

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

---

7. KÖTET

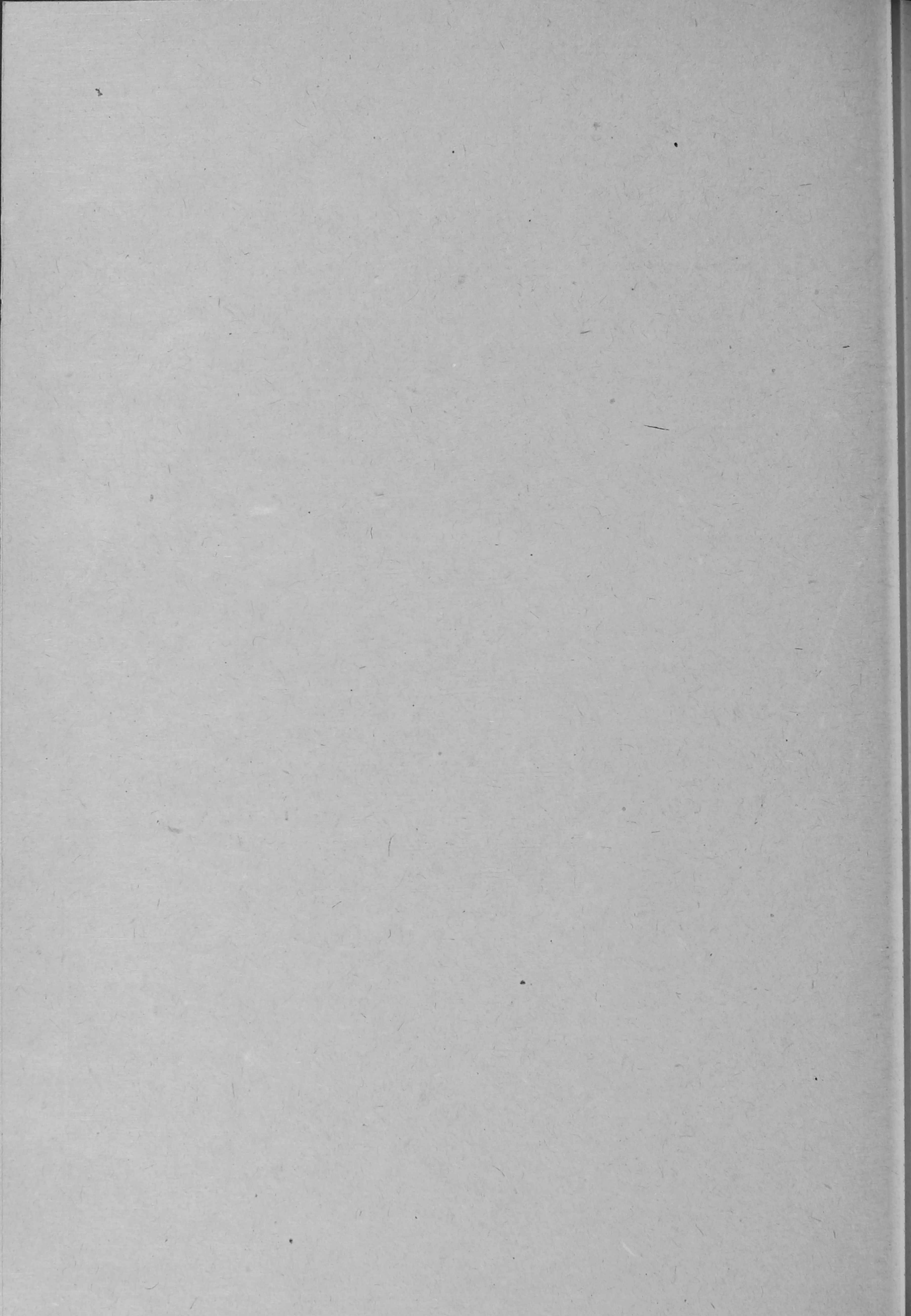
6. SZÁM

---

1959

---

BUDAPEST



R E P O R T S  
of the  
CENTRAL RESEARCH INSTITUTE FOR PHYSICS  
of the  
Hungarian Academy of Sciences

Vol. 7.

1959

No. 6

C O N T E N T S

	Page
1. L.Pál and G.Németh: On the Fluctuation of the Slowing Down Time of Neutrons.....	347
2. Gy.Kosály and G.Németh: On the Average and the Fluctuation of Slowing Down Time of Neutrons in Heavy Moderators.....	352
3. Gy.Kosály: On the Statistical Theory of Neutron Transport.....	357
4. P.Szabó and E.Krén: On the Orientation of Large Monocrystals for Neutronmonochromators.....	366
5. Gy.Bozóki, G.Domokos, E.Fenyves, A.Frenkel, É.Gombosi, D.Bebel, K.Lanius and H.W.Meier: Further Investigation of a High Energy Jet.....	374
6. P.Surányi: A Phenomenological Examination of Multiple Production of Mesons in Atomic Nuclei.....	378
7. G.Domokos: Some Problems of Multiple Particle Emission....	385
8. I.Kiss, I.Opauszky L.Matus and J. Törkő: On the Separation of Boron Isotopes.....	391
9. A.Schneer: Volumetric Determination of Zirconium Content in Red Mud.....	399
10. E.Szabó, M.Fodor and Z.Pokó: Investigations on the Applicability of Ion Exchange Resins in the Leaching of Uranium Ores.....	404
11. J.Vályi-Nagy: A Co-60 Irradiation Unit for Laboratory Purposes.....	410
12. B.Tóth: Mixed Crystal Method Applied for the Production of Carrierfree Radioisotopes.....	417

Editor:

E. F e n y v e s

Editorial Board:

J. Erő, I. Kiss, T. Mátrai, Zs. Náráy, L. Pál

Publisher: Central Research Institute for Physics  
P.O.B. 49. Budapest 114.

S u m m a r i e s

1. On the Fluctuation of the Slowing Down Time of Neutrons

L. Pál and G. Németh

In this paper the mean slowing down time of neutrons  $t_1(u)$  and its standard deviation  $D(u)$  are determined by probability calculus methods. For the relative standard deviation of the slowing down time the following relation, representing a good approximation in the case of high lethargy values, has been obtained:

$$\frac{D(u)}{t_1(u)} = \frac{\sqrt{t_2(u) - t_1^2(u)}}{t_1(u)} = \sqrt{\frac{\xi/2}{1 - \frac{2}{3} \frac{1 - \alpha^{3/2}}{1 - \alpha}} - 1} \left\{ 1 + \frac{\xi}{2} \frac{1 + \sqrt{\alpha}}{1 - \sqrt{\alpha}} e^{-u/2} + \dots \right\}$$

where  $\xi = 1 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln \alpha$  and  $\alpha = \left(\frac{M-1}{M+1}\right)^2$  /  $M$  is the mass of the atomic nuclei in the slowing down medium/.

2. On the Average and the Fluctuation of Slowing Down Time of Neutrons in Heavy Moderators

Gy. Kosály and G. Németh

The average and the mean square deviation of slowing down time of neutrons are derived for heavy moderators. Our results are compared with the results obtained by the Fermi-, as well as the Greuling-Goertzel approximations.

3. On the Statistical Theory of Neutron Transport

Gy. Kosály

The behaviour of a stable particle travelling in a nonmultiplying medium is studied. Considering the fact that certain parameters characterizing the state of the particle are probability variables representing a stochastic process of Markoffian type, the second Komogoroff-Feller equation is derived and found to be equal to the known kinetic equation. As an additional variable the number of collisions is also introduced into this equation and the space dependence of the macroscopic cross sections is taken into account. After treating the special case of a steady state, the behaviour of neutrons in the slowing down region is considered. As an application we derive the probability  $p_N(u, \mu) du d\mu$  that the neutron lethargy will be changed in the course of  $N$  collisions by a value lying in the interval  $(u, u + du)$ , and that the cosine of the angle between the initial and final direction of the flight of neutrons lies in the interval  $(\mu, \mu + d\mu)$ . Upon integrating with respect to the lethargy, the density function of the probability variable  $\mu$  can be determined. The mean value and the mean square deviation of  $\mu$  will also be derived.

4. On the Orientation of Large Monocrystals for Neutron-Monochromators

P.Szabó and E.Krén

For the purpose of determining the single crystal character of large monochromator crystals used in neutron diffractometers and crystal spectrometers, and in order to fix the orientation of these crystals as well as to cut a prescribed crystallographic plane on their surface a simple X-ray diffraction procedure has been developed on basis of the well known back-reflection Laue method for single crystal orientation [1]. For this procedure a special goniometer equipped with suitable crystal clamping heads has been built. Since the accuracy of standard stereographic projections reported in the literature [2,3] proved to be insufficient for achieving the required accuracy, a cubic /111/ stereographic projection of suitable accuracy has been designed and is given here. The orientation accuracy is discussed and checked experimentally.

5. Further Investigation of a High Energy Jet

Gy.Bozóki, G.Domokos, E.Fenyves, A.Frenkel, É.Gombosi,  
D.Bebel, K.Lanius and H.W.Meier

Further investigations were carried out on a high energy jet found in the "I" stack. The energy of secondary charged particles was measured by single and relative scattering. From these data and the angular distribution measured earlier, the transversal momenta of secondaries were estimated. The energy taken by the  $\pi^0$  -component was estimated from the analysis of soft cascades generated by the decay photons. The value of the primary energy was recalculated using the two-centre models too. From the primary and secondary energy estimations, the most probable value of the inelasticity coefficient of the collision was estimated to be 0,5 or more.

6. A Phenomenological Examination of Multiple Production of Mesons in Atomic Nuclei

P. Surányi

We have investigated the interaction of high energy nucleons with emulsion nuclei using a model in which the interactions are built up of independent nucleon-nucleon collisions. We have calculated the mean inelasticity  $/k_0/$  of the nucleon-nucleon interaction at very high energies from the mean inelasticity of the nucleon-nucleus interaction and obtained:  $k_0 \approx 0,3$ . We have also calculated the mean value of the ratio of Lorentz factors measured by the Catagnoli and Schein methods. This value is in good agreement with the value we found experimentally [10].

7. Some Problems of Multiple Particle Emission

G.Domokos

Multiple emission of nuclear active particles is investigated. A quantitative model is constructed for the description of the emission process. Some further experiments are proposed for the classification of the emission process and of some problems in nucleon structure.

8. On the Separation of Boron Isotopes

I.Kiss, J.Opauszky L.Matus and J.Törkő:

The enrichment of the isotope B-10 by chemical exchange and distillation method has been studied with different trialkylborates.

Among the complex - compounds examined the ethyl-ether-BF<sub>3</sub> complex has proved the most suitable for the enrichment process. In the distillation of trimethylborate the enrichment factor has been found to be  $1,0035 \pm \pm 0,005$ , decreasing with the increasing length of the alkylradical.

9. Volumetric Determination of Zirconium Content in Red Mud

A.Schneer

The two methods recently developed for volumetric determination of zirconium are applicable with good results to determine 0,01% or more zirconium content of ores, rocks and industrial byproducts. The procedure does not require additional separating operations besides the usual ones in recovery processes. Thus it is simpler and more reliable than the methods known up to now.

10. Investigations on the Applicability of Ion Exchange Resins in the Leaching of Uranium Ores

E.Szabó, M.Fodor and Z.Pokó

Carbonate leaching of uranium ores is carried out at high temperatures. Considering the possibility of using ion exchange resins in hot solutions immediately after or during the leaching process, variations in the properties of Mykion PA and Amberlit IRA-400 ion exchange resins were studied at various temperatures. The capacity of the resins was determined per 10°C from 20°C to 90°C and the variation in resin capacity as a function of the number of recovery cycles was studied. Finally the elution curves of the resins were plotted for various temperatures.

11. A Co-60 Irradiation Unit for Laboratory Purposes

J.Vályi-Nagy

An irradiation unit designed to contain maximum 500 curie activity source

is described. Overall weight of the apparatus is about 2,5 tons. Its small size and its safety due to the adequate shielding makes it suitable for use in any laboratory. It is the most useful for basic research in physics and chemistry and for training purposes for instance at Universities.

12. Mixed Crystal Method Applied for the Production of Carrierfree Radioisotopes

B. Tóth

The values of distribution coefficients determined by isotherm method given in one of our previous papers have been checked experimentally. By realising a Doerner-Hoskins crystal system the distribution coefficients of Ba-140 and Sr-90 /Microcomponents/ were investigated in the solid phase and in a saturated aqueous solution of  $PbSO_4$  /macrocomponent/ respectively. The values of distribution coefficients found by two above methods were in good agreement within experimental error.



A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETÉNEK  
K Ö Z L E M É N Y E I

Erő János, Kiss István, Mátrai Tibor, Náray Zsolt és Pál Lénárd  
közreműködésével szerkeszti  
Fenyves Ervin

7. kötet

1959

6.szám

T A R T A L O M J E G Y Z É K

	Oldal
1. Pál Lénárd és Németh Géza: Neutronok lelassulási idejének szórásáról.....	347
2. Kosály György és Németh Géza: Neutronok lelassulási idejének átlagáról és szórásáról.....	352
3. Kosály György: A neutrongáz statisztikus elméletéről.....	357
4. Szabó Pál és Krén Emil: Neutron-monokromatizálás céljára készített nagy egykristályok orientálása.....	366
5. Bozóki György, Domokos Gábor, Fenyves Ervin, Frenkel Andor, Gombosi Éva, Bebel D., Lanius K., és Meier H. W.: További vizsgálatok egy nagyenergiájú jeten	374
6. Surányi Péter: A multiplett mezonkeltés fenomenológikus vizsgálata.....	378
7. Domokos Gábor: A sokszoros részecske-emisszió néhány kérdése.....	385
8. Kiss István, Opauszky István, Matus Lajos és Törkő János: Adatok a bórízotópok szétválasztásához .....	391
9. Schneer Anna: Vörösiszap cirkónium-tartalmának térfogatos meghatározása.....	399
10. Szabó Elek, Fodor Miklós és Pokó Zoltán: Ioncserélő gyan- ták alkalmazhatóságának vizsgálata uránércek feltárása közben.....	404
11. Vályi-Nagy József: Co-60 besugárzó berendezés laboratoriu- mi célokra.....	410
12. Tóth Béla: Elegykristály-módszer alkalmazása hordozómen- tes radióaktív izotópok előállítására.....	417

Technikai szerkesztő: Stancsich Györgyné



## NEUTRONOK LEASSULÁSI IDEJÉNEK SZÓRÁSÁRÓL

Irta: Pál Lénárd és Németh Géza

Szilárdtestfizikai Laboratórium

### Összefoglalás

Jelen dolgozat a lelassulási idő átlagának  $t_1(u)$  és szórásának  $D(u)$  valószínűségszámítási módszerekkel való meghatározásával foglalkozik. A lelassulási idő relatív szórására a következő, nagy letargia-értékek mellett jó közelítést jelentő összefüggés adódott

$$\frac{D(u)}{t_1(u)} = \frac{\sqrt{t_2(u) - t_1^2(u)}}{t_1(u)} = \sqrt{\frac{\xi/2}{1 - \frac{2}{3} \frac{1 - \alpha^{3/2}}{1 - \alpha}} - 1} \left\{ 1 + \xi/2 \frac{1 + \sqrt{\alpha}}{1 - \sqrt{\alpha}} e^{-u/2} + \dots \right\}$$

ahol  $\xi = 1 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln \alpha$   $\alpha = \left(\frac{M-1}{M+1}\right)^2 / M$  a lassító közeg atommagjainak tömege/.

### I. Bevezetés

Neutronok lelassulási idejének azt az időt nevezik, amely a neutronok adott  $E_0$  energiáról az  $E$  energiaszint alá történő lelassulásáig eltelik. Jelöljük ezt az időtartamot  $\tau(E_0, E)$ -vel. Mivel a lelassulási folyamat kifejezetten valószínűségi jellegű, a tulajdonképpeni feladat a  $P\{\tau(E_0, E) < t\} = G(t, E_0, E)$  valószínűségi eloszlásfüggvény meghatározása. A  $g(t, E_0, E) = \frac{\partial}{\partial t} G(t, E_0, E)$  valószínűségi sűrűségfüggvényt meghatározó egyenletet Takács [1] megadta és így könnyen megvizsgálhatjuk, milyen formulák adódnak a lelassulási idő átlagára és szórására különböző moderátorokban.

Tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy a neutron végtelen kiterjedésű közegben mozog, amely azonos  $M$  tömegszámú atommagokból áll. Feltételezzük továbbá, hogy az abszorbeáló atommagok nincsenek jelen és, hogy szórási hatáskeresztmetszet nem függ a neutron energiájától. Vezessük be új változóként az  $u = \ln E_0/E$  mennyiséget. Legyen  $P(t < \tau(u) < t + dt) = g(t, u) dt$  annak valószínűsége, hogy az  $u$ -nál nagyobb letargia eléréséhez szükséges lelassulási idő a  $(t, t + dt)$  intervallumba esik.

A  $g(t, u)$  meghatározására szolgáló egyenletet Takács [1] dolgozatában közölt (19) alatti egyenletből kisebb átalakításokkal az alábbi formában írhatjuk fel:

$$\frac{\partial g(t, u)}{\partial t} = -\frac{v_0}{\lambda_s} \int_0^u e^{-u'/2} \left[ 1 - \int_0^{u-u'} w_s(u'') du'' \right] \frac{\partial g(t, u')}{\partial u'} du' \quad (1.1)$$

ahol  $\lambda_s$  a szórási szabaduthozz,  $v_0$  az  $u=0$  letargiájú neutron sebessége és

$$w_s(u) = \begin{cases} \frac{1}{1-\alpha} e^{-u} & , \text{ ha } 0 \leq u \leq \ln 1/\alpha \\ 0 & , \text{ ha } u > \ln 1/\alpha \end{cases} \quad (1.2)$$

mig

$$\alpha = \frac{(M-1)^2}{(M+1)^2} .$$

A továbbiakban megfontolásainkat az (1.1) alatti egyenletre alapozzuk.

## II. A lelassulási idő átlagértékének meghatározása

Jelöljük a lelassulási idő átlagértékét  $t_1(u)$  -val, azaz legyen

$$t_1(u) = \int_0^{\infty} t g(t, u) dt . \quad (2.1)$$

Ha  $f(u) du$  az  $(u, u+du)$  letargia-intervallumban bekövetkező ütközések átlagos száma, akkor

$$f(u) du = \frac{v_0}{\lambda_s} e^{-u/2} dt_1(u) , \quad (2.2)$$

mivel  $dt_1(u)$  annak az időnek az átlagát jelenti, amit a neutron az  $(u, u+du)$  letargia-intervallumban tölt. A (2.2)-ből a

$$t_1(u) = t_1(0) + \frac{\lambda_s}{v_0} \int_0^u f(u') e^{u'/2} du' \quad (2.3)$$

egyenlethez jutunk, ahol  $t_1(0)$  annak az időnek az átlaga, ami alatt letargia növekedés nem következik be. Könnyen belátható, hogy

$$t_1(0) = \frac{\lambda_s}{v_0} . \quad (2.3)$$

A (2.3)-ban szereplő  $f(u)$  függvény pontos alakjának meghatározásával a szerzők egyike egy korábbi dolgozatában [2] már foglalkozott. Azt találtuk, hogy

$$f(u) = \frac{\alpha}{1-\alpha} e^{\frac{\alpha}{1-\alpha} u} \left\{ \varphi_{\beta} \left( \frac{u}{\ln 1/\alpha} \right) - \alpha^{-\frac{1}{1-\alpha}} \varphi_{\beta} \left( \frac{u}{\ln 1/\alpha} - 1 \right) \right\} \quad (2.4)$$

ahol

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} - \frac{1}{1-\alpha} \ln 1/\alpha , \quad \text{míg } \varphi_{\beta}(x) \text{ a} \quad (2.4')$$

$$\frac{d\varphi_{\beta}(x)}{dx} = -\beta \varphi_{\beta}(x-1)$$

retardált differenciál-egyenlet megoldása.

Az elemi megfontolásokkal megalkotott (2.3) alatti kifejezés az (1.1) alatti egyenletből is egyszerűen származtatható.

Jelöljük  $v_1^{\circ}(z)$  -vel a

$$v_1^{\circ}(z) = \int_0^{\infty} t_1(u) e^{-uz} du$$

Laplace-transzformáltat. Könnyen megmutathatjuk, hogy az (1.1)-ből  $v_1^{\circ}(z)$  -re a következő kifejezés adódik

$$v_1^{\circ}(z) = \frac{\lambda_s}{v_0 z} \frac{1}{1 - \omega(z-1/2)} , \quad (2.5)$$

ahol

$$\omega(z) = \int_0^{\infty} e^{-uz} \omega_s(u) du. \quad (2.5')$$

A (2.5) megfordításából a (2.3) alatti kifejezés adódik. Mivel  $t_1(u)$  argumentumának monoton függvénye, a

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} e^{-u/2} t_1(u) = \lim_{z \rightarrow 0} z v_1'(z + 1/2) \quad (2.6)$$

tétel alapján  $t_1(u)$ -ra nagy letargia értékek mellett a

$$t_1(u) \sim \frac{2\lambda_s}{v_0 \xi} e^{u/2} - \frac{1+\sqrt{\alpha}}{1-\sqrt{\alpha}} \frac{\lambda_s}{v_0} + o(e^{-\delta_1 u}) \quad (2.7)$$

$u \rightarrow +\infty \quad 0 < \delta_1 \leq 1/2$

aszimptotikus kifejezést származtatjuk, ahol

$$\xi = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha, \quad (2.7')$$

A (2.3) helyett az irodalomban [3] az  $u$  nagy értékei mellett jó közelítést jelentő, de főtagja kivételével a korrektt aszimptotikus formulával nem egyező

$$t_1(u) \sim \frac{2\lambda_s}{v_0 \xi} (e^{u/2} - 1) \quad (2.7'')$$

$u \gg \ln 1/\alpha$

kifejezést idézik és érvényességét sajnálatos módon összekapcsolják a lassítás elméletének Fermi-féle tárgyalásához szükséges feltételekkel. A (2.7'') alatti kifejezést tisztán protonokból álló lassítóra pontosnak tekinthetjük. Nagyobb atomsúlyu magokból álló lassítóra csak nagy letargia-értékek esetében tekinthetjük főtagjában korrekt közelítésnek.

### III. A lelassulási idő szórásának meghatározása

Míg a lelassulási idő átlagértékét az (1.1) alatti egyenlet nélkül is könnyen meghatározhatjuk, addig a

$$D^2(u) = t_2(u) - t_1^2(u) \quad (3.1)$$

szórásnégyzetéhez szükséges  $t_2(u) = \int_0^{\infty} t^2 g(t, u) dt$  második momentumot közvetlen módszerekkel nehéz volna kiszámítani.

A

$$v_2'(z) = \int_0^{\infty} t_2(u) e^{-uz} du$$

Laplace transzformáltra az (1.1) -ből a

$$v_2'(z) = \frac{2}{z} \left( \frac{\lambda_s}{v_0} \right)^2 \frac{1}{[1 - \omega(z - 1/2)][1 - \omega(z - 1)]}$$

összefüggés adódik. Ismét felhasználva azt a körülményt, hogy  $t_2(u)$  argumentumának monoton függvénye, a (2.6) -hoz hasonló tétel alapján  $t_2(u)$  asszimptotikus sorának első tagjaira a következő kifejezést kapjuk:

$$t_2(u) \sim 2 \left( \frac{\lambda_s}{v_0} \right)^2 \frac{1}{\xi} \frac{e^u}{1 - 2/3 \frac{1-\alpha^{3/2}}{1-\alpha}} - 4 \left( \frac{\lambda_s}{v_0} \right)^2 \frac{1}{\xi} \frac{1+\sqrt{\alpha}}{1-\sqrt{\alpha}} e^{u/2} -$$

$$-2 \left( \frac{\lambda_s}{v_0} \right)^2 \frac{1 + \sqrt{\alpha}}{(1 - \sqrt{\alpha}) \left( 1 + \frac{\ln \alpha}{1 - \alpha} \right)} + O(e^{-\gamma_2 u}) \quad (3.4)$$

$u \rightarrow \infty \quad \gamma_2 > 0.$

A minket különösen érdeklő relatív szórásra pedig azt kapjuk, hogy

$$\frac{D(u)}{t_1(u)} \cong \sqrt{\frac{\xi/2}{1 - 2/3 \frac{1 - \alpha^{3/2}}{1 - \alpha}} - 1} \left\{ 1 + \xi/2 \frac{1 + \sqrt{\alpha}}{1 - \sqrt{\alpha}} e^{-u/2} + \dots \right\}. \quad (3.5)$$

Az I.sz. táblázatban összeállítottuk a relatív szórás főtagjának értékeit különböző moderátorokra.

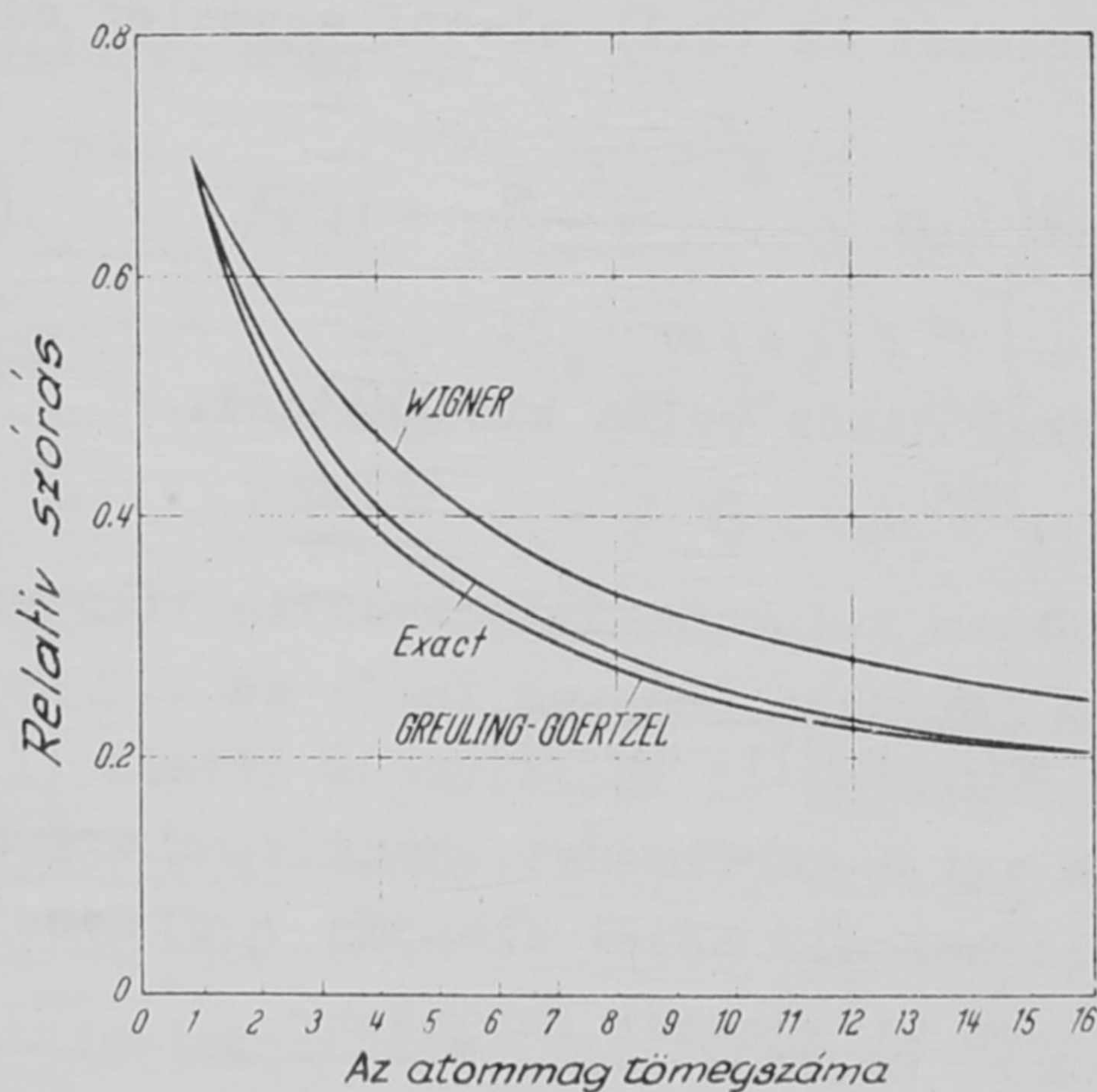
I. Táblázat

E l e m	Tömegszám M	Relatív szórás %-ban $D(\infty)/t_1(\infty)$
Hidrogén	1	70,7
Deutérium	2	55,3
Helium	4	40,0
Lithium	7	30,7
Beryllium	9	27,0
Szén	12	23,5
Oxigén	16	20,3
Uránium	238	7,0

Látható, hogy pl. hidrogén atomokból álló lassító közegben a relatív szórás 70,7%, ami arra utal, hogy a lelassulási idő átlaga nem jellemzi megbízhatóan a folyamatot.

A  $w_s(u)$  függvényt közelítő függvényekkel helyettesíthetjük. Célszerűnek láttuk meghatározni a lelassulási idő relatív szórását a Wigner- és a Greuling-Goertzel-féle közelítő függvények segítségével. A II.sz. táblázatban összeállítottuk a relatív szórásra levezetett különböző kifejezéseket.

Az I sz. ábrán láthatjuk a lelassulási idő relatív-szórásának asszimptotikus kifejezésére különböző, közelítő  $w_s(u)$  függvényekkel számolt értékek függését a lassító közeg atommagjainak



A lelassulási idő asszimptotikus relatív szórásának az atommagok tömegszámától való függése

II. Táblázat

	$w_s(u)$	$t_1(u)$	$D(u)/t_1(u)$	$D(\infty)/t_1(\infty)$
Wigner	$\frac{e^{-u/\xi}}{\xi}$	$\frac{\lambda_s}{v_0} + \frac{2\lambda_s}{v_0\xi}(e^{u/2}-1)$	$\frac{\sqrt{2\xi - \xi(2-\xi)e^{-u}}}{2 - (2-\xi)e^{-u/2}}$	$\sqrt{\xi/2}$
Greuling-Goertzel	$\frac{1}{\xi^2\xi} e^{-\frac{u}{\xi\xi}} + (1 - \frac{1}{\xi})\delta(u),$ $\xi = \frac{1}{\xi} - \frac{\alpha \ln^2 \alpha}{2\xi(1-\alpha)}$	$\xi \frac{\lambda_s}{v_0} + \frac{2\lambda_s}{v_0\xi}(e^{u/2}-1)$	$\frac{\sqrt{2\xi\xi - \xi\xi(2-\xi\xi)e^{-u}}}{2 - (2-\xi\xi)e^{-u/2}}$	$\sqrt{\xi\xi/2}$
Exakt	$\frac{1}{1-\alpha} e^{-u},$ ha $0 \leq u \leq \ln 1/\alpha$ $0$ , ha $u > \ln 1/\alpha$	$\frac{2\lambda_s}{v_0\xi} e^{u/2} - \frac{1+\sqrt{\alpha}}{1-\sqrt{\alpha}} \frac{\lambda_s}{v_0}$ $u \gg \ln 1/\alpha$	—	$\sqrt{\frac{\xi/2}{1-2/3 \frac{1-\alpha^{3/2}}{1-\alpha}} - 1}$

gését a lassító közeg atommagjainak tömegétől. Látható, hogy a Greuling-Goertzel-féle közelítő függvénnel számolt görbe jobban megegyezik az exakt görbével, mint a Wigner-maghoz tartozó görbe.

I r o d a l o m

- [1] Takács L., MTA Mat. Kut.Int.Közl. 1, 55 /1956/
- [2] Pál L., MTA Mat.Kut.Int.Közl. 1, 41 /1956/  
Uzsoki M., KFKI Közl. 6, 559 /1956/
- [3] Glasstone S., Edlund M.C., The Elements of Nuclear Reactor Theory., D.Van Nostrand Comp.Inc. Princeton, New Jersey /1952/ 184 old.

Érkezett 1959. aug.6.

KFKI Közlemények, 7. évf., 6.szám, 1959.

## NEUTRONOK LELASSULÁSI IDEJÉNEK ÁTLAGÁRÓL ÉS SZÓRÁSÁRÓL

Irta: Kosály György és Németh Géza

Reaktorfizikai és Technikai Laboratórium és Szilárdtestfizikai Laboratórium

### Összefoglalás:

A lelassulási idő átlagát, és szórását származtatjuk nehéz moderátorokra. Eredményeinket összehasonlítjuk a Fermi-, és a Greuling - Goertzel közelítés által szolgáltatott eredményekkel.

### 1. §.

Az utóbbi időben több közlemény foglalkozott a neutronlassulás folyamatának időbeli képével [1] [2] [3]. Ezt a problémát tárgyalta már Pál Lénárd és szerzők egyike is [4]. Céljuk a lelassulási idő átlagának, és szórásának meghatározása volt. Eredményeik tetszőleges tömegszámú magokból álló moderátorokra érvényesek, feltéve, hogy a lelassulási tartományban az abszorpció elhanyagolható, a szórási hatáskeresztmetszet nem függ az energiától és a vizsgált energiaértékek elég kicsinyek.

Jelen közleményben szintén a lelassulási idő átlagára és szórására vonatkozó formulák származtatásával foglalkozunk. Eredményeink tetszőleges energiaértékekre érvényesek és tekintetbeveszik a szórási hatáskeresztmetszet energiafüggését is. Ezzel szemben formuláink csak nehéz moderátorokra érvényesek és ezekre is csak akkor, ha a lassuló neutronok befogódásának lehetőségétől eltekintünk. Eredményeinket és a Fermi - valamint a Greuling - Goertzel közelítés eredményeit összehasonlítva látszik, hogy míg a Fermi-közelítés extrém nehéz moderátorok esetén sem szolgáltat exakt eredményeket, addig a Greuling-Goertzel közelítés az igen könnyű, és az igen nehéz moderátorok esetén egyaránt helyes eredményeket ad.

### 2. §

Jelöljük  $h(t, u)$  -val annak valószínűségét, hogy egy, a  $t=0$  pillanatban zérus letargiával keletkező, neutron letargiája a  $t$  pillanatban az  $u$  érték körüli egységnyi intervallumba essen. Mivel a neutronlassulás Markov-típusú sztochasztikus folyamat [5]  $h(t, u)$  a probléma Komogorov-Feller egyenletét elégíti ki, mely a jólismert kinetikai egyenlettel azonos. [6] Az egyenletet csak abszorpciómentes esetben írjuk fel.



$$\frac{\partial}{\partial t} h(t, u) = -Q_s(u) v(u) h(t, u) + \int_0^u Q_s(u') v(u') h(t, u') \omega(u-u') du', \quad (2,1)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} h(t, u) = \delta(u). \quad (2,2)$$

Itt  $Q_s(u)$  az  $u$  letargiájú neutronokra vonatkozó makroszkópikus szórási hatáskeresztmetszet,  $v(u)$  a neutronok sebessége,  $\omega(u)$  pedig az un. lassítási mag. A szokásos reaktorfizikai feltevések mellett [6].

$$\omega(u) = \begin{cases} \frac{(M+1)^2}{4M} e^{-u} & , \text{ ha } u < \ln \left( \frac{M+1}{M-1} \right)^2 \\ 0 & , \text{ ha } u > \ln \left( \frac{M+1}{M-1} \right)^2 \end{cases} \quad (2,3)$$

Itt a  $M$  a moderátor magok tömegszáma.

