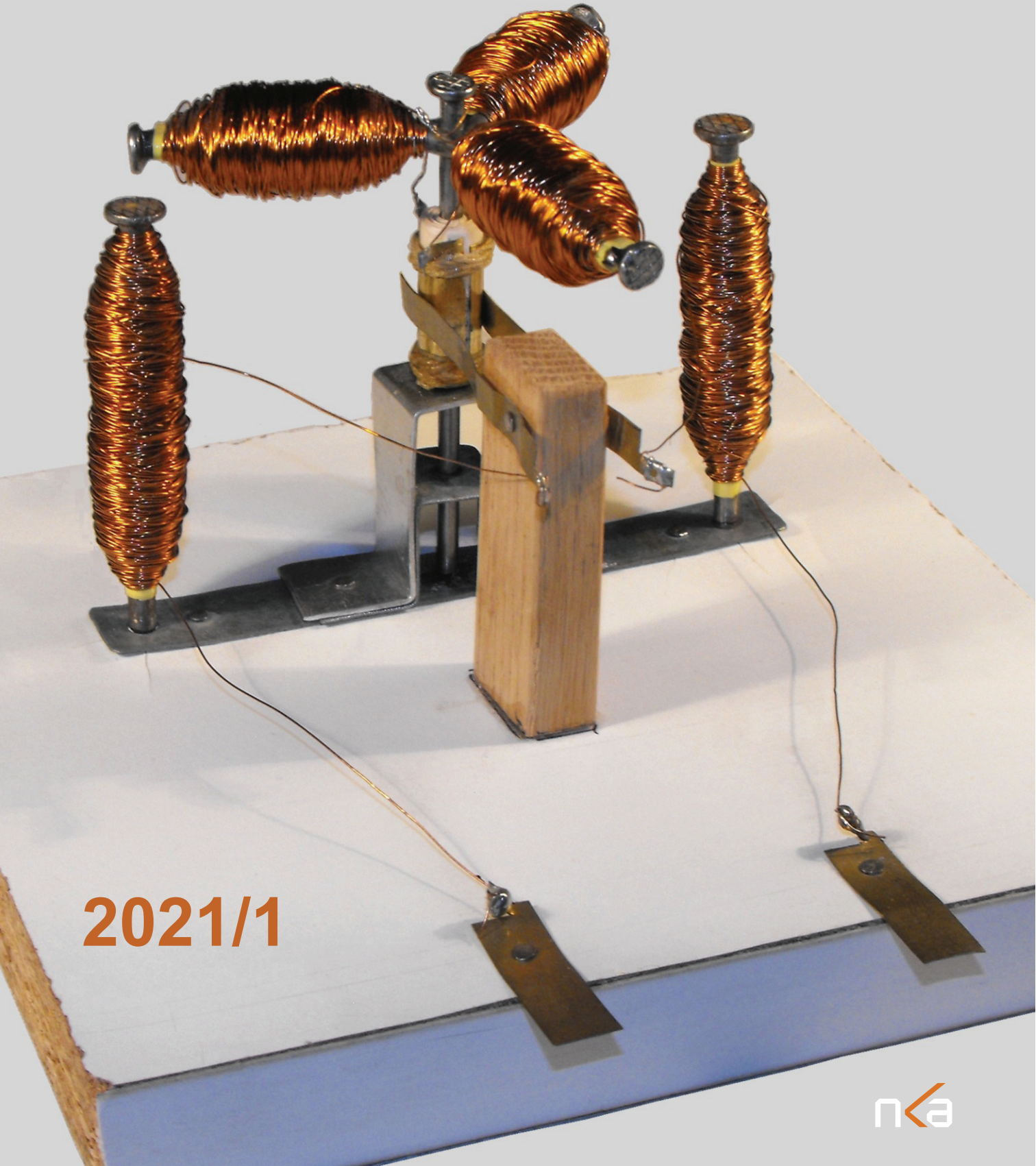
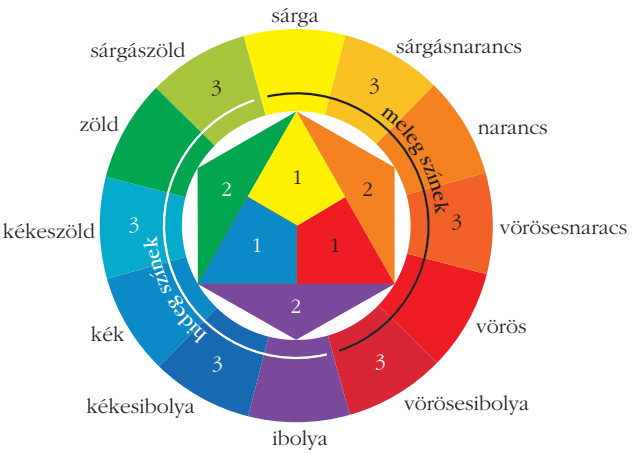
fizikai szemle

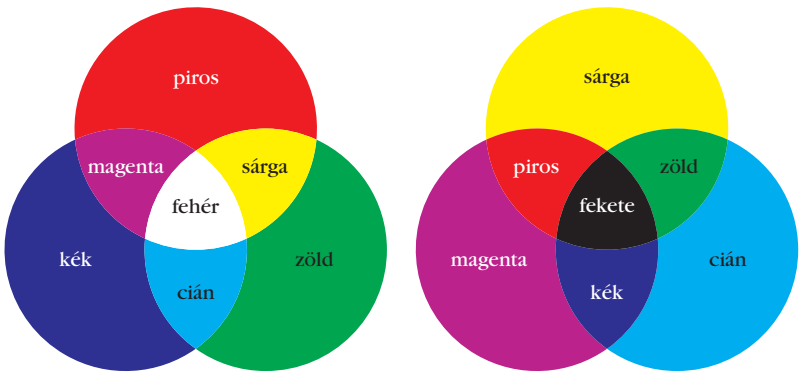


2021/1

28. kép. Szivárvány (fénykép). Jól látható a fő- és mellékív, amelyben a színek sorrendje fordított.

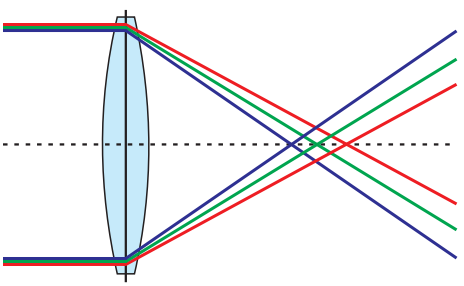


38. kép. Az Ostwald-féle színkör. 1., 2. és 3. rendű színek; valamint a hideg és meleg színek.



36. kép. Additív és szubtraktív színkeverés. Festékek keverésekor a szubtraktívnak megfelelő színek jönnek létre.

39. kép. A színek térhatása. Mi látszik közelinek és mi távolinak?

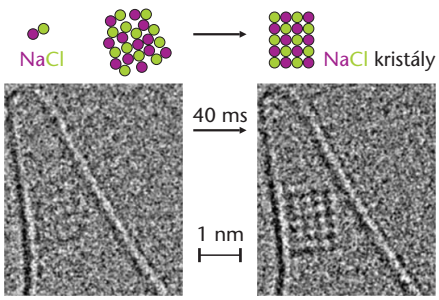


40. kép. A lencse a különböző színeket másképpen töri meg. Szemlencsénk hasonló, innen ered a színek térhatása.

37. kép. Munch: *Lányok a hídon*. A ruhák színe az additív színkeverést idézi.

42. kép. Gauguin: *Látomás prédikáció után*. A távoli jelenet (Jákob harca az angyallal) a meleg háttérszín miatt közelebbinek látszik.

1. ábra. Fantáziakép a pulzárokról érkező impulzusok észleléséről [2].



2. ábra. A kiindulási rendezetlen fázisból mintegy 20 ionból álló sókristálycsíra képződése [4].

1. https://www.sciencemag.org/news/2021/01/cloak-and-dagger-tale-behind-year-s-most-anticipated-result-particle-physics?utm_source=Nature+Briefing&utm_campaign=6c06d8c1f3-briefing-dy-20210128&utm_medium=email& utm_term=0_c9dfd39373-6c06d8c1f3-44525409

2. https://physicsworld.com/a/have-pulsars-provided-a-glimpse-of-gravitational-waves-from-merging-supermassive-black-holes/?utm_source=Nature+Briefing&utm_campaign=2baebec8cf-briefing-dy-20210113&utm_medium=email&utm_term=0_c9dfd39373-2baebec8cf-44525409

3. https://pubs.acs.org/doi/10.1021/jacs.0c12100

4. https://pubs.acs.org/na101/home/literatum/publisher/achs/journals/content/jacsat/2021/jacsat.2021.143.issue-4/jacs.0c12100/20210128/images/large/ja0c12100_0005.jpeg

JANUÁRI ÚJDONSÁGOK AZ INTERNETEN

Ezúttal nem a jelen számunkban megjelenő cikkekhez fűznék megjegyzéseket, hanem az internet végtelenül gazdag ismeretterjesztő kínálatából ajánlanék Olvasóink figyelmébe néhány januári érdekességet.

A *Science Magazine* egy müonokkal kapcsolatos, az illinois-i Fermilabben folyó kísérlet jelentőségéről ír [1]. A kísérlet annak a Brookhaven National Laboratory által 2001-ben közzétett Muon (g–2) kísérletnek a pontosabb változata, amely kimutatta, hogy a müon mágneses momentuma nagyobb, mint a standard modell alapján várható érték (lásd *Fizikai Szemle 68/5* (2018) 147.). A 2001-es mérések alapján az eltérés a teljes bizonytalanság 3,5-szerese, azaz 3,5σ. A Fermilab kísérletében a korábban is extrém pontosságú mérések hibáját a korábbi negyedére igyekeztek csökkenteni, ami meghaladja az 5σ-t és így már elegendő lenne annak kijelentésére, hogy a standard modell nem adja meg tökéletesen a müon mágneses momentumát. A szuperszimmetria (SUSY) modell hívei ennek örülnének, mivel az eddig sohasem igazolt SUSY-részecskék járulékával megmagyarázható lenne az eltérés. A 2013-ban kezdett kísérletsorozat eredményeit várhatóan márciusban hozzák nyilvánosságra.

Ugyancsak egy hosszú, több mint egy évtizede folyó megfigyeléssorozatról olvashatunk a *Physics Worldben* [2]. A North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves (NANOGrav) együttműködés csillagászai 45 pulzárról érkező impulzusokat vizsgálnak. A milliszekundumos pulzárok gyorsan forgó neutroncsillagok, az általuk kibocsátott impulzusok frekvenciastabilitása vetekszik az atomórákéval. Ha egy gravitációs hullám áthalad a Föld és a pulzár között, a köztünk és a pulzár közötti távolság kissé megnő és összehúzódik. Az összehúzódás során az impulzusok a vártnál hamarabb, míg a tágulás során később érkeznek az észlelési pontra. A hullámok érkezési idejének apró eltérései a téridő véletlenszerű, izotróp háttérhullámzását bizonyíthatják. Az effektus mérése azonban nagyon nehéz, mert az eltérések néhány száz nanoszekundum nagyságrendűek, a kimutatásra jobb esélyt ad, ha korrelációt vizsgálnak két mefigyelõhelyen észlelt adatok között (*1. ábra*). A NANOGrav csapata a (nemrég összeomlott) Puerto Rico-i Arecibo Obszervatórium és a nyugat-virginiai Green Bank távcső észleléseinek 12,5 évre visszamenő elemzése alapján előzetes bizonyítékokat talált a háttérhullámok létezésére. Az eddigi eredmények azonban még nem bizonyító erejűek, a végleges bizonyítás valószínűleg még hosszabb időre visszanyúló elemzést igényel, de a kutatók jó jelnek tekintik, hogy az eddigi eredmények pontosan megfelelnek az előzetes várakozásaiknak, miszerint a téridőt fodrozó gravitációsháttér-hullámokban fürdünk.

Végül egy hír az anyagfizika világából: az *Advanced Science News* a *Journal of the American Chemical Society* eredeti cikke [3] alapján arról ír, hogy japán kutatóknak sikerült valós idejű atomi felbontású videofelvételt készíteniük arról, ahogy egy rendezetlen kiinduló fázisban egy körülbelül 20 ionból álló sókristálycsíra képződik (*2. ábra*). A cikkben megjelent videók megerősítik a kristályosodás kezdetét jelentő csíraképződés és növekedés folyamatairól kialakított évszázados elképzeléseinket (lásd *Fizikai Szemle 55/6* (2005) 203.), ugyanakkor utat nyitnak e korábban közvetlenül soha meg nem figyelt folyamat további részletes tanulmányozásához.

Lendvai János
főszerkesztő

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Mathematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Mathematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.
Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

Főszerkesztő:
Lendvai János

Szerkesztőbizottság:
Biró László Péter, Czitrovszky Aladár, Füstöss László, Gyürky György, Hebling János, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Koppa Pál, Ormos Pál, Papp Katalin, Simon Ferenc, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor

Műszaki szerkesztő:
Kármán Tamás

A folyóirat e-mailcíme:
szerkesztok@fizikaiszemle.hu
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:
http://www.fizikaiszemle.hu

A címlapon:
Egy jól sikerült, könnyen forgó szegmotor. Vida Mária írását lásd a 27. oldalon.

TARTALOM

Lendvai János: Januári újdonságok az interneten 1

Kovács Zoltán, Udvarnoki Zoltán, Papp Eszter, Horváth Gábor: A holdillúzió pszichofizikai vizsgálata festményeken és természetfotókon – 2. rész: A holdillúzió festményeken és fényképeken mért értéke 3
Tesztszemélyekkel végzett pszichofizikai kísérletek eredményei

Fejős Gergely: Absztrakt vektorfogalom és kvantummechanika 10
A kvantumelmélet területén a hagyományos absztrakt vektorfogalom fogalmi zavarhoz vezethet.

Barna Péter, Gyulai József, Menyhárd Miklós, Pécz Béla: Gergely György (1923–2020) 15

Kádár György helyreigazító megjegyzése 16

A FIZIKA TANÍTÁSA

Ujfaludi László: Fizika és képzőművészet – műelemzések fizikus szemmel – 2. rész 17
Fizikus szemmel nézve a műalkotásokat új felismerésekkel gazdagíthatjuk a szokványos műelemzéseket.

Kiss Miklós: Gravitációról középiskolában – másként 23
Fizikapélda egy gravitációs földalattiról

Vida Mária: A szegmotor 27
Egy, akár általános iskolai tanulók által is megépíthető, működő villanymotormodell

Kirsch Éva: Ecsetvonások két tanári szakmai rendezvény kapcsán 29
Az Országos Fizikatanári Ankét és a Science on Stage fesztivál hatásának és hatékonyságának vizsgálata

Delbács Nauszikaa: A víz forráspontjának mérése a Mont Blanc tetején 35
Beszámoló a CERN-i látogatásokról

HÍREK – ESEMÉNYEK

Groma István: Tájékoztató az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2021. évi tagdíjairól 36

J. Lendvai: January news on the Internet
Z. Kovács, Z. Udvarnoki, E. Papp, G. Horváth: Psychophysical investigation of Moon illusion on paintings and landscape photos – Part 2: The extent of lunar illusion measured in paintings and photographs
G. Fejős: Abstract vector concept and quantum mechanics
P. Barna, J. Gyulai, M. Menyhárd, B. Pécz: György Gergely (1923–2020)
Correction note by *György Kádár*

TEACHING PHYSICS
L. Ujfaludi: Physics and fine arts – analysis through the eye of a physicist – Part 2
M. Kiss: About gravity in high school – in another way
M. Vida: Nail engine
É. Kirsch: Painting sketches of two meetings on physics teaching
N. Delbács: Measuring the boiling point of water on the top of Mont Blanc

EVENTS
I. Groma: Information about the Roland Eötvös Physical Society's membership fees in 2021

Fizikai Szemle
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT
megjelenését támogatják:

A HOLDILLÚZIÓ PSZICHOFIZIKAI VIZSGÁLATA FESTMÉNYEKEN ÉS TERMÉSZETFOTÓKON

2. rész: a holdillúzió festményeken és fényképeken mért értéke

Kovács Zoltán, Udvarnoki Zoltán, Papp Eszter, Horváth Gábor
ELTE, Biológiai Fizika Tanszék, Környezetoptika Laboratórium

Cikkünk 1. részében a holdillúziót magyarázó fontosabb elméleteket és e vizuális érzékcsalódást vizsgáló jelentősebb pszichofizikai kísérleteket, azok eredményeit foglaltuk össze. A 2. részben saját holdillúziós pszichofizikai kísérleteinket, eredményeinket mutatjuk be [1, 2].

Holdillúziós pszichofizikai kísérleteink

A Holdat (zömében teliholdat) vagy a Napot is ábrázoló festmények képeit több különböző forrásból gyűjtöttük, miközben igyekeztünk minél szélesebb időszakból válogatni őket (1534–2017). Az 1–70. sorszámú kép Holdat tartalmazott, a 71–100. sorszámúak pedig Napot (*7. ábra*). A holdas képeket kiretusált Holddal az 1. kísérletben alkalmaztuk, míg kiretusálatlan Holddal a 2. kísérletben. A 3. kísérletben használt magyarországi 100 természetfotó nagy részén eredetileg nem volt Hold vagy Nap, ellenkező esetben a hold/napkorongot szemmel észlelhető nyom nélkül kiretusáltuk (*7. ábra*).

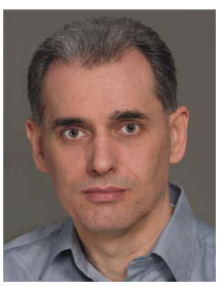
Az 1. kísérletben használt számítógépes program véletlen sorrendben mutatott egy adott tesztalanynak 100 különböző festményképet a képernyőn. Minden egyes képnél előre meghatároztunk egy pozíciót, ahol a Holdat vagy Napot reprezentáló korong jelent meg. E képpozíciókat a program egy adatállományból olvasta be. Egy adott képnél a program csak az egérgörgő forgatására jelenítette meg a holdas képeknél fehér, a napos képeknél pedig sárga korongot, aminek átmérőjét az egérgörgővel lehetett változtatni. Az *enter* gomb lenyomásával a program egy szöveges dokumentumba mentette a hold/napkorong tesztalany által beállított, képpontban mért sugarát, majd továbblépett a következő képre. A festményeken eredetileg ábrázolt Holdat vagy Napot a GNU Image Manipulator programmal retusáltuk ki úgy, hogy szabad szemmel ne lehessen fölismerni, hogy a képen eredetileg hol és mekkora volt a Hold vagy Nap korongja. Az 1. kísérletet 10-szer csinálta végig a 10 tesztalany, alkalmanként legföljebb kétszer, mert el akartuk kerülni, hogy a résztvevők emlékezzenek a hold/napkorongok korábbi beállításaira.

A 2. kísérletben használt számítógépes program az elsőhöz hasonlóan olvasta be a festményképeket. Ekkor a tesztalanyoknak az 1. kísérletbeli festményképek retusálatlan változatait mutattuk, amelyeken rajta volt a Hold vagy a Nap. E képeken előre kiválasztottunk egy valós méretében jól megbecsülhető tárgyat, legtöbbször embereket, néha például hajókat, épületeket vagy fákat. A program e kalibrációs tárgyat egy adott képen egy fehér kerületű piros ponttal jelölte meg. A tesztalanynak egy szövegdobozba kellett beírnia a megjelölt tárgy általa becsült távolságát méterben, amit az *enter* gomb megnyomása után a program

Kovács Zoltán az ELTE TTK-n szerezte fizikus BSc diplomáját 2020-ban, és jelenleg ugyanitt folytatja tanulmányait fizikus mesterképzésen. Fő érdeklődési területe a biofizika és annak határterületei. Tanulmányai mellett fontosnak tartja a tudománynépszerűsítést és a hallgatói érdekképviseletet az egyetemen.

Udvarnoki Zoltán fizikus, az ELTE Fizika Doktori Iskola doktorandusza a Statisztikus fizika, biológiai fizika és kvantumrendszerek fizikája programban, *Csabai István* témavezetésével. Kutatási területe a gépi tanulási módszerek a tudományban, azon belül főként bioinformatikai alkalmazási lehetőségek kidolgozása és adatintenzív elemzések végrehajtása.

Papp Eszter az ELTE TTK első éves fizikus doktorandusza. Elsősorban fehérjék kvantumos vezetési tulajdonságainak vizsgálatával foglalkozik, ami mellett más biofizikai jelenségeket is érdekesnek talál. Lelkes természetjáró fotósként készítette el a cikkben használt természetfotókat. Fontosnak tartja a fizika megszerettetését a fiatalabb korosztállyal, ezért élményalapú fizikaórákat tart általános és középiskolás csoportok számára.



Horváth Gábor fizikus, az MTA doktora, egyetemi tanár, az ELTE Biológiai Fizika Tanszék Környezetoptika Laboratóriumának vezetője. A vizuális környezet optikai sajátságait és az állatok látását tanulmányozza, továbbá biomechanikai kutatásokat folytat. Számos szakmai díj és kitüntetés tulajdonosa. Évtizedek óta aktív tudományos ismeretterjesztői munkát is folytat előadások és cikkek formájában.

7. ábra. Válogatás a holdillúziót vizsgáló pszichofizikai kísérleteinkben mutatott teliholdas (4., 59.) és napnyugtás (71., 80.) festményekből, valamint természetfotókból (25., 39., 42, 51).

egy szöveges dokumentumban rögzített, majd továbbugrott a következő képre. A 2. kísérletet összesen 5-ször végezte el a 10 tesztalany, alkalmanként csak egyszer, hogy minimalizáljuk az általuk becsült távolságadatok memorizálásának esélyét.

A 3. kísérletben ugyanazt a számítógépes programot használtuk, mint az elsőben. Ekkor a program véletlen sorrendben mutatott a tesztalanynak 100 különböző természetfotót a képernyőn. A 3. kísérlet ugyanúgy zajlott le, mint az 1. A természetfotók nagy részén eredetileg nem volt sem Hold, sem Nap, ahol viszont volt, onnan a festményképekhez hasonlóan kiretusáltuk. A 3. kísérletet 10-szer csinálta végig a 10 tesztalany, alkalmanként maximum kétszer, a hold/napkorongok korábbi beállításai memorizálásának elkerülése végett.

A Hold és a Nap festményeken és természetfotókon becsült mérete

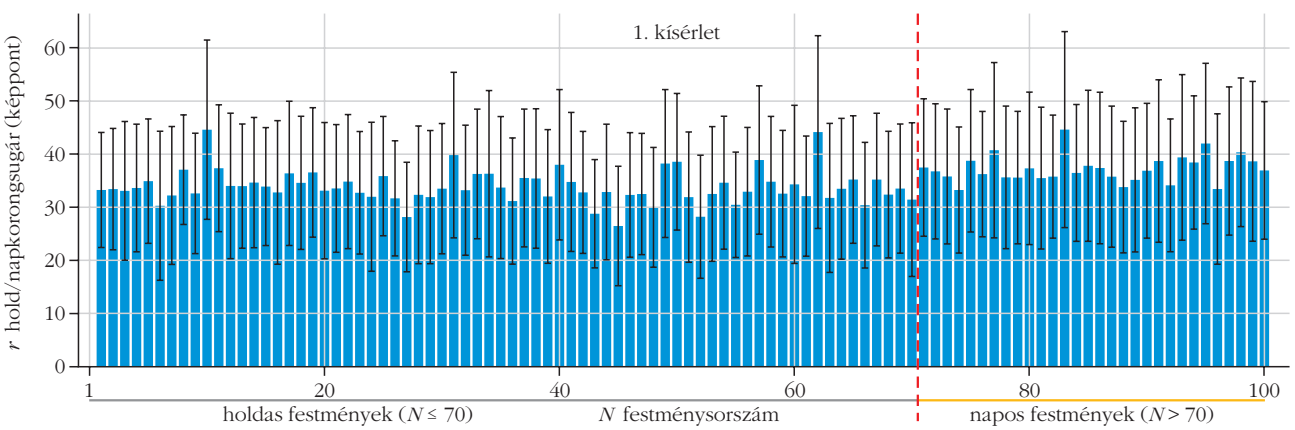
A *8. ábra* a tesztszemélyek által az 1. kísérletben festményeken beállított, képpontban mért hold/napkorongsugár átlagát ± szórását mutatja az N festménysorszám függvényében, 10 tesztalanyra átlagolva. Mint várható volt, a hold/napsugarak 10 tesztalanyra átlagolt szórásai kicsivel nagyobbak, mint az egyes kísérleti alanyoknál. A holdas festményeken a holdkorongot átlagban kisebbnek (33,84 ± 13,04 képpont) állították be, mint a napos festményeken a napkorongot (37,25 ± 13,98 képpont).

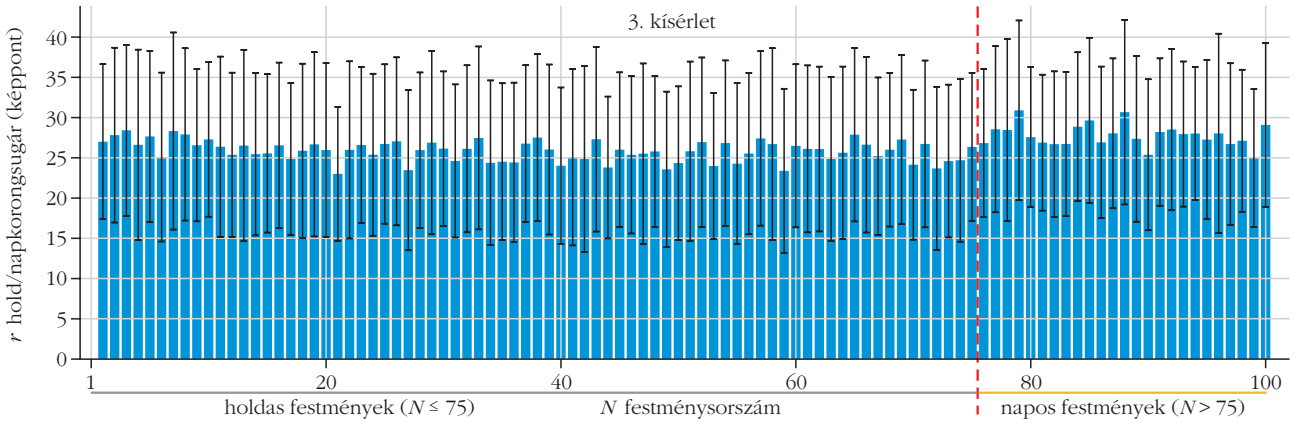
A *9. ábra* a tesztszemélyek által a 3. kísérletben természetfotókon beállított, képpontban mért átlagos r hold/napsugarat mutatja az N fotósorszám függvényében, a 10 tesztalanyra átlagolva. Mint itt is várható volt, a hold/napsugarak 10 tesztalanyra átlagolt szórásai nagyobbak, mint az egyes kísérleti alanyoknál. A holdas természetfotókon a holdkorongot átlagban kisebbnek (r = 25,87 ± 9,2 képpont) állították be, mint a napos fotókon a napkorongot (r = 27,82 ± 7,98 képpont).

Tesztalanyok festményeken mért holdillúziója

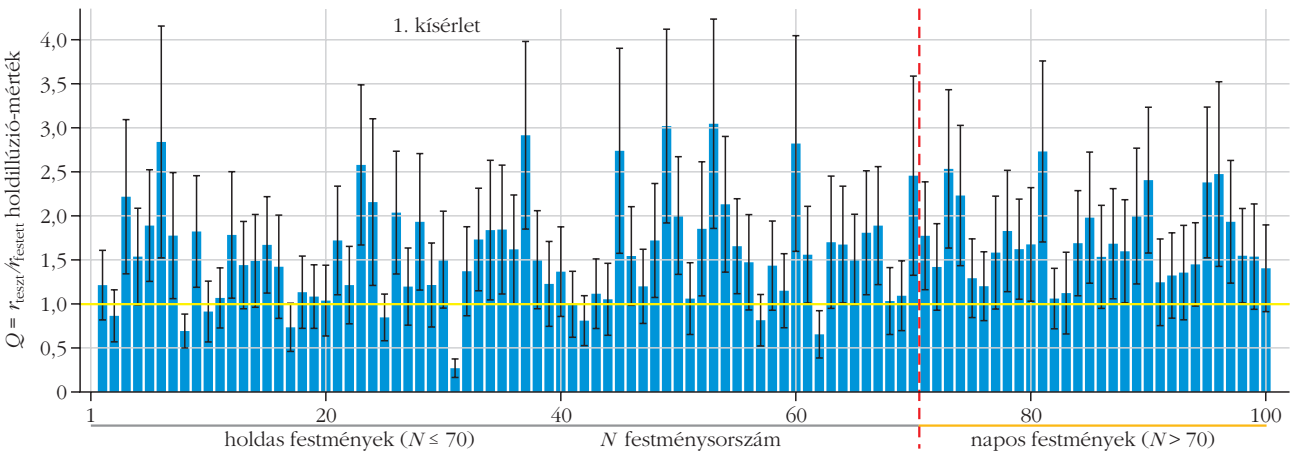
Az első és harmadik kísérletben használt számítógépes programmal az eredeti, retusálatlan festményképeken megmértük a hold/napkorong képpontban mért r_{festett} sugarát és összevetettük a hold/napkorong tesztalanyok által az 1. kísérletben beállított,

8. ábra. A tesztalanyok által az 1. kísérletben 70 holdas (a függőleges szaggatott vonaltól balra) és 30 napos (a függőleges szaggatott vonaltól jobbra) festményen beállított, képpontban mért r hold/napkorongsugár 10 alanyra és 10 tesztre számolt átlaga ± szórása (függőleges fekete I) az N festménysorszám függvényében.





