fizikai szemle

2021/6

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Mathematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Mathematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata. Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

A folyóirat e-mailcíme:
szerkesztok@fizikaiszemle.hu
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:
http://www.fizikaiszemle.hu

A címlapon:
Tiziano Vecellio (1488/90–1576) Sziszüphosz című festménye a madridi Pradóban. Aktualitását az idei biológiaérettségi adja, lásd az írást a 204–208. oldalakon.

TARTALOM

ÉGI HARMÓNIA ÉS DINAMIKAI ALGEBRA

Cseh József
ATOMKI, Debrecen

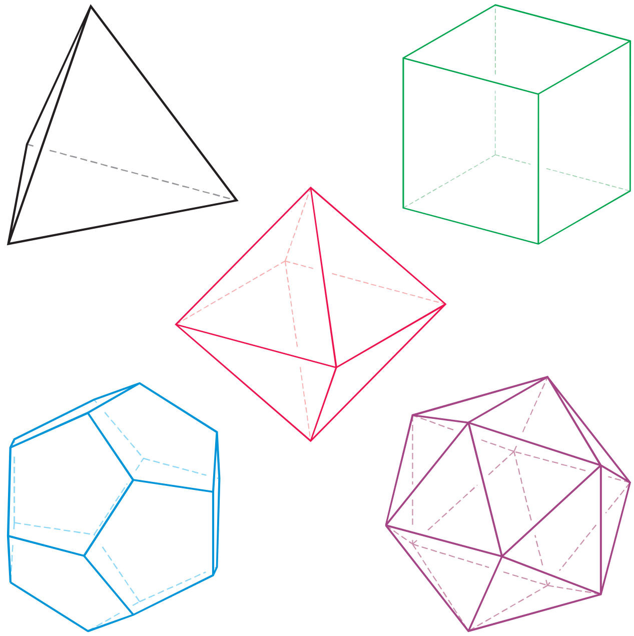
„Világűr és mennyboltozat
sok forgó égi kapcsolat"
(Weöres Sándor: *Öröklét*)

„Oh tárd ki, tárd ki végtelen nagy ég,
Rejtélyes és szent könyvedet előttem"
(Madách Imre: *Az ember tragédiája*)

Több mint négyszáz évvel ezelőtt történt, hogy *Johannes Kepler* feltárta a bolygómozgás törvényeit. Ezáltal nemcsak az égi mechanika alapjait vetette meg, hanem azt is lehetővé tette, hogy *Isaac Newton* erre alapozva megtalálja a tömegvonzás erőtörvényét. Korszakalkotó felfedezés volt, sokan ezt tekintik a modern természettudomány kezdetének.

És mégis, Keplernek volt egy olyan elvárása, ami nem teljesült. Azt remélte, hogy a bolygórendszer megtestesíti az égi harmóniát. Ez a következőt jelentené. Az ő idejében hat bolygó volt ismeretes, és a harmonikus arányosságnak azt gondolta, ha ezek pályáit az öt platóni tökéletes test (tetraéder, oktaéder [kocka], hexaéder, ikozaéder, dodekaéder) viszi át egymásba [1, 2] (amint az *1. ábra* mutatja). Vagyis: a legbelső bolygó pályája köré írunk egy érintő testet, amelynek csúcsai meghatározzák a következő bolygó pályájának felületét, és így tovább, amíg előáll a teljes bolygórendszer (*2. ábra*). Mint tudjuk, ez az elvárás nem bizonyult helytállónak.

Newton gravitációs törvénye természetesen megmagyarázza a bolygómozgás tulajdonságait. Hiszen alkotója azokból következtette ki. De arra a kérdésre, hogy a bolygóknak milyen távol kell elhelyezkedniük a Naptól, nem ad választ. A newtoni mechanika szempontjából a kérdés a (bonyolult) kezdőfeltételek hatáskörébe tartozik; a választ nem tudjuk, egész más elhelyezkedésük is lehetne.



1. ábra. Az öt tökéletes test.

Léteznek empirikus formulák, amelyek megadják a bolygótávolságokat. A legismertebb a Titius–Bode-formula. E szabálynak azonban nincs valódi elméleti alapja, és alkalmazása (a bolygók számozása) sem teljesen következetes. (Többé-kevésbé hasonló a helyzet az egyéb empirikus formulákkal is.)

E cikkben egy olyan sejtést vizsgálunk meg, amelyet *Barut* a 20. század végén fogalmazott meg [3], és ami a Kepler-probléma rejtett szimmetriáján alapul. (Kepler-problémának nevezzük a nagy tömegű Nap gravitációs terében keringő bolygó mozgását.) Barut modellje jól leírja a Naprendszer bolygópályáit. Ennek ellenére nem nagyon ismeretes. Itt azt vesszük szemügyre, hogy az exobolygórendszerekre nézve helytálló-e ez a szimmetriamegfontolás alapján származtatott szabály.

A következő fejezetben röviden megemlítünk néhány összefüggést, amelyeket a bolygótávolságokra nézve alkalmaznak, különös tekintettel Barut sejtésére. Azután a Kepler-probléma szimmetriáit mutatjuk be dióhéjban, amelyek a modell alapjául szolgálnak. Végül néhány exobolygórendszer példáján összevetjük az elméleti elvárást a megfigyelt adatokkal.

A bolygópályák transzformációja

A Titius–Bode-szabály szerint a bolygók fél nagytengelyének csillagászati egységekben mért – amely eredeti definíciója szerint a Föld Nap körüli pályájának fél nagytengelyével egyenlő – hossza az

---

Az [5] hivatkozás, amelyen a jelen ismertető alapul szabadon elérhető: https://www.mdpi.com/2073-8994/12/12/2109 (az itt bemutatottnál kicsit több részlettel). A jelen munka a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból biztosított támogatással, a K18 pályázati program finanszírozásában valósult meg a K 128729 számú projekt keretében. A szerző köszöni *Riczu Gábor* technikai segítségét és az *ifjabb Györgyi Gézával* folytatott hasznos diszkussziót.

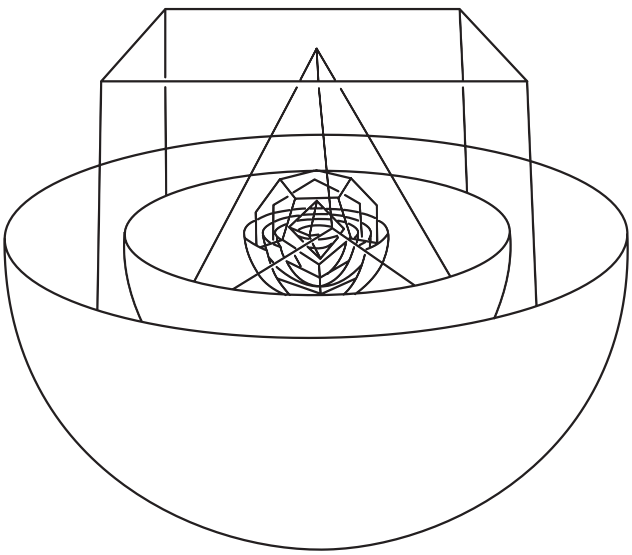
Cseh József az ATOMKI tudományos tanácsadója. Kutatási területe az atommagok szerkezete és a szimmetriák szerepe. Mostanában főként azt a kérdést tanulmányozza, hogy miként tudnak kapcsolatot teremteni a szimmetriák különböző soktestmodellek között. A magszerkezet alapvető leírásai ugyanis eltérő fizikai képekre épülnek (héjszerkezet, folyadékcsepp, fürtösödés), ám – úgy tűnik – ezeket alkalmas szimmetriák képesek egységbe foglalni.

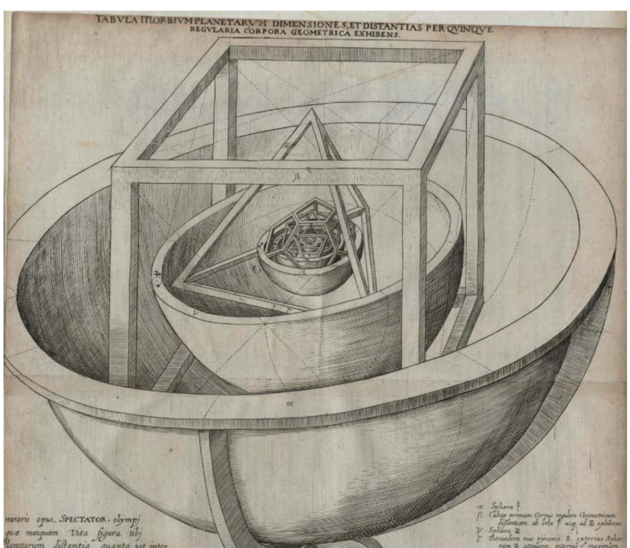
$$R_n = 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 2^n$$

formulából származtatható, ahol n az egyes bolygók „sorszáma”, mégpedig

$n = -\infty$ a Merkúr,
$= 0$ a Vénusz,
$= 1$ a Föld,
$= 2$ a Mars,
$= 3$ a Kisbolygóöv,
$= 4$ a Jupiter,
$= 5$ a Szaturnusz,
$= 6$ az Uránusz és
$= 7$ a Pluto esetére.

2. ábra. Kepler eredeti elképzelése (az akkor hat bolygót tartalmazó) bolygórendszerünkről (fölül) és a *Mysterium Cosmographicumban* megjelent rajz (alul). A hat bolygópálya koncentrikus gömbhéjait az öt érintő tökéletes test viszi át egymásba.





A szabály nem ad számot a Neptunuszról, és amint látszik, a bolygók sorszáma nem teljesen reguláris. (Habár ma nem tekintjük bolygónak a Plutót, itt mégis megemlítjük, mert a korábbi vizsgálatokban belefoglalták.)[1]

Egy másik formulát az

$$\frac{m v^2}{R} = \frac{G M m}{R^2}, \quad \rightarrow v^2 R = G M$$

mozgásegyenletből származtattak, amit kvantálva:

$$v_n R_n = n \sigma$$

adódik. E szabály alkalmazása hasonló eredményt hozott, mint a Titius–Bode-formuláé: elfogadható módon reprodukálta a bolygótávolságokat, de a sorszámok nem követnek szabályos rendet és a kvantálásnak egyik esetben sincs elméleti alapja.

Léteznek még más empirikus szabályok is, de ezek további részletezése helyett inkább vegyük szemügyre a rejtett szimmetria által sugallt transzformációt!

Barut a Naprendszer bolygóit tanulmányozta [3], és azt találta, hogy azok keringési ideje, sebessége és

[1] 1741-ben, amikor a bolygótávolságokat még csak egymáshoz viszonyítva ismerték, *Christian von Wolff* német csillagász észrevette, hogy a bolygótávolságok számsorában valami különös tapasztalható. A távolságok nem véletlenszerűek, hanem valamilyen törvényszerűség szerint követik egymást. A valódi távolságtól való eltérés (a sorba nem illeszthető Neptunuszt, illetve az Erist leszámítva) minden bolygó esetében 5%-on belül van.

E törvényt *Johann Daniel Titius* német csillagász–matematikus említette először 1766-ban. Erre talált rá 1772-ben *Johann Elert Bode,* a berlini csillagvizsgáló igazgatója, aki 1778-ban öntötte végleges formába.

Sok csillagász úgy gondolta, hogy ez csupán véletlen számtani egyezésnek tűnik, számokkal való játéknak, különösebb tartalom nélkül. Az egyezéseket azonban mégsem lehetett egyszerűen figyelmen kívül hagyni. Annak ellenére, hogy a törvény a nagyobb teljesítményű távcsövek megjelenése előtt jelent meg, figyelemre méltó előrejelzéseket adott. A szabály látszólagos igazolására először 1781-ben került sor, mikor *William Herschel* felfedezte az Uránuszt. Az eredmények alapján az 1700-as évek végén rendszeresen kutatva kezdték el keresni a 2,8 CsE távolságban keringő „hiányzó” bolygót. 1801. január 1-jén *Giuseppe Piazzi* felfedezte a hiányzó, új „bolygót”, a Cerest. Ahhoz túl kicsi volt, hogy a hiányzó bolygó hézagát „betömje”, de újraélesztette a Bode-szabály érvényességébe vetett hitet. Ennek hatására ezen a pályán egymás után több kisebb égitestet fedeztek fel (Pallas – 1802, Juno – 1804, Vesta – 1807). 1846-ban a francia *Urbain Leverrier* és az angol *John C. Adams* egymástól függetlenül kiszámították az Uránusz pályaháborgásaiból egy lehetséges külső bolygó pozícióját, amit *Johann Gottfried Galle* fedezett fel. Távolságára 30,1 CsE-t mértek, a Bode-szabály szerint 38,8 CsE-nek kellett volna lennie.

A Titius–Bode-szabályra elméleti bizonyosság nincs, de valószínűleg a pályarezonancia és a szabadságfokok hiányának kombinációjával magyarázható: bármilyen stabil bolygórendszerben viszonylag magas valószínűséggel létrejön egy Titius–Bode-féle összefüggés. Emiatt inkább szabálynak, mintsem törvénynek lehet nevezni.

A nagyobb keringő testek pályarezonanciái olyan régiókat hoznak létre a csillag körül, amelyekben nem alakulhatnak ki hosszú időn keresztül stabil bolygópályák. Másképpen fogalmazva ez azt jelenti, hogy a stabil pályák a csillagtól mért bizonyos távolságokra korlátozódnak. A bolygókeletkezési szimulációk eredményei alátámasztják az elképzelést, hogy egy véletlenszerűen választott stabil bolygórendszer pályái valószínűleg kielégítenének egy Titius–Bode-szerű szabályt.

(Wikipedia alapján)

naptávolsága jó közelítéssel egyenesre esik, ha a sorszámok függvényében ezen mennyiségek logaritmusát ábrázolja. A sorszámok pedig regulárisak: 1. a Merkúr, 2. a Vénusz, 3. a Föld, 4. a Mars, 5. a Kisbolygóöv, 6. a Jupiter, 7. a Szaturnusz, 8. az Uránusz, 9. a Neptunusz és 10. a Pluto. Továbbá felfedezte, hogy az egyszerű idő- és térdilatáció:

$$\begin{aligned} t &\to e^{3\lambda n}\, t, \\ x &\to e^{2\lambda n}\, x, \end{aligned} \tag{1}$$

amely a

$$\begin{aligned} \log v_n &= \log v_0 - \lambda\, n, \\ \log R_n &= \log R_0 + 2\,\lambda\, n, \\ \log T_n &= \log T_0 + 3\,\lambda\, n \end{aligned} \tag{2}$$

egyenletekre vezet, egymásba viszi át a bolygópályákat. Itt λ egy konstans, de ezzel az egyetlen paraméterrel bármely bolygópályát megkaphatjuk, ha már egyet ismerünk.

Ezek a dilatációk olyan transzformációk, amelyek összhangban vannak a Kepler-probléma O(4,2) dinamikai algebrájával (lásd alább). Megjegyzendő azonban, hogy n-et egész számnak választva a leírásba itt is beépítünk egy kvantálást, amelynek nincsen valódi elméleti magyarázata. (A [3] munkában Barut ezzel kapcsolatban megjegyzi, hogy például a hidrogénatomban az impulzusmomentum kvantált voltát a kvantummechanika is csak leírja, de nem magyarázza.)

Barut javaslata maradéktalanul kielégíti Kepler eredeti elvárását: ha ismerjük egy bolygó pályáját, akkor a bolygórendszer többi tagjának viselkedését abból egyszerűen meg tudjuk határozni. Ezen eljárás során a bolygók a természetes sorszámukat viselik. Továbbá a szerző külön érdeme, hogy a transzformációt a Kepler-probléma sajátosságaiból származtatta [3].

A Kepler-probléma szimmetriái

A Kepler-probléma alapvető fontosságú nemcsak a klasszikus, hanem a kvantummechanikában is. Ott hidrogénatomnak hívják. Szimmetriáinak feltárásához lényeges hozzájárulást adott mind a klasszikus, mind a kvantumelmélet. Itt most a kötött állapotokat vizsgáljuk, az energia negatív és a pályák ellipszisek. A kérdéses szimmetriák egy hierarchikus rendbe szerveződnek.

Geometriai szimmetria: a probléma nyilvánvaló szimmetriáját a háromdimenziós tér forgatása jelenti, amely változatlanul hagyja az x_i térkoordinátákból képzett $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ kvadratikus alakot. E szimmetria következményeként az impulzusmomentum megmaradó mennyiség. Azért hívjuk geometriai szimmetriának, mert a geometriai változókat, nevezetesen a térkoordinátákat transzformálja egymásba, nem keveri őket más mennyiségekkel. Változatlanul hagyja nemcsak a teljes Hamilton-függvényt (energiát), hanem külön-külön a kinetikus és a potenciális részét is.

Dinamikai szimmetria: az impulzusmomentumon kívül a Kepler-probléma rendelkezik egy másik megmaradó vektorral is, amit Laplace- vagy Runge–Lenz-vektornak hívnak. A hat mozgásállandó együttesen alkotja az O(4) algebrát, amely megőrzi az $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ kvadratikus formát. Az O(3) szimmetriával ellentétben azonban az O(4)-nek nem minden transzformációja hagyja változatlanul a potenciális és kinetikus energiát külön-külön, hanem csak az összegüket. O(4) specifikus az $1/r$ alakú potenciálra, ezért dinamikai szimmetriának hívjuk.

Az O(4) szimmetriát *Fock* és *Bargman* fedezte fel, és *Györgyi Géza* találta meg azt a teret, amelyben a négydimenziós transzformációk működnek [4]. A probléma olyan tárgyalását adta, amelyben egy négydimenziós gömb főkörein lezajló inerciamozgással van dolgunk. E leírásban a pályák tökéletesek (körök), a háromdimenziós tárgyalás gravitációs ereje pedig eltűnik.

A szimmetriaalgebrák által generált transzformációk az azonos energiájú pályákat viszik át egymásba.

Dinamikai algebra: ez a fogalom a kvantummechanikában született és sokáig nem is volt ismeretes, vajon alkalmazható-e a klasszikus elméletben. Noha jelen mondanivalónk szempontjából nincs rá szükségünk, mégis – annak érdekében, hogy a feladatot érzékletessé tegyük – álljon itt a kvantumos értelmezés. A dinamikai algebra olyan algebra, amely egyfelől tartalmazza a rendszer szimmetriaalgebráját, másfelől egyetlen irreducibilis ábrázolása megadja a rendszer minden állapotát, továbbá elemeivel a fizikai mennyiségek operátorai kifejezhetők. Távolról sem nyilvánvaló, hogy van-e ennek klasszikus megfelelője és ha igen, mi az. Idővel mégis sikerült a klasszikus mechanikában is értelmezni.

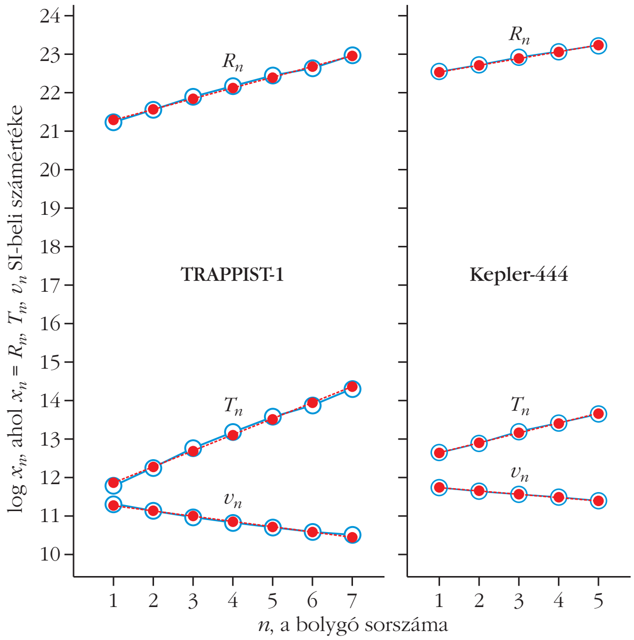
A dinamikai algebrát a rendszer összes mozgásállandója feszíti ki, beleértve azokat is, amelyek explicit módon függenek az időtől. Első pillantásra furcsán hangzik, hogy explicit időfüggéssel rendelkező mozgásállandóról beszélünk, de emlékezzünk rá: egy fizikai mennyiség idő szerinti teljes differenciálhányadosa a parciális derivált és a Poisson-zárójel összege. Tehát akkor is lehet nulla, ha a parciális derivált nem nulla.

A dinamikai algebra által generált transzformációk a különböző energiájú pályákat is át tudják vinni egymásba.

A Kepler-probléma dinamikai algebrája a hatdimenziós O(4,2) algebra, amely a koordináták

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - x_5^2 - x_6^2$$

kvadratikus alakját hagyja változatlanul [3]. (Ezen algebrának létezik olyan ábrázolása, amely az előző bekezdésekben említett explicit időfüggést mutatja.) Elemei többféle transzformációt generálnak, közöttük dilatációt is, és ez a tény vezette Barutot az előzőekben bemutatott (1) tér- és időtranszformációhoz, amely a (2) egyenletekkel összekapcsolja a bolygópályákat.



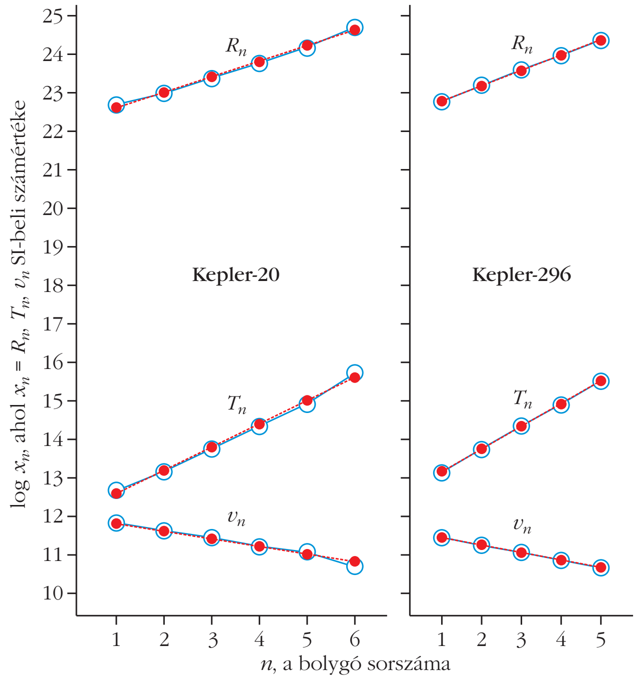
3. ábra. Exobolygórendszerek megfigyelt adatainak – v az átlagos pályasebesség, T a keringési idő, R a fél nagytengely SI-ben kifejezett számértékei – összevetése az elméleti elvárással (a 2. egyenletek szerint) logaritmikus skálán. Az észlelt adatokat körök jelzik, folytonos vonallal összekötve, a számolt értékek pontok, szaggatott vonallal. A bolygórendszerek elnevezése gyakran a felfedezésükben meghatározó szerepet játszó obszervatóriumra utal. A chilei Atacama-sivatagban található a TRAPPIST robotteleszkóp, a Kepler pedig űrtávcső. $\lambda_{\text{TRAPPIST-1}}$ = 0,139 és $\lambda_{\text{Kepler-444}}$ = 0,084.

Exobolygórendszerek

A [5] munka olyan vizsgálatról számol be, amely a Barut-sejtés helytállóságát ellenőrzi exobolygórendszerekben. A megfigyelési adatok a NASA exobolygó-archívumából [6] származnak, 5-6-7 bolygót tartalmazó rendszerekre vonatkoznak, amelyek nagytengelyei, keringési idejei és excentricitásuk megbízhatóan ismeretesek. Ezekből az átlagos sebességük is meghatározható. A pályák adatait SI mértékegységekben kifejezve a *3–5. ábrák* mutatják. Az ábrákon a bolygópályák sorszámának függvényében a sebesség, a keringési idő és a csillagtávolság logaritmusa van feltüntetve. A mért adatokat körök jelzik, és folytonos vonalak kötik össze, a számolt értékek pontok, szaggatott vonalakkal. (A vonalak csupán a szem vezetésére szolgálnak.) Az (1, 2) egyenletek λ paramétere legkisebb négyzetes illesztésből adódott (értéke a bemutatás sorrendjében rendre 0,139, 0,084, 0,208, 0,240, 0,395, 0,311).

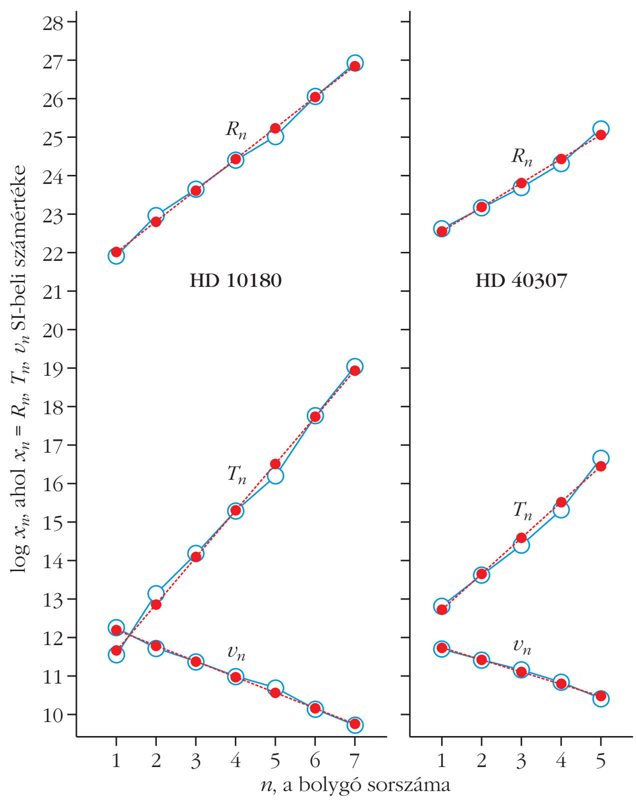
Konklúzió

A *3–5. ábrák* tanúsága szerint a bolygópályák észlelt adatai jó közelítéssel követik a rejtett szimmetriának megfelelő szisztematikát. Nehéz elhinni, hogy ez az egybeesés pusztán a véletlen műve volna. Úgy tűnik tehát, hogy az exobolygórendszerek vizsgálata alátámasztja Kepler történelmi sejtését: a bolygók elhelyezkedése mintha szabályos sorrendet követne. A szabályszerűséget azonban nem a tökéletes testek beírása szolgáltatja, az eredeti sejtésnek megfelelően, hanem a Kepler-probléma dinamikai algebrája a (2) egyenletek szerint.



4. ábra. Ugyanaz, mint a *3. ábra,* további bolygórendszerekre, $\lambda_{\text{Kepler-20}}$ = 0,208 és $\lambda_{\text{Kepler-296}}$ = 0,240.

5. ábra. Ugyanaz, mint a *3. ábra,* további bolygórendszerekre, $\lambda_{\text{HD 10180}}$ = 0,395 és $\lambda_{\text{HD 40307}}$ = 0,311.



Természetesen szisztematikus és részletes vizsgálatokra van szükség ahhoz, hogy e kérdésben megbízható konklúzióra jussunk. Az [5] munkának és a jelen ismertetőnek csupán az a célja, hogy ráirányítsa a figyelmet Barut modelljére, és arra a körülményre, hogy az exobolygórendszerek tanulmányozása kitűnő lehetőséget kínál az ellenőrzésére.

Az első eredmények fényében számos érdekes kérdés fogalmazható meg. Csak néhányat említünk itt. A szimmetria által inspirált transzformáció inkább leírja, mintsem magyarázza a szabályosságot. (Hasonlóan a fizika más ágaiban alkalmazott számos szimmetria-alapú modellhez és elmélethez.) Miként függ össze az észlelt szabályosság a bolygórendszer keletkezésének dinamikájával? Ha irregularitást észlelünk, akkor az vajon rejtőzködő bolygóra utal? Kapcsolatban van szokatlan dinamikai effektusokkal a keletkezési mechanizmusban? Vagy hozzásegíthet külső eredetű égitest azonosításához?

A legizgalmasabb kérdésnek pedig az tűnik, hogy a kéttestprobléma tulajdonságai miként öröklődhetnek át egy olyan bonyolult folyamatba, mint a bolygórendszerek kialakulása.

A szimmetriamegfontolások szempontjából a kérdés tanulmányozása külön érdekességgel bír, hiszen egy eredendően kvantummechanikai fogalom égi mechanikában történő alkalmazásán alapul.

Irodalom

1. J. Kepler: *Mysterium Cosmographicum*. Tübingen, 1596.
2. Simonyi K.: *A fizika kultúrtörténete*. Gondolat Kiadó, Budapest 1978.
3. A. O. Barut: Symmetry and dynamics: Two distinct methodologies from Kepler to supersymmetry. In *Symmetries in Science II*. Eds.: B. Gruber, R. Lenczewski. Plenum Press, New York, USA (1989) 37.
4. Györgyi G.: A Kepler-probléma rejtett szimmetriáiról. *Fizikai Szemle 18* (1968) 142.
5. *J. Cseh:* Planetary systems and the hidden symmetries of the Kepler problem. *Symmetry 2020*. 12, 2109.
6. https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu

AZ UNIVERZUM SZÜLETÉSÉNEK VIZSGÁLATA A FÖLD ALÓL

Csedreki László, Gyürky György, Szücs Tamás
Atommagkutató Intézet (ATOMKI), Debrecen

Ha körbenézünk világunkban, akkor a természet szinte végtelen megjelenési formáját látjuk a legapróbb vírusoktól a tőlünk akár milliárdnyi fényévre lévő csillagokig. Ezt a végtelen változatosságot a természetben előforduló csupán közel 100 kémiai elemnek köszönhetjük, amelyek változó arányban építik fel világunkat.

