307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

IX. KÖTET *1. FÜZET*

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1961

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki, és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközti formulákban ferde törtvonalat, pl. 1/2, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írjuk **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

A MULTIPÓL-SUGÁRZÁS FORRÁSAINAK SZEMLÉLETES LEÍRÁSA*

GYÖRGYI GÉZA és MENYHÁRD NÓRA
Központi Fizikai Kutató Intézet

Bevezetés

Jól ismeretes, hogy az atomburok spektroszkópiájában szokásosan vizsgált fénykibocsátási folyamatoknál a sugárzás forrásának korrespondenciaszerű megfelelője jó közelítésben (s általában egyöntetűen) egy igen egyszerű alakzat: egy (rezgő vagy forgó) dipólus. A megfelelő sugárzási folyamatokról könnyű szemléletes képet alkotni; ehhez segítséget nyújt a Hertz-féle sugárzó dipólusnak az egyetemi anyagban is szereplő, jól ismert tárgyalása.

Az atommag spektroszkópiájában a sugárzási folyamatok lényegesen változatosabb sokaságával találkozunk. A dipólsugárzás mellett itt mástípusú forrásból származó, bonyolultabb irányeloszlást és polarizációs viszonyokat mutató sugárzástípusok is fellépnek, melyeket kvadrupól-, oktupól-, ..., 2^J-pól-sugárzásnak (J egész), általánosságban multipól-sugárzásnak neveznek. A multipól-sugárzás tanulmányozásának kiemelkedő jelentőséget ad az az alapvető tétel, amely kapcsolatot állapít meg valamely elektromágneses sugárzás forrásának *multipól-jellege*, valamint a kibocsátott kvantumok *impulzusmomentum*ának értéke között. E tétel azt mondja ki, hogy ha a sugárzás *forrása* egy (elektromos vagy mágneses) 2^J*-pólus*, úgy *a sugárzási tér kvantumai* J *impulzusmomentummal rendelkező fotonok*. Ezen tétel azért fontos, mert segítségével a magsugárzás megfigyelt multipól-jellegéből következtethetünk a sugárzás kibocsátása közben a magban bekövetkezett impulzusmomentum-változásra, ezen keresztül pedig a különböző atommag-állapotok impulzusmomentumának értékére. A multipól-sugárzásra vonatkozó ezen alapvető tétel *W. Heitler* úttörő munkájában [1] nyert bizonyítást; *Heitler* ebben a munkájában adta meg először a sugárzó multipólusok terének tárgyalását az elektromágneses tér kvantumelmélete alapján. A multipól-sugárzás elméletének itt lefektetett alapjaira támaszkodva számos dolgozat foglalkozott az alkalmazásokkal és az elmélet újrafogalmazásával. Úgy véljük, ennek ellenére elmondható, hogy a multipól-sugárzásról általában nem élnek olyan széles körben elterjedt szemléletes elképzelések, mint a dipól-sugárzásról. Éppen

* Érkezett 1960. okt. 6.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

ezért a jelen közleményben a multipól-sugárzás forrásainak olyan tárgyalását kívánjuk ismertetni, amely heurisztikus természetű ugyan, ugyanakkor azonban alkalmas arra, hogy segítségével szemléletes képet alkossunk magunknak a sugárzási folyamatokról. Tárgyalásunk elvileg újat természetesen nem tartalmaz. Mégis érdemesnek látszik közreadni az alábbi megfontolásokat; úgy véljük, az ilyen jellegű tárgyalás (amint azt nemrég *C. Dean* is hangsúlyozta munkájában [2]) előnyösen alkalmazható az oktatásban a szerzett formális tudás elmélyítésére és bizonyára azon kollégáink érdeklődésére is számot tarthat, akik a multipól-sugárzás szövevényes kvantumelektrodinamikai formalizmusára idegenkedéssel tekintenek. — Megemlítjük, hogy megfontolásaink során érintjük a *reducibilis* és *irreducibilis* multipólusok közötti kapcsolatot; arra törekedtünk, hogy ezen, a magspektroszkópiában sűrűn szereplő fogalmak kapcsolatát ezúttal csoportelméleti ismeretekre való hivatkozás nélkül, — a lehetőségekhez képest — szemléletes képekhez kapcsolva tegyük világossá.

Stacionárius állapotok szuperpozíciójának sűrűségfüggvénye, mint a sugárzás forrása

Az elektromágneses sugárzási folyamatokra vonatkozó legpontosabb törvényszerűségeket ismereteink jelenlegi fokán a kvantumelektrodinamika egyenletei fejezik ki. Mindazonáltal bizonyos heurisztikus értéket tulajdonítanunk kell a *Schrödinger* által annak idején javasolt felfogásnak is, amely feltételezi, hogy a $\psi(\mathbf{r}, t)$ Schrödinger-féle állapotfüggvénnyel leírt töltött részecske által kibocsátott sugárzás ugyanolyan tulajdonságokkal rendelkezik (irányeloszlás, polarizáció), mint a $\varrho(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ sűrűségfüggvényű klasszikus töltéseloszlás sugárzási tere. Céljainknak megfelelően a következőkben ezt az utóbbi felfogást vesszük alapul.

Vegyünk szemügyre egy a

$$\psi_k(\mathbf{r}, t) = \varphi_k(\mathbf{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_k t} \tag{1}$$

stacionárius kezdeti állapotból a

$$\psi_v(\mathbf{r}, t) = \varphi_v(\mathbf{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_v t} \tag{2}$$

végállapotba vezető sugárzásos átmenetet. Az átmenet közben a részecske állapotát az (1) és (2) stacionárius sajátfüggvényeknek valamilyen

$$\psi(\mathbf{r}, t) = a_v(t)\psi_v(\mathbf{r}, t) + a_k(t)\psi_k(\mathbf{r}, t) \tag{3}$$

szuperpozíciója írja le. Képezzük most a (3) szuperpozícióhoz tartozó $\varrho(\mathbf{r}, t)$

sűrűséget — az egyszerűség kedvéért a kezdeti s a végállapot között félúton:

$$\varrho(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 = \left| \frac{\psi_v(\mathbf{r}, t) + \psi_k(\mathbf{r}, t)}{\sqrt{2}} \right|^2 =$$
$$= \tfrac{1}{2}(\varphi_v^* \varphi_v + \varphi_k^* \varphi_k) + \tfrac{1}{2}(\varphi_v^* \varphi_k e^{-i\omega t} + \varphi_k^* \varphi_v e^{i\omega t}). \tag{4}$$

Itt ω az átmenet Bohr-féle frekvenciája: $\omega = (E_k - E_v)/\hbar$. Látható, hogy a ϱ sűrűség az idő periodikus függvénye. (Az $a_k = a_v = 1/\sqrt{2}$ speciális értékek behelyettesítésével figyelmen kívül hagytuk azt, hogy ϱ valójában — gyengén — csillapított rezgőmozgást végez. Az a_k, a_v együtthatók gyenge időfüggése és a természetes vonalszélesség ezzel összefüggő jelensége, amelyeket így elhanyagoltunk, következtetéseink szempontjából nem játszanak szerepet.) A sugárzás fellépte az $\exp(\pm i\omega t)$-vel arányos tagok következménye; ezek amplitúdóját — s így a sugárzás tulajdonságait — a $\varphi_v^* \varphi_k$ vegyes sűrűség, ill. annak komplex konjugáltja határozza meg.

A következőkben, szemléltetés céljából, megvizsgáljuk egy töltött részecskének az $l_k = l$ és az $l_v = 0$ pályamomentumú állapotok közötti átmeneteihez tartozó (4) sűrűségfüggvényeket. Az impulzusmomentum megmaradásának tétele értelmében e sűrűségeloszlások időbeli változása $J = |l_k - l_v| = l$ impulzusmomentumú fotonok kibocsátását eredményezi.

Az a körülmény, hogy a szemléltetés céljából az $l_k = l \to l_v = 0$ speciális átmeneteket vesszük szemügyre, nem jelenti az általánosság lényegbe vágó korlátozását. Ebben a speciális esetben a (4) sűrűségben az $\exp(-i\omega t)$ együtthatójaként szereplő $\varphi_v^* \varphi_k$ vegyes sűrűség a következő alakú:

$$R_0^*(r) R_l(r) Y_{00}^*(\vartheta, \varphi) Y_{lm}(\vartheta, \varphi) \equiv \frac{1}{\sqrt{4\pi}} R_0^*(r) R_l(r) Y_{lm}(\vartheta, \varphi). \tag{5}$$

Az általánosabb $l_v \neq 0$ esetben (5) helyett a következőt kapjuk:

$$R_{l_v}^*(r) R_{l_k}(r) Y_{l_v m_v}^*(\vartheta, \varphi) Y_{l_k m_k}(\vartheta, \varphi).$$

Ez a kifejezés az $Y_{lm}^* = (-1)^m Y_{l,-m}$ összefüggést, valamint a két gömbfüggvény szorzatának a gömbfüggvények szerint haladó ismert

$$Y_{l_1 m_1}(\vartheta, \varphi) Y_{l_2 m_2}(\vartheta, \varphi) = \sum_l \sum_m \left[\frac{(2l_1 + 1)(2l_2 + 1)}{4\pi(2l + 1)} \right]^{1/2} (l_1 l_2 00 | l0)(l_1 l_2 m_1 m_2 | lm) Y_{lm}(\vartheta, \varphi) \tag{6}$$

kifejtését tekintetbe véve, az (5) alatti kifejezéssel azonos szögfüggést mutató tagok összege alakjában írható fel. A (6) sorfejtésben indexként szereplő l kvantumszám, mely a kibocsátott foton impulzusmomentumát adja meg, ezen sorfejtés tulajdonságai folytán az

$$|l_k - l_v| \leqq l \leqq l_k + l_v \tag{7}$$

egyenlőtlenség megengedte értékeket veheti fel. (7) éppen az impulzusmomentum megmaradását kifejező $\mathbf{l} = \mathbf{l}_v - \mathbf{l}_k$ vektoregyenlet fennállásának feltétele. A sorfejtési együtthatók tulajdonságaiból következik az impulzusmomentum z-komponensének megmaradását kifejező

$$m_k = m + m_v$$

egyenlet fennállása is.

Ha a sugárzást kibocsátó kvantummechanikai rendszer szemügyre vett, r, ϑ, φ koordinátákkal rendelkező részecskéje a kezdeti és (vagy) a végállapotban nem jellemezhető a pályamomentum meghatározott értékével, úgy a szóban forgó részecske pályamomentumának (ϑ-tól és φ-től függő) sajátfüggvényei szerint sorfejtést kell alkalmaznunk. l_k és l_v szerepét ekkor az ezen sorfejtés(ek)ben szereplő l értékek játsszák.

*

Az előzőkben a részecske *elektromos* töltéseloszlásának időbeli változására fordítottuk figyelmünket. Az ennek folytán létrejövő sugárzást *elektromos* típusúnak nevezik.

Az elemi részecskékhez elektromos sűrűségeloszláson kívül *mágneses* sűrűségeloszlás is tartozhat. Az ennek időbeli változása eredményeképpen kibocsátott sugárzást *mágneses* típusúnak nevezik.

Ha $\mathbf{M}$ a részecske mágneses dipólmomentumának operátora, úgy a „mágneses töltés" eloszlását leíró $\pi(\mathbf{r}, t)$ függvény, az ismert mágnességtani képlet értelemszerű kvantummechanikai általánosításával, a

$$\pi(\mathbf{r}, t) = -\operatorname{div} \psi^{+}(\mathbf{r}, t)\, \mathbf{M}\, \psi(\mathbf{r}, t)$$

alakban írható fel. Ha ide ψ helyére egy stacionárius állapotok sajátfüggvényeiből képezett (3) alakú szuperpozíciót helyettesítünk (ismét feltéve: $a_k = a_v = 1/\sqrt{2}$), úgy a mágneses sűrűségeloszlás a

$$\begin{aligned} \pi(\mathbf{r}, t) = &-\frac{1}{2}(\operatorname{div} \varphi_v^{+}\, \mathbf{M}\, \varphi_v + \operatorname{div} \varphi_k^{+}\, \mathbf{M}\, \varphi_k) - \\ &-\frac{1}{2}(\operatorname{div} \varphi_v^{+}\, \mathbf{M}\, \varphi_k \cdot e^{-i\omega t} + \operatorname{div} \varphi_k^{+}\, \mathbf{M}\, \varphi_v \cdot e^{i\omega t}) \end{aligned} \tag{4'}$$

alakot ölti. Látható, hogy a mágneses sűrűség $\exp(\pm i\omega t)$-vel arányos tagjainak amplitúdóját — s így a mágneses típusú sugárzás tulajdonságait — a $-\operatorname{div} \varphi_v^{+}\, \mathbf{M}\, \varphi_k$ vegyes mágneses sűrűség, ill. annak komplex konjugáltja határozza meg.

Ismeretes, hogy a keringő elektromos töltés mágneses momentumot, a keringő mágneses momentum pedig elektromos momentumot hoz létre. Ennek megfelelően a részecske (mozgó) elektromos töltéséhez mágneses sűrűség, (mozgó) mágneses momentumához pedig elektromos sűrűség tartozik. E sűrűségek időbeli változása révén az elektromos töltés mágneses típusú, a mágneses momentum elektromos típusú sugárzás kibocsátását eredményezheti. Ezekkel nem foglalkozunk cikkünkben.

A dipól-sugárzás

Vegyük szemügyre először a $J = 1$ impulzusmomentumú foton kibocsátását eredményező $l_k = 1 \to l_v = 0$ kvantumátmenetet. Az átmenethez tartozó $\varphi_v^{*}\varphi_k$ vegyes (elektromos) sűrűség (5) szerint a következő alakú:

$$\frac{1}{\sqrt{4\pi}} R_0^{*}(r) R_1(r) Y_{1m}(\vartheta, \varphi) = \begin{cases} -N_0 N_1 r e^{-(\alpha r)^2} \cdot \dfrac{\sin\vartheta}{\sqrt{2}} e^{i\varphi}, & m = 1, \\ N_0 N_1 r e^{-(\alpha r)^2} \cdot \cos\vartheta, & m = 0, \\ N_0 N_1 r e^{-(\alpha r)^2} \cdot \dfrac{\sin\vartheta}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi}, & m = -1. \end{cases} \tag{8}$$

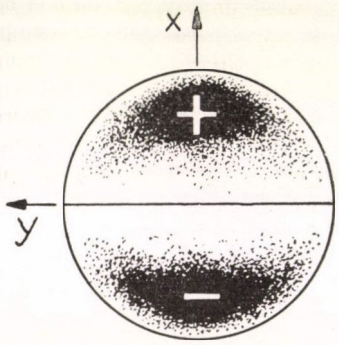
Itt azért, hogy a szemléletes kép kialakítását elősegítsük, az $R(r)$ radiális függvények helyére behelyettesítettük a $\hbar\alpha^2/M$ (*itt* M a sugárzó részecske tömege) frekvenciájú térbeli harmonikus oszcillátor (adott l-lel jellemzett energiaszintjei közül a legmélyebb szinthez tartozó) radiális függvényeit [3]; N_0 és N_1 alkalmas normálási együtthatókat jelölnek.

Képezzük most (8) felhasználásával a (4) sűrűség *periodikus időfüggést mutató részét*, melyet — félreértés nem merülhet fel — egyszerűen $\varrho(\mathbf{r}, t)$-vel jelölünk, s amelyhez indexként hozzáfüggesztjük a kezdeti állapot (s egyben a kibocsátott foton) impulzusmomentumának abszolút értékét és z-komponensét jellemző l, m kvantumszámokat:

$$\left.\begin{aligned}
\varrho_{11}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{N_0 N_1}{\sqrt{2}} r e^{-(\alpha r)^2} \sin\vartheta \cos(\omega t - \varphi), \\
\varrho_{10}(\mathbf{r}, t) &= N_0 N_1 r e^{-(\alpha r)^2} \cos\vartheta \cos\omega t, \\
\varrho_{1-1}(\mathbf{r}, t) &= \frac{N_0 N_1}{\sqrt{2}} r e^{-(\alpha r)^2} \sin\vartheta \cos(\omega t + \varphi).
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

E sűrűségfüggvények lényegesebb tulajdonságai a következők:

$\varrho_{1\pm1}(\mathbf{r}, t)$ a ($\vartheta = \pi/2$-nél maximális) $\sin\vartheta$ tényező jelenléte folytán r, φ és t rögzített értékei mellett az (x, y) síkban veszi fel (abszolút értékben) legnagyobb értékeit; a sűrűségeloszlás tehát az (x, y) sík mentén tömörül. Az (x, y) síkbeli előjelviszonyokat a $\mp\cos(\omega t \pm \varphi)$ tényező szabja meg. Szemléltetésül szolgáljon az 1. ábra, amely $t = 0$ esetére ábrázolja $\mp\varrho_{1\pm1}$ előjelviszonyait az (x, y) síkban. $\mp\varrho_{1\pm1}(\mathbf{r}, 0)$ az $x = \pm 1/\sqrt{2}\alpha$, $y = z = 0$ helyeken $\pm$ előjelű szélsőértékkel rendelkezik. $\varrho_{1\pm1}(\mathbf{r}, t)$ időfüggése egyszerűen azt eredményezi, hogy az 1. ábrán szemléltetett sűrűségeloszlás az idő múlásával $\pm\omega$ szögsebességű *forgómozgást* végez a z-tengely körül.



1. ábra

A $\varrho_{10}(\mathbf{r}, t)$ sűrűségeloszlás a $\cos\vartheta$ tényező jelenléte folytán a z-tengely köré tömörül. Az 1. ábra alapján $\varrho_{10}(\mathbf{r}, t)$ előjelviszonyairól is felvilágosítást kaphatunk. Ha ugyanis itt az x-tengelyt gondolatban a z-tengellyel helyettesítjük, a $\varrho_{10}(\mathbf{r}, t)$ függvény (y, z) síkbeli előjelviszonyait mutató ábrát kapjuk. A szélsőértékeknek megfelelő $\pm$ előjelű töltéstömörüléseket most az $x = y = 0$, $z = \pm 1/\sqrt{2}\alpha$ helyek környezetében találjuk. $\varrho_{10}(\mathbf{r}, t)$ időfüggése most abban áll, hogy a töltéssűrűség értéke a tér minden pontjában egyöntetűen a $\cos\omega t$ tényező által megszabott módon *oszcillál*.

A $J=1$ impulzusmomentumú fotonok kibocsátását eredményező (9) sűrűségfüggvények 1. ábránk tanúsága szerint dipól-jellegű töltéseloszlást írnak le. Ha a kibocsátott sugárzás hullámhossza lényegesen felülmúlja a sugárzó rendszer kiterjedését (ami a gyakorlatban általában teljesül), úgy e töltéseloszlások jó közelítéssel valódi (pontszerű) *dipól*nak tekinthetők; ebben az esetben radiális sűrűségfüggvények részletes alakja nem játszik szerepet s a sugárzás tulajdonságait a töltéseloszlás dipólmomentuma egymagában teljesen meghatározza. Ennek alapján nevezik általában a $J=1$ impulzusmomentumú fotonokból álló sugárzást *dipól-sugárzás*nak. A (9) sűrűségfüggvények időfüggésének fenti taglalása alapján a következőket mondhatjuk: A $J=1$ impulzusmomentumú, $M=\pm 1$ impulzusmomentum-vetületű fotonokból álló sugárzás forrása az (x, y) síkban elhelyezkedő, a z-tengely körül $\pm\omega$ szögsebességgel *forgó dipól;* az $M=0$ impulzusmomentum-vetületű fotonokból álló sugárzás forrása pedig a z-tengellyel párhuzamos, ω frekvenciájú *rezgő dipól* (lineáris oszcillátor).

Az előző megfontolásaink *elektromos dipól-sugárzás* esetére vonatkoztak. A következőkben egy fontos magfizikai jelenséget veszünk szemügyre: lassú neutron sugárzásos befogódását protonon ($n+p\to d+\gamma$). E folyamat *mágneses* típusú sugárzás kibocsátására vezet, mégpedig a nukleonok saját mágneses dipólmomentuma révén. Ez a következőképpen látható be. *Lassú* neutron esetében a kölcsönhatás ismert módon csak zérus pályamomentumú kezdeti állapot (S állapot) mellett jöhet létre; a folyamat végállapota: a deuteron ^3S alapállapota. Ennek megfelelően a sugárzás elektromos típusú nem lehet (az elektromos vegyes sűrűség ugyanis gömbszimmetrikus s így az elektrodinamika szerint nem sugároz), és a mágneses pályamomentumtól sem származhat (a (3) mintára képezett szuperpozíció ugyanis tiszta S állapot s így a mágneses pályamomentumhoz tartozó, (4') szerint képezett sűrűség eltűnik). A sugárzás forrása tehát egyedül a proton és a neutron saját mágneses momentuma lehet, melyek eredőjét az

$$\mathbf{M}=\mu_p\boldsymbol{\sigma}_p+\mu_n\boldsymbol{\sigma}_n=\tfrac{1}{2}(\mu_p+\mu_n)(\boldsymbol{\sigma}_p+\boldsymbol{\sigma}_n)+\tfrac{1}{2}(\mu_p-\mu_n)(\boldsymbol{\sigma}_p-\boldsymbol{\sigma}_n) \tag{10}$$

operátor reprezentálja. Itt $\boldsymbol{\sigma}_p$ és $\boldsymbol{\sigma}_n$ a spinirányt kijelölő Pauli-féle vektoroperátorok, μ_p és μ_n pedig a proton, ill. a neutron mágneses momentumának értékét jelöli.

Vegyük először szemügyre a ^1S kezdeti állapotból kiinduló átmenetet. A neutron-proton-rendszer teljes impulzusmomentumát szolgáltató eredő spin eközben 0-ról 1-re változik, s így a kibocsátott foton impulzusmomentumának abszolút értéke $J=1$. A relatív mozgást és a spineket leíró sajátfüggvény a kezdeti állapotban:

$$\varphi_k(\mathbf{r}, s_p, s_n)=R_k(r)\,Y_{00}(\vartheta,\varphi)\,\chi_{00}(s_p, s_n),$$

a végállapotban pedig:

$$\varphi_v(\mathbf{r}, s_p, s_n)=R_v(r)\,Y_{00}(\vartheta,\varphi)\,\chi_{1\mu}(s_p, s_n), \qquad \mu=\pm 1, 0.$$

$k\to 0$ hullámszámmal beeső neutron esetén $R_k(r)$ közelítőleg állandónak vehető: $R_k(r)=N_s=\text{const.}$, $R_v(r)$ helyébe az oszcillátor alapállapotának sajátfüggvényét helyettesítjük: $R_v(r)=N_t\exp[-(\alpha r)^2/2]$; végül $\chi_{00}(s_p, s_n)$ és $\chi_{1\mu}(s_p, s_n)$ ($\mu=\pm 1, 0$) a kétnukleon-rendszer szingulett, ill. triplett sajátfüggvénye (i), amelyek a $\uparrow$, ill. $\downarrow$ beállást jellemző

$\xi_{\frac{1}{2}}(s)$, $\xi_{-\frac{1}{2}}(s)$ spinfüggvényekből az ismert módon épülnek fel:

$$\chi_{11} = \xi_{\frac{1}{2}}(s_p)\,\xi_{\frac{1}{2}}(s_n),$$

$$\chi_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\xi_{\frac{1}{2}}(s_p)\,\xi_{-\frac{1}{2}}(s_n) - \xi_{-\frac{1}{2}}(s_p)\,\xi_{\frac{1}{2}}(s_n)\right]; \quad \chi_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\xi_{\frac{1}{2}}(s_p)\,\xi_{-\frac{1}{2}}(s_n) + \xi_{-\frac{1}{2}}(s_p)\,\xi_{\frac{1}{2}}(s_n)\right],$$

$$\chi_{1-1} = \xi_{-\frac{1}{2}}(s_p)\,\xi_{-\frac{1}{2}}(s_n).$$

A (4′)-ben szereplő $\varphi_v^+ \mathbf{M} \varphi_k$ vegyes mágneses momentumsűrűség képzésekor (itt az s_p, s_n spinváltozókra összegezés értendő) azt találjuk, hogy a (10) alatti $\mathbf{M}$ operátornak csak a második tagja: $(\mu_p - \mu_n)(\boldsymbol{\sigma}_p - \boldsymbol{\sigma}_n)/2$ ad el nem tűnő járulékot. Ennek az a magyarázata, hogy az első tag p-ben és n-ben szimmetrikus operátor, s így alkalmazása nem változtatja meg a mögötte álló függvény szimmetrikus vagy antiszimmetrikus voltát: szingulett függvényt szingulettbe, triplett függvényt triplettbe visz át; a triplett állapotokat a szingulett állapottal összekötő matrixelemei ennélfogva eltünnek. A számítás eredménye:

$$\varphi_v^+ \mathbf{M} \varphi_k = \begin{cases} -\dfrac{\mu_p - \mu_n}{8\pi} N_s N_t e^{-\frac{(\alpha r)^2}{2}} \cdot \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}, & \mu = 1, \\ \dfrac{\mu_p - \mu_n}{8\pi} N_s N_t e^{-\frac{(\alpha r)^2}{2}} \cdot 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & \mu = 0, \\ \dfrac{\mu_p - \mu_n}{8\pi} N_s N_t e^{-\frac{(\alpha r)^2}{2}} \cdot \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, & \mu = -1. \end{cases} \tag{8′}$$

Képezzük most e három vektor divergenciáját, s a kapott eredményt helyettesítsük (4′)-be. A (4′) sűrűségnek csupán *periodikus időfüggést mutató részét* írjuk fel, *ezt* jelöljük most $\pi(\mathbf{r}, t)$-vel, s indexként hozzáfüggesztjük a kibocsátott foton impulzusmomentumának $J = 1$ abszolút értékét és M vetületét (ez utóbbi most a végállapotbeli μ kvantumszám -1-szerese: $M = -\mu$).

A $\pi_{1M}(\mathbf{r}, t)$ mágneses sűrűségekre eszerint a következő kifejezéseket kapjuk:

$$\left.\begin{aligned} \pi_{11}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{N_s N_t}{\sqrt{2}} (\mu_p - \mu_n) \frac{\alpha^2}{4\pi} r e^{-\frac{(\alpha r)^2}{2}} \sin\vartheta \cos(\omega t - \varphi), \\ \pi_{10}(\mathbf{r}, t) &= N_s N_t (\mu_p - \mu_n) \frac{\alpha^2}{4\pi} r e^{-\frac{(\alpha r)^2}{2}} \cos\vartheta \cos\omega t, \\ \pi_{1-1}(\mathbf{r}, t) &= \frac{N_s N_t}{\sqrt{2}} (\mu_p - \mu_n) \frac{\alpha^2}{4\pi} r e^{-\frac{(\alpha r)^2}{2}} \sin\vartheta \cos(\omega t + \varphi). \end{aligned}\right\} \tag{9′}$$

A (9) és (9′) képleteket egybevetve a következőket állapíthatjuk meg. A (9′) alatt felírt mágneses sűrűségfüggvények, melyek a $J = 1$ impulzusmomentumú fotonokból álló, mágneses típusú sugárzás forrásaként szolgálnak, a ϑ, φ polárszögektől, valamint a t időtől való függés és ennek folyományaképpen az előjelviszonyok tekintetében is, az elektromos dipólsugárzás forrásait leíró (9) sűrűségfüggvényekkel *azonos* viselkedést mutatnak. (A sűrűség részletes radiális alakja — amint arra már az elektromos dipól-sugárzás tárgyalásánál rámutattunk — a sugárzó rendszer méreteinél lényeges nagyobb hullámhosszúságú sugárzás

esetén nem játszik szerepet.) Eszerint a $J=1$ impulzusmomentumú fotonokból álló mágneses sugárzás forrása, az elektromos sugárzáséhoz hasonlóan, *dipól*-jelleget mutat. Ennek megfelelően nevezik a sugárzást *mágneses dipól-sugárzás*nak.

(A protonon fellépő sugárzásos neutronbefogás tárgyalásának teljessé tétele érdekében megemlítjük, hogy ^3S kezdeti állapot esetén a $-\operatorname{div}\varphi_v^+\mathbf{M}\varphi_k$ vegyes mágneses sűrűség — szögfüggése alapján ítélve — ugyancsak dipól-jelleget mutat; sugárzás azonban nem jön létre, minthogy a $-\operatorname{div}\varphi_v^+\mathbf{M}\varphi_k$ sűrűségnek a sugárzás erősségét megszabó dipólmomentuma — amely egyébként megegyezik $\mathbf{M}$ átmeneti matrixelemével: $-\int \mathbf{r}\operatorname{div}\varphi_v^+\mathbf{M}\varphi_k\,dV=\int\varphi_v^+\mathbf{M}\varphi_k\,dV$, a kezdeti s a végállapot radiális függvényeinek ortogonalitása folytán eltűnik. Az ortogonalitás annak folyománya, hogy mindkét radiális függvény ugyanannak a (triplett) radiális Hamilton-operátornak sajátfüggvénye, de különböző energiasajátértékek mellett.)

A dipól-sugárzásra vonatkozó megfontolásaink befejezéseként megállapítjuk: a *paritásra* vonatkozó ismert kiválasztási szabályok szemléletes jelentése is felismerhető tárgyalásunk alapján. Elektromos dipól-sugárzás esetén $\varphi_v^*\varphi_k$-nak, mágneses dipól-sugárzás esetén $-\operatorname{div}\varphi_v^+\mathbf{M}\varphi_k$-nak kell páratlan függvénynek lennie. Ez a kezdeti és a végállapot P_k, ill. P_v paritása között

elektromos dipól-sugárzás esetére a $P_v=-P_k$,
mágneses dipól-sugárzás esetére a $P_v=P_k$

ismert összefüggést adja.

A kvadrupól-sugárzás

Vizsgáljuk meg most a $J=2$ impulzusmomentumú foton kibocsátását eredményező $l_k=2\to l_v=0$ kvantumátmenetet. A megfelelő (elektromos) vegyes sűrűségek (5) szerint a következő alakúak:

$$\frac{1}{\sqrt{4\pi}}R_0^*(r)R_2(r)Y_{2m}(\vartheta,\varphi)=\begin{cases}N_0N_2r^2e^{-(\alpha r)^2}\cdot\sqrt{\frac{3}{8}}\sin^2\vartheta\,e^{\pm 2i\varphi}, & m=\pm 2,\\ \mp N_0N_2r^2e^{-(\alpha r)^2}\cdot\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\vartheta\cos\vartheta\,e^{\pm i\varphi}, & m=\pm 1,\\ N_0N_2r^2e^{-(\alpha r)^2}\cdot\left(\frac{3}{2}\cos^2\vartheta-\frac{1}{2}\right), & m=0.\end{cases}\tag{11}$$

(Itt ismét az oszcillátor megfelelő radiális sajátfüggvényeit helyettesítettük be.) Képezzük most is, mint (9) alatt, a vegyes sűrűségekből kiindulva, a (4) elektromos sűrűség *időtől függő részét*. Eredményünk:

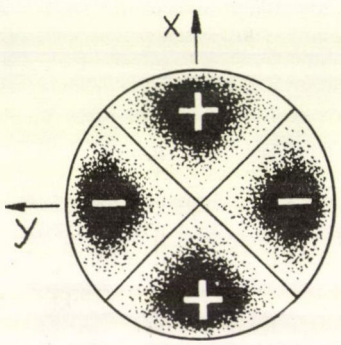
$$\varrho_{2\pm 2}(\mathbf{r},t)=\sqrt{\frac{3}{8}}N_0N_2r^2e^{-(\alpha r)^2}\sin^2\vartheta\cos(\omega t\mp 2\varphi),\tag{12}$$

$$\varrho_{2\pm 1}(\mathbf{r},t)=\mp\sqrt{\frac{3}{2}}N_0N_2r^2e^{-(\alpha r)^2}\sin\vartheta\cos\vartheta\cos(\omega t\mp\varphi),\tag{13}$$

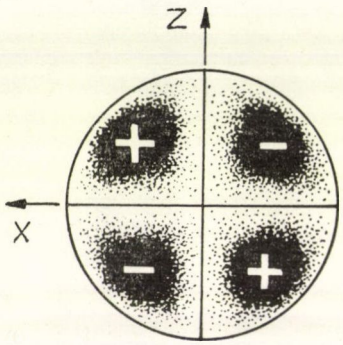
$$\varrho_{20}(\mathbf{r},t)=N_0N_2r^2e^{-(\alpha r)^2}\left(\frac{3}{2}\cos^2\vartheta-\frac{1}{2}\right)\cos\omega t.\tag{14}$$

(Itt ω ismét az átmenet Bohr-féle frekvenciát jelenti: $\omega=(E_k-E_v)/\hbar$.) Ezek a sűrűségfüggvények a következő tulajdonságokkal rendelkeznek:

$\varrho_{2\pm2}(\mathbf{r}, t)$ a ($\vartheta = \pi/2$-nél maximális) $\sin^2\vartheta$ tényező jelenléte folytán r, φ, t rögzített értékei mellett az (x, y) síkban veszi fel (abszolút értékben) legnagyobb értékeit; a sűrűségeloszlás tehát az (x, y) sík mentén tömörül. Az (x, y) síkbeli előjelviszonyokat az $r^2 \sin^2\vartheta \cos(\omega t \mp 2\varphi) \equiv (x^2 - y^2)\cos\omega t \pm$ $\pm 2xy \sin\omega t$ tényező szabja meg. Ennek értéke $t = 0$ esetén $x^2 - y^2$; könnyen leolvasható, hogy a töltéseloszlás előjele ekkor az (x, y) síkban a 2. ábrán szemléltetett módon változik. $\varrho_{2\pm2}(\mathbf{r}, 0)$ az $x = \pm 1/\alpha$, $y = z = 0$ és az $x = 0$, $y = \pm 1/\alpha$, $z = 0$ helyeken veszi fel szélsőértékeit, a φ azimutszög növekedtével rendre $+, -, +, -$ előjellel. A töltéseloszlás láthatóan *kvadrupól*-jellegű $\varrho_{2\pm2}(\mathbf{r}, t)$ időfüggése azt eredményezi, hogy a 2. ábrán szemléltetett töltéseloszlás az idő múlásával a z-tengely körül $\pm\omega/2$ szögsebességű *forgómozgást* végez.



2. ábra



3. ábra

A $\mp\varrho_{2\pm1}(\mathbf{r}, t)$ előjelét meghatározó $i^2 \sin\vartheta \cos\vartheta \cos(\omega t \mp \varphi) \equiv z(x\cos\omega t \pm$ $\pm y \sin\omega t)$ tényező $t = 0$ esetén zx-et ad. Ekkor a töltéseloszlás a (z, x) sík mentén tömörül, előjele a síkban nyilvánvalóan a 3. ábrán szemléltetett módon váltakozik. $\pm\varrho_{2\pm1}(\mathbf{r}, 0)$ szélsőértékeit az $x = \pm 1/\sqrt{2}\alpha$, $y = 0$, $z = \pm 1/\sqrt{2}\alpha$ koordinátákkal jellemzett *négy* pontban találjuk, ismét rendre váltakozó előjellel. Ismét látható, hogy a töltéseloszlás *kvadrupól*-jellegű. $\varrho_{2\pm1}(\mathbf{r}, t)$ időfüggése azt eredményezi, hogy a 3. ábrán szemléltetett töltéseloszlás a z-tengely körül $\pm\omega$ szögsebességű *forgást* végez.

A $\varrho_{20}(\mathbf{r}, t)$ sűrűség ugyancsak *kvadrupól*-jellegű eloszlásokból származtatható. Amint az előzőkben láttuk, a $\varrho_{2\pm2}(\mathbf{r}, 0)$ sűrűségfüggvény a 2. ábrán szemléltetett kvadrupól-jellegét az előjelviszonyokat megszabó $x^2 - y^2$ tényező felléptének köszönheti. A $\varrho_{20}(\mathbf{r}, t)$ töltéseloszlás szögfüggését (14) szerint megszabó $r^2(3\cos^2\vartheta - 1)/2 \equiv [(z^2 - y^2) + (z^2 - x^2)]$ kifejezés láthatóan két ilyen kvadrupól-jelleget adó kifejezés számtani közepe. [Megjegyezzük, hogy a $\varrho_{20}(\mathbf{r}, t)$ sűrűségfüggvény úgy is származtatható, hogy a 2. ábrán szemléltetett töltéseloszlást — melynek pozitív pólusai feküdjenek most a z-tengelyen

— a z-tengely körül megforgatjuk, és az elforgatás szögére 0-tól 2π-ig átlagolunk.] $\varrho_{20}(\mathbf{r}, t)$ időfüggése azt eredményezi, hogy a sűrűség értéke a tér minden pontjában egyöntetűen a $\cos \omega t$ tényező által megszabott módon oszcillál.

Amint látjuk, a $J=2$ impulzusmomentumú fotonok kibocsátását eredményező sűrűségek *kvadrupól*-jellegűek. Ismét elmondhatjuk, hogyha a kibocsátott sugárzás hullámhossza a sugárzó rendszer kiterjedését lényegesen felülmúlja, úgy a sűrűségfüggvények részletes radiális alakja nem játszik szerepet s a töltéseloszlások valódi (pontszerű) *kvadrupól*nak tekinthetők; ez esetben a sugárzás tulajdonságait a kvadrupólmomentum teljesen meghatározza. — Ennek megfelelően nevezik általában $J=2$ impulzusmomentumú fotonokból álló sugárzást *kvadrupól-sugárzás*nak.

Az előzőkben tanulmányozott *elektromos kvadrupól-sugárzás* után foglalkozzunk most a következő feladattal. Vegyünk szemügyre egy 1/2 spinű részecskét, amely az $l_k=1$ pályamomentumú, s a pályamomentum és spin eredőjének $j_k=3/2$ értékével jellemzett kezdeti állapotból az $l_v=0$, $j_v=1/2$ kvantumszámokkal rendelkező végállapotba megy át, sugárzás kibocsátása közben. Az impulzusmomentum megmaradását kifejező $\mathbf{J}=\mathbf{j}_k-\mathbf{j}_v$ vektoregyenlet a kibocsátott foton impulzusmomentumának nagyságát megadó J kvantumszámra az 1, 2 értékeket engedi meg. Tekintettel arra, hogy a kezdeti és a végállapot ellentétes paritású: $P_v=-P_k$, a $J=1$ érték *elektromos* dipól-sugárzáshoz tartozik. A *mágneses* sűrűség eszerint tisztán $J=2$ impulzusmomentumú fotonok kisugárzását eredményezheti.

Vegyük most szemügyre az ezen átmenethez tartozó mágneses vegyes sűrűséget. A $j_k=3/2$, $l_k=1$ kvantumszámokkal jellemzett kezdeti állapot hullámfüggvénye a $\sqrt{(j\pm m)/2j}$ Clebsch—Gordan-féle együtthatók segítségével építhető fel ismert módon a pályamomentum $l_k=1$ értékéhez tartozó $Y_{1m}(\vartheta, \varphi)$ sajátfüggvényekből és a ξ_μ $(\mu=\pm 1/2)$ spinfüggvényekből:

$$\varphi_k=R_1(r)\left[\sqrt{\frac{\frac{3}{2}+m}{3}}\,Y_{1,\,m-\frac{1}{2}}(\vartheta,\varphi)\,\xi_{\frac{1}{2}}(s)+\sqrt{\frac{\frac{3}{2}-m}{3}}\,Y_{1,\,m+\frac{1}{2}}(\vartheta,\varphi)\,\xi_{-\frac{1}{2}}(s)\right],\quad m=\pm\tfrac{3}{2},\ \pm\tfrac{1}{2}; \tag{15}$$

a végállapot sajátfüggvénye pedig egyszerűen:

$$\varphi_v=R_0(r)\,Y_{00}(\vartheta,\varphi)\,\xi_\mu(s),\qquad \mu=\pm\tfrac{1}{2}. \tag{16}$$

Tegyük fel, hogy a részecskének nincs töltése (neutron), ekkor a mágneses momentum operátorához egyedül a spin szolgáltat járulékot: $\mathbf{M}=\mu_n\sigma$. A $\varphi_v^+\mathbf{M}\varphi_k$ vegyes mágneses momentumsűrűség képzésekor azt találjuk, hogy míg $M=\pm 2$ impulzusmomentum-vetületű foton kizárólag az $m_k=\pm 3/2\to m_v=\mp 1/2$ átmenet során kerülhet kibocsátásra, az $M=\pm 1$ érték mind $m_k=\pm 3/2\to m_v=\pm 1/2$, mind $m_k=\pm 1/2\to m_v=\mp 1/2$ esetén, és ugyanígy, $M=0$ mind $m_k=1/2\to m_v=1/2$, mind pedig $m_k=-1/2\to m_v=-1/2$ esetén fellép. Mindkét említett alternatíva esetében csak az elsőként említett esettel foglalkozunk, minthogy célunk csupán a szemléltetés; a (rögzített M-hez tartozó) sugárzás intenzitásának (ill. valószínűségének) számításánál az adott M-hez tartozó intenzitásokat természetesen összegeznünk kell. Meg lehet győződni róla, hogy a másodiknak említett esetben — arányossági tényezőktől eltekintve — ugyanazon sűrűségfüggvényeket kapjuk. — A mondottakat figye-

lembe véve képezzük tehát a vegyes mágneses momentumsűrűségeket:

$$\varphi_v^+ \mathbf{M} \varphi_k = \left\{ \begin{array}{ll} \mp \mu_n N_0 N_1 r e^{-(\alpha r)^2} \cdot \frac{\sin\vartheta}{\sqrt{2}} e^{\pm i\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \\ 0 \end{pmatrix}, & m_k = \pm\frac{3}{2} \to m_v = \mp\frac{1}{2}, \\ & M = \pm 2; \\ \mp \mu_n N_0 N_1 r e^{-(\alpha r)^2} \cdot \frac{\sin\vartheta}{\sqrt{2}} e^{\pm i\varphi} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm 1 \end{pmatrix}, & m_k = \pm\frac{3}{2} \to m_v = \pm\frac{1}{2}, \\ & M = \pm 1; \\ \mu_n N_0 N_1 r e^{-(\alpha r)^2} \cdot \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\vartheta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{\sin\vartheta}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \right], & m_k = \frac{1}{2} \to m_v = \frac{1}{2}, \\ & M = 0. \end{array} \right\} \tag{11'}$$

(Ismét oszcillátorfüggvényeket írtunk be.) Képezzük, mint (8')-nél is, e vektorok divergenciáját, s a kapott eredményt helyettesítsük (4')-be. Az így adódó sűrűségeknek ismét csupán *időfüggő részét* írjuk fel; ezt jelöljük $\pi_{2M}(\mathbf{r}, t)$-vel ($M = \pm 2, \pm 1, 0$):

$$\pi_{2\pm 2}(\mathbf{r}, t) = \pm\sqrt{2} N_0 N_1 \mu_n \alpha^2 \cdot r^2 e^{-(\alpha r)^2} \sin^2\vartheta \cos(\omega t \mp 2\varphi), \tag{12'}$$

$$\pi_{2\pm 1}(\mathbf{r}, t) = -\sqrt{2} N_0 N_1 \mu_n \alpha^2 \cdot r^2 e^{-(\alpha r)^2} \sin\vartheta \cos\vartheta \cos(\omega t \mp \varphi), \tag{13'}$$

$$\pi_{20}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\frac{8}{3}} N_0 N_1 \mu_n \alpha^2 \cdot r^2 e^{-(\alpha r)^2} \left(\frac{3}{2} \cos^2\vartheta - \frac{1}{2} \right) \cos\omega t. \tag{14'}$$

A kapott sűrűségfüggvényeket (12—13—14)-gyel egybevetve azonnal láthatjuk, hogy a $\varrho_{2M}(\mathbf{r}, t)$ elektromos és a $\pi_{2M}(\mathbf{r}, t)$ mágneses sűrűségek — állandó szorzótól eltekintve — azonos alakúak. Megállapíthatjuk tehát, hogy a $J = 2$ impulzusmomentumú fotonokból álló mágneses sugárzás forrása is, éppúgy, mint az elektromos típusú sugárzásé, *kvadrupól*-jelleget mutat. Indokolt tehát e sugárzás-típusra a *mágneses kvadrupól-sugárzás* elnevezés.

A paritás kiválasztási szabályai ismét szemléletes megfontolással megindokolhatók. A (mágneses, ill. elektromos) vegyes sűrűségnek most páros függvénynek kell lennie. Ez a követelmény

elektromos kvadrupól-sugárzás esetére a $P_v = P_k$,

mágneses kvadrupól-sugárzás esetére a $P_v = -P_k$

ismert kiválasztási szabályra vezet.

Az oktupól-sugárzás

Vizsgáljuk meg most a $J = 3$ impulzusmomentumú foton kibocsátását eredményező $l_k = 3 \to l_v = 0$ kvantumátmeneteket. A kezdeti állapot (s épp így a foton) impulzusmomentumának vetülete most *hét* különböző értéket vehet fel ($m = \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$). E nagyszámú eset mindegyikével nem szükséges külön foglalkoznunk, következtetéseink levonásához elegendő az $m = \pm 3, \pm 2$ eseteket szemügyre vennünk. A megfelelő vegyes sűrűségek (ismét oszcillátorfüggvényeket írva be):

$$\frac{1}{\sqrt{4\pi}} R_0^*(r) R_3(r) Y_{3m}(\vartheta, \varphi) = \left\{ \begin{array}{ll} \mp N_0 N_3 r^3 e^{-(\alpha r)^2} \cdot \frac{\sin^3\vartheta}{\sqrt{6}} e^{\pm 3i\varphi}, & m = \pm 3, \\ N_0 N_3 r^3 e^{-(\alpha r)^2} \cdot \sin^2\vartheta \cos\vartheta e^{\pm 2i\varphi}, & m = \pm 2. \end{array} \right\} \tag{17}$$

Képezzük ebből, amint azt már többször tettük, a (4) sűrűség időtől függő részét:

$$\varrho_{3\pm3}(\mathbf{r}, t) = \pm \frac{N_0 N_3}{\sqrt{6}} r^3 e^{-(\alpha r)^2} \cdot \sin^3\vartheta \cos(\omega t \mp 3\varphi), \tag{18}$$

$$\varrho_{3\pm2}(\mathbf{r}, t) = N_0 N_3 r^3 e^{-(\alpha r)^2} \cdot \sin^2\vartheta \cos\vartheta \cos(\omega t \mp 2\varphi). \tag{19}$$

A most feljegyzett elektromos sűrűségek mellett képezzük összehasonlítás céljából az analóg ($J=3$-hoz tartozó) mágneses sugárzás forrásának sűrűségfüggvényeit. Az $l_k=2$, $j_k=5/2 \to l_p=0$, $j_p=1/2$ átmeneteket tekintjük. Az impulzusmomentum megmaradásából J-re az $5/2-1/2=2$, $5/2+1/2=3$ lehetséges értékek adódnak. $P_p=P_k$-ra való tekintettel a $J=2$ érték elektromos kvadrupól-sugárzáshoz tartozik. A mágneses sűrűség eszerint tisztán $J=3$ impulzusmomentumú fotonok kisugárzását eredményezheti.

A kezdeti állapot hullámfüggvényét (15) mintájára képezhetjük:

$$\varphi_k = R_2(r)\left[\sqrt{\frac{\frac{5}{2}+m}{5}}\, Y_{2,\, m-\frac{1}{2}}(\vartheta,\varphi)\,\xi_{\frac{1}{2}}(s) + \sqrt{\frac{\frac{5}{2}-m}{5}}\, Y_{2,\, m+\frac{1}{2}}(\vartheta,\varphi)\,\xi_{-\frac{1}{2}}(s)\right],$$

$$m = \pm\tfrac{5}{2},\ \pm\tfrac{3}{2},\ \pm\tfrac{1}{2};$$

a végállapotot most is (16) írja le. A mágneses momentumsűrűséget ismét neutron esetére határozzuk meg, az $m_k=\pm 5/2 \to m_p=\mp 1/2$ és az $m_k=\pm 5/2 \to m_p=\pm 1/2$ átmenetekre szorítkozva. Oszcillátorfüggvényeket használva kapjuk:

$$\varphi_p^+ \mathbf{M} \varphi_k = \left\{ \begin{array}{ll} \mu_n N_0 N_2 r^2 e^{-(\alpha r)^2} \cdot \sin^2\vartheta e^{\pm 2i\varphi} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \\ 0 \end{pmatrix}, & m_k = \pm\frac{5}{2} \to m_p = \mp\frac{1}{2}, \\ & M = \pm 3; \\ \mu_n N_0 N_2 r^2 e^{-(\alpha r)^2} \cdot \sin^2\vartheta e^{\pm 2i\varphi} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm 1 \end{pmatrix}, & m_k = \pm\frac{5}{2} \to m_p = \pm\frac{1}{2}, \\ & M = \pm 2. \end{array} \right\} \tag{17'}$$

Ennek divergenciáját képezve s a kapott eredményt (4')-be helyettesítve, a mágneses sűrűség $\pi_{3M}(\mathbf{r}, t)$ időfüggő részére a következőket kapjuk:

$$\pi_{3\pm3}(\mathbf{r}, t) = 2 N_0 N_2 \mu_n \alpha^2 \cdot r^3 e^{-(\alpha r)^2} \sin^3\vartheta \cos(\omega t \mp 3\varphi), \tag{18'}$$

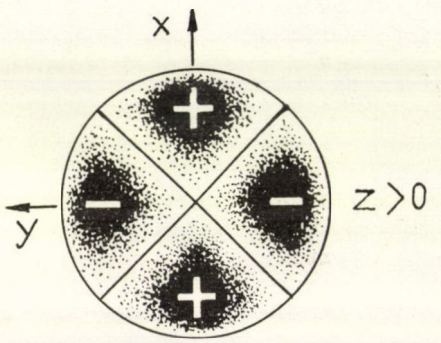
$$\pi_{3\pm2}(\mathbf{r}, t) = \pm 2 N_0 N_2 \mu_n \alpha^2 \cdot r^3 e^{-(\alpha r)^2} \sin^2\vartheta \cos\vartheta \cos(\omega t \mp 2\varphi). \tag{19'}$$

Eredményünket (18—19)-cel egybevetve megállapíthatjuk, hogy a $\varrho_{3M}(\mathbf{r}, t)$ elektromos és a $\pi_{3M}(\mathbf{r}, t)$ mágneses sűrűségek — állandó szorzótól eltekintve — azonos alakúak.

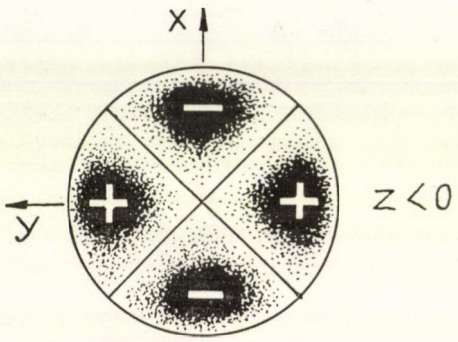
Vizsgáljuk meg most a kapott sűrűségfüggvények tulajdonságait.

$\varrho_{3\pm2}(\mathbf{r}, t)$ (valamint az analóg $\pi_{3\pm2}(\mathbf{r}, t)$ kifejezés) tulajdonságait vesszük először szemügyre. Ennek előjelét az $r^3 \sin^2\vartheta \cos\vartheta \cos(\omega t \pm 2\varphi) \equiv$ $\equiv [(x^2-y^2)\cos\omega t \pm 2xy \sin\omega t]z$ tényező szabja meg. E kifejezés értéke $t=0$ esetén $(x^2-y^2)z$. Ennek zérushelyei az $x+y=0$, $x-y=0$, $z=0$ páronként egymásra merőleges síkok. E három sík a teret nyolc nyolcadra osztja; a sűrűség e térnyolcadokban rendre váltakozó előjelű, s mindegyik nyolcadban egy-egy szélsőértéket (töltéstömörülést) találunk (az $x=\pm 1/\alpha$,

$y=0$, $z=\pm 1/\sqrt{2}\alpha$ és az $x=0$, $y=\pm 1/\alpha$, $z=\pm 1\sqrt{2}\,\alpha$ helyeken). Ha csak a felső félteret tekintjük ($z>0$), egy kvadrupólus áll előttünk (4. ábra); ugyanezt mondhatjuk el az alsó féltérről ($z<0$) is (5. ábra). A két kvadrupólus — mint ábráink mutatják — „ellentett előjellel" helyezkedik el egymás mellett, vagyis olymódon, hogy az alsó kvadrupólus + töltései fölött a felső — töltéseit találjuk és viszont. Két ilyen egymás szomszédságában elhelyezkedő, ellentett kvadrupólusból felépített alakzatot neveznek *oktupólus*nak. A vizsgált esetben azt találtuk, hogy a $J=3$ impulzusmomentumú fotont (mint (19)-ből látjuk: forgó) *oktupól*-jellegű forrás bocsátja ki. Érthetőnek látszik ezért a $J=3$ impulzusmomentumú fotonokból álló sugárzásra az *oktupól-sugárzás* elnevezés.



4. ábra

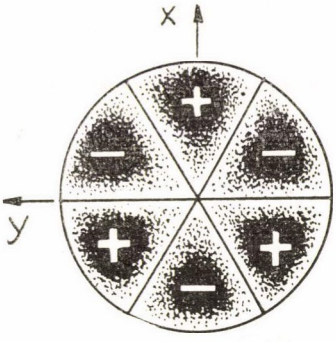


5. ábra

Az eddigiekben: a $J=1, 2$ impulzusmomentumú fotonok emissziójánál, valamint az imént bemutatott $J=3$-as példánál intuitíve, közvetlen szemléletünk alapján állapítottuk meg a kibocsátott foton impulzusmomentuma és a sugárzás forrásának multipól-jellege között fennálló kapcsolatot, anélkül, hogy a multipólusokra valamilyen általános definíciót adtunk volna. Az eddigiekben alkalmazott, tisztán a szemléleten alapuló, „naiv" tárgyalás igen instruktív; mindazonáltal, amint azt éppen az alább tárgyalásra kerülő esetben látni fogjuk, nem mindig vihető keresztül. Éppen ezért a következő szakaszban foglalkoznunk kell majd a multipólusok általános definíciójával. Most azonban lássunk legközelebbi feladatunkhoz: vegyük szemügyre a (18) alatt felírt (elektromos s az analóg (18′) alatti mágneses) sűrűséget.

A $\varrho_{3\pm 3}(\mathbf{r}, t)$ sűrűségfüggvény a $\sin^3\vartheta$ alakú ϑ-függés folytán az (x, y) sík mentén tömörül. A $t=0$ pillanatban az (x, y) síkban mutatott előjelviszonyokat a 6. ábra szemlélteti. Eszerint az (x, y) sík *hat* szögtartományra oszlik fel, melyekben $\varrho_{3\pm 3}(\mathbf{r}, 0)$ rendre váltakozó előjelű, s mindegyik szögtartományban [az $r=\sqrt{1,5}/\alpha$, $\varphi=n\pi/3$ ($n=$egész) helyeken] egy-egy szélsőértéket

találunk. $\varrho_{3\pm3}(\mathbf{r},t)$ időfüggése a 6. ábrán szemléltetett eloszlás $\pm\omega/3$ szögsebességű forgását eredményezi. — Látnivaló, hogy $\varrho_{3\pm3}(\mathbf{r},t)$ *hat* váltakozó előjelű ponttöltésből felépített rendszerrel állítható párhuzamba. Ez meglepőnek tűnhet, hiszen korábban (19) taglalásakor arra a megállapításra jutottunk, hogy a $J=3$ impulzusmomentummal kisugárzott foton forrása *oktupólus* (tehát *nyolc*pólus)-jellegű.



6. ábra

A multipólusoknak most sorrakerülő általános tárgyalása meg fogja mutatni, hogy igenis ésszerű és következetes a $J=3$ impulzusmomentumú fotonok kibocsátását eredményező sűrűségeket egységesen *oktupólus*nak (s általában impulzusmomentum esetén: 2^J-pólusnak) nevezni. Az eddigiekben alkalmazott szemléletes, „naiv" tárgyalás, mely a $J=1, 2,$ s részben a $J=3$ esetben bevált, már egyes $J=3$ átmeneteknél is (mint láttuk), és méginkább $J>3$ esetén, felmondja a szolgálatot. Mindazonáltal látni fogjuk, hogy megadható a reducibilis és irreducibilis multipólusokra egy — nem kevésbé szemléleti alapokon nyugvó (legfeljebb kevésbé „naiv") — általános tárgyalás, melynek alapján a J impulzusmomentum tetszés szerinti értékéhez tartozó általános eset is jól megragadható.

Reducibilis és irreducibilis multipólusok

Egy elektromos *pólus* (ponttöltés) sűrűségeloszlását a Dirac-féle δ-függvénnyel írhatjuk le. Tekintettel a Dirac-delta rendkívül szinguláris tulajdonságaira, gyakorlati célokra gyakran célszerű azt egy az origóban éles maximummal rendelkező, attól távolodva gyorsan (de véges távolságon) zérushoz tartó függvénnyel, például a

$$\delta^*(\mathbf{r}) = N_0 e^{-2(\alpha r)^2} \tag{20}$$

Gauss-függvénnyel helyettesíteni (mely N_0 alkalmas választásával normálttá tehető). Vezessük be itt a $\xi^2 = 2(\alpha r)^2$ jelölést: $\delta^*(\mathbf{r}) = N_0 \exp(-\xi^2)$.

Miképpen képezhetünk a (20) függvénnyel leírt pólusból dipólust és még magasabb rendű multipólusokat? Könnyen látható, hogy ha (20)-at a

$$\xi_1 = \sqrt{2}\alpha x, \quad \xi_2 = \sqrt{2}\alpha y, \quad \xi_3 = \sqrt{2}\alpha z$$

változók valamelyike szerint differenciáljuk s ezután — később nyilvánvalóvá váló célszerűségi okokból — a szögfüggést változatlanul hagyó $\exp(\xi^2/2)$ gömbszimmetrikus függvénnyel megszorozzuk, az egy pozitív és egy negatív szélső-

értékkel rendelkező

$$\varrho_{100}(\mathbf{r}) = N_{100} e^{\xi^2/2} \frac{\partial}{\partial \xi_1} e^{-\xi^2}, \quad \varrho_{010}(\mathbf{r}) = N_{010} e^{\xi^2/2} \frac{\partial}{\partial \xi_2} e^{-\xi^2}, \quad \varrho_{001}(\mathbf{r}) = N_{001} e^{\xi^2/2} \frac{\partial}{\partial \xi_3} e^{-\xi^2} \tag{21}$$

dipól-jellegű sűrűségfüggvényeket kapjuk.

(Könnyen látható, hogy pl. a (21) alatti $\varrho_{001}(\mathbf{r}) \sim z \exp[-(\alpha r)^2] = r \exp[-(\alpha r)^2] \cdot \cos \vartheta$ állandó tényezőtől eltekintve a (9) alatti $\varrho_{10}(\mathbf{r}, 0)$-lal azonos; l. az 1. ábrát.)

Újabb differenciálással a szélsőhelyek számát megkétszerezhetjük. A

$$\varrho_{011}(\mathbf{r}) = N_{011} e^{\xi^2/2} \frac{\partial^2}{\partial \xi_2 \partial \xi_3} e^{-\xi^2}, \quad \varrho_{101}(\mathbf{r}) = N_{101} e^{\xi^2/2} \frac{\partial^2}{\partial \xi_3 \partial \xi_1} e^{-\xi^2},$$
$$\varrho_{110}(\mathbf{r}) = N_{110} e^{\xi^2/2} \frac{\partial^2}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} e^{-\xi^2} \tag{22}$$

sűrűségfüggvények négy, rendre váltakozó előjelű szélsőhellyel rendelkező, *kvadrupól*-jellegű eloszlást írnak le.

(Megállapíthatjuk, hogy pl. $\varrho_{101}(\mathbf{r}) \sim zx \exp[-(\alpha r)^2] = r^2 \exp[-(\alpha r)^2] \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cos \varphi$ állandó szorzótól eltekintve a (13) alatti $\varrho_{2\pm1}(\mathbf{r}, 0)$-lal azonos; l. a 3. ábrát.)

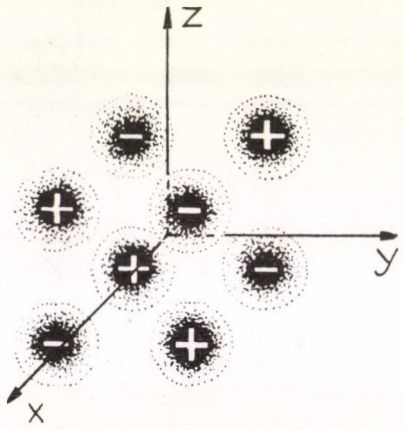
Továbbhaladva, még egy differenciálással kapjuk a

$$\varrho_{111}(\mathbf{r}) = N_{111} e^{\xi^2/2} \frac{\partial^3}{\partial \xi_1 \partial \xi_2 \partial \xi_3} e^{-\xi^2}, \tag{23}$$

minden térnyolcadban egy-egy (rendre váltakozó előjelű) szélsőhellyel rendelkező, *oktupólus*-jellegű eloszlást (l. a 7. ábrát).

(Megjegyezzük, hogy $\varrho_{111}(\mathbf{r}) \sim xyz \cdot \exp[-(\alpha r)^2]$ állandó szorzótól eltekintve a (19) alatti $\varrho_{3\pm2}(\mathbf{r}, t)$ függvény $\omega t = \pi/2$ esetén érvényes alakjával azonos.)

Példáinkban azt találtuk, hogy a szélsőhelyek számát minden differenciálás megkétszerezi. Indokoltnak látszik tehát a



7. ábra

$$\varrho_{l_1 l_2 l_3}(\mathbf{r}) = N_{l_1 l_2 l_3} e^{\xi^2/2} \frac{\partial^l}{\partial \xi_1^{l_1} \partial \xi_2^{l_2} \partial \xi_3^{l_3}} e^{-\xi^2} \qquad (l = l_1 + l_2 + l_3) \tag{24}$$

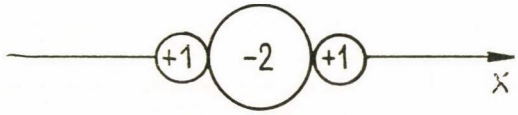
függvénnyel leírt töltéseloszlást 2^l-*pólus*nak nevezni.

[Megjegyezzük, hogy a (24) általános képlettel definiált 2^l-pólus $\varrho_{l_1 l_2 l_3}(\mathbf{r})$ sűrűségfüggvénye nem mindig rendelkezik 2^l számú — jól elkülönült töltés-

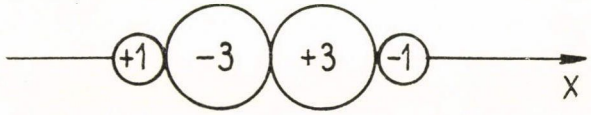
tömörülést reprezentáló — szélsőhellyel; csupán akkor, ha l_1, l_2, l_3 egyike sem nagyobb egynél, mint (20—21—22—23) példáink esetében. Ellenkező esetben a 2^l számú töltéstömörülés közül egyesek átfedik egymást. Tájékoztatásul szolgáljanak a 8., 9., 10., 11. ábrák, amelyek rendre a $\varrho_{200}, \varrho_{300}, \varrho_{400}, \varrho_{500}$ függvényekkel leírt 2^2-, 2^3-, 2^4-, 2^5-pólusokat szemléltetik.]

A (24) alatt definiált $\varrho_{l_1 l_2 l_3}(\mathbf{r})$ függvények a térbeli harmonikus oszcillátor l_1, l_2, l_3 oszcillátor-kvantumszámokkal jellemzett sajátfüggvényeivel azonos alakúak. A (24) függvények összessége ($l_1, l_2, l_3 = 0, 1, 2, \ldots$) tehát — alkalmas normálás esetén — *teljes ortonormált függvényrendszer*. Ennek megfelelően *bármely, a végtelenben eltűnő töltéseloszlás sűrűségfüggvénye a* (24) *alatt definiált multipólusok szerint sorbafejthető.*

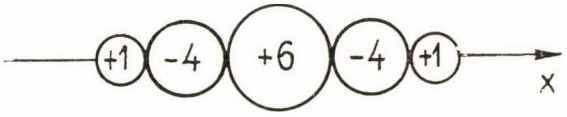
Rá kell mutatnunk, hogy a multipólusok most megadott (24) definíciójánál nem a felhasznált radiális függvény konkrét alakján van a hangsúly:



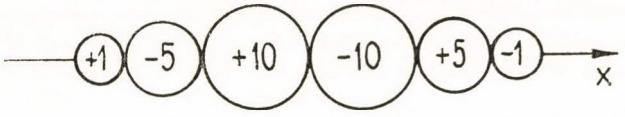
8. ábra. A ϱ_{200} sűrűségfüggvénnyel leírt 2^2-pólus (kvadrupólus) kvalitatív képe



9. ábra. A ϱ_{300} sűrűségfüggvénnyel leírt 2^3-pólus (oktupólus) kvalitatív képe



10. ábra. A ϱ_{400} sűrűségfüggvénnyel leírt 2^4-pólus kvalitatív képe



11. ábra. A ϱ_{500} sűrűségfüggvénnyel leírt 2^5-pólus kvalitatív képe

Az ábráinkon bemutatott *lineáris* 2^l-pólusokat alkotó egyes töltéstömörülésekben foglalt töltés (relatív) értékét az $(1-1)^l = \binom{l}{0} - \binom{l}{1} + \binom{l}{2} - \binom{l}{3} + \cdots$ binomiális kifejtés együtthatói adják meg

$\exp(-\xi^2)$ helyett más hasonlóan viselkedő függvényt is választhattunk volna. Lényeges viszont az, hogy a (24) alatti 2^l-pólusok a (vektorként viselkedő) $\partial/\partial\xi_i$ differenciáloperátorok jelenléte folytán l-edrendű Descartes-féle tenzort alkotnak. ($\varrho_{l_1 l_2 l_3}$ tehát a koordinátarendszer elforgatásakor $x^{l_1}y^{l_2}z^{l_3}$-mal azonos módon transzformálódik.)

A következők céljára tudnunk kell: hány (24) típusú multipólus tartozik l adott értékéhez? (Más szóval: hány független komponense van egy szimmetrikus l-edrendű Descartes-tenzornak?) Könnyen belátható, hogy a keresett szám

$$\frac{(l+1)(l+2)}{2}; \tag{25}$$

ennyiféleképpen lehet ugyanis a megadott l számot az l_1, l_2, l_3 nemnegatív egész számok összegeként előállítani.

A cikkünk első felében alkalmazott „naiv" tárgyalás során egy töltéseloszlás „multipól-jellegé"-t körülírva, kvalitatíve a sűrűségfüggvények szögfüggését tudtuk jellemezni. Vajon elmondhatjuk-e a (24) általános képlettel jellemzett multipólusokról, hogy az l multipól-rend megadása meghatározza a ϑ és φ polárszögektől való függés jellegét? Könnyű példát adni, amely mutatja, hogy *nem*.

A (24) képlettel definiált multipólusok reducibilisek abban az értelemben, hogy belőlük, alkalmas lineáris kombinációk képzése útján, alacsonyabb rendű multipólusokat kaphatunk. Például a $\varrho_{200}, \varrho_{020}, \varrho_{002}$ kvadrupólusok összege:

$$\varrho_{200} + \varrho_{020} + \varrho_{002} = N_{200} e^{\xi^2/2} \Delta e^{-\xi^2}, \tag{26}$$

gömbszimmetrikus, vagyis *pólus*-jelleggel rendelkező függvény. [(26) radiális függése ugyan más, mint (20)-é, $\exp(-\xi^2)$ helyett $(4\xi^2 - 6)\exp(-\xi^2/2)$, azonban — amint arra már korábban rámutattunk — nem ez a lényeges. A lényeges a (26) kifejezés tenzor-jellege. Látható, hogy (26) skalár, vagyis nulladrendű tenzor; ennek alapján jelentjük ki, hogy az általa leírt eloszlás pólus-jellegű. — Megjegyezzük még: felhasználtuk, hogy a három térirány egyenértékűsége folytán $N_{200} = N_{020} = N_{002}$.]

Általában, ha a (24) definíciós képlettel megadott 2^l-pólusokból felépülő l-edrendű tenzor (bármely indexpárja szerint vett) *átlósösszegét* (spurját) képezzük, $l-2$-edrendű tenzorra jutunk, melynek komponensei 2^{l-2}-pólusokat írnak le. Ugyanakkor azt is megállapíthatjuk, figyelembe véve a (24) tenzor szimmetriáját, hogy az átlósösszeg képzése az egyetlen olyan művelet, melylyel (24)-ből alacsonyabb rendű tenzor, vagyis alacsonyabb rendű multipólus képezhető. Ha tehát az adott l-hez tartozó $(l+1)(l+2)/2$ számú (24) sűrűségfüggvényből alkalmas lineáris kombinációkat képezünk, és ezek közül *mindazokat*, melyek (24)-ből átlósösszeg képzése útján kaphatók és így ala-

csonyabb rendű multipólusokat írnak le, elvetjük, úgy a hátramaradó kombinációk ezzel a módszerrel tovább nyilvánvalóan már nem *redukálhatók*, s így *irreducibilis*nek nevezhetők.

Hány alacsonyabb rendű — s így elvetendő — multipólust szolgáltat az átlósösszegek képzése? A (24) alatti l-edrendű tenzorból annyiféleképpen képezhetünk átlósösszeget, ahányféleképpen az összegezésnél fel nem használt $l-2$ számú $\partial/\partial\xi_i$ differenciáloperátor között az i index $1,2,3$ értékeit szétoszthatjuk. A differenciálás sorrendjében különböző kifejezéseket természetesen csak egyszer szabad számolni. Ezen lehetőségek számát (25)-ből az $l\to l-2$ helyettesítéssel kapjuk:

$$\frac{(l-1)l}{2}. \tag{27}$$

Az átlósösszeg képzésével kapott lineáris kombinációk elvetése után fennmaradó irreducibilis kombinációk számát (25) és (27) különbsége szolgáltatja:

$$\frac{(l+1)(l+2)-(l-1)l}{2}=2l+1.$$

Figyelemre méltó, hogy a kapott szám az l-edrendű gömbfüggvények számával egyenlő. Ennek alapján kézenfekvő az a gondolat, hogy a (24) alatt definiált 2^l-pólusokból (ezeket ezután megkülönböztetésül *reducibilis* 2^l-pólusoknak nevezzük) képezett alkalmas irreducibilis lineáris kombinációk szögfüggését éppen az $Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$ gömbfüggvények írják le. Az alábbiakban megmutatjuk, hogy ez a sejtés helytálló.

Első lépésként megmutatjuk, hogy a $\xi^l\exp(-\xi^2/2)Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$ függvény előállítható az *ugyanazon l-hez* tartozó (24) alatti reducibilis multipólusok lineáris kombinációjaként.

Tekintettel arra, hogy a (24) függvények — az $N_{l_1l_2l_3}$ együtthatók alkalmas választása mellett — teljes ortonormált függvényrendszert alkotnak, a $\xi^l\exp(-\xi^2/2)Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$ függvényt előállíthatjuk a (24) reducibilis multipólusok szerint haladó *végtelen sor* alakjában:

$$\xi^l e^{-\xi^2/2}Y_{lm}(\vartheta,\varphi)=\sum_{l_1l_2l_3} c^{lm}_{l_1l_2l_3}\varrho_{l_1l_2l_3}(\mathbf{r}), \tag{28}$$

ahol

$$c^{lm}_{l_1l_2l_3}=N_{l_1l_2l_3}\int \xi^l Y^*_{lm}(\vartheta,\varphi)\frac{\partial^{l_1+l_2+l_3}}{\partial\xi_1^{l_1}\partial\xi_2^{l_2}\partial\xi_3^{l_3}}e^{-\xi^2}dV. \tag{29}$$

A $c^{lm}_{l_1l_2l_3}$ együtthatók meghatározása céljából integráljunk parciálisan $l_1+l_2+l_3$-szor. Ha $l_1+l_2+l_3>l$, úgy $c^{lm}_{l_1l_2l_3}=0$, minthogy ekkor a parciális integrálás során a $\xi^l Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$ l-edfokú homogén polinomot több, mint l-szer kell differenciálni. ami zérust ad eredményül. Ha pedig $l_1+l_2+l_3<l$, úgy a $\xi^l Y^*_{lm}(\vartheta,\varphi)$

l-edfokú homogén polinomot fokszámánál kevesebbszer kell differenciálni, ami egy $\lambda = l - l_1 - l_2 - l_3$ fokszámú homogén harmonikus polinomot ad eredményül. Egy homogén harmonikus polinom szögtől függő része mindenkor előállítható gömbfüggvények lineáris kombinációjaként, melyeknek rendje esetünkben $\lambda > 0$. Ezek szögekre vett integrálja pedig — $Y_{00} \equiv 1/\sqrt{4\pi}$-re való ortogonalitásuk miatt — eltűnik. Így tehát a (28—29)-ben szereplő $c^{lm}_{l_1 l_2 l_3}$ együttható csak $l = l_1 + l_2 + l_3$ esetén különbözhet zérustól, ami éppen azt jelenti, hogy $\xi^l \exp(-\xi^2/2) Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ valóban a (24) alatt definiált *reducibilis* 2^l-*pólusok* lineáris kombinációja. E kombinációk *irreducibilisek*; más szóval a szögfüggésüket (s egyben transzformációs jellegüket) meghatározó $r^l Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ *homogén polinomokból* (melyek egy l-edrendű tenzor Descartes-komponenseinek lineáris kombinációi) *semmilyen módon nem lehet lineáris kombináció útján alacsonyabb rendű tenzort képezni.*

Állításunk igazsága a csoportelméletileg iskolázott olvasó előtt nyilvánvaló. A csoportelmélet nyelvén így fogalmazható: *az* $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ *gömbfüggvények a forgáscsoport irreducibilis ábrázolása* (a D_l ábrázolás) *szerint transzformálódnak.* A következőkben, tárgyalásunk teljessé tétele érdekében, vázoljuk bizonyítását. A bizonyítás — a dolog természete szerint — *lényegében* csoportelméleti gondolatmenet. A csoportelméleti előismeretekre, fogalmakra való explicit hivatkozást azonban elkerülhetjük; ehelyett az impulzusmomentum kvantumelméletének néhány szélesebb körben ismert (természetesen ekvivalens) megállapítását [3, 4] idézzük.

Az $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ gömbfüggvények az $\mathbf{L} = -i\mathbf{r} \times \mathrm{grad}$ pályamomentum-operátor négyzetének és z-komponensének sajátfüggvényei:

$$\mathbf{L}^2 Y_{lm} = l(l+1) Y_{lm}, \tag{30}$$

$$L_z Y_{lm} = m Y_{lm}. \tag{31}$$

Ezenkívül fennáll:

$$(L_x \pm i L_y) Y_{lm} = \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)}\, Y_{l,m\pm 1}. \tag{32}$$

Az Y_{lm} gömbfüggvényeknek a koordinátarendszer $\delta\boldsymbol{\alpha}$ infinitezimális forgásvektorú elforgatásakor esedékes transzformációját az $\mathbf{L}$ pályamomentum-operátor határozza meg, az

$$Y'_{lm}(\vartheta, \varphi) = (1 + i\mathbf{L}\delta\boldsymbol{\alpha})\, Y_{lm}(\vartheta, \varphi) \tag{33}$$

képlet szerint. Az $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ (l adott; $m = l, l-1, \ldots, -l$) függvények, mint alapelemek által meghatározott $\mathfrak{R}$ függvénytér (33), valamint (30—31—32) tanúsága szerint a koordinátarendszer elforgatásakor önmagába transzformálódik.

Tegyük fel most, állításunkkal ellentétben, hogy a $2l+1$ számú Y_{lm} függvényből képezhető λ ($< 2l+1$) számú olyan $y_1, y_2, \ldots, y_\beta, \ldots, y_\lambda$ lineárisan független kombináció, melyek egy l-nél kisebb rendű tenzor komponenseiből épülnek fel, s ennek megfelelően forgáskor egymás között, az Y_{lm} alapfüggvények kifeszítette $2l+1$ dimenziós $\mathfrak{R}$ függvénytér többi $2l+1-\lambda$ lineárisan független függvényétől függetlenül transzformálódnak. (30) értelmében az y_β függvények eleget tesznek az $\mathbf{L}^2 y_\beta = l(l+1) y_\beta$ sajátérték-egyenletnek. Keressük meg most az $y_1, \ldots, y_\lambda$ által kifeszített $\mathfrak{r}$ függvénytérben (mely feltevésünk szerint $\mathfrak{R}$ valódi altere) az L_z operátor egy sajátfüggvényét, melyet $\bar{y}_{m_0}$-lal jelölünk. $\mathfrak{R}$-ben L_z összes sajátfüggvényét ismerjük, ezek a (30) sajátértékegyenletet kielégítő $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ ($m = l, \ldots, -l$) függvények. $\bar{y}_{m_0}$ tehát ezek egyikével meg kell, hogy egyezzék: $\bar{y}_{m_0} = Y_{lm_0}$. (33) és (32) azt

mutatják, hogy kellőszámú, alkalmas infinitezimális forgatás után $\bar{y}_{m_0} \equiv Y_{lm_0}$ transzformáltjának előállításához már az $\mathfrak{R}$ függvénytér összes Y_{lm} alapfüggvényére szükségünk lehet. Ez pedig azt jelenti, hogy az $\mathfrak{R}$ függvénytérben — feltevésünkkel ellentétben — nincs olyan valódi $\mathfrak{r}$ altér, melynek $\lambda < 2l+1$ számú alapfüggvénye a többi $2l+1-\lambda$ lineárisan független függvénytől függetlenül transzformálódna; ill. ha feltesszük, hogy van, a feltevésnek ellentmondó $\lambda = 2l+1$ eredményre jutunk. Ezzel állításunkat bebizonyítottuk.

Megfontolásaink eredménye tehát, hogy a

$$\xi^l Y_{lm}(\vartheta, \varphi) e^{-\xi^2/2} = \sum_{l_1+l_2+l_3=l} c^{lm}_{l_1 l_2 l_3} \varrho_{l_1 l_2 l_3}(\mathbf{r}) \tag{34}$$

függvények, melyek a (24) alatti reducibilis 2^l-pólusok lineáris kombinációi, nem redukálhatók tovább, belőlük lineáris kombináció útján alacsonyabb rendű tenzorkomponensek nem képezhetők. Éppen ezért indokolt a (34) kifejezéssel leírt töltéseloszlást *irreducibilis* 2^l*-pólusnak* (multipólusnak) nevezni.

(E definíció kimondásánál ismét megjegyezzük: a (34)-ben szereplő radiális függvény alakja nem lényeges jellemvonása a multipólusnak. A lényeges (34) szögfüggése, ill. transzformációs tulajdonságai. Irreducibilis 2^l-pólusról beszélünk akkor is, ha (34)-ben $\xi^l \exp(-\xi^2/2)$ helyett valamilyen más radiális függvény szerepel.)

Éppen ezek az irreducibilis 2^l*-pólusok léptek fel* (5) *alatt, ill. példáinkban* (8), (11), (17) *alatt, mint a* $J = l$ *impulzusmomentumú fotonok forrásait meghatározó vegyes sűrűségek.*

IRODALOM

[1] *W. Heitler,* Proc. Camb. Phil. Soc. *32,* 112, 1936.
[2] *C. Dean,* Am. J. Phys. *27,* 161, 1959.
[3] *D. I. Blohincev,* A kvantummechanika alapjai, Tankönyvkiadó, Budapest, 1952.
[4] *Györgyi Géza,* KFKI Közlemények, Melléklet *6,* 34, 1959.

RELATIVISZTIKUS RÉSZECSKESOKASÁG LEGVALÓSZÍNŰBB SEBESSÉGÉNEK ÉS ÁTLAGOS IMPULZUSÁNAK MEGHATÁROZÁSA*

ABONYI IVÁN

Eötvös Loránd Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete, Budapest

Azonos részecskékből álló relativisztikus gázban meghatározzuk a legvalószínűbb sebességet és az impulzus átlagértékeit tetszőleges nyugalmi energia és tetszőleges hőmérséklet esetén. Megmutatjuk, hogy a nyert eredmények a közismert klasszikus eredményeket reprodukálják a „hideg gáz" közelítésben.

1. §. Bevezetés

Egy korábbi dolgozatban [1] a relativisztikus Boltzmann-egyenletből kiindulva meghatároztuk az azonos részecskékből álló relativisztikus sokaság stacionárius eloszlási függvényét. Ebből — ismert módon — a stacionárius sebességeloszlás is meghatározható.

A klasszikus statisztika ismert eredménye, hogy az

$$f_k(\mathfrak{v}) = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m\mathfrak{v}^2}{2kT}\right) \tag{1}$$

alakú — klasszikus (nem relativisztikus) — Maxwell-féle sebességeloszlás esetén a sebesség legvalószínűbb értéke

$$v_{l\mathfrak{v}} = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}, \tag{2}$$

a sebesség abszolút értékének átlaga:

$$\bar{v} = \left(\frac{8kT}{m\pi}\right)^{1/2}, \tag{3}$$

a sebesség négyzetes átlagértéke pedig

$$\overline{v^2} = 3\frac{kT}{m}. \tag{4}$$

Ezekben a képletekben $\mathfrak{v}$ az m tömegű részecskék sebessége, v ennek abszolút értéke. T az abszolút hőmérséklet, k a Boltzmann-állandó, n a részecskesűrűség.

A statisztikus mechanika relativisztikus sokaság esetére vonatkozó kijelentéseinek vizsgálatakor szinte magától értetődően felmerül az a probléma,

* Érkezett 1960. október 24.

hogy mekkora legvalószínűbb sebesség, ill. átlagsebesség adódik a Maxwell-eloszlás korábban meghatározott

$$f(\mathrm{u}) = n(2\pi^2)^{-1} \frac{i\frac{m_0c^2}{kT}}{H_2^{(1)}\left(i\frac{m_0c^2}{kT}\right)} \exp\left\{-\frac{m_0c^2}{kT}\sqrt{1+\mathrm{u}^2}\right\} \tag{5}$$

relativisztikus alakjából. (Itt u az úgynevezett redukált sebesség:

$$\mathrm{u} = \frac{1}{c} \frac{\mathrm{v}}{\left(1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \tag{6}$$

m_0 a részecskék nyugalmi tömege, c a fény terjedési sebessége vákuumban, $H_2^{(1)}$ pedig az elsőfajú másodrendű Hankel-függvény.)

2. §. *A legvalószínűbb sebesség meghatározása*

A legvalószínűbb sebességet ugyanazzal az eljárással határozzuk meg, mint amelyet a klasszikus esetben szokás alkalmazni.

Ha a relativisztikus eloszlás szerint legvalószínűbb sebességet a klasszikus eredménnyel kívánjuk összehasonlítani, célszerű az (5) relativisztikus eloszlási függvényt a v közönséges hármassebesség függvényeként kifejezni. Ez — [1] (28) képlete szerint —

$$f(\mathrm{v}) = n(2\pi^2)^{-1} \frac{i\frac{m_0c^2}{kT}}{H_2^{(1)}\left(i\frac{m_0c^2}{kT}\right)} \left(1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}\right)^{-\frac{5}{2}} \exp\left\{-\frac{m_0c^2}{kT}\left(1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}\right)^{-1/2}\right\}. \tag{7}$$

Vezessük be az azonos abszolút értékű sebességek eloszlási függvényét, amit úgy kapunk, hogy a sebességtérben gömbi polárkoordináta-rendszert vezetünk be és a szögváltozókra integrálunk. Ekkor a sebesség abszolút értékének $\varphi(v)$ eloszlási függvényére a

$$\varphi(v) = A\gamma^5 v^2 \exp\left\{-\frac{m_0c^2}{kT}\gamma\right\} \tag{8}$$

kifejezést kapjuk, ahol

$$A = n\left(\frac{2}{\pi}\right) \frac{i\frac{m_0c^2}{kT}}{H_2^{(1)}\left(i\frac{m_0c^2}{kT}\right)} \tag{9}$$

és

$$\gamma = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}. \tag{10}$$

A sebesség legvalószínűbb értékét nyilván a

$$\frac{d\varphi}{dv}=0 \tag{11}$$

egyenlet gyökei szolgáltatják. Minthogy γ függ a sebességtől, egyszerűbbnek tűnik a v helyébe a γ változót bevezetni. Ekkor

$$\frac{v^2}{c^2}=1-\gamma^{-2} \tag{12}$$

és

$$dv=c(1-\gamma^{-2})^{-1/2}\gamma^{-3}d\gamma \tag{13}$$

felhasználásával a

$$\frac{d\varphi}{dv}=\frac{1}{c}(1-\gamma^{-2})^{1/2}\gamma^3\frac{d}{d\gamma}\left[(\gamma^5-\gamma^3)\exp\left(-\frac{m_0c^2}{kT}\gamma\right)\right]=0 \tag{14}$$

egyenletre jutunk, amiből a differenciálás elvégzése után az

$$(1-\gamma^{-2})^{1/2}\gamma^5\left\{5\gamma^2-3-\frac{m_0c^2}{kT}\gamma(\gamma^2-1)\right\}=0 \tag{15}$$

feltételt kapjuk a legvalószínűbb sebesség meghatározására.

Mint látjuk, a (15) egyenletnek a $\gamma=0$ ötszörös gyöke. Viszont (12) azt mutatja, hogy a $\gamma=0$ gyökhöz nem rendelhetünk értelmes hármassebességet. Ezért ezt a gyököt, mint fizikai szempontból értelmetlen matematikai lehetőséget figyelmen kívül hagyhatjuk. Az $(1-\gamma^{-2})=0$ feltételből pedig a $v=0$ triviális megoldás következik. Marad az

$$\frac{m_0c^2}{kT}\gamma^3-5\gamma^2-\frac{m_0c^2}{kT}\gamma+3=0 \tag{16}$$

harmadfokú egyenlet.

Itt jegyezzük meg, hogy *J. L. Synge* a gázok relativisztikus tárgyalása során a (16) egyenletet már korábban levezette (lásd [2] (169) egyenletét). Az egyenlet minden

$$a=\frac{m_0c^2}{kT} \tag{17}$$

értékre érvényes megoldását azonban nem határozta meg, csak a klasszikus ($a\to\infty$) és extrém-relativisztikus ($a\to 0$) határesetnek megfelelő aszimptotikus megoldásokat tanulmányozta.

Úgy gondoljuk, nemcsak az említett szélsőséges esetekben lehet érdekes az eredmény, hanem gyakorlati szempontból is kívánatos lenne megtudni, hogy az a paraméter tetszőleges értéke esetén mekkora az eltérés a klasszikus és relativisztikus értékek között. E célból a (16) egyenlet gyökeit kell meghatározni.

A (16) egyenlet γ-ban harmadfokú, megoldására pl. *Cardano* módszerét alkalmazhatjuk. Ezért a (16) egyenletet a

$$\Gamma = \gamma - \frac{5}{3} a^{-1}, \tag{18}$$

$$p = -\frac{1}{3} - \frac{25}{9} a^{-2}, \tag{19}$$

$$q = \frac{2}{3} a^{-1} - \frac{125}{27} a^{-3} \tag{20}$$

jelölések bevezetésével a

$$\Gamma^3 + 3p\Gamma + 2q = 0 \tag{21}$$

alakba írjuk át. Minthogy a

$$D = p^3 + q^2 = -\left(\frac{1}{27} + \frac{13}{27} a^{-2} + \frac{375}{27} a^{-4}\right) \tag{22}$$

diszkrimináns a minden értéke mellett negatív, a kérdéses harmadfokú egyenletnek tehát három valós gyöke van.

Ismeretes, hogy a gyököket az

$$u = (-q + i|D|^{1/2})^{1/3} \tag{23}$$

és

$$w = (-q - i|D|^{1/2})^{1/3}, \tag{24}$$

valamint az

$$\varepsilon_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{25}$$

és

$$\varepsilon_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{26}$$

segédmennyiségekkel a következő alakban adhatjuk meg:

$$\Gamma_1 = u + w, \tag{27}$$

$$\Gamma_2 = \varepsilon_1 u + \varepsilon_2 w, \tag{28}$$

$$\Gamma_3 = \varepsilon_2 u + \varepsilon_1 w. \tag{29}$$

Minthogy

$$\left.\begin{aligned} -q + i|D|^{1/2} &= (q^2 + |D|)^{1/2} \left\{ \cos \operatorname{arctg} \frac{|D|^{1/2}}{q} - i \sin \operatorname{arctg} \frac{|D|^{1/2}}{q} \right\} \\ -q - i|D|^{1/2} &= (q^2 + |D|)^{1/2} \left\{ \cos \operatorname{arctg} \frac{|D|^{1/2}}{q} + i \sin \operatorname{arctg} \frac{|D|^{1/2}}{q} \right\} \end{aligned}\right\}, \tag{30}$$

a (23) és (24) segédmennyiségeket az

$$\left.\begin{aligned} u &= (q^2+|D|)^{1/6}\left\{\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q} - i\sin\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}\right\} \\ w &= (q^2+|D|)^{1/6}\left\{\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q} + i\sin\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}\right\} \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

alakban kapjuk. Ezzel a (21) egyenlet gyökeire a

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= 2(q^2+|D|)^{1/6}\left\{\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}\right\}, \\ \Gamma_2 &= (q^2+|D|)^{1/6}\left\{\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q} - \sqrt{3}\sin\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}\right\}, \\ \Gamma_3 &= (q^2+|D|)^{1/6}\left\{\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q} + \sqrt{3}\sin\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}\right\} \end{aligned}$$

kifejezések adódnak, amelyekkel a voltaképpen vizsgált (16) egyenlet gyökei:

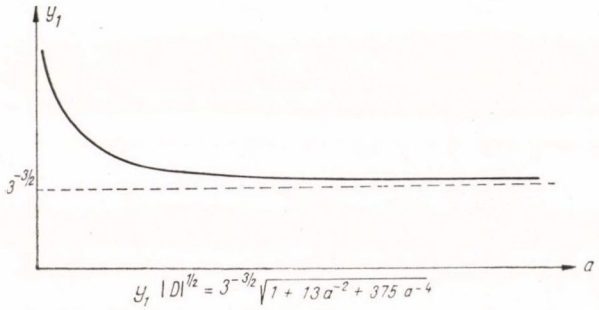
$$\gamma_1 = \frac{5}{3}a^{-1} + 2(q^2+|D|)^{1/6}\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}, \tag{32}$$

$$\gamma_2 = \frac{5}{3}a^{-1} + (q^2+|D|)^{1/6}\left\{\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q} - \sqrt{3}\sin\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}\right\}, \tag{33}$$

$$\gamma_3 = \frac{5}{3}a^{-1} + (q^2+|D|)^{1/6}\left\{\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q} + \sqrt{3}\sin\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}\right\}. \tag{34}$$

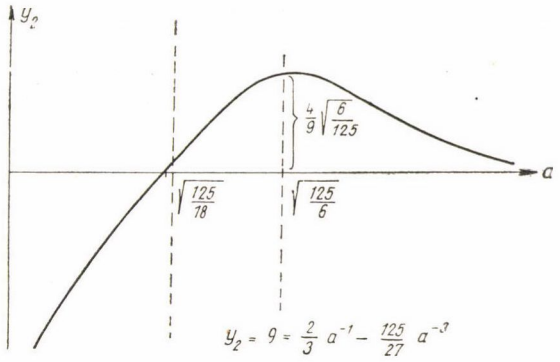
A (10) egyenletből következik, hogy fizikai értelemmel csak azok a γ-értékek rendelkezhetnek, amelyek pozitívak és egynél nem kisebbek. Vizsgáljuk most meg, hogy a (32), (33) és (34) lehetséges γ értékek közül melyeknek tulajdoníthatunk fizikai értelmet. E célból elegendő ábrázolni a következő függvényeket:

$$y_1 = |D|^{1/2}$$



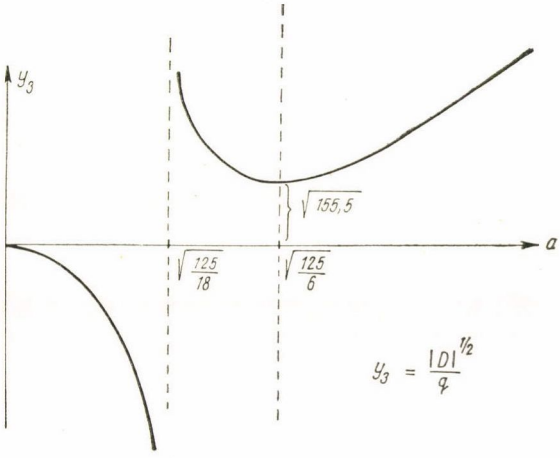
1. ábra

$y_2 = q$



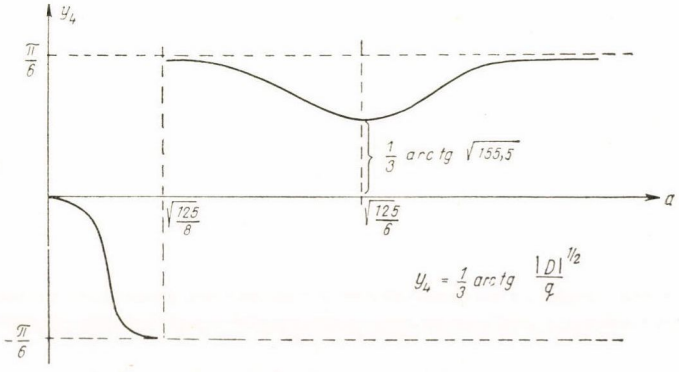
2. ábra

$y_3 = \frac{|D|^{1/2}}{q}$



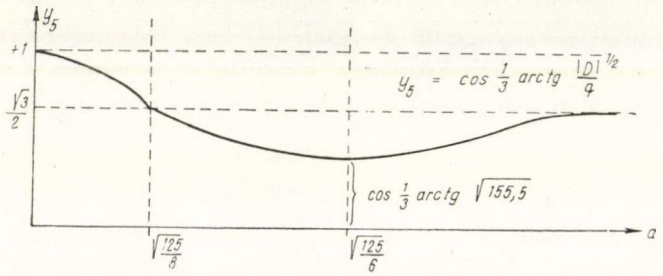
3. ábra

$y_4 = \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}$



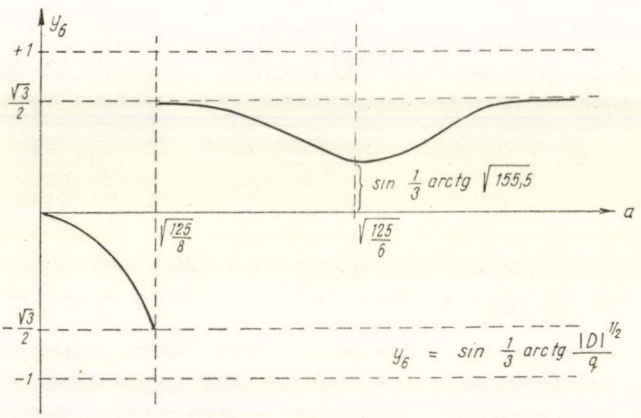
4. ábra

$$y_5 = \cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}$$



5. ábra

$$y_6 = \sin\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{|D|^{1/2}}{q}$$



6. ábra

mint az $a(0<a<\infty)$ független változó függvényeit, mert így azonnal megállapíthatjuk, hogy csak a γ_1 marad mindenütt pozitív. Ezért a γ_2 és γ_3 gyököket, mint fizikailag értelmetleneket, figyelmen kívül hagyjuk.

A relativisztikus Maxwell-féle sebességeloszlás szerint legvalószínűbb sebességet az a paraméter tetszőleges értéke esetére tehát a következő képletekkel határozhatjuk meg:

$$v = c(1-\gamma^{-2})^{1/2}, \tag{35, a}$$

ahol

$$\gamma = \frac{5}{3}a^{-1} + 2\left[\frac{1}{27} + \frac{25}{27}a^{-2} + \frac{625}{81}a^{-4} + \frac{15625}{729}a^{-6}\right]^{1/6} \cdot \cdot\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\left\{\frac{\sqrt{27}a\sqrt{1+13a^{-2}+375a^{-4}}}{18-125a^{-2}}\right\}. \tag{35, b}$$

Vizsgáljuk meg végül, hogy az $a \gg 1$ és az $a \ll 1$ szélsőséges esetekben előállítja-e a (35) egzakt képlet a *Synge* által talált aszimptotikus értékeket!

Előbb az $a \gg 1$ esetet tekintsük. Ekkor feltevés szerint $m_0 c^2 \gg kT$, vagyis a részecske nyugalmi energiájához képest elenyészően kicsi a termikus energia („hideg gáz" közelítés). Ez tehát a jól ismert klasszikus határeset.

Minthogy ekkor $a^{-1} \ll 1$;

$$\frac{|D|^{1/2}}{q} \approx -\frac{\sqrt{3}}{6} a.$$

Viszont $|x| > 1$ esetén

$$\operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \cdots,$$

tehát

$$\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{6} a\right) = -\frac{\pi}{2} + 2\sqrt{3} a^{-1},$$

továbbá

$$\cos\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{2}{\sqrt{3}} a^{-1}\right) = \cos\frac{\pi}{6} \cos\left(\frac{2}{\sqrt{3}} a^{-1}\right) + \sin\frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{2}{\sqrt{3}} a^{-1}\right) \simeq$$

$$\simeq \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} a^{-1} + o(a^{-2}).$$

Figyelembe véve, hogy

$$(q^2 + |D|)^{1/2} \simeq \frac{1}{\sqrt{3}} + o(a^{-1}),$$

kapjuk, hogy

$$\gamma = 1 + a^{-1},$$

vagyis

$$v = c(2a^{-1})^{1/2} = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}.$$

Ez pedig éppen a klasszikus esetnek megfelelő (2) formula.

Az $a \ll 1$ esetén a nyugalmi energia kisebb, mint a termikus eredetű mozgási energia („forró gáz" közelítés). (Természetesen a nagyságrendi viszony ilyen megfogalmazását szigorúan csak a klasszikus terminológia szerint szabad érteni. Csak a klasszikus esetben lehet ugyanis azt mondani, hogy kT *arányos* az átlagos kinetikus energiával, a kis értékei felé az arányosság megszűnik!) Ez értelem szerint tehát extrém relativisztikus eset.

Minthogy ekkor $a^{-1} \gg 1$,

$$\frac{|D|^{1/2}}{q} \sim -\frac{3\sqrt{3}\sqrt{375}}{125} a.$$

Viszont $|x| < 1$ esetén

$$\operatorname{arctg} x = x + \cdots,$$

tehát

$$\operatorname{arctg}\left(-\frac{3\sqrt{3}\sqrt{375}}{125}a\right)=-\frac{3\sqrt{3}\sqrt{375}}{125}a$$

és

$$\cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\left(-\frac{3\sqrt{3}\sqrt{375}}{125}a\right)=1+o(a^2).$$

Figyelembe véve még, hogy

$$(q^2+|D|)^{1/2}\simeq\frac{5}{3}+o(a),$$

nyerjük a

$$\gamma=5a^{-1}+o(a),$$

összefüggést, amiből a legvalószínűbb sebesség

$$v=c\sqrt{1-\left(\frac{mc^2}{5kT}\right)^2}$$

alakban adható meg. Ez viszont éppen a *Synge* által megadott közelítő formula (vö. [2], (172) képlet).

3. §. *Az impulzus átlagértékeinek meghatározása*

Mint ismeretes, a részecskék mozgásában a relativisztikus effektusokat — a fénysebesség „határsebesség" jellegét és az ebből következő tényt: a tömeg sebességfüggését — figyelembe vehetjük azáltal, hogy a mozgásegyenletet a

$$\frac{d}{dt}\mathfrak{p}=\mathfrak{F} \tag{36}$$

alakban írjuk fel, ahol

$$\mathfrak{p}=\frac{m_0\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}} \tag{37}$$

az m_0 nyugalmi tömegű részecske impulzusa, $\mathfrak{v}$ a hármassebesség, $\mathfrak{F}$ pedig a Newton-erő.

Az átlagsebességek meghatározásánál úgy járunk el, hogy előbb a (37) impulzus megfelelő átlagértékeit határozzuk meg, mert ennek fizikai tartalma világosan kiolvasható. A nyert eredmények és a klasszikus statisztika (3) és (4) képleteinek összehasonlítását ezután végezzük el.

Az átlagképzés szokásos módját alkalmazzuk: egy $Q(\mathfrak{p})$ fizikai mennyiség $\bar{Q}$ átlagértéke (az impulzustérben)

$$\bar{Q}=\frac{\iiint Q(\mathfrak{p})f(\mathfrak{p})d\mathfrak{p}}{\iiint f(\mathfrak{p})d\mathfrak{p}}, \tag{38}$$

ahol az integrálás az egész impulzustérre terjesztendő ki. Az $f(\mathfrak{p})$ eloszlásfüggvény esetünkben az (5) összefüggés által definiált stacionárius eloszlás, amelyet az

$$\mathfrak{p} = m_0 c \mathfrak{u} \tag{39}$$

egyenlet alapján a $\mathfrak{p}$ impulzus függvényeként adunk meg:

$$f(\mathfrak{p}) = n(2\pi^2)^{-1} \frac{i\frac{m_0c^2}{kT}}{H_2^{(1)}\left(i\frac{m_0c^2}{kT}\right)} \exp\left\{-\frac{m_0c^2}{kT}\sqrt{1+\frac{\mathfrak{p}^2}{(m_0c)^2}}\right\}. \tag{40}$$

a) *Az impulzus abszolút értékének átlaga*

Ha az impulzus abszolút értékének átlagát keressük, akkor a

$$Q(\mathfrak{p}) = |\mathfrak{p}| = p$$

behelyettesítése és egyszerűsítés után a

$$\bar{p} = \frac{\iiint p \exp\left\{-\frac{m_0c^2}{kT}\sqrt{1+\frac{p^2}{(m_0c)^2}}\right\} d\mathfrak{p}}{\iiint \exp\left\{-\frac{m_0c^2}{kT}\sqrt{1+\frac{p^2}{(m_0c)^2}}\right\} d\mathfrak{p}} \tag{42}$$

kifejezést kell kiértékelnünk. Itt mindkét integrálban gömbi polárkoordinátákra térünk át és a szögváltozókra integrálva kapjuk, hogy

$$\bar{p} = \frac{\int_0^\infty p^3 \exp\left\{i\alpha\sqrt{1+\frac{p^2}{(mc)^2}}\right\} dp}{\int_0^\infty p^2 \exp\left\{i\alpha\sqrt{1+\frac{p^2}{(mc)^2}}\right\} dp} = \frac{I_3}{I_2}, \tag{43}$$

ahol még az

$$i\frac{m_0c^2}{kT} = \alpha \tag{44}$$

jelölést is bevezettük.

A számlálóban szereplő I_3 integrál a

$$\frac{p}{mc} = \operatorname{sh}\varphi \tag{45}$$

helyettesítéssel és ismételt parciális integrálással számítható ki:

$$I_3 = (m_0c)^4 \int_0^\infty \operatorname{sh}^3\varphi \operatorname{ch}\varphi \exp\{i\alpha \operatorname{ch}\varphi\} d\varphi =$$

$$= 2(m_0c)^4[1-3(i\alpha)^{-1}+3(i\alpha)^{-2}](i\alpha)^{-2}\exp\{i\alpha\}. \tag{46}$$

A nevezőben szereplő integrál a (45) helyettesítéssel az

$$I_2 = (m_0c)^3 \int_0^\infty \mathrm{sh}^2\varphi \,\mathrm{ch}\,\varphi \exp\{i\alpha \,\mathrm{ch}\,\varphi\}\, d\varphi =$$

$$= \frac{1}{4}(m_0c)^3 \int_0^\infty (\mathrm{ch}\,3\varphi - \mathrm{ch}\,\varphi) \exp\{i\alpha \,\mathrm{ch}\,\varphi\}\, d\varphi \tag{47}$$

alakba megy át, ami az

$$\int_0^\infty \mathrm{ch}\,ky \exp\{i\alpha \,\mathrm{ch}\, y\}\, dy = \frac{\pi i}{2} \exp\left\{\frac{k\pi i}{2}\right\} H_k^{(i)}(\alpha) \tag{48}$$

képlettel (l. pl. [3]) számítható ki, ahol $H_k^{(1)}$ az elsőfajú k indexű Hankel-függvény ($k>0$ és $0 \leqq \arg x < \pi$ mellett, a mi esetünkben nyilván teljesül). Ily módon a Hankel-függvények rekurziós formuláinak felhasználásával

$$I_2 = (m_1c)^3 \frac{\pi}{2\alpha} H_2^{(1)}\alpha. \tag{49}$$

Ezek alapján

$$\bar{p} = \frac{-4(m_0c)}{\pi\alpha H_2^{(1)}(\alpha)} [1 - 3(i\alpha)^{-1} + 3(i\alpha)^{-2}] \exp(i\alpha) =$$

$$= \frac{m_0c}{-iH_2^{(1)}\left(i\dfrac{m_0c^2}{kT}\right)} \frac{4}{\pi}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)\left[1 + 3\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right) - 3\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)^2\right] \exp\left\{-\frac{m_0c^2}{kT}\right\}. \tag{50}$$

Ez a $\bar{p}$ értéke tetszőleges m_0c^2/kT viszony esetén.

Ha az (50) összefüggés viselkedését „hideg gáz", vagyis $m_0c^2/kT \gg 1$ esetén vizsgáljuk, akkor a klasszikus statisztika eredményét kapjuk. Valóban, ha a Hankel-függvény aszimptotikus előállítását az $x \gg 1$ esetén érvényes

$$-iH_2^{(1)}(ix) = \left(\frac{2}{\pi x}\right)^{1/2}\left[1 + 15x^{-1} + \frac{105}{128}x^{-2}\right] \exp(-x) \tag{51}$$

alakban adjuk meg (lásd pl. [4], az x^{-2}-edrendű tagokig bezárólag) akkor

$$\bar{p} = \left(\frac{8}{\pi}kT\right)^{1/2} \frac{1 + 3\left(\dfrac{kT}{m_0c^2}\right) - 3\left(\dfrac{kT}{m_0c^2}\right)^2}{1 + 15\left(\dfrac{kT}{m_0c^2}\right) + \dfrac{105}{128}\left(\dfrac{kT}{m_0c^2}\right)^2}, \tag{52}$$

vagy $kT/m_0c^2 \ll 1$ folytán a nevező binomiális sorfejtésével:

$$\bar{p} = \left(\frac{8}{\pi}kT\right)^{1/2}\left[1 - 12\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right) - \frac{643}{16}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)^2\right]. \tag{53}$$

Minthogy a „hideg gáz" közelítésben a termikus energia sokkal kisebb, mint a nyugalmi energia és ebben az esetben az ekvipartició-tétel is jó közelítésben érvényes, kimutathatjuk, hogy a $v^2/c^2 < 1$ feltétel is fennáll. Emiatt (53) baloldalán ebben az esetben a klasszikus $p = mv$ impulzus abszolút értékének átlaga áll. Ezért az (53) eredményből az olvasható ki, hogy a „hideg gázban" a sebesség abszolút értékének átlaga aszimptotikusan a

$$\bar{v} = \left(\frac{8kT}{m\pi}\right)^{1/2} \tag{54}$$

értékhez tart. Az (53) zárójelében az egyes mellett álló tagok nagyságrendekkel kisebbek. Ezeket a klasszikus kifejezés korrekcióinak tekinthetjük.

b) *Az impulzus négyzetes átlaga*

A klasszikus statisztikában fontos szerepet játszik a sebesség, illetve az impulzus négyzetének átlagértéke, mert az az átlagos mozgási energiával arányos. Relativisztikus sokaság esetén ez a szerep háttérbe szorul, mert az energia már nem arányos az impulzus négyzetével, ha a sebesség a fénysebességet megközelíti.

Az előbbiek szerint $Q(\mathfrak{p}) = \mathfrak{p}^2$ esetén

$$\overline{p^2} = \frac{\iiint \mathfrak{p}^2 f(\mathfrak{p}) d\mathfrak{p}}{\iiint f(\mathfrak{p}) d\mathfrak{p}} = \frac{\int_0^\infty p^4 \exp\left\{i\alpha \sqrt{1+\left(\frac{p}{m_0c^2}\right)^2}\right\} dp}{\int_0^\infty p^2 \exp\left\{i\alpha \sqrt{1+\left(\frac{p}{m_0c^2}\right)^2}\right\} dp} = \frac{I_4}{I_2}. \tag{55}$$

Az I_4 integrál kiszámítása a (45) helyettesítéssel és a (48) formula, valamint a Hankel-függvények rekurziós formuláinak alkalmazásával történik:

$$I_4 = (m_0c)^5 \int_0^\infty \mathrm{sh}^4\varphi \,\mathrm{ch}\,\varphi \exp\{i\alpha \,\mathrm{ch}\,\varphi\}\, d\varphi =$$

$$= \frac{1}{16}(m_0c)^5 \int_0^\infty \{\mathrm{ch}\,5\varphi - \mathrm{ch}\,3\varphi + \mathrm{ch}\,\varphi\} \exp\{2\alpha \,\mathrm{ch}\,\varphi\} d\varphi =$$

$$= -\frac{3\pi}{4}\frac{(m_0c)^5}{\alpha^2} H_3^{(1)}(\alpha). \tag{56}$$

Ha (49) és (56) eredményeinket (55)-be helyettesítjük, akkor kapjuk, hogy

$$\overline{p^2} = -(m_0c)^2 \frac{3}{\alpha}\frac{H_3^{(1)}(\alpha)}{H_1^{(1)}(\alpha)} = 3m_0kT \frac{iH_3^{(1)}\left(i\frac{m_0c^2}{kT}\right)}{H_2^{(1)}\left(i\frac{m_0c^2}{kT}\right)}. \tag{57}$$

Az (57) összefüggés m_0c^2/kT minden lehetséges értékére érvényes. Ha a „hideg gáz" közelítést vizsgáljuk, akkor az $x>1$ esetre az (51) és a

$$H_3^{(1)}(i\alpha)=\left(\frac{2}{\pi x}\right)^{1/2}\left[1+\frac{35}{8}x^{-1}-\frac{945}{128}x^{-2}\right]\exp(-x) \tag{58}$$

aszimptotikus alakok felhasználásával

$$\overline{p^2}=3m_0kT\frac{1+\frac{35}{8}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)-\frac{945}{128}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)^2}{1+\frac{15}{8}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)-\frac{105}{128}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)^2}\sim \tag{59}$$

$$\sim 3m_0kT\left[1-\frac{5}{2}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)-\frac{945}{64}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)^2\right].$$

Az előzőkhöz hasonló megfontolással megállapíthatjuk, hogy a „hideg gázban" a sebesség négyzetes átlagértéke aszimptotikusan tart a

$$\overline{v^2}=\frac{3kT}{m}$$

értékhez. Az (59) jobboldalán szereplő zárójel tagjai azt mutatják, hogy tökéletes egzaktsággal az ekvipartició tétele „hideg gázban" sem érvényes, hanem csak jó közelítésnek tekinthető.

IRODALOM

[1] *Abonyi I.:* Magy. Fiz. F. *8*, 13, 1960.
[2] *J. L. Synge:* The Relativistic Gas. Amsterdam 1957.
[3] Lásd pl. *I. M. Ryshik—I. S. Gradstein:* Tafeln $\Sigma\Pi$. Berlin 1957. 314. o.
[4] Lásd pl. *G. Goudet:* Les fonctions de Bessel et leurs applications en physique. Paris 1954. 39. o.

MAGNETOHIDRODINAMIKAI LÖKÉSHULLÁMOK*

SZABÓ JÁNOS
Eötvös Loránd Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete, Budapest

A magnetohidrodinamika alapegyenleteiből kiindulva ideális plazmára leszármaztatjuk a megmaradási tételeket, majd ezeknek a segítségével tetszőleges, folytonos szakadási felületre levezetjük a magnetohidrodinamikai lökéshullámok alapegyenleteit. Bebizonyítjuk, hogy a magnetohidrodinamikai lökéshullámok — a gázdinamikai lökéshullámokhoz hasonlóan — kompressziós hullámok. Végül megvizsgáljuk a különböző típusú lökéshullámok tulajdonságait.

Bevezetés

Ismeretes, hogy hangsebességnél nagyobb sebességű (szuperszónikus) áramlások alkalmával a gázokban lökéshullámok alakulhatnak ki. A lökéshullámok olyan felületek, amelyek mentén az áramlás sebessége és a gáz termodinamikai paraméterei ugrásszerűen változnak. Valójában a lökéshullámok nem szakadási felületek, hanem olyan tartományok, ahol a hidrodinamikai mennyiségek gyorsan változnak. A gázdinamika alapegyenleteinek a segítségével megbecsülhető a lökéshullámok szélessége. A legtöbb esetben ez a szélesség nem nagyobb a gáz részecskéinek átlagos szabad úthosszánál; ezért a lökéshullámokat jó közelítéssel szakadási felületeknek tekinthetjük.

Az utóbbi években ismerték fel a plazmában terjedő lökéshullámok fontosságát. Minthogy az intersztelláris gázban és a csillagok felszínén gyakran észleltek a hang sebességénél nagyobb sebességű áramlásokat, nyilvánvaló, hogy a magnetohidrodinamikai lökéshullámoknak több asztrofizikai jelenségben fontos szerepük van [1]. Különös jelentőségük van a magnetohidrodinamikai lökéshullámoknak a szabályozott termonukleáris folyamatok problémájában. Jelenleg ugyanis a plazma fűtésének egyik leghatásosabb módja a lökéshullámok gerjesztése [2].

Mint ismeretes, a gázokban a kis amplitúdójú perturbációk a hang sebességével terjednek a közeghez képest. A magnetohidrodinamikában háromfajta kis amplitúdójú hullámok léteznek; terjedési sebességük függ attól, milyen szöget zár be a terjedés iránya a mágneses tér irányával. Ezt a körülményt, amelyet először *N. Herlofson* vett észre [3], úgy fejezhetjük ki, hogy a magnetohidrodinamikában három „hangsebesség" létezik.

* Érkezett 1960. nov. 2.

A kis amplitúdójú hullámokhoz hasonlóan a magnetohidrodinamikai lökéshullámok is többfélék lehetnek. Tulajdonságaik jóval bonyolultabbak a gázdinamikai lökéshullámok tulajdonságainál. Sajátságaik elméleti tanulmányozása azért is fontos, mert a nyert eredmények alapján következtetni lehet gerjesztésük módjára.

A magnetohidrodinamikai lökéshullámok elméleti vizsgálatával először *F. Hoffmann* és *E. Teller* foglalkozott 1950-ben [4]. A szerzők relativisztikus sebességeket tételeztek fel és síkhullámokra szorítkoztak. *R. Lüst* 1953-ban megjelent dolgozatában a magnetohidrodinamika nem-relativisztikus alapegyenleteiből kiindulva taglalta a sík magnetohidrodinamikai lökéshullámok legfontosabb tulajdonságait [5].

Jelen dolgozatban az említett szerzőknél egyszerűbb módszerrel és általánosabban tárgyaljuk a magnetohidrodinamikai lökéshullámok tulajdonságait. Nem szorítkozunk síkhullámokra, vagyis a lökéshullám frontját nem tekintjük síknak, csak azt követeljük meg, hogy differenciálható legyen.

A magnetohidrodinamika megmaradási tételei

Ideális plazmára a magnetohidrodinamika alapegyenletei a következő alakba írhatók [6]:

$$\operatorname{div} \mathfrak{H} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = \operatorname{rot} [\mathfrak{v} \times \mathfrak{H}], \tag{2}$$

$$\varrho \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial t} + \varrho (\mathfrak{v} \operatorname{grad}) \mathfrak{v} = - \operatorname{grad} p - \frac{1}{4\pi} [\mathfrak{H} \times \operatorname{rot} \mathfrak{H}], \tag{3}$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div} (\varrho \mathfrak{v}) = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\varrho^{\varkappa}} \right) + \mathfrak{v} \operatorname{grad} \left(\frac{p}{\varrho^{\varkappa}} \right) = 0. \tag{5}$$

Ezekben az egyenletekben $\mathfrak{H}$ a mágneses tér erőssége, $\mathfrak{v}$ a közeg áramlási sebessége, ϱ a sűrűsége, p a nyomás, $\varkappa$ pedig a kétféle fajhő hányadosa.

A magnetohidrodinamikai lökéshullámok alapegyenleteinek a leszármaztatása végett az (1)—(5) egyenletrendszert megmaradási tételek formájába írjuk át. Az (1) egyenletnek már a kívánt alakja van. A (2) egyenletet célszerű a következő alakba írni:

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = (\mathfrak{H} \operatorname{grad}) \mathfrak{v} - (\mathfrak{v} \operatorname{grad}) \mathfrak{H} - \mathfrak{H} \operatorname{div} \mathfrak{v}. \tag{6}$$

Az (1) egyenlőség figyelembevételével ennek az egyenletnek a komponenseit a következő alakba írhatjuk:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial H_x}{\partial t}+\operatorname{div}(H_x v)&=\operatorname{div}(v_x \mathfrak{H}),\\ \frac{\partial H_y}{\partial t}+\operatorname{div}(H_y v)&=\operatorname{div}(v_y \mathfrak{H}),\\ \frac{\partial H_z}{\partial t}+\operatorname{div}(H_z v)&=\operatorname{div}(v_z \mathfrak{H}).\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

A (3) mozgásegyenlet egyszerű vektoranalitikai átalakítások után a következő alakba írható:

$$\varrho\frac{\partial v}{\partial t}+\varrho(v\ \operatorname{grad})v=-\operatorname{grad}\left(p+\frac{H^2}{8\pi}\right)+\frac{1}{4\pi}(\mathfrak{H}\ \operatorname{grad})\mathfrak{H}. \tag{8}$$

Az (1) és a (4) egyenletek felhasználásával a (8) egyenlet komponensei differenciális megmaradási tételnek megfelelő alakba írhatók:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial(\varrho v_x)}{\partial t}+\operatorname{div}(\varrho v_x v)&=-\frac{\partial}{\partial x}\left(p+\frac{H^2}{8\pi}\right)+\frac{1}{4\pi}\operatorname{div}(H_x\mathfrak{H}),\\ \frac{\partial(\varrho v_y)}{\partial t}+\operatorname{div}(\varrho v_y v)&=-\frac{\partial}{\partial y}\left(p+\frac{H^2}{8\pi}\right)+\frac{1}{4\pi}\operatorname{div}(H_y\mathfrak{H}),\\ \frac{\partial(\varrho v_z)}{\partial t}+\operatorname{div}(\varrho v_z v)&=-\frac{\partial}{\partial z}\left(p+\frac{H^2}{8\pi}\right)+\frac{1}{4\pi}\operatorname{div}(H_z\mathfrak{H}).\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

A (9) egyenletek nyilvánvalóan az impulzustételt fejezik ki differenciális alakban. Tömörebb írásmódban:

$$\frac{\partial(\varrho v_i)}{\partial t}=-\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k},\qquad (i=1,2,3;\ k=1,2,3), \tag{10}$$

ahol

$$T_{ik}=\varrho v_i v_k+\left(p+\frac{H^2}{8\pi}\right)\delta_{ik}-\frac{1}{4\pi}H_iH_k$$

a teljes feszültségtenzor, $\varrho v_i v_k$ a kinetikai tenzor, $p\delta_{ik}$ a hidrodinamikai nyomás, $H^2(8\pi)^{-1}\delta_{ik}-H_iH_k(4\pi)^{-1}$ a Maxwell-féle mágneses feszültségtenzor, δ_{ik} a Kronecker-féle szimbólum. A (10) egyenlet jobb oldalán a kétszer előforduló k indexre összegezni kell.

Térjünk át most az energiatétel differenciális alakjának a levezetésére. Szorozzuk meg a (8) mozgásegyenletet skalárisan a sebességgel:

$$\varrho v\frac{\partial v}{\partial t}+\varrho v\{(v\ \operatorname{grad})v\}+v\ \operatorname{grad}p+\frac{v}{8\pi}\operatorname{grad}\mathfrak{H}^2-\frac{v}{4\pi}\{(\mathfrak{H}\ \operatorname{grad})\mathfrak{H}\}=0. \tag{11}$$

Ezt az egyenletet a

$$\operatorname{div}\{(\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_3)\,\mathfrak{A}_2\} = (\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_3)\operatorname{div}\mathfrak{A}_2 + \mathfrak{A}_1\{(\mathfrak{A}_2\,\mathrm{grad})\,\mathfrak{A}_3\} + \mathfrak{A}_3\{(\mathfrak{A}_2\,\mathrm{grad})\,\mathfrak{A}_1\}$$

vektoranalitikai azonosság, valamint az (1), (2), (4) és (5) egyenletek felhasználásával a következő alakba írhatjuk:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\varrho\frac{\mathfrak{v}^2}{2}+\frac{p}{\varkappa-1}+\frac{H^2}{8\pi}\right)+\operatorname{div}\left\{\mathfrak{v}\left(\varrho\frac{\mathfrak{v}^2}{2}+\frac{p}{\varkappa-1}+\frac{H^2}{8\pi}\right)\right\}= \\ =-\operatorname{div}\left\{\mathfrak{v}p+\mathfrak{v}\frac{H^2}{8\pi}-\frac{(\mathfrak{v}\mathfrak{H})}{4\pi}\mathfrak{H}\right\}. \tag{12}$$

Az energiatételnek ezt az alakját fogjuk a továbbiakban felhasználni. Fizikai tartalma szembeszökővé válik, ha kissé még átalakítjuk. Feltételezésünk szerint az ideális plazma viselkedése eleget tesz az ideális gázok állapotegyenletének:

$$\frac{p}{\varrho} = RT. \tag{13}$$

Ideális gázokra érvényes továbbá, hogy

$$c_p - c_v = R, \tag{14}$$

ahol c_p ill. c_v az állandó nyomáson ill. állandó térfogaton vett fajhő. A (13) és a (14) egyenlőségekből adódik:

$$\frac{p}{\varkappa-1} = c_v\varrho T. \tag{15}$$

Az energiatétel bal oldalának zárójeles kifejezésében a középső tag tehát az ideális plazma belső energiájának a sűrűsége. Megjegyezzük, a (12) egyenlet hasonló alakban érvényes akkor is, ha nem követeljük meg, hogy a plazma eleget tegyen az ideális gázok állapotegyenletének. Ebben az esetben a (12) egyenletben a $p(\varkappa-1)^{-1}$ helyére, valamint az (5) egyenletben a $p\varrho^{-\varkappa}$ helyére nem írhatjuk be az energiasűrűség, ill. az entrópiasűrűség konkrét alakját.

Könnyen belátható, hogy a (12) egyenlet jobb oldalán a zárójelben szereplő utolsó két tag és a bal oldalon álló utolsó tag összege a Poynting-vektorral egyenlő. A $\mathfrak{H}$ erősségű mágneses térben $\mathfrak{v}$ sebességgel mozgó közegben ugyanis az Ohm-törvény a következő:

$$\mathfrak{j} = \varrho_e\mathfrak{v} + \sigma\left(\mathfrak{E}+\frac{1}{c}\left[\mathfrak{v}\times\mathfrak{H}\right]\right),$$

ahol $\mathfrak{j}$ a teljes áramsűrűség, $\varrho_e\mathfrak{v}$ a konvektiv áram sűrűsége, σ a közeg elektromos vezetőképessége, $\mathfrak{E}$ az elektromos térerősség, c pedig a fény sebessége vákuumban. Minthogy feltételezésünk szerint az ideális plazma elektromos vezetőképessége végtelen nagy, a teljes áramsűrűség csak akkor marad véges, ha

$$\mathfrak{E} = -\frac{1}{c}\left[\mathfrak{v}\times\mathfrak{H}\right].$$

Ennek felhasználásával a Poynting-vektor a következőképpen írható:

$$\mathfrak{H} = \frac{c}{4\pi}[\mathfrak{E} \times \mathfrak{H}] = -\frac{1}{4\pi}[[\mathfrak{v} \times \mathfrak{H}] \times \mathfrak{H}] = \frac{H^2}{4\pi}\mathfrak{v} - \frac{1}{4\pi}(\mathfrak{v}\mathfrak{H})\mathfrak{H}.$$

Ezek után a (12) egyenlet fizikai tartalma nyilvánvaló. A plazma valamely térfogatában a kinetikai, belső és a mágneses energia összegének a megváltozását ugyanezen energiafajták eláramlása és a hidrodinamikai nyomóerők munkája okozza. Az energiatételben az elektromos energia azért nem szerepel, mert végtelen nagy vezetőképesség esetén ez elhanyagolható a mágneses energia mellett [7].

Végül a tömeg megmaradását kifejező kontinuitás egyenlete:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div}(\varrho \mathfrak{v}) = 0. \tag{16}$$

A magnetohidrodinamikai lökéshullámok alapegyenletei

Az olyan S felületet, amelynek két oldalán a magnetohidrodinamikai mennyiségek ($\mathfrak{H}$, $\mathfrak{v}$, p, ϱ) határértéke különbözik, vagyis amelyen a magnetohidrodinamikai mennyiségeknek véges szakadásuk van, erős szakadási felületnek vagy lökéshullámnak nevezzük. Az S szakadási felület egyenlete legyen:

$$\varphi(x, y, z, t) = 0. \tag{17}$$

A (17) egyenlettel megadott felületnek a koordinátarendszerhez viszonyított sebessége:

$$N = -\frac{\dfrac{\partial \varphi}{\partial t}}{|\operatorname{grad} \varphi|}. \tag{18}$$

A szakadási felületnek a plazmához viszonyított sebessége nyilvánvalóan $\theta = N - v_n$, ahol v_n a plazma sebességének vetülete az S felület normálisának az irányára. Az S felület normálisának az irányítását úgy választjuk meg, hogy

$$\theta = N - v_n < 0 \tag{19}$$

legyen. A v_n-nel együtt az S felületen a θ-nak is szakadása van. Azonban egyszerű megfontolás meggyőz arról, hogy θ-nak a szakadási felület két oldalán azonos előjele van. A (17) egyenlettel megadott S felület két oldalán levő pontokban a $\varphi(x, y, z, t)$ függvény értékének ellentétes előjele van. Az S felületnek azt az oldalát választjuk pozitívnak, amerre a felület normális egységvektora mutat. A plazma áramlása közben tehát plazmarészek jutnak át az S felület negatív oldaláról a pozitívra. Valamely $\Phi(x, y, z, t)$ magnetohidrodi-

namikai mennyiségnek az S felület pozitív oldaláról képezett határértékét Φ_+-szal, a negatív oldaláról képezett határértékét Φ_--szal jelöljük. A

$$[\Phi] = \Phi_+ - \Phi_-$$

mennyiséget a Φ magnetohidrodinamikai mennyiség szakadásának mondjuk. A θ relatív sebességre, valamint a magnetohidrodinamikai mennyiségek felületi szakadásaira az (1), (7), (9), (12) és (16) megmaradási tételekből meghatározott feltételek adódnak. Ezeknek a dinamikai feltételeknek, a magnetohidrodinamikai lökéshullámok alapegyenleteinek a leszármaztatása végett a megmaradási tételeket integrális alakba írjuk. Ebből a célból a differenciális megmaradási tételeket olyan V térfogatra integráljuk, amely együtt mozog a plazmával. A

$$\frac{d}{dt}\int_V \Phi dV = \int_V \left\{\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \operatorname{div}(\Phi \mathfrak{v})\right\} dV$$

egyenlőség, valamint a Gauss-tétel felhasználásával a magnetohidrodinamika megmaradási tételeit a következő integrális alakba írhatjuk:

$$\int_F H_n df = 0, \tag{20}$$

$$\frac{d}{dt}\int_V \mathfrak{H} dV = \int_F \mathfrak{v} H_n df, \tag{21}$$

$$\frac{d}{dt}\int_V \varrho \mathfrak{v} dV = -\int_F \left(p + \frac{H^2}{8\pi}\right)\vec{n} df + \frac{1}{4\pi}\int_F \mathfrak{H} H_n df, \tag{22}$$

$$\frac{d}{dt}\int_V \varrho dV = 0, \tag{23}$$

$$\frac{d}{dt}\int_V \left(\frac{1}{2}\varrho \mathfrak{v}^2 + \frac{p}{\varkappa - 1} + \frac{H^2}{8\pi}\right) dV = -\int_F \left\{\left(p + \frac{H^2}{8\pi}\right) v_n - \frac{(\mathfrak{v}\mathfrak{H})}{4\pi} H_n\right\} df. \tag{24}$$

Ezekben az egyenletekben V a plazmával együtt mozgó térfogat, F ennek a térfogatnak a határoló felülete, $\vec{n}$ pedig az F felület kifelé mutató normális egységvektora. A (20)—(24) megmaradási tételek mindegyikének a következő alakja van:

$$\frac{d}{dt}\int_V \varepsilon dV = \int_F \beta_n df, \tag{25}$$

ahol ε és β_n a magnetohidrodinamikai mennyiségekből képezett kifejezés.

Válasszuk meg a V térfogatot úgy, hogy az S szakadási felület áthaladjon rajta. Abból a követelményből, hogy az integrális megmaradási tételeknek

a szakadási felületen való áthaladáskor is érvényben kell maradniuk, a (25) egyenletből az ε és β_n mennyiségek felületi szakadására a következő összefüggés adódik [8]:

$$[\varepsilon\theta]+[\beta_n]=0. \tag{26}$$

Ha ε és β_n helyére a megfelelő mennyiségeket behelyettesítjük, a megmaradási tételekből megkapjuk a magnetohidrodinamikai lökéshullámok alapegyenleteit:

$$[H_n]=0, \tag{27}$$

$$[\theta\mathfrak{H}]+[\mathfrak{v}H_n]=0, \tag{28}$$

$$[\varrho\theta\mathfrak{v}]-\left[p+\frac{H^2}{8\pi}\right]\vec{n}+\frac{1}{4\pi}[H_n\mathfrak{H}]=0, \tag{29}$$

$$[\varrho\theta]=0, \tag{30}$$

$$\left[\theta\left(\frac{1}{2}\varrho\mathfrak{v}^2+\frac{p}{\varkappa-1}+\frac{H^2}{8\pi}\right)\right]-\left[\left(p+\frac{H^2}{8\pi}\right)v_n\right]+\left[\frac{(\mathfrak{v}\mathfrak{H})}{4\pi}H_n\right]=0. \tag{31}$$

A magnetohidrodinamikai Zemplén-tétel

A Zemplén-tétel [9] szerint a hidrodinamikai erős szakadási felület pozitív oldalán a nyomás és a sűrűség nagyobb, mint a negatív oldalon, vagyis a hidrodinamikai lökéshullámok csak kompressziós hullámok lehetnek. A magnetohidrodinamikai lökéshullámok (27)—(31) alapegyenleteinek a segítségével bebizonyítjuk, hogy a magnetohidrodinamikai lökéshullámokra is érvényes a Zemplén-féle tétel:

Ha $\theta\neq 0$, vagyis ha az erős szakadási felület mozog a plazmához képest és az entrópiasűrűség a szakadási felület pozitív oldalán nagyobb, mint a negatív oldalon, akkor

$$\varrho_+>\varrho_- \quad \text{és} \quad p_+>p_-, \tag{32}$$

tehát a magnetohidrodinamikai lökéshullámok is kompressziós hullámok.

Az állítás bizonyítása végett induljunk ki a (31) egyenletből. Minthogy (27) és (30) szerint H_n és $\varrho\theta$ a szakadási felületen folytonosak, ezek a mennyiségek minden tagban kiemelhetők a szögletes zárójel elé. Ennek figyelembevételével a (31) egyenletet a következő alakba írhatjuk:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{2}\varrho\theta[\mathfrak{v}^2]+\frac{\varrho\theta}{\varkappa-1}\left[\frac{p}{\varrho}\right]+\frac{\varrho\theta}{8\pi}\left[\frac{H^2}{\varrho}\right]-[pv_n]-\\&-\frac{1}{8\pi}[H^2v_n]+\frac{H_n}{4\pi}[(\mathfrak{v}\mathfrak{H})]=0.\end{aligned}\right\} \tag{33}$$

Ha a (29) egyenlet minden tagját skalárisan megszorozzuk $(\mathfrak{v}_++\mathfrak{v}_-)$-szal, a

következő egyenletet kapjuk:

$$\varrho\theta[\mathfrak{v}^2] = [p](v_{n+} + v_{n-}) + \frac{v_{n+} + v_{n-}}{8\pi}[H^2] - \frac{H_n}{4\pi}[\mathfrak{H}](\mathfrak{v}_+ + \mathfrak{v}_-). \tag{34}$$

Helyettesítsük be ezt a kifejezést a (33) egyenletbe:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{2}[p](v_{n+} + v_{n-}) + \frac{\varrho\theta}{\varkappa - 1}\left[\frac{p}{\varrho}\right] - [pv_n] + \frac{v_{n+} + v_{n-}}{16\pi}[H^2] - \\ &- \frac{H_n}{8\pi}[\mathfrak{H}](\mathfrak{v}_+ + \mathfrak{v}_-) + \frac{\varrho\theta}{8\pi}\left[\frac{H^2}{\varrho}\right] - \frac{1}{8\pi}[H^2 v_n] + \frac{H_n}{4\pi}[(\mathfrak{v}\mathfrak{H})] = 0. \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

Foglalkozzunk először azoknak a tagoknak az átalakításával, amelyekben a mágneses térerősség nem fordul elő. Ha ezekben a tagokban a szögletes zárójeles kifejezéseket értelemszerűen kiírjuk, egyszerű átalakítások után a következő azonosságot kapjuk:

$$\frac{1}{2}[p](v_{n+} + v_{n-}) + \frac{\varrho\theta}{\varkappa - 1}\left[\frac{p}{\varrho}\right] - [pv_n] = \frac{\varrho\theta}{\varkappa - 1}\left[\frac{p}{\varrho}\right] - \frac{1}{2}(p_+ + p_-)[v_n]. \tag{36}$$

Minthogy továbbá a szakadási felület N sebessége a definíció szerint folytonos, ezért

$$[v_n] = -[\theta] = -\varrho\theta\left[\frac{1}{\varrho}\right]. \tag{37}$$

Ennek az egyenlőségnek a felhasználásával a (36) azonosság a következőképpen alakítható tovább:

$$\frac{1}{2}[p](v_{n+} + v_{n-}) + \frac{\varrho\theta}{\varkappa - 1}\left[\frac{p}{\varrho}\right] - [pv_n] = \frac{\varrho\theta}{\varkappa - 1}\left[\frac{p}{\varrho}\right] + \frac{\varrho\theta}{2}(p_+ + p_-)\left[\frac{1}{\varrho}\right]. \tag{38}$$

Térjünk át most a (35) egyenlet utolsó öt tagjának az átalakítására. Ha az egyes tagokat itt is részletesen kiírjuk, egyszerű átalakítások után a következő azonossághoz jutunk:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{v_{n+} + v_{n-}}{16\pi}[H^2] - \frac{H_n}{8\pi}[\mathfrak{H}](\mathfrak{v}_+ + \mathfrak{v}_-) + \frac{\varrho\theta}{8\pi}\left[\frac{H^2}{\varrho}\right] - \frac{1}{8\pi}[H^2 v_n] + \\ &+ \frac{H_n}{4\pi}[(\mathfrak{v}\mathfrak{H})] = \frac{1}{16\pi}(H_-^2 v_{n-} + H_+^2 v_{n-} - H_+^2 v_{n+} - H_-^2 v_{n+}) + \\ &+ \frac{H_n}{8\pi}(\mathfrak{H}_+ + \mathfrak{H}_-)(\mathfrak{v}_+ - \mathfrak{v}_-) + \frac{\varrho\theta}{8\pi}\left(\frac{H_+^2}{\varrho_+} - \frac{H_-^2}{\varrho_-}\right) \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

Ezt az azonosságot a (28) egyenlet felhasználásával tovább alakítjuk. A (27)

és a (30) egyenletek figyelembevételével a (28) egyenlet a következőképpen írható:

$$\varrho\theta\left(\frac{\mathfrak{H}_+}{\varrho_+}-\frac{\mathfrak{H}_-}{\varrho_-}\right)+H_n(v_+-v_-)=0. \tag{40}$$

Ha ennek az egyenletnek minden tagját skalárisan megszorozzuk $(\mathfrak{H}_+ + \mathfrak{H}_-)$-szal, a következő egyenlőséget kapjuk:

$$H_n(v_+ - v_-)(\mathfrak{H}_+ + \mathfrak{H}_-) = -\varrho\theta\left(\frac{H_+^2}{\varrho_+}-\frac{\mathfrak{H}_+\mathfrak{H}_-}{\varrho_-}+\frac{\mathfrak{H}_+\mathfrak{H}_-}{\varrho_+}-\frac{H_-^2}{\varrho_-}\right). \tag{41}$$

Ennek és a (37) összefüggésnek a felhasználásával a (39) egyenlőség a következőképpen alakítható át:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{v_{n+}+v_{n-}}{16\pi}[H^2]-\frac{H_n}{8\pi}[\mathfrak{H}](v_+ + v_-)+\frac{\varrho\theta}{8\pi}\left[\frac{H^2}{\varrho}\right]-\\&-\frac{1}{8\pi}[H^2 v_n]+\frac{H_n}{4\pi}[(v\mathfrak{H})]=\frac{\varrho\theta}{16\pi}\left[\frac{1}{\varrho}\right][\mathfrak{H}]^2\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

Helyettesítsük be a (38) és a (42) kifejezést a (35) egyenletbe:

$$\frac{1}{2}(p_+ + p_-)\left[\frac{1}{\varrho}\right]+\frac{1}{\varkappa-1}\left[\frac{p}{\varrho}\right]+\frac{1}{16\pi}[\mathfrak{H}]^2\left[\frac{1}{\varrho}\right]=0. \tag{43}$$

A szakadási felület normálisának irányát úgy választottuk meg, hogy $\theta<0$ legyen. A plazma és a szakadási felület mozgása során tehát plazmarészek jutnak át a szakadási felület negatív oldaláról a pozitív oldalára. A termodinamika második főtétele szerint tehát

$$\left[\frac{p}{\varrho^\varkappa}\right]=\frac{p_-}{\varrho_+^\varkappa}\left\{\frac{p_+}{p_-}-\left(\frac{\varrho_+}{\varrho_-}\right)^\varkappa\right\}>0. \tag{44}$$

Ha a p_+/p_- hányadost a (43) összefüggésből kifejezzük és a (44) egyenlőségbe behelyettesítjük, a következő egyenletet kapjuk:

$$\left[\frac{p}{\varrho^\varkappa}\right]=\frac{p_-}{\varrho_+^\varkappa}\left\{\frac{(\varkappa+1)x-(\varkappa-1)}{\varkappa+1-(\varkappa-1)x}-x^\varkappa+G\frac{x-1}{\varkappa+1-(\varkappa-1)x}\right\}, \tag{45}$$

ahol

$$x=\frac{\varrho_+}{\varrho_-} \tag{46}$$

és

$$G=\frac{\varkappa-1}{8\pi p_-}[\mathfrak{H}]^2. \tag{47}$$

Elemi számítással belátható, hogy a kapcsos zárójelben álló kifejezés csak akkor pozitív, vagyis a (44) egyenlőtlenség csak akkor teljesül, ha

$$\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}>\frac{\varrho_+}{\varrho_-}>1,$$

tehát

$$\varrho_+>\varrho_-. \tag{48}$$

Ezután a (44) egyenlőtlenségből egyszerűen következik a

$$p_+>p_- \tag{49}$$

egyenlőtlenség.

J. L. Synge megmutatta, hogy a gázdinamikai lökéshullámok pozitív oldalán a hőmérséklet magasabb, mint a negatív oldalon [10]. Az előbbi eredmények segítségével belátható, hogy a hőmérséklet felületi szakadására a magnetohidrodinamikában is teljesül a

$$T_+>T_- \tag{50}$$

egyenlőtlenség. A (13) állapotegyenlet felhasználásával ugyanis a hőmérséklet szakadását a következőképpen fejezhetjük ki:

$$[T]=\frac{p_-}{R\varrho_+}\left(\frac{p_+}{p_-}-\frac{\varrho_+}{\varrho_-}\right). \tag{51}$$

A (44) és (48) egyenlőtlenségből egyszerűen következik, hogy az (51) egyenlőség jobb oldalán a zárójelben álló kifejezés pozitív, tehát $[T]>0$.

A magnetohidrodinamikai lökéshullámok osztályozása

A magnetohidrodinamikai lökéshullámok alapegyenleteinek az átalakítása végett bevezetjük a következő jelöléseket:

$$\tau=\frac{1}{\varrho};\quad \bar{\tau}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varrho_+}+\frac{1}{\varrho_-}\right);\quad \bar{\mathfrak{H}}=\frac{1}{2}(\mathfrak{H}_+ +\mathfrak{H}_-). \tag{52}$$

Ezután a (28)—(30) egyenletrendszer a (27) és (37) egyenletek felhasználásával a következőképpen alakítható át:

$$\sigma\bar{\tau}[\mathfrak{H}]-\bar{\mathfrak{H}}\,[v_n]+H_n[v]=0, \tag{53}$$

$$\sigma[v]-\frac{[p]}{[\tau]}[\tau]\vec{n}-\frac{1}{4\pi}(\bar{\mathfrak{H}}[\mathfrak{H}])\vec{n}+\frac{H_n}{4\pi}[\mathfrak{H}]=0, \tag{54}$$

$$\sigma[\tau]-[v_n]=0, \tag{55}$$

ahol $\sigma=\varrho\theta$.

Közvetlenül látszik, hogy az erős szakadásokra vonatkozó (53)—(55) egyenletrendszer a gyenge szakadások amplitúdóira vonatkozó egyenletrendszerbe [6] megy át, ha az egyes mennyiségeket a következőképpen feleltetjük meg egymásnak:

$$\sigma \to \varrho(N - v_n);\ \bar{\tau} \to \frac{1}{\varrho};\ -\frac{[p]}{[\tau]} \to \varkappa \frac{p}{\varrho}\varrho^2;\ \bar{\mathfrak{H}} \to \mathfrak{H}$$

és

$$[v] \to \vec{\lambda}_v;\ [\tau] \to -\varrho^{-2}\lambda_\varrho;\ [\mathfrak{H}] \to \vec{\lambda}_H,$$

ahol $\vec{\lambda}_v$, $\vec{\lambda}_H$, λ_ϱ a sebesség, a mágneses térerősség, ill. a sűrűség deriváltjának szakadása a gyenge szakadási felületen.

Az (53)—(55) egyenletekben ismeretleneknek tekintjük a $[v]$, $[\mathfrak{H}]$ és $[\tau]$ mennyiségeket; a $[p][\tau]^{-1}$ mennyiséget azonban, amelynek $[p] \to 0$ és $[\tau] \to 0$ esetén a határértéke $-\varrho^2 \frac{dp}{d\varrho} = -\varkappa \frac{p}{\varrho}\varrho^2 = -c_h^2\varrho^2$, adott mennyiségnek tekintjük. Az (53)—(55) egyenletrendszer a $[v]$, $[\mathfrak{H}]$ és $[\tau]$ mennyiségekre csak akkor ad triviálistól különböző megoldást, ha az egyenletrendszer determinánsa zérus. Ha a determinánst kifejtjük és zérussal tesszük egyenlővé, a következő hetedfokú egyenletet kapjuk a $\sigma = \varrho\theta$ mennyiségre:

$$\bar{\tau}^2\sigma\left(\bar{\tau}\sigma^2 - \frac{H_n^2}{4\pi\tau}\right)\left\{\bar{\tau}\sigma^4 + \left(\bar{\tau}\frac{[p]}{[\tau]} - \frac{\bar{\mathfrak{H}}^2}{4\pi}\right)\sigma^2 - \frac{[p]}{[\tau]}\frac{H_n^2}{4\pi}\right\} = 0. \tag{56}$$

Egyszerűen belátható, hogy a

$$\varrho_+ \to \varrho_-;\ v_+ \to v_-;\ \mathfrak{H}_+ \to \mathfrak{H}_-;\ p_+ \to p_-$$

határátmenet esetén az (56) egyenlet — a θ szorzótól eltekintve — a gyenge szakadási felület sebességére vonatkozó egyenletbe megy át [6].

Az (56) egyenlet különböző gyökeihez az (53)—(55) egyenletrendszernek más-más megoldása tartozik. Ennek alapján megvizsgálhatjuk az erős szakadások különböző típusait.

a) Gyors és lassú lökéshullámok

Foglalkozzunk először azzal az esettel, amikor az (56) egyenlet bal oldalának az utolsó tényezője zérus. Ezt az egyenletet a következő alakba írhatjuk:

$$\left(\sigma^2 + \frac{[p]}{[\tau]}\right)\left(\sigma^2 - \frac{H_n^2}{4\pi\bar{\tau}}\right) = \sigma^2\left(\frac{\bar{\mathfrak{H}}^2}{4\pi\bar{\tau}} - \frac{H_n^2}{4\pi\bar{\tau}}\right), \tag{57}$$

vagy

$$\sigma^2\left(\bar{\tau}\sigma^2 - \frac{\bar{\mathfrak{H}}^2}{4\pi\tau}\right) = -\frac{[p]}{[\tau]}\left(\bar{\tau}\sigma^2 - \frac{H_n^2}{4\pi\tau}\right). \tag{58}$$

Jelöljük az (57) egyenlet két pozitív gyöke közül a nagyobbikat σ_{gy}-vel, a kisebbiket σ_l-lel. Figyelembe véve, hogy a Zemplén-tétel szerint

$$-\frac{[p]}{[\tau]}=\frac{[p]}{[\varrho]}\varrho_+\varrho_->0, \tag{59}$$

az (57) és az (58) egyenletből egyszerűen adódik a következő két egyenlőtlenség:

$$\sigma_l^2\leqq-\frac{[p]}{[\tau]}\leqq\sigma_{gy}^2, \tag{60}$$

$$\sigma_l^2\leqq\frac{H_n^2}{4\pi\bar{\tau}\bar{\tau}}\leqq\sigma_{gy}^2. \tag{61}$$

Ha σ eleget tesz az (57) egyenletnek, akkor az (53)—(55) egyenletek megoldása, vagyis a magnetohidrodinamikai mennyiségek szakadása a következőképpen fejezhető ki:

$$\left.\begin{aligned}[\mathfrak{H}]&=\alpha\bar{\tau}\sigma^2(\bar{\mathfrak{H}}-H_n\vec{n}),\\ [v]&=-\alpha\bar{\tau}\sigma\left(\frac{H_n}{4\pi}\bar{\mathfrak{H}}-\bar{\tau}\sigma^2\vec{n}\right),\\ [\tau]&=-\alpha\bar{\tau}\left(\bar{\tau}\sigma^2-\frac{H_n^2}{4\pi}\right).\end{aligned}\right\} \tag{62}$$

A nyomás szakadását a (29) egyenletből határozhatjuk meg. Ha ennek az egyenletnek minden tagját $\vec{n}$-nel skalárisan megszorozzuk, a (27) egyenlet felhasználásával a következő összefüggést kapjuk:

$$[p]=\sigma[v_n]-\frac{1}{4\pi}(\bar{\mathfrak{H}}[\mathfrak{H}]).$$

Ha ide $[v_n]$ és $[\mathfrak{H}]$ értékét a (62) formulákból behelyettesítjük, a nyomás szakadására a következő kifejezést kapjuk:

$$[p]=\alpha\bar{\tau}\sigma^2\left(\bar{\tau}\sigma^2-\frac{\bar{\mathfrak{H}}^2}{4\pi}\right). \tag{63}$$

Határozzuk még meg a mágneses térerősség abszolút értékének szakadási amplitúdóját. A (62) első egyenlőségéből adódik:

$$[H^2]=2(\bar{\mathfrak{H}}[\mathfrak{H}])=2\alpha\bar{\tau}\sigma^2(\bar{\mathfrak{H}}^2-H_n^2) \tag{64}$$

A (62) utolsó egyenlőségének a felhasználásával nyerjük:

$$[H^2]=-2\sigma^2[\tau]\frac{\bar{\mathfrak{H}}^2-H_n^2}{\bar{\tau}\sigma^2-\frac{H_n^2}{4\pi}}. \tag{65}$$

Minthogy a Zemplén-tétel szerint $[\tau]<0$, a (65) egyenlőségből és a (61) egyenlőtlenségből következik, hogy gyors lökéshullámon a mágneses térerősség nő, lassú lökéshullámon pedig $H_+<H_-$. Minthogy továbbá a mágneses térerősség normális komponense a szakadási felületen folytonos, a tangenciális komponens változása ugyanolyan előjelű, mint az abszolút érték szakadása.

Az olyan lökéshullámot, amely a mágneses térerősségre merőleges irányban terjed, vagyis amelyre $H_n=0$, merőleges lökéshullámnak nevezzük. A (28) egyenlőségből következik, hogy a merőleges lökéshullám mentén a mágneses térerősség tangenciális összetevőjére a következő egyenlőség érvényes:

$$\frac{H_{t+}}{H_{t-}}=\frac{\theta_-}{\theta_+}.$$

Ugyancsak a (28) egyenlőségből, vagy közvetlenül a (62) formulákból adódik továbbá merőleges lökéshullámokra:

$$[\mathfrak{H}]=\alpha\bar{\tau}\sigma^2\bar{\mathfrak{H}}.$$

Ha végül a mágneses térerősség párhuzamos a szakadási felület normálisával, akkor a szakadási felületet párhuzamos lökéshullámnak nevezzük. Ebben az esetben — mint a (37) egyenlőség felhasználásával egyszerűen belátható — a (28)—(31) egyenletekből a mágneses térerősséget tartalmazó tagok kiesnek és a közönséges hidrodinamikai lökéshullámokra vonatkozó egyenleteket kapjuk vissza. E tulajdonságuk miatt a magnetohidrodinamikai lökéshullámok fenti típusát magnetoakusztikai lökéshullámoknak nevezhetjük.

b) Transzverzális lökéshullámok

Az (56) egyenlet

$$\sigma_{tr}=\left(\frac{H_n^2}{4\pi\bar{\tau}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{66}$$

gyökéhez tartozó szakadási felületet transzverzális lökéshullámnak nevezzük. Az (53)—(55) egyenletek segítségével a transzverzális lökéshullám mentén a magnetohidrodinamikai mennyiségek szakadását a következőképpen fejezhetjük ki:

$$\left.\begin{aligned}[\mathfrak{H}]=\alpha\sigma\bar{\mathfrak{H}}\times\vec{n};\ [v]=\alpha\frac{H_n}{4\pi}\bar{\mathfrak{H}}\times\vec{n}=\mp[\mathfrak{H}]\left(\frac{\bar{\tau}}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}};\\ [\tau]=0;\ [p]=0.\end{aligned}\right\} \tag{67}$$

Minthogy most a plazma sűrűsége a szakadási felület két oldalán megegyezik, ezért a sebesség szakadását a következőképpen is írhatjuk:

$$[v]=\mp\frac{[\mathfrak{H}]}{\sqrt{4\pi\varrho}}. \tag{68}$$

Ez a formula pontos megfelelője az Alfvén-hullámokban a v és a $\mathfrak{H}$ között fennálló összefüggésnek.

A (67) utolsó egyenlőségét a (29) egyenletekből vezethetjük le. Ha ugyanis ennek az egyenletnek minden tagját $\vec{n}$-nel skalárisan megszorozzuk és figyelembe vesszük a (27) és az (55) egyenlőséget, a következő összefüggést kapjuk:

$$[p] + \left[\frac{H^2}{8\pi}\right] = 0. \tag{69}$$

Másrészt viszont a (67) egyenlőség következtében:

$$[H^2] = 2\bar{\mathfrak{H}}[\mathfrak{H}] = 0, \tag{70}$$

tehát $[p] = 0$.

A (67) egyenlőségből és a

$$\left[\frac{p}{\varrho^\varkappa}\right] = \frac{p_-}{\varrho_+^\varkappa}\left\{\frac{p_+}{p_-} - \left(\frac{\varrho_+}{\varrho_-}\right)^\varkappa\right\} \tag{71}$$

azonosságból következik, hogy a transzverzális magnetohidrodinamikai lökéshullám mentén az entrópiasűrűség folytonos. Ennek megfelelő lökéshullám a hidrodinamikában nincs. A hidrodinamikában ugyanis ($\theta \neq 0$ esetén) a nyomás folytonosságából következik az összes többi hidrodinamikai mennyiség folytonossága.

Minthogy (27) és (70) szerint a transzverzális szakadási felületen a mágneses térerősségnek a normális komponense is és az abszolút értéke is folytonos, ezért a mágneses térerősség a felületen csak úgy változhat, hogy a szakadási felületen való áthaladáskor elfordul az $\vec{n}$ vektor körül.

c) Tangenciális szakadás

Foglalkozzunk végül azzal az esettel, amikor a szakadási felület együtt mozog a plazmával, vagyis amikor

$$\theta = N - v_n = 0. \tag{72}$$

Ha $H_n \neq 0$, akkor a (27)—(31) egyenletekből következik, hogy

$$[v] = 0;\ [\mathfrak{H}] = 0;\ [p] = 0;\ [\varrho] \text{ tetszőleges.} \tag{73}$$

Ha $H_n = 0$, akkor a sebességnek és a mágneses térerősségnek csak a normális komponense folytonos, a tangenciális összetevőnek a szakadási felületen ugrása lehet. A (29) egyenletből $H_n = 0$ és $\theta = 0$ esetén adódik:

$$\left[p + \frac{H^2}{8\pi}\right] = 0.$$

IRODALOM

[1] С. А. Каплан: Межзвездная газодинамика. Физматгиз. Москва. 1958.

[2] *A. C. Kolb,* Recent Progress in Shock Wave Research. IV. International Conference on Ionization Phenomena in Gases. Uppsala, 1959.

[3] *N. Herlofson,* Nature *165,* 1020. 1950.

[4] *F. Hoffmann, E. Teller,* Phys. Rev. *80,* 692. 1950.

[5] *R. Lüst,* Z. Naturf. *8a,* 277. 1953.

[6] *Szabó J.,* Magyar Fizikai Folyóirat, *8,* 175. 1960.

[7] С. И. Сыроватский, УФН. *62,* 247. 1957.

[8] Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе: Теоретическая гидромеханика, Том 2. Гостехиздат, Москва. 1955.

[9] *G. Zemplén,* Comptes rendus de séances de l'Acad. de Paris *141,* 710. 1905.

[10] *J. L. Synge:* The Relativistic Gas. North-Holland Publ. Co. Amsterdam. 1957

KITERJEDT LÉGIZÁPOROK VIZSGÁLATA 40 m VÍZEKVIVALENS MÉLYSÉGBEN*

SÁNDOR TAMÁS, SOMOGYI ANTAL és TELBISZ FERENC
Központi Fizikai Kutató Intézet, Kozmikus Sugárzási Laboratórium, Budapest

I. Bevezetés

1960 májusában megkezdtük a Kozmikus Sugárzási Laboratórium földalatti helyiségeiben a kiterjedt légizápor méréseket.

A kiterjedt légizáporokkal foglalkozó munkák nagy számához képest igen kevés az a néhány mérés ([1]—[10]), amit föld alatt hajtottak végre, pedig ezek a mérések a szélsőségesen nagyenergiájú elemi kölcsönhatásokkor keletkező áthatoló részek sok fontos tulajdonságáról adhatnak felvilágosítást. Az idevonatkozó problémákat három csoportba oszthatjuk:

1. A kiterjedt légizáporok áthatoló komponensének szerkezeti vizsgálata. Ezen a téren történt aránylag a legtöbb kezdeményezés. Mérések történtek az áthatoló komponens sűrűségspektrumára, oldalszerkezetére vonatkozóan.

2. Fluktuáció-vizsgálatok. Ezek részint az oldalszerkezet fluktuációjára, részint az áthatoló komponens számarányának (vagyis az áthatoló részek száma/(összes részek száma)) ingadozásaira vonatkoznak. Kísérleti eredményeket csak legújabban tettek közzé, egyelőre erősen kvalitatív jelleggel [9], [13].

3. Abszorpció-vizsgálatok. Az ólomban történő és néhány dm ólomrétegig terjedő abszorpció-vizsgálatokon kívül, nagy abszorbensvastagságok mellett, — tudomásunk szerint — mindössze egy rendszeres abszorpció-vizsgálat történt [3], [4]. E méréseknek főként a legnagyobb energiájú μ-mezonok energiaspektrum-mérése szempontjából van jelentősége, de esetleg kiterjeszthető a μ-mezonok hatáskeresztmetszetének vizsgálatára is.

Most megkezdett — több évre tervezett — méréssorozatunk célja a fluktuáció-vizsgálatok és az abszorpció-vizsgálatok körébe esik. Meglevő földalatti laboratóriumunk különösen az abszorpció-vizsgálatokhoz rendkívül előnyös: 10, 20, 30 m mélységben egymás alatt, durván 20, 40, 60 m vízekvivalens földréteg alatt elhelyezett három helyisége világviszonylatban is ritkaság. Mindössze két hasonló laboratóriumról van tudomásunk, az egyik Tbilisziben, a másik a moszkvai Lomonoszov Egyetemen van; ez utóbbi azonban csak két egymás alatti (20 m vízekvivalens, 40 m vízekvivalens földréteg alatti) helyiségből áll.

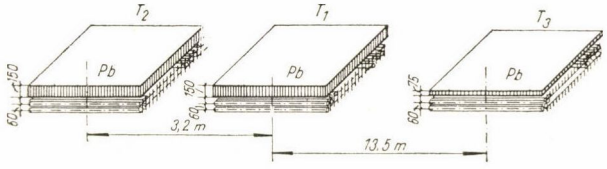
* Érkezett 1960. nov. 17.

A berendezésnek csak aránylag kis része készült el eddig. A közben szerzett tapasztalatokat fogjuk felhasználni a mintegy ezer GM-csőre tervezett készülék fokozatos kiépítésénél. E tapasztalatokról számolunk be ebben a cikkben, s ismertetjük az első mérési eredményt: a kiterjedt légizáporokban keletkező μ-mezonok energiaspektrum-kitevőjének meghatározását.

II. A készülék leírása. Kontrollmérések

A berendezés hatos koincidenciába kapcsolt hat GM cső-sorozatból áll. Mindegyik sorozat 30 GM csőből áll, egyenkint 480 cm^2 (egy sorozatban tehát 1,44 m^2) érzékeny felülettel. A hat sorozat elhelyezését az 1. ábra mutatja vázlatosan.

Az 1., 2., 3. és 4. sorozat a Nemzetközi Geofizikai Évre épült és azóta is üzemben levő mezonteleszkóp részei. E teleszkópok 4-4 sorozatból állnak,



1. ábra

az 1. és 2. sorozat a II. teleszkóp, a 3. és a 4. sorozat az I. teleszkóp alsó két-két sorozatával azonosak. E teleszkópok részletes leírását [14]-ben tettük közzé. Az 5. és 6. sorozat teljesen azonos az 1. és 2., valamint a 3. és 4.-kel, de az 5. és 6. sorozat felett egyelőre csak 7,5 cm ólomréteg van (az 1. és 2., ill. a 3. és 4. sorozat felett 15 cm). Tervbe vettük még két sorozat építését az 5. és 6. sorozat fölé, az így kapott négy sorozat az I. és II.-kal teljesen azonos harmadik teleszkópot fog alkotni. Ugyancsak tervbe van véve valamennyi sorozat hodoszkopizálása, ami sűrűségméréseket fog lehetővé tenni.

Az alkalmazott nagyméretű és nagyszámú GM cső igen nagy hátteret hoz magával s ezzel a véletlen koincidenciák számát is megnöveli. A véletlenek számának elhanyagolható kicsire való leszorítása céljából kellett hatos koincidenciát alkalmazni. Ha ezt a hat felületet egymás mellé helyeztük volna, úgy csak meglehetősen nagy sűrűségű záporokra szólalt volna meg a berendezés; nagyméretű záporok azonban ritkák, tehát adott időtartamú mérésnél a statisztikus pontosság lett volna kisebb. Ezért helyeztük el a sorozatokat páronkint egymás fölé. Ilyen geometriai elrendezés mellett a véletlenek száma (V_6) a következőképpen számítható:

$$V_6 = V_{123456} + 3\,V_{\overline{12},\,3456} + 3\,V_{\overline{12},\,\overline{34},\,56} + V_{\overline{12},\,\overline{34},\,\overline{56}} + 3\,V_{\overline{1234},\,56} + 3\,V_{\overline{1234},\,\overline{56}}, \qquad (1)$$

ahol V_{123456} jelenti azoknak az eseményeknek a számát, amelyekben mind a hat sorozat egymástól független kisülései esnek egybe véletlenül; $V_{\overline{12},\,3456}$ jelenti az olyan események számát, melyekben az 1., 2. sorozatpár valódi koincidenciájához a másik négy sorozat egy-egy független kisülése társul; $V_{\overline{12},\,\overline{34},\,56}$ jelenti az olyan események számát, amelyekben az 1., 2. és a 3., 4. sorozatpár egy-egy valódi koincidenciája véletlenül esik egybe egymással és az 5. és 6. sorozat egy-egy független kisülésével; $V_{\overline{12},\,\overline{34},\,\overline{56}}$ azon események száma, amelyekben a három sorozatpár egy-egy valódi koincidenciája esik egybe véletlenül, és végül $V_{\overline{1234},\,56}$, ill. $V_{\overline{1234},\,\overline{56}}$ azon események száma, melyekben egy kiterjedt légizápor, amely csak az 1., 2., 3., 4. sorozatokat szólaltatja meg, az 5. és a 6. sorozatot nem, véletlenül egybeesik az 5. és 6. sorozat egy-egy független kisülésével, ill. az 5. és 6. sorozat valódi koincidenciájával.

V_6 meghatározásához a következő adatokra van szükség:

a) A koincidenciaberendezés felbontóképességére, τ.

b) Egy sorozat hátterére, N.

c) Két egymás fölötti sorozat valódi koincidenciáinak számára, C_2.

d) Azon kiterjedt légizáporok számára, amelyek csak meghatározott négy sorozatot szólaltatnak meg a hat közül, C_4—C_6.

Méréseink szerint

$$\begin{aligned} \tau &= 4 \cdot 10^{-6}\ \text{sec} \\ N &= 200\ \text{sec}^{-1} \\ C_2 &= 26\ \text{sec}^{-1}. \end{aligned} \tag{2}$$

C_4—C_6 értékét illetően csak becslésekre támaszkodhatunk, mivel C_4 értékét nem tudjuk mérni, mert a négyes véletlen koincidenciák száma (V_4) nagyobb, mint C_4. Ugyanis

$$V_4 > V_{\overline{12},\,\overline{34}} = 2\,C_2^2\,\tau \approx 20/\text{óra} \tag{3}$$

C_4 értékét C_6 mért értékéből becsülhetjük. Méréseink szerint (l. III. részt)

$$C_6 = 1{,}93/\text{óra}. \tag{4}$$

Mac Anuff mérései szerint [2] (60 m mélységben a föld alatt) a bázistávolságot 20 m-ről 6 m-re csökkentve az intenzitás mintegy 40%-kal nő. A mi esetünkben a szélső két sorozatpár távolsága 16,7 m, ezt 3,2 m-re (a legközelebb fekvő két sorozatpár távolságára — vö. 1. ábra) csökkentve mintegy 60%-os intenzitásnövekedés adódik — ha az intenzitás és a bázistávolság összefüggésének a szokásos hatványfüggvényeit vesszük s ennek kitevőjét *Mac Anuff* adatából számítjuk. Figyelembe kell még venni, hogy három sorozatpár helyett csak két sorozatpár koincidenciáját követeljük meg, a két sorozatpár pedig általában már kisebb sűrűségű záporokra is megszólal,

tehát ezen oknál fogva is több záport észlel. A záporok sűrűségspektrumát azonosnak véve a föld felett 20 cm ólom alatt észlelt záporokéval, hatványspektrummal számolhatunk, melynek kitevője $\gamma = 1{,}6$ [15], [16]. E feltevések mellett a kettes és hármas koincidenciák aránya [17]

$$\frac{-2+2^{\gamma}}{-3+3\cdot 2^{\gamma}-3^{\gamma}} \approx 3$$

E becslések alapján

$$C_4 \approx 3\cdot 1{,}6\cdot C_6 \approx 9/\text{óra}. \tag{5}$$

Érdemes megjegyezni, hogy megmérve a négyes koincidenciák számát — a valódi és véletlenekét együttesen —, a következő eredményeket kaptuk:

$$C_4(\text{I, II}) = 30{,}1 \pm 0{,}8/\text{óra}$$

$$C_4(\text{II, III}) = 29{,}2 \pm 0{,}5/\text{óra}$$

$$C_4(\text{III, I}) = 30{,}0 \pm 0{,}7/\text{óra},$$

ami igen jól egyezik $V_4 + C_4$-gyel s ezzel a fenti becslések megbízhatóságát támasztja alá.

C_6 mért értéke és C_4 becsült értéke alapján (l. (4), ill. (5)-öt):

$$C_4 - C_6 \approx 7{,}1/\text{óra} \approx 2\cdot 10^{-3}/\text{sec}. \tag{6}$$

Az (1)-ben szereplő mennyiségeket most már könnyen kiszámíthatjuk.

$$V_{123456} = 6N^6\tau^5 \approx 10^{-9}/\text{óra}$$

$$V_{\overline{12},\,3456} = 5C_2N^4\tau^4 \approx 2\cdot 10^{-7}/\text{óra}$$

$$V_{\overline{12},\,\overline{34},\,56} = 4C_2^2N^2\tau^3 \approx 3\cdot 10^{-5}/\text{óra}$$

$$V_{\overline{12},\,\overline{34},\,\overline{56}} = 3C_2^3\tau^2 \approx 3\cdot 10^{-3}/\text{óra}$$

$$V_{\overline{1234},\,56} = 3(C_4 - C_6)N^2\tau^2 \approx 2\cdot 10^{-5}/\text{óra}$$

$$V_{\overline{1234},\,\overline{56}} = 2(C_4 - C_6)C_2\tau \approx 1{,}5\cdot 10^{-3}/\text{óra}.$$

Látható, hogy $V_{\overline{12},\,\overline{34},\,\overline{56}}$ és $V_{\overline{1234},\,\overline{56}}$ mellett a többi elhanyagolható, tehát

$$V_6 \approx V_{\overline{12},\,\overline{34},\,\overline{56}} + 3V_{\overline{1234},\,\overline{56}} \approx 8\cdot 10^{-3}/\text{óra},$$

vagyis minden elképzelhető véletlen koincidenciaforrást tekintetbe véve körülbelül ötnaponkint várható egy véletlen koincidencia.

Összegezve ezt a mért

$$C_6 = 1{,}93/\text{óra}$$

értékkel, világos, hogy ezeknek mintegy 4 ezreléke lehet véletlen koincidencia. Ez messze az elérhető statisztikus pontosság alatt marad, hiszen 4 ezrelékes statisztikus pontosság eléréséhez több mint 7 évig kellene mérni.

III. Kiterjedt légizáporok μ-mezonjainak energiaspektruma

1956. máj. 30-tól júl. 4-ig terjedő időben 757,0 óra alatt összesen 1464 hatos koincidenciát észleltünk, honnan

$$C_6 = 1{,}93 \pm 0{,}05/\text{óra}. \qquad (7)$$

Ennek az értéknek a földfelszínen, 20 cm ólom alatt nyert zápor-intenzitással való összehasonlítása útján — az alább részletezendő korrekciók és elhanyagolások mellett — a légizáporok μ-mezonjainak energiaspektrumára következtethetünk.

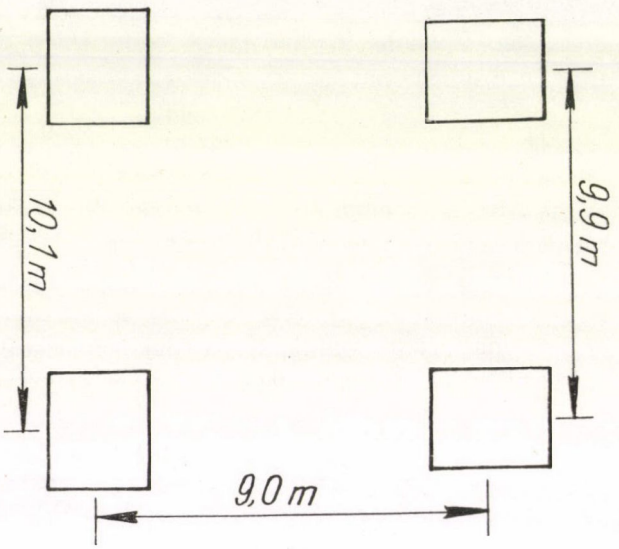
A földfelszínen négy, egyenkint 3200 cm^2 felületű számlálócsősorozat volt koincidenciába kapcsolva. A csősorozatok elhelyezését a 2. ábra tünteti fel. A készülék részletes ismertetése [18]-ban található. 20 cm ólommal volt takarva mind a négy csősorozat. 2289 óra alatt összesen 605 záport észleltünk, tehát a földfelszínen

$$C_f = 0{,}26 \pm 0{,}01/\text{óra}. \qquad (8)$$

(7) és (8) nem hasonlíthatók össze közvetlenül, a következő okoknál fogva:

a) Más az észlelő felület nagysága. C_6 esetében 1,44 m^2, míg C_f esetében 0,32 m^2.

b) C_6 lényegében *három* felület koincidenciája útján van mérve, míg C_f *négy* felület koincidenciája segítségével.



2. ábra

c) Más a felületek geometriai elrendezése. C_6 esetében a három felület egy egyenesbe esett, a szélső felületek középpontjainak távolsága 16,7 m; míg C_f esetében a négy felület egy 9×10 m^2 méretű téglalap sarkaiban helyezkedett el.

d) Más-más térszögben érzékenyek a C_6 és a C_f felületek. A C_f felületek lényegileg a teljes felső térfélből érkező részekre érzékenyek, míg a C_6 felületek valamivel kisebb térszögben, mert mindegyik felület két egymás feletti csősorból áll és csak olyan részekre érzékenyek, amelyek mindkét csősorozaton áthaladnak, vagyis a nagyon laposan érkező részekre nem érzékenyek.

e) Más a berendezések holtideje.

A d) és az e) alatt említett eltérések elhanyagolhatók. A földalatti berendezéssel észlelt intenzitás bizonyára 2%-nál lényegesen kevesebbel csökken amiatt, hogy a laposan érkező záporrészecskék nem szólaltatják meg a berendezést. A holtidőkülönbségből eredő hiba az intenzitások hányadosában pedig mintegy 1,5%-ra tehető, ami szintén nem éri el a mérés statisztikus hibáját.

Az a) pontban említett eltérés a következőképpen korrigálandó: Ismeretes, hogy az észlelt záporintenzitás (C) a következőképpen függ az észlelőfelület nagyságától (A) [19]:

$$C = k \cdot A^{\gamma},$$

ahol γ a záporok sűrűségspektrumának kitevője. Méréseink szerint [16] 20 cm ólom alatt

$$\gamma = 1{,}60 \pm 0{,}04,$$

ezért, ha a földfeletti berendezés felületét 0,32 m^2-ről 1,44 m^2-re növelnők, $C_f = 0{,}26$/óra helyett

$$C_f' = C_f \left(\frac{1{,}44}{0{,}32}\right)^{1{,}60} = 2{,}9 \pm 0{,}2/\text{óra} \qquad (9)$$

intenzitást észlelnénk.

A b) és c) pontokban említett eltérések korrigálása csak hozzávetőlegesen lehetséges. Ehhez ugyanis a 20 cm ólom alatt, hármas koincidenciában mért dekoherencia-görbe kimérésére volna szükség.* Ez azonban igen hosszú (év nagyságrendű) időt vesz igénybe. E helyett — első tájékozódás céljából — abszorbens nélkül vettük fel a dekoherencia-görbe két pontját, egyvonalba helyezett *három* észlelőfelülettel. Az eredményeket az I. táblázat tünteti fel.

I. TÁBLÁZAT

	Bázis-távolság	Légnyomás Hgmm	C zápor/óra
3-as koincidencia	8,9 m	720,7	144,7 ± 1,7
	13,4 m	720,7	133,6 ± 1,7

E két adat alapján a dekoherencia-függvény kitevője

$$\beta = -0{,}20 \pm 0{,}04,$$

s ebből 16,8 m-es bázistávolságra

$$C = 128 \pm 3{,}6 \text{ zápor/óra}$$

intenzitás adódik.

* Dekoherencia-görbén a záporintenzitásnak az észlelőfelületek közti távolságtól való függést feltüntető grafikont kell érteni.

Abszorbens nélkül egy 9×10 m^2 méretű téglalap sarkaiban négyes koincidenciában észlelt intenzitás, 720,7 hgmm légnyomásra átszámítva

$$C' = 79{,}6 \pm 1{,}0 \text{ zápor/óra.}$$

Tehát — abszorbens nélkül — a 9×10 m^2 bázisterületű négyes koincidenciákból 16,8 m bázistávolságú hármas koincidenciákra való áttérés

$$C/C' = 1{,}61 \pm 0{,}05$$

-szoros intenzitásnövekedést okoz. Ha feltételezzük, hogy 20 cm ólom alatt az intenzitásviszonyok ugyanilyenek, akkor 16,8 m bázistávolságú, hármas koincidenciában, 1,44 m^2 nagyságú észlelőfelületekkel, a föld felszínén, 20 cm ólomabszorbens alatt

$$C_f'' = C_f' \frac{C}{C'} = 4{,}7 \pm 0{,}4 \text{ zápor/óra} \tag{10}$$

intenzitást nyerünk.

(7) és (10) összehasonlításával nyerjük, hogy a 20 cm ólom ($\approx 2{,}3$ m vízekvivalens) és a 18 m földréteg + 15 cm ólomréteg (≈ 40 m vízekvivalens) alatt mért záporintenzitások viszonya

$$C_f''/C_6 = 2{,}4 \pm 0{,}2. \tag{11}$$

A záporintenzitások viszonyából a következőképpen következtethetünk a záporban haladó részecskék abszorpciójára:

Ha a berendezés területét beborító x részecske/m^2 átlagsűrűségű záporok gyakorisága

$$H(x)dx = kx^{-\gamma-1}dx \tag{12}$$

és a záporokat három, egyenkint S felületű számlálócsősorral észleljük, továbbá mindhárom felületet h vastagságú abszorbens alá helyezzük, aminek következtében az x átlagsűrűségű zápor lecsökken px átlagsűrűségűre ($p<1$), akkor az észlelt záporok intenzitása $[C(h)]$ a következőképpen írható fel:

$$C(h) = \int_0^\infty (1 - e^{-Spx})^3 kx^{-\gamma-1}dx. \tag{13}$$

A (13) integrál a *Jánossy—Broadbent* módszerrel [17] kiszámítható:

$$C(h) = (-\gamma-1)!\, k(Sp)^\gamma(-3+3\cdot 2^\gamma - 3^\gamma). \tag{13*}$$

Megjegyzendő, hogy (12) csak közelítőleg igaz, mert a γ igen lassan bár, de változik az x-szel. Erősen eltérő vastagságú abszorbensek esetén a (12) spektrum erősen eltérő szakaszain észlelünk, tehát ilyen esetekben γ megváltozását is figyelembe kell venni.

(13*)-ból látszik, hogy a záporok intenzitáscsökkenése nem a p abszorpcióval, hanem annak γ-ik hatványával arányos. Igen nagy abszorbensvastagság-változások esetén még γ változása is figyelembe veendő.

Méréseink szerint, jó megegyezésben más szerzők méréseivel [15], [19] abszorbens nélkül [20] $\gamma_0 = 1{,}42 \pm 0{,}01$

20 cm ólom alatt [16] $\gamma_1 = 1{,}60 \pm 0{,}04$.

Földalatti laboratóriumunkban (40 m vízekvivalens) még nem mértük ki a γ-t. Az irodalomban két földalatti sűrűségspektrum-mérés szerepel [1], [2] (mindkettő igen kicsi pontosságú). A mi mélységünkhöz elég közel álló adat 60 m vízekvivalens mélységben $\gamma_2 = 2{,}2 \pm 0{,}2$ [2].

x-szel jelölve egy kiterjedt zápor sűrűségét 20 cm ólomabszorbens alatt és $p_2 x$-szel jelölve ugyanazon zápor sűrűségét 40 m vízekvivalens alatt, (11) és (13*) alapján

$$2{,}4 = \frac{1}{p_2^{\gamma_2}} \frac{-3 + 3 \cdot 2^{\gamma_1} - 3^{\gamma_1}}{-3 + 3 \cdot 2^{\gamma_2} - 3^{\gamma_2}} \frac{(-\gamma_1 - 1)!}{(-\gamma_2 - 1)!},$$

honnan

$$p_2 \approx 0{,}58 \pm 0{,}07. \tag{14}$$

E szerint tehát a kiterjedt légizáporok 20 cm ólmon áthaladó mezonjainak mintegy 60%-a még 40 méter vízekvivalensnyi abszorbensen is át tud hatolni. Az E-nél nagyobb energiájú zápor-elektronok számát $N(E)$-vel jelölve, szokásos feltételezés szerint

$$N(E) \sim E^{-\alpha}. \tag{15}$$

Nagyenergiájú μ-mezonokról lévén szó, az energia és a gcm^{-2}-ben kifejezett hatótávolság arányosnak vehető. A mezonok átlagos keletkezési magasságát 6—8 km-re becsülve [8], a 20 cm ólmon áthaladó mezonok minimális hatótávolsága körülbelül 900 gcm^{-2}-re tehető, míg a 18 m földrétegen és 15 cm ólmon áthaladó mezonok minimális hatótávolsága 4700 gcm^{-2}-re tehető (14)- és (15)-ből.

$$(4700/900)^{-\alpha} = 0{,}58,$$

honnan

$$\alpha = 0{,}33 \pm 0{,}07 \tag{16}$$

IV. Összehasonlítás más szerzők méréseivel

Az α kitevő első becslését *George* és munkatársai cikkében találjuk [2], akik saját méréseiket *McCusker* és *Millar* valamint *Barrett* és munkatársai méréseivel összehasonlítva

$$\alpha = 0{,}66$$

körüli értéket nyertek.

Jól megegyezik ezzel az értékkel *Andronyikasvili* és munkatársai [3], [5] eredménye, akik 3,7 m és 148 m vízekvivalens között, összesen 5 pontban végre-

hajtott abszorpcióméréssel

$$\alpha = 0{,}60 \pm 0{,}05$$

kitevőt kaptak.

Újabban több mérés is foglalkozott a kiterjedt záporok μ-mezon komponensének energiaspektrumával. Ezek eredményét, az eddig tárgyaltakkal együtt, a 2. táblázatban tüntettük fel.

Az eredmények nagy szórást mutatnak. A jelen időszakban még nem állapítható meg, hogy ezek a szórások reálisak-e, vagyis az észlelt kiterjedt légizáporok μ-mezonjainak energiaspektruma valóban különböző volt-e a különböző készülékeknél, vagy pedig csak látszólagos eltérésekről van szó, ami az α kitevő kiszámításánál elkerülhetetlen elhanyagolások következménye lehet. E kérdés tisztázásához további mérések szükségesek.

A szerzők köszönetüket fejezik ki *Schnierer* József műszerésznek, aki a földalatti laboratóriumban nehéz munkafeltételek mellett nagy áldozatkészséggel segédkezett a készülék üzembentartásában.