9. ábra. A tesztalanyok által a 3. kísérletben 75 holdas (a függőleges szaggatott vonaltól balra) és 25 napos (a függőleges szaggatott vonaltól jobbra) természetfotón beállított, képpontban mért r hold/napkorongsugár 10 alanyra és 10 tesztre számolt átlaga ± szórása az N fotósorszám függvényében.



10. ábra. A tesztalanyok által az 1. kísérletben 70 holdas (a függőleges szaggatott vonaltól balra) és 30 napos (a függőleges szaggatott vonaltól jobbra) festményen beállított r_{teszt} hold/napkorongsugár és a festett Hold/Nap $r_{festett}$ sugara $Q = r_{teszt}/r_{festett}$ arányának 10 alanyra számolt átlaga ± szórása az N festménysorszám függvényében.

képpontban mért r_{teszt} sugarával. A *10. ábra* az 1. kísérletben tapasztalt holdillúzió

$$Q = \frac{r_{teszt}}{r_{festett}}$$

mértékének 10 tesztalanyra számolt átlagát ± szórását mutatja az N festménysorszám függvényében. A *2. táblázat* szerint a tesztalanyok a festett Holdnál átlagosan $Q = 1{,}57 \pm 0{,}6$-szer nagyobbnak állították be a holdkorongot, a festett Napnál pedig $Q = 1{,}72 \pm 0{,}44$-szer nagyobbnak állították be a napkorongot.

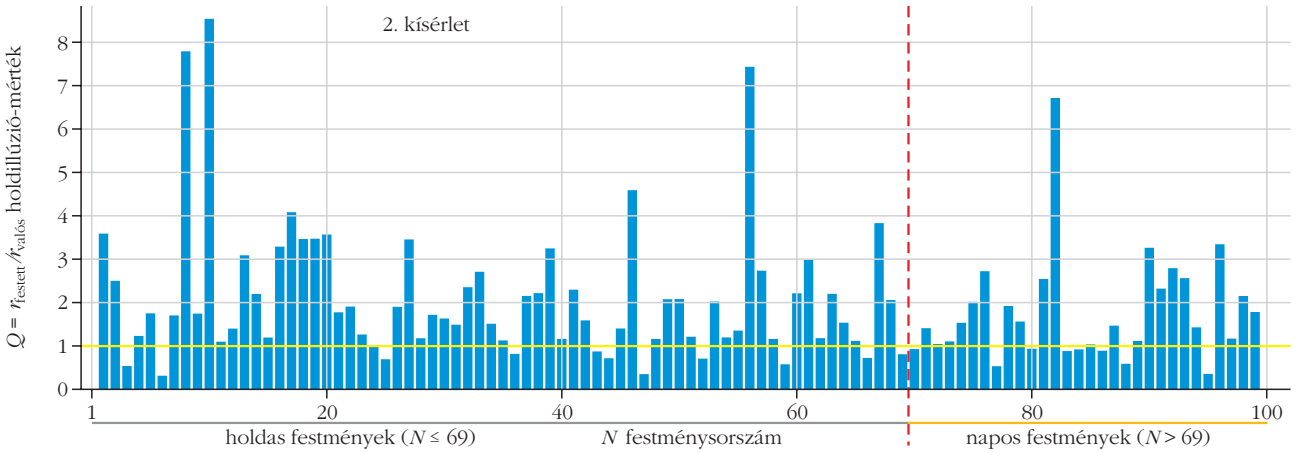
2. táblázat

A pszichofizikai kísérletekben mért holdillúzió Q mértékének 10 tesztalanyra, N_{Hold} holdas és N_{Nap} napos festményre, illetve természetfotóra számolt átlaga ± szórása a tesztalanyok és festők esetén.

kísérlet	holdillúzió Q mértéke			
1. $N_{Hold} = 70$ $N_{Nap} = 30$	tesztalanyok: $Q = r_{teszt}/r_{festett}$			
	holdas festmény 1,57 ± 0,6	napos festmény 1,72 ± 0,44		
2. $N_{Hold} = 69$ $N_{Nap} = 30$	tesztalanyok: $Q = r_{teszt}/r_{valós}$		festők: $Q = r_{festett}/r_{valós}$	
	holdas festmény 2,85 ± 1,36	napos festmény 2,75 ± 1,64	holdas festmény 2,12 ± 1,57	napos festmény 1,77 ± 1,21
3. $N_{Hold} = 75$ $N_{Nap} = 25$	tesztalanyok: $Q = r_{teszt}/r_{valós}$			
	holdas természetfotó 1,56 ± 0,44	napos természetfotó 1,68 ± 0,51		

Festők és tesztalanyok távolságkalibrált festményeken mért holdillúziója

Mivel a holdillúzió a festőkre is hathatott, vagyis a hold/napkorongot a valós 0,5° szögátmérőtől eltérően – alkalmasint annál nagyobbnak – festhették, ezért a festett hold/napkorongméreteket összehasonlítottuk a távolságbecslésből kapott hold/napméretekkel. A



11. ábra. A 69 holdas (a függőleges szaggatott vonaltól balra) és 30 napos (a függőleges szaggatott vonaltól jobbra) festmény festett hold/napkorongjának képpontban mért $r_{festett}$ sugara és a 2. kísérletben a referenciatárgy 10 tesztalany általi távolságbecslése alapján meghatározott, képpontban mért $r_{valós}$ sugara $Q = r_{festett}/r_{valós}$ arányának átlaga az N festménysorszám függvényében.

festmények nagy részénél a távolságbecslésre kiszemelt referenciatárgyak álló emberalakok voltak, amelyeknél a férfiak átlagmagasságát 1,62 méternek, a nőkét 1,5 méternek, a gyerekekét pedig 1,3 méternek vettük. A különböző referenciaállatok méreteit is jól meg lehetett becsülni. A legkevésbé pontos méretbecslést a hajók és a fák jelentették, így az ezekre kapott eredmények számítanak a legpontatlanabbnak.

Ha egy festményen a referenciatárgy méterben mért lineáris mérete (magassága, hossza, szélessége) $d_{méter}$ és a festőtől méterben mért távolsága $D_{méter}$, akkor a tárgy δ látószöge:

$$\delta = 2 \arctan\left(\frac{d_{méter}}{2\,D_{méter}}\right). \qquad (1)$$

Az 1. kísérletben használt számítógépes programmal az eredeti, retusálatlan festményképeken megmértük a hold/napkorong képpontban mért $r_{képpont}^{festett}$ sugarát és a távolságbecslésre kiválasztott referenciatárgyak képpontban mért $d_{képpont}$ lineáris méretét. Utána a referenciatárgyak méterben mért $d_{méter}$ becsült mérete és a 2. kísérletben méterben megbecsült $D_{méter}$ távolsága ismeretében (1) alkalmazásával kiszámítottuk a referenciatárgyak δ látószögét. Ezt követően azon optikai tény tudatában, hogy a hold- és napkorong szögátmérője egyaránt 0,5°, meghatároztuk, hogy a festőknek képpontban mérve mekkora

$$r_{képpont}^{valós} = d_{képpont}\frac{0{,}5°}{\delta} = d_{képpont}\frac{0{,}5°}{2\arctan\left(\dfrac{d_{méter}}{2\,D_{méter}}\right)} \qquad (2)$$

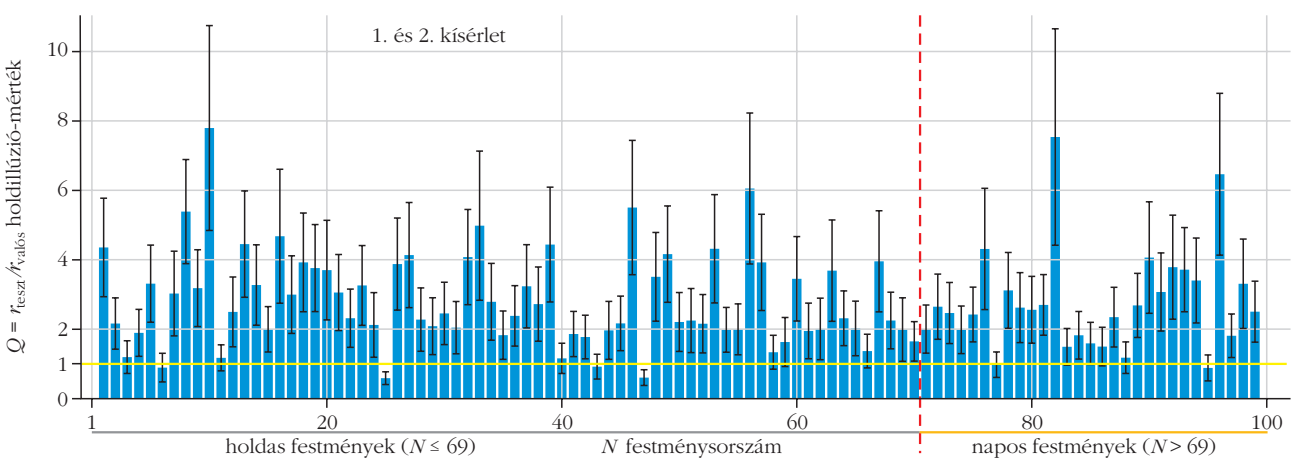
valós sugarúnak kellett volna festeniük a hold/napkorongot valósághű ábrázolás esetén.

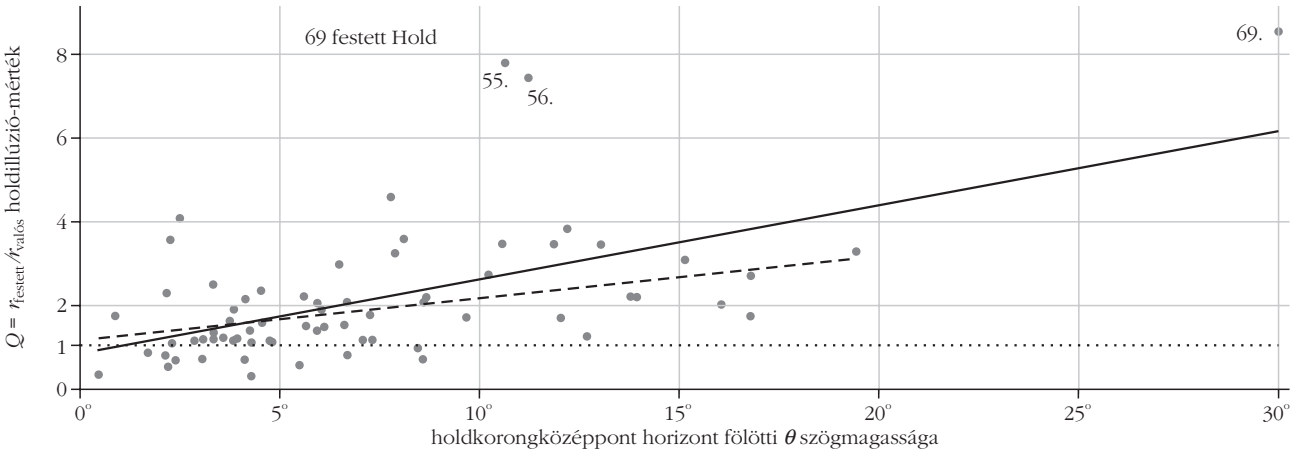
Végül kiszámoltuk a

$$Q = \frac{r_{képpont}^{festett}}{r_{képpont}^{valós}}$$

arányt, ami a festőkre hatott holdillúzió mértéke.

12. ábra. A 69 holdas (a függőleges szaggatott vonaltól balra) és 30 napos (a függőleges szaggatott vonaltól jobbra) festményen a tesztalanyok által az 1. kísérletben beállított hold/napkorong képpontban mért r_{teszt} sugara és a 2. kísérletben a referenciatárgy 10 tesztalany általi távolságbecslése alapján meghatározott, képpontban mért $r_{valós}$ sugara $Q = r_{teszt}/r_{valós}$ arányának átlaga ± szórása az N festménysorszám függvényében.





13. ábra. A 69 holdas festmény festett Holdjára kapott $Q = r_{festett}/r_{valós}$ holdillúzió-mérték a holdkorongközéppont horizont fölötti θ szögmagassága függvényében. A ferde folytonos vonal az összes (69) adatpontra illesztett regressziós egyenes, a ferde szaggatott vonal pedig a három legnagyobb Q-értékű festmény (69.: $Q = 8{,}54$, $\theta = 30°$; 55.: $Q = 7{,}79$, $\theta = 10{,}64°$; 56.: $Q = 7{,}44$, $\theta = 11{,}22°$) kihagyásával megmaradó pontokra illesztett regressziós egyenes.

A *11. ábra* a festmények festett hold/napkorongjának képpontban mért $r_{festett}$ sugara és a 2. kísérletben a referenciatárgy 10 tesztalany általi távolságbecslése alapján meghatározott, képpontban mért $r_{valós}$ sugara $Q = r_{festett}/r_{valós}$ arányának átlagát ± szórását mutatja az N festménysorszám függvényében. A *2. táblázat* szerint a festők a holdkorongot a valódinál átlagosan $Q = 2{,}12 \pm 1{,}57$-szor nagyobbnak festették, míg a napkorongot $Q = 1{,}77 \pm 1{,}21$-szor nagyobbnak.

Mindezt megismételtük a tesztalanyok által festményeken beállított hold/napkorongokkal is, amikor is kiszámoltuk a

$$Q = \frac{r^{teszt}_{képpont}}{r^{valós}_{képpont}}$$

arányt, ami a tesztalanyokra hatott holdillúzió mértéke. A *12. ábra* a festményeken a tesztalanyok által beállított hold/napkorong képpontban mért r_{teszt} sugara és a 2. kísérletben a referenciatárgy 10 tesztalany általi távolságbecslése alapján meghatározott, képpontban mért $r_{valós}$ sugara $Q = r_{teszt}/r_{valós}$ arányának átlagát ± szórását mutatja az N festménysorszám függvényében. A *2. táblázat* szerint a tesztalanyok a holdkorongot a valódinál átlagosan $Q = 2{,}85 \pm 1{,}36$-szor nagyobbnak állították be, míg a napkorongot $Q = 2{,}75 \pm 1{,}64$-szor nagyobbnak.

A holdillúzió jellemzője, hogy a horizont fölötti θ szögmagasság növekedésével csökken a hold/napkorong megfigyelők által érzékelt mérete. E sajátság esetleges előfordulásának ellenőrzése végett megvizsgáltuk a holdillúzió 2. kísérletben festőkre (*11. ábra*) és tesztalanyokra (*12. ábra*) kapott Q mértékének a korongközéppont szögmagasságától való függését. A θ szögmagasságot a következő kifejezésből számítottuk:

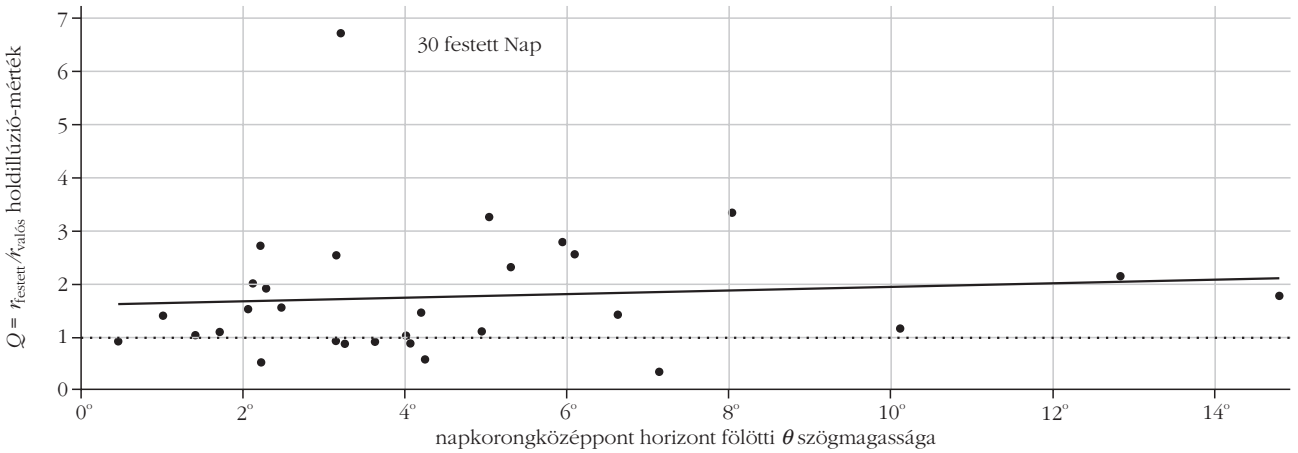
$$\theta = \delta \frac{h_{képpont}}{d_{képpont}} = \frac{2\,h_{képpont}}{d_{képpont}} \arctan\left(\frac{d_{méter}}{2\,D_{méter}}\right), \quad (3)$$

ahol $h_{képpont}$ a festményen a hold/napkorongközéppont horizonttól képpontban mért magassága, $d_{képpont}$ a távolságbecslésre kiválasztott referenciatárgy képpontban mért lineáris mérete, $d_{méter}$ a referenciatárgy becsült mérete méterben, $D_{méter}$ a referenciatárgy 2. kísérletben méterben megbecsült távolsága és δ a referenciatárgy (1) szerinti látószöge.

A *13.* és *14. ábra* a holdas, illetve napos festmények festett Holdjára, illetve Napjára kapott $Q = r_{festett}/r_{valós}$ holdillúzió-mértéket mutatja a hold-, illetve napkorongközéppont horizont fölötti θ szögmagassága függvényében. A (Q, θ) adatpárokra illesztett regressziós egyenesek szerint a holdaknál a várt csökkenő $Q(\theta)$ egyenes helyett enyhén növekvőt kaptunk (*13. ábra*), a napoknál viszont gyakorlatilag egy vízszintes egyenest (*14. ábra*).

A *13. ábrán* látható, hogy a 69 holdas festmény közül csak a $Q = 8{,}54$ legnagyobb értékkel bíró 69. festménynél volt a θ szögmagasság 20°-nál nagyobb. Ha a három legnagyobb Q-értékű holdas festményt (69.: $Q = 8{,}54$, $\theta = 30°$; 55.: $Q = 7{,}79$, $\theta = 10{,}64°$; 56.: $Q = 7{,}44$, $\theta = 11{,}22°$) nem számítottuk be, akkor is megmaradt a $Q(\theta)$ regressziós egyenes emelkedő tendenciája, de már sokkal kisebb meredekséggel (*13. ábra*). A 30 napos festmény esetén a $Q(\theta)$ regressziós egyenes gyakorlatilag vízszintes (*14. ábra*), így ezeknél sem kaptuk a várt csökkenő tendenciát. Ennek valószínű oka, hogy e festményeken a napkorongok θ szögmagassága 15°-nál nem volt nagyobb.

A holdas/napos festményekre kapott $Q = r_{teszt}/r_{valós}$ holdillúzió-mértéket a tesztalanyok által beállított hold/napkorongközéppont horizont fölötti θ szögmagassága függvényében vizsgálva, a (Q, θ) adatpárokra illesztett regressziós egyenesek hasonló meredekségűek voltak, mint amiket a festőknél kaptunk. A holdillúzió alapján az volt várható, hogy a horizont fölötti szögmagasság növekedésével a festők és tesztalanyok egyre kevésbé becsülik túl a Hold és Nap méretét. Az ettől eltérő eredmények leginkább azzal magyarázhatók, hogy a vizsgált festményeken csak egy szűk tartományban változott a hold/napkorongok horizont fölötti θ szögmagassága.



14. ábra. A 30 napos festmény festett Napjára kapott $Q = r_{festett}/r_{valós}$ holdillúzió-mérték a napkorongközéppont horizont fölötti θ szögmagassága függvényében. A ferde folytonos vonal a 30 adatpontra illesztett regressziós egyenes.

Tesztalanyok természetfotókon mért holdillúziója

Az 1. kísérletben is használt számítógépes programmal a természetfotókon megmértük a hold/napkorong képpontban mért $r_{valós}$ sugarát, a korongközéppont képpontban mért h magasságát a horizont fölött és a hold/napkorong tesztalanyok által a 3. kísérletben beállított, képpontban mért r_{teszt} sugarát. Mivel a valós hold/napkorong szögben mért sugara jó közelítéssel állandóan 0,25°, ezért a korongközéppont fokban mért, horizont fölötti szögmagassága

$$\theta = 0{,}25° \frac{h}{r_{valós}}.$$

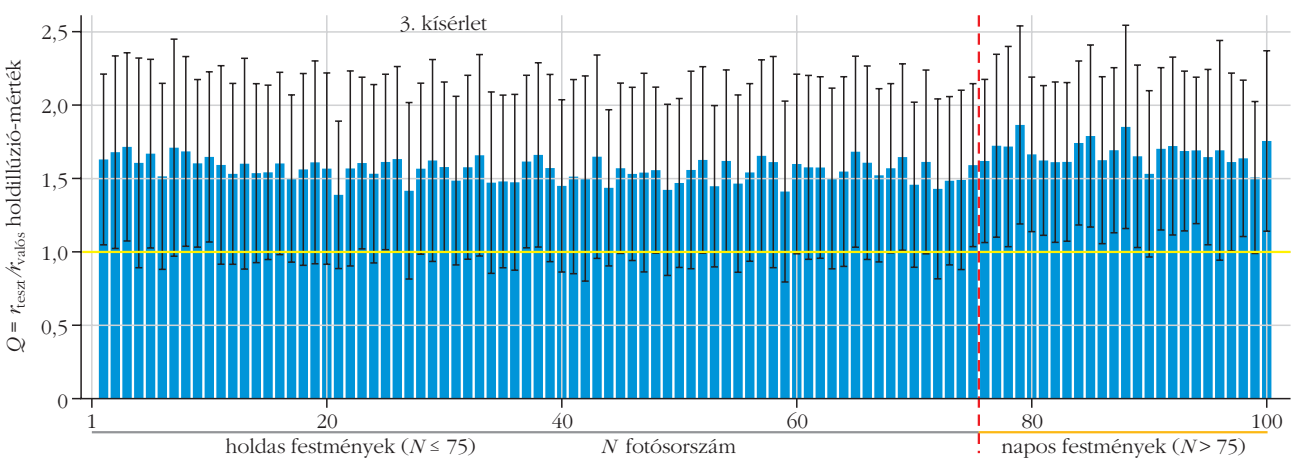
A *15. ábra* a 3. kísérletben mért holdillúzió $Q = r_{teszt}/r_{valós}$ mértékének 10 tesztalanyra számolt átlagát ± szórását mutatja az N fotósorszám függvényében. A *2. táblázat* szerint a tesztalanyok a valódi Holdnál átlagosan 1,56 ± 0,44-szor nagyobbnak állították be a holdkorongot, a valódi Napnál pedig 1,68 ± 0,51-szor nagyobbnak állították be a napkorongot.

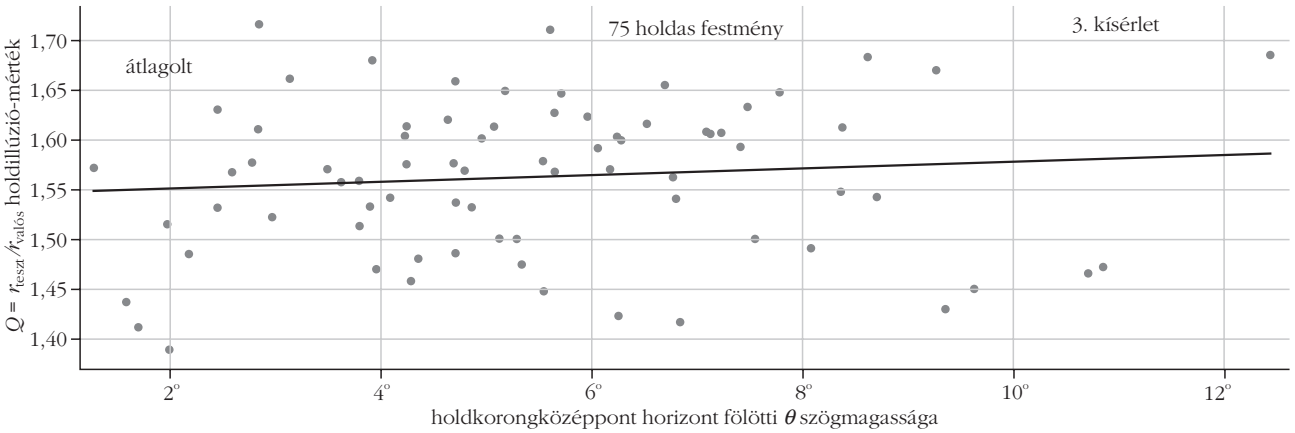
A *16.* és *17. ábra* a 3. kísérletben a holdas, illetve napos retusált természetfotókon a 10 tesztalany által beállított r_{teszt} hold/napkorongsugár és a valódi Hold, illetve Nap $r_{valós}$ sugara $Q = r_{teszt}/r_{valós}$ arányának 10 alanyra számolt átlagát ± szórását mutatja a korongközéppont horizont fölötti $\theta = 0{,}25° \cdot h/r_{valós}$ szögmagassága függvényében, ahol h a korongközéppont képpontban mért magassága a horizont fölött. A (Q, θ) adatpárokra illesztett regressziós egyenesek szerint a holdas és napos festményeknél olyan kis emelkedésű $Q(\theta)$ függést kaptunk, ami gyakorlatilag vízszintesnek tekinthető. Így tehát a természetfotóknál sem adódott a holdillúzióra jellemzően emelkedő $Q(\theta)$ magasságfüggés.

Következtetések

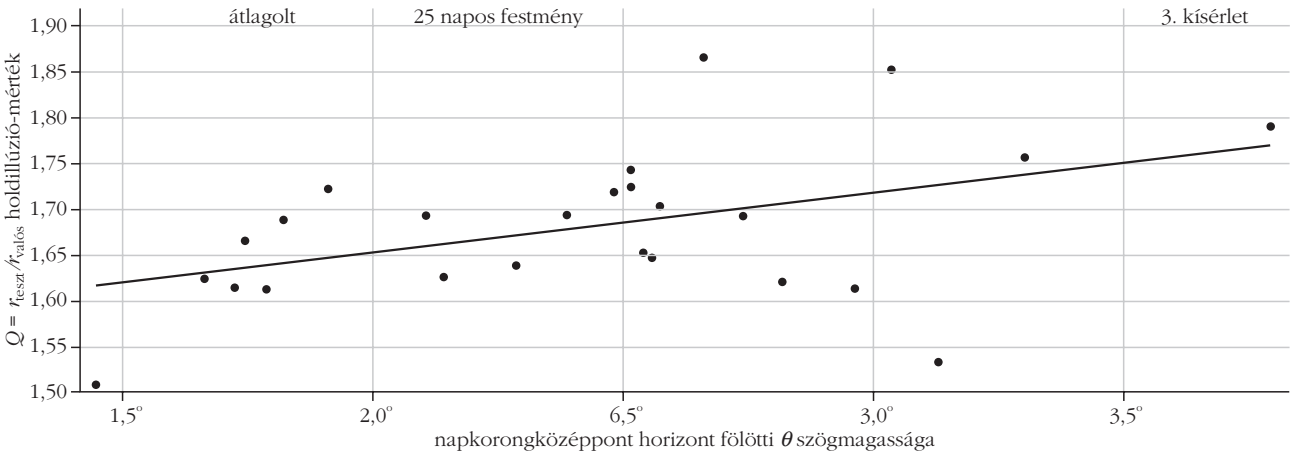
Kísérleteinkből megállapítható, hogy a holdillúzió megjelent úgy a festményeknél, mint a természetfotóknál. Míg a holdillúziót magyarázó elméletek nagy része a hold/napkorong megfigyelők által érzékelt méretének nagyobbodásával számol a horizonthoz közeled-

15. ábra. A tesztalanyok által a 3. kísérletben 75 holdas (a függőleges szaggatott vonaltól balra) és 25 napos (a függőleges szaggatott vonaltól jobbra) természetfotón beállított r_{teszt} hold/napkorongsugár és a valódi Hold/Nap $r_{valós}$ sugara $Q = r_{teszt}/r_{valós}$ arányának 10 alanyra számolt átlaga ± szórása az N fotósorszám függvényében.





16. ábra. A 3. kísérletben a 75 holdas retusált természetfotón a tesztalanyok által beállított r_{teszt} holdkorongsugár és a valódi holdkorong $r_{valós}$ sugara $Q = r_{teszt}/r_{valós}$ arányának 10 alanyra átlagolt értékei a holdkorongközéppont $\theta = 0{,}25° \cdot h/r_{valós}$ szögmagassága függvényében, ahol h a holdkorongközéppont képpontban mért magassága a horizont fölött. A ferde vonal a 75 adatpontra illesztett regressziós egyenes.



