűsített, sematikus képét:



A belső négyzet $n \times n$ -es X mátrixa tartalmazza az ágazatok termelő anyagfelhasználását, x_{ij} eleme a j -edik szektor termeléséhez szükséges i -edik szektorbeli termékek értékét adja meg.

Az alsó szárny $t \times n$ -es V mátrixa az amortizációt és a nemzeti jövedelem egyes tételeit tartalmazza.

Az oldalszárny $n \times k$ -es Y mátrixa a végső keresletet (extern termelés) bontja összetevőire: lakossági és közösségi fogyasztás, export stb.

Az egyes ágazatok ráfordítási együtthatóit megkapjuk, ha az ágazat ráfordításait reprezentáló oszlop elemeit elosztjuk az ágazat összes ráfordításával. A ráfordítási együtthatók mátrixát jelöljük A -val, az ágazati termelési szinteket tartalmazó vektort x -szel, az extern termelés vektorát y -nal. A jelölésekkel felírhatjuk az ismert összefüggést:

$$(1) \quad x = (E - A)^{-1}y,$$

amely adott végső kereslethez adja meg az egyes ágazatok termelési szintjeit.

Aggregáljuk az n számú ágazatot m számú csoportba, az összevont ágazatok indexeit S_1, S_2, \dots, S_m tartalmazza.

Az aggregált táblázat belső négyzetének \bar{x}_{gh} eleme a következőképpen számítható ki:

$$(2) \quad \bar{x}_{gh} = \sum_{i \in S_g} \sum_{j \in S_h} x_{ij}$$

Ugyancsak meghatározhatók a ráfordítási együtthatók \bar{A} mátrixának elemei:

$$(3) \quad \bar{a}_{gh} = \frac{\sum_{i \in S_g} \sum_{j \in S_h} x_{ij}}{\sum_{j \in S_h} x_j} = \frac{\sum_{i \in S_g} \sum_{j \in S_h} a_{ij} \frac{x_j}{\sum_{k \in S_h} x_k}}{\sum_{j \in S_h} \frac{x_j}{\sum_{k \in S_h} x_k}} = \sum_{j \in S_g} \sum_{j \in S_h} a_{ij} r_j$$

Az (1) becslést elvégezve az aggregálás előtti vektorokkal, majd az aggregált értékekkel is, várhatóan az aggregált rendszer termelési szintjeinek m elemű \bar{x} vektorának elemei nem egyeznek meg x megfelelő elemeinek összegével, azaz:

$$\bar{x}_g \neq \sum_{i \in S_g} x_i$$

Ez a probléma a vállalatok termelési adataiból kiinduló többszörös aggregáció minden lépésénél fennáll.

A végső keresletet adottnak véve belátható, hogy az aggregálásból származó veszteség (eltérés) nullává válik, ha olyan egységeket vonunk össze, amelyeknek ráfordítás-szerkezete azonos. Másként fogalmazva, az S_h -ba aggregált minden ágazat ugyanazt a

$$\sum_{j \in S_h} a_{ij} r_j$$

forint inputot igényli az i -edik ágazattól minden forintnyi outputjához. Ez az elvárás mátrix alakban az

$$(4) \quad AR \times B = A$$

egyenlőséggel fejezhető ki. B egy $m \times n$ -es mátrix, amelynek k -edik sorában azok az elemek veszik fel az egy értéket, amely indexű ágazatok a k -edik csoportba tartoznak, az összes többi eleme 0; R a B mátrixszal megegyező szerkezetű és méretű, csak az egyesek helyén az előbb értelmezett r_k -k állnak.

A gyakorlatban a (4) elvárás sohasem teljesül, ezért egy olyan mutatót keresünk, amely méri, hogy az összevont egységek mennyire homogének, azaz mennyire kerülünk közelebb a fenti elváráshoz.

Az ÁKM információelméleti megközelítése

Alakítsuk át a dolgozat elején megismert ÁKM-et. Hagyjuk el az extern termelés oszlopvektorait (bennünket csak az ágazati összevonások mikéntje érdekel). Ezt azért is megtehetjük, mert az értékalkotásban nem vesznek részt és a végső keresletet a folyó tervezés szempontjából külső adottságként kezelhetjük. Ezután a könnyebb kezelhetőség kedvéért 0 elemek beírásával tegyük kvadratikusá a táblázatot.

Jelöljük ezt a mátrixot $X = [x_{ij}]$ -vel; $i, j = 1, 2, \dots, N$, ahol $N = n + t$.

$$\begin{bmatrix} X & O \\ n \times n & n \times t \\ V & O \\ t \times n & t \times t \end{bmatrix}$$

Nevezzük X sorait és oszlopait korábbi tartalmuktól függetlenül egységesen szektornak. Ha X elemeit elosztjuk a szektorok termelési szintjeinek összegével egy N -ed rendű P eloszlás mátrixhoz jutunk. A táblázat p_{ij} eleme az i -edik szektorból a j -edik szektorba áramló termékek értékét adja meg a bruttó termelés hányadában mérve.

A P mátrixnak kiszámítható az információtartalma¹

$$(5) \quad I = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{p_i \cdot p_j}$$

a „log” tetszőleges alapú logaritmust jelöl, míg p_i illetve p_j a peremgyakoriságokat.

A táblázat mérete befolyásolja I értékét és így zavarja a különböző méretű táblázatok összehasonlítását. (5)-ről belátható, hogy maximálisan $\log N$ lehet. A táblázat relatív információtartalmának nevezzük az $I/\log N$ értéket.

Közgazdaságilag az (5) mutató azt az információnyereséget érzékelteti, amelyet az ÁKM nyújt a felhasználónak azzal, hogy nemcsak az egyes szektorok összes ráfordítási és felhasználási adatait ismeri.

Az ÁKM hiányában az i . szektorból a j . szektorba irányuló áramlást a peremgyakoriságok szorzataként várhatjuk. A táblázat adatainak megismerése annál nagyobb „meglepetést” okoz a felhasználónak, mennél jobban eltérnek a tényleges p_{ij} értékek a táblázat hiányában becslésül szolgáló $p_i \cdot p_j$ értékektől. I értéke nem lehet negatív, és értéke nő, ha a $|p_{ij} - p_i \cdot p_j|$ eltérések ($i, j = 1, 2, \dots, N$) nőnek.

Aggregáljuk a P mátrixot egy m -ed rendű \bar{P} mátrixszá, az összevont ágazatok indexeit S_1, S_2, \dots, S_m tartalmazza. Ha I_0 jelöli az összevont táblázat (5) szerint számított információtartalmát, belátható, hogy az aggregálás során fellépő információveszteség három tag összegeként adódik:

$$(6) \quad I - I_0 = \sum_{h=1}^m \bar{p}_{\cdot h} I_{\cdot h} + \sum_{k=1}^m \bar{p}_{k \cdot} I_{k \cdot} + \sum_{k=1}^m \sum_{h=1}^m \bar{p}_{kh} I_{kh}$$

¹ A mutató a várható kölcsönös információ mértékével analóg, részletes közgazdasági értelmezése Henri Theil „Közgazdaságtan és információelmélet” című művében található meg.

Vizsgáljuk meg az információvesztésért okozó első komponens részletesen. Ha

$$z_{kj} = \sum_{i \in S_k} p_{ij}$$

jelöli az S_k halmazba aggregált ágazatokból a j . szektorba irányuló termékáramlás részesedését az összes népgazdasági áramlásokból, $I_{\cdot h}$ a következőképpen írható:

$$(7) \quad I_{\cdot h} = \sum_{k=1}^m \frac{\bar{p}_{kh}}{\bar{p}_{\cdot h}} \sum_{j \in S} \frac{z_{kj}}{\bar{p}_{kh}} \log \frac{z_{kj}}{\bar{p}_{kh}} \frac{p_{\cdot j}}{\bar{p}_{\cdot h}},$$

ahol $\bar{p}_{\cdot h}$ a \bar{P} h . oszlopának összege.

Belátható, hogy $I_{\cdot h} \geq 0$, és ez egyenlőségre csak akkor teljesül, ha

$$(8) \quad \frac{z_{kj}}{p_{\cdot j}} = \frac{\bar{p}_{kh}}{\bar{p}_{\cdot h}}, \quad \text{minden } j \in S_h\text{-ra.}$$

A bal oldalon álló tört a j . szektor teljes termelésének az S_k halmazból származó hányadát mutatja. A jobb oldali tört adja meg az aggregátum összes ráfordításának a k . csoportból származó hányadát. A két arány akkor válik egyenlővé, ha az S_h -ba aggregált ágazatok mind azonos, $\bar{a}_{kh} \in \bar{A}$ inputot igényelnek az S_k aggregátumtól. Ez az elvárás $k = 1, 2, \dots, m$ értékeire a

$$(9) \quad BA = BAR' B$$

egyenlőséggel fejezhető ki.

Ez az elvárás nem követeli meg — mint az I(4) alatti —, hogy az egy aggregátumba összevont ágazatok ráfordítási együtthatói mind az N számú ágazatra megegyezzenek, hanem csak az m számú aggregátumra vonatkozó együtthatók egyezőségét tételezi fel. Így az információ veszteséget okozó komponensek közül az első akkor válik nullává, ha az egy aggregátumba sorolt szektorok input koefficiensei mind az m számú ágazatra megegyeznek.

Az információvesztésért okozó második komponens az aggregálási eljárást az outputok oldaláról vizsgálja teljesen hasonlóan az előbb kifejtett első taghoz.

A harmadik tag az egyes csoportokon belül vizsgálja, hogy az aggregátumba tartozó szektorok ráfordítás-szerkezetei mennyire állnak közel egymáshoz.

A dolgozat elején kifejtettek szerint, ha a végső keresletet modellünkben külső adottságként kezeljük, az aggregálásból származó hiba (pontatlan becslés) kizárólag a (4) elvárás teljesülési szintjéből függ. Ezért lehetséges az aggregálási eljárás értékelése az input-heterogenitás alapján. Meg kell jegyezni azt is, hogy az input heterogenitás csökkenése a gyakorlatban a másik két komponens csökkenését is eredményezi. Ezért lehet a tanulmány elején feltett kérdést átfogalmazni: hogyan lehet az aggregálási eljárást úgy elvégezni, hogy közben minimális legyen az információvesztés? Vagy: milyen méretű legyen az optimális szektorbontású ÁKM?

A kérdések megválaszolására elvben a következőket kellene tenni:

Adott az N szektoros modell, amelyet összevonunk m szektorossá. Számítsuk ki az összes lehetséges csoportosításra $\sum \bar{p}_{\cdot h} I_{\cdot h}$ értékét és válasszuk azt a rendszert, ahol ez az összeg a legkisebb. Ha bizonyos megkötésekkel néhány

kombináció ki is zárható, akkor is óriási számolásigénye lenne a feladatnak. Nem beszélve arról, hogy m megválasztása is önkényes lenne.

Ezért ennél jobbnak, illetve gyorsabbnak ígérkezik a már adott összevonás javítására irányuló eljárás. Ez ágazati bontásban kiszámolja az eredeti ÁKM összevonása nyomán fellépő információvesztést, és kikeresi az input-heterogenitáshoz

$$\sum_{h=1}^m \bar{p}_h I_h$$

-hoz a legnagyobb mértékben hozzájáruló aggregátumokat. A továbbiakban már csak ezen ágazatok (aggregátumok) vizsgálatával kell foglalkozni, különbözőképpen részekre bontva azokat. Így két-három kisebb csoport képviselné az eredeti aggregátumot és az ÁKM mérete két-három sorral, illetve oszloppal megnő. De ha az így nyert táblázat információ-tartalma az egy csoportba összevont ágazatok kevésbé heterogén ráfordítás- szerkezete miatt megnő, bőven ellensúlyozódik a nagyobb számolás- és költségigény.

A módszer felhasználásával nyert következtetések

Az előzőekben leírt módszer gyakorlati alkalmazását a KSH „Ágazati kapcsolatok mérlege szervezeti elhatárolásban 1972” című kiadványában szereplő adatokkal végeztem el. Az „A” típusú mérlegek nem tesznek különbséget az anyagfelhasználáson belül import és hazai anyag között, így jobban érzékelte-tik a technológiai összefüggéseket. Ezért választottam vizsgálataim tárgyául az „A” típusú mérleget.

A 90 szektoros modellt 21 szektorossá aggregáltam ugyanúgy, mint a KSH, majd megpróbáltam az aggregálást az előbbi módszer alapján javítani. Eredményül egy olyan táblázatot szerettem volna kapni, amelyet az ÁKM-et felhasználó becslések nagyobb hatékonysággal tudnak alkalmazni, mint a jelenlegi 21 szektorost.

Az összevonás tárgyát képező 90 szektoros táblázat információ-tartalma 12 718 egység volt (egy egységnek a H. Theil „Közgazdaságtan és információ elmélet” című művének 348. oldalán levő C. B. Tilanus által a hollandiai I-0 táblázatokra elvégzett hasonló vizsgálatokkal való összehasonlíthatóságért 10^{-4} bitet vettem). A 21 szektorossá aggregált ÁKM információ-tartalma már csak 7208 egység volt, ami 43,5%-os veszteséget jelent.

Kiszámítva az eredeti 90 és a belőle nyert 21 szektoros ÁKM relatív információ-tartalmát, a helyzet a következő:

A 90 szektoros ÁKM relatív információ-tartalma:

$$\frac{12\ 718}{64\ 783} = 0,197.$$

A 21 szektoros ÁKM relatív információ-tartalma:

$$\frac{7208}{43\ 927} = 0,164.$$

Az eredeti táblázat a tartalmazható összes információ 19,7%-át, míg az összevont csak 16,4%-át tartalmazza. Tehát a helyzet nemcsak abszolút értelemben — amely bizonyos fokig természetes és elkerülhetetlen —, de relatíven is romlott, ami viszont már elkerülhető; pontosabban: az ilyen mérvű romlás nem törvényszerű. Az input-heterogenitás (1. sz. táblázat) népgazdasági szinten 1547 egység volt. Ennek az értéknek 32,6%-a származik az élelmiszeriparból és 25,6%-a a „könnyűipar és egyéb ipar” alatt aggregált egységek heterogén input szerkezetéből.

1. sz. táblázat

Az ágazatok input-heterogenitása 1972-ben²

Az ágazat megnevezése	Összevont ágazatok száma	I _n értéke 10 ⁻⁴ bitben	Az ágazat hozzájárulása a ng-i input-heterogenitáshoz	
			10 ⁻⁴ bitben	%
1. Bányászat	5	1681	32	2,1
2. Kohászat	3	779	41	2,6
3. Gépipar	6	756	95	6,1
4. Építőanyag ipar	7	2203	39	2,4
5. Vegyipar	8	4748	244	15,7
6. Könnyűipar	18	4002	394	25,4
7. Élelmiszeripar	15	3929	501	32,6
8. Építőipar	6	1164	101	6,6
9. Száll. és hírközl.	4	948	39	2,4
10. Személyi és üzleti szolgált.	3	2070	26	1,8
11. Egészségügyi és szoc. szolgált.	2	330	4	0,3
12. Kulturális szolg.	3	643	17	1,1
13. Közigazgatás	2	330	14	0,9

Érdekes egybeesést találunk, ha ezeket az értékeket összehasonlítjuk a Tilanus által végzett vizsgálatok eredményeivel. Ott is az élelmiszeriparban aggregált vállalatoknál találjuk a legnagyobb információvesztésedet, a legkevésbé homogén input-szerkezetet. Az input-heterogenitásnak 33%-a származik az élelmiszeriparból, ami igen közel van a nálunk számított 32,6%-hoz.

Ezzel el is érkeztünk a vizsgálat egyik legkritikusabb, legnehezebb részéhez. Meg kellett találnunk azokat az okokat, azokat az iparágakat, amelyeknek input-szerkezete az átlagostól a legjobban eltér, és így ők a veszteség fő forrásai.

Ehhez az élelmiszeriparnak egy olyan részletes vizsgálatára volt szükség, amely az anyaghányad, a bérhányad, az amortizáció és az eszközleltetés nagyságának, mint a termelés átfogó jellemzőinek segítségével a dezaggregációt lehetővé teszi.

Az élelmiszeripar vizsgálatánál rögtön szemet szúr, hogy két olyan eltérő ráfordítás-szerkezetű iparág, mint a húsipar és a szeszipar ugyanabba az ágazatba van besorolva és így ugyanazok a koeficienssek jellemzik a 21 szektoros ÁKM szintjén.

A húsiparban a viszonylag nagy bemenő értékű alapanyag aránylag kis munkaráfordítással növelt értéken hagyja el a termelési folyamatot. Ráadásul a szerkezeti elvre épülő ÁKM a húsipar tevékenységénél ismer el gyakorlatilag

² A hiányzó aggregátumok csak egy ágazatot tartalmaznak, és így 0 bittel járulnak hozzá az input-heterogenitáshoz.

tisztán kereskedelmi jellegű ügyleteket, mint az állatfelvásárlás és annak élő exportja. Jellemző, hogy ha az élelmiszeripari aggregátumból csak a húsipart emeljük ki és kezeljük önálló szektorként, már így is jelentős, mintegy 5%-nyi információnyereségre teszünk szert. Az élelmiszeriparon belül a másik véglet a szesz- és keményítőipar, amely a hosszú hónapokig tartó érleléssel és egyéb munkaráfördítással jelentősen növeli a feldolgozott alapanyag értékét. Ez is mutatja, hogy az aggregálás alapjául túlzott mértékben szolgál a végső fogyasztás jellege.

Az információveszteség csökkentésére, az előzőekben leírt szempontokat figyelembe véve, az élelmiszeripart három csoportra bontottam.

Az első csoport ágazatai: Sütő- és tésztaipar, édesipar, ásvány-, szikvíz-és üdítőital gyártás, magánkisipar.

A második csoport ágazatai: Húsiipar, baromfi- és tojásfeldolgozó ipar, tejipar, növényolajipar, malomipar.

A harmadik csoport ágazatai: tartósítóipar, cukoripar, szesz- és keményítőipar, boripar, söripar, dohányipar.

2. sz. táblázat

Az élelmiszeripar felbontásából nyert csoportok ráfordításszerkezetének heterogenisége

A csoport megnevezése	Az összevont ágazatok száma	A csoport részesedése az élelmiszeripar termeléséből	$L_h \cdot 10^{-4}$	$\bar{p}_{\cdot h} I_{\cdot h}$ bitben
első csoport	4	34,4%	4982	219
második csoport	5	53,9%	1920	127
harmadik csoport	6	11,7%	3118	45
élelmiszeripar (felbontás előtti)	15	100,0%	3929	501

A dezaggregáció előtt az élelmiszeripar hozzájárulása a $\Sigma \bar{p}_{\cdot h} I_{\cdot h}$ értékéhez 501 egység volt. A felbontás után a három csoportba aggregált élelmiszeripari vállalatok hozzájárulása ehhez az értékhez lecsökken 391 egységre, ez 110 egység nyereséget jelent. Az ágazat input-heterogenitása 22%-kal csökken, és az így létrejövő 23 szektoros táblázatban aggregált iparágak ráfordítás-szerkezetének heterogenisége több mint 7%-kal lesz kisebb a 21 szektorosénál.

A táblázat azonban többet is mond. Ha megfigyeljük az első csoport $I_{\cdot h}$ értékét, látjuk, hogy az magasabb, mint az eredeti élelmiszeripari ágazaté volt. Ez azt mutatja, hogy ebben a csoportban még heterogénebbé vált az aggregált vállalatok ráfordításszerkezete, mint az eredeti 15 iparágas aggregátumban volt. Mivel azonban az eredetinel jóval homogénebb input szerkezettel bíró második és harmadik csoport részesedése az élelmiszeripar termeléséből közel kétszer akkora, mint az elsőé, a három csoport együttes hozzájárulása a népgazdasági input heterogenitáshoz a fent leírtak szerint csökkent.

A következő lépés a vegyipar felbontása volt.

Első csoport: Kőolajfeldolgozó-ipar, szerves és szervetlen vegyi termékek gyártása, városi gáz gyártása, gyógyszeripar.

Második csoport: festékipar, háztartási és kozmetikai vegyi cikkek gyártása, gumiipar, műanyagfeldolgozó ipar.

3. sz. táblázat

A vegyipar felbontásából nyert csoportok ráfordítászerkezetének heterogenitása 10^{-4} bűben mérve:

A csoport megnevezése	Összevont ágazatok száma:	A csoport részesedése a vegyip. termeléséből:	I_h	$\bar{p}_h I_h$
első csoport	4	78,3%	4131	166
második csoport	4	21,7%	2698	30
Vegyipar:	8	100,0%	4748	244

A táblázatból látható, hogy az input heterogenitásból származó információvesztés a vegyipar dezaggregálásával $244 - 196 = 48$ egységgel csökkent.

Ha mindkét szektornál elvégezzük az itt leírt felbontásokat, egy 24 szektoros ÁKM-et nyerünk, amelyben a zaggregált ágazatok input heterogenitása jelentősen, 11%-kal csökkent!

Az utolsó vizsgálat arra irányult, hogy megállapítsa, mennyire nő az input heterogenitás, ha az erdőgazdálkodás és vízgazdálkodás szektorait összevonjuk.

Az eredmények szerint ez mintegy 29 egységgel, közel 1%-kal növelné

$\sum_{h=1}^m \bar{p}_h I_h$ értékét és I_h értéke (2020 egység) nem lenne magasabb az átlagosnál.

Egy ilyen 23 szektoros modell heterogenitása is mintegy 10%-kal lenne kisebb a jelenleg használt 21 szektorosénál.

A vizsgálat során számszerűsítettem az aggregálás során fellépő információvesztés mindhárom komponensét. Ezekből látható, hogy a dezaggregáció nemcsak az input heterogenitást, de az output heterogenitást is kedvezően befolyásolta. E három tényező eredőjeként 24 szektorossá bővített táblázat információ-tartalma a 21 szektoroshoz képest mintegy 11%-kal nőtt. Ha az erdő- és vízgazdálkodást egy szektorként kezelve 23 szektoros ÁKM-mel dolgozunk, még mindig több mint 10% az információnyereség.

Az eredmények megmutatták, hogy lehetséges az információelmélet segítségével egy olyan, az eddigieknél alig valamivel nagyobb ÁKM szerkesztése, amely jóval homogénebb ágazatokat aggregál egy csoportba, mint a jelenleg használt táblázat. Ez jelentősen növeli a táblázat információ-tartalmát. A vele végzett becsléseket jóval valósághűbbnek, pontosabbnak tekinthetjük.

Amennyiben pedig ezeket a vizsgálatokat már a 90 szektoros táblázat összeállításánál el lehetne végezni, az ÁKM-ek információs értéke és a rájuk alapozott gazdasági modellek kifejező értéke ugrásszerűen növelhető lenne.

(Beérkezett: 1978. június 28-án)

INFORMATION LOSSES BY AGGREGATION OF INPUT-OUTPUT TABLES

The mathematical properties relating to an I-0 scheme are valid independently of the size of the table. The applicability and practical utilization of the results, however, depend largely on the proper aggregation. What would be the optimum sectoral breakdown of an input-output table?

An answer to this question is sought after on the basis of information theory, while making use of H. Theil's results and illustrating through practical examples the applicability of the proposed method.

According to computations 43 per cent of the information contents of the table are lost when reducing the table of 90 sectors to 21 sectors. 32—33 per cent of the input heterogeneity of the table results from the food industry aggregate. This share is identical with results of similar studies made with Netherland's input-output table. The further part of the study was aimed at breaking down food industry and chemical industry according to material share, wages share and other criteria of production into partial aggregates comprising similar input structures.

By carrying out this disaggregation several times such a table of 23 sectors could be obtained, whose information contents increased by 10 per cent as compared to the previous aggregation into 21 sectors.

ИЗУЧЕНИЕ ПОТЕРЬ ИНФОРМАЦИИ В ХОДЕ АГРЕГИРОВАНИЯ ПРИ СОСТАВЛЕНИИ БАЛАНСОВ ОТРАСЛЕВЫХ СВЯЗЕЙ

Математические зависимости, касающиеся схем 1—0 являются действительными независимо от размеров таблицы. Возможность использования получаемых результатов, их практическое использование в значительной мере зависит от правильности агрегирования.

Каков должен быть баланс отраслевых связей при оптимальной разбивке по секторам?

В данной работе предпринимается попытка ответить на данный вопрос на базе теории информации при использовании результатов работых. Тейля и на практических примерах иллюстрируется применение рекомендуемого метода.

В соответствии с расчетами в ходе превращения 90-секторной таблицы в 21-секторную теряется 43 процента содержания информации таблицы. 32—33 процента вытекает из агрегата пищевой промышленности. Такое соотношение совпадает с результатами исследований по голландскому балансу отраслевых связей. Дальнейшие разделы исследования направлены на то, чтобы пищевая и химическая промышленность подразделялись с учетом доли материалов, заработной платы и прочих критериев производства на подагрегаты так, чтобы структура связанных с ними затрат сбилжалась.

В ходе неоднократной дезагрегации в результате удалось получить такую 23-секторную таблицу, содержание информации в которой на 10 процентов превышает содержание применяемой в настоящее время 21-секторной таблицы.

FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

HUNYADI LÁSZLÓ

Megosztott késleltetésű ökonometriai modellek

Bevezetés

Az ökonometriában már a 30-as évektől kezdve vizsgálták azt a problémát, hogy hogyan lehet egy ok rövid és hosszú távú hatását szétválasztani, illetve a hosszú távú reakció időbeli lefolyását becsülni. A DL modellek¹ tételes és rendszeres tárgyalására azonban csak az 50-es évektől kezdve, elsősorban *Koyck* [5] és *Nerlove* [7] munkái alapján került sor. Azóta a tőkés országok modellezési gyakorlatában igen nagy szerepet kaptak a DL modellek és az utóbbi években egyes szocialista országokban is (elsősorban Lengyelországban és Csehszlovákiában) sikeres kísérleteket folytattak alkalmazásukkal.

A Magyarországon készült ökonometriai modellekben ez ideig a DL koncepciót nem alkalmazták, holott a gazdaság egyes szférái rugalmasságának, alkalmazkodóképességének vizsgálatakor, főként most, amikor a gyorsan változó feltételekhez való igazodás szinte gazdasági létkérdéssé vált, hasznos elemző eszköznek bizonyulhat. Ebben az ismertetésben természetesen nem részletezhetők a DL modelleknek még csak a legfontosabb problémái sem, csupán azokat kívánom kiragadni, amelyek a módszer megértése és főként gyakorlati alkalmazása szempontjából érdekesnek tűnnek. Mivel a DL modellek főbb elméleti kérdései a magyar nyelvű szakirodalomban is hozzáférhetők [6], itt a legfontosabb alapkérdések áttekintése mellett csupán a két legfontosabb hagyományos modellt, illetve becslési eljárást, majd a gyakorlat számára igen gyümölcsözőnek ígérkező egyik modern megközelítési módot mutatom be.

1. Osztott késleltetésű modellek megalapozása

Tekintsük az alábbi, egyszerű regressziós egyenletet:

$$y_t = w_0 x_t + w_1 x_{t-1} + w_2 x_{t-2} + \dots + w_\lambda x_{t-\lambda} + u_t \quad (1)$$

amelyet DL modellnek nevezünk, ha a $w_0, w_1, \dots, w_\lambda$ paraméterek valamiféle szabályszerűség szerint alakulnak. Ez a definíció így természetesen meglehetősen általános és semmitmondónak tűnik, de ennél pontosabb meghatározás — éppen a később bemutatandó modern irányzatok miatt — aligha adható. Korábban — és innen származik az elnevezés is — azt feltételezték, hogy a w_i paraméterek, vagy súlyok egy normalizáló faktortól eltekintve valamely (ismert) valószínűségeloszlást határoznak meg, de ez a definíció idővel túlságosan merevnek bizonyult.

¹ A megosztott késleltetésű modelleket az angol nyelvű szakirodalomban distributed lag modelleknek nevezik. A továbbiakban a leírás során ezt az elnevezést az angol kifejezés rövidítésével (DL) helyettesítem.

Az (1) egyenlet természetesen a legegyszerűbb DL modell, hiszen csak egy változót tartalmaz, véges késleltetéssel, lineáris formában. Tekintve azonban, hogy a DL modellek problémái ilyen egyszerűsítés mellett is jól vizsgálhatók, ezt tekintjük kiindulásnak és ahol általánosabb kezelési mód szükséges, ott arra külön utalunk.

A modell interpretációja minden különösebb elvi megfontolás nélkül is világos: az x változó az y változóra csak bizonyos idő után fejti ki a teljes hatását. A késleltetett értékek együtthatóira — elméleti, közgazdasági megfontolásokból — a priori feltételezéseket állítunk fel, hiszen kézenfekvőnek látszik, hogy a súlyrendszernek valamiféle regularitást kell mutatnia. Ez azonban — elsősorban az idősoros becslések problémái (multikollinearitás) miatt — korlátozás nélküli becslések esetében általában nem teljesül. Ebben a megfogalmazásban a w_0 paraméter által leírt közvetlen hatást rövidtávúnak nevezik, a $\sum_{i=1}^{\lambda} w_i$ fejezi ki az összes késleltetett hatást, míg a rövidtávú és a késleltetett hatások összege, azaz $\sum_{i=0}^{\lambda} w_i$ a teljes hatást kifejező együttható.

Bár úgy vélem, hogy a DL modellek tartalma és lényege a fenti igen rövid bevezető alapján is megérthető, nem tartom érdektelennek bemutatni azt, hogy elméletileg hogyan származtathatók ezek a modellek.

Cagan² adaptív elvárásai modellje bizonyos mezőgazdasági árak meghatározására szolgált az alábbi formában:

$$p_{t+1}^* - p_t^* = \beta(p_t - p_t^*) \quad 0 < \beta < 1$$

ahol a *-gal jelölt mennyiségek várt értékeket jelölnek. A modell azt az egyszerű termelői magatartást kívánja leírni, miszerint a jövőben elérhető árakra vonatkozó elvárások arányosak a korábbi elvárások megvalósulásával. Könnyen belátható, hogy ez a kiinduló feltevés DL modellhez vezet, hiszen:

$$\begin{aligned} p_{t+1}^* &= \beta p_t + (1 - \beta) p_t^* \\ p_t^* &= \beta p_{t-1} + (1 - \beta) p_{t-1}^* \\ p_{t-1}^* &= \beta p_{t-2} + (1 - \beta) p_{t-2}^* \\ &\vdots \end{aligned}$$

majd a megfelelő kifejezéseket fokozatosan egymásba helyettesítve

$$p_{t+1}^* = \beta p_t + \beta(1 - \beta) p_{t-1} + \beta(1 - \beta)^2 p_{t-2} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \beta(1 - \beta)^i p_{t-i}$$

adódik, ami nyilvánvalóan egy végtelen késleltetéseket tartalmazó DL forma.

A másik hasonló és immár klasszikusnak számító DL modellt Nerlove készítette [7], ez részleges alkalmazkodási modell néven ismert. Nerlove először feltételezi, hogy valamely növény vetésterülete az előző évben elért árszinttől függ, azaz:

$$\tilde{y}_t = \beta p_{t-1};$$

² Idézi Griliches [3].

majd feltételezi, hogy a termelők megpróbálták igazodni, alkalmazkodni az árak által meghatározott szinthez, de ez az alkalmazkodás általában nem lehet tökéletes. Ezt a magatartást írja le az

$$y_t - y_{t-1} = \gamma(\tilde{y}_t - y_{t-1})$$

egyenlet. A két egyenletet kombinálva

$$y_t = \gamma\beta p_{t-1} + (1 - \gamma)y_{t-1}$$

alak kapható, majd ismét képezve a megfelelő késleltetett egyenleteket

$$y_{t-1} = \gamma\beta p_{t-2} + (1 - \gamma)y_{t-2}$$

$$y_{t-2} = \gamma\beta p_{t-3} + (1 - \gamma)y_{t-3}$$

és fokozatos behelyettesítés után

$$y_t = \gamma\beta p_{t-1} + (1 - \gamma)\gamma\beta p_{t-2} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \gamma\beta(1 - \gamma)^{i-1} p_{t-i}$$

alakú DL modell adódik.

Ezeknél a modelleknél szándékosan tekintettünk el a véletlen változótól, utalva ezzel is arra, hogy ezek — és még több hasonlót lehetne említeni — csak elvi modellek. Bizonyos racionálisnak tekintett termelői vagy fogyasztói magatartás feltételezésével jutnak el hasonló formájú redukált egyenletre. Bár a szocialista gazdaságelmélet nem ezt a mikro-megközelítést alkalmazza, nyilvánvalónak tűnik, hogy a fogyasztók a szocialista gazdaságban is bizonyos mértékig konzervatívak, a termelői (vállalati) döntéseket nagymértékben befolyásolják bizonyos — elsősorban a múlt tapasztalatain alapuló — elvárások, a változó piaci (külpiazi!) feltételekhez való alkalmazkodás csak tökéletlenül és számottevő késéssel valósul meg, a tervhez való alkalmazkodás is csak részleges lehet. Így — úgy vélem — a DL koncepció alkalmazása a szocialista modellezési gyakorlatban feltétlenül indokolt. Ennek azonban feltétele, hogy rendelkezésünkre álljanak azok az eszközök, amelyek ökonometriai — becslési oldalról kezelhetővé teszik az említett modelleket. Ezek közül mutatok most be néhányat.