2. TÁBLÁZAT

Kiterjedt záporok μ-mezon komponensének energiaspektrum-kitevője

Szerzők	Mélység (az atmoszféra tetejétől; méter — vízekvivalens)	Távolság (a zápor tengelyétől; méter)	Záporméret N	Energiaintervallum E; GeV	α
George, MacAnuff, Sturgess [2]	12—1600			$0{,}4<E<400$	0,66
Andronyikasvili és mtársai [3]	14—162			$0{,}4<E<35$	$0{,}60 \pm 0{,}05$
Andronyikasvili és *Kasarov* [7]	13—160	~ 28	$1{,}4 \cdot 10^4$ $\geqq 7 \cdot 10^4$	$0{,}4<E<35$ $0{,}4<E<15$ $15<E<35$	$0{,}54 \pm 0{,}07$ 0,34 $1{,}25 \pm 0{,}20$
Vernov és mtársai [8]	12—52	~ 25	$10^4<N<10^5$	$0{,}4<E<5$ $5<E<10$ $0{,}4<E<5$ $5<E<10$	$0{,}08 \pm 0{,}08$ $0{,}33 \pm 0{,}3$ $0{,}1 \pm 0{,}08$ $0{,}17 \pm 0{,}2$
		~ 100	$10^5<N<6 \cdot 10^5$	$0{,}4<E<5$ $5<E<10$	$0{,}13 \pm 0{,}1$ $0{,}45 \pm 0{,}25$
Higashi és mtársai [10]	50—250			$10<E<50$	$1{,}1 \pm 0{,}4$
Sándor, Somogyi, Telbisz	12—50			$0{,}4<E<10$	$0{,}34 \pm 0{,}07$

IRODALOM

[1] *Barrett, P. H., Bollinger, L. M., Cocconi, G., Eisenberg, Y., Greisen, K.,* Rev. Mod. Phys., *24,* 133, 1952.

[2] *George, E. P., Mac Anuff, J. W., Sturgess, J. W.,* Proc. Phys. Soc. A., *66,* 346, 1953.

[3] *Andronyikasvili, E. L., Bibilasvili, M. P., Khuscsisvili, G. R., Szakvarelidze, I. I.,* a) Izvesztija A. N, *19,* 681, 1955; b) Zs. E. T. F., *32,* 403, 1957.

[4] *Andronyikasvili, E. L., Bibilasvili, M. P.,* Proc. of the Budapest Conf. on Cosmic Rays, Budapest, 1956, p. 63.

[5] *Szakvarelidze, I. I.,* Zs. E. T. F., *30,* 458, 1956.

[6] *Dovzsenko, O. I., Nyelepo, B. A., Nyikolszkij, Sz. I.,* Zs. E. T. F., *32,* 463, 1957.

[7] *Andronyikasvili, E. L., Kasarov, R. E.,* Proc. of the Moscow Cosmic Ray Conf. (IUPAP), Vol. II., Moscow 1960, p. 149.

[8] *Vernov, Sz. N., Tulupov, V. I., Kherenov, B. A., Khrisztianszen, G. B.,* Ibid., p. 158.

[9] *Fukui, Hasegewa, Matano, Miura, Oda, Ogita, Suga, Tanashi, Tanaka,* Ibid., p. 30.

[10] *Higashi, S., Mikui, S., Oshio, T., Shibata, H., Watanabe, K., Watase, Y.,* Ibid., p. 170.

[11] *Zacepin, G. T.,* Ibid., p. 192.

[12] *Dedenko, L. A., Zacepin, G. T.,* Ibid., p. 201.

[13] *Kalasjov, B. V., Nyikolszkij, Sz. I., Pomanszkij, A. A., Tukis, E. I.,* Ibid., p. 155.

[14] *Sándor T., Somogyi A., Telbisz F.,* a) KFKI Közlemények *6,* 117, 1958; b) Suppl. Nuovo Cim. *16,* 209, 1960.

[15] *Cocconi, G., Tongiorgi, V., Greisen, K.,* Phys. Rev., *76,* 1020, 1949.

[16] *Sándor T., Somogyi A.,* Acta Phys. Hung. (sajtó alatt).

[17] *Broadbent, D., Jánossy L.,* Proc. Roy. Soc. A, *192,* 364, 1948.

[18] *Jánossy L., Sándor T., Somogyi A.,* a) Suppl. Nuovo Cim., *8,* 701, 1958; b) Magyar Fizikai Folyóirat *6,* 307, 1958.

[19] a) *Cocconi, G., Loverdo, A., Tongiorgi, A.,* Nouvo Cim. *1,* 14, 1943;

b) *Birger, N. G., Vekszler, V. J., Dobrotin, N. A., Zacepin, G. T., Kornuszova, L. V., Ljubimov, A. L., Rozental, L. J., Ejdusz, L. Ch.,* Zs. E. T. F., *19,* 826, 1949;

c) *Treat, J. E., Greisen, K.,* Phys. Rev., *74,* 414, 1948.

[20] *Koch I., Sándor T., Somogyi A., Szivek J.,* KFKI Közlemények, *1,* 61, 1953.

PÁROLOGTATOTT FÉMRÉTEGEK FÉNYPOLARIZÁCIÓJA ÉS A RÉTEGEK SZERKEZETE KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉS*

PÓCZA JENŐ
MTA Műszaki Fizikai Kutató Intézet

Az 5°—90° szögtartományban ferdén felpárologtatott vékony, félig, átlátszó arany és alumínium rétegeken optikai, elektrondiffrakciós és elektronmikroszkópiai vizsgálatok a rétegek anizotróp viselkedését mutatták ki. Az anizotrópia oka az, hogy a rétegek szerkezetében az egyes kis kristályok hosszirányukkal a párologtatás beesés-síkjára merőleges irányban növekednek anélkül azonban, hogy ilyen vékony rétegekben még kristályszerkezetileg kitüntetett orientáció jelenségek fellépnének. Bevezettük az ilyen kétdimenziósnak tekinthető kristályhalmazok alak szerinti rendeződésének jellemzésére alkalmas rendezettségi fok mértéket. Az elektronmikroszkópi felvételeken levő kristályok statisztikájának felhasználásával különböző beesési szöggel párologtatott rétegek rendezettségi fokát megmértük, és ezt az alumínium-rétegeknél kielégítő közelítésben egyenlőnek találtuk a kristályhalmaz optikai anizotrópiájára jellemző polarizációs fokkal. A méret szerinti statisztikából a halmaz anizotróp szerkezetének magyarázatára megállapítottuk, hogy a szerkezet kialakulását az egyes kristályok növekedésének anizotróp volta hozhatja létre.

Bevezetés

A néhány száz Å alatti rétegvastagságú fémrétegek a tudomány és technika számos alkalmazási területén bevonultak a gyakorlatba. Az ilyen — legtöbb fémnél még többé-kevésbé fényátbocsátó — rétegeket leggyakrabban nagyvákuumban történő párologtatással készítik. Bár a fémek párologtatásánál a gőzsugár az esetek többségében merőlegesen esik be a felfogó területre, mégis sokszor előfordul a felület ferdén történő bepárologtatása és ennek hatására létrejövő jelenségek vizsgálata, amint pl. az elektronmikroszkópos vizsgálatok kontrasztnövelő módszerei közt szerepel a preparátumok ferdén történő bepárologtatása valamilyen apró szemcseméretű kristályokat adó nehézfém-gőzzel, pl: arannyal, palladiummal, platinával, uránnal.

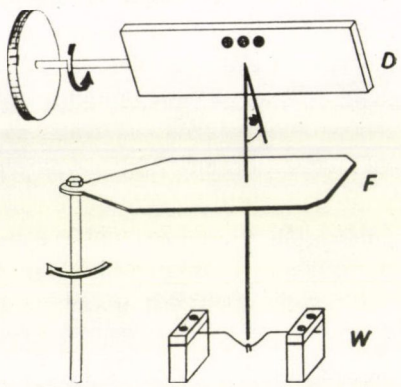
Az így készített rétegek gyakran könnyen felismerhető optikai anizotrópiát mutatnak, poláros fényre abszorpciójuk függ a polározás síkjának a párologtatásnál kitüntetett beesési síkhoz való helyzetétől. A jelenséget először *Kundt* [1] tapasztalta katódporlasztásnál. Az itt ugyancsak ferdén a fémfelületre eső atomok nyalábjából kialakuló összefüggő fémréteg a merőlegesen

* Érkezett 1960. dec. 1.

beejtett poláros fény esetén is mutatja az áteresztőképességnek az azimut szögtől való függését, s *Kundt* a dichroizmusra emlékeztető effektust észlelt. *Braun* [2] a jelenség magyarázatára a párologtatott rétegek szálas szerkezeti kialakulását tételezi fel és azzal ad magyarázatot, hogy a rétegszerkezetben kialakuló hosszúkás kristályok a polarizált elektromágneses hullámokat csak abban az esetben engedik át, hogyha a hullámok elektromos vektorának rezgésiránya merőleges a szálak irányára, vagyis az ilyen hosszúkás szálasszerkezet Hertz-effektust okoz. Ennek a feltétele az, hogy a szálak közötti távolságok, jelen esetben a kristályok méretének nagyságrendje, a hullámhosszhoz képest kicsiny legyen, ellenkező esetben a *du Bois* és *Rubens* [3] által kimutatott hatás érvényesül, ui. ha a hosszanti szálak (kristályok) mérete nagyobb a használt fény hullámhosszánál, a nagyobbik átbocsátás iránya az lesz, amelyben a rezgésirány párhuzamos a szálak irányával. *Braun* feltételezésének helyességét *Kőnig* és *Helwig* [4] vizsgálatai igazolták. Az általuk végzett elektronmikroszkópos vizsgálatok kimutatták, hogy a ferdén párologtatott rétegekben elhelyezkedő kristályok közelítésben hálós szerkezetet mutatnak és e szerkezet hatásaként, mint Herz-effektust magyarázni lehet az előálló optikai anizotrópiát. A szerkezetek qualitatív diszkutálásánál utalnak arra, hogy az optikai anizotrópiát okozó szerkezetben a kristálymagok nem orientált, de alakjukra nézve bizonyos mértékig rendezett formában vannak, s ennek a rendeződésnek az oka a kristálymagok árnyékvető hatásának tulajdonítható. A polarizációs hatás reflexióban is jelentkezik. *Holland* [5], ferdén párologtatott tükrökön végzett erre fénytani vizsgálatokat. *Reimer* [6] paralel végzett optikai és elektronmikroszkópos vizsgálatokat Au, Ag, Cu, Mn rétegeken. Tapasztalata szerint a párologtatott fémrétegek a látható színkép tartományban a párologtatás beesési síkjára merőlegesen polározott fényre nagyobb átbocsátó képességgel rendelkeznek, mint a beesés síkjával párhuzamosra. A vizsgált anyagoknál a polarizáció fok erős hullámhossz függést mutatott. Az elektronmikroszkópos vizsgálatok ugyanezeken a rétegeken a hosszúkás kristályagregátumok szálas elrendezését mutatták és igazolták, hogy a jelenség Herz-effektus. Egyes ezüstrétegeknél — toluolba helyezve a rétegeket — azt is kimutatta, hogy kellően választott kristályméret esetén a du Bois-effektus is előállítható és a kritikus inverziós pont is megtalálható. A polarizáció fok erős hullámhossz függése miatt *Reimer* kísérletet sem tett arra, hogy valamilyen egyszerűsített feltevéssel quantitatív összefüggéseket keressen a szerkezet és a létrejövő anizotrópiát jellemző polarizációs fok között. Sokkal részletesebb vizsgálatok szükségesek, hogy az ilyen rétegszerkezet kialakulásának okait is felderíthessük, s ezek ismeretében a szerkezetből következő hatásokat magyarázhassuk.

Az optikai anizotrópiát mutató fémek általában magas olvadáspontúak.

Evans és *Wilman* [7] vizsgálatai szerint az ilyen fémek ferde párologtatás esetén néhányszáz Å rétegvastagság felett nagyon jellegzetes a párologtatás iránya felé elhajló tengelyű — *Rums* és *Baklagina* [8] újabban végzett vizsgálatai szerint pontosan a párologtatás irányával összeeső tengellyel rendelkező — (Typ. II.) egytengelyű textúrát adnak. Kézenfekvő kérdésként merül fel, hogy nem ezzel a jelleggel összefüggő hatás-e az, amelyik felelős az optikailag is kimutatható anizotróp viselkedésért? Jóllehet a fémek legtöbbjének a köbös rácsa a rácsszerkezettől fellépő anizotróp viselkedést nem indokolná, mégis elképzelhető, hogy ferde tengelyű kitüntetett orientációban fellépő részleges rendezettség a réteget alkotó kristályok között okul szolgálhat a fényátbocsátás inhomogenitására. Ez a lehetőség indokolja a morfológiai vizsgálatoknak elektrondiffrakciós vizsgálatokkal való kiegészítését. Ugyan az irodalomban rendelkezésre álló adatok szerint [9, 10] ezeknél a fémeknél kitüntetett orientáció a 100 Å rétegvastagság alatti tartományban a tapasztalatok szerint nem várható, mégis érdemes ennek a tapasztalatnak érzékeny módszerrel való ellenőrzése, mert esetleg ilyen textúra kismértékben már nyomban a rétegek kezdeti kialakulási stádiumában fellép. A vázolt célkitűzésekhez vizsgálati anyagként aranyat és alumíniumot választottunk. Az aranyra vonatkozólag kiegészíteni szándékoztuk *Reimer* [6] vizsgálatait. Az általunk egészen részletesen vizsgált alumínium pedig a ferdeszögű párologtatás esetén kivételes viselkedésű anyag, mert alacsony olvadáspontja ellenére a ferdeszögű egytengelyű textúra-típust mutatja, mint más magas olvadáspontú fémek. Az alumínium, mint tükrök és félig áteresztő rétegek készítésére használatos anyag ipari alkalmazása miatt is érdeklődésre tarthat számot. Kis párologtatási szögek esetén a fénypolarizációs hatást jól mutatja és ilyen szempontból végrehajtott vizsgálatok az irodalomban nem találhatók.



1. ábra. A párologtatott rétegek készítése

A vékony rétegek készítése

A rétegek készítésénél a szokásos elrendezést használtuk. (1. ábra) A 99.4 % színaranyat, ill. a 99.999 tisztaságú alumíniumot wolframszálról (W) párologtattuk. Cseppfolyós levegős kifagyasztóval ellátott higanydiffúziós szivattyú állította elő a szükséges vákuumot, amelyben a teljes gáznyomás

10^{-5} torr alatt volt. A párologtatáskor felszabaduló gázok elszívásáig a preparátumtartóul szolgáló, a rostélyokat is viselő formvar-hártyával ellátott mikroszkóp tárgylemezeket (*D*) kívülről mozgatható fedő (*F*) takarta el a gőzsugár elől.

A takarást $2 \cdot 10^{-5}$ torr-nál szüntettük meg és készültek a preparátumok. A párologtatás szögét (α) 5° és 90° között, az elpárologtatott anyagmennyiséget a párologtatási szögtől függően 5 mg — 100 mg-ig változtattuk. A preparátumnak a wolframszáltól való távolsága 10—20 cm között volt, általában 14 cm távolságból történt a párologtatás. A párologtatott mennyiség megállapítása a párologtatási idő mérése alapján történt a párologtatási sebesség ismeretében. A bevitt anyag mennyiségét úgy szabtuk meg, hogy ez a kiválasztani szándékolt legkisebb szög esetén is fedezni tudja a felületegységenként szükségelt anyagmennyiséget akkor is, ha az anyag megolvadásakor felszabaduló gázok elszívásának idejére (kb. 15 sec) a preparátumot letakartuk. A wolframszálon a párolgás egyenletességét azzal ellenőriztük, hogy pontosan mért izzítóáram mellett különböző mennyiségekben felrakott anyagot párologtattunk és a megfigyelések szerint a párolgás sebessége (a másodpercenként elpárolgott anyagmennyiség) 10 %-on belül változatlannak bizonyult a használt tartományban és csak a hőmérséklettől függött. (I. táblázat.)

I. TÁBLÁZAT

A párologtatási sebesség meghatározása

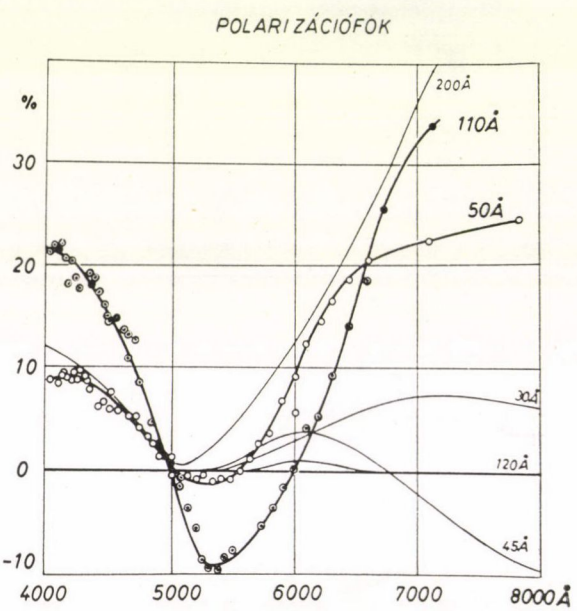
Izzítóáram Ampere	Felvitt anyag mennyisége mg.	Elpárolgás ideje sec	Párolgási sebesség mg/sec
30	31,3	61	0,51
30	15,0	28	0,53
30	14,5	26	0,56
28	14,0	35	0,40
28	14,0	41	0,34
28	15,0	42	0,36
28	15,0	37	0,40
28	10,0	26	0,38
28	10,0	27	0,37
28	20,0	57	0,35

A reprodukálható gőzsugárintenzitás mellett lehetséges volt a réteg vastagságának számítással, a réteg abszorpciója útján és többszöri azonos körülmények közötti párologtatással előállított többszörös vastagságú réteg interferenciás mikroszkóppal (Multimi 3000C) *Tolansky* [11] elv alapján történő mérése. A mérések a rétegvastagságnak kevesebb mint 15 %-os relatív

hibával történő meghatározását tették lehetővé, s ez a kielégítő egyezés megengedte, hogy a részletesen elvégzett alumínium vizsgálatok során néhány hullámhosszon (5360 Å, 7700 Å) végzett egyszerű abszorpció méréssel ellenőrizzük a rétegvastagság adatokat.

A rétegek polarizáció fokának meghatározása

A definiált körülmények között előállított alumínium rétegeken a laboratóriumunkban összeépített polarizációs mikroszkóp és egy Magnephot II. típusú fényintenzitásmérő segítségével végeztünk átbocsátás mérést a forgatható körasztal négy maximum, minimum helyzetében és a párhuzamos helyzetek közel azonos intenzitásainak középértékével számítottuk a réteg polarizáció fokát. A módszer egyúttal ellenőrzést is szolgáltatott, mert helytelen centrálás, sérülés vagy egyéb aszimmetria esetén az egymással párhuzamos két maximum és két minimum helyzet intenzitásai között felbukkanó lényeges különbség rögtön figyelmeztetéssel szolgált és a keresztasztal megfelelő beállításával az aszimmetriát kiküszöbölhetővé tette. A maximum-minimum helyzeteknek a merőlegestől, ill. a párhuzamostól való eltérése is a beállítás aszimmetriájának érzékeny észlelését tette lehetővé. A fényforrás előtt alkalmazott keskeny átbocsátású interferenciás szűrők a különböző spektrumtartományokban való mérést és abszorpció ellenőrzést tették lehetővé. Alumínium rétegeken a méréseket általában 7700 Å tartományban végeztük. Az átbocsátott fény kismértékű elliptikus polarizációjától annak kicsiny volta miatt eltekintettünk.



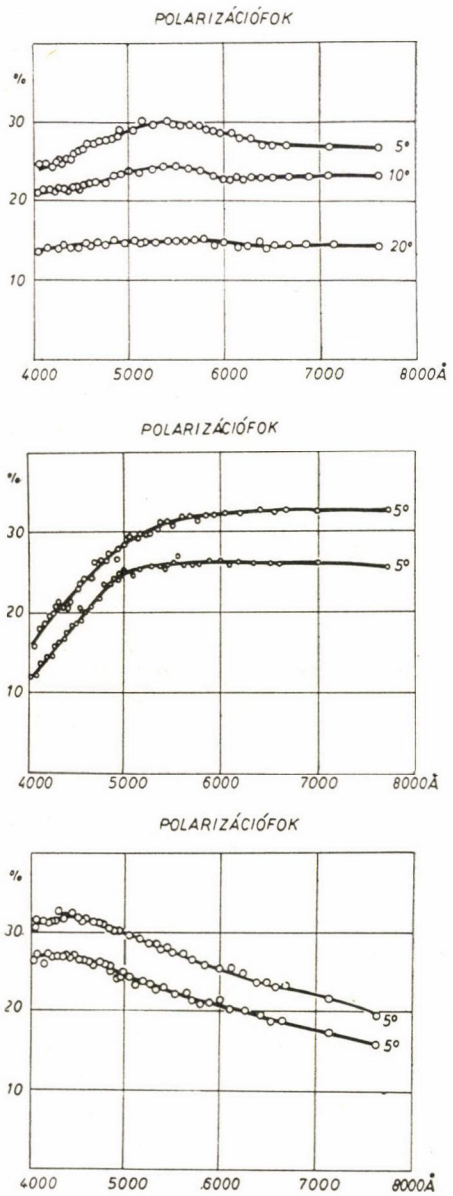
2. ábra. A polarizáció fokának hullámhossz függése különböző rétegvastagságú arany preparátumok esetén

A polarizáció fok hullámhossz függését a látható fényben egy monokromátorból laboratóriumunkban összeállított spektrofotométeren ellenőriztük.

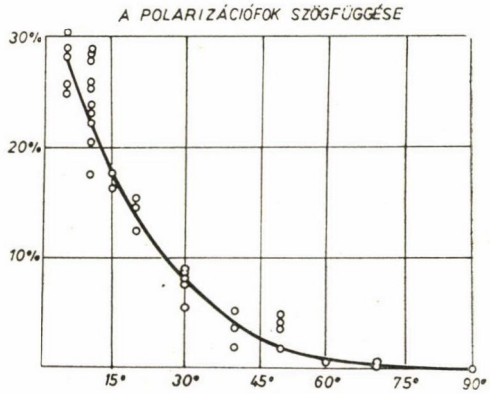
Az aranyrétegek polarizáció foka a hullámhossztól erős függést mutat. Az 5000 Å körüli hullámhossz tartományban az aranyréteg abszorpciója

mindkét irányú polározott fényben lecsökken és ezzel együtt a polarizáció fok is kicsinnyé válik, sőt a vékonyabb preparátumok egy részénél előjelet is vált. A 2. ábrán *Reimer* [6] által 10° alatt párologtatott különböző vastag aranyrétegekre megadott abszorpció adatokból számoltuk ki a polarizáció fok hullámhossz függését és mellette vastag vonallal feltüntettük két rétegvastagságra saját mérésünk adatait is. Méréseinket összevetve Reimerével megállapitottuk, hogy az erős hullámhossz függést mutató aranyrétegek vastagsága egyértelműen nem határozza meg a polarizációs hatást és a felismerhető eltérések nagy valószínűséggel Reimer kevésbé definiált párologtatási viszonyainak változó voltát bizonyítják.

Az alumínium rétegeknél méréseink szerint a 4000—8000 Å közötti tartományban a polarizáció fok a hullámhossztól csak kismértékű függést mutat és a készítmények legnagyobb részénél nem nagyon haladja meg a polarizáció fok fent írt meghatározásánál fellépő mérési hibát. Néhány ilyen



3. ábra. A polarizáció fokának hullámhossz függése különböző szög alatt párologtatott alumínium rétegek esetén



4. ábra. A polarizáció fokának a párologtatási szögtől való függése alumínium rétegeknél

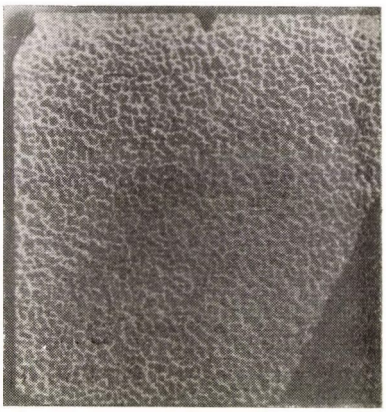
rétegnek a teljes spektrum tartományban végig mért értékeit a 3. a. ábra tünteti fel. A hullámhossztól csak kismértékben való függés a jó választást igazolja, az ilyen preparátumoknál lehet remélni, hogy található egyértelmű összefüggés a szerkezet és a fellépő polarizációs hatás között. Bár a preparátumok egy részénél (3. b. ábra) erősebb hullámhossz függés is mutatkozott és az hasonló menetű volt, mint amilyent *Reimer* [6] ezüstrétegekre mért, nem találtunk olyan preparátumot, melynél a Reimer által ezüstnél kimutatott rácsinverziót észlelni lehetett volna. Néhány esetben a polarizáció foka a hullámhossz növekedésével csökken. (3. c. ábra.) A preparátumok ilyen inhomogenitását a párologtatásnál óhatatlanul előforduló különbségekben kell keresni és ezeknek tisztázása további vizsgálatok tárgya. A kicsiny szögű beeséssel ferdén párologtatott alumíniumrétegek erős polarizációs effektust mutatnak. Különböző beesési szög alatt párologtatott rétegek mérési eredményeit tünteti fel a 4. ábra. A polarizáció fok a kis szögektől (lapos beesés) a nagy szögek felé (meredek beesés) erősen csökken, de még 70° szög esetén is volt észlelhető kismértékű effektus. Közös diagramon tüntettük fel a 40—80 Å tartományba eső alumínium rétegek polarizációs fok méréseit. A viszonylag nagy szórás ilyen kis tartományban egyértelmű vastagság függés megállapítását nem teszi lehetővé. A kihúzott vonal a 70 Å körüli rétegvastagságnak egy teljes sorozatához tartozik. Az együtt készített rétegek viszonylagos szórása kicsiny volt. A különböző sorozatok között jelentkező szórás a mondottak szerint a vákuum viszonyok nehezen kézbentarthatóságát valószínűsíti. Kisebb szögek esetén az izzószál cserékkel kismértékben változó geometria is magyarázhatja a nagyobb szórást.

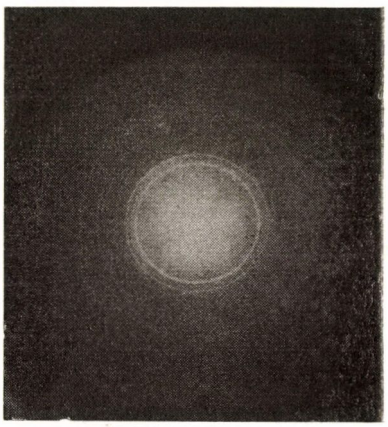
A rétegek vizsgálata elektrondiffrakcióval

A vizsgált 30—150 Å rétegvastagság tartományba eső 90°-tól 5° szögtartományban párologtatott rétegekről transzmissziós elektrondiffrakciós felvételeket készítettünk 0°, 30°, 45° szög alatt ejtve be az elektronnyalábot. Az így készült elektronogramokon sem vizuálisan, sem a gyűrűk fotometrikus úton történt kiértékelésénél kitüntetett orientációra való intenzitáseloszlás nem volt észlelhető. Az 5. ábrán egy 10° alatt párologtatott rétegről 30° alatt készített felvételt adtunk meg példaképpen. A kitüntetett orientáció esetén a periodikusan egyenlőtlen intenzitás eloszlásnak kellett volna jelentkeznie.

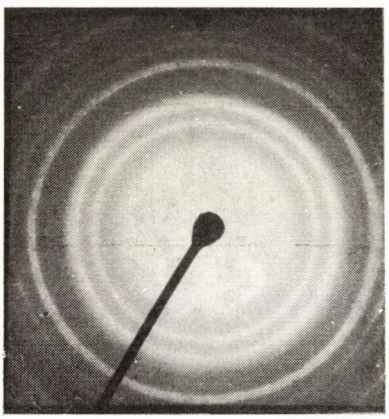
Elektronmikroszkópunk lehetőséget nyújtott arra is, hogy a preparátum kiválasztott területéről készítsünk elektrondiffrakciós felvételeket. A projektív lencse előtt alkalmazott diafragmával csak azokat a nyalábokat engedtük át, amelyek egy meghatározott területről jönnek és ezekkel a nyalábokkal állítottuk elő a preparátum elektrondiffrakciós elhajlási képét. Az így készített fel-

vételeken a Debye—Scherrer gyűrűknek megfelelő körök mentén már a kristályszemcséknek megfelelő egykristály foltok jelennek meg egymásra rakodva. Feltűnően jelentkeznie kellett volna egy ferde textúra tengelynek. Ilyen természetű aszimmetria ezeken a felvételeken sem található, az egyes kristályokról diffraktált foltok statisztikus rendezetlenségben láthatók (6. ábra). Az elektrondiffrakciós vizsgálatok eredménye tehát az, hogy a kristályhalmazban elhelyezkedő kristályok kristálytani tengelyei a térben statisztikusan rendezetlenül helyezkednek el, sem epitaxia, sem más kitüntetett orientáció ilyen rétegvastagság mellett még nem lép fel.





5. ábra. Egy 20° alatt párologtatott alumínium rétegről 30° szög alatt beejtett elektronnyalábbal készült elektrondiffrakciós felvétel



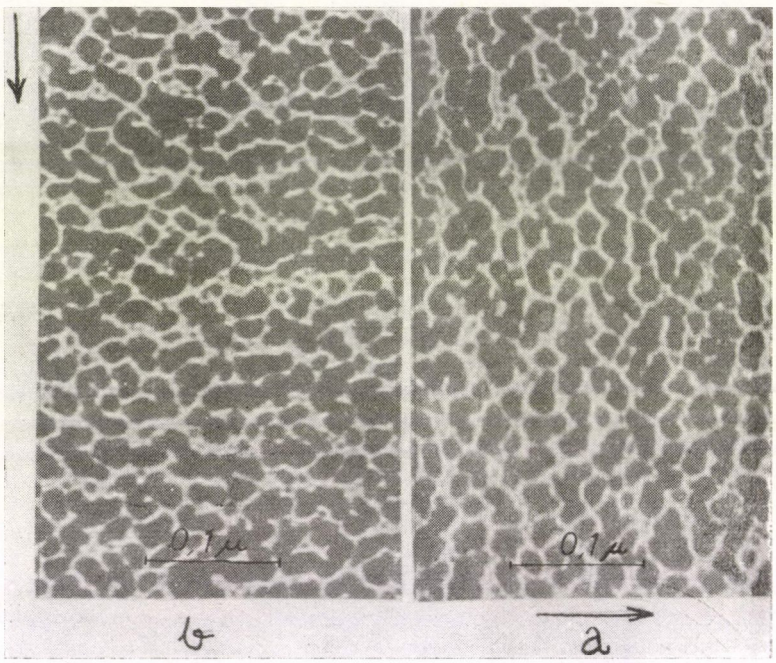
6. ábra. Egy 20° alatt párologtatott aranyrétegről készült kiválasztott területű elektrondiffrakciós felvétel és ugyanannak a területnek elektronmikroszkóp képe. Nagyítás 50 000 ×

A rétegek szerkezetének vizsgálata elektronmikroszkóppal

A formvar-hártyával fedett tárgylemezre a párologtatott rétegek készítésénél minden esetben elhelyeztük a formvar-hártyával fedett rostélyt is, hogy az adott mintáról könnyen leválasztható legyen az elektronmikroszkópban

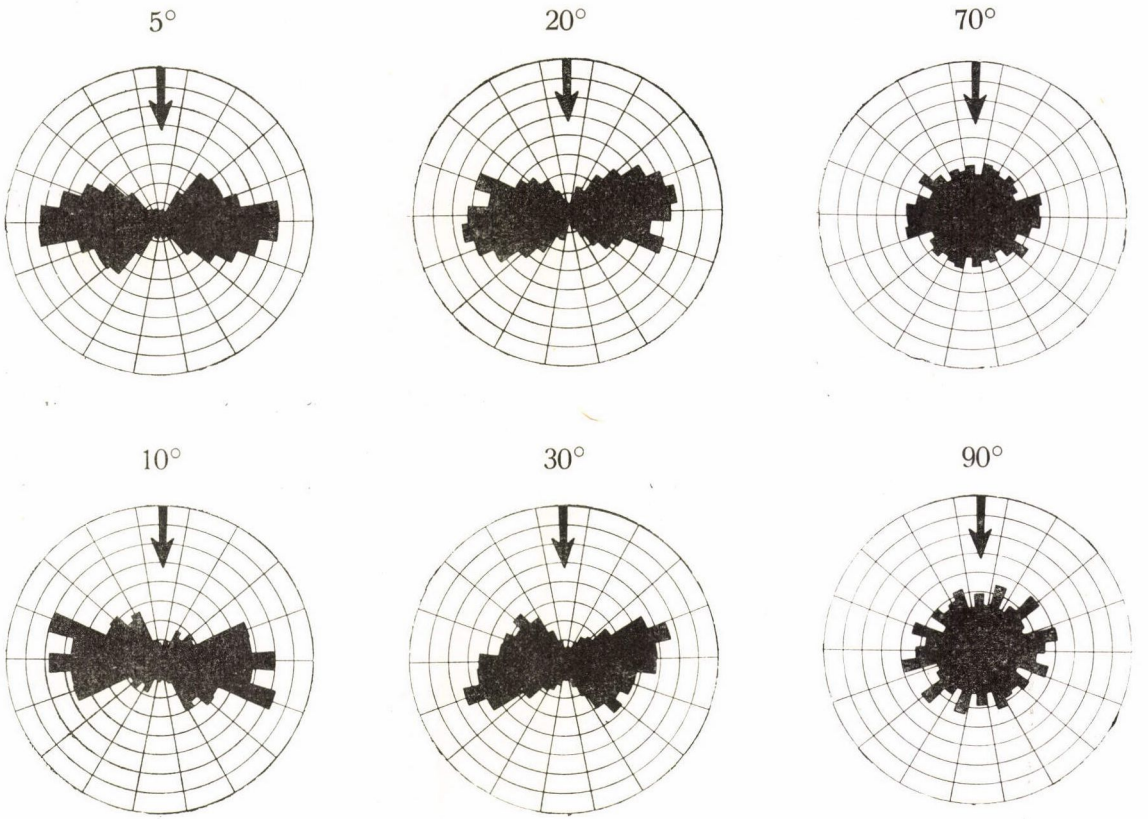
vizsgálatra alkalmas preparátum. Az elektronmikroszkóp-felvételeket ezekről a preparátumokról a 8 Å felbontóképességű Hitachi gyártmányú elektronmikroszkópon készítettük, a közvetlen nagyítás általában 50 000 ×-es, egyes esetekben 100 000 ×-es volt.

A preparátumokról készített elektronmikroszkóp-felvételeken a párologtatás szögétől függően különböző méretű és elhelyezkedésű kristályhalmazt találunk. A képeket úgy állítottuk be, hogy azokon alkalmas méretű kicsiny szennyezés legyen, melynek árnyéka jól feltüntette a párologtatás irányát.

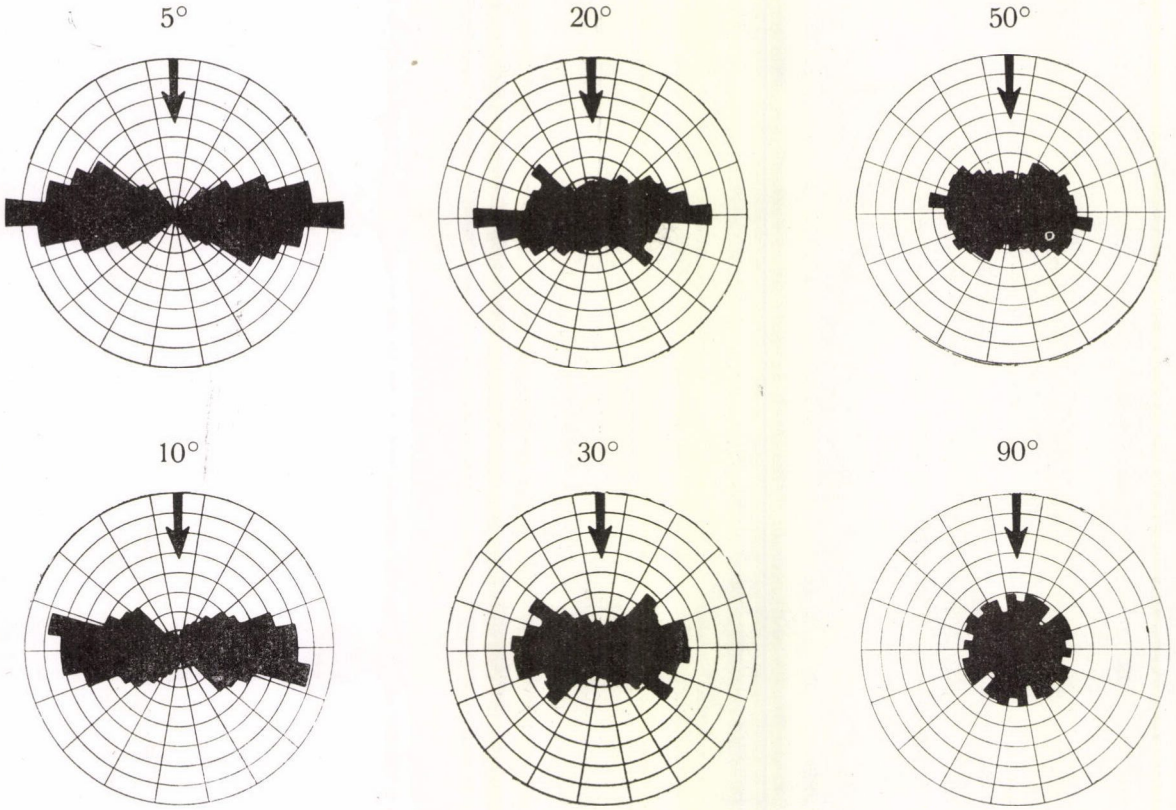


7. ábra. Egy 10° alatt párologtatott aranyréteg elektronmikroszkóp felvétele; a párologtatás iránya a. oldalirányból, b. felülről. Nagyítás 260 000 ×

A kicsiny szög alatt párologtatott rétegeknél a párologtatás iránya nemcsak az árnyékvetéssel, hanem a kristályok hosszirány szerinti elrendeződése miatt már puszta megtekintéssel is jó közelítésben felismerhető volt. A 7. ábránkon egy 10° alatt párologtatott kb. 50 Å rétegvastagságú aranypreparátum elektronmikroszkóp-felvételét tüntettük fel. Annak bizonyítására, hogy feltűnő elrendeződés lép fel, a felvételnek két másolatát helyeztük egymás mellé, az a. helyzetben a párologtatás iránya balról jobbra, a b. helyzetben felülről lefelé irányult.



8. ábra. A kristályok hossztengelyeinek irány szerinti eloszlása, különböző beesési szögek alatt párologtatott 50 Å vastagságú aranyréteg esetén



9. ábra. A kristályok hossztengelyeinek irány szerinti eloszlása különböző beesési szögek alatt párologtatott 70 Å vastagságú alumínium rétegek esetén

Az 50 Å vastagságú arany- és a 70 Å vastagságú aluminiumrétegek elektronmikroszkóp-felvételeinek statisztikai kiértékelését is elvégeztük. Egy-egy felvételen 500—1000 kristály volt található. A közvetlen nagyítással felvett képeket még általában 6×-os optikai nagyítással felnagyítottuk. A hossztengelyükkel különböző irányokban elhelyezkedő kristályokon megjelöltük a hossztengely irányát, majd 10°-onként szétválogattuk. Irány szerinti eloszlásukat úgy jellemeztük, hogy egy-egy irányban az ezzel az iránnyal párhuzamosan elhelyezkedő kristályok számának százalékát mértük fel, s egy-egy kristályt hosszúságának arányában súlyozva vettük figyelembe. Az arany- és az alumíniumrétegekről felvett hisztogramokat tünteti fel a 8. 9. ábránk különböző párologtatási szögek mellett. A külső berajzolt kör a diagramban 16 %-nak felel meg. Mindkét anyagra kapott hisztogram azt bizonyítja, hogy a 100—400 Å közötti átlagméretű kristályszemcsék hossztengelyükkel a párologtatás irányára merőlegesen rendeződnek és annál erősebb ez a rendeződés, mennél laposabb a párologtatásnál a gőzsugár beesésének iránya.

A kristályhalmaz rendezettségi foka

A hisztogramok quantitatív összehasonlítására célszerűen definiálható a kristályhalmaz rendezettségi foka. Ha az egyes kristályszemcséket hosszirányuknak megfelelő vékony pálcikáknak képzeljük, akkor egy olyan számot kell hozzárendelnünk a kristályhalmazhoz, amelynek értéke ± 1, hogyha minden egyes pálcika egymással párhuzamosan áll, s 0 akkor, hogyha az összes pálcika irány és nagyság szerint rendezetlen sokaságot alkot. Ezeket a szempontokat kielégítő mérőszámot nyerhetünk az alábbi eljárással.

Adott hossztengellyel bíró h_i hosszúságú részecske hossztengelye egy XY koordináta rendszer vonatkoztatási tengelyeként kiválasztott X tengelyével φ_i szöget zár be. Erre a tengelyre való beállási foka legyen az a R_i mennyiség, amelyet rögtön könnyen általánosítható alakban definiálhatunk.

$$R_i = \frac{h_i \cos^2 \varphi_i - h_i \sin^2 \varphi_i}{h_i} = \frac{h_i \cos 2\varphi_i}{h_i}$$

Több egyenes vonalszakaszból álló vonalszakasz halmazra, melyek különböző h_i hosszúságú összhosszal állnak be a φ_i irányokba, a $\varphi = 0$ tengelyre vonatkoztatott beállási fok

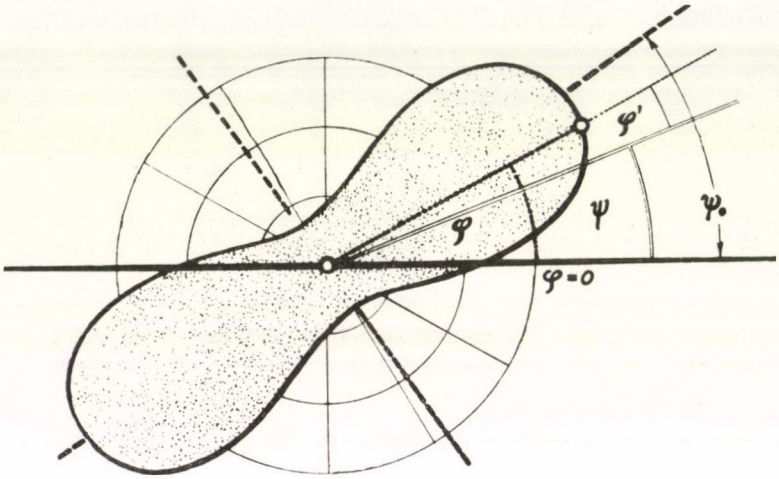
$$R_0 = \frac{\Sigma h_i \cos 2\varphi_i}{\Sigma h_i}$$

Ha a nagyszámú vonalszakaszra ismeretes ebben a koordináta rendszerben a vonalszakaszok irány szerinti eloszlására jellemző $h = h(\varphi)$ eloszlási függ-

vény, melyet mindjárt az $\int_0^{2\pi} h(\varphi)d\varphi = 1$ feltételnek megfelelő normált alakban adunk meg, akkor

$$R_0 = \int_0^{2\pi} h(\varphi) \cos 2\varphi d\varphi.$$

Ezt a még eloszlástól és tengelytől egyaránt függő R_0 mennyiséget helyettesíthetjük egy, csak az eloszlásra jellemző, a rendezettségi fok mérési számául alkalmas mennyiséggel. Vesszük egy tetszőleges a 10. ábrában felvázolt $h(\varphi)$ eloszlás esetén a $\varphi = 0$-nak megfelelő X tengellyel tetszőleges változó ψ szöget bezáró tengelyre vonatkoztatott (R_ψ) beállás fokok maximális értékét. Ez a feltétel kitünteti a $h(\varphi)$ eloszlásban a $\psi = \psi_0$ tengelyt azzal, hogy a beállásfok ezirányban maximum és reá merőleges irányban minimum lesz.



10. ábra. A kristályok rendezettségi fokának megállapításához

Az ábrán látható értékek helyettesítésével a h és a cos függvények periodikus volta miatt

$$R_\psi = \int_0^{2\pi} h(\varphi) \cos 2(\varphi - \psi)d\varphi.$$

Ennek maximum, ill. minimum helyét ψ_0-át kiszámíthatjuk a

$$\left(\frac{dR_\psi}{d\psi}\right)_{\psi_0} = 0$$

feltételből. A hozzá tartozó

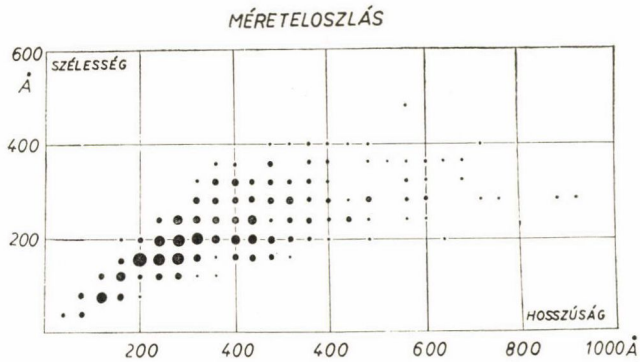
$$R = R_{\psi_0} = \int_0^{2\pi} h(\varphi) \cos 2\left[\varphi - \operatorname{arctg}\left(\int_0^{2\pi} h(\varphi) \sin 2\varphi d\varphi \Big/ \int_0^{2\pi} h(\varphi) \cos 2\varphi d\varphi\right)\right]$$

már csak az eloszlásra jellemző érték.

A hisztogramok kiértékelésénél még egy szempontot kell figyelembe venni. Az ilyen kristályhalmazok fizikai sajátságainak alakulásánál nyilvánvalóan nem jellemezhetők a kristályszemcsék egyenes szakaszként, hiszen másik irányú kiterjedésük sem közömbös. Ennek megfelelően a rendezettségi fok definícióját tovább általánosíthatjuk és kétirányú kiterjedéssel rendelkező kristályokból álló halmazok rendezettségi foka gyanánt egy a hossz és egy a reá merőleges haránt irány- és méreteloszlással jellemzett egydimenziós kristályokból álló halmaz rendezettségi fokát rendelhetjük hozzá. A legegyszerűbb esetben, amikor azonos alakú, ill. azonos a/b hossz- és harántméret arányú részecskék feltételezése indokolt, a kristályok kétirányú kiterjedése miatt a rendezettségi fok az a/b aránytól függően — mint az könnyen kimutatható — $(a/b-1)/(a/b+1)$ arányban csökken. A hisztogramok quantitatív kiértékeléséhez a méretarány megállapítása is szükséges a kristályok méretstatisztikájából.

A kristályok méretstatisztikája

Az elektronmikroszkóp felvételeken található 500—1000 kristályszemcse méreteit megmértük és statisztikát készítettünk róluk. Egy 10° alatt párologtatott 50 Å vastagságú aranyréteg mindkét méret szerinti eloszlását szemlélteti a 11. ábra. A felvitt pontok területe az adott méretekkel rendelkező



11. ábra. A kristályok méret szerinti eloszlása

kristályok számával arányos. A 12. ábra külön feltünteti a hosszméret szerinti és az erre merőleges harántméret szerinti eloszlást is. A kristályok mindkét irányú méret szerinti eloszlása egy-egy nem szimmetrikus haranggörbéhez hasonlít. A középérték eltér a legvalószínűbb értéktől. Az eloszlás momentumait (μ_n) a II. táblázat adja meg. Ugyanez a táblázat tartalmazza egy 10° alatt párologtatott, 70 Å vastagságú alumínium réteg adatait is. A táblázat adatai

szerint az eloszlások közel állnak a logaritmusos normális eloszláshoz. Az egymás után következő momentumok hányadosainak középértékével számítottuk ki a logaritmikus szórás-középértéket (σ) és a logaritmikus középértéket (x_g), a logaritmikus normális eloszlás

$$\ln \mu_n = \ln x_g + n\frac{1}{2}\ln^2 \sigma$$

összefüggéséből [12].

A méretarány számításánál a II. táblázat x_g és μ_1 értékeit egyaránt felhasználtuk. Ugyancsak számítottuk a kristályokra egyenként kiszámított méretarányok átlagértékét súlyozás nélkül is. Megállapítottuk a párologtatás irányára

II. TÁBLÁZAT

A hossz- és haránt méreteloszlás függvények adatai

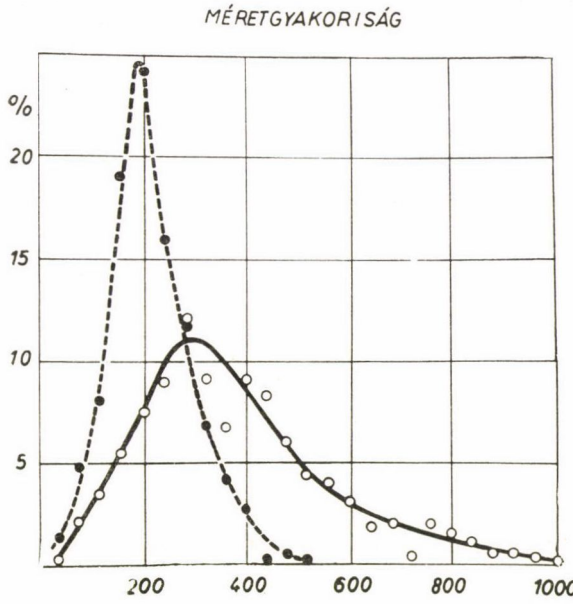
$\mu_n = \frac{\Sigma x_i^n N_i}{N}$		μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_n/μ_{n-1}	σ	x_g Å
Al	Hosszúság Å	302,1	333,0	357,0	376,2	*1,101* *1,082* *1,055*	1,481	285,6
10° 70Å	Szélesség Å	166,2	173,7	181,5	188,1	*1,047* *1,047* *1,036*	1,333	159,5
Au	Hosszúság Å	374,6	434,1	476,4	512,6	*1,162* *1,100* *1,074*	1,65	323,8
10° 50Å	Szélesség Å	215,2	230,9	243,2	250,1	*1,074* *1,053* *1,027*	1,37	204,6

III. TÁBLÁZAT

A kristályok méretaránya

Preparátum	10° *Arany* 50 Å	*Aluminium* 10° 70 Å
A log. középértékek (x_g) hányadosa	1,58	1,79
Az átlagértékek (μ_1) hányadosa	1,77	1,83
A méretarányok átlagértéke	1,72	1,93
A közel merőlegesen elhelyezkedő kristályok méretarány átlagértéke	1,78	1,98

merőleges elhelyezkedéssel $\pm 15°$-ot bezáró szögtartományba eső kristályok méretarányát is. A kapott méretarányokat a fenti két preparátumra a III. táblázat tünteti fel. Ezekből megállapíthatjuk, hogy a párologtatásra merőleges irányban a kristályok hosszmérete a harántméret kétszerese közelébe esik.



12. ábra. A kristályok hossz- és harántméret szerinti eloszlása

A rendezettségi fok és polarizációs fok összefüggése

A kristályok méreteloszlását és elhelyezkedését egyaránt figyelembe véve egy ilyen praktikusan síkban elhelyezkedőnek vehető kristályhalmazra a rendezettségi fokot az előzőkben elmondottak felhasználásával számíthatjuk ki. Az integrál értékeket az eloszlás 10°-ként felvett lépcsős függvényéből összegezéssel számoltuk. (IV. táblázat R_∞.) A kristályok méretalakját az $a/b = 2$ átlagarányt használva vettük figyelembe. A 8. és 9. ábrán feltüntetett hisztogramok által jellemzett eloszlásokhoz így számolva a IV. táblázatban feltüntetett R_2 értékek adódnak rendezettségi fokként. A kétdimenziósnak tekinthető kristályhalmaz fényszórási hatását, ill. a polarizáció létrejöttét közelítőleg úgy tekinthetjük, mintha kicsiny, a fény számára áthatolhatatlan szóró részecskék lennének. *Babinet* elve felhasználá-

IV. TÁBLÁZAT

A rendezettségi fok és a párologtatás szögének összefüggése

Párologtatás szöge		5°	10°	20°	30°	50° 70°	90°
Al 70 Å	R_∞ %	63,9	46,2	30,3	28,8	13,8	1,3
	R_2 %	21,3	15,4	10,1	9,6	4,6	0,4
Au 50 Å	R_∞ %	52,3	48,2	41,8	34,4	6,9	5,2
	R_2 %	17,4	16,1	13,7	11,5	2,3	1,7

sával tekinthetjük a kristályok halmazát a kristály alakjának megfelelő rések halmazának [13]. A hullámhossznál a méretstatisztikák szerint egy nagyságrenddel kisebb rések halmaza a hosszirányukra merőleges rezgéssíkkal polarizálja a reá eső természetes fényt. Tételezzük fel, hogy mindegyik kristályt a hosszirányával egyenlő méretű végtelen vékony résnek tekinthetjük. Ekkor a ráeső természetes fényből a kristály hosszirányú méretével arányos intenzitású polarizált fényt enged át. Ha a két kiterjedéssel bíró kristályszemcsét a hossz- és harántmérettel egyező, egymásra merőleges végtelen keskeny réssel közelítjük, akkor az átbocsátott fény részben poláros és a polarizáció foka az a/b méretarányból az $(a/b-1)/(a/b+1)$ összefüggéssel számítható. A különböző irányokban elhelyezkedő, különböző hosszúságú rések halmazának irány szerinti eloszlását ismerve, a kristályhalmaz szórását az egyes elemek polarizált szórásának intenzitásösszegeként számolhatjuk — mint az könnyen belátható — pontosan a kristályhalmaz rendezettségi fokának bevezetésénél elvégzett számítással. Ebből nyomban levonható következtetésünk, hogy az elmondott megszorítások mellett egy síkban rendezett kristályhalmaz fent definiált rendezettségi foka meg kell egyezzék a rajta áthaladó elegendő nagy hullámhosszúságú fény polarizációs fokával. Az V. táblázat a 9. ábrán feltüntetett és más alumínium rétegek rendezettségi fokát és 7700 Å hullámhossz mellett megmért polarizáció fokát hasonlítja össze. Tekintettel arra, hogy a végeredményben véges vastagsággal bíró réteg viszonyait a számításnál csak közelítéssel vettük figyelembe, a mért és számított adatok között az egyezés meglepően jó.

V. TÁBLÁZAT

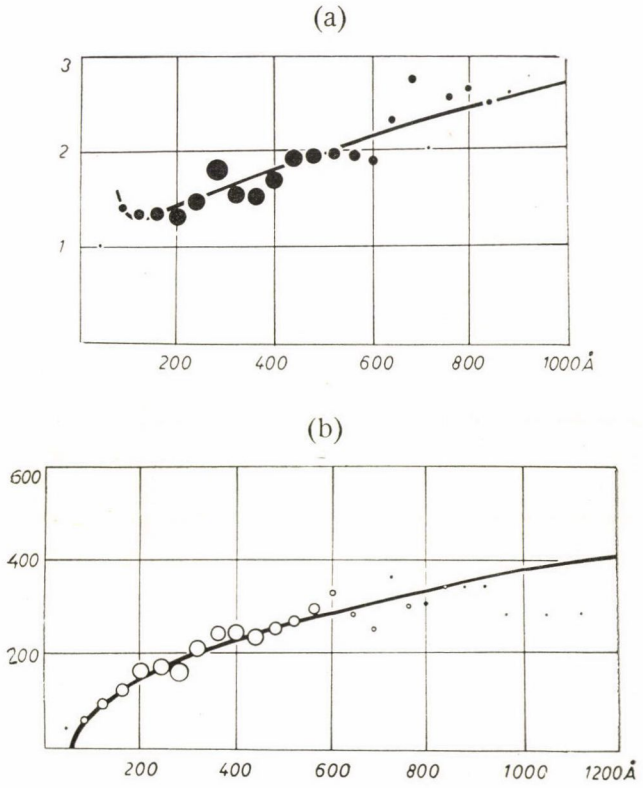
A polarizáció fok és a rendezettségi fok összefüggése alumínium rétegeknél

Preparátum	Mért polarizáció fok %	Számított rendezettségi fok %
Al 5°	23,8	21,3
Al 10°	16,4	15,4
Al 20° *A*	12,6	11,1
Al 20° *B*	14,6	10,1
Al 20° *C*	13,0	9,3
Al 30° *A*	8,5	9,7
Al 30° *B*	8,8	9,6
Al 50°	2,6	4,6
Al 90°	0,5	0,4

Az aranyrétegeknél a már tárgyalt erős hullámhossz függés mutatja, hogy a polarizációs hatás leírására ez esetben nem elegendő a megadott közelítés a látható fénytartományban. Legfeljebb csak hosszabb hullámhosszak esetén elvégezhető vizsgálatok mutathatnak utat arra, hogy milyen folyamatok számításával nyerhető kapcsolat a kristályok hosszirányú rendeződése, a kristályok fényabszorbciós tulajdonságai és a polarizációs hatás között. Megállapításaink az aranyrétegek esetén csak qualitatív jellegűek lehetnek.

A rétegek szerkezetének kialakulása

A 9. ábrán feltüntetett méretstatisztikákból megszerkeszthető a kristályok méretarányának, ill. harántméretének a kristály hosszúságától való függése. (13. ábra a. b.) Az ábrán a méréspontok területe az adott méretű kristályok számával arányos. Az ábrázolásnál a harántirányú méretekre végeztük el a középértékelést. Megállapíthatjuk, hogy abban a tartományban, amelybe az



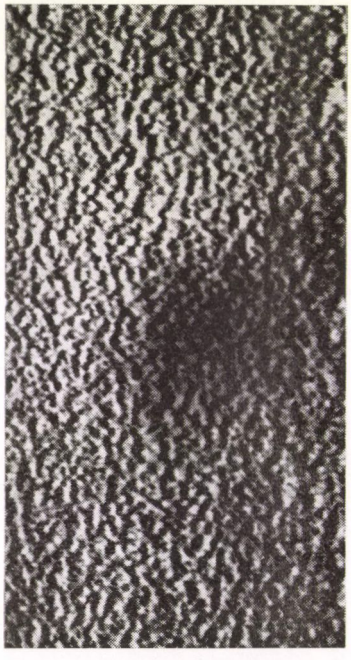
13. ábra. A kristályok méretarányának (a) és harántméretének (b) függése a kristály hosszúságától

átlagméretű kristályszemcsék esnek, a méretarány közel esik a kettőhöz. A rövidebb kristályok gömbölyűbbek, a hosszabbak karcsúbbak ennél a méretaránynál.

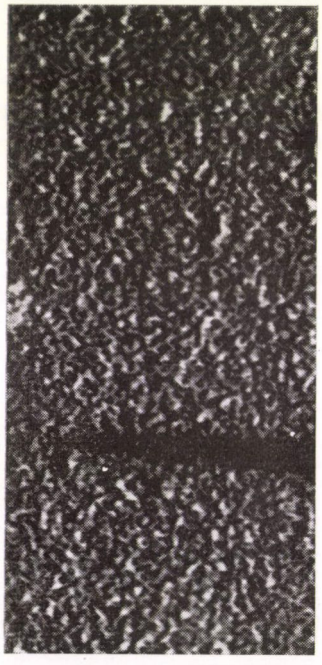
Az egyes kristályok esetén a növekedés mechanizmusa a kétirányú növekedésre nem ugyanaz. Az eltérés alapvető oka az, hogy a ferdén beeső gőzsugár a vele szembeforduló kristályoldalt éri és a két oldallapot nem. A mechanizmustól függetlenül is ilyen geometriai elrendezés esetén adódik a

kétirányú növekedés aszimmetriája, sőt qualitatíve magyarázni is tudjuk az átlagos méretarány kettő körüli értékét. A ferde párologtatásnál ugyanis a gőzsugár beesése után kialakuló kristálymagok a párologtatás irányában árnyékot vetnek a kristályok hátoldalán. Ide tehát sem migrációval, sem közvetlenül nem jut anyag. Tehát egyenletes anyagfelvétel esetén is a kristályok előre, ill. oldalirányú növekedése között különbség van, lévén a kristálynak egyetlen előre és két oldal iránya. A qualitatíve elmondott aszimmetrikus növekedés hatásaként kialakulhat a kristályok méretviszonyának az átlagméretű kristályoknál talált 2 körüli értéke.

A logaritmikus normális eloszlással való közelítés a kristályosodás folyamatára is enged meg következtetéseket. Az ilyen eloszlás ugyanis tipikus esete azoknak a szemcseméret eloszlásoknak, amelyek valamilyen anyag darabolásánál jönnek létre, ahol az átlagméret a folyamat során azáltal csökken, hogy a darabolási folyamatot az összességből véletlenül kiválasztott egyedeken ismételjük. Nagyon kézenfekvő egy ilyen folyamat ellenkezőjének feltételezése, adott méretű kristálymagok véletlen összenövésének hatására ugyanilyen eloszlás alakulhat ki.



14. ábra. Ferde üveglapra ülepített réteg fényképe. Nagyítás kb. 25 ×



15. ábra. Ferdén párologtatott alumíniumréteg elektronmikroszkóp képe. Nagyítás 200 000 ×

Annak bizonyítására, hogy tisztán geometriai viszonyoktól származó aszimmetrikus növekedési körülmények kialakíthatják az elektronmikroszkópiai felvételeken észlelt kristályalak eloszlást és rétegszerkezetet, egy qualitatív kísérletet végeztünk. Kb. 1 μ átlagméretű szikraforgácsolással előállított, sárgaréz szemcséket tartalmazó szuszpenziót ülepítettünk a függőlegestől 20° alatt elhajló üveglapra. A kialakuló rétegszerkezet (14. ábra) egy 20° alatt párologtatott alumíniumréteg elektronmikroszkópos felvételével (15. ábra) összehasonlítva teljesen azonos benyomást kelt és valószínűsíti, hogy mindkét réteg anizotróp szerkezetének létrejöttében ilyen geometriai árnyékhatások játszottak lényeges szerepet.

Az elektronmikroszkóp képek készítésében *Tremmel* János mérnök, az abszorpció méréseknél *Keszthelyi* Lajosné fizikus, a statisztikák felvételében *Koleszár* Ildikó és *Ősapai* Zsuzsanna nyújtott segítséget. Munkájukért köszönetet mondok.

IRODALOM

[1] *A Kundt,* Wied. Ann., *27,* 59, 1886.
[2] *F. Braun,* Ann. d. Phys. *16,* 1, 1905.
[3] *G. du Bois, H. Rubens,* Wied. Ann. *49,* 593, 1893.
[4] *H. König, G. Helwig,* Optik, *6,* 111, 1950.
[5] *L. Holland,* I. Opt. Soc. Ann. *43,* 376, 1953.
[6] *L. Reimer,* Optik, *14,* 83, 1957.
[7] *P. Evans, H. Wilman,* Acta Cryst. *5,* 731, 1952.
[8] *M. A. Rums, G. Baklagina,* Zs. Techn. Fiziki. *26,* 1498, 1956.
[9] *W. G. Burgers, C. J. Dippel,* Physica, *1,* 549, 1934.
[10] *D. O. Smith, M. S. Cohen, G. P. Weiss,* Journ. Appl. Phys. *31,* 1755, 1960.
[11] *S. Tolansky,* Phil. Mag. *35,* 120, 1944.
[12] *Yule G. U., M. G. Kendall:* An Introduction to the Theory of Statistics XIV. London. 1950.
[13] *Grimsehl—Tomaschek:* lb. d. Physik. III. Leipzig 1955. 71. o.

A LABORATÓRIUMBÓL

VÉKONY ANTRACÉN EGYKRISTÁLYLEMEZEK ELŐÁLLÍTÁSA*

KRAJSOVSZKY JÓZSEF és UJHELYI SÁNDOR
Orvosi Fizikai Intézet, Budapest

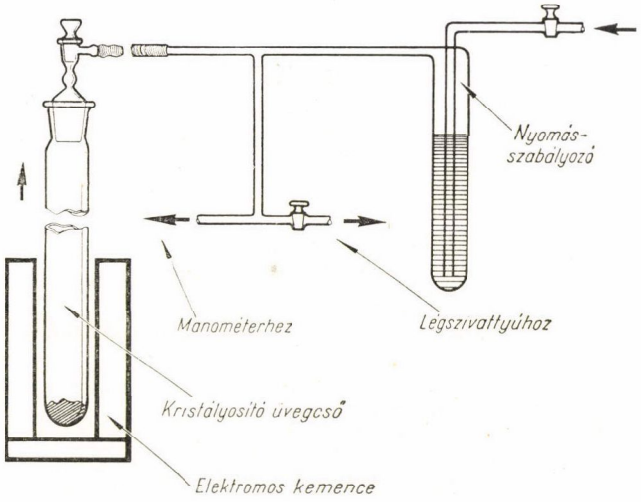
Amikor antracént egykristálynövesztéshez tisztítottunk, megfigyeltük, hogy megfelelő körülmények között végzett szublimáláskor nagyfelületű, vékony antracénlapok keletkeznek. Ismeretes, hogy az antracén mint luminiszkáló anyag előnyös tulajdonságai miatt szcintillációs számláló berendezésekben felhasználható. A vékony antracénlemezek a gamma sugarakat gyakorlatilag nem nyelik el, viszont alkalmasak béta sugarak kimutatására még azoknak kis energiája esetében is. A lemezek igen tiszta minőségben állíthatók elő, ami felhasználásuk szempontjából előnyös és a nagyfelületű lemezek lehetőséget nyújtanak bizonyos speciális feladatok megoldására. Ezek a körülmények vezettek bennünket arra, hogy a tiszta nagy lapok növekedésének optimális körülményeit tanulmányozzuk. Bár kísérleteinket 3—4 évvel ezelőtt végeztük, az azóta eltelt idő alatt a külföldi szakemberek részéről a lemezek és előállításuk iránt megmutatkozott élénk érdeklődés késztetett minket arra, hogy az előállítás módját ismertessük.

Vékony antracénlemezek előállításával több szerző [1, 2, 3] foglalkozott, de a miénkhez hasonló nagyságú lapok előállításáról nem találunk említést. Mi a lemezeket megfelelő feltételek mellett gőzfázisból való kristálynövesztéssel nyertük. Az előállításhoz függőleges helyzetű, alul zárt, négy függetlenül fűthető részből felépített kb. 40 cm hosszú elektromos kályhát használtunk. Kiindulási anyagként „Kahlbaum für wissenschaftliche Zwecke" jelzésű antracént használtunk, amelyet további tisztítás céljából etilénglikollal desztilláltunk, vízzel mostunk és 110 C°-on szárítottunk. A nyersanyagot hosszú üvegtölcsér segítségével egy 70—80 cm hosszú és 60—70 mm átmérőjű, alul zárt, fölül köszörülettel illeszthető és háromágú csapot viselő dugóval zárható csőbe tettük (1. ábra). Az anyag mennyiségét úgy célszerű megválasztani, hogy a szublimálás befejezése után is maradjon a cső alján olvadék, amely a kis mennyiségben még jelen levő illékony szennyezéseket, amelyek igen kis kon-

* Érkezett 1960. szeptember 15.

centrációban is kedvezőtlenül befolyásolják a fluoreszkálást, visszatartsa. A csőből a levegőt 0,1 Hg mm-ig kiszivattyúztuk, utána tiszta hidrogénnel töltöttük meg a csövet. A kiszívatást háromszor megismételtük, hogy az oxigént minél jobban eltávolítsuk. Végül körülbelül fél atmoszféra nyomású hidrogént bocsájtottunk a csőbe és a csövet az előre befűtött kemencébe helyeztük.

A kályha fűtését előzőleg úgy szabályoztuk, hogy a hőmérséklet a kályha hosszában minél hosszabb darabon az antracén olvadáspontja fölött és lehetőleg egyenletes legyen, a kályha szája körül pedig minél rövidebb távolságon essék a szoba hőmérsékletére.



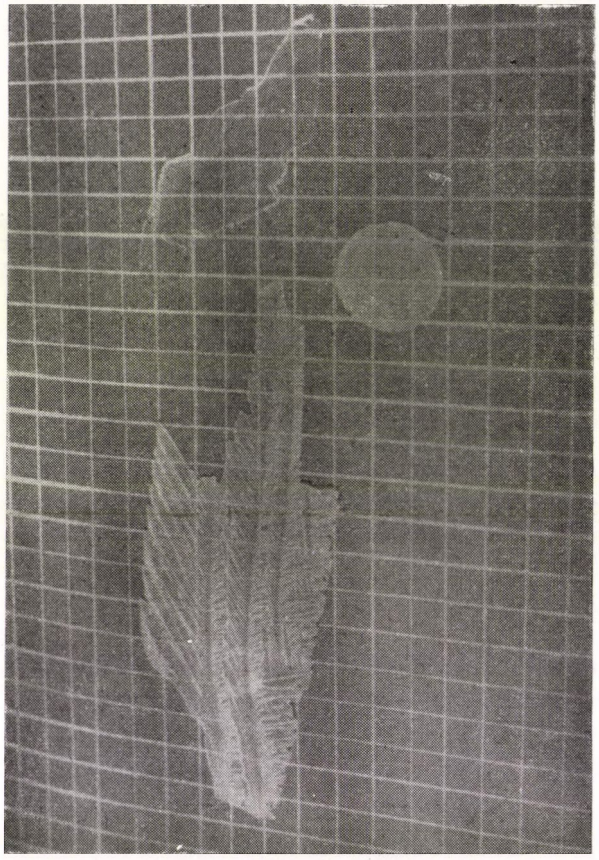
1. ábra. A növesztéshez használt berendezés vázlatos keresztmetszete

Amikor az antracén egész mennyisége megolvadt, amit időnként a csőnek egy pillanatra a kemencéből való kiemelésével ellenőriztünk, a csőben a hidrogén nyomását 300 Hg mm-re csökkentettük és vagy lezártuk a csövet, amikor a növesztés befejezéséig a csőből való kihúzás és lehűlés miatt a nyomás 270 Hg mm-re csökkent, vagy a csövet egy nyomásszabályozóval kötöttük össze, amely az egész növesztés tartama alatt fenntartotta a 300 Hg mm nyomást.

Ezután a csövet a kemencéből elektromos motor segítségével lassan kiemeltük. Legkedvezőbbnek az 1,7 mm/perc kiemelési sebességet találtuk.

Mialatt az antracén megolvadt, már megkezdődött a szublimáció a csőnek a kemence szája körüli részén. Először tűalakú kristályok keletkeznek, amelyek hossza gyakran 3—4 cm. Később a tűk mellett, vagy a tűk kiszélesedéseként lapok is jelentkeznek. Kihúzás nélkül ezek a lapok aránylag kicsi-

nyek maradnak és egymást elborítják, a kihúzás következtében azonban a cső hossza mentén növekednek és gyakran 25 cm hosszúságot is elérnek. A kristályok nagy része ikreződött, rendesen tollhoz hasonló felépítésű. Megmarad a tűalakú növekedés tendenciája, mert a lapon rendesen végighúzódik egy, a tollgerinchez hasonló, a lemeznél vastagabb tű, ebből a tűből kétoldalt újabb tűk indulnak ki, amelyek egy síkban lemezzé szélesednek ki. Egyes



2. ábra. Vékony lemezalakú antracénkristályok. Tollszerű növekedés, homogén kristály, homogén kristályból kivágott 2,5 cm átmérőjű korong. A rácsozat 1 cm távolságban fekete papíron fehér tussal kihúzott egyenesekből áll. A lemezek átlátszóságát jól szemlélteti az a körülmény, hogy az *alattuk* fekvő rácsozat is jól látható.

lemezek azonban elég nagy felületen zavartalan növekedést mutatnak úgy, hogy belőlük 3 cm átmérőjű kerek korongok készíthetők. A lapok vastagsága elég egyenletes, legtöbbször 0,2—0,3 mm, szélső vastagságuk 0,5 és 0,09 mm

volt. A kristályok már gyenge szórt ultraibolya fényben kék színben erősen fluoreszkálnak.

IRODALOM

[1] *H. Mette* und *H. Pick*, Z. f. Physik, *134*, 566, 1953
[2] *F. R. Lipsett*, Can. J. Phys. *35*, 284, 1957
[3] *H. Kallmann* and *M. Pope*, Rev. Sci. Instr. *29*, 993, 1958

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója Műszaki felelős: Pataki Ferenc
A kézirat beérkezett: 1961. I. 2. — Példányszám: 650 — Terjedelem: 7,6 (A/5) ív, 36 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 61-44

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 40 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

Ára: 10,— Ft.
Előfizetés kötetenként: 42,— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

Oldal

Györgyi Géza és *Menyhárd Nóra:* A multipol-sugárzás forrásainak szemléletes leírása . 1

Abonyi Iván: Relativisztikus részecskesokaság legvalószínűbb sebességének és átlagos impulzusának meghatározása 21

Szabó János: Magnetohindrodinamikai lökéshullámok 35

Sándor Tamás, Somogyi Antal és *Telbisz Ferenc:* Kiterjedt légizáporok vizsgálata 40 m vízekvivalens mélységben 51

Pócza Jenő: Párologtatott fémrétegek fénypolarizációja és rétegek szerkezete közötti összefüggés 61

A LABORATÓRIUMBÓL

Krajsovszky József és *Ujhelyi Sándor:* Vékony antracén egykristálylemezek előállítása . 81

307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

IX. KÖTET *2. FÜZET*

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1961

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki, és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközti formulákban ferde törtvonalat, pl. 1/2, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írjuk **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

A GAMMADÓZIS MÉRÉSE FILMJELVÉNYEKKEL*

VÖDRÖS DÁNIEL
Budapesti KÖJÁL Izotóp Laboratórium

Sugárveszélyes munkahelyen a dolgozók által elszenvedett sugáradagot mérni kell. Az egyes személyeket érő sugáradagok kicsinyek, azért csak nagy érzékenységű detektorok használatával érhetünk célt.

A személyi sugáradagmérőkkel szemben igen sok követelményt támasztunk. Ilyenek pl.: a sugáradagmérő legyen olcsó, egyszerű, megbízható, minden pillanatban működésre kész, azonnal kiértékelhető, nagyméréstartományú, s ne legyen kényes a használatban, s ne igényeljen előkezelést.

Ezeket a követelményeket együttesen semmiféle dózismérő nem elégíti ki. Meg fogjuk mutatni, hogy e célra milyen lehetőségünk van a hazai gyártmányú röntgen filmmel.

Ismeretes, hogy ugyanazon sugárforrás esetén a film feketedése meghatározott sugáradag tartományban a leadott dózissal arányos, tehát annak mérésére felhasználható.

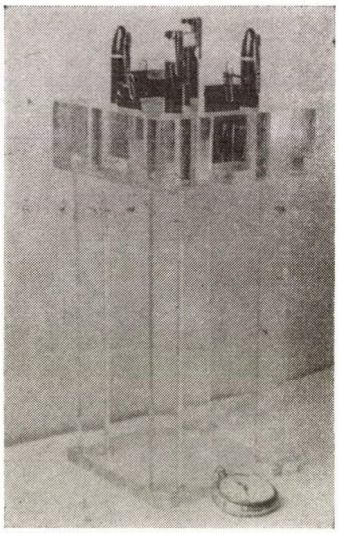
Kísérletek

Vizsgálatainkhoz Forte filmet használtunk, melyet 18×24 cm-es méretben a kereskedelmi forgalomban levő anyagból szereztünk be. Csupán arra ügyeltünk, hogy azok lehetőleg frissek legyenek. A filmek kétoldalú öntésűek, az emulzió vastagsága kb. 30 mikron. A filmlapokat $3 \times 4{,}5$ cm nagyságú darabokra vágtuk fel, majd kétsoros fekete papírba (vastagsága 25 mg/cm^2) csomagoltuk, s azt kapoccsal lezártuk és megszámoztuk. Az így készített filmjelvényeket — a film sajátságainak megállapítása céljából — plexitoronyban besugároztuk. A sugárforrásaink $\pm$ 1 %-on belüli pontosságúak, és aktivitásra, továbbá dózisteljesítményre is egy nagyságrendbe estek. A sugáradagokat előbb 50 mr-nél kezdtük, és azt 50 mr-enként emeltük. A besugárzást ugyanazokkal a dózisintervallumokkal ötször, hatszor megismételtük, és a mérések kiértékelését az átlagok alapján végeztük (1. ábra). A vizsgálatokat Co-60, Ra-226, Cs-137 és Hg-203 radioizotópokkal végeztük, így az 1,25 — 0,28 MeV ener-

* Érkezett 1960. szeptember 4.

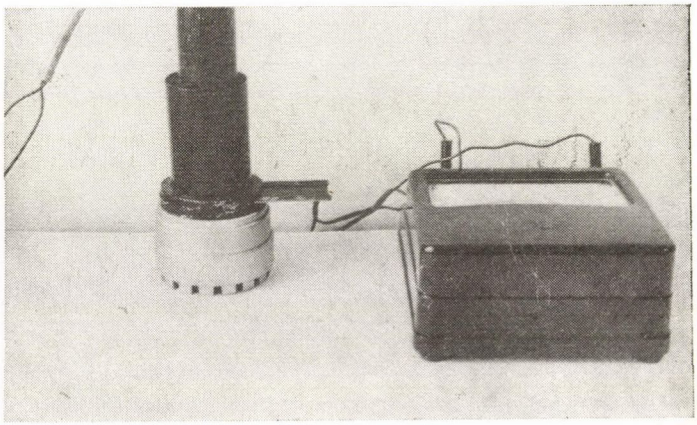
giatartományt — mely az izotópos munkahelyeken előforduló sugárzásokat majdnem teljes egészében átfogja — ellenőrizni tudtuk.

A filmekre adott expozíciókat azok ismert dózisteljesítményei alapján számítottuk, és a rendelkezésünkre álló személyi dózismérők méréstartományain belül mértük is. A besugárzott filmeket az alapfeketedés megállapítására szolgáló nullfilmmel együtt hívtuk elő, s a gyár által ajánlott fürdőket használtuk. Az előhívási idő 6 perc, a hívó hőfoka 18 C°. A filmeket speciális keretben fürdettük és szárítottuk. Szárítás után a filmet megszámoztuk és feketedését mértük.



1. ábra

A feketedésméréseket többféle fotometerrel elvégeztük. Az EMG gyártmányú, régebbi típusú mikrolumenmérő nem reprodukált. A francia Jouan gyártmányú, hasonló műszer sem bizonyult jobbnak. E készülékeknél megbízhatóbban működött egy saját készítésű denzitométerünk, melyet a 2. sz. ábrán mutatunk be. Az ezzel a fotometerrel mért méréseredményeket egzakt fotometerrel hasonlítottuk össze. Fotometerünk fényelemét egy 70 Aó-s Nife akkumulátorból táplált 15 W-os pontlámpával világítottuk meg. A feketedésmérésnél a filmnek csupán egy kis része került kiértékelésre. A film elé ugyanis fényrekesz került, melynek átmérője 5; 7,5; ill. 10 mm között változtatható. A filmre eső megvilágítás a fényforrás mozgatásával változtatható.



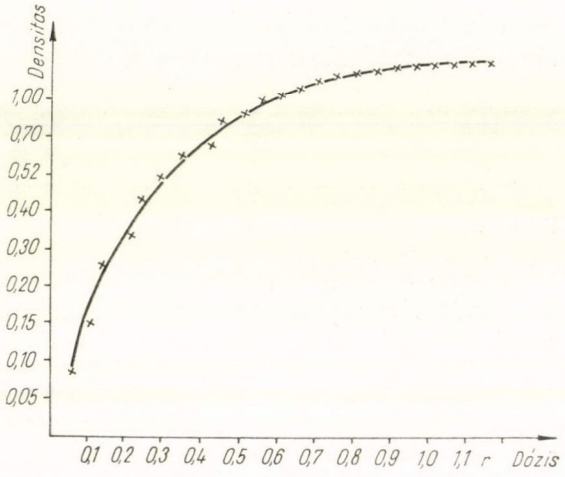
2. ábra

Mérések

Tapasztalatunk szerint az ugyanazon filmlapból kivágott darabok alapfeketedésében különbség van. Azért több 18×24 cm-es lapot besugárzás nélkül előhívtunk és 3×4,5 cm-es darabokra vágva feketedését mértük. Az eltérés ± 3 százalékon belül volt.

A Forte X filmek dózis denzitás görbéjét a 3. sz. ábra szemlélteti.

Az így készített kallibráló görbe segítségével értékeltük ki a sugárzó környezetben besugárzott filmjelvényeket. Ugyanis a filmcsomag minden lapjából nullfilmet, továbbá valamelyik lapból 4 lapot vettünk és az utóbbiakat 100, 300, 500 és 700 mr-nél besugároztuk, együtt előhívtuk, és meggyőződtünk arról, hogy a feketedési értékek megfelelnek-e a film karakterisztikájának. Azután a film jelvények feketedéseit a görbére raktuk és az abszcisszán kaptuk a feketedéseket.



3. ábra

Ismeretes, hogy bármely film bizonyos fokú feketedéséhez a Co-60 gamma sugárzásából kb. 25-ször nagyobb sugáradag szükséges, mint a 70 kV-es fékezési röntgensugárzásból. A mennyiségi mérés tehát megköveteli, hogy a sugárzás keménységét felismerő szabályokat is alkalmazzunk. Ez pedig csak szűrőkkel biztosítható. A különböző szűrők mögötti feketedés aránya adja a keménységi faktort, mely azt a számot jelenti, mellyel a látszólagos dózist meg kell szorozni, hogy a valóságosat kapjuk.



4. ábra

Vizsgálatainkhoz a 4. sz. ábra szerinti szűrőket használtuk, nagyságuk 14×14 mm, vastagságuk pedig Pb-ból 1150, Cu-ból 800, Al-ból 400 mg/cm^2. A negyedik, üres lap (a tok) vastagsága pedig 75 mg/cm^2.

A szűrők lehetőséget nyújtanak a közvetlen és szórt sugárzás arányának megállapítására is. A szűrők használatával különbséget tudunk tenni a pontszerű és kiterjedt sugárforrásból származó dózisok között. Ugyanis első esetben a szűrők képe éles széllel, utóbbinál pedig

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

elmosódottan jelenik meg. Egysoros szűrő alkalmazása esetén a sugárforrás irányára is következtetni lehet.

A Forte X film 50—700 mr Co-60 gamma sugáradag 30% pontosságon belüli mérésére alkalmas. Filmjelvényeink használhatóságát két sugárveszélyes munkahelyen kipróbáltuk. Radiografiás dolgozók közt 50 db filmjelvényt osztottunk ki. A dolgozókat arra kértük, hogy filmjelvényeink mellett viseljék állandóan ionizációs kamrás személyi dózismérőjüket. Egy hónap múlva a filmeket begyűjtöttük, előhívtuk és kiértékeltük. A kétféle dózismérés adatai jó egyezést mutattak. A filmjelvényekkel való dózismérést rutinszerűvé szeretnénk fejleszteni, azért ez idő szerint 5 laboratóriumban folytatjuk munkánkat. Megfelelő filmtok kialakítása, fotometerünk tökéletesítése és a filmanyag javítása után az eljárás egyszerűvé, olcsóvá és megbízhatóvá válhat.

IRODALOM

Langendorff—Wachsmann: Strahlenschutzüberwachung mit der Filmschwärzungsmethode... Atomkernenergie, 1958. Febr. S. 60–64.

O'Brien and alii: A System of Film Badge... Nucleonics, 1956. October, pp. 58–60.

Boyer and alii: Film Badge Dosymetry. Nucleonics, 1955. November, pp. 106—109.

Bőhler: Zur Frage der Strahlenschutzüberwachung mit der Filmdosymetern. Kernenergie 1958. jun. S. 440—444.

Hajnal: Fotografikus módszerrel történő sugárvédelmi eljárások. KFKI Közl. 1956. évf. 153—169. oldal.

Dealler and alii: Personnel Monitoring for External Radiation. Occupational Safety and Health. 1958. July—September. pp. 137—153.

Becker: Grundlagen und Möglichkeiten der Filmdosymetrie. Atompraxis, 1958. Mai, S. 28—33.

NEUTRONFORRÁS ABSZOLÚT INTENZITÁSÁNAK MÉRÉSE*

KOLTAY EDE
Kossuth Lajos Tudományegyetem Kísérleti Fizikai Intézete, Debrecen

$KMnO_4$ oldat aktiválását hasznosító fizikai integrációs módszerrel meghatároztuk az ATOMKI egy Po-α-Be neutronforrásának abszolút intenzitását. A mérés eredménye hibahatáron belül egyezik a forrás kísérőlevelében adott kezdeti intenzitásból a Po^{210} felezési ideje alapján a mérés időpontjára számítható intenzitásértékkel.

A módszert a továbbiakban magreakciókkal kapcsolatos abszolút neutronintenzitásmérésre kívánjuk felhasználni.

I. Bevezetés

Neutronforrások — preparátumok, vagy töltött részecskékkel bombázott targetek — abszolút intenzitásának mérésére az emittált neutronok közvetlen számlálásán alapuló kielégítő pontosságú módszerek nem állnak rendelkezésre. Ennek oka a ma ismert neutronszámlálási módszerek számlálási hatásfokának nagymérvű energiafüggésében, illetve az egyes forrásokból emittált neutronok igen széles és összetett energiaspektrumában rejlik. Ennek megfelelően az utóbbi évtizedben néhány korábbi úttörő munka [1, 2, 3] továbbfejlesztéseként 1—10% pontosságú, közvetett jellegű módszerek születtek neutronforrások abszolút intenzitásának mérésére. A meglehetősen nagyszámú módszer közös alapvonása, hogy az abszolút neutronintenzitásmérést töltött részecskék abszolút intenzitásmérésével helyettesíti.

A töltött részecskék eredetét tekintve a módszerek két csoportra oszthatók. Az egyik csoportba az úgynevezett „kísérő részecskék módszere" (associated particle method) sorolható. Itt a neutronok helyett a neutronokkal azonos folyamatból eredő töltött részecskék kerülnek abszolút leszámolásra (pl. $T^3(d, n)He^4$ reakcióból eredő neutronok esetén az alfa részek ilyen „kísérő részecskék"). Ide sorolhatók még azok a mérési módszerek, melyeknél az emittált neutronok számát a neutronkeltésre felhasznált magfolyamat mesterséges rádióaktív végmagjai által képviselt aktivitás abszolút mérésén keresztül határozzák meg.

A másik csoportba olyan módszerek tartoznak, amelyeknél a leszámolandó neutronokkal keltett magreakciókat használják fel a neutronok számával

* Érkezett 1960. dec. 10.

arányos töltött részecske aktivitás keltésére. Annak érdekében, hogy a reakciók hatáskeresztmetszetének erős energiafüggése ne okozzon hibát a méréseknél, ezek a módszerek minden esetben termalizált neutronokat alkalmaznak a töltött részecske aktivitás keltésére. A két csoportba tartozó mérési módszerek bizonyos esetekben előnyösen kombinálhatók egymással [4]. Minthogy az általunk végzett méréseknél a második csoportba sorolható eljárások egyikét használtuk, a továbbiakban ezzel a csoporttal foglalkozunk részletesebben.

Közös alapelvként az a kiinduló feltevés szolgál a termalizált neutronokat hasznosító mérőmódszereknél, hogy a forrás által emittált neutronok száma — végtelen moderátor feltételezése mellett — a közegben abszorbeált neutronok össz számával egyenlő egységnyi idő alatt. Mivel pedig a moderátorban az abszorbeálódó neutronok számát meghatározó termikus neutronsűrűség a forrástól mért távolság függvénye, a moderátor egyes térfogatelemei által befogott neutronok száma, illetőleg a moderátor egyes pontjaiban elhelyezett aktiválásos neutrondetektorok aktivitása pontról-pontra változik. Ennek megfelelően az össz térfogatban abszorbeált neutronszámot az elemi térfogatok által képviselt hatások integrációjával nyerhetjük. A felhasznált integrációs módszertől függően beszélhetünk mechanikai, illetve fizikai integrációs módszerről a mérőmódszerek termalizációs csoportján belül.*

A) *Mechanikai integrációs módszerek*

Végtelen kiterjedésű moderátorban időegységenként abszorbeált neutronok számát a következő összefüggés adja meg:

$$Q = 4\pi\tau \frac{1}{\tau} \int_0^\infty \varrho(r) r^2 dr \tag{1}$$

ahol $\varrho(r)$ a termikus neutronsűrűség, τ a neutronok átlagos élettartama, azaz Q a moderátorban jelenlevő termikus neutronok számának s a neutronok τ átlagos élettartamának hányadosa. Ha a moderátor n darab, egyenként N_k atom/cm^3 koncentrációjú, az $1/v$ törvényt követő abszorbens keveréke, az átlagos élettartam a következő alakot ölti:

$$\tau = \frac{1}{v_t \sum_{k=1}^{n} N_k \sigma_{k,t}} \tag{2}$$

ahol a $\sigma_{k,t}$ szorzó a k-ik komponens v_t termikus neutronsebességnél mért

* A két tekintett csoport elnevezése szempontjából az irodalom nem egységes. Mi a továbbiakban a Larsson által [5] használt elnevezéseket használjuk.

neutronbefogási hatáskeresztmetszete. Ezt (1)-be beírva a következőt nyerjük:

$$Q = 4\pi v_t \sum_{k=1}^{n} N_k \sigma_{k,t} \int_0^\infty \varrho(r) r^2 dr. \tag{3}$$

Eszerint a mechanikai integrációs módszereknél a feladat a következő: a nagyméretű moderátorközeg (rendszerint víz) közepében elhelyezett neutronforrástól mért távolság függvényében meghatározzuk a termikus neutronsűrűséget alkalmas neutrondetektor mozgatásával. Amennyiben a termikus neutronok detektálására használt magfolyamat hatáskeresztmetszete az $1/v$ energiafüggési törvényt követi, az időegység alatt bekövetkező ilyen folyamatok J száma:

$$J = \varrho(r) v_t \sigma_D n_D \tag{4}$$

ahol σ_D illetve n_D a detektor-magok termikus neutronbefogási keresztmetszete, illetve az összes detektormagok száma. Ily módon a keresett Q abszolút forráserősség

$$Q = 4\pi \frac{\sum_{k=1}^{n} N_k \sigma_{k,t}}{\sigma_D n_D} \int_0^\infty J(r) r^2 dr. \tag{5}$$

A detektor abszolút intenzitását a sugár függvényében megadó $J(r)$ függvényt kell tehát (5)-be helyettesíteni s ekkor a megfelelő hatáskeresztmetszetek ismeretében Q adódik. A hatáskeresztmetszetértékek közvetlen felhasználása a tekintett módszerek pontosságát korlátozza, minthogy ezek hibája általában a többi tényező hibájához képest jelentős. Ezért mind a mechanikai, mindpedig a fizikai integrációs módszerek terén igyekeztek ettől a hibától mentes, a megfelelő hatáskeresztmetszetértékekkel közvetlenül nem számoló mérési eljárásokat kifejleszteni.

Az egyes mérési eljárások a termikus neutronsűrűség mérésére használt detektortípusok szempontjából térnek el egymástól. *Larsson* egy korábbi [6] munkájában két mechanikai integrációs módszerrel kapcsolatos tapasztalatokról számol be. Az egyik esetben detektorként aranyfóliát használ, melynek a mérési pont helyzetétől függő abszolút aktivitását az ismert béta-gamma koincidencia-módszerrel határozza meg. A nyert abszolút neutronintenzitásérték ennél a módszernél, a megfelelő korrekciók elvégzése után $\pm 3\%$ pontosságú. Hasonló mérésekről adnak számot *Felcher* és munkatársai is [7]. Egy másik eljárásnál alkalmas módszerrel elérhető, hogy a hatáskeresztmetszetek közvetlen ismerete, illetve felhasználása helyett a berendezésen közvetlenül lemérhető viszonyszám helyettesítése elegendő. Ennél a módszernél ugyanis a detektorként használt magokkal (B^{10} magok BF_3 számláló gáztöltésében) azonos magokat használnak a moderátorban abszorbensként feloldva

(H_3BO_3-oldat). Ilyen módon az abszolút neutronintenzitást megadó formulában a víz hidrogénjára és a bórra vonatkozó hatáskeresztmetszetek csak viszonyszám formájában jelennek meg, ez a viszony pedig tiszta vízben, illetve bórsavat tartalmazó vízben kimért termikus neutronsűrűségi görbék kiértékeléséből közvetlenül meghatározható. Az elért pontosság ennél a módszernél 4,6%.

Walker módszerénél az integrálást oly módon végzik el, hogy a termikus neutronsűrűséget mérő fóliát a mérés ideje alatt megfelelő sebességgel úgy mozgatják, hogy annak aktivitása az egyes pontokban uralkodó termikus neutronsűrűség helyett magával a meghatározandó integrállal legyen arányos [8]. Az elért pontosság 7,5%.

B) *Fizikai integrációs módszerek*

A fizikai integrációs módszereknél a moderátor és a detektor feladatát termikus neutronok hatására megfelelő felezési idejű béta-aktív izotóppá átalakuló magokat tartalmazó vegyületek vizes oldata egyszerre látja el. Ilyen esetekben a besugárzás alatt, illetve a besugárzás után alaposan megkevert oldat, vagy egy abból nyert minta átlagos aktivitása a detektormagok által időegységenként elnyelt össz neutronszámmal lesz egyenlő.

Az átlagos aktivitás mérésére két szokásos eljárás áll rendelkezésre. Egyiknél a $MnSO_4$-et tartalmazó moderátor besugárzása után a moderátorba meghatározott geometriai viszonyok mellett β-számlálót merítenek, s ennek impulzusszámát az oldat egy mintájának 4π-számlálóban való mérésével [9], vagy pontosan ismert aktivitású Mn^{56} oldatnak a moderátorhoz való hozzáadásával [10] kalibrálják abszolút bomlásszámra. A közegben jelenlevő hidrogén, mangán és kén magok befogási keresztmetszetét itt is fel kell használnunk. *F. Alder* és *P. Huber* [9] alatt idézett módszerénél két különböző koncentrációjú oldat alkalmazásával el lehet érni, hogy az említett hatáskeresztmetszetadatok csak egy korrekciós tényezőben szerepeljenek, s ily módon azok pontos ismerete nem lényeges követelmény.

Az egész oldat átlagos aktivitásának mérése helyett könnyen mérhetjük az oldatból kivett ismert térfogatú mintában jelenlevő aktív Mn^{56} magok abszolút aktivitását, ha a mangánt az oldatba $KMnO_4$ formájában visszük be. Ilyen mérések elvégzését megkönnyíti az a körülmény, hogy a $Mn^{55} + n \rightarrow Mn^{56} + \gamma$ detektálási reakcióban fellépő gamma emisszióval kapcsolatos Szilárd—Chalmers-folyamat miatt az eredetileg MnO_4^- ionban jelenlevő Mn^{55} helyett MnO_2 molekulába beépülve nyerjük az aktív Mn^{56} magokat [11]. Az oldatból a mangándioxid egyszerűen leszűrhető, így a keletkezett Mn^{56} fajlagos aktivitása lényegesen növelhető.

Az utóbbi módszer előnyös tulajdonságai miatt magreakciók abszolút

hatáskeresztmetszetének mérésére is jól alkalmazható [12, 13, 14, 15]. Ilyenkor általában 4—9% mérési pontosság érhető el. Újabban, Ra-α-Be neutronforrások standardizálásával kapcsolatban igen nagy gonddal és megfelelő technikai felkészültséggel elvégzett ilyen elvű mérésekkel 1—2% pontosságot sikerült elérni [16].

A következőkben részletesebben foglalkozunk az utóbbi módszerrel, tekintve, hogy méréseinket ilyen alapon végeztük.

II. Mérési módszer

A $KMnO_4$ oldat aktiválását hasznosító fizikai integrációs módszernél a moderátorként szereplő víz és a detektorként szereplő, MnO_4^- ionokban kötött Mn^{55} magok homogénen vannak elkeverve. Ennek megfelelően a mechanikai integrációs módszerekre érvényes (5) egyenlet helyett itt a

$$Q = \frac{\sum_{k=1}^{n} N_k \sigma_k}{\sigma_D N_D} J_{Mn} \tag{6}$$

formula adja a forrás abszolút erősségét, ha J_{Mn} a Mn^{56} magok 1 sec alatti abszolút bomlásszámát jelenti az oldat egész térfogatára vonatkozóan. (Feltételeztük, hogy az oldat telítésig van aktiválva.) Esetünkben csak a H és a Mn^{55} szerepel neutronabszorbensként, így

$$Q = \frac{\sigma_{Mn} N_{Mn} + \sigma_H N_H}{\sigma_{Mn} N_{Mn}} J_{Mn}. \tag{7}$$

Az abszolút bomlásszám meghatározásánál a V össztérfogatú oldat helyett elegendő egy v térfogatú, az oldat alapos megkavarása után kivett mintát leszűrni és a szűrő β-sugárzásának abszolút intenzitását meghatározni. Ha figyelembe vesszük, hogy a Mn^{56} magoknak csak bizonyos, p-vel jelzett hányadát kapjuk meg a szűrőn (p a szűrő hatásfoka) s hogy végtelen moderátor helyett véges közeget alkalmazva a neutronok $w = 1 - e$ hányada a moderátorból megszökik, a szűrő abszolút intenzitása és a neutronforrás erőssége között a következő kapcsolatot nyerjük:

$$J_{szűrő} = p \cdot e \frac{v}{V} \cdot \frac{\sigma_{Mn} N_{Mn}}{\sigma_{Mn} N_{Mn} + \sigma_H N_H} Q. \tag{8}$$

Válasszunk az abszolút béta-intenzitásmérésre végablakos Geiger—Müller csövet, melynek impulzus-számát U_3O_8 standardpreparátum alkalmazásával hitelesítjük. Ilyen esetben a szűrő mérésénél nyert $i_{szűrő}$ impulzusszámra

$$i_{szűrő} = \alpha_{Mn} J_{szűrő} \tag{9}$$

áll. Itt α_{Mn} a számlálóberendezés geometriáját, megszólalási valószínűségét, holtidő-korrekcióját, ablak- és légrétegabszorpcióját, a preparátum hátlap-visszaszórását s a környezet által a csőbe való beszórást veszi figyelembe. Válasszuk szét α-t energiafüggő és energiafüggetlen részre:

$$i_{szűrő} = \gamma \beta_{Mn}(E) J_{szűrő}. \tag{10}$$

Ha ugyanezen berendezéssel U_3O_8 standard preparátumra vonatkozó mérést végzünk, az abszolút intenzitás és az impulzusszám kapcsolata:

$$i_{U_3O_8} = \gamma \beta_{U_3O_8}(E) J_{U_3O_8}. \tag{11}$$

Az említett korrekciók közül energiafüggő lehet általában az ablak- és légrétegabszorpció, a hátlapvisszaszórás s a környezet beszórása. Az esetünkre elvégzett mérések szerint csupán az ablakabszorpció mutat energiafüggést. Eszerint a mangán, illetve az U_3O_8 béta sugárzására vonatkozóan kimérve az abszorpciós görbéket, s ezekből meghatározva az S ablakvastagságnál mért, illetve a 0 abszorbensvastagságra extrapolált $i(S)$, illetve $i(0)$ értékeket, az

$$a = \frac{[i(S)/i(0)]_{U_3O_8}}{[i(S)/i(0)]_{Mn}} \tag{12}$$

korrekció adódik az ablakabszorpció energiafüggésének figyelembevételére. Ha a standard preparátum mg-onként $J'_{U_3O_8}$ részecskét bocsát ki, a (10) és (11) összehelyettesítéséből

$$J_{szűrő} = a \frac{J'_{U_3O_8}}{q} i_{szűrő}, \tag{13}$$

ahol q a preparátum tömegegysége által adott impulzusszám. Eszerint végablakos Geiger—Müller számláló alkalmazása esetén (8) a következő alakot ölti:

$$Q = i_{szűrő} \frac{J'_{U_3O_8}}{q} \frac{a}{pe} \frac{V}{v} \frac{\sigma_{Mn} N_{Mn} + \sigma_H N_H}{\sigma_{Mn} N_{Mn}}. \tag{14}$$

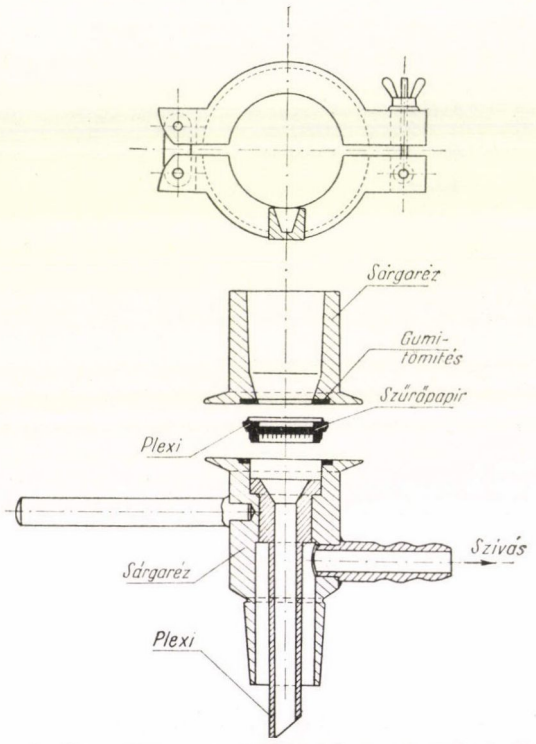
Megjegyezzük, hogy az $i_{szűrő}$ érték a Mn^{56} preparátum önabszorpciójára, az aktiválás időtartamára (amennyiben az aktiválás nem telítésig történt) s a mérés időpontjára korrigált impulzusszám.

III. Mérőberendezés, mérések

1. Moderátor. Méréseinknél a mangánabszorbenst tartalmazó moderátor szerepét kb. 180 liter 0,8% koncentrációjú $KMnO_4$ oldat töltötte be. Az oldat tárolására 62 cm átmérőjű, 62 cm magasságig töltött henger alakú rozsdamentes acéltartály szolgált. A tartály alján levő szívócsonkon keresztül centrifugál-szivattyú csatlakozik a tartályhoz. A szivattyú nyomócsöve a folya-

dék felszínén tangenciális irányban nyomja vissza az oldatot. Ilyen módon a nehezen figyelembevehető neutronabszorpciót okozó keverőalkatrészek beépítése nélkül sikerül a kívánt intenzív keverést biztosítani. A mérendő neutronforrást, illetve a neutronmegszökési korrekcióval kapcsolatos termikus neutronsűrűségi méréseknél használt, a folyadéktérfogat középmagasságában, egy vízszintes sugár mentén mozgatható indiumfóliát plexirudak rögzítik az edény felső peremére helyezett, az említett mozgatást biztosító hídra.

2. Szűrés, szűrési hatásfok. Az oldatminták átszűrését diklóretános plexioldattal preparált szűrőpapíron, az 1. ábrán vázolt vákuumszűrőberendezésben végeztük el. A szűrőhöz felülről csepegtetőtölcsér, alulról rázótölcsér csatlakozik normál csiszolatokkal a szűrendő, illetve leszűrt oldat tárolására. A szűrőpapír plexiből készült szűrőbetétben van elhelyezve, így a szűrés után a szűrőpapíron nyert preparátum a betéttel egy egységben sérülés, illetve intenzitásveszteség veszélye nélkül kerülhet a számláló ólomtornyába, minden esetben azonos geometriájú leszámolásra. A berendezés az ábrán látható szorítóbilincs feloldása után egy mozdulattal szétszedhető, s a szűrőtartó kiemelhető.



1. ábra. Vákuum szűrőberendezés. A szűrőbetét és a két fémrész vákuumbiztos csatolását a peremekre felhelyezett szorítóbilincs zárásával biztosítjuk

A szűrés hatásfoka két körülmény miatt eltér az egységtől. *W. F. Libby* [11], továbbá *E. Broda* és *J. Erber* [17, 18, 19] vizsgálatai szerint ugyanis az aktívvá vált mangán magok kis része a gamma kisugárzás után is megmarad hétvegyértékű állapotban. Ez a retenciónak nevezett törtrész szűrhetetlen s így a szűrési hatásfokot csökkenti. A retenció nagysága esetünkre *Erber* és munkatársai [19] által megadott adatok interpolálásából 8%. Másrészről az MnO_2 molekulában kötött aktivitás kis törtrésze is átjuthat a szűrőn a csapadék és a szűrőnyílások méretviszonyában jelentkező szórás következtében. Minthogy utóbbi tényező a használt szűrő tulajdonságai-

val változhat, az eredő szűrési hatásfokot esetünkre kísérletileg meg kell határoznunk.

A szűrés p hatásfokát a következő módon definiáljuk: p egy minta leszűrése után a szűrőn nyert j aktivitásnak és a minta j_0 összaktivitásának hányadosa. Mérésére a következő módon jártunk el. Adott térfogatú mintát leszűrtünk s mértük a szűrő j aktivitását. Majd a szűrőn átment minta egy részéből melegítés után alkohol hozzáadásával az összes mangánt lecsaptuk durva — így feltétlenül szűrhető — MnO_2 csapadék formájában. A nyert csapadék aktivitását a szűrlet teljes térfogatára átszámítva a szűrőn átment j' aktivitást nyerjük. Mivel $j_0 = j + j'$, a keresett szűrési hatásfok:

$$p = \frac{j}{j + j'}. \tag{15}$$

A képletben szereplő impulzusszámok természetesen a Mn preparátum önabszorpciójára korrigált értékek kell, hogy legyenek. Az önabszorpciós görbe felvétele is az előbb említett módszer alkalmazásával történhet: felaktivált $KMnO_4$ oldat különböző térfogataiból kicsapva az MnO_2-t s a nyert csapadékot leszűrve különböző rétegvastagságú preparátumok állíthatók elő. Az ezeken végzett tömeg- és impulzusszámmérések eredményeiből az önabszorpcióra vonatkozó korrekció a preparátum rétegvastagságának függvényében adódik.

Méréseink szerint a szűrési hatásfok:

$$p = 0{,}891 \pm 1{,}8\,\%. \tag{16}$$

Ez az eredmény a retenció értékéről mondottakkal együtt azt jelenti, hogy a szűrés hatásfokát elsősorban a retenció szabja meg, s a szűrő adatai csak mintegy három százalékban csökkentik a rádiókémiai viszonyok által megszabott hatásfokértéket. A nyert p érték hibahatáron belül egyezik *Davigyenko* és munkatársai [12] méréseinél használt szűrési hatásfokkal.

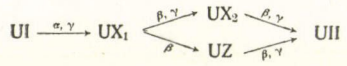
3. Standard preparátum, q mérése. A szűrők intenzitásának mérésére használt alumíniumablakos Geiger—Müller számlálócső beütésszámát U_3O_8 standard preparátum segítségével hitelesítettük abszolút β-intenzitásra.

A preparátum készítésénél úgy jártunk el, hogy kiizzított uránoxidot finoman elporítottunk, majd vízben szuszpendáltunk. Azonos geometriai és szórási viszonyok elérése érdekében az uránoxidot a $KMnO_4$ oldat szűréséhez hasonló eljárással, az ott leírt szűrőbetétekre vittük fel a víz átszűrésével. Tömegmérés után a réteget igen híg plexioldat néhány cseppjével rögzítettük a papíron.

Az uránoxid standard preparátum bomlási egyensúlyban levő $(U + UX_1 + UX_2)$ keverékből áll. Az egyes komponensek bomlásánál emittált részecskék energiáját, illetve gyakoriságát az I. táblázatban foglaltuk össze.

Ezekből az adatokból látható, hogy az általunk használt bétaérzékeny, 27 mg/cm² ablakvastagságú számlálócső csak az UX_2 béta komponenseit számolja le (eltekintve az igen kis gyakoriságú $UX_1 \rightarrow UZ$ átmeneteket követő, az UZ-ből emittált két nagyenergiájú béta-csoporttól). Ilyen alapon a meglehetősen bonyolult bomlási viszonyok ellenére a csőablak által képviselt szűrés után az uránoxid preparátum β-standardizálási célokra jól alkalmazható. Az ablak abszorpciós hatását mérésekkel közelebbről is megvizsgáltuk az a korrekciós tényező meghatározásával kapcsolatban.

I. TÁBLÁZAT [21]



Bomlás		Bomlási típus	Részecske	
anya	leány			
elem			energia keV	gyakoriság
UI	UX_1	alfa, gamma	4182 4134	77% 23%
UX_1	UX_2 (99,36%)	béta, gamma	192 104	67% 33%
	UZ (0,63%)	béta	507	100%
UX_2	UII	béta, gamma	2320 1500 1300 600	98,8 % 0,63% 0,49% 0,04%
UZ	UII	béta, gamma	1150 550 330 160	16% 27% 24% 33%

A (14) formula q tényezőjének meghatározását oly módon végeztük el, hogy több U_3O_8 preparátumot készítettünk s a preparátumtömeg-impulzusszám koordináta-rendszerben ábrázoltuk az egyes preparátumokat reprezentáló pontokat. A pontokon át a legkisebb négyzetek módszerével az origón átmenő egyenest fektettünk (2. ábra). Az egyenes iránytangense a keresett q érték. Esetünkre:

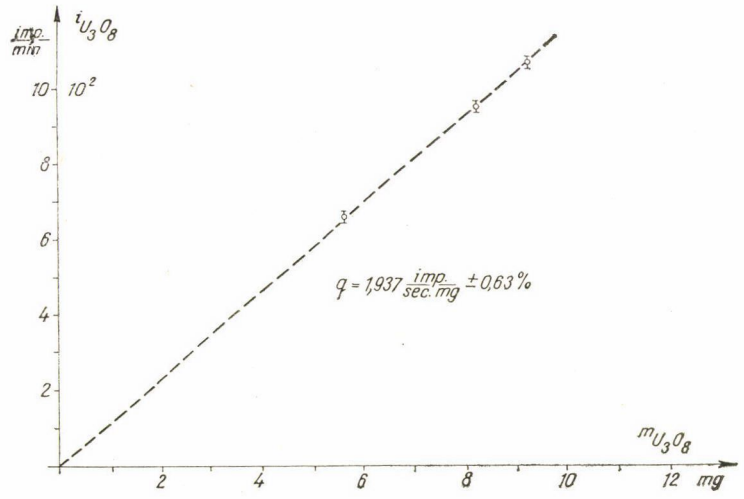
$$q = 1{,}937 \text{ imp sec}^{-1} \text{ mg}^{-1} \pm 0{,}63\%. \tag{17}$$

Irodalmi adatok szerint [20] 1 mg U_3O_8 UX_2-ből másodpercenként

$$J'_{U_3O_8} = 10{,}39 \text{ imp mg}^{-1} \text{ sec}^{-1} \tag{18}$$

részecskét bocsát ki. A Q kiszámításánál (14)-be ezt az értéket helyettesítettük.

4. Ablakabszorpció energiafüggése; az a mérése. Mint említettük, azt a körülményt, hogy a számlálócső ablaka, mint abszorbens a Mn^{56} és az UX_2 preparátumok intenzitásának összehasonlításánál különböző energiájú béta csoportok intenzitásgyengítésében játszik szerepet, az a ablakabszorpciós korrekció kimérésével vehetjük figyelembe. A (12) által definiált a tényező meghatározásával kapcsolatban a következőket említjük meg.



2. ábra. U_3O_8 standard preparátumok impulzusszáma a preparátumtömeg függvényében

Az UX_2-re vonatkozó abszorpciós görbe felvételénél a görbe elején (10—15 mg/cm² Al ablakvastagságig) jelentkeznek az UX_1-ből emittált kisenergiájú béta részek, továbbá 1—2 mg/cm² vastagságnál az UI alfa részecskéi. Ennek megfelelően a görbe elején mért aktivitások nulla abszorbensvastagságra való extrapolálásával az UX_2 béta részecskéinek nulla abszorbensvastagságnál jelentkező számánál nagyobb impulzusszámot nyerünk. Ennek elkerülése érdekében úgy járhatunk el, hogy a 2320 keV-os béta csoportnak megfelelő egyenes szakaszt extrapoláljuk nulla ablakvastagságig, majd a csoport gyakoriságának figyelembevételével korrigálunk az összesen 1,2% gyakorisággal jelenlevő kisebb energiájú komponensekre.

II. TÁBLÁZAT [22]

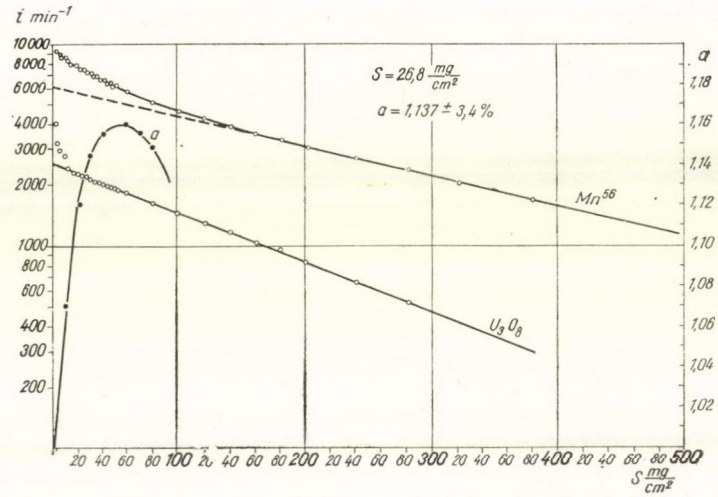
Béta energia keV	Gyakoriság
2850	55%
1040	27,5%
700	17,5%

A Mn^{56} három különböző energiájú béta csoport emittálásával bomlik (lásd II. táblázat). Az extrapolálás egyértelmű kivitelezése érdekében a teljes

béta abszorpciós görbét kimértük, 400 mg/cm² abszorbensvastagságig. Ilyen módon az abszorpciós görbe szokásos analízisével a jelenlevő csoportok energiáját 2750, 1000 illetve 660 keV-nek kaptuk meg. A nyert adatok (12)-be való helyettesítése után az általunk használt $S = 26{,}78$ mg/cm² csőablak esetére az ablakabszorpció energiafüggését figyelembe vevő korrekcióra

$$a = 1{,}13 \pm 3{,}4\,\% \tag{18}$$

érték adódik. A 3. ábra az abszorpciós görbéket illetve a-nak az ablakvastagsággal való változását mutatja.



3. ábra. Mn^{56} és U_3O_8 preparátumok béta sugárzására vonatkozó abszorpciós görbék. Az a görbe a nyert adatokból számított ablakabszorpciós korrekció az ablakvastagság függvényében

5. Neutronmegszökés; az e mérése. A termalizációs módszerek azon alapfeltevésétől, mely szerint az emittált neutronok mindnyájan a moderátor belsejében fogódnak be, minden esetben többé-kevésbé jelentős eltérés adódik a véges moderátorméretek alkalmazása miatt. A fellépő neutronmegszökést az e korrekció bevezetésével vesszük figyelembe.

A neutronok detektálásánál a termikus neutronokat hasznosítjuk s mint a *Bevezetés*ben említettük, adott helyzetű detektornál — esetünkben a moderátor meghatározott helyzetű, cm³-nyi térfogatában — a nyert aktivitás az illető pontbeli termikus neutronsűrűséggel lesz arányos, az össz nyert aktivitás pedig ezen hatások integrációjaként nyerhető, az (1) egyenlet szerint. A véges moderátorméret azt jelenti, hogy gömb alakú moderátor esetén az (1)

$$Q = \frac{4\pi}{\tau}\left[\int_0^R \varrho(r) r^2 dr + \int_R^\infty \varrho(r) r^2 dr\right] \tag{19}$$

alakú átírásában csak az első tag által képviselt neutronszámot vesszük figyelembe a mérések során. Ennek megfelelően a mért eredmény korrigálására be kell vezetnünk, illetve ki kell mérnünk az

$$e = \frac{\int_0^R \varrho(r) r^2 dr}{\int_0^R \varrho(r) r^2 dr + \int_R^\infty \varrho(r) r^2 dr} \tag{20}$$

viszonyt. Ennek ismeretében a neutronforrás intenzitása

$$Q = 4\pi \cdot \frac{1}{\tau} \frac{\int_0^R \varrho(r) r^2 dr}{e} \tag{21}$$

alakban adható. A továbbiakban, technikai okokból a

$$w = 1 - e \tag{22}$$

egyenlet által definiált, a megszökő neutronhányadot megadó w értékkel fogunk számolni.

Tekintettel arra, hogy a (20) definícióban a termikus neutronsűrűségekből alkotott kifejezések viszonya szerepel, a neutronsűrűségek helyett egyszerűen a megfelelő termikus neutrondetektor ezzel arányos $I(r)$ impulzusszámait helyettesítjük a számlálóban és a nevezőben. Eszerint viszont (20) a következő alakra írható át:

$$e = \frac{T_{0-R}}{T_{0-R} + T_{R-\infty}}$$

illetve (22) szerint

$$w = \frac{T_{R-\infty}}{T_{0-R} + T_{R-\infty}} \tag{23}$$

ahol az egyes T_{x-y} tagok a sugár függvényében felvett $S = I(r)r^2$ görbe alatti területeket jelölnek az x, y határokkal megadott sugárintervallumokban. A korrekciós tényező meghatározásához tehát ezt a görbét kell kísérletileg kimérni.

A 4. ábrán a Po-α-Be neutronforrás neutronspektrumának megfelelő, indiumfólia aktiválással, a szokásos kadmiumkülönbség módszerrel kimért $S = S(r)$ görbe látható. A pontok a kísérleti értékeket jelentik. Párhuzamos mérési sorozatok azt mutatják, hogy 1%-os $KMnO_4$ oldatban mért görbe hibahatáron belül együtt halad a vízben mért megfelelő görbével, így az e korrekció nem érzékeny a koncentrációváltozásokra. A 4—6. ábrákon az üres körök a vízben, a pontok a $KMnO_4$ oldatban mért pontokat jelölik. A görbe technikai okokból csak a $4 < r < 28$ cm sugárintervallumra mérhető ki esetünk-

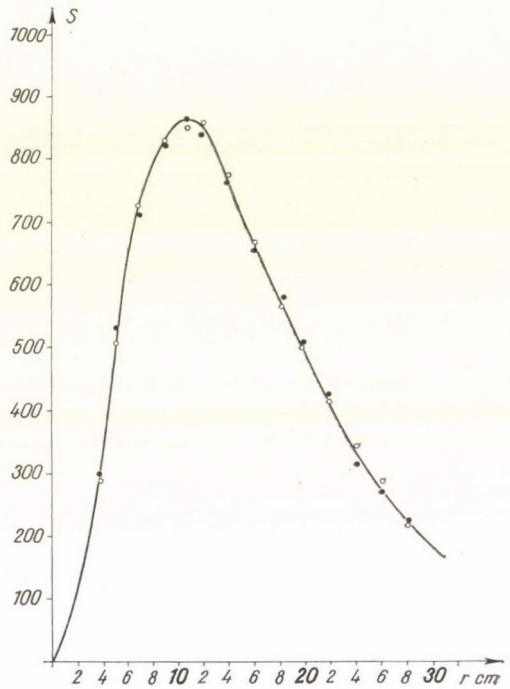
ben. A teljes $0<r<\infty$ intervallumban ezen adatok extrapolálásával nyerjük az S görbét. Ez az igen nagy intervallumra való extrapolálás azáltal válik lehetővé, hogy *Rush* [23] illetve *Larsson* [6] adatai alapján az S függvény analitikus alakja ismert a tekintett, méréssel hozzáférhetetlen intervallumokban. Ezek szerint a görbének az origó és a maximum közé eső szakasza igen jól közelíthető egy, a mérési pontokon át húzott Gauss-görbével, míg a maximum után S a sugár növekedésével exponenciálisan esik. Ennek megfelelően a mérések eredményeit a $12<r<28$ intervallumra vonatkozóan logaritmikus, a $0<r<9$ intervallumra pedig Gauss-léptékű milliméterpapírra ábrázoljuk (utóbbiakban ábrázolt Gauss-eloszlást követő mérési pontok egy egyenesen fekszenek) [24] s a mérési pontokat legjobban közelítő egyenesek kiértékeléséből nyerjük az S függvény tényleges menetét a mérési intervallumon kívül.

Az 5. ábra a mérési pontok Gauss-papíron való elhelyezkedését mutatják. A pontok ordinátái a 4. ábrán bejelölt maximum értékre vonatkoztatott relatív intenzitásértékeknek felelnek meg. Az ábráról jól látható az említett Gauss-közelítés jogossága, továbbá az S görbe menetének koncentráció függetlensége.

A 6. ábrán logaritmikusan ábrázoltuk az S görbét. Az exponenciálisan eső rész meredekségéből az exponensben szereplő konstans — amely függ a forrás neutronspektrumától —

$$n = 0{,}0986 \text{ cm}^{-1} \pm 0{,}1\,\% \quad (24)$$

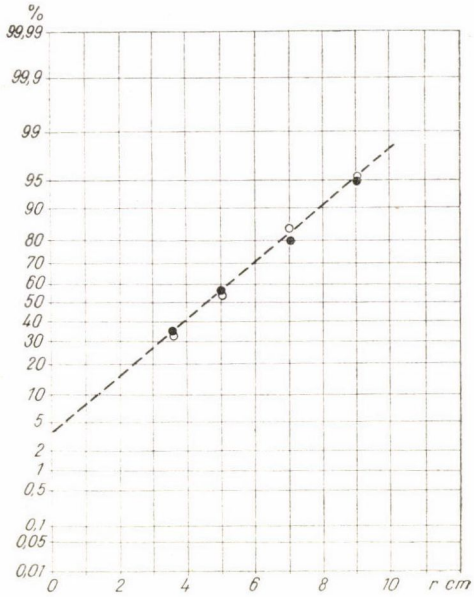
értékűnek adódik, jó egyezésben a *Bak* és munkatársai hasonló jellegű vizsgálataiból adódó 0,0990 cm^{-1} értékkel [25].



4. ábra. Termikus neutronsűrűség vízben (üres körök) illetve 1%-os $KMnO_4$ oldatban (pontok) a moderátor középpontjában elhelyezett Po-α-Be neutronforrástól mért távolság függvényében

A 4. ábrán a folytonos görbe az 5. és 6. ábra közelítő egyeneseinek figyelembevételével van kihúzva.

Az előbbiek szerint r sugarú gömb alakú tartályra vonatkozóan a $w = w(r)$



5. ábra. A 4. ábrán megadott termikus neutronsűrűség-görbe emelkedő szakasza Gauss-papíron ábrázolva

neutronmegszökési korrekciót a

$$w_G(R) = \frac{\int_R^\infty e^{-nr}\,dr}{\int_0^{R_1} S\,dr + \int_{R_1}^\infty e^{-nr}\,dr} \qquad (25)$$

kiszámításával határozhatjuk meg a sugár függvényében. A nevező első tagjának meghatározására a 4. ábrán adott S görbén planiméterrel mértük ki a megfelelő görbealatti területet. A számítások eredményeit a 7. ábra $w_G(R)$ görbéje adja meg, százalékokban kifejezve. A görbét analitikusan az

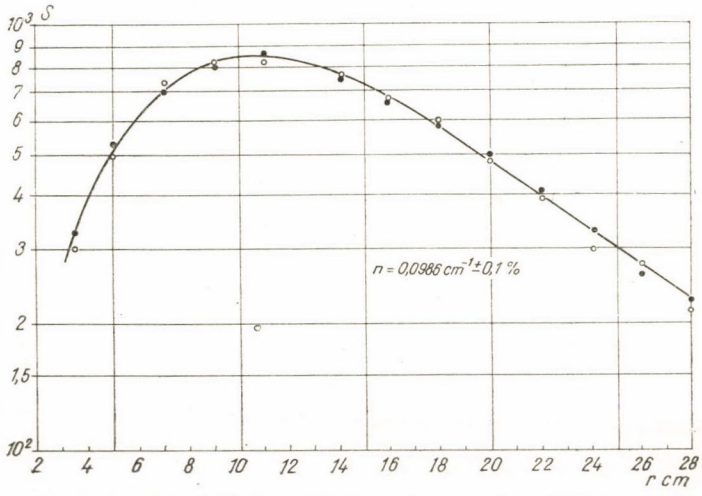
$$w_G(R) = 2{,}08 \cdot e^{-0{,}09865\,R} \qquad (26)$$

egyenlettel lehet leírni. A (22) által definiált $e_G(R)$ megszökési korrekciót szintén feltüntettük az ábrán. Az e fenti meghatározásának hibája a sugár függvényében ugyanitt leolvasható.

A méréseket általában — mint esetünkben is — henger alakú tartályokban végzik. Ennek megfelelően meg kell határozni a hengertartályra vonatkozó megfelelő korrekciót is. Egyenoldalú hengerre vonatkozóan a számításokat elvégeztük. Erre az esetre

$$w_H(R) = \frac{\int_{H(R,2R)}^\infty I(r)\,dV}{Z} \qquad (27)$$

ahol Z-vel a (25) nevezőjének 4π-szeresét jelöltük, a számlálóban jelölt integrálást pedig a R sugarú, $2R$ magasságú hengertől a végtelenig kell elvégezni. Számítástechnikai okokból célszerűbb a kijelölt integrálást



6. ábra. A 4. ábrán megadott termikus neutronsűrűség-görbe logaritmikus ábrázolása

úgy elvégezni, hogy a R sugarú gömbtől a végtelenig számított, $4\pi g(R)$-rel jelölt integrálból levonjuk a R sugarú gömbtől a R sugarú egyenoldalú hengerig vett $U(R)$ integrált:

$$w_H(R) = \frac{4\pi g(R) - U(R)}{Z} \tag{28}$$

ahol

$$g(R) = \frac{1}{n} e^{-nR} \tag{29}$$

$$U(R) = 4\pi \left\{ \frac{1}{n\sqrt{2}} e^{-n\sqrt{2}R} + R\,Ei(-n\sqrt{2}R) - R\,Ei(-nR) - \frac{1}{n} B \right\} \tag{30}$$

$$B = \int_{\pi/4}^{\pi/2} e^{-\frac{nR}{\sin\vartheta}} \sin\vartheta \, d\vartheta. \tag{31}$$

A B tag a különböző integráltáblázatok szerint nem adható meg analitikusan, így ennek meghatározását planiméteres mérésekkel végeztük el. A (28)—(31) formulák segítségével elvégzett számítások eredményeit a 7. ábra $w_H(R)$ görbéje adja meg, százalékokban kifejezve. A görbét analitikusan az

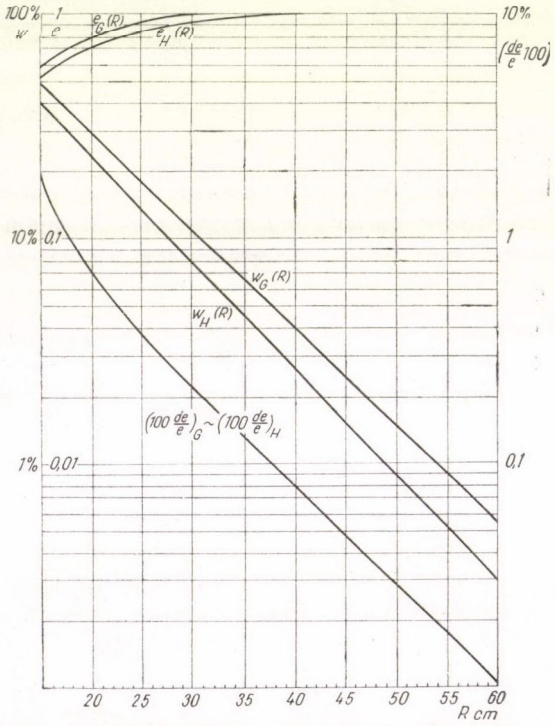
$$w_H(R) = 2{,}019 \cdot e^{-0{,}1082\,R} \tag{32}$$

egyenlettel lehet leírni. A (22) által definiált e megszökési korrekciót is feltüntettük az ábrán. Az e fenti meghatározásának hibája a sugár függvényében szintén leolvasható.

A fent részletezett adatok alapján az esetünkre érvényes e megszökési korrekció:

$$e = 0{,}9293 \pm 0{,}22\,\%. \tag{33}$$

6. Térfogatmérés. A megfelelő pontosságú térfogatmérés nem jelentett külön problémát.



7. ábra. Gömb- illetve egyenoldalú hengertartályból megszökő neutronhányad ($w_G(R)$ illetve $w_H(R)$) s az e megszökési korrekció hibája a tartály R sugarának függvényében, Po-α-Be forrásra, víz, vagy 1%-os $KMnO_4$ oldat esetén

Az esetünkre vonatkozó adatok:

$$V = 180158\ \mathrm{cm}^3 \pm 0{,}1\ \%, \tag{34}$$

illetve

$$v = 500\ \mathrm{cm}^3 \pm 0{,}01\ \%. \tag{35}$$

7. Koncentrációmérés. A koncentrációk meghatározását a szokásos, nátriumoxalátos titrálás alkalmazásával végeztük el. E mérés eredménye szerint:

$$N_{Mn} = 0{,}3009 \cdot 10^{20}\ \mathrm{cm}^{-3} \pm 0{,}1\ \% \tag{36}$$

és

$$N_H = 6{,}6730 \cdot 10^{22}\ \mathrm{cm}^{-3} \pm 0{,}1\ \%. \tag{37}$$

8. Hatáskeresztmetszet adatok. A számításoknál a Mn^{55} és a H termikus neutronabszorpciós hatáskeresztmetszetekre a következő irodalmi adatokat használtuk fel [10, 26]

$$\sigma_H = 0{,}332\ \mathrm{barn} \pm 0{,}6\ \% \tag{38}$$

$$\sigma_{Mn} = 13{,}25\ \mathrm{barn} \pm 1{,}5\ \%. \tag{39}$$

9. Gyors neutron befogási korrekció. Az eddigi számítások során feltettük, hogy a forrásból emittált nagyenergiájú neutronok valamennyien eljutnak termikus szintre, s ott fogódnak be, illetve szöknek meg. *De Troyer* és *Tavernier* Ra-α-Be neutronforrás esetére elvégzett mérései azonban azt mutatják, hogy a víz O^{16} magjain létrejövő gyors neutronabszorpció miatt egy 2,5 %-os korrekciót kell alkalmaznunk az abszolút neutronintenzitás méréseknél [27]. Ilyen mérések Po-α-Be neutronforrásra vonatkozóan az irodalomban nem ismeretesek, így esetünkben is ezt az értéket használtuk a gyors neutron befogási korrekció elvégzésére, azzal az indoklással, hogy a két neutronforrás energiaspektruma egymáshoz hasonló [28]. A nem azonos energiaspektrum miatt várható kisebb eltérést úgy vesszük figyelembe, hogy a használt korrekciót a mérési hibájánál jóval nagyobb hibával alkalmaztuk. A gyors neutronabszorpciót tehát a (14)-ből számított forráserősség

$$F = 1{,}025 \pm 2{,}5\ \% \tag{40}$$

faktorral való szorzásával vesszük figyelembe.

IV. Eredmények

Az előbbiekben felsorolt adatoknak (14)-be való helyettesítésével, illetve a gyors neutronabszorpció figyelembevételével az általunk mért Po-α-Be neutronforrás abszolút intenzitására (1960. XI. 2)

$$Q = 1{,}13 \cdot 10^6\ n/\mathrm{sec} \pm 5\ \% \tag{41}$$

érték adódik. A forrás gyárilag megadott abszolút intenzitása (1959. IV. 24)

$$Q_0 = 19{,}5 \cdot 10^6\, n/\mathrm{sec} \pm 10\,\%$$

volt. Ezt az intenzitást az általunk végzett mérés időpontjára a Po^{210} *Eichelberger* és *Jordan* [29] által megadott

$$T = (138{,}400 \pm 0{,}006)\ \text{nap}$$

felezési idejével átszámítva abszolút intenzitásként

$$Q = 1{,}19 \cdot 10^6\, n/\mathrm{sec} \pm 10\,\% \qquad (42)$$

nyerünk. Az általunk mért, és a Po^{210} bomlása alapján számolt abszolút intenzitásértékek 5,6%-kal térnek el egymástól, ami (41) és (42) hibájának figyelembevétele mellett jó egyezésnek mondható. Ez az eredmény arra mutat, hogy a megadott pontossági határokon belül biztosan jogos a neutronforrás intenzitásának időbeli csökkenését a Po^{210} felezési ideje alapján számítani. Az irodalomban kvantitativ adatok közlése nélkül gyakran előfordul az a kijelentés, hogy a Po-α-Be neutronforrásoknál a neutronintenzitás időbeli csökkenése általában nem követi szigorúan a polónium időbeli csökkenését. A bomlás alapján számított és az általunk mért értékek megadott egyezése — a megfelelő hibák figyelembevétele mellett — maximáló becslést szolgáltat a forrás szerkezetében beálló kismértékű változások eredményeként várható eltérés nagyságára vonatkozólag.

*

Köszönettel tartozom dr. *Szalay Sándor* professzornak munkámmal kapcsolatos állandó érdeklődéséért, *G. M. Oszetinszkij*nek és *I. V. Szizov*nak a módszerrel kapcsolatos diszkussziókban nyujtott tanácsokért, továbbá *Szabó Ilonának*, aki a kémiai természetű problémák megoldásában volt segítségemre.

IRODALOM

[1] *E. Amaldi, E. Fermi,* Phys. Rev. *50,* 899, 1936.
[2] *E. Amaldi, L. R. Hafstad, M. A. Tuve,* Phys. Rev. *51,* 896, 1937.
[3] *R. D. O'Neal, G. Scharff—Goldhaber,* Phys. Rev. *69,* 368, 1946.
[4] *K. E. Larsson,* Arkiv för Fysik, *9,* 293, 1955.
[5] *K. E. Larsson,* J. Nuclear Energy, *6,* 322, 1958.
[6] *K. E. Larsson,* Arkiv för Fysik, *7,* 323, 1954.
[7] *G. P. Felcher, E. Germagnoli, M. Musci,* Energia nucleare, *7,* 31, 1960.
[8] *R. Walker,* MDDC 414, 1946.
[9] *F. Alder, P. Huber,* HPA, *22,* 368, 1949.
[10] *K. W. Geiger, G. N. Whyte,* Can. J. Phys. *37,* 256, 1959.
[11] *W. F. Libby,* Journal of Amer. Chem. Soc. *62,* 1930, 1940.
[12] В. А. Давиденко, А. М. Кучер, И. С. Погребов, Ядерные реакции на легких ядрах. (Приложение к журналу „Атомная энергия" за 1957. г. № 5. стр. 7.)

[13] А. С. Ганеев, А. М. Говоров, Г. М. Осетинский, А. Н. Ракивненко, И. В. Сизов, В. С. Сиксин; ugyanott, 26. oldal.

[14] Г. М. Осетинский, И. В. Сизов. Отчет Л. Я. П, О. И. Й. И, 1957.

[15] Ли Га Ен, Г. М. Осетинский, Н. Содном, А. М. Говоров, И. В. Сизов, В. И. Салацкий О.И.Й.И. Л. Я. П. Р—426. (1959).

[16] *D. H. Wilkinson,* A. E. R. E. NP/R. 1577, 1957.

[17] *E. Broda, J. Erber,* Monatsch. Chem. 81, 53, 1950.

[18] *E. Broda,* A rádiókémia újabb eredményei. Akadémiai Kiadó, Budapest, (1952) 103. oldal.

[19] *J. Erber, W. Rieder, E. Broda,* Nature, 165, 810, 1950.

[20] *C. F. Weiss,* Radioaktive Standardpräparate. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, (1956).

[21] *W. Kunz, J. Schintlmeister,* Tabellen der Atomkerne. Akademie Verlag. Berlin, (1959). Teil. I. Band 2.

[22] *D. Strominger* és munkatársai, Rev. Mod. Phys. 30, 585, 1958.

[23] *J. H. Rush,* Phys. Rev. 73, 271, 1948.

[24] *Rényi Alfréd,* Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó, Budapest, (1954). X. fejezet.

[25] М. А. Бак, Г. В. Горшков, В. И. Матвиенко, К. А. Петржак, Н. С. Шиманская. Труды Радиевого Института им. В. Г. Хлопина А. Н. С.С.С.Р. IX, 120, 1959.

[26] *J. De Juren, J. Chin,* Phys. Rev. *99,* 191, 1955.

[27] *De Troyer, G. C. Tavernier,* Acad. Roy. Belg. Bull. classe sci. *40,* 150, 1954.

[28] *N. A. Wlassow,* Neutronen. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. Berlin, (1959).

[29] *Eichelberger, Jordan,* Phys. Rev. *96,* 719, 1954.

30 GeV KÖRÜLI NEUTRONOK ÜTKÖZÉSI HATÁSKERESZTMETSZETÉNEK VIZSGÁLATA ÓLOMBAN*

FENYVES ERVIN
Központi Fizikai Kutató Intézet, Kozmikus Sugárzási Laboratórium

TARTALOMJEGYZÉK

I. Bevezetés
II. Kozmikus sugárzási neutronok ütközési hatáskeresztmetszetének meghatározása ólomban
2. 1 A mérés célja
2. 2 A közepes szabad ütközési úthossz GM-csöves koincidenciaberendezésekkel történő meghatározásának módszerei
2. 3 Összehasonlítás más módszerekkel és az eddigi vizsgálatok eredményeinek összefoglalása
2. 4 A kísérleti berendezés
2. 5 A mérési eredmények
2. 6 A mérési eredmények kiértékelése
III. A nukleon—nukleon inelasztikus hatáskeresztmetszet meghatározása
3. 1 A nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet meghatározása a neukleon-mag hatáskeresztmetszet értékéből
3. 2 Eredmények és kiértékelés
IV. Következtetések
Köszönetnyilvánítások
Irodalom

I. Bevezetés

A nagyenergiájú gyorsítók technikájának az utolsó 20 évben történt rendkívül gyors fejlődése nagy lendületeletet adott a nagyenergiájú magkölcsönhatások kísérleti vizsgálatának. Az 1940-es évek második feléig a néhányszáz MeV-nél nagyobb energiájú magkölcsönhatások és így a mezonkeltés kísérleti vizsgálata egyedül a kozmikus sugárzás segítségével történt. 1948-ban először sikerült különböző atommagoknak (berillium-, szén-, réz- és uránmagoknak) 380 MeV-os α-részecskékkel történt bombázása során mesterségesen keltett π-mezonokat létrehozni [1]. Ettől az időtől kezdve a gyorsítók fokozatosan átvették a nagyenergiájú magkölcsönhatások, valamint az ezekben keletkező új elemi részecskék vizsgálatában a vezető szerepet.

A nagyenergiájú gyorsítókkal végzett vizsgálatok számos előnnyel rendelkeznek a kozmikus sugárzási mérésekkel szemben. A gyorsítókban létrehozott és megfelelően szétválasztott részecskenyalábok általában igen nagy

* Doktori értekezés, megvédve 1960. november 23.

intenzitású, homogén összetételű pl. túlnyomórészt protonokból, neutronokból, π^+- vagy π^--mezonokból álló közel homogén energiájú kollimált nyalábok [2, 3].* Ezek segítségével az egyes elemi részecskék magkölcsönhatásait adott energiáknál előnyös geometriai viszonyok mellett lehet tanulmányozni.

A kozmikus sugárzási méréseknél ezzel szemben nem homogén összetételű és energiájú részecskenyalábokkal, hanem az észlelés helyétől (tengerszintfeletti magasság, geomágneses szélesség stb.), az észlelt részecske-energiák nagyságától és az észlelőberendezés természetétől (mezon-detektor, magaktív részecske detektor stb.) függően különböző összetételű, széles energiaspektrummal rendelkező, nem vagy csak rosszul kollimált részecskenyalábokkal van dolgunk, amelyek intenzitása gyakran 10 vagy még több nagyságrenddel is kisebb a gyorsított részecskék intenzitásánál. Ehhez igen gyakran hozzájárul az a nehézség is, hogy a részecskék összetétele és közepes energiája az adott kísérleti feltételek mellett csak durva közelítéssel határozható meg.

Ezek a körülmények egyértelműen meghatározzák azt, hogy azokban az energiatartományokban, ahol gyorsított részecskékkel történő mérések lehetségesek, a kozmikus sugárzás segítségével végrehajtott, magkölcsönhatások tanulmányozására irányuló vizsgálatok nem versenyképesek a hasonló gyorsítós vizsgálatokkal. Ezen túlmenően az 1950-es évek elején és közepén, a 10^9 eV-nál nagyobb energiájú részecskéket előállító gyorsítók kifejlesztésével egyidejűleg kezdett helyenként elterjedni az a nézet, hogy a kozmikus sugárzási mérések végső fokon nem alkalmasak a nagyenergiájú magkölcsönhatások kvantitatív tanulmányozására, és hogy a kozmikus sugárzás vizsgálata így fokozatosan veszteni fog magfizikai jelentőségéből.

Hamar bebizonyosodott azonban ezen nézetek téves volta. A gyorsítók által felgyorsított részecskék energiájának további növelése, a 10^{11} eV-nál nagyobb energiájú részecskék előállítása elé rendkívül nagy technikai nehézségek tornyosultak. Ugyanakkor felmerült a gazdaságosság kérdése is. A nagyenergiájú magkölcsönhatások vizsgálatában ugyanis a kölcsönható részecskék tömegközépponti energiája a mérvadó; ez szabja meg ugyanis a kölcsönhatásban új részecskék keltésére fordítható maximális energia értékét, vagyis ez határozza meg például valamely új részecske keltésének küszöbenergiáját, vagy a keltett részecskék számát, stb. Az ütköző elemi részecskék tömegközépponti energiája γ azonban nukleon—nukleon ütközés esetén a következő formában függ össze a bombázó nukleon laboratóriumi rendszerben mért kinetikus energiájával

$$E_k = 2\gamma^2 - 2, \tag{1}$$

* Ugyancsak előállíthatók K^+- és K^--mezonnyalábok is, ahol a π/K-arány néhányszáz MeV/c-s impulzusok esetén 10^2 alá szorítható le [3], továbbá megfelelő számlálók és elektronika segítségével antiproton-nyalábok is szeparálhatók [4].

ahol E_k és γ a nukleon nyugalmi energiájának (Mc^2) egységében vannak kifejezve. Ebből

$$\gamma = \left(\frac{E_k + 2}{2} \right)^{1/2} \tag{2}$$

és extrém relativisztikus esetben, mikor $E_k \gg 2$

$$\gamma \sim \left(\frac{E_k}{2} \right)^{1/2}, \tag{3}$$

vagyis a tömegközépponti energia a gyorsított részecske laborrendszerbeli energiájának négyzetgyökével nő. Ez azt jelenti, hogy egy 1000 GeV-es gyorsító megépítése a jelenleg már működő 10 GeV körüli gyorsítókhoz képest mindössze egy nagyságrendet jelentene a tömegközépponti energia növelése szempontjából, ugyanakkor jelenleg még leküzdhetetlennek látszó technikai nehézségekbe ütközne.

Ugyancsak felmerült egy másik, elsősorban gazdaságossági probléma a nagy gyorsítók építésével kapcsolatban. Általános tapasztalat volt ugyanis, hogy az energia növekedésével a létrehozott részecskenyaláb intenzitása jelentősen csökkent. Erre az összefüggésre természetesen nem lehetett semmilyen kvantitatív formulát találni, mégis felmerült annak a lehetősége, hogy az extrém nagyenergiájú gyorsítók által szolgáltatott részecskék és a hasonló energiájú kozmikus sugárzási részecskék intenzitásviszonyai messzemenően nem fognak arányban állni a gyorsítók építésére fordított és a kozmikus sugárzási kísérletek elvégzéséhez szükséges összegekkel.

Mindezen túlmenően teljesen világos volt az, hogy a gyorsítók bármilyen ütemű fejlesztése esetén is, az extrém nagyenergiájú magkölcsönhatások vizsgálata ($E > 10^{12}$ eV) belátható időn belül csakis a kozmikus sugárzás segítségével történhetik. Ezek a szempontok arra mutattak, hogy elsőrendű feladatnak kell tekinteni olyan mérési módszerek kifejlesztését, amelyek segítségével a kozmikus sugárzási részecskék magkölcsönhatásai a gyorsítós méréseket megközelítő pontossággal és megbízhatósággal vizsgálhatók.

A kozmikus sugárzás részecskéi által létrehozott magkölcsönhatások vizsgálatára számos lehetőség kínálkozik GM-számlálócsöves, ionizációs kamrás, Wilson-kamrás, valamint fotoemulziós technika segítségével.* Ezek közül elsősorban a GM-csöves (és a kombinált GM-csöves és ionizációs kamrás) technika jöhet figyelembe a gyorsítós mérésekkel összemérhető pontosságú vizsgálatok céljaira; a GM-csövek segítségével ugyanis általában nagy felületű és

* A kozmikus sugárzás által létrehozott magkölcsönhatások kísérleti vizsgálatának módszereiről és a főbb eredményekről jól áttekinthető összefoglalást adnak *Jánossy L.* [5] és *Rossi B.* [6] könyvei.

vastag abszorbens-rétegeket tartalmazó kísérleti berendezések építhetők fel és így a kozmikus sugárzási részecskék kis intenzitása még az abszorbensben kis hatáskeresztmetszettel létrehozott magkölcsönhatások esetén is ellensúlyozható. Előzetes számítások azt mutatták, hogy GM-csöves berendezések segítségével, amennyiben azokat a szokásos méretnél valamivel nagyobb, de technikailag még aránylag könnyen megvalósítható méretűre építjük, éves nagyságrendű mérési idő alatt 10^{10} eV nagyságrendű energiáknál a gyorsítókkal összemérhető pontosságú kísérleti eredmények várhatók.

A kozmikus sugárzás 10^{10} eV energiájú részecskéi által létrehozott magkölcsönhatások GM-csöves koincidencia technikával történő tanulmányozása általában a lokális áthatoló záporok vizsgálata révén történik. A lokális áthatoló záporok a kozmikus sugárzás magaktív részecskéi által valamely abszorbensben helyileg létrehozott olyan magkölcsönhatásokból származnak, amelyekben áthatoló részecskék, főleg π-mezonok is keletkeznek [7—13].

A π-mezonok mellett még a magból kilökött nukleonok képezik az áthatoló záporok részecskéit, az áthatoló záporokat kísérő elektron-foton komponenst pedig a π^0-mezonok bomlásából származó nagy energiájú fotonok hozzák létre. Az áthatoló záporokban kisebb számban ritka részecskék és nukleon-antinukleon párok is keletkeznek.

Az áthatoló záporokat keltő magaktív részecskék részben töltött részecskékből (protonok és $\pi^{\pm}$-mezonok), részben semleges részecskékből (neutronok) állnak.* A nukleon-mag kölcsönhatások vizsgálatára főleg a tisztán neutronokból álló semleges magaktív részecskék alkalmasak. Mivel a töltött magaktív részecskék még 10^{11} eV-os energiáknál is nagyobbrészt protonokból állnak [16], egyes szerzők, pontatlanul bár, de a töltött részecskék által létrehozott magkölcsönhatásokat is tisztán nukleon-mag kölcsönhatásként tárgyalják (pl. [17]).

A fenti meggondolások figyelembevételével a kozmikus sugárzási részecskék magkölcsönhatásainak vizsgálatát a lokális áthatoló záporok vizsgálatával kezdtük meg. Elsőnek *Jánossy* és *Rochester* egy régebbi mérését [10] fejlesztettük tovább és az áthatoló részecskéket létrehozó semleges komponens tulajdonságait vizsgáltuk meg részletesen [18]. A mérés eredményeit összehasonlítottuk a hasonló energiákon (néhány GeV) végzett gyorsítós vizsgálatokkal. A továbbiakban a nagyobb energiájú (30—60 GeV) áthatoló záporokat

* A K-mezonok és hiperonok járuléka a töltött és semleges részecskék számához a vizsgált energiatartományban, kis gyakoriságuk (kis keltési hatáskeresztmetszetük és rövid élettartamuk) miatt elhanyagolható. Ugyanez vonatkozik az antinukleonokra is. A π^0-mezonok rendkívül rövid élettartamuk miatt ($\tau_{\pi^0} < 4 \cdot 10^{-16}$ sec) gyakorlatilag egyáltalán nem járulnak hozzá a semleges részecskék által keltett áthatoló záporok számához. A μ-mezonok által létrehozott áthatoló záporok száma azonban tengerszint magasságban és vastag abszorbens alatt történő mérések esetén nem mindig hanyagolható el [14]. A föld alatt észlelt áthatoló záporok túlnyomó részét pedig μ-mezonok hozzák létre [15].

keltő kozmikus részecskék abszorpcióhosszát vizsgáltuk meg ólomban [19] és levegőben [20].

Ezek után a kísérletek után kezdtünk hozzá a 10^{10} eV energiájú áthatoló záporokat keltő részecskék ütközési hatáskeresztmetszetének vizsgálatához különböző abszorbensekben.

Az itt közölt vizsgálatok egy nagyobb program első lépésének tekinthetők. Elsőnek a kozmikus sugárzási neutronok ütközési hatáskeresztmetszetét vizsgáltuk meg ólomban, mivel ezek a többi (töltött) magaktív részecskétől könnyen elválaszthatók. A vizsgált neutronok közepes energiája 30 GeV volt, ami a 410 m tengerszintfeletti magasságban végzett mérések ésszerű, mintegy másfél év alatti elvégzését és az alacsonyabb energián (1—9 GeV) végzett gyorsítós mérésekkel való közvetlen összehasonlítást lehetővé tette. A kutatás további folytatásaként neutronoknak paraffinban és szénben mért ütközési hatáskeresztmetszetét mérjük meg, amiből az inelasztikus neutron-proton hatáskeresztmetszet közvetlenül is meghatározható, továbbá a vizsgálatok kiterjesztését tervezzük töltött magaktív részecskékkel folytatott mérések és főleg a magasabb energiák ($E \geqslant 10^{11}$ eV) felé. Ez utóbbi feltétel gyakorlatilag csak egy olyan hegyi laboratóriumban valósítható meg, ahol a magaktív komponens intenzitása körülbelül egy nagyságrenddel nagyobb és így az

$$N(E) = \text{konst} \cdot E^{-1,5} \tag{4}$$

integrális spektrum [21] figyelembevételével a vizsgált energiatartomány a jelenlegi méréssel azonos ideig tartó vizsgálat esetén körülbelül 4, 6-szorosára emelhető. Ezek a tervek a nemrég elkészült bolgár—magyar hegyilaboratóriumban (Rila-hegység, Sztálin-csúcs, 2925 m) látszanak megvalósíthatóknak.

II. Kozmikus sugárzási neutronok ütközési hatáskeresztmetszetének meghatározása ólomban

2.1 A mérés célja

Számos szerző vizsgálta a kozmikus sugárzás áthatoló záporokat keltő részecskéinek közepes szabad ütközési úthosszát, ill. a megfelelő ütközési hatáskeresztmetszet* értékét különböző abszorbensekben. Mivel a vizsgált magaktív részecskék energiája általában 10 és 100 GeV közé esik, a fenti mérések eredményeinek és a nagy gyorsítókkal az 1—10 GeV-es energiatartományban nyert kísérleti eredményeknek az összehasonlítása lehetővé teszi

* Az ütközési hatáskeresztmetszet, amelyet egyes szerzők inelasztikus vagy reakció hatáskeresztmetszetnek is neveznek, kísérleti definíció, amely nagy energiák ($E > 10^{10}$ eV) esetén, mint majd § 2. 2-ben látni fogjuk, a mezonkeltési vagy általánosabban részecskekeltési hatáskeresztmetszetnek felel meg.

az ütközési hatáskeresztmetszet energiafüggésének meghatározását 1 és 100 GeV között [17, 18].

Ezen túlmenően a nukleon-mag ütközésekre vonatkozó mérési eredmények lehetőséget nyújtanak — a maganyag sűrűségeloszlásának az elektronszóródási kísérletekből való ismeretében [22, 23] — az elemi nukleon—nukleon ütközések hatáskeresztmetszetének meghatározására is [24—28]. Tekintve, hogy a fenti mérésekben talált nukleon-mag ütközési hatáskeresztmetszet nagy energiák esetén a részecskekeltési hatáskeresztmetszetnek felel meg (l. § 2. 2), így az ebből meghatározott elemi hatáskeresztmetszet is a nukleon—nukleon ütközés részecskekeltési vagyis inelasztikus hatáskeresztmetszetének felel meg [27]. Ezen hatáskeresztmetszetek összehasonlítása a gyorsítókkal közvetlenül mért inelasztikus $(p—p)$ és $(n—p)$ hatáskeresztmetszetekkel lehetőséget nyújt az inelasztikus nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet energiafüggésének meghatározására.

A régebbi kozmikus sugárzási vizsgálatok azt az eredményt adták, hogy a különböző anyagokban mért nukleon-mag ütközési hatáskeresztmetszetek értéke a 10—100 GeV-es energiatartományban szignifikánsan nagyobb, mint a gyorsítókkal néhány GeV körül talált érték, vagyis az ütközési hatáskeresztmetszet az energiával növekvő tendenciát mutat. Különösen nagyszámú ilyen vizsgálatot végeztek ólom abszorbenssel.

A nukleon-mag ütközési hatáskeresztmetszet energiafüggésének megfelelően az ebből számított inelasztikus nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet is az energiával szignifikánsan növekvő értékeket mutatott [17]. Ezen kérdés vizsgálata igen fontos volt, mivel az elemi hatáskeresztmetszet értékének az 1—100 GeV-es energiatartományban mutatkozó jelentős növekedéséből esetleg a nukleon—nukleon kölcsönhatás jellegének bizonyos változására lehetett volna következtetni.

Újabban azonban *Brenner* és *Williams* [27] 50 GeV körüli nukleonok vasban mért ütközési hatáskeresztmetszetére a gyorsítókkal 1 GeV körül mért értéktől szignifikánsan nem különböző értéket találtak. Ennek megfelelően a mérési eredményekből számított inelasztikus nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet is jó egyezést mutatott a gyorsítós értékekkel. Hasonló eredményt adtak *Kocsarian* és mások [28, 29] ólomban végzett mérései is alacsonyabb energiák esetén (0,9—34 GeV).

A probléma fontosságára és az ellentmondó mérési eredményekre való tekintettel elhatároztuk kozmikus sugárzási nukleonok ütközési hatáskeresztmetszetének lehetőség szerint tiszta és egyértelmű kísérleti körülmények között való meghatározását. A méréseket a Bevezetésben már említett indokok és egyéb méréstechnikai szempontok figyelembevételével (l. § 2. 2) 30 GeV közepes energiájú neutronokkal végeztük.

2.2 A közepes szabad ütközési úthossz GM-csöves koincidenciaberendezésekkel történő meghatározásának módszerei

Az ütközési hatáskeresztmetszet meghatározása a közepes szabad ütközési úthossz mérésére vezethető vissza. Legyen σ_i az ütközési hatáskeresztmetszet értéke, A az abszorbens atomsúlya és N a grammatomonkénti atomok száma ($N = 6{,}024 \cdot 10^{23}$), akkor annak a valószínűsége, hogy egy magaktív részecske a dx (g/cm^2) vastagságú abszorbensrétegben egy magkölcsönhatást hozzon létre $\frac{N}{A}\sigma_i dx$. Legyen $n(x)$ az x abszorbens-mélységben levő azon részecskék száma, amelyek még nem hoztak létre magkölcsönhatást, úgy ezen részecskék számának a dx abszorbens-rétegben való megváltozása

$$dn = -n(x)\frac{N}{A}\sigma_i dx. \tag{5}$$

Innen kiintegrálva*

$$n(x) = n_0 e^{-\frac{N}{A}\sigma_i x} \tag{6}$$

és a

$$\lambda_c = \frac{A}{N\sigma_i} \tag{7}$$

jelöléssel

$$n(x) = n_0 e^{-\frac{x}{\lambda_c}}, \tag{8}$$

ahol n_0 az abszorbens tetejére eső részecskék számát és λ_c a közepes szabad ütközési úthosszat jelenti.

A (8)-as egyenletből látható, hogy azon magaktív részecskék száma, amelyek magkölcsönhatást még nem hoztak létre, az abszorbensvastagsággal exponenciálisan csökken. Ezen részecskék számának különböző abszorbensvastagságok mellett történő méréséből a közepes szabad ütközési úthossz és ebből (7) alapján az ütközési hatáskeresztmetszet értéke meghatározható.

Ezen alapszik a közepes szabad ütközési úthossz GM-csöves koincidencia berendezésekkel (és kombinált GM-csöves és ionizációs kamrás koincidencia berendezésekkel) történő meghatározásának leggyakrabban alkalmazott módszere. A másik módszer, amely az áthatoló záporok átmeneti görbéjének analízisén alapszik, kevésbé megbízható értékeket szolgáltat. A könnyebb áttekinthetőség kedvéért az első módszert külön tárgyaljuk semleges és töltött részecskék közepes szabad ütközési úthosszának meghatározására.

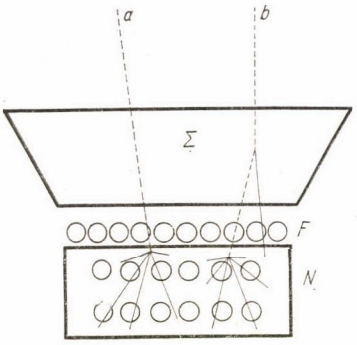
a) *Áthatoló záporokat keltő semleges részecskék közepes szabad ütközési úthosszának meghatározása.*

A közepes szabad ütközési úthossz GM-csöves koincidencia berendezés-

* (6) egyenlet teljesebb és kielégítőbb levezetése [30]-ban található meg.

sel történő meghatározásának módszerét elsőnek *Rossi* és *Regener* [31] és *Jánossy* és *Rochester* [11] dolgozták ki semleges magaktív kozmikus sugárzási részecskékre, majd számos szerző [32—36, 18, 27] alkalmazta hasonló mérésekre.

Az alkalmazott kísérleti berendezések lényegileg egy áthatoló zápor detektorból (N), efölött elhelyezett antikoincidencia egységből (F) és változtatható vastagságú abszorbensből (Σ) állnak. A kísérleti berendezések közös sémája az 1. ábrán látható.



1. ábra. Semleges részecskék közepes szabad ütközési úthosszának meghatározása

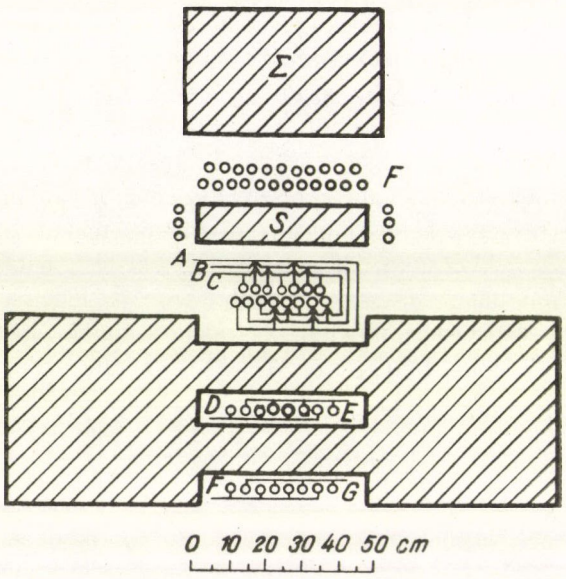
Az áthatoló zápor detektor ólomabszorbensbe ágyazott és többszörös koincidenciába kapcsolt GM-csövekből* és a záporrészecskék keltésére szolgáló abszorbensből áll (l. pl. 2. ábra). A GM-csöves egységek között elhelyezett abszorbensrétegek az áthatoló záporrészecskék kiválasztását biztosítják. A detektort megszólaltató magkölcsönhatások közepes energiája az alkalmazott koincidenciamultiplicitástól és a GM-csövek közti abszorbensrétegek vastagságától függ; nagyobb multiplicitású koincidenciáknak több részecskét tartalmazó záporok és nagyobb abszorbensvastagságoknak nagyobb áthatolóképességű (energiájú) záporrészek felelnek meg.**

Az antikoincidencia egység biztosítja, hogy a detektort csak semleges részecskék szólaltathatják meg. Az (N, $-F$) antikoincidenciákat tehát csak a Σ abszorbensből kilépő neutronok hozhatják létre. A közepes szabad ütközési úthossz ill. ütközési hatáskeresztmetszet mérésének alapgondolata a következő. A Σ abszorbens tetejére semleges és töltött magaktív kozmikus sugárzási részecskék esnek. A Σ abszorbensből kilépő neutronok két csoportba oszthatók: *a)* neutronok, amelyek magkölcsönhatás létrehozása nélkül haladtak át az abszorbensen és *b)* neutronok, amelyek az abszorbensben neutronok vagy töltött részecskék által létrehozott magkölcsönhatásokból származnak.

* Az áthatoló zápor detektorok a GM-csöveken kívül gyakran ionizációs kamrákat is tartalmaznak, amelyek segítségével a záporkeltő részecskék energiája határozható meg [27] (l. később).

** Az áthatoló záporokat keltő részecskék átlagos energiájának meghatározása egyrészt a záporok mért gyakoriságából a magaktív részecskék spektrumának és a mérőberendezés megszólalási valószínűségének ismeretében számítható ki [17] (l. § 2. 4), másrészt az áthatoló záporok szekundér részecskéinek átlagos számából, azok átlagos energiájából és az ütközés átlagos inelaszticitásából határozható meg (l. pl. [14]). Ez utóbbi esetben a részecskék száma a koincidencia-multiplicitásból és a zápor detektor geometriájából, a részecskék energiájának alsó határértéke pedig az abszorbens vastagságból becsülhető meg; az ütközés átlagos inelaszticitására más mérésekből vett érték használható fel. Meg kell jegyezni, hogy a második módszer csak az energia alsó határértékét adja meg.

Nagy energiájú részecskék esetén azonban az ilyen magkölcsönhatásokban általában más, töltött részecskék is keletkeznek, amelyek — kellő áthatolóképesség (energia) esetén — a Σ abszorbensből kilépve az F antikoincidencia csöveket megszólaltatják és így az abszorbensben keltett ill. magkölcsönhatást létrehozó neutronok detektálását megakadályozzák (1. ábra, *b* esemény). Tételezzük fel, hogy minden *b)* csoportba tartozó neutront kísér ilyen töltött részecske; akkor az antikoincidencia berendezést csak az *a)* csoportba tartozó neutronok szólaltatják meg; ezek száma a (8) egyenletnek megfelelően a Σ abszorbens vastagságával exponenciálisan csökken.



2. ábra. Jánossy és *Rochester* [11] által alkalmazott kisérleti elrendezés; *A, B, C, D, E, F* és *G* koincidencia csövek, *F* antikoincidencia csövek és *S* a záporkeltő abszorbens

A gyengülési görbéből nyert ütközési hatáskeresztmetszet, a fentiek értelmében, egyértelműen a nagyenergiájú ionizáló részecskék keletkezéséhez vezető kölcsönhatások hatáskeresztmetszetének felel meg, mivel az antikoincidencia berendezés csak azokat a neutronokat nem detektálja, amelyek közvetve vagy közvetlenül az abszorbensből kilépő ionizáló részecskéket keltenek. Vizsgáljuk meg ezen folyamatokat kissé részletesebben.

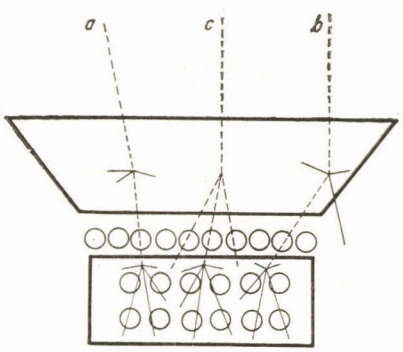
A neutronok az abszorbens magjaival való ütközés során részben más nukleonokat löknek ki a magból, részben új részecskéket (főleg π-mezonokat) keltenek. Ilyen nagy energiák esetén a nukleon-mag ütközés mint a beeső nukleon és a magban levő egyes nukleonok ütközése fogható fel. Az egyes nukleon—nukleon ütközések elasztikusak vagy inelasztikusak (mezonkeltés!) lehetnek. Az elasztikus nukleon—nukleon ütközések közül csak azok az $(n-p)$ ütközések járulhatnak a mért részecskekeltési hatáskeresztmetszethez, amelyeknél a neutron elég nagy energiát ad át a meglökött protonnak, hogy az a Σ abszorbensből kiléphessen és így az antikoincidencia csöveket megszólaltassa.*

* Tekintve, hogy az $(n-p)$ elasztikus szórás differenciális hatáskeresztmetszetét nagy energiákon ($E > 10^9$ eV) még nem mérték ki, ezen effektus járulékának kvantitatív becslése még nem adható meg.

Az inelasztikus $(n-p)$ és $(n-n)$ események ugyanakkor azonban π-mezonok keltésére és egyidejűleg meglökött nukleonok létrehozásához vezetnek. A magon belül lejátszódó összes folyamatokat ezenkívül tovább bonyolítják a keletkezett π-mezonok és meglökött nukleonok további kölcsönhatásai a többi nukleonnal.

A magon belüli kaszkádfolyamatok bonyolultsága ellenére is közvetlenül látható azonban, hogy a mérés szempontjából leghatásosabb folyamat a mezonkeltés; a π-mezonok ugyanis egyrészt nukleonokkal együtt, másrészt azoknál nagyobb számban keletkeznek és így nagyobb valószínűséggel lépnek ki az abszorbensből és szólaltatják meg az antikoincidencia csöveket. Így tehát a mért ütközési hatáskeresztmetszet nem a nukleon-mag ütközés teljes inelasztikus hatáskeresztmetszetének, hanem jó közelítéssel a mezonkeltési (részecskekeltési) hatáskeresztmetszetnek felel meg.

Az ütközési ill. részecskekeltési hatáskeresztmetszet helyes értékének meghatározása, mint láttuk, azon a feltételezésen alapult, hogy minden az abszorbensben keltett ill. magkölcsönhatást (mezonkeltést) létrehozó neutront olyan ionizáló részecske kísér, amely az abszorbensből kilépve az antikoincidencia csöveket megszólaltatja. A mérés gyakorlati megvalósítása során azonban olyan neutronok is detektálásra kerülnek, amelyek az abszorbensben létrehozott magkölcsönhatásokból származnak, de *a)* a velük egyszerre keltett ionizáló részecskék a Σ abszorbensben elabszorbeálódtak (3. ábra, *a* esemény), vagy *b)* ezek az ionizáló részecskék az antikoincidencia csöveket elkerülik (3. ábra, *b* esemény), vagy *c)* ionizáló részecskék egyáltalán nem is keletkeznek (3. ábra, *c* esemény). Ezen téves események antikoincidenciák gyanánt való detektálása az ütközési hatáskeresztmetszet mért értékének csökkenéséhez vezet.



3. ábra. Neutronok közepes szabad ütközési úthosszának mérésénél fellépő téves események

A fenti téves események száma erősen lecsökkenthető, ha a Σ abszorbens vastagságát kicsire választjuk, illetve Σ-t több vékonyabb abszorbensrétegre tagoljuk szét és azok közé is antikoincidencia csöveket helyezünk, amint azt *Azimov, Dobrotin* és mások [43], továbbá a jelen kísérleti elrendezésnél mi is tettük (l. 11. ábra).

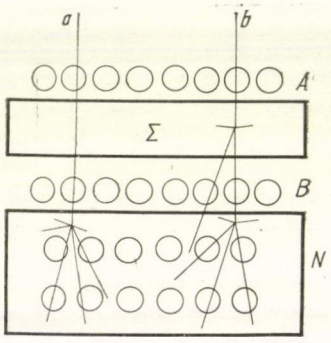
A mért antikoincidenciák gyakoriságához esetleges oldalról beérkező záporok is hozzájárulhatnak. Ezen oldalzáporok a Σ abszorbens vastagságától független hátteret hozhatnak létre, amelyet a mérések kiértékelésénél figyelembe kell venni. A háttér nagyságát az oldalfalak vastagságának és a koincidencia-

multiplicitásnak a növelésével, vagy oldalt elhelyezett antikoincidencia csövekkel lehet csökkenteni (l. pl. [10, 18, 36a]). A háttér csökkentése, esetleg gyakorlatilag teljes eliminálása, az azonos idő alatt elvégezhető mérési eredmények hibájának igen nagyfokú csökkenését eredményezi.

A gyengülési görbének a fenti szempontok figyelembevételével történő kimérése a nagy energiájú neutronok közepes szabad ütközési úthosszának, ill. ütközési hatáskeresztmetszetének jó közelítéssel való meghatározásához vezet.

b) *Áthatoló záporokat keltő töltött részecskék közepes szabad ütközési úthosszának meghatározása.*

Az áthatoló záporokat keltő töltött részecskék közepes szabad ütközési úthossza a semleges részecskék esetén alkalmazott módszerhez hasonló módon határozható meg. A kísérleti berendezés ismét egy áthatoló zápor detektorból (N), változtatható vastagságú abszorbensből (Σ) és ez utóbbi felett (A) és alatt (B) elhelyezett GM-csősorból áll (4. ábra). Tekintve, hogy ionizáló részecskék által keltett záporok detektálásáról van szó az A és B csövek az áthatoló zápor detektorral koincidenciába vannak kapcsolva.



4. ábra. Töltött részecskék közepes szabad ütközési úthosszának meghatározása

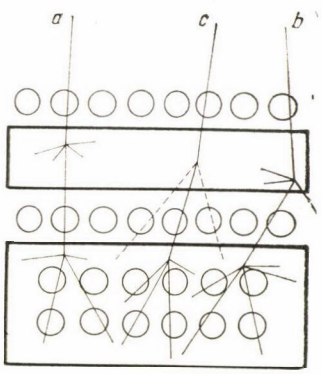
A Σ abszorbensből kilépő töltött részecskék újra két csoportba oszthatók: *a)* az abszorbensen magkölcsönhatás létrehozása nélkül áthaladó egyenként érkező töltött részecskék és *b)* az abszorbensben létrehozott magkölcsönhatásokból származó más töltött részecskékkel együtt érkező részecskék. Ez utóbbiak kizárása úgy érhető el, hogy csak azokat a koincidenciákat mérjük, amelyeknél a B csősornak csak egyetlen GM-csöve szólalt meg: (A, B_1, N) (l. 4. ábra).

Az (A, B_1, N) típusú koincidenciák gyakorisága a (8) egyenletnek megfelelően a Σ abszorbens vastagságával exponenciálisan csökken és a gyengülési görbéből a közepes szabad ütközési úthossz ill. az ütközési hatáskeresztmetszet értéke kiszámítható.

A töltött részecskék közepes szabad ütközési úthosszának mérésénél lényegileg ugyanazon téves események fellépése befolyásolhatja a mérési eredményt, mint a semleges részecskéknél: *a)* a részecskékkel egyszerre keltett ionizáló részecskék a Σ abszorbensben elabszorbeálódnak (5. ábra, *a* esemény), *b)* az egyszerre keltett ionizáló részecskék a B csősort elkerülik (5. ábra, *b* esemény) vagy *c)* több ionizáló részecske nem keletkezik (5. ábra, *c* esemény). Ezen téves események száma a neutronok közepes szabad ütközési úthosszának mérésénél alkalmazott módszerhez hasonlóan a Σ abszorbens több vékonyabb

rétegre történő széttagolásával és további B csősorok közbeiktatásával csökkenthető le.

A töltött részecskék közepes szabad ütközési úthosszának mérésénél további zavaró effektusok jöhetnek létre a μ-mezonok okozta δ-záporok következtében. Az egyenként beérkező μ-mezonok ugyanis az áthatoló zápor detektor ólomblokkjában történő többszörös δ-záporok keltésével a detektort megszólaltathatják és így a Σ abszorbens vastagságával változó nagyságú hátteret hozhatnak létre. Ezen háttér nagysága a koincidenciamultiplicitás növelésével igen nagy mértékben lecsökkenthető [9]. A μ-mezonok okozta háttér, különösen tengerszintmagasságokban, a töltött részecskék közepes szabad ütközési úthosszának azonos mérési körülmények között a neutronokénál nagyobb hibával (illetve kevésbé megbízhatóan) történő meghatározásához vezet.



5. ábra. Töltött részecskék közepes szabad ütközési úthosszának mérésénél fellépő téves események

A mérések kiértékelésénél — ugyanúgy, mint a semleges primérek esetén — az oldalzáporok által okozott hátteret is figyelembe kell venni. Ez miután a töltött részecskék mérésére szolgáló berendezés nincs felülről antikoincidencia csövekkel árnyékolva, általában nagyobb, mint a neutronok mérésére szolgáló elrendezéseknél.

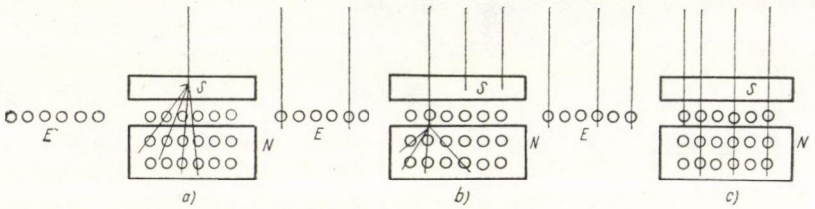
A fent említett effektusok, továbbá az a tény, hogy a töltött részecskék protonok és $\pi^{\pm}$-mezonok keverékéből állnak, számos nehézséget okoz mind a mérés kivitelezésénél, mind az eredmények kiértékelésénél.

Az áthatoló záporokat keltő töltött részecskék közepes szabad ütközési úthosszát a fenti módszerrel elsőnek *Tinlot* és *Gregory* [37] és *Cocconi* [38, 39] határozták meg, majd számos más szerző [40—43, 32, 14, 27] végzett hasonló vizsgálatokat (l. I. táblázat).

c) *A közepes szabad ütközési úthossz meghatározása az áthatoló záporok átmeneti görbéjének analizisével.*

A közepes szabad ütközési úthossz meghatározása az eddigi módszerektől különböző módon, a lokális áthatoló záporok „átmeneti görbéjének" analizisével is meghatározható [44]. Tekintve, hogy az áthatoló záporokat töltött és semleges részecskék hozzák létre, ezzel a módszerrel a töltött és semleges részecskék vizsgálata nem külön, hanem egyszerre történik; az így meghatározott közepes szabad ütközési úthossz tehát a töltött és semleges részecskék ütközési úthosszának a részecskék relatív intenzitásával súlyozott középértékének felel meg. Mivel az *a)* és *b)* módszerrel végzett mérések arra mutatnak,

hogy a töltött és semleges részecskék közepes szabad ütközési úthossza igen jó közelítéssel egyenlőnek tekinthető, ez a körülmény egyedül nem okoz különösebb problémát a módszer alkalmazhatóságára vonatkozóan.



6. ábra. Lokális és kiterjedt áthatoló záporok

A lokális áthatoló záporok átmeneti görbéjét *Broadbent* és *Jánossy* [13], *George* és *Jason* [44] és mások vizsgálták. A mérések áthatoló zápor detektor (*N*), efölött elhelyezett abszorbens (*S*) és a detektortól néhány méterre elhelyezett abszorbenssel le nem fedett GM-csősor (*E*) segítségével történtek (6. ábra). Az *E* csövek antikoincidenciába voltak kapcsolva és a lokális (az *S* abszorbensben egyenként beérkező részecskék által keltett) áthatoló záporoknak

I. TÁBLÁZAT

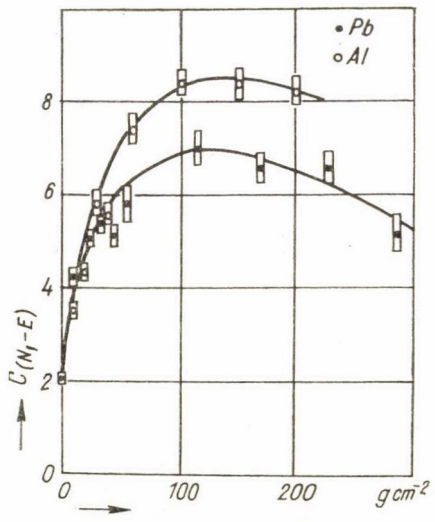
A közepes szabad ütközési úthossz GM-csöves koincidencia berendezésekkel meghatározott értékei C-, Fe- és Pb-ban g/cm²-ben kifejezve

Szerző	Módszer	Elem		
		C	Fe	Pb
Cocconi [38, 39]	b	100 ± 5	135 ± 15	160 ± 15
Walker [40]	b			180 ± 10 * 150 ∓ 8 * 147 ∓ 10 *
Sitte [41]	b			196 ± 13** 162 ∓ 10**
Brown [42]	b	89 ± 12 65 ∓ 5	115 ± 12	
Boehmer és *Brigde* [34]	a	85 ± 12		143 ± 30***
Walker és mások [32]	a, b×	70 ± 7		160 ± 10
Azimov és mások [43]	a, b×	70 ± 7		
Brenner és *Williams* [27]	a, b×		152 ± 7	
George és *Jason* [44]	c			180 ± 40
λ_{geom}		60	100	160

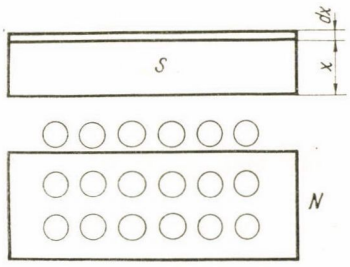
* növekvő koincidencia-multiplicitások esetén (felülről lefelé)
** növekvő áthatolóképességű szekundérek esetén (felülről lefelé)
*** legnagyobb alkalmazott koincidencia-multiplicitásnál
× a) és b) módszerrel mért értékek súlyozott középértéke

(6. ábra, *a* esemény) és a kiterjedt áthatoló záporoknak (6. ábra, *b* és *c* esemény) a különválasztására szolgáltak. Az $(N, -E)$ antikoincidenciák gyakoriságának különböző S abszorbens vastagságoknál való mérése a lokális áthatoló záporok átmeneti görbéjének meghatározását teszi lehetővé* (7 ábra).

Az átmeneti görbe a következő módon írható le. Legyen $c(x)$ az $(N, -E)$ antikoincidenciák gyakorisága az S abszorbens x (g/cm^2) vastagsága esetén. Helyezzünk S fölé még egy dx vastagságú abszorbensréteget (8. ábra). Annak valószínűsége, hogy a $c(x)$ antikoincidenciákat létrehozó magaktív részecskék a dx abszorbens-rétegben magkölcsönhatást hozzanak létre dx/λ_c. Ezáltal a dx abszorbens-réteg egyrészt lecsökkenti az antikoincidenciák számát $c(x)dx/\lambda_c$-vel; másrészt azonban a dx abszorbensben létre-



7. ábra. Lokális áthatoló záporok átmeneti görbéje



8. ábra. Lokális áthatoló záporok átmeneti görbéjének értelmezéséhez

hozott magkölcsönhatásból származó magaktív részecskék akár közvetlenül, akár további magkölcsönhatások létrehozása révén, bizonyos valószínűséggel megszólaltathatják az N detektort és így az antikoincidenciák számát növelhetik. Tegyük fel, hogy ez a valószínűség az S abszorbens vastagságától x-től független, akkor az antikoincidenciák gyakoriságának növekedése csak dx/λ_c-val lenne arányos, vagyis Kdx/λ_c formában volna írható, ahol K a kísérleti berendezésre jellemző állandó.

Ebben az esetben az antikoincidenciák gyakoriságára a következő differen-

* A lokális áthatoló záporoknak vagyis az egyenként beérkező magaktív részecskéknek a fenti módon történő különválasztását egyes szerzők az *a)* és *b)* pontokban leírt módszer esetén is alkalmazták. Tekintve azonban, hogy a kiterjedt áthatoló záporok közül csak a *c)* típusú események (l. 6. ábra) zavarják a mérést, ez utóbbiakat pedig az (A, B_1, N) koincidenciák esetén a B_1 követelmény, semleges részecskék vizsgálata esetén pedig az antikoincidencia csövek hatásosan kizárják, ez a különválasztás a mérési eredményeket gyakorlatilag nem befolyásolja. Különösen igaz ez neutronok vizsgálata esetén.

ciálegyenlet írható fel:

$$\frac{dc(x)}{dx} = -\frac{c(x)}{\lambda_c} + \frac{K}{\lambda_c}, \tag{9}$$

amelynek megoldása

$$c(x) = c(o)e^{-\frac{x}{\lambda_c}} + K(1 - e^{-\frac{x}{\lambda_c}}), \tag{10}$$

ahol $c(o)$ az S abszorbens nélkül észlelt antikoincidenciák számát jelenti. $c(o)$ értéke nem nulla, mivel a detektor ólomblokkjában keltett áthatoló záporok is megszólaltathatják a detektort.