17. ábra. A 3. kísérletben a 25 napos retusált természetfotón a tesztalanyok által beállított r_{teszt} napkorongsugár és a valódi napkorong $r_{valós}$ sugara $Q = r_{teszt}/r_{valós}$ arányának 10 alanyra átlagolt értékei a napkorongközéppont $\theta = 0{,}25° \cdot h/r_{valós}$ szögmagassága függvényében, ahol h a napkorongközéppont képpontban mért magassága a horizont fölött. A ferde vonal a 25 átlagolt adatpontra illesztett regressziós egyenes.

ve, mi nem tapasztaltunk ilyen hatást. A látszólagostávolság-elmélet egyik alapja, hogy a Hold szögátmérője változatlan, és csak az érzékelt lineáris mérete változik, amely utóbbit a kísérleteinkben a térhatás hiánya miatt nem tudtuk vizsgálni. A szemtengely koponyabeli emelkedési szögének hatásától pedig eltekinthetünk, hiszen a kísérleteinkben használt képernyőn a tesztszemélyek mindig közel vízszintes szemtengellyel figyelhették a holdas/napos képeket.

A 10 darab, 21–63 éves tesztszeméllyel végzett három pszichofizikai kísérlet összesen 10 (tesztalany) × 100 (festmény/természetfotó) × 25 (10-szer elvégzett 1. kísérlet + 10-szer elvégzett 2. kísérlet + 5-ször elvégzett 3. kísérlet) = 25 000 egyedi mérésével kapott eredmények a következők:

1) Az 1. pszichofizikai kísérletben szereplő 10 tesztszemély a 100 retusált festményen (amelyen a Hold vagy a Nap korongja ki volt retusálva) 10-szeri próba során átlagosan $Q = 1{,}57 \pm 0{,}6$-szer becsülte túl az odaképzelt holdkorong méretét és $Q = 1{,}72 \pm 0{,}44$-szor nagyobbnak állította be a képzelt napkorongot annál, mint amit a festők eredetileg ábrázoltak. A tesztalanyok a Napot így átlagban 1,1-szer nagyobbnak állították be a Holdnál.

2) A 2. pszichofizikai kísérletben a 10 tesztalany által a 100 retusált festményen 10-szer megbecsült referenciatávolságokból számolt valós hold/napkoronghoz képest az alanyok a Hold méretét átlagosan $Q = 2{,}85 \pm 1{,}36$-szor becsülték túl és $Q = 2{,}75 \pm 1{,}64$-szor nagyobbnak állították be a Nap méretét.

3) A 2. pszichofizikai kísérletben a 100 tesztalany által a 100 retusált festményen 10-szer megbecsült referenciatávolságokból számolt valós hold/napkoronghoz képest a festők a Hold méretét átlagosan $Q = 2{,}12 \pm 1{,}57$-szor nagyobbnak festették, míg $Q = 1{,}77 \pm 1{,}21$-szor nagyobbnak ábrázolták a Napot. A Holdat a festők tehát átlagban 1,2-szer nagyobbnak ábrázolták a Napnál. Annak valószínűleg esztétikai okai vannak, hogy a Holdat többnyire a Napnál nagyobbnak festik: a festményeken a nagyobb Hold kevésbé zavaró lehet és jobban beleillhet a sötét környezetbe, míg a túl nagy napkorong a fénye miatt zavaróvá válhat.

4) A 3. pszichofizikai kísérlet 10 tesztszemélye a 100 retusált természetfotón (amelyen a Hold vagy a Nap korongja ki volt retusálva) 10-szeri próba során átlagosan $Q = 1{,}56 \pm 0{,}44$-szor becsülte túl az odaképzelt Hold méretét és $Q = 1{,}68 \pm 0{,}51$-szor nagyobbnak állította be a képzelt Napot a valódinál. A tesztalanyok a

retusált természetfotókon a Napot átlagosan 1,08-szor nagyobbnak képzelték a Holdnál. A holdas és napos természetfotóknál kapott eredményeket összehasonlítva, a tesztalanyok két csoportra oszthatók: az egyik részük a Napot nagyobbnak állította be a Holdnál, a másik részük viszont közel egyformának. Ennek több oka lehet: (i) A Holdat felhőtlen estéken/éjjeleken könnyű megfigyelni, mert viszonylag gyenge fénye nem vakítja el szemünket a sötétség ellenére sem. Így a holdkorong mérete jól megbecsülhető. Mivel ezzel szemben a Napot a nappali égen nem könnyű megfigyelni a vakítóan erős fénye miatt, ezért nehéz megbecsülni a napkorong határát, ami túlbecslést eredményezhet. (ii) Napnyugtakor vagy napkeltekor szabad szemmel huzamosabb ideig is megfigyelhető a gyenge fényű, narancssárga vagy vörös napkorong. Mivel ilyenkor a Nap a horizonton vagy ahhoz közel van, így a holdillúzió miatt ekkor érzékeljük a legnagyobbnak. Ez befolyásolhatja a Nap méretéről az emberekben kialakult belső képet, ami a kísérleteinkben a holdkorongnál nagyobb napkorongként jelent meg.

5) A holdillúzió mértékére kísérleteinkben kapott Q = 1,56; 1,57; 1,68; 1,72; 1,77; 2,12; 2,75 és 2,85 értékek zöme (*2. táblázat*) nagyobb a korábbi pszichofizikai kísérletekben mért Q = 1,0; 1,08; 1,16; 1,19; 1,20; 1,21; 1,26; 1,30; 1,42; 1,50; 1,64; 1,76 és 1,80 értékeknél (lásd cikkünk 1. részében szereplő *1. táblázatot*). *Holway* és *Boring* (1940) Q = 1,76/1,80 [5], *Taylor* és Boring (1942) Q = 1,64 [6], valamint *Ross* és *Cowie* (2010) Q = 1,50 [15] mérési eredményei állnak legközelebb az általunk kapottakhoz. A Ross és Cowie által végzett kísérlet [15] metodikája volt a mi kísérleteinkéhez legjobban hasonló (tájképekre rajzolták be a Holdat a horizontra vagy az égre), míg a többi korábbi kísérlet módszertana jelentősen eltért a miénkétől.

6) A vizsgált 100 festményen és 100 természetfotón előforduló hold/napmagasságok szűk tartománya miatt nem volt tapasztalható a holdillúzióra jellemző magasságfüggés, vagyis a hold/napkorong festményeken ábrázolt méretének és festményeken, valamint természetfotókon tesztszemélyek által beállított méretének csökkenése a horizont fölötti szögmagasság növekedésével.

Irodalom

2. Kovács Z., Udvarnoki Z., Papp E., Horváth G.: Psychophysical study of the moon illusion in paintings and landscape photos. *Proceedings of the Royal Society A 477* (2021) 20200737 (doi: 10.1098/rspa.2020.0737)

ABSZTRAKT VEKTORFOGALOM ÉS KVANTUMMECHANIKA

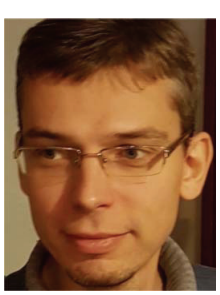
Fejős Gergely
Eötvös Loránd Tudományegyetem,
Fizikai Intézet, Atomfizikai Tanszék

Hétköznapi elképzelés szerint egy vektor egy iránnyal, állással[1] és hosszúsággal jellemezhető mennyiség. A fogalommal a matematikát tanuló diákok már általános iskolában találkoznak és számtalan alkalmazásával ismerkedhetnek meg a geometriától kezdve a fizikán át később minden olyan területen, ahol a lineáris algebra előkerül (lásd akár a biológiát vagy a közgazdaságtant). A vektort, mint absztrakt fogalmat a fizika alapszakos hallgatók egyetemi tanulmányaik első félévében tanulják, azzal a nem titkolt céllal, hogy később főként az (általános) relativitáselmélet és a kvantummechanika fogalmait könnyebben sajátítsák el [1]. Jelen, matematikai precizitást mellőző ismeretterjesztő írás célja, hogy rávilágítson: a kvantumelmélet vonatkozásában a hagyományosan tanított absztrakt vektorfogalom amennyit segít, adott esetben hasonló mértékben fogalmi zavarhoz is vezethet.

Vektorok a háromdimenziós térben

A háromdimenziós tér egy adott P pontjához a koordináta-rendszerünk origójából húzott nyílról úgy vélekedünk, hogy egy vektor a térben, de azt gondoljuk, hogy vektor például egy részecske sebessége, impulzusa, vagy éppen a rá ható erő is. A P pont helyzete a térben nyilvánvaló módon 3 valós számmal adható meg, ezért egy vektorra számhármasként is szokás gondolni. Mivel a pont helyzete egy valós, fizikailag létező hely a térben, azt akár egy másik számhármassal is megadhattuk volna, amennyiben a koordinátarendszerünket másképp választjuk meg. Tengelyeit például elforgathatjuk, vagy origójának akár egy másik pontot is kijelölhetünk, a P pont helyzete leírásának szempontjából ezek teljesen egyenértékű válasz-

[1]Egyesek (egyes könyvek) az irány fogalmába beleértik az állást is. Például észak–dél irányba haladtam, azaz északról dél felé. De van, aki másképp gondolja: észak–dél irányú egyenes mentén mozogtam, a mozgás értelme dél volt.



Fejős Gergely (PhD 2011, ELTE részecskefizika) elméleti fizikus, egyetemi adjunktus (2019). 8 évet töltött Japán meghatározó egyetemein és kutatóintézeteiben (University of Tokyo, RIKEN, Osaka University, Keio University). Kutatásaiban erősen kölcsönható kvantummező-elméletekkel foglalkozik nemperturbatív funkcionális technikák alkalmazásával. Érdeklődési területei közé tartozik a kvark- és maganyag fázisszerkezete, szupravezetés, topologikus fázisátalakulások. Bolyai- és ÚNKP ösztöndíjas.

tások. Az új számhármas azonban nagyon szoros kapcsolatban van a régi számhármassal, egyikből a másikat a forgatás és eltolás szabályai szerint kell kikeverni. Minden olyan mennyiséget, amely 3 számmal reprezentálható, és új koordináta-rendszerre való áttéréskor a tér egy pontja helyzetének leírására szolgáló háromkomponensű mennyiséggel azonos módon transzformálódik, vektornak hívunk.

Mindezek alapján a fizikában a vektor fogalma nem pusztán egy számhármast jelent. A fentiek szerint úgy gondolkozhatunk, hogy a vektor valójában absztrakt objektum, amelyet az összes lehetséges koordináta-rendszerhez tartozó reprezentációk összességeként definiálunk. Eszerint azonban egy számhármas nem feltétlenül alkot vektort. Ahhoz, hogy vektorról beszélhessünk, a szóban forgó számhármashoz tartoznia kell egy koordináta-rendszernek olyan módon, hogy ha egy új rendszerre térünk át, akkor a számhármas komponensei a feljebb említett módon keverednek össze. Például, ha egy testre két különböző erő hat, amelyek mindegyike vektor, és adott koordináta-rendszerben (F_{1x}, F_{1y}, F_{1z}) és (F_{2x}, F_{2y}, F_{2z}) számhármasokkal reprezentálhatók, akkor könnyen belátható, hogy az $(F_{1x}+F_{2x}, F_{1y}+F_{2y}, F_{1z}+F_{2z})$ számhármas is egy vektort reprezentál, vagyis létezik egy koordináta-rendszertől független eredő erő, mint vektor. Ellenben, például egy hőtartály belső energiája, térfogata és részecskeszáma (U, V, N) hiába rendezhető egy számhármasba (az entrópia természetes változóiként ez gyakran használatos), az sosem alkot vektort, mert a koordináta-rendszer megváltoztatásakor ezek a mennyiségek egyáltalán nem változnak.

Az absztrakt vektor és reprezentációinak megkülönböztetése azért nagyon hasznos, mert az előbbi segítségével a fizikai törvényeket olyan módon fejezhetjük ki, amely semmilyen formában sem tartalmazza azt az információt, hogy milyen koordináta-rendszert használunk. A törvényektől pedig el is várjuk, hogy ne legyenek érzékenyek a koordináta-rendszer választására. Az, hogy például a tengelyeket hogyan forgatjuk el, vagy hová tesszük az origót, nem változtathat azok matematikai alakján. Könnyen belátható, hogy a sebesség mint a hely idő szerinti deriváltja vektor, és mint ilyen, annak időderiváltja, vagyis az $\boldsymbol{a}$ gyorsulás is az. Ha feltesszük, hogy egy testre ható $\boldsymbol{F}$ erő vektor, és egy adott koordináta-rendszerben azt találjuk, hogy $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ (m a test tömege), akkor rögtön arra jutunk, hogy ez az egyenlet tetszőleges koordináta-rendszerben igaz. *Newton* törvénye minden koordináta-rendszerben azonos alakú.

Négyesvektorok

A törvények koordináta-rendszertől független megfogalmazásának lehetősége különösen fontos értelmet nyer például a relativitáselméletben. Itt nem a tér pontjait reprezentáló háromkomponensű mennyiségek, hanem eseményekhez rendelhető, a térkoordináták mellett az időt is tartalmazó számnégyesek kerülnek főszerepbe. Kiderül, hogy egy, az egymáshoz képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző megfigyelők által érzékelt esemény mint fizikailag létező „valóság" (négyes)koordinátái – a háromkomponensű „hagyományos" helyvektorok a koordináta-rendszer elforgatásakor fellépő transzformációjával valamelyest analóg módon – a Lorentz-transzformáció képletei szerint keverednek össze. A fentiekhez hasonlóan pedig minden olyan számnégyest, amely az eseményekhez tartozó idő-tér négyessel azonos módon transzformálódik, egy absztrakt vektor adott reprezentációjának tekintünk, az absztrakt vektort pedig a vonatkoztatási rendszertől függetlenül létező négyesvektornak nevezzük. Ez azt jelenti, hogy ha a fizikai törvényektől elvárjuk, hogy egymáshoz képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszerekben azonos alakúak legyenek (hasonlóan ahhoz, ahogy feljebb amellett érveltünk, hogy például a koordinátatengelyek elforgatására ne legyenek érzékenyek), akkor azokat négyesvektorokon, illetve azokon alapuló fogalmakon át kell tudnunk felírni.

(*Megjegyezzük,* hogy a fentiek szerint bevezetett absztrakt vektorfogalom a differenciálgeometriában matematikailag precízen is definiálható. Egy sima sokaság (legyen az például a 3-dimenziós, akár görbült tér, vagy az események 4-dimenziós tér-idő kontinuuma) valamely P pontjában definiált vektorok a pont egy nyílt környezetén átmenő összes lehetséges sima görbe ekvivalenciaosztályait jelentik, ahol az ekvivalenciát a görbék azok paraméterei szerinti deriváltjainak egyenlősége adja a P pontban. A definícióból logikusan következik, hogy az így definiált vektorok nem függenek attól, hogy a pont szóban forgó nyílt környezetében hogyan koordinátázzuk a sokaságot. Az általuk, mint ekvivalenciaosztályok által kifeszített lineáris teret a P pont érintőterének hívjuk.)

Kvantummechanika és reprezentáció

A klasszikus fizikában bevezetett absztrakt vektorok és reprezentációik közötti megkülönböztetés a kvantummechanika történetileg két nevezetes megfogalmazása kapcsolatának megértésében is segít. A schrödingeri hullámmechanika és a heisenbergi mátrixmechanika Dirac-féle egyesítése azt állítja, hogy a két megközelítés ugyanannak az absztrakt lineáris térnek két különböző reprezentációja. Az elmélet szerint *Schrödinger* és *Heisenberg* is egy-egy adott konkrét koordináta-rendszert definiál ahhoz, hogy például a harmonikus oszcillátor spektrumát meghatározza, de egy kvantumos fizikai rendszer jellemzői ezen reprezentációktól teljesen függetlenek. *Dirac* azt feltételezte, hogy egy részecske lehetséges kvantumállapotai egy absztrakt, végtelen dimenziós, komplex, lineáris tér (Hilbert-tér) elemei, amelyeket ket-vektoroknak, a hozzá tartozó duális tér elemeit pedig bra-vektoroknak nevezett el. Ezek nyilvánvalóan egymásra egyértelműen leképezhetők, hiszen egy Hilbert-tér izometrikusan izomorf a saját duálisával. Egy adott diszkrét

bázison a bra-vektorok sor-, míg a ket-vektorok oszlopvektorokkal reprezentálhatók (Heisenberg-ábrázolás, l_2 tér). Folytonos bázison a bra-vektorok egy komplex függvénnyel adhatók meg, a ket-vektorok pedig ennek komplex konjugáltját adják (Schrödinger-ábrázolás, $\mathscr{L}_2$ tér), amit hullámfüggvénynek nevezünk. A kvantummechanikai állapotot időben fejlesztő Schrödinger-egyenletet viszont reprezentációtól függetlenül is érvényesnek várjuk, ugyanúgy, ahogy a Newton-törvény sem függhetett attól, hogy milyen koordináta-rendszerben írjuk fel az erő és a gyorsulás komponenseit. A klasszikus fizikai törvények absztrakt vektorokkal való felírásával analóg módon most is azt gondoljuk, hogy ha egy adott reprezentációban (például schrödingeri) megtaláltuk a kvantummechanikai állapot időbeli fejlődését leíró egyenletet, akkor az az absztrakt vektorokra, és így azok bármilyen más reprezentációira vonatkozóan is érvényes kell legyen. Így aztán rajtunk áll, hogy milyen ábrázolásban („koordináta-rendszerben") szeretnénk dolgozni, és nyugodtan választhatunk olyat, ami jól illeszkedik az adott problémánkhoz.

Az alábbiakban ezt a széles körben ismert és elfogadott képet szeretnénk árnyaltabbá tenni, és amellett érvelni, hogy valójában félrevezető a kvantummechanika absztrakt vektorfogalmát és azok reprezentációit párhuzamba állítani azok klasszikus fizikai párjaival. Úgy véljük, hogy amennyire sokat segíthet ezen analógia segítségével megérteni a bra- és ket-vektorok, és azok reprezentációinak szerepét a kvantummechanikában, annyira sok fogalmi zavarhoz és későbbi paradoxonhoz is vezethet.

Nemkorlátos operátorok

A probléma ott kezdődik, hogy a kvantummechanikában a fizikai mennyiségek a Hilbert-téren ható, valós spektrummal rendelkező operátorokkal azonosítandók, és mint ilyenek, általában nemkorlátosnak kell lenniük. Egy részecske helye, impulzusa, vagy akár az energiája értelemszerűen nem szorulhat véges értékek közé, vagyis ezeket a mennyiségeket nemkorlátos operátorokkal kell leírni. A funkcionálanalízisben azonban a zárt gráf tétel kimondja, hogy minden, a teljes Hilbert-téren értelmezett szimmetrikus operátor szükségszerűen korlátos, amiből az következik, hogy a fizikában előforduló fizikai mennyiségek egy jelentős részéhez olyan operátor tartozik, amely nem értelmezhető a teljes Hilbert-téren. Ez pedig azonnal azt a következtetést vonja maga után, hogy a Hilbert-térben vannak olyan elemek, amelyek bár tökéletesen normálhatók, és így elvben megfelelnek a valószínűségi értelmezésnek, mégsem lehetnek fizikaiak. A legtöbb, amit tenni lehet, hogy a szóban forgó nemkorlátos operátor(oka)t a Hilbert-tér egy mindenütt sűrű részhalmazán definiáljuk úgy, hogy az operátor(ok) hatása nem vezet ki ebből a halmazból [2].

Tekintsük például 1-dimenzióban a hely- és impulzusoperátorokat schrödingeri ábrázolásban, ahol a helyoperátor a hullámfüggvény argumentumával való szorzással, az impulzusoperátor pedig az a szerinti deriválás műveletével (a komplex egységgyökfaktortól és a $\hbar$-tól eltekintve) azonosítható. Az ehhez a reprezentációhoz tartozó konkrét $\mathscr{H}$ Hilbert-tér a négyzetesen integrálható függvények $\mathscr{L}_2$ tere, és a kérdés az, hogy miként lehet egy olyan mindenütt sűrű részhalmazt találni ezen a téren, amely a hely- és impulzusoperációk tetszőleges kombinációjával szemben invariáns. Könnyen belátható, hogy ez a részhalmaz olyan tetszőlegesen sokszor differenciálható függvényekből áll, amelyek maguk és deriváltjaik is minden hatványnál gyorsabban tartanak nullához a végtelenben (Schwartz-tér, $\mathbf{\Phi}$). Matematikailag a Dirac-féle bra- és ket-vektorok ezen tér topologikus duálisának ($\mathbf{\Phi}^+$) elemei, előbbiek antilineáris, utóbbiak lineáris funkcionálok, amelyek egymással kölcsönösen egyértelműen megfeleltethetők. A konstrukcióból következik, hogy a bra- és ket-vektorok valójában temperált disztribúciók, az imént megkonstruált ($\mathbf{\Phi}$, $\mathscr{H}$, $\mathbf{\Phi}^+$) hármast pedig az angol nyelvű irodalom rigged Hilbert-térnek vagy Gelfand-tripletnek nevezi [3]. Megjegyzendő, hogy $\mathscr{H}$ sűrű $\mathbf{\Phi}^+$-ban ($\mathbf{\Phi}$ nyilván sűrű $\mathscr{H}$-ban), a $\mathbf{\Phi}$-n értelmezett operátorok (például hely vagy impulzus) pedig kiterjeszthetők $\mathbf{\Phi}^+$-ra, amin már létezhetnek sajátvektoraik. Ezek általában valóban nem $\mathscr{H}$-ban, hanem tényleg $\mathbf{\Phi}^+$-ban vannak (folytonos spektrum esete), valamint belátható, hogy megfelelő értelemben létezik rájuk teljességi összefüggés, vagyis az egységoperátort spektrálisan elő lehet belőlük állítani. Ez egyúttal a Hilbert-terek elméletéből ismert spektrálmérték egy (nem unikális) konkrét megvalósítását adja, és ez felel meg annak a naiv, pusztán formális diraci leírásnak, amelyben egy kvantumállapotot folytonos bázison, integrállal állítunk elő.

Vegyük észre, hogy a Dirac-elmélet matematikai precizitással történő konstrukciója során elveszítjük annak eredeti eleganciáját, többé nem tudunk absztrakt terekkel dolgozni. Ahhoz, hogy például a nemkorlátos hely- és impulzusoperátorok megfelelő értelmezési tartományait megtaláljuk, a schrödingeri ábrázolásból kell kiindulnunk. Ezen értelmezési tartomány(ok) megadása absztrakt módon nehezen képzelhető el, nem tudjuk megmondani, hogy az operátorok milyen állapotokon értelmezhetők egészen addig, amíg egy konkrét reprezentációban meg nem állapítjuk, hogy az előbbieknek milyen hatásuk van a Hilbert-tér egyes elemeire. Mindezek szerint a Dirac-elmélet állapotvektorai, bár fogalmilag nagyon hasonlónak tűnhetnek a klasszikus fizikai vektorfogalomhoz, és például a hullámfüggvény az absztrakt állapot egy reprezentációkénti értelmezése is csábító, az derül ki, hogy ez a megközelítés túlságosan naiv. Mivel egy fizikai rendszerhez határfeltételeket a valós háromdimenziós térben tudunk megfogalmazni, az operátorok értelmezési tartományainak megkonstruálása végett a kvantummechanika már első lépésben egy adott „ábrázolást" jelöl ki, ez pedig a schrödingeri. Fontos kihangsúlyozni, hogy ezt a választást nemkorlátos operátorok bevezetésének szüksége kényszeríti

ránk, ahogy azt is, hogy maga a Hilbert-tér és a benne kijelölendő sűrű részhalmaz is valójában operátorfüggő. Ez a megfigyelés szintén az irányba mutat, hogy egy teljesen általános absztrakt Hilbert-tér nem adhatja a kvantumelmélet megfelelő matematikai alapját, és talán kijelenthető, hogy a kvantummechanika sokkal inkább természetes megalapozása az alapjaiban *Neumann János* által lefektetett operátorgyűrűk elméletén, és az idevonatkozó C^*-algebrán keresztül történik. Ez esetben sem a fizikai mennyiségek, sem a fizikai állapotok definiálásához nincs szükség Hilbert-térre, jóllehet annak létezése következményeként kiadódik a leírásból [4]. Ennek részletei és kapcsolata a Gelfand-triplettel történő megfogalmazással viszont már nem képezi jelen ismeretterjesztő írás tárgyát.

Kvantummechanikai paradoxonok

Az alábbiakban áttekintünk három meghökkentően egyszerű paradoxont, amelyek az absztrakt állapottér vektoraival történő számítások pusztán formális és matematikai szigort nélkülöző alkalmazásai miatt jelennek meg a kvantumelméletben. Ezzel a Dirac-formalizmus használatához szükséges elkerülhetetlen körültekintésre és óvatosságra szeretnénk felhívni a figyelmet [5].

1. paradoxon

Tekintsük az azimutszög ($\hat{\varphi}$) és a z irányú impulzusmomentum ($\hat{L}_z$) operátorokat. Az $\hat{L}_z$ sajátállapotok m kvantumszámmal kielégítik az $\hat{L}_z \mid m\rangle = \hbar m \mid m\rangle$ relációt, és nyilván a kommutátor $[\hat{\varphi}, \hat{L}_z] = \mathrm{i}\hbar$. Ezek után néhány látszólag azonos átalakítással arra jutunk, hogy $\mathrm{i}\hbar$ eltűnik:

$$\begin{aligned}\mathrm{i}\hbar &= \langle m \mid \mathrm{i}\hbar \mid m\rangle = \langle m \mid [\hat{\varphi}, \hat{L}_z] \mid m\rangle = \\ &= \langle m \mid \hat{\varphi}\hat{L}_z \mid m\rangle - \langle m \mid \hat{L}_z\hat{\varphi} \mid m\rangle = \\ &= m(\langle m \mid \hat{\varphi} \mid m\rangle - \langle m \mid \hat{\varphi} \mid m\rangle) = 0,\end{aligned}$$

ahol kihasználtuk, hogy ha $\hat{L}_z \mid m\rangle = m \mid m\rangle$, akkor $\langle m \mid \hat{L}_z = \langle m \mid m$, hiszen az impulzusmomentum bármelyik komponensének operátora önadjungált.

2. paradoxon

Tekintsük az impulzus operátort egy $[-a, a]$ intervallumon mozgó részecskére vonatkozóan. Ha $\hat{p} \mid p\rangle = p \mid p\rangle$, akkor definíció szerint $\langle p \mid \hat{p}^\dagger = \langle p \mid p^*$, de mivel $\hat{p}^\dagger = \hat{p}$, ezért az előző kifejezést $\langle p \mid$-vel, az utóbbit pedig $\mid p\rangle$-vel megszorozva azt kapjuk, hogy $p = p^*$, ami szokásosan azt fejezi ki, hogy egy önadjungált operátor sajátértékei valósak. De koordinátareprezentációban

$$\hat{p} = \frac{\hbar}{\mathrm{i}} \frac{\partial}{\partial x},$$

egy $\sim \exp(\mathrm{i}px/\hbar)$ síkhullám pedig akármilyen p komplex szám esetén is $\hat{p}$ sajátfüggvénye. Akkor lehetséges, hogy az impulzus nem valós mennyiség?

3. paradoxon

Tekintsünk az előző elrendezésben egy olyan kvantumállapotot, amelynek hullámfüggvénye arányos $\sin(x^2 - a^2)$-tel. Az energia szórásnégyzetének szokásos $\Delta E^2 = \langle \psi \mid \hat{H}^2 \mid \psi\rangle - (\langle \psi \mid \hat{H} \mid \psi\rangle)^2$ kiszámításakor arra jutunk, hogy a doboz méretének változtatásakor a szórásnégyzet egy kritikus ponton nullává, azon túl pedig negatívvá válik, ami fizikailag értelmezhetetlen.

Mindegyik példában ott keresendő a probléma, hogy a Dirac-féle absztrakt megfogalmazásban sehol sem kerül elő az a tény, hogy nem korlátos fizikai mennyiségeket reprezentáló operátorok legjobb esetben is a Hilbert-tér csak egy mindenütt sűrű részhalmazán definiálhatók. Ha a bra-ket formalizmust naivul, mint végtelen hosszú sor- és oszlopvektorok közötti manipulációként képzeljük el, problémákba ütközünk. A kiutak megkereséséhez át kell gondolnunk, hogy egyáltalán matematikailag értelmes műveleteket végzünk-e el a fenti számítások során.