A következőkben szükségünk lesz a (2,3) sűrűség függvény momentumaira. Ezekre a következő jelölést vezetjük be:

$$m_k = \int_0^{\infty} u^k \omega(u) du \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (2,4)$$

$h(t, u)$  egyértelműen összefügg az  $u$  letargia eléréséhez szükséges idő valószínűségi sűrűségfüggvényével, melyet  $g(t, u)$  -val fogunk jelölni.

$$g(t, u) = \int_0^u Q_s(u') v(u') h(t, u') [1 - W(u-u')] du', \quad (2,5)$$

$$W(u) = \int_0^u \omega(u') du'.$$

Célunk a következő mennyiségek meghatározása

$$t_1(u) = \int_0^{\infty} t g(t, u) dt, \quad (2,6)$$

$$D^2(u) = t_2(u) - t_1^2(u), \quad (2,7)$$

$$t_2(u) = \int_0^{\infty} t^2 g(t, u) dt. \quad (2,8)$$

(2,6) az  $u$  letargia eléréséhez szükséges idő /lassulási idő/ átlaga. (2,7) ugyanezen idő szórásnégyzete.

Laplace-transzformációs módszereket használva teljes általánosságban megmutatható, hogy

$$t_1(u) = \int_0^u \frac{F(u')}{Q_s(u') v(u')} du', \quad (2,9)$$

$$t_2(u) = \int_0^u \frac{G(u')}{Q_s(u') v(u')} du'. \quad (2,10)$$

A fenti formulákban szereplő  $F(u)$  és  $G(u)$  függvények a következő összefüggéseket elégítik ki:

$$F(u) = \int_0^u F(u') \omega(u-u') du' + \delta(u), \quad 2,11$$

$$G(u) = \int_0^u \frac{F(u')}{Q_s(u')v(u')} F(u-u') du'. \quad 2,12$$

Látható, hogy  $F(u)$  a stacionárius rendszerek jólismert ütközési sűrűségfüggvénye. Bár erre jelenleg nem lesz szükségünk, megemlítjük, hogy  $g(t,u)$  magasabb momentumai is kifejezhetők az  $F(u)$  függvény segítségével.

### 3. §

Számazzuk most a  $t_1(u)$  és  $D^2(u)$  függvényeket nehéz moderátorokra. Ebből a célból (2,3) és (2,11) segítségével felírjuk az  $F(u)$  függvény  $1/M$  hatványai szerint haladó asszimptotikus sorának néhány tagját.

$$F(u) = \frac{M}{2} + \frac{5}{12} + \frac{2}{3} \delta(u) + \left[ \frac{25}{72} + \frac{4}{9} \delta(u) + \frac{2}{9} \delta'(u) \right] \frac{1}{M} + O\left(\frac{1}{M}\right). \quad 3,1$$

(3,1) -et (2,9)-el és (2,10) -el összevetve  $t_1(u)$  -ra és  $D^2(u)$  -ra a következő asszimptotikus kifejezések adódnak.

$$t_1(u) = \frac{M}{2} \int_0^u \frac{du'}{Q_s(u')v(u')} + \frac{2}{3} \frac{1}{Q_s(0)v(0)} + \frac{5}{12} \int_0^u \frac{du'}{Q_s(u')v(u')} + \left[ \frac{25}{72} \int_0^u \frac{du'}{Q_s(u')v(u')} + \frac{4}{9} \frac{1}{Q_s(0)v(0)} - \frac{2}{9} \left\{ \frac{d}{du} \frac{1}{Q_s(u)v(u)} \right\}_{u=0} \right] \frac{1}{M} + O\left(\frac{1}{M}\right), \quad 3,2$$

$$D^2(u) = \frac{2}{3M} \int_0^u \frac{du'}{Q_s^2(u')v^2(u')} + \int_0^u \frac{du'}{Q_s^2(u')v^2(u')} + \frac{5}{9} \frac{1}{Q_s^2(0)v^2(0)} - \frac{1}{9} \frac{1}{Q_s^2(u)v^2(u)} + \frac{25}{18} \left[ \int_0^u \frac{du'}{Q_s(u')v(u')} \right]^2 + O(1). \quad 3,3$$

Ezek a formulák tetszőleges letargiaértékre érvényesek. Látható, hogy  $M \rightarrow \infty$  -re a lelassulási idő átlaga és szórása egyaránt végtelenné válik. Számoljuk ki azonban pl. a  $Q_s(u) = \text{const.}$  esetet tekintve, a relativ szórásnégyzetet nagy  $M$  -ekre.

Az adódik, hogy

$$\frac{D^2(u)}{t_1^2(u)} \approx \frac{2}{3} \frac{e^{u/2} + 1}{e^{u/2} - 1} \frac{1}{M} + \frac{\frac{16}{3} e^u - 13 e^{u/2} + \frac{16}{3}}{(e^{u/2} - 1)^2} \frac{1}{M^2}. \quad 3,4$$

Látható, hogy a relativ szórásnégyzet  $M \rightarrow \infty$  -re zérushoz tart.

Mivel  $M \rightarrow \infty$  -re  $m_1 \rightarrow 0$ ,  $F(u)$  nehéz moderátorok esetén érvényes asszimptotikus sora  $m_1$  hatványai szerint is előállítható. A számításokat elvégezve a következő eredményekre jutunk:

$$F(u) = \frac{1}{m_1} + \varepsilon_1 \delta(u) + (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2) \delta'(u) m_1 + O(m_1), \quad 3,5$$

$$t_2(u) = \frac{1}{m_2} \int_0^u \frac{du'}{Q_S(u')v(u')} + \frac{\varepsilon_1}{Q_S(0)v(0)} - [\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2] \left\{ \frac{d}{du} \frac{1}{Q_S(u)v(u)} \right\}_{u=0} m_2 + O(m_1), \quad 3,6$$

$$D^2(u) = \frac{2\varepsilon_1}{m_1} \int_0^u \frac{du'}{Q_S^2(u')v^2(u')} + \frac{\varepsilon_1^2}{Q_S^2(0)v^2(0)} + [\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2] \left\{ \frac{1}{Q_S^2(0)v^2(0)} - \frac{1}{Q_S^2(u)v^2(u)} \right\} + O(1). \quad 3,7$$

Itt  $\varepsilon_1 = \frac{m_2}{2m_1^2}$  ,  $\varepsilon_2 = \frac{m_3}{6m_1^3}$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \varepsilon_1 = \frac{2}{3} \quad \lim_{M \rightarrow \infty} \varepsilon_2 = \frac{1}{3} .$$

Hasonlítsuk össze eredményeinket a Fermi- illetve a Greuling-Goertzel-közelítés által szolgáltatott formulákkal. Ismeretes, hogy a Fermi-közelítés alkalmazása abban áll, hogy az un. Fermi magot

$$\omega_F(u) = \delta(u) - m_1 \delta'(u) \quad 3,8$$

Greuling-Goertzel közelítésben pedig az un. Greuling-Goertzel magot

$$\omega_G(u) = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_1}\right) \delta(u) + \frac{1}{\varepsilon_1^2 m_1} e^{-\frac{u}{\varepsilon_1 m_1}} \quad 3,9$$

használjuk a (2,3) lassítási mag helyett.

A (3,8) magot használva azt nyerjük, hogy

$$t_{1F}(u) = \frac{1}{m_1} \int_0^u \frac{du'}{Q_S(u')v(u')} , \quad 3,10$$

$$D_F^2(u) \equiv 0. \quad 3,11$$

Ez az eredmény arra világít rá, hogy a Fermi-közelítés a lelassítási időt nem tekinti valószínűségi változónak. Ezzel szemben láttuk, hogy  $D^2(u)$  nemcsak hogy nem lesz zérus  $M \rightarrow \infty$  -ra, de végtelenné válik. Ez azt jelenti, hogy a folyamat extrém nehéz moderátorokra sem válik kauzálissá, tehát a Fermi-közelítés  $M \rightarrow \infty$  -re sem szolgáltat exakt eredményeket. Meg kell azonban jegyezni, hogy mint 3,4 -ből látható, a Fermi-elméletnek a relativ szórásnégyzetre vonatkozó eredményei  $M \rightarrow \infty$  -re helyesek.

A Greuling-Goertzel közelítést alkalmazva a következő eredményeket nyerjük [4] :

$$t_{1G}(u) = \frac{1}{m_1} \int_0^u \frac{du'}{Q_S(u')v(u')} + \frac{\varepsilon_1}{Q_S(0)v(0)} , \quad 3,12$$

$$D_G^2(u) = \frac{2\varepsilon_1}{m_1} \int_0^u \frac{du'}{Q_5^2(u') v^2(u')} + \frac{\varepsilon_1^2}{Q_5^2(0) v^2(0)} \quad (3,13)$$

Mint ismeretes a Greuling-Goertzel közelítés hidrogénre exakt. Ily módon (3,12) (3,13)-ban  $\varepsilon_1 = 1$  -et és  $\varepsilon_2 = 1$  -et helyettesítve azok hidrogénre pontos formuláknak tekinthetők.

Ugyanakkor (3,12)(3,13) -at (3,6)(3,7)-el összevetve a következők válnak nyilvánvalóvá: A Greuling-Goertzel-közéítés szemben a Fermi közéítéssel,  $t_1(u)$  asszimptotikus sorának nemcsak főtagját, hanem nagy  $M$  -ekre el nem tűnő, második tagját is helyesen szolgáltatja. Ugyanakkor szemben a Fermi közéítéssel helyesen adja meg  $D^2(u)$  asszimptotikus sorának főtagját. Minthogy a szereplő asszimptotikus sorokban annál kevesebb tagot kell figyelembevenni, minél nagyobb tömegszámokról van szó, az elmondottakból kiviláglik, hogy a Greuling-Goertzel mag használata jó közéítést jelent nehéz moderátorok esetén. Mivel, mint említettük, a Greuling-Goertzel mag hidrogénre exakt, a Greuling-Goertzel közéítés az extrém nehéz moderátorok mellett, az igen könnyű moderátorokra is alkalmazható. A Greuling-Goertzel közéítés alkalmazhatóságának ez a kettős jellege, melyet számításaink teljes általánosságban igazolnak, mutatkozik meg a [4] cikkben közölt görbékben is. Itt a  $\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{D^2(u)}{t_1(u)}$  mennyiség van felmérve a tömegszám függvényében, egyrészt exaktul, másrészt Greuling-Goertzel közéítésben. Látható, hogy a két görbe egész könnyű és egész nehéz moderátorok esetében simul össze.

### I r o d a l o m

- [1] Waller: II. Genfi Konferencia, 15/P/53, /1958/
- [2] Takács L.: MTA Mat. Kut. Int. Közl. 1, 55 /1956/
- [3] Hayman G.E., Crouch M.F., Nucl. Sci. and Eng. 2, 626 /1957/
- [4] Pál L., Németh G., KFKI Közlemények 7, 347 /1959/
- [5] Feller W., Math. Ann. 113, 116 /1936/
- [6] Marshak R.E., Rev. Mod. Phys. 19, 185 /1947/

Érkezett 1959. okt. 15.

KFKI Közlemények 7. évf. 6. szám, 1959.

# A NEUTRONGÁZ STATISZTIKUS ELMÉLETÉRŐL

Írta: Kosály György

Reaktorfizikai és Technikai Laboratórium

## Összefoglalás

A közlemény nem-sokszorozó közegben bolyongó stabil részecske viselkedésének leírásával foglalkozik. Figyelembe véve, hogy valamely részecske gázfizikai állapotát jellemző paraméterek valószínűségi változók, és időbeli változásuk Markov-típusú sztochasztikus folyamatot alkot, származtatjuk a probléma második Komogorov-Feller egyenletét, mely azonosnak bizonyul a jólismert kinetikai egyenlettel. A tárgyalás során az ütközésszámot is felvesszük az egyenlet változói közé, ezenkívül figyelembe vesszük a makroszkópikus hatás keresztmetszet esetleges helyfüggését is. A stacionárius esetre való rátérés után a lassítási tartományba eső energiájú neutron esetére specializálódunk. Alkalmazásként meghatározzuk annak  $p_N(u, \mu) du d\mu$  valószínűségét, hogy egy neutron latergiája  $N$  ütközés következtében az  $(u, u + du)$  intervallumba eső értékkel, sebességének iránya pedig a  $(\mu, \mu + d\mu)$  intervallumba eső cosinusu szöggel változzék meg.

## I.

A reaktor elmélet egyenleteit általában átlagokra vonatkozó fizikai megfontolások segítségével szokás felírni. Az utóbbi időben több olyan közlemény jelent meg, mely a reaktorfizika sztochasztikus folyamatait a valószínűség-számítás szokott módszereivel tárgyalja. [1] [2] [3] [4] [5]. A továbbiakban mi is ezen az úton fogunk haladni.

Tekintsünk egy tetszőleges alakú vákuumból és moderátorból álló rendszert. Moderátorunk nem szükségképpen tömör, lukak felléptét is megengedjük. Tegyük fel, hogy rendszerünk nem tartalmaz hasadóanyagot.

Valamely  $t_0$  pillanatban keletkezett részecske gázfizikai állapotát a  $t$  pillanatban  $\vec{r}$  helyvektora,  $E$  energiája,  $\vec{\Omega}$  sebességiránya, és a  $t - t_0$  idő alatt elszenvedett ütközések  $N$  száma határozza meg. Ezen paraméterek valószínűségi változóknak tekinthetők, és fizikailag nyilvánvaló, hogy időbeli változásuk Markov-típusú sztochasztikus folyamat. Ez azt jelenti, hogy ha a fenti paraméterek értékét egy adott pillanatban rögzítjük, az így nyert adatok a neutron jövőbeli sztochasztikus viselkedését teljesen meghatározzák. További számításainkat a tárgyalt folyamat ezen tulajdonságára alapozzuk [6.]

Legyen  $h_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}, t_0, E_0, \vec{\Omega}_0) dV dE d\vec{\Omega}$  annak a valószínűsége, hogy egy  $t_0$  pillanatban  $\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0$  paraméterekkel keletkezett részecske, a  $t$  pillanatig  $N$  ütközést szenved, és a  $t$  pillanatban az  $\vec{r}$  pont körüli  $dV$  térfogatban tartózkodik, miközben energiája az  $(E, E + dE)$

intervallumba esik, és sebességiránya az  $\vec{\Omega}$  körüli  $d\vec{\Omega}$  nyílású kúpszögön belül fekszik. Mindenekelőtt azt az egyenletet kívánjuk származtatni, melyet a  $h_N$  valószínűségi sűrűségfüggvény kielégít. Mint látni fogjuk ebben az egyenletben a  $t_0, \vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0$  paraméterekre semmilyen operáció nem vonatkozik, és így ezek kiírásától sok esetben el fogunk tekinteni.

Az  $E$  energiájú neutronok makroszkópikus szórási, befogási és totális ütközési hatáskeresztmetszetét az  $\vec{r}$  helyen rendre  $Q_s(\vec{r}, E)$  -vel,  $Q_a(\vec{r}, E)$  -vel, illetve  $Q(\vec{r}, E)$  -vel jelöljük.

Ismeretes [1], hogy, ha  $F(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega})$  annak valószínűsége, hogy egy az  $\vec{r}$  pontból,  $E$  energiával az  $\vec{\Omega}$  irányba induló neutron  $t$  idő alatt nem szenved ütközést, akkor<sup>x/</sup>

$$F(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \exp\left\{-\nu(E) \int_0^t Q(\vec{r} + \nu(E)\vec{\Omega}t', E) dt'\right\} \quad /1/$$

A  $h_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega})$  függvényre vonatkozó egyenletek származtatása céljából tekintsük azt az eseményt, hogy egy  $N$ -szer ütközött neutron paraméterei a  $t + \Delta t$  pillanatban az  $\vec{r}, E, \vec{\Omega}$  paraméterértékek körüli infiniterimális tartományokba esnek. Ez az esemény két, egymást kizáró módon jöhet létre.

1. Neutronunk a  $t$  pillanatig  $N$  ütközést szenvedett, a  $t$  pillanatban az  $\vec{r} - \nu(E)\vec{\Omega}\Delta t, E, \vec{\Omega}$  adatokkal rendelkezik, és a  $(t, t + \Delta t)$  intervallumban nem szenved újabb ütközést. Ennek az eseménynek a valószínűsége

$$h_N(t, \vec{r} - \nu(E)\vec{\Omega}\Delta t, E, \vec{\Omega}) [1 - Q(\vec{r}, E)\nu(E)\Delta t] dV dE d\vec{\Omega} + O(\Delta t)$$

2. Neutronunk a  $t$  pillanatig  $N-1$  ütközést szenvedett, a  $t$  pillanatban  $\vec{r}, E', \vec{\Omega}'$  értékek körüli infiniterimális tartományokba eső adatokkal rendelkezik, és a  $(t, t + \Delta t)$  időtartam alatt egy olyan szóródást szenved, mely energiáját az  $(E, E + dE)$  intervallumba, sebességének irányát pedig az  $\vec{\Omega}$  vektor körüli  $d\vec{\Omega}$  nyílású kúpszögbe viszi. Ezen esemény valószínűsége:

$$Q_s(\vec{r}, E')\nu(E')W(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega})h_{N-1}(t, \vec{r}, E', \vec{\Omega}')\Delta t dV dE' d\vec{\Omega}' + O(\Delta t)$$

Mint hogy minden  $0 < E' < +\infty$  energiaérték, és bármely  $\vec{\Omega}'$  irány szóba jöhet, a fenti kifejezést még integrálni kell a megfelelő tartományokra  $E'$  és  $\vec{\Omega}'$  szerint  $W(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega}) dE d\vec{\Omega}$  annak valószínűségét jelenti, hogy ha egy  $E', \vec{\Omega}'$  adatokkal rendelkező neutron az  $\vec{r}$  helyen szóródást szenved, akkor ennek következtében az  $E, \vec{\Omega}$  értékek körül infiniterimális tartományokba eső adatokat fog nyerni.

x/ Itt  $\nu(E)$  az  $E$  energiához tartozó sebességet jelöli

A fenti megfontolásokból a  $h_N$  sűrűségre a következő egyenleteket nyerjük:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} h_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) + v(E) \vec{\Omega} \text{ grad } h_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \\ & + Q(\vec{r}, E) v(E) h_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \\ & = \int_{4\pi} \int_0^\infty Q_s(\vec{r}, E') v(E') w(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega}) h_{N-1}(t, \vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE' d\vec{\Omega}' \end{aligned} \quad /2/$$

$N = 1, 2, \dots$

A  $h_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega})$  sűrűségfüggvény rendszert a /2/ integro-differenciálegyenlet rendszerből határozhatjuk meg a következő kezdeti értékből kkindulva:

$$\begin{aligned} h_0(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= \delta \left[ \vec{r} - (\vec{r}_0 + v(E_0) \vec{\Omega}_0 (t - t_0)) \right] \delta [E - E_0] \times \\ & \times \delta [\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0] \exp \left\{ -v(E) \int_0^{t-t_0} Q(\vec{r}_0 + v(E_0) \vec{\Omega}_0 t', E_0) dt' \right\} \end{aligned} \quad /3/$$

A kezdeti feltétel:

$$\lim_{t \rightarrow t_0} h_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = 0 \quad /4/$$

Különböző közegek határfelületén határfeltételt kell kitűznünk. Kikötjük, hogy a határfelületen való áthaladásakor  $h_N$ -nek folytonosan kell változnia.

/2/ a tárgyalt probléma második Kolmogorov - Feller egyenlete. Nem lenne nehéz az első Kolmogorov - Feller egyenletet is származtatni [1], de erre nem lesz szükségünk.

Az eddigiekben egy, a rendszer adott helyén, adott időben, és adott paraméterértékekkel keletkező neutron sorsáról volt szó. Foglalkozzunk most avval az esettel, mikor több, általában különböző időben, helyen, és paraméterértékekkel keletkező neutron bolyong a rendszerben. Ha a neutronok közti ütközés folyamatát elhanyagoljuk, akkor az egyes neutronok bolyongása által reprezentált sztochasztikus folyamatot a /2/, /3/, /4/ összefüggések továbbra is leírják. Ha azonban elejtjük a kezdeti adatok fixáltságának feltevését, a fenti egyenletekkel közvetlenül nem tudunk semmit sem kezdeni. Evvel az esettel fogunk most foglalkozni.

Feltesszük, hogy bár nem ismerjük a részecskék kezdeti adatait, ismeretes a neutronokat a rendszerbe lövelő forrást jellemző  $S(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega})$  forrás függvény  $S(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) dt dV dE d\vec{\Omega}$  a  $(t, t + dt)$  idő alatt az  $\vec{r}, E, \vec{\Omega}$  értékek körüli infinitizemális tartományokba eső adatokkal keletkező neutronok átlagszámát szolgáltatja.

Definiáljuk most a következő új függvényt:

$$H_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_0^t \int_0^\infty \int_{4\pi} h_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}, t_0, \vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) \cdot S(t_0, \vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) dt_0 dE_0 dV_0 d\vec{\Omega}_0. \quad /5/$$

A definícióból nyilvánvaló, hogy  $H_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) dV dE d\Omega$  azon neutronok átlagszámát szolgáltatja, melyek a  $t$  pillanatig  $N$ -szer ütköztek, és a  $t$  pillanatban  $\vec{r}, E, \vec{\Omega}$  paraméterekkel rendelkeznek. Hangsúlyozni kell, hogy  $H_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega})$  nem valószínűségi sűrűség, hanem átlagsűrűség.

Mint az a /2/-/5/ egyenletekből látható  $H_N$  a következő összefüggéseket elégíti ki:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} H_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \nu(E) \vec{\Omega} \text{ grad } H_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \\ & + Q(\vec{r}, E) \nu(E) H_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \\ & = \int_{4\pi} \int_0^\infty Q_s(\vec{r}, E') \nu(E') W(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega}) H_{N-1}(t, \vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE' d\vec{\Omega}' \end{aligned} \quad /6/$$

$$N = 1, 2, \dots \quad /7/$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} H_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}') = 0$$

$$t \rightarrow 0$$

$$N = 1, 2, \dots$$

$$\begin{aligned} H_0(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= \\ &= \int_0^t dt_0 S(t_0, \vec{r} - \nu(E) \vec{\Omega} (t - t_0), E, \vec{\Omega}) + \\ &+ \exp \left\{ - \nu(E) \int_0^{t-t_0} Q(\vec{r} - \nu(E) \vec{\Omega} (t - t_0 + t'), E) dt' \right\} \end{aligned} \quad /8/$$

A /6/-os egyenlet abban különbözik a szokásos kinetikai egyenlettől [7], hogy benne az ütközésszám is szerepel, mint változó. /6/-ban a makroszkópikus keresztmetszetek helyfüggése is tekintetbe van véve.

Vezessük be ezekután a következő sűrűségfüggvényt:

$$H_N^S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \lim_{t \rightarrow \infty} H_N(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad /9/$$

Fizikailag nyilvánvaló, hogy a  $H_N^S(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$  függvény létezik, és nem azonosan zérus, ha

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = S^S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \neq 0 \quad /10/$$



Ez esetben azt mondjuk, hogy a neutron sűrűség nagy  $t$  értékekre a  $H_N^S$  stacionárius sűrűségeloszlás felé konvergál.

A stacionárius egyenleteket egyszerűség kedvéért abban az esetben, írjuk fel, mikor a moderátor  $V_M$  térfogatán belül a hatáskeresztmetszetek nem helyfüggők. Azt is feltesszük, hogy a vákuum-moderátor határfelület a vákuumból nézve domboru, azaz azon neutronok, melyek a moderátorból egyszer kiszöktek vissza már nem térhetnek. A következőkben csak a  $V_M$  térfogaton belüli neutronsűrűség után érdeklődünk. Feltesszük, hogy

$$S(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = T(t) S^S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad /11/$$

Egyszerűsítő feltevéseinket felhasználva könnyen származtathatjuk a stacionárius egyenleteket Laplace transzformációs módszerek segítségével.

$$\begin{aligned} \nu(E) \vec{\Omega} \text{ grad } H_N^S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + Q(E) \nu(E) H_N^S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \\ = \int_{4\pi} \int_0^\infty Q_s(E') \nu(E') w(E', \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega}) H_N^S(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE' d\vec{\Omega}' \end{aligned} \quad /12/$$

$N = 1, 2, \dots$

$$H_0^S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty e^{-Q(E)\nu(E)t} S^S(\vec{r} - \nu(E)\vec{\Omega}t, E, \vec{\Omega}) dt \quad /13/$$

Az elmondottakból nyilvánvaló, hogy

$$\int_{V_M} H_N^S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dV$$

azon  $N$ -szer ütközött  $E$  és  $\vec{\Omega}$  paraméterekkel rendelkező neutronok átlagszámát adja meg, melyek stacionárius állapot esetén a moderátorban tartózkodnak. Ebből következik, hogy az egységnyi idő alatt ütközést szenvedő  $E, \vec{\Omega}$  adatokkal rendelkező neutronok száma a következő:

$$F_N(E, \vec{\Omega}) = Q(E) \nu(E) \int_{V_M} H_N^S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dV \quad /14/$$

$F_N(E, \vec{\Omega})$  az un. ütközési sűrűségfüggvény

Ha most feltételezzük, hogy a vizsgált moderátor közeg végtelen, akkor  $F_N(E, \vec{\Omega})$  azon neutronok átlagszámát is megadja, melyek egységnyi idő alatt  $N$ -ik ütközésük következtében az  $E$  és  $\vec{\Omega}$  értékek körüli egységnyi tartományokba eső adatokat nyernek.

/12/-/14/-ből nyilvánvaló, hogy

$$\begin{aligned} F_N(E, \vec{\Omega}) = \int_{4\pi} \int_0^\infty r(E') w(E, \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega}) F_{N-1}(E', \vec{\Omega}') dE' d\vec{\Omega}' \\ N = 1, 2, \dots \quad r(E) = \frac{Q_s(E)}{Q(E)} \end{aligned} \quad /16/$$

$$F_0(E, \vec{\Omega}) = \int S^s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dV = S^s(E, \vec{\Omega})$$

Specializálódjunk most arra az esetre, mikor

$$S^s(E, \vec{\Omega}) = Q \delta(E - E_0) \delta(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0) \quad /17/$$

Ez azt jelenti, hogy a forrás csak  $E_0, \vec{\Omega}_0$  adatokkal rendelkező neutronokat emittál  $Q$  az egységnyi idő alatt kilövelt neutronok átlagszámát szolgáltatja.

Térjünk ezekután vissza az egy-neutron problémához. Határozzuk meg azt a  $K_N(E, \vec{\Omega}, E_0, \vec{\Omega}_0)$  átmeneti valószínűségi sűrűségfüggvényt, mely annak valószínűségét adja meg, hogy egy kezdetben  $E_0, \vec{\Omega}_0$  adatokkal rendelkező neutron adatai  $N$  ütközés következtében az  $E$  és  $\vec{\Omega}$  értékek körüli egységnyi tartományokba kerüljenek.

Nyilvánvaló, hogy ha  $F_N(E, \vec{\Omega})$ -t a /17/ forrás-függvény segítségével határozzuk meg, akkor

$$F_N(E, \vec{\Omega}) = Q K_N(E, \vec{\Omega}, E_0, \vec{\Omega}_0) \quad /18/$$

/18/-at /15/-el és /16/-al összevetve látjuk, hogy a következő összefüggéseknek tesz eleget:<sup>x/</sup>

$$K_N(E, \vec{\Omega}, E_0, \vec{\Omega}_0) = \int_{4\pi} \int_0^\infty r(E') W(E, \vec{\Omega}) K_{N-1}(E', \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega}) dE' d\vec{\Omega}' \quad /19/$$

$N = 1, 2, \dots$

$$K_0(E, \vec{\Omega}, E_0, \vec{\Omega}_0) = \delta(E - E_0) \delta(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0) \quad /20/$$

Az eddigiek alkalmazásaképpen meghatározzuk, a  $K_N(E, \vec{\Omega}, E_0, \vec{\Omega}_0)$  függvényt. Mielőtt ehhez hozzákezdénénk, megjegyezzük, hogy eddigi számításaink nem szükségképpen neutronokra vonatkoznak. A következőkben azonban a reaktorfizikai lassításelmélet feltevéseit fogjuk alkalmazni és így tárgyalásunk csak a lassítási tartományba eső energiájú neutronokra lesz érvényes.

A továbbiakban az energiaváltozó helyett a letargiaváltozóval fogunk dolgozni

$$u = \ln \frac{E_0}{E} \quad /21/$$

Az említett lassításelméleti feltevések segítségével felírhatjuk a  $W(E', \vec{\Omega}', E, \vec{\Omega})$  függvényt a letargiaváltozóval kifejezve [7]

x/ Megjegyezzük, hogy /19/ és /20/ közvetlenül is felírhatóak valószínűség-számítási megfontolások segítségével.

$$\omega(u-u', \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) = \frac{(M+1)^2}{8\pi M} e^{-(u-u')} \delta \left[ \mu - \left( \frac{M+1}{2} e^{-\frac{u-u'}{2}} - \frac{M-1}{2} e^{\frac{u-u'}{2}} \right) \right] \quad /22/$$

Itt  $M$  a szóró mag atomsulya.  $\mu = (\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}')$

/19/-ben és /20/-ban a letargiaváltozót bevezetve lesz:

$$K_N(u, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}_0) = \int_{u\pi}^u \int_0^{\vec{\Omega}'} r(u') \omega(u-u', \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) K_{N-1}(u', \vec{\Omega}, \vec{\Omega}_0) du' d\vec{\Omega}'$$

$N = 1, 2, \dots$  /23/

$$K_0(u, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}_0) = \delta(u) \delta(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0) \quad /24/$$

Tegyük most fel, hogy  $r(u) \equiv 1$ .

/23/-at az  $N = 1$  esetben felírva és tekintetbevéve /24/-et látható hogy

$$K_1(u, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}_0) = \omega(u, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}_0) \quad /25/$$

és így /23/-at és /24/-et összefoglalva a következőképpen írhatjuk:

$$K_N(u, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}_0) = \int_{u\pi}^u \int_0^{\vec{\Omega}'} K_{N-1}(u', \vec{\Omega}', \vec{\Omega}_0) K_1(u-u', \vec{\Omega}, \vec{\Omega}') du' d\vec{\Omega}' \quad /26/$$

/26/ megoldása érdekében feltesszük, hogy a szereplő függvények a letargia változón kívül csak az argumentumokban szereplő egységvektorok által bezárt szög cosinusától függenek. Ezt a feltevést felhasználva, és Laplace-transzformációs módszereket alkalmazva, eredményünket sor alakban nyerjük.

$$K_N(u, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}_0) = K_N(u, \mu) = (2\pi)^{N-1} \frac{(M+1)^{2N}}{(8\pi M)^N} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} P_l(\mu) \mathcal{L}^{-1} \left[ \left\{ \mathcal{L} \left[ e^{-u} P_l(g(u) \Delta(\varepsilon - u)) \right] \right\}^N \right] \quad /27/$$

Itt  $\mu = (\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}_0)$   $g(u) = \frac{M+1}{2} e^{-u/2} - \frac{M-1}{2} e^{u/2}$

$$\Delta(\varepsilon - u) = \begin{cases} 1, & \text{ha } u > \varepsilon \\ 0, & \text{ha } \varepsilon < u \end{cases} \quad \varepsilon = \ln \left( \frac{M+1}{M-1} \right)^2$$

$P_l(\mu)$  az  $l$ -edrendű Legendre-polinom.

Nyilvánvaló, hogy

$$P_N(u, \mu) du d\mu = 2\pi K_N(u, \mu) d\mu \quad /28/$$

annak valószínűségét jelenti, hogy  $N$  ütközés következtében a neutron letargiája az  $(u, u + du)$  intervallumba kerül, miközben sebességének iránya ugy változik meg, hogy a kezdeti és végirány által bezárt szög cosinusa a  $(\mu, \mu + du)$  intervallumba esik.

$$P_N(u) = \int_{-1}^{+1} P_N(u, \mu) d\mu \quad /29/$$

függvény annak valószínűségét adja meg, hogy a neutron letargiája  $N$  ütközés következtében az  $u$  letargiaérték körüli egységnyi letargiaintervallumba kerül. /27/ és /29/ segítségével a  $P_N(u)$  függvényt könnyen meghatározhatjuk [3].

$$P_N(u) = \frac{(M+1)^{2N}}{(uM)^N} \frac{e^{-u}}{(N-1)!} \sum_{m=0}^N \binom{N}{m} (-1)^m (u - m\varepsilon)^{N-1} \Delta(u - m\varepsilon) \quad /30/$$

Ha most  $P_N(\mu) d\mu$  -vel jelöljük annak valószínűségét, hogy ütközés során a neutron repülési iránya a  $(\mu, \mu + d\mu)$  intervallumba eső cosinusu szöggel változik meg, akkor nyilvánvaló, hogy

$$P_N(\mu) = \int_0^{\infty} P_N(u, \mu) du \quad /31/$$

$P_N(\mu)$ -t könnyen meghatározhatjuk /27/-ből, és ezután már nem nehéz meghatározni az  $N$  ütközés következtében létrejövő irányváltozásra jellemző szög cosinusának  $\overline{\mu_N}$  átlagát és  $\overline{\mu_N^2} - \overline{\mu_N}^2$  szórását sem. Lesz

$$\overline{\mu_N} = \left(\frac{2}{3M}\right)^N \quad /32/$$

$$\overline{\mu_N^2} - \overline{\mu_N}^2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \left[ \frac{5}{8} - \frac{3}{8} M^2 + \frac{3}{16} \frac{(M+1)^2 (M-1)^2}{M} \ln \frac{M+1}{M-1} \right]^N -$$

$$- \left(\frac{2}{3M}\right)^{2N} \quad /33/$$

A fenti kifejezések  $M=1$  -re Ornstein neutron-proton szórásra vonatkozó eredményeit szolgáltatják [8].

/32/, /33/-ből nyilvánvaló, hogy  $\overline{\mu_N}$  csökken növekvő  $M$  -el, illetőleg  $N$  -el és  $\overline{\mu_N} \rightarrow 0$  ha  $N \rightarrow \infty$ , vagy, ha  $M \rightarrow \infty$ .

