

70



A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
**KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETÉNEK**  
 KÖZLEMÉNYEI *409 be*

9. KÖTET

1-2. SZÁM

OLVASÓTERMI PÉLDÁNY

KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET KÖNYVTÁRA  
 Keltárca szept. 4. 4035 sz. alatt.  
 Budapest, 1963 év. apr. hó. 9. n.  
*W. K. K.*

1988

1961

BUDAPEST





A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA  
KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETÉNEK  
K Ö Z L E M É N Y E I

Erő János, Kiss István, Mátrai Tibor, Náray Zsolt és Pál Lénárd  
közreműködésével szerkeszti  
Fenyves Ervin

---

9. kötet

1961

1-2. szám

---

T A R T A L O M J E G Y Z É K

	Oldal
1. Németh Géza, Raszl Károly, Szabados László, Szeghő László, Török Antal: Állandósult hőmérsékleteloszlás heterogén reaktorok aktív zónájának henger-szimmetrikus egységcellájában, konvektív hőátadás esetén.....	3
2. Ádám András, Hraskó Péter és Quittner Pál: Gyors neutronok energiájának mérésére szolgáló ionizációs kamra.....	25
3. Rupp Erzsébet: Megjegyzések a maximális valószínűség /maximum likelihood/ és a súlyozott legkisebb négyzetek módszeréhez.....	37
4. Németh Géza: Aszimptotikus módszerek alkalmazása a szilárdtestek rácssérüléseit leíró differenciálegyenletek megoldásánál.....	43
5. Páris Gyula: Adalékok radiofrekvenciás ionforrás kiszívórendszerének számításához.....	57

KISÉRLETI TECHNIKA

6. Pásztor Endre: Nyomás alatt működő ionforrás.....	63
7. Pásztor Endre: Elektronágyu a 4 MV-os tankgenerátorhoz.....	77
8. Ember György: Elektronikus impulzusszámláló és tároló áramkör.....	87

- . -

Technikai szerkesztő: Stancsich Györgyné

Kiadásért felelős: Dr. Jánosy Lajos

Megrendelve: 1961. VII. 27.

Példányszám: 450

Készült Rotaprint eljárással

---

KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET, DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY

ÁLLANDÓSULT HŐMÉRSÉKLETELOSZLÁS HETEROGÉN REAKTOROK AKTIV  
ZÓNÁJÁNAK HENGERSZIMMETRIKUS EGYSÉGCÉLLÁJÁBAN, KONVEKTIV  
HŐÁTADÁS ESETÉN

Írta: Németh Géza, Raszl Károly, Szabados László, Szeghő László  
és Török Antal

Reaktorfizikai és Technikai Laboratórium

Összefoglalás

A dolgozatban megoldjuk a hővezetés differenciálegyenletét véges és végtelen hosszúnak tekinthető fűtőelemre.

Hasonló feladatokat eddig úgy oldottak meg, hogy előre megadták a hűtőközeg hosszmenti hőmérsékleteloszlását. Kimutatható azonban, hogy korrekt megoldásnál a hűtőközeg hőmérséklete a fűtőelem hőmérsékleteloszlásának ismerete nélkül nem származtatható. Mi, a problémát anélkül oldjuk meg, hogy ismertnek tételeznénk fel a hűtőközeg hosszmenti hőmérsékleteloszlását. Végül numerikus összehasonlítást teszünk a korrekt és közelítő megoldás között.

A magreaktorok jobb kihasználhatósága, a biztonságos méretezés és üzemeltetés érdekében, célszerű lenne a lehető legpontosabban ismernünk az egységcellában kialakuló hőmérsékleti viszonyokat. A szakirodalomban - feltehetően az egyszerűség kedvéért - a legtöbb helyen azzal az elhanyagolással találkozunk, hogy figyelmen kívül hagyják a tengelyirányu hővezetést. Ahol ezt figyelembe veszik, ott viszont a hűtőközeg hosszmenti hőmérsékleteloszlását tételezik fel ismertnek [12].

Dolgozatunkban megoldjuk a hővezetés differenciálegyenletét véges és végtelen hosszúnak tekinthető fűtőelemre anélkül, hogy a hűtőközeg tengelymenti hőmérsékleteloszlását ismertnek tételeznénk fel. Összehasonlítva a korrekt és a tengelyirányu hővezetést elhanyagoló megoldást, egy példa keretében számszerűen is kimutatjuk a közelítő megoldás alkalmazásából eredő hibákat.

A bevezetésben közöljük még a dolgozatban előforduló jelölések értelmét, valamint az összehasonlító példában felhasznált értékeit is.



Geometriai méretek:

$$\begin{aligned} R_0 &= 5 \cdot 10^{-3} & [\text{m}] & - \text{a fűtőelem sugara;} \\ R_1 &= 8 \cdot 10^{-3} & [\text{m}] & - \text{az egységcella egyenértékű sugara;} \\ l &= 0,5 & [\text{m}] & - \text{a fűtőelem /v.egységcella/ hossza;} \\ \Delta l &= 7 \cdot 10^{-2} & [\text{m}] & - \text{homlokreflektor-megtakarítás;} \\ \psi &= \frac{\pi}{1+2\Delta l} = 4,90874 & [\text{m}^{-1}] & ; \\ \varphi &= \psi \Delta l = 0,34361 \end{aligned}$$

Reaktorfizikai állandók:

$$\begin{aligned} \kappa &= 147 & [\text{m}^{-1}] & - \text{a diffúziós hossz reciproka az üzemanyagban;} \\ Q_0 &= 2,43830 & [\text{kcal/m}^3, \text{h}] & - \text{a hőforrassűrűségnek a /2/ egyenletből} \\ & & & \text{számított együtthatója;} \end{aligned}$$

Áramlástechnikai paraméterek:

$$\begin{aligned} v &= 1 & [\text{m/sec}] & = 3,6 \cdot 10^3 & [\text{m/h}] & - \text{a hűtőviznek a kontinuitási egyen-} \\ & & & & & \text{letből számított átlagsebessége;} \\ \rho &= 1000 & [\text{kg/m}^3] & - \text{a víz fajszúlya;} \\ G &= \sqrt{R_1^2 - R_0^2} / \pi \cdot \rho \cdot v = 442 & [\text{kg/h}] & - \text{az időegység alatt átáramló hűtő-} \\ & & & \text{viz súlya.} \end{aligned}$$

Hőtechnikai paraméterek:

$$\begin{aligned} \lambda &= 50 & [\text{kcal/m, h, C}^0] & - \text{az üzemanyag hővezetési tényezője;} \\ t_{be} &= 40 & [\text{C}^0] & - \text{a belépő hűtőviz hőmérséklete /z = 0-nál/;} \\ c_p &= 1 & [\text{kcal/kg, C}^0] & - \text{a víz fajhője;} \\ c_p G &= 442 & [\text{kcal/h, C}^0] & - \text{vizegyenérték;} \\ \alpha &= 5442 & [\text{kcal/m}^2, \text{h, C}^0] & - \text{hőátadási tényező /Re > 2300/;} \\ \omega &= \frac{2\pi R_0 \alpha}{c_p G} \end{aligned}$$

A fenti adatok egy kísérleti nyomottvizes reaktorra vonatkoznak.

I. Hővezetés differenciálegyenletének megoldása véges hosszúságú, hengeres fűtőelemre /  $\partial^2 T / \partial z^2 \neq 0$  /

1. Hőforrassűrűség-függvény meghatározása

A probléma megfogalmazásához szükségünk van a  $Q/r, z / [kcal/m^3, h]$  hőforrassűrűség-eloszlás függvényére, amely arányos az egységcellában uralkodó termikus neutronfluxussal. Ha az egységcella koordináta rendszerét a 2. ábrán látható módon vesszük fel, akkor a hőforrassűrűség-eloszlás függvénye a diffúziós elmélet szerint:

$$Q(r, z) = Q_0(\varrho, z) I_0(\kappa r) = Q_0(\varrho) I_0(\kappa r) \sin(\varphi + \psi z) \quad \left[ \frac{kcal}{m^3 h} \right], \quad /1/$$

ahol

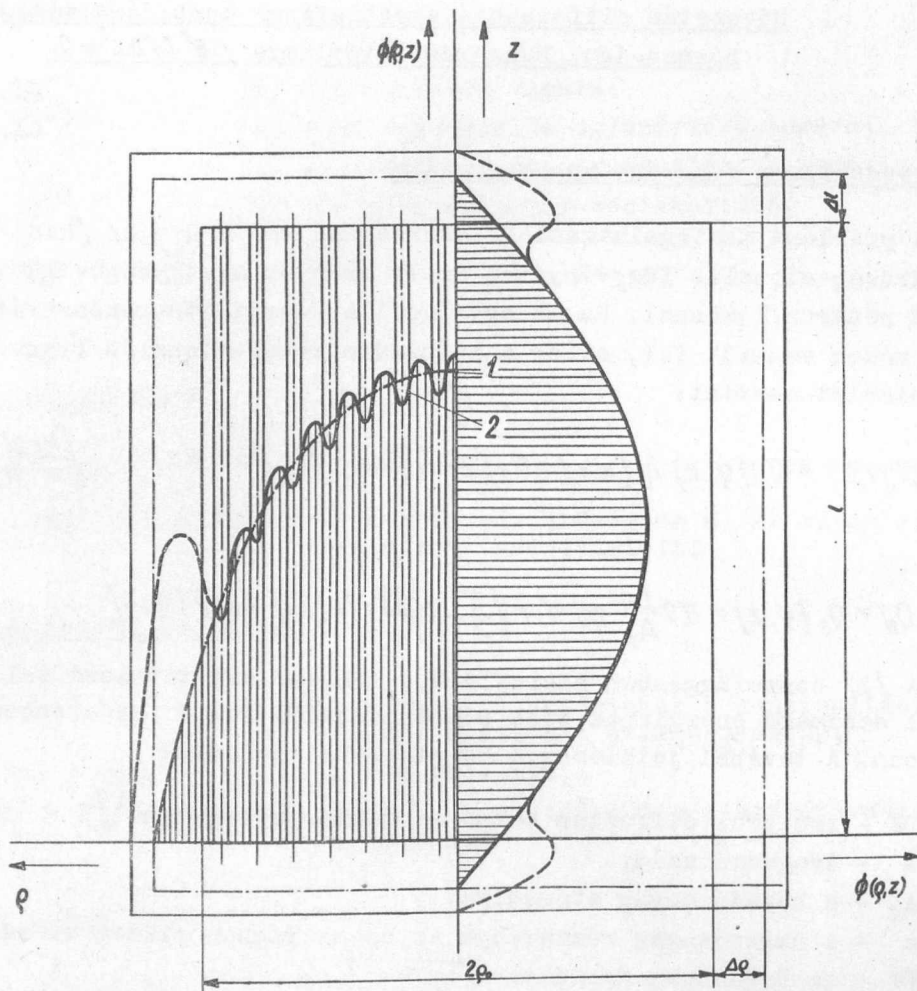
$$Q_0 = Q_0(\varrho, z) = 0,9 \frac{Lc}{A_f} \bar{\nu} \sigma_{of} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \sqrt{\frac{293}{T_n}} \cdot f_f(T_n) \cdot E_f \cdot \Phi(\varrho, z) \quad /2/$$

A /2/ összefüggésben szereplő 0,9 tényező azt tételezi fel, hogy a hasadásból származó energiának csak 90%-a szabadul fel a fűtőelemen hőenergia formájában. A további jelölések a következőket jelentik:

- $\kappa$  - reciprok diffúziós hossz az üzemanyagban  $[m^{-1}]$ ;
- L - Avogadro szám;
- $A_f$  - a hasadó anyag atomsúlya;
- c - a hasadóanyag részaránya az üzemanyagban /tömeg v. súly/;
- $\bar{\nu}$  - az üzemanyag fajsúlya  $[gr/cm^3]$  ;
- $\sigma_{of}$  - a hasadóanyag hasadási hatáskeresztmetszete /  $\bar{v}_n = 2200$  m/sec neutron átlagsebességnél/  $[cm^2]$  ;
- $T_n$  - a neutrongáz hőmérséklete  $[K^0]$ ;
- $f_f/T_n$  - a hasadóanyag hasadási hatáskeresztmetszetének az  $1/v$  törvénytől való eltérését figyelembe vevő, a neutrongáz hőmérsékletétől függő, korrekciós tényező;
- $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$  - a termikus neutronspektrum átlagolásából származik, amelyet  $T_n$  hőmérsékletű Maxwell-eloszlásnak tételeztünk fel;
- $\sqrt{\frac{293}{T_n}}$  - hőmérsékleti korrekciós tényező;
- $E_f$  - egy hasadás alkalmával felszabaduló teljes energia kcal-ban;
- $\Phi(\varrho, z)$  - termikus neutronfluxus a zóna egy  $\varrho, z /$  koordinátájú pontjában /1.ábra/;

$$\Phi(\varrho, z) = \Phi_0 J_0\left(\frac{2,405}{\varrho_0 + \Delta\varrho} \varrho\right) \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /3/$$

- ahol
- $\varrho_0$  - aktiv zóna sugara;
  - $\Delta\varrho$  - reflektormegtakarítás;
  - $\Phi_0$  - fluxus a  $\varrho = 0$  és  $z = 1/2$  pontban.



1. ábra

Termikus neutron fluxus-eloszlás az aktív zónában és a reflektorban. 1 - makrofluxus; 2 - mikrofluxus

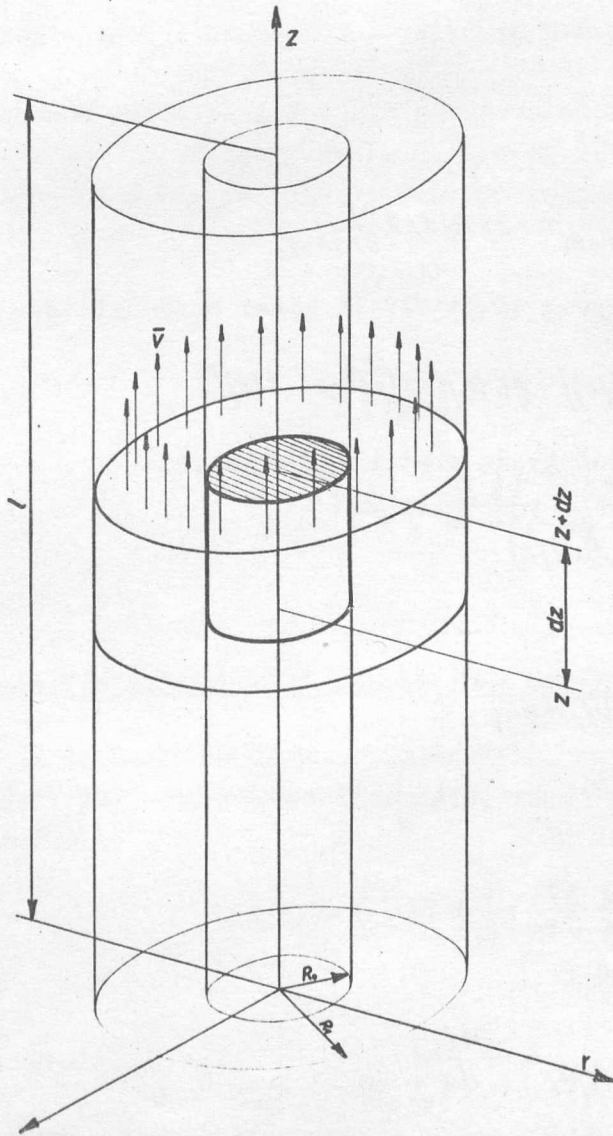
## 2. Peremértékfeladat megfogalmazása

A feladat egyszerűsítése érdekében a következő feltevéseket vezetjük be:

- A fűtőelem homlokfelületeit termikusan szigeteltnek tételezzük fel.
- Számításainkat csupasz fűtőelemre végezzük el.
- Az  $\alpha$  hőátadási tényező értékét állandónak vesszük a fűtőelem hossza mentén.
- A  $\lambda$  hővezetési tényezőt a test határfelületei hőmérsékletének számtani középértéke alapján határozzuk meg és ezt az értéket állandónak tekintjük [9].

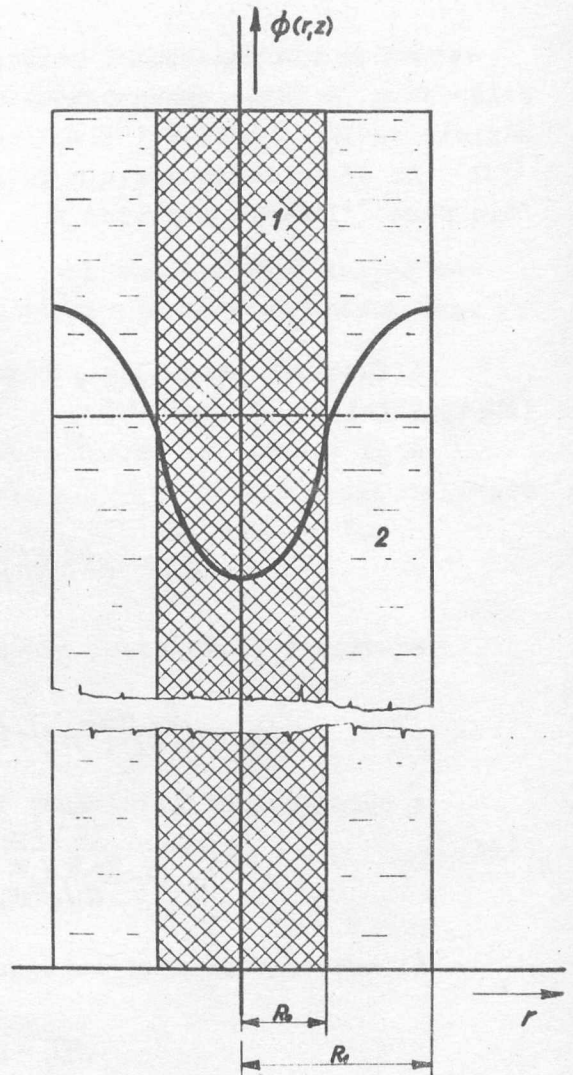


e/ A hűtőközeg hőmérsékleteloszlását csak az egységcella hossza mentén vizsgáljuk, ezért számításainkban mind az áramlási sebességet, mind a hűtőközeg hőmérsékletét az átömlési keresztmetszetre átlagoltnak tekintjük.



3. ábra

Egységcella



2. ábra

Mikrofluxus eloszlás /termikus/ az egységcellában. 1 - fűtőanyag; 2 - moderátor, hűtőközeg

Ezek után felírjuk a peremfeltételeket a fűtőelem homokfelületére és palástjára. A fűtőelemen a hőmérsékleteloszlást  $T/r, z/-$ vel, a hűtőviz hőmérsékleteloszlását  $t/z/-$ vel jelöljük.

Az a/ feltevés miatt a fűtőelem homokfelületeire a következő Neumann-féle peremfeltételt írhatjuk fel:

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0,1} = 0 \quad /4/$$

A fűtőelem palástjára, hőmérleg alapján, a következő egyenlőségeket írhatjuk fel /3. ábra/:

A  $dz$  hosszúságú palást-elemen időegység alatt kilépő elemi hőmennyiség:

$$dQ_1 = -dF\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} = -2\pi R_0 dz \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} \quad /5/$$

Konvektív hőátadással időegység alatt elvitt elemi hőmennyiség:

$$dQ_2 = dF\alpha [T(R_0, z) - t(z)] = 2\pi R_0 dz \alpha [T(R_0, z) - t(z)] \quad /6/$$

A hűtőközeg hőtartalmának időegység alatti megváltozása:

$$dQ_3 = c_p G dt(z) \quad /7/$$

Állandósult állapot esetén:

$$dQ_1 = dQ_2 = dQ_3 \quad /8/$$

Az /5/ és /6/ egyenlőségekből, rendezés után, megkapjuk az ismert harmadfajú vagy vegyes peremfeltételt:

$$T(R_0, z) + \frac{\lambda}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} = t(z) \quad /9/$$

Az /5/ és /7/ egyenlőségekből:

$$-\frac{\omega\lambda}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} = \frac{dt(z)}{dz} \quad /10/$$

A /10/ összefüggés teszi lehetővé annak a kényszerítő feltevésnek az elvetését, hogy adottnak tekintsük a hűtőközeg hőmérsékletének hosszmenti változását leíró  $t/z/$  függvényt. Ellenkező esetben ugyanis vagy intuitív módon, vagy mérések alapján kell a  $t/z/$  függvényt származtatni. Az előző esetben a megoldás nem korrekt, az utóbbiban pedig félempirikus lesz.

A /10/ kifejezést rendezve és /0,z/ határok között  $z$  szerint integrálva a  $t/z$ / vízhőmérsékletre még egy összefüggést kapunk:

$$t(z) = t_{be} - \frac{\omega \lambda}{\alpha} \int_0^z \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} dz, \text{ ahol } t_{be} = t(0) \quad /11/$$

A /11/ kifejezést /9/-be helyettesítve a harmadfajú vagy vegyes peremfeltételt a  $t/z$ / kiküszöbölésével a következőképpen fogalmazhatjuk meg:

$$T(R_0, z) + \frac{\lambda}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} + \frac{\omega \lambda}{\alpha} \int_0^z \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} dz = t_{be} \quad /12/$$

Végül az eddigiekben nyert peremfeltételeinket a korlátossági feltétellel kiegészítve, a jobb áttekinthetőség kedvéért, ismét írjuk fel:

$$T(r, z) \Big|_{r=0} < \infty; \quad /13/$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0, l} = 0; \quad /14/$$

$$T(R_0, z) + \frac{\lambda}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} + \frac{\omega \lambda}{\alpha} \int_0^z \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} dz = t_{be} \quad /15/$$

### 3. Hővezetés differenciálegyenletének megoldása

A 3. ábrán látható egységcellára, konvektív hőátadásnál belső hőforrás esetében, a következő inhomogén, vagy Poisson-féle, differenciálegyenlet írható fel:

$$\Delta T(r, z) = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{1}{\lambda} Q(r, z) \quad /16/$$

ahol

$$Q(r, z) = Q_0 I_0(\chi r) \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /17/$$

az 1. pontban ismertetett módon a mikrofluxusból számolt hőforrás-függvény.