Feloldások

1. paradoxon feloldása

Ahhoz, hogy az $\mid m\rangle$ állapotokkal műveleteket végezhessünk el, meg kell határoznunk, hogy a szóban forgó operátorok egyáltalán milyen Hilbert-térbeli elemekre hathatnak. Mivel az azimutszög 2π periodikus, az

$$\hat{L}_z \equiv \frac{\hbar}{\mathrm{i}} \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

operátor értelmezési tartománya $\mathscr{D}(\hat{L}_z) = \{\psi \in \mathscr{L}_2 : \psi' \in \mathscr{L}_2,\ \psi(0) = \psi(2\pi)\}$. Nyilvánvalóan $\mathscr{D}(\hat{\varphi}\hat{L}_z) = \mathscr{D}(\hat{L}_z)$, viszont gondoljuk meg, hogy $\mathscr{D}(\hat{L}_z\hat{\varphi}) \neq \mathscr{D}(\hat{\varphi}\hat{L}_z)$, hanem $\mathscr{D}(\hat{L}_z\hat{\varphi}) = \{\psi \in \mathscr{L}_2 : \psi' \in \mathscr{L}_2,\ \psi(2\pi) = 0\}$, hiszen $\hat{L}_z$ utóbbi esetben biztosan olyan függvényre hat, amely $\varphi = 0$-ban eltűnik. Mivel a kommutátor értelmezési tartománya $\mathscr{D}([\hat{L}_z, \hat{\varphi}]) = \mathscr{D}(\hat{\varphi}\hat{L}_z) \cap \mathscr{D}(\hat{L}_z\hat{\varphi})$, ezért arra $\mathscr{D}([\hat{L}_z, \hat{\varphi}]) = \{\psi \in \mathscr{L}_2 : \psi' \in \mathscr{L}_2,\ \psi(0) = \psi(2\pi) \equiv 0\}$ adódik. Ez azt jelenti, hogy a kommutátor nem hathat $\mid m\rangle$-re, hiszen azok $\sim \exp(\mathrm{i}m\varphi)$ állapotok. Ezért a „levezetés" már a második lépéstől kezdve értelmetlen.

2. paradoxon feloldása

Gondoljuk át, hogy $\hat{p}$-nek mi lehet az értelmezési tartománya. Szeretnénk, hogy $\hat{p} = \hat{p}^\dagger$ legyen, ezért csábítónak tűnik előírni, hogy $\hat{p}$ olyan állapotokra hathasson, amelyekre teljesül, hogy $\psi(a) = 0 = \psi(-a)$. Ez abból következik, hogy ahhoz, hogy koordinátareprezentációban a

$$\langle \phi \mid \hat{p} \mid \psi\rangle = \int \phi^*(\hat{p}\psi) \equiv \int (\hat{p}\phi)^*\psi$$

azonosság teljesülhessen, szükséges, hogy parciális integrálás után a kiintegrált rész nulla legyen. Így $\mathscr{D}(\hat{p}) = \{\psi \in \mathscr{L}_2 : \psi' \in \mathscr{L}_2,\ \psi(a) = 0 = \psi(-a)\}$. Eszerint viszont $\hat{p}$ nem is hathat $\mid p\rangle$-re, de ekkor egyik paradoxonból a másikba jutunk, ugyanis így $\hat{p}$-nek nincs sa-

játvektora, spektruma pedig üres, miközben fizikailag tudjuk, hogy a utóbbi a valós számoknak valamilyen részhalmaza kell legyen. A létrejött új látszólagos ellentmondás oka az, hogy a fenti értelmezési tartománnyal definiált impulzusoperátor nem önadjungált.

Ezen a ponton meg kell különböztetnünk az önadjungált és hermitikus operátorokat. Hermitikus az az operátor, amelyre teljesül a fenti szimmetricitás, azaz balra és jobbra is „hathat". Viszont csak az a hermitikus operátor önadjungált, amelyre az adjungált operátor értelmezési tartománya megegyezik az eredetiével. Könnyen meggondolható, hogy $\hat{p}$ esetében ez nem igaz. Mint az ismeretes, az adjungált operátor, $\hat{p}^\dagger$, a

$$\int \psi^\star(\hat{p}\phi) = \int \tilde{\psi}^\star \phi \quad \text{és} \quad \tilde{\psi} = \hat{p}^\dagger \psi$$

összefüggésekkel definiálható. Rögtön látszik, hogy ha $\phi \in \mathscr{D}(\hat{p})$, akkor $\hat{p}^\dagger = \hat{p}$, viszont $\mathscr{D}(\hat{p}^\dagger) \neq \mathscr{D}(\hat{p})$, ψ-től ugyanis már semmilyen határfeltételt nem kell megkövetelni, vagyis $\mathscr{D}(\hat{p}^\dagger) = \{\psi \in \mathscr{L}_2 : \psi' \in \mathscr{L}_2\}$. A tétel, amely szerint önadjungált operátorok spektruma valós, $\hat{p}$-re nem teljesül.

Felmerül a kérdés, hogy akkor milyen operációt, pontosabban milyen értelmezési tartománnyal rendelkező operátort kell az impulzussal azonosítani. Általánosabban: ha van egy hermitikus operációnk, akkor értelmezési tartománya kiterjeszthető-e olyan módon, hogy az önadjungálttá váljon? A választ Neumann János idevonatkozó tétele adja, amely a $(\hat{p} \pm \mathrm{i}\hat{\mathbb{1}})$ operátorok tulajdonságairól szól. Az úgynevezett defektindexek az előbbi operátorok magtereinek dimenziói: $n_\pm = \dim \mathrm{Ker}(\hat{p} \mp \mathrm{i}\hat{\mathbb{1}})$, és a tétel szerint akkor és csak akkor létezik önadjungált kiterjesztés, ha $n_+ = n_-$. A kiterjesztett operátorra teljesül, hogy $n_+ = n_- \equiv 0$, a sajátértékek pedig ekkor már szigorúan valósak. Ha $n_+ \neq n_-$, akkor egy hermitikus operátor nem terjeszthető ki önadjungált módon.

Az impulzus esetére azt lehet találni, hogy ha

$$\hat{p} = \frac{\hbar}{\mathrm{i}} \frac{\partial}{\partial x},$$

akkor $\hat{p}$ csak olyan esetekben önadjungált, ha $\mathscr{D}(\hat{p}) = \{\psi \in \mathscr{L}_2 : \psi' \in \mathscr{L}_2,\ \psi(-a) = e^{\mathrm{i}\alpha}\psi(a)\}$, ahol α valós szám. Látszik, hogy $\alpha = 0$-ra megkapjuk a szokásos szimmetrikus határfeltételt, amely fizikailag plauzibilis, de matematikai hátterét az előbb leírtak adják. A határfeltétel diszkrétté és egyúttal valóssá teszi a lehetséges sajátértékeket, vagyis a valós spektrumra vonatkozó, fizikailag motivált elvárásaink így már teljesülnek.

Érdemes meggondolni az $a \to \infty$ esetet is. Ekkor az impulzus lehetséges diszkrét értékei a határátmenet során folytonossá válnak, $\hat{p}$-nek pedig nem lesznek sajátvektorai és sajátértékei a Hilbert-térben. A $\hat{p}$ operátor spektrumának azonban a valós számok halmaza továbbra is a része marad olyan értelemben, hogy a $(\hat{p} - p\hat{\mathbb{1}})^{-1}$ operátor – bár $a \to \infty$ esetén létezik – nem korlátos (ha nem is létezne, akkor beszélnénk p sajátértékről). Ahogy erre cikkünk első felében kitértünk, ez esetben $\hat{p}$ a Hilbert-téren ható lineáris funkcionálok halmazára terjesztendő ki, vagyis a sajátérték-probléma kivezet $\mathscr{L}_2$-ből, és a sajátvektorok a temperált disztribúciók között keresendők [3, 4].

3. paradoxon feloldása

Az utolsó paradoxon feloldása az előzőek fényében már nem túl bonyolult. A problémát az okozza, hogy a

$$\langle \psi | \hat{H}^2 | \psi \rangle = \int \psi^\star \left(-\frac{\hbar^2}{4\,m^2} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \right) \psi$$

kifejezés nem állítja elő az energia négyzetének átlagos értékét, ami definíció szerint

$$\langle E^2 \rangle = \sum_i p_i E_i^2,$$

ahol p_i az i-edik energiaszint (E_i) valószínűsége a ψ állapotban. Ez arra, az olvasó által is könnyen ellenőrizhető állításra vezethető vissza, hogy a formális

$$\hat{H}^2 | \psi \rangle = \sum_i c_i E_i^2 \, | \psi_i \rangle$$

összefüggés jobb oldalán látható összeg divergens (itt $| \psi \rangle = \sum_i c_i | \psi_i \rangle$ és $| \psi_i \rangle$ az E_i-hez tartozó állapot). Vagyis az egyenlet mindkét oldalát $\langle \psi |$-vel beszorozva, nem kapunk értelmes eredményt, és főleg nem tudjuk levezetni a $\langle \psi | \hat{H}^2 | \psi \rangle = \langle E^2 \rangle$ szokásos összefüggést.

Az előző esetekhez hasonlóan a szóban forgó operátor(ok) értelmezési tartományainak gondos elemzése vezet el bennünket a probléma feloldásához. Először keressük meg $\mathscr{D}(\hat{H})$-t! Első lépésben szeretnénk látni, hogy $\hat{H}$ hermitikus. Ennek megmutatásához kétszer kell parciális integrálást elvégeznünk, a kiintegrált részek eltűnésének minimális feltétele, hogy a hullámfüggvények eltűnjenek a határokon. Ezt az is indokolja, hogy a doboz falait végtelen magas potenciálfalként elképzelve minden fizikai hullámfüggvény $\pm a$-ban nullához tart. Vagyis $\mathscr{D}(\hat{H}) = \{\psi \in \mathscr{L}_2,\ \psi'' \in \mathscr{L}_2,\ \psi(\pm a) = 0\}$, amiről könnyen látszik, hogy a hermiticitás mellett önadjungált operációt definiál. Hasonlóan, a $\hat{H}^2$ operátor is önadjungált, de itt a parciális integrálások során egy új feltételt is kapunk, a hullámfüggvények második deriváltjának is el kell tűnnie a határokon. Vagyis $\mathscr{D}(\hat{H}^2) = \{\psi \in \mathscr{L}_2,\ \psi'''' \in \mathscr{L}_2,\ \psi(\pm a) = 0,\ \psi''(\pm a) = 0\}$, ami azt jelenti, hogy $\mathscr{D}(\hat{H}^2) \subset \mathscr{D}(\hat{H})$.

Rögtön látszik, hogy a szóban forgó kvantumállapot, amelynek hullámfüggvénye $\psi \sim \sin(x^2 - a^2)$, nincs benne $\mathscr{D}(\hat{H}^2)$-ben, vagyis nem lepődünk meg azon, hogy az energia négyzetének várható értékére helytelen eredményt kapunk a

$$\langle \psi | \hat{H}^2 | \psi \rangle = \int \psi^\star \left(-\frac{\hbar^2}{4\,m^2} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \right) \psi$$

szabályból. Vegyük azonban észre, hogy mivel $\hat{H}^\dagger = \hat{H}$, Dirac szerint az alábbi értelmezés is érvényes:

$$\langle\psi|\, H^2\,|\psi\rangle = \langle\psi|\, H^\dagger H\,|\psi\rangle = (\langle\psi|\,\hat{H}^\dagger)\,(\hat{H}\,|\psi\rangle).$$

Utóbbinál viszont $\hat{H}^2$ meg sem jelenik a számítások során, és ez esetben könnyen meggondolható, hogy a helyes eredményhez jutunk! $\hat{H}$ hathat $|\psi\rangle$-re (és $\hat{H}^\dagger$ $\langle\psi|$-re), aminek következtében $\langle E^2\rangle = \sum_i p_i E_i^2$ valóban előáll. A Dirac-formalizmus tehát nem ad egyértelmű kiszámítási módot különböző átlagok meghatározására. Sőt, amikor két számítási mód között egyenértékűséget tételez fel, az értelmezési tartományok tiszteletben tartásának hiányában könnyedén kiderülhet, hogy valamelyikük téves eredmény(ek)re vezethet.

Záró megjegyzések

A Dirac-féle absztrakt formalizmust a kvantummechanika jól bevált elvi és gyakorlati hátterének is szokás tekinteni. Segítségével összekapcsolódik a Heisenberg által kidolgozott mátrixmechanika és a schrödingeri hullámmechanika elmélete. Konkrét számolások során olyan analógia szerint gondolkozunk, hogy a $|\psi\rangle$ ket egy oszlopvektor, míg párja, a $\langle\psi|$ bra egy sorvektor, mint a duális tér egy eleme. Az operátorok végtelen mátrixok, és az asszociativitási tulajdonságot minden esetben érvényesnek tekintjük. Ennek megfelelően Dirac szerint például a $\langle\phi|\,\hat{A}\,|\psi\rangle$ mátrixelem kiszámítható $(\langle\phi|\,\hat{A})\,|\psi\rangle$ vagy akár $\langle\phi|\,(\hat{A}\,|\psi\rangle)$ módon is, a két kifejezés egyenértékű. Mint arra feljebb rámutattunk, ha az $\hat{A}$ operátor nem korlátos, akkor az értelmezési tartományokhoz köthető problémák miatt a két kiszámítási mód eltérhet egymástól, egyik vagy másik akár teljesen értelmetlennek is bizonyulhat. Úgy véljük, hogy hasonló felismerések irányíthatták Neumann Jánost a kvantummechanika Hilbert-térrel történő megfogalmazása helyett az algebrai irányba [6, 7]. Ide vonatkozó munkáinak 100 éves évfordulója felé közeledve meggondolandó, hogy a magyarországi egyetemi szintű kvantummechanika-oktatás során – legalábbis érintőlegesen – elhangozzék a nemkorlátos operátorok általa felismert problémáinak tárgyalása.

Irodalom

1. Jánossy L., Tasnádi P.: *Vektorszámítás I.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
2. F. Kronz, T. Lupher: Quantum Theory and Mathematical Rigor. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2019 Edition), Edward N. Zalta (ed.), https://plato.stanford.edu/archives/fall2019/entries/qt-nvd/.
3. R. de la Madrid: The role of the rigged Hilbert space in Quantum Mechanics. *Eur. J. Phys. 26* (2005) 287.
4. Leon A. Takhtajan: Quantum Mechanics for Mathematicians. *Graduate studies in Mathematics Vol. 95,* American Mathematical Society, 2008.
5. F. Gieres, *Rep. Prog. Phys. 63* (2000) 1893.
6. J. von Neumann: Mathematische Begründung der Quantenmechanik [Mathematical Foundation of Quantum Mechanics]. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* (1927) 1–57.
7. J. von Neumann: Allgemeine Eigenwerttheorie Hermitescher Funktionaloperatoren [General Eigenvalue Theory of Hermitian Functional Operators]. *Mathematische Annalen* (1929) 49–131.

GERGELY GYÖRGY (1923–2020)

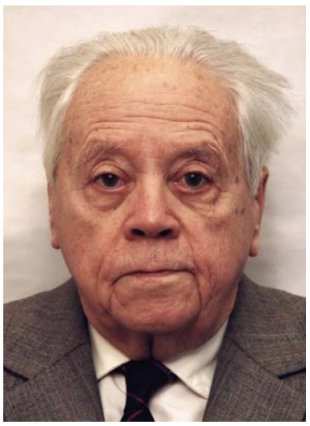
Egy évvel ezelőtt, néhány nappal 97. születésnapja előtt halt meg *Gergely György,* Gyurka bácsi, Gyurka, Gergely doktor. Már a sok megszólítás is mutatja, hogy hosszú élete alatt a fizikus nemzedékek egész sorával sikeresen működött együtt és jó példát mutatott arra, hogy alapkutatásból indulva kell a hasznosításig eljutni. Vele a felülettudomány nemzetközileg is kimagasló művelőjét, igaz barátot és tanácsaival mindig segítségünkre álló, nagy enciklopédikus tudással bíró munkatársat, intézetünk korelnökét veszítettük el.

Gergely György 1923-ban született Vácott és ott végezte a középiskolát a Piarista Gimnáziumban. A tudományos munkát, a kutatást élethivatásának választó nemzedék tagja és ez határozta meg továbbtanulását is. 1942-ben kezdte meg egyetemi tanulmányait a József Nádor Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen. Azért jelentkezett ide, mert mindenképpen kutatással akart foglalkozni és abban az időben a Pázmány Péter Tudományegyetemen a fizika területén csak tanárképzés folyt. Utólag visszatekintve megdöbbenhetünk azon, hogy 1942–1947-ig háború, ostrom ellenére az egyetemi oktatás „gond” nélkül haladt és jól képzett diákokat bocsátottak ki. Ez abból is látszik, hogy *Bay Zoltán,* aki csak jó tanulókkal foglalkozott, elfogadta doktori munkára és 1948 februárjában föl is vette a Tungsram Kutatóba, ami akkor a szilárdtest-fizikai kutatások központja volt. Miután Bay Zoltán emigrált, Gergely György doktori munkáját *Szigeti György* vezetésével fejezte be lumineszcencia témából. A dolgozatot *Simonyi Károly* bírálta és az olyan jó volt, hogy azt a *Journal of the Optical Society of America* folyóiratban lehetett közölni.[1] Végzése idején a Tungsram Kutatót átvette a Távközlési Kutatóintézet (TKI), és a fő feladat a Bay Zoltán által korábban indított radarkutatás lett. Itt a képernyőfejlesztésben dolgozott, ami a fényemisszió alapkérdéseitől a radar, majd a televíziós képcsövek gyártásáig húzódott. Az alapkutatásban nagytisztaságú cink-szulfid porok fényemissziójának kérdéseivel foglalkozott, és a cink-szulfidos fényforrások fejlesztésénél elérték a fizikai határt. A tudományos munka minőségét jelzi, hogy cink-szulfid kutatásaiból akkor közölt cikkeire még 2014-ben is voltak hivatkozások. Az alapkutatás

[1]Elolvasható: https://doi.org/10.1364/JOSA.40.000356

eredményeire támaszkodva sikeres alkalmazásként itthon is megindulhatott a radar- és televízió-képernyőgyártás.

1965-től munkáját Szigeti György meghívására a Műszaki Fizikai Kutatóintézetben folytatta, de még egy ideig a régi helyén is dolgozott. Ekkor kezdett ellipszométeres mérésekkel foglalkozni, ugyanis a Tungsram Kutató félvezetős csoportja igényelte ezt a technikát. Ezt az igényt kielégítendő, *Adám Jánossal* meg is építették a műszert. Az MFKI-ban folyó félvezető-kutatáshoz a megszerzett tapasztalatok alapján javasolta az optimális ellipszométer beszerzését. A műszer használhatóságát akkor, amikor személyi számítógép még praktikusan nem létezett, nagyon korlátozta a hosszadalmas kiértékelési folyamat. Ezt megkönnyítendő ellipszometriai táblázatot készített, ami széleskörű felhasználást nyert.



Az 1960-as években kezdett világossá válni, hogy a félvezető-kutatásokhoz felületfizikai kutatások szükségesek. Gergely György időben felismerte ennek jelentőségét, és élete további részében ezzel foglakozott. Javaslatára került beszerzésre a keleti régió első LEED (kisenergiájúelektron-diffrakció) berendezése, amelyet az igényeknek megfelelően hazánkban első Auger-elektron-spektrométerré (AES) fejlesztett. A felületfizikai kutatásokban legmaradandóbb eredménye a visszaszórt elektronspektrumban megjelenő rugalmas csúcs jelentőségének felismerése, és az erre alapuló rugalmas elektronszórás-spektrometria (Elastic Peak Electron Spectroscopy, EPES) módszer kidolgozása volt 1981-ben.

A visszaszórt elektronspektrumban a kvázi veszteség nélkül (rugalmasan) visszaszórt elektronok adják a legnagyobb csúcsot. Az AES elterjedésével a rugalmas csúcs is felhasználásra került, de csak mint a spektrométer beállításának optimalizációjához szükséges segédeszköz. Gergely György egyszerű modellt alkotott a rugalmas csúcs keletkezésére, amelynek segítségével a rugalmas csúcs nagyságát ki lehet számolni. A bemenő paraméterek az atomi sűrűség, ütközési hatáskeresztmetszet és az elektronok rugalmatlan közepes szabadút-hossza (IMFP). Tiszta anyagra a sűrűség ismert, az ütközési hatáskeresztmetszet számolható és így a rugalmas csúcs méréséből az IMFP kiszámítható. A felületérzékeny elektronspektroszkópok csak az IMFP ismeretében tudnak felületi analízist végezni. Az IMFP kísérleti meghatározása pedig az EPES-re épül. Ezért, mint alapvető fontosságút módszert az EPES-módszert 2007-ben ISO szabvánnyá minősítették.

Gergely György széleskörű lexikális tárgyismerete, amit munkatársaival, a hozzá fordulókkal mindig szívesen megosztott, biztos alapot jelentett arra, hogy a felmerült kérdést s a kísérleti eredményeket a lehető legszélesebb összefüggéseikben, alkotó módon tudtuk elemezni, továbbgondolni és ezzel új felismerésekhez jutni. Makacsul hirdette s munkájában, bírálataiban, tanácsaiban követte azt az alapelvet, hogy az anyagokon végzett kísérletek, vizsgálatok eredményei, a kísérleti paraméterek és a fizikai-kémiai tulajdonságok közötti összefüggések megbízhatóan és érdemben csak az anyag szerkezetének, mikrokémiájának ismeretében értelmezhetők. Sőt, ennek ismerete nélkül nem lenne szabad az értelmezésbe bocsátkozni, következtetést levonni, s még kevésbé elméletet kidolgozni.

Teljesítményét a többek között a következő díjakkal ismerték el: ELFT Bródy Imre díj 1953, GTE Műszaki irodalmi díj 1978, MFKI Intézeti díj 1993, Marcus Marci érem 2002, Simonyi Károly díj 2009.

Barna Péter, Gyulai József,
Menyhárd Miklós, Pécz Béla
EK MFA

KÁDÁR GYÖRGY HELYREIGAZÍTÓ MEGJEGYZÉSE

A *Fizikai Szemle* 2020 júniusi számában megjelent előzetes megjegyzésem *Bay Zoltán A világűrkísérletek jövője* című cikkének születési körülményeiről, amely jóindulatú, téves állítást tartalmaz: „Tudomásom szerint ez a gondolatokban gazdag írás eddig nyomtatásban nem jelent meg."

Az idézett szöveg kiigazításra szorul. Valóban nem tudtam arról, hogy 1988-ban az emigráns magyarok irodalmi és politikai folyóiratában, az *Új Látóhatár* 39. évfolyamának 158. oldalán már nyomtatásban megjelent Bay Zoltán cikke. A megjelenés tényét Bay Zoltán publikációinak jegyzéke rögzíti, amely a Gondolat kiadónál 1988-ban megjelent *Bay Zoltán: Válogatott tanulmányok* című könyvében található. Ezt a kötetet a napokban vettem kézbe, korábban nem olvastam. Magát az *Új Látóhatár* folyóiratot főként az emigráns magyarok ismerték, és néhány hazai irodalmár, a folyóirat 1989-ben végleg megszűnt.

A fizikusok, fizikatanárok és mérnökök szakmai közvéleményéhez ez a nyomtatott változat nem jutott el, a *Fizikai Szemlében* való nyomtatott publikálást tehát helyénvalónak hiszem.

Kádár György
kutató professzor emeritusz

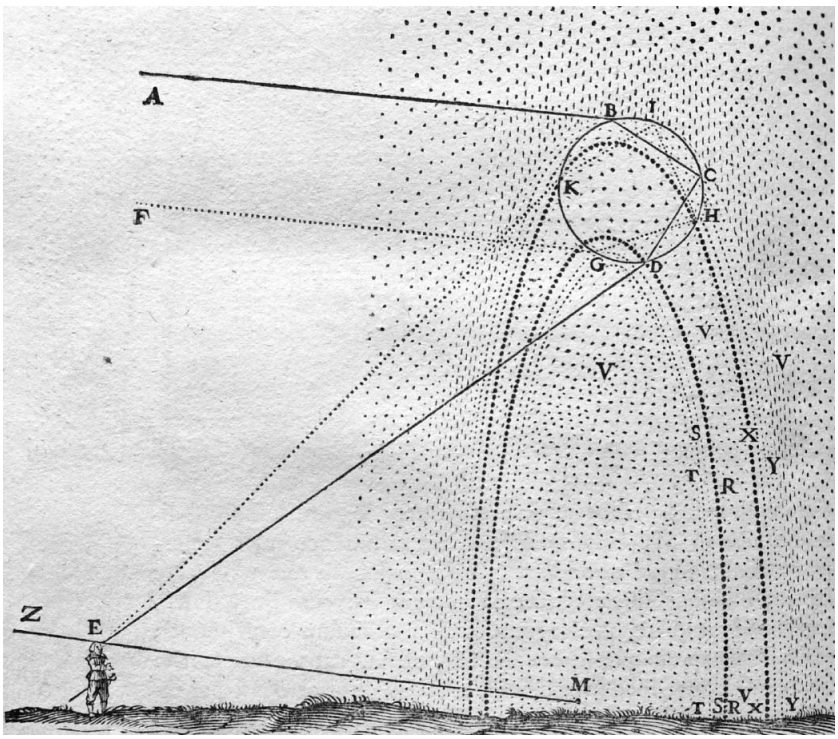
FIZIKA ÉS KÉPZŐMŰVÉSZET – MŰELEMZÉSEK FIZIKUS SZEMMEL – 2. rész

Ujfaludi László
Eszterházy Károly Egyetem, Fizika Tanszék

Színszóródás, szivárvány

A szivárvány az egyik legimpozánsabb légköri optikai jelenség, az – általában nyári záporok idején – aláhulló apró, gömb alakú vízcseppek hozzák létre. Ha a fény mennyisége elegendő és a vízcseppek mérete is megfelelő, akkor egy színes félkört figyelhetünk meg az égbolt Nappal ellentétes pontja körül. A szivárvány íve 42 fokos szöget zár be e ponttal.

Ha a napfény intenzitása megfelelő, a szivárvány elsődleges (fő)ívén kívül egy másodlagos (mellék)ívet is megfigyelhetünk. Ennek színei a főívhez képest fordított sorrendben alakulnak ki. A mellékív halványabb a főívnél, sőt sokszor a láthatóság határa alatt marad. A *28. képen* (lásd az első belső borítón[1]) mindkét ív jól látható, ezen kívül megfigyelhető az is, hogy a főív alatti terület világos, míg a két ív között sötét sáv húzódik.



29. kép. A szivárvány keletkezésének magyarázata (Descartes). A főív az esőcseppen belüli egyszeres, a mellékív kétszeres visszaverődéssel jön létre.

Magyarázatával évszázadokon át hiába próbálkoztak a természettudósok. Az első, valóban helytálló magyarázatot *René Descartes* (1596–1650) adta meg. A *Principia Philosophiae* című könyvében található az az ábra (*29. kép*), amelyen látható, hogy a Nap felől érkező fénysugarak egy része az esőcseppeken belül egyszeres, más része kétszeres visszaverődést szenved; előbbi az elsődleges, utóbbi a másodlagos szivár-

30. kép. Markó Károly: *Puszta*. Ezen a festményen is látható a kettős ív, a színek helyes sorrendjében.

[1]A cikk második részében több olyan kép szerepel, amelyek fekete-fehér módon egyáltalán nem tudják visszaadni az ismertetett jelenség lényegét. Ezért – tekintettel a nyomtatott változatot olvasókra, akiknek csak a folyóirat borítója színes – 13 színes kép az első, illetve a hátsó belső borítón szerepel. Az elektronikus lapra előfizetők megértését megköszönjük.

Ujfaludi László fizikus, az Eszterházy Károly Egyetem (EKE) professzor emeritusa. Közel két és fél évtizedes kutató-fejlesztő tevékenység (VIDEOTON, TUNGSRAM, VITUKI) után 1990-től az EKE Fizika Tanszékének oktatója. Alapítása (2006) óta vezeti az egri Varázstorony planetáriumát. Másfél évtizede foglalkozik a „két kultúra", ezen belül elsősorban a fizika és a képzőművészet kapcsolatával. E témakörben számos tanulmányt publikált és több konferencia-előadást tartott.

31. kép. Tyndall-sugarak a felhők résein át.

vány ívét képezi. Ugyanitt található a leírás Descartes üvegprizmával végzett kísérletéről is, amelyben a napfényt sikerült a szivárvány színeire felbontania. (Az idézett könyv megtalálható az egri Főegyházmegyei Könyvtárban, ebből lett kimásolva a *29. kép*.)

Szivárvány meglehetősen ritkán fordul elő festményeken. *Markó Károly* (1793–1860) *Puszta* című festményén (*30. kép*) kettős szivárvány látható, amelynek ábrázolása teljesen megfelel az elmondottaknak.

Tyndall-szórás

Gomolyfelhős időben gyakran megfigyelhető, hogy az égbolt Nap felőli oldalán a felhők pereméről vagy réseiből kiindulva világos és sötét sávok váltakoznak, néha párhuzamosan, de legtöbbször legyezőformát alkotva. Ezek a Tyndall-sugarak,[2] magyarázata, hogy a felhő által árnyékolt területekről nem érkezik hozzánk szórt fény, ezért ott sötétebb, míg ahová akadálytalanul eljut a fény, ott világosabb sávokat látunk (*31. kép*).

Ugyanez a jelenség erdőben is gyakran megfigyelhető (*32. kép*), itt a fák közt átszüremlő fénysávok láthatók; a világos sávok nyilvánvalóan a levelek hézagain áthaladó fény útját jelzik.

Fontos megjegyezni, hogy mivel a Tyndall-szórást a Nap párhuzamos sugarai idézik elő, a létrejött sugárnyalábok minden esetben párhuzamosak, csak a perspektíva miatt rövidülnek – látszólag (gondoljunk a párhuzamos vasúti sínek látszólagos összetartására!). Másrészt a jelenség létrejöttéhez a levegőben aeroszol (vízpára, köd vagy por) jelenléte szükséges, mivel ennek részecskéin szóródik a napfény.