2. Két hagyományos DL becslési eljárás

Mint a fenti elvi modellekből is láttuk, a végtelen késleltetéssel rendelkező modellek paraméterei gyakran csökkenő geometriai sorozat szerint alakulnak (eltekintve a sorösszeg normálásától, azt mondhatjuk, hogy geometriai eloszlásúak). Vizsgáljuk meg először ezt a DL modell típust!

Alakítsuk át az (1) egyenletet úgy, hogy feltételezzük az alábbi összefüggések teljesülését

$$w_i = w_0 \beta^i \quad (i = 1, 2, \dots).$$

Ekkor a kiinduló egyenlet az alábbi formát ölti:

$$y_t = w_0 x_t + w_0 \beta x_{t-1} + w_0 \beta^2 x_{t-2} + \dots + u_t = \sum_{i=0}^{\infty} w_0 \beta^i x_{t-i} + u_t, \quad (2)$$

ahol az u_t véletlen változóra a klasszikus feltételezések érvényesek. Ahhoz, hogy jól kezelhető becslő formát nyerjünk, írjuk fel a (2) egyenletet egy idő-

szakkal késleltetve, és szorozzuk meg mindkét oldalát β -val:

$$\beta y_{t-1} = w_0 \beta x_{t-1} + w_0 \beta^2 x_{t-2} + \dots + \beta u_{t-1}, \quad (3)$$

majd vonjuk ki (2)-ből (3)-at és a lehetséges egyszerűsítések után:

$$y_t = \beta y_{t-1} + w_0 x_t + u_t - \beta u_{t-1} \quad (4)$$

adódik. Ez az eljárás az ún. Koyck transzformáció [9], melynek eredményeképpen egy jól kezelhető, kétváltozós formát kapunk, amelynek becslése technikailag nem okoz gondot. Mindazonáltal (4)-nek a klasszikus legkisebb négyzetekkel (OLS) történő becslése korántsem problémamentes. A nehézségek abból adódnak, hogy az egyenlet jobb oldalán (késleltetett) endogén változó áll, s ebből következik az, hogy (4) maradékváltozója nem mentes az autokorrelációtól még akkor sem, ha u_t -re ezt feltételeztük. Hiszen:

$$\begin{aligned} E[(u_{t+1} - \beta u_t)'(u_t - \beta u_{t-1})] &= E[u'_{t+1} u_t - \beta u'_{t+1} u_{t-1} - \beta u'_t u_t + \beta^2 u'_t u_{t-1}] = \\ &= E(-\beta u' u_t) = -\beta \sigma_u^2 \neq 0, \end{aligned}$$

s így az OLS a paraméterek szórásának torzított becsléséhez vezet.

Emellett azonban a (4) egyenletben a magyarázó változó és a véletlen változó sem tekinthető függetlennek, hiszen:

$$\begin{aligned} E[y'_{t-1}(u_t - \beta u_{t-1})] &= E[y'_{t-1} u_t - \beta y'_{t-1} u_{t-1}] = E[u'_{t-1} u_t - \beta u'_{t-1} u_{t-1}] = \\ &= -\beta E(u'_{t-1} u_{t-1}) = -\beta \sigma_u^2 \end{aligned}$$

ez pedig azt jelenti, hogy az OLS torzított becslést ad a paraméterek értékére is.

A gyakorlatban ezek a nehézségek azonban nem ilyen súlyosak. Főként nagyobb minták, valamint az alapmodell reziduumainak 0-tól eltérő autokorrelációja (vö. *Theil* [9]) általában odavezetnek, hogy a kapott becslések elfogadhatók lesznek. Ez az oka annak, hogy ökonometriai modellekben gyakran találkozunk azzal a specifikációval, amelyben a magyarázó változók közt a megfelelő folyó exogén változók mellett az endogén változó késleltetett értéke is szerepel, ami tehát egy végtelen késésű, geometriai eloszlású DL modell implicit formája.

A végtelen sok késést tartalmazó DL modellek irodalma igen gazdag (erről jó áttekintést nyújt Griliches tanulmánya [3]), de gyakorlati jelentőségük egyrészt bonyolultságuk, másrészt pedig a becslésükhöz szükséges nagyobb minták miatt viszonylag kicsi. Gyakorlati becslési szempontból a véges sok késleltetést tartalmazó modellek szerepe nagyobb, ezek közül most a legáltalánosabban alkalmazott Almon módszert mutatom be.

Almon [1] feltételezte, hogy az előre meghatározott számú késést tartalmazó modell paraméterei (súlyai) ugyancsak előre megadott fokszámú polinom szerint alakulnak. Az előzetes információk, azaz a késések száma (λ) és a polinom fokszáma (g) gazdaságelméleti megfontolásokból kaphatók, hiszen a modellező a priori tudja, hogy a gazdaságban egy adott jelenség vizsgálatánál kb. milyen maximális késéssel számolhat, és arra nézve is vannak ismeretei, hogy az eloszlás alakja milyen lehet. Ilyen kiinduló feltételezésekből Almon interpolációs polinomok felhasználásával jut el egy meglehetősen bonyolult becslő formához. Kimutatható azonban, hogy az alábbi, igen egyszerű becslési mód-

szer az eredeti Almon technikával numerikusan egyenértékű megoldáshoz vezet. Tekintsük ugyanis az

$$y_t = w_0 x_t + w_1 x_{t-1} + \dots + w_\lambda x_{t-\lambda} + u_t$$

alakú modellt és a legegyszerűbb esetben tételezzük fel, hogy a w_i súlyok lineáris függvény szerint alakulnak, azaz

$$\begin{aligned} w_0 &= a + b \\ w_1 &= a + 2b \\ &\vdots \\ w_\lambda &= a + (\lambda + 1)b. \end{aligned}$$

Behelyettesítve az eredeti egyenletbe ezeket az összefüggéseket:

$$\begin{aligned} y_t &= (a + b)x_t + (a + 2b)x_{t-1} + \dots + [a + (\lambda + 1)b]x_{t-\lambda} + u_t = \\ &= a \sum_{i=0}^{\lambda} x_{t-i} + b \sum_{i=0}^{\lambda} (i + 1)x_{t-i} + u_t \end{aligned}$$

adódik, ahonnan a becslési eljárás kézenfekvő. Képezzük az

$$S_1 = \sum_{i=0}^{\lambda} x_{t-i}, \quad S_2 = \sum_{i=1}^{\lambda} (i + 1)x_{t-i}$$

új változókat, ezek segítségével becsljük \hat{a} és \hat{b} értékeit, majd a w_i értékek egyszerűen kiszámíthatók. Természetesen hasonlóképpen lehet becslni magasabb fokszámú polinomok feltételezésével is a súlyok értékét. Megjegyezzük, hogy a Magyarországon is meglévő ökonometriai programcsomagok (AUTO, TSP), amelyekben standard utasításként szerepel a DL modellek Almon-becslése, ezt az algoritmust használják.

A módszerrel kapcsolatban még egy megjegyzést kívánok tenni. Míg a korábban ismertetett módszer az exponenciális függvény tulajdonságaiból következően eleve biztosította, hogy a paraméterek pozitívak, monoton csökkenők legyenek és 0-hoz konvergáljanak, polinomok esetében ez általában nem igaz. Ezért különböző addicionális feltevésekkel szoktak élni, melyek közül a leggyakoribb a végpont (vagy esetleg végpontok) rögzítése. Ennek tipikus esete az, amikor a modellező rögzíti a késleltetések maximális számát, feltételezve, hogy pl. a λ -edik késés már nem, de a $(\lambda - 1)$ -edik még releváns tényező. A fenti lineáris példában ez a

$$w_\lambda = 0 = a + (\lambda + 1)b$$

pótlólagos feltétel beépítésével valósítható meg, ami természetesen oda vezet, hogy a és b paraméterek a becslés során már nem lesznek függetlenek.

A fent vázolt Almon-módszer rendkívül elterjedt, egyszerűsége mellett fő előnye az, hogy csökkenti a becsülendő paraméterek számát, növelve ezáltal a becslés szabadságfokát, és az, hogy „reguláris” súlyrendszert határoz meg. Alkalmazásával kapcsolatban a legfőbb probléma, hogy általában nincs elég elméleti alapunk azt állítani, hogy egy DL súlyrendszer *éppen* egy polinom szerint alakul; azaz bizonyos mértékig önkényes, nem kellően megalapozott hipotéziseket visz a becslésbe. Ugyanezzel a problémával kapcsolatos a mód-

szer merevsége is, hiszen a paraméterekre erőszakolt függvény viszonylag kis teret enged a mintában levő információk kihasználásának. Mindezek a hátrányos tulajdonságok ösztökélték a kutatókat arra, hogy reálisabb és rugalmasabb módszereket fejlesszenek ki; ezekről a modern irányzatokról számol be a következő rész.

3. A DL modellek becslésének újabb irányai

A DL modellek becslésének modern módszerei azzal jellemezhetőek, hogy igyekeznek a modellek a priori információigényét reálissá tenni, azaz nem igényelnek több feltételezést, mint amennyit a gazdaságelmélet valóban megenged. Így a két legfontosabb irányzat közös vonása, hogy nem kötik meg mereven a súlyrendszert leíró függvénytípust, ha nem csak az eloszlás „regularitását”, „simaságát” feltételezik és ebből vezetik le a megfelelő becslő formulát. Shiller [8] a bayesi elmélet felhasználásával, az ún. *spline* függvényen alapuló megközelítés [2] pedig — lényegileg hasonló kiindulópontból — szakaszosan polinominális függvények alkalmazásával jut becslő formulákhoz. E két megközelítésből az elsővel foglalkozunk, mert egyfelől maga az eljárás igen szellemes és gyakorlatilag kényelmesen alkalmazható végeredményre vezet, másfelől ez a módszer már részben a gyakorlatba is bevonult, míg a másik még csak a kísérletezés stádiumában van.

Shiller abból indul ki, hogy a sima függvények differenciái 0 körül szóródnak normális eloszlás szerint. Az ismeretes, hogy a g -ed fokú polinomok $g + 1$ -edik differenciái 0-val egyenlők, így ha kiindulásul azt tekintjük, hogy egy ismeretlen függvény g -edik differenciái 0 várható értékű és kívülről megadható (ismeretlen) szórású normális eloszlást követnek, akkor ezt a feltételt egy $g - 1$ fokú polinomhoz „közel álló” függvény elégíti ki. Ez az eljárás tehát „polinom-közeli” függvényeket preferál, de az is belátható, hogy ezek a függvények — a szórás megfelelő megválasztása esetén — kellőképpen rugalmasak.

Shiller alapmodellje $y = Xw + u$ alakú, ahol y és X^T számú megfigyelési értékből áll, míg w ($\lambda + 1$) elemből áll (azaz a folyó értékek mellett λ számú késleltetett változót specifikál). A véletlen változóra az $E(u) = 0$ és az $E(uu') = \sigma_u^2 I$ klasszikus feltevással él, emellett feltételezi a véletlen változók normális eloszlását is³:

$$f(u) \propto \left(\frac{1}{\sigma_u}\right)^T \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_u^2} u' u\right).$$

A súlyok eloszlásának simaságához szükséges a differenciaképző mátrix, amelynek tetszőleges sora a

$$(-1)^{(g-1+k)} \binom{g-1}{k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, g-1$$

formából adódó előjeles binomegyütthatókból és megfelelően elhelyezett 0 elemekből állítható elő. Példaként bemutatjuk a $g = 2$ és a $g = 3$ esetekhez

³ A formulában (és a későbbiekben is) szereplő \propto jel a bayesi elméletben általánosan használt arányossági reláció szimbóluma.

tartozó — a gyakorlati alkalmazások szempontjából leglényegesebb — mátrixokat:

$$R_2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & \dots & -1 & & 1 \end{pmatrix}, \quad R_3 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & \dots & & & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix},$$

ahol az oszlopok száma $r = \lambda + 1$, míg a soroké $p = \lambda + 1 - g$. Belátható, hogy egy tetszőleges vektort (például az ismeretlen w paramétervektort) a megfelelő R mátrixszal szorozva, annak g -edik differenciáját kapjuk, így a $v = Rw$, $E(v) = 0$, $E(vv') = \sigma_v^2 I$ specifikáció, kiegészítve az eloszlás normalitására tett feltétellel:

$$f(v | \sigma_v^2) \propto \left(\frac{1}{\sigma_v}\right)^p \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_v^2} v'v\right),$$

valóban azt jelenti, hogy az ismeretlen w paramétervektornak simának kell lennie. (Megjegyezzük, hogy σ_v paraméter ismeretlen és mint látni fogjuk, éppen ennek változtatásával lehet megadni a simaság kívánt mértékét.)

A becslés a bayesi elmélet alkalmazásával adódik, amely szerint a paraméterek *a posteriori* (becsült) eloszlása arányos a paraméterekre feltételezett *a priori* eloszlással és a minta likelihood függvényével,⁴ azaz esetünkben:

$$f(w | y, \sigma_v^2) \propto \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_v^2} (w' R R w)\right] \cdot \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_u^2} (y - Xw)'(y - Xw)\right]$$

Bevezetve a $k = \sigma_u/\sigma_v$ helyettesítést és kiemelve $1/\sigma_u^2$ -t:

$$f(w | y, \sigma_v^2) \propto \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_u^2} \{(y - Xw)'(y - Xw) + k^2(Rw)'(Rw)\}\right]$$

adódik, majd a megfelelő méretű $\begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix} = \tilde{y}$ és $\begin{pmatrix} X \\ kR \end{pmatrix} = \tilde{X}$ helyettesítés után

$$f(w | y, \sigma_v^2) \propto \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_u^2} (\tilde{y} - \tilde{X}w)'(\tilde{y} - \tilde{X}w)\right]$$

kapható. A kifejezés egyszerűbbé tétele érdekében a kitevőből egy konstans mennyiséget ($\hat{u}'\hat{u}$) levonunk (ezt az \propto arányossági reláció megengedi). Kihasználva, hogy $\hat{u} = M\tilde{y}$ és hogy $M = I - \tilde{X}(\tilde{X}'\tilde{X})^{-1}\tilde{X}'$ idempotens mátrix, belátható, hogy algebrai átalakítások után a kapcsos zárójelben levő kifejezés:

$$\{[(\tilde{X}'\tilde{X})^{-1}\tilde{X}'y - w]'(\tilde{X}'\tilde{X})[(\tilde{X}'\tilde{X})^{-1}\tilde{X}'y - w]\}$$

⁴ A bayesi elmélet, amely az ökonometria egyik modern területe, feltételezi, hogy a modellezőnek a priori ismeretei vannak a becsülendő paraméterek eloszlására vonatkozóan. Az így specifikált *a priori* eloszlásnak és a mintának az egybevetése ad lehetőséget a paraméterek *a posteriori* (becsült) elosztásának meghatározására. Így a becslés outputjaként — ellentétben a hagyományos ökonometriával, amely „csak” a paraméterek várható értékét és szórását adja meg — jelentős többletinformációként a paraméterek teljes eloszlását kapjuk meg. A bayesi elmélet alapfogalmainak részletes leírása magyar nyelven is megtalálható *Mainvaud* könyvében [6].

alakra hozható, és az a posteriori sűrűségfüggvény a következő lesz:

$$f(w | y, \sigma_v^2) \propto \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_u^2} (\hat{w} - w)' (\tilde{X}' \tilde{X}) (\hat{w} - w) \right].$$

Ebből a formából jól látható, hogy az a posteriori eloszlás normális, várható értéke $\hat{w} = (\tilde{X}' \tilde{X})^{-1} \tilde{X}' \tilde{y}$, szórásnégyzete pedig $D^2(\hat{w}) = \sigma_u^2 (\tilde{X}' \tilde{X})^{-1}$, azaz a becslő formula megegyezik a \sim -val jelölt transzformált változókra alkalmazott OLS becsléssel.

A módszer alkalmazása tehát rendkívül egyszerű: az eredeti y és X változókból képezni kell \tilde{y} -t és \tilde{X} -t úgy, hogy y -t megfelelő számú 0-val, az eredeti x -ből és a saját késleltetett idősorából kialakított X mátrixot pedig a kR „dummy” részmatrixszal egészítjük ki, majd az így kapott új változókra egyszerű OLS becslést készítünk. A becslés során központi szerepe van a k vezérlő paraméternek, amelynek nagysága arányos a simasági követelmény szigorúságával. Mielőtt azonban a módszer számítási tapasztalatait ennél részletesebben ismertetném, röviden bemutatom Shiller módszerének a hagyományos ökonometriai eszközöket felhasználó újabb interpretációját [10], amely egyben lehetőséget ad a paraméterekre, vagy azok lineáris kombinációira vonatkozó további a priori korlátok figyelembevételére. Érdeemes megjegyezni, hogy a módszer ilyen interpretációja nem más, mint amit Theil [9] külső információt felhasználó kevert becslési eljárásnak nevez.

Induljunk ki most is az $y = Xw + u$ modelltől, ahol a véletlen változóra a korábbi feltételek érvényesek. Írjuk fel a „simasági” feltételt $0 = Rw + v$ alakban, ismét a korábbiakhoz hasonló tulajdonságú véletlen változót feltételezve. (Megjegyezzük, hogy ebben az egyszerű modellben is csak a megoldás alapelvét mutatjuk be, de vele a legáltalánosabb DL modellek is jól kezelhetők). A rendszer felírható a következő alakban:

$$\begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ R \end{pmatrix} w + \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, \quad \text{avagy} \quad \tilde{y} = \tilde{X}w + \tilde{u}.$$

A becslés egyetlen problémája, hogy az $\tilde{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ véletlen változó kovariancia mátrixa nem ún. skalár kovariancia mátrix, hiszen:

$$E \left[(uw)' \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} \sigma_u^2 I & \text{cov}(uw) \\ \text{cov}(uw) & \sigma_v^2 I \end{pmatrix} = \Sigma \neq \sigma^2 I.$$

Az viszont feltételezhető, hogy $\text{cov}(uw) = 0$, így Σ legalább diagonális lesz. Ezért w becslésére az ún. súlyozott legkisebb négyzetek módszere (WLS) ad konzisztens becslést:

$$\hat{w} = (\tilde{X}' \Sigma^{-1} \tilde{X})^{-1} \tilde{X}' \Sigma^{-1} \tilde{y} \quad \text{ahol} \quad \Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_u^2} I & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_v^2} I \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Könnyen belátható, hogy \hat{w} invariáns Σ^{-1} -nek skalárral való szorzására, így

a továbbiakban Σ^{-1} helyett $\tilde{\Sigma}^{-1}$ -t használjuk, amely definíciója:

$$\tilde{\Sigma}^{-1} = \sigma_u^2 \Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2} I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & kI \end{pmatrix}.$$

Így már az is könnyen kimutatható, hogy az (5) becslés ekvivalens a következő formulával.

$$\hat{w} = [(\tilde{X}' \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}) (\tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \tilde{X})]^{-1} (\tilde{X}' \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}) (\tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \tilde{y}),$$

amelyből rögtön látható, hogy $\tilde{y} = \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \hat{y}$ és $\tilde{X} = \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \hat{X}$ helyettesítéssel OLS becslésről van szó, ahol a reziduumok kovariancia mátrixa:

$$E(\tilde{u} \tilde{u}') = E(\tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \hat{u} \cdot \hat{u}' \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}) = \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} E(\hat{u} \hat{u}') \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} = \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \cdot \Sigma \cdot \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} = \sigma_u^2 I.$$

Az is azonnal látszik, hogy \approx -el jelölt változók, amelyek közt OLS becslést kell végezni, az eredeti változókból igen egyszerűen származtathatók, hiszen

$$\tilde{y} = \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \hat{y} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & kI \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{X} = \tilde{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \hat{X} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & kI \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ kR \end{pmatrix},$$

azaz az eljárás ekvivalens a bayesi úton kapott becsléssel. Míg az első — eredeti — megoldás jobban összhangban van az elgondolás szellemével, ez utóbbi kényelmes kezelhetőségéből kifolyólag bonyolultabb gyakorlati esetek kezelésénél válhat hasznosabbá. Ezt azért érdemes hangsúlyozni, mivel az itt tárgyalt eset a lehető legegyszerűbb, legspeciálisabb. Gyakorlati feladatokban több változó szerepelhet késéssel, vagy késés nélkül, korlátozások lehetnek az egyes paraméterekre (pl. végkorlát), vagy a paraméterek lineáris kombinációjára (pl. két késleltetett változó paramétereinek összege, azaz az endogén változóra kifejtett hosszútávú hatásuk egyenlő), esetleg a véletlen változó autokorrelációjával is számolni akarunk stb. Ez utóbbi megközelítés meglehetősen egyszerűvé teszi a fent említett és hasonló problémák kezelését egy DL modellen belül (vö. [10]).

4. A becslések néhány tulajdonsága, számítási tapasztalatok

Mivel e rövid ismertetés fő célja, hogy a DL modellek gyakorlati felhasználásához adjon kiindulópontot, befejezésül célszerű tézisszerűen összefoglalni — elsősorban a Shiller módszerre vonatkozóan — azokat a főbb tudnivalókat, amelyek a numerikus becslésnél elengedhetetlenek.

a) A véges sok késést tartalmazó DL modellek speciális problémái az egyes változók késleltetett idősorai közt fennálló multikollinearitásból adódnak. Ez a multikollinearitás zavarja a paraméterbecsléseket és nem engedi meg, hogy az egyszerű, korlátozás nélküli (OLS) becslések pontosan tükrözzék a megfe-

lelő eloszlások elméleti értékeit. Ezért addicionális korlátozások formájában külső információt kell bevinni a becslésbe.

b) Almon módszere ezt a problémát úgy oldja meg, hogy új mesterséges változók bevezetésével csökkenti a becslendő paraméterek számát, csökkenti a változók közti multikollinearitást és növeli a becslés szabadságfokát.

c) Shiller módszere — technikáját tekintve — éppen fordítva, az idősorok hosszát növeli meg, csökkentve ezáltal a sorok közti multikollinearitást és növelve természetesen a becslés szabadságfokát.

d) Belátható, hogy Shiller módszere — rugalmasságából kifolyólag — speciális esetként magában foglalja mind a korlátozás nélküli (OLS) becslést, mind pedig az Almon módszert. Ha ugyanis k értékét 0-nak választjuk, azaz a differenciák szórását végtelenre növeljük, semmi addicionális információt nem viszünk be a rendszerbe, és formailag is könnyen belátható, hogy az egyszerű OLS becsléshez jutunk. Ha viszont k értékét elegendően nagyra választjuk ($k \rightarrow \infty$), azaz a differenciák szórásával 0-hoz tartunk, a $g-1$ fokú Almon becsléshez jutunk. Shiller módszere tehát k értékének változtatásával folytonos átmenetet teremt a teljes információhiány és a teljesen megkötött eloszlástípus között.

e) Általában igaz az, hogy minél több a priori korlátozást vezetünk be egy egyenlet becslésébe, annál rosszabbak lesznek az illeszkedést jellemző hibamutatók. Nyilvánvaló, hogy a paramétereiben nem korlátozott OLS becslés hibamutatói jobbak, mint az erősen korlátozott Almon becslésé, ezzel szemben az Almon módszer — a maga módján — biztosítja a paraméterek regularitását és a kiindulásul szolgáló közgazdasági elméletekkel való konformitásukat. Shiller módszere e téren is előnyös átmenetet képez; k megfelelő megválasztásával elérhető egy közgazdaságilag megfelelő paraméterstruktúra, melynek statisztikai jellemzői is kielégítőek.

f) Shiller módszere esetén jól megfigyelhető a korlátozások „szorításának” hibanövelő hatása, amit az alábbi táblázat is mutat⁵.

k értékei	Standard hiba	R^2
0,1	0,1757	0,9926
0,2	0,1763	0,9926
0,3	0,1768	0,9925
0,4	0,1774	0,9918
0,5	0,1784	0,9909
1,0	0,1788	0,9908

A hibák viszonylagos stabilitása, amit e példán tapasztalhatunk, arra utal, hogy a paraméterek eloszlására vonatkozó addicionális korlátozó feltevés nagymértékben egybevág a mintával, azaz valójában nem jelent számottevő korlátozást.

⁵ A becslés az olasz nemzetgazdaság Bologna Modelljének export egyenletére vonatkozik. Az egyenletben az endogén változó az export volumenének logaritmus, az osztott késésű változó pedig (amire a Shiller módszert alkalmaztuk) a kapacitáskihasználással korrigált relatív exportárindex logaritmus. A negyedéves bázisú egyenletnél maximum 5 időszakos késést specifikáltunk, az 5. időszak paraméterét 0-ra korlátoztuk (végpont). A becslés „célfüggvénye” a második differenciák simasága volt. A becsléssel kapcsolatos további részleteket egy kézírásos munkaanyag [4] tartalmazza.

g) A Shiller módszer alkalmazásának kulcskérdése k helyes megválasztása. Erre nézve általános eljárás vagy szabály nem konstruálható, hiszen ez a feladat természetétől, az *a priori* ismeretek megbízhatóságától és az adatok, valamint a becslendő paraméterek nagyságrendjétől függ. Meghatározásához olyan eljárás látszik célszerűnek, amely a $k \approx 0$ becslésből (OLS) indul ki, majd (próbálkozással) meghatározza k azon reális értékét, amely gyakorlatilag már polinomot eredményez, végül a két kritikus érték között, meghatározott lépésközzel próbálkozással, lokalizálja k azon értékeit, amelyek mind a paraméterek közgazdasági tartalma, mind pedig azok statisztikai mutatói szempontjából elfogadható becslésre vezetnek. A szerző numerikus tapasztalatai arra engedtek következtetni, hogy amennyiben az egyenlet valamennyi változójára logaritmikus transzformációt alkalmazunk, azaz mind a megfigyelési adatok, mind pedig a paraméterek (elaszticitások) nagyságrendjét szinte „standardizáljuk”, k megfelelő értékei az esetek jó részében 0,3 és 0,7 között adódtak.

h) Mind az Almon, mind pedig a Shiller módszer alkalmazásánál fontos kérdés a megfelelő polinom fokszámának *a priori* meghatározása, amelynél mindekenélőtt a becslés szabadságfokára kell tekintettel lenni. Éves szintű makromodellek esetében tehát, ahol 4 késleltetésnél többet aligha lehet feltételezni, első- vagy legfeljebb másodfokú polinom alkalmazása lehet indokolt, természetesen az adott probléma függvényében.

i) Érdekes összefüggés mutatható ki az alapegyenlet reziduumában meglevő esetleges autokorreláció és a megfelelő polinom fokszáma között. Egyszerűen belátható [8], hogy amennyiben az u_t sorában 1-hez közelálló autokorreláció van, Shiller módszere automatikusan az eredetileg specifikált polinomnál eggyel magasabb fokszámú polinomhoz „közeli” függvényt eredményez.

j) Végül, ami a becslések számítástechnikai megvalósítását illeti, már említettük, hogy az ökonometriai programok standard utasításként tartalmazzák az Almon módszerrel történő becslést. Újabb változataik már a Shiller módszer becslésre is alkalmasak, de a módszer egyszerűségénél fogva még csekély gyakorlattal rendelkező programozó is igen rövid idő alatt képes jól működő programot készíteni.⁶ Befejezésül csak annyit tartok szükségesnek megemlíteni, hogy bár egy ilyen rövid ismertetőben valóban csak a legfontosabbnak tartott problémák exponálására lehetett vállalkozni, remélhető, hogy ez az áttekintés felkelti a figyelmet a módszerek iránt. Az érdeklődők a DL modellek igen gazdag elméleti irodalmából, valamint az ezeket a módszereket széles körben használó modellek leírásából bőszeges további ismereteket és gyakorlati tapasztalatokat meríthetnek. Talán ez is hozzájárul a magyar ökonometriai kutatások szintjének emeléséhez, és olyan modellek kidolgozásához, amelyek a jelenleginél nagyobb mértékben képesek gyakorlati segítséget nyújtani az aktuális gazdaságpolitikai kérdések elemzéséhez és megválaszolásához.

(Bérekzett: 1979. augusztus 17-én)

⁶ A szerző az AUTO nevű ökonometriai programcsomaghoz készített standard szubrutint a Shiller módszerre; ez a SZÁMKI Ökonometriai Főosztályán hozzáférhető.

IRODALOM

1. ALMON, S.: The distributed lag between capital appropriations and expenditures. *Econometrica*, 33. (1965) 178—196 pp.
2. CORRADI, C.—GAMBETTA, G.: The estimation of distributed lags by spline functions. *Empirical Economics*, 1. (1978) 41—51 pp.
3. GRILICHES, Z.: Distributed lags: A survey, *Econometrica*, 35. (1967) 16—49 pp.
4. HUNYADI, L.: Reestimation of the Foreign Trade Equations of the Bologna Model Using Shiller's Method. 1979. (Kézirat).
5. KOYCK, L.: Distributed lags and investment analysis. North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1954.
6. MALINVAUD, E.: Az ökonometriai statisztika módszerei. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1974.
7. NERLOVE, M.: Estimates of the elasticities of supply of selected agricultural commodities. *Journal of Farm Economics*, 38(2), (1956).
8. SHILLER, R.: A distributed lag estimator derived from smoothness priors. *Econometrica*, 41. (1973) 775—788 pp.
9. THEIL, H.: Principles of econometrics, J. Wiley et Sons Inc. New York, 1971.
10. WILSON, J. F.—TAKÁCS, W. E.: Differential responses to price and exchange rate influences in the foreign trade of selected industrial countries. *International Discussion Papers No. 104*. I. M. F. 1977.

IDEGEN TOLLAK

HARRY W. RICHARDSON

A területi gazdaságtan helyzete: áttekintő tanulmány*

I. Bevezetés

A területi gazdaságtan helyzetét felmérő jelen tanulmányom megírásakor e diszciplína elhatárolása nehézséget okozott számomra. Ha a területi gazdaságtant túl szűken definiálom, akkor figyelmen kívül kell hagynom a gazdasági tevékenység és a népesség térbeli megoszlásának számos fontos, gazdaságon kívüli tényezőjét. Másrészt ha a vizsgálati kört túl tágan adom meg (vagyis a területi gazdaságtant egybeesőnek veszem a területi tudományok — „regional science” — egészével), akkor a határ pontosan meg nem adható mértékben kitolódik és olyan területek is bekerülnek, amelyeket én magam nemigen ismerek. Egy középutat választottam tehát — a területi tudományok fejlődését a közgazdaságtan szempontjából tekintem át.¹

További nehézséget jelentett az a kérdés, hogy a területi gazdaságtan definíciójának magába kell-e foglalnia a városgazdaságtant. Bár úgy hiszem, hogy a városgazdaságtan ugyanazon diszciplína része, amelynek tárgya abban áll, miképpen érinti a térbeliség a gazdasági szervezetet, érthető álláspont, hogy a városgazdaságtan, különösen annak legújabb formája, az „új városgazdaságtan” sok olyan kérdést vet fel, amelyek nagyon különböznek a területi gazdaságtan kérdéseitől. Alapvető elemzési módjuk „légüres” térben levő elszigetelt várost, és nem „hátszágával” összefüggő várost tételez fel. A városgazdaságtant és a területi gazdaságtant csak akkor lehet majd hatékonyan egybeépíteni, ha kidolgozzák az „optimális földrajz” modelljeit. Ennélfogva a városgazdaságtan nagy részét figyelmen kívül hagytam.

Végül is a közgazdaságtanra való összpontosítás nem jelenti azt, hogy teljesen figyelmen kívül hagyjuk a más tudományágakba sorolt kutatásokat. A „tisza” területi tudományok kutatásainak nagy része idevágó, a gazdaságföldrajzi kutatások némelyike pedig elválaszthatatlan a területi gazdaságtantól, ezenkívül a területi tervezés irodalma igencsak felhasználja a területi gazdaságtan kutatásait. Ha jónak láttam, nem szégyelltem kölcsönözni ezekről a közeli rokonságban álló területekről.

Munkám nem fogja át teljesen a vizsgált tárgyat. Az irodalomjegyzék hosszú, de a napjainkban közreadott munkáknak még így is csak egy töredékét érinti.

* Szabó Judit fordítása. Az International Regional Science Review 1978. évi 1. számában megjelent cikket kissé rövidítve közöljük.

¹ Feltételezem, hogy folyóiratunk (értelemszerűen az International Regional Science Review — a ford. megj.) olvasói számára nem kell definiálnom a területi tudományok — „regional science” — fogalmát. Így csak megjegyzem, hogy a magam részéről Miernyk (1976c, 2. old.) egyszerű definícióját fogadom el: „Területi tudományoknak nevezzük az olyan társadalmi, gazdasági, politikai és emberi magatartási jelenségek tanulmányozására irányuló tudományokat, amelyeknek van térbeli dimenziójuk.”

A témák kiválasztásakor nem egyenlő súlyokat alkalmaztam, azokra összpontosítottam, melyeket fontosnak és érdekesnek tekintek, de másokra is hivatkozom azok közül, amelyekben nagy volumenű kutatás folyik (és amelyek ezért nyilván sokakat érdekelnek).