Ma már a tudomány nagy vonalakban magyarázatot tud adni e nagyfokú változatosság kialakulására és dinamikájára, amely magában foglalja a kémiai elemek keletkezésének rendkívül bonyolult és összetett folyamatát, összefonódva a Világegyetem evolúciójával is.

A mára teljeskörűen elfogadottá vált elmélet szerint, közel 13,8 milliárd évvel ezelőtt a Világegyetem egy kataklizmikus eseményben, az ősrobbanásban jött létre. Ekkor született meg az anyag, az idő és a tér. Feltételezve a fizikai törvények univerzalitását és azt, hogy a Világegyetem nagy léptékben homogén és izotróp, az elmélet eredményeként sikerül magyarázatot adni olyan jelenségekre és kísérletileg vizsgálható mennyiségekre, mint a könnyű kémiai elemek gyakorisága, a kozmikus háttérsugárzás, a táguló Világegyetem és a Világegyetem nagyléptékű szerkezete [1]. Az erre vonatkozó elméleti és csillagászati megfigyelésekből származó tudásunkat az ősrobbanás standard kozmológiai modellje foglalja kerek egészbe.

A kozmológusok a Világegyetem jelenlegi állapotának megfigyeléséből próbálnak következtetni arra az

Csedreki László fizikus, az ATOMKI tudományos főmunkatársa. 2009-ben végzett a Debreceni Egyetemen környezetkutatóként. 2015-ben szerzett PhD fokozatot magreakció-hatáskeresztmetszetek meghatározása témakörből. 2016–2020 között posztdoktorként dolgozott az INFN-LNGS intézetben a LUNA nemzetközi együttműködés keretében működtetett föld alatti gyorsítós laboratóriumban. Kutatási területe a könnyű magokon végbemenő, asztrofizikailag releváns reakciók vizsgálata.

Gyürky György fizikus, az MTA doktora, az ATOMKI tudományos tanácsadója. Kutatási területe a kísérleti nukleáris asztrofizika. E tématerületen belül kiemelten foglalkozik a nehéz, protongazdag izotópok szintéziséért felelős p-folyamat magreakcióival. E munkáját az European Research Council pályázata is támogatta. Emellett részt vesz a LUNA nemzetközi együttműködés munkájában, ahol a világon egyedülálló, föld alatti gyorsítóval vizsgálják az asztrofizikailag fontos reakciókat.

Szücs Tamás fizikus és fizikatanár (ELTE, 2008), az ATOMKI tudományos főmunkatársa. PhD disszertációját (DE, 2012) alacsony hatáskeresztmetszetek mérési módszereiről írta. Kétszer két évet töltött posztdoktor-kutatóként a drezdai HZDR kutatóintézetben, ahol egy új föld alatti gyorsítólaboratórium kialakításában vállalt meghatározó szerepet. Két évig az MTA posztdoktori ösztöndíjasa. A LUNA nemzetközi együttműködés tagja. Asztrofizikailag releváns magreakciókat vizsgál mind itthon, mind külföldön.

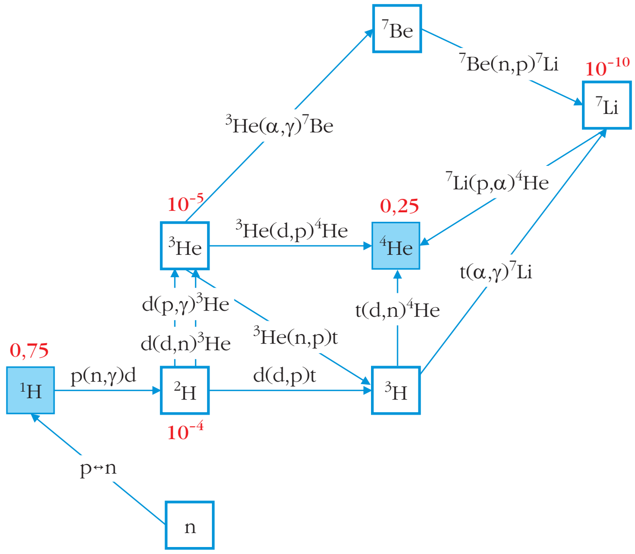
egzotikus fizikára, ami az Univerzumunk születését követő pillanatokat vezérelte. Világegyetemünk tágul, ezt főként a megfigyelt galaxisok egymástól való távolodásából látjuk. A jelenlegi Világegyetem hideg, egyenletesen kitöltve körülbelül 3 kelvin hőmérséklettel egyenértékű hősugárzással, amit kozmikus háttérsugárzásként (Cosmic Microwave Background – CMB) ismerünk. Azonban, ahogy az időben visszafelé haladunk, Világegyetemünk egyre forróbbá és sűrűbbé válik, növekvő energiájú kozmikus részecskékkel, amelyek egyre erőszakosabb ütközéseken mennek keresztül. Az úgynevezett kozmikus „atomkorszakban”, mikor az Univerzum 400 000 éves volt, olyan forró körülmények uralkodtak, hogy az atomok nem semleges állapotban, hanem a folytonos ionizáció révén, a szabad elektronok és atommagok által alkotott plazma formájában léteztek. Még tovább haladva visszafelé az időben, az ősrobbanás után 1 másodperccel olyan magas volt a hőmérséklet, hogy az atommagok is csak alkotóikként létezhettek, a protonok és neutronok formájában. Ez a „nukleáris korszak”, aminek végén kialakultak a Világegyetemben megfigyelhető legkönnyebb kémiai elemek, mint a hidrogén, hélium és lítium. Ezt a folyamatot ősrobbanáskori nukleoszintézisnek (Big Bang Nucleosythesis – BBN) nevezzük.

Az ősrobbanáskori nukleoszintézis

Amikor a BBN elkezdődött, a Világegyetem nukleonokból (protonok és neutronok), elektronokból, fotonokból és neutrínókból álló forró leves volt. Ahogy a hőmérséklet csökkent, a nukleonokból először a hidrogén egy nehezebb izotópja jött létre, az egy protonból és egy neutronból álló deuteron (a deutérium atommagja). Később, sorozatos magreakciók révén képződtek a ^{3}He és végül a ^{4}He izotópok. Csupán 3 perc elteltével, az Univerzumban a tömegarányt tekintve 75%-ban hidrogén- és 25%-ban hélium-atommagok voltak jelen, nyomnyi mennyiségű deutérium, ^{3}He és ^{7}Li atommagokkal. Így nagyrészt a BBN felelős a Világegyetemet felépítő két leggyakoribb elem (hidrogén és hélium) keletkezésért. A lítiumnál nehezebb kémiai elemek csak jóval később, az első csillagok működése és halála során jelentek meg. A BBN-ben lejátszódó magreakciók rendszerét mutatja az *1. ábra*.

A BBN egységes leírását szolgáltatja a Standard BBN (SBBN) elmélet, amely feltételezi a téridő leírását az általános relativitáselmélettel és a Lambda-Cold Dark Matter modell érvényességét. Az utóbbi az ősrobbanás kozmológiai modelljének paraméterezése, amelynek értelmében az Univerzum három fő komponenst tartalmaz: a kozmológiai állandót, amelyet a görög Λ-val jelölünk és kapcsolódik a sötét energiához; a hideg, sötét anyagot (cold dark matter); és a közönséges, látható anyagot.

Az SBBN-ben a mikrovilág fizikáját a részecskefizika standard modelljének részecskéi és kölcsönhatásai határozzák meg. A modell három neutrínófajtát



1. ábra. Az ősrobbanáskori nukleoszintézis (BBN) folyamata. A piros számok az egyes elemek BBN-t követő relatív tömeggyakoriságát jelölik.

(elektron, müon, tau) feltételez és azt, hogy a BBN-ben a sötét anyag és a sötét energia elhanyagolható hatással bírt [2].

A kozmológusok és a csillagászok az Univerzumban megfigyelhető könnyű elemek mennyiségéből következtetnek azok ősi (az első csillagok megjelenése előtti) gyakoriságára. Az ilyen mérések alátámasztották például, hogy a ^{4}He ősi gyakorisága 25% volt. Ezeket a megfigyeléseket összevetve a SBBN elméleti modell jóslataival lehetővé válik a modell ellenőrzése.

A deutérium mennyiségének mérése további döntő információt szolgáltat, mivel a deutérium hidrogénhez képesti gyakorisága (D/H) érzékenyen függ a barionikus anyag kozmikus sűrűségétől ($\Omega_b h^2$, ahol Ω_b a barionsűrűség-paraméter, h a redukált Hubble-állandó) és a neutrínófajták effektív számától (N_{eff}),[1] mint az SBBN-modell két paraméterétől. Barionikus anyag vagy látható, fénylő anyag minden, amely protonokból és neutronokból épül fel, azaz minden elem a periódusos rendszerben.

A BBN-modell ellenőrzéséért folytatott versenyben a deutérium hidrogénhez viszonyított ősi gyakoriságát csillagászati megfigyelésekből 1% pontossággal sikerült meghatározni [3]. Ez a nagy vöröseltolódással rendelkező, azaz távoli gázfelhők abszorpciós vonalainak vizsgálatával lehetséges, amelyeknél a gázfelhő mögött valamilyen háttérfényforrás (például egy olyan kompakt csillagászati objektum, mint a kvazár) helyezkedik el. A deutérium megfigyelt gyakoriságából következtetni lehet az $\Omega_b h^2$ értékére, ami a kozmikus háttérsugárzás vizsgálatából is függetlenül meghatározható [4].

[1] A modellben használt neutrínók effektív száma (N_{eff}) nem egész, mert értéke nem csupán a neutrínófajták számától függ, hanem a paraméter tartalmazza a neutrínók és az elektron-pozitron párok közötti csatolást a korai Univerzum kialakulása idején. Ezzel a paraméterrel szokás jellemezni a korai Univerzum relativisztikus energiasűrűségét.

1. táblázat

A deutérium termelésében és megsemmisülésében szerepet játszó reakciók és az SBBN-modellel számolt, az ősi deutériumgyakoriság bizonytalanságához való hozzájárulásuk.

reakció	bizonytalanság
p(n,γ)D	0,08%
D(p,γ)^{3}He	2,34%
D(d,n)^{3}He	0,75%
D(d,p)^{3}H	0,49%

Összeségében elmondható, hogy a deutérium gyakoriságát megadó csillagászati megfigyelésekből és a CMB-ből kapott $\Omega_b h^2$ lényegesen pontosabb, mint a SBBN-elmélet által jósolt érték. Ennek elsődleges oka a számolásokhoz szükséges magreakciók (*1. ábra*) hatáskeresztmetszeteinek kísérleti bizonytalansága, amelyek közül a deuteronszintézishez köthető reakciók kiemelt szerepet játszanak. A továbbiakban ezeket a reakciókat tekintsük át!

A deuteron keletkezésében szerepet játszó reakciók

A deutérium termelésében és megsemmisülésében (más szóval égésében) szerepet játszó reakciókat és az SBBN-modellel számolt, az ősi deutériumgyakoriság bizonytalanságához való hozzájárulásukat mutatja be az *1. táblázat,* ahol egy fix $\Omega_b h^2$ = 0,02207 [5] értéket vettünk alapul. A táblázatból világossá válik, hogy kiemelt fontosságú a D(p,γ)^{3}He (vagy ^{2}H(p,γ)^{3}He) reakció, amelyben egy deutériummagból és egy protonból ^{3}He keletkezik. Ez rendelkezik a legnagyobb relatív bizonytalansággal, lényegesen meghaladva a többi reakció hozzájárulását.

A teljesség kedvéért fontos megemlíteni, hogy a D(p,γ)^{3}He sugárzásos befogási reakció az ősrobbanáson kívül is számos asztrofizikai környezetben rendkívül fontos szerepet tölt be. Példának okáért a Napunkhoz hasonló, viszonylag kistömegű, fősorozatbeli csillagok energiatermelése az úgynevezett pp-láncokon keresztül valósul meg, amelynek eredményeként 4 protonból kiindulva, közel 26,7 MeV energia felszabadulásával egy héliumatommag keletkezik [6]. Ezen többlépéses folyamat második lépése a D(p,γ)^{3}He reakció, ennek lejátszódási valószínűségét (hatáskeresztmetszetét) a Nap hőmérsékletének megfelelő, asztrofizikailag releváns, alacsony energiatartományban ($E_{\mathrm{c.m.}}$ = 3–20 keV) közvetlen mérésekből már kellő pontossággal ismerjük [7].

E reakció szerepe még érdekesebb a csillagok fejlődésének egyik legkorábbi fázisában, a protocsillagok evolúciójában. A csillagok születésének helyszínét adó óriási gáz- és porfelhők belsejében a gravitációs összehúzódás hatására megnő a nyomás és a sűrűség. Amikor a hőmérséklet eléri a ~10^6 K-t, beindul a D(p,γ)^{3}He reakció, a gravitációs összehúzódás és a hőmérséklet növekedésének üteme csökken. Ennek következtében a kialakuló protocsillag életideje megnő és megfigyelhető tulajdonságai, mint a felszíni hőmérséklet és fényesség, változatlanok maradnak egészen addig, amíg a deutérium teljesen elhasználódik [8].

Térjünk vissza a D(p,γ)^{3}He magreakció szerepére az ősrobbanásban. Itt E = 30–300 keV a reakció releváns energiatartománya, tehát lényegesen magasabb, mint a fent említett, csillagokban zajló asztrofizikai események esetében.

Egészen a közelmúltig a D(p,γ)^{3}He reakcióra kevés kísérleti adat volt birtokunkban a BBN szempontjából fontos energiatartományban. A rendelkezésre álló kísérleti adatok alapján a D(p,γ)^{3}He reakció hatáskeresztmetszetének bizonytalansága 6-10%-ra volt tehető. Ezen túl a reakció hatáskeresztmetszetének pusztán elméleten alapuló – úgynevezett ab initio módszerrel végzett – számítása arra a következtetésre vezetett, hogy a kísérleti adatok alapján számolt reakcióhozamok túlságosan alacsonyak [9].

Ha ez így van, akkor a BBN-számolások pontatlan deutériumgyakoriságot eredményeznek. Ez azért nagyon fontos, mert a deutérium gyakoriságára a megfigyelésekből és a BBN-számolásokból kapott értékek közötti bármilyen eltérés arra is utalhat, hogy eddig ismeretlen fizikai törvények játszottak szerepet a korai Univerzumban. A kozmológiai modellek ezért megkövetelik az olyan kísérleteket, amelyek segítségével a kulcsfontosságú magreakciók hatáskeresztmetszeteit a csillagászati megfigyelésekkel összemérhető pontossággal tudjuk megadni.

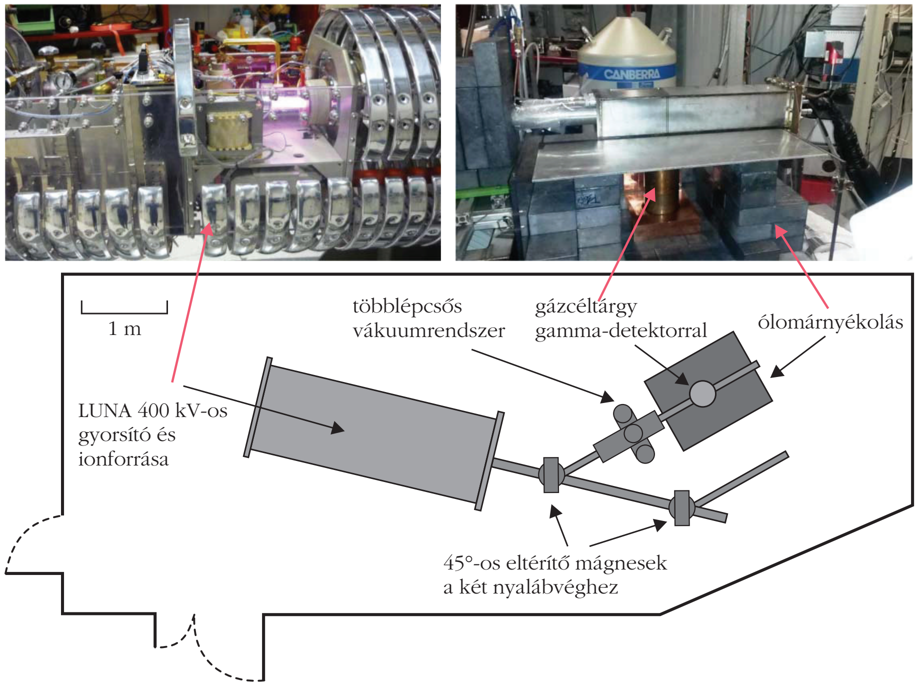
A LUNA (Laboratory for Underground Nuclear Astrophysics) együttműködés több éves munkájának eredményeként a D(p,γ)^{3}He reakcióra vonatkozó ismereteink bizonytalanságát jelentősen sikerült csökkenteni, amellyel lehetővé vált az SBBN-modell minden eddiginél megbízhatóbb ellenőrzése. A továbbiakban ezt a kísérletet és az ebből levont következtetéseket mutatjuk be, amelyben a debreceni Atommagkutató Intézet (ATOMKI) munkatársai is jelentős szerepet játszottak [10, 11].

Föld alatti mérések

A könnyű kémiai elemekről elmondható, hogy az asztrofizikailag releváns hőmérsékleteken a keletkezésükért felelős töltöttrészecske-reakciók mélyen a rájuk jellemző Coulomb-gát alatti energiákon mennek végbe. Ezen energiákon a reakciók hatáskeresztmetszete ezért extrém alacsony, ami miatt a kísérleti vizsgálatok során a reakcióból származó gyenge jeleket a kozmikus sugárzás által okozott laboratóriumi háttér teljesen elfedheti [12].

Erre jelent megoldást az olaszországi Gran Sasso Nemzeti Laboratórium (LNGS) – Rómától észak-keletre, az Appeninekhez tartozó, ugyanilyen nevű hegy belsejében – mélyen a föld alatt kialakított kutatóhelye, ahol a laboratóriumot fedő több, mint egy kilométeres sziklaréteg árnyékolásának köszönhetően a kozmikus sugárzás intenzitása a földfelszínén mért érték egymilliomod része.

Az LNGS ad helyet a világon egyedülálló, mélyen a föld alatt üzemelő 400 kV terminálfeszültségű LUNA400 részecskegyorsítón alapuló asztrofizikai laboratóriumnak, amelyet a LUNA együttműködés működtet mintegy 20 éve (*2. ábra*). A föld alatti helyszín révén az eltelt két évtizedben lehetővé vált számos, nukleáris asztrofizikai szempontból fontos magreakció közvetlen vizsgálata minden korábbinál alacsonyabb energián [13, 14].



2. ábra. A LUNA400 részecskegyorsító és a mérésekhez használt gázcéltárgyas nyalábcsatorna.

A gyorsító kifejezetten alacsony energiás nukleáris asztrofizikai mérésekre lett optimalizálva, lehetővé téve a mérésekhez szükséges többszáz μA nyalábintenzitást (proton és alfa-részecske) és a kiváló energia- és nyalábáram-stabilitást.

A gyorsító által szolgáltatott protonnyalábbal történt a 99,99%-ra dúsított deutérium-gázcéltárgy besugárzása. A speciális kialakítású mérőkamrában a nyaláb – a többlépcsős vákuumrendszernek köszönhetően – minimális energiaveszteséggel éri el a céltárgyat. A beérkező protonok számát a mérőkamrát lezáró és így „beamstop”-ként működő kaloriméterrel határoztuk meg. A mérőkamrában elhelyezett nyomás- és hőmérsékletszenzorok segítségével a céltárgyatommagok számát nagy pontossággal tudtuk meghatározni.

A $D(p,\gamma)^3He$ reakcióban keltett gamma-fotonokat nagy tisztaságú germániumdetektorral mértük. A detektor hatásfokát radioaktív forrásokkal, sugárzásos befogási magreakciókkal és Monte-Carlo-szimulációval határoztuk meg, amelynek eredményeként a detektálási hatásfok bizonytalanságát, mint szisztematikus hibaforrást, 2,0%-ra sikerült csökkenteni.

Figyelembe véve a $D(p,\gamma)^3He$ reakció reakcióhőjét (Q = 5,493 MeV),[2] a keletkezett gamma-fotonok energiája messze a természetes radioaktív izotópok által keltett laboratóriumi háttérsugárzás energiatartománya (~3,1 MeV) fölé esett, ahol így már csak a kozmikus sugárzás okozhat hátteret. Itt viszont a föld alatti helyszín biztosítja az alacsony hátteret, így ennek és a fent bemutatott kísérleti körülményeknek köszönhetően lehetővé vált a $D(p,\gamma)^3He$ reakció kívánt pontosságú, közvetlen vizsgálata [11].

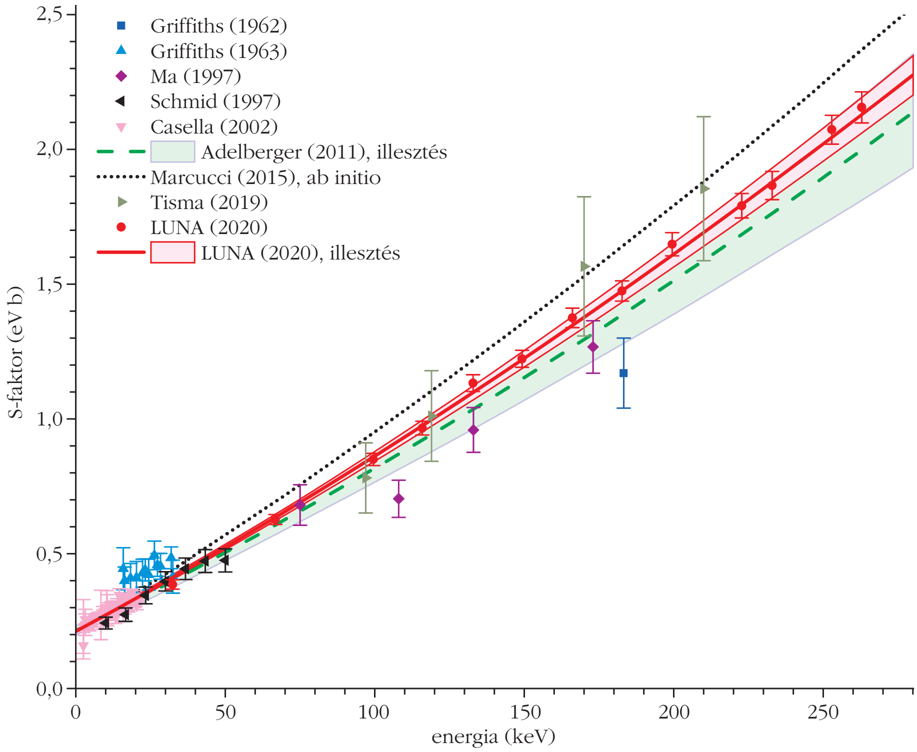
A *3. ábra* mutatja be az irodalomban fellelhető, kísérletileg és elméleti (ab initio) számolás alapján meghatározott és a LUNA által újonnan mért asztrofizikai S-faktor értékeket. Praktikus okok miatt a mérésekből számolt hatáskeresztmetszetekből az úgynevezett asztrofizikai S-faktort származtatják, amellyel kompenzálható az alagúteffektus erős energiafüggése és így az adatok ábrázolása lényegesen könnyebb lesz. Az új kísérleti hatáskeresztmetszetek magasabbak a korábbi, hiányosabb és pontatlanabb értékeknél, viszont jelentősen alacsonyabbak, mint az elméleti számításokból előre jelzett érték (fekete pontozott vonal).

Az ábrán zöld szaggatott vonal mutatja a korábbi mérések felhasználásával illesztett S-faktor görbéjét a hozzá tartozó, világoszöld sávval jelölt bizonytalansággal. A LUNA által elvégzett precíz kísérleti munka eredményeként a korábbi 9%-os bizonytalanságot kevesebb, mint 3%-ra sikerült csökkenteni az $E_{\mathrm{c.m.}}$ = 32–263 keV tartományban, amint azt a piros folytonos vonal mutatja a megfelelő bizonytalansági sávval. Ez lehetővé teszi a korábbinál pontosabb SBBN-számolások elvégzését, amelyek bizonytalansága így már sokkal közelebb van a csillagászati megfigyeléséből kapott deutériumgyakoriság bizonytalanságához.

Kozmológiai következtetések

A $D(p,\gamma)^3He$ reakció lényegesen pontosabb S-faktor adatait felhasználva az SBBN-modell segítségével újraszámolható a barionsűrűség az ősrobbanást követő néhány perces időszakban. Az SBBN modellszámítások elvégzésére alkalmas PArthENoPE kóddal ez az érték $\Omega_b h^2$ = 0,02233±0,00036, amely kettes faktorral pontosabb a korábbi adatok alapján számolt értéknél

[2]Egy magreakcióban résztvevő magok összes nyugalmi energiájának változását a Q értékkel jellemezzük. Pozitív érték esetén ennyi energia szabadul fel a reakcióban, az itt tárgyalt reakció esetén gamma-sugárzás formájában.



3. ábra. A D(p,γ)^{3}He reakció asztrofizikai S-faktor adatai.

(0,02271±0,00062). Így az SBBN alapján számolt és a független, Planck[3] [15] együttműködés munkája eredményeként, a CMB alapján meghatározott barionsűrűség ($\Omega_b h^2$ = 0,02230±0,00021) kiváló egyezést mutat.

Itt fontos megjegyezni, hogy a BBN és CMB alapján számolt $\Omega_b h^2$ a Világegyetem két, időben 380 000 évvel eltérő állapotára vonatkozik. Azonban a Λ-CDM-modell feltételezése alapján a barionsűrűség értékét csak az Univerzum tágulása befolyásolja. Így, amenynyiben a modell helyes, a $\Omega_b h^2$ mai értékére mind a CMB mind a BBN alapján ugyanazt kell kapnunk. Az SBBN és CMB alapján kapott $\Omega_b h^2$ értékek kiváló egyezése, tovább erősíti a modell megbízhatóságát és arra utal, hogy nincs szükség a jelenlegi ismereteinken túlmutató fizikai folyamatok feltételezésére a BBN utáni pár százezer év vonatkozásában. E számolásokban a neutrínófajták effektív számát fix paraméterként kezeltük, N_{eff} = 3,045.

A modellszámításokhoz szükséges hatáskeresztmetszetek pontosítása lehetővé teszi a neutrínófajták effektív számának vizsgálatát, illetve azt, hogy mi a valószínűsége az eddig ismeretlen és új fizika jelenlétének a standard részecskefizikai ismereteinken túl.

Két megközelítésben vizsgáltuk a fenti problémát. Az első esetben a deuterongyakoriság SBBN által jósolt és a csillagászati megfigyelésekből származó értékét, valamint a CMB-ből kapott barionsűrűséget vettük rögzítettnek. A számolásokból kapott N_{eff} = 2,95±0,22 érték tökéletes egyezést mutat a standard N_{eff} értékkel. A második esetben a számolásokat a deuteron és a ^{4}He tömeggyakoriság SBBN-ből származó és csillagászati megfigyelésből kapott értékére alapoztuk, és a barionsűrűséget szabad paraméterként kezeltük. A neutrínófajták effektív számára kapott érték ebben az esetben N_{eff} = 2,86±0,28-nak adódott, amely ugyan alacsonyabb a standard értéknél, de figyelembe véve az érték nagyobb bizonytalanságát még mindig konzisztensnek tekinthető.

Összefoglalás

Az Univerzum születéséről és fejlődéséről rendelkezésre álló, megfigyelésekkel alátámasztott információinkat az ősrobbanás kozmológiai elmélete foglalja kerek egészbe, amelynek fontos állomása a könnyű elemek keletkezéséért felelős ősrobbanáskori nukleoszintézis. A modellszámítások elvégzéséhez szükséges a könnyű elemek szintézisében szerepet játszó magreakciók hatáskeresztmetszetének kellő pontosságú ismerete, amelyek közül kiemelt fontosságú a deuteron kialakulásához kapcsolódó D(p,γ)^{3}He reakció.

A debreceni Atommagkutató Intézet munkatársainak részvételével működő LUNA együttműködés által, az olaszországi Gran Sasso Nemzeti Laboratórium mélyen a föld alatti helyszínén elvégzett kísérleteknek köszönhetően a korábbiaknál sokkal pontosabban ismerjük a D(p,γ)^{3}He reakció hatáskeresztmetszetét. Az eredmények hozzájárulnak ahhoz, hogy az Univerzumban a barionos anyag sűrűségét (ami mintegy 4%-a a teljes sűrűségnek) még biztosabban határozzuk meg a standard BBN-modell segítségével. Ez az új érték már 1%-os pontossággal megegyezik a CMB-ből számított értékkel. Ilyen szintű egyezés igazi diadal a kozmológia alapvető elméletének.