Az ifjabb *David Teniers* (1610–1690) *Parasztok a kocsma előtt* című festményén (*33. kép*) a *31. képéhez* hasonló sugárnyalábokat örökített meg; festményein viszonylag gyakori a Tyndall-sugarak megjelenése.

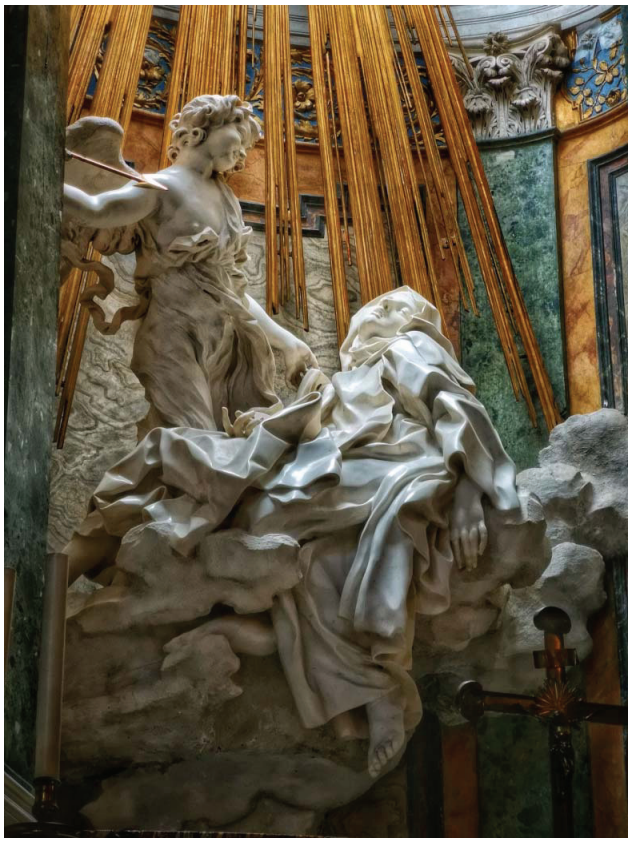
[2] *John Tyndall* (1820–1893) ír fizikus, glaciológus, hegymászó, feltaláló és filozófus.

32. kép. Tyndall-sugarak a fák lombjai között. A sugarak oldalról jönnek, ezért nincs távlati rövidülés.

33. kép. Teniers: *Parasztok a kocsma előtt*. A távolban a felhőkön át itt is Tyndall-sugarak.

William Turner (1775–1851) *Tájkép az Arundel-i kastéllyal* című festményén (*34. kép*) széles szivárvány látható, amely a vízben is tükröződik; a szivárvány igen közel van, íve egészen a kastély elé húzó-

34. kép. Turner: *Tájkép az Arundel-i kastéllyal*. Szivárvány középen és egy Tyndall-nyaláb nyomai balra – a kettő együtt lehetetlen.



35. kép. Bernini: *Szent Teréz látomása*. A fénysugárdárdák itt is a Tyndall-sugarakat idézik.

dik. Az ilyen széles szivárvány ritka, akkor fordul elő, ha az esőzóna széle, ahol a szivárvány képződik, közel áll a megfigyelőhöz.

Érdekes művészettörténeti tény, hogy vázlatkönyvében Turner a kastély fölötti égbolton eredetileg egy Tyndall-sugárnyalábot ábrázolt, a festményen ez később – valószínűleg a kedvezőbb hatás érdekében – átalakult szivárvánnyá. A szivárványtól kissé balra azonban a Tyndall-sugarak nyomai jól kivehetően ottmaradtak, ami fizikai képtelenség, hiszen a szivárvány és a Tyndall-sugarak az égbolt két ellentétes oldalán képződnek. (Ez a kis malőr természetesen semmit nem von le Turner művészi nagyságából, csak arra figyelmeztet, hogy a természet „műalkotásait" nem lehet önkényesen megváltoztatni.)

A festők nyilvánvalóan sokszor megfigyelték ezt a ritka, különleges égi tüneményt és – legalábbis a középkor és a reneszánsz idején – gyakran megjelenítették képeiken, elsősorban misztikus jelenések hatásának fokozására. (Magyarország egyes vidékein, amint azt egy természetfotóstól megtudtam, a népnyelv Mária-sugaraknak nevezi a jelenséget, világos utalással egyes Szűz Mária ábrázolásokra.)

Hasonló sugaras fénynyaláb jelenik meg sokszor a Szentlélek (galamb) alatt, így például *Filippo Lippi* (1406–1469) *A gyermek Jézus imádása az erdőben* című képén, valamint *Jacopo Tintoretto* (1518–1594) néhány képén a Szentlélekkel együtt, de néha attól függetlenül. *Giovanni Bernini* (1598–1680) *Szent Teréz látomása* című szoborcsoportján (*35. kép*) a Tyndall-sugarakhoz hasonló ragyogó fénydárdák a jelenet mágikus hatását fokozzák. Valamennyi egyházi és világi tárgyú ábrázolás valószínű alapélménye a természetben megfigyelt Tyndall-szórás jelensége.

Additív, szubtraktív színkeverés

A fehér fény színekre bontásával ellentétes művelet a színkeverés. Ha három alapszínt: kéket, zöldet és vöröset egymásra vetítünk (például három különböző projektorral), fehéret kapunk, ezt nevezik a fizikában additív színkeverésnek; ha viszont egy kék, egy sárga és egy vörös színszűrőt egymásra helyezünk, fekete folt keletkezik, ez a szubtraktív színkeverés. Megfigyelhetjük, hogy a két kép közepén, az átfedésekben a másik színkeverés szűrőinek alapszínei jönnek létre (*36. kép,* lásd az első belső borítón). A különböző színű festékek keverésekor (pigment színkeverés) a szubtraktív színkeverésnek megfelelő eredményt kapjuk.

Edvard Munch (1863–1944) *Lányok a hídon* című festményén (*37. kép,* lásd az első belső borítón) a három távolabbi ruha színe a három alapszín: piros, zöld és kék; a hozzánk legközelebbi lány ruhája pedig fehér – ez pontosan megfelel az additív színkeverés színeinek. Ilyen mértékű egybeesés valószínűleg nem véletlen, feltehető, hogy Munch mélyebben foglalkozott a színek elméletével.

Színkörök, hideg-meleg színek

A 19. század második felében az optikai kutatás tisztázta a látás fiziológiájának egyes részleteit. A szivárvány színeit színkörökkel ábrázolták és ezek segítségével szemléltették színlátásunk sajátosságait. A *38. kép* (lásd az első belső borítón) a leginkább elterjedt Ostwald-féle színkört mutatja. Az egyes színekben lévő szám a szín rendjét mutatja. A sárga, a vörös és a kék elsőrendű színek – egy talpára állított egyenlő oldalú háromszöget alkotnak. Kiegészítve őket a narancs, zöld és ibolya másodrendű színekkel, amelyek az elsőrendű három szín keverékszínei – egy hatszöget kapunk. A harmadrendű színek (számozásuk a kör egyes szeleteiben) az első- és másodrendű színek keverékszínei, ezért ezekből 6 van. Az Ostwald-féle színkör így összesen 12 színt tartalmaz.

A színek térhatása (chromostereopsis)

A színekhez virtuális hőérzet is társul, így például a vöröset és a narancsot meleg, a kéket hideg színnek tartják. Ez valószínűleg abból az ősi tapasztalatból következik, hogy a tűz vörös és meleg, a kék ég és a víz pedig hideg. A *38. kép* az Ostwald-féle színkör segítségével a hideg-meleg színeket is szemlélteti; a leghidegebb és a legmelegebb színek azok, amelyek a ferde átlótól a legtávolabb vannak, tehát a kék és a vörös.

Közvetlen érzékelési tapasztalat, hogy a meleg színű tárgyakat közelebbinek, a hideg színűeket távolabb lévőnek érezzük ugyanolyan távolság esetén is; a jelenséget a fiziológiában *chromostereopsisnak* nevezik. Figyeljük meg a *39. kép* (lásd az első belső borítón) színeit. A vörös betűk és a vörös háttér mintha előre nyomulna, a kék betűk és a kék háttér pedig hátra húzódni látszik.

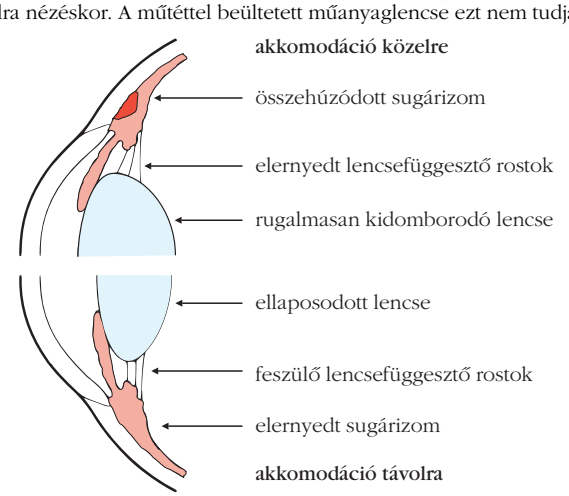
A közlekedési lámpák színe is a chromostereopsis jelenségén alapszik. A pirosat közelebbinek érezzük – ez, mint egy tiltó kéz emelkedik ki környezetéből, a zöld lámpa ellenben – távolabbinak tűnve – szabad átjárást sugall. Másrészt viszont azért történt így a színek megválasztása, mert a rövid hullámhosszú fény – a kék és a zöld – ködben elnyelődik és így láthatatlanná válik, míg a piros ekkor is jól látszik (az autók hátsó lámpái és ködlámpái is ezért pirosak). Valójában mindkét magyarázat helytálló és a két hatás egymást erősíti.

A színek térhatásának alapja az, hogy az optikai lencse (és a szemlencse) a különböző színeket különböző mértékben töri meg: legkevésbé a vöröset, legjobban a kéket (*40. kép,* lásd az első belső borítón). Szemlencsénk a sugárizom segítségével képes görbületét változtatni (ezt nevezik akkomodációnak). Ha most feltételezzük, hogy a *40. képen* a kék szín látszik szemünkben élesnek, akkor ahhoz, hogy a vörös legyen éles, a szemlencse domborulatának növekednie kell (szemünknek erősebben kell akkomodálni). A domborulat növekedése viszont pontosan megfelel a közeli tárgyakhoz való akkomodációnak (*41. kép*). Ez okozza, hogy a vörös színű tárgyakat közelebbinek, a kék tárgyakat pedig távolabbinak érzékeljük.

Színekhez társított hőmérséklet-képzeteink megtévesztők, a sugárzások fizikájából ugyanis tudjuk, hogy a kék szín energiája a legnagyobb, a vörösé a legkisebb. A legforróbb kék csillagok felszíni hőmérséklete 20–25 ezer K, míg a vörös csillagoké csak 3–5 ezer K.

A meleg és a hideg színek említett távolságérzékeltető illúzióját a festők – ösztönösen vagy tudatosan – régóta felhasználták. A modern festészetben pedig (mivel a hagyományos perspektívaábrázolás gyakorlatilag teljesen megszűnt) gyakran a színeket használják a távlatok érzékeltetésére.

41. kép. A szemlencse alakváltozása (akkomodációja) közelre és távolra nézéskor. A műtéttel beültetett műanyaglencse ezt nem tudja.



Ennek egyik tipikus példája *Paul Gauguin* (1848–1903) Pont-Avenben festett *Látomás prédikáció után* című képe (*42. kép,* lásd az első belső borítón), amelyen áhítatosan imádkozó breton asszonyok vízióját örökítette meg: Jákob harcát az angyallal (ez volt a prédikáció tárgyául szolgáló bibliai fejezet). A látomás narancsvörös háttérben jelenik meg; a meleg háttérszín következtében a távoli jelenetet sokkal közelebbinek érezzük.

Raoul Dufy (1877–1953) textilmintának készült kompozícióján (*43. kép,* lásd a hátsó belső borítón) a vörös rózsák szinte „előre ugranak" a kép síkjából, a kékeszöld és zöld levelek és a sötétkék háttér pedig, kékségük arányában egyre hátrább húzódni látszanak.

Kiegészítő színek

Az Ostwald-féle színkörben (*38. kép*) egymással szemközt (180°-ra) elhelyezkedő színeket kiegészítő vagy komplementer színeknek nevezzük, ezek a következők:

sárga–ibolya	sárgászöld–vörösesibolya
vörös–zöld	kékeszöld–vörösesnarancs
kék–narancs	kékesibolya–sárgásnarancs

A kiegészítő színek egymás hatását felerősítik, ezt a festők már korábban is kihasználták a fokozott színélmény elérése céljából, de szigorú következetességgel csak az impresszionisták festészetében terjedt el. A pipacsos mező fényképe (*44. kép,* lásd a hátsó belső borítón) kitűnően illusztrálja a kiegészítő színek intenzív egymásra hatását: lent a fű zöldje és a virágok piros foltjai, fent a narancsos látóhatár és a kék ég képez élénk komplementer színpárt.

Érdekes fiziológiai jelenség, hogy hosszú idejű monokromatikus (egyszínű) fényinger után szemünkben a kiegészítő szín utóképe jelenik meg (utófénylés). Például, ha hosszú ideig tartózkodunk a napon, majd egy sötétebb helyiségbe megyünk, egy ideig mindent kékes árnyalatban látunk. A jelenség a szemünkben lévő színérzékelő csapok ingerlésével kapcsolatos: ha például a narancsszínt érzékelő csapok kapnak erős ingert (például amikor a napon tartózkodunk), akkor annak megszűnte után a kékre érzékeny csapok aktivitása nő meg.

Impresszionizmus, posztimpresszionizmus

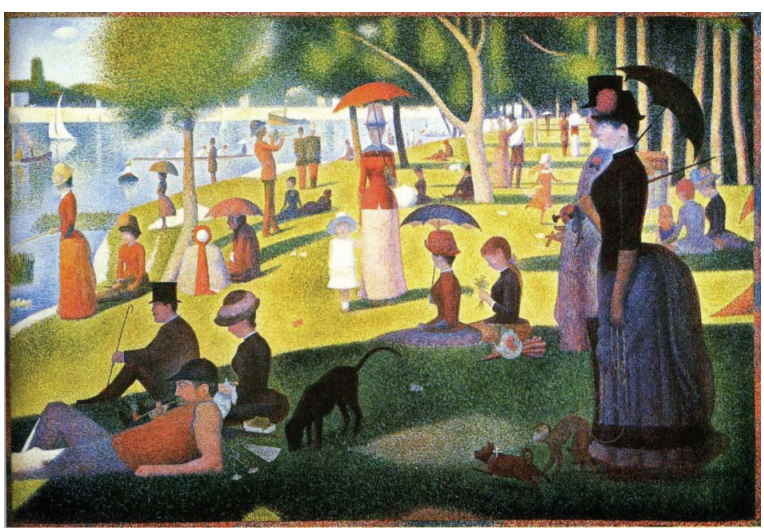
Az impresszionista festők forradalmian új módszereket vezettek be képeik kidolgozásánál: a szabad ég alatt festettek (korábban a műtermi festés dominált), ezáltal erőteljes fényhatásokat értek el, továbbá széles ecsetvonásokkal dolgoztak, így a látványnak csak a leglényegesebb elemeit jelenítették meg.

45. kép. Monet: *Fürdőzők La Granouillere-nél.* A mozgalomra jellemző széles ecsetvonásokkal.

Claude Monet (1840–1926) *La Grenouillere* (*45. kép*) és az *Impresszió – napfelkelte* (*46. kép,* lásd a hátsó belső borítón) című alkotásai szemléltetik az impresszionista stílus két fő alapvonását: a széles ecsetvonásokat és a kiegészítő színek mesteri alkalmazását (az utóbbi kép címe később az egész festői stílus névadója lett).

A 19. század vége felé néhány francia festő, elsőként *George Seurat* (1859–1891) és *Paul Signac* (1863–1935) az akkoriban már kimerülő félben lévő impresszionizmus módszerein úgy kívántak túllépni, hogy képeiket színes pontokból rakták össze. Az eljárás pointillizmus néven terjedt el a köztudatban, ők maguk divizionizmusnak nevezték. A pontok színárnyalatainak előállítását az optikai színkeverés tudományos eredményeire alapozták és csaknem kizárólag alapszínekkel dolgoztak. (Ennek megfelelően például egy zöld színű festékpont egy kék és egy sárga, egy lila színfolt egy vörös és egy kék szoros egymásmellettiségéből jön létre stb.).

48. kép. Seurat: *Vasárnap délután Grand Jatte szigetén* – a pointillizmus alapműve. A Párizs melletti egykor oly mozgalmas sziget ma érdektelen senkiföldje.



A divizionizmus módszere (először a festészet történetében) teljes mértékben a korabeli természettudomány eredményein alapult. Valamivel korábban jelent meg *Hermann Ludwig von Helmholtz* (1821–1894) alapvető műve a látás fiziológiájáról; francia nyelven *Michel Eugène Chevreul* (1786–1889) színelméleti könyve, majd az amerikai *Ogden Rood* fizikus (1831–1902) hasonló tárgyú könyvének francia kiadása lett Seurat és Signac legfőbb forrásműve. A pointillisták Chevreul 72 színből álló színkörének (*47. kép,* lásd a hátsó belső borítón) színeit használták.

Chevreul és Rood is utal arra, hogy a színek különböző hullámhosszakon lépnek be a szemünkbe és csak a retinán keverednek össze. Rood, aki maga is amatőr festő volt, kísérletei nyomán rájött, hogy a vásznon alapszínekből egymás mellé tett két festékpont sokkal fényesebbnek hat, mint az azokból a palettán kikevert színfolt. Ezért azt tanácsolta a festőknek, hogy kevert színek helyett tiszta színekből egymás mellé rakott színfoltokkal dolgozzanak. Chevreul színelméleti könyve és Rood gyakorlati utasításai alapján készült Seurat *Vasárnap délután Grande Jatte* szigetén című festménye (*48. kép*), amelyet a pointillista mozgalom alapművének tekintenek.

A Grande Jatte sziget a Szajna jobb partja közelében; akkoriban „a szerelem szigete", itt sétálgattak a fiatal párok, itt ismerkedhettek az „aranyifjak" a „félvilági" nőkkel. (Érdemes megfigyelni, hogy a kép közepén feltűnő fehér foltot képez egy kislány ruhája; lehet, hogy ez finom utalás tanítómestere Chevreul színkörére, amelynek közepe szintén fehér?) Ez a gondosan kimunkált festési módszer több fényt kívánt bevinni a festménybe, egyúttal az impresszionisták ösztönös színkezelésének tudományosan megalapozott alternatíváját kínálta. A pointillizmus másik reprezentánsa Signac *Kikötő naplementekor* című alkotása (*49. kép,* lásd a hátsó belső borítón) szintén a mozgalom nevezetes alkotásai közé tartozik.

Seurat és Signac nyomán több impresszionista festő átvette e technikát, még *van Gogh* is festett néhány pointillista képet, és az akkor már híres *Camille Pissarro* (1830–1903) és mások is csatlakoztak a mozgalomhoz, amely később posztimpresszionizmus néven vonult be a művészettörténetbe.

Moduláció – Cézanne

Paul Cézanne (1839–1906) nem volt forradalmár alkat, inkább csendes, visszahúzódó személyiség. Mégis az ő életműve lett a modernizmus egyik alapköve, sokan őt tekintik a 20. századi modern művészet előfutárának. Képein mesterien alkalmazta az egymás melletti kiegészítő színek már em-

51. kép. Cézanne: *A Sainte-Victoire hegy*. A „múzeumok örök művészetét” tekintette ars poeticájának.

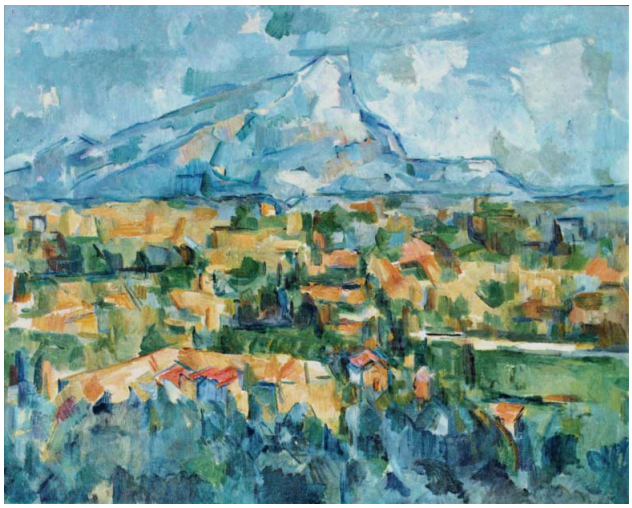
lített, dinamikus hatást kiváltó módszerét. Ennek sorozatos alkalmazását szimultán kontrasztok módszerének, más néven modulációnak nevezik. Csendéletei és tájképei ettől lettek hihetetlenül mozgalmasak, sőt plasztikusak, helyenként szinte reliefszerűek.

Az impresszionizmusból kiábrándulva eltökélte, hogy olyan festészetet teremt, amely „a múzeumok örök művészetét” idézi. Tudományos pontossággal dolgozott: csendéleteinek tárgyait (gyümölcsök, korsók, terítők) hosszas műgonddal állította össze (*50. kép,* lásd a hátsó belső borítón).

A legtalálóbban talán *Egon Friedell* (1868–1938) jellemzi Cézanne csendéleteit *Az újkori kultúra története* című, lebilincselően izgalmas könyvében: „Cézanne számára múlt volt már az impresszionizmus is. Ő már újra látomást fest, a platóni eszmét, de olyasvalakiként, aki végigjárta az egész impresszionizmust, s vissza- és lenéz rá. Sohasem benyomásokat fest, nem egyes tárgyak képmásait festi, hanem mindig csak a tárgyat, mint olyat, a világ minden korsójának, narancsának és fájának summázatát. Ebből, hihetné az ember, csak absztraktum marad meg; s ami létrejön, az mégis abszolút konkrét. Cézanne tehát, mondhatni, »realista«, de nem az újkori, szenzualista értelemben, hanem a középkori realizmus – »universalia sunt realia«: »valós az, ami egyetemes« – jegyében.”

Emberalakok nélküli tájképei „örök tájak”, de mégsem élettelenek: a hideg és a meleg színek sorozatos váltakozása különös, vibráló hatást kelt, általa élővé válik a táj. A lakása közelében lévő Sainte-Victoire hegyet számtalan változatban megfestette (*51. kép*) különböző évszakokban, különböző látószögekből, különböző időjárási helyzetekben, akárcsak a híres japán festő, *Kacusika Hokuszai* a japánok szent hegyét, a Fujit, vagy Monet a roueni katedrálist.

Élete vége felé geometrikus alakzatok jelennek meg festményein, „a természetet kockákkal, hengerekkel, kristálylapokkal kell kifejezni” írja ekkortájt egyik levelében. A Sainte-Victoire hegyről készült utolsó alkotásai e geometrikus szemlélet jegyeit hordozzák (*52. kép*).



52. kép. Cézanne: *A Sainte-Victoire hegy*. Itt már az egyszerű geometriai idomokkal való ábrázolás lett az ideálja.

Egyes művészettörténészek szerint e technika végletekig történő továbbvitele vezetett a 20. század elején az avantgárd egyik jellegzetes irányzatához, a *Picasso* és *Braque* nevével fémjelzett kubizmushoz.

Atomok és térelmélet – festészeti analógiák

A pointillizmus és van Gogh kései képei bizonyos értelemben a figurális festői kifejezés két szélső határa. Egyik a kép teljes atomizálását (lásd például a *48.*

53. kép. Van Gogh: *Provence-i út éjjel*. Képek, ahol minden áramlik és örvénylik – van Gogh utolsó éveinek technikája.

képet), a másik a van Gogh kései alkotó korszakára jellemző „áramvonalas” festészet, amelynek egyik tipikus darabja az *Út Provence-ban éjjel* című alkotás (*53. kép*); ez a festési mód a képelemek nagyívű összefogását tekinti alapelvnek. Metafizikai értelemben ez a két irányzat úgy viszonyul egymáshoz, mint az analízis és a szintézis. A 19. század vége felé, tehát Seurat és van Gogh alkotói időszakában kezd a fizikában tért hódítani az atomi szemléletmód és ennek mintegy ellenpólusa, *James Clerk Maxwell* (1831–1879) elektromágneses térelmélete. A pointillizmus természettudományos megfelelője az atomizmus, a van Gogh-i nagy ívű „áramvonalas” festészeté pedig az elektrodinamikai elmélet.

Irodalom

Renati Descartes: *Principia Philosophiae*. Elzevirios, Amstelodami, 1656.

Mario de Micheli: *Az avantgardizmus*. Képzőművészeti Alap Kiadóvállalata, 1978.

Hajo Düchting: *Georges Seurat – The master of pointillism*. Taschen, London, 2000.

Egon Friedell: *Az újkori kultúra története. VI. köt. Imperializmus és impresszionizmus*. Holnap Kiadó, Budapest, 1994.

Kepes György: *A világ új képe a művészetben és a tudományban*. Corvina, Budapest, 1979.

Németh Lajos: *A művészet sorsfordulója*. Ciceró Kiadó, Budapest, 1999.

Herbert Read: *A modern festészet*. Corvina, Budapest, 1965.

Ujfaludi László: A szépség rejtett dimenziói – Fizika és képzőművészet. *Acta Academia Agriensis, Sectio Pericemonologica, Vol. XXXVI*. Eger, 2009.

GRAVITÁCIÓRÓL KÖZÉPISKOLÁBAN – MÁSKÉNT

Kiss Miklós

Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium

Két pont között távolságot mérhetünk térben és időben. A Föld felszínének két tetszőleges pontja között különböző távolságok vannak, mégis az idő, ami alatt az egyik pontból eljutunk a másikba, lehet ugyananynyi. A kérdés kicsit élesebb megfogalmazásban: lehet-e olyan vasutat építeni a Földön, amelynek működtetéséhez – legalábbis elvileg – nem kell energia, és a menetidő bármely két állomás között megegyezik?

A kérdés annyiban is aktuális, hogy mostanában sokat hallani a Hyperloopról, mint nagyon gyors közlekedési lehetőségről. Hyperloop esetén az utasok vagy az áru szállítása vákuumcsőben haladó, zárt kapszulákban történne nagy sebességgel. A hajtást lineáris motor biztosítaná. A gravitációs megoldás azonban alapjaiban más lenne.

Amiről írunk, pillanatnyilag csak egy érdekes, elvi lehetőség. Nem tudhatjuk, hogy mikor lesz realitása. Ami itt és most igazán fontos benne, az a fizika.

Amit mindenki ismer, a gravitáció a Föld felszínének közelében, vagyis az ebből adódó gravitációs gyorsulás ($g \approx 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$). Az már ritkább, hogy ezt összekössük a gravitációs térerősséggel,

$$g = \frac{F}{m} = 9{,}81\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},$$

ami fontos lépés a mélyebb megértés irányában.

Hogyan csökken a g a Föld felszínétől távolodva, és a nehezebb kérdés, hogyan változik a gravitáció a Föld belsejében. Amíg a Maxwell-törvények szerves részét képezték a középiskolás fizikatananyagnak [1], addig a sztatikus elektromos mező és a gravitációs mező közötti matematikai analógia alapján *Gauss* törvényét felhasználva könnyen meg tudtuk válaszolni a kérdést. Az analógiát persze most is felhasználhatjuk [2], szakkörön, emelt szintű csoportban nem lehet akadálya.

Nézzük *Newton* gravitációs törvényét és a Coulomb-törvényt tömegpontokra és pontszerű töltésekre, azoktól r távolságra:

$$F_{\mathrm{Newton}}(r) = \gamma \frac{m_1\, m_2}{r^2}, \text{ illetve } F_{\mathrm{Coulomb}}(r) = k \frac{Q_1\, Q_2}{r^2}.$$

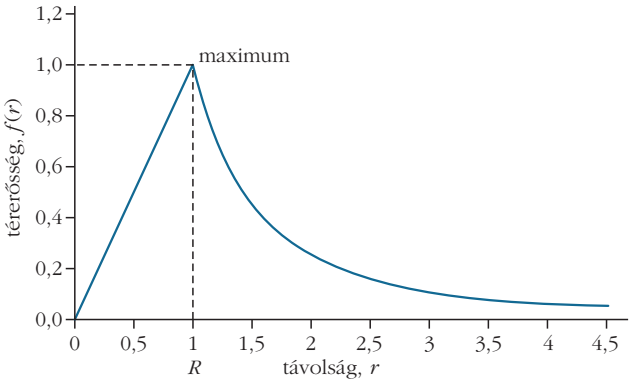
Csak az erők nagyságát írtuk fel. Mindkettő középiskolai tananyag. Az analógia nyilvánvaló: az erő a két jellemző mennyiség (gravitáló tömeg, illetve elektromos töltés) szorzatával egyenesen, a távolság négyzetével fordítottan arányos.

Ahogy említettük, az elektromosságtanban mindig, a gravitáció esetében csak gyakran beszélünk a térerősségről:

$$E(r) = k \frac{Q}{r^2} \quad \text{és} \quad g(r) = \gamma \frac{M}{r^2}.$$

Itt a tömeget is nagybetűvel írtuk, kiemelve a „forrást”, az elektromos mező forrása a töltés, a gravitációs mezőt a gravitáló tömeg hozza létre. (*Eötvös Loránd* vizsgálatai alapján a gravitáló tömeg arányos a tehetetlen tömeggel és így mindkettőt ugyanazzal az egységgel, a kilogrammal mérhetjük.)