II. Elméleti kérdések

Területi árelmélet

A térbeliség bevezetése az árelméletbe áthelyezi annak hangsúlyait, mert így a homogén áruk ára még az egyensúlyban sem lesz többé egységes, hanem területenként változni fog. A területi áregyensúly feltételeit mások mellett Samuelson (1952) vezette le. Kimerítő elemzést ad róluk egy viszonylag új könyv: Takayama és Judge (1971). A legegyszerűbb megoldás a lineáris programozás szállítási feladatának alkalmazása, a piaci és kereskedelmi egyensúly feltételei mellett minimalizálva a szállítási összköltséget. Az ennek alapján nyert optimális területközi (tehát piacok közötti) áramlások mellett a kereskedelmi akciók lezajlása után a piacok közötti árkülönbözetek a megfelelő relációs szállítási egységkölségekkel egyenlők, vagy azoknál kisebbek lesznek. Takayama és Judge (1971), valamint (1973) megmutatták, hogy az egytermékes modellt nem nehéz kiterjeszteni úgy, hogy az több terméket és időben változó kereslet-kínálatot foglaljon magában. Bár a térben elkülönült piacok modellje a termelők és a fogyasztók szétszórt térbeli elhelyezkedésének csak egy nagyon speciális esete, mégis találó, didaktikus példáját nyújtja általános elveknek, annak, hogy az áruk az olcsóbb piacokról a drágábbak felé áramlanak, ezáltal csökkentve a területek közötti árkülönbségeket; annak, hogy a kereskedelem elősegíti a térbeli elosztást; és végül, hogy a szállítási költségek korlátját képezik az árak kiegyenlítődések.

Bár a piaci területek határait meghatározó standard modellt tekintve (lásd C. Hyson és W. Hyson 1950-es, valamint Lösch 1954-es művét) nincsenek újabb fejlemények, a területi árelmélet újabb munkáit a piaci területek elemzésének összefüggésébe helyezhetjük.

Például Mills és Lav híres 1964-es cikke feltételezi, hogy a piaci területek állandóak maradnak, az árcsökkenések növelik a keresletet a piacon belül, de nem terjesztik ki a piacot, mert fennáll a feltételezés, hogy a versenytársak követik az árcsökkenést. Egy alternatív modell (Capozza és Attaran 1976, Capozza és Van Order 1975) azt teszi fel, hogy az árcsökkenéseket nem követik, így az alacsonyabb ár — amellet, hogy a meglévő fogyasztóknak többet lehet eladni — azt is jelenti, hogy új fogyasztókat nyernek meg. Ez utóbbi modell segít ésszerűsíteni a szupermarketek magatartását a nagyvárosokban. Mindazonáltal a versenytársak árreakcióinak teljes kizárása a való világot tekintve túl erős feltétel.

A monopolisták árdiszkrimináló viselkedése is elemezhető területi piaci szemszögből. Hoover 1937-es munkájára építve Greenhut és Ohta (1975) megmutatta, hogy a monopolista diszkriminálni fogja a közeli fogyasztókat, ha a keresleti rugalmasság változásának üteme nagyobb, mint az árváltozás üteme. Ez a feltétel fennáll, ha a keresleti görbe metszi a függőleges tengelyt (azaz a kereslet nullává válik valamely véges árnál.) Ha nincs is monopólium, attól még oligopolista eladók gyakorolhatják az árdiszkriminációt. Ez annál na-

gyobb mértékű lesz, minél gyengébb a verseny és minél nagyobb az állandó költségek aránya az árban. Az árdiszkriminációnak kétségbevonhatatlan jóléti következményei vannak (Holahan 1975; Beckmann 1976): mind a fogyasztói többlet, mind a társadalmi többlet (azaz a fogyasztói többletnek és a termelők nyereségének az összege) alacsonyabb egységesen megállapított árak mellett, mint diszkriminált árak mellett, és alacsonyabb diszkriminált árak mellett, mint kevert árak mellett. Az eladóknak a diszkriminációs ár a legnyereségesebb, de azonkívül, hogy illegális, kezelése bonyolult, hacsak a vállalat nem saját maga biztosítja a szállítást is.

A területi oligopól-jelenségekkel foglalkozó munkák legtöbbje a monopólium esetére (azaz a Hotelling modellre) összpontosít. Elég nagy vita bontakozott ki azon, hogy mik a profitmaximalizálás következményei, ha a piac központja két vállalatban összpontosul (Gannon 1973). Egy izgalmas cikkben Devletoglu (1965) arra mutat rá, hogy ha eltérünk a tökéletes racionalitás feltevésétől, például, ha feltesszük, hogy a fogyasztók egy bizonyos, kicsiny közömbösségi sávon belül közömbösek az iránt, hogy hol vásárolnak, akkor ez a termelőket térbeli eltávolodásra készíti annak érdekében, hogy minimalizálják ezt a közömbösségi sávot és hogy növeljék garantált, védett piacukat. A közelmúltban Kuenne (1977) általánosította a területi oligopólium modelljét úgy, hogy az n termelőt tartalmaz, elismeri az elkülönült piacok létezését és megenged nem lineáris szállítási költségeket. Kuenne nem-lineáris és kombinatorikus programozási eljárásokat használ az ilyen piacok viselkedésének szimulálására.

Bár a területi árelemzés a területi gazdaságtan művelőinek csak kis részét vonzotta, mostanában felélenkült a téma iránti érdeklődés (lásd: Eaton és Lipsey 1975). Ez a terület még mindig egy kiaknázatlan lehetőség a mikro-ökonómiai elmélet kutatói számára.

Telepítési elmélet

A telepítési elmélet a területi gazdaságtan legrégebbi ága. A szállítási költségek Launhardt, Weber, Ritschl, Palander és Hoover által kihangsúlyozott szerepe; Predöhl, Weigmann, Lösch és Lefebvre korai munkái az általános telepítési elméletéről; az agglomerációk kihangsúlyozása Weber, Hotelling, Hoover és Isard munkáiban; Greenhut, Moses és Churchill (1967) profit-maximalizáló elhelyezési modellje változó költségek és kereslet mellett; Greenhut, Isard és Lösch átfogó helyzetfelmérő munkái az 1950-es években, valamennyien egy jól megalapozott kutatási terület eredményeit gazdagították. Nem meglepő tehát, hogy a telepítési elmélet körül viszonylagos nyugalom volt az elmúlt években.

A jelentős előrehaladás fő megnyilatkozási területei a profit-maximalizálási elv és a területi meghatározottság kétségbevonásához kapcsolódnak. Isard és Smith (1967) bebizonyították, hogy a weberi agglomerációs probléma egy telepítési „játék”-ra vezet, amely — a választott stratégiától függően — sokféleképp oldható meg. Pred (1967 és 1969) egy sztochasztikus viselkedési modellt javasolt, amely az optimális elhelyezéstől való eltéréseket a döntéshozók információiban, valamint információfelhasználási készségében meglévő különbségekkel magyarázza. Egy évtizeddel később Carroll és Dean (1977, lásd még: Dean és Carroll 1977) levezették, hogy egy bayesi stratégia, amely a telepítési helyet kereső személy *a priori* meggyőződéseit a lehetséges helyekhez tartozó várható kifizetésekről az új információknak megfelelően megerősíti vagy ki-

igazítja, képes a vállalattelepítés bonyolult döntéseinek egyszerűsítésére. Rámutattak arra is, hogy ez a megközelítés konzisztens a „kielégítő megoldás” modelljeivel („satisficing models”).

Néhány évvel ezelőtt kifejtettem (Richardson, 1969), hogy Simon kielégítő megoldás fogalma konzisztens azzal, hogy lehetetlen előre látni az alternatív telepítések költségeit és a belőlük származó jövedelmeket, konzisztens a külső kedvező gazdasági hatások mérésében rejlő nehézségekkel, a személyes tényezők esetenkénti fontosságával az elhelyezési döntéseknél, a kockázat és a bizonytalanság leküzdésének nehézségével, valamint az idővel, információgyűjtéssel és más erőforrásokkal való takarékoskodással az elhelyezések megválasztásánál (lásd a Townroe 1971 munkát is). Néhányan arra utaltak, hogy a kielégítő megoldás keresése ugyanaz, mint a hosszú távú profit maximalizálása bizonytalanság mellett (pl. Webber 1972), míg Isard (1969) rámutatott, hogy csak kis különbség van a kielégítő megoldás és a célfüggvény feltételes maximalizálása között, különösen ha a szabad időt maximalizáljuk. Nem nehéz olyan optimalizálási modellt felállítani, amely a kielégítő megoldás elméletéhez hasonló eredményeket hoz, például azt feltételezve, hogy az elhelyezésről döntő személyek minimalizálják a hely keresésére fordított időt és energiát, vagy pedig azt, hogy hasznosságot maximalizálnak, beleértve ebbe a személyes kényelmet és a nem-pénz jellegű dolgokat is. Ez utóbbiban zavaró, hogy tautológiává válik, hiszen *ex ante* minden elhelyezés optimális, mivel annak megválasztásakor a döntéshozók saját hasznosságuk maximalizálására törekedtek.

A kielégítő megoldásra alapozott telepítési döntések a fontosabb városok és a népességtömörülések közelében levő nem túl zsúfolt helyeket részesítik előnyben, a közlekedési utak jó megközelíthetőségével, a nyersanyagforrásokhoz, az inputok szállítóihoz, a munkaerő forrásokhoz viszonylag közel. Mindazáltal lehetetlen meghatározni az objektíve optimális elhelyezést, vagy *ex ante* pontosan előre jelezni a választott helyet. Webber (1972) némileg részletezte a bizonytalanság szerepét az elhelyezésben, és kimutatta, hogy az az agglomeráció erősödését segíti elő, még akkor is, ha nincsenek kedvező külső gazdasági hatások (kivéve azokat, amelyek az információhoz jutással kapcsolatosak). A magas kockázatok és a bizonytalanság melletti agglomerációs készség segítséget nyújt annak megmagyarázásához, miért nagy sok fejlődő országban az iparvállalatok koncentrációja a fővárosban vagy akörül (lásd: Alonso 1968).

A területi agglomerációkról szóló tanulmányok legtöbbje ugyanazon iparág vállalatainak tömörüléseivel foglalkozik. Teljesen más megközelítést kíván viszont a különböző iparágakhoz tartozó vállalatok egymás mellé tömörülésének elemzése, amely azonban némi reményt nyújt arra, hogy összeegyeztessük a telepítési elméletet az agglomerációs hozadék mérésével. Az ide tartozó munkák többsége ugyanis az elméletieskedés helyett az ipari összekapcsolódások mérésével foglalkozik. Alapfogalmuk az ipari komplexum, az áruk és szolgáltatások áramlásaival szorosan összekapcsolt iparágak vállalatainak csoportja. Ezekről elmondható, hogy ugyanazon ipari tömörüléshez tartoznak. A területi gazdaságtanban feltételezik egy ilyen tömörülés vállalatairól, hogy ugyanarra a területre (azt valamilyen általános értelemben véve, és nem szükségképpen összefüggőnek feltételezve) összpontosulnak, de az ipari komplexumok tértől függetlenek is lehetnek.

Isard, Shooler és Vietorisz (1959) úttörő munkáját követően a témát sok évig elhanyagolták. Az elmúlt évtizedben azután nagy élénkülés következett be

(Streit 1969; Paelinck 1972; Nijkamp 1972; Bergsman, Greenston és Healy 1972; Roepke, Adams és Wieseman 1974; Latham 1976; Czamanski 1971; Czamanski és Czamanski 1977; Bopp és Gordon 1977; Sommerfeld, Sondhi, Spurlock és Ward 1977; Tybout és Mattila 1977). Ezek a munkák számos módszert használtak fel a geometriai programozástól és a gráfelmélettől a faktoranalízisig és a helyi input-output táblák triangularizálásáig. Mivel a kutatásokat többnyire nagyon lekötötték az iparágak közötti kapcsolódások különböző mérési módszerei, kevés figyelem maradt a lényegesebb kérdésre: miért, milyen feltételek mellett jön létre agglomeráció.

A telepítés általános elméletének lehetősége időről-időre előtérbe került a területi közgazdászok körében,² de mindig is sok kétely volt azzal kapcsolatban, hogy létezhet-e egy, a térre is kiterjedő általános egyensúlyelmélet. Az információ terjedése a távolsággal együtt gyengül, a térbeliség elősegíti a monopóliumok védelmét, így az ismeretek tökéletességéről, valamint a tiszta versenyről szóló feltevések nem tehetők meg. Egyoldalú a két egyszerűsített eljárás: az egyik a termelés és a fogyasztás helyét rögzíti, így határozva meg az egyensúlyi árakat és áruáramlásokat (a területek közötti kereskedelem modelljei); a másik rögzített árakat feltételez, és azután meghatározza az optimális termelési helyeket, fogyasztói piacokat, erőforráselosztást és késztermékáramlást. Egy másik megközelítés, amelyet Paelinck és Nijkamp (1975) Tinbergen—Bos módszerének nevez, az iparágak hierarchiájának optimális eloszlásával foglalkozik az összetett ipari központok között, de nem vezet szükségképpen stabil egyensúlyhoz. Isard és Ostroff (1960) kifejlesztett egy Arrow—Debreu típusú egyensúlyi modellt, feltéve a piacok rögzítettségét, valamint a termelés és fogyasztás konvexitási feltételeit.

Beckmann (1968) levezette, hogy volumenhozadék, oszthatatlanság és externalitások mellett a versenyegyensúly nem feltétlenül vezet az erőforrások hatékony térbeli eloszlásához. Korábbi munkája (Koopmans és Beckmann 1957) kimutatta, hogy a stabil egyensúly összeegyeztethető az oszthatatlansággal, *feltéve*, hogy a kibocsátás szintjei rögzítettek, és nincs térbeli függőség. Az egyensúlyt azonban egyetlen új vállalat fellépése is megzavarja, a meglévő vállalatok területi áthelyezésére pedig az újratelepítési költségek miatt nem fog sor kerülni. Schweizer, Varaiya és Hartwick (1976) a konvexitás lakásfelhasználásbeli kérdéseivel foglalkoztak (megengedve lakás számára számos szó-bajövő helyet). Felépítettek egy általános egyensúlyi modellt, mellékfeltételként kikötve, hogy egy háztartás nem foglalhat el egynél több lakás-helyet. Ez versenyegyensúlyhoz akkor vezetett, amikor a háztartások száma a helyek számához képest viszonylag nagy volt (így példájuk a városokra jobban áll, mint a vidéki területekre). Az elhelyezés kielégítő általános egyensúlyi modelljének kutatása tehát folytatódik tovább.

A területi növekedés elmélete

A neoklasszikus területi növekedési modell kifejlesztése az egyedüli lényeges hozzájárulása a közgazdasági elmélet súlyponti részének a területi gazdaságtanhoz. Ez a modell elméleti indoklást adott az egy főre jutó jövedelem területenkénti értékeinek kiegyenlítődéására, amely tendenciát az Egyesült Államokban

² Érdekes adalék a témához Faden (1977).

empirikusan már régóta számon tartanak. A neoklasszikus megközelítés vonzerejét fokozta a belsőleg konzisztens elmélet és az empirikus alátámasztás³ találkozása. Ez azonban csak véletlen egybeesés maradt, mivel a neoklasszikus modell részletes hipotézisei nem kerültek ellenőrzésre, bármilyen eredeti módon próbálkozott is ezzel Borts és Stein (1964), valamint Romans (1965). Nem álltak rendelkezésre ugyanis ehhez használható adatok a területi tőkeállományokról és tőkehozamokról (a modell ellenőrzésének legutóbbi kísérletét Williamson 1977-es munkájában találjuk meg).

A legvonzóbb a neoklasszikus modell legegyszerűbb változata, főként mert egy és ugyanazon elegáns modellben magyarázza meg a területi növekedést és a tényezők területek közötti mozgását. A bérek és a tőkehozadékok fordított módon vannak összekapcsolva úgy, hogy a magas jövedelmű területek munkát importálnak és tőkét exportálnak. A szegény területek az alacsony tőke — munka arányok mellett magasabb határhozadékokat biztosíthatnak a tőkének, még akkor is, ha a tőke átlagtermékének görbéje a gazdag területek átlaga alatt van. Ha a szegény területek munkát exportálnak és tőkét importálnak, akkor a területi növekedést az egy főre jutó jövedelmek közeledése kíséri.⁴

Az a bökkenő ezzel a beállítással, hogy a mindennapi tapasztalat sok esetben arra mutat, hogy a gazdag területek munkát is és tőkét is importálnak, és, hogy az egy főre jutó jövedelem területi különbségeinek növekedése tapasztalható egyes országokban. Mindazonáltal a neoklasszikus modell nagyon rugalmas és be tudja fogadni a fentieket vagy azzal, hogy a gazdag területeken megengedi a növekvő volumenhozadékokot (mondjuk az agglomeráció hozadékaiként), vagy növekvő szektorok bevezetésével, megengedve a kereslet változásait a gazdag terület exporttermékei javára. Legújabban Alao (1977)fejlesztett ki egy formálisan neoklasszikus területi növekedési modellt, amely képes nem-egyensúlyi növekedés leírására. Emellett a neoklasszikus modell az emberi tőkeberuházás keretén belül megfér a népességvándorlást akadályozó súrlódásokkal, pszichikai költségekkel is, oly módon, hogy a vándorlásnak a költségek felett meg kell hoznia a várt hozadékokat ahhoz, hogy a népesség átköltözése meginduljon.

Így a neoklasszikus modell képes arra, hogy megbirkózzon a tér problémáival akkor is, ha legegyszerűbb formájának feltevései (pl. a tökéletes verseny, teljes foglalkoztatás, nulla szállítási költség) és a térben felfogott gazdaság vonásai szembetűnően ellentmondásban állnak is egymással. Mérlegelés és ízlés kérdése, hogy kitartunk-e a neoklasszikus modell mellett, vagy egy alternatív elmélettel helyettesítjük azt. Például az agglomerációs hozadékokat úgy kezeljük-e a legjobban, mint az elhelyezés felett döntő személy profitfüggvényének egy elemét, vagy pedig „az okozati lánc az innovációktól, piacnagyságoktól, magas termelékenységtől mutat az árbeli és hozadékbeli különbségek felé” (Von Böventer, 1975. 11. old.)? Lényegtelen jelenség-e az agglomerációs hozadék, és így a tőkehozadékokat és a béreket egy tér nélküli modellbe utalhatjuk-e? Vagy az agglomerációs hozadék kapcsolatban áll az összes összetett erőhatással, amely elősegíti a vállalatok, a háztartások és közösségi létesítmények

³ Williamson (1965) híres tanulmánya kimutatta, hogy a közeledés korántsem egységes. A fejlődő országok egy újabb keletű elemzése (Gilbert és Goodman 1976) ugyanolyan mértékben tárt fel „távolodásokat” mint „közeledéseket”.

⁴ Siebert (1969) gazdagon részletezi a területi növekedés és a tényezőáramlások kapcsolatát egy neoklasszikus modellen belül.

térbeli tömörülését? Ha az utóbbi eset áll fenn, lehet, hogy a térbeliséget explicit módon tükröző területi növekedési modellre van szükség.

Ma is vannak, akik ragaszkodnak a neoklasszikus modellhez (pl. Smith 1974 és 1975), de újabban sok területi közgazdász keresi az alternatívákat. Myrdal javasolta a kumulatív oksági modellt, Myrdal (1957), ez egyszerűsége miatt egyike a legvonzóbbaknak, bár a teret csak implicit módon tartalmazza. Legegyszerűbb formája (merítve Kaldor 1970, Richardson 1973, 29–34. old., továbbá Dixon és Thirlwall 1975 korábbi munkáiból) lineáris alakú, és szoros rokonságban áll Baumol városi viszonyok kumulatív leromlását tárgyaló modelljével (Oates, Howrey és Baumol 1971). Az agglomerációs hozadék (általában véve a növekvő volumenhozadék) miatt a termelékenység növekedési üteme: r függvénye y -nak, a területi kibocsátás növekedési ütemének.

$$r = a + by \tag{1}$$

A fajlagos élőmunka-költség (azaz az egységnyi kibocsátásra jutó munkaköltségek) növekedési üteme, w , fordított irányban változik a technikai haladás üteméhez képest:

$$w = c - dr \tag{2}$$

Minél alacsonyabb a fajlagos élőmunka-költség növekedési üteme, annál gyorsabb a kibocsátás növekedése

$$y = e - fw \tag{3}$$

Behelyettesítve az (1)-et és (2)-t a (3)-ba, és bevezetve az időtényezőt, a következő differencia-egyenlet adódik:

$$y_{t+1} = e + f(ad - c) + bdfy_t, \tag{4}$$

vagy

$$y_{t+1} = gy_t + h \tag{5}$$

ahol $g = bdf$ és $h = e + f(ad - c)$. Mivel bdf egy pozitív és két negatív tényező szorzata, $g > 0$. Az egyensúlyi növekedési ütemet, y_e -t akkor kapjuk meg, ha $y_e = y_{t+1} = y_t$ -t helyettesítünk az (5) egyenletbe, és azt y_e -re megoldjuk. Így

$$y_e = \frac{h}{1 - g} = \frac{e + f(ad - c)}{1 - bdf}. \tag{6}$$

Az (5) elsőrendű lineáris differencia egyenlet általános megoldása:

$$y_t = (y_0 - y_e)g^t + y_e \tag{7}$$

ahol y_0 a kiinduló növekedési ütem. A kumulatív növekedés feltételei: $g > 1$ (ami azt jelenti, hogy $h < 0$) és $y_0 > y_e$. A modell egy érdekes tulajdonsága, hogy $g < 1$ esetén is lehet konvergens. Így a modell a neoklasszikus modellel azonos módon általánosítható.

A fenti modell Kanadára való kísérleti alkalmazása Kumar-Misir (1974), nem túl meggyőző. A ($g < 1$, $h > 0$) eset tipikus, nem meglepő eredmény egy olyan országra, ahol jelentősek az olyan csillapító erők, mint az egyenlősítő adópolitika és más újraelosztási intézkedések. Mindamellet a kapott b , d és f együtthatók előjele a legtöbb tartományra helyes: az emelkedő növekedési ütemek nagyobb termelékenységet eredményeznek, amely csökkenti a fajlagos

élőmunka-költségeket és így ösztönzi a gyorsabb növekedést. Ezenkívül a paraméterek nagymértékben váltakoznak a tartományok között, ebből következően különbözőek az egyes területek egyensúlyi növekedési ütemei.⁵

Néhány évvel ezelőtt kidolgoztam a területi növekedés egy olyan modelljét, amely hangsúlyt helyezett az agglomerációs hozadéokra, a területi preferenciákra és a telepítési állandókra (Richardson 1973). Az agglomerációs hozadék a legfőbb erő, amely térbeli tömörülést eredményez, de a polarizációs folyamatnak vannak korlátai is: a már létező városok történelmi öröksége (a telepítési állandók), a közlekedés és a térbeli különbségeket kiegyenlítő más költségek szóró hatása, valamint a területi preferenciák, amik miatt sok családot nem feltétlen készítenek elköltözésre a jövedelmi és jóléti különbségek.⁶

A területi agglomerációs hozadékok többféle lényeges szerepet játszanak: elősegítik a technikai haladást és a nagyobb termelékenységet; vonzák az ipart, a tőkét (mivel alacsonyabb költségeket és magasabb nyereséget jelentenek); befolyásolják a népesség letelepedési döntéseit, vándorlását; és végül érintik a területek *belső* térbeli szerkezetének hatékonyságát. A területi preferenciák segítséget nyújtanak, amikor meg akarjuk magyarázni, miért mondhatnak csődöt a beruházási támogatások abban, hogy a vállalatokat a központi területekről való kiköltözésre bírják, és miért nem áramlik mindaddig a népesség a fellendülő területekre, míg a jövedelmek ki nem egyenlítődnék. Bár az effajta modellt mérési nehézségek (különösen az agglomerációs hozadék mérése) miatt nehéz ellenőrizni, az Egyesült Államok államainak (amelyek távolról sem mondhatók ideálisan funkcionális régióknak) növekedését empirikus módon tanulmányozva olyan eredményeket kaptunk, amelyek e modell sok hipotézisével összhangban vannak (Richardson 1974). Végül megjegyezzük, hogy nem szükséges ellentétnek felfogni a neoklasszikus és az agglomerációs modelleket, Gordon és Lande (1977) rámutattak, hogy ezek egymással konzisztenssé tehetők.

III. Módszerek

A „gazdasági bázis” modelljei

A „gazdasági bázis modell” a területi gazdaságtan legrégebbi és legegyszerűbb előrejelzési célú modellje. Alapvető benne, hogy a vizsgált terület gazdaságát két szektorra bontja, általában egy „helyi igényeket kielégítő” szektort és egy „exportáló” szektort különböztet meg. Ezek után az előbbi szektort az utóbbi szektor függvényeként fejezik ki, s így azzal a feltevéssel, hogy összefüggésük stabil, az export szintjének előre becsülésével lehetővé válik az egész terület tevékenységi szintjének előre jelzése. A megközelítés a külső kereslet szerepére teszi a hangsúlyt, ez a terület gazdasági tevékenységének alapvető meghatározója. A területek „nyitottságát” tekintve ez fontos is, de mivel a modell ily módon elhanyagolja a kínálati oldal, pl. a munkaerő növekedésének elemzését, ezért feltehetőleg túl szélsőséges (Lane 1966, Muth 1968).

⁵ Friedmann központ-periféria modellje (Friedmann 1966, 1972, 1973) összhangban van a kumulatív okozati modellel, eltekintve attól, hogy jóval tágabb kört ölel fel, mint a közgazdaságtan. Ezenfelül fő alkalmazási területét a fejlődő országok jelentik.

⁶ A vállalatok területi preferenciái, különösen a fejlődő országokban, nagyvárosok agglomerációinak erősödését segítik elő.

Indokolt, de nem megsemmisítő az a bíráló, hogy az export nem egyedüli meghatározója a területi növekedésnek. Az exogén szektor ugyanis tetszés szerint bővíthető. Tiebout (1962) szerint a rövid távú és a hosszú távú modell közötti különbség a modell zárttságában áll. Ha szektorokat helyezünk át az exogén blokkból az endogén blokkba, akkor a modell fokozatosan hosszabb távúvá válik.⁷ Így a gazdasági bázis modellje nem annyira a szűk látókörű export bázis modellel azonos, amelyet jogosan érhet a rossz specifikálás vádja, hanem inkább egyike a modellek azonos általános osztályának, ahol kiindulópontul a gazdaság endogén és exogén szektorra osztása szolgál.⁸ Ugyanabba a családba tartozik tehát, ahová az input-output modellek, és ez a tény nem is maradt említés nélkül (Isard és Czamanski 1965; Billings 1969; Garnick 1969; Romanoff 1974).

Ha az export túlhangsúlyozásának vádja alól fel is mentjük a gazdasági bázis modellt, ettől még megmarad néhány egyéb hiányossága. A területi közgazdászok ideálja egy valamilyen módon szimultán modell lenne, és így a gazdasági bázis megközelítés egyirányú oksági függése nem meggyőző számukra. Az empirikus értelemben vett pontosság az „endogén” és „exogén” szektorok helyes specifikációjától és összefüggésük feltételezett stabilitásától függ. Egy kevésbé ismert cikk, Green (1966), szoros összefüggést talált a városi növekedés és a helyi igényeket szolgáló tevékenység teljes foglalkoztatásbeli részaránya között, és ezt a helyi piac kiterjedésével bekövetkező importhelyettesítéssel magyarázta⁹. Az importhelyettesítés, különösen hosszú távon, tönkretelheti a gazdasági bázis modell paramétereit, ha csak nem tudjuk ütemét pontosan előre jelezni. További probléma, hogy a modell felteszi, a területi gazdaságnak elegendő kapacitásfeleslege van. Ha ez a feltétel nem helytálló, akkor az „export” szektor növekedése erőforráskiáramlást fog megkövetelni a „helyi” szektortól, ha csak nincs nagyon rugalmas munka- (és tőke-) kínálat a helyi szektor felé (a bevándorlások révén). E nehézség kezelhető azzal, ha a területi munkanélküliség mértékével kapcsolatosan kiigazításokat teszünk (Polzin 1977).

Bár ezek és más elméleti kérdések kaptak némi figyelmet (Massey 1973; Mayer és Pleeter 1975), a kutatások újabban a modell alkalmazási kérdéseire összpontosulnak. Főként akörül folyik nagy vita, miként kell felosztani a tevékenységeket az „export” szektor és a „helyi” szektor között. A tanulmányok többsége az alábbi három eljárás egyikét alkalmazza: *ad hoc* felosztás, a helyi hányad módszere és a minimális igények módszere.

A „felosztási módszer” feltételezi, hogy bizonyos tevékenységek alapvetőek (pl. a mezőgazdaság, a feldolgozóipar, a szövetségi kormányzat, az idegenforgalom, a jövedelemátelosztások és a tulajdonosi jövedelmek). Ez naiv megközelítés, hiszen sok ágazat tartalmazhat egymás endogén és

⁷ Például a lakásépítésekre fordított beruházások, a helyi üzleti beruházások és a helyi állami beruházások rövid távon autonómnak tekinthetők, de hosszú távon indukált jellegűek. Tiebout 1962-es álláspontja egyébként közelebb áll a North (1956) műhöz, mint saját, 1956-os munkájához.

⁸ Czamanski (1964) egy korai példa a kevésbé merev bázis modellre.

⁹ Bolton (1966) szintén kiemelte az importhelyettesítést, mint amely egy lehetséges magyarázatot szolgáltat a makro-területek és az államok tanulmányozásának arra az eredményére, hogy „helyi szolgáltatás”, a „bázistevékenységnél” gyorsabban nő. Alternatív magyarázatként vetette fel a helyi közszolgáltatások keresletének egynél nagyobb jövedelemrugalmasságát.

exogén részeket, mégis gyakran alkalmazzák, különösen az idősoros elemzésekben.

A legnépszerűbb a helyi hányad módszere (Isserman 1977a; Mayer és Pleeter 1975; Williamson 1975). Ebben feltételezik, hogy ha egy ágazat helyi hányada¹⁰ egynél nagyobb, akkor exportál. Az exporthoz tartozó foglalkoztatás (X_i^r) az alábbi képlettel számolható ki:

$$X_i^r = \left[\frac{E_i^r}{E^r} - \frac{E_i^n}{E^n} \right] E^r, \quad (8)$$

ahol E a foglalkoztatás, r a terület, n az ország és i az ágazat jelölésére szolgál. Az exporthoz tartozó teljes foglalkoztatást az X_i^r -ek ágazatok szerinti összegezésével kapjuk meg. A helyi hányad módszere számos feltételt foglal magában: azonos termelékenységet és egy főre jutó fogyasztást az i áru tekintetében a területen és az országban, a keresztbeszállítások és a nemzeti szintű nettó export kizárását. Bizonyos kiigazításokkal ezek némelyike enyhíthető (Isserman 1977a). A „keresztbeszállítások kizárása” például kevésbé korlátozó, ha részletesebben felbontott adatokat használunk; minél nagyobb fokú az ágazati felbontás, annál kisebb a multiplikátor. Tény, hogy azok az empirikus tanulmányok, amelyek bírálták a helyi hányad módszerét (Greytak 1969, Leigh 1970), az ágazati felbontás nem megfelelő szintjével dolgoztak (Isserman 1977a).

A „minimális igények módszere” (Ullman és Dacey 1969; Moore 1975) felteszi, hogy a terület saját igényeinek kielégítéséhez szükséges, százalékban megadott foglalkoztatási küszöb feletti összes foglalkoztatás a bázisvékenységhez fűződik. A „minimális igények” meghatározásában levő esetlegességen túl — mint Pratt (1968) rámutatott — e módszer maga után vonja, hogy valamennyi terület exportál, de nem importál. Legújabban Brodsky és Sarfaty (1977) egy fejlődő országra alkalmazták a minimális igények módszerét.

A gazdasági bázisról szóló munkák közül sok regressziós módszereket használ. Korai példák Hildebrand és Mace (1950), valamint Sasaki (1963), amelyek a teljes, illetve a helyi foglalkoztatás és az exportfoglalkoztatás egyszerű lineáris regresszióját használták fel a területi multiplikátor becslésére. A regressziós modellek elméleti vonatkozásait Park (1970) tanulmányozta, de Terry (1965) lineáris regressziójával már korábban kidolgozott egy a Keynesi jövedelem modellel analóg gazdasági bázis modellt.

A regressziós módszerek alkalmazása új távlatokat nyitott meg a gazdasági bázis modellek felhasználása előtt. Az idősor modellek alkalmazása lehetővé tette a késések kérdésének, valamint a rövid távú és a hosszú távú multiplikátorok különbségeinek elemzését.¹¹ Moody és Puffer (1970) San Diegóra azt találták, hogy a hatások közvetítése a bázis foglalkoztatástól a bázison kívüli foglalkoztatás felé igen lassú reakcióidővel zajlik. McNulty (1977) kimutatta, hogy a gazdasági bázis modell négyéves vagy hosszabb időszakokra

¹⁰ A helyi hányad értéke $(E_i^r/E^r)/(E_i^n/E^n)$, ahol E a foglalkoztatás, r a terület, n az ország és i az ágazat jelölésére szolgál.