A megoldandó differenciálegyenlet tehát:

$$\Delta T(r, z) = -\frac{Q_0}{\lambda} I_0(\chi r) \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /18/$$



A /18/ Poisson-egyenlet általános megoldása a homogén vagy Laplace-egyenlet általános megoldásának és az inhomogén vagy Poisson-egyenlet egy partikuláris megoldásának összegeként állítható elő, tehát:

$$T(r,z) = T_0(r,z) + T_1(r,z) \quad /19/$$

a/ A Laplace-egyenlet  $T_0(r,z)$  általános megoldása

$$A \quad \frac{\partial^2 T_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_0}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_0}{\partial z^2} = 0 \quad /20/$$

Laplace-egyenlet megoldását Fourier-módszerrel keressük, feltételezve, hogy a megoldás szeparálható, vagyis:

$$T_0(r,z) = R(r) \cdot Z(z) \quad /21/$$

Szeparálás után a Laplace-egyenlet szétválk két közönséges differenciálegyenletre:

$$R'' + \frac{1}{r} R' - \beta^2 R = 0 \quad /22/$$

$$Z'' + \beta^2 Z = 0 \quad /23/$$

A /22/ egy nulladrendű Bessel-típusú differenciálegyenlet, a /23/ pedig egy hullámgyenlet, amelyeknek megoldása azonnal felírható:

$$R(r) = A I_0(\beta r) + B K_0(\beta r) \quad /24/$$

$$Z(z) = C_1 \cos \beta z + C_2 \sin \beta z \quad /25/$$

A /13/ korlátossági feltételből és a /14/ peremfeltételből adódik, hogy  $B = 0$ , ill. a sajátfüggvény argumentuma  $\beta_n = \frac{n\pi}{l}$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) és  $C_2 = 0$ . Így a /22/ és /23/ differenciálegyenletek megoldásai:

$$R(r) = A I_0(\beta_n r) \quad /26/$$

$$Z(z) = C_1 \cos \beta_n z \quad /27/$$

Az  $A$  és  $C$ , együtthatók szorzatát  $A_n$  -nel jelölve a Laplace-egyenlet alape megoldása a következő lesz:

$$T_{0n}(r, z) = A_n I_0(\beta_n r) \cdot \cos \beta_n z \quad /28/$$

A Laplace-egyenlet általános megoldása pedig az alape megoldások végtelen soraként adódik:

$$T_0(r, z) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n I_0(\beta_n r) \cdot \cos \beta_n z; \quad \beta_n = \frac{n\pi}{l}; \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad /29/$$

b/ A Poisson-egyenlet egy  $T_1(r, z)$  partikuláris megoldása

Legyen a partikuláris megoldás a következő alakú:

$$T_1(r, z) = I_0(\kappa r) \cdot F(z) \quad /30/$$

A megoldandó differenciálegyenlet /18/ alapján:

$$\Delta T_1(r, z) = -\frac{Q_0}{\lambda} I_0(\kappa r) \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /31/$$

Helyettesítés után:

$$F''(z) + \kappa^2 F(z) = -\frac{Q_0}{\lambda} \sin(\varphi + \psi z) \quad /32/$$

Ennek a közönséges, másodrendű, inhomogén differenciálegyenletnek a megoldása ismét két részből tevődik össze; a homogén egyenlet egy általános megoldásából és az inhomogén egyenlet egy partikuláris megoldásából:

$$F(z) = F_0(z) + F_1(z) \quad /33/$$

Az  $F_0''(z) + \kappa^2 F_0(z) = 0$  homogén egyenlet megoldása:

$$F_0(z) = C_3 \cos \kappa z + C_4 \sin \kappa z \quad /34/$$

A partikuláris megoldás legyen a következő alakú:

$$F_1(z) = D \sin(\varphi + \psi z) \quad /35/$$

D együtthatónak a differenciálegyenletből való meghatározása után a partikuláris megoldás:

$$F_1(z) = -\frac{Q_0}{\lambda(\kappa^2 - \psi^2)} \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /36/$$

A /32/ differenciálegyenlet általános megoldása pedig a /34/ és /36/ alapján:

$$F(z) = C_3 \cos \kappa z + C_4 \sin \kappa z - \frac{Q_0}{\lambda(\kappa^2 - \psi^2)} \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /37/$$

C<sub>3</sub> és C<sub>4</sub> állandókat a /14/ peremfeltételből határozzuk meg. Ezek ismeretében a /18/ Poisson-egyenlet egy partikuláris megoldása:

$$T_1(r, z) = \frac{d\psi \cos \varphi}{\kappa} \cdot I_0(\kappa r) [f \cos \kappa z + \sin \kappa z] - d I_0(\kappa r) \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /38/$$

ahol

$$d = \frac{Q_0}{\lambda(\kappa^2 - \psi^2)} \quad ; \quad f = \frac{1 + \cos \kappa l}{\sin \kappa l}$$

A /18/ differenciálegyenlet általános megoldása a /29/ és /38/ kifejezések összegeként állítható elő:

$$T(r, z) = \frac{d\psi \cos \varphi}{\kappa} \cdot I_0(\kappa r) [f \cos \kappa z - \sin \kappa z] - \quad /39/$$

$$- d I_0(\kappa r) \cdot \sin(\varphi + \psi z) + A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n I_0(\beta_n r) \cdot \cos \beta_n z$$

#### 4. A<sub>n</sub> együtthatók meghatározása

A /39/ megoldásban szerepelnek az  $A_n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) ismeretlen együtthatók. Ezeket az együtthatókat a /15/ peremfeltétel alapján határozhatjuk meg. Irjuk fel a /15/ peremfeltételt úgy, hogy az egyenlőségjel baloldalára a végtelen sor alakú megoldásból származó tagok, jobboldalára pedig a zárt alakú megoldásból származó tagok kerüljenek:

$$T_0(R_0, z) + \frac{\lambda}{\alpha} \frac{\partial T_0}{\partial r} \Big|_{r=R_0} + \frac{\omega \lambda}{\alpha} \int_0^z \frac{\partial T_0}{\partial r} \Big|_{r=R_0} dz = t_{be} T_1(R_0, z) + \frac{\lambda}{\alpha} \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_0} - \frac{\omega \lambda}{\alpha} \int_0^z \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_0} dz \quad /40/$$



A kijelölt operációkat végrehajtva a /29/ és /38/ megoldásokon és ezeket a /40/ összefüggésbe behelyettesítve, rendezés után kapjuk:

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n p_n \cos \beta_n z + A_n r_n \sin \beta_n z] = \frac{t_{be} + t_{ki}}{2} + ad \sin(\varphi + \psi z) - \frac{d\pi b}{\psi} \cos(\varphi + \psi z) - \frac{d\psi \cos \varphi}{\pi} [(a+bf) \sin \pi z + (af-b) \cos \pi z] \quad /41/$$

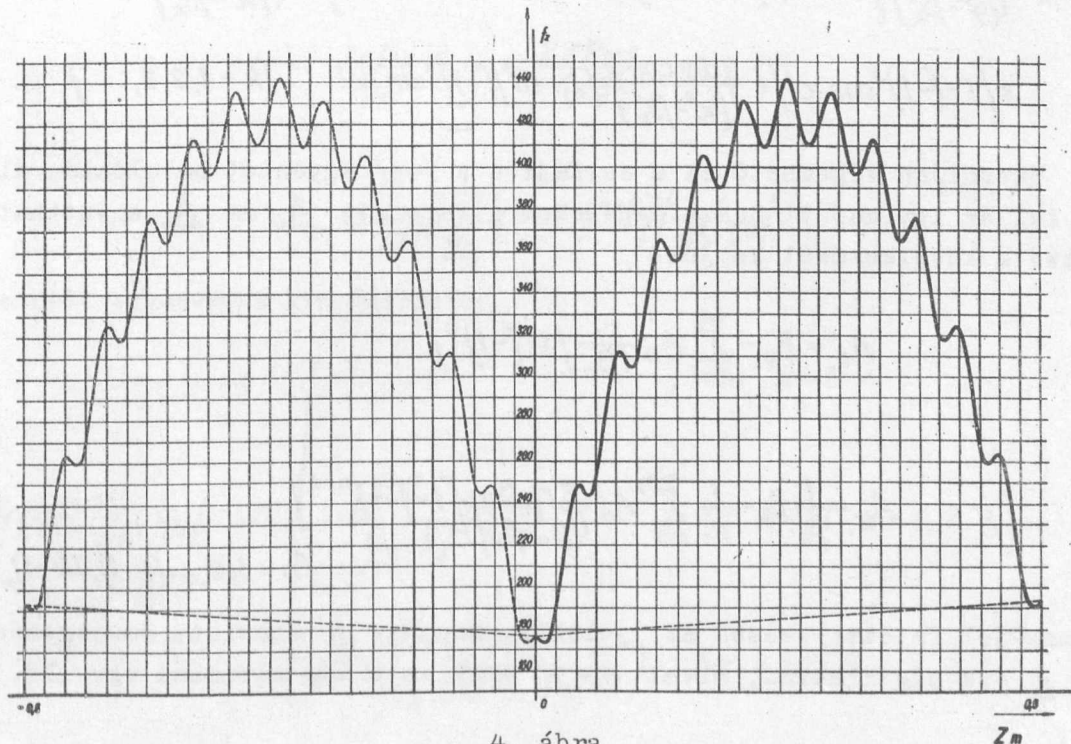
ahol

$$p_n = I_0(\beta_n R_0) + \frac{\lambda \beta_n}{\alpha} I_1(\beta_n R_0) \quad ; \quad r_n = \frac{\omega \lambda}{\alpha} I_1(\beta_n R_0)$$

$$a = I_0(\pi R_0) + \frac{\lambda \pi}{\alpha} I_1(\pi R_0) \quad ; \quad b = \frac{\omega \lambda}{\alpha} I_1(\pi R_0) \quad /42/$$

A /41/ összefüggés jobboldalán álló, zárt alakban megadott, függvényt /4. ábra/  $f(z)$ -vel jelölve az egyenlet következő alakjához jutunk:

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n [p_n \cos \beta_n z + r_n \sin \beta_n z] = f(z) \quad /43/$$



4. ábra

A  $-1 \leq z \leq 0$  intervallumban párosan folytatott  $f(z)$  függvény

Az  $A_n$  együtthatókat a végtelen sok ismeretlenes egyenletrendszer alkalmazásával számítjuk ki [1]. Ez a módszer használható tetszőleges függvény - adott függvények szerinti - sorfejtésénél. Ennek értelmében úgy járunk el, hogy a /43/ egyenlőség mindkét oldalán szereplő függvényt párosan folytatjuk a  $[-l \leq z \leq 0]$  intervallumban /4. ábra/. Ezután az egyenlet mindkét oldalát  $\cos \beta_k z$  szerint Fourier-sorba fejtve, az együtthatók összehasonlításának módszerével az  $A_n$  együtthatók meghatározására, egy  $k$  szerint végtelen sok ismeretlenes egyenletrendszert kapunk.

Fejtsük először Fourier-sorba a /43/ kifejezés jobboldalán álló, zárt alakban megadott,  $f(z)$  függvényt  $\cos \beta_k z$  szerint:

$$f(z) = B_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos \beta_k z ; \text{ ahol } k = 1, 2, 3, \dots \quad /44/$$

$$\beta_k = \frac{k\pi}{l}$$

Rövid számolás után  $B_0$ -ra és  $B_k$ -ra a következő kifejezéseket kapjuk:

$$B_0 = \frac{t_{be} + t_{ki}}{2} + \frac{2ad \cos \varphi}{l \psi} - \frac{d \psi \cos \varphi}{l \chi^2} (a + bf) (1 - \cos \chi l) + \frac{d \psi \cos \varphi}{l \chi^2} (b - af) \sin \chi l, \quad /45/$$

ahol  $t_{ki} = t(l)$

a  $B_k$  együttható pedig:

$$B_k = \frac{2d}{l(\psi^2 - \beta_k^2)} \left\{ a \cos \varphi [1 + (-1)^k] \psi + b \chi \sin \varphi [1 - (-1)^k] \right\} - \frac{2d \psi \cos \varphi}{l(\chi^2 - \beta_k^2)} (a + bf) \chi$$

$$\times [1 - (-1)^k \cos \chi l] + \frac{2d \psi \cos \varphi}{l(\chi^2 - \beta_k^2)} (b - af) (-1)^k \sin \chi l \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad /46/$$

Hasonlóan végezhető el a sorfejtés a /43/ egyenlet baloldalán álló tagokra is. Az így kapott összefüggéseket a keresett  $A_0$  és  $A_k$  együtthatókra rendezve a következőket kapjuk:

$$A_0 = B_0 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{r_n}{l \beta_n} [1 - (-1)^n] \quad /47/$$

és

$$A_k = \frac{1}{\rho_k} B_k - \frac{1}{\rho_k} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{2 r_n \beta_n}{l(\beta_n^2 - \beta_k^2)} [1 - (-1)^{n+k}] \quad /48/$$

$(n = 1, 2, \dots, (k-1), (k+1), \dots)$

A szumma-jel feletti vessző azt jelenti, hogy az  $n$  szerinti összegezéskor az  $n = k$ -ik tag kimarad, mivel  $n = k$ -nál ez a tag zérussal egyenlő.

A /47/ és /48/ egyenletek szolgáltatják a keresett végtelen sok ismeretlenes egyenletrendszer az  $A_k$  együtthatók meghatározásához. Megjegyezzük, hogy  $A_0$  csak egy egyenletben szerepel, ezért elég csak az  $A_1, A_2, A_3, \dots$  -t meghatározni és ezek ismeretében  $A_0$  /47/-ből kiszámítható. A  $B_0$  és  $B_k$  együtthatók, az  $f(z)$  függvény numerikusan kiszámítható Fourier-együtthatói.

Foglalkozzunk röviden a /48/ egyenletrendszer megoldhatóságának kérdésével. Vezessük be a következő jelölést:

$$A_k \rho_k = X_k$$

Ezzel a helyettesítéssel a /48/ egyenletrendszer az alábbi alakban írható fel:

$$X_k = B_k - \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^{n+k}] \frac{2r_n \beta_n}{p_n(\beta_n^2 - \beta_k^2)} X_n$$

Kimutatjuk, hogy az így átalakított végtelen sok ismeretlenes egyenletrendszer reguláris [1]. Ehhez csak azt kell belátni, hogy

$$S_k = \sum_{n=1}^{\infty} \left| [1 - (-1)^{n+k}] \frac{2r_n \beta_n}{p_n(\beta_n^2 - \beta_k^2)} \right| < 1$$

mivel

$$\frac{r_n \beta_n}{p_n} \leq \omega = \frac{2\pi R_0 \alpha}{C_p G}$$

így

$$S_k \leq \frac{2\omega}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left| [1 - (-1)^{n+k}] \right| \frac{1}{n^2 - k^2}$$

Ez utóbbi egyszerűen kiszámítható:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| [1 - (-1)^{n+k}] \right| \frac{1}{n^2 - k^2} = \begin{cases} 1 & ; \text{ha } k=1 \\ \frac{1}{i} \sum_{j=0}^{2i-1} \frac{1}{2j+1} & ; \text{ha } k=2i ; i=1, 2, 3, \dots \\ \frac{2}{2i+1} \sum_{j=0}^{2i} \left\{ \frac{1}{2j+1} - \frac{1}{4i+2} \right\} & ; \text{ha } k=2i+1 ; i \geq 1 \end{cases}$$



Innen a harmónikus sor divergenciáját felhasználva adódik:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{1 - (-1)^{n+k}}{n^2 - k^2} \right| = O\left(\frac{\ln k}{k}\right) \rightarrow 0, \text{ ha } k \rightarrow \infty$$

Ezt felhasználva rövid számolás után azt találjuk, hogy

$$1 \leq k \leq \max \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{1 - (-1)^{n+k}}{n^2 - k^2} \right| \right\} = \frac{4}{3}$$

és így

$$S_k \leq \frac{8\omega l}{3\pi^2} \leq 0,05$$

Utóbbi becslés azt is bizonyítja, hogy végtelen sok ismeretlenes egyenletrendszerünk teljesen reguláris. Hivatkozunk Kantorovics-Krülov egy tételére, amely szerint a teljesen reguláris egyenletrendszernek egyetlen megoldása létezik. Ez a megoldás szukcesszív approximáció módszerével számítható ki [1].

Még egy megjegyzést fűzünk a /48/ egyenletrendszer megoldásához. Kantorovics-Krülov fenti tételéből következik hogyha  $B_k = O(1/k^2)$  akkor  $X_k = O(1/k^2)$  Teljesen reguláris egyenletrendszer egyetlen megoldása ugyanis  $k \rightarrow \infty$  esetén nullához tart, másrészt, mivel bármilyen egyenletesen korlátos kezdőértéket vehetünk a szukcesszív approximáció kezdőértékének, így olyan  $\underline{X}_k$ -t is vehetünk, amelyre  $\underline{X}_k = O(1/k^2)$ . Kimutatható, hogy minden közelítésre is érvényes lesz  $X_k^{(N)} = O(1/k^2)$  és így  $N \rightarrow \infty$  esetén a pontos  $X_k = O(1/k^2)$ .

A konkrét numerikus számításnál a /48/ végtelen sok ismeretlenes egyenletrendszert az alábbi szukcesszív approximációs egyenletrendszerrel helyettesítjük:

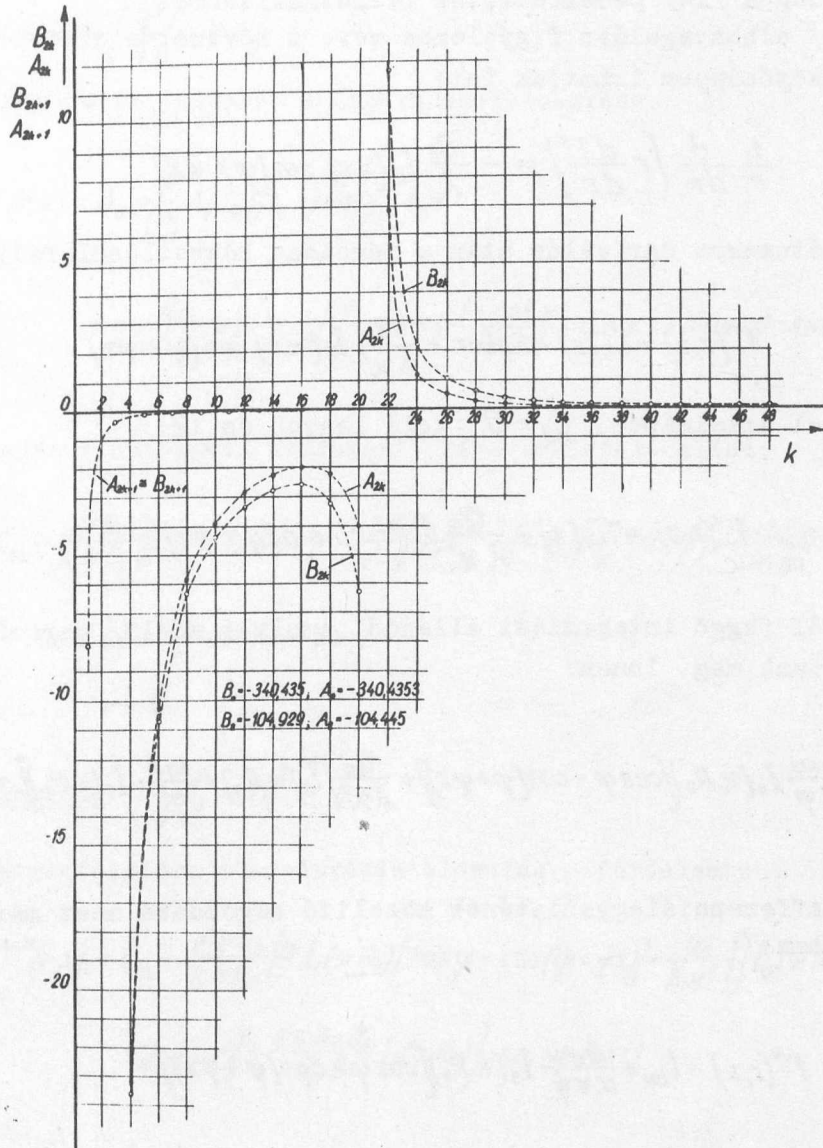
$$A_k^{(N+1)} = \frac{B_k}{p_k} - \frac{1}{p_k} \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(N)} \frac{2r_n \beta_n}{[(\beta_n^2 - \beta_k^2)]} [1 - (-1)^{n+k}] \quad /49/$$

$[k=1, 2, \dots, (k-1), (k+1), \dots]$

Kezdeti értéknek az  $A_k^{(0)} = 0$ -t vettük, így első közelítésként adódott:

$$A_k^{(1)} = \frac{B_k}{p_k}$$

A következő iteráció a páros  $A_k$  értékeket a gyors konvergencia miatt már 5 értékes jegyre megadta. A páratlan együtthatókra a konvergencia lassabb volt. Az  $A_k$  és  $B_k$  együtthatók diszkrét értékeit a  $k$  függvényében az 5. ábrán tüntettük fel.



5. ábra

Az  $A_k$  és  $B_k$  együtthatók diszkrét értékei a  $k$  függvényében

II. Hővezetés differenciálegyenletének megoldása végtelen hosszúnak tekinthető fűtőelem esetén /  $\partial^2 T / \partial z^2 = 0$  /

A dolgozat elején már említettük, hogy összehasonlítást kívánunk tenni az előző fejezetben tárgyalt korrekt megoldás és a továbbiakban levezetésre kerülő, a  $z$  irányu hővezetést elhanyagoló, megoldás között. Ez utóbbi feladat abban különbözik a korrekt megoldástól, hogy

$$\frac{\partial^2 T^x}{\partial z^2} = 0$$

és nincs szükség a /14/ peremfeltétel felhasználására.

Az /50/ elhanyagolást figyelembe véve a hővezetés differenciálegyenletét a következőképpen írhatjuk fel:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT^x}{dr} \right) = - \frac{Q_0}{\lambda} I_0(\kappa r) \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /51/$$

Az /51/-ből kétszeres deriválás után a megoldás közvetlenül felírható:

$$T^x(r, z) = C_0(z) + C_1 \ln r - \frac{Q_0}{\lambda \kappa^2} I_0(\kappa r) \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /52/$$

A /13/ feltétel értelmében  $C_1 = 0$  kell legyen és így:

$$T^x(r, z) = C_0(z) - \frac{Q_0}{\lambda \kappa^2} I_0(\kappa r) \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /53/$$

$C_0(z)$ ,  $z$  -től függő integrálási állandó, amelyet a /15/ peremfeltétel alapján határozhatunk meg. Innen:

$$C_0(z) = t_{be} + \frac{Q_0 \omega}{\alpha \kappa \psi} I_1(\kappa R_0) [\cos \varphi - \cos(\varphi + \psi z)] + \frac{Q_0}{\lambda \kappa^2} [I_0(\kappa R_0) + \frac{\omega \lambda}{\alpha} I_1(\kappa R_0)] \sin(\varphi + \psi z)$$

A hővezetés differenciálegyenletének közelítő megoldása most már felírható végleges alakban:

$$T^x(r, z) = t_{be} + \frac{Q_0 \omega}{\alpha \kappa \psi} I_1(\kappa R_0) [\cos \varphi - \cos(\varphi + \psi z)] + \frac{Q_0}{\lambda \kappa^2} \left\{ [I_0(\kappa R_0) - I_0(\kappa r)] + \frac{\omega \lambda}{\alpha} I_1(\kappa R_0) \right\} \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /54/$$

### III. Korrekt és közelítő megoldások összehasonlítása

Az összehasonlítás célja az, hogy meghatározzuk a  $z$  -irányu hővezetés elhanyagolásából származó hibát.

Az egyenleteket végleges, számításra alkalmas alakban ismét felírjuk.



Korrekt megoldás  $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \neq 0\right)$ .

A /39/ szerint a fűtőelemen a hőmérsékleteloszlás:

$$T(r, z) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k I_0(\beta_k r) \cos \beta_k z + \\ + \frac{Q_0}{\lambda(\kappa^2 - \psi^2)} I_0(\kappa r) \left[ \frac{\psi}{\kappa} \cos \varphi \left( \frac{1 + \cos \kappa l}{\sin \kappa l} \cos \kappa z + \sin \kappa z \right) - \sin(\varphi + \psi z) \right] \quad /55/$$

A /11/ alapján a hűtőközeg hosszmenti hőmérsékleteloszlása:

$$t(z) = t_{be} + \frac{2\pi R_0 Q_0}{\kappa \psi C_p G} I_1(\kappa R_0) \cos \varphi - \frac{2\pi R_0 Q_0}{(\kappa^2 - \psi^2) C_p G} I_1(\kappa R_0) \left[ \frac{\psi}{\kappa} \cos \varphi \left( \frac{1 + \cos \kappa l}{\sin \kappa l} \sin \kappa z - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos \kappa z \right) + \frac{\kappa}{\psi} \cos(\varphi + \psi z) \right] \quad /56/$$

Közelítő megoldás  $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0\right)$ .

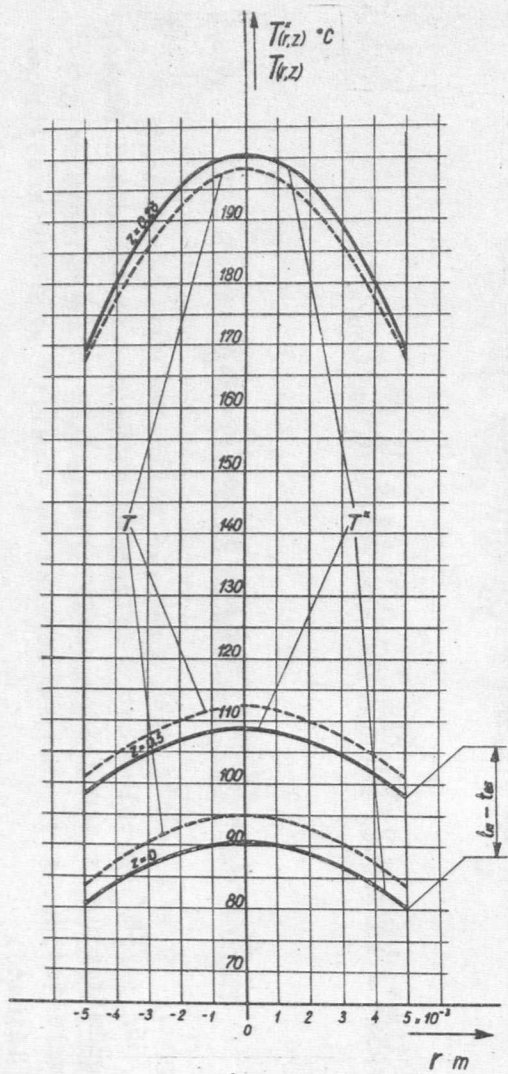
Az /54/-nek megfelelően a hőmérsékleteloszlás a fűtőelemen:

$$T^*(r, z) = t_{be} + \frac{2\pi R_0 Q_0}{\kappa \psi C_p G} I_1(\kappa R_0) [\cos \varphi - \cos(\varphi + \psi z)] + \frac{Q_0}{\lambda \kappa^2} \left\{ [I_0(\kappa R_0) - \right. \\ \left. - I_0(\kappa r)] + \frac{2\pi R_0 Q_0}{C_p G} I_1(\kappa R_0) \right\} \cdot \sin(\varphi + \psi z) \quad /57/$$

A /11/ alapján a hűtőközeg hosszmenti hőmérsékleteloszlása:

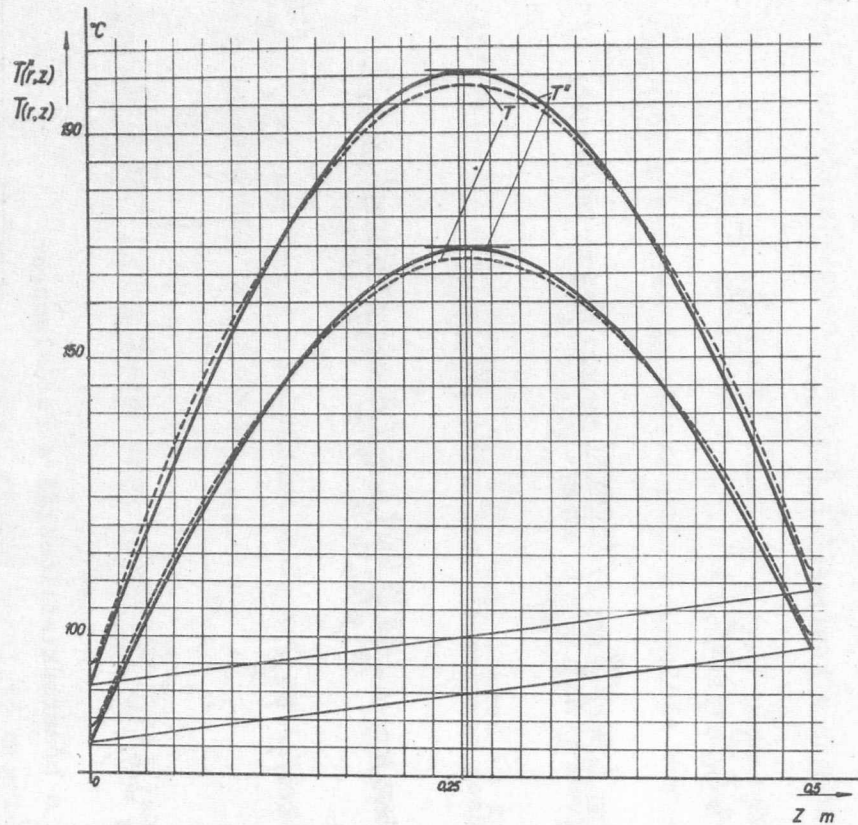
$$t(z) = t_{be} + \frac{2\pi R_0 Q_0}{\kappa \psi C_p G} I_1(\kappa R_0) [\cos \varphi - \cos(\varphi - \psi z)] \quad /58/$$

Az /55/ - /58/ egyenleteket a dolgozat elején közölt adatokkal numerikusan kiszámítottuk. A számítások eredményeit a 6., 7. és 8. ábrákon grafikusán szemléltetjük. A 9. ábrán a korrekt és közelítő megoldás közötti relatív hiba látható.



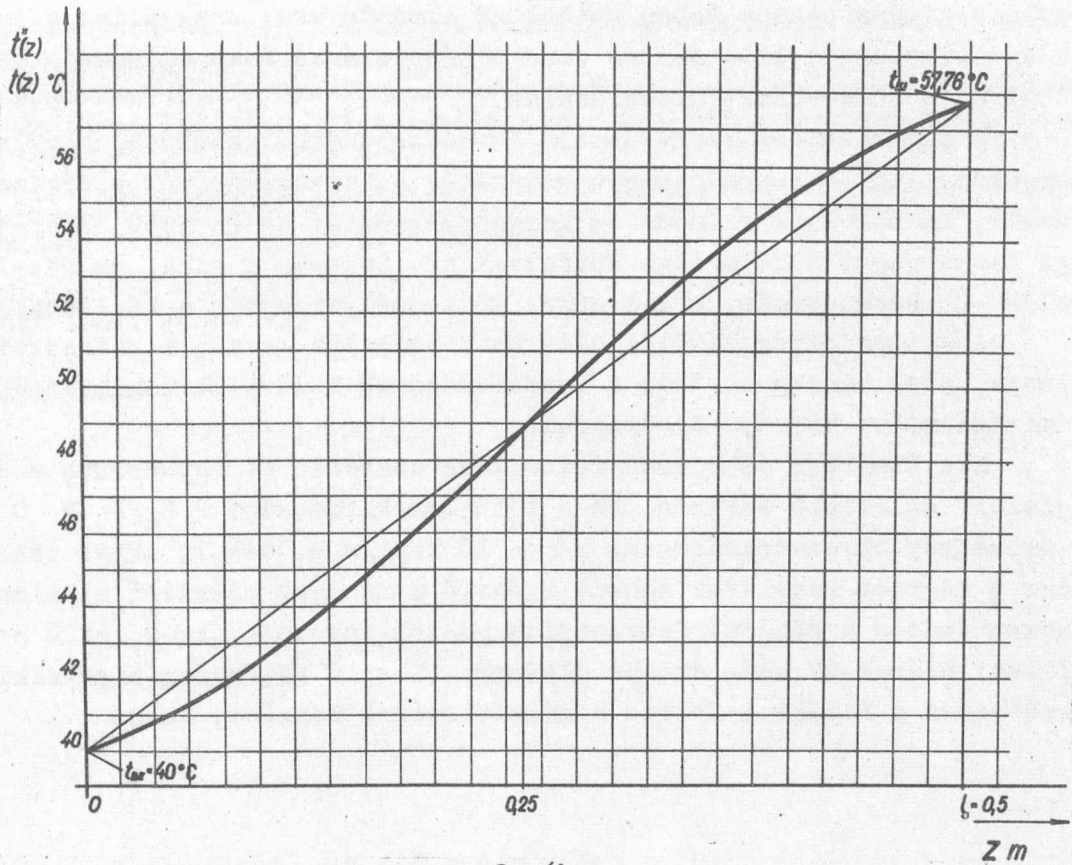
7. ábra

Sugárirányú hőmérséklet-eloszlás a fűtőelemben.  $T(r,z)$  -korrekt, illetve  $T^*(r,z)$  - közelítő megoldásból számítva



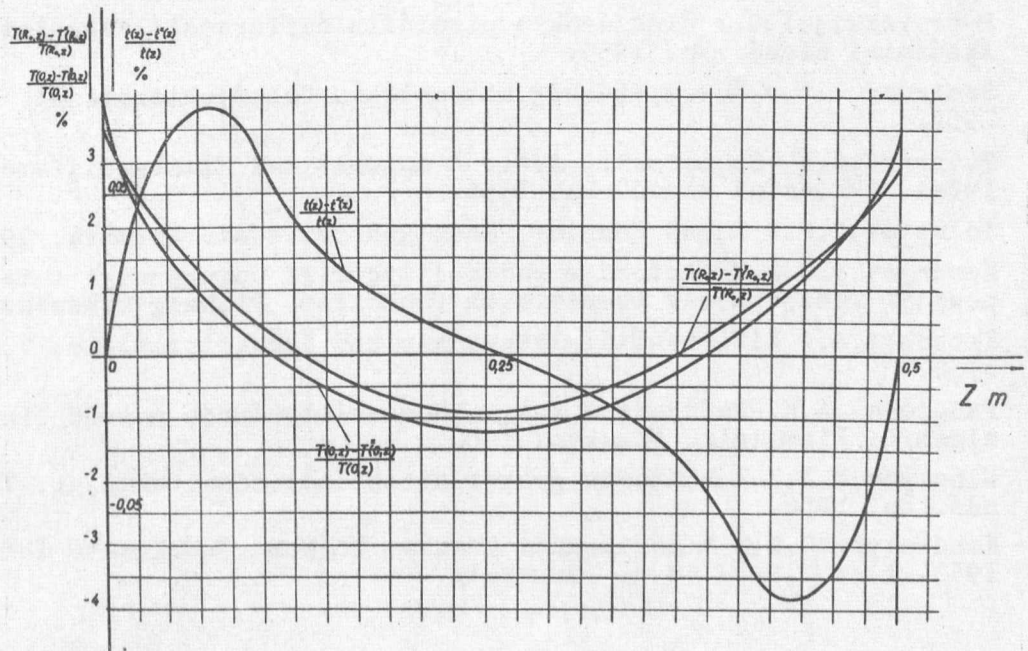
6. ábra

Hosszirányú hőmérséklet eloszlás a fűtőelem tengelyében és palástján.  $T(r,z)$  - korrekt, illetve  $T^*(r,z)$  - közelítő megoldásból számítva



8. ábra

A hűtőközeg hőmérséklet-eloszlása az egységcella hossza mentén. /a korrekt és közelítő megoldás között lévő néhány század %-os eltérés ezen az ábrán nem szemléltethető/



9. ábra

A közelítő megoldás relatív hibája



Az összehasonlító ábrákon, valamint a 9. ábrán láthatjuk, hogy a két megoldás csupán néhány %-ban különböző eredményeket szolgáltat a rud hőmérsékleti viszonyait illetően és csak néhány század % az eltérés a hűtőközeg hosszirányú hőmérséklet-eloszlásában.

A megoldásokat reprezentáló összefüggésekből kitűnik, hogy azonos viszonyok mellett a tengelyirányú hővezetés alhanyagolásából származó hiba növekszik, ha növeljük a fűtőelem keresztmetszetét és ha jobb hővezető képességű üzemanyagot alkalmazunk fűtőelemként. Csökken a hiba, ha növeljük a fűtőelem  $l$  hosszúságát, mivel ezzel nő tengelyirányban a hőellenállás.

A két számítás közötti eltérést vizsgálva arra a következtetésre kell jutnunk, hogy minden esetben a konstruktőrnek kell elbírálnia, hogy melyik számítási módot kívánja alkalmazni.

Kis átmérőjű és hosszú fűtőelemek esetében az egyszerűbb számítás is megfelel. Ellenkező esetben, ha a fűtőelem karcsúsága  $2 R_0/l > 0,05$ -nél és az üzemanyag hővezetőképessége  $\lambda > 10 \text{ kcal/m.h.}^\circ\text{C}$ -nál, akkor célszerűbb lehet a nagyobb számítási munkát igénylő pontosabb módszert alkalmazni. Különösen fontos a hőmérsékleteloszlás pontos ismerete akkor, ha a paláston a felületi hőáram-sűrűség értéke oly nagy, hogy a hűtőközeg hőmérséklete a határretegben a felületi forrás hőmérsékletének közelébe esik.

#### I r o d a l o m

- [1] Kantorovics, L.V. - Krülov, V.I.: A felsőbb analízis közelítő módszerei. Akadémiai Kiadó. Bp. 1953.
- [2] Petrovskij, I.G.: Előadások a parciális differenciálegyenletekről. Akadémiai Kiadó. Bp. 1955.
- [3] Szmirnov, V.I.: Kursz vüszsej matematiki. Gosztyehteorizdat. Moszkva. 1952.
- [4] Tyihonov, A.N.-Szamarszkij, A.A.: A matematikai fizika differenciálegyenletei. Akadémiai Kiadó. Bp. 1956.
- [5] Tolszto, G.P.: Rjadü Fourier, Gosztyehteorizdat. Moszkva. 1951.
- [6] Korenyev, B.G.: Nyekotorüje zadacsi tyeoriji uprugosztyi i teploprovodnosztyi resajemüje v besszelevüh funkcijah. Fizmatgiz. Moszkva. 1960.
- [7] Kneschke, A.: Differentiálgleichungen und Radwertprobleme. V.T. Berlin. 1960.
- [8] Faddjejev, A.K.-Faddjejeva, V.N.: Vücsiszlityelnüje metodü linyejnoj algebrü. Fizmatgiz. Moszkva. 1960.
- [9] Mihelyev, M.A.: A hőátadás gyakorlati számításának alapjai. Tankönyvkiadó. Bp. 1956.
- [10] Kondratyev, G.M.: A leningrádi Terület Hőtechn.Tud.Kutató Intézet munkái 1931. 1.sz. 19. - 48.o. /oroszul/

- [1] Beckenbach Edvin, F.: Modern matematika mérnököknek. Műszaki Könyvkiadó Bp. 1960.
- [12] Angelopoulos, M.: Die Temperaturverteilung in einem nicht umhüllten englischen Zylinder mit zeitabhängiger Quellenverteilung. Anwendung auf ein Brennstoffelement grösser Länge. Atomkernenergie. 4. Jg. /1959/H.9.
- [13] Baum, V. A.: Tyeplovoje modelirovanyiye tyeplovügyeljayuscih elementov atomnovo reaktora. Konvektivnütj i lucsisztütj tyeploobmen. Szbornyik sztatyej. AN.Sz.Sz.Sz.R. Moszkva. 1960.

Érkezett 1961. május 12.

KFKI Közlemények 9. évf. 1-2.sz., 1961.





GYORS NEUTRONOK ENERGIÁJÁNAK MÉRÉSÉRE SZOLGÁLÓ  
IONIZÁCIÓS KAMRA

Irta: Ádám András, Hraskó Péter, Quittner Pál

Magfizikai Laboratórium II.

Összefoglalás

Neutronspektroszkópiai célokra hidrogén-argon keverékével töltött protonvisszalökéses ionizációs kamrát készítettünk. Felvettük 2,1; 2,25; 2,5 és 3 MeV-es monoenergiás neutronok által létrehozott amplitúdóspektrumot. Az energiafelbontás 3 MeV-en kb. 6%. Az amplitúdó eloszlást számítással is meghatároztuk. A mért és a számított eloszlások eltérése a kamra falában és a targettartó anyagban bekövetkező energiaszórással magyarázható, így korrekcióba vehető.

Bevezetés

3 MeV körüli neutronok rugalmas és rugalmatlan szórásának vizsgálatához hidrogén-argon keverékkel töltött ionizációs kamrát készítettünk. Ebben az energiatartományban az ionizációs kamra még eredményesen használható neutronspektroszkópiai célokra. A szcintillációs detektorokkal összehasonlítva, fontosabb sajátosságai a következők.

- a/ Energiafelbontóképessége egyenértékű a szcintillációs számlálókéval.
- b/ Hatásfoka jóval kisebb, mint a szcintillációs detektoroké, de ez sokszor, így tervezett méréseinknél sem okoz nehézséget.
- c/ A  $\gamma$  érzékenysége lényegesen kisebb, mint a szcintillációs detektoroké, esetünkben a  $\gamma$  háttér legfeljebb 1,1 MeV neutronenergiáig jelentkezik.
- d/ A kamráról kijövő impulzusok amplitúdóeloszlása egyszerű és jól számolható. A keletkező maximális feszültség-amplitúdó jól definiált, és a neutronenergiának lineáris függvénye.
- e/ A repülési idő módszer ezen az energián kb. ugyanakkora felbontást tesz lehetővé, mint az ionizációs kamra. A detektálási hatásfoka nagyobb, de a kamra előnye, hogy nem igényli a zérus időpont kijelöléséhez szükséges nagy elektronikát és szemben a repülési idő módszerrel, nincs egy gyorsítóhoz kötve.
- f/ A kamra lényeges hátránya, hogy a rossz időfelbontása miatt koincidencia mérésekre nem alkalmazható, ez azonban az általunk elvégzendő szórás-kísérleteknél nem zavar.

Az elektronimpulzus alakja és monoenergiás neutronok amplitudó eloszlása

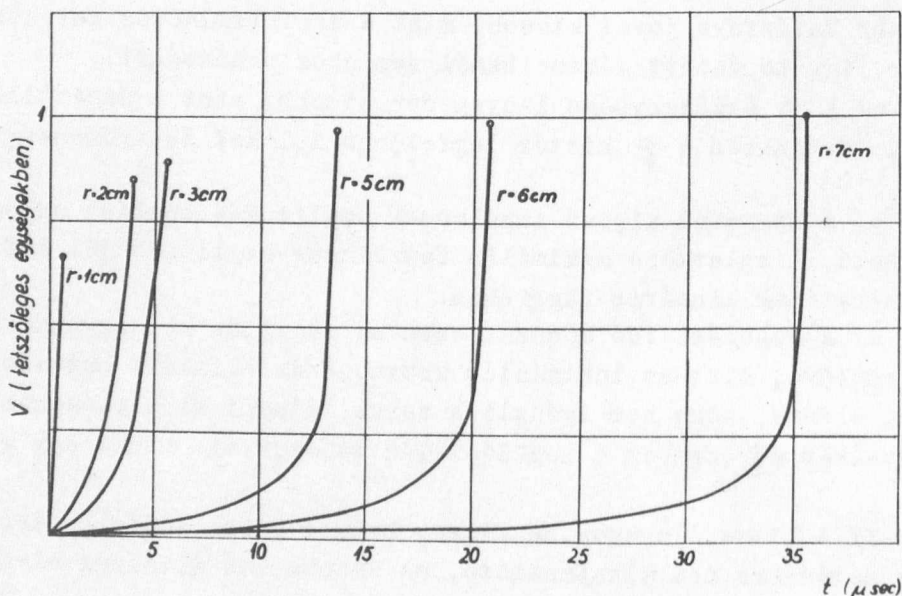
A tervezett szórás kísérletekhez - melyeket a szokásos gyűrűalakú geometriában akarunk elvégezni - legmegfelelőbb a gömbalakú kamra. A nagyobb számlálási sebesség érdekében a kamrát elektronimpulzus üzemen működtetjük. A gömbalaknak ebben az esetben az az előnye is megvan, hogy a nem rácsozott kamrák közül ekkor közelíti meg legjobban az elektronimpulzusok amplitudó-spektruma a meglökött protonok energiaspektrumát. A  $t=0$  pillanatban a középponttól  $r$  távolságra keletkezett ionizáló részecske által indukált feszültségimpulzus [1]

$$V(t) = \frac{Ee}{V_0 W_0 C} [\phi[r(t)] - \phi(r)] = \frac{Eeab}{W_0 C(b-a)} \left[ \frac{1}{r(t)} - \frac{1}{r} \right] \quad /1/$$

ahol  $E$  az ionizáló részecske energiája,  $W_0$  az egy ionpár keltéséhez szükséges átlagos energia,  $e$  az elektron töltése,  $a$  és  $b$  a belső, illetve külső elektróda sugara,  $C$  a kamra kapacitása,  $V_0$  a ráadott feszültség,  $r(t)$  az elektron távolsága a kamra középpontjától a  $t$  időben és  $\phi[r(t)]$  a potenciál. /1/-ből a feszültségamplitudó maximumát  $r(t) = a$  helyettesítéssel kapjuk:

$$V(r) = \frac{Eeb}{W_0 C(b-a)} \cdot \frac{r-a}{r} \quad /2/$$

Adott térerősségnél és gáznyomásnál az elektronok drift sebessége alapján [1], [2], [3] grafikus integrálással megkaphatjuk az  $r(t)$  illetve a  $V(t)$  függvényt. A feszültségamplitudó számított időbeli felfutása különböző  $r$  értékek esetén az 1. ábrán látható. Az oszcilloszkópon megfigyel-



1. ábra

A számított impulzus felfutás a kamra középpontjától különböző  $r$  távolságra keletkezett ionizáló részecskék esetében.

hető jelalak nagyjából megegyezik ezzel a jelformával. Az impulzusok és különösen a lassu felfutásu rész nagysága függ az ionizáció helyétől. Az erősítő sáv szélességét úgy kell megválasztani, hogy az erősítés a kamra különböző pontjain keletkezett jelekre nézve azonos legyen. Számítás alapján ez 40  $\mu$ sec-os differenciáló időállandó esetén már jól teljesül, de a tapasztalataink szerint a spektrumok alakja pár  $\mu$ sec-os időállandóig a mérési pontosságon belül nem függ ettől az értéktől. A termikus zaj csökkentése céljából ezt a differenciálást nem közvetlenül a kamra kimenetén végeztük el, hanem csak a jelek 25-szörös erősítése után. Az optimális jel/zaj viszony elérésére ugyanekkorának választottuk az anódköri időállandókat is.

10 MeV alatti energiáknál a neutronok szóródása protonokon tömegközépponti rendszerben gömbszimmetrikus és annak a valószínűsége, hogy egy  $E_0$  energiájú neutron  $E$  és  $E+dE$  közti energiát adjon át egy protonnak

$$p(E)dE = \frac{dE}{E_0} \quad \text{ha } E < E_0$$

és 
$$p(E)dE = 0 \quad \text{ha } E > E_0$$

Ha a meglökött protonok teljes energiájukat a kamrában adnák le, akkor a  $V$  és  $V+dV$  közé eső feszültségamplitudók valószínűsége

$$p_{E_0}(V)dV = \int_a^b p_1(r)p_2(V/r)dr dV \quad /3/$$

ahol

$$p_1(r)dr = \frac{3r^2}{b^3-a^3} dr = k_1 r^2 dr$$

annak a valószínűsége, hogy az ionizáció /amit most egy pontban képzelünk összpontosítva/ az  $r$  és  $r+dr$  helyek között történjen és

$$p_2(V/r)dV = p[E(V)] \frac{dE}{dV} dV = \frac{dV}{V(r)_{max}} = \frac{CW_0(b-a)r}{E_0 e b(r-a)} dV = \frac{dV}{k_2 E_0} \cdot \frac{r}{r-a} \quad \text{ha } V < V(r)_{max} \quad /4/$$

és 
$$p_2(V/r)dV = 0 \quad \text{ha } V > V(r)_{max}$$

annak a valószínűsége, hogy egy  $r$  helyen keletkező proton  $V$  és  $V+dV$  közé eső feszültségimpulzust hozzon létre.  $V(r)_{max}$  -ot /2/-ből kapjuk  $E=E_0$  helyettesítéssel és a

$$k_1 = \frac{3}{b^3-a^3} \quad ; \quad k_2 = \frac{eb}{CW_0(b-a)}$$

jelölést vezetjük be. Mivel

$$V(r)_{max} = k_2 E_0 \frac{r-a}{r}$$



a  $V < V(r)_{max}$  feltétel egyenértékű a  $p_2(V/r) = 0$  feltétellel, ha

$$r < \frac{ak_2 E_0}{k_2 E_0 - V} = r_{min}$$

így /3/-ban az integrálást elég  $a$  helyett  $r_{min}$  -től elvégezni.

A falhatást is figyelembe véve, monoenergiás neutronok által létrehozott tényleges amplitúdóspektrumot a következő feltevésekkel számítjuk ki:

a/ A bejövő egyirányú fluxust a kamra gömbalakja miatt helyettesíthetjük izotróp fluxussal és ezáltal a neutronok szóródását az egész kamrára átlagolva a laboratóriumi rendszerben is gömbszimmetrikusnak vehetjük.

b/ A meglökött proton  $E$  energiája és  $R$  hatótávolsága között érvényes az  $R = \alpha E^{3/2}$  összefüggés, ahol  $\alpha$  -t irodalom alapján [1]  $0,52 \text{ cmMeV}^{-3/2}$ -nek vettük.

c/ A falhatást csak a kamra külső részén vesszük tekintetbe és itt gömb helyett síkfalal számolunk.

d/ Feltesszük, hogy a  $b - R_0 < r < b$  gömbhéjban keletkező azonos  $E$  energiájú protonok azonos nagyságú impulzust hoznak létre, ahol  $R_0$  az  $E_0$  energiájú protonok hatótávolsága. A feszültségimpulzus értéke /2/ szerint

$$V_{\text{átl.}} = k_2 E \left( \frac{r-a}{r} \right)_{\text{átlagos}}$$

ahol

$$\left( \frac{r-a}{r} \right)_{\text{átlagos}} = \frac{\int_{b-R_0}^b 4\pi r^2 \cdot \frac{r-a}{r} dr}{\int_{b-R_0}^b 4\pi r^2 dr}$$

Ez a feltevés jogos, mivel  $E_0 = 3 \text{ MeV}$  esetén  $R_0 \sim 3,4 \text{ cm}$ ,

$$V(b-R_0) : V_{\text{átl.}} : V(b) = 0,98 : 1 : 1,01$$

A fentiek alapján a /3/-ban szereplő integrált két részre bonthatjuk. Az  $r_{min} < r < b - R$  tartományban falhatás nincs és  $p_2(V/r)$  -t /4/ adja meg. A  $b - R < r < b$  tartományban viszont a /4/-ben szereplő  $p_2(V/r)$  -t meg kell szorozni annak a valószínűségével, hogy a proton teljes pályája a kamra belsejébe essen, ami egyszerű geometriai megfontolásokkal  $\frac{R+b-r}{2R}$  -nek adódik. Az egész pontos számításnál figyelembe kellene venni az olyan protonok által keltett impulzusokat is, amelyek energiájuknak csak egy részét adták le a kamrában. Az ionizációs energiaveszteség nagy része azonban a nyom végére esik, így az ezek által keltett impulzusok legnagyobb része ugyanis a diszkriminációs küszöb alatt van, ezért ezeket elhanyagolhatjuk. /A számítást ezek figyelembe vételével is elvégeztük és a két spektrum közti különbség elhanyagolhatóan kicsinek adódott./

A megfelelő valószínűségeket és határokat behelyettesítve /4/-be monoenergiás  $E_0$  energiájú neutronok amplitúdóspektrumára a következő kifejezést kapjuk

$$p_{E_0}(V)dV = \frac{k_1}{k_2 E_0} \left\{ \int_{r_{\min}}^{b-k_3 V^{3/2}} \frac{r^3}{r-a} dr + \int_{\max\{b-k_3 V^{3/2}, r_{\min}\}}^b r^2 \left[ \frac{k_3 V^{3/2} + b - r}{k_3 V^{3/2}} \right] \left( \frac{r-a}{r} \right)_{\text{átlagos}} dr \right\} dV \quad /5/$$

ahol a tett feltevések alapján az  $R = \alpha E^{3/2} = \alpha \left[ \left( \frac{r-a}{r} \right)_{\text{átl.}} \cdot k_2 \right]^{-3/2} V^{3/2} = k_3 V^{3/2}$  helyettesítést végeztük el.

Az elméletileg számított spektrum alakja a 6/b ábrán látható. Más analitikai formulára, de lényegében hasonló alakú spektrumra jutott más szerző is [4].

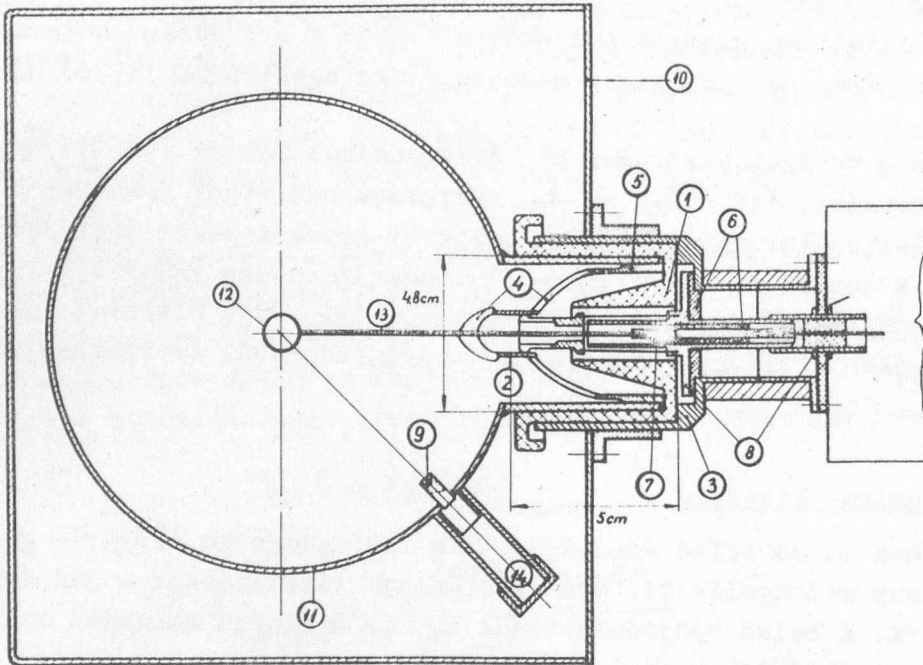
Neutron energiaspektrumok meghatározásánál mérjük az  $F(V) = \int N(E_0) p_{E_0}(V) dE_0$  amplitúdóeloszlást. Itt  $N(E_0)$  az  $E_0$  energiájú neutronok / esetleg a hatásfok energiafüggésével korrigált/ száma. Diszkrét energiaspektrumnál  $F(V)$  lépcsős szerkezetű, a legrások helye  $E_0$  -lal, nagysága pedig  $N(E_0)$  -lal arányos. Folytonos spektrumnál grafikus differenciálással, vagy diszkrét energiaspektrumok összegeként felfogva szukcessziv approximációval értékelhetjük ki a mért görbét.

#### A kamra technikai kivitele

A kamra 15 cm belső átmérőjű, 2 mm falvastagságú sárgaréz gömb, amelyből két vékony cső nyulik ki. Ezek szolgálták tisztításkor a gáz áramlásának biztosítására. A belső gyűjtőelektróda 1,5 mm átmérőjű molibdén szál végére erősített 1 cm átmérőjű kovar gömb. A belső gyűjtő és a külső nagyfeszültségű elektróda közti üvegszigetelőbe egy gyűrűalaku alacsony potenciálra kötött védőelektródát helyeztünk el. A nagyfeszültségű részt plexi szigetelő választja el a földelt tartóállványtól, ami egyben az árnyékolásra és érintésvédelemre szolgáló vékony alumínium tokot és a közvetlenül a kamrára kapcsolt előerősítőt is tartja. A kamra részletes rajza a 2. ábrán látható.

A berendezés működésének ellenőrzésére és az energiaskála hitelesítésére a kamrába egy vékony  $Po-\alpha$  forrást építettünk be, melyet egy rézhengerre erősítettünk. A kamra megfelelő irányban való forgatása után a nehézségi erő hatására a forrás vagy a kamra belsejébe, vagy a kamra terén kívül levő furatba kerül, amelynek mélysége nagyobb, mint a keletkező alfa-részek hatótávolsága a töltőgázban. Az első esetben az 5,3 MeV-es alfa-részek bejutnak a kamra terébe, míg a másodikban a keletkezett ionpárok erőter hiányában rekombinálnak és nem zavarják a mérést.

A telítéshez elegendő nagyfeszültséget 11 db egyenként 1200 V-os Pertrix-telep szolgáltatja. A külső zajok csökkentése céljából a feszültséget egy 100 MOhm-os szűrőellenálláson keresztül vezetjük a kamrára, amit egy 0,1  $\mu$ F-os kondenzátorral leblokkoltunk. A kamrában lévő argon és hidrogén parciális nyomása 5-5 atmoszféra. A gáz beszennyeződésének elkerülésére a töltés előtt az egész kamra felületét tömény salétromsavval átmarattuk és

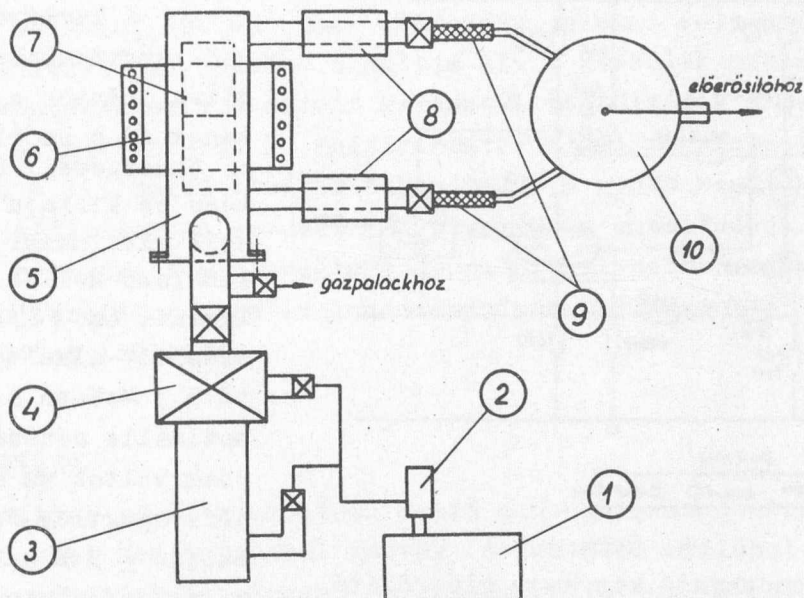


2. ábra

A protonvisszalökéses ionizációs kamra részletes rajza

- |  |   |
|--|---|
| 1. Plexi szigetelő                       | 9. Alfa-forrás hitelesítési célokra   |
| 2. Alacsony potenciálra kötött védőgyűrű | 10. Árnýékoló doboz   |
| 3. Földelt tartógyűrű                    | 11. 2 mm-es rézfal  |
| 4. Üvegszigetelő                         | 12. Belső gyűjtőelektróda   |
| 5. Kovar                                 | 13. Molibdén szál   |
| 6. Impulzus szigetelő                    | 14. Erőtérmentes furat, ide csuszik az alfa-forrás neutronenergia mérésekor |
| 7. Előerősítő bemenete                   |   |
| 8. Védőgyűrű csatlakozó                  |   |



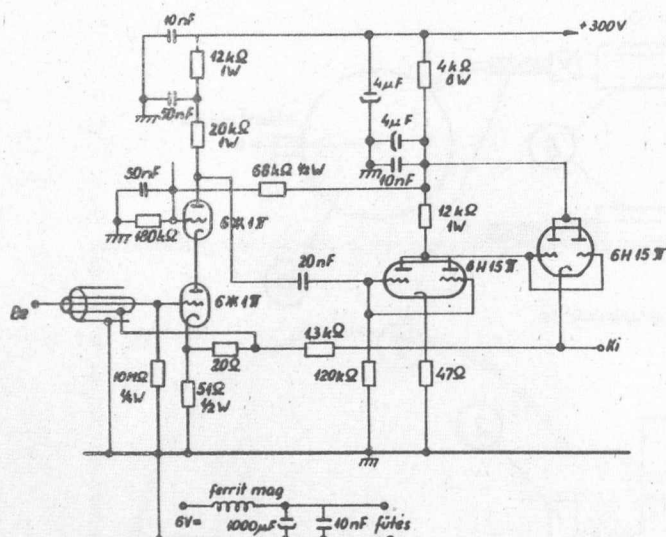


- |                               |                           |
|-------------------------------|---------------------------|
| 1. Elővákuum szivattyu        | 6. Fűtőtest               |
| 2. Mágneses lelevegőző szelep | 7. Abszorbens tartó kosár |
| 3. Diffúziós szivattyu        | 8. Vízűtő köpeny          |
| 4. Tányér szelep              | 9. Szigetelő keramit cső  |
| 5. Fűthető acéltartály        | 10. Ionizációs kamra      |

3. ábra  
Gáztisztító berendezés

ammoniumhidroxiddal átmostuk, majd miután a kamrát és a hozzáépített tisztítóberendezést 15 atmoszférán nyomáspróbának vetettük alá, diffúziós szivattyúval leszívtuk  $2 \cdot 10^{-5}$  Hgmm nyomásra. A szívást a tisztítóanyag felhevítése után két napig folytattuk, hogy a berendezés falában és a tisztítószemben abszorbeált gázok eltávozhassanak. Gáztisztító berendezésünk /3. ábra/ a Jenschke és Prankl által leirt termokonvekcióon működő kályha volt [5] [3], amelyben réz és kalcium forgácsot helyeztünk el. Először 3 órán keresztül csak az argont tisztítottuk kb. 4-500 C<sup>o</sup>-on, majd beengedtük a hidrogént is. A kamrát a kályhától elszigetelve erősítettük fel, így az alfa-részek által keltett impulzusok nagyságát a tisztítás folyamán állandóan vizsgálhattuk. 18 órás folyamatos hevítés után az impulzusok nagysága már nem változott és kb. megegyezett a számított értékkel. Ekkor a gázáramlás biztosítására szolgáló csöveket beforrasztottuk. Az így elkészített kamra nagyon stabilnak bizonyult, tulajdonságaiban egy év alatt semmiféle változást nem lehetett megfigyelni.

### Regisztráló berendezés



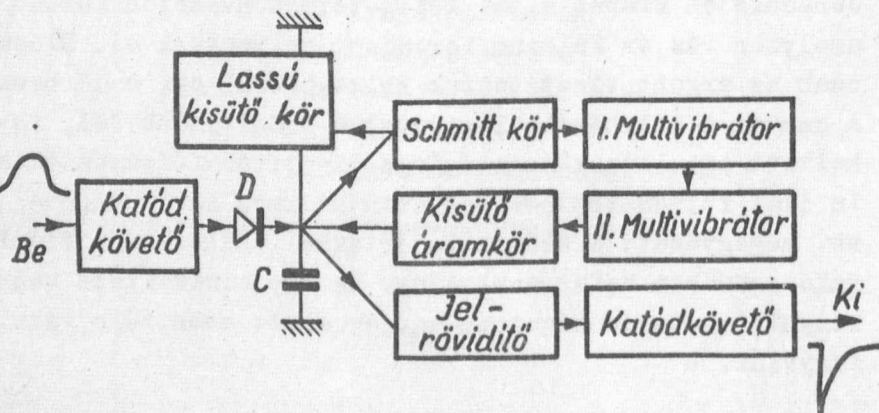
4. ábra

A kapacitás-csökkentő kis zajú előerősítő kapcsolási rajza

a túl nagy  $\sim 10^5$  erősítéssel járó kényelmetlenségeket, átalakítottuk az előerősítőt a 4. ábrán látható kapcsolás szerint. A gyűjtőelektróda kivezetésének a védőgyűrű és az előerősítő közti 5 cm-es szakaszát kettős árnyékolással láttuk el. A külső árnyékolást földpotenciálra, a belsőt pedig az előerősítő visszacsatoló ágán egy olyan pontra kötöttük, melyre nézve az erősítés  $k \sim 1$  volt, de a rendszer még nem gerjedt be. Ezzel elértük, hogy a kamráról egyébként azonos körülmények között 20-szor akkora jeleket kaptunk. A jelnövekedés oka az, hogy az új kapcsolás bemenő kapacitása kisebb, mint a korábban használt előerősítőé és a kivezető szál kapacitása 1-K-szorosára csökkent. A felbontóképesség  $\pm 1,5\%$ -ra javult, ami mutatja, hogy a jel/zaj viszony is nőtt. Várható volt, hogy a felbontóképesség nem javul 20-szorosán, mert egyrészt a zajok egy komponense a jelekkel egyformán nő, másrészt a felbontóképességet a jel/zaj viszony mellett még egyéb tényezők is befolyásolják.

A kamra különböző pontjain keletkező jeleknek optimális jel/zaj viszony mellett való amplitudóarányos átvitelénél lassu felfutású impulzusokat kapunk. A rendelkezésünkre álló analizátorok azonban pár  $\mu$ sec-nál hosszabb felfutású jelekre nem működnek megfelelően

A kamráról nyerhető feszültségimpulzusok nagysága fordítva arányos a kamra kapacitásának és a szórt kapacitásoknak az összegével. Ezért kis kapacitású és kis zajú előerősítőt kell alkalmazni, amelyet minél közelebb kell a kamrához elhelyezni. Az  $YU 2$ /szireny/ előerősítőt alkalmazva a hitelesítő 5,3 MeV-es alfa-forrás jelei maximális sáv szélességnél 1 mV-osak voltak és a felbontás az alfa-spektrum félszélessége alapján  $\pm 5\%$ -nak adódott. Hogy a jel/zaj viszonyt és ezzel a felbontóképességet javítsuk, valamint ugyanezért elkerüljük



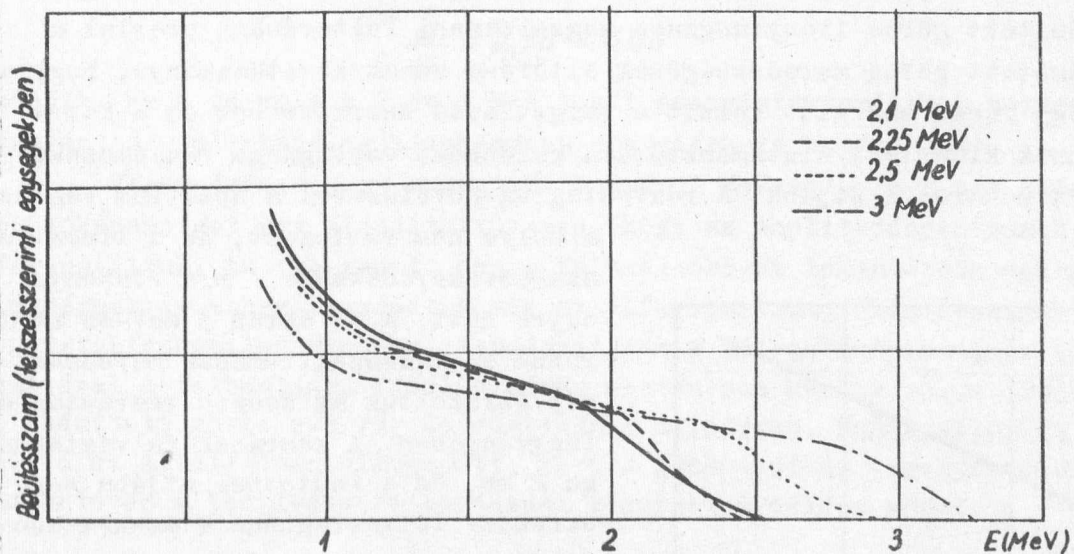
5. ábra

Jelátalakító berendezés bloksémája

ezért egy jelátalakító berendezést építettünk, melynek blokksémája az 5. ábrán látható. Ez a lassu, kb. 40  $\mu$ sec felfutásu jeleket vele arányos amplitudóju 1-2  $\mu$ sec felfutásu jelekké alakítja át. A készülék működési elve a következő: a C kondenzátor a D diódán keresztül feltöltődik a bejövő pozitív jel csúcsértékére. A töltés az I. multivibrátor által megszabott ideig marad a kondenzátoron. A II. multivibrátor bekapcsolja a gyors kisütő áramkört és a kondenzátor kisütésekor az eredeti jellel arányos amplitudóju 1-2  $\mu$ sec felfutásu jelet nyerünk. A kondenzátort nyugalmi helyzetben egy lassu kisütő kör tartja földpotenciálon. Analizálandó impulzus beérkezésekor a Schmitt-kör a lassu kisütést leállítja.

### A kamra hitelesítése

A hitelesítést /d,d/ reakcióból nyert monoenergiás neutronokkal végeztük el. A neutronokat ZrD targetből kaptuk. A deuteron nyalábot 180 illetve 550 kV-ig szabályozható kaszkádgenerátorral gyorsítottuk. A különböző energiákhoz tartozó mért amplitudóspektrumokat a 6/a ábrán tüntettük fel. A spektrumok elég hosszú lineáris szakasz után meredeken vágnak le és ez az alak megkönnyíti összetett neutronspektrumok kiértékelését monoenergiás neut-

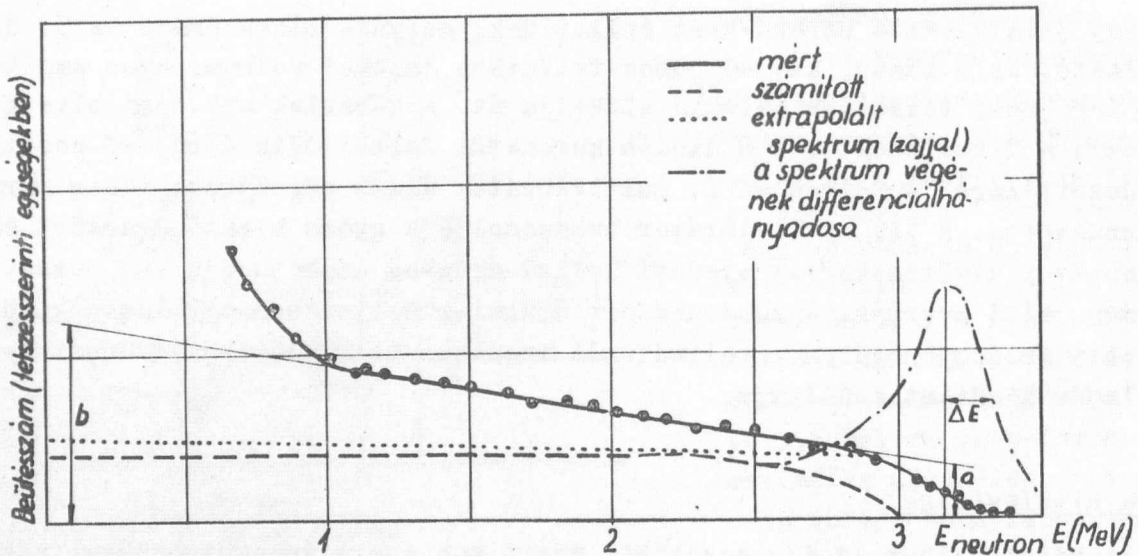


6/a. ábra

3; 2,5; 2,25; 2,1 MeV-es neutronok mért amplitudóspektruma

ronspektrumok alapján. A levágásnak az alfa-csúcsához viszonyított helyéből megállapított neutronenergia a felbontáson belül megegyezik a gyorsítóból nyert neutronok energiájával. A 6/b ábrán a mért amplitudóspektrumok mellett feltüntettük az /5/ alapján 3 MeV-re számított spektrumot is. Látható, hogy a számított és mért görbe hasonló jellegű, de az utóbbi lineáris szakasza

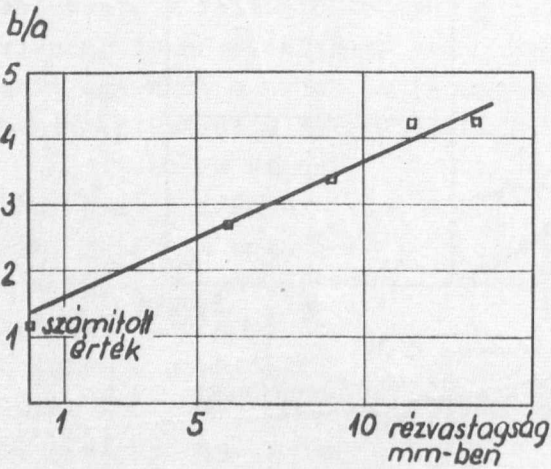




6/b ábra

3 MeV-es neutronok mért és [5] alapján számított spektruma. A pontozott görbe a mért spektrum zérus rézvastagsága extrapolálva

meredekebb. 1 MeV alatt már a  $\gamma$  háttér torzítja el a spektrumot. A vártnál nagyobb meredekséget tapasztalt Popov is [4] és ezért empirikus állandókat vezetett be formulájába. A konstansok értékét úgy választotta meg, hogy a mért és számított görbe iránytangense megegyezzen. Feltetésünk szerint a mért és számított görbe meredekségének eltérése annak következménye, hogy a neutronok egy része energiát veszít a targettartó szerkezetben és a kamra falában. Ennek kísérleti alátámasztására különböző vastagságú rézlemezeket helyeztünk a neutronok útjába. A rézvastagság növelésével a spektrum végének



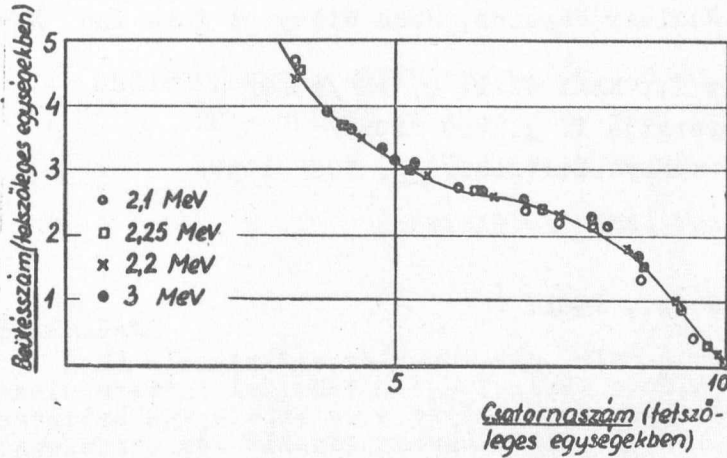
7. ábra

b/a viszony változása a rézvastagság függvényében

a helye nem változott, de a lineáris szakasz meredeksége / b/a viszony/ egyre nőtt. A 7. ábrán 3 MeV-es neutronok energiaspektrumának meredekségét ábrázoltuk az összes rézvastagság függvényében. A kamrának falvastagsága 2 mm, de a neutronok útjába eső effektív falvastagsága 4 mm-nek adódik és ehhez járul még kb. 2 mm réz a targettartó szerkezetben. A zérus rézvastagságra extrapolált meredekség már elég jól megegyezik a számítottal. A fennmaradó eltérés oka valószínűleg az, hogy a deuteron nyaláb is veszít energiát a targetben, ezért már a tar-

getből kilépő neutronnyaláb sem teljesen monoenergiás.

A fentiekből látható, hogy nem monoenergiás neutronspektrumok kiértékelését nem végezhetjük közvetlenül /5/ alapján, hanem figyelembe kell vennünk a falban történő neutronszórást is. A 8. ábrán felrajzoltuk a különböző energiákhoz tartozó neutronspektrumokat úgy, hogy területük egyenlő legyen és végük egybeessen. Az ábrából leolvasható, hogy ebben az esetben mindegyik spektrum meredeksége ugyanaz, illetőleg a  $b/a$  viszony állandó. Ez ismét alátámasztja azt a feltevést, hogy a neutronoknak /főleg a kamrában való/ energiavesztése vezet a nagyobb meredekségre. Ezt a kísérleti tapasztalatot felhasználhatjuk arra, hogy nem mono-



8. ábra

Különböző energiákhoz tartozó neutronspektrumok összenormálás után

energiás neutronspektrumok kiértékeléséhez egy empirikus formulát nyerünk. Monoenergiás neutronspektrumok alakját trapézzal közelítve

$$\frac{b}{a} = 2,70 \pm 0,05$$

adódik. Ez a formula a 2 és 3 MeV közti energiatartományban természetesen érvényes, de feltehetőleg alacsonyabb energiára is használható.

Végeredményben az energiafelbontás 3 MeV-nál  $\pm 6\%$ -nak adódott. A felbontóképességet úgy állapítottuk meg, hogy az amplitúdóspektrumok végét differenciáltuk. Az így kapott csúcs félszélességét tekintettük energiabizonytalanságnak és ehhez hozzáadtuk még az alfa-spektrum félszélességéből adódó energiabizonytalanságot is. Természetesen a felbontóképességnek ilyen definíciójával a felbontásra ideális mérés esetén sem kapunk zérus értéket, hiszen a számított görbe sem vág le végtelenül meredeken. Ennek ellenére ez a definíció az általánosan elfogadott, mert a gyakorlatban legegyszerűbben alkalmazható és a tényleges felbontásnál rosszabb értékhez vezet.

Köszönetet szeretnénk mondani Házkötő Lászlónak és Kozma Gyulának, akik a mechanikai illetve elektromos szereléseket végezték, Neszmélyi Andrásnak a gyorsító használatában nyújtott segítségéért, valamint Zentai Pál egyetemi hallgatónak, aki a hitelesítő méréseknél segédkezett.

I r o d a l o m

- [1] Rossi, B.B. - Staub, H.H.: Ionization Chambers and Counters. McGraw-Hill Book Comp. 1949.
- [2] Segré E.: Experimental Nuclear Physics, John Wiley et Sons Inc. New York, 1953.
- [3] Dési S. - Nagy L. - Nagy T.: KFKI Közl. 8, 11 /1960/
- [4] Popov, V.I.: Atomnaja Enyergija T. 3, 498 /1957/
- [5] Jentschke W. - Prankl, F.: Phys. Zeitschr. 40, 706 /1939/

Érkezett 1961. március 8.

KFKI Közlemények 9. évf. 1-2 sz., 1961.



MEGJEGYZÉSEK A MAXIMÁLIS VALÓSZERŰSÉG /MAXIMUM LIKELIHOOD/  
ÉS A SÜLYOZOTT LEGKISEBB NÉGYZETEK MÓDSZERÉHEZ

Irta: Rupp Erzsébet

Számítástechnikai Osztály

Összefoglalás

Mind a maximális valószínűség, mind a súlyozott legkisebb négyzetek módszere szerint felírhatók egy fizikai probléma ismeretlen paramétereit meghatározó egyenletek és e paraméterek meghatározásának szórásai. Felhívjuk a figyelmet a két módszer használatánál gyakorlatilag fellépő különbségekre és a paraméterek meghatározásának szórását bevezetjük egy egyszerű módon.

Egy kísérlet mérési eredményei alapján ismeretlen fizikai paraméterek határozhatók meg. Például radioaktív bomlás esetében, amikor a sugárzás intenzitása a  $t$  időben  $J(t) = Ae^{-\gamma t}$ , keressük az  $A$  és  $\gamma$  paraméterek helyes értékeit; vagy a reaktorból kijövő neutronok vizsgálatánál, amikor a neutronok sebesség szerinti relatív intenzitása  $J(v) = av^2 e^{-cv^2}$ , meg akarjuk állapítani a  $a$  és  $c$  paramétereket. Megjegyezzük, hogy a mérési eredmények kiértékelésénél az un. felesleges paramétereket is tekintetbe kell venni, mert azok a szükséges paraméterek meghatározásait befolyásolják. Felesleges paraméter a radioaktív bomlás  $A$  együtthatója vagy a Maxwell eloszlás  $a$  paramétere, hiszen pl. az utóbbinál a neutronok legvalószínűbb hőmérsékletét keressük, amely  $c$  -vel függ össze.

A paraméterek meghatározása különböző módszerekkel lehetséges. Kimutatható, hogy a mérési adatok alapján a paraméterek meghatározásának szórása legkisebb a maximum likelihood módszer esetében. Ismeretes és gyakran használt a legkisebb négyzetek módszere.

A fizikai kísérletek nagy részében részecskék által keltett beütésszámokat mérünk, amelyekről feltehetjük, hogy Poisson eloszlást követnek. A továbbiakban ilyen esetekkel fogunk foglalkozni.

Egy kísérlet mérési eredményei legyenek:

$$N_1, N_2, \dots, N_n,$$

és a beütésszámokat általánosságban jelöljük  $N_i$ -vel /  $i = 1, 2, \dots, n$  /. A beütésszámok várható értéke, a vizsgált jelenség természetétől függ és a keresett paraméterek függvénye. Mind a bevezetésben említett példák is mutatják, gyakori a kétparaméteres probléma. Ekkor a beütésszám várható értéke, két paraméter, pl.  $\alpha$  és  $\beta$  valamilyen adott függvénye:

$$\langle N_i \rangle = f(\alpha, \beta)$$

A maximális valószínűség módszere szerint [1] a paraméterek a következő egyenletekből határozhatók meg:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \langle N_i \rangle}{\partial \alpha} \left( \frac{N_i}{\langle N_i \rangle} - 1 \right) = 0 \quad /1'/$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \langle N_i \rangle}{\partial \beta} \left( \frac{N_i}{\langle N_i \rangle} - 1 \right) = 0 \quad /2'/$$

Tekintettel a mérési adatokra, a fenti egyenletekből tulajdonképpen nem kapjuk meg az  $\alpha$  és  $\beta$  paraméterek igazi értékét, hanem csak a paraméterek közelítőértékét, amiket  $\alpha_0$ -val és  $\beta_0$ -val jelölünk és a paraméterek mért értékeinek nevezzük. Így az /1/ és /2/ egyenletek

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0} \frac{1}{A_i} (N_i - A_i) = 0 \quad /1/$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0} \frac{1}{A_i} (N_i - A_i) = 0 \quad /2/$$

ahol

$$A_i = \langle N_i \rangle_{\substack{\alpha = \alpha_0 \\ \beta = \beta_0}}$$

a beütésszámok számított értéke.

Tehát a paraméterek  $\alpha_0$  és  $\beta_0$  mért értékeit az /1'/ és /2'/ egyenletek adják.

A súlyozott legkisebb négyzetek módszere egy szélső érték probléma segítségével határozza meg a keresett paramétert; legyen a következő függvény

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{N_i} (N_i - A_i)^2 = \text{minimum}. \quad /3/$$

Így a paramétereket adó egyenletek

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0} \frac{1}{N_i} (N_i - A_i) = 0 \quad /4/$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0} \frac{1}{N_i} (N_i - A_i) = 0 \quad /5/$$

Hasonlítsuk össze az /1/ és /2/, illetve /4/ és /5/ egyenleteket. Ugy látszik, a különbség csupán abból áll, hogy a /4/ és /5/ egyenletekben mint súlyfaktor a beütésszámok reciprokok értéke szerepel, míg az /1/- és /2/-ben a beütésszámok számított értékének reciprokával súlyozunk. Ha azonban a /3/ függvényben  $\frac{1}{N_i}$  helyett egyszerűen  $\frac{1}{A_i}$  -t írunk, úgy nem a /4/ és /5/ egyenletekre jutunk, hanem azok kibővülnek az  $\frac{1}{A_i}$ ,  $\alpha_0$  és  $\beta_0$  szerinti deriválásából származó tagokkal.

Egyszerű szemléletes megfontolás alapján is indokolható, hogy az /1/ és /2/ egyenletek helyesebb eredményre vezetnek, mint a /4/ és /5/. Egy mérés-sorozatban gyakran előfordul, hogy egy vagy több beütésszám pl. kiugró eltérést mutat a számított értékhez képest. Így a paraméterek meghatározását szolgáló egyenletekben a megfelelő tag túl kicsi súllyal fog szerepelni és nem a valódi helyzetnek megfelelő paramétereket kapjuk. Hasonló módon megtörténhet, hogy /4/- és /5/-ben indokolatlanul nagyobb súllyal szerepelnek egyes tagok. Ha azonban az /1/ és /2/ egyenleteket használjuk, ez a jelenség nem lép fel. Megjegyezzük, hogy általában az /1/ és /2/ egyenletekből a paraméterek egyszerűen nem fejezhető ki, és az egyenletek megoldása iterációs módszerrel végezhető el [1].

Igen fontos az a kérdés, hogy a paraméterek mért és igazi értéke mennyire térhet el, mekkora a paraméterek meghatározásának szórása? A maximális valószínűség módszere szerint [1] a szórás:

$$\langle (\Delta \alpha_0)^2 \rangle = \frac{-1}{F_{\alpha\alpha} - \frac{F_{\alpha\beta}^2}{F_{\beta\beta}}} \quad /6/$$

$$\langle (\Delta \beta_0)^2 \rangle = \frac{-1}{F_{\beta\beta} - \frac{F_{\alpha\beta}^2}{F_{\alpha\alpha}}} \quad /7/$$

ahol

$$F_{\alpha\alpha} = - \sum_i \left( \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0} \right)^2 \frac{1}{A_i}$$

$$F_{\alpha\beta} = - \sum_i \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0} \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0} \frac{1}{A_i}$$

$$F_{\beta\beta} = - \sum_i \left( \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0} \right)^2 \frac{1}{A_i}$$

Ismeretes az a szemléletes definíció, amely szerint a paraméterek meghatározásának várható hibája a következő módon közelíthető:

$$(\Delta \alpha_0)^2 = \sum_i \left( \frac{\partial \alpha_0}{\partial N_i} \right)^2 (\Delta N_i)^2 \quad /8/$$



és

$$(\Delta\beta_0)^2 = \sum \left( \frac{\partial\beta_0}{\partial N_i} \right)^2 (\Delta N_i)^2 \quad /9/$$

Ez az összefüggés mutatja, hogy valójában állandó paraméterek a beütésszámtól függően hogyan változnak /1. igazi és mért paraméterek/. Kimutatjuk, hogy ezek a szórás-kifejezések tulajdonképpen /6/ és /7/ típusú összefüggésekre vezetnek.

Szükségünk van a  $\frac{\partial\alpha_0}{\partial N_i}$  és  $\frac{\partial\beta_0}{\partial N_i}$  differenciálhányadosok kifejezéseire. mint említettük,  $\alpha_0$  és  $\beta_0$  analitikus alakja általában nem írható fel. Ha azonban a paramétereket meghatározó /1/ és /2/ vagy /4/ és /5/ egyenleteket deriváljuk  $N_i$  szerint, újabb egyenletrendszert nyerünk, amelyből  $\frac{\partial\alpha_0}{\partial N_i}$  illetve  $\frac{\partial\beta_0}{\partial N_i}$  már minden nehézség nélkül kifejezhető. Mindegy, hogy az /1/ és /2/ vagy /4/ és /5/ egyenletekből indulunk ki, mert a deriválás után az

$N_i \simeq A_i$  feltételt tekintetbe fogjuk venni. Továbbá, mivel a beütésszámok Poisson eloszlást követnek, azt mondhatjuk, hogy  $(\Delta N_i)^2 = N_i$ . Mindkét feltételt a maximális valószínűség módszerével számolt szórásoknál is figyelembe kellett venni. Mivel azonban az /1/ és /2/ egyenletek a paraméterek egy pontosabb értékét adják, úgy ott a szórások számításánál jogosabb az  $N_i \simeq A_i$  feltételezés, mint /5/ esetében.

Deriváljuk az /1/ és /2/ egyenleteket, és deriválás után az  $N_i \simeq A_i$  feltételt figyelembe véve, azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{A_i} \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0} - \frac{\partial \alpha_0}{\partial N_i} \sum_i \left( \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0} \right)^2 \frac{1}{A_i} - \frac{\partial \beta_0}{\partial N_i} \sum_i \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0} \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0} \frac{1}{A_i} = 0 \quad /10/$$

$$\frac{1}{A_i} \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0} - \frac{\partial \alpha_0}{\partial N_i} \sum_i \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0} \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0} \frac{1}{A_i} - \frac{\partial \beta_0}{\partial N_i} \sum_i \left( \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0} \right)^2 \frac{1}{A_i} = 0 \quad /11/$$

mivel

$$\frac{\partial A_i}{\partial N_i} = \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0} \frac{\partial \alpha_0}{\partial N_i} + \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0} \frac{\partial \beta_0}{\partial N_i} .$$

A /10 és /11/ egyenletrendszerből  $\frac{\partial \alpha_0}{\partial N_i}$  illetve  $\frac{\partial \beta_0}{\partial N_i}$  kifejezhetők:

$$\frac{\partial \alpha_0}{\partial N_i} = \frac{\frac{A_{i\alpha}}{A_i} - \frac{A_{i\beta}}{A_i} \frac{\sum_i A_{i\alpha} A_{i\beta} / A_i}{\sum_i A_{i\beta}^2 / A_i}}{\sum_i \frac{A_{i\alpha}^2}{A_i} - \frac{(\sum_i A_{i\alpha} A_{i\beta} / A_i)^2}{\sum_i A_{i\beta}^2 / A_i}} \quad /12/$$

és

$$\frac{\partial \beta_0}{\partial N_i} = \frac{\frac{A_{i\beta}}{A_i} - \frac{A_{i\alpha}}{A_i} \frac{\sum_i A_{i\alpha} A_{i\beta} / A_i}{\sum_i A_{i\alpha}^2 / A_i}}{\sum_i \frac{A_{i\beta}^2}{A_i} - \frac{\left(\sum_i A_{i\alpha} A_{i\beta} / A_i\right)^2}{\sum_i A_{i\alpha}^2 / A_i}} \quad /13/$$

ahol

$$A_{i\alpha} = \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_0}$$

$$A_{i\beta} = \frac{\partial A_i}{\partial \beta_0}$$

A /8/ és /9/ kifejezésekbe a /12/ és /13/-at behelyettesítve, kihasználva a  $(\Delta N_i)^2 N_i \approx A_i$  feltételt,

$$(\Delta \alpha_0)^2 = \frac{1}{\sum_i \frac{A_{i\alpha}^2}{A_i} - \frac{\left(\sum_i A_{i\alpha} A_{i\beta} / A_i\right)^2}{\sum_i A_{i\beta}^2 / A_i}} \quad /14/$$

és

$$(\Delta \beta_0)^2 = \frac{1}{\sum_i \frac{A_{i\beta}^2}{A_i} - \frac{\left(\sum_i A_{i\alpha} A_{i\beta} / A_i\right)^2}{\sum_i A_{i\alpha}^2 / A_i}} \quad /15/$$

Látható, hogy /14/ és /15/ teljesen megfelel /6/ és /7/-nek, tekintettel  $F_{\alpha\alpha}$ ,  $F_{\alpha\beta}$  és  $F_{\beta\beta}$  jelentésére. Tehát a /8/ és /9/ kifejezések is olyan szórás-kifejezésekre vezetnek, amelyek vegyes tagokat is tartalmaznak. Emiatt kell tehát a felesleges paramétereket is kiszámítani, mert azok értéke befolyásolja a keresett paraméterek értékét.

A fenti eredmények tetszőleges számú paraméter esetében megfelelő módon általánosíthatók.

#### I r o d a l o m

[1] Jánossy Lajos - Rupp Erzsébet: KFKI Közl. 8, 75. /1960/

Érkezett 1961. április 13.

KFKI Közlemények, 9. évf. 1-2.sz., 1961.







$$\rho_m(E) = \frac{1}{E} \int_0^E [1 - K(E-E')] \rho_m(E') dE' + \frac{1}{E} \int_0^E K(E-E') \sum_{m'=0}^m \rho_{m'}(E') \rho_{m-m'}(E-E_d-E') dE' \quad /1.1/$$

/lásd [1] /, ahol

$$K(E) = \begin{cases} 1, & \text{ha } E \geq E_d \\ 0, & \text{ha } E < E_d \end{cases}$$

és  $E_d$  adott fix érték. Az /1.1/ egyenlethez kezdeti feltétlenül szolgál a

$$\rho_m(E) = \delta_{m,1} \quad 0 < E < E_d \quad \text{reláció.}$$

Továbbá jelöljük  $\nu_{E_0}$ -val egy  $E_0$  energiájú bomázó részecske által kiszakított atomok tényleges számát. Legyen  $P_n(E_0)$  annak a valószínűsége, hogy  $\nu_{E_0} = n$ .  $P_n(E_0)$  meghatározható az alábbi integrál egyenletből:

$$P_n(E_0) = \frac{1}{(1-\alpha)E_0} \int_{\alpha E_0}^{E_0} [1 - K(E_0-E)] P_n(E) dE + \frac{1}{(1-\alpha)E_0} \int_{\alpha E_0}^{E_0} K(E_0-E) \sum_{m=0}^n P_{n-m}(E) \rho_m(E_0-E_d-E) dE \quad /1.2/$$

Itt  $\alpha = (M_2 - M_1)^2 / (M_2 + M_1)^2$  és  $M_2$  a bomázó,  $M_1$  a kristályrácsban elhelyezkedő atom tömege.

Az /1.1/ és /1.2/ egyenletek megoldására célszerű bevezetni az eloszlások generátor függvényeit.

$$g(E; x) = \sum_{m=0}^{\infty} \rho_m(E) e^{mx}; \quad G(E_0; x) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(E_0) e^{nx} \quad (x \leq 0) \quad /1.3/$$

A  $g$  és  $G$  függvényekre az alábbi egyenletek érvényesek:

$$g(E; x) = \frac{1}{E} \int_0^E [1 - K(E-E')] g(E'; x) dE' + \frac{1}{E} \int_0^E K(E-E') g(E'; x) g(E-E'-E_d; x) dE' \quad /1.4/$$

$$G(E_0; x) = \frac{1}{(1-\alpha)E_0} \int_{\alpha E_0}^{E_0} [1 - K(E_0-E)] G(E_0; x) dE + \frac{1}{(1-\alpha)E_0} \int_{\alpha E_0}^{E_0} K(E_0-E) G(E; x) g(E_0-E_d-E; x) dE \quad /1.5/$$

Az /1.4/ és /1.5/ egyenletek megoldásával fogunk részletesen foglalkozni.

II.  $\rho_E$  eloszlásának meghatározása

Mivel  $K(E) = \Delta(E - E_d)$ , /1.4/ a következő alakban is írható:

$$g(E; x) = \frac{1}{E} \int_0^E g(E'; x) dE' - \frac{\Delta(E - E_d)}{E} \int_0^{E - E_d} g(E'; x) [1 - g(E - E_d - E'; x)] dE' \quad /2.1/$$

Vezessük be a /2.1/ egyenlet megoldására  $g(E; x)$  Laplace transzformáltját:

$$L(p; x) = \int_0^\infty e^{-pE} g(E; x) dE \quad /2.2/$$

Előni számolás után  $L$  -re a következő egyenletet nyerjük:

$$-\frac{d}{dp} L = \frac{1 - e^{-pE_d}}{p} L + e^{-pE_d} L^2 \quad /2.3/$$

A /2.3/ egyenlet Bernoulli típusú, ezért elemien integrálható. Mindkét oldalt  $L^2$  -tel osztva,  $L^{-1}$  -re lineáris egyenletet nyerünk:

$$\frac{d}{dp} L^{-1} - \frac{1 - e^{-pE_d}}{p} L^{-1} = e^{-pE_d} \quad /2.4/$$

/2.4/ egy integráló tényezője  $p^{-1} \exp\{-E_i(pE_d)\}$ , ahol  $E_i(x) = \int_0^x y^{-1} \exp(-y) dy$  a jól ismert exponenciális integrál. További a  $p_m(E) = x \delta_{m,1} (0 < E < E_d)$  kezdeti feltételből következik, hogy  $g(E; x) = e^x$   $0 < E < E_d$ , így a

$$\lim_{p \rightarrow \infty} pL(p; x) = \lim_{E \rightarrow 0} g(E; x) \quad /2.5/$$

szabály [6] szerint  $\lim_{p \rightarrow \infty} pL(p; x) = e^x$ , és ez a /2.4/ differenciál egyenlet megoldásánál határfeltételül felhasználható. Így eljárva, az  $L(p; x)$  transzformáltat a következő explicit alakban nyerjük:

$$L(p; x) = p^{-1} [1 - (1 - e^{-x}) \exp\{E_i(pE_d)\}]^{-1} \quad /2.6/$$



Jelöljük most  $\rho_m(E)$  valószínűségek Laplace-transzformáltját  $\varphi_m(p)$  vel. /2.6/-ből egyszerűen adódik:

$$\varphi_m(p) = p^{-1} \exp\{-E_1(pE_d)\} \left[1 - \exp\{-E_1(pE_d)\}\right]^{m-1} \quad /2.7/$$

Végül a  $\rho_m(E)$  valószínűségek explicit alakban is megadhatók a Riemann-Mellin inverziós integrállal:

$$\rho_m(E) = (2\pi i)^{-1} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} p^{-1} \exp\{Ep - E_1(pE_d)\} \left[1 - \exp\{-E_1(pE_d)\}\right]^{m-1} dp \quad /2.8/$$

$\sigma$  úgy választandó, hogy a  $\text{Re } p > \sigma$  -tól jobbra eső komplex  $p$  síkban a  $\varphi_m(p)$  transzformáltak regulárisak legyenek.

A következőkben az eloszlás átlagának és szórásának meghatározásával foglalkozunk. Jelöljük  $m_1(E)$  -vel a kiszakított atomok átlagszámát. A

$$\left. \frac{\partial g(E; x)}{\partial x} \right|_{x=0} = m_1(E) ; \quad \left. \frac{\partial L(p; x)}{\partial x} \right|_{x=0} = n_1(p)$$

szabály szerint /2.6/-ből  $m_1(E)$  Laplace-transzformáltját meghatározhatjuk:

$$n_1(p) = p^{-1} \exp\{E_1(pE_d)\} \quad /2.9/$$

és így  $p \rightarrow 0$ ,

$$n_1(p) = \frac{e^{-c}}{p^2 E_d} + \frac{e^{-c}}{p} + h(p) \quad /2.10/$$

ahol  $h(p)$   $\text{Re } p \geq 0$  -ra analitikus függvény. Tehát Abel tétele alapján [7] :

$$m_1(E) \sim e^{-c} \left\{ \frac{E}{E_d} + 1 \right\} \quad E \rightarrow \infty \quad /2.11/$$

$c = 0,577\dots$  Euler-állandó.

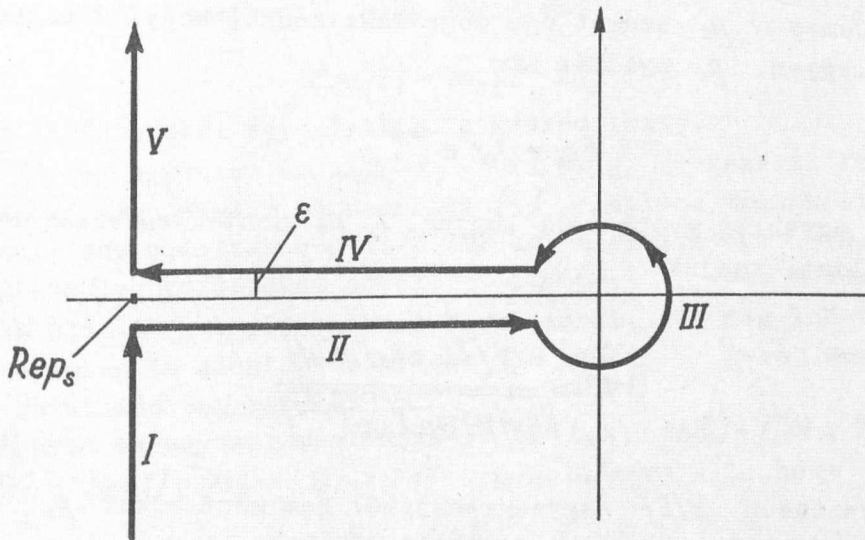
A /2.11/-es képletet többen levezették [2] - [4] , de a maradéktag becslésével nem foglalkoztak. Ez az aszimptotikus képlet igen jó közelítést nyújt kis  $E$  értékek esetén is: így pl.  $E = E_d$  esetén a pontos értéktől való eltérésre 12 %, de  $E = 2E_d$  -nál már 1 % alatt marad az eltérés /lásd [3] /.

A /2.11/ képlet hibájának megbecslésére állítsuk elő az  $m_1(E)$  függvényt a Riemann-Mellin inverziós integrállal:

$$m_1(E) = (2\pi i)^{-1} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} p^{-1} \exp\{pE + E_1(\rho E_d)\} dp \quad /2.12/$$

Látható, hogy az integrandus  $\text{Re } p > 0$  -ra analitikus, a  $p = 0$  helyen másodrendű pólus szingularitása van és analitikusan folytatható a  $p$  komplex sík bármely  $p = 0$  -t nem tartalmazó tartományába. Ezeket a körülményeket használjuk fel a /2.12/ integrál kiértékeléséhez.

Az eredeti függőleges ut helyett az 1. ábrán látható görbén végezzük el az integrálást.



1. ábra

$m_1(E)$  -t tehát a következő alakba írhatjuk:

$$m_1(E) = \int_I + \int_{IV} + \int_{II} + \int_{III} + \int_V$$

Végezzük el az  $\epsilon \rightarrow 0$  határátmenetet. Ekkor, mivel az integrandus Laurent-sora  $p = 0$  -nál

$$\frac{e^{-c/E_d}}{p^2} + \frac{e^{-c \left[ \frac{E}{E_d} + 1 \right]}}{p} + \dots$$

következik, hogy

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{III} = e^{-c \left[ \frac{E}{E_d} + 1 \right]} .$$

Továbbá az integrandus egyértékű, tehát

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{II} + \int_{IV} \right\} = 0$$

Igy

$$m_1(E) = e^{-c \left( \frac{E}{E_d} + 1 \right)} + R; \quad R = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\text{Re} p_s - i\infty}^{\text{Re} p_s - i\varepsilon} + \int_{\text{Re} p_s + i\varepsilon}^{\text{Re} p_s + i\infty} \right\}.$$

A maradéktagban szereplő  $p_s$  számot tetszőlegesen nagyra is választhatjuk, /mivel  $n_1(p)$  analitikusan folytatható a nyílt  $p$  komplex sík tetszőleges tartományába/. Minket csupán  $R(E)$   $E \rightarrow \infty$  aszimptotikus kifejezésre érdekel, ezért érdemes a  $p_s$  számot úgy megválasztanunk, hogy az integrál nyeregpontja legyen.  $p_s$  nyilván az

$$E p_s = 1 + e^{-E_d p_s}$$

transzcendens egyenlet gyöke kell legyen. A  $p_s$  pont környezetében elvégezve az integrálást, kapjuk:

$$R \approx \frac{\exp \{ E p_s + E_1(p E_d) \}}{\sqrt{2\pi [1 + (1 + p_s E_d) e^{-p_s E_d}]}} \quad /2.13/$$

/2.13/ természetesen  $R(E)$  nagyságrendjéről nem mond sokat  $p_s$  ismerete nélkül. Nem nehéz számítással kimutatható azonban, hogy

$$p_s = -\frac{1}{E_d} \left[ \ln \frac{E}{E_d} + \ln \ln \frac{E}{E_d} \pm i\pi \right] + \gamma \quad 0 < |\text{Im} p_s E_d| < 2\pi \quad /2.14/$$

ahol  $\gamma = O\left(\frac{\ln \ln E/E_d}{\ln E/E_d}\right)$ .  $\gamma$  pontosan is megadható integrállal:

$$0 < u < 1, \quad 0 < v < 1 - l \quad \gamma = (2\pi i E_d)^{-1} \int \frac{u - e^{-z}}{e^{-z} + uz - v - 1} z dz$$

itt az integrálást az  $e^{-z} + uz - v - 1 = 0$  egyenlet valós gyökét körüljáró zárt görbén kell elvégezni és azután  $u = \left( \ln \frac{E}{E_d} \right)^{-1}$  és  $v = -\left( \frac{E}{E_d} \ln \frac{E}{E_d} \right)^{-1} + i\pi \left( \ln \frac{E}{E_d} \right)^{-1} + \frac{\ln \ln E/E_d}{\ln E/E_d}$  helyettesíthető.\*

\* de Bruijn kitűnő könyvében [8] hasonló transzcendens egyenlet gyökének aszimptotikus kifejtésével foglalkozva, nagy  $E/E_d$ -re konvergens kettős sorokat adott meg a hibátagszámítására. Módszerét használva  $p_s$ -re pontosabb kifejezést is nyerhetnénk /2.14/-nél.



Mivel  $E_1(x) = -E_i(-x)$  és  $E_i(y) \sim \frac{e^y}{y}$   $y \gg 1$ ,

$$E_1(\rho_s E_d) = \frac{E}{E_d} \left\{ 1 + O\left(\frac{\ln \ln E/E_d}{\ln E/E_d}\right) \right\}$$

végeredményül azt nyerjük, hogy

$$R(E) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos \left\{ \pi \frac{E}{E_d} \left[ 1 + O\left(\frac{\ln \ln E/E_d}{\ln E/E_d}\right) \right] \right\} \exp \left[ -\frac{E}{E_d} \left\{ \ln \frac{E}{E_d} + \ln \ln \frac{E}{E_d} - 1 + O\left(\frac{\ln \ln E/E_d}{\ln E/E_d}\right) \right\} \right] \quad /2.15/$$

Az átlagértékek számításánál tehát igen jó közelítést jelent az  $m_1(E) \sim e^{-c} \left\{ \frac{E}{E_d} + 1 \right\}$  képlet.

Még egy matematikai megjegyzést fűzünk az átlagérték számításához. Az /1.4/ egyenletből következik, hogy  $m_1(E)$  az

$$E m_1'(E) = m_1(E - E_d)$$

retardált differenciál egyenlethől is kiszámítható.

A /2.16/ egyenlet az  $m_1(E) = 1$ ,  $0 \leq E \leq E_d$  kezdeti feltétel segítségével oldható meg. Snyder és Neufeldt [4] /Laplace transzformáció alkalmazása nélkül/ úgy oldották meg a /2.16/ egyenletet, hogy  $m_1(E)$  Neumann sorát megbecsülve korlátokat adtak  $\frac{m_1(E)}{E/E_d + 1}$  -re. Módszerük /gyakorlatilag/ nem elemibb a Laplace transzformációnál, sőt meg lehet mutatni, hogy teljesen elemien is adhatók becslések  $\frac{m_1(E)}{E/E_d + 1}$  -re. Egy ilyen becslést fogunk a következőkben bemutatni.

Legyen az egyszerűség kedvéért  $E = E_d x$ ,  $m_1(E) = f(x)$ . Kimutatjuk, hogy az  $x f'(x) = f(x-1)$  [ $f(x) = 1$   $0 < x \leq 1$ ] megoldására áll, hogy

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a,$$

Teljes indukcióval könnyen belátható, hogy  $f(x)$  pozitív és monoton növekvő. Irjuk át az  $x f'(x) = f(x-1)$  egyenletet a következő alakba

$$\left[ \frac{f(x)}{x} \right]' = - \frac{f(x) - f(x-1)}{x^2}$$

Integrálva  $n$  -től  $n+1$  -ig, kapjuk:

$$\frac{f(n+1)}{n+1} - \frac{f(n)}{n} = - \int_n^{n+1} \frac{f(x) - f(x-1)}{x^2} dx \leq 0 \quad (n \geq 2)$$

azaz  $\frac{f(n+1)}{n+1} \leq \frac{f(n)}{n}$  lévén,  $\frac{f(n)}{n}$  monoton csökkenő, tehát létezik  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n} = a$ .

Egyszerű számítással nyerhetünk felső korlátot „a”-ra. Integrálva  $x f'(x) = f(x-1)$ -t  $n$  -től  $n+1$  -ig az

$$f(n+1) - f(n) = \int_n^{n+1} \frac{f(x-1)}{x} dx < f(n) \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right)$$

egyenlőtlenségre jutunk, mivel  $f(n) \geq f(n-1) \quad n \geq 1$ .

Innen logaritmálva, összegezve, majd  $e$  alapra térve, kapjuk:

$$f(n-1) < \exp\left\{\sum_1^n \ln\left[1 + \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right]\right\}; \text{ vagy } \frac{f(n+1)}{n+1} < \exp\left\{\sum_1^n \left(\ln\left[1 + \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right] - \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right)\right\}.$$

Elvégezve a határátmenetet, a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n} < e^\sigma \quad \sigma = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \ln\left[1 + \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right] - \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right\}$$

becslést kapjuk.  $e^\sigma$  értéke 0,6824...-nek adódik.

Hogy alsó becslést nyerjünk, integráljuk az  $\left(\frac{f}{x}\right)' = -\frac{f(x)-f(x-1)}{x^2}$  egyenletet 1-től  $\infty$ -ig. Így

$$a = 1 - \int_1^{\infty} \frac{f(x)-f(x-1)}{x^2} dx$$

jön ki. Mármost  $\int_1^2 \frac{f(x)-f(x-1)}{x^2} dx = \frac{1}{2}(1 - \ln 2)$ , továbbá  $x \geq 2$  -ra  $f(x)-f(x-1) \leq (x-1) \ln\left(1 + \frac{1}{x-1}\right)$  és így  $\int_2^{\infty} \frac{f(x)-f(x-1)}{x^2} dx < 0,4288\dots$ ; ezért  $a > 0,4177\dots$

Ezek a becslések eléggé ívák, de kissé hosszadalmasabb /teljesen elemi/ számításokkal 1 %-os hibával rendelkező becsléseket is meg lehet adni. Ez jelenleg nem éri meg a fáradságot, mivel ismerjük a pontos értéket:  $e^{-c} = 0,5614\dots$

A továbbiakban rátérünk  $\mathcal{P}_E$  szórásának számítására. A  $d^2(E) = m_2(E) - m_1^2(E)$  relációban szereplő  $m_2(E)$  második momentumot Laplace transzformáltja segítségével határozhatjuk meg. A

$$\frac{\partial^2 L(p; x)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = n_2(p) = \int_0^{\infty} m_1(E) e^{-pE} dE \quad \text{-re}$$

/2.6/-ből azt nyerjük, hogy

$$n_2(p) = n_1(p) \{ 2n_1(p) - 1 \} \quad /2.17/$$

A már ismertetett módon /leválasztva a szinguláris részeket/ Abel tétel segítségével elvégezve a visszatranszformálást, kapjuk:

$$m_2(E) = e^{-2c} \left(\frac{E}{E_d}\right)^2 + e^{-c} (4e^{-c} - 1) \frac{E}{E_d} + e^{-c} (3e^{-c} - 1) + R_1 \quad /2.18/$$

$R_1$  -re hasonló becslést nyerhetünk mint  $m_1(E)$  esetében.

A szórás négyzet

$$d^2(E) = e^{-c}(2e^{-c}-1) \frac{E}{E_d} + R_2$$

lesz, és így a relativ szórásnégyzet  $\frac{d^2(E)}{m^2(E)} \sim 2e^{-c}-1 = 0,123\dots$ , kisebb mint a Poisson eloszlás relativ szórásnégyzete.

Az átlagérték és szórás ismeretében most már megmutathatjuk, hogy a  $p_m(E)$  eloszlás megfelelő normálás mellett jól közelíthető a normális eloszlással. Ez a tény következik a centrális határeloszlás-tétel "paraméteresen" megfogalmazott alakjából. E szerint, ha tetszőleges  $p_m(\alpha)$ ,  $\alpha$  paramétertől függő valószínűségeloszlás átlagára és szórására érvényes a

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{m(\alpha)}{\alpha} = M, \quad \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{d^2(\alpha)}{\alpha} = D^2$$

reláció, akkor az  $\frac{m-M\alpha}{D\sqrt{\alpha}} = t$  jelöléssel

$$p_m(\alpha) = p(t) \sim \frac{1}{D\sqrt{2\alpha\pi}} e^{-t^2/2}$$

tehát  $p_m(\alpha)$  jól közelíthető a normális eloszlással.

Jelen esetben az  $\alpha$  paraméternek  $E/E_d$  felel meg. Vagyis

$$p_m(E) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi e^{-c}(2e^{-c}-1)E/E_d}} e^{-t^2/2}; \quad t = \frac{m - e^{-c}E/E_d}{\sqrt{e^{-c}(2e^{-c}-1)E/E_d}} \quad /2.19/$$

$p_m(E)$  /2.19/ alakját könnyen nyerhetjük a /2.8/ integrálalakból is. Vegyünk az integrálban  $\sigma = 0$  -t,

$$p_m(E) = (2\pi i)^{-1} \int_{-i\infty}^{i\infty} p^{-1} \exp\{pE - E_1(pE_d)\} \{1 - \exp -E_1(pE_d)\}^{m-1} dp \quad /2.20/$$

Ha a /2.20/ integrálban  $m = e^{-c} \frac{E}{E_d} + t \sqrt{e^{-c}(2e^{-c}-1)E/E_d}$  helyettesítést teszünk, és  $E \rightarrow \infty$  esetet vizsgáljuk, azonnal látható, hogy a  $p=0$ , nyeregpont. Elvégezve a sorfejtéseket és az integrálást  $p_m(E)$  /2.19/ alakját néhány korrekciós taggal kiegészíthetjük. Így a következő adódott:

$$p_m(E) = \frac{e^{-t^2/2}}{\sqrt{2\pi e^{-c}(2e^{-c}-1)E/E_d}} \frac{1}{\sqrt{E/E_d}} \left\{ 1 + \frac{1}{\sqrt{E/E_d}} (a_1 t^3 + a_2 t) + O\left(\frac{1}{\sqrt{E/E_d}}\right) \right\} \quad /2.21/$$

$$a_1 = \frac{15 - 12e^c + 2e^{2c}}{12(2 - e^c)^{3/2}}; \quad a_2 = \frac{2e^{2c} - 7}{4(2 - e^c)^{3/2}}.$$

Végül alkalmazzuk a nagy számok törvényét. Kimutatjuk, hogy a  $\mathcal{P}_E^* = \mathcal{P}_E / E/E_d$



valószínűségi változó stochasztikusan konvergál az  $e^{-c}$  állandóhoz. Hogy ezt belássuk, elég a Csebisev egyenlőséget alkalmazni a  $g_E$  változóra. Ugyanis

$$P\left\{\left|\frac{g_E}{m_1(E)} - 1\right| > \varepsilon\right\} \leq \frac{d^2(E)}{\varepsilon^2 m_1^2(E)} \rightarrow 0 \quad E \rightarrow \infty$$

Tehát, ha  $E/E_d$  nagy, a  $g_E \sim e^{-c}\left(\frac{E}{E_d} + 1\right)$  egyenlőség nagy valószínűséggel áll fenn.

### III. A $\nu_{E_0}$ eloszlásának meghatározása

Jelöljük  $M_1(E_0)$ -al az  $E_0$  energiájú bombázó részecske által kiszakított atomok átlagszámát.  $M_1(E_0)$  nyilván /1.5/-ből származtatható.

$$M_1(E_0) = \frac{1}{(1-\alpha)E_0} \int_{\alpha E_d}^{E_0} M_1(E) dE + \frac{\Delta(E_0 - \frac{1}{1-\alpha}E_d)}{(1-\alpha)E_0} \int_0^{(1-\alpha)E_0 - E_d} m_1(E) dE \quad /3.1/$$

Ez az egyenlet is retardált /hasonlóan  $m_1(E)$ -hez/, de csak inhomogén részében. A megoldás könnyebb kezelhetőségéért átalakítjuk a /3.1/ egyenletet. Legyen  $E_0 = E_d e^u$ , és  $M_1(E_0) = T(u)$ . Így a következő egyenletre jutunk:

$$T(u) = \int_0^u g(u-u') T(u') du' + \frac{1}{1-\alpha} \Delta\left(u - \ln \frac{1}{1-\alpha}\right) \int_0^{u - \ln \frac{1}{1-\alpha}} e^{-\frac{1}{1-\alpha}(u-z)} m_1(E_d(e^z - 1)) dz \quad /3.2/$$

ahol

$$g(u) = \begin{cases} \frac{1}{1-\alpha} e^{-u} & 0 < u < \ln \frac{1}{1-\alpha} \\ 0 & u > \ln \frac{1}{1-\alpha} \end{cases}$$

/3.2/ megoldására Laplace transzformációt alkalmazunk:

$$R(p) = \int_0^\infty T(u) e^{-pu} du.$$

Egyszerű számítással nyerhetjük, hogy

$$R(p) = \frac{(1-\alpha)^{p+1}}{(1-\alpha)(p+1) - 1 + \alpha^{p+1}} \int_0^\infty e^{-pu} m_1(E_d(e^u - 1)) du. \quad /3.3/$$

Az integrál kiszámítására vegyük az  $1 + \sigma = e^u$  helyettesítést:

$$\int_0^\infty e^{-pu} m_1(E_d(e^u - 1)) du = \int_0^\infty \frac{1}{(1+\sigma)^{p+1}} m_1(E_d \sigma) d\sigma. \quad /3.4/$$

Az így nyert integrálra alkalmazzuk a parciális transzformációt:

$$(1+\sigma)^{-p-1} \text{ inverze } \frac{e^{-s} s^p}{\Gamma(p+1)} ; m_1[E_d \sigma] \text{ transzformáltja } s^{-1} \exp E_1(s) .$$

Tehát /mivel a megfelelő kettős integrál létezik/ írhatjuk:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+\sigma)^{p+1}} m_1[E_d \sigma] d\sigma = \frac{1}{\Gamma(p+1)} \int_0^{\infty} s^{p-1} e^{-s+E_1(s)} ds .$$

A végső megoldás tehát:

$$R(p) = \frac{(1-\alpha)^{p+1}}{(1-\alpha)(p+1)-1+\alpha^{p+1}} \frac{1}{\Gamma(p+1)} \int_0^{\infty} s^{p-1} e^{-s+E_1(s)} ds . \quad /3.5/$$

Megmutatjuk, hogy a /3.5/-ben szereplő integrál  $Re p > 1$ -re konvergens  
Legyen  $\delta > 0$

$$\int_0^{\infty} s^{p-1} e^{-s+E_1(s)} ds = \int_0^{\delta} + \int_{\delta}^{\infty} .$$

Az első integrálra az  $E_1(s) = -C - \ln s + f(s)$  /ahol  $f(s) = \int \frac{1-e^{-v}}{v} dv \leq f(\delta)$   
 $0 \leq s \leq \delta$  reláció segítségével a következő becslést adhatjuk:

$$\int_0^{\delta} \leq e^{-C+f(\delta)} \Gamma(p-1) .$$

A második integrált az  $E_1(\delta) \geq E_1(s)$  egyenlőtlenség alapján hasonlóan majorizálhatjuk:

$$\int \leq e^{E_1(\delta)} \Gamma(p)$$

Igy végül is  $K = \max(e^{E_1(\delta)}, e^{-C+f(\delta)})$

$$\int_0^{\infty} s^{p-1} e^{-s+E_1(s)} ds \leq K p \Gamma(p-1) .$$

Vizsgáljuk  $R(p)$  értékét a  $p=1$  helyen. Világos, hogy  $\lim_{p \rightarrow 1+0} R(p) = \infty$  . Az is látható, hogy elsőrendű polussal rendelkeznek. A reziduum kiszámításához visszanyulunk a /3.3/ előállításához. /3.3/-ből következik, hogy

$$\lim_{p \rightarrow 1} (p-1) R(p) = \lim_{p \rightarrow 1} (p-1) \int_0^{\infty} e^{-p u} m_1[E_d(e^u-1)] du .$$

Itt az utóbbi integrál divergenciáját  $m_1$  végtelenbeli viselkedése határozza meg, az viszont ismert. Tudjuk /2.11/-ből, hogy

$$m_1[E_d(e^u-1)] \sim e^{-c} e^u \quad u \rightarrow \infty ,$$

tehát van olyan  $u_0$ , hogy egyenletesen

$$\left| m_1(E_d(e^u-1)) - e^{-c}e^u \right| < \varepsilon \quad \text{ha } u > u_0$$

Legyen

$$I(p) = A_p + B_p + C_p = e^c e^{-(p-1)u_0} + (p-1) \int_0^{u_0} e^{-pu} m_1(E_d(e^u-1)) du + \\ + (p-1) \int_{u_0}^{\infty} e^{-pu} \left\{ m_1(E_d(e^u-1)) - e^{-c}e^u \right\} du.$$

Nyilván

$$\lim_{p \rightarrow 1} A_p = e^{-c}; \quad \lim_{p \rightarrow 1} B_p = 0 \quad \text{és mivel}$$

$$|C_p| < \varepsilon(p-1) \frac{e^{-pu}}{p}, \quad \lim_{p \rightarrow 1} |C_p| = 0.$$

Ezzel bebizonyítottuk, hogy  $\lim_{p \rightarrow 1} (p-1) R(p) = e^{-c}$ .

$R(p)$  további szingularitásait meghatározandó, meg kell adnunk analitikus folytatását a  $\text{Re } p < 1$  síkba. Ez egyszerűen adható meg és egy olyan meromorf függvényre jutunk, amelynek  $p = 1, -1, -2, \dots$  pontokban vannak elsőrendű pólusai  $f_1, f_2, f_3, \dots$  reziduummokkal.

A  $G(p) = \int_0^{\infty} s^{p-1} e^{-s+E_1(s)} ds$   $\text{Re } p > 1$  reguláris függvény analitikus folytatása a következő:

$$G_n(p) = \int_0^{\infty} s^{p-1} e^{-s+E_1(s)} ds + \int_0^1 \left\{ e^{-s+E_1(s)} - \sum_{j=1}^n f_j s^j \right\} s^{p-1} ds + \sum_{j=1}^n \frac{f_j}{p+j}$$

Ez nyilván érvényes  $-n < \text{Re } p < \infty$  esetén.

Írjuk  $R(p)$ -t a következő alakba:

$$R(p) = \frac{(1-\alpha)^{p+1}}{(1-\alpha)^{p+1} - 1 + \alpha^{p+1}} \frac{G_1(p)}{\Gamma(p+1)}$$

$R(p)$  első tényezőjének viselkedése a neutronok lassításának elméletéből jól ismert [9]. Ennek  $p=0$  elsőrendű pólusa.  $\lim_{p \rightarrow 0} pR(p) = \frac{G_1(0)}{\xi}$ ;  $\xi = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha$

$$G_1(0) = \int_0^{\infty} \frac{1}{s} e^{-s+E_1(s)} ds + \int_0^1 \left( \frac{1}{s} e^{-s+E_1(s)} - \frac{e^{-c}}{s^2} \right) ds + e^{-c} = -1 + e^{-c}$$

Végül is

$$\lim_{p \rightarrow 0} pR(p) = -\frac{1-e^{-c}}{\xi}$$



$R(p)$  a következő alakba írható:

$$R(p) = \frac{e^{-c}}{p-1} - \frac{1-e^{-c}}{\xi p} + f(p) \quad /3.6/$$

ahol  $f(p)$  analitikus  $Re p > -\varepsilon$   $\varepsilon > 0$

Most egy Tauber típusu tétel alkalmazásával adódik  $T(u)$  aszimptotikus formulája:

$$T(u) = e^{-c} e^u - \frac{1-e^{-c}}{\xi} + O(e^{-\varepsilon u}) \quad u \rightarrow \infty .$$

Visszatérve  $M_1(E_0)$ -ra, a feladatot megoldottuk:

$$M_1(E_0) = e^{-c} \frac{E_0}{E_d} - \frac{1-e^{-c}}{\xi} + O\left(\left(\frac{E_d}{E_0}\right)^\varepsilon\right) \quad E_0 \rightarrow \infty . \quad /3.7/$$

Megjegyzés: Az  $M_1(E_0)$ -ra adott formulában szereplő hibatag nagyságrendjére adott becslés tovább nem élesíthető /ugyanis  $R(p)$ -nek a  $p = -\varepsilon$  pontban pólusa van/. A hibatagra az alábbi aszimptotikus előállítás érvényes:

$$R(E_0) = \sum_{j=1}^N C_j \left(\frac{E_d}{E_0}\right)^{p_j} + O\left(\left(\frac{E_d}{E_0}\right)^{p_{N+1}}\right) \quad E_0 \rightarrow \infty \quad /3.8/$$

ahol a  $p_j$  számok az  $(1-\alpha)(p+1) - 1 + \alpha^{p+1} = 0$  egyenlet gyökeit jelentik, valós részüik nagysága szerint rendezve.

A /3.7/ képlet alkalmazásánál igen óvatosan kell eljárni, ugyanis a hibatag távolról sem csökken olyan erősen, mint  $m_1(E)$  esetén.

A szórás megbecslésére meg kell határozni  $M_2(E_0)$   $E_0 \rightarrow \infty$  aszimptotikus kifejtését. Hasonló gondolatmenettel, mint  $M_1(E_0)$  esetében  $M_2(E_d e^u)$  Laplace-transzformáltját határozhatjuk meg:

$$S(p) = \frac{(1-\alpha)^{p+1}}{(1-\alpha)(p+1) - 1 + \alpha^{p+1}} \left\{ \frac{1}{\Gamma(p+1)} \int_0^\infty s^{p-1} e^{-s+E_1(s)} [2e^{E_1(s)} - 1] ds + \right. \\ \left. + 2(p+1) \int_0^\infty e^{-(p+1)u} \int_0^u e^z m_1(E_d(e^z-1)) M_1\left(\frac{e^u}{1-\alpha} - e^z\right) dz du \right\} \quad /3.9/$$

Az  $S(p)$ -ben szereplő kettős integrál most nem faltung, így az  $M_1(E_0)$  számításánál alkalmazott módszer közvetlenül nem alkalmazható. Azonban eljárhatunk a következőképp: a kettős integrál divergenciáját a benne szereplő függvények végtelenbeli viselkedése határozza meg. Ezeket  $m_1(E)$ -t és  $M_1(E_0)$ -t viszont már ismerjük.

Igy tehát egzaktul meghatároztuk  $S(p)$  pólusait. Ezek a következők:

$$\lim_{p \rightarrow 2} (p-2) S(p) = e^{-2c} ; \quad \lim_{p \rightarrow 1} (p-1) S(p) = e^{-c} \left[ 2 \left( e^{-c} - \frac{1-e^{-c}}{\xi} \right) - 1 \right]$$

$S(p)$ -nek a hibabecslés szempontjából érdekesek lehetnek még további pólusai is. Ezeket most nem vizsgáljuk. A visszatranszformálás után azt kapjuk, hogy

$$\frac{D^2(E_0)}{M_1(E_0)} \sim 2e^{-c} - 1 \quad E_0 \rightarrow \infty \quad /3.10/$$

tehát a bombázó rész ütközéseinek számításba vétele a relativ szórásnégyzet főtagját nem változtatja meg.

#### I r o d a l o m

- [1] Pál L. - Németh G.: Nuovo Cim. 12, 293. /1959/
- [2] Fein, A.E.: Phys. Rev. 109, 1076 /1958/
- [3] Seits, F.: - Harrison, W.A.: Phys. Rev. 98, 1530 /1955/
- [4] Snyder, W.S. - Neufeld, I.: Phys. Rev. 97, 1636 /1955/  
Phys. Rev. 103, 862 /1956/
- [5] Leitfried, G.: Nukleonik 1, 57 /1958/
- [6] Doetsch, G.: Handbuch der Laplacetransformation I. 456 /1950/
- [7] Doetsch, G.: id.mü. I. 488. 1. tétel
- [8] de Bruijn, N.G.: Asymptotic methods in analysis 27 /1958/
- [9] Marschak, R.E.: Theory of the Slowing Down of Neutrons...  
Rev. of Mod. Phys. 19, N.3 /1947/

Érkezett 1961. március 14.

KFKI Közlemények 9. évf. 1-2.sz., 1961.

## ADALÉKOK RÁDIOFREKVENCIÁS IONFORRÁS KISZIVÓRENDSZERÉNEK SZÁMITÁSÁHOZ

Irta: Páris Gyula

Gyorsítóüzem

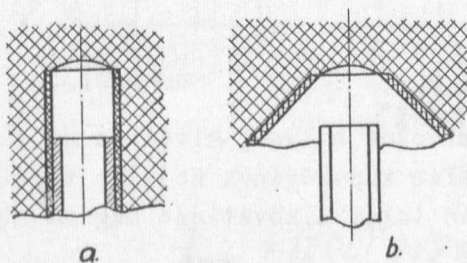
### Összefoglalás

Rádiófrekvenciás ionforrások kiszivórendszerének konstrukciós elveit fejtjük ki. Megmutatjuk, hogy a kiszivórendszer sok tekintetben analóg a Pierce-féle elektronágyúval, s ez az analógia majdnem teljessé tehető. Megkíséreljük meghatározni a méretek azon határait, melyeken belül a kiszivórendszer kielégítően működik. Az ismertetett konstrukciós elvek figyelembevétele különösen nagyáramú és impulzusüzemű ionforrásoknál lényeges. Az eredmények jól megegyeznek a kísérleti adatokkal.

Y.A. Getting már 1941-ben beszámolt [1] nagyfrekvenciás gázkisülés alkalmazásáról ionforrásokban. Az általa készített ionforrás hozama azonban a kiszivórendszer tökéletlensége miatt igen csekély, mindössze  $130 \mu\text{A}$  volt, jelentős gázbeömlés mellett. Kielégítő rádiófrekvenciás ionforrás megvalósításának alapjait Thonemann vetette meg 1946-ban közzétett munkájával [2]. Az általa javasolt szondás kiszivórendszer nyer ma is alkalmazást a legtöbb nagyfrekvenciás ionforrásban. E kiszivórendszer lényege a következő:

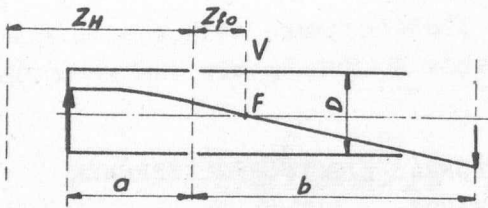
Szigetelőhengerbe vagy diafragmába bujtatott fémes kihuzó elektród /katód/ nyulik be a rádiófrekvenciás térben kialakult plazmába /lásd: 1/a-b ábra/. Az elektród tengelyfurata az ionok kivezetésére, valamint a plazma és gyorsítóter közötti nyomáskülönbség kialakítására szolgál. A plazmával egy pozitív töltésű szonda /anód/ segítségével a katódhoz képest pozitív potenciált közlünk. Ennek eredményeként a plazma és a katód között elektromos tér jön létre, amely eltávolítja a plazmát a katód felületéről / 1 ábra./.

A plazma felülete és a katód közötti tér ionoptikai rendszert alkot, amely befokuszálja az ionokat a kiszivó csatornába.



1. ábra





2. ábra

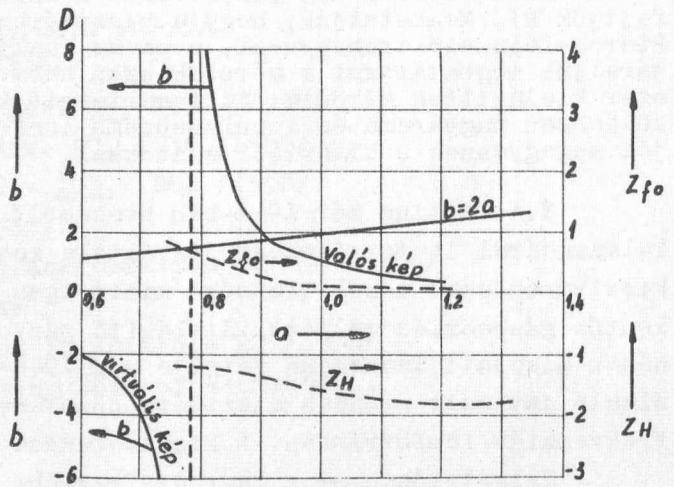
A kiszívórendszer optikai szerepe jól szemlélhető az alább leírt analógia segítségével. A 2. ábra egy un. immerziós tárgylencsét mutat be. Az egyik végén zárt henger potenciálja nulla, a nyitott hengeré  $V$ . A legegyszerűbb esetben a koaxiális hengerek átmérője azonos és igen kis távolságra helyezkednek el egymástól. Tételezzük fel, hogy kiszívó rendszerünk az immerziós tárgylencséhez hasonlóan működik.

E feltevés qualitative feltétlenül indokolt. Vizsgáljuk meg ennek alapján, hogyan képezi le a kiszívórendszer a szigetelőköpeny felső végét zárró, katóddal ekvivalens plazmafelületet.

A 3. ábra megadja az immerziós tárgylencse paramétereinek közötti összefüggéseket [3]. Kiszívórendszerünk iránti legfőbb követelmény, nagysűrűségű nyaláb átvitele. A 3. ábrán " $a$ "  $< 0,785 D$  értékénél " $b$ " negatív előjelű /virtuális kép/, " $a$ "  $= 0,785 D$ -nél " $b$ "  $\rightarrow \pm \infty$ , majd " $a$ "  $> 0,785 D$  esetén a kép valós, s " $a$ " növelésével a képtávolság csökken.

Az adott lencse nagyítása

$$M = \frac{b}{2a} \quad /1/$$



3. ábra

Kiszívórendszerünk paramétereit tehát úgy kell megválasztanunk, hogy mivel a kép kicsiny " $a$ " szakaszt kivéve a kiszívócsatornában van, a csatorna falára kevés áram fusson fel, de a nyílást használjuk ki teljes átmérőjében, tehát

$$\frac{b}{2a} \sim 1$$

/2/

Kisebb nagyítással dolgozni ugyanis nem volna helyes, mivel ez az átvitt áram csökkentését, valamint a kilépő nyaláb kúpszögének növelését jelentené. A 4. ábra jelöléseiben a 3. ábra alapján tehát a következő megszorítást kapjuk a kiszívórendszer adataira:

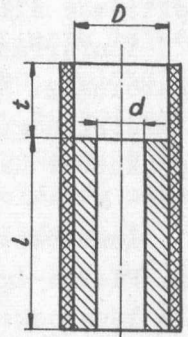
$$t < 0,9D$$

/3/

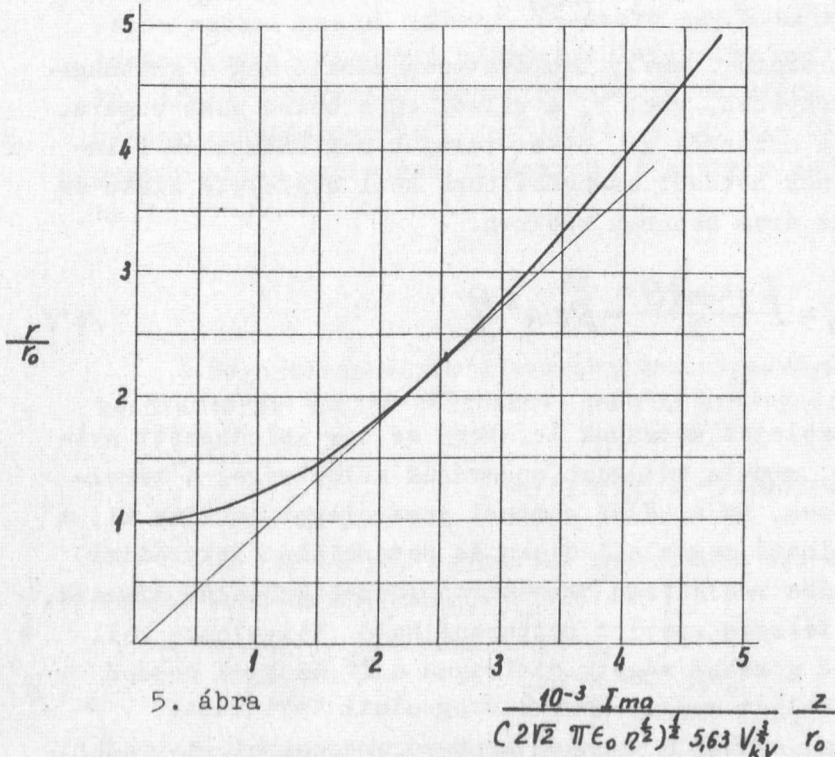
Ez az összefüggés sok ionforrásban kielégül.

A fenti szemlélet azonban nem adhatja a kiszivórendszer teljes leírását. Ennek legfőbb oka az, hogy nem veszi figyelembe a tértöltés hatását. A kiszivócsatornában ugyanis jelentős áramsűrűségek lépnek fel, s ennek megfelelően a nyaláb mozgása is megváltozik, sőt talán leképzésről sincs jogunk beszélni. Ezért a továbbiakban elsősorban a tértöltés hatását vizsgáljuk meg.

Vizsgáljunk azonos töltésű részecskékből álló nyalábot. Tegyük fel, hogy valamely, a Z tengelyre merőleges síkban minden részecskének kizárólag a tengellyel párhuzamos sebességkomponense van. Legyen ezen a  $z_0$  helyen a nyaláb sugara  $r_0$ . A nyaláb a tértöltés hatására mozgás közben feltágul, vagyis bármely  $z > z_0$  helyen  $r > r_0$ . A feltágulást az 5. ábra szemlélteti [6].



4. ábra



5. ábra

Tegyük most fel, hogy egy adott "d" átmérőjű és "b" hosszúságú hengeren át kell vinnünk megadott "I" erősségű áramot. Kimutatható [5, 6], hogy az átvitel csak pontosan megszabott feszültségértéknél és belépési szögnél lehetséges, ha az átvitelre minimális energiát kívánunk áldozni. A maximálisan átvihető áram adott hengeren

$$I_{max} = (1,08)^2 2\sqrt{2} \pi \epsilon_0 \eta^{1/2} V^{3/2} \left(\frac{d}{l}\right)^2,$$

/4/

ha a belépés szöge

$$\gamma = \arctg \frac{d}{l}, \quad /5/$$

ahol  $V$  a feszültség,  $\eta = \frac{e}{m}$  a töltés-tömeg viszony adott részecskére,  $\epsilon_0$  dielektromos állandó. Minden más esetben kevesebb az átvitt áram.

Ionforrásról lévén szó, a nyalábot el kell vinni a plazmától a kiszívó csatornáig. Egyik feltétel, hogy a csatornába való belépés szöge éppen /5/, másik, hogy a nyalábsűrűség maximális legyen. A kiszívócsatorna és a plazma között hat az ionoptikai rendszer, áttértünk tehát ennek vizsgálatára.

Ismeretes, hogy nagyáramu elektronnyaláb előállítására igen alkalmas az ún. Pierce-ágyu. Ennek lényege a következő. Két különböző sugaru gömb között a részecskeáramlás irányát a tértöltés nem befolyásolja. Induljanak ki a nagyobbik sugaru gömbhéből a részecskék a belső gömbhéj irányában. A részecskeáram egyenlete /5/

$$I = \frac{16\pi\epsilon_0}{9} \sqrt{2\eta} \frac{V^{3/2}}{(-\alpha)^2} \quad /6/$$

ahol  $(-\alpha)^2$  geometriafüggő paraméter, amely táblázatosan adható meg a gömbsugarak  $\frac{r_c}{r_a}$  viszonyának függvényében, ahol  $r_c$  a külső,  $r_a$  a belső gömb sugara. Ha a külső gömbből szeletet metszünk ki, s ezt tartjuk meg emissziós felületnek, a gömb többi részének hatását kompenzálnunk kell megfelelő alakú és potenciálu elektróddal. Az áram azonban csökken:

$$I_0 = I \frac{1 - \cos \theta}{2} = I \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad /6'/$$

ahol  $\theta$ -félkúpszög.

Ha a belső gömbből olyan szeletet metszünk le, hogy az így keletkezett nyílás átmérője sokkal kisebb, mint a két gömb sugarának különbsége, a térelszolás nem módosul lényegesen. Ha a belső gömbből gömbréteget szelünk ki, a hiányzó rész ekkor is pótolható megfelelő alakú és potenciálu elektróddal. Így a gömbréteg felső síkjába radiálisan összetartó részecskenyaláb érkezik, mely a nyíláson áthaladva tetszés szerint felhasználható. Figyelembe kell azonban venni, hogy a belső gömbben vágott diafragma a  $\theta$  szöggel belépő nyalábot szórja, így az áthaladt nyaláb  $\gamma < \theta$  szög alatt tart össze.

A fent leírt rendszer analóg a szondás kiszívórendszerrel. A későbbiek során megmutatjuk, hogy az analógia hogyan tehető szinte teljessé, s a 4. ábra mennyiben tér el tőle. Bizonyos általános következtetések azonban ennek részletes kifejtése nélkül is eszközölhetők.



A kísérleti eredmények /pl. [6] / azt mutatják, hogy ha a belső gömb nyílásának átmérője

$$d = 0,7(r_c - r_a), \quad /7/$$

akkor a külső gömb felületénél a térerősség 5 %-kal kevesebb az elméletileg vártnál. Nagyobb  $d$  mellett a csökkenés erősebb. Mivel a plazma emissziós felülete nem meghatározott, s a külső gömbben is nyílás van, célszerű a geometriát úgy megválasztani, hogy éppen abban a tartományban dolgozzunk, ahol még gömbi geometria uralkodik, de maga a geometria teszi határozottá a plazma emissziós felületének koordinátáit. Ahol ugyanis a térerősség zérusra csökken, ott kezdődik a plazma emissziós felülete / kis eltéréssel/.

Fentiekből következik, hogy a

$$d = (0,6 \div 0,8)(r_c - r_a) \quad /8/$$

tartományban várható a feltételek kielégülése.

A kiszívónyílás felső síkja erőteret és térmentes szakaszt határoló diafragma, s itt szórólencsét alkot. Fokusz távolsága táblázatosan, vagy görbében adható meg /6. ábra/. Célszerű ezt a szóróhatást minimálisra csökkentenünk, mivel az adott plazmafelületet így maximálisan kihasználjuk. Mérésekkel igazolt ugyanis, hogy a plazma ionsűrűsége normális viszonyok között is néhány századamp/cm<sup>2</sup> [9] lehet, s így kis plazmafelület is szolgáltatja a gyakorlatban szükséges ionáramot. A görbe alapján maximális a fókusz távolság, ha

$$\frac{r_c}{r_a} = \frac{D}{d} \approx 2 \quad /9/$$

Meghatározhatjuk a kvarchenger magasságát is, ez közelítőleg a következő értékek között változhat, ha /8/ érvényes:

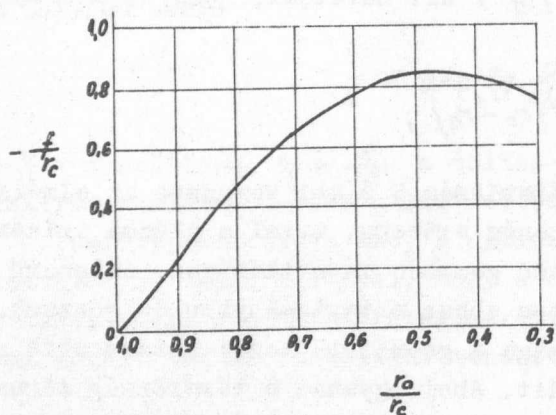
$$t \approx (1,1 \div 1,6)d = (0,55 \div 0,8)D \quad /10/$$

Ha /4/ és /6/ egymással egyenlő, a szögekre a következő összefüggés írható fentiek figyelembevételével:

$$\sin \frac{\theta}{2} \approx \operatorname{tg} \gamma \quad /11/$$

Ha most a megadott értékhatárokkal meghatározzuk  $\left(\frac{d}{l}\right)$  szükséges értékeit, durván a következő határokat kapjuk:

$$\frac{l}{d} \approx 4 \div 6 \quad /12/$$



6. ábra

A.N. Szerbinov vizsgálatokat végzett [7] a kiszívórendszer optimális paramétereinek meghatározására. A kísérleti eredmények a fenti elméleti megállapításokkal a legteljesebb összhangban vannak.

Különösen fontos a kiszívórendszer geometriájának tudatos kialakítása akkor, ha nagyáramú, vagy impulzusüzemű ionforrást akarunk készíteni pl. neutrongenerátorhoz, ahol a nagy áramsűrűség, valamint az ionsomagok szűk térre koncentrálhatósága elsőrendű követelmény.

Ekkor a hengeres elrendezés miatti durva analógiát jobbra kell tenni. Mint ismeretes, elektrolit-tankban végzett mérések alapján a gömbi geometriát kialakító segéd-elektrodák formája meghatározható. Legfontosabb az emissziós felületnél elhelyezett elektroda metszetének a tengellyel bezárt szöge  $67,5^\circ$ . A kvarchengert tehát olyan diafragmával kell helyettesíteni, amely a gömbi geometriához közeli teret produkál. Két jellemző példa, mennyire hatásos az ilyen átalakítás. A példák egyben a fent kifejtett elvek igazolásául is szolgálhatnak. [4] lényegében csak a kvarchengert cserélte fel diafragmával, s folytonos üzemben 15 mA ionáramot kapott. [8] impulzusüzemi ionforrással 10 mA áramimpulzusokat állított elő, 0,5  $\mu$ sec ismétlődéssel.

### I r o d a l o m

- [1] Getting Y.A., Phys.Rev., 59, 467 /1941/
- [2] Thonemann, P.C., Nature, 158, 61 /1946/
- [3] von Ardenne, M., Tabellen der Elektronenphysik, Ionenphysik und Übermikroskopie, Band I. 47.
- [4] Eubank, H.P., et al.: R.S.I. 25, 989 /1954/
- [5] Pierce, J.R., Theory and Design of Electron Beams. D.Van Nostrand Comp. 1954.
- [6] Spangenger, K.R., Vacuum Tubes. McGraw-Hill, 1948
- [7] Szerbinov, A.N., Prib. Tehn. Ekszp. 39 /1958/ No.3.
- [8] Bechurts, K.H., Nucl. Instr. 11, 144 /1961/ No.1.
- [9] Gabovics, M.D., Zs.T.F. XXX. 3, 354-358

Érkezett 1961. márc. 6.

KFKI Közlemények, 9. évf. 1-2. sz., 1961.

NYOMÁS ALATT MŰKÖDŐ IONFORRÁS

Irta: Pásztor Endre

Gyorsító Üzem

Összefoglalás:

A cikkben beszámolunk egy nyomás alatti tankgenerátor számára konstruált ionforrás kidolgozásáról, a konstrukció szempontjairól és menetéről. A mérések szerint az ionforrás 3,5 - 4 kV kihuzó feszültségnél néhány száz  $\mu$ A áramot ad megfelelő gázfogyasztás és energia felvétel mellett, az ionáram független a külső nyomástól, jóllehet a forrás kidolgozásánál megtartottuk a közönséges, szabad levegőn működő forrás alakját és anyagát.

Bevezetés

A tankgenerátor építése során szükség volt a gyorsítandó protonokat szolgáltató részecskeforrás elkészítésére. A feladat pontos definíciójához elég sok szabad paraméterrel rendelkezünk, hiszen a szolgáltatandó áram nagyságán kívül egészen konkrét megkötések nem voltak. Első programpontunk tehát az irodalom, személyes közlések és saját tapasztalataink alapján a forrással szemben támasztandó követelmények meghatározása volt.

Mit kívánhatunk egy ionforrástól, melyet egy nyomás alatt működő elektrosztatikus generátorban akarunk felhasználni?

- 1/ Mindenekelőtt elegendő áramot kell adnia, s ebből - a körülményekhez képest - maximális legyen az atomionok százaléka.
- 2/ Kis energia felvétel, csekély gázfogyasztás jellemezze.
- 3/ Kis energia-szórás legyen a kilépő ionoknál.
- 4/ Birjon ki a forrás egyhuzamban hosszú igénybevételt és általában legyen hosszú az élettartama.
- 5/ Egyszerű eszközökkel, megbízható módon tudjuk vezérelni.
- 6/ Méretei, a hozzávaló táprendszer méretei legyenek összhangban a rendelkezésre álló hellyel.

E szempontok szerint megvizsgáltuk - egyelőre csak elvileg - a számbajöhető típusokat. Manapság a modern sztatikus gyorsítóknak jóformán csak kétféle típust használnak; a hideg katódos mágneses /Philips Ionisation Gauge-PIG/ és a rádiófrekvenciás ionforrásokat [1] [2]. Mi az előny az egyiknél, mi a másiknál? A PIG típus fémalkatrészekből készül, mechanikusan nem probléma nyomásállóra készíteni. A fém elektródák azonban növelik a re-

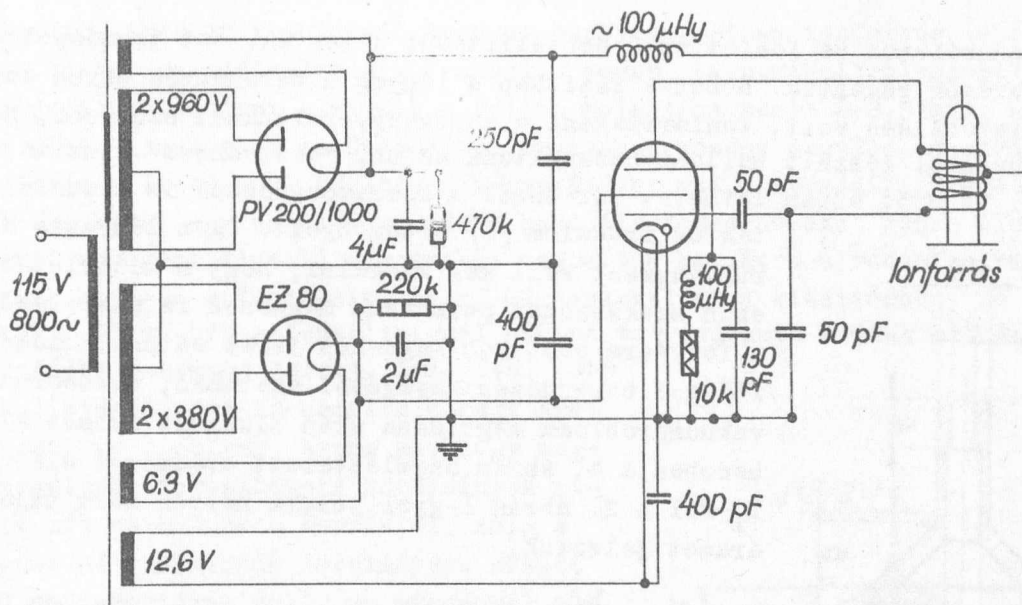


kombinációt, kicsi a  $H_1^+$  tartalma a nyalábnak a  $H_2^+$ -hoz képest. A gázfogyasztás is igen nagy lesz, ha javítani akarjuk a proton százalékot. Energia felvételben kb. egyforma a két forrás, de a belső kisülés hatására elég gyorsan tönkremenő elektródák miatt a PIG-nél az élettartam viszonylag rövid. A rádiófrekvenciás típusnál, ha a ballon repedését meg tudjuk akadályozni, hosszú élettartamra számíthatunk, jobb a proton százalék, kisebb az energia szórás. Könnyebb az alkatrészek mechanikai elkészítése, kisebb a gázfogyasztás, a kihúzó feszültségforrás kisebb teljesítményt kell, hogy szolgáltatasson. A rádiófrekvenciás oszcillátort kb. egyenrangú problémának vehetjük a PIG típusnál a mágnes tér előállításával, így e tekintetben a két forrás egyenrangú. A fentiekből objektíve még nehéz egyik, vagy másik forrástípust külön előnyben részesíteni. Némi előny az RF típus javára mutatkozik. Ha azonban ehhez még azt is figyelembe vesszük, hogy ennél a típusnál már komoly tapasztalatokkal rendelkezünk, akkor szinte nyilvánvaló, csak erre érdemes figyelmünket összpontosítani.

A feladat tehát a következő megfogalmazást kapta: kidolgozandó egy olyan rádiófrekvenciás ionforrás típus, mely teljesíti a fentebb felsorolt hat pont szerinti kívánalmakat, 100-200  $\mu A$  áramot ad, megfelelő gáz és minimális energia felvétel mellett. Jelentős kiegészítő szempontként járult még ezekhez, hogy a nyomás alatti forrás lehetőleg közeli rokonságban legyen az eddig használt ilyen forrásokkal, mert ezeknél a technológiát az üvegtechnikusok, ill. mechanikai műhelyek már jól ismerik.

#### Előzetes tapasztalatok, illetve adatok. Az első, OS 51 típusú csővel működő forrás

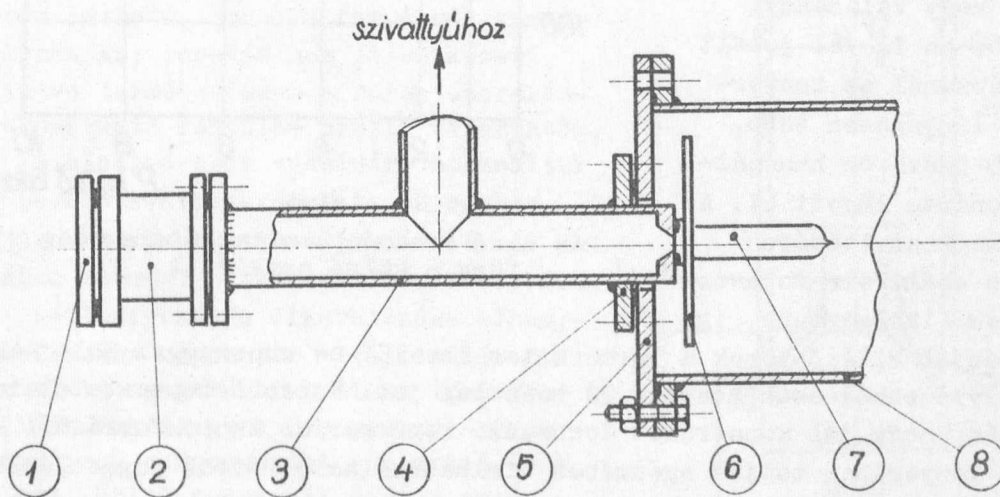
A kivitel első lépése volt az eddigi eredmények, illetve tapasztalatok számbavétele. Intézetünkben számos kolléga foglalkozott RF forrásokkal. [3] [4] [5] [6], ez a típus van üzemben a kaszkádgenerátoroknál, így néhány alapvető szempont ismeretes volt. Ionforrásoknál ezen alapvető szempontok ismerete igen hasznos, de sajnos nem teszi elengedhetővé a kísérleti munka jelentős részét. A nyomás alatti működtetés fokozott követelményekkel lép fel az oszcillátorban, illetve annak táplálásánál alkalmazott elektroncsövekkel szemben is. Csak olyan csövek jöhetnek számításba, melyek a 20-25 atm. külső nyomást üzemszerűen elviselik. Nálunk a választási lehetőség gyakorlatilag zérusra zsugorodott, mivel 20 atm. nyomást csak az OS 51 kisadócső és a PV 200/1000 tip. egyenirányítócső bírta ki. E két cső felhasználásával Novák Endre megépítette az 1. ábrán látható kapcsolású oszcillátort.



1. ábra

Az OS 51 csővel épített oszcillátor és a táphálózat kapcsolása

Köztudomásu, hogy pentódával nem túl célszerű önrezgő oszcillátort építeni, de a fenti okok miatt akkor nem volt más választásunk. Amint sajnos később kiderült, az OS 51-ből is csak egyetlen széria volt nyomás alatt használható. Az oszcillátorral egyidejűleg elkészült a kísérleti berendezés, melynek vázlatát a 2. ábra mutatja. Itt megoldandó volt a vakuumrendszer és a forrás nyomás alatti működtetését lehetővé tévő kamra, az un. "malacka" csatlakoztatása.

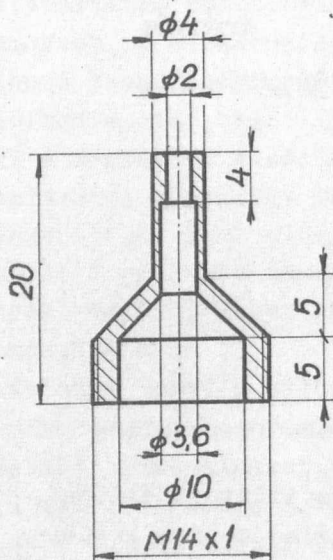


2. ábra

A kísérleti stand vázlata

- |   |                               |
|---|-------------------------------|
| 1. A targetárammérés helye                          | 5. A nyomáskamra zárólapja    |
| 2. Szigetelő üveghenger                             | 6. Az oszcillátor tartólemeze |
| 3. Vakuumcsövek                                     | 7. Ionforrás                  |
| 4. A vakuum és nagynyomású rész-csatlakozó tárcsája | 8. A nyomáskamra fala         |

Az első munkálatok az ionforrás üzembeállítását célozták. Ezt természetesen szabad levegőn végeztük. Ebben a fázisban a lényeg a berendezés egyes darabjainak kipróbálása volt. Ionforrásként a kaszkádgyorsítóknál szokásos, Rasotherm üvegből készült ballont használtunk az ún. "szabványos" kiszívó csúccsal. Ez a 3. ábrán látható. Már ennél a kiszívócsúcsnál is hasznosították az irodalom [7] eredményeit. Igen lényeges körülményként kell még kiemelni, hogy a kísérletek ezen szakaszában permanens mágnesek felszerelésével a forrásra statikus mágneses teret adtunk. Számos, főleg a berendezés anyagából származó, elsősorban vakuumprobléma megoldása után sikerült nyomás alatti üzemben a 4. ábrán szemléltetett eredményt elérni.



3. ábra

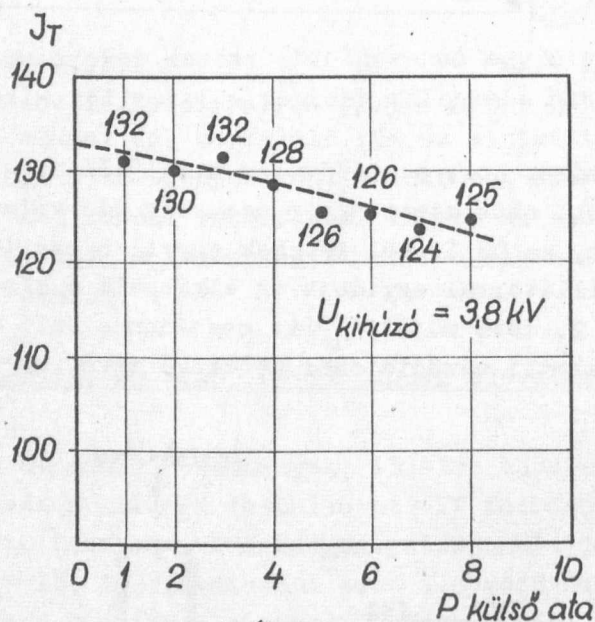
A "szabványos" kiszívó csúcs. Anyag: fredál.

Már itt szeretnénk leszögezni, hogy valamennyi mérésnél az  $I_T$ -vel jelölt targetáramnál az ionforrásból lényegesen több, kb. 4,5-5-szörös használható ionáram lépett ki. A mérés megkönnyítésére ugyanis semmiféle fókuszálást sem alkalmaztunk, így

a forrásból kilépő ionok a természetes kb.  $15^\circ$ -os kupszöggel haladnak, s a mérőhelyre ebből csak mintegy 20 százalék jut. Korábbi tapasztalataink azt mutatják, hogy jól konstruált fókuszáló rendszerrel az ionforrásból kilépő nyaláb lényegében teljes egészében felhasználható. Ettől függetlenül, a mért  $I_T$  áramok önmagukban is kielégítik igényeinket.

A mérés adataiból megállapítottuk, hogy a nyomás emelésével változik a forrás árama, tehát a működés és a nyomás összefüggésben van. Ilyen összefüggés általában nem lehetetlen, mert a nyomással - elyben - változhat, pl. az oszcillátor teljesítménye s ezzel az áram is. Ki kellett tehát vizsgálni mi okozza az összefüggést. Hosszu és aprólékos, lépésről-lépésre haladó vizs-

ták az irodalom [7] eredményeit. Igen lényeges körülményként kell még kiemelni, hogy a kísérletek ezen szakaszában permanens mágnesek felszerelésével a forrásra statikus mágneses teret adtunk. Számos, főleg a berendezés anyagából származó, elsősorban vakuumprobléma megoldása után sikerült nyomás alatti üzemben a 4. ábrán szemléltetett eredményt elérni.  $I_T$ -vel a 2. ábrán l-gyel jelölt helyen mért targetáramot jeleztük.



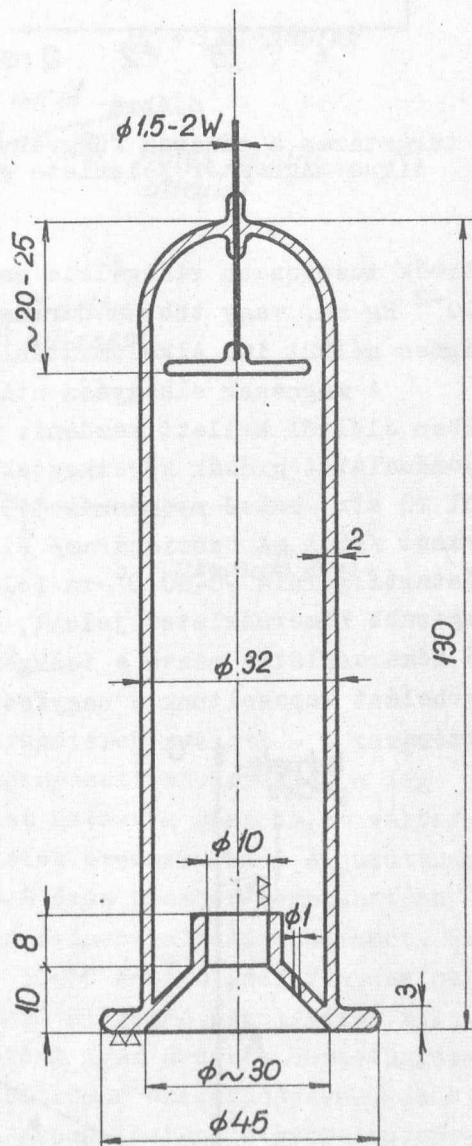
4. ábra

Az első eredmény: a targetáram még függ a külső nyomástól

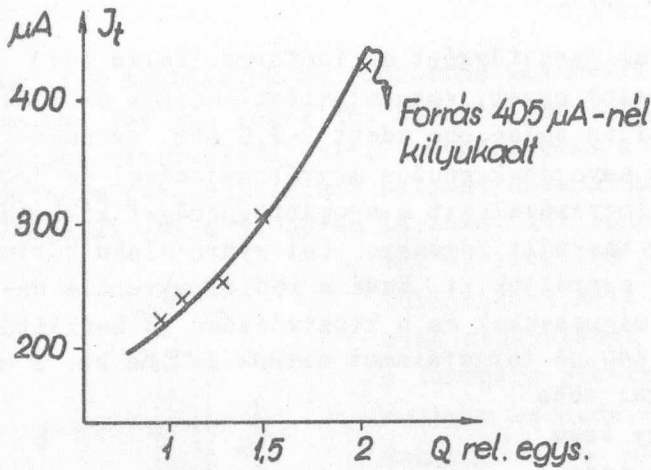


gálattal sikerült kimutatni, hogy az összefüggést az ionforrás falán lévő igen vékony hajszálcsövesség, valamint egyéb, vakuumtömítelenségek okozzák. A hajszálcsövességet sikerült a ballon belsejébe adott 2-2,5 atm. nyomással víz alatt kimutatni. Az üvegballon anyagának gondos megválogatásával és jobb minőségű silicon-gumi tömítés alkalmazásával ezt a nyomásfüggőséget kiküszöböltük. Ezzel egyidejűleg az addig használt fémmágneseket gyűrű alakú bárium ferrit anyagból készült mágnesekre cseréltük ki. Ezek a rádiófrekvencia hatására kevésbé melegszenek. Az új mágnesekkel és a kiszívócsúcs jó beállítással 3,85 kV kihuzófeszültségnél 440  $\mu$ A targetáramot értünk el. Ez kb. 2 mA használható áramot jelent, ami jóval több a kelleténél. Nem is annyira a nagy áram elérése volt célunk, hanem az, hogy megvizsgáljuk, forszirozott körülmények között mit várhatunk a forrástól. Amíg a mágnes nélkül azonos körülmények között 180  $\mu$ A targetáram volt, ez mágnessel 400  $\mu$ A fölemelkedett ugyan, de jelentkezett a mágnessel forszirozott üzem hátránya: a ballon vagy kilyukadt, vagy a feszültség bevezető wolfram elektródát árnyékoló tányér a felforrasztási helyeknél megrepedt. Ez utóbbi hibán Biró János kartárs tanácsai alapján az árnyékoló tányérmak közvetlenül a W elektródára való forrasztásával segítettünk. Így alakult ki a nyomás alatti forrás formája, ami az 5. ábrán látható. Ennél a forrásnál semmiféle lyukadás, repedés nem jelentkezett, eltekintve természetesen a rossz szerelésnél bekövetkező feszülés miatti törésektől.

A kiszívócsúcs védelmére használtuk a jól bevált kvarccsövecskét, ez egyben javítja a kiszívás mechanizmusát is. A plazmában egy helyre fókuszálódó elektronok miatti ballonlyukadás elkerülésére elhagytuk a statikus mágnes tér alkalmazását. Nyomás alatti generátoroknál ez igen fontos kérdés, mert egy apró, szabadlevegőn még komolyabb vakuumgondot sem okozó lyuk 10-20 atm. külső nyomásnál már jelentős károk forrása lehet. A mágnesek elhagyását igen jól indokolhatjuk a 6. ábra görbéje alapján. Egy adott mágnes térnél a maximális áramhoz, illetve protontartalomhoz egy adott nyomás tartozik [6].



5. ábra  
"Szabványos" ionforrás ballon



6.ábra

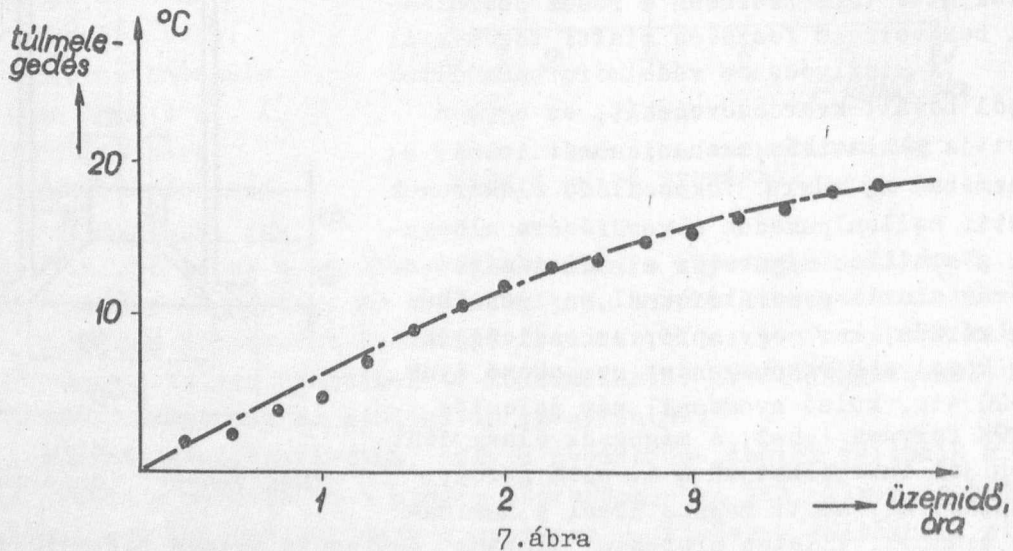
A targetáram a gázáram függvényében statikus mágnes tér jelenléte esetén

Ha ezt el akarjuk érni a megfelelő mennyiségű gázt kell a rendszerbe bocsájtanunk. Ilyen igénybevételnél azonban bekövetkezhet, esetünkben be is következett a ballon lyukadása.

Kisebb nyomásnál nincs ilyen veszély, de az áram viszont lényegében azonos a mágnes nélküli állapottal. Felmerül azonban a mágneses tér elhagyásának az esetében, hogy a nyaláb proton tartalma nem csökken-e jelentősen, hiszen a proton százalék erősen függ a mágnes tértől. Itt első pillantásra ellentmondást láttunk a [6] és a [8] adatai között. A

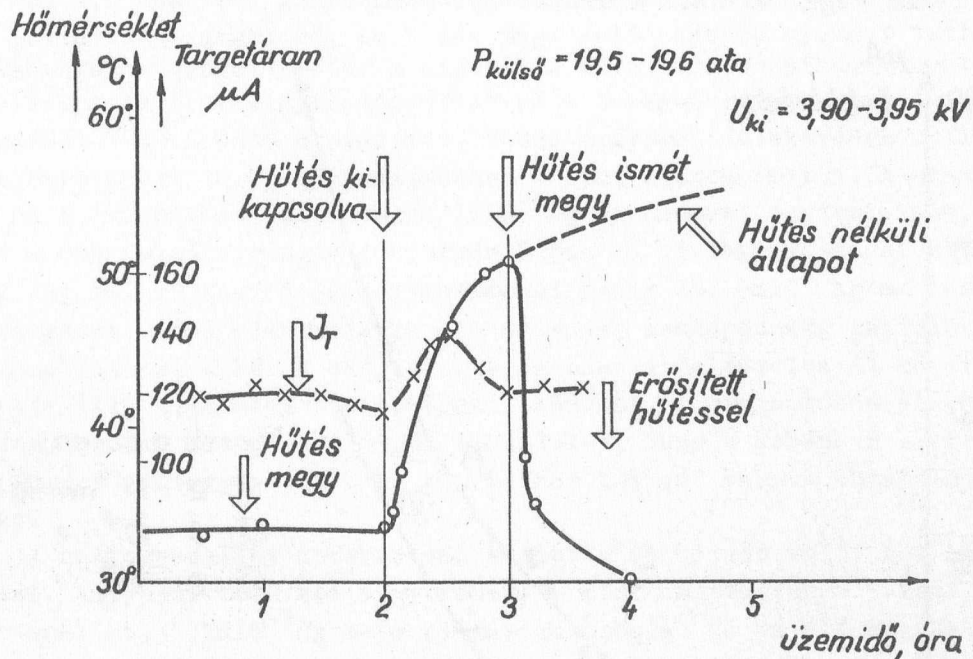
görbék tüzetesebb vizsgálata megmutatta, hogy elegendő nagy nyomás esetén  $10^{-2}$  Hg mm, vagy több a forrásban/ kaphatunk megfelelő proton százalékot mágnes nélkül is. Alkalomadtán ezt saját méréseinkkel még ellenőrizni fogjuk.

A mágnesek elhagyása után az optimális beállítás megkeresését lényegében előlről kellett kezdeni. Ennek meghatározása megtörtént, majd ismét nyomásalatti próbák következtek. Már az első próbákkal sikerült mágnesek nélkül 20 atm. külső nyomásnál 3,9-4 kV kihuzó feszültséggel 200-240  $\mu A$  targetáramot /kb.1 mA összionáram/ elérni. 1-2 óráig tartó üzemnél azonban a nyomástartály fala 70-80  $C^{\circ}$ -ra felmelegedett. Ez belül, az ionforrásnál jóval magasabb hőmérsékletet jelent, mint ami a generátorban keletkezik. A várható hőmérsékletre nézve a tankgenerátorban ugyanis méréseket végeztünk, műterhelést kapcsoltunk a nagyfeszültségű elektródában lévő 1,5 kVA-es tápdinamóra.



A túlmelegedés mértéke a tankgenerátor felső elektródájában

A mérési eredmények a 7. ábrán láthatók. Mivel kb. 6 üzemóra után a generátorban a környezeti hőmérséklet 55-60 C<sup>o</sup>-nál stabilan beáll, nem volt értelme az ionforrást ennél jobban igénybe venni. A nyomástartály külső oldalára ezért hűtőcsöveket forrasztottunk s egyidejűleg egy meglévő csomk felhasználásával a hőmérséklet mérésére termokeresztet szereltünk fel. A termokereszt a tartály tengelyében, tehát az ionforrással azonos módon, a forrás felső csúcsától kb. 170 mm-re foglalt helyet. A korábbi állapotot ellenőrizendő, megmértük a hőmérsékletet hűtéssel és a hűtés kikapcsolása után /8 ábra/.



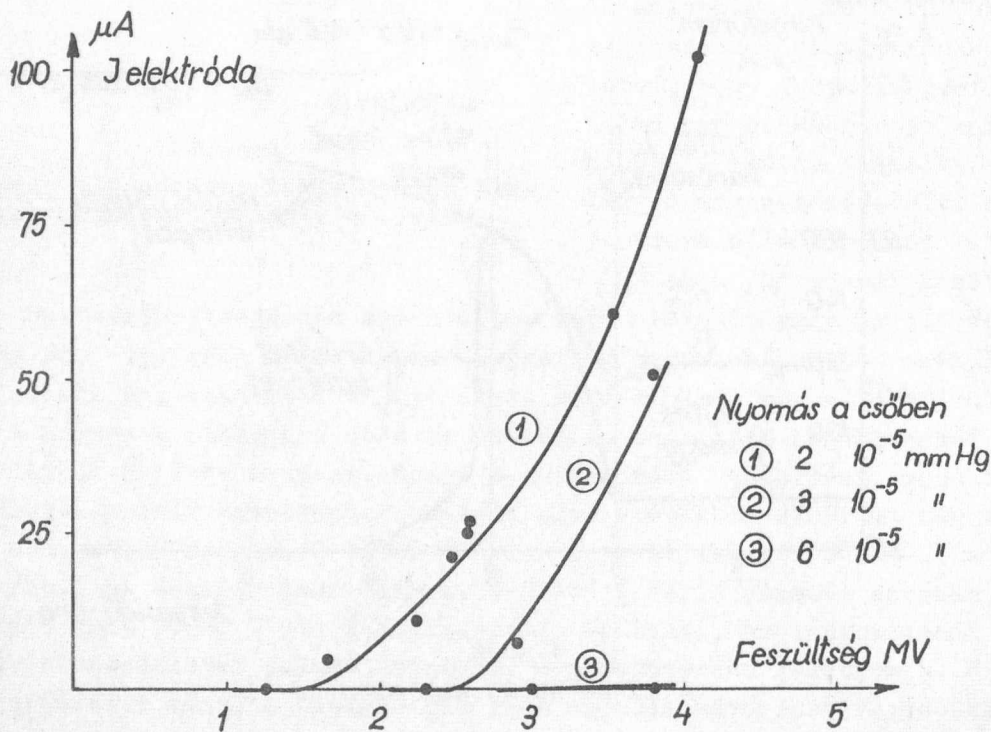
8. ábra

A külső hűtés hatása

Egyidejűleg mértük - nagyjából változatlan paraméterek mellett - a targetáramot is. Ugy tapasztaltuk, hogy kb. 45 C<sup>o</sup> környezeti hőmérséklet a legkedvezőbb, de különben a környezeti hőmérséklet hatása a gázbeömlés változtatásával kiegyensúlyozható. Az eddigi kísérletek eredményeként eljutottunk odáig, hogy az ionforrás több héten át napi 5-8 órás üzemben megbízhatóan adott 120-125 μA targetáramot, azaz 600-625 μA felhasználható ionáramot. Ehhez azonban a "szabvány" kihúzó csúccsal sok, 30-50 Ncm<sup>3</sup>/ó gázt fogyasztott. Ezzel a gázmennyiséggel nagyobb áram is elérhető elegendő oszcillátor teljesítmény esetén. A gázfogyasztás mértéke egyébként igen érdekes összefüggésben van a forráshoz csatlakozó gyorsítócső elektromos szilárdságával, azaz azzal a feszültséggel, melyet átütések nélkül kapcsolhatunk a gyorsítócsőre. Érdeemes ezt közelebbről megvizsgálni.



Egy igen jó konstrukcióju gyorsítócsőnél, mely 4 MV-nál 300  $\mu$ A proton-áramot tud szolgáltatni, a tervezők nagyon alapos vizsgálatot végeztek [9] a gyorsítócső elektromos szilárdságára nézve. Azt találták, hogy a cső - gyorsítandó ionnyaláb nélkül -  $1 \times 10^{-5}$  Hg mm belső nyomásnál kisebb feszültséget visel el, mint pl.  $6 \times 10^{-5}$  Hg mm-s nyomásnál. A szilárdság jellemzésére megmérték a cső elektródáira futó áramot, valamint ezzel egyidejűleg a cső alján és felső végén mérhető áramokat /9. ábra/.



9. ábra

A gyorsítócső elektromos szilárdságára jellemző áramok a nyomás függvényében

A cső két végén mérhető áramok feszültség-függése teljesen azonos az elektródák áramával. Gyorsított nyalábbal végzett kísérletek hasonló eredményekre vezettek. A nyaláb nélkül keletkező áram eredetére igen sok feltevés van [10] [11], biztosat állítani nem lehet róla. Általában a vákuumban történő átütések oka, lefolyása meglehetősen tisztázatlan, sokféle elmélet látott napvilágot és számos kísérletet végeztek a kérdéssel kapcsolatban. A gyorsítandó ionnyaláb jelenlétében a helyzet még bonyolódik, de ha az elektródákat nem éri nagyobb számban becsapódó ionok, tehát nem lesz túlzott a helyi felmelegedés és gázfelszabadulás, akkor [9] közlései szerint a cső szilárdsága javul a belső nyomás emelésével. Ehhez természetesen előfeltétel, hogy az ionoknak a csőben lévő gáz atomjaival, molekuláival való ütközési valószínűsége kicsiny legyen. Egy, összesen 4 méter hosszú gyorsítócsőnél ez utóbbi feltétel kb.  $7-8 \times 10^{-5}$  Hg mm közepes nyomást enged meg. Ahhoz, hogy a

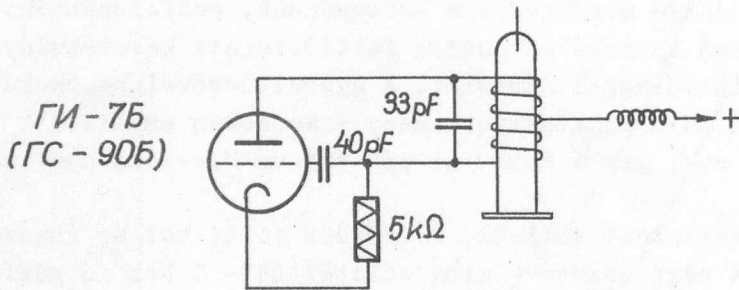
nyomás az ionoknak az elektródákon történő ütközéseinél, tehát hirtelen gázfelfszabadulásnál se emelkedjék a kritikus érték fölé, egy minimális gyorsítócső átmérő szükséges. Vonatkozik ez mind a szigetelő porcelán gyűrűkre, mind a gyorsító elektródákon lévő nyílásokra. Ha ez a minimális méret biztosított, akkor nem fog a nyomás helyileg ugrásszerűen emelkedni, a cső szilárdsága megmarad. Másképpen fogalmazva: ha a cső alsó, szívott végén eleme nagy a szivássebesség, és a cső méretei megfelelőek, akkor nem túl nagy, kb.  $0,1 \text{ Ncm}^3/\text{sec}$  gázfelfszabadulásnál a cső nem fog átütni, sőt elektromos szilárdsága megmarad, ha benne megfelelő közepes nyomást tartunk fenn. A tankgenerátor gyorsítócsöve a minimális méretekre vonatkozó követelményt teljesíti. A fentiek figyelembevételével a tankgenerátor gyorsítócsövével kiszámítottuk a várható nyomásokat. Ehhez a gyorsítóelektródák nyílásai által meghatározott teret - közelítésben - sima csőnek vettük. A számítás szerint, ha a gyorsítócső alsó végén  $1 \times 10^{-5} \text{ Hg mm}$  nyomást tartunk fenn, akkor a nyomás a cső felső végén az ionforrás  $5 \text{ Ncm}^3/\text{ó}$  gázfogyasztásnál kb.  $1,5 \times 10^{-5} \text{ Hg mm}$ ,  $15 \text{ Ncm}^3/\text{ó}$  gázfogyasztásnál pedig kb.  $5 \times 10^{-5} \text{ Hg mm}$  lesz. Mivel ionok a gyorsítócső elektródáira mindenképpen lecsapódnak, gázfelfszabadulással számolhatunk, s bár a cső az erre az esetre feltételezett követelményeket teljesíti, ajánlatos biztonsággal számolni. A gyorsítócsővel kapcsolatos szempontokat áttekintve megállapíthattuk, hogy a korábban említett  $30-50 \text{ Ncm}^3/\text{ó}$  gázfogyasztás sok, még a "nem túl jó" vakuum követelményei szerint is.

A gázfogyasztást csökkenteni kellett, de kérdés volt, hol az észszerű határ. A gyorsítócső két vége között - mint említettük -  $5 \text{ Ncm}^3/\text{ó}$  gázfogyasztásnál kb.  $1,5 \times 10^{-5} \text{ Hg mm}$  a nyomás különbség. Ha ez alá megyünk, sőt már ennél a nyomásnál is, jelentős vissz-áramot várhatunk. Ez nemcsak a gyorsítócső elektromos szilárdságát csökkenti, hanem a keletkező röntgen sugárzás miatt a generátorral elérhető feszültséget is. Ez bekövetkezik még akkor is, ha a szalag különben az így keletkező többlet áramterhelést fedezni tudja /12/. Az előre nem látott gázszivárgások, és a vakuumra vonatkozó közelítő számítások miatt valamivel rosszabb vakuumra számíthatunk ugyan, de a gyorsítócső villamos szilárdságával kapcsolatban elmondottak alapján az állandó gázbeömlést tovább csökkenteni nem ajánlatos. /Az  $5 \text{ Ncm}^3/\text{ó}$  határ megállapítása - egyelőre legalábbis a cső alsó végén elérhető vakuum szempontjából - jónak bizonyult, mivel  $2-3 \times 10^{-6} \text{ Hg mm}$  nyomást lehetett mérni./ Alig, hogy elkezdtük a gázfogyasztás csökkentésére irányuló munkát, az OS 51 cső tönkrement. Egy újabb csövet téve az oszcillátorba, ez már 5 ata nyomásnál összetört, s ezt követőleg a többi csövek is 3-11 ata nyomásnál sorra összetörték. Érintkezésbe léptünk a Magyar Adócsőgyárral, ahol az OS 51-t gyártják, segítséget kértünk. Közös vizsgálattal kiderítettük, hogy az a néhány példány, amelyik a nyomást elbirta, még a régi technológiával az Egyesült Izzóban készült. A gyártásnak az Adócsőgyárban való áttelepítésekor változtattak a technológián. Kísérleteket végeztünk a csövek régi tech-

nológiával történő legyártására, ezek azonban sokszori próbálkozás ellenére eredménytelenek maradtak. A történetek után az OS 51 helyett új csövet kellett keresnünk.

Végleges forrás. A keramikus triódával működő oszcillátor

Az irodalomból tudtuk, hogy a Szovjetunióban tankgenerátorok ionforrásainál igen jól beváltak a keramikus triódák. Ilyenek azonban egészen 1960. nyaráig nem voltak beszerezhetőek, Vályi László kartárs segítségével akkor jutottunk az első **ГИ-65** típusu keramikus csőhöz, majd kevéssel ez után Erdélyi János segített egy LD-7 típusu NDK gyártmányu cső megszerzésében. Ő épített is ezzel a csővel egy jól működő, igen egyszerű kivitelű oszcillátort, amelynél azonban a rendelkezésre álló tápfeszültségek miatt a földelés helyét az ionforrásnál szokásostól eltérő módon kellett megválasztani. Ennek az oszcillátornak tapasztalataink okulva építettük meg a forrásnál használt oszcillátorunkat, melynek kapcsolását a 10. ábra mutatja.



10. ábra

A keramikus csővel épített oszcillátor kapcsolása

Az említett **ГИ-65