Az is látható, hogy növekvő  $M$  el, illetve  $N$  -el  $\overline{\mu_N^2} - \overline{\mu_N}^2$  növekszik és  $\overline{\mu_N^2} - \overline{\mu_N}^2 \rightarrow \frac{1}{3}$ , amint  $M \rightarrow \infty$  vagy  $N \rightarrow \infty$ .

Mint hogy, ha a szóbanforgó valószínűségi változó egyenletes eloszlású volna a  $(-1, +1)$  intervallumban, akkor  $\overline{\mu_N} = 0$ ,  $\overline{\mu_N^2} - \overline{\mu_N}^2 = 1/3$  teljesülne, a fentiekből látható, hogy, amint az várható az átlagérték és a szórásnégyzet minden ütközéssel jobban és jobban megközelíti az egyenletes eloszlás átlagát és szórását. Adott  $N$  -re annál inkább tekinthető az eloszlás egyenletesnek, minél nehezebb magokból álló moderátorról van szó.

Végezetül köszönetet mondok Pál Lénárd kandidátusnak értékes tanácsaiért, és megköszönöm Hraskó Péter kollegám egy hasznos megjegyzését.

I r o d a l o m

- [1] Pál L., Nuovo Cimento Suppl. 7, 25 /1958/
- [2] Pál L., II.Genfi Konferencia P/1710/1958.
- [3] Pál L., MTA Mat.Kut.Int.Közl. 1, 41 /1956/
- [4] Takács L., MTA Mat.Kut.Int.Közl. 1, 55 /1956/
- [5] Klahr E.N., Nuc.Sci. and Engng. 3, 269 /1958/
- [6] Feller W., Math.Ann. 113, 116 /1936/
- [7] Marshek R.E., Rev.Mod.Phys. 19, 185 /1947/
- [8] Ornstein L.S., Proc.Amst. 39, 465 /1937/

Érkezett 1959. okt.7.

KFKI Közlemények 7. évf. 6.szám, 1959.

# NEUTRON-MONOKROMATIZÁLÁS CÉLJÁRA KÉSZÍTETT NAGY EGYKRISTÁLYOK ORIENTÁLÁSA

Irta: Szabó Pál és Krén Emil  
Szilárdtestfizikai Laboratórium

## Összefoglalás

Neutron-diffraktométerekben és kristályspektrométerekben használt nagy monokromátor - kristályok egykristály-jellegének megállapítására és a kristályoknak az előírt krisztallográfiai sík kiképezéséhez és a felhasználáshoz szükséges orientálására kidolgoztunk egy egyszerű /hátsóreflexiós Laue -felvételek segítségével való kristály-orientálás ismert módszerén [1] alapuló/ röntgen-diffrakciós eljárást. Az eljáráshoz készítettünk egy megfelelő kristály-befogófejekkel felszerelt speciális goniométert. Mivel az irodalomban található standard sztereografikus projekciók [2, 3] pontossága az általunk elérni kívánt pontossághoz nem elegendő, készítettünk és megadunk egy megfelelő pontosságú köbös (111) sztereografikus projekciót. Tárgyaljuk és kísérletileg ellenőriztük az orientálási pontosságot.

## 1. Bevezetés

Neutron-diffrakciós és neutron-kristályspektrometriai vizsgálatokhoz kellő intenzitás-viszonyok elérésére általában széles sugárnyalábokat használnak. Ennek következtében e berendezések neutron-monokromátoraiban nagy egykristályokat kell alkalmazni. /Előfordul pl., hogy 5 cm széles, 20 cm hosszú kristálylapra van szükség./ Ezek előállítása legtöbbször kuposvégű hengerek, ritkábban lemezek alakjában történik.

Készítésük után mindenekelőtt egykristály-jellegüket kell ellenőrizni. Azután ki kell vágni belőlük egy előírt krisztallográfiai orientációjú síklapot. Az ilyen lapot tartalmazó kristályt kell előírt orientációban a fenti berendezésekben elhelyezni.

A kristályok egykristály-jellegének megállapítására és a kívánt krisztallográfiai síknak a kivágáshoz és a felhasználáshoz szükséges definiálására kidolgoztunk egy egyszerű /hátsóreflexiós Laue-felvételek segítségével való kristály-orientálás ismert módszerén [1] alapuló/röntgen-diffrakciós eljárást. Ezt a II. pontban írjuk le. Az eljárás leírásánál a használt berendezésre csak olyan mértékben utalunk, amennyire ez az eljárás megértéséhez szükséges.

Az eljáráshoz készítettünk egy megfelelő kristály - befogófejekkel felszerelt speciális goniométert. Ennek leírását a III. pontban adjuk. A röntgen-felvételeket szokványos, kör alakú síkfilmet tartalmazó hátsóreflexiós kamrával készítettük.

Feladatunkhoz, mint látni fogjuk, standard sztereografikus projekcióra is szükségünk van. Mivel az irodalomban található standard projekciók [2, 3] pontossága az általunk elérni kívánt orientálási pontossághoz nem elegendő, készítettünk és a IV. pontban megadunk egy megfelelő pontosságú köbös (111) sztereografikus projekciót. Neutron-monokromatizálás céljára legtöbbször köbös lapcentrált szerkezetű kristályok (111) reflexióját használjuk, tehát legtöbbször erre a standard projekcióra van szükségünk.

A berendezésünkkel elérhető orientálási pontosságot az V. pontban tárgyaljuk. A becsült pontosságot nagy Al- és Pb-egy kristályokon /a leggyakrabban használt monokromátorokon/ végzett mérésekkel ellenőriztük.

## II. Az eljárás

1/ A kristályt egy pontosan hengeres részt is tartalmazó befogófejbe fogjuk. Ha a kristály nagyjából hengeres, akkor úgy, hogy a /nem jól definiált/ tengelye kb. egybeessen a befogófej hengeres részének tengelyével. /A következőkben "forgástengely", egyéb megjelölés híján, mindig ezt a tengelyt fogja jelenteni./ Ha pedig a kristály lemezalaku, akkor úgy, hogy a szabad olvadákfelszínből képződött síklapja párhuzamos legyen a forgástengellyel.

2/ A kristályba több, a forgástengellyel párhuzamos síklapot /mérőlapot/ gyalulunk.

3/ A kristályt a befogófejjel behelyezzük a goniométerbe úgy, hogy a forgástengely párhuzamos legyen a goniométer forgástengelyével.

4/ A goniométer és megfelelő idomszer segítségével a kristály egy mérőlapját egy hátsóreflexiós röntgen-kamra filmjének síkjával párhuzamosra és tőle előírt távolságra állítjuk, és a mérőlap több helyéről hátsóreflexiós Laue-felvételt készítünk. A mérőlap különböző helyeinek besugárzásánál a kristályt csupán a forgástengellyel párhuzamosan toljuk el, a forgástengelyen átmenő egyenes tehát megtartja térbeli irányát. Gondoskodunk arról, hogy a röntgen-filmeken jel mutassa a film középpontján átmenő és a forgástengellyel párhuzamos, vagy arra merőleges irányt. Ez a felvételsorozat alkalmas annak a megállapítására, hogy a mérőlap besugárzott helyei ugyanahhoz az egykristályhoz tartoznak-e: ha igen, akkor a felvételeknek teljesen egyformáknak kell lenniök.

5/ Ugyanilyen méréssorozatot készítünk a többi mérőlapról is. Az egyik mérőlapról a másikra való áttérésnél a kristályt egyrészt önmagával párhuzamosan eltoljuk, másrészt a forgástengely körül a goniométeren leolvasható szöggel elforgatjuk.

6/ Greninger-háló és Wulff-háló segítségével [1] elkészítjük a kristály sztereogrammját a kristálynak a különböző mérőlapokon végzett mérésekhez tartozó helyzetekben. A sztereogramok projekciós síkja ennél az eljárásnál a filmmel párhuzamos sík.

7/ Az egyik mérőlap sztereogrammját indexeljük. Ez egyenértékű a kristallográfiai tengelyek irányának, tehát az orientációnak a meghatározásával. Ezután Wulff-háló segítségével a sztereogrammot standard helyzetbe hozzuk, azaz olyan sztereogrammot készítünk, amelynek projekciós síkja valamely előírt kristallográfiai sík. A továbbiakban - kizárólag a beszédmód egyszerűsítésére - a Bevezetésben említett esetről, tehát a köbös (111) standard helyzetről fogunk beszélni. Ezzel az általánosságot nem csorbitjuk, mert mindaz, amit elmondunk, egyszerűen átírható bármely más esetre.

8/ A többi mérőlap helyzetét ehhez a mérőlaphoz képest 5/ szerint ismerjük. Ezt az ismeretet felhasználva, a hozzájuk tartozó sztereogramokat könnyen transzformálhatjuk a 7/-ben mondott standard helyzetbe. Ha a különböző mérőlapok ugyanahhoz az egykristályhoz tartoznak, akkor az így kapott projekciók fedik az előre elkészített teljes standard (111) projekciónak azt a film-kristálylap távolságból és a film méreteiből meghatározható részét, amely az egyes hátsóreflexiós felvételekkel megismerhető. Így tehát megállapíthatjuk, hogy a különböző mérőlapokon besugárzott összes helyek ugyanahhoz az egykristályhoz tartoznak-e.

Ha az eljárást eddig követve, megállapítottuk, hogy a vizsgált test egykristály, akkor 7/ szerint már a kristály orientációja is meg van határozva.

9/ Ezután egy (111) indexű lapot kell a kristályon kiképeznünk. Ezt gyalugéppel végezhetjük el. Ehhez a lap irányát jellemző két olyan szöget kell megadnunk, amelyek a gyalugépen közvetlenül beállíthatók. Ezt a nem egyértelmű követelményt, mint látni fogjuk, a következő két szög megadásával célszerű kielégítenünk: a/ Megadjuk azt az /előjeles/  $\alpha$  szöget, amellyel a kristályt a vízszintesre beállított forgástengely körül el kell forgatnunk ahhoz a helyzethez képest, amikor a 7/-ben említett indexelt sztereogrammhoz tartozó mérőlap síkja függőleges. /  $\alpha$  előjelének kérdését alább tárgyaljuk. / b/ Meg kell adnunk azt a  $\beta$  szöget, amelyet a gyalulással kiképezendő síklap a kristálynak az  $\alpha$  szögű elforgatás utáni helyzetében a vízszintes síkkal és ugyanakkor a forgástengellyel is bezár.

Ennek a két szögnek a megadása az eddig elvégzett műveletek után igen könnyű, mert ezek egyszerű összefüggésben vannak a 7/ szerint indexelt röntgen-felvétel (111) indexű foltjához a sztereogramm készítésénél a Greninger-hálón leolvasott két, [1] -ben /és [1] nyomán a közhasználatu Greninger-hálókon/  $\gamma$  -val és  $\delta$  -val jelölt szöggel.

A beszédmód egyszerűsítése kedvéért a röntgen-film síkját függőlegesnek, a goniométer forgástengelyének irányát pedig az előbbivel párhuzamosnak és vízszintesnek tekintjük. /Az általunk használt elrendezés közelítőleg ilyen volt. / Más elrendezésre tárgyalásunk egyszerű átírással érvényes lesz. Hogy a keresett összefüggéseket egyértelműen megadhassuk, állapodjunk meg a következőkben.  $\gamma$  és  $\delta$  leolvasásához a Greninger-hálót úgy helyezzük rá a filmre, hogy a háló  $\gamma = 0$  vonala /amelynek a film és a direkt sugár met-



széspontján kell átmennie/ párhuzamos legyen a goniométer forgástengelyével. A filmet a direkt röntgensugár irányában nézve,  $\delta$  értékét a  $\delta = 0$  vonaltól jobbra pozitívnak, balra negatívnak,  $\gamma$  értékét a  $\gamma = 0$  vonaltól felfelé pozitívnak, lefelé negatívnak vegyük.  $\alpha$  előjele feleljen meg a szokásos előjelválasztásnak /tehát az óramutatóval ellentétes irányu elfordulás legyen pozitív/ akkor, ha a forgástengely körüli forgatást előjel szempontjából egy olyan  $x$ -koordinátatengely pozitív irányába való nézéshez definiáljuk, amely egybeesik a forgástengellyel és amely a függőlegesen felfelé mutató iránnyal / $y$ -tengely/ és a direkt sugár irányával / $z$ -tengely/ ebben a sorrendben jobbrendszerként képez. (3. ábra.)  $\beta$  előjele feleljen meg a szokásos előjelválasztásnak akkor, ha a neki megfelelő / $z$ -tengely körüli/ szögefördülést a  $z$ -tengely negatív irányába való nézéshez definiáljuk.

Az  $\alpha$  szögi elforgatás célja az, hogy a kiképezendő (111) lap normálisát beforgassuk a függőleges  $x-y$  síkba. Az  $\alpha$  szög jelentését figyelembevéve, könnyen igazolható, hogy ehhez  $\alpha = \gamma - 90^\circ$  elforgatás szükséges az  $x$ -tengely körül.

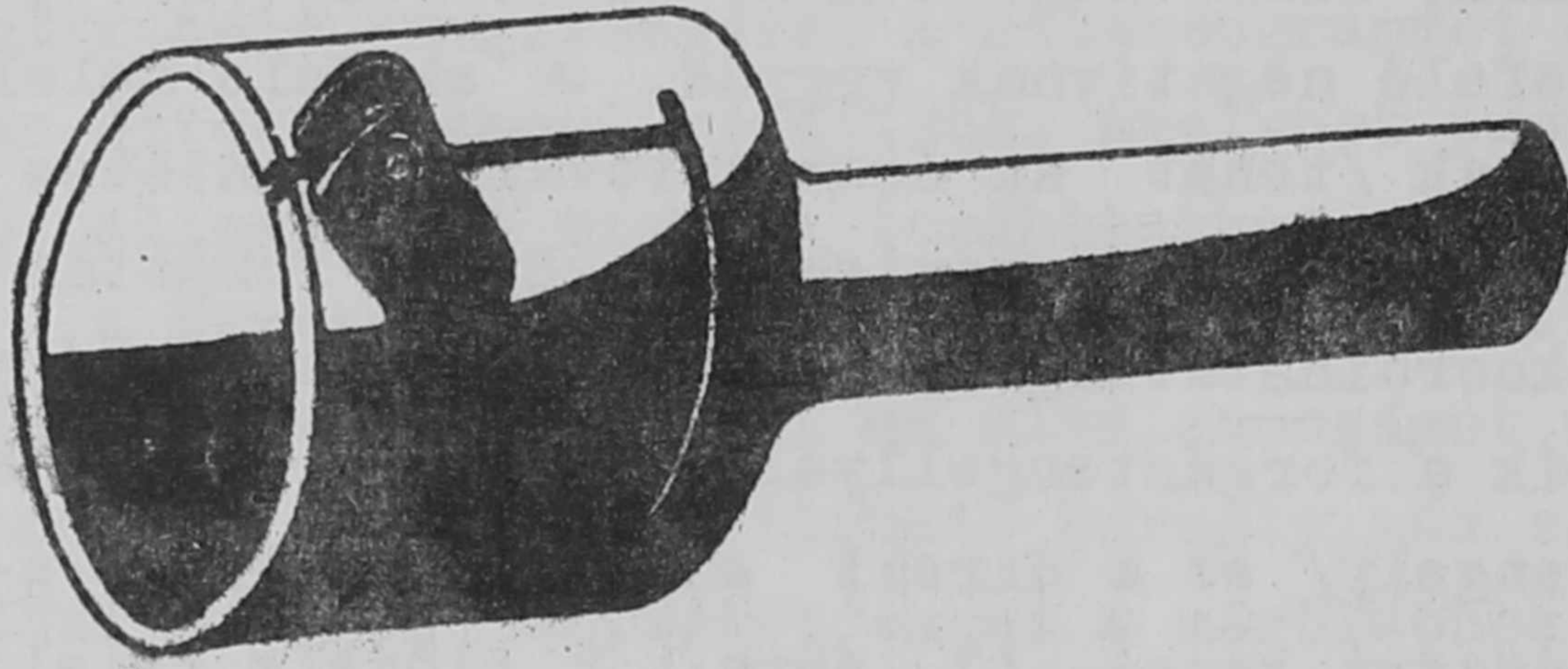
A  $\beta$  szög tulajdonképpen a kristálynak az előbbi elforgatás utáni helyzetében az (111) irányra /és egyben az  $x - y$  síkra/ merőleges sík és az  $x$ -tengely által bezárt szöget jelenti. A  $\delta$  szög jelentését figyelembevéve, könnyen látható, hogy  $\beta = \delta$

10/ A teljes standard projekciót olyan helyzetbe hozzuk, hogy fedje azt a 9/ szerint kiképzett (111) laphoz tartozó sztereogrammot, amely úgy készült, hogy a forgástengely vízszintes és ugyanekkor az (111) lap, valamint a projekciós sík a röntgen-filmmel párhuzamos volt. A kiképezett (111) lapnak ezt a sztereogrammját könnyen megkaphatjuk a 7/-beli indexelt sztereogrammól a 9/-beli  $\alpha$  és  $\beta$  szögeknek megfelelő projekció-forgatások révén. Az ilyen helyzetbe hozott standard projekció a kiképezett (111) lapot kristallográfiai szempontból tökéletesen és közvetlen módon jellemzi. /Nemcsak a lap-normális, hanem pl. a bennefekvő kristallográfiai irányok indexei is leolvashatók belőle./

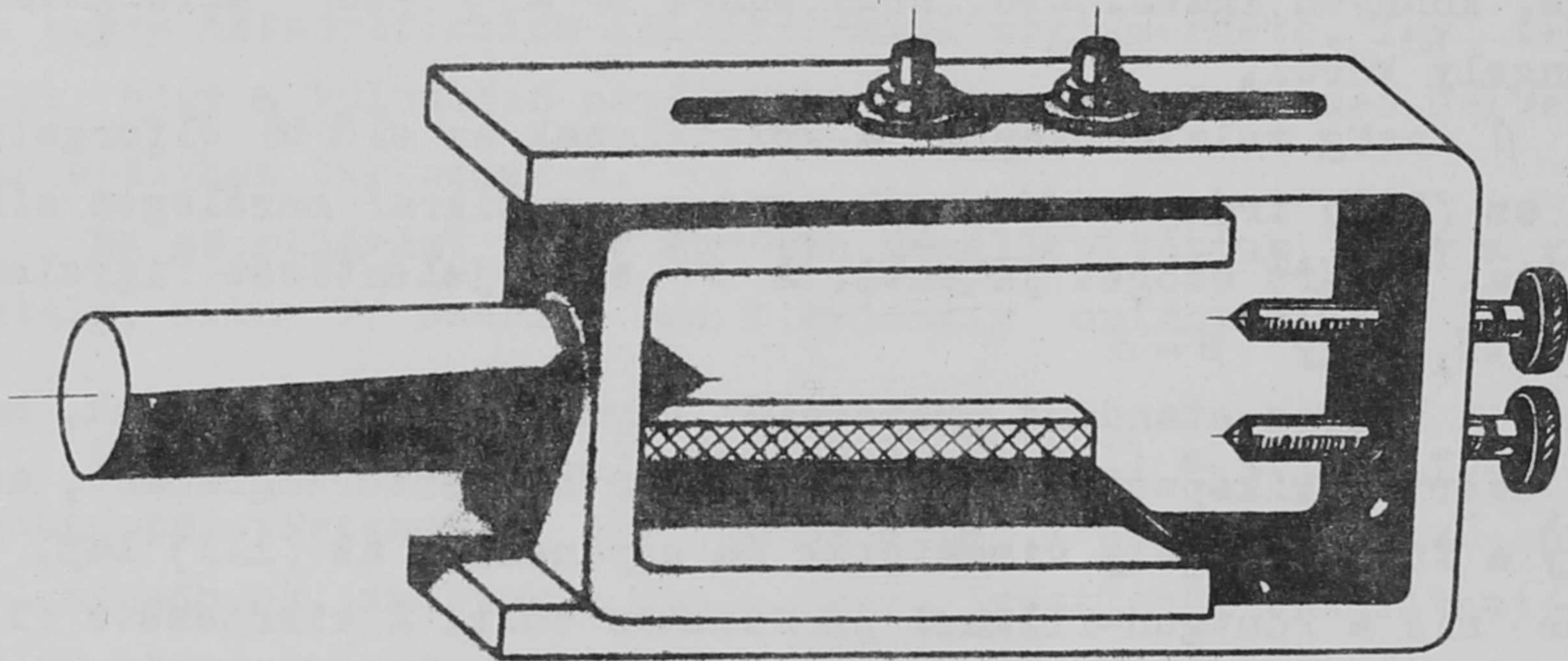
11/Az ilyen helyzetbe hozott standard projekció segítségével továbbá kényelmesen ellenőrizhetjük azt, hogy a kiképzett lap valóban a kívánt helyzetű, (111) indexű lap-e. Ehhez hátsóreflexiós Laue-felvételt készítünk erről a lapról az előbb definiált helyzetében. A felvételtől 6/ szerint készített sztereogrammnak fednie kell a mondott helyzetbe hozott standard projekciót.

### III. A goniométer

Az 1. ábra mutatja a hengeres, a 2. ábra a lemezalaku kristályokhoz készített befogófejet. Az előbbiben látható a csavar, melynek segítségével a kristályt a befogófejhez rögzítjük. A lemezalaku kristályok behelyezése ugy történik, hogy a kristály megfelelő lapját a 2. ábrában vonalkázással jelölt, a forgástengellyel párhuzamosra megmunkált felülethez szorítva, pár-



1. ábra  
Befogófej hengeres kristályokhoz



2. ábra  
Befogófej lemezalaku kristályokhoz.

huzamosra állítjuk a forgástengellyel, majd a kristályt az ábrán látható csavarok segítségével rögzítjük.

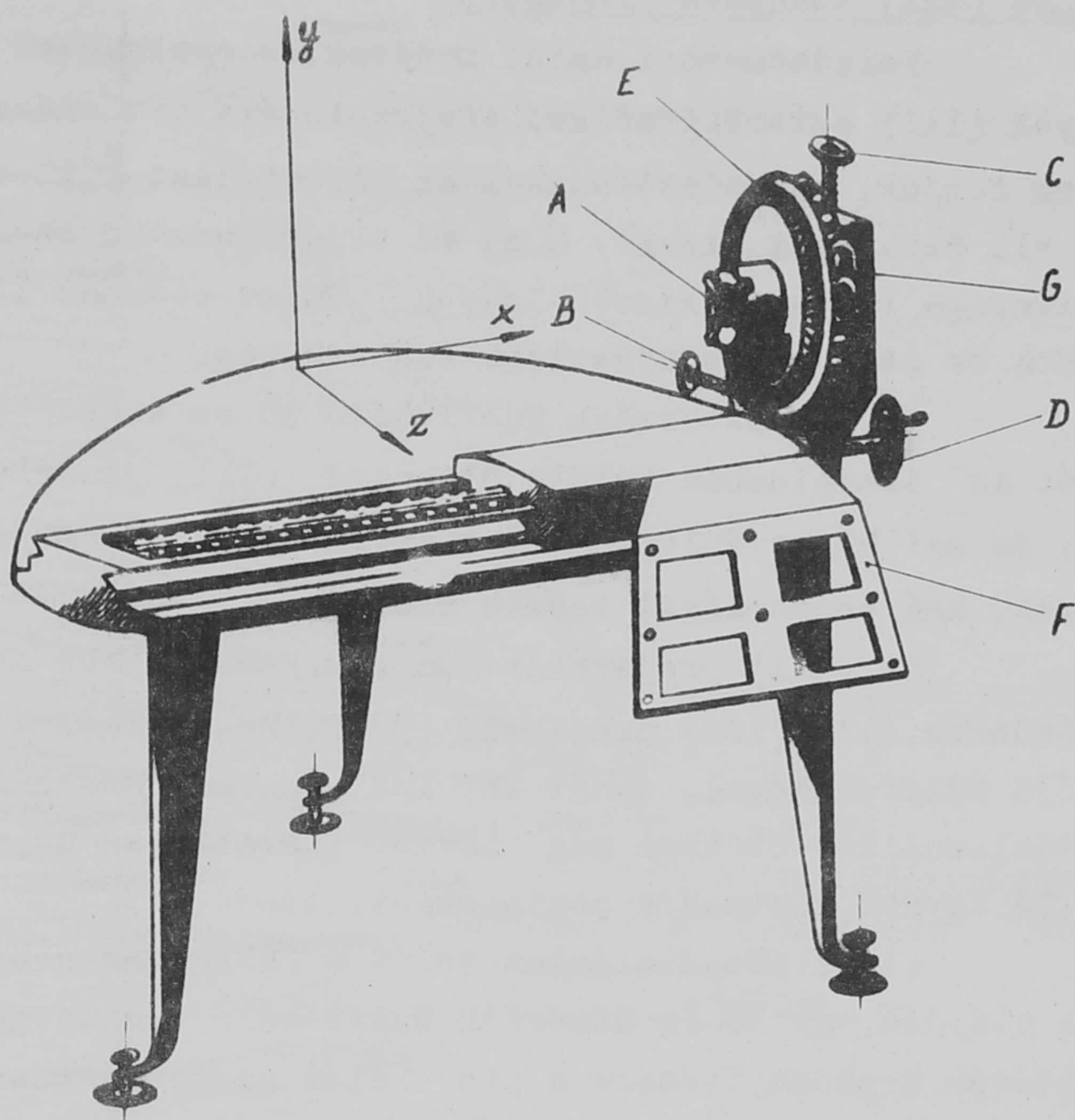
A 3. ábrában látható goniométerünk tartalmaz egy az ábrán A-val jelölt eszterga-tokmányt. Ebbe a befogófejek hengeres részét befogva, teljesül az a 3/-beli követelmény, hogy a forgástengely párhuzamos legyen a goniométer forgástengelyével.

A kristály mérőlapjainak 4/ szerinti beállítását egy idomszerrel végeztük. A távolság, amelyre ennek segítségével a mérőlapokat a filmhez beállítottuk, 3 cm volt, mert ez teljesen megfelelőnek bizonyult, és mert a szokványos Greninger-hálók is erre a távolságra készültek. Az idomszer kiképzése olyan, hogy a hátsóreflexiós röntgen-kamrából a film elé kiálló kollimátor-tartórész nem zavarja az idomszernek a filmre való fektetését.

Ahhoz, hogy a 4/-beli műveleteket elvégezhessük, a kristályt a goniométeren három megfelelő, egymásra merőleges irányban kell tudnunk eltolni. Goniométerünk ezt a 3. ábra B, C és D forgatógombjainak elforgatásával teszi lehetővé. Az elmozdulási távolságok a goniométeren leolvashatók. A forgástengely-

gely irányának definiálását célszerűen a forgástengely vízszintezésével végezzük. A vízszintezés könnyen elvégezhető a goniométer talpcsavarainak megfelelő beállításával.

A filmekben a középponton átmenő és a forgástengelyre merőleges irányt a 4/-beli követelménynek megfelelően úgy jelöljük meg, hogy a röntgen - kamrára egy reprodukálhatóan beállitható, csucsban végződő fémtesztet szereltünk. Felvétel közben ez nekifekszik a röntgenfilmnek, és a filmen olyan árnyéknyomot hagy, amely lehetővé teszi ennek az iránynak a kijelölését. A film középpontját pedig egy kör alakú árnyéknyom középpontjaként jelölhetjük ki. Ezt az árnyéknyomot egy olyan fémgűrűvel létesítjük,



3. ábra  
A goniométer

amelyet a röntgen-kamra kollimátor-tartójára szereltünk.

Az 5/-beli művelet érdekében goniométerünkön az esztergatókmány saját tengelye körül elforgatható, és szöghelyzete a 3. ábra E jelű szögskáláján leolvasható. A szögskála  $1/3^{\circ}$ -os beosztású. A konstrukció ennél nagyobb leolvasási pontosságot is megengedne /amit pl. nóniusz használatával könnyű lenne megvalósítani/, jelenlegi célkitűzésünket tekintve azonban ez a pontosság elegendő.

Amint tudjuk, az indexelést sokszor nagyon megkönnyíti, ha a kristályt felvétel közben egy kisebb szögtartományban lengetjük a forgástengely körül. A lengetést úgy hajtjuk végre, hogy egy előre beállitható számú fordulaton forgási irányát megváltoztató motorral forgatjuk goniométerünk megfelelő áttétellel ellátott, a 3. ábrában G-vel jelölt csigakerék-tengelyét, amely az esztergatókmányt forgatja. A motor a F tartólapra szerelhető fel. Egy ilyen lengőkristály-felvétel természetesen nem teszi nélkülözhetővé

azt az állókristály-felvételt, amelyből II. pontbeli leírásunk szerint a 7/-ben mondott indexelt sztereogrammnak készülnie kell. Ui., amint láttuk, szükséges, hogy a kristálynak a sztereogramhoz tartozó helyzete jól definiált legyen.

#### IV. Az (111) standard projekció

Feladatunkhoz, amint mondtuk, leggyakrabban köbös lapcentrált kristályok (111) sztereografikus projekciójára van szükség. Amint az V. pontban látni fogjuk, berendezésünkkel az orientálást  $1/2^\circ$ -os pontossággal végezhetjük el. Szükséges tehát, hogy az eljárásunkban szereplő szerkesztések pontatlansága  $1/2^\circ$ -nál kisebb legyen. Ehhez viszont  $1/4^\circ$ -nál pontosabb Wulff-hálóra és standard projekcióra van szükség.

Ilyen pontosságú Wulff-háló 30 cm átmérővel a kereskedelemben kapható. Az irodalomban közölt standard (111) projekció [2] pontatlansága  $2^\circ$  [5], és ezt még a Wulff-hálónak megfelelően 30 cm átmérőjűre kellene nagyítanunk, ami pontosságát tovább rontaná.

Az (111) projekciót nem szerkeszthettük meg az irodalomban rendelkezésünkre álló (100) projekció [3] felhasználásával sem, mert az 10 cm átmérőjű Wulff-hálóval, tehát kb.  $1/2^\circ$  pontatlansággal készült, és pontossága nyomdatechnikai okokból még tovább romlott. Az ugyancsak szükséges nagyítás itt is tovább rontaná a pontosságot.

(111) projekciónkat tehát a szükséges geometriai számítások elvégzése alapján, egy 30 cm átmérőjű Wulff-háló segítségével készítettük. A szerkesztések megkönnyítésére a projekciót szögbeosztással is elláttuk. Projekciónk pontjainak szerkesztési pontosságát a használt Wulff-hálóval elérhető pontosság szabja meg. A pontosság tehát kb.  $1/4^\circ$ . A projekciót 4. ábraként közöljük.

Ebben olyan siknormális irányokat jelöltünk csak meg, melyekre a Miller-indexek négyzetösszege nem nagyobb 56-nál, ami a gyakorlatban teljesen elegendő. Mivel esetünkben legtöbbször lapcentrált szerkezetű köbös kristályokról van szó, az olyan siknormálisokat is kihagytuk az ábrából, amelyek Miller-indexei vegyesen páros és páratlan számok és négyzetösszegük 4-szerese nagyobb 56-nál. Ui. az ilyen Miller-indexű hálózati sikoktól származó reflexiók legalább másodrendűek, és ezekre a Miller-indexek négyzetösszegének szerepét e négyzetösszeg 4-szerese veszi át.

#### V. A pontosság ellenőrzése

Eljárásunk fő hibaforrásai: a mérőlap és a film párhuzamosításában, a film középpontja és a filmekben bejelölt irány kijelölésében, valamint a sztereografikus projekciók szerkesztésében elkövetett hibák. Ezekből jelenlegi berendezésünkkel az orientálásban becslésünk szerint legfeljebb  $1/2^\circ$ -os hiba adódhat.

Ezt a becsült pontosságot úgy ellenőriztük, hogy az eljárást egy



Al- és egy Pb-egykrisztálllyal<sup>⊗</sup> végigcsináltuk és mindkét esetben elvégeztük a II.pontban 11/ alatt említett ellenőrzést is. Az egy mérőlap mentén végzett mérések sztereogrammjaiban észlelt eltérések valóban mindig  $1/2^\circ$ -on belül voltak. Mivel a 11/ szerinti ellenőrzés esetében tulajdonképpen két, egyenként  $1/2^\circ$  pontossággal elvégzett orientálás összevetéséről van szó, a 11/ szerint észlelt eltérésnek  $1^\circ$ -on belül kell lennie. A kiképzett kristálylapról kapott sztereogramm valóban minden esetben  $1^\circ$ -nál kisebb forgatással volt fedésbe hozható a 11/ben körülírt helyzetbe hozott standard (111) projekcióval. Ez azt mutatja, hogy eljárásunk pontossága tényleg megfelel pontosságbecslésünknek.

Világos, hogy ha a kristályban egy mérőlap mentén  $1/2^\circ$ -nál, különböző mérőlapokon levő helyek közt  $1^\circ$ -nál nagyobb orientáció-hibák volnának, azt ilyen módon ugyancsak ki lehetne mutatni. Eljárásunk tehát ilyen kristályhibák kimutatására is alkalmas.

A mérésekhez gondoskodnunk kellett arról, hogy a 2/ és 9/ szerint gyalulással előállított síklapok mentén az eredeti egykrisztály-jelleg megmaradjon. A gyalulást ezért nagyjából a [4] -ben leírt módon végeztük. A lapokat még kémiai maratásnak is alávetettük, hogy az elkerülhetetlenül deformálódó vékony felületi réteget eltávolítsuk. Itt annyiban tértünk el [4] -től, hogy az Al esetében kb. 3-szorosára hígított királyvizet használtunk marószerként, mert ez teljesen kielégítőnek bizonyult.

Köszönetet mondunk Muzsnay Lászlónak hasznos mérnöki tanácsaiért, Petrik Olivérnek a lemezes kristályokhoz készült befogófej, Szamosi Györgynek a goniométer és tartozékai megszerkesztéséért, Póczik Bélának a gondos kivitelezéséért és Bördén Péternek a röntgenfelvételek precíz elkészítéséért.

#### I r o d a l o m

- [1] Greninger A.B., Z. für Krist. 91, 424 /1935/
- [2] Schiebold E., Sachs G., Z. für Krist. 63, 34 /1926/
- [3] Barrett C.S., Structure of Metals, New-York, 1952. Chapter II.
- [4] Modrzejewski A., Buras B., Czarnecki R., Polish A.Sci.Rep. No. 32/I-B.
- [5] Bouman J., X-Ray Crystallography, Amsterdam, 1951. Part A, Chapter V.

Érkezett 1959. szept. 25.

KFKI Közlemények 7. évf., 6.szám, 1959.

---

⊗ Az Al-egykrisztály a Lengyel Tudományos Akadémia Magkutató Intézetében, a [4]-ben leírt módon készült, és azt az Intézet bocsátotta rendelkezésünkre. Fogadják érte hálás köszönetünket. Az Pb-egykrisztályt magunk állítottuk elő.