¹¹ Pfister (1976) rámutatott, hogy a multiplikátorok regressziós elemzéssel történő becslésénél sok évet kell figyelembe venni a stabilitás ellenőrzésére.

jól működik, de kétéves időszakokat véve nagyon rossz eredményeket ad.¹² Ezen eredmények ellentétben állnak azzal a hagyományos nézettel, hogy a gazdasági bázis modellje rövid távú modell. Egy másik kiterjesztés, amelynek alkalmazását a regressziós módszerek nagyon megkönnyítik a differenciális multiplikátor megközelítés, ahol a bázis szektort számos alszektorra bontják (Weiss és Gooding 1968; Brachler 1972; Garnick 1970; Brownrigg és Greig 1975; McNulty 1977).¹³

A regressziós elemzésben elért legérdekesebb fejlemény talán a gazdasági bázis multiplikátor becslésének egy új „ökonometriai módszere” (Rosen és Mathur 1973; Mathur és Rosen 1974). Számszerűsítjük a területi foglalkoztatás és a teljes nemzeti foglalkoztatás idősorainak regressziós összefüggését valamennyi ágazatra:

$$E_i^r = a + bE^n \quad (9)$$

A becsült a és b paraméterek, valamint az E_i^r és E^n középértékeinek felhasználásával a (9) egyenlet az alábbi alakba írható át:

$$\frac{a}{E_i^r} + \frac{bE^n}{E_i^r} = 1. \quad (10)$$

A bal oldal első tagja a foglalkoztatás azon része, amely „érzékeny a külső foglalkoztatás változásaira”, a második tag pedig azon része, amely „érzékeny a világ többi részében történő teljes foglalkoztatásra”. A bázis foglalkoztatást, X_i^r -et a bE^n/E_i^r és az E_i^r összeszorozásával számolhatjuk ki. Isserman (1975, 1977b) azon az alapon bírálta ezt a felfogást, hogy az a helyi foglalkoztatást „exportérzékenynek” tekinti. Ez a tény látszólag az export bázis modell Prokruztsz-ágyába gyömöszöli a Mathur—Rosen modellt. A modell kétségtelenül fölébecsüli az exportot és alábecsüli az export bázis multiplikátort, ugyanakkor azonban számol a bázis és a nem bázis szektorok közötti összefüggésekkel, amelyeket a standard modell figyelmen kívül hagy.

Isserman (1977b) rámutat, hogy a helyi hányad és a Mathur—Rosen módszer felhasználható a hatásmultiplikátorok felső, illetve alsó korlátjának becslésére. Ezeket a becsléseket pedig egybeveti egy gazdasági bázis multiplikátorral, amelyet a létező felmérésekre alapozott input-output táblákból nyert információkra épít fel,¹⁴ és „sávós” multiplikátornak nevez. Ez két államra kiszámolva az alsó és a felső korlát közé esett. Nem túl szerencsés módon a felső és az alsó korlát *hányadosa* Kansasra 1,82-nek, Washingtonra 3,00-nek adódott. A bázisfoglalkoztatás nagy kiterjesztése esetén ezek a hányadosok munkahelyek ezrére rugó hibahatárokat jelenthetnek. A megbízhatósági próbák kidolgozása helyes dolog, de ez a „sávós” megközelítés nem segít pontosabb előrejelzésekhez, hacsak nem fogják lényegesen csökkenteni a felső és alsó korlát különbségét. Az elképzelés lényege szerint a szintmultiplikátort a gazdasági bázis multiplikátor módszerek alátámasztására kell használni, olyan területeken, amelyekre nincsenek input-output tábláink. Emellett

¹² Bolton (1966) a gazdasági bázis modell, mint hosszú távú növekedési modellt alkalmazta az 1947—1962-es időszakra.

¹³ Garnick és mások 1971-es tanulmányban a szolgáltató szektort bontották fel.

¹⁴ Ki kell emelni, hogy a létező felmérésekre alapozott, és *nem* a standard input-output táblákról van szó.

azonban nem tisztázott, hogy az egyik területre, egy bizonyos adathalmazra legjobb módszer másol is jó-e.

Pár éve (Richardson 1969, 165–170. old., 251–254. old.) kétségeimet fejtettem ki a gazdasági bázis modellek értékéről. Az azóta folytatott kutatások éles elméjűsége lenyűgöző, akkori véleményem mégsem változott. A gazdasági bázis multiplikátorok stabilitásának többfajta próbája, a különböző becslési eljárások többféle kiértékelése továbbra is hasznos lehet, semmi sem tudja azonban megszüntetni a modell eredendő gyengeségeit. További használatra a kényelmességen és egyszerűségen túl nincs más indok.

Területi input-output modellek

A területi input-output elemzés változatlanul nagyon termékeny talaj a területi közgazdászok számára. Az 1970-es évek elején számos összefoglaló tanulmány jelent meg (pl. Richardson 1972; Miernyk 1973 és Riefler 1973), ezekből össze lehet szedni a 60-as évekbeli kutatások fő témáit.¹⁵ A legfontosabbak: a vita a nem adatfelvételekre alapozott eljárások (pl. Shaffer és Chu 1969) viszonylagos értékéről az elsődleges adatokra alapozó módszerekkel szemben; a területközi modellek egyre nagyobb fejlődése, közlekedésük az Isard-féle „ideális” területközi modell felé,¹⁶ az input-output modellek előre jelzési eszközként való felhasználása (Miernyk 1968, Tiebout 1969), a modellépítés egyszerű módszereinek kidolgozása (Hansen és Tiebout 1963; Bonner és Fahle 1967; Doeksen és Little 1968; Williamson 1970, végül Hewings 1972), az esettanulmányokban való alkalmazások tömege, amelyek közül a Miernyk és mások (1967 és 1970), valamint az Isard és Langford (1971) munkái a legjobbak ma is.

A jelenleg folyó kutatásokban sok téma van jelen a fentiek közül. Miernyk figyelmeztetése a nem felmérésekre alapozott táblák pontatlanságairól (Miernyk 1973) nem okozott gátlásokat a módszer követőinek (pl. Morrison és Smith 1974, McMenamin és Haring 1974). Az input-output módszer, mint előrejelzési eszköz továbbfejlődött és kiterjedtebbé vált (pl. Harris 1973). Fokozódtak az egyszerű módszerek továbbfejlesztését szolgáló erőfeszítések — vegyes eredménnyel (pl. Drake 1976, Davis 1976, valamint Stevens és Trainer 1976).

Ugyanakkor mindennél sokkal érdekesebb az input-output módszer új területekre való eljutása. A környezeti input-output modellek korai munkáira (Cumberland 1966, Isard 1969, Leontief 1970, Victor 1971) számszerű alkalmazások épültek (Hite és Laurent 1972, Kohn 1972, Miernyk és Sears 1974). E kutatási terület mellékterméke a relatív árváltozások bevezetése az input-output elemzésbe (Moses 1974), megbecsülve a levegőszennyeződés mérséklődésének hatását a relatív árakra (Giarratani 1974), vagy megmérve az emelkedő energiaköltségek területi hatásait (Miernyk 1976a). Mindezekre sok módszer van, de legtöbbet Leontief korai munkájából merítenek. Az egyik eljárás az input-output tábla átszámolására a legfrissebb árakra a forgalmi tábla

¹⁵ Jegyzetekkel ellátott irodalomjegyzéket találunk a Giarratani és mások (1976) műben.

¹⁶ Határhékök ebben a fejlődésben többek között; Leontief nemzetek közötti modellje (Leontief 1953), a Leontief–Strout-féle gravitációs modell megközelítése (Leontief és Strout 1963) és a Harvard Multiregionális Input-Output modell tervezet (Polenske 1972–1974)

sorainak beszorzása a megfelelő árindexekkel. Ezen árkiigazítások után egy új input koefficiens mátrix számolható ki, amely már tartalmazza a *relatív* árak változásainak hatását. Az ebből a mátrixból nyert Leontief inverz megmutatja az árváltozások közvetlen és közvetett hatásait az egyes szektorokra, az árváltozás éve és a táblázat éve között. A modell persze, mint valamennyi input-output modell, feltételezi, hogy nincs helyettesíthetőség a tényezők között, ami a relatív árak nagy változásainál kényes feltevés. Egy másik elképzelés, amelyet Leontief és Ford (1972) fejtettek ki, azt feltételezi, hogy az árhatások a hozzáadott érték koefficiensek változásával jellemezhetőek úgy, hogy

$$P = V(I - A)^{-1}, \tag{11}$$

ahol P a relatív árak, V a hozzáadott érték koefficiensek vektora (ez utóbbi tartalmazza a hozzáadott érték bázis koefficiensait, *hozzávéve* ahhoz azt a növekményt, amelyet a gazdaságpolitika javasolt változásai, az input költségek vagy bármely más vizsgálandó tényező változásai eredményeznek) és $(I - A)^{-1}$ a szokásos Leontief inverz. E régi elképzelés újrafelfedezése jelentős mértékben tágította a területi input-output modellek kilátásait (lásd még: Lee és mások, 1977).

A területi input-output kutatásban találunk néhány más új fejleményt is. Gerking (1976a, és 1976b) ökonometriai módszereket javasolt a területi koefficiensek regressziós elemzéssel történő becslésére. Ez izgalmas lehetőségeket vet fel, bár Gerkingnek szemére vethető információk figyelmen kívül hagyása, mivel eljárása a hibák véletlen eloszlását feltételezi. A RAS becslési módszeről írott számos cikk (pl. Malizia és Bond 1974, Jensen és McGuarr 1976, Hewings 1977) megegyezik abban, hogy az ilyen mechanikus módszerek pontatlanok. Létezik néhány cikk a területi input-output modellek stabilitásáról is (Beyers 1972, Conway 1975 és 1977). Bár rövid távon lényeges instabilitás jelentkezik a területek ágazatok közötti szerkezetében, ez — ha összehasonlítjuk a különféle előre jelzési hibákból származó torzításokkal — nem jelent nagy instabilitást a területi multiplikátor értékekben.

Egy újabb, Európában készült tanulmány azzal vezeti be a teret az input-output modellekbe, hogy kibővíti azokat a fogyasztók és az ágazatok közötti vonzással a keresleti oldalon, valamint a kínálati oldalon létrejövő területi vonzással, mindezt a szektorok közötti kapcsolatteremtési és szállítási költségek viszonylagos súlyának befolyásolásán keresztül.

Ezt a megközelítést vonzási modellként írják le (Van Wickeren 1973). Az átrendezett input-output egyenlet így

$$X = (I - \hat{D}A - C)^{-1} Y, \tag{12}$$

ahol X , I , A és Y jelentése a szokásos, \hat{D} a keresleti vonzás koefficiensének diagonális mátrixa, C pedig a kínálati vonzás súlyozott koefficiensének mátrixa, amely az ágazatok között fellépő területi vonzást az előrefelé és a hátrafelé mutató kapcsolatok alapján méri. A kapcsolatteremtési költségeit viszonylagos értékükkel fejezik ki úgy, hogy a keresleti vonzás koefficiensének és a kínálati vonzás koefficiensének összegét egy-egy szektorra egységnyire normálják. Az ilyen modell tartalmazza az egyes területi ágazatok „húzóképességének” (vagyis annak a képességének, hogy maga után vonzza a többi tevékenységet) a felmérését. Ebben az értelemben a vonzási modell lehetőséget kínál

az input-output modelleknek a komplex ágazati elemzéssel és a növekedés húzópont stratégiájával való összeegyeztetésére. A vonzási modell adatai sokkal nehezebben állíthatók össze, mint a szokásos input-output modellé, és így érthető, miért alkalmazzák oly kevés esetben. Ezzel együtt nagy kiaknázatlan lehetőségek állnak e modell előtt. Rövid áttekintésem azt mutatja, hogy a területi input-output kutatás az első (a szovjet gazdaságra létrehozott) input-output tábla közzététele után, 1978-ban is élő és reményteljes.

Területi ökonometriai modellek

A területi ökonometriai modellek az 1960-as évek vége óta a területi gazdaságtan egyik leggyorsabban növekvő részévé váltak¹⁷. Az ilyen modellek nem jelentik azonban az ökonometria általános eszközeinek alkalmazását a területi gazdasági problémákra, hanem az egész gazdaság tevékenységi szintjének előre jelzésével foglalkozó makroökonómiai modellek ennél speciálisabb jellegű lebontását képezik a nemzetgazdaság részterületeire. Így tehát a terület gazdaságát egy korlátozott számú blokkot (fogyasztás, beruházás, kibocsátás, foglalkozás, árak stb.) és nagy számú (a Philadelphia IV modellben pl. 211 db) egyenletet tartalmazó rendszernek fogják fel. Az eredeti elképzelés, ahogy Klein (1969) megfogalmazta, a területi modellek egy olyan csoportjának létrehozása volt, amelyek „behelyezhetőek” a nemzetgazdasági modellekbe. A területi modellek ezért olyan exogén változókkal működhetnek, mint a GNP, a központi kormánykiadások, az árszint és a kamatláb.

Csak sok feltevés mellett igazolható, hogy a makroökonómiai elmélet segítséget nyújt a területi gazdaságok működésének megértéséhez, hogy elfogadható költséggel összeállítható a területi jövedelmi és termékmerleg, hogy a nemzetgazdasági modellek előrejelzési horizontja alkalmas a területi elemzésre is, és végül, hogy a területi gazdasági eredmény stabil függvénye e gazdasági tevékenység nemzeti szintjének. E feltevések egyike sem tehető meg biztonsággal. A területek gazdaságpolitikáit elsősorban a hosszú távú szerkezeti változások érdeklik, nem az, hogy mi történik majd az elkövetkező negyedévben vagy netán az egész évben. A makroökonómia rövid távú keresleti áramlás modelljei itt kevésbé érdekesek a hosszú távú kínálati modellek mellett, amelyek a hangsúlyt a területi erőforrások állományaira helyezik. A területi adatok, különösen az idősorok esetében, sokkal szórványosabbak, mint a nemzetgazdaságiak.¹⁸ A megfigyelések kis száma (különösen az éves adatokat tekintve) felveti mind a szabadságfok problémát, mind a kis szakaszból a hosszú távú jövőre történő előrejelzés kockázatát.¹⁹ Szükséges a hiány a területközi áramlások adataiban, kivéve az olyan szigetországokat, mint Hawaii (Ghali és Renaud 1965) és Puerto Rico (Dutta és Su 1969), pedig az ilyen

¹⁷ Áttekintéseit lásd: Richter (1972), Chen (1972), Glickman (1974b és 1977), Richardson (1973, 34–40. old.), végül Klein és Glickman (1977).

¹⁸ A közgazdászok ennek ellenére figyelemre méltó ügyességet tanúsítottak az adatok összeállításában. Lásd például: L'Esperance, Fromm és Nestel (1968), valamint Lendrick és Jaycox (1965).

¹⁹ Ezenkívül a bonyolult késleltetéseket is kerülni kell. Más esetben naiv kétváltozós függvényeket kell használni, akkor is, ha ez feltehetően hibát jelent az alapvető összefüggések specifikálásában. A legtöbb modell éves adatokat használ. Négy munka negyedéves (Burton és Dyckman 1965, Tuck 1967, Ratajczak 1972, végül Friedlander és mások 1975), egy pedig havi (Saltzman és Chi 1977) adatokkal dolgozik.

adatok különösen fontosak a területi gazdaságok „nyitottságának” vizsgálatában.

A megfigyelési mintához képest nagyszámú exogén változó nagyon megnehezíti modellezők számára szimultán modellek számszerűsítését (Glickman 1976). Csaknem változatlanul rekurzív modelleket vettek át, rendszerint nemzetgazdasági szintű exogén változókkal. Nagyon elterjedt felépítés egy kvázi export bázis egyenlet alkalmazása, a területen belüli kereslet helyettesítőjeként a GNP értékét szerepeltetve. Ezekben a modellekben a területek gazdasági teljesítménye elsősorban a nemzetgazdaságihoz viszonyított — helyi ágazati szerkezettől és a területi export iránti kereslet jövedelemrugalmasságaitól függ. A területi ökonometriai modellek tartalmuk szerint inkább azt tükrözik, hogy miféle adatok voltak hozzáférhetőek, minthogy olyan változókat fognának össze (az erőforrás állományokat, a beruházást, a tőkeállományt és az infrastruktúrát, valamint a tőke jellegű áramlásokat, amelyek egy a priori elmélet szempontjából fontosnak tekinthetők. Mivel a funkcionális területi egységekre nehéz adatokat kapni, az Egyesült Államokra vonatkozó alkalmazások legtöbbször az egyes államok szintjén mozog.²⁰ Az ökonometriai modellek egyike sem tartalmazza a terület, leszámítva azt a triviális dolgot, amikor a tanulmányozott területet két-három sávra osztják (pl. „belvárosra” és „külvárosokra”), és kevés kísérlet volt arra, hogy a makroökonómiai modelleket vagy a szektormodelleket egyesítsék a földhasználat megoszlásával foglalkozó modellekkel. Bár a térbeli elemzés lényeges ökonometriai problémákat vet fel (Fisher 1971, Hordijk 1974), úgy érvelhetünk, hogy a térbeli modellek eredményeit — talán a térbeli egymásrahatás kereteit felhasználva — nem térbeli modellekkel ellenőrizni kell (Hordijk és Paelinck 1974).

Annak ellenére, hogy már egy jó évtizede özönlenek a modellek (a már említetteken kívül lásd: Suits és mások 1966; Bell 1967, Czamanski és mások 1968, Anderson 1970, Richter 1971, Olsen 1971, Brown 1972, Engle és mások 1972, Crow 1973, Grimes 1973, Cohen és Maeshiro 1974, végül Adams, Brookings és Glickman 1975), meg lehetne itt állni, míg az adatok utol nem érik a modellek követelményeit, vagy míg nem történik kitörés egy új irányba. Czamanski (1972) számos megfigyelési problémának és a szerkezeti változások előrejelzési nehézségeinek a megoldására a területközi keresztmetszeti modellek helyett az egy területre vonatkozó idősoros modelleket ajánlotta. Ezenkívül kiállt olyan új modellek mellett, amelyek az állomány jellegű változókat (a természeti erőforrásokat, a munkaerőminőséget, a kényelmet és az infrastruktúrát) emelték ki, szemben a nemzetgazdaság modelljeivel, analóg, áramlás jellegű modellekkel. Több munkát kellene arra fordítani, hogy a területi ökonometriai modellek szerkezetének felépítésekor felhasználják a területi gazdasági elmélet eredményeit. A túl nagy bizakodás a megfakult gazdasági bázis modellben nem pótolja e feladat megoldását. Az eddig kifejlesztett modelleket nagyon visszavetették a súlyos adathiányok, a túl kevés megfigyelés, a statikus modellekbe vetett bizalom, a rekurzív szerkezet, a nagynértékű függés a nemzetgazdasági jellegű exogén változóktól és a térbeli-ség elhanyagolása. A területi ökonometriai modellek ennek ellenére ígéretes területet jelentenek a jövőbeli kutatások számára.

²⁰ A nagyvárosi térségek tekintetében vannak kivételek; Glickman (1977a), Crow és mások (1973b), Mattila (1973), valamint Hall és Licari (1973); míg Burrows és Metcalf (1971) tanulmánya a megyei szintű munkákat képviseli.

A gravitációs modell

Soha nem osztottam azok véleményét, akik a gravitációs modelleket korlátozott felhasználhatóság, (pl. a városok közlekedési szükségletére korlátozó), naiv előrejelzési eszközökként lebecsülik, elméleti jelentőség nélkülinek tartják. Szerintem ellenkező a helyzet. A gravitációs modell a területi gazdaságtan legáltalább módszerei közé tartozik. Paelinck mondta ki egyszer, hogy a területi ökonometriai elemzésnek a térbeli egymásrahatás modelljére kell összpontosulnia, nem pedig a közgazdaságtan súlyponti elméletéből kölcsönzött kvázi térbeliségi keretekre, és én egyetértek vele. A gravitációs modellt az a felsimerés teszi vonzóvá, hogy az, ha mikroökonómiai értelemben nem is, makroökonómialilag a tér gazdaságtanának magva.²¹ A területi gazdaságtan tárgyát az agglomerációs (vonzási) és a szétszóró erők (azaz a távolság gátló hatásai) képezik. A tömegetényezők kitevőinek értéke pedig az agglomeráció kedvező vagy kedvezőtlen hatását méri, (attól függően, hogy egy fölé vagy alá esik), a távolság kitevője pedig azokat az általánosított költségeket méri, amelyek az euklideszi távolsággal vagy szállítási költségekkel nem foghatók teljesen át (minél magasabb a távolság kitevője, annál gyorsabban csillapodnak az áramlások a távolság növekedésével). Mégis, mint lentebb megmutatjuk, az empirikusan becsült kitevők a különböző térbeli vonzó hatások összetett érvényesülésének csak durva felmérését jelentik.

Jórészt Wilson (1970, 1971 és 1974)²² munkáiból eredően a gravitációs modell modern formái rendszerint a kétoldalról korlátozott modellt alkalmazzák, amelyben a konzisztencia fenntartására forrás és igény korlátokat szabnak meg. Legyen F_{ij} az áruáramlás i -ből j -be, D_j a kereslet j -ben és S_i a kínálat i -ben. Ekkor az n területi egységre vonatkozóan a korlátozó feltételek a következők:

$$\sum_{i=1}^n F_{ij} = D_j, \quad (13)$$

és

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = S_i. \quad (14)$$

Gyakran alkalmazzák az összes szállítási költség korlátot is, mely szerint:

$$\sum_i \sum_j F_{ij} C_{ij} = T, \quad (15)$$

ahol C_{ij} a szállítási, és egyéb, a távolsághoz fűződő költségek i és j között, és T a teljes szállítási kiadás. Ha $C_{ij} = \lambda \log d_{ij}$, a termelési és igényoldalról egyaránt korlátozott gravitációs modell az alábbi módon írható föl:

$$F_{ij} = A_i B_j S_i D_j d_{ij}^{-\beta j} \quad (16)$$

²¹ Niedercorn és Bechdolt (1969 és 1972) levezették, hogy a gravitációs modell konzisztens a hasznosság-maximalizáló fogyasztói viselkedéssel. Megközelítésükben problémát jelent, hogy a gravitációs modell valószínűségi értelmezését determinisztikus tárgyalássá alakítják. A valószínűségi modellek általában előnyösek a térbeli elemzésben az információáramlások előre jelzésének tökéletlenségei, valamint a távolság egyéneként változó pszichikai költségei és jövedelmei miatt. A gravitációs modell a legjobban nagy aggregátumokra alkalmazva működik.

²² Wilson modelljének kritikáját és a gravitációs modellek szerkezeti konzisztenciájának elemzését lásd: Hua és Porell (1978).

amelyben β egy paraméter, az $A_i B_j$ szorzót pedig az A_i és a B_j értékeknek a (13) és (14) feltételeket kielégítő becsléssel nyerjük. Ez a modelltípus, amelynek sok változata van, az előrejelzési helyzetek széles körében egész sikeresnek bizonyult.

Egy általánosabb elképzelés az agglomerációs hozadékok (és veszteségek), valamint a távolsági akadályok többdimenziós jellegének kifejtése, hogy mérjük egy központ, csomópont vagy vonzási pólus térbeli hatókörét. Az itt jelentkező vonzóerőt én agglomerációs potenciálnak neveztem (Richardson 1974/a).

Az i területen levő j központ agglomerációs potenciálja, ${}^i Z^j$ a

$${}^i Z^j = Q \prod_{h=1}^n A_{jh} \alpha_h \prod_{q=1}^x d_{ijq}^{-\beta q} \quad (17)$$

egyenlettel adott, amelyben Q egy állandó A_{jh} a h típusú agglomerációs hozadék (vagy veszteség) a j -edik központban, d_{ijq} a q -adik változóval (pl. utazási idővel, szállítási költséggel, társadalmi távolsággal) mért távolság az i és j között, az α -k és β -k pedig a kitevőben levő súlyok. Az n számú agglomerációs változó és $(x-n)$ számú távolság-típusú változó használata lehetővé teszi a modell számára, hogy a térben működő polarizáló és szétszóró erők meglehetősen összetett halmazait vegye figyelembe. A j -edik pólus összesített agglomerációs potenciálja a térben a vonzáskörzete feletti összegzéssel kapható meg, addig az i határig elmenve, ahol ${}^i z_j$ már nulla.

Egy más helyen már kifejtettem (Richardson 1974b), hogy az agglomerációs potenciál fogalma jól használható a térbeli makroeloszlások módjainak, a népességáramlásnak, a területi növekedés dinamikájának, és végül a fejlett és a fejlődő országok településszerkezetbeli különbségeinek a magyarázatában. Hátrány, hogy bár e modellek számszerűsíthetők, adatigényük nagyfokú. Ezenkívül az agglomerációs potenciál elképzelés sokkal könnyebben illeszthető be a területi tudományok határai közé, mint a területi gazdaságtanba, ahol a volumenhozadék és a szállítási költségek összefüggésévé degenerálódik. Ugyanakkor, ha paraméterei nem gazdasági jellegűek is, gazdasági hatásai pl. a telepítésre, népességvándorlásra és a területi növekedés különbségére igen fontosak.

IV. Gazdaságpolitika

Bevezetés

Jelenleg az Egyesült Államoknak szövetségi szinten nincs számottevő területi gazdaságpolitikája. A 60-as évek végén kis időre előtérbe került ez a kérdés, az 1965-ben lejárt Appalachi Területi Fejlesztési Törvény (Appalachian Regional Development Act), valamint a Közművesítési és Gazdaságfejlesztési Törvény (Public Works and Economic Development Act) nyomdokain haladva. A nagy nekiindulás után (Cameron 1970) a fejlesztési programok hanyatlani kezdtek, berrnyékolta őket a vietnami háború és a Nixon-kormányzat szegénységellenes póza. 1970 táján volt némi vita a nemzeti városnövekedési politika kifejlesztésének, a „vidék – város egyensúly” zavaros kérdésének és a nagyvárosi területek folyamatos növekedésének rendezésére. Aztán a nagy-

városokon kívüli vidékek növekedésével, a nagyvárosi területek jelenlegi stagnálásával, sőt néhol hanyatlásával (különösen északkeleten és a középnyugaton, lásd: Sternlieb és Hughes 1975, Leven 1978) párhuzamosan egy ilyen gazdaságpolitika igénye elavult. (Berry 1976, Beale 1977, valamint McCarthy és Morrison 1977). Számos probléma lépett föl a nagyvárosokban — a gazdasági tevékenység folyamatos szétforgácsolódása, a városközpont és külvárosok egyenlőtlenségei — a szövetségi kormányzat azonban hajlamos az ezekkel kapcsolatos intézkedéseket az államok és a területek helyi szintű kormányzatára hagyni.

Ahogy a szövetségi költségvetés nőtt, néhány kiadás (jó példa a hadikiadás) egyenlőtlen területi elosztása annál inkább eredményezett *implicit*, nem szándékos területi gazdaságpolitikát. A szövetségi költségek az 1950-es, 1960-as években valóban a legfontosabb növekedést meghatározó tényező volt az egyes államok számára (Richardson 1974c). Tisztázatlan azonban, hogy elég komolyak-e az Egyesült Államokban a területek közötti különbségek és a térbeli problémák ahhoz, hogy az egyes területek támogatására alapozott gazdaságpolitika a népesség közvetlen támogatásánál jogosultabb legyen.^{23,24}

Nem meglepő ilyen körülmények között, hogy a területi gazdaságpolitikáról szóló irodalom érdekesebbje jórészt nem az Egyesült Államokban jelenik meg. Széles körű kutatás folyik például Nyugat-Európában. Az alábbiakban többnyire az angol művekre hivatkozom majd, részben azért, mert Angliát jobban ismerem, részben azért, mert a többi európai publikáció zöme angolul nem volt hozzáférhető.²⁵

Hatékonyság vagy egyenlőség?

A területi gazdaságpolitika problémáját gyakran fogják föl úgy, mint amiben benne rejlik egy „átválthatóság” az aggregált hatékonyság és a területek közötti egyenlőség között.²⁶ Ezek után a gazdaságpolitikus feladata, hogy meghatározza a társadalmi (vagy a gazdaságpolitikus) preferenciát a hatékonyság és az egyenlőség között, hogy körülhatároljon egy pontot az átválthatóságot jellemző görbén (feltéve, hogy az levezethető), amely a leginkább megfelel a preferenciáknak (Richardson 1977, Mera 1975).

²³ Winnick (1966) jól ismert cikkében tárgyalja a „település jólétének” előnyeit az „egyen jólétével” összevetve, mint legalkalmasabb célt a területi gazdaságpolitika számára. Altalában a „településjóléti” stratégiák a gazdasági hatékonyság csökkentése felé mutatnak, míg az „egyen jólétére” alapozott intézkedések növelhetik azt. Lásd még: Whitman (1972).

²⁴ Hansen (1976, 24. old.) az Egyesült Államokra a következő érveléssel összegzi a területi politika problémáinak diagnózisát: „nagyon is kérdéses, hogy politikusoknak kell-e meghatározniuk, hol éljenek az emberek és hova települjenek a gazdasági tevékenységek”. Az ellenkező nézetet lásd: Levitan (1976).

²⁵ Hansen (1974) viszont kilenc nyugati ország területi politikájáról tartalmaz tanulmányokat, emellett Robinson (1969) egy korábbi, de hasznos összehasonlító áttekintés. Ország tanulmányok is vannak: McCrone (1969), Brown (1972), Brewis (1969), Allen és McLennan (1971), Hansen (1968), végül Richardson (1975). Friedmann és Alonso (1975) kötetében újra megjelent néhány érdekes cikk.

²⁶ Meg kell jegyezni, hogy a III. részben tárgyalt, „naiv” neoklasszikus modellben nincs ilyen átválthatóság, mivel a tőke átáramlása a gazdag területekről a szegényekre konzisztens a hatékonysággal (a tőke magasabb határhozamával) és a területek egy főre jutó jövedelmének konvergenciáját (nagyobb egyenlőséget) eredményezi.

A helyzet ennél sajnos sokkal bonyolultabb. A területi egyenlőtlenséget rendszerint úgy mérik, hogy veszik az illető területek egy főre jutó jövedelmének valamely szóródási mutatóját. Ennek így számos hibája van. A szóródási mutató érzékeny az egyes területek nagyságára;²⁷ a terület jóléte sokkal szélesebb fogalom, semhogy a jövedelem mutatók tükrözhetnék;²⁸ és végül a területen *belüli* jövedelemmegoszlás súlyosabb problémát jelenthet a területek közötti megoszlásnál, és az átlagos jövedelemszintek eltakarják a helyi eloszlási kérdéseket.²⁹

Ráadásul a hatékonyság is egy homályos fogalom. Az adott erőforráskorlátok melletti kibocsátás-maximalizálás nem felel meg, ha a környezet minőségét és egyéb külső tényezőket is figyelembe vesszünk. Ezért a fejlődő országok néhány közgazdásza a hatékonyság olyan új meghatározása mellett állt ki, amely a szűkös erőforrások — például a tőke — optimális elosztása helyett az emberi igények kielégítését veszi figyelembe. A középpontban ezekután az áll, hogyan kell helyi szinten a legjobban felhasználni a meglévő erőforrásokat, különösen az emberi tényezőket, és nem az, hogy hogyan hozzunk létre új erőforrásokat a tőkefelhalmozás révén.

Az átváltás néhány esetben akkor is elkerülhető, ha a hatékonyságot és az egyenlőséget szűken hagyományos értelemben definiáljuk. E kivételeket „hatékonyság-egyenlőség párhuzamosságnak” nevezhetjük. Példát szolgáltat erre a „Williamson hipotézis” (Williamson 1965); a területek jövedelmi szóródása a gyors gazdasági fejlődés korai szakaszában lép fel, de közeledés váltja fel, ahogy a gazdaság érettebbé válik. Így az országok (még a fejlődő gazdaságok is) végül is területeik gazdasági különbségeinek csökkenését, és ezáltal a területek közötti egyenlőség és az aggregált hatékonyság összeegyeztetését remélhetik az idők folyamán. E termékeny elképzelést a következők miatt érték bírálatok (Metwally és Jensen 1973, Parr 1974, Gilbert és Goodman 1976): történelmi determinizmus, erős kapcsolódás az Egyesült Államok tapasztalataihoz, az ellenőrzésre alkalmas adatok szórványossága, maguknak a Williamson-féle eredményeknek a kétségessége, az elméleti magyarázat hiánya³⁰.

Összefoglalva, bár tagadhatatlan, hogy gyakran fellép az átválthatóság problémája, vannak helyzetek, amelyekben a területek közötti egyenlőség

²⁷ A területek városiasodottsági fokára is érzékeny.

²⁸ A társadalmi mutatók területek közötti különbségei drámai módon térnek el a jövedelemkülönbségektől (Fristone 1974). Egy terület szélesebb értelemben vett életminősége nem feltétlenül kapcsolódik szorosan a magasabb jövedelmekhez (Liu 1975).

²⁹ Valójában a területek közötti egyenlőség felé mutat gazdaságpolitikák le is ronthatják a személyi jövedelemmegoszlást. Ez azért van, mert számos területi gazdaságpolitika a városokat erősíti, és a gyors városi növekedés hozama regresszív módon áramlik a földtulajdonosokhoz, háztulajdonosokhoz, a vagyonos réteghez e hozamnak a földértékében való tökécséde, a telek- és lakáspiac kínálati rugalmatlanságai révén. Ugyanilyen módon a beruházási támogatások és az infrastruktúrával való ellátás legfőbb haszonélvezői a vállalkozások, míg hatásuk a munkaerő felé gyakran csak gyengén mutatkozik meg.