[3]Planck nemzetközi együttműködés a Planck műhold eredményeire alapozva határozta meg minden eddiginél pontosabban a kozmikus háttérsugárzás különböző tulajdonságait.

Irodalom

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Big_Bang
2. Cyburt R. és mts., *Rev. of Mod. Phys., Volume 88* (2016)
3. Cooke R. és mts., *Astrophys. J. 855* (2018) 102.
4. Fields B. és mts., *J. Cosmol. Astropart. Phys. 03* (2020) 010.
5. Di Valentino E. és mts., *Phys. Rev. D 90* (2014) 023543.
6. Gyürky és mts., *Nukleon 5* (2012) 108.
7. Casella C. és mts., *Nucl. Phys. A 706* (2002) 203.
8. Adelberger E. G. és mts., *Rev. Mod. Phys. 83* (2011) 195.
9. Marcucci L. és mts., *Phys. Rev. Lett. 116* (2016) 102501.
10. Mossa V. és mts., *Eur. Phys. J. A 56* (2020) 144.
11. Mossa, V. és mts., *Nature 587* (2020) 210.
12. Szücs T., *Fizikai Szemle 68/7–8* (2018) 230.
13. Gyürky Gy., *Fizikai Szemle 61/2* (2011) 37.
14. Csedreki L. és mts., *Fizikai Szemle 70/2* (2020) 39.
15. https://hu.wikipedia.org/wiki/Planck_m%C5%B1hold

ÚT A NAGYSZÖGŰ ALFA-SZÓRÁSHOZ
– Hogyan készült a kutatóárok a kincskereséshez?

Angeli István
Debreceni Egyetem, Kísérleti Fizikai Tanszék

Ernest Rutherford a Geiger–Marsden-féle kísérlet eredményének, az α-részek nagyszögű szóródásának magyarázatára alkotta meg modelljét. De miért éppen *ezt* a jelenséget vizsgálta a két szorgos munkatárs? Hiszen a történet kicsit olyan, mintha a kincskereső előre tudná, hol kell ásni. Hasonlóan más felfedezések előzményeihez, ez az út sem buktatók, mellékágak nélküli, és egyben nagyon tanulságos: kis eltéréseknek is érdemes következetes, alapos munkával utána járni!

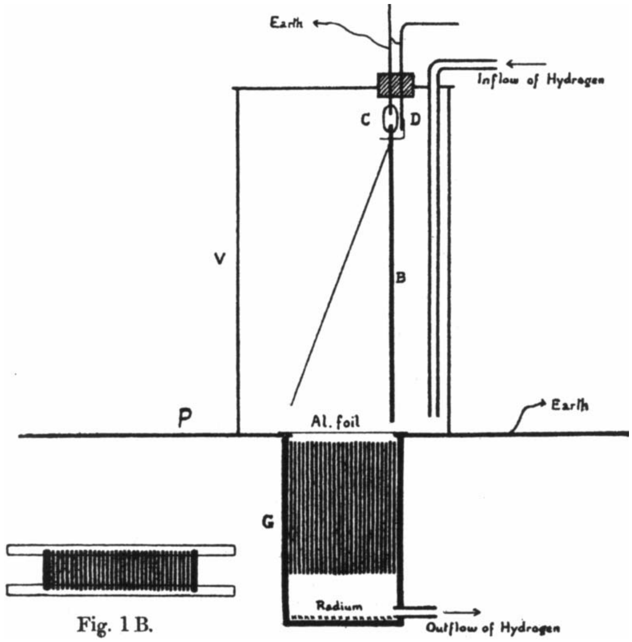
A titokzatos, új sugárzás nyomában

A 20. század elején az 1896-ban felfedezett radioaktivitás (*Henry Becquerel, Maria Salomea Skłodowska-Curie, Pierre Curie,* Nobel-díj: 1903) volt a fizikusok érdeklődésének gyújtópontjában. Rutherford is ezt az új jelenséget vizsgálta. Ez az ifjú montreali professzor Kanadából küldi cikkeit Angliába, a *Philosophical Magazine*-nak. 1903-ban arról számol be [1], hogy a tóriumot és rádiumot követő emanációk további új radioaktivitás forrásai. Aktivitásukat sem a hőmérséklet, sem drasztikus kémiai kezelés nem befolyásolja. Nem ért egyet Becquerellel, a nála 19 évvel idősebb és már nagy tekintélynek örvendő francia tudóssal, aki szerint az emanációk pozitív ionokból állnak [2], hiszen akkor elektromos térben kirakódnának a katódra, márpedig ez nem történik meg: az eredeti térfogatban akármeddig megmaradnak. Rutherfordnak később is van több – szakszerű és udvarias – pengeváltása Becquerellel. E közleményében nevezi el a radioaktív sugárzások két fajtáját [1, 113. old.]:

> „One type is not appreciably deviable by a magnetic or an electric field, and is very easily absorbed in matter. These will be called the α rays. The others are deviable and more penetrating in character, and will be called the β rays. In addition I have shown that thorium and radium emit some rays nondeviable in character, but of very great penetrating power."

Köszönet illeti *Zolnai Dóra* könyvtárost az évszázados források beszerzésében nyújtott segítségéért.

Angeli István a Debreceni Egyetem ny. egyetemi tanára. Az ELTE TTK fizikus szakán végzett 1955-ben. Részt vett azon kísérletekben, amelyek a magyarországi szenek urántartalmának elődúsítására irányultak. Munkatársaival totális neutron-hatáskeresztmetszeteket mért; az értelmezéshez kifejlesztették az optikai modell félklasszikus változatát. A töltéssugárban héj- és deformációs effektusokat tártak fel. 2004-ben és 2013-ban magsugártáblázatokat közölt az *Atomic Data and Nuclear Data* folyóiratban.

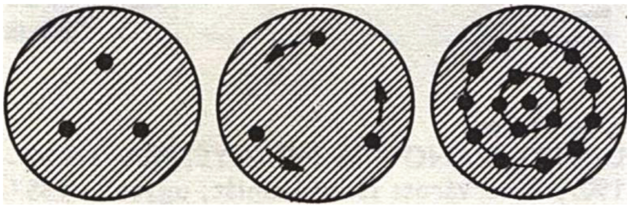


1. ábra. Rutherford első mérőberendezése az α-sugarak mágneses térben történő eltérésének kimutatására [3, 179. old.].

A γ-sugárzásnak csak egy hónappal későbbi közleményében ad nevet [3, 177. old.]. A továbbiakban az α-sugarak természetét kívánja tisztázni, mágneses és elektromos térben mutatott viselkedés vizsgálatával. Ez azonban nem egyszerű, mert az eltérés – az akkor rendelkezésre álló eszközökkel – rendkívül kicsi [3, 178. old.]:

> „The magnetic deviation, even in a strong magnetic field, is so small that very special methods are necessary to detect and measure it."

Első kísérleti berendezése az *1. ábrán* látható. A berendezés alján szétterített vékony rádiumrétegből kiinduló α-sugarak, a *G* résrendszeren – és egy 0,00034 cm vastag Al-fólián – áthaladva, felfelé irányuló párhuzamos nyalábot alkotnak. A *V* kamrában egy aranylemezes elektroszkóp helyezkedik el. A sugarak által okozott ionizáció mértékét az aranylemez mozgási sebességével határozza meg, ezt mikroszkóppal méri. Hidrogéngáz-áramoltatással gondoskodik arról, hogy a kamrában ne gyűljön fel a Ra-ból kiszabaduló emanáció, ami zavaró háttérionizációt okozna. A mágneses tér az ábrára merőleges. A mérési eredmények igazolják várakozását. Az elektroszkóp kisülési sebessége mágneses tér nélkül: 8,33 V/perc és a mágneses teret bekapcsolva: 1,72 V/perc.



2. ábra. A Thomson-féle atommodell [8, 326. old.].

Ez azt mutatja, hogy az α-sugarak a mágneses térben eltérülnek, tehát elektromos töltéssel rendelkeznek. Különböző térerősségekhez különböző kisülési sebesség tartozik, ebből az α-pályák R görbületi sugarára következtet, és még az e/m értékre is kap egy közelítő becslést. Azt is valószínűnek látja, hogy a vizsgált α-sugarak különböző sebességgel mozgó részecskékből állnak. Megoldandó feladatnak tartja e részecskék által hordozott töltés meghatározását.

Becquerel elismeri Rutherford eredményét, de a módszert nem tartja elég megbízhatónak; a maga részéről egy másik, fotografikus detektáláson alapuló eljárást alkalmaz [4]. Folytatja a Ra α-sugárzására vonatkozó vizsgálatait, amelyek során forrásként néhány darabka rádiumsót helyez el egy ólomtömbben [5, 1517. old.]. Erre nagyon vékony Al-fóliát helyez, hogy a fény ne jusson el a fényérzékeny lemezre – feltehetően a Cserenkov-sugárzásról van szó. Azt tapasztalja, hogy az RH szorzat – tehát vm/e – a pálya mentén növekszik [5, 1519. old.]. Mivel a sebesség növekedése nehezen elfogadható, tehát vagy az m tömeg nő, vagy az e töltés csökken [5, 1520. old.]:

> „On peut au contraire envisager les hypothèses d'une augmentation de la masse *m,* ou d'une diminution de la charge *e.*"

Ami a töltés csökkenését illeti, közel jár a megoldáshoz, a *töltéscserélő* folyamatok feltételezéséhez, de később mégis a *tömeg növekedése* mellett dönt [6, 486. old.].

A későbbi fejlemények szempontjából fontos körülmény, hogy 1904-ben *J. J. Thomson* részletes számításokat végez pozitív töltésű gömbben körpályán mozgó negatív részecskék által alkotott rendszer (*2. ábra*) tulajdonságaira és stabilitási feltételeire [7]. Eredményeit alkalmazza atomszerkezeti modell megfogalmazására, elemek kémiai tulajdonságainak értelmezésére, molekulák képződésére és még a radioaktív α-bomlás magyarázatára is [8]. Tehát a Thomson-modell sokkal több, mint a közismert *mazsolás puding* ábra. Ezért az alábbi fejezetben kivonatosan ismertetjük Thomson eredeti cikkét [7].

A Thomson-modell

Ez a fejezet az 1904-es 29 oldalas Thomson-cikk [7] kivonatos ismertetése. Az eredeti mű jelentékeny matematikai apparátussal dolgozik [7, 238–253. old.], azonban a mai olvasó számára lényeges tartalom ennek mellőzésével is követhető.

Egyenletes sűrűségű pozitív gömbön belül helyezzünk el a középponttól a távolságra egy negatív részecskét. Erre a részecskére a középpont felé irányuló, a-val arányos vonzóerő fog hatni. Hogy a részecske megmaradjon az eredeti távolságban, egy kifelé irányuló taszító erőre van szükség. Ezt létrehozhatja egy másik negatív részecske a középpont felől, vagy/és a vizsgált részecske körpályán történő, megfelelő sebességű mozgása. A feladat megoldásához Thomson *a klasszikus elektromosságtan és a mechanika törvényeit* használta fel.

A feladatot több részecskére kiterjesztve, kérdezhetjük: mi a feltétele annak, hogy a sokrészecskerendszer stabil legyen. Szimmetriameggondolások alapján gömbhéjak menti elrendezésre gondolhatunk. Thomson is lehetségesnek tartotta ezt, de rámutatott, hogy számítási könnyebbséget jelent, ha csak két dimenzióra szorítkozik, tehát héjak helyett gyűrűk mentén osztja el a részecskéket egyenletesen, n részecske esetén $2\pi/n$ szögintervallumonként [7, 237. old.].

> „The analytical and geometrical difficulties of the problem of the distribution of the corpuscles when they are arranged in shells are much greater than when they are arranged in rings, and I have not as yet succeeded in getting a general solution. We can see, however, that the same kind of properties will be associated with the shells as with the rings; and as our solution of the latter case enables us to give definite results, I shall confine myself to this case." [7, 255. old.]

Azt is vizsgálta, milyen erő hat egy olyan részecskére, amely kissé eltér az egyensúlyi helyzetétől [7, 238. old.].

A részecskék számát fokozatosan növelve azt találta [7, 253. old.], hogy *egyetlen központi részecske elegendő a gyűrű stabilizálásához, amíg a gyűrűt alkotó részecskék száma legfeljebb nyolc.* Ennél több gyűrűrészecske esetén azonban már egyetlen központi részecske nem elég, n = 9-nél már kettő kell; ezek a középpont két átellenes oldalán helyezkednek el, illetve keringenek; n = 10 esetén három belső részecske helyezkedik el egy egyenlő oldalú háromszög csúcsain. A háromszög síkja nem feltétlenül esik egybe a gyűrű síkjával, de mindig párhuzamos vele. ***A számítások azt mutatták, hogy a külső részecskék n számának növelésével rohamosan növekedik a stabilitáshoz szükséges belsőrészecskeszám*** [7, 254. old.]:

n	5	6	7	8	9	10	15	20	30
p	0	1	1	1	2	3	15	39	101

Ha $p > 1$, akkor ezek nem lehetnek együtt a középpontban, hanem *kezd kialakulni egy belső gyűrű,* és ez így folytatódik. Ha például összesen 19 részecske van, akkor 12 alkot egy külső gyűrűt, 6 egy belsőt, egy részecske pedig a középpontban helyezkedik el. A gyűrűk síkja merőleges a keringés tengelyére. A különböző gyűrűk síkjai nem feltétlenül esnek egybe. A keringés biztosítja, hogy a gyűrű akkor is stabil, ha a részecskék a gyűrű síkjára merőlegesen eltávolodnak [7, 255. old.].

Alkalmazás az atomok szerkezetére [7, 255. old.]

Azt találjuk, hogy az ilyen gyűrűkből álló rendszerek sok tekintetben hasonlók a kémiai elemek atomjaihoz, nevezetesen: *a tulajdonságok nagyon hasonlóan függnek az atomsúlytól, mint ahogyan azt a periódusos rendszer leírja.* Tegyük fel, hogy az összesen N darab e töltésű részecske a lehető legegyszerűbben tölti ki a gyűrűket; ezen azt értjük, hogy minden gyűrűben a lehető legtöbb (n) részecskét helyezzük el [7, 256. old.].

Az így kiszámított rendszert a következő táblázat mutatja [7, 257. old.]:

N	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
n	20	19	18	17	16	16	15	13	12	10	8	5
n	16	16	15	14	13	12	10	9	7	5	2	–
n	13	12	11	10	8	6	5	3	1	–	–	–
n	8	7	5	4	3	1	–	–	–	–	–	–
n	3	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Vizsgáljuk meg a kapcsolatot ezen eredmények és a kémiai elemek atomjainak tulajdonságai között [7, 258. old.]. Az N = 60 csoportjai – a legkülső 20-as gyűrűtől eltekintve – azonosak az N = 40 csoportjaival. Látható, hogy *az atomok különböző csoportjait sorozatokba tudjuk osztani* úgy, hogy a sorozat minden tagja leszármaztatható az előző tagból oly módon, hogy egy részecskegyűrűt adunk hozzá [7, 259. old.]. Ez olyan, mint *Mengyelejev* táblázata.

Kiszámította azokat a sorozatokat is, amelyekben a legkülső gyűrű 20 részecskét tartalmaz; ezekben a teljes N részecskeszám: $59 \leq N \leq 67$ [7, 258. old.]:

N	59	60	61	62	63	64	65	66	67
n	20	20	20	20	20	20	20	20	20
n	16	16	16	17	17	17	17	17	17
n	13	13	13	13	13	13	14	14	15
n	8	8	9	9	10	10	10	10	10
n	2	3	3	3	3	4	4	5	5

N = 59-nél a belső gyűrűk még éppen csak elegendők a külső gyűrű stabilizálásához [7, 260. old.], a csoport pontosan az instabilitás szélén áll, ezért könnyen veszíthet el részecskét, tehát pozitív lesz. Ekkor viszont a környezetében lévő negatív részecskékre vonzást gyakorol. Ez a rendszer tehát nem lehet tartósan töltött [7, 261. old.]. Egy ilyen atom *sem elektropozitív, sem elektronegatív.* A 60 részecskét tartalmazó csoport a leginkább elektropozitív a sorozatban. Egy részecske elvesztésével még mindig stabil rendszer marad, úgy viselkedik, mint egy 1-vegyértékű elektropozitív elem atomja. Hasonlóan, a 61-es és 62-es csoport kettő, illetve három részecskét tud elveszíteni, tehát 2-, illetve 3-vegyértékű elektropozitív elem atomjaként viselkedik.

Tekintsük most a sorozat utolsó csoportja, a 67-es tulajdonságait! Ha ez felvesz egy részecskét, 21-es külső gyűrűt alakít ki, ami nagyon instabil, könnyen újra elveszíti a részecskét. Tehát – hasonlóan az 59-hez – ez sem lehet permanensen töltött; úgy viselkedik, *mint egy vegyérték nélküli* elem atomja. A 66-os a sor leginkább elektronegatív tagja, de csak egyetlen negatív részecskét tud megtartani. Ez a *66-os csoport tehát úgy viselkedik, mint egy 1-vegyértékű* elem atomja [7, 262. old.]. Hasonló gondolatmenettel belátható, hogy a 65-ös 2-, a 64-es csoport pedig 3-vegyértékű elem atomjaként viselkedik. A tulajdonságok e sorozata nagyon hasonló ahhoz, amit az elemek atomjai esetében megfigyeltek. Az elemek sorozatai:

He	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar

Mindegyik sorozat első és utolsó eleme vegyérték nélküli, a második egyvegyértékű elektropozitív elem, az utolsó előtti egyvegyértékű elektronegatív elem, a harmadik kétvegyértékű elektropozitív elem stb.

Ha elektronegatív atomok elektropozitívokkal keverednek, az elektronegatívok részecskét vesznek fel, tehát negatívok lesznek és vonzani fogják a pozitív töltésűeket, és így *vegyület alakul ki.*

Másodlagos részecskecsoportok az atomon belül [7, 263. old.]

Ha a nehezebb elemek atomjait könnyebb elemek atomjaiból – *szub-atomokból* – összetettnek tekintjük [7, 264. old.], akkor jogosan feltételezhető, hogy *a nehezebb atomok részecskéi másodlagos csoportokba, szub-atomokba rendezhetők,* ezen csoportok mindegyike egységként viselkedik.

> „If we regard the atoms of the heavier elements as produced by the coalescence of lighter atoms, it is reasonable to suppose that the corpuscles in the heavier atoms may be arranged in secondary groups or *sub-atoms* [ezen és a többi idézetben is kiemelés tőlem, A.I.] …"

Ha a részecskék ilyen csomókba tömörülnek, elérhető a stabilitás, ha ezek a csomók egyenletesen gyűrűbe rendeződnek – középen kisebb számú részecskével. Vegyünk példának egy 30 részecskéből álló gyűrűt, ha ezeket egyenletesen rendezzük el, akkor 101 részecskére van szükség középen, hogy a gyűrűt stabilizálja. Ha viszont a 30 részecskét tíz hármas csomóba rendezzük, akkor csak 3×3 = 9 belső részecskére lenne szükség, hogy a rendszer stabil legyen [7, 265. old.].

Radioaktív elemek atomjainak szerkezete [7, 265. old.]

Vannak részecskerendszerek, amelyek stabilak, ha a forgási sebesség nagyobb egy bizonyos értéknél, és instabilak, ha a sebesség ezen értéknél kisebb. Példa [7, 249. old.]: négy részecske egy négyzet négy csúcsán stabil lehet, ha a négyzet a síkban egy bizonyos sebességnél gyorsabban forog, azonban e sebesség alatt a rendszer instabil, és tetraéder alakzatba – csúcsain a részecskékkel – rendeződik át.

Tekintsük most egy olyan atom tulajdonságait, amelynek részecskéi eredetileg a kritikus sebességnél gyorsabban forogtak. A mozgó részecskék által kibocsátott sugárzás következtében a sebesség – nagyon lassan – csökken, hosszú idő után eléri a kritikus értéket, a részecskék szétrobbannak és messzire eltávolodnak. A kinetikus energia elegendő lehet arra, hogy a rendszer elhagyja az atomot és – mint a rádium esetében – az atom egy része kilökődik. Mivel a sugárzási energiaveszteség nagyon lassú, az atom élettartama nagyon hosszú. *Minden ilyen rendszer,* amelynek stabilitásához forgás kell, a fokozatos sugárzási energiaveszteség következtében *radioaktív tulajdonságokkal rendelkezik.*

> „We have taken the case of the four corpuscles as the type of a system which, like a top, requires for its stability a certain amount of rotation. Any system possessing this property would, in consequence of the gradual dissipation of energy by radiation, give to the atom containing it radioactive properties similar to those conferred by the four corpuscles."

✧

Angliában különös érdeklődést keltettek Rutherford azon eredményei, amelyekkel kimutatta, hogy a sok, látszólag különálló aktivitás néhány nagy sorozatba rendezhető. Ezekért a vizsgálatokért kapja meg 1904-ben a Royal Society rangos kitüntetését, a Baker-érmet. A kitüntetés átvétele alkalmából tartott előadás anyaga nyomtatott formában is megjelenik [9], egy rövid összefoglalót a *Nature* is közöl [10]. Az 52 oldalas közlemény addigi munkásságának átfogó ismertetése, ezért néhány részletet érdemes kiemelni.

Matematikai leírást ad az egymáshoz kapcsolódó aktivitásokra, a radioaktív bomlási sorokra. Ábrán és táblázatban is közli a megállapított kapcsolatokat a különböző radioaktív elemek között. Az uránt és a rádiumot még külön sorozatban helyezi el, bár kifejezi azt a gyanúját, hogy közös sorozatba tartoznak. Erre azonban még nincs kísérleti bizonyítéka.

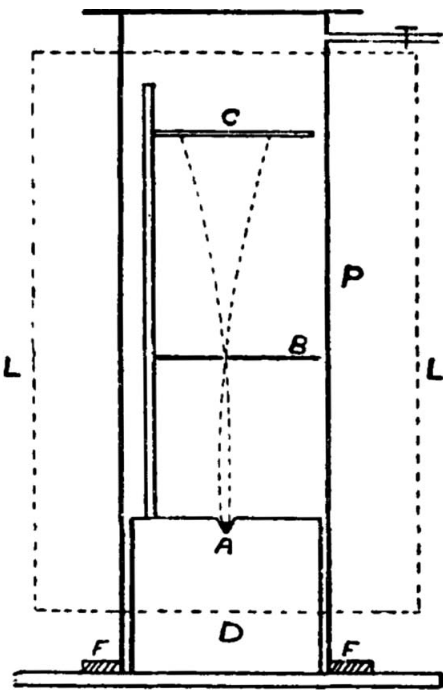
Becslést ad a radioaktív α-bomlásból származó energiára, és felhívja a figyelmet, hogy ez nagyságrendekkel nagyobb az ismert kémiaireakció-energiáknál, érdemes őt idézni [9, 210. old.]:

> „The amount of energy liberated, weight for weight, is over 100,000 times greater than has previously been observed in any chemical reaction."

Gyanítja – de bizonyítania még nem sikerül –, hogy az α-részek valójában elektromos töltésű héliumatomok (*atommagot* akkor még nem ismertek!).

> „The α particles, in all probability, consist of helium atoms expelled at the successive stages of the disintegration."

De még gondja van a töltés kísérleti meghatározásával, ennek okát egy feltételezett *másodlagos sugárzás* kompenzáló hatásának tulajdonítja [9, 212. old.]:



3. ábra. Rutherford tökéletesített mérőberendezése az α-sugarak mágneses térben történő eltérésének mérésére [11, 166. old.].

> „The failure to detect the charge carried by the α rays is probably due in part to a strong secondary ionization set up by the α rays."

Ez a feltételezés később is felmerül.

Új technika, új eredmények

Rutherford következő munkája során még részletesebb vizsgálat alá veszi az α-sugárzást [11]. Ismeri *Bragg* és *Kleeman* kísérletének eredményét, amelyben – nagyon vékony rádium-bromid réteget alkalmazva – megmutatták, hogy négy, különböző sebességű α-sugár lép ki. A vastag Ra-preparátumokban a fékezés és önabszorpció révén még ez az energiaeloszlás is elmosódik, ezért vastag rádiumpreparátumból nem várható monoenergiás α-sugárnyaláb. Ezen akar változtatni: későbbi kísérleteiben vékony és monoenergiás forrást alkalmaz.

Új kísérleti berendezését – amely egy 1903-ban Becquerel által alkalmazott elrendezés tökéletesített változata – a *3. ábra* mutatja [11, 166. old.]. Egy 1 cm hosszú, 0,5 mm átmérőjű drótdarabra rádiumemanációból képződő RaC-t csapat ki (^{214}Bi, a rádium bomlási sorának negyedik tagja); ennek α-sugárzása egyetlen energiával rendelkezik. A réteg vékonysága miatt nincs önabszorpció, sem fékeződés. Ezt a drótdarabot a berendezés alján lévő *A* vályúban helyezi el. E felett 2 cm-re lévő *B* fémlapon egy keskeny rés alakítja ki azt a vékony α-nyalábot, amely a további 5 cm-re elhelyezett *C* fényérzékeny lemezre esik.

Az egész berendezés egy vákuumra szívható hengeres tartályban helyezkedik el. Az elrendezésre merőleges, közel homogén mágneses teret egy elektromágnes két pólusával alakítja ki, a szaggatott vonallal jelzett *L* térfogatban.

A nagy légrés miatt a mágneses tér értéke csak mérsékelt volt, ezért a nyaláb elhajlása kicsi, néhány milliméter nagyságrendű. Ezt oly módon kétszerezi meg, hogy nem a térmentes helyzettől méri az eltérést, hanem a mágnesező áram irányát változtatja meg. Ezért az előhívott fényérzékeny lemezen látható két csík távolságának fele adja az eltérést, ebből számítja az *R* görbületi sugarat. A *4. ábra* (egy későbbi közleményből [12]) annak eredményét mutatja, hogy a forrásnál vékony csillámlemezzel kettéválasztott nyaláb felső részén nyolc vékony alumíniumfóliát helyezett el; az alsó rész pedig fedetlen. Jól látható, hogy a fóliák által lefékezett részecskék jobban, körülbelül 4 mm távolságra terülnek el.

Az

$$e\,v\,H = \frac{m\,v^2}{R}$$

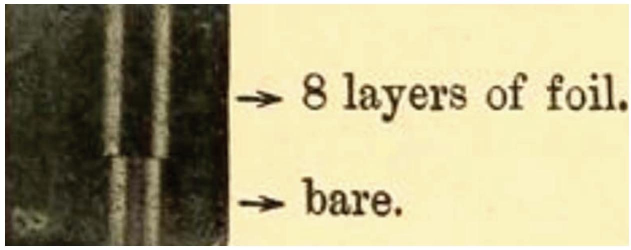
egyenletből a

$$H\,R = \frac{m\,v}{e}$$

összefüggést kapjuk, *H* és *R* ismeretében a jobb oldal értéke is ismert. Rutherford az e/m és a v szétválasztására elektrosztatikus eltérítést kívánt volna alkalmazni, de technikai nehézségek miatt e helyett megelégedett a sebesség – hőtermelésből kapható – becslésével. Az eredmények egyre inkább alátámasztották azt a feltevést, hogy az α-sugarak tulajdonképpen héliumatomok, amelyek a kibocsátáskor valami módon töltést és sebességet kapnak a bomló magtól.

Rutherfordnak azonban volt egy nyugtalanító megfigyelése is, amikor a különböző vastagságú alumíniumrétegeken áthaladt α-részek sebességváltozását vizsgálta. Azok a részecskék, amelyek sebessége az eredeti érték körülbelül 2/3 részére csökkent, már nem hagytak nyomot a fényképező lemezen. Ugyanilyen csökkenést tapasztalt a gázionizációban és a szcintillációnál is. Ezt a jelenséget valamiféle, eddig ismeretlen *másodlagos hatásnak* tulajdonítja. Nem ért egyet Becquerellel, aki a szcintillácó megszűnését a kristály – α-bombázás miatti – sérülésével magyarázza. A vitába belépett W. L. Bragg és Kleeman is. (Ma feltételezhetjük, hogy itt is a sebesség csökkenésével járó *töltésváltozásról* van szó: a kétszeres pozitív töltésű He^{++}-ionok lefékeződve felvesznek egy elektront. Az így képződött egyszeres töltésű He^{+}-ion már sokkal kevésbé ionizál. Ezek a *töltéscsere-folyamatok* ma lényeges szerepet játszanak a nagyenergiájú nehézion-gyorsítókban.)

Ezzel csaknem azonos időben Becquerel – vastag rádiumpreparátummal és levegőben mérve – nem állandó, hanem a pálya mentén fokozatosan növekvő *R* görbületi sugarat, tehát folyamatosan növekvő *HR* értéket tapasztal. Ő ezt úgy értelmezi, hogy az α-részecske a pálya mentén a levegővel érintkezve, abból valamilyen anyagrészeket szed fel, és ez az *m* tömeg megnövekedésére vezet [6, 486. old.]. Rutherford szerint azonban nem ez a helyes magyarázat, hanem az, hogy a heterogén energiájú rádiumforrás, a vastag réteg önabszorpciója, valamint a levegő fékezése nagyon széles α-energia-spektrumot hoz létre, és végül ezért adódik a nagy görbületi sugár. Becquerel azonban – kísérleti eredményeire hivatkozva – vitatja Rutherford fenti álláspontját [6, 488. old.]:



4. ábra. Az α-sugárnyalábok által hagyott nyomok a fényképező lemezen. A felső részen az alumíniumfóliák fékezése miatt a sebesség kisebb, ezért az eltérítés nagyobb [12, 1. ábra].