A (10) egyenlet azonban nem helyesen írja le az átmeneti görbét, mivel az alkalmazott feltevés nem helyes. A dx abszorbens-rétegben keltett magkölcsönhatásból származó részecskék ugyanis az S abszorbens vastagságától függő valószínűséggel szólaltatják meg az N detektort két okból kifolyólag: 1. a részecskék egyrészt energiát vesztenek ill. elabszorbeálódnak S-ben, másrészt újabb magkölcsönhatásokat is hozhatnak létre; 2. x növekedésével a dx réteg távolsága az N detektortól nő és a geometriai viszonyok megváltozásával az N detektor megszólaltatásának valószínűsége még azon részecskék esetében is változik, amelyek magkölcsönhatás létrehozása nélkül és energiájuk jelentősebb csökkenése nélkül haladtak át az S abszorbensen.

George és *Jason* [44] a második vagyis a geometriai effektust azonos vastagságú abszorbens-rétegnek az N detektor felett különböző magasságokban történt elhelyezése esetén végzett mérésekkel vizsgálták meg. Ugyanezen szerzők feltételezték, hogy az első effektus elhanyagolható és a (10) egyenlet alapján és a geometriai effektus figyelembevételével analizálták az általuk talált átmeneti görbéket.

Az első effektusnak, vagyis az S abszorbensben történő kölcsönhatásoknak és abszorpciónak a figyelmen kívül hagyása azonban rendkívül kétségessé teszi ezen módszer megbízhatóságát. Ennek következtében a többi szerzők csak a fentebb ismertetett *a)* és *b)* módszert alkalmazták az áthatoló záporokat keltő részecskék közepes szabad ütközési úthosszának, ill. ütközési hatáskeresztmetszetének meghatározására.

Az irodalmi tapasztalatok figyelembevételével és mivel — mint a bevezetésben már hangsúlyoztuk — tiszta nukleon-komponens közepes szabad ütközési úthosszát akartuk meghatározni, ezért vizsgálataink során az *a)* pontban leírt módszert alkalmaztuk.

2.3 Összehasonlítás más módszerekkel és az eddigi vizsgálatok eredményeinek összefoglalása

A GM-csöves (ill. GM-csöves és ionizációs kamrás) koincidencia berendezésekkel a § 2. 2-ben tárgyalt módszerek alkalmazásával nyert fontosabb

kísérleti eredményeket az I. táblázatban foglaltuk össze a leggyakrabban alkalmazott elemekre, C-, Fe- és Pb-ra vonatkozóan. Mint az előbbi fejezetben láttuk, ezen mérések az áthatoló záporokat keltő töltött és semleges részecskékre (főleg nukleonokra) vonatkoznak és a 10—100 GeV-es energiatartományban történtek. A táblázatban csak azokat a mérési eredményeket tüntettük fel, ahol a szerzők a hibát is megadták. Egyes szerzőknél [40, 41], ahol több adat is fel van tüntetve, a mérések az N-detektorban alkalmazott különböző koincidencia-multiplicitások mellett, illetve az N-detektor GM-csövei közt levő ólomabszorbens különböző vastagsága mellett történtek.

A táblázatból látható, hogy a koincidencia-multiplicitás vagyis a szekundér záporrészecskék átlagos számának, valamint ezen részecskék áthatolóképességének növekedése esetén a közepes szabad ütközési úthossz értéke csökkenő tendenciát mutat. Ebből *Walker* [40] és *Sitte* [41] arra következtettek, hogy a közepes szabad ütközési úthossz értéke a záporokat keltő részecskék növekvő energiájával csökken. *Boehmer* és *Bridge* [34], akik szintén különböző koincidencia-multiplicitás mellett és változó vastagságú abszorbensréteget alkalmazva az N-detektorban végezték méréseiket, arra mutattak rá, hogy ez a látszólagos energiafüggőség a módszer azon lehetséges hibáival van összefüggésben, amelyeket a § 2.2-ben tárgyaltunk. A kisebb energiájú részecskék által a Σ abszorbensben létrehozott kisebb energiájú kölcsönhatásokból származó töltött részecskék ugyanis kisebb valószínűséggel szólaltatják meg akár az F antikoincidencia csöveket (*a)* módszer), akár a B csövek valamelyikét (*b)* módszer). Ezáltal az ilyen típusú téves események száma kisebb energiák esetén nagyobb lesz. Ebből kiindulva *Boehmer* és *Bridge* az általuk mért különböző λ_c-érték közül a legnagyobb koincidencia-multiplicitásnak és legvastagabb detektor-abszorbensnek megfelelő λ_c-értéket tekintették a közepes szabad ütközési úthossz legjobb értékének*.

Az I. táblázatból látható, hogy az eddigi mérések eredményei —*Cocconi* szénben mért régebbi és *Brenner* és *Williams* vasban mért újabb eredményének kivételével — nem különböznek szignifikánsan a „geometriai" szabad ütközési úthossz értékétől; λ_{geom} értéke a (7) egyenletből annak a felvételezésével adódik, hogy $\sigma_i = \sigma_{\text{geom}}$, ahol

$$\sigma_{\text{geom}} = \pi (r_0 A^{1/3})^2 \tag{11}$$

és

$$r_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-13}\,\text{cm}. \quad ** \tag{12}$$

* A különböző koincidencia-multiplicitások, ill. abszorbens vastagságok esetén mért λ_c-értékek ólom esetén 311 ± 34, 220 ± 35, 218 ± 34 és 143 ± 30 g/cm² voltak és szén esetén 109 ± 11 és 81 ± 9 g/cm² közé estek.

** $r_0 \approx \dfrac{\hbar}{m_\pi c}$, vagyis r_0 körülbelül a π-mezonok Compton-hullámhosszával egyenlő.

Ebből kiindulva a szerzők túnyomó többsége arra a következtetésre jutott, hogy a közepes szabad ütközési úthossz értéke $E > 10^{10}$ eV energiáknál a geometriai értékkel egyenlő (l. pl. [17]).

A *Cocconi* által szénben és a *Brenner* és *Wiliams* által vasban talált értékek figyelembevételével azonban ez az állítás C- és Fe-ra vonatkoztatva nem igaz; az I. táblázatból ugyanis minden értéket figyelembevéve, a következő súlyozott középértékek adódnak:

$$\begin{aligned} \langle \lambda_c^{C} \rangle &= (81 \pm 3)\ \mathrm{g/cm^2}, \\ \langle \lambda_c^{Fe} \rangle &= (141 \pm 6)\ \mathrm{g/cm^2}, \\ \langle \lambda_c^{Pb} \rangle &= (162 \pm 4)\ \mathrm{g/cm^2}. \end{aligned} \tag{13}$$

Ezen értékek közül $\langle \lambda_c^{C} \rangle$ és $\langle \lambda_c^{Fe} \rangle$ szignifikánsan nagyobbak, mint a megfelelő geometriai értékek, míg $\langle \lambda_c^{Pb} \rangle$ jó egyezést mutat a geometriai értékkel. Az ólomban mért értékek esetén azonban — bár a legtöbb és legpontosabban mért érték ólomra vonatkozik — figyelembe kell venni, hogy ezen mérések, mint ahogy már említettük, bizonyos szelektálásnak lettek alávetve. A közvetlenül mért adatok bármilyen szelektálása azonban általában kiszámíthatatlan módon befolyásolhatja az eredményeket és lehetőleg kerülendő. A mérések jelentős részénél ezen túlmenően jelentős korrekciók történtek a háttér eliminálására is*.

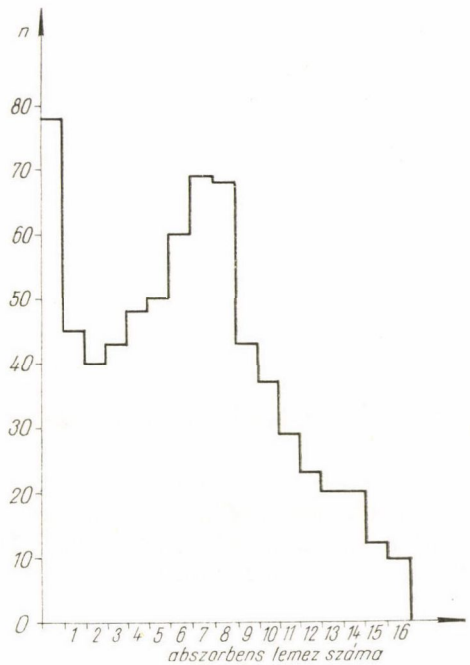
A fenti meggondolások a legnagyobbmértékű óvatosságra intettek és rámutattak a probléma megoldatlan voltára. Különösen vonatkozik ez azokra a vizsgálatokra, amelyek során a kozmikus sugárzási részecskékkel 10 és 100 GeV közötti energiákon talált ütközési hatáskeresztmetszet értékeket hasonlították össze a gyorsítós vizsgálatok során a néhány GeV-es energiatartományban mért értékekkel és ebből az ütközési hatáskeresztmetszet értékének az energiával való növekedésére következtettek [17].

A GM-csöves koincidencia módszeren kívül vizsgálták a közepes ütközési szabad úthossz értékét GM-csövekkel vezérelt Wilson-kamrák segítségével is. Ezen mérésekben rendszerint az áthatoló záporok töltött szekundér részecskéinek, tehát elsősorban a π-mezonoknak közepes szabad ütközési úthosszát határozták meg és a mérések alacsonyabb energiatartományban ($E < 10$ GeV) történtek (l. pl. [45—51]). Egyes Wilson-kamrás mérések azonban az áthatoló záporokat keltő töltött primér részecskékre és magasabb energiákra vonatkoznak.

Ez utóbbi mérések főleg soklemezes Wilson-kamrákban történtek és a töltött részecskék által létrehozott magkölcsönhatások gyakoriságának az egy-

* Az általunk végzett méréseknél külön gondot fordítottunk arra, hogy a kísérleti körülmények megfelelő megválasztásával a mérési eredmények a közvetlenül mért adatokból korrekciók közbeiktatása nélkül legyenek meghatározhatók.

más alatti abszorbens lemezekben észlelt eloszlásából határozták meg a közepes szabad ütközési úthossz értékét [52, 53]. A közvetlenül mért eloszlás azonban nem a (8) egyenletnek megfelelő hisztogrammot ad, mivel a kamrát vezérlő GM-csöves koincidencia berendezés megszólalási valószínűsége a különböző abszorbensekben keletkezett magkölcsönhatásokra vonatkozóan részben geometriai okokból, részben a keletkezett szekundér részecskék további magkölcsönhatásai miatt (vö. *c)* ponttal) különböző (pl. 9. ábra). Ezen megszólalási valószínűség csak igen pontatlanul becsülhető meg [53] és ezért az így kapott mérési eredmények is igen megbízhatatlanok (II. táblázat *a)* módszer).



9. ábra. Magkölcsönhatások gyakoriságának eloszlása a Wilson-kamrában egymás alatt elhelyezett abszorbens lemezekben [52]

Az előbbi szisztematikus hibák elkerülésére egyes szerzők a relatív mérések módszeréhez *(b)* módszer) folyamodtak és a kamrába vagy a kamra fölé azonos helyzetbe különböző anyagú abszorbens lemezeket helyezve a magkölcsönhatások relatív gyakoriságát mérték a különböző anyagokban [54, 55]. Ebből az egyik anyagra (pl. ólomra) vonatkozó λ_e értéket ismertnek tételezve fel, a másik anyagra vonatkozó közepes szabad ütközési úthossz értéke kiszámítható. Az így nyert eredmények azonban nem függetlenek az összehasonlításra szolgáló anyag λ_e-jára vonatkozó mérési eredményektől és ezért kellő óvatossággal kezelendők. Az áthatoló záporokat keltő $E > 10$ GeV energiájú töltött részecskék közepes szabad ütközési úthosszának Wilson-kamrás technikával mért értékeit a II. táblázatban foglaltuk össze.

A II. táblázatból látható, hogy a Wilson-kamrás mérések eredményei jó egyezésben vannak a GM-csöves koincidencia mérések eredményeivel és nehéz elemek (Pb és Au) esetén megerősíteni látszanak azt, hogy közepes szabad ütközési úthossz értéke a geometriai értékkel egyenlő. A fenti meggondolások alapján azonban ezen mérések eredményeit erős kritikával kell kezelni.

Fotoemulziós technikával is vizsgálták a kozmikus sugárzás magaktív részecskéinek közepes szabad ütközési úthosszát, az emulzió anyagában. Ezek

a vizsgálatok azonban vagy egészen alacsony energiájú ($E < 1$ GeV) (l. pl. [56]) vagy igen magas energiájú részecskékre ($E > 10^{12}$ eV) [57] vonatkoznak és így az előbbi mérési adatokkal közvetlenül nem hasonlíthatók össze*.

Újabban *Kocsarian* és mások [28, 29] az Alichanov-Alichanian féle mágneses impulzus spektrográf segítségével (10. ábra) 0,9 GeV és 34 GeV közötti protonok közepes szabad ütközési úthosszát határozták meg szénben és ólomban. A protonok azonosítása impulzus-hatótávolság mérés útján történt; az impulzus értékét a részecskék pályájának mágneses térben létrejövő görbületének GM-csövek segítségével történő mérésével határozták meg. A hatótávolság mérése pedig a mágneses spektrográf alatt elhelyezett abszorbenslapok és ugyancsak

II. TÁBLÁZAT

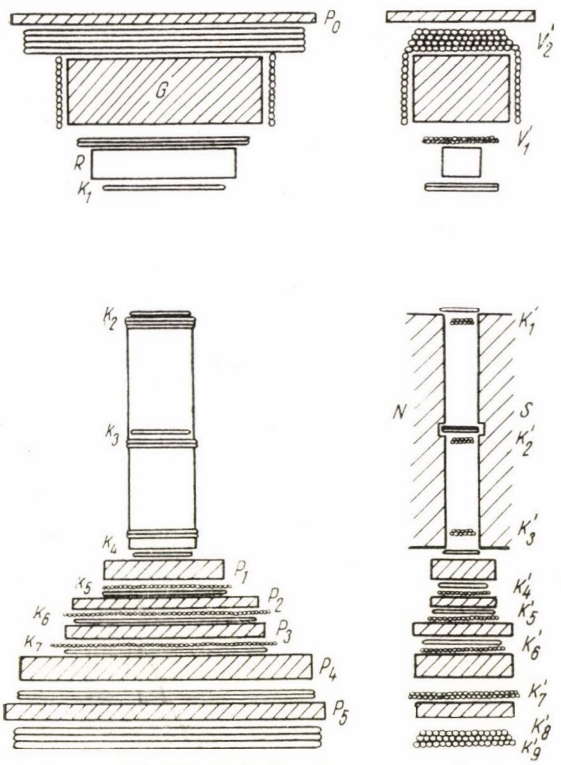
A közepes szabad ütközési úthossz Wilson-kamrás technikával meghatározott értékei C-, Au- és Pb-ban g/cm²-ben kifejezve

Szerző	Módszer	Elem		
		C	Au	Pb
Gottlieb [52]	a		145 ± 15	
Froehlich és mások [53]	a			152 ± 15
Walker és mások [54]	b	76 ± 8		
Askowith és *Sitte* [55]	b	75^{+11}_{-9}		
λ_{geom}		60	156	160

GM-csövek segítségével történt. A mágneses spektrográf felett változtatható vastagságú abszorbens (P_0) volt elhelyezve. Az egész berendezés hodoszkopizálva volt és így az egyenként beérkező és a felső abszorbensen kölcsönhatás nélkül áthaladó részecskék gyengülési görbéje meghatározható és az ütközési hatáskeresztmetszet (7) és (8) egyenletek alapján kiszámítható volt.

A mérések eredményeképpen a 0,9 és 34 GeV közötti protonok ($\langle E \rangle > 10$ GeV) közepes szabad ütközési úthosszára ólomban (198 ± 10) g/cm² és szénben (95 ± 7) g/cm² adódott; mindkét érték szignifikánsan nagyobb a geometriai szabad ütközési úthossz értékénél és így az ólomra vonatkozó érték szignifikánsan nagyobb a régebbi mérések súlyozott középértékénél is ($\langle \lambda_c^{Pb} \rangle = 162 \pm 4$).

* Az alacsony energiák esetén ma már a gyorsítókkal végzett mérések szolgáltatnak a kozmikus sugárzási méréseknél pontosabb adatokat. A 10^{12} eV-nál nagyobb enegiákon végzett mérések [57] azonban igen fontosak; a közepes szabad ütközési úthosszra ezen energiákon nyert érték $l_c^{\text{emulzió}} = 34 \pm 4$ cm azonban még nem eléggé pontos, hogy a geometriai közepes szabad ütközési úthossztól (27 cm) való esetleges különbözősége kimutatható legyen. A mérési eredmények azonban — mint látható — nem zárják ki egy a geometriai úthossznál nagyobb érték lehetőségét.



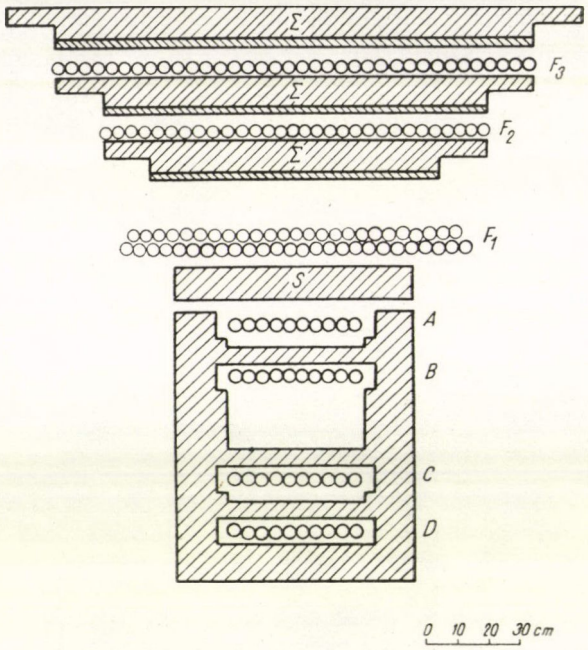
10. ábra. Kozmikus sugárzási részecskék közepes szabad ütközési úthosszának mérése mágneses impulzusspektrográffal [29]

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a nukleon-mag ütközési hatáskeresztmetszet értéke 10 — 100 GeV-es energiatartományban különösen nehéz magok esetében kérdéses, és ennek megfelelően a nukleon—nukleon inelasztikus hatáskeresztmetszet értéke is bizonytalan volt.

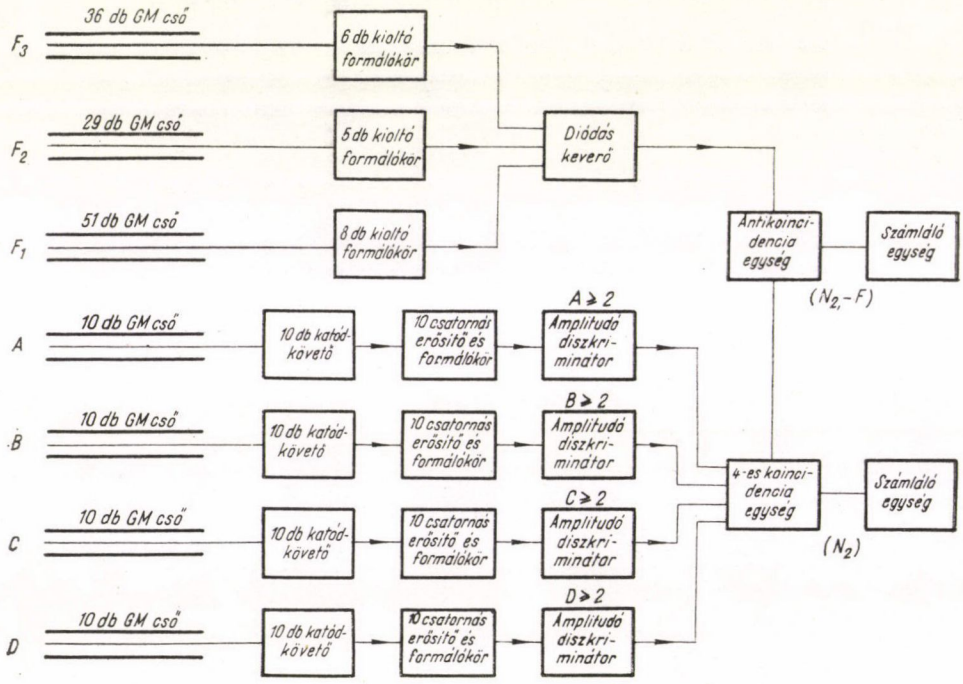
2.4 A kísérleti berendezés

Az általunk alkalmazott kísérleti berendezés a § 2. 2 *a*) pontjában leírt általános sémának megfelelően egy áthatoló zápor detektorból, antikoincidencia egységből és változtatható vastagságú ólomabszorbensből állott (11. ábra). Az áthatoló zápor detektor négy GM-csöves egységből (*A*, *B*, *C*, *D*) állott, amelyek ólomblokkba voltak ágyazva. Mind a négy GM-csöves egység 10 — 10 darab 4 cm átmérőjű és 40 cm érzékeny hosszúságú GM-csőből állott. A GM-csöves egységek között 5 cm-es ólomabszorbens rétegek voltak elhelyezve és így az *A* és *D* csövek közti összes abszorbens vastagsága 15 cm volt. A GM-csöveket oldalról 15 cm-es, alulról pedig 10 cm-es ólomfal vette körül. Az *A* csövek felett levő „záporkeltő" ólomréteg (*S*) vastagsága 10 cm volt.

Az *A*, *B*, *C* és *D* GM-csöves egységekhez kapcsolt impulzusformáló körök, amplitudódiszkriminátorok és koincidencia egység segítségével azokat az ese-



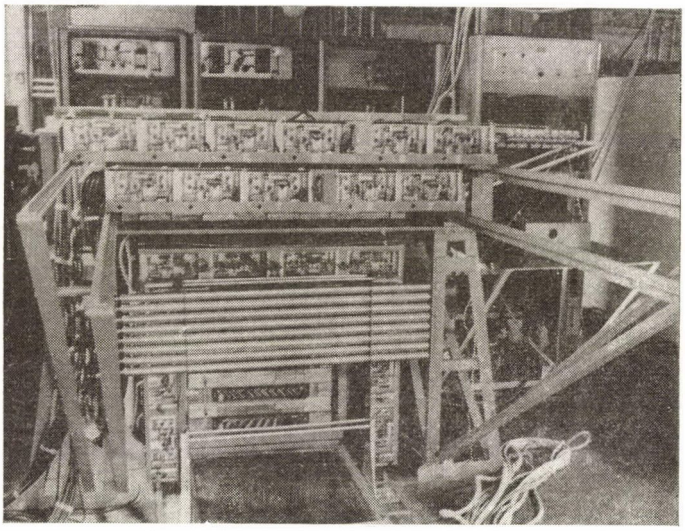
11. ábra. A jelen mérésben alkalmazott kísérleti berendezés



12. ábra. Az antikoincidencia készülék blokkdiagrammja

ményeket választottuk ki, amelyeknél minden egyes csősorban legalább két GM-cső szólalt meg ($A_{\geq 2}, B_{\geq 2}, C_{\geq 2}, D_{\geq 2}$); ezeket a koincidenciákat N_2-vel jelöltük. A koincidencia egység felbontási ideje $2 \cdot 10^{-6}$ sec volt.

Az antikoincidencia rész három GM-csöves egységből állott, amelyek parallel voltak kapcsolva ($F_1 + F_2 + F_3 = F$). Az antikoincidencia egységek 4 cm átmérőjű és 80 — 160 cm érzékeny hosszúságú GM-csövekből álltak. Az antikoincidencia csövek nagy megszólalási valószínűségének ($\varepsilon > 0{,}99$) biztosítására, ezek hatosával a GM-cső jelet kioltó formálókörökhöz voltak kapcsolva [58]*. A formálókörök impulzusait diódás keverés után az antikoincidencia egységbe vezettük. A berendezés elektronikus részének blokkdiagrammja a 12. ábrán látható.



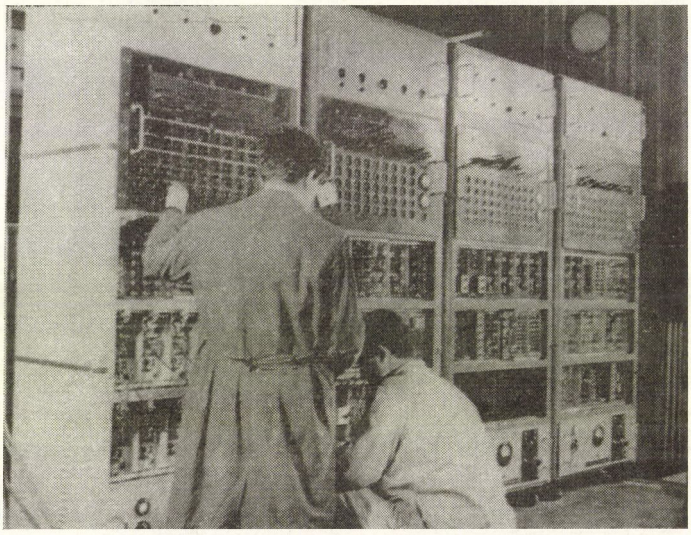
13. ábra. A kísérleti berendezés GM-csöves részének fényképe

A változtatható vastagságú Σ ólomabszorbenst a § 2. 2-ben vizsgált okok miatt három rétegre osztottuk szét és az antikoincidencia csövek közé, ill. fölé helyeztük el úgy, hogy egyik réteg maximális vastagsága sem haladta meg a 10 cm-t. A Σ abszorbens összvastagságát 0-tól 30 cm-ig változtattuk.

Az ólomabszorbens rétegek 2,0, 1,0 és 2,0 cm vastag vaslemezeken voltak elhelyezve, amelyek a tartóállványzathoz rögzítve állandóan az F_1, F_2 és F_3 antikoincidencia csövek felett maradtak.

* A mérések során csak olyan GM-csövek kerültek felhasználásra, amelyek megszólalási valószínűségét előzetesen kimértük és az 0,99-nél nagyobbnak adódott.

Az (N_2, $-F$) antikoincidenciák gyakoriságát $\Sigma = 0$, 5, 15 és 30 cm abszorbens vastagságoknál mértük meg. A háttér események gyakoriságának meghatározására az S záporkeltő abszorbensréteget eltávolítva megmértük az (N_2, $-F$) antikoincidenciák gyakoriságát $\Sigma = 0$ és 30 cm vastagságoknál.



14. ábra. A kísérleti berendezés elektronikus részének fényképe

A mérések egy részében a berendezés középpontjától 1,5 m-nyire egy 3200 cm^2 érzékeny felületű, abszorbenssel le nem takart GM-csöves egységet (E) helyeztünk el és az (N_2, E, $-F$) antikoincidenciák gyakoriságát mértük. Ezen mérés a kiterjedt légizáporokkal koincidenciában érkező neutronok vizsgálatára szolgált.

A mérések legnagyobb részében az áthatoló zápor detektor mind a négy oldalról antikoincidencia csövekkel (G) volt körülvéve és az (N_2, $-F$, $-G$) antikoincidenciák gyakoriságát mértük. Ez a mérés az oldalzáporok hatásának vizsgálatára szolgált.

A méréseket a Központi Fizikai Kutató Intézet Kozmikus Sugárzási Laboratóriumában, Csillebércen 410 m-es tengerszínt feletti magasságban végeztük el. A GM-csöves elrendezés képe a 13. ábrán, az elektronika pedig a 14. ábrán látható.

2.5 A mérési eredmények

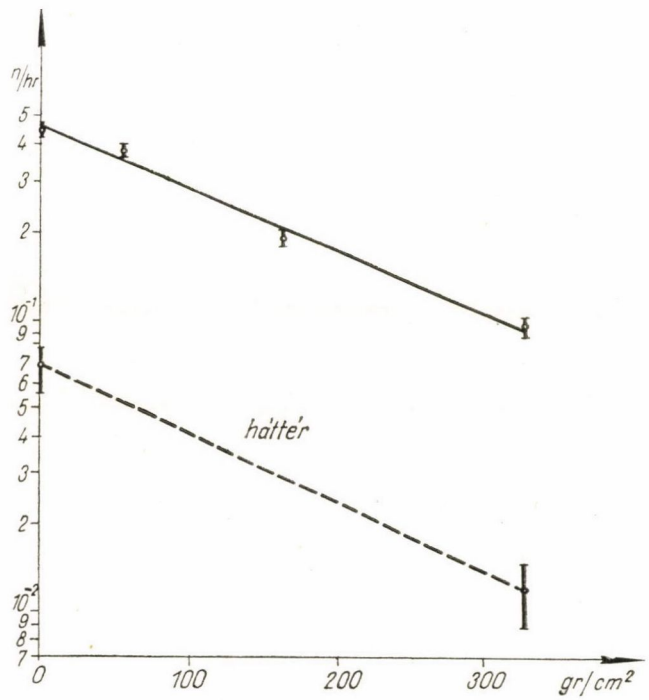
Az (N_2, $-F$) antikoincidenciák gyakorisága a Σ abszorbens vastagságának függvényében $S = 10$ cm Pb esetére a III. táblázatban és a 15. ábrán látható

(kihúzott görbe). A gyengülési görbe alakja nem tér el szignifikánsan egy exponenciális görbétől.

Egy tisztán exponenciális (háttér nélküli) gyengülési görbe exponensének optimális pontossággal való meghatározása adott mérési idő esetén akkor következik be, ha a görbének mindössze két pontját mérjük, amelyekre

$$r_1/r_2 = 12{,}9\,; \quad t_1/t_2 = (r_2/r_1)^{1/2}\,, \tag{14}$$

— ahol r_1, r_2, ill. t_1, t_2 a két mérési ponthoz tartozó gyakoriságot, ill. mérési időt jelentik [59]. Az optimális gyengülés előállítása az adott esetben kb. 50 cm vastag ólomabszorbenst igényelt volna; ez a Σ abszorbens alakjának felfelé



15. ábra. (N_2, $-F$) antikoincidenciák gyakorisága a Σ abszorbens vastagságának függvényében

való kiszélesedése következtében közel 10 tonnával növelte volna az ólomabszorbens súlyát. Tekintve, hogy egyrészt ez az ólommennyiség nem állt rendelkezésünkre, másrészt a berendezés már amúgyis tetemes kb. 12 tonnás súlyának ilyenmérvű megnövelése az épület statikai viszonyai miatt is körülményes lett volna, kénytelenek voltunk a 30 cm-es maximális ólomvastagsággal megelégedni. Ez a körülmény az exponens azonos pontossággal történő

meghatározását véve alapul az összmérési idő kb. 20 %-kal való megnövelését tette szükségessé.

A $\Sigma = 0$ és $\Sigma = 328$ g/cm^2-es pontok mérési idejének körülbelüli megválasztása a (14) egyenlet alapján történt. A $\Sigma = 55$ és 164 g/cm^2-es pontok kimérését a gyengülési görbe exponenciális alakjának kimutatása és az ezzel kapcsolatos egyéb megfontolások tették szükségessé (l. később).

III. TÁBLÁZAT

Az $(N_2, -F)$ antikoincidenciák gyakorisága a Σ abszorbens vastagságának függvényében $S = 10$ cm Pb esetén

Ólomabszorbens (g/cm^2)	Idő (*hr*)	$(N_2, -F)$	
		összbeütésszám (n)	gyakoriság (n/hr)
0	776	348	0,448 ± 0,024
55	766	290	0,379 ± 0,022
164	1229	236	0,192 ± 0,013
328	1500	146	0,097 ± 0,008

A III. táblázatban megadott mérési adatokat sem a μ-mezonok, sem az oldalzáporok által létrehozott háttéreffektusra nem kellett korrigálni. Ugyanis az áthatoló záporok ólomban való abszorpciójával kapcsolatos régebbi vizsgálataink [19] során ugyanezen áthatoló zápor detektort alkalmazva kimutattuk, hogy az N_2 koincidenciáknak mindössze néhány százalékát okozzák μ-mezonok*. Tekintve, hogy a jelen esetben az $(N_2, -F)$ antikoincidenciák méréséről van szó és az antikoincidencia egység megszólalási valószínűsége a több antikoincidencia csősor és az alkalmazott nagy megszólalási valószínűségű csövek (l. § 2. 3) következtében biztosan nagyobb mint 99 %, azonnal következik, hogy a μ-mezonok okozta háttér nem befolyásolja a mérési eredményeket.

Az oldalzáporok hatása ugyancsak elhanyagolható. Az oldalról is antikoincidencia csövekkel (G) árnyékolt áthatoló zápor detektorral végzett mérések ugyanis a hibahatárokon belül azonos exponensű gyengülési görbét eredményeztek** (IV. táblázat és 16. ábra).

A μ-mezonok és oldalzáporok okozta teljes háttér közvetlen ellenőrzésére az S záporkeltő abszorbensréteget eltávolítva a $\Sigma = 0$ és 328 g/cm^2-es

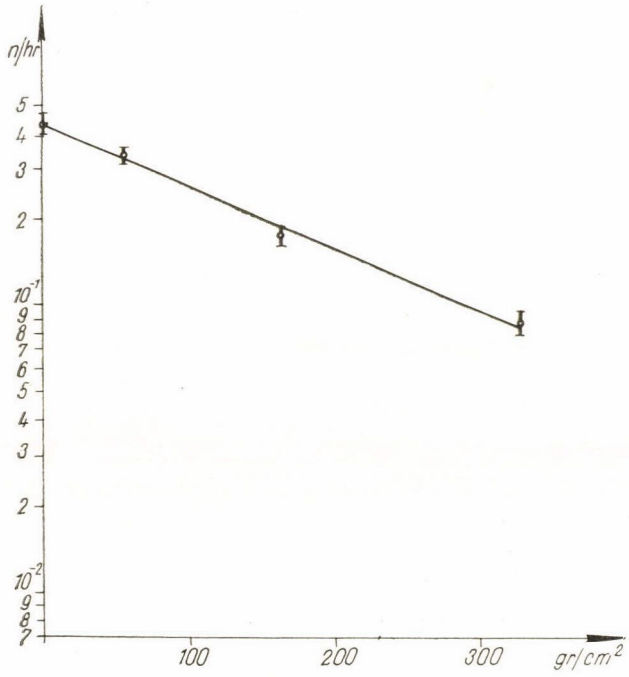
* Ezeket az N_2 koincidenciákat főleg a véletlenül vagy a kiterjedt légizáporok révén egyszerre beérkező μ-mezonok okozzák; a többszörös δ-záporok (knock-on záporok), valamint a μ-mezonok által létrehozott magkölcsönhatások által okozott N_2 koincidenciák gyakorisága elhanyagolható.

** $\lambda_c^{Pb} = (208 \pm 12)$ g/cm^2 (oldalcsövek nélkül).

$\lambda_c^{Pb} = (204 \pm 13)$ g/cm^2 (oldalcsövekkel).

pontokban meghatároztuk az (N_2, $-F$) antikoincidenciák gyakoriságát (V. táblázat és 15. ábra, szaggatott görbe). Miután ezen görbe lejtése* nem szignifikánsan különbözik a záporkeltő abszorbensréteggel mért görbe lejtésétől (kihúzott görbe), az így mért „hátteret" főleg olyan neutronok okozzák, amelyek az állványzatban vagy magában a detektor ólomblokkjában keltenek áthatoló záporokat. Ennek következtében szükségtelen a háttérre bármilyen korrekciót is elvégezni.

A háttéren kívül azonban létezik két olyan effektus, amelyek a közepes szabad ütközési úthossz értékét befolyásolhatják. Ezek a következők: *a)* az atmoszférából érkező nagy energiájú neutronokat kísérhetik elektronok, amelyek a le nem fedett antikoincidencia csöveket megszólaltatva az (N_2, $-F$) gyakoriság értékét $\Sigma = 0$-nál lecsökkenthetik; *b)* a Σ abszorbens növekvő vastagságával csökken annak a valószínűsége, hogy az abszorbensben keltett neutronokat kísérő töltött részecskék az abszorbensből kilépjenek és az antikoincidencia csöveket megszólaltassák.



16. ábra. Az (N_2, $-F$, $-G$) antikoincidenciák gyakorisága az Σ abszorbens vastagságának függvényében

Az első effektus jelentősége a legfelső antikoincidencia csősor (F_3) fölé helyezett 5 cm-es ólomabszorbenssel történő méréssel vizsgálható meg ($\Sigma = 55$ g/cm^2-es pont). A 15. ábrából jól látható, hogy az 55 g/cm^2-nél mért érték a hibahatárokon belül jól egyezik a mérési pontokhoz legjobban illesztett pontosan exponenciális lefutású görbéhez.

Ugyanez az eljárás alkalmazható a második effektus befolyásának vizsgálatára is, ha az (N_2, $-F$) antikoincidenciák gyakoriságát valamely közepes abszorbens vastagságnál ($\Sigma = 164$ g/cm^2) megmérjük. Mivel ez a pont is jól

* λ (háttér) $= (188 \pm 34)$ g/cm^2.

egyezik a szigorúan exponenciális lefutású görbével, látható, hogy jelen kísérletnél a második effektus sem befolyásolja lényegesen a közepes szabad ütközési úthossz mért értékét.

A kiterjedt záporokkal kapcsolatos események, vagyis a kiterjedt áthatoló záporok (N_2, E, $-F$) gyakorisága nem haladta meg az (N_2, $-F$) antikoincidenciák gyakoriságának 2 %-át, vagyis jóval kisebb volt az észlelt adatok statisztikus hibájánál; ezen események kizárása a gyengülési görbe lejtését gyakorlatilag nem befolyásolja, így ettől el is tekintettünk.

IV. TÁBLÁZAT

Az (N_2, $-F$, $-G$) antikoincidenciák gyakorisága a Σ abszorbens vastagságának függvényében $S = 10$ cm Pb esetén

Ólomabszorbens (g/cm²)	Idő (*hr*)	(N_2, $-F$, $-G$)	
		összbeütésszám (n)	gyakoriság (n/hr)
0	810	330	0,407 ± 0,022
55	766	275	0,359 ± 0,022
164	1229	214	0,174 ± 0,012
328	1460	126	0,086 ± 0,008

A fenti meggondolásokból következik, hogy a jelen kísérletnél a közepes szabad ütközési úthossz értéke közvetlenül a mért (N_2, $-F$) antikoincidenciák gyakoriságából számítható ki minden korrekció közbeiktatása nélkül. A számításokban a Σ abszorbens „effektív" vastagságát vettük figyelembe, ami alatt az az átlagos úthossz értendő, amelyet a különböző irányokból a detektorba érkező neutronok az abszorbens anyagában megtesznek. Mivel a neutronok differenciális irányeloszlása az idevonatkozó mérések [60] alapján $\cos^7 \vartheta$-val arányos, ahol ϑ a vertikális iránnyal bezárt szög, az „effektív vastagság" csak mintegy 1 %-kal haladja meg a Σ abszorbens vastagságát az alkalmazott geometria esetén.

V. TÁBLÁZAT

Az (N_2, $-F$) antikoincidenciák gyakorisága a Σ abszorbens vastagságának függvényében $S = 0$ esetén

Ólomabszorbens (g/cm²)	Idő (*hr*)	(N_2, $-F$)	
		összbeütésszám (n)	gyakoriság (n/hr)
0	376	26	0,069 ± 0,014
328	1263	15	0,012 ± 0,003

A közepes szabad ütközési úthossz értékét a közvetlenül mért adatokból a maximális valószínűség módszerével [61] határoztuk meg:

$$\lambda_c^{Pb} = (208 \pm 12)\ \mathrm{g/cm^2} \tag{15}$$

és ebből az ütközési hatáskeresztmetszet értéke:

$$\sigma_i^{Pb} = (1652 \pm 95)\ \mathrm{mb}. \tag{16}$$

Az áthatoló záporokat keltő részecskék közepes energiáját az észlelt koincidenciák gyakoriságából a magaktív részecskék *Bridge* és *Rediker* [21] által talált hatványspektrumának felhasználásával határoztuk meg [19]. Feltételeztük, hogy a mérőberendezés megszólalási valószínűsége, vagyis az a valószínűség, hogy az N detektor a ráeső E energiájú magaktív részecskét észleli,

$$\begin{aligned} w(E) &= 0, \quad \text{ha} \quad E < E_k, \\ w(E) &= a, \quad \text{ha} \quad E \geqq E_k, \end{aligned} \tag{17}$$

ahol E_k a berendezés küszöbenergiája és a egy konstans, amelynek értéke geometriai megfontolások alapján 0,4 körülinek adódott. Innen a hatványspektrum felhasználásával a küszöbenergiára

$$E_k = 10\ \mathrm{GeV} \tag{18}$$

és a részecskék közepes energiájára

$$\langle E \rangle = 30\ \mathrm{GeV} \tag{19}$$

adódott.

A közepes energiának a záporrészecskék átlagos számának és energiájának megbecslése útján számított alsó határértéke (≈ 20 GeV) nem mond ellent a fenti közepes energia értéknek.*

2.6 A mérési eredmények kiértékelése

A 30 GeV közepes energiájú neutronok általunk ólomban talált közepes szabad ütközési úthosszának értéke ($\lambda_c^{Pb} = 208 \pm 12$ g/cm^2) szignifikánsan nagyobb, mint a geometriai érték ill. mint az eddigi GM-csöves koincidenciatechnikával mért értékek súlyozott középértéke ($\langle \lambda_c^{Pb} \rangle = 162 \pm 4$ g/cm^2). Ezen eltérés lehetséges okaira már a § 2. 3-ban rámutattunk. Ugyanakkor eredményeink jó egyezésben vannak Kocsarian és mások [28, 29] mágneses spektrográffal alacsonyabb energián nyert újabb eredményeivel ($\lambda_c^{Pb} = 198 \pm 10$ g/cm^2), továbbá Brenner és Williams [27] eredményeivel, akik 50 GeV körüli nukleonok általuk vasban talált λ_c értékéből az ólomban várható közepes szabad ütközési úthossz értékét ~ 210 g/cm^2-re becsülték.

* Ebben a számításban a nukleon-ólommag ütközés inelaszticitásának értékét az emulzióban észlelt nukleon-nehézmag ütközések vizsgálata során nyert eredmények felhasználásával [62] 0,3-nak tételeztük fel.

A 30 GeV körüli neutronok általunk talált ütközési hatáskeresztmetszetének értékét össze lehet hasonlítani a gyorsítókkal 1 és 5 GeV között talált inelasztikus neutron-mag hatáskeresztmetszetek értékeivel. (VI. táblázat.) Ez az összehasonlítás jogosult, mivel a nagy energiájú gyorsítókkal vizsgált inelasztikus neutron-mag hatáskeresztmetszetek az alkalmazott kísérleti módszer hasonlatossága következtében* szintén a részecskekeltési hatáskeresztmetszetnek felelnek meg [63—65].

VI. TÁBLÁZAT

Neutronok inelasztikus (ütközési) hatáskeresztmetszete ólomban

Kísérlet	Energia (GeV)	mb
Coor és mások [63]	1,4	1727 ± 45
Barrett [64]	3,6	1930 ± 300
Atkinson és mások [65]	4,5	1660 ± 90
Jelen kísérlet	~ 30	1652 ± 95

A VI. táblázatból látható, hogy a neutronok inelasztikus (ütközési) hatáskeresztmetszetének értéke ólomban az 1 és 30 GeV közötti energiatartományban a hibahatárokon belül konstans. Ez az eredmény jó egyezésben van *Williams* és *Brenner* [27] eredményeivel, akik azt találták, hogy a neutronok inelasztikus hatáskeresztmetszetének értéke vasban egészen 50 GeV-ig konstans marad.

III. A nukleon—nukleon inelasztikus hatáskeresztmetszet meghatározása

3.1 A nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet meghatározása a nukleon-mag hatáskeresztmetszet értékéből

A nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet értékének a nukleon-mag hatáskeresztmetszet értékéből történő meghatározásának módszerét *Heitler* és *Jánossy* [24] és *Fernbach*, *Serber* és *Taylor* [25] dolgozták ki egyenletes sűrűségeloszlású magmodell esetére. Ezen számítás általánosítását alkalmazta újabban *Williams* [26] a mag széle felé csökkenő sűrűségű magmodellek esetére; a továbbiakban az általa alkalmazott eljárást ismertetjük.

Legyen σ^M a nukleon-mag hatáskeresztmetszet értéke egy bizonyos típusú kölcsönhatásra vonatkozóan és $\bar{\sigma}$ pedig az ennek megfelelő átlagos elemi nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet értéke; proton-mag ütközés esetén $\bar{\sigma}$ a σ^{pp} és σ^{pn}, neutron-mag ütközés esetén pedig a σ^{np} és σ^{nn} hatáskeresztmetsze-

* Ezen vizsgálatok szintén gyengülési görbék „rossz" geometriában történő vizsgálatából állnak, ahol a detektor küszöbenergiája úgy van méretezve, hogy az abszorbensben magkölcsönhatást létrehozó és így energiájának egy részét elvesztő részecskék már ne szólaltathassák meg a detektort.

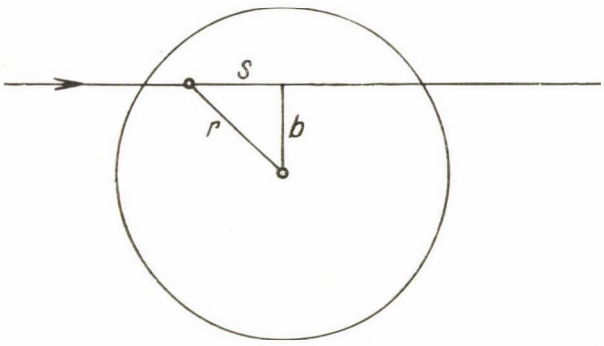
teknek a magban levő protonok és neutronok számával súlyozott középértékének felel meg.

Jelöljük a maganyag sűrűségét a mag középpontjától mért távolság (r) függvényében $\varrho(r)$-rel; a sűrűségfüggvény az

$$\int \varrho(r)\, d^3r = A \tag{20}$$

normálási feltételnek tesz eleget, ahol A a mag tömegszáma. A maganyagon áthaladó, kölcsönhatást még nem keltett nukleonok száma a maganyagban megtett út hosszával exponenciálisan csökken; a gyengülési koefficiens

$$K(r) = \varrho(r)\, \bar{\sigma}. \tag{21}$$



17. ábra. A nukleon útja a maganyagon át; s a részecske pályája, b az ütközési paraméter

A maganyagon b ütközési paraméterrel az s pálya mentén (17. ábra) áthaladó, kölcsönhatást nem keltő részecskék száma az egész maganyagon való áthaladás után

$$N = N_0 e^{-F(b)}, \tag{22}$$

ahol N_0 a részecskék kezdeti száma és

$$F(b) = \int_{-\infty}^{\infty} K\left((b^2 + s^2)^{1/2}\right) ds \tag{23}$$

a gyengülési koefficiensnek az s pálya mentén képzett integrálja.

Egy nukleonra vonatkoztatva $e^{-F(b)}$ annak a valószínűsége, hogy a nukleon kölcsönhatás létrehozása nélkül halad át a magon. Innen a kölcsönhatás létrehozásának a valószínűsége b ütközési paraméter esetében $1 - e^{-F(b)}$. Az ütközési paraméter összes értékeire, ezek előfordulási valószínűségeinek figyelembevételével kiintegrálva a kölcsönhatás létrehozásának az egész magra vonatkoztatott valószínűségét, vagyis a kölcsönhatás hatáskeresztmetszetét kapjuk

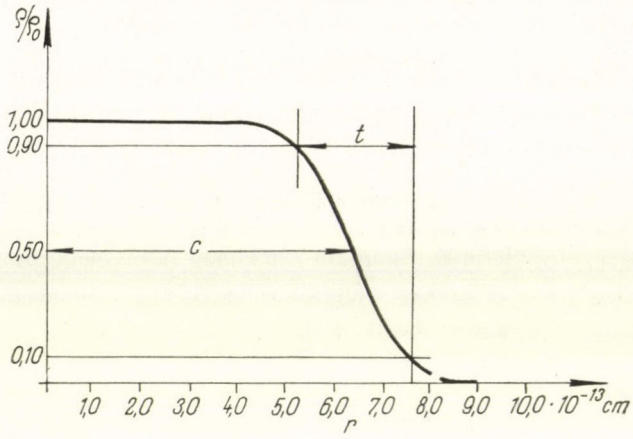
$$\sigma^M = \int_0^{\infty} [1 - e^{-F(b)}]\, 2\pi b\, db.* \tag{24}$$

A (21—24) egyenletekből látható, hogy amennyiben a maganyag sűrűségeloszlását $\varrho(r)$-t ismerjük $\bar{\sigma}$ értéke σ^M értékéből meghatározható.

A maganyag sűrűségeloszlására a következő feltételezést tehetjük. Ameny-

* A (24) kifejezés teljesebb levezetését lásd [25] és [26]-ban.

nyiben a protonok és neutronok magon belüli eloszlása azonos, akkor a maganyag sűrűségeloszlásának alakja az elektromos töltéssűrűség eloszlás alakjával azonos. *Abashian* és mások [66] 700 MeV-es π^-- és π^+-mezonok ólomban mért inelasztikus hatáskeresztmetszetének vizsgálata alapján megállapították, hogy a protonok és neutronok magon belüli eloszlása mintegy 3%-on belül azonos.



18. ábra. Ólommag elektromos töltéssűrűségének eloszlása [23]; $t \simeq 4{,}4\ z$ a „héj" vastagsága

A magok elektromos töltéssűrűség eloszlásának meghatározása legpontosabban nagy energiájú (többszáz MeV-os) elektronoknak a kérdéses magokon történő szóródásának vizsgálatából történik. *Hofstadter* és mások [22, 23] ezen vizsgálatokban azt találták, hogy a nehéz és középnehéz magok töltéssűrűség eloszlása a következő kifejezéssel írható le (18. ábra)

$$\varrho(r) = \frac{\varrho_0}{1 + \exp\left[(r-c)/z\right]}, \tag{25}$$

ahol c az 50%-os sűrűségnek megfelelő sugár („fél-sűrűség sugár"), z a „héj vastagság" paramétere és ϱ_0 a sűrűségparaméter ($\varrho_0 \approx$ középponti sűrűség). Ólom esetében $c \sim 6{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm és $z \sim 0{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm nagyságú [23]. Az előbb mondottak értelmében a maganyag sűrűségeloszlása is — a (20) normálási feltétel figyelembevételével — a (25) kifejezéssel írható le.

A nukleon—nukleon kölcsönhatás véges hatótávolsága *Williams* [26] szerint a következő fenomenologikus módon vehető figyelembe. A gyengülési koefficiens értéke az $\boldsymbol{r}$ pontban (21) szerint $K(\boldsymbol{r}) = \varrho(\boldsymbol{r})\,\bar{\sigma}$ volt. Tekintsük az $\boldsymbol{r}_i$ pontban levő i-edik nukleon járulékát $K(\boldsymbol{r})$-hez; ez arányos lesz $\bar{\sigma}$-val és $|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|$ valamilyen függvényével, vagyis $\bar{\sigma}F(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|)$-el. A magban levő összes nukleonokra összegezve

$$K(\boldsymbol{r}) = \sum_i \bar{\sigma} F(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|), \tag{26}$$

illetőleg a folytonos maganyag sűrűségeloszlásra áttérve

$$K(\boldsymbol{r}) = \int \bar{\sigma} F(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|)\, \varrho(r')\, d^3r', \tag{27}$$

ahol az $F(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|)$ függvény az

$$\int F(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|)\, d^3r' = 1 \tag{28}$$

normálásnak tesz eleget. A (27) egyenlet így is írható

$$K(r) = \varrho_e(r)\, \bar{\sigma}, \tag{29}$$

ahol a $\varrho_e(r)$ effektív maganyag sűrűség a $\varrho(r)$ és $F(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|)$ függvények konvolúciója révén származtatható

$$\varrho_e(r) = \int \varrho(r')\, F(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|)\, d^3r'. \tag{30}$$

Mivel a nukleon—nukleon kölcsönhatás ma még nem eléggé ismeretes ahhoz, hogy $F(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|)$ pontos alakját megadhassuk, ezért számításainkban a következő egyszerű feltevést alkalmaztuk

$$F(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|) = \begin{cases} \dfrac{1}{(4/3)\pi\lambda_\pi^3}, & \text{ha} \quad r < \lambda_\pi, \\ 0, & \text{ha} \quad r > \lambda_\pi, \end{cases} \tag{31}$$

ahol λ_π a π-mezon Compton-hullámhossza ($\lambda_\pi \approx r_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-13}$ cm).

Az effektív maganyag sűrűség eloszlást $\varrho_e(r)$-t (21)-be helyettesítve a (21—24) egyenletek segítségével σ^M mint $\bar{\sigma}$ függvénye meghatározható; az így nyert görbe az ún. transzparenciagörbe (19. ábra). Ennek segítségével a kísérletileg talált σ^M értékekhez tartozó $\bar{\sigma}$ értékek és azok hibái közvetlenül meghatározhatók.

Az eljárás legnagyobb hibája az, hogy a transzparencia görbén leolvasott $\bar{\sigma}$-értékek rendkívül kényesek a sűrűségfüggvény c paraméterének a megválasztására; egy kis változás c értékében ugyanis igen nagy változást okoz $\bar{\sigma}$ értékében. Ezért $\bar{\sigma}$ értékének a transzparencia görbéből való pontos meghatározásának egyik legfontosabb előfeltétele — σ^M viszonylag pontos meghatározásán kívül — c értékének igen nagy pontossággal való ismerete.

3.2 Eredmények és kiértékelés

Az általunk meghatározott neutron-ólommag ütközési hatáskeresztmetszet, mint § 2. 2-ben láttuk a részecskekeltési (mezonkeltési) hatáskeresztmetszetnek felelt meg. Így az ebből számított elemi hatáskeresztmetszet is a nukleon—nukleon szórás inelasztikus (mezonkeltési) hatáskeresztmetszetének $\bar{\sigma}_i$-nek felel meg.

A transzparencia görbéből meghatározott $\overline{\sigma}_i$ hibája két komponensből tevődik össze; az egyik σ_i^{Pb} statisztikus hibájából származik, a másik pedig a transzparenciaszámításban alkalmazott paraméterek, elsősorban c kísérletileg talált értékének hibájából. Mivel c értéke, különösen ólom esetében, nem elég nagy pontossággal ismeretes [23], esetünkben ez utóbbi komponens járuléka sokkal nagyobb, mint a σ_i^{Pb} statisztikus hibájából származó járulék. Ezért a következő eljárást alkalmaztuk [27].

Mind σ_i^{Pb} mind $\overline{\sigma}_i$ értékei igen pontosan ismeretesek gyorsítós energiák esetén (l. VI. és VII. táblázat). Ezen értékek segítségével, z konstans értéke mellett, c „effektív" értéke a [21—24] egyenletekből igen nagy pontossággal meghatározható.

VII. TÁBLÁZAT

Inelasztikus nukleon—nukleon hatáskeresztmetszetek

Energia (GeV)	mb
1,5[a]	27 ± 3
2,75[a]	26 ± 3
5,3[a]	$26{,}8 \pm 5{,}5$
6,2[a]	$22{,}6 \pm 5{,}3$
9,0[a]	21
~ 30 (jelen kísérlet)	24 ± 5
~ 50[b]	21 ± 4

a) l. [68]
b) l. [27]

Feltételezve, hogy σ_i^{Pb} és $\overline{\sigma}_i$ értéke 1 és 6 GeV között konstans, ezen értékek súlyozott középértéke a VI. és VII. táblázat alapján $\sigma_i^{Pb} = (1717 \pm 40)\,mb$ és $\overline{\sigma}_i = (26 \pm 2)\,mb$-nak adódott. Ezen értékeket a [21—24] egyenletekbe behelyettesítve, z értékére az elektronszórási kísérletekből nyert legjobb értéket $z = 0{,}54 \cdot 10^{-13}$ cm-t [67] választva, c értékének variálásával ez utóbbi legjobb értékére $c = 6{,}67 \cdot 10^{-13}$ cm adódott. A fenti legjobb z és c értékekkel számított transzparencia görbe a 19. ábrán látható.

Az általunk talált $\sigma_i^{Pb} = (1652 \pm 95)\,mb$ ütközési hatáskeresztmetszetnek a transzparencia görbe alapján, c hibáját is figyelembevéve

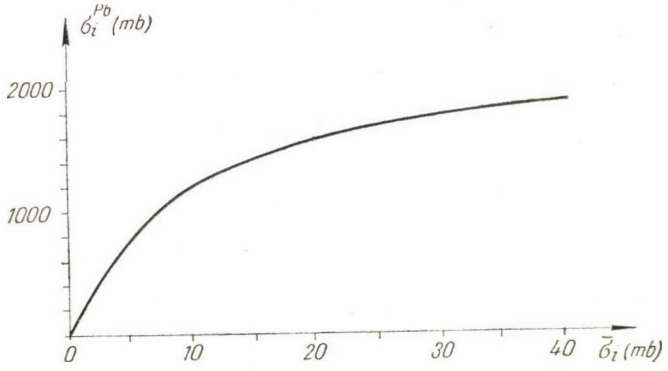
$$\overline{\sigma}_i = (24 \pm 5)\,mb \tag{32}$$

inelasztikus nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet felel meg.

Ez az érték nem szignifikánsan különbözik az 1 és 6 GeV között talált hatáskeresztmetszetek középértékétől $(26 \pm 2)\,mb$-tól. Ez természetesen minden számítás nélkül is várható abból a tényből, hogy σ_i^{Pb} 30 GeV-en mért értéke sem különbözik szignifikánsan a gyorsítós értékek középértékétől. Ez egyben azt is mutatja, hogy jelen esetben a transzparencia számítás jelentősebb szerepet játszik a $\overline{\sigma}_i$ hibájának, mint abszolút értékének meghatározása szempontjából.

Ez a tény továbbá azt is jelenti, hogy a transzparencia számítás során tett feltevések kisebb pontatlanságai nem lényegesen befolyásolják az eredményt; ezen pontatlanságok hatásai ugyanis az „effektív" c-érték bevezetésével nagyrészt kompenzálódnak.

Az általunk 30 GeV körüli energiákon talált inelasztikus nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet jó egyezésben van *Brenner* és *Williams* [27] által 50 GeV körül hasonló módszerrel talált értékhez és egyik érték sem különbözik szignifikánsan az 1—10 GeV-es energiatartományban gyorsítókkal mért inelasztikus (p—p) hatáskeresztmetszettől (VII. táblázat).



19. ábra. Az ólomra vonatkozó transzparencia görbe

Hasonló számításokat végzett kissé különböző módszer alkalmazásával *Begzanov* [28], *Kocsarian* és mások [29] 0,9 és 34 GeV között talált kísérleti eredményeinek felhasználásával. Az alacsonyabb energiáknak megfelelően ebben az esetben az várható, hogy a számított elemi hatáskeresztmetszet nagyobb legyen, mint az inelasztikus nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet és értéke az inelasztikus és totális hatáskeresztmetszet közé essen.* Valóban a várakozásnak megfelelően a *Begzanov* által talált elemi hatáskeresztmetszet értéke (32 ± 3) *mb* a VII. táblázatban talált értékeknél, ha nem is szignifikánsan, de bizonyos valószínűséggel nagyobbnak adódott.**

IV. Következtetések

Az áthatoló záporokat keltő 30 GeV közepes energiájú kozmikus sugárzási neutronok ütközési hatáskeresztmetszetének ólomban való vizsgálata, az inelasztikus nukleon—nukleon hatáskeresztmetszetnek a kísérleti eredményekből történő meghatározása és ezen hatáskeresztmetszeteknek a gyorsítós energiákon talált értékekkel való összehasonlítása a következő eredményeket adta:

* Kisebb energiák esetén az ütközési hatáskeresztmetszetnek a § 2.2 és 2.3-ban leírt módszerekkel talált értéke már nem tekinthető a részecskekeltési hatáskeresztmetszettel jó egyezésben egyenlőnek, hanem annál valamivel nagyobb lesz (l. pl. [18]).

** A *Begzanov* által talált érték a VII. táblázat értékeinek középértékétől kb. a statisztikus hiba kétszeresével tér el.

1. A neutronok inelasztikus (ütközési) hatáskeresztmetszete ólomban 1 és 30 GeV között a hibahatárokon belül konstans.

2. Az inelasztikus nukleon—nukleon hatáskeresztmetszet ugyanebben az energiatartományban a hibahatárokon belül szintén konstans.

Köszönetnyilvánítások

Köszönetemet fejezem ki elsősorban *Jánossy Lajos* akadémikusnak, aki az egész problémakör kutatását elindította és a vizsgálatokat értékes tanácsaival és a problémák folyamatos megtárgyalásával segítette. Köszönettel tartozom *Bozóki György* tudományos munkatársnak, aki a mérések elvégzésében és a mérési eredmények kiértékelésében, mint közvetlen munkatársam, igen nagy segítségemre volt.

Ugyancsak köszönettel tartozom *Domokos Gábor* tudományos munkatársnak és *Rupp Erzsébet* tudományos segédmunkatársnak értékes tanácsaiért, továbbá *Ziegelmann Károly* technikusnak a kísérleti berendezés építésében és üzemeltetésében és *Horváth Márta* laboránsnak a numerikus számolások elvégzésében nyújtott segítségéért. Külön köszönetemet kívánom kifejezni a *Kurtha Géza* vezetése alatt álló mechanikus műhelynek a berendezés építésével kapcsolatos műhelymunkák gondos elvégzéséért.

IRODALOM

[1] *E. Gardner* és *C. M. G. Lattes*, Science *107*, 270, 1848

[2] *V. P. Dzhelepov, V. P. Dmitrievski, V. S. Katyshev, M. S. Kozodaev, M. G. Meshcheriakov, B. Pontekorvo* és *A. Y. Chestnoi*, Proc. of the CERN Symposium on High Energy Accelerators and Pion Physics, Vol. *1*, 504, 1956

[3] *E. J. Lofgren*, Proc. of the CERN Symposium on High Energy Accelerators and Pion Physics, Vol. *1*, 496, 1956

[4] *O. Chamberlain, E. Segré, C. Wiegand* és *Th. Ypsilantis*, Phys. Rev. *100*, 947, 1955

[5] *L. Jánossy*, Cosmic Rays, Clarendon Press Oxford, 1950

[6] *B. Rossi*, High Energy Particles, Prentice Hall, New York, 1952

[7] *L. Jánossy* és *P. Ingleby*, Nature *145*, 511, 1940

[8] *L. Jánossy*, Nature *147*, 56 1941

[9] *L. Jánossy*, Proc. Roy. Soc. A, *179*, 361, 1941

[10] *L. Jánossy* és *G. B. Rochester*, Proc. Roy. Soc. A, *181*, 399, 1943

[11] *L. Jánossy* és *G. D. Rochester*, Proc. Roy. Soc. A, *182*, 180, 1943

[12] *L. Jánossy* és *G. D. Rochester*, Proc. Roy. Soc. A, *183*, 181, 1944

[13] *D. Broadbent* és *L. Jánossy*, Proc. Roy. Soc. A, *190*, 497, 1947

[14] *F. E. Froelich* és *K. Sitte*, Phys. Rev., *97*, 151, 1955

[15] *P. H. Barrett, L. M. Bollinger, G. Cocconi, Y. Eisenberg* és *K. Greisen*, Rev. Mod. Phys., *24*, 133, 1952

[16] *K. Greisen* és *W. D. Walker*, Phys. Rev., *90*, 915, 1953
[17] *R. W. Williams*, Phys. Rev., *98*, 1393, 1955
[18] *G. Bozóki, E. Fenyves* és *L. Jánossy*, Nuclear Physics, *1*, 501, 1956
[19] *G. Bozóki, E. Fenyves* és *L. Jánossy*, Nuclear Physics, *11*, 531, 1959
[20] *G. Bozóki, E. Fenyves, T. Sándor* és mások, Bukaresti Nemzetközi Kozmikus Sugárzási Konferencia 1959, május, és előkészületben a ZsETF számára
[21] *H. S. Bridge* és *R. H. Rediker*, Phys. Rev, *88*, 206, 1952
[22] *R. Hofstadter*, Rev. Mod. Phys. *28*, 214, 1956
[23] *R. Hofstadter*, Ann. Rev. Nucl. Sci. *7*, 231, 1957
[24] *W. Heitler* és *L. Jánossy*, Proc. Phys. Soc. A, *62*, 374, 1949
[25] *S. Fernbach, R. Serber* és *F. B. Taylor*, Phys. Rev., *75*, 1352, 1949
[26] *R. W. Williams*, Phys. Rev., *98*, 1387, 1955
[27] *A. E. Brenner* és *R. W. Williams*, Phys. Rev., *106*, 1020, 1957
[28] *R. B. Begzanov*, ZsETF *34*, 775, 1958
[29] *N. M. Kocsarian, G. S. Saakian* és *Z. A. Kirakosian*, ZsETF *35*, 1355, 1958
[30] *Jánossy L.*, Fizikai Szemle *4*, 131, 1954
[31] *B. Rossi* és *V. Regener*, Phys. Rev., *58*, 837, 1940
[32] *W. D. Walker, S. P. Walker* és *K. Greisen*, Phys. Rev., *80*, 546, 1950
[33] *D. Pomeroy*, Phys. Rev., *84*, 77, 1951
[34] *H. W. Boehmer* és *H. S. Bridge*, Phys. Rev., *85*, 863, 1952
[35] *G. W. Rolloson*, Phys. Rev., *87*, 71, 1952
[36] *D. Froman, J. Kenney* és *V. H. Regener*, Phys. Rev., *91*, 707, 1953
[36a] *G. Bozóki, E. Fenyves* és *L. Jánossy*, Acta Phys. Hung., *6*, 319, 1956
[37] *J. H. Tinlot* és *B. P. Gregory*, Phys. Rev., *75*, 519, 1949
[38] *G. Cocconi*, Phys. Rev., *75*, 1074, 1949
[39] *G. Cocconi*, Phys. Rev., *76*, 984, 1949
[40] *W. D. Walker*, Phys. Rev., *77*, 686, 1950
[41] *K. Sitte*, Phys. Rev., *76*, 714, 1950
[42] *R. R. Brown*, Phys. Rev., *87*, 999, 1952
[43] *S. A. Azimov, N. A. Dobrotin, A. L. Ljubimov* és *K. P. Ryskova*, Izv. A. N. SSSR *17*, 80, 1953
[44] *E. P. George* és *A. C. Jason*, Proc. Phys. Soc. A, *63*, 1081, 1950
[45] *W. B. Fretter*, Phys. Rev., *76*, 511, 1949
[46] *C. C. Butler, W. G. Rosser* és *K. H. Barker*, Proc. Phys., Soc. A, *63*, 145, 1950
[47] *C. C. Butler* és *K. H. Barker*, Proc. Phys. Soc. A, *64*, 4, 1951
[48] *W. W. Brown* és *A. S. McKay*, Phys. Rev., *77*, 342, 1950
[49] *A. Lovati, M. Mura, G. Salvini* és *G. Tagliaferri*, Nuovo Cim. *7*, 36, 1950
[50] *A. Lovati, M. Mura, C. Succi* és *G. Tagliaferri*, Nuovo Cim. *8*, 271, 1951
[51] *B. P. Gregory* és *J. H. Tinlot*, Phys. Rev., *81*, 667, 675, 1951
[52] *M. B. Gottlieb*, Phys. Rev., *82*, 349, 1951
[53] *F. E. Froehlich, E. M. Harth* és *K. Sitte*, Phys. Rev., *87*, 504, 1952
[54] *W. D. Walker, N. M. Duller* és *J. D. Sorrels*, Phys. Rev., *86*, 865 1952
[55] *J. G. Askowith* és *K. Sitte*, Phys. Rev., *97*, 159, 1955
[56] *U. Camerini, P. H. Fowler, W. O. Lock* és *H. Muirhead*, Phil. Mag. *41*, 413, 1950
[57] *B. Edwards, J. Losty, D. H. Perkins, K. Pinkau* és *J. Reynolds*, Phil. Mag. *3*, 237, 1958
[58] *E. Fenyves*, Acta Phys. Hung., *4*, 363, 1955
[59] *Jánossy L.* és *Rupp E.*, KFKI Közleményei *5*, 188, 1957

[60] *M. Cervasi Fidecaro, G. Fidecaro, G. Marini* és *L. Mezzetti,* Nuovo Cim. *9,* 38, 1958
[61] *Jánossy L.* és *Rupp E.,* KFKI Közleményei (megjelenés alatt)
[62] *G. Bozóki, E. Fenyves, É. Gombosi* és *P. Surányi,* Nuovo Cim. (előkészületben)
[63] *T. Coor, D. A. Hill, W. F. Hornyak, L. W. Smith* és *G. Snow,* Phys. Rev., *114,* 1374, 1959
[64] *P. H. Barrett,* Phys. Rev., *114,* 1374, 1959
[65] *J. H. Atkinson, W. N. Hess, V. Perez-Mendez* és *R. W. Wallace,* Phys. Rev. Latters *2,* 168, 1959
[66] *A. Abashian, R. Cool* és *J. W. Cronin,* Phys. Rev., *104,* 855, 1956
[67] *L. R. B. Elton,* Nucl. Phys. *5,* 173, 1958 és *8,* 396, 1958
[68] *V. I. Vekszler,* 9-ik Nemzetközi Nagy Energiájú Magfizikai Konferencia, Kiev 1959.

SZEMELVÉNYEK A FERROMÁGNESSÉG ELMÉLETÉNEK ÚJABB FEJEZETEIBŐL. I.*

PRAVECZKI ENDRE
Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

I. Bevezetés

A szilárd testek fizikája az utóbbi időkben erőteljes fejlődésnek indult mind kísérleti, mind pedig elméleti vonalon. A szilárd testek fizikáján belül fontos helyet foglal el a ferromágneses testek fizikája, amelyre külön is fennáll az előbbi megállapítás. Ezek a körülmények szolgáltak indítékul jelen összefoglalónk megírásához, amely a ferromágneses jelenségek elméletének néhány újabb fejezetét akarja érinteni.

A ferromágnesség mindenki által jól ismert jelenség. Lényege abban áll, hogy bizonyos anyagoknál mágnesezettség léphet fel spontán módon, külső mágneses tér jelenléte nélkül is.

E mágnesezettség az abszolút zérus fokon a legerősebb: a hőmérséklet növekedésével fokozatosan csökken, majd egy bizonyos hőmérsékleten, az ún. Curie-hőmérsékleten teljesen eltűnik.

A ferromágneses anyagok eme tulajdonságait azzal magyarázzuk, hogy állandó mágneses momentumok vannak bennük, amelyeket belső erők tartanak össze. A jelenség mélyebb megértéséhez azonban tisztázni kellett a következőket: mik ezek a mágneses momentumok, és milyen erők tartják össze őket.

Az első kérdéssel kapcsolatban először köráramokra gondoltak: az atomokban keringő elektronok fölfedezése után kézenfekvő volt föltenni, hogy ezek köráramai jelentik az elemi mágneses momentumokat. *Einstein* és *de Haas* kísérlete nyomán kiderült azonban, hogy nem köráramaik, hanem spinjeik révén hozzák létre az elektronok az elemi mágneses momentumokat.

A második kérdésre Weiss próbált először válaszolni. Szerinte az elemi mágnesek között ható erőt azok mágneses terei közvetítik. A helyes választ azonban erre a kérdésre is csak a modern fizika alapján sikerült megtalálni, mégpedig *Frenkel*nek [1] és *Heisenberg*nek [2]. *Frenkel* és tőle függetlenül *Heisenberg* jött rá, hogy az elemi mágnesek között működő erőket nem a mágneses, hanem az annál jóval erősebb kicserélődési kölcsönhatásokban kell keresni.

* Érkezett 1961. jan. 12.

A ferromágnesség modern elméletének kiindulópontjául az ezen felismerésekre épülő, ún. Heisenberg-modell szolgál. A Heisenberg-modell a ferromágneses anyagokat olyan kristálynak ábrázolja, amelynek rácspontjaiban kompenzálatlan spinű elektronokkal rendelkező zárt atomok foglalnak helyet oly módon, hogy az elektronok között működő kicserélődési erők energiái párhuzamos spinállás eseten minimálisak.

A Heisenberg-modell természetesen nem tükrözi pontosan a ferromágneses anyagok összes tulajdonságait. A Heisenberg-modell nem vesz tudomást először is arról, hogy a ferromágneses anyagok atomjai — mint minden más anyag atomjai is — hőmozgást végeznek. Második hiányossága, hogy atomjai zártak, tehát nincsenek fémekre jellemző kollektivizált elektronjai: emiatt tulajdonképpen csak az ún. ferromágneses dielektrikumokra érvényes szigorúan. Nem veszi figyelembe továbbá, hogy az atomok kompenzálatlan spinű elektronjainak eloszlása nem mindig gömbszimmetrikus: esetenként anizotrópia lép fel, valamint azt, hogy az egyes atomok ezen elektronjai át is fedhetik egymást.

A Heisenberg-modell utóbb említett hiányosságainak kiküszöbölésére már megtették az első lépéseket (*Bogoljubov, Tyablikov* [3], [4]). A többi hiányosság még nem nyert kielégítő megoldást. A Heisenberg-modell azonban ezen hiányosságai ellenére is alapvető szerepet játszik a ferromágnesség elméletében. Lehetővé teszi a számítások elvégzését anélkül, hogy bele bonyolódnánk a másodlagos tulajdonságokba.

A Heisenberg-modell a fent leírt közelítésben az abszolút zérus foktól egészen a Curie-hőmérsékletig érvényes. Mind ez ideig azonban nem sikerült teljes egészében ennek ellenére sem egységes elmélet kiindulásául tenni. A spinhullámelmélet, amely először indult fejlődésnek a ferromágnesség modern elméletének fejezetei közül, csak az alacsony hőmérsékletek tartományában ad helyes eredményt. A ferromágnesség elméletének másik újabb fejezete viszont, amely a statisztikus fizika Green-függvény módszerén alapul — bár mutatkoznak biztató eredmények — inkább a magas hőmérsékletek tartományában vezet helyes eredményhez.

Összefoglaló cikkünk első részében a Heisenberg-modellel, majd a spinhullámelmélet alapjaival fogunk megismerkedni. A Green-függvény módszer alkalmazását a következő részben fogjuk ismertetni

II. A Heisenberg-modell

1. A Heisenberg-modell állapotegyenlete

A ferromágnesség elméletének kiindulópontjául szolgáló Heisenberg-modellel való megismerkedés céljából meg kell fogalmazni mindenekelőtt pontosan a modell sajátságait, majd le kell vezetnünk állapotegyenletét.

Rendelkezzen az N számú atomból álló modell a következő sajátságokkal:

1. A $\vec{\mathcal{H}}$ külső homogén mágneses térben levő, egyszerű köbös rácsszerkezettel rendelkező kristály minden rácspontjában $2S$ számú kompenzálatlan spinű elektront tartalmazó atom foglaljon helyet oly módon, hogy
2. a szomszédos atomok kicserélődési integráljai pozitívek legyenek;
3. az állapotfüggvények csak elhanyagolható mértékben fedjék egymást;
4. térbelileg változatlan alapállapotban tartózkodjanak az elektronok.

A fenti tulajdonságokkal rendelkező modell szokásos értelemben vett kvantummechanikai állapotegyenletének felírása nem jelent különös problémát. Jelöljük $\mathcal{U}_k(\vec{r}_{lm})$-el a $\vec{k}$ rácspontban levő atom magjának és az $\vec{l}$ rácspontban levő atom m-edik elektronjának, $\mathcal{V}(\vec{r}_{kn}-\vec{r}_{lm})$-el a $\vec{k}$ helyen levő atom n-edik, és az $\vec{l}$ helyen levő atom m-edik elektronjának elektrosztatikus kölcsönhatási energiáját, s végül $\vec{\mathfrak{M}}_{kn}$-el a $\vec{k}$ helyen levő atom n-edik elektronjának mágneses momentumát. A modell ún. teljes állapotegyenlete akkor a következőképpen írható fel:

$$\mathbf{H}\psi = \mathcal{E}\psi, \tag{1}$$

ahol

$$\mathbf{H} = \sum_k \mathbf{H}_k + \frac{1}{2}\sum_{k\neq l}\mathbf{H}_{kl},$$

$$\mathbf{H}_k = \sum_n \left[-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{kn} + \mathcal{U}_k(\vec{r}_{kn}) + \vec{\mathcal{H}}\vec{\mathfrak{M}}_{kn}\right] + \frac{1}{2}\sum_{n\neq m}\mathcal{V}(\vec{r}_{kn}-\vec{r}_{km}),$$

$$\mathbf{H}_{kl} = \sum_m \mathcal{U}_k(\vec{r}_{lm}) + \sum_n \mathcal{U}_l(\vec{r}_{kn}) + \sum_{n\neq m}\mathcal{V}(\vec{r}_{kn}-\vec{r}_{lm}),$$

ψ pedig a Pauli-elvnek megfelelően

$$\psi = \sum_p (-1)^p \mathbf{R}\varphi\mathbf{T}\chi,$$

ahol φ illetőleg $\mathbf{R}$ a konfigurációs-térbeli, χ illetve $\mathbf{T}$ a spintérbeli állapotfüggvény, illetőleg permutációs operátor, p pedig a permutációk száma.

Az (1) állapotegyenlet azonban, sajnos, közvetlenül nem alkalmas a ferromágneses jelenségek tanulmányozására. (1) Ugyanis a spintérbeli koordináták mellett tartalmazza a konfigurációs térbeli koordinátákat is, ami feles-

leges bonyodalomhoz vezet. Célszerű állapotegyenlethez akkor jutunk, ha kiküszöböljük (1)-ből a térbeli változókat.

Szorozzuk be (1)-et skalárisan φ-vel:

$$\left(\varphi \left| \sum_k \mathbf{H}_k + \frac{1}{2} \sum_{k \neq l} \mathbf{H}_{kl} \right| \psi\right) = \mathcal{E}(\varphi | \psi).$$

Máris olyan egyenlet áll előttünk, amely csak a spintérbeli változókat tartalmazza. Tegyük azonban ezt még egyszerűbbé.

Vegyük figyelembe e célból modellünk 3. sajátságát. Annak alapján azt kapjuk, hogy

$$\left(\mathcal{E}_0 + \sum_{kn} \vec{\mathcal{H}} \vec{\mathfrak{N}}_{kn} - \frac{1}{2} \sum_{kn \neq lm} \mathfrak{I}_{knlm} \mathbf{T}_{knlm}\right) \chi = \mathcal{E} \chi,$$

ahol $\mathfrak{I}_{knlm}$ a $\vec{k}_n$ és az $\vec{l}_m$-el jelzett elektron kicserélődési integrálja, $\mathbf{T}_{knlm}$ ugyanazon két elektron spintérbeli permutációs operátora, $\mathcal{E}_0$ pedig állandó.

Használjuk most fel, hogy egyrészt

$$\mathbf{T}_{knlm} = 2\left(\frac{1}{4} + \vec{\mathbf{S}}_{kn} \vec{\mathbf{S}}_{lm}\right), \quad \vec{\mathbf{M}}_{kn} = \mu \vec{\mathbf{S}}_{kn},$$

ahol $\vec{\mathbf{S}}_{kn}$ és $\vec{\mathbf{S}}_{lm}$ a szóban forgó elektronok spinoperátorai, μ a giromágneses tényező, másrészt $\mathfrak{I}_{knlm}$ jó közelítéssel független n és m-től. Ezek alapján a következő egyenlethez jutunk:

$$[\mu \vec{\mathcal{H}} \sum_k \vec{\mathbf{S}}_k - \sum_{k \neq l} \mathfrak{I}_{kl} \vec{\mathbf{S}}_k \vec{\mathbf{S}}_l] \chi = E \chi \tag{2}$$

ahol $\vec{\mathbf{S}}_k$ illetve $\vec{\mathbf{S}}_l$ a $\vec{k}$ illetve $\vec{l}$ helyen levő atomok össz-spinoperátorai, melyek a következő relációknak tesznek eleget:

$$\mathbf{S}_k^\alpha \mathbf{S}_l^\beta - \mathbf{S}_l^\beta \mathbf{S}_k^\alpha = i \mathbf{S}_k^\gamma \delta_{kl},$$

$$\vec{\mathbf{S}}_k \vec{\mathbf{S}}_k = S(S+1), \tag{3}$$

$$(\alpha, \beta, \gamma = x, y, z;\ y, z, x;\ z, x, y).$$

Ezzel megkaptuk a Heisenberg-modell állapotegyenletét.

2. *A Heisenberg-modell állapotegyenletének megoldásai*

A Heisenberg-modell állapotegyenletének birtokában magától értetődően az a feladatunk, hogy megkeressük annak megoldásait. Kezdjük a modell alapállapotához tartozó $|0\rangle$ állapotfüggvény előállításával.

Tudjuk, hogy alapállapotban (abszolút zérus fokon) a ferromágneses anyagok maximálisan mágnesezettek. Keressük ennek megfelelően $|0\rangle$-t azon

állapotfüggvény formájában, amely a modell mindenegyes spinjének a mágneses tér irányába, $-z$ irányába való beállását jelenti:

$$\mathbf{S}^z|0\rangle = -NS|0\rangle,$$

ahol $\mathbf{S}^z$ a modell össz-spinoperátorának a mágneses térrel ellenkező irányú, azaz z irányú komponense:

$$\mathbf{S}^z = \sum_k \mathbf{S}_k^z.$$

Könnyen beláthatjuk, hogy $|0\rangle$-val megoldásához jutottunk (2)-nek. A hozzátartozó sajátérték:

$$E_0 = -\mu SN\mathcal{H} - S^2 \sum_k \mathfrak{I}_k. \qquad (\mathcal{H} = |\vec{\mathcal{H}}|,\ \mathfrak{I}_k = \mathfrak{I}_{k+l,l})$$

Az állapotegyenlet következő megoldását azon $|1\rangle$ állapotfüggvényként kereshetjük, amelyben nem $-NS$, hanem $-NS+1$ a sajátértéke $\mathbf{S}^z$-nek:

$$\mathbf{S}^z|1\rangle = (-NS+1)|1\rangle.$$

Ilyen állapotfüggvényt legegyszerűbben az az $|1_k\rangle$ állapotfüggvény valósít meg, amelyhez mindenegyes spinnek alapállapota tartozik, kivéve a k-adikat, amely egyszeresen gerjesztve van:

$$\mathbf{S}_l^z|1_k\rangle = (-S+\delta_{kl})|1_k\rangle.$$

Az $|1_k\rangle$ állapotfüggvény azonban nem megoldása (2)-nek. Keressük ezért $|1\rangle$-et az $|1_k\rangle$ függvényekből képezett lineáris kombináció formájában:

$$|1\rangle = \sum_k C_k|1_k\rangle. \qquad \left(\sum_k |C_k|^2 = 1\right)$$

Könnyen beláthatjuk, hogy ilyen alakban már van megoldása (2)-nek, mégpedig a következő:

$$|1_\varkappa\rangle = N^{-1/2} \sum_k e^{i\vec{\varkappa}\vec{k}}|1_k\rangle, \tag{3}$$

ahol $\vec{\varkappa}$ valamelyik reciprok-rácsvektor. A megfelelő sajátenergia:

$$E_\varkappa = E_0 + \mathcal{E}_\varkappa, \tag{4}$$

ahol

$$\mathcal{E}_\varkappa = \mu\mathcal{H} + 2S \sum_k \mathfrak{I}_k[1 - e^{i\vec{\varkappa}\vec{k}}].$$

Az $|1_\varkappa\rangle$ állapotfüggvényekkel — mivel N számú reciprokrácsvektor létezik — újabb N számú megoldáshoz jutottunk [4].

A megoldások sorozata természetesen ezzel még nem ér véget. Több megoldást azonban — sajnos — nem fogunk találni. A többi megoldás megkeresése ugyanis olyan nehéz feladatot jelent, amelyet senkinek sem sikerült

megoldania. Olyan ponthoz jutottunk tehát, ahonnan csak a fentiekben követett szokásos kvantummechanikai módszertől eltérő módszer segítségével mehetünk tovább. Ez a módszer a spinhullámelmélet módszere.

III. A spinhullámelmélet

1. Történelmi áttekintés

A spinhullámelmélet *Bloch* [5] azon észrevételéből indul ki, hogy a ferromágneses jelenségeket alacsony hőmérséklet esetén az elektronspinek gerjesztéseinek, az ún. magnonoknak koherens, kollektív folyamataiként: spinhullám-folyamatokként lehet értelmezni.

Bloch még olyan gáznak tekintette a magnonok rendszerét, amelyben nem hatnak kölcsön az egyes magnonok (ideális magnongáz). Ezen föltevés érvényességének szűk területe miatt azonban később szükségessé vált a magnonok kölcsönhatásainak figyelembevétele is.

A magnonok kölcsönhatásait először *Holstein* és *Primakoff* [6] próbálták figyelembe venni. Az általuk felállított elmélettel azonban sem ők, sem mások nem jutottak helyes eredményhez. *Dyson* [10] ezért elvetette ezt az elméletet, és másik elméletet állított fel. *Dyson* törekvését siker koronázta: elméletével helyes eredményeket kapott.

Azt gondolhatnánk, hogy ezzel a két elmélet harca eldőlt. Ítéletünk azonban elhamarkodott lenne: *Oguchi* nemrég bebizonyította, a *Holstein—Primakoff* elmélet alapján is el lehet érni a *Dyson* által elért helyes eredményeket.

A spinhullámoknak e kétféle általános elmélete tehát jelenleg egyenlő esélyekkel rendelkezik. Mi éppen ezért párhuzamosan fogjuk őket tárgyalni.

2. Spinhullámok létezése

A spinhullámelmélet részletesebb kifejtéséhez mindenekelőtt meg fogjuk mutatni, hogy léteznek spinhullámok. Ehhez a Heisenberg-modell fentiekben talált megoldásait kell értelmeznünk.

Az elsőként talált $|0\rangle$ állapotfüggvény értelmezése nem jelent különösebb problémát. A $|0\rangle$ állapotfüggvény a Heisenberg-modell alapállapotát írja le, amelyben nincs spingerjesztés, azaz magnon.

Az $|1_\varkappa\rangle$ állapotfüggvényekkel jellemzett állapotok már nem ilyenek. Ezekben az állapotokban már találhatunk magnont, mégpedig pontosan egyet. Ez a magnon azonban nem egy meghatározott atomnál található, hanem bizonyos valószínűséggel mindegyiknél. Emiatt ezek az állapotfüggvények részletesebb vizsgálatra szorulnak.

Számítsuk ki elsőnek azt, hogy mekkora $W(\vec{k})$ valószínűséggel találhatjuk a kérdéses magnont valamely $\vec{k}$-adik atomnál. (3) alapján

$$W(k) = |C_k|^2 = N^{-1}.$$

Azt kaptuk tehát, hogy a magnont minden atomnál egyenlő valószínűséggel találhatjuk.

Nézzük most meg, hogy mekkora fáziskülönbséggel találhatjuk az egyes atomoknál e magnont. $\vec{\delta}$-val jelölve az egyik rácsvonal alapvektorát — azt kapjuk, hogy

$$\Delta\psi = \vec{\varkappa}\vec{\delta}.$$

Tehát: a rácsvonalak mentén mindenütt azonos a szomszédos atomokra vonatkozó fáziskülönbség.

A magnonoknak e két tulajdonsága alapján már el tudjuk végezni az $|1_\varkappa\rangle$ állapotfüggvények értelmezését. A magnonok e két tulajdonsága arra mutat, hogy azokat mint „kvázi részecskéket" — hullámtulajdonságokkal rendelkezőknek kell elképzelnünk. Az $|1_\varkappa\rangle$ állapotfüggvények tehát a magnonok hullámállapotait jelentik.

E hullámtulajdonságokkal rendelkező magnonokat spinhullámoknak szokás nevezni.

3. *Lineáris spinhullámelmélet*

Az a felismerés, hogy a Heisenberg-modell alapállapotot követő állapotai olyanok, amelyekben egy-egy hullámtulajdonsággal rendelkező magnon, egy-egy spinhullám van gerjesztve — a Heisenberg-modell alapproblémájának megoldása szempontjából igen fontos körülmény. Ez a körülmény ugyanis lehetővé teszi, hogy kiszámítsuk a modell legfontosabb jellemzőjét, a modell mágnesezettségét anélkül, hogy meg kellene oldanunk az állapotegyenletet.

Tegyük fel, — ez a lineáris spinhullámelmélet alapfeltevése — hogy a magnonok nem állnak kölcsönhatásban egymással. A Heisenberg-modell magasabb energiájú állapotait akkor úgy tekinthetjük, mint nagyszámú magnon ideális sokaságát; mint ideális magnongázt. Ebben az esetben viszont alkalmazhatjuk problémánk megoldására a statisztikus fizika módszereit.

Valóban, számítsuk ki először ezen ideális gáz állapotösszegét. Bevezetve a $\beta = (kT)^{-1}$ jelölést — azt kapjuk, hogy

$$Z(T, \mathcal{H}) = \sum_{n_{\varkappa_1}} \cdots \sum_{n_{\varkappa_N}} \exp\left(-\beta \sum_{\varkappa} n_\varkappa \mathcal{E}_\varkappa\right) = \sum_{n_{\varkappa_1}} \cdots \sum_{n_{\varkappa_N}} \prod_{\varkappa} \exp\left(-\beta n_\varkappa \mathcal{E}_\varkappa\right) =$$

$$= \prod_{\varkappa} \sum_{n} \exp\left(-\beta n_\varkappa \mathcal{E}_\varkappa\right) = \prod_{\varkappa} \frac{1}{1 - \exp\left(-\beta \mathcal{E}_\varkappa\right)}.$$

Alkalmazzuk Z ezen kifejezésére a mágnesezettség

$$\sigma(T, \mathcal{H}) = 1 + (\mu\beta N)^{-1} \frac{\partial \ln Z}{\partial \mathcal{H}}$$

definíciós képletét. Az alábbi kifejezéshez jutunk:

$$\sigma(T, \mathcal{H}) = 1 - N^{-1} \sum_{\varkappa} \frac{1}{\exp(\beta \mathcal{E}_\varkappa) - 1}.$$

A kiértékelés céljából térjünk át most összegezésről integrálásra:

$$N^{-1} \sum_{\varkappa} \frac{1}{\exp(\beta \mathcal{E}_\varkappa) - 1} = \frac{\delta^3}{(2\Pi)^3} \int \frac{\delta_\varkappa}{\exp(\beta \mathcal{E}_\varkappa) - 1}.$$

Az így kapott integrált $\mathcal{H} = 0$ esetén, $\mathcal{E}_\varkappa$ következő közelítése alapján számítsuk ki:

$$\mathcal{E}_\varkappa|_{\mathcal{H}=0} = 2S \sum_k \mathfrak{I}_k [1 - e^{i\vec{\varkappa}\vec{k}}] = 2S \sum_k \mathfrak{I}_k [1 - (1 + i\vec{\varkappa}\vec{k} - \frac{1}{2}(\vec{\varkappa}\vec{k})^2 + \ldots)] \approx$$

$$\approx 2S \frac{1}{2} \sum_k \mathfrak{I}_k (\vec{\varkappa}\vec{k})^2 \approx 2S \frac{1}{2} \sum_k \mathfrak{I}_k \frac{1}{3} \varkappa^2 k^2 \approx 2S\delta^2 \mathfrak{I} \varkappa^2 \qquad (\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_\delta)$$

Az integrál ennek alapján a következőt adja:

$$\frac{\delta^3}{(2\Pi)^3} \int \frac{d(\vec{\varkappa})}{\exp(\beta \mathcal{E}_\varkappa) - 1} = \xi(3/2)(4\Pi S \mathfrak{I} \beta)^{-3/2}$$

ahol $\zeta(x)$ a Riemann-függvény. Végeredményben tehát azt írhatjuk, hogy

$$\sigma(T, 0) = 1 - \alpha_0 T^{3/2}, \tag{5}$$

ahol

$$\alpha_0 = \zeta(3/2) \left(\frac{k}{4\Pi S \mathfrak{I}} \right)^{3/2}.$$

Ez a mágnesezettségnek az ún. 3/2-es törvénye. E törvény — amelyet *Bloch* vezetett le először — jól egyezik a tapasztalattal.

4. Az általános spinhullámelmélet

a) *A lineáris spinhullámelmélet hiányosságai*

A lineáris spinhullámelmélet — mint láttuk — bizonyos mértékben már képes pótolni azt a hiányt, amelyet az ismeretlen állapotfüggvények jelentenek a mágnesség Heisenberg-modellre épülő elméletében. A spinhullámok ezen lineáris elméletével azonban még nem lehetünk megelégedve. A lineáris spinhullámelmélet ugyanis azon a föltevésen alapul, hogy a spinhullámok köl-

csönhatása elhanyagolható, valójában pedig azt sem tudjuk, hogy mekkora ez a kölcsönhatás. Nyilvánvaló tehát, hogy ki kell dolgoznunk a spinhullámok általános elméletét, amely a spinhullámok kölcsönhatásairól is számot ad.

b) *A magnonok keltő és megsemmisítő operátorai, valamint azok kapcsolata a spinoperátorokkal*

Ahhoz, hogy a spinhullámok általános elméletét ki tudjuk fejteni, ki kell egészítenünk mindenekelőtt a lineáris spinhullámelmélet matematikai apparátusát: a kölcsönhatások leírása céljából meg kell határoznunk a magnonok keltő és megsemmisítő operátorait, a modell Hamilton-operátorának ezen operátorokkal való felírása céljából pedig meg kell határoznunk ezen operátoroknak a spinoperátorokkal való kapcsolatát.

A magnonkeltő és magnonmegsemmisítő operátorok meghatározásához azokból az összefüggésekből kell kiindulnunk, amelyek lényegében bármely kvantumelméleti részecske vagy kvázi-részecske esetén fönnállnak. Jelöljük $\mathbf{B}_{\varkappa}^{+}$, illetve $\mathbf{C}_{\varkappa}$-val valamely $\vec{\varkappa}$ hullámvektorral jellemzett részecske, vagy kvázi-részecske keltő ill. megsemmisítő operátorát.

Ezek az összefüggések akkor a következők:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\varkappa}^{+} &= N^{-1/2} \sum_{k} e^{i \vec{k} \vec{\varkappa}} \mathbf{B}_{k}^{+} \\ \mathbf{C}_{\varkappa} &= N^{-1/2} \sum_{k} e^{-i \vec{k} \vec{\varkappa}} \mathbf{C}_{k} \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{n}_k \mathbf{B}_k^{+} - \mathbf{B}_k^{+} \mathbf{n}_k = \mathbf{B}_k^{+} \\ &\mathbf{n}_k C_k - \mathbf{C}_k \mathbf{n}_k = -\mathbf{C}_k \\ &(\mathbf{B}_k)^M = 0 \quad (\mathbf{C}_k)^M = 0 \\ &\mathbf{n}_k = \mathbf{B}_k^{+} \mathbf{C}_k \end{aligned} \tag{7}$$

ahol M véges, vagy végtelen pozitív egész szám.

Bár ezek az összefüggések még nem határozzák meg teljesen a $\mathbf{B}_k^{+}$, $\mathbf{C}_k$ operátorokat — először mégis azzal kell foglalkoznunk, hogy megállapítsuk az $\vec{\mathbf{S}}_k$ spinoperátor $\mathbf{S}_k^{x}$, $\mathbf{S}_k^{y}$, $\mathbf{S}_k^{z}$ komponenseivel való kapcsolatukat. Ez a kapcsolat fogja ugyanis teljessé tenni a $\mathbf{B}_k^{+}$, $\mathbf{C}_k$ operátorok meghatározását is.

Kezdjük az $\mathbf{S}_k^{z}$ és a $\mathbf{B}_k^{+}$, $\mathbf{C}_k$ operátorok kapcsolatának megállapításával. (7) alapján könnyen beláthatjuk, hogy $\mathbf{n}_k$ sajátértékei a

$$0, 1, \ldots M$$

egész számok. Tudjuk másrészt, hogy $\mathbf{S}_k^{z}$ sajátértékei a

$$-S, -S+1, \ldots S-1, S$$

egész számok. A kettő összevetéséből azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_k^z &= -S + \mathbf{n}_k, \\ M &= 2S \end{aligned} \tag{8}$$

Foglalkozzunk most az $\mathbf{S}_k^x$, $\mathbf{S}_k^y$ operátoroknak a $\mathbf{B}_k^+$, $\mathbf{C}_k$ operátorokkal való kifejezésével. Vezessük be e célból a következő jelöléseket:

$$\mathbf{S}_k^{\pm} = \mathbf{S}_k^x \pm i\mathbf{S}_k^y.$$

E jelölésekkel — mint arról (3) alapján meggyőződhetünk — felírhatjuk az alábbi egyenlőséget:

$$\mathbf{S}_k^+ \mathbf{S}_k^- = (S + \mathbf{S}_k^z)(S + 1 - \mathbf{S}_k^z).$$

Helyettesítsük be ide $\mathbf{S}_k^z$-nek (8)-beli alakját. (7)-et felhasználva azt kapjuk, hogy

$$\mathbf{S}_k^+ \mathbf{S}_k^- = 2S\,\mathbf{B}_k^+ \left(1 - \frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right) \mathbf{C}_k.$$

Ha ezt az egyenlőséget szemügyre vesszük, akkor lényegében a következő összefüggéseket sejthetjük az $\mathbf{S}_k^x$, $\mathbf{S}_k^y$ helyett álló $\mathbf{S}_k^+$, $\mathbf{S}_k^-$ és $\mathbf{B}_k^+$, $\mathbf{C}_k$ operátorok között:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_k^+ &= \sqrt{2S}\,\mathbf{B}_k^+ \left(1 - \frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right)^{1/2}, \\ \mathbf{S}_k^- &= \sqrt{2S}\left(1 - \frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right)^{1/2} \mathbf{C}_k, \end{aligned} \tag{9a}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_k^+ &= \sqrt{2S}\,\mathbf{B}_k^+, \\ \mathbf{S}_k^- &= \sqrt{2S}\left(1 - \frac{n_k}{2S}\right) \mathbf{C}_k. \end{aligned} \tag{9b}$$

El kell döntenünk persze, hogy melyik a helyes összefüggéspár. (3) és (7) alapján azonban arra a következtetésre jutunk, hogy mind a kettő: mind (9a), mint pedig (9b) helyes összefüggéseket jelent az $\mathbf{S}_k^+$, $\mathbf{S}_k^-$ és a $\mathbf{B}_k^+$, $\mathbf{C}_k$ operátorok között. A következőkben párhuzamosan fogjuk őket használni.

A keresett összefüggések megállapítása után nézzük most meg, hogy miképpen válik teljessé a $\mathbf{B}_k^+$, $\mathbf{C}_k$ operátorok meghatározása. Az $\mathbf{S}_k^x$, $\mathbf{S}_k^y$ operátorok hermitikus voltából következő

$$\mathbf{S}_k^+ = (\mathbf{S}_k^-)^+$$

összefüggés, valamint a (3) egyenletek alapján ellenőrizhetjük: oly módon, hogy (7) és (9a)-t kiegészíti a

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{C}_k \tag{10a}$$

összefüggés, (7) és (9b)-t pedig a

$$\mathbf{B}_k = \left(1 - \frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right)\mathbf{C}_k \tag{10b}$$

összefüggés.

Bevezetve tehát az (a) esetben az

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{B}_k = \mathbf{C}_k$$

jelölést, (b) esetben pedig a

$$\mathbf{b}_k = \mathbf{B}_k \quad \mathbf{c}_k = \mathbf{C}_k$$

jelöléseket — a következőképpen foglalhatjuk össze a (6), (7), (8), (9) és (10) összefüggéseket:

$$\mathbf{a}_\varkappa^+ = N^{-1/2} \sum_k e^{i\vec{\varkappa}\vec{k}}\, \mathbf{a}_k^+$$

$$\mathbf{a}_\varkappa = N^{-1/2} \sum_k e^{-i\vec{\varkappa}\vec{k}}\, \mathbf{a}_k$$

$$\mathbf{n}_k \mathbf{a}_k^+ - \mathbf{a}_k^+ \mathbf{n}_k = \mathbf{a}_k^+ \qquad \mathbf{n}_k = \mathbf{a}_k^+ \mathbf{a}_k$$

$$\mathbf{n}_k \mathbf{a}_k - \mathbf{a}_k \mathbf{n}_k = -\mathbf{a}_k \qquad (\mathbf{a}_k^+)^{2S} = (\mathbf{a}_k)^{2S} = 0 \tag{11a}$$

$$\mathbf{S}_k^z = -S + \mathbf{n}_k$$

$$\mathbf{S}_k^+ = \sqrt{2S}\, \mathbf{a}_k^+ \left(1 - \frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right)^{1/2}$$

$$\mathbf{S}_k^- = \sqrt{2S} \left(1 - \frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right)^{1/2} \mathbf{a}_k,$$

$$\mathbf{b}_k^+ = N^{-1/2} \sum_k e^{i\vec{\varkappa}\vec{k}}\, \mathbf{b}_k^+$$

$$\mathbf{c}_\varkappa = N^{-1/2} \sum_k e^{-1\vec{\varkappa}\vec{k}}\, \mathbf{c}_k$$

$$\mathbf{n}_k \mathbf{b}_k^+ - \mathbf{b}_k^+ \mathbf{n}_k = \mathbf{b}_k^+ \qquad \mathbf{n}_k = \mathbf{b}_k^+ \mathbf{c}_k$$

$$\mathbf{n}_k \mathbf{c}_k - \mathbf{c}_k \mathbf{n}_k = -\mathbf{c}_k \qquad (\mathbf{b}_k^+)^{2S} = (\mathbf{c}_k)^{2S} = 0 \tag{11b}$$

$$\mathbf{b}_k = \left(1 - \frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right)\mathbf{c}_k$$

$$\mathbf{S}_k^z = -S + \mathbf{n}_k$$

$$\mathbf{S}_k^+ = \sqrt{2S}\, \mathbf{b}_k^+$$

$$\mathbf{S}_k^- = \sqrt{2S} \left(1 - \frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right)\mathbf{c}_k.$$

c) *Az általános spinhullámelmélet kifejtése*

A magnonok keltő, és megsemmisítő operátorait, valamint azok kapcsolatait meghatározó (11) összefüggések birtokában hozzáfoghatunk az általános spinhullámelmélet matematikai kifejtéséhez: átírhatjuk a (2)-ben szereplő

$$\mathbf{H} = \mu \vec{\mathcal{H}} \sum_k \vec{\mathbf{S}}_k - \sum_{k \neq l} \mathcal{J}_{kl} \vec{\mathbf{S}}_k \vec{\mathbf{S}}_l \tag{12}$$

Hamilton-operátort a magnonok nyelvére.

Valóban, fejezzük ki (12)-t először az $\mathbf{a}_k^+, \mathbf{a}_k$ illetve $\mathbf{b}_k^+, \mathbf{c}_k$ operátorokkal. Az (a) esetben az

$$\left(1 - \frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{\mathbf{n}_k}{2S}\right)^2 - \cdots$$

sorfejtést használva azt kapjuk, hogy

$$\mathbf{H}^{(a)} = -\mu\mathcal{H}S - \sum_k \mathcal{J}_k S^2 + \mu\mathcal{H} \sum_k \mathbf{a}_k^+ \mathbf{a}_k + 2S \sum_{k \neq l} \mathcal{J}_{kl} [\mathbf{a}_k^+ \mathbf{a}_k - \mathbf{a}_k^+ \mathbf{a}_l] +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k \neq l} \mathcal{J}_{kl} \left[\left(1 + \frac{1}{8S}\right) \mathbf{a}_k^+ \mathbf{a}_l^+ \mathbf{a}_l \mathbf{a}_l + \left(1 + \frac{1}{8S}\right) \mathbf{a}_k^+ \mathbf{a}_k^+ \mathbf{a}_l \mathbf{a}_l - 2\mathbf{a}_k^+ \mathbf{a}_l^+ \mathbf{a}_k \mathbf{a}_l \right] + \cdots \tag{13a}$$

a (b) esetben pedig azt, hogy

$$\mathbf{H}^{(b)} = -\mu\mathcal{H}S - \sum_k \mathcal{J}_k S^2 + \mu\mathcal{H} \sum_k \mathbf{b}_k^+ \mathbf{c}_k + 2S \sum_{k \neq l} \mathcal{J}_{kl} [\mathbf{b}_k^+ \mathbf{b}_k - \mathbf{b}_k^+ \mathbf{c}_l] +$$

$$+ \sum_{k \neq l} \mathcal{J}_{kl} [\mathbf{b}_k^+ \mathbf{b}_l^+ \mathbf{c}_l \mathbf{c}_l - \mathbf{b}_k^+ \mathbf{b}_l^+ \mathbf{c}_k \mathbf{c}_l]. \tag{13b}$$

Fejezzük most ki (13a)-t illetve (13b)-t az $\mathbf{a}_\varkappa^+, \mathbf{a}_\varkappa$ illetve $\mathbf{b}_\varkappa^+, \mathbf{c}_\varkappa$ operátorokkal. Az elsőből azt kapjuk, hogy

$$\mathbf{H}^{(a)} = E_0 + \sum_\varkappa \mathcal{E}_\varkappa \mathbf{a}_\varkappa^+ \mathbf{a}_\varkappa + \sum_{\varkappa\mu\nu} \Gamma^{(a)}_{\varkappa,\mu\nu} \mathbf{a}_{\mu+\varkappa}^+ \mathbf{a}_{\nu-\varkappa}^+ \mathbf{a}_\mu \mathbf{a}_\nu + \cdots, \tag{14a}$$

a másodikból pedig azt, hogy

$$\mathbf{H}^{(b)} = E_0 + \sum_\varkappa \mathcal{E}_\varkappa \mathbf{b}_\varkappa^+ \mathbf{c}_\varkappa + \sum_{\varkappa\mu\nu} \Gamma^{(b)}_{\varkappa,\mu\nu} \mathbf{b}_{\mu+\varkappa}^+ \mathbf{b}_{\nu-\varkappa}^+ \mathbf{c}_\mu \mathbf{c}_\nu, \tag{14b}$$

amelyekben

$$E_0 = -\mu\mathcal{H}S - \sum_k \mathcal{J}_k S^2$$

$$\mathcal{E}_\varkappa = \mu\mathcal{H} + 2S[g_0 - g_\varkappa]$$

$$\Gamma^{(a)}_{\varkappa,\mu\nu} = N^{-1}\left[\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{8S}\right) g_{\mu+\varkappa} + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{8S}\right) g_\nu - g_\varkappa\right]$$

$$\Gamma^{(b)}_{\varkappa,\mu\nu} = N^{-1}\left[\frac{1}{2} g_{\mu+\varkappa} + \frac{1}{2} g_{\nu-\varkappa} - g_\varkappa\right].$$

$$g_\lambda = \sum_l \mathcal{J}_l e^{i l \lambda}$$

Megkapva a modell Hamilton-operátorát a magnonok operátoraival, áttérhetünk eredményeink fizikai értelmezésére.

d) *A Holstein—Primakoff-féle és a Dyson-féle spinhullámelmélet*

A Heisenberg-modell Hamilton-operátorának előbb kapott kifejezéseit azok értelmezése szempontjából két részre célszerű bontani. Az (a) esetben

$$\mathbf{H}^{(a)} = \mathbf{H}_0^{(a)} + \mathbf{H}_1^{(a)},$$

ahol

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0^{(a)} &= \sum_{\varkappa} \mathscr{E}_{\varkappa} \mathbf{a}_{\varkappa}^{+} \mathbf{a}_{\varkappa}, \\ \mathbf{H}_1^{(a)} &= \sum_{\varkappa\mu\nu} \Gamma^{(a)}_{\varkappa,\mu\nu} \mathbf{a}_{\mu+\varkappa}^{+} \mathbf{a}_{\nu-\varkappa}^{+} \mathbf{a}_{\mu} \mathbf{a}_{\nu} + \cdots, \end{aligned} \tag{15a}$$

a (b) esetben pedig

$$\mathbf{H}^{(b)} = \mathbf{H}_0^{(b)} + \mathbf{H}_1^{(b)},$$

ahol

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0^{(b)} &= \sum_{\varkappa} \mathscr{E}_{\varkappa} \mathbf{b}_{\varkappa}^{+} \mathbf{c}_{\varkappa}, \\ \mathbf{H}_1^{(b)} &= \sum_{\varkappa\mu\nu} \Gamma^{(b)}_{\varkappa,\mu\nu} \mathbf{b}_{\mu+\varkappa}^{+} \mathbf{b}_{\nu-\varkappa}^{+} \mathbf{c}_{\mu} \mathbf{c}_{\nu}, \end{aligned} \tag{15b}$$

(a konstans E_0-t elhagytuk.)

A $\mathbf{H}^{(a)}, \mathbf{H}^{(b)}$ operátorok ezen felbontásainak közös sajátságait könnyű megállapítani: az első tagok — $\mathbf{H}_0^{(a)}$ és $\mathbf{H}_0^{(b)}$ — a magnonok sajátenergiás Hamilton-operátorait, a második tagok — $\mathbf{H}_1^{(a)}$ és $\mathbf{H}_1^{(b)}$ — pedig a magnonok kölcsönhatási Hamilton-operátorait jelentik. Vannak azonban eltérések is az (a) és (b) felbontás között.

Vizsgáljuk meg először az első tagok által okozott különbségeket. Képezzük e célból azok sajátfüggvényeit. Könnyen megállapíthatjuk, hogy $\mathbf{H}_0^{(a)}$ sajátfüggvényeit az

$$|n\rangle_a = \{n\}_a \prod_{\varkappa} (\mathbf{a}_{\varkappa}^{+})^{n_{\varkappa}} |0\rangle, \tag{16a}$$

$\mathbf{H}_0^{(b)}$ sajátfüggvényeit pedig az

$$|n\rangle_b = \{n\}_b \prod_{\varkappa} (\mathbf{b}_{\varkappa}^{+})^{n_{\varkappa}} |0\rangle \tag{16b}$$

függvények alkotják, amelyekben $n_{\varkappa}$ a $\vec{\varkappa}$-val jellemzett magnonok száma, n ezek összessége, $\{n\}$ pedig normálási tényező.

Nos, a (16a) és (16b) függvényrendszerek igen fontos eltérést mutatnak egymástól. Míg a (16a) függvényrendszer tagjai ortogonálisak egymásra, addig a (16b) függvényrendszer tagjai általában nem.

Fizikailag ez azt jelenti, hogy míg a (16a) állapotfüggvények szabad, kölcsönhatásmentes állapotokat írnak le, addig (16b) állapotfüggvények kötött, kölcsönhatásban levő állapotokat jellemeznek.

A magnonok ezen, csak a (b) esetben fellépő kölcsönhatását kinematikai kölcsönhatásnak nevezzük.

Foglalkozzunk most a $\mathbf{H}^{(a)}, \mathbf{H}^{(b)}$ operátorok második tagjaival. Azok az eltérések, amelyeknek ezek a tagok az okozói, még szembetűnőbbek az első tagok által okozott eltéréseknél. Pusztán ránézésre megállapíthatjuk ugyanis, hogy míg $\mathbf{H}_1^{(b)}$ csupán páronkénti ütközéseket ír elő, addig $\mathbf{H}_1^{(a)}$ kettőnél nagyobb számú magnon kölcsönhatását is megengedi. $\Gamma^{(b)}_{\varkappa,\mu\nu}$ és $\Gamma^{(a)}_{\varkappa,\mu\nu}$ különbözősége folytán persze a páronkénti ütközések sem egyenlő valószínűséggel mennek végbe.

A magnonoknak a $\mathbf{H}_1^{(a)}$, $\mathbf{H}_1^{(b)}$ operátorok által előírt kölcsönhatását dinamikai kölcsönhatásnak nevezzük.

A fentiek azt mutatják, hogy az (a) és (b) esetben az általános spinhullámelmélet két változatáról van szó. Az elsőt Holstein—Primakoff-féle, a másodikat pedig Dyson-féle spinhullámelméletnek nevezzük.

e) *A mágnesezettség számítása az általános spinhullámelmélet alapján*

Az előzőkben megismertük az általános spinhullámelméletet, amely — szemben a lineáris spinhullámelmélettel — számot ad a magnonok kölcsönhatásairól is. Az általános spinhullámelmélet jelentősége ebből kifolyólag abban áll, hogy pontosabb, megalapozottabb számításokat tesz lehetővé, mint a lineáris spinhullámelmélet.

Számítsuk ki ennek bizonyítására most is a modell mágnesezettségét. A mágnesezettséghez ismét az állapotösszeget kell meghatároznunk. Határozzuk meg azt a statisztikus kvantumelmélet

$$\mathrm{Spur}\,(e^{-\beta\mathbf{H}}) = \mathrm{Spur}\left\{e^{-\beta\mathbf{H}_0}\left[1 - \int_0^\beta e^{\mathbf{H}_0 t}\,\mathbf{H}_1 e^{-\mathbf{H}_0 t}\,dt + \cdots\right]\right\}$$

perturbációs képlete alapján úgy, hogy a magnonok kölcsönhatásából csak $1/S$ nagyságrendű tagokat veszünk figyelembe. [13]

Részletesebb számításokkal azt kapjuk, hogy

$$Z(T,\mathcal{H}) = \prod_{\varkappa} \frac{1}{1-\exp(-\beta\mathcal{E}_\varkappa)} \cdot$$

$$\cdot\left\{1 + \left(1+\frac{c}{S}\right)\frac{\beta\mathcal{J}}{4N}\sum_{\varkappa_1\varkappa_2}\frac{\varkappa_{1x}^2\varkappa_{2x}^2 + \varkappa_{1y}^2\varkappa_{2y}^2 + \varkappa_{1z}^2\varkappa_{2z}^2}{(\exp(\beta\mathcal{E}_{\varkappa_1})-1)(\exp(\beta\mathcal{E}_{\varkappa_2})-1)} + \cdots\right\},$$

ahol $c = 0,2$, ha a Holstein—Primakoff-féle elmélet alapján számolunk, és $c = 0,3$, ha a Dyson-féle elméletet használjuk.

Ha most alkalmazzuk erre a mágnesezettség

$$\sigma(T,\mathcal{H}) = 1 + (\beta\mu N)^{-1}\frac{\partial \ln Z}{\partial \mathcal{H}}$$

definíciós képletét, akkor $\mathcal{H} = 0$ esetén (5) levezetéséhez hasonló módon azt kapjuk, hogy

$$\sigma(T,0) = 1 - \alpha_0 T^{3/2} - \alpha_1 T^{5/2} - \alpha_2 T^{7/2} - \beta_0 T^4, \tag{17}$$

ahol

$$\alpha_0 = \zeta(3/2)\,\theta^{-3/2}$$

$$\alpha_1 = \frac{4\pi}{3} S^{-1} \zeta(5/2)\,\theta^{-5/2}$$

$$\alpha_2 = \frac{33\pi^2}{32} S^{-1} \zeta(7/2)\,\theta^{-7/2}$$

$$\beta_0 = \frac{3\pi}{2}\left(1 + \frac{c}{S}\right) S^{-2} \zeta(3/2)\,\xi(5/2)\,\theta^{-4}$$

$$\theta = \frac{4\pi S \mathfrak{J}}{k}.$$

A mágnesezettségnek ezt a képletét a Dyson-féle spinhullámelmélet alapján maga Dyson, a Holstein—Primakoff-féle elmélet alapján pedig Oguchi vezette le először.

A fenti képlet első két tagja megegyezik a lineáris spinhullámelmélet alapján kapott eredménnyel, (5)-el. Meg lehetett volna kapni a következő két tagot is a lineáris elmélet keretei között, hiszen azok is magnonok sajátenergiáiból származnak. Ott azonban illuzórikus lett volna ezekkel a tagokkal foglalkozni, mert ott még nem tudtuk, hogy melyik hatványánál jelentkezik a magnonok kölcsönhatásából származó tag. Most már tudjuk: a magnonok kölcsönhatásai T negyedik hatványával jelentkeznek a mágnesezettség képletében.

5. A spinhullámelmélet összefoglalása

A fentiekkel a ferromágnesség alacsony hőmérsékleten érvényes elméletének, a spinhullámelméletnek a tárgyalását befejeztük.

Tárgyalásunk elején bebizonyítottuk, hogy a ferromágneses kristályok alacsony energiájú állapotaiban spinhullámok léteznek. A spinhullámok létére alapozva kifejtettük röviden a lineáris spinhullámelméletet, amely ideális gáznak tekinti a spinhullámok rendszerét. Utána megismerkedtünk az általános spinhullámelmélettel, amely pontosan figyelembe veszi a spinhullámok kölcsönhatásait is.

Befejezésül az alábbi olyan megállapításokat szeretnénk kiemelni, amelyeken érdemes elgondolkodni.

Mindenekelőtt azt, hogy — amint azt láttuk — a mágnesség elméletében, a Heisenberg-modell „spinterének" tárgyalásánál is az a módszer veze-

tett sikerre, amelyet az elektron-, foton-, stb. terek leírására alkalmaz a kvantumtérelmélet.

Másodiknak azt, amelyet a spinhullámelmélet kétféle változatának létezése jelent: a kvantumtérelméletben erre nincs példa.

A harmadik figyelemre méltó tény: a spinhullámelmélet csak a Curie-hőmérsékletnél jóval alacsonyabb hőmérsékleteken használható. Magasabb hőmérsékleteken ugyanis a magnonkölcsönhatások olyan erősekké válnak, hogy nincs értelme spinhullámokról beszélni; a pertubációs elmélet nem alkalmazható. A magas hőmérsékletű jelenségek hasonló kérdést jelentenek tehát a mágnesség elméletében, mint az erős kölcsönhatások a kvantumtérelméletben.

IRODALOM

[1] *J. I. Frenkel*, Zs. f. Phys. *49*, 31, 1928.
[2] *W. Heisenberg*, Zs. f. Phys., *49*, 619, 1928.
[3] *N. N. Bogoljubov, Sz. V. Tyablikov*, Izv. Akad. Nauk Sz. Sz. Sz. R., *21*, 849, 1957; *Zs. E. T. F. 19*, 256, 1949, *Siklós Tivadar*, Magy. Fiz. Foly., *5*, 451, 1957 *6*, 579, 1958.
[4] *J. C. Sláter*, Phys. Rev, *34*, 1923, 1929.
[5] *F. Bloch*, Zs. f. Phys. *61*, 206, 1930.
[6] *T. Holstein, H. Primakoff*, Phys. Rev., *58*, 1908, 1940.
[7] *M. R. Schafroth*, Proc. Phys. Soc., A *67*, 33, 1954.
[8] *G. Heber*, Z. f. Naturforsch, *99*, 91, 1954.
[9] *H. A. Kramers*, Comm. Kammerling O. Lab. suppl. No 83, 1936.
[10] *F. J. Dyson*, Phys. Rev. *102*, 1217, 1956.
[11] *F. J. Dyson*, Phys. Rev., *102*, 1230, 1956.
[12] *F. Bloch*, Zs. f. Phys. *63*, 295, 1931.
[13] *T. Oguchi*, Phys. Rev., *117*, 117, 1960.

EGYSZERŰ MÓDSZER NAGY EGYKRISTÁLYOK ELŐÁLLÍTÁSÁRA ALACSONY OLVADÁSPONTÚ FÉMEKBŐL*

KRÉN EMIL és SZABÓ PÁL
Központi Fizikai Kutató Intézet, Szilárdtestfizikai Laboratórium, Budapest

Építettünk egy kemencét alacsony olvadáspontú fémek nagy egykristályainak egyszerű módon: kályha- vagy tégelymozgatás és kristálycsírával való beoltás nélkül történő előállítására. A kemencét sikerrel alkalmaztuk neutronmonokromatizálás céljára alkalmas nagy Pb-egykristályok előállítására.

1. Bevezetés

Az Intézetünkben tervezett és épített neutrondiffraktométerhez nagy egykristályokra volt szükségünk mint monokromátorokra. Megfontolásaink szerint legcélszerűbb Pb-egykristályok alkalmazása erre a célra.

Az előállítandó egykristályok nagyságát az a követelmény határozta meg, hogy belőlük kb. 20 cm hosszú, 5 cm magas, 2 cm vastag, megfelelő krisztallográfiai orientációjú kristálylemez legyen kivágható. 5'-től 20'-ig változó szélességű mozaik-eloszlással rendelkező kristályokra van szükség. Nagyobb orientáció-hibák, deformációk nem engedhetők meg.

A következőkben leírjuk a berendezést, amellyel megfelelő Pb-egykristályokat állítottunk elő. Az előállításhoz sem kályha-, sem tégelymozgatásra, sem kristálycsírával való beoltásra nem volt szükség. A berendezés egyszerű, létrehozása nem jár nagy költséggel.

A berendezésben készített Pb-egykristályokat röntgen- és neutrondiffrakciós vizsgálatoknak vetettük alá. Vizsgálatainkkal megállapítottuk, hogy az előállított kristályok kivétel nélkül megfelelő minőségűek. E vizsgálatainkat a berendezés leírása után ismertetjük röviden.

2. Pb-egykristályok előállítása

Az egykristály-előállításhoz a következő követelmények teljesülése szükséges. A kristályosodás sebessége megfelelő legyen. A kristályosodás helyén elég nagy legyen a hőmérsékleti gradiens. A kristályosodás megindulását kis kristálycsíra behelyezésével, vagy az olvasztótégely megfelelő helyén csúcsalak kiképzésével kell elősegítenünk. A tégely fala egyébként nagyon síma

* Érkezett 1961. január 12.

legyen, hogy máshol ne keletkezzenek könnyen kristálygócok. A tégely anyaga az olvadékkal szemben inert legyen.

A kristályelőállításra általunk alkalmazott elv már régen ismert [1]. Hengeres alakú, alul finom csúcsban végződő tégelyben megolvasztjuk a fémet. Az olvasztókemence fűtése olyan, hogy az olvadékban alulról felfelé megfelelő gradiensü hőmérsékletemelkedés van. Az olvadékot lassan engedjük lehűlni, miközben a hőmérsékleti gradiens csak kevéssé változik. Így az olvadék először a tégely csúcsában dermed meg, és a kristályosodás onnan halad felfelé a lehűtésnek megfelelően.

Ilyen rendszerű kemencéknek a mozgatásos módszerekkel szemben az a hátrányuk, hogy a kellő hőmérsékleti gradiensnek a tégely egész hosszában fenn kell állnia, és így nagyobb egykristályok előállítása esetén a tégely és a kemence felső része az előállítandó kristály olvadáspontjánál jóval magasabb hőmérsékletre kerül. Mivel ez csak bizonyos határig engedhető meg, korlátozva van a hőmérsékleti gradiens értéke. Ennek ellenére ezt az elvet újabban ismét felhasználták vákuumkemencék készítésére [2].

Esetünkben, tekintettel a szükséges hőmérsékleti gradiens viszonylag kicsi voltára és a vákuumrendszer szükségességére, ez az elv szintén jól alkalmazható. Egy irodalmi adat szerint [3] ugyan az Pb-ból levegőben is előállíthatók egykristályok. Tapasztalataink azonban ennek ellenkezőjét mutatták: egykristály-előállítás levegő jelenlétében oxidálódás miatt lehetetlen volt.

Nagyméretű vákuumkályha helyett csak vákuumtégelyt készítettünk. A tégely anyaga nagy tisztaságú, finom szemcséjű Morganit grafit, amelyből esztergálással a már említett követelményeknek megfelelő síma belső felület nyerhető. (Az alacsony o. p. esetén szokásos üveg itt nem alkalmazható a tégely tetejénél fellépő magas hőmérséklet miatt.) A grafittégelyt egy fedéllel lezárható hengeres fémdobozba helyeztük. A fedél tömítése kilágyított rézgyűrűvel történt. A doboz egy csövön át leszívható, ill. védőgázzal tölthető.

A tégely falában furat van, amelybe felülről behelyezhető CrNi-konstantán termoelemmel történik a hőmérsékletmérés feszültség-kompenzációs módszerrel, 0,1 C° pontossággal. A tömítés olyan, hogy ezen a furaton keresztül sem juthat levegő a tégelybe.

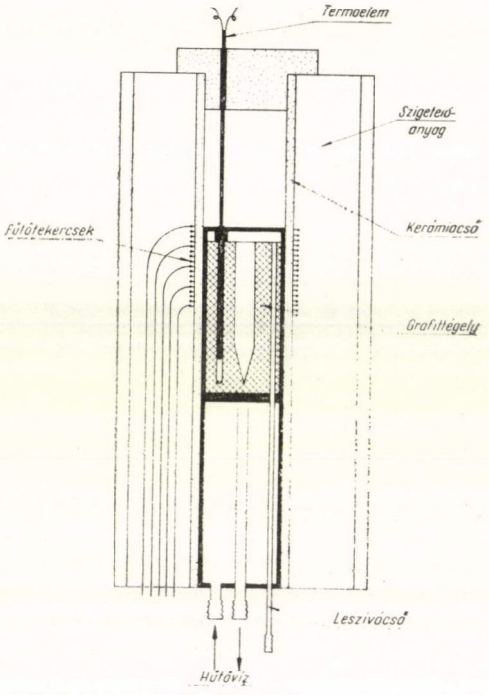
A megfelelő hőmérsékleti gradiens beállítását a következőképpen végeztük. A kemencében levő kerámiacsőbe alulról egy fémdoboz nyúlik be, amelyben hűtővíz kering. Erre a fémdobozra fekszik fel tégelyünk fémköpenye úgy, hogy a tégely alulról hűtést kap. A kerámia henger külső fala mentén négy különböző magasságban 4 fűtőtekercs helyezkedik el. A tégelyt tehát az előállítandó egykristály hosszától függő magasságban fűtjük. A fűtőtekercsekre stabilizált feszültséget adunk. Az alkalmazott fűtőteljesítmény kb. 600 W.

A kemence és a tégely vázlatát a mellékelt ábrán láthatjuk.

Kb. 20 cm hosszú és 5 cm átmérőjű Pb-egykristályok előállítása berendezésünkben minden esetben sikerült akkor, ha a tégely csúcsánál a tégely kúpszöge nem volt nagyobb 30°-nál, ha a lehűtési sebesség 10 C°/óránál kisebb volt és ha a hőmérsékleti gradiens legalább 4 C°/cm volt. A tégelyt 10^{-2} Hgmm nyomásig szívtuk le és utána tisztított Ar gázzal töltöttük meg.

A lehűtést automatizáltuk. A fűtőfeszültséget csúszókontaktussal egy toroid-transzformátorról vettük le. A csúszót egy motor forgatja igen kis sebességgel. A motort két időkapcsoló óra tartja előírt időkig be-, ill. kikapcsolva.

A termoelem feszültségének a változását, tehát a lehülést írószerkezettel regisztráljuk.



1. ábra

3. Az egykristályok vizsgálata

A nyert egykristályokat egy általunk kidolgozott és leírt [4] röntgendiffrakciós eljárással megvizsgálva 1°-nál kisebb bizonytalansággal kimutattuk, hogy bennük a krisztallográfiai orientáció egész terjedelmükben állandó.

Az egykristályok közül néhányat neutron-diffraktométerrel is megvizsgáltunk és megállapítottuk, hogy mozaikeloszlásuk a bevezetésben leírt követelményeket kielégíti.

IRODALOM

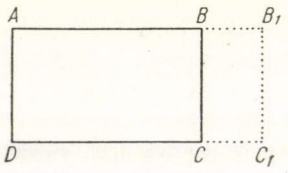
[1] *J. Obreimov, L. Schubnikov,* Z. Physik, *25,* 31, 1924.
[2] *D. Lazarus, D. R. Chipman,* Rev. Sci. Inst., *22,* 211, 1951.
[3] *B. B. Betty,* Proc. Am. Soc. Testing Materials, *35,* 193, 1935.
[4] *Szabó P., Krén E.,* Priborü i Tehnika Ekszperimenta, megjelenés alatt.

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A KÖZEG MOZGÁSÁNAK HATÁSA A FÉNY SEBESSÉGÉRE*

A. A. MICHELSON és E. W. MORLEY**

Fizeau kísérlete volt az egyetlen munka, amelyből valamiféle következtetést lehetett levonni, milyen hatással van a közeg mozgása a benne terjedő fény sebességére. Ő ahhoz a jelentős eredményhez jut, hogy a sebességnövekedés, amelyet a fény elszenved, nem azonos a közeg sebességével, hanem ezen sebességnek egy x része. Ez a közeg törésmutatójától függ. Ezen eredményt elméletileg már *Fresnel* is megkapta, de legkielégítőbben *Eisenlohr* magyarázta meg*** a következőképpen: legyen az AC hasáb sebessége az éterhez viszonyítva az AB irányban θ. Tegyük fel, hogy kívül az éter sűrűsége 1 és a hasábon belül $1+\Delta$. dt idő alatt a hasáb $\theta \cdot dt = BB_1$ távolságot tesz meg. Ezen idő kezdetén a BC_1 térfogatban az éter mennyisége $S \cdot \theta \cdot dt$, (ha S a hasáb alapterületét jelenti). Ezen időnek a végén az éter mennyisége $S \cdot \theta \cdot dt\ (1+\Delta)$ lesz. Tehát ezen idő alatt a térfogatba belépő éter mennyisége $S \cdot \theta \cdot dt \cdot \Delta$.



Keressük meg, hogy mekkorának kell lennie a hasábban az éter sebességének, hogy hasonló eredményt kapjunk. Legyen ez a sebesség $x\theta$. A bevezetett éter mennyisége ekkor (a sűrűség $1+\Delta$) $S \cdot x \cdot \theta \cdot dt \cdot (1+\Delta)$ lesz, s ennek $S \cdot \theta \cdot dt \cdot \Delta$-val kell egyenlőnek lennie, ezért $x = \frac{\Delta}{1+\Delta}$. De a külső éterben és a hasábban levő éterben a fénysebességek hányadosa az n törésmutatóval egyenlő és megegyezik a sűrűségek négyzetgyöke hányadosának inverzével, vagyis $n = \sqrt{1+\Delta}$, s ezért $x = \frac{n^2-1}{n^2}$. Ez a Fresnel-formula.****

* Megjelent Am. Journ. Sci. *31*, 377, 1886

** Ezt a munkát a Bache-alapítvány segítségével végezték.

*** Verdet: Conferences de Physique, II. 687.

**** A következő megfontolás közel azonos eredményhez vezet, s noha nem teljes, mégsem érdektelen, mivel a specifikus törésmutató állandóságának igen egyszerű magyarázatát nyújtja.

Legyen l az a közepes távolság, melyet a fény a molekulákkal való, két egymást követő ütközés között tesz meg. Ekkor l a molekuláknak a közepes szabad úthossza is. Ezen

Fresnel állítása azzal egyenértékű, hogy azt mondjuk, hogy az éter a mozgó testen belül nyugalomban marad, egy kis rész kivételével, amely a részecskék közül kondenzálódik. Ha ez az összesűrített atmoszféra a részecskékhez ragad, minden egyes részecske az ő atmoszférájával egyetlen testnek tekinthető és akkor egyszerűen azt mondhatjuk, hogy az étert a rajta keresztülhaladó testnek a mozgása egyáltalán nem befolyásolja.

Emlékezzünk vissza, hogy *Fizeau* a lencse fókuszába helyezett résből jövő fénysugarat két paralel nyalábra osztotta. Ezen fénysugarak két párhuzamos csövön haladtak keresztül és akkor egy második lencsére estek. Ennek fókuszában újra egyesültek és egy síktükörre jutottak. Itt a sugarak egymást keresztezték és mindegyik a másik csövön tért vissza. Ismét az első lencse fókuszában levő résre jutottak, de egy plánparallel üveglemez a fény egy részét reflektálta egy olyan pontba, ahol ezt egy lencsével meg lehetett figyelni.

Ezen pontban függőleges interferenciacsíkok keletkeznek és a középső világos csík az azonos úthossznak felel meg. Ha a két csőben levő közeg egymással ellentétes irányban mozog, ezen mozgás a fény sebességét befolyásolja. Ez a hatás a két nyalábban ellentétes értelmű, az egyik nyaláb késik, a másik siet. A középső csík elmozdul és egyszerű számítás mutatja meg,

---

távolság megtételéhez szükséges idő $t=\frac{a}{v_1}+\frac{b}{v}$ ahol a a molekula átmérője és $b=l-a$. v_1 a fénynek a molekulán belüli sebessége és v a sebesség a szabad éterben. Ha $\mu=\frac{v}{v_1}$, akkor $t=\frac{\mu a+b}{v}$. Az éterben ez az idő $t_1=\frac{a+b}{v}$ lenne és ezért

$$n=\frac{t}{t_1}=\frac{\mu a+b}{a+b} \tag{1}$$

Ha most az éter nyugalomban van, míg a molekula mozog, akkor az ütközések között megtett távolság többé nem $a+b$, hanem $a+\alpha+b+\beta$. α az első molekula által megtett távolság azon idő alatt, míg a fény rajta keresztül hatol, és β a második molekula által megtett távolság azon idő alatt, míg a fény egyiktől a másikig terjed. Ha θ a molekulák átlagos sebessége, akkor $\alpha=\frac{\theta}{v_1}a$ és $\beta=\frac{\theta}{v-\theta}b$. Ezért a szükséges idő $\frac{a}{v_1}+\frac{b}{v-\theta}$ vagy $\frac{\mu a}{v}+\frac{b}{v-\theta}$. Az ezen idő alatt megtett távolság $a+b+\left(\frac{\mu a}{v}+\frac{b}{v-\theta}\right)\theta$. Ezért az eredő sebesség $V=\frac{a+b}{\frac{\mu a}{v}+\frac{b}{v-\theta}}+\theta$. Helyettesítsük be az $n=\frac{\mu a+b}{a+b}$ értéket és hanyagoljuk el a $\frac{\theta}{v}$ magasabb hatványait, akkor

$$V=\frac{v}{n}+\left(1-\frac{1}{n^2}\frac{b}{a+b}\right)\theta \tag{2}$$

lesz.

hogy vajon ezen elmozdulás az elmélet által követelt gyorsításnak megfelel-e, vagy sem?

Bár úgy látszik, hogy ez az elrendezés kiválóan alkalmas a csíkok külső körülmények okozta elmozdulásának meggátlására, mégis minden kellemesség ellenére általában kételyek vannak a kapott eredményeket, vagy legalább az eredmények *Fizeau* által adott értelmezését illetően.

Ez és a munka alapvető fontossága szolgáljon mentségünkre, hogy megismételtük. Megemlíthetjük, hogy megpróbáltunk ezen kísérlettel szemben konkrét kifogásokat összeállítani, azonban nem sikerült. Egyedül a következő pontok látszottak javításra érdemesnek.

Először: a véletlen csíkeltolódások kiküszöbölése, amelyeket a csövek üvegvégablakainak deformációja, vagy a folyadék sűrűségének aszimmetrikus megváltozása, stb. okoz, azon a feltételen nyugszik, hogy a két nyaláb azonos (nem csupán ekvivalens) pályán halad. Hogy nem ez a helyzet, azt a kísérlet mutatta meg. Ugyanis amikor egy üveglemezt helyeztünk az egyik nyaláb útjába és gyengén megdöntöttük, a csíkok elmozdultak.

Másodszor: a közeg mozgását biztosító berendezés igen gyors megfigyelést tett szükségessé, mivel a maximális sebesség csak egy pillanatig tartott.

De $\frac{v}{n}$ a stacionárius közegben a fény sebessége és θ-nak a koefficiense

$$x = \frac{n^2-1}{n^2} + \frac{1}{n^2}\frac{a}{a+b} \tag{3}$$

Valószínűnek látszik, hogy ez a kifejezés exaktabb, mint a Fresnel-féle, mivel, ha a mozgó közeg részecskéi valóságosan érintkeznek, akkor a fénynek θ teljes értékével kell gyorsulnia, azaz a faktornak 1-nek kell lennie, míg $\frac{n^2-1}{n^2}$ sohasem lehet 1. A fenti kifejezés adja ezt az eredményt arra az esetre, amikor a részecskék egymással érintkeznek, mivel ekkor $b=0$ és $x = \frac{n^2-1}{n^2} + \frac{1}{n^2} = 1$.

Hozzávéve az (1) egyenletet és $a+b=l$-t helyettesítve be, azt találjuk, hogy $(n-1)l = (\mu-1)a$. De mivel azonos közegnél μ és a valószínűleg konstans, vagy legalábbis közel konstans, ezért $(n-1)l$ is konstans.

De *Clausius* megmutatta, hogy $l = k\frac{\sigma}{\varrho}a$, ahol k egy konstans, σ a molekulák, ϱ az anyagnak a sűrűsége. Az a a hatásgömb átmérője; σ és a valószínűleg közel konstans és ezért végezetül azt kapjuk, hogy $\frac{n-1}{\varrho} = \text{konst.}$

Elég furcsa, hogy úgy látszik, hogy különböző anyagoknál van egy tendencia, hogy a $(n-1)l$ szorzat konstans legyen. 25 gáz és gőz esetében, melyeknek törésmutatója és szabad úthossza ismert volt, a $(n-1)l$ közepes értékétől való átlagos eltérés kisebb volt, mint 20%, noha a faktorok egy a tizenháromhoz arányban változtak. Ha ezen felsorolásból az utolsó kilenc gőzt (amelyek körül bizonyos bizonytalanságok vannak) kizárjuk, az átlagos eltérés 10%-ra redukálódik.

Harmadszor: a csövek, amelyeknek kis keresztmetszetűeknek kellett lenniök és csak a középső részük volt kihasználható (mivel a sebesség a fal felé igen erősen csökkent), jelentős fényveszteséget okoztak, pedig a fény már igen gyenge volt, mivel résen kellett keresztül mennie.

Negyedszer: a maximális sebesség (a cső közepén) a középsebességgel van kifejezve (*Fizeau* bevallottan csak feltételez egy arányt).

Ezek azok a megfontolások, amelyek az alkalmazott berendezésnek a formáját meghatározták. A berendezésnek a leírása a következő:

A refraktométer. Számos próbálkozás után a következő formát terveztük, amely kielégítőnek bizonyult. Az *a* forrásból (5. ábra) a fény a *b* félig tükrözött felületre esett, ahol kettévált. Az egyik rész a *bcdefbg*, a másik rész a *bfedcbg* úton haladt. Az elrendezésnek a következő előnyei voltak. Először kiterjedt fényforrást, mint pl. gázlángot használhattunk. Másodszor a szükséges csövek között bármilyen távolság megengedett volt. Harmadszor, egy előzetes kísérletben egy *h*-ba helyezett, megdöntött üveglemezzel próbáltuk ki. Az egyedüli következmény az volt, hogy vagy a csíknak a szélessége, vagy a hajlása változott meg; de *sohasem módosult a középső fehér csíknak a közepe.* Ezt a pontot még egy égő gyufának az optikai útba helyezése sem befolyásolta.

A folyadékot tartó cső 28 mm belső átmérőjű sárgarézcső volt. A kísérletek első sorozatában hossza valamivel több mint három méter, a második sorozatban valamivel több mint hat méter volt. A csövek végeit plánparallel üveglemezekkel zártuk le. Ezek nem pontosan derékszögben, hanem egy kissé döntve voltak elhelyezve, hogy a róluk reflektált fény ne jusson a teleszkópba, mert ez egyébként a csöveken áthaladó fényre szuperponálódott volna. A csöveket a refraktométertől teljesen függetlenül, fa tartóra erősítettük. A refraktométert tégla pillérekre helyeztük.

A vízáramot egy négy láb átmérőjű és három láb magas, a berendezés felett 23 m magasságban levő, a legfelső emeletre helyezett tartályból vettük. A tartályt a berendezéssel 3 hüvelyk vastagságú cső kötötte össze. A csövet két részre, majd ezeket ismét két részre ágaztattuk szét. A párok a refraktométer egy-egy csövéhez csatlakoztak. Az ágakat nagy csapokkal láttuk el, amelyek elforgatásával a víz egyik vagy másik irányban a refraktométer csövein keresztül egy nagy tartályba folyt. Innen ismét a felső tartályba szivattyúztuk. Az áram kb. 3 percig tartott, amely elegendő volt néhány változó áramiránnyal végrehajtott mérésre.

A megfigyelés módszere. A megfigyelések első sorozatában egyfonalas, de azután kétfonalas mikrométert használtunk a megfigyelő távcső szemlencséjénél. A csöveket desztillált vízzel töltöttük meg. Az elektromos lámpa fényét a refraktométer közép üvege felé irányítottuk. Ezt csavarokkal addig állítottuk, míg a fény a csöveken centrikusan nem haladt végig. Ekkor a másik

oldalon a derékszögű prizmát addig állítottuk, míg vissza nem tért a fény és a teleszkópba nem reflektálódott, ahol általában két képet figyeltünk meg. Ezeket egyeztettük és a csíkok azonnal megjelentek. Szélességüket és irányukat a csavarokkal addig változtattuk, míg a legjobb eredményt nem kaptuk. A tükrök egyikének egy kis mozgása a csíkok hajlását okozta. A mikrométer vízszintes szálát a csíkok azon részére helyeztük, mely a tükör mozgása ellenére mozdulatlan maradt. Ezt a beállítást gyakran ellenőriztük és míg ez igaz, a cső mozgásának, vagy az üvegek deformációjának a mérésre semmi befolyása sincs. A beállítás alatt célszerű volt, hogy a víz lassan folyjon, hogy a különböző sűrűségből származó torzulásokat elkerüljük.

Amikor jelet adtunk, az áram megindult és a mikrométer fonalakat a középső fényes csík oldalain levő sötét csíkok egyikére, majd másikára állítottuk és a leolvasásokat feljegyeztük. A kettő közti differencia a csík szélességét és középértékük a középső fehér csík közepének helyzetét adta meg. Ezt elvégezve, jelet adtunk, hogy fordítsák meg az áram irányát. Ekkor a csíkok elmozdultak és hasonló mérést végeztünk. Az eljárást addig folytattuk, amíg a felső tartályból minden víz elfogyott.

A következőkben bemutatunk egy ilyen megfigyeléssorozatot:

Nr. 63.

Az áram iránya	+		−	
Mikrométerfonal	*l*	*r*	*l*	*r*
	11	34	80	93
	13	35	71	88
	10	40	73	90
	13	38	67	92
	14	40	65	89
	10	35	61	94
Átlag	11,8	37,0	69,5	91,0

Csíkszélesség	48,8	60,5
Átlagos szélesség	54,6 + (3,0 = hiba)	
Elmozdulás	57,7	46,0
Átlagos elmozdulás	51,8	

$$\Delta = \frac{51{,}8}{57{,}6} = {,}899$$

(Hosszú cső, függőleges csíkok, teljes áram)

A víz sebessége. A csőben a víz sebességét úgy mértük meg, hogy mértük azt az időt, amely ahhoz szükséges, hogy a tartály egy mért térfogatát megtöltsük és ezt a tartály és a cső keresztmetszeteinek viszonyával szoroztuk meg. Ez a közepes sebességet adta meg. Abból a célból, hogy ebből a maxi-

mális, a cső tengelyében levő sebességet megtaláljuk, meg kellett határozni a különböző sugarakhoz tartozó sebességek görbéjét. Ezt a következőképpen végeztük.

Egy szorosan illesztett *a b* dugattyút (4. ábra), amely két kis csövet tartalmazott (*tt*, *t't'*) toltunk a vizet tartalmazó csőbe. A csöveknek a végét ellenkező értelembev derékszögbe hajlítottuk úgy, hogy ha a víz mozgott, az egyikben a nyomás nagyobb volt, mint a másikban. A kis csöveknek másik végét egy higanyt tartalmazó *U* csővel kötöttük össze. A szintek különbsége méri a nyomást. A nyomásokat sebességre transzformáltuk át azáltal, hogy számos nyomáshoz tartozó sebességet megmértünk. A következő táblázat az eredményeket mutatja.

Nyomások	Sebességek	$\frac{v}{\sqrt{p}}$
26	393	77,1
108	804	77,1
190	1060	76,9
240	1190	76,8

Az utolsó oszlop közel azonos értékeiből látszik, hogy a leolvasás hibáján belül a nyomásmérő leolvasásának négyzetgyöke arányos a sebességgel.

Azon célból, hogy a cső átmérője mentén a sebesség görbéjét megtaláljuk, a dugattyút mért távolságokkal mozgattuk el és a hozzájuk tartozó nyomást feljegyeztük. A cső átmérője kb. 28 mm, míg a sebességmérő kis csöveinek átmérője csak 2 mm volt. Az ezáltal keletkezett perturbáció a falhoz közeli tartományokat kivéve, kicsi volt. A dugattyúnak a csőbe nyúló részét oly vékonyra készítettük, amennyire csak lehetséges, de hatása a görbe szimmetriájának megváltoztatásában mégis jelentős.

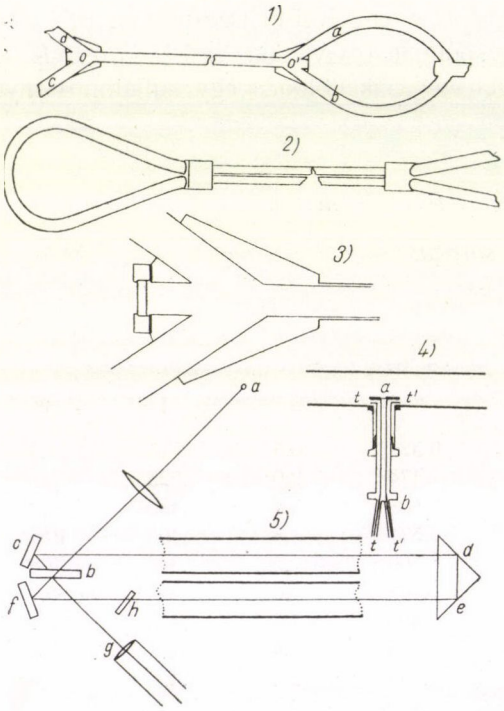
Összesen a megfigyeléseknek öt sorozatát végeztük el, mindegyikét különböző árammal. Ezeket közös sebességre redukáltuk és igen egybehangzó eredményeket kaptunk. A középértékek a következők. x a tengelytől való távolság a sugár egységeiben, v a hozzátartozó sebesség a maximum egységeiben kifejezve.

x	v
0,00	1,000
,20	,993
,40	,974
,60	,929
,80	,847
,90	,761
,95	,671
1,00	,060

Ezekkel a számokkal alkotott görbe csaknem teljesen a

$$v = (1 - x^2)^{0,165}$$

görbével esik egybe. Ezért a teljes áram $2\pi \int_0^1 (1-x)^{0,165} x\,dx = \frac{\pi}{1,165}$. Ha a cső keresztmetszete π a közepes sebesség a maximum $\frac{1}{1,165}$-szerese, vagy a maximum sebesség = 1,165-szer a közepes sebesség. Ez akkor az a szám, amellyel az áram idejének mérésével kapott sebességet meg kell szoroznunk, hogy a cső tengelyében a valódi sebességet megkapjuk.



1. ábra. A csövek függőleges metszete

2. ábra. A csövek rajza

3. ábra. A csövek egyik vége, melyen látszik, hogy az üveglemez a tengellyel szöget zár be

4. ábra. A különböző pontokban a sebesség mérésére szolgáló eszköz

5. ábra. A refraktometer rajza

Formulák

Legyen l a folyadék oszlop azon részének hossza, mely mozgásban van

u = a fény sebessége álló folyadékban,

v = a fény sebessége vákuumban,

θ = a folyadék sebessége a cső tengelyében,

θx = a fény gyorsulása.

Azon idők közti különbség, mely ahhoz szükséges, hogy a két fénysugár a folyadékon áthatoljon, nagyon jó közelítéssel $\frac{l}{u-\theta x} - \frac{l}{u+\theta x} = \frac{2l\theta x}{u^2}$. Ha

Δ azon távolság kétszerese, melyet a fény ugyanezen idő alatt a levegőben tenne meg, a λ hullámhossz egységekben mérve

$$\Delta = \frac{4l\theta n^2 x}{\lambda v} \quad \text{ahonnan} \quad x = \frac{\lambda v}{4ln^2\theta}\Delta$$

λ-t 0,000057 cm-nek vettük

$v = 30\,000\,000\,000$ cm/sec

$n^2 = 1{,}78$

l-t a következőképpen kapjuk meg: mindegyik csőbe az áramlás két csövön keresztül (a, b) lép be (1, 2. ábra) és két hasonló csövön (d, c) keresztül távozik. Az oszlop kezdetének az a, b csövek tengelyei metszéspontját (o'), végének pedig a d, c tengelyei metszéspontját (o) vettük. Így $l = oo'$. Δ-t a csíkeltolódás mérésével kaptuk, mivel egy csíkeltolódás egy hullámhossznyi útkülönbségnek felelt meg.

A Δ eltolódás kétszeresének mérése

Első sorozat

$l = 3{,}022$ méter

$\theta = 8{,}72$ méter/másodperc

$\Delta =$ kétszeres csíkeltolódás; w a megfigyelés súlya

Δ	w	Δ	w	Δ	w	Δ	w
,510	1,9	,521	0,9	0,529	0,6	0,515	2,5
,508	1,6	,515	,9	,474	2,0	,525	2,7
,504	1,7	,575	,6	,508	1,4	,480	,8
,473	1,4	,538	2,1	,531	,8	,493	10,6
,557	,4	,577	,6	,500	,5	,348	2,8
,425	,6	,464	1,7	,478	,6	,399	5,7
,560	2,8	,515	1,2	,499	1,0	,482	2,1
,544	,1	,460	,4	,558	,4	,472	2,0
,521	,1	,510	,5	,509	2,0	,490	,8
,575	,1	,504	,5	,470	2,1		

Második sorozat

$l = 6{,}151$, $\theta = 7{,}65$.

Δ	w	Δ	w	Δ	w	Δ	w
,789	4,9	,891	1,7	,909	1,0	,882	6,6
,780	3,5	,883	2,5	,899	1,7	,908	5,9
,840	4,6	,852	11,1	,832	4,3	,965	2,0
,633	1,1	,863	1,5	,837	2,1	,967	3,3
,876	7,3	,843	1,1	,848	1,9		
,956	3,6	,820	3,4	,877	4,7		

Harmadik sorozat

$l = 6{,}151$, $\theta = 5{,}67$

Δ	w	Δ	w	Δ	w	Δ	w
,640	4,4	,626	11,9	,636	3,1	,619	6,5

Ha ezen eredményeket 10 m hosszú csőre és 1 m/mp sebességre redukáljuk, a következőket kapjuk:

Sorozat	Δ
1	,1858
2	,1838
3	,1800

A Δ végső, minden mérésre vonatkozó súlyozott értéke $\Delta = 0{,}1840$. Ebből a képletbe való helyettesítéssel azt kapjuk, hogy

$$x = 0{,}434, \text{ ahol a lehetséges hiba } \pm 0{,}02$$

$$\frac{n^2-1}{n^2} = 0{,}437.$$

A kísérletet 25 m/mp sebességgel mozgó levegővel is megpróbáltuk elvégezni. Az eltolódás kb. 1/100 csík volt, mely mennyiség kisebb, mint a megfigyelés valószínű hibája. A $\frac{n^2-1}{n^2}$ képletből számított érték 0,0036 lenne.

Nyilvánvaló, hogy ezen eredmények ugyanazok hosszú vagy rövid csőre, nagy vagy közepes sebességekre. Az eredményt nem befolyásolta a csíkok dőlésének 90°, 180° vagy 270°-ra való változtatása sem. Az teljesen valószinütlennek látszik, hogy ez lenne a helyzet, ha valami a deformációhoz tartozó konstans hiba lépne fel stb.

Ezen munkának az eredménye tehát az, hogy a *Fizeau* által közölt eredmény lényegében korrekt, és hogy a *fénytovábbító étert a rajta keresztülhaladó test mozgása nem befolyásolja.*

Fordította: Bakos József

FOLYÓIRAT-KIADVÁNYAINK

előfizethetők
és számonként is vásárolhatók
a következő helyeken:

AKADÉMIAI KÖNYVESBOLT

Budapest, V., Váci utca 22.

AKADÉMIAI KIADÓ TERJESZTÉSI OSZTÁLY

Budapest, V., Alkotmány utca 21.

Külföldön terjeszti a

KULTÚRA KÖNYV- ÉS HÍRLAP KÜLKERESKEDELMI VÁLLALAT

Budapest, VI., Népköztársaság útja 21.
Telefon: 429—760.

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója Műszaki felelős: Pataki Ferenc
A kézirat beérkezett: 1961. II. 10. — Példányszám: 650 — Terjedelem: 8 (A/5) ív, 37 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 61-823

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI



Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).



A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 40 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

Ára: 10,— Ft.
Előfizetés kötetenként: 42,— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

Oldal

Vödrös Dániel: A gammadózis mérése filmjelvényekkel 85
Koltay Ede: Neutronforrás abszolút intenzitásának mérése 89
Fenyves Ervin: 30 GeV körüli neutronok ütközési hatáskeresztmetszetének vizsgálata ólomban 107
Praveczki Endre: Szemelvények a ferromágnesség elméletének újabb fejezeteiből. I. . 145
Krén Emil és *Szabó Pál:* Egyszerű módszer nagy egykristályok előállítására alacsony olvadáspontú fémekből 161

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A. A. Michelson és *E. W. Morley:* A közeg mozgásának hatása a fény sebességére . 165

307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

IX. KÖTET *3. FÜZET*

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1961

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki, és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközti formulákban ferde törtvonalat, pl. 1/2, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írjuk **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

TERMIKUS NEUTRONOK DIFFÚZIÓS HOSSZÁNAK MÉRÉSE VÍZBEN 16—89 C°-IG ÉS DIPHYLBEN (DOWTHERM A) 185 C°-ON*

CSIKAI GYULA, DARÓCZY SÁNDOR és DEDE KÁLMÁN**
MTA Atommag Kutató Intézete, Debrecen

A korábban kidolgozott stacionárius módszerrel [1] meghatároztuk a termikus neutronok diffúziós hosszát vízben 16,1, 47,8, 69,5 és 88,7 C° hőmérsékleten; a kapott értékek: $2{,}640 \pm 0{,}028$, $2{,}858 \pm 0{,}024$, $2{,}974 \pm 0{,}064$ és $3{,}092 \pm \pm 0{,}062$ cm. Lineáris approximációval a 16—89 C° intervallumban a diffúziós hossz hőmérsékleti koefficiensére $+ 0{,}00617 \pm 0{,}00086$ cm/C° érték adódott. Diphylben (dowtherm A) 184,4 C° hőmérsékleten a termikus neutronok diffúziós hosszára $5{,}968 \pm 0{,}266$ cm értéket kaptunk.

I. Bevezetés

Hidrogéntartalmú közegekben a termikus neutronok diffúziós hosszának, mint alapvető reaktor-paraméternek, meghatározására számos mérés történt [2]. Legújabban a vizsgálatok jelentős része a diffúziós hossz hőmérsékleti koefficiensének meghatározására irányul [3—10]. A méréseknél stacionárius- vagy impulzus módszer használatos. A hőmérsékleti koefficiens meghatározására technikai szempontból az impulzus módszer az előnyösebb, elsősorban a szükséges kis moderátormennyiség miatt. Az Intézetben korábban kidolgozott stacionárius módszer rendelkezik a stacionárius módszerek előnyeivel, és ezen túlmenően alkalmas kis moderátormennyiség (néhány liter) esetén is a diffúziós hossz pontos meghatározására.

II. A módszer elvi alapjai

A termikus neutronok diffúzióját stacionárius esetben leíró ún. diffúzió-egyenlet alakja forrás nélküli térrészben:

$$\triangle \Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{L^2} \Phi(\mathbf{r}), \tag{1}$$

ahol $\Phi(\mathbf{r})$ a termikus neutronfluxus, L pedig az ún. diffúziós hossz.

* Érkezett 1961. jan. 13.
** Jelenleg: Általános Iskola, Karcag.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

Véges henger alakú közeg és körszimmetrikus síkforrás esetén — ami az 1. ábrán látható kísérleti elrendezésben megvalósul — az (1) egyenlet megoldása

$$\Phi(z, r) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \exp\left[-z\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2}\right] \cdot \left\{1-\exp\left[-2(Z-z)\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2}\right]\right\} \tag{2}$$

alakba írható, ahol J_0 az elsőfajú nulladrendű Bessel-függvény, μ_n pedig ennek n-edik zérushelye. $Z = Z_0 + 0{,}71\,\lambda_t$ és $R = R_0 + 0{,}71\,\lambda_t$ a henger extrapolált magassága, illetve sugara (Z_0 és R_0 a valódi magasság, illetve sugár).

Ha Z elég nagy, a (2)-ben szereplő második exponenciális kifejezés zérusnak vehető. Másrészt, növekvő z-vel a magasabb harmónikusok gyorsabban csökkennek, és így bizonyos távolságtól

$$\Phi(z, 0) =$$

$$= A_0 \exp\left[-z\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_0}{R}\right)^2}\right]\left\{1+\frac{A_1}{A_0}\exp\left[-z\left(\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_1}{R}\right)^2}-\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_0}{R}\right)^2}\right)\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{A_2}{A_0}\exp\left[-z\left(\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_2}{R}\right)^2}-\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_0}{R}\right)^2}\right)\right]+\cdots\right\} \tag{3}$$

írható. A $\{\}$ zárójelben álló tag értéke közel 1, és így korrekciós faktornak tekinthető, melyet jelöljünk $K(z, 0)$-al. A korrekciós tag értéke még közelebb lesz 1-hez, ha az axiális fluxusmérést az első felharmonikus első zérushelyén végezzük; azaz $r_0 = \frac{\mu_0}{\mu_1} R$ helyen, mivel itt $J_0\left(\mu_1 \frac{\frac{\mu_0}{\mu_1} R}{R}\right) = J_0(\mu_0) = 0$. Ekkor a (3) egyenlet a következő alakba írható:

$$\Phi(z, r_0) = A_0 J_0\left(\frac{\mu_0^2}{\mu_1}\right)\exp\left[-z\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_0}{R}\right)^2}\right]\left\{1+\frac{A_2}{A_0}\frac{J_0\left(\frac{\mu_0\mu_2}{\mu_1}\right)}{J_0\left(\frac{\mu_0^2}{\mu_1}\right)}\cdot\right.$$

$$\cdot\exp\left[-z\left(\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_2}{R}\right)^2}-\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_0}{R}\right)^2}\right)\right]+\frac{A_3}{A_0}\frac{J_0\left(\frac{\mu_0\mu_3}{\mu_1}\right)}{J_0\left(\frac{\mu_0^2}{\mu_1}\right)}\cdot \tag{4}$$

$$\left.\cdot\exp\left[-z\left(\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_3}{R}\right)^2}-\sqrt{\frac{1}{L^2}+\left(\frac{\mu_0}{R}\right)^2}\right)\right]+\cdots\right\}.$$

A korrekciós faktort ez esetben jelöljük $K(z, r_0)$-al.

L meghatározása iterációs eljárással történhet. A radiális fluxuseloszlásból kiszámíthatók az A_n Fourier—Bessel együtthatók [1], az axiális fluxuseloszlás logaritmikus ábrázolása pedig az alábbi mennyiséget adja:

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{1}{L'^2} + \left(\frac{\mu_0}{R}\right)^2}, \tag{5}$$

ahol L' L első közelítése. Ezzel a korrekciós faktor mint z függvénye meghatározható, és

$$\ln \frac{\Phi(z, 0)}{K(z, 0)} = \ln \frac{\Phi(z, r_0)}{K(z, r_0)} = -z \sqrt{\frac{1}{L''^2} + \left(\frac{\mu_0}{R}\right)^2} \tag{6}$$

iránytangenséből kapjuk L második közelítését, L''-t. Most már ezzel számolva a korrekciót, kapjuk L-t harmadik közelítésben. Az eljárás tetszőleges pontosságig folytatható.

III. Kísérleti elrendezés

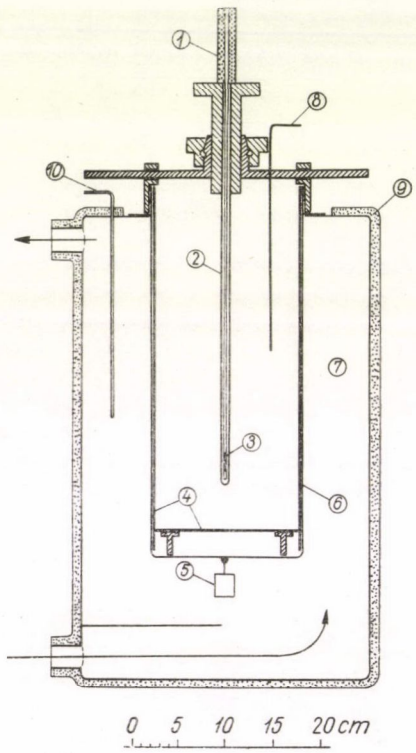
A diffúziós hossz hőmérsékletfüggésének mérésére az 1. ábrán látható elrendezést használtuk.

A mérőedény cirkuláló olajfürdőben foglalt helyet, amely biztosította a mérendő közegben a hőmérséklet homogenitását. Az olaj melegítésére külön edény szolgált, melyben a hőmérséklet kívánt értéken való tartása hőregulátorral történt. Ez utóbbi edényben foglalt helyet a cirkuláltató olajszivattyú is.

A mérőedény alján levő kadmium lap realizálja a körszimmetrikus negatív termikus síkforrást. A mérőedény belső falán elhelyezkedő kadmium borítás a mérendő közeg jól definiált radiális határát adja. A kadmium vastagsága 0,936 g/cm² volt.

A mérésekhez egy R. C. C. 178 B típusú, $2 \cdot 10^6$ neutron/sec intenzitású Po + Be neutronforrást használtunk.

A neutronok detektálása 18 mm átmérőjű, 123,6 mg/cm² vastag Rh fóliákkal és egy kisméretű (érzékeny térfogat: 9 mm átmérőjű, 30 mm hosszú henger), BF_3-töltésű proporcionális számlálóval történt. A fólia



1. ábra. Kísérleti elrendezés.
1. „Kard"; 2. Hüvely; 3. Detektorfólia; 4. Kadmium; 5. Neutronforrás; 6. Mérőedény; 7. Cirkuláló olajfürdő; 8. Termométer; 9. Hőszigetelés; 10. Hőregulátor

egy 1 mm vastag acél „kard" megfelelően kimunkált részében foglalt helyet, amely egy 0,4 mm falvastagságú zárt sárgaréz hüvelybe illeszkedett. A BF_3-számlálót egy 0,4 mm falvastagságú zárt sárgaréz csőbe helyeztük. A detektorok helyzetét $r-z$ irányban 0,1 mm pontossággal lehetett meghatározni.

A detektorfóliák β-aktivitását végablakos GM-számlálóval mértük.

IV. Mérési eredmények

a) Mérések vízben különböző hőmérsékleteken

A termikus neutronok diffúziós hosszának értékét négy különböző hőmérsékleten határoztuk meg. A mérés eredményeit az 1. táblázat tartalmazza.

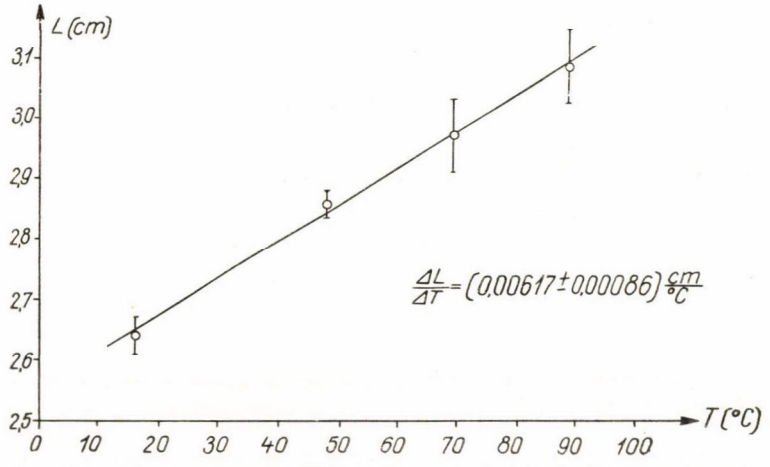
Az axiális fluxusmérést minden esetben az első felharmónikus első zérushelyén végeztük, és így a harmónikus korrekció kiszámítása a (4) egyenlet szerint történt. A korrekció a hőmérséklettől függetlenül L' értékében közel 1% változást adott.

1. TÁBLÁZAT

Hőmérséklet (C°)	L'' (cm)	Detektor
16,1 ± 0,4	2,640 ± 0,028	BF_3-számláló
47,8 ± 0,2	2,858 ± 0,024	BF_3-számláló
69,5 ± 0,2	2,974 ± 0,064	Rh
88,7 ± 0,2	3,092 ± 0,062	Rh

Ezért ha a diffúziós hossz értékének fenti pontosságú meghatározása elegendő, akkor a harmónikus korrekció meghatározásától eltekinthetünk. Ily módon az első felharmónikus első zérushelyén mért axiális fluxuseloszlásból, az (5) egyenlet szerint közvetlenül meghatározható a termikus neutronok diffúziós hossza.

A mérési eredményeket a hőmérséklet függvényében a 2. ábrán tüntettük fel.



2. ábra. Termikus neutronok diffúziós hosszának hőmérsékletfüggése vízben

Lineáris approximációval a 16—89 C° hőmérséklet-tartományban a diffúziós hossz hőmérsékleti koefficiensére $+0{,}00617 \pm 0{,}00086$ cm/C° értéket kaptunk. Ez az érték jó egyezést mutat más szerzők eredményével [3], [6], [7], [8].

b) Mérés diphylben (dowtherm A) 184,4 C°-on

A méréshez használt diphylt (Fluka AG. Chemische Fabrik Buchs SG Schweiz) ellenőriztük abból a szempontból, hogy megfelel-e az egzakt eutektikus keveréknek. Az ellenőrzés az általunk mért olvadás- és forráspont értékeknek az irodalmi adatokkal való összehasonlításával történt. Mint a 2. táblázatban látható, a kapott értékek igen jó egyezést mutatnak az irodalmi adatokkal [11].

2. TÁBLÁZAT

	Kísérleti (C°)	Irodalmi (C°)
Olvadáspont	12,2	12,3
Forráspont (760 Hgmm)	257,3	258

A fentiek alapján feltételeztük, hogy az általunk használt diphyl összetétele: 26,5% diphenyl, 73,5% diphenyloxid.

Diphyl esetén a diffúziós hossz hőmérsékletfüggésére vonatkozó két mérési eredmény [12], [9] között jelentős az eltérés. Az eltérés különösen magasabb hőmérsékleteknél szembetűnő. Éppen ezért magas hőmérsékleten ($184{,}4 \pm 0{,}8$ C°) határoztuk meg a diffúziós hossz értékét, a helyes eredmény eldöntése céljából. A kapott érték: $L'' = 5{,}968 \pm 0{,}266$ cm, amely hibahatáron belül jól egyezik *Küchle* [9] eredményével.

Az axiális fluxusmérést az $r = 0$ helyen végeztük, és így a harmónikus korrekció kiszámítása a (3) egyenlet alapján történt. Ez esetben a korrekció L' értékében 2,8% változást eredményezett.

$\operatorname{tg} \alpha$ értékének kiszámítása minden esetben a legkisebb négyzetek módszerével történt.

Víz esetén a különböző hőmérsékletekhez tartozó λ_t értékeket a diffúziós koefficiens hőmérsékletfüggésére *Dio* és *Schopper* [8] által közölt empirikus összefüggés segítségével számítottuk. Diphyl esetén λ_t értékét *Küchle* [9] mérési adataiból extrapoláció útján nyertük.

A λ_t transzport szabad úthossz hibája a diffúziós hossz hibáját a mérések statisztikus hibája mellett elhanyagolható mértékben befolyásolta.

A detektorfóliák véges vastagsága, valamint a detektortartó hüvely, illetve cső miatt fellépő fluxus-depressziót elhanyagoltuk. Nem vettük korrekcióba a diffúziós hűlést sem.

Mind a víz, mind a diphyl esetében a közeg z-irányban gyakorlatilag végtelen volt.

Köszönetet mondunk dr. *Szalay* Sándor professzornak munkánk iránti érdeklődéséért, valamint *Schadek* János mérnöknek a kísérleti berendezés műszaki megtervezéséért.

IRODALOM

[1] *Csikai Gy.* és *Dede K.*, Magy. Fiz. Foly., *8*, 1, 1960; ATOMKI Közl., *2*, 15, 1960.

[2] *S. Flügge*, Encyclopedia of Physics, Vol. *38/2*, 583, Springer—Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1959.

[3] *V. C. Wilson, E. W. Bragdon* and *H. Kanner*, CP—2306, 1944.

[4] *G. F. Dardel, N. G. Sjöstrand*, Phys. Rev., *96*, 1245, 1954.

[5] *W. B. Wright, R. T. Frost*, KAPL-M-WBW-2, 1956.

[6] *R. W. Deutsch*, Nucl. Sci. Eng., *1*, 252, 1956.

[7] *A. V. Antonov, A. I. Isakoff, I. D. Murin, B. A. Neupocoyev, I. M. Frank, F. L. Shapiro* and *I. V. Shtranich*, Proceedings of the International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, Vol. *5*, 3, United Nations, New York, 1956.

[8] *W. H. Dio, E. Schopper*, Nucl. Physics *6*, 175, 1958; *W. H. Dio*, Nukleonik, *1*, 13, 1958.

[9] *M. Küchle*, Nukleonik, *2*, 131, 1960.

[10] *K. S. Rockey, W. Skolnik*, Nucl. Sci. Eng., *8*, 62, 1960.

[11] С. З. Коган, А. В. Чечеткин, Высокотемпературные теплоносители и их применение в промышленности, Москва—Ленинград, 1951.

[12] *Pál L., Bata L.* and *Kiss I.*, Acta Phys. Hung. 173, 1959.

NaCl POROK SZÍNEZÉSE EXOELEKTRONOKKAL*

MALICSKÓ LÁSZLÓ és MORLIN ZOLTÁN[1]
Építőipari és Közlekedési Műszaki Egyetem Kísérleti Fizika Tanszék

Az irodalomban sokszorosan leírt jelenség, hogy színtelen alkalihalogenid kristályok különféle külső hatások következtében színesekké válnak. Ilyen külső hatás pl.:

röntgen és rádióaktív sugarakkal történő besugárzás [1],

Na, ill. K gőzben történő hevítés [1],

magas hőmérsékleten történő préselés [2, 3].

Mindezen külső hatások közös következménye, hogy a tiltott sávon belül elektroncsapdákba elektronok kerülnek, így ott ún. színcentrumok alakulnak ki. Ezek jelenlétét makroszkopikusan az anyag vezetőképességének, abszorpciós együtthatójának stb. megváltozásán keresztül észleljük.

Ismeretes, hogy a hidegen megmunkált fémfelületekből elektronok lépnek ki. Egyes kutatók több olyan kísérletet is leírtak, melyek során hidegen megmunkált (hengerelt) alumíniumlemezek fényképlemezzel kontaktusban a lemezeket megfeketítik [4]. Ilyen alumíniumlemezek csúcsszámlálókat megszólaltatnak. Csúcsszámlálóval végzett mérésekből kitűnt, hogy hengerelt alumíniumlemezek 10 perc alatt 350 C°-ra felmelegítve a termolumineszcens mérésekből ismert kiizzítási görbék menetéhez hasonlóan exoelektronokat sugároznak ki [5]. A kisugárzott elektronok száma növelhető, ha a megmunkált alumíniumlemezeket kiizzítás előtt röntgen vagy ultraibolya sugárzásnak tesszük ki.

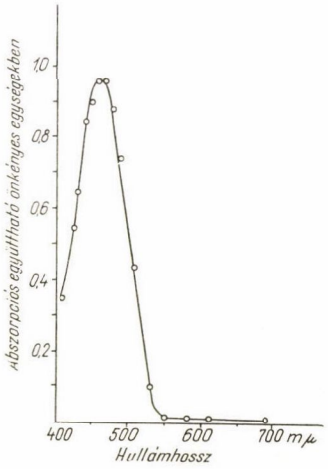
Az említettekből kiindulólag megkíséreltünk NaCl krisztalliteket ilyen exoelektronokkal színezni. Kísérleteinket 99,98 %-os alumíniumlemezekkel végeztük. A lemezekből kis borítékokat készítettünk, melyekbe 0,5—1 g NaCl port csomagoltunk úgy, hogy a NaCl és az alumínium jó kontaktusban legyenek egymással. Az ily módon elkészített borítékokat elektromos kályhába tettük és a kályhát 35 C°/perc fűtési sebességgel 350 C°-ig melegítettük, majd a kályhából a borítékokat kivettük és hideg vaslemezen hirtelen lehűtöttük. Minden esetben sárgásbarna port kaptunk, amely 10000 kp/cm^2 nyomással

* Érkezett 1961. febr. 14.

[1] Utóbbi jelenleg a Magyar Tudományos Akadémia Kémiai Szerkezetkutató Laboratóriumában.

préselve átlátszó, sárgásszínű pasztillákat adott. Nem kaptunk színezést akkor, ha az alumíniumlemezt előzetesen 550 C°-on hőkezeltük, majd igen lassan 48—72 óra alatt szobahőmérsékletre lehűtöttük. Ilyen kezelés mellett a hidegmegmunkálás okozta feszülések jórészt kioldódnak, és a fém többé nem ad le exoelektronokat.

A leírt módon színezett próbák abszorpcióját Zeiss-féle tükrös monokromátorral mértük a látható tartományban. Fényforrásként 12 voltos, 90 wattos akkumulátorral táplált Tungsram izzót, detektálásra RCA A931 elektronsokszorozót használtunk. Az elektronsokszorozó feszültségforrásául anódtelepek szolgáltak, indikálóműszerül $5{,}6 \cdot 10^{-9}$ amp/sk maximális érzékenységű, 5000 ohm belső ellenállású csehszlovák gyártmányú fénymutatós galvanométert használtunk. 900 volt tápfeszültség mellett az elektronsokszorozó igen stabilnak bizonyult, a sötétáram $1{,}68 \cdot 10^{-8}$ amp.-nél nem volt több.



1. ábra. Röntgenezett désaknai NaCl porból készült pasztilla abszorpciós spektruma ($k_{max} = 0{,}48$ mm^{-1})

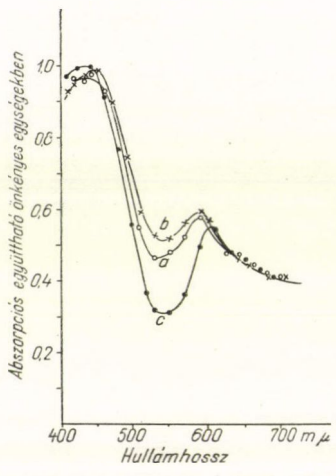
Átlátszó alkalihalogenid pasztillákon saját vizsgálatokon kívül *H. N Hersh* végzett abszorpciós méréseket [6]. Mind saját, mind *Hersh* mérései azt mutatják, hogy megfelelően készített átlátszó pasztillák abszorpciója jól mérhető. Méréseink bevezetéseként röntgenezett, valamint katódsugárral besugárzott NaCl porból készített pasztillák abszorpciós színképét vettük fel. A mérések egyik tipikus eredményét az 1. ábra mutatja. Az *F*-centrum élesen jelentkezik, az abszorpció abszolút értéke általában nagyobb, mint az egykristályok esetében, egyébként azonban a görbe lefutása megfelel az *F*-centrummal bíró egykristály görbéjének.

A leírt módon színezett próbák abszorpciós színképét a 2. ábra *a)* görbéje mutatja. A pasztilla 440 és 590 mμ-nál maximumot, 540 mμ-nál minimumot adott. 250 wattos vetítőizzóval metilkék szűrőn át ($\lambda \leqq 500$ mμ fényt enged át) 5 órás kék fény besugárzás után az 540 mμ-nál levő minimum jól mérhetően megemelkedik, ugyanakkor az 590 mμ-nál levő maximum is emelkedik. A 440 mμ-nál levő maximum 450 mμ-ra megy át (*b*, görbe). Narancssárga szűrőn keresztül való mintegy két órás besugárzás után az 540 mμ-os minimum 40%-al csökken, egyidejűleg csökken az 590 mμ-os maximum és 600 mμ-ra eltolódik (*c* görbe).

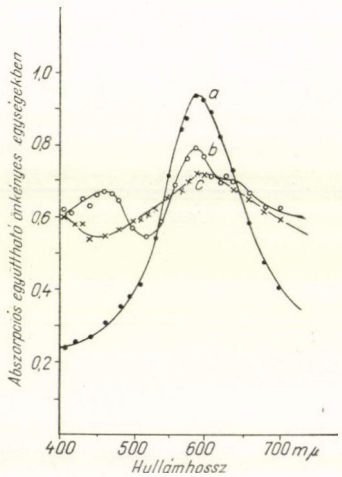
A vizsgált színes pasztillák leginkább a természetes kék kősóval, valamint az elektrolitikusan és additíve színezett NaCl-dal hasonlíthatók össze.

Ismeretes, hogy az additíve, valamint elektrolitikusan színezett sárga kristályok megfelelő hőkezeléssel kék színűvé tehetők (Blauumschlag). Ez a kékre váltás a centrumok átalakulási folyamatainak egy közbenső állapota. Az eredetileg egyszerű *F*-centrum más centrumokká alakul át.

Pržibram ezeket a jelenségeket úgy értelmezi, hogy a természetes színeződés esetében $F \rightarrow M \rightarrow R$ átmenetekkel állunk szemben. Kísérleteinknél feltehetőleg hasonló folyamatról van szó [7].



2. ábra. Exoelektronokkal színezett „Reanal" gyártmányú pro anal NaCl porból készült pasztilla abszorpciója. *a)* görbe: készítés után azonnal mérve. Maximum: 440 ($k_{max} = 2{,}89$ mm^{-1}) és 590 mμ-nál. *b)* görbe: 5 órás kék besugárzás után mérve. Maximum: 450 ($k_{max} = 3{,}05$ mm^{-1}) és 590 mμ-nál. *c)* görbe: 2 órai narancssárga besugárzás után mérve. Maximum: 440 ($k_{max} = 3{,}07$ mm^{-1}) és 600 mμ-nál



3. ábra. „Reanal" gyártmányú pro anal NaCl-ból készített, elektrolitikusan kékre színezett egykristály és az abból készített pasztilla abszorpciója. *a)* görbe: egykristály abszorpciója a kékre színezés után. Maximum: 590 mμ ($k_{max} = 2{,}29$ mm^{-1}). *b)* görbe: a fenti egykristályból készített pasztilla abszorpciója. Maximum: 460 és 590 ($k_{max} = 1{,}35$ mm^{-1}) és 630 mμ-nál, *c)* görbe: a fenti pasztilla az 1 órás kék besugárzás után mérve. Maximum: 600 mμ-nál ($k_{max} = 1{,}23$ mm^{-1})

Az 590—600 mμ-nál jelentkező maximum az *F*-centrummal lehet kapcsolatban. Erre utal az a kísérlet, mely szerint elektrolitikusan kékre színezett, 590 mμ-nál maximumot mutató egykristály (lásd. 3. ábra *a*, görbe) porítva, majd pasztillává préselve, az egykristály állapothoz képest csökkent 590 mμ-os maximum mellett *F*-sávot mutat (*b* görbe), amely *F*-fénnyel való besugárzás közben leépül, miközben az 540 mμ-nál levő minimum — ugyanúgy, mint

az exoelektronokkal színezett pasztillák esetében — megemelkedik (*c* görbe).[2] A 440 mμ-nál jelentkező maximumról egyelőre nem sokat tudunk. A természetes kék kősónál minden esetben fellép. *Pržibram* ezzel a sávval kapcsolatban valamilyen, eddig ismeretlen szennyeződésre gondol [7].

Őszinte köszönetünket fejezzük ki dr. *Gyulai Zoltán* akadémikus, intézetvezető, egyetemi tanárnak munkánk sokirányú támogatásáért és *Kiss József* tudományos munkatársnak értékes diszkussziókért.