³⁰ Ezt nem nehéz pótolni. Például a városok és falvak közötti vándorlás emelheti a vidéki területek egy főre jutó jövedelmét és csökkentheti a központi területekét, és nem nehéz népességáramlási modellt felállítani ezekkel az eredményekkel. Más megközelítési módok egy eltolódást tartalmaznak a „felkorbácsoló” és a „szétkenő” hatások viszonylatos súlyában, ahogy a szétszóródás (pl. leányvállalatok alapítása) uralomra jut a polarizálódás felett és ahogy a fejlett területek kedvező agglomerációs tényezői kimerülnek.

stratégiáját hatékony megoldással meg lehet valósítani. Érvekként megemlíthetjük a hosszútávú hatékonyságra törekvést a rövid távúval szemben, a (a felvirágzó területek negatív és az elmaradott területek pozitív külső hatásait figyelembevevő) társadalmi hozadék maximalizálását, a befagyasztott erőforrások mozgósítását, az infláció csillapítását és a környezet leromlásának minimalizálását.

Támogatott migráció vagy területfejlesztési politika?

A területfejlesztés kérdésében a viták nagyrésze akörül forog, hogy a gazdasági tevékenységeket kell-e a szegény területekre vinni, vagy az embereket a gazdag területekre. Hasonló ez a „lakóhely-felvirágoztatás vagy egyéni boldogulás” okoskodáshoz. Ha a kereseti és munkalehetőségek a virágzó területeken vannak túlsúlyban, akkor az elmaradott területek szegény népességének költségek szempontjából leghatékonyabb segítése az elvándorlás támogatása.

Ez a megoldási mód mégsem népszerű a gazdaságpolitikusok számára. Az egyik érv ellene az, hogy a népességvándorlás szelektív (Kabaya 1971) és/vagy kumulatív. A szelektív elvándorlás hipotézisét azonban még nem ellenőrizték komolyan. Továbbmenve, a kevésbé fejlett területeken a népesség természetes növekedése a legtöbb országban felülmúlja a nettó elvándorlást (kivételek lehetnek a nagyon kis méretű, az elszigetelt és az alulfejlett területek). Más kifogások a külső hatásokhoz fűződnek: a fellendülő területekre vándorlás túlszűfolttságot okoz, (az építési piac rugalmatlanságai miatt) növeli a telkek, épületek értékét és bérleti díjait, felbomlással fenyegeti a befogadó területek adómérlegét, (mivel a bevándorlók a közszolgáltatásokért nem határköltséget, hanem átlagköltséget fizetnek és aránytalanul használják azokat); az elnéptelenedő területeken a kivándorlás a társadalmi szolgáltatások és a városi infrastruktúra kihasználatlanságához vezetnek és lerombolják a terület adóügyi önállóságát, mert a városi szolgáltatások nagy állandó költségét kisebb, és az eltartottak nagyobb arányával megterhelt, népességnek kell viselnie.

Kétséges kifogások ezek. A túlszűfolttság nagyvárosi, és nem regionális jelenség. A központi területekre beáramlók nem feltétlenül a legszűfoltabb részekre mennek. A zsűfolttságot nem lehet a térbeli tömörülés hozamaiból és költségeitől függetlenül vizsgálni, és ezek becslésére nem ismerünk módszereket.³¹ Még ha az elvándorlók a legnagyobb városokba költöznek is, gyakran csak a külvárosokból elvándorlók helyébe lépnek (az Egyesült Államok sok nagyvárosi területe csökkenő népességű). A városi költségvetések problémái gyakran ezekkel az ellentétes áramlási tendenciákkal függnek össze és nem pusztán az odavándorlással. A bevándorlások hatása a telek- és épületárakra, bérleti díjakra pusztán egyike a sok relatív árváltozásnak, amely a kereslet és kínálat térbeli átrendeződését kíséri. Az elfecseirelt társadalmi tőke érve aligha áll meg, hisz ennek fennállásához a kivándorlás ütemének igen nagyoknak kellene lennie. A városi infrastruktúra amortizációs üteme alacsony, úgy évi 2 százalék körül van (Cameron 1974), a tipikus kivándorlási ütemnél még ez is sokkal magasabb; nem beszélve a népesség kiegyenlítő hatású ter-

³¹ Nagy irodalma van az optimális városnagyság elképzelésnek. Áttekintései: Neutze (1965), Alonso (1971), Cameron és Wingo (1973), Richardson (1973b).

mészetes növekedéséről. Ily módon rugalmas amortizációs ütemmel el lehet kerülni a pazarlást. Eversley (1972) kifejtette, hogy ha a vándorlás szelektív, az adóalap a közszolgáltatások költségeihez képest csökken. Mindazonáltal, mivel ez a vagyoni átértékelődésén keresztül megy végbe, ami pedig nem gyakori, a folyamat elég lassú ahhoz, hogy végrehajthatók legyenek más megoldások (pl. központi kormányzati támogatás, jövedelem-megszlás) is. Nem meggyőző a kivándorlás nagymértékű negatív foglalkoztatási multiplikátor hatásáról szóló érv sem. Az elsődleges hatások a kiegyenlítődéssel felé mutatnak: vagy munkanélküliek vándorolnak el, vagy pedig az elvándorlók örökül hagyják munkahelyüket a helyi munkanélkülieknek. A munkanélküliek kiadásainak kiesése révén vannak másodlagos hatások is, de ezek viszonylag kismértékűek (Brown 1972).

A vita egy másik része a területi politikának az inflációra gyakorolt hatását tárgyalja. Higgins (1973) és Archibald (1969) az erős kezű területi gazdaságpolitikát olyan eszközként látták igazolhatónak, mint amely a Phillips görbét lefelé és balra tolja. Okoskodásuk szerint az infláció nyomások a fellendülő területeken keletkeznek, míg a munkanélküliség a fejletlen területeken gyülemlik fel, és ez a helyzet óriási akadályt jelent a szegény területekről a gazdagok felé irányuló kiegyenlítő vándorlás megindulása előtt. Az elemzés azon a feltételezésen nyugszik, hogy a munkapiacok részekre bontják a nemzetgazdaságot, amely feltétel leginkább a nagy területű országokra, valamint a fejlődő országokra áll. Ugyanígy joggal elmondható azonban az is, különösen a kis és fejlett országokra, hogy a fellendülő területek munkaerőkínálatát növelően — a népességvándorlás elősegítése is inflációt csillapító hatású. E két alternatív hipotézist nem ellenőrizték azonos érvényűen. A bevándorlók nemcsak a munkaerő kínálatát, hanem a javak és szolgáltatások (és ezáltal a munkaerő) keresletét is növelik. A növekményeket és a késleltetéseket nem ismerjük, pedig ezek meghatározóak a nettó hatásra nézve.

A népességvándorlás munkapiaci hatása nemigen illik bele a neoklasszikus előrejelzésekbe. Az elvándorlás bőkezű támogatása sem valószínű, hogy ki tudná egyenlíteni a kínálatot és keresletét a pangó területeken, míg a fellendülő területekre áramlás nem szükségképpen csökkenti a béreket. Ha a munkaerő hozadéka növekvő, amely pedig a területi növekedés kedvező agglomerációs tényezői közé illő feltételezés, a vándorlás inkább széthúzhatja, mint szűkítené a bérkülönbségeket.

A fejlett országok esetére általában feltételezik, hogy a fellendülő területeken mind a kereseti — mind a munkalehetőségek jobbak.³² Ez a feltételezés a fejlődő országokra nem engedhető meg, mert azoknak a gazdag és szegény területek különbözősége gyakran annyit jelent, hogy az ország központi területre — itt helyezkedik el a legfontosabb város — és a maradékra (a perifériára) oszlik. A vidékről városba áramlók a jellemző esetben egy alacsonyan fizetett munkát (vagy egy szegény kistulajdont) hagynak ott — a munkanélküliség *nagyobb kockázatával* — sokkal magasabb jövedelem kedvéért a nagyvárosban. Ezt a jelenséget legjobban a Harris-Todaro modell (Harris és Todaro 1970) magyarázza meg, amely rámutat, hogy a vándorlókra a *remélt* és nem a valóságos bérkülönbségek hatnak, és a fővárosban fizetett bérek a

³² Ez a kijelentés az Egyesült Államokra nem mindenhol igaz. Némely magasjövedelmű nagyvárosi vidék (különösen a nyugati parton lévők) munkanélküliségi rátái az átlag fölött vannak.

munkanélküliség valószínűségének megfelelően csökkennek. Ily módon az abszolút értékben nagy bérkülönbségek összeférhetnek egy egyensúlyi (azaz nem fokozódó) népességáramlással.

A támogatott elvándorlás megoldási módja számos megalapozott okból ellenkezést kelthet a fejlődő országokban, ezek: a fejlődésnek és a vidéki népesség fennmaradásának *együttes* kívánalma; a bevándorlók felszívásának nehézségei a főváros munkapiacán; a nagytömegű városi munkanélküli a politikai stabilitást fenyegetheti; törekvés van a nemzetek területi egységének erősítésére, a központ-periféria séma széttörésére.

Tőke-, munka- vagy infrastruktúra-szubszcíció?

A legtöbb aktív területi politikát folytató ország a tőke támogatására helyezi a hangsúlyt. Nehéz megérteni, miért olyan kedvelt ez a mód. Az egyik elképzelés feltehetően az, hogy a tőkeigényes ágazatok a területi fejlődés motorjai, stimuláló ágazatok abban a Perroux-i értelemben, hogy ösztönzik a többi ágazat fejlődését. Egy a fejlődésben éppen meginduló területen ez igaz is lehet. A fejlődő országokban a tőkeigényes ágazatok mégis gyakran szigetekként, kevés helyi kapcsolattal működnek, míg a fejlett országok tőkeigényes ágazatai (mint az acélipar, az energiatermelés, a vegyipar) gyakran az átlagnál sokkal lassabban növekednek. A tőke támogatásának második indoka, hogy az új vállalatok létrehozásakor a kieső területek magas fejlesztési költségeinek ellensúlyozására kezdetben szükség van a beruházási támogatásra. Ez megintcsak nem általános igazság. A támogatásban részesülő vállalatok között sok a multinacionális vagy a más típusú sokvállalatos cég, amelynek egy kezdeti beruházási támogatás feltehetően nem értékesebb, mint bármely más ezzel egyenértékű támogatás.

Igen határozott előnyei vannak a munka támogatásának, különösen ha fizetési adóval kötik össze azt. Néhányan (pl. Clark és Peters 1964, valamint Hutton és Hartley 1968) egyenesen úgy érveltek, hogy a fizetés szerinti támogatás és adó rendszere szükségképpen az *egyedüli* eszköze a területi politikának. Érvelésük magával ragadó. Mivel a területi nehézségek általában összekapcsolódnak a munkanélküliséggel, ésszerű dolog a kapacitása alatt foglalkoztatott termelési tényező támogatása (Lind és Serck-Hanssen 1972; Serck—Hanssen 1975). Ez a rendszer nagyon kevés információval és gyakorlatilag bürokratikus beavatkozás nélkül működtethető. Minden fizetési listára alkalmazható, legyen szó régi vagy új vállalatról. Az egységes jelleggel kapcsolatos kifogások jogosulatlanok, hiszen, ha a *hatékonyság szerinti* bérek az elmaradt területeken eleve nagyobbak, akkor a munkának egy általános támogatása területi leértékelésént hat. Továbbmenve, legyen a szubszcíció konkrét formája magasabb bér, vagy alacsonyabb ár, vagy a magasabb profit megtartása, ez a támogatás valamilyen módon — a jövedelem emelésével, az infláció mérséklésével, a terület üzleti lehetőségeinek vonzóbbá tételével — serkenteni fogja a területi fejlődést.³³ Ha fizetési adókkal egészítik ki, a módszer eszközül szolgál

³³ Speciális előnye a munka támogatásának, hogy a helyettesítési és a jövedelmi hatás ugyanabba az irányba esik, ösztönöz a tőkének munkára való helyettesítésére és a kibocsátás növelését is elősegíti, a munka iránti keresletet tehát növeli. A tőke támogatásával, a másik oldalon, a helyettesítési hatások a kibocsátási hatás ellensúlyaként szerepelnek. Az, hogy a foglalkoztatás nő-e vagy sem, a termelési függvények tulajdonságaitól függ.

a gazdag területek fejlődési korlátozására anélkül, hogy a vétó-jellegű szabályozás durva és rejtett költségekkel járó eszközét kellene bevetni. Ráadásul a fizetési adó segíti a munkaigényes vállalatok áttelepülését a munkaigényes területekről oda, ahol viszonylag bőségesen áll munka rendelkezésre.

A munka támogatása melletti érvelés nem jelenti azt, hogy eszközét önmagában kell alkalmazni. Valószínűleg akkor a leghatékonyabb, ha az infrastruktúra támogatásával egészítik ki, amely a területek megkülönböztetésével jár, és amely növeli a kedvező agglomerációs hatásokat.³⁴ Ez a kombináció különösen jól működhet, ha emellett növekedési-központ stratégiát alkalmaznak. Az infrastruktúrapolitika fontosságáról nehéz pontosan számot adni. Költségességének előtérbe helyezése (DEA 1969) figyelmen kívül hagyja azt a tényt, hogy egy infrastruktúrapolitika stratégiája pusztán elosztó is lehet, amely súlypont eltolódást jelent az adott nagyságú infrastruktúra területi elosztásában, de nem szükségképpen növeli a teljes infrastruktúrális kiadást. Az infrastruktúra támogatást óvatosan kell kezelni. Ha rossz területi döntéseket hoznak, az elpazarolt beruházásokat és hatékonyságvesztést jelent. A közös infrastruktúra támogatása mögött az az elképzelés áll, hogy azok szükségképpen sekentik a magánberuházásokat a támogatott területen. Sajnos nagyon kevésé tudjuk, hogyan is működik ez a folyamat. Végül, ha az infrastruktúra támogatása a szociális infrastruktúrával való ellátást is magával hozza, ez egy „horizontális támogatást” jelent, ami a szegényeket is érinti, míg a közvetlen támogatások fő — gyakran egyedüli — élvezői az üzleti vállalkozások.

A területi gazdaságpolitika értékelése

A területi gazdaságpolitikát *ex post* értékelő módszerek egyike sem kielégítő. Az első és legkézenfekvőbb módszer az *ad hoc* értékelés, az olyan mutatókra alapozva, mint a támogatásban részesülő vállalatok száma és típusai, az újonnan keletkezett munkahelyek az elmaradott területeken, a területi politika adólköltségei, az iparszerkezet változásai, a munkanélküliség és a népességvándorlás. Ez a módszer nem rendszerezett, az értékelési kritériumok megválasztása a hozzáférhető adatokat és az elemzést végző személy szubjektív megítélését tükrözi.

A második megközelítési mód sokkal világosabb, de sokkal kevésbé átfogó. Ebben összehasonlítják a terület *tényleges* teljesítményét azzal, ami területfejlesztési politika nélkül *elvárható* lett volna, a különbség a területfejlesztés politikai hatás. A területfejlesztési politika előnyei azonban sokkal szélesebbkörűek, változatosabbak lehetnek annál, mint amit ez a teljesítményösszehasonlítás mutat. Még komolyabb nehézség, hogy nincs kielégítő módszer az *elvárható* teljesítmény mérésére, elsősorban azért, mert a területi előrejelzés (*ex post* előrejelzés) módszerei igen primitívek. Általános például egy módosított részesedés-eltolódási („shift-share”) módszer felhasználása a várható növekedés mérésére (Moore és Rhodes 1973a).

Harmadik módszer a költség-haszon elemzés. A szokásos ellenvetéseken túl, a területi gazdaságpolitikák sok hatása (mint amilyen az üzleti biztonságra

³⁴ Az infrastruktúra támogatása a valóságban a tőke támogatásának egy közvetett módja, hiszen a vállalatoknak előnyük származik tőkeköltségeik csökkenéséből (pl. a bekötőutak, közművesítés révén).

vagy a területi azonosulásra gyakorolt hatás) nehezen számszerűsíthető. Nem meglepő, hogy az elemzéseket végzők újabban (pl. Schofield 1976) a költségek és előnyök listáját azokra a tételekre szűkítették, amelyek hatással vannak a gazdasági hatékonyságra, a nemzetgazdasági kibocsátáshoz való hozzájárulással mérve azt. Ez a gyakorlat nem engedi meg a terület-politikai hatások átfogó elemzését egy területre nézve. Továbbmenve a területek rendszerében, az egyik terület haszna a másiknak gyakran költsége, ezért a „mérlegtervezési” megközelítés (Lichfield és Chapman 1970) esetleg jobban alkalmazható, mint a szokványos költség-haszon elemzési eljárások.³⁵

Egy negyedik lehetőség a területi gazdaságpolitika értékelésére annak felmérése, hogy mennyire teljesíti előre kijelölt céljait (Reiner 1965 és 1971, Hill 1968 és 1973). Ez sok szempontból rokonszenves megközelítés, mivel logikusabb dolog a gazdaságpolitikát saját céljaihoz mérni, mintsem számára esetleg idegen kritériumokkal szembesíteni. Ez a programozási modelleken keresztül a számszerű elemzésnek is ad némi teret,³⁶ azt, hogy a valóságban milyen mértékben teljesítették a kitűzött feladatokat, esetleg össze lehet vetni a programozással nyert optimális megoldással. Másfajta megközelítés a választott gazdaságpolitika összehasonlítása más lehetséges gazdaságpolitikákkal a kimondott célok teljesítésében, de ez talán túl hipotetikus dolog. Emellett a célokra irányuló értékelés súlyos problémákat vet fel. Minden gazdaságpolitikának vannak szándékain kívül mellékhatásai is, amelyek gyakran jelentősek, és ebben a módszerben elsikkad az értékelésük. Rögzített célok esetén a politikusok kísértésbe eshetnek, hogy bizonyos célok alacsonyan tartásával előre biztosítsák a sikert. Az optimális eredménnyel való — fent vázolt — összehasonlítás hiányában, homályos célok és a jó irányba ható gazdaságpolitika mellett, nemigen ítéltethető meg, hogy milyen mértékű változás jelenti a sikert.

Az ötödik megközelítési mód a különböző területi gazdaságpolitikák nemzetközi tapasztalataival való összehasonlítás. Ez hasznos lehet abban, hogy felhívja a figyelmet olyan — az illető országban elhanyagolt — gazdaságpolitikai eszközökre, amelyek más országokban hasznosnak bizonyultak, de mint értékelő módszer helytelen, mert a politikai eszközök nem helyezhetők át egyszerűen az egyik intézményi rendszerből a másikba, és mert az országok területi problémáinak természete és súlya igencsak különböző.

A gazdaságpolitika értékelése mindamelllett továbbra is csak igen hozzávetőleges érvényű lehet. A fő akadályt az adatok korlátozottsága képezi. Ezenkívül, a politikusok egészen mostanáig nem érdekeltek saját teljesítményük értékelésében. A területi gazdaságpolitikusok viselkedése kétféle szélső-

³⁵ A mérlegtervezés egy másik előnye, hogy az elosztási hatásokra is figyelmet fordít. Egy kisebbfajta vita zajlott le azon, hogy a jövedelemelosztás hatásait bele kell-e venni explicit módon a költség-haszon elemzésbe. Weisbrod (1968), McGuire és Garn (1969) és Sosnow (1974) mind amellel érveltek, hogy a jövedelemelosztás nyereségei előnyöknek számítanak, be kell venni azokat. A másik nézet az, hogy a politikai döntéseket tisztán hatékonysági alapon kell meghozni, a jövedelemújraelosztást, a költségek nélkülinek és azonnalinak feltételezett, pénzügyi átcsoportosításokra hagyva (Musgrave 1969). Goldfarb és Woglom (1974) azonban rámutattak, hogy a hatékony újraelosztás intézményi korlátai súlyosak lehetnek.

³⁶ Leven (1964) volt az úttörő tanulmány. Az ő módszere csak egymáshoz közelálló célrendszereket tud kezelni, de a több célfüggvényes lineáris programozással folyó újabb munkák (Evans és Stever 1973, Ecker 1976) lehetőséget adnak hasonló jelentőségű alternatív célfüggvények kezelésére.

séget mutatott. Vagy hosszú ideig ragaszkodtak a jónak látott gazdaságpolitikához, vagy gyorsan és drasztikusan váltogatták azokat, amikor a tények éppen sikertelenségre mutattak. Az első esetben fennáll a veszély, hogy a gazdaságpolitikát változtathatatlan környezeti elemként kezelik, ahelyett, hogy fontos változónak tartanák, ezenkívül nehéz különválasztani a gazdaságpolitikai hatásokat, mert nincs közeli tapasztalat a politika „leállítására” vagy „más” politikára, amely összehasonlítható alapul szolgálhatna. Amikor pedig a gazdaságpolitika gyors irányváltozásokkal terhes, csaknem lehetetlenné válik az értékelése, mert a különböző irányítási eszközök nagyon különböző késésekkel működhetnek.

Angol tapasztalatok

Nagy-Britannia tapasztalata szemléltetésül szolgálhat a végigvitt területi gazdaságpolitikai értékelésre. Majdnem ötven éve vannak érvényben területi politikák, ennek ellenére a területi különbségek még mindig fennállnak. Mivel azonban az egy főre jutó átlagos jövedelmek és reálfogyasztási szintek a leggazdagabb és a legszegényebb kerület között (kivéve Észak-Irországot) csak egy 15 százalékos körüli értékben különböznek, a területi problémák mégsem súlyosak, legalábbis a számos fejlődő országban teljesen szokásos öt az egyhez arányhoz képest nem azok.

1966 óta kiterjedt földrajzi területeken alkalmazzák a területi gazdaságpolitika eszközeit. A támogatott területeknek sok kategóriája van, határaik és elnevezéseik időről időre változnak. A fő gazdaságpolitikai eszköz a tőke támogatása, valamint a közvetlen negatív szabályozás (iparfejlesztési engedélyek), de van differenciálás a közös infrastrukturális kiadásoknál (egy főre jutó értékét nézve ez a szegényebb területeken körülbelül 25 százalékkal magasabb a nemzetgazdasági átlagnál)³⁷ és kísérleteznek a munkabér támogatásával (erre szolgál a területi foglalkoztatási prémium).

Az értékelések többsége az 1963–70-es időszakra vonatkozik. Ebben az időszakban passzívból aktív területpolitikára váltottak át, az ösztönzésre fordított kiadások megkétszereződtek, erősödött az iparfejlesztés szabályozása. A különböző mutatókkal elvégzett elemzések úgy látszik egyetértenek abban, hogy a területfejlesztési politika hatásai lényegesek és kedvezőek voltak. A feldolgozóipari foglalkoztatás a Fejlődő Területeken (Development Areas) évi 1,63 százalékos ütemben nőtt, másutt 0,18 százalékos ütemben csökkent (Moore és Rhodes 1973a). A területi gazdaságpolitika nemzeti szinten 500 millió £ kibocsátásnövekedést jelentett 1970-ben (Moore és Rhodes 1973b). Összehasonlítva egy gyengébb (1953–1959) és egy erőteljesebb (1961–1966) gazdaságpolitikai szakaszt Brown (1972) úgy találta, hogy a Fejlődő Területeken évi 72 000 új munkahely olyan, hogy sem a növekedéssel, sem a szerkezetváltozással nem magyarázható meg. A befejezett ipari létesítmények száma az 1960-as évek közepén (MacKay 1972) vagy végén (Hart 1971) erőteljesen eltolódott a Fejlődő Területek javára. A beruházások is ide helyeződtek át, mégpedig 1965–1966 és 1968 között nagy ütemben (Buck és Lowe

³⁷ Az új városok is az arányosnál több infrastruktúrában részesültek, pedig az össznépszerűségnek alig több, mint 3 százaléka él bennük.

1972).³⁸ 1961 és 1971 között a vállalatok Fejlődő Területekre való áttelepülésének legalább 40 százalékát közvetlenül a területpolitika eredményezte (Ashcroft és Taylor 1977), és a Fejlődő Területeken a felszámolt vállalatok aránya kisebb volt, mint az ország többi részében (Sant 1975).

A mérési módok különböznek, változik az átfogott kör és idő, de az értékelések minőségi eredményei ugyanazok. A területfejlesztési politika, különösen az 1960-as években, a gazdasági tevékenységet a támogatott területek javára rendezte át, anélkül, hogy a jövedelmi és jóléti különbségeket érzékelhetően csökkentette volna.³⁹ Néhány megjegyzést kell ehhez fűzni. A tanulmányok többsége figyelmen kívül hagyta a területfejlesztési politika „rejtett” költségeit mint például a munka haszonlehetőség költségét (opportunity cost), a szabad vállalattelepítés akadályozásának hatásait, az adminisztratív költségeket. Másodsor, nehéz dolog a gazdaságpolitikai eszközök egyéni szerepének behatárolása, és ennek fő oka, késleltetéseik különbözősége. Harmadszor, sok tanulmányra módszertani gyengeség jellemző, különösen amiatt, hogy nem számolni kielégítő módon a Fejlődő Területek előrehaladásának szóba jövő nem politikai jellegű magyarázataival.

A különböző gazdaságpolitikai eszközök szerepe érdekes kérdés. A legtöbb szerző (Brown 1972, Moore és Rhodes 1973a, Buck és Lowe 1972) elhagyja az infrastrukturális kiadások különbözőségének szerepét, bár a tapasztalatok részletes vizsgálatának is vannak nyomai. MacKay (1972), valamint Buck és Lowe (1972) úgy vélték, hogy az 1963-as Területi Foglalkoztatási Törvény (Local Employment Act) szabad amortizációs rendszere és adócsökkentései hatékonyabbak voltak mint az 1966-os Iparfejlesztési Törvény (Industrial Development Act) által bevezetett beruházási támogatások, mások viszont kételkedtek ebben (Hart 1971, Brown 1972).⁴⁰

A kormány és az ipari társaságok (különösen az Angol Iparszövetség (Confederation of British Industry) különbözőképpen ítélik meg az iparfejlesztés engedélyeztetési rendszerének negatív hatásait. Míg a kormány azt állítja, hogy a vállalatok elutasított kezdeményezéseiből 80 százaléknyi később valahol máshol megvalósult, az ipar képviselői szerint ez csak a „jéghegy csúcsa”, a felszín alatt ott van az elkedvetlenített kezdeményezések tömege.

Ugyanúgy, ahogy a Területi Foglalkoztatási Prémiumnál, itt is sok függ a késleltetésekről tett feltevésektől. Az első visszhangok szerint az intézkedés hatása gyenge volt, de az újabb tanulmányok annak jelentőségére mutattak rá (House of Commons 1973, McCallum 1973, Rhodes and Moore 1976a és 1976b). Mindazonáltal MacKay (1976) kimutatta, hogy a tőkeköltségek 11 százalékos csökkenésével szemben csak 2 százalékos munkaköltség csökkenésben részesült a Területi Foglalkoztatási Prémium által.

Az ilyen ellentmondásos területen az értékelő személy értékítéletei persze erősen befolyásolnak minden értékelést. Bár a megfigyelők többsége (pl. Sant 1975) úgy gondolja, hogy Nagy-Britannia területpolitikájának „keverése” nagyjából helyes volt, néhányan amellet érvelnek, hogy a területi problémák fennállása annak köszönhető, hogy nem használták aktív eszközként

³⁸ Egy Skóciára vonatkozó vizsgálat (Begg, Lythe és MacDonald 1976) 1960 és 1971 között 220 millió-ra becsülte annak a területpolitikával összefüggő beruházásait.

³⁹ Védhető álláspont, hogy területi politika hiányában ezek fokozódtak volna.

⁴⁰ Blake (1972) rámutatott, hogy a különböző ösztönzők relatív hatása iparágról iparágra változott.

az állami vállalkozásokat (Holland 1976a és 1976b), míg egy másik kisebbség a bajt túl gyakori állami beavatkozásban látja (Hallett, Randall és West 1973). Ez a rövid áttekintés az angol területpolitika hatékonyságát kutató munka egy részéről csupán keresztmetszetét nyújthatja a gazdaságpolitikai értékelés bonyolultságának és e tudomány kezdetleges állapotának.

Következtetések

Tanulmányom nem fogja át a területi gazdaságtan témáinak teljes sorát. Alig említettem például a népszerűvándorlást és a tényezők mobilitását, a területek közötti makroökonómiai modelleket, a gazdasági hatásmechanizmusok elemzéseit (az input-output és a gazdasági bázis elemzéseket kivéve), a központi térség elméletét és a területi elemzés olyan eljárásait, mint amilyen a lineáris programozás. Az is világos, hogy vannak olyan új területi kérdések, amelyeknek mindeddig viszonylag kevés az irodalmuk, de ahol a jövőben valószínűleg növekedni fognak a kutatás erőfeszítései. Ezek többségükben gazdaságpolitikai kérdésekkel kapcsolatosak, mint amilyen a környezet minőségének szerepe a területi fejlődésben; az emelkedő energiaköltségek területi hatásai; az életkörülmények kényelmességének, mint helyi vonzóerőnek a növekvő fontossága; az iparágak területek közötti súlyeltolódásának jelentősége az elosztás térbeli újrendeződésében; a nagyvárosok hanyatlása és a városokon kívüli hátországok növekedése; az időszakosan fellendülő városok problémái; valamint a természeti erőforrások kiaknázásának általános kérdései; és végül a fejlett hírközlési technológiák hatása a távolság legyőzésében.

A fentiek közül sok kérdés — ilyen például a területek közötti újraelosztás (lásd: Sternlieb és Hughes 1975) — vet fel empirikus problémákat. Néhányuk — mint az energiaköltségek területi hatásai — az elemzés ismert eszközeit, módszereit használja föl (Miernyk 1976a), mások viszont az elmélet továbbfejlesztését igényelnék. Egyes esetekben az elérhető, a közgazdaságtan súlyponti elméletéből vett régi elméletek felrisszításával, például a nemzetközi kereskedelem elmélete legalább is kiindulópontot szolgáltat arra, hogy hogyan nyúljunk hozzá a természeti erőforrások kérdéséhez (Moroney 1975). Más esetekben az elméletnek új utakat kell törnie. Siebert (1973) például megmutatta, hogy a levegőszennyeződés bevezetése egy területi növekedési modellbe, azzal a feltételezéssel élve, hogy az a termelő kibocsátás növekvő függvénye, tompítja a területek gazdasági növekedését, különösen ott, ahol a területi fejlődés térbeli értelemben koncentrált.

Az új nehézségek arra mutatnak, hogy sok munka vár még a területi közgazdászokra, mind az elméleti, mind a gyakorlati alkalmazó emberekre, mind pedig a gazdaságpolitika elemzőire. A tennivalók egy része a tudományág határain belül elvégezhető. Mások, mint például a vállalatok áttelepítésének magyarázata, amelyhez feltehetően meg kell értenünk a vállalatvezetés döntési folyamatait és annak pszichológiáját, nem kezelhetők pusztán a közgazdaságtanon belül. Mivel a legérdekesebb kérdések közül sok tartozik az utóbbi típusba, valószínű, hogy a közgazdászokat szakmai tudásuk határai akadályozzák ezek megoldásában. Mint arra Miernyk (1976c) rámutat, csak a területi tudományok új diszciplínája képes felszabadítani a közgazdaságtant a nagy jelentősége mellett is korlátozott érvényű neoklasszikus hagyomány fojtogató hatása alól.