> „Cette nouvelle expérience, confirmant les conclusions que javais déduites de mes premières observations, conduit à rejeter les interpretations de MM. Bragg, Kleeman et Rutherford."

Rutherfordnak végre sikerül kísérlettel igazolnia azt a régi sejtését, hogy az α-sugárzás pozitív töltésű részecskékből áll, és azt is, hogy e részecskék már keletkezésük pillanatában töltéssel rendelkeznek, nem a környező anyagi közegben ionizálódnak [13, 200. old.]. A mérést zavaró elektronáramot mágneses térrel téríti el. Azonban még mindig nem sikerül tisztáznia, hogy ezen elektronok is a radioaktív bomlás során keletkeznek-e, vagy az α-sugárzás hatására a kísérleti berendezés elektródáiból lépnek ki. Ezt a jelenséget *másodlagos sugárzásnak* nevezi [13, 201. old.]:

> „It seems probable that these electrons constitute a type of secondary radiation which results from the impact of the α particles on matter."

Első 1906-os cikke is [12] a rádium α-sugárzásának tulajdonságaival foglalkozik, különös tekintettel a Becquerellel vitatott mérésekre. Átveszi Becquerel technikai ötletét: a keskeny α-nyalábot egy csillámlemezzel megfelezi, és e két részen különböző elnyelő rétegeken áthaladt sugárnyaláb mágneses térben történő eltérülését vizsgálja. Így készült – a már fentebb bemutatott – fénykép vákuumban(!): a felső rész nyolc Al-fólia-takarással, az alsó rész pedig takarás nélkül, *4. ábra* [12, 1. ábra]. Jól látható, hogy a fóliák által lefékezett nyalábot a mágneses tér jobban eltéríti.

Egy kis anomália, amely történelmet ír

Mivel Becquerel minden mérését levegőben végezte, Rutherford ellenőrzésképpen meg akarja vizsgálni, vajon milyen hatással van a levegő a felvételekre. Ezért egy olyan kísérletet végez el, ahol a nyaláb felső része levegőn, alsó része vákuumban halad át [12]. A bonyolult kísérlet végrehajtása több lépésben történt, a részletes leírást mellőzzük. Az *5. ábrán* nemcsak az látható, hogy a felső részen a csíkok távolsága kissé nagyobb, mint az alsó részen – tehát a levegőben a nyaláb kissé fékeződik –, hanem az is, hogy a felső csíkok kevésbé élesek!

Ez azt jelenti, hogy az α-sugárzás nemcsak eltérül a mágneses tér hatására, hanem *szóródik* is a levegőn történő áthaladáskor [12, 176. old.].

És itt lép be a zseniális nyomozó megérzése: Rutherford ezt az alig észlelhető effektust olyan lényegesnek tartja, hogy a cikk összefoglalójának (5) pontjában külön meg is fogalmazza:

> „(5) There is evidence of a distinct scattering of the rays from radium C in their passage through air.”

Ez a megfigyelés volt az atommag felfedezésének kiindulópontja, a „kutatóárok” kezdete!

A következő feladat: meg kell vizsgálni, hogy szilárd fékező közegben is fellép-e a szóródás?

> Experiments are in progress to see whether this scattering also occurs in the passage of the rays through a solid substance.” [12, 174. old.]

Csillámlemezzel fedi be az *S* rés alsó felét; a felső részen pedig a részecskék vákuumban, szabadon mozogva eltérülnek a mágneses térben (bal oldalt a *6. ábrán*) tér nélkül egyenes vonalban terjedve egyetlen vonalat adnak (*6. ábrán* jobbra). Most a szóródás hatása sokkal jobban kivehető, mint a teljes térfogatban elosztott levegő esetén, a felvétel önmagáért beszél, *6. ábra* [14, 3B ábra].

A berendezés geometriai adatai alapján a szóródás szögére is becslést tud végezni; eredményül azt kapja, hogy egyes α-részek a csillámfólián történt áthaladáskor 2°-os eltérítést szenvednek [14, 144. old.]:

> „Some of the α rays in passing through the mica have been deflected from their course through an angle of about 2°.”

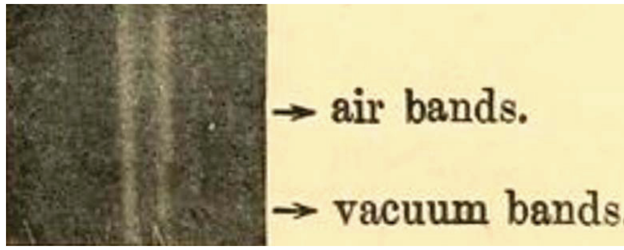
Ez a kis szög – a Thomson-modell alapján – már nagy eltérésnek számított! És gondolatban máris továbblép [14, 145. old.]:

> „It is possible that some were deflected through a considerably greater angle; but, if so, the atoms of matter must be the seat of very intense electrical forces.”

Közjáték

A Rutherford által megfigyelt két új jelenség – a *másodlagos sugárzás* és az *α-részek szóródása* – mások érdeklődését is felkeltette, váltakozó következtetésekkel.

Prágában *B. Kučera* és *B. Mašek* vizsgálatokat folytattak a másodlagos sugárzás kimutatására. Arra következtetésre jutottak, hogy másodlagos sugárzás nincs, hanem az α-részek a levegőben vagy fémfóliában szóródást szenvednek [15]:



5. ábra. Az első – levegőben történt – α-szóródást kimutató felvétel [12, 3. ábra].

> „Die α-Strahlen beim Durchgang durch eine Luftschicht eine diffuse Zerstreuung erleiden (scattering of the α-rays).”

1907 januárjában W. H. Bragg előadást tart egy ausztrál tudományos társaság előtt. Itt kifejti, hogy sem a Rutherford-féle *másodlagos sugárzást,* sem a Kučera-féle α-szórást nem szükséges feltételezni, hanem csak alkalmazni kell már ismerős törvényszerűségeket [16].

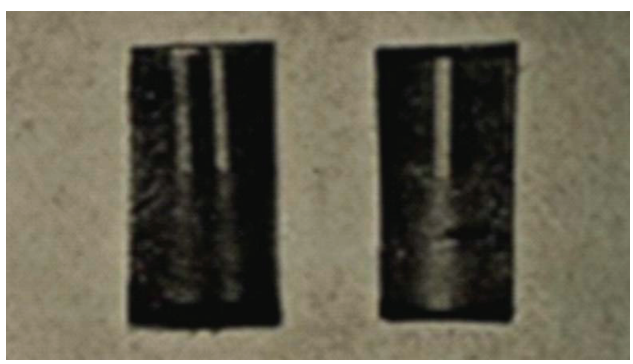
Edgar Meyer méréseket és számítást is végzett α-sugarak elnyelődésére két különböző anyagú, egymás mögött elhelyezett abszorbensfóliával, annak vizsgálatára, hogy a teljes elnyelés mennyiben függ a fóliák sorrendjétől (például Al → Sn, majd Sn → Al). Arra a következtetésre jutott, hogy az eredmények értelmezéséhez sem a másodlagos sugárzás, sem az α-szórás feltételezésére nincs szükség [17]:

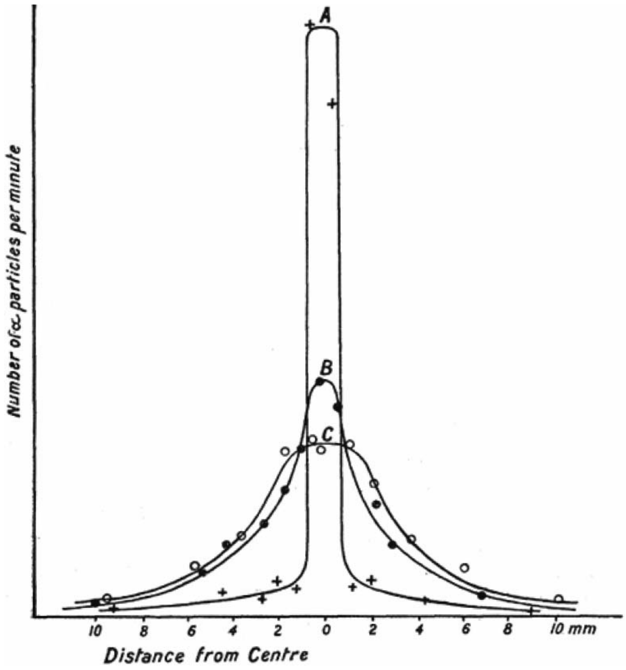
> „Nach einer älteren Anschauung von Rutherford sollten an der Hinterseite der ersten absorbierenden Schicht Sekundärstrahlen auftreten. Kučera und Mašek glauben die erscheinung auf eine diffuse Zerstreuung der α-Strahlen in den Metallen zurückführen zu können. Nach meiner Auffassung braucht man keine dieser Hypothesen anzunehmen.”

Lise Meitner 1907-ben tudományos továbbképzésre Berlinbe megy, elsősorban azért, hogy *Max Planck* előadásait hallgassa. De beszámol kísérleti munkájáról is [18], és arra a következtetésre jut, hogy az α-szóródás valóban létrejön:

> „Es ergibt sich demnach, dass die von Kučera und Mašek angenommene Zerstreuung der α-Strahlen beim Durchgang durch Metalle wirklich vorhanden ist.”

6. ábra. Vákuumban haladó (felső rész), illetve csillámban szórt (alsó rész) α-nyalábot mutató felvétel kétirányú mágneses térben (bal oldali ábra), illetve tér nélkül (jobb oldali) [14, 3B ábra].





7. ábra. Vákuumban (*A*), illetve aranyfóliákon történt α-szóródást mutató ábra. *B* görbe: egy fólia, *C* görbe: két fólia alkalmazásával [19, 176. old.].

Út a megoldás felé

Rutherfordot 1907-ben meghívják Angliába, a manchesteri Victoria Egyetemre. A már itt dolgozó *Hans Geiger* asszisztens nagy segítséget jelent későbbi kutatásai során. Rutherford javaslatára 1908-ban Geiger részletes vizsgálat alá veszi az α-szóródást [19]. A radioaktív forrásból származó α-nyalábot vákuumban, vékony résen engedi át egy szcintillációs ernyőre, amelyen mikroszkóppal számolja a látótérbe eső felvillanások számát. Ez a módszer sokkal érzékenyebb és pontosabb – de fárasztóbb – a Rutherford által eredetileg használt fényképező lemeznél. Elvégzi a mérést úgy is, hogy a forrást különböző vastagságú aranyfóliákkal fedi. A kísérlet során Geiger a *7. ábra* szerinti eloszlásokat kapja [19, 176. old.].

A vízszintes tengely a mikroszkóp helyzetét mutatja a réssel szembeni középponthoz képest. A rés és az ernyő távolsága 54 cm; tehát még a legnagyobb, 10 mm-es eltérés is nagyon kis szórási szögnek felel meg. Az *A* görbe a vákuumban felvett eloszlást mutatja. A *B* görbe egy vékony aranyfóliával fedett réssel készült, míg a *C* görbe pontjainak felvételénél két aranyfólia volt a rés felett. A cikk záró bekezdésének egy figyelemre méltó mondata [19, 177. old.]:

„It will be noticed that some of the particles after passing through the very thin leaves were deflected through quite an appreciable angle.”

Éppen ezért, hogy a – csak gyanított – nagyszögű szórást is detektálni lehessen, Geiger 1909-ben egy felsőéves hallgató, *E. Marsden* bevonásával olyan új kísérleti berendezést épít, amellyel még a 90°-nál nagyobb szögben szóródott α-részek is észlelhetők, és ezzel az eszközzel végeznek újabb méréseket. Az eredmények egyre érdekesebbek [20, 498. old.]:

„It seems surprising that some of the α-particles can be turned within a layer of 6×10^{-5} cm gold *through an angle of 90° and even more.*”

Tehát a *visszaszóródás* most már nem pusztán gyanú, hanem kísérleti tény! Rutherford erre így emlékezik vissza [21, 38. old.]:

„It was quite the most incredible event that happened to me in my life. It was almost as incredible as if you had fired a 15-inch shell at a piece of tissue paper and it came back and hit you.”

Ez a hihetetlen esemény foglalkoztatta Rutherfordot 1910–11 telén. A fejleményről Geiger számolt be *Chadwickhez* írt levelében:

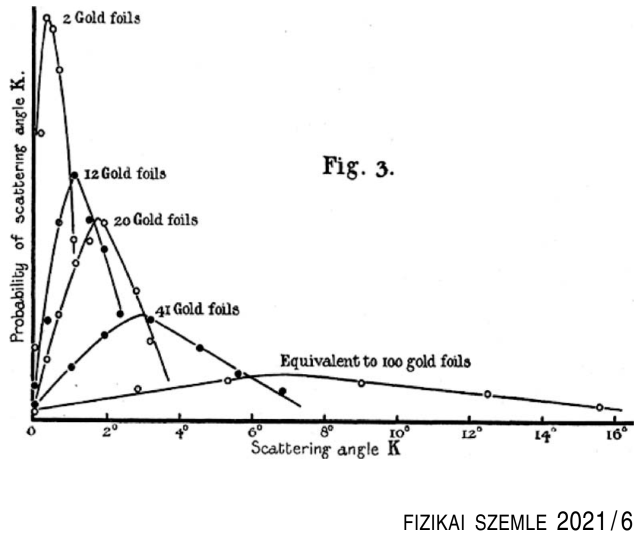
„One day, obviously in the best spirits, he came into my room and told me that he now knew what the atom looked like and how the large deflections were to be understood. On the very same day I began an experiment to test the relation expected between the number of particles and the angle of scattering.”

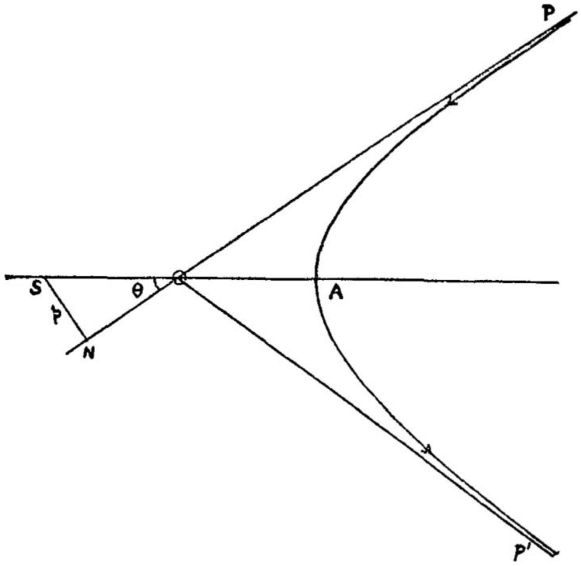
1910-ben Geiger egy újabb kísérletsorozatot végez [22], amelynek során különböző aranyréteg-vastagságokhoz tartozó szóródási szögek gyakoriságát veszi fel, *8. ábra.* De még mindig csak *többszörös szórás* feltételezéséről van szó, tehát arról, hogy a kísérletileg mért nagy szögek több, egymás után következő, kisebb szögű esemény összegződéséből alakulnak ki. De most Geiger az új mérési eredmények, valamint a korábbi, Marsdennel végzett mérésük adatai alapján becslést végez, és arra a következetésre jut, hogy *nagyon kicsi a valószínűsége annak, hogy ez a szórás sok kis eltérítés összege legyen.* Egy sejtelmes mondattal zárja a fejezetet:

„It does not appear profitable at present to discuss the assumption which might be made to account for this difference.”

Talán sejti, de nem meri kimondani, hogy *egyetlen ütközésben történhet ilyen nagy eltérés!*

8. ábra. Különböző vastagságú aranyfóliákon szórt α-részek szögeloszlása [22, 497. old.].





9. ábra. Rutherford 1911-es *Philosophical Magazine*-beli cikkének 1. ábrája, amelyen megjelenik a pontszerű mag által hiperbolapályára kényszerített α-részecske [25, 672. old.].

Egy új, más világ!

De Geiger helyett kimondja Rutherford: 1911 februárjában a Manchesteri Irodalmi és Tudományos Társaság (The Manchester Literary & Philosophical Society) ülésén Rutherford megteszi történelmi bejelentését [23, 19. old.]:

> „It seems certain that these large deviations of the particle are produced by *a single atomic encounter*."

Ennek értelmezéséhez pedig fel kell tételezni, hogy az atom egy *pontszerű* elektromos töltésből és azt egyenletes gömbszimmetrikus eloszlással körülvevő, azonos mennyiségű ellentétes töltésből áll:

> „In order to explain these and other results, it is necessary to assume a type of atom which consists of a *central electric charge concentrated at the point* and surrounded by a uniform spherical distribution of opposite electricity equal in amount."

Modellje alapján kvantitatív előrejelzést ad a szórási hatáskeresztmetszet szögfüggésére, hogy tudniillik az arányos az

$$\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

értékkel. Szükségesnek tartja még hozzátenni, hogy a vázolt atommodell megmagyarázza a kísérleti eredményeket, függetlenül attól, hogy a központi töltés pozitív vagy negatív [23, 20. old.]:

> „The main results of large scattering are independent of whether the central charge is positive or negative."

Ugyanezen alkalommal, közvetlenül Rutherford előadása után számol be Geiger arról a méréssorozatról, amelynek során a 30° és 150° szögtartományban ellenőrizte a Rutherford-formula érvényességét egy aranyfólián történő szórással, szcintillációs detektálással, és hibahatáron belül egyezést talált a számított és mért értékek között [24].

1911 áprilisában Rutherford beküldi a részletes – húsz oldalas – cikket a *Philosophical Magazine*-nak[1] [25]. A bevezetőben kitér arra is, hogy a Thomson-féle atommodell [7] által jósolt kisszögű szórás nehézségeire már *Crowther* elektronszórási kísérlete is rávilágított [26]: ha a Thomson modell igaz, akkor a kísérleti szórás értelmezéséhez háromszor annyi elektronnak kell lennie az atomban, mint ami az atomsúlya. (Az eredeti Crowther-cikket tanulmányozva pedig azt látjuk, hogy ez még csak egy alsó határ: a két vizsgált modell közül a jobbnak elfogadott érték.)

Ebben a cikkében Rutherford már a szórási hatáskeresztmetszetre vonatkozó számítások részleteit is közli. Számszerű becslést ad az α-rész legkisebb megközelítési távolságára (b = 3,4·10^{-12} cm) [25, 671. old.]. Ez tehát egyúttal felső határ a magsugárra. Közleménye 1. ábráján berajzolja a hiperbolapályát, a magtól számított ütközési paraméterrel – akárcsak egy mai tankönyv ábráját látnánk (*9. ábra*).

Epilógus

Rutherford a számításokhoz – egyszerűsítő feltételként – a magot pontszerűnek fogadja el, de már számol azzal a lehetőséggel, hogy *a mag kiterjedt és összetett,* és hogy ez további vizsgálat tárgya lehet [25, 686. old.]:

> „It is of interest to examine how far the experimental evidence throws light on the question of the extent of the distribution of the central charge."

Az eddigi kísérleti anyag alapján mindenesetre úgy véli, hogy a nagyszögű szórást a teljes központi töltés egésze okozza és nem az összetevők:

> „It is simplest to suppose that the *large single deflexions are due to the central charge as a whole,* and not to its constituents."

És itt már egy másik téma kezdődik: az atommag mérete és szerkezete.

Irodalom

1. E. Rutherford: Excited Radioactivity and the Method of its Transmission. *Phil. Mag. 5* (1903) 95.
2. H. Becquerel: Sur la radioactivité de luranium. *Comptes Rendus 133* (1901) 977.
3. E. Rutherford: The Magnetic and Electric Deviation of easily absorbed Rays from Radium *Phil. Mag. 5* (1903) 177.
4. H. Becquerel: Sur la déviabilité magnétique et la nature de certains rayons émis par le radium et le polonium. *Comptes Rendus 136/1* (1903) 199.
5. H. Becquerel: Sur une propriété des rayons α du radium. *Comptes Rendus, 136* (1903) 1517.

[1]Ernest Rutherford történelmi cikke megnézhető-letölthető a http://fizikaiszemle.hu/extra/Angeli2106/E_Rutherford_PhilMag_21_669_1911.pdf helyről.

6. H. Becquerel: Sur quelques propriétés des rayons α du radium. *Comptes Rendus 11* (1905) 485.
7. J. J. Thomson: On the Structure of the Atom: an Investigation of the Stability and Periods of the Oscillation of a number of Corpuscles arranged at equal intervals around the Circumference of a Circle; with Application of the results to the Theory of Atomic Structure. *Phil. Mag. 7* (1904) 237.
8. Simonyi K.: *A fizika kultúrtörténete*. Gondolat Kiadó, Budapest, (1978).
9. E. Rutherford: The Succession of Changes in Radioactive Bodies. Bakerian Lecture. *Phil. Trans. Roy. Soc. A204* (1904) 169.
10. E. Rutherford: The Succession of Changes in Radioactive Bodies. *Nature 70* (1904) 161.
11. E. Rutherford: Some Properties of the α-Rays from Radium. *Phil. Mag. 10* (1905) 163.
12. E. Rutherford: Some Properties of the α-Rays from Radium. *Phil. Mag. 11* (1906) 166.
13. E. Rutherford: Charge carried by the α and β Rays of Radium. *Phil. Mag. 10* (1905) 193.
14. E. Rutherford: Retardation of the α-Particle from Radium in passing through Matter. *Phil. Mag. 12* (1906) 134.
15. B. Kučera, B. Mašek: Über die Strahlung des Radiotellurs III. Die Sekundärstrahlung der α-Strahlen. *Physikalische Zeitschr. 7* (1906) 650.
16. W. H. Bragg: The Influence of the Velocity of the α particle upon the Stopping Power of the Substance through which it passes. *Phil. Mag. 13* (1907) 507.
17. E. Meyer: Die Absorption der α-Strahlen in Metallen. *Physikalische Zeitschr. 8* (1907) 425.
18. L. Meitner: Über die Zerstreuung der α-Strahlen. *Physikalische Zeitsch. 8* (1907) 489.
19. H. Geiger: On the Scattering of α-Particles in Matter. *Proc. Roy. Soc. 81* (1908) 174.
20. H. Geiger, E. Marsden: On a Diffuse Reflection of the α-Particles. *Proc. Roy. Soc. 82* (1909) 495.
21. W. E. Burcham: *Nuclear Physics. An Introduction*. 2nd Ed. Longman (1973).
22. H. Geiger: The Scattering of the α-Particles by Matter. *Proc. Roy. Soc. 83* (1910) 492.
23. E. Rutherford: The Scattering of the α and β Rays and the Structure of the Atom. *Manchester Mem. 55* (1911) 18.
24. H. Geiger: The Large Scattering of the α Particles. *Manchester Mem. 55* (1911) 20.
25. E. Rutherford: The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom. *Phil. Mag. 21* (1911) 669.
26. J. A. Crowther: On the Scattering of Homogeneous β-Rays and the Number of Electrons in the Atom. *Proc. Roy. Soc. 84* (1910) 226.

A FIZIKA TANÍTÁSA

SZABADULÓSZOBA A FIZIKAÓRÁN

– tanteremben és online

Nógrádi Zsófia
ELTE Radnóti Miklós Gyakorló Általános Iskola
és Gyakorló Gimnázium

Sokszor hallani, hogy a pedagógusok hétköznapi tapasztalataikat is beleszövik a tanításba. Ha ezt halljuk, elsősorban a mindennapi életből vett feladatokra, alkalmazásokra, eszközökre gondolunk, de ennél jóval többről van szó. Pár éve ismerkedtem meg a szabadulószobák világával, ami olyannyira magával ragadott, hogy gyakorló tanárként úgy döntöttem, ezt az élményt a diákjaimmal is megosztom.

Hazánkban a szabadulószobák, a szórakoztatóipar egy új ágának számítanak, hiszen az első 2011-ben nyitotta meg kapuit. A játék jelentősége az, hogy adott idő alatt logikai, ügyességi feladatokat kell elvégezni, hogy kijussunk egy bezárt szobából, vagy megoldjunk egy rejtélyt. Az idő sürgetése, a feladatok érdekessége, a rejtély felderítése okozta izgalom serkenti a feladatmegoldók hatékonyságát.

A szabadulószobák fejlesztik a kreatív, sokoldalú gondolkodást, és a különböző dolgok közti összefüggések keresését szorgalmazzák, így jelentős fejlesztő tulajdonságokkal rendelkeznek a szórakozás mellett.

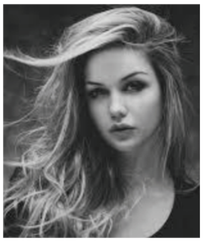
A nemzetközi irodalomban a szabadulószobák használatának ötlete a tanításban mindössze 9 éve jelent meg *Hoellwarth, Moelter* írásában [1]. A magyar nyelvű oktatásban cikkeivel *Vörös Alpár* kolozsvári tanár hívta fel rá a figyelmet [2, 3]. Egészen más témakörökben az elmúlt tanévben 8., 9. és 10. évfolyamon tartottam 5 ilyen foglalkozást (45 perces terjedelemben). Az alábbiakban ezekkel kapcsolatos tapasztalataimról számolok be.

Nógrádi Zsófia az ELTE Radnóti Miklós Gyakorló Általános Iskola és Gyakorló Gimnázium matematika–fizika szakos tanára. Az ELTE-n 2020-ban végzett okleveles középiskolai matematika- és fizikatanárszakon, valamint fizikus diplomát szerzett informatika specializációval.

Pedagógiai jelentőségei

A fentieken túl jelentősen támogatja az oktatásban egyre nagyobb helyet kapó gamifikációt,[1] amelynek hatékonyságáról és pozitív hozadékairól többen szá-

[1]Játékelemek felhasználása az oktatásban, vagy más munkafolyamatok során.

 Kiss Béla Kor: 36 év Foglalkozás: ékszerszakértő Indíték: az ellopott ékszerek között van egy diadém, amit feltehetően Sisi hercegné ajándékozott az egyik szolgálójának.	 Molnár Ernő Kor: 75 év Foglalkozás: nyugdíjas Indíték: az ékszerbolt régi dolgozója, aki évekig minimálbérért dolgozott. Végül a nyugdíj előtt 2 hónappal az üzlet vezetője kirúgta.	 Nagy Anikó Kor: 41 év Foglalkozás: a Pandóra ékszerlánc vezetője Indíték: a jólmenő ékszerbolt hírnevének csorbítása.	 Pál Géza Kor: 29 év Foglalkozás: bróker Indíték: az üzletlánc tulajdonosa elszerette tőle a menyasszonyát.
 Piti Attila Kor: 43 év Foglalkozás: banki szakértő (a tulajdonos nagybátyja) Indíték: családi öröködési viták.	 Antal Tiffany Kor: 28 év Foglalkozás: háztartásbeli (a tulajdonos felesége) Indíték: féltékenység.	 Süle Mihály Kor: 37 év Foglalkozás: a Tiffany & Co. könyvelője Indíték: feltételezhető kapcsolat a feketepiaccal.	 Németh Aranka Kor: 63 év Foglalkozás: ékszer értékbecslő Indíték: szenvedélyesen szereti az ékszereket, az egyik nyakéket mindig is magának akarta.
Németh Aranka nem elég magas a bűntett elkövetéséhez. Pál Géza pedig egy kézműtét miatt nem tudta volna betörni az üzlet ablakát.	Süle Mihály térde egy tenisz meccsen megsérült két héttel a bűncselekmény előtt és azóta is mankóval jár. Nagy Anikó nem ismerhette az ékszerbolt védelmi rendszerét.	Antal Tiffany tériszonyos, így nem ugorhatott ki a 3. emeletről. Kiss Béla nem ismerhette annyira az ékszerbolt tervrajzát, hogy megtalálja az elrejtett lépcsőt a 3. emeletre.	Piti Attilának nincs kocsija.

Kinematika szabadulószoba (ékszerrablás, tettesek és nyomok listája) – összefoglaló

molnak be, akár olyan neves műsorokban is, mint a TED.[2] Az irodalomjegyzékben megadok három TED-epizódot, amelyet a gamifikációval kapcsolatban érdemes megnézni [4–6].

A már említett kreatív és gondolkodási képességfejlesztés mellett a kooperációt is segítik a szabadulószobás játékok. A gondolkodási képességeken belül a kombinatív és a logikai képességre fókuszál, de a játék jellegétől függően a konvertáló, rendszerező, induktív vagy deduktív gondolkodás képessége is fejleszthető. A játék keretében a diákok kevésbé érzik száraznak a feladatmegoldást, látnak egy közvetlen célt – a jó jegyen és tudáson kívül – amiért érdemes elvégezni a feladatokat. Pedagógiai szempontból kijelenthető, hogy van létjogosultságuk az oktatásban az ehhez hasonló tevékenységeknek.