IRODALOM

[1] *F. Seitz:* Rev. of Modern Phys. *26,* 7, 1954.
[2] *Gyulai Z., Morlin Z.:* Fizikai Szemle *2,* 121, 1952.
[3] *Z. Gyulai*: Izvesztyija Ak. Nauk SzSzSzR. Szerija fiz. *20,* 1569, 1956.
[4] *J. Kramer:* Zs. f. Phys. *133,* 629, 1952.
[5] *Seeger K.:* Angew. Chem. *68,* 285, 1956.
[6] *H. N. Hersh:* Journ. Chem. Phys. *27,* 1330, 1957.
[7] *K. Pržibram:* Verfärbung und Lumineszenz. Spring. Verl. Wien, 1953.

[2] Az elektrolitikusan színezett kristály *Kiss József* tudományos munkatárs kísérleti anyagából való.

J^{131} IZOTÓP TERÁPIÁS ALKALMAZÁSÁNAK DOZIMETRIÁJA*

KRASZNAI ISTVÁN
I. sz. Belklinika, Budapest

Az általunk közölt képlet alkalmas a jód (131) terápiában a pajzsmirigynek leadott dózis meghatározására. A képlet levezetésénél figyelembe vettük a szokásos paraméter-értékeken kívül a szélhatásokat, és a pajzsmirigynek a maximális jódfelvételig eltelt idő alatt leadott dózis nagyságát is.

Az élő szervezetbe juttatott radioaktív izotópok által leadott szövetdózisok meghatározására igen sokféle lehetőség van [1—7]. Mindezen módszerek alapját a *Quimby* és *Marinelly* által 1948-ban levezetett formulák képezik [3]. Ezek alapján az élő szervezetbe juttatott radioaktív izotópok által leadott β, illetve γ dózist a következőképpen határozhatjuk meg [8]:

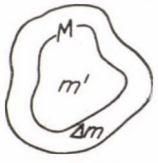
$$D_\beta = k_1 \frac{A}{M} L_\beta t \qquad \text{(rad)} \qquad (1)$$

$$D_\gamma = \psi k_2 A I_\gamma g' t \qquad \text{(rad)} \qquad (2)$$

ahol:

D_β, ill. D_γ a leadott β, ill. γ dózis rad-ban (1 rad = 100 erg/1 g testszövet),
A = az adott szervbe juttatott radioaktív izotóp aktivitása mC-ben,
M = az adott szerv tömege grammokban,
t = a radioaktív izotópnak a szervben való tartózkodási ideje órában,
L_β = 1 uC/g izotóp koncentráció esetén szolgáltatott dózis teljesítmény rad/sec,
ψ = a röntgen és a rad. egységek közötti átszámítási faktor,
I_γ = dózis-konstans,
g' = geometriai faktor,
k_1 = a használt egységek által meghatározott állandó,
k_2 = az adott szerv méretére jellemző állandó.

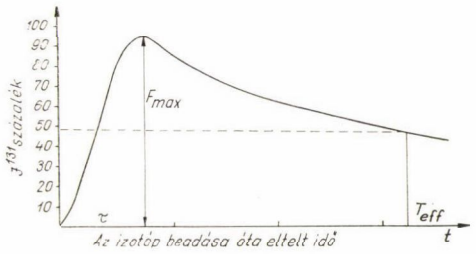
Az (1) egyenlet homogén izotópeloszlás esetén érvényes a M tömegű szerv m' effektív tömegében leadott dózis kiszámítására, ahol fennáll a be- és kilépő β részek közötti dinamikus egyensúly (1. ábra).



1. ábra. Az (1) egyenlet érvényességét megszabó tömegviszonyok. M az adott szerv tömege, m' az adott szerv effektív tömege, melyben a be- és kilépő β részek közötti dinamikus egyensúly fennáll, $\Delta m = M - m'$ az egész tömeg azon része, amelyben a szélhatások miatt az (1) egyenlet közvetlenül nem alkalmazható

* Érkezett 1961. febr. 16.

Egy adott szerv esetében a szövetdózis kiszámításához figyelembe kell venni az aktivitás időbeli változását is. Az aktivitás változás oka részben fizikai: az izotóp bomlása, részben pedig biológiai: szoros összefüggésben van az illető szerv anyagcseréjével.



2. ábra. Hyperthyreotikus egyén pajzsmirigyének jódfelvételi és leadási görbéje. Vízszintes tengelyen a beadás óta eltelt időt, a függőlegesen pedig a pajzsmirigy jód (131) tartalmát a bevitt mennyiség százalékában ábrázoltuk

Mint ismeretes, a szervezetbe juttatott szervetlen jódot a pajzsmirigy szelektiven abszorbeálja, állapotától függően a bekerült jód 30—60%-át felveszi, a többi rövid úton távozik a szervezetből. A felvett jódot a pajzsmirigy hormonjóddá alakítva visszajuttatja a szervezetbe. Egy hyperthyreotikus egyén jód (131) felvételi, illetve leadási görbéjét mutatja a 2. ábra. (Hyperthyreosis esetén a fentemlített jódanyagcsere erősen meggyorsul és a jód (131) felvétel is megnövekszik.) Az aktivitás változási görbe ismeretében az 1—2 egyenletből a megfelelő konstansok [8] behelyettesítése után a pajzsmirigynek leadott dózist a következőképpen számíthatjuk ki:

$$D_\beta = \frac{1{,}04 \cdot 10^2}{M} \int_0^\infty A(t)dt. \qquad \text{(rad)} \qquad (3)$$

$$D_\gamma = \psi I_\gamma g' k_2 \int_0^\infty A(t)dt \qquad \text{(rad)} \qquad (4)$$

$A(t)$ a pajzsmirigybe juttatott jód (131) aktivitásának időbeli változását leíró függvény. Ezt a következő alakban írhatjuk:

$$A(t) = A \cdot F(t),$$

ahol:

A = a bevitt izotóp aktivitása mC-ben,

$F(t)$ = a t idő pillanatban a pajzsmirigyben levő jód (131) mennyisége a bevitt érték %-ban kifejezve.

A maximális felvétel után a jód kidobást exponenciális görbével írhatjuk le, tehát:

$$F(t) = F_{max} \cdot \exp\left(-\frac{0{,}693}{T_{eff}} t\right)$$

T_{eff} = az izotóp effektív felezési ideje napokban.

Különböző szerzők különböző közelítő módszerekkel számítják ki az integrálok numerikus értékét. Mi számításainkban a pajzsmirigyet lapos korong

alakú szervnek tekintettük [8], és a görbét két részre osztva számítottuk ki a leadott dózis nagyságát.

$$D_{\beta\gamma} = D^1_{\beta\gamma} + D^2_{\beta\gamma}$$

A képletben $D_{\beta\gamma}$ jelenti a teljes leadott dózist, $D^1_{\beta\gamma}$ jelenti a maximális felvételig eltelt idő alatt (τ) egy átlagos aktivitással számolt dózist, $D^2_{\beta\gamma}$ pedig az izotóp teljes elbomlásáig leadott dózist jelenti, a maximális felvételtől számítva (exponenciális szakasz).

$$D = \frac{A \cdot F(\max)}{M} (3{,}58\tau + 167 \cdot T_{\text{eff}})$$

ahol:

A = a beadott aktivitás mC-ben,
$F(\max)$ = a maximális jód (131) felvétel %-ban,
M = a pajzsmirigy tömege grammokban,
τ = a maximális felvételig eltelt idő órákban,
T_{eff} = az effektív felezési idő napokban.

I. TÁBLÁZAT

A pajzsmirigy súlya és a szélhatás korrekciós faktora közötti összefüggés

M (pm. tömege grammokban)	ζ
20	0,937
35	0,945
42	0,952
52	0,960

Számításainkban figyelembe vettük a szélhatásokat, amelyek azonban extrém kis pajzsmirigy tömegek esetén is csak 6—7%-os csökkenést okoznak (I. táblázat).

$$D = (1 - 0{,}25\xi)D', \qquad (5)$$

ahol:

$\xi = \frac{\Delta m}{M}$,
D = a szélhatásokkal korrigált dózis,
D' = a szélhatás figyelembevétele nélkül számolt dózis,
$\xi = \frac{\Delta m}{M}$,
M = pajzsmirigy tömege grammokban,
$\Delta m = M - m'$,
m' = a pajzsmirigy effektív tömege grammokban.

A II. táblázatban összefoglaltuk a 7000 rad terápiás dózis leadásához szükséges beadandó izotóp mennyiségét különböző, az irodalomban szereplő képletek alapján számolva.

Standard feltételek: $F(\max) = 80\%$; $M = 40$g; $T_{\text{eff}} = 6$ nap; $\tau = 24$ óra.

Az 1., 2., 4. képlettel számolt értékek 5%-nál kisebb eltéréssel megegyeznek. A 3. képlet durva közelítés, mivel az effektív felezési időt egységesen 8 napnak veszi.

II. TÁBLÁZAT

A 7000 rad terápiás dózis leadásához szükséges beadandó izotóp mennyiség különböző szerzők szerint

1.	Az általunk levezetett képlettel számolt aktivitás	3,46 mC
2.	*Quimby* és *Marinelly*-féle képlettel számolt aktivitás	3,57 mC
3.	*Blomfield* és tsa. által használt képletből számolt aktivitás . . .	4,5 mC
4.	*Bothello* és tsa. által használt képletből számolt aktivitás	3,5 mC

Az irodalomban közölt képletek általában nem veszik figyelembe a maximális felvételig eltelt idő alatt leadott dózist, ami pedig 15%-ot is kitehet lassabban felvevő pajzsmirigyek esetében. Kivételt képez a 4. képlet, azonban ez gyakorlati számolásra kevésbé alkalmas, mert a dózis nagyságát numerikus integrálással határozza meg.

A levezetett képletben szereplő mennyiségek közül $F(\max)$, τ és T_{eff} értéke jód (131) diagnosztikával [9, 10] határozható meg. Nehézséget jelent azonban a pajzsmirigy tömegének meghatározása, amely jelenleg csak tapintás útján végezhető el, ennek pontossága pedig csak 50% körül mozog. Ezekből látható, hogy a pontos dozimetráláshoz a pajzsmirigy tömegének legalább 10% pontossággal való megmérése szükséges, mivel a képletben szereplő többi mennyiség hibahatára is kb. ennyi. Ennek megvalósítása azonban igen nagy nehézséget jelent, mivel az egyes pajzsmirigyek a legkülönbözőbb méretűek és alakúak lehetnek, és így a scintigráf-felvételekből történő szokásos meghatározás [7, 11] is csak közelítő pontosságú lehet. Vizsgálatainkat ilyen irányban folytatjuk tovább, kétoldali scintigráf-felvételekből fogjuk a pajzsmirigy súlyát meghatározni.

IRODALOM

[1] *Blomfield* etc. Brit. Med. Journal, *10*, 63, 1959.
[2] *Blomfield* etc. Brit. Med. Journal, *6*, 1223, 1955.
[3] *L. B. Marinelly, M. A. Edith, H. Quimby Sz. D.* and *Hine P. D.* The American Journal of Roentgenology 260—287, 1948.
[4] *Bozóky L.:* Védekezés atommagsugárzások ellen, Műszaki Könyvkiadó 1960.
[5] *Beier—Dörner:* Die Physik und ihre Anwendung in Medizin und Biologie (Springer—Verlag Berlin, 1958).
[6] Атабек: Радиоактивных йод в терапии тиреотоксикозов, Медгиз, 1959.
[7] *Bothello, Freire Cruz* etc. The American Journal of Roentgenology *81*, 1, 1959.
[8] Либерман: Дозиметрия радиоактивных изотопов, Медгиз, 1958.
[9] *Nagy J., Tarján I.* Magyar Fiz. Folyóirat *6*, 239, 1958.
[10] *Nagy J.* Magyar Radiologia 1958.
[11] *Allen H. C., Goodwin W. E.* Radiology, *58*, 68, 1952.

A TÁVOLSÁGTÖRVÉNY LABORATÓRIUMI ÉRVÉNYESSÉGÉNEK VIZSGÁLATA HENGERKAMRÁVAL Co^{60}, Cs^{137} ÉS Ra^{226} FORRÁSOK ESETÉBEN*

UJHELYI CSABA
MTA Atommag Kutató Intézete, Debrecen

Megállapítottuk, hogy a távolságtörvény érvényessége — egy 3 cm vastag ólom köpennyel körülvett fekvő típusú 0,3 cm ólomszűrővel ellátott 3 mm vastag homloklapú vörösréz henger ionizációs kamrával (belső átmérő és mélység 15 cm) vizsgálva — az adott laboratóriumi mérési körülmények között nem áll fenn. A 0,3—2,8 m távolságközben elvégzett mérések azt az eredményt mutatták, hogy az eltérések nagysága a távolságtörvénytől a felhasznált gamma-források esetében hibahatáron belül megegyezett.

Ismertettük a különböző távolságokban elhelyezett, egymástól nagymértékben eltérő aktivitású gamma-források aktivitásának összehasonlítására alkalmazott mérési eljárásunkat.

A rádium mennyiségi meghatározásával foglalkozó részletes cikkek közül [1, 2] egyedül G. M. KEYSER munkájában [3] találtunk utalást arra, hogy a szerzőnek szükséges volt megváltoztatni a forrás és a kamra középpontja közötti távolságot a mérések során. Közlése szerint a távolságtörvény alapján várt és a mért értékek eltérése 5%-on belül volt 0,5—4 m távolságközben.

A távolságtörvény érvényességét mi az alábbiakban pontosan megadott körülmények között vizsgáltuk meg, és megállapítottuk, hogy felhasználása komoly hibákhoz vezet. Azonban eredményeink összehasonlítása G. M. KEYSER megállapításával nem volna reális, mert ő abszorbciós korrekciókat vizsgált rádium esetében a mi mérési körülményeinktől teljesen eltérő feltételek között.

Mérési eredmények

A távolságtörvény alakja egy C curie aktivitású gamma-sugárzó forrás esetében

$$I^\circ = A^\circ \cdot C/r^2, \tag{1}$$

ahol I° a vákuumban mért gamma-sugárzás intenzitása a pontszerű forrástól r távolságban levő dv elemi térfogatban és A° pedig egy állandó. Az (1)-et

* Érkezett 1961. márc. 15.

levegőben történő mérés esetén az alábbi alakban kell használni

$$I = A^{\circ} \cdot \exp(-\mu r) \cdot C/r^2, \tag{2}$$

ahol I a levegőben mért gamma-sugárzás intenzitása és μ a levegőben mért abszorbciós koefficiens.

Megállapítottuk, hogy a (2)-ben szereplő A° állandó az adott mérési körülményeink között nem állandó, hanem a távolság függvénye, vagyis

$$I = A(r) \cdot C/r^2, \tag{3}$$

ahol $A(r) = A^{\circ}(r) \cdot \exp(-\mu r)$ és r a V térfogatú kamra és a forrás középpontja közötti távolság.

A távolságtörvénytől való %-os eltérést a (2) és (3) összevetése alapján az alábbi kifejezés adja meg:

$$\left[\frac{(I_k/I_i)\ \text{mért}}{(I_k/I_i)\ \text{szám.}} - 1\right] \cdot 100 = \left[f_i \cdot \frac{A(r_k)}{A(r_i)} - 1\right] \cdot 100\,\%,$$

ahol $f_i = \exp(-\mu \Delta r_i) \approx 1 - \mu \Delta r_i (\mu \Delta r_i \ll 1)$, μ a levegőben mért teljes lineáris abszorpció koefficiens, míg $\Delta r_i = r_i - r_k \geqq 0$, ahol r_k rögzített érték.

A 25 mC Co—60, 250 mC Cs—137 és 10 mC Ra—226 névleges aktivitású forrásokkal végzett mérések eredményeit az 1. táblázat tartalmazza.

Az 5 mC Co—60 és a 10 mC Ra—226 források esetében az eltéréseket a távolságtörvénytől a 2. táblázatban foglaltuk össze.

(A táblázatokban fel nem tüntetett ionizációs áramértékek 87—1,5 skr/min tartományba esnek.)

A táblázatok adataiból kitűnik, hogy a (2) érvényességének feltételezése az adott mérési körülmények között jelentős hibát okozott volna.

Az 1., ill. 2. táblázatban előforduló f_i értékek kiszámításához szükséges μ értékeket a [4] alapján számoltuk. (A Ra—226 esetében úgy jártunk el, hogy az [5] grafikonjából a 0,5 cm ólomszűrő-vastagsághoz tartozó Al-ban mért 0,152 cm^{-1} értéket kiolvastuk, majd a [4] Al-ra vonatkozó táblázatából kikerestük, hogy a 0,152/2,7 cm^2/g értéknek 1,24 MeV energia felel meg. Ezután az így megismert energiaértékhez tartozó $0{,}697.10^{-4}$ cm^{-1} értéket a [4] levegőre vonatkozó táblázatából interpolálással számítottuk ki.)

Különböző távolságokban elhelyezett gamma-források aktivitásának összehasonlítására alkalmazott eljárás

Ismeretlen aktivitású forrás aktivitását standard sorozat hiányában az alábbiakban részletezett eljárás segítségével tudjuk meghatározni, ha el akarjuk kerülni az $r_i = r_k$ feltétel mellett végzett igen hosszadalmas méréseket.

1. TÁBLÁZAT

Eltérések a távolságtörvénytől (%-ban) 25 mC Co-60, 250 mC Cs-137 és 10 mC Ra-226 (névleges) aktivitású források esetében 2,2 m távolságközben

	i	r_i (m)	$A(r_i)$	s. d. (±%)	$R_i = \left(\frac{r_i}{r_3}\right)^2$, $r_i \geqq r_3$	$\frac{A(r_3)}{A(r_i)} \cdot R_i$	s. d. (±%)	$\left[\frac{A(r_3)}{A(r_i)} - 1\right]$	$\left[f_i \frac{A(r_3)}{A(r_i)} - 1\right]$
								$x \cdot 100\%$	
Ra	1	0,302	426,7	0,9	—	—	—	—	—
Co	2	0,455	684,2	1,2	—	—	—	—	—
Ra			416,2	1,1	—	—	—	—	—
Co			670,5	0,3		1,000	0,0	0,0	0,0
Cs	3	0,606	127,3	0,5	1,000	1,000	0,0	0,0	0,0
Ra			406,6	0,9		1,000	0,0	0,0	0,0
Co			659,0	0,9		1,804	0,9	1,7	1,6
Cs	4	0,807	125,2	1,0	1,773	1,803	1,1	1,7	1,5
Ra			397,6	1,1		1,814	1,4	2,3	2,1
Co			645,1	0,5		3,168	0,6	3,9	3,6
Cs	5	1,058	123,2	0,6	3,048	3,149	0,8	3,3	2,9
Ra			389,7	1,0		3,180	1,4	4,3	4,0
Co			633,2	0,3		4,926	0,4	5,9	5,4
Cs	6	1,307	120,6	0,4	4,652	4,910	0,6	5,6	4,9
Ra			384,0	1,0		4,926	1,4	5,9	5,4
Co			616,1	0,5		7,202	0,6	8,8	8,1
Cs	7	1,559	118,4	0,5	6,618	7,116	0,7	7,5	6,6
Ra			376,0	0,7		7,157	1,1	8,1	7,4
Co	8	1,807	600,0	0,8	8,891	9,936	0,9	11,8	10,8
Cs			115,6	0,4		9,791	0,6	10,1	8,9
Co	9	2,057	578,0	0,6	11,52	13,37	0,7	16,0	14,8
Cs			111,5	0,5		13,15	0,7	14,2	12,6
Co	10	2,306	563,0	0,5	14,48	17,24	0,6	19,1	17,7
Cs			108,0	0,5		17,07	0,7	17,9	16,0
Co	11	2,556	548,5	0,9	17,79	21,75	0,9	22,2	20,6
Cs			105,4	0,6		21,49	0,8	20,8	18,6
Co	12	2,805	545,7	0,9	21,43	26,32	0,9	22,9	21,0
Cs			103,8	0,4		26,28	0,6	22,6	20,1

2. TÁBLÁZAT

Eltérések a távolságtörvénytől (%-ban) 5 mC Co-60 és 10 mC Ra-226 (névleges) aktivitású források esetében 1,3 m távolságközben

	i	r_i (m)	$A(r_i)$	s. d. (±%)	$R_i=\left(\frac{r_i}{r_1}\right)^2$ $r_i \geqq r_1$	$\frac{A(r_1)}{A(r_i)}\cdot R_i$	s. d. (±%)	$\left[\frac{A(r_1)}{A(r_i)}-1\right]$ $x\cdot 100\%$	$\left[f_i\frac{A(r_1)}{A(r_i)}-1\right]$ $x\cdot 100\%$
Co	1	0,302	768,6	0,7	1,000	1,000	0,0	0,0	0,0
Ra			426,7	0,9		1,000	0,0	0,0	0,0
Co	2	0,455	755,6	0,7	2,270	2,310	0,9	1,7	1,6
Ra			416,2	1,1		2,327	1,4	2,5	2,4
Co	3	0,606	736,6	0,7	4,026	4,201	0,9	4,3	4,1
Ra			406,6	0,9		4,225	1,3	4,9	4,7
Co	4	0,807	721,7	0,7	7,141	7,605	0,9	6,5	6,1
Ra			397,6	1,1		7,663	1,4	7,3	6,9
Co	5	1,058	705,9	0,7	12,27	13,36	0,9	8,9	8,3
Ra			389,7	1,0		13,44	1,4	9,5	8,9
Co	6	1,307	690,8	0,7	18,73	20,84	0,9	11,3	10,5
Ra			384,0	1,0		20,81	1,4	11,1	10,3
Co	7	1,559	680,1	0,7	26,65	30,12	0,9	13,0	12,0
Ra			376,0	0,7		30,24	1,1	13,5	12,5

Legyen C_k és C_i a források erőssége, akkor az r_k és r_i távolságban mért I_k és I_i intenzitások viszonyára a (3) alapján azt kapjuk, hogy

$$I_k/I_i = K(r_i/r_k)\cdot(C_k/C_i), \tag{4}$$

ahol

$$K\left(\frac{r_i}{r_k}\right)=\frac{A(r_k)}{A(r_i)}\cdot\left(\frac{r_i}{r_k}\right)^2 \quad \text{és} \quad r_i \geqq r_k.$$

A (4)-ben szereplő $K(r_i/r_k)$ faktort kísérletileg előre meghatározzuk (lásd 1. és 2. táblázat), és segítségével az ismeretlen aktivitást I_k és I_i mérésével meg tudjuk határozni. (A gyakorlatban a $K(r_i/r_k)$ értékét nem az 1., ill. 2. táblázatban számított módon határozzuk meg, hanem közvetlenül az I_k/I_i

viszonyból $C_k = C_i = C$ feltétel mellett a (4) alapján. Ekkor ugyanis nem lényeges az r_i és r_k abszolút értékének pontos meghatározása, csak az, hogy a forrást mindig pontosan a megjelölt helyekre állítsuk be.)

Természetesen a (4)-ben szereplő $K(r_i/r_k)$ meghatározásának hibája (méréseinkből az átlagolt szórás 0,9% (s. d. $= \pm 0{,}3\%$)) növeli a mérés hibáját az olyan mérésekhez viszonyítva, ahol standard sorozat áll rendelkezésre, és így alkalmazható az $r_i = r_k$ feltétel, amely esetben $K(r_i/r_k) = 1$ és így a mérés hibája minimális.

Az $A(r)$ mennyiség függése a távolságtól

A Co—60, Cs—137 és Ra—226 (bomlástermékekkel egyensúlyban) forrásokkal különböző távolságokban az ionizációs áramot (skr/min önkényes egységben) megmérve a (3)-ban szereplő $A(r)$ értékeket kiszámítottuk, és az r távolság függvényében az 1. ábrán ábrázoltuk.

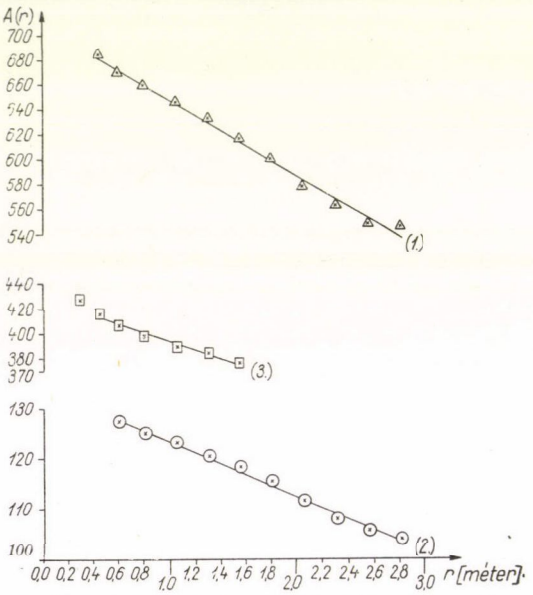
A mért értékeket — megadott távolságközben — az $A(r) = A_0 + A_1 \cdot r$ empirikus egyenlettel tudtuk helyettesíteni.

$$\left[A(r) = 709{,}7 - 61{,}40 \cdot r\right]_{0{,}45 \leqq r \leqq 2{,}8\ \mathrm{m}}^{\mathrm{Co-60}}$$

$$\left[A(r) = 134{,}44 - 11{,}00 \cdot r\right]_{0{,}6 \leqq r \leqq 2{,}8\ \mathrm{m}}^{\mathrm{Cs-137}}$$

$$\left[A(r) = 428{,}4 - 34{,}56 \cdot r\right]_{0{,}45 \leqq r \leqq 1{,}6\ \mathrm{m}}^{\mathrm{Ra-226}}$$

A mért és az empirikus egyenletek alapján számított $A(r)$ értékek (abszolút értékben vett) %-os eltéréseinek átlaga a Co—60, Cs—137 és Ra—226 esetében, 0,56% (s. d. $= \pm 0{,}42\%$), 0,55% (s. d. $= \pm 0{,}30\%$) és 0,49% (s. d. $= \pm 0{,}24\%$). A mért és számított értékek eltérése kisebb, mint a mért értékek szórás értéke.



1. ábra. A 0,025 *C* Co—60 (1), 0,25 *C* Cs—137 (2) és 0,01 *C* Ra—226 (3) esetében kiszámolt $A(r)$ értékek távolság függése

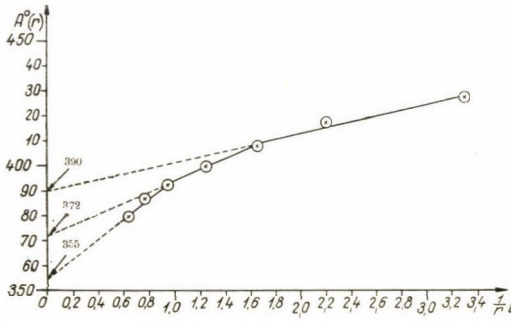
Az $A(r)$ függvénnyel kapcsolatban elméletileg még felmerülhet az a kérdés, hogy ha a távolságot nem a kamra geometriai középpontjától számítjuk, akkor ezzel az eljárással a (3)-ban szereplő $A°(r)$ távolság függése értelmezhető-e, vagyis írhatjuk-e a (2)-őt

$$I = A° \cdot \exp(-\mu r) \cdot C/(r + \Delta r)^2 \qquad (5)$$

alakban, ahol $r > 0$ a kamra és a forrás középpontja közötti távolság, míg $\Delta r \gtrless 0$.

Ha az (5)-ben szereplő Δr állandó, akkor nincs eltérés a távolságtörvénytől, és az eltérést az okozta, hogy a távolságot a kamra középpontjától számoltuk. Azonban

méréseink szerint a Δr nem állandó, hanem a kiválasztott távolságköz függvénye, és így Δr-nek fizikai jelentése nincs. Az (5)-ben szereplő Δr meghatározását úgy végeztük, hogy különböző távolságoknál az ionizációs áramot megmértük és a (3) alapján az $A°(r)$-t kiszámoltuk, majd az $\frac{1}{r}$ függvényében ábrázoltuk. A gyakorlatilag egy egyenesbe eső pontokat $\frac{1}{r} \to 0$ értékhez extrapoláltuk. Az így nyert $A°(\infty)$ értéket az 5-ben szereplő $A°$ helyett beírtuk, és segítségével minden mérési pontban a Δr-t kiszámoltuk. Az így nyert Δr-ek átlagával megint minden mérési pontban kiszámoltuk az $A°$-t és ezen értékek átlagát tekintettük az (5) $A°$ állandójának. Ez az eljárás tovább folytatható, de rendszerint az első lépés elegendő, ha a hibahatárokat figyelembe vesszük. A számítási eljárást — a Ra—226 mérés eredményeit felhasználva — a 2. ábra és 3. táblázat adatai szemléltetik. A 3. táblázatban X a számított és mért ionizációs áramok %-os eltérésének átlagát jelenti a standard deviáció feltüntetésével. A %-os eltérések a mért adatok szórás határán belül esnek. Ezzel a számítási módszerrel a mérési adatokat kisebb távolságtartományban tudjuk hibahatáron belül visszakapni, mint az $A(r) = A_0 + A_1 \cdot r$ összefüggés segítségével, pedig mind a két esetben két állandóval dolgozunk.



2. ábra. A 0,01 *C* Ra—226 esetében kiszámolt $A°(r)$ értékek és a távolság reciproka közötti összefüggés

3. TÁBLÁZAT

Az (5) egyenletben szereplő Δr és A° állandóknak a vázolt számítási eljárás alapján meghatározott értékei a megfelelő távolságközökben

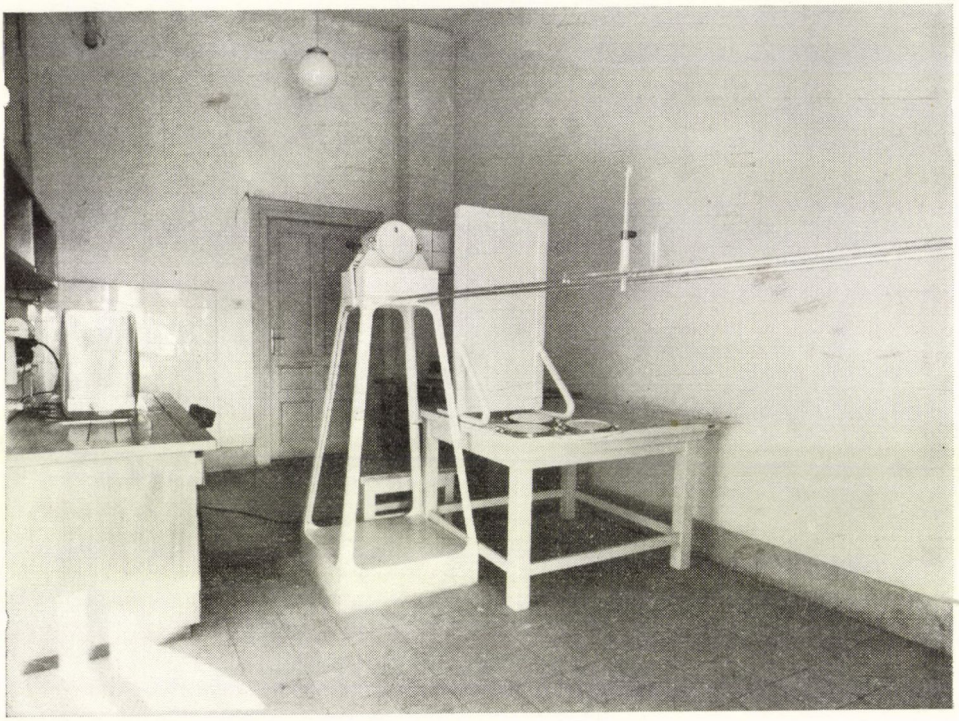
Távolságköz (*m*)	A°(∞)	Δr (cm)	A°	$\lvert X \rvert$ %
0,302—0,606	390	— 1,41	389,9	0,35 ± 0,16
0,606—1,058	372	— 2,79	371,9	0,10 ± 0,07
1,058—1,559	355	— 5,30	355,0	0,28 ± 0,11

Mérőberendezés és a mérőlaboratórium

A mérésekhez egy fekvő-henger típusú ionizációs kamrát használtunk, amelyet egybeépítettünk egy aranyozott kvarcszálas Lauritsen-típusú elektrométerrel [6]. Az ionizációs kamra — egy vörösréz henger — belső átmérője és mélysége 15 cm, a forrás felé néző homloklapja pedig 0,3 cm vastag. A vörösréz henger 3 cm vastag ólomköpennyel van körülvéve. A méréseknél a kamra homloklapján 0,3 cm vastag ólomszűrőt alkalmaztunk. Az ionizációs kamra gyűjtőelektródja egy gömbölyített végű 8 cm hosszú és 2,7 cm átmérőjű üreges vörösréz-henger.

A 3,2 m széles, 6 m hosszú és 4 m magas laboratórium középvonalában (a középponttól 0,4 m-re) elhelyezett ionizációs kamrás mérőberendezés a 3. ábrán látható.

Az ionizációs kamra középpontja a padlószinttől 1,7 m magasságban van.



3. ábra. Ionizációs kamrás mérőberendezés

Gamma-források

A Co—60 források 0,9 mm átmérőjű és 10 mm hosszú Co fémdrót darabok, amelyek egy 3 mm külső átmérőjű és 0,9 mm falvastagságú sárgaréz-tokban vannak elhelyezve. A sárgaréz-tok 1 mm falvastagságú plexiüveg-tokba van helyezve.

A Cs—137 források az Amershami Radiokémiai Központ által 1959-ben kiadott katalógus CDCM 250 és CDCC 1 jelzése alatt leírtaknak felelnek meg. Az aktív só mérete kisebb, mint 2,9 mm × 3 mm. A monel fémből készült tartó falvastagsága 0,8 mm.

A Ra—226 forrás egy 10 mgr rádiumot tartalmazó neutron-forrás volt, rozsdamentes acéltokban. Az acéltok külső átmérője 8,0 mm, míg magassága 11,5 mm. A forrásra vonatkozó adatok nem álltak rendelkezésre, de a forrás falvastagsága valószínűleg 1 mm acélnak megfelelő vagy annál nagyobb.

A Cs—137 források és a Ra—226 forrás 2 mm vastag plexiüveg-tokban volt elhelyezve.

A vizsgálatoknál a források elhelyezésére szolgáló plexiüvegből készült szán két párhuzamos 12 mm vastag alumínium csövön mozgott. A preparátumok elhelyezésére — a plexiüveg-szán középvonalában mozgathatóan elhelyezett — plexiüveg-rúd (10 mm ⌀) végébe csavarozható különböző méretű plexiüveg-hengerek (1,5 mm falvastagsággal) szolgáltak.

$I_{\Delta z}/I_0$ értékek meghatározása

Az I_0 jelenti a kamra középvonalának (az x tengely) irányában — a kamra középpontjától r távolságban — elhelyezett forrástól származó ionizációs áramot. Az $I_{\Delta z}$ pedig azt az ionizációs áramot jelenti, amelyet akkor mérünk, amikor a forrás aktív térfogatának középpontját a z tengely irányában $\pm$ irányban ($\Delta z = \pm 1$, ill. ± 2 cm távolságra) elmozdítottuk.

Az $I_{\Delta z}/I_0$ hányadosok meghatározását a forrástartó plexiüveg-szán csúsztatására szolgáló két alumíniumrúd közepén (1,5 mm környezetében) való néhány milliméteres behajlása indokolta. A mérési eredményeket a 4. táblázatban foglaltuk össze.

4. TÁBLÁZAT

$I_{\Delta z}/I_0$ értékek

Δz (cm) →	± 1	± 2	± 1	± 1	± 2	± 1	± 2
r (m) ↓	5 mC		25 mC	10 mC		250 mC	
	Co-60			Ra-226		Cs-137	
0,194	0,9949 $\pm$0,0096 (I_0 = 84,50)	0,9884 $\pm$0,0058	—	—	—	—	—
0,302	—	—	—	1,0013 $\pm$0,0029 (I_0 = 46,02)	0,9975 $\pm$0,0061	—	—
0,455	—	—	1,0034 $\pm$0,0044 (I_0 = 81,6)	—	—	—	—
0,807	—	—	1,0004 $\pm$0,0033 (I_0 = 24,9)	—	—	1,0040 $\pm$0,0039 (I_0 = 47,32)	1,0020 $\pm$0,0057
1,307	—	—	—	—	—	0,9985 $\pm$0,0016 (I_0 = 17,69)	0,9963 $\pm$0,0026

Az $I_{\Delta z}/I_0$ értékek szórásának átlaga 0,4% (s. d. = $\pm$ 0,2%). (A [2] adataival az egyezés — az összehasonlítható esetekben — teljes.)

A mérési eredményekből kitűnik, hogyha a források aktív térfogatának középpontja és a kamra középvonala egymástól néhány milliméterrel eltér, akkor ez az eltérés gyakorlatilag nem okoz hibát az alkalmazott források esetében.

I = konst. C összefüggés érvényességi tartományának vizsgálata

A (3)-ból $A(r)/r^2 =$ konst. feltétel mellett kapjuk, hogy

$$I = \text{konst. } C. \tag{6}$$

A (6) vizsgálatára azért van szükség, hogy elessen az a feltevés, ami szerint a távolságtörvénytől való eltérést az okozta, hogy olyan ionizációs áramtartományban mértünk, ahol a (6) nem érvényes.

A (6) vizsgálatának egyik lehetséges esete lenne, ha pontosan ismert C_1, C_2, ... curie aktivitású preparátumok állnának rendelkezésre. Ebben az esetben a (6) érvényességi pontosságát a C_1, C_2, ... hibahatára szabja meg. Tájékoztatás végett megemlítjük, hogy pl. a forgalomban levő rádium szekunder standardok hivatalos pontossága 0,5% [7]. A (6) vizsgálatának ilyen módja legtöbb helyen a standard sorozat hiánya miatt nem jöhet számításba.

Az említett nehézségek miatt a (6) érvényességi tartományát, vagyis hogy a (6) milyen ionizációs tartományban igaz, a következő eljárással állapítottuk meg. A vizsgálathoz felhasználtunk két különböző C_1 és C_2 aktivitású preparátumot. (A C_1 és C_2 számértékének körülbelüli ismerete is csak azért szükséges, hogy a C_2/C_1 arányról el tudjuk dönteni, hogy céljainknak megfelelő-e.) A C_2/C_1 arány szigorúan állandó. A (6) alapján számított arány

$$(I_2/I_1)_{r_i} = C_2/C_1 \text{ állandó}, \tag{7}$$

ahol $(I_2/I_1)_{r_i}$ jelenti az r_i $(i = 1, 2, \ldots)$ távolságnál mért ionizációs áramok arányát. Az $(I_2/I_1)_{r_i}$ állandóságának vizsgálatából meg tudjuk állapítani azt az ionizációs áramtartományt, amelyben a (6) a mérési eredmények szórási határán túl biztosan érvényesnek vehető. A mérési eredményeket az 5. táblázat tartalmazza.

Az 5. táblázat eredményeiből kitűnik, hogy 100 — 0,2 skr./min. (önkényes egységben) kifejezett ionizációs áramtartományban a (6) érvényessége $\pm$ 0,6% átlag standard deviáció mellett érvényes, vagyis a (6) a mérés szempontjából gyakorlatilag számbajöhető ionizációs áramtartományban érvényesnek mondható.

Ionizációs áram függése az elektrométer házára adott feszültségtől

A kísérleti adatokat a 6. táblázatban foglaltuk össze. A 6. táblázat adataiból kitűnik, hogy a csökkenő ionizációs áramok irányában a 130 V, illetőleg a 260 V feszültségnél mért ionizációs áramok hányadosa közeledik az egység felé, vagyis a kisebb ionizációs áramok esetében az ionizációs áram már 130—260 V tartományban sem függ gyakorlatilag a feszültségtől.

Mérési adatok meghatározásának módja

A távolságtörvény vizsgálatánál az ionizációs áram középértékeket úgy határoztuk meg, hogy a vizsgált távolságközben minden egyes kijelölt távolságpontban meghatároztuk az ionizációs áram értékét, majd ezt az eljárást még 4—6-szor megismételtük. Ezután az egyes távolságpontokhoz tartozó ionizációs áram értékeket átlagoltuk és az így nyert átlagérték standard deviációját használtuk fel a számított mennyiségek szórásának megadására.

Az $I =$ konst. C összefüggés vizsgálatánál az 5. táblázatban megadott C_2/C_1 hányadosokat általában más-más napokon, több esetben nagyobb időkülönbséggel mértük.

5. TÁBLÁZAT

I = konst. C összefüggés érvényességi tartományának vizsgálata. (Természetes ionizációs áram: $(1{,}1 \pm 0{,}2) \cdot 10^{-2}$ skr/min.)

Távolság (m)	Ionizációs áram (skr/min)		$\frac{I(5\text{ mC})}{I(0{,}1\text{ mC})}$	Középérték:
	5 mC	0,1 mC		
	Co-60			
0,194	92,7 ±0,3	1,70 ±0,01	54,6 ±0,5	54,9± ±0,5 (±0,9%)
0,344	29,9 ±0,2	0,543 ±0,008	55,1 ±0,9	
0,494	14,1 ±0,1	0,253 ±0,005	55,7 ±1,1	
0,694	6,95 ±0,15	0,126 ±0,006	55,1 ±2,8	
1,194	2,17 ±0,04	0,040 ±0,003	54,1 ±3,7	

			$\frac{I(25\text{ mC})}{I(5\text{ mC})}$	
	25 mC	5 mC		
	Co-60			
0,455	84,9	17,8	4,775	4,75± ±0,02 (±0,4%)
1,410	7,52	1,58	4,757	
2,805	1,77	0,374	4,727	

			$\frac{I(1\text{ C})}{I(0{,}25\text{ C})}$	
	1 C	0,25 C		
	Cs-137			
1,160	107,9	22,0	4,902	4,90± ±0,03 (±0,6%)
	100,0	20,6	4,845	
1,307	90,3	18,4	4,907	
1,807	51,7	10,4	4,953	
	43,0	8,76	4,913	
2,910	13,6	2,78	4,892	
	14,6	2,97	4,906	

6. TÁBLÁZAT

Ionizációs áram függése az elektrométer házára adott feszültségtől

	10 mC Ra-226					0,25 C Cs-137
Távolság $(\vec{m})$	0,194	0,302	0,494	0,944	1,559	0,807
Feszültség ↓	Ionizációs áram (skr/min önkényes egységben)					
130 volt	102,6 ±0,6	44,4 ±0,2	16,0 ±0,1	4,24 ±0,01	1,53 ±0,01	36,6 ±0,2
260 volt	114,8 ±2,2	46,8 ±0,4	16,4 ±0,3	4,33 ±0,07	1,55 ±0,01	37,3 ±0,5
$\frac{I(130\ V)}{I(260\ V)}$	0,89 ±0,02	0,95 ±0,01	0,97 ±0,02	0,98 ±0,02	0,99 ±0,01	0,98 ±0,02

Az ionizációs áramok (skr/min. önkényes egységben történő) mérésekor az aranyozott kvarcszál mozgásának idejét a leolvasó távcső 30 skálarész tartományában mértük, az elektrométer fémházára adott 260 V feszültségnél. Kivételt képezett az 5. táblázat néhány adata, ahol igen alacsony ionizációs áramok esetében 30 skálarésznél kisebb tartományban mértünk.

Méréseink folyamán a természetes ionizációs áram értéke $(1{,}1 \pm 0{,}2) \cdot 10^{-2}$ skr/min volt.

Az eredmények megtárgyalása

Az 1. táblázatban összefoglalt kísérleti adatokból kiderül, hogy 0,6—2,8 m távolságközben az eltérések a távolságtörvénytől a Co-60, Cs-137 és Ra-226 források esetében a szórási értékeken belül megegyeznek. (Ebből az eredményből az következik, hogy a használt források aktív térfogatának különbözőségét a mérési eredményekben nem tudtuk észlelni a megadott szórásértékek mellett.)

A távolságtörvénytől az eltéréseket 0,3—1,6 méter távolságközben Co-60 és Ra-226 forrásokkal vizsgáltuk, és az eltérések — a standard deviációt figyelembe véve — teljes egyezést mutattak. (Az 5 mC Co-60 és a 10 mC Ra-226 forrásokkal kimért %-os eltérések a 2. táblázatban találhatók.)

A százalékos eltérés a távolságtörvénytől és a távolság közötti összefüggés (az 1., ill. 2. táblázatból megállapítható szóráshatárok között) egyenessel helyettesíthető a 0,3—1,6, ill. 0,6—2,8 m távolságközben végzett mérések esetében.

Az 1. és 2. táblázat vizsgálati eredményei világosan mutatják, hogy a távolság változtatásával az ionizációs áramban bekövetkező változást empirikusan kell meghatározni.

Méréseinkből — amelyeket egy kisméretű laboratóriumban fekvő henger típusú ionizációs kamrával (belső térfogat 2,50 liter) végeztünk — azt az általános következtetést vonjuk le, hogy a távolságtörvény alkalmazhatóságát annak felhasználása előtt feltétlenül ellenőrizni kell, mivel a szokásos laboratóriumi mérési körülmények általában nem biztosítják a távolságtörvény érvényességének feltételeit.

Köszönetnyilvánítás

Köszönetet mondok dr. *Szalay* Sándor intézeti igazgatónak, aki a dolgozat tárgyára figyelmemet felhívta, és a leírt munka elvégzését lehetővé tette.

Továbbá köszönetet mondok *Ujhelyi* Csabánénak, aki a mérések és számítások elvégzésében nyújtott segítséget.

IRODALOM

[1] *W. E. Perry*, Brit. J. Radiology, *9* 648, 1936.
[2] *T. H. Oddie*, Proc. Phys. Soc. (London), *51* 905, 1939.
[3] *G. M. Keyser*, Can. J. Physics, *29* 301, 1951.
[4] *K. Siegbahn*, "Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy", North-Holland Publishing Company Amsterdam, 1955, 872 old.
[5] *E. Rutherford, J. Chadwick*, and *C. D. Ellis*, "Radiations from Radioactive Substances", at the University Press, Cambridge, 1951, 474 old.
[6] *Ujhelyi Cs.*, ATOMKI Közlemények, *2*, 237, 1960.
[7] *C. F. Weiss*, "Radioaktive Standardpräparate", VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1956, 43. old.

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

AZ ÁLTALÁNOS RELATIVITÁSELMÉLET KÍSÉRLETI IGAZOLÁSÁRÓL*

L. I. SCHIFF
Institute of Theoretical Physics, Department of Physics,
Stanford University, California

A dolgozat célja: annak vizsgálata, hogy a három „experimentum crucis" mennyiben támasztja alá az általános relativitáselmélet egész apparátusának helyességét, és nem csupán a — más kísérletek által kielégítő módon bizonyított — ekvivalencia-elvet és speciális relativitáselméletet verifikálja. Megmutatjuk, hogy miképpen származtatható le azonos szerkezetű órák periódusának és azonos módon elkészített mérőrudak hosszának elsőrendű megváltozása az általános relativitáselmélet felhasználása nélkül, és hogy miképpen számítható ki ebből a vörös-eltolódás és a fényeltérítés. Csupán a bolygópályák precessziója tényleges bizonyítéka az általános relativitáselméletnek. Olyan földi vagy mesterséges-hold-kísérlet elvégzése, mely többet nyújtana, mint az ekvivalencia-elv és a speciális relativitáselmélet megerősítését, igen nehéz volna, és pl. olyan frekvencia-standardra lenne hozzá szükség, mely a frekvencia 10^{-18}-nál valamivel kisebb relatív eltérésének kimutatására alkalmas.

I. Bevezetés

Az általános relativitáselméletet jelenleg a fizikusok a gravitáció legkielégítőbb elméletének tekintik. Ennek oka részben az elmélet fogalmi és szerkezeti eleganciája, részben pedig a megfigyelésekkel való egyezése. Az elmélet kísérleti igazolásaként három „experimentum crucis"-t szokás idézni: erős gravitációs potenciálú térrészben tartózkodó atomok színkép-vonalainak vörös-eltolódását, a Nap közelében elhaladó fénysugarak eltérítését, valamint a Merkur-pálya perihéliumának precesszióját. E cikk fő célja: megvizsgálni, hogy milyen mértékben szükséges az általános relativitáselmélet teljes formalizmusára támaszkodnunk e három effektus számításánál, ill. hogy milyen mértékben kapjuk meg a helyes eredményeket gyengébb feltevésekből kiindulva, melyeket más kísérleti eredmények hiteltérdemlő módon támasztanak alá.

Einstein [1] ismerte fel négy évvel az általános relativitáselmélet megszületése előtt, hogy a vörös-eltolódás értékét ki lehet számítani, ha kiindu-

* Megjelent: Am. J. Phys. *28*, 340, 1960.

lásként feltételezzük az ekvivalencia-elv érvényességét. Ugyanabban a dolgozatban a fényeltérítés kiszámítását is megkísérelte, eredményként azonban a helyes érték felét kapta. Ennek ellenére valójában a fényeltérítés helyes értékét is — éppúgy, mint a vörös-eltolódását — le lehet vezetni anélkül, hogy az általános relativitáselmélet teljes apparátusát felhasználnánk. Noha ez a levezetés valószínűleg jól ismert, még sincs tudomásunk olyan közleményről, mely ezt tartalmazná.

Az a tény, hogy jelenleg mesterséges holdak, valamint rendkívül pontos frekvencia-standardok állnak rendelkezésre, a legutóbbi időben ráirányította az érdeklődést az általános relativitáselmélet kísérleti alapjainak kiszélesítésére. Az ilyen kísérleteket szemügyre véve fontos tudnunk, hogy mennyiben támasztják ezek alá az általános relativitáselmélet teljes apparátusának helyességét, és nem csupán az — *Eötvös* kísérletei [2], valamint a nagy energiájú részecskékre vonatkozó nagyszámú megfigyelés által kielégítő pontossággal bizonyított — ekvivalencia-elvet és speciális relativitáselméletet verifikálják. Ebből a célból először is az ekvivalencia-elv és a speciális relativitáselmélet felhasználásával kapcsolatot állapítunk meg azonos szerkezetű órák periódusának és azonos módon elkészített mérőrudak hosszának a gravitációs tér különböző pontjaiban érvényes mérőszámai között, s az időre ily módon kapott összefüggésből meghatározzuk a vörös-eltolódás nagyságát (II. szakasz). Ezután az időre és a hosszra érvényes összefüggésből megkapjuk a fényeltérítés helyes értékét (III. szakasz). A IV. szakaszban a kapott eredmények néhány következményéről emlékezünk meg.

II. Időtartamok és távolságok összehasonlítása; a vörös-eltolódás

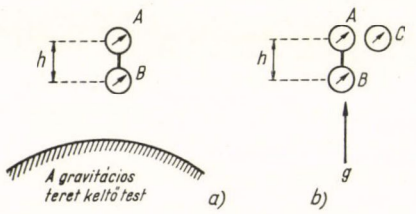
Vegyünk szemügyre két azonos szerkezetű órát, melyek a nehézségi gyorsulás g értékével jellemzett homogén vagy majdnem homogén gravitációs térben, egymástól — az erővonalak mentén mért — h távolságra helyezkednek el, nyugvó állapotban (1a. ábra). Az ekvivalencia-elv értelmében ezen órák ütemét oly módon is összehasonlíthatjuk, hogy az órákat gravitációmentes térrészben gondoljuk el, ugyanakkor feltételezzük, hogy (felfelé irányuló) g gyorsulással gyorsuló mozgást végeznek (1b. ábra). Az összehasonlítást úgy végezzük el, hogy az A és B órákat egymás után egy harmadik, mindvégig nyugvó, az előbbiekkel azonos szerkezetű C órával hasonlítjuk össze, éppen akkor, amikor az utóbbi közvetlen közelében elhaladnak. Feltételezzük, hogy az a körülmény, hogy A és B, midőn C mellett elsuhannak, gyorsuló mozgást végeznek, nincs befolyással az órák ütemének összehasonlítására. Minthogy C egy gravitációmentes térrészben nyugalomban van, egy tehetetlenségi rend-

szer részét képezi, s így az A és B órák összehasonlítása céljára alkalmas standard órának kell tekintenünk.

Tegyük fel, hogy az A óra C mellett v_A felfelé irányuló sebességgel halad el. Ha a C óra periódusa T, az A óra periódusa a C vonatkoztatási rendszerében tartózkodó megfigyelő megállapítása szerint, a speciális relativitáselmélet értelmében

$$T_A = T(1 - v_A^2/c^2)^{-1/2} \approx T(1 + v_A^2/2c^2), \quad (1)$$

ahol az alkalmazott közelítés során feltételeztük, hogy v_A lényegében kisebb, mint a c fénysebesség. Hasonlóképpen a B órának C mellett v_B sebességgel való elhaladásakor végzett összehasonlítás azt mutatja, hogy a B óra periódusa a C-vel egy tehetetlenségi rendszerben tartózkodó megfigyelő megállapítása szerint



1. ábra. (a) Két azonos szerkezetű óra, A és B, gravitációs térben nyugszik. (b) A gravitációs teret az A és B órák felfelé irányuló g gyorsulásával helyettesítjük. A nyugvó C óra A és B periódusának összehasonlítására szolgál

$$T_B = T(1 - v_B^2/c^2)^{-1/2} \approx T(1 + v_B^2/2c^2). \quad (2)$$

Az (1) és (2) egyenletből T-t kiküszöbölve, az alkalmazott közelítésben a következőket kapjuk:

$$T_B \approx T_A[1 + (v_B^2 - v_A^2)/2c^2] = T_A(1 + gh/c^2), \quad (3)$$

minthogy $v_B^2 = v_A^2 + 2gh$. A C óra tehetetlenségi rendszerében tartózkodó megfigyelő mind az A-val, mind a B-vel együtt mozgó észlelő tudomására hozhatja, hogy a B óra lassabban jár, mint az A, s hogy periódusok relatív eltérése gh/c^2.

Megfontolásainkat inhomogén gravitációs térre oly módon terjeszthetjük ki, hogy a (3) egyenletben szereplő gh mennyiség helyére az A és a B órák helye között uralkodó gravitációs potenciálkülönbséget írjuk. Eljárásunk fizikailag értelmezve azt jelenti, hogy nagyszámú, sorjában elhelyezett óra periódusát hasonlítjuk össze egymással, s az órákat úgy helyezzük el, hogy két, egymás után következő óra között a gravitációs tér jó közelítésben homogén legyen. Ily módon a (3) egyenlet a következő alakot ölti, ha a gravitációs tér forrása egy gömbszimmetrikus M tömeg:

$$T_B \approx T_A[1 + (GM/c^2 r_B) - (GM/c^2 r_A)], \quad (4)$$

ahol G az univerzális gravitációs állandó, r_A és r_B pedig az A, illetve B óra távolsága az M tömeg középpontjától.

A gravitációs vörös-eltolódás könnyen megkapható a (4) egyenletből. Legyen B egy csillag felületén elhelyezkedő óra, vagy reálisabb esetet véve,

egy atom, A pedig egy atom a Föld felületén ($r_A \approx \infty$), ahol a gravitációs potenciál, valamint a sebesség elhanyagolható. A (4) egyenlet ekkor azt adja, hogy a csillagon elhelyezkedő atom lassabban rezeg, mint a földi atom. Minthogy továbbá a szemügyre vett rendszer időben stacionárius, a csillag és a Föld között nem „vész el" egy rezgési periódus sem. A Földre érkező színképvonalak tehát eltolódást mutatnak a vörös irányában, a relatív frekvenciaváltozás értéke (GM/c^2R), ahol R a csillag sugara.

Hasonló módon végezhető el a mérőrudak összehasonlítása is. Ha két, az erővonalak mentén radiális irányban elhelyezett, azonos módon elkészített mérőrudat hasonlítunk össze, azt találjuk, hogy az A és B rúd hosszának kapcsolatát

$$L_B \approx L_A[1-(GM/c^2r_B)+(GM/c^2r_A)] \tag{5}$$

adja meg. A (4) és az (5) egyenletben azért szerepel ellentétes előjel, mert az előbbi levezetésében a Lorentz-féle időtágulatációt, az utóbbiéban pedig a Lorentz-féle hosszkontrakciót használtuk fel.

Végezetül könnyen belátható, hogy az erővonalakra merőlegesen tangenciális irányban elhelyezett azonos módon elkészített két mérőrúd összehasonlítása az

$$L_B = L_A \tag{6}$$

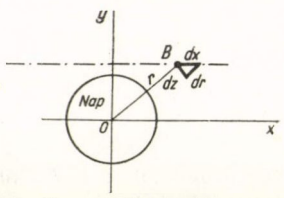
eredményre vezet.

III. A fény eltérítése

Egy fényjel, amely pillanatnyilag a B pontban tartózkodik, a pozitív x-tengely irányában mozogva haladjon el a Nap széle közelében. Legyen A egy földi megfigyelő, kinek sebessége és gravitációs potenciálja elhanyagolható, s aki meg akarja határozni a fényjel pályáját. Ezt megteheti a Huygens-elv felhasználásával, feltéve hogy tudja, miként függ a fényjel sebessége a helytől és tovaterjedésének irányától. Ez a függés azonban meghatározható, felhasználva a fényjel pillanatnyi helyén tartózkodó stacionárius megfigyelő által mért helyi fénysebesség értékét, valamint a (4)—(6) egyenleteket, melyek a helyi fénysebesség definiálására felhasznált idő- és hosszegységet összekapcsolják a földi megfigyelő által a pálya meghatározásánál használt idő- és hosszegységgel.

Nevezzük a stacionárius megfigyelőt B-nek, és tételezzünk fel még két megfigyelőt, B'-t és B''-t, a következő módon. A szemügyre vett pillanatban tartózkodjék B' és B'' a térnek ugyanabban a — gravitációs tértől mentes — pontjában, és a B, B' és B'' megfigyelők relatív sebessége legyen zérus. A B' megfigyelő gyorsulása egyezzék meg a nehézségi gyorsulás B-ben uralkodó értékével, B'' viszont legyen tartósan nyugvó állapotban. Az ekvivalencia-elv értelmében bármilyen mérést is végezzen B és B' az adott pillanatban,

azonos eredményt kell kapniok. A II. szakasz elején tett feltevésünk értelmében B'-nek B''-höz viszonyított gyorsulása nem befolyásolja az időtartamok és hosszúságok összehasonlítását az adott pillanatban. E három megfigyelő mérései tehát az elsőrendű infinitezimális időtartamokra és hosszúságokra azonos eredményeket adnak; magasabb rendben a relatív helyzet és a sebesség elsőrendű megváltozásai egyes esetekben elrontják az egyezést. Minthogy a sebesség elsőrendű infinitezimális hosszúság és időtartam viszonyaként írható fel, a fényjel sebességét mindhárom megfigyelő ugyanakkorának fogja mérni. B'' azonban tehetetlenségi rendszerben foglal helyet s így, összhangban a speciális relativitáselmélettel, azt találja, hogy a fény sebessége minden irányban c-vel egyenlő. Ebből levonhatjuk azt a következtetést, hogy B megállapítása szerint a fényjel ugyancsak c sebességgel terjed tova.



2. ábra. A B pontban egy, a Nap széle közelében elhaladt fényjel terjed tova a pozitív x-tengely irányában

Most meghatározzuk a B által észlelt c helyi fénysebességnek az A számára érvényes c' fénysebességgel való kapcsolatát, amelyből ez utóbbi a fényjel pályáját ki akarja számítani. B azt találja, hogy a fényjel $dt = dx/c$ időegység alatt dx hosszegységet fut be. De A tudja C közléséből, hogy B időegysége a (4) egyenlet által megadott T_B/T_A arányban hosszabb, mint az övé. Eszerint A-nak a fényjel útjára vonatkozó számításában az időkülönbségre

$$dt' = dt(T_B/T_A) = dt[1 + (GM/c^2 r)] \tag{7}$$

alakját kell használnia. A dx utat a 2. ábrán szemléltetett módon kifejezhetjük a dr radiális és a dz tangenciális elmozdulásokkal. Az A megfigyelő tudja, hogy B hosszegysége radiális irányban rövidebb, mint az övé, s így a radiális elmozdulásra az (5) egyenletnek megfelelően a

$$dr' = dr[1 - (GM/c^2 r)]$$

kifejezést kell használnia. Hasonlóképpen a (6) egyenletből következik, hogy $dz' = dz$. A fényjel útjának számítása során használandó dx' elmozdulás tehát a következő alakú:

$$dx' = (dr'^2 + dz'^2)^{1/2} \approx [dr^2(1 - 2GM/c^2 r) + dz^2]^{1/2} =$$
$$= dx[1 - (2GM/c^2 r)(dr/dx)^2]^{1/2} \approx dx[1 - (GMx^2/c^2 r^3)]. \tag{8}$$

Itt felhasználtuk a $dx^2 = (dr^2 + dz^2)$ és a $(dr/dx) = (x/r)$ összefüggéseket. A (7) és (8) egyenlet felhasználásával kapjuk:

$$c' = (dx'/dt') =$$
$$= (dx/dt)[1 - (GMx^2/c^2 r^3)]/[1 + (GM/c^2 r)] \approx$$
$$\approx c[1 - (GMx^2/c^2 r^3) - (GM/c^2 r)]. \tag{9}$$

Megjegyzendő, hogy az A megfigyelő által meghatározott fénysebesség anizotróp, minthogy függ a radiális irány és a terjedési irány által közbezárt szögtől.

A (9) egyenlet felhasználható az adott rendben végzendő közelítő számításhoz, minthogy a fényjel helyzetének vagy irányának az x-tengellyel párhuzamos egyenesvonalú pályától való eltérése c' értékét csak magasabbrendű járulékkal változtatja meg. Ekkor, ha c'-t x és r helyett x és y függvényeként adjuk meg, Huygens elve alapján a fényjel pályájának görbületére az

$$(1/c')(\partial c'/\partial y) \approx$$
$$\approx (GM/c^2)[(3x^2y/r^5)+(y/r^3)] \tag{10}$$

kifejezés adódik. Minthogy c' növekvő y-nal nő, a fényjel pályája oly módon görbül el, hogy a fénysugár a Nap felől nézve konkáv alakot vesz fel. Ismét a legalacsonyabb rendre szorítkozva y helyére a fénysugárnak a Naptól mért legkisebb távolságát, R-et írhatjuk, s így a teljes eltérítés szögére a

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} [(1/c')(\partial c'/\partial y)]_{y=R} dx \tag{11}$$

kifejezést kapjuk. (10)-et (11)-be helyettesítve

$$\theta = (4GM/c^2R)$$

adódik, ami közelítőleg 1,7″-cel egyenlő, ha R a Nap sugarát jelenti.

IV. Befejező megjegyzések

1. A (10) egyenlet jobb oldalán az első tag az A- és B-beli mérőrudak hossza, a második pedig az A és B órák periódusa között mutatkozó eltérés folyománya. Miután a fényeltérítés értékéhez e két tag egyenlő mértékben járul hozzá, *Einstein* [1], midőn csupán az órák periódusainak eltérését vette tekintetbe, a helyes érték felét kapta eredményül.

2. A Merkur-pálya perihéliumának precessziója két okból nem számítható ki a jelen cikkben alkalmazott módszer kiterjesztésével. Először is ebben az esetben szükség van még a véges nyugalmi tömegű részecskék mozgásegyenletére is; ezzel kell helyettesítenünk ama fenti megállapításunkat, hogy a B által mért fénysebesség c-vel egyenlő. Másodszor, ha a megfelelő mozgásegyenletet (a geodetikus egyenletet) bevezetjük, azt találjuk, hogy az órák periódusának $(GM/c^2r)^2$ rendű megváltozása sem hanyagolható el, és ez nem származtatható le e cikk módszereivel.

3. A fényeltérítés és a pályaprecesszió első helyes kiszámítása *Einstein* [3] nevéhez fűződik, aki egy szukcesszív közelítő módszert alkalmazott. Ő ismerte fel, hogy a vörös-eltolódást az időtartamok (GM/c^2r) rendű megválto-

zása egymagában meghatározza; hogy a fényeltérítés ezen kívül egy ugyanilyen rendű hosszváltozást is megkíván; és hogy a pályaprecesszióhoz e kettőn kívül a mozgásegyenletre és az időtartamok $(GM/c^2r)^2$ rendű megváltozására is szükség van. Ezeket a megállapításokat *Eddington* [4] is különös nyomatékkal hangsúlyozta.

4. Minthogy a három „experimentum crucis" közül az első kettő esetében a helyes érték levezethető az ekvivalencia-elvből és a speciális relativitáselméletből anélkül, hogy a geodetikus egyenletre vagy az általános relativitáselmélet téregyenleteire hivatkoznánk, következik, hogy valójában csak a pályaprecesszió szolgálhat az általános relativitáselmélet bizonyítására. Sőt: ha a vörös-eltolódás és a fényeltérítés esetében valamilyen eltérést találnának az elmélet és a kísérletek között, ez nem csupán az általános relativitáselmélet iránt ébresztene kétségeket, hanem az is felmerülne: miképpen egyeztethetők össze a kapott kísérleti eredmények az ekvivalencia-elvvel és a speciális relativitáselmélettel, melyek érvényességét más kísérletek hitelt érdemlő módon bizonyítják.

5. Ugyanezen okból rendkívül nehéz olyan földi vagy mesterséges-hold-kísérletet tervezni, mely valóban az általános relativitáselmélet igazolására használható, s nem csupán az ekvivalencia-elv és a speciális relativitáselmélet érvényességének újabb megerősítését szolgáltatná. Ehhez vagy véges nyugalmi tömegű részecskéket kellene használni, melyek segítségével mód volna a geodetikus egyenleteknek a Newton-féle közelítésen túlmenő igazolására, vagy pedig a rendkívül kicsiny $(GM/c^2r)^2$ rendű idő- vagy hosszváltozást kellene kimutatni. Az utóbbi típusú kísérlethez olyan pontosságú órára volna szükség, mely az időtartamok 10^{-18}-nál valamivel kisebb relatív eltérésének kimutatására alkalmas.

Fordította: Gyöngyi Géza

Megjegyzés korrektúránál. Dicke professzor dolgozatunkhoz kapcsolódó cikkének [Am. J. Phys. *28*, 344, 1960; magyar fordításban: a következő cikk] legnagyobbrészt nincs köze e dolgozathoz. Két megállapításához azonban érdemes megjegyzést fűzni. (1) Dolgozatomat egyáltalán nem vádiratnak szántam a mesterséges holdakkal végzendő vörös-eltolódási kísérletek ellen. Földi, ballon- vagy mesterséges-hold-kísérleteket e dolgozat közlésre való beküldése előtt nem végeztek (bár azóta jelentékeny előrehaladás történt), a csillagászati mérések pedig korlátolt pontosságúak. Éppen ezért úgy vélem, hogy ilyen kísérleteket érdemes végezni. (2) Az Eötvös-kísérletek jelentékeny pontossággal mutatják, hogy a közönséges anyag súlyos és tehetetlen tömege egyenlő. Ez azt jelenti, hogy ezen anyag Hamilton-operátorának alapállapoti sajátértéke ugyanúgy szerepel a tehetetlen tömegben, mint e tömegnek a gravitációs térrel való kölcsönhatásában. Igen figyelemre méltó volna, ha ez megtörténhetne anélkül, hogy maga a Hamilton-operátor azonos módon szerepeljen a két tömegben; ebben az esetben pedig egy óra, mely ezen Hamilton-operátor által leírt atomokból épül fel, a várakozásnak megfelelően változtatná meg ütemét gravitációs térben.

Mindazonáltal, amint azt az előzőkben mondottam, úgy gondolom, hogy hasznos volna annak közvetlen bizonyítása, hogy az ekvivalencia-elv érvényes az órákra. Másrészről nyilvánvaló, hogy ilyen típusú kísérletek az általános relativitáselmélet semmilyen más vonását nem bizonyíthatják, csupán az időskála elsőrendű megváltozását.

IRODALOM

[1] *A. Einstein*, Ann. Physik *35*, 898, 1911.

[2] *R. v. Eötvös, D. Pekár*, és *E. Fekete*, Ann. Physik *68*, 11, 1922.

[3] *A. Einstein*, Sitzber. kgl. preuss. Akad. Wiss. *831*, 1915.

[4] *A. S. Eddington*, The Mathematical Theory of Relativity (Cambridge University Press, New York, 1924), 105. o.

AZ EÖTVÖS-KÍSÉRLET ÉS A GRAVITÁCIÓS VÖRÖS-ELTOLÓDÁS*

R. H. DICKE
Palmer Physical Laboratory, Princeton University, Princeton, New Jersey

A dolgozat az Eötvös-kísérlet eredményeinek az ekvivalencia-elvhez való viszonyát tárgyalja. Arra a megállapításra jut, hogy az Eötvös-kísérlet eredményei nem bizonyítják kétségbevonhatatlanul az ekvivalencia-elvet. A dolgozatban tárgyalt típusú eltérés következménye anomális vörös-eltolódás lehet. Éppen ezért — ellentétben L. Schiff cikkének [Am. J. Phys. *28*, 340, 1960; magyar fordításban: az előző cikk] végkövetkeztetésével — a vörös-eltolódásra vonatkozó kísérleteket fontosnak tartjuk.

Bevezetés

Az előző dolgozatban [1] *L. Schiff* emlékezetünkbe idézte, hogy a gravitációs vörös-eltolódás létezését és értékét le lehet vezetni az általános relativitás-elmélet teljes gépezetének felhasználása nélkül. *Schiff* professzor a jelenség levezetésénél körültekintően alkalmazta az „ekvivalencia-elv"-et, valamint más általánosan elfogadott elveket. *Schiff* feltételezi, hogy az „ekvivalencia-elv"-et az *Eötvös*-kísérlet [2] kétségbevonhatatlanul bizonyítja, s a Lorentz-invarianciáról is felteszi, hogy azt nagyszámú más kísérlet hitelt érdemlő módon igazolja.

Bár ezt *Schiff* kifejezetten nem mondja ki, cikke voltaképpen vádirat azon igen költséges, kormánytámogatással folyó kutatási program felett, melynek célja: atomórát elhelyezni egy mesterséges holdon. Ha *Schiff* alapvető feltételezései valóban olyan szilárdan meg vannak alapozva, mint azt ő véli, úgy ez a program nem más, mint a kormány pénzalapjainak pocsékolása.

Mi nem osztjuk *Schiff*nek feltételezéseibe helyezett bizalmát. Közelebbről: nem érthetünk egyet azzal az állítással, hogy az ekvivalencia-elv az Eötvös-kísérlet által kétségbevonhatatlanul be van bizonyítva. Ez az igen pontos kísérlet azt mutatta meg, hogy minden súlyos test lényegében azonos gyorsulással esik a Föld, ill. a Nap felé. Nem mond azonban közvetlenül semmit a fény terjedéséről, vagy a nagysebességű részecskék gravitációs gyorsulásáról. Továbbá: minden kísérlet pontossága korlátozott, és a határozott következtetések sohasem bizonyosak. Másképpen szólva: az a tény, hogy egyetlen egy kísérlet összhangban van egy általános elvvel, még nem vonja maga után, hogy az elv helyes.

* Megjelent: Am. J. Phys. *28*, 344, 1960.

Az ekvivalencia elve

Az ekvivalencia elvéről szólva meg kell jegyezni, hogy e fontos posztulátum, amint azt általában használják, többet jelent, mint csupán a gravitációs tér és a gyorsulás lokális ekvivalenciáját. Ez az elv, amint az *Einstein*nél és *Schiff*nél felhasználásra került, tartalmazza azt a feltevést is, hogy a fizika törvényei (beleértve a bennük szereplő numerikus jellemzőket is) lokálisan tehetetlenségi koordinátarendszerekben mindenütt ugyanolyanok.

Meg kell jegyezni, hogy az Eötvös-kísérlet közvetlenül a gravitációs erőtér és a gyorsulás lokális ekvivalenciájának kérdését érinti. Csak közvetve érint olyan kérdéseket, hogy vajon egy atom a Napon „ugyanolyan"-e, mint a Földön.

Meg kell jegyezni, hogy az Eötvös-kísérletben csupán az Univerzum többi részéhez képest lassan mozgó testek játszottak szerepet. A megfigyelésekből tudjuk, hogy a Föld azon vonatkoztatási rendszerhez képest, melyben az Univerzum izotrópnak látszik, lassan mozog. Ha ez nem így volna, az Univerzumot anizotrópnak látnánk: a galaxisok magnitúdó-színösszefüggése irányfüggést mutatna. Ha a Föld v sebességére fennállna a $v^2/c^2 > 10^{-6}$ egyenlőtlenség, meghatározott anizotrópia lépne fel: a tér egy irányában a galaxisok fénye eltolódást mutatna a kék felé.

Szükséges, hogy az Eötvös-kísérletnek ne csupán közvetlen folyományait vegyük tekintetbe, hanem a közvetetteket is. Például az atommagban mozgó nukleonok sebességére $v^2/c^2 \sim 0{,}01$ érvényes. Emellett az atommag elektrosztatikus energiája az atom energiájának számottevő hányadát alkotja. Ha gyorsan mozgó részecskékre, vagy egy kötött rendszer elektrosztatikus energiájára anomális gravitációs vonzás hatna, azt várhatnánk, hogy ennek folyományaképpen az Eötvös-kísérletben eltérésnek kellene jelentkeznie. Ebből levonhatnánk azt a következtetést, hogy a gyorsan mozgó anyag vagy a fotonok mozgásukat ugyancsak az ekvivalencia-elvvel összhangban végzik.

Azonban miközben ilyen feltevéseket teszünk, bizonyos mértékig ingatag alapon állunk. Az Eötvös-kísérlet csupán az erők időátlagáról nyújt felvilágosítást. Ezen erők részletes időbeli változásával kapcsolatosan nem áll rendelkezésre kísérleti bizonyíték. Van még egy másik nehézség is, amelyre majd visszatérünk.

Kétségeink legfőképpen a fizikai törvények egyöntetűségének — az előzőkben megbeszélt — feltevésére vonatkoznak. A kérdés az, hogy vajon egy lokálisan tehetetlenségi rendszer tetszés szerinti téridőpontjában érvényesnek talált fizikai törvények numerikus jellemzői függetlenek-e az Univerzum többi részétől. A fizikai törvények kvalitatív megváltozása nem várható, minthogy ez ugrásszerű változást jelentene, de kvantitatív változások elképzelhetők. A fizikai törvények kvantitatív oldalát a fizika dimenziótlan számadatai jellemzik, mint

az elemi részek tömegviszonyai, a finomszerkezet-állandó és más dimenziótlan csatolási állandók.

A fizikai törvények egyöntetűségének feltevése és a fizikai állandók invarianciája ellentmondásban látszik állani egy másik általános elvvel: a Mach-féle elvvel. A Mach-elv, amint azt elsőízben *Berkeley* [3, 4] a 18. században megfogalmazta, lényegében annak feltételezését jelenti, hogy az üres-térnek, a vákuumnak, nincs semmilyen fizikai tulajdonsága. A tér tehetetlenségi és gravitációs tulajdonságait e feltételezés szerint az Univerzumban foglalt anyag hozza létre.

Nyilvánvaló, hogy a Mach-elv magában foglalja a relativitás elvét. Ha ugyanis a tér fizikai tulajdonságait a benne foglalt anyag határozza meg, az anyag mozgását egyedül az Univerzumban foglalt többi anyaghoz viszonyítva értelmezhetjük.

Mach álláspontjáról szemlélve a tehetetlenségi erők gravitációs eredetűeknek tekinthetők. Eszerint a megfigyelések szempontjából egy gyorsuló laboratórium ekvivalens egy rögzített laboratóriummal, melyhez képest az Univerzum többi része gyorsuló mozgást végez. Ha *Mach* elve helyes, úgy ez a két eset mind a megfigyelések szempontjából, mind pedig dinamikai szempontból egyenértékű. Egy gyorsuló laboratóriumban fellépő tehetetlenségi erők felfoghatók gravitációs kölcsönhatásként, melyet a távoli gyorsuló anyag által keltett hullámnak a laboratóriumba való beesése idéz elő.

Ez a leírásmód kauzális szempontból különösnek látszik, minthogy a távoli anyagot a tehetetlenségi erők felléptének időpontját megelőzően fel kell gyorsítanunk, ha a gravitációs hullámokról feltételezzük, hogy terjedési sebességük a c fénysebességgel egyenlő. Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy ez a leírásmód nem akar kauzális lenni. Ez csupán egyike a test és az Univerzum relatív mozgására vonatkozóan megadható sokféle leírásnak. Nem mondjuk azt, hogy a tehetetlenségi erőket a távoli tömegek gyorsulása *okozza*, hanem csupán azt, hogy a tehetetlenségi visszahatás egyik megengedett leírásmódja az, mely ezeket az erőket gravitációs eredetűeknek tekinti.

Látható, hogy egyrészről feltételezzük, hogy a tehetetlenség jelensége a legszorosabban összefügg az Univerzum többi részével, másrészről viszont azt tesszük fel, hogy az Univerzumnak nincs megfigyelhető befolyása laboratóriumunkra és a fizikai törvények numerikus jellemzőire. Ez a két feltételezés — bár nem állítható, hogy vitathatatlanul összeférhetetlenek — legalábbis teret hagy a kétkedésnek.

Fizikai „állandók"

A Mach-elv [5, 6] és numerikus egyezések [7] figyelembevételével végzett gondolatmenetek alapján felvetették, miszerint a

$$Gm^2/\hbar c \sim 2 \cdot 10^{-45}$$

dimenzió nélküli gravitációs „állandó" nem állandó. (Itt m az elektron tömege.) E feltevésre egy ésszerű gravitációs elmélet is épült [8]. Olyan elgondolás is felmerült, hogy a finomszerkezet-állandó is változhat [9]. Az erre vonatkozó tapasztalati anyagot *H. Dempster* [10] vizsgálta meg. Feltételezhető, hogy más dimenzió nélküli számok, így a gyenge csatolás állandója [11] és a proton—elektron tömegviszony, is változhatnak. Ha ilyen változások valóban előfordulnának, a fizikai törvények egyöntetűségének elve, amint azt a fentiekben megfogalmaztuk, nem volna érvényes.

Kizárható-e az az Eötvös-kísérlet felhasználásával, hogy e dimenziótlan állandók számottevő változást mutatnak? Elhangzott az az érvelés, hogy a finomszerkezet-„állandó" nem mutathat számottevő helyfüggést, mert ez egy eső test esetében anomális gyorsulást hozna létre [11—13]. Az alapgondolat egyszerű. Amint az előzőkben mondottuk, az $\alpha = e^2/\hbar c$ finomszerkezet-állandó helyfüggése a mag elektrosztatikus energiájának helyfüggését eredményezné. Az a járulékos munka, amelyre a belső energia e megváltozásának előidézéséhez szükség van, anomális súly felléptét eredményezné. Ha feltesszük, amint az szokásos, hogy a tehetetlen tömeget a rendszer energiája adja meg, anomális gyorsulásnak kellene fellépnie, mely eltérést okozna az Eötvös-kísérletben.

Ez utóbbi feltételezéssel kapcsolatban — két különböző, de egymással összefüggő okból — kifogás emelhető. Először: minthogy a Mach-elv szempontjából tekintve a tehetetlenségi visszahatás gravitációs erőnek tekinthető, várható, hogy fellép egy anomális tehetetlenségi erő, mely az anomális gravitációs erőt ellensúlyozza. Másodszor: egy fizikai állandó változása azt jelentené, hogy kölcsönhatás áll fenn egy, az Univerzum mint egész által keltett erőtérrel. Anélkül, hogy a Lorentz-invariancián sérelem esnék, megtörténhet, hogy a tehetetlen tömeg különbözik a teljes energiától, ha ilyen kölcsönhatás áll fenn.

Egy másik közleményben részletesen meg fogjuk mutatni, miképpen eredményezheti valamely erőtérrel való kölcsönhatás anomális tehetetlen tömeg felléptét. Az Eötvös-kísérlet követelményeivel összeférő tehetetlen tömeget akkor a következő kifejezés adja meg:

$$M_t = M + \varphi dM/d\varphi. \tag{1}$$

Itt M_t az

$$E = Mc^2 \tag{2}$$

energiájú test tehetetlen tömege. (A belső energia meghatározta M tömeget a test Q-érték-tömegének nevezzük.) A φ mennyiség jelentése: gravitációs „potenciál". Ennek pontos definíciójával itt nem foglalkozunk, csupán annyit mondunk, hogy sztatikus gravitációs tér esetében nem jutnánk ellentétbe az Eötvös-kísérlet eredményeivel, ha egy stacionárius koordinátarendszerben a φ térmennyiség $\sqrt{g_{44}}$-gyel volna arányos.

Itt a szokásos jelölésnek megfelelően g_{ij} a tér metrikus tenzora. Egy stacionárius koordinátarendszer időtengelye a térbeli tengelyekre ortogonális: $g_{4\alpha}=0$, $\alpha=1, 2, 3$-ra. g_{44} határozza meg a normális gravitációs vörös-eltolódást; a hullámhossz $\sqrt{g_{44}}$-gyel arányos. Feltételezzük, hogy az (1) egyenletet a

$$\varphi \cong \sqrt{g_{44}} \tag{3}$$

közelítő összefüggéssel megadott φ mennyiség kielégíti. A (3) egyenlet nem akar φ definíciója lenni. Ez nem egy általános kovariáns összefüggés, minthogy csupán a koordinátarendszerek ezen osztályára érvényes.

Az előzőekből levonjuk azt a következtetést, hogy a tömeg számottevő térbeli változása megfigyelhető eltérést eredményezne a Q-érték-tömeg és a tehetetlen tömeg között. Ha a finomszerkezet-állandó helyfüggést mutatna, ennek megváltozása a következőképpen függene össze a gravitációs állandó változásával [9]:

$$\delta\alpha/\alpha \sim 10^{-2}\delta G/G. \tag{4}$$

Dimenzió nélküli számok értékének figyelembevételével [7] és a Mach-elv alapján [5] végzett kozmológiai megfontolások azt sugallják, hogy amennyiben G változik, változása φ-vel a következő kapcsolatban áll [5, 8, 14]:

$$dG/d\varphi \cong \gamma G/\varphi. \tag{5}$$

Itt γ egy dimenziótlan szám, melynek értéke az elméletek részleteitől függ. Várhatóan egységnyi nagyságrendű s így eleget tesz a

$$0,1 < \gamma < 10 \tag{6}$$

egyenlőtlenségnek. A (4) és (5) egyenlet alapján a mag elektrosztatikus energiájának φ-től való függésére a következőket kapjuk:

$$\varphi\, dE_s/d\varphi \cong 10^{-2}\gamma E_s = 6\cdot 10^{-3}\gamma[z(z-1)e^2/A^{1/3}r_0], \tag{7}$$

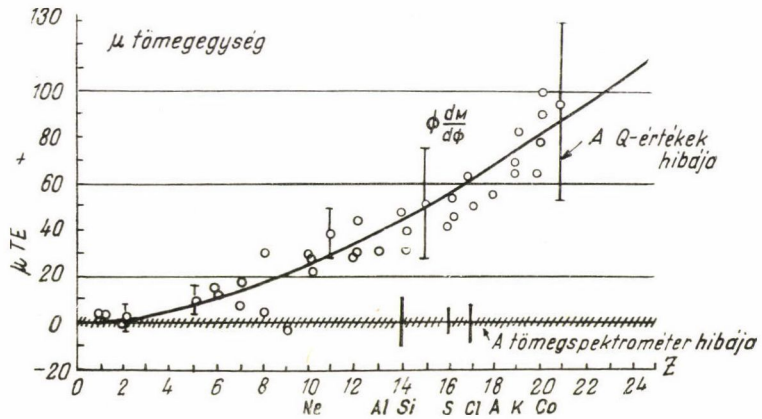
$$r_0 = 1{,}24\cdot 10^{-13}\ \text{cm}.$$

A (tömegspektrométerrel meghatározott) tehetetlen tömegek és a magreakciók segítségével meghatározott Q-érték-tömegek eltérését az 1. ábra mutatja. A Q-érték-tömegek *Endt* és munkatársai [15], valamint *Wapstra* [16] munkájából vettük. A tehetetlen tömegek a *Smith* [17] és a *Nier*-csoport [18] által megadott értékek. Az

$$M_t - M = (1/c^2)\varphi(dE_s/d\varphi) \tag{8}$$

mennyiség változását leíró görbét (1), (2) és (7) felhasználásával rajzoltuk meg, $\gamma = 0{,}1$-gyel.

Amint látható, a kísérletek nem zárják ki ezidőszerint a finomszerkezet-állandó helyfüggését. Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy az 1. ábrán látható eltérés szisztematikus mérési hiba, mint pl. kalibrációs nehézségek folyománya is lehet. Ahhoz, hogy ezt az eltérést megbízható módon értelmezhessük, további vizsgálatokra van szükség.



1. ábra. A könnyű magok tehetetlen tömegének és Q-érték-tömegének különbsége. Az eltérés esetleg kozmológiai effektus

Egy másik, másutt közzéteendő dolgozatban nagyobb részletességgel foglalkozunk az itt felvetett elméleti kérdésekkel. Ugyancsak foglalkozunk majd a részecsketömegek és más csatolási állandók állandó voltára vonatkozó kísérleti tényekkel is.

A gravitációs vörös-eltolódás

A gravitációs vörös-eltolódás kérdésére röviden visszatérve kimondhatjuk következtetésünket, miszerint két különböző vörös-eltolódási effektus lehetséges. Az egyik a szokásos módon, a fény terjedésével kapcsolatos effektusként értelmezhető. A másikat, amennyiben létezik, magának az atomnak a gravitációs potenciál hatására való megváltozásának kell tulajdonítanunk. Az ürbe juttatott atomórával végzett kísérlet volna az egyik mód annak vizsgálatára: létezik-e ez az effektus.

Meg kell jegyeznünk, hogy α-nak az 1. ábrán látható eltérésből következő változása kicsiny, és a vörös-eltolódásra vonatkozó kísérletekben csupán néhány ezrelékes eltérést okozna. Másrészről azonban az előzőkben végzett kozmológiai megfontolások oly ingatag alapokon nyugszanak, és oly könnyen

tévútra vezethetnek, hogy hiba volna, ha ilyen törékeny lábakon álló okoskodások alapján elébe vágnánk a kísérletek eredményeinek.

Nem hagyhatjuk teljesen figyelmen kívül a fizikai „állandók" állandó voltával kapcsolatos más tapasztalatokat sem. De itt nem foglalkozhatunk ezekkel kellő részletességgel. A tapasztalati anyag egy részét másutt tettük közzé [11, 19], más részét ezután fogjuk közzé tenni. Bár minden alkalmat megragadtunk, hogy tanulmányozzuk azokat a megfigyeléseket, melyek a fizikai „állandók" állandó voltával összefüggenek, semmilyen bizonyítékot nem találtunk, mely világosan mutatta volna invariáns voltukat. Másrészről, noha számos jel mutat arra, hogy a fizikai állandók változásokat mutatnak, ezek egyike sem világos és egyértelmű. Mindazonáltal bátorítást nyújt az a körülmény, hogy számos, a fizikai állandók változtatásával kapcsolatosan előrelátható effektus a kísérleti technika csupán csekély javításával mérhetővé válhat.

IRODALOM

[1] *L. Schiff,* Am. J. Phys. *28,* 340, 1960.

[2] *R. v. Eötvös,* Ann. Physik *68,* 11, 1922.

[3] *G. Berkeley, The Principle of Human Understanding* 1710.

[4] *E. Mach, Conservation of Energy* 1872.

[5] *D. W. Sciama,* Monthly Notices, Roy. Astron. Soc. *113,* 34, 1953.

[6] *R. H. Dicke,* Am. Scientist *47,* 25, 1959.

[7] *P. A. M. Dirac,* Proc. Roy. Soc. (London) *A165,* 199, 1398.

[8] *P. Jordan,* Schwerkraft und Weltall (Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1952).

[9] *R. H. Dicke,* Science *129,* 621, 1959.

[10] *H. Dempster* (nincs publikálva).

[11] *R. H. Dicke,* Rews. Modern Phys. *29,* 355, 1957.

[12] *A. H. Wapstra* és *G. J. Nijgh,* Physica *21,* 796, 1955.

[13] *L. I. Schiff,* Proc. Natl. Acad. Sci. *45,* 69, 1959.

[14] *R. H. Dicke,* Revs. Modern Phys. *29,* 363, 1957.

[15] *P. M. Endt, W. W. Buechner, C. M. Braams, C. H. Paris* és *A. Sperduto,* Phys. Rev. *105,* 1002, 1957.

[16] *A. H. Wapstra,* Physica *21,* 367, 1955.

[17] *L. G. Smith,* Phys. Rev. *111,* 1606, 1958; *109,* 2214, 1958.

[18] *T. T. Scolman, K. S. Quisenberry* és *A. O. Nier,* Phys. Rev. *102,* 1076, 1956; *K. S. Quisenberry, C. F. Giese* és *J. L. Benson,* Phys. Rev, *107,* 1664, 1957; *C. F. Giese* és *I. L. Benson,* Phys. Rev. *110,* 712, 1958.

[19] *R. H. Dicke,* Nature *183,* 170, 1959.

AZ ANTIANYAG GRAVITÁCIÓS TULAJDONSÁGAI

L. I. SCHIFF
Institute of Theoretical Physics, Stanford University, Stanford California

Az Eötvös-féle kísérletek és az ekvivalencia elve. *Eötvös* és munkatársai a gravitációval kapcsolatban egy igen pontos kísérletsorozatot végeztek 1890 és 1892 között [1]. E kísérletek célja az volt, hogy megvizsgálják: található-e valamilyen eltérés a gravitációs és tehetetlen tömeg viszonyának különböző anyagokra érvényes értékei között. „Gravitációs tömeg" alatt itt azt értjük, amit *Bondi* [2] „passzív gravitációs tömegnek nevez"; ez a mennyiség tehát arányos egy külső gravitációs tér — pl. a Föld vagy a Nap gravitációs tere — által a vizsgált testre kifejtett erővel. Foglalkozhatnánk ehelyett az aktív gravitációs tömeggel is, mely azzal az erővel arányos, amelyet egy súlyos test más testekre kifejt; e mennyiség megbeszélésére az utolsó szakaszban visszatérünk. „Tehetetlen tömeg" alatt valamilyen tömegtől független (pl. elektromágneses) külső erőnek a test gyorsulásához való viszonyát értjük. Olyan egységeket választunk, melyek használata mellett az *Eötvös* által mért viszony normális anyag esetében 1-gyel egyenlő.

A kísérleteket változó pontossággal, több anyagra elvégezték. Ezek közül három anyag különösen alkalmas a mi célunkra, minthogy közelítőleg elemiek, a periódusos rendszerben egyenletesen eloszolva helyezkednek el, és azok közé tartoznak, melyekre az említett viszonyt a legnagyobb pontossággal mérték. Ezek: a magnálium (90% alumínium, 10% magnézium), a réz és az alumínium. A magnálium és a platina összehasonlítása azt mutatta, hogy a gravitációs és tehetetlen tömeg viszonyának különbsége $(0{,}4 \pm 0{,}1)\cdot 10^{-8}$; rézre és platinára e viszony eltérése $(0{,}4 \pm 0{,}2)\cdot 10^{-8}$ volt. A szerzők e kicsiny pozitív effektusokat nem tekintették szignifikánsnak, s mi csatlakozunk e felfogásukhoz. Azt mondhatjuk tehát, hogy e három anyagra a gravitációs és tehetetlen tömeg viszonyának eltérése nem nagyobb, mint $1/2{:}10^8$.

Az a feltételezés, hogy a gravitációs és a tehetetlen tömeg egyáltalán nem változik anyagról anyagra, elvezet az ekvivalencia elvéhez, és alapvető szerepet játszik a gravitáció *Einstein*-féle általános relativisztikus elméletében. Tudatában kell azonban lennünk annak, hogy az elvégzett kísérletek, bár pontosságuk igen nagy, mégsem tökéletesen pontosak, s így nem mondhatjuk, hogy az ekvivalencia elve kísérletileg be van bizonyítva. Ezt *Dicke* [3] hang-

súlyozta, aki rámutatott arra, hogy a béta-bomlással kapcsolatos energiák, vagy egy laboratóriumi méretű test önmagával való gravitációs kölcsönhatása, még ha meg is sértenék az ekvivalencia elvet, túlságosan kicsinyek ahhoz, semhogy kihatással lehetnének az *Eötvös* által kapott eredményekre. Mindenesetre a következőkben elfogadjuk a speciális relativitáselmélet érvényességét, mely szerint tehetetlen tömeg helyett energiát mondhatunk, és megfordítva.

Az *Eötvös*-féle kísérletek pontossága ahhoz elég nagy, hogy megmutassa: valamely test tehetetlen tömegét szolgáltató fő járulékok a gravitációs tömeghez is egyenlő vagy közel egyenlő mértékben járulnak hozzá [3, 4]. A következőkben felsorolt képleteink azt az $M\delta A$ értéket adják meg, mellyel az atom tehetetlen tömege a gravitációs tömeget felülmúlná, ha e járulékok egyike vagy másika a gravitációs tömeghez nem járulna hozzá. Jelöléseink: Z és A a szemügyre vett, s a gyakorlatban elektromosan semleges atom rendszáma, ill. tömegszáma; δA a tehetetlen és gravitációs tömegszám eltérése; e és m az elektron töltése, ill. nyugalmi tömege; M az atomi tömegegység ($931 \cdot 10^6$ elektronvolt/c^2); R a magsugár; c és $\hbar$ a fénysebesség, ill. a 2π-vel osztott Planck-állandó. A problémánkkal kapcsolatos képletek a következők: az elektronok nyugalmi tömege:

$$M\delta A = mZ. \tag{1}$$

Az elektronok mozgási energiája az elektronok egymás közötti és az atommaggal való kölcsönhatásából származó elektromágneses energiája együttesen az atom kötési energiáját szolgáltatja; Z nem túl kis értékeire [5, 6] írható:

$$M\delta A \approx -15{,}6\ Z^{7/3} eV/c^2. \tag{2}$$

A mag elektrosztatikus energiája [7]:

$$M\delta A \approx 0{,}6\, Z(Z-1)\, e^2/R. \tag{3}$$

A nukleonok mozgási energiája a mezonikus kölcsönhatás energiájával és a (3) alatti elektrosztatikus energiával együtt a mag kötési energiáját szolgáltatja [8]:

$$M\delta A = -B(Z, A). \tag{4}$$

E képleteknek a kísérletekkel való összehasonlítása kielégítő pontossággal elvégezhető, ha a fent említett három anyag: a magnálium, a réz és a bizmut esetében Z és A helyére a legnagyobb gyakorisággal fellépő izotóp rendszámát, ill. tömegszámát írjuk be. Az 1. táblázat ezen izotópokra vonatkozóan közli $|\delta A/A|$-nak az (1)—(4) egyenletekből számított értékét, 10^{-8}-t egységként használva. A magsugár felhasznált értéke [9]:

$$R = 1{,}24\, A^{1/3} \cdot 10^{-13}\ \text{cm}. \tag{5}$$

Az 1. táblázatból kiviláglik, hogy a magnáliumra és platinára, valamint a rézre és

a platinára vonatkozó értékek különbsége mind a négy oszlopban lényegesen nagyobb, mint az 1/2 kísérleti hibahatár. Ha figyelmen kívül hagyjuk annak lehetőségét, hogy a különböző járulékok véletlenül kompenzálják egymást, levonhatjuk a következtetést: az elektron gravitációs és tehetetlen tömegének relatív eltérése kisebb, mint $1:10^4$; az atom kötési energiája esetében az eltérés kisebb, mint 1/4 százalék; a mag protonjainak elektrosztatikus taszítása az atom súlyához az ekvivalencia elv alapján várt járulékot szolgáltatja, $2:10^6$-nál kisebb relatív eltéréssel; végül a mag kötési energiája is a várt módon csökkenti az atom súlyát, miközben a relatív eltérés nem nagyobb, mint $1:10^5$.

1. TÁBLÁZAT

Az egyes anyagok legnagyobb gyakoriságú izotópjainak Z rendszáma, A tömegszáma, valamint a $\delta A/A$ eltérés (1)—(4) alapján számított értéke

Anyag	Z	A	$\lvert\delta A/A\rvert \times 10^{-8}$ értéke az (1)—(4) egyenletek alapján			
Magnálium	13	27	26,400	25	144,000	890,000
Réz	29	63	25,200	68	242,000	923,000
Platina	78	195	21,900	223	397,000	838,000

Hasonló módon érvelhetünk annak megmutatása céljából, hogy a pozitronok gravitációs tömege az elektronokéval (pontosan vagy jó közelítésben) egyenlő és megegyező előjelű. Ez a gondolatmenet érdeklődésre tarthat számot, minthogy több fizikus — főképpen a kozmológiával kapcsolatban — felvetette a gondolatot, hogy az antianyag gravitációs tömege esetleg a közönséges anyag tömegétől eltérő előjelű [10]. Az „antianyagban" a közönséges részecskéket (elektronokat, protonokat, neutronokat) antirészecskéik (pozitronok, antiprotonok, antineutronok) helyettesítik. Valóságos pozitronok nem vesznek részt a közönséges anyag felépítésében, s így céljainkra azokat a virtuális pozitronokat kell felhasználnunk, amelyeket az atom Coulomb-tere a vákuum polarizációja útján létrehoz. Minthogy egy virtuális elektron-pozitron pár jelenlétéhez tartozó valószínűségi amplitúdó $Ze^2/\hbar c = Z/137$ nagyságrendű (Z nem túl nagy értékeire), negatív gravitációs tömegű pozitronok esetén

$$M\delta A \approx m(Z/137)^2 \tag{6}$$

tömegkülönbség várható. E tömegkülönbséget kvantitative a következő szakaszban határozzuk meg; azt fogjuk találni, hogy (6) helyesen adja meg a nagyságrendet, és az Eötvös-kísérletek eredményével való összehasonlítás meg fogja mutatni, hogy a pozitronok normális gravitációs tömeggel rendelkeznek [11].

Hasonlóképpen lehet érvelni az antinukleonok esetében [11—12]. Az atommag mezontere is polarizálja a vákuumot és virtuális antiprotonokat és

antineutronokat hoz létre. Ha az antinukleonok anomális gravitációs tömeggel rendelkeznek, az ebből származó $M\delta A$ különbség lényegesen nagyobb lesz, mint a pozitronokra érvényes érték; itt azonban a számítás sokkal kevésbé biztos kísérleti és elméleti alapokra támaszkodik. Azért várható itt nagyobb tömegkülönbség, mert először: egy virtuális nukleon-antinukleon pár jelenlétéhez tartozó valószínűségi amplitudó $Z/137$ helyett egységnyi nagyságrendű, másodszor: a tömeg anomáliájának nagyságrendjét most m helyett M határozza meg. Másrészről a mezonok és nukleonok térelméletének struktúráját távolról sem ismerjük olyan jól, mint a kvantumelektrodinamikáét; az elmélet, ami jelenleg rendelkezésünkre áll, nem teszi lehetővé, hogy kielégítően megbízható számítást végezhessünk. Jelenleg nincs közvetlen kísérleti bizonyíték a nukleonvákuum polarizációjára vonatkozóan, ugyanakkor az atom Coulomb-tere által előidézett vákuumpolarizációnak szerepe van a Lamb-féle vonaleltolódás létrehozásában. A vákuumpolarizációnak a vonaleltolódáshoz való hozzájárulása mennyiségileg megállapítható [13]. A felsorolt okokra való tekintettel nem teszünk kísérletet arra, hogy számítással meghatározzuk az antinukleonok anomáliás gravitációs tömegének az Eötvös-féle kísérlet eredményére való hatását, bár valószínűnek látszik, hogy ez a hatás nagynak adódna, ehelyett a következő szakaszban részletesen fogjuk taglalni a pozitronok esetét.

E szakasz befejezéseképpen megemlítjük, hogy — amint arra néhány fizikus rámutatott [14, 15] — az ekvivalencia elv megsértése általában maga után vonja az energiamegmaradás (vagy tehetetlen tömeg megmaradása) megsértését. Tegyük fel például, hogy egy megfordítható reakció (magreakció stb). egyik oldalán szereplő A részecskék $\frac{\text{gravitációs}}{\text{tehetetlen}}$ tömegviszonya kisebb, mint a másik oldalon álló B részecskéké. Próbaképpen feltételezzük, hogy az energia megmarad; ekkor az A és a B részecskék tehetetlen tömegének meg kell egyeznie ahhoz, hogy a reakció végbemehessen. Képzeljük el most, hogy az $A \rightarrow B$ reakció a Föld gravitációs terében nagy magasságban végbemegy, majd kisebb magasságban a $B \rightarrow A$ reakció játszódik le. Az $A \rightarrow B$ reakció után B-t a kisebb magasságban levő helyre leejtve, majd a $B \rightarrow A$ reakció után A-t az eredeti magasságra felemelve, körfolyamathoz jutunk, melynek folyamán a rendszer folytonosan energiát ad le.

Abban a speciális esetben, melyben A nukleon-antinukleon pár, B pedig egy foton pár, Morrison [15] a következőképpen okoskodott: az energia megmaradása fenntartható, ha megköveteljük, hogy B tehetetlen tömegét (vagy energiáját) meg kell növelnünk, mielőtt a $B \rightarrow A$ reakció a kisebb magasságban végbe mehetne. A tehetetlen tömeg szükséges megnövelésének a feltevés szerint éppen akkorának kell lennie, hogy felhasználja azt az energiát, amelyet különben a rendszer leadna. E gondolatmenetből következik, hogy vagy

A tehetetlen tömege nagyobb a kisebb magasságban, mint a nagyobb magasságban, vagy pedig *B* tehetetlen tömege nagyobb a nagyobb magasságban, mint a kisebb magasságban. Ahelyett, hogy elfogadnánk a tehetetlen tömeg ilyen — különböző anyagokra szükségképpen különböző — függését a gravitációs potenciáltól, inkább feltételezzük, hogy az energia megmaradásának elve ugyanazokon az alapokon nyugszik, mint az ekvivalencia elve. Mindkettő igen nagy pontossággal érvényes, de jelenleg semmi sem biztosítja, hogy ez a pontosság — akár az egyik esetben, akár a másikban — tökéletes volna. A gondolat, hogy az energia megmaradása esetleg nem pontosan érvényes, nem új, és központi szerepet játszik a kozmológia „folytonos keletkezés"-re vonatkozó hipotézisében [16].

A pozitron gravitációs tömege. A következőkben egy elektromosan semleges atomot vizsgálunk, mely kölcsönhatásban áll az elektron-pozitron térrel és a Föld gravitációs terével. Ha nem vesszük tekintetbe a gravitációt, a Hamilton-operátor a következő:

$$H_0 = H_A + H_P + H_C, \tag{7}$$

ahol H_A magának az atomnak a Hamilton-operátora, H_P a kölcsönhatásmentes elektron-pozitron téré, végül H_C az atom és az elektron-pozitron tér (elsősorban Coulomb-) kölcsönhatását leíró Hamilton-operátor. Céljainkra a Föld gravitációs potenciálja sztatikusnak és a térkoordinátáktól közelítőleg függetlennek tekinthető. A helyfüggés a földsugár nagyságrendjébe eső távolságok esetén számottevő. E gravitációs potenciált Φ-vel jelöljük, és olyan egységeket választunk, hogy az atom teljes energiáját (vagy c^2-tel szorzott nyugalmi tömegét) a földi laboratóriumban $E_0(1+\Phi)$ adja meg; itt E_0 az energiának gravitáló tömegektől távol érvényes értéke. Ilyen egységválasztás mellett a rendszerünk gravitációs energiája ($c^2 \times$ gravitációs tömeg) megegyezik Φ potenciál együtthatójával az energiasajátértékben, a tehetetlenségi energiát ($c^2 \times$ tehetetlen tömeg) pedig a sajátérték Φ-től független része adja meg.

Három esetet vizsgálunk meg, melyek különböző feltevéseknek felelnek meg a gravitációs tér által a pozitronra kifejtett hatásra vonatkozóan: (*a*) A pozitron ugyanúgy viselkedik, mint az elektron. (*b*) A pozitron teljes gravitációs energiája (a nyugalmi + a kinetikus energia) az elektronéval ellentetten egyenlő. (*c*) A pozitron gravitációs nyugalmi tömege az elektronénak (—1)-szerese, mozgási energiájára azonban normális hatást fejt ki a gravitációs tér.

Az *a* eset felel meg az ekvivalencia elvének. Ebben az esetben a (7) Hamilton-operátor

$$H_a = H_0(1+\Phi) \tag{8}$$

-vel helyettesítendő; itt feltételeztük, hogy Φ változása az atom térfogatán belül elhanyagolható. A (8) operátor sajátértékei nyilvánvalóan (7) sajátérté-

keinek $(1+\Phi)$-szeresei, és az atom gravitációs és tehetetlen tömege pontosan megegyezik egymással. Azonban, amint az jól ismeretes, H_A legmélyebb sajátértékéhez, E_0-hoz, egy logaritmikusan divergens tag járul, mely H_P+H_C következménye, s amely renormálás útján az atom tömegébe olvasztható be. E renormáló tag természetesen a gravitációs és a tehetetlen tömegre ugyanakkora, s így a két tömeg renormálás után is egyenlő marad.

A *b* esetben a Hamilton operátor a legegyszerűbben a következő alakúnak választható;

$$H_b = (H_A + H_C)(1+\Phi) + H_P + \Phi H_P'. \tag{9}$$

Itt a H_P' operátor olyan szerkezetű, hogy benne minden betöltött pozitív energiájú (elektron) állapothoz pozitív energia, minden betöltetlen negatív energiájú (pozitron) állapothoz negatív energia tartozik. Impulzusábrázolásban írható:

$$H_P = \sum^{(+)} E_k a_k^* a_k - \sum^{(-)} E_k a_k^* a_k; \tag{10}$$

az itt szereplő két összegezés — a jelzésnek megfelelően — pozitív, ill. a negatív energiájú állapotokra terjesztendő ki; a_k és a_k^* az elektronok eltüntető, ill. keltő operátorait jelölik. A legegyszerűbb feltevés H_P'-re vonatkozóan:

$$H_P' = \sum^{(+)} E_k a_k^* a_k + \sum^{(-)} E_k a_k a_k^*. \tag{11}$$

Ami bennünket érdekel, az H_b sajátértékének a H_A operátor E_0 sajátértékétől való eltéréséből a H_C-ben másodrendű és Φ-ben elsőrendű rész. A perturbációszámítás szabályainak alkalmazásával ebben a közelítésben (Z nem túl nagy értékeire) a következőt kapjuk:

$$E_b \approx E_0(1+\Phi) - (1+2\Phi)\sum E_P^{-1} |\langle P|H_C|0\rangle|^2; \tag{12}$$

az összegezés itt az összes olyan állapotra terjesztendő ki, melyek egy elektron-pozitron párt tartalmaznak, E_P a pár energiáját jelenti, H_C mátrixeleme pedig a párt tartalmazó állapot és a vákuum között veendő.

Amint már fent megjegyeztük, a szereplő összeg logaritmikusan divergens. A (12) kifejezés Φ-től független része természetesen az atom renormált teljes energiája (tehetetlen tömegének c^2-szerese), miután H_a és H_b csupán a Φ-től függő részben különböznek egymástól. A tehetetlen és a gravitációs energia különbsége (vagyis; E_b-nek a Φ-től független része, mínusz a Φ-től függő rész együtthatója) azonban most — eltérően az *a* esettől — nem zérus, hanem

$$\sum E_P^{-1} |\langle P|H_C|0\rangle|^2, \tag{13}$$

s így logaritmikusan végtelenné válik. Renormálás segítségével nem távolítható el; fizikai értelmezése csupán akkor lehetséges, ha az elektron-pozitron

párok rendelkezésére álló impulzusteret valamilyen módon korlátozzuk. A (13) képlethez vissza fogunk térni a c eset tárgyalása során.

A c esetnek megfelelő Hamilton-operátorokat a legegyszerűbben a következő alakúnak választhatjuk:

$$H_c = (H_A + H_C)(1 + \Phi) + H_P + \Phi H_P'' \tag{14}$$

ahol

$$H_P'' = H_P - 2mc^2 \sum{}^{(-)} a_k a_k^*. \tag{15}$$

Perturbációszámítással most a következőket kapjuk:

$$\begin{aligned} E_c = E_0(1 + \Phi) - (1 + \Phi) \sum E_P^{-1} |\langle P|H_C|0\rangle|^2 - \\ - 2mc^2 \Phi \sum E_P^{-2} |\langle P|H_C|0\rangle|^2. \end{aligned} \tag{16}$$

Az előző szakaszban bevezetett $M\delta A$ mennyiséget, mely megadja, hogy a tehetetlen tömeg mennyivel múlja felül a gravitációs tömeget, (16) utolsó tagja szolgáltatja, ha azt $c^2\Phi$-vel elosztjuk:

$$M\delta A \approx 2m \sum E_P^{-2} |\langle P|H_C|0\rangle|^2; \tag{17}$$

e mennyiség véges s a következőkben célunk: ennek kiszámítása.

Helyettesítsük be a $H_C = e\int \psi^* V \psi d^3x$ kölcsönhatási operátort (17)-be, és végezzük el a spinre vonatkozó összegezéseket. (Itt V az atom elektrosztatikus potenciálja, ψ pedig az elektrontér operátora.) Az eredmény:

$$\begin{aligned} M\delta A \approx [2m/(2\pi)^6] \int d^3k_1 \int d^3k_2 |U(\boldsymbol{q})|^2 [E_1 E_2 - h^2c^2(k^2 + \\ + \mu^2 - q^2/4)]/[E_1 E_2 (E_1 + E_2)^2]. \end{aligned} \tag{18}$$

Itt $h\boldsymbol{k}_1$ és $h\boldsymbol{k}_2$ az elektron, ill. pozitron impulzusa, $\mu = mc/h$, $E_{1,2} = hc(k_{1,2}^2 + \mu^2)^{1/2}$, $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{k}_2$, $\boldsymbol{k} = {}^1/_2(\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2)$, U pedig eV Fourier-transzformáltja. Az atom töltéseloszlásának F alakfaktora segítségével $U(\boldsymbol{q})$ a következőképpen fejezhető ki:

$$U(\boldsymbol{q}) = -(4\pi Ze^2/q^2) F(\boldsymbol{q}). \tag{19}$$

Az F alakfaktor értéke egy, ha q valamivel nagyobb, mint a reciprok atomsugár, és ha valamivel kisebb, mint a reciprok magsugár; q egyéb értékeire F zérussá válik.

Célszerű (18)-ban $\boldsymbol{k}_1$ és $\boldsymbol{k}_2$ helyett bevezetni a $\boldsymbol{q}$, x, y integrációs változókat, ahol

$$\begin{aligned} x &= (k_1^2 + k_2^2 + 2\mu^2)/q^2 = 2k^2/q^2 + \alpha/2, \\ y &= (k_1^2 - k_2^2)/q^2 = 2(\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{k})/q^2, \\ \alpha &= 1 + (4\mu^2/q^2). \end{aligned} \tag{20}$$

A hatodik változó $\boldsymbol{k}$-nak a $\boldsymbol{q}$ irányába mutató polártengelyre vonatkoztatott azimut-szöge. Erre mindjárt integrálhatunk; eredményül egy 2π tényező adódik. Ezután x és y szerint integrálunk a $(-2(x-\alpha)^{1/2}, +2(x-\alpha)^{1/2})$, ill. az $(\alpha/2, \infty)$ szakaszokra. A $\boldsymbol{q}$ szerinti integrált, melyben az atom alakfaktora

szerepel, utoljára számítjuk ki. A (18) egyenletet (19) és (20) segítségével a következő alakba írhatjuk:

$$M\delta A \approx (4m/3\pi^2)(Z/137)^2 \int_0^\infty |F(q)|^2 f(\alpha) dq/q, \tag{21}$$

$$f(\alpha) = \frac{3}{4} \int_{\alpha/2}^{\infty} dx \int_0^{(2x-\alpha)^{1/2}} dy \frac{(x^2-y^2)^{1/2}+1-x}{(x^2-y^2)^{1/2}[x+(x^2-y^2)^{1/2}]}. \tag{22}$$

Az egyszerűség kedvéért feltételeztük, hogy $F(q)$ gömbszimmetrikus. Az y szerinti integrálás (22)-ben analitikusan elvégezhető; az eredmény:

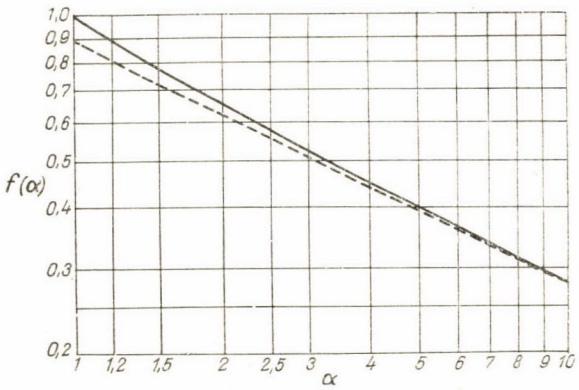
$$f(\alpha) = \frac{3}{4} \int_{\alpha/2}^{\infty} dx \frac{(x-1)[2x^2-2x+\alpha-2x(x^2-2x+\alpha)^{1/2}]}{x(2x-\alpha)^{1/2}(x^2-2x+\alpha)^{1/2}}. \tag{23}$$

Az $f(\alpha)$ függvényt az $\alpha = 1$ ($q = \infty$) és $\alpha = \infty$ ($q = 0$) határok között kívánjuk ismerni. Az integrál zárt alakban való meghatározása nem látszik lehetségesnek, azonban a bennünket érdeklő egész tartományban kitűnő közelítő képlet adható meg. Az $f(\alpha)$ függvény aszimptotikus kifejtésének első négy tagja α nagy értékeire:

$$f(\alpha) \approx (9\pi/32\alpha^{1/2})[1+(1/12\alpha)+(3/128\alpha^2)+(5/512\alpha^3)]. \tag{24}$$

A (23) integrál $\alpha = 1$ esetén egzaktul kiszámítható, és eredményül $f(1) = 1$ adódik. Végül $f(\alpha)$ viselkedését α-nak egynél kevéssel nagyobb értékeire egy meglehetősen bonyolult sorfejtés útján határozhatjuk meg, mely szerint $f(\alpha)$ $-3/4$ iránytangenssel lineárisan változik. Az egytől nem nagyon különböző α értékekre írható tehát:

$$f(\alpha) \approx 1-3(\alpha-1)/4. \tag{25}$$



1. ábra. A (24) kifejezés első tagjának (szaggatott vonal) és a (24) alatt felírt négy tag összegének (folytonos vonal) grafikonja. A bal felső sarokban látható szaggatott vonal számítása a (25) egyenlet alapján történt, s úgy van megrajzolva, hogy $\alpha = 2$-nél az $f(\alpha)$ numerikusan meghatározott értékét ábrázoló ponthoz illeszkedve simuljon a folytonos görbéhez

A (24) aszimptotikus sorfejtés fő-tagját ábrázoló görbe az 1. ábrán látható (log-log koordinátarendszerben, szaggatott görbe). Az 1. ábra folytonos görbéje pedig a (24) alatt kiírt négy tagot ábrázolja. A folytonos görbéhez a bal felső sarokban csatlakozó szaggatott görbe számítása (25) alapján történt; ez a görbe úgy van megrajzolva, hogy illeszked-

jék az $\alpha = 2$-nél numerikusan meghatározott ponthoz. Ez a kombináció kitűnően előállítja $f(\alpha)$-t. A görbéhez kitűnően simul a következő aszimptotikus sor alakjában megadott függvény:

$$f(\alpha) = \alpha^{-1/2}[0{,}884 + (0{,}118/\alpha) - (0{,}137/\alpha^2) + (0{,}135/\alpha^3)]. \tag{26}$$

Itt az első tag megegyezik (24) első tagjával, a többi három együttható pedig úgy van megválasztva, hogy összhangban legyen az $\alpha = 1$-hez tartozó függvényértékkel és iránytangenssel [lásd (25)-öt], valamint az $\alpha = 2$-höz tartozó numerikusan meghatározott függvényértékkel.

Ha a (24) vagy (26) sorfejtés első tagját (21)-be helyettesítjük, a tömegkülönbséget jó közelítésben kapjuk:

$$M\delta A \approx (3\,\mathrm{m}/8\pi)(Z/137)^2 \int_0^\infty |F(q)|^2 dq/(q^2 + 4\mu^2)^{1/2}. \tag{27}$$

Az 1. ábrából látható, hogy ez a kifejezés alábecsüli a tömegkülönbség értékét, ez az eltérés sohasem nagyobb 12 százaléknál.

Pontosabb eredményt kapunk, ha (26)-ot helyettesítjük (21)-be, és $F(q)$ helyére egy R sugarú töltött gömb Fourier-transzformáltját írjuk, ahol R-et (5) adja meg. A (21)-ben szereplő integrálra egyszerű kifejezést kapunk, ha a $(\mu R)^2$ és $1/\mu a$ rendű tagokat az egység mellett elhanyagoljuk (itt a az atom árnyékolását jellemző sugár):

$$\int_0^\infty |F(q)|^2 f(\alpha) dq/q \approx \ln(1/\mu R) + 0{,}338. \tag{28}$$

A (28) kifejezést (21)-be helyettesítve s a numerikus paraméterek megfelelő értékeit felhasználva, magnáliumra, rézre, és platinára a $\delta A/A = 12$, 25, ill. 53 értékeket kapjuk (egység: 10^{-8}). A kapott számok valamivel nagyobbak, mint a [11] közleményben megadott értékek (10,20 és 43); ennek oka egyrészről az, hogy a (24) kifejezés első tagja $f(\alpha)$-t alábecsüli, másrészről az, hogy a $F(q)$-ra vonatkozóan a [11] közleményben tett feltevés alábecsüli a mag töltéssűrűségének q nagy értékeihez tartozó Fourier-komponenseit.

Eszerint ha a c feltevést vesszük alapul, a gravitációs és a tehetetlen tömeg viszonyának a magnálium—réz, réz—platina és magnálium—platina anyagpárok esetében $13 \cdot 10^{-8}$, $28 \cdot 10^{-8}$, $41 \cdot 10^{-8}$ eltérést kellene mutatnia. Miután a kísérletekben talált eltérés kisebb, mint $1/2 \cdot 10^{-8}$, levonhatjuk a következtetést, hogy a pozitron gravitációs nyugalmi tömege az elektronéval kb. 1 % pontossággal megegyezik. A [11] közleményben közölt eredményekből adódó elvi következtetést nem módosította a fentiekben elvégzett pontosabb számítás. A számításunkban még megmaradt közelítések, a $(\mu R)^2$ és $1/\mu a$ elhanyagolása egy mellett, $F(q)$ egyszerű választása, $Z/137$ magasabb hatványainak elhanyagolása

az atom Coulomb-terének figyelembe vételénél nem érintik a levont következtetéseket. Megjegyezzük még, hogy miután $E_P \geqq 2mc^2$, a (13) és (17) egyenletek összehasonlítása alapján megállapíthatjuk: akárhogyan is értelmezzük a (13) divergens összeget, a b esetben mindig nagyobb érték adódik $M\delta A$-ra, mint a c esetben.

Az előzőkben kapott eredmények a H_b és H_c operátorok alakjára vonatkozóan, a (9), (10), (14) és (15) egyenletekkel kapcsolatban tett feltevéseken alapulnak. Bár az operátorok választott alakja egyszerű, korántsem az egyetlen lehetséges. Például a ΦH_C tagot módosítani lehetne oly módon, hogy a párkeltést és szétsugárzást leíró rész megváltozzék, anélkül, hogy az elektron- és pozitron-szórást leíró részt megváltoztatnánk; ez utóbbi követelmény biztosítja, hogy az atomnak a (2) egyenletben szereplő elektrosztatikus kötési energiája továbbra sem szolgáltat járulékot a gravitációs és tehetetlen tömeg közötti eltéréshez. Egy másik módosítás abban állhatna, hogy H_P'-höz és H_P''-höz párkeltést és szétsugárzást leíró tagokat adunk; ezek nem érintenék a gravitációs térnek egy szabad pozitronra kifejtett határát. Lehetséges, hogy ilyen pár-tagok elfedik a pozitron feltételezett anomális gravitációs tulajdonságait, és így érvénytelenítik az előzőkben levont következtetéseinket [17].

Szorozzuk meg ΦH_C párkeltést leíró részét egy β számmal, a szétsugárzást leíró részt pedig $\bar{\beta}$-val (ily módon megőrizzük az egész operátor hermitikus jellegét). Ekkor azt találjuk, hogy a (12) egyenlet helyére a következő egyenlet lép:

$$E_b' \approx E_0(1+\Phi) - [1 + 2\Phi Re(\beta)] \sum E_P^{-1} |\langle P|H_C|0\rangle|^2, \tag{29}$$

(16) helyett pedig a következőt kapjuk:

$$E_c' \approx E_0(1+\Phi) - \{1 + \Phi[2Re(\beta) - 1]\} \sum E_P^{-1} |\langle P|H_c|0\rangle|^2 - \\ - 2mc^2 \Phi \sum E_P^{-2} |\langle P|H_C|0\rangle|^2. \tag{30}$$

Itt $Re(\beta)$ a β szám valós részét jelöli. A (29) és (12) egyenlet összehasonlítása azt mutatja, hogy a b esetben a $Re(\beta) = 1/2$ választás teljesen elfedné a pozitron feltételezett gravitációs anomáliáját. Ugyanakkor a (30) egyenletből látható, hogy a c esetben ez nem lehetséges.

A fentiekben említett másik lehetőség a módosításra (párkeltést és szétsugárzást leíró tagok hozzáadása H_P'-höz és H_P''-höz) jóval bonyolultabb számítást kíván meg; ΦZ és ΦZ^2 nagyságrendű tagok fellépte várható. Ha azonban ezek a pár-tagok egyszerű alakúak: ha azonos impulzushoz és spinhez tartozó pozitív energiájú keltő és negatív energiájú eltüntető operátorok szorzatainak összege (+a hermitikusan konjugált kifejezés) alakjában írhatók fel, így a (12), vagy (16) egyenletben nem lép fel változás. Ez az eredmény

annak tulajdonítható, hogy az újonnan hozzáadott pár-tagok leírta kölcsönhatásban nem tételeztünk fel impulzusátadást. Ha Φ helyfüggését figyelembe vennénk, létrejönne impulzusátadás; ekkor azonban a Föld sugarától való függés miatt a fellépő tagok kicsinyek volnának, és így nem volnának alkalmasak arra, hogy elfedjék a pozitron esetleges anomális gravitációs tulajdonságait.

Más lehetőségekkel, melyek a pozitron feltételezett anomális gravitációs tulajdonságainak elfedését eredményeznék, nem foglalkoztunk. A vizsgált példák alapján azonban igen valószínűnek látszik, hogy ez csupán a pozitron feltételezett anomális gravitációs tulajdonságainak, valamint az elmélet valamely más pontján elvégzett módosításnak véletlen összejátszása eredményeképpen jöhetne létre. Az egyszerűségre vonatkozó megfontolások az előzőkben közölt eredményekkel együtt erre a következtetésre vezetnek: nagyon valószínű, hogy a pozitronok normális gravitációs tulajdonságokkal rendelkeznek.

Passzív és aktív gravitációs tömeg. Az előbbi két szakaszban a részecskék és antirészecskék passzív gravitációs tömegével és tehetetlen tömegével foglalkoztunk. Igen nagyfokú bizonyossággal levonhatjuk a következtetést, hogy a pozitronok és antinukleonok tehetetlen tömege pozitív, éspedig egyszerűen azért, mert létrehozásukhoz energiára van szükség, és szétsugárzásukkor energia szabadul fel. Ezenkívül a valóságos elektron—pozitron párok keltésére és szétsugárzására vonatkozóan elvégzett kísérletek gyakorlatilag bizonyossá teszik, hogy az elektromos töltés megmarad ezen folyamatokban; végül a pozitronok eltérítése mágneses térben azt mutatja, hogy tehetetlen tömegük pozitív.

Az előző szakaszok alapján levonhatjuk a következtetést (bár ez a következtetés kicsivel kevésbé bizonyos), hogy az antirészecskék passzív gravitációs tömege ugyancsak pozitív. Ezek után fel lehet vetni a kérdést: vajon számot lehet-e adni a gravitáció segítségével arról, hogy kozmológiai méretekben az anyag és az antianyag elkülönül egymástól [10]. Egyetlen lehetőségként annak feltételezése kínálkozik, hogy az antirészecskék aktív gravitációs tömege negatív. Amint azt *Bondi* megmutatta [2], egy ilyen feltevés összhangban állhat az ekvivalencia elvével és az általános relativitás elvével, hacsak a tehetetlen és a passzív gravitációs tömegek pontosan megegyeznek. Valamely próbatestre a részecskék vonzást, az antirészecskék taszítást fejtenek ki. Anomális helyzet akkor áll elő, ha egy részecske—antirészecske pár gravitációs kölcsönhatás mellett létrejövő mozgását vesszük szemügyre; ezzel az esettel *Bondi* foglalkozott meglehetősen részletesen. A mi céljainkra elegendő arra rámutatni, hogy egy antirészekből álló rendszer egymagában normális, de instabil viselkedést mutatna, teljes analógiában egy azonos előjelű töltött részekből álló rendszerrel.

Az anyag és antianyag kozmológiai méretekben, gravitáció útján történő szétválasztása megköveteli, hogy legalábbis egyes antirészecskék passzív gravitációs tömege negatív legyen. Ekkor az ekvivalencia elve érvénytelen, és az általános relativitáselmélet nem használható. Noha az Eötvös-kísérleteknek az előzőkben megvitatott értelmezése valószínűleg kizárja ezt a lehetőséget, érdeklődésre tarthat számot annak vizsgálata, hogy hová jutunk el ezt alapul véve. Ha különböző előjelű passzív gravitációs tömeggel rendelkező tömegek lépnek egymással kölcsönhatásba, a *Bondi* által tanulmányozott anomális viselkedés oly módon küszöbölhető ki, hogy feltételezzük *Newton* harmadik törvényének érvényességét; pozitív tehetetlen tömeg esetén ez azt jelenti, hogy minden részecske aktív és passzív gravitációs tömege nagyságra és előjelre nézve megegyezik. Ekkor — feltéve, hogy legalábbis a legnehezebb antirészecskék gravitációs tömege negatív —, anyag és antianyag között érvényesülni fog az elkülönülésre irányuló törekvés.

E modell érdekes következménye, hogyha az univerzum olyan részében végzünk gravitációs kísérleteket, melyben minden részecske helyét antirészecskéje foglalja el (antilaboratórium), ezek más eredményt adnak, mint ha ugyanezeket a kísérleteket az univerzum egy normális anyagból felépülő részében (laboratórium) végezzük el. Ennek az az oka, hogy — amint azt az első szakaszban megmutattuk — az elektromágneses és a nukleáris kötési energia gravitációs tömege pozitív. Az elektromágneses tér kvantumai: a fotonok, s a mag erőtér kvantumai: a π-mezonok önmaguk antirészecskéi. Ebből következik, hogy még akkor is, ha a pozitronok, antiprotonok és antineutronok gravitációs tömege negatív volna, a laboratóriumban és az antilaboratóriumban uralkodó viszonyok között aszimmetria állna fenn.

Lehetőség nyílik arra, hogy megőrizzük a teljes szimmetriát a laboratórium és az antilaboratórium között, s ugyanakkor fenntartsuk a kettő között uralkodó gravitációs taszítást. Ehhez mélyrehatóan meg kellene változtatnunk a gravitációs tér fogalmát, vagy a gravitáció távolhatáson alapuló elméletét kellene elfogadnunk. Posztulálhatnánk, hogy minden foton, részecske, π-mezon, valamint ezek mozgási és kölcsönhatási energiája vonzást fejtsen ki egymásra; hogy minden foton, antirészecske, π-mezon, valamint ezek mozgási és kölcsönhatási energiája ugyancsak vonzást fejtsen ki egymásra; ugyanekkor a részecskék és antirészecskék között taszítás uralkodjék [18]. Szükségtelennek látszik azonban, hogy megkíséreljük egy ilyen modell kifejlesztését, miután az előző fejtegetések arra mutatnak, hogy a részecskék és antirészecskék között valójában vonzás uralkodik.

Összefoglalva: igen valószínűnek látszik, hogy minden részecske és antirészecske tehetetlen és passzív gravitációs tömege pozitív, és hogy az ekvivalencia elve, legalábbis igen nagy pontossággal, érvényes. Az antirészecskék

aktív gravitációs tömege nem ismeretes. Az anyag és antianyag stabilis együtteseinek kozmológiai méretekben való elkülönülése nem érhető el annak feltételezésével, hogy az antirészek aktív gravitációs tömege negatív, és *Newton* harmadik törvénye azt kívánja, hogy pozitívak legyenek.

Fordította: Györgyi Géza

IRODALOM

[1] E kísérletek összefoglalását adja *R. v. Eötvös, D. Pekár* és *E. Fekete*, Ann. Physik, *68*, 11, 1922.

[2] *H. Bondi*, Revs, Mod. Phys. *29*, 423, 1957.

[3] *R. H. Dicke*, Revs. Mod. Phys. *29*, 355, 1957.

[4] *A. H. Wapstra, G. J. Nijgh* (Physica, *21*, 796, 1955) *Eötvösnek* korábbi és kevésbé pontos eredményeit használták fel, s így csak korlátozott mértékben vonhattak le következtetéseket.

[5] *E. M. Condon* és *G. H. Shortley*, Theory of Atomic Spectra (Cambridge: Cambridge University Press, 1953) pp. 338—39.

[6] Meg kell jegyezni, hogy a gravitációs fényeltérítés *Einstein* által előrelátott értéke és a kísérleti érték egyezése bizonyítaná, hogy az elektromágneses energia viselkedése az ekvivalencia elvével összhangban áll. Úgy látszik azonban, hogy van egy 10—20 százaléknyi eltérés; a kísérletek áttekintésével kapcsolatban lásd *E. T. Whittaker*: History of the Theories of Aether and Electricity (London: Thomas Nelson and Sons, Ltd., 1953), *2*, 180.

[7] *J. M. Blatt* és *V. F. Weisskopf*, Theoretical Nuclear Physics (New York: John Wiley and Sons, Inc., 1952), p. 216.

[8] Uo. pp. 4—5.

[9] *R. Hofstadter*, Ann. Rev. Nuclear Sci., *7*, 309, 1957; *A. E. S. Green*, Revs. Mod. Phys. *30*, 569, 1958. Céljainknak megfelelően elegendő, ha a magot egyenletes sűrűségű töltött gömbnek tekintjük.

[10] *P. Morrison* és *T. Gold*, Essays on Gravity (New Boston, N. H.: Gravity Research Foundation, 1957), p. 45; *P. Morrison*, Am. J. Physics, *26*, 358, 1958; *D. Matz* és *F. A. Kaempffer*, Bull. Am. Phys. Soc., Ser. II. *3*, 317, 1958; továbbá személyes közlések más kutatóktól.

[11] E munkáról rövid előzetes közlés: *L. I. Schiff*, Phys. Rev. Lett., *1*, 254, 1958.

[12] Úgy látszik, hogy elsőnek *P. Morrison* (op. cit., p. 367) mutatott rá arra a lehetőségre, hogy virtuális párok felhasználásával, az Eötvös-kísérletek eredményei alapján, meghatározhatjuk az antirészek gravitációs tömegét. *Morrison* munkájában az antinukleonokra vonatkozó kvalitatív megfontolások találhatók. Hasonló kvalitatív megjegyzés, valamint a pozitronokra vonatkozó kvantitatív számítások találhatók *Schiff* idézett közleményében; ez a munka *Morrison* javaslatának ismerete nélkül készült. Ezután *Morrison* a szerző tudomására hozta (személyes közlés), hogy tőle függetlenül eljutott a (6) egyenletben foglalt nagyságrendi eredményre.

[13] Lásd pl. *S. S. Schweber, H. A. Bethe* és *F.* de *Hoffmann*, Mesons and Fields (Evanston, Ill.: Row, Peterson an Co., 1955), *1*, 299.

[14] Személyes közlés.

[15] *Morrison,* op. cit., p. 368; lásd még *Morrison* és *Gold,* op. cit.

[16] Ennek az elméletnek az ismertetése megtalálható: *H. Bondi,* Cosmology (Cambridge: Cambridge University Press, 1952), chap. XII.

[17] Erre a lehetőségre *S. D. Drell* mutatott rá (személyes közlés).

[18] Hasonló javaslat található *Morrison* és *Gold* idézett munkájában.

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A NORMÁLIS FOTOEFFEKTUSRÓL*

P. LUKIRSZKY és S. PRILEZAEV

Al, Zn, Sn, Ni, Ag, Cd, Pb, Cu, Pt fémeknél megvizsgáltuk a normális fotoeffektust. A fémeket higanygőz ívnek a $\lambda = 2302$ Å, 2400 Å, 2537 Å, 2802 Å, 2867 Å, 3022 Å és 3130 Å hullámhosszúságú vonalaival sugároztuk be. A gömbkondenzátor-módszerrel megvizsgáltuk a fémekből kirepülő elektronok sebességeloszlását. Itt elvégeztük az úgynevezett visszáramra vonatkozó szükséges korrekciókat. Az elektronok maximálsebességének meghatározása lehetővé tette a h Planck-konstans kiszámítását. Erre $h = 6{,}539$; 6,540; 6,556; $6{,}546 \cdot 10^{-27}$, középértékben $6{,}543 \cdot 10^{-27}$ erg. sec adódott. Ez az érték az optikai kísérletekből meghatározott $6{,}545 \cdot 10^{-27}$ erg. sec értékhez igen közel áll. A maximális sebességekből azonkívül meghatároztuk a vizsgált fémek gerjesztési határát ($h\nu_0$). A gerjesztési határt összehasonlítva ezen fémek kontaktpotenciálkülönbségével, azt találtuk, hogy a $h\nu_1 - h\nu_2 = eK_{1,2}$ egyenlet a megfigyelési hibán belül (néhány század volt) mindig teljesül, ahol $K_{1,2}$ az 1 és a 2 fémek közötti kontaktpotenciálkülönbséget jelenti. Ebből arra következtettünk, hogy a fotoeffektus elektronjai ugyanazon elektronok, melyek a fém elektromos vezetőképességét okozzák. A fotoelektronok sebességeloszlása, ha ugyanazon elektronszámra és maximális sebességre redukáltuk, a különböző fémeknél és a különböző hullámhosszaknál nem pontosan ugyanaz. A sebességeloszlást az határozza meg, hogy a nagyobb mélységből kiváltott elektronok már a fémben elvesztik sebességüket. Valójában az mutatkozott, hogy minél vékonyabbra vettük a fémréteget, annál monokromatikusabb lett az elektronok sebessége, és annál inkább közeledett a maximális sebesség felé.

A sugárzó energia kvantumainak valamely testre való hatása a testből elektronokat szabadít ki. Itt két, egymástól lényegében eltérő jelenséget kell megkülönböztetnünk. Ha az elektronok a testben gyengén vannak kötve és a ráeső kvantumok energiája ezzel szemben nagy, akkor Compton-effektus lép fel, amelynél a fénykvantum energiájának csak egy részét adja át az elekt-

* Megjelent Z. Ph., *49*, 490, 1928.

Részleteiben az ötödik orosz fizikuskongresszuson (1926 decemberében) és egészében a második fizikakémiai konferencián (1927 decemberében) került előadásra Moszkvában.

Érkezett 1928. ápr. 5-én.

ronnak. A fennmaradó rész mint hosszabb hullámhosszú fénykvantum szóródik. Egyébként, ha a fénykvantum $h\nu$ energiája megközelíti a testben levő elektronok kötési energiáját, akkor fényelektromos effektus lép fel. Ilyenkor a fénykvantum *összes* energiáját átadja az elektronnak. Ez v sebességgel elhagyja a testet, amely sebességet az

$$\frac{1}{2} m v^2 = h\nu - p_1 - p_2 \qquad (1)$$

egyenlet határozza meg. p_1 az elektronnak az atomból való szabadulásához szükséges munkát, és p_2 az elektronnak a test felületén való áthaladásához szükséges munkát jelenti. Tudvalevőleg az (1) Einstein-egyenlet a láthatótól egészen a radioaktív testek γ sugaráig, tetszésszerinti frekvenciára érvényes.

Ha speciálisan a látható tartományban a fémeken való fotoeffektust tárgyaljuk, meg kell jegyeznünk, hogy az (1) Einstein-egyenlet a kirepülő elektronoknak csak a maximális sebességét határozza meg. Valójában az elektronoknak nullától a maximális sebességig mindenféle sebességük van. Csak a fotoelektronok sebességeloszlásának egy részletes, meglehetősen pontos és különböző körülmények között végrehajtott vizsgálata szolgáltathatja ezen sebességeloszlás magyarázatát.

A röntgensugarak tartományában a fotoeffektusnál a beeső fénykvantum $h\nu$ energiájából és a kirepülő elektron energiájából p_1 értékét könnyen meghatározhatjuk, mivel a felületi rétegen való áthaladáshoz szükséges p_2 munka mindig elhanyagolható. Az optikai frekvenciáknál azonban p_2-t figyelembe kell venni, mivel ugyanolyan nagyságrendű, mint a fénykvantum energiája. Ez megköveteli, hogy a fotoeffektus vizsgálata mellett párhuzamosan a kontaktpotenciál különbséget mérjük. Csak ezen két vizsgálat együtt adja meg a lehetőséget arra, hogy a fotoelektronok eredetének kérdését megoldjuk. Ez utóbbi nyilvánvalóan a fémek elektromos vezetőképességének problémájával van összefüggésben, mivel a normális fotoeffektusnál minden jel szerint azon elektronok lépnek ki, melyek a fémek vezetőképességét okozzák. Ezen munkában különböző fémekből monokromatikus spektrumvonalakkal való besugárzás esetén kirepülő elektronok sebességeloszlását igen gondosan megvizsgáltuk. Ez lehetővé tette, hogy a h Planck-konstans és a különböző fémek gerjesztési határainak pontos meghatározása mellett a fentemlített kérdéseket tárgyaljuk.

A fémek fényelektromos effektusaival sok munka foglalkozott. Ide tartoznak *Millikan**, *Ramsauer***, *Becker****, *Richardson* és *Compton***** munkái, és még sok más.

* *R. A. Millikan,* Phys. Rev. *7,* 355, 1916.
** *C. Ramsauer,* Ann. d. Phys. *45,* 1120, 1914.
*** *A Becker,* Ann. d. Phys. *78,* 83, 1925.
**** *O. W. Richardson* és *K. T. Compton,* Phil. Mag. *24,* 575, 1912.

Millikan nátriumot és lítiumot sugárzott be egyes spektrumvonalakkal, és meghatározta a kirepülő elektronok maximális sebességét a fékező elektromos tér módszere szerint. Sikerült neki megmutatni az (1) Einstein-egyenlet érvényességét, és a Planck-konstanst nagy pontossággal $h = 6{,}57 \cdot 10^{-27}$ erg. sec értékűnek találta. Egyrészt nátrium és lítium, másrészt a segédelektródák kontaktpotenciál különbségeinek ezen kísérletektől független méréseiből azt állapította meg, hogy a nátrium és lítium közti kontaktpotenciál különbség megegyezik a fotoeffektus gerjesztési határainak különbségével. Ebből azt következtette, hogy a fotoeffektusnál a fémből a szabad elektronok lépnek ki. Mint nekünk a közelebbi vizsgálat mutatni fogja, egy ilyen következtetés nem kényszerítő erejű. *Millikan* módszerében nem volt meg a lehetőség arra, hogy a fotoelektronok sebességeloszlását megfigyelje, mivel a vizsgált fémmel szemben egy Faraday-henger volt, és a fém és a henger közé kapcsolta a fékező elektromos teret. Ezen viszonyok között a tér annyira bonyolult, hogy nehéz az áramerősségnek mint a lassító tér függvényének futásából a sebességeloszlásra következtetni.

A lassító elektromos tér módszere síkkondenzátorral sem oldja meg a problémát, mivel ebben az esetben, mint azt könnyű belátni, csak a sebességek normálkomponenseinek eloszlását lehet meghatározni. A fotoelektronok azonban tudvalevőleg minden irányba repülnek ki.

Richardson és *Compton* a fotoelektronok sebességeinek vizsgálatára egy kissé eltérő módszert alkalmazott, amelyet később *Becker* fekete sugárzás hatására fellépő fényelektromos effektus vizsgálatára használt. A belső, megvilágított elektróda egy kis lemez, a külső egy gömb volt. A tér itt közel radiális, különösen, ha a lemez kicsi. Ezért az elektronáram görbéje a lassító tér függvényében közel a fotoelektronok sebességeloszlását adja meg. Azonban ebben az esetben nehéz megbecsülni, hogy mennyire befolyásolja az eredményt a lemez közelében fellépő, a radiális tértől való eltérés. Mivel az eltérés a tér legnagyobb gradiense helyén van, az elektronpályák számottevően módosulhatnak. Ezenkívül *Richardson* és *Compton* az említett munkájukban a sebességeket nem mérték pontosan, ami már abból is látható, hogy az általuk kapott Planck-konstans értékei 3,5 és $5{,}8 \cdot 10^{-27}$ erg. sec között ingadoznak.

Ramsauer egy blendével párhuzamossá tett elektron nyalábnak mágneses térbeli eltérítését használja fel. Ezzel a módszerrel a nyalábban meg lehet határozni az igazi sebességeloszlást, noha blendének az alkalmazása az egyébként is gyenge áramnak erős csökkenését okozza.

Ebben a munkában a fékező tér módszerét használjuk gömbkondenzátorral.

Módszer és kísérleti elrendezés. A gömbkondenzátor belső gömbjét ν frekvenciájú monokromatikus fénnyel világítjuk meg. A gömbből kiszabaduló

etektronok a kondenzátor radiális terében másodrendű görbe pályán mozognak. Tekintsük azokat az elektronokat, melyek a belső gömb felületét $\frac{1}{2}mv^2$ kezdeti energiával hagyják el. Egy

$$eV \geqq \frac{1}{2}mv^2$$

lassító potenciálkülönbség rákapcsolásánál az összes elektronok visszatérnek a belső gömbre. Pályájuk ellipszisek, melyek aféliuma a külső gömböt nem éri el.

$$eV < \frac{1}{2}mv^2$$

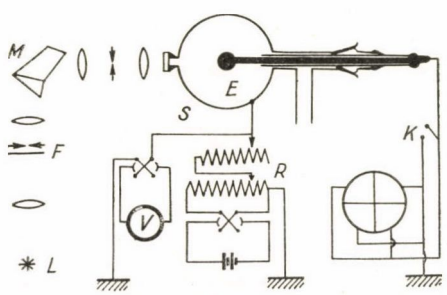
potenciál különbséget alkalmazva, az elektronpályák a kezdeti sebesség irányától függően hiperbolák, parabolák vagy ellipszisek lesznek. Minden hiperbola és parabola pályán mozgó elektron mindig eléri a külső gömböt éppen úgy, mint minden olyan elektron, mely ellipszispályájának nagyobb afélium-távolsága van, mint a külső gömb görbületi sugara. Az összes többi elektron visszatér. Megmutathatjuk*, hogy a gömbök sugarainak $b/a = 7{,}5$ viszonyánál (amint az a mi kísérleti berendezésünkben volt) az

$$eV = 0{,}98 \cdot \frac{1}{2}mv^2$$

fékező potenciálkülönbségnél az összes elektronok elérték a külső gömböt. Ellenben

$$eV = \frac{1}{2}mv^2$$

potenciálkülönbségnél mind visszatért. A fékező tér függvényében az áramerősség görbéje ezen pontossággal adta meg tehát a valódi sebességeloszlást. A maximális sebesség meghatározására, amint könnyen belátható, ez a módszer abszolút pontos.



1. ábra

A kísérleti berendezés a következő volt (1. ábra). Egy belül ezüstözött üveggömb (*S*) volt a gömbkondenzátor külső elektródája. A vizsgált fémből készült kis *E* gömb volt a belső elektróda. Ezt a gömböt egy rúdra csavartuk, amely egy csiszolat segítségével a berendezésből kivehető volt. Így könnyen cserélhettük. A rudat az őt körülvevő

* A módszernek egy részletes leírását lásd *P. Lukirsky*, Zs. f. Phys. *22*, 355, 1924.

kvarccsővel a csiszolatba ragasztottuk. A kvarccső a szigetelés megjavítására és az üvegen levő töltések zavaró hatásának elkerülésére szolgált. A külső gömb átmérője 11 cm, a belsőé 1,5 cm volt.

A külső gömbfelületben kvarclemezzel letakart, 1 cm széles nyíláson keresztül világítottuk meg a belső gömböt az L higanyívnek az M kvarcmonokromátor által kiválasztott vonalával. Az ív és a monokromátor közé F szűrőt (csillám, zselatin, celluloid stb.) helyeztünk. Ezt főként nagy hullámhosszaknál a monokromátorban lehetséges szóródás elkerülésére használtuk.

A berendezést egymásután kapcsolt Gaede-féle olajszivattyú, Hanff és Buest-féle kvarcdiffúziós pumpa és Langmuir-féle üvegszivattyú segítségével evakuáltuk. A Langmuir-szivattyú és a berendezés között egy csapda volt folyékony levegővel. A vákuumot indukciós tekercs segítségével vizsgáltuk. További ellenőrzésre az ionizációs áram hiánya szolgált.

Az S külső gömbfelületre a V feszültséget a R potenciométerről adtuk. A feszültséget egy Hartmann és Braun-típusú 200 skálaosztás/volt érzékenységű precíziós voltmérővel mértük. A belső gömböt egy Dolezalek-féle elektrométer egyik kvadránspárával kötöttünk össze. Az elektrométer érzékenysége 1 m távolságban 1425 skálaosztás/volt volt. A fotoelektromos áramot az elektrométernek egy meghatározott idő alatt felvett (1,5, illetve 2 perc) töltésével mértük. A kvadránsok földelését elektromágneses kontaktus (K) segítségével végeztük. A közepes áremerősség 10^{-13}A, az áramerősség mérésének pontossága néhány tized százalék volt.

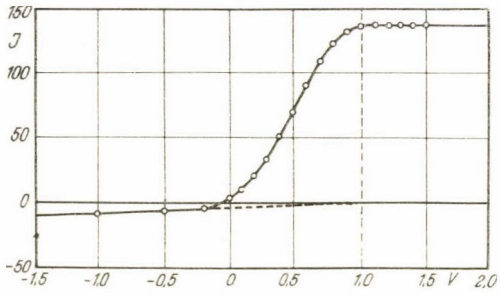
Minden mérést kizárólag éjszaka végeztünk, miután az intézetben az összes munka befejeződött, mivel csak ebben az esetben tudtuk elérni, hogy a kvarcív nyugodtan égjen, ami a kisugárzott vonal szigorúan konstans intenzitását biztosította. Ezt az állandóságot a fotoáramnak ismételt mérésével állandóan ellenőriztük. Meg kell említenünk, hogy semminemű, úgynevezett „fényelektromos fáradást" nem figyeltünk meg, amint ennek lenni is kellett, mivel a mérés előtti állandó szivattyúzással stacionárius viszonyokat teremtettünk.

A vizsgált fémgömböt mechanikusan a leggondosabban munkáltuk meg, és ezáltal felületét megszabadítottuk az oxidoktól és egyéb tisztátalanságoktól. Az ilyen módon megtisztított gömböt behelyeztük a berendezésbe, és azt azonnal leszívtuk. A további vizsgálatok folyamán a gömb állandóan a vákuumban maradt,

Mérések és a főeredmény. A megvizsgálandó fémből készült gömböt higanyvonalakkal besugároztuk* és mértük a fotoáramot a V potenciálkülönbség függvényében.

* Abból a célból, hogy a sugárzás merőlegesen essen a felületre, a fényt a gömb középpontjába fókuszáltuk.

A 2. ábra mutat egy tipikus görbét, melyet nikkelnél $\lambda = 2537$ Å hullámhosszú vonallal besugározva vettük fel. $V = 1{,}0$ volt feszültségkülönbségnél a görbe párhuzamosan fut az abszcisszával. Ezen V értékeknél a kondenzátor tere egy gyorsítótér és az áram V-től független, mivel az összes elektron, mely a fémet elhagyja, eléri a külső gömböt. $V = V_1 = 1{,}0$ volt feszültségnél a görbe esni kezd. Ekkor mindazon elektron, melyek kezdeti sebessége zérus, visszamarad. Az elektródok között működő kontaktpotenciálkülönbség miatt ekkor a V feszültségkülönbség nem nulla, hanem negatív értelemben véve, megegyezik a K kontaktpotenciálkülönbséggel. A kontakttér és a rákapcsolt tér együtt eredményezi a zérus teret. A $V - V_1$ *feszültségkülönbség értéke*, ahol a görbe esése megkezdődik, ugyanazon gömbnél *különböző* spektrumvonalakkal történő besugárzás esetén (lásd a következő görbéket) mindig ugyanaz *marad*.



2. ábra

A $V = V_1$ feszültségkülönbség egyúttal a K kontaktpotenciálkülönbséget adja meg. Ezért minden megfigyelést a kontaktpotenciálkülönbségre korrigálni lehetett, és a valódi elektronsebességet kiszámíthattuk. Itt fontos, hogy K értékeit egy és ugyanazon görbéből vegyük, míg *Millikan*nek a kontakt potenciálkülönbségre független méréseket kellett végrehajtania. Az utóbbi azonban általában időben változik (ha a fém felületi sajátságai változnak, például gázok és gőzök adszorpciója vagy oxidáció miatt).

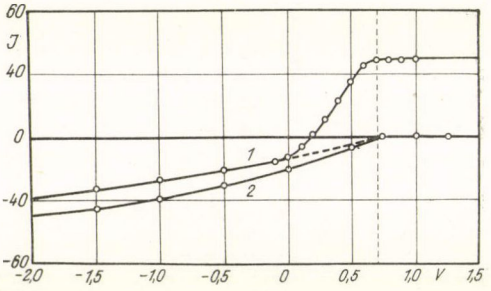
$V < V_1$ esetben az eredő tér egy, az elektronokat lassító tér, és minél jobban növekszik, annál nagyobb kezdeti sebességű elektronok térnek vissza a gömbre. Végül, ha a valódi lassító feszültségkülönbség a $V = V_2$ értéket eléri úgy, hogy

$$e(V_2 + K) = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \tag{2}$$

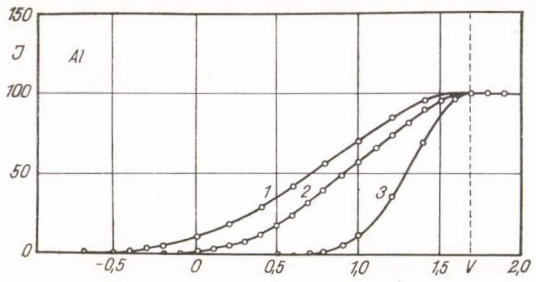
(V_2 a rákapcsolt potenciálkülönbség, $v_{\max}$ az elektronok maximális sebessége), akkor a fémgömbből kilépő összes elektron visszafordul. $V = V_2$ és minden $V < V_2$ esetben az áramnak zérusnak kell lenni. A 2. ábrából ellenben azt láthatjuk, hogy $V < V_2$ esetben egy csekély, ellentétes irányú áram folyik, amely kisebb V felé lassan nő. Ezt az áramot az okozza, hogy a fény egy része a kis gömbről reflektálódik, és a külső gömbre kerül. A külső gömbből kilépő fotoelektronok a gyorsító térben a kis gömbre jutnak.

A visszáramnak a feszültségkülönbségtől való függése meghatározására különleges ellenőrző méréseket végeztünk. Ebben az esetben a belső kis gömböt

ólomból készítettük, mivel az ólom a legkevésbé fotoelektromos fém. A fotoáramot $\lambda = 2302$ Å, 2400 Å, 2537 Å hullámhosszú fénnyel besugározva mértük. Mindenek előtt a fotoáramnak a rákapcsolt feszültségkülönbségtől függő görbéjét a gömb merőleges besugárzásánál vettük fel. Ezután a berendezést eltoltuk úgy, hogy a külső gömbre diffúz, a belsőre pedig semmi fény nem esett, és ismét felvettük ezeket a görbéket. A $\lambda = 2537$ Å hullámhosszú fénnyel megvilágítva kapott görbéket a 3. ábra mutatja. Az 1. görbe a megvilágított kis gömbhöz, a 2. görbe a diffúzan megvilágított külső gömbhöz tartozik. A 2. görbénél a visszáram nagyobb, mivel a külső gömbre eső összsugárzás ebben az esetben nagyobb. A 3. ábra 2. görbéje a visszáramnak függését mutatja a rákapcsolt feszültségtől, mivel a kis gömb fotoelektromos effektusa gyakorlatilag zérus. Ezen görbékből láthatjuk, hogy $V = V_1$ esetben (a tér zérussal egyenlő), a visszáram eltűnik. Valóban, annak valószínűsége, hogy az elektronok a külső gömbről a kis belső gömbre jutnak, tér nélkül igen kevés, és a gyorsító tér növekedésével fokozatosan nő. Ez egy kicsi, lassan növekvő visszáramot ad. Hasonlókat kaptunk az említett többi vonallal besugározva is. $V - V_1$ esetén a visszáram zérus értéket ért el. Ez utóbbi eredmény lehetővé tette, hogy a visszáramot $V = V_1$ (az a feszültségkülönbség, ahol az áramgörbe esése megkezdődik) esetén nullára extrapoláljuk, és a megfigyelt görbékből levonjuk.



3. ábra

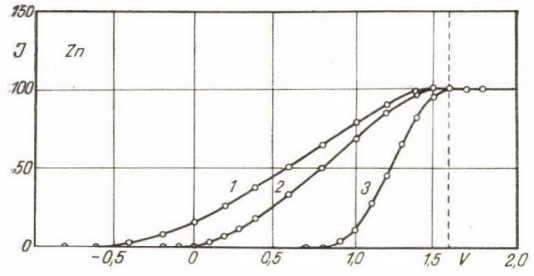


4. ábra

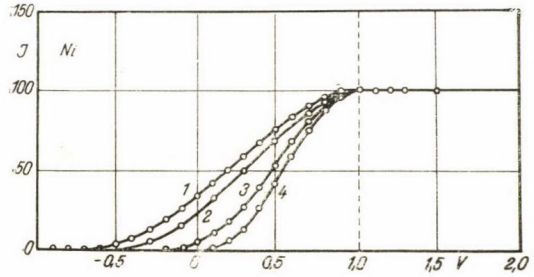
Meg kell említenünk, hogy az ellenőrző méréseknél a visszáram szokatlanul magas értéket ért el. Az egyébkénti méréseknél nem haladta meg sohasem a tulajdonképpeni fotoáram néhány százalékát. A visszáramot általában csak $\lambda < 2650$ Å esetén figyeltük meg, mivel a külső gömb gerjesztési határa közel $\lambda = 2650$ Å volt. $\lambda > 2650$ Å esetében a korrekció felesleges.

Al, Zn, Sn, Ni, Ag, Cd, Pb, Cu, Pt fémeket tanulmányoztuk. A 4., 5., 6., 7. ábra görbéi három különböző fémhez tartoznak. Az abszcisszán a rákapcsolt feszültség voltokban, az ordinátán a fotoáram van feltüntetve. A görbéket azonos telítési áramra redukáltuk.

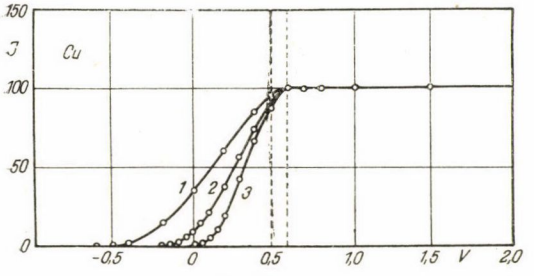
A 4. ábra az alumíniumra kapott görbéket mutatja. Az 1 a $\lambda = 2302$ Å, a 2 a 2537 Å, a 3 a 3130 Å hullámhosszúságú fénnyel besugározva kapott görbe. Az 5. ábra ugyanezeket mutatja cinkre. Az 1 a $\lambda = 2302$ Å, a 2 a $\lambda = 2537$ Å, a 3 a $\lambda = 3130$ Å hullámhossznál kapott görbéket mutatja. A 6. ábrában ugyanezek nikkelre; az 1 a $\lambda = 2302$ Å, a 2 a $\lambda = 2400$ Å, a 3 a $\lambda = 2537$ Å, a 4 a $\lambda = 2653$ Å hullámhosszaknál. A 7. ábrában ugyanezek rézre; az 1 a $\lambda = 2400$ Å, a 2 a $\lambda = 2537$ Å, és a 3 a $\lambda = 2653$ Å hullámhossznál. Az említett további fémekre (cink, ezüst, kadmium, ólom, platina) hasonló görbéket kaphatunk.



5. ábra



6. ábra



7. ábra

Ezekből a görbékből látható, hogy különböző frekvenciákkal sugározva be, a görbék esése mindig ugyanazon $V = V_1$ értéknél kezdődik. A valódi tér itt, mint már említettük, zérus és a $V = V_1$ érték a vizsgált fém és a külső gömb közötti kontaktpotenciálkülönbséget adja meg közvetlenül. A görbének az a pontja, ahol az áram zérus, az elektronok maximális sebességének felel meg. A valódi maximális sebesség meghatározásánál a rákapcsolt feszültségkülönbséget nem nullától, hanem $V = V_1$ értéktől kell számítani, mivel a rákapcsolt feszültség és a kontaktpotenciálkülönbség összege az a valódi feszültségkülönbség, melyet az elektronoknak le kell győzniök.

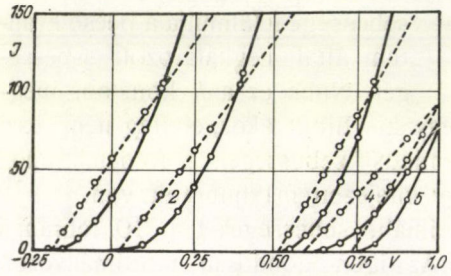
Ezáltal lehetőségünk van arra, hogy a vizsgált fémgömb és a külső gömb közötti kontaktpotenciálkülönbség és a különböző hullámhosszú fénnyel való besugárzások esetén a fotoelektronok maximális sebességét meghatározzuk. Ez utóbbi megengedi, hogy a h Planck-konstans számszerű értékét és a fémek fotoeffektusának $h\nu_0$ gerjesztési határát kiszámítsuk.

A görbék középső futása az elektronok sebességeloszlásáról ad felvilágosítást. amint a bemutatott görbékből látszik, a fotoelektronoknak nullától a maximálisig mindenféle sebességük van.

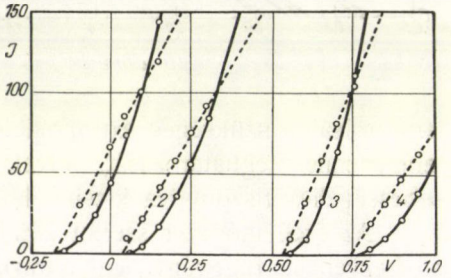
A h Planck-konstans meghatározása. Az Einstein-egyenlet szerint

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = e(V_2 + K) = h\nu - p_1 - p_2 \qquad (3)$$

Itt V_2 a zérus fotoáramnak megfelelő fészültséget, és $K = V_1$ a kontaktpotenciálkülönbséget jelenti. $V_2 + K$ jelenti a valódi feszültséget, amikor nem folyik áram. Ha egy meghatározott fémnél a különböző frekvenciákkal való besugárzásoknál kapott $V_2 + K$ értékeket az ordináta tengelyre, a frekvenciát pedig az abszcissza tengelyre visszük fel, egyenest kapunk, melynek iránytangense h/e. Meghatározott e esetén h számértéket kapjuk meg.



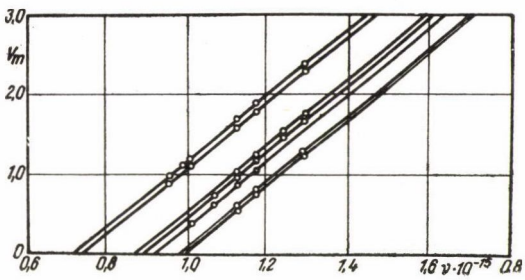
8. ábra



9. ábra

A kapott görbékből azonban azt láthatjuk (4., 5., 6., 7. ábra), hogy az áram zérus értékét aszimptotikusan éri el. Emiatt V_2 pontos meghatározása nem lehetséges. A pontosság növelése érdekében a görbe végét különösen gondosan vettük fel. Az elektrometer érzékenységét a lehetőség határáig növeltük. Különös súlyt fektettünk a besugárzó fény valódi monokromatikusságára. Ezért a monokromátor rését sohasem nyitottuk nagyobbra, mint 0,2—0,3 mm, és gondosan olyan szűrőt választottunk, amely minden rövidebb hullámhosszú szórt fényt abszorbeált. A görbék végeinek pontos meghatározását az összes vizsgált fémnél végrehajtottuk. Némely esetben különleges precízitású méréseket végeztünk. Példaként a 8. ábra a $\lambda = 2534{,}77$ Å; 2653,66 Å; 2967,28 Å; 3021,50 Å és 3125,66 Å hullámhosszú fénnyel besugárzott alumíniumra kapott görbéket, a 9. ábra a $\lambda = 2534{,}77$ Å; 2653,66 Å; 2967,28 Å és 3125,66 Å hullámhosszú fénnyel besugárzott cinkre kapott görbéket mutatja. Amint látható, a görbék sokkal meredekebben futnak, mint előzőleg, azonban a V_2 értékének pontos meghatározása — ahol az áramgörbe az abszcissza tengelyt metszi — ebben az esetben is nehéz. Ezért kihasználtuk az áramgörbe futásának minden mérésben tapasztalt törvényszerűségét.

Azt tapasztaltuk, hogy a fotoáram a görbe végéhez elegendően közel az $i = A(V_2 - V)^2$ egyenletnek tesz eleget. Itt A az illető görbére vonatkozó konstans. Az ordináta tengelyre nem az i áramot, hanem $\sqrt{i}$-t vittük fel. Így egyenest kaptunk, melyet a 8. és 9. ábrába bepontoztunk. Ezen egyeneseknek az abszcissza tengellyel alkotott metszéspontja a maximális sebesség értékét adja meg. Egy ilyen extrapoláció természetesen hibát okoz, azonban ezt az adott viszonyok között minimumra lehetett leszorítani. De lehetséges az is, hogy a görbék aszimptotikusan közelednek az abszcissza tengelyhez. Ez az eset akkor, ha az elektronok termikus sebessége felülmúlja a beeső kvantum által meghatározott sebességet. Noha ez a h konstans meghatározásához szükséges extrapolációnál egy kis hibát okoz, elvileg nem teszi lehetetlenné meghatározását, mivel a termikus sebességek a fotoelektronok sebességéhez viszonyítva kicsinyek, és egy kifejezett maximumuk van.



10. ábra

Az ezen módszer szerint kapott maximális sebességeket a 10. ábrában a frekvencia függvényében ábrázoltuk. Az igen gondosan tanulmányozott fémekre vonatkozó, a görbék hajlásszögéből kapott h értékeket az 1. táblázatban állítottuk össze.

1. TÁBLÁZAT

fém	h erg. sec-ben
Alumínium	$6{,}539 \cdot 10^{-27}$
. . . .	$6{,}542 \cdot 10^{-27}$
Cink	$6{,}540 \cdot 10^{-27}$
. . . . .	$6{,}556 \cdot 10^{-27}$
Nikkel	$6{,}536 \cdot 10^{-27}$
. . . . .	$6{,}546 \cdot 10^{-27}$

Méréseink középértéke:

$$\underline{h = 6{,}543 \cdot 10^{-27} \text{ erg. sec}}$$

az optikai adatokból számolt értékkel

$$h = 6{,}545 \cdot 10^{-27} \text{ erg. sec}$$

jól megegyezik. Meg kell említenünk, hogy a mi h konstans meghatározásunk pontossága 0,1—0,2%.

A gerjesztési határ meghatározása. A 10. ábra egyeneseinek az abszcissza tengellyel alkotott metszéspontja meghatározza azt a ν_0 frekvenciát, amelynél a maximális sebesség zérus. $\nu < \nu_0$ esetén nem figyelhető meg fotoeffektus. Az Einstein-egyenlet szerint ez a frekvencia $V_2 + K = 0$ esetén

$$h\nu_0 = p_1 + p_2 \tag{4}$$

A (3) Einstein-egyenlet tehát a következő alakba írható

$$e(V_2 + K) = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h\nu - h\nu_0 \tag{4'}$$

A 2. táblázatban a különböző fémekre ilyen módon kapott értékeket állítottuk össze.

2. TÁBLÁZAT

fém	$V_1 = K$ voltokban	$\nu_0 \cdot 10^{-15}$	λ_0 Å	$h\nu_0$ voltokban
Al	1,70	0,7256	4132	2,98
Zn	1,60	7478	4009	3,08
Sn	1,05	8790	3411	3,62
Ni	1,00	8912	3364	3,67
Ag	1,00	8912	3364	3,67
Cd	0,92	9080	3302	3,73
Pb	0,70	9640	3110	3,97
Cu	0,60	9883	3033	4,07
Pt	0,60	9932	3018	4,09

K a vizsgált fém és a külső gömb közötti kontaktpotenciálkülönbséget jelenti. A λ_0-ra mi általunk kapott értékek a többi kutatók által adott értékektől a nagyobb hullámhosszak felé térnek el. Mivel λ_0-nak különböző fémminták esetén különbözőnek kellene adódnia, akkor itt ezzel ellentétben egy szisztematikus eltérést állapítottuk meg. Ez abból származik, hogy mi, mint már említettük, gondot fordítottunk arra, hogy a maximális sebességet a legnagyobb pontossággal határozzuk meg. Ha ugyanekkor a h konstanst meghatározó egyenesek hajlásszöge nem változott lényegesen, akkor ezzel ellentétben kell, hogy a maximális sebességek értéke, és ezzel együtt λ_0 értéke is, nagyobb pontosság esetén, kétséget kizárólag nagyobbnak adódjon.

A vizsgált fém és a külső gömb közötti K kontaktpotenciálkülönbségekből különbségképzéssel tetszésszerinti 1 és 2 fém közötti $K_{1,2}$ kontaktpotenciálkülönbség meghatározható.

Az így kapott kontaktpotenciálkülönbségeknek ($K_{1,2}$) az indulási energiák különbségével való összehasonlítása mutatja, hogy a

$$h\nu_1 - h\nu_2 = eK_{1,2} \tag{5}$$

egyenlet századvolt pontossággal mindig teljesül.

Ennek az egyenletnek a helyességét még a következőképpen ellenőrizhetjük. Az egy és ugyanazon hullámhosszon megfigyelt, a maximális sebességeknek megfelelő V_2 és V_2' feszültségeknek minden egyes fémnél meg kell egyezniök. A két fémre érvényes egyenletekből

$$e(V_2 + K_1) = h\nu - h\nu_1$$

$$e(V_2' + K_2) = h\nu - h\nu_2$$

egyenleteket kapjuk, mivel

$$K_{1,2} = K_1 - K_2$$

$$e(V_2 - V_2') + eK_{1,2} = h\nu_2 - h\nu_1$$

és (5) szerint

$$V_2 - V_2' = 0$$

A 3. táblázatban az alumínium és a többi vizsgált fém közötti $K_{1,2}$ kontaktpotenciálkülönbségeket és a megfelelő gerjesztési határokat állítottuk össze.

3. TÁBLÁZAT

fém	$K_{i,k}$ voltokban	$h\nu_i$-$h\nu_k$ voltokban
Zn—Al	0,10	0,10
Sn—Al	0,65	0,64
Ni—Al	0,70	0,69
Ag—Al	0,70	0,69
Cd—Al	0,78	0,75
Pb—Al	1,00	0,99
Cu—Al	1,10	1,09
Pt—Al	1,10	1,11

Az elektronok kötéséről. Jellemezzünk két fémet azzal, hogy mekkora φ_1 és φ_2 munka szükséges ahhoz, hogy belőlük elektronokat szabadítsunk ki. Érintsük őket össze. A két fém szabad végei között

$$K_{1,2} = \frac{\varphi_1}{e} - \frac{\varphi_2}{e} \qquad (6)$$

potenciálkülönbség lép fel. Ez a potenciálkülönbség amiatt keletkezik, hogy az elektronok, a fémek érintése helyén, a kisebb kilépési munkájú fémből a nagyobb kilépési munkájú fém felé kezdenek vándorolni. Egy ilyen vándorlás az ezt a munkát meghatározó erők természetétől függetlenül mindig létezik. Mi elhanyagoljuk itt a diffúzió által létrehozott potenciálkülönbséget, amely az érintkezési helyen keletkezik, és a Peltier-hőt határozza meg. Mivel a Peltier-féle feszültségkülönbség 1/100—1/1000 volt nagyságrendű, ez az

elhanyagolás a kontaktpotenciálkülönbséghez viszonyítva megengedett. A szigorú formula

$$K_{1,2} = \frac{\varphi_1}{e} - \frac{\varphi_2}{e} + \pi_{1,2} \tag{6'}$$

lenne, ahol $\pi_{1,2}$ a Peltier-féle potenciálkülönbséget jelenti. A fényelektromos effektus gerjesztési határát az elektronoknak a fémből való kilépési munkája határozza meg. Ez csak akkor igaz, ha a fémből ugyanazon, úgynevezett vezetési elektronok lépnek ki, melyeknek vándorlása a kontaktpotenciálkülönbséget meghatározza. Ha a fotoeffektus hordozói a vezetési elektronoknál erősebben lennének kötve akkor $h\nu_0$ nagyobb lenne, mint φ és az (5) egyenlet nem teljesülne, amint az a röntgen sugarakkal való besugárzásnál így is van. Az (5) egyenlet kísérleti igazolása ahhoz az elkerülhetetlen következtetéshez vezet, hogy *a fényelektromos effektusnál az optikai hullámhosszak tartományában, a fémből ugyanazon elektronok szabadulnak ki, amelyek ezen fém vezetőképességét okozzák.* Azonban az (5) egyenlet alapján nem lehet ezen elektronok természetére következtetni, azaz eldönteni, hogy ezek szabadok-e vagy kötöttek.

Tárgyaljuk a két lehetőséget: ha ezen elektronok szabadok, és a fémben őket mint gázrészecskéket tárgyalhatjuk (Drude—Ricke—Lorentz elmélet) akkor a két fém érintkezési helyén

$$\pi_{1,2} = \frac{kT}{e} \lg \frac{n_1}{n_2}$$

diffúziós feszültségkülönbség lép fel. Itt n_1, n_2 a két fémben a szabad elektronok koncentrációját jelenti. Ennek a potenciálkülönbségnek századvolt nagyságrendűnek kell lennie és a Peltier-hőt határozza meg. A néhány volt nagyságrendű kontaktpotenciálkülönbség magyarázatára több elmélet van. A kontaktpotenciált például a fém szabad felületén fellépő kettős réteg okozhatja*, amelyet a fém felületéből kilépő elektronpályák** vagy adszorbeált elektronréteg hoz létre, Végül a kontaktpotenciálkülönbséget az is okozhatja, hogy az elektronok a közelükben levő atomokat polarizálják, és a fém felületén való áthaladás esetén az így keletkezett dipólok terében munkát kell végezniök (*Langmuir* tükör effektusa***). Azonban, amint ez az általános tárgyalásból kitűnik, a φ_1 és φ_2 munka természetétől függetlenül a $K_{1,2}$ kontaktpotenciálkülönbség

$$K_{1,2} = \frac{\varphi_1}{e} - \frac{\varphi_2}{e} + \pi_{1,2}$$

* *Richardson O. W.*, Phil. Mag., *23*, 278, 1912
** *J. Frenkel*, Phil. Mag., *33*, 297, 1917
*** *I. Langmuir*, Trans. Am. Electrochem. Soc. *29*, 125

és ez a kis $\varepsilon_{1,2}$ értéktől eltekintve $(h\nu_1 - h\nu_2)\frac{1}{e}$-vel egyezik meg. Ha feltételezzük, mint azt *Frenkel*** az ő elméletében tette, hogy a vezetőképességet a fémek valencia elektronjai határozzák meg, amelyek az atompályákon való mozgásuk közben az egyik atomtól a másikig tudnak vándorolni, akkor az elektronoknak a fémből való kilépési munkája

$$\varphi_1 = h\nu_1 = p_1 + S_1$$

Itt p_1 a felületi réteg átlépéséhez, S_1 azelektronoknak az atomból a fémbe való kilépéséhez szükséges munka, ahol a tér átlaga zérus. A munkák különbsége

$$h\nu_1 - h\nu_2 = (p_1 + S_1) - (p_2 + S_2) \tag{7}$$

Könnyen beláthatjuk azonban, hogy a vezetési elektronok által létrehozott kontaktpotenciálkülönbség is $\varepsilon_{1,2}$ nagyságnyi pontossággal

$$eK_{1,2} = (p_1 + S_1) - (p_2 + S_2) \tag{8}$$

értékű.

Ezért a $h\nu_1 - h\nu_2 = eK_{1,2}$ egyenlet mindig igaz. Az elektronok természetéről és kötésük erősségéről azonban semmit nem mondhatunk. Egyidejűleg eldönthetetlen marad a kontaktpotenciálugrás helyének kérdése. Az elektronok kilépési munkájának természetétől függően a Volta-féle potenciálugrás vagy a fémek érintkezési helyén, vagy a szabad felületen van. Az előbbi *Langmuir* elmélete szerint, az utóbbi kettős réteg esetén igaz.** Sem az (5) összefüggés sem a kontaktpotenciál összes többi ismert összefüggése és megfigyelése nem enged meg ilyen következtetést, mivel mind az egyik, mind a másik feltétel ugyanazon eredményhez vezet.

Ennek ellenére $h\nu_0$ értéke meghatározza az elektronok fémekben való kötésének felső határát, ha egyáltalán ilyen létezik. Ez igen erős ellentmondásban van *Frenkel* elméletével, amely szerint az elektronok kötése a fémek belsejében nagyobb, mint ugyanez a kötés a fém egyes atomjaiban. A gerjesztési határnak a fémgőzök ionizációs feszültségével való összehasonlítása ugyanis azt mutatja, hogy a gerjesztési határ mindig kisebb, és gyakran kevesebb, mint az ionizációs feszültség fele. A kötési energia semmiesetre sem haladja meg $h\nu_0$ értékét.

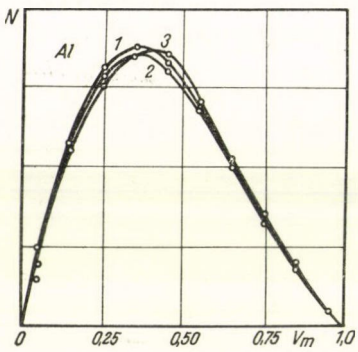
A nehézségeket, melyek a vezetőképesség klasszikus elméletében (*Drude—Riecke—Lorentz*) a fémek specifikus hőjének magyarázatánál merültek fel, a Sommerfeld-elmélet*** oldotta fel. Nem szabad elfelejtkeznünk arról a

* *J. Frenkel* Zs. f. Phys. *29*, 214, 1924

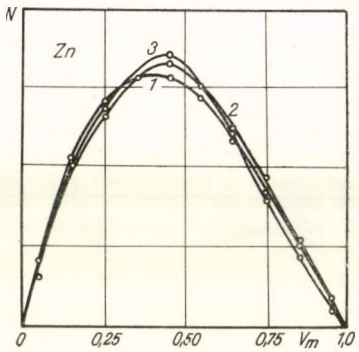
** A Peltier-féle hőt a potenciálugrásnak mindig a diffúziós része határozza meg. A fémek érintkezési helyén a Volta-féle potenciálugrás (*Langmuir* elmélete szerint) nem okoz hőhatást.

*** *A. Sommerfeld*, Naturwiss., *15*, 825, 1927.

nagyszámú jelenségről, amelyet a vezetőképesség klasszikus elmélete magyarázott meg. Ezért gyanítani lehet, hogy az elektronok erős kötése is előfordul a fémben. A fényelektromos effektus mind a látható, mind a rövidhullámú tartományban kis $\frac{h\nu}{S}$ viszonyt mutat. Nagyobb viszony esetén Compton-effektust figyelünk meg. Egy ilyen következtetésmód mindenesetre a nagyobb frekvenciáknál mutatott törvényszerűségeknek kisebb frekvenciákra való általánosítását jelenti.



11. ábra



12. ábra

A fotoelektronok sebességeloszlása. Mint már említettük, az egyes spektrumvonalakkal besugárzott fémekből kiszabaduló fotoelektronoknak mindenféle sebessége van a nulla és az (1) egyenlet által meghatározott maximális sebesség között. A 11., 12. és a 13. ábra mutatja a sebességeloszlást, melyet a lassító feszültség függvényében felvett fotoáram görbéjéből differenciálás útján nyertünk. Mindezen görbéket azonos elektronszámra, azaz azonos telítési áramra és azonos maximális sebességre redukáltuk. A 11. ábra mutatja a sebességeloszlást alumíniumra. Az 1. görbe a $\lambda = 2302$ Å, a 2 a $\lambda = 2537$ Å, a 3 a $\lambda = 3130$ Å hullámhosszú fénnyel való besugárzás esetén. A 12. ábra ugyanezt mutatja cinkre. Az 1. görbe a $\lambda = 2302$ Å, a 2 a $\lambda = 2537$ Å, a 3 a $\lambda = 3130$ Å hullámhosszú fényre vonatkozik. A 13. ábra ugyanez rézre. Az 1. görbe a $\lambda = 2400$ Å, a 2 a $\lambda = 2537$ Å és a 3 a $\lambda = 2653$ Å hullámhossznál.

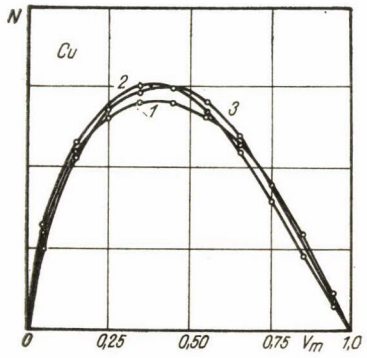
Ezen görbékből látható, hogy a legvalószínűbb sebesség a maximális sebesség felénél van. A sebességeloszlás maga, ugyanazon fémnél, a beeső sugárzás frekvenciájától alig függ. Ezzel szemben a különböző fémeknél valamit különbözik, és nem szabad azt állítani, mint azt *Ramsauer** tette, hogy a V/V_{max}-ban kifejezett sebességeloszlás a fémtől független.

Annak, hogy a fotoeffektusnál az elektronok minden sebességet felvesz-

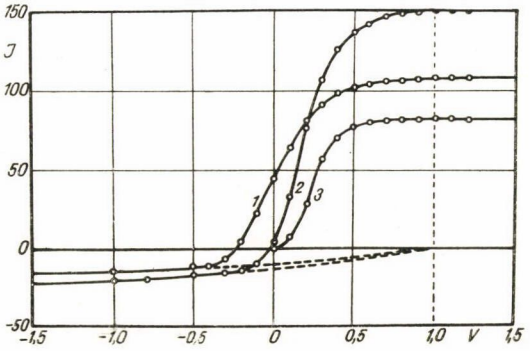
* lásd előbb.

nek, vagy az az oka, hogy a fémben levő különböző elektronok, miután a fénykvantumtól ugyanazt az energiát vették fel, a fématomokkal összeütközve, energiájuk különböző részét vesztik el (a Joule-hő keletkezéséhez hasonlóan a vezetőképességnél), vagy az, hogy az egyes elektronok kötése különböző, azaz, hogy az atom kötelékéből való kiszakadáshoz nem mindig ugyanaz a munka szükséges.

Abból a célból, hogy ezt a kérdést közelebbről megvizsgáljuk, vékony féligáteresztő fémrétegen figyeltük meg a fotoeffektust. Egy 1,5 cm átmérőjű üveggömböt teljesen azonos viszonyok között végzett katódporlasztással, különböző fémek vékony rétegével vontuk be. A réteg vastagsága 10^{-6} cm-től egészen átlátszatlan vastagságokig változott. A porlasztásért *J. Maszlakovec*et illeti köszönet.