## TOVÁBBI VIZSGÁLATOK EGY NAGYENERGIÁJU JETEN

Irta: Bozóki György, Domokos Gábor, Fenyves Ervin, Frenkel Andor,  
Gombosi Éva, Bebel D.<sup>x/</sup>, Lanius K.<sup>x/</sup> és Meier H.W.<sup>x/</sup>

Kozmikus Sugárzási Laboratórium

### Összefoglalás

További vizsgálatokat folytattunk egy, az "I" csomagban talált nagy energiájú jeten. A töltött szekunder részecskék energiáját relativ és közvetlen szóródással mértük. Ezekből az adatokból és a korábban mért szögeloszlásból a szekunderek transzverzális impulzusát határoztuk meg. A  $\pi^0$ -komponens által elvitt energiát a bomlási fotonok lágy záporainak analiziséből határoztuk meg. A primér energiát a két-centrummodell segítségével is kiszámítottuk. A primér és szekunder energia becslésekből a rugalmatlansági együttható legvalószínűbb értéke 0,5 vagy annál nagyobb.

Legutóbb beszámoltunk egy  $0+16\alpha$  típusu jetről, amelyet a "I" csomagban találtak [1]. Ennek a munkának kiegészítéseképpen a szekunder részecskék energiáit meghatároztuk relativ - és közvetlen szóródásméréssel, valamint a szekunder elektron-foton kaszkádok analizisével. Relativ szóródásmérést végeztünk a szűk kup 7 nyomán. A  $4000\ \mu$  maximális cellahossznál a relativ szóródás értéke nem haladja meg a zajnivót és így az energiáknak csak az alsó határát lehetett meghatározni /I. Táblázat/. Egyszeres szóródásmérést lehetett végrehajtani a tág kup 3 nyomán. Két nyomon azonban a kapott szóródás az álszóródás /spurious scattering/ értékén belül volt. Ezt az utóbbi értéket a -relativ szóródásmérés mellett - a szűk kup nyomain végzett közvetlen szóródásméréssel határoztuk meg.<sup>xx/</sup> A 14 számú nyomnál az emulziótorzulás hatását nem lehetett kiküszöbölni és így a meghatározott energiaértéket itt is alsó határnak kell tekintenünk. Az I. Táblázat 4. oszlopában feltüntettük a szekunder részecskék transzverzális impulzusának alsó határát, amelyet a mért szögekből és a szóródásmérés alapján becsült energiákból kaptunk. Azok az energia- és transzverzális impulzus-értékek, amelyek a szóródásmérésből adódtak, nem mondanak ellent azoknak, amelyeket néhány nyom szekunder kölcsönhatásaiból becsültünk. /Lásd I. Táblázat 6., 7. oszlopa és [1]. Egy semleges rész által keltett szekunder kölcsönhatás /13 + 14 n/ szintén szerepel az I. Táblázatban.

x/ Német Tudományos Akadémia Magfizikai Intézete, Zeuthen.

xx/  $D_{ss}^2 = D^2$  egyszeres -  $D^2$ -rel. Érdemes megemlíteni, hogy az álszóródás értéke  $1000\ \mu$ -nál nagyobb cellahosszakra a hibahatáron belül megegyezett azokkal, amelyet Brisbout kapott az "I" csomagra [2]. Az álszóródás értékének függése a cella-hossztól /t/ hatványfüggvényt írható le:  $a \cdot t^n / n = -1.2 + 0.3$ . Ez a képlet  $500\ \mu < t < 3000\ \mu$  tartományban érvényes.

A semleges  $\pi$ -mezonoknak átadott energiát [1] -ben durván meghatároztuk a szűk kupban található elektronpárok energiájának megméréssel és nagyságrendileg  $10^{12}$  eV-nak találtuk. Az elektron-foton kaszkádok részletesebb analizise 2,4 kaszkádegységre a jet kezdőpontjától azt mutatta, hogy a semleges  $\pi$ -mezon komponensnek átadott energia  $6 \cdot 10^{11}$  eV és  $6 \cdot 10^{12}$  eV között van és legvalószínűbb értéke kb.  $2,5 \cdot 10^{12}$  eV. Az analizist a Pinkau-féle módszerrel végeztük [3].

Ujra megvizsgáltuk a primer energia kérdését a két-centrummodellek alapján [4] [5]. A II. Táblázatban a  $\gamma_c$  értékeit tüntettük fel a két centrummodell, a Castagnoli-féle módszer [6] és a maximális valószínűség módszere alapján [7]. Mint a II. Táblázatból látható, ha nukleon-nukleon kölcsönhatást teszünk fel a primer energia értékei  $2,7 \cdot 10^{12}$  és  $1,3 \cdot 10^{13}$  eV közé esnek.

Mint [1] -ben megjegyeztük, a tömegközépponti rendszerben a szögeloszlás erősen anizotrop és nem tér el szignifikánsan attól az eloszlástól, amelyet Landau vagy Heisenberg elmélete alapján várhatunk. Tekintettel a záporrészek kis számára, nem lehet kizárni egy 2 maximummal rendelkező eloszlást sem, amely a két-centrummodellnek felelne meg.

A primer energia legmagasabb értékét  $1,3 \cdot 10^{13}$  eV,  $\gamma_c = 80$  és a szekunder részek legkisebb összenergiáját véve, a rugalmatlansági együttható alsó határául - a nagy statisztikus hibától eltekintve - 0,1-et kapunk. Ugy tűnik azonban, hogy a rugalmatlansági együttható valójában nagyobb ennél az értéknél, sőt esetleg nagyobb, mint 0,5, bár ennek az utóbbi értéknek is a statisztikus hibája rendkívül nagy.

A fenti megfontolások azt mutatják, hogy nagy energiájú jetekben - kivéve azt a néhány esetet, amelyben az összes szekunder rész energiája nagy pontossággal mérhető [8][9] - általában a primer és szekunder energiáknak, a transzverzális impulzusoknak és a rugalmatlansági együtthatónak csak a nagyságrendjét lehet meghatározni.

A kísérleti anyag szignifikáns növekedése várható olyan nagyméretű emulziós csomagokból, amelyeknél a szekundereket több kölcsönhatási szabadúthosszon át lehet követni és így majdnem minden szekunder rész energiája mérhető.



I. Táblázat

No	Szórásmérés			Szekunder kölcsönhatások		
	$\theta_{\text{Lab}}$ /rad/	$E_{\text{lab}}$ /GeV/	$p_{\perp}$ /GeV/c/	Kölcsönhat.	$E_{\text{lab}}$ /GeV/	$p_{\perp}$ /GeV/c/
1	$0,6 \cdot 10^{-3}$	> 100	> 0,1			
2	0,8	> 100	> 0,1			
3	2,2	> 100	> 0,2			
4	2,3	> 100	relatív szórás > 0,2	1 + 8p	$1300 \pm 900$	$3,02 \pm 2,0$
5	2,8	> 100	> 0,3			
6	5,3	> 80	0,4			
7	6,1	> 80	0,5			
8	8,5	--	--	4 + 5p	$60 \pm 50$	$0,5 \pm 0,4$
9	10	> 8	egysze res szórás > 0,1			
10	30	> 8	egysze res szórás > 0,2			
11	40	--	--			
12	110	--	--			
13	160	--	--			
14	170	> 1,3	egysze res szórás > 0,2	5 + ?p		
15	460	--	--			
16	730	--	--			
$2,3 \cdot 10^{-3}$				13 + 14n	$400 \pm 200$	$1,6 \pm 0,8$

II. Táblázat

	Castagnoli et al [6]	Dilworth [7]	"Tüzgömb-modell"		Gerj.nukleon modell	
			$n_1/n_2$ /./	/^4/	$n_1/n_2$ /./	/5/
$\gamma_c$	59	80	7/9	75	7/9	40
			8/8	59	8/8	39
			9/7	46	9/7	37

/./  $n_1, n_2$ : a feltételezett részecskeszám a szük és tág kupban.

I r o d a l o m

- [1] Bozóki G., Domokos G., Fenyves E., Gombosi É., Lanius K., Meier H.W., Internat. Conf. on Mesons and Recently Discovered Particles /Padua, Venice 1957/. XIII-20. oldal, KFKI Közleményei 6, 105 /1958/
- [2] Brisbout H.A., Dahanayake C., Engler A., Fowler P.H., Jones P.B., Nuovo Cimento 3, 1400, /1956/.
- [3] Pinkau K., Nuovo Cimento 3, 1285 /1956/
- [4] Ciok P., Coghén T., Gerula J., Holynski R., Jurak A., Miesowicz M., Saniewska T. és Perneger J., Nuovo Cimento 10, 741 /1958/
- [5] Burmeister J., Lanius K. és Meier H.W., Nuovo Cimento 11, 12 /1959/
- [6] Castagnoli C., Cortini G., Franzinetti C., Manfredini A., Moreno D., Nuovo Cimento 10, 1539 /1953/
- [7] Dilworth C.C., Goldsack S.L., Hoang T.F., Scarsi L., Nuovo Cimento 10, 1261 /1953/
- [8] Glaser R.G., Haskin D.H., Schein M., Phys.Rev.99, 1955/1955/
- [9] Debenedetti A., Garelli C.M., Tallone L., Vigone M., Nuovo Cimento 4, 1124 /1956/

Érkezett 1959. nov. 18.

KFKI Közlemények 7. évf. 6.sz. 1959.

# A MULTIPLETT MEZONKELTÉS FENOMENOLOGIKUS VIZSGÁLATA ATOMMAGOKBAN

Írta: Surányi Péter

Kozmikus Sugárzási Laboratorium

## Összefoglalás

Nagyenergiájú nukleonoknak a fotoemulzió atommagjaival történő ütközéseit vizsgáltuk egy olyan modell alapján, mely felteszi, hogy a nukleon-mag kölcsönhatás független nukleon-nukleon ütközésekből épül fel. Kiszámítottuk a nukleon-mag ütközés átlagos inelaszticitásából  $k_0$ -t a nukleon-nukleon ütközés inelaszticitását extrém-nagy energiára, s  $k_0 \approx 0,3$ -t nyertünk.

Kiszámítottuk a Castagnoli ill. Schein módszerével mért Lorentz faktorok hányadosának várható értékét is, mely jó egyezésben van az általunk kísérletileg talált értékkel [10].

A nagy energiájú magkölcsönhatások vizsgálatának egyik legfontosabb eszköze a fotoemulzió. Fotoemulzióban vizsgált kölcsönhatásoknál azonban nem lehet eldönteni a target minőségét, s így nehéz a talált kölcsönhatások alapján a nukleon-nukleon ütközési folyamat fizikai tulajdonságait vizsgálni. Ahhoz, hogy a mérési eredményekből számolni lehessen fizikai paramétereket, két módszerhez lehet folyamodni.

a/ A nukleon-nukleon ütközések kiválasztása bizonyos fenomenologikus követelések alapján. Ennek a módszernek hátránya az, hogy a statisztika erős csökkentése ellenére sem tudja a kívánt eseményeket tökéletesen kiválasztani.

b/ Valamilyen modell feltételezése a nukleon-nukleon és nukleon-mag ütközések kapcsolatára, ennek alapján az emulzió "átlag" magjának ütközéséből a nukleon-nukleon ütközés rekonstruálása.

Jelen dolgozatban a második módszert követjük. Felmerül ezzel kapcsolatban a kérdés, hogy milyen modellt alkalmazzunk számolásainkhoz. Az összetett maggal történő ütközés egyik modelljét Heitler és Jánossy [1] alkották meg. Ez a plurális mezonkeltés elmélete. Az elméletek másik válfaja a multiplett mezonkeltési elmélet. Ennek legismertebb típusai a Fermi-típusú termodinamikai, illetve statisztikai mechanikai modellek [2].

Ezeknél általában, mint egyetlen folyamatot tárgyalják a nukleon-mag ütközést, szemben a plurális elmélettel. Mi lényegében egy pluriomultiplett modellt használunk, mely szerint a nukleon-mag kölcsönhatás független

nukleon-nukleon ütközésekből áll és így független mezonkeltési folyamatokból épül fel. Ilyen elmélet az irodalomban is szerepel (3). Vizsgáljuk meg azokat a fizikai tényezőket, melyek alátámasztják a modell alkalmazásának lehetőségét.

A legújabb nukleon-nukleon rugalmatlan ütközési hatáskeresztmetszet adatok 20 és 30 mb. közé esnek. (4). Ezen értékek lényegesen kisebbek, régebbi mérések megfelelő adatainál. Ezzel szemben a magsugarakra vonatkozó adatok nem változtak jelentős mértékben. Legújabb mérések szerint a magsugár, mint az atomszám függvénye a következő alakban fejezhető ki (5):

$$R = 1,115 A^{1/3} + 2,151 A^{-1/3} - 1,742 A^{-1}$$

A nukleon-mag ütközés legfontosabb jellemző értéke a közepes szabad/inelasztikus/ ütközési uthossz a maganyagban (1), amely a következő alakban fejezhető ki:  $\lambda = \frac{4/3 \pi R^3}{4\sigma}$ , ahol  $\sigma$  az inelasztikus ütközési hatáskeresztmetszet. A közepes szabad ütközési uthossz a maganyagban függ A-tól, annak növekedésével erősen csökken. Tehát a nehéz magok sűrűsége nagyobb. Ugyanekkor a magon belül sem állandó a közepes szabad uthossz, a széle felé csökken. Jelen dolgozatban ezt, mérési adatok és számolási nehézségek miatt nem vettük figyelembe. A következőkben azonban valószínűleg mérési úton is lehetővé válik a jelenség vizsgálata. A szabad uthossz /nukleonsugár hányados  $\lambda/r$  / Lásd: I. táblázat/ elég nagynak adódik ahhoz, hogy feltételezhessek a nukleon-mag ütközéseknél az elemi nukleon-nukleon ütközések döntő szerepét, vagyis azt, hogy a komplex maggal történő ütközés lényegében független elemi multipliett mezonkeltési folyamatokból áll. Ez a feltételezés kis energiák esetén ( $E \leq 10^{10} eV$ ) teljesen jogosnak látszik, nagy energiák esetén pedig a feltételezés helyesége csak a jelenleg rendelkezésre álló kísérleti anyagnál jóval nagyobb adatanyag segítségével dönthető el. Mivel a rendelkezésre álló kísérleti adatok Ilford G. 5 emulzióban talált magkölcsonhatások, a számolásokat erre végeztük el. A szabad uthosszra vonatkozó adatok, továbbá a kölcsönhatásokban résztvevő különböző típusu atommagok viszonylagos súlyai Ilford G5 emulzióban az összes kölcsönhatások között az I. Táblázatban található.

I. Táblázat

	$\lambda$ /fermi/		viszonylagos súly		$\lambda / r$	
	$\sigma_i = 27$ mb	$\sigma_i = 22$ mb	$\sigma_i = 27$ mb	$\sigma_i = 22$ mb	$\sigma_i = 27$ mb	$\sigma_i = 22$ mb
Nehéz mag	2,18	3,41	0,719	0,725	3,48	4,27
Közepes mag	4,62	5,67	0,245	0,246	5,56	7,10
Hidrogén	-	-	0,036	0,029	-	-

A számolások megkönnyítése végett három csoportba osztottuk az emulzió atommagjait: nehéz magok /Ag, Br, J/, közepes magok /S, O, N, C/ és hidrogén.

Vizsgáljuk meg milyen információkat kaphatunk a feltételezett modellünk segítségével azokra az adatokra vonatkozóan, melyeket a közvetlen mérési eredményekből szokásosan kiszámolnak egy-egy nagyenergiájú magkölsönhatásnál. A primér energia meghatározás általában Castagnoli (6), illetve Schein (7) módszerével történik, aszerint, hogy történt-e a szekundérek szóródásmérés vagy sem.

Castagnoli módszerével egy olyan Lorentz faktort keresünk, amelyik a laboratóriumi koordináta rendszert egy lényegében előre-hátra szimmetrikus koordináta rendszerbe transzformálja

$$\log \gamma_{cast} = - \frac{1}{n_s} \sum_i \log \operatorname{tg} \vartheta_i \quad /1/$$

Itt  $n_s$  a szekundér részek száma,  $\vartheta_i$  ezek laboratóriumi rendszerbeli szöge a primérhez képest.

Schein módszerével az emittált szekundér részecskék tömegközépponti rendszerét keressük

$$\gamma_{sch} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \quad \text{ahol} \quad v = \frac{\sum p_{xi}}{\sum \gamma_i} \quad /2/$$

Itt  $p_{xi}$  és  $\gamma_i$  a szekundér részecskék longitudinális impulzusa és energiája.

Meg szokás adni általában az inelaszticitást is, amely definíció szerint a tömegközépponti rendszerben a mezontérnek átadott energia per az áthatoló összes energia.

Ha feltesszük, hogy a szekundérek nukleon-nukleon kölcsönhatás esetén izotropán emittálódnak a tömegközépponti rendszerben, akkor a laborrendszerbeli eloszlás a következő lesz:

$$f(\vartheta) d\vartheta = n_s \frac{2 \gamma_i^2 \operatorname{tg} \vartheta d\vartheta}{\cos^2 \vartheta (1 + \gamma^2 \operatorname{tg}^2 \vartheta)^2} \quad /3/$$

ha a

$$\gamma \operatorname{tg} \vartheta = \operatorname{tg} \frac{\bar{\vartheta}}{2} \quad /4/$$

transzformációt elvégezzük /ez az exakt transzformáció extrém-nagy energiájú közelítése/, ahol  $\bar{\vartheta}$  a tömegközépponti rendszerbeli és  $\vartheta$  a laborrendszerbeli szög.

Ha eloszlásunk több ilyen eloszlás szuperpozíciója, melyek Lorentz faktora különböző, vagyis a szekundérek több egymásutáni ütközésből származ-

nak, akkor laborrendszerben az eloszlás a következő alakú lesz

$$f(\vartheta) d\vartheta = \sum_i n_i \frac{2\gamma_i^2 \operatorname{tg} \vartheta d\vartheta}{\cos^2 \vartheta (1 + \gamma_i^2 \operatorname{tg}^2 \vartheta)^2} \quad /5/$$

Ha egy ilyen típusú eloszlásnak Castagnoli módszerével meghatározzuk a megfelelő  $\gamma_{cast}$ -jét, akkor extrém-nagy energiájú közelítésben

$$\gamma_{cast} = \frac{N}{\pi} \gamma_i \frac{n_i}{n} \quad /6/$$

kapunk, ahol  $\gamma_i$  mint fent említettük az egyes kölcsönhatások Lorentz faktora,  $n_i$  a szekundérek száma  $n = \sum_{i=1}^N n_i$  és  $N$  az elemi kölcsönhatások száma. Ha feltesszük, hogy a multiplicitás, a szekundér részecskék száma közelítőleg független  $\gamma_i$ -től, akkor  $\gamma_{cast} \approx \sqrt{\gamma_1 \dots \gamma_N}$  kapunk.

Ha az /5/ eloszlást visszatranszformáljuk a  $\gamma_{cast}$ -vel /6/ a tömegközépponti rendszerbe, akkor az eloszlás alakja a következő lesz:

$$f(\bar{\vartheta}) d(\cos \bar{\vartheta}) = \sum \frac{n_i \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_{cast}}\right)^2 \operatorname{tg} \frac{\bar{\vartheta}}{2} d(\cos \bar{\vartheta})}{\sin \bar{\vartheta} \cos^2 \frac{\bar{\vartheta}}{2} \left(1 + \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_{cast}}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\bar{\vartheta}}{2}\right)} \quad /7/$$

a /7/ eloszlás

$$\begin{aligned} \bar{\vartheta} = 0 \text{-nél} & \quad \sum \frac{n_i}{2} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_{cast}}\right)^2 - t, \\ \bar{\vartheta} = \frac{\pi}{2} \text{-nél} & \quad \sum \frac{2n_i \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_{cast}}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_{cast}}\right)^2\right]^2} - t, \\ \bar{\vartheta} = \pi \text{-nél} & \quad \sum \frac{n_i}{2} \left(\frac{\gamma_{cast}}{\gamma_i}\right)^2 - ad. \end{aligned} \quad /8/$$

Itt feltételezéseink között szerepel az is, hogy az egyes eloszlások tengelye kevésbé térjen el egymástól, az emittált mezonok félszögének nagyságához képest. Ezen fenti eloszlás integrálja  $(0; \frac{\pi}{2})$  és  $(\frac{\pi}{2}; \pi)$  intervallumokban azonos. Ezenkívül a  $\gamma_i$ -k és  $n_i$ -k széles tartományában  $f(0) \approx f(\pi)$ . Érdekesége viszont, hogy  $f(\frac{\pi}{2}) < f(0)$  és ez a különbség elég nagy is lehet, vagyis csupa izotróp eloszlás szuperpozíciójából anizotrópiát kaphatunk.

Hasonló megfontolással kaphatunk egy kifejezést feltevéseink alapján  $\gamma_{Sch}$  értékére is. Itt azonban csak abban a közelítésben kaphatunk egyszerű kifejezést, ha azzal a feltevessel élünk, hogy a tömegközépponti rendszerben nincs a szög és energia között erős korreláció.

$$\gamma_{sch} = \frac{\int p \cos \vartheta f(\vartheta) d(\cos \vartheta)}{\int E f(\vartheta) d(\cos \vartheta)} \quad /9/$$

Ha szekundérek elég nagy energiájúak  $E \approx p$

$$\gamma_{sch} = \frac{\int \cos \vartheta f(\vartheta) d(\cos \vartheta)}{\int f(\vartheta) d(\cos \vartheta)} \quad /10/$$

$n$  és  $\gamma$  nagy értéke mellett

$$\gamma_{sch} \approx \sqrt{\frac{\sum \gamma_i^2}{n}} \quad /11/$$

A  $\gamma_{Sch}$ , a szekundér részek tömegközépponti rendszerébe transzformálja a laborbeli eloszlást. Definiálható ezenkívül egy valódi tömegközépponti rendszer is, az ütközés előtti primér és a kölcsönhatásban résztvevő nukleonok között tömegközépponti rendszere. Ennek Lorentz faktora  $\gamma_{c.m} = \frac{\gamma_1}{\sqrt{n}}$  ahol  $\gamma_1$ , az első nukleon-nukleon ütközés Lorentz faktora, /az egyenlő sebességű rendszer Lorentz faktora/. Itt  $2\gamma_1^2$  a laborrendszerbeli primér energia. Bebizonyítható a fenti  $\gamma$  -kra, hogy

$$\begin{aligned} \gamma_{sch} &> \gamma_{c.m} \\ \gamma_{sch} &> \gamma_{cast} \end{aligned} \quad /12/$$

$\gamma_{cast}$  viszont lehet nagyobb és kisebb is mint  $\gamma_{c.m}$

Meg kell vizsgálni, mit mondhatunk modellünk alapján a komplex ütközések inelaszticitásáról. Ezzel kapcsolatban a következő problémákat kell előzetesen megvizsgálni:

1./ I.L.Rosental, A.I.Nikisov [10] közlése alapján a primér kozmikus sugárzás energiaspektruma és a Castagnoli módszer szisztematikus hibája alapján a primér energiát felülbecsüljük. Ez az effektus erősödik nagyenergián.

2./ Az inelaszticitás számításánál általánosságban mint teljes tömegközépponti rendszerbeli energiát  $2\gamma_{cast}$ -t használnak, pedig helyesen  $2\gamma_1\sqrt{n}$  -t kell venni nagyenergián, tehát  $2\gamma_{c.m} \cdot n \approx 2\gamma n$  vagyis az ütközések számával  $n$ -el osztani kell. Ez az effektus az ütközések számának növekedtével általában kisenergián nő.

Az első két hatás kiküszöbölése után kapjuk a nukleonmag ütközés valódi inelaszticitását. Ebből a különböző típusú ütközések valószínűségének és inelaszticitásának ismeretében /  $k_0$  függvényében/  $k_0$ -t a nukleon-nukleon ütközés inelaszticitását meghatározhatjuk.

A modellel kapcsolatos numerikus számolásokat elég durva közelítéssel végeztük el. A fentiek figyelembevételével kiszámítottuk a nukleon-nukleon ütközés inelaszticitását, továbbá a  $\gamma_{cast}/\gamma_{sch}$  hányados várható értékét 22 és 27 mb. hatáskeresztmetszet esetén. Egyszerűsítő feltételeink a következők voltak a számolásoknál:

a/ ütközés után a nukleonok energiája /a meglökötté és a priméré/ azonos lesz a laborrendszerben.  $\left[ \frac{E_0(1-K)}{2} \right]$ . A tömegközépponti rendszerben ez a transláció irányára körülbelül merőleges emissziót jelent a két nukleon számára. Megvizsgáltuk a lehetséges másik extrém feltételezést is, mely a tömegközépponti rendszerbeli  $0^\circ$  ill.  $180^\circ$ -os emissziója a nukleonoknak. Becsléseink szerint az ilyen módon számított értékek sem különböznek erősen az említett feltételezés mellett számított értékektől;

b/ nem vettük figyelembe a  $\pi$  -mezonok szekundér kölcsönhatásait.

c/ az extrém nagyenergiájú közelítésnek megfelelően a szekundérek és tercierek stb. erősen előre irányulva emittálódnak a laborrendszerben, s így lényegében csak egy nukleon keresztmetszetnek megfelelő vastagságú hengerben lévő nukleonok vesznek részt a kölcsönhatásban;

d/ csak az első ütközés fluktuációjával számoltunk, tehát ha a fenti henger valamelyik nukleonját meglökte a primér, akkor úgy számoltunk, mint ha az összes többi nukleon, ami a hengerben van, részt venne a kölcsönhatásban. Becsléseink szerint ez a feltevés az inelaszticitásra vonatkozó számolási eredményeinket legfeljebb 10%-kal, a  $\frac{\gamma_{SCH}}{\gamma_{cast}}$  -re vonatkozót legfeljebb 3%-kal változtatja meg.

e/ a számítások során a c/ pontban említett hengerben lévő nukleonok pillanatnyi számának valószínűségi eloszlását a binomális valószínűségi eloszlás alapján számoltuk, vagyis nem vettük figyelembe a nukleonok véges méretét és a köztük működő erőket.

### Számolási eredmények

Edwards et.al[8] cikke alapján és a velünk együttműködésben dolgozó laboratóriumok által átadott mérési eredményekből [9] összeállított  $k$ - $E$  összefüggés csökkenő tendenciát mutat növekvő energiákra.

Ezen mérési adatok alapján igen nagy energiák esetében /  $\gamma > 40$  / az átlagos inelaszticitás  $\langle k \rangle = 0,38$  -nak adódott. Ha  $k_0$ -t a nukleon-nukleon ütközés inelaszticitását ebből az említett három effektus kiküszöbölése után meghatározzuk, akkor

$$k_0 = 0,31 \quad (22 \text{ mb})$$

$$k_0 = 0,25 \quad (27 \text{ mb})$$

adódik

Meghatározható a  $\gamma_{SCH} / \gamma_{cast}$  várható értéke is

$$\langle \frac{\gamma_{SCH}}{\gamma_{cast}} \rangle = 1,10 \quad (22 \text{ mb})$$

$$\langle \frac{\gamma_{SCH}}{\gamma_{cast}} \rangle = 1,14 \quad (27 \text{ mb})$$

Ezen szám adatok jó egyezésben vannak az általunk régebben kapott eredményekkel [11]

$$\langle \frac{\gamma_{SCH}}{\gamma_{cast}} \rangle = 1,09 \pm 0,18$$

Ezen számolások csak közelítő jellegűek, mint említettük, azonban jelen pillanatban részint a hatáskeresztmetszetek, részint az inelaszticitás és más mérési adatok bizonytalansága miatt pontosabb számolásokat nem érdemes végezni. Kis energiákra vonatkozó számolásokat az ezzel összehasonlítható mérési eredményekkel együtt, a mérési eredmények kiértékelése után később közöljük.

Köszönetet mondok dr. Fenyves Ervinnek értékes tanácsaiért és utmutatásáért, továbbá Domokos Gábornak értékes megjegyzéseivel.



I r o d a l o m

- [1] Heitler W., Jánossy L., Proc.Roy.Soc. A62, 364, 669 /1949/  
Helv.Phys.Acta 23, 417 /1950/
- [2] Fermi E., Progr.Theor.Phys. 5, 570 /1950/  
Phys.Rev. 81, 683 /1951/  
Landau L.D., Izvesztija Akad.Nauk. 17, 51 /1953/  
Belenkij C.Z., Landau L.D., Uszpehi Fiz. Nauk 56, 309 /1955/
- [3] Heitler W., Teneaux C., Proc.Roy Soc. A66, 929 /1953/
- [4] 1958 Annual International Conference on High Energy Physics at CERN,  
1958 Genf.  
1959 International Conference on Physics of High Energy Particles  
1959. Kiev.
- [5] Bodmer A.R. Nuclear Physics 9, 371 /1958-59/
- [6] Lord J., Fainberg J., Schein M., Phys. Rev. 80, 970 /1950/  
Glasser R.G., Schein M., Phys.Rev. 90, 218 /1953/
- [7] Castagnoli C., Cortini G., Manfredini A., Moreno A.,  
Nuovo Cim. 10, 1539 /1953/
- [8] Edwards B., Losty S., Perkins B.M., Pinkau K. Reynolds J.,  
Phil.Mag. 3, 237 /1958/
- [9] A varsói, krakkói, berlini, leningrádi, moszkvai, alma-atai  
laboratóriumok privát közlései
- [10] Rozentál I.L., Nikisov A.I., Munkaértekezlet a nagyenergiájú  
részecskék fizikájáról 1958. Prága.
- [11] Fenyves E., Gombosi É., Surányi P., Nuovo Cim. 11, 21 /1959/

Érkezett 1959. nov. 4.

## A SOKSZOROS RÉSZECSCSKE-EMISSZIÓ NÉHÁNY KÉRDÉSE

Írta: Domokos Gábor

Kozmikus Sugárzási Laboratórium

### Összefoglalás

Magaktiv részek sokszoros emisszióját vizsgáljuk. Kvalitatív modellt alkotunk az emisszió leírására. További kísérleteket javasolunk, amelyek alkalmasaknak látszanak arra, hogy az emisszió folyamatát és a nukleonstruktúra néhány kérdését tovább tisztázzák.

### I. Bevezetés

Ennek a dolgozatnak az a célja, hogy összefoglalja a sokszoros részecske-emisszió elméletének néhány aktuális kérdését. Csak "elemi részek" közötti kölcsönhatásokat tekintünk, minthogy az "összetett" ütközések tárgyalásának is nyilvánvalóan az elemi kölcsönhatások elméletén kell alapulnia, de tartalmaznia kell olyan -ma még meglehetősen tisztázatlan- részleteket, mint pl. a kötött nukleonok közötti kölcsönhatás extrém nagy energiákra stb. Ezt nagyban elősegíti az a tény, hogy az utóbbi időben lehetővé vált a nagyenergiájú elemi  $\pi N$  és  $NN$  kölcsönhatás közvetlen kísérleti vizsgálata. A dubnai EAKI szinkrociklotronja 9 GeV-es protonokat és 7 GeV-es negatív pionokat szolgáltat; ezeknek nukleonokkal való kölcsönhatásában a szekunder részek átlagos multiplicitása 3-4 körül van, így már határozottan sokszoros emisszióról beszélhetünk. Ezenkívül fotoemulziókban megfelelő kísérleti kritériumok alkalmazásával ki lehet választani olyan kölcsönhatásokat, amelyek elég nagy valószínűséggel  $NN$ -ütközéseknek tekinthetők. /A céltárgy - többnyire nem szabad  $P$ , hanem egy összetett mag lazán kötött külső nukleonja./ A továbbiakban nem kívánjuk egy-egy speciális modell részleteit ismertetni, hanem elég általános megfontolások alapján szeretnénk a sokszoros mezonemisszióról, egy olyan általános képet kialakítani, amely esetleg alapul szolgálhat egy kvantitatív elmélet kiépítéséhez. Ennek az általános képnek alapján néhány kísérletet javasolunk, amelyek - véleményünk szerint - hozzájárulhatnak a kérdés további tisztázásához. Már itt hangsúlyozni szeretnénk, hogy a sokszoros mezon-emisszió vizsgálata a nukleon erős kölcsönhatási strukturájának egyik leghatásosabb kutatási módszere; szisztematikus kísérletek elvégzését egyelőre nagyon megnehezíti, hogy nem áll rendelkezésre olyan elméleti módszer, amely - többnyire igen durva - modellek használata nélkül módot adna a mérés-

si eredmények értelmezésére. Dolgozatunkban ebben az irányban szeretnénk egy lépést tenni.

A továbbiakban főleg a következő három dolgozatra hivatkozunk: G. Domokos, Acta Phys Hung. 10,1, 1959 /a továbbiakban: D./ valamint V.I. Veksler E.M. Fejnberg és C.F. Powell beszámolóira, amelyeket a 9. Nagyenergiájú Fizikai Konferencián, Kiev, 1959/ terjesztettek elő. /A továbbiakban ezekre V, F, ill. P-vel hivatkozunk./ További irodalmi utalásokat a fent felsorolt dolgozatokban talál az olvasó.

## 2. A kölcsönhatások jellemzése. /D/

A kölcsönhatások jellemzésére be akarunk vezetni egy olyan mennyiséget, amely felvilágosítással szolgál - bizonyos értelemben - a kölcsönhatás "gyorsaságára". Nagyságrendi becslések szempontjából kielégítőnek látszik, ha azt mondjuk, hogy két nukleon kölcsönhatása addig tart, amíg hullámcsomagjaik átfedik egymást. A kölcsönhatás tartama alatt a két nukleon többé-kevésbé lokalizált állapotban van - éppen ez jelenti azt, hogy kölcsönhatásban állnak - így hullámcsomagjuk kiterjedését nyugalmi rendszerükben lényegében Compton-hullámhosszuk határozza meg [1] Legyen két kölcsönható nukleon relatív sebessége a kölcsönhatás előtt és után a TK rendszerben  $\bar{\beta}_1$ , ill.  $\bar{\beta}_2$ , /a L-rendszerben  $\beta_1$  és  $\beta_2$  /. Egyszerűség kedvéért úgy képzeljük, hogy a "kölcsönhatás kezdetének" pillanatában a relatív sebesség hirtelen lecsökken  $\bar{\beta}' = \frac{1}{2} / \bar{\beta}_1 + \bar{\beta}_2 /$  -re, állandó marad a kölcsönhatás tartama alatt, majd utána hirtelen leesik  $\bar{\beta}_2$  -re. Két nukleon kölcsönhatása "megkezdődik", ha mezonfelhők kezdik egymást átfedni.

A fentiek szerint a két nukleon ütközésének jellemző ideje /D jelöléseit használjuk/

$$\tau_c \sim \mu^{-1} \beta'^{-1}$$

a L - rendszerben; itt  $\mu$  a pion tömege.