Kiss Miklós a Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium matematika-fizika és számítástechnika tanára, a gimnázium napórájának tervezője, készítője. PhD fokozatát fizikából szerezte, kutatótanár. 27 éve szervezi a Mikola-verseny gyöngyösi döntőjét, a feladatkitűző bizottság tagja, a döntő méréseinek készítője. A Bugát Pál Természetismereti Vetélkedő zsűrijének tagja. Ericsson-, Mikola- és MTA Pedagógus Kutatói Pályadíjas. Tanít a BERZELAB-ban, a Berze Természettudományos Önképzőkör egyik szervezője.



1. ábra. A mezők térerősségének változása (távolságegység a gömb sugara, a térerősség egysége a maximális térerősség). Az értéktengelyen az $f(r)$ az elektromos vagy a gravitációs térerősséget jelöli.

Ezzel el is érkeztünk *Maxwell* első törvényéhez, *Holics* tanár úr gimnazistáknak szóló fizikakönyvében [1] bevezetett jelöléssel:

$$N_{\mathrm{E}} = \frac{Q}{\varepsilon_0},$$

ahol az N_{E} az elektromos mező forráserősségét jelöli, vagyis a zárt felület fluxusát, ami a törvény szerint egyenesen arányos a felületbe zárt töltéssel. Itt

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\,\pi\,k}$$

a vákuum dielektromos állandója, k a Coulomb-állandó, $k = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$.

Ha folytatjuk az analógia alapján, akkor azt kell írnunk, hogy

$$N_{\mathrm{g}} = \frac{M}{\varphi_0}.$$

Itt legyen

$$\varphi_0 = \frac{1}{4\,\pi\,\gamma},$$

amit gravitációs vákuumkonstansnak nevezhetünk. A γ a gravitációs állandó, $\gamma = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$.

Az N_{g} a gravitációs mező forráserősségét, vagyis a zárt felület gravitációs fluxusát – ami egyenesen arányos a felületbe zárt gravitáló tömeggel – jelöli.

Csak az analógia kedvéért érdemes megemlíteni, hogy mindkét mező konzervatív, vagyis örvénymentes, azaz Maxwell második törvénye analóg módon érvényes mindkét mezőben.

A következő lépéshez egy kis matematika szükséges, amit vagy részletezünk, vagy elmondjuk az eredményt. Az R sugarú, homogén, töltött szigetelő gömb elektromos mezeje a gömb közepétől r távolságra:

$$E(r) = \begin{cases} \dfrac{\rho}{3\,\varepsilon_0}\,r, & \text{ha } r < R, \\ \dfrac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\dfrac{Q}{r^2}, & \text{ha } r \geq R. \end{cases}$$

A gömbön kívül az elektromos mező olyan, mintha egy pontszerű, a gömb középpontjában elhelyezkedő Q töltés hozta volna létre. A gömb belsejében, a gömb középpontjában nulla a térerősség, a középponttól távolodva a gömb felszínéig lineárisan növekszik. Itt ρ az egységnyi térfogat elektromos töltését mutatja meg (térfogati töltéssűrűség).

Az analógia alapján hasonlókat mondhatunk az R sugarú, M tömegű és homogén tömegeloszlású gömb gravitációs mezejéről. A gömb közepétől r távolságra:

$$g(r) = \begin{cases} \dfrac{\rho}{3\,\varphi_0}\,r, & \text{ha } r < R, \\ \dfrac{1}{4\,\pi\,\varphi_0}\,\dfrac{M}{r^2}, & \text{ha } r \geq R. \end{cases}$$

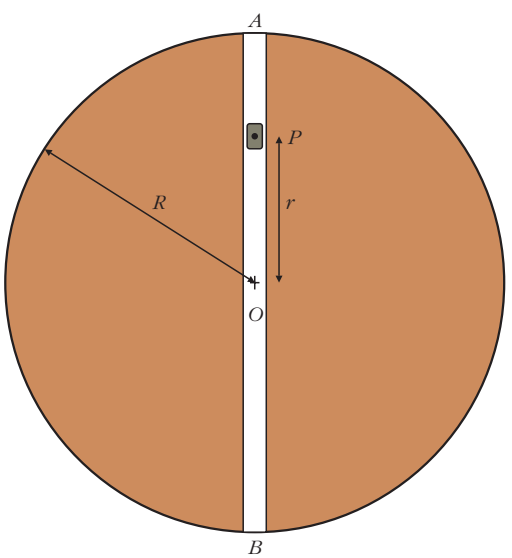
A gömbön kívül a gravitációs mező olyan, mintha egy pontszerű, a gömb középpontjában elhelyezkedő M tömeg hozta volna létre. A gömb belsejében, a gömb középpontjában nulla a térerősség, a középponttól távolodva a gömb felszínéig itt is lineárisan növekszik (*1. ábra*). Itt ρ a szokásos (tömeg)sűrűség, azaz

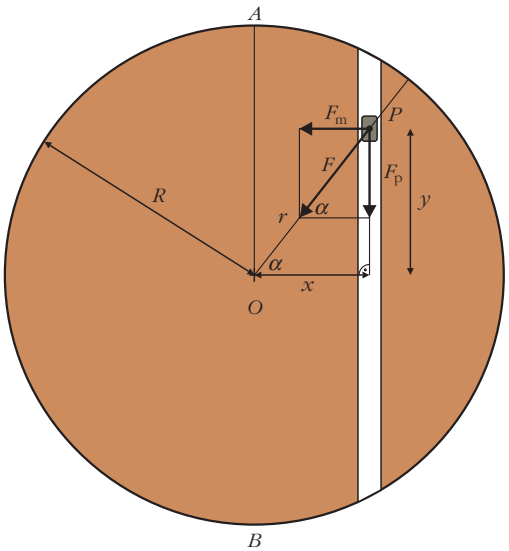
$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3\,M}{4\,R^3\,\pi}.$$

Most modellezzük a Földet egy R_{F} sugarú, szilárd, állandó sűrűségű, homogén gömbbel (*2. ábra*)! Ezt természetesen csak a számolás egyszerűsítése miatt tesszük, a valóság ennél bonyolultabb. Fúrjuk át a Földet egyik átmérője mentén, és tegyünk a furatba egy kicsiny, természetesen a Föld M tömegéhez képest kicsiny m tömegű testet. Számítsuk ki, hogy mekkora F erő hat a testre, ha az r távolságra van a Föld középpontjától ($r \leq R_{\mathrm{F}}$):

$$F(r) = m\,g(r) = m\,\frac{\rho}{3\,\varphi_0}\,r = D\,r.$$

2. ábra. Az középpontján átfúrt Föld.





3. ábra. A nem középen átfúrt Föld.

D-vel az állandó

$$m\frac{\rho}{3\varphi_0}$$

mennyiséget jelöltük. Az erő iránya a Föld középpontja felé mutat, vagyis a jelenség éppen olyan, mintha a testet egy rugóhoz rögzítettük volna.

Ha elengedjük a testet, akkor az harmonikus rezgőmozgást fog végezni a furat mentén, egyensúlyi helyzete a Föld középpontjánál lesz. Ha a Föld felszínéről engedjük el a testet, egészen a Föld átellenes pontjáig halad és ott megáll, majd elindul visszafelé. Érdemes megemlíteni, ha a beejtett test egy megfelelő jármű lenne, akkor ebben az utasok súlytalanok lennének.

Kiszámíthatjuk a rezgésidőt is:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{m\frac{\rho}{3\varphi_0}}} = 2\pi\sqrt{\frac{3\varphi_0}{\rho}} =$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{3}{4\pi\gamma\rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}.$$

A Föld átlagos, 5541,7 kg/m^3 sűrűségével és a γ gravitációs állandó $6{,}674\cdot10^{-11}$ m^3/(kg s^2) értékével számolva:

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}} = 5049{,}5\ \text{s} = 84{,}16\ \text{perc}.$$

Ezért, ha a testet a Föld felszínén beejtenénk a furatba, mintegy 42 perc alatt átérne a Föld átellenes pontjára.

Érdekes megnézni a maximális sebességet, vegyük figyelembe, hogy a rezgőmozgás amplitúdója éppen a Föld R_F sugara:

$$v_{max} = R_F\,\omega = \frac{2\pi R_F}{T} = 7{,}93\ \frac{\text{km}}{\text{s}},$$

ami nem meglepő módon éppen az első kozmikus sebesség nagysága. Érdemes utalnunk a szögfüggvények definíciójára, illetve a harmonikus rezgőmozgás és a megfelelő egyenletes körmozgás vetületi mozgásának azonos időfüggésére. Azért nem kezdhettük ezzel, mert előbb igazolnunk kellett, hogy a test harmonikus rezgőmozgást végez. A továbbiakban azonban támaszkodhatunk a körmozgás vetületi mozgására is.

Az igazi meglepetés akkor adódik, ha a Földet nem az átmérője, hanem két tetszőleges pontja közötti szelő mentén fúrjuk át, hiszen megvizsgálva a test mozgását és az átesés időtartamát ismét 42 percet kapunk, amennyiben a test továbbra is súrlódásmentesen mozoghat.

Nézzük a *3. ábrát!* A visszatérítő F_p erő a gravitációs erő furattal párhuzamos komponense lesz:

$$F_p = F\sin\alpha.$$

A test kitérése ebben a furatban:

$$y = r\sin\alpha,$$

ahol r a test távolsága a Föld középpontjától.

Ebből a $\sin\alpha$-t kifejezhetjük és beírhatjuk az erő képletébe (vagy a hasonlóságra is hivatkozhatunk):

$$F_p(y) = F(r)\frac{y}{r} = m\,g(r)\frac{y}{r} =$$

$$= m\frac{\rho}{3\varphi_0}\,r\frac{y}{r} = m\frac{\rho}{3\varphi_0}\,y = D\,y,$$

ahol a D éppen ugyanazt jelöli, mint az alapesetnél, a középen átfúrt Földnél. Ebből következően a rezgésidő és így az áthaladási idő is ugyanannyi lesz, mint az előbb. Ezzel beláttuk, hogy a Föld két tetszőleges pontja között az átjutási idő mindig 42 perc, ha nincs súrlódás.

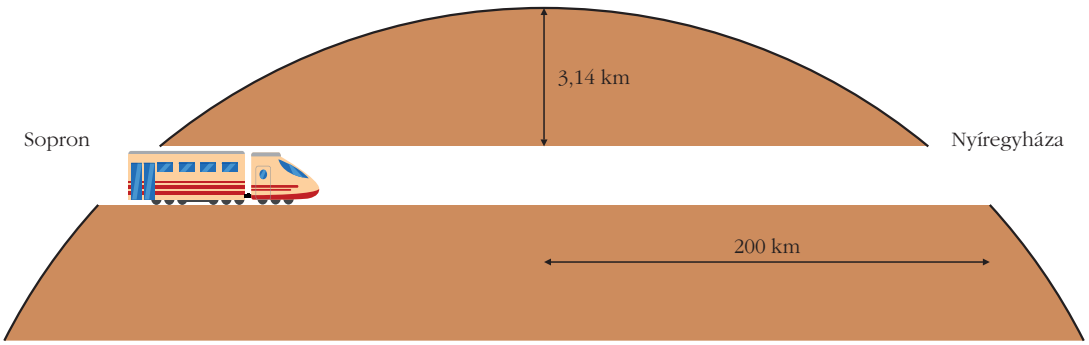
A közlekedés új lehetősége adódik: fúrjunk alagutat a Föld két megfelelő pontja között, az egyik pontban engedjünk el egy vonatot, és 42 perc múlva megérkezik a másik felszíni pontba, bárhol is legyen az. A súly a gravitációs (nehézségi) erő F_m merőleges komponensével lenne egyenlő, a párhuzamos komponens szempontjából „súlytanok" lennének az utasok.

A két pont a számítás alapján tetszőlegesen közel is lehet. A legnagyobb távolságot pedig az határozza meg, hogy a pálya felezéspontja nem lehet túl mélyen a Föld felszíne alatt. Egy $L = 2h$ hosszúságú húr esetén ez az $m(h)$ mélység:

$$m(h) = R_F - \sqrt{R_F^2 - h^2}.$$

A vasútnak a földkéregben kell maradnia, az $m(h)$ mélység nem lehet a szilárd földkéreg vastagságánál nagyobb.

Ezek alapján nézzük meg, mi adódna egy Sopron–Nyíregyháza vonal esetén (*4. ábra*)! Az egyszerűség kedvéért 400 kilométer távolsággal számolunk. Ekkor a mélységre 3,14 kilométer adódik. Súrlódás és közegellenállás hiánya esetén 42 perc lenne a menetidő.



4. ábra. A Sopron–Nyíregyháza vonal (az ábra nem méretarányos!).

A maximális sebesség félúton, 200 km megtétele után (most h a rezgőmozgás amplitúdója):

$$v_{\max} = h\omega = \frac{2\pi h}{T} = 0{,}249\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} = 249\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

azaz majd 900 km/h lenne. Ez a sebesség kicsit több mint a mai gyorsvonatok legnagyobb sebességének kétszerese. A működtetéshez pedig (a soha el nem érhető ideális, súrlódás- és közegellenállás-mentes esetben) üzemanyagra sincs szükség.

A vonat a helyi vízszinteshez viszonyítva lejtőről indul, ennek hajlásszöge az adatok alapján 1,8°. Ha a súrlódást is figyelembe vesszük, a későbbiek alapján, az elindulás feltétele, hogy $\mu < \mathrm{tg}\alpha$, most $\mu < 0{,}0314$.

A lehetséges állomások távolságának határt szabó átlagosan 30 km földkéregvastagságot figyelembe véve az elvi alagúthosszúság 1235 km-nek adódik. Itt az említett indulási lejtő 5,6°-os. A vonat maximális sebessége ebben az esetben 2766 km/h lenne. Az önindulás feltétele pedig: $\mu < 0{,}098$.

Meg kell még vizsgálni a súrlódás és a közegellenállás szerepét, megbecsülni sebességcsökkentő hatásukat, illetve az indítás kérdését.

A közegellenállás szerepe jelentősen csökkenthető lenne légritkítással, viszont ekkor meg kell oldani a vonat belső levegőellátását.

Mekkora az F_s súrlódási erő, mi a feltétele, hogy a vonat magától elinduljon? Ebből kiszámítható, mennyi energiát kell pótolni, hogy a vonat eljusson a célállomásig, amit akár már indításkor lehet biztosítani. A *3. ábra* alapján – felhasználva, hogy az F erő a Földön belül arányos a középponttól mért r távolsággal – könnyen belátható, hogy a pálya egyenesére merőleges, az AOB átmérő egyenesének irányába mutató F_m erő a teljes út alatt állandó és csupán a két egyenes egymástól mért x távolságától függ. A korábbi jelölésekkel, ha $2h$ távolságra akarunk elérni, akkor az x távolságra igaz, hogy

$$x = \sqrt{R_F^2 - h^2}$$

és az m tömegű szerelvényre ható F_s súrlódási erő:

$$F_s(2h) = \mu F_m(x) = \mu m \frac{4\pi\gamma\rho}{3} x =$$

$$= \mu m \frac{4\pi\gamma\rho}{3} \sqrt{R_F^2 - h^2}\,.$$

Ebből láthatjuk, hogy a súrlódási erő elvileg függ a földfelszín alatt megteendő távolságtól, de reális esetekben, a Föld 6000 km-es sugarához képest a néhány km mélységben vezetett alagútban a nehézségi gyorsulás és így a súrlódási erő nagysága elhanyagolhatóan kisebb a felszíninél. Ez alapján a szükséges energiatöbblet, amit indításkor kell biztosítani:

$$E_+ \cong F_s 2h = 2\mu mgh.$$

Az energiatöbbletet indításkor motorral biztosíthatjuk. A motor biztonsági tartalékként is használható.

Érdemes megjegyezni, hogy a 42 perces menetidő miatt egy bizonyos távolság alatt nem érdemes ilyen közlekedésen gondolkozni. A felszíni vasutak maximális sebessége 300-400 km/h értékkel becsülhető. Ezzel és a 42 perces menetidővel a minimális távolság 210-280 km-nek adódik. A Sopron–Nyíregyháza távolságnál már lenne realitása a megoldásnak.

A távolság felső határát már korábban kiszámoltuk. A gravitációs vasút tehát 300 és 1235 kilométer távolság között tűnik kivitelezhetőnek. A költségek és a megoldandó technikai és fizikai problémák – alagútfúrás, építés, légritkítás, hőmérséklet (például a hőmérséklet 100 méterenként 5-6 °C-kal emelkedik) – miatt mindez ma még csak elvi lehetőség. A biztonság további feltételeket jelent és költségeket támaszt.

Nem tudhatjuk, hogy mit hoz a jövő. Más lehet a helyzet, ha majd a Holdon vagy a Marson kell megoldanunk a közlekedést.

Irodalom

1. Holics László: *Fizika III.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1986.
2. Holics László (szerk.): *Fizika 1–2.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682
A Társulat Internet honlapja http://www.elft.hu, e-postacíme: elft@elft.hu
Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtitkár, felelős szerkesztő Lendvai János főszerkesztő.
Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.
Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.
Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.
Megjelenik havonta (nyáron duplaszámmal), egyes szám ára: 1000.- Ft (duplaszámé 2000.- Ft) + postaköltség.
HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)

A SZEGMOTOR

Vida Mária
Boldog Brenner János Általános Iskola,
Gimnázium és Kollégium, Szombathely

A taneszköz mennyiben új? Mennyiben korszerű és aktuális egy villanymotor modellje? – vetődik fel a kérdés, egy ma már múlt-múlt századi, a 19. században megalkotott technikai eszköz kapcsán.

Ma a mikroelektronika, a virtuális valóság, az informatika korában nem anakronisztikus ez?

Válaszom: pedagógiai módszer végigjárni azt az utat, amit elődeink tettek meg évekkel, évtizedekkel, évszázadokkal ezelőtt. A természetes ráeszmélés útja ez, amit rövidítve, egyszerűsítve követhet végig a tanuló. Ez a módszer természetességénél, fokozatosságánál fogva könnyíti és teszi megalapozottá az elsajátítást.

Mit ér az információ, ha nem vált ki cselekvést? Mit ér a csodálatos elektronika, a számítástechnika, az elektronikai vezérlőjelek logikája, ha nincsenek végrehajtó eszközök, kimeneti munkavégző elemek?

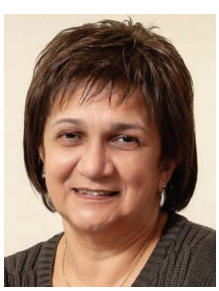
Ma – legyen szó háztartási gépről, ipari robotról vagy célgépről – az elektronika alacsony szintű jeleit erősítés után, többségében villanymotorok teszik cselekvéssé, végrehajtott műveletté.

Látni, hallani, tenni… megépíteni! Az igazi pedagógia több lábon áll, és akár a többi tantárggyal összefogva, a feladatot megosztva, akár projektmunka keretében tűz ki célokat.

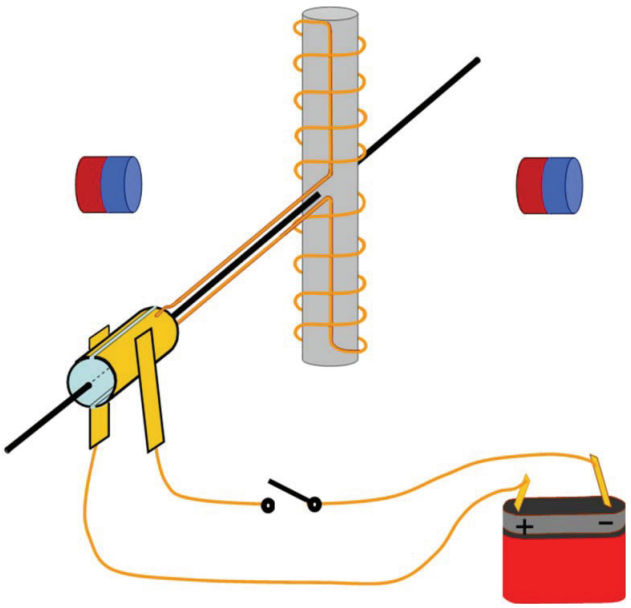
A fentiek miatt született meg a szegmotor, mint taneszköz: egy működő modell, a tanulók által megépítve, a rendelkezésre álló leírások alapján, általános iskolai körülményekre aktualizálva.

A kiinduló alapanyagok egyszerűsége (szeg, konzervdoboz, bontott rézhuzal) is szándékos. A tanulók fantáziája, kreativitása, a rendelkezésre álló (akár szűkös) keretek kihasználása, szintén cél lehet. A felismerés, hogy „a tej nem a TESCO-ban keletkezik”, ma célszerű, ha a tanulókban a technika kapcsán is kialakul. A kínai és a távol keleti árudömping elkényelmesítette, leszoktatta a produktív alkotásról a tanulókat, a társadalmat. Kicsiben, de már itt az általános iskolában tennünk kellene e TESCO-s szemlélet ellen, és lehetőség szerint nyitott kreatív ifjúságot nevelni.

A szegmotor elvi vázlata az *1. ábrán* látható, amely arányaival a kivitelezett eszköz lényegét tükrözi vissza, a szokványos tankönyvi illusztrációk nehézségeitől elszakadva, színeiben is vidámságot, motivációt keltve.



Vida Mária matematika–fizika szakos tanár. Diákjai rendszeresen vesznek részt természettudományos versenyeken, ahol országos szinten is szép eredményeket érnek el (Öveges-versenyen 1–2. díj; Jedlik-versenyen 1–2–3. díj). Célja a természet titkainak felfedeztetése és a fizika megszerettetése tanítványaival tanórákon és a nyári táborok adta élményeken keresztül is. Munkáját Szent Gellért érdemérem ezüst fokozatával (2012), Kiemelkedő Pedagógus munkáért díj I. fokozatával (2018) ismerték el.



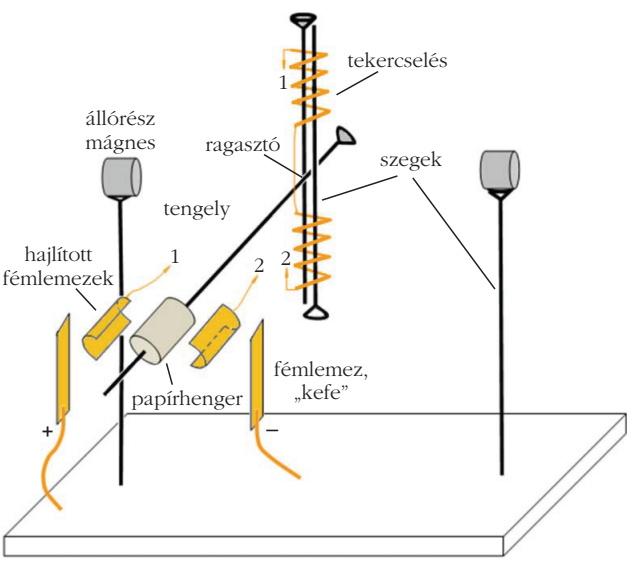
1. ábra. A szegmotor elvi vázlata.

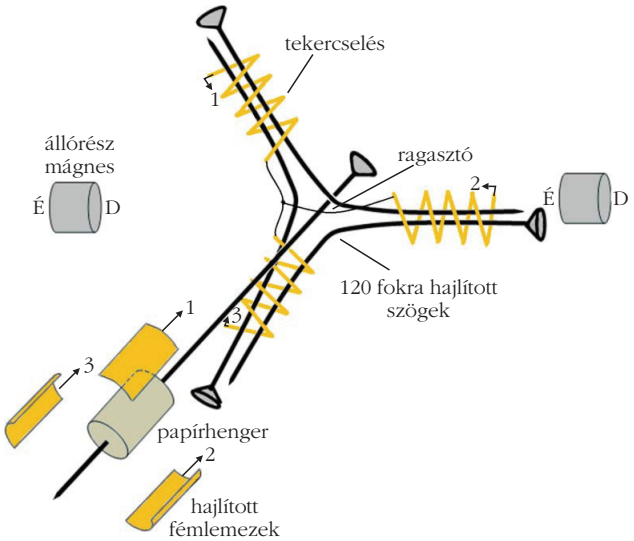
A *2.* valamint *3. ábra* a ténylegesen kivitelezett motorok szerkezeti felépítését mutatjuk be az elkészítést segítő részletességgel. A működő példányok függőleges tengellyel készültek, de a szemléletesség kedvéért – hiszen a működés szempontjából közömbös a tengely helyzete – a vízszintes tengelyű megoldás látható.

A forgórész tekercselése alá, a szegekre szigetelőszalagból rétegszigetelést tekerjünk. Ez egyben a szegeket is rögzíti, amíg a folyékony gyanta vagy egyéb ragasztó véglegesen nem rögzíti azokat.

Az érintkező alapját adó papírcsíkból tekert hengert szintén átitathatjuk ragasztóval, ami végleges keménységet és tartást ad neki.

2. ábra. A forgórészén kétpólusos szegmotor.





3. ábra. A szegmotor három karral a forgórészen.

Ollóval is könnyen vágható vékonyságú fémlemezekkel dolgozzunk, így azok hajlítása sem okoz majd gondot egy hengeres sablonon.

A tekercselés és a kivitelezés pontatlanságai miatt néha az egyik pólus hosszabb vagy nehezebb a másiknál. Az excentricitás kiküszöbölésére, a rángatás nélküli, szép egyenletes futás eléréséhez egy-egy ragasztócseppet – esetleg keményre dermedő műgyantát, színtelen lakkot –, mint ellensúlyt a kívánt helyre, a pólus végére csöppentve kiegyensúlyozhatjuk a forgórészt.

A három kar alkalmazása könnyű és minden helyzetből biztos indulást eredményez.

A fizika tanításakor az alábbiakra térhetünk ki:
– a működés és a felépítés elemzése,
– a dinamóval való párhuzam vizsgálata,
– az indukált feszültség mérése generátorüzemben,
– szakköri foglalkozás keretében motorépítés.

Technikaórákon a következők kerülhetnek szóba:
– a szegmotor különböző változatainak építése,
– a technika további motortípusainak megismerése,
– az eltérő típusok közös működési alapelvei,
– a motorok mindennapi alkalmazásai.

Tudománytörténeti jelentőségét is bemutathatjuk:
– *Jedlik Ányos* munkássága (villanydelejes forgony, dinamó elv),
– *Ampère, Faraday,* mágneses tér, indukció.

A szegmotorépítés tapasztalatai

Alább egy diákom, *Kiss Gergely* építéssel kapcsolatos élményeit, tapasztalatait, valamint az utánépítőknek szóló tanácsait olvashatjuk.

A motor forgórészének kialakítása kívánt egy kis ügyességet, mert a két szeget meg kellett reszelnünk. A forgórész három szegből áll. Az egyik a tengely, a másik kettő pedig az arra a tengelyre keresztben felerősített forgórész. A két szeget egymással szemben, mint karokat helyeztük el a tengely felső negyedében. Azokat úgy alakítottuk ki, hogy lehetőleg egymáshoz érjenek és szorosan fogják a tengelyt. Ezután a két kart szorosan összeragasztottuk. A precíz ragasztás titka, hogy cérnával bandázsoltuk egymáshoz a szegeket, így azok a ragasztó megkötéséig nem tudtak elmozdulni. A karokat tekercselés előtt ragasztópapírral szigeteltük.

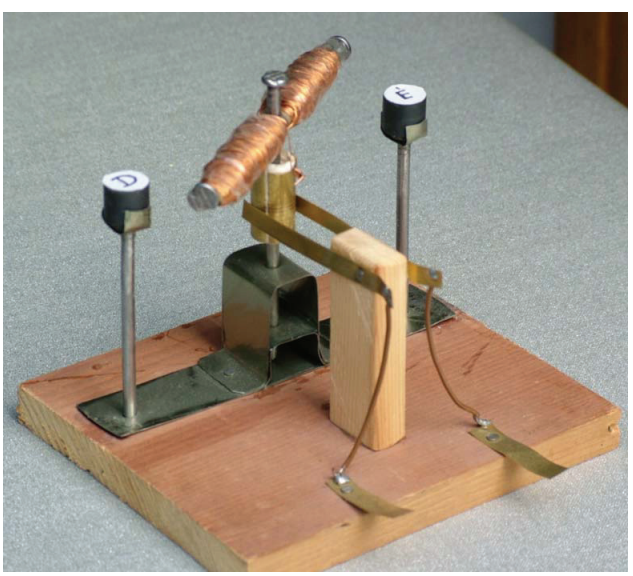
A kollektortest körülbelül 20 mm átmérőjű tömött papírhenger, amit 20-22 mm széles rajzpapírcsíkból tekertünk a tengelyre. (Éle néhány mm-rel a „karok" alatt helyezkedik el.) Felerősítettük rá a két kollektorlemezt, amelyek rézből vagy rezezett lemezből készültek. A lemezek palástszerűen veszik körül a kollektortestet, de úgy, hogy közöttük 1-1 mm távolság marad. Mindkét lemez oldalán van egy körülbelül 5 mm hosszú forrasztási pont, amelyhez a forgórész tekercsvégeit forrasztottuk. A kollektorszeleteket alul és felül cérnával tekertük át és ragasztóval erősítettük meg. Vigyáztunk a ragasztózásnál, hogy csak a cérnagyűrűket ragasszuk. Az így elkészített forgórészt megtekercseltük. Először az egyik, majd a másik karra egyaránt 350-400 menetet tekercseltünk fel 0,3-0,35 mm átmérőjű zománcozott vörösrézhuzalból. A két kivezetés a tengely mellett kiér a tekercsekből. A huzalvégeket a kollektorszeletek füleihez forrasztottuk.