13. ábra



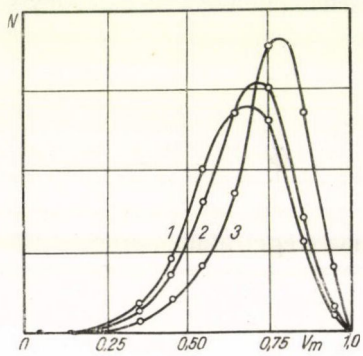
14. ábra

A 14. ábra mutatja a fotoáramnak a lassító tértől való függését, amelyet kb. 10^{-6} cm vastag ezüstrétegnek besugárzásánál vettünk fel. Az 1. görbe a $\lambda = 2400$ Å, a 2 a $\lambda = 2537$ Å, a 3 a $\lambda = 2653$ Å hullámhosszhoz tartozik. A görbék egészen más futást mutatnak, mint tömör ezüst esetén. Gyenge térnél a görbék laposabbak, azaz az alacsony sebességű elektronok száma csökkent. A K kontaktpotenciálkülönbség és a $h\nu_0$ gerjesztési határ azonban ugyanaz maradt ($K = 1{,}0$ V; $h\nu_0 = 3{,}67$ V). Mivel a görbék gyenge térnél, különösen kis hullámhossznál, az abszcissza tengellyel közel parallel futnak a görbe esésének kezdetéből a $V = V_1 = K$ kontaktpotenciálkülönbséget nem lehet meghatározni. A $K = V_1$ kontaktpotenciál meghatározására ebben az esetben a legjobb lehetőséget a külső gömb visszárama kínálja, amely mint láttuk, eltűnik, ha a valódi tér a nulla értéket eléri.

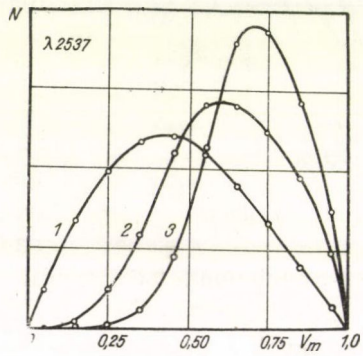
A 15. ábra az azonos elektronszámra és azonos maximális sebességre redukált sebességeloszlásokat mutatja. Ezen görbéket a 14. ábra görbéiből a visszáramra kapott görbének eliminálása után végrehajtott differenciálással

kaptuk. Az 1. görbe a $\lambda = 2400$ Å, a 2 a $\lambda = 2537$ Å a 3 a $\lambda = 2653$ Å hullámhossznak felel meg. A görbék azt mutatják, hogy vékony rétegeken történő fotoeffektusnál az alacsony elektronsebességek kimaradnak. Azonkívül a *legvalószínűbb sebesség a hullámhossz növelésével a maximális sebesség felé közeledik.*

A 16. ábrából a sebességeloszlásnak a rétegvastagságtól való függését láthatjuk. A vékony ezüstrétegeket $\lambda = 2537$ Å hullámhosszú fénnyel sugároztuk be. A 3. görbénél a réteg vastagsága 10^{-6} cm nagyságrendű, a 2-nál háromszor vastagabb, az 1-nél átlátszatlan vastag. A kontaktpotenciálkülönbség és a gerjesztési határ mindegyiknél ugyanaz, a sebességeloszlás azonban egészen más. Minél *vékonyabb a réteg, annál aszimmetrikusabb a görbe, annál kevésbé betöltött az alacsony sebességek tartománya, a legvalószínűbb sebesség annál közelebb kerül a maximálishoz, és annál monokromatikusabb lesz az elektronok sebessége.*



15. ábra



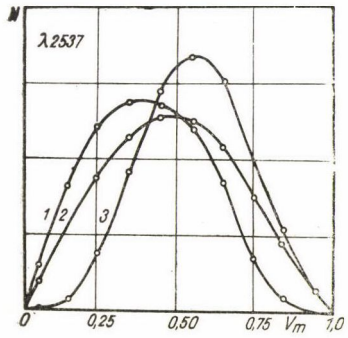
16. ábra

Hasonló eredményhez vezetett ugyanazon ezüstrétegeknek más hullámhosszakkal való besugárzása és 10^{-6} cm vastagságtól egészen átlátszatlan vastagságig terjedő platinarétegek vizsgálata is.

Ezáltal ahhoz a következtetéshez jutottunk, hogy az elektronok felvett energiájuk egy részét a fém belsején áthaladva vesztik el.

Ezen kísérletek azt mutatják, hogy már 10^{-6} cm rétegvastagságnál a fémek kontakt tulajdonságai teljesen meghatározottak. A kontaktpotenciálkülönbség minden egyes rétegnél ugyanaz, és megegyezik a tömör fémével. Az elektronok kilépési feltételei azonban különbözők. A fény 10^{-6} cm-nél mélyebbre hatol. A nagyobb mélységből kiszabaduló elektronoknak általában kisebb sebességük van. Ezek vékony rétegnél elmaradnak. Azt állíthatjuk tehát, hogy az elektronok 10^{-6} cm-nél nagyobb mélységből is kiszabadulnak, mivel a sebességeloszlás ilyen rétegvastagságnál már egészen más, mint tömör fémnél.

Kísérleteket végeztünk egy másik fémre felvitt vékony fémréteggel is. A 17. ábra 1. görbéje mutatja azt a sebességeloszlást, melyet akkor kaptunk, ha alumínium gömbre felvitt vékony platinaréteget (10^{-6} cm) $\lambda = 2537$ Å hullámhosszú fénnyel sugároztuk be. Azonkívül összehasonlításul a 2. görbe ugyanazon hullámhosszú fénnyel való besugárzásnál adja meg a sebességeloszlást egy vastag átlátszatlan platinarétegre, és a 3. görbe ugyanazt, üvegre felporlasztott vékony (10^{-6} cm) platinaréteg esetére. A görbéket azonos elektronszámra redukáltuk. A gerjesztési határ és a kontaktpotenciálkülönbség minden esetben ugyanaz, ($K = 0{,}6$ V, $h\nu_0 = 4{,}09$ V; a katódporlasztás mindhárom esetben azonos viszonyok között történt) a sebességeloszlás azonban különböző volt.



17. ábra

Az üvegen levő vékony platinaréteg esetében, amint azt mondottuk, az alacsony sebességű elektronok hiányoztak. Alumíniumon levő platinaréteg esetén ellenben az alacsony sebességű elektronok száma nemcsak hogy nem kisebb, mint vastag platinaréteg esetén (2. görbe) hanem jóval nagyobb (a maximum a kisebb sebességek felé tolódik el). A két vékony platinaréteg esetén a platinarétegből kirepülő elektronok száma és sebességeloszlása ugyanaz. Azonban, ha a platinaréteget alumíniumra porlasztjuk fel, az alumínium fotoelektronjai még növelik az áramot. Az összáram nagyobb lesz, az elektronsebességek azonban kisebbek, mivel az alumíniumból kiváltott elektronoknak a platinarétegen keresztül kell hatolniok. Mivel az alumínium erősebben fényelektromos, mint a platina, ezért a fotoelektronok nagyobb száma esik az alumíniumra, amelyeknek, mint mondottuk, kisebb sebességük van.

Ugyanezen három platinaréteg hasonló eredményeket ad $\lambda = 2302$ Å hullámhosszú fénnyel besugározva.

Az összes itt leírt kísérletek és elemzések csak az ugynevezett normális fényelektromos effektusra vonatkoznak.

Leningrád, Állami Fizikai-Technikai Intézet, 1927 december.

Fordította: Bakos József

FOLYÓIRAT-KIADVÁNYAINK

előfizethetők
és számonként is vásárolhatók
a következő helyeken:

AKADÉMIAI KÖNYVESBOLT

Budapest, V., Váci utca 22.

AKADÉMIAI KIADÓ TERJESZTÉSI OSZTÁLY

Budapest, V., Alkotmány utca 21.

Külföldön terjeszti a

KULTÚRA KÖNYV- ÉS HÍRLAP KÜLKERESKEDELMI VÁLLALAT

Budapest, VI., Népköztársaság útja 21.
Telefon: 429—760.

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója Műszaki felelős: Pataki Ferenc
A kézirat beérkezett: 1961. III. 23. — Példányszám: 650 — Terjedelem: 6,4 (A/5) iv, 31 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 61-1324

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 40 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

Ára: 10,— Ft.
Előfizetés kötetenként: 42,— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

Oldal

Csikai Gyula, Daróczy Sándor és *Dede Kálmán:* Termikus neutronok diffúziós hosszának mérése vízben 16—89 C°-ig és diphylben (dowtherm A) 185 C°-on . 175
Malicskó László és *Morlin Zoltán:* NaCl porok színezése exoelektronokkal 181
Krasznai István: J^{131} izotóp terápiás alkalmazásának dozimetriája 185
Ujhelyi Csaba: A távolságtörvény laboratóriumi érvényességének vizsgálata hengerkamrával Co^{60}, Cs^{137} és Ra^{226} források esetében 189

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

L. I. Schiff: Az általános relativitáselmélet kísérleti igazolásáról 201
R. H. Dicke: Az Eötvös-kísérlet és a gravitációs vörös-eltolódás 209
L. I. Schiff: Az antianyag gravitációs tulajdonságai 217

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

P. Lukirszky és *S. Prilezaev:* A normális fotoeffektusról 231

307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

IX. KÖTET *4. FÜZET*

AKADÉMIAI KIADÓ BUDAPEST

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1961

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki, és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközti formulákban ferde törtvonalat, pl. 1/2, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írjuk **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

A HOLDKRÁTEREK ÉS GYŰRŰSHEGYEK KELETKEZÉSÉHEZ SZÜKSÉGES ENERGIÁRÓL*

HÉDERVÁRI PÉTER
Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, Budapest

Minden jel arra mutat, hogy a holdkráterek ($D \leqq 20$ km) és a gyűrűshegységek ($D > 20$ km) túlnyomó többségükben a Hold belsejéből származó erők hatására jöttek létre. A jelen tanulmány kimutatja, hogy az összes ilyen képződmények, valamint a holdfelszínen található lánchegységek keletkezéséhez szükséges totális energiát a Hold tágulásából levezethetjük, és a felmerülő energiaigényt messzemenően meghaladó energia áll rendelkezésre. A vulkanikus szigetek keletkezésénél szükséges termális energia kiszámítására vonatkozó képletet a kráterekre és gyűrűshegységekre alkalmazva megállapítjuk, hogy — az átmérőtől függően — 10^{25}, 10^{30} ergnyi termális energiára volt szükség. Kimutatjuk, hogy a legnagyobb gyűrűshegységek keletkezésénél felmerülő energiaigény a hawaii Mauna Loa tűzhányó létrejötténél felhasználódott energia nagyságrendjébe esik. Ez az energia kb. $5{,}6 \cdot 10^5$-szerte nagyobb az 1960. évi chilei földrengés legerősebb lökésének energiájánál.

A holdfelület kialakulására vonatkozó elméletek — kiinduló pontjuk szerint — néhány nagyobb csoportba sorolhatók. A geológiai szempontokat úgyszólván teljesen mellőző *meteorikus elméletekkel* szemben a *vulkanikus*, a *konvekciós áramlásokkal* kapcsolatos, valamint újabban a mélyből a felszín felé törekvő *buborékokat* feltételező elméletek állanak [1, 2, 3, 4, 5].

A holdfelszín geológiájára, helyesebben *szelenológiájára* vonatkozó vizsgálatok eredményei alapján [6, 7, 8, 9] ma már bizonyítottnak vehető, hogy *a kráterek és gyűrűshegységek legnagyobb többsége — elsősorban a nagyobb méretű képződmények — valóban belső erők hatására jöttek létre.* Ezt a megállapítást döntő módon igazolták *Kozirev* szovjet csillagász [10], valamint *Wilkins* és *Brewin* angol holdkutatók észlelései [11], amelyek szerint a közelmúltban a holdfelszín *Alphonsus* nevű gyűrűshegységében *vulkanikus kitörés* folyt le. Néhány kutató úgy véli [12, 13], hogy az Alphonsusban csupán gyenge gázkiáramlás történt, amely vulkáni működéssel nem azonosítható. A *Wilkins* és *Brewin*-féle megfigyelések, továbbá *Hole* fényképfelvételei [14] azonban a kitörés-hipotézis mellett szólnak. Az említett kutatók ugyanis a *Kozirev* által megfigyelt jelenség után néhány nappal vöröses színű, körszerű,

* Érkezett: 1961. II. 17.

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

majd később elliptikussá váló foltot figyeltek meg az Alphonsus központi csúcsának szomszédságában. A jelek arra mutatnak, hogy e foltot a kiömlő *láva* hozta létre. Ha elfogadjuk a kitörés-hipotézist és figyelembe vesszük *Alter* amerikai csillagász korábbi megfigyelését is [15], akkor megállapíthatjuk, hogy *az Alphonsus tevékenysége az úgynevezett Etna—Volcano típusú tűzhányókéra emlékeztetett* [16].

Korábban utaltunk arra [17], hogy a medencékben (holdtengerekben) található gyűrűshegységek a földi vulkanikus szigetekre hasonlítanak, amennyiben az ilyen gyűrűshegységeknek többnyire igen széles alapzatuk van. Mindamellett kétségtelen, hogy a lunáris kráterképződmények morfológiailag bizonyos mértékig eltérnek a földi vulkánoktól, mert a tulajdonképpeni kráter a gyűrűshegyek esetében viszonylag igen nagy, a földi tűzhányók esetében pedig kicsiny a hegység méreteihez képest. Úgy véljük, hogy *a Holdnál a vulkánosság speciális megnyilvánulását tapasztalhatjuk:* míg a vulkáni működés összehasonlítható az egyes földi vulkáni típusok tevékenységével, addig a hegységek morfológiáját tekintve lényeges eltérés mutatkozik. *Tulajdonképpeni vulkánnak talán a központi csúcsok tekinthetők*, annál is inkább, minthogy ezeknek tetőpontján vulkanikus kráterekhez hasonló kürtő található [18], míg a sáncfalak *esetleg* egy hajdani kaldera maradványait szemléltetik. *Wasiutyński* konvekciós elmélete szerint a központi csúcs valóban a földi vulkánok megfelelője lehet, a sáncfalak anyaga a gyűrűshegységek középső részéből a peremvidékekre szállított anyagból épült fel. Az anyag mozgatását a konvekciós áramlások végezték, még abban az időben, amikor a Hold anyaga magas hőmérsékletű és cseppfolyós halmazállapotú lehetett.

Akárhogy álljon is a kérdés, annyi mindenesetre igen valószínűnek látszik, hogy *a gyűrűshegységek keletkezéséhez szükséges energiát elsősorban nem külső, hanem a Hold belsejéből származó energia képviselte.*

A jelen dolgozatban *I. Yokoyama*, japán geofizikus vizsgálati eredményeinek alkalmazásával megkíséreljük kiszámítani a gyűrűshegységek keletkezésénél felmerülő energiaigényt.

Yokoyama a vulkanikus szigetek keletkezésének kérdésében azokat a tapasztalatokat hasznosította [19], amelyeket egyes, napjainkban is működő indonéz és japán tűzhányók tevékenységének analízise közben szerzett [20, 21]. Megállapításai szerint az aktív vulkánok energiája kis részben a vulkáni bombák és törmelékanyagok kiszórására, valamint lokális földrengések keltésére, léglökési hullámok létrehozására és a magmának a mélyben levő fészekből a kürtő szájáig történő felemelésére fordítódik. Sokkal lényegesebb azonban a kidobott törmelékanyagok és a láva magas hőmérséklete által képviselt termális energia. *Egy tűzhányó totális energiáját a termális energia szabja meg* és annak nagyságrendjét a többi energiafajta az esetek túlnyomó több-

ségében nem befolyásolja. A totális energia nagyságrendje általában 10^{18} és 10^{26} erg között mozog.*

A vulkanikus szigetek keletkezésénél ugyancsak a termikus energia mennyisége a döntő tényező.

A termikus energia meghatározására *Yokoyama* az alábbi kifejezést alkalmazza:

$$E = V\sigma\tau J;$$

ahol E az energia, V a vulkanikus sziget térfogata (figyelembe véve természetesen a sziget alapját képező, tengeralatti térfogatot is), σ a szigetet felépítő anyag közepes sűrűsége, τ az a hőmennyiség, amely a láva 1 grammjának 1000 fokos kiömlési hőmérsékletről a közönséges kőzethőmérsékletre történő lehűlésekor felszabadul és végül J a hő-munka egyenérték. *Yokoyama* σ-ra 2,3 g cm^{-3}-t, τ-ra 300 cal-t vesz fel.

Ha a képletet a Hold esetében kívánjuk alkalmazni, meg kell határoznunk az egyes kráterek térfogatát. Számításaink során a holdfelszíni anyagok átlagsűrűségét 2,7-nek vettük.

Vannak bizonyos szabályszerűségek, amelyek lényegesen megkönnyítik a gyűrűshegységek sáncfala tömegének megbecslését. (A központi csúcs térfogata és tömege igen kicsiny a sáncfalához képest; ezért a csúcsokra nem voltunk tekintettel. Egyébként is nem minden gyűrűshegység rendelkezik központi csúccsal).

Az említett szabályszerűségek a következők [18]:

a) A sáncfalak magassága a kráterátmérő függvényeként változik *(1. ábra)*.

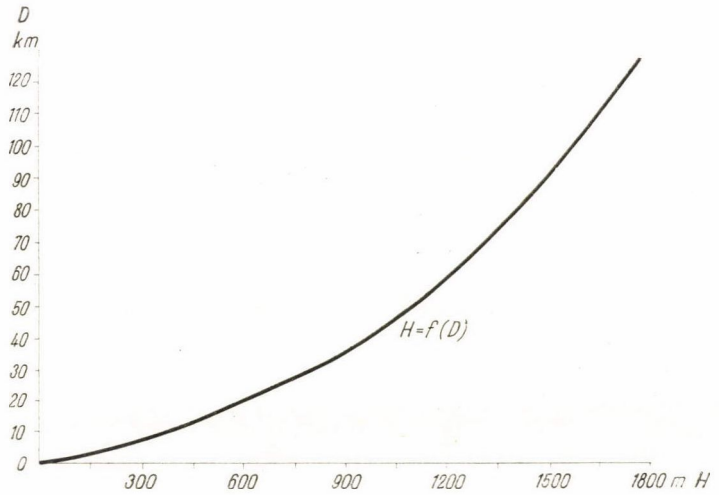
b) A sáncfal külső lejtője — az átmérőtől függetlenül — általában 1°—3° között váltakozik, a 6°-ot pedig csak ritkán haladja meg. Számításainknál egységesen, mindenütt 3°-t vettünk fel.

c) A sáncfal belső lejtője az átmérő függvényeként változik. A *Baldwin*-tól származó és általunk alkalmazott értékek a következők:

Átmérő, km	Közepes lejtőszög, fok
0— 30	33,5
30 50	22,7
50—100	14,8
100—	11,6

* Érdekes megemlíteni, hogy a vulkánkitörések energiája általában nagyobb a földrengések energiájánál. Így például az 1960. évi chilei rengés fő-lökésének energiája $4{,}0 \cdot 10^{24}$ erg volt, a teljes, felszabadult energia pedig $4{,}6 \cdot 10^{24}$ erg. Évszázadunk legerősebb földrengései $5{,}7 \cdot 10^{24}$ ergnyi energia felszabadulását jelentették, a történelem legnagyobb rengésénél (1755, Lisszabon) pedig $1{,}7 \cdot 10^{25}$ ergnyi energia szabadult fel. Ezzel szemben a Sakurazima, japáni vulkán 1914. évi kitörésekor a totális energia $5{,}2 \cdot 10^{25}$ erg, a sumbawai Tambora 1815. évi robbanásakor pedig a totális energia $8{,}4 \cdot 10^{26}$ erg volt. Ez utóbbi energiáról fogalmat ad, ha megemlítjük, hogy ugyanekkora energiát 100 000 atombomba képviselne.

E szabályszerűségek figyelembevételével és a mondott sűrűség elfogadásával kielégítő pontossággal meghatározhatjuk a gyűrűshegyek tömegét, mint az átmérő függvényét. A legkisebb kráterekre 10^{15}, 10^{16} gramm körüli értékeket, a legnagyobb gyűrűshegységekre 10^{19}, 10^{20} gramm körüli értékeket kapunk *(2. ábra)*. A 10^{15}, 10^{16} nagyságrend a Japán-környéki Izu szigetcsoport egyes tagjainak tömegével egyenértékű. A szigetcsoport vulkanikus eredetű, és tagjainak keletkezéséhez 10^{25}, 10^{28} erg nagyságrendű termális energiára volt szükség. Ennek alapján máris előzetes becslést tehetünk a lunáris kráterek kelet-



1. ábra. A sáncfalak H magassága, mint a D átmérő függvénye

kezésénél felmerülő energiaigényre vonatkozóan: 10^{25}, 10^{30} erg közötti értékekre számíthatunk. *Baldwin* a meteor-elmélet alapján az átmérőtől függően a következő energiaigényt állapította meg:

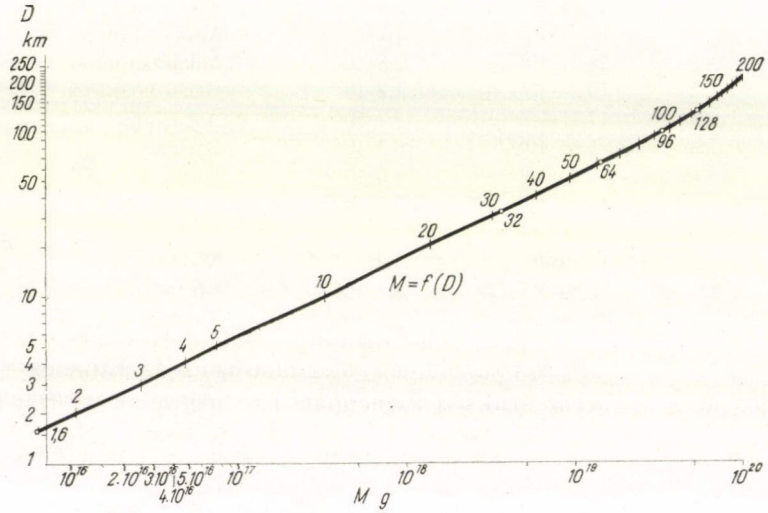
Átmérő, km	Energiaigény, erg
1,6	$7{,}4 \cdot 10^{21}$
32	$1{,}0 \cdot 10^{26}$
64	$1{,}1 \cdot 10^{27}$
96	$4{,}4 \cdot 10^{27}$
128	$1{,}5 \cdot 10^{28}$

Amint látható, — az igen kicsiny kráterek esetétől eltekintve — a *Baldwin*-féle értékek általában ugyanabba a nagyságrend-tartományba esnek, mint amilyent említettünk. Megjegyezzük, hogy a második legnagyobb Holdmedence, a Mare Imbrium, *H. C. Urey* felfogása szerint [22] ugyancsak egy

becsapódó test — egy 200 km átmérőjű kisbolygó — hatására jött létre. A felhasználódott energiát *Urey* $4{,}15 \cdot 10^{32}$ ergre becsüli.

Az alább következő táblázat felvilágosítást nyújt a különböző átmérőkhöz tartozó (észlelt, közepes) sáncmagasságokról és a sáncfalak össztömegéről:

Átmérő, km	Sáncmagasság, m	Tömeg, g
1,6	108	$6{,}507 \cdot 10^{15}$
32	840	$3{,}429 \cdot 10^{18}$
64	1260	$14{,}121 \cdot 10^{18}$
96	1530	$34{,}074 \cdot 10^{18}$
128	1770	$53{,}460 \cdot 10^{18}$



2. ábra. A gyűrűshegységek és kráterek M tömege, mint a D átmérő függvénye. Mindkét koordinátatengely logaritmikus beosztású

A *Yokoyama*-féle, korábban már közölt képletet alkalmazva a kráterek keletkezéséhez szükséges termális energiára vonatkozóan a következő eredményeket kaptuk:

Átmérő, km	Tömeg, g	Termális energia, erg
1	$2{,}7 \cdot 10^{15}$	$3{,}39 \cdot 10^{25}$
5	$7{,}5 \cdot 10^{16}$	$9{,}42 \cdot 10^{26}$
10	$3{,}0 \cdot 10^{17}$	$3{,}77 \cdot 10^{27}$
20	$1{,}3 \cdot 10^{18}$	$1{,}63 \cdot 10^{28}$
30	$3{,}1 \cdot 10^{18}$	$3{,}89 \cdot 10^{28}$
40	$5{,}7 \cdot 10^{18}$	$7{,}16 \cdot 10^{28}$
50	$9{,}2 \cdot 10^{18}$	$1{,}16 \cdot 10^{29}$
100	$3{,}6 \cdot 10^{19}$	$4{,}52 \cdot 10^{29}$
150	$7{,}0 \cdot 10^{19}$	$8{,}79 \cdot 10^{29}$
200	$1{,}1 \cdot 10^{20}$	$1{,}38 \cdot 10^{30}$

A *3. ábrán,* ahol a fentebbi tömeg-energia összefüggést mutatjuk be, összehasonlításul feltüntettünk néhány, Japán-környéki vulkanikus szigetre vonatkozó adatot is. Az egyes betű-jelzéseknek megfelelő szigetek adatai a következők (*Yokoyama* után):

	Tömeg, g	Termális energia, erg	
a	$16{,}33 \cdot 10^{16}$	$2{,}0 \cdot 10^{27}$	Ooshima
b	$4{,}37 \cdot 10^{15}$	$5{,}5 \cdot 10^{25}$	Toshima
c	$0{,}92 \cdot 10^{15}$	$1{,}2 \cdot 10^{25}$	Utoneshima
d	$2{,}30 \cdot 10^{16}$	$3{,}0 \cdot 10^{26}$	Niizima
e	$21{,}16 \cdot 10^{15}$	$2{,}6 \cdot 10^{26}$	Koozushima
f	$13{,}34 \cdot 10^{16}$	$1{,}7 \cdot 10^{27}$	Miyakeshima
g	$22{,}31 \cdot 10^{16}$	$2{,}8 \cdot 10^{27}$	Mikurashima
h	$9{,}20 \cdot 10^{17}$	$1{,}2 \cdot 10^{28}$	Hachizyoshima
i	$17{,}71 \cdot 10^{16}$	$2{,}2 \cdot 10^{27}$	Aogashima
j	$5{,}06 \cdot 10^{17}$	$6{,}3 \cdot 10^{27}$	Bayonese
k	$6{,}90 \cdot 10^{17}$	$8{,}6 \cdot 10^{27}$	Smith
l	$15{,}87 \cdot 10^{17}$	$2{,}0 \cdot 10^{28}$	Torishima
m	$3{,}68 \cdot 10^{17}$	$4{,}6 \cdot 10^{27}$	Soofu-gan
n	$10{,}12 \cdot 10^{17}$	$1{,}3 \cdot 10^{27}$	Nishinoshima
o	$6{,}44 \cdot 10^{17}$	$8{,}1 \cdot 10^{27}$	North Sulphur
p	$20{,}24 \cdot 10^{17}$	$2{,}5 \cdot 10^{28}$	South Sulphur

Ugyancsak a közölt képlet alapján meghatároztuk az Etna és a hawaii Mauna Loa keletkezéséhez szükséges energiát. Eredményeink szerint:

E	$2{,}3 \cdot 10^{18}$	$2{,}9 \cdot 10^{28}$	Etna
H	$2{,}0 \cdot 10^{20}$	$2{,}6 \cdot 10^{30}$	Hawaii

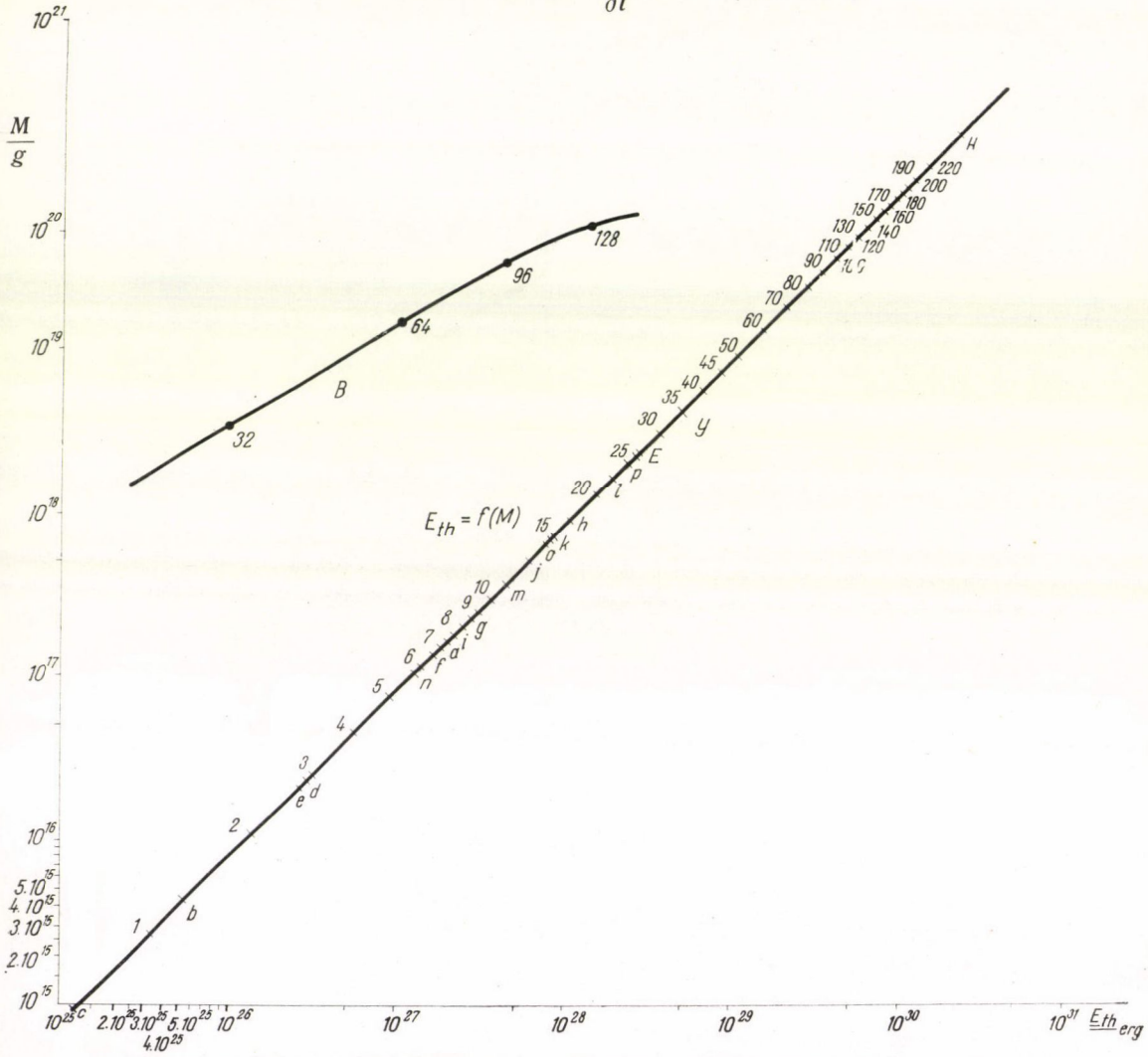
Igen érdekes, hogy a Mauna Loa keletkezéséhez nagyságrendben ugyanakkora, numerikusan pedig kb. 1,6-szerte nagyobb energiára volt szükség, mint a Hold innenső oldalán levő legnagyobb gyűrűshegység, a 230 km átmérőjű Clavius keletkezésénél.

Miután a bevezetőben mondottak értelmében bizonyosra vesszük, hogy *a kráterképződéshez szükséges energia a Hold belsejéből származik,* (eltekintve az igen kicsiny kráterek esetétől, amelyek keletkezése valóban visszavezethető nagyobb meteorok becsapódására), — meg kell vizsgálnunk azt a kérdést, hogy *mi képviseli a tulajdonképpeni energiaforrást.*

Korábban már megkíséreltük a Föld tágulására vonatkozó elméletet [23] a Hold esetében alkalmazni [24, 25, 26, 27]. Ennek értelmében feltettük, hogy volt olyan időszak, amikor ennek az égitestnek *fémes magja* létezett. A fémes fázisból a normál állapotba történő átmenet, — amint ismeretes, — az átlagsűrűség csökkenésével, vagyis a térfogat folyamatos növekedésével jár. Az átalakulás során a nagy nyomás alól felszabaduló ionizált atomok szabad

elektronokat fognak be és ezáltal az illető atomok térfogata megnő. Ha a feltevés szerint az átalakulás a fémes mag határán irreverzibilisen

$$\Delta r = r_2 - r_1 \cong \frac{\partial r}{\partial t}\Delta t \qquad (r_2 \geqq r \geqq r_1)$$



3. ábra. A gyűrűshegységek, kráterek és vulkanikus szigetek keletkezéséhez szükséges E_{th} energia, mint az M tömeg függvénye. Mindkét koordinátatengely logaritmikus beosztású. *B: Baldwin* adatai alapján (meteorikus eredet feltételezésével); *Y: Yokoyama* képlete alapján számítva. A számok a kráterek, illetve gyűrűshegységek átmérőjét jelentik, km-ben, a betűk egyes vulkanikus szigeteket jelölnek, amelyeket részletesen a szövegben ismertetünk. E: Etna, H: Hawaii.

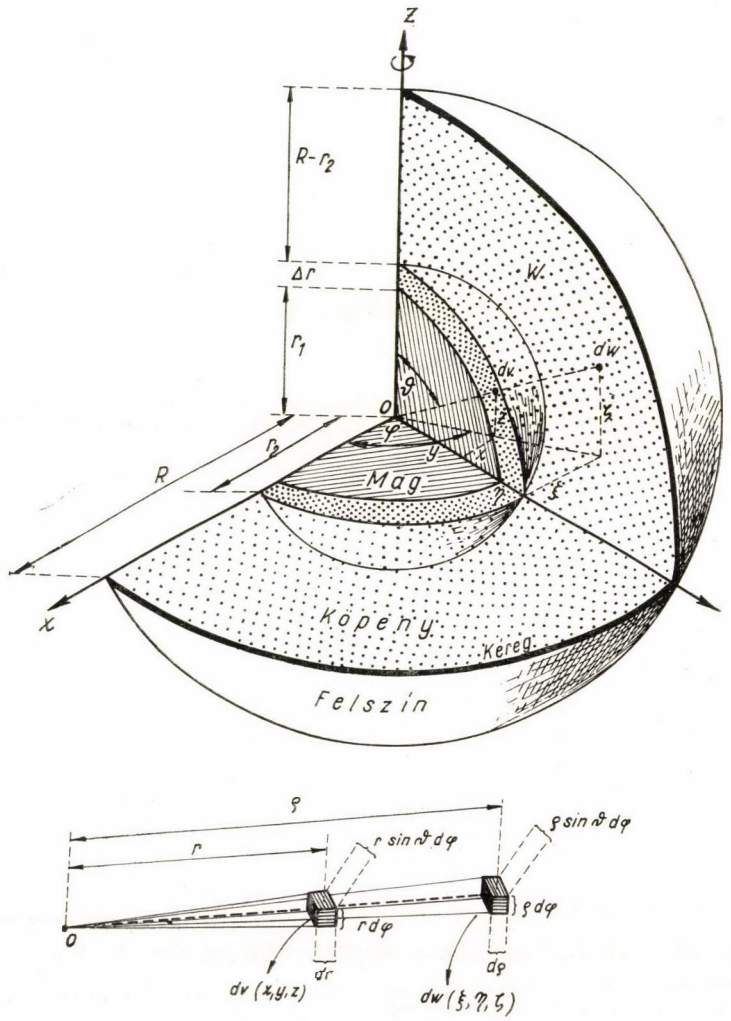
vastag rétegben megy végbe, akkor $\Delta t = t_2 - t_1$ időintervallum alatt, ahol t_2 a későbbi időpont

$$N = 8n \int_{r_1}^{r_2} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} r^2 dr \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \tag{1}$$

számú atom alakul át, ahol n jelenti a

$$dv = r^2 dr \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \tag{2}$$

térfogatelemben levő atomok számát. (Az alkalmazott jelölések a *4. ábra* alap-



4. ábra. A *dv* és *dw* térfogatelemek elhelyezkedése a Hold belsejében

ján értelmezhetők). Az (1)-ben és a (2)-ben szereplő r a fémes mag sugara. — A tágulási elmélet alapfeltevése mármost az $r=r(t)$ függés és a $t\to+\infty$ esetnek megfelelő $r\to 0$ feltétel teljesülése. Ennek megvalósulásához a $P=P(t)$ kapcsolatot kell felvennünk, ahol P a nyomás az égitest belsejében. A $P\to 0$ (ha $t\to+\infty$) feltétel is fennáll akkor, ha az f gravitációs „konstans" valójában nem állandó, hanem az idővel fordítottan arányosan változó mennyiség, amint azt *Gilbert — Dirac* nyomán — feltételezi [28, 29]. E feltevés helytálló voltáról természetesen ezidőszerint nem áll módunkban kísérleti úton meggyőződni —, de az elmélet munkahipotézisként kitűnően alkalmazható. Tény mindenesetre, hogy elfogadásával számos jelenség: a Világegyetem tágulása, a Föld—Hold távolság növekedése, a Föld geológiailag és földrajzilag igazoltnak tekinthető tágulása, a Föld tengelykörüli forgássebességének csökkenése, valamint a Hold feltételezett tágulása megmagyarázható. Ugyanakkor pedig, ha az f az időtől való függésének kimondása valóban egy alapvető természeti törvény felismerését jelenti, az esetben *szükségszerűnek* kell tekintenünk a Föld, a Föld-típusú bolygók és a Hold tágulását.

A (2)-ben közölt dv térfogatelemben, amint említettük, n számú atom található. A fémes fázisból a normál állapotba történő átmenet során az egy molekulára eső energiafelszabadulás [30]:

$$E\cong 18\text{ eV}.$$

Ha egy molekulában k számú atom van, akkor az egy atomra jutó energiafelszabadulás:

$$\frac{E}{k}.$$

Ennek megfelelően Δt idő alatt

$$\varepsilon_{\Delta t}=8n\frac{E}{k}\int_{r_1}^{r_2}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}dv \tag{3}$$

eV-nyi energia szabadul fel.

Tekintsünk egy olyan dw térfogatelemet, amely a Hold középpontjától ϱ távolságban, a holdköpenyben vagy a kéregben helyezkedik el.* A térfogatelem:

$$dw=\varrho^2 d\varrho\sin\vartheta d\vartheta d\varphi. \tag{4}$$

A dv illetve dw térfogatelemeknek megfelelő tömegelemek:

$$\sigma dv,\quad\text{illetve}\quad\sigma' dw,$$

* A következőkben a rövidség kedvéért csupán köpenyről fogunk beszélni, amelybe a kéreg is beleértendő.

ahol σ és σ' a mag, illetve a köpeny sűrűsége az r, illetve ϱ sugárral szerkesztett gömb felszíne mentén.

Δt idő alatt a köpeny valamennyi dw térfogateleme a hozzátartozó korábbi ϱ nívóról egy új $\varrho+\Delta\varrho$ nívóra kerül. A dw térfogatelem helyzeti energiája ezáltal megnövekszik. A Hold nehézségi erőterével szemben végzett munkát a mag átalakulása során felszabaduló energia fedezi. A dw térfogatelem potenciális energiája a ϱ távolságban:

$$u_1=\varrho g(\varrho)\sigma' dw. \tag{5}$$

A köpeny összes potenciális energiája a t_1 időpontban tehát a következő:

$$U(t_1)=\sigma'\int_W \varrho g(\varrho)dw; \tag{6}$$

ahol W a köpeny térfogata.

A dw térfogatelem a t_2 időpontnak megfelelő $\varrho+\Delta\varrho$ távolságban

$$u_2=(\varrho+\Delta\varrho)g(\varrho+\Delta\varrho)\sigma'' dw \tag{7}$$

potenciális energiával bír. Itt feltesszük, hogy

$$\sigma''-\sigma'\cong 0. \tag{8}$$

Az új $\varrho+\Delta\varrho$ távolságnak megfelelően a köpeny összes potenciális energiája:

$$U(t_2)=\sigma''\int_W (\varrho+\Delta\varrho)g(\varrho+\Delta\varrho)dw. \tag{9}$$

Hogy a potenciális energia változását kifejezhessük, a (9)-es integrált

$$\Delta\varrho\cong\frac{\partial\varrho}{\partial t}\Delta t \tag{10}$$

figyelembevételével átalakítjuk, tekintetbe véve egyszersmind, hogy

$$g(\varrho+\Delta\varrho)=g(\varrho)+\frac{\partial g}{\partial\varrho}\Delta\varrho+\cdots\cong g(\varrho)+\frac{\partial g}{\partial\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial t}\Delta t. \tag{11}$$

Behelyettesítve a (9)-es integrálba, s a magasabbrendű tagokat elhanyagolva:

$$U(t_2)=\sigma''\int_W\left(\varrho+\frac{\partial\varrho}{\partial t}\Delta t\right)\left(g(\varrho)+\frac{\partial g}{\partial\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial t}\Delta t\right)dw. \tag{12}$$

A beszorzást elvégezve, kapjuk, hogy:

$$U(t_2)=\sigma''\int_W\left(\varrho g+\varrho\frac{\partial g}{\partial\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial t}\Delta t+g\frac{\partial\varrho}{\partial t}\Delta t\right)dw. \tag{13}$$

Ekkor, (8) alábbi változatával:

$$\sigma'' \cong \sigma' = \bar{\sigma} \tag{14}$$

$$U(t_2) - U(t_1) = \bar{\sigma} \int_W \left(\varrho \frac{\partial g}{\partial \varrho} + g \right) \frac{\partial \varrho}{\partial t} \Delta t \, dw. \tag{15}$$

Az $U(t_2) - U(t_1)$ különbségnek egyenlőnek kell lennie a magátalakulásnál felszabaduló energiával:

$$\varepsilon_{\Delta t} = 8n \frac{E}{k} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} dv = U(t_2) - U(t_1) = 8\bar{\sigma} \int_{r_2}^{R} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\varrho \frac{\partial g}{\partial \varrho} + g \right) \frac{\partial \varrho}{\partial t} \Delta t \, dw. \tag{16}$$

A (16)-ban közölt integrál gyakorlati számolásánál az alábbi, jó közelítést nyújtó kifejezést alkalmazhatjuk:

$$\varepsilon_t \cong \mu_t f_t \frac{\Delta R}{R_t^2} M; \tag{17}$$

amely képlet *Egyed* [23] alatt idézett munkájában

$$E^* = M_k g d_r \tag{17a}$$

formában szerepel. (17a)-ban M_k a földköpeny tömege, g a nehézségi gyorsulás a Föld felszínén, d_r pedig az évi sugárnövekedés. (17)-ben a képlet olyan változatát alkalmaztuk, ahol figyelembe vettük, hogy a Hold tágulása idején az f mennyiség a jelenleginél lényegesen nagyobb volt. (17)-ben f_t az f értéke az adott t időpontban, μ_t a holdköpeny tömege az illető t-nél, M a Hold teljes tömege és ΔR a Hold sugarának évi növekedése, cm-ben kifejezve. Olyan időpontra, amikor $r_t \ll R_t$ és így a köpeny átlagsűrűsége igen közel áll a Hold jelenlegi átlagsűrűségéhez (3,33 g cm^{-3}), ha r_t értékét 10^6 cm-nek választjuk, a köpeny megemeléséhez szükséges energia:

$$\varepsilon_t \cong 6{,}7 \cdot 10^{28} \text{ erg év}^{-1}. \tag{18}$$

Megjegyezzük, hogy a ΔR értékére vonatkozóan korábbi dolgozatainkban közölt 5,5 mm év^{-1}-nel szemben — itt nem részletezendő okok miatt — számításaink során 1,631 mm év^{-1} értéket alkalmazunk, amely a Földre vonatkozóan elfogadott középértéknek csupán kb. 3,3-szerese; vagyis a Holdra és a Földre nyert ΔR, illetve d_r értékek *kitűnő egyezésben* vannak egymással. Az új, 1,631 mm év^{-1} érték bevezetésének szükségszerűségét egy későbbi dolgozat fogja közelebbről megvilágítani.

Következő táblázatunkban bemutatjuk, hogy az egyes átmérő-csoportoknak megfelelően a Hold felénk forduló oldalán hány kráter- és gyűrűshegység-

képződmény található, s mekkora az a totális energia, amely az összes szereplő képződmény keletkezéséhez szükséges volt. A képződmények számára vonatkozó adatokat *Baldwin* már idézett munkájából vettük át.

Átmérő, km	Kráterek, illetve gyűrűshegységek száma	Maximális, totális energiaigény (felfelé kerekítve), erg
1,6— 14,4	53	$0{,}5 \cdot 10^{30}$
16 — 30,4	49	$1{,}9 \cdot 10^{30}$
32 — 46,4	71	$6{,}5 \cdot 10^{30}$
48 — 62,4	52	$8{,}6 \cdot 10^{30}$
64 — 78,4	30	$3{,}0 \cdot 10^{30}$
80 — 94,4	29	$11{,}6 \cdot 10^{30}$
96 —110,4	13	$6{,}8 \cdot 10^{30}$
112 —126,4	10	$6{,}4 \cdot 10^{30}$
128 —142,4	9	$7{,}0 \cdot 10^{30}$
144 —158,4	5	$4{,}8 \cdot 10^{30}$
160 —174,4	1	$1{,}1 \cdot 10^{30}$
176 —190,4	2	$2{,}4 \cdot 10^{30}$
192 —206,4	0	0
208 —222,4	4	$6{,}0 \cdot 10^{30}$
224 —	1	$1{,}6 \cdot 10^{30}$
	Összesen:	$68{,}2 \cdot 10^{30}$ erg

Tételezzük fel, hogy a Hold túlsó oldalán a kráter- és gyűrűshegyképződmények száma és méretszerinti eloszlása a fentebb közölttel nagyjából azonos, akkor megállapíthatjuk, hogy *az összes ilyen képződmények keletkezéséhez maximálisan* $1{,}364 \cdot 10^{32}$ *erg termális energiára volt szükség.* A *Baldwin*-féle, a meteorikus keletkezési elméleten alapuló meggondolások értelmében a szükséges energia két nagyságrenddel kisebbnek, csupán $1{,}15 \cdot 10^{30}$ ergnek adódik.

(18) szerint a holdköpeny megemeléséhez szükséges ε_t energia kb. $6{,}7 \cdot 10^{28}$ erg év^{-1}. A Hold tágulása többször tízmillió évet vett igénybe. Ha az összes kráterek és gyűrűshegységek kialakulása $2 \cdot 10^7$ évig tartott, akkor a köpeny megemeléséhez évente szükséges energiának csak mintegy 10^{-4} része fordítódott e képződmények létrehozására. Más szóval: *a kráterképzéshez szükséges energia 2000 év nagyságrendű idő alatt pótlódik.* Ha a kráterek és gyűrűshegyek keletkezéséhez a *Baldwin* által említett energia is elegendő, úgy ez az energia kb. *20 év alatt* kiadódik.

Becslést tehetünk egyébként a *lánchegységek* keletkezéséhez szükséges energia nagyságrendjére vonatkozóan is.

A Hold — a földi lánchegységektől morfológiailag *élesen eltérő* — hegyláncainak tömegét azonosnak vesszük egy 6000 km hosszú, 200 km széles és

4 km vastag, 2,7 g cm^{-3} sűrűségű hasábéval. A 6000 km-es hosszúság a Hold túlsó oldalán elhelyezkedő Szovjet-hegység figyelembevételével adódik ki. A hasáb tömegére $1{,}3 \cdot 10^{22}$ g-ot kapunk. (Meg kell jegyeznünk, hogy a fentebb közölt dimenziókat szándékosan választottuk maximálisra. Mivel a lánchegységek a csapásirányra merőleges metszete nem négyzet vagy téglalap, hanem háromszög; esetleg megfelelőbb lett volna összehasonlító-testként háromszögletű hasábot választani, 4 km-es magasság, 6000 km-es hosszúság és 200 km-es alapszélesség felvételével. Az ebből adódó tömeg természetesen lényegesen kisebb lenne, — feladatunk azonban az, hogy a tényleges tömeg megemelésénél felmerülő energiaszükségletnél *nagyobb* energiaigény a Hold tágulásából való leszármaztathatóságát is kimutassuk).

Emeljük fel mármost az említett, $1{,}3 \cdot 10^{22}$ g tömegű hasábot 4 km magasságba, akkor a Hold nehézségi erőterével szemben ($g = 163{,}5$ cm sec^{-2})

$$8{,}476 \cdot 10^{29} \simeq 10^{30} \text{ ergnyi}$$

munkát végeztünk. A holdköpeny megemelésénél *kb. 150 esztendő alatt* történik ugyanekkora munkavégzés.

A Hold tágulásából rendelkezésre álló energiák tehát, amint látható, sokszorosan nagyobbak a kráterek, gyűrűshegységek és lánchegységek keletkezésénél felmerülő energiaigénynél. A Hold többször tízmillió évig tartó tágulása során tektonikus folyamatok létrehozására a köpeny megemeléséhez szükséges energiához viszonyítva csak elenyészően kevés energia használódott fel.

A szerző ezúton is őszinte köszönetet kíván mondani *Tóth Géza* geofizikusnak és *Motál György* fizikusnak, akik a tanulmány kéziratát előzőleg átolvasták és értékes megjegyzéseikkel jelentős segítséget nyújtottak.

IRODALOM

[1] *Wolf, v. F.:* Der Vulkanismus, I. Stuttgart, 1914.
[2] *Wasiutyński, J.:* Hydrodynamics... Astrophysica Norvegica, *4,* Oslo, 1946.
[3] *Bülow, v. K.:* Die Umschau, H 14/1959.
[4] *Miyamoto, S.:* Journal of the Int. Lunar Soc., *1.* No. 4., 1959.
[5] *Mohácsi B.:* Az MTA III. Osztályának Közleményei, *10,* 4, 1960.
[6] *Habakov, A.V.:* Luna (Szerk.: *A. V. Markov*). Moszkva, 1960.
[7] *Viete, G.:* Zeitschrift für Bergbau, *4,* 12, 1952.
[8] *Ruud, I.:* The Theory of Direct Contraction. Oslo, 1949.
[9] *Fielder, G.:* Sky and Telescope, *19,* 6, 1960.
[10] *Ashbrook, J.:* Sky and Telescope, *18,* 3, 1959.
[11] *Wilkins, H. P.:* Levél a szerzőhöz 1958. XI. 28-án. (Kézirat.)
[12] *Urey, H. C.:* Endeavour, *19,* 74, 1960.
[13] Science, Vol. *129.* No. 3346, 1959. (Szerző megnevezése nélkül.)
[14] *Hole, G. A.:* Levél a szerzőhöz, 1959. XII. 4-én. (Kézirat.)
[15] *Alter, D.:* Publ. of the Astr. Soc. of the Pacific, *69,* No. 407, 1957.

[16] *Hédervári P.:* Journal of the Int. Lunar Society, *1,* No. 4., 1959.
[17] *Hédervári P.:* Földr. Közl., *7,* 2., 1959.
[18] *Baldwin, R.:* The Face of the Moon. Chicago, 1949.
[19] *Yokoyama, I.:* Bull. of the Earthquake Res. Inst., *34,* 185, 1956.
[20] *Yokoyama, I.:* Bull. of the Earthquake Res. Inst., *35,* 75, 1957.
[21] *Yokoyama, I.:* Bull. of the Earthquake Res. Inst., *35,* 99, 1957.
[22] *Urey, H. C.:* Sky and Telescope, *15,* 1956.
[23] *Egyed L.:* Földtani Közlöny, *85,* 3, 1955.
[24] *Hédervári P.:* Magyar Fizikai Folyóirat, *8,* 4, 1960.
[25] *Hédervári P.:* Die Sterne, *36,* 7, 1960.
[26] *Hédervári P.:* The Strolling Astronomer, *14,* 9, 1960.
[27] *Hédervári P.:* Vasiona, *8,* 3, 1960.
[28] *Gilbert, C.:* Month. Not. R. A. S. *116,* No, 6., 1952.
[29] *Gilbert, C.:* Levél a szerzőhöz, 1961. II. 2.-án. (Kézirat.)
[30] *Egyed L.—Stegena L.:* Geofizikai Közl. *9,* 1—2, 1960.

MEGJEGYZÉS A H_2 MOLEKULA ALAPÁLLAPOTA KÖTÉSI ENERGIÁJÁNAK SZÁMÍTÁSÁHOZ*

TAMÁSSY-LENTEI ILONA
Kossuth Lajos Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete, Debrecen

A H_2 molekula alapállapotának kötési energiája meghatározható a H_2^+ molekulaion hullámfüggvényéből felépített molekulapályák segítségével. Jó közelítés nyerhető már akkor is, ha a H_2^+ hullámfüggvénye a középpontra centrált hidrogénszerű 1s típusú egycentrum függvény. Amennyiben pedig a hullámfüggvény 1*s*, 2*s* és 3*d* típusú egycentrum függvények lineáris kombinációja, még a távolságra is kielégítő becslés kapható.

A H_2 molekula alapállapotának kötési energiáját már sokan vizsgálták, igen különböző módszerekkel. Mint ismeretes, a *James—Coolidge* [1] féle sok számolást igénylő eljárás eredménye csaknem teljesen megegyezik a kísérleti értékkel. Azonban az ilyen számolások mellett érdeklődésre tarthatnak számot azok a megfontolások, melyek ha nem is olyan nagy pontossággal, de sokkal kevésbé fáradságos úton igyekeznek megadni a kötési energiát.

Így mostanában *Ladik* [2] megvizsgálta, hogy milyen eredmény nyerhető akkor, ha a H_2 molekulapályáinak a H_2^+ ion sajátfüggvényeit használjuk. Elgondolása a következő:

Legyen a H_2 molekula két elektronjának Hamilton-operátora a szokásos jelölésekkel (atomi egységekben)

$$H_{H_2} = -1/2\Delta_1 - 1/r_{a1} - 1/r_{b1} - 1/2\Delta_2 - 1/r_{a2} - 1/r_{b2} + 1/r_{12}$$

és hullámfüggvénye alapállapotban, a molekulapálya elmélet első közelítésének megfelelően,

$$\psi(1, 2) = \psi_{H_2^+}(1)\psi_{H_2^+}(2).$$

Akkor a Hamilton-operátor átlagértéke

$$\overline{H_{H_2}} = \int \psi^*(1, 2)\, H\psi(1, 2)\, d\tau_1\, d\tau_2 = 2E_{H_2^+} + \int \frac{|\psi_{H_2^+}(1)|^2\, |\psi_{H_2^+}(2)|^2}{r_{12}}\, d\tau_1\, d\tau_2,$$

ha

$$H_{H_2^+}\psi_{H_2^+} = E_{H_2^+}\psi_{H_2^+}$$

és a $H_{H_2^+}$ a H_2^+ ion Hamilton operátora, azaz

$$H_{H_2^+} = -1/2\Delta - 1/r_a - 1/r_b.$$

* Érkezett 1961. III. 29.

A H_2 molekula teljes energiája,

$$E_{H_2}(R) = \overline{H_{H_2}(R)} + 1/R,$$

az R magtávolság függvénye. Az $E_{H_2^+}$ értékei különböző magtávolságra megtalálhatók *Hylleraas*nál [3]. A $\overline{H_{H_2}}$-ban az elektronok taszításának megfelelő energia-tag kiszámításához azonban a $\psi_{H_2^+}$ függvény ismerete szükséges. Ladik ennek kiszámítására egy félempirikus eljárást alkalmaz, amennyiben a H_2^+ hullámfüggvénye helyett közelítésnek a H_2 molekula legjobb SCF MO-it tekinti és az ezzel számított integrál értéket veszi. Számításait a kísérleti magtávolság értéknél, 1,4 a. u.-nél végzi, s ezen értéknél az említett integrál megtalálható *Coulson*-nál [4]. Az $E_{H_2^+}$-ra az $R = 1{,}4$-nél a *Hylleraas* adott értékeiből interpolációval nyert $-1{,}2828$ a. u. és az elektronok taszítási energiájának megfelelő 0,6563 értékek ismeretében, a kötési energia

$$E_{H_2}(1{,}4) = 2(-1{,}2828) + 1/1{,}4 + 0{,}6563 - 2(-0{,}5) = -0{,}195 \text{ a. u.} \sim -5{,}3 \text{ eV}$$

értéknek adódik. Ezen érték durván 0,6 eV-tal nagyobb a 4,74 eV $\sim$ 0,174 a. u. kísérleti értéknél [5]. A kötési energia itt nagyobb a kísérletinél, mert az elektronok közötti kölcsönhatási integrálnak a H_2 SCF MO-jával számított értéke várhatólag kisebb, mint az ezen integrálra a H_2^+ ion hullámfüggvényével nyerhető érték.

Mint Ladik ezek után megjegyzi, a probléma végső megvilágításához szükséges volna a

$$C = \int \frac{|\psi_{H_2^+}(1)|^2 \, |\psi_{H_2^+}(2)|^2}{r_{12}} \, d\tau_1 \, d\tau_2$$

szóban forgó integrálnak a H_2^+ ion hullámfüggvényével való kiszámítása.

Vegyük fel a H_2^+ hullámfüggvényét az egyik elképzelhető legegyszerűbb módon, ugyanis legyen a $\psi_{H_2^+}$ a magok felezőpontjára centrált, normált, $1s$ típusú, hidrogénszerű hullámfüggvény, azaz

$$\psi_{H_2^+, 1s} = 2\alpha^{3/2} e^{-\alpha r}.$$

Ezen hullámfüggvénnyel kiszámítható a H_2^+ energiája. Ebben csak egy-, illetve ismert típusú, gyakran előforduló kétcentrum integrálok fordulnak elő. A részletes számítás, valamint a további jelölésekkel kapcsolatban [6]-ra utalunk. Az energia minimum elvnek megfelelően $R = 1{,}4$-re (a H_2 kísérleti magtávolság értékére) a H_2^+ teljes energiájának minimumát az $\alpha = 1{,}094$ variációs paraméter értéknél nyerjük. A paraméter ezen értéke mellett a $\psi_{H_2^+, 1s}$-sel kiszámítható a kérdéses

$$C = F^0(1s, 1s) = 5/8\,\alpha$$

érték, ami 0,68375-nek adódik. Ennek segítségével a kötési energiára az

$$\varepsilon_{H_2} = -0{,}1676 \text{ a. u.}$$

értéket nyerjük, ami a kísérleti értéktől 3—4%-kal tér el.

Természetesen a H_2^+ hullámfüggvényét egy ilyen egyszerű $1s$ típusú, hidrogénszerű, egycentrum függvénynek tekintve, túlságosan durva a közelítés ahhoz, hogy ezzel a magtávolságnak is elméleti meghatározására gondolhatnánk. Azonban a $\psi_{H_2^+}$ némi finomításával ez is megtehető. Nemrégiben *Gáspár* [7] a H_2^+ hullámfüggvényét a középpontra centrált hidrogénszerű $1s$, $2s$ és $3d$ típusú egycentrum függvények lineáris kombinációjaként állította elő, tehát a hullámfüggvényt

$$\psi_{H_2^+} = c_{1s}\psi_{1s}(\xi) + c_{2s}\psi_{2s}(\xi') + c_{3d}\psi_{3d}(\xi'')$$

formában vette fel, ahol a szereplő függvények normált radiális részének részletes alakja:

$$R_{1s} = 2\xi^{3/2}e^{-\xi r}$$

$$R_{2s} = \frac{\xi'^{3/2}}{2\sqrt{2}}(2-\xi' r)e^{-\frac{\xi' r}{2}}$$

$$R_{3d} = \frac{4\xi''^{7/2}}{81\sqrt{30}} r^2 e^{-\frac{\xi'' r}{3}}.$$

A H_2^+ egyensúlyi magtávolságánál az energia minimum elvből a variációs paraméterekre a

$$\xi = 1{,}135, \qquad \xi' = 3{,}6, \qquad \xi'' = 6{,}6$$

értékek adódtak. Mivel ezen paraméterek a magtávolságtól nem függnek nagyon erősen, a ξ, ξ' és ξ'' fenti értékeit megtartjuk. Ezen fix paraméterű $\psi_{H_2^+}$ hullámfüggvénnyel adott R-nél a szokásos módon, egy harmadrendű szekuláris egyenletből kiszámítható a H_2^+ energiája és a c_{1s}, c_{2s} és c_{3d} értékek. A $\psi_{H_2^+}$-szal, hasonlóan mint előbb a $\psi_{H_2^+,1s}$-sel, kiszámítható a H_2 energiája is, de most

$$\begin{aligned}
C = {} & c_{1s}^4 F^0(1s,1s) + 4c_{1s}^3 c_{2s} F^0(1s;1s,2s) + 2c_{1s}^2 c_{2s}^2 F^0(1s,2s) + \\
& + 2c_{1s}^2 c_{3d}^2 F^0(1s,3d) + 4c_{1s}^2 c_{2s}^2 G^0(1s,2s) + 4c_{1s}c_{2s}^3 F^0(2s;1s,2s) + \\
& + 4c_{1s}c_{2s}c_{3d}^2 F^0(3d;1s,2s) + c_{2s}^4 F^0(2s,2s) + 2c_{2s}^2 c_{3d}^2 F^0(2s,3d) + \\
& + 4c_{1s}^2 c_{3d}^2 \frac{1}{5} G^2(1s,3d) + \frac{8}{5} c_{1s}c_{2s}c_{3d}^2 G^2(1s,3d;2s,3d) + \\
& + 4c_{1s}c_{3d}^3 \frac{2}{7\sqrt{5}} F^2(1s,3d;3d) + 4c_{2s}^2 c_{3d}^2 \frac{1}{5} G^2(2s,3d) + \\
& + 4c_{2s}c_{3d}^3 \frac{2}{7\sqrt{5}} F^2(2s,3d;3d) + c_{3d}^4 F^0(3d,3d) + \\
& + c_{3d}^4 \frac{4}{49} F^2(3d,3d) + c_{3d}^4 \frac{4}{49} F^4(3d,3d).
\end{aligned}$$

A magtávolságot variációs paraméternek tekintve, az energiára minimum $R = 1{,}44$ a. u.-nél adódik, ahol

$$c_{1s} = 0{,}88266, \quad c_{2s} = -0{,}13447, \quad c_{3d} = 0{,}13640,$$

a szóban forgó integrál pedig

$$C = 0{,}6559.$$

Ennek segítségével a kötési energia, az $E_{H_2^+}$-ra a *Hylleraas* adataiból az $R = 1{,}44$ magtávolságra interpolációval nyerhető $-1{,}2695$ érték felhasználásával, $\varepsilon_{H_2} = -0{,}188$ a. u.-nak adódik. (Ez 8—9%-os eltérésnek felel meg.) Tekintettel arra, hogy a H_2^+ hullámfüggvényét rendkívül egyszerű formájúnak vettük fel, az eredmények jónak mondhatók. Tehát úgy látszik, hogy a $\psi_{H_2^+}$ hullámfüggvényeket használni a H_2-re molekulapályáknak, nem indokolatlan.

IRODALOM

[1] *H. M. James* and *A. S. Coolidge,* J. Chem. Phys., *1,* 825, 1933.
[2] *J. Ladik,* Acta Phys. Hung., *11,* 405, 1960.
[3] *E. Hylleraas,* Z. Phys., *71,* 739, 1931.
[4] *C. A. Coulson,* Valence, Clarendon Press, Oxford, 1953, p. 87.
[5] *G. Herzberg,* Molecular Spectra and Molecular Structure. I. Spectra of Diatomic Molecules, D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1953.
[6] *I. Tamássy-Lentei,* Acta Phys. Hung., *12,* 119, 1960.
[7] *R. Gáspár,* Acta Phys. Hung., *7,* 151, 1957.

VIZSGÁLATOK A MOLEKULÁRIS LUMINESZCENCIA KÖRÉBŐL*

BUDÓ ÁGOSTON akadémikus
Szegedi Tudományegyetem, Kísérleti Fizikai Intézet

A molekuláris lumineszcencia törvényeire vonatkozó ismereteink lényegében négy jellemzőnek — az emissziós spektrumnak, a hatásfoknak, a polarizációs foknak és a csillapodási időnek — meghatározásán alapszanak. Az említett jellemzők valódi értékeinek megállapításánál azonban rendszerint erősen zavarólag hat a primér fluoreszcenciafény által kiváltott szekundérfluoreszcencia, s ezért fontos feladatnak tekinthető a közvetlenül mért és a valódi jellemzők közti összefüggések felállítása. A dolgozat megadja mind a négy jellemzőre vonatkozólag a megfelelő, az eddigieknél elvileg pontosabb relációkat és módszereket, továbbá ismerteti az ezeken alapuló kísérleti vizsgálatok főbb eredményeit.

A molekuláris lumineszcencia és ezen belül főleg az oldatok fluoreszcenciája a jelen század húszas éveiben fejlődött nagyobb kutatási területté, miután *Vavilov, Weigert, Ljovsin, Gaviola, Perrin* és mások munkái, ill. felfedezései alapján a vizsgálatok a már azelőtt is sokat tanulmányozott fluoreszcenciaspektrumok mellett a fluoreszcencia hatásfokára, polarizációs fokára és csillapodási idejére is kiterjedtek. Az oldat fényelnyelését jellemző abszorpciós spektrumon kívül lényegében az említett *belső, vagy valódi fluoreszcencia-jellemzők*, tehát az emissziós spektrum — a következőkben mint kvantumspektrum, $f(\lambda')$ — az abszolút kvantumhatásfok (η), a polarizációs fok (p) és a csillapodási idő (τ)[1] azok a fizikai mennyiségek, amelyek mérésére, ill. a különböző paraméterektől (pl. hőmérséklet, koncentráció, gerjesztési hullámhossz) való függésük tanulmányozására az oldatok fluoreszkálásának összes tapasztalati törvényszerűségei visszavezethetők, és amelyek útján a fluoreszkáló molekulák szerkezetére és kölcsönhatásaira vonatkozó következtetések helyessége ellenőrizhető.

A belső, vagy valódi fluoreszcencia-jellemzők a fluoreszcenciafénynek a keletkezés helyén fennálló tulajdonságaira vonatkoznak, a valóságban viszont

* A Magyar Tudományos Akadémia III. Osztályának 1961. március 30-i felolvasó ülésén elhangzott székfoglaló előadás. Érkezett 1961. ápr. 1.

[1] Definíciójukra nézve l. pl. [1]. Az emisszió spektrális eloszlási függvényét, $f(\lambda')$-t megállapodás szerint 1-re normáljuk: $\int_0^\infty f(\lambda')d\lambda' = 1$ (λ-val jelöljük a gerjesztő fénynek, λ'-vel a fluoreszcenciafénynek a hullámhosszát).

a mérésekkel közvetlenül csak az ún. *külső* fluoreszcencia-tulajdonságok határozhatók meg, amelyek általában függnek pl. az oldatot tartalmazó küvetta méreteitől és alakjától, továbbá a gerjesztési és a megfigyelési mód geometriai viszonyaitól, és így nem szolgálhatnak minden további nélkül finomabb molekula- vagy folyadékszerkezeti következtetések alapjául. A közvetlenül mérhető külső és a következtetésekhez szükséges belső fluoreszcencia-jellemzők közti összefüggések megállapítása tehát fontos feladat, ennek megoldása terén azonban a legutóbbi időkig lényeges hiányok mutatkoztak. Olyan összefüggések, amelyek néhány egyszerű gerjesztési és megfigyelési mód esetében a fluoreszcenciafénynek az oldatban való elnyelését, az ún. *reabszorpciót* (valamint a fluoreszcencia-fénynyaláb térszögének a kilépéskor bekövetkező megváltozását) figyelembe veszik, már régóta ismeretesek, de a reabszorpció folytán fellépő *szekundérfluoreszcencia* befolyását illetően sokáig csak a polarizációs fokra vonatkozó, empirikus és nem is egészen korrekt Vavilov-féle módszer [2], valamint *Galanin*nak [3] erősen egyszerűsítő feltevéseken nyugvó s ezért a gyakorlatban általában nem elég jól felhasználható számításai álltak rendelkezésre. A fentiekre és az irodalomban tapasztalható több diszkrepanciára való tekintettel intézetünkben néhány éve célul tűztük ki — a valódi fluoreszcencia-jellemzők pontos meghatározásának lehetővé tétele érdekében — a szekundér és a magasabbrendű fluoreszcencia-sugárzások szerepének részletesebb megvizsgálását; a következőkben az ezzel kapcsolatban elért főbb eredményeinket foglaljuk röviden össze.

1. §. *Az oldatok valódi fluoreszcenciaspektrumának meghatározásánál* [4] — a szekundérfluoreszcencia spektrális hatásának figyelembevételével — az alapprobléma annak megállapítása, hogy az adott gerjesztési és megfigyelési módnál a spektrofotométerrel mért fluoreszcencia-sugárzásban a primér mellett milyen arányban van képviselve a szekundér fluoreszcenciafény. Minthogy oldatokban az egyes emissziós folyamatoknak megfelelő hullámvonulatok inkoherensek, a probléma fenomenológiai elmélettel tárgyalható (a nem nagy nyomású gázoknál alkalmazandó kvantummechanikai meggondolások [5] helyett), ennek a lényeges könnyítést jelentő körülménynek ellenére azonban aránylag egyszerűbb összefüggések csak akkor várhatók, ha lehető egyszerű gerjesztési és megfigyelési módot választunk. Ezért a következőkben azt az idealizált, de jó megközelítéssel megvalósítható esetet vesszük alapul, amikor az l hosszúságú és R sugarú hengeres küvettában levő, optikailag izotrop oldatot a tengellyel párhuzamosan beeső, monokromatikus (és nem poláros, $R^2\pi$ keresztmetszetű) fénynyaláb gerjeszti, a fluoreszcenciafényből pedig a tengely mentén egy szintén párhuzamos és a gerjesztő fénnyel ellentétes irányú, $R^2\pi$-hez képest kis keresztmetszetű nyaláb jut a spektrofotométerbe.

Ha a λ hullámhosszú gerjesztő fény által az elülső lapon keltett egyenletes megvilágításerősség, helyesebben az ennek megfelelő kvantumáram-sűrűség $E_{\lambda 0}$ (fotonszám/scm^2-ben), és az oldat abszorpciós együtthatója λ-nál k_λ, akkor a Lambert-törvény szerint a küvetta tengelyén az elülső laptól z_0 távolságban felvett dV_0 térfogatelemben az időegység alatt elnyelt fotonok száma: $k_\lambda E_{\lambda 0} e^{-k_\lambda z_0} dV_0$. A dV_0-ból a λ' és $\lambda'+d\lambda'$ közti hullámhosszsávban a teljes térszögbe kibocsátott *primér* fluoreszcenciafény kvantumárama (fotonszám/s) — oldatoknál, amelyeknél az $f(\lambda')$ valódi fluoreszcenciaspektrum legalábbis első közelítésben független a gerjesztő fény λ hullámhosszától — az η_λ abszolút kvantumhatásfok definíciója értelmében a fenti mennyiség $\eta_\lambda f(\lambda')d\lambda'$-szerese. A dV_0-ból kibocsátott *szekundér* fluoreszcenciafény kvantumáramának kiszámítása céljából mindenekelőtt meg kell határoznunk, hogy egy tetszőleges másik (dV) térfogatelemből kiinduló primér sugárzás valamely λ'' és $\lambda''+d\lambda''$ közé eső részéből mennyi abszorbeálódik dV_0-ban. Ha e könnyen megadható, $d\lambda''$-vel arányos mennyiségnek $\eta(\lambda'')f(\lambda')d\lambda'$-szeresét integráljuk λ'' szerint, majd a henger egész V térfogatára, megkapjuk a dV_0-ból emittált szekundér fluoreszcenciafénynek a λ' és $\lambda'+d\lambda'$ közti intervallumba eső részét. Mármost a spektrofotométerbe jutó, a λ' és $\lambda'+d\lambda'$ közti sávba eső *teljes* (primér és szekundér) fluoreszcenciafény kvantumáram-sűrűségének, $B_{\lambda'}d\lambda'$-nek meghatározásánál a dV_0-ból kibocsátott — a fent vázolt módon adódó — teljes fluoreszcencia-sugárzásnak a térszög- és a felületegységre eső részét kell képeznünk, figyelembe kell vennünk ennek a fénynek a küvettából való kilépésig végbemenő abszorpcióját (az $e^{-k_{\lambda'} z_0}$ faktorral), az elülső felületen való áthaladáskor fellépő reflexiós veszteséget (egy ϱ tényezővel) és a térszögmegváltozást (az $1/n^2$ faktorral, n a törésmutató), majd integrálnunk kell az összes dV_0 térfogatelemekre, azaz $z_0 = 0$-tól 1-ig. Végeredményben az itt nem részletezett számítások alapján a spektrofotométerrel mérhető $B_{\lambda'} (\equiv B(\lambda'))$ mennyiség és az $f(\lambda')$ valódi fluoreszcenciaspektrum között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$B_{\lambda'} = \frac{\varrho}{4\pi n^2} E_{\lambda 0} \eta_\lambda f(\lambda') \alpha \frac{1-e^{-(\alpha+\beta)}}{\alpha+\beta} \cdot \frac{1}{1-\varkappa}; \tag{1}$$

itt

$$\alpha = lk(\lambda), \quad \beta = lk(\lambda'), \quad \gamma = lk(\lambda'') \quad \left(\text{és } m = \frac{R}{l}\right) \tag{2}$$

dimenziónélküli mennyiségek, $\varkappa$ pedig a szekundér és a primér fluoreszcenciafény intenzitásának aránya,

$$\varkappa = \frac{S}{P} = \varkappa(\alpha, \beta; m) = \int_0^\infty \eta(\lambda'') f(\lambda'') M d\lambda'', \tag{3}$$

ahol M az α, β, γ, m mennyiségek ismert — meglehetősen bonyolult — függvénye[2]. A $\varkappa$ tehát az oldat anyagi minőségén és (mol/liter-ben mért) c koncentrációján kívül az l rétegvastagságtól, az R sugártól, valamint a gerjesztőfény λ és a fluoreszcenciafény λ' hullámhosszától függ; a Beer-törvény érvényessége esetén a k abszorpciós együttható: $k = 2{,}303\, c\varepsilon$, ahol ε a dekadikus extinkciós koefficiens. Az (1)-ben már a *terciér* és a magasabb rendű fluoreszcencia-sugárzásokat is figyelembe vettük, külön számítások alapján jó megközelítéssel úgy, hogy az eredetileg fellépő $1+\varkappa$ faktort az $1+\varkappa+\varkappa^2+\cdots$ geometriai sor $1/(1-\varkappa)$ összegével helyettesítettük.

Az (1) egyenletből — amely a $\varkappa$ kifejezéséből láthatóan egy integrálegyenlet[3] — a keresett $f(\lambda')$ valódi spektrális eloszlási függvény közelítőleg úgy határozható meg, hogy a $\varkappa$-t $f(\lambda')$-nek azzal az $f_0(\lambda')$ közelítésével számítjuk ki, amely az (1)-ből $\varkappa = 0$-ra, azaz a szekundérfluoreszcencia tekintetbe vétele nélkül, csak a reabszorpcióra vonatkozó korrekcióval adódik:

$$f_0(\lambda') = K \cdot B_{\lambda'} \frac{\alpha+\beta}{\alpha[1-e^{-(\alpha+\beta)}]} \equiv K \cdot B^*_{\lambda'}; \tag{4}$$

K a normálási állandó $\left(\int_0^\infty f_0(\lambda')\,d\lambda' = 1\right)$. A következőkben $\varkappa$-n azt az ismert függvényt értjük, amelyet (3) alapján az $f_0(\lambda'')$ függvénnyel és a szintén ismertnek feltételezett, általában a Vavilov-törvénynek ([7], [8]) megfelelő lefutású $\eta(\lambda'')$ abszolút kvantumhatásfokkal számíthatunk ki. Végeredményben tehát, (1) és (4) alapján, a szekundérfluoreszcencia figyelembevétele miatt valódi spektrumnak tekinthető $f(\lambda')$ az $f_0(\lambda')$ közelítő spektrumból az

$$f(\lambda') = \text{const}\,(1-\varkappa) f_0(\lambda') \tag{5}$$

összefüggés szerint határozható meg; a konstans az említett normálási feltételből adódik.

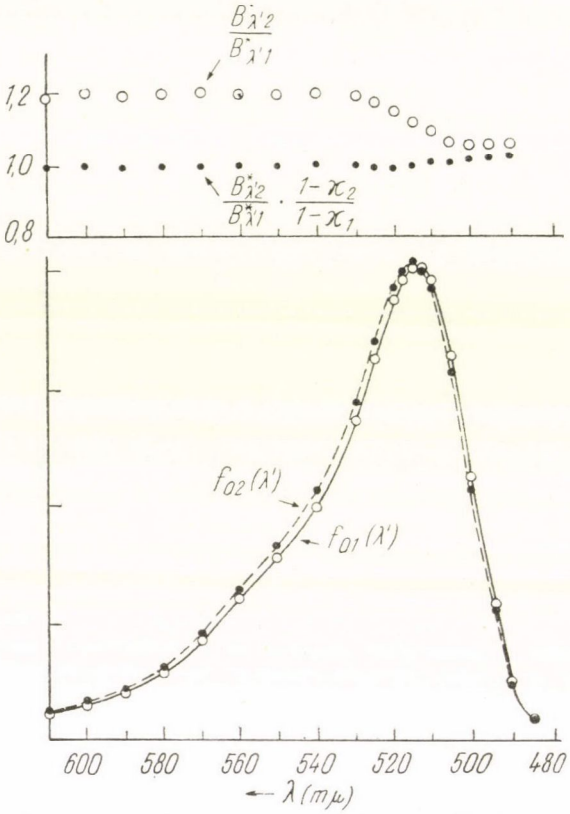
A fenti eredmények ellenőrzése, azaz a szekundérfluoreszcencia spektrális hatásának *kísérleti vizsgálata* céljából az intézetünkben összeállított fotoelektromos spektrofotométerrel, az említett gerjesztési és megfigyelési feltételeket jó

[2] $$M = \frac{\gamma}{2\alpha\beta[1-e^{-(\alpha+\beta)}]} \{(\alpha+\beta)(1-e^{-\alpha})(1-e^{-\beta})[Ei(-m\gamma)-Ei(-\gamma)] +$$
$$+ [(\alpha+\beta)G(-\gamma)-\alpha G(-\beta-\gamma)-\beta G(-\alpha-\gamma)] +$$
$$+ [(\alpha+\beta)G(-\gamma)-\alpha G(\beta-\gamma)-\beta G(\alpha-\gamma)]e^{-(\alpha+\beta)}\}; \qquad G(x) = Ei(x) - \ln x.$$

Az (1) levezetésénél feltettük, hogy $m^2 \gg 1$; általános esetben $\varkappa = \varkappa(\alpha, \beta; m')$, ahol $m < m' < \sqrt{m^2+1}$.

[3] Az $f(\lambda')$ meghatározása céljából *Agranovics* és *Konobejev* [6] egy egzaktabb, de igen bonyolult eljárást dolgoztak ki, amely az $f(\lambda')$-t egy integrálegyenlet-rendszer többszöri iteráció útján való közelítő megoldásával szolgáltatja.

közelítéssel megvalósítva, számos mérést végeztünk. Pl. az egyik esetben az ugyanazzal a fluoreszcein-oldattal megtöltött két, különböző vastagságú küvettát ugyanazzal a gerjesztő fénnyel ($\lambda = 436$ mμ, $E_{\lambda 0} = \text{const}$) sugároztuk be és a spektrálisan felbontott két fluoreszcencia-sugárzást közvetlenül összehasonlítottuk egymással (és egy normállámpa ismert kvantumeloszlású sugárzásával); a rétegvastagságok: $l_1 = 0{,}10$ cm, $l_2 = 1{,}00$ cm, a felvett abszorpciós spektrum alapján pedig $k_\lambda = k_{436\,\mathrm{m}\mu} = 4{,}70\ \mathrm{cm}^{-1}$, vagyis $\alpha_1 = 0{,}47$, $\alpha_2 = 4{,}7$ voltak. Ha a szekundérfluoreszcenciának nem lenne hatása, akkor (1)-nek a $\varkappa = 0$-ra vonatkozó alakja és (4) alapján a spektrofotométerrel mért és ezután a reabszorpció miatt korrigált $B^*_{\lambda'2}/B^*_{\lambda'1}$ hányadosnak 1-nek kellene lennie minden λ'-nél, a mérések szerint viszont ez a hányados kb. 1,2 és 1,06 között szisztematikusan változik (1. ábra, felül). A szekundérfluoreszcencia figyelembevételével azonban az (1) értelmében nem is az előbbi hányadosnak, hanem $\frac{B^*_{\lambda'2}}{B^*_{\lambda'1}} \cdot \frac{1-\varkappa_2}{1-\varkappa_1}$-nek kell minden λ'-nél 1-et adnia, és ez (a $\varkappa_1$ és $\varkappa_2$ kiszámításánál a Vavilov-törvénynek megfelelő menetű $\eta(\lambda'')$ függvényt és az $\eta_{\max} = 0{,}74$ értéket véve alapul) az ábráról láthatóan jó megközelítéssel teljesül is. Magukat a szekundérfluoreszcencia tekintetbevétele nélkül kapott $f_{01}(\lambda')$ és $f_{02}(\lambda')$ spektrumokat az ábra alsó részén tüntettük fel; ez a két spektrum — amint az már a $B^*_{\lambda'2}/B^*_{\lambda'1}$-görbe menetéből következik — észrevehetően különbözik egymástól, bár ugyanarra az oldatra vonatkoznak. Ezzel szemben a szekundérfluoreszcencia hatásával (5) szerint korrigált $f_1 \sim (1-\varkappa_1) f_{01}$ és $f_2 \sim (1-\varkappa_2) f_{02}$ spektrumok a kis intenzitású részeknél vár-



1. ábra. A szekundérfluoreszcencia spektrális hatása. Ugyanazon fluoreszcein-oldat különböző rétegvastagságok mellett meghatározott emissziós spektrumai a szekundérfluoreszcencia figyelembevétele nélkül eltérnek egymástól

ható 2—3 % eltéréseken belül azonosak (és gyakorlatilag egybeesnek az ábrázolt f_{01} spektrummal).

A fluoreszcein-oldatokon végzett további vizsgálataink egyebek között azt mutatták, hogy az azelőtt szokásos módon, tehát pusztán a reabszorpciós korrekció alkalmazásával kiértékelt spektrumok függnek a koncentrációtól, a gerjesztés és a megfigyelés módjától s a gerjesztő fény hullámhosszától is, de a spektrumnak mindezek a változásai csak látszólagosak, ti. a szekundérfluoreszcencia figyelembevételével nyert valódi spektrumoknál — fluoreszcein-oldatok esetében — ilyen változások nem mutatkoznak ([9], [10]). Ez az eredmény mindenesetre felhívja a figyelmet arra, hogy az esetleg más anyagok közelítő spektrumainál tapasztalt hasonló változásokat a fenti értelemben — a szekundérfluoreszcencia befolyásának szempontjából — felül kell vizsgálni, mielőtt azokból további következtetéseket vonnánk le.

A szekundérfluoreszcencia befolyásának mértékét jelentő $\varkappa$ mennyiség kifejezése s ezzel a számítás lényegesen egyszerűsíthető, ha α és β elegendő kicsinyek, vagy ha elegendő nagyok. Az itt nem részletezett közelítő formulákon alapuló becslés szerint a szekundérfluoreszcencia *spektrális* hatása általában teljesen elhanyagolható, ha α és $\beta_{\max}$ ($\beta = lk(\lambda')$-nek az emissziós spektrum tartományában felvett legnagyobb értéke) külön-külön kb. $^1/_2$-nél kisebbek. A spektrumok felvételénél célszerű tehát az l rétegvastagságot vagy a c koncentrációt ennek megfelelően választani, ami azonban a gyakorlatban sokszor a feladat természete, ill. a fluoreszcenciafény intenzitásának erős lecsökkenése miatt nem lehetséges.

2. §. *A fluoreszkáló oldatok abszolút kvantumhatásfokának meghatározása* — ha az 1. §-ban említett gerjesztési és megfigyelési feltételek mellett a λ hullámhosszú gerjesztő fénynél a szekundérfluoreszcencia figyelembevételével az η_λ valódi kvantumhatásfokot kívánjuk megállapítani — szintén az (1) egyenlet alapján lehetséges [11]. Az (1)-ből λ' szerinti integrálással, $\int_0^\infty f(\lambda')d\lambda' = 1$ miatt és a (4)-ben bevezetett $B^*_{\lambda'}$ jelöléssel kapjuk:

$$\eta_\lambda = \int_0^\infty CB^*_{\lambda'}(1-\varkappa)d\lambda', \quad \text{ahol} \quad C = \frac{4\pi n^2}{\varrho E_{\lambda 0}}. \qquad (6a—b)$$

Mivel a $\varkappa$ (3) kifejezésében az integráljel alatt az $f(\lambda'')$-n kívül az $\eta(\lambda'')$ függvény is előfordul, fel kell tételeznünk, hogy a már említett $f_0(\lambda'')$ közelítő „spektrumfüggvény" mellett ismerjük — pl. a Vavilov-törvény vagy tájékozódó mérések alapján — az $\eta(\lambda'')/\eta_\lambda \equiv \eta_r(\lambda'')$ *relatív* hatásfokfüggvénynek egy $\eta_{0r}(\lambda'')$ közelítését is; erre vonatkozólag előírhatjuk, hogy értéke a mérésnél alkalmazott λ gerjesztési hullámhossznál 1 legyen: $\eta_{0r}(\lambda'') = 1$. Ennek meg-

felelően legyen $\varkappa = \eta_\lambda \varkappa^{(1)}$, ahol $\varkappa^{(1)}$ az $\eta_{0r}(\lambda'')$-vel és $f_0(\lambda'')$-vel (3) szerint kiszámítható függvény:

$$\varkappa^{(1)} = \int_0^\infty \eta_{0r}(\lambda'') f_0(\lambda'') M d\lambda''. \tag{7}$$

A $\varkappa = \eta_\lambda \varkappa^{(1)}$ helyettesítéssel (6a)-ból a keresett valódi abszolút kvantumhatásfok:

$$\eta_\lambda = \frac{\int_0^\infty C B^*_{\lambda'} d\lambda'}{1 + \int_0^\infty \varkappa^{(1)} C B^*_{\lambda'} d\lambda'}. \tag{8}$$

Abban a konkrét számítások eredménye szerint gyakori esetben, amikor $\varkappa^{(1)}$ a λ'-vel aránylag kevéssé változik, $\varkappa^{(1)}$, ill. ennek az emissziós spektrum egy közbülső hullámhosszára vonatkozó $\varkappa^{(1)}_m$ értéke az integráljel elé vihető. Tekintettel arra, hogy a szekundérfluoreszcencia figyelembevétele nélkül ($\varkappa^{(1)} = 0$) a hatásfok

$$\eta_{\lambda 0} = \int_0^\infty C B^*_{\lambda'} d\lambda' \tag{9}$$

lenne, a (8) eredmény az

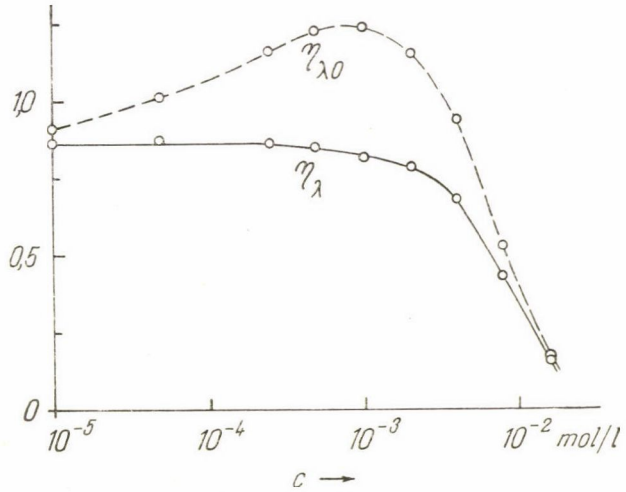
$$\eta_\lambda = \frac{\eta_{\lambda 0}}{1 + \varkappa^{(1)} \eta_{\lambda 0}} \tag{10}$$

alakban is kifejezhető, amely közvetlenül mutatja a szekundérfluoreszcencia „hatásfokcsökkentő" szerepét.

A módszer alkalmazására példaként a 2. ábra azokat az abszolút kvantumhatásfok-értékeket tünteti fel, amelyeket alkalikus fluoreszcein-oldat ($p_H = 12{,}5$, $t = 26°C$) kilenc különböző koncentrációjánál (10^{-5} és $1{,}6 \cdot 10^{-2}$ mol/liter között) $l \approx 0{,}1$ cm rétegvastagság mellett, $\lambda \approx 436$ mμ-os gerjesztő fény esetében kaptunk; a fotoelektromos spektrofotométerrel végzett, megfelelő körültekintést igénylő mérések és kiértékelések részleteire itt nem térünk ki. Amint az ábráról látható, a valódi η_λ hatásfokok lényegesen kisebbek a szekundérfluoreszcencia figyelembevétele nélkül kapott $\eta_{\lambda 0}$ értékeknél, amelyek több esetben az 1-et jóval meghaladják, és így nyilvánvalóan nem lehetnek valódi hatásfokok.

A szekundérfluoreszcencia befolyására vonatkozó fenti eredmények alapján világossá válik az oka annak a *Förster* monográfiájában is hangsúlyozott diszkrepanciának ([1], 150. old.), hogy a hatásfokmérések sokszor 1-nél nagyobb értékekre vezettek. Látható továbbá, hogy a hatásfok koncentrációfüggésére, az ún. koncentrációs kioltásra vonatkozó görbének a *menete* is lényegesen más lehet a szekundérfluoreszcencia figyelembevételével, mint anélkül,

és hasonló megállapítás vonatkozik a hatásfok hullámhosszfüggésére is. Ezeknek az oldatokban fellépő energiavándorlás érdekes kérdéseivel szoros kapcsolatban álló összefüggéseknek a részletesebb tanulmányozása folyamatban van.



2. ábra. Fluoreszcein-oldat kvantumhatásfokának koncentráció-függése, a szekundér fluoreszcencia elhanyagolásával ($\eta_{\lambda 0}$), ill. annak figyelembevételével (η_{λ})

3. §. *A (viszkózus) oldatok fluoreszcenciájának valódi polarizációs foka* szintén a szekundérfluoreszcencia figyelembevételével határozandó meg [12], [13]. E kérdés kvantitatív vizsgálata céljából tegyük fel mindenekelőtt, hogy az optikailag inaktív és az abszorpció szempontjából izotrop oldatnál lényegében az 1. §-ban említett longitudinális gerjesztési és megfigyelési módot alkalmazzuk, azzal a különbséggel, hogy most a monokromatikus gerjesztő fény lineárisan poláros legyen. A gerjesztő fény rezgésirányára merőleges irányban kibocsátott primér fluoreszcenciafény p polarizációs fokánál, amely definíció szerint az oldat fluoreszcenciájának valódi polarizációs foka, a közvetlenül mérhető p' polarizációs fok kisebb; a mérőkészülékbe ugyanis a priméren kívül szekundér (továbbá terciér stb.) fluoreszcenciafény is jut, ez pedig a primérnél kisebb mértékben poláros, mert hiszen a csupán parciálisan poláros primér fluoreszcenciafény hatására jött létre. Ha ismernénk a mérőkészülékbe jutó (λ' hullámhosszú) primér, szekundér, ... fluoreszcenciafény $B_1, B_2, \ldots$ intenzitásait — pl. monokromatikus kvantumáram-sűrűségeit — és $p_1 (= p), p_2, \ldots$ polarizációs fokait, akkor a mért p' polarizációs fokot a $p' = (B_1 p + B_2 p_2 + \cdots)/(B_1 + B_2 + \cdots)$ kifejezés adná meg. Ebből egy igen egyszerű, de a kisebb polarizációs fokoknál feltehetően mégis elég jó megközelítést jelentő összefüggést állapíthatunk meg, ha feltételezzük, hogy a

$B_2/B_1 \approx B_3/B_2 \approx \cdots$ intenzitásviszony most is az előzőkben a nem poláros gerjesztőfény esetére meghatározott $\varkappa = \varkappa(\alpha, \beta; m)$ mennyiséggel egyenlő, és hogy a gerjesztőfény, s a primér, szekundér, ... fluoreszcenciafény polarizációs fokai geometriai haladvány szerint csökkennek $(1, p, p^2, \ldots)$. Az említett feltevések alapján, $p' = B_1 p(1 + \varkappa p + \varkappa^2 p^2 + \cdots)/B_1(1 + \varkappa + \varkappa^2 + \cdots)$-ből, a mért p' és a valódi p polarizációs fok közti közelítő összefüggés:

$$p' = p\frac{1-\varkappa}{1-\varkappa p}, \quad \text{vagy} \quad p = \frac{p'}{1-\varkappa(1-p')}. \tag{11a—b}$$

Ha a szekundér, terciér, ... fluoreszcenciasugárzást már teljesen depolarizáltnak tekintenénk, a (11)-nél még egyszerűbb $p' = p(1-\varkappa)$ formulát kapnánk.

Exaktabb összefüggés megállapítására a polarizációs fok definíciója szerint a

$$p' = \frac{\sum_i (B_{\parallel i} - B_{\perp i})}{\sum_i (B_{\parallel i} + B_{\perp i})} \tag{12}$$

kifejezésből kell kiindulnunk, ahol $B_{\parallel i}$ és $B_{\perp i}$ a mérőkészülékbe jutó, a gerjesztő fény rezgési irányával párhuzamos, ill. erre merőleges rezgésirányú primér, szekundér, ... fluoreszcenciafény $(i = 1, 2, \ldots)$ intenzitásait jelentik. Egyelőre a primér és a szekundér fluoreszcenciafényre szorítkozva, azt a tapasztalat szerint túlnyomó többségben előforduló esetet vesszük alapul, amelyben a fényemisszió elektromos dipólátmeneteknek felel meg ([8], [14], [15]), és amelyben az oldat bármely dV térfogateleme a belőle kibocsátott sugárzás szempontjából három inkoherens, egymásra merőleges lineáris oszcillátorral helyettesíthető. Ebben az esetben a valamely x rezgésirányú fény által gerjesztett dV térfogatelemhez rendelt, x, y és z irányú oszcillátorok amplitúdó-négyzeteire vonatkozólag fennáll: $(a_x^2 - a_y^2)/(a_x^2 + a_y^2) = p$, $a_y^2 = a_z^2$, azaz $a_x^2 : a_y^2 : a_z^2 = (1+p) : (1-p) : (1-p)$. Az emissziónak a most említett módon jellemezhető anizotrópiája miatt a konkrét számítások természetesen sokkal bonyolultabbak, mint az izotrop emissziójú oldatok $(p = 0)$ valódi fluoreszcenciaspektrumával kapcsolatosan az 1. §-ban vázolt számítások. Ennek ellenére, azzal a polarizációs méréseknél általában szokásos megszorítással, hogy gyakorlatilag a mérőkészülékbe a fluoreszcenciafénynek csak az oldatban alig abszorbeálódó λ' hullámhosszai jutnak be $(\beta \equiv lk_{\lambda'} = 0)$, továbbá feltételezve, hogy a terciér és a magasabbrendű fluoreszcenciasugárzások intenzitásai is és polarizációs fokai is geometriai haladvány szerint csökkennek, a p'-re néhány, az $m^2 \gg 1$ esetben megengedhető egyszerűsítés után aránylag jól áttekinthető kifejezés adódik:

$$p' = p\frac{1 - P_1\varkappa - P_2\mu}{1 - P_3\varkappa - P_4\mu}; \tag{13}$$

itt μ az előzőkben is szereplő (és most $\beta = 0$-nál vett) $\varkappa$-hoz hasonlóan kiszámítható mennyiség, $P_1, \ldots, P_4$ pedig p ismert függvényei[4].

A (13) összefüggés levezetésénél hallgatólagosan feltételeztük azt is, hogy a λ hullámhosszú gerjesztő fény által keltett primér fluoreszcenciafény polarizációs foka ugyanaz, mint a primér sugárzás különböző λ'' hullámhosszai által keltett szekundér fluoreszcenciafényé: $p_\lambda = p_{\lambda''} = p$. Bár a polarizációs fok általában függ a gerjesztő hullámhossztól — amint az *Ljovsin*, *Frőhlich* és *Vavilov* vizsgálatai óta ismeretes [16] — az említett $p_\lambda = p_{\lambda''}$ egyenlőség a tapasztalat szerint mégis teljesül abban az esetben, ha λ a „leghosszabb hullámú elektronátmenethez" tartozó abszorpciós sávba esik. A (13) tehát erre az esetre vonatkozik; más esetekben (13) helyébe általánosabb összefüggés lép, amelynek jobboldalán két polarizációs fok (p_λ és $p_{\lambda''}$) szerepel.

Az elmélet ellenőrzésére többféle mérést végeztünk, részben egy Wille—Szpektorov-típusú [15], részben pedig az intézetben konstruált új berendezéssel [17]. A példaként közölt 3. ábrán a mérési pontok azokat a p' polarizációs fokokat jelentik, amelyeket a fluoreszceinnek két különböző koncentrációjú ($c = 5 \cdot 10^{-5}$, ill. $5 \cdot 10^{-4}$ mol/liter) és különböző viszkozitású (0,1234, ill. 0,1285 poise) oldatánál — az oldószer glicerin és víz keveréke volt —, hat, ill. hét különböző rétegvastagság mellett ($l = 0{,}01$ cm és 0,795 cm között), $\lambda \approx 436$ mμ hullámhosszú gerjesztő fénynél kaptunk. A kihúzott görbék azok az elméleti görbék, amelyeket a (13) formulából — az alkalmazásához szükséges abszorpciós és emissziós spektrumok, valamint hatásfokok külön mérésekkel való meghatározása után — a $p = 14{,}19\,\%$, ill. $p = 12{,}40\,\%$ értékekkel mint valódi polarizációs fokokkal számítottunk ki. (Megjegyezzük, hogy a jóval egyszerűbb (11a) összefüggésből számított görbék csaknem teljesen egybeesnek a kihúzott görbékkel.) Az igen jó megegyezés egyrészt azt mutatja, hogy eljárásunk alkalmazásával a valódi polarizációs fok nagyobb (azaz kísérleti szempontból kedvezőbb) rétegvastagságoknál is pontosan meghatározható; másrészt az is látható, hogy az eljárás alkalmazása nélkül kapott p' polarizációs

[4]
$$\mu = \int_0^\infty \eta_0(\lambda'') f_0(\lambda'') \mu^* \, d\lambda'',$$

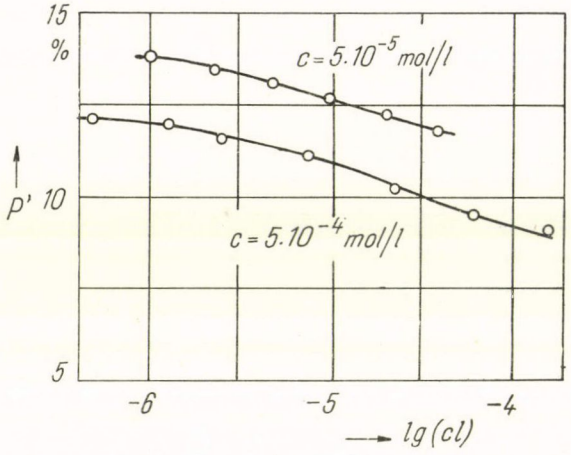
ahol
$$\mu^* = \frac{1}{3}\left\{1 - \frac{1}{2}\,\frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha}}\left[\frac{1 - e^{-(1{,}5\gamma+\alpha)}}{1{,}5\gamma + \alpha} + e^{-\alpha}\,\frac{1 - e^{-(1{,}5\gamma-\alpha)}}{1{,}5\gamma - \alpha}\right]\right\};$$

$$P_1 = \frac{3}{2}\,\frac{2 - 2p + p^2}{3 - p}, \qquad P_2 = \frac{3}{4}\,\frac{p(4 - 3p)}{3 - p}, \qquad P_3 = \frac{2}{5}P_4 = \frac{3}{4}\,\frac{p}{3 - p}.$$

A (13) formula alkalmazhatósága szempontjából (a $\beta = 0$ feltevés miatt) közömbös, hogy a megfigyelt fluoreszcencia-fénynyaláb iránya megegyező vagy ellentétes-e a gerjesztő fény irányával.

fokok a valódinál jóval kisebbek lehetnek, s ezért az ilyen adatok és sok esetben a belőlük levont következtetések is lényeges módosításra szorulnak.

4. §. *Az oldatok fluoreszcenciájának valódi csillapodási ideje* (τ) szintén a szekundér és magasabbrendű fluoreszcencia-sugárzások miatt különbözik a közvetlenül mért τ' csillapodási időtől. A τ' és a τ közti összefüggés egy-



3. ábra. A szekundérfluoreszcencia depolarizáló hatása viszkózus fluoreszcein-oldatoknál. A rétegvastagság növelésével a mért p' polarizációs fok erősen csökken

szerűen megállapítható annak a 3. §-ban említett feltevésnek alkalmazásával, hogy a mérőkészülékbe a (kis méretű) küvettából gyakorlatilag csak olyan fluoreszcenciafény jut, amelynek λ' hullámhosszaira nézve $\beta \equiv lk_{\lambda'} \approx 0$. Ekkor stacionárius gerjesztés esetén a mérőkészülékbe jutó primér, szekundér, ... sugárzás B_{10}, B_{20}, ... intenzitásai nyilvánvalóan arányosak az oldatban levő elsődlegesen, másodlagosan, ... gerjesztett molekulák N_{10}, N_{20}, ... számaival (a 0 index a stacionárius gerjesztésre utal); $N_{20}/N_{10} = N_{30}/N_{20} = \cdots = \varkappa = \varkappa(\alpha, 0; m)$.

Ha a hosszú ideig tartó stacionárius gerjesztés a $t = 0$ időpillanatban hirtelen megszűnik, akkor ettől kezdve ($t > 0$-nál) az elsődlegesen gerjesztett molekulák $N_1 = N_1(t)$ számára vonatkozólag fennáll:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{1}{\tau} N_1, \quad \text{vagy} \quad N_1 = N_{10} e^{-\frac{t}{\tau}}. \qquad (14a\text{—}b)$$

A másodlagosan gerjesztett molekulák száma az időegységre vonatkoztatva N_2/τ-val fogy a csillapodás miatt és KN_1-gyel nő a primér sugárzással való gerjesztés miatt, azaz $dN_2/dt = -N_2/\tau + KN_1$. A K állandó a stacionárius

gerjesztés esetére érvényes $-N_{20}/\tau + KN_{10} = 0$ egyenletből: $K = N_{20}/N_{10}\tau = \varkappa/\tau$, tehát

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{1}{\tau}N_2 + \frac{\varkappa}{\tau}N_1; \quad \text{ugyanígy} \quad \frac{dN_3}{dt} = -\frac{1}{\tau}N_3 + \frac{\varkappa}{\tau}N_2, \ldots . \tag{15}$$

A (14a) és (15) egyenletek összeadásából a megfigyelhető teljes B intenzitással arányos $N = \Sigma N_i$-re a $dN/dt = -N/\tau + \varkappa N/\tau$ differenciálegyenlet adódik. Megoldása:

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau'}}, \quad \text{ahol} \quad \tau' = \frac{\tau}{1-\varkappa} \tag{16a—b}$$

éppen a keresett összefüggést jelenti.

Az előzőkben vázolt meggondolások és kísérleti vizsgálatok konkréten oldatokra vonatkoztak, a megállapított összefüggések legnagyobb része azonban jó megközelítéssel érvényesnek tekinthető nagyobb nyomású gőzök, molekulakristályok és F-centrumokat tartalmazó ionkristályok lumineszcenciájára, speciálisan pl. a szcintillátor-kristályok emissziójára is.

5. §. *A valódi fluoreszcencia-jellemzők meghatározásával kapcsolatos egyéb eredmények* közül röviden a következőket említjük meg. Mint láttuk, mind a négy valódi fluoreszcencia-jellemzőnek a közvetlenül mért mennyiségekből való meghatározása lényegében a mérőkészülékbe jutó szekundér és primér sugárzás intenzitásviszonyának, azaz $\varkappa$-nak megállapítására vezethető vissza. Ez a most jelzett szempontból fontos mennyiség számítások helyett kísérletileg is meghatározható: az intézetben *Ketskeméty* [18] által kidolgozott polarizációmérő módszert *Dombi, Hevesi* és *Horvai* [19] a $\varkappa$ mérésére alkalmazták és több fluoreszkáló oldatnál megállapították a $\varkappa$-t mint a koncentráció és rétegvastagság szorzatának (cl) függvényét. Az így kapott görbék hasznos tájékoztatást adnak a vizsgált oldatoknál a szekundérfluoreszcencia különböző befolyásainak mértékére vonatkozólag.

A szekundérfluoreszcencia spektrális hatásának figyelembevétele különösen lényeges az emissziós és abszorpciós spektrumok közötti kapcsolatoknak, nevezetesen a Ljovsin—Blohincev-féle „tükörszimmetria-szabálynak" ([20], [21], [8]), ill. újabban inkább a Sztyepanov-féle összefüggésnek [22] kísérleti ellenőrzésénél. Az utóbbi összefüggésnek abban az általánosabb alakjában, amelyet *Ketskeméty, Dombi* és *Horvai* [23] állapítottak meg, az $\eta(\lambda)$ hatásfokfüggvény is előfordul, s így ez a fontos függvény az emissziós és abszorpciós spektrumok felvétele útján meghatározható, de — a mérések tanúsága szerint — megbízható módon csak akkor, ha a szekundérfluoreszcencia befolyását a lehető leggondosabban tekintetbe veszik.

A polarizációs fokok mérése és a szekundérfluoreszcencia hatásának megfelelő figyelembevétele útján *Gáti* és *Szalay* [24] az ún. rotációs depolarizációra vonatkozó Perrin—Ljovsin-féle összefüggés érvényességét tanulmányozták, fluoreszcein-oldatok nagy viszkozitás-intervallumot betöltő sorozatánál. Vizsgálataik szerint az említett összefüggés a valódi polarizációs fokokra (a közvetlenül mértekkel ellentétben) igen jól teljesül, aminek alapján a molekula-rotációnak egy többször vitatott kérdésére lehetett választ adni.

Az *egy* fluoreszkáló anyagot tartalmazó oldatoknál a szekundérfluoreszcencia spektrális befolyására kapott eredményeket *Ketskeméty* [25] általánosította a keverékoldatokban fellépő *szenzibilizált fluoreszcencia* esetére. A levezetett összefüggések a tripaflavin-rhodamin *B* keverékoldatoknál végzett mérésekkel egybehangzóan azt mutatták, hogy az ilyen oldatok $f(\lambda')$ emissziós spektruma a két oldott fluoreszkáló anyag $f_1(\lambda')$ és $f_2(\lambda')$ spektrumából $f(\lambda') = b_1 f_1(\lambda') + b_2 f_2(\lambda')$ alakban állítható elő; a λ'-től csaknem független b_1 és b_2 mennyiségek koncentráció-függéséből az energiaátadás sugárzásos és sugárzásnélküli bekövetkezésének valószínűségeit lehet kiszámítani.

Amint az elmondottakból kitűnik, a valódi fluoreszcencia-jellemzők meghatározására megadott módszerek alapján a molekuláris lumineszcencia törvényszerűségei az eddig alkalmazott eljárásoknál elvileg pontosabban vizsgálhatók, s az ily módon nyerhető adatok az eddigieknél lényegesen megbízhatóbb fizikai következtetések alapjául szolgálhatnak.

IRODALOM

[1] *Th. Förster,* Fluoreszenz organischer Verbindungen, Vandenhoeck Ruprecht, Göttingen, 1951.

[2] С. И. Вавилов, ДАН СССР, *16,* 263, 1937; Собрание сочинений, 2. kötet, 22. oldal, Москва, 1952.

[3] М. Д. Галанин, Щруды ФИАН СССР, *5,* 339, 1950.

[4] *A. Budó, I. Ketskeméty,* J. Chem. Phys., *25,* 595, 1956; Acta Phys. Hung., *7,* 207, 1957.

[5] *R. Seiwert,* Exp. Techn. Phys., *3,* 6, 1955 (Sonderheft).

[6] В. М. Агранович, Ю. В. Конобеев, Опт. и спектр., *6,* 648, 1959.

[7] *S. I. Wawilow,* Zs. f. Phys., *42,* 311, 1927.

[8] *V. L. Ljovsin,* Folyékony és szilárd anyagok fotolumineszcenciája, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1956.

[9] *J. Dombi, R. Horvai,* Acta Phys. et Chem. Szeged, *2,* 9, 1956.

[10] *A. Budó, J. Dombi, R. Horvai,* Acta Phys. et Chem. Szeged, *3,* 3, 1957.

[11] *A. Budó, J. Dombi, L. Szöllősy,* Acta Phys. et Chem. Szeged, *2,* 18, 1956.

[12] *A. Budó, I. Ketskeméty,* Z. Naturf., *12a,* 673, 1957; *A. Budó, I. Ketskeméty, E. Salkovits, L. Gargya,* Acta Phys. Hung., *8,* 181, 1957.

[13] *A. Budó, I. Ketskeméty,* Acta Phys. et Chem. Szeged, *4,* 86, 1958.

[14] *A. Jablonski,* Zs. f. Phys., *96,* 236, 1935.

[15] *I. Ketskeméty, L. Szalay,* Acta Phys. Hung., *5,* 305, 1955.

[16] *W. L. Lewschin,* Zs. f. Phys., *26,* 278, 1924; *P. Fröhlich,* Zs. f. Phys., *35,* 193, 1925; Phys. Rev., *27,* 803, 1926; *S. I. Wawilow,* Zs. f. Phys., *55,* 690, 1929; Ibid., *58,* 447, 1929.

[17] *I. Ketskeméty, L. Gargya, E. Salkovits,* Acta Phys. et Chem. Szeged, *3,* 16, 1957.

[18] *I. Ketskeméty,* Acta Phys. et Chem. Szeged, *4,* 18, 1958.

[19] *J. Dombi, J. Hevesi, R. Horvai,* Acta Phys. et Chem. Szeged, *5,* 20, 1959.

[20] *W. L. Lewschin,* Zs. f. Phys., *72,* 368, 1931; Ibid., *72,* 382, 1931.

[21] *D. I. Blohincev,* J. Physics URSS, *1,* 117, 1939.

[22] Б. И. Степанов, ДАН СССР, *112,* 839, 1957.

[23] *I. Ketskeméty, J. Dombi, R. Horvai,* Acta Phys. Hung., *12,* 263, 1960.

[24] *L. Gáti, L. Szalay,* Acta Phys. et Chem. Szeged, *4,* 90, 1958.

[25] *I. Ketskeméty,* Acta Phys. Hung., *10,* 429, 1959.

KÉSLELTETETT NEUTRONT EMITTÁLÓ MAGOK ÁTLAGOS ÉLETTARTAMA

GYARMATI BORBÁLA
MTA Atommag Kutató Intézete, Debrecen

Kísérleti tervezés szükségessé tette annak megvizsgálását, hogy a késleltetett neutront emittáló magokat a béta-bomlás bekövetkezése után mennyi idővel hagyják el a neutronok. Mért nívószélesség-adatok csak az O^{17} magnál álltak rendelkezésre [1], így a többi magoknál ezeket elméletileg kellett megbecsülni. A következőkben a becslés helyességének ellenőrzése céljából az O^{17} magra elvégzett számításokról számolunk be.

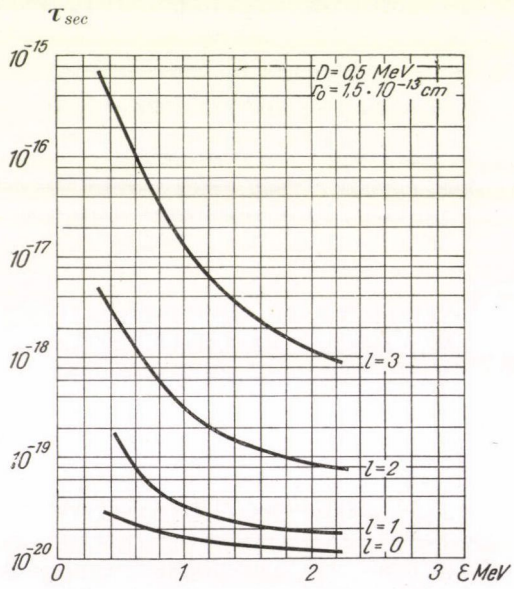
Az — esetünkben béta-bomlás által — gerjesztett mag neutronbomlásra vonatkozó Γ parciális nívószélességét a

$$\Gamma = \hbar \omega_0 T_l$$

formula adja, ahol T_l az l impulzusmomentumú neutronnak a potenciálfalon való áthatolási valószínűsége, ω_0 az áthatolásra időegységenként történő kísérletek száma.

E mennyiségek számszerű megbecslésénél a következő feltevésekkel éltünk:

1. A potenciál derékszögű. Ez esetben neutronokra a T_l faktor egzaktul megadható, mint a gerjesztési és kilépési energia, valamint a végmag (magtörzs) sugarának függvénye [2]. Ezzel a feltevéssel nyilván felülbecsüljük a tényleges életidőt, mivel a potenciál legömbölyítése csökkenti a potenciálfal magasságát és szélességét s ezzel növeli az áteresztőképességet.

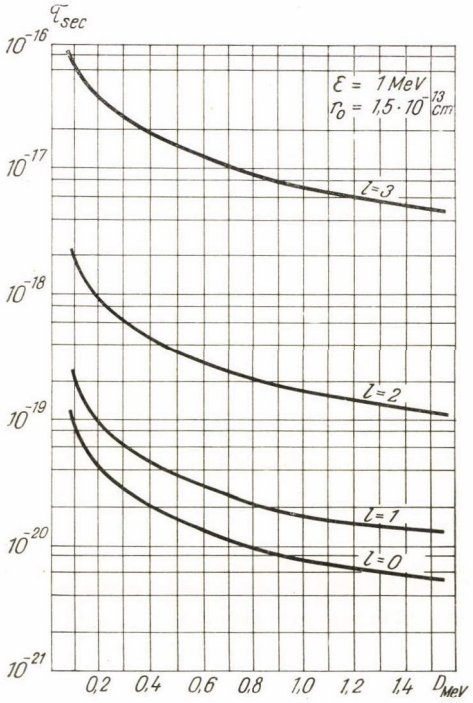


1. ábra. A N^{17} béta-bomlása által gerjesztett O^{17} mag neutronbomlással szembeni átlagos élettartama a kilépési energia függvényében
Abszcissza: ε a kilépési csatorna MeVekben megadott energiája
Ordináta: a mag τ átlagos élettartama sec-ban
A görbék a jelzett sorrendben a kilépő neutron 0, 1, 2, 3 impulzusmomentumaihoz tartoznak

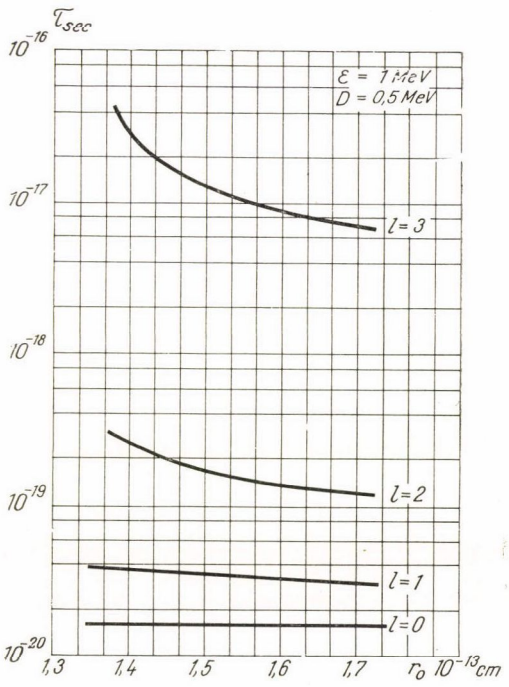
* Érkezett 1961. április 26.

2. Gömbszerűnek tekintettük a magtörzs terét. Ez a közelítés zárt neutronhéj tartományokban megengedhető, attól távoleső magoknál felülvizsgálandó.

3. A gerjesztési energia hordozójának kizárólag a magtörzsön kívüli neutront tekintettük. Ez a feltevés az O^{17}, és minden olyan késleltetett neutront



2. ábra. Az átlagos élettartam változása rögzített kilépési energia és magsugárállandó mellett, a nívótávolság függvényében
Abszcissza: a D nívótávolság MeVekben
Ordináta: a mag τ átlagos élettartama sec-ban
A görbék a jelzett sorrendben a kilépő neutron 0, 1, 2, 3 impulzusmomentumaihoz tartoznak



3. ábra. Az átlagos élettartam változása rögzített kilépési energia és nívótávolság mellett, mint a magsugárállandó függvénye
Abszcissza: az r_0 magsugárállandó 10^{-13} cm-ben
Ordináta: a mag τ átlagos élettartama sec-ban
A görbék a jelzett sorrendben a kilépő neutron 0, 1, 2, 3 impulzusmomentumaihoz tartoznak

kibocsátó mag esetében igen jó közelítéssel helytálló, amelynél a magtörzs zárt neutronhéjtartományba esik. A kísérletileg észlelt esetek többsége ilyen. Újabban *A. C. Pappas* és *G. Rudstam* [3] rámutattak arra, hogy ezen tartományon kívül eső, nagy neutronfelesleggel rendelkező magok igen rövid felezési idejű béta-bomlását is követheti neutronemisszió. Ilyenkor ezt a feltevést felül kell vizsgálni, elképzelhető ugyanis, hogy olyan magoknál, amelyek mag-

törzse alacsonyan fekvő rotációs vagy vibrációs nívókkal rendelkezik, a gerjesztési energia megoszlik az egyrészecske- és kollektív szabadsági fokokon.

4. Gerjesztett magokról lévén szó, az ω_0-ra a korrespondenciaszerű

$$\omega_0 = \frac{D}{2\pi\hbar}$$

összefüggést fogadtuk el. Itt D a neutront kibocsátó nívóval megegyező spinű és paritású nívók egymástól való távolsága [4].

1. TÁBLÁZAT

A kilépési csatorna energiája MeV	J^π	Átlagos élettartam sec
0,409	$3/2^-$	$1{,}65 \cdot 10^{-20}$
0,937	$3/2^+$	$7{,}3 \cdot 10^{-21}$
1,232	$3/2^-$	$2{,}13 \cdot 10^{-20}$
1,804	$1/2^+$	$2{,}54 \cdot 10^{-20}$
2,234	$1/2^+$	$5{,}07 \cdot 10^{-21}$

A számított életidőket az 1. ábráról olvashatjuk le. Itt a nívótávolságra $D = 0{,}5$ MeV-et, a magsugárállandóra $r_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm-t vettünk. Ezek az értékek, különösen D, nagymértékben önkényesek, azonban, mint a 2. és 3. ábráról látható, ésszerű határok között történő változtatásuk nem okoz egy nagyságrendnél nagyobb változást az életidő-értékekben. Az 1. táblázatban a mért értékeket találhatjuk [1]. A jó nagyságrendi egyezés feljogosít arra, hogy más magoknál is — ahol a tett feltevések megengedhetők — az átlagos élettartamra ily módon nyert becslést reálisnak fogadjuk el.

IRODALOM

[1] *F. Ajzenberg-Selove, T. Lauritsen,* Nucl. Phys., *11,* 224, 1959.

[2] lásd pl. *J. M. Blatt, V. F. Weisskopf,* Theoretical Nuclear Physics, Wiley. New York. 1952. 361. old.

[3] *A. C. Pappas, G. Rudstam,* Nucl. Phys., *21,* 353, 1960.

[4] lásd pl. *J. M. Blatt, V. F. Weisskopf:* idézett mű, 387. old.

KÖNYVISMERTETÉS

DR. PALOTÁS LÁSZLÓ: TARTÓSZERKEZETEK

Műszaki értelmező szótár. 14. füzet. Terra, Budapest, 1961; egész vászonkötés

Ez a régóta várt hézagpótló munka a jövőben összeállításra kerülő kötetes műszaki szótár egy része. A tartószerkezetekkel kapcsolatos kifejezéseket 118 oldal terjedelemben tárgyalja, a fogalmakra rövid magyar nyelvű magyarázatokat ad, majd a német, angol és orosz kifejezéseket közli. Ezen rész után a nyelvek szerinti szószedetek következnek, itt a magyar nyelvű értelmezésre is találunk utalást. A munka végén egy négynyelvű szószedet könnyíti meg a gyors keresést, ahol magyarázat nélkül vannak felsorakoztatva a magyar címszavakhoz az említett három nyelv megfelelő kifejezései. Ezekkel együtt a Műszaki Értelmező Szótár Tartószerkezetek füzete 190 oldal terjedelemre nő.

A mű elrendezésében és felépítésében igen alkalmas arra, hogy a témaköreivel foglalkozók részére hathatós segítséget nyújtson. Az egyszerű fordításon kívül a kifejezések pontos értelmezésével a szakmai nyelvet irányítja és a helyes szóhasználat kialakítására ad útmutatást. Felbecsülhetetlen a jelentősége a szakfordítók részére is, mert a szakmai szöveg részletes megértése nélkül is alkalmat ad a helyes kifejezések felkutatására. Ezt a sokoldalú feladatot elősegíti a világos és áttekinthető nyomdai megoldás is.

A vállalkozás úttörő és a kötetes műszaki szótár előfutárjaként megjelentetett füzetek a szerkesztés gondosságára vallanak. A kötetes szótár megjelenéséig azonban lehetőség van a továbbfejlesztésre is, mivel a szótár szerkesztői nem tekintik véglegesnek ezt a formát, hanem azok, akik használják, az esetleges hiányosságok kiküszöbölésére, a jobb megoldások bevezetésére javaslatokat tehetnek.

A rokon műszaki szakterületeken szabványainkban tömegesen vannak eltérő — és sokszor teljesen helytelen — kifejezések ugyanarra a fogalomra. A füzetek egybevetésénél ezek felszínre kerülnek és várható, hogy helyes irányban módosítást nyernek. Hasonlóképpen remélhető, hogy az ezen füzeten belüli, nem eléggé általános megfogalmazások és a szakágak koordinációs hiányosságai is kiküszöbölődnek. A nagy jelentőségű és köszönetre méltó kezdeményezés szinte mindenkit kötelez arra, hogy részt vegyen a fogalmak tisztázásában és a szabatos kifejezések megalkotásához hathatós segítséget nyújtson.

Holnapy Dezső

A LABORATÓRIUMBÓL

MÁGNESES VEZÉRLÉSŰ PNEUMATIKUS SZELEP

SCHADEK JÁNOS
MTA Atommag Kutató Intézete, Debrecen

Kutató laboratóriumi munkáknál, de igen sok esetben egyéb munkaterületen is, célszerűnek mutatkozik szerkezetek mozgatását, gépek, készülékek távvezérlését sűrített levegővel pneumatikusan végezni. Ezen megoldási mód azért célszerű, mert ennek segítségével, viszonylag nagy erőhatások és gyors mozgások egyszerűen is, könnyen elérhetők. Természetes, hogy ezen berendezéseknél, a munkát végző sűrített levegő kellő időben történő bekapcsolására, annak kibocsátására, pontosan működő, jól tömítő és főleg kis tehetetlenséggel rendelkező szelepre van szükség. A hagyományos kúpos forgócsapok, vagy tömszelencén keresztül mozgatott szelepszerkezetek, ha azok valóban jól tömítenek, rendesen nehezen mozgathatók, vezérlésük csak nagy erőkkel lehetséges és főleg a kis tehetetlenség követelményeit nem elégítik ki, mert a fellépő nagy súrlódások miatt nehézkesen mozognak.

Ezen hiányosságok kiküszöbölésére intézetünkben kidolgoztunk egy olyan elektromágneses vezérlésű pneumatikus szelepet, amelynek nincs tömszelencéje és mindössze 2 db mozgó alkatrészből áll, és olyan kicsi a tehetetlensége, hogy 0,1 sec. belüli kapcsolási időket is könnyen elérhetünk vele.

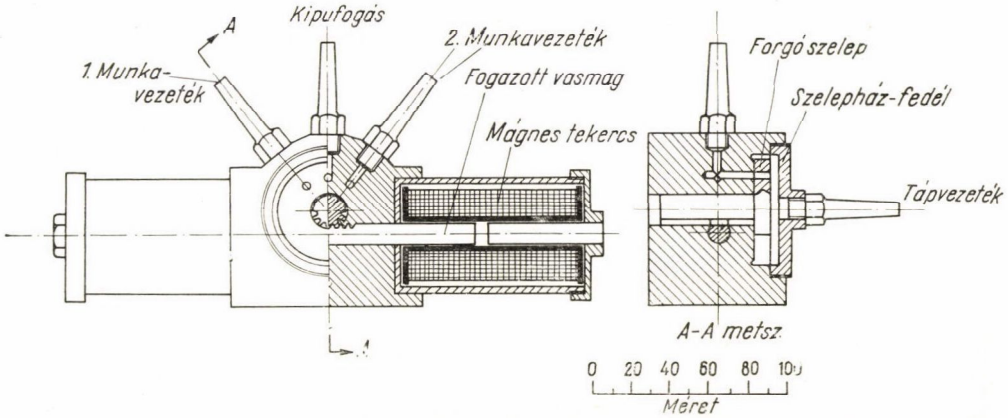
Szerkezeténél fogva olyan, hogy ugyanazon szelep lehetővé teszi a sűrített levegőnek két, esetleg többirányú elosztását. Szerkezeti megoldásánál fogva alkalmas arra, hogy sűrített levegő helyett vákuummal is dolgozzon, sőt a kettő kombinációjával való üzemelés is lehetséges.

Az 1. ábra a szelep rajzát mutatja. A középen levő szelepház bronz öntvény. Ebbe a bronzöntvénybe vannak befúrva a levegőt vezető csatornarendszerek, és ezeknek végeinél a csatlakozó idomok. Ezen levegőcsatornák belső végződései a szelepház belsejében levő köralakú csiszolt felületre vannak kivezetve, ahol ezeket egy forgó tányérszelep zárja el, illetve egymással összekapcsolhatja az elérni kívánandó cél szerint. Ezen forgó tányérszelep mozgatását két elektromágnes végzi, amelyek a szelepház két oldalára vannak felerősítve. A két elektromágnes, a közötte levő szelepházon keresztül pontosan egytengelyűen van kifúrva, és ebben mozog egy fogazott vasmag,

* Érkezett 1961. március 2.

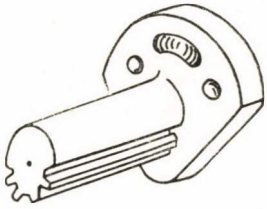
amely középen a forgószelep számára kimart fogazáshoz kapcsolódik és azt 40°-kal jobbra-balra elmozdítja.

Ezen forgószelep pontosan felfekszik az alatta levő sima felületre és össze van csiszolva. Tömítését a rendszerben uralkodó nyomáskülönbség biztosítja, így tehát szorító rugóra vagy egyéb tömítő szerkezetre nincs szükség.



1. ábra. A mágneses vezérlésű pneumatikus szelep rajza

A forgószelepet külön a 2. ábra mutatja. Ez egy gombaalakú acéltest, amelynek fogazással ellátott hengeres szára van. A szeleptányéron megfelelő furatok és csatornák vannak kiképezve, amelyeknek megfelelő kialakításával és elrendezésével a megkívánt vezetékkapcsolások elérhetők. Az ábrán levő szelep középső részén egy kagylóalakú mélyedés, két oldalán pedig egy-egy furat látható. Ezen kialakítású szelep alkalmas arra, hogy egyszer a táplevegőt az 1. munkavezetékkel kösse össze, és ugyanekkor a kagyló alakú csatorna a 2. munkavezetéket, a kipufogónyílással kapcsolja össze. Átfordulás után a vezetékek megcserélődnek, így kétirányú mozgás vezérlése lehetséges. A szelepházat egy csavarmenetes fedél zárja le, amelyen a tápvezeték csatlakozó van. Ezen fedél kicsavarása után a forgószelep egyszerűen kiemelhető.



2. ábra. A forgószelep axonometrikus rajza

A leírt pneumatikus szelepet intézetünkben jelenleg egy nagy aktivitású neutronforrásnak a mérőhely és leárnyékoló védőfal közötti pneumatikus mozgásának a vezérlésére használjuk.

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

A MÖSSBAUER-EFFEKTUS ÉS ALKALMAZÁSAI

KESZTHELYI LAJOS
Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

1. Bevezetés

Az atommagok és γ-sugarak kölcsönhatásának vizsgálatában az utóbbi években egyre jelentősebb szerepet játszanak azok a jelenségek, amelyekben a γ-sugarak az atommagok egyes gerjesztett állapotaival rezonanciaszerűen lépnek kölcsönhatásba. Az atommagok a gerjesztett állapotuk energiájával egyenlő energiájú γ-sugárzást rezonanciaszerűen nagy hatáskeresztmetszettel abszorbeálják (rezonancia abszorpció), vagy szórják (rezonancia szórás). A jelenséget összefoglaló néven rezonancia fluoreszcenciának nevezhetjük. Az első kísérlet a rezonancia abszorpció kimutatására (1929-ben) *Kuhn* nevéhez fűződik [1], aki a ThC″ (Pb^{208}) atommag által kibocsátott 2,62 MeV energiájú γ-sugarak Pb abszorbensben való rezonancia abszorpcióját vizsgálta. A kísérlet sikertelen volt. Csak 1951-ben sikerült *Moonnak* [2] Hg^{198} atommagból kilépő 411 keV energiájú γ-sugárzás rezonancia szórását Hg szóróközegről kimutatni.

Ettől kezdve a γ-sugarak atommagokon való rezonanciaszórásának, rezonancia abszorpciójának tanulmányozása hasznos eszközzé vált az atommagok gerjesztett állapota tulajdonságainak a vizsgálatában [3]. Segítségével a gerjesztett állapotok élettartamát, és ebből elméleti összefüggések ismeretében a gerjesztett állapotok spinjét, esetleg paritását határozhatjuk meg.

Mössbauer 1958—59-ben kimutatta [4], hogy speciális esetben az atommagnívó szélességét minden zavaró körülménytől mentesen lehet megmérni a γ-sugarak rezonancia abszorpciója segítségével. A Fe^{57} mag 14,4 keV γ-sugárzása esetén az atommagnívó szélessége $\sim 10^{-9}$ eV, ennek a mérése tehát a γ-energia mérésében $\sim 10^{-13}$ relatív pontosságot jelent. Ez a rendkívül nagy pontosság, amely minden eddigi mérés pontosságát felülmúlja (a legpontosabb frekvenciamérések relatív pontossága $\sim 10^{-12}$), a γ-sugarak rezonancia abszorpciójának erre a sajátságára hívta fel a figyelmet. A nagy pontosság segítségével sikerült pl. kimutatni az általános relativitáselmélet által követelt gravitációs vörös-eltolódást [5].

2. *A rezonancia fluoreszcencia jellemzői*

Az atommagok gerjesztett állapotait, energianívóit több paraméterrel jellemezhetjük. E a nívó energiája, I a nívó spinje, π a nívó paritása, μ a nívó mágneses nyomatéka, Q a nívó kvadrupolnyomatéka. Ezekhez hozzájárul még a nívó élettartama, amely megadja, hogy a gerjesztett állapot milyen időállandóval bomlik. A τ élettartam a nívó E_r energiája Γ bizonytalanságával a Heisenberg-féle határozatlansági reláció alapján

$$\tau \cdot \Gamma = \hbar$$

összefüggésben van. Γ-t a nívó félértékszélességének, vagy röviden szélességének is nevezzük.

A rezonancia fluoreszcencia hatáskeresztmetszete az elmélet szerint valamilyen E energiájú γ-sugárzás esetén [6]

$$\sigma(E) = \frac{\lambda^2}{8\pi} g \frac{\Gamma^2}{(E-E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}, \tag{1}$$

ahol E_r és Γ a magnívó paraméterei, λ az E energiájú γ-sugárzás hullámhossza $\left(\lambda = \frac{1{,}2398 \cdot 10^{-10}}{E(\text{MeV-ban})}\,\text{cm}\right)$, $g = \frac{2I_e+1}{2I_g+1}$, ahol I_e a gerjesztett állapot, I_g az alapállapot spinje. (1) olyan esetre vonatkozik, amelyben a gerjesztett állapot csak egyféle módon, E energiájú γ-kvantum kibocsátásával tud bomlani. Általában azonban más bomlásmódok is lehetségesek (belső konverzió, két- vagy több γ-kvantum kibocsátása egymásután, ún. kaszkádfolyamat, és elég nagy γ-energiák esetén részecske emisszió). A különböző bomlásmódokat különböző Γ_i nívószélességekkel jellemezhetjük, természetesen $\sum_{i=0}^{n} \Gamma_i = \Gamma$. Jelöljük Γ_0-lal a gerjesztett állapottól az alapállapotba való átmenetet, akkor az i-edik bomlásmódra

$$\sigma(E)^{(i)} = \frac{\lambda^2}{8\pi} g \frac{\Gamma_i \Gamma_0}{(E-E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}, \tag{2}$$

a rezonancia szórásra

$$\sigma(E)^{(s)} = \frac{\lambda^2}{8\pi} g \frac{\Gamma_0^2}{(E-E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}, \tag{3}$$

a rezonancia abszorpcióra

$$\sigma(E)^{(a)} = \frac{\lambda^2}{8\pi} g \frac{\Gamma_0 \Gamma}{(E-E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2} \tag{4}$$

összefüggés adódik. Látható, hogy (1) egyaránt leírja a rezonancia szórást és rezonancia abszorpciót, ha $\Gamma_0 = \Gamma$.

Az atommagok hőmozgása miatt legtöbbször nem tudjuk észlelni közvetlenül a Γ nívószélességet. A mozgó sugárforrás által kibocsátott sugárzás, vagy ami ezzel ekvivalens, a mozgó észlelő által észlelt sugárzás energiája — mint ismeretes — a Doppler-effektus következtében függ a forrás és az észlelő mozgása közti v relatív sebességétől, éspedig

$$h\nu' = h\nu\left(1 + \frac{v}{c}\cos\vartheta\right). \tag{5}$$

A képletben $h\nu'$ a Doppler-effektus miatt megváltozott energia, c a fénysebesség, ϑ a sugárzás iránya és az észlelő mozgásiránya által bezárt szög. A mag az E energiájú γ-sugárforrás felé mozogva $E' = E\left(1 + \frac{v}{c}\right)$ energiájú sugárzást, ellenkező irányban mozogva $E'' = E\left(1 - \frac{v}{c}\right)$ energiájú sugárzást észlel. Tegyük fel, hogy az atommagok hőmozgás miatti sebességeloszlása Maxwell-eloszlás,

$$w(v)dv = (M/2\pi kT)^{1/2} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2kT}\right)dv, \tag{6}$$

ahol M az atommag tömege, k a Boltzmann-állandó, T az abszolút hőmérséklet, akkor a mag által észlelt sugárzás energiaeloszlása

$$W(E')dE' = \frac{1}{\Delta\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{E'-E}{\Delta}\right)^2\right]dE', \tag{7}$$

ahol $\Delta = E\left(\frac{2kT}{Mc^2}\right)^{1/2}$ elnevezése Doppler-szélesség. Nyilvánvaló, hogy a hőmozgás miatt bekövetkező energia elmosódottság az (1)—(4) hatáskeresztmetszet kifejezéseket megváltoztatja, az E' energiákra átlagolni kell. A hőmozgást magában foglaló hatáskeresztmetszet (1)-re felírva

$$\sigma(E, t) = \int \sigma(E')\, W(E')\, dE' = \sigma_{\max} \cdot \psi(x, t), \tag{8}$$

ahol

$$\sigma_{\max} = \frac{\lambda^2}{2\pi} g,\quad x = \frac{E - E_r}{\Gamma/2},\quad t = \left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2 \tag{9}$$

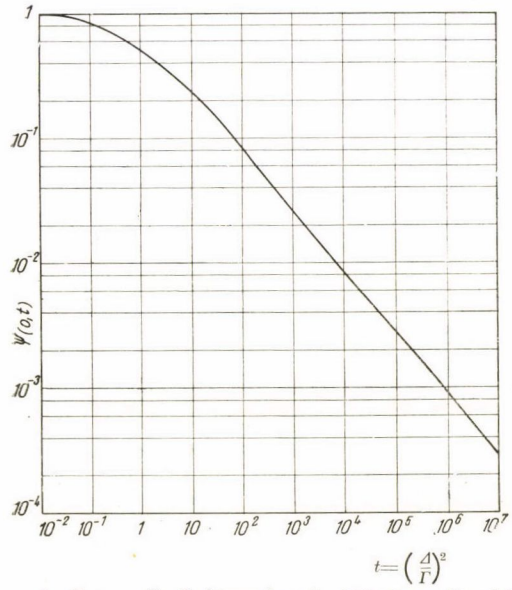
és

$$\psi(x, t) = \frac{1}{2(\pi t)^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left[-(x-y)^2/4t\right]}{1+y^2}\, dy, \tag{10}$$

ahol $y = \frac{E' - E_r}{\Gamma/2}$. $\psi(x, t)$ függvényt táblázatban találhatjuk meg [7], de anél-

kül is könnyen megvizsgálhatjuk a hőmozgás hatását a γ-sugarak rezonancia kölcsönhatását leíró hatáskeresztmetszetre. (10)-be $x = 0$-t helyettesítve és integrálva

$$\psi(0,t) = \frac{1}{2(\pi t)^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2/4t)}{1+y^2}\, dy = \frac{\pi^{1/2}}{2\sqrt{t}} \left[1 - \Phi\left(\frac{1}{2\sqrt{t}}\right)\right] e^{\frac{1}{4t}} \qquad (11)$$



1. ábra. $\psi(0,t)$ függvény (l. (11) összefüggés)

eredményt kapunk, ahol $\Phi\left(\frac{1}{2\sqrt{t}}\right)$ függvény a Gauss-féle hibaintegrál. Az 1. ábrán t függvényében feltüntettük $\psi(0,t)$-t. Látható, hogy a hőmozgás következménye az, hogy a maximális hatáskeresztmetszet $\sigma(E_r, t)$ t növekedésével erősen csökken. Ezzel együttjár a hatáskeresztmetszet görbe egyidejű kiszélesedése is. Adott t-hez tartozó szélességet $(\Gamma(t))$ nem ilyen egyszerű már megkapni, $\psi(x,t)$ konkrét alakját kell felhasználni. Két szélső esetet azonban egyszerűen meghatározhatunk. $t \ll 1$ esetén a hőmozgás hatása elhanyagolható, az eredeti $\sigma(E)$ hatáskeresztmetszet kifejezést kapjuk, $t \gg 1$ esetén (10)-et nagyon jól közelíthetjük (feltéve, hogy $x \ll t$) a

$$\psi(x,t) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{t}} \exp(-x^2 \cdot /4t) = \frac{1}{2}\frac{\Gamma}{\Delta}\sqrt{\pi} \exp\left[-\left(\frac{E-E_r}{\Delta}\right)^2\right] \qquad (12)$$

kifejezéssel, amelyből látszik, hogy a hőmozgásnélküli esetre vonatkozó rezonancia-görbe Gauss-eloszlásba megy át, amelynek szélessége a Doppler-szélességgel (7) egyezik meg.

Az eddig elmondottakban feltételeztük, hogy a rezonancia fluoreszcenciában résztvevő atommagok sebességeloszlása Maxwell-eloszlás, amely általában csak gáznemű anyagokban helyes. A kísérletekben abszorbensként, szóróközegként általában szilárd, kristályos anyagot használunk, amelyben az atommagok sebességeloszlása egyáltalán nem Maxwell-szerű. Lamb tárgyalta ezt az esetet [8] és arra a megállapításra jutott, hogy szilárd, kristályos anyagok esetén a Doppler-szélesség kifejezésébe az abszolút hőmérséklet helyébe

T_{eff} effektív hőmérsékletet kell írni, amelyet a következőképpen kapunk meg T abszolút hőmérséklet esetén

$$T_{\text{eff}} = 3T\left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \int_0^{\frac{\theta}{T}} t^3\left(\frac{1}{e^t - 1} + \frac{1}{2}\right) dt, \tag{13}$$

ahol θ a kristály Debye-hőmérséklete. A kristályos anyagban egy további effektus is fellép, ez éppen a Mössbauer-effektus, amelyről azonban később lesz szó.

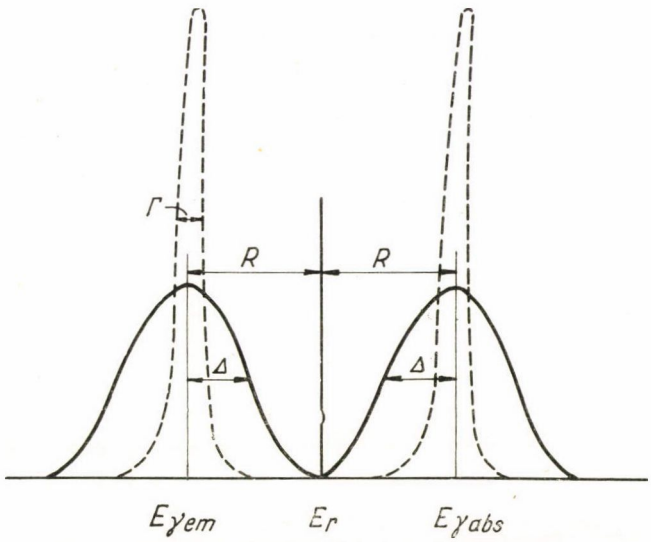
A különböző magnívók esetében, amelyek γ-sugárzás kibocsátásával bomlanak, általában az a helyzet, hogy a magnívószélesség jóval kisebb, mint a Doppler-szélesség (pl. a Hg^{198} atommag $E_r = 411$ keV energiájú nívója esetén $\Gamma = 2{,}1 \cdot 10^{-5}$ eV, és $\Delta \sim 2{,}5 \cdot 10^{-1}$ eV. Ezért, ha valamilyen monokromatikus, a megfelelő energia tartományban mérhetően változtatható γ-nyalábbal tapogatnók le a magnívót, akkor a hatáskeresztmetszet energiafüggésében a Δ szélességet tapasztalnók az 1. ábra szerint csökkent maximális hatáskeresztmetszettel az (1) formulában adott energiafüggés helyett. Monokromatikus γ-nyalábon olyan γ-nyalábot értünk, amelynek energia bizonytalansága, szélessége sokkal kisebb a mérendő szélességnél. Sajnos ilyen sugárforrással nem rendelkezünk. A mérésre felhasználható sugárforrás a fékezési sugárzás és az atommagok γ-sugárzása lehet. A fékezési sugárzás spektruma folytonos, a mérendő szűk energiatartományban konstansnak vehető. Ebben az esetben a rezonancia fluoreszcencia szempontjából az integrális hatáskeresztmetszet a mérvadó, amely t-től függetlenül

$$\sigma_{int} = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(E)\,dE = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(E, t)\,dE = \frac{\pi}{2}\sigma_{\max}\Gamma. \tag{14}$$

Az integrális hatáskeresztmetszetet barn. eV-ben mérjük. A Hg^{198} esetében $\sigma_{\max} = 7{,}2 \cdot 10^{-20}$ cm^2 $= 7{,}2 \cdot 10^4$ barn, $\sigma_{\text{int}} \sim 1{,}4 \cdot$ barn eV. A 411 keV γ-sugárzás atomi abszorpciós hatáskeresztmetszete ~ 70 barn, egy szcintillációs számláló kb. 10 % felbontóképességgel $4 \cdot 10^4$ eV szélességben regisztrálja a fékezési spektrumot. Ekkor $\sigma_{\text{intatomi}} = 2{,}8 \cdot 10^6$ barn eV. Nyilvánvaló tehát, hogy abszorpcióban rezonancia fluoreszcenciát fékezési sugárzással kimutatni nem lehet. Szűrés esetén az atomi effektusokból csak a Compton-effektus és a Rayleigh-szórás jelentkezik. A Compton-szórt γ-kvantumok energiája kisebb a primér γ-kvantumok energiájánál, ezeket energiaérzékeny detektorral el lehet választani. A Rayleigh-szórás γ-kvantumainak energiája megegyezik az eredeti γ-kvantumok energiájával, tehát a rezonanciaszórt γ-kvantumok energiájával. A Hg^{198} esetében 120°-ban $8 \cdot 10^{-27}$ cm^2/sterad a hatáskeresztmetszet,

$\sigma_{\text{int Rayleigh}} = 3{,}2$ barn eV. Ez a példa is mutatja, hogy a fékezési sugárzást csak kivételes esetekben lehet felhasználni mag-rezonanciafluoreszcencia tanulmányozására.

Az atommagok sugárzását kevés kivételtől eltekintve csak azoknak a nívóknak a mérésére lehet felhasználni, amelyekből kiléptek. Itt is csak akkor,



2. ábra. Az E_r energiájú, Γ szélességű nívóból kilépő γ-sugárzás ($E_{\gamma em}$) energiája a mag visszalökése miatt lecsökken (R) és energiaeloszlása (Γ) a hőmozgás miatt kiszélesedik. Ugyanez a helyzet az abszorbeálandó sugárzásnál ($E_{\gamma abs}$) is. Az ábra függőleges léptékben erősen torzított

ha a γ-sugárzás az atommag alapállapotába való átmenetnek felel meg. A γ-kvantum kilépéskor az atommagot visszalöki, energiája (E_γ) a visszalökött magnak átadott energiával kisebb lesz, mint a magnívó E_r energiája. A visszalökési energia

$$R = E_r - E_\gamma = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}, \tag{15}$$

ahol M a visszalökött mag tömege. A vizsgálandó magba való belépéskor ugyanekkora energiaveszteség lesz, tehát a rezonancia nívó eléréséhez

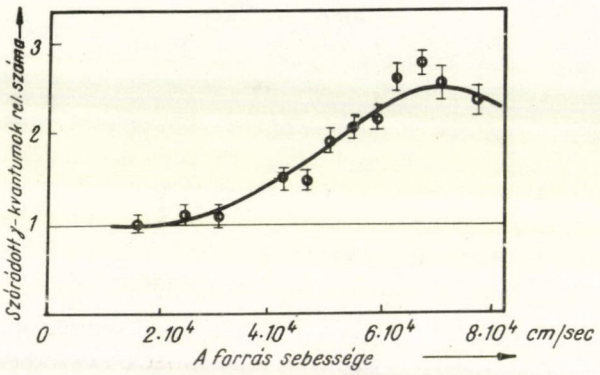
$$E'_\gamma = E_\gamma + 2R = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{Mc^2}$$

energiájú γ-nyalábra van szükség. A Hg^{198} esetében $2R = 0{,}92$ eV. A viszonyokat a 2. ábra szemlélteti. Az atommagból kilépő γ-sugárzás energiája jó-

val kisebb, mint amennyi az abszorpcióhoz szükséges, ezért a rezonancia kölcsönhatást leíró integrális hatáskeresztmetszet

$$\sigma_{\text{int}} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(E, E_{\gamma\,\text{em}}) \cdot \sigma(E, t) dE \tag{16}$$

nagyon kicsi mennyiség. σ_{int} értéke nyilvánvalóan akkor lesz mérhető nagyságú, ha az emissziós és abszorpciós spektrum átlapolódása lényegesen megnövekedik. Először *Moon*-nak sikerült ezt elérni 1951-ben [2]. $E_{\gamma\,\text{em}}$-et a sugárforrást nagy sebességgel mozgatva a Doppler-effektus segítségével meg-



3. ábra. Moon rotorkísérletének eredménye

növelte. Számítsuk ki mekkora sebesség kell a visszalökési veszteség pótlásához. (5) és (15) alapján

$$\frac{v}{c} = \frac{E_\gamma}{Mc^2}. \tag{17}$$

A mechanikus mozgatás sebessége egyenesen arányos a γ-kvantum energiájával, és fordítva arányos a kérdéses atommag tömegével. A Hg^{198} esetében $V = 6{,}7 \cdot 10^4$ cm/sec. *Moon* mérési eredményét a 3. ábra mutatja.

Ebben az esetben a rezonancia-szórás jóval nagyobb a Rayleigh-szórásnál, mert most a Rayleigh-szórásra ugyanaz a kis γ-energia sáv áll rendelkezésre, mint a rezonancia-szórásra.

Moon első eredménye után sok magnál sikerült kimutatni a rezonancia fluoreszcenciát, ily módon megmérni a Γ szélességet, ill. a nívók élettartamát. Ezekben a mérésekben a fő probléma mindig a visszalökési energiaveszteség pótlása volt. A mechanikus mozgatás mellett több más módszert alkalmaztak. Ilyenek: 1. a forrás hőmérsékletének növelése, a 2. ábra szerint Δ növekedése miatt gyorsan nő az emisszió és abszorpciós görbe átlapolása; 2. a γ-sugár-

zás kibocsátását megelőző α-, vagy β-részecske, sőt elektronbefogás esetén a neutrinó, visszalöki a magot, a mozgás közben kibocsátott γ-kvantum energiája a Doppler-effektus miatt megnő, ez különösen cseppfolyós, ill. gázhalmazállapotú forrás esetén vezet eredményre; 3. magreakciók esetén, ha a γ-sugárzást a bombázó részecske által meglökött közbülső mag bocsátja ki, akkor szintén pótolható a visszalökéskor elveszített energia [3].

1958-ban *Mössbauer* kimutatta, hogy kristályos anyagból kilépő és kristályos anyagban abszorbeálódó sugárzás esetén elérhető az, hogy a rezonancia-fluoreszcenciamérések két legnagyobb nehézsége, a visszalökéskor bekövetkező energiaveszteség és a hőmozgás miatt bekövetkező kiszélesedés ne lépjen fel [4]. Más szóval *Mössbauernek* sikerült olyan módszert kidolgozni, amellyel a magnívók eredeti Γ vonalszélessége mérhető.

3. *A Mössbauer-effektus elmélete*

Mössbauer kimutatta, hogy a fentemlített cél, az eredeti Γ vonalszélesség mérése akkor valósítható meg, ha az emittáló és abszorbeáló magok kristályos anyagban vannak. Erős kristályos kötés esetén a visszalökést nem egyetlen atommag, hanem az egész kristályrács veszi fel, tehát (15)-ben a nevezőbe egy atommag tömege helyett a kristályban levő összes atommag tömegét kell írni, amikor is a visszalökési energiaveszteség teljesen elhanyagolható értékre csökken. Továbbá, ha az emittáló és abszorbeáló atommag a kristályrácsból nem vesz fel hőmozgásból eredő energiát az emissziós, vagy nem ad át a kristályoknak energiát az abszorpciós aktus közben, akkor termikus kiszélesedést sem kapunk.

A kristályokban az atomok a rácspontokban elhelyezkedve rezegnek a hőmérséklet hatására. Egy N atomot tartalmazó kristályban 3 N szabadsági fok van, az atomok rezgését 3 N számú különböző rezgési mód, ún. vibrációs módus segítségével írhatjuk le. A 3 N módusnak megfelelő rezgésállapotokat fonon-állapotoknak nevezzük. (Az elnevezés oka az, hogy az ω_s frekvenciájú vibrációs módushoz $\hbar\omega_s$ nagyságú energiaegységeket, fononokat rendelhetünk.) A fonon-spektrum megadja azt, hogy adott kristályrács esetében hogyan változik a fonon-állapotok sűrűsége a fononok $\hbar\omega_s$ energiájával. A szabadsági fokok számának korlátozottsága miatt a fonon-spektrumnak jól meghatározott maximuma van, $\hbar\omega_{\max}$. *Debye* elmélete szerint [9] a fonon spektrum arányos ω_s^2-tal, a maximum értéke $\hbar\omega_{\max} = k\theta$, ahol k a Boltzmann-állandó és θ az illető kristályra jellemző hőmérséklet, a már említett Debye-hőmérséklet.

Világosan látszik ezután az is, hogy a kristályok különböző hőmérsékletét az jellemzi, hogy a fonon állapotok különbözőképpen vannak betöltve. Nagyobb hőmérsékleten az atomok erősebben rezegnek, az egyes fonon-álla-

potok betöltöttségi száma nagyobb, kisebb hőmérsékleten kisebb. Ennek alapján a Mössbauer-effektus létrejöttét a kristályfizika kifejezésmódjával úgy fogalmazhatjuk meg, hogy akkor mérhetjük az eredeti vonalszélességet, ha a γ-sugárzás emissziója és abszorpciója esetén a *kristály fonon-állapotainak betöltöttsége* nem változik meg, ami azt jelenti, hogy az emittáló és abszorbeáló atommag a kristálynak nem ad át és nem vesz fel attól energiát. A továbbiakban arról kell meggyőződnünk, hogy ez milyen körülmények között lehetséges, és adott esetekben milyen valószínűséggel következik be. A tárgyalásban *Lipkin* dolgozatát [10] követjük.

Egy kristályrácsban nem kötött, szabad atommag emisszióját vagy abszorpcióját a kezdeti ($|i>$) és végállapot ($<f|$) közötti átmenet matrixelemével írhatjuk le valamilyen H operátor segítségével. Az elektromágneses átmeneteket leíró operátor általános alakja — atommagok esetén, amint az ismeretes — a következő

$$H = \sum_i c a_k \exp i\mathbf{K}\mathbf{r}_i \tag{18}$$

ahol $\mathbf{K}$ a fotonok hullámszáma, $\mathbf{r}_i$ az atommagban levő i-edik nukleon koordinátája, c egy $\mathbf{K}$-tól függő konstans, a_k a $\mathbf{K}$ hullámszámú foton keltési operátora. Jelöljük $\mathbf{X}$-szel az atommag tömegközéppontjának koordinátáját, akkor (18) felírható a következő alakban:

$$H = \exp i\mathbf{K}\mathbf{X} \cdot \sum c a_k \exp [i\mathbf{K}(\mathbf{r}_i - \mathbf{X})] = \exp i\mathbf{K}\mathbf{X} \cdot a(\mathbf{r}), \tag{19}$$

ahol az operátort most két rész szorzatával állítottuk elő. $a(\mathbf{r})$ csak a mag részecskéinek belső mozgását leíró változóktól függ, ez írja le a γ-átmenet multipolaritását. $a(\mathbf{r})$ konkrét alakja a továbbiakban nem lesz fontos. Az $\exp i\mathbf{K}\mathbf{X}$ operátor leírja az atommagnak, mint egésznek a mozgását a γ-sugárzás kibocsátásakor, vagy abszorbeálásakor.

A kristályban kötött atommagok esetében is a (19)-ben felírt alakú H operátor írja le a γ-átmenetet. Most azonban már figyelembe kell vennünk azt, hogy az atommag a kristályban kötve van, ezért a matrixelemet az egész kristály kezdeti és végállapota között (a fononállapotokat is figyelembe véve) kell képeznünk. Minthogy a kristályerők nagyon gyengék a magokon belüli erőkhöz viszonyítva, a kristály kötési erők csak a mag tömegközéppontjának a mozgására hatnak, és nem zavarják a belső mozgást. Ha $\hbar\mathbf{K}$ impulzusú γ-kvantum lép ki az $\mathbf{X}_L$ tömegközéppont koordinátájú magból, miközben a rács n_i kvantumszámokkal jellemzett állapotból (n_i leírja azt, hogy a különböző lehetséges fonon-állapotokban hány fonon van a kezdeti állapotban) n_f végállapotba, és a mag az i kezdeti állapotból az f végállapotba megy át, akkor a folyamatot leíró matrixelem szorzat alakba írható

$$M_L = <n_f|\exp i\mathbf{K}\mathbf{X}_L|n_i><f|a(r)|i>) \tag{20}$$

minthogy a kétféle változás egymástól független. Az átmenet valószínűsége (20) négyzetével arányos. (A végállapot sűrűségének a γ-energiától való függését a kristállyal való energiaközlés szempontjából elhanyagoljuk. Ez azért lehetséges, mert a γ-kvantum energiája sokkal nagyobb, mint a kristállyal közölt energia.) Nekünk azt kell tudnunk, hogy mi a $P(n_f, n_i)$ valószínűsége annak, hogy a kristályrács az n_i állapotból n_f állapotba megy át. Ez nyilvánvalóan arányos (20) első tényezőjének a négyzetével:

$$P(n_f, n_i) = C|\langle n_f| \exp i\mathbf{K}\mathbf{X}_L |n_i\rangle|^2 \tag{21}$$

C értékét meghatározhatjuk úgy, hogy n_i állapottól minden más állapotba való átmenet valószínűsége egységnyi legyen:

Bebizonyítjuk, hogy $C = 1$. Ugyanis

$$\begin{aligned} &\sum_{n_f} \langle n_f| \exp i\mathbf{K}\mathbf{X}_L |n_i\rangle^* \langle n_f| \exp i\mathbf{K}\mathbf{X}_L |n_i\rangle = \\ &= \sum \langle n_i| \exp(-i\mathbf{K}\mathbf{X}_L) |n_f\rangle \langle n_f| \exp i\mathbf{K}\mathbf{X}_L |n_i\rangle = \\ &= \langle n_i| \exp i\mathbf{K}\mathbf{X}_L \cdot \exp(i\mathbf{K}\mathbf{X}_L) |n_j\rangle = 1. \end{aligned} \tag{22}$$

Most eddigi fogalmaink segítségével egy összegszabályt vezetünk le, amelyből azonnal látszik majd, hogy milyen esetekben jöhet létre Mössbauer-effektus. Számítsuk ki a következő kvantummechanikai kommutátor értékét

$$B = [[H, \exp i\mathbf{K}\mathbf{X}_L], \exp(-i\mathbf{K}\mathbf{X}_L)]. \tag{23}$$

Minthogy a H operátor nem kommutáló része nyilvánvalóan $-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial X_L^2}$ alakban írható, a kijelölt műveleteket elvégezve

$$B = -\frac{(\hbar K)^2}{M} \tag{24}$$

összefüggést kapunk. (24)-et matrix egyenlet alakjában is felírhatjuk, akkor

$$\begin{aligned} &\sum_{n_f} [\langle n_i| \left(H \exp(i\mathbf{K}\mathbf{X}_L) - \exp(i\mathbf{K}\mathbf{X}_L) H\right) |n_f\rangle \langle n_f| \exp(-i\mathbf{K}\mathbf{X}_L) |n_i\rangle - \\ &- \langle n_i| \exp(-i\mathbf{K}\mathbf{X}_L) |n_f\rangle \langle n_f| \left(H \exp(i\mathbf{K}\mathbf{X}_L) - \exp(i\mathbf{K}\mathbf{X}_L) H\right) |n_i\rangle] = -\frac{(\hbar K)^2}{M}. \end{aligned}$$

Ebből

$$\begin{aligned} &\sum_{n_f} \{E(n_f) - E(n_i)\} |\langle n_f| \exp(i\mathbf{K}\mathbf{X}_L) |n_i\rangle|^2 = \\ &= \sum_{n_j} \{E(n_f) - E(n_i)\} P(n_f, n_i) = \frac{(\hbar K)^2}{2M}. \end{aligned} \tag{25}$$

A kifejezésben $E(n_i)$ a kristály energiája a kezdeti állapotban, és $E(n_f)$ a kristály energiája a végállapotban. Minthogy $\hbar K = \frac{E\gamma}{c}$ a (25) egyenlet jobb-

oldala (15) alapján éppen R-rel, a szabad visszalökési energiával egyenlő. A (25) összegszabály tehát azt mondja, hogy a *kristályrácsnak átadott energia átlagértéke éppen megegyezik azzal az energiával, amelyet egy mag kapna, ha szabadon, kristálykötéstől mentesen lökődne vissza.*

(22)-t írjuk a következő formában

$$\sum_{n_f \neq n} P(n_f, n_i) + P(n_i, n_i) = 1, \tag{26}$$

ahol a Mössbauer-effektus valószínűségét ($P(n_i, n_i)$) különválasztottuk. Ebből látjuk egyszerűen azt, hogy az összegszabály szerint $P(n_i, n_i)$ csak akkor nem nulla, ha *van olyan energiaátadás is a kristálynak, amelyben az átadott energia nagyobb, mint amekkorát egy szabadon visszalökődő mag kapna.* Akkor kapunk nagy Mössbauer-effektust, ha a mag a nagyfrekvenciájú, nagy fonon energiájú vibrációs módusoknak is tud átadni energiát, tehát akkor, ha a kristály esetében

$$\hbar\omega_{\max} = k\theta \gtrsim R. \tag{27}$$

A Mössbauer-effektus kritériuma tehát az, hogy a visszalökési energia kisebb, vagy kb. egyenlő legyen a kristály Debye-hőmérsékletének megfelelő energiával.

Hátra van még a Mössbauer-effektus valószínűségének

$$P(n_i, n_i) = |\langle n_i | \exp i\mathbf{KX} | n_i \rangle|^2\text{-nek} \tag{28}$$

a meghatározása. Ehhez a kristályfizika több eredményét kell felhasználni. (28)-at a γ-sugarak visszalökésmentes rezonanciájára vonatkoztatva először *Mössbauer* adta meg [4] *Lamb* dolgozata [8] alapján. Ugyanazt *Visscher* [11] és különösen egyszerű módszerekkel *Lipkin* [10] vezette még le. Mi csak az eredményt idézzük. Legyen a θ Debye-hőmérsékletű kristály $T°$ K hőmérsékleten, akkor a vibrációs módokra a Debye-spektrumot feltételezve

$$P(n_i, n_i) = e^{-2W(T)} = \exp\left[-\frac{3}{2}\frac{R}{k\theta}\left(1 + 4\frac{\varphi(x)}{x}\right)\right] \tag{29}$$

ahol $x = \frac{\theta}{T}$ és $\varphi(x) = \frac{1}{x}\int_0^x \frac{t}{e^t - 1}\,dt$. $T = 0°$ K esetén

$$P(n_i, n_i) = e^{-2W(0)} = \exp\left(-\frac{3}{2}\frac{R}{k\theta}\right), \tag{30}$$

amely közvetlenül mutatja, hogy a Mössbauer-effektusra akkor kapunk észlelhető valószínűséget, ha $R \lesssim k\theta$. A $\varphi(x)$ függvényt az 1. táblázatban tabellázva adjuk meg [12]. (29)-ből látható, hogy a Mössbauer-effektus valószínűsége a kristály hőmérsékletének növekedésével erősen csökken. Ez szemléletesen a fononok indukált emissziójával és abszorpciójával magyarázható. Nagyobb

hőmérsékleten ugyanis, amint már mondottuk, a fonon-állapotokat több fonon tölti be, ilyen módon növekszik annak a valószínűsége, hogy a γ-emittáló, vagy abszorbeáló atommag fonont is emittál, vagy abszorbeál.

1. TÁBLÁZAT

A $\varphi(x)$ függvény értékei

x	$\varphi(x)$	x	$\varphi(x)$	x	$\varphi(x)$	x	$\varphi(x)$
0,0	1	1,2	0,740	3	0,483	9	0,183
0,2	0,951	1,4	0,704	4	0,388	10	0,164
0,4	0,904	1,6	0,669	5	0,321	12	0,137
0,6	0,860	1,8	0,637	6	0,271	14	0,114
0,8	0,818	2,0	0,607	7	0,234	16	0,103
1,0	0,778	2,5	0,540	8	0,205	20	0,0822

A Mössbauer-effektust teljesen klasszikus megfontolások alapján is értelmezhetjük. *Sapiro* [13] gondolatmenetét a következőkben vázoljuk: A γ-sugarakat kibocsátó atomok hőmozgást végeznek a kristályrácsban. Ez egy rezgő mozgás, amely a γ-sugarak szempontjából frekvenciamodulációt jelent. A moduláció során megjelennek az oldalfrekvenciák, amelyek között mindig jelen van a centrális, meg nem változtatott frekvenciájú komponens (vivőhullám). Ennek a centrális vonalnak az intenzitását számolja ki *Sapiro*, és ez adja meg a Mössbauer-effektus valószínűségét. A rezgés-spektrumot a Debye-spektrummal leírva, eredményül a (29) összefüggés adódik.

A Mössbauer-effektus létrejöttét tárgyalja *Singui* és *Sjölander* is [14].

A (29) formula a röntgen-spektroszkópiában már régóta ismeretes. Egy kettes faktortól eltekintve már *Debye* 1914-ben [15] és helyesen *Waller* 1923-ban [16] ugyanezt az összefüggést megkapta a kristályokon elhajlított röntgennyaláb intenzitásának hőmérsékletfüggésére. A Mössbauer-effektus segítségével a Debye—Waller faktort is szemléletesen értelmezhetjük: Röntgensugarak a kristályrácson reflektálódva, nyilvánvalóan akkor adnak interferenciát, ha a kristály sok atomjával lépnek kölcsönhatásba. Ez pedig csak akkor lehetséges, ha nem adnak át visszalökési energia formájában energiát egyetlen kitüntetett atomnak. A röntgensugarak interferenciájának létrejövéséhez tehát pontosan ugyanaz kell, mint a Mössbauer-effektus bekövetkezéséhez: a röntgensugaraknak nem szabad energiát leadni a kristályrácsnak, vagy fölvenni a kristályrácstól. Interferenciát csak azok a röntgensugarak keltenek, amelyekre ez a feltétel teljesül.

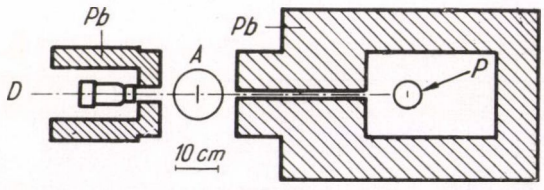
4. *Mössbauer kísérletei*

Mössbauer a visszalökésmentes rezonancia abszorpciót először az Ir^{191} mag 129 keV energiájú nívója esetében mutatta ki [4]. Os^{191} izotóp β-bomlása után (felezési idő = 16 nap) a visszamaradó Ir^{191} mag 129 keV energiájú nívója γ-kvantumok kibocsátásával és belső konverzióval bomlik az alapállapotba. A belső konverziós koefficiens $\alpha = 2{,}47$. *Mössbauer* első kísérletében a hőmérséklet függvényében mérte a 129 KeV energiájú γ-sugarak rezonancia abszorpcióját Ir abszorbensben. A mérőberendezés vázlatát a 4. ábrán láthatjuk. A forrás és az abszorbens egy kriosztátban voltak. A mérést úgy végezte, hogy a kollimált γ-sugárzás elé abszorbensként váltakozva Ir és Pt abszorbenst helyezett (az abszorbensek kriosztátban való mozgatásával), és a forrás hőmérsékletének függvényében (az abszorbens állandóan $T = 88°$ K hőmérsékleten volt) mérte az $\frac{I_{Ir} - I_{Pt}}{I_{Pt}}$ intenzitásviszonyt.

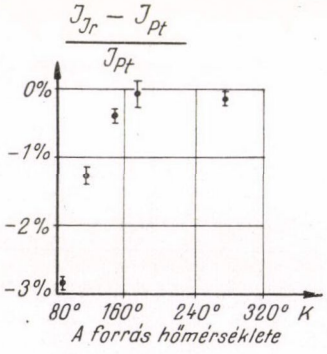
A mérési eredményt az 5. ábrán tüntettük fel.

Ezután *Mössbauer* második lépésként az eredeti vonal Γ szélességét mérte meg [4]. A forrás és abszorbens 88° K-en volt és a forrást az abszorbenshez képest kis sebességgel mozgatta egy forgókorong segítségével. A 6. ábrán látható a mérés eredménye a forrás sebessége, illetve a sebességnek megfelelő γ-energia változás függvényében. Az ábrán ismét a Pt abszorbenssel való összehasonlítás eredménye $\frac{I_{Ir} - I_{Pt}}{I_{Pt}}$ van feltüntetve.

A két mérés eredményét együttesen értékeljük ki. Általánosan kiszámítjuk az intenzitást az abszorbens után a forrás és abszorbens v relatív sebességének függvényében. $v = 0$ esetben kapjuk az első mérés kiértékelésére szolgáló összefüggéseket.



4. ábra. Mössbauer kísérletének vázlata. *A* abszorbenst tartalmazó kriosztát, *P* forrást tartalmazó kriosztát, *D* detektor, Pb ólom árnyékolás



5. ábra. $\frac{I_{Ir} - I_{Pt}}{I_{Pt}}$ függése a forrás hőmérsékletétől

A rezonancia abszorpció hatáskeresztmetszete (4) alapján

$$\sigma(E) = \frac{\lambda^2}{2\pi} g \frac{\Gamma_0}{\Gamma} f'(T') \frac{1}{\left(\frac{E - E_r}{\Gamma/2}\right) + 1} = \sigma_0 f'(T') \frac{1}{\left(\frac{E - E_r}{\Gamma/2}\right)^2 + 1}, \qquad (31)$$

ahol $f'(T')$ az abszorbens Debye—Waller faktora (29) T' hőmérséklet esetén. A forrásból emittált γ-spektrum $[P(E, E_\gamma)]$ két részből áll, a kiszélesedett P_1 és a veszteségmentes P_2 részből. Az Ir^{191} esetére ezt az eloszlást a 7. ábra mutatja. A kiszélesedett rész rezonancia abszorpcióját, (amely elhanyagolhatóan kicsi általában) és az egész γ-spektrum atomi abszorpcióját a hőmérséklettől és a forrás sebességétől függetlennek vehetjük. Ezért írhatjuk:

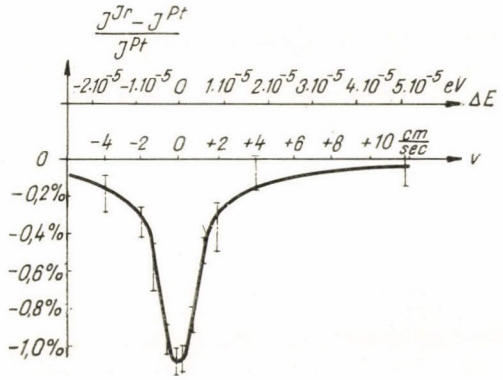
$$I(v) = e^{-\sigma_A n'}\left[\int_0^\infty P_1(E, E_\gamma, v)dE + \int_0^\infty P_2(E, E_\gamma, v)_c^{-\sigma(E)n} dE\right], \qquad (32)$$

ahol σ_A az atomi abszorpciós együttható, n' az abszorbensben levő atomok száma/cm^2, n a rezonáns izotóp atomjainak száma/cm^2. Nagy v forrássebesség esetén a rezonancia abszorpció megszűnik és $P(E, E_\gamma, v)$ normáltsága miatt

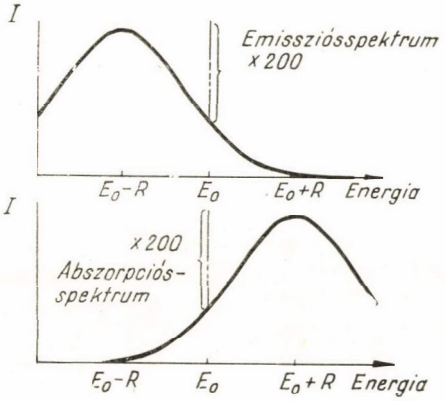
$$I(\infty) = e^{-\sigma_A n'}$$

összefüggést kapunk. A mérések eredményeként a következő mennyiség az érdekes

$$G(v) = \frac{I(\infty) - I(r)}{I(\infty)} = \int_0^\infty P_2(E, E_\gamma, v)dE - \int_0^\infty P_2(E, E_\gamma, v)_c^{-\sigma(E)n} dE. \qquad (33)$$



6. ábra. $\frac{I_{Ir} - I_{Pt}}{I_{Pt}}$ függése a forrás és abszorbens relatív sebességétől. Külön skálán van feltüntetve a sebességnek megfelelő γ-energiaváltozás



7. ábra. Emissziós és abszorpciós spektrum Ir^{191} esetében $T = 88$ K° hőmérsékleten

Az energia veszteségmentes rész spektruma a v sebesség függvényében

$$P_2(E, E_\gamma, v) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{f(T)}{\left(E - E_r + \frac{v}{c} E_r\right)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}$$

alakba írható ($f(T)$ a forrás anyagának Debye—Waller faktora). (31) és (32)-t (33)-ba írva és az

$$x=\frac{E-E_r}{\Gamma/2},\quad y=2vE_r/\Gamma c \quad \text{és} \quad \lambda=\sigma_0 n f'(T')$$

rövidítéseket bevezetve

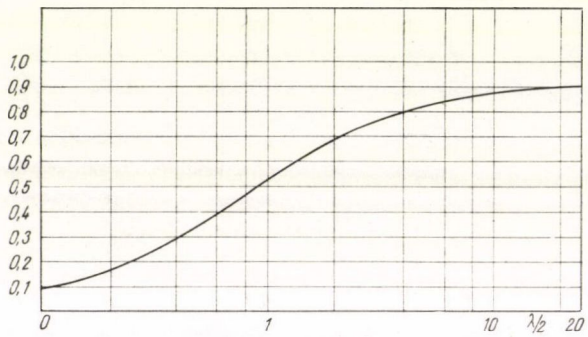
$$G(v)=f(T)\left[1-\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-\frac{\lambda}{1+x^2}}}{1+(x+y)^2}\,dx\right]. \tag{34}$$

Ebből a kifejezésből $v=0$ esetre

$$G(0)=f(T)\left[1-\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-\frac{\lambda}{1+x^2}}}{1+x^2}\,dx\right] \tag{35}$$

összefüggés adódik, amelyet integrálva [17]

$$G(0)=f(T)\left[1-e^{-\frac{\lambda}{2}}J_0\left(i\frac{\lambda}{2}\right)\right], \tag{36}$$



8. ábra. $1-e^{-\frac{\lambda}{2}}J_0\left(i\frac{\lambda}{2}\right)$ függvény $\frac{\lambda}{2}$ függvényében

ahol J_0 a nulladrendű Bessel-függvény imaginárius argumentummal. Kis λ értékek esetén

$$G(0)=f(T)\left[\frac{\lambda}{2}-\frac{3\lambda^2}{16}+\cdots\right] \tag{37}$$

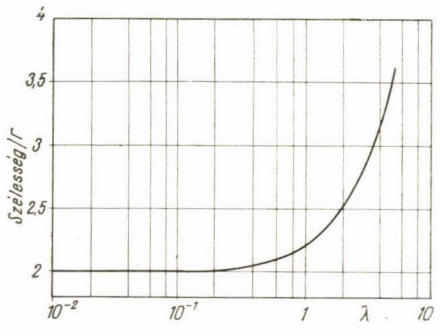
$f(T)$ szorzóját a 8. ábrán adtuk meg $\frac{\lambda}{2}$ függvényében. *Mössbauer* mérési adatait (36) segítségével kiértékelve $\theta=316°$ K-t felvéve a mérési adatokkal jól egyező eredményeket kapunk. Az Ir Debye-hőmérséklete a fajhő mérések alapján 285° K [9].

$G(0)$ egyaránt tartalmazza az abszorbens $f'(T')$ és a forrás $f(T)$ értékét, amelyek különböző anyagok esetén azonos hőmérsékleten is különböző értékek

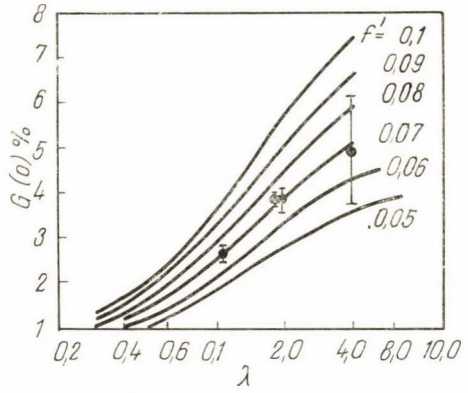
lehetnek. $G(0)$ alakja lehetőséget ad $f'(T')$ és $f(T)$ meghatározására, ha λ-ban n-et változtatjuk, tehát ha a rezonancia abszorpciót az abszorbens vastagságának a függvényében mérjük.

$G(0)$ nem függ a nívó Γ félértékszélességétől. Ezért *Mössbauer* első dolgozatában [4] a félértékszélességet a már ismert módszerrel, a termikus eloszlások (l. 7. ábra) átlapolásának mérésével határozta meg. Az abszorbens szobahőmérsékleten volt, a forrás először szobahőmérsékleten, majd 88° K-en. A fellépő nagyon kis abszorpciókülönbségből az élettartamra $\left(1{,}0 \pm \frac{0{,}4}{0{,}2}\right) 10^{-10}$ sec adódott, tehát $\Gamma = \left(6{,}4 \pm \frac{1{,}0}{1{,}8}\right) \cdot 10^{-6}$ eV.

Mössbauer második kísérletében $G(v)$ értékét mérte, és így a Γ szélességet közvetlen módszerrel határozta meg. A méréssel kapott görbe alakját



9. ábra. $G(v)$ görbék szélességének függése az abszorbens vastagságától



10. ábra $G(0)$ függése az abszorbens vastagságától Ir^{191} 129 keV vonala esetén 4 K° hőmérséklet esetén. $f = 0{,}07 \pm 0{,}015$, $f' = 0{,}047 \pm 0{,}015$

a (34)-ben szereplő integrál v függése (y-on keresztül) határozza meg. A mért görbéből $G(v)$ alapján numerikus integrálással lehet meghatározni Γ értékét. Kis abszorpció esetén azonban ($\lambda \ll 1$) a feladat egyszerűsödik, mert az integrálban az exponenst sorbafejtve:

$$\frac{G(v)}{f(T)} = 1 - \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+(x+y)^2} - \frac{\lambda}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)\left(1+(x+y)^2\right)} + \cdots \approx$$

$$\approx \frac{\Gamma^2 \lambda}{2} \frac{1}{\left(\frac{v}{c} E_r\right)^2 + \Gamma^2}, \tag{38}$$

vagyis a kis abszorpció közelítésből azt kaptuk, hogy a sebességváltoztatással mért görbe félértékszélessége az eredeti vonal félértékszélességének kétszerese. A 6. ábrából leolvashatjuk a félértékszélességet $10{,}6 \cdot 10^{-5}$ eV. Ez — ha a görbe kis abszorpciós közelítéssel lett volna mérve $\Gamma = 5{,}3 \cdot 10^{-6}$ eV-nak felelne meg. *Mössbauer* pontosabb értékelése azonban (34) alapján $= (4{,}6 \pm 0{,}6) \cdot 10^{-6}$ eV-ot adott. $G(v)/f(T)$ értékét (34) az Ural számológép segítségével kiszámítottuk különböző λ-kra y függvényében. Ezekből meghatároztuk, hogy a sebességváltoztatással felvett $G(v)$ görbék félértékszélessége hogyan függ λ-tól, vagyis az abszorbens vastagságától. Ezt az összefüggést a 9. ábrán tüntettük fel.

A visszalökésmentes rezonancia abszorpciót az Ir^{191} esetében két csoport [18, 19] megismételte. *Craig* et al. kiterjesztették a méréseket 2° K hőmérsékletig, és mérték a rezonancia abszorpciót az abszorbeáló fólia vastagságának a függvényében. Ez utóbbi mérést a 10. ábrán reprodukáltuk, annak illusztrálására, hogy hogyan lehet $G(0)$-nak (36) az abszorbens vastagságától (n) való függéséből $f(T)$ és $f'(T')$ értékét külön meghatározni. A 4° K hőmérsékleten elvégzett mérések szerint $f = 0{,}07 \pm 0{,}015$ és $f' = 0{,}047 \pm 0{,}015$, amiből következik, hogy a forrás Os anyagának Debye-hőmérséklete 300 ± 25° K és az abszorbens Ir anyaga esetében 262 ± 30° K a Debye-hőmérséklet.