A reakció jellemző idejéül válasszuk a közbenső állapot nivószerűségének reciprokát:

$$\tau_r = \Gamma^{-1}$$

A nagyenergiájú szórás-kísérletek közvetlen analiziséből megállapítható, hogy  $\tau_r \sim 10^{-23}$  sec [2]. /A fenti eredményt a  $\pi N$  rendszer rezonanciáinak analiziséből kaptuk./

$\tau_r$  értéke megbecsülhető a következő módon is. Ismeretes, hogy a teljes reakció-hatáskeresztmetszettel kifejezve:

$$\Gamma = \sigma_r j$$

ahol  $j$  a belső részecske áramsűrűsége.

A kísérletek szerint elég nagy energiákon:  $\sigma_r \sim \pi \mu^{-2}$  továbbá - ha a nívószélességet akarjuk megbecsülni - j-t úgy kell választani, hogy "kölcshatási térfogategységként" egy beeső részecskét kapjunk:  $j = \frac{3}{4\pi} \mu^3 \beta_1$ .

Ezzel

$$\tau_r \sim \mu^{-1} \beta_1 \quad 1./$$

s ez nagyságrendileg egyezik azzal az értékkel, amit a rezonanciák analíziséből kapunk. Kézenfekvő, hogy a kölcsönhatás jellemző mennyiségéül  $\tau_r / \tau_c$  választható; az így definiált hányados arra jellemző, hogy a mezonemisszió túlnyomórészt az ütközés alatt megy-e végbe, vagy esetleg a közbenső állapot sokkal hosszabb ideig él, mint amíg a hullámcsomagok átfedése tart. Előbbi becsléseink szerint

$$\tau_r / \tau_c \sim \beta'$$

mivel a sokszoros mezonkeltés gyakorlatilag számbajöhető energiáinál  $\beta_1 \sim 1$ . Vezessük be a - kísérletileg mérhető relatív energiaátadást. /"rugalmatlanság" - k /

$$k = \frac{\bar{\gamma}_1 - \bar{\gamma}_2}{\bar{\gamma}_2 - 1}$$

Akkor, - közismert jelölésekkel - :

$$\beta' = \frac{\bar{\beta}_1 + \beta_T}{1 + \beta_T \bar{\beta}_1}$$

ahol

$$\beta_T = \frac{\bar{\gamma}^2 - 1}{\bar{\gamma}^2}$$

a TK rendszer sebessége.

Kapjuk:

$$\bar{\beta}' = \frac{1}{2} \left\{ \left[ 1 - \bar{\gamma}_T^{-2} \right]^{1/2} + \left[ 1 - (\bar{\gamma}_T - k \bar{\gamma}_T + k)^{-2} \right]^{1/2} \right\}$$

E szerint

$$\bar{\beta}' = 1, \quad \text{ha } k = 0$$

és  $0,99 < \bar{\beta}' < 1$

ha  $0 < k \leq 1$

és  $\bar{\gamma} \geq 5$

1./ Mindenütt csak nagyságrendi becslésekre szorítkozunk, tehát 1 - nagyságrendű tényezőket gyakran nem írunk ki. Itt jegyezzük meg, hogy használt kifejezéseink és definícióink közelítőleg Lorentz-invariánsnak, tehát pl. a későbbiekben bevezetendő  $\tau_r / \tau_c$  és k nem invariáns, de számértéke a TK és L-rendszerben közel egyenlő.

Látjuk, hogy  $\bar{\gamma}$  olyan értékeire, amelyek mellett szokszoros mezon-emisszió számottevő valószínűséggel létrejön,  $\tau_r/\tau_c$  értéke gyakorlatilag konstans és egységnyi.

Ez a - kézenfekvő - eredmény azt jelenti, hogy mindazokat a mezon-emissziós modelleket, amelyeknek alapfeltevései közt - esetleg burkoltan - szerepel az a kikötés, hogy  $\tau_r/\tau_c$  értéke lényegesen különbözik egytől, igen durva közelítéseknek kell tekintenünk, s következtetéseiket legalább is igen óvatosan kell kezelnünk. A ma használatos majdnem valamennyi modell ilyen kikötéseken alapul. Fermi [3], Landau [4] Kraushaar és Marks [5], továbbá a "két centrum - modell" továbbfejlesztői V.ö.: P.F. implicite felteszik, hogy

$$\tau_r/\tau_c \gg 1$$

A "fékezési sugárzási modellek" /L.O.W. és továbbfejlesztéseik [6]. továbbá Henley és Lee [7] - burkoltan - felhasználják, hogy  $\tau_r/\tau_c \ll 1$ ; Heisenberg [8] ilyen kikötést nem tesz, így - ebből a szempontból - az ő modellje látszik legrealisabbnak.

Meg kell jegyeznünk még, hogy a fentiek alapján azok a munkák, amelyek arra törekednek, hogy Pl. [4] és [8] ekvivalenciáját megmutassák, [F.] eléggé vitatható értékűek. Kétségtelen, hogy a fenti idézett modellek alap-egyenletei azonos típusu Lagrange-függvényből származtathatók, azonban a Lagrange-függvény még egy klasszikus problémát sem határoz meg teljesen, csak a megfelelő határfeltételekkel együtt. [4] és [8] közt a döntő különbség éppen a folyamat termodinamikájában van: [4] termikus egyensulllyal, kváziestatikus mozgással számol, míg [8] a kölcsönható mezonfelhőben a folyamat kezdetén nagy hőmérséklet - gradienseket tesz fel, s megoldásul - természetesen - turbulens mozgást kap.

### 3. A nukleon-izobárok gerjesztése és bomlása

Ma már kísérleti tény, hogy a nukleon meghatározott nivóstrukturával rendelkezik. Ezek az "izobárok" a N-szórás vagy a pion-fotokeltés gerjesztési függvényeiben mint meghatározott energiák és /I, J/ kombinációk mellett fellépő rezonanciák jelentkeznek. Nivószélességük átlagosan 100 MeV körül van, ami durván  $\sim 10^{-3}$  sec. közepes élettartamra mutat. A ritka részek keltésében mutatkozó rezonanciák [9] arra utalnak, hogy a nukleon strukturájában a ritka részek is szerepet játszanak.

A nagyenergiájú N-szórás diszperziós analízise során sikerült az első 1-2 "diffrakciós" maximumot a megfelelő nukleon - izobárral - legalább is feltételesen azonosítani (V.ö. G. Domokos, [2], második hivatkozás).

Ha most a magfizikához hasonlóan<sup>2./</sup> azt az egyszerűsítő feltevést tesszük, hogy a nukleon-izobárok statisztikusan bomlanak, akkor a rugalmas

2./ A magreakciók elméletében jól bevált közbenső - mag - feltevésre gondolunk. Fel kell azonban hívjuk a figyelmet arra, hogy a közbenső mag elméletének alapfeltevése, amely - a mi terminológiánk szerint -  $\tau_r/\tau_c \gg 1$ , itt nem teljesül, tehát ezek a megfontolások legfeljebb kvalitatív helyesek.

szórást aránylag kis valószínűségű véletlen eseménynek kell tekintenünk, amellyel az -energetikailag megengedett - rugalmatlan folyamatok konkurrálnak, s az ágarányt /branching ratio/ a fázistérfraktorok hányadosa határozza meg.

Ez a feltevés módot adna arra, hogy a sokszoros mezon-emisszió leírására egy félempirikus modellt használjunk: feltételezve, hogy független kísérletekből ismerjük a nukleon izobár-strukturáját, a statisztikus feltevésével ki lehetne számítani a rugalmatlan folyamatok néhány jellemzőjét. Valóban, a mérsékelt energiájú mezon-emissziót sokkal jobban leírják a /3,3/ rezonáns kölcsönhatással módosított modellek, mint a konstans S-mátrix elemet feltevő, tiszta statisztikus számítások [10]. Ennek a feltevésnek kiterjesztése nagyobb energiákra két okból nehéz. Egyrészt, bármilyen egyszerű nukleon - modell szerint, a nivósűrűség a primérenergiával erősen nő, másrészt a végállapot - kölcsönhatások /részletesebb diszkussziójukra nézve l. [D] és [11]/ valószínűleg elmoszák a megnyilvánuló rezonancia-strukturát, ha csak a nivótávolság nem többszöröse a nivószélességnek /mint a (3,3) rezonanciánál./ Minden esetre az egy rezonáns nivót felhasználó elméletek sikere mérsékelt energiákon alátámasztja a fenti elképzelést.

#### 4. Néhány megjegyzés a nukleon strukturájáról és a javasolt kísérletek

a/ Ha a  $\pi N$ -szórást egy egyszerű optikai modell segítségével analizáljuk, [12], [13] azt kapjuk, hogy az erős abszorpció tartománya a nukleonban  $\sim 0,4$  fermi méretű. Ennek az eredménynek alapján azt várjuk, hogy a sokszoros mezonemisszióban lényeges eltérést mutatnak azok az események, amelyeknél az "effektív ütközési paraméter"  $\sim 0,4$  fermi, azokhoz képest, amelyeknél ez a mennyiség aránylag nagy. Az első típusú eseményekben a szekunderek szögeloszlása várhatóan nagyjából izotrop, míg a második típus várhatóan anizotrop szögeloszlást mutat. /Az EAKI egyik kísérleti csoportja szerint a talált jetek durván két csoportba sorolhatók: egyikben a szögeloszlás lényegében izotrop, míg a másokban számottevő anizotropia figyelhető meg [V]. Az idézett kísérletben az eseményeket multiplicitásuk szerint osztályozzák, az izotrop szögeloszláshoz átlagosan nagyobb multiplicitás tartozik<sup>3./</sup>, meg egyezésben azzal, hogy az izotrop eseményeknél valószínűleg a nukleon erősen kölcsönható törzse szerepel/.

Az események ilyen osztályozásából közelítő információt lehet kapni a nukleon törzs méretéről. Ha  $\varrho$  a törzs mérete nukleon Compton-hullámhossz - egységekben,  $E$  a primenergia GeV-ekben /a TK rendszerben mérve/, akkor a kis multiplicitású eseményekben a szekunder részek zöme

3./ A szerző ezt a típusú kísérletet 1957. októberében javasolta először. /G. Domokos; Theories of multiple meson production; Working Meeting, Warsaw, 1957/. Az idézett kísérleti munka szerzői eredményüket ettől függetlenül érték el.

$$\bar{v} \lesssim 2 \rho / E$$

szög alatt repül ki. Ma még sajnos, nem áll rendelkezésre kellő statisztika ahhoz, hogy ebből a törzs mérete meghatározható legyen.

b./ A végállapot- kölcsönhatások szerepének tisztázása céljából ellenőrizni kell, hogy a szekunderek energiaeloszlása mennyire követ kanonikus eloszlást. /Egy előző cikkben (D) a maximális valószínűség elve alapján módszert adtunk arra, hogy ilyen kísérlet hogyan végezhető el./

c./ Pontosán meg kell határozni a ritka részek arányát. P.K.Aditya szerint /személyes közlés/ az eddigi kísérleti eredmények valószínűleg túlbecsültek. A ritka részek szögeloszlásának hasonló analízise, mint azt a./-ban vázoltuk, közelítő információt adhat a nukleon-törzsnek arról a tartományáról, amely felelős a ritka részek emissziójáért. Egyszerű megfontolások szerint a ritka részek szögeloszlása közelebb áll az izotrophoz, mint a pionoké.

#### I r o d a l o m

- [1] Newton T.D., Wigner E.P., Rev.Mod.Phys. 21, 409 /1949/
- [2] Domokos G.: Multiple Particle Emission and Nucleon Structure.  
/Szemináriumi referátum a Varsói Állami Egyetem Elméleti Fizikai Intézetében, 1957. október, kiadatlan/  
V.ö. még: Domokos G.: Proc. 9<sup>th</sup> Internat.Conf.on High Energy Physics, Kiev, 1959, /megjelenés alatt/.
- [3] Fermi E., Progr. Theor.Phys. 5, 570 /1950/
- [4] Belenkij S.Z., Landau L.D., Uszp. Fiz.Nauk, 56, 309 /1955/
- [5] Kraushaar W.L., Marks L.J., Phys.Rev. 93, 329 /1954/
- [6] Lewis H.W., Oppenheimer J.R., Wouthuyzen S.A., Phys.Rev. 73, 127 /1948/
- [7] Henley R., Lee T.D., Phys.Rev. 101, 1536 /1956/
- [8] Heisenberg W.: "Kosmische Strahlung", 148. J.Springer, Berlin 1953.
- [9] Steinberger J., Proc 9<sup>th</sup> Internat.Conf. on High Energy Physics Kiev, 1959. /megjelenés alatt/
- [10] V.ö.Proc. 6<sup>th</sup> Internat.Conf. on High Energy Physics.Interscience New York, 1956.
- [11] Domokos G., Acta Phys. Hung. 2, 49 /1958/
- [12] Domokos G., Sebestyén A., O probleme inverzii v opticeszkoj modele /megjelenés alatt/
- [13] Domokos G., Sebestyén A., /előkészületben/

Érkezett 1959. okt. 9.

KFKI Közlemények 7. évf. 6. szám, 1959.

## ADATOK A BÓR IZOTÓPOK SZÉTVÁLASZTÁSÁHOZ\*

Irtta: Kiss István, Opauszky István, Matus Lajos és Törkő János  
Magkémiai Laboratórium I.

### Összefoglalás

Tanulmányoztuk a B-10 izotóp dúsítását a bórtrifluorid különböző oxigéntartalmu szerves molekulákkal képezett komplex vegyületeinek desztillációja illetve a folyadék-komplex és a  $\text{BF}_3$  gáz között kémiai kicserélődés útján. Tanulmányoztuk továbbá a metil-, -etil- és n-butil borát folyadék -gőz egyensúlyánál jelentkező izotópeffektusokat.

Megállapítottuk, hogy a bórtrifluorid vizsgált komplex vegyületei közül az etiléteres komplex alkalmazása látszik legkedvezőbbnek a B-10 izotóp dúsításához. Az alkilborátoknál a bór izotópokra vonatkoztatott dúsítási tényező értéke a molekulasúly növekedésével csökken, ellentétben a  $\text{BF}_3$  komplex vegyületeknél észlelhető hatással.

A metilborát desztillációjánál észlelt izotópeffektus mértéke eléri az izotópszétválasztásra való gyakorlati alkalmazáshoz szükséges nagyságrendet.

A bór B-10 izotópjának magtechnikai jelentősége közismert. Dúsítására több desztilláción és kémiai kicserélődésen alapuló módszert dolgoztak ki. E módszerek azonban a gyakorlati felhasználás szempontjából nem mentesek bizonyos fogyatékoktól vagy technikai nehézségektől. Ez magyarázza azt a tényt is, hogy viszonylag sokféle módszert alkalmaztak már a bór izotópok szétválasztására. Így a  $\text{BF}_3$  alacsony hőmérsékletű desztillációja [1] technikailag nehézkes a mélyhűtés miatt, a  $\text{BCl}_3$  desztillációjánál [2] a dúsítási tényező igen alacsony, a  $\text{BF}_3$  metiléter vagy  $\text{BF}_3$  etiléter desztillációja csak vákuumban történhetik [3], az anisol- $\text{BF}_3$  és  $\text{BF}_3$  közötti kémiai kicserélődéses módszernél a komplex gyantásodása okoz nehézséget [4], [5], [6]. Valamennyi felsorolt módszernél probléma a korrozio és nedvességre való érzékenység.

A bórnak sokoldalú kémiai viselkedése, az illékony bór vegyületek egész sorának létezése folytán érdemesnek látszik a további kutatás újabb, az eddigieknél esetleg kedvezőbb módszerek kidolgozására.

A különböző bórvegyületek vizsgálata az izotópösszetétel megváltoztatása szempontjából azonban nemcsak a gyakorlati szempontból érdekes. Éppen a bórvegyületekkel végzett kísérletek hívták fel a figyelmet arra, hogy

\* A Lengyel Kémikus Egyesület VI. Jubileumi Konferenciáján Varsóban /1959. szept.9-12./ elhangzott előadás.



a fázisegyensúlyoknál fellépő izotópeffektusok sok esetben ellentmondásban vannak a folyamatokról alkotott klasszikus elképzeléseinkkel. Valamennyi eddig vizsgált illékony bórvegyület esetében a nehezebb izotópot tartalmazó változat illékonyabb a könnyebbnél. Nemcsak a bór, hanem más elemek izotóp molekuláinál is található ilyen "anomáliák". A deuterizált benzol például illékonyabb, mint a természetes, a  $C^{13}$ -t tartalmazó széntetraklorid illékonyabb a  $C^{12}$  tartalmunál, vagy a  $C^{12}O^{18}$  tenziója nagyobb a  $C^{13}O^{16}$ -énál, stb.

/I. táblázat/.

I. táblázat

Elem	Vegyület	$\alpha-1$	Irodalom
H	$C_6H_6/C_6D_6$	- 0,025	[7]
C	$C^{12}H_3OH/C^{12}H_3OH$ $CCl_4$	- 0,002	[7]
O	$C^{13}O^{16}/C^{12}O^{18}$	- 0,001	[8]

$$\alpha = \left( \frac{x_k}{x_n} \right)_{g\ddot{o}z} / \left( \frac{x_k}{x_n} \right)_{folyadék}$$

$x_k$  a könnyebb,  $x_n$  a nehezebb izotópmolekula atomtörtje az elegyen.

Ennek a jelenségnek kvantitatív magyarázatára átfogó elmélet nincs. Feltételezzük azonban, hogy az izotópmolekulák közötti különböző kölcsönhatásokra vezethető vissza. Így a Van der Waals erőkre [7], pontosabban azokun. diszperziós komponensére, a molekulák asszociációjára vagy disszociációjára az egyik vagy mindkét egyensúlyi fázisban [9], stb.

A folyadék halmazállapot megfelelő kvantum-mechanikai elméletének hiányában a probléma megoldásának elméleti oldalról való megközelítése bizonyos nehézségekbe ütközik. Ezért feltétlenül szükségesnek látszik a rendelkezésre álló kevés kísérleti adat kibővítése, a különböző molekulatípusok szisztematikus vizsgálatával.

Fentiek alapján kísérleteink tehát kettős célt szolgáltak. Egyrészt össze kívántuk hasonlítani a bórtrifluorid oxigén-tartalmu szerves molekulákkal képezett vegyületeit az izotóp dúsításra való gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából. Másrészt az izotóp bórvegyületek illékonyága közötti különbség jellegét és mértékét vizsgáltuk.

#### A bórtrifluorid komplex vegyületeinek vizsgálata

A bórtrifluorid szerves komplexvegyületeinek desztillációja illetve a komplex vegyület mind folyadék és a  $BF_3$  gáz közötti kémiai kicserélődés jelenleg a leggyakrabban alkalmazott módszer a bór izotópok szétválasztására.

Megvizsgáltuk az anizol-BF<sub>3</sub>, etiléter-BF<sub>3</sub>, 2H<sub>2</sub>O - BF<sub>3</sub>, metanol-BF<sub>3</sub>, ecetsav-BF<sub>3</sub>, és etilacetát-BF<sub>3</sub> rendszert. Az első két rendszer bór izotópokra vonatkoztatott dusitási tényezőjét már többen meghatározták [3], [4], [6], [7]. Mivel a sztatikus módszerrel meghatározott dusitási tényező nem lehet egyetlen kritériuma valamely rendszer izotóp dusításra való alkalmasságának megítélésénél, a felsorolt vegyületek összehasonlítását ugyanazon dusító oszlopon folytatott kísérletekkel végeztük. Az oszlop magassága 180 cm, átmérője 12 mm volt, töltetét pedig 0,2 mm átmérőjű ezüsthuzalból készült 1,3 mm-es hárommenetes spirálok alkották.

Az anizol-BF<sub>3</sub> komplex hőhatással kvantitativ elbontható anizolra és BF<sub>3</sub>-ra. A kísérleteket ebben az esetben 20°-on végeztük a folyadék-komplex és annak elbontásából származó BF<sub>3</sub> gáz ellenáramoltatásával. A többi rendszerrel kapcsolatos kísérleteinket Holmberg módszerével [3] végeztük. Az izotópösszetétel meghatározására neutronabszorpciós módszert alkalmaztunk. Mind a kísérleti berendezés és metodika, mind a neutronabszorpciós módszer leírását máshelyütt már közöltük [5].

Eredményeinket a II. táblázat tartalmazza.

II. táblázat

Vegyület	Hőmérs. °C	A Dusulás	Irodalmi értéke	Megjegyzés
C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> OCH <sub>3</sub> -BF <sub>3</sub>	20	2,0	1,03	A komplex hosszabb hevítés után gyanúsodik
C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> / <sub>2</sub> O-BF <sub>3</sub>	60	2,4	1,027	
2H <sub>2</sub> O - BF <sub>3</sub>	80	1,9	-	A komplex irreverzibilisen bomlik a desztilláció folyamán
CH <sub>3</sub> OH - BF <sub>3</sub>	92	1,7	-	A komplex irreverzibilisen bomlik a desztilláció folyamán
CH <sub>3</sub> COOH-BF <sub>3</sub>	96	1,9	-	Jelentős bomlás észlelhető
CH <sub>3</sub> COOC <sub>2</sub> H <sub>5</sub> -BF <sub>3</sub>	75	-	-	A komplex hevítésre bomlik, a dusulás mértéke nem meghatározható

$$A = \frac{([B'']/[B'^0]) \text{ fent}}{([B'']/[B'^0]) \text{ lent}}$$

A táblázatból látható, hogy a legnagyobb dusulás az etiléteres komplexnél érhető el. Stabilitás szempontjából is ez a vegyület bizonyult a legcélszerűbbnek. Bár a dusítási tényező az anizol-BF<sub>3</sub> rendszerben nagyobb mint az etiléter-BF<sub>3</sub> esetében, úgy látszik, hogy az adott körülmények között az egyszeri egyensúly beállításához szükséges oszlophossz is nagyobb, ezért adódik ugyanazon az oszlopon kisebb mértékű dusulás.

Az anizol-BF<sub>3</sub> komplex jelentős mértékű bomlást is szenved: gyantásodás megy végbe és a bórtartalom csökken. A bomlás mértéke lecsökkenthető, ha igen tiszta anizolt alkalmazunk. Palkó A.A. [10] azt ajánlja, hogy mivel az anizol BF<sub>3</sub> hőhatással teljesen elbontható, a dusítás során az anizolt folyamatosan tisztítani kell desztillációval. Ez a technológiai folyamatot bonyolultabbá teszi és gyakorlati alkalmazás esetén gazdaságossági szempontból is mérlegelendő.

A többi vizsgált vegyület, bár desztillációjuk során ugyancsak észlelhető jelentős eltolódás az izotóparányban, a komplex irreverzibilis bomlása miatt nem alkalmas izotóp dusicításra való gyakorlati felhasználásra.

#### A bórsav alkilésztereinek vizsgálata

A bór izotópok szétválasztására eddig felhasznált vegyületek kivétel nélkül a bór-haloidok, illetve azok illékony komplex vegyületeinek köréből kerültek ki. A bór számos más típusu illékony vegyülete közül célszerűnek látszott mindenekelőtt a bórsav alkilésztereinek vizsgálata. Ezek stabilis vegyületek és forráspontjuk is kedvező.

Mint későbbi utalásokból ismeretessé vált, a metilborát desztillációjának a bór izotópok szétválasztására való felhasználása még 1942-ben felvetődött ugyan az U.S.A.-ban [11], az akkor meghatározott dusítási tényezőt azonban alacsonynak találták a gyakorlati alkalmazáshoz. Mivel a BF<sub>3</sub> nem bizonyult alkalmas munkagáznak a bór izotópok termodiffúziós csőben való szétválasztására [12], Makishima és munkatársai [13] e célra megkísérelték a metilborát felhasználását. Eredményeik azonban azt mutatták, hogy ezen vegyület sem alkalmas a termodiffúzióra, viszont megállapították a metilborát nagyfokú termostabilitását.

Megvizsgáltuk a metil-, etil- és n-butyl-borát folyadék-gőz egyensúlyánál kialakuló izotóparány eltolódást. A dusítási tényező meghatározására a Raleigh desztilláció módszerét alkalmaztuk [14]. A módszer lényege a következő: G<sub>0</sub> mennyiségű, a két bór izotópot x<sub>1,0</sub> és x<sub>2,0</sub> hányadban tartalmazó észterből ledesztillálunk egy bizonyos mennyiséget, úgy, hogy a folyadékból mindig az egyensúlyi összetételű gőz távozzék. Megmérve a maradék

mennyiséget  $G$  és benne az izotópok arányát  $(x_1, x_2)$ , Raleigh egyenlete alapján a a dusitási tényező értéke  $(\alpha)$  kiszámítható:

$$\alpha = \frac{\ln \frac{x_{2,0}}{x_2} \frac{G_0}{G}}{\ln \frac{x_{1,0}}{x_1} \frac{G_0}{G}}$$

A butilborátnál a kis mértékű izotóp-effektust Raleigh desztillációval nem sikerült meghatározni. Ezért e célra rektifikáló oszlopot használtunk. Az oszlop átmérője 12 mm, töltetének magassága 100 cm volt. Rendezetlen töltetűl pedig 0,2 mm átmérőjű ezüsthuzalból készült 1,2 - 1,3 mm méretű hárommenetes spirálok szolgáltak. Az oszlop etil-éter- $\text{BF}_3$  komplex desztillációjánál  $60^\circ\text{C}$ -on 0,6 ml/perc áramlási sebesség mellett 25 elméleti tányért szolgáltatott a bór izotópok szétválasztására vonatkoztatva, a dusitási tényezőt 1,028-nak véve Holmberg mérései szerint [3]. A metil- és etilborátot 760 Hgmm nyomáson desztillálva egyébként az előbbivel azonos feltételek mellett, alapul véve a Raleigh desztilláció módszerével meghatározott dusitási tényező értékeket, a kolonna elméleti tányérszáma mindkét esetben hasonlóan adódott. Így a butilborát desztillációjánál is 25 fokozatu dusulással számoltunk.

Az alkilborátokat bórsavanhidridből és a megfelelő alkoholból Schlesinger és Brown [15] módszerével állítottuk elő. A metilborát és metanol azeotróp elegy megbontására  $\text{CaCl}_2$ -ot illetve  $\text{LiCl}$ -ot alkalmaztunk. Az anyagok fizikai állandói megegyeztek az irodalmi értékekkel.

Az izotópösszetétel meghatározását M.Sz.1305 típusu szovjet gyártmányu tömegspektrometerrel végeztük. Az alkilborátok tömegspektruma meglehetősen bonyolult. Az egyes csucsokat különböző ionok együttesen eredményezik /pl. 42 :  $[\text{B}^{10}\text{O}_2]^+$  +  $[\text{B}^{11}\text{OCH}_3]^+$ , 58 :  $[\text{B}^{10}\text{O}_3]^+$  +  $[\text{B}^{11}\text{O}_2\text{CH}_3]^+$ , a  $\text{B}^{10}$  tartalmu ionokra szuperponálódnak a megfelelő  $\text{B}^{11}$  tartalmu ionok egy proton hiányos változatai, stb./ .  $\text{B}^+$  ionok pedig csak közel 100eV energiájú elektro-nokkal állithatók elő és e feltételek mellett is csak kis intenzitással. Ezért célszerűbbnek látszott az észterek  $\text{BF}_3$ -dá való átalakítása és az izotóparány ilyen formában való meghatározása. Az izotóparány mérésére ez esetben jól felhasználható mind a  $\text{BF}_2^+$ , mind a  $\text{B}^+$  csucsook összehasonlítása [16]. Az izotóparány meghatározásának hibája így a vizsgált koncentrációknál  $\pm 0,01$  volt.

A bórsavas észterek  $\text{BF}_3$ -á való átalakítását a következő módon végeztük. Az észtert vízzel elhidrolizáltuk, majd a kivált bórsavhoz annak oldásához elegendő mennyiségű  $\text{H}_2\text{F}_2$ -t, majd  $\text{NH}_4\text{OH}$ -t adagoltunk. A 8 pH-ju oldatot ezután szárazra pároltuk. Az így kapott  $[\text{NH}_4/2\text{O}/\text{BF}_3/4]$ -ből kénsav és melegítés hatására a  $\text{BF}_3$  gáz felszabadul. A felsorolt reakciók közel kvantitatívak.

A három észterrel végzett kísérleteink eredményeit a III. táblázatban foglaltuk össze.

III. táblázat

Vegyület	Nyomás Hgmm	Hőmérs. °C	$\alpha$ /Raleigh mód- szerrel/	A oszlopon	$\alpha$ A -ből számított
B/OCH <sub>3</sub> / <sub>3</sub>	740	56	1,0035±0,0005	1,0725	-
B/OC <sub>2</sub> H <sub>5</sub> / <sub>3</sub>	740	56	1,0023±0,0008	1,042	-
B/OC <sub>4</sub> H <sub>9</sub> / <sub>3</sub>	20	128	-	1,017	1,0007

A táblázatból látható, hogy a bórhaloidokhoz hasonlóan az alkilborátok desztillációja során is a nehezebb bór izotópot tartalmazó változat dúsul fel a párlatban. Az izotóp összetétel ilyen irányu változása várható volt a bórhaloidok és a borátok molekula szerkezetének összehasonlítása alapján. Mindkét típus molekuláinak szerkezete ugyanis hasonló: a bór atom a halogén illetve oxigén atomok által alkotott egyenlőoldalu háromszög síkjában, középpontjában foglal helyet.

A dúsítási tényező értéke a molekula méretével csökken. E jelenséget érdekes szembeállítani a következő tapasztalattal, amelyre Palko hívta fel a figyelmet [17]. E szerint a különböző bórtrifluorid-éter vagy tioéter komplexek B<sup>10</sup>/B<sup>11</sup> arányra vonatkoztatott dúsítási tényezőinek értéke amál nagyobb, minél nagyobb a komplex molekula tömege /IV. táblázat/.

IV. táblázat

Komplex vegyület	$\alpha$
Metiléter	1,025
Etiléter	1,027
Fenol	1,027
Anizol	1,030
n-Butil-szulfid	1,033
Metil-szulfid	1,036
Etil-szulfid	~1,040

Azonban az éter-BF<sub>3</sub> komplex vegyületek desztillációja folyamán kémiai kicserélődés megy végbe a komplex vegyületben kötött és a gőzfázisban a komplex disszociációja révén felszabaduló BF<sub>3</sub> gáz között. A desztillációs tényező tehát ebben az esetben elsősorban a kicserélődési egyensúly jellemzője. Az alkilborátok desztillációjánál általunk észlelt izotóp effektust viszont a kétféle izotóp-molekula különböző tenziója okozza.

A metilborát desztillációja során fellépő izotópdúsulás mértéke nagyságrendben megközelíti a BF<sub>3</sub> desztillációjánál észleltet illetve közel azonos a BCl<sub>3</sub> desztillációja útján elérhető hatásfokkal. Az észter előnyének tekinthetjük, hogy könnyen kezelhető, hőálló vegyület, csak kevésbé higroszkópos, továbbá, hogy technikailag kedvező körülmények között atmoszférai nyomáson alacsony hőmérsékleten desztillálható. Sem maga az észter, sem a nedvesség hatására végbemenő bomlásának termékei sem üveg, sem fém korrozíót nem okoznak. A metilboráthól jó kitermeléssel állíthatók elő a legkülönbözőbb bórvegyületek is. Mindezek alapján gyakorlati felhasználása is sorra kerülhet.

I r o d a l o m

- [1] Mühlenpfordt, I., Gagua, T., Siewert, G., Zühlke, K.:  
Proceedings International Symposium on Isotope Separation, Amsterdam, 1958. P.408.
- [2] Green M., Martin, G.R., Trans. Faraday Soc. 48, 416 /1952/  
Szevojugova, N.N., Uvarov, I.V., Zsavaronkov, N.M., Atom-  
naja Energija 4, 113 /1956/
- [3] Holmberg, K.E.: Proc. Internat. Symposium on Isotope  
Separation, Amsterdam, 1958. p.201.  
McIlroy, R.W., Pummery, F.C.W., ibid. p-178.
- [4] Pancsenkov, G.M., Mojszejev, V.V., Makarov, A.V., Dokladi  
Akademii Nauk, SzSzSzR. 112, 659 /1957/
- [5] Kiss I., Opauszky I.: Magy. Kém. Folyóirat, 64, 267 /1958/
- [6] Palko, A.A., Healy, R.M., Landau, L.: Chem. Phys. 28, 214 /1958/
- [7] Baertschi, P., Kihn, W., Kihn, H.: Nature, 171, 1018 /1953/
- [8] Johns, T.F.: Proc. Internat. Symposium on Isotope Separation,  
Amsterdam, 1958. p.74.
- [9] Rabinovics, I.V., Szokolov, N.A., Artjuhin, P.I.: Dokladi  
Akademii Nauk, SzSzSzR. 105, 762. /1955/
- [10] Palko, A.A.: Ind. Eng. Chem. 51, 121 /1959/
- [11] Durand, H.: L'Age Nucleaire No. 11. 194. /1958/, Murphy:  
Separation of Boron Isotopes, Oak Ridge /1952/
- [12] Cooke, B.A., Hawes, I., Mackensie, H.A.E.: The Journ. of the  
South African Chem. Inst. 7, 11 /1954/
- [13] Shoi Makishima, Yukio Yoneda, Tatsuya Tajima: Journ. Phys.  
Chemistry 61, 1618 /1957/
- [14] Brodskij, A.I.: Him. Izotopov, Moszkva, 1957.
- [15] Schlesinger, H.I., Brown, H.C.: J. Am. Chem. Soc. 75, 213 /1953/
- [16] Pancsenkov, G.M., Mojszejev, V.D.: Zsurn. Fiz. Him. 30, 1118 /1956/
- [17] Palko, A.A.: J. Chem. Phys. 30, 1187 /1959/

Érkezett 1959. nov. 19.

KFKI Közlemények 7. évf. 6. szám, 1959.

## VÖRÖSISZAP CIRKONIUM-TARTALMÁNAK TÉRFOGATOS MEGHATÁROZÁSA<sup>\*</sup>

Irta: Schneer Anna

Magkémiai Laboratórium II.<sup>\*\*</sup>

### Összefoglalás

A közelmúltban kidolgozott két térfogatos Zr-meghatározás előnyösen alkalmazható ércek, kőzetek, ipari melléktermékek 0,01 %, vagy ennél nagyobb Zr-tartalmának meghatározására. Az eljárás a minta előkészítésekor szokásos feltáráson tulmenő elválasztási műveleteket nem igényel és így az eddig ismert módszereknél egyszerűbb és megbízhatóbb.