A sokszor felmerülő kifogás az idő, amire a pedagógusok hivatkoznak a folyamatos időszűke miatt. Eddig 8. 9. és 10. évfolyamon tartott a szabadulószobákhoz hasonló tematikus órák alapján azt mondhatom, hogy a gyerekek körülbelül ugyanannyi feladat megoldására képesek így, mintha csak simán kiadnám a feladatokat. Bár a kiegészítő játékelemek plusz időt jelentenek, de nagyobb az ösztönzés az elvégzésükre, és a játékelemek az óra azon részeit is hasznosítják, amiket a diák a természetes koncentráláskieséssel töltene.

Miért hasznos a fizikatanításban?

A tudományok terén még ezeken felül további előnyöket is mutatnak a rejtvényfejtő játékok. Az ilyen feladatok tökéletesen alkalmasak arra, hogy megmutassák, azt, miként használják a tudományokat a különböző szakmák, vagy a hétköznapi eszközök működésében, tervezésében milyen fontos szerepe van a fizikának. Arról a fontos előnyről nem is beszélve, hogy mindeközben gyakorlati feladatokat, kísérleteket végezhetnek játékos köntösben. Sok esetben a motiválás szerepét tölthetik be az ilyen jellegű órák, hiszen a diákság érdeklődési körének megfelelő tematikát választhatunk, ami lehet az adott korosztályban felkapott sorozat, film vagy játék. Idősebb korosztályok esetén a pályaorientációt is lehet támogatni, megmutatva az egyes szakmák mindennapjait, amiben a fizikát hallgatólagosan is használják a munkában. A mindennapi témákat is elő lehet venni, főleg az energiafelhasználással, -termeléssel kapcsolatban, de a napjainkban egyre fontosabbá váló új technológiákat használó eszközök esetén is. Feladat megoldás során arra is felhívhatjuk a figyelmet, hogy a híreket mindig kritikusan értékeljék és ne higgyenek el mindent, amit olvasnak.

[2]Konferenciasorozat, amelyben az előadóknak rövid idő áll rendelkezésükre. A szervezet jelszava: „ideas worth spreading", vagyis azokat a témákat támogatják, amelyeket továbbadásra érdemesnek ítélnek.

Eddigi munkáimról röviden

Eddigi munkáim elsősorban gyakorló vagy összefoglaló órára készültek, ugyanis a diákjaimon azt láttam, hogy a feladatmegoldására nehezen tudnak koncentrálni, ha nincsen rajtuk plusz nyomás (mint például a jegyszerzés).

Gondolkodni kezdtem, milyen plusz motivációval állhatnék elő, így készítettem első szabadulószobámat a 9. évfolyamos diákjaimnak a *Munka, energia* témakörben. E témához kapcsolódóan hamar adódott a kerettörténet ötlete, hiszen a ballisztikusok is hasonló számolásokat végeznek a fegyverek azonosításakor, így egy gyilkossági nyomozásban való részvétel volt a feladatuk. Én a rendőrkapitány szerepében „játszottam” velük. Az első feladatok még nem a bűntetthez tartoztak, ezek helyes megoldását kellett a főkapitánynak bemutatniuk, hogy megbízza őket a nyomozással. Ezzel máris minden csapat megfejtett 3 feladatot, amelyek megoldását leellenőriztem. Ezt követően bíztam meg a csapatot a nyomozással és egy kezdő nyomot, vagyis 3 feladatot és instrukciókat kaptak, hogy a teremben elrejtve, a saját csapatszínüknek megfelelően 7 gyanúsított fegyvert és 2 feladatot kellett megtalálniuk. Innentől kezdve a feladatok lényege az volt, hogy ki tudjanak zárni fegyvereket a lehetőségek közül. Ehhez a lőfegyverek lőereje, golyóméretek voltak adva, a feladatok során, pedig a bűntettnél történt lövéshez kapcsolódó 6 feladat találtak. Ha ezeken végigértek, akkor újra jelentettek a kapitánynak a gyilkos fegyverről. Itt egy újabb ellenőrző pont volt a játékban. Eddig minden csapat eljutott, de az utolsó két feladat – amelyben már a bűntény során használt fegyverrel kapcsolatos adatok kiszámításával segítették a nyomozás menetét – megoldása már nem minden csapatnak sikerült. Ezen óra pozitív élményei és hasznosságán felbátorodva (hiszen az óra során minden csapat legalább 9, nem túl nehéz, de gyakorlásnak megfelelő feladatot oldott meg) próbáltam ki más évfolyamokon is az ilyen játékos tematikus órákat.

A 8. osztály esetén a *Kinematika* kapcsán szintén egy bűntényben segítették a nyomozást: egy ékszerrabló kilétét kellett kideríteni a menekülési útvonalából és a sebességéből. Ez volt az első olyan szabadulószobás óra, ahol már dekódert[3] is használniuk kellett. A feladatok eredményei – más számokkal együtt – egy hosszú papírcsíkra voltak felírva, amihez minden csapat megkapta a saját kódfejtőjét. Esetünkben egy WC-papírgurigát, amire pedig a „START” és a terem különböző helyei voltak felsorolva. Ha a papírt feltekerték a gurigára, akkor a feladatok megoldásaként kapott számok jelezték a következő feladatok helyét a teremben. E feladatkörben minden csapat 3 fős volt, minden körben 3 feladatot kaptak, amelyeket külön-külön is megoldhattak (ezt az óra elején jeleztem nekik), és akkor tudtak továbbmenni, ha az eredmények azonosak voltak. Ezáltal volt benne önellenőrzés, és én is láttam, hogy jó helyen keresik-e a következő feladatot.

Kinematika szabadulószoba dekóderek (ékszerrablás).

A 10. évfolyam esetén a *Termodinamika* témakörével próbálkoztam. Itt újabb problémával szembesültem: sokan tudják, nem fizikával szeretnének foglalkozni. Nyelvi előkészítősökként úgy gondoltam egy vitarész jó lehet a játék során. Négy csapatot alakítottunk, de volt köztük egy álcsapat. Három csapat egy hőerőmű hamisított adatait kapta meg, amelyből azt tudták leszűrni, hogy a hőerőgép teljesítménye az adatok alapján 100%-os, míg az álcsapat – a lefizetettek – tudták, hogy az erőmű alatt egy biológiai laboratórium van, ahol a rák ellenszerét fejlesztik. A vita fontos feltétele, hogy minden csapatban, azaz mindkét oldalon legyen fizikából jobb teljesítményű tanuló. A vita után, ami szerencsére azzal zárult, hogy a hőerőgéppel baj van, megkapták a valós adatokat, amiből már ki tudták számolni, hogy mennyi az a hő, amit a titkos labor hasznosít. Végül azt is megtudták, hogy a laborban nem a rák ellenszerével kísérleteznek, hanem egy gyilkos vírussal, amivel kapcsolatban a kinetikus gázmodellel kellett számolniuk. Jelen pandémiahelyzet mellett természetesen ez a téma nem lenne túl pozitív, de erre a játékra még a járvány előtt, novemberben került sor. Az utolsó feladatban – természetesen – a világot kellett megmenteni a vírustól úgy, hogy megfelelő kinetikus energiájú elektronnal kellett bombázni a vírust. E játéknál különösen kell figyelni, hogy a vita ne húzódjon el túl hosszan, bár hasznos, hiszen az adatok kritikus vizsgálatára tanítja őket az érvelés gyakorlása mellett.

Ezeket követően a 8. osztályban tartottam még egy szabaduló szobát a *Dinamika* témakörben, az erőtörvényeket hangsúlyozva. Ebben piramist kellett építeniük. A témát az akkori projektnapjuk befolyásolta és az akkori matematikavizsgájuk miatt az utolsó feladatban egy kis gazdasági kérdés is szerepet kapott.

[3] Titkosírás megfejtésére alkalmas eszköz.

Dinamika szabadulószoba „pergamenbe” tekert nyomai (piramisépítés).

A játékban minden nyomot egyszerre kaptak egy „pergamenbe” tekerve. Sznofru építészeiként kellett megtervezniük, hogy a piramis építéséhez milyen anyagokat, milyen kötelet és állványzatot használnak. Ehhez a kötél szakítószilárdsága, a rabszolgák húzóereje, az állványzat és az építőkő között fellépő súrlódás szolgált segítségül. Az utolsó feladatban pedig már csak az határozta meg a döntést, hogy melyik a leggazdaságosabb választás a felsoroltak közül, de a feladatban a mennyiségek és az árak egyiptomi számokkal voltak megadva, amit meg kellett fejteniük.

És végül egy 9. évfolyamos *Körmozgás* témájú csillagászati szabadulószobában, a csillagászok egy furcsa kis égitestet találtak, amiről azt a feltevést tették, hogy a kisbolygóöv egy objektuma. A számolások során a kisbolygóöv pár nagyobb objektumát kellett kizárniuk a lehetőségek közül, míg végül arra a megdöbbentő megfigyelésre jutottak, hogy egyik objektumnak sem felel meg az új megfigyelés. Itt egy kicsit elakadtak, hiszen azt gondolták, hogy valahol valamit elrontottak, ezért nem jött ki egyik objektum sem. De miután ezen elbizonytalanodáson túljutottak, az ismeretlen objektumról kellett a lehető legtöbbet megtudniuk. Egy koncentrikus körökből álló dekóder segítségével megkapták a kisbolygó tömegét, majd a gravitációs törvényt felhasználva arra is rájöttek, hogy a kisbolygó nem körmozgást végez, hanem egyre közeledik a Föld felé. Utolsó feladatként ezt egy űrtársaságnak kellett jelezniük, de csak egynek adhatták le a vészjelzést, hogy melyiknek, azt bináris ASCII kód[4] megfejtésével tudták meg.

A távoktatásban is használtam szabadulószobát GoogleForms és tömörítő program segítségével, de ezeket matematikaórán használtuk a 100. órán és az év végi összefoglalás során.

[4] American Standard Code for Information Interchange

Eddigi tapasztalataim alapján a gyerekek aktívabban oldják meg a feladatokat, mintha az nem lenne rejtvénybe öltöztetve, és a témaválasztással azt is mutathatjuk feléjük, hogy nem csak az órai munkájukkal vagyunk tisztában, de más tevékenységüket is követjük. Ilyen volt például más tárgyhoz (történelem) kapcsolódó kerettörténet választása: a piramisépítés, amivel segítjük a pozitívabb hozzáállást a fizikához.

Pár témaötlet adott témakörökhöz

A fizika alkalmazási területei:
- nyomás: orvoslásban a szikék milyen mély sebeket vágnak;
- statika: építészek, mérnökök milyen számolásokat végeznek a födémek, tartószerkezetek tervezésekor (modellkészítés is tartozhat hozzá);
- kinematika: versenysportolóknak mennyi idő kell, hogy lehagyják az előttük lévő sportolót, hova kell célozni a labdával, hogy a csapattársunk érjen oda és ne az ellenfél játékosa;

Globális kérdések:
- energiaprobléma: erőművekben az energiatermelés, az energiafelhasználás adataival való összevetés;
- környezeti problémák: vízszintemelkedés magyarázata a jégsapkák olvadásával. Mennyivel növeli a vízszintet a jég olvadás, mennyivel – a növekvő átlaghőmérséklet miatt kialakuló – hőtágulása;
- alternatív energiaforrások: biomassza, hulladékégetéssel keletkező energia mennyire hatékony? Legyenek ők az energia-szakértők, milyen erőforrással hajtsuk a város buszait? Majd összegzésként azt is gondolják meg – esetleg internet használatával, utánanézve –, hogy a tervük mennyire reális? Van-e elegendő hulladék hozzá? Vagy megoldható vízhajtással? Fel tud-e menni a busz a várhoz? Gyakorlottabb diákok esetén a kérdésfelvetéseket hagyjuk rájuk, ellenkező esetben segítsük őket pár minta kérdéssel.

Filmek, sorozatok, krimi:
- munka energia: milyen fegyverrel ölt a gyilkos? Ballisztikai vizsgálatok a bűnfelderítésben;

Körmozgások szabadulószoba dekóder (ismeretlen kisbolygó azonosítása).

- kinematika: *Harry Potter és az azkabani fogolyban* milyen gyorsan repül a cikesz? Mennyi idő alatt ér le a seprűjéről leeső Harry? Mekkora lenne a becsapódási sebesség, ha Dumbledore nem lép közbe? Milyen gyorsnak kell lennie Harrynek és Hermionénak, hogy kimenekítsék Siriust?
- hőtan: *Trónok harcában* milyen hőmérsékletű a sárkányok tüze? Lehet-e ezzel felégetni egy várost? Alkalmas-e kardkészítésre?

Saját munkáim alapján próbálok segítséget nyújtani a kollégáknak abban, hogy miként álljanak neki a tervezésnek és a megvalósításnak.

A tervezés menete

Ebben a részben azokat a fő pontokat mutatom meg, amelyek alapján gondolkodni szoktam és amelyek átgondolása a játék létrehozásának fontos mérföldkövei.

Témakör kiválasztása
- Szeretnénk-e visszatekinteni az előző anyagrészre? Vagy céltudatosan csak ehhez az anyagrészhez szeretnénk feladatokat?

A tanóra típusának megválasztása
- Új ismeretet közvetítő játék: ekkor ugyanazon fogalom több oldalról való megvilágítása – alkalmazások megismerésével, kipróbálásával – a fontos.
- Gyakorló óra: ilyenkor úgy érdemes gondolkodni, hogy az ellenőrzést a tanulók maguk tudják végezni. Például felhívhatjuk a diákok figyelmét, hogy érdemes-e felosztani a feladatokat – ez esetben ugyanazok az értékek kell kijöjjenek a továbbhaladáshoz –, vagy inkább együtt csinálják a feladatokat, mert minden feladat más-más típusú, így biztosan nem marad le egyik csapattag sem.

Feladattípusok megválasztása
- Milyen feladatokat szeretnénk? Számolós feladatokat oldjanak meg? Kísérleteket végezzenek el? Vagy keressenek alkalmazásokat, alkossanak modellt? Gyakorolják a tudományos érvelést? Válaszoljanak közben gondolkodtató kérdésekre?
- Ennél a pontnál azt is érdemes figyelembe venni, hogy a fontosabb feladatokat vegyük előre, hiszen előfordulhat, hogy nem minden csapat jut ki a szobából az óra végére. Nagyon fontos, és talán a legnehezebb is, hogy csak annyi feladatot adjunk, hogy az óra vége előtt legalább egy csapat kijusson. Hiszen az így szerzett pozitív tapasztalat az, ami a későbbi játékok elvégzését is motiválja.

Játékelemek kiválasztása
- Milyen típusú dekódert használjanak? Például papírfecnik feltekerésével kapják a nyomot, esetleg csak UV-lámpával megvilágítva látszik (UV-lámpát könnyen, akár maguk is készíthetnek)? Színszűrőt kell használniuk, vagy hőre előbukkanó írást rejtünk el. Hogy kapják a következő „nyomot”? Milyen titkosírást törjenek fel? Lakatos dobozokat kell-e kinyitni, vagy egy programba beírni a megoldást, hogy tovább engedjen? Ők keresik fel a nyomokat a teremben? Esetleg valamit szét kell szerelniük, hogy meglegyenek a nyomok? Vagy egy eszközön végzett mérés lesz a megoldás nyitja?
- Sok esetben ez a kerettörténet kitalálásával párhuzamosan történik. Például, ha a szabadulószoba az ókori Egyiptomban játszódik, akkor a titkosírás adja magát: az egyiptomi hieroglif írás. Vagy a körmozgás esetén magától adódó bolygómozgásos feladatok esetén az ASCII kódolás.

Kerettörténet – másodlagos cél választása

A feladatok elvégzésén kívül sokszor fogalmazunk meg más célokat is. Például, ha arra hívjuk fel a figyelmet, hogy az interneten mennyi valótlan adat van, akkor első lépésként keressenek ők adatokat a neten. Ha a megtévesztésre hívjuk fel a figyelmet, akkor a kerettörténetben egy ilyen adathamisítás felkutatása a feladat. Konkrétabban például egy erőmű adataiban való hamisítás. De az érvelés is lehet egy cél.

Mindezeket átgondolva jöhet a kerettörténet kitalálása, milyen történetfonálra tudom ezeket mind felfűzni? Ez persze sok esetben az egész tervezést megelőzi. Olyakor a kerettörténetből indulunk ki és ahhoz igazítjuk a feladatokat és a játékelemeket.

A „szoba” létrehozása

Az elmúlt időszak tapasztalatai alapján itt is többféleképpen járhatunk el.
- Először nézzük meg, hogy milyen egyszerű megoldások vannak az online szabadulószobákra. Ezek közül a legtöbbek által ismert forma a *GoogleForms* segítségével létrehozott felület.

  Ez azért alkalmas a játék megalkotására, mert beállítható, hogy csak akkor engedje tovább a játékost, ha helyesen válaszolt, sőt segítségeket is lehet megadni, amelyek rossz válasz esetén megjelennek. Erre természetesen nem csak a GoogleForms alkalmas, bármilyen szavazórendszer-alapú programmal lehet próbálkozni. De előtte gondoljuk végig mit szeretnénk a felülettől!
- Ellenőrizze a kérdéseket!
- Csak jó válasz esetén engedjen tovább. (Rossz válasz esetén dobja vissza a kérdést még egyszer.)
- Előnyös, ha nem csak a felsorolt válaszokból szemez a diák, hanem saját választ írhat.
- Hivatkozások, URL-címek megadására alkalmas, ha esetleg a játék más felületen van. Ilyen játékos felületetek például az Okosdoboz [7] vagy a LearningApps [8]. Ezek önmagukban is alkalmasak játékok létrehozására.

Ezek a szobák mind a digitális oktatásban, mind tabletes órán jól alkalmazhatók. Léteznek specifikusan a távoktatáshoz szabott szabadulószoba-játékok is, amelyekhez nem szükséges végig online lenniük a diákoknak, csak a játék elküldéséhez és fogadásához kell internet. Ezek egyike a PPT-alapú, ahol szintén be lehet állítani, hogy adott helyen kattintva melyik

A bűvös kocka rejtélye (matematika, nyelvi előkészítős évvégi ismétlés, online).

diára ugrik tovább a bemutató. Ehhez mélyebb PowerPoint-ismeret szükséges, hiszen a prezentációkészítő programnak nem ez az elsődleges funkciója, így kevésbé segíti az ilyen irányú felhasználást. Ennek ellenére gyorsan tanulható. A másik hasonló megoldáshoz tömörítőprogram szükséges, például a sokak által a hétköznapokban is ismert WinRar. Ekkor a dokumentumok csomagolása jelszóval védett. Egy-egy pálya állhat a feladat leírásából, egy segítségfájlból, az esetleges játékelemhez szükséges fájlból (például titkosírás megfejtéséhez segítség, puzzle vagy útvesztő). Majd a feladat megoldásaként jutunk el a megfejtéshez, amit felhasználva tudják csak kicsomagolni a diákok a következő pályához tartozó tömörített fájlt. Az eddig felsorolt online vagy félig online szobáknál éppen a mozgásos, keresgélős része vész el, és a kísérlet elvégzése is kérdésessé válik. Azonban az egyszerű feladatmegoldásnál a kerettörténet és a játékosság miatt pozitívabban értékelik a diákok.

Tanárszemszögből kiemelendő pozitívum, hogy a szoba rejtvényeinek megoldásához elvégzendő feladatok ellenőrzöttek, így azzal a tanárnak már nem kell bajlódnia. Az utolsó feladat megfejtése után pedig lehet egy üzenet vagy kód, amelynek beküldésével ellenőrizhetjük, hogy a diák valóban megoldotta a feladatot.

A tantermi oktatás során a szabadulószobák sajátosságai jól megvalósíthatók. Tudnak elrejtettet nyomokat keresni, kézi dekódereket használni, lakatokat kinyitni. *Vörös Alpár István Vita* korábbi, szabadulószobákkal foglalkozó cikkében [9] olvashatunk is arról, hogy mennyivel hatékonyabbak az olyan játékok, ahol lakatokat is használnak, mint a sima borítékos változatok. Ezek létrehozásához két segédweboldalt is ír, amelyek az irodalomjegyzékben megtalálhatók [10, 11].

Borítékos szabadulószobák esetén azzal lehet játszani, hogy a nyomokat felhasználva jöjjenek rá, hol kell keresni a következő feladatot, míg végül el nem jutnak a megoldáshoz. Ugyanakkor az is működőképes, hogy megmondjuk, hány nyomot kell megkeresniük a teremben, de nem adunk hozzá segítséget. Ekkor lehetőleg ne ugyanoda rejtsük el mindegyiket, hiszen a csapatok figyelik egymást. Mindeközben több nyomot is lehet hagyni, mint amire szükségük lesz, ezzel a kritikus gondolkodás fejleszthető, amivel elérhetjük, hogy ne gondolkodás nélkül húzzanak rá a feladat adataira egy általuk ismert összefüggést, hanem a feladat alapján gondolják meg, milyen összefüggésre lesz szükségük és kiszűrjék az esetleges felesleges adatokat. A tervek megvalósításánál érdemes először a kerettörténethez passzoló feladatokat megírni, majd azután létrehozni a játékelemeket, hogy azok mindenképpen alkalmazkodjanak a feladatok megoldásaihoz.

Összegzés

Bár elsőre rémisztőnek tűnhet egy ilyen óra megtervezése és megvalósítása, ugyanakkor sokoldalú fejlesztést tesz lehetővé. A kerettörténet rávilágíthat, hogy a fizikának mennyi felhasználása van. A feladatok kiadása történhet úgy, hogy a diákok ellenőrizni tudják csapattársaik munkáját, sőt egymás segítésével, a feladat elmagyarázásával a tudás mélyítése is megvalósul, miközben a kommunikációs és kooperációs készségeiket fejlesztjük. Mindezek mellett a társtudományok bevonásával olyan tanulók is rávehetők a feladatok megoldására, akik kevésbé érdeklődnek a fizika iránt.

A leírtak alapján úgy gondolom, hogy megéri a belefektetett munkát. Elkészített programjaimat szívesen megosztom az érdeklődőkkel és új szabadulószoba létrehozásában is segítek az érdeklődőknek, ehhez a nogradi.zsofia4@gmail.com címen tudnak keresni.

Irodalom

1. C. Hoellwarth, M. J. Moelter: The implications of a robust curriculum in introductory mechanics. *American Journal of Physics 79* (2011) 540.
2. Vörös Alpár István Vita, Sárközi Zsuzsa: Physics escape room as an educational tool. *AIP Conference Proceedings* (2017), 1916. 050002. 10.1063/1.5017455., 050002-page 1–6.
3. Fülöp Csilla, Vörös Alpár István Vita, Sárközi Zsuzsa: Fluid Dynamics Knowledge Comparison of Students with Different Educational Background. *AIP Conference Proceedings* (2019), beküldve 2019. szeptember.
4. Scott Hebert: *The Power of Gamification in Education.* https://www.youtube.com/watch?v=mOssYTimQwM&list=PLFxw2P0-SMC1GAMhN5CVZejClTwBdf24U&index=2&t=0s – TED-előadás
5. Andre Thomas: *The Effective Use of Game-Based Learning in Education.* https://www.youtube.com/watch?v=-X1m7tf9cRQ&list=PLFxw2P0-SMC1GAMhN5CVZejClTwBdf24U&index=3&t=0s – TED előadás
6. Yu-kai Chou: *Gamification to improve our world.* https://www.youtube.com/watch?v=v5Qjuegtiyc&list=PLFxw2P0-SMC1GAMhN5CVZejClTwBdf24U&index=4&t=0s – TED előadás
7. Okosdoboz http://www.okosdoboz.hu/
8. LearningApps https://learningapps.org/
9. Vörös Alpár Vita: Szabadulószobák a folyadékok fizikájának tanulmányozására. http://fiztan.phd.elte.hu/kozkincs/magypub/pub/kiserletek/szabaduloszoba.pdf, *Fizikai Szemle 59/2* (2019) 58–62.
10. https://www.breakoutedu.com/
11. https://www.theescapeclassroom.com/

EGY BIOLÓGIAÉRETTSÉGI-FELADAT BIOMECHANIKAI HIBÁI

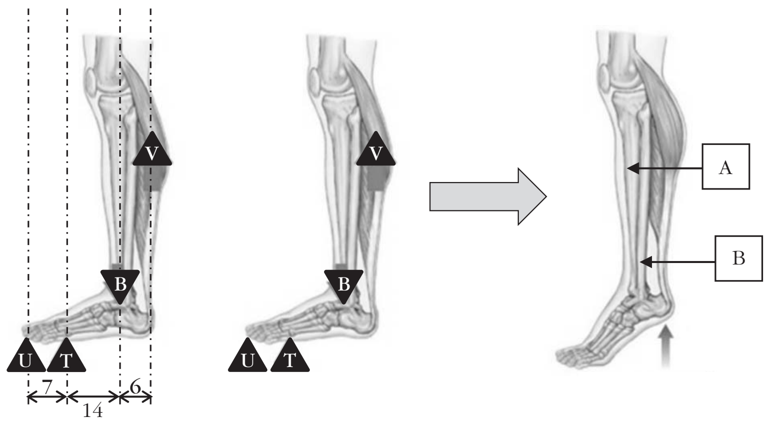
A vádliizom húzása belső erőként hozzáadódik a bokát terhelő nehézségi erőhöz

Horváth Gábor
ELTE Biológiai Fizika Tanszék, Budapest
Vass Miklós
ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium, Budapest

Az idei, 2021. évi emelt szintű biológia írásbeli érettségi V/9. feladata (*1. ábra*) így szólt [1]:

„Számítsa ki, hogy a 80 kg-ot nyomó Sziszüphosz egyik vádlijában mekkora erő ébred abban a pillanatban, amikor talpa felemelkedik a földről! (Ekkor az erővonalak a vízszintes talpra merőlegesen hatnak.) Az ábrán a »T« [az idézőjelet magam raktam ki, műszaki szerkesztő] betű a lábujjhegyre álláskor a talp leghátsó alátámasztási pontját jelöli, »U« Sziszüphosz lábujjhegyét, »B« a bokán áthaladó szaggatott vonal a Sziszüphoszra ható gravitációs erő hatásvonalát jelöli, a »V« pedig a vádli erőhatásának vonalát. A »T«, »U« és »B» esetében tekintsen el az egyéb szövetek jelenlététől. Az *ábra* bal oldalán látható számadatok centiméterben megadott távolságok. Számításának eredményét két tizedesjegy pontossággal adja meg! (2 pont)

A feladat megoldása során felhasználható további információk:



1. ábra. Az V/9. feladat eredeti ábrája.

– Mindkét lábát azonos mértékben terheli.
– Mind egykarú, mind kétkarú emelők esetében, egyensúlyban a forgatónyomatékok egyenlők.
– A forgatónyomaték az erő és az annak hatásvonalára vonatkozó erőkar szorzata.
– Sziszüphosz súlyát az $m \cdot g$ képlet alapján számíthatja ki.
– A nehézségi gyorsulás értéke: 9,81 m/s^2."

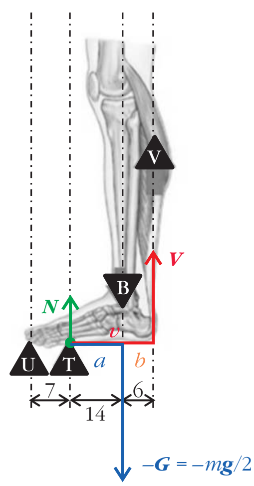
Cikkünket *Radnai Gyula* emlékének szenteljük, aki életének 83. évében, idén május 24-én távozott közülünk.

Horváth Gábor fizikus, az MTA doktora, egyetemi tanár, az ELTE Biológiai Fizika Tanszék Környezetoptika Laboratóriumának vezetője. A vizuális környezet optikai sajátságait és az állatok látását tanulmányozza, továbbá biomechanikai kutatásokat folytat. Számos szakmai díj és kitüntetés tulajdonosa. Évtizedek óta aktív tudományos ismeretterjesztői munkát is folytat előadások és cikkek formájában.

Vass Miklós 2002-ben szerzett fizikatanári diplomát az Eötvös Loránd Tudományegyetemen. Az ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnáziumban fizikatanár, szertáros, osztályfőnök és DÖK-tanár. A netfizika.hu működtetője.

A kitűzők által helyesnek vélt feladat biomechanikailag sajnos hibás! Cikkünkben e hibára mutatunk rá, közöljük a biomechanikai szempontból helyes feladatot és megoldását, végül elemezzük a szóban forgó problémát, ami jóval összetettebb az eredeténél. Szerintünk e javított feladat még az emelt szintű fizikaérettségin is nehéznek számított volna, no nem elemi matematikája, hanem bonyolult fizikája miatt.