Szegmotorunkhoz csapágyat is kellett készítenünk. A csapágy (egyben a támasztó és talpcsapágy is), két helyen fogja meg a forgórész tengelyét, és ezzel stabilizálja a forgórészt. Legcélszerűbb alumíniumcsíkból készíteni, de talpcsapágyként keményebb lemezt alkalmaztunk.

A következő műveletben a faalapra szegeztük a csapágyat és belehelyeztük a forgórészt.

Az állórészt a falapba az előre kijelölt helyre ütöttük, a csapágyat felszereltük és a forgórészt belehelyeztük, hogy a kefeket beállíthassuk. Kefeként hasz-

4. ábra. Az elkészült kétpólusos szegmotor.



nált zseblámpaelem-kivezetőt alkalmaztunk. A keféket egy, a kollektor átmérőjével azonos szélességű és az állórésszel egyező magasságú lécdarab két oldalára szegeztük. Összeszerelés után a kefék a kollektor magasságába kerültek. A keféket úgy kellett beállítanunk, hogy a pólust akkor váltsák, amikor a forgórész az állórész fölött van. A kész motor a *4. ábrán* látható.

Két zseblámpaelem mindenképpen meghajtja motorunkat. A csúszó felületeket és a kollektort is megkentük vékonyan olajjal vagy zsírral. Fordulatirányváltoztatáshoz az állórész bekötését kellett felcserélnünk. A motort háromkaros forgórésszel is elkészítettük, lásd a címlapon. A háromkaros kisebb feszültséggel is minden helyzetből könnyen indul.

ECSETVONÁSOK KÉT TANÁRI SZAKMAI RENDEZVÉNY KAPCSÁN

Kirsch Éva
DE Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma
és Általános Iskolája

Azt alábbi – korántsem átfogó – elemzés egy kutatótanári program keretében született. Hosszabb távú célja, hogy vizsgálja két rendezvény – az Országos Fizikatanári Ankét és Eszközbemutató és a Science on Stage fesztivál – tanítási gyakorlatban megjelenő hatását, és ha lehet, elősegítse annak hatékonyságát.

Az országos szinten szerveződő szakmai konferenciák, fórumok a tanári tanulás és továbbfejlődés meghatározó lehetőségei. Ha gazdag tartalommal valósulnak meg, akkor érezhető hatást keltenek. A magyar tanári társadalom – legalábbis annak a pályán maradó rétege – igényli és nyitott a megújulásra. Ahol újat tanulhat, oda szívesen visszamegy, tehát egy-egy rendezvény ilyen jellegű vonzereje a folytatás záloga.

Mi lehet a célja egy ezzel kapcsolatos elemzésnek? Az előadóként résztvevők motivációinak *feltárása* orientálhatja a feltételek szervezők általi módosítását, és *ezzel lehetővé válhat* az aktivitás pozitív irányú befolyásolása. A rendezvényen tapasztaltak inspiratív hatással vannak a nézőként, hallgatóként résztvevőkre. Az innovatív ötletek, megoldások terjedésének, mások általi felhasználásának bizonyos szintű *nyomon követésével* adatokat kaphatunk arról, hogy mennyire működőképes az a hálózat, amelyet az adott rendezvény megteremt. A kétféle fórumon megjelenő ötletek, projektek *összegyűjtése és hozzáférhetővé tétele* kézzelfogható segédanyagot jelenthet gyakorló kollégáknak. Ez a gyűjtemény, illetve a tapasztalatokból levonható következtetések *beépíthetők* a természettudományi szakos tanárjelöltek módszertani képzésének anyagába.

Kirsch Éva a Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziumának kutatótanári fokozatú matematika-fizika szakos tanára. 36 éve pedagógus. 1992-ben az ATOMKI-ban végzett munkájával szerzett doktori címet. Tudománytörténeti színdarabok szerzője és rendezője. Elismerései: Ericsson-díj, MOL a Tehetséggondozásért díj, fizikatanári Vándorplakett. Az ELFT Középiskolai Oktatási Szakcsoportjának titkára és részt vesz a Science on Stage Hungary szervezői tevékenységében.

A vászon, amire az ecsetvonások kerülnek

Miért elengedhetetlenül fontos a természettudományt, azon belül elsősorban a fizikát oktatók innovációs tevékenysége?

Az utóbbi évtizedekben minden fizikatanítással foglalkozó fórumon újra és újra előkerül a tantárgy rendkívül rossz helyezése a népszerűségi listán. E nemzetközileg is tapasztalható jelenség okait feltárni egy sokkal nagyobb volumenű kutatás feladata. A valós képhez azonban szükséges némi visszatekintés. A múlt század nyolcvanas éveiben fogalmazódott meg felelős oktatásügyi képviselők körében, hogy a természettudományok előretörése háttérbe szorította a humán kultúrát, ezért az óraszámok eltolásával helyre kell állítani az egyensúlyt [1].

Elindult egy átalakítás, és ez a folyamat napjainkban is tart, annak ellenére, hogy a társadalomnak jól felismert érdeke a műszaki értelmiség számának növelése.

Sajnos a társadalomban, gazdasági életben párhuzamosan zajló folyamatok ráerősítettek a kedvezőtlen irányú eltolódásra. Az értékrendváltozás a pénzt, az érvényesülést preferálta, aminek színtere nem a természettudományos tevékenység, hanem a humánmarketing, a reklám, a bankszféra, az igazgatás, a politika és a média.

Tovább nehezíti a dolgot, hogy a természettudományok tanulása a tényanyagon túl az alkalmazást is megkívánja. A mai középiskolások erősen túlterheltek, ezért sokan esnek a mechanikus tanulás csapdájába. Sokoldalnyi anyagot képesek reprodukálni, de a gondolkodási műveletek előtt gyakran bezárják az agyukat, így védekeznek. Digitális ritmushoz szokott agyműködésük kevésbé áll rá az elmélyültebb megközelítésre.

A végeredmény ismert: „Legkevésbé a fizikát szeretik a diákok” [2] – azóta is.

Mit tegyen egy fizika szaktanár szembesülve ezzel a helyzettel? Nem mondhat le a tantárgy érdemi mondanivalójáról, hiszen a műszaki-tudományos fejlődés úgy felgyorsult, hogy az eligazodáshoz jobban kelle-

nek a tény- és gondolkodási alapok, mint korábban, még akkor is, ha az átlagember csak felhasználó. De a tanárnak újra kell gondolnia tevékenységét. Továbbra is szakmailag korrektnek és igényesnek kell maradnia, közvetítenie kell a tantárgy szeretetét, és minden kísérleti eszközét szolgálatba kell állítania. És *mindezt nagyon érdekessé kell tennie*. De a tanórai figyelem megszerzésén túl célunk kell legyen az alapvető tartalmak, a szemlélet- és gondolkodásmód elsajátíttatása, s ami még fontosabb: a tárgy, a tudományterület iránti nyitottság, érdeklődés fenn- és megtartatása. Tenni kell ezt egy olyan világban, ahol 10 évenként új digitális generáció születik, ahol a tanár csak tanulja azt, amibe a diák beleszületik.

Ha ehhez hozzávesszük azt a tényt, hogy az iskolák többségében a fizikát, kémiát, biológiát oktató tanár egyedüli szakosként dolgozik, beláthatjuk, hogy a másoktól tanulás és a megújulást hozó tapasztalatok terepe az iskolán kívülre került, azokra a fórumokra, amelyeken a többi kollégával találkozhat. Ilyen például többek között az *Országos Fizikatanári Ankét és Eszközbemutató* és a *Science on Stage* fesztivál. Ez utóbbi már nemzetközi kitekintésre is lehetőséget ad. Köznevelésre gyakorolt hatásuk, hatékonyságuk tehát nem lényegtelen.

A paletta

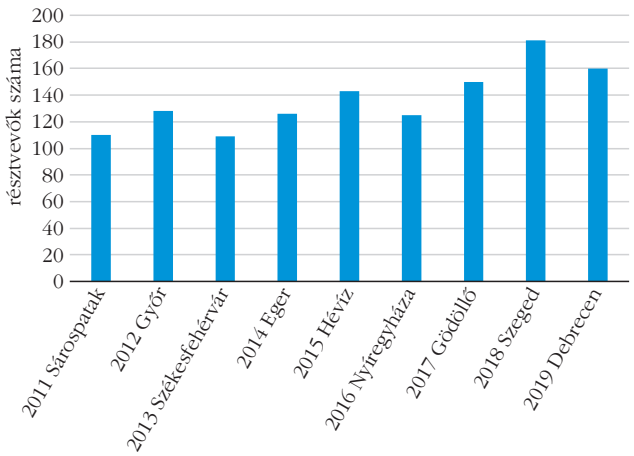
Bár a két rendezvény valószínűleg jól ismert a kollégák körében, bemutatásuk talán nem haszontalan.

A fizikatanároknak szóló ankétok sorában jelenleg a 63. Országos Fizikatanári Ankét és Eszközbemutató szerveződik, az elsőt 1957-ben rendezték. A programgazda az Eötvös Loránd Fizikai Társulat (ELFT), az operatív munkát annak oktatási szakcsoportjai végzik. „Az ankétok témája mindig egy-egy kiemelt vagy aktuális téma köré csoportosul. Tudósok, vezető szakemberek tartanak előadásokat, majd a tanárok egyéni kutatásaikról, szakmai eredményeikről, munkájukról, külföldi tanulmányutjaikról műhelyfoglalkozások keretében tájékoztatják kollégáikat." – olvasható a Társulat szakcsoportjának honlapján [3]. Feltétlenül kiegészítendő ez az információ azzal, hogy a műhelyfoglalkozások keretében egyre inkább előtérbe kerül a kollégák módszertani ötleteinek, illetve a különféle digitális eszközök kísérleti eszközként való beépítésének bemutatása. Az ankét rendkívül népszerű része az eszközkiállítás, ahol a profi cégek eszközkészletei mellett a kollégák ötletes demonstrációs eszközei, egyszerű látványos kísérleti megoldásai tekinthetők meg. A „10 perces kísérletek" elnevezésű show valódi csemegét kínál azzal, hogy rövid, látványos, érdekes kísérletek sorozatát láthatja a közönség, olykor humoros formában, a fellépők pedig az arra vállalkozó kollégák. A résztvevők itt biztosan jegyzetfüzettel a kézben érkeznek a programokra, hogy saját maguk számára „hazalopjanak" valamit.

A Science on Stage fesztivál rendezvénysorozata 2000-ben indult Physics on Stage néven a CERN-ben, a European Science and Technology Week keretében. A természettudományok népszerűségcsökkenésének nemzetközi trendje hívta életre. 2002-ben és 2003-ban újabbak követték, majd 2005-től a fizika elnevezés helyére a természettudomány lépett, és Science on Stage-ként él tovább. 2009-ben – az eredeti szervező bizottság európai megszűnését követően – létrejött a Science on Stage Europe elnevezésű nemzetközi szervezet, amelybe jelenleg 34 tagország nemzeti bizottságai delegálják a tagokat. A hazai Science on Stage Hungary bizottság az Eötvös Loránd Fizikai Társulat (ELFT) keretein belül működött ez év elejéig. *Kovách Ádám* vezetőtestületi szerepének, majd *Sükösd Csaba* kitartó, alkotó koordinátori és szervezői tevékenységének köszönhetően egyrészt növekedett a hazai ismertség és résztvevői szám, másrészt 2017-ben Magyarország főszereplő lehetett. 2020 januárjától a Magyar Kémikusok Egyesülete vállalta az ernyőszervezet szerepét és a hazai bizottság vezetője *Lente Gábor* lett. Nemzetközi szinten a legfontosabb feladat a kétévente, a páratlan években tartott nemzetközi fesztiválok szervezése. A fesztiválok mottója: „Tanároknak tanároktól". Európa és Kanada leginnovatívabb 300-350 tanárának részvételével zajlik a rendezvény, akik bemutatják ötleteiket, módszertani és eszköztani megoldásaikat. A delegációk létszáma országokra meghatározott, Magyarország korábban 9 fővel, ma a tagországok számának növekedése miatt 7 fővel képviseltetheti magát. A nemzetközi fórumot minden tagországban egy hazai válogató előzi meg, amelynek szervezője az adott ország nemzeti bizottsága.

A nemzetközi fesztivál munkaformái: fair, azaz a pályázó projektek standokon való bemutatása. Ez minden résztvevő számára kötelező elem. A fesztivál résztvevői, illetve a nyílt nap alkalmával a külső látogatók szabadon megtekinthetik az asztalokon, posztereken elhelyezett bemutatásokat, és meghallgathatják a projektgazda beszámolóját. Korlátozott számú jelentkező lehetőséget kap arra, hogy kreatív műhelyfoglalkozás (workshop) keretében ismertesse ötleteit. Néhányan pedig – szintén előzetes pályázatuk alapján kiválasztva – nagyszínpadi előadás keretében mutathatják be látványos megoldásaikat. A nemzeti válogatók is többnyire e kategóriák mentén szerveződnek.

A fesztivál történetében kivételezett helyzetünk adódott azzal, hogy a 2017-es nemzetközi esemény rendezési jogára Magyarország pályázott és el is nyerte azt. Sok támogatói segítséggel és lelkes hazai részvétellel igen sikeres rendezvény valósult meg Debrecenben. A megelőző, 2014-es és 2016-os magyar válogató szervezése ennek megfelelő intenzitással zajlott. Egyrészt, mert pályázóként – a nemzetközi figyelem középpontjába kerülve – igazolnunk kellett a magyarországi érdeklődést, másrészt, mert a következő évi rendezvényre házigazdaként 40 projektet és összesen 70 főt delegálhattunk. A 2016. október 7–9-i debreceni *Színpadon a természettudomány* elnevezésű fórumon 95 projektet mutatott be közel kétszer ennyi fizika-, kémia-, biológia-, matematika- és informatikatanár, a magyar delegáció tagjai közülük kerültek ki. Nyugodtan mondhatjuk, hogy nem látott mértékű aktivitás valósult meg [4].



1. ábra. A fizikatanári ankéton résztvevők száma az elmúlt 10 évben.

Az ecset

Az ankét és a fesztivál is azzal a szándékkal kerül megrendezésre, hogy a kollégák személyes munkájuk során profitáljanak belőle, összességében a köznevelésen belül a természettudományos tárgyak tanításának színvonalát és eredményességét növeljék.

Ezt a szerepet bizonyos mértékben már akkor is betöltik, ha a rendezvényeken jelenlévők egyszerűen lemásolják a megjelenő ötleteket, megoldásokat, eszközöket. Valójában azonban nem tudni, mennyi odahozott ötlet kerül át mások gyakorlatába. Arról sincs információ, hogy van-e másodlagos megosztás, azaz a rendezvényen jelen nem lévők értesülnek-e valamilyen csatornán az újításokról.

Saját tapasztalat, hogy a szakmáját hivatásnak tekintő tanárok mindegyike folyamatosan törekszik megújulni, és szinte kivétel nélkül mindegyikük rendelkezik saját megoldással a tanítás, kísérletezés, szemléltetés, értékelés vagy módszertan terén. Mi motiválja, segíti vagy gátolja a pedagógusokat abban, hogy ezt másoknak megmutassák, illetve hogy a másoktól tanulás szándékával részt vegyenek ilyen alkalmakon?

Van-e lehetőségük a kollégáknak innovatív ötleteik megvalósítására? Az iskolai órakeretek, a diákok érdeklődése, anyagi források lehetősége, vagy a környezet viszonyulása mennyire befolyásolja a sikerességet?

A rendezvények kínálta, időben korlátozott megmutatkozáson túl van-e, teremthető-e kommunikációs csatorna az ötletgazda és a felhasználó között?

Bizonyos előzetes hipotézisek szabták meg a vizsgálódások irányát és jellegét is. Az Országos Fizikatanári Ankét és a Science on Stage fesztivál formájában ugyan eltér egymástól, de a célokat tekintve sok a közös vonás, és a résztvevők között is nagymértékű az átfedés. A nemzetközi fesztivál több tantárgyra vonatkozik, nagyobb tömegeket mozgat meg, ugyanakkor csak kétévente esedékes, és az eddigi magyarországi részvételi adatok nagyon szórnak, széles köztudatba kerülése – éppen az utóbbi évek szervezései kapcsán – most válik reálissá. Az ankét nagy hagyományokkal rendelkezik, évente ismétlődő alkalom és jól ismert, számon tartott a fizikatanárok körében. Ideális esetben a két esemény kölcsönösen erősítheti egymást.

A festék

Az ankét színei

A fizikatanári ankétok esetében az utóbbi 9 év dokumentumai érhetők el olyan mennyiségben és minőségben, amelyből a célnak megfelelő adatok nyerhetők. Ezek alapján a következő megállapításokat lehet tenni.

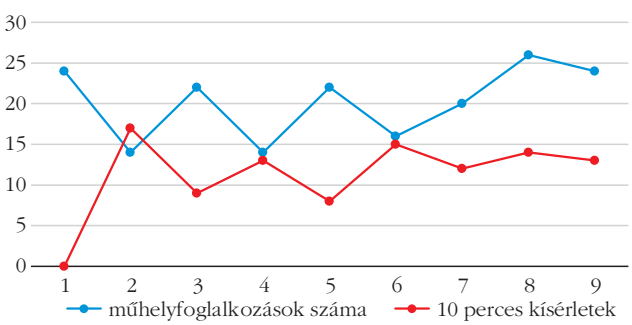
Az ankéton résztvevők száma emelkedést mutat (*1. ábra*). E mögött két lényeges ok húzódhat meg: egyrészt az intenzívebb szervezőmunka az ELFT részéről, a másik gyanítható ok a kollégák fokozottabb érdeklődése. Az oktatásban, fizikatanításban zajló változások és az a tény, hogy sok iskolában egyetlen fizikatanár van, megemeli a találkozást, konzultációt, tapasztalatszerzési lehetőséget jelentő fórumok értékét. Személyes tapasztalat alapján meg kell jegyezni, hogy a helyszín vonzereje és elérhetősége is befolyásoló szereppel bír.

A műhelyfoglalkozások száma a vizsgált időszak elején kétéves periódussal hullámzott, majd közelítőleg állandósult. A ciklikusságot mutató időszakban a műhelyvezetők személye döntő mértékben azonos volt az egyes években. Ebből következtethetnénk arra, hogy körülbelül két év szükséges egy-egy újabb projekt, ötlet kidolgozásához. De ha összevetjük azzal a ténnyel, hogy a 2012-ben bevezetett új program, a 10 perces kísérletek résztvevőinek száma ugyancsak ilyen ciklussal, de inverz módon változik (*2. ábra*), és a személyek közötti átfedés is nagymértékű, akkor inkább az a reális magyarázat, hogy a kollégák vagy az egyiket, vagy a másikat választották bemutatkozási fórumként.

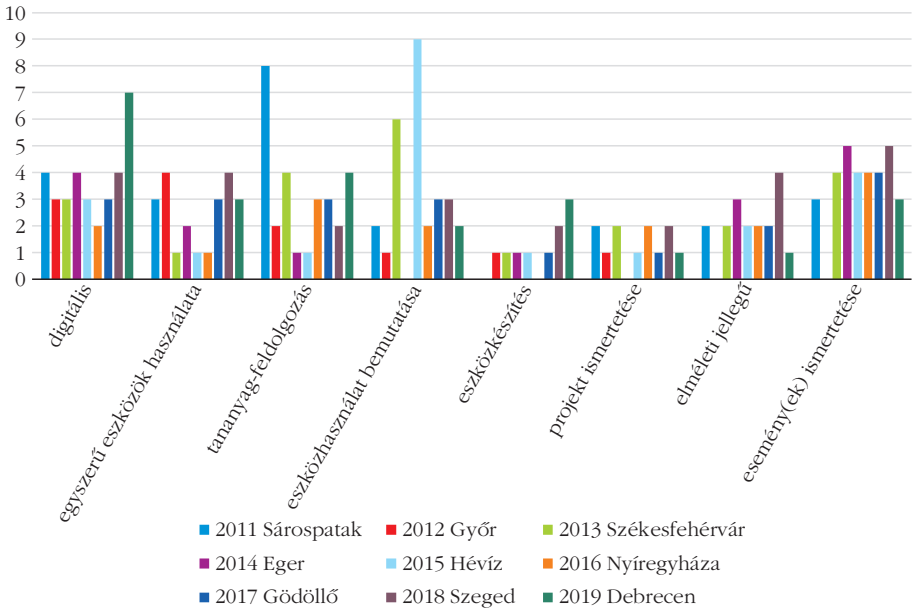
A személyi összetétel azt mutatja, hogy elsősorban a fizikatanítás ikonikus alakjai vállalták ezeket a fellépéseket. Ez azonban lassan változni látszik, hiszen az állandósult létszám hátterében egyértelműen felfedezhető a fiatal generáció aktivizálódása. A témaválasztás alapján számukra a motiváló kihívást a modellezés és a digitális mérési lehetőségek jelentik.

Bizonyos további válaszokat a műhelyfoglalkozások kategorizálásával lehet körvonalazni. A kategóriák kialakításánál komoly nehézséget okoz, hogy

2. ábra. A műhelyfoglalkozások és a 10 perces kísérletek viszonya az elmúlt 10 év ankétjain.



mindegyik valamilyen módon a módszertanhoz illeszthető. Besorolásuk csak úgy lehetséges, ha az a dominánsnak ítélt jellemvonások mentén történik. A kategorizálás a projektgazdák leírása és a projektek címe alapján történt. A műhelyek témaeloszlása nem mutat trendjellegű változást a vizsgált időszakban (*3. ábra*). Jellemző viszont a digitális alkalmazást bemutató foglalkozások jelenléte, és jól azonosítható a látott ötletek által megcélzott korosztály kiszélesedése: az utóbbi években az óvodásoktól az egyetemistákig terjed.



3. ábra. A műhelyfoglalkozások témaeloszlása a vizsgált időszakban.

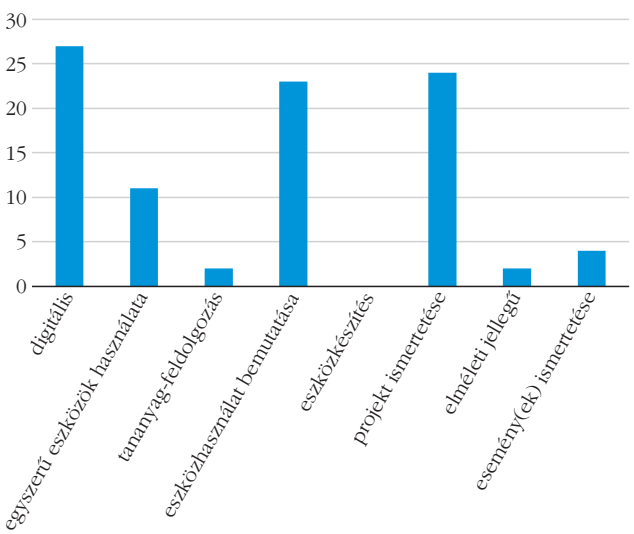
2011-ben kiugróan magas volt a kimondottan módszertani kategóriába sorolható műhelyek száma. Ennek sejthető oka, hogy 2010-ben elindult az a folyamat, amely a természettudományos tárgyak óraszámcsökkenését, a tárgyak közötti integráció gondolatát hozta, és ezen keresztül a fizikatanítás elsorvadásának vízióját vetítette előre. A jövőre vonatkozó feladatot neves szakemberek is a fizikatanítás kivezetésében fogalmazták meg. Új tananyagkészítő szerzők, új tankönyvek körvonalazódtak. Az ötletek gazdagodása a gyakorló tanárok erre adott reakciója lehetett.

A 2019 évi digitális kategória kiugrása a modernizálódás felismerhető irányát tükrözi.

A Science on Stage színei

A 2016 évi Science on Stage magyarországi válogatóján, a „Természettudomány a színpadon” rendezvényen megjelenő bemutatások nagy száma miatt első lépésben összehasonlításra adhat alkalmat, ha azokat az ankétok esetében alkalmazott kategóriákba soroljuk (*4. ábra*).

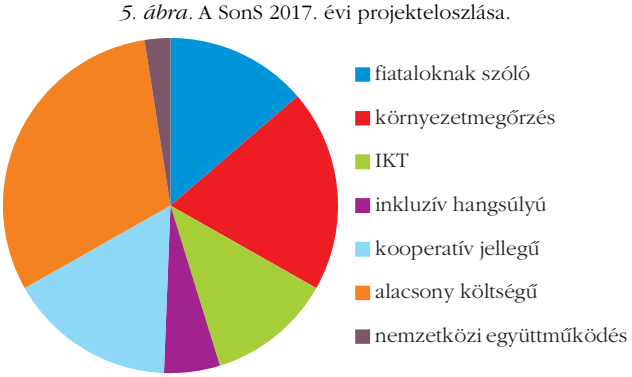
4. ábra. A 2016. évi „Természettudomány a színpadon” válogató kategóriái az ankéton alkalmazottak szerint.

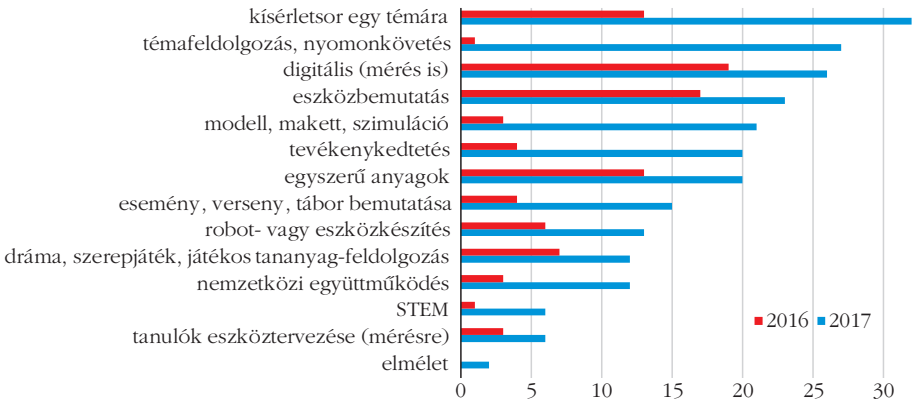


A *3. ábra* kategóriánkénti átlagával összevetve bizonyos hasonlóságokat találunk. Az egymáshoz viszonyított arányokban, valamint abban mutatkozik azonosság, hogy míg az eszközkészítés nem jellemző, addig a digitális alkalmazások száma nagy. Ugyanakkor a rendezvény jellege több szempontból más, mint az ankété, ezért az összehasonlítás nem teljesen releváns. A Science on Stage nemzetközi porondján minden produktumot projektnek neveznek, és nem csak a fizika, hanem minden természettudomány megjelenik. Ráadásul sok országban nem egyes tantárgyakat, hanem integrált ismereteket tanítanak. A szervező bizottság eleve előre kijelölt kategóriákat és minden jelentkezőnek ezek valamelyikébe kellett besorolnia a saját projektjét. A projektek 2017. évi eloszlását az *5. ábra* mutatja.

Van átfedés az ankétok esetében alkalmazott elnevezésekkel, de a szempont más. A kitűzött céloknak jobban megfelel, ha az ankétokhoz hasonló, de alkalmasan módosított kategóriákat használva a hazai és a nemzetközi fesztiválon megjelenő projekteket vetjük össze (*6. ábra*).

5. ábra. A SonS 2017. évi projekteloszlása.





6. ábra. A nemzetközi és az azt megelőző hazai Science on Stage összehasonlításra alkalmas kategóriáinak létszámai.

A 2016-os hazai válogatón megjelenő projektek száma természetesen kisebb (a nemzetközi SonS körülbelül harmada), következtetéseket inkább az arányokból lehet levonni. A magyar innovációban a digitális technika (ez weboldalak használatát is jelenti), az eszközbemutatás, az egyszerű anyagok felhasználása és a játékosítás játszik a nemzetközihez képest nagyobb szerepet. Amiben lemaradni látszunk, az a modellezés, a tevékenykedtetés, a témafeldolgozás, nyomon követés (ezek is tanulói tevékenységek) és a nemzetközi együttműködés, amiben többnyire helyi értékeket mutatnak be. Megjegyzendő, hogy a tanulói munkát jelentő feldolgozást valójában az egyszerű anyagokat felhasználó kategóriába is lehetne sorolni. A fenti adatok értelmezhetők úgy, hogy a magyar tevékenységek időben lemaradva követik a nemzetközi trendeket. A magyar oktatási rendszerben – amely szerkezetét és tananyagát tekintve hosszú évtizedek balanszait hordozza – nehezen változó megszokások determinálják a tanárokat. A tudományos cikkekből, mintaként tekintett külföldi rendszerekből ellesett vagy tudatosan elvárt újítások mentén születnek modernebb megoldások. De az általunk most alkalmazott módokon a nemzetközi közösség többsége már túllépett, bár kétségtelenül ezen megoldások voltak a megelőző időszak meghatározó vonulatai.