Világszerte fontossá vált a különböző kőzetekben kis mennyiségben előforduló, de technikai szempontból fontos elemek kimutatása és mennyiségük meghatározása. Ezek közül egyik, az atomenergia ipar szempontjából is fontos elem a cirkónium. Cirkóniumot régebben a súlyszerinti foszfátos, vagy ha kisebb mennyiségben volt jelen spektrográfias úton határoztak meg [1]. Az újabb nagyszámu Zr-reagens közül kitűnik a mandulasav és halogénszármazékai [2, 3, 4, 5]. E reagens szokatlanul szelektív. Savanyu közegben cirkóniumon kívül csak a hafniummal reagál, és megfelelő körülmények között a leváló csapadék stöchiometrikus összetételű, szárítás után mért súlyából a cirkónium kedvező faktoral számítható [6, 7, 8]. A cirkónium térfogatos meghatározására ezideig ismert mérőoldatok /EDTA, kupferron, stb./ és fotometriás reagensok /antrachinon- és flavonszármazékok/ egyike sem specifikus. Ezen vizsgálatok előtt a cirkóniumot el kell választani a kísérő zavaró ionoktól. Elválasztás céljára is használják a mandulasavat [9, 10].

Sikerült a mandulasav oxidimetriás mérésére két módszert kidolgozunk és az eljárást cirkónium meghatározására értékesíteni.

Az egyebütt már részletesen ismerttetett [11] eljárások elve a következő: sósavas oldatból megfelelő körülmények között mandulasavval leválasztjuk a stöchiometrikus összetételű cirkóniumtetramandelátot/ $ZrM_4$ /. Üveg-szűrőn szűrjük, mossuk és mennyiségétől függően szódaoldatban vagy konc.kénsavban oldjuk. A lugos közegben permanganometrián, a tömény /70-90 súly%/

\* A Lengyel Kémikus Egyesület VI. Jubileumi Konferenciáján Varsóban 1959. IX. 11-én elhangzott előadás.

\*\* Együttműködve az ELTE Ált.- és Szervetlen Kém.Int.-tel.



kénsavas közegben  $K_2Cr_2O_7$ -tal titráljuk a cirkóniumhoz kötött mandulasavat. A mérőoldatok feleslegét mindkét esetben visszatitráljuk. Az eljárás használhatóságát szintetikus oldatokkal végzett kísérletsorozat eredményét feltüntető I. táblázaton mutatjuk be.

Összehasonlítás kedvéért minden esetben feltüntettük a cirkónium-tetramandelát csapadék oldás előtt mért súlyát is. Különösen kitűnik a módszer előnye kismennyiségű /0,1 mg/ cirkónium meghatározásakor nagymennyiségű / 0,1 mg / cirkónium meghatározásakor nagymennyiségű idegen fémion mellett vagy erősen savas közegben nem oldódó W, Ta, Si, stb. vegyületek jelenlétében végzett titrálásoknál. Pl. 3 mg Zr mellett 18 mg W jelenléte a súlyszentri mérésben 200 %-os hibát okoz, míg a titrálás 3-4 %-os hibával egyszeri leválasztással elvégezhető. Savas közegben leváló oxidhidrátok nagyobb mennyisége is csak azért zavar, mert eltömhetik a szűrőt és a szűrést és leoldást lassítják olyannyira, hogy a reagensfölösleg kimosását akadályozzák. Egyébként ezek az anyagok a titrálást nem zavarják, mivel mandulasavval savas közegben csapadékot nem adnak, tömény szódaoldatban vagy konc.  $H_2SO_4$ -ban nem oldódnak, vagy ha oldódnak is, nem oxidálhatók, katalitikusan sem bontják az oxidáló mérőoldatot, így nem befolyásolják a titrálás eredményét.

Alábbiakban vörösiszapok Zr-tartalmának meghatározását ismertetjük, mely feladat nagyobb bemérés /2-20 mgZr/ esetében permanganometrián, kisebb bemérés /0,1-5 mg Zr/ esetében kromatometrián elvégezhető. A minta előkészítése mindkét esetben azonos és csekély módosításokkal egyéb, pl. Ta, Nb, W, Mo, sok szilikát és foszfát tartalmú kőzetek Zr-tartalmának meghatározására is alkalmas. Ötvözetek Zr-tartalma természetesen egyszerű savas oldás után közvetlenül mérhető.

Vörösiszap Zr-tartalmának meghatározását a következőképpen véghezvük.

1-5 g anyagot HCl-al felforralunk, majd vízfürdőn bepároljuk és légfürdőn  $140\text{ }^\circ\text{C}$ -on szárítjuk a jobb szűrhetőség kedvéért. Sósavval felveszünk, 3-4 g mandulasavat adunk hozzá, felforraljuk, néhány órán át állni hagyjuk, hogy a mintegy 5 %-nyi oldatba ment cirkónium bázisos Zr-mandelát alakjában mennyiségileg leváljon. Közepes pórusméretű papíron szűrjük, kevésbé kimoszuk a csapadékos szűrőpapírt. A vörösiszap mintegy 70%-a /főleg Fe és Al/ oldatban ment így. A maradék 30 % elég Ti-t és a kevésbé kimosott papír elegendő Fe-t tartalmazott ahhoz, hogy a következő lugos feltárást követő vizes kilugozáskor keletkező hidroxidjaik elősegítsék a Zr-oxihidrát teljes leválását [12]. Ugyancsak a Zr-leválás teljessége érdekében a kilugozott oldat nátriumhidroxidra 3 %-osnál töményebb nem lehet. A sósavas oldás leszűrt maradékát tehát kiizzitjuk majd nikkel-tégelyben NaOH-dal feltárjuk. Ha olyan kőzettel van dolgunk, mely nehezebben tárható, a NaOH-ot részben vagy egészen  $Na_2O_2$ -dal helyettesítjük. Ha a minta sok foszfátot tartalmaz,

I. táblázat

Cirkónium térfogatos meghatározása

Bemért Zr mg	Titrálás- sal kapott Zr mg	Eltérés		Mért $ZrM_4$ súlyából számított Zr mg	Eltérés		Az oldat tartalma- zott mg
		mg	%		mg	%	
2,03	2,02	-0,01	-0,5				
4,90	4,95	+0,05	+1,0				
9,56	9,50	-0,06	-0,6				
2,027	2,02	-0,007	-0,3	2,019	-0,008	-0,4	
5,005	5,02	+0,015	+0,3	5,005	±0,0	±0,0	
10,09	10,09	±0,0	±0,0	9,99	-0,10	-1,0	
20,13	19,92	-0,21	-1,0	19,90	-0,23	-1,1	
2,027	1,99	-0,04	-1,8	2,20	+0,17	+8,5	} 120 Fe/IV/ 70 Th 50 Ti 40 Al
5,005	4,95	-0,05	-1,0	5,05	+0,045	+0,8	
10,09	10,1	+0,01	+0,1	10,20	+0,11	+1,0	
20,13	20,0	-0,13	-0,6	20,15	+0,02	+0,1	
	<u>kromato- metriás</u>						
3,010	2,96	-0,05	-1,7	3,00	-0,01	-0,3	
2,027	1,98	-0,05	-2,4	2,03	+0,003	+0,1	
1,019	0,998	-0,021	-2,0	1,021	+0,002	+0,2	
0,5045	0,501	-0,004	-0,8	0,506	+0,001	+0,2	
0,102	0,098	-0,04	-4	0,102	±0,0	±0,0	
3,010	2,96	-0,05	-1,7	3,03	+0,02	+0,6	30 Fe/III/ 30 Al, 30 Th, 30 Ti
0,102	0,100	-0,002	-2	0,117	+0,015	+15	10 Fe/III/ 10 Al 10 Th 10 Ti
3,010	2,92	-0,10	-3,3	3,67	+0,66	+22	néhány mg Ta
3,010	3,10	+0,09	+3,0	-	-	6	W, 6 Sn/IV/
3,010	2,90	-0,11	-3,6	9,022	+5,997	+200	18 W

vagy az első feltárás leszűrt csapadéka sok maradékot hagyva oldódik csak HCl-ban, a feltárást a kiizzított csapadékkal megismételjük. Sok Ta és Nb jelenlétében a megismételt feltárást KOH-dal végezzük. Ha nagymennyiségű W-t tartalmaz a vizsgált kőzet, vagy nehéz feltárhatósága miatt  $\text{Na}_2\text{O}_2$ -dal végeztük a feltárást és így sok Ni ment oldatba, a csapadékot további feldolgozás előtt sósavas oldatából  $\text{NH}_4\text{OH}$ -dal választjuk le. Vörösiszap elemzésekor minderre nincs szükség. A NaOH-os feltárás kilugozásakor /3 % max!/ kapott csapadékot leszűrjük, a papíron keresztül forró 1+3 sósavval oldjuk, a papírost 1+1 sósavval, majd vízzel kimossuk, szárítjuk, platinatégelyben elhamvasztjuk és  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_7$ -tal feltárjuk. Ennek a feltárásnak nemcsak az a célja, hogy az esetleg feltáratlanul maradt kőzet-részek Zr-tartalmát kinyerjük, hanem az is, hogy az átoldáskor a papírban maradt kevés cirkóniumot visszanyerjük. Tapasztalataink szerint ugyanis a papír nagymértékben adszorbeálja a  $\text{ZrO}^{2+}$ -t. Ezért szükséges a továbbiakban a  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_7$ -os ömledék hig savas kilugozásakor kapott mintegy 20-30 ml oldatból 1 csepp  $\text{FeCl}_3$  vagy  $\text{TiOCl}_2$  kollektor hozzáadása után  $\text{NH}_3$ -val leválasztott, az összes maradék cirkóniumot tartalmazó csapadékot, üvegszűrőn /legcélszerűbben 12 G 4 típusu mikroszűrőtölcséren/ leszűrni,  $\text{NH}_4\text{Cl}$ -el kimosni és forró 1+1 HCl-el a cirkónium főtömegét tartalmazó előbbi sósavas oldathoz szűrni. Ez az oldat tartalmazza a mintában volt összes cirkóniumot számos egyéb ion kisebb-nagyobb mennyisége mellett. Az oldatot forralással a várható Zr-tartalomtól függően 25-100 ml-re betöményítjük. Ezután azonos térfogatu konc. HCl-t adunk hozzá, forrásig melegítjük és cseppenként azonos térfogatu 16 %-os mandulasavval leválasztjuk a  $\text{ZrM}_4$ -t. 10 G 4 vagy 12 G 4 üvegszűrőn szűrjük, Zr-on kívül idegen iont nem tartalmazó oldat anyalugjával, majd 3x10 ml etanollal és 3x10 ml éterrel mossuk, a szerves mosófolyadékot 120 C°-on levegő átszivatása közben 10-15 perc alatt eltávolítjuk. A cirkónium mennyiségétől függően 5-6 n meleg  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  oldattal, vagy hideg konc. kénsavval a szűrőn át leoldjuk a csapadékot és a vázolt módon titráljuk. 1 ml 0,1 n  $\text{KMnO}_4$  0,5136 mg, 1 ml 0,1 n  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  67,07  $\mu\text{g}$  Zr-t mér.

Néhány eredmény a II. táblázatban látható:

Látható, hogy míg a sulyszerinti mérésnél 100 %-kal nagyobb eredmény is adódik, titrálással - ha van is néhány %-os eltérés az egyes párhuzamos eredmények között - az adatok a 0,1 %-os Zr-tartalomra való tekintettel a megengedhető határok között ingadoznak.

Az ismertetett eljárással tehát lugos feltárás után 0,1 mg vagy ennél több cirkónium egyszeri lecsapással a hozzákötött mandulasav térfogatossága mérése útján meghatározható.

II. táblázat  
Vörösiszap elemzése

Bemérés	Zr %	ZrM <sub>4</sub> súlyából számított Zr %
	KMnO <sub>4</sub> -tal titrálva	
5	0,109	0,27
5	0,105	0,19
5	0,096	0,97
5	0,104	0,109
5	0,104	0,110
5	0,096	0,105
	k.é. 0,102	
	K <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub> -tal titrálva	
1	0,098	0,103
2	0,106	0,110
2	0,109	0,120
2	0,104	0,115
	k.é. 0,104	

I r o d a l o m

- [1] Fresenius W., Jander G., Hdb. anal. Chem. III. Teil. IV.b.107-287, J.Springer Berlin, 1950
- [2] Kumins C.A., Analyt.Chem. 19, 376 /1947/
- [3] Oesper R.E.,Klingenberg J.J., Analyt.Chem. 21, 1509 /1949/
- [4] Papucci R.A., Fleischmann D.H., Klingenberg J.J., Analyt. Chem. 25, 1758 /1953/
- [5] Hahn R.B., Analyt.Chem. 23, 1259 /1951/
- [6] Astanina A.A., Osztroumov E.A., Zs.Anal.Him. 6, 27 /1951/
- [7] Belcher R., Sykes A., Tatlow I.C., Anal.Chim.Acta 10, 34 /1954/
- [8] Hahn R.B., Baginsky E.S., Anal.Chim.Acta 14, 45 /1956/
- [9] Milner G.W.C., Phennah P.J., Analyst 79, 475 /1954/
- [10] Bricker C.E., Waterbury G.R., Analyt.Chem. 29. 558 /1957/
- [11] Schneer A., Hartmann H., Magyar Kémiai Folyóirat 63, 295 /1957/;  
65, 31, 64 /1959/
- [12] Degenhardt H., Z.anal.Chem. 153, 327 /1956/

IONCSERÉLŐ GYANTÁK ALKALMAZHATÓSÁGÁNAK VIZSGÁLATA  
URÁNÉRCEK FELTÁRÁSA KÖZBEN  
IONCSERÉLŐ GYANTÁK TULAJDONSÁGA INAK VIZSGÁLATA  
KÜLÖNBÖZŐ HŐMÉRSÉKLETEKEN\*

Irta: Szabó Elek, Fodor Miklós és Pokó Zoltán  
Magkémiai Laboratórium II.

Összefoglalás

Uránércek szódás feltárása magas hőmérsékleten történik. Meleg oldatokból közvetlenül a feltárás utáni vagy a feltárás közbeni ioncsere lehetőségét figyelembe véve megvizsgáltuk a Mykion PA és Amberlite IRA-400 ioncserélő gyanták tulajdonságainak változását különböző hőmérsékleteken. Meghatároztuk a gyanták kapacitását  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ – $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ig  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ -onként és megvizsgáltuk ezen hőmérsékleteken a gyanták kapacitásának változását a kinyerési ciklusok számának függvényében. Végül felvettük a gyanta eluciós görbéit különböző hőmérsékleten.

Ismeretes, hogy Magyarország olyan urántartalmu kőzetekkel rendelkezik [1], amelyeket mind urántartalmuk, mind mennyiségük érdekessé tesz nagyüzemi feldolgozásra. Intézetünk Kémiai Osztályán a hazai uránérc feldolgozás néhány tudományos vonatkozása, a technológiai munkát előkészítő alapkérdésnek a tanulmányozásával foglalkozunk. Vizsgálataink során tanulmányoztuk a savas és szódás ércfeltárás optimális körülményeit, valamint a feltárási oldatokból való uránkinyerés lehetőségeit, különös tekintettel az ioncserélő gyanták alkalmazhatóságára [2].

Vizsgálataink során azt tapasztaltuk, hogy a feltárási határfok néhány százalékkal megnő, ha az ércfeltárás közben az urán egy részét ioncserélő gyantával eltávolítjuk [3]. Így vetődött fel az a kérdés, hogy vajon lehetséges-e az ioncsérés kinyerést a feltárás alatt közvetlenül a feltárási zagyból elvégezni.

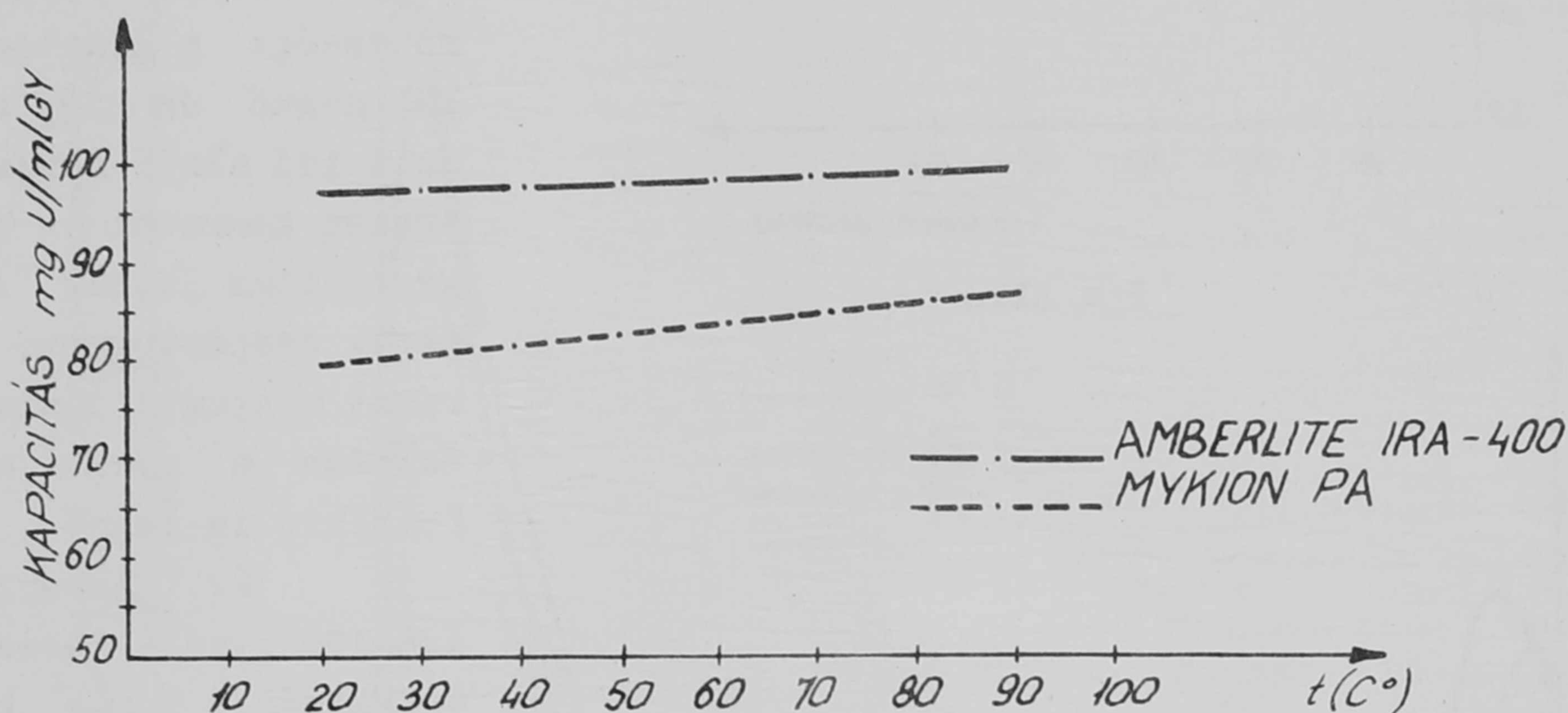
Az alábbiakban azokról a vizsgálatokról kívánunk beszámolni, amelyeket szódás feltárás közbeni ioncsérével kapcsolatosan végeztünk.

Az urántartalmu kőzetek szódás feltárása általában magasabb hőmérsékleten történik. A feltárás közbeni, vagy közvetlenül a feltárás utáni ioncsere lehetőségét elsősorban az szabja meg, hogy az ioncserélő gyanta tulajdonsága /kapacitása, mechanikai szilárdsága, stb./ hogyan változik meg magasabb hőmérsékleten.

\* A Lengyel Kémikus Egyesület VI. Jubileumi Konferenciáján Varsóban/1959. IX. 9-12/ elhangzott előadás.

Kísérleteink során vizsgálatokat végeztünk az Amberlite IRA-400 és a hazai kvaterner ammónium típusu Mykion PA gyanták sajátságainak megváltozásával kapcsolatban. Megvizsgáltuk a gyanták kapacitását különböző hőmérsékleteken, különböző ciklus-szám esetében, valamint kimértük a gyanta eluciós görbéit.

Meghatároztuk a gyanták kapacitását a hőmérséklet függvényében /20-90°C/. A mérésekhez előkészített, klorid-formájú 0,32-0,63 mm szemcseátmérőjű 5 ml gyantát használtunk. Az adszorpciós oldat összetétele 2 g U/liter, 4 g/ $\text{Na}_2\text{CO}_3$  és 2 g/ $\text{NaHCO}_3$ /liter az átfolyási sebesség 7 ml/perc volt. Az első ábrán látható, hogy a hőmérséklet növelésével a gyanta kapacitása lineárisan nő.

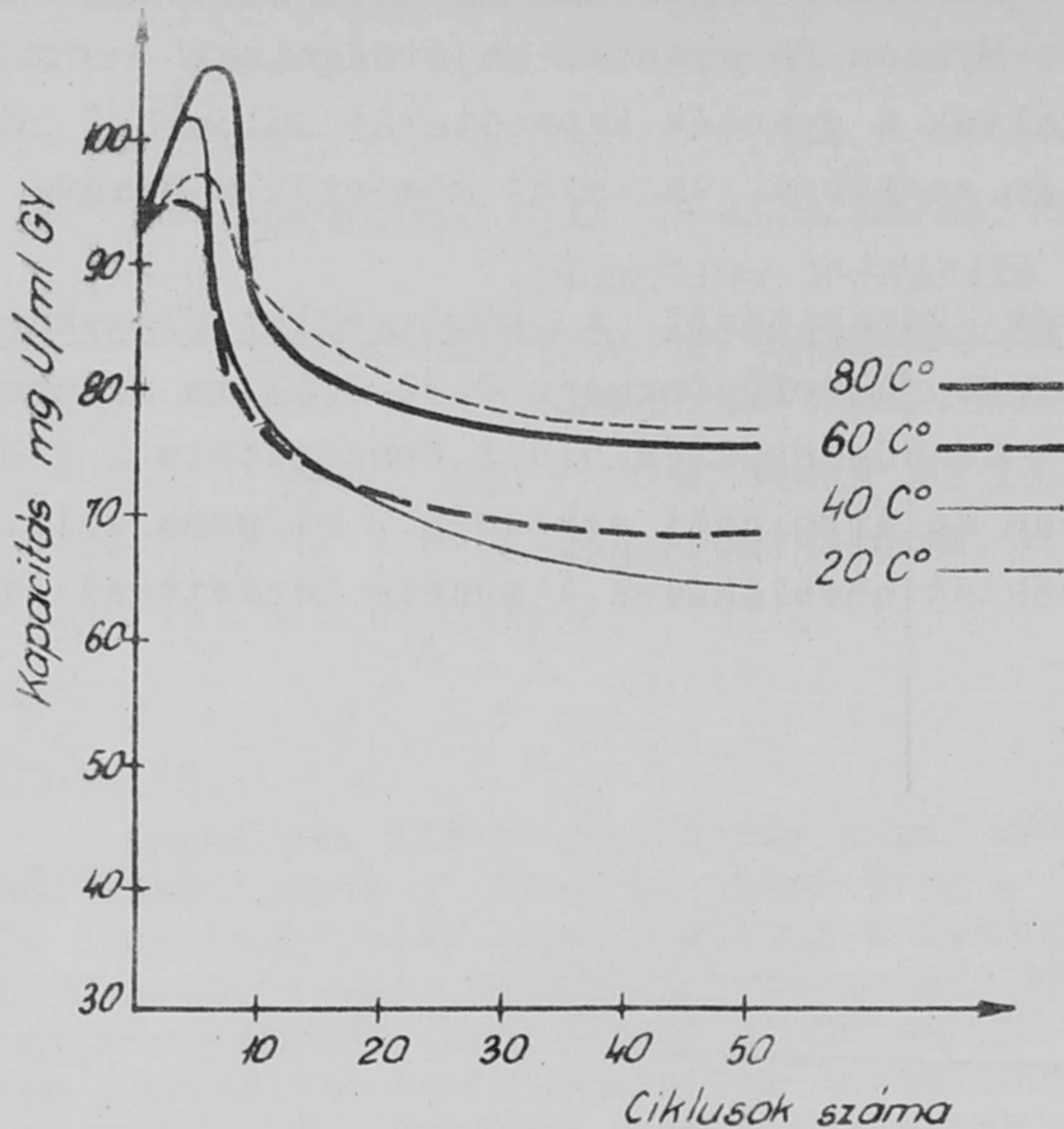


1. ábra

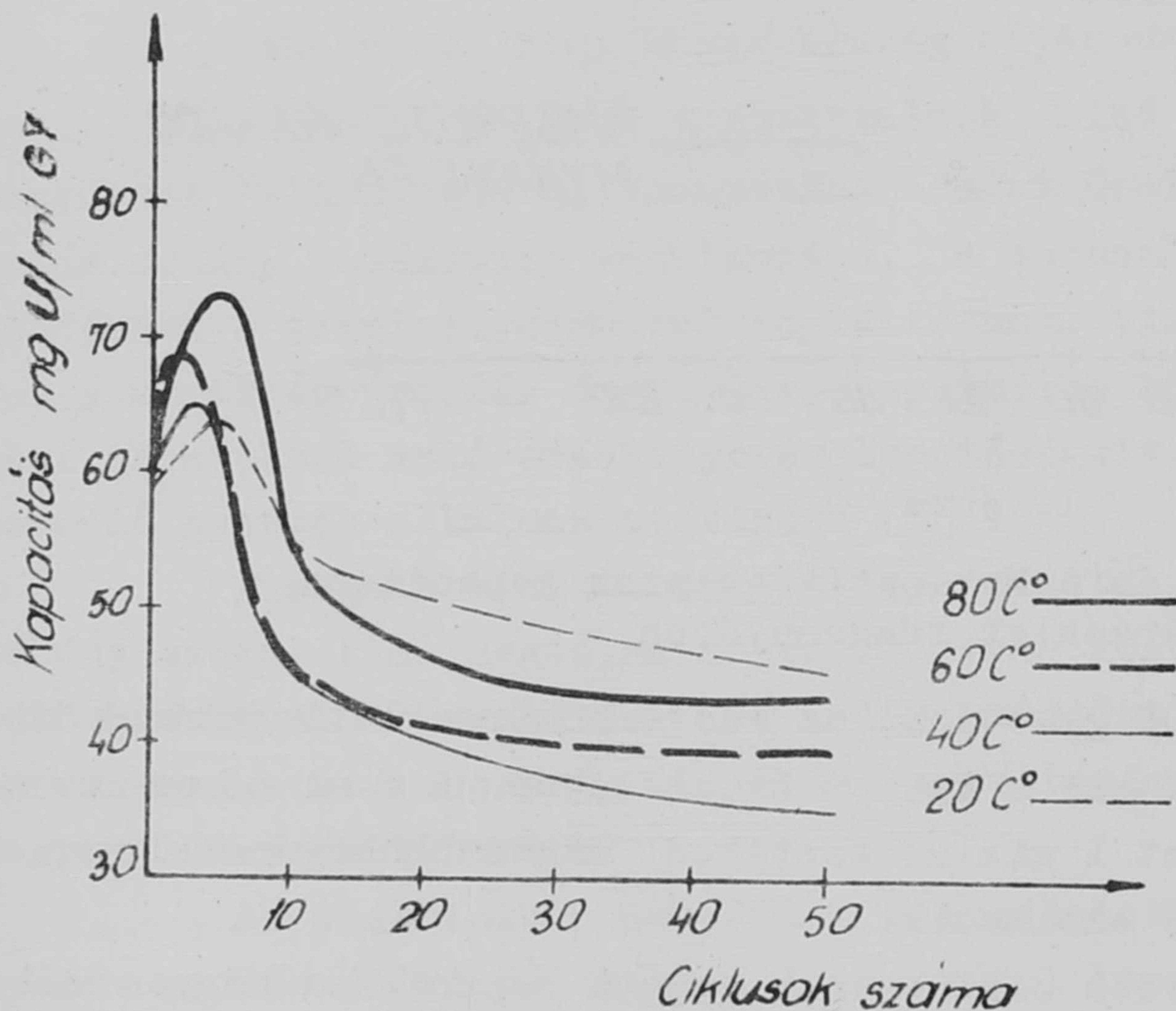
Az Amberlite IRA-400 és a Mykion PA gyanták kapacitása a hőmérséklet függvényében

Az Amberlite IRA - 400 gyantánál az adott hőmérsékleti határok között 10°C-onként átlagban 0,6 %-al, a Mykion PA esetében 2 %-al nő az uránmegkötő kapacitás. Ezek szerint 1 ciklus esetében magasabb hőmérsékleten a gyanta kapacitása kis mértékben emelkedik.

Megvizsgáltuk, hogy több ciklusban a gyanta kapacitása hogyan változik meg. Az előbbiekkal azonos körülmények között meghatároztuk 20, 40, 60 és 80°C-on a gyanta kapacitását 50 ciklusig /1; 3; 5; 10; majd 10 ciklusonként/. A kísérleti eredmények a 2a és 2b ábrán vannak feltüntetve.



2/a ábra



2/b ábra

Az Amberlite IRA-400 /2a. ábra/ és a Mykion PA /2b. ábra/ gyanták kapacitása különböző hőmérsékleten a ciklusok számának függvényében.

ták kapacitása magasabb hőmérsékletek esetében csökken ugyan, bár e szempontból használatuk még lehetséges lenne. Azonban kérdéses, hogy hogyan viselkedik a gyanta több-száz ciklus esetében és mennyire csökken a mechanikai ellenállóképessége. Tapasztalataink szerint a vizsgált körülmények között a gyanták lényeges alakváltozást, porlódást kb. 60-70 C<sup>0</sup>-ig nem mutattak.

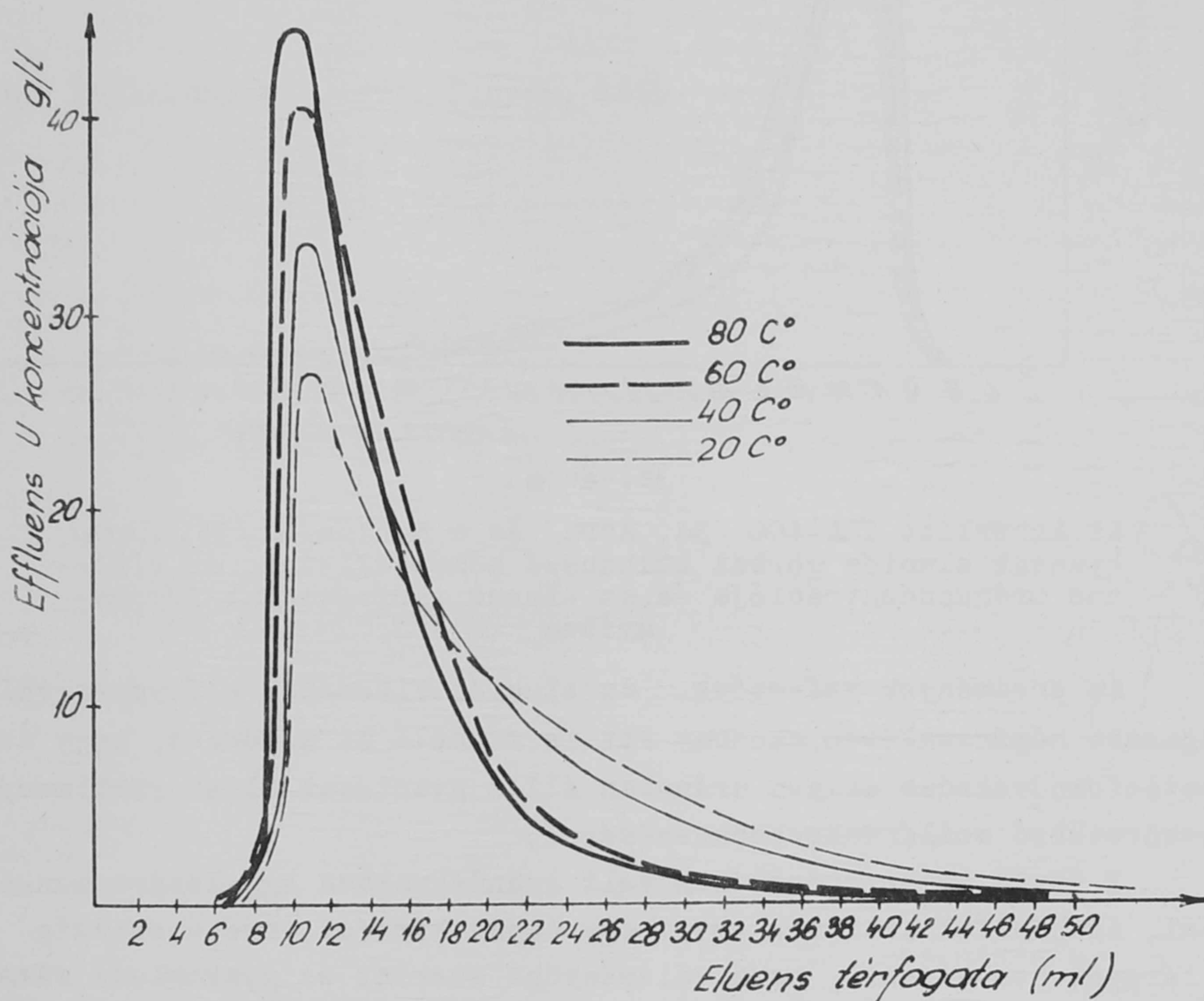
Látható, hogy a gyanta kapacitása minden esetben kezdetben nő, 5-7 ciklusnál maximumot ér el; 10-15 ciklusig erősebben, majd a 15-ik ciklustól kezdve kisebb mértékben csökken. A görbék párhuzamosak, a kapacitás-maximumok általában a hőmérséklet növekedésével nőnek. Ez valószínűleg azzal függ össze, hogy az ionok diffúziós sebessége a gyantán belül megnő és így az adott idő alatt a hajszálerekben keresztül az ionok gyorsabban jutnak el az aktív csoportokhoz, másrészt a gyanta duzzadása folytán a gyanta aktív felülete is megnő.

Az Amberlite IRA-400 gyanta kapacitás csökkenése %-ban kifejezve 50 ciklus után 20C<sup>0</sup>-on 22,5%; 40C<sup>0</sup>-on 31,5%; 60C<sup>0</sup>-on 26,4% és 80C<sup>0</sup>-on 19,18%/az értékek 20 C<sup>0</sup>-on 1. ciklusban mért kapacitásra vonatkoznak/. A Mykion PA gyanta esetében hasonló értékek adódnak, de a kapacitás-csökkenés minden esetben valamivel nagyobb.

A vizsgált gyan-

A hőmérsékletnek a gyanta kapacitására való hatásának vizsgálatakor az a kérdés is felmerült, hogy a gyanta eluciós tulajdonságait hogyan befolyásolja a hőmérséklet. Célszerű-e a deszorpciót, ill. a gyanta elucióját melegen végezni.