Mielőtt azonban a lényegi hibát tekintenénk, *Gnädig Péter* javaslatára szólunk a feladat szövegének egy apró, de



2. ábra. Az emelt szintű biológia írásbeli érettségi feladat egyik ábrája a berajzolt erővektorokkal és erőkarokkal: ***V*** a vádliizom húzóereje, ***N*** a talpcsúcsnál fellépő nyomóerő és ***–G*** a bokát érő fél testsúly.

zavaró pontatlanságáról: az „Ekkor az erővonalak a vízszintes talpra merőlegesen hatnak.” mondat a következőre javítandó: *Ekkor az erők a vízszintes talpra merőlegesen hatnak.*

A pozitív irányt fölfelé véve, a *2. ábra* mutatja a „T” talpcsúcsnál (a talpba nem beleértve a lábujjakat) ébredő függőleges $\boldsymbol{N}$ nyomóerőt, a „V” vádliban feszülő függőleges $\boldsymbol{V}$ húzóerőt és a „B” bokát lefelé terhelő $-\boldsymbol{G}$ fél testsúlyt (ami alatt természetesen a nehézségi erő értendő). A sarok fölemelése megvalósítható úgy, hogy az „U” pontban (lábujjak végén) nem hat erő és úgy is, hogy hat. Ezért az egyszerűség kedvéért a továbbiakban eltekinthetünk az ujjaktól, és a többi ábrán már nem szerepeltetjük a lábfej „T” talpcsúcs előtti részét. Mivel az egész ember (a feladatban Sziszüphosz) nyugalomban van, ezért számos lehetőségünk van a forgáspont megválasztására. Például attól függően, hogy a lábfej melyik pontjára írjuk fel a forgatónyomaték-egyensúlyt, három magától adódó megoldási mód is lehetséges.

1. megoldás

Először a bokára írjuk föl a forgatónyomatékok egyensúlyát (kétkarú emelő) a *2. ábra* alapján:

$$Na = Vb, \tag{1}$$

ahol a N és V a megfelelő erők nagyságát jelöli. A lábfejre ható függőleges erők egyensúlya pedig ezt követeli meg:

$$N + V = G. \tag{2}$$

(1)-ből adódik, hogy $N = Vb/a,$ amit (2)-be helyettesítve kapjuk a keresett vádlierőt:

$$V = \frac{Ga}{a+b}. \tag{3}$$

2. megoldás

A sarok fölemelése pillanatában „T” a lábfej forgáspontja. Második lehetséges megoldásként e pontra írjuk föl a forgatónyomatékok egyensúlyát (egykarú emelő, *2. ábra*):

$$Vv = Ga. \tag{4}$$

Az erőkarok közti összefüggés a *2. ábra* alapján:

$$v = a + b. \tag{5}$$

(4)-ből $V = Ga/v$ adódik, amibe (5)-t beírva, ismét a (3) szerinti V vádlierőt kapjuk.

3. megoldás

Harmadik lehetséges megoldásként a sarokpontra is fölírhatjuk a forgatónyomaték-egyensúlyt (egykarú emelő, *2. ábra*):

$$Nv = Gb, \tag{6}$$

amiből $N = Gb/v$ adódik, amit (2)-be írva és (5)-öt használva, megint a (3) szerinti V vádlierőre jutunk.

Végeredmény

A feladat szerint a bokát a testsúly fele, azaz

$$G = \frac{mg}{2} \tag{7}$$

terheli, amit (3)-ba írva adódik a végeredmény:

$$V = \frac{mga}{2a+2b}. \tag{8}$$

A feladatbeli

$$g = 9{,}81\ \mathrm{ms}^{-2}, \quad m = 80\ \mathrm{kg}, \quad a = 0{,}14\ \mathrm{m}, \quad b = 0{,}06\ \mathrm{m} \tag{9}$$

numerikus értékek mellett

$$V = 274{,}68\ \mathrm{N} \tag{10}$$

vádlierőre jutunk mindhárom megoldással, ami megegyezik a hivatalos javítási útmutató eredményével.

A hibára utaló probléma: hova tűnt a nyomóerő egy része?

Az (1) és (2) megoldásával adódik a „T” talpcsúcsot fölfelé nyomó N erőre:

$$N = \frac{Gb}{a+b}. \tag{11}$$

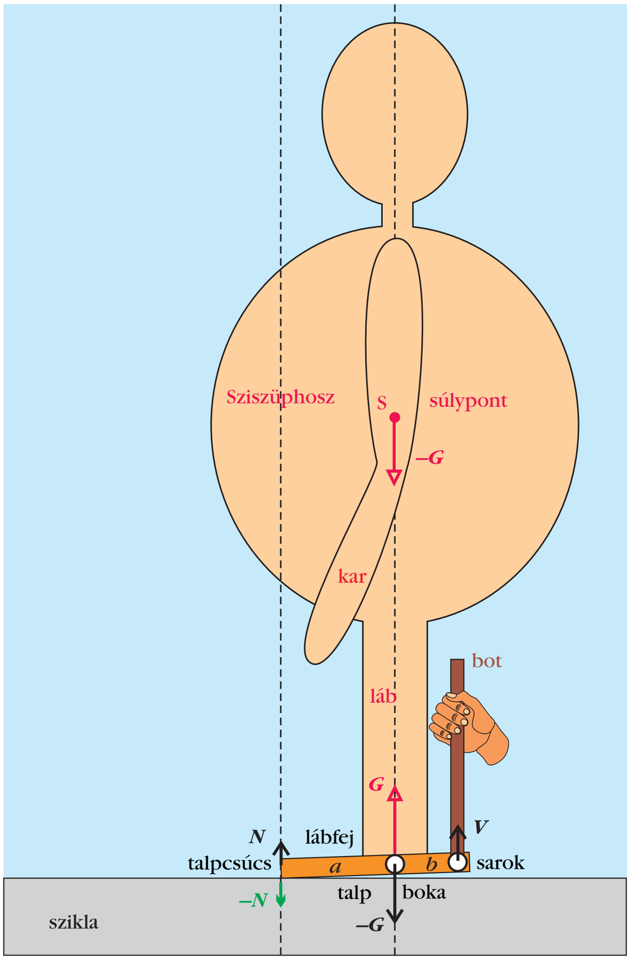
(11) szerint $N < G$, mert $b/(a+b) < 1$, mivel $a > 0$. A feladat 2. instrukciója szerint egyensúlyi esettel van dolgunk, ezért Sziszüphosz sarkának aljzattól (sziklától) való elszakadása gyorsulásmentes (a boka fölfelé nem gyorsul, a test tömegközéppontja pedig lefelé nem gyorsul). Ekkor a talpcsúcs szükségképpen pont G-vel nehezedik az aljzatra, s nem annál kisebb (vagy nagyobb) N erővel. Hiszen (1), (4) vagy (6) alapján nemcsak a forgatónyomatékok egyensúlyát tételeztük fel, hanem az erőkét is (2) szerint. Hova tűnt a

$$G - N = G - \frac{Gb}{a+b} = \frac{Ga}{a+b} \tag{12}$$

nyomóerő a talpcsúcsról? Ennyi erő hiányzik ahhoz, hogy a talpcsúcs G erővel nyomja a sziklát. Miként nehezedhetne Sziszüphosz bármelyik lábával a súlya felénél ($G = mg/2$) kevesebbel a sziklára? Mivel a szóban forgó egyensúlyi körülmények között ez nyilvánvalóan nem fordulhat elő, ezért már maga a kitűzött feladat hibás!

A hiba háttere

Az említett hiba oka, hogy a feladat a V vádlierőt az ember testétől (lábától) független külső erőként kezelte, úgy, mintha a *2. ábra* lábának vádlija csak a bokához csatlakozna, felső vége a csontoktól el lenne különülve (ellentétben a vádliizom anatómiailag helyes rajzától), s mintha valaki (például a Sziszüphoszt



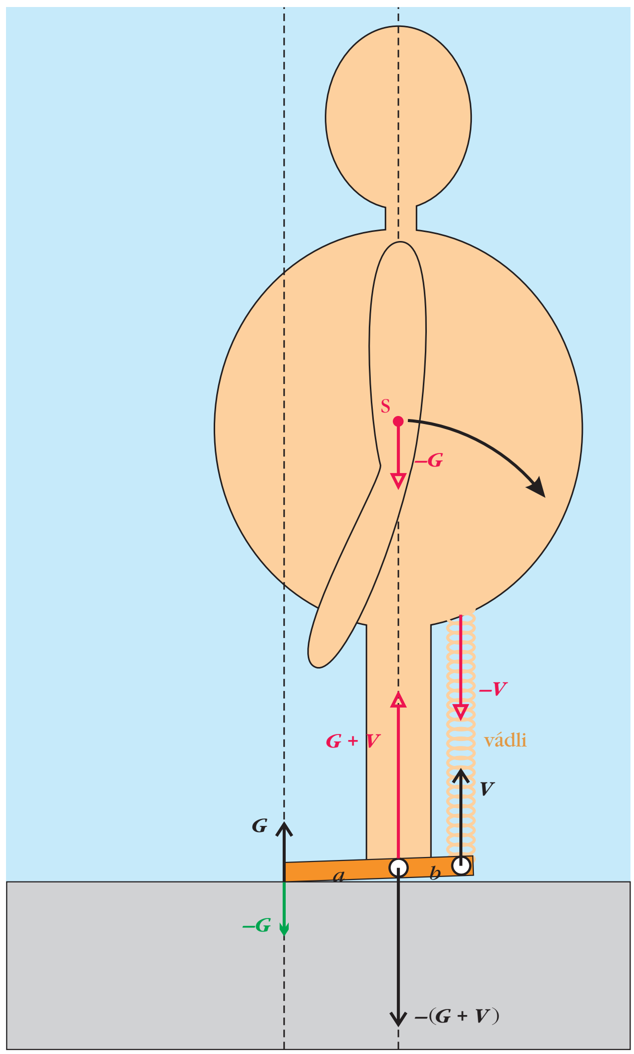
3. ábra. Egy vízszintes sziklaaljzaton stabil egyensúlyi helyzetben álló Sziszüphosz-modell sarokemelést kezdő lábfejére, a test többi részére és a sziklára ható függőleges erők. ***N*** a sziklaaljzat külső nyomóereje, ***V*** a sarkot egy függőleges bottal fölfelé húzó külső erő, ***–G*** az $mg/2$ nagyságú fél testsúly. Az „S” súlyponton átmenő függőleges egyenes a bokát metszi. A lábfejre ható erőket ∨ fejű nyilak jelölik, míg a test többi részére hatókat háromszögfejűek. A boka a láb alsó végével és a sarok a bot alsó végével forgótengellyel csatlakozik.

örök sziklagörgetésre ítélő bírák/istenek egyike) kívülről húzná a bokát függőlegesen fölfelé V erővel. E valóságtól elrugaszkodott helyzetben érthető lenne, hogy a $G = V + N$ fél testsúlynak csak a V-vel könnyített, maradék $N (< G)$ összetevőjével nyomja egy láb a sziklát. A hiba szemléltetéséhez a *2. ábra* lábát egészítsük ki Sziszüphosz (a továbbiakban: ember) teste többi részének vázlatával, a sarkot egy függőleges bottal fölfelé húzó kézzel és a sziklaaljzattal a *3. ábrán* látható módon, ami a feladatbeli képzelt helyzetnek felelne meg, s vezetne a (3) szerinti vádlierőhöz. A továbbiakban ügyelni fogunk arra, hogy mi is a vizsgált rendszer. Amikor az egész ember, olyankor a lábfej súlyát is beleértjük a testsúlyba. Amikor pedig a lábfejre ható erőket vizsgáljuk, akkor pedig annak viszonylag kis súlyától eltekintünk, hogy a test többi részét az egyszerűség kedvéért az ember súlyával egyezőnek vehessük. Továbbá, végig szem előtt tartjuk, hogy $G = mg/2$ az egy lábra jutó fél testsúly, és mindig csak az egyik lábat ábrázoljuk a kettő helyett.

A vádliizom felső végének szükségszerű figyelembe vétele

Ezután a *3. ábra* függőleges botját cseréljük ki a *4. ábra* rugójával a sarok és az altest között, amely rugó a vádliizmot és testen (lábon) belüli csatlakozását mechanikailag modellezi. Ekkor a sarkot fölfelé húzó függőleges ***V*** vádlierő nem önmagában lép fel, hanem (a kötélerőhöz, rugóerőhöz hasonlóan) a vádliizom másik végén is ébred egy azonos nagyságú, azonos hatásvonalú, de ellentétes irányú erő. Ha a vizsgált rendszernek az ember boka fölötti részét tekintjük, akkor e rendszerre három függőleges külső erő hat: a fél testsúly lefelé, a fölfelé irányuló sarki vádlierő lefelé mutató ellenereje és a bokánál fölfelé irányuló erő. E három erőnek kell egyensúlyt tartania. Mivel a bokánál ébredő, fölfelé mutató erőnek egyedül kell két

4. ábra. Egy vízszintes sziklaaljzaton álló embermodell sarokemelést kezdő lábfejére, a test többi részére és a sziklára ható függőleges erők. ***–G*** az $mg/2$ nagyságú fél testsúly, ***V*** a sarkot fölfelé húzó belső vádlierő. Az „S” súlyponton átmenő függőleges egyenes a bokát metszi. A lábfejre ható erőket ∨ fejű nyilak jelölik, míg a test többi részére hatókat háromszögfejűek. A görbe nyíl azt szemlélteti, hogy a bokán átmenő függőleges egyenes mentén ható ***–G*** fél testsúlynak a talpcsúcsra gyakorolt Ga forgatónyomatéka hátrafelé döntené a testet.



lefelé irányuló erőt kioltania, ezért a bokát az eredeti feladattal ellentétben nem **–*G*** (*2. ábra*), hanem **–(*G*+*V*)** erő terheli (*4. ábra*). A talpcsúcsnál fellépő függőleges erő nagysága pedig nem az eredeti feladatból következő, (11) szerinti

$$N = \frac{G\,b}{a+b}, \tag{13}$$

hanem az annál nagyobb

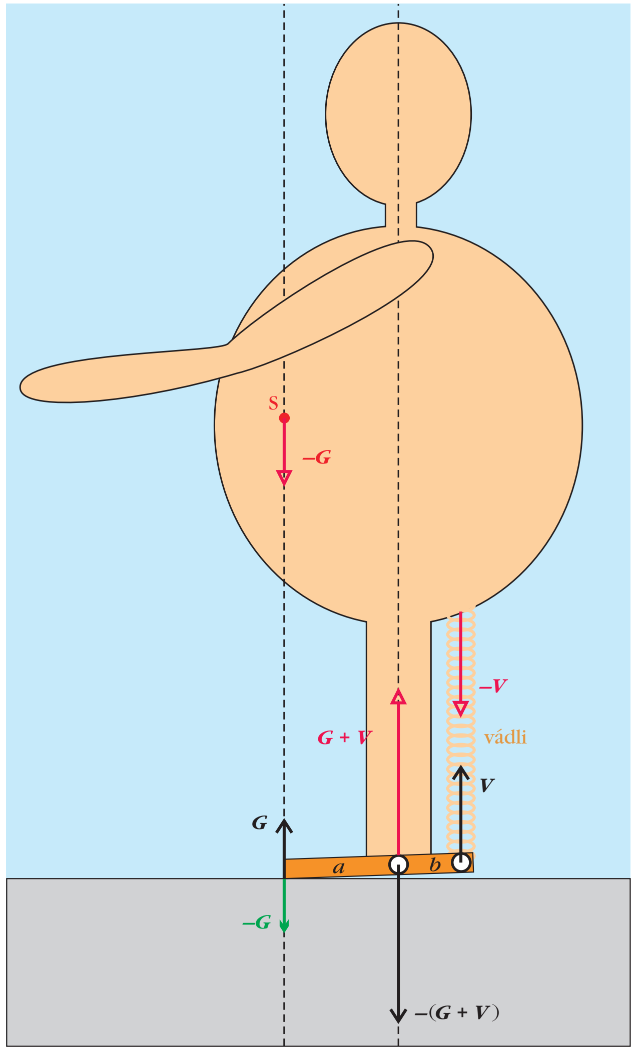
$$G = \frac{m\,g}{2} \tag{14}$$

fél testsúly (*4. ábra*). Ugyanis az egész embert a vizsgált rendszernek véve, a tömegközéppontja mozgását a rendszerre ható külső erők befolyásolják, ami jelen esetben két erőt jelent, a (fél) súlyerőt és a „T” talpcsúcsbeli nyomóerőt (a többi erő belső erő, amelyek erő-ellenerő párokba rendezve kioltják egymást). Emiatt a talpcsúcsi nyomóerőnek a fél testsúllyal kell azonosnak lennie.

A biomechanikailag helyes feladat és megoldása

De még így is lehetetlen helyzetet vázol a feladat. Mert ha az ember teljes testét vesszük a vizsgálandó rendszernek, akkor a *4. ábrán* látható módon az „S” súlypontnál támadó, az ember bokáján átmenő függőleges egyenes mentén ható **–*G*** fél testsúlynak a „T” talpcsúcsra olyan Ga forgatónyomatéka van, amely hátrafelé forgatná, döntené az embert, és nincs semmi, ami e forgatónyomatékot kiegyenlítené. A talpcsúcsnál ugyan hat a fölfelé mutató külső G nyomóerő, de ennek nincs erőkarja, így nincs forgatónyomatéka sem. A bokánál és a vádliizom alsó, illetve felső végénél pedig erő-ellenerő párok ébrednek, amelyek belső erőkként páronként kioltják egymás forgatónyomatékát. Tehát a feladatban leírt esetben a forgatónyomatéki egyensúly lehetetlen! Mivel a súlypontban támadó nehézségi erő forgatónyomatékát semelyik másik erő sem tudja kiegyenlíteni, ezért e forgató hatás csak úgy tud eltűnni, ha a nehézségi erőnek nincs forgatónyomatéka, vagyis ezen erő vagy erőkarja nulla. Mivel a nehézségi erőt nem lehet kikapcsolni, ezért a forgatónyomatéka eltüntetésére egyetlen lehetőségünk marad: ha nincsen erőkarja. Ehhez hatásvonalának át kell mennie a forgástengelyen, vagyis az ember súlypontja nem lehet a feladat szerinti helyen, a boka fölött, hanem mindenképpen a „T” talpcsúcsbeli alátámasztás fölött kell lennie.

Ezt ki is próbálhatjuk, ha függőlegesen állva, a stabil egyensúlyi helyzetünkből (a súlypontunk kis előre mozdítása nélkül) próbálunk sarkunk megemelésével a talpcsúcsunkra emelkedni (pipiskedni): ekkor emelkedés közben testünk elkezdene hátrafelé dőlni, aminek könnyen hanyatt esés lehet a következménye. Feldőlés nélkül csak úgy tehetjük meg az ilyen pipiskedést, ha előtte a talpcsúcsunk fölé mozgatjuk súlypontunkat. Hogy e hanyatt dőlést elkerülje az ember, törzsét előre döntve és/vagy karjait előre nyújtva előre kell mozdítania súlypontját addig, amíg annak függőleges vetülete – az *5. ábrának* megfelelően – át nem megy a sziklára támaszkodó talpcsúcsán. E legéletszerűbb helyzetben ugyanazok az erőhatások, mint a *4. ábrán,* és az ember már forgatónyomaték-egyensúlyban is érezheti magát. A feladatnak az *5. ábra* szerinti állapotnak megfelelőt kellett volna sugallnia.



5. ábra. A sziklán stabil egyensúlyban, függőlegesen álló, sarokemelést kezdő emberre és a sziklára ható erők, amikor a test kézemeléssel előre mozdított „S” súlypontjának függőleges vetülete a talpcsúcson megy át, miáltal a forgatónyomaték-egyensúlyba hozott ember már nem dől hanyatt.

Az *5. ábra* szerint a bokára vonatkoztatott forgatónyomatékok egyensúlya a következőt követeli meg:

$$Ga = Vb, \tag{15}$$

ahonnan

$$V = \frac{G\,a}{b}, \tag{16}$$

amibe a (7) szerinti $G = mg/2$ fél testsúlyt helyettesítve adódik a vádli V húzóereje:

$$V = \frac{m\,g\,a}{2\,b}. \tag{17}$$

A (9) szerinti numerikus értékek mellett (13)-ból

$$V = 915{,}6\ \mathrm{N} \tag{18}$$

nagyságú vádlierőt kapunk, ami 3,3-szer nagyobb, mint a (10) szerinti.

Következtetések

Hol csúszott félre a feladat? Leginkább ott, hogy nem vette figyelembe, hogy a $\boldsymbol{V}$ vádliizom alsó végénél ébredő, a sarkot fölfelé húzó $\boldsymbol{V}$ vádlierő nem önmagában lép fel, hanem (a kötélerőhöz vagy rugóerőhöz hasonlóan) a vádliizom felső végén is ébred egy azonos nagyságú, azonos hatásvonalú, de lefelé mutató $-\boldsymbol{V}$ vádlierő. Összességében a következő három hibától terhes a szóban forgó biológiaérettségi-feladat:

1. A súlyponton átmenő függőleges egyenes nem a bokát metszi, hanem a „T” talpcsúcsot, különben az ember hanyatt dőlne.

2. A bokára nem a G fél testsúly nehezedik, hanem a V vádlierővel több, azaz $G+V$, mivel a sarokra ható vádlierővel azonos nagyságú V erő hozzáadódik a boka terheléséhez.

3. A „T” talpcsúcs a G fél testsúllyal nehezedik az aljzatra és nem annál kisebb

$$N = \frac{G\,b}{a+b} \tag{19}$$

erővel, mert egy nyugalomban lévő test (Sziszüphosz) nem nyomhatja a súlyánál kisebb erővel az alátámasztást.

Ha az egész ember a vizsgált rendszer, akkor a vádliizom miatt (lent és fent) ébredő erők belső erők, amelyek páronként kioltják egymás hatását, tehát az ember egyensúlyára nincsenek közvetlen hatással. Míg, ha a vizsgált rendszer csak a lábfej, akkor a felső vádlierő többletterhelést okoz a bokánál.

A feladat azon hibás állítását, miszerint a $\boldsymbol{G}$ fél testsúly hatásvonala az ember bokáján megy át, a legegyszerűbben úgy cáfolhatjuk, ha az egész embert tekintjük rendszernek. Ekkor ugyanis a nehézségi erőnek a talpcsúcsi „T” alátámasztási pontra vonatkoztatva lenne forgatónyomatéka, a többi erőnek viszont összességében nincs, emiatt az ember nem lehetne forgatónyomaték-egyensúlyban. Általában a hibás elképzelések kifejlődését segíti, ha nem tisztázzuk, hogy mit tekintünk vizsgálandó rendszernek.

A föntiek alapján az eredeti feladat hibás mondatát – „Az ábrán a »T« betű a lábujjhegyre álláskor a talp leghátsó alátámasztási pontját jelöli, »U« Sziszüphosz lábujjhegyét, »B« a bokán áthaladó szaggatott vonal a Sziszüphoszra ható gravitációs erő hatásvonalát jelöli, a »V« pedig a vádli erőhatásának vonalát – a következőre kell javítani, hogy a feladat biomechanikailag helyes legyen (a lényegi javítások dőlt betűkkel):

Az ábrán a „T” betű a lábujjhegyre álláskor a talp leghátsó alátámasztási pontját jelöli, *a „T”-n áthaladó szaggatott vonal azonos a Sziszüphosz súlypontján átmenő függőleges egyenessel,* „U” Sziszüphosz lábujjhegye, *a „B” bokán áthaladó szaggatott vonal a bokát terhelő függőleges erő hatásvonala,* a „V” pedig a vádli erőhatásának vonala.

Megemlítjük, hogy időnként a korábbi évek érettségi feladatai között is sajnos előfordultak hibásak. A 2004. május 26-án megírt próbaérettségi közép- és emelt szintű fizikafeladatainak szövegében és/vagy megoldásában található hibákat *Vankó Péter* [2] elemezte. Többek között hibás volt a 16. feleletválasztós tesztkérdés megoldása is, amely feladat szövege így szólt: „Hova kell nyúlnia a folyóban lazacra halászó medvének, ha sikeres akar lenni?” A helyes megoldás [3]-ban található. Másik példának a 2006. május 15-i gimnáziumi fizikaérettségi-feladatsor egyik kérdését idézzük, aminek megoldása Gnädig Péter észrevétele szerint szintén hibás volt: „Nyáron, déli napsütésben nem ajánlatos a kertben locsolni, mert »megégnek« a növények levelei. Az alábbi magyarázatok közül csak egy fogadható el, melyik?” A helyes megoldást [4, 5] közölte.

Mindkét említett példa egyik tanulsága az volt, hogy a helytelen megoldások a szakirodalomban makacsul rögzült tévhiteken vagy hibás információkon alapultak, amelyeket külföldi [6, 7] és magyar [3–5] folyóiratokban és tankönyvekben [8, 9] is megcáfoltak és helyesbítettek, de mindezek még nem váltak széles körűen ismertté.

Végül hangsúlyozzuk, hogy a kétszintű érettségirendszer 2005. évi indulása óta kitűzött több, mint 2300 fizikaérettségi-feladatban örvendetes módon csak igen ritkán fordultak elő hibák [10].

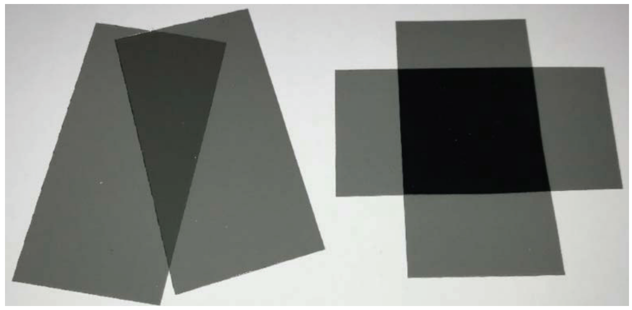
Irodalom

1. https://dload-oktatas.educatio.hu/erettsegi/feladatok_2021tavasz_emelt/e_bio_21maj_fl.pdf
2. Vankó P.: Próbaérettségi: elégtelen. *Fizikai Szemle 54* (2004) 240–244.
3. Horváth G., Barta A., Buchta K., Varjú D.: Binokuláris ferde pillantás a vízfelszínen át: a vízfelületen túli világ fénytöréstől torzult bonyolult szerkezete, avagy egy klasszikus optikai probléma helytelen megoldásairól és azok kijavításáról. *Fizikai Szemle 55* (2005) 172–181.
4. Egri Á., Horváth G., Horváth Á., Kriska Gy.: Beégethetik-e napsütésben a leveleket a rájuk tapadt vízcseppek? Egy tévhitekkel terhes biooptikai probléma tisztázása. 1. rész: Napfény forgásszimmetrikus vízcseppek általi fókuszálásának számítógépes vizsgálata. *Fizikai Szemle 60* (2010) 1–10.
5. Horváth G., Egri Á., Horváth Á., Kriska Gy.: Beégethetik-e napsütésben a leveleket a rájuk tapadt vízcseppek? Egy tévhitekkel terhes biooptikai probléma tisztázása. 2. rész: Napfényes besugárzási kísérletek sima és szőrös leveleken ülő vízcseppekkel. *Fizikai Szemle 60* (2010) 41–49. + színes borító 3. oldal.
6. Horváth G., Buchta K., Varjú D.: Looking into the water with oblique head tilting: revision of the aerial binocular imaging of underwater objects. *Journal of the Optical Society of America A 20* (2003) 1120–1131.
7. Egri Á., Horváth Á., Kriska G., Horváth G.: Optics of sunlit water drops on leaves: Conditions under which sunburn is possible. *New Phytologist 185* (2010) 979–987.
8. Horváth G.: *A geometriai optika biológiai alkalmazása: Biooptika.* ELTE Eötvös Kiadó, Budapest (2004).
9. Horváth G.: *Biomechanika: A mechanika biológiai alkalmazásai.* ELTE Eötvös Kiadó, Budapest (2009).
10. https://www.netfizika.hu/node/2697
https://www.netfizika.hu/node/3790
https://www.netfizika.hu/node/2863
https://www.netfizika.hu/node/389
https://www.netfizika.hu/node/14424 utolsó kérdése

MODELL KVANTUMMECHANIKA KÖZÉPISKOLÁBAN

Tóth Kristóf
Czuczor Gergely Bencés Gimnázium, Győr

A kvantummechanika matematikai apparátusa látszólag elvont, az egyetemisták számára is kihívást jelent. A cikkben bemutatom, hogyan tárgyalja a kvantummechanikát egy olaszországi[1] tananyag [1–4], amelynek elsődleges célja, hogy a középiskolás diákok kísérletezés révén fedezzék fel a kvantumvilág alaptörvényeit és matematikai formalizmusát kétállapotú rendszerekben (*Dirac* fotonpolarizációs megközelítése [5]). Ezt az egyszerűsített tárgyalást modell kvantummechanikának nevezem, arra utalva, hogy a fotonok leírását nagymértékben egyszerűsítettük, így segítve a felfedezés könnyebbségét.[2] A tananyag a nem relativisztikus elektronra elvégzett Stern–Gerlach-kísérletet fordítja le fotonokra. A fény elemi részecskéinek két valódi spinsajátállapota a cirkuláris polarizációnak felel meg, ezért az anyag nem adja vissza a fotonok teljesen helyes leírását – pedagógiai okokból a függőleges és vízszintes polarizációs állapotokat használjuk –, de elsődleges célunk nem a foton, hanem a kvantummechanika, főként a spin matematikai leírásának kézzelfogható szemléltetése. Jövőbeli cél végiggondolni, hogy miként tárgyalhatnánk a cirkuláris polarizációt, amely fizikailag helyes írásmód mélyebb üzenetet is hordoz. Számos kvantummechanikára szakosodó középiskolás oktatási anyaghoz hasonlóan csak valós számokkal dolgozunk [6, 7]. Az eredeti anyagot tanítási tapasztalataim alapján számos helyen módosítottam, illetve saját ötleteimmel gazdagítottam. Tapasztalataim szerint az írás tartalma egy átlagos diák számára is érthető lehet, mert az anyag mindössze két egyszerű kísérletre épül, továbbá a matematikai ismeretek leszűkülnek a koszinuszfüggvény használatára. Ezt, a magyarországi egyetemeken és középiskolákban szokatlan tananyagot többször kipróbáltam a közoktatásban [8], s a világjárvány miatt digitalizáltam [9] is. Az oktatási anyag az itt leírtakban nem ér véget, a témakör folytatásának lehetőségét tehetséges diákoknak ajánlom, az írás a [10] linken folytatódik a fotonok statisztikájára vonatkozó számításokkal és a kétállapotú rendszerek kvantumfizikájának formalizmusával.