IRODALOM

- ADAMS, F. G., C. G. BROOKING and N. I. GLICKMAN. 1975. On the Specification and Simulation of a Regional Econometric Model: a Model of Mississippi. *Review of Economics and Statistics* 57: 286—98.
- ALAO, N. 1977. The Dynamics of Regional Growth: Some Elementary Full-Employment, Finite Horizon Models with External Influences. *Geographical Analysis* 9: 64—72.
- ALLEN, K. J. and MCLENNAN. 1971. *Regional Problems and Policies in Italy and France*. Sage, Beverly Hills.
- ALONSO, W. 1963. Industrial Location and Regional Policy in Economic Development. University of California at Berkeley, Institute of Urban and Regional Development. WP 74.
- ALONSO, W. 1968. Industrial Location and Regional Policy in Economic Development. University of California at Berkeley, WP 74.
- ALONSO, W. 1971. The Economics of Urban Size. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 26: 67—83.
- ANDERSON, JR. R. J. 1970. A Note on Economic Base Studies and Regional Econometric Forecasting Models. *Journal of Regional Science* 10: 325—33.
- ARCHIBALD, G. C. 1969. The Phillips Curve and the Distribution of Unemployment. *American Economic Review* 59: 124—34.
- ASHBY, L. D. 1965. *Growth Patterns in Employment by County 1940—50 and 1950—60*. U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- ASHBY, L. D. 1968. The Shift and Share Analysis: a Reply. *Southern Economic Journal* 34: 423—5.
- ASHBY, L. D. 1970. Changes in Regional Industry Structure: a Comment. *Urban Studies* 7: 298—304.
- ASHBY, L. D. 1973. Employment Change Patterns: Some Empirical Tests. *Review of Regional Studies*.
- ASHCROFF, B. and J. TAYLOR. 1977. The Movement of Manufacturing Industry and the Effect of Regional Policy. *Oxford Economic Papers* 29: 84—101.
- BEALE, C. L. 1977. The Recent Shift of United States Population to Nonmetropolitan Areas, 1970—75. *International Regional Science Review*. 2: 113—122.
- BECKMANN, M. J. 1968. *Location Theory*. Random House, New York.
- BECKMANN, M. J. 1970. The Analysis of Spatial Diffusion Processes. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 25: 109—17.
- BECKMANN, M. J. 1976. Spatial Price Policies Revisited. *Bell Journal of Economics and Management Science* 7: 619—30.
- BEGG, H. M., C. M. LYTHER and D. R. MACDONALD. 1976. The Impact of Regional Policy on Investment in Manufacturing Industry: Scotland, 1960—71. *Urban Studies* 13: 171—9.
- BELL, E. W. 1967. An Econometric Model for a Region. *Journal of Regional Science* 7: 109—28.
- BERGSMAN, J., P. GREENSTON, and R. HEALY. 1972. The Agglomeration Process in Urban Growth. *Urban Studies* 9: 263—88.
- BERRY, B. J. L. (ed.) 1976. *Urbanization and Counter-urbanization*. Sage, Beverly Hills.
- BEYERS, W. B. 1972. On the Stability of Regional Interindustry Models: the Washington Data for 1963 and 1967. *Journal of Regional Science* 12: 363—74.
- BILINGS, R. B. 1969. The Mathematical Identity of the Multipliers Derived from the Economic Base Model and the Input-Output Model. *Journal of Regional Science* 9: 471—3.
- BISHOP, K. C. and C. E. SIMPSON. 1972. Components of Change Analysis: Problems of Alternative Approaches to Industrial Structure. *Regional Studies* 6: 59—68.
- BLAKE, C. 1972. The Effectiveness of Investment Grants as a Regional Subsidy. *Scottish Journal of Political Economy* 19: 63—71.
- BOISIER, S. 1972. *Polos de Desarrollo: Hipotesis y Políticas. Estudio de Bolivia, Chile y Peru*. Geneva, UNRISD.
- BOLTON, R. E. 1966. *Defense Purchases and Regional Growth*. Brookings Institution, Washington, D.C.
- BONNER, E. R. and V. L. FAHLE. 1967. *Technique for Area Planning*. Regional Economic Development Institute, Pittsburgh.
- BOPP, R. and P. GORDON. 1977. Agglomeration Economics and Industrial Linkages: Comment. *Journal of Regional Science* 17: 125—7.
- BORTS, G. H. 1960. The Equalization of Returns and Regional Economic Growth. *American Economic Review* 50: 319—47.

- BORTS, G. H. and J. L. STEIN. 1964. *Economic Growth in a Free Market*. Columbia University Press, New York.
- BORTS, G. H. 1974. Review of *Regional Growth Theory*. *Journal of Economic Literature* 12: 546-7.
- BÖVENTER, E. G. von. 1965. Regional Growth Theory. *Urban Studies* 12: 1-29.
- BRASCHLER, C. 1972. A Comparison of Least-Squares Estimates of Regional Employment Multipliers with Other Methods. *Journal of Regional Science* 12: 457-68.
- BREWIS, T. N. 1969. *Regional Economic Policies in Canada*. Macmillan, Toronto.
- BRODSKY, H. and D. E. SARFATY. 1977. Measuring the Urban Economic Base in a Developing Country. *Land Economics* 53: 445-54.
- BROWN, A. J. 1972. *The Framework of Regional Economics in the United Kingdom*. Cambridge University Press.
- BROWN, H. J. 1969. Shift and Share Projections of Regional Economic Growth: an Empirical Test. *Journal of Regional Science* 9: 1-18.
- BROWN, M. 1972. A Regional-National Econometric Model of Italy. *Papers, Regional Science Association* 29: 25-44.
- BROWNRIGG, M. and M. A. GREIG. 1975. Differential Multipliers for Tourism. *Scottish Journal of Political Economy* 22: 261-75.
- BUCK, T. W. 1970. Shift and Share Analysis—a Guide to Regional Policy? *Regional Studies* 4: 44-50.
- BUCK, T. W. and J. F. LOWE. 1972. Regional Policy and the Distribution of Investment. *Scottish Journal of Political Economy* 19: 253-71.
- BURROWS, J. C. and C. E. METCALF. 1971. The Determinants of Industrial Growth at the County Level: an Econometric Analysis, 352-401. In J. F. Kain and J. R. Meyer eds., *Essays in Regional Economics*. Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- BURTON, R. P. and J. W. DYCKMAN. 1965. *A Quarterly Economic Forecasting Model for the State of California*. Institute for Urban and Regional Development, University of California at Berkeley.
- CAMERON, G. C. 1970. *Regional Economic Development: The Federal Role*. John Hopkins Press, Baltimore.
- CAMERON, G. C. 1974. Regional Economic Policy in the United Kingdom, 65-102, in N. M. Hansen ed., *Public Policy and Regional Economic Development*. Ballinger, Cambridge, Mass.
- CAMERON, G. C. and L. WINGO, eds. 1973. *Cities, Regions and Public Policy*. Oliver and Boyd, Edinburgh.
- CAPOZZA, D. R. and K. ATTARAN. 1975. Pricing in Urban Areas under Free Entry. *Journal of Regional Science* 16: 167-82.
- CAPOZZA, D. R. and R. VAN ORDER. 1975. A Model of Location in Urban Areas with Free Entry. *Proceedings of the American Institute for Decision Science*.
- CARROLL, T. M. and R. D. DEAN. 1977. A Bayesian Approach to Plant Location Decisions. Paper presented to the Western Economics Association, Anaheim.
- CHALMERS, J. A. 1971. Measuring Changes in Regional Industry Structure: a Comment on Stilwell and Ashby. *Urban Studies* 8: 289-92.
- CHALMERS, J. A. and T. L. BECKHELM. 1976. Shift and Share and the Theory of Industrial Location. *Regional Studies* 10: 15-23.
- CHEN, D. 1972. A Tabular Survey of Selected Regional Econometric Models. Federal Reserve Bank of San Francisco, WP 11, San Francisco.
- CHURCHILL, G. 1967. Production Technology, Imperfect Competition, and the Theory of Location: a Theoretical Approach. *Southern Economic Journal* 34: 86-100.
- CLARK, C. and G. H. PETERS. 1964. Steering Employment by Taxes and Subsidies. *Town and Country Planning* 32: 145-9.
- COHEN, J. and A. MAESHIRO. 1974. The Significance of Money at the State Level. Department of Economics, mimeo, University of Pittsburgh.
- CONROY, M. E. 1973. On the Rejection of „Growth Center” Strategy in Latin American Regional Development Planning. *Land Economics* 49: 371-80.
- CONWAY, JR. R. S. 1975. A Note on the Stability of Regional Interindustry Models. *Journal of Regional Science* 15: 67-72.
- CONWAY, JR. R. S. 1977. The Stability of Regional Input-Output Multipliers. *Environment and Planning A* 9: 197-214.
- CROW, R. T. 1973a. A Nationally Linked Regional Econometric Model. *Journal of Regional Science* 13: 187-204.
- CROW, R. T. et al. 1973b. An Econometric Model at the Buffalo SMSA. SUNY School of Management, Buffalo.

- CUMBERLAND, J. H. 1966. A Regional Interindustry Model for Analysis of Development Objectives. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 17: 65-94.
- CZAMANSKI, D. Z. and S. CZAMANSKI. 1977. Industrial Complexes: Their Typology, Structure, and Relation to Economic Development. *Papers, Regional Science Association* 38: 93-111.
- CZAMANSKI, S. 1964. A Model of Urban Growth. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association* 13: 177-200.
- CZAMANSKI, S. et al. 1968. *An Econometric Model of Nova Scotia*. Institute of Public Affairs, Dalhousie University, Halifax.
- CZAMANSKI, S. 1971. Some Empirical Evidence of the Strengths of Linkages Between Groups of Related Industries in Urban-Regional Complexes. *Papers, Regional Science Association* 27: 137-50.
- CZAMANSKI, S. 1972. *Regional Science Techniques in Practice*. Lexington Books, Lexington.
- CZAMANSKI, S. 1973. *Regional and Interregional Social Accounting*. Lexington Books, Lexington.
- DAVIS, H. C. 1976. Regional Sectoral Multipliers with Reduced Data Requirements. *International Regional Science Review* 1, 2: 18-29.
- DEA (Department of Economic Affairs). 1969. *The Intermediate Areas: Report of a Committee of Inquiry under the Chairmanship of Sir Joseph Hunt*. Cmd. 3998. London: HMSO.
- DEAN, R. D. and T. M. CARROLL. 1977. Plant Location Under Uncertainty. *Land Economics* 53: 423-44.
- DEVLETGLOU, N. E. 1965. A Dissenting View of Duopoly and Spatial Competition. *Economica* 32: 140-60.
- DIXON, R. and A. P. THIRLWALL. 1975. A Model of Regional Growth Rate Differences on Kaldorian Lines. *Oxford Economic Papers* 27: 201-14.
- DOEKSEN, G. A. and C. H. LITTLE. 1968. Effect of the Input-Output Model on the Results of an Impact Analysis. *Agricultural Economics Research* 20: 134-8.
- DRAKE, R. L. 1976. A Short-Cut to Estimates of Regional Input-Output Multipliers Methodology and Evaluation. *International Regional Science Review* 1, 2: 1-17.
- DUTTA, M. and V. SU. 1969. An Econometric Model of Puerto Rico. *Review of Economic Studies* 36: 319-33.
- EATON, B. C. and R. G. LIPSEY. 1975. The Principles of Minimum Differentiation Reconsidered: Some New Developments in the Theory of Spatial Competition. *Review of Economic Studies* 42: 27-49.
- ECKER, J. G. 1976. Modeling with Multiple Objectives, 229-34, in F. S. Roberts ed., *Energy: Mathematics and Models*. Philadelphia: SIAM.
- EDWARDS, J. A. 1976. Industrial Structure and Regional Change: a Shift-Share Analysis of the British Columbia Economy, 1961-70. *Regional Studies* 10: 307-17.
- EDWARDS, J. A. 1977. Shift and Share Analysis: Towards a Universal Terminology. Department of Geography, University College, mimeo, Swansea.
- EDWARDS, J. A., K. F. HARNIMAN and J. S. MORGAN. 1978. Regional Growth and Structural Adaptation: a Correction to the Stilwell Modification. *Urban Studies* 15: 97-100.
- ENGLE, R. F. et al. 1972. An Econometric Simulation Model of Intra-Metropolitan Housing Location: Housing, Business, Transportation, and Local Government. *American Economic Review* 62: 87-98.
- ESTEBAN-MARQUILLAS, J. M. 1972. A Reinterpretation of Shift-Share Analysis. *Regional and Urban Economics* 2: 249-55.
- EVANS, J. P. and R. E. STEUER. 1973. A Revised Simplex Method for Linear Multiple Objective Programs. *Mathematical Programming* 15: 54-72.
- EVERSLEY, D. E. C. 1972. Rising Costs and Static Incomes: Some Economic Consequences of Regional Planning in London. *Urban Studies* 9: 347-68.
- FADEN, A. M. 1977. *The Economics of Space and Time*. Iowa State University Press, Ames.
- FIRESTONE, O. J., 1974. Regional Economics and Social Disparity. 205-67, in O. J. Firestone ed., *Regional Economic Development*. University of Ottawa Press.
- FISHER, W. D. 1971. Econometric Estimation with Spatial Dependence. *Regional and Urban Economics* 1: 19-40.
- FLOYD, C. F. 1973. Shift and Share Projection Models: a Reformulation. *Annals of Regional Science* 7: 40-9.
- FLOYD, C. F. and C. F. SIRMANS. 1973. Shift and Share Projections Revisited. *Journal of Regional Science* 13: 115-20.
- FLOYD, C. F. and C. F. SIRMANS. 1975. The Stability of the Regional Share Component: Some Further Evidence. *Annals of Regional Science* 9: 72-82.

- FOX, K. A. and T. K. KUMAR. 1965. The Functional Economic Area: Delineation and Implications for Economic Analysis. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 15: 57—85.
- FRIEDLANDER, A. F., G. TREYZ and R. TRESCH. 1975. A Quarterly Econometric Model of Massachusetts and its Fiscal Structure. Mimeo.
- FRIEDMANN, J. 1966. *Regional Development Policy: A Case Study of Venezuela*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- FRIEDMANN, J. 1972—3. The Spatial Organization of Power in the Development of Urban Systems. *Development and Change* 4: 12—50.
- FRIEDMANN, J. and W. ALONSO (eds.). 1976. *Regional Policy*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- GANNON, C. A. 1973. Central Concentration in Simple Spatial Duopoly; Some Behavioral and Functional Conditions. *Journal of Regional Science* 13: 357—75.
- GARNICK, D. H. 1969. Disaggregated Basic-Service Models and Regional Input-Output Models in Multiregional Projections. *Journal of Regional Science* 9: 87—99.
- GARNICK, D. H. 1970. Differential Regional Multiplier Models. *Journal of Regional Science* 10: 35—47.
- GARNICK, D. H. et al. (1971). *Toward Development of a National-Regional Impact Evaluation System and the Upper Licking Area Pilot Study*. Regional Economics Division, U.S. Department of Commerce, Staff Paper No. 18, Washington, D.C.
- GERKING, S. D. 1976a. Input-Output as a Simple Econometric Model. *Review of Economics and Statistics* 58.
- GERKING, S. D. 1976b. Reconciling „Rows Only” and „Columns Only” Coefficients in an Input-Output Model. *International Regional Science Review* 1, 2: 30—46.
- GHALI, M. and B. RENAUD, 1975. *The Structure and Dynamic Properties of a Regional Economy*. Lexington Books, Lexington.
- GIARRATANI, F. 1974. The Effect on Relative Prices of Air Pollution Abatement: a Regional Input-Output Simulation. *Modeling and Simulations* 5: 165—70.
- GIARRATANI, F. J. D. MADDY and C. F. SOCHER. 1976. *Regional and Interregional Input-Output Analysis: An Annotated Bibliography*. West Virginia University Foundation, Morgantown.
- GILBERT, A. G. and D. E. GOODMAN. 1976. Regional Economic Disparities and Economic Development: a Critique. 113—41, In A. G. Gilbert ed., *Development Planning and Spatial Structure*. Wiley, New York.
- GLICKMAN, N. J. 1974a. An Area-Stratified Regional Econometric Model, 74—107. In E. L. Cripps (ed.), *Space-Time Concepts in Regional and Urban Economics*. Pion, London.
- GLICKMAN, N. J. 1974b. Son of „The Specification of Regional Econometric Models.” *Papers, Regional Science Association* 32: 155—77.
- GLICKMAN, N. J. A Note on Simultaneous Equation Estimation Techniques: Applications with a Regional Econometric Model. *Regional Science and Urban Economics* 6: 275—87.
- GLICKMAN, N. J. 1977. *Econometric Analysis of Regional Systems: Explorations in Model Building and Policy Analysis*. Academic Press, New York.
- GÖLDFARB, R. S. and G. WÖGLÖM. 1974. Government Investment Decisions and Institutional Constraints on Income Redistribution. *Journal of Public Economics* 3: 171—80.
- GORDON, P. and P. LANDE. 1977. Regional Growth in the United States: a Re-examination of the Neoclassical Model. *Journal of Regional Science* 17.
- GREEN, G. 1966. Community Size and Agglomeration of Trade Service and Other Locally Oriented Industries. Institute of Urban and Regional Studies, Washington University, St. Louis, WP5.
- GREENBERG, M. R. 1972. A Test of Alternative Models for Projecting County Industrial Production at the 2-, 3- and 4-Digit Standard Industrial Classification Code Levels. *Regional and Urban Economics* 1: 397—417.
- GREENBERG, M. R. and N. J. VALENTE. 1975. Recent Economic Trends in the Major North-Eastern Metropolises, 77—99. In G. Sternlieb and J. W. Hughes eds. *Post-Industrial America: Metropolitan Decline and Interregional Job Shifts*. Rutgers University, Center for Urban Policy Research, New Brunswick, N.J.
- GREENHUT, M. L. and H. OHTA. 1975. *Theory of Spatial Pricing and Market Areas*. Duke University Press, Durham, N.C.
- GREYTAK, D. 1969. A Statistical Analysis of Regional Export Estimating Techniques. *Journal of Regional Science* 9: 387—95.
- GRILICHES, Z. 1957. Hybrid Corn: an Exploration in the Economics of Technological Change. *Econometrica* 25: 501—22.

- GRIMES, R. 1973. An Econometric Model of Georgia. University of Georgia, School of Business, Athens.
- HALE, C. W. 1971. Shift-Share Analysis as a Descriptive Tool in Regional Analysis. *Mississippi Valley Journal of Business and Economics* 6: 352–64.
- HALL, O. P. and J. A. LICARI. 1974. Building Small Region Econometric Models: Extension of Glickman's Structure to Los Angeles. *Journal of Regional Science* 14: 337–53.
- HALLETT, G., P. RANDALL and E. G. WEST. 1973. *Regional Policy for Ever?* Institute of Economic Affairs, London.
- HANSEN, N. M. 1968. *French Regional Planning*. Indiana University Press, Bloomington.
- HANSEN, N. M. 1971. *Intermediate Size Cities as Growth Centers*. Praeger, New York.
- HANSEN, N. M. ed. 1972. *Growth Centers in Regional Economic Development*. Free Press, New York.
- HANSEN, N. M. (ed.). 1974. *Public Policy and Regional Economic Development*. Ballinger, Cambridge, Mass.
- HANSEN, N. M. 1975. An Evaluation of Growth Center Theory and Practice. *Environment and Planning* 7: 821–32.
- HANSEN, N. M. 1976. Are Regional Development Policies Needed? *Review of Regional Studies* 6, No. 1: 11–27.
- HANSEN, W. L. and C. M. TIEBOUT. 1963. An Intersectoral Flows Analysis of the California Economy. *Review of Economics and Statistics* 45: 409–18.
- HARRIS, J. R., C. C. 1973. *The Urban Economies*. Lexington Books.
- HARRIS, J. R. and M. P. TODARO. 1970. Migration, Unemployment and Development: a Two-Sector Analysis. *American Economic Review* 60: 126–42.
- HART, R. A. 1971. The Distribution of New Industrial Building in the 1960s. *Scottish Journal of Political Economy* 18: 181–97.
- HERZOG, H. W. and R. J. OLSEN. 1977. Shift-Share Analysis Revisited: the Allocation Effect and the Stability of Regional Structure. *Journal of Regional Science* 17: 441–54.
- HEWINGS, G. J. D. 1972. Input-Output Models: Aggregation for Regional Impact Analysis. *Growth and Change* 3: 15–19.
- HEWINGS, G. J. D. 1976. On the Accuracy of Alternative Models for Steeping-Down Multi-County Employment Projections to Counties. *Economic Geography* 52: 206–17.
- HEWINGS, G. J. D. 1977. Evaluating the Possibilities for Exchanging Regional Input-Output Coefficients. *Environment and Planning A* 9: 927–44.
- HIGGINS, B. 1973. Trade-Off Curves and Regional Gaps. 152–77, in J. Bhagwati and R. S. Eckaus, eds., *Development and Planning: Essays in Honor of Paul Rosenstein Rodan*. Allen and Unwin, London.
- HILDEBRAND, G. H. and A. MACE JR. 1950. The Employment Multiplier in an Expanding Industrial Market, 1940–47. *Review of Economics and Statistics* 33: 341–9.
- HILL, M. 1968. A Goals-Achievement Matrix for Evaluating Alternative Plans. *Journal of American Institute of Planners* 34: 19–29.
- HILL, M. 1973. *Planning for Multiple Objectives*. Philadelphia: Regional Science Research Institute.
- HITE, J. C. and E. A. LAURENT. 1972. *Environmental Planning: An Economic Analysis*. Praeger, New York.
- HOLAHAN, W. L. 1975. The Welfare Effects of Spatial Price Discrimination. *American Economic Review* 65: 498–503.
- HOLLAND, S. 1976a. *Capital and the Regions*. Macmillan, London.
- HOLLAND, S. 1976b. *The Regional Problem*. Macmillan, London.
- HOOVER, E. M. 1937. Spatial Price Discrimination. *Review of Economic Studies* 4: 182–91.
- HORDIJK, L. 1974. Spatial Correlation in the Disturbances of a Linear Interregional Model. *Regional and Urban Economics* 4: 117–40.
- HORDIJK, L. and J. H. PAELINCK. 1974. Spatial Econometrics: Some Contributions. Dutch Statistical Association, mimeo, Tilburg.
- House of Commons. 1973. *Regional Development Incentives*. Second Report Expenditure Committee, Trade and Industry Sub-Committee, HC. 85.
- HOUSTON, D. B. 1967. The Shift and Share Analysis of Regional Growth: a Critique. *Southern Economic Journal* 33: 557–81.
- HUA, C. and F. PORELL. 1978. An Analysis of Certain Basic Structural and Methodological Problems in Theorizing and Interpreting the Gravity Model. *International Regional Science Review*, forthcoming.
- HUTTON, J. P. and K. HARTLEY. 1968. A Regional Payroll Tax. *Oxford Economic Papers* 20: 417–26.

- HYSON, C. D. and W. P. HYSON. 1950. The Economic Law of Market Areas. *Quarterly Journal of Economics* 64: 319–24.
- ISARD, W. 1969. Some Notes on the Linkage of the Ecologic and Economic Systems. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 22: 85–96.
- ISARD, W. 1975. A Simple Rationale for Gravity Model Behavior. *Papers, Regional Science Association* 35: 25–30.
- ISARD, W., E. W. SCHOOLER, and T. VIETORISZ. 1959. *Industrial Complex Analysis and Regional Development*. John Wiley, New York.
- ISARD, W. and S. CZAMANSKI. 1965. Techniques for Estimating Local and Regional Multiplier Effects of Changes in the Level of Major Governmental Programs. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 3: 19–46.
- ISARD, W. and T. E. SMITH. 1967. Location Games: With Applications to Classic Location Problems. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 19: 45–80.
- ISARD, W. and D. J. OSTROFF. 1969. General Interregional Equilibrium. *Journal of Regional Science* 2: 67–74.
- ISARD, W. et al. 1969. *General Theory: Social, Political, Economic and Regional*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- ISARD, W. and T. W. LANGFORD, JR. 1971. *Regional Input-Output Study*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- ISSERMAN, A. M. 1975. Regional Employment Multiplier: a New Approach: Comment. *Land Economics* 51: 290–3.
- ISSERMAN, A. M. 1977a. The Location Quotient Approach to Estimating Regional Economic Impacts. *Journal of the American Institute of Planners* 43: 33–41.
- ISSERMAN, A. M. 1977b. A Bracketing Approach for Estimating Regional Economic Multipliers and a Procedure for Assessing Their Accuracy. *Environment and Planning A* 9: 1003–11.
- ISSERMAN, A. M. 1977. Some Policy Implications of Spatial Variations in Fuel Consumption by Manufacturing Activities. *Economic Geography* 53: 45–54.
- JAMES, F. J. and J. W. HUGHES. 1973. A Test of Shift and Share Analysis as a Predictive Device. *Journal of Regional Science* 13: 223–31.
- JENSEN, R. C. and D. McQUARR. 1976. Reconciliation of Purchases and Sales Estimates in an Input-Output Table. *Urban Studies* 13.
- JUDGE, J. G. and T. TAKAYAMA (eds.) *Studies in Economic Planning over Space and Time*. Amsterdam, North Holland.
- KABAYA, R. 1971. Development of Poor Regions: General Considerations and the Case of Japan. University of California at Berkeley. Institute of Urban and Regional Development, WP 159.
- KALDOR, N. 1970. The Case for Regional Policies. *Scottish Journal of Political Economy* 17: 337–47.
- KENDRICK, J. W. and C. M. JAYCOX. 1965. The Concept and Estimation of Gross State Product. *Southern Economic Journal* 32: 153–68.
- KLAASSEN, L. H. and J. H. PAELINCK. 1972. Asymmetry in Shift and Share Analysis. *Regional and Urban Economics* 2: 256–61.
- KLEIN, L. R. 1969. The Specification of Regional Econometric Models. *Papers, Regional Science Association* 23: 105–15.
- KLEIN, L. R. and N. J. GLICKMAN. 1977. Econometric Model-Building at Regional Level. *Regional Science and Urban Economics* 7: 3–23.
- KOHN, R. E. 1972. Input-Output Analysis and Air Pollution Control. NBER–RFF conference on the Economics of the Environment, Chicago.
- KOOPMANS, T. C. and M. J. BECKMANN. 1957. Assignment Problems in the Location of Economic Activities. *Econometrica* 25: 53–76.
- KUEHN, J. A. 1974. Stability of Regional Share Components. *Review of Regional Studies* 4: 70–73.
- KUENNE, R. E. 1977. Spatial Oligopoly: Price-Location Interdependence and Social Cost in a Discrete Market Space. *Regional Science and Urban Economics* 7: 339–58.
- KUKLINSKI, A. R. ed. 1972. *Growth Poles and Growth Centers in Regional Planning*. Mouton, Paris.
- KUKLINSKI, A. R. and R. PETRELLA, eds. 1972. *Growth Poles and Regional Policies*. Mouton, Paris.
- KUMAR-MISIR, L. M. 1974. Regional Economic Growth in Canada: an Urban-Rural Functional Area Analysis. M.A. thesis, University of Ottawa.
- LANE, T. 1966. The Urban Base Multiplier. an Evaluation of the State of the Art. *Land Economics* 40: 339–47.

- LASUÉN, J. 1971. Venezuela: An Industrial Shift-Share Analysis, 1941—61. *Regional and Urban Economics* 1: 153—219.
- LASUÉN, J. R. 1973. Urbanization and Development: the Temporal Interaction Between Geographical and Sectoral Clusters. *Urban Studies* 10: 163—88.
- LATHAM, W. R. III. 1976. Needless Complexity in the Identification of Industrial Complexes. *Journal of Regional Science* 16: 45—55.
- LEE, G. K., L. L. BLAKESLEY and W. R. BUTCHER. 1977. Effects of Exogenous Price Changes on a Regional Economy: an Input-Output Analysis. *International Regional Science Review* 2: 15—27.
- LEIGH, R. 1970. The Use of Location Quotients in Urban Economic Base Studies. *Land Economics* 46: 202—5.
- LEINA, J. 1973. Growth Poles in Spain: a Legitimizing Instrument for an Efficiency-Oriented Policy. Mimeo, University of California at Berkeley.
- LEONTIEF, W. W. 1953. Interregional theory, 53—90, in W. W. Leontief *et al.* *Studies in the Structure of the American Economy*.
- LEONTIEF, W. W. 1970. Environmental Repercussions and the Economic Structure: an Input-Output Approach. *Review of Economics and Statistics* 52: 262—71.
- LEONTIEF, W. W. and A. A. STROUT. 1963. Multiregional Input-Output Analysis, 119—49, in T. Barna (ed.). *Structural Interdependence and Economic Development*. Macmillan, London.
- LEONTIEF, W. W. and D. FORD. 1972. Air Pollution and the Economic Structure, 9—30, in A. Brody and A. P. Carter (eds.). *Input-Output Techniques*. Amsterdam, North Holland.
- L'ESPERANCE, W. L., G. FROMM and G. NESTEL. 1969. Gross State Product and an Econometric Model of a State. *Journal of the American Statistical Association* 64: 787—808.
- LEVEN, C. L. 1964. Establishing Goals for Regional Economic Development. *Journal of American Institute for Planners* 30: 100—10.
- LEVEN, C. L., J. B. LEGLER and P. SHAPIRO. 1970. *An Analytical Framework for Regional Development Policy*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- LEVEN, C. L. (ed.). 1978. *The Mature Metropolis*. Lexington Books, Lexington.
- LEVITAN, S. A. and J. K. ZICKLER. 1976. *Too Little but Too Late: Federal Aid to Lagging Areas*. Lexington Books, Lexington.
- LICHFIELD, N. and H. CHAPMAN. 1970. Cost-Benefit Analysis in Urban Expansion: a Case Study, Ipswich. *Urban Studies* 3: 215—49.
- LIND, JR., T. and J. SERCK-HANSEN. 1972. *Regional Subsidies on Labor and Capital*. University Press, Cambridge, Mass.
- LIPTON M., 1977. *Why the Poor Stay Poor. Urban Bias in the World Development*. Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- LIU, B. C. 1975. Differential Net Migration and the Quality of Life. *Review of Economics and Statistics* 57: 329—37.
- LÖSCH, A. 1954. *Economics of Location*. Yale University Press, New Haven.
- MACKAY, D. I. 1968. Industrial Structure and Regional Growth: a Methodological Problem. *Scottish Journal of Political Economy* 15: 129—42.
- MACKAY, R. R. 1972. Employment Creation in the Development Areas. *Scottish Journal of Political Economy* 19: 287—96.
- MACKAY, R. R. 1976. The Impact of the Regional Employment Premium, in A. Whiting ed. *The Economics of Industrial Subsidies*. London: HMSO.
- MALIZIA, E. E. and D. L. BOND. 1974. Empirical Tests of the RAS Method of Interindustry Coefficient Adjustment. *Journal of Regional Science* 14: 355—65.
- MANSEFIELD, E. 1968. *The Economics of Technical Change*. W. W. Norton, New York.
- MASSEY, D. B. 1973. The Basic: Service Categorization in Planning. *Regional Studies* 7: 1—15.
- MATHUR, V. K. and H. S. ROSEN. 1974. Regional Employment Multiplier: a New Approach. *Land Economics* 50: 93—6.
- MATTILA, J. M. 1973. A Metropolitan Income Determination Model and the Estimation of Metropolitan Income Multipliers. *Journal of Regional Science* 13: 1—16.
- MAYER, W. and S. PLEETER. 1975. A Theoretical Justification for the Use of Location Quotients. *Regional Science and Urban Economics* 5: 343—55.
- MCCALLUM, J. D. 1973. UK Regional Policy, 1964—72, 271—98, in G. C. Cameron and L. Wingo, eds. *Cities, Regions and Public Policy*. Oliver and Boyd, Edinburgh.
- MCCARTHY, K. F. and P. A. MORRISON. 1977. The Changing Demographic and Economic Structure of Nonmetropolitan Areas in the United States. *International Regional Science Review* 2: 123—142.

- McCRONE, G. 1969. *Regional Policy in Britain*. Allen and Unwin, London.
- MCGUIRE, M. C. and H. A. GARN. 1969. The Integration of Equity and Efficiency Criteria in Public Protest Selection. *Economic Journal* 79: 883-93.
- McMENAMIN, D. G. and J. E. HARING. 1974. An Appraisal of Nonsurvey Techniques for Estimating Regional Input-Output Models. *Journal of Regional Science* 14: 191-205.
- MCMULTY, J. E. 1977. A Test of the Time Dimension in Economic Base Analysis. *Land Economics* 53: 359-68.
- MERA, K. 1973. On the Urban Agglomeration and Efficiency. *Economic Development and Cultural Change* 21: 309-24.
- MERA, K. 1975. *Income Distribution and Regional Development*. University of Tokyo Press.
- METWALLY, M. M. and R. C. JENSEN. 1973. A Note on the Measurement of Regional Income Dispersion. *Economic Development and Cultural Change* 22: 135-6.
- MEYER, J. R. 1963. Regional Economics: A Survey. *American Economic Review* 53: 19-54.
- MIERNYK, W. H. et al. 1967. *Impact of the Space Program on a Local Economy*. West Virginia University Press, Morgantown.
- MIERNYK, W. H. 1968. Long-Range Forecasting with a Regional Input-Output Model. *Western Economic Journal* 6: 165-76.
- MIERNYK, W. H. 1970. *Simulating Regional Economic Development*. Heath Lexington, Lexington.
- MIERNYK, W. H. 1973. Regional and Interregional Input-Output Models: a Reappraisal, 263-92. In M. Perlman, C. L. Leven and B. Chinitz eds., *Spatial, Regional and Population Economics*. Gordon and Breach, New York.
- MIERNYK, W. H. 1976a. Some Regional Impacts of the Rising Costs of Energy. *Papers, Regional Science Association* 37: 213-27.
- MIERNYK, W. H. 1976b. Comments on Recent Developments in Regional Input-Output Analysis. *International Regional Science Review* 1, 2: 47-55.
- MIERNYK, W. H. 1976c. The Realism and Relevance of Regional Science. *Review of Regional Studies* 6: 1-10.
- MIERNYK, W. H. and J. T. SCARS. 1974. *Air Pollution Abatement and Regional Economic Development*. Lexington Books, Lexington.
- MILLS, E. S. and M. R. LAV. 1964. A Model of Market Areas with Free Entry. *Journal of Political Economy* 72: 278-88.
- MOODY, H. T. and F. W. PUFFER. 1970. The Empirical Verification of the Urban Base Multiplier: Traditional and Adjustment Process Models. *Land Economics* 46: 91-8.
- MOORE, C. L. 1975. A New Look at the Minimum Requirements Approach to Regional Economic Analysis. *Economic Geography* 51: 350-6.
- MOORE, B. and J. RHODES. 1973a. Evaluating the Effects of Britain's Regional Economic Policy. *Economic Journal* 83: 87-110.
- MOORE, B. and J. RHODES. 1973b. Economic and Exchequer Implications of Regional Policy. Expenditure Committee, Trade and Industry Sub-Committee. Minutes of Evidence, Session 1972-3.
- MORONEY, J. R. 1975. Natural Resource Endowments and Comparative Advantage. *Journal of Regional Science* 15: 139-50.
- MORRISON, W. I. and P. SMITH 1974. Nonsurvey Input-Output Techniques at the Small Area Level: an Evaluation. *Journal of Regional Science* 14.
- MORRILL, R. L. 1968. Waves of Spatial Diffusion. *Journal of Regional Science* 8: 1-18.
- MOSELEY, M. 1974. *Growth Centers in Spatial Planning*. Pergamon, New York.
- MOSES, L. N. 1974. Outputs and Prices in Interindustry Models. *Papers, Regional Science Association* 32: 7-18.
- MUSGRAVE, R. 1969. Cost-Benefit Analysis and the Theory of Public Finance. *Journal of Economic Literature* 7: 443-4.
- MUTH, R. F. 1968. Differential Growth Among Large U. S. Cities, 311-55. In J. P. Quirk and A. M. Zarley (eds.), *Papers in Quantitative Economics*. Kansas University Press, Lawrence.
- MYRDAL, G. 1957. *Rich Lands and Poor*. Harper, New York.
- NEUTZE, G. M. 1965. *Economic Policy and the Size of Cities*. Australia National University, Canberra.
- NIEDERCORN, J. H. and B. V. BECHDOLT. 1969. An Economic Derivation of the „Gravity Law” of Spatial Interaction. *Journal of Regional Science* 9: 273-281.
- NIEDERCORN, J. H. and B. V. BECHDOLT JR. 1972. An Economic Derivation of the „Gravity Law” of Spatial Interaction: a Further Reply and a Reformulation. *Journal of Regional Science* 12: 127-36.