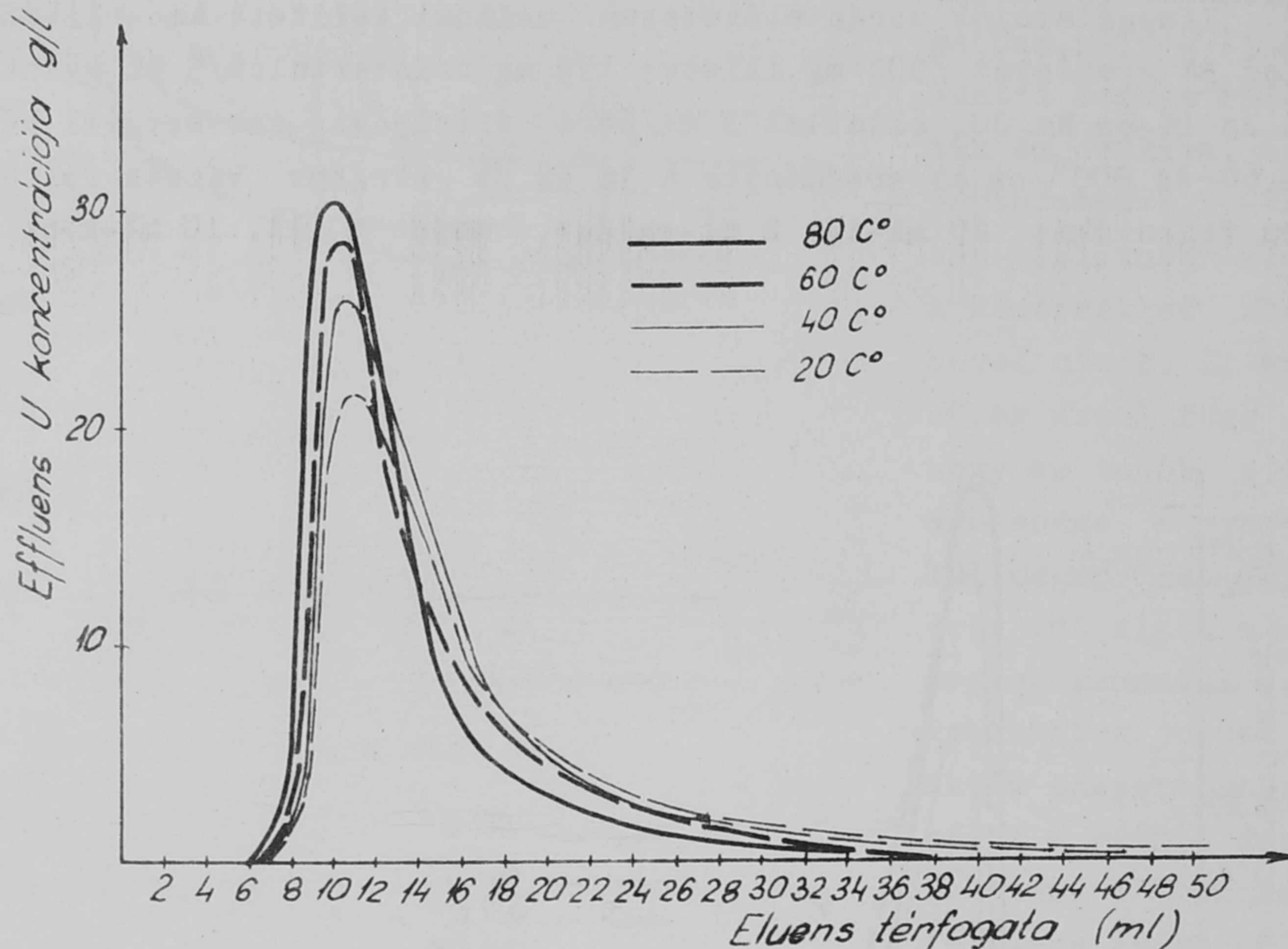
Vizsgálataink során előzetesen uránnal telített Amberlite IRA-400 és Mykion PA gyantákat /303 mg illetve 195 mg urántartalom/5 ml gyanta/ 10%-os NaCl és 1%-os  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  oldattal 3 ml/perc átfolyási sebességgel eluáltunk 20-, 40-, 60- és 80°C-on. Az eredmények a 3a és 3b ábrákon vannak feltüntetve. Az egyes frakciókat 20 ml-ig 2 ml-enként, majd 5 ill. 10 ml-ként vettük.



3a. ábra

Látható, hogy a hőmérséklet növelésével az eluciós csucsok megfelelő uránkoncentráció nő. Pl. az Amberlite IRA-400-as gyantánál 20°C-on a maximális uránkoncentráció 27 g U/liter, 80°C-on 44 g U/liter. Ugyancsak megfigyelhető, hogy egy meghatározott eluciós hatásfok eléréséhez szükséges eluálószer mennyisége a hőmérséklet növelésével csökken. Pl. 95 %-os eluciós hatásfok eléréséhez 20°C-on kb. háromszor annyi eluálószerre van szükség, mint 60°C-on.





3b. ábra

Az Amberlite IRA-400 /3a. ábra/ és a Mykion PA /3b. ábra/ gyanták eluciós görbéi különböző hőmérsékleten, az effluens uránkoncentrációja és az eluens térfogatának függvényében

Az eredmények kedvezőek, az eluciós viszonyok előnyösen változnak meg magasabb hőmérsékleten, azonban itt is fennáll az a kérdés, hogy az eluálási hatásfoknövekedés milyen arányban áll a gyantának ilyen körülmények között bekövetkező szilárdság-csökkenésével.

E rövid ismertetővel nem volt szándékunkban egy lezárt munkáról beszámolni, csupán fel akartunk vetni egy olyan kérdést, amely ezideig vizsgálat tárgyát nem képezte, noha véleményünk szerint ez gyakorlati szempontból is érdeklődésre tarthat számot.

Az ioncserélő gyanták tulajdonságainak különböző hőmérsékleteken való vizsgálatával célunk az volt, hogy az ioncserés szódás feltárás megvalósítását döntő mértékben befolyásoló tényezőnek ismeretében egy lépéssel közelebb kerüljünk a kérdés megoldásához.

I r o d a l o m

- [1] Barabás A.-Kiss J.: A mecsekhegyi uránérc feldusulás keletkezése és üledékkőzettani jellege. 1958 évi II. Nemzetközi Atomenergia Konferencia P 1721.köt.2., 388. old.
- [2] Szabó Elek, Fodor M., Földes P., Molnár F., Stocker L., Vigvári M.: A hazai uránércek kémiai feldolgozásával kapcsolatos kutatások. 1958 évi II. Nemzetközi Atomenergia Konferencia P 1719. köt.3., 245 old.
- [3] Szabó E., Sárdi A., Vasáros L.: Uránérc feltárás ioncserélő gyan-  
ták alkalmazása közben /kézirat/.

KFKI Közlemények 7. évf. 6.szám, 1959.

## Co-60 BESUGÁRZÓ BERENDEZÉS LABORATÓRIUMI CÉLOKRA<sup>✱</sup>

Irta: Vályi Nagy József

Magkémiai Műhely

### Összefoglalás

Ismertetünk egy maximálisan 500 curie-s sugárforrás felhasználására alkalmas besugárzó berendezést. A berendezés súlya kb. 2,5 tonna, kis helyet foglal el, védettsége miatt bármely laboratóriumban elhelyezhető. A berendezés elsősorban fizikai-kémiai alapkutatásokban és egyetemi oktatásban hasznosítható.

### Bevezetés

A radioaktív izotópok nagy mennyiségben történő előállítására a sugárhatáskémia gyorsütemű fejlődését tette lehetővé. Míg néhány évvel ezelőtt a néhány-100 curie-s forrás nagy teljesítményűnek számított, addig napjainkban már több-10 000 curie-s források állnak a kutatók rendelkezésére, és megtörténtek az első lépések a sugárhatáskémia elért eredményeinek gyakorlati ipari méretű alkalmazására.

A nagyméretű berendezések létesítése azonban tetemes költséggel jár, a forrás, de különösen a speciális sugárhatás-kémiai laboratórium megépítése nagy beruházást jelent. Indokoltnak látszik ezért továbbra is foglalkozni a kisméretű, legfeljebb 1000 C erősségű besugárzó berendezések megfelelő kialakításával és alkalmazásával. Az ilyen források árnyékolása néhány tonna ólommal megoldható, könnyen szállíthatók, nem igényelnek speciális épületet, tehát bármely kémiai laboratóriumban beállíthatók, így lehetőséget adnak a sugárhatáskémiai kutatások széleskörben való folytatására. Nyilvánvaló, hogy ezek a források elsősorban nem üzemi jellegű modellkísérletek céljaira készülnek, de megfelelő kialakítással sok irányú alapkutatás, s különösképpen a sugárhatáskémiai oktatás igen hasznos eszközsül szolgálhatnak.

Fenti megfontolások alapján terveztük a későbbiekben ismertetendő 500 curie-s Co-60 besugárzó berendezést.

### 2./ Követelmények ismertetése, korábbi típusok vizsgálata

Az eddig megépített, hasonló célt szolgáló besugárzó berendezések kialakításának vizsgálata-, valamint a velük folytatott kísérletek tapasztá-

---

✱ Az Atomenergia Ügynökség által Varsóban rendezett konferencián /1959. IX. 8-12/ elhangzott előadás.

latai alapján a berendezésekkel szemben támasztott követelmények az alábbiakban foglalhatók össze:

- biztosítsa a forrás a megkívánt dózisteljesítményt,
- a besugárzóteret olyan méretűre kell tervezni, hogy az analitikai és fiziko-kémiai vizsgálatokhoz minimálisan elégséges mennyiségű anyagot /kb. 0,1-1 liter/ lehessen elhelyezni benne,
- a kísérletek reprodukálhatók legyenek,
- a besugárzást megszabott körülmények között /pl. magas hőmérsékleten, nyomás alatt, stb./ lehessen elvégezni,
- biztosítani kell a berendezéseknek azt is, hogy besugárzás alatt különböző mérésekkel a besugárzóterben lejátszódó folyamat ellenőrizhető ill. regisztrálható legyen,
- végül fontos, hogy a berendezés kényelmesen kezelhető legyen, biztonságosan működjön, a sugárvédelme pedig megfeleljen az egészségügyi előírásoknak:

Fenti követelmények szemszögéből vizsgálva az eddig megépített 1000 curie-nél nem nagyobb forrással rendelkező berendezéseket, a következők állapíthatók meg:

a/ Container-típusú besugárzó berendezések. E típusú berendezéseknél a forrás egy megfelelően kiképzett ólomtartályban van elhelyezve. Az alkalmazott források általában üreges-henger alakúak és a besugárzandó anyag a forrás üregébe helyezhető el. A container-típusú besugárzó berendezések a következő előnyökkel rendelkeznek:

- egyszerű szerkezetük révén olcsón és gyorsan előállíthatók,
- nagy dózisintenzitást produkálnak.

Feltétlenül hátrányos azonban az, hogy

- kicsi a besugárzóter köbtartalma /2-3 cm<sup>3</sup>-től maximálisan 100 cm<sup>3</sup>-ig/;

- a besugárzási körülmények általában nem változtathatók,
- nehézkes besugárzás alatt mérni az anyagban lejátszódó jelenségeket,
- a besugárzandó anyag behelyezése körülményes.

b/ Mozgó sugárforrással rendelkező berendezések. Ide sorolhatók azok a besugárzó berendezések, ahol a sugárforrás a besugárzóteréből elmozdítható a besugárzó anyagok elhelyezésének és kivételének idejére. Az ilyen típusú berendezések már nem rendelkeznek az előbbi típusnál felsorolt hátrányokkal, általában a besugárzóter kialakítására megszabott követelményeknek eleget tesznek. Azonban

- súlyuk nagyobb,
- a forrást tartalmazó container mozgatásáról külön kell gondoskodni,

- megfelelő biztonsági berendezésre van szükség, hogy a forrás besugárzó helyzetében a forrástartó container ne legyen elmozditható.

### 3. Az 500 curie-s Co-60 besugárzó berendezés ismertetése

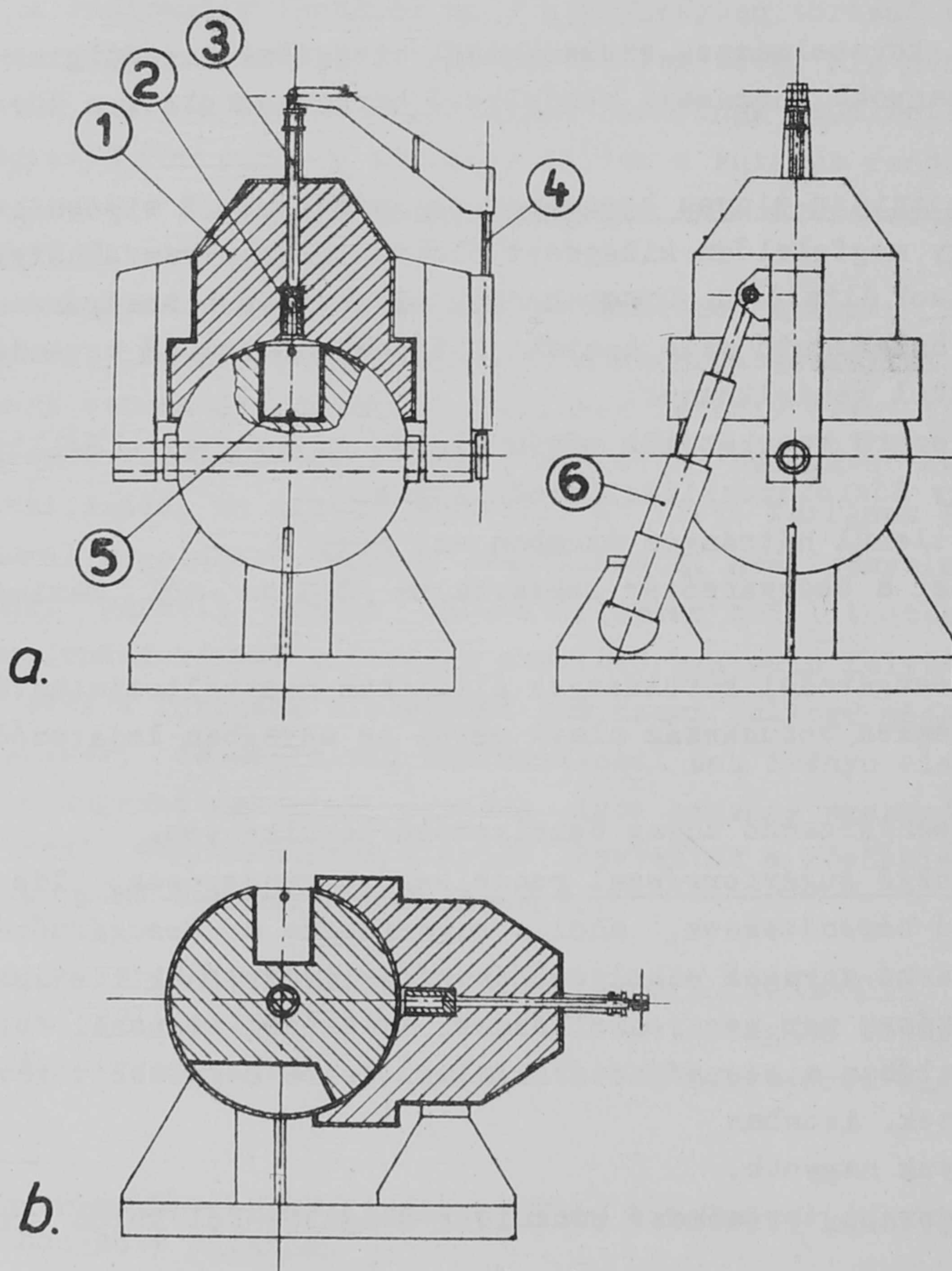
Az előbbiekben ismertetett megfontolások alapján berendezésünk tervezésekor a következő célokat tűztük ki:

- a besugárzó berendezés mozgó sugárforrás típusu legyen annak az előbbiekben felsorolt előnyeivel,

- a megfelelő sugárvédelem biztosítása mellett a berendezés súlya minél kisebb legyen és kevés helyet foglaljon el,

- különböző kialakításu és erősségű /maximálisan 500 curie/ forrást lehessen belehelyezni.

Az 500 curie-s besugárzó berendezés /1. ábra/ két főrészből áll: a besugárzóteret tartalmazó, részben ólommal kiöntött gömbből és a gömb egyik



1. ábra

1- torony, 2- forrás, 3- mozgatórud, 4- rögzítőrud, 5- besugárzóter, 6- hidraulikus emelő

főtengelye körül  $90^\circ$  -ra elforgatható toronyból. A gömbalaku kialakítással egyrészt súlycsökkentés érhető el, másrészt a torony és a besugárzóteret tartalmazó rész érintkezési felületén fellépő szórt sugárzás így külön ólomvért nélkül megszüntethető.

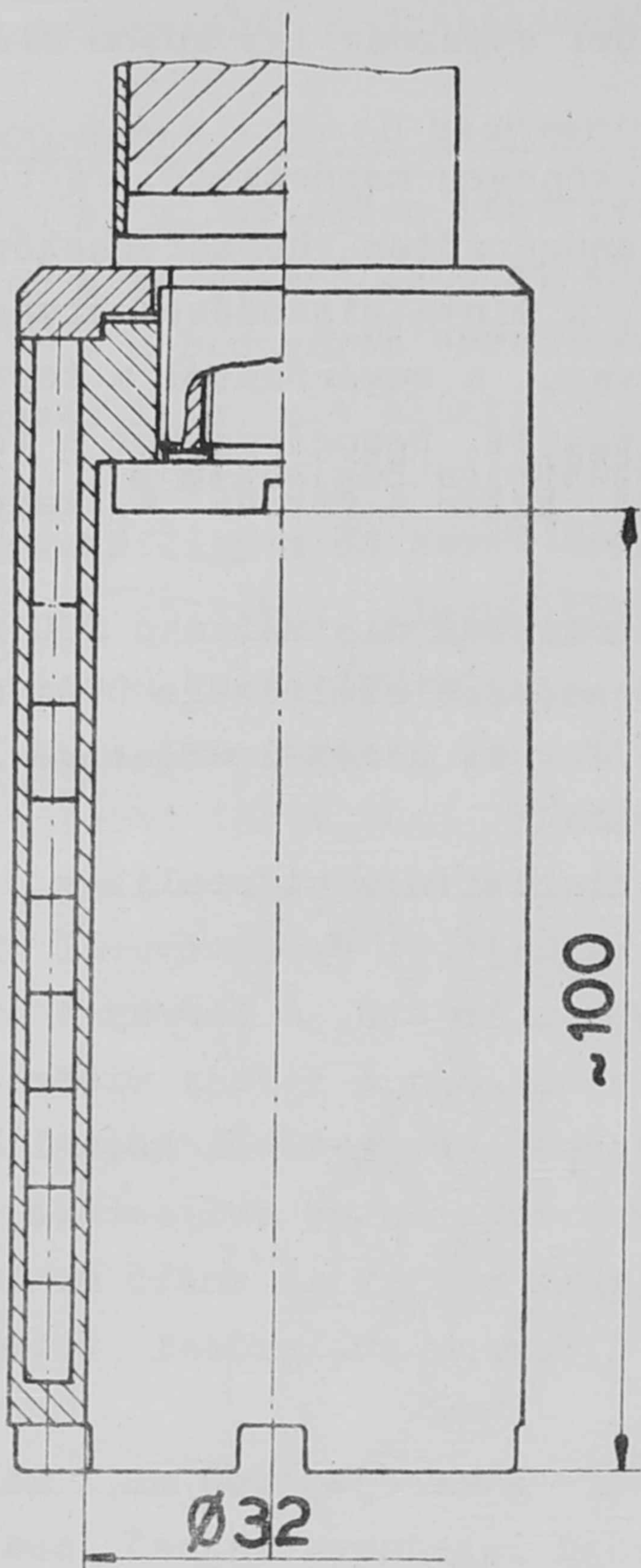
A berendezés működése az 1. ábrából könnyen megérthető. A tornyot vízszintes helyzetbe forgatva /1/b. ábra/ a besugárzóteret hozzáférhetővé válik, a szükséges műveletek /berakás, szerelés, a minta kiszedése/ elvégezhető. Ebben a helyzetben a forrás a toronyban van, a sugárzástól a torony és az ólommal kiöntött gömb hátsó fele védi a kezelőt. Besugárzáskor a tornyot függőleges helyzetbe kell forgatni /1/a. ábra/. Ekkor a forrás a besugárzóteret fölé kerül és abba leereszthető.

Az ólomvédelem vastagsága bármely irányban minimálisan 250 mm. A védelemhez kb. 2,5 tonna ólom szükséges. A berendezés szélessége 0,94 m, magassága: ha a torony függőlegesen áll és a forrás nincs leeresztve 1,4 m; hossza: ha a torony fekvő helyzetben van 1,5 m.

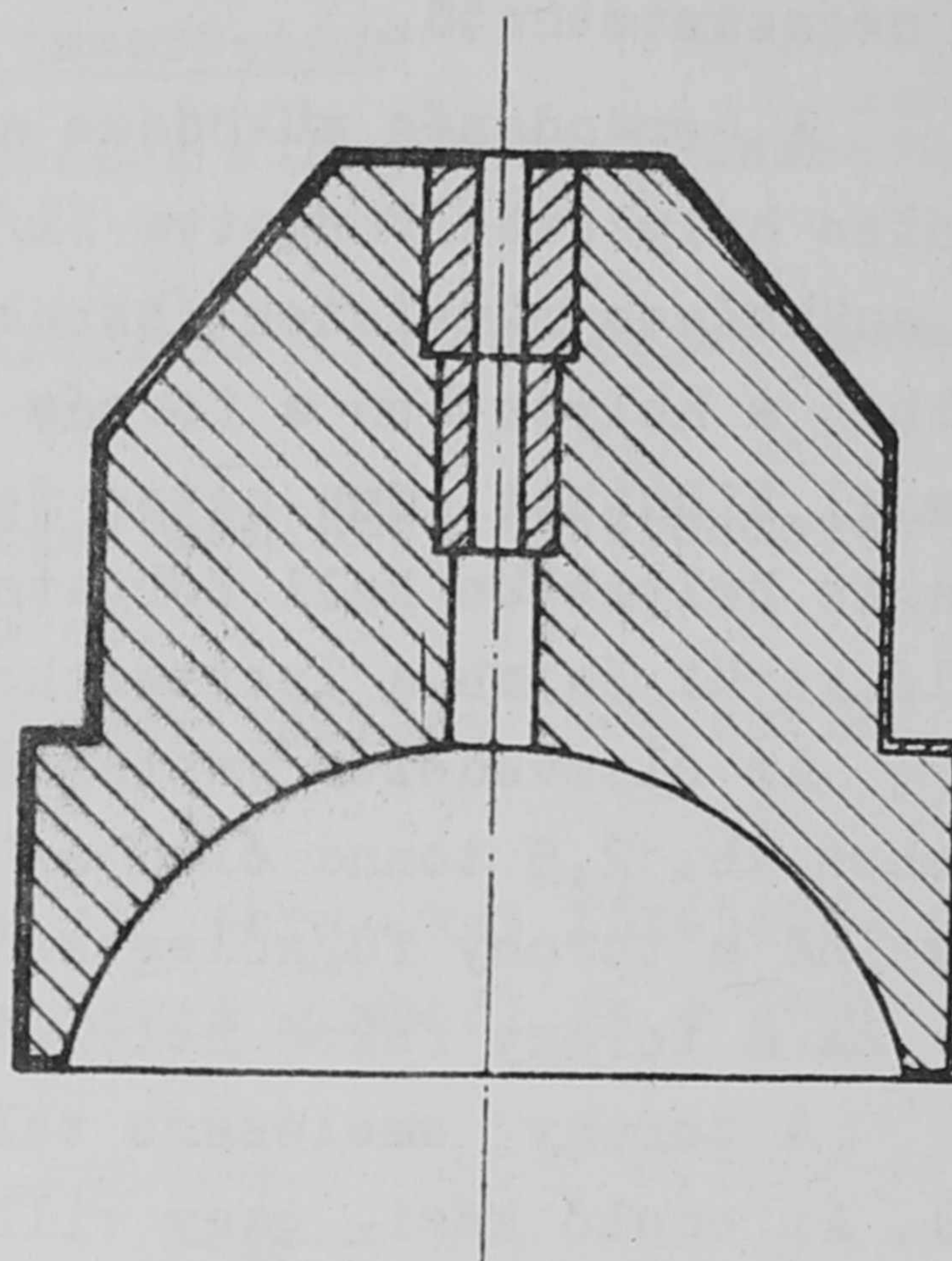
A torony emelésére teleszkópikus kialakítású hidraulikus emelő szolgál. Az emelő kézi- vagy villanymotorral meghajtott szivattyúval működethető. Az emelő munkaterében fellépő nyomás kb. 10 atü. A torony túlforgatását egy a végállásban kinyíló szelep akadályozza meg. A torony visszaforgatása besugárzás után úgy történik, hogy a holtponthelyzetéből kézzel átbillentik és utána saját súlyánál fogva tér vissza vízszintes helyzetébe, közben egy megnyitott szelepen keresztül kinyomja az olajat az emelő munkateréből. A szelep nyílásának beállításával lehet a torony süllyedési sebességét szabályozni.

A besugárzóteret hengeres kialakítású, átmérője 140 mm, mélysége 200 mm. Felső részén oldalról 4 db  $1/2''$  átmérőjű rozsdamentes cső csatlakozik bele a szolgáltatások /viz, gáz, kábelek, stb./ bevezetése számára. A fenékrészen szintén van egy csőcsatlakozás, melyen flexibilis tengelyt lehet behozni a forgó mintaasztal meghajtásához. A csővezetékek többször hajlítva mennek át az ólomvédelmen és másik végükkel a borítólemezhöz csatlakoznak. Minden csővezeték azonban olyan rádiusszal van meghajlítva, hogy a flexibilis tengely bármelyiken keresztül vezethető.

A berendezést nem egy előre meghatározott alakú forrásra terveztük, csak a forrás maximális erőssége /500 curie/ adott. Az igényeknek megfelelően mind rud-, mind üreges hengeralakú forrás elhelyezhető a berendezésben, csupán a legnagyobb elhelyezhető - de nem a legnagyobb dózisteljesítményű - üreges hengeralakú forrás mérete limitált /2. ábra/. Ez a forrás 160 db egyenként 5 g rádium ekvivalens Co-60 tablettából áll, mely 20 furatban - minden furatban 8 db van elhelyezve. A Co-60 tabletták átmérője 5 mm, hossza 10 mm. A besugárzóteret az üreg belsejében 32 mm átmérőjű és 80 mm mélységű  $60 \text{ cm}^3$  anyag besugárzását teszi lehetővé.



2. ábra



3. ábra

A különböző alaku források alkalmazását van hivatva megkönnyíteni a torony furatának 3. ábrán látható kialakítása is. Mivel a különböző méretű források felfüggesztésére szolgáló mozgó rud sugárvédelmi szempontból eltérő átmérőjű lehet, csupán a furatot körülvevő ólomhengereket kell így megfelelő átmérővé újra elkészíteni.

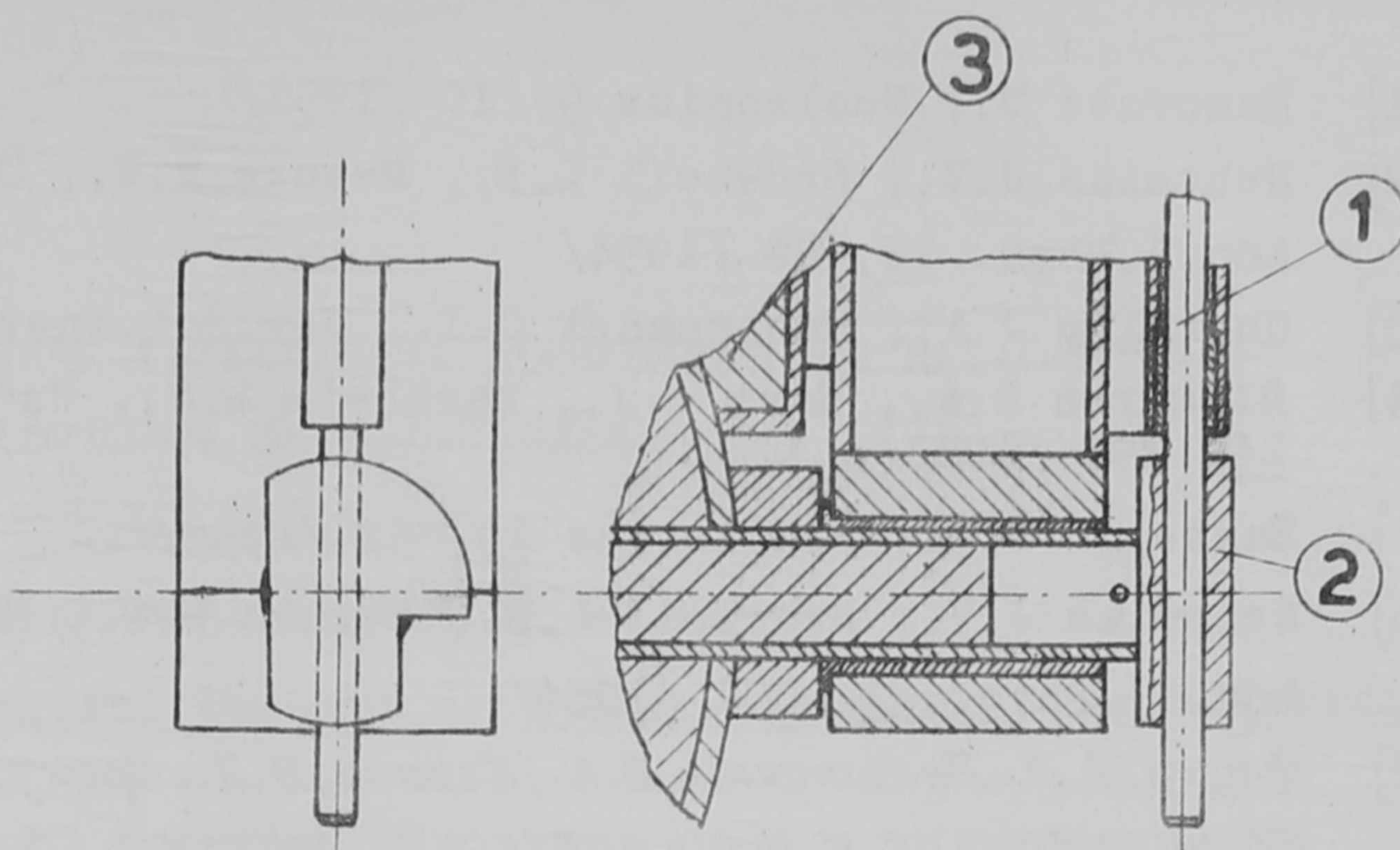
A forrás mozgatása a mozgóruddal történik. Mind alsó, mind felső állásában helyzetét ütköző- és rögzítő szerkezet biztosítja. A mozgó rúdhoz szervesen kapcsolódik a rögzítő rúd, mely a torony egyik oldalán felerősített vezetőcsőben, vele párhuzamosan mozog. A rögzítő rúd kettős feladatot lát el:

- biztosítja a torony megkívánt helyzetét,
- megakadályozza a torony elmozgatását besugárzás alatt, ill. még a forrás felső helyzetébe nem kerül.

A rögzítő rúd a torony besugárzó helyzetében a csőtengelyre mereven felerősített és pontosan beállított biztosító-szegmens furatába csuszatható be. Míg a torony olyan helyzetbe nem kerül, hogy a biztosító-szegmens furata a rögzítő rúd alá esik, a forrást nem lehet leengedni. A rögzítő rúd

hossza úgy van megválasztva, hogy csak akkor emelkedik ki a biztosítószegecsfuratából, mikor a forrás felső helyzetét elérte. Így besugárzás alatt a rud a tornyot rögzíti is.

Összehasonlításként az általunk tervezett és néhány hasonló méretű besugárzó berendezés fontosabb adatait az I. táblázat tartalmazza.



4. ábra

1- rögzítőrud, 2- rögzítő szegmens, 3- torony

I. táblázat

Berendezés megnevezése	Besugárzóter mérete	A védelemhez felhasznált ólom súlya	Forrás erőssége	Külső felületen mért dózis	Mért dózisteljesítmény
Két besugárzó helyes /Oak Ridge Nat. Lab./	2 db 203x254 mm	6 to	300 curie	2,4 mr/óra	30 cm <sup>3</sup> -ben kb. 3.10 <sup>5</sup> r/óra
"Multisource Chamber" /Argonne Nat. Lab./	Ø500x355 mm	4,2 to	1 db 0,5 C 1 db 10 " 1 db 25 " 1 db 55 " 1 db 400"	25 curie-s forrás használata esetén 1 m távolságban, ha a forrás a toronyban van: 4,8 mr/óra	30 curie-s forrás használata esetén 3 cm távolságban a forrás középvonalától kb. 3,6.10 <sup>4</sup> r/óra
"Little Hotspot" /Harwell/	2 cm <sup>3</sup>	kb.800 kg	440 curie	24 mr/óra	2 cm <sup>3</sup> -ben 1,5.10 <sup>6</sup> r/óra
K-300 /Karpov Intézet/	kb.1,5 liter	1,8 to	175 curie	-	30 cm <sup>3</sup> -ben 4,3.10 <sup>6</sup> r/r/óra 0,8 literben: 10 <sup>5</sup> r/óra
500 curie-s /KFKI/ Budapest	Ø140x200 mm	2,5 to	500 curie	számítva kb.2 mr/óra	-



I r o d a l o m

- [1] Manovitz B., Nucleonics 9, 10 /1951/
- [2] Nehemias J.V., Brownell L.E., Meinke W.W., Coleman E.W.  
Ann.J.Phys. 22, 88 /1954/
- [3] Ghormley J.A., Hochanadel C.I., Rev.Sci.Instr. 22, 473 /1951/
- [4] Blomgren R.A., Hart E.J., Markheim L.S., Rev.Sci.Instr.  
24, 298 /1953/
- [5] Eastwood W.S., Nucleonics 13, 52 /1955/
- [6] Nehemias J.V., Brownell L.E., Meinke W.W., Harmer D.E.,  
Ann. J.Phys. 22, 551 /1954/
- [7] Брегер, А.Х., Бельинский, В.А., Карпов, В.Л., Прокудин, С.Д. Действие излучений  
на органические и неорганические системы. Сборник работ, Изд. АН СССР,  
Москва, 1958.
- [8] Брегер, А.Х., Пробл. физ. Хим., I. 61. 1958.

KFKI Közlemények 7. évf. 6.szám, 1959.