5. További izotópok

A 2. táblázatban összefoglaltuk a Mössbauer-effektus jellemzőit, az eddig vizsgált izotópok esetében. A mérési adatok kiértékelése a nehezebb magok esetében (Er^{166}-tól felfele) két fizikai mennyiség szempontjából érdekes. Magfizikai szempontból az az eredmény, hogy $G(v)$ méréséből a magnívó félértékszélességét, és ily módon a kérdéses nívó élettartamát határozhatjuk meg. A táblázatból kitűnik, hogy a nehezebb magok esetében elvégzett mérések részben új adatokat szolgáltattak (Re^{187}), (Ir^{191}), részben a már felezési idő mérésből ismert (Γ_{ir}) értékekre szolgáltattak új értéket ($\Gamma_{\text{mért}}$). Ezek kb. 2-es faktorral nagyobbak, mint a Γ_{ir} értékek (W^{182}, Au^{197}). Az eltérések oka egyelőre ismeretlen.

A vizsgálatok másik eredménye szilárdtestfizikai jellegű. Amint az előző részben említettük, $G(0)$-t az abszorbens vastagságának a függvényében mérve a forrás-kristályok és az abszorbens-kristályok Debye—Waller faktorát határozhatjuk meg. A Debye—Waller faktorokból pedig (29) segítségével meg lehet határozni egy karakterisztikus hőmérsékletet. Az eredmények alapján azt az általános következtetést vonhatjuk le, hogy a Mössbauer-effektus kiértékeléséből kapott hőmérsékletek nem egyeznek meg a fajhő mérésekből kapott Debye-hőmérséklettel (pl. Au^{197} izotóp mérésénél aranyra $\theta = 81$° K a 225° K Debye-hőmérséklet helyett, platinára $\theta = 190$° K a 170° K helyett). A karakterisztikus hőmérsékletre vonatkozó kiértékelések tehát jelen helyzetben nem

2. TÁBLÁZAT

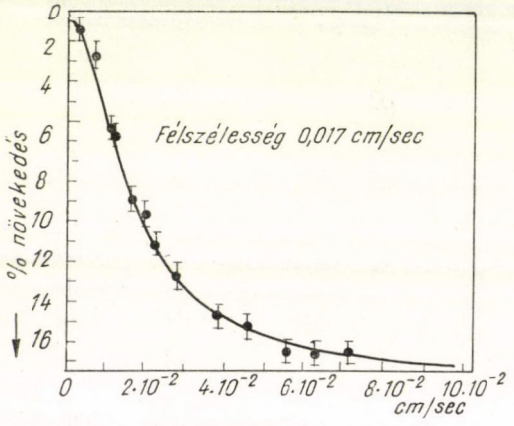
A Mössbauer-effektus jellemzői különböző magoknál

Izotóp	Anya izotóp	E_γ keV	Γ_{ir} eV	Γ mért eV	$\frac{2\Gamma \text{ mért}}{E}$	R milli-eV	T° K	atom/cm²	G(o)	Szerző	Megjegyzés
Fe^{57}	Co^{57}	14,4	$4{,}6\cdot10^{-9}$	$8{,}2\cdot10^{-9}$	$1{,}14\cdot10^{-12}$	1,95	300	$2{,}71\cdot10^{18}$	17,5%	20	Természetes Fe abszorbens
				$2\cdot\Gamma_{ir}$			300°	$2{,}65\cdot10^{19}$	52%	21	76%-os Fe^{57} abszorbens
							78°	$2{,}65\cdot10^{19}$	75%	21	76%-os Fe^{57} abszorbens
				$1{,}7\cdot10^{-8}$	$2{,}3\cdot10^{-12}$		300°	$4{,}6\cdot10^{18}$	14%	22	Természetes Fe abszorbens
								$5{,}9\cdot10^{18}$	34%	23	Természetes Fe abszorbens
								$3{,}3\cdot10^{19}$	48%	23	Dúsított Fe abszorbens
Zn^{67}	Ga^{67}	93	$4{,}8\cdot10^{-11}$		$\sim10^{-15}$	65	2,175		0,3%	24	
Sn^{119}	Sn^{119m}	23,8	$2{,}45\cdot10^{-8}$	$2{,}5\cdot10^{-8}$	$2{,}1\cdot10^{-12}$	2,6	78°		28,5%	25	∞ vastag abszorbens
							300°		4,5%	25	
Dy^{161}	Tb^{161}	26	$1{,}52\cdot10^{-8}$	$\sim 10^{-6}$	$\sim10^{-10}$	2,2		$1{,}5\cdot10^{20}$	8,5%	26	
Er^{166}	Ho^{166}	80	$2{,}77\cdot10^{-7}$			21,2	78°		1,73%	27	∞ vastag abszorbens
W^{182}	Ta^{182}	100	$3{,}5\cdot10^{-7}$			32	78°		1,2%	27	∞ vastag abszorbens
				$7{,}3\cdot10^{-7}$	$1{,}46\cdot10^{-11}$		78°		1%	19	
Re^{187}	Wo^{187}	134		$4{,}4\cdot10^{-5}$	$6{,}5\cdot10^{-10}$	53	20°	$1{,}26\cdot10^{21}$	0,6%	17	
Ir^{191}	Os^{191}	129		$4{,}6\cdot10^{-6}$	$7{,}1\cdot10^{-11}$	46	88°	$2{,}78\cdot10^{21}$	2,8%	4	
				$3{,}72\cdot10^{-6}$			4°	$1{,}69\cdot10^{21}$	3,8%	18	
				$3{,}5\cdot10^{-6}$			4°	$1{,}17\cdot10^{21}$	2,3%	19	
Ir^{193}	Os^{193}	73	$7{,}5\cdot10^{-8}$			14,7	78°		8%	27	∞ vastag abszorbens
Au^{197}	Pt^{197}	77	$2{,}3\cdot10^{-7}$	$5{,}6\cdot10^{-7}$	$1{,}75\cdot10^{-11}$	16	4°		7,7%	28	

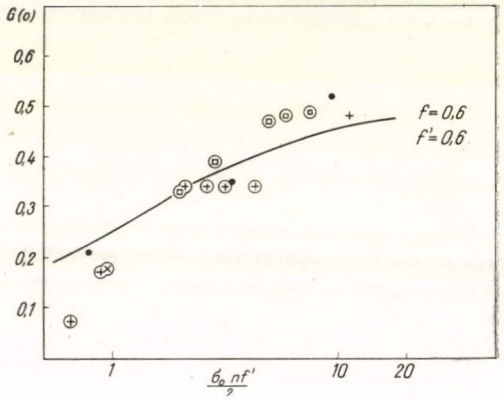
sokat mondanak. Illetve azt mutatják, hogy a kristályok fononállapotait leíró Debye-spektrum — amelyet eddig sem tekintettek teljesen kielégítő közelítésnek — ezúttal sem bizonyult kielégítőnek.

A Mössbauer-effektus további részletes tanulmányozása valószínűleg lehetővé teszi a fonon spektrum pontosabb megismerését [11].

A könyebb magoknál (Fe^{57}, Zn^{67}, Sn^{119}) elsősorban nem a félértékszélességből származó élettartam és nem a Debye-hőmérséklet mérése a fontos, mert az élettartam a kérdéses nívóknál jól ismert, a Debye-hőmérsékletet úgysem kaphatjuk meg nagyon pontosan, hanem az a lényeges, hogy $G(v)$ mérésével az eredeti vonalszélességgel kb. egyező szélességű eredményt kapunk. A $G(v)$ görbe relatív félértékszélessége 10^{-12} (Fe^{57} és Sn^{119}) és $\sim 10^{-15}$ (Zn^{67}), ami a félértékszélességnél kb. 2 nagyságrenddel kisebb relatív γ-energia mérési pontosságot tesz lehetővé.



11. ábra. A Fe^{57}-ből kilépő 14,4 keV energiájú γ-sugárzás intenzitásának %-os csökkenése a forrás sebességének a függvényében természetes vas abszorbens esetén



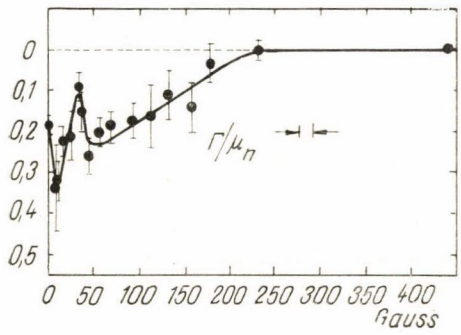
12. ábra. $G(0)$ függése az abszorbens vastagságából Fe^{57} 14,4 keV sugárzása esetén szobahőmérsékleten. A mérési adatok *Hanna* et al [21]... ●, *Pound* és *Rebka* [20]... ×, *Cordey-Hays* et al [23]... + és a szerző... □ méréseiből valók. A bekarikázott mérési adatok természetes vas abszorbensre, a többi Fe^{57}-ben dúsított abszorbensre vonatkozik

A nagypontosságú mérésekre a leginkább alkalmas a Fe^{57} izotóp, mert a méréseket szobahőmérsékleten, egyszerű körülmények között lehet elvégezni. A Mössbauer-effektust a Fe^{57} izotóp esetében először *Pound* és *Rebka* [20] mutatta ki abszorbensként természetes Fe-t (2,2% Fe^{57}) használva. A $G(v)$ görbe a 11. ábrán látható. A félértékszélességhez tartozó sebesség 0,017 cm/sec. $G(0)$ értéke 17%. *Hanna* et al. [21] *Pound* és *Rebka*-tól eltérően Fe^{57}-ben 70%-ra dúsított abszorbenst használtak és $G(v)$-t az abszorbens vastagságá-

nak függvényében mérték. $G(0)$ adataikat a (36) összefüggés szerint analizálva a 12. ábrán látható eredményt kapjuk. A három mérési pont közé behúzott görbe $f(300) = f'(300) \approx 0{,}6$ Debye—Waller-faktornak felel meg. (29) alapján számítható karakterisztikus hőmérséklet 250° K a Fe 355° K Debye-hőmérséklete helyett.

Ugyanezen az ábrán tüntettük fel *Cordey-Hays* et al. [23] azonos forrás esetén természetes vas targettel és dúsított targettel végzett méréseit. A dúsított targettel végzett mérés eredménye jól megegyezik *Hanna* et al. [21] eredményével. A természetes targettel végzett mérések eredménye a szerző mérései szerint megegyezik a dúsított targettel végzett mérések eredményével.

A 2. táblázat szerint a Zn^{67} izotóp (93 keV) esetében 3 nagyságrenddel jobb felbontást lehet elérni, mint Fe^{57} esetében. A nagy visszalökési energia ($R = 65$ mill. eV) azonban nagyon nehézzé teszi a Mössbauer-effektus megtalálását. *Nagle* et al. [24] a forrást és az abszorbenst (ZnO kristályok vékony rétege) 2,175° K hőmérséklet alatt tartották. A nagyon kis vonalszélesség miatt a kristályok méretének 0,4 μ-nál nagyobbnak kellett lennie, hogy kellő számú atom tudja felvenni a visszalökést. Az épület rezgésétől (amelynek sebessége $5 \cdot 10^{-4}$ cm/sec) mentesíteni kellett a berendezést, hiszen már $\sim 10^{-5}$ cm/sec egy vonalszélesség eltolást okozhat. Ezért a forrás és az abszorbens merev rendszerrel össze voltak kapcsolva. $G(v)$-t ily módon természetes nem lehet felvenni, ehelyett az abszorbenst mágneses térbe helyezve a Zeemann-effektus segítségével változtatták az abszorbens nívó energiáját. A 13. ábrán bemutatjuk a mérés eredményét, amelyen kis mágneses térerősségnél jól látható a $\frac{\Gamma}{\mu_N} \sim 20$ Gauss szélességű vonal, és nagyobb térerősségnél a további nívó felhasadásából származó összemosódott rész. Érdekes megfigyelni, hogy a görbe középpontja nem zéró mágneses térnél van, ami azt jelenti, hogy a forrás és abszorbens nívóenergiája között kb. $3 \cdot 10^{-11}$ eV energiakülönbség van. Ennek oka valószínűleg a forrás és az abszorbens kémiai összetételének kis különbsége.



13. ábra. Rezonancia abszorpció Zn^{67} 93 keV γ-vonalával ~ 2 K° hőmérsékleten. A forrás és az abszorbens energianívójának eltolása a Zeemann-effektus segítségével történt

Az Sn^{119} izotóp 23,8 keV energiájú nívója szintén a nagy relatív pontossággal $\left(\frac{\Gamma}{E_\gamma} = 2 \cdot 10^{-12}\right)$ és a viszonylag könnyű előállítással tűnik ki [25].

Sn^{118}-ban dúsított Sn-ből termikus neutronbefogással készített forrás és Sn^{119}-ben dúsított abszorbens esetén a cseppfolyós nitrogén hőmérsékletén könnyen kaphatunk $G(0) = 30\%$ értéket, amely további effektusok mérését ennél az izotópnál is lehetővé teszi.

6. *Mellék-effektusok*

a) *Az energianívó eltolódása a hőmérséklet függvényében.*

Ha a forrás és az abszorbens hőmérséklete különbözik, akkor — mint azt *Pound* és *Rebka* [29], *Josephson* [30] és *Boyle* et al. [31] kimutatták, a hőmérsékletkülönbséggel egyenesen arányos mértékben eltolódik egymástól a forrás és az abszorbens energianívója. Az energiaváltozást a következőképpen magyarázhatjuk meg [30]. Tekintsük pl. a forrást. Az E_γ energiájú γ-kvantum emissziójakor az emittáló i-edik atom tömege $\delta M_i = E_\gamma/c^2$-tel megváltozik. Ez a változás — ha a fonon-spektrum betöltési számában nem is történt változás — megváltoztatja a kristály energiáját, mert egyetlen kisebb tömegű atom miatt a rácsrezgések frekvenciája megváltozik. A kristálynak ily módon átadott energia csökkenti a γ-kvantum energiáját.

Számítsuk ki ennek az energiaváltozásnak az értékét. A kristály Hamilton-operátora — mint már láttuk — $H = \Sigma p_i^2/2M_i + V(r_1, r_2, \ldots)$. A tömegváltozás az i-edik atomnál következik be, ezért a kristályrács energiájának a megváltozása — amely ellentétesen egyenlő a γ-kvantum energiájának a megváltozásával —

$$\delta E = \langle \delta H \rangle = \delta\left(\frac{p_i^2}{2M}\right) = -\frac{p_i^2}{2M_i}\frac{\delta M_i}{M_i} = -\frac{E_\gamma}{M_i c^2}\frac{p_i^2}{2M_i} = -\frac{E_\gamma}{c^2}\frac{T_i}{M_i}, \tag{39}$$

ahol T_i a kristályrács i-edik atomra jutó kinetikus energiája. Az energiaváltozás számértékét egyszerűsítő feltevések mellett könnyen megadhatjuk. Tegyük fel, hogy függetlenül i-től T_i/M_i, az egy tömegegységre jutó kinetikus energia fele a tömegegységre jutó teljes energiának (U). Akkor

$$\delta E = -\frac{E_\gamma}{2c^2} U = -\frac{E_\gamma}{2c^2}\int_0^T C_p dt, \tag{40}$$

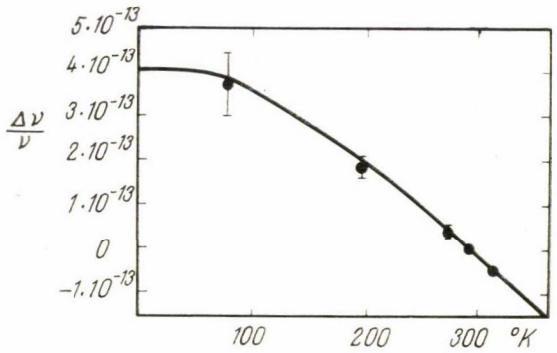
minthogy T hőmérsékleten a tömegegységre jutó teljes energia a C_p fajhővel ilyen módon függ össze.

A (40) összefüggés szerint a γ-kvantumok energiájának megváltozása a hőmérséklettől függ. Az energia eltolódás, ha a forrás és abszorbens hőmérsékletének különbsége egy fok,

$$\left.\frac{\delta E}{E_\gamma}\right|_{\text{fok}} = \frac{C_p}{2c^2}. \tag{41}$$

A Fe^{57} esetében (41) alapján jól mérhető energiaváltozást $\frac{\delta E}{E_\gamma} = 2{,}2 \cdot 10^{-15} / {}^\circ\mathrm{K}$ kapunk, amelyet a 14. ábrán mutatunk be [29]. A hőmérsékleti effektus nem szélesíti ki a vonalat [32].

A hőmérsékleti effektust egyszerűen magyarázhatjuk a másodrendű, vagy transzverzális Doppler-effektus segítségével is. A speciális relativitáselmélet szerint, ha egy álló megfigyelő előtt v transzverzális sebességgel mozog egy ν_0 frekvenciát kibocsátó oszcillátor, akkor a megfigyelő



14. ábra. A forrás és abszorbens hőmérsékletének különbözősége miatt fellépő γ-energiaváltozás. Relatív energiaváltozás a hőmérséklet függvényében

$$\nu = \nu_0 \Big/ \sqrt{1 - \frac{\overline{v^2}}{c^2}} \approx \nu_0 \left(1 - \frac{1}{2}\frac{\overline{v^2}}{c^2}\right)$$

frekvenciájú rezgést észlel. Minthogy egy M tömegű mag sebességének négyzetes középértéke a rács hőmérsékleti rezgése esetén $\overline{v^2} = 3KT/M$, 1° hőmérsékletkülönbség esetén (abszorbens és forrás között)

$$\frac{\delta E_\gamma}{E_\gamma} = \frac{\delta \nu_0}{\nu_0} = -\frac{3K}{2Mc^2} = -2{,}4 \cdot 10^{-15} / {}^\circ\mathrm{K}$$

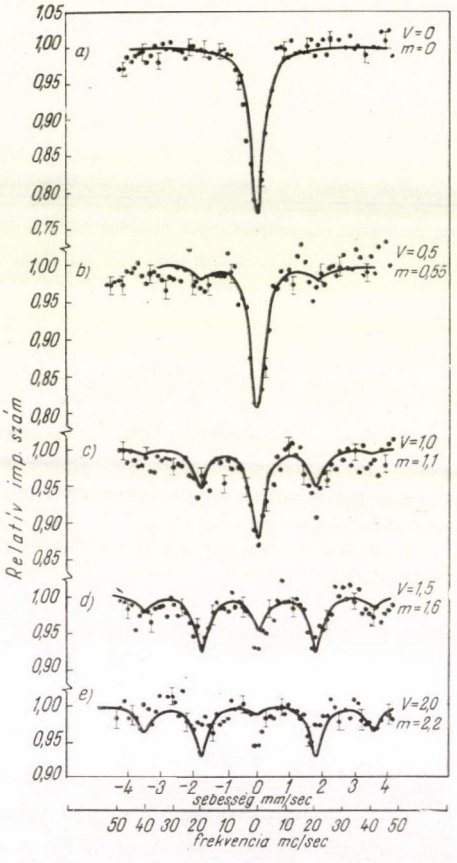
eltolást kapunk. Az effektus jelentőségét a relativitás elmélet szempontjából *Sherwin* [33] tárgyalja.

b) *Akusztikus effektus*

Amint a 3. részben láttuk, egy $\hbar\omega_s$ energiájú fonon emissziójának, ill. abszorpciójának valószínűsége $n_s + 1$, ill. n_s-sel arányosan változik, ahol n_s az s-edik fonon állapot betöltési száma. *Abragam* vetette fel a gondolatot [34], hogy a forrást, vagy az abszorbenst ω frekvenciájú ultrahanggal besugározva $\hbar\omega$ energiájú fononokban nagy sűrűséget kelthetünk. Egyszerűség kedvéért a forrás besugárzását tárgyaljuk. Nyilvánvaló, hogy az ω frekvenciájú fononok nagy sűrűsége miatt nagyon valószínű lesz egy vagy több ilyen fonon abszorpciója, illetve emissziója. A γ-sugárzás spektrumában a $\hbar\omega_0$ energiájú perturbálatlan energiájú γ-kvantumok mellett $\hbar\omega_0 \pm n\hbar\omega$ energiájú γ-kvantumok is megjelennek. *Abragam* számításai szerint az effektus fellépéséhez az szükséges, hogy az ultrahang rezgés amplitúdója ne legyen kicsi $\lambda/2\pi$-hez képest.

Ruby és *Bolef* az effektust kísérletileg vizsgálták [35], és rámutattak arra, hogy az ultrahang besugárzás hatására fellépő oldalsávokat kísérletükben egyszerű frekvencia-moduláció alapján lehet értelmezni. A forrás fólia ugyanis a

használt 20 Mc/sec frekvenciánál az ultrahang hullámhosszának 0,1-szerese. Ezért a besugárzás hatását színuszos vibrációként lehet felfogni, a forrást $v_m \sin \omega t$ sebességgel mozgatja, ahol v_m a maximális sebesség amplitúdó. A Doppler-effektus alapján $\omega_m = \omega_0 \left(1 + \frac{v_m}{c} \sin \omega t\right)$ modulált frekvenciát kapunk. A frekvenciamoduláció eredményeképpen ω frekvenciájú oldalsávok lépnek fel. A mérések eredménye világosan mutatja az oldalsávokat, növekvő ultrahang amplitúdók esetén (15. ábra). Jól látható az oldalsávok fellépése. A kihúzott elméleti görbével nem teljes az egyezés, ennek oka a szerzők szerint az, hogy az ultrahang rezgésben nem vett részt az összes Fe^{57} atom.



15. ábra. A forrást ultrahanggal besugározva oldalsávokat kapunk. A mérési eredmények a moduláció paraméterek (v és m) függvényében

7. *Alkalmazások*

a) *Zeemann-effektus atommagok esetében.*

Ismeretes, hogy az I impulzusnyomatékú, $g\mu I$ mágneses nyomatékú mag energianívók H mágneses térben felhasadnak, amikor is az energiaérték megváltozása

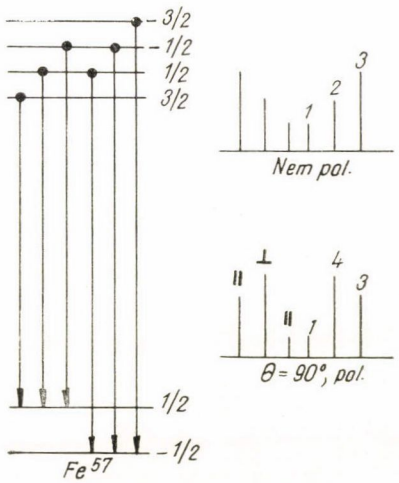
$$\Delta E_z = g\mu H M_I\text{-vel} \qquad (42)$$

lesz egyenlő, ahol g a giromágneses együttható, μ a magneton ($\mu \approx 3{,}2 \cdot 10^{-12}$ eV/Gauss) és M_I az impulzusnyomaték vetülete a mágneses tér irányába. $\Delta E_z \sim 6 \cdot 10^{-8}$ eV, ha $g = 1$, $M = 1$ és $H \sim 20000$ Gauss.

Minthogy a felhasadás rendkívül kicsi, a Mössbauer-effektus felfedezése előtt gondolni sem lehetett atommagok esetén a Zeeman-effektus kimutatására. A Fe^{57} magnívó Zeemann-felhasadására az első jelzést *Pound* és *Rebka* már említett dolgozata [20] tartalmazza. *Hanna* et al. [36] részletesen tanulmányozták a Fe^{57} 14,4 keV energiájú nívójának és az alapnak Zeemann-felhasadását. A spinviszonyokat figyelembevéve a felső nívó 4, az alapállapot 2 vonalra hasad szét. A $\Delta M_I = 0, \pm 1$ kiválasztási szabály által megengedett átmene-

teket a 16. ábrán láthatjuk. A vas esetében a felhasadásokat az atommagok helyén ható belső mágneses tér okozza. Az egyes doménok a külön irányító mágneses tér nélkül minden irányban egyenlő valószínűséggel állnak be, ezért különtér nélkül a hat megengedett átmenet relatív intenzitása a Zeemann-spektrumok intenzitás szabálya szerint [37] 3:2:1:1:2:3, amint azt a 16. ábrán feltüntettük.

A Zeemann-spektrum vonalai — amint ismeretes — polározottak. Ha külső rendező mágneses teret alkalmazunk, akkor a mágneses térre merőleges irányban megfigyelve a vonalak polározottak, éspedig a $\Delta M = 0$-nak megfelelő vonalak polarizációja merőleges, a $\Delta M = \pm 1$-nek megfelelő vonalak polarizációja párhuzamos a mágneses tér irányával. Az intenzitás viszonyokat szintén a 16. ábrán tüntettük fel.



16. ábra. Fe^{57} nívódiagrammja Zeemann-felhasadás esetén. Baloldalt a $\Delta M = 0, \pm 1$ kiválasztási szabály által megengedett átmenetek, jobboldalt az átmenetek relatív intenzitása polározott (a megfigyelési irányon merőleges rendező mágneses tér) és polározatlan esetben

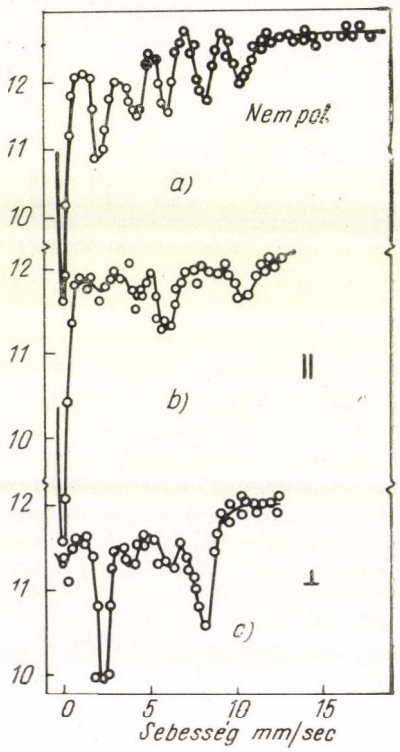
Hanna et al. az abszorbens mozgatásával vizsgálták a Zeemann-spektrumot. Külső mágneses tér nélkül (polarizálatlan eset) nulla sebességnél az emissziós és abszorpciós spektrum 6 vonala pontosan fedi egymást. Az abszorpció nagy. A sebességet változtatva egyre kevesebb vonal találkozik egymással, tehát az intenzitások csökkennek. Ezt figyelhetjük meg a 17. ábrán.

Hanna et al. felvették a Zeemann-spektrumot polározott esetben is. Egyszer párhuzamosan, egyszer merőlegesen állott egymáshoz képest a forrás és az abszorbens mágneses tere, és ily módon különböző polarizációjú vonalak kerülhettek fedésbe az abszorbens sebességének változtatásakor, és a várakozásnak megfelelő eredményt kaptak (l. 17. ábra). Zéró sebességnél külön is tanulmányozták az áteresztést [38].

A Zeemann-spektrumokból meg lehetett határozni külön-külön az alapvonal és a gerjesztett állapot felhasadásához tartozó sebességet ($\Delta v_0 = 3{,}96 \pm \pm 0{,}1$ mm/sec) és $\Delta v_i = 2{,}23 \pm 0{,}03$ mm/sec). Az alapállapot mágneses nyomatéka más mérésekből ismeretes, $\mu_{1/2} = +(0{,}0903 \pm 0{,}0007)$ magmagneton, ebből a gerjesztett állapot mágneses nyomatéka $\mu_{3/2} = -(0{,}153 \pm 0{,}004)$ magmagneton. A negatív előjel abból következik, hogy a Zeemann-spektrum értelmezéséhez az értékek sorrendjét fordítottnak kell venni a gerjesztett állapotnál (l. 16. ábra).

A felhasadás mértékéből kiszámíthatjuk, hogy az atommagok helyén ható

belső tér értéke $(3{,}33 \pm 0{,}1) \cdot 10^5$ oersted. A polarizált forrás és abszorbens esetében kapott eredmények világosan mutatják, hogy a hatásos belső tér szoros korrelációban van a mágnesezéssel. A belső tér is mindig beáll a külső mágneses tér irányába. A mérések természetesen arra nem adtak felvilágosítást, vajon a belső tér parallel, vagy antiparallel a mágneses tér irányához képest. *Hanna* et al. [39] a külső mágnesező teret 17600 oerstedre választva megvizsgálták, hogy a külső tér milyen irányban változtatja meg a felhasadást. A Zeemann-spektruma (17. ábra) 6. vonala esetén csak egy-egy komponens lép kölcsönhatásba, tehát a vizsgálatra ezt a vonalat választották. A külső mágneses tér bekapcsolásakor a vonal kisebb sebességek felé tolódott el, ami azt jelzi, hogy a belső tér és az alkalmazott külső tér iránya ellentétes. A két mérésből tehát együttesen következik, hogy nagy belső mágneses tér van a Fe^{57} atommagok helyén, és ez a külső polarizáló tér irányával ellentétes irányba mutat.



17. ábra. Zeemann-spektrum Fe^{57} 14,4 keV γ-sugárzás esetén. *a)* forrás és abszorbens polarizálatlan, *b)* a polarizáció párhuzamos, *c)* a polarizáció merőleges

A Zeemann-spektrumot tisztább körülmények között is elő lehet állítani. *Wertheim* [40] és *Kistner* és *Sunyar* [41] rámutattak arra, hogy a forrást, vagy az abszorbenst nem ferromágneses anyagból (pl. bizonyos rozsdamentes acélból) készítve nem lesz Zeemann-felhasadás és ezzel az egy vonallal a ferromágneses anyagban előálló 6 vonalat egyszerűen le lehet „tapogatni". *Wertheim* abszorbensként, *Kistner* és *Sunyar* forrásként alkalmazott rozsdamentes acélt. A 18. ábrán reprodukáljuk *Kistner* és *Sunyar* méréseinek eredményét, amely világosan mutatja a Zeemann-vonalat és azonkívül még két másik effektust is, amelyre később térünk vissza. Az abszorbens ebben a mérésben az antiferromágneses Fe_2O_3 volt, amelynél a belső tér $5{,}15 \cdot 10^5$ oerstednek adódott. A vonalak intenzitása nem követi pontosan a 3:2:1 intenzitás szabályt, mert az abszorbens nem volt „nagyon vékony" és a (36) formula szerinti telítés lépett fel.

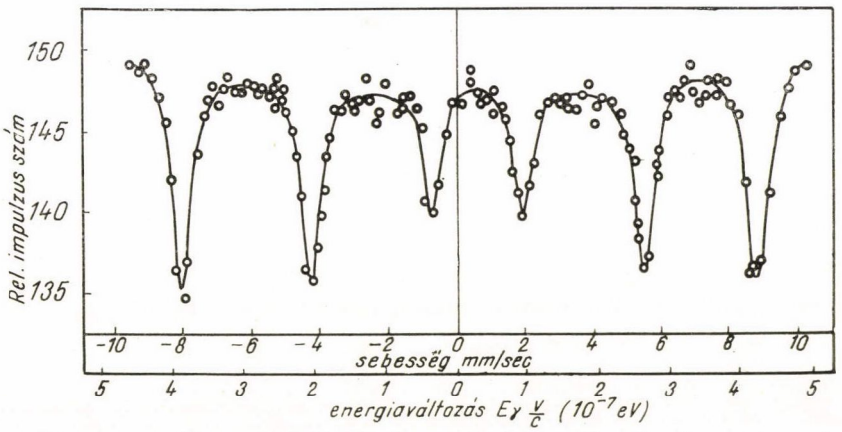
Az Sn^{119} esetében először *Ljubimow* és *Alihanov* [42], majd sokkal pontosabban *Gyeljagin* et al. [43] végeztek méréseket a Zeemann-effektusra vonat-

kozóan. A két mérésből — amelyek a hibahatáron belül megegyeztek — következik, hogy az Sn^{119} 23,8 keV energiájú, 3/2 impulzusnyomatékú állapotának mágneses nyomatéka (1,9±0,4) magmagneton.

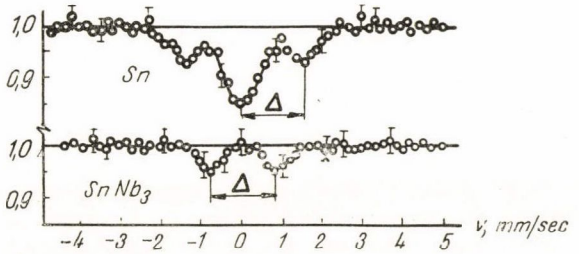
b) *Kvadrupol felhasadás*

Az I impulzusnyomatékú, kvadrupolnyomatékú magnívó energiája, ha a mag $\frac{1}{e}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$ gradiensű elektromos térben van,

$$\Delta E_Q = \frac{eQ}{4I(2I\pm 1)}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}[3M_I^2 - I(I+1)] \qquad (43)$$



18. ábra. Zeemann-spektrum Fe^{57} 14,4 keV γ-sugárzása esetén. Forrás rozsdamentes acél (belső mágneses tér nélkül), abszorbens Fe_2O_3

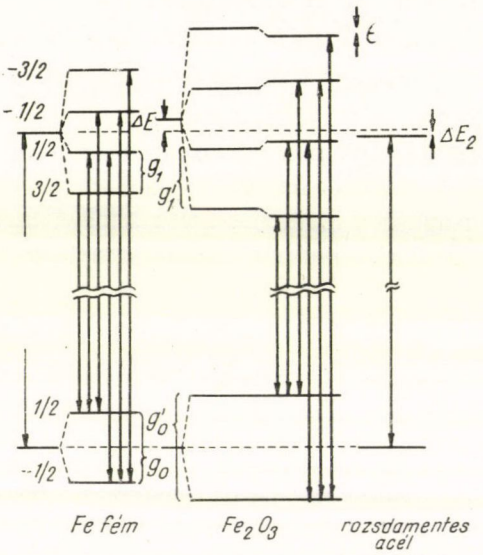


19. ábra. Kvadrupol spektrum Sn^{119} 23,8 keV γ-sugárzása esetén. A forrás mindkét esetben fehér ón, abszorbens *a)* fehér ón, *b)* $SnNb_3$

értékkel változik meg [44]. Nézzük először az Sn^{119} esetét, amelynél a kvadrupol felhasadás a legtisztább körülmények között jelentkezik [45]. Az alapállapot spinje 1/2, itt nem lehetséges kvadrupol felhasadás, a gerjesztett állapot spinje 3/2, $(M_I) = 3/2$, ill. 1/2 lehet, ezért [43] alapján a 23,8 keV energiájú gerjesztett állapot 2 vonalra hasad szét. Forrásként és abszorbensként fehér ónt használva mindkettőben bekövetkezik a kvadrupol felhasadás és az

abszorpciót a forrás sebességének függvényében mérve 3 vonalat kaphatunk. *Gyeljagin* et al. mérési eredményeit a 19. ábrán mutatjuk be. Abszorbensként tér grádienssel nem rendelkező $SnNb_3$-at választva a várakozásnak megfelelően csak két csúcsot kaptak. A felhasadás mértéke mindkét esetben azonos, $\frac{eQ}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = (1{,}15 \pm 0{,}25)\cdot 10^{-7}$ eV. Q értékét csak $\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$ ismeretében lehetne meghatározni.

Kistner és *Sunyar* [41] a Fe^{57} 14,4 keV nívójánál határozták meg a kvadrupól felhasadást. A 18. ábrán közölt mérési eredményt pontosabban kiértékelve a kvadrupól felhasadást és egy valószínűleg kémiai effektust lehet megállapítani. A 20. ábrán a legszembetűnőbb az aszimetria, ez a Fe_2O_3 forrás és a rozsdamentes acél abszorbens energianívóinak felhasadástól független eltolódását jelzi. A viszonyokat a 16. ábra alapján tanulmányozhatjuk, ahol az eltolódásokon kívül a kvadrupól felhasadás is fel van tüntetve. Ez most járulékos eltolódás a Zeemann-spektrumhoz képest, és a mérési eredményben az egyes csúcsok egymáshoz való közeledését, ill. eltávolodását jelenti. Jól látható pl., hogy az 1. és 2. csúcs távolsága nagyobb, mint a szimmetrikus 5. és 6. csúcs távolsága. Ebből a kvadrupól felhasadás értékére $(11{,}4 \pm 3)\cdot 10^{-9}$ eV értéket kaptak. A kvadrupolnyomaték létrejöttének elméleti magyarázatára l. [46] dolgozatot.



20. ábra. Fe^{57} nívó-diagrammja Fe fémben, Fe_2O_3-ban (kvadrupol felhasadás és energiaeltolódás kémiai kötés miatt) és rozsdamentes acélban (energiaeltolódás kémiai effektusok miatt)

A középeltolódást (az energiaeltolás $(2{,}26 \pm 0{,}15)\cdot 10^{-8}$ eV) a szerzők az abszorbens és forrás különböző kémiai összetételével (Fe és Fe_2O_3) magyarázzák. Kémiai kötés megváltoztatja a külső elektronok hullámfüggvényét, ami a mag helyén más elektromos teret kelt. Az energiaeltolódás ennek a következménye.

Solomon Fe-ből készített forrás által kibocsátott hiperfinom spektrumot tanulmányozta FeS_2 kristályok két módosulatában, piritben és markazitban, mint abszorbensben [47]. Ezek nem ferromágnesek, viszont minthogy nem alkotnak köbös rácsot, térerősséggradiens lép fel bennük. A két esetben mért kvadrupol felhasadás értéke $(2{,}81 \pm 0{,}16)\cdot 10^{-8}$ eV (pirit) és $(2{,}2 \pm 0{,}14)\cdot 10^{-8}$ eV

(markazit). Ebből látható, hogy a kvadrupolfelhasadás mérése jó eszközt nyújt a különböző kristályok belső térgradiensének tanulmányozására.

Solomon további vizsgálataiban [48] $K_4Fe(CN_6)3H_2O$, $Fe_2(SO_4)_3$ és $Y_3Fe_2(Fe_2O_4)_3$-ban tanulmányozta a kvadrupol felhasadást, a belső mágneses teret és a középeltolódást.

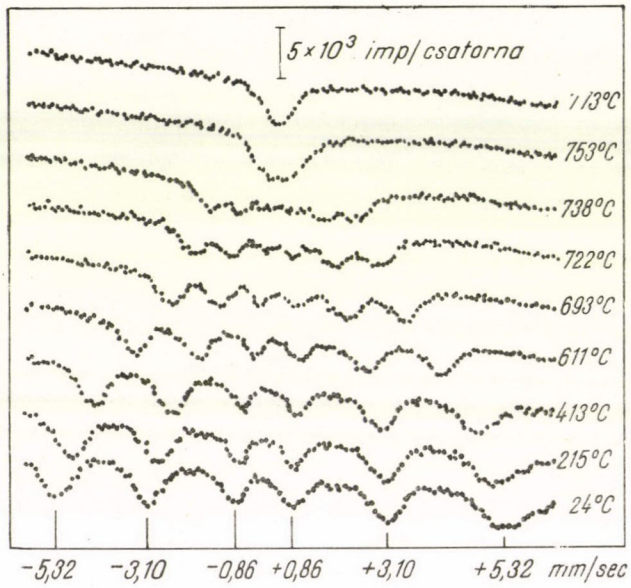
c) A Zeemann-effektus alkalmazása

Amint láttuk, a Fe^{57} nívók Zeemann-felhasadása segítségével a ferromágneses anyagok belső mágneses terét, sőt ennek irányát is meg lehetett határozni a Fe és Fe_2O_3 esetében [36], [38], [39]. *Wertheim* [40] a forrást fémes kobaltba és nikkelbe helyezve $3{,}1 \cdot 10^5$ oersted, ill. $2{,}6 \cdot 10^5$ oersted értéket talált a Zeemann-effektus alapján a belső tér értékére. Sőt a Co^{57} radioaktivitást *n*-típusú szilíciumba ágyazva meghatározta a szilíciumban Co^{57} atomra jellemző helyet elfoglaló Fe^{57} atommagra ható belső teret, ez $3 \cdot 10^4$ oerstednek adódott. Mérte továbbá FeF_2-ben is a belső mágneses és kvadrupol teret [49]. *Hanna* et al. [50] az Sn^{119} atommagokat Mn és Sn ferromágneses ötvözetébe építették be. Mn_4Sn-ben 40 ezer oersted, Mn_2Sn-ben pedig 190 ezer oersted erősségű belső teret találtak. Nem kétséges, hogy akár a forrás, akár az abszorbens kristályanyagát változtatva széles lehetőség nyílik különböző ferromágneses és antiferromágneses kristályok belső mágneses terének tanulmányozására.

Nagle et al. [51] vizsgálták a belső térerősség hőmérsékletfüggését. CoPd ötvözetet (92% Pd, 8% Co) használva forrásként és abszorbensként Fe^{57}-ben dúsított izotópot, kimutatták, hogy a CoPd ferromágneses ötvözetének a Curie pont felett (275 K°) nincs számottevő belső mágneses tere ($\approx$ 2000 oersted), 88° K hőmérsékleten pedig a belső tér megegyezik a Fe belső terének értékével, tehát $3{,}3 \cdot 10^5$ oersted. A Fe abszorbens belső-terének hőmérsékletfüggését tanulmányozva azt tapasztalták, hogy a Zeemann-felhasadás egyre csökken, ami a belső tér csökkenését jelezte. A 21. ábrán feltüntettük a belső tér változását a hőmérséklet függvényében. A Curie-pont felett a belső tér kimutathatatlan.

A Zeemann-effektus tanulmányozásából ismeretes, hogy Fe^{57} mag alapállapotának a felhasadása Fe környezetben $1{,}9 \cdot 10^{-7}$ eV. Ez az energiakülönbség $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ K° hőmérsékletnek megfelelő energiával egyenlő. Várni lehet ezért, hogy nagyon alacsony hőmérsékleten a két nívó polarizációjának az aránya, amely termikus egyensúlyban $\exp -\left(\frac{1{,}9 \cdot 10^{-7}\,\text{eV}}{kT}\right)$-vel egyenlő, egytől kimutathatóan különböző érték. *Dash* et al. [52] a Fe^{57} abszorbens helyett a Co^{57} forrást hűtötték, mert a Co^{57} nagyon nagy mágneses nyomatéka miatt az exp értéke itt jóval nagyobb lehet, és mert számítással kimutatható, hogy a populációbeli eltérést az elektronbefogás és γ-bomlások során is megtartja az atom-

mag. A Zeemann-spektrumban két szimmetrikus vonal, amelyek a $-1/2$ és $+1/2$ vetületű alapállapotba mennek, intenzitásának az aránya méri a populáció arányát. *Dash* et al., a preparátumot 0,2 K° hőmérsékletre lehűtve a $\pm 2{,}2$ mm/sec sebességhez tartozó két Zeemann-vonal intenzitását mérték. A két vonal intenzitásának aránya $\frac{I-}{I+} = 1{,}04$-ről 0,99-re csökkent le kb. 6 óra alatt, ami alatt a hőmérséklet 1,4 K°-re növekedett fel. Az effektust — jobban kidolgozott formában — alacsony hőmérséklet mérésére lehet majd felhasználni.



21. ábra. Fe^{57} Zeemann-spektruma a hőmérséklet függvényében

d) A gravitációs vöröseltolódás kimutatása

Az általános relativitáselmélet alapjául szolgáló Einstein-féle „ekvivalencia-elv", a súlyos és tehetetlen tömeg ekvivalenciája alapján egyszerűen következik az, hogy az elektromágneses sugárzás energiája megnövekszik, ha gravitációs erőtérben esik. Számítsuk ki az energianövekedést. Legyen a gravitációs térben a gyorsulás lefelé g, a forrás és a megfigyelő közti távolság d, ezt d/c idő alatt teszi meg a sugárzás $\frac{gd}{c}$ sebességgel. Ha ez kicsi a fénysebességhez képest, akkor a Doppler-effektus miatt

$$h\nu = h\nu_0\left(1 + \frac{qd}{c^2}\right) \tag{44}$$

lesz a hV_0 energiájú sugárzás energiája a megfigyelőnél. Inhomogén gravitációs tér esetében (44) a következő alakot ölti:

$$h\nu = h\nu_0\left(1 + \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right), \tag{45}$$

ahol $\Delta\Phi$ a két hely gravitációs potenciáljának a különbsége. A fenti változást ekvivalens módon írhatjuk le akkor, ha *Einstein* szerint feltesszük, hogy a két helyen az idő különböző sebességgel telik, vagyis azt, hogy a kisebb gravitációs potenciálú helyen az órák lassabban, a nagyobb potenciálú helyen gyorsabban járnak. Ez közvetlenül adódik az általános relativitáselméletből.

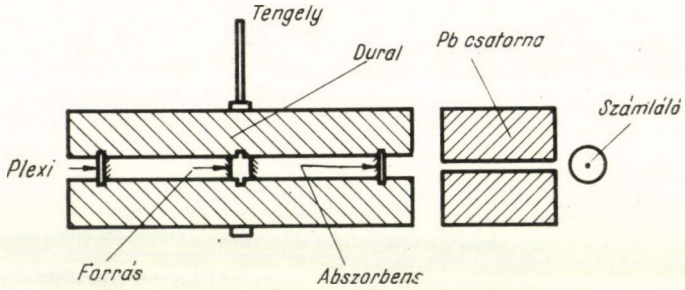
Az effektus földi távolságok esetén ($d = 20$m) nagyon kicsi. $\Delta(h\nu_0)/h\nu_0 = h\nu/h\nu_0 - 1 \approx 10^{-15}$. Ilyen kis energiaváltozást a Mössbauer-effektus felfedezéséig nem lehetett kimutatni. A Napból (nagy gravitációs tér) a Földre (lényegesen kisebb gravitációs tér) jövő spektrumvonalak energiája nyilvánvalóan kisebb, mint a Földön levő ugyanolyan spektrumvonalak energiája, vagyis a fénysugarak hullámhossza a vörös felé tolódik el. Ezt a gravitációs vöröseltolódást ezideig nem sikerült egyértelműen kimutatni a különböző zavaró effektusok miatt [53]. A szputnyikok sikeres felbocsátása után tervbevették azt, hogy a Földtől nagy távolságban, kisebb gravitációs térben keringő szputnyikokban elhelyezett atomóra és földi atomóra járását hasonlítják össze. Az effektus a jelenlegi stabilitás határán van.

A Mössbauer-effektus felfedezése után *Pound* és *Rebka* [54] és tőlük függetlenül mások [55] javasolták, hogy a gravitációs vöröseltolódást földi kísérletben az effektus segítségével mutassák ki.

A megvalósítás *Pound* és *Rebka* érdeme [56]. A méréseket a Fe^{57} 14,4 keV γ-sugárzásával végezték. Mérték a rezonanciagörbe csúcsának eltolódását, a forrást és az abszorbenst 21 m távolságban elhelyezve. A hőmérséklet effektus (l. 6a. rész) figyelembevétele céljából a forrás és az abszorbens hőmérsékletét 0,03 C° pontossággal mérték és a mért frekvenciaeltolást a (41) formula alapján minden mérésnél korrigálták. Egyetlen méréssorozatnál a korrigált relatív eltolás átlaga $(19{,}7 \pm 0{,}8)\cdot 10^{-15}$ volt (forrás alul, abszorbens felül) és $(15{,}5 \pm 0{,}8)\cdot 10^{-5}$ (forrás fent, abszorbens alul). Az eltolások különbsége $-4{,}2 \pm 1{,}1$, amit biztonsággal a gravitációs eltolódás okozott. A $17{,}6 \pm 0{,}6$ átlagos eltolódás oka ismeretlen, valószínű a forrás és abszorbens kis összetételbeli különbözőségéből származik (l. 7b rész). A mért gravitációs eltolás és a (45) formula alapján számított eltolás hányadosa, az 1960. júniusig mért adatokat felhasználva, $0{,}98 \pm 0{,}04$. Ez kétségtelenül bizonyítja a gravitációs vöröseltolódás létezését és kvantitatív megegyezését az elmélet alapján várt értékkel.

Az Einstein-féle ekvivalencia elv azt is állítja, hogy a gravitációs tér helyileg megkülönböztethetetlen egy gyorsított rendszertől. *Hay* et al. [57]

kísérletileg vizsgálták meg ezt. A Co^{57} preparátumot $R_1 = 0{,}4$ cm sugarú vashenger felületére vitték fel. Ezt körülvették $R_2 = 6$ cm távolságban vasfóliával, amelyet egy vékony plexi henger tartott. A forrást és az abszorbenst erős dural-lapok tartották fixen (l. 22. ábra). A γ-sugárzást egy Pb csatorna mögött elhelyezett proporcionális számláló regisztrálta.



22. ábra. Berendezés a vörös eltolódás kimutatására gyorsuló rendszerekben

A (45) formula alapján meghatározhatjuk a γ-sugárzás relatív energiaváltozását. A forrásnál a gyorsulás $R_1\omega^2$, a potenciál $R_1^2\omega^2/2$, ugyanaz igaz az abszorbensre is. Tehát

$$\frac{\Delta h\nu_0}{h\nu_0} = \frac{(R_2^2 - R_1^2)\omega^2}{2c^2} = 2{,}44 \cdot 10^{-20}\omega^2$$

(ω a szögsebesség). A méréseket $\omega = 300/\text{sec}$ értékig végezték és a várt eltolásnak megfelelő impulzusszám csökkenést kapták (a két rezonancia görbe eltolódása az impulzusszám csökkenésére vezet).

e) A tehetetlen tömeg anizotrópiájának kimutatása

A Mach-elv szerint egy test tehetetlen tömegét a világmindenség anyagának teljes eloszlása határozza meg, ha a tömegeloszlás nem izotróp, akkor várható, hogy egy test tömege függ a test gyorsulásának irányától. A galaktika tömege a Földhöz képest nem izotróp eloszlású, ezért a Mach-elv értelmében várható, hogy valamilyen földi test tömege függ attól, hogy a test milyen irányban gyorsul a galaktika középpontjába mutató irányhoz képest. *Cocconi* és *Salpeter* javasolták [58], hogy egy földi test tömegét m izotróp és Δm anizotróp rész összegének tekintsük. A *Mach*-elv értelmében Δm-et az anizotróp eloszlású tömeg, m-et az izotróp tömegeloszlás határozza meg. M tömeg r távolságban $\Delta m \sim \frac{M}{r^\nu}$ $(0 \leqq \nu \leqq 1)$ anizotróp részt kelt [58]. Az anizotróp és izotróp rész aránya

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{M}{r^\nu}\,\frac{3-\nu}{3\pi\varrho R^{3-\nu}},$$

ahol ϱ a világmindenség anyagának átlagos sűrűsége ($\varrho = 10^{-29}$ g/cm^3), R a világmindenség sugara ($R = 3 \cdot 10^{27}$ cm). Ha Δm-et galaktikánk hozza létre, akkor $M = 3 \cdot 10^{44}$ g, és $r = 2{,}5 \cdot 10^{22}$, ha a galaktika egész tömegét a középpontba koncentrálva gondoljuk. $\nu = 1$ esetén $\Delta m/m = 2 \cdot 10^{-5}$, és $\nu = 0$ esetén $\Delta m/m = 3 \cdot 10^{-10}$.

Cocconi és *Salpeter* [59] rámutattak arra, hogy $\frac{\Delta m}{m}$-re a Mössbauer-effektus segítségével felső határt lehet szabni. Ki lehet mutatni, hogy a Zeemann-nívók az anizotróp tömeg hatására $\frac{\Delta m}{m} T\bar{P}_2$ értékkel eltolódnak, ahol T egy nukleon átlagos kinetikus energiája a magban (mondjuk 10 MeV), P_2 koefficiens értéke a nívók impulzusnyomaték, és M mágneses kvantumszámától függ. A Fe^{57} magnál alapállapotban $P_2 = 0$, gerjesztett állapotban nem nulla, függ M-től és a mégneses tér és a galaktika centruma közti iránytól. *Cocconi* és *Salpeter* rámutattak arra, hogyha a belső mágneses tér rendezetlen, akkor az inercia anizotrópiája kiszélesíti az abszorpciós vonalat.

Sherwin et al [60] gondos méréseket végeztek a Mössbauer-vonal kiszélesedésére vonatkozólag. Mérték a vonalszélességet, illetve annak lehetséges változását 24 órán keresztül, miközben a forrás-abszorbens közti irány a galaktika középpontjához képest természetesen változtatta az irányát. A változás $\frac{\Delta E}{E} < 10^{-13}$, amiből következik, hogy $\Delta m/m < 5 \cdot 10^{-16}$. *Hughes* et al. [61] méréseket végeztek a mágneses rezonanciamódszer segítségével az anizotrópia mértékének a megállapítására. Ezzel a módszerrel az anizotrópia felső határát $\Delta m/m < 10^{-20}$-ra csökkentették, tehát lényegesen kisebb értékre, mint amelyet a Mössbauer-effektus segítségével sikerült elérni.

f) Visszalökésmentes Rayleigh-szórás szilárd anyagokban

A 3. részben rámutattunk arra, hogy az elhajlított röntgensugarak intenzitásának hőmérsékletfüggését ugyanaz a Debye—Waller faktor írja le [29], mint a Mössbauer-effektus valószínűségét. A röntgen-sugarak elhajlítását a Rayleigh szórás okozza. *Tzara* és *Barloutaud* [62] megvizsgálták, hogy milyen mértékben függ a különböző kristályos anyagokon szóródott sugárzás intenzitása a szóró anyag hőmérsékletétől. A Mössbauer-effektus segítségével szét tudták választani a szórt sugárzást két részre: az energia közlés nélkül szórt sugárzásra (ez az interferenciaképes rész, amely hőmérsékletfüggő) és egyéb szórt sugárzásra. Az Sn^{119} 23,8 keV energiájú γ-sugárzását használva megállapították, hogy a Debye—Waller formula alapján kapott hőmérsékletfüggés jól egyezik a kísérleti adatokkal.

g) Rezonancia abszorpcióval szűrt γ-sugárzás időfüggése

A Fe^{57} atommag a 14,4 keV γ-sugárzást $\tau = 1{,}4 \cdot 10^{-7}$ sec közepes élettartammal sugározza ki. Az élettartam megmérésére a legegyszerűbb módszer a késleltetett koincidencia módszer. A 14,4 keV γ-sugárzást 121 keV energiájú γ-sugárzás előzi meg, ez adja az indító jelet egy detektorban, és a 14,4 keV γ-sugárzás beérkezését egy másik detektorban a késleltetési idő függvényében mérjük. *Holland* et al. [63] a következő elgondolás alapján megvizsgálták, hogy rezonancia abszorpció után mi lesz a Fe^{57} 14,4 keV nívó γ-átmenetének az élettartama. A rezonancia abszorpció az emittált vonal közepénél nyilvánvalóan nagyobb, mint a szárnyakon, ezért az abszorbensen áteresztett vonal szélessége megnő. A határozatlansági reláció alapján várhatjuk, hogy a szűrt sugárzás élettartama kisebb lesz, mint az eredeti sugárzásé.

Az effektust teljesen klasszikusan megérthetjük és a várható változásokat kiszámíthatjuk [64]. A Fe^{57} mag a 14,4 keV energiájú γ-sugárzást [ω_0 frekvencia] csillapított rezgésként bocsátja ki, $\lambda = 7 \cdot 10^6$/sec bomlási állandóval. Az elektromos vektor időfüggése

$$a(t) = \exp\left(i\omega_0 t - \frac{A}{2}\lambda t\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \tag{47}$$

ha (47)-et Fourier-integrállal állítjuk elő. Az abszorbensben szintén csillapított rezgésre képes oszcillátorok vannak, amelyekben minden egyes $a(\omega)e^{i\omega t}$ monokromatikus komponens kényszerrezgést kelt. Az abszorbens komplex dielektromos együtthatója

$$\Sigma(\omega) = 1 + r(\omega_\sigma'^2 - \omega^2 + i\omega\lambda)^{-1}, \tag{48}$$

ahol ω_0' azt veszi figyelembe, hogy a rezonancia frekvenciát a forrás, vagy az abszorbens mozgatásával eltolhatjuk. A terjedési vektor (48) alapján a közegben

$$k = \frac{\omega}{c\sqrt{\varepsilon}} = \frac{\omega}{c}\left[1 - r(\omega_0'^2 - \omega^2 + i\omega\lambda)^{-1}\right]^{1/2} \tag{49}$$

(49)-et sorbafejtjük és az első tagot tartjuk meg. Az abszorbensben való áthaladás következménye az lesz, hogy $a(\omega)$ átmegy $a'(\omega)$-ba a következő összefüggés szerint:

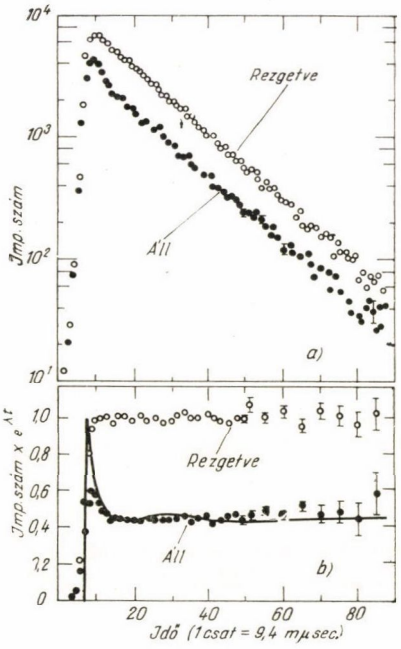
$$a'(\omega) = a(\omega) \exp\cdot(-2ib[\omega_0'^2 - \omega^2 + i\omega\lambda]^{-1}), \tag{50}$$

ahol b konstans. Nyilvánvaló, hogy $a'(t)$-t az elektromos vektornak az abszorbens után mérhető időfüggését az

$$a'(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} a'(\omega) d\omega \tag{51}$$

összefüggésből kaphatjuk meg. Az átbocsátott intenzitás időfüggése $a'(t)^2$-tel egyenlő.

Lynch et al. [64] ezzel az összefüggéssel hasonlították össze a mérési eredményeiket, amelyeket különböző vastag abszorbensekkel és a forrás és abszorbens rezonancia helye közti különböző energia eltolásokkal mértek. A 23. ábrán közöljük mérési eredményüket nulla eltolásnál 2,7 mg/cm^2 Fe^{57} abszorbens esetén. A méréseket úgy végezték, hogy egyszer mérték a késleltetett koincidenciák számát a forrást nagy sebességgel rezgetve (nincs rezonancia abszorpció) és rezgetés nélkül (rezonancia abszorpció lehetséges). Nagyon érdekes eredmény az, hogy a két rezonancia hely (a forrás és abszorbens) $> 3\Gamma$ eltolás esetén a szűrés nélküli intenzitásnál nagyobb intenzitások is előfordultak az időspektrumban (l. 24. ábra). A mérési eredmények egészen jól egyeztek az elmélet alapján várt értékekkel. Hasonló jellegű méréseket végeztek *Wu* és munkatársai [65].



23. ábra. a) késleltetési görbe Fe^{57} esetében rezonanciaabszorpció nélkül (rezgetett forrás) és rezonanciaabszorpció esetében (álló forrás), *b)* ugyanez az ordinátát $e^{\lambda t}$-vel szorozva, hogy a folytonosan kihúzott elméleti görbével össze lehessen hasonlítani

8. *Javasolt alkalmazások*

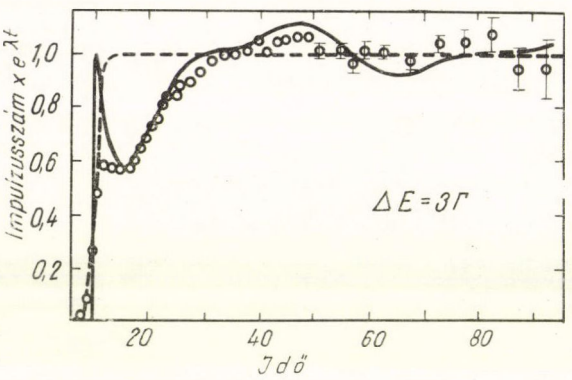
Az előző két részben láttuk, hogy milyen változatos problémák megoldására alkalmazták ezideig a Mössbauer-effektus által nyitott sok új lehetőséget. Jó néhány olyan javaslat található az irodalomban, amely a Mössbauer-effektus segítségével kívánja tovább gazdagítani ismereteinket a természetről. Befejezésül ezekről kívánunk még rövid áttekintést adni.

a) A rezonanciaszórt sugárzás koherenciája.

Kastler vetette fel a gondolatot [66], hogy a Mössbauer-effektus lehetőséget nyújt a rezonanciaszórt sugárzás koherenciájának tanulmányozására. Ezideig nem volt lehetőség eldönteni azt, hogy a rezonanciaszórt sugárzás koherens-e (pl. az optikai spektrumtartományban), mert rezonancia-fluoreszcencia csak gáz, vagy gőz állapotban lépett fel, amikoris az atomok irreguláris helyzete és a sűrűség fluktuációja nem ad lehetőséget interferencia kimutatására. A Mössbauer-effektus esetén a rezonanciaszórás kristályos anyag-

ban levő atomokon jön létre, tehát — amennyiben a rezonancia-szórt sugárzás valóban koherens — létrejöhet interferencia. Fe^{57} esetében az effektus megfigyeléséhez természetesen Fe^{57}-ben erősen dúsított szóróközeg szükséges, mert egyébként az atomok reguláris elhelyezkedése nincsen biztosítva.

b) Mössbauer-effektus nagyon hosszú élettartamú magnívók esetében. Ismeretes, hogy nagyon sok atommagnak van hosszabb élettartamú (sec, perc, nap, év) metastabil állapota. Ezeknek a nívóknak a szélessége természetesen rendkívül kicsi. Pl. az Ag^{107}, Ag^{109} atommagoknak egyaránt kb. 90 keV energiájú, 40 sec élettartamú metastabil állapotaik vannak. A vonalszélesség $\Gamma \sim 10^{-17}$ eV. *Tzara* vizsgálta meg [67] annak a lehetőségét, hogy a rezonancia-abszorpció konkréten az Ag^{107}, Ag^{109} magok esetében kimutatható-e. A jelenség kimutatására a következő módszert javasolja. Legyen az A anyag aktiválva, benne a τ élettartamú metastabil állapot. Helyezzünk A mellé B anyagot, amely nem tartalmaz metastabil állapotokat. τ idő után vegyük el B-t, és akkor a rezonancia abszorpció bekövetkezése esetén B-nek radioaktívnak kell lennie. Az extrém kicsi Γ vonalszélesség azonban megnehezíti az effektus létrejöttét, mert a különböző mellékeffektusok (hőmérsékleti effektus, Zeemann-felhasadás, kvadrupól felhasadás, kémiai effektus, gravitációs tér és további eddig esetleg ismeretlen kölcsönhatások) a vonalat erősen kiszélesítik (Γ'). Az aktivitás $\frac{\Gamma}{\Gamma'}$-vel lesz arányos. Tzara becslése szerint ez kb. 10^{-4}, és az effektus 1 C $Ag^{107, 109}$ aktivitás esetén könnyen kimutatható.



24. ábra. Késleltetési görbe Fe^{57} esetében. A rezonanciacsúcsok távolsága 3Γ, az ordináták ismét $e^{\lambda t}$-vel vannak szorozva

c) Neutrinók rezonanciaabszorpciója.

Visscher javasolta [68], hogy az elektron befogásból származó neutrinók, amelyek kristályos anyagból a γ-sugarakhoz hasonlóan energiaveszteség nélkül léphetnek ki, monokromatikusak, a vonalszélességet az elektron befogás felezési ideje adja meg (pl. 10 hét esetén 10^{-22} eV szélesség), ugyanazon fajta atommagokban, amelyekből kiléptek, rezonanciaszerűen nagy hatáskeresztmetszettel abszorbeálódhatnak. A megvalósításhoz természetesen speciális körülmények szükségesek. Például említsük csak azt, hogy az elektron rendszerint a belső héjakból fogódik be, abszorpciókor ide kellene a neutrinónak

visszalökni az elektront. De ez a héj telítve van, tehát csak a részben üres legkülső héjból történhet a befogás. Ennek a valószínűsége nagyon kicsi, és a külső héjon az elektronok erősen perturbált állapotban vannak a kristályokban.

Ezen felül természetesen ebben az esetben is fellépnek mindazok a nehézségek, amelyek a nagyon keskeny nívókat kiszélesítik, eltolják (l. 8. ábra).

d) A fénysebesség konstansságának ellenőrzése.

Ruderfer [69] javasolta, hogy a speciális relativitáselmélet alapját szolgáló hipotézist, a fénysebesség irányfüggetlenségét szintén lehet ellenőrizni a Mössbauer-effektus segítségével. Helyezzünk el egy forrást, abszorbenst és detektort egy forgatható asztalon, amely a Földdel együtt v sebességgel mozog. Akkor, ha a fénysebesség függ a v sebességtől, a γ-sugarak a forrás és az abszorbens közti s távolságot

$$\tau = \frac{s}{c + v\cos\theta}$$

idő alatt teszik meg, ahol a v sebesség és a forrás-abszorbens irány között bezárt szög τ nyilvánvalóan változik az asztal forgása miatt (θ változik). $\delta\tau$ legyen ez a változás, ez $\nu\delta\tau$ fázisváltozásnak felel meg az abszorbensnél. A fázisváltozás időegységre eső része frekvenciaváltozásnak felel meg, tehát

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{d\tau}{dt} = \frac{\omega s v \sin\theta}{c^2}, \tag{52}$$

ahol $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, a forgó asztal szögsebessége. (52) egy egyutas, v-ben elsőrendű módszert ad a fénysebesség irányfüggetlenségének ellenőrzésére, szemben a *Michelson* és minden egyéb eddigi kísérlet v^2 függésére. 1800 fordulat/percet és $\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim 3\cdot 10^{-16}$-ot feltételezve $v \approx 1{,}5$ m/sec mérhető. Ez három nagyságrenddel kisebb v eddigi felső határánál.

IRODALOM

[1] *W. Kuhn*, Phil. Mag. *8*, 625, 1929.
[2] *P. B. Moon*, Proc. Phys. Soc., *64*, 76, 1951.
[3] *F. R. Metzger*, Progress in Nuclear Physics V. 7;
Б. С. Дзелепов, У. Ф. Н. *62*, 3, 1957.
[4] *R. Mössbauer*, Zeitschrift f. Phys. *151*, 124, 1958;
Zeitschrift f. Naturforschung *14a*, 211, 1959.
[5] *R. V. Pound, G. A. Rebka*, Phys. Rev. Letters, *4*, 337, 1960.
[6] *H. A. Bethe, G. Placzek*, Phys. Rev. *51*, 450, 1937.
[7] *M. E. Rose, W. Mirauker, P. Leak, L. Rosenthal* and *J. K. Henrickson*, Westinghouse Atomic Power Division Report SR-506, V. I—II. 1954.
[8] *W. E. Lamb*, Jr. Phys. Rev. *55*, 190, 1939.

[9] *F. Seitz,* The Modern Theory of Solids, McGraw-Hill, New York, 1940.

[10] *H. J. Lipkin,* Ann. of Physics, *9,* 332, 1960.

[11] *W. M. Visscher,* Ann. of Physics, *9,* 194, 1960.

[12] *A. H. Compton, S. K. Allison,* X-Rays in Theory and Experiment. D. Van Nostrand, New York, 1935, p. 437.

[13] Ф. Л. Шапиро, У. Ф. Н. *72,* 685, 1960.

[14] *K. S. Singui* and *A. Sjölander,* Phys. Rev., *120,* 1093, 1960.

[15] *P. Debye,* Ann. d. Phys., *43,* 49, 1914.

[16] *I. Waller,* Zeitschr. f. Physik, *17,* 398, 1923.

[17] *R. L. Mössbauer* and *W. H. Wiedemann,* Zeitschr. für Phys. *159,* 33, 1960.

[18] *P. P. Craig, J. G. Dash, A. D. McGuire, D. Nagle* and *R. R. Reisweg,* Phys. Rev. Letters, *3,* 221, 1959.

[19] *L. L. Lee, Jr. L. Mayer-Schützmeister, J. P. Schiffer,* and *D. Vincent,* Phys. Rev. Letter, *3,* 223, 1959.

[20] *R. V. Pound* and *G. A. Rebka,* Jr. Phys. Rev. Letters, *3,* 554, 1056.

[21] *S. S. Hanna, J. Heberle, C. Littlejohn, G. J. Perlow, R. S. Preston* and *D. H. Vincent,* Phys. Rev. Letters, *4,* 28, 1960.

[22] *C. De Pasquali, H. Frauenfelder, S. Margulies* and *R. V. Peacock* Phys. Rev. Letters, *4,* 71, 1960.

[23] *M. Cordey-Hayes, N. A. Dyson* and *P. B. Moon,* Proc. Phys. Soc. A., *75,* 810, 1960.

[24] *P. P. Craig, D. E. Nagle* and *D. R. F. Cochran,* Phys. Rev. Letters, *4,* 561, 1960.

[25] *R. Barloutaud, E. Cotton, J. L. Picou,* et *J. Quidort,* Comptes Rendus, *250,* 319, 1960.

[26] *S. Ofer, P. Avivi, R. Bauminger, A. Marinov* and *S. G. Cohen,* Phys. Rev. *120,* 406, 1960.

[27] *A. Bussiére de Nercy, M. Langevin, M. Spighel,* Comptes Rendus, *250,* 1031, 1960

[28] *D. Nagle, P. P. Craig, J. D. Dash* and *R. R. Reisweg,* Phys. Rev. Letters, *4,* 237, 1960.

[29] *R. Y. Pound, S. A. Rebka,* Phys. Rev. Letters, *4,* 274, 1960.

[30] *B. D. Josephson,* Phys. Rev. Letters, *4,* 341, 1960.

[31] *A. J. P. Boyle, D. St. P. Bunbury, C. Eduards* and *H. E. Hall,* Proc. Phys. Soc. A, *76,* 487, 1960.

[32] *H. S. Snyder* and *G. C. Wick,* Phys. Rev., *120,* 128, 1960.

[33] *C. W. Sherwin,* Phys. Rev. *120,* 17, 1960.

[34] *A. Abragam,* Comptes Rendus, *250,* 4334, 1960.

[35] *S. L. Ruby, D. I. Bolef,* Phys Rev. Letters, *5,* 5, 1960.

[36] *S. S. Hanna, J. Heberle, C. Littlejohn, G. J. Perlow, R. S. Preston* and *D. H. Vincent,* Phys. Rev. Letters, *4,* 177, 1960.

[37] *S. Flügge:* Hb. of Physics, 28. kötet, Springer 1957. 317. old.

[38] *G. J. Perlow, S. S. Hanna, M. Hamermesh, C. Littlejohn, D. H. Vincent, R. S. Preston* and *J. Heberle,* Phys. Rev. Letters, *4,* 74, 1960.

[39] *S. S. Hanna, J. Heberle, G. J. Perlow, R. S. Preston* and *D. H. Vincent,* Phys. Rev. Letters, *4,* 513, 1960.

[40] *G. K. Wertheim,* Phys. Rev. Letters, *4,* 403, 1960.

[41] *O. C. Kistner* and *A. W. Sunyar,* Phys. Rev. Letters, *4,* 412, 1960.

[42] В. А. Любимов и А. Н. Алиханов, ЖЭТФ, *38,* 1912, 1960.

[43] Н. Н. Делягин, В. Е. Шпинель, В. А. Брюханов и Б. Эвенглинский, ЖЭТФ, *39,* 894, 1960.

[44] *T. D. Dash* and *E. L. Hahn,* Nuclear Quadrupol Resonance Spectroscopy, Solid State Physics, Suppl. 1, 1958.

[45] Н. Н. Делягин, В. Е. Шпинель, В. А. Брюханов и Б. Эвенглинский, ЖЭТФ, *39,* 220, 1960.

[46] *R. Bersohm,* Phys. Rev. Letters, *4,* 609, 1960.

[47] *I. Solomon,* Comptes Rendus, *250,* 3828, 1960.

[48] *J. Solomon,* Comptes Rendus, *251,* 2675, 1960.

[49] *G. K. Wertheim,* Phys. Rev. *121,* 63, 1961.

[50] *S. S. Hanna, L. Meyer-Schützmeister, R. S. Preston* and *D. H. Vincent,* Phys. Rev. *120,* 1211, 1960.

[51] *D. E. Nagle, H. Fraunfelder, R. D. Taylor, D. R. F. Cochran* and *B. T. Matthias,* Phys. Rev. Letters, *5,* 364, 1960.

[52] *J. G. Dash, R. D. Taylor, P. P. Craig, D. E. Nagle, D. R. F. Cochran* and *W. E. Keller,* Phys. Rev. Letters, *5,* 152, 1960.

[53] *E. Finlay-Freundlich,* Phil. Mag., *45,* 333, 1954.

[54. *R. V. Pound* and *S. A. Rebka,* Jr. Phys. Rev. Letters, *3,* 439, 1959.

[55] И. Я. Барыш, М. И. Подгорецкий и Ф. Л. Шапиро, ЖЭТФ, *38,* 301, 1960;

J. P. Schiffer and *W. Marschall,* Phys. Rev. Letters, *3,* 556, 1959.

[56] *R. V. Pound* and *G. A. Rebka,* Jr. Phys. Rev. Letters, *4,* 337, 1960.

Р. В. Паунд, Усп. Физ. Наук, *72,* 673, 1960.

[57] *H. J. Hay, J. P. Schiffer, T. E. Cranshaw* and *P. A. Egelstaff,* Phys. Rev. Letters, *4,* 165, 1960.

[58] *G. Cocconi* and *E. E. Salpeter,* Nuovo Cimento, *10,* 646, 1958.

[59] *G. Cocconi* and *E. E. Salpeter,* Phys. Rev. Letters, *4,* 176, 1960.

[60] *C. W. Scherwin, H. Frauenfelder, E. C. Garwin, E. Lüscher, G. Margulies* and *R. N. Peacock,* Phys. Rev. Letters, *4,* 399, 1960.

[61[*V. W. Hughes, H. S. Robinson* and *V. Beltram-Lopez,* Phys. Rev. Letters, *4,* 342, 1960.

[62] *C. Tzara* and *R. Barloutaud,* Phys. Rev. Letters, *4,* 405, 1960.

[63] *R. E. Holland, F. J. Lynch, G. J. Perlow* and *S. S. Hanna,* Phys. Rev. Letters, *4,* 181, 1960.

[64] *F. J. Lynch, R. E. Holland,* and *M. Hammermesh,* Phys. Rev. *120,* 513, 1960.

[65] *C. S. Wu, Y. K. Lee, N. Benczer-Koller* and *D. Simmons,* Phys. Rev. Letters, *5,* 432, 1960.

[66] *A. Kastler,* Comptes Rendus, *250,* 1466, 1960.

[67] *C. Tzara,* Comptes Rendus, *250,* 1466, 1960.

[68] *W. M. Visscher,* Phys. Rev., *116,* 1581, 1959.

[69] *M. Ruderfer,* Phys. Rev. Letters, *5,* 191, 1960.

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója Műszaki felelős: Pataki Ferenc

A kézirat beérkezett: 1961. V. 12. — Példányszám: 650 — Terjedelem: 6,75 (A/5) ív, 36 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 61-2141

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 40 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

Ára: 10,— Ft.
Előfizetés kötetenként: 42,— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

Olda

Hédervári Péter: A holdkráterek és gyűrűs hegyek keletkezéséhez szükséges energiáról 251
Tamássy-Lentei Ilona: Megjegyzés a H_2 molekula alapállapota kötési energiájának számításához 265
Budó Ágoston: Vizsgálatok a molekuláris lumineszcencia köréből 269
Gyarmati Borbála: Késleltetett neutront emittáló magok átlagos élettartama 283

A LABORATÓRIUMBÓL

Schadek János: Mágneses vezérlésű pneumatikus szelep 287

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

Keszthelyi Lajos: A Mössbauer-effektus és alkalmazásai 289

KÖNYVISMERTETÉS

Holnapy Dezső: Dr. Palotás László: Tartószerkezetek 286

307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

IX. KÖTET *5. FÜZET*

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1961

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki, és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközti formulákban ferde törtvonalat, pl. 1/2, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írjuk **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

MEGFONTOLÁSOK A VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS ALAPJAIRÓL*

JÁNOSSY LAJOS
Magyar Tudományos Akadémia
Központi Fizikai Kutató Intézete, Budapest

I. Bevezetés

Az alábbi megfontolások során megkíséreljük a valószínűségszámítás alaptörvényeit kvalitatív megfontolások segítségével levezetni. Megfontolásaink nem axiomatikus jellegűek és bizonyos értelemben a valószínűségszámítás axiomatikus tárgyalásának kiegészítéseként foghatók fel. Nem axiomákból indulunk ki tehát, hanem — éppen ellenkezőleg — a szokásosan megkövetelt axiomákat kíséreljük meg fizikai megfontolások alapján levezetni.

Abból indulunk ki, hogy a valószínűség éppúgy fizikai mennyiség, mint pl. a hőmérséklet, az energia stb., és ugyanolyan módon is kívánjuk a valószínűséget bevezetni, mint ahogy a fizikában a többi fizikai mennyiséget, pl. a hőmérsékletet bevezetik.

A hőmérséklet esetében eredetileg abból indultak ki, hogy kvalitatíve különbséget lehet tenni hideg és meleg között. Azt, hogy mi a hideg vagy a meleg, nem lehet, de nem is kell definiálni. A hideg és meleg testekre vonatkozó tapasztalatok elvezettek a hőmérő feltalálásához. A hőmérő segítségével lehetővé vált a meleg és a hideg közötti kvalitatív különbség mennyiségi jellemzése. A hőmérőkkel végzett kísérletek azonban azt mutatták, hogy a különböző hőmérők egymásnak ellentmondó skálákhoz vezetnek. Az elméleti termodinamika további fejlődése lehetővé tette, hogy a különböző skálák közül kiválasszanak egy kitüntetettet, ti. az abszolút *Kelvin*-skálát, s így megalkossanak egy egyértelmű, kvantitatív hőmérsékleti skálát.

Hasonló úton kívánunk elindulni a valószínűség fogalmának bevezetése céljából. Abból indulhatunk ki, miszerint közvetlenül tudjuk: mit jelent az, ha egy eseményről azt állítjuk, hogy az „igen valószínű". Ugyanúgy ismertnek vehetjük, hogy mit kell azon érteni, hogy egy esemény „igen valószínűtlen". Ez nem szorul definícióra: a mindennapi életben arra kényszerülünk, hogy minden cselekvésünket a valószínűség ilyen szélső eseteinek alapul vételével végezzük. Az utcán olyan pillanatban haladunk át, melyben igen valószínűnek látszik, hogy nem gázol el bennünket valamilyen jármű. Amint azt

* Megjelent német nyelven: Sitzungsberichte der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Klasse für Mathematik, Physik und Technik, Jahrgang 1960 Nr. 2.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

a közlekedési balesetek bizonyítják, nem szorítkozhatunk arra az esetre, amikor éppenséggel bizonyos, hogy baj nélkül kelhetünk át az utcán. Felhasználjuk továbbá a repülőgépet közlekedés céljára, noha a közlekedési statisztikából tudjuk, hogy az, hogy célunkhoz eljutunk, csupán igen valószínű. Aki nagyon elővigyázatos, azt mondhatná ugyan, hogy a kockázatot elkerülhetjük, ha távoltartjuk magunkat az olyan helyzetektől, amelyekben akár csak egy egészen kicsiny valószínűsége is van annak, hogy szerencsétlenség következik be. Ez a magatartás azonban nem vihető keresztül következetesen: az evésről is le kell mondanunk, ha bizonyosan el akarjuk kerülni a veszélyt, hogy véletlenül, rossz étel elfogyasztása folytán mérgezés áldozatává váljunk.

Éppúgy, mint a mindennapi életben, a tudományban is meg kell elégednünk azzal, hogy a különböző eseményekről csak annyit állapíthatunk meg, miszerint igen valószínűek vagy pedig igen valószínűtlenek. Igen valószínű, ill. igen valószínűtlen esemény esetében gyakorlatilag fel kell tennünk, hogy be fog következni, ill. hogy nem fog bekövetkezni. Ennél többet, vagyis a teljes bizonyosságot, következtetéseinkben gyakorlatilag nem követelhetünk meg.

II. Kvalitatív valószínűségskála

Ezen a kvalitatív módon az egyes eseményekhez valószínűségeket rendelhetünk. A valószínűségek skálájának végpontjait közvetlenül adottaknak tekinthetjük. Jelöljük a bizonyossággal bekövetkező esemény valószínűségét M-mel, az olyan esemény valószínűségének jele pedig, melynek bekövetkezése ki van zárva, legyen m. Tegyük fel, hogy $M > m$. Az olyan esemény valószínűsége, amely majdnem bizonyos, legyen M-nél kevéssel kisebb, a majdnem kizárt esemény valószínűsége pedig essék m közelébe. Szokás az $M = 1$ és $m = 0$ értékeket választani, mi azonban e feltevéseket egyelőre nem akarjuk bevezetni. Csupán az a törekvésünk, hogy bevezessünk egy valószínűségskálát, mely az M és m tetszés szerinti határok közé esik.

Ha valamely eseményhez olyan p valószínűséget rendelünk, amely az (m, M) köz belsejébe esik anélkül, hogy a határok bármelyikének közelében feküdne, úgy bizonytalan, hogy az esemény bekövetkezik-e vagy sem. Itt hangsúlyozni szeretnénk, hogy az ilyen bizonytalan esemény esetében a p valószínűség pontos értékének nem sok közvetlen jelentése van. Ha tudjuk, hogy annak valószínűsége, hogy holnap esni fog, 30 %, úgy mind esőre, mind pedig jó időre fel kell készülnünk. Nem segítene rajtunk sokat az sem, ha egzakt meteorológiai megfigyelések segítségével meg lehetne állapítani, hogy a valószínűség nem 30 %, hanem pl. 40 %. Ezzel a megjegyzéssel nem akarjuk azt állítani, hogy szükségtelen kvantitatív valószínűségskálát bevezetni. Későbbi megfontolásainknak elébe vágva meg kívánjuk ugyanis jegyezni, hogy az a

bizonytalan kijelentés, miszerint egy esemény p valószínűséggel fog bekövetkezni, a következő, majdnem bizonyos kijelentéssel helyettesíthető: Ha azok a körülmények, amelyek között a szemügyre vett esemény p valószínűséggel következik be, N-szer megismétlődnek, úgy majdnem bizonyos, hogy az N esetben az esemény körülbelül k-szor ismétlődik, ahol

$$k = Np.$$

Amint már említettük, példánkkal elébe vágtunk későbbi megfontolásainknak. A fenti kijelentést egyébként még precízebbé kell tennünk és pontosabban meg kell mondanunk, mit kell az alatt értenünk, hogy „körülbelül". Ezekre a kérdésekre alább visszatérünk.

III. A valószínűségek összeadási törvénye

Ahhoz, hogy bevezethessünk egy valószínűségskálát, a valószínűség sajátosságait gyakorlati esetekben kell szemügyre vennünk. Egyszersmind kívánatos azonban, hogy ezek az esetek eléggé általánosak legyenek.

Vegyünk szemügyre valamilyen eseményt: jele legyen „A". Példaként gondoljunk egy számlálóberendezésre, mely mondjuk alfa-sugarak okozta beütéseket regisztrál. Tegyük fel, hogy a berendezést egy percre kapcsoljuk be. Az „A" esemény jelentse azt, hogy a leolvasás eredménye a

$$0 \leqq n < 10 \tag{1}$$

közbe eső szám. Pontosabban szólva itt nem egyszerűen egy eseménnyel, hanem egy típussal állunk szemben. A berendezés minden újabb leolvasása egy n számot szolgáltat, és egy bizonyos — mondjuk: p — valószínűsége van annak, hogy egy megadott leolvasás az (1) közbe eső számot ad eredményül.

Hasonló módon vezethetjük be a többi eseményt, melyek jele legyen $B, C, \ldots$. Állapodjunk meg abban, hogy

$$\left.\begin{array}{lll} \text{ha} & 0 \leqq n < 10, & \text{ez az } A \text{ esemény,} \\ \text{ha} & 10 \leqq n < 20, & \text{ez a } B \text{ esemény,} \\ \text{ha} & 20 \leqq n < 30, & \text{ez a } C \text{ esemény} \end{array}\right\} \tag{2}$$

bekövetkezését jelenti. Jelöljük az A, B, C események valószínűségeinek (ismeretlen) értékeit rendre p-vel, q-val, r-rel.

Az események ilyen meghatározása csupán példaként szolgál. Egy másik egyenértékű példa lehetne a kockajáték eredményeire vonatkozó következő alternatív megállapodás:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Ha a kockadobás eredménye „3", ez az } A \text{ esemény,} \\ \text{ha a kockadobás eredménye „5", ez a } B \text{ esemény,} \\ \text{ha a kockadobás eredménye páros szám, ez a } C \text{ esemény} \end{array}\right\} \tag{3}$$

bekövetkezését jelenti. Sok más hasonló példát hozhatnánk fel. Le kívánjuk azonban rögzíteni, hogy az A, B, C események mindkét példában egymást *kölcsönösen kizáró* események. Valóban, ha a berendezés valamely leolvasása az A eseményhez vezet, úgy ez a leolvasás már nem felelhet meg a B vagy a C eseménynek. Az, hogy az A, B, C események kizárják egymást, definíciójuk folyománya. Ha bevezetnénk egy D eseményt, mely azt jelentené, hogy egy leolvasás az $5 \leqq n < 15$ közbe eső n-értéket szolgáltat, ez kizárná a C eseményt, azonban A-val vagy B-vel összeférne.

A következőkben összefüggéseket kívánunk megállapítani az A, B, C események p, q, r valószínűségei között. Vegyük szemügyre ebből a célból az a eseményt, melynek valószínűségét P-vel jelöljük és amelynek bekövetkezése jelentse azt, hogy vagy az A, vagy a B esemény következett be.

Feltehető, hogy P a p és q valószínűségek függvénye:

$$P = f(p, q). \tag{4}$$

Általános megfontolások segítségével le kívánjuk vezetni ezen f függvény egyes tulajdonságait.

1. Minthogy az A és B események sorrendjének nincs jelentősége, fennáll:

$$f(p, q) = f(q, p). \tag{I}$$

2. Ha a B esemény történetesen lehetetlen, vagyis $q = m$, úgy a valószínűsége megegyezik A valószínűségével, vagyis

$$f(p, m) = p. \tag{II}$$

3. Ha a B esemény bekövetkezése nem kizárt, vagyis $q > m$, úgy annak valószínűsége, hogy az A és B események egyike bekövetkezik, nagyobb, mint egyedül A bekövetkezésének valószínűsége, tehát

$$f(p, q) > p, \quad \text{ha} \quad q > m. \tag{III}$$

4. Vizsgáljuk meg annak W valószínűségét, hogy az A, B, C események egyike bekövetkezik. Ez mindenesetre megegyezik annak valószínűségével, hogy az a vagy a C esemény következik be, vagyis

$$W = f(P, r). \tag{5}$$

Foglaljuk össze most a B és C eseményeket egyetlen b eseménnyé, vagyis b bekövetkezése jelentse azt, hogy a B vagy a C esemény következett be.

Ekkor írható:

$$W = f(p, Q), \tag{6}$$

ahol

$$Q = f(q, r) \tag{7}$$

a b esemény valószínűségét jelenti.

A (4), (5), (6), (7) képletek segítségével összefoglalva írhatjuk:

$$f(f(p,q),r)=f(p,f(q,r)). \tag{IV}$$

Az (I)—(IV) alapegyenletek bizonyos korlátozásokat rónak ki az f függvényre vonatkozóan. Megjegyezzük, hogy a fenti egyenletek feltűnő hasonlóságot mutatnak az összeadás következő négy alapposztulátumával:

$$p+q=q+p, \tag{I'}$$

$$p+0=p, \tag{II'}$$

$$p+q>p, \quad \text{ha} \quad q>0, \tag{III'}$$

$$(p+q)+r=p+(q+r). \tag{IV'}$$

Ha a vesszős egyenleteket összehasonlítjuk a vesszőtlenekkel, látjuk, hogy az (I)—(IV) egyenletek egy lehetséges megoldása

$$f(p,q)=p+q, \tag{8}$$
$$m=0.$$

Mindazonáltal, (8) nem az egyetlen megoldása az (I)—(IV) egyenletrendszernek. Meg lehet győződni róla, hogy

$$f(p,q)=\varphi^{-1}(\varphi(p)+\varphi(q)), \quad \varphi(m)=0 \tag{9}$$

írható, ahol φ^{-1} a φ függvény inverze, $\varphi(p)$ pedig a p argumentum szigorúan monoton függvénye. *Aczél János*[1] megmutatta, hogy (9) bizonyos lényegtelen megszorítások mellett a legáltalánosabb megoldást szolgáltatja.

A φ függvény jelentésére később vissza kívánunk térni, itt csupán a következőket jegyezzük meg. Alkalmazzuk a φ függvényt (9) mindkét oldalára; ekkor (4) segítségével a következőket kapjuk:

$$\varphi(P)=\varphi(p)+\varphi(q). \tag{10}$$

Vezessük be a $\varphi(p)=p'$, $\varphi(q)=q'$, $\varphi(m)=m'$ és $\varphi(P)=P'$ jelöléseket; ekkor (9) helyett írható:

$$P'=p'+q', \quad m'=0. \tag{11}$$

Láthatjuk, hogy a valószínűségskála alkalmas megváltoztatásával a (9) általános törvény az egyszerű (8) alakra hozható. Ezzel a valószínűségek összeadási törvényét (eltekintve a skála megválasztásának bizonytalanságától) kvalitatív megfontolások segítségével levezettük.

[1] *J. Aczél*, Acta Phys. Hung. **4**, 351, 1955.

IV. A szorzási törvény

A valószínűségek szorzási törvénye hasonló módon vezethető le, e törvény levezetéséhez be kell azonban vezetnünk a *független* események fogalmát.

Az, hogy bizonyos események milyen körülmények között függetlenek egymástól, definíció segítségével nem állapítható meg. Pontosabb elemzés egyébként azt mutatja, hogy teljesen független események alkalmasint egyáltalán nem léteznek. A következő példa megvilágítja, milyen nehézségekbe bonyolódunk, ha túlságosan szigorú követelményeket támasztunk.

Kockadobásnál a számokat, melyeket a dobások eredményeként kapunk, egymástól függetleneknek lehet tekinteni. Mindazonáltal, ha a kockát kézzel dobjuk, aligha kerülhető el bizonyos szubjektív befolyás, az eredmények tehát nem tekinthetők teljesen függetleneknek. A szubjektív befolyás kiküszöbölhető azáltal, hogy a kockát kezünk helyett egy alkalmas szerkezettel dobjuk. Egy gép esetében azonban a szubjektív befolyás helyére szisztematikus hibák lépnek s az eredmény ismét egy nem teljesen független eseménysorozat. A szisztematikus hibák elkerülésére a gépet mechanikailag egyre tovább és tovább tökéletesíthetjük. Az ilyen javítások végeredménye azonban csak az lehet, hogy a gép végül olyan megbízhatóan dolgozik majd, hogy a kockát minden esetben pontosan ugyanabba a helyzetbe hozza s így a kapott sorozat egyáltalán nem tekinthető független események sorozatának.

Ezzel a példával korántsem azt igyekszünk bebizonyítani, hogy független események nincsenek, csupán meg akarjuk mutatni, hogy egy eseménysorozatról csak egy ésszerű közelítésben állítható, hogy független eseményekből áll.

Egyébként úgy tűnik nekünk, hogy az a feltevés, miszerint bizonyos események sorozata független, minden valószínűségszámítási megfontolásban kiindulási feltevésként szerepel. Azt, hogy ez a feltevés adott esetben helytálló-e, ill. milyen mértékben helytálló, a feltevésre felépített elmélet sikere mutatja meg. — A valószínűségszámításban követett ezen eljárás hasonlatos ahhoz az eljáráshoz, melyet minden fizikai elmélet felállításánál követnünk kell.

Vegyük szemügyre ezen megjegyzések után az A, B, C független eseményeket, rendre a p, q, r valószínűségekkel. Példaként a következő esetre gondolhatunk.

Induljunk ki egy három mérésből álló méréssorozatból. Egy méréssorozat álljon egy készülék három egymást követő leolvasásából; a három leolvasás eredményeit jelöljük rendre n_1-gyel, n_2-vel, n_3-mal. Az eseményeket a következőképpen definiáljuk:

Ha egy hármas sorozat első leolvasásának n_1 eredménye a $0 \leqq n_1 < 10$ közbe esik, ez az A esemény bekövetkezését jelentse.

Ha egy hármas sorozat második leolvasásának n_2 eredménye a $10 \leqq n_2 < 20$ közbe esik, ez a B esemény bekövetkezését jelentse.

Végül ha egy hármas sorozat harmadik leolvasásának n_3 eredménye a $20 \leqq n_3 < 30$ közbe esik, ez a C esemény bekövetkezését jelentse.

A fenti definíciók egy önkényesen kiragadott példára vonatkoznak. Teljesen lényegtelen pl. az, hogy a fenti példában az n_1-re, n_2-re és n_3-ra vonatkozóan megadott közök kizárják egymást.

A III. szakaszban követett eljáráshoz hasonlóan itt az A, B, C független események esetében összefüggéseket kívánunk felírni a megfelelő valószínűségek között.

Vezessük be az

$$a = A \text{ és } B$$

eseményt. Az a esemény olyankor következik be, ha A és B egyszerre bekövetkeznek. Példánkban ez a következőt jelenti:

Az a esemény olyankor következik be, ha egy hármas sorozat első és második leolvasásának n_1, n_2 eredményei a $0 \leqq n_1 < 10$, $10 \leqq n_2 < 20$ közökbe eső értékeket vesznek fel.

Az a esemény P valószínűsége az egyes eseményekhez tartozó p és q valószínűségek függvényének tekinthető, tehát

$$P = g(p, q). \tag{12}$$

A $g(p, q)$ függvény következő tulajdonságait állapíthatjuk meg:

1. Az (I)-hez vezető megfontolás mintájára okoskodva írható:

$$g(p, q) = g(q, p). \tag{I''}$$

2. Ha a B esemény valószínűsége M-mel egyenlő, vagyis B bizonyos esemény, úgy A és B bekövetkezésének valószínűsége megegyezik A bekövetkezésének valószínűségével, vagyis

$$g(p, M) = p. \tag{II''}$$

2a. Ha viszont a B esemény nem következhet be, ha tehát $q = m$, úgy

$$g(p, m) = m, \tag{II''a}$$

minthogy az A, B eseménypár maga is lehetetlen, ha egyik tagja az.

3. Ha $q < M$, úgy annak valószínűsége, hogy A és B bekövetkezik, kisebb, mint annak valószínűsége, hogy A — tekintet nélkül B bekövetkezésére — következik be; eszerint fennáll:

$$g(p, q) < p, \quad \text{ha} \quad q < M. \tag{III''}$$

4. Végül teljes analógiában (IV)-gyel kapjuk:

$$g(g(p, q), r) = g(p, g(q, r)). \tag{IV''}$$

Látható, hogy az (I″)—(IV″) egyenletek pontosan a szorzás alapposztulátumainak felelnek meg, ti.

$$pq = qp, \tag{I‴}$$

$$p1 = p, \tag{II‴}$$

$$p0 = 0, \tag{II‴a}$$

$$pq < p,\ q < 1, \tag{III‴}$$

$$(pq)r = p(qr). \tag{IV‴}$$

Ha a háromvesszős egyenleteket összehasonlítjuk a kétvesszős egyenletekkel, nyomban látjuk, hogy az utóbbiak kielégíthetők a

$$g(p, q) = pq, \quad m = 0, \quad M = 1 \tag{13}$$

választással. A (13) egyenletek azonban nem (I″)—(IV″) legáltalánosabb megoldását szolgáltatják. A (13) egyenletek helyett írhatnánk:

$$\left.\begin{aligned} g(p, q) &= \psi^{-1}(\psi(p)\psi(q)), \\ \psi(m) &= 0, \quad \psi(M) = 1, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

ahol ψ argumentumának szigorúan monoton függvénye, ψ^{-1} pedig a ψ függvény inverze.

A (13) és (14) közötti különbség csupán egy skálatranszformációnak felel meg. Legyen ugyanis

$$\psi(p) = p', \quad \psi(q) = q', \quad \psi(P) = P',$$

továbbá

$$\psi(m) = m', \quad \psi(M) = M',$$

ekkor (14) helyett a következőt kapjuk:

$$P' = p'q', \quad m' = 0, \quad M' = 1.$$

Látható tehát, hogy a skála megfelelő választásával a (14) törvény szorzásra vezethető vissza.

V. Összefüggés az összeadási és a szorzási törvény között

Érdekes, hogy a φ és ψ függvények között egy összefüggés áll fenn. Abból a célból, hogy ezt megmutassuk, vegyük szemügyre az A, B, C eseményeket, rendre a p, q, r valószínűségekkel. Feltesszük, hogy

A kizárja B-t,

A független C-től,

B független C-től.

Annak valószínűségére, hogy vagy A, vagy B, ezenkívül C is bekövetkezik, írható:

$$W = g(f(p, q), r),$$

vagy

$$W = f(g(p, r),\ g(q, r)).$$

A következő összefüggésre jutottunk tehát:

$$g(f(p, q), r) = f(g(p, r),\ g(q, r)). \tag{V}$$

Ez hasonlít az algebra disztributív törvényéhez, melyet

$$(p+q)r = pr+qr \tag{16}$$

fejez ki. Eszerint (V) automatikusan teljesül, ha f és g (8), ill. (13) alatti egyszerű alakját fogadjuk el. Teljesül azonban (V) a

$$\varphi(q) = \psi(q) \tag{17}$$

választás esetén is. A (17) összefüggés lényegében a φ és ψ közötti összefüggés legáltalánosabb alakját fejezi ki. (Lásd azonban Aczél korábban idézett cikkét.) Látható, hogy a valószínűségskála megválasztásának bizonytalansága lényegében véve csak egy tetszés szerinti függvény felléptében jut kifejezésre.

Aczél vizsgálatai egyébként megmutatták, hogy a (8), (13) és (17) összefüggéseket kevesebb feltevésből is le lehetne vezetni, mint amennyit itt mi felállítottunk. Bizonyos értelemben az (I)—(IV), (I′)—(IV′) és (V) egyenletek túlhatározzák az f és g függvényeket.

Azt találjuk azonban, hogy az általunk felállított követelmények mind egyenjogúak, és az a tény, hogy az (I)—(V) túlhatározott problémának mégis vannak megoldásai, felfogható, mint annak igazolása, hogy a probléma felállítása helyesen történt.

VI. Megjegyzés a valószínűségskála választásához

Az f és g függvények határozatlansága, amely abból adódik, hogy a φ függvény tetszés szerint választható, nem csupán a valószínűség problémájának sajátossága. Bármely fizikai mennyiséget — pl. az energiát — véve szemügyre, az x mérőszám helyett, mely a szóban forgó mennyiséget a szokásos skála használata esetén jellemzi, be lehetne vezetni pl. az $x' = \varphi(x)$ új mennyiséget is. Ha a skálát ilyen módon megváltoztatjuk, úgy minden képletben, amelyben az x mennyiség a szokásos módon szerepel, x helyére $\varphi^{-1}(x')$-t kell írnunk. Minden x-re vonatkozó összefüggésnek kölcsönösen egyértelmű módon megfelel egy x'-re vonatkozó összefüggés.

Vegyük példaként az energia megmaradását rugalmas ütközés esetén. Írható:

$$E_{01} + E_{02} = E_1 + E_2, \tag{18}$$

ahol E_{01}, E_{02} az ütköző részecskék ütközés előtti energiáit, E_1, E_2 pedig az ütközés utáni energiákat jelentik. Ha az energiát más skála, pl.

$$E' = \sqrt{E}$$

alapul vételével mérnénk, úgy (18) helyett

$$(E'^2_{01} + E'^2_{02})^{1/2} = (E'^2_1 + E'^2_2)^{1/2} \tag{19}$$

volna írható, ill. ezen egyenlet mindkét oldalát négyzetre is emelhetnénk.

Úgy tűnik nekünk, hogy a skála választása minden fizikai mennyiségnél oly módon történik, hogy a szóban forgó fizikai mennyiség legfontosabb tulajdonságait a mérőszámok összeadási vagy szorzási törvényei alakjában lehessen kifejezni. A $\varphi(p) = p$ választás ezt biztosítja a valószínűség mérőszáma számára.

VII. A valószínűség értékeinek kvantitatív meghatározása

Eddigi megfontolásainkban a valószínűségről alkotott kvalitatív elgondolásoktól vezérelve feltettük, hogy bizonyos eseményekhez valószínűségértékek rendelhetők, nem adtuk meg azonban a módszert, mely lehetővé tenné a valószínűség egyes értékeinek kvantitatív meghatározását.

A következőkben meg akarjuk beszélni, milyen módon sikerül a valószínűség mérőszámait kísérletileg meghatározni.

Vegyünk szemügyre egy A eseményt, melynek p valószínűsége egyelőre még ismeretlen. Reprodukáljuk azokat a körülményeket, amelyek között az A esemény p valószínűséggel felléphet, N-szer. Ha pl. az A esemény a III. szakaszban definiált eseményt jelenti, úgy olvassuk le az ott említett számlálóberendezést egymásután N-szer. Annak valószínűségét, hogy az N leolvasás közül pontosan k vezet az A eseményhez, jelöljük $B(N; k)$-val. $B(N; k)$ kifejezését *Bernoulli* adta meg: mi röviden levezetjük, csupán azért, hogy megmutassuk: már az általunk itt kifejtett megfontolások alapján is adódik e kifejezés.

$B(N; k)$ a következő B_k esemény valószínűségének tekinthető. Vegyünk szemügyre bizonyos számú méréssorozatot, melyek mindegyike álljon N leolvasásból. Egy méréssorozat eredményeként N számot kapunk:

$$n_1, n_2, \ldots, n_N. \tag{20}$$

A IV szakasz példáját szem előtt tartva azt mondhatjuk, hogy az N tagú méréssorozat annyiszor tartalmazza az A eseményt, ahány olyan n_i érték fordul elő a (20) sorozatban, melyre

$$0 \leqq n_i < 10$$

érvényes. Azt mondhatjuk, hogy a B_k esemény akkor következik be, ha az N tagú méréssorozatban az A esemény pontosan k-szor lép fel.

Az $N=1$ esetben a méréssorozat egy mérésből áll. E mérés eredményeképpen p valószínűséggel adódik az A esemény. Jelöljük azt az eseményt, amely annak felel meg, hogy a méréssorozat nem A-t adja eredményül, $\bar{A}$-sal; ekkor minden mérés eredményének szükségképpen vagy A-val, vagy $\bar{A}$-sal kell megegyeznie. Minthogy A és $\bar{A}$ egymást kizáró események, ezt a

$$p+\bar{p}=1$$

módon fejezhetjük ki, ahol $\bar{p}$ az $\bar{A}$ esemény valószínűségét jelenti, tehát

$$\bar{p}=1-p.$$

$N=1$ esetén tehát a *Bernoulli*-eloszlásra a következőt kapjuk:

$$\left.\begin{aligned} &B(1;0)=\bar{p}=1-p,\\ &B(1;1)=p,\\ &B(1;k)=0, \quad \text{ha} \quad k>1. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Az $N>1$ esetre a *Bernoulli*-eloszlás értékeit teljes indukcióval kaphatjuk meg.

Egy N tagú méréssorozat felfogható, mint egy $N-1$ tagú méréssorozat és egy külön mérés. Az N tagú sorozat *egyrészről* oly módon vezethet a k eredményre (ez alatt azt értjük, hogy a sorozat az A eseményt k-szor tartalmazza), hogy az $N-1$ tagú sorozatban A már k-szor fellép, és a külön mérés nem az A eredményre vezet. Ha a külön mérés eredményét a korábbi mérések eredményeitől függetlennek tekintjük, úgy a két esemény együttes bekövetkezésének valószínűségét a

$$P_1 = B(N-1;k)(1-p)$$

szorzat adja meg. *Másrészről* lehetséges, hogy az $N-1$ tagú mérési sorozat A-t csak $(k-1)$-szer tartalmazza, s a k-adik A esemény a külön mérés eredményeként adódik. Ennek az eseménynek a valószínűségét a

$$P_2 = B(N-1;k-1)p$$

szorzat szolgáltatja. A fent leírt alternatív lehetőségek egymást kizáró események, így annak valószínűsége, hogy ezen események valamelyike bekövetkezik, valószínűségeik, P_1 és P_2 összegeként adódik. Másrészről a két bemutatott eset kimeríti mindazon lehetőségeket, melyek A-t k-szor tartalmazó N

tagú méréssorozathoz vezetnek. Eredményünk tehát

$$B(N;k)=B(N-1;k)(1-p)+B(N-1;k-1)p. \tag{22}$$

A (21), (22) képletek meghatározzák a $B(N;k)$ mennyiségeket; a kapott rekurziós összefüggés segítségével az ismert képletet kapjuk:

$$B(N;k)=\binom{N}{k}p^k(1-p)^{N-k}. \tag{23}$$

A (23) eloszlás N nagy értékeire k függvényeként éles maximummal rendelkezik egy

$$k=k_0\sim Np$$

helyen. Könnyen meg lehet azonban mutatni, hogy annak valószínűsége, hogy egy adott sorozat a k_0 legvalószínűbb értékre vezet, magában véve igen kicsiny. Azt találjuk, hogy

$$B(N,k_0)\sim\frac{1}{\sqrt{2\pi Np(1-p)}}, \tag{24}$$

ha tehát

$$0<p<1,$$

a maximális valószínűség N növekedtével $N^{-\frac{1}{2}}$-nel arányosan csökken.

A gyakorlatban érdektelen, hogy egy méréssorozat pontosan a k_0 értékre, vagy egy a k_0 környezetében fekvő k értékre vezet-e. Annak valószínűsége, hogy egy méréssorozat a

$$k_1<k<k_2 \tag{25}$$

közben fekvő k értéket szolgáltat, a (25) által megengedett lehetséges események valószínűségeinek összege, tehát

$$B(N;k_1<k<k_2)=\sum_{k_1<k<k_2}B(N;k). \tag{26}$$

Ha a k_1, k_2 határok elég nagy közt határoznak meg k_0 környezetében, úgy annak valószínűsége, hogy ebbe a közbe eső k értéket kapunk eredményül, igen nagy: ez azt jelenti, hogy mondhatjuk: majdnem bizonyos, hogy valamely méréssorozat a (25) közbe eső k eredményre vezet.

Ha az I szakasz fejtegetéseinek szellemében feltesszük, hogy egy majdnem bizonyos esemény bekövetkezésére számítani lehet, úgy fel kell tennünk, hogy (25) gyakorlatilag bizonyosan teljesül.

A $B(N;k)$ eloszlás tisztán analitikus vizsgálata segítségével k_1-re és k_2-re explicit értékeket adhatunk meg. Ezen elemzés eredményeképpen a következőt találjuk: Igen valószínű, hogy

$$Np-\alpha\varkappa<k<Np+\alpha\varkappa, \tag{27}$$

ahol

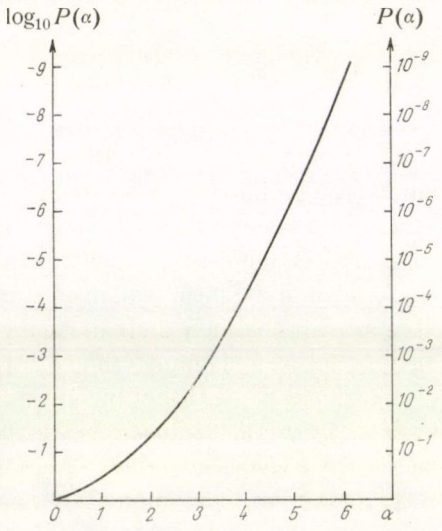
$$\varkappa = \sqrt{Np(1-p)}, \quad \alpha = 3 \text{ vagy } 4. \tag{28}$$

Pontosabban, annak valószínűsége, hogy a (27) közbe eső k értéket kapunk eredményül, közelítőleg

$$P(\alpha) = 1 - E(\alpha/\sqrt{2}),$$

ahol $E(x)$ a hibaintegrál:

$$E(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy.$$



1. ábra

A mondottak illusztrálására az 1. ábrán feltüntettük $\log_{10} P(\alpha)$-t mint α függvényét. Azt találjuk, hogy $P(3) = 0{,}003$, $P(4) = 0{,}00006$, azaz akárhogyan is vélekedünk arról, hogy mit tekintsünk „kicsiny valószínűség"-nek, a (27) összefüggés fennállása α nem túl kicsiny értéke mellett biztosítottnak tekinthető. Alább még visszatérünk erre a kérdésre.

A (27) és (28) összefüggéseknek az a hátránya, hogy a mérésekből ismert k mennyiséget olyan határok zárják közre, melyek a valószínűség ismeretlen p értékétől függnek. Ezen a nehézségen oly módon segíthetünk, ha (27)-et megfordítjuk. Ez a következőképpen történik.

(27) és (28) helyett írható:

$$k = pN + \chi(Np(1-p))^{1/2}, \tag{29}$$

ahol igen valószínű, hogy

$$|\chi| < \alpha. \tag{30}$$

Fogjuk fel (29)-et, mint egy p-re vonatkozó másodfokú egyenletet; ezen egyenlet megoldása a következő:

$$p = \frac{\overline{p} - \chi/2N \pm (\overline{p} - \overline{p}^2 + \chi/4N)^{1/2} \chi/N^{1/2}}{1 + \chi^2/N},$$

ahol a $k/N = \overline{p}$ jelölést alkalmaztuk.

Hanyagoljuk el χ^2/N-et az 1 mellett; ekkor (30) segítségével levonhatjuk a következtetést, miszerint igen valószínű, hogy

$$\overline{p} - \alpha\overline{\varkappa}/\sqrt{N} < p < \overline{p} + \alpha\overline{\varkappa}/\sqrt{N}, \tag{31}$$

ahol

$$\overline{p} = k/N, \quad \overline{\varkappa} = \sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})}.$$

A (31) egyenlettel meghatározott köz majdnem bizonyosan tartalmazza a valószínűség valóságos értékét. N növekedtével a (31) intervallum rövidülő tendenciát mutat, az intervallum hossza körülbelül $1/\sqrt{N}$-nel arányosan csökken. (E kijelentést azonban bizonyos elővigyázattal kell megtennünk, minthogy p nem tekinthető állandónak.)

A (31) egyenlet levezetésével teljesítettük programunkat. Találtunk egy képletet, melynek segítségével az egyes eseményekhez hozzárendelhetjük valószínűségeik mérőszámait.

Az, hogy p-t nem tudjuk pontosan meghatározni, hanem csak egy közt tudunk megadni, mely p-t nagy valószínűséggel tartalmazza, nem a valószínűségek meghatározásának sajátos vonása. Valahányszor csak egy fizikai mennyiséget méréssel maghatározunk, a mennyiségnek csupán egy „mért értéké"-t adhatjuk meg, valamint a mért érték bizonyos lehetséges hibahatárait. Más szóval, bármely fizikai mennyiség mérése csupán egy közt eredményez, melyről fel kell tennünk, hogy a valódi értéket tartalmazza. Minél nagyobb ez a köz, annál nagyobb bizonyossággal állíthatjuk, hogy a valódi érték benne fekszik. A p valószínűségre vonatkozóan ezt az intervallumot (31) határozza meg; a bizonyosság, hogy p valódi értéke ebbe a közbe esik, α növekedtével gyorsan nő. Tudományos vizsgálatok céljára helyes, ha α-t nem választjuk háromnál kisebbnek, azonban tanácsos, hogy lényeges következtetéseket csak olyankor vonjunk le, ha ez a köz legalább $\alpha = 4$-nek felel meg.

Fordította: Györgyi Géza

GRAFITBÓL KÉSZÜLT NEUTRON-KOLLIMÁTOROK VIZSGÁLATA*

KISDINÉ KOSZÓ É., KROÓ N., PRAVETZKY E. és ZSIGMOND GY.
Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

A cikk adott szögdivergenciájú termikus neutronnyalábot szolgáltató grafit kollimátorok méretezésével foglalkozik. Mérési eredményeket közöl grafit kollimátorral előállított neutronnyaláb szögeloszlásáról és kimutatja, hogy a nagyobb kollimálónyílások esetén fellépő egyenetlen intenzitáseloszlást a grafit felületén létrejövö totálreflexió okozza.

Általános irányelvek

Termikus neutronokkal végzett kísérletekhez olyan kollimátorokat kellett készítenünk, amelyek meghatározott szögdivergenciájú neutronnyalábot szolgáltatnak. Sugárvédelmi szempontból a kollimátorok a termikus oszlop vízszintes csatornájának belsejében kerültek elhelyezésre. Ezért olyan anyagot kellett a kollimátorok készítésére felhasználnunk, amely kis aktiválási hatáskeresztmetszete folytán a kollimátorok gyakori kiszerelésével és cseréjével járó műveleteket különleges sugárvédelmi követelmények nélkül is lehetővé teszi. A kollimátor anyagát célszerű úgy megválasztani, hogy lassítsa és szórja a gyors neutronokat. Kívánatos, hogy a termikus neutronokra vonatkozó szórási hatáskeresztmetszete ne legyen kicsiny. Gyakorlati szempontból az is fontos, hogy a kollimátor anyaga jól megmunkálható legyen.

A grafit kollimátor szerkezeti felépítése

Kollimátor anyagként az előbbi szempontok figyelembevételével az elektromos ívkemencékhez használatos ipari tisztaságú elektrografit-rudat használtunk, amelynek spektroszkópiai vizsgálata

Al_2O_3	0,05 %	SiO_2	0,35 %
Fe_2O_3	0,05 %	B	0,08 %
MgO	0,2 %	Ca	0,1 %

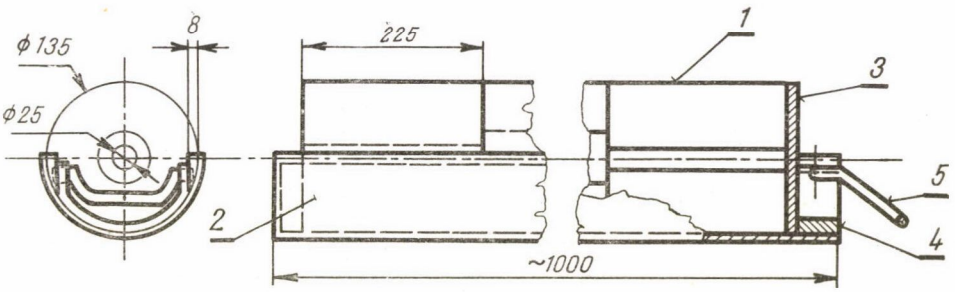
szennyeződést mutatott ki.

A kollimátorokat több tagból összerakhatónak terveztük. A tagok közül a szélsőket képeztük ki a tulajdonképpeni kollimáló rés-nyílással, a középsők

* Érkezett 1961. máj. 6.

ennél nagyobb belső üreggel rendelkeznek. Ez a megoldás a könnyű mechanikai kivitelezhetősége mellett igen jó lehetőségeket biztosított a legkülönbözőbb hosszméretek és résgeometriák gyors változtatására és viszonylag kevés elemmel is nagyszámú kombinációs lehetőségre adott alkalmat.

Konstrukciós szempontból azonban nehézséget jelentett a tagokból összerakható kollimátor mechanikai szilárdságának és főleg résnyílások pontos illesztésének biztosítása, mivel célszerűnek látszott a tartószerkezet céljára felhasznált anyagmennyiséget a minimálisra csökkenteni. Tartószerkezet anyagaként alumíniumot választottunk.



1. ábra. A kollimátor vázlatos rajza. *1* kollimátortagok *2* félhengerpalást alakú vályú *3* kadmium rés *4* alumínium ütköző *5* fogantyú

Az általunk alkalmazott kollimátor vázlatos rajza az 1. ábrán látható. Az *1.* kollimátortagok a *2.* alumíniumlemezből készített félhengerpalást alakú vályúban helyezkednek el. A vályú oldalai kb. 7 mm szélességben behajlanak és illeszkednek a grafit tagok kissé mélyebb, de hasonló méretű hornyaiba. Az 1,5 mm vastag félkeményre hengerelt vályú vezető bordái torziós igénybevétel esetén ellentétes irányú elcsavarodást szenvednének, ennek azonban ellenáll a grafittagok palástján szemközt elhelyezkedő, két párhuzamos vezető-horony vájataiba illesztett, behajlított két tartó borda.

A kollimátor végén *3* Cd lemez helyezkedik el a kollimátoréval azonos méretű nyílással.

Az egyes kollimátortagok tengelyirányú rögzítését a tartóvályú elején és végén elhelyezett alumíniumlemezből készített félköríves *4* ütközők biztosítják. Ezek közül az elsőt úgy képeztük ki, hogy egyúttal tartószerkezetét alkotja az *5* kihúzószerkezet fogantyújának.

Az 1. ábrán feltüntetett kollimátor méreteket részben a termikus oszlop csatornaméretei, részben pedig a megengedett (1,6°-os) szögdivergencia határozta meg. A kollimátor végén elhelyezkedő Cd sík 2 mm vastag Cd lemezből készült és a grafit által átengedett $\lambda = 6{,}7$ Å-nél nagyobb hullámhosszú neutronok elnyelésére szolgált.

Grafit kollimátorokkal végzett vizsgálatok

Körkeresztmetszetű rés esetén a 2. ábra szerinti neutron-eloszlás várható. Az „*a*" görbe a Cd levágás alatti, a „*b*" görbe pedig ezen energia feletti neutronok várható eloszlását mutatja.

Ezzel szemben az 1. ábra szerint felépített 4 azonos (∅25 mm) nyílással rendelkező tagból álló grafit kollimátorból kilépő neutronok a 3. ábrán látható eloszlást mutatták. Látható, hogy a kollimátortól 3 m távolságra a kollimált neutronnyalábon belül egy koncentrikusan elhelyezkedő gyűrű alakú intenzitásnövekedést tapasztaltunk.

Ezt az intenzitásnövekedést a grafit-kollimátor belső üregfelületére kisszög alatt eső neutronok totálreflexiója okozza. A Cd levágás feletti neutronok nem szenvednek totálreflexiót, mivel a totálreflexiós határszög kicsi. Ezért a Cd-mal letakart detektor használata esetében az említett intenzitásnövekedés nem lép fel.

Megállapítható, hogy az intenzitás-maximum helye függ a kollimátortól mért távolságtól. A kollimátorhoz közel az intenzitás-maximum a kör alakú nyílás kerülete közvetlen környezetében helyezkedik el. A távolság növelésével a maximum kissé elmosódik és helye a kollimátor tengelye felé tolódik el.

A totálreflexió által okozott egyenlőtlen intenzitás eloszlás sokszor nem kívánatos. Elég nagy L/d arányok esetében az egyenlőtlen intenzitáseloszlás nem jelentős. Kis L/d esetén a kollimátor-cső Cd-mal való kibélelése kizárja a totálreflexiót.

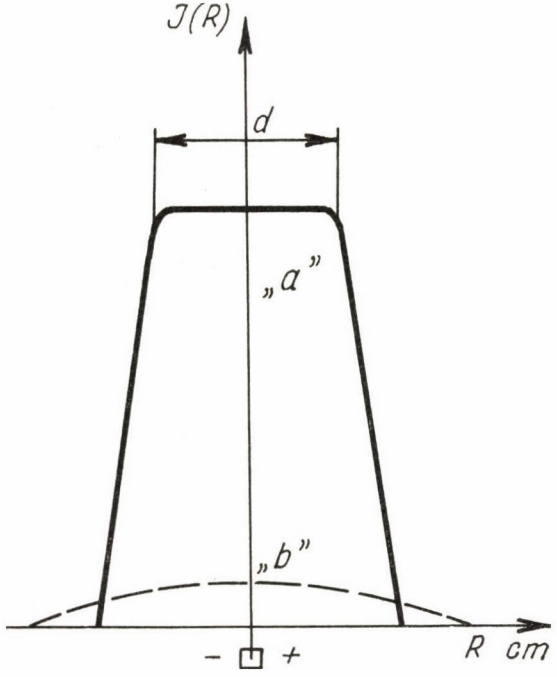
Megjegyezzük, hogy a $2{,}5 \cdot 10^8$ n/cm^2 sec termikus neutronfluxusba helyezett grafit kollimátor két heti állandó besugárzás után mindössze 0,02 mr/ó aktivitást mutatott.

A totálreflexió okozta nem centrális intenzitás-maximum közelítő számítása

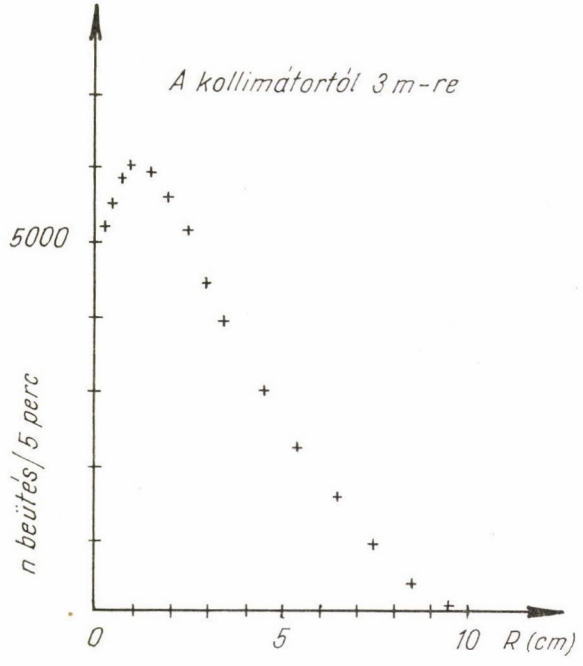
A számítás alapjául szolgáló geometriai elrendezést a 4. ábra mutatja. A direkt-nyaláb intenzitását az R pontban az

$$I_0(R) = \iint_{F_0} \frac{\sigma \, dx \, dy}{(L+l)^2 + (R+x)^2 + y^2}$$

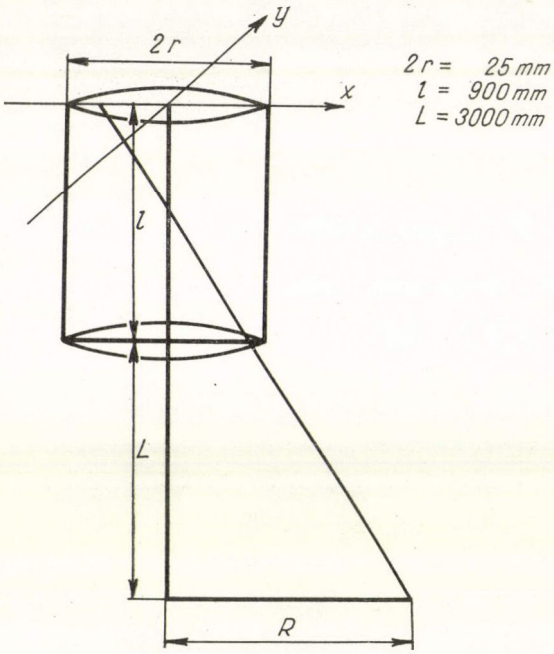
képlet alapján számíthatjuk, ahol σ a kollimátor belső nyílásának neutron forrássűrűsége, F_0 a kollimátor belső nyílásának az R pontból látható része (5. ábra). Az F_0 felületet határoló görbék közül az egyik egy körnek, a másik általában egy ellipszisnek megfelelő íve. Kimutatható, hogy az ellipszis nagy pontossággal körrel helyettesíthető.



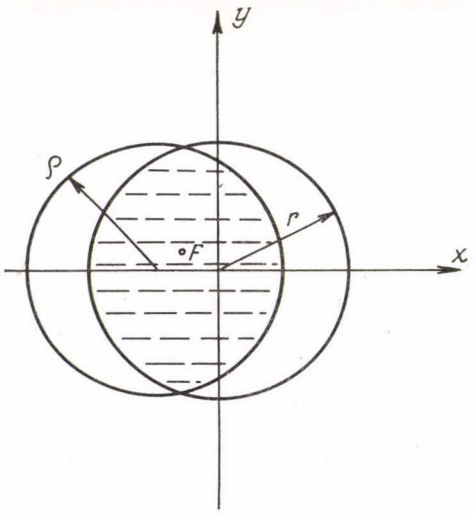
2. ábra. Várt neutroneloszlás körkeresztmetszetű kollimátor után „*a*" termikus „*b*" rezonancia neutronokra



3. ábra. Mért neutroneloszlás ⌀ 25 mm résű grafit kollimátortól 3 m-re



4. ábra. Geometriai elrendezés



5. ábra. $F_0(R)$ integrációs tartomány a direkt-nyaláb intenzitáseloszlásának meghatározásához

A két kör egyenlete

$$x^2+y^2=r^2$$

és

$$(x+a)^2+y^2=\varrho^2,$$

ahol

$$a=\frac{l}{L}R,$$

$$\varrho=\frac{l+L}{L}r.$$

Az integrálás elvégzése után kapott $I_0(R)$ menetét a 6. ábra mutatja.

Az R pontban mért intenzitás másik részét a kollimátor belső falán totálreflexiót szenvedő neutronnyaláb okozza. A reflektált nyaláb intenzitását 0,025 eV energiájú neutronokra számítottuk ki. Ezekre a neutronokra a reflexiós határszög 10′. A reflektált neutronokat úgy vesszük figyelembe, hogy a kollimátor belső nyílásának az R pontból látható részét az F_0-nál célszerűen nagyobbnak választjuk. Jelöljük $F_1(R)$-rel a többletfelületet. Erről a felületről

$$I_1(R)=\iint_{F_1}\frac{\sigma\,dx\,dy}{(L+l)^2+(R+x)^2+y^2}$$

intenzitás-járulék adódik hozzá az $I_0(R)$ intenzitáshoz.

Az $F_1(R)$ felületet határoló görbeszakaszok az

$$x^2+y^2=r^2,$$

$$(x+a)^2+y^2=\varrho^2$$

és az

$$(x-R)^2+Ay^2=B^2$$

görbékhez tartoznak, ahol

$$A = 1 - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2, \quad B = (l + L)\ \mathrm{tg}\ \vartheta$$

és

$$R_0 = r \cos \vartheta.$$

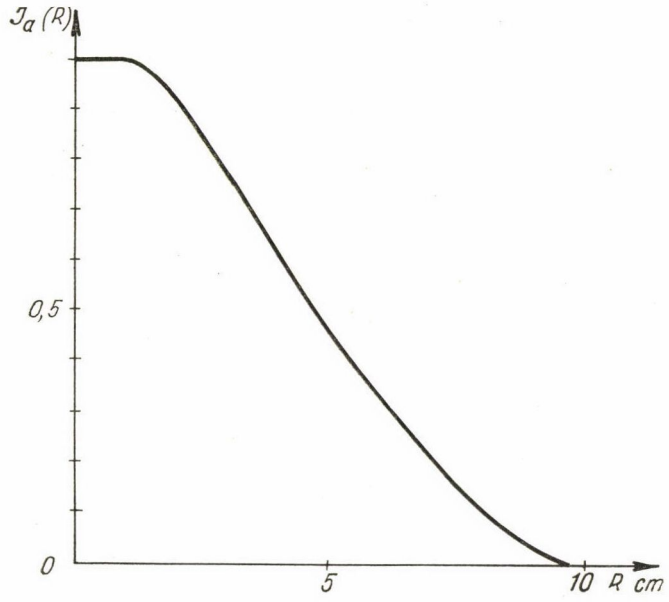
A harmadik görbe

a) ellipszis, ha $R < R_0$, mert $A > 0$,

b) egyenespár, ha $R = R_0$, mert $A = 0$,

c) hiperbola, ha $R > R_0$, mert $A < 0$.

Az $F_1(R)$ többlet-felület alakját szemlélteti a 7. ábra az *a)*, *b)* és *c)* esetek-nek megfelelően. Elvégezve az integrálást megkapjuk a $I_1(R)$ mennyiséget. Az R



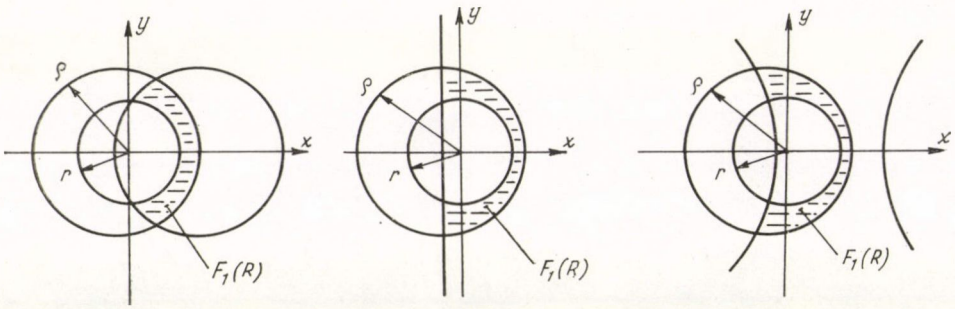
6. ábra. $I_0(R)$, a számított direkt-nyaláb intenzitásának eloszlása

pontban mérhető neutronintenzitás az előbbiekben meghatározott $I_0(R)$ és $I_1(R)$ mennyiségekből következőképpen adódik:

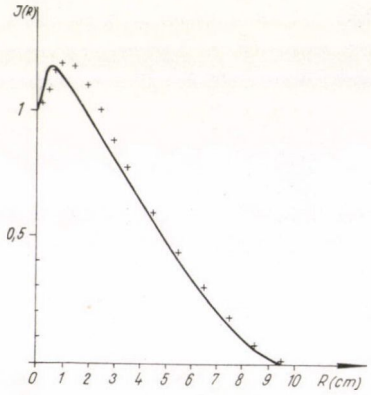
$$I(R) = C[I_0(R) + \eta I_1(R)],$$

ahol a szorzótényezőket úgy választottuk meg, hogy $I(R)$ a kísérleti adatokkal az $R = 0$ és R_{max} pontokban megegyezzen.

A számítás eredménye a 8. ábrán látható. Ugyanezen az ábrán feltüntettük a mért intenzitás értékeket is. A mérések statisztikus hibája kisebb, mint az ábrán feltüntetett keresztek.



7. ábra. $F_1(R)$ integrációs tartomány kollimátor belső faláról reflektált neutronok intenzitáseloszlásának számításához
a) ellipszis, ha $R < R_0$, mert $A > 0$
b) egyenespár, ha $R = R_0$, mert $A = 0$
c) hiperbola, ha $R > R_0$, mert $A < 0$



8. ábra. A direkt és reflektált neutronnyaláb eredő intenzitása, $I(R)$ és a mért intenzitásértékek

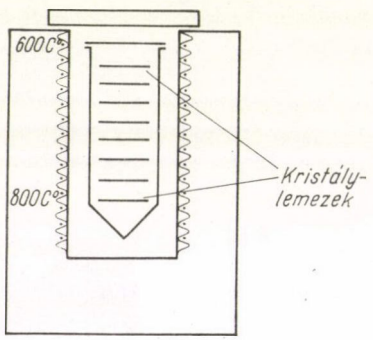
A számításnál nem vettük figyelembe a többszörös reflexiókat és csak egy neutron-energiához tartozó reflexiós szöggel számoltunk. Ennek ellenére kielégítőnek tekinthető az az egyezés, ami a kísérletileg és elméletileg meghatározott görbék menete között fennáll.

A NaCl KRISTÁLYOK GŐZFÁZISBÓL KIALAKULT LAMELLA-SZERKEZETEIRŐL*

TURCHÁNYI GYÖRGY, HORVÁTH TÜNDE és TARJÁN IMRE
Orvosi Fizikai Intézet, Budapest

Az utóbbi évtizedben az ásványtani vizsgálatokból jól ismert kémiai maratási módszert sikerrel alkalmazzák a diszlokációk feltárásában. Ennek ellenére a maratás alatt végbemenő folyamatokat teljes mértékig még nem sikerült tisztázni. Érvényes ez az összes maratási módszerekre, így a hőkezelés hatására fellépő struktúrák kialakulására is [1]. Ma is eldöntetlen az a kérdés, vajon a felületen megfigyelhető struktúrák a hőkezelés hatása alatt képződtek-e ki, vagy már eredetileg is ilyen formában jelen voltak a kristályban.

Most hírt adunk kísérleti eredményeink egy részéről, amelyek az 1. ábra szerinti elrendezésben hőkezelés által NaCl kristályok hasítási felületein kapott lamella-struktúrákra vonatkoznak. 10 cm magas és 4 cm átmérőjű mázolatlan porcelántégelyben 2—3 mm vastag és 28×28 mm méretű NaCl egykristály lemezeket helyeztünk egymástól 7 mm távolságra. A lemezkék elválasztására kerámia, vagy platina támasztékokat használtunk. Megfelelőnek bizonyult a nikkel drótspirál alkalmazása is, amelynek menetei a lemezkéket jól rögzítették. Az így előkészített tégelyt 3 napon át 600—800 C° hőmérsékleti tartományban tartottuk. A kezelés és a felületi struktúrák közötti összefüggést azáltal törekedtünk megvilágítani, hogy a kristálylemezek távolságát, nagyságát és felületi minőségét változtattuk, a lemezeket egymástól indifferens lemezekkel, pl. kvarckristály-lemezekkel elválasztottuk, stb.

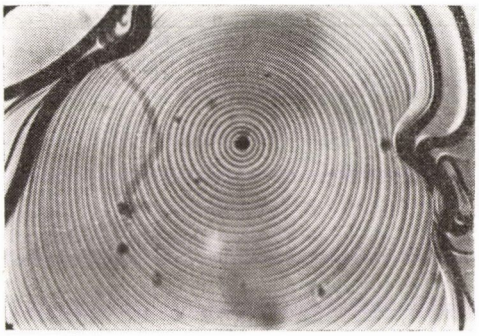


1. ábra. A temperáló kályha és a kristálylemezek elhelyezkedésének sematikus rajza

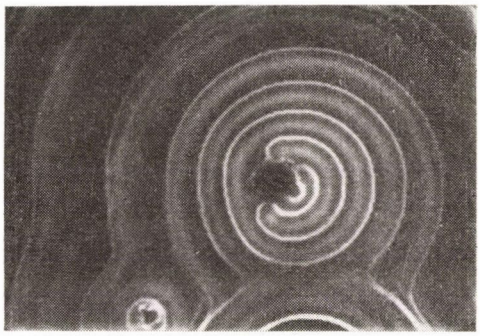
Először néhány felvételt mutatunk be az így kezelt kristályok *alsó* felületéről (2. ábra) és néhány megjegyzést teszünk ezekkel kapcsolatban.

1. Véleményünk szerint a struktúrák kialakulásában nemcsak a felület elgőzölgése, továbbá az ilyen hőmérsékleten már viszonylag erős felületi ván-

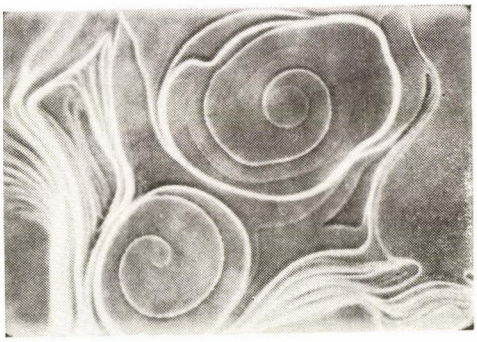
* A IV. Turnovi Kristálynövesztő Konferencián 1961. júl. 6-án elhangzott előadás. Érkezett 1961. júl. 10.



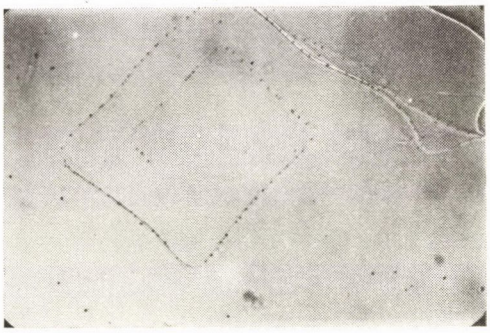
2a



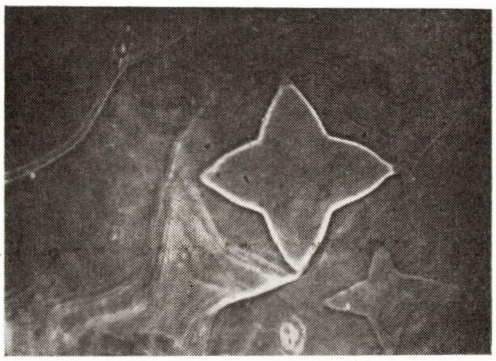
2b



2c



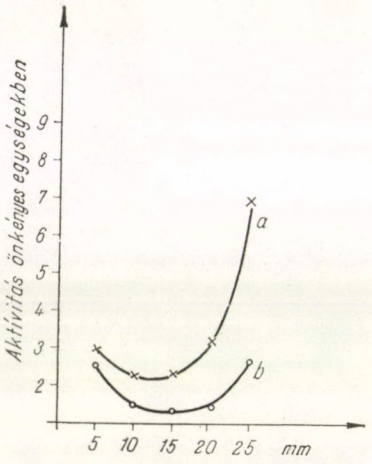
2d



2e

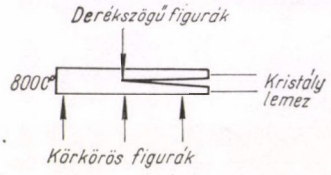
2. ábra. Felületi struktúrák három napon át temperált kristálylemezek alsó felületéről: *kb. 750 C° hőmérsékleten*: *a* — körkörös figura (×200); *b* — egy Frank—Read mechanizmusra emlékeztető figura (×300); *c* — ellentétes előjelű spirálok (×150); *kb. 700 C° hőmérsékleten: d* — diagonális spirális. A képen látható fekete pontok nikkeloxid lerakódások (×200); *e* — csillag alakú átmeneti figurák (×300)

dorlás és az egyes felületrészek megolvadása játszott fontos szerepet, hanem az alsó kristálylapokról származó túltelített gőz lecsapódása is. Mondhatjuk, hogy makroszkopikus résekkel van dolgunk, amelyekben az alsóbb, melegebb felületről átgőzölgés jött létre a felső hidegebb felületre. Így alakultak ki a néhány mikron magas mikroszkopikus figurák, néha 1 mm átmérővel. Ezeket joggal nevezhetjük *növekedési* figuráknak. Keletkezésükben az alattuk levő lemez felső felületének szerepét a $Na^{24}Cl$-dal végzett vizsgálataink is igazolják. Ha egy inhomogén, azonban meghatározott elrendezésben elhelyezett aktivitást vittünk egy kristálylemez *felső* felületére, közel hasonló eloszlást kaptunk a felette fekvő kristálylemez *alsó* felületén (3. ábra).



3. ábra. Az aktivitás eloszlása: *a* — egy kristálylemez felső felületén, *b* — a felette levő kristálylemez alsó felületén

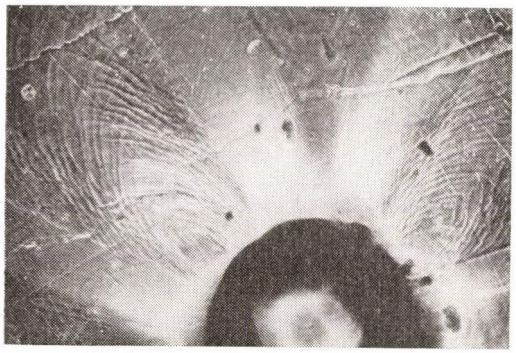
2. Nagyon valószínű, hogy a felületi struktúrák sokszögű, vagy körkörös kialakulásáért inkább a lecsapódás sebessége, mint a hőmérséklet a felelős. Kísérleti elrendezésünk mellett 650 C° hőmérsékleten tartott felületek *szélén* körkörös figurák megjelenését figyeltük meg. A szélről a *közép felé haladva* diagonális és derékszögű figurák is megjelentek. Úgy látszik, hogy itt a lecsapódási sebesség hatásáról van szó, ami a széleken a legnagyobb és közép felé fokozatosan csökken. — Másrészről 800 C° hőmérséklet mellett egy kristálylemez felületén körkörös figurák jelennek meg, ugyanennek a kristálylemeznek a belsejében levő finom hasadékban mégis derékszögű figurákat kapunk. Ez utóbbi valószínűleg azzal kapcsolatos, hogy a hasadék mélyében a lecsapódási sebesség kicsi (4. ábra).



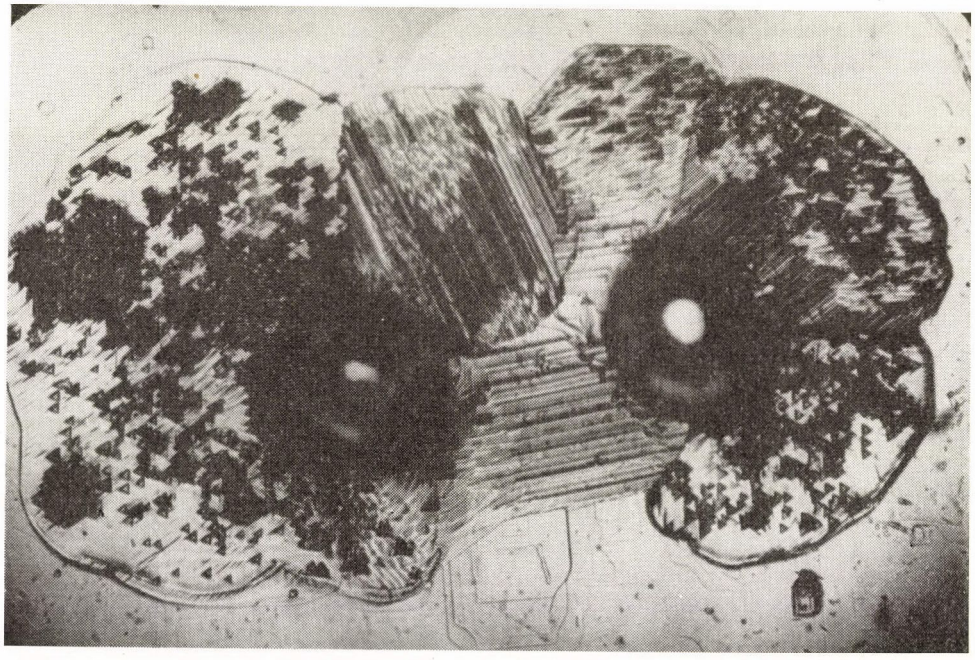
4. ábra. A kristálylemez berepedésének erősen torzított rajza

3. A hőkezeléssel kapott figurák és a kémiai maratással feltárt diszlokációs kép nem mutat egyértelmű összefüggést. Még ha a kémiai maratási kép a felületi figurák kialakulásával összefüggésben látszik is lenni, ez nem jelenti szükségképpen azt, hogy itt *csak* azokról a diszlokációkról van szó, amelyek már eredetileg a kristályban jelen voltak.

4. Felmerül a kérdés, vajon ezek a felületi struktúrák közvetlen folytatásai az ilyen, a kristályban már eredetileg jelenlevő mikroszkopikus alakzatoknak, vagy csak a hőkezelés alatt alakulnak ki? A felelet érdekében a



5. ábra. A kb. 600 C° hőmérsékleten megszúrt lemez felületén megjelenő csúszási vonalak (×70)



6. ábra. Két kb. 600 C° hőmérsékleten történt szúrás helyének környezete temperálás után (×100)

kristálylemezeket mechanikusan érdessé tettük, továbbá rendezetlenül elszórt kis NaCl kristályokkal, mint kristálymagokkal feldurvítottuk, illetőleg különböző anyagokkal, így pl. nagyon finoman elosztott Fe_2O_3 szemcsékkel szennyeztük.

E makroszkopikus előkezelések után tömegével jelentkeztek a felületen hasonló figurák, mint amilyeneket a 2. ábrán már bemutattunk. Tehát véleményünk szerint a kérdéses figurák kevésbé a kristálylemezek belső struktúrájának folytatásai, hanem olyan figurák, amilyeneket pl. G. G. Lemmlein, E. D. Dukova és A. A. Csernov paratoluidin kristályok növekedésekor vagy gőzölgésekor vizsgálnak [2].

A felületnek ezen mikroszkopikus figurák megjelenésére kedvező feldurvulását természetesen a belső struktúra durva deformációjával is előidézhetjük. Hőkezelési módszerünkkel ki tudjuk mutatni magát ezt a durva megváltozást is. Így pl. ha egy kristálylemezt kb. 600 C°-on erősen deformálunk, pl. egy tűvel megszúrunk, akkor a szobahőmérsékletre lehűtött felületek az ún. ceruza-csúszásra emlékeztető vonalakat mutatják (5. ábra). Ha most ezt a kristálylemezt hőkezelésnek vetjük alá, a szúrás folytán bekövetkező átorientálódás jól láthatóvá válik. (6. ábra).

Köszönetet mondunk K. *Jost* Franciska laboránsnak áldozatos és készséges munkájáért, valamint *Hann* Lajos mechanikusnak a vizsgálatok véghezvitelében nyújtott segítségéért.

IRODALOM

[1] *Turchányi György, Horváth Tünde* és *Tarján Imre,* Magyar Fizikai Folyóirat, *8,* 229, 1960; az előző irodalmat l. itt.

[2] *G. G. Lemmlein, E. D. Dukova, A. A. Csernov,* Krisztallografia, *5,* 663, 1960.

AZ ATMOSZFÉRA ÁLLAPOTÁNAK A KOZMIKUS SUGÁRZÁS MÜON-KOMPONENSÉRE GYAKOROLT HATÁSÁT KORRIGÁLÓ ELJÁRÁSOK ÖSSZEHASONLÍTÓ VIZSGÁLATA*

SÁNDOR TAMÁS, SOMOGYI ANTAL és TELBISZ FERENC
Központi Fizikai Kutató Intézet Kozmikus Sugárzási Laboratórium, Budapest

Összehasonlító vizsgálatokat végeztünk a kozmikus sugárzás atmoszferikus effektusait korrigáló leggyakrabban használt eljárásokra vonatkozóan. Megállapítottuk, hogy a 10^{10} eV-nál nagyobb energiájú müon-komponens esetén a Duperier-féle módszer szignifikánsan kisebb maradék diszperziót ad, mint az elméleti úton számított Dorman, ill. Olbert-féle korrekciós eljárások.

Nem észleltünk pozitív hőmérsékleti együtthatót.

Méréseink szerint a bomlási effektus a fenti energiatartományban még számottevő, tehát a primér változások tanulmányozása szempontjából nem elhanyagolható.

1. Bevezetés

Jól ismert tény, hogy a kozmikus sugárzás primer változásainak tengerszinthez közeli magasságokban történő vizsgálatakor elengedhetetlen az atmoszferikus effektusok zavaró szerepének a figyelembevétele. Bár az idevonatkozó első mérések óta [1] eltelt több mint három évtizedben a témával kapcsolatban rendkívül sok dolgozat jelent meg, a probléma még mindig nem tekinthető megoldottnak.

Hosszú időn át általánosan elfogadott nézet volt, hogy a *Duperier* által bevezetett korrekciós módszer a legkielégítőbb [2—4], amelynél a mezon intenzitás az észlelőhely légnyomásával, egy kiválasztott „mezon-keletkezési szint" magasságával és e szint környezetének hőmérsékletével van korrelálva.

Azonban a különböző észlelések egymástól jelentősen eltérő eredményei, valamint az, hogy a *Duperier* által észlelt „pozitív hőmérsékleti effektus" az elméletnek ellentmond, kétségessé tette az általa bevezetett módszer helyességét. Következésképp *Feinberg*, *Dorman* [5—8] és tőlük függetlenül mások [9—10] új korrekciós módszert dolgoztak ki, melyek lényege annyiban közös, hogy egyaránt elvetik a „karakterisztikus" mezonkeltési szint elvét, és helyette a müon-komponensnek a teljes atmoszférán keresztüli keltését veszik figyelembe. A müon-intenzitás korrekciójára vonatkozóan elméleti formulákat dolgoztak ki,

* Érkezett 1961. júl. 11.

melyek számításba veszik a mezonoknak az atmoszférában bekövetkező ionizációs veszteségét is.

E formulák kísérleti ellenőrzésére vonatkozóan alig néhány mérés ismert, ezért, mivel laboratóriumunkban célul tűztük ki a primer kozmikus sugárzásnak a nagyenergiájú müon-komponens segítségével történő tanulmányozását, ezt megelőzően meg kellett vizsgálni az észlelt intenzitásadatokra alkalmazott különböző korrekciós módszerek hatásának eltérését egymástól.

Méréseinket két azonos, félköbös geometriájú, $1264 \times 1264 \times 632$ mm méretű számlálócső teleszkóppal végeztük föld alatt 40 m. v. e.-nek megfelelő mélységben 410 m tengerszintfeletti magasságban; földrajzi koordináták: 47,5° É, 18,9° K. A kísérleti berendezés részletes leírása megtalálható [11]-ben. Az abszorbens réteg a 10^{10} eV-nál nagyobb energiájú müonok észlelését biztosította. A teleszkópok — nagy méreteik következtében — óránkint több mint 50 000 koincidenciát észleltek egyenként, ami $\sim 3^{0}/_{00}$-es statisztikus pontosságnak felel meg.

Vizsgálataink céljára az 1958-59 évben végzett észleléseinkből kiválasztottuk azokat a rádiószondázásokat közrefogó négyórás intenzitásadatokat, amelyeknél részint a szükséges meteorológiai adatok rendelkezésre állottak, részint mindkét számlálócsőteleszkóp megbízhatóan működött. Az így kapott 176 adatból álló csoportot *Duperier, Dorman* és *Olbert* módszerével korrigáltuk.

2. *A Duperier-módszer*

Duperier a tengerszinten észlelt intenzitásértékeket az észlelési helyen mért légnyomással és a különböző izobárszintek (900 mb, 500 mb, 200 mb, 100 mb) magasságával hozta korrelációba. Többszörös korrelációs módszerrel meghatározta konstans izobárszintmagasság mellett az intenzitás (I) és légnyomás (B) közti $r_{IB,H}$, illetve konstans légnyomás mellett az intenzitás és izobárszintmagasság (H) közti $r_{IH,B}$ parciális korrelációs együtthatókat. Azt tapasztalta, hogy $r_{IB,H}$ értéke — a 900 mb-os szintmagasságtól a 100 mb-os szintmagasságig haladva — fokozatosan növekszik ellentétben $r_{IH,B}$-vel, melynek az 500—200 mb-os tartományban maximuma van, utána pedig rohamosan csökken. Abból a tényből kiindulva, hogy a két parciális korrelációs együtthatónak nincs ugyanazon a helyen maximuma, *Duperier* feltételezte, hogy az atmoszferikus effektusok teljes számításbavételéhez még egy harmadik változóra is szükség van, mégpedig a kiválasztott izobárszint környezetének a hőmérsékletére.

Fentieknek megfelelően tehát a következő regressziós egyenletet kell megoldani

$$\frac{\delta I}{I} = \beta_1 \delta B + \beta_2 \delta H + \beta_3 \delta T \qquad (1)$$

ahol a δ-k az egyes változók átlagaitól való eltérést, β_1, β_2 és β_3 pedig a megfelelő regressziós együtthatókat jelentik.

Az $r_{IT,BH}$ parciális korrelációs együtthatók a 200—100 mb-os izobárszintek közti rétegre szignifikánsan pozitívnak adódtak, ezt a jelenséget nevezzük pozitív hőmérsékleti effektusnak, melynek tanulmányozásával a későbbiek során számos szerző foglalkozott.

Az effektust *Duperier* a pionok bomlási és magkölcsönhatási folyamatai közti arányeltolódással magyarázta. Az elméleti számítások és a kísérleti eredmények közti eltérés azonban arra mutat, hogy a fent említett arányeltolódáson kívül még más folyamatok is közrejátszanak a pozitív hőmérsékleti effektus létrejöttében.

I. TÁBLÁZAT

Módszer	k	Légny. sz. e. %/Hgcm	Magass. sz. e. %/km	Hőmérséklet sz. e. ‰/C°	$K^2_{min}(3)/\bar{n}$
Duperier 3 változós	176	$-0{,}78 \pm 0{,}04$	$-1{,}42 \pm 0{,}08$	$-0{,}19 \pm 0{,}05$	$10{,}91 \pm 0{,}79$

Mérési adatainkra első módszerként az (1) formulát alkalmaztuk, független változóként az észlelőhelyen mért légnyomást, a 200 mb-os szintmagasságot és a 100 és 200 mb-os szintek közötti levegőréteg hőmérsékletét használtuk. A kapott eredményeket az I. táblázatban tüntettük fel, ahol K^2 a diszperziót, K^2_{min} pedig a redukált diszperziót jelenti.

Vizsgáljuk meg a harmadik változó (a sztratoszféra hőmérsékletének) befolyását a fluktuáció csökkenésére. Ebből a célból ki kell számítani azt a fluktuáció-csökkenést, ami pusztán az első két változó (a légnyomás és a 200 mb izobárszint magassága) hatására lép fel, vagyis meg kell oldani a következő regressziós egyenletet:

$$\frac{\delta I}{I} = \beta'_1 \delta B + \beta'_2 \delta H \qquad (2)$$

ahol H és B jelentése megegyezik az előzőekben megadottal. A számítás eredményeit a II. táblázatban tüntettük fel. Az I. és II. táblázatban feltüntetett eredmények szerint a redukált diszperzióértékek különbsége kisebb, mint hibájuk háromszorosa, tehát nem szignifikáns.

II. TÁBLÁZAT

Módszer	k	Légny. sz. e. %/Hgcm	Magasság sz. e. %/km	$K^2_{min}(2)/\bar{n}$	$\frac{K^2_{min}(2) - K^2_{min}(3)}{\bar{n}}$
Duperier 2 változós	176	$-0{,}74 \pm 0{,}03$	$-1{,}48 \pm 0{,}07$	$11{,}10 \pm 0{,}80$	$0{,}19 \pm 0{,}12$

Ez egyben annyit is jelent, hogy az intenzitásadatok korrigálására — (1) egyenlet helyett — a (2)-ből számított parciális regressziós együtthatókat használhatjuk, ami által az intenzitáskorrekcióra fordított hosszadalmas számítási munkák jelentős mértékben csökkenthetők.

3. *A Dorman-módszer*

A módszer kiindulási pontját *Feinberg* 1946-ban megjelent dolgozata [5] szolgáltatta, mely szerint a müon-komponens atmoszferikus effektusainak megállapításánál a mezonok ionizációs veszteségét és az atmoszféra pillanatnyi állapotát is figyelembe kell venni. A számításoknál abból indult ki, hogy a mezon τ élettartama a teljes energiájától (ε) függ:

$$\tau = \tau_\mu \frac{\varepsilon}{m_\mu c^2}$$

ahol τ_μ és m_μ a müon nyugalmi élettartama és nyugalmi tömege, c pedig a fénysebesség. Ha a mezon az atmoszférában ionizáció révén energiát veszít, változik az élettartama, méghozzá ha a veszteség a pálya elején következik be, nagyobb hatást fog a mezon „megmaradási valószínűségére" gyakorolni, mintha a veszteség a pálya végén történik. Ezért konstans légnyomás és keletkezési szint esetén is a légtömegek függőleges eloszlása befolyásolni tudja a tengerszinten észlelt mezon-intenzitást. Számításai szerint az effektus jelentős, sőt egyes esetekben elképzelhető, hogy döntő szerepet játszik.

A számításokat, melyeket először csak „egy mezon" szkémára* dolgoztak ki, — feltételezve, hogy a müonok egy meghatározott szinten keletkeznek — később Dorman továbbfejlesztette [6]: figyelembe vette, hogy

a) a müon-komponens a pion-komponens bomlásából származik, és

b) a müonok nem egy meghatározott szinten, hanem az atmoszféra teljes hosszában keletkeznek. Ezek alapján az észlelt intenzitásváltozásra a következő képletet nyerte:

$$\frac{\delta N_\mu}{N_\mu} = \beta \delta x + \int_0^{x_0} w(x') \delta T(x') dx' \qquad (3)$$

ahol β a barométeregyüttható, $w(h)$ pedig a „hőmérsékletsűrűség"-függvény.

Dorman a $w(x)$ függvényt különböző esetekre számolta ki [8]; a jelen vizsgálatoknál használt $w(x)$ függvényt [8] 41. ábrája alapján b és c görbékből interpolációval határoztuk meg.

* „Egy mezon" szkéma annak feltételezése, hogy a pionok mindjárt keletkezési helyükön elbomlanak.

Az adatok korrigálását — mivel az 50 mb-os szint adatai nem állnak rendelkezésre — csak a 100 mb-os szintig végeztük.

A korrekciót két lépésben hajtottuk végre: először a nyers 4 órás adatokat korrigáltuk a $w(x)$ függvény segítségével, majd az így egyszeresen korrigált adatokból — egy-változós korrelációszámítással — meghatároztuk β-t, és az így kapott β-val korrigáltuk a már előzetesen hőmérsékletre korrigált adatokat.

A kapott eredményeket a III. táblázatban tüntettük fel.

III. TÁBLÁZAT

Módszer	k	Légnyom. sz. e. %/Hgcm	$K^2_{\min}(4)/\bar{n}$
Dorman	176	$-0{,}93 \pm 0{,}03$	$13{,}12 \pm 0{,}85$

4. *Az Olbert-módszer*

Olbert a *Sands*-féle javított empirikus müonkeltési spektrumot felhasználva tanulmányozta a vertikális müon-komponens atmoszferikus effektusait [12], [9].

Számításainál — *Dormanhoz* hasonlóan — figyelembe vette

1. a müonoknak az atmoszférában történő folyamatos keltését és
2. a müonoknak az atmoszférában elszenvedett ionizációs veszteségét.

A vertikális müon-intenzitás számításánál a következő egyszerűsítő feltevéseket tette:

a) a pionok által a levegőben bekövetkező bomlásukig megtett út elhanyagolható, vagyis minden egyes pion elbomlik,

b) a pionok és müonok keltése és tovahaladása a függőleges irány körül szűk kónuszra van koncentrálva,

c) a mezonkeltő komponens exponenciálisan abszorbeálódik az atmoszférában $L = 120$ g/cm^2 abszorpciós szabad úthosszal.

További analitikai egyszerűsítések után a vertikális müon-intenzitás relatív változásaira az alábbi egyenletet állította fel:

$$\frac{\delta I}{I} = A_p \delta x_0 + A_H \delta H(\bar{x}_1) + A_k [\delta T(\bar{x}_2)]_{\text{átl}} \tag{4}$$

ahol x_0 a légnyomás értéke az észlelés szintjén, $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ az elméletből meghatározható karakterisztikus izobárszintek, melyek értékei az észlelőberendezés küszöbenergiájától függnek és

$$[\delta T(\bar{x}_2)]_{\text{átl}} = \frac{1}{x_0 - \bar{x}_2} \int_{\bar{x}_2}^{x_0} \delta T(x')\, dx' \tag{5}$$

azaz az $\bar{x}_2$ és x_0 közti levegőréteg átlagolt hőmérsékletének eltérése az átlagtól. A_p, A_H és A_K az elmélet alapján számított együtthatók értékei.

Látható tehát, hogy bár *Olbert* elveti a *Duperier* által alkalmazott karakterisztikus mezonkeltési szint elvét, a számításaiban alkalmazott egyszerűsítések miatt ismét visszakapja azt.

IV. TÁBLÁZAT

Módszer	k	A_p %/Hgmm	A_H %/km	A_K %/C°	$\bar{x}_1$ mb	$\bar{x}_2$ mb	$K^2_{\min}(5)/\bar{n}$
Olbert-elméleti	176	—0,87	—1,03	—0,06	80	140	15,95 ± 0,95

Jelentős különbség van azonban az (1) és (3) egyenletben levő harmadik változó jelentését illetően. A *Duperier*-féle regressziós egyenletben (1) a harmadik változó a kiválasztott mezonkeltési szint környezetének a hőmérsékletét, az *Olbert*-féle regressziós egyenletben (4) pedig az atmoszférának az $\bar{x}_2$ izobárszintig vett átlaghőmérsékletét jelenti.

V. TÁBLÁZAT

Módszer	k	Légny. sz. e. %/Hgcm	Magasság sz. e. %/km	Hőmérséklet sz. e. %/C°	$K^2_{\min}(6)/\bar{n}$
Olbert-kísérleti	176	—0,87 ± 0,03	—0,12 ± 0,05	—0,87 ± 0,06	11,24 ± 0,81

A korrekciót kétféleképp eszközöltük:

1. A regressziós egyenletet az elméletből számított karakterisztikus szintek alkalmazásával a legkisebb négyzetek módszerével megoldottuk és így a kísérleti adatok alapján a regressziós együtthatók legjobb értékét állapítottuk meg. Ezután határoztuk meg a redukált diszperzió értékét. (L. V. táblázat)

2. Az elméleti együtthatókkal (A_p, A_H, A_K) korrigált észlelési adatokból meghatároztuk $K^2_{\min}$ értékét. A kapott eredményeket a IV. táblázatban tüntettük fel.

5. A különböző korrekciós módszerek összehasonlítása

A korrekciós módszerek összehasonlítására vonatkozó olyan kritérium, amelynek teljesítése minden kétséget kizáróan bebizonyítaná valamelyik módszer előnyét a többivel szemben, nem ismeretes. Megnehezíti egy ilyen kritérium kiválasztását az tény, hogy a mesterséges holdakkal végzett észleléseken kívül nem tudjuk egymástól teljesen különválasztani a primer és az atmosz-

ferikus eredetű intenzitásingadozásokat. Ez a körülmény elsősorban a regressziós egyenletek megoldására épülő, tehát a kizárólag statisztikus jellegű módszereknél vezethet hibás eredményre. A két különböző eredetű változás szuperpozíciója ugyanis a regressziós együtthatók értékét jelentősen befolyásolhatja és a korrekció elégtelen, illetve túl nagy értékhez vezethet.

Tovább bonyolítják a helyzetet azok a szoláris jelenségek, amelyek az atmoszféra állapotát megváltoztatják, azaz amelyeknél a primer változás és az atmoszféra változás között paralelitás van.

Ha feltételezzük, hogy a primer sugárzásnak nincs évi periodicitása, akkor a következő kritériumot állíthatjuk fel a meteorológiai korrekciók elbírálására: azt a korrekciós módszert kell jónak elfogadni, amelynek végrehajtása után kapott adatok nem mutatnak évi periodicitást.

Ez ellen a javaslat ellen az szól, hogy az évszakos periodicitás létezése, illetve hiánya mellett — megítélésünk szerint — nincs még elég bizonyíték; ezért ha e periodicitást kizárólag meteorológiai effektusnak tulajdonítanánk, ez esetleg egy helytelen korrekciós módszer kialakításához vezetne.

Egy másik eljárás, — melyet a statisztikus jellegű módszereknél *French* és *Chasson* alkalmazott [13], abban áll, hogy különböző észlelési periódusban kapott intenzitásadatokkal többszörös korrelációszámítást végzünk úgy, hogy egy mérési perióduson belül több olyan regressziós egyenletet oldunk meg, melyek a független változók megválasztásában különböznek egymástól. Ezután azt kell vizsgálni, hogy melyik típusú regressziós egyenletből nyert együtthatók mutatják a legjobb egyezést az egyes periódusok között.

E módszer ellen azt az ellenvetést lehet tenni, hogy a regressziós együtthatók egyezése — minthogy a primer változások itt is szuperponálódnak a meteorológiai effektusokra — véletlen következménye kell hogy legyen, ez az eljárás tehát nem vezet szükségszerűen ahhoz a módszerhez, amely a legjobb korrekciót adja. További nehézséget jelent az a tény, hogy ez a kritérium nem teszi lehetővé az elméleti módszerek összehasonlítását.

Fenti kritériumnál jobbnak látszik az az eljárás, amikor a különböző módszereknél kiszámított redukált diszperzió értékeket hasonlítjuk össze. E kritérium alapján azt a módszert fogadjuk el a legjobbnak, melynél a redukált diszperzió értéke a legkisebb.

Természetesen ez az eljárás sem szolgáltat egzakt korrekcióértékeket. Az a követelmény azonban, hogy a módszer minél erősebben korrigáljon, csökkenti az elégtelen korrekció veszélyét. Túlzott mértékű korrekciót statisztikus eljárásnál leginkább abban az esetben várhatunk, ha a vizsgált periódusban az atmoszféra állapotát megváltoztató szoláris jelenségek lépnek fel. Ennek csökkentése érdekében a vizsgálatokat olyan időszakban célszerű végezni, amikor a napfolttevékenység viszonylag kicsi.

Jelen dolgozatban az utóbbi kritériumot alkalmaztuk annak eldöntésére, hogy melyik módszert alkalmazzuk mérési adataink korrigálására.

A különböző eljárásoknál kapott redukált diszperzióértékeket a VI. táblázatban foglaltuk össze. A táblázatban feltüntetett $K^2_{\min}(i)$-$K^2_{\min}(2)$ értékek a kétváltozós Duperier-módszer és valamelyik másik módszerből számított $K^2_{\min}$ értékeinek különbségét jelölik.* Minthogy az egyes $K^2_{\min}$ értékek jelen esetben egymástól nem függetlenek, a $K^2_{\min}$ hibáját a többváltozós függvények Gauss-féle hibaformulájának segítségével határoztuk meg, figyelembevéve a készülék instabilitásaiból származó hibát is, (l. [11]). A táblázat adataiból látható, hogy mindkét elméleti korrekció szignifikánsan eltérő redukált diszperzióértékeket szolgáltat. A két- és háromváltozós Duperier formula — mint azt már korábban is megállapítottuk, — a kétszeres statisztikus hibán belül megegyezik egymással.

VI. TÁBLÁZAT

Módszer	$K^2_{\min}(i)/\bar{n}$	$[K^2_{\min}(i)-K^2_{\min}(2)]/\bar{n}$
Intenzitás-légnyomás közti korreláció	$17{,}26 \pm 0{,}98$	$6{,}16 \pm 0{,}65$
Duperier 2 változós	$11{,}41 \pm 0{,}80$	0
Duperier 3 változós	$10{,}91 \pm 0{,}79$	$-0{,}19 \pm 0{,}12$
Dorman	$13{,}12 \pm 0{,}85$	$2{,}02 \pm 0{,}33$
Olbert-kísérleti	$11{,}24 \pm 0{,}81$	$-0{,}14 \pm 0{,}58$
Olbert-elméleti	$15{,}95 \pm 0{,}95$	$4{,}85 \pm 0{,}41$

A VII. táblázatban foglaltuk össze a különböző módszerekkel nyert regressziós együtthatók értékeit. Az összehasonlítás azt mutatja, hogy a különböző módszerekkel számított barométeregyüttható nem egyeznek meg ugyan egymással, de ingadozásuk lényegesen kisebb, mint a többi együtthatóé.

A magassági együtthatókat csak az első négy módszernél vizsgálhatjuk. Az első két esetben az egyezés igen jó, a harmadik és negyedik esetben azonban az együttható értéke teljesen különböző. Különösen szembetűnő az eltérés az elméleti és kísérleti Olbert-együtthatók között. Ez a nagy különbség arra látszik mutatni, hogy az *Olbert* által alkalmazott kezdeti feltételek nem helytállóak, nevezetesen

* Azért választottuk összehasonlítási alapként a kétváltozós Duperier-módszert, mivel a három kísérleti módszer — mint az a továbbiakból kitűnik — nem ad szignifikánsan különböző redukált diszperzió értékeket, valamint e módszer alkalmazása számítástechnikai szempontból a legegyszerűbb.

a) a pionok által a bomlásig megtett út nem hanyagolható el (vagyis nem minden pion bomlik, változó hányaduk magkölcsönhatásba lép),

b) a pionok és müonok keltésénél és tovahaladásánál a függőlegestől eltérő irányban haladó mezonokat is figyelembe kell venni,

c) a müon keletkezési spektrum ilyen energiáknál már nem alkalmazható.

A hőmérsékleti együttható a szóba jövő három esetben egymástól teljesen eltérő értékeket mutat.

VII. TÁBLÁZAT

Módszer	Légnyomás szerinti együtth. %/Hgcm	Magasság szerinti együtth. %/km	Hőmérséklet szerinti együtth. ‰/C°
Duperier 2 változós	$-0{,}74 \pm 0{,}03$	$-1{,}48 \pm 0{,}07$	—
Duperier 3 változós	$-0{,}78 \pm 0{,}04$	$-1{,}42 \pm 0{,}08$	$-0{,}19 \pm 0{,}05$
Olbert-kísérleti	$-0{,}87 \pm 0{,}03$	$-0{,}12 \pm 0{,}05$	$-0{,}87 \pm 0{,}06$
Olbert-elméleti	$-0{,}87$	$-1{,}03$	$-0{,}06$
Dorman	$-0{,}93 \pm 0{,}03$	—	—
Intenzitás-légnyomás közti korreláció	$-0{,}99 \pm 0{,}03$	—	—

6. Összehasonlítás más szerzők erdményeivel

A különböző korrekciós módszereket összehasonlító analízisek száma igen kevés. Az egyik ilyen vizsgálatot *Bachelet* és *Conforto* [14] végezte a kozmikus sugárzás totális intenzitása esetében a Duperier-, az Olbert- és a Dorman-módszer között.

A Duperier-módszert függőleges és a függőlegessel 30°-os szöget bezáró tengelyirányú teleszkópokkal végzett észlelésekre alkalmazták három különböző észlelési periódusban. Mivel mind a regressziós, mind a korrelációs együtthatók jól egyeztek egymással, ezért a különböző készülékekkel észlelt adatokból számolt regressziós és korrelációs együtthatókat átlagolták.

Korábbi vizsgálataink [15] és más szerzők megállapításai szerint a különböző periódusokra vonatkozó regressziós együtthatók a statisztikusnál lényegesen nagyobb szórást mutatnak és súlyozott átlaguk szignifikánsan eltérhet attól az értéktől, melyet az egyes periódusok összevont adataiból számítottunk ki.

Bachelet és *Conforto* az Olbert-módszer esetén a regressziós együtthatókat nem az elméletből, hanem a kísérleti adatokból határozták meg. Az ana-

lízisnél felhasznált adatok különböztek a Duperier-módszernél használt adatoktól, ami a módszerek összehasonlítását sokkal pontatlanabbá tette.

A Dorman-korrekciót — a Duperier-módszertől eltérően — havi intenzitásértékekre alkalmazták, barométer-együtthatóként a Duperier-módszernél kapott parciális regressziós együtthatót használták.

A különböző módon korrigált intenzitásértékek évszakos változását vizsgálták és azt tapasztalták, hogy az évszakos változás mindhárom esetben csaknem teljesen eltűnik, a redukált diszperzióértékek pedig mindhárom módszernél ugyanolyan nagyságrendűek. E tényekből azt a következtetést vonták le, hogy nincs arra indikáció, hogy bármelyik korrekciós eljárást a másikhoz viszonyítva ki lehetne emelni.

Fentiek alapján látható, hogy a *Bachelet* és *Conforto* összehasonlító módszerét nem fogadhatjuk el minden kritika nélkül. Számos tényező, mint pl. totális intenzitás észlelése áthatoló komponens helyett, a regressziós együtthatók átlagolása, az összehasonlítás különböző intenzitásadat-csoportokra történő elvégzése arra utal, hogy az összehasonlításból kapott eredményeket a fent említett tényezők jelentősen eltorzíthatják.

French és *Chasson* a Duperier- és Olbert-módszert hasonlították össze [13]. Észleléseikből olyan háromórás intenzitásadatokat válogattak ki, melyek közrefogták a rádiószondázások idejét. A regressziós egyenletek megoldását alcsoportonként végezték, majd a kapott együtthatókat súlyozva közepelték. Ez az eljárás a korábban említettek szerint hibás eredményhez vezethet.

A Duperier-módszert három különböző esetben 50, 100 és 200 mb-os izobárszintekre számolták. Az egyes esetekben a feldolgozott adatok száma nem egyezett meg egymással, ami a regressziós együtthatók összehasonlítását megnehezíti. A közzétett parciális regressziós együtthatóértékek rendkívül nagy statisztikus hibái azonban arról tanuskodnak, hogy a feldolgozott kísérleti anyag mennyisége nem volt elég nagy ahhoz, hogy az egyes modellek kvantitatív összehasonlítása szignifikáns eredményeket szolgáltasson.

A meteorológiai effektusok pontos meghatározására igen érdekes módszert javasol *Mathews* [16], mely lényegében a következő: A kozmikus sugárzás intenzitásingadozása primer és atmoszferikus eredetű változásokból tevődik össze; az eddig elvégzett analízisek során, melyek az atmoszferikus eredetű változásokat kívánták megállapítani, a valóságban az atmoszferikus effektusokat a primer eredetű változásokkal együtt vették figyelembe.

Ha a primer változásokat ki tudjuk küszöbölni, akkor a visszamaradó változás atmoszferikus változókkal közvetlenül korrelálható.

A primer változások kiküszöbölésére abból a feltevésből indult ki, hogy a geomágneses szélességi „könyök" felett, a primer változás bármely két észlelőhelyen közel ugyanaz. Ezután a különböző helyeken mért intenzitásér-

tékek különbségét, mely most már lényegében mentes a primer effektusoktól, korrelációba hozta a két észlelőhelyen mért atmoszferikus változók különbségével.

A *Dorman*-féle összefüggés helyességét ezután a következő regressziós egyenlet megoldásával ellenőrizte:

$$n = \beta \delta b + k_D \int w(h)\, \delta\theta(h)\, dh \qquad (6)$$

Az egyenletben n, b ill. θ a két észlelőhelyen mért megfelelő intenzitás, légnyomás és izobárszinthőmérséklet értékek különbségét jelöli.

A k_D tényezőt azért vezette be, hogy lehetőséget biztosítson annak kimutatására, ha a teljes hőmérsékleti korrekció különbözik a Dorman által adott értéktől. Amennyiben (3) összefüggés teljesen kielégítő, úgy $k_D = 1$ eredményt kell kapni.

A számításokból k_D-re egynél szignifikánsan kisebb értéket kapott, ami azt mutatja, hogy a hőmérsékleti effektus a Dorman-módszernél túl van becsülve.

Mint a fentiekből kitűnik, a más szerzők által végzett analízisek kis pontosságú, vagy teljesen eltérő volta, (l. Mathews eljárása) vagy egyáltalán nem, vagy csak igen nehezen teszi lehetővé, hogy a jelenlegi munkát a korábbi eredményekkel összehasonlítsuk.

A *Bachelet* és *Conforto* által levont végső következtetés, mely szerint a Duperier-, Olbert- és Dorman-féle korrekciók között nincs szignifikáns különbség, jelen dolgozat eredményei szerint nem teljesen helytálló, ugyanis

1. a Dorman-korrekció a Duperier-féléhez viszonyítva szignifikáns különbséget ad,

2. ha az Olbert-féle korrekciót az elméleti együtthatókkal végezzük, az is szignifikáns eltérést mutat.

French és *Chasson* méréseredményeinek nagy statisztikus hibája — mint ezt már említettük — nem teszi lehetővé a kvantitatív összehasonlítást.

Következtetések

A dolgozatban közölt eredmények alapján megállapítható, hogy

a) 10^{10} eV-os müon-komponens esetében a bomlási effektus még nem hanyagolható el,

b) bár a Duperier-módszer nem ad pontosan számot az atmoszferikus effektusokról, a vizsgált energiatartományban a tanulmányozott korrekciós módszerek közül a kísérleti Olbert-módszerrel együtt a legjobb eredményt adja.

c) az a tény, hogy a kétfajta Duperier-, illetve az Olbert-kísérleti módszer a statisztikus hibán belül azonos eredményt adott, arra mutat, hogy a

vizsgált energiatartományban a visszamaradó szisztematikus változás amplitúdóját nem befolyásolja lényegesen, hogy a 100, vagy 200 mb-os izobárszint magasságát, vagy a teljes atmoszféra hőmérsékleti adatait használjuk a megoldandó regressziós egyenletben független változónak. Ennek oka abban jelölhető meg, hogy az egyes atmoszferikus szintek hőmérsékletváltozásai között igen erős korreláció van.

d) Pozitív hőmérsékleti effektust nem észleltünk, sőt mind a sztratoszféra hőmérsékletével (Duperier-módszer), mind az atmoszféra átlagos hőmérsékletével (Olbert-módszer) végrehajtott korreláció negatív együtthatóra vezetett.

* * *

A szerzők köszönetüket fejezik ki *Schnierer* József és *Tóth* Zoltán műszerészeknek a készülék üzemeltetésével kapcsolatban végzett fáradságos munkájukért, továbbá *Illés* Ágnes, *Kerényi* Judit és *Szűcs* Margit laboránsoknak a numerikus számolási munkák gondos elvégzéséért.

IRODALOM

[1] *L. Myssowsky* and *L. Tuwim,* Zeits. f. Phys., *39,* 146, 1926.
[2] *A. Duperier,* Terr. Magn. and Atm. El., *49,* 1, 1944.
[3] *A. Duperier,* Proc. Phys. Soc. A *62,* 684, 1949.
[4] *A. Duperier,* Journ. Atm. Terr. Phys. *1,* 296, 1951.
[5] *E. L. Feinberg,* Dokl. Akad. Nauk, SzSzSzR *53,* 421, 1946.
[6] *D. I. Dorman,* Dokl. Akad. Nauk, SzSzSzR *94,* 433, 1954.
[7] *L. I. Dorman,* Dokl. Akad. Nauk, SzSzSzR *95,* 454, 1953.
[8] *L. I. Dorman:* Cosmic Ray Variations. State Publishing House, Moscow (Translation by US Air Force Technical Documents Liaison Office) p. 171.
[9] *S. Olbert,* Phys. Rev. *92,* 454, 1953.
[10] *K. Maeda* and *M. Wada,* Journ. Sci. Res. Inst. Tokyo, *48,* 71, 1954.
[11] *T. Sándor, A. Somogyi, F. Telbisz,* Nuovo Cim. Suppl. *16,* 209, 1960.
[12] *S. Olbert,* Phys. Rev. *96,* 1400, 1954.
[13] *W. R. French, Jr.* and *R. L. Chasson,* Journ. Atm. Terr. Phys. *14,* 1, 1959.
[14] *F. Bachelet* and *A. Conforto,* Nuovo Cim. *4,* 1479, 1956.
[15] *T. Sándor, A. Somogyi, F. Telbisz,* Nuovo Cim. *17,* 1, 1960.
[16] *P. M. Mathews,* Canadian J. Phys. *37,* 85, 1959.

A LABORATÓRIUMBÓL

ÓLOMTÉGLA SOROZAT SUGÁRVÉDELMI CÉLOKRA*

FEIT PÁL
Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

A cikk ábrákban ismerteti a Központi Fizikai Kutató Intézetben kidolgozott sugárvédelmi ólomtégla sorozatot, továbbá gyakorlati példákon mutatja be a helyes felhasználást.

Kutató intézetünk — tudományos programja mellett — számos olyan műszert és kutatási eszközt dolgozott már ki, amelyeket azóta sorozatban gyárt a magyar ipar. Ezen a helyen arról számolunk be, hogy egy 30 tagból álló 50 mm vastag sugárvédelmi ólomtégla sorozatot dolgoztunk ki és azt a hazai iparnak és kutatóknak rendelkezésére bocsátottuk [1]. Az ólomtégla sorozat tömeggyártását a Metallochemia Vállalat végzi (Budapest XXII. Nagytétény, Gyár u. 2.).

Az ólomtégla sorozat az EM-1203 számú rajz 1—30-as tétele szerint készült. Az egyes téglák főbb méreteit az 1—30-as ábra tünteti fel.

Az ólomtégla sorozathoz csatlakozó ólomüveg ablak (31. ábra) és manipulátor átvezetés (32. ábra) első példányai is elkészültek a Központi Fizikai Kutató Intézetben.