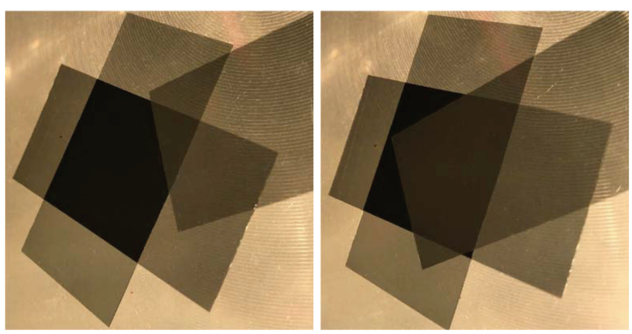
1. ábra. A két polarizátorlemezen áthaladó fény intenzitása függ a polarizátorlemezek egymással bezárt szögétől.

A fénypolarizáció jelensége

Diákjainkkal lényeges megállapításokat tehetünk néhány polarizátorlemez segítségével. Kísérleteinkkel felfedezhetjük, hogy ha két polarizátorlemezt egymásra teszünk és a kettő egymással bezárt szögét változtatjuk, akkor az áthaladó fénynyaláb intenzitása változik (*1. ábra*).

Kísérleteinkből levonhatjuk a következtetést, hogy az áthaladó fény intenzitása akkor maximális, ha a két polarizátorlemez párhuzamos egymással, és akkor minimális (nulla), ha a két polarizátorlemez egymásra merőleges irányú. Azt is felfedezhetjük, hogy *a polarizátorlemezek sorrendje nem hagyható figyelmen kívül,* mert ha két egymásra merőleges polarizátorlemez közé egy harmadikat megfelelően beteszek, akkor lesz áthaladó fény (*2. ábra*).

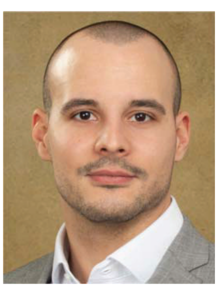
2. ábra. A polarizátorlemezek sorrendjének fontosságát bemutató kísérlet.



Köszönettel tartozom témavezetőimnek, *Cynolter Gábornak* és *Tél Tamásnak* támogatásukért és a hasznos eszmecserékért, ezen felül hálás vagyok a cikk alapjául szolgáló eredeti olasz tananyagot megalkotó udinei kutatócsoport tagjainak, főként *Marisa Michelininek* és *Alberto Stefanelnek*. Köszönöm *Patkós Andrásnak, Zimborás Zoltánnak* és *Bakosné Novák Andreának* az írás átolvasását és ehhez fűzött kiváló megjegyzéseiket. A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta.

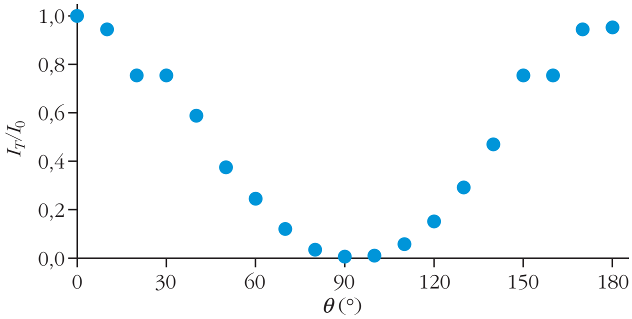
[1]Az udinei egyetem Physics Education Research Unit fejlesztésében.

[2]A „modell kvantummechanika” elnevezést *Tél Tamás* professzor úrtól vettem át.

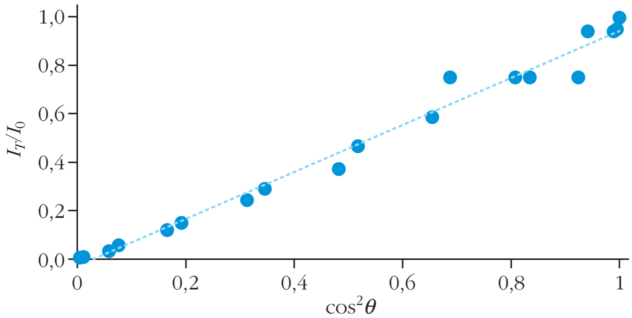


Tóth Kristóf 2020-ban végzett az ELTE-n, mint középiskolai matematika- és fizikatanár. Jelenleg az ELTE Fizika Tanítása Program elsőéves doktorandusz hallgatója és a győri Czuczor Gergely Bencés Gimnázium fizikatanára. Kutatási területe a kvantummechanika és kvantuminformatika középiskolás tanítása.

3. ábra. Paul Dirac arcképe egy számítógép monitorán [11]. A képernyőből kijövő fény polarizációs tulajdonságát egy polarizátorlemez segítségével vizsgáljuk. A polarizátorlemez különböző állásai esetén figyeljük az áthaladó fény intenzitását. Ha a fény polarizálatlan, akkor polarizátorlemezünk semmilyen állásban sem fogja elnyelni a fény teljes hányadát. Ha azonban a fény polarizált (ezt mutatja a fotó), akkor a teljes elnyelődésre merőleges állású polarizációs irány tulajdonságával rendelkezik a fény. A számítógépünk monitorja polarizált fényt bocsát ki, amelynek polarizációs irányát ellenőrizhetjük.



6. ábra. Az ábrán a telefonnal végzett egyik mérésünk eredménye látható. Megfigyelhető, hogy 90°-nál az áthaladó fény intenzitása zérus, azaz a fény nem halad át.



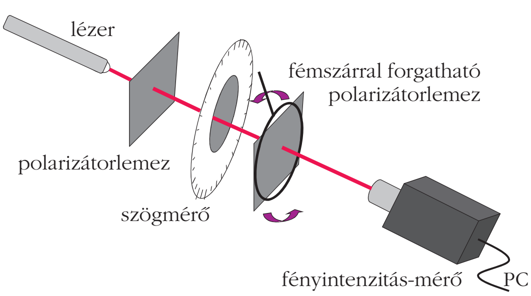
7. ábra. A mérési pontok közel egyenesre illeszkednek, vagyis a polarizátorlemezek által bezárt szög koszinuszának négyzete adja meg az áthaladó fény intenzitásának arányát.

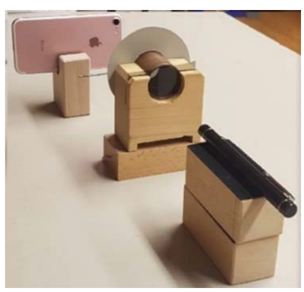
A kísérleteken keresztül diákjainkkal megismerhetjük a fény egy, a fényerősségtől eltérő tulajdonságát, amelyet *polarizációs tulajdonságnak* nevezünk. A fény ezen, emberi szemmel közvetlenül nem érzékelhető tulajdonságát mindig ellenőrizhetjük egy polarizátorlemezzel, amelyet a *3. ábra* szemléltet.

Vizsgáljuk meg, vajon miként függ a polarizátorlemezeken áthaladó fény intenzitása a polarizátorlemezek egymással bezárt szögétől? Erre egyszerű mérési kísérletet végezhetünk, amelynek összeállítását a *4. ábra* és az *5. ábra* mutatja be.

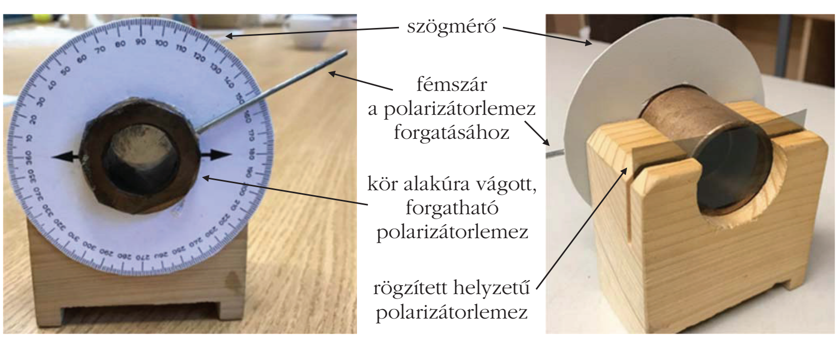
Az *5. ábrának* megfelelően egy fogantyúval forgatható fémcsőre polarizátorlemezt rögzítünk. Az eszköz másik végére egy rögzített állású polarizátorlemezt helyezünk. A két polarizátorlemez egymással bezárt szögét egy, az ábrán látható módon elhelyezett szögmérővel mérjük. A polarizátorlemez forgatására használt fémszár mutatja a két lemez egymással bezárt szögét. A beállítás olyan, hogy a polarizátorlemezek maximális fényáteresztésnél 0°-os helyzetet mutatnak. A fényintenzitást telefonunk kamerájával is mérhetjük, ha letöltjük a *LightMeter* alkalmazást, de lehetőség van számítógépre köthető fényintenzitás-mérő készülék használatára is.

4. ábra. A mérés elvi elrendezése.

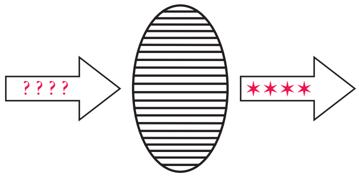




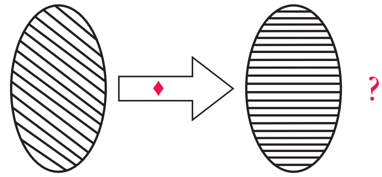
5. ábra. Az általunk használt eszköz (elöl- és hátulnézetből).



A mérési eredmény számszerűsítéséhez a diákok által is ismert *Microsoft Excel* programot használhatjuk. Jelöljük I_0-val a két polarizátorlemez egyirányú állásánál kapott fényintenzitás-értéket, azaz azt, amikor a fényáteresztés maximális (így a polarizátorlemezek fényszűrő hatását kiküszöböljük). Legyen I_T pedig az a fényintenzitás-érték, amelyet a forgatható polarizátorlemez különböző szögei esetén mérünk. Ha ábrázoljuk az I_T/I_0 arányszámot a polarizátorlemezek fokban mért θ szögének függvényében, akkor a *6. ábrának* megfelelő grafikont kapunk, amiből megsejthetjük, hogy a két mennyiség közötti kapcsolatot a $\cos^2\theta$ függvény adja meg. Ezt úgy ellenőrizhetjük, hogy a $\cos^2\theta$ függvényében ábrázoljuk az I_T/I_0-t, s ha a kapott mérési pontok egyenesre illeszkednek akkor a két mennyiség között lineáris a kapcsolat (*7. ábra*).



8. ábra. A példán jól látjuk, hogy a kezdetben ismeretlen tulajdonságú beeső fotonok vízszintes (✶) polarizációs tulajdonsággal rendelkeztek, mert teljes hányadukban áthaladtak egy vízszintes polarizációs irányú polarizátorlemezen.



10. ábra. Ha csak egy foton érkezik egy polarizátorlemezre (jelen esetben a polarizátorlemez vízszintes, a beérkező foton pedig ♦ tulajdonságú, azaz 45°-osan polarizált), akkor a Malus-törvényben szereplő $\cos^2 45° = 1/2 = p(\theta)$ tényező a fotonok áthaladásának valószínűségét jelenti az ismételt kísérletek során.

Kísérleteink alapján felírhatjuk a Malus-törvényt:

$$I_T = I_0 \cos^2\theta,$$

amely törvényt többféleképpen értelmezhetjük.

- Essen egy tetszőleges fénynyaláb egy polarizátorlemezre, amelyen áthaladva a már polarizált fénynyaláb I_0 fényintenzitású lesz. Ezt követően ez a fénynyaláb egy újabb polarizátorlemezre esik, amelyen áthaladva a fény intenzitása $I_T = I_0 \cos^2\theta$ lesz. A θ szög itt a két polarizátorlemez egymáshoz viszonyított polarizációs szögét jelenti.
- Egy eredendően polarizált I_0 fényintenzitású nyaláb esik egy polarizátorlemezre, amelyen áthaladva a fénynyaláb intenzitása $I_T = I_0 \cos^2\theta$ lesz, s ekkor θ a fény polarizációs iránya és a polarizátorlemez által bezárt szöget adja meg. Ez az értelmezés hasonlít az előzőre, mert a polarizált fénynyalábot úgy is elképzelhetjük, mint ami egy számára megfelelően beállított polarizátorlemezen már áthaladt fénynyaláb.

Fotonkép

A tananyag ezen a ponton leszögezi: fogadjuk el azt a tényt, hogy a fény fotonokból áll, amelyek oszthatatlan, diszkrét egységek. Továbbá azt is, hogy monokromatikus fényben a fényintenzitás a fotonok számával arányos. Ekkor a fotonok számával is felírhatjuk a Malus-törvényt:

$$N_T = N_0 \cos^2\theta.$$

A korábban felfedezett polarizációs tulajdonságot felidézve mondhatjuk, hogy e tulajdonsággal a fényt alkotó elemi egységeknek, a fotonoknak is rendelkezniük kell. *A fotonok mindig akkor rendelkeznek egy adott polarizációs tulajdonsággal, ha az annak megfelelő polarizátorlemezzel végrehajtott mérés során az azonos módon előkészített fotonsokaság teljes hányadában áthalad* (*8. ábra*). Annak érdekében, hogy ezeket az információkat rajzainkban is meg tudjuk jeleníteni, éljünk a következő jelölésekkel:

✶: vízszintesen polarizált foton szimbóluma,
▲: függőlegesen polarizált foton szimbóluma,
♦: 45°-osan polarizált foton szimbóluma.

A fotonok számát, azaz a fénynyaláb intenzitását pedig a szimbólumok száma jelzi.

A Malus-törvény ebben az értelmezésben úgy fogalmazható meg, hogy a kilépő fotonok száma általában kisebb, mint a beesőké, s természetesen a kilépő fotonok polarizációja is általában más. A sematikus *9. ábra* erre ad példát.

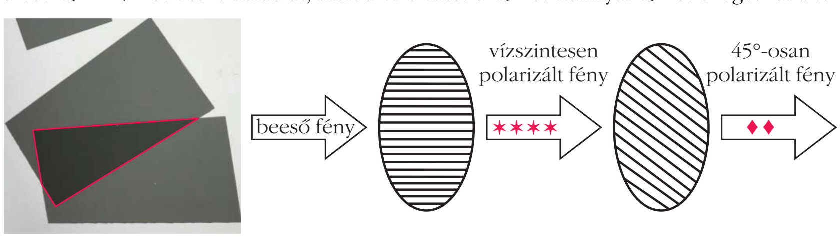
A valószínűségi értelmezés

Izgalmas kérdés, hogy mi történne akkor, ha egy olyan gyenge intenzitású fénynyalábot bocsátanánk egy polarizátorlemezre, hogy egyszerre csak egy foton esne rá. Mivel a fotonok oszthatatlanok, ezért a polarizátorlemezzel történő mérés végeredménye vagy egy elnyelt vagy egy áthaladt foton (*10. ábra*). De akkor mit fejezhet ki a Malus-törvényben szereplő $\cos^2$? Ez a szorzótényező ugyanis alacsony fényintenzitásnál a fotonok oszthatatlanságát sértheti. Diákjaink rövid elmélkedés után megadhatják erre a helyes választ: ha a kísérletet sokszor ismételjük, akkor az egyes fotonok áthaladásának p valószínűsége jelenik meg a Malus-törvényben, azaz $p(\theta) = \cos^2\theta$.

Egymást kizáró tulajdonságok, kvantumhatározatlanság

A fotonok polarizációs tulajdonságát már értjük: egy foton akkor rendelkezik az adott polarizációs tulajdonsággal, ha az azonos módon előkészített fotonsokaság minden elemi egysége 100%-os valószínűséggel halad át a polarizációs tulajdonságnak megfelelő polarizátorlemezen (*8. ábra*), illetve egy foton akkor *nem* rendelkezik egy adott polarizációs tulajdonsággal, ha az azonos módon előkészített fotonsokaság 0%-os valószínűséggel halad át a polarizációs tulajdonságnak megfelelő polarizátorlemezen.

9. ábra. A bal oldali képen egy vízszintes polarizátorlemezre helyeztünk egy 45°-os polarizátorlemezt, a jobb oldali képen pedig a kísérletet bemutató sematikus ábrát láthatjuk. A Malus-törvény szerint a 45° irányú polarizátorlemezre eső vízszintesen polarizált fénynek a $\cos^2 45° = 1/2$-ed része halad át, mert a vízszintes a 45°-os iránnyal 45°-os szöget zár be.



Tapasztaltuk, hogy a függőlegesen polarizált fotonsokaság nem képes áthaladni a vízszintes polarizátorlemezen (és fordítva). Ekkor azt mondjuk, hogy a függőleges és vízszintes polarizációs tulajdonságok *egymást kizáró tulajdonságok*. Ezzel azt fejezzük ki, hogy ha egy foton rendelkezik a függőleges polarizációs tulajdonsággal, akkor a vízszintes polarizációs tulajdonsággal biztosan nem rendelkezhet (és fordítva). Általánosabban, ha egy foton rendelkezik egy adott polarizációs tulajdonsággal, akkor a rá merőleges polarizációs tulajdonsággal már biztosan nem rendelkezik.

Felmerülhet bennünk a kérdés, mi a helyzet akkor, ha a fotonnak van esélye egy adott polarizátorlemezen áthaladni, de ez az áthaladás nem 100%-osan biztos? Például vajon rendelkezik-e egy ✶ (vízszintes) tulajdonságú foton a ♦ (45°) tulajdonsággal is? Ekkor a kvantumos világ egyik meglepő tapasztalati tényét fedezhetjük fel: további tulajdonságokat nem társíthatunk a fotonokhoz, mert ha ezt megtennénk, azzal biztos jóslatot tehetnénk a polarizátorlemezen való áthaladására. Jelen példában ez azt jelenti, hogy egy ✶ (vízszintes) tulajdonságú foton nem lehet egyben ♦ (45°) tulajdonságú is, mert akkor előzetesen tudnám, hogy a ✶ tulajdonságú foton biztosan áthalad egy 45°-os polarizációs irányú polarizátorlemezen. Azonban azt sem mondhatom, hogy egy ✶ tulajdonságú foton nem rendelkezik a ♦ tulajdonsággal, mert ezzel pedig az elnyelődésre tennék biztos jóslatot. *A kvantummechanika egyik meglepő törvénye éppen az, hogy képes vagyok olyan tulajdonságok mérésére, amelyekkel a részecskék eredetileg nem is rendelkeztek.*

Ezt a gondolatmenetet folytatva azt is mondhatjuk, hogy ha egy foton rendelkezik egy polarizációs tulajdonsággal, akkor az azt kizáró tulajdonságpárján kívül az összes más polarizációs tulajdonság megfigyelése méréssel lehetséges, azonban azt, előzetesen még elvi szinten sem társíthatjuk hozzá a fotonokhoz, ugyanis azzal sérülne a valószínűségi értelmezés. Ha pedig elvégzek egy tulajdonságra vonatkozó mérést, akkor azzal már megváltoztatom a fotonok polarizációs tulajdonságát. Ezért kimondhatjuk, hogy *bizonyos tulajdonságpárokat nem lehet együtt megfigyelni, s ezt kvantumhatározatlanságnak nevezzük.*[3] A kvantumhatározatlanságot kétféle szemlélettel is kimondhatjuk, megvilágíthatjuk a mikrovilág „hiányosságát” és „gazdagságát” is a klasszikus világunkhoz képest:

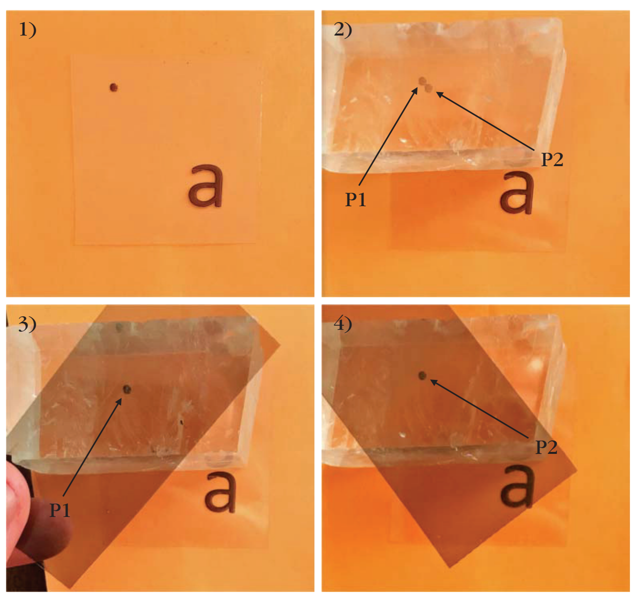
- A makroszkopikus világból szemlélve korlátozottnak érezhetjük, hogy bizonyos tulajdonságokat nem társíthatok a rendszerhez, azaz általában nem tudok konkrétan „igennel” vagy „nemmel” felelni a „rendelkezik-e a részecske egy adott tulajdonsággal?” kérdésre. Azaz a felfedező diák könnyen érezheti azt, hogy a mikrovilág a természet megismerésére korlátot szab.
- Azonban fordítva is megközelíthetjük a kvantumhatározatlanságot, ugyanis a kvantumvilágból szemlélve unalmasnak és korlátozottnak tűnhet mindaz, amit a klasszikus fizikában tapasztaltunk. A klasszikus fizikában csakis azokat a tulajdonságokat mérhetem, amelyekkel a részecske már eredetileg is rendelkezett. Ellenben a kvantummechanika lehetőséget teremt azon tulajdonságok mérésére is, amelyekkel a részecske nem határozottan rendelkezik. Innen vizsgálva a kvantummechanika egy sokkal gazdagabb világ felfedezésének élményét adhatja számunkra.

Tapasztalataim alapján a kvantumvilág felfedezése során sokszor az első, negatívabb szemléletet hordozzuk, hiszen a megszokott, klasszikus fizikán kialakult intuíciónkra hallgatunk. Azonban fontosnak tartom, hogy diákjainkkal érezzük át: a kvantummechanika egy gazdag és izgalmas világot tárhat elénk, amelyet felfedezve, a rajta alapuló mérnöki tudományok új eszközökkel ruházhatják fel az emberiséget.

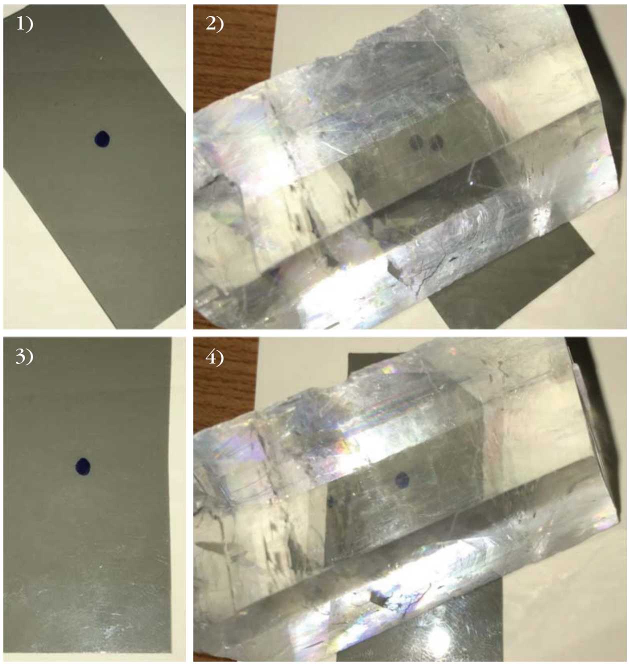
A fotonok megkülönböztethetetlenek

A korábbi gondolatmenetből azt a következtetést is leszűrhetjük, hogy az azonos módon előkészített fotonsokaság esetén egy polarizátorlemezzel való mérés során a fotonokra vonatkozó jóslataink teljes mértékben azonos valószínűségűek. Ez megerősíti, hogy a fotonok *megkülönböztethetetlenek,* ugyanis a megkülönböztethetőség éppen a fizikai tulajdonságokban való eltérés alapján volna lehetséges.

11. ábra. Diákjainkkal narancssárga háttérre helyeztünk egy fóliát, amelyen egy sötét pont (és egy „a” betű) látható (1. kép). Ha a sötét pontra egy kettőstörő kalcitkristályt helyezünk, akkor a sötét pont elhalványodik és megkettőződik (P1 és P2), azaz a beeső fénynyalábot a kristály kettéválasztja (2. kép). A 3. és 4. képen a két sötét pont fényének polarizációs tulajdonsága polarizátorlemezekkel ellenőrizhető. Azt tapasztaljuk, hogy a két fénynyaláb polarizációs tulajdonsága egymást kizáró, mert a polarizátorlemezek helyzete ilyenkor egymásra merőleges.



[3] Ezt részletesebben kifejtem a [12] cikkben is, amelyben a határozatlansági reláción elmélkedek.



12. ábra. Polarizált beeső fénynyaláb esetén a kalcitkristály több esetet is adhat. A ♦ tulajdonságú (45°-osan polarizált) fénynyalábot két halványabb fénynyalábra bontja a kristály (1. és 2. kép). Ezen kilépő két nyaláb polarizációs tulajdonsága ellenőrizhető, ✶ (vízszintes) és ▲ (függőleges), azaz egymást kizáró tulajdonságúak. Azonban, ha a kalcitkristály éppen olyan polarizációs tulajdonságú (például ▲) fénynyalábbal találkozik, amely a rajta kilépő sugárnyalábok polarizációs tulajdonságának megfelelők, akkor a kristály hatástalan (3. és 4. kép).

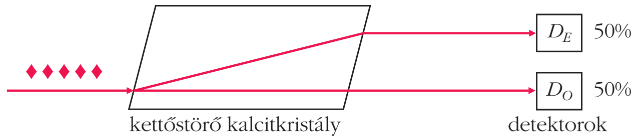
A pályafogalom hiánya

Az alábbiakban az a megdöbbentő felfedezés tárul a tisztelt Olvasó elé, hogy a mikrovilág leírásában nem használható a pálya fogalma. A felfedezéshez mindenekelőtt egy új kísérleti eszközt kell megismernünk, a kettőstörő kalcitkristályt, amelynek különlegessége, hogy a beeső fénynyalábot általában két olyan halványabb fénynyalábbá bontja szét, amelyek polarizációs tulajdonságai egymást kizárók. Ezt kísérletileg is ellenőrizhetjük (*11. ábra* és *12. ábra*).

A beérkező fénysugár útvonalának meghosszabbítását ordinárius sugárnak, a másikat extraordinárius sugárnak nevezzük (*13. ábra*).

A kísérletek megmutatják, hogy a foton pályája és polarizációja között szoros kapcsolat áll fent. Helyezzünk a *12. ábrának* megfelelően egy ♦ (45°) tulajdonságú fotonnyaláb útjába egy kalcitkristályt, majd az ordinárius és extraordinárius sugarak irányába egy-egy detektort (D_O és D_E), amelyek képesek érzékelni a beeső fotonokat (*14. ábra*). Legyen az ordinárius nyaláb polarizációs tulajdonsága ▲ (függőleges), az extraordináriusé pedig ✶ (vízszintes), így ezek éppen egymást kizáró tulajdonságok. Ilyen összeállítás esetén a

13. ábra. Sematikus rajz a kalcitkristály fénytöréséről.



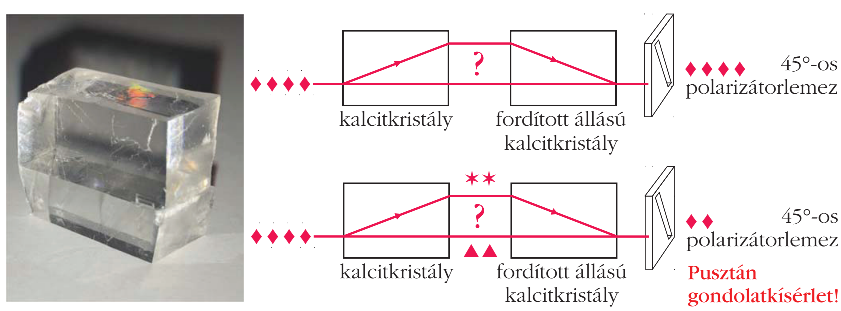
14. ábra. Az egyes fotonokat a detektorok 50%-os valószínűséggel találják meg (Malus-törvény).

két kilépő fénynyaláb intenzitását a Malus-törvény adja meg. Mivel a beeső fotonok polarizációs iránya 45°-os szöget zár be mindkét kilépő sugárnyaláb polarizációs irányával, ezért a Malus-törvény értelmében a két kilépő fénynyaláb egyenlő fényintenzitású ($\cos^2 45° = 1/2$). Azaz 50-50%-ban osztoznak a beeső fénynyaláb intenzitásán.