- NIJKAMP, P. 1972. *Planning of Industrial Complexes by Means of Geometric Programming*. Rotterdam University Press, Rotterdam.
- NORTH, D. C. 1955. Location Theory and Regional Economic Growth. *Journal of Political Economy* 53: 243-58.
- OATES, W. E., E. P. HOWREY and W. J. BAUMOL. 1971. The Analysis of Public Policy in Dynamic Urban Models. *Journal of Political Economy* 79: 142-53.
- OLSEN, E. 1971. *International Trade Theory and Regional Income Differences: United States, 1880-1950*. Amsterdam, North Holland.
- PAELINCK, J. 1972. Programming a Viable Minimal Investment Industrial Complex for a Growth Center, 139-59, in N. M. Hansen ed., *Growth Centers in Regional Economic Development*. Free Press, New York.
- PAELINCK, J. H. and P. NIJKAMP. 1975. *Operational Theory and Method in Regional Economics*. Saxon House, Farnborough.
- PARASKEVOPOULOS, C. C. 1971. The Stability of the Regional-Share Component: an Empirical Test. *Journal of Regional Science* 11: 107-12.
- PARASKEVOPOULOS, C. C. 1974. Patterns of Regional Economic Growth. *Regional and Urban Economics* 4: 77-105.
- PARIS, J. D. 1970. Regional-Structural Analysis of Population Changes. *Regional Studies* 4: 425-43.
- PARK, S.-H. 1970. Least Squares Estimates of the Regional Employment Multiplier: an Appraisal. *Journal of Regional Science* 10: 365-74.
- PARR, J. B. 1973. Growth Poles, Regional Development and Central Place Theory. *Papers, Regional Science Association* 31: 173-212.
- PARR, J. B. 1974. Welfare Differences Within a Nation: a Comment. *Papers, Regional Science Association* 32: 83-91.
- PEDERSEN, P. O. 1970. Innovation Diffusion Within and Between National Urban Systems. *Geographical Analysis* 2: 203-54.
- PEDERSEN, P. O. 1975. *Urban-Regional Development in America: A Process of Diffusion and Integration*. Mouton, Paris.
- PERLOFF, H. S., E. S. DUNN JR., F. E. LAMPARD and R. F. MUTH. 1960. *Regions, Resources, and Economic Growth*. Johns Hopkins Press, Baltimore.
- PERROUX, R. 1955. Note sur la Notion de Pole de Croissance. *Économie Appliquée* 7: 307-20.
- PFISTER, R. L. 1976. On Improving Export Base Studies. *Regional Science Perspectives* 6: 104-16.
- POLENSKE, K. R. 1972-4. *Multiregional Input-Output Analysis*. 4 vols. Lexington Books, Lexington.
- POLZIN, P. E. 1977. Urban Labor Markets: a Two-Sector Approach. *Growth and Change* 8: 11-15.
- PRATT, R. T. 1968. An Appraisal of the Minimum-Requirements Technique. *Economic Geography* 44: 117-25.
- PRED, A. 1967 and 1969. *Behavior and Location*. Land Studies in Geography, Series B 27 and 28.
- PRED, A. 1976. *The Interurban Transmission of Growth in Advanced Economies*. Laxenburg, International Institute of Applied Systems Analysis.
- RANDALL, J. N. 1973. Shift-Share Analysis as a Guide to the Employment Performance of West Central Scotland. *Scottish Journal of Political Economy* 20: 1-26.
- RATAJCZAK, D. 1972. *A Quarterly Econometric Model for California*. Graduate School of Management, University of California at Los Angeles.
- REILLY, W. J. 1931. *The Law of Retail Gravitation*. Knickerbocker Press, New York.
- REINER, T. A. 1965. Sub-National and National Planning: Decision Criteria. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 14.
- RENER, T. A. 1971. A Goals Framework for Regional Planning and Analysis. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 26.
- RHODES, J. and B. MOORE. 1976a. Regional Economic Policy and the Movement of Manufacturing Firms to Development Areas. *Economica* 43: 17-31.
- RHODES, J. and B. MOORE. 1976b. A Quantitative Analysis of the Effects of the Regional Employment Premium and Other Regional Policy Instruments, in A. Whiting ed. *The Economics of Industrial Subsidies*. HMSO, London.
- RICHARDSON, H. W. 1969. *Regional Economics*. Praeger, New York.
- RICHARDSON, H. W. 1972. *Input-Output and Regional Economics*. Halsted Press, New York.
- RICHARDSON, H. W. 1973. *Regional Growth Theory*. Halsted Press, New York.

- RICHARDSON, H. W. 1973b. *The Economics of Urban Size*. Saxon House, Farnborough.
- RICHARDSON, H. W. 1974a. Agglomeration Potential: a Generalization of the Income Potential Concept. *Journal of Regional Science* 14: 325–36.
- RICHARDSON, H. W. 1974b. Regional Growth Revisited. *Review of Regional Studies* 4: 1–15.
- RICHARDSON, H. W. 1974c. Empirical Aspects of Regional Growth in the United States. *Annals of Regional Science* 8: 8–23.
- RICHARDSON, H. W. 1975. *Regional Development Policy and Planning in Spain*. Saxon House, Farnborough.
- RICHARDSON, H. W. 1976. Growth Pole Spillovers: the Dynamics of Backwash and Spread. *Regional Studies* 10: 1–19.
- RICHARDSON, H. W. 1977. Aggregate Efficiency and Interregional Equity. Mimeo.
- RICHARDSON, H. W. 1977. *The New Urban Economics*. Academic Press, New York.
- RICHARDSON, H. W. 1978. *Regional and Urban Economics*. Penguin, Harmondsworth.
- RICHARDSON, H. W. and M. RICHARDSON. 1975. The Relevance of Growth Center Strategies to Latin America. *Economic Geography* 51: 163–78.
- RICHTER, C. 1971. *An Econometric Model of the Coastal Plains States*. University of North Carolina, Department of Economics, Chapel Hill.
- RICHTER, C. Some Limitations of Regional Econometric Models. *Annals of Regional Science* 6: 23–34.
- RIEFLER, R. F. 1973. Interregional Input-Output: a State of the Arts Survey. In G. G. Judge and T. Takayama eds., *Studies in Economic Planning Over Space and Time*. Amsterdam, North Holland.
- ROBINSON, E. A. G. (ed.). 1969. *Backward Areas in Advanced Countries*. Macmillan, London.
- ROBSON, B. T. 1973. *Urban Growth: An Approach*. Methuen, London.
- ROEPKE, H., D. ADAMS and R. WISEMAN. 1974. A New Approach to the Identification of Industrial Complexes Using Input-Output Data. *Journal of Regional Science* 14: 15–29.
- ROMANOFF, E. 1974. The Economic Base Model: A Very Special Case of Input-Output Analysis. *Journal of Regional Science* 14: 121–9.
- ROMANS, J. T. 1965. *Capital Exports and Growth Among U.S. Regions*. Wesleyan University Press, Middletown.
- ROSEN, H. S. and V. K. MATHUR. 1973. An Economic Technique Versus Traditional Techniques for Obtaining Regional Employment Multipliers; a Comparative Study. *Environment and Planning* 5: 273–82.
- SAKASHITA, N. 1973. An Axiomatic Approach to Shift and Share Analysis. *Regional and Urban Economics* 3: 263–72.
- SALVATORE, D. 1972. The Operation of the Market Mechanism and Regional Inequality. *Kyklos* 25: 518–36.
- SALZMAN, S. and H.-S. CHI. 1977. An Exploratory Monthly Integrated Regional-National Econometric Model. *Regional Science and Economics* 7: 49–81.
- SAMUELSON, P. A. 1952. Spatial Price Equilibrium and Linear Programming. *American Economic Review* 42: 283–303.
- SANT, M. C. (ed.). 1974. *Regional Policy and Planning for Europe*. Saxon House, Farnborough.
- SANT, M. C. 1975. *Industrial Movement and Regional Development: The British Case*. Pergamon, Oxford.
- SASAKI, K. 1963. Military Expenditures and the Employment Multiplier in Hawaii. *Review of Economics and Statistics* 45: 298–304.
- SCHAFFER, W. A. and K. CHU. 1969. Nonsurvey Techniques for Constructing Regional Interindustry Models. *Papers and Proceedings, Regional Science Association* 23: 83–101.
- SCHOFIELD, J. A. 1976. Economic Efficiency and Regional Policy in Britain. *Urban Studies* 13: 181–91.
- SCHWEIZER, V., P. VARAIYA and J. M. HARTWICK. 1976. General Equilibrium and Location Theory. *Journal of Urban Economics* 3: 285–303.
- SERCK-HANSEN, J. 1975. Optimal Labor Subsidies in Backward Regions with Surplus Supply of Labor. *Swedish Journal of Economics* 77: 99–120.
- SIEBERT, H. 1969. *Regional Economic Growth: Theory and Policy*. International Textbook Co., Scranton.
- SIEBERT, H. 1973. Environment and Regional Growth. *Zeitschrift für National Ökonomie* 33: 79–85.
- SMITH, D. M. 1974. Regional Growth: Interstate and Intersectoral Factor Reallocations. *Review of Economics and Statistics* 61: 353–9.

- SMITH, D. M. 1975. Neoclassical Growth Models and Regional Growth in the United States. *Journal of Regional Science* 15: 165—81.
- SOMMERFELD, J. T., D. K. SONDI, J. M. SPURLOCK and H. C. Ward 1977. Identification and Analysis of Potential Chemical Manufacturing Complexes. *Journal of Regional Science* 17: 421—30.
- SOSNOW, N. D. 1974. Optimal Policies for Income Redistribution. *Journal of Public Economics* 3: 159—69.
- STERNLIEB, G. and J. W. HUGHES, eds. 1975. *Post-Industrial American: Metropolitan Decline and Interregional Job Shifts*. Rutgers University, Center for Urban Policy Research, New Brunswick, N. J.
- STEVENS, B. H. and G. A. TRAINER 1976. The Generation of Error in Regional Input-Output Impact Models. Regional Science Research Institute, Philadelphia, WPAI-76
- STILWELL, F. J. B. 1969. Regional Growth and Structural Adaptation. *Urban Studies* 6: 162—78.
- STILWELL, F. J. B. 1970. Further Thoughts on the Shift and Share Approach. *Regional Studies* 4: 451—8.
- STOKES, H. K. 1974. Shift Share Once Again. *Regional and Urban Economics* 4: 57—60.
- STÖHR, W. 1975. *Regional Development in Latin America*. Mouton, Paris.
- STÖHR, W. and F. TÖDTLING. 1977. Spatial Equity—Some Anti-Theses to Current Regional Development Strategy. *Papers, Regional Science Association* 38: 33—53.
- STREIT, M. E. 1969. Spatial Association and Economic Linkages Between Industries. *Journal of Regional Science* 9: 177—88.
- SUITS, D. B. et al. 1966. *Econometric Model of Michigan*. University of Michigan, Department of Economics, Ann Arbor.
- TAKAYAMA, T. and G. G. JUDGE. 1971. *Spatial and Temporal Price Equilibrium and Allocation Models*. Amsterdam, North Holland.
- TERRY, E. F. 1965. Linear Estimates of the Export Employment Multiplier. *Journal of Regional Science* 6: 17—34.
- THIRLWALL, A. P. 1967. A Measure of the Proper Distribution of Industry. *Oxford Economic Papers* 19: 46—58.
- TIEBOUT, C. M. 1956. Exports and Regional Economic Growth. *Journal of Political Economy* 54: 160—4.
- TIEBOUT, C. M. 1962. *The Community Economic Base Study*. Committee for Economic Development, New York.
- TIEBOUT, C. M. 1969. An Empirical Regional Input-Output Projection Model: the State of Washington, 1980. *Review of Economics and Statistics* 51: 334—40.
- TOWNROE, P. M. 1971. *Industrial Location Decisions: A Study in Management Behavior*. Centre for Urban and Regional Studies, University of Birmingham, OP15.
- TUCK, B. H. 1967. *An Aggregate Income Model of a Semi-Autonomous Economy*, Federal Field Committee for Development Planning in Alaska, Fairbanks.
- TYBOUT, R. A. and J. M. MATTILLA. 1977. Agglomeration of Manufacturing in Detroit. *Journal of Regional Science* 17: 1—16.
- ULLMAN, E. and M. E. DACCY. 1960. The Minimum Requirements Approach to the Urban Economic Base. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association* 6: 175—94.
- UNITED NATIONS. 1972. *Proceedings of a Conference on Growth Poles*. Viña del Mar, Chile.
- UNCRD. 1976. *Growth Pole Strategy and Regional Development Planning in Asia*. United Nations Center for Regional Development, Nagoya, Japan.
- VAN WICKEREN, A. 1973. *Interindustry Relations: Some Attraction Models*. Rotterdam University Press.
- VICTOR, P. A. 1971. Input-Output Analysis and the Study of Economic and Environmental Interaction. Ph. D. dissertation, University of British Columbia.
- WEBBER, M. J. 1972. *Impact of Uncertainty on Location*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- WEISBROD, B. 1968. Income Distribution Effects and Benefit-Cost Analysis, 177—222, in S. B. Chase, ed. *Problems in Public Expenditure Analysis*. Washington, D.C.: Brookings Institution.
- WEISS, S. J. and E. C. GOODING. 1968. Estimation of Differential Employment Multipliers in a Small Regional Economy. *Land Economics* 44: 235—44.
- WHITMAN, M. von N. 1972. Place Prosperity and People Prosperity: the Delineation of Optimum Policy Areas, 359—93. In M. Perlman, C. L. Leven and B. Chinitz, eds., *Spatial, Regional and Population Economics: Essays in Honor of Edgar M. Hoover*. Gordon and Breach, New York.
- WILLIAMSON, J. G. 1965. Regional Inequalities and the Process of National Development. *Economic Development and Cultural Change* 13: 3—45.

- WILLIAMSON, J. G. 1977. Unbalanced Growth, Inequality, and Regional Development: Some Lessons from American History. Unpublished paper.
- WILLIAMSON, R. B. 1970. Simple Input-Output Models for Area Economic Analysis. *Land Economics*, 46: 333—8.
- WILLIAMSON, R. 1975. Predictive Power of the Export Base Theory. *Growth and Change* 6: 3—10.
- WILSON, A. G. 1970. *Entropy in Urban and Regional Modelling*. Pion, London.
- WILSON, A. G. 1971. A Family of Spatial Interaction Models, and Associated Developments. *Environment and Planning* 3: 1—32.
- WILSON, A. G. 1974. *Urban and Regional Models in Geography and Planning*. John Wiley, New York.
- WINNICK, L. 1966. Place Prosperity vs. People Prosperity: Welfare Considerations in the Geographical Redistribution of Economic Activity, 273—83, in Real Estate Research Program, UCLA, *Essays in Urban Land Economics*. Real Estate Research Program, UCLA. Los Angeles.
- WYKSTRA, R. A. and R. D. PETERSON. 1971. Properties of N-dimensional Shift and Share Analysis. *Mississippi Valley Journal of Business and Economics* 6: 57—62.
- ZIMMERMAN, R. 1975. A Variant of the Shift-Share Projection Formulation. *Journal of Regional Science* 15: 29—38.

KÖNYVEKRŐL

BARTA I.: *A beruházások gazdaságossága és kockázata* Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979. 235 oldal.

Barta Imre könyve két igen aktuális közgazdasági kategória — a gazdaságosság és a kockázat — tartalmát és kvantifikálási lehetőségeit tárgyalja.

A szerző a Bevezetőben kijelenti, hogy „jelen keretek között — az elvi kérdéseken túlmenően — a lehetséges módszerek teljes körű felsorolása helyett a hazai viszonylatban kötelezően alkalmazott, vagy alkalmazhatónak ítélt gazdaságossági és kockázatszámítási módszerek bemutatására és továbbfejlesztésükre . . . kerül sor”.

Annak a közgazdásznak, aki a gazdaságosságról vagy a kockázatról fejt ki nézeteit, először is az általa használt terminológiát kell tartalommal megtöltenie, és összevetnie a mások által használt olyan fogalmakkal, melyek vagy tartalmilag hasonlóak, vagy pedig a szerző által használt szóval nyelvtanilag azonosak. Így például a gazdaságosság fogalmának használata esetén tisztázni kell, hogy milyen összefüggés van a „társadalmi hatékonyság”, a „gazdasági hatékonyság”, a „műszaki hatékonyság”, a „jövődolgozóság” kategóriákkal, valamint, hogy más szerzők „gazdaságosság” fogalma mennyiben tér el ettől. Ugyanígy, ha kockázatról beszélünk, szólni kell arról, hogy mit értünk rajta, mit tekintünk bizonytalanságnak, a két fogalom hogyan kapcsolódik egymáshoz stb. Ennek kapcsán újra érdemes felhívni a figyelmet arra, hogy az alapvető közgazdasági kategóriák tisztázatlansága — amelyek kidolgozása pedig elsősorban az elméleti közgazdászok feladata lenne — mekkora nehézséget okoz a fogalmak formulázását, kvantifikálását végző közgazdász-matematikusoknak.

Barta Imre gazdaságosság fogalmának legfontosabb jellemzője, hogy relatív értelmű kategóriának fogja fel, míg a hatékonyság abszolút értelmű: egy beruházás lehet gazdaságos, de ugyanakkor *nem* haté-

kony. Szerinte „a bizonytalanság a döntésekre jellemző kategória, a kockázat pedig a döntéssel járó bizonytalanság következménye, amely ha realizálódik, kockázati veszteség formáját ölti.” A könyv első része (I—IV. fejezet) a beruházások gazdaságosságával, második része (V—X. fejezet) pedig a kockázattal foglalkozik.

A beruházások gazdaságosságáról szóló fejezetekben a szerző áttekinti a beruházások gazdaságosságára ható tényezők körét, valamint a kvantifikáláskor figyelembe vendő szempontokat, kitér a ráfordítások és az eredmények számbavételénél felmerülő problémákra. Részletesen tárgyalja a különböző gazdaságossági mutatókat: D-mutató, devizakitermelési mutatók, belső kamatláb stb.

A beruházási döntések bizonytalanságával és kockázatával foglalkozó fejezetekben a szerző ismertet néhányat a bizonytalanság és a kockázat mérésének módszerei közül, felsorolja a főbb bizonytalansági és kockázati tényezőket. A IX. fejezet a gazdaságossági mutatók érzékenységének vizsgálatát tartalmazza, a X. fejezet pedig a bizonytalanság és a kockázat méréséről szól.

A kritikai megjegyzéseket azzal kezdem, hogy az érdeklődő olvasóban a legnagyobb hiányérzetet az kelti, hogy a szerző nem kapcsolja össze a gazdaságosság és a kockázatos fogalmát. Hogyan ítéljük meg azt a beruházást, amely gazdaságosabb ugyan, de kockázatosabb is? Kompenzálhatja-e egymást — és ha igen, milyen mértékben — a gazdaságosság és a kockázat? Domináns szerepet játszik-e egyik kategória a másikkal szemben? Ilyen és hasonló kérdésekre választ kellene adni, ha már egy könyvben kerül elénk ez a két — nyilvánvalóan szoros összefüggésben levő — fogalom.

A szerző bizonytalanság-felfogása („a bizonytalanság a döntésekre jellemző kategória”) néhány olyan kijelentést szül, ami erősen vitatható:

24. oldal. „A gazdaságosság megítélését

— s nem a döntést(!) — végülis tehát egy mutatóra helyes alapozni. Egy cél érdekében többféle mérce, esetünkben többféle típusú gazdaságossági mutató alkalmazása orientációs szempontból nemcsak felesleges, hanem kifejezetten zavaró is lenne, miután — s ez a lényeges — szükségserűen a bizonytalanság fokozódását eredményezné.”

Miért fokozódna a bizonytalanság, ha valamiről többet tudunk, több információval rendelkezünk?

171. oldal. „A szóródási tartomány szélessége és a bizonytalanság között szoros, értelemszerűen fordított összefüggés van.” Ez bizonyára csak elírás.

171. oldal. A szerző azt írja, hogy a beruházások három szituációval jellemzett várható gazdaságossága (pesszimista, közepső, optimista) esetén, az a beruházás bizonytalanabb, amelynél a közepső várható szituáció bekövetkezési esélye kisebb.

Tekintsük a szerző példáját!

Szerintem a B beruházás — melynek D-mutatója 2 és 3 között mozog — köznap értelemben kevésbé bizonytalan, mint az A beruházás (ahol a D-mutató 1 és 4 között lehet), annak ellenére, hogy a D-mutató „közepső” értéke az A esetben nagyobb eséllyel következik be. Az más kérdés, hogy a döntéshozó — kockázatvállaló képességétől függően — választhatja a kockázatosabb A beruházást.

173. oldal. „A bizonytalanság mértékét a szórásnégyzet (variancia), illetve a szórás mérőszáma mutatja.” Tehát mégsem a döntéshez, hanem valamilyen valószínűségi változóhoz tartozik a bizonytalanság?

A 174. oldalon levő összefüggésekből általában nem határozható meg a szórás és a szórásnégyzet értéke, hiszen mindkét összefüggés egyszerre csak akkor állhat fenn, ha a várható érték 0 vagy 1.

A szerző a 172. oldalon vezeti be a kockázatoság mérőszámát: „Ahhoz, hogy egy döntést, egy beruházást egy másikhoz képest kockázatosabbnak minősíthessünk, a vizsgált mutató szóródása mellett a mutató különböző értékeinek valószínűségét is ismerni kell. A kockázat mértékének, nagyságának meghatározásához pedig a beruházás révén elérhető eredmény nagyságát kell tudni. A kockázatoság mérőszáma tehát (!?, M. Gy.) a gazdaságossági mutató legvalószínűbb és legkedvezőtlenebb értékei közötti eltérésnek és a legkedvezőtlenebb változat valószínűsége szorzataként adódik.”

Véleményem szerint ez a kockázatosági mutató $[K = (M - A) \cdot p(A)]$, ahol A a pesszimista előrejelzés, M a közepső előrejelzés számértéke, p a valószínűség] egyrészt féloldalas — pozitív irányban való eltérésre nem is gondol —, másrészt instabil — a mutatóban szereplő értékek csak igen parciális tulajdonságait tükrözik egy beruházásnak, s így esetlegesek. A szerző is szól arról (190. oldal), hogy a kockázat mértékének megállapításánál tekintetbe kell venni a nagyobb eredmény elérésének a reményét, valamint a beruházási előirányzatot. Szerénytelenségnek hangzik, de mindezeknek a kívánalmaknak eleget tesz a szerző által is idézett kockázati együttható.

A fenti kifogások után talán meglepő, hogy a könyv tanulmányozását a közgazdász társadalom minden rétegének ajánlom: a kezdő közgazdász megtalálja benne a legfontosabb gazdaságossági mutatókat, a kutató közgazdászok pedig megismerkedhetnek a gazdaságosság és a kockázat egy — részleteiben talán vitatható — felfogásával, a közgazdász-matematikuskok pedig új szempontokat kapnak azon hatótényezők körére és hatásmechanizmusára, melyekre a gazdaságosság és a kockázat kvantifikálásakor figyelemmel kell lenni.

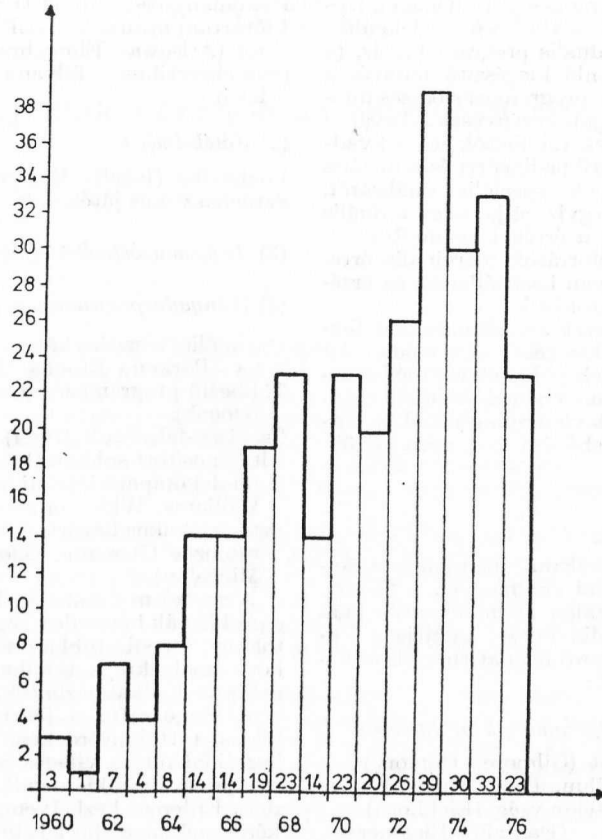
MIKÓ GYULA

SCHAIBLE, S.: Analyse und Anwendungen von Quotientenprogrammen (Mathematical Systems in Economics 42) Meisenheim am Glan. 1978. Verlag A. Hain. 259 old.

Szubjektív megjegyzések

Az alábbi ábra, amelyet I. M. Stancu — *Minasian*-tól vettem át,* no meg saját közvetlen tapasztalataim is, egy időben a felé a vélemény felé hajtottak, hogy a tört-programozás problémája az irodalomban jelentőségét meghaladó súllyal szerepel, divattémává vált. Például három szerző (*S. P. Aggarwal, C. R. Bector és K. Swarup*) 1965 és 75 között együtt több mint 60 cikket publikált e tárgykörben. *S. Schaible* monográfiája viszont nemcsak a téma fontosságáról győzött meg, hanem megváltoztatta előítéleteimet is sokkal a részeredményekkel szemben, amelyeket ez a munka szintetizál.

* Bibliography of Fractional Programming 1960—1976. Academy of Economic Studies, Department of Economic Cybernetics. February 1977.



Az 1960–76 között megjelent cikkek száma

Matematikai eredmények

A tanulmány tárgya a $q(x) = f(x)/g(x) \rightarrow \text{Max}$, $h_i(x) \leq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, $x \in S_+ \subset R^n$ hányados-programozási feladat, ahol $x \in S_+ \Rightarrow g(x) > 0$. Figyelmének középpontjában e feladat következő speciális esetei állnak:

(i) $f(x)$ konkáv, $g(x)$ és $h_i(x)$ konvex (és esetleg differenciálható). (Konkáv-konvex hányados-programozás)

(ii) $f(x)$ kvadratikus, $g(x)$ kvadratikus vagy lineáris, $h_i(x)$ lineáris. (Kvadratikus, ill. kvadratikus-lineáris hányados programozás)

(iii) $f(x)$, $g(x)$ és $h_i(x)$ lineáris. (Lineáris hányados-programozás).

A harmadik fejezet a konkáv-konvex hányados-programozási feladathoz kapcsolt konkáv programozási feladatot tárgyalja. Közülük első az ismert (Jagannathantól és Dinkelbachtól származó) para-

méteres konkáv feladat, a másik az

$$y = \frac{1}{g(x)} x, t = \frac{1}{g(x)}$$

változó-transzformációval származtatható konkáv program. Ezek bizonyos kiegészítő feltevések mellett az eredetivel ekvivalensek. Végül néhány speciális esetben ekvivalens konkáv programokhoz juthatunk monoton függvénytranszformációk segítségével is.

A negyedik fejezet a konkáv-konvex hányadosprogramozás dualitási kérdéseivel foglalkozik. Ismeretes, hogy sem a Lagrange-féle dualitással, sem a Wolfe-féle dualitással nem megyünk semmire, még a legegyszerűbb lineáris hányadosprogram esetében sem. Ezzel szemben a fenti változótranszformáció segítségével nyert

$$\text{Inf}_{u \geq 0} \left\{ \text{Sup}_{x \in S_+} \frac{f(x) - u^T h(x)}{g(x)} \right\}$$

általánosított Lagrange-duális (Golstein), és a differenciálható esetben a megfelelő általánosított Wolfe-duális programokra is, (a szokásoshoz hasonló kiegészítő feltételek mellett) a konkáv programozás összes duális tulajdonságai érvényesek. További fontos eredmények találhatók itt a kvadratikusan, a kvadratikusan-lineáris és a lineáris hányadosprogramok speciális duálisáról. Végül a szerző megvizsgálja, hogy a duális feladat optimális u értékei mennyiben tekinthetők az erőforrások marginális értékelésének és hogyan használhatók az érzékenységi vizsgálatokban.

Az ötödik fejezet algoritmusokkal foglalkozik. Ennek keretében egy módosítást javasol Dinkelbach paraméteres módszeréhez és elemzi a konvergencia-tulajdonságokat. Ez a fejezet viszonylag rövid és tartalmilag is kevésbé érdekes, mint a többiek.

Alkalmazások

Bármilyen figyelemre méltóak is a dolgozat matematikai eredményei, a Szigma olvasói részére talán az alkalmazásokkal foglalkozó második fejezet nyújtja a legtöbbet. A következő feladat-típusokról kapunk áttekintést:

(1) *Üzemgazdasági mutatók optimalása*

Kiszabási feladat (Gilmore—Gomory)
Rentabilitás (Böhm, Pack, Heinen)
Technológiai hatékonyság (Eichhorn)
Járatszerkesztés (Dantzig—Blattner—Rao)

Rakomány-összeállítás (Kydland)
Időtartam optimalás GERT háló-módszerrel (Arisawa—Elmaghraby)
(Sztochasztikus folyamatok (Derman, Klein)

(2) *Játékelmélet*

Logisztika (Isbell—Marlow)
Sztochasztikus játékok (Schroeder)

(3) *Információelmélet* (Meister—Oettli)

(4) *Hányadosprogramozás, mint segédfeladat*

Optimális részvényköteg (Lintner, Ziemba—Parkan—Brooks—Hill)
Többcélú programozás (Geoffrion, Teterev, Kloock)
Csebisev-feladatok (Blau)
Általánosított sajátértékfeladat (Noble)
Duál-dekompozíciós eljárások (Abadie—Williams, Whinston)
Sztochasztikus lineáris és nemlineáris programozás (Bereanu, Geoffrion, Stancu—Minasian)

A szerző megmutatja, hogyan vezetnek e problémák hányadosprogramozási feladatokhoz, és pedig többnyire olyan típusúakhoz, amelyekre a tanulmányban tárgyalt módszerek alkalmazhatók.

A monográfia, a fenti ismertetésből is kitévő tartalmi érdekességén túl, jó szerkezeti felépítése, világos és elegáns előadásmódja révén is kiérdemli az olvasó figyelmét. Érdemes kézbe venni annak is, aki a kérdésnek nem specialistája.

M. B.

TUDOMÁNYOS ÉLET

Új utak keresése az ökonometriában*

1. Az operációkutatás, mint önálló diszciplína s ezen belül az operációkutatási s általában véve a matematikai módszerek az élet minden területén sokkalta szélesebb problémakört ölelnek fel annál, mint amelyre jelen előadás kiterjed.

Nevezetesen a sztochasztikus módszereknek a gazdasági folyamatok tervezésében, elemzésében és előre látásában történő alkalmazhatóságának elvi kérdéseiről szeretnénk először általában szólni, majd azokról az újszerű tendenciákról, amelyek az *ökonometriai modellezési* eljárások területén napjainkban egyre inkább érzékelhetően és sürgetően kirajzolódnak.