A nemzetközi porondon az a konfuciuszi „Mondd el és elfelejtem; mutasd meg és megjegyzem; engedd, hogy csináljam és megértem.” gondolat látszik érvényesülni. Míg hazánkban még mindig a tanár tevékenysége dominál – ő készíti az eszközt, ő mutat be új kísérleteket, ő szervez projekteket –, addig más országokban a tanulók tevékenységére építenek. Igaz, hogy ott a tantárgyak integrációja nem csak kínálja, de szinte be is tereli ebbe az utcába a tanárokat. Hiszen természettudomány címszó alatt tudományterületek részletes ismereteit tárgyalni nem lehet, a szakos tanárok más területeket kevésbé látnak át, az integrált tárgyra felkészítetteknek pedig inkább jelenségközpontú tudása van, ami a diákok irányában is meghatározza a tevékenységét. Ezen témafeldolgozások nagy értéke, hogy társadalmi, etikai kérdéseket is felvetnek, és nagyon sok célozza a környezet megőrzését.

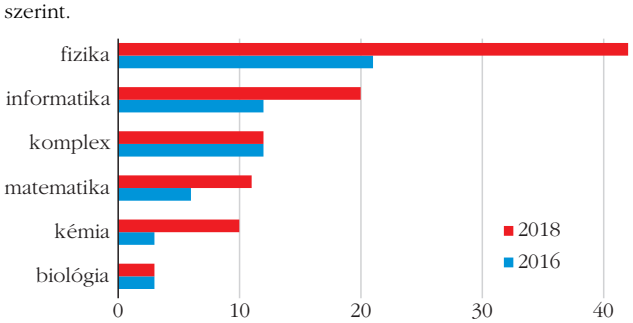
Az is tény, hogy mivel a fizika mellett más területek (például a biológia) is jelen vannak a SonS-on, azok több alkalmat kínálnak hosszabb távú megfigyelésre, egy témában saját tapasztalatok gyűjtésére. Lehet a háttérben az a szemlélet is, hogy a magyar oktatásban a tanár érzi felelősnek magát a tanítványai eredményéért, rajta kérik számon a kudarcot és őt jutalmazzák a sikerért, ezért a munka dandárját is magára vállalja. De hozzá kell tennünk, hogy a tananyag hazai diszciplináris felépítése is jobban megköveteli a tanár jelenlétét az oktatásban. Személy szerint a szerző a tantárgyi oktatást megőrzendő értéknek tartja és ennek keretei között képzeli el a megújulást.

Készült egy-egy kérdőíves felmérés a 2016 októberében Debrecenben és a 2018 októberében Szegeden lezajlott Science on Stage fesztivál hazai válogatóján, amit a 99, illetve 44 résztvevő közül 81-en, illetve 39-en kitöltöttek. A feltett kérdések a képviselt tantárgyra, a részvétel motivációjára és a projekt létrejöttének körülményeire vonatkoztak.

A két év válaszai drámai változást nem mutatnak, tendenciákra pedig elhamarkodottan lehetne következtetni. Néhány megjegyzést azonban meg lehet fogalmazni. A tantárgyak vonatkozásában (*7. ábra*) nagy skálán az arányok nem módosultak. (A százalékos összeg azért nagyobb 100-nál, mert néhányan több tárgyat is megneveztek.) A fizikaprojektek arányának mértéke talán azt mutatja, hogy az eredetileg kitűzött cél ehhez a tantárgyhoz illeszthető legjobban, nem véletlen, hiszen a SonS a Physics on Stage mozgalomból nőtt ki. A komplex kategória relatív térvesztése annak a jele, hogy a tanári gondolkodás nem mozdul el az integráció irányába. Ezt a következő évek igazolhatják vagy cáfolhatják.

A résztvevők motivációja mindkét évben döntően az, hogy szívesen osztják meg ismereteiket (80% és 92%), illetve hogy mások munkája iránt érdeklődnek (77% és 71%). Továbbra is kevés az együttműködésben megvalósított projekt. Bizakodásra ad okot, hogy a bemutatott projektek hasznosulásáról elég nagyszámú

7. ábra. A bemutatott ötletek tantárgyhoz tartozása a projektgazdák szerint.



visszajelzése van a kollégáknak. A résztvevők 70%-a az előző alkalmon is részt vett, csak ők válaszoltak a a projektek továbbélését firtató kérdésre (*8. ábra*).

A kép

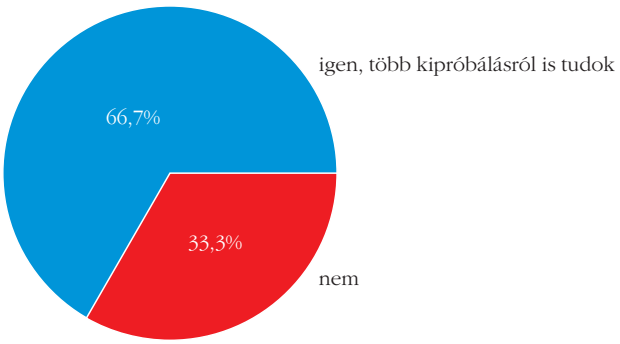
A fentiek alapján, az előzetes feltételezések mentén összegezve, de szubjektív benyomásoktól nem teljesen mentesen a következők fogalmazhatók meg.

Az adatok nem mondanak ellent azon feltevésnek, hogy az ankéton megjelenő projektek, eszközök viszonylag rövid időkéséssel reflektálnak az oktatásban bekövetkező változásokra. Látható például, hogy a 2013. évi oktatási változások valóban orientálták a kollégák gondolatait. Ezt a rugalmasságot figyelembe véve nagyon szerencsés lenne az oktatásirányítási és a tanári tapasztalatokon alapuló megújulási szándék találkozása.

A fizikatanárok között kialakult hálózati kapcsolat, valamint a kommunikációs csatornák sokfélesége és gyorsasága érezhetően segíti és fokozza a kollégák egymástól tanulását. A személyesen nyert tapasztalat, az élőben feltett kérdésekre kapott válaszok nagyobb segítséget jelentenek, mint a videókról ellesett ötletek.

A természettudományt tanító magyar tanárok ötletstruktúrája, oktatási rendszerünk sajátosságainak megfelelően nem leképezése az európai trendeknek. Ez semmiképpen nem hiba vagy erény, hanem olyan tény, amit figyelembe kell venni.

Igaznak bizonyul az a feltételezés, hogy a hazai rendezésű Science on Stage fesztivál élénkítő hatással volt a részvételi aktivitásra. Az is tény, hogy az akkori kiugró eredmény volt, a következő hazai válogatón már feleannyian vettek részt. Ez is több, mint a megelőző időszakban, de hogy tartós marad-e az érdeklődés, a jövőben válik el.



8. ábra. A 2016-os és 2018-as SonS-on is résztvevők ismerete ötletük felhasználásáról.

A szignó

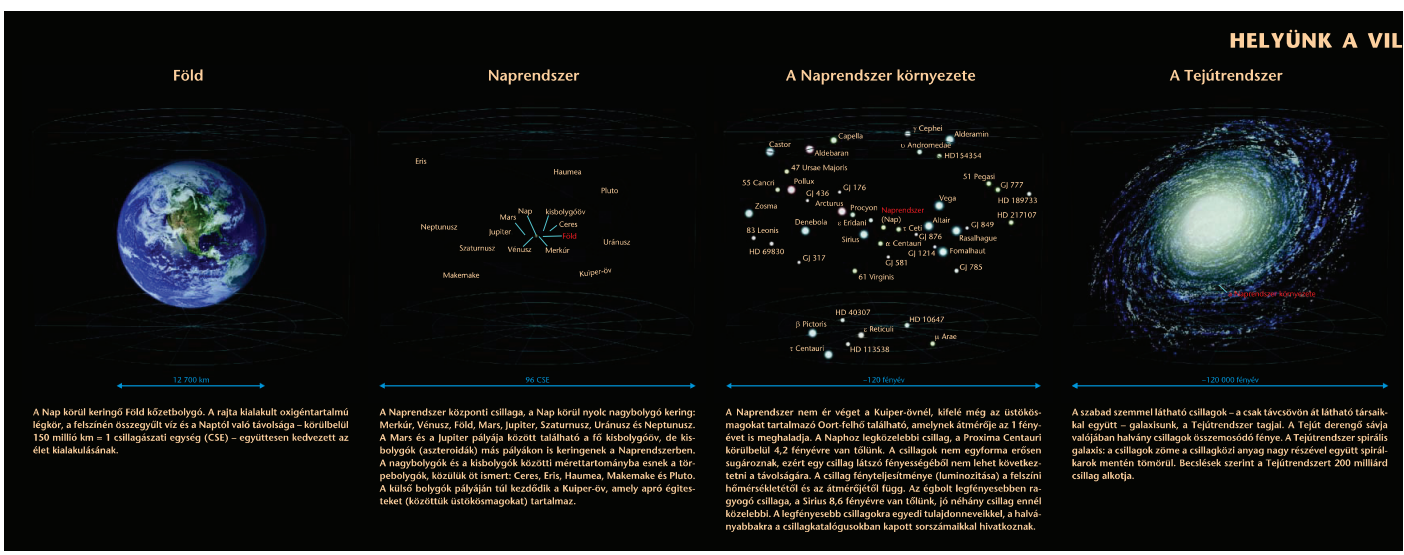
Jogos az – a cikk írójában is jelenlévő – hiányérzet, hogy a 2019. évi nemzetközi Science on Stage fesztivál és a 2020. évi fizikatanári ankét paraméterei nem gazdagítják a képet. A koronavírus-járvány miatt nem volt mód a 2019-ben Portugáliában lezajlott SonS tapasztalatainak elemzésére, és sajnálatos módon az ankét is elmaradt. De nagyon jól tudjuk, hogy a fizikatanárok nem tétlenkedtek. Sőt valószínűleg új tapasztalatokkal gazdagodtak a digitálisan zajló távoktatás időszakában, ami várhatóan tetten érhető lesz a következő szakmai fórumokon megjelenő projektekben. Egy következő cikk talán majd erről is beszámol.

Irodalom

1. Franyó I.: Óraszámok, arányok. *A Fizika Tanítása 1989/3–4.* 110–111.
2. Papp K., Józsa K.: Legkevésbé a fizikát szeretik a diákok? *Fizikai Szemle 50/2* (2000) 61–67.
3. http://www.kfki.hu/elftkisk
4. http://www.szinpadon-a-tudomany.hu

LETÖLTHETŐ ÉS TÖBB, MINT 3 MÉTER SZÉLESEN, SZÍNESEN KINYO

A magyarázó szöveggel kiegészített posztert keresd a Fizikai Szemle (www.fizikaiszemle.hu)



A VÍZ FORRÁSPONTJÁNAK MÉRÉSE A MONT BLANC TETEJÉN

Delbács Nauszikaa
Halásztelki Hunyadi Mátyás
Általános Iskola, Gimnázium és AMI

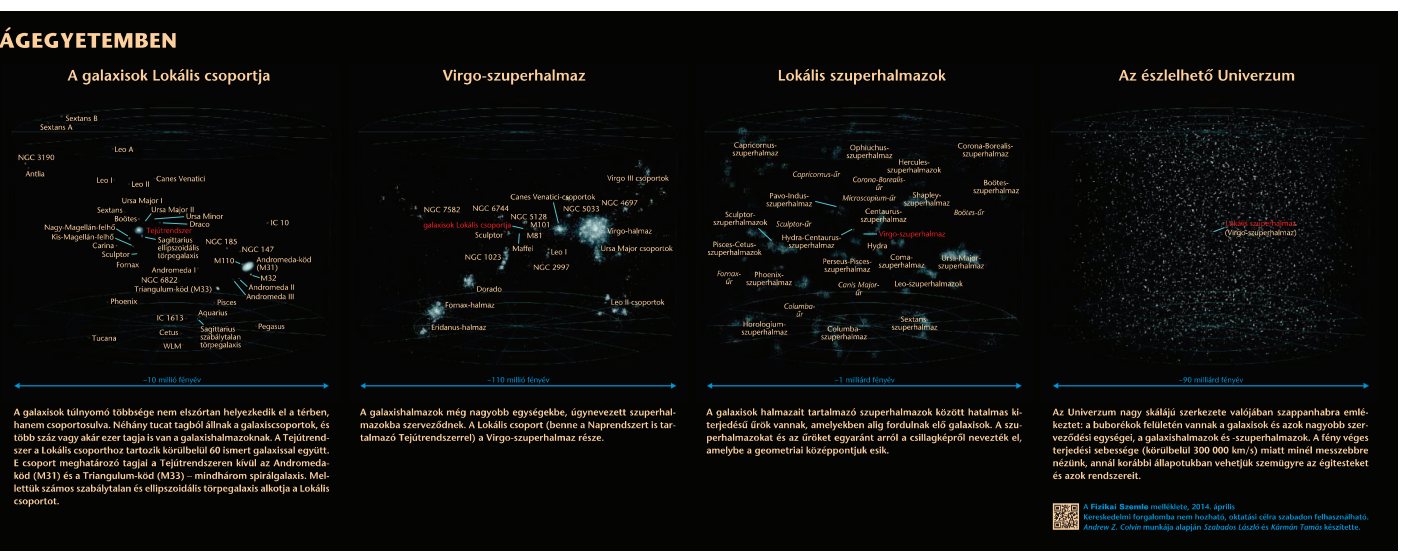
A történet 2016 őszén kezdődött – amit akkor még nem sejtettünk –, a Kepler-törvényeket tanítottam a 9.A osztályban és *Wittmann Kevin* megkérdezte, felsorolhatja-e, hogy melyik bolygó hányszor kisebb vagy nagyobb a Földnél, amire természetesen azt válaszoltam, hogy igen. Nagyon szépen elsorolta és elárulta, hogy csillagásznak készül.

Nem sokkal később, 2017 januárjában levelet kaptam, hogy középiskolai tanulókat lehet benevezni – a világon először – két hétre CERN-be. Kevint beneveztem és *Oláh Éva* tanárnő és *Horváth Dezső* fizikus el is vitték őt. A második napon a kísérőtanárok nagy örömére egy annyira jól sikerült fényképet készített a ködkamrában lejátszódó folyamatról (*1. ábra*), hogy ott díjat is kapott a felvételért. Így a mi nagy örömünkre is szépen szerepelt és öregbítette iskolánk, térségünk hírnevét.

1. ábra. Alfa-részecskék ütközése ködkamrában, Wittmann Kevin felvétele.

A következő tanévben – a fizikatanári program keretében – nekem is sikerül kimennem a CERN-be egy hétre, és feledhetetlen emlékekkel tértem haza. Találkoztam kinn dolgozó magyar fizikusokkal, például *Krasznahorkai Attilával,* aki az LHC teljes információs hálózatát újította fel, *Szilásy Zoltánnal* és *Noémivel* napi kapcsolatban voltunk a müondetektorok készítésénél. Ők vezettek végig minket a CMS területén, ahol már évek óta dolgoznak. Sok előadást hallgathattunk, teljesség igénye nélkül megemlítenék párat: Oláh Éva kockamodellel magyarázta a részecskefizikát, Horváth Dezső a világűrről, kozmoszról beszélt csodálatos retorikával, *Újvári Balázs A legújabb fizikai kutatások eredményeinek felhasználá-*

MTATHATÓ A *HELYÜNK A VILÁGEGYETEMBEN* VALAMENNYI RÉSZE!
Mellékletek menüpontjában, a posztert rakd ki bátran a fizika-előadó vagy a folyosó falára!



2. ábra. Genf nevezetessége, a 140 méter magasra törő szökőkút.

sa a gyógyászatban, az orvosi praktikákban címmel tartott rendkívül érdekes és hasznos előadást.

Így azután természetes volt, hogy 2019 őszén csoportot szerveztem és 20 fővel 4 napra elutaztunk Genfbe. Érkezésünk délutánján a város szépségeivel, nevezetességeivel ismerkedtünk, majd a kiadós fondue-vacsora után jóllakottan igyekeztünk lepihenni, hiszen másnap következett a legfontosabb nap: ellátogattunk CERN-be.

Kinn élő honfitársaink nagy szeretettel vártak minket a CERN-ben és egy rövid történeti beszámoló után a bemutatóközpontokba kalauzolták a csapatot.

Az ottani étkezdében ebédeltünk – természetesen – Nobel-díjas fizikusok, mérnökök, informatikusok, kémikusok, kutatók társaságában.

Délután az Antianyaggyárhoz látogattunk, hiszen kötelességem volt megmutatni a csoportnak, hogy az *Angyalok és démonok* film és a realitás egy kicsit(?) különbözik. Visszafelé leültünk a svájci–francia határt jelző köre úgy, hogy egyik lábunk még Svájcban, a másik már Franciaországban volt.

Ellátogattunk a Globe-ba is, ahol az angol és a német nyelvet gyakorolhatták a diákok, miközben hallgatták a rövid előadásokat. A pizzás vacsorát és az esti tóparti sétát – a különböző fényekkel megvilágított Jet d'eau Genève-vel, a 140 méter magasra lövellő szökőkúttal (*2. ábra*) – kiadós pihenés követte, hiszen másnap bérelt autóbusszal Chamonix-ba és a mellette magasodó Mont Blanc-ra igyekeztünk.

Három különböző helyszínen, azaz tengerszint feletti magasságokon terveztük megmérni a víz forráspontját, ezért hőmérőket, alumíniumbögréket és a kísérlethez szükséges egyéb eszközöket vittünk magunkkal. Először a 1005 m-en, majd 2310 m és 3840 m magasságban sikerült megállapítanunk a víz forráspontját. 5 csoportot alkottunk és általában közel azonos értékeket mértünk: 1005 méter magasságban 99-100 °C, a tengerszint felett 2310 méteren 90-91 °C és végül 3840 m magasan 79-83 °C.

Természetesen a hőmérsékleteket is feljegyeztük, de eszköz hiányában, sajnos, a légnyomást nem tudtuk megmérni. Ezért még visszatérünk!

Érdekes volt a helyszínen végzett kísérletek élményének megtapasztalása, átélése, eredményeinek meghatározása és főleg az, hogy körülbelül 20 perc alatt a hőmérséklet 18 °C-ról −5 °C-ra csökkent, illetve a légnyomás is alacsonyabb lett, aminek mindenki érezhette hatását, a fellépő légszomjat.

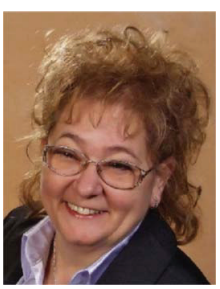
Egy késő délutáni séta a kisvárosban segített szervezetünknek regenerálódni, majd visszatértünk hotelbe.

Utolsó napon sétahajókázással búcsúztunk Genftől, a CERN-től és a távolból ránk tekintő Mont Blanc-tól, majd hazarepültünk.

Itthon kérdezték a szülők, kollégák, gyerekek a kirándulókat, hogy milyen volt?

„Életem legszebb 4 napja volt" – jött a válasz a diákoktól.

Itt szeretném megköszönni mindenkinek és főleg *Villányi Péternek,* hogy lehetővé tették Kevinnek és nekem a CERN-i tanulmányutat, majd a csoport kiutazását, amely bizonyítja, hogy tudunk tanulóinknak szép és tartalmas emlékeket ajándékozni.



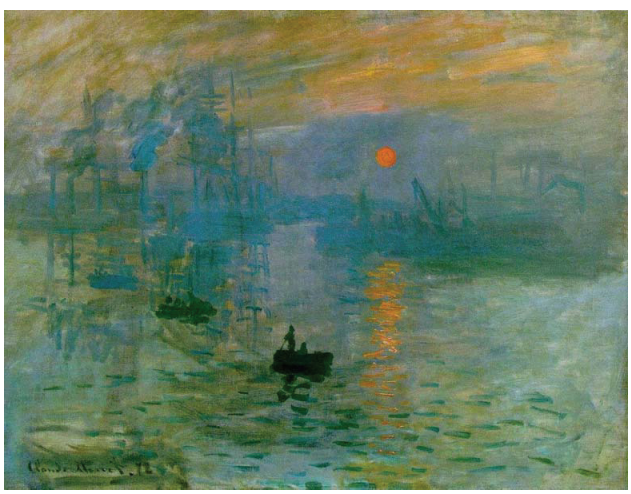
Delbács Nauszikaa a kolozsvári Babeş–Bolyai Egyetemen szerzett kémia–fizika tanári diplomát. Elkötelezett, hogy tanítványai szeressék a fizikát. E cél érdekében gyakran elviszi őket a Wigner FK-ba, minden évben ott vannak a Részecskefizikai Diákműhely *Kutató leszek egy napra* rendezvényén. A Debreceni Egyetemen *Ujvári Balázs* segítségével az arduino rejtelmeibe avatja be tanulóit, aminek eredményeképp a nyíregyházi Bródy fizikaversenyen diákjai kísérletükkel kiérdemelték a zsűri díját.

SZÁMÍTUNK RÁD, LÉGY A FIZIKA BARÁTJA!

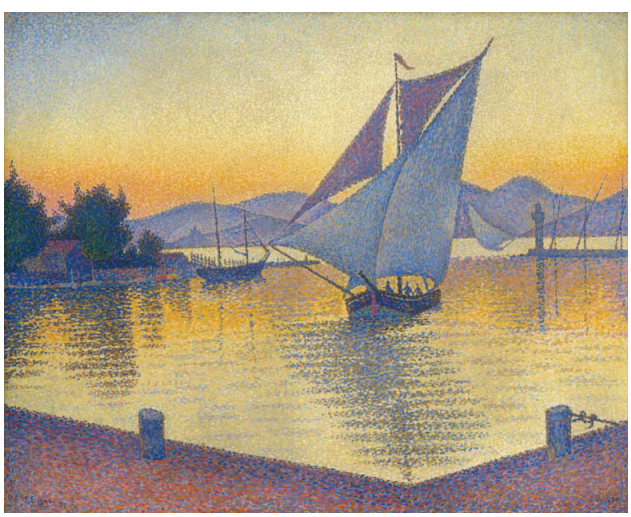
Támogasd adód 1%-ával az Eötvös Társulatot!

Adószámunk: 19815644-2-43

43. kép. Dufy: *Textilmintaterv*. A piros rózsák szinte kiugranak a háttérből.



46. kép. Claude Monet: *Impresszió napfelkelte*. A cím sugallta gúnynév: impresszionizmus, végül a mozgalom hivatalos neve lett; hasonló történt a Big Bang (Nagy Bumm) esetében is.



49. kép. Signac: *Kikötő naplementekor*. A pointillista képek a modern pixelekre bontási technika előfutárai.

44. kép. Pipacsos mező (fénykép). A kiegészítő színek egymás hatását felerősítik.

47. kép. Chevreul színköre. A pointillista festők Szent Grálja.

50. kép. Cézanne: *Csendélet gyümölcsökkel*. Mindig nagy műgonddal rendezte el csendélete tárgyait festés előtt.

Tájékoztató az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2021. évi tagdíjairól

Tisztelt Társulati Tagjaink!

Mindenekelőtt szeretném tolmácsolni a **Társulat Elnökségének üdvözletét, karácsonyi és újévi jókívánságait** a Társulat tagjainak, a fizika barátainak és a ***Fizikai Szemle*** valamennyi olvasójának. A Társulat és a *Fizikai Szemle* 2021. évben is változatlan erővel kívánja megvalósítani mindazokat a feladatokat, amelyek betöltésére Alapszabályában vállalkozott.

Kérem, hogy **a 2021. évre vonatkozó tagdíj**ukat, amelynek összege **a 2019. és 2020. évihez képest sem változott**,[1] az alábbiak figyelembevételével szíveskedjenek befizetni.

Ha Ön a Társulatunk **rendes tag**ja és
- a *Fizikai Szemle* számait **elektronikus formában** kéri, akkor a 2021. évi tagdíja **8400 Ft.**
- a *Fizikai Szemle* számait **papíralapú terjesztéssel** kéri, akkor a 2021. évi tagdíja **9000 Ft.**

Ha Ön a Társulat rendes tagjaként **általános vagy középiskolai tanár** és
- a *Fizikai Szemle* számait **elektronikus formában** kéri, akkor 2021. évi tagdíja **800 Ft** alaptagdíj + **4600 Ft** kiegészítő tagdíj, azaz összesen **5400 Ft.**
- a *Fizikai Szemle* számait **papíralapú terjesztéssel** kéri, akkor 2021. évi tagdíja **800 Ft** alaptagdíj + **5200 Ft** kiegészítő tagdíj, azaz összesen **6000 Ft.**

Az alap- és kiegészítő tagdíjat együtt kérjük befizetni.

Ha Ön **nyugdíjas**ként rendes tagja a Társulatnak és
- a *Fizikai Szemle* számait **elektronikus formában** kéri, akkor 2021. évi tagdíja **3400 Ft.**
- a *Fizikai Szemle* számait **papíralapú terjesztéssel** kéri, akkor 2021. évi tagdíja **4000 Ft.**

Ezúttal is tisztelettel kérem azokat a nyugdíjas korú tagjainkat, akik nyugdíjuk mellett teljes munkaviszonnyal vagy közalkalmazotti jogviszonnyal rendelkeznek, hogy a tagdíjfizetés szempontjából ne tekintsék magukat nyugdíjasnak.

Ha Ön rendes tagként az **Ijúsági Tagozatnak** is **tagja** vagy a Társulat **ifjúsági tagja**, azaz felsőoktatási intézmény munkaviszonnyal nem rendelkező hallgatója vagy középiskolai tanuló és
- a *Fizikai Szemle* számait **elektronikus formában** kéri, akkor **nem kell tagdíjat fizetnie,**
- a *Fizikai Szemle* számait **papíralapú terjesztéssel** kéri, akkor kedvezményes tagdíja **4000 Ft.**

A fiataloknak szóló **kedvezmény érvényesítéséhez** szükség van arra, hogy a tag **felsőoktatási hallgatói jogviszonyáról** minden évben **nyilatkozatot adjon le** a Társulat titkárságának (**elft@elft.hu**).

[1] A *Fizikai Szemle* ára 2020-tól 1000 Ft, a duplaszámé 2000 Ft.

Kérem, hogy bármilyen adatváltoztatást (például lakcím, e-mailcím megváltozása) e-mailben legyenek szívesek megírni az **elft@elft.hu** címre.

Kérem, hogy tagdíjukat mielőbb szíveskedjenek rendezni. A tagjainknak tagsági jogon járó *Fizikai Szemle* folyamatos küldését csak azok számára tudjuk biztosítani, akik 2021. évi tagdíjukat rendezték. Felhívom ugyanakkor szíves figyelmüket arra a lehetőségre, hogy tagdíjuk megfizetését esetleg munkahelyük is átvállalhatja. Továbbá felhívom szíves figyelmüket az **önkéntes többletfizetés** lehetőségére. Kérem, hogy a leírtakra – különösen az utóbbira – külföldön élő ismerőseiknek is hívják fel a figyelmét. Nekik a *Fizikai Szemlét* elektronikus formában, e-mailen küldjük el; ha nyomtatott Szemlét kérnének, akkor kérjük, a lényegesen magasabb postázási költséget vegyék figyelembe.

Az újonnan belépni kívánók a Társulat honlapján – **http://elft.hu/jelentkezes-a-tarsulatba** – jelentkezhetnek társulati tagnak.

Amennyiben lehetőségük van rá, kérem, hogy a **tagdíj befizetését átutalással** szíveskedjenek rendezni **a K&H Banknál vezetett 10200830-32310274-00000000** számú folyószámlánkra. A közlemény rovatba a befizető nevét, városát kérjük feltüntetni. A Titkárságon (1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint 3.) lehetőség van készpénzes befizetésre is, illetve csekk is kérhető.

Az Európai Fizikai Társulatba (EPS) a továbbiakban csak egyéni tagként lehet belépni. **Kérem a kollégákat, hogy a hazai fizika megfelelő képviselete érdekében az EPS-be minél nagyobb számban lépjenek be.** Az EPS-be annak weblapján, a **www.eps.org** címen lehet belépni; ugyanott fizetheti be az EPS-tagdíjat is. Mivel az ELFT az EPS tagegyesülete, az ELFT tagjai az EPS legkedvezőbb egyéni tagdíját fizetik.

Felhívás tagjainkhoz és a fizika minden barátjához

Tájékoztatom a Társulat tagjait és a *Fizikai Szemle* olvasóit, hogy a 2018. évről szóló jövedelemadó-bevalláshoz kapcsolódó felajánlások révén az Eötvös Társulat 2020-ban **793 789 Ft** bevételhez jutott, amit a korábbi évekhez hasonlóan teljes egészében a *Fizikai Szemle* megjelentetési költségeinek részbeni fedezeteként használtunk fel. Ez a támogatás tette lehetővé többek között azt is, hogy tagjaink folyamatosan megkaphatták társulatunk folyóiratát, amiért köszönetünket fejezzük ki a Társulat javára rendelkezőknek. Kérem a fizika minden barátját, hogy ha teheti, az idén is rendelkezzen **személyi jövedelemadója 1%-ának** a Társulat céljaira való felajánlásáról és buzdítsa erre barátait, ismerőseit is. Az Eötvös Loránd Fizikai Társulatnak a nyilatkozaton feltüntetendő adószáma **19815644-2-43.**

Tisztelettel:
Groma István
az ELFT főtitkára