Képzeljük el, hogy egyszerre csak egy foton érkezik a kalcitkristályra. Mivel a pálya és a polarizációs tulajdonság szoros kapcsolatban áll, a Malus-törvény valószínűségi értelmében 50%-os valószínűséggel mérem a fotonokat az egyes detektorokkal (*14. ábra*). A detektor jelzése információt ad a beeső foton polarizációs tulajdonságáról, hasonlóan a polarizátorlemezzel való méréshez. *Azonban a valószínűségi értelmezés miatt nem tudom megmondani, hogy az egyes fotonok melyik útvonalon fognak haladni.* Ha előzetesen tudnék pályát rendelni a fotonokhoz, akkor a kalcitkristályra beeső fotonok polarizációs tulajdonságához előzetesen egy másik polarizációs tulajdonságot is rendelnék. Ez azonban ellentmond a kvantumhatározatlanságnak és így a valószínűségi értelmezésnek is.

A kalcitkristály mögé – képzeletben – tegyünk egy ugyanolyan, de azzal fordított állásút. Fogadjuk el, hogy e kísérletben a második kristály hatására a két szétvált fotonnyaláb újra egyesül, ahogy azt a *15. ábrán* látjuk. Ha nem végzek mérést a két kalcitkristály között, akkor a fotonok pályájáról nincs információnk, ezért egyik útvonalat sem követik. Éppen ezért, amikor a fotonok a második kristályon áthaladnak, akkor

15. ábra. A bal oldali képen két, egymásra fordított állású kalcitkristályt látunk, a jobb oldali ábrán pedig a két kalcitkristállyal történő egyik kísérlet sematikus rajzát. Ha feltételezhetjük (jobb alsó ábra), hogy egy foton polarizációs tulajdonsága meghatározott a két kristály között, akkor pályájukat is meg tudjuk mondani. Azonban ekkor olyan eredményt kapnánk, amelyről tudjuk, hogy téves.



♦ tulajdonságúak lesznek. Ezért a 45°-os polarizációs irányú polarizátorlemezen teljes hányadukban áthaladnak. Ha valamiképpen kiderítem, hogy az egyes fotonok melyik pályán haladnak, akkor e tudással megváltoztatom a mérés kimenetelét, ugyanis ekkor az egyesült fénynyaláb a ✶ és ▲ tulajdonságú fotonokra bomlik szét. Mivel a kalcitkristály – a *12. ábra* 3. és 4. képén bemutatott kísérletek szellemében – ezen tulajdonságokat nem változtatja meg, ezért ezek keveréke fog ráesni a 45°-os polarizátorlemezre, amelyen azonban csak e fotonok fele jutna át. Az eredeti kísérlet szerint viszont mindannyian átjutnak. Azaz, ha valahogyan kiderítjük (vagy akár csak feltételezzük), hogy a fotonok egy konkrét útvonalon haladnak, akkor a mérés eredménye megváltozik. Így a pálya feltételezése téves eredményre vezet. El kell fogadnunk, hogy a pálya rossz fogalom a mikrovilágban.

Összefoglalva, *gondolatmenetünk megmutatta, hogy a pálya fogalma a fotonok esetén nem alkalmazható. A mikrovilágban ezért nem használhatjuk a pálya fogalmát.* Ha én akármilyen módon is, de információt szerzek a két kalcitkristály között a fotonok helyéről, azzal már megváltoztatom a részecskék tulajdonságát, így a mérés kimenetelét is. *A kvantummechanikai mérés ezért általánosabban egy a részecskére vonatkozó információ megismerését jelenti.*

A tananyag Magyarországon

Az eredeti tananyagot eddig két csoportban próbáltam ki. A tapasztalataim alapján módosított verziót további oktatási kísérletekben tervezem kipróbálni. Véleményem szerint a cikkben megfogalmazott anyag a közoktatásban megállja helyét. A diákok a kísérleteket élvezik, a számításos feladatok mérsékelt matematikai ismereteket igényelnek, azonban mély fizikai mondanivalót rejtenek magukban. A diákok érdeklődését fokozza, hogy a modern fizikának egy különösen szép és innovatív fejezetét ismerhetik meg, a kvantummechanikai világ „csodái” pedig a humán érdeklődésű diákok számára is érdekfeszítő kérdéseket emelhet be a tanórákra, hiszen a világról alkotott képünkre is jelentős hatással van. A konkrét tanítási tapasztalatokból egy angol nyelvű cikkben írok részletesebben [8].

Az új 2020-as Nemzeti alaptanterv [13] egyik hatása éppen az, hogy a hullámtan tárgyalási lehetősége beszűkült, ezért a kvantummechanika hullám-részecske kettősségen történő tanítása is nehezebbé válik. Mivel a koszinusz derékszögű háromszögekre vonatkozóan továbbra is tananyag matematikából, a Malus-törvény és így a tananyag sem tartalmaz olyan matematikai ismereteket, amelyek kihívást jelentenének a diákoknak.

Összefoglalás és a továbbhaladás útja

A bemutatott tananyag itt nem ér véget, további felfedezésre is lehetőség van. A következő fejezetek elvontabbak, ezért a tehetséges és érdeklődő diákok számára ajánlottak, így ezeket e cikkben sem közlöm. Azonban, ha a tisztelt Olvasó érdeklődik aziránt, hogyan lehet a kvantummechanika e területén várható értéket és szórást számolni, érdekli a kvantumhatározatlanság megnyilvánulása a fotonok szórásában, szeretné megtudni, hogy a klasszikus törvények miként jelennek meg a mikrovilág átlagaként, továbbá szeretné a diákokkal együtt felfedezni a mikrovilágra jellemző matematikai struktúrát, amelynek megkoronázása a sajátérték-egyenlet felírása, akkor ajánlom a honlapomon az itt leírtak folytatását [10].

Zárszóként pedig szeretném a diákok által a fentiek során felfedezett ismereteket pontokba szedni:

- Bizonyos mérések sorrendje nem cserélhető fel.
- A mikrovilág egyik alaptörvénye a valószínűségi értelmezés.
- A részecskékhez bizonyos fizikai tulajdonságok nem társíthatók, amelynek következménye a kvantumhatározatlanság.
- A fotonok megkülönböztethetetlenek.
- A kvantumrészecskékhez nem rendelhető pálya.
- A mérés jelentése és hatása a kvantummechanikában a megszokottaktól eltérő.

Irodalom

1. M. Michelini, A. Stefanel: *Fisica Quantistica, una proposta per la didattica*. Universitá di Udine, Litho Stampa, Udine (2004) http://fiztan.phd.elte.hu/pdf/QM_Marisa_Michelini.pdf
2. A. Stefanel: *Physics didactic innovation materials to support initial and in-service teacher education*. (2006) http://www.fisica.uniud.it/URDF/interreg/quanto/schede_stu/schede_stu_it.htm
3. M. Michelini, R. Ragazzon, L. Santi, A. Stefanel: Proposal for quantum physics in secondary school. *Physics Education 35/6* (2000) 406–410.
4. Tóth Kristóf: *Kvantummechanika a középiskolában*. TDK dolgozat (2019) https://physics.elte.hu/content/fizikatanar-kepzes.t.3002?m=1516
5. P. A. M. Dirac: *The Principles of Quantum Mechanics*. Clarendon Press, Oxford (1958).
6. Quiskit Bronz fokozat: https://qworld.net/workshop-bronze (2021. 04. 27.)
7. Tóth Eszter: *Fizika IV.* Tankönyvkiadó, Budapest (1984).
8. M. Michelini, A. Stefanel, K. Tóth: *Joint effort in teaching/learning quantum mechanics through light polarization in secondary school*. (2021) Beküldött cikk, https://kvantummechanikus.files.wordpress.com/2021/03/qm-paper-2.pdf
9. https://kvantummechanikus.wordpress.com/ (2021. 05. 02.)
10. Tóth Kristóf: *Modell kvantummechanika a középiskolában, 2. rész.* https://kvantummechanikus.files.wordpress.com/2021/05/toth-kristof-modell-qm-2.pdf
11. https://youtu.be/Et8-gg6XNDY (2021. 03. 31.)
12. Tóth Kristóf: A kvantum-határozatlanság a kvantummechanika fénypolarizációs modelljében. *Fizikai Szemle,* megjelenés előtt.
13. https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020_nat (2021. 04. 27.)

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682
A Társulat Internet honlapja http://www.elft.hu, e-postacíme: elft@elft.hu
Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtitkár, felelős szerkesztő Lendvai János főszerkesztő.
Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.
Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.
Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.
Megjelenik havonta (nyáron duplaszámmal), egyes szám ára: 1000.- Ft (duplaszámé 2000.- Ft) + postaköltség.
HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)

KOVÁCH ÁDÁM (1933–2021)

Kovách Ádám, az ATOMKI nyugalmazott főmunkatársa, volt főtitkára, az ELFT volt alelnöke életének 88. esztendejében elhagyott minket. Ádám fizikusi pályafutása szinte teljes egészében az Atommagkutató Intézethez kapcsolódik. Egész élete során mind az oktatás, mind a kutatás irányában mutatott elkötelezettség jellemezte. Széles látókörű tudós volt, sokoldalú érdeklődés vezette pályáján, és a tudományos közélet fáradhatatlan munkásaként is elévülhetetlen érdemeket szerzett.

Kovách Ádám kitüntetéses matematika–fizika szakos tanári diplomájának megszerzése után négy hónapig tanított a debreceni Fazekas Mihály Gimnáziumban, majd 1955 novemberétől az akkoriban alakuló Atommagkutató Intézet tudományos segédmunkatársaként kezdte tudományos pályafutását. 1964-ben doktorált, 1967-ben szerezte meg a fizikai tudomány kandidátusa fokozatot, 1977-ben pedig címzetes egyetemi docensi címet kapott. Tudományos kutatóként kiemelkedő eredményeket ért el a magfizikai módszerek és a tömegspektrometria geokémiai és földtani alkalmazása területén.

Pályája elején a dunántúli kőszenek urántartalmának felmérését végző csoport munkája keretében fúrásminták urántartalmának béta-sugárzásmérés útján történő meghatározásával foglalkozott. 1957-től 1966-ig az ATOMKI-ban végzett csapadék-radioaktivitási vizsgálatokat irányította. Vizsgálta a Way–Wigner-formula érvényességét, valamint annak alkalmazhatóságát kísérleti atombomba-robbantások időpontjának meghatározására. A folyamatosan végzett mérések alapján lehetővé vált a sztratoszféra és a troposzféra légrétegei átlagos kicserélődési arányának megbecslése is.

1967-től kezdve tevékenysége elsősorban a Rb-Sr kormeghatározási módszer alkalmazására irányult. Hazai magmás és átalakult kőzeteink keletkezési és átalakulási korviszonyainak tisztázásával foglalkozott. Sok földtani feltárást látogatott meg geológuskalapáccsal, hogy terepen is tanulmányozhassa az előfordulási környezeteket, a kőzetek állagát, szöveti bélyegeit, mállottságát, mintázhatóságát. Igyekezett elsajátítani a lényegi geológusi szempontokat, ismereteket. Ebben az időben a geológia megválaszolásra váró kérdéseinek egyike volt az észak-keleti országrész idős kőzeteinek származása, kora, metamorfózisának mértéke, jellege, melynek megválaszolásában *Balogh Kadosával* és *Sámsoni Zoltánnal* vett részt. A következő években a Tokaji-hegység harmadidőszaki kőzeteinek stronciumizotóp-tartalmát tették vizsgálat tárgyává. Több éven át rendszeresen végeztek kormeghatározásokat a Mongóliában működő Nemzetközi Földtani Expedíció részére. 1974–75-ben ösztöndíjasként a Massachusetts Institute of Technology (USA) földtudományi intézetében dolgozott, ahol az Amazonas-medence (Brazília) kristályos aljzatának és a venezuelai Andok egyes területeinek kormeghatározásával foglalkozott. 1976-tól tevékenysége ismét a hazai területek és a környező országok egyes földtani objektumai kormeghatározására összpontosult. Munkatársaival, többek között *Sudárné Svingor Évával* együtt vizsgálatokat végzett a déli és délkeleti Alföld kristályos aljzatának eredet és átalakulási korviszonyainak tisztázására, részletesen vizsgálták a Soproni hegység és a fertőrákosi palasziget átalakult kristályos kőzeteit, különös tekintettel a többszörös átalakulást tükröző, polimetamorf ásványképződés jelenségeire. A Magyarhoni Földtani Társulat tagjaként gyakran részt vett annak rendezvényein, ahol az új, a geológusok számára érdekes és hasznos fizikai módszerekről, berendezésekről tartott előadásokat. *Schlenk Bálinttal* és *Székyné Fux Vilmával* egy érdekes kísérletet végeztek a nagyfrekvenciás és nagyfeszültségű fényképezés (Kirilan-fényképezés) ásvány-kőzettani alkalmazási lehetőségének a feltárására.

Tudományos és egyetemi oktatói tevékenysége mellett a magyar és nemzetközi tudományos közélet aktív szereplője, szenvedélyes tudománynépszerűsítő és tudománypolitikus volt. Meghatározóan hosszú időn át (1976–1981, majd 1987–2005 között) volt az intézet tudományos főtitkára és a *Debreceni Szemle* szerkesztőbizottságának tagja. Intézményi kiadványok szerkesztése, szabályzatok megalkotása, kollektív szerződések előkészítése fűződik nevéhez.

A társadalmi problémák iránt érzékeny, a közösségért tenni akaró emberként a rendszerváltás idején megalakuló Tudományos Dolgozók Szakszervezetének – első pillanattól kezdve – 15 éven át elnökségi tagja volt. Munkaügyi és bérkérdésekben formálta a szakszervezet álláspontját, tagja volt a Költségvetési Intézmények Munkaügyi Érdekegyeztető Tanácsának, részt vállalt az Értelmiségi Szakszervezeti Tömörülés megalapításában, kiállt amellett, hogy a kutatók közvetlen érdekvédelme helyett a tudomány általános elismertetése érdekében kell küzdeni a TUDOSZ-nak. Azon dolgozott, hogy az autonómia az egész tudománypolitikai modell általános érvényű rendezőelve legyen.

Tagként, tisztségviselőként és elnökként számos bizottság munkájában vett részt a Magyar Tudományos Akadémia bizottságaitól az EURATOM fúziós szakterületének munkabizottságán át a Science on Stage Europe e.V. végrehajtó bizottságáig. A magyar tudományért, a magyar természettudományos oktatásért és a magyar fizikáért legtöbbet mégis az Eötvös Loránd Fizikai Társulat kebelében tette, amelynek 1953 óta volt tagja, és ahol rengeteg feladatot vállalt és számos vezető tisztséget töltött be. Elévülhetetlen érdemeket szerzett a fiatal generációk természettudományos képzése, nevelése érdekében kifejtett tevékenységével: huszonnégy alkalommal volt irányító szervezője a Társulat Hajdú-Bihar Megyei Csoportja és az ATOMKI közös rendezésében megrendezett Debreceni Fizikus Napok egyhetes rendezvénysorozatának. Egy évtizeden át volt mentora a Nyíregyházi Evangélikus Kossuth Lajos Gimnázium által szervezett Országos Szalay Sándor Fizika Elmlékversenynek.

Három perióduson át volt az Eötvös Loránd Fizikai Társulat alelnöke (2003–2005, 2007–2011), három perióduson át főtitkára (1999–2003, 2005–2007) és többször volt az ellenőrző bizottság tagja (1995–1999, 2011–2015). Főtitkári tevékenysége első periódusának kezdetén történt meg a Társulat új alapszabályának véglegesítése és bírósági egyeztetése. Az újabb főtitkári megbízatás alatt készítette el a Társulat új ügyrendjét. Főtitkári tevékenysége során sikerült megállítania a Társulat alaptőkéje korábban tapasztalt csökkenésének folyamatát, elsősorban pályázatok benyújtása révén stabilizálva a Társulat költségvetésének helyzetét.

A főtitkári tevékenységből adódó általános feladatok magas szintű ellátása mellett a nemzeti szervezőbizottság elnökeként 2006-ig irányította, illetve szervezte a magyar küldöttség kiválasztását és részvételét a *Physics on Stage,* majd az ennek helyébe lépett *Science on Stage* nemzetközi konferenciákon, valamint irányította az e programokhoz kapcsolódó, a programok által anyagilag is támogatott hazai rendezvények szervezését. Tagja volt a Németországban bejegyzett Science on Stage Europe e.V. nemzetközi társaság Végrehajtó Bizottságának. Tevékeny részt vállalt az Európai Fizikai Társulat által szervezett *Science and Society* fórumok munkájában.

Kovách Ádám 2013-ban kapta meg az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Érmét. Pontosan illett rá a Társulat Érméhez kapcsolódó feltételrendszer minden szava: a fizika területén hosszú időn keresztül folytatott magas szintű kutatási, alkalmazási és oktatási tevékenységével, valamint a társulatban kifejtett értékes, sok területre kiterjedő munkásságával valóban kiemelkedően hozzájárult a fizika hazai fejlődéséhez. Emlékét közvetlen és társulatbéli kollégái, barátai mellett tanárok és diákjaik, a természettudományok szeretetére nevelt nemzedékek is őrzik.

Kovách Ádám és a *Fizikai Szemle*

Meteoritok, a világűr kutatásának eszközei (társszerzők: Szalay Sándor, Gyarmati Borbála, Sámsoni Zoltán) — 1961/227
Atommagfizikai módszerek a geológiai kormeghatározásban — 1962/369
Az egyesített kémiai és fizikai atomsúlyskáláról — 1963/195
Geokémiai és geológiai irányú vizsgálatok atommagfizikai módszerekkel — 1964/386
GIREP szeminárium a fizika iskolai oktatásáról, 1981 — 1983/239
Ciklotron-laboratórium Debrecenben — 1986/80
Kitajgorodszkij A. I.: Fizika mindenkinek II. (könyvismertetés) — 1986/119
Tanári továbbképzés kutatóintézetben (Vitaülés) — 1986/153
Szalay Sándor, 1909–1987 (társszerző: Koltay Ede) — 1988/42
Lakossági sugárterhelések orvosi vonatkozásai — 1989/196
Szalay Sándor 80 éves lenne, és az ATOMKI 35 éves — 1990/29
Teller Ede Debrecenben — 1991/148

RADNAI GYULA (1939–2021)

2021. május 24-én, 82 éves korában koronavírus-fertőzés következtében elhunyt *Radnai Gyula,* az Eötvös Loránd Tudományegyetem Anyagfizikai Tanszékének (korábban Kísérleti, majd Általános Fizika Tanszék) nyugalmazott egyetemi docense, lapunk egyik legaktívabb szerzője, bírálója, kritikusa. Radnai Gyula 1957-ben a Fürst Sándor Gimnáziumban érettségizett, majd az ELTE matematika–fizika-tanári szakán folytatta tanulmányait. Diplomamunkájában a színrendszerek és a színérzékelés fizikájával foglakozott. A diploma megszerzése után azonnal, 1962-ben az ELTE oktatója lett, ahol közel 60 éven át tanította a fizikus és különösen a fizikatanár szakos hallgatókat. Ezalatt az idő alatt a fizikatanár-képzés meghatározó alakjává vált. Oktatóként különösen a termodinamika alapjai, a fizikatörténet és a fizikatanítás hagyományostól eltérő, új módszerei érdekelték. 1990-ben nyerte el a fizikai tudomány kandidátusa fokozatot, értekezésében a fizikai szemléletmód kialakításához vezető oktatási folyamat lehetőségeivel foglalkozott. A szakmódszertan mellett számos kapcsolódó területen is fontos és eredményes tevékenységet folytatott. Bár pályája mindvégig az egyetemi oktatáshoz kötődött, fontosnak tartotta a középiskolások felkészítését a továbbtanulásra. Azokban a boldog időkben, amikor még felvételizni kellett fizikából a műszaki, természettudományi, sőt az orvosi egyetemi szakokra is, több tízezer diák készült a vizsgára a legendás Dér–Radnai–Soós példatár segítségével. Hosszú ideig dolgozott az országos fizika felvételi bizottságban, amelynek 1995 és 2004 között elnöke is volt.

Munkásságának fontos részét képezte a tehetséggondozás. A *Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok* fizika szerkesztőbizottsági elnökeként fáradhatatlanul dolgozott azon, hogy a megjelenő fizikafeladatok színvonalasak, tanulságosak és érdekesek legyenek. Sokezer középiskolás fiatal Radnai tanár úr *KöMaL*-beli tevékenységének köszönhetően szerette meg a fizikát.

1988-tól 25 éven át dolgozott az Eötvös Loránd Fizikaverseny feladatkitűző bizottságának elnökeként, lényegében ő szervezte meg a versenyek lebonyolítását és értékelését. Ezen a versenyen a fizikából legtehetségesebb középiskolás és elsőéves egyetemista diákok mérhetik össze tudásukat. Az ünnepélyes eredményhirdetésekre Radnai tanár úr évről évre meghívta a 25 vagy 50 évvel korábbi győzteseket, akikből nagyon sokan jelentős tudósokká váltak. Az Eötvös-versenyen kívül is zsűrielnöke volt több országos fizikaversenynek, így a nagykanizsai Zemplén Győző, a székesfehérvári Lánczos Kornél és a szolnoki Tarján Imre fizikaversenynek.

Az 1980-as években kezdett el mélyebben foglalkozni fizikatörténettel, különösen a fizika magyarországi legjelentősebb alkotóinak munkásságával és életével. 1988-ban az Európai Fizikai Társulat Kondenzáltanyag Divíziója Budapesten tartott konferenciájának alkalmából a North Holland kiadó megjelentette *Physics in Budapest: A Survey* című, *Kunfalvi Rezsővel* közösen írt könyvét. Ugyancsak számos folyóiratcikke jelent meg a 19. és 20. század kiemelkedő fizikatanárairól, bemutatva egyebek között a nagyhatású tanárok és a legeredményesebb tanítványok közötti szoros kapcsolatot. Fizikatörténeti kutatásairól 100-nál több publikációja jelent meg. Lapunknak is rendszeres szerzője volt. 2017-ben *Centenáriumi megemlékezések 2016* című négyrészes cikksorozatával elnyerte a *Fizikai Szemle* nívódíját. Írásaival – folyóiratunkat több mint negyvennel ajándékozta meg –, bírálói tevékenységével és a legutolsó ideig hónapról-hónapra közölt kritikai megjegyzéseivel jelentősen hozzájárult a *Fizikai Szemle* színvonalának megőrzéséhez. Cikkeit körültekintő, alapos kutatómunka alapján élvezetes stílusban írta meg. Az egész országban és a határon túl is rengeteg előadói meghívásnak tett eleget.

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulatnak 1990–93-ig és 1996–99-ig főtitkár-helyettese, 1999–2003 között elnökhelyettese volt.

Munkásságát több kitüntetéssel jutalmazták, így elnyerte a Prométheusz-érmet (1989), a Zemplén Jolán-emlékérmet (1989), az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Érmét (1994) és legutoljára a „Bonis Bona – A nemzet tehetségeiért” életműdíjat (2020).

Radnai Gyula cikkeivel és a *História* tudósnaptárbeli szócikkeivel is segített megőrizni a hazai fizikai kutatás és oktatás jelentős alakjainak emlékét. Szomorú, hogy most már ő is bekerült azok közé, akiknek emlékét nekünk, az utódoknak kell ápolunk.

Lendvai János

Radnai Gyula és a *Fizikai Szemle*

A vetítés — 1965/320
A termodinamikai fundamentális egyenletek tanításához — 1966/41
Egy érdekes rezgésköri jelenségről (társszerző: Schuszter Ferenc) — 1966/381
Fizikai optikai kísérletek bemutatása televízióval (társszerzők: Hajdu János, Schuszter Frenc) — 1967/249
Egyszerű rendszerek egyensúlyi állapota és a termodinamikai állapotfelület — 1978/223
Rezgések és hullámok – I–VIII. (társszerzők: Kovács István, Sas Elemér, Brájer László, Skrapits Lajos, Gyarmati Csaba, Poór István, Főzy István) — 1980/104, 149, 188, 190, 230, 235, 258, 311
Párkányi László, 1907–1982 — 1982/223
Mitől függ a levegő viszkozitása? — 1982/270
Kontinuumok mechanikája – I–IX. (társszerzők: Kovács István, Bérczes György, Brájer László, Skrapits Lajos, Sas Elemér, Poór István, Juhász András, Tasnádi Péter) — 1982/424, 1983/26, 78, 92, 149, 183, 227, 260, 303
Hogyan vezette be Clausius az entrópiát? — 1984/91
A Joule–Thomson-effektus — 1985/306
Szemelvények a termodinamikából és a statisztikus fizikából. Kvantumstatisztikák — 1986/263
Csekő Árpád 85 (társszerző: Kunfalvi Rezső) — 1987/269
A spontán növekvő hőmérséklet — 1988/404
Vermes Miklós, 1905–1990 — 1990/257
Magyar nyelvű nemzetközi fizikaverseny Sopronban — 1991/94
Az eötvösi kísérleti fizika szelleme a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapokban — 1994/29
A hatás megsokszorozása — 1995/424
Madas László, 1910–1997 — 1997/285
Közszolgálati dolgok 2000-ben — 2000/180
Képriport a 2004. évi Eötvös-verseny ünnepélyes eredményhirdetéséről (társszerző: Harkai Zsolt) — 2005/79
Vermes Miklós és az Egyetem — 2005/166
Száz éve született Vermes Miklós — 2005/441
A rugalmas fonalú ingáról – mai szemmel (társszerzők: Gruiz Márton, Tél Tamás) — 2006/337
Wigner Jenő iskolás évei — 2007/62
Perdületes paradoxonok, (a)vagy: paradoxonok a perdületre (társszerző: Tichy Géza) — 2007/244
Séta az Aulában — 2009/190
Mayer Farkas (1929–2010) — 2010/104
Nobel-díjas családok – I–II. — 2010/300, 343
A mikrovilág első felfedezői – I–II. — 2011/123, 156
Az első Solvay-konferencia centenáriumán – I–II. — 2011/250, 316
Károlyházy-feladatok az Eötvös-versenyen – I. rész, mechanika; II. rész, termodinamika; III. rész, elektrosztatika; IV. rész, elektromos áram — 2012/313, 383, 417, 2013/18
Száz éve történt: hazai tudósítás Laue briliáns ötletéről — 2013/311
A kétszáz éves Brewster-törvény — 2015/83
Fizikus tehetségpont a két háború között — 2015/249
Einstein Nobel-díjáról négy tételben — 2015/410
Inspiráció a tudományban — 2016/83
Centenáriumi megemlékezések, 2016 – 1–4. rész — 2016/266, 311, 336, 378
A másképp gondolkodás bűvöletében — 2017/429
Feynman Magyarországon — 2018/154
Hogyan kezdte tanítani Eötvös Loránd a fizikát? – 1–2. rész — 2019/295, 331
Nagy Elemér 100 — 2020/219
Versenyfeladatok az Eötvös-inga bűvöletében – 1–2. rész (társszerző: Cserti József) — 2020/375, 403

MEZEI FERENC KAPJA A 2021. ÉVI LISE MEITNER-DÍJAT

A Göteborgi Fizikai Központ bejelentette, hogy a 2021. évi Lise Meitner-díjat *Mezei Ferenc* professzor kapja. Az indoklás szerint Mezei Ferenc találmányai, a neutron spin echo módszer és a szupertükör áttörést jelentettek a neutronszórási módszerek területén. Az indoklás kiemeli a hosszú impulzusú neutronforrás koncepciót is, amely a Lundban (Svédország) jelenleg épülő Európai Spallációs Forrás alapját jelenti. Mezei professzor neutronfizikai felfedezései a neutronos anyagvizsgálati módszerek új területeit nyitották meg sebességük és pontosságuk javításával. Mezei professzor jelenleg – egyebek mellett – új típusú nagyintenzitású kompakt neutronforrások kifejlesztésén is dolgozik, amelyekről lapunk tavaly januári számában írt (Fejlődő perspektívák a neutronnyalábok széleskörű használatában. *Fizikai Szemle 70* (2020) 6–9.).

TANÁRTÓL
TANÁRNAK

MAGYAR SZÍNPADON A TUDOMÁNY FESZTIVÁL

SZEGED, AGÓRA
2021. SZEPT. 17–18.

SCIENCE ON STAGE 2021 SZEGED

THE EUROPEAN NETWORK OF SCIENCE TEACHERS

Természettudományos fesztivált és kiállítást rendez az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, az Informatika-Számítástechnika Tanárok Egyesülete, a Bolyai János Matematikai Társulat, a Magyar Kémikusok Egyesülete és a Magyar Biológiatanárok Országos Egyesülete 2021. szeptember 17–18-án Szegeden, a Szent-Györgyi Albert Agórában. Előzetes jelentkezés 2021. július 2-ig: https://forms.gle/RtB7atM24v5N6F5P8

További információk: https://szinpadon-a-tudomany.hu

Szervezők:

SCIENCE ON STAGE HUNGARY

AGÓRA SZENT-GYÖRGYI ALBERT AGÓRA – SZEGED

Szeged

ISZE

BOLYAI TÁRSULAT

MKE Magyar Kémikusok Egyesülete

Magyar Biológiatanárok Országos Egyesülete