ELEGYKRISTÁLY-MÓDSZER ALKALMAZÁSA HORDOZÓMENTES RADIOAKTIV  
IZOTÓPOK ELŐÁLLÍTÁSÁRA

Irta: Tóth Béla

Magkémiai Laboratórium I.

Az eloszlási hányados /dusitási faktor/ értékének kísérleti meghatározása

Összefoglalás

Előbbi közleményünkben ismertetett, izoterma módszerrel meghatározott eloszlási hányadosok értékeinek kísérleti ellenőrzését végeztük el. A Doerner-Hoskins-féle kristályrendszer létrehozásával megvizsgáltuk a Ba-140 és a Sr-90 /mikrokomponensek/ megoszlását  $PbSO_4$  /makrokomponens/szilárd fázis és ennek telített vizes oldata között. A két módszerrel talált eloszlási hányadosok értékeit a kísérleti hibahatáron belül megegyezőnek találtuk.

Előző közleményünkben [1] számot adtunk a heterogén rendszerek szilárd fázisa és folyékony fázisa között létező kapilláris réteg hatásának vizsgálatáról,  $PbSO_4 \cdot Ba^{140}SO_4$ , illetve  $PbSO_4 \cdot Sr^{90}SO_4$  elegykristályok keletkezésére nézve. Izoterma módszerrel meghatároztuk a Doerner-Hoskins-féle állandó  $\lambda$  /értékét előre elkészített  $PbSO_4$  szilárd fázis és ennek telített vizes oldata között  $Ba^{140}$ , illetve  $Sr^{90}$ , mint mikrokomponensek megoszlására vonatkozóan.

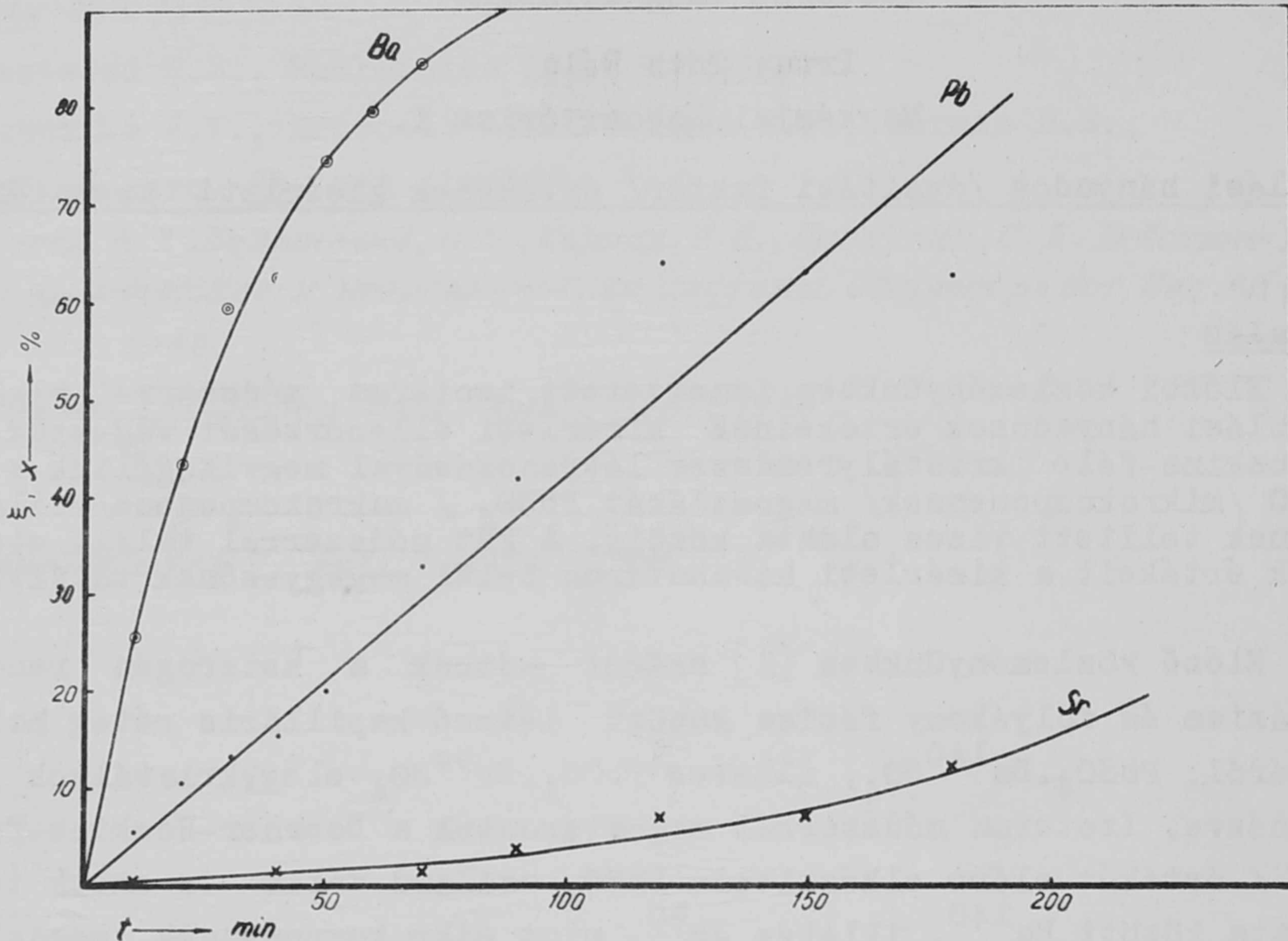
Jelen munkában feladatul tűztük ki a Doerner-Hoskins-féle állandó értékének kísérleti meghatározását. Ebből a célból, a Doerner-Hoskins-féle, u.n. hagyma-strukturájú kristályrendszer létrehozásával kísérleteket végeztünk a  $\lambda$  állandó előbb kapott és fenti közleményben közölt értékeinek ellenőrzésére. Ezért mikrokomponensként ugyancsak Ba-140- és Sr-90 készítményt alkalmaztunk. Az anyakristályt /makrokomponenst/ előzőleg Ba-140, illetve Sr-90 radioaktív izotoppal indikált ólomnitrátból hoztuk létre, 0,01n  $H_2SO_4$  lassu és egyenletes adagolása útján, állandó keverés közben, vagyis u.n. "hideg szakaszos kristályosítás" útján. <sup>≠</sup> A kísérletek eredményei az I. és II.

<sup>≠</sup>/Ezt a módszert/ amely tehát abból áll, hogy a kicsapódó ionok valamelyikével egynevéű ionok koncentrációját az oldatban megnöveljük/ 1921-ben Chlopin [2] alkalmazta első ízben a bepárlásos szakaszos kristályosítás helyett a rádiumnak báriumtól való elkülönítésére. Chlopin értelmezése szerint a mikrokomponens ilyen eljárással előidézhető megnövekedését azzal kell magyaráznunk, hogy a kicsapáshoz használt sav /vagy só/ nagymennyiségű vizet tartalmazó hidrátokat képez. Minél nagyobb a sav /vagy só/ ezen hidrátképző képessége, annál nagyobb mértékben csapja ki az adott sav /vagy só/ ugyanazon koncentráció mellett és egyéb egyező körülmények között a vele egynevéű iont.

táblázatban, illetve az 1. ábrán láthatók. A  $\lambda$  értékeit a következő egyenlet alapján számítottuk [3] :

$$\ln \frac{a - \xi}{a} = \lambda \ln \frac{b - x}{b} \quad /1/$$

ahol  $\xi$  - a mikrokomponens mennyisége a kristályban,  $a$  - a mikrokomponens összmenyisége,  $x$  és  $b$  - u.a. a makrokomponensre nézve.



1. ábra

Mivel az egyenletben a komponensek mennyiségi viszonyai szerepelnek, ezért nem fontos ismernünk az egyes komponensek abszolút mennyiségeit. Ha a mikro- ill. makrokomponens kristályosítás előtti mennyiségét 100%-nak vesszük, akkor ezt írhatjuk:  $a = 1$ , illetve  $b = 1$ ; ha pedig az egyes komponensek kristályosítás után oldatban maradt mennyiségeit az egység tört részeiben fejezzük ki, úgy a fenti egyenlet a következőképpen alakul:

$$\lambda = \frac{\ln (1 - \xi')}{\ln (1 - x')} \quad /2/$$

ahol  $\xi' = \frac{\xi}{a}$  és  $x' = \frac{x}{b}$ .

Az I. és II. táblázat adatai azt mutatják, hogy a  $\lambda$  értékeinek a változása nem egyirányú, hanem szóródásjellegű és ez nyilván azt jelenti, hogy az eloszlási hányados értéke független a szilárd fázis mennyiségétől, vagyis folyamatosan sikerült egyensúlyt elérnünk a kristály mindenkor felületi rétege és az oldat között. Így tehát valóban a kristályosodás feltételeinek megválasztásával biztosítottuk a Doerner-Hoskins-féle kristályrendszer kialakulását. A kísérletileg talált  $\lambda$  értékek aránylag nagymértékű szórása

I. táblázat

A Ba-140 /mikrokomponens/, megoszlásának vizsgálata  
PbSO<sub>4</sub>·Ba<sup>140</sup>SO<sub>4</sub> elegykristályfázis és ezen elegykris-  
tály makrokomponensének /PbSO<sub>4</sub>-nek/telített vizes  
oldata között

Az elegykristályfázis előállításának módja: PbSO<sub>4</sub> szakaszos kicsa-  
 pása <sup>140</sup>Ba<sup>++</sup>-indikátor jelenlétében.

Hőmérséklet: 25,0 C°. Az oldat mennyisége t = 0 időpontban: 2,0 ml  
 Pb/NO<sub>3</sub>/<sub>2</sub>-oldat + 0,2 ml Ba<sup>140</sup> indikátor-oldat.

Keverési idő min.	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> ada- golási se- bessége, ml/min.	Pb/NO <sub>3</sub> / <sub>2</sub> összes mennyisé- ge, b mg	Pb/NO <sub>3</sub> / <sub>2</sub> az oldat- ban, 1 - x'	Ba <sup>140</sup> az oldatban, 1 - ξ'	λ
20	0,345	101,0	0,913	0,564	6,35
30	0,372	100,4	0,908	0,406	9,30
40	0,369	101,0	0,895	0,373	8,94
50	0,338	100,8	0,817	0,255	6,74
60	0,340	100,0	0,840	0,206	9,02
70	0,352	101,0	0,678	0,156	4,80
λ átlagértéke:					7,53

azzal magyarázható, hogy általános tapasztalat szerint a nehezen oldható sók  
 esetében a reprodukálhatósági hibahatárok kitágulnak.

Az 1. ábra világosan mutatja, hogy az ólom-szulfát anyakristályban  
 a bárium bedusul, míg a stroncium nem. Ezen kvalitatív megállapításon túl a  
 kísérletek igazolták, hogy a λ átlagértéke a Ba-140 indikálás esetében  
 /7,53/ a kísérleti hibahatárokon belül megegyezik az izoterma-módszerrel  
 meghatározott λ -értékkal /5,56/. A Sr-90 indikálás esetében a kísérletileg  
 megállapított λ átlagértéke /0,082/ és az izoterma módszerrel talált λ  
 érték /0,276/ közötti nagyobbfokú eltérés oka nyilvánvalóan abban keresendő,  
 hogy a Sr-90 szilárd fázisban lévő maximális mennyisége az izoterma-mérések-  
 nél még a 10 %-ot sem érte el. Így ezen mérések viszonylagos kísérleti hibá-  
 ját lényegesen nagyobbak kell feltételeznünk, mint a Ba-140 esetében s ezért  
 nagyobb eltérés mutatkozik a kísérletileg megállapított λ értéktől.

## II. táblázat

A stroncium /mikrokomponens/ megoszlásának vizsgálata  
 $PbSO_4 \cdot Sr^{90}SO_4$  elegykristályfázis és ezen elegykristály  
makrokomponensének / $PbSO_4$ -nek/telített vizes oldata  
között

Az elegykristályfázis előállításának módja:  $PbSO_4$  szakaszos kicsapása  $^{90}Sr^{++}$ -indikátor jelenlétében. Hőmérséklet:  $25,0\text{ }^\circ\text{C}$ . Az oldat mennyisége  $t = 0$  időpontban:  $2,0\text{ ml } Pb/NO_3/2$ -oldat +  $0,5\text{ ml } Sr^{90}$  indikátor-oldat.

Keverés i idő, min.	$H_2SO_4$ ada- golási se- bessége ml/min	$Pb/NO_3/2$ összes mennyisé- ge, b mg	$Pb/NO_3/2$ az oldat- ban $1 - x'$	$Sr^{90}$ az oldatban $1 - \xi'$	$\lambda$
40	0,371	100,0	0,795	0,985	0,072
70	0,353	101,9	0,660	0,985	0,061
90	0,363	101,3	0,583	0,960	0,077
120	0,355	100,8	0,361	0,930	0,072
150	0,356	100,0	0,370	0,928	0,074
180	0,356	100,4	0,375	0,876	0,134
$\lambda$ átlagértéke:					0,082

Végső következtetésként tehát az izoterma módszerrel meghatározott és a kísérletileg mért megoszlási hányados /  $\lambda$  / értékeinek megközelítő egyezése azt igazolja, hogy a kapilláris réteg hatása az elegykristályképződésnél lényeges szerepet játszik, legalábbis olyankor, amikor az elegykristály keletkezése csak nagyon csekély mértékben túltelített oldatokból történik. A következő kísérletek feladata megvizsgálni, hogy a kapilláris réteg elve hasonló sikerrel alkalmazható-e erősen túltelített oldatokból való elegykristályképződésnél.

I r o d a l o m

- [1] Tóth B., KFKI Közl. 7, 1-2, 45 /1959/
- [2] Chlopin, V.G. Dokladi R.A.N. /A/, 31-33 /1922/
- [3] Doerner H.A. and Hoskins W.M., Journ. Am. Chem. Soc., 47, 662 /1925/

Érkezett 1959. nov. 10.

KFKI Közlemények 7. évf. 6.szám, 1959.

ÖSSZESITETT TARTALOMJEGYZÉK AZ 1959. ÉVBEN  
MEGJELENT SZÁMOKHOZ

Oldal

Almássy Gyula, Ördögh Mária és Habodás Béla: Adatok a tórium kromatográfiájához. A tórium elválasztása papíron és cellulóze oszlopon.....	67
Ádám András, Bod László, Szabó Zoltán és Szeghő László: Pulzált üzemi /d,t/ neutronforrás.....	331
Berecz György és Fáthy Ferenc: Egy Küstner-féle nagy ionizációs kamra üzembehelyezése.....	123
Berkes István és Demeter István: Elektronok kisszögű szórása	203
Bod László: 1. Ádám András, Bod László, Szabó Zoltán és Szeghő László.....	331
Bozóki György, Fenyves Ervin és Jánossy Lajos: Áthatoló záporokat keltő kozmikus sugárzási részecskék abszorpció hosszának mérése ólomban.....	97
Bozóki György és Gombosi Éva: Fotoemulzióban észlelt csillagok karszám szerinti gyakoriság eloszlásának vizsgálata.....	189
Bozóki György Domokos Gábor, Fenyves Ervin, Frenkel Andor, Gombosi Éva, Bebel D., Lanius K., Meier H.W.: További vizsgálatok egy nagyenergiájú jet-en.....	374
Chaloupka P., Kowalski T., Mokry P., Sándor Tamás, Somogyi Antal és Telbisz Ferenc: A kozmikus sugárzás intenzitásának hirtelen csökkenése.....	107
Demeter István: 1. Berkes István és Demeter István.....	203
Domokos Gábor: 1. Bozóki György, Domokos Gábor, Fenyves Ervin, Frenkel Andor, Gombosi Éva, Bebel D., Lanius K., Meier H.W. ....	374
Farkas Győző és Varga Péter: Transzparens katódu elektron-sokszorozó sötétáramának csökkenése.....	248
Fáthy Ferenc: 1. Berencz György és Fáthy Ferenc.....	123
Fenyves Ervin: 1. Bozóki György, Fenyves Ervin és Jánossy Lajos.....	97
Fenyves Ervin, Frenkel Andor, Petrzilka V., Sedlak J., Telbisz Ferenc és Vrana J.: Nagyenergiájú elektronphoton kaskád vizsgálata emulzióban.....	183
Fenyves Ervin: 1. Bozóki György, Domokos Gábor, Fenyves Ervin, Frenkel Andor, Gombosi Éva, Bebel D., Lanius K., Meier H.W.....	374
Fodor Miklós, Pokó Zoltán és Szabó Elek: Ioncserélő gyanták alkalmazhatóságának vizsgálata uránércek feltárása közben.....	404
Fogarassy Bálint és Németh Géza: Új potenciálfüggvény kétatomos molekulák számára.....	302
Fogarassy Bálint és Németh Géza: Szilárd testek fajhőjéről és hőtágulásáról.....	312
Frenkel Andor: 1. Fenyves Ervin, Frenkel Andor, Petrzilka V., Sedlak J., Telbisz Ferenc és Vrana J.....	183

	Oldal
Frenkel Andor: l. Bozóki György, Domokos Gábor, Fenyves Ervin Frenkel Andor, Gombosi Éva, Bebel D., Lanius K., Meier H.W.....	374
Gombosi Éva: l. Bozóki György és Gombosi Éva.....	189
Gombosi Éva: l. Bozóki György, Domokos Gábor, Fenyves Ervin Frenkel Andor, Gombosi Éva, Bebel D. Lanius L., Meier H.W.....	374
Hadobás Béla: l. Almássy Gyula, Ördögh Mária és Hadobás Béla	67
Hoffmann Tibor: A kristálymagképződés egy elmélete.....	287
Iványi Gyula és Szilávik Ferenc: Egy univerzális tizcsatornás időanalizátor.....	237
Jánossy Lajos: l. Bozóki György, Fenyves Ervin és Jánossy La- jos.....	97
Imre Lajos: Hordozómentes radioaktív izotópok előállításának elvi alapjai II.....	3
Kiss Árpád István és Muth Béla Róbert: Az oxigén-csoport ele- meit tartalmazó monoszubsztituált benzolszármazékok ultraibolya fényelnyeléséről.....	147
Kiss István és Szabó Elekné: A víz-metiletiketon rendszer gőz- nyomása.....	218
Kiss István, Opauszki István és Matus Lajos: Adatok a bórizo- topók szétválasztásához.....	391
Kosály György: A neutrongáz statisztikus elméletéről.....	357
Kosály György és Németh Géza: Neutronok lelassulási idejének átlagáról és szórásáról.....	352
Krén Emil: l. Szabó Pál és Krén Emil.....	366
Lajtai /Lukovics/ Albert: Nagy felbontóképességű szcintillá- ciós neutrontektorok.....	341
Madarász Zoltán és Zámori Zoltán: Higanykapcsolós impulzusge- nerátor.....	158
Matus Lajos: l. Kiss István, Matus Lajos és Opauszki István...	391
Molnár Ferenc: Hordozómentes radioaktív izotópok előállítása III. Modellkísérletek nagy fajlagos aktivitású és hordozómentes Fe-59 előállítására.....	22
Molnár Ferenc: Hordozómentes radioaktív izotópok előállítása IV. Modellkísérletek hordozómentes S -35 előállí- tására.....	29
Molnár József: Hordozómentes radioaktív izotópok előállítása V. Hordozómentes radioaktív izotóp-készítmények elő- állítása az elektrolízis módszerével.....	37
Muth Béla Róbert: l. Kiss Árpád István és Muth Béla Róbert..	147
Nagy Elemér, Nagy Imre és Tóth József: A rendezett fázis ki- alakulásának kinetikája $Cu_3Au$ ötvözetekben.....	276
Nagy Gizella Ágnes: Hordozómentes radioaktív izotópok előál- lítása VIII. Hordozómentes Cr-51 készítmények elő- állítása Szilárd-Chalmers-féle reakcióval.....	133
Nagy Imre: l. Nagy Elemér, Nagy Imre és Tóth József.....	376
Németh Géza: l. Fogarassy Bálint és Németh Géza.....	302



	Oldal
Németh Géza: 1. Fogarassy Bálint és Németh Géza.....	312
Németh Géza: 1. Pál Lénárd és Németh Géza.....	347
Németh Géza: 1. Kosály György és Németh Géza.....	352
Opauszki István: 1. Kiss István, Matus Lajos és Opauszki Ist- ván.....	391
Ördögh Mária: 1. Almássy György, Ördögh Mária és Habodás Béla	67
Ördögh Mária: Kismennyiségű urán meghatározása cellulóze osz- lop kromatográfiás elválasztás segítségével.....	76
Pál Lénárd és Tarnóczi Tivadar: Rendeződési folyamatok vizs- gálata vas-aluminium ötvözetekben.....	265
Pál Lénárd és Németh Géza: Neutronok lelassulási idejének szó- rásáról.....	347
Patóh Piroska és Schneer Anna: Urán-komplexek előállítása vé- kony rétegek készítésének céljára.....	80
Pavljucsenko M.M.: A fázishatárokon végbemenő reakciókról....	86
Pokó Zoltán: 1. Fodor Miklós, Pokó Zoltán és Szabó Elek.....	404
Sándor Tamás, Somogyi Antal és Telbisz Ferenc: Fotoemulzióban észlelt csillagok karszám szerinti gyakoriság elosz- lásának vizsgálata.....	199
Sándor Tamás: 1. Chaloupka P., Kowalski T., Mokry P., Sándor Tamás, Somogyi Antal és Telbisz Ferenc.....	107
Schneer Anna: 1. Patóh Piroska és Schneer Anna.....	80
Schneer Anna: Vörösziszap cirkónium-tartalmának térfogatos meg- határozása.....	399
Sebestyén Béla és Vajda Ferenc: Stabilizált tápfeszültségfor- rás rácshvezérelt egyenirányítókkal.....	168
Sebestyén Béla és Vajda Ferenc: Nagyáramu, egyenfeszültségű stabilizált tápegység.....	174
Sebestyén Béla: Precíziós laboratóriumi tápegység.....	225
Somogyi Antal: 1. Chaloupka P., Kowalski T., Mokry P., Sándor Tamás, Somogyi Antal és Telbisz Ferenc.....	109
Somogyi Antal: 1. Sándor Tamás, Somogyi Antal és Telbisz Fe- renc.....	199
Surányi Péter: A multipliett mezonkeltség fenomenológikus vizs- gálata.....	378
Szabó Elek: 1. Fodor Miklós, Pokó Zoltán és Szabó Elek.....	404
Szabó Elekné: 1. Kiss István és Szabó Elekné.....	218
Szabó Pál: A totálreflexió befolyása neutron-kollimátorok mé- retezésére.....	257
Szabó Pál: Finomkristályos szenek kristályszerkezeti rendezet- lenségének kimutathatóságáról.....	296
Szabó Pál és Krén Emil: Neutron-monokromatizálás céljára ké- szített nagy egykristályok orientálása.....	366
Szabó Zoltán: 1. Ádám András, Bod László, Szabó Zoltán és Szeg- hő László.....	331
Szeghő László: 1. Ádám András, Bod László, Szabó Zoltán és Szeghő László.....	331
Szlávik Ferenc: 1. Iványi Gyula és Szlávik Ferenc.....	237
Tarnóczi Tivadar: 1. Pál Lénárd és Tarnóczi Tivadar.....	265

	Oldal
Telbisz Ferenc: l. Chaloupka P., Kowalski T., Mokry P., Sandor Tamás, Somogyi Antal és Telbisz Ferenc.....	107
Telbisz Ferenc: l. Fenyves Ervin, Frenkel Andor, Petrzilka V., Sedlak J., Telbisz Ferenc és Vrana J.....	183
Telbisz Ferenc: l. Sándor Tamás, Somogyi Antal és Telbisz Ferenc.....	199
Tompa Kálmán: Relaxációs idők meghatározása fémekben elektronmag kettős rezonancia alapján.....	115
Tóth Béla: Hordozómentes radioaktív izotópok előállítása VI. Radiaktív izotópok előállítása szilárd oldatok módszerével.....	45
Tóth Béla: Elegykristály-módszer alkalmazása hordozómentes radioaktív izotópok előállítására.....	417
Tóth Géza: Hordozómentes radioaktív izotópok előállítása VII. A J-131 atomfajta adszorpciója Pt-elektrod felületén.....	59
Tóth József: l. Nagy Elemér, Nagy Imre és Tóth József.....	276
Turi László: Osztott mágnesű mikrotron.....	111
Vajda Ferenc: l. Sebestyén Béla és Vajda Ferenc.....	168
Vajda Ferenc: l. Sebestyén Béla és Vajda Ferenc.....	174
Varga Péter: l. Farkas Győző és Varga Péter.....	248
Vályi Nagy József: Co-60 besugárzó berendezés laboratóriumi célokra.....	410
Zámori Zoltán: l. Madarász Zoltán és Zámori Zoltán.....	158

TUDOMÁNYOS PUBLIKÁCIÓK AZ 1959. ÉVBEN

- \* Almássy Gy.-Nagy G.: Adatok a hordozómentes  $\text{Th}^{234}$  /UX<sub>1</sub>/ kromatográfiás előállításához.  
MTA Kémiai Oszt. Közleményei 11, 1 /1959/
- \* Almássy Gy.\*-Hadobás B.: Adatok a tórium kolorimetriás meghatározásához a toronos módszerrel.  
MTA Kémiai Oszt. Közleményei 11, 5 /1959/
- \* Bardócz Á.-Raymond T.B.: Spektrokémiai elemzés forgótárcsa segítségével.  
Magyar Kémiai Folyóirat 65, 126 /1959/
- \* Barócz Á.\*-Vanyek M.Vörös T.: Szinképvonalak hullámhosszának eltolódása szikraszinképekben.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 117 /1959/
- \* Bardócz Á.: Időben felbontott spektroszkópia nagy pontosságú elektronikus vezérlésű gerjesztőberendezésekkel.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 103 /1959/
- \* Bardócz Á.: Theory of Operation and Constructional Principles of a High-Precision Spectroscopic Spark Source.  
Brit. Journ. Appl. Phys. 10, 310 /1959/
- \* Bardócz Á.: Berendezés időben nagy pontossággal felbontott spektroszkópiához.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 195 /1959/
- \* Bardócz Á.-Vörös T.\*-U. Vanyek M.: A térerősség és iontöménység időbeli lefolyása szikrakisülésben időben felbontott szinképek alapján.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 375 /1959/
- Békéssy A.-Jánossy L.-Pál L.: Metodii opredelenyija fluktuacii enyergii i uglovova rassejnyija büsztrüh ionyizujutshich csasztyic.  
Acta Phys. Hung. 9, 245. /1959/
- Bozóky Gy.-Fenyves E.-Sándor T.-Somogyi A.: Further Investigation of Extensive Air Showers Containing Nuclear Active Particles.  
Acta Phys. Hung. 9, 347 /1959/
- Bozóky Gy.-Fenyves E.-Jánossy L.: Measurement of the Absorption Length of Penetrating Shower Producing Cosmic Ray Particles in Lead  
Nuclear Phys. 11, 531 /1959/.
- Bozóky Gy.-Gombosi É.: On the Energy Dependence of the Anisotropy of High-Energy Nuclear Interactions.  
Nuclear Phys. 9, 400 /1958-59/.
- Bozóki Gy.-Domokos G.-Fenyves E.-Frenkel A.-Gombosi É.-Bebel D.-Lanius K.-Meier W.: Further Investigation of a High Energy Jet.  
Nuovo Cimento 13, 662 /1959/

- Bozóky L.-Vándor F.: Ujtipusu nőgyógyászati kobaltsugárforrások.  
Magyar Onkológia 3, 56 /1959/
- Bozóky L.-Vándor F.: New Types of Radiocobalt Sources in Gynaecology.  
Acta Medica 14, 179 /1959/
- Chaloupka P.-Kowalski T.-Mokry P.-Sándor T.-Somogyi A.-Telbisz F.: A Decrease in the Intensity of the Cosmic Radiation Observed Underground at Sea Level and at Mountain Altitude.  
Nuovo Cimento 12, 639 /1959/
- M.Császár L.: Adalékok a No molekula  $\lambda = 6000 \text{ \AA}$  körüli megjelenő szinképei sávjainak M.W.Feast által adott analíziséhez.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 489 /1959/
- Deézi I.: Hetes felső vibrációs állapotú beta-sávok észlelése a NO-molekula szinképében.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 189 /1959/
- Domokos G.: Problems of Multiple Particle Emission  
Acta Phys.Hung. 10, 7 /1959/
- Domokos G.-Malicsko L.: Investigation of Concentration Distributions Around Crystals in Aqueous Solutions  
Acta Phys.Hung. 10, 185 /1959/
- \* Fáthy F.-Bukovszky F.: Elementary Method for the Calculation of the Lattice Energies of the NaCl Crystal.II.  
Acta Phys.Hung. 9, 275 /1959/
- Farkas Gy.-Varga P.: Sugárzó üreg emisszióképességének meghatározásáról.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 37/1959/
- Fenyves E.-Frenkel A.-Telbisz F.-Petrzilka V.-Sedlak J.-Vrana J.: Investigation of a High Energy Electron-Photon Cascade in Emulsion.  
Nuovo Cimento 14, 1249 /1959/
- Fodor M.: Die Anwendung des Komplexon-Ionenaustauscher-Trennverfahrens bei der quantitativen Uranbestimmung  
Kernenenergie 2, 1115 /1959/
- Fogarassy B.: Interaction Between Electrons and Coherent Fields.  
Acta Phys.Hung. 10, 305 /1959/
- Fogarassy B.: Koherens tér és elektronok kölcsönhatása.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 355 /1959/
- Gémessy T.-Kántor K.: Sztereokiértékelő berendezés.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 139 /1959/
- Graff Gy.-Jánossy L.: An Investigation Concerning the Classical Fluctuation of Light  
Acta Phys.Hung.10,291 /1959/
- Hedvig P.: A Simple Method for Increasing the Sensitivity of a Microwave Paramagnetic Resonance Spectrometer  
Acta Phys.Hung. 10, 115 /1959/

- Jánossy L.: The Fluctuation of Intensity of an Extended Light Source.  
Nuovo Cimento 12, 369 /1959/
- Jánossy L.: Planck filozófiai nézetei a fizikában.  
Magyar Tudomány 7-8, 343 /1959/
- Keszthelyi L.-Fodor I.: Investigation of the 16,1 MeV Excitation Level of  $C^{12}$ .  
Nuclear Physics 10, 564 /1959/
- Keszthelyi L.-Zimányi J.: On the Excited Levels of  $Pt^{192}$   
Acta Phys. Hung. 10, 1 /1959/
- Keszthelyi L.: Atomok és atomi részecskék. Könyv.  
Műszaki Könyvkiadó, 1959. 508. old.
- Kosály Gy.: On the Statistical Theory of Neutron Transport  
Nukleonik 1, 221 /1959/
- Kosály Gy.-Németh G.: On the Average and the Fluctuation of Slowing Down Time of Neutrons in Heavy Moderators  
Nukleonik 1, 225 /1959/
- Koczás E.: The Rotational Analysis of the Bands /2,5/ and /2,6/ in the Gamma Band System of The NO Molecule.  
Acta Phys. Hung. 10, 117 /1959/
- \* Marx Gy.: On the Second Order Wave Equation of Fermions II.  
Nuclear Phys. 10, 468 /1959/
- \* Marx Gy.: The Fundamental Theorem of Continuous Transformation in the Quantum Theory.  
Acta Phys. Hung. 9, 393 /1959/
- Molnár F.-Tóth Gy.: Separation of Thorium, Zirconium and Niobium as Sulphates by Anion Exchange.  
Acta Chimica 19, 75 /1959/
- Menyhárd N.: A gyenge kölcsönhatások szimmetriatulajdonságai.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 293 /1959/
- Náray Zs.: Application of Delayed Feedback in Electronic Circuits.  
Brit. Journ. Appl. Phys. 10, 400 /1959/
- Náray Zs.: Késleltetett visszacsatolás alkalmazása elektronikus áramkörökben.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 495 /1959/
- \* Orient O.: Effects of the Cathode of Self Quenching GM-Counters.  
Acta Phys. Hung. 9, 343 /1959/
- Pál L.-Németh G.: On the Fluctuation of the Slowing Down Time of Neutrons.  
Nukleonik 1, 165 /1959/

- Pál L.-Németh G.: A Statistical Theory of Lattice Damage in Solids Irradiated by High Energy Particles.  
Nuovo Cim. 12, 293 /1959/
- Pál L.-Bata L.-Kiss I.: Investigations on the Moderating Parameters of Down-therm "A" at Different Temperatures.  
Acta Phys.Hung. 10, 173 /1959/
- Schneer A.: Die Anwendung massanalytischer Zirkoniumbestimmungsmethoden.  
Kernenenergie 2, 1119 /1959/
- Schneer A.-Harmann H.: Cirkónium térfogatos meghatározása.I. Titrálás lúg s közegben káliumpermanganáttal.  
Magyar Kémiai Folyóirat 65, 31 /1959/
- Schneer A.-Hartmann H.: Cirkónium térfogatos meghatározása.II.Cirkóniumtetramandelát oxidációja krómsavval.  
Magyar Kémiai Folyóirat 65, 64 /1959/
- Sebestyén B.: Huzalpotencióméterek méretezése adott jelleggörbe alapján.  
Magyar Híradástechnika 10, 24 /1959/
- Szabó P.: On the Calculation of Intensity Cattared Sort by Fine Crystal Coals.  
Acta Phys.Hung. 9, 285 /1959/
- Szabó P.: On the Optimum Dimensions of Collimators for Neutron Diffraction.  
Nuclear Instr. and Meth. 5, 184 /1959/
- Szlávik F.-Iványi Gy.: Egy neutronspektroszkópiái célokra tervezett loo csatornás időanalizátor rendszertechnikai kérdései.  
Mérés és Automatika 7, 112 /1959/
- \* U.Vanyek M.: Kiszélesedési effektusok vizsgálata szikrakisülésben.  
Magyar Kémiai Folyóirat 65, 463 /1959/
- Vörös T.: Elektron-ion rekombináció a szikracsatornában.  
Magyar Kémiai Folyóirat 65, 490 /1959/
- Zimányi J.-Nagy K.: Szögkorreláció az elektronbefogás által kiváltott neutrinó és gamma-kvantum között.  
Magyar Fizikai Folyóirat 7, 275 /1959/
- Megjegyzés: A \* -gal jelöltek 1959 év folyamán eltávoztak Intézetünkben.

A kiadásért felelős: Dr. Jánossy Lajos

Megrendelve: 1959.XI.26. Pédányszám: 450

Készült Rotaprint eljárással az MSZ 5601-54 Á és MSZ 5602-55 Á szabványok  
szerint 11,5 (Á/5) ív terjedelemben 15 ábrával

FELSŐOKTATÁSI JEGYZETELLÁTÓ VÁLLALAT

Felelős: Heitter Imre

9-1568





T. sz.: 9—1568