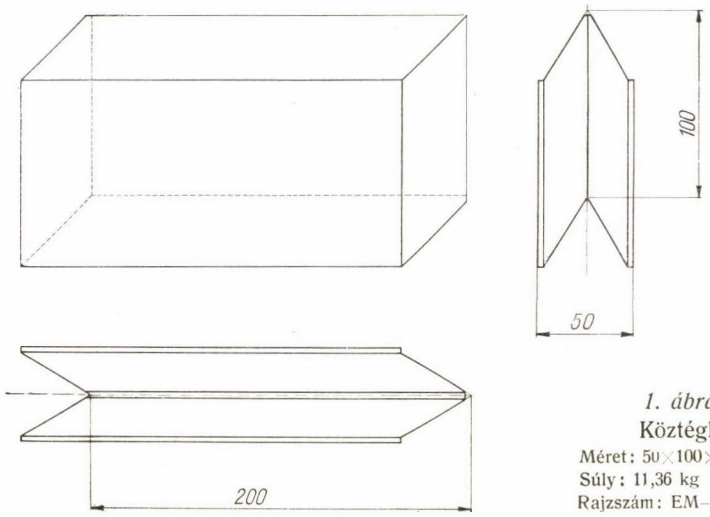
Megjegyezzük, hogy a sorozathoz tartozna egy a falba beépíthető ólomajtó is, ami ezideig nem került kidolgozásra. Ehelyett idomacél keretbe épített tolóajtó alkalmazható.

Az ólomtéglák alkalmazását a 33—36-os ábra szemlélteti. Az ábrákon az egyes téglákra írott szám azon ábrának a száma, amely a tégla főméreteit tünteti fel.

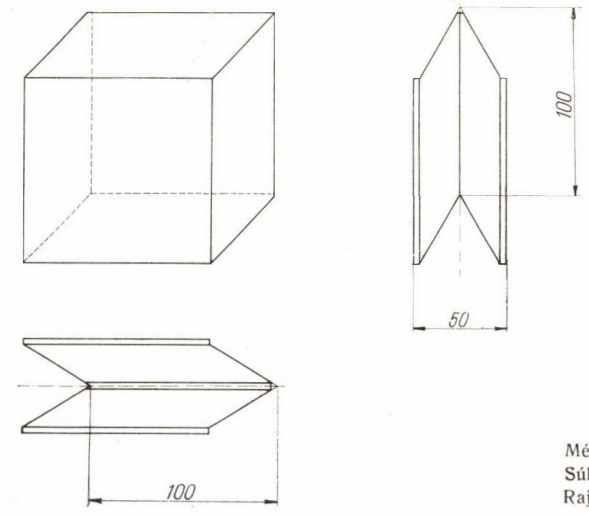
Felhívjuk a felhasználók figyelmét, hogy az ólomfalak stabilitását a téglakötés és a szöglettéglák helyes alkalmazása biztosítja. A 30 tagú sorozat minden esetben lehetővé teszi a téglák megfelelő kötését, ha másként nem, úgy, hogy a szomszédos sorokban a vízszintes fecskefark csatlakozás iránya ellentétes.

Az alapsor téglák használatát az teszi szükségessé, hogy a köztéglák padlóra állított fecskefark végződése nem elég szilárd ahhoz, hogy az ólomfal

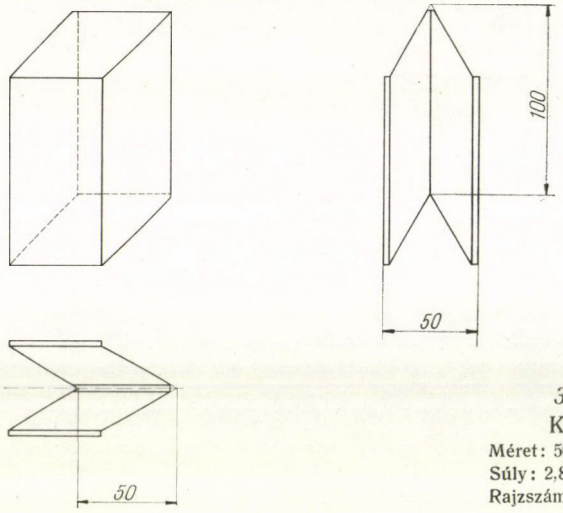
* Érkezett 1961. ápr. 10.



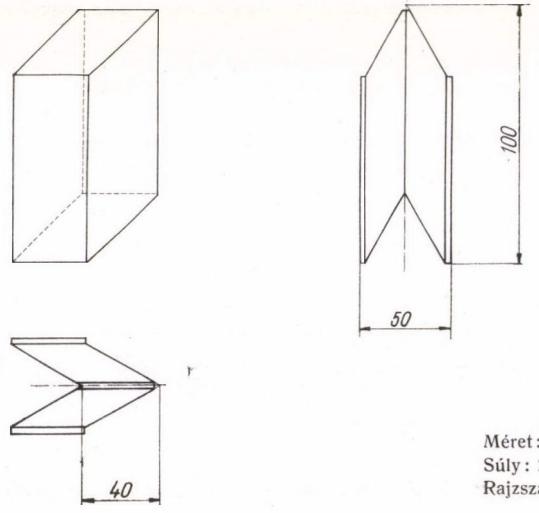
1. ábra
Köztégla
Méret: 50×100×200
Súly: 11,36 kg
Rajszám: EM—1203—1



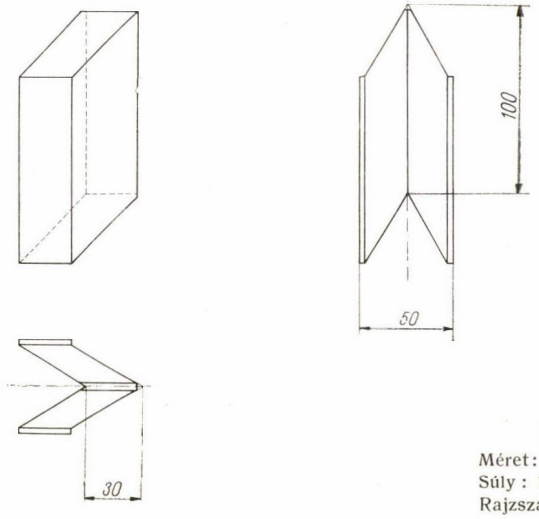
2. ábra
Köztégla
Méret: 50×100×100
Súly: 5,68 kg
Rajszám: EM—1203—2



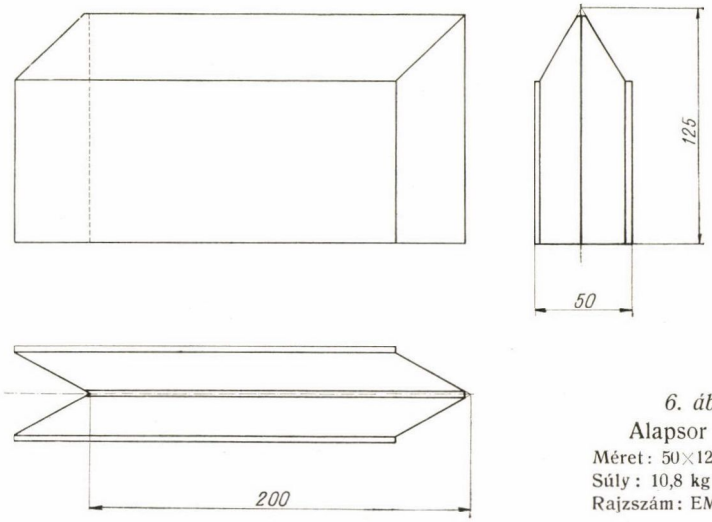
3. ábra
Köztégla
Méret: 50×100×50
Súly: 2,84 kg
Rajzszám: EM—1203—3



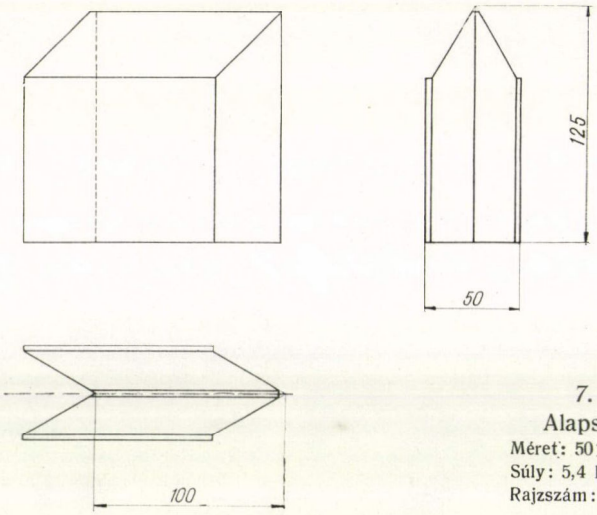
4. ábra
Köztégla
Méret: 50×100×40
Súly: 2,27 kg
Rajzszám: EM—1203—4



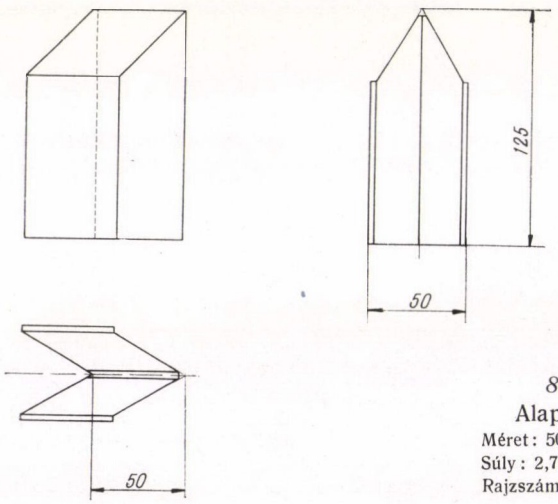
5. ábra
Köztégla
Méret: 50×100×30
Súly: 1,7 kg
Rajzszám: EM—1203—5



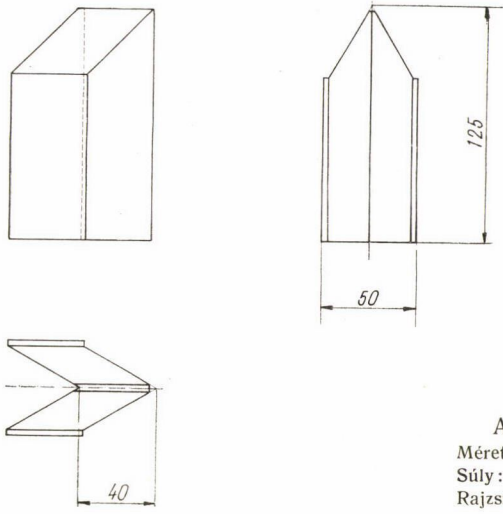
6. ábra
Alapsor tégla
Méret: 50×125×200
Súly: 10,8 kg
Rajzszám: EM—1203—6



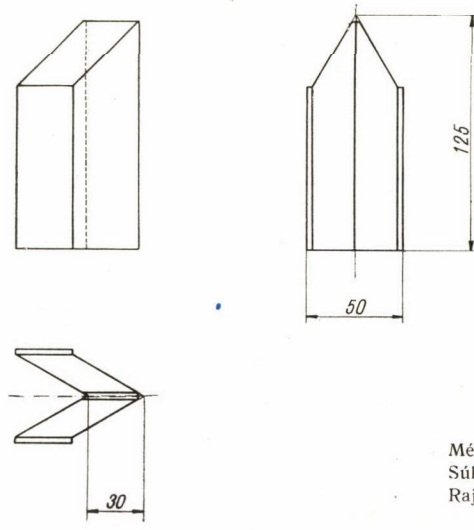
7. ábra
Alapsor tégla
Méret: 50×125×100
Súly: 5,4 kg
Rajzszám: EM—1203—7



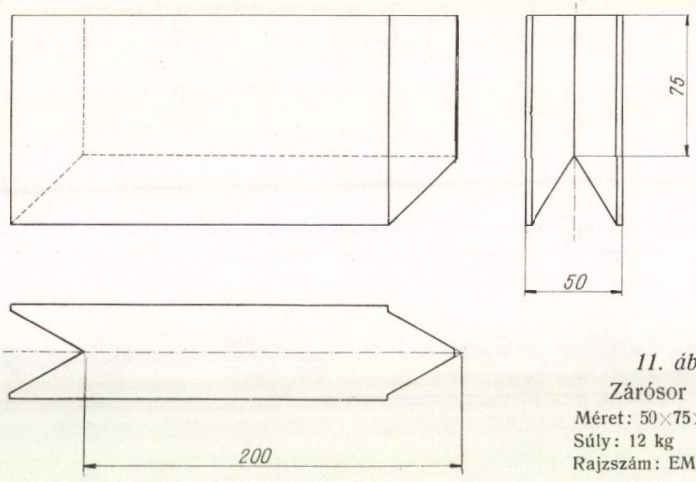
8. ábra
Alapsor tégla
Méret: 50×125×50
Súly: 2,7 kg
Rajzszám: EM—1203—8



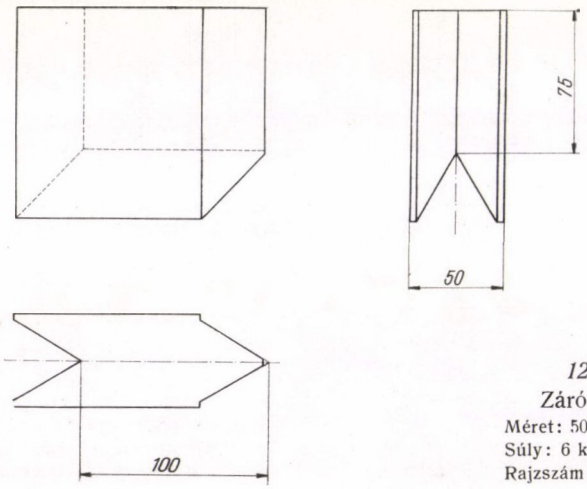
9. ábra
Alapsor tégla
Méret: 50×125×40
Súly: 2,16 kg
Rajzszám. EM—1203—9



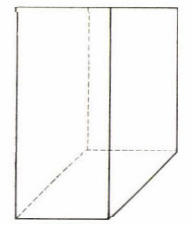
10. ábra
Alapsor tégla
Méret: 50×125×30
Súly: 1,62 kg
Rajzszám: EM—1203—10

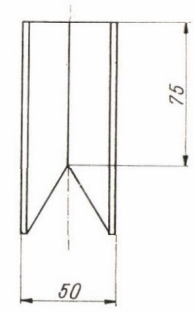


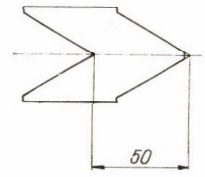
11. ábra
Zárósor tégla
Méret: 50×75×200
Súly: 12 kg
Rajzszám: EM—1203—11



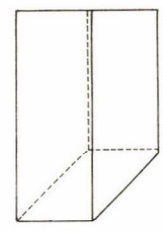
12. ábra
Zárósor tégla
Méret: 50×75×100
Súly: 6 kg
Rajzszám: EM—1203—12

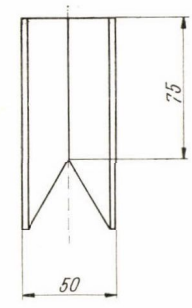


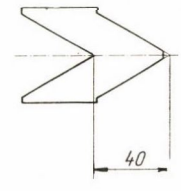




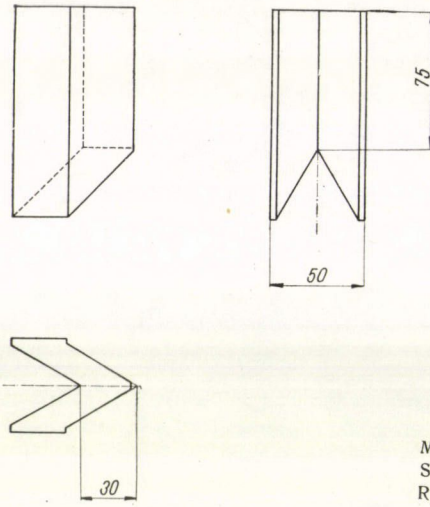
13. ábra
Zárósor tégla
Méret: 50×75×50
Súly: 3 kg
Rajzszám: EM—1203—13



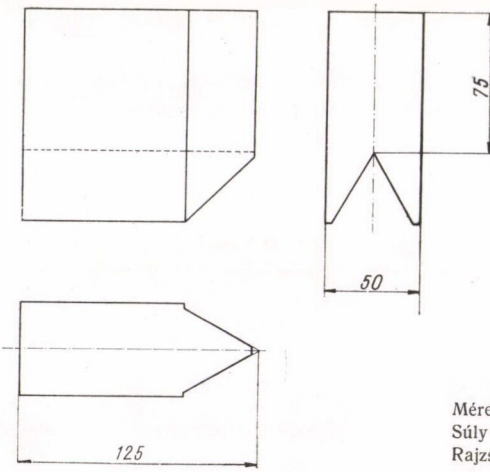




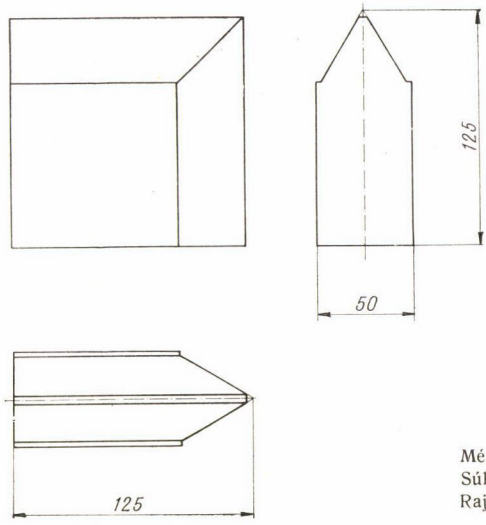
14. ábra
Zárósor tégla
Méret: 50×75×40
Súly: 2,4 kg
Rajzszám: EM—1203—14



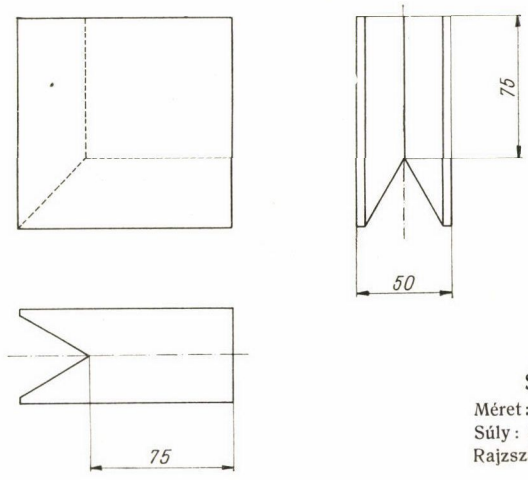
15. ábra
Zárósor tégla
Méret: 50×75×30
Súly: 1,8 kg
Rajzszám: EM—1203—15



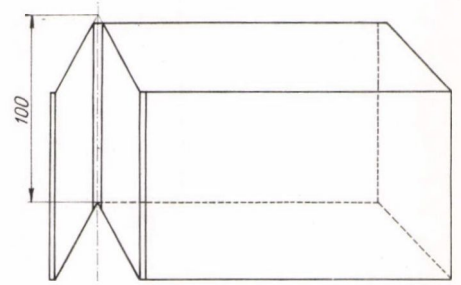
16. ábra
Saroktégla
Méret: 50×75×125
Súly: 5,67 kg
Rajzszám: EM—1203—16

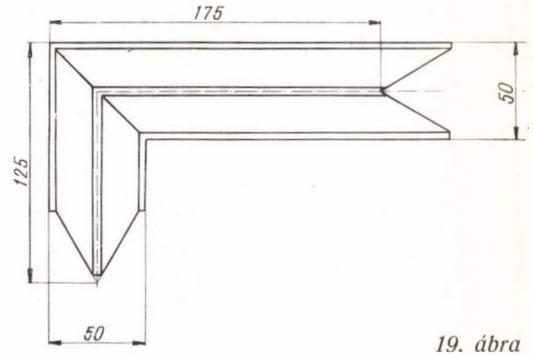


17. ábra
Saroktégla
Méret: 50×125×125
Súly: 5,13 kg
Rajzszám: EM—1203—17

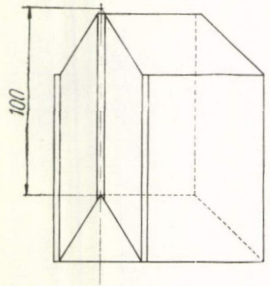


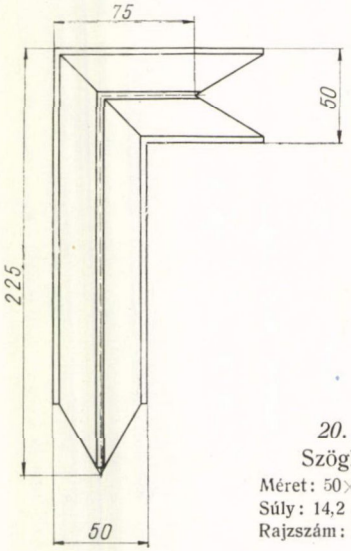
18. ábra
Saroktégla
Méret: 50×75×75
Súly: 6,25 kg
Rajzszám: EM—1203—18



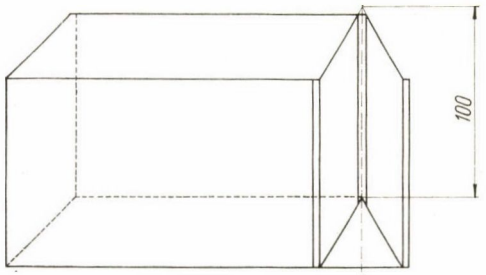


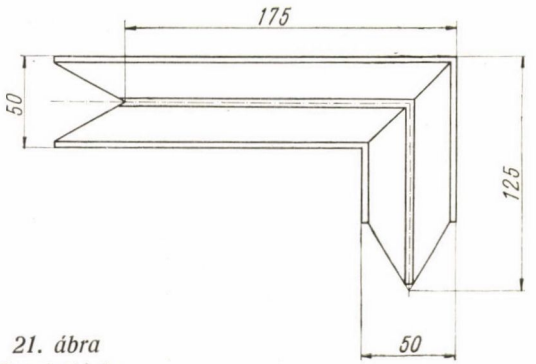
19. ábra
Szöglettégla
Méret: 50×100×125×175
Súly: 14,2 kg
Rajzszám: EM—1203—19



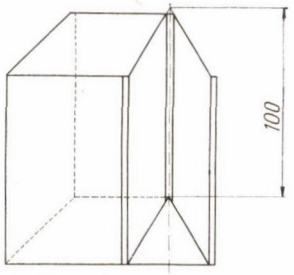


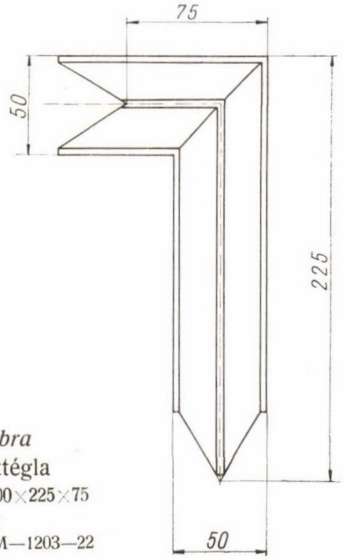
20. ábra
Szöglettégla
Méret: 50×100×225×75
Súly: 14,2 kg
Rajzszám: EM—1203—20



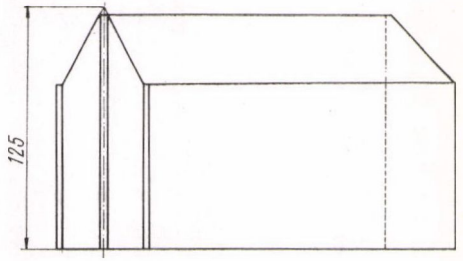


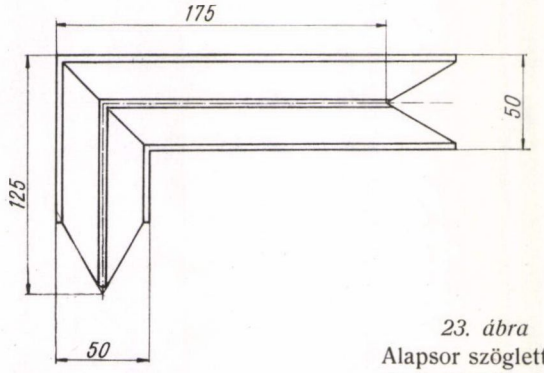
21. ábra
Szöglettégla
Méret: 50×100×125×175
Súly: 14,2 kg
Rajzszám: EM—1203—21



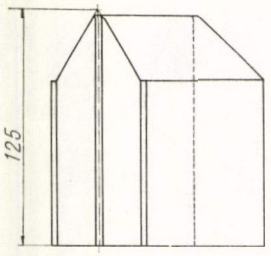


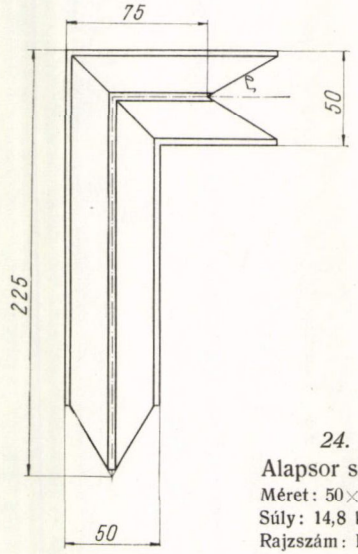
22. ábra
Szöglettégla
Méret: 50×100×225×75
Súly: 14,2 kg
Rajzszám: EM—1203—22



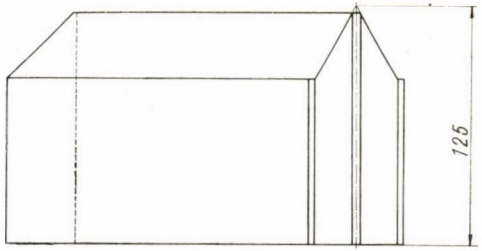


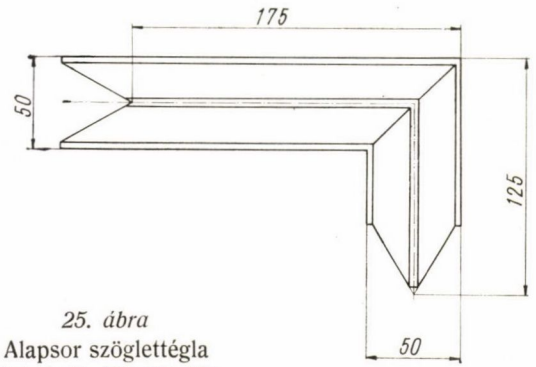
23. ábra
Alapsor szöglettégla
Méret: 50×125×125×175
Súly: 14,8 kg
Rajzszám: EM—1203—23



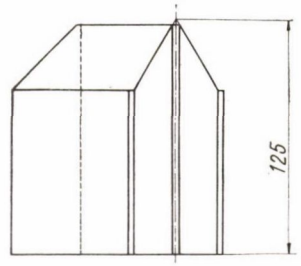


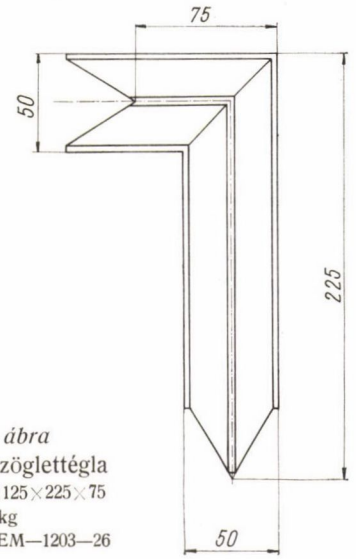
24. ábra
Alapsor szöglettégla
Méret: 50×125×225×75
Súly: 14,8 kg
Rajzszám: EM—1203—24



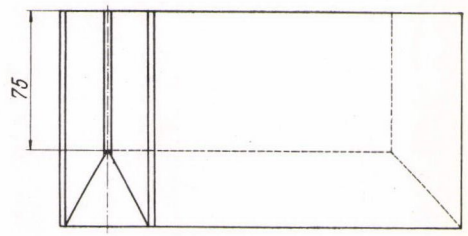


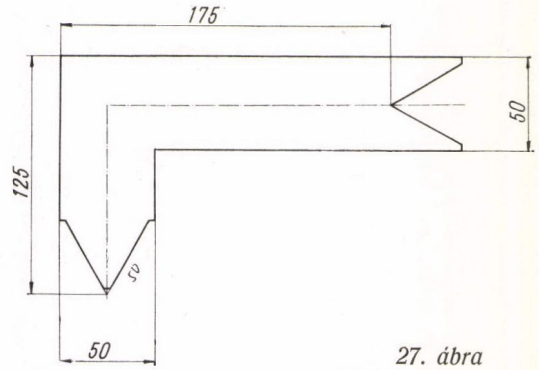
25. ábra
Alapsor szöglettégla
Méret: 50×125×125×175
Súly: 14,8 kg
Rajzszám: EM—1203—25



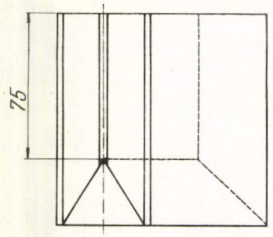


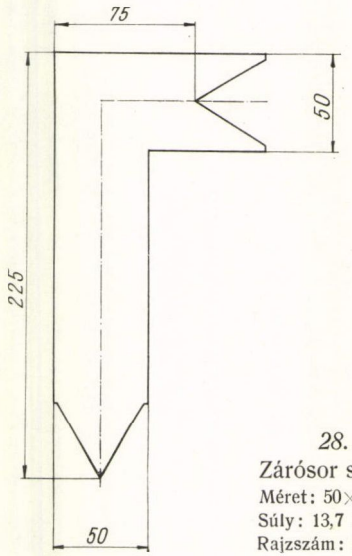
26. ábra
Alapsor szöglettégla
Méret: 50×125×225×75
Súly: 14,8 kg
Rajzszám: EM—1203—26



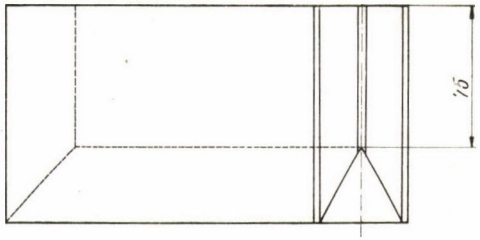


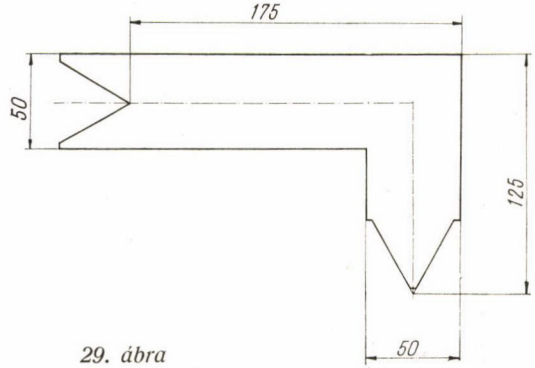
27. ábra
Zárósor szöglettégla
Méret: 50×75×125×175
Súly: 13,7 kg
Rajzszám: EM—1203—27



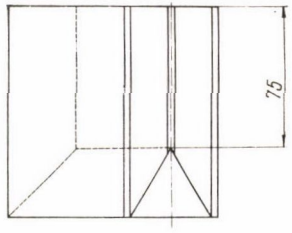


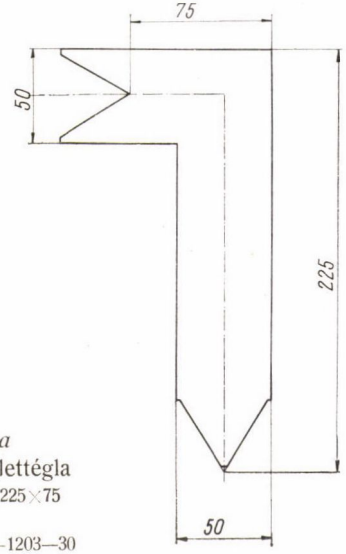
28. ábra
Zárósor szöglettégla
Méret: 50×75×225×75
Súly: 13,7 kg
Rajzszám: EM—1203—28



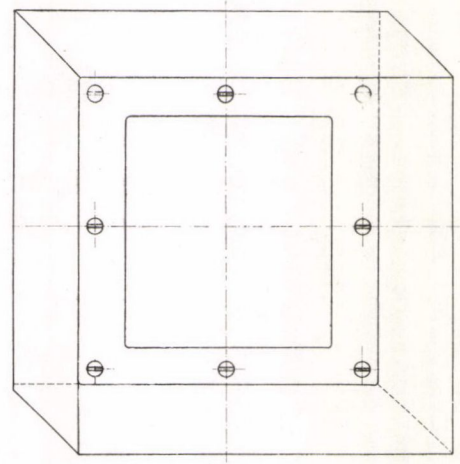


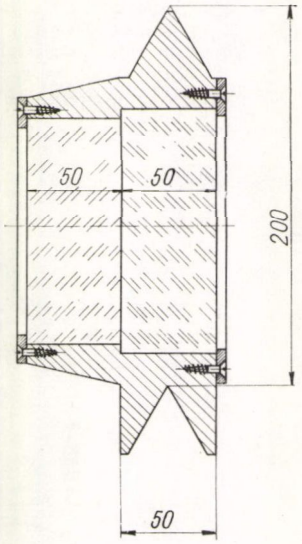
29. ábra
Zárósor szöglettégla
Méret: 50×75×125×175
Súly: 13,7 kg
Rajzszám: EM—1203—29

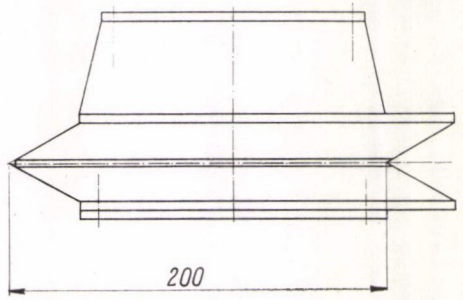




30. ábra
Zárósor szöglettégla
Méret: 50×75×225×75
Súly: 13,7 kg
Rajzszám: EM—1203—30







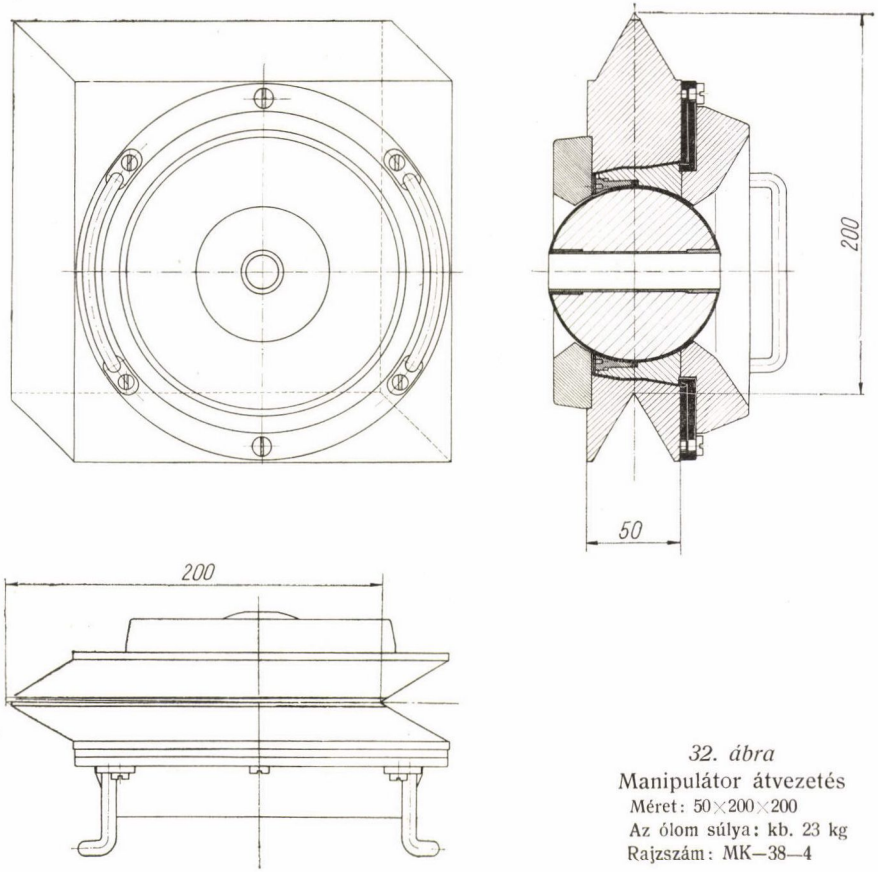
31. ábra

Ólomüveg ablak

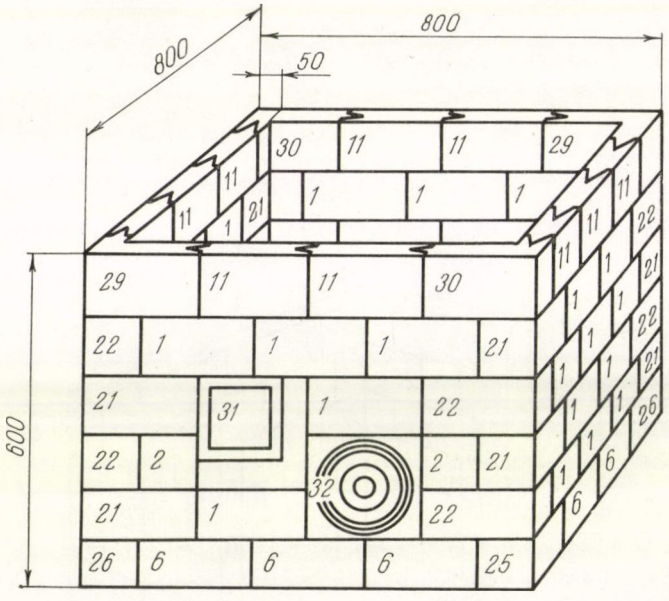
Méret: 50×200×200

Az ólom súlya: kb. 23 kg

Rajzszám: MK—43



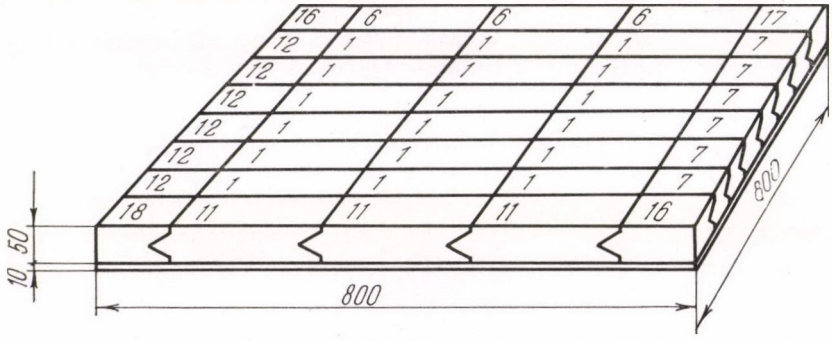
32. ábra
Manipulátor átvezetés
Méret: 50×200×200
Az ólom súlya: kb. 23 kg
Rajzszám: MK—38—4



33. ábra

Négyszög fal ólomüveg ablakkal és manipulátor átvezetéssel

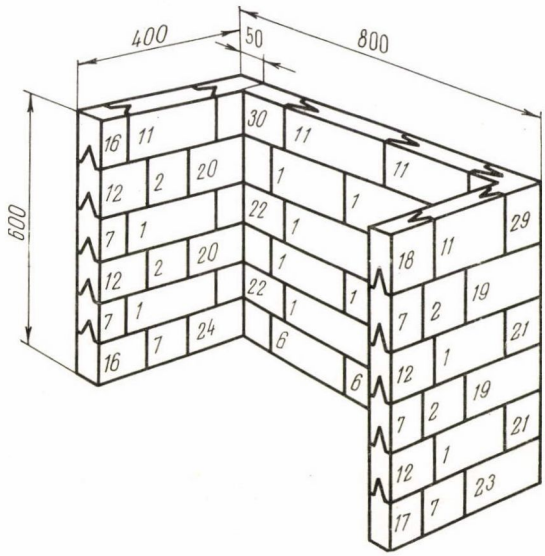
A négyszög alapú fal jól zár és stabil, ha a négy szögletben a 19—30. ábra szöglettégláit használjuk, és alkalmazzuk a téglakötés szabályait



34. ábra

Alaplap vagy fedőlap

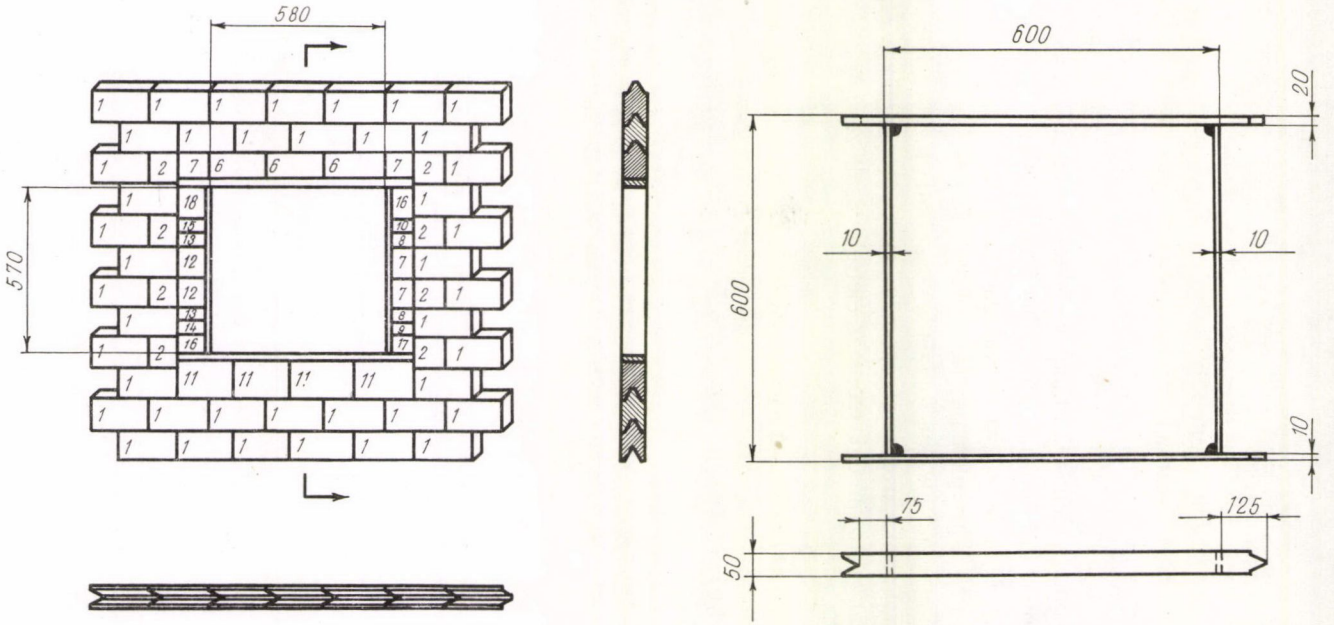
Alaplap és fedőlap alkalmazásával a négyszögfalat zárt fülkévé lehet alakitani. A fedőlap súlyát megfelelő méretű vaslemez hordja



35. ábra

„U" alakú ólomfal

Az ideiglenes jellegű sugárvédelmi falat kellőképpen stabillá tehetjük a szöglettéglák (19—30. ábra) megfelelő alkalmazásával. Végleges falakat legcélszerűbb idomacélból készült keretbe építeni



36. ábra

Ólomfal-részlet négyszögletes nyílással

Az ábra ólomfal vagy zárt fülke ajtónyílását szemlélteti. A nyílás elé idomacél keretbe foglalt ólom-tolóajtó szerelhető

súlyát hordja. A zárósor akkor válik okvetlenül szükségessé, ha fedőlapot is alkalmazunk.

Az ólomtégla sorozat kokilla öntéssel készül. Az ólomtéglák anyaga az MSZ 12415 számú szabvány szerinti Pb-Sb 5 jelű keményólom, amely 5—6 % antimont tartalmaz. A 30 féle ólomtégla öntéséhez mindössze kétféle kokillára van szükség, a különféle méretek öntése betétek cserélésével, vagy azok helyének változtatásával valósítható meg. Az ólomtéglák primol alapozással és nitró festékkel csontszínűre festve kerülnek forgalomba. A bevonat készítésének ez a módja azonban nem tekinthető véglegesnek. Egy könnyen eltávolítható műanyag bevonat kidolgozása most van folyamatban.

Meg kell még oldania a gyártó vállalatnak a záródvány-vizsgálat és a csomagolás eléggé nehéz problémáját is.

Ezen a helyen mondunk köszönetet a Központi Fizikai Kutató Intézet és a Metallochemia Vállalat azon dolgozóinak, akik munkájukkal vagy tanácsukkal hozzájárultak az ólomtégla sorozat életrehívásához.

IRODALOM

[1] *Feit Pál*, KFKI Közl. *8*, 329, 1960

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A MÁGNESES TÉRBEN TÖRTÉNŐ IRÁNYKVANTÁLÁS VIZSGÁLATÁNAK KÍSÉRLETI MÓDSZERE*

OTTÓ STERN

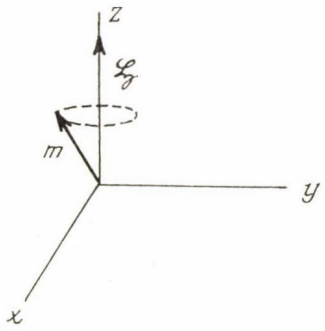
A mágnesség és a Zeemann-effektus kvantumelméletében elfogadjuk, hogy egy atom impulzusmomentumának vektora a $\mathfrak{H}$ mágneses térerő irányával csak egészen határozott, diszkrét szöget zárhat be oly módon, hogy az impulzusmomentum komponensei $\mathfrak{H}$ irányában $h/2\pi$ egészszámú többszörösei legyenek. Helyezzünk tehát atomos gázt, amelynél az atomonkénti összes impulzusmomentum (azaz az atom összes elektronjai impulzusmomentumának vektori összege) $h/2\pi$ értékű, mágneses térbe. E szerint az elmélet szerint minden atom számára csak két diszkrét helyzet lehetséges, mivel az impulzusmomentum $\mathfrak{H}$ irányába eső komponense csak a $\pm h/2\pi$ értéket veheti fel. Vegyünk például egykvantumos hidrogénatomot, ekkor az elektronok pályasíkjainak együttesen merőlegesen kell állniok $\mathfrak{H}$-ra.

Ebből rögtön a következő kézenfekvő ellenvetés adódik. Ha $\mathfrak{H}$ irányára merőlegesen fénysugarat bocsátunk az atomos hidrogéngázba, a $\mathfrak{H}$-val párhuzamosan rezgő elektromos fényvektor, (amely az elektronokat pályasíkjukból kimozdítja) terjedési sebessége egészen más lesz, mint a $\mathfrak{H}$ irányára merőlegesen rezgőnek, amely az elektronokat pályasíkjukban tolja el. A gáznak tehát erős kettőstörést kellene mutatnia, amelynek nagysága a mágneses térerősségtől független. Komplikáltabb egy- és többkvantumú atomoknál is, mint az könnyen belátható, fel kellene lépnie egy ilyen hatásnak, amelyet nem túlsűrű gázok esetén az atomok kölcsönhatásának tekintetbevétele sem változtat meg jelentősen. Ilyen effektust azonban eddig még sohasem figyeltek meg, noha ezt ezen a területen elvégzett számos kísérletből kétségtelenül meg kellett volna találni. A fenti megfontolás mindenesetre azon a feltételezésen alapszik, hogy a gázok diszperziója a klasszikus Debye-Sommerfeld módszerrel számítható. Azonban ha a beeső fény frekvenciáját a diszpergáló atom saját frekvenciáitól távol választjuk meg és csak az effektus nagyságrendi értékére vagyunk kíváncsiak, ez a feltétel elhanyagolhatónak tűnik. Helyes eredményt azonban csak a diszperzió pontos kvantumelmélete adhat.

A kvantumelmélet további nehézsége, mint azt már több oldalról meg-

* Z. f. Ph., 7, 249, 1921

jegyezték, abban áll, hogy egyáltalán nem tudjuk, hogyan állnak be a gáz atomjainak impulzusmomentumai — amelyek mágneses tér nélkül minden lehetséges irányt felvehetnek — mágneses térben előírt irányokba. A klaszszikus elmélet szerint is egészen más várható. *Larmor* szerint a mágneses tér hatása csak abban áll, hogy minden atom egyidejű járulékos rotációt végez a mágneses térerő, mint tengely körül oly módon, hogy az impulzusmomentum $\mathfrak{H}$ irányával bezárt szögei különböző atomokra minden lehetséges értéket felvesznek. A normális Zeemann-effektus elmélete ebből a felfogásból is kiadódik oly módon, hogy az impulzusmomentum komponenseinek értékei $\mathfrak{H}$ irányában csak nulla és $h/2\pi$ között változhatnak. Elvileg egészen egyszerű kísérlettel eldönthető, hogy a kvantumelméleti, vagy a klasszikus felfogás bizonyul-e helyesnek. Azt az elhajlást kell csak megfigyelni, amelyet megfelelő inhomogén mágneses térben egy atomnyaláb szenved.[1] A kísérlet elve röviden a következő:



1. ábra

Jobb sodrású, derékszögű Descartes-koordinátarendszert használunk (1. ábra), amelynek origója a tárgyalt atom súlypontjában van és z tengelye az ott uralkodó $\mathfrak{H}$ mágneses térerősség irányába mutat. Az atom mágneses momentumának vektora $\mathfrak{m}$ az I impulzusmomentum vektorával az $\mathfrak{m} = \frac{1}{2}\frac{e}{m} I$ összefüggésben van (e az elektron töltése, m a tömege). Ebből az atomra ható erő:

$$\mathfrak{K} = |\mathfrak{m}| \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial s},$$

ahol $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial s}$ $\mathfrak{H}$-nak $\mathfrak{m}$ irányában történő, hosszegységre vonatkoztatott növekedését jelzi. $\mathfrak{K}$-t a következő vektorösszegként is írhatjuk:

$$\mathfrak{K} = \mathfrak{m}_x \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} + \mathfrak{m}_y \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial y} + \mathfrak{m}_z \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}.$$

[1] *Gerlach* és én egy idő óta a kísérlet kivitelezésével vagyunk elfoglalva. Ennek a cikknek a közlésére az adott okot, hogy *Kallmann* és *Reiche* elektromos dipol molekulák inhomogén mágneses térben való elhajlásáról készülnek cikket közölni. Mint azt a korektúrából megállapítottam, cikkük megfontolásainkat éppen ellenkezőleg egészíti ki. *Kallmann* és *Reiche* kizárólag azt, az elektromos dipolmolekuláknál legtöbbször jól észlelhető esetet vizsgálják, hogy az elektromos momentum vektora merőlegesen áll az impulzusmomentumra. Én csak arra, a mágneses atomnál fellépő jelenségre szorítkoztam, amikor mindkét vektor azonos irányú.

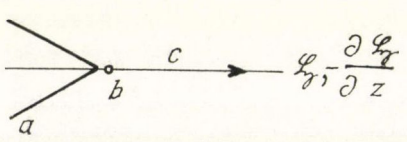
Végezzen az atom egyenletes rotációt a tér iránya, azaz a z tengely körül,[2] amikor is m_z állandó lesz, míg m_x és m_y középértéke egy teljes körülfordulásra zérus.

Közepeljünk tehát konstans $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x}, \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial y}, \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ mellett egy, a keringési időhöz képest (amely például $\mathfrak{H} = 1000$ Gauss esetén $7 \cdot 10^{-10}$ sec) hosszú időre, ekkor az atomra ható erő középértéke:

$$\overline{\mathfrak{K}} = m_z \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}.$$

Mágneses momentum esetén az atomra ható erőre egyedül a tér irányába eső összetevők a jellemzők, tehát pontosan azok a mennyiségek, amelyek a kvantumelmélet szerint csak diszkrét értékeket vehetnek fel.

Az elhajlási kísérletekhez használt mágneses teret tehát oly módon kell megválasztani, hogy $\mathfrak{H}$ és $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ azonos irányúak legyenek. Adjunk egy elektromágnes pólusának ékalakot. Ekkor az ék élén áthaladó szimmetriasíkban (2. ábra keresztmetszet; „a" ék, „b" atomsugár, „c" szimmetriasík) ez a feltétel teljes egészében teljesül, környezetében pedig közelítőleg érvényes. Ha tehát egy, a lehető legkisebb átmérőjű, közelítőleg körkeresztmetszetű atomsugarat, amelynek tengelye a szimmetriasíkban fekszik, az ékkel párhuzamosan és megfelelő közelségben juttatunk be, az atomok $\mathfrak{H}$, illetőleg $-\mathfrak{H}$ irányában térülnek el. A felfogó lemezen a mágneses tér nélküli kör alakú foltnak tehát mágneses térben el kell tolódnia, illetőleg ketté kell válnia. Tegyük fel, hogy $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$-t a sugár egész keresztmetszetén konstansul lehet tartani és mindenek előtt egy, minden atomra azonos sebességgel számoljunk; ekkor a $\mathfrak{K}$ erő és „s" elhajlás minden azonos m_z értékű atomra azonos lesz. Először egykvantumú atomot tárgyaljunk, amelynél $|I| = \frac{h}{2\pi}$, tehát:



2. ábra

$$|\mathfrak{m}| = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{h}{2\pi}.$$

A kvantumelmélet szerint I_z csak $\pm h/2\pi$ lehet, tehát m_z csak $\pm \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{h}{2\pi}$

[2] A tér inhomogenitását itt nem kell tekintetbe vennünk, mert $\mathfrak{H}$ százalékos változása atomi méretekben rendkívül kicsiny. Az eredő együttes erőben azonban ennek a változásnak az abszolút értéke szerepel.

értéket vehet fel. Ebben az esetben tehát a felfogó ernyőn a folt két részre oszlik. Mindkettőnek azonos a nagysága és fele az intenzitása, mint az eredeti folté. n kvantumú atomra $2n$ $\left(\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} = \text{konst. esetben egyenlő távolságú}\right)$ számú folt keletkezik. Ha a minden atomra egyenlő sebesség feltételezését elhagyjuk, ennek figyelembevétele Maxwell féle sebességeloszlást ad eredményül oly módon, hogy mindkét folt szélesebb és elmosódottabb lesz. Abban az esetben, ha az atom elhajlása a legvalószínűbb sebességnél nagyobb, mint az atomnyaláb keresztmetszete, az eredeti folt helyén minden esetben minimumnak kell fellépnie. A klasszikus elmélet ennek pontosan az ellenkezőjét állítja. Itt $\mathfrak{m}_z$ tetszőleges értékeket vehet fel nulla és az $|\mathfrak{m}| = \frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{h}{2\pi}$ kvantumelméleti érték között. Az $\mathfrak{m}$ és $\mathfrak{H}$ közötti szöget jelöljük ϑ-val, tehát $\mathfrak{m}_z = |\mathfrak{m}| \cdot \cos\vartheta$. Az atomok száma ϑ egyes értékeire arányos $\sin\vartheta$-val. Ezen atomok számának $\vartheta = \frac{\pi}{2}$-nél maximuma van, $\mathfrak{m}_z = 0$-val és az elhajlás nulla. A klasszikus elmélet szerint minden sebességnél minden lehetséges elhajlás előfordul nulla és a kvantumelméletileg kiszámított érték között és minden sebességnél az azonos nagyságú elhajláshoz tartozó atomok száma annál nagyobb, minél kisebb az elhajlás. A felfogóernyőn keletkező folt mágneses térben csak kiszélesedik, de maximuma van az eredeti folt helyén. A kísérlet tehát, ha kivitele sikerül, egyértelmű döntést ad a kvantumelméleti és a klasszikus felfogás között.

Hogy a kísérlet megvalósíthatósága eldönthető legyen, megbecsüljük még a kísérleti feltételek között az eltérés várható nagyságát. Ennek érdekében $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$-t nemcsak a keresztmetszetben, hanem az atomsugár teljes „l" hosszában állandónak választjuk, ami annál könnyebben megengedhető, mert, mint megmutatjuk, az elhajlás sajnos nagyon kicsiny. Válasszuk továbbá az $|\mathfrak{m}_z| = \frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{h}{2\pi}$ értéket, azaz számoljuk a kvantumelméleti elhajlást, amely, mint láttuk, a klasszikus esetben a maximális elhajlást adta. Ekkor az állandó, az atomra repülési ideje alatt ható erő $\mathfrak{K} = |\mathfrak{m}|\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ és mivel μ az atom tömege, az elhajlás:

$$g = \frac{\mathfrak{K}}{\mu} = \frac{|\mathfrak{m}|}{\mu}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}.$$

Mivel egy atom repülési ideje t, sebessége v, az elhajlás:

$$s = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\frac{l^2}{v^2} = \frac{1}{2}\frac{|\mathfrak{m}|}{\mu}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}\frac{l^2}{v^2}.$$

Jelölje N a mólonkénti molekulaszámot, $M = \mu N$ az atomsúlyt és $\mathrm{M} = |\mathrm{m}| \cdot N$ a Bohr-magneton 5600 CGS egységét. Innen:

$$s = \frac{\mathrm{M}}{2Mv^2} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} l^2.$$

Válasszuk most v^2-et a középsebesség négyzetének, ekkor $Mv^2 = 3RT$ (R a gázállandó, T az abszolút hőmérséklet). Végül a következő adódik:

$$s = \frac{M}{6R} \cdot \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} \cdot \frac{l^2}{T} = 1{,}12 \cdot 10^{-5} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} \cdot \frac{l^2}{T} \text{ cm}.$$

Helyettesítsük be például a következő értékeket: $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} = 10^4$ Gauss/cm, $l = 3{,}3$ cm és $T = 1000\, K^0$. Ekkor az elhajlás $s = 1{,}12 \cdot 10^{-3}$ cm, azaz 0,01 mm.

Fordította: Kovács Pál

AZ EZÜSTATOM MÁGNESES MOMENTUMÁNAK KÍSÉRLETI IGAZOLÁSA*

W. GERLACH és O. STERN

Röviddel ezelőtt ismertettünk egy módszert az iránykvantálás kísérleti vizsgálatára.[1]

Az ott megemlített kísérleti kutatásokat külső okokból átmenetileg félbe kell szakítani. Engedtessék meg, hogy a következőkben az eddig biztos eredményt közöljük, amely megfelelő érdeklődésre tarthat számot.

1/20 mm átmérőjű ezüstatom-nyaláb halad nagyvákuumban (10^{-4}—10^{-5} Hgmm) szorosan egy elektromágnes ék alakú pólusának éle mentén (duBois-féle félgyűrű elektromágnes).[2] A sugár egy kis (fél cm^3 köbtartalmú) elektromosan fűtött acél kályhából lép ki a kályha tetején található 1 mm^2 nagyságú köralakú nyíláson. A kályhát vízhűtésű köpeny veszi körül. A nyílástól kb. 1 cm-re található az első 1/20 mm átmérőjű kör alakú blende egy platinalemezben. 3 cm-rel e mögött helyezkedik el a második, ugyanilyen blende, amely az elektromágnes ékpólusának elülső végén nyert elhelyezést. A sugár innen a 3 cm hosszú ékpólus éle mentén halad és a másik végén egy üveglemezkére jut. Az ott lecsapódó ezüstréteg még 8 órás mérési időtartam alatt is jóval a láthatóság határa alatt marad; ezt nascens ezüst lecsapatásával hívjuk elő, amikor is az eredeti lecsapódás geometriai alakja megmarad.[3]

Kilenc kísérletet végeztünk váltakozó sorrendben, ötöt mágneses tér nélkül, négyet mágneses térrel. Mindössze egy-egy mágneses térrel, illetőleg mágneses tér nélkül végzett kísérlet nem adott egyáltalán lecsapódást, egyszer ismeretlen okokból (akadály a sugármenetben?), egyszer pedig azért, mert az elülső blendét a kályhából kifröccsenő olvadt ezüst eltömte. A mágneses tér nélküli négy kísérlet az elrendezés geometriai méreteinek megfelelő, kb. 0,1 mm átmérőjű kerek foltot eredményezett. A mágneses térben végzett három kísérlet $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ irányában elnyúlt, 0,1 mm magas, 0,25—0,30 mm hosszú foltot

* Z. f. Ph. *8*, 110, 1922.

[1] Ebben a cikkben egy tévedés található a 252. oldalon. Klasszikus esetben az eredeti folt helyén fellépő intenzitásmaximum nem azonos sebességre, hanem csak a Maxwell-féle sebességeloszlás tekintetbevételekor adódik. Azonos sebesség állandó intenzitású foltot eredményez. Az 1. c. pontban nyert eredmények ezzel semmit sem változnak.

[2] Szívélyes köszönetünket fejezzük ki a Hartmann és Braun cégnek az elektromágnes kölcsönzéséért.

[3] Az előhívási metodikáról, stb. egy későbbi cikkben fogunk beszámolni.

eredményezett. Ezen a nyalábon belül intenzitás-eloszlás még nem volt biztosan észlelhető. A mindkét oldali kiszélesedés összege kb. az ezüstatom 1—2 Bohr-magneton nagyságú mágneses momentumának felel meg. Pontosabb meghatározás egyenlőre még nem lehetséges, egyrészt, mivel még nem sikerült $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$-t az ékhez olyan közel megmérnünk, másrészt, mivel még nem tudjuk, hogy előhíváskor milyen nagyságú ezüstréteg lesz kimutatható. Eddigi tapasztalataink alapján nem kételkedünk abban, hogy kis átmérőjű nyalábokkal végzett kísérletekkel és javított előhívási metodikával az iránykvantálás bizonyítását is el tudjuk végezni.

E munka eredménye annak a bizonyítása, hogy az ezüstatomnak van mágneses momentuma.

Ezúton mondunk igen szívélyes köszönetet a Frankfurt a. M.-i Messer és Tsai levegőcseppfolyósító műveknek, hogy a nagymennyiségű folyékony levegőt díjtalanul bocsájtották rendelkezésünkre.

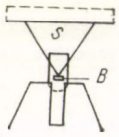
Fordította: *Kovács Pál*

A MÁGNESES TÉRBEN TÖRTÉNŐ IRÁNYKVANTÁLÁS KÍSÉRLETI BIZONYÍTÉKA*

W. GERLACH és O. STERN

Röviddel ezelőtt[1] adtuk meg ebben a folyóiratban a mágneses térben történő iránykvantálás egy kísérleti vizsgálatának lehetőségét. Egy második közleményben[2] közzétettük, hogy a normál ezüstatomnak mágneses momentuma van. E kísérletek folytatásával, amelyekkel a következőkben foglalkozunk, a mágneses térben történő iránykvantálást tényként bizonyítjuk be.

Kísérleti elrendezés. A módszer és az elrendezés általában ugyanolyanok voltak, mint korábbi kísérleteinkben. Egyes részletekben azonban jelentős javításokat eszközöltünk, amelyeket korábbi cikkeink kiegészítéseképpen itt közlünk.[3] Az ezüstatom-nyaláb egy elektromosan fűtött, acélbetétes samott kályhából lép ki, amelynek fedelén egy 1 mm^2 nagyságú, köralakú nyílás található. A kályha nyílása és az első blende közötti távolságot 2,5 cm-re nagyobbítottuk meg. Ennek segítségével a kályha eltömődését, amelyet a kályhából kifröccsenő ezüstcseppecskék okozhatnak, és a túl gyors hozzánövést, amelyet az atomnyaláb lecsapódása okoz, egyaránt megszüntettük. Az első blende közelítőleg köralakú és felszíne $3 \cdot 10^{-3}$ mm^2. E lyukblende mögött 3,3 cm-rel az ezüstnyaláb egy második, résalakú blendén halad át, amelynek hossza 0,8 mm és szélessége 0,03—0,04 mm. Mindkét blende platinalemezből van. A résblende a mágneses tér kezdeténél foglal helyet, nyílása közvetlenül az *S* ék élénél van (1. ábra) és úgy van beállítva az első lyukblendéhez és a kályhanyíláshoz, hogy az ezüstnyaláb közvetlenül a 3,5 cm hosszú ékkel párhuzamosan halad. Közvetlenül az ék végénél az ezüstatomnyaláb egy üveglemezkére jut, amelyen lecsapódik.



1. ábra

Mindkét blende, mindkét mágnespólus és a felfogó üveglemez 1 cm falvastagságú sárgaréz házban foglal helyet egymással mereven összekötve olymódon, hogy sem az elektromágnesre gyakorolt nyomás, sem a ház deformációja a blendék, a mágnespólusok és a felfogólemez egymáshoz viszonyított helyzetében nem okozhat változást.

* Z. f. Ph., *9*, 349, 1922.

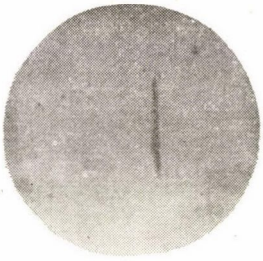
[1] *O. Stern*, ZS. f. Phys. *7*, 249, 1921.

[2] *W. Gerlach, O. Stern* u. o. *8*, 110, 1921.

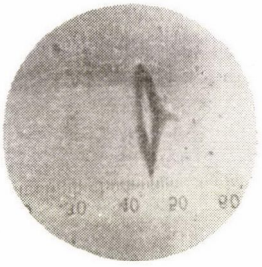
[3] Ezeket a karácsonyi szünet alatt együttesen dolgoztuk és próbáltuk ki. A végérvényes kísérletekkel egyikünk (*St*) elutazása után a másiknak (*G*) egyedül kellett foglalkoznia és folytatnia.

A vákuumot az első kísérletekhez hasonlóan egy Gaede-féle higanyszivattyúval, mint előfokozattal és két Volmer-diffúziósszivattyúval állítottuk elő. Tartós leszívással és szilárd szénsavval való hűtéssel 10^{-5} Hgmm vákuumot értünk el, amelyet állandóan tudtunk tartani.

A „megvilágítási időt" megszakítás nélkül 8 órára növeltük, azonban az igen szűk blende és a nagy sugárhossz miatt nyolc órai elgőzölögtetés után is az ezüstiecsapódás a felfogó lemezen még olyan vékony volt, hogy azt, mint korábban közöltük, elő kellett hívni.



2. ábra



3. ábra

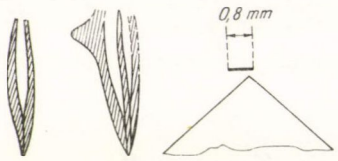
Eredmények. A 2. ábra 4,5 órás felvételt mutat mágneses tér nélkül. A nagyítás majdnem pontosan húszszoros. Az eredeti kép méretei, okulármikrométeres mikroszkópon kimérve a következők voltak: hosszúság 1,1 mm, legkisebb szélesség 0,06 mm, legnagyobb szélesség 0,10 mm. Látható, hogy a rés nem egészen pontosan párhuzamos. Megjegyzendő azonban, hogy a rés ábrája maga is negyvenszeres nagyítású, mivel a rés „ezüstképének" már kétszeres mérete van; nehéz egy ilyen rést néhány mm-es foglalatban beállítani.

A 3. ábra egy nyolc órás megvilágítási idejű felvételt mutat, amely mágneses térrel készült. (A skálakép 20 osztásrésze = 1 mm). Ez a legjobban sikerült felvétel. Két másik felvétel ugyanilyen, minden lényeges pontban megegyező eredményt adott, de nem ilyen teljes szimmetriával. Meg kell mondanunk, hogy ilyen kisméretű blendék biztos beállítása optikai úton igen nehézkes és a 3. ábrához hasonló, teljesen szimmetrikus felvétel készítéséhez már némi szerencse is kell. A blende beállításának néhány század milliméteres hibája már teljes kudarcot eredményez.

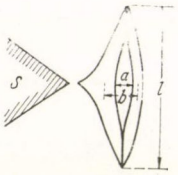
A két másik kísérlet eredménye sematikusan a 4a és 4b ábrán látható. A 4a ábránál az ezüstnyaláb szándékosan valamivel nagyobb távolságra haladt az ék élétől, mint a 3. ábra kísérleténél. A résblende itt nem volt teljesen „kitöltve". A 4b ábra szerinti kísérletnél ugyanazon lemezre mágneses térrel és anélkül csapattunk le ezüstöt. A sugár az ék éléhez rendkívül közel haladt, de a tér irányára merőlegesen kb. 0,03 mm-rel el volt tolva (4c ábra).

A képek tisztasága, a teljes lecsapódás és minden más részlet nem rosszabb, mint a 3. ábra kísérletében.

A felvételek megmutatják, hogy inhomogén mágneses térben az ezüstnyaláb az inhomogénitás irányában két nyalábra hasad, amelyek egyikét az ékpólus vonzza, a másikát taszítja. A lecsapódások a következő részleteket mutatják (lásd a sematikus 5. ábrát).



4a ábra *4b ábra* *4c ábra*



5. ábra

a) Az eredeti folt méreteit mikroszkóppal határoztuk meg: hosszúság (l) 1,1 mm, szélesség (a) 0,11 mm, szélesség (b) 0,20 mm.

b) Az atomnyaláb *mágneses térben történő felhasadása két diszkrét sugarat eredményez. El nem hajlott atomok nem mutathatók ki.*

c) A vonzás valamivel erősebb, mint a taszítás. A vonzott atomok közelebb jutnak a mágnes pólusához és ezzel a nagyobb inhomogenitású zónákhoz, így az elhajlás az előrehaladás időtartama alatt mindig nagyobb lesz. A 3 és 4b ábrán határozottan látszik az ékpólus irányában megnövekedett elhajlás. Az ék közvetlen közelében a vonzás igen nagy lesz, úgy hogy az ék felé mutató éles kiöblösödés keletkezik.

d) Az elhajlított nyalábok szélessége nagyobb, mint az el nem hajlítottaké. Az utóbbi egyszerűen a B_1 blendéből az üveglemezre kivetített képe a B_2 résblendének. Az elhajlított nyalábok az ezüstatomok sebességeloszlásának következtében szélesednek ki.

e) Ez a körülmény megerősíti azt a bizonyítékot, hogy az el nem hajlított atomok száma nem jelentős. A kis területre eső, el nem hajlított atomok érzékelése sokkal érzékenyebb, mint a szélesebb felszínre becsapódó elhajlított atomoké.

Ezekben az eredményekben a mágneses térben történő iránykvantálás közvetlen kísérleti bizonyítékát látjuk.

A kísérletekhez szükséges elektromágnesekért, amelyeket a Vilmos Császár Fizikai Intézet egy alapítványából szereztünk be, igazgatójának, A. *Einstein* úrnak ezúton is leghálásabb köszönetünket fejezzük ki. Köszönetet mondunk továbbá a Frankfurt a. M.-i egyetemen levő barátainknak a kísérlet lefolytatásához szükséges eszközök rendelkezésre bocsájtásáért.

Fordította: *Kovács Pál*

AZ EZÜSTATOM MÁGNESES MOMENTUMA*

W. GERLACH és O. STERN

Három előző rövid cikkben a következőkre mutattunk rá: 1. Egy molekulasugár mágneses térben történő elhajlásának vizsgálata lehetővé teszi az iránykvantálás megfigyelését.[1] 2. A kísérlet bebizonyította, hogy a normál ezüstatomnak gázállapotban van mágneses momentuma.[2] 3. Ezek a kísérletek a mágneses térben történő iránykvantálás kísérleti bizonyítékát jelentették.[3] A következőkben az ezüstatom mágneses momentumának méréséről számolunk be.

A mérés végrehajtásához két dolog szükséges: először az atomsugárnak az ékpólustól való „z" eltérését kell el nem hajlított (mágneses tér 0) és elhajlított (mágneses tér $\mathfrak{H}$) esetben pontosan ismernünk. Másodszor azokon a távolságokon, amelyeken az elhajlított atomok az ék mentén haladnak, mérnünk kell az atomsugár irányára merőlegesen $\left(\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} \perp I\right)$ a tér inhomogenitását.

Az előbbi a beállítási módszerek további javításával és az ék végén elhelyezett, kvarcszálból készült „jelekkel" — amelyek az ezüst lecsapódásban mint „árnyékok" láthatók és a mérésnél vonatkoztatási pontnak használhatók — érhető el. Az előző cikkben leírtnál még szűkebb résblendét alkalmazunk, amivel a lecsapódás keskenyebb lesz.

A tér inhomogenitását az egész tartományban grad $\mathfrak{H}^2$ mérésével végeztük oly módon, hogy közvetlen méréssel pontról pontra meghatároztuk egy igen kis bizmut próbatestre ható taszítóerőt. A térerősséget egy vékony, az ékkel párhuzamosan kifeszített bizmuthuzal ellenállásváltozásából határoztuk meg. A következő táblázat az éken átmenő szimmetriasíkban adja meg az inhomogenitást gauss/cm-ben az éktől való „z" távolság függvényében.

z mm	$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} \times 10^{-4}$
0,15	23,6
0,20	17,3
0,30	13,5
0,40	11,2

* Z. f. Ph., *9*, 353, 1922.

[1] *Stern*, ZS. f. Phys, *7*, 249, 1921 (idézve, mint I.).

[2] *Gerlach* és *Stern*, u. o. *8*, 110, 1921 (idézve, mint II.).

[3] *Gerlach* és *Stern*, u. o. *9*, 349—352, 1922 (idézve, mint III.).

Az első cikkben közölt formula az atomsugár mágneses térben történő elhajlásának számolására a következő:

$$s = \frac{M}{6R} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} \frac{l^2}{T},$$

ahol M a Bohr-magneton, R a gázállandó, T az abszolút hőmérséklet és l az ék hossza (lásd I.). Ezt módosítottuk, mivel: 1. tekintetbe vettük $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ változását az elhajlított sugarak pályája mentén és 2. az ezüstatom középsebességére (a középsebesség négyzetéből vont négyzetgyök) nem a fenti képletben használt szokásos $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ formulát, hanem nagyobb értéket használtunk. Mivel az atomok nagyobb sebességgel hagyják el a kályhát, a sugárban a középsebességet a $v = \sqrt{\frac{4kT}{m}}$ értékkel számoltuk.[1] Az ezüstatom sebességének azonos körülmények között történő méréseiből (az elhajlított sugarak közepének kimérése) az adódott, hogy ebben az esetben egy, a két érték között levő sebesség hiányzik.[2] Ezért a fenti képletben a nevezőben levő 6 helyébe nem az elméleti maximális 8 értéket helyettesítettük be, hanem a 7 középértéket. A számításhoz csak az eltaszított sugarakat választottuk, mert a vonzott sugárra az erős kiszélesedés és az ék közelében fellépő szabálytalan alak miatt sem az elhajlás nagyságát, sem a tér inhomogenitását az ékhez ilyen kis közelségben nem tudtuk megmérni.

Két felvétel mért és számított értékei a következők:

Felvétel	Az el nem hajlított sugár táv. az éktől	Az elhajlított sugár közepes elhajlása	
		mért	számított
I.	0,32 mm	$0{,}10_3$ mm	$0{,}11_1$ mm
II.	0,21 „	0,15 „	$0{,}14_6$ „

Az első felvétel a már előző cikkben ismertetett. A második felvételnek nagyobb fontosságot tulajdonítunk, mert ennél a fentebb már említett jelekkel és beállítási móddal az el nem hajlított sugárnak az ékkel való párhuzamossága és ettől való távolsága 0,01 mm-re pontosan volt meghatározva. Ennek ellenére nem tartjuk olyan jónak a mérés pontosságát, amint az a megfigyelt és az 5600 Bohr-magnetonnal számolt érték közötti jó egyezésből látszik. A hibahatárt kb. 10%-ra becsüljük.

[1] Stern, ZS. f. Phys. 3:417, 1920.
[2] Stern, u. o. 2:49, 1920; 3:417, 1920.

A mérésekből tehát kiadódik, hogy a gázállapotú normál ezüstatom mágneses momentuma 1 Bohr-magneton.

A méréseket a húsvéti szünet alatt a Frankfurt a. M.-i Fizikai Intézetben végeztük. Ismételten köszönetet mondunk az Intézet kutatóinak a rendelkezésünkre bocsátott eszközökért, továbbá *E. Madelung* úrnak több értékes tanácsáért, különösen a beállítási módszer kidolgozásánál.

Fordította: *Kovács Pál*

KVANTUMELMÉLETI MEGJEGYZÉSEK STERN ÉS GERLACH KÍSÉRLETÉHEZ*

A. EINSTEIN, Berlin és P. EHRENFEST, Leiden

1. §. *O. Stern* és *W. Gerlach*[1] ezüstatomokból álló nyalábot bocsátott át mágneses téren abból a célból, hogy megállapítsa, van-e az atomoknak mágneses momentuma, és ha igen, ez milyen orientációt vesz fel a mágneses téren való áthaladás közben. Kísérletük igen jelentős eredménye a következő: áthaladás közben minden atom mágneses momentumának iránya az erővonalak irányával egyezik, éspedig kb. az atomok felénél a tér inhomogenitásának irányával, a másik felénél az ellenkező iránnyal. Természetesen felmerül a kérdés, milyen módon jutnak az atomok ebbe az orientációba.

2. §. Mindenek előtt le kell szögeznünk, hogy az atomok, mialatt belépnek az elhajlító mágneses térbe, nem szenvednek összeütközést. Az utolsó összeütközések az olvasztótégely gőzterében következnek be.

Kérdezzük továbbá, hogy mágneses atomok hogyan változtatják orientációjukat mágneses tér hatására? Amennyiben eltekintünk a sugárzás emissziótól és abszorpciótól, az összeütközésektől és más hasonló befolyásoktól, az atomok mágneses térben precessziós mozgást (Larmor-rotáció) végeznek a tér iránya körül. Ha a tér iránya lassan változik a precessziós mozgás sebességéhez képest, a precessziós mozgás szöge változatlan marad. A kvantumelmélet által megkövetelt irányokba történő beállás (ezüstatomra 0 és π Stern és Gerlach kísérlete szerint) eszerint külső befolyások — mint pl. sugárzás, vagy összeütközések — nélkül nem következhet be.

3. §. A kísérleti tények legkézenfekvőbb magyarázatának az látszik, hogy az atomok beállása a mágneses térbe való belépéskor következik be, éspedig sugárzás-kicserélődés hatására. Ekkor nemcsak energia-leadás, hanem a sugárzó térből történő energiafelvétel is megkövetelendő, utóbbi azokra az atomokra, amelyek az erővonalakra antiparalel állanak be. Kérdés, milyen gyorsan következik be ekkor sugárzás hatására (szobahőmérsékleten) a momentumok átállása? Aránylag biztosan meg lehet becsülni ezt az időt a kvantumállapotból kvantumállapotba történő átmenetnél. Tudjuk, hogy az ilyen esetekben az atomok egy csoportjának átmenetével kapcsolatban ez az idő — legalábbis nagyságrendileg — mindig megegyezik a megfelelő klasszikus modellel. A mi esetünkben egy mágneses momentummal rendelkező precesszáló atom úgy

* Z. f. Ph., *11*, 31, 1922.

[1] ZS. f. Phys., *9*, 349, 1922.

viselkedne, mint egy kúpos rotációt végző sugárzó mágneses dipól. A beállási idő 10000 Gauss térerő esetén 10^{11} sec nagyságrendű lenne, ha egyedül csak a *kisugárzás* hatna a precessziós mozgásra. Ha figyelembe vesszük a környező szobahőmérsékleti sugárzás („pozitív és negatív besugárzás"[1]) befolyását is, ez az idő kb. 10^{9} sec-ra csökken.

Ezek az idők olyan nagyságrendűek, amelyek a kísérlet szempontjából nem jöhetnek számításba, mivel itt a beállásnak kevesebb mint 10^{-4} sec alatt kell bekövetkeznie.

4. §. Ha megpróbáljuk ezt a nehézséget áthidalni, két különböző lehetőség kínálkozik.

A) A valódi mechanizmus olyan, hogy atomok sohasem kerülhetnek olyan állapotba, amelyben nem teljesen kvantáltak.

B) Gyors behatásoknál olyan állapotok jönnek létre, amelyekre nem érvényes az orientálódás kvantumszabálya. A kvantumelmélet szerint megkövetelt beállásokat ki- és besugárzás állítja elő, éspedig sokkal nagyobb reakciósebességgel, mint a kvantumállapotból kvantumállapotba történő átmeneteknél. A két alternatíva közötti a priori döntés nem látszik lehetségesnek, de jól látszik az alapvető különbség és a jellegzetes nehézségek, amelyekhez mindkettő vezet.

5. §. Az A) alternatíva tárgyalása. 1. Az itt fellépő követelményeket igen jól példázza a Stern—Gerlach kísérlet. Az olvasztótégely gőzterében minden ezüstatom minden összeütközésnél teljesen gerjesztődik, tehát mágneses tengelye az ott uralkodó mágneses tér irányába orientálódik, bármilyen gyenge legyen is az. Az utolsó összeütközés után a tér különböző részein történő áthaladás közben orientációja állandóan az illető hely térirányához alkalmazkodik.[2]

2. Ekkor (az egykvantumos) momentumok egyrésze párhuzamosan, másrésze antiparalel fog állni a térrel. A statisztikus eloszlást a kályha gőzterének hőmérséklete és a tér erőssége határozza meg és nem lesz rá befolyással a (sugárzási) hőmérséklet és annak a térnek a térerőssége, amelyen a továbbiakban áthalad!

3. Ezek után a következőket kellene feltételeznünk: az összeütközés (azaz erős terek hatása) után mégoly gyenge tereknek is döntő hatással kell lenniük az orientációra. A mágneses tér irányának változásainál, amelyek a Larmor-rotációval szemben tetszőlegesen gyorsak, az atom mágneses tengelye a térirányt éppen olyan tökéletesen követi, mint tetszőlegesen lassú változások-

[1] *A. Einstein.* A sugárzás kvantumelméletéhez. Phys., ZS., *18,* 121, 1917, 2. §.

[2] Dr. *G. Breit* a leideni fizikai kollokvium során már vitatta ilyen értelemben ezt a kérdést.

nál. Általában: a külső hatások tetszőlegesen gyors változásánál egy mechanikai rendszernek ugyanabba a végállapotba kellene jutnia, mint végtelen lassú (adiabatikus) változásnál. Hogy ez a mechanikai összefüggések megsértésére vezet, példákon könnyen be lehet mutatni.[1]

6. §. A B) alternatíva tárgyalása. 1. A Stern—Gerlach kísérletre a következő kép adódik: a kályha gőzterében minden összeütközés után egy atom mágneses tengelye önkényesen orientálódik az ott jelenlevő gyenge térhez. Az orientáció ultravörös sugárzás hatására következik be a térrel párhuzamos és antiparalel beállásban, éspedig kisugárzás, valamint pozitív és negatív besugárzás eredményeként. Itt azt tételezzük fel, hogy ilyenfajta átmenetek nem kvantumos állapotból kvantumos állapotba sokkal nagyobb nagyságrendű átmeneti valószínűségeknek felelnek meg, mint a kvantumállapotból kvantumállapotba történő átmeneteknél.[2] Az utolsó összeütközés után a tér különböző részein való áthaladáskor a tengely orientációja kváziadiabatikusan változik a változó tériránnyal. A mindig fellépő igen kicsiny szögeltéréseket rendkívül gyenge, távoli ultravörös frekvenciával (még sokkal távolibb ultravörös, mint a precessziós frekvencia) történő sugárzáskicserélődés egyenlíti ki.

2. A térhez képest párhuzamos és antiparalel statisztikai eloszlást ebben az esetben is a hőmérséklet és a kályhában uralkodó térerősség határozza meg!

3. A B) alternatíva szerint egyatomos gőz, amelynek atomjai mágneses momentummal rendelkeznek, mágneses térben a precessziós mozgás frekvenciájának hosszúhullámú oldalán emittálnak és abszorbeálnak; tehát megfelelő mágneses tér esetén az elektromos hullámok tartományában.

4. A B) alternatívára az a jellemző, hogy a kvantumállapotokba való átmenetet egy ki- és besugárzás lehetőségétől teszi függővé, tehát alapvető különbséget tesz tiszta mechanikai és sugárzóképes rendszerek között. Egy szimmetrikus, súlyos pörgettyű forgástengelye pl. csak akkor állhat be a kvantumszabálynak megfelelően a nehézségi erőtér irányába, ha a pörgettyűn mozgó elektromos töltések vannak. Végül, ha a B) feltevést a meghatározott orientációkba való beállásról ki akarnánk terjeszteni a kvantumállapotokba

[1] Egy némiképpen fiktív példa: egy fonálinga hosszának adiabatikus megrövidítése a ν frekvenciát és az ε energiát együttesen úgy változtatja meg, hogy a kvantumszabály érvényes marad. Ha a megrövidítést pl. vertikális állásban gyorsan végezzük el, ν nagyobb lesz, mialatt a mechanika szerint energiát nem közöltünk az ingával. Az A) alternatíva tehát mechanikailag nem tárgyalható munkaközlést jelent. Második példa: mágneses atom gyenge mágneses térben. A tér végtelen lassú változásánál (a precessziós sebességhez képest végtelen lassú) a mechanika törvényei szerint az atom mágneses tengelye követi a térirányt. Történjék ugyanez a térirány gyors változása esetén. Ekkor az impulzus mechanikailag nem tárgyalható gyors változása következik be.

[2] 10^9 sec helyett 10^{-4} sec beállási időnek megfelelően.

való beállásra, azaz pl. ha egy kristályrács rezgéseinek és egy molekula rotációinak kvantumpályákra való spontán beállását csak mozgó elektromos töltések esetén engedjük meg, nyilvánvaló ellentmondásba jutunk pl. a gyémánt és a gázállapotú H_2 fajhőjével kapcsolatos tapasztalatokkal.

7. §. A felsorolt nehézségek megmutatják, mennyire nem kielégítőek *Stern* és *Gerlach* két kísérletének eredményei. *Bohr* felfogása — hogy bonyolult terekben egyáltalán nem keletkezik határozott kvantálás — megbeszéletlen maradt.

Leiden—Berlin, 1922 május—június.

Fordította: *Kovács Pál*

FOLYÓIRAT-KIADVÁNYAINK

előfizethetők
és számonként is vásárolhatók
a következő helyeken:

AKADÉMIAI KÖNYVESBOLT

Budapest, V., Váci utca 22.

AKADÉMIAI KIADÓ TERJESZTÉSI OSZTÁLY

Budapest, V., Alkotmány utca 21.

Külföldön terjeszti a

KULTÚRA KÖNYV- ÉS HÍRLAP KÜLKERESKEDELMI VÁLLALAT

Budapest, VI., Népköztársaság útja 21.
Telefon: 429—760.

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója Műszaki felelős: Pataki Ferenc
A kézirat beérkezett: 1961. VII. 17. — Példányszám: 650 — Terjedelem: 7,3 (A/5) iv, 58 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 61-2913

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 40 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

Ára: 10,— Ft.
Előfizetés kötetenként: 42,— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

Oldal

Jánossy Lajos: Megfontolások a valószínűségszámítás alapjairól 327
Kisdiné Koszó É., Kroó N., Pravetzky E. és *Zsigmond Gy.:* Grafitból készült neutron-kollimátorok vizsgálata 341
Turchányi György, Horváth Tünde és *Tarján Imre:* A NaCl kristályok gőzfázisból kialakult lamella-szerkezeteiről 349
Sándor Tamás, Somogyi Antal és *Telbisz Ferenc:* Az atmoszféra állapotának a kozmikus sugárzás müon-komponensére gyakorolt hatását korrigáló eljárások összehasonlító vizsgálata 355

A LABORATÓRIUMBÓL

Feit Pál: Ólomtégla sorozat sugárvédelmi célokra 367

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

O. Stern: A mágneses térben történő iránykvantálás vizsgálatának kísérleti módszere . 389
W. Gerlach és *O. Stern:* Az ezüst-atom mágneses momentumának kísérleti igazolása 395
W. Gerlach és *O. Stern:* A mágneses térben történő iránykvantálás kísérleti bizonyítéka 397
W. Gerlach és *O. Stern:* Az ezüst-atom mágneses momentuma 401
A. Einstein és *P. Ehrenfest:* Kvantumelméleti megjegyzések Stern és Gerlach kísérletéhez 405

V 307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI
JÁNOSSY LAJOS

IX. KÖTET *6. FÜZET*

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST 1961

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki, és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközti formulákban ferde törtvonalat, pl. 1/2, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írjuk **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

A FELÜLETI STRUKTÚRÁK KIMUTATÁSÁRÓL*

TURCHÁNYI GYÖRGY, HORVÁTH TÜNDE és TARJÁN IMRE
Orvosi Fizikai Intézet, Budapest

Az utóbbi évek elméleti és kísérleti vizsgálatai bebizonyították, hogy a kristályok felületi tulajdonságai nem mindenben azonosak magának a kristálytömbnek a tulajdonságaival. Éppen ezért a kristályfelület maga is lehet külön kutatás tárgya. Ehhez szükséges a felületi szerkezetek finomabb részleteinek a feltárása. Ez nem egyszerű kérdés. Így pl. a felületi növekedés tanulmányozásakor kitűnt, hogy a növekedési sebesség fordított viszonyban van a felületi lépcsők magasságával [1, 2]. Éppen a nagy sebességgel növő felületi rétegek magassága tehát olyan alacsony, hogy bár maga a réteg tangenciónálisan nagy kiterjedésű lehet, csekély magassága folytán sok esetben a vizsgálat számára észrevétlen marad. A felületi növekedésnek egyéb olyan részletei, finomságai is vannak, amelyek szintén nehezen tanulmányozhatók, mivel ezek is az optikai felbontóképesség határain túl esnek, illetőleg a növekedés folyamán eltűnnek.

1. A NaCl kristályok felületén hőkezeléskor megjelenő figurák [3] *finomabb* részleteinek kimutatására felhasználtuk azt a jól ismert tapasztalatot, hogy a szennyeződések „előszeretettel" adszorbeálódnak a felületi lépcsők sarkain, homlokzatán. Hasonló folyamatról van szó, mint a túltelített gőzöknek Wilson-kamrában az ionokon való lecsapódása. Megjegyezzük, hogy egyes esetekben a *kész* növekedési lépcsőknek a kimutatása is végbemehet megfelelő gőzcseppek lecsapatásával. Az 1. ábrán bemutatunk egy gőzfázisból nőtt NaCl tűkristálylemezt, amelynek felületén levő frontokat a rájuk kivált cseppekkel dekoráltuk. Ezáltal jól felismerhetővé vált, hogy a kép közepén levő köralakú front forrása szemcsehatárok találkozási pontjában van.

Tapasztaltuk, hogy ha NaCl kristályok temperálásakor a térbe jól korrodeáló, de NaCl-ban alig vagy egyáltalában nem beépülő nikkelt, illetőleg kerámiát vittünk be, és különösen, ha az így kezelt NaCl lemezeket a hőkezelés után gyenge savval, így pl. ecetsavval megmarattuk, akkor a felületi szerkezet *olyan részleteit sikerült feltárnunk,* amelyek különben észrevehetetlenek maradtak volna.

* Érkezett 1961. jún. 3.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

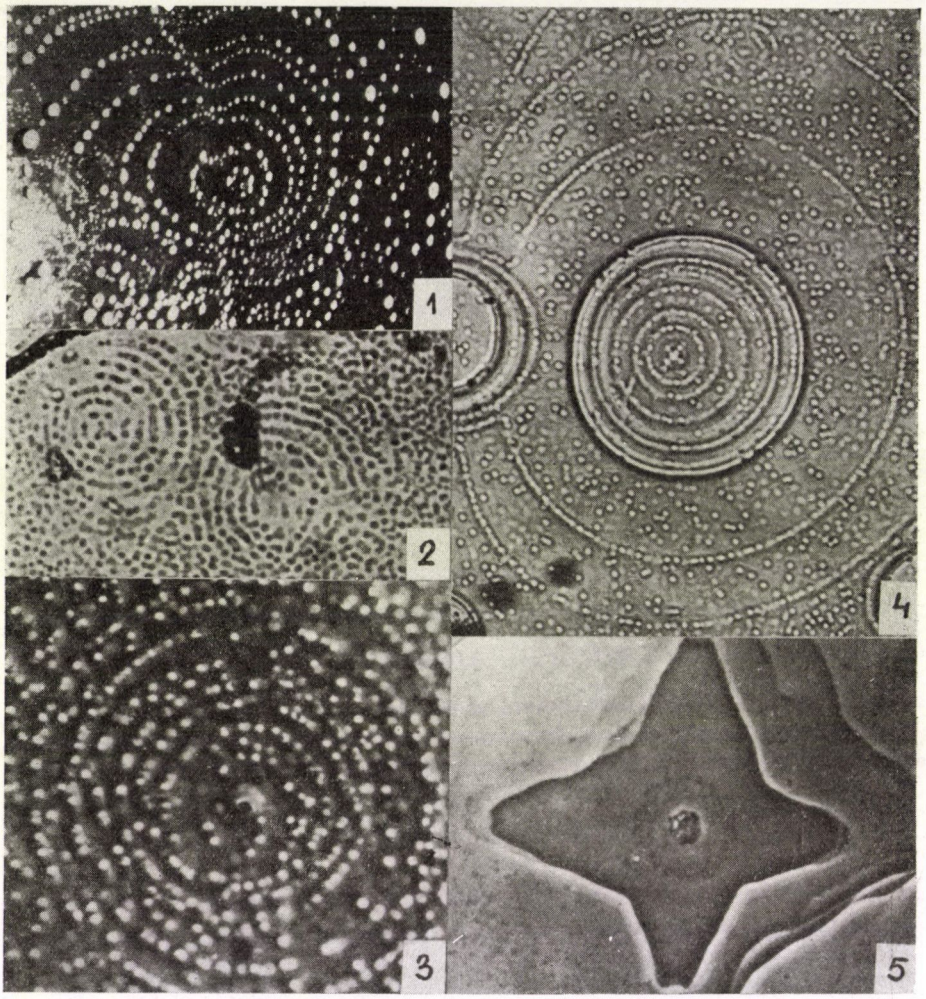
A 2. ábra hőkezelés közben szennyezett, majd utólag ecetsavval megmaratott NaCl kristálylemez felületét mutatja. Két ellentétes előjelű spirális képét rajzolják ki a maratási gödrök. — Körkörösnek mondható figurát mutat átmeneti részletekkel az előbbi módon kezelt lemez felülete a 3. ábrán. Erőteljesebb körkörös képződmények finomabb részletei is jól láthatók a 4. ábrán közölt felvételen.

Nem teljesen tisztázott, hogy az ecetsavval történő maratásnak mi a szerepe. Lehetséges, hogy egyszerűen csak arról van szó, hogy az ecetsav megtámadja a felületi lépcsőkre lerakódott szennyeződéseket és azokat onnan kioldja. Az így eltávolított szennyeződés helyén maradt „gödör" az, amely azután „dekorálja" a felületi lépcsőket. Lehet, hogy többről van szó. A felületi lépcsőkre ráépült szennyeződések geometriai hibákat, diszlokációkat okozhatnak, amelyek a lemezek lehűtésekor megerősödhetnek. Ezeket a diszlokációs gödröket tárja fel azután az ecetsavas maratás. Igaz, hogy ezek a gödrök legömbölyödöttek, de ezért esetleg maguk a szennyeződések lehetnek a felelősek [4]. Valóban tapasztaltuk is, hogy ha nikkelt, nikkeloxidot, a dekorálásra felhasznált korrodeáló kerámiaanyagot ecetsavban oldunk, az így nyert ecetsav a nem szennyezett és nem kezelt hasítási felületeken is csak legömbölyített, aránylag apró maratási gödröket hoz létre.

2. A kristálynövekedés általában szennyező anyagok jelenlétében megy végbe. Ezek egy része beépül a kristályba, más részét a növekvő kristályfelület, esetünkben a növekvő front, a növekedési lépcső mintegy maga előtt tolja. A szennyeződés ilyen módon bedúsul és ha koncentrációja egy bizonyos mértéket elér, a növekedési front átbukik rajta [5]. A visszamaradt szennyeződés elhelyezkedése azonban megőrzi számunkra *a növekedés korábbi fázisait*. Így az 5. ábrán látható, körkörösen lerakódott szennyeződések arra utalnak, hogy a kb. 700 C°-on megjelenő csillagforma kialakulásában is — legalábbis a kezdeti fázisban — szerepet kap a körkörös növekedés.

A szennyeződések lerakódása azonban némileg módosítja a felületi lépcsők kialakulását:

a) A lépcsőhomlokzatokon letelepülő szennyeződés lelassíthatja a réteg tangencionális növekedését és közvetett úton hozzájárulhat a rétegvastagság növekedéséhez. A növekedési centrumból szakaszosan indulnak ki az új felületi rétegek [6]; ennek köszönhető, hogy zavartalan körülmények között koncentrikus gyűrűkből álló növekedési figura alakul ki (6. a ábra). A szennyeződések lerakódása által lelassított felületi réteget utolérhetik a „fiatal", aránylag kevésbé szennyezett, alacsonyabb és ezáltal is nagyobb tangencionális sebességű rétegek. Ezek újabb szennyeződéseket szállítva, a lelassított felületi réteg sebességét tovább csökkentik, másrészt a lépcsők kidekorálását erő-



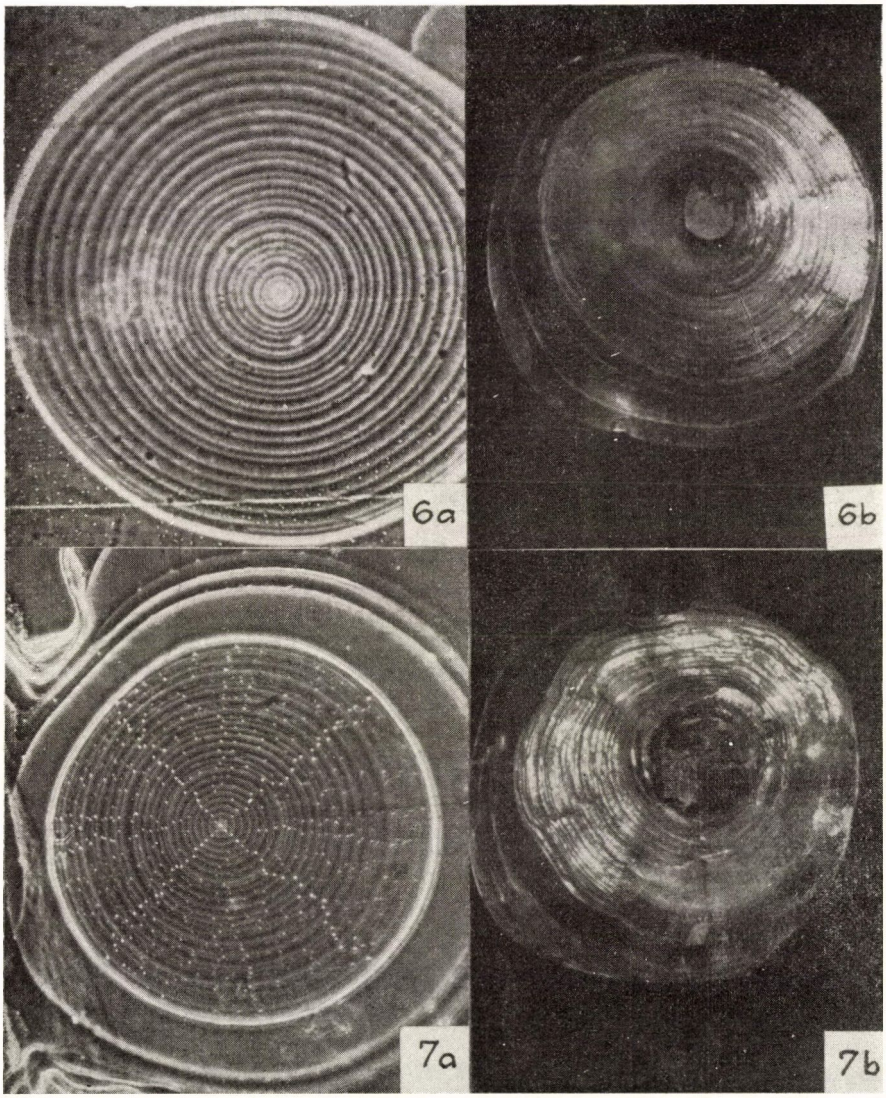
1. ábra. NaCl tűkristálylemez felületén levő frontok cseppekkel dekorálva. A frontok forrása egy szemcsehatár találkozási pontja (×75)

2. ábra. Két finom, esetleg csak atomi lépcsőmagasságú, ellentétes előjelű spirális képét rajzolják ki a maratási gödrök (×150)

3. ábra. A maratási gödrök körkörösnek mondható figurát mutatnak átmeneti részletekkel (×150)

4. ábra. Az erőteljesebb körkörös képződmények finomabb részletei is láthatóvá válnak a frontok kialakulása közben történő szennyezésük és utólagos ecetsavas maratásuk után (×200)

5. ábra. A körkörösen lerakódott szennyeződések arra utalnak, hogy a kb. 700 C°-on kialakult csillag forma létrejöttében is szerepet játszik a körkörös növekedés (×150)



6. ábra. *a* — Kősólemezre gőzfázisból ránőtt „egykristály" (×150) *b* — Nacken—Kyropoulos módszerrel olvadékból növesztett kősó egykristály teteje (természetes nagyság)

7. ábra. *a* — Kősólemezre gőzfázisból ránőtt „polikristály" (×150) *b* — Nacken—Kyropoulos módszerrel olvadékból növesztett kősó polikristály (természetes nagyság)

sítik. Az új rétegekkel felmagasított felületi lépcsők növekedése egyébként a magasság-sebesség fordított viszonya miatt is lassul.

b) A szennyeződés más szempontból is módosíthatja a felületi növekedést, új növekedési centrumokat képezhet, és az eredetileg „egykristály"-növekedést (6. a ábra) „polikristályossá" (7. a ábra) változtathatja, éppen úgy, mint ahogy ez az ún. Nacken—Kyropoulos módszerrel végzett kristálynövesztéseknél gyakran előfordul. A 6. b és 7. b ábrákon látható NaCl kristályok Nacken—Kyropoulos módszerrel készültek. A felületükön létrejött jelenségek hasonlítanak a 6. a és 7. a ábrákon látható gőzfázisból kialakult körkörös figurákhoz. — Megjegyezzük, hogy a két hosszabb egymásra merőlegesen, [110] irányban haladó nikkeloxid pontsor „egykristályos" növekedésnél is megjelenik és olyan felületi pontokat dekorál ki, amelyek a körkörös figurákon igen sokszor egyszerű kontrasztosságban is megmutatkoznak. Ezek a pontok valószínűleg a szabályos rendszerhez tartozó NaCl kristályok éleinek találkozási helyeit adják meg.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a szennyeződések lerakódásával, illetve az így kezelt felületek ecetsavas megmaratásával feltárt felületi részletekből értékes következtetéseket vonhatunk le a felületi növekedésre vonatkozólag. Tekintetbe kell azonban vennünk azt is, hogy ezek a szennyeződések módosíthatják a lejátszódó folyamatokat.

A kísérleti munkák elvégzésében, a felvételek elkészítésében nyújtott segítségért köszönetünket fejezzük ki K. *Jost* Franciska laboránsnak, a technikai segítségért *Hann* Lajos műszerésznek.

IRODALOM

[1] *N. Volmer,* Kinetik der Phasenbildung, Drezda, 1939.
[2] *G. G. Lemlein* és *E. D. Dukova,* Krisztallografia *1,* 113, 1956.
[3] *Turchányi Gy., Horváth T.* és *Tarján I.,* Magy. Fiz. Foly., *8,* 230, 1960.
[4] *J. J. Gilman, W. G. Johnston* és *W. G. Sears,* J. Appl. Phys., *29,* 747, 1958.
[5] *A. V. Subnikov,* Krisztallográfia, *3,* 499, 1958.
[6] *C. W. Bunn* és *H. Emmett:* Crystal Growth, London, 1949, 119. old.

KBr TŰKRISTÁLYOK NÖVEKEDÉSE OLDATBAN*

MALICSKÓ LÁSZLÓ
Budapesti Építőipari és Közlekedési Műszaki Egyetem Kísérleti Fizikai Intézet

Ismeretes, hogy bizonyos körülmények között túltelített gőzökben, oldatokban, túlhűtött olvadékokban tűalakú kristályok nőnek, melyeknek egyik mérete több mm-t is elérhet, míg a másik két mérete 0,1—20 μ nagyságrendű. *Sears* [1] higanykristálykákat növesztett gőzből, azt tapasztalta, hogy nagy túlhűtés esetén a lecsapó felületen tűalakú kristályok keletkeznek. *Brenner* [2] redukciós módszerrel állított elő fémtűket. Megállapította, hogy a tűk axiális növekedési sebessége igen nagy (4—23 μ/sec). *Gordon* [3] szerves és szervetlen sók vizes oldatcseppjeiben vizsgálta a kristályok keletkezését. A cseppek gyors párolgásánál finom tűkristályok keletkezését figyelte meg. A szálak hossztengely irányú növekedési sebessége nagy volt.

Oldatokban történő kristálykeletkezésekkel kapcsolatban érdekes kísérleteket végzett *Gyulai* [4]. 70 C°-on telített KBr, ill. NaCl oldatot zárt tubusba helyezett. Majd a tubust megfelelő vízfürdővel különféle sebességgel hűtötte. Bizonyos túltelítettség mellett az oldatot megrázva, az oldatban hirtelen 2—5 mm hosszú és 0,01—0,05 mm vastag tűkristályok jelentek meg, majd lavinaszerűen az egész oldat sűrűn megtelt tűkristályokkal. Később az oldat túltelítettsége lecsökkent, az egész jelenség megszűnt. A lavina után bizonyos idő múlva (azaz bizonyos túltelítettségnél) ismét megjelentek tűk az előbbieknél jóval hosszabbak és vékonyabbak. A kísérletek azt mutatták, hogy a tűk keletkezési sebessége igen nagy lehet. Érdekesnek látszott megvizsgálni a tűk növekedésének időbeli lefolyását. A most ismertetendő munkában megvizsgáljuk, hogyan változik a vizes oldatban nőtt KBr tűk axiális növekedési sebessége a növekedési idő függvényében.

Kísérleti módszer. Tűkristályok növekedési sebessége a tapasztalatok szerint nagy. A növekedés menetének időbeli jó felbontása céljából a tűkristályok növekedéséről mikrofilmet készítettünk. A vizsgálathoz Zeiss N. F. binokuláris kutatómikroszkópot használtunk. Ennek egyik tubusához filmfelvevőgép csatlakozott, a másik tubus a látómező beállítására szolgált.

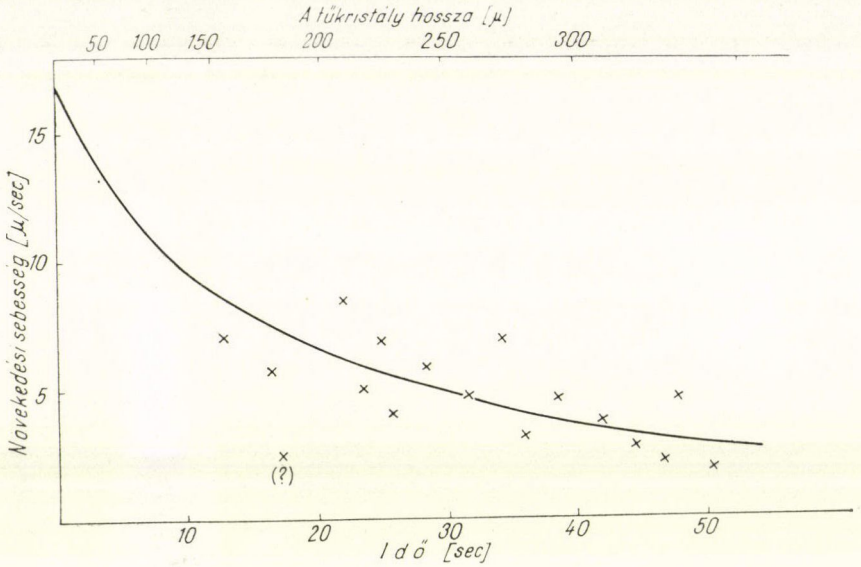
* Érkezett 1961. júl. 22.
A turnovi Kristálynövesztő konferencián 1961. júl. 5-én tartott előadás

A filmezéshez Agfa Isopan F 16 mm-es 15/10 Din°-es filmet használtunk. 20-szoros mikroszkópobjektívvel 24-szeres nagyítást értünk el. A filmsebesség 8, ill. 16 kocka/sec volt, a tűk növekedési sebességétől függően.

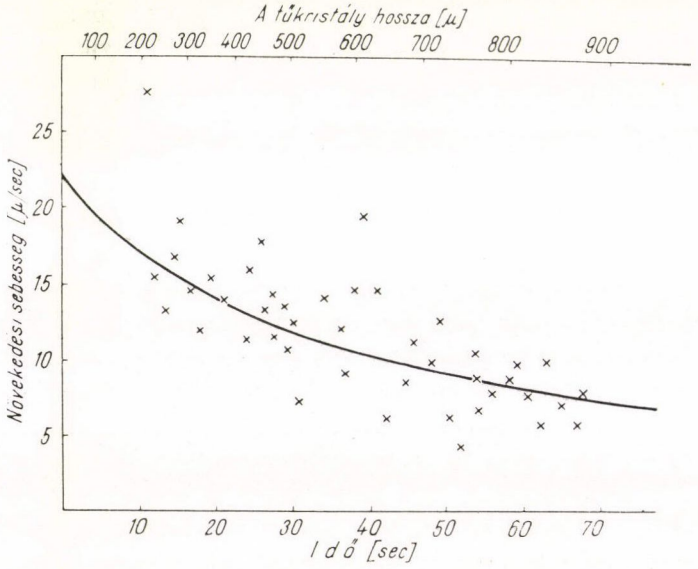
A tűkristályokat *Gordonhoz* hasonlóan [3] kis KBr oldatcseppekben állítottuk elő. A szobahőmérsékleten telített pro anal KBr-ből készített oldat cseppjét tárgylemezre helyeztük. A csepp szabad felületén keresztül a szoba terébe párolgott. A párolgás sebességét a vizsgáltakhoz hasonló cseppeken azonos körülmények között analitikai mérleggel mértük. Bizonyos párologtatási idő elteltével az oldatcseppet kissé megráztuk, amikoris tűk, lemezek keletkeztek. A növekedést mikroszkópon keresztül figyeltük meg és filmeztük. A kész filmkockákat 10-szeres további nagyítással kivetítettük, az így kapott képen a tűhosszakat $\pm 0{,}1$ mm pontossággal tudtuk mérni. A kockák sorszámából, a filmsebességből és két kockán mért kristályhossz különbségéből az illető időközre vonatkozó átlagsebességet ki tudtuk számítani. Ezt a sebességet a továbbiakban egyszerűen *sebességnek* (pillanatnyi sebesség) nevezzük. Sebességméréseink maximális hibája kb. $\pm 10\,\%$ volt. Ez a hiba a képkontúr életlensége miatti hosszmérési hibából és a filmfelvevőgép esetleges egyenetlen járásából adódott.

Eredmények. Az oldatcseppekben keletkezett tűkristályok téglalap keresztmetszetűek voltak. Átmérőjük kb. 1—5 μ. A tűk tengelye, a kristály alakjából becsülve, [100] irányú volt. Ha a cseppek túltelítettsége nem volt nagy, a tűk átlagsebessége a megfigyelt teljes növekedési időre számítva (a továbbiakban egyszerűen *átlagsebesség*) néhány μ/sec volt. Nagyobb túltelítettség esetén az átlagsebesség is nagyobb. Az általunk észlelt átlagsebességek 4—20 μ/sec közt változtak. A tűk hosszirányú növekedése közben radiális irányú méretváltozást nem tapasztaltunk. Megmértük azonos tűnél $\Delta t = 1{,}25$, ill. 2,5 sec időközökre eső $v = \frac{\Delta l}{\Delta t}$ sebességeket, időben egymás után. Az eredmények egy tipikus példáját mutatja az 1. ábra. Az alsó vízszintes tengelyre a növekedési időt secundumokban mértük fel. A felső vízszintes tengelyen az időnek megfelelő pillanatnyi tűhossz van felmérve μ-ban. A függőleges tengelyen a sebességet mértük fel μ/sec-ban. Ennél a mérésnél $\Delta t = 2{,}5$ sec volt. Látható az ábrán, hogy a mérési pontok eléggé ugrálnak. Ez az ugrálás még szembetűnőbb a 2. ábrán. A tengely beosztása itt ugyanaz, mint az első ábrán. A tű átlagsebessége most kb. kétszerese az előzőének. A Δt időköz itt 1,25 sec. Az ábrán 10 és 40 sec körül lehet látni egy-egy nagy, 10—15 μ/sec nagyságú sebességingadozást.

Mindkét ábrán látható, hogy kb. 0—200 μ tűhossz intervallumban hiányzanak a mérési pontok. Ugyanis a látótér beállítása miatt a közvetlen indulást igen ritkán lehetett elcsípni. Időben a sebesség láthatóan csökkent. A sebesség


A tűkristály hossza [μ]
50 100 150 200 250 300
15
10
5
Növekedési sebesség [μ/sec]
(?)
10 20 30 40 50
Idő [sec]

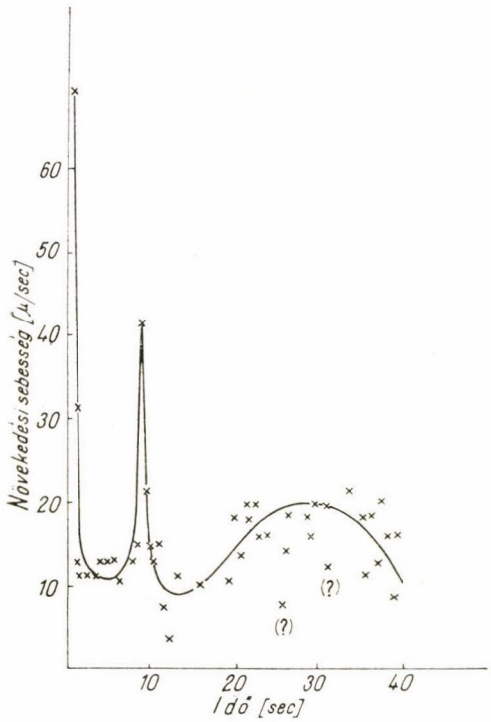
1. ábra


A tűkristály hossza [μ]
100 200 300 400 500 600 700 800 900
25
20
15
10
5
Növekedési sebesség [μ/sec]
10 20 30 40 50 60 70
Idő [sec]

2. ábra

időbeni változása $v(t) = A \exp(-at)$ alakúnak adódott, ahol $A = 10—20$ μ/sec, $a = 0{,}01—0{,}03$ sec^{-1} volt.

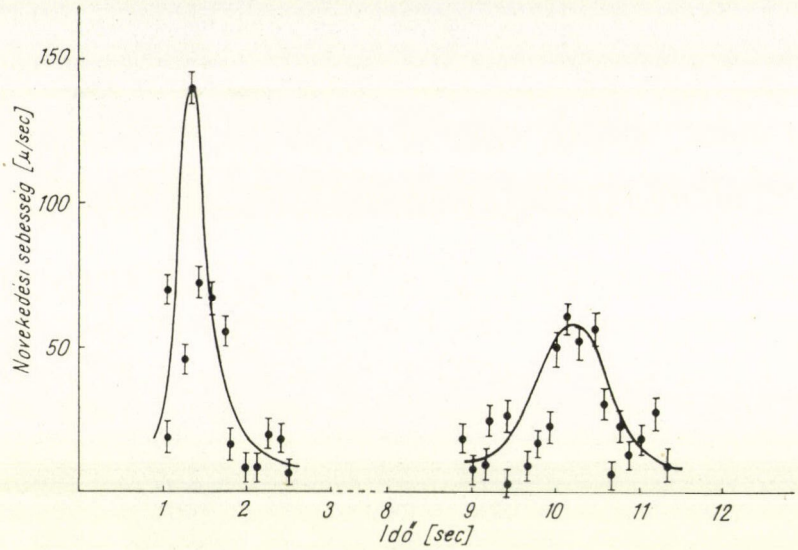
Megemlítjük még, hogy ritka esetben extrém nagy ingadozásokat is találtunk. Ilyen eset látható a 3. ábrán a $t = 0$ és 10 sec körül. Itt éppen sikerült elkapni egy tű növekedését közvetlenül az indulás fázisában. Ebben az esetben $\Delta t = 0{,}625$ sec volt. A két nagy sebességingadozást érdemes megnéznünk nagyobb időfelbontásban is ($\Delta t = 0{,}125$ sec). Az eredményeket a 4. ábra mutatja. Minden mérési ponthoz feltüntettük a mérési hibákat is összehasonlítási lehetőség céljából. Megfigyelhető, hogy a két nagy ingadozás mellett (ami kb 130 μ/sec, ill. 50 μ/sec) a mérési hibáknál nagyobb további ugrások is láthatók (10—20 μ/sec).



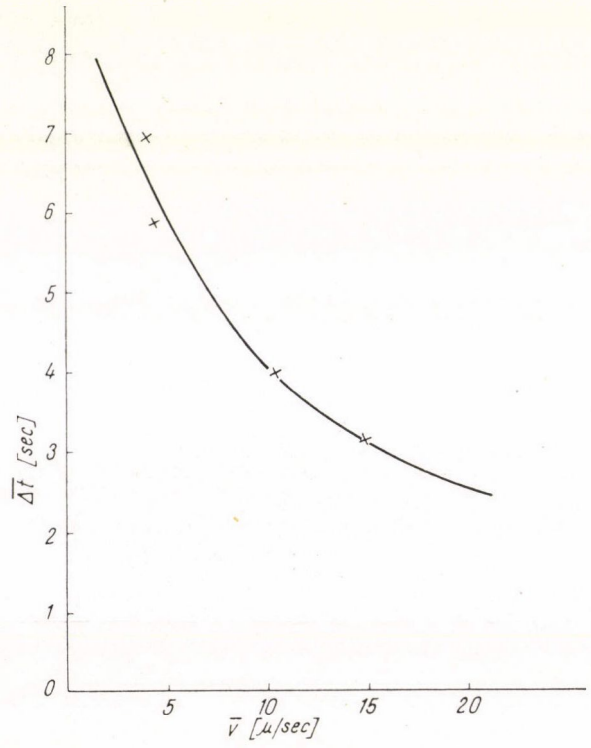
3. ábra

A mérések azt mutatják, hogy a sebességingadozások nagysága 1—20-szorosa a mérési hibáknak. Általában az átlagsebesség növekedésével a sebességingadozások nagysága is növekszik. Megnéztük a sebességingadozások két egymásutáni bekövetkezése közt eltelt időket (a továbbiakban ezeket *relaxációs idők*nek nevezzük). Azt találtuk, hogy az átlagos relaxációs idő ($\bar{\Delta t}$) csökken az átlagsebesség $\bar{v}$ növekedésével. Az eredményeket az 5. ábra mutatja. A függőleges tengelyre az átlagos relaxációs időt mértük fel sec-okban, a vízszintes tengelyre pedig az átlagos növekedési sebességeket μ/sec-okban. Egy adott tű esetén az átlagos relaxációs idő és az átlagos növekedési sebesség szorzata két szomszédos sebességugrási hely átlagos térbeli távolságát adja meg. Erre 25—50 μ adódott.

Diszkusszió. A tűkristályok hosszirányú növekedését egy [100] irányú Burgers-vektorú csavardiszlokáció jelenlétével magyarázhatjuk [1,5]. A csavardiszlokáció kibukkanási helye egy permanens növekedési lépcsőt szolgáltat, ahol a lerakódás valószínűsége nagyobb, mint más határfelületeken. A lerakódáshoz szükséges anyag a környező térből diffúzióval jut a kristály összfelszínéhez, majd részben az oldalfelületek menti diffúzióval a kristálycsúcshoz.



4. ábra. A 3. ábrán $t = 0$ és 10 sec körüli nagy ingadozások nagyobb időfelbontásban



5. ábra

A tűsebesség exponenciális csökkenése időben az irodalomból már ismert [6]. Az érdekes az, hogy ez a csökkenés nem simán, folyamatosan valósul meg, hanem nagy sebességingadozások lépnek fel. A sebességugrások oka valószínűleg a túltelített oldatok szerkezetében keresendő. Ismeretes, hogy túltelített oldatokban az ionok nagymértékben asszociálódhatnak. Ilyen asszociátumban a lokális koncentráció nagyobb, mint az átlagos telítettségi koncentráció. Amikor a tű csúcsa ilyen tartományba ér, rohamosabb lesz az anyagkiválás a csavardiszlokációs lépcsőn, az axiális sebesség nagy lesz. Két asszociátum közt a koncentráció kisebb mint az átlagkoncentráció, ebben a tartományban a sebesség kisebb lesz. Asszociátumok létezésére utal a *Gyulai* [4] által megfigyelt lavinaszerű kristályképződés is. A tűknél megfigyelt ugrásszerű növekedési sebességváltozást réteges kristálynövekedésnél is tapasztaltuk. [7]. A vizsgálatokat ezirányban tovább folytatjuk.

Összefoglalás. Megvizsgáltuk vizes oldatból növekedő KBr tűk növekedési sebességének időbeni változását. Sebességugrásokat tapasztaltunk, amelyek a túltelített oldat szerkezetével magyarázhatók.

E helyen is szeretnék köszönetet mondani Dr. *Gyulai* Zoltán akadémikus úrnak szíves érdeklődéséért és tanácsaiért.

IRODALOM

[1] *G. W. Sears*, Acta Met. *3*, 361, 1955.
[2] *S. S. Brenner*, Acta Met. *4*, 62, 1956.
[3] *J. E. Gordon*, Nature *179*, 1270, 1957.
[4] *Z. Gyulai*, Acta Phys. Hung. *10*, 371, 1959.
[5] *J. E. Gordon* és *J. W. Menter*, Nature *182*, 296, 1958.
[6] *W. Borchardt-Ott, W. Kleber*, Z. physik. Chem. *211*, 79, 1959.
[7] Saját, még nem közölt mérések.

A KIS KRISTÁLYOKRÓL SZÓRT RÖNTGENSUGÁRZÁS INTENZITÁSÁRÓL*

ZSOLDOS LEHEL

Eötvös Loránd Tudományegyetem I. Kísérleti Fizika Tanszék, Budapest[1]

Megmutatjuk, hogy az elhajlás geometriai elméletében szereplő ún. interferencia függvény integrálja bármely intervallumban előállítható, és nem túl nagy szemcseméret esetén az integrál numerikus kiszámítása sem jelent nehézséget. Az integrál vizsgálata azt mutatja, hogy bár a teljes szórt intenzitás (a geometriai elmélet keretén belül) független a szemcsemérettől, ha a vonalkiszélesedés az instrumentális szélességnél lényegesen nagyobb, a vonalprofil alatti területből a szokásos módon nyert integrál-intenzitás az előbbinél jelentékenyen kisebb lehet. A kis szemcseméret okozta látszólagos intenzitáscsökkenést egy primér β—W minta intenzitásadatainak felhasználásával mutatjuk be.

Ismeretes, hogy egy parallelepipedon alakú egykristályról szórt intenzitás, ha az a három tengely irányában N_1, N_2, N_3 elemi cellát tartalmaz

$$I(\mathbf{S}) = |F(\mathbf{S})|^2 \sum_n \exp\left\{\frac{2\pi i}{\lambda}\mathbf{r}_n\mathbf{S}\right\} = |F(\mathbf{S})|^2 \prod_{i=1}^{3} \frac{\sin^2\frac{\pi N_i}{\lambda}\mathbf{S}\mathbf{a}_i}{\sin^2\frac{\pi}{\lambda}\mathbf{S}\mathbf{a}_i} = \tag{1}$$

$$= |F(\mathbf{S})|^2 \prod_{i=1}^{3} G_i(\mathbf{S}),$$

ahol $\mathbf{S} = \mathbf{s} - \mathbf{s}_0$, a beeső és szórt sugárzás irányába mutató egységvektorok különbsége, λ a sugárzás hullámhossza, $\mathbf{r}_n = n_1\mathbf{a}_1 + n_2\mathbf{a}_2 + n_3\mathbf{a}_3$ ($n_i = 0, 1, 2, \ldots N_i - 1$) és $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ az elemi cella élvektorok. Az itt szereplő $G_i(\mathbf{S})$ interferenciafüggvény menetét az 1. ábrán láthatjuk. Az $\mathbf{S}\mathbf{a}_i/\lambda = 0, \pm 1, \ldots$ helyeken levő N_i^2 értékű főmaximumokat $N_i^2/22, N_i^2/62, N_i^2/121\ldots$ értékű mellékmaximumok veszik körül. Mivel a főmaximum elég éles, az integrálintenzitás számításánál az F szerkezeti tényezőt állandónak tekintve általában az integrál elé kiemelik. (Ennek jogosultságával most ne foglalkozzunk.) A megma-

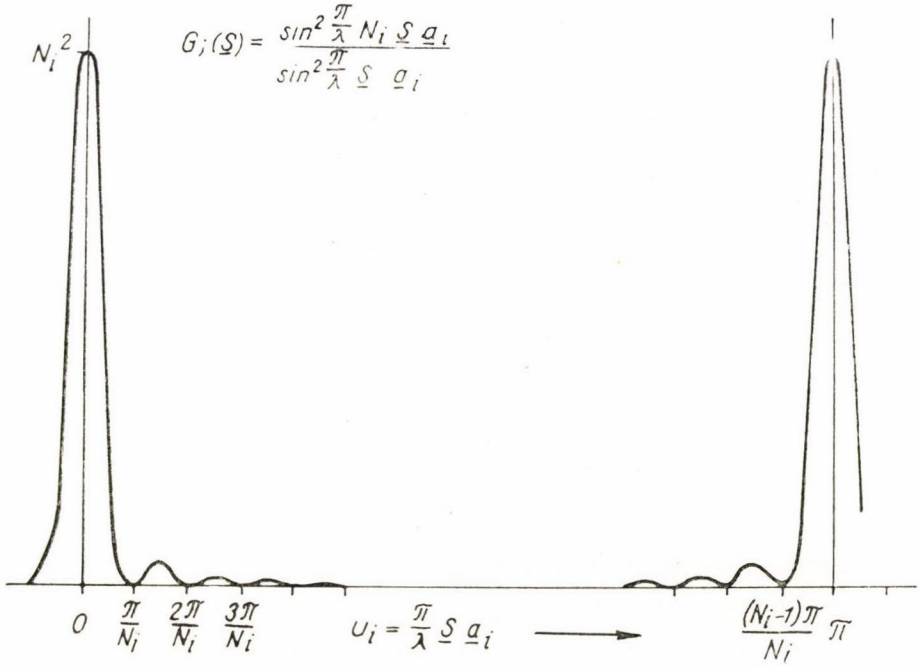
* Érkezett 1961. júl. 27.

[1] A dolgozat második részében példaként szereplő adatok az MTA Műszaki Fizikai Kutatóintézetében végzett vizsgálatok részeredményei, és ezúton is szeretném megköszönni az Intézet igazgatóságának szíves támogatását.

radó rész három

$$\sigma_{N_i}\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\frac{\sin^2 N_i u_i}{\sin^2 u_i}du_i,\quad u_i=\frac{\pi}{\lambda}\mathbf{S}\mathbf{a}_i \tag{2}$$

alakú kifejezés szorzata. Ennek értéke az (1)-ben szereplő exponenciális írás-



1. ábra. Az interferenciafüggvény menete

módnál maradva, az orthogonalitás felhasználásával N_i-nek adódik [1], az irodalomban azonban ezt rendszerint az

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\frac{\sin^2 N_i u_i du_i}{\sin^2 u_i}\approx\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin^2 N_i u_i du_i}{u_i^2}=N_i \tag{3}$$

közelítés felhasználásával mutatják meg [2]—[5], ami éppen az igen kis szemcseméretnél meglehetősen durva közelítés. Erre azonban nincs is szükség, mert a $\sin^2 N_i u_i=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2N_i u_i$ összefüggés felhasználásával

$$\sigma_{N_i}(a)=\frac{1}{2\pi}\int_{-a}^{+a}\frac{du_i}{\sin^2 u_i}-\frac{1}{2\pi}\int_{-a}^{+a}\frac{\cos 2N_i u_i du_i}{\sin^2 u_i}. \tag{4}$$

A második integrált az

$$\int \frac{\cos nx}{\sin^2 x}\,dx = -2\int \frac{\sin(n-1)x}{\sin x}\,dx + \int \frac{\cos(n-2)x}{\sin^2 x}\,dx \tag{5}$$

átalakítás [6] ismételt alkalmazásával integrálok összegeként állítjuk elő, s mivel $n = 2N_i$ páros, az utolsó lépésben megmarad egy

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-a}^{+a} \frac{du_i}{\sin^2 u_i}$$

tag, ami a (4)-ben szereplő első integrállal együtt nullát ad. Tehát

$$\sigma_{N_i}(a) = \frac{1}{\pi}\sum_{k=1}^{N_i}\int_{-a}^{+a} \frac{\sin(2N_i-2k+1)u_i}{\sin u_i}\,du_i. \tag{6}$$

Ennek értéke az

$$\int \frac{\sin mx\,dx}{\sin x} = 2\sum_{\nu=0}^{r-1} \frac{\sin(m-2\nu-1)x}{m-2\nu-1} + x + C_i, \qquad (m = 2r+1) \tag{7}$$

kifejezés [6] segítségével, figyelembe véve még azt is, hogy (6)-ban a $k = N_i$ tag $\frac{1}{\pi}\int du_i$-t szolgáltat,

$$\sigma_{N_i}(a) = \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N_i-1}\sum_{\nu=0}^{N_i-k-1} \frac{\sin 2(N_i-k-\nu)a}{N_i-k-\nu} + \frac{2N_i a}{\pi}. \tag{8}$$

Tüntessük el most a kettős összegezést. A szinusz argumentuma $2u_i$-tól $2(N_i-1)u_i$-ig terjedően N_i-1 különböző értéket vesz fel, de ezek legtöbbje a kétszeres összegezés során többször is előáll. Legyen $p_i = N_i-k-\nu$ és ez k és ν különböző értékeivel $k+\nu = N_i-p_i$ féleképpen állítható elő, feltéve, hogy az összegezésnek megfelelően $1 \leqq k \leqq N_i-1$. Végül tehát

$$\sigma_{N_i}(a) = \frac{2}{\pi}\sum_{p_i=1}^{N_i-1} \frac{N_i-p_i}{p_i}\sin 2p_i a + \frac{2N_i a}{\pi}. \tag{9}$$

Ha az integrálás az $\left(n\pi-\frac{\pi}{2},\ n\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ intervallumra vonatkozik, a szinuszos tagok eltűnnek, és az eredmény éppen N_i. Sokkal érdekesebb azonban az az eset, amikor az integrálást csak az $u_i = 0, \pm\pi, \ldots$. értékek közvetlen környezetében végezzük el. Egy röntgen felvételről az intenzitásmérés ui. mindig úgy történik, hogy valami módon kijelölünk egy *alapszintet* és az ebből kiemelkedő „vonal" intenzitását mérjük egy viszonylag szűk intervallumban. Ez, különösen porfelvételeknél, elkerülhetetlen. Ezzel a szórt intenzitás jelen-

tős részét levágjuk, és azt egyszerűen az „alapba" soroljuk. Ez a levágott rész pedig függ a szemcsemérettől. Természetesen mindaddig amíg a véges krisztallitméret miatti vonalszélesedés az instrumentális szélességnél kisebb, vagy valamennyi vonal szélessége a reciproktérben (nem a felvételen) kb. egyenlő, ez semmiféle bajt nem okoz. Több tapasztalat mutat azonban arra, hogy általában ez nincs így. *Menczel* [7] azt tapasztalta, hogy fluorapatitot és természetes fluorkarbonátapatitot egyenlő arányban összekeverve, a kisebb szemcseméretű utóbbi komponens jellegzetes vonalait a keverékről készült felvételen nem lehetett felismerni. (Meg kell jegyeznünk azonban, hogy a két anyag csak néhány nem kimondottan erős vonalban különbözik.) *Iveronova* [8] munkatársaival megállapította, hogy a rétegződési hibákat tartalmazó anyagokról szórt intenzitás mérésekor a teljes mért intenzitás a magasan felvett háttér miatt a normálisnál kisebb. *Warren* [9] a vonalprofil analízis tanulmányozása során szintén arra az eredményre jutott, hogy még abban az esetben is, ha az alapszint kijelölése a vonaltól elég messzire történt, a mért integrálintenzitás úgyszólván minden esetben a kelleténél kisebb és a vonalprofil Fourier-transzformáltjának kezdeti szakasza ezért nem lineáris. *Wilson* [10] a Co hibaszerkezetének vizsgálata közben azt tapasztalta, hogy a rétegződési hibák miatt kiszélesedett vonalak intenzitása a szokásos mérési technika alkalmazásával mintegy 15—30%-kal kisebb a kelleténél és a vonalszélesség megállapításánál ezt megfelelő korrekcióval figyelembe vette.

Becsüljük meg tehát, mekkora hibát követünk el egy porfelvételnél a főmaximumtól távol eső részek levágásával. A tapasztalat azt mutatja, hogy lényeges kiszélesedést mutató vonalaknál az integrálás tartománya ritkán haladja meg lényegesen az integrális vonalszélesség kétszeresét (s a szomszédos vonalak miatt ezt legtöbbször nem is tudjuk nagyobbra venni, amint az a 3. ábrán is látható). Ez egyenértékű azzal, hogy az integrálást G_i első null-helyéig terjesztjük ki, tehát $a = \pi/N_i$. Legyen pl. $N_i = 16$, akkor

$$\sigma_{16}\left(\frac{\pi}{16}\right) = 14{,}42 = 0{,}90\, N_i .$$

Ha pedig a következő nullhelyig is kiterjesztjük az integrálást

$$\sigma_{16}\left(\frac{\pi}{8}\right) = 15{,}26 = 0{,}95_3 \cdot N_i .$$

Mindez természetesen csak az egydimenziós interferenciafüggvényre vonatkozik, de három dimenzióban ezek szerint egy $16 \times 16 \times 16$ elemi cellát tartalmazó rácsról szórt intenzitásnak csupán mintegy 73%-a esik a főmaximumba. Porfelvételnél szerencsére a vonalak már kétdimenzióban integrált intenzitást tartalmaznak, így a hiba nem sokszorozódik, és végső fokon a szórt intenzi-

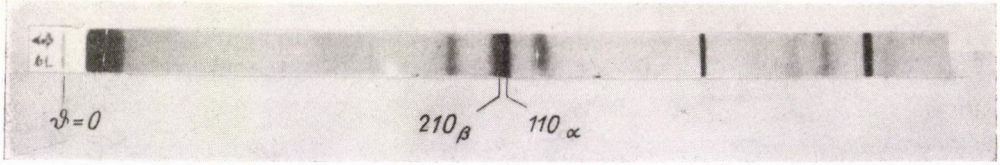
tásnak legfeljebb 10%-a esik kívül az integrálási tartományon. (Megemlítjük még, hogy N_i növelésével $\sigma_{N_i}\left(\frac{\pi}{N_i}\right)\Big/N_i$ értéke nem nő, azonban keskenyebb vonalaknál az integrálási tartomány aránylag nagyobbnak vehető, és ezért az elkövetett hiba N_i-vel nem nő, hanem éppen csökken.)

Ezzel azonban még nem vettünk mindent figyelembe, mert az alapszint megfelelő kijelölése is igen sokat számít, hiszen a főmaximumtól $u_i = \pm\frac{3\pi}{2N_i}$ távolságban az interferencia függvény értéke még mindig a maximum $\frac{1}{22}$-ed része[2] és ha ilyen magasan húzzuk meg az alapszintet, az ez alatti „elhagyott" terület

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\frac{3\pi}{2N_i}}^{+\frac{3\pi}{2N_i}} \frac{N_i^2}{22}\,du_i = \frac{3}{22}N_i = 0{,}136\,N_i,$$

vagyis további 13—14% vész el a mérhető intenzitásból. Végeredményben tehát ilyen kis szemcseméretnél mintegy 20%-os látszólagos intenzitáscsökkenéssel kell számolnunk. Ez semmiképpen sem hanyagolható el. Még rosszabb a helyzet, ha a minta nemcsak egyféle szemcseméretet tartalmaz. Könnyen belátható, hogy a nagyobb szemcsék mellett meglevő kisebbek csak az alapfeketedést emelik.

A fentieket kísérletileg könnyen ellenőrizhetjük egy primér β—W mintán, mely tulajdonképpen megfontolásaink kiindulópontja volt. Ugyanis α—W és



2. ábra. α—W és β—W közel egyenlő arányú keverékéről készült porfelvétel (CuK_α sugárzással)

β—W 52,7:47,3 arányú keverékéről monokromatizált CuK_α sugárzással, de Wolff-típusú Guinier-kamrában készítettünk felvételt (2. ábra), melyen $\vartheta = 20{,}3°$-nál az α—W 110 reflexiója és $\vartheta = 20{,}0°$-nál a β—W 210 reflexiója jelenik meg. A vonalszélesség alapján a minták átlagos szemcsemérete $D_\beta = (75 \pm 10)$ Å (kb. 15 elemi cella élhossz), $D_\alpha \geqq 1000$ Å (kb. 250 elemi cella élhossz).

[2] Ezen mitsem változtat az, hogy a porfelvétel már kétdimenzióban „integrált".

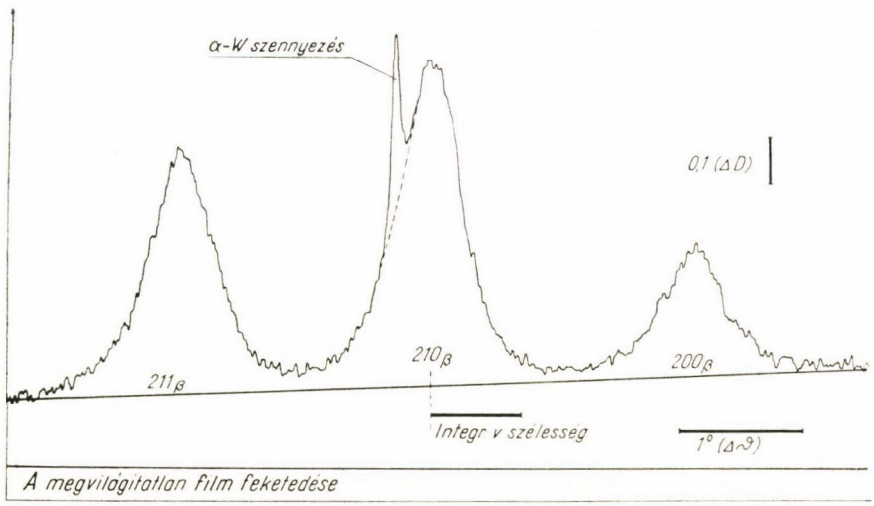
A szükséges korrekciók figyelembevétele után, az intenzitások aránya

$$r_{sz} = \left(\frac{I_{210\beta}}{I_{110\alpha}}\right)_{sz} = 0{,}465.$$

A mért intenzitásviszony ezzel szemben három — részben különböző személy által mért — független adat szerint

$$r_m = 0{,}340;\ 0{,}324;\ 0{,}314.^{3}$$

A mérések pontatlansága feltétlenül kisebb, mint 10%, az eltérés viszont 30%



3. ábra. A β—W első három vonalának feketedéseloszlása

körül van. Ennek egy része azonban értelmezhető egy abnormálisan nagy Debye-faktorral, amit a W atomoknak — az irodalomban leírt ideális β—W szerkezet pozícióihoz képesti — kis, statisztikus elmozdulása okoz. Ha ugyanis ábrázoljuk $ln\ (I_{mért}/I_{szám})$ értékeit, $1/d^2$ függvényében (d a reflektáló hálózati síkok távolsága) egyenest kell kapjunk, melynek iránytangense szolgáltatja a Debye faktort. A mérések szerint

$$0{,}4\ \text{Å}^{-2} < \left(\frac{B}{2}\right) = \left|\frac{\Delta ln\ I_m/I_{sz}}{\Delta 1/d^2}\right| < 0{,}8\ \text{Å}^{-2}$$

s mivel a szereplő reflexióknál $1/d^2 \simeq 0{,}2\ \text{Å}^{-2}$, az ebből eredő intenzitáscsök-

[3] Figyelemre méltó, hogy a becsült intenzitások eltérése még nagyobb. A kedvezőbb körülmények biztosítása kedvéért 3 felvétel készült azonos körülmények között 1/4, 1 és 4 óra expozíciós idővel. Ennek ellenére több személy egymástól független becslése szerint

$$0{,}05 < r_m \quad 0{,}15.$$

Ilyen esetben tehát a becsült intenzitások alig használhatók.

kenés középértékben 11%, a fennmaradó kb. 20%-os eltérés pedig a fentemlített szisztematikus mérési hibák terhére írandó.

Ez a hiba természetesen csökkenthető, ha teljesen kiküszöbölni nem is tudjuk. Mint láttuk, legfontosabb az alapszint megfelelő kijelölése és az interferenciafüggvény alakjának ismeretében kézenfekvő ezt úgy felvenni, hogy a csúcstól az integrális vonalszélességgel kb. egyenlő félértékszélesség másfélszeresének távolságában a görbe még elérje a csúcsérték huszadrészét.

Ehhez természetesen az is kell, hogy a vonal kimérésénél mindkét irányban legalább 2—3 vonalszélességnyi távolságra elmenjünk.

IRODALOM

[1] *Beemann W. W., Kaesberg P.*, stb., Size of Particles and Lattice Defects. Handbuch der Physik XXXII. Springer Verlag 1957. 396.

[2] Порай—Кошиц М. А., Практический курс рентгеноструктурного анализа II. Издательство Московского Университета 1960. 100.

[3] *James R. W.*, The Optical Principles of *X*-ray Diffraction. G. Bell and Sons, London, 1954. 43.

[4] *Zachariasen W. H.*, Theory of *X*-ray Diffraction in Crystals. John Wiley and Sons, London 1946. 106.

[5] *Buerger M. J.*, Crystal Structure Analysis. John Wiley and Sons, New York 1960. 45.

[6] *Gröbner W., Hoffreiter H.*, Integraltafel I. Springer—Verlag 1957. 332/6d, 332/5e.

[7] *Menczel Gy.*, Szóbeli közlés.

[8] *Iveronova V. I., Popova I. I., Revkevics G. P.*, Acta Cryst. *13*, 1960, 1137.

[9] *Warren B. E.*, *X*-ray Studies of Deformed Metals. Progr. Met. Phys. Pergamonn Press 1959. 167.

[10] *Wilson A. J. C.*, *X*-ray Optics. Methuen London, 1949. 73., Proc. Roy. Soc. A. *180*, 1942, 277.

FIZIKAI TEREK BELSŐ SZABADSÁGI FOKAI ÉS AZ IZOBÁR SPINTÉR GEOMETRIAI ÉRTELMEZÉSE*

HORVÁTH JÁNOS
Szegedi Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete, Szeged

Összefoglalás

Az anyagi világban lejátszódó események, konkrét anyagi tartalmuktól függetlenül, *térben* (egymás mellett) és *időben* (egymás után) játszódnak le. Ebben az értelemben a *téridő (téridő-kontinuum)* az anyag abszolút létformája. A téridő vagy *eseménytér* „pontjai" közti geometriai összefüggések akkor tükrözik helyesen az anyagi világban lejátszódó események közti objektív összefüggéseket, ha a téridőkontinuum geometriai szerkezetét az objektív anyagi kölcsönhatások határozzák meg. Ebben az értelemben a téridő *viszonylagos* filozófiai fogalom és *a téridő-kontinuum fogalmában a térnek és időnek, mint az anyag objektív létformájának, abszolút és viszonylagos sajátosságai tükröződnek*, amelyek a tartalom és forma dialektikus kapcsolatában vannak egymással.

Abból a feltevésből kiindulva, hogy a geometriai értelemben vett tér (téridő) szerkezetét a kölcsönhatásban álló fizikai terek reális kölcsönhatásai alakítják ki, lehetségesnek tartjuk, hogy eme kölcsönhatások eredményeképpen a geometriai értelemben vett tér szerkezete, a kölcsönhatások sajátosságaitól függően, lehet izotróp vagy anizotróp, ill. homogén vagy inhomogén. A geometriai értelemben vett tér — az anyagi kölcsönhatások eredményeképpen kialakult szerkezete révén — közvetlen kölcsönhatásban áll a benne gerjesztett fizikai térrel oly módon, hogy visszahat a szerkezetét meghatározó fizikai térre. Különösen szembeszökően jut kifejezésre ez a kölcsönhatás anizotróp közegek esetében, amikor a tér szerkezete a fizikai terek olyan belső szabadsági fokait hozza felszínre, amelyek izotróp tér esetén rejtve maradnak.

Anizotróp geometriai teret (x^μ, v^μ) vonalelemek halmazának szokás tekinteni, ahol x^μ a vonalelem pontkoordinátája és v^μ $(\mu = 0, 1, 2, 3)$ kontravariáns vektorként transzformálódó, homogén iránykoordináták. A v^μ homogén iránykoordináták helyett bevezetjük a θ_i $(i = 1, 2, 3)$ inhomogén iránykoordinátákat, amelyeket — a geometriai értelemben vett tér minden pontjában — egy alkalmasan irányított ortogonális triéderre, az ún. λ-triéderre vonatkoztatunk. A θ_i inhomogén iránykoordináták, ill. az ezek helyett bevezetett $\xi_i = \cos\theta_i$ mennyiségek, a fizikai terek belső szabadsági fokaival hozhatók kapcsolatba. Az x^μ „külső" koordináták, koordinátatranszformáció alkalmával a szokásos módon transzformálódnak, a ξ_i „belső" koordináták skalárok vagy pszeudo-skalárok; a megfelelő transzformációs csoport legyen $\mathcal{G}_x$. A ξ_i belső koordináták transzformációi a λ-triéder forgás-tükrözési csoportjának $(\mathcal{G}_\xi)$ elemeiből állnak, amelyek az x^μ koordinátákat változatlanul hagyják. Az anizotróp terekben gerjesztett fizikai terek esetében az alapvető transzformációs csoport $\mathcal{G}_x \cdot \mathcal{G}_\xi$.

A geometriai értelemben vett tér szerkezetét ama feltevés segítségével határozzuk meg, hogy a tér *Carathéodory*-féle indikátrixának alkalmasan választott síkmetszete megegyezzék a terek kölcsönhatása során emittált részek polarizáltságához rendelt felülettel.

Feltesszük, hogy a téridő-kontinuum az időtengely mentén izotróp és a λ-tríéder egyik tengelye a spinvektor irányába mutat. Ebből részint az következik, hogy el nem tűnő spinnel rendelkező részek esetén — eme második feltevés következtében — a belső szabadsági fokok száma eggyel redukálódik és így a belső tér kvázi-kétdimenziós; részint pedig az, hogy a zéró spinű részek izotriplettet és az el nem tőnő spinnel rendelkező részek izodublettet alkotnak. Az izobár spintér (izotér) közvetlen kapcsolatba hozható a belső koordinátákkal jellemzett belső térrel, az izotranszformációk a λ-tríéder forgás-tükrözési csoportjának elemeiként értelmezhetők és az ismert megmaradási tételek közvetlen geometriai értelmet nyernek.

A téregyenleteket — korábbi eredményeink specializációjaként — fermion terek esetében vezetjük le. A belső térben adódó sajátértékproblémát azonosnak tekinthetjük a kétdimenziós izotróp harmonikus oszcillátor sajátértékproblémájával és ezen az úton megkapjuk a barionok tömegspektrumát. Az izotróp harmonikus oszcillátor kvantumszámai azonosnak adódnak a ritkaság kvantumszám abszolút értékével és állapotainak degenerációs foka — a *Gell-Mann*-féle elméletet alapul véve — megadja a különböző ritkaság kvantumszámhoz tartozó izodublettek számát. A nukleonok, ill. a ($\Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$) részek tömegének átlagát ismertnek feltételezve, 3,3%-os hibával megkapjuk a Ξ-részek izodublettjének tömegátlagát.

I. Bevezetés

A terek kvantumelméletének rohamos fejlődése, valamint az újabb kísérleti eredmények gondos elemzése révén, az utóbbi néhány évben számottevő eredményeket sikerült elérni az elemi részek elméletének megalapozása terén. E vizsgálatok eredményeképpen az elemi részekről kialakult felfogásunk gyökeresen megváltozott és a jelenlegi kutatások alapján várható, hogy a közeljövőben még az eddigieknél is radikálisabb változásra kerül sor.

Jóllehet az elemi részek kölcsönhatásának egzakt alakja még ma sem ismeretes, mégis — pusztán a kölcsönhatások kísérletileg többé-kevésbé feltárt fontosabb törvényszerűségei, ill. szimmetriatulajdonságaikban gyökerező sajátosságai révén — lehetővé vált az elemi részek osztályozása, átalakulásaik rendszerezése és az elemi részek elméletének olyan kidolgozása, amely első közelítésben máris kielégítően számot tud adni az elemi részek fontosabb tulajdonságairól.

Messzire vezetne, ha akárcsak nagy vonásokban is vázolni akarnánk azokat az elméleteket és azokat a kutatási irányokat, amelyek többé-kevésbé maradandó gondolatokkal gazdagították az elemi részek elméletét; de erre

nincs is szükség, hiszen az utóbbi években több olyan tanulmány és monográfia jelent meg, amelyek kitűnő rendszerező készséggel tettek eleget ennek a követelménynek [1—9]. Ezért most bevezetésképpen néhány olyan gondolat és eredmény ismertetésére szorítkozunk, amelyek szorosabb kapcsolatban vannak a soron következő vizsgálattal, ill. amelyek kritikai elemzése vezetett a továbbiakban kifejtendő elmélet megalapozására.

1. §. Az izobár spintér fogalmának fizikai megalapozásával kapcsolatos nehézségek

Az elemi részek rendszerezésénél és kölcsönhatásaik fenomenológiai leírásánál döntő fontosságúnak bizonyult az *izobár spintér* (korábbi és most is elég elterjedt elnevezés szerint: *izotóp spintér*), vagy a használatossá vált rövidebb terminológiával élve: az *izotér* és az eme térben értelmezett transzformációk fogalmának a bevezetése.

Az izotér fogalmának bevezetését — mint ismeretes [10—13] — pusztán számolástechnikai analógiák, heurisztikus természetű, tisztán formális matematikai meggondolások és bizonyos mértékig az a kísérleti megállapítás indokolja, hogy az elemi részek között vannak ún. izodublettek és izotriplettek, vagyis olyan elemi részecske csoportok *(töltésmultiplettek)*, amelyek elektromos töltése különböző (pozitív, negatív vagy zéró), bizonyos kölcsönhatásoknál azonosan viselkednek, továbbá amelyek tömege első közelítésben azonosnak vehető, ill. amelyek tömegének különbözősége egyes kölcsönhatások és átalakulások tanulmányozásánál nem domináns, vagy éppen — többékevésbé másodrendű kölcsönhatások segítségével — megmagyarázható. Ily módon az izotér minden geometriai jelentés nélküli absztrakt tér, amelyben — pusztán formálisan — különböző transzformációs csoportokat szokás értelmezni. Ezek részint alkalmasak arra, hogy különböző irreducibilis előállításaik segítségével osztályozhassuk az elemi részeket, részint pedig lehetővé teszik olyan megmaradási tételek származtatását, amelyek az elemi részek stabilitásának, ill. átalakulásának a fenomenológiai értelmezésénél fontos szerepet játszanak.

Az a tény, hogy egy ilyen absztrakt tér, ill. transzformációs csoportjainak a bevezetése, lehetővé tette kísérletileg észlelhető jelenségek törvényszerűségeinek mind tökéletesebbé váló rendszerbefoglalását, arra a reményre jogosít, hogy az izotér fogalmában, ill. az izotér transzformációinak sokféleségében, az elemi részek — más úton eddig meg nem ragadott — objektív tulajdonsága tükröződik. E kétségtelen pozitívum mellett azonban, az izotér fogalmának és transzformációinak bevezetésével, speciális helyzet állt elő az elemi részek elméletében. Nevezetesen: az elemi részek tulajdonságainak a

jellemzésénél oly fontos szerepet játszó megmaradási tételek két lényegesen különböző csoportba foglalhatók: (*i*) az első csoportba tartozó — már a fizika más fejezeteiből is ismert — megmaradási tételek esetében (mint amilyenek pl. az energia, impulzus és impulzusmomentum megmaradási tétele), vagy — ha a Lorentz-csoport közvetlen matematikai általánosításaként jelentkező — nem-triviális megmaradási tételeket is megengedünk (mint amilyen pl. a chiralitás-invariancia [14] stb.), a kapott mozgásintegrálok mögött többékevésbé közvetlen geometriai meggondolás, ill. fogalomalkotás húzódik meg; (*ii*) míg olyan megmaradási tételek, mint amilyenek pl. a töltés, barionszám, fermionszám megmaradási tétel stb., geometriai tartalommal nem tölthetők meg. Más szóval: az elméletben használatos *egyes transzformációs csoportoknak* (pl. a négydimenziós téridő-kontinuum transzlációs, forgás-, tükrözési csoportja, tehát a teljes Lorentz-csoport) *közvetlen geometriai jelentésük van, míg más — éppen olyan fontos szerepet játszó — transzformációs csoportoknak* (a mértéktranszformációk, töltéskonjugáció, izoparitási, ill. mezoparitási transzformáció stb.) *geometriai jelentés nem tulajdonítható*. Kétségtelen, hogy ez a körülmény a szemléletességre való törekvésen túlmenően is kifogásolható, lényegesen megnehezíti az első pillanatra pusztán formálisnak tűnő transzformációk fizikai jelentésének mélyebb megértését és ily módon az elmélet sajnálatos hiányosságának tekinthető.

Az utóbbi időben mind több olyan vizsgálat (ill. elemi részecske modell) látott napvilágot, amelyek eme hiányosság valamilyen formában való kiküszöbölését célozzák, sőt számos olyan törekvés is felszínre került, amely a fizikai szemlélet elmélyítése, ill. fejlesztése révén azt tűzte ki célul, hogy közvetlenebb kapcsolatot létesítsen a téridő-kontinuum és az izotér között [1, 8—9, 15—26]. Ha röviden vázolni akarjuk e vizsgálatok alapgondolatát, azt mondhatjuk, hogy az izotér fogalma kapcsolatba hozható az elemi részek valamilyen belső szabadsági fokával, hiszen különben nehezen lenne elképzelhető, hogy az izotérben az izotér transzformációinak ábrázolásaival kapcsolatos „mozgások" olyan fontos szerepet játszanának reális fizikai kölcsönhatásoknál, amelyek napjainkban már nemcsak passzíve figyelhetők meg, hanem számos esetben mesterségesen is előállíthatók. Hogy azután eme belső szabadsági fokok milyen mértékben hozhatók kapcsolatba geometriai meggondolásokkal és e meggondolásokban milyen mértékben tükröződik általánosan is elfogadható szemléletes fizikai tartalom, azzal kapcsolatban a nézetek igen eltérők. Ilyen irányban részünkről is történtek kezdeményezések [27] és — többek között — a jelen tanulmányban is erre fogjuk a fő figyelmet fordítani. Hiszen a fizika történetének a tanúsága szerint, egy-egy sikeres, sőt előremutató fizikai elmélet esetében, ismételten megtörtént már az, hogy — noha kezdetben az elmélet szemléletes tartalma nem volt egészen világos — mégis az elmélet ered-

ményessége bizonyította, hogy benne reális anyagi folyamatok törvényszerűségei tükröződnek és a fizikai szemlélet fejlődésével e folyamatok modellszerű elképzelése is mind tökéletesebben lehetővé vált.

2. §. *A paritásmegsértéssel kapcsolatban felmerülő problémák megoldására irányuló törekvések*

Mióta *Wigner Jenő* [28] 1927-ben bebizonyította, hogy az atomokban ható elektromágneses erők tükörszimmetrikusak és ily módon érthetővé vált a spektroszkópia több — korábban pusztán kísérletileg megállapított — törvényszerűsége (pl. a Laporte-szabály), a jobb és bal szimmetriája felől a többi kölcsönhatásnál sem kételkedett senki. Részben azért sem, mert a paritás megmaradásának a törvénye valóban gyümölcsözőnek bizonyult mind a magfolyamatok, mind pedig az elemi részek közti kölcsönhatások túlnyomó részének rendszerezése esetében; részben pedig ez a törvény a legtökéletesebb összhangban volt a geometriai értelemben vett tér homogén és izotróp voltának általánosan elfogadott és megingathatatlannak látszó feltevésével. Érthető tehát az a feltűnés, amelyet *Lee* és *Yang* [29] feltevése keltett 1956-ban, amikor a K-mezonok bomlása során tapasztalt anomáliák miatt, felmerült — legalábbis a gyenge kölcsönhatások esetében — a paritás megmaradási tétel érvénytelenségének a lehetősége. Azóta eléggé tisztázódott és kísérletileg is sokoldalú bizonyítást nyert, hogy mikor és milyen körülmények között kell számolnunk a paritás megmaradási tétel megsértésével.

Az új helyzetben számos vizsgálat látott napvilágot, amelyek azt célozták, hogy számot adjanak, ill. érthetővé tegyék ezekben az esetekben a paritás megmaradási tétel érvénytelenségét. E vizsgálatok kivétel nélkül messzemenően fent igyekeztek tartani a megismert és eddig meg nem sértett általános szimmetriatörvényeket. Ennek érdekében a különböző szerzők egészen radikális javaslatokat is tettek, amelyek egyik tipikus példája *Wigner* elmélete [30]:

Wu és munkatársainak kísérlete, továbbá a paritásmegsértést igazoló további kísérletek kétségtelenné tették, hogy a reális anyagi világ kevésbé szimmetrikus, mint azt korábban hittük. Nevezetesen: pl. a Co^{60} β-bomlásának vizsgálatánál, a β-elektron kibocsátása előtt a mérőberendezésnek van egy szimmetriasíkja, amelynek eddigi elképzelésünk szerint változatlanul szimmetriasíknak kellett volna maradnia a bomlás után is. Mindazonáltal a kísérlet folyamán bebizonyosodott, hogy e sík egyik oldala irányában több elektron emittálódik, mint az ellenkező irányban. Felmerül tehát a probléma, hogy ez a szimmetriasík miért nem marad továbbra is a rendszer szimmetriasíkja? Véleményünk szerint — amint azt a továbbiakban kifejtjük — elképzelhető, hogy éppen a bomlás folyamán történik az anyagi világban olyan minőségi

változás, ami a szimmetriasík megszűnését okozza, mégis általában idegenkedni szokás ettől a feltevéstől. Bár *Wigner* is megemlíti annak a lehetőségét, hogy esetleg a természetben a csökkentett mértékű szimmetria az elsődleges és a korábban általános érvényűnek hitt teljes szimmetria szorul magyarázatra, mégis ő — idézett dolgozatában — inkább azt javasolja, hogy az eddig skalár mennyiségnek hitt elektromos töltést tekintsük pszeudoskalárnak. Ez a feltevés azzal egyenértékű, hogy az elektromágneses térben az elektromos térerősséget tekintjük axiálvektornak és a mágneses térerősséget poláris vektornak. Ily módon — közismert módon — érthetővé válik a Co^{60} bomlásánál mutatkozó anomália és a *Landau* által felismert **PC**-invarianciatétel [31], ahol **P** a térbeli paritás és **C** a töltéskonjugáció operátora, szintén nyilvánvalóvá válik. Kérdés azonban, hogy a problémának ez a megoldása elfogadható-e és nem vezet-e olyan egyelőre előre nem látható következményekre, amelyek ellentmondásban vannak a tapasztalattal? Mindenesetre ezt a kérdést nem sikerült még egyértelműen tisztázni, mégis — véleményünk szerint — nehezen elképzelhető, hogy az elektromágneses térben lejátszódó jelenségek, amelyek oly sokoldalú vizsgálat keresztttüzét állották ki, nem mutatták volna már egyszerűbb esetben is az elektromos és mágneses térerősségvektorok transzformációs karakterében mutatkozó eme változtatás szükségszerűségét.

Kézenfekvőbbnek látszik a probléma megoldása a kétkomponensű neutrinó-elmélet — az ún. „csavar-neutrinó elmélete" — alapján [31, 32], amely a fellépő asszimmetriát azzal magyarázza, hogy a neutrinó természeténél fogva mindig csak balsodrású lehet, tehát a spinje szükségszerűen ellentétesen párhuzamos az impulzusának az irányával, míg az antineutrinó jobbsodrású, azaz spinje mindig párhuzamos az impulzusának az irányával. Ez az elmélet tehát feltételezi, hogy a neutrinónak karakterisztikus belső szabadsági foka van, amely a gyenge kölcsönhatásoknál — ahol az elektromágneses és az erős kölcsönhatások nem fedik el a belső szerkezet jellegzetességét — elrontja a kölcsönhatás szimmetriáját. Tekintettel arra, hogy a paritás megmaradási tétele érvényét veszti olyan gyenge kölcsönhatásoknál is, amelyek során nem keletkezik neutrinó, ez az elmélet általában nem oldja meg még a problémát.

Ismeretes azonban, hogy az asszimmetria fellépte, pl. a β-bomlásnál, jellemezhető a β-elektron longitudinális polarizációjával és az emittált részek polarizációja más esetben is jellemző a gyenge kölcsönhatás aszimmetriájára. Szívesen csatlakozunk tehát ahhoz az állásponthoz, hogy a paritásmegsértés az elemi részek belső szabadsági fokával kapcsolatos és a továbbiakban választ keresünk majd arra a kérdésre, hogy az elemi részek feltételezett belső szabadsági foka, ill. fokai milyen mértékben hozhatók kapcsolatba az izotérrel.

3. §. A tér és idő, ill. a téridő kapcsolata a mozgó anyaggal

Mielőtt a paritásmegsértés és egyúttal az izotér, ill. transzformációinak geometriai értelmezésére egy kézen fekvő javaslatot tennénk, foglalkozzunk egy sokat vitatott filozófiai problémával, amely önmagában és a továbbiak szempontjából is — mint a kifejtendő elmélet filozófiai háttere — érdeklődésre tarthat számot. Ez a probléma a tér és az idő filozófiai kategóriájának a mozgó anyaggal való kapcsolata.

A tér és idő filozófiai kategóriájával kapcsolatosan az egész filozófia történetén két ellentétes felfogás húzódik végig, amely szembeszökően tükröződik az egyes korok fizikusainak felfogásában is. Sajátságos módon eme két felfogást nem határolja el egymástól határozottan még az sem, hogy az illető filozófus materialista-e vagy idealista: (*i*) Az egyik felfogás szerint a tér és az idő az anyag létformája és önmagában nem létezik anyag nélkül. (*ii*) A tér és idő a másik felfogás szerint is az anyag létformája, de csak annyiban, hogy az anyag mozgása térben és időben történik; azaz a térnek és időnek az anyagtól független önálló léte van.

Anélkül, hogy az egyes filozófusok nézeteit, eme alapvető filozófiai kategóriák fejlődésének a tükrében, ebből a szempontból részleteiben elemeznénk és foglalkoznák a tér és idő kategóriák dialektikus egységének a problémájával, tekintsünk most a tér és idő felfogásával kapcsolatos második nézetet. A görög materialista filozófusok, pl. *Démokritosz*, a teret egy „tartálynak" tekintették, amelyben az atomok mozognak. De ez a felfogás tükröződik *Newton* mechanikájában is és ez vezetett végső soron az *abszolút tér*, ill. *abszolút idő* fogalmához, amely a relativitáselmélet előtti fizika szerves része volt. Pedig ez a felfogás nem más, mint a tér és idő metafizikus megfogalmazása, amely végül is olyan idealista felfogáshoz vezetett, mint *Kant* filozófiájának tér és idő kategóriája. Ennek értelmében az euklideszi tér és az időfogalom az emberi értelem veleszületett a priori kategóriája, amelyet — mint egyedül lehetségest — az emberi szemlélet automatikusan belevetít a természetbe.

Ismeretes azonban, hogy a múlt században a tér és idő *Kant*-féle felfogását *Bolyai* és *Lobacsevszkij* nem-euklideszi geometriája megdöntötte; hiszen bebizonyosodott, hogy az emberi elme konzekvens nem-euklideszi geometriákat is kiépíthet, amelyek mind fogalmilag, mind pedig geometriailag egyenértékűek a korábban egyedül lehetségesnek tartott euklideszi térszemlélettel. *Bolyai János* azonban ezen is túlment és száz évvel ezelőtt ő volt az első, aki konkrét formában hangot adott ama nézetének, hogy a tér szerkezetét fizikai tényezők határozzák meg; *Lobacsevszkij* pedig arra törekedett, hogy a tér szerkezetének a milyenségét közvetlen mérésekkel eldöntse. Ezt a néze-

tet elevenítette fel néhány évtizeddel később — nyilvánvaló módon *Bolyai*-tól függetlenül — *Riemann*, majd ez a felfogás diadalmaskodott *Einstein* gravitációs elméletében, amelynek alapvető feltevése értelmében a „téridő-kontinuum" szerkezetét az anyageloszlás és az anyag mozgási állapota határozza meg.

Jóllehet ez a felfogás a modern fizikai gondolkodás szerves részévé vált, a relativitáselmélet által felvetett filozófiai problémák és a téridő filozófiai kategóriája szenvedélyes vitákat váltottak ki. Messzire vezetne, ha eme viták részletezésébe bocsátkoznánk, ezért legyen szabad a továbbiakban csupán a téridő filozófiai kategóriájával kapcsolatos nézetünk kifejtésére szorítkozni, amelynek *Alexandrov* [34] felfogásához való viszonyát még az alábbiakban majd tisztázni fogjuk.

Az anyagi világban lejátszódó minden esemény — konkrét anyagi tartalmától függetlenül — *térben* (egymás mellett) és *időben* (egymás után) játszódik le; következésképpen az anyagi világban lejátszódó események négy objektív adattal — egymásmellettiségüket (helyüket) meghatározó három adattal és az egymásutániságukat (időpontjukat) meghatározó egyetlen adattal — jellemezhetők. Ily módon azonban összességük négydimenziós sokaságot alkot, amelyet — *Alexandrov* terminológiájával élve — *eseménytérnek* vagy (*Minkowski* nyomán a relativitáselméletben szokásossá vált szóhasználat szerint) *téridőnek*, ill. — tekintettel arra, hogy az anyagi világban lejátszódó események (folytonosan) összefüggnek egymással — *téridő-kontinuumnak* nevezünk. *Ebben az értelemben az eseményteret az anyagi világ abszolút létformájának tekinthetjük.*

Ez a szemléteti mód azonban csak akkor tükrözi helyesen az objektív valóságot, ha az eseménytér „pontjai" közti geometriai összefüggést, amely a téridő-kontinuum geometriai szerkezetében realizálódik, a megfelelő események közti objektív összefüggések (objektív anyagi kölcsönhatások) határozzák meg. (A gravitációs kölcsönhatás következtében pl. a téridő-kontinuum szerkezete inhomogén.) A téridő-kontinuum és a téridő-kontinuum szerkezete — tehát az anyagi világban lejátszódó események összessége és a köztük levő objektív összefüggések — a forma és tartalom dialektikus egységében függnek össze egymással. *Ebben az értelemben az eseménytér, mint az anyagi világ létformája, viszonylagos, hiszen szerkezetét az anyag konkrét sajátosságai határozzák meg.*

Ily módon azonban *a téridő-kontinuum fogalmában a térnek és időnek, mint az anyag objektív létformájának, abszolút és viszonylagos sajátosságai tükröződnek.*

Az anyagi világban lejátszódó események közti összefüggések lehetővé teszik az események *objektív koordinációját*, tehát bizonyos események összességének, *vonatkoztatási rendszernek*, a kiválasztását, amelyet alapul véve meg-

határozhatók az események helyét megjelölő $\{x^1, x^2, x^3\}$ hely- és az időpontjukat megjelölő t időkoordináták, minek következtében a téridő-kontinuum jól rendezett sokaságnak tekinthető. Az eseménytér pontjainak az elrendezését lényegesen megkönnyíti részint az a körülmény, hogy a reális fizikai kölcsönhatások véges sebességgel terjednek, részint pedig az a kézenfekvő feltevés, hogy a fizikai hatások terjedési sebességének van egy objektív felső határa. A Michelson-kísérlet tanúsága és jelenlegi ismereteink szerint ez az univerzális, maximális sebesség a fény (és általában a nyugalmi tömeg nélküli elemi részek) vákuumbeli sebességében (c) realizálódik. Figyelembe véve a fénysebesség eme univerzalitását, szorozzuk meg a t időkoordinátát a c sebességgel és az $x^0 = ct$ koordinátát tekintsük a továbbiakban *időkoordinátának*. Az ily módon bevezetett $\{x^0, x^1, x^2, x^3\}$ ún. *Minkowski-féle koordináták* használatának az az előnye, hogy a téridő-kontinuum koordinátái egyaránt hosszúság dimenziójúak.

A tér és idő fogalma a téridő koncepciójában dialektikus egységbe olvad, ami alatt azt értjük, hogy a tér és idő fogalma nem függetlenek egymástól, hiszen pl. az egyidejűség is a vonatkoztatási rendszerhez kötött fogalom *(rendszeridő)* és a távolság-, ill. időintervallumok különböző vonatkoztatási rendszerekben lényegesen módosulhatnak. Ugyanakkor azonban a tér és idő fogalma azért nem veszti el az anyagi világban mutatkozó sajátosságait, mert az x^0 idő- és az $\{x^1, x^2, x^3\}$ helykoordináták geometriailag nem egyenértékűek, hiszen a térkoordináták a vonatkoztatási rendszerek alkalmas megválasztásával tetszés szerint felcserélhetők, ugyanakkor az események egyértelmű egymásutánja következtében az időkoordináta előjele minden vonatkoztatási rendszerben kitüntetett szerepet játszik. Ez a körülmény a téridő-kontinuum metrikájában úgy jut kifejezésre, hogy pl. a legegyszerűbb esetben, amikor a tér szerkezete homogén és izotróp — derékszögű Descartes-féle koordinátákat használva — két infinitezimálisan közel fekvő pont távolságának a négyzete:

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2.$$

A téridő-kontinuum fogalmának a felhasználásával *Alexandrov* megmutatta, hogyan alapozható meg a speciális relativitáselmélet és kifejtette, hogy az elméletnek eme felépítése az anyagi világban lejátszódó események objektív logikájának, míg az elméletnek *Einstein*től származó — a relativtól az abszolút felé haladó — hagyományos megalapozása (amely azt vizsgálja, hogy az egyes események hogyan írhatók le az egyes vonatkoztatási rendszerekben) az emberi megismerés szubjektív logikájának felel meg.

Alexandrov nagy jelentőségű meggondolásai során elsősorban a speciális relativitáselmélet axiomatikus felépítésével foglalkozik. Jóllehet — véleményünk szerint — dolgozatából implicite eléggé kitűnik, hogy a téridő filo-

zófiai kategóriáját nem az anyagtól függetlenül létező kategóriának tekinti még a speciális relativitáselmélet relációjában sem — a fenti meggondolástól eltérő módon — a hangsúlyt túlságosan a téridő *abszolút* voltára helyezi és kevésbé elemzi a tér és idő dialektikus kapcsolatát. Talán ez az oka annak, hogy egyes filozófusok koncepcióját idegenkedéssel fogadták.

A téridő fogalmának fenti vázlatos megalapozása, amely lényegét illetően nem különbözik az *Alexandrov*-féle fogalomalkotástól, talán alkalmas lehet arra, hogy az említett félreértéseket tisztázza. Ezen túlmenően azonban, további meggondolásaink során fontos szerepet játszik.

4. §. A geometriai értelemben vett tér szerkezetének a problémája

A téridő-kontinuum fogalmának megalapozása, valamint az *Einstein*-féle gravitációs elméletre való utalás során már rámutattunk arra, hogy a tér-idő-kontinuum szerkezetét szükségszerűen anyagi kölcsönhatások határozzák meg.

Jóllehet ez a felfogás a modern fizikai gondolkodás szerves részévé vált, az atomfizikában háttérbe szorult, mert a gravitációs kölcsönhatás itt teljesen elhanyagolható. Talán ez az oka annak, hogy az elemi részek fizikájában a téridő-kontinuum szerkezetét a priori pszeudo-euklideszinek szokás választani, amelyet atomi dimenziókban, az elemi részek kis tömege miatt, a gravitációs kölcsönhatás „nem módosít''. Vitatható azonban, hogy a *Mach*-féle elvnek ez a megfogalmazása helyesen tükrözi-e a valóságot? Nem lenne-e helyesebb, ha a fizikai kölcsönhatásoknak a téridő-kontinuum szerkezetének a kialakításában játszott szerepéből arra következtetnénk, hogy *a téridő-kontinuum pszeudo-euklideszi szerkezete atomi dimenziókban szintén fizikai kölcsönhatások eredménye.* Ha azonban így fogjuk fel a kérdést, akkor máris a téridő kategóriának az előző paragrafusban említett első megfogalmazásához jutunk, amely — véleményünk szerint — következetesebb, mint a második.

Mindaddig, amíg csak elektromágneses és erős kölcsönhatásokkal foglalkozunk, amelyek teljes szimmetriát mutatnak, a fizikai kutatások esetén mellőzhető filozófiai problémának tűnik, hogy a téridő felfogással kapcsolatban melyik álláspontra helyezkedünk. Ha azonban a gyenge kölcsönhatásokat tanulmányozva azt tapasztaljuk, hogy az eddig a priori elfogadott szimmetriatörvények nem mind érvényesek, mert a térbeli tükrözéssel szembeni szimmetriatörvényt el kell vetnünk, akkor egészen új helyzet áll elő. Nevezetesen: *ha a gyenge kölcsönhatások megsértik a paritás megmaradási törvényét, milyen jogon tesszük a priori fel, hogy a téridő-kontinuum pszeudo-euklideszi szerkezetű?* Azért, mert a „teljes'' szimmetriát mutató elektromágneses és erős kölcsönhatások eredményeképpen a téridő szerkezete homogén és izotróp,

egyáltalában nem csodálkozhatunk azon, hogy a paritást megsértő gyenge kölcsönhatások eredményeképpen a téridő-kontinuum szerkezete anizotróppá válik, hiszen az elmondottaknak megfelelően csak azért nem észleltük más esetben a tér anizotrópiáját, mert az elektromágneses és az erős kölcsönhatások elfedik a gyenge kölcsönhatást. Ha ennek ellenére mégis a priori ragaszkodunk ahhoz a felfogáshoz, hogy a téridő-kontinuum csak homogén és izotróp lehet, álláspontunk nem a tér és idő metafizikus felfogásában gyökerezik?

A felvetett problémát egyelőre talán nehéz lenne egyértelműen eldönteni. Nehézséget okoz az is, hogy az itt kifejtett felfogás — noha filozófiai szempontból mindinkább általánosan elfogadottá válik — az elemi részek fizikájában a tér- és időszemléletünk radikális megváltoztatását jelenti. Mégis a továbbiakban legyen szabad abból a feltevésből kiindulni, hogy *a fizikai kölcsönhatások határozzák meg atomfizikai dimenziókban is a téridő szerkezetét és a kölcsönhatások természetétől függően a téridő-kontinuum egyaránt lehet bizonyos esetekben izotróp, bizonyos esetekben anizotróp.* A továbbiakban vizsgálat tárgyává fogjuk tenni azt a kérdést, hogy milyen következményekkel jár ez a feltevés az elemi részek elméletében és azt fogjuk tapasztalni, hogy segítségével közvetlenül értelmezhetők geometriailag az izotér transzformációi, valamint egyes megmaradási törvények egyszerű geometriai jelentést kapnak.

Az előzőkben csupán a tér izotróp, ill. anizotróp voltáról beszéltünk és nem vetettük fel a tér homogenitásának, ill. inhomogenitásának a kérdését. Erre azonban véleményünk szerint az elemi részek elmélete esetében nincs szükség, mert a tér homogenitásának, ill. inhomogenitásának a kialakításánál — változatlanul érvényesnek feltételezve *Einstein* gravitációs elméletét — a gravitációs kölcsönhatás játssza a meghatározó szerepet, ami ebben az esetben elhanyagolható és így a tér szerkezeti homogenitása nem bomlik meg; ill. szabatosan kifejezve a dolgot: *az elemi részek közti kölcsönhatások elfedik a gravitációs kölcsönhatást, minek következtében a tér szerkezetileg homogén lesz.*

Talán még jobban megvilágítja elgondolásunk fizikai tartalmát, ha a következő analógiára hivatkozunk: a téridő-kontinuumnak a gravitációs kölcsönhatás következtében fellépő görbületének a kimutatására legalkalmasabb próbatest a nyugalmi tömeg nélküli foton. Valóban, a fénysugárnak a Nap erőterében bekövetkező elhajlása a gravitációs elmélet egyik szembeszökő bizonyítéka. Hasonló próbatest a gyenge kölcsönhatásoknál is rendelkezésünkre áll. A neutrinó nyugalmi tömege is zéró és éppen a gyenge kölcsönhatás eredményeképpen keletkezik. Ámde ismeretes, hogy a neutrinó polarizáltsága maximális, elannyira, hogy a „csavar-neutrinó elmélet" csak egyfajta neutrinót tart számon, amely balsodrású részecske. Amint a foton nem módosítja számottevő mértékben a tér görbületét, viszont mozgása során maximálisan alkalmazkodik ahhoz és a görbült tér geodetikus vonalán mozog, ugyanúgy feltehető,

hogy a neutrinó maximális polarizációjának az az oka, hogy gyakorlatilag tehetetlenségmentesen alkalmazkodik a térnek a gyenge kölcsönhatás következtében fellépő anizotrópiájához, ami szemléletesen szólva: a tér belső torziójaként jelentkezik.

Ebből a meggondolásból egyben az is következik, hogy a tér anizotrópiája az elemi részek belső szabadsági fokával hozható kapcsolatba. Elméletünk analitikus megfogalmazásánál ebből az észrevételből indulunk ki.

Pontosabban: jóllehet a geometriai értelemben vett tér szerkezetét a kölcsönhatásban álló fizikai terek közt ható reális anyagi kölcsönhatások alakítják ki, a geometriai értelemben vett tér — eme anyagi kölcsönhatások eredményeképpen kialakított szerkezete révén — közvetlen kölcsönhatásban áll a benne gerjesztődött fizikai térrel oly módon, hogy visszahat a szerkezetét meghatározó fizikai térre. Különösen szembeszökően kifejezésre jut ez a visszahatás anizotróp terek esetén, amikor a geometriai tér szerkezete a fizikai tér olyan belső szabadsági fokait hozza felszínre, amelyek izotróp tér esetén rejtve maradnak.

5. §. *Az elemi részek egységes térelmélete*

Az atomfizikai kutatásokra általában jellemző volt mindig, hogy az anyag építőköveit „elemi" részekből felépítettnek tekintette és — a többé-kevésbé önkényesen kiválasztott — „végső" elemi részek kölcsönhatása segítségével igyekezett az anyagszerkezeti problémákat megoldani. *Heisenberg* mutatott rá rá először arra, hogy nincs éles minőségi különbség az elemi és az összetett részek között. Általában a protont pl. tipikus elemi résznek, a deuteront pedig tipikus összetett résznek szokás tekinteni. 100 MeV energia alatt a proton valóban elemi részként viselkedik, ámde 1000 MeV energiájú ütközéseknél a $p \rightarrow \Lambda_0 + K^+$ átalakulás figyelhető meg. Ily módon tehát a protont $(\Lambda_0 K^+)$ kötött állapotú rendszernek is felfoghatjuk, amelynek a kötési energiája több száz MeV nagyságrendű. Kvalitatíve a deutérium is hasonló sajátosságot mutat, hiszen 1 MeV energia alatt elemi résznek tekinthető, viszont a 3—4 MeV-os ütközésnél bekövetkezik a $d \rightarrow p + n$ „átalakulás". Általában a deutériumot ennek ellenére (pn) kötött rendszernek szokás felfogni, amelynek a kötési energiája 2,18 MeV. Megegyezhetünk természetesen abban, hogy 2 MeV és 500 MeV között valahol egy olyan kötési energiaértéket állapítunk meg, amely alatt a stabilisnak mutatkozó részeket „elemineknek" tekintjük, ez azonban csupán egy konvenciónak tekinthető, ami önmagában még nem jelent minőségi különbséget az összetett és elemi mikrorészek között, hiszen csupán az egyes fizikai folyamatok energiájához viszonyítva mondhatjuk, hogy ez az energia alacsony vagy magas.

Eme — első pillanatra meglepő — állítás mellett szól az a tapasztalat, hogy az anyag olykor olyan állapotban van, amikor nincs is értelme annak, hogy elemi részekről beszéljünk. Ha pl. két proton 10^{10}—10^{20} eV energiával összeütközik, kb. 10^{-13} cm átmérőjű tartományban, mintegy 10^{-22} sec ideig, olyan erősen gerjesztett energiájú anyagállapot alakul ki, amelyben az elemi részek száma teljesen határozatlan, hiszen eme állapot kialakulásakor a rendszer két protonból állt, de a szétesés után számos (olykor több száz) mezon, proton, neutron, hyperon és különböző antirészek repülnek szét. Közben a kölcsönhatási energia magasan az egyes részek nyugalmi és kinetikai energiája felett van, úgyhogy lehetetlen számot adni arról, hogy az átalakulás során milyen „elemi" részekből áll a rendszer.

Helyesebbnek látja tehát *Heisenberg*, ha — a korábbi gyakorlattól eltérően — nem arra törekszünk, hogy az anyagot kémiai elemek, atomok, elemi részek kapcsolódásának tekintjük, hanem feltételezzük egy olyan *ősanyag* létezését, amelynek a foton, a különböző elemi részek, az atommagok, atomok, molekulák, sőt a makroszkopikusan megfigyelhető anyagi testek a Nap-rendszer és a Tejút-rendszer stb. a maguk sokféleségében csupán különböző állapotai. Alapfeltevése szerint ez az „ősanyag" igen erősen visszahat önmagára és ez a visszahatás azt eredményezi, hogy az ősanyagból meghatározott nagyságú és tulajdonságú képződmények — az ősanyag sajátállapotai — alakulnak ki, adott sajátenergiával, impulzussal, impulzusmomentummal, spinnel, elektromos és mezontöltéssel stb. Ilyen „agregátumok" pl. az ismert elemi részek, amelyek összeütközése az ősanyag amorf összeolvadását eredményezheti, majd — a pillanatnyi egyensúly megbomlása után — egészen új képződmények — a legkülönbözőbb elemi részek — keletkezhetnek.

Heisenberg eme egységes térelméletében kifejezésre jutó szemléleti mód új távlatokat nyitott meg az elemi részek fogalmának fejlődésében. Sokkal inkább az anyag térelméleti felfogásán alapszik, mint a korábbi — az anyag korpuszkuláris felfogását tükröző — elgondolások. Ez a szemléleti mód azonban az utóbbi időben a fizika más fejezeteiben is gyümölcsözőnek bizonyult. Gondoljunk csak a „kvázi-részecskék" fontos szerepére a szilárd testek elméletében és a térelméleti módszerek segítségével elért sikerekre a szuperfolyékonyság és a szupravezetés elméletében.

A mi szempontunkból azért fontos *Heisenberg* egységes térelmélete, mert lehetővé teszi, hogy az elemi részek belső szerkezetéről alkotott — túlzottan a mechanikai modellalkotáson nyugvó — elképzelésünket átvigyük a fizikai terek belső szerkezetének, belső szabadsági fokainak a fogalmára. Ily módon számos elemi rész, ill. a nekik megfelelő fizikai tér, közvetlenebb kapcsolatba kerül egymással. Sőt egyes fizikai terek egységesen tárgyalhatók és a különbözőségük csupán belső állapotuk különbözőségére vezethető vissza. Ilyen

törekvések voltak már a korábbi térelméleti vizsgálatok során is [53, 54], a továbbiakban kifejtendő elmélet keretében azonban eme belső szabadsági fokok új jelentést kapnak és újfent lehetővé teszik az elemi részek tömegspektrumával kapcsolatos probléma felvetését.

A kifejtendő elmélet alapgondolatához bizonyos mértékig hasonló — noha szemléleti módját, célkitűzéseit, érvelését és következtetéseit illetően eltérő — elméletet dolgoztak ki az utóbbi évek során *Wheeler* [35] és munkatársai, amelyről csak ez év tavaszán, az ismertetésre kerülő eredmények jelentékeny részének lezárása után, szerezhettünk tudomást. Úgy tűnik, hogy a két elmélet még közelebb hozható egymáshoz és *Wheeler* a leggyengébb kölcsönhatások — a gravitációs kölcsönhatás irányában — olyan eredményeket ért máris el, amely nekünk is célkitűzésünk volt, jóllehet egyelőre távol álltunk még ilyen vonatkozású konkrét eredményektől.

Wheeler elméletének az indokolásánál a következőképpen érvel: a neutrinó az egyetlen olyan fermion az elemi részek között, amelynek nyugalmi tömege zéró, ily módon — éppen úgy, mint a foton — fénysebességgel mozog és így nem található olyan vonatkoztatási rendszer, amelyhez képest nyugodnék. Ezért a neutrinó tulajdonságainak a jeltemzésénél sokkal dominánsabb a neutrinó „térkaraktere", mint a részecske karaktere. A többi elemi részhez, pl. az elektronhoz, viszonyítva sokkal inkább tekintendő térnek, mint a régi értelemben vett elemi résznek. Ezzel a megállapításával teljesen egyetértünk, azt a kijelentését azonban, hogy éppen erre való tekintettel éppen úgy nem tulajdonítható a neutrinótérnek belső struktúra, mint az elektromágneses térnek, már vitathatónak tartjuk. Nevezetesen:

(i) Kérdésesnek tűnik, hogy ezzel az elgondolással hogyan egyeztethető össze a neutrinó teljes polározottsága? Természetesen már a fentebb mondottakból is kitűnik, hogy mi sem a neutrinótérnek tulajdonítjuk a belső szerkezetet, hanem csupán azt mondjuk, hogy a neutrinótér spinje következtében maximálisan alkalmazkodik a geometriai tér torziójához és ez az oka a neutrinó teljes polarizáltságának.

(ii) Azt a hasonlatát is fenntartással fogadjuk, hogy a neutrinótérnek éppen úgy nincs belső szerkezete, mint az elektromágneses térnek, hiszen az elektromágneses tér polarizáltsága is a tér belső szerkezetére utal, amely közismert kísérleti vizsgálatok során számtalanszor bizonyítást nyert.

(iii) Wheeler elméletének azzal az alapvető feltevésével is egyetértünk, hogy a neutrinótér éppen olyan alapvető fontosságú, mint a gravitációs tér és éppen úgy módosítja a geometriai tér szerkezetét, azt azonban már vitathatónak tartjuk, hogy a tér szerkezetének a netrinótér következtében bekövetkező „módosulása" leírható a *Riemann*-geometria segítségével, hiszen az egységes térelméleti vizsgálatok világosan rámutatnak arra, hogy már a gravitá-

ciós és elektromágneses tér egységes térelméleténél is a *Riemann*-geometria valamilyen általánosításából kell kiindulni [36—41].

Közbevetőleg legyen szabad itt rámutatnunk *Finkelstein* [42] újabban publikált elméletére, amelynek az alapgondolata az, hogy a spinortereknek a geometriai értelemben vett tér szerkezetére gyakorolt hatását oly módon lehet figyelembe venni, hogy a *Riemann*-geometria affin általánosításából indulunk ki [39] és az affinösszefüggési együttható antiszimmetrikus részét hozzuk kapcsolatba a spinorterek közti kölcsönhatást közvetítő skalár vagy pszeudoskalár tér potenciáljával. Ez az elképzelés már kézenfekvőbbnek látszik, mégsem valószínű, hogy a probléma kielégítő megoldását jelentené, hiszen a *Riemann*-geometria ilyen általánosítását már felhasználták az elektromágneses tér figyelembevételénél és kérdéses, hogy a gravitációs, az elektromágneses és a neutrinótér együttes figyelembevétele ily módon lehetséges-e? Különben is az elmélete csak az izodublettekről tud számot adni, úgyhogy lényeges tovább fejlesztésére van szükség ahhoz, hogy az elemi részek elméletében kielégítően alkalmazható legyen.

Mindazonáltal látható, hogy újabban több olyan vizsgálat látott napvilágot, amely a mikrovilágban is számol a tér szerkezetének a problémájával, amelynek szükségességére már korábban ismételten rámutattunk [27, 43].

Wheeler elméletének a további részében a gravitációs és a neutrinótér kölcsönhatásának a problémájával foglalkozik és több olyan gondolatot vet fel, amelyek a továbbiakban kifejtendő elmélet továbbfejlesztésénél többékevésbé felhasználhatók. Ezekkel a kérdésekkel azonban a jelen tanulmányban nem kívánunk foglalkozni, minthogy figyelmünket főleg az izotér és transzformációinak geometriai értelmezésére kívánjuk fordítani.

II. Fizikai terek belső szabadsági fokának figyelembevétele

Az előzőknek megfelelően abból az alapvető feltevésből indulunk ki, hogy a geometriai értelemben vett tér szerkezetét a kölcsönhatásban álló fizikai terek közti kölcsönhatások alakítják ki, ill. határozzák meg. A gravitációs kölcsönhatástól egyelőre eltekintünk, amiből következik, hogy a tér szerkezete homogénnak tekinthető. A gyenge kölcsönhatás eredményeképpen azonban a tér — feltevésünk értelmében — anizotróppá válik. Ilyen általános térben a fizikai terek elmélete egyszerűen kidolgozható és korábbi vizsgálatunkban [27] megmutattuk, hogyan adhatók meg adott metrikus alaptenzorral rendelkező térben egy olyan fizikai tér téregyenletei és megmaradási tételei, amelynek a *Lagrange*-féle függvénye ismeretes. Ezzel a kérdéssel ezért nem kívánunk újfent foglalkozni és csupán néhány megjegyzésre szorítkozunk,

amelyekre a továbbiakban szükségünk lesz, majd megmutatjuk, hogy egy kézen fekvőnek tűnő fizikai feltétel alapján hogyan határozható meg explicite az anizotrópnak tekintett tér metrikus alaptenzora, ill. a tér anizotrópiája hogyan tükröződik az anizotróp terekben gerjesztett fizikai terek elméletében.

6. §. *A téridő-kontinuum anizotrópiájának geometriai jellemzése*

Anizotróp terek természetes geometriai modellje a vonalelem-geometria. A vonalelem-geometriában a teret nem pontok, hanem vonalelemek halmazának tekintjük. Szemléletesen ez annyit jelent, hogy anizotróp térben a különböző geometriai és fizikai mennyiségek nemcsak a helytől, hanem az iránytól is függenek. A vonalelemeket ezért a hely- és az iránykoordinátájukkal jellemezzük. *Finsler* [44] dolgozott ki először ilyen geometriát, majd *Moór Arthur*-ral [45] általánosították a Finsler-geometriát oly módon, hogy az így felépített geometria a fizikai alkalmazások céljainak jobban megfeleljen. Ennek az általánosításnak a lényege az, hogy míg a Finsler-geometriában minden geometriai objektum — így pl. maga a metrikus alaptenzor is — egy skalár alapfüggvényből — a Finsler-tér ún. metrikus alapfüggvényéből — származtatható, addig az általunk kidolgozott, ún. *általános vonalelem-geometriában*, a metrikus alaptenzor éppen úgy tetszés szerint megadható, mint a Riemann-geometriában (természetesen lényeges különbség az, hogy most a metrikus alaptenzor nemcsak a helykoordinátáknak, hanem az iránykoordinátáknak is függvénye, továbbá bizonyos homogenitási követelményeket kell kielégítenie [45], amelyek azonban fizikai alkalmazásoknál minden további nélkül teljesülnek és így a mi szempontunkból nem jelentenek lényeges megszorítást).

A vonalelemek helykoordinátáit x^μ-vel, az iránykoordinátáit v^μ-vel ($\mu = 0, 1, 2, 3$) jelöljük. Az (x^μ, v^μ) vonalelemek összességét nevezzük az $\mathfrak{L}$ vonalelemtérnek.

Minthogy a v^μ vektor csak a vonalelemek irányát határozza meg, a v^μ komponensek nem függetlenek egymástól és így csak a viszonyuk jön számításba. Ezért *homogén iránykoordinátáknak* szokás őket nevezni és feltesszük, hogy a *metrikus alaptenzor* $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x^\mu, v^\mu)$, *valamint a geometriai és fizikai mennyiségek, eme iránykoordináták nulladrendű homogén függvényei.*

Tekintettel arra, hogy a fentebb mondottak értelmében a teret homogénnak tekintjük, a metrikus alaptenzor a mi esetünkben csak a homogén iránykoordináták függvénye lesz. $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(v^\mu)$. Ez nem jelenti természetesen azt, hogy a tér geometriája euklideszi, ill. pszeudo-euklideszi lenne, hiszen — jóllehet a tér görbületi tenzorai eltűnnek — a tér torziója zérótól különböző. Csupán az lesz igaz, hogy a geodetikus vonalak egyenesek és a tér skalár görbületei eltűnnek.

A továbbiak szempontjából — amint azt azonnal látni fogjuk — célszerűbb lesz, ha az általános vonalelem-geometriát még azzal általánosítjuk, hogy a vonalelemek irányát nem a v^μ kontravariáns vektorkomponensekkel határozzuk meg, hanem az u^μ (—1)-ed rendű vektorsűrűséggel. Tehát az u^μ iránykoordináták transzformációs törvénye:

$$u^{\mu'} = \Delta^{-1} \frac{\partial x^{\mu'}}{\partial x^\mu} u^\mu \qquad \left(\Delta \equiv \det \left| \frac{\partial x^{\mu'}}{\partial x^\mu} \right| \neq 0 \right) \tag{6.1}$$

míg a v^μ transzformációs törvénye:

$$v^{\mu'} = \frac{\partial x^{\mu'}}{\partial x^\mu} v^\mu. \tag{6.2}$$

E feltevés nem komplikálja el számottevő mértékben a geometriai apparátust és egyelőre nem kell rá különös figyelemmel lennünk. A (—1)-ed rendű vektorsűrűségek egyébként — háromdimenziós térben — az axiális vektoroknak felelnek meg.

Az (x^μ, u^μ) vonalelem irányába mutató egységnyi hosszúságú vektor sűrűségét a következőképpen definiáljuk:

$$l^\mu = F^{-1} \cdot u^\mu, \tag{6.3}$$

ahol

$$F \equiv \{ g_{\mu\nu}(u^\nu) u^\mu u^\nu \}^{1/2} \tag{6.5}$$

a tér skalár metrikus alapfüggvénye, amely az iránykoordináták homogén elsőfokú függvénye, minek következtében az l^μ is nulladfokú homogén.

A tér szerkezete az egyes $P(x^\mu)$ pontokban az

$$F(x^\mu, l^\mu) = 1 \tag{6.5}$$

Carathéodory-féle indikátrixszal jellemezhető, amely megegyezik azzal a felülettel, amelyet a P pontból kiinduló egységvektorok végpontjai határoznak meg. Izotróp tér esetében ez a felület egy gömb, anizotróp tér esetében általában egy hiperbólikus felület, amelynek egy $x^0 =$ konst. síkkal való metszete egy kétdimenziós felület. A mi esetünkben a tér homogén: ez azt jelenti, hogy a tér különböző pontjaiban a Carathéodory-féle indikátrixok egybevágók.

A gravitációs kölcsönhatás figyelembevétele azt eredményezné, hogy a Carathéodory-féle indikátrixok pontról-pontra változnának. Ez a meggondolásainkat kissé megnehezítené, de megjegyezzük, hogy lokálisan az elmondandók változatlanul érvényben maradnak és mindaddig, amíg a lokális térelméletek keretében maradunk, az elmondandók lényeges általánosítására ebben az esetben sem lenne szükségünk.

Itt jegyezzük meg a teljesség kedvéért, hogy korábbi vizsgálatunkban [27, 45] rámutattunk arra, hogy az anizotróp terekben gerjesztett tér elmélete a bilokális térelmélettel [39] ekvivalens és megemlíthetjük, hogy éppen az eme vizsgálatok során nyert tapasztalatok vezettek a jelen tanulmányban körvonalazott elmélet kidolgozásához.

7. §. *A metrikus alaptenzor explicit meghatározása*

A fizikai terek közti kölcsönhatás anizotrópiája jellemezhető a kölcsönhatás folyamán keletkezett részecske polarizációjának anizotrópiájával. Ezt az anizotrópiát fogjuk felhasználni a geometriai értelemben vett tér anizotrópiájának a jellemzésére.

Ismeretes pl., hogy a gyenge kölcsönhatás anizotrópiája jellemezhető a kibocsátott elektron longitudinális polarizációjával. Az általános kölcsönhatást használva, annak a valószínűségére, hogy a W energiájú elektron spinje ϑ szöget zár be az impulzusának az irányával, kapjuk [8], hogy

$$N(\vartheta) = \text{konst.}\,\{1+\alpha\cos\vartheta\}\,d\Omega_e, \tag{7.1}$$

ahol $d\Omega_e$ azt a kis elemi térszöget jelenti, amelynek az irányába az elektron kilép, α pedig az anizotrópia-paraméter, amely a következő alakba írható:

$$\alpha = \frac{v_e}{c}\,\frac{d\xi}{\xi(1+bm/W)}, \tag{7.2}$$

ahol v_e a kibocsátott elektron sebessége, c a fénysebesség, továbbá:

$$\xi = \{|g_S|^2+|g_V|^2\}\,|M_F|^2+\{|g_T|^2+|g_A|^2\}\,|M_{GT}|^2,$$

$$b\xi = \left[1-\left(\frac{eZ}{\hbar c}\right)^2\right]^{1/2}\{(g_S^*g_V+g_Sg_V^*)\,|M_F|^2+(g_T^*g_A+g_Tg_A^*)\,|M_{GT}|^2,$$

$$d\xi = 2\,\mathrm{Re}\,\{g_Sg_S'^*-g_Vg_V'^*\}\,|M_F|^2+2\,\mathrm{Re}\,\{g_Tg_T'^*-g_Ag_A'^*\}\,|M_{GT}|^2-$$

$$-i\,\frac{e^2}{\hbar c}\,\frac{Zm}{p}\,[2\,\mathrm{Im}\,\{g_Sg_V'^*+g_S'g_V^*\}\,|M_F|^2+2\,\mathrm{Im}\,\{g_Tg_A'^*+g_T'g_A^*\}\,|M_{GT}|^2]$$

$$M_F = \sum_{n=1}^{A}\int \Phi_f^*\tau_-^{(n)}\Phi_i\,dV, \quad M_{GT} = \sum_{n=1}^{A}\int \Phi_f^*\sigma^{(n)}\tau_-^{(n)}\Phi_i\,dV,$$

ahol m az elektron tömege, M_F és M_{GT} a Fermi-féle és a Gamov—Teller-féle mátrixelemek, g_S, g_V, g_T és g_A pedig a skalár-, vektor-, tenzor-, ill. axiálvektor-kölcsönhatás csatolási állandója.

A téridő-kontinuumot az időtengely irányában homogénnak vesszük fel. A β-forrás helyén a Carathéodory-féle indikátrixot metsszük egy, az időtengelyre

merőleges, síkkal és az így keletkezett kétdimenziós felületet azonosnak tekintjük a (7.1) alatti felülettel, amelynek az egyenlete polár koordinátarendszerben:

$$x^1 = (1 + \alpha \cos \vartheta) \sin \vartheta \cos \varphi$$
$$x^2 = (1 + \alpha \cos \vartheta) \sin \vartheta \sin \varphi \qquad (7.3)$$
$$x^3 = (1 + \alpha \cos \vartheta) \cos \vartheta.$$

Egyszerű számítással igazolható, hogy ebben az esetben a geometriai értelemben vett tér metrikus alaptenzora

$$g_{00} = 1,\ g_{0i} = 0,\ g_{ik} = -\delta_{ik}\{1 + \alpha u^3[(u^1)^2 + (u^2)^2 + (u^3)^2]^{-1/2}\}^{-2}, \qquad (7.4)$$
$$(i, k = 1, 2, 3)$$

amint azt a Függelékben explicite is kimutattuk.

Látható, hogy $\alpha = 0$ esetén a Carathéodory-féle indikátrix éppen egy egységsugarú gömb, és a metrika átmegy a pszeudó-euklideszi tér metrikájába, ami az izotróp térszerkezetnek felel meg. Ha $\alpha \neq 0$, a Carathéodory-féle indikátrix metszetének az l^3 irányába mutató tengelye — amely megfelel a $\vartheta = 0$ iránynak — határozza meg egy $\lambda^\mu_{(3)}$ egységvektor irányát. Tekintsünk még két további $\lambda^\mu_{(1)}$ és $\lambda^\mu_{(2)}$ egységvektorot, amelyek egymásra és a $\lambda^\mu_{(3)}$ egységvektorra merőlegesek, tehát

$$g_{\mu\nu}\lambda^\mu_{(i)}\lambda^\nu_{(k)} = \delta_{ik}, \qquad (7.5)$$

továbbá, amelyek szintén a téridő-kontinuum megfelelő térbeli alterében feküsznek és a $\lambda^\mu_{(3)}$ egységvektorral jobbsodrású rendszert alkotnak. A három egymásra merőleges $\lambda^\mu_{(i)}$ vektor által meghatározott ortogonális triédert nevezzük a továbbiakban *λ-triédernek*. Ha a kilépő elektron impulzusának az iránya éppen az x_3-tengely irányába mutat és a λ-trieder irányítása megegyezik a térbeli koordinátarendszer tengelyeinek az irányításával, akkor a λ-triédert *λ^+-triédernek*, ellenkező esetben *λ^--triédernek* nevezzük.

A λ-trieder akkor is értelmezhető, ha a tér izotróp, tehát a Carathéodory-féle indikátrix gömb. Ebben az esetben azonban az elhelyezkedése tetszés szerinti lehet és a térnek egy olyan belső szabadsági fokát jelenti, amely nem jut felszínre. Vonatkozik ez mind a geometriai, mind pedig a geometriai értelemben vett térben gerjesztett fizikai térre.

Megjegyezzük ezen a helyen, hogy a (7.4) alatti metrikus alaptenzorral meghatározott tér geometriailag egyszerű explicit példa olyan térre, amelynek a görbületi tenzorai eltűnnek, mégis nem-euklideszi tér, mert a torziótenzora zérótól különböző.

8. §. *Az inhomogén iránykoordináták mint a fizikai terek belső szabadsági fokai*

A geometriai és fizikai mennyiségek iránytól való függését célszerűen kifejezésre juttathatjuk, ha a korábban bevezetett u^μ homogén iránykoordináták helyett inhomogén iránykoordinátákat vezetünk be. Általánosan ezt úgy szokás elvégezni, hogy értelmezünk három tetszés szerint irányított, páronként egymásra merőleges λ_i^μ egységvektort:

$$g_{\mu\nu}\lambda_i^\mu \lambda_j^\nu = \delta_{ij} \qquad (i,j=1,2,3) \tag{8.1}$$

és e három ortogonális egységvektorból álló triéderre vonatkoztatva értelmezzük a

$$\theta_i = \arccos\{g_{\mu\nu}\lambda_i^\mu u^\nu\} \tag{8.2}$$

inhomogén iránykoordinátákat. A θ_i inhomogén iránykoordináták értelmezéséből nyilvánvaló, hogy ezek skalár mennyiségek, tehát invariánsak bármilyen koordinátatranszformációval szemben.

A tapasztalat és az ehhez alkalmazkodó — korábban bevezetett — feltevésünk értelmében, a téridő-kontinuum anizotrópiája a háromdimenziós térben jelentkezik. Célszerű tehát, ha a λ_i^μ egységvektorokat — amelyeket geometriai szempontból teljesen önkényesen választhatunk meg — úgy irányítjuk, hogy tisztán térbeli vektorok legyenek, tehát időbeli komponensük tűnjék el: $\lambda_i^\mu = (0, \vec{\lambda}_i)$ és irányuk egyezzék meg az előbbi pontban meghatározott irányokkal, tehát éppen a λ^+-triéderrel.

Számolástechnikai okokból — a lényeget egyáltalában nem érintő — további egyszerűsítést jelent, ha a θ_i inhomogén iránykoordináták helyett a

$$\xi_i = \cos\theta_i = g_{\mu\nu}\lambda_i^\mu u^\nu \tag{8.3}$$

mennyiségekkel dolgozunk. A ξ_i-k pszeudoskalár mennyiségek, amelyek transzformációs törvénye

$$\xi_i' = \Delta^{-1}\xi_i, \tag{8.4}$$

amint az a λ_i^μ kontravariáns vektor (6.2) alatti és az u^μ vektorsűrűség (6.1) alatti transzformációs törvényéből közvetlenül következik.

A fizikai terek szokásos elméletében a ψ, ψ_α stb. térkomponensek, amelyek lehetnek skalárok, pszeudoskalárok, vektorok, pszeudovektorok, tenzorok, spinorok stb., csupán a téridő-kontinuum x^μ koordinátáinak a függvényei: $\psi(x^\mu)$, $\psi_\alpha = \psi_\alpha(x^\mu)$ stb. Feltevésünk értelmében ezek a mennyiségek most nemcsak a helykoordinátáktól, hanem az iránykoordinátáktól is függnek, tehát $\psi = \psi(x^\mu, u^\mu)$, $\psi_\alpha = \psi_\alpha(x^\mu, u^\mu)$ stb., ill. ha az u^μ homogén inánykoordináták

helyett bevezetjük az inhomogén iránykoordinátákat, pl. skalár vagy pszeudoskalár tér esetén írhatjuk, hogy

$$\psi = \psi(x^\mu; \xi_1, \xi_2, \xi_3). \tag{8.5}$$

Egyelőre pusztán az egyszerűbb beszédmód kedvéért — később majd látni fogjuk, hogy ennek mélyebb fizikai jelentése is van — nevezzük az x^μ koordinátákat a térkomponensek, ill. a tér *külső koordinátáinak*, amelyek a fizikai értelemben vett tér *külső szabadsági fokaival* vannak kapcsolatban; a ξ_i koordinátákat pedig a *belső koordinátáknak*, amelyek a *tér belső szabadsági fokait* jellemzik.

Jóllehet óvakodni akarunk helytelen mechanikai modellalkotástól, a szemléletesség kedvéért megemlítjük, hogy a tér kvantumainál a külső és belső koordináták hasonló szerepet játszanak, mint a pontrendszerek mechanikájában a súlyponti és relatív koordináták. Ez az analógia, amelyet a továbbiakban nem fogunk használni, nem okozhat félreértést, hiszen tudjuk, hogy a térkvantumok nem lokalizálhatók, tehát a belső koordináták is csupán hasonló szerepet játszanak, mint a szokásos térelméletekben az x^μ helykoordináták. Sokkal inkább rokon ez a fogalomalkotás a bilokális térelméletek Yukawa-féle [27, 39], ill. a D'Espagnat—Prentki-elmélet [16] változóival.

Vegyük azonban észre, hogy az x^μ és ξ_i koordináták, tehát a ψ térkomponens külső és belső koordinátái egymástól nagymértékben függetlenül transzformálódnak. Ez a megállapítás indokolja a most bevezetett elnevezést és — amint azt a következő részben látni fogjuk — ez teszi lehetővé az izotér és transzformációinak geometriai értelmezését:

(*i*) Az x^μ külső koordináták koordinátatranszformációk alkalmával szokásos módon transzformálódnak:

$$x^{\mu'} = x^{\mu'}(x^\mu) \qquad \left(\det \left| \frac{\partial x^{\mu'}}{\partial x^\mu} \right| \neq 0\right). \tag{8.6}$$

Ezzel szemben a ξ_i belső koordináták — az iránykoordináták (6.1), ill. (6.2) alatti transzformációs törvényétől függően — pszeudoskalárok vagy skalárok. A koordinátatranszformációk csoportját nevezzük a továbbiakban $\mathcal{G}_x$-nek.

(*ii*) A λ-triéder elforgatása vagy a λ-triéderre vonatkoztatott tükrözések esetén az x^μ külső koordináták változatlanok maradnak, viszont a ξ_i belső koordináták megváltoznak.

A belső koordináták transzformációs törvényét könnyen megállapíthatjuk, ha a λ-triéder forgásait a $(\varphi, \psi, \vartheta)$ Euler-féle szögekkel jellemezzük. A λ-triédert egy tetszés szerinti új helyzetében nevezzük λ'-triédernek, akkor a

$$\xi_i = \cos\theta_i = g_{\mu\nu} l^\mu \lambda_i^\nu \quad \text{és} \quad \xi_i' = \cos\theta_i' = g_{\mu\nu} l^\mu \lambda_i'^\nu \tag{8.7}$$

belső koordináták közti összefüggéseket a jól ismert transzformációs formulák szolgáltatják:

$$\begin{aligned}
\xi_1' &= \{\cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi\cos\vartheta\}\xi_1 + \\
&+ \{\cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi\cos\vartheta\}\xi_2 + \sin\varphi\sin\vartheta\xi_3, \\
\xi_2' &= -\{\sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\sin\psi\cos\vartheta\}\xi_1 + \\
&+ \{-\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\cos\vartheta\}\xi_2 + \cos\varphi\sin\vartheta\xi_3, \\
\xi_3' &= \sin\psi\sin\vartheta\xi_1 - \cos\varphi\sin\vartheta\xi_2 + \cos\vartheta\xi_3.
\end{aligned} \tag{8. 8}$$

A λ-triéder forgásai izomorfak a háromdimenziós forgáscsoporttal. E csoportot kiegészítjük a λ-triéderre vonatkoztatott tükrözésekkel és az így keletkezett háromdimenziós forgástükrözési csoport tartalmazza a belső koordináták transzformációinak az összességét, amelyek — mint fentebb említettük — a külső koordinátákat invariánsan hagyják. E csoportot a továbbiakban $\mathcal{G}_\xi$-vel fogjuk jelölni.

A külső és belső szabadsági fokok figyelembevétele lehetővé teszi azt, hogy a $\mathcal{G}_x$ és a $\mathcal{G}_\xi$ csoportokhoz tartozó mozgásokat reális fizikai, ill. geometriai tartalommal töltsük meg; azaz reális fizikai mozgásokként értelmezzük. Ez alatt azt értjük, hogy az eme csoportokhoz tartozó transzformációkat geometriailag — mint forgásokat, tükrözéseket, ill. transzlációkat — minden további nélkül értelmezhetjük. Természetesen a belső szabadsági fokokkal rendelkező — más szóval anizotróp térben gerjesztett — fizikai terek esetében az alapvető csoport a $\mathcal{G}_x$ és $\mathcal{G}_\xi$ csoportok szorzata:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_x \cdot \mathcal{G}_\xi . \tag{8. 9}$$

E bővebb csoport elemei közül a $\mathcal{G}_x$-be tartozó transzformációk azonosak a teljes inhomogén Lorentz-csoporttal. A $\mathcal{G}_\xi$ elemei pedig — amint látni fogjuk — kapcsolatba hozhatók az izotér transzformációival.

Amikor a belső szabadsági fokokkal rendelkező — tehát a fenti értelemben anizotróp terekben gerjesztett — fizikai terek megmaradási tételeit származtatni kívánjuk, a teljes $\mathcal{G}$ csoport invariánsait kell felkutatnunk. Ez azt jelenti, hogy pl. a tér hatásintegráljának a teljes $\mathcal{G}$ csoporttal szemben kell invariánsnak lenni. E feltevés alapján *Noether* tételének a felhasználásával már származtathatók az egyes megmaradási tételek.

Nyilvánvaló azonban, hogy attól függően, hogy a hatásintegrál:

(*i*) csak a teljes $\mathcal{G}$ csoport;

(*ii*) a $\mathcal{G}_x$ és $\mathcal{G}_\xi$ csoportoknak

külön-külön is invariánsa, mind a téregyenletek, mind pedig a megmaradási tételek különbözők lehetnek. Ha pl. — kölcsönhatásban álló terek esetében — az egyik tér komponensei bilineárisan fordulnak elő és a másik tér pszeudo-

skalár, akkor a teljes $\mathcal{G}$ csoporttal szembeni invariancia csak akkor lehetséges, ha a másik tér az izotérben pszeudoskalár vagy pszeudovektorként stb. transzformálódik. Hasonlóképpen végig analizálhatók a további csatolási lehetőségek is és az a követelmény, hogy a hatásintegrál a teljes $\mathcal{G}$ csoport invariánsa legyen, csak könnyen áttekinthető csatolási lehetőségeket enged meg. Mindazonáltal ezzel a problémával csak egy későbbi tanulmányunkban kívánunk részletesen foglalkozni.

III. Az izotér és transzformációinak geometriai értelmezése

Amikor az inhomogén iránykoordinátákat mint a fizikai terek belső szabadsági fokait értelmeztük, megnyílt a lehetősége annak, hogy a λ-triéderre vonatkoztatott háromdimenziós forgástükrözési csoport segítségével geometriai értelmet tulajdonítsunk a terek olyan szabadsági fokainak, amelyek az elemi részek fenomenológiai elméletében eddig formálisan — az absztrakt izotér formalizmusában — jutottak kifejezésre.

Ilyen irányú törekvésekkel az irodalomban az utóbbi időben gyakran találkozunk, jóllehet ezek a vizsgálatok nem törekedtek olyan mértékű geometriai szemléletességre, amelynek a lehetőségét mi éppen most kívánjuk megvizsgálni. Az előzőkben ismételten hivatkoztunk már *D'Espagnat* és *Prentki* elméletére [16]. Amikor ők az izotérben értelmezett transzformációk, az izovektorok, izospinorok, izopszeudovektorok stb. értelmezésével, továbbá a belső szabadsági fokok jellemzésére bevezetett paraméterek segítségével, építik ki az elméletüket, úgy tűnik, hogy hasonló elképzelést javasolnak, mint amit mi most kívánunk kifejteni. Csakhogy ők a terek belső szabadsági fokainak geometriai feltárására nem törekszenek.

Nem törekszik erre *Maris* [46] sem, aki oly módon igyekszik a fizikai térnek az izodublettek formalizmusában megnyilvánuló belső szabadsági fokait feltárni, hogy a

$$(\Box - m^2)\psi = 0$$

Klein—Gordon-egyenlet linearizálásával nyert

$$(\gamma^\mu \partial_\mu + m)\psi_1 = 0, \quad (\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi_2 = 0$$

egyenletek mindegyikét megtartja — jóllehet ekvivalensek egymással — és a ψ_1 hullámfüggvénnyel leírt állapotot proton-, a ψ_2 hullámfüggvénnyel leírt állapotot pedig neutron-állapotnak tekinti. Ezzel eléri részben azt, hogy a megoldás eleget tesz a chiralitási invariancia elvének, részben pedig megmutatja, hogy ψ_1 lényegében véve a chiralitási transzformációval a ψ_2-be megy át és viszont, ami által nyilvánvalóvá válik, hogy ily módon az izodublett komponensekben végső fokon a tér belső szabadsági fokai realizálódnak.

Izotróp téridő-kontinuum esetében nincs is lehetőség arra, hogy a belső szabadsági fokoknak szembeszökő geometriai jelentést tulajdonítsunk, ill. ha ezt mégis megkíséreljük: a belső szabadsági fokok oly mértékben önkényesen választhatók meg, hogy a belső tér koordinátáinak nincs különösebb geometriai jelentésük és valóban úgy tűnik, hogy csupán fizikai jelentésnélküli paramétereknek tekintendők.

Elgondolásunkhoz közelebb áll *Vigier*-nek és munkatársainak a vizsgálata [25, 47—49], akik az elemi részekre a következő klasszikus rotátor-modellt dolgozták ki: egységnyi hosszúságú, egymásra páronként ortogonális, négyesvektorok segítségével értelmeznek két jobbsodrású ortogonális négyélet: a_μ^ξ és b_μ^ξ. A továbbiakban a b_μ^ξ négyél forgásait vizsgálják az a_μ^ξ négyélhez viszonyítva, amelyet az általánosított Euler-féle szögek segítségével írnak le. A b_μ^ξ négyélre vonatkoztatott koordinátákat a fizikai tér belső szabadsági fokaival hozzák kapcsolatba és arra törekszenek, hogy ily módon értelmezzék a négydimenziós izoteret [15, 22], továbbá az elemi részek egy igen szerencsésnek mondható osztályozását adják meg.

Az ilyen típusú korábbi vizsgálatok azonban nem mentesek attól, amit az 1. §-ban az izotérrel kapcsolatban, már hiányoltunk: túl absztrakt módszerrel dolgoznak ezek az elméletek és modellek ahhoz, hogy valóban feltárják a fizikai terek belső szabadsági fokainak mélyebb fizikai jelentését.

9. §. *A λ-triéder irányítására vonatkozó alapvető feltevések*

A λ-triéder irányítására vonatkozóan eddig mindössze annyit tettünk fel, hogy a triéder tengelyeinek az iránya megegyezik a tér anizotrópiáját jellemző Carathéodory-féle indikátrix tengelyének az irányával. E pontban ezeket a feltevéseket fogjuk szabatosabban körvonalazni és olyan további feltevéssel élünk, amely szükségesnek látszik az izotér transzformációinak geometriai értelmezéséhez, ugyanakkor a térnek a belső koordináták segítségével reprezentált belső szabadsági fokait közvetlenebb fizikai tartalommal tölti meg:

(*a*) A geometriai értelemben vett térnek a fizikai kölcsönhatások eredményeképpen jelentkező anizotrópiája a téridő-kontinuum minden $P(x^\mu)$ pontjában a Carathéodory-féle indikátrixszal jellemezhető, amelyet a 7. §-ban leírt módszerrel határozunk meg. A Carathéodory-féle indikátrix főtengelyei bizonyos meghatározott irányokat tüntetnek ki a térben.

(*b*) Tekintsünk egy olyan speciális ortogonális koordinátarendszert, amelyben a Carathéodory-féle indikátrix főtengelyre van transzformálva, tehát amelynek a tengelyei megegyeznek az indikátrix főtengelyének az irányával. Ebben a koordinátarendszerben a $g_{\mu\nu}$ metrikus alaptenzor komponensei közül csak a $g_{\mu\mu}$ komponensek nem tűnnek el, amint azt egyébként (7. 4) alatt már láttuk.

(*c*) Feltesszük, hogy a λ-triéder tengelyei párhuzamosak e speciális koordinátarendszer térbeli tengelyeinek az irányával. Ezt a triédert fogjuk a továbbiakban λ^+-triédernek nevezni. Tekintettel arra, hogy a geometriai értelemben vett teret homogénnak tekintjük, a λ-triéder a tér bármely pontjába eltolható önmagával párhuzamosan — a párhuzamos eltolás közönséges értelemben vett definíciója alapján — és így a λ^+-triéder irányítása a téridő-kontinuum minden egyidejű pontjában egyértelműen meghatározott. Nem egyidejű x^μ koordinátájú téridő-pontokra ezt nem mondhatjuk, mert pl. β-bomlásnál a bomlás előtt a tér még izotróp és csak a bomlást létrehozó kölcsönhatás eredményeképpen — éppen a bomlás aktusa során — válik a tér anizotróppá. (Ez a körülmény fényt derít arra a rejtélyre, amelyet a 2. §-ban a *Wu*-féle kísérlettel kapcsolatban megemlítettünk; nevezetesen: ez az oka annak, hogy a rendszer szimmetriasíkja a bomlás után nem marad tovább is szimmetriasík.) E feltevéseinket egészítsük ki a következő, alapvető fontosságú és a fizikai értelemben vett terek belső struktúrájára jellemző, alábbi feltevéssel:

(*d*) *A tér spinvektorának és a vonalelem irányába mutató egységnyi hosszúságú* (—1)*-ed rendű vektorsűrűségnek a skalár szorzata egyezzék meg az emittált térkvantum longitudinális polarizációjával* [8]:

$$\vec{s}\cdot\vec{l}=P_l=\frac{v_e}{c}\,\frac{d\xi}{\xi(1+bm/W)}\,. \tag{9.1}$$

(A jelölésekre vonatkozóan l. a 7. §-t.)

Ha ezt a feltételt kovariáns alakban kívánjuk megfogalmazni, akkor a következőképpen járhatunk el: a tér spinmomentumát jelöljük az $s_{\mu\nu}$ antiszimmetrikus tenzorral, amelynek a térbeli komponensei megegyeznek a spinvektor komponenseivel, az időbeli komponensei pedig az emittált rész elektromos dipólmomentumának a komponenseivel arányosak (amelyek a kibocsátott részecske nyugalmi rendszerében eltűnnek). Az u^μ (—1)-ed rendű vektorsűrűség egy antiszimmetrikus $f^{\mu\nu}$ felületelem normális egységvektorának tekinthető, tehát (9.1) helyett írható, hogy

$$s_{\mu\nu}f^{\mu\nu}=P_l\,. \tag{9.2}$$

A (*d*) feltétel analitikus megfogalmazásából látható, hogy azért kellett homogén iránykoordinátaként — a v^μ kontravariáns vektor helyett — az u^μ vektorsűrűséget bevezetni, mert — a spinvektor axiálvektor lévén — az l^μ és a spinvektor szorzata csak akkor lehet skalár, ha az összeszorzott két vektor mindegyike axiálvektorként transzformálódik. Ilyen körülmények között azonban a (*d*) feltétel a koordinátarendszer speciális megválasztásától független.

Összehasonlítva a (9.1) alatti feltevésünket az inhomogén iránykoordináták értelmezésével, azonnal láthatjuk, hogy feltevésünk szemléletesen azzal

egyenértékű, hogy a λ^+-tríéder valamelyik tengelyének — pl. a $\vec{\lambda}_3$-tengelyének — az irányát megfeleltetjük a spinvektor irányának és az egész λ^+-tríéder precessziós mozgást végez az emittált térkvantum impulzusának az iránya körül.

Tekintettel arra, hogy három inhomogén iránykoordinátánk van, a tér belső szabadsági fokainak száma három. Ha tehát az izoteret a tér belső szabadsági fokaival kívánjuk kapcsolatba hozni, természetes következményként adódik, hogy az izoteret háromdimenziósnak tekintsük. Mindazonáltal a (*d*) feltevésből az alábbi három fontos következmény adódik:

(*i*) Olyan terek (ill. olyan terek kvantumai) esetében, amelyek spinmomentuma eltűnik, a (9. 1), ill. a (9. 2) alatti feltevés semmitmondó, hiszen ebben az esetben nem beszélhetünk az emittált részecske polarizációjáról. Ámde akkor a belső szabadsági fokok száma változatlanul három marad és látni fogjuk, hogy ebben az esetben könnyen értelmezhetők az izotriplettek.

(*ii*) Ha a tér (ill. a terek kvantumainak) spinmomentuma nem tűnik el, akkor a (9. 1), ill. a (9. 2) alatti feltevés eggyel csökkenti a belső szabadsági fokok számát, hiszen egy relációt definiál a három független iránykoordináta között, amiből következik, hogy a belső szabadsági fokok száma kettőre redukálódik. Azt mondhatjuk tehát, hogy az izotér kvázi-kétdimenziós. Tekintettel arra, hogy feltevésünk értelmében a λ-tríéder $\vec{\lambda}_3$-tengelye forog meghatározott szöggel az impulzus iránya körül, ez a feltevésünk azzal egyenértékű, hogy $\theta_3 = \text{konst.}$; tehát a szabad belső szabadsági fokokat ξ_1- és ξ_2-vel jelölhetjük. Látni fogjuk, hogy ebben az esetben igen könnyen értelmezhetők az izodublettek.

(*iii*) Ha a (*d*) alatti feltevést még egy további feltevéssel egészítjük ki és megköveteljük, hogy (9. 1) és (9. 2) teljesülése mellett még egy további reláció is fennálljon (pl. $\theta_2 = \text{konst.}$), akkor a belső tér szabadsági fokainak a száma egyre redukálódik, azaz csupán ξ_1 lesz az egyetlen független belső koordináta és az izotér kvázi-egydimenziós. Ez az eset felel meg az izoszinglettnek.

A kvázi-egydimenziós izotér geometriai értelmezése nem problematikus, mert ebben az esetben töltésmultiplettel sem találkozunk. Az egyetlen érdekes izotranszformáció ebben az esetben az izoparitás, aminek a geometriai értelmezése nyilvánvaló. Ezzel a kérdéssel a továbbiakban nem kívánunk foglalkozni; részben azért, mert nem sikerült olyan fizikai feltételt találni, ami a (9. 1) és (9. 2) feltételekhez hasonlóan közvetlen fizikai jelentéssel bírna, részben pedig azért, mert úgy tűnik, hogy az izoszinglettek bevezetésének szükségessége elkerülhető.

A (*d*) feltételünk eme következményei alapján, minden további nélkül azt kapjuk, hogy a zérospinű elemi részek izotriplettek és a nem eltűnő spinű

részek pedig izodublettek. Ha feltesszük, hogy a kaonok összetett részecskék és a hyperonok Gell-Mann-féle elméletéhez csatlakozunk [57—60], akkor megegyezésben vagyunk a tapasztalattal. Megjegyezzük azonban, hogy — a Vigier-féle rotátor-modell megfelelő átfogalmazásával — a (*d*) feltételünk oly módon is módosítható lenne, hogy az elemi részek más rendszerezéséhez csatlakozzunk. Pillanatnyilag azonban az elméletnek ez a változata látszik a legtermészetesebbnek.

10. §. Izotriplettek

Az izotér és transzformációinak geometriai értelmezését a zéróspinű részek esetében mutatjuk be, először abban a formában, amint azt 1958-ban a balatonvilágosi „Elemi részek" konferencián javasoltuk. Jóllehet az izotér geometriai interpretációja — tekintettel arra, hogy a λ-triéder irányítása nem rögzíthető — önkényesnek tűnik, mert a belső szabadsági fokok nem jelentkeznek olyan frappánsan, mint azt nem-eltűnő spinű terek esetében látni fogjuk, továbbá az izotér transzformációinak itt megadott geometriai értelmezése kissé módosítandó, mert csupán a pionok izotriplettje esetében konzekvens, ahol a töltéskonjugáció operátora szerencsés — avagy talán éppen szerencsétlen — véletlen folytán megegyezik a töltés szimmetria operátorral, mégis célszerűnek látszik, hogy először ebben a formában mutassuk be a javasolt módszert, mert analitikusan ez a legegyszerűbben megfogalmazható. A következő paragrafusban azután — megismerve a módszer gondolatmenetét — egyszerűen általánosíthatjuk a módszert tetszés szerinti esetre.

Mielőtt az izotér transzformációit, ill. az izovektorok komponenseit értelmeznők, emlékeztetünk arra, hogy $\mathbf{P}_x$, a koordináta térbeli paritás operátora, amelyet a továbbiakban egyszerűen csak *térbeli paritás operátornak* fogunk nevezni és $\mathbf{P}$-vel jelölünk, a λ-triédernek megváltoztatja az irányítását:

$$\mathbf{P}\lambda^{+}=\lambda^{-}, \quad \text{ill.} \quad \mathbf{P}\lambda^{-}=\lambda^{+}, \tag{10.1}$$

tehát a jobbsodrású triédert balsodrásúba és a balsodrásút jobbsodrásúba viszi át, hiszen az origóra történő inverziónál a triéder mindegyik tengelyének megváltozik az iránya. Megjegyezzük, hogy háromdimenziós térben egy-egy koordinátasíkra való tükrözésnek pontosan ugyanez az eredménye. Ügyelni kell azonban arra, hogy valahányszor a tér dimenzióinak a száma páros, ez a meggondolás nem alkalmazható és a koordinátasíkra való tükrözés sem helyettesíthető az origóra való inverzióval.

(*i*) Az izovektorok és izopszeudovektorok komponenseinek az értelmezése céljából — az előbbi pontban részletezett feltevéseinket — egy további alapvető feltevéssel egészítjük ki:

Feltesszük, hogy *a ψ térkomponens értékeit a λ^+-triéder tengelyeinek az irányában, attól függően, hogy ψ skalár vagy pszeudoskalár, az izovektor, ill. izopszeudovektor komponenseinek tekintjük:*

$$\Psi(x^\mu) = \begin{cases} \psi_{\mathrm{I}}(x^\mu) = \psi(x^\mu;\ 1, 0, 0), \\ \psi_{\mathrm{II}}(x^\mu) = \psi(x^\mu;\ 0, 1, 0), \\ \psi_{\mathrm{III}}(x^\mu) = \psi(x^\mu;\ 0, 0, 1). \end{cases} \tag{10.2}$$

Mindenekelőtt könnyen belátható a következő

Tétel: A $\psi(x^\mu; \xi_1, \xi_2, \xi_3)$ térkomponensek egy tetszés szerinti irányban, amelyet a ξ_1, ξ_2, ξ_3 belső koordinátákkal határozunk meg, előállítható a ψ_A ($A = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \mathrm{III}$) izokomponensek lineárkombinációjaként.

Bizonyítás: A λ^+-triéder megfelelő elforgatásával mindig elérhető, hogy pl. a triéder első tengelye éppen a kívánt irányba mutasson. Jelöljük a λ^+-triédert ebben a helyzetben λ'^+-triédernek és az ehhez a forgatáshoz tartozó *Euler*-szögek legyenek $\varphi', \psi', \vartheta'$. Ekkor azonban (8.8) felhasználásával írhatjuk, hogy

$$\Psi'(x^\mu) = \Psi(x^\mu)\mathbf{M}(\varphi', \psi', \vartheta'), \tag{10.3}$$

ahol

$$\mathbf{M}(\varphi', \psi', \vartheta') = \tag{10.4}$$

$$= \begin{vmatrix} \cos\varphi'\cos\psi' - \sin\varphi'\sin\psi'\cos\vartheta' & -\cos\varphi'\sin\psi' - \sin\varphi'\cos\psi'\cos\vartheta' & \sin\varphi'\sin\vartheta' \\ \sin\varphi'\cos\psi' + \cos\varphi'\sin\psi'\cos\vartheta' & -\sin\varphi'\sin\psi' + \cos\varphi'\cos\psi'\cos\vartheta' & -\cos\varphi'\sin\vartheta' \\ \sin\varphi'\sin\vartheta' & \cos\psi'\sin\vartheta' & \cos\vartheta' \end{vmatrix}$$

a (8.8) alatti transzformáció mátrixa. Ugyanis a belső koordináták (8.7) alatti definíciója alapján

$$\xi'_i = g_{\mu\nu} l^\mu \lambda'^\nu_i = g_{\mu\nu} l^\mu M^k_i \lambda^\nu_k = \xi_k M^k_i \qquad (i, k = 1, 2, 3) \tag{10.5}$$

és így pl. $A = I$ esetben

$$\psi'_{\mathrm{I}}(x^\mu) = \psi'(x^\mu;\ 1, 0, 0) = \psi(x^\mu;\ \xi_k M^k_{\mathrm{I}}, \xi_k M^k_{\mathrm{II}}, \xi_k M^k_{\mathrm{III}}) = \psi_A(x^\mu) M^A_{\mathrm{I}} \tag{10.6}$$

stb., amivel az állításunkat igazoltuk.

(*ii*) Legyenek

$$\Psi_{\lambda^+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{\mathrm{I}} + i\psi_{\mathrm{II}}),\ \Psi^*_{\lambda^+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{\mathrm{I}} - i\psi_{\mathrm{II}}),\ \Psi^0_{\lambda^+} = \psi_{\mathrm{III}} \tag{10.7}$$

a kombinált töltött és semleges tér komponensei és tegyük fel, hogy a $\vec{\lambda}_1$ és $\vec{\lambda}_2$ vektorok síkja egybeesik egy komplex síkkal, amelyen értelmezett Gauss-féle koordinátarendszerben $\vec{\lambda}_1$ a valós tengely és $\vec{\lambda}_2$ a képzetes tengely irányába mutató egységvektor, akkor az eme síkra merőleges $\vec{\lambda}_3$ tengely körüli α szög-

gel való elforgatás esetén a töltött és a semleges tér komponensei a következőképpen transzformálódnak:

$$(10.8) \qquad \Psi'_{\lambda^+} = \Psi_{\lambda^+} e^{-i\alpha}, \quad \Psi^{*\prime}_{\lambda^+} = \Psi^*_{\lambda^+} e^{i\alpha}, \quad \Psi^{0\prime}_{\lambda^+} = \Psi^0_{\lambda^+}.$$

Ámde ebből láthatjuk, hogy a *λ-triéder* $\vec{\lambda}_3$ *tengelye körüli forgatása éppen az elsőfajú mértéktranszformációnak felel meg*, amivel megkaptuk az elsőfajú mértéktranszformáció geometriai jelentését.

(*iii*) A (10. 7) alatti definíciós egyenleteink alapján, a tér izokomponensei a következő alakba írhatók:

$$(10.9) \qquad \psi^{\pm}_{\mathrm{I}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\Psi_{\lambda^\pm} + \Psi^*_{\lambda^\pm}\}, \quad \psi^{\pm}_{\mathrm{II}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\Psi_{\lambda^\pm} - \Psi^*_{\lambda^\pm}\}, \quad \psi^{\pm}_{\mathrm{III}} = \Psi^0_{\lambda^\pm},$$

ahol a $(\pm)$ jelölés arra utal, hogy az izokomponenseket vagy a λ^+-, vagy a λ^--triéderre vonatkoztatjuk.

Ezen előkészítés után tekintsük a λ^+-triéder $\vec{\lambda}_2$ tengelyére merőleges síkra való belső tükrözést, azaz azt a transzformációt, amely megváltoztatja a $\vec{\lambda}_2$ tengely irányítását anélkül, hogy az x^μ koordinátákat megváltoztatná. Jelöljük ezt a transzformációt **C**-vel. Most azonban két esetet kell megkülönböztetnünk attól függően, hogy a ψ térkomponens skalár vagy pszeudoskalár:

(*a*) Skalár tér esetében:

$$(10.10) \qquad \mathbf{C}\psi^{\pm}_A = \psi^{\pm}_A \qquad (A = \mathrm{I, II, III})$$

vagy a $\Psi_{\lambda^\pm}$ térkomponensekre vonatkozóan (10. 7) alapján kapjuk, hogy

$$(10.11) \qquad \mathbf{C}\Psi_{\lambda^\pm} = \Psi_{\lambda^\pm}, \quad \mathbf{C}\Psi^*_{\lambda^\pm} = \Psi^*_{\lambda^\pm}, \quad \mathbf{C}\Psi^0_{\lambda^\pm} = \Psi^0_{\lambda^\pm}.$$

(*b*) Pszeudoskalár tér esetében (10. 4) felhasználásával:

$$(10.12) \qquad \mathbf{C}\psi^{\pm}_{\mathrm{I}} = \psi^{\pm}_{\mathrm{I}}, \quad \mathbf{C}\psi^{\pm}_{\mathrm{II}} = -\psi^{\pm}_{\mathrm{II}}, \quad \mathbf{C}\psi^{\pm}_{\mathrm{III}} = \psi_{\mathrm{III}}$$

vagy a $\Psi_{\lambda^\pm}$ térkomponensekre vonatkozóan (10. 7) alapján kapjuk, hogy

$$(10.13) \qquad \mathbf{C}\Psi_{\lambda^\pm} = \Psi^*_{\lambda^\pm}, \quad \mathbf{C}\Psi^*_{\lambda^\pm} = \Psi_{\lambda^\pm}, \quad \mathbf{C}\Psi^0_{\lambda^\pm} = \Psi^0_{\lambda^\pm}.$$

Ez azonban azt jelenti, hogy *valahányszor a térkomponens pszeudoskalár, a* λ^+*-triéder* $\vec{\lambda}_2$ *tengelyére merőleges síkra való tükrözés éppen a töltéskonjugáció operátorát reprezentálja.*

Ugyanakkor a (10. 11) alatti eredményeink azt mutatják, hogy skalár mezontér esetén a töltéskonjugáció ily módon nem értelmezhető. Ebből azonban egyben az is következik, hogy elméletünk keretében *a töltéskonjugáció csak akkor értelmezhető geometriailag, ha a pionok pszeudoskalárok*, ami különben más elméletekkel is teljes összhangban van. Ezt úgy is megfogalmazhatjuk, hogy *a töltéskonjugáció fenti értelmezéséből következik a piontér pszeudoskalár volta* [1—20].

(*iv*) Figyelembe véve azt a körülményt, hogy az előbb definiált töltéskonjugáció operátora megváltoztatja a λ-tríéder irányítását, most megmutatjuk, hogy

a Landau-féle **PC**-*invariancia tétele* [31] *a javasolt elmélet keretében egy trivialitásra redukálódik:*

$$\mathbf{PC}\Psi_{\lambda^{\pm}} = \mathbf{P}\Psi_{\lambda^{\mp}} = \Psi_{\lambda^{\pm}}, \tag{10.14}$$

amivel állításunkat igazoltuk.

(*v*) Legyen $\mathbf{I}_2$ a $\vec{\lambda}_1$ és $\vec{\lambda}_3$ tengelyek által meghatározott síkban az origóra való inverzió és a **C** töltéskonjugáció (mint fent) cserélje meg a $\vec{\lambda}_2$ tengely irányát, akkor a

$$\mathbf{P}' \equiv \mathbf{G} = \mathbf{CI}_2 \tag{10.15}$$

transzformáció éppen a *mezoparitási* vagy — az újabban használatos és különösen az itt javasolt elmélet szemszögéből nézve, kifejezőbb terminológiával élve — *izoparitási transzformáció*, hiszen pszeudoskalár tér esetén:

$$\mathbf{P}\begin{pmatrix}\psi^{\pm}_{\mathrm{I}}\\ \psi^{\pm}_{\mathrm{II}}\\ \psi^{\pm}_{\mathrm{III}}\end{pmatrix} = \mathbf{CI}_2\begin{pmatrix}\psi^{\pm}_{\mathrm{I}}\\ \psi^{\pm}_{\mathrm{II}}\\ \psi^{\pm}_{\mathrm{III}}\end{pmatrix} = \mathbf{C}\begin{pmatrix}-\psi^{\pm}_{\mathrm{I}}\\ \psi^{\pm}_{\mathrm{II}}\\ -\psi^{\pm}_{\mathrm{III}}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\psi^{\pm}_{\mathrm{I}}\\ -\psi^{\pm}_{\mathrm{II}}\\ -\psi^{\pm}_{\mathrm{III}}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\psi^{\mp}_{\mathrm{I}}\\ \psi^{\mp}_{\mathrm{II}}\\ \psi^{\mp}_{\mathrm{III}}\end{pmatrix},$$

ami éppen megegyezik az izoparitási transzformáció megszokott definíciójával. Ámde akkor megállapíthatjuk, hogy *az izoparitási transzformáció a* λ-*tríéder origójára való inverzióval reprezentálható*, ami valóban indokolttá teszi, hogy mezoparitás helyett inkább izoparitásról beszéljünk.

(*vi*) Könnyen belátható a következő — a Landau-tételhez hasonlóan — triviálisan teljesülő invarianciatétel:

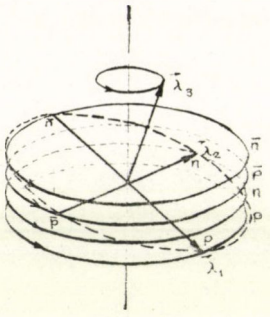
$$\mathbf{P}'\mathbf{P}\Psi_{\lambda^{\pm}} = \mathbf{P}'\Psi_{\lambda^{\mp}} = \Psi_{\lambda^{\pm}}, \tag{10.17}$$

ami egyébként részint a koordinátatér és az izotér közti szorosabb kapcsolatra, részint pedig arra utal, hogy az általános invariancia tételek megfogalmazásánál a teljes **G** csoportot kell alapul venni.

Láthatjuk tehát, hogy (10. 2) alatti egyenletünkkel értelmezve a tér izokomponenseit, mindazok az izotérbeli transzformációk, amelyek *D'Espagnat—Prentki* elméletét oly vonzóvá teszik, közvetlen geometriai értelmet nyernek. Tekintettel azonban arra, hogy ebben az esetben — a spin eltűnése miatt — nincs olyan természetes feltétel, amely a λ-tríéder irányítását megszabná, az izotér transzformációinak eme értelmezése inkább szerencsés lehetőségnek tűnik, mint olyan elgondolásnak, amely valóban a terek egy addig fel nem tárt és geometriai jelentéssel nem rendelkező belső szabadsági fokára hívja fel a figyelmet. A következő pontban azonban ez a geometriai értelmezés mélyebb tartalmat nyer, és igazi jelentősége akkor válik nyilvánvalóvá, ha a terek kölcsönhatását tanulmányozzuk.

11. §. Izodublettek

A 9. §-ban megfogalmazott (*d*) feltevésünk értelmében, spinnel rendelkező terek esetén — a (9.1), ill. (9.2) alatti feltételi egyenlet miatt — a belső szabadsági fokok száma kettőre redukálódik, tehát azt mondhatjuk, hogy az — egyébként háromdimenziós — izotér kvázi-kétdimenziós. Amint azt ugyanott megállapítottuk, szemléletesen ezt azzal indokolhatjuk, hogy a λ-triéder $\vec{\lambda}_3$ tengelye $\theta_3 = \text{konst.}$ szöggel precesszál a spinirány körül. Vázlatosan mindezt az 1. ábrán tüntettük fel.



1. ábra

Tekintettel arra, hogy a tér belső szabadsági fokainak a száma kettő, két független belső koordinátánk van. Jelöljük ezeket a belső koordinátákat ξ_1- és ξ_2-vel, akkor a térkomponens a következő alakba írható:

$$\Psi = \Psi(x^\mu; \xi_1, \xi_2, C), \tag{11.1}$$

ahol C egy a (9.1), ill. (9.2) alatti feltétellel meghatározott állandót jelent. Ha pusztán a tér független belső koordinátáit akarjuk kiírni, hogy az izotér kvázi-kétdimenziós voltát kihangsúlyozzuk, (11.1) helyett írhatjuk, hogy

$$\Psi = \Psi(x^\mu; \xi_1, \xi_2). \tag{11.2}$$

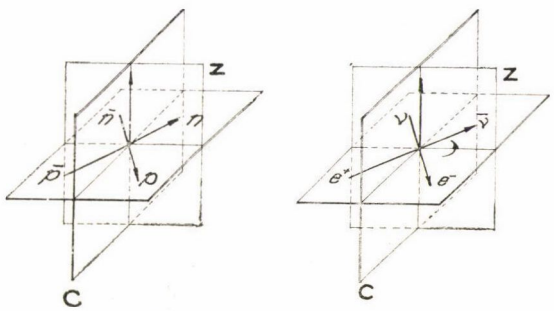
Az előző paragrafusban részletezett módszer segítségével könnyen értelmezhetjük a megfelelő izodubletteket. Az egyszerűség kedvéért tekintsük a nukleonok: $\{p, n\}$ és a leptonok $\{e, \bar{\nu}\}$, ill. $\{\mu, \bar{\lambda}\}$ izodublettjeit, amelyeket a fermionok másodrendü egyenletére alapozott elmélete keretében elemi részeknek szokás választani [52].

Legyen Ψ kétkomponensű spinor, amelynek a komponensei különböző spinállapotokhoz tartoznak. Bizonyos mértékig a (10.2) alatti definíció analógiájára, *az izospinorok komponenseit a következőképpen értelmezhetjük:*

Spinor komp.		Izospinor komponensek		Nukleonok	Leptonok
Ψ_{I}	=	$\Psi_{11}(x^\mu) \equiv \Psi(x^\mu;\ 1,\ 0)$		p-állapot	e^--állapot μ^--állapot
		$\Psi_{12}(x^\mu) \equiv \Psi(x^\mu;\ 0, -1)$		$\bar{p}$-állapot	e^+-állapot μ^+-állapot
Ψ_{II}	=	$\Psi_{21}(x^\mu) \equiv \Psi(x^\mu;\ 0,\ 1)$		n-állapot	$\bar{\nu}$-állapot $\bar{\lambda}$-állapot
		$\Psi_{22}(x^\mu) \equiv \Psi(x^\mu; -1,\ 0)$		$\bar{n}$-állapot	ν-állapot λ-állapot

ahol felülvonással — a szokásnak megfelelően — a megfelelő antirészeket jelöltük és az indexek az izospinor komponenseket különböztetik meg. A téregyenletek levezetésével azután majd a következő paragrafusban foglalkozunk.

Az 1. ábrára tekintve, szemléletesen azt mondhatjuk, hogy a λ-tríéder $\vec{\lambda}_1$, $-\vec{\lambda}_1$, $\vec{\lambda}_2$ és $-\vec{\lambda}_2$ tengelyei egy-egy félkúpot írnak le, amelyek csúcsai a λ-tríéder origójában érintkeznek. Az a feltevésünk tehát, hogy a λ-tríéder $\vec{\lambda}_3$ tengelye a spinirány körül forog, geometriailag annyit jelent, hogy — bizonyos mértékig az iránykvantálás analógiájára — kitüntetett irányok jelentkeznek, amelyek esetében a tér belső szabadsági fokai az izospinorkomponenseknek megfelelő állapotokkal azonosíthatók. Ha az egyes tengelyeken megjelöljük az egységpontokat, akkor azok — amint az az 1. ábrán látható — egy-egy kört írnak le. Az egyes körök által meghatározott síkok a töltésmultiplethez tartozó „felhasadt nívókat" szimbolizálhatják.



2. ábra

Az elsőfajú mértéktranszformáció most is ugyanúgy értelmezhető, mint az előbbi paragrafusban, ezért az értelmezésével újfent nem foglalkozunk.

A többi transzformációt — amint azt egyébként a 2. ábrán grafikusan is feltüntettük — a következőképpen értelmezzük:

(*i*) *A töltésszimmetria transzformáció* (**Z**) *megfelel ama síkon való tükrözésnek, amely merőleges a* λ^+*-tríéder* $\vec{\lambda}_1$*- és* $\vec{\lambda}_2$*-tengelyeit magában foglaló síkra és felezi a* $\vec{\lambda}_1$*- és* $\vec{\lambda}_2$*-tengelyek közti szöget.*

A töltésszimmetria transzformáció eme geometriai értelmezése megfelel szokásos definíciójának, hiszen a proton (antiproton) állapotot átviszi a neutron (antineutron) állapotba. (Hasonló a helyzet a többi izodublett esetében is, ezért ezeket a továbbiakban nem fogjuk külön megemlíteni.)

(*ii*) *A töltéskonjugáció* (**C**) *ama síkon való tükrözésnek felel meg, amely merőleges a* λ^+*-tríéder* $\vec{\lambda}_1$*- és* $\vec{\lambda}_2$*-tengelyeit magában foglaló síkra és felezi a* $\vec{\lambda}_1$*- és a* $-\vec{\lambda}_2$*-tengelyek közti szöget.*

Nyilvánvaló, hogy a töltéskonjugáció eme geometriai értelmezése is megfelel a szokásos definíciójának, hiszen az említett tükrözés a proton (neutron) állapotot az antiproton (antineutron) állapotba viszi át.

(*iii*) A *mezoparitás* vagy *izoparitás transzformáció* (**P'**) — éppen úgy, mint azt az előző paragrafusban megmutattuk — megváltoztatja a λ-tríéder irányítását és a λ^+-triédert λ^--ba, ill. a λ^--triédert a λ^+-tríéderbe viszi át. Más szóval *az izoparitási transzformáció a* λ*-tríéder origójára vonatkoztatott inverziót jelenti.*

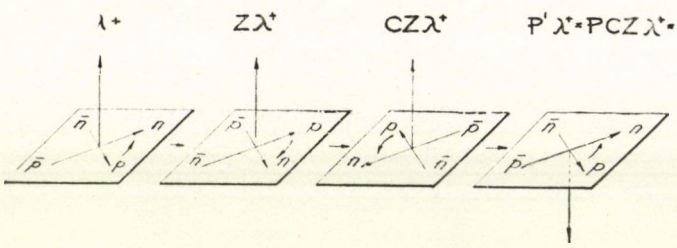
Ez az értelmezés is megfelel az izoparitás szokásos definíciójának, hiszen a proton (neutron) állapot az antineutron (antiproton) állapotba megy át.

Módszerünk segítségével egyszerűen bizonyítható az ismert

Tétel: Az izoparitás transzformáció előállítható a térbeli paritás (P'), a töltéskonjugáció és töltésszimmetria transzformációk szorzataként:

$$P' = PCZ. \tag{11.3}$$

A tétel bizonyítása közvetlenül leolvasható a 3. ábráról.



3. ábra

Az izotranszformációk eme értelmezésével kapcsolatban a következőket kívánjuk mindenekelőtt megjegyezni:

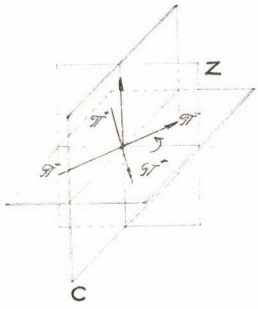
1. Az izotranszformációk mostani geometriai értelmezése nem különbözik lényegesen attól, amit az előző paragrafusban tárgyaltunk. *Feynman* elmélete értelmében ugyanis a pionizotriplett töltésszimmetria transzformáció esetén önmagába transzformálódik, tehát az izotriplett komponensek — (10.2) helyett — a következőképpen definiálhatók:

$$\Psi(x^\mu) = \begin{cases} \psi_{\mathrm{I}}(x^\mu) = \begin{cases} \psi_{\mathrm{I}1}(x^\mu) = \psi(x^\mu;\ +1,\ 0,\ 0) \\ \psi_{\mathrm{I}2}(x^\mu) = \psi(x^\mu;\ -1,\ 0,\ 0) = -\psi_{\mathrm{I}1}(x^\mu) \end{cases} \\ \psi_{\mathrm{II}}(x^\mu) = \begin{cases} \psi_{\mathrm{II}1}(x^\mu) = \psi(x^\mu;\ 0,\ +1,\ 0) \\ \psi_{\mathrm{II}2}(x^\mu) = \psi(x^\mu;\ 0,\ -1,\ 0) = -\psi_{\mathrm{II}1}(x^\mu) \end{cases} \\ \psi_{\mathrm{III}}(x^\mu) = \begin{cases} \psi_{\mathrm{III}1}(x^\mu) = \psi(x^\mu;\ 0,\ 0,\ +1) \\ \psi_{\mathrm{III}2}(x^\mu) = \psi(x^\mu;\ 0,\ 0,\ -1) = -\psi_{\mathrm{III}2}(x^\mu) \end{cases} \end{cases} \tag{11.4}$$

Közvetlenül látható azonban, hogy a töltéskonjugáció ebben az esetben nem különbözik a töltésszimmetria transzformációtól, aminek a fel nem ismerése korábban számos félreértésre adott alkalmat.

2. Az elektromágneses kölcsönhatás nem invariáns a töltésszimmetria transzformációval szemben. Ez azonban azt eredményezi, hogy az izodublett állapotoknak megfelelő térkvantumok az elektromágneses kölcsönhatások következtében különböznek egymástól (pl. a proton és neutron tömege különböző).

3. Közvetlenül belátható — amint arra már többen rámutattak (pl. [9, 52]) —, hogy a gyenge kölcsönhatás szimmetriafoka nem szegényebb, mint az elektromágneses kölcsönhatásoké, csupán más jellegű. Nevezetesen az elektromágneses térben megszokott térbeli paritás (**P**) és töltéskonjugációs (**C**) invarianciának a gyenge kölcsönhatásnál az izoparitás (**P′**) és a töltésszimmetria (**Z**) invariancia felel meg.



4. ábra

4. Még egyszer hangsúlyozzuk, hogy az izotér — tehát a belső tér — most is háromdimenziós, csupán a λ-triéder irányítására vonatkozó (9. 1), ill. (9. 2) alatti feltevés korlátozza a szabadsági fokok számát. Ez jut kifejezésre abban, hogy — amint azt fentebb említettük — az elsőfajú mértéktranszformáció most is a λ-triéder $\vec{\lambda}_3$-tengelye körüli forgatásnak felel meg.

5. A térkomponensek egy — a ξ_1 és ξ_2 belső koordinátákkal meghatározott — tetszés szerinti irányban éppen úgy meghatározhatók az izokomponensek lineáris kombinációjaként, mint az előző paragrafusban. Az egyedüli különbség csak az, hogy most a (10. 4) alatt értelmezett mátrixban a $\vartheta' = 0$, tehát

$$\Psi'_{AB}(x^\mu) = M^{RS}_{AB}(\varphi', \psi', 0)\Psi_{RS}(x^\mu), \tag{11.5}$$

ahol $A, B, R, S = 1, 2$ és általában $\psi(x^\mu; \xi_1, \xi_2)$ a $\Psi_{AB}(x^\mu)$ izokomponensek lineáris kombinációja.

Az izotranszformációk fenti értelmezése alapján közvetlenül belátható a következő három invarianciatétel:

(*a*) **PC**-tétel (*Landau*)

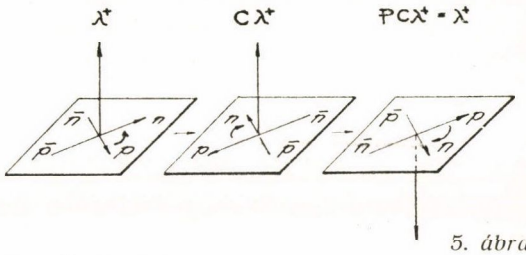
$$\mathbf{PC}\lambda^+ = \lambda^+ \tag{11.6}$$

vagy

$$\mathbf{PC}\Psi(x^0, x^1, x^2, x^3; \xi_1, \xi_2, C) = \Psi(x^0, x^1, x^2, x^3; \xi_1, \xi_2, C), \tag{11.7}$$

ami még pszeudospinor esetén is fennáll, hiszen páros számú változó előjele változik meg.

A bizonyítás egyébként közvetlenül leolvasható az 5. ábráról.



5. ábra

(*b*) **P′Z**-tétel:

$$\mathbf{P'Z}\lambda^+ = \lambda^+ \tag{11.8}$$

vagy

$$\mathbf{P'Z}\Psi = \Psi. \tag{11.9}$$

A bizonyítás közvetlenül leolvasható a 6. ábráról.

(*c*) **PP′**-tétel:

$$\mathbf{PP'}\lambda^{+} = \lambda^{+} \tag{11.10}$$

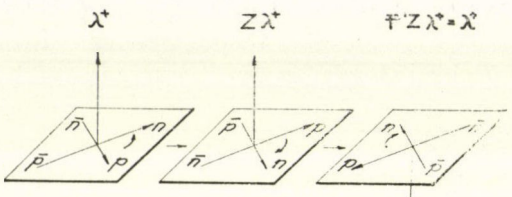
vagy

$$\mathbf{PP'}\Psi = \Psi. \tag{11.11}$$

A bizonyítás analitikusan éppen úgy végezhető el, mint az előző paragrafusban, egyébként közvetlenül leolvasható a 7. ábráról.

Végül arra hívjuk még fel a figyelmet, hogy *egy tetszés szerinti térbeli forgatás a λ-triéder $\vec{\lambda}_3$-tengelye körül és bármelyik izotranszformáció felcserélhető operációk*, amit a következőképpen láthatunk be:

(*i*) Az elsőfajú mértéktranszformáció ugyancsak a $\vec{\lambda}_3$-tengely körüli forgatást jelent, ámde adott tengely körüli forgatások Abel-csoportot alkotnak, és így az állításunk nyilvánvaló.



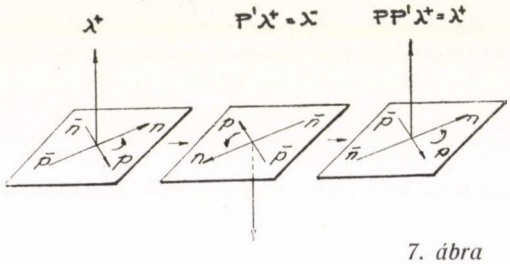
6. ábra

(*ii*) A töltésszimmetria, a töltéskonjugáció és az izoparitás transzformációk mátrixai rendre:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{11.8}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P'} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$



7. ábra

A $\vec{\lambda}_3$-tengely körüli forgatások mátrixa ($\vartheta = 0$) (10.4) alapján

$$\mathbf{M}_0(\varphi, \vartheta, 0) = \begin{pmatrix} m_1^1 & m_1^2 & 0 \\ m_2^1 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \tag{11.9}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\varphi \sin\psi - \sin\varphi \sin\psi & -\cos\varphi \sin\psi - \sin\varphi \cos\psi & 0 \\ \sin\varphi \cos\psi + \cos\varphi \sin\psi & \sin\varphi \sin\psi + \cos\varphi \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Közvetlen számolással belátható tehát, hogy

$$[\mathbf{Z}, \mathbf{M}_0] = 0, \quad [\mathbf{C}, \mathbf{M}_0] = 0, \quad [\mathbf{P'}, \mathbf{M}_0] = 0. \tag{11.10}$$

Ez az eredmény azért fontos, mert ily módon bebizonyítottuk azt, hogy az izotranszformációk megadott értelmezése független a tér spinállapotától, ami többek között biztosítja, hogy az izodublettek és izotriplettek spinje megegyezik, összhangban *Hamilton* [7] más alapon tett megállapításával.

12. §. A téregyenletek levezetése fermion terek esetében és a tömegspektrum

Tekintettel arra, hogy a térkomponensek most nemcsak az x^μ külső koordináták, hanem a ξ_i belső koordináták függvényei is, a téregyenletek levezetése — jóllehet teljesen az ismert módszerekkel történik — formálisan kissé módosul és a téregyenletek segítségével a fizikai terek külső és belső szabadsági fokai még közvetlenebb kapcsolatba kerülnek. Nagyon hasonló lesz ez a kapcsolat ahhoz, amellyel a bilokális elméletek keretében már találkoztunk [53, 54], és amelyet az anizotróp terekben gerjesztett fizikai terek általános elmélete keretében — korábbi vizsgálatok során — behatóan tanulmányoztunk [27, 43, 45]. Eme vizsgálatok során annak idején csupán skalár, ill. pszeudoskalár terekkel foglalkoztunk. A téregyenletek levezetésénél szükségtelennek tűnik, hogy ezeket a meggondolásokat újfent megismételjük, ezért most figyelmünket elsősorban a fermion terek téregyenleteinek a levezetésére, továbbá a térkomponensek és a Lagrange-féle függvény transzformációs karakterének az analitikus megadására összpontosítjuk. Megjegyezzük azonban, hogy meggondolásaink implicite — és formálisan — teljes egészükben tartalmazzák a skalár, vektor és tenzor terek elméletét is.

(*i*) Az izospinor-komponensek értelmezésénél az előző paragrafusban már említettük, hogy fermion terek másodrendű egyenleteire épülő elmélet keretében kívánunk maradni. Jóllehet nem ez az egyedüli lehetőség, mégis úgy tűnik, hogy ez az elmélet ad számot a legkövetkezetesebben az elemi részek sajátosságairól (pl. szimmetriatulajdonságairól) és remélhető, hogy ennek az elméletnek a keretében az elemi részek reális tulajdonságainak még további fel nem tárt részletei is felszínre kerülnek. Az a körülmény, hogy a müonokkal együtt fellépő semleges rész megkülönböztetendő a gyenge kölcsönhatás során az elektron mellett fellépő neutrinótól — amint arra *Kawakami* [55] és *Marx* [52] rámutattak — ugyan még nem nyert kísérleti igazolást, az idézett szerzők érvelése azonban teljesen meggyőző; ez az oka annak, hogy az előző paragrafusban az izokomponenseket a megadott módon értelmeztük.

A kétkomponensű spinoperátorra felírt Feynman-féle másodrendű hullámegyenlet nehézségei miatt, *Marx* elméletéhez csatlakozunk [52], megjegyezzük azonban, hogy a négykomponensű térmennyiség többlet szabadsági fokának a problémája a mi esetünkben formálisan másképpen jelentkezik. Neve-

zetesen: *Marx* megmutatja, hogy a

$$(\Box - \varkappa^2)\chi = 0 \tag{12.1}$$

másodrendű egyenlet χ megoldásából képezve az

$$\eta = -\varkappa^{-1}\gamma_5\gamma_i\partial_i\chi^C \tag{12.2}$$

spinort, ahol γ_i a Dirac-féle mátrixokat jelenti, továbbá

$$\chi^C(r,t) = \mathbf{Z}\chi(r,t)\mathbf{Z}^{-1} \tag{12.3}$$

akkor, pl. nukleonok esetében, a

$$\begin{aligned}\psi_p &= \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\chi + \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\eta^C \\ \psi_n &= \frac{1}{2}i(1+\gamma_5)\chi^C + \frac{1}{2}i(1-\gamma_5)\eta\end{aligned} \tag{12.4}$$

mennyiségek a

$$(\gamma^i\partial_i + \varkappa)\psi_p = 0, \quad (\gamma^i\partial_i + \varkappa)\psi_n = 0 \tag{12.5}$$

Dirac-egyenleteket elégítik ki; azaz, a χ négykomponensű spinor együttesen ír le két feles spinű elemi részt.

Az előző paragrafusban feltettük, hogy a $\psi(x^\mu; \xi_1, \xi_2)$ egy kétkomponensű spinor, amelynek a két komponense a két különböző spinállapothoz tartozik. Ámde akkor írhatjuk, hogy

$$\psi_p = \begin{pmatrix} \Psi_{11}^{\uparrow} \\ \Psi_{11}^{\downarrow} \\ \Psi_{12}^{\uparrow} \\ \Psi_{12}^{\downarrow} \end{pmatrix}, \quad \psi_n = \begin{pmatrix} \Psi_{21}^{\uparrow} \\ \Psi_{21}^{\downarrow} \\ \Psi_{22}^{\uparrow} \\ \Psi_{22}^{\downarrow} \end{pmatrix} \tag{12.6}$$

és *Marx* szimbolikáját használva, az általa megadott

$$\chi = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi_p + \frac{1}{2}i(1-\gamma_5)\psi_n \tag{12.7}$$

egyenletnek nyilvánvaló módon (11.5) a megfelelője. Szembeszökő formális egyezéshez úgy jutunk, ha a λ-triéder $\vec{\lambda}_1$- és $\vec{\lambda}_2$-tengelyei által meghatározott síkot komplex síknak tekintjük, amelynek a valós tengelye a λ-triéder $\vec{\lambda}_1$-tengelye és képzetes tengelye pedig a λ-triéder $\vec{\lambda}_2$-tengelye irányába mutat.

Ez nem jelent újabb feltevést, hiszen az elsőfajú mértéktranszformáció értelmezéséhez — amelyet a 10. §-ban részleteztünk — úgyis ezt a módszert alkalmaztuk, tehát csupán annyit módosul, hogy

$$\begin{pmatrix} \Psi_{\mathrm{I}} \\ \Psi_{\mathrm{II}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\begin{pmatrix} \Psi_{11} \\ \Psi_{12} \end{pmatrix} + \frac{1}{2}i(1-\gamma_5)\begin{pmatrix} \Psi_{21} \\ \Psi_{22} \end{pmatrix}. \tag{12.8}$$

Feltételezzük természetesen, hogy a kiindulásul választott $\Psi(x^\mu; \xi_i)$ térkomponensek egy, a (12.1) alatti egyenletnek megfelelő egyenletnek tesznek eleget. A továbbiakban éppen ezt az egyenletet kívánjuk variációs elvből levezetni.

(*ii*) Egyelőre — a szokásnak megfelelően — egészen általánosan tegyük fel, hogy a tér Lagrange-függvénye a

$$\Psi(x^\mu; \xi_i) = \begin{pmatrix} \Psi^\uparrow(x^\mu; \xi_i) \\ \Psi^\downarrow(x^\mu; \xi_i) \end{pmatrix} \equiv \Psi_A(x^\mu; \xi_i) \qquad (A = \uparrow, \downarrow) \tag{12.9}$$

kétkomponensű spinornak és differenciálhányadosainak, valamint a $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(u^\mu)$ metrikus alaptenzornak a függvénye. Az írásmód egyszerűsítése és a külső és belső koordináták szerinti differenciálás megkülönböztetése céljából, vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$\Psi_{A,\mu} \equiv \partial_\mu \Psi_A \equiv \frac{\partial \Psi_A}{\partial x^\mu}; \quad \Psi_{A|i} \equiv \partial_i^* \Psi_A \equiv \frac{\partial \Psi_A}{\partial \xi_i}, \tag{12.10}$$

továbbá

$$\Delta^* = \det \left| \frac{\partial \xi_i'}{\partial \xi_i} \right| \neq 0 \tag{12.11}$$

a belső tér $\xi_i' = \xi_i'(\xi_i)$ koordinátatranszformációinak Jacobi-féle determinánsa. Feltevésünk értelmében tehát

$$L = |\gamma|^{-1/2} \mathfrak{L}(g_{\mu\nu}, g_{\mu\nu|i}, g_{\mu\nu|ik}; \Psi_A, \Psi_{A,\mu}, \Psi_{A,\mu\nu}, \Psi_{A|i}, \Psi_{A|ik}, \Psi_{A,\mu|i}), \tag{12.12}$$

ahol γ a belső tér metrikus alaptenzorának:

$$\overline{\gamma}_{ik} = \frac{\partial \bar{\xi}_r}{\partial \xi_i} \frac{\partial \xi_s}{\partial \xi_k} \gamma_{rs} \tag{12.13}$$

a komponenseiből képzett determináns:

$$\gamma = \det |\gamma_{ik}|. \tag{12.14}$$

(*iii*) A belső tér metrizálásáról eddig nem beszéltünk. Geometriai szempontból elvileg önkényesen választhatjuk meg a metrikáját, amelyet természetesen szintén a fizikai tényezők — fizikai kölcsönhatások — határoznak meg. Tekintettel arra, hogy még az általános vonalelem-terekben gerjesztett fizikai terek esetében is elég arra az esetre szorítkozni, amikor a térben értelmezve van a vonalelemek abszolút paralelizmusa — vagyis a tér egy adott pontjában rögzített irányhoz egyértelműen meghatározható minden más térbeli pontban is egy-egy irány [27, 45] — kézenfekvőnek látszik az a feltevés, hogy a tér minden pontjában megegyezik a belső tér metrikája. A mi esetünkben — amikor a tér görbületei eltűnnek — a viszonyok lényegesen egyszerűbbek, hiszen a λ-triéder — amint arról már korábban említést tettünk — a közönséges értelemben véve is eltolható önmagával párhuzamosan. Ebben az eset-

ben egyébként nincs semmi különösebb ok annak a feltételezésére, hogy a belső tér metrikája ne legyen euklideszi; azaz, feltesszük, hogy

$$\gamma_{ik} = \delta_{ik}, \tag{12.15}$$

ahol δ_{ik} a Kronecker-féle mátrix elemeit jelöli.

(*iv*) Eme előkészítések után a fizikai tér hatásintegrálja a következő alakba írható:

$$\mathfrak{I} = \int\int L d^4x d^3\xi, \tag{12.16}$$

ahol az x^μ külső koordináták szerinti integrálás egy adott négydimenziós Ω tartományra és a ξ_i koordináták szerinti integrálás a $-1 \leqq \xi_i \leqq +1$ $(i = 1, 2, 3)$ intervallumra terjesztendő ki.

Ámde alapvető feltevésünk értelmében az $\mathfrak{I}$ hatásintegrálnak a teljes $\mathcal{G}$ csoporttal szemben kell invariánsnak maradnia (l. 8. §.); következésképpen ha mind a külső, mind pedig a belső térben csupán lineáris transzformációkra szorítkozunk, amikor is Δ és Δ^* egyaránt konstansok (ebbe a kategóriába tartozik a külső térben a teljes inhomogén Lorentz-csoport és a belső tér háromdimenziós forgás-tükrözési csoportja), kapjuk, hogy

$$d^4x' d^3\xi' = \Delta^{-2}\Delta^* d^4x d^3\xi, \tag{12.17}$$

hiszen a ξ_i belső koordináták pszeudoskalárok, azaz

$$\xi_i' = \Delta^{-1}\xi_i. \tag{12.18}$$

Ebből láthatjuk, hogy L transzformációs törvénye:

$$L'(x^{\mu'}, \xi_i') = \Delta^2\Delta^{*-1}L(x^\mu, \xi_i) \tag{12.19}$$

és (12.12) alapján

$$\mathfrak{L}'(x^{\mu'}, \xi_i') = \Delta^2\Delta^{*-2}\mathfrak{L}(x^\mu, \xi_i) \tag{12.20}$$

minthogy a γ determináns transzformációs törvénye:

$$|\gamma'|^{1/2} = \Delta^{*-1}|\gamma|^{1/2}. \tag{12.21}$$

Tekintettel arra, hogy a Lagrange-függvény a térkomponenseknek homogén másodfokú, vagy a Ψ és $\overline{\Psi}$ térkomponenseknek, ill. differenciálhányadosaik bilineáris kifejezése, (12.20) alapján megállapíthatjuk, hogy az egyes spinor komponensek transzformációs törvénye:

$$\Psi_A'(x^{\mu'}, \xi_i') = \Delta\Delta^{*-1}\Psi_A(x^\mu, \xi_i). \tag{12.22}$$

(*v*) A téregyenleteket úgy kapjuk meg, hogy a (12.16) alatti hatásintegrálnak a térkomponensek szerinti variációját — a $\mathcal{G}$ csoporttal szembeni invarianciája miatt — zéróval tesszük egyenlővé, feltéve, hogy $\delta\Psi_A$ az integrá-

ciós tartomány határán eltűnik. Ámde akkor

$$\mathfrak{J} = \int\int |\gamma|^{-1/2} \sum_A \left\{ \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_A} \delta\Psi_A + \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A,\mu}} \delta\Psi_{A,\mu} + \cdots \right.$$
$$\left. \cdots + \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A|i}} \delta\Psi_{A|i} + \cdots + \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A,\mu|i}} \delta\Psi_{A,\mu|i} \right\} d^4x d^3\xi = 0. \tag{12.23}$$

Parciális integrálással ebből

$$\int\int |\gamma|^{-1/2} \sum_A \left\{ \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_A} - \partial_\mu \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A,\mu}} + \cdots + \partial_\mu \partial_i^* \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A,\mu|i}} \right\} \delta\Psi_A d^4x d^3\xi = 0 \tag{12.24}$$

nyerhető, amelynek tetszés szerinti $\delta\Psi_A$ esetén fenn kell állnia, tehát a keresett téregyenletek

$$\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_A} - \partial_\mu \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A,\mu}} + \partial_\mu \partial_\nu \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A,\mu\nu}} -$$
$$- \partial_i^* \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A|i}} + \partial_i^* \partial_k^* \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A|ik}} + \partial_\mu \partial_i^* \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \Psi_{A,\mu|i}} = 0. \tag{12.25}$$

Itt jegyezzük meg, hogy skalár tér esetén az A index elmarad és ettől eltekintve formálisan ugyanez lesz a téregyenlet.

(*vi*) A fentiek megvilágítása céljából tekintsünk egy konkrét példát. Legyen a tér Lagrange-függvénye:

$$\mathfrak{L} = -\sum_A \{ g^{\mu\nu} \partial_\mu \overline{\Psi}_A \partial_\nu \Psi_A - \gamma^{ik} \partial_i^* \overline{\Psi}_A \partial_k^* \Psi_A - \varepsilon \overline{\Psi}_A \Psi_A \}. \tag{12.26}$$

Behelyettesítve ezt a Lagrange-függvényt a (12.16) alatti hatásintegrálba és $\overline{\Psi}_A$ szerint variálva, kapjuk, hogy

$$\partial^\mu \partial_\mu \Psi_A + \partial^{*i} \partial_i^* \Psi_A - \varepsilon \Psi_A = 0, \tag{12.27}$$

ahol

$$\partial^\mu = g^{\mu\nu} \partial_\nu \quad \text{és} \quad \partial^{*i} = \gamma^{ik} \partial_k. \tag{12.28}$$

Ámde ez a differenciálegyenlet nyilvánvaló módon szeparálható, ha feltesszük, hogy

$$\Psi_A(x^\mu, \xi_i) = X_A(x^\mu) \Xi(\xi_i), \tag{12.29}$$

hiszen közvetlen behelyettesítéssel adódik, hogy

$$X_A^{-1} \{ \partial^\mu \partial_\mu X_A \} = -\Xi_A^{-1} \{ \partial^{*i} \partial_i^* \Xi_A - \varepsilon \Xi_A \}. \tag{12.30}$$

Jelöljük a szeparációs állandót $\varkappa^2$-tel, akkor végül is kapjuk, hogy

$$\{ \partial^\mu \partial_\mu - \varkappa^2 \} X_A = 0,$$
$$\{ \partial^{*i} \partial_i^* + (\varkappa^2 - \varepsilon) \} \Xi_A = 0. \tag{12.31}$$

A térkomponenseknek a belső koordinátáktól függő része — éppen úgy, mint a bilokális térelméletben — egy sajátértékegyenlet, amelyből meghatározható a $\varkappa^2$ sajátértékek spektruma, amely — a külső koordinátáktól függő rész meghatározására szolgáló Klein—Gordon-egyenletben betöltött szerepe miatt — *tömegspektrumként* értelmezhető. Nevezetesen: a $\hbar = c = e = 1$ mértékrendszerben $\varkappa$ éppen az illető elemi rész tömege.

(*vii*) Tanulmányozzuk most kissé behatóbban a belső koordinátáktól függő $\Xi_A(x^\mu, \xi_1, \xi_2)$ függvényt meghatározó differenciálegyenlet megoldását és $\varkappa^2$ spektrumát. Azt fogjuk tapasztalni, hogy egészen durva feltevések mellett is meglepően jól megkapjuk a hyperonok tömegspektrumát.

A szóban forgó egyenlet explicite a következő alakba írható:

$$\{\partial_1^{*2} + \partial_2^{*2} + (\varkappa^2 - \varepsilon)\}\,\Xi_A = 0. \tag{12.32}$$

Ez az egyenlet a kétdimenziós, izotróp harmonikus oszcillátor sajátértékegyenlete, amelynek sajátértékei

$$\varkappa_S^2 - \varepsilon = (S+1)\hbar\omega \qquad (S = 0, 1, 2, \ldots). \tag{12.33}$$

Ebben az egyenletben ε — a tér Lagrange-függvényében szereplő állandó — és $\hbar\omega$ — az oszcillátor zéróponti energiája — ismeretlen állandók, amelynek a priori meghatározásához egyelőre nincs semmi támpontunk. Vegyük azonban észre, hogy $\varkappa_S^2 (S \geqq 2$ esetben) $\varkappa_0^2$ és $\varkappa_1^2$ segítségével a következőképpen fejezhető ki:

$$\varkappa_S^2 = \varkappa_0^2 + S(\varkappa_1^2 - \varkappa_0^2). \tag{12.34}$$

Ha tehát egy részecskecsalád első két elemének a tömegét ismerjük, akkor a fenti összefüggés alapján a további részecskék tömegét is kiszámíthatjuk.

Az izotróp harmonikus oszcillátor sajátállapotai azonban degeneráltak: az S állapot $(S+1)$-féleképpen valósulhat meg. Ebből következik, hogy $S = 0$ esetén 1, $S = 1$ esetén 2, $S = 2$ esetén 3 stb. izodublettel számolhatunk.

(*viii*) Eredményeinknek a tapasztalattal való összehasonlítása céljából foglalkozzunk a barionok családjával. *Gell-Mann* [57] vizsgálataiból következik, hogy a pionok által közvetített kölcsönhatás egy nagyságrenddel nagyobb, mint a kaonok által közvetített kölcsönhatás, ezért szokás az utóbbit „közepesen erős" kölcsönhatásnak is nevezni. Mindez a tapasztalattal elég jó egyezésben van. Ámde akkor az előbbiek alapján könnyen elképzelhető, hogy vannak olyan szimmetriatulajdonságok, amelyek a pion-kölcsönhatás esetén érvényben vannak, de a kaon-kölcsönhatás esetében érvényüket vesztik.

Gell-Mann idézett dolgozatában rá is mutat egy ilyen szimmetriatörvényre, amelyet *globális barion-pion kölcsönhatás elvének* szokás nevezni. Eme elv megfogalmazása céljából vegyük figyelembe azt a — szempontunkból különösen fontos — körülményt, hogy elsőrendű barion-pion kölcsönhatás

esetében a $(\Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$ barionokkal kapcsolatos kölcsönhatás izoinvariáns, akár két izodublettbe soroljuk e négy elemi részt, akár a Λ^0-t izoszinglettnek és a három Σ-bariont izotriplettnek tekintjük. Ugyanerre az eredményre jutott *Schwinger* is [58], aki a négydimenziós izotér formalizmusa alapján igazolta *Gell-Mann* megállapítását. *Schwinger* elméletének a nehézségeit *Károlyházy* és *Marx* [60] hidalták át, akik *Królikowsky* elméletének a felhasználásával a ritkaság kvantumszám abszolút értéke szerint a következőképpen csoportosították a barionokat:

$$|S| = 0 \qquad p, n,$$

$$|S| = 1 \qquad \Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-,$$

$$|S| = 2 \qquad \Xi^0, \Xi^-, \Omega^0, \Omega^+, \Omega^-, \Omega^{--}.$$

Ez azt jelenti, hogy két $|S| = 0$ ritkaságú barion van, amelyek a szokott módon a nukleon-izodublettbe foglalhatók össze. Négy $|S| = 1$ ritkaságú barion van, amelyek a következő két izodublettet alkotják:

$$\begin{pmatrix} \Sigma^+ \\ \frac{1}{2}(\Lambda^0 - \Sigma^0) \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\Lambda^0 - \Sigma^0) \\ \Sigma^- \end{pmatrix}.$$

Az $|S| = 2$ ritkaságú barionok közül ismeretes a (Ξ^0, Ξ^{-1}) izodublett. Hogy a további (hipotetikus) Ω részek nem ismeretesek, azzal magyarázható, hogy az eddig figyelmen kívül hagyott kölcsönhatások eredménye következtében élettartamuk 10^{-22} sec-nál rövidebb és így nem észlelhetők [60].

A $\Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$ részek tömegének különbözősége, mint másodrendű effektus, a kaon-kölcsönhatásra vezethető vissza. Ez az oka annak, hogy a kaon-kölcsönhatás esetében érvényes globális barion-szimmetria érvényét veszti.

Tekintettel arra, hogy a 9. §-ban részletezett alapvető feltevésünk értelmében a fermionok szükségszerűen izodubletteket alkotnak, mi csak a Gell-Mann-féle elméletnek az itt részletezett változatához csatlakozhatunk, hiszen feles spinű izoszinglett (Λ^0), ill. izotriplett $(\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$ elméletünkkel nem összeegyeztethető.

Ezzel szemben csatlakozva a Gell-Mann-elmélet eme változatához, láthatjuk, hogy *az izotróp oszcillátor-modellben bevezetett S belső kvantumszám éppen a ritkaság kvantumszám abszolút értékével azonosítható*, amelyet korábban pusztán fenomenológiai alapon vezettek be és amelynek ilyen közvetlen értelmezése eddig csak olyan elmélet alapján sikerült, amely a hyperonokat összetett részecskerendszereknek tekintette.

Modellünk helyesen adja a barion-izodublettek multiplicitását is. Feltéve természetesen azt — amint azt *Károlyházi* és *Marx* is tették —, hogy az Ω

részek, valamint az $S>2$ ritkaságú barionok a másodrendű kölcsönhatások következtében nem stabilisak.

A tömegspektrum (12. 34) alatti formulánk alapján úgy számítható, hogy csupán pion-kölcsönhatást véve alapul a különböző ritkaságú barionok tömegét az ismert tömegadatok átlagaként állítjuk elő. Az $S=0$ és $S=1$ ritkaságú izodublettek tömegét ismertnek feltételezve az $S=2$ ritkaságú Ξ-izodublett átlagos tömege kiszámítható és összehasonlítható a kísérleti értékkel. Számításaink eredményét a következő táblázatban foglalhatjuk össze (tömegegységül az elektron tömegét választottuk [8]):

Elemi rész	Mért tömegérték	Mért tömegátlag	Számított tömegátlag
p	$1836{,}03 \pm 0{,}02$	1837	—
n	$1838{,}56 \pm 0{,}02$		
Λ^0	$2182{,}39 \pm 0{,}25$		
Σ^+	$2327{,}4 \pm 0{,}69$		
Σ^0	$2329\,^{+1{,}8}_{-3{,}7}$	2295	—
Σ^-	2341 ± 1		
Ξ^0	2585 ± 1	2590	2675,72
Ξ^-	2595 ± 39		

Láthatjuk tehát, hogy az egyezés meglepően jó. A számított értéknek az általánosan elfogadott mért értéktől való eltérése mindössze 3,3% és abszolút értékben csak 9,4%-kal nagyobb, mint Ξ hyperontömeg meghatározásának a bizonytalansága, ami azonban értelmezhető a számítás alapjául választott átlagos tömegértékek bizonytalanságával.

Érdeklődéssel várjuk, hogy a jövőben sikerül-e a barion-izodublettek további tagjait megtalálni, amelyről a (12. 34) alatti tömegspektrum még számot ad.

A tömegspektrum finomabb részletei természetesen ily módon nem deríthetők fel, hiszen ehhez szükség van a kölcsönhatásban levő terek elméletéhez, amelynek keretében remélhetőleg sikerülni fog az itteni eredmények elmélyítése.

— · —

A külső térre vonatkozó téregyenlet diszkutálásával, továbbá a kölcsönhatásban levő terek elméletével, valamint a differenciális megmaradási tételek levezetésével most sem kívánunk foglalkozni. Az utóbbiak általánosan levezetve megtalálhatók korábbi tanulmányainkban [27, 56], ezért feleslegesnek tartjuk, hogy az ottani eredményeinket újfent ismertessük. Viszont konkrét terek ese-

tében az általános eredmények elemzése igen messzire vezetne és még huzamosabb kutatómunkát igényel, amiért is egy későbbi tanulmányunkban szándékozunk foglalkozni velük.

Az előzőkben csupán a fizikai terek belső szabadsági fokainak a feltárása, valamint az izotér és transzformációinak a geometriai értelmezése volt a célunk, amit kézenfekvő módon elvégezhettünk abból a természetesnek látszó és filozófiailag is kétségtelenül helyes feltevésből kiindulva, hogy a geometriai értelemben vett tér szerkezetét reális anyagi kölcsönhatások alakítják ki.

*

Ezen a helyen is köszönetet mondok dr. *Marx György* és dr. *Moór Arthur* kollégáimnak a velük folytatott számos diszkusszióért és értékes megjegyzéseikért.

Függelék

1. A metrikus alaptenzor komponenseinek explicit meghatározása

A tér anizotrópiáját a Carathéodory-féle indikátrix segítségével jellemezhetjük, amelynek az egyenlete (6. 5) alapján:

$$F(x^\mu, l^\mu) = 1. \tag{F. 1}$$

Az előzők során feltételeztük (l. 7. §.), hogy a téridőkontinuum anizotrópiája csak a háromdimenziós „térbeli" altérben jelentkezik, ezért feltételezhető, hogy egy speciális koordinátarendszerben a metrikus alaptenzor komponensei a következők:

$$g_{00} = 1,\ g_{0i} = 0,\ g_{ik} = g_{ik}(u^\mu) \qquad (i, k = 1, 2, 3). \tag{F. 2}$$

A feladatunk tehát arra redukálódik, hogy a g_{ik} komponenseknek a homogén iránykoordinátáktól való függését meghatározzuk.

(F. 2) felhasználásával (F. 1) alatti egyenletünk a következő alakba írható:

$$(l^0)^2 + g_{ik} l^i l^k = 1. \tag{F. 3}$$

Jelöljük az l^μ egységvektorok végpontjának a koordinátáit y^μ-vel, akkor az (F. 1) alatti indikátrix egyenlete:

$$(y^0)^2 + g_{ik} y^i y^k = 1. \tag{F. 4}$$

Metsszük ezt a felületet az

$$y^0 = \sqrt{2} \tag{F. 5}$$

hipersíkkal, akkor kapjuk, hogy

$$-g_{ik} y^i y^k = 1. \tag{F. 6}$$

Ez az egyenlet a téridő-kontinuum ama háromdimenziós térbeli alterében, amely ortogonális az idő tengelyre — tehát egyidejű pontokból áll — kétdimenziós felületet határoz meg.

Alapvető feltevésünk értelmében (l. 7. §.) ennek a felületnek meg kell egyezni az

$$\begin{aligned} y^1 &= (1+\alpha\cos\vartheta)\sin\vartheta\sin\varphi \\ y^2 &= (1+\alpha\cos\vartheta)\sin\vartheta\cos\varphi \\ y^3 &= (1+\alpha\cos\vartheta)\cos\vartheta \end{aligned} \tag{F. 7}$$

felülettel, amelyet úgy kapunk meg, hogy a ϑ és φ polárszögekkel meghatározott irányban felmérjük a gyenge kölcsönhatás eredményeképpen emittált részecske longitudinális polarizációjának a valószínűségét. Az egyszerűbb írásmód kedvéért az $\alpha(E)$ anizotrópiaparaméternek az E energiától való függését nem tüntettük fel.

Küszöböljük ki az (F. 7) felület paraméteres előállításából a φ és ϑ polárszögeket. Tekintettel arra, hogy

$$(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2=\{1+\alpha\cos\vartheta\}^2 \tag{F. 8}$$

és

$$(y^3)^2\{(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2\}^{-1}=\cos^2\vartheta, \tag{F. 9}$$

írhatjuk, hogy

$$(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2=[1+\alpha y^3\{(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2\}^{-1/2}]^2; \tag{F. 10}$$

következésképpen

$$[1+\alpha y^3\{(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2\}^{-1/2}]^{-2}[(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2]=1. \tag{F. 11}$$

Összehasonlítva ezt az egyenletet az (F. 6) alatti egyenlettel, végül is kapjuk, hogy

$$g_{ik}=-\delta_{ik}[1+\alpha y^3\{(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2\}^{-1/2}]^{-2}. \tag{F. 12}$$

Láthatjuk, hogy a metrikus alaptenzor korábbi követelményünknek megfelelően y-ban nulladfokú homogén, tehát a zárójelben levő kifejezés második tagjában szorozva és osztva a (6. 4) alatti metrikus alapfüggvénnyel — (6. 3) felhasználásával — megkapjuk a metrikus alaptenzor (7. 4) alatti kifejezését, amivel az állításunkat igazoltuk.

IRODALOM

[1] *G. Marx, G. Györgyi:* Symmetry operations of the Hilbert space and selections rules concerning the interactions of baryons and mesons, Suppl. Nuovo Cimento (X) *5*, 159, 1957.

[2] *C. Franzinetti, G. Morpurgo:* An introduction to the physics of the new particles, Suppl. Nuovo Cimento (X) *6*, 469, 1957.

[3] *M. Gell-Mann, A. H. Rosenfeld:* Hyperons and heavy mesons, Annual Review of Nuclear Sciences *7*, 407, 1957.

[4] *R. H. Dalitz:* *K*-mesons and hyperons, Reports on Prog. in Phys. *20*, 163, 1957.

[5] *R. D. Lee:* Conservations laws in weak interactions (Notes on four lectures given at Harvard Univ., 1957).

[6] *J. D. Jackson:* The physics of elementary particles. Princeton Univ. Press, Princeton, 1958.

[7] *J. Hamilton:* The theory of elementary particles, Clarendon, Oxford, 1959.

[8] *P. Román:* Theory of elementary particles, North-Holland PC., Amsterdam, 1960.

[9] *M. A. Markow:* Hyperonen und *K*-Mesonen, VEB. Deutscher Verl. d. Wiss., Berlin, 1960.

[10] *W. Heisenberg:* Z. Phys. *77*, 1, 1932; *78*, 156, 1932; *80*, 587, 1932.

[11] *A. Pais:* Physica *19*, 869, 1953.

[12] *I. Nakano, K. Nishijima:* Progr. Theor. Phys. *10*, 581, 1953.

[13] *M. Gell-Mann:* Phys. Rev. *92*, 833, 1953; *106*, 1296, 1957; Suppl. Nuovo Cimento *4*, 448, 1956.

[14] *Y. Ahmavaara:* Ann. Acad. Sci. Fennicae (A) Ser. VI. No. 48, 1960.

[15] *A. Salam, J. C. Polkinghorne:* Nuovo Cimento *2*, 685, 1955.

[16] *B. D'Espagnat, J. Prentki:* Nucl. Phys. *1*, 33, 1956; *3*, 446, 1957; *6*, 596, 1958.

[17] *G. Racah:* Nucl. Phys. *1*, 302, 1956.

[18] *V. Votruba:* Nucl. Phys. *2*, 98, 1956.

[19] *J. Rzewuski:* Acta Phys. Polonica *16*, 435, 1957.

[20] *J. Rayski:* Acta Phys. Polonica *17*, 187, 1957.

[21] *D. Ivanenko, H. Sokolik:* Nuovo Cimento *6*, 226, 1957.

[22] *J. C. Polkinghorne:* Nuovo Cimento *6*, 864, 1957; *8*, 179, 1958.

[23] *S. Tanaka:* Progr. Theor. Phys. *18*, 295, 1957.

[24] *B. D'Espagnat, J. Prentki:* Some theoretical aspects of the strong interactions of the new particles. Progr. in Elementary Particles and Cosmic Ray Physics Vol. IV.; North-Holland PC., Amsterdam, 1958.

[25] *P. Hillion, J. P. Vigier:* Nuovo Cimento *18*, 209, 1960.

[26] *F. Gürsey:* Ann. of Phys. *12*, 91, 1961.

[27] *J. I. Horváth:* Suppl. Nuovo Cimento *9*, 444, 1958; Elemi Részek Kollokvium, Balatonvilágos, 1958; XVI. Zjazd Fizików Polskich, Toruń, 1959.

[28] *E. P. Wigner:* Z. Phis. *43*, 624, 1927.

[29] *T. D. Lee, C. N. Yang:* Phys. Rev. *104*, 234, 1956.

[30] *E. P. Wigner:* Rev. Mod. Phys. *29*, 255, 1957.

[31] *L. Landau:* Nucl. Phys. *3*, 127, 1957.

[32] *T. D. Lee, C. N. Yang:* Phys. Rev. *105*, 1671, 1957.

[33] *W. Heisenberg:* Rev. Mod. Phys. *29*, 269, 1957; Z. Naturforschung *14a*, 441, 1959

[34] *A. D. Alexandrov:* 1959; M. M. Marxizmus—Leninizmus Okt. Oszt. Tájékoztatója 1959, 3. szám, 134.

[35] *J. A. Wheeler:* Neutrinos, gravitation and geometry, Rend. d. Scuola Int. di Fisica „E. Fermi", Bologna, Corso *11*, 1960.

[36] *A. Einstein:* The meaning of relativity. Princeton Univ. Press, New York, 1953, 4. kiad.

[37] *E. Schrödinger:* Space-time structure. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1950.

[38] *J. I. Horváth, A. Moór:* Z. Phys. *131*, 544, 1952.

[39] *Horváth J.:* Magy. Fiz. Folyóirat *4*, 105, 1956.

[40] *V. Hlavatý:* Geometry of Einstein's unified field theory. Noordhoff, Gromingen, 1957.
[41] *S. I. Husain:* Unified field theories of relativity. Thesis, Delhi, 1960.
[42] *R. Finkelstein:* Ann. of Phys. *12,* 200, 1961.
[43] *Horváth J.:* Magy. Fiz. Folyóirat *3,* 467, 1955.
[44] *P. Finsler:* Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen. Diss. Göttingen, 1918.
[45] *J. I. Horváth, A. Moór:* Indag. Math. *17,* 421, 581, 1955; MTA III; Oszt. Közl. *6,* 53, 1956.
[46] *Th. A. J. Maris:* Nucl. Phys. *24,* 346, 1961.
[47] *D. Bohm, P. Hillon, J. P. Vigier:* Progr. Theor. Phys. *23,* 496, 1960.
[48] *F. Halbwachs, P. Hillon, J. P. Vigier:* Ann. Int. Poincaré *16,* 115, 1959.
[49] *P. Hillon, J. P. Vigier:* Ann. Inst. Poincaré *16,* 161, 217, 1959.
[50] *R. P. Feynman:* Rochester Conference of 1958.
[51] *R. P. Feynman, M. Gell-Mann:* Phys. Rev. *101,* 193, 1959.
[52] *G. Marx:* Nucl. Phys. *9,* 337, 1958; *10,* 468, 1959; Magy. Fiz. Folyóirat *7,* 219, 1959.
[53] *H. Yukawa:* Phys. Rev. *76,* 300, 1731, 1949; *77,* 219, 1950; *91,* 415, 416, 1950.
[54] *J. Rayski:* Acta Phys. Polonica *14,* 107, 1955; Nuovo Cimento (X) *2,* 255, 1955.
[55] *J. Kawakami:* Progr. Theor. Phys. *19,* 459, 1958.
[56] *J. I. Horváth:* Acta Phys. et Chem. Szeged *4,* 3, 1958.
[57] *M. Gell-Mann:* Phys. Rev. *106,* 1297, 1957.
[58] *J. Schwinger:* Ann. of Phys. *2,* 407, 1957.
[59] *W. Królikowsky:* Bull. Acad. Pol. Sci. d. III. *6,* 523, 1958.
[60] *F. Károlyházy, G. Marx:* Acta Phys. Sci. Hung. *10,* 421, 1959.

IZOTÓPLABORATÓRIUMOKBAN HASZNÁLT FÉMESZKÖZÖK SZENNYEZŐDÉS ÉS KORRÓZIÓ VÉDELME MŰANYAG BEVONÁSSAL

IMRE ALADÁR
Fémipari Kutató Intézet, Budapest

Izotópokkal végzett munka közben, a munkaeszközök radioaktív szennyeződése rendszerint elkerülhetetlen. A szennyeződés fokozott mértékben jelentkezik a fémeszközöknél, ahol a savak, savgőzök hatására keletkező korrodeált rétegek igen erősen megkötik a radioaktív anyagokat. A szennyeződött tárgyak tisztítása nehéz, hosszú időt igénylő feladat, és sokszor csak erősen korrozív oldószerek segítségével érhető el kielégítő tisztítási eredmény. A tisztítás folyamán az eszközöket jelentékeny károsodás is éri. A szennyező izotóptól, annak kémiai formájától függően különböző módszereket használnak a felületek dekontaminálására. A korrózió elkerülésére és a tisztítás megkönnyítésére szokásos a felületek különféle műanyag rétegekkel, lakkokkal történő bevonása is.

Célunk volt olyan műanyag rétegek készítése és ezek fémfelületre történő felviteli technológiájának kidolgozása, amelyek laboratóriumi méretekben aránylag egyszerű berendezések segítségével elkészíthetők. Az általunk készített két védő műanyag réteg közül, az egyik szennyeződés esetén könnyen lehúzható, a másik pedig kemény, sima, jól mosható, és durvább felületek bevonására kiválóan alkalmas bevonatot ad. A két műanyag réteget a különböző céloknak megfelelően PVC-ből, illetve Telkoténből készítettük.

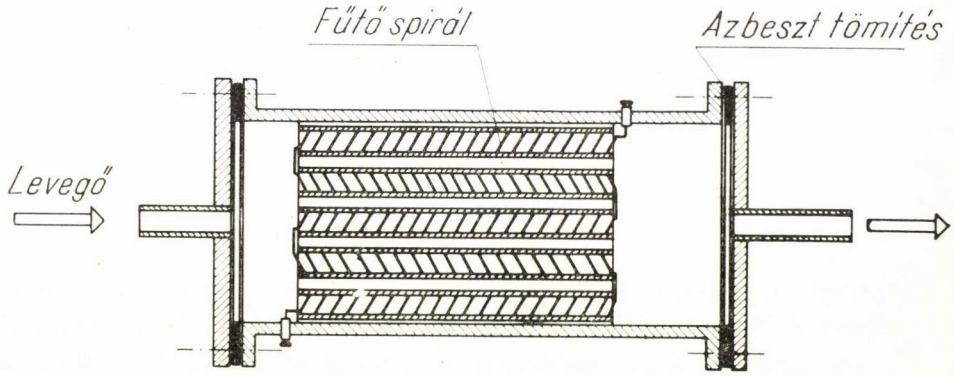
A PVC rugalmas, fehéresen áttetsző, a felületről könnyen lehúzható bevonatot képez. Csipeszek, rozsdamentes acéltálcák, manipulációs kamrák belső felületének stb. bevonására alkalmas. A Telkotén kemény, a felületre tapadó, sima bevonatot képez, amelyet durva felületű szerszámok, fémalkatrészek, ólomtéglák bevonására használunk.

PVC bevonat készítése

A PVC-t paszta formájában használtuk, amelyet PVC porból és dibutilftalát lágyítóból készítettünk. Az előkészített pasztát mártással vagy kenéssel vittük a fémfelületre.

Mártással szárítószekrénybe helyezhető kisebb munkaeszközök, csipeszek, tégelyfogók stb. vonhatók be. Ebben az esetben a pasztát 55% PVC porból és 45% dibutilftalát lágyítóból készítettük, majd egy órai pihentetés után a bevonandó tárgyat belemártottuk, és felfüggesztve 170—175 C°-os szárítószekrényben 10—15 percig zselatináltuk. A réteget szennyeződés esetén lehúzzuk, és ujjal cseréljük ki.

Nagyobb felületek, például rozsdamentes acéltálcák, manipulációs kamrák bevonására a pasztát 35—45% dibutilftalát lágyítóval készítettük, és kenéssel vittük a felületre. A zselatinálást 10 perces várakozási idő után 180 C°-os



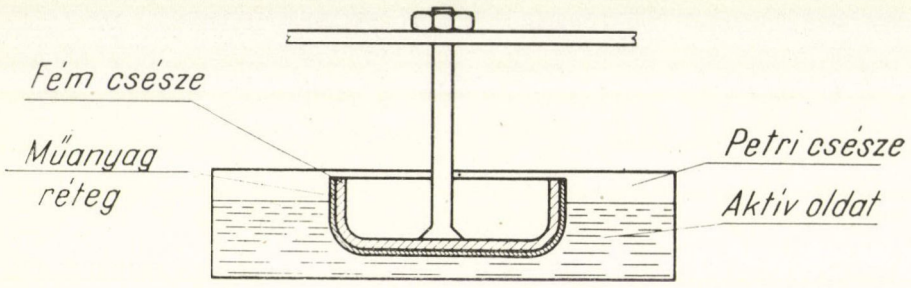
1. ábra. Az ellenállásfűtésű csőkemence sematikus rajza

levegő ráfúvatásával végeztük 12 percig. A zselatinálás előtt a várakozási időre azért van szükség, hogy a felületi feszültség az ecsetszálak nyomait eltüntesse. A felületre fújt 180 C°-os levegőt az 1. ábrán látható ellenállásfűtésű csőkemencében állítottuk elő.

A kemence teljesítménye 5 kW, fűtőellenállása Khantal D huzalból készült, amelyet spirál alakban 10 mm átmérőjű porcelán csövekbe helyeztünk el. A csöveket vízüvegből és kaolinból készített masszával rögzítettük egymáshoz és a kemencetesthez. A levegő átfúvására Rakéta típusú porszívót használtunk.

A fenti két módszerrel készített PVC rétegek akár 1 m^2-nél nagyobb felületről is egyben lehúzhatók.

A műanyag rétegekkel szemben támasztott egyik fontos követelmény, hogy ne legyenek folyadék áteresztők. Ezért megvizsgáltuk a rétegek áteresztő képességét Zn^{65}, Fe^{59} és Ca^{45} izotópokat tartalmazó oldatokban. A vizsgálatot a 2. ábrán látható elrendezésben végeztük. A használt oldatok indikátorkoncentrációi a következők voltak: $Fe^{59}Cl_3$ 8,62 μC/ml; $Na_2[Zn^{65}(OH)_4]$ $16{,}3 \cdot 10^{-2}$ μC/ml; $Ca^{45}Cl_2$ $63{,}0 \cdot 10^{-2}$ μC/ml. Ezen oldatok 50—50 ml-ét Petri



2. ábra. A PVC réteg folyadék áteresztő képességének vizsgálata

csészébe öntöttük, és belemerítettük az előzőleg PVC-vel bevont alumínium csészéket. A PVC réteg vastagsága kb. 1 mm és 1,5 mm között változott. 72 óra múlva a PVC réteget lefejtettük, és mértük a csészék aktivitását. A rétegek át nem eresztőknek bizonyultak, mivel aktivitás nem volt kimutatható a csészéken.

Telkotén bevonat készítése

A keményebb bevonatok készítésére Telkotén szinterező port használtunk. A festék nélkül készített bevonat opálosan áttetsző. Színezésére a PVC színezésére alkalmas festékek használhatók. Ezek többek között a Heliogen Grün, Heliogen Blau, PV Echt Rot, PV Echt Gelb stb. Mi 1000 g Telkotén porhoz 0,5 g Heliogen Grün porfestéket kevertünk.

A bevonatot szinterezéssel készítettük, amelynek az a lényege, hogy a bevonandó tárgyat, hőkapacitásától függően 40—80 C°-al a Telkotén folyási hőmérséklete fölé melegítjük, és gyorsan a színezékkel összekevert szinterező porba mártjuk. Ebből kiemelve a feleslegben rátapadt port lerázzuk, esetleg lefújjuk, és a tárgyat lehűlésig felfüggesztjük. A felületre tapadó por megfolyósodik és sima, szép fényű bevonatot képez, amelynek vastagsága a mártás idejének hosszabbításával növelhető. Ennek a módszernek az a hátránya, hogy nagyobb tárgyak bevonása esetén nagy mennyiségű szinterező por tapad a tárgy felületére, a réteg vastag lesz és nem eléggé egyenletes.

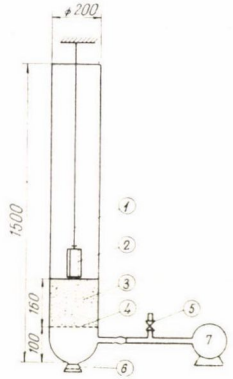
A por egyenletes felvitelét és egyben a műanyag réteg egyenletes minőségét úgy alakíthatjuk ki, hogy a szinterező port fluid állapotba hozzuk, és a tárgyat ebbe a fellazított, szinte folyadékként viselkedő porba mártjuk.

A Telkotén bevonat készítésének módszerét a védőpajzsok építésére használt ólomtéglák bevonásának leírásával kívánjuk bemutatni.

Az ólomtéglák bevonását az tette szükségessé, hogy az eddig használt nitrolakkal vagy olajfestéssel készült védőréteg radioaktív vegyszerrel történő szennyeződés esetén mosással nem volt tisztítható. A tisztítás ezért csak a

festékréteg lefejtésével volt elvégezhető. Ezenkívül a festékréteg az egymásra helyezett ólomtéglák súlyától rendszerint lepattogzott, és ez sűrű utánfestést tett szükségessé. Mindez elkerülhető a téglák kemény, a vegyszereknek ellenálló Telkotén réteggel történő bevonásával.

A réteget az alábbiak szerint készítettük. A színezékkel összekevert Telkotén port a 3. ábrán látható fluidizáló berendezésbe vittük. A nyugvó ágy magassága 160 mm, súlya 2200 g volt. A berendezés levegő szükségletét egy 50 m^3/óra teljesítményű Root fúvó szolgáltatta, mennyiségét pedig az 5. jelzésű csappal szabályoztuk.



3. ábra. A fluidizáló berendezés. 1. Függesztő fémhuzal. 2. Ólomtégla. 3. Telkotén por (nyugvó ágy). 4. Szitaszövetből készült rostély. 5. Szabályozó csap. 6. A lehült por ürítő nyílása. 7. Root fúvó.

A fluid állapot létrehozása a szinterezőporban elég nehéz, és a fluidizáló berendezés üres keresztmetszetére számított 13 m/min áramlási sebességnél volt a legkedvezőbb.

A 256×70×45 mm méretű és közel 10 kg súlyú, fecskefarkú ólomtéglákat ellenállásfűtésű kemencében 260 C°-ra melegítettük, és kemencéből történő kivétel után, azonnal a 3. ábrán látható módon a fluidizáló berendezésbe helyeztük, és a fúvó indítása után, 8—10 sec-ig a fluid ágyba tartottuk. Kivétele után a felesleges port fordítva kapcsolt porszívóval lefújtuk, és az ólomtéglát a műanyag réteg megszilárdulásáig felfüggesztettük.

Az így készített Telkotén réteg kb. 1 mm vastagságú szilárd, sima felületet ad, amely szobahőmérsékleten oldószereknek, savaknak, lúgoknak jól ellenáll. A réteg szükség esetén a tégláról lefejthető. Tisztítására legtöbb esetben a vizes lemosás tökéletesen megfelel.

Köszönetemet fejezem ki *Bujdosó* Ernő kollégámnak a téma felvetéséért és a módszer kidolgozásához nyújtott értékes tanácsaiért.

AZ AMPÈRE-FÉLE MOLEKULÁRIS ÁRAMOK KÍSÉRLETI BIZONYÍTÉKA*

A. EINSTEIN és W. J. de HAAS

Amióta *Oerstedt* felfedezte, hogy mágneses hatások nemcsak állandó mágnesekből, hanem elektromos áramokból is kiindulnak, a mágneses tér létrehozására két, egymástól látszólag független előállítási mód adódott. Ez a helyzet szükségszerűen azt hozta magával, hogy a tér keletkezésének ezt a két módját teljesen hasonlónak fogjuk fel, és megpróbáljuk a mágneses tér keltését egyetlen egy okkal magyarázni. Ez vezette *Ampère*-t röviddel *Oerstedt* felfedezése után a molekulaáramokról szóló ismert elméletének felállításához, amely a mágneses tulajdonságokat a (para- és ferromágneses anyagok) molekuláiban keringő áramokra vezette vissza.

Az elektronelmélet is, amelyet különösen *H. A. Lorentz* fejlesztett ki, az elektromágneses terek keletkezésének magyarázatában az egységes felfogás szükségszerűsége miatt lényegében *Ampère* felfogásához ragaszkodott. E szerint az elmélet szerint azonban a molekulaáramokat, mint általában minden elektromos áramot, mozgó elemi töltések hozzák létre.

Annak ellenére, hogy ezek a felfogások az atomban, illetőleg melekulában keringő elemi töltésekről (legtöbbször negatív elektronoknak gondolták őket) az elektromágneses tér keletkezését egyetlen okra vezették vissza, ez a felfogás mégis a legkomolyabb elméleti nehézségekkel küzdött. Annak idején már *Ampère*-nek fel kellet tételeznie ellenállás nélküli áramok keletkezésének létezését. Az elektronelméletből az következik, hogy ilyen rendszernek mindig sugároznia kellene, tehát egy paramágneses atomnak lassanként el kellene veszítenie mágneses momentumát, ami nyilvánvalóan nem következik be. Továbbá a Curie—Langevin törvényből az következik, hogy a molekula mágneses momentuma a hőmérséklettől független, tehát $T = 0$-nál is létezik, így az elektron körmozgásának energiája úgynevezett „nullpontenergia" lenne, amellyel szemben sok fizikus érthető módon ellenvetést tesz.

* Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 1915, 152.
Közlemény a Physikalisch-Technischen Reichsanstalt-ból
Előadás az 1915. február 19-i ülésen
Kibővített formában beérkezett 1915. április 10-én

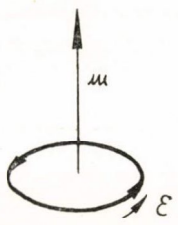
Mivel az érvek *Ampère* feltevése mellett és ellen egyaránt szólnak, és az elmondottak szerint az elmélet alapvető kérdései *Ampère* elméletének helyes voltától függenek, azt a kísérleti bizonyítékot, hogy a vasmolekulák mágneses momentumát keringő elektronok hozzák létre, mint értékes előrehaladást üdvözöljük. A kísérleti bizonyítás lehetősége azon alapszik, hogy az elmélet szerint minden keringő elektronhoz impulzusmomentum tartozik, amely mágneses momentumának vektorával egyirányú, és az elektronnal szilárd, a keringés frekvenciájától és a geometriai viszonyoktól független kapcsolatban van. A mágneses molekula mechanikailag pörgettyűként viselkedik, amelynek tengelye mindig a mágneses tengellyel esik össze. Ha egy test mágneses állapota megváltozik, megváltozik minden egyes pörgettyű orientációja és ezzel a test mágnesező elektronjainak impulzusmomentuma. Az impulzusmomentum megmaradásának törvénye szerint a belső impulzusmomentum megváltozása egy másfajta kompenzáló impulzusmomentum fellépésének felel meg, amelynek irányát és nagyságát az elmélet határozza meg. Ez utóbbi mechanikai impulzusmomentum lesz, azaz a test, mágnesezésének megváltozása esetén, forgásba fog jönni. Ez az a hatás, amelynek létezését a következőkben bebizonyítjuk.

Meg kell még jegyeznünk, hogy az itt ismertetett kísérlet az elektron $\frac{\varepsilon}{\mu}$ viszonyának meghatározására új, pontos módszert ad.

1. §. A molekulák mágneses momentuma és impulzusmomentuma. Egy zárt áram mágneses távolhatását illetően *Ampère* szerint egy mágnessel egyenértékű, amelynek $\mathfrak{m}$ mágneses momentuma egyenlő az elektromágnesesen mért i áramerősség és a körülzárt F (sík) felület szorzatával. Esetünkben egy keringő elektronra az áramerősség egyenlő a másodpercenkénti n körülfordulások számának és a keringő tömeg (elektromágnesesen mért) ε töltésének szorzatával, tehát:

$$\mathfrak{m} = iF = \varepsilon n F \tag{1}$$

Vektorként felfogva, a mágneses momentum merőlegesen áll a köráram síkjára; a vektor iránya az 1. ábra szerinti vagy fordított, aszerint, hogy ε pozitív vagy megatív-e?



1. ábra

A keringő részecske $\mathfrak{M}$ impulzusmomentumának nagysága a μ tömeggel, mint könnyen megmutatható, az

$$\mathfrak{M} = 2\mu n F \tag{2}$$

egyenlet szerint függ össze. Vektorként felfogva, $\mathfrak{M}$ irány és értelem szerint az ábra szerinti nyíllal ellentétesen áll.

(1) és (2)-ből következik, hogy

$$\mathfrak{M} = \frac{2\mu}{\varepsilon}\mathfrak{m}. \tag{3}$$

Az elmondottak szerint a (3) egyenlet akkor is érvényes, ha vektoregyenletletként fogjuk fel. Ha a keringő tömeg negatív töltésű, ε-t negatív előjellel helyettesítjük (3)-ba.

Ha a molekulában több, azonos töltésű és tömegű keringő elemi töltés van, a molekulára a

$$\Sigma \mathfrak{M} = \frac{2\mu}{\varepsilon} \Sigma \mathfrak{m} \tag{3a}$$

egyenlet érvényes.

Ez az egyenlet tetszés szerinti kiterjedésű, mágnesezhető testekre is érvényes, ha az összegezést minden keringő elektronra kiterjesztjük, amelyet a testek tartalmaznak. Ebben az esetben $\Sigma \mathfrak{M}$, amely helyett ismét $\mathfrak{M}$-et akarunk írni, az elektronmozgás összes impulzusmomentuma; $\Sigma \mathfrak{m}$ a mágnesezési vektor vagy más néven a J összmágnesezési vektor térfogati integrálja. Ebből a következő, számunkra alapvető egyenletet nyerhetjük:

$$\mathfrak{M} = \frac{2\mu}{\varepsilon} J \tag{3b}$$

vagy, ha a keringő elemi töltések negatív elektronok:

$$\mathfrak{M} = -1{,}13 \cdot 10^{-7} J. \tag{4}$$

2. §. A mágnesezés impulzusmomentumának létezéséből levonható következtetések. Egy mágneses test $\mathfrak{M}$ impulzusmomentumának minden csökkenése egy ϑ forgatónyomaték felléptével van kapcsolatban a

$$D = -\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = 1{,}13 \cdot 10^{-7} \frac{dJ}{dt} \tag{5}$$

vektoregyenlet szerint.

Ezt az egyenletet a következőkben kísérletileg igazoljuk. Egyelőre meg akarjuk mutatni, hogy az itt fellépő hatás kicsinysége miatt nem megfigyelhetetlen. A test legyen egy R sugarú vashenger, amely tengelye körül forgathatóan van felfüggesztve; kiszámítjuk azt az ω szögsebességet, amelyet (5) szerint felvesz, ha tengelyirányban teljesen átmágnesezzük. A következőt nyerjük:

$$Q\omega = \int \vartheta \, dt = 1{,}13 \cdot 10^{-7} \cdot 2 J_s,$$

ahol $Q = \frac{1}{2} M R^2$ a rúd tehetetlenségi nyomatéka

$$J_s = \frac{M}{7{,}8} \cdot 1100.$$

A telítési mágnesezés ugyanezt jelenti. Válasszuk az $R = 0{,}1$ cm értéket, ekkor

$$\omega = 0{,}6 \cdot 10^{-2}$$

nagyságú lesz, tehát egy kényelmesen kimutatható szögsebesség.

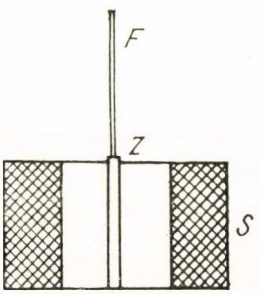
Az (5) egyenlet abban az esetben is érvényes, ha a mágnesezési vektor térbeli változása nem a test mágneses állapotának megváltozásából adódik, hanem ez a változás mozgás (forgás) következtében jön létre. Ebben az esetben, ha J-vel jelöljük a test forgási sebességének vektorát,

$$\frac{dJ}{dt} = [\mathfrak{v}, J], \text{ tehát}$$

$$D = 1{,}13 \cdot 10^{-7} [\mathfrak{v}, J] \tag{6}$$

Ez egy forgatónyomaték, amely egyenértékű a pörgettyűk elméletében bevezetett, precessziós mozgásból eredő forgatónyomatékkal. A (6) egyenlet szerint egy ingaszerűen felfüggesztett mágnesnek ugyanolyan precessziós mozgást kell végeznie, mint egy felfüggesztési fonala körül forgó pörgettyűnek.

A (6) egyenlet különösen szemléletesen interpretálható. Legyen a J mágnesezésű test homogén $\mathfrak{h}$ mágneses térben, ekkor a $-[\mathfrak{h} \cdot J]$ forgatónyomaték hat rá. Ezt a kifejezést összehasonlítva (6)-tal azt találjuk, hogy a test elfordulása a mágneses molekulák pörgettyű természete miatt olyan hatást hoz létre, mint a



2. ábra

$$\mathfrak{h} = -1{,}13 \cdot 10^{-7} \mathfrak{v} \tag{7}$$

egyenletnek megfelelő mágneses tér.

Ebben az értelemben a forgásnál létrejövő magnetomotoros erőről beszélhetünk, amely nemcsak a testre mint egészre, hanem molekuláira is — mágnesezőleg — hat.

Ez az eset is, ha kevésbé kényelmes is, mint a fentebb vázolt, felhasználható az elmélet vizsgálatára.

Kiadódik továbbá, hogy a Föld forgása egy, a forgástengellyel párhuzamos magnetomotoros térnek felel meg, amely az észak—déli irányt veszi fel és intenzitása körülbelül 10^{-11}. Valószínűleg ez az oka, hogy a Föld forgási és mágneses tengelye közelítőleg egybeesik.

3. §. A kísérleti módszer leírása. Az (5) egyenlet szerint elvileg a következőképpen végezhetjük a mérést. Egy lágyvasból készült Z hengert (2. ábra) tengelyére merőlegesen egy vékony F fonálra koncentrikusan függesztünk fel oly módon, hogy a lengésidő több másodperc legyen. A Z henger koncentrikusan az S tekercsbe nyúlik, amellyel a vashengert tengelyével párhuzamosan tudjuk mágnesezni. Azokat a lengéseket kell megfigyelnünk, amelyeket a Z henger végez, amikor S-ben megváltozik az áramirány, azaz a hengerben megfordul a mágnesezés.

Ilyenfajta módszer azzal a nehézséggel küzd, hogy a tekercs által a hengerre gyakorolt mágneses hatás igen erős, és ezzel egyidejűleg geometriailag nem a legszabályosabban oszlik el. Ennek következtében a rúd áram-

váltásoknál a legváltozatosabb mozgásokat végzi, és a minket érdeklő, aránylag kis hatás megfigyeléséről szó sem lehet.

Ezt a nehézséget úgy kerülhetjük meg, hogy a hatás növelésére a rezonancia elvét használjuk fel. E célból csak S-et kell váltóárammal táplálni és az F felfüggesztő fonalat olyan módon megválasztani, hogy a henger torziós rezgéseinek frekvenciája megegyezzék a gerjesztő váltóáram frekvenciájával.

D forgatónyomaték hatására a merőlegesen álló rúd rezgései pontosan a

$$D = Q\ddot{\alpha} + \theta\alpha + P\dot{\alpha} \tag{8}$$

egyenletet követik, ahol Q a tehetetlenségi nyomaték, θ a felfüggesztő fonál torziós állandója és P (kis) súrlódási tényező. P és θ helyett bevezetjük a frekvencia 2π-szeresét (saját frekvencia), ω-t és a K csillapítási együtthatót. Ekkor $e^{j(\omega+jK)t}$ a $0 = Q\ddot{\alpha} + \theta\alpha + P\dot{\alpha}$ egyenletre egy megoldás (ha P és K négyzeteit elhanyagoljuk), ha az

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{\theta}{Q}} \\ K &= \frac{P}{2Q} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

feltételek teljesülnek.

Hogy a (8) egyenletet megoldjuk, a D forgatónyomatékot az idő függvényében Fourier-sorba kell fejteni. (5) szerint D fázisa $\frac{dY}{dt}$. Legyen a mágnesezés az árammal arányos, tehát D-t is sinusfüggvény szerint kell variálni, amely az i gerjesztőáramhoz képest $\pi/2$-lel siet. Minél nagyobbra választjuk azonban a gerjesztőáram amplitudóját, a telítés jelensége annál nagyobb befolyással lesz a mágnesezési görbe alakjára. i igen nagy amplitudójánál a mágnesezés szinte pillanatszerűen csap át egy telítési értékből az ellenkezőbe. Ez egy kis fázis késéssel egybeesik az áram irányának változásával.[1]



3. ábra

Ebben a határesetben, amelyre számításunkat vonatkoztatni akarjuk, a forgatónyomaték a következő vázlat szerint változik (3. ábra), ahol az egyes momentumokra az (5) egyenlet szerint az

$$\int D\,dt = +1{,}13 \cdot 10^{-7} \cdot 2J_s \tag{10}$$

összefüggés adódik.

[1] Arról, hogy ez a feltétel a 6. §-ban tárgyalt kvantitatív vizsgálati adatokra kielégítően teljesül, oszcillogramokkal győződtünk meg, dr. *Rogowski* úr baráti segítségével.

A tekercs áramát

$$i = A \sin \omega t \tag{11}$$

határozza meg, tehát ϑ-ra a következő sorbafejtés létezik:

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{n=\omega} B_n \cos n\omega t \tag{12}$$

Ebből a sorbafejtésből csak az első tag érdekel minket, mert csak ennek van befolyása a henger megfigyelhető rezgéseire, amelyeket a rezonancia erősít fel. (12)-t $\cos \omega t$-vel beszorozva és egy $T\left(=\frac{2\pi}{\omega}\right)$ periódusra integrálva, (10) figyelembevételével a következőt nyerjük:

$$1{,}13 \cdot 10^{-7} \cdot 4 J_s = B_1 \frac{\pi}{\omega} \tag{13}$$

Az elmondottak szerint tehát (8) helyébe a

$$B_1 \cos \omega t = Q\ddot{\alpha} + \theta\alpha + P\dot{\alpha} \tag{8a}$$

egyenlet lépett, amelynek megoldása a (9) egyenleteket figyelembe véve

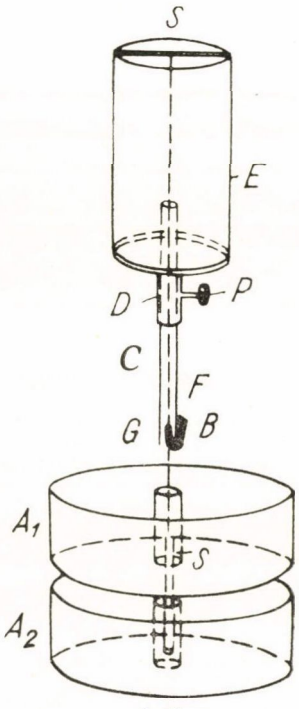
$$\alpha = \frac{B_1}{2KQ\omega} \sin \omega t \tag{14}$$

alakú.

Az $|\alpha|$ amplitudó α kifejezéséből, (13)-at behelyettesítve:

$$|\alpha| = \frac{2}{\pi} 1{,}13 \cdot 10^{-7} \frac{J_s}{KQ} \tag{15}$$

Ezzel a nagy erősségű gerjesztő áramok határesetére a feladatot megoldottuk. Ismételten ki kell emelnünk, hogy a (12) egyenletben a sorbafejtés első tagja, amely az elmélet szerint várható forgatónyomaték, a gerjesztő áramhoz képest $\frac{\pi}{2}$-lel siet.



4. ábra

4. §. A kísérleti elrendezés. (4. ábra) A lágyvasból készült, 7 cm hosszú és 1,8 mm átmérőjű hengeres rúd a függőleges váltakozó mágneses térben függött, amelyet az A_1 és A_2 azonosan táplált tekercs hozott létre. Ez utóbbiakat három távolságbiztosítóval körülbelül 1 cm távolságban párhuzamosan tartottuk. A tekercsek három lábon nyugodtak, amelynek hajlása három lábcsavarral

szabályozható volt. Az S rudacska koncentrikusan függött a G üvegszálon, amely a rúd felső homlokfelületén levő furatba volt beragasztva. A 0,2 mm átmérőjű G üvegszál fenn egy keresztrudacskához volt erősítve, amelyet a széles, állványra erősített E sárgarézcsőbe helyeztek bele. A G felfüggesztő fonál hatásos hosszának változtatására és a rezonancia beállítására a következő berendezés szolgált. A széles E csőnek alul keskeny D csőtoldaléka volt, amely a függőlegesen eltolható, P csavarral rögzíthető C sárgarézcsőnek szolgált vezetősínül. Az utóbbi alsó részén helyezkedett el a B szorítópofa, amelyet az F sárgarézrugó szorított hozzá. Az egyik szorítópofa alsó végére vízszintesen forrasztott keresztdrót arra szolgált, hogy a felfüggesztő fonalat pontosan meghatározott magasságban rögzítse. Az S rúdon két egymással szemben levő, mikroszkóp-fedőlemezből készült tükröcske volt elhelyezve, az A_1 és A_2 tekercs résének magasságában. Ezek a mutatónak használt fénysugarat egy 45 cm távolságban elhelyezett skálára verték vissza.

Az A_1 és A_2 tekercsek párhuzamosan voltak kapcsolva. A menetszám úgy volt megválasztva, hogy a térerősség körülbelül 50 Gauss legyen, ha a tekercseket előtétellenállás nélkül kapcsoltuk a rendelkezésünkre álló, 120V kapocsfeszültségű váltóáramú generátorra.

A leírt készüléket függőlegesen körülvevő, akkumulátorral táplált körülbelül 1 m sugarú tekercs (kompenzálótekercs) arra szolgált, hogy a földmágnesség függőleges komponensét kompenzálja.

5. §. A kísérlet. Mielőtt a kísérlet menetét ismertetnénk, meg kell vizsgálnunk, milyen zavaró hatások várhatók a mérés során.

1. Az S rúd végein létrejövő váltakozó pólusok. Ezekre a Föld mágneses terének vízszintes komponense hat, tehát a váltakozó gerjesztőáram frekvenciájával váltakozó forgatónyomaték keletkezik a vízszintes tengelyen. Ilyenfajta forgatónyomatéknak megfelelő rezgések a kísérlet folyamán észrevehető erővel nem léptek fel.

2. A rudacskát képező ferromágneses kristályok szabálytalan elrendeződéséből (*P. Weiss:* Ergebnisse über die Natur des Ferromagnetismus c. cikke alapján) az volt várható, hogy bizonyos kristályok úgy helyezkednek el, hogy a váltakozó tér nem tudja ezek mágnességét saját irányába beállítani. Ez állandó mágneses momentum fellépését jelenti, amely a kristályok szabálytalan elhelyezkedése miatt vízszintes komponenst hozhat létre. Ez a váltakozó tér elkerülhetetlen vízszintes komponensével együtt egy függőleges irányban fellépő forgatónyomatékot éredményezhet, amelynek fázisa megegyezik a gerjesztő váltóáram fázisával („2. hatás").

3. A tengely, amely körül a rúd torziós rezgéseit végzi, nem esik össze pontosan a váltakozó mágnesezés tengelyével, emiatt egy állandó horizontális mágneses tér a rudat torziós rezgésbe hozza. Az ezen rezgéseket keltő for-

gatónyomaték fázisa ugyanolyan, mint a mágnesezésé, ennélfogva (nagy mágnesező áramerősségeknél) majdnem pontosan megegyezik a gerjesztőáram fázisával („3. hatás").

Könnyen belátható, hogy a rúdban keletkezett Foucault-áramok a kísérletre nem gyakorolnak lényeges hatást. Ezek csak a rúd átmágnesezését lassítják bizonyos mértékben.[1]

A felsorolt zavaró hatásokon kívül, mint látjuk, a gerjesztőáram frekvenciájával bíró egyéb, rezonancia által felerősödő hatások nem várhatók. Ezek, mint a következőkben látni fogjuk, nem játszottak szerepet a kísérletben.

Az A_1 és A_2 tekercset váltóáramra kapcsolva, a fénymutató a skálán teljes nyugalomban volt abban az esetben, ha a hatásos fonálhosszat nem úgy választottuk meg, hogy a rúd torziós rezgései és a váltakozó tér szoros rezonanciában legyen. Ez a rezonancia-tartomány körülbelül 8 cm-es hatásos fonálhossz mellett 1 mm körüli érték volt. A B szorítópofa rezonancia-helyzetének könnyebb megtalálására, annak a biztosítására, hogy a tér rezonanciáját és nem annak valamilyen felharmonikusát állítottuk elő, továbbá a rezgő rúd tényleges tehetetlenségi nyomatékának kellő pontossággal történő meghatározására a következő műfogást alkalmaztuk.

A felfüggesztő előtétet a rúddal együtt kiemeltük a tekercsekből, és az S rúd alsó részére pecsétviasszal egy vízszintes réz keresztrudat erősítettünk. Ennek tehetetlenségi nyomatéka 10,7, míg az S rúd geometriai tengelyére vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka 0,0045 volt. Ebből az következik, hogy a rúd a keresztrúd felerősítése után $\sqrt{\frac{10,7}{0,0045}} = 48,8$-szer lassúbb torziós rezgéseket végzett, mint előtte. A szorítópofát tehát úgy állítottuk be, hogy keresztrúddal a másodpercenkénti rezgések száma 1 legyen, tehát a rúd enélkül másodpercenként 48,8 rezgést végzett, ami jól megegyezett a felhasznált váltóáram frekvenciájával. Ily módon sikerült a rezonanciát aránylag könnyen megtalálni. Ezután a rudat visszahelyezése után pontosan rezonanciára állítottuk. E célból a kísérlet során szereplő tényleges tehetetlenségi nyomatékot az áram frekvenciájának és a rezonanciafrekvencia vízszintes rúddal történő ismételt méréseivel határoztuk meg. Az áram frekvenciája 46,2 (rezgőnyelves frekvenciamérővel mérve), a keresztrúddal mért rezonanciafrekvencia 1,14 volt, tehát az S rúd tényleges tehetetlenségi nyomatékára

$$Q = 10,7\left(\frac{1,14}{46,2}\right)^2 = 0,0070$$

adódott, tehát lényegesen nagyobb, mint a geometriai méretekből számított

[1] A Foucault-áramok hatástalanságáról ezenkívül ellenőrző kísérlettel is meggyőződhetünk, amelyet vasrúd helyett réz próbatesttel végzünk el.

$Q = 0{,}0045$ érték. Ez magától értetődően abból adódik, hogy a rúd nem pontosan a geometriai tengely körül végzi rezgéseit.

Ezek után a váltóáramot bekapcsoltuk, és a rúd felfüggesztését rezonanciahelyzetbe állítottuk anélkül, hogy a Föld mágneses terét kompenzáltuk volna. Ekkor a rúd torziós rezgése olyan nagyságú volt, hogy a fényfolt a (45 cm távolságban levő skálán) 3 cm-re hosszabbodott. A fényfolt hosszát a skálán a következőkben mint „kettőzött kitérést" jelöljük.

Az adódott továbbá, hogy a „2. hatás", azaz állandó horizontális mágnesezés keltette rezgések nem játszottak szerepet. A kettőzött kitérés tehát nem változott, ha az A_1 és A_2 tekercsek tengelyének hajlásszögét a fent alkalmazott lábcsavarokkal megváltoztattuk, és ezzel horizontális változó teret hoztunk létre.

A „3. hatás" ellenben, azaz a váltakozó pólusok excentrikus helyzetéből adódó forgatónyomaték igen határozottan észlelhető volt. A kettőzött kitérés azonnal megváltozott, mihelyt a tekercshez permanens mágnest közelítettünk. A kettőzött kitérés ezenkívül jelentősen változott, ha a felfüggesztő előtétet a rúddal együtt vízszintes irányban elforgattuk (az effektus „azimut-érzékenysége").

A „3. hatásnak" éppen úgy, mint a megfigyelt jelenség azimut-érzékenységének el kellett tűnnie, ha a Föld erőterét a kompenzálótekerccsel kikompenzáltuk. A kompenzálótekercs beállítása és a szükséges áramerősség meghatározása földinduktorral történt. A földmágnesség terének kompenzálása után a jól reprodukálható kettőzött kitérés körülbelül 4,5 mm-re csökkent, és azimutfüggőségét teljesen elvesztette.

Ha ez az effektus az elektronelmélet következménye, az ezt létrehozó forgatónyomaték fázisának meg kell egyeznie a mágnesezési vektor $\frac{dJ}{dt}$ differenciálhányadosával, tehát a J mágnesezésre merőlegesnek kell lennie. Mivel a változó forgatónyomaték — amelyet „3. hatás"-nak neveztünk, és horizontális tér hatására keletkezik — fázisa megegyezik J fázisával, az elmondottak szerint, ha a megfigyelt jelenség fázisa valóban $\frac{dJ}{dt}$, a kettőzött kitérésnek nem szabad csökkennie, ha a berendezéshez permanens mágnest közelítünk, vagy a kompenzációs áramot változtatjuk. Ez a feltevés helyesnek bizonyult.

Az elmélet szerint várt jelenségnek a gerjesztőáram erősségétől hasonlóképpen kell függenie, mint a mágnesezésnek. Ezt a jelenséget is megvizsgáltuk és igaznak bizonyult.

Ezek után az effektus kísérletileg meghatározott számértékét összehasonlítottuk az elméletileg számítottal. A vas telítési mágnesezettsége legyen egyenlő 1200-zal. Mivel az S rúd térfogata 0,16-dal egyenlő,

$$J_s = 192.$$

A torziós rezgések váltakozó térben történő közvetlen megfigyeléséből k-ra a

$$k = 0{,}533$$

értéket nyertük. Innen

$$Q = 0{,}0069$$

tehát a fenti értékeket (15)-be helyettesítve

$$|\alpha| = 0{,}0036$$

lesz. 45 cm-es skálatávolság esetén a kettőzött kitérésre

$$4|\alpha| \cdot 45 = 0{,}65$$

adódott, holott a kísérletileg meghatározott érték 0,45 cm volt.

Ehhez elsősorban azt kell megjegyeznünk, hogy az elméletileg számított érték felső határ, főleg azért, mert a mágnesezés változása nem pillanatszerűen következik be, mint azt számításaink során feltettük. A pólusok mágnestelenítő hatása azt hozza magával, hogy a rúd csak aránylag erős terekben lesz közelítőleg telítésben. Az elmélet szigorúbb kvantitatív bizonyítását a következő paragrafusban közöljük.

Az előbb említett tényből, hogy a megfigyelt kettőzött kitérésnek csekély állandó horizontális mágneses térnél minimuma van, az következik, hogy a Föld mágneses terének kompenzálása után fennmaradó, a rúdra ható forgatónyomaték fázisa merőleges a J mágnesezés fázisára. Ez megfelel az (5) egyenletnek. Meg kell még azonban határoznunk az effektus előjelét. Ez a következő módon történt.

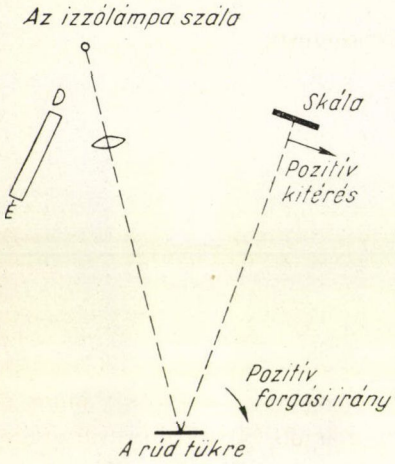
A fénymutató fényét egy, a gerjesztőtekercsekkel és a generátorral párhuzamosan kapcsolt, fémszálas izzó ki nem feszített izzószála szolgáltatta. Ha a lámpához permanens mágnest közelítettünk, a szál az elektrodinamikus hatás folytán rezgésbe jött. Ezek a rezgések a skálára vetítődtek, és a próbatest torziós rezgéseire szuperponálódtak. Az előjelet a következő két méréssel határoztuk meg.

1. A kapcsolás elrendezésének megváltoztatása nélkül bocsássunk a tekercsekbe és az izzóba egyenáramot. Ekkor, ha egy déli pólust közelítünk elölről a lámpához, a fénymutató a skálán pozitív irányba tér ki. Ugyanekkor a tekercsekben pozitív, lefelé irányuló mágneses tér keletkezett.

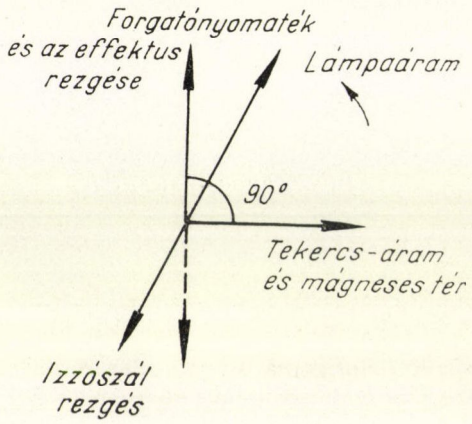
2. A tekercseket és a lámpát váltóárammal táplálva és elölről közelítve a déli pólust a lámpához, a kettőzött kitérés csökken, és csaknem teljesen meg lehet szüntetni.

Az előjelet legegyszerűbben a mellékelt fázisdiagram segítségével határozhatjuk meg. A lámpa árama a tekercs áramához képest, ennek jelentős önindukciója miatt, majdnem 90°-ot siet. A lámpa áramát pozitívnak vesszük, ha iránya olyan, hogy (egy déli pólust elölről közelítve) az izzószál elmoz-

dulása pozitív kitérést eredményez, a tekercsét pedig akkor, ha lefelé irányuló teret hoz létre. Mivel az izzószál lazán függ a lámpában, saját frekvenciája (csekély súrlódásnál) lényegesen kisebb, mint a váltóáramé, tehát a szál rezgéseinek fázisa a rajta átfolyó áram fázisával ellentétes. Mivel az izzószál rezgésének fázisa a kísérlet szerint több, mint 90°-kal tér el a jelenség torziós rezgéseitől, azaz a forgatónyomaték fázisától is, következik, hogy az



5. ábra



6. ábra

utóbbi fázisát a vastagon kihúzott és nem a szaggatott vonallal rajzolt nyíl jelzi.

Ezzel bebizonyítottuk, hogy, az effektus forgatónyomatéka $\frac{dJ}{dt}$-vel és nem $-\frac{dJ}{dt}$-vel arányos, azaz az effektust elektronegatív és nem elektropozitív keringő töltések okozzák.

6. § Pontos kvantitatív kísérletek. Az eddig leírt kísérletek az elmélet teljesen kielégítő kvalitatív igazolását eredményezték. Hamarosan kívánatossá vált azonban a kísérleteket kvantitatíve is pontosabbá tenni. A tekercs mágneses tere túl gyenge volt ahhoz, hogy a rúd aránylag csekély hosszában az elmélet szerint megkívánt gyors átmágnesezést létrehozza, ezenkívül a K csillapítási tényező meghatározása meglehetősen pontatlan volt. Végül kétséges volt, hogy a (8) egyenletben a csillapítást létrehozó tényezők számolására a (lineáris) $P\dot{\alpha}$ tag helyes-e?

Hogy a gyors átmágnesezést elérjük, az A_1 és A_2 tekercsek helyett egyetlen, 62 cm hosszú (kb. 100 menet/cm) tekercset használtunk, amelynek belsejében ($I = 1{,}45$A) a térerősség 260 Gauss (a végén tehát 130 Gauss) volt. Végül, hogy a végek demagnetizáló hatását kiküszöböljük, 16 cm hosszú,

0,17 cm átmérőjű rudat használtunk. A csillapítási tényezőnek a csillapodási törvénytől független mérésére meghatároztuk a rezonanciagörbét, azaz az $|\alpha|$ amplitudó függését a váltóáram frekvenciájától, állandó fonálhossz mellett. A tükör vékony falú üvegcsövön függött, amely a rúd alsó részére volt ragasztva, és kissé kilógott a tekercsből.

A maximális α kitérés függését az alkalmazott n frekvenciától a (13) és (8a) egyenletekből nyerhetjük:

$$\alpha = \frac{4\lambda}{\pi} \frac{J_s}{\sqrt{(4\pi Q\nu)^2 + P^2}} \tag{16}$$

Itt λ állandó, amelynek az elmélet szerint $\frac{2\mu}{\varepsilon} = 1{,}13 \cdot 10^{-7}$-nek kell lennie, J_s a telítésig mágnesezett rúd mágneses momentuma, Q a rúd torziós rezgéseit létrehozó tehetetlenségi nyomaték, P a (8) differenciálegyenletben szereplő csillapítási állandó, ν az alkalmazott n frekvencia és az n_0 rezonanciafrekvencia különbsége. A (16) és (8a) egyenletek levezetésénél ν/n_0-t és P-t kis mennyiségeknek választottuk, amelyek második hatványa az első mellett elhanyagolható. Ez az elhanyagolás a rezonanciagörbe élessége miatt jogos.

Fejezzük ki $|\alpha|$-t ν függvényeként, ebből λ a minket nem érdeklő P tag eliminálásával meghatározható. Ez az eliminálás legegyszerűbben a rezonancia-amplitudóra érvényes egyenlettel történhet:

$$|\alpha|_{\max} = \frac{4\lambda}{\pi} \frac{J_s}{\sqrt{P^2}} \tag{16a}$$

P eliminálásával λ-ra megoldva:

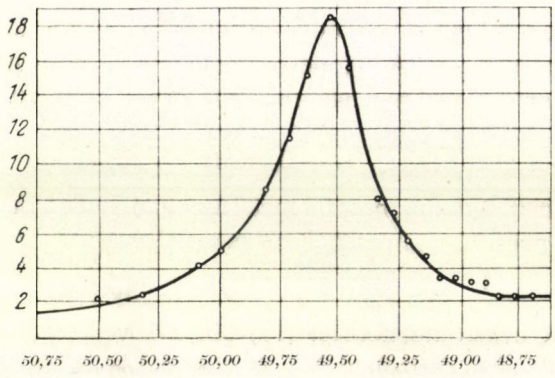
$$\lambda = \pi^2 \frac{Q}{J_s} |\alpha|_{\max} \nu \sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}} \tag{17}$$

ahol $b = \frac{|\alpha|}{|\alpha|_{\max}}$. A rezonanciagörbét felvéve (17) $|\alpha|$ minden ordinátájához egy λ értéket rendel. Ez az érték $\nu \sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}$-re vonatkozólag konstans. Ezzel tehát bebizonyítottuk, hogy a (8a) egyenletben a csillapítást helyesen vettük figyelembe egy lineáris taggal.

Az $n = n_0 + \nu$ frekvencia változtatása és mérése a következő módon történt. A váltóáramot az épület pincéjében elhelyezett generátor szolgáltatta, amelyet akkumulátortelepről táplált egyenáramú motor hajtott. A motor gerjesztőtekercsével párhuzamosan kötöttünk egy, a mérőszobában elhelyezett szabályozó ellenállást. Ennek változtatásával a motor gerjesztőárama, ezzel a fordulatszám és a váltóáram frekvenciája is bizonyos határon belül tetszés szerint változtatható volt. A szabályozó ellenálláson átfolyó áramot amper-

mérővel ellenőriztük. Ez az áram a keletkezett váltóáram frekvenciájával volt arányos. Ezenkívül rezgőnyelves frekvenciamérőt használtunk, amellyel bizonyos frekvenciaértékeket (45, 45,5, 46 stb. 55-ig) pontosan mérni tudtunk. A közbülső értékeket az ampermérő segítségével interpolációval határoztuk meg.

A rúd torziós rezgéseinek amplitudóját ismét közvetlenül mértük a fénymutató segítségével, de a skálát a nagyobb pontosság kedvéért 145 cm-re helyeztük el. A 7. ábra a leggondosabban felvett rezonanciagörbét ábrázolja, éspedig a rezgések keltette fénynyaláb hosszát a frekvencia függvényében.



7. ábra

A (17) egyenlet vizsgálatára a rezonanciagörbével egyidejűleg meghatározott, táblázatban szereplő adatok szolgálnak.

Ordináta	28ν	b	$\sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}$	$28\nu\sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}$
15	2,55	0,812	1,32	3,36
12	4,25	0,649	0,853	3,63
9	6,2	0,488	0,560	3,46
7	8,2	0,380	0,413	3,38
5	11,3	0,271	0,280	3,18
4	13,7	0,217	0,222	3,04
3	17,3	0,163	0,165	2,68

A táblázat utolsó oszlopából látható, hogy a görbe 7 mm-nél nagyobb kitérések esetén az elméletnek megfelelően viselkedik, mivel $\nu\sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}$ meglehetősen konstansnak bizonyult. Ezzel a lineáris csillapítás állandó bevezetése jogos. Kis kitérések esetén ez az érték gyorsan csökken. Meg kell jegyeznünk, hogy ilyen kis kitérések nem olvashatók le elég biztonsággal. Ebben az esetben indokolt, ha a számoláshoz csak a négy első ordináta-

értéket használjuk fel. Ezekből a középérték:

$$\nu \sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}} = 0{,}128$$

A görbéből továbbá ez adódik:

$$|\alpha|_m = \frac{18{,}5}{1450 \cdot 4} = 0{,}320 \cdot 10^{-2}$$

Rezgő rendszerünk tehetetlenségi nyomatékát abból számítottuk ki, hogy milyen hatást fejtett ki egy kis, pontosan ismert járulékos tehetetlenségi nyomaték a saját frekvenciára. A járulékos tehetetlenségi nyomatékhoz tartozó saját frekvenciát ismét a rezonanciagörbe feltételével határoztuk meg. Ez adódott[1]:

$$Q = 0{,}0126$$

Végül a telített rúd mágnesezésének térfogati integrálja az 1260 számértékű telítési mágnesezési sűrűség behelyettesítésével:

$$J_s = 458$$

Ezen adatok behelyettesítésével (17)-ből a következőt nyerjük:

$$\lambda = 1.11 \cdot 10^{-7}$$

jó egyezésben az elméletileg meghatározott $1{,}13 \cdot 10^{-7}$ értékkel. Ezt a jó egyezést az is bizonyítja, hogy meghatározásunk kb. 10 % bizonytalansággal bír. Mindenesetre bebizonyítottuk, hogy a cikk elején említett keringő elektronok elmélete kvantitatív kísérlettel is helyesnek bizonyult.

A kísérleteket a Birodalmi Intézetben végeztük. Köszönetet mondunk különösen *Warburg* és *Gumlich* úrnak, de az intézet többi kutatójának is szíves előzékenységükért.

Fordította: Kovács Pál

[1] Megjegyzendő, hogy a pontosan hengeresre kiképzett rúd üvegcső és tükör nélküli, számolt tehetetlenségi nyomatéka $Q = 0{,}0102$ volt.

MTA Könyvtára
Periodika 374 . 9 62 sz.

KÖNYVISMERTETÉS

A. AHIJEZER, V. BERESZTYECKIJ: KVANTUM-ELEKTRODINAMIKA

Ahijezer és Beresztyeckij 1959-ben írt könyve a modern elméleti fizikai irodalom egyik kiváló műve. A könyv a szerzők azonos című, 1953-ban írott munkája alapján készült, mint annak alaposan átdolgozott és kibővített, új kiadása.

Már az 1953-as kiadásnak nagy sikere volt az elméleti fizikusok körében mind a Szovjetunióban, mind annak határain kívül. Az új kibővített kiadás magába foglalja az elektromágneses kölcsönhatások vizsgálata terén 1953 óta elért erdeményeket is.

Remélhető, hogy a mű a magyar elméleti fizikusoknak is sokszor forgatott kézikönyvévé válik.

A szerzők megfogalmazása szerint a „könyv célja: a kvantum-elektrodinamika rendszeres kifejtése". Néhány általános tétel és módszer (tükrözések, Green függvények, funkcionál-módszerek) ismertetése azonban kivezet a tulajdonképpeni elektrodinamika keretei közül, és általánosabb fizikai érvénnyel rendelkezik.

A könyv kilenc fejezetre oszlik, amelyek a kvantum-elektrodinamika egy-egy alapvető probléma-csoportját tárgyalják, és egyben a témakör nagyon ésszerű feloszlását jelentik.

Az 1. fejezet a fotonok kvantummechanikáját foglalja magában; a 2. fejezet az elektron relativisztikus kvantummechanikájával foglalkozik, és vizsgálja az elektronok mozgását az atommagok terében és az elektronszórást is; a 3. fejezet az elektromágneses tér és az elektron-pozitron tér kvantálását ismerteti, és tartalmazza a hullámterek általános elméletét; a szerzők a 4. fejezetet a kvantum-elektrodinamika alapegyenleteinek; az 5. és 6. fejezetet az elektron-foton kölcsönhatás, illetve két töltés retardált kölcsönhatásának vizsgálatára szentelik. Ezekben a fejezetekben az elmélet az első, el nem tűnő közelítést tárgyalja, amely nem függ össze a divergenciák feloldásával és a renormálással; az első kiadással szemben teljes fejezetet kap (7.-ik) a szórás mátrix tanulmányozása, amely a Green függvények részletes kifejtését is tartalmazza; a 8-ik fejezet az elektromágneses folyamatok sugárzási korrekcióival foglalkozik, a sorfejtéses megoldások magasabb közelítéseit adja meg; és végül az utolsó fejezet a zérus spinű részecskék elektrodinamikáját ismerteti.

Annak ellenére, hogy a mű kimondottan elméleti jellegű, sok „példával" és alkalmazással egészíti ki az elméleti megfontolásokat, amelyek a kísérleti fizikusok érdeklődésére is igényt tartanak. Sok olyan kérdést is tárgyal, amelyek eddig csak a folyóirat-irodalomban voltak elérhetők. Részletesen elemzi a legutóbbi évek kísérleti eredményei alapján aktuálissá vált paritási és polárizációs viszonyokat egyes konkrét sugárzási folyamatoknál. A könyv nagyon nagy értéke, hogy az átfogott óriási anyag ellenére a szerzők a tárgyalást egységesen, kovariáns módon végzik, és felhívják a figyelmet az elmélet alkalmazhatóságának határaira is. A könyv ismeret-anyaga az invariáns perturbációszámítás alapjaira épül.

A fordítás Nagy Károly és Györgyi Géza gondos és nagyon alapos munkája.

Elismerés illeti meg az Akadémiai Kiadó dolgozóit a könyv nagyon szép és a sajtóhibák kiküszöbölésére ügyelő kiadásáért.

Kirschner István

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója Műszaki szerkesztő: Vidosa László
A kézirat beérkezett: 1961. IX. 8. — Példányszám: 650 — Terjedelem: 7,7 (A/5) ív, 26 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 61-3591

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet).

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 40 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra" Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

Ára: 10,— Ft.
Előfizetés kötetenként: 42,— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

Oldal

Turchányi György—Horváth Tünde—Tarján Imre: A felületi struktúrák kimutatásáról 409
Malicskó László: KBr tűkristályok növekedése oldatban 415
Zsoldos Lehel: A kis kristályokról szórt röntgensugárzás intenzitásáról 421
Horváth János: Fizikai terek belső szabadsági fokai és az izobár spintér geometriai értelmezése 429

A LABORATÓRIUMBÓL

Imre Aladár: Izotóplaboratóriumokban használt fémeszközök szennyeződése és korrózió védelme műanyag bevonással 477

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A. Einstein és *W. J. de Haas:* Az Ampère-féle molekuláris áramok kísérleti bizonyítéka 481

KÖNYVISMERTETÉS

Kirschner István: A. Ahijezer, V. Beresztyeckij: Kvantum-elektrodinamika 495

A MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT IX. KÖTETÉHEZ NÉVJEGYZÉK

Oldal

Abonyi Iván: Relativisztikus részecskesokaság legvalószínűbb sebességének és átlagos impulzusának meghatározása 21

Budó Ágoston: Vizsgálatok a molekuláris lumineszcencia köréből 269

Csikai Gyula, Daróczy Sándor és *Dede Kálmán:* Termikus neutronok diffúziós hosszának mérése vízben 16—89 C°-ig és diphenylben (dowtherm A) 185 C°-on . . 175

Daróczy Sándor lásd Csikai Gyula

Dede Kálmán lásd Csikai Gyula

Dicke R. H.: Az Eötvös-kísérlet és a gravitációs vörös-eltolódás 209

Ehrenfest P. és *Einstein A.:* Kvantumelméleti megjegyzések Stern és Gerlach kísérletéhez 405

Einstein A., lásd Ehrenfest P.

Einstein A. és *de Haas W. J.:* Az Ampere-féle molekuláris áramok kísérleti bizonyítéka 481

Fejt Pál: Ólomtéglasorozat sugárvédelmi célokra 367

Fenyves Ervin: 30 GeV körüli neutronok ütközési hatáskeresztmetszetének vizsgálata ólomban 107

Gerlach W. és *Stern O.:* Az ezüst-atom mágneses momentumának kísérleti igazolása 395

Gerlach W. és *Stern O.:* A mágneses térben történő iránykvantálás kísérleti bizonyítéka 397

Gerlach W. és *Stern O.:* Az ezüst-atom mágneses momentuma 401

Gyarmati Borbála: Késleltetett neutront emittáló magok átlagos élettartama 283

Györgyi Géza és *Menyhárd Nóra:* A multipol-sugárzás forrásainak szemléletes leírása 1

Haas de W. J. lásd Einstein A.

Hédervári Péter: A holdkráterek és gyűrűs hegyek keletkezéséhez szükséges energiáról 251

Holnapy Dezső: Dr. Palotás László: Tartószerkezetek 286

Horváth János: Fizikai terek belső szabadsági fokai és az izobár spintér geometriai értelmezése 429

Horváth Tünde lásd Turchányi György

Horváth Tünde lásd Turchányi György

Imre Aladár: Izotóplaboratóriumokban használt fémeszközök szennyeződése és korrózióvédelme műanyagbevonással 477

Jánossy Lajos: Megfontolások a valószínűségszámítás alapjairól 327

Keszthelyi Lajos: A Mössbauer-effektus és alkalmazásai 289

Kisdiné Koszó É., Kroó N., Praveczky E. és *Zsigmond Gy.:* Grafitból készült neutronkollimátorok vizsgálata 341

Kirschner István: A. Ahijezer, V. Beresztyeckij: Kvantumelektrodinamika 495

Koltay Ede: Neutronforrás abszolut intenzitásának mérése 89

Krajsovszky József és *Ujhelyi Sándor:* Vékony antracén egykristálylemezek előállítása 81
Koszó É. lásd Kisdiné
Krasznai István: J^{131} izotóp terápiás alkalmazásának dozimetriája 185
Krén Emil és *Szabó Pál:* Egyszerű módszer nagy egykristályok előállítására alacsony olvadáspontú fémekből 161
Kroó N. lásd Kisdiné
Lukirszky P. és *Prilezaev S.:* A normális fotoeffektusról 231
Malicskó László és *Morlin Zoltán:* NaCl porok színezése exoelektronokkal 181
Malicskó László: KBr tűkristályok növekedése oldatban 415
Menyhárd Nóra lásd Györgyi Géza
Michelson A. A. és *Morley E. W.:* A közeg mozgásának hatása a fény sebességére . 165
Morley E. W. lásd Michelson A. A.
Morlin Zoltán lásd Malicskó László
Pócza Jenő: Párologtatott fémrétegek fénypolarizációja és a rétegek szerkezete közötti összefüggés 61
Praveczky Endre: Szemelvények a ferromágnesség elméletének újabb fejezeteiből . . 145
Praveczky E. lásd Kisdiné Koszó É.
Prilezaev S. lásd Lukirszky P.
Sándor Tamás, Somogyi Antal és *Telbisz Ferenc:* Kiterjedt légizáporok vizsgálata 40 m vízekvivalens mélységben 51
Sándor Tamás, Somogyi Antal és *Telbisz Ferenc:* Az atmoszféra állapotának a kozmikus sugárzás müon komponensére gyakorolt hatását korrigáló eljárások összehasonlító vizsgálata 355
Schadek János: Mágneses vezérlésű pneumatikus szelep 287
Schiff L. I.: Az általános relativitáselmélet kísérleti igazolásáról 201
Schiff L. I.: Az antianyag gravitációs tulajdonságai 217
Somogyi Antal lásd Sándor Tamás
Somogyi Antal lásd Sándor Tamás
Stern O.: A mágneses térben történő iránykvantálás vizsgálatának kísérleti módszere . 389
Stern O. lásd Gerlach W.
Stern O. lásd Gerlach W.
Stern O. lásd Gerlach W.
Szabó János: Magnetohidrodinamikai lökéshullámok 35
Szabó Pál lásd Krén Emil
Tamássy-Lentei Ilona: Megjegyzés a H_2 molekula alapállapota kötési energiájának számításához 265
Tarján Imre lásd Turchányi György
Tarján Imre lásd Turchányi György
Telbisz Ferenc lásd Sándor Tamás
Telbisz Ferenc lásd Sándor Tamás
Turchányi György, Horváth Tünde és *Tarján Imre:* A NaCl kristályok gőzfázisból kialakult lamella-szerkezeteiről 349
Turchányi György, Horváth Tünde és *Tarján Imre:* A felületi struktúrák kimutatásáról 409
Ujhelyi Csaba: A távolságtörvény laboratóriumi érvényességének vizsgálata hengerkamrával Co^{60}, Cs^{137} és Ra^{226} források esetén 189
Ujhelyi Sándor lásd Krajsovszky József
Vödrös Dániel: A gammadózis mérése filmjelvényekkel 85
Zsigmond Gy. lásd Kisdiné Koszó É.
Zsoldos Lehel: A kiskristályokról szórt röntgensugárzás intenzitásáról 421

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT IX. KÖTETÉHEZ TÁRGYMUTATÓ

Oldal

Györgyi Géza és *Menyhárd Nóra:* A multipol-sugárzás forrásainak szemléletes leírása 1
Abonyi Iván: Relativisztikus részecskesokaság legvalószínűbb sebességének és átlagos impulzusának meghatározása 21
Szabó János: Magnetohidrodinamikai lökéshullámok 35
Sándor Tamás, Somogyi Antal és *Telbisz Ferenc:* Kiterjedt légizáporok vizsgálata 40 m vizekvivalens mélységben 51
Pócza Jenő: Párologtatott fémrétegek fénypolarizációja és a rétegek szerkezete közötti összefüggés 61
Vödrös Dániel: A gammadózis mérése filmjelvényekkel 85
Koltay Ede: Neutronforrás abszolút intenzitásának mérése 89
Fenyves Ervin: 30 GeV körüli neutronok ütközési hatáskeresztmetszetének vizsgálata ólomban 107
Praveczky Endre: Szemelvények a ferromágnesség elméletének újabb fejezeteiből I. . . 145
Krén Emil és *Szabó Pál:* Egyszerű módszer nagy egykristályok előállítására alacsony olvadáspontú fémekből 161
Csikai Gyula, Daróczy Sándor és *Dede Kálmán:* Termikus neutronok diffúziós hosszának mérése vízben 16—89 C°-ig és diphylben (dowtherm A) 185 C°-on . . 175
Malicskó László és *Morlin Zoltán:* NaCl porok színezése exoelektronokkal 181
Krasznai István: J^{131} izotóp terápiás alkalmazásának dozimetriája 185
Ujhelyi Csaba: A távolságtörvény laboratóriumi érvényességének vizsgálata hengerkamrával Co^{60}, Cs^{137} és Ra^{226} források esetében 189
Hédervári Péter: A holdkráterek és gyűrűs hegyek keletkezéséhez szükséges energiáról 251
Tamássy-Lentei Ilona: Megjegyzés a H_2 molekula alapállapota kötési energiájának számításához 265
Budó Ágoston: Vizsgálatok a molekuláris lumineszcencia köréből 269
Gyarmati Borbála: Késleltetett neutront emittáló magok átlagos élettartama 283
Jánossy Lajos: Megfontolások a valószínűségszámítás alapjairól 327
Kisdiné, Koszó É., Kroó N., Praveczky E. és *Zsigmond Gy.:* Grafitból készült neutronkollimátorok vizsgálata 341
Turchányi György, Horváth Tünde és *Tarján Imre:* A NaCl kristályok gőzfázisból kialakult lamella-szerkezeteiről 349
Sándor Tamás, Somogyi Antal és *Telbisz Ferenc:* Az atmoszféra állapotának a kozmikus sugárzás müon komponensére gyakorolt hatását korrigáló eljárások összehasonlító vizsgálata 355
Turchányi György, Horváth Tünde és *Tarján Imre:* A felületi struktúrák kimutatásáról 409
Malicskó László: KBr tűkristályok növekedése oldatban 415
Zsoldos Lehel: A kiskristályokról szórt röntgensugárzás intenzitásáról 421
Horváth János: Fizikai terek belső szabadsági fokai és az izobár spintér geometriai értelmezése 429

A LABORATÓRIUMBÓL

Krajsovszky József és *Ujhelyi Sándor:* Vékony antracén egykristálylemezek előállítása 81
Schadek János: Mágneses vezérlésű pneumatikus szelep 287
Fejt Pál: Ólomtéglasorozat sugárvédelmi célokra 367

Imre Aladár: Izotóplaboratóriumokban használt fémeszközök szennyeződése és korrózióvédelme műanyagbevonással 477

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

Schiff L. I.: Az általános relativitáselmélet kísérleti igazolásáról 201
Dicke R. H.: Az Eötvös-kísérlet és a gravitációs vöröseltolódás 209
Schiff L. I.: Az antianyag gravitációs tulajdonságai 217
Keszthelyi Lajos: A Mössbauer-effektus és alkalmazásai 289

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

Michelson A. A. és *Morley E. W.:* A közeg mozgásának hatása a fény sebességére . 165
Lukirszky P. és *Prilezaev S.:* A normális fotoeffektusról 231
Stern O.: A mágneses térben történő iránykvantálás vizsgálatának kísérleti módszere 389
Gerlach W. és *Stern O.:* Az ezüst-atom mágneses momentumának kísérleti igazolása 395
Gerlach W. és *Stern O.:* A mágneses térben történő iránykvantálás kísérleti bizonyítéka 397
Gerlach W. és *Stern O.:* Az ezüstatom mágneses momentuma 401
Einstein A. és *Ehrenfest P.*: Kvantumelméleti megjegyzések Stern és Gerlach kísérletéhez 405
Einstein A. és *de Haas W. J.:* Az Ampere-féle molekuláris áramok kísérleti bizonyítéka 481

KÖNYVISMERTETÉS

Holnapy Dezső: Dr. Palotás László: Tartószerkezetek 286
Kirschner István: A. Ahijezer, V. Beresztyeckij. Kvantumelektrodinamika 495