Az „ökonometriai” módszerek elnevezés gyűjtőfogalom; tágabb és szűkebb értelmezésével egyaránt találkozhatunk. Legtágabb értelmezése szerint minden olyan matematikai módszer és modell, amelyet közgazdasági, gazdasági problémákra alkalmazunk s amelyet e problémákhoz kapcsolódó tényadatokkal töltünk meg, ide tartozik. Nem célunk azonban terminológiai vitákat kezdeményezni, félreértésekre sem szeretnénk okot adni, miért is már most, előljáróban megszabjuk azt a kört, amelyre akkor, midőn ökonometriai modellezésről beszélünk, gondolunk.

Az ökonometriai eljárások azon — jól lehet szűkebb — köréről lesz szó, amelyek ténybeli alapjait *közgazdasági kategóriák empirikus idősorai, módszereit pedig a matematikai statisztika valószínűségelméletileg megalapozott fogalmai és eljárásai alkotják.*

Ez a fajta modellezés tehát szoros kapcsolatban áll a modern idősorelméleti módszerekkel, következésképp a diszkrét paraméterű sztochasztikus folyamatok elméletével is. Érthető tehát, hogy ha a közgazdasági és speciálisan a tervezési folyamatok modelljei körében elfoglalt helyzetének, „status quo”-jának megítélése nem különíthető el a sztochasztikus modellezésnek ugyanebben a körben elfoglalt helyzetétől, sem pedig azoktól az általános jelenségektől, amelyek a matematikai módszerek közgazdasági alkalmazását — megítélésünk szerint — még napjainkban is jellemzik. Ezért röviden először erről szeretnénk néhány gondolatot kifejteni.

2. Hazánkban a matematikai módszerek közgazdasági alkalmazásait — bizonyos nyilvánvalóan meglevő kivételektől eltekintve — a „módszer-orientáltság” és nem a „probléma-orientáltság” jellemzi.

Egy-egy matematikai módszer itthoni megismerése és kutatói köztudatba kerülése pillanatától kezdve, szinte jó 10 évre egyeduralkodóvá válik. Ha viszont meggondoljuk, hogy a módszerek hazai „felfedezése” és azok valódi (rendszerint nem itthoni) születési időpontja között is kimutatható kb. 10 éves késedelem, akkor nem túlzó az az állítás, miszerint legalább 20 évre tehető az a módszertani *lemaradás* — a potenciálisan már meglevő matematikai apparátushoz képest — amellyel a kutatók (a gyakorlatról természetesen nem is szólva) általában a közgazdasági problémák vizsgálatát végzik. Erre nagyon sok konkrét példa lenne felhozható, gondoljunk csak a lineáris programozás hazai „karrierjére”.

A matematika, a matematikai módszerek *érdemi* alkalmazása jóval bonyolultabb mechanizmus annál, mint amit a közgazdasági kutatói gyakorlat az utóbbi évtizedben

* Jelen cikk a Bolyai János Matematikai Társulat győri (1979. augusztus 22–25.) Operációkutatási Konferenciáján elhangzott előadást tartalmazza. Az előadás megríróinak sok helyen támaszkodtunk „Sztochasztikus módszerek a népgazdaság tervezésében” című cikkünkre, amely az Országos Tervhivatal Számítástechnikai Központja 10 éves fennállása alkalmából kiadott kötetben jelent meg.

egyre erőteljesebben kialakított, hogy ti. egyrészt adottak bizonyos már meglevő, kidolgozott matematikai módszerek, másrészt a közgazdasági-gazdasági valóság, az alkalmazó teendője csupán egy-egy eleve kiválasztott (megkedvelt, megtanult) módszert mintegy „ráhúzni” a valóságra.

E jelenség bizonyos fókig érthető velejárója a matematika és más tudományok közös határterületein végbemenő fejlődésnek, haladásnak.

Azok a tudományok, amelyek fogalmi precizitás s kvantifikálható jelenségek híján sokáig elzárkóztak a matematikában szokásos problémálatás és megoldási folyamatok természetének megismerésétől, egy idő múlva készen kaptak bizonyos módszereket, s az eladdig felgyülemlett problémák meglehetősen nagy részére ezeket sikerrel alkalmazhatták is. A fejlődés azonban sem a matematikában, sem az illető tudományban nem áll meg. Ha tehát a korábban megismert s önmaában vitathatatlanul kiváló módszert nem a megfelelő problémára alkalmazzuk, hamar szembe találjuk magunkat semmitmondó megoldásokkal és eredményekkel. A fejlődés által felvetett új problémákhoz új gondolatok, netán új módszerek is kellenek.

A matematika közgazdasági alkalmazása (s itt nem egy-egy matematikai módszerrel, hanem a MATEMATIKARÓL, mint egységes egésről szólunk) egyfajta *gondolkodási állapotot, problémamegoldó folyamatot* jelent, szoros együttműködésben, alkotó gondolkodásban közgazdászok és matematikusok között. Ehhez természetesen a két tudomány fogalmi rendszerében, logikájában és módszereiben egyaránt jártas partnerekre van szükség. Minthogy nem valószínű, legalább is ritka, hogy mindez egyetlen egy kutatóban testesüljön meg, ezért a team-munkának e területen korszakos jelentősége van és lenne.

3. Úgy véljük, hogy a mondottak fokozottan érvényesek a sztochasztikus módszerekre, amelyeknek az alkalmazása és a kapott eredmények korrekét interpretálása nehezen képzelhető el a *valószínűségelméleti gondolkodásban, modellalkotásban való jártasság nélkül*. Talán ennek tudható be, hogy még a matematika más, determinisztikus módszerei alkalmazásában jártas közgazdászok körében is gyakran meglehetősen nagy szkepticizmus, sőt elzárkózás tapasztalható a sztochasztikus módszerek közgazdasági, azon belül pedig tervezésbeni alkalmazhatóságát illetően.

Utóbbi annál kevésbé érthető, mert hiszen maguk a tervezők is „valószínűségi modellben” gondolkodnak akkor (még ha ezt nem is tudatosítják magukban), amikor tervszámaitól nem annyira azok pontos teljesülését, mint inkább bizonyos várt tendenciák érvényre juttatását kívánják meg.

Egy ország gazdasági életét olyan termelési rendszernek tekinthetjük, amelynek elemei a dolgozók, gépek, intézmények stb. Az elemek kölcsönhatásban állnak egymással; a rendszer teljesítménye az elemek tevékenységének eredője.

Könnyen belátható, hogy a gazdaság számos elemének működéseben véletlen ingadozások léphetnek fel. Így például ingadozik az egyes dolgozók napi munkateljesítménye, az emberek megbetegedhetnek, a gépek meghibásodhatnak. Sok esetben véletlenszerűeknek tekinthetők a szállítási és javítási időtartamok. A rendszer működését külső, pontosan előre nem látható tényezők is befolyásolják (külgazdasági kapcsolatok).

Az egyes elemek működéseben megnyilvánuló véletlen ingadozások a rendszer különböző szintjein továbbterjedve, az eredő tevékenységbe is ingadozásokat visznek.

A fenti fejtegetések azt kívánják érzékeltetni, hogy a gazdasági élet kisebb-nagyobb mértékű aggregátsmai sztochasztikus rendszerként viselkednek, ezért matematikai leírásukra is elsősorban a sztochasztikus módszerek alkalmasak. Általában elmondható, hogy minél összевontabb egy aggregátum, leglényegesebb mutatói, összefüggései annál jobban jellemezhetők a valószínűségi számítás eszközeivel.

4. Minden tudományos vizsgálódás végső célkitűzése a valóság jobb megismerése és a megismerés birtokában a jelenségek alakítása, irányítása céljainknak, elképzeléseinknek megfelelően.

A természeti jelenségeket általában két nagy csoportba osztják. Vannak olyanok, amelyek szigorúan követnek valamilyen ismert törvényt (pl. a holdfogyatkozásoknak évezredekre végzett elméleti számításai a tapasztalattal teljes megegyezést mutatnak), és vannak olyanok, amelyek megismerési lehetőségeink adott szintjén, látszólag nem követnek szigorú előírást (pl. egy radioaktív preparátumban az atomok felbomlási időpontjai).

Az első példa esetében szükségszerűen meghatározott, másszóval *determinisztikus*, a második példa esetében pedig azt mondjuk, hogy *véletlen (sztochasztikus)* jelenséggel állunk szemben. A determinisztikus jelenségekre vonatkozó feltevések, ismeretek összessége eredményezi a szigorúan kauzális, ok-okozati összefüggéseket tartalmazó determinisztikus modelleket, míg a véletlen jelenségek leírására szolgálnak a sztochasztikus modellek.

A véletlen jelenségeknél a számításba vett, vagy vehető körülmények nem határozzák meg egyértelműen a jelenség alakulását. A valószínűségelmélet foglalkozik azokkal a módszerekkel, vizsgálatokkal, amelyek a véletlen jelenségek törvényszerűségei megismerését és adott feltételek, körülmények esetén azok előre látását, irányíthatóságát is lehetővé teszik. Aligha szükséges részleteznünk, hogy a gazdasági összefüggések pontosabb, mélyebb ismerete milyen segítséget jelenthet a tervezési és irányítási tevékenységben.

Bár a sztochasztikus szemléletmód a XVIII. század második felében már jelentkezik a természettudományokban, a társadalomtudományokban meglehetősen későn, csak a XX. század harmincas éveiben lép fel ez az igény. Közgazdasági jelenségek sztochasztikus modellezéséről általánosabban csak ez idő óta beszélhetünk. Ekkor kezdtek ugyanis gazdasági idősorok sztochasztikus komponenseivel és ökonometriai modellekkel foglalkozni.

5. Közgazdasági-gazdasági jelenségek sztochasztikus modellezésének egyik gyakori esete, amikor eleve (*a priori*) rögzítik a modell szerkezetét (például azt, hogy mely közgazdasági kategóriák milyen jellegű kapcsolatban állnak egymással) és ekkor a rendelkezésre álló alapadatokat a modell egyenleteiben szereplő együtthatók, paraméterek numerikus meghatározására (és szinte kizárólag csak erre) használják fel.

Ez a modellépítési felfogás található meg az ökonometriai modellezés úttörőinél csakúgy, mint napjaink számos jelentős külföldi és hazai hagyományos ökonometriai modelljei hátterében. Míg ez a gondolkodási forma, modellépítési séma az elmúlt 50 év alatt lényegében nem változott, a matematikai statisztikai becslési eljárások (gyakran vitathatatlanul éppen az ökonometriai modellek becslési problémáitól indítva) ugyanakkor jelentősen fejlődtek. Ugrásszerűen megnöttek a számítástechnika adta lehetőségek révén a modellek méretei, ami viszont újabb fontos időszelvényeket, matematikai statisztikai és programfejlesztési problémák felvetését és megoldását vonta maga után.

Mind e lehetőségek a modellek strukturális felépítésére, de magára a modellépítési szemléletre is visszahatottak. A modellek strukturális gazdagodása fokozottan előtérbe helyezte az empirikus adatokban rejlő információk minél jobb, sokoldalúbb hasznosításának a szükségességét. Ezért olyan módszerek kidolgozására is törekedtek, amelyek a modellek szerkezetének kialakításában, maguknak az alaphipotéziseknek a felállításában is építenek az alapadatokra (tehát például az empirikus idősorokra). Csupán röviden utalunk a „változók lépcsőzetes bevonásának” (*stepwise regression*) módszerére, a különböző sztochasztikus alakfelismerési eljárásokra, és a *Box—Jenkins*-módszerekre.

A modellalkotói szemlélet változásának, fejlődésének azonban sok esetben akadályá az a nézet, amely szerint az ökonometriai modellek regressziós egyenletei ok-okozati összefüggéseket fejeznek ki. Ennek az álláspontnak a mélyén feltehetően a sztochasztikus és a determinisztikus törvények közötti különbségek helytelen ismeretelméleti interpretációja húzódik meg. Nem is lenne talán érdemes külön kitérni e problémára, ha nem járna együtt a fentiekben említett modern matematikai statisztikai eljárások magában a modellépítésben való alkalmazhatóságának, felhasználhatóságának, kiváltképpen pedig az ún. mesterséges változóknak az elutasításával. Ezeknek az eljárásoknak a révén ugyanis sok esetben az eredetileg adott és közvetlen közgazdasági tartalommal bíró kategóriákból, változókból azok transzformáltjai, mesterséges változók jönnek létre, amelyek adott esetben jobban segíthetik az eredeti változók közötti sztochasztikus törvényszerűségek feltárását, következésképp jövő alakulását előre látását, mint bármelyik másik vizsgálatba vont „természetes” változó.

Saját vizsgálataink, az ún. dinamikus faktoranalízis is olyan mesterséges változók, mégpedig az adott empirikus idősor rendszer „statikus és dinamikus invarianciáját” mintegy magukba sűrítő rendszerváltozók (az ún. dinamikus faktorok) meghatározására irányul, amelyekkel aztán az eredeti változók statisztikusán jól megmagyarázhatók és előrebecsülhetők.

6. Az utóbbi években a nemzetközi szakirodalomban olyan új irányzatokkal is találkozhatunk, amelyek lehetőleg kevés számú „rendező” elv, paraméter előírásával és alkalmas számítási algoritmus segítségével a modellalkotást teljesen az adatok saját belső, empirikusan kialakult összefüggérendszerére bízzák. A modell pontos kialakításában tehát jelentős szerephez jut a „gépi gondolkodás”. Ezeknek az eljárásoknak két lényeges elemük van: a lehetőségek *kombinációinak* „befutása”, és a *szabályozás*.

Jól illusztrálható e módszerek alap gondolata egy egyszerű *növénynevelési* példán.

A növénynevelésőt valamilyen kitűzött cél érdekében különböző örökletes genetikai tulajdonságokkal rendelkező növényeket keresztesz; ennek során a genetikai kódok kombinációi növényneveléskor nemzedékre mind bonyolultabbá válnak. A szabályozás (amely jelen esetben tulajdonképpen szelekció) abban áll, hogy a növénynevelésőt minden

nemzedékből kiválogatja azokat a növényeket, amelyek tulajdonságai leginkább megfelelnek a nemesítés *végső céljának* (és a kísérleteket ezekkel a növényekkel folytatja tovább). A szelekció akkor ér véget, amikor a célt elérték.

Az előző példát általánosítva, a növények szerepét matematikai változók veszik át, a kitűzött cél lehet például egy kitüntetett, kiemelt változó „lehető leg jobb” megközelítése. A növények kereszteszésének megfelel két változó valamilyen típusú függvényének képzése; a „kereszteszések” tulajdonságai, jellemzői pedig például annak alapján ítélték meg, hogy az egyes függvények segítségével a kiemelt változó milyen jó regressziós becslése adható meg. A kívülről megadott paraméterek ekkor a következők: az eredetileg rendelkezésre álló változók halmaza; a szóba jöhető függvények alakja; a szelektálási kritérium és a megállási szabály. Ezek megadása után a regressziós függvény végső alakjának meghatározását mintegy automatikusan — természetesen valamely matematikai algoritmus alapján — a „gép” végzi.

E módszerek alkalmazásai nagyon sok területre kiterjedhetnek, elsősorban a szabályozási, irányítási, tervezési és alakfelismerési problémakörökre gondolva. Prognosztikai célú alkalmazásukkal — kísérleti stádiumban — jelenleg foglalkozunk.

7. A tervezés folyamata során a múlt és a jelen ismeretében alakítják ki az elképzeléseket a jövőről. Megfelelő biztonsággal akkor tervezhetjük a jövőt, ha a múltból és a jelenről megbízható, valós képünk van. Amennyiben ez a kép pontatlan, még pontatlanabb lesz a jövőbe előrevetített kép. Minden lehetőséget meg kell ragadnunk tehát ahhoz, hogy a múlt és jelen eseményeit, törvényszerűségeit minél pontosabban és minél több irányból megismerjük.

Úgy gondoljuk, ezen ismeretek megszerzésében sokat segíthetnének a matematikai módszerek, amelyek eredményességét — és különösen a sztochasztikus módszereket — befolyásoló „külső” körülmények között azonban fontos helyet foglal el a *statisztikai adatkultúra*. Nyilvánvaló, hogy egy konkrét feladat megoldásában igen komoly súlylat esik latba a rendelkezésre álló statisztikai adatok mennyisége és minősége.

Az adatok „minőségén” gyakran csupán az adatok megbízhatóságát, pontosságát értik. Ez kétségtelenül fontos, de nem egyetlen minőségi tulajdonság. Az adatok értékét — egy konkrét feladat megoldását tekintve — döntően az határozza meg, hogy mennyi és milyen információt tartalmaznak.

A jelenlegi adatfelhasználási gyakorlat többnyire az, hogy a meglévő, a megoldandó feladat szempontjából igen változó minőségű adatokkal kell dolgozni. Az ideális természetesen az olyan adatszolgáltatási rendszer lenne, amely a megoldandó feladatokhoz a lehetőségekhez képest legteljesebb információt nyújtana. Egy ilyen ideális állapotot csak úgy lehet megközelíteni, hogy magát a tervezést, valamint a tervezéshez kapcsolódó modellezés információellátását előre megtervezzük. Ha meggondoljuk, hogy hazánkban minden jelentősebb gazdasági és társadalmi folyamatot megterveznek, ez az igény nem is tűnhet túlzónak.

A fő problémát ebben a feladatban természetesen az jelenti, hogy az információ-ellátás megtervezéséhez *nem* elegendő a tervezés mai igényeinek az ismerete, hanem legalább 10—15 évvel előre kellene látni a *tervezés és a hozzá kapcsolódó modellezés jövőjét*.

Megjegyzendő, hogy a tervezés „hétköznapi” adatigénye — elsősorban minőségi szempontból — általában lényegesen kisebb, mint a modellezésé. Az adatigényességét sokszor a modellezés negatív tulajdonságának tekintik, holott ez csupán a modellezés természetes velejárója. Az adathiány egyik tipikus megnyilvánulási formája az idősorok rövidsége.

A tervezésben használatos makrokategóriák idősorai (legalábbis azok, amelyeket összehasonlítható áron a Központi Statisztikai Hivatal publikál) meglehetősen rövidek. Mindenképpen arra kellene törekedni, hogy közgazdasági szempontból értelmes tartalommal bíró és konzisztens — hosszabb múltra visszatekintő — gazdasági-közgazdasági idősorok álljanak rendelkezésünkre mind folyóáron, mind pedig változatlan (összehasonlítható) áron. Egyoldalú és furcsa követelmény az „előretéknést” 15—20 évre elvárni anélkül, hogy legalább ennyi időre ne tekinthetnénk vissza is. *A jövő „mérhetőségének” egyik előfeltétele a múlt „mérhetősége” is.*

Eddigi saját vizsgálataink is azt mutatják, hogy a gazdasági fejlődés, az egyes makrokategóriák közötti összefüggések *tendenciája* nem változik és nem is változtatható olyan gyorsan, ahogyan az sokszor kívánatos lenne. A rendszer (adott esetben egy idősor vektor) múltja domináns meghatározója lehet a jövőnek. Másutt, hosszabb idősorok alapján végzett matematikai statisztikai vizsgálatok nem egyszer kimutatták, hogy jelentősebb eseményeknek még 15—20 év múlva is mérhetően érzékelhető a hatásuk az egyes idősorokban.

8. Végezetül pedig — mind az említett gondok, problémák dacára — meg kell mon-

danunk, hogy a sztochasztikus módszerek közgazdasági alkalmazását, speciálisan tervezésbeni hasznosítását tekintve, a *távolabbi* jövőt illetően *optimisták* vagyunk. Optimizmusunk táptalaja az a történelmi fejlődési analógiákon alapuló felismerés, hogy a tudományos gondolkodás és a megfelelő matematikai módszerek alkalmazása előbb vagy utóbb elterjed minden olyan területen, ahol az objektív szükségletek ezt indokolják: márpedig a népgazdaság tervezése — amely lényegében egy sztochasztikus rendszer „kezelése” — kétségkívül ilyen terület. Ennek a fejlődési tendenciának az érvényesülését megnehezíteni lehet, de megakadályozni nem. A szubjektív emberi tényezők csupán gyorsítják vagy lassítják e folyamatot.

BÁNKÖVI GYÖRGY — VELICZKY JÓZSEF
ZIERMANN MARGIT

NÉHÁNY MEGJEGYZÉS OPERÁCIÓKUTATÁSI KONFERENCIÁKKAL KAPCSOLATBAN

1979. augusztus 22. és 25. között rendezte meg Győrben a IX. Magyar Operációkutatási Konferenciát a Bolyai János Matematikai Társulat a Magyar Közgazdasági Társulat Matematikai Közgazdasági Szakosztályával és a Neumann János Számítógéptudományi Társaság Operációkutatási Szakosztályával közösen.

Kb. 250 résztvevője volt a konferenciának és közel 40 előadás hangzott el. Ezek a számok valamivel elmaradnak a múlt évek megfelelő számaitól, aminek elsősorban a korábbi, erősen nyári időpont lehetett az oka.

Az ünnepélyes megnyitó kivételével a konferencia minden programpontja a Közlekedési és Távközlési Műszaki Főiskolán zajlott le. A konferencia megnyitóján Prékopa András adott elő arról, hogy a klasszikus mechanika mely részei tekinthetők matematikai programozási feladatra vonatkozó eredményeknek is. Még egy plenáris ülése volt a konferenciának. Ezen meghívott előadók beszéltek az operációkutatásnak és környezetének kapcsolatáról, többnyire problémákról. Az előadások mindegyikét számos hozzászólás követte. A sikert a kiváltott hozzászólások, megjegyzések tartalmában mérve talán Simon Pál, az IKARUS szervezési osztálya vezetőjének előadása érdemelte ki a legnagyobb elismerést, aki az operációkutatás vállalati alkalmazásairól beszélt. Ha különösebb indoklás nélkül megengedett egy ilyen állítás, akkor kijelentem, hogy a konferenciának ez az ülése az utóbbi konferenciák hasonló üléseinél, kerekasztalainál sokkal jobb volt, mert gyorsabban, frappánsabban jutott el azokhoz a gazdasági, társadalmi problémákhoz, amik a bajok gyökerét jelentik. Ugyanakkor ez nem jelenti azt, hogy több eredménye lesz, mint a korábbi hasonló üléseknek volt.

Az elhangzott további előadások az alkalmazási területeket tekintve — beleértve ezek egymás közötti megoszlását is — elég változatos képet mutattak, amiben nyilván van jó. Kifejezetten módszertani, saját vagy mások korábbi eredményeihez kapcsolódó előadás nagyon kevés volt, amiben nyilván van rossz. Egyébként az ilyenek tekinthetők jó részénél is (ütemezési, készletezési problémák, programok kimentési pontjainak meghatározása) történt több-kevesebb utalás a kiindulásul szolgáló gyakorlati feladatra, rendszerint továbbtarkítva az előbb már változatosnak nevezett képet.

A korábbi konferenciákhoz képest — de az összes előadások számához képest feltétlenül — sok volt az olyan előadás, amelyik egy alkalmazási (közlekedés, számítógéphálózatok üzenetirányítása), egy esetben pedig egy módszertani területet kívánt összefoglalni.

Változatlanul fehér holló a műszaki alkalmazás, bár a most elhangzott két ilyen témájú előadás — ismét pl. az összes előadások számához viszonyítva — óriási előrelépést jelent. (Az egyik egy nemlineáris programozásra vezető méretezési problémáról, a másik tervezett aluljárók forgalmának szimulációjáról szólt.) Ezek továbbbőrsítették e sorok írójának azon rögeszméjét, hogy a műszaki tervezési problémák az operációkutatásnak — sajnos, egyelőre csak potenciálisan — a legígéretesebb területét jelentik.

Meglepő módon adatkezelésről közvetlenül nem hangzott el előadás. Ezen azt értem, hogy nem volt olyan előadás, melynek témája egy erre a területre vonatkozó gyakorlati vagy elvi feladat megoldása lett volna. Ha ismertettek is olyan pl. ágazati szintű optimalizációs vagy egyéb modelleket, ahol ennek lényeges szerepet kellett volna játszania, maga az előadás erre nem tért ki. Jobb osztályozási lehetőséget nem tudván csinálni, közvetve azért kapcsolódott ehhez a témakörhöz néhány előadás. (Hálózat szerkesztése és kirajzolása, adott LP-t interaktív módon megoldó programrendszer.)

A konferencia néhány kevésbé színvonalas előadását hallgatva az emberben (nemcsak bennem) felvetődött, hogy esetleg semmi szükség évenként operációkutatási konferenciát tervezni. Ugyanis ma már senki nem tud, de legalábbis bárkinek már egyre nehezebb évenként új előadással a hallgatóság elé állni. Ennek oka az is, hogy napjainkban az operációkutatási projektek többségének volumene, átfutási ideje sokkal nagyobb mint korábban. Túl azon, hogy egy konferencia több, mint az elhangzott előadások összessége, és nem is minden esetben kell ugyanazoknak előadást tartaniuk, a ritkítás ötletét elég hamar el lehet vetni. Annál is inkább, mert adva van hosszabb előadások megtartásának a lehetősége, illetve ezzel (is) összefüggésben, az érintendő témakörök, és ezzel az előadások számának szűkítése. Valami olyan megoldás látszik célszerűnek és realizálhatónak, hogy mondjuk, minden második konferencia szervezésénél figyelembe venni a fenti lehetőségeket. Ugyanis egy ilyen konferencia megszervezése a szokásosnál sokkal több munkát követel a szervezőktől és ugyanakkor így nem is kell lemondani azokról az előnyökről, amiket egy konferencián az elhangzó előadások sokfélesége jelent. A győri konferencia esetén éppen ez a sokféleség demonstrálta azt, hogy az operációkutatás lehetőségei, eredményei ma sem rosszabbak, mint egy évvel ezelőtt. Hogy ezek valójában mit érnek, azt viszont az említett plenáris ülés mutatta.

Valahogy nem realizálódott igazán az a lehetőség, amit az nyújtott, hogy a konferencia egy „mindentől elzárt” helyre összpontosult, a Közlekedési és Távközlési Műszaki Főiskola igen szép környezetben elhelyezett épületeibe. Ennek legfőbb oka az volt, hogy nem volt egy nagyjából állandóan nyitva tartó „klub”. (Helyiség valójában lett volna, csak egyszerűen a szervezők minden próbálkozása ellenére sem lehetett személyzetet biztosítani.) Mindenképpen az ilyen egy — lehetőleg olesó — helyre szervezés a jövőben követendő út, noha ez több-kevesebb ellentmondásban a korábbiakban megszokott, a nyári „holszezon” elkerülő időpontonnal.

Bár az eddigi meditációim több problémát is takar, a győri konferencia nyújtotta kép sokkal jobb lesz, ha összevetem azzal, amit egy másik konferencián kaptam.

Lehetőségem volt résztvenni 1979. szeptember 10—12. között Saarbrückenben a Gesellschaft für Mathematik, Ökonomie und Operations Research negyedik operációkutatási kongresszusán (IV. Symposium über Operations Research). Nagy kongresszus volt, több mint 500 résztvevővel és kb. 120 előadással.

A kongresszust szervező társaságot 1976-ban alapították a témával foglalkozó egyetemi és főiskolai emberek, mintegy kiválva a Deutsche Gesellschaft für Operations Researchból (DGOR). Ennek következtében az utóbbi ma már elsősorban az iparban foglalkoztatott szakembereket tömöríti. Ilymódon a német operációkutatásnak is több, pontosabban két gazdája van. A két társaság között enyhén szólva feszült a viszony. Például a másodiknak említett társaságnak mindössze néhány tagja vett részt ezen a konferencián, ugyanakkor a DGOR konferenciáját nem egészen 10 nappal később rendezték stb. Mi ezért ezen már túl vagyunk, a Bolyai Társulat, a Neumann Társaság és a Magyar Közgazdasági Társaság közötti viszony legalább is rendezett.

Erre vezethető vissza az is, hogy a saarbrückeni konferencia miért nem tükrözte azt a szintet, amlyen az NSZK-beli operációkutatásnak pl. az ottani eszközellátottság alapján állnia kellene. Ugyanis az elhangzott előadások szinte kizárólag elmélettel foglalkoztak, igazi alkalmazásról, némi túlzással, nem esett szó. Hangsúlyozom, nem az nem tett, hogy matematikáról, ráadásul többször is valóban alkalmazhatónak tűnő apparátusokról hangzottak el előadások, hanem az, hogy ezt nevezik operációkutatásnak. (Ugyanakkor emlékeztetek arra, hogy Győrben nagyon kevés ilyen „elméleti” előadás hangzott el, amiről azt írtam, hogy ebben nyilván van rossz. Még rosszabbnak tartanám, ha ez tendenciának bizonyulna.)

Nem lenne helyénvaló azonban itt az egyébként meglepően jó házigazdáknak bizonyult németeket túl sokat kritizálni, az ember a tapasztalatait használja fel itthoni problémáinak megoldásában. (Mint az előzőekből érezhető, vannak ilyenek.)

Végezetül megemlítenék egy területet, mellyel Saarbrückenben nagyon sok előadás foglalkozott, ugyanakkor nálunk — eltekintve Bod Péter néhány korábbi idevágó eredményétől — szinte teljesen hiányzik. Ez a többszemponútú optimalizálás területe. Ez a konferencia is — az előzőek alapján érthetően — megerősítette azt a benyomást, hogy az utolsó pár évben ez a terület a szóba jövő modelleket és módszereket tekintve nagyobb mozgásba jött.

HIBAIGAZÍTÁS

Az 1979/3–4. számban, *Beluszky Pál – Sikos T. Tamás*: A faktor- és clusteranalízis alkalmazása a területi kutatásokban c. cikkében felcserélődött a 197. oldalon levő 2. ábra rajza a 202. oldalon levő 4. ábra rajzával. A feliratok és a jelek magyarázatai jó helyen vannak. Ezuton kérjük a szerzők és olvasóink elnézését.

A Szerkesztőség

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója
Műszaki szerkesztő: Marton Andor
A kézirat nyomdába érkezett: 1980. I. 23. Terjedelem: 10,5 (A/5 ív)
80.7924 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

CONTENTS

TAMÁS FÉNYES—JÓZSEF SÁRI: On the difference equation system of the composition of the amount of money	1
JÓZSEF MÓCZÁR: Extension of decomposability in linear models of the economy....	23
LÁSZLÓ LANGER: Information losses by aggregation of input-output tables	47

CONCEPTS AND METHODS

LÁSZLÓ HUNYADI: Econometric models with distributed lag	57
---	----

BORROWED QUILLS

HARRY W. RICHARDSON: The state of regional economics: a survey article	69
--	----

BOOK REVIEWS

IMRE BARTA: Efficiency and risks of investments (<i>Gyula Mikó</i>)	109
S. SCHABLE: Analyse und Anwendungen von Quotientenprogrammen (<i>B. M.</i>)	110

SCIENTIFIC LIFE

GYÖRGY BÁNKÖVI—JÓZSEF VELICZKY—MARGIT ZIERMANN: Searching new roads in econometrics	113
JÁNOS STAHL: Some comments on operations research conferences	117

СОДЕРЖАНИЕ

Тамаш Фенеш—Йожеф Шари: О системе разностных уравнений составных денежной массы.....	1
Йожеф Мочзар: Распространение разложимости в линейной модели экономики	23
Ласло Лангер: Изучение потерь информации в ходе агрегирования при составлении балансов отраслевых связей	47

ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ

Ласло Хуняди: Эконометрические модели распределенным лагом	57
--	----

СО СТРАНИЦ ЗАРУБЕЖНЫХ ЖУРНАЛОВ

Хари В. Ричардсон: Настоящее положение территориальной экономики: обзор	69
---	----

О КНИГАХ

Имре Барта: Экономия и риск капитальных вложений (<i>Дюла Мико</i>)	109
Ш. Шабле: Анализ и применения программирования с помощью дробных (<i>Б. М.</i>)	110

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Дердь Банкеви—Йожеф Велички—Маргит Цирманн: Поиски новых путей в эконометрии	113
Янош Штал: Некоторые замечания в связи с конференциями об исследовании операций	117

Ára: 30,— Ft

Előfizetés egy évre: 60,— Ft

INDEX: 26 793
ISSN 0039—8128

TARTALOM

FÉNYES TAMÁS—SÁRI JÓZSEF: A pénzmennyiség összetételének differenciaegyenlet-rendszeréről	1
MÓCZÁR JÓZSEF: A dekompozábilítás kiterjesztése a gazdaság lineáris modelljeiben	23
LANGER LÁSZLÓ: Az aggregálás során fellépő információvesztés vizsgálata az ágazati kapcsolatok mérlegénél	47

FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

HUNYADI LÁSZLÓ: Megosztott késleltetésű ökonometriai modellek	57
---	----

IDEGEN TOLLAK

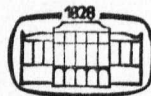
HARRY W. RICHARDSON: A területi gazdaságtan jelenlegi helyzete: áttekintő tanulmány	69
---	----

KÖNYVEKRŐL

BARTA IMRE: A beruházások gazdaságossága és kockázata (<i>Mikó Gyula</i>)	109
SCHAIBLE S.: Analyse und Anwendungen von Quotientenprogrammen (<i>M. B.</i>)	110

TUDOMÁNYOS ÉLET

BÁNKÖVI GYÖRGY—VELICZKY JÓZSEF—ZIERMANN MARGIT: Új utak keresése az ökonometriában	113
STAHL JÁNOS: Néhány megjegyzés operációkutatási konferenciákkal kapcsolatban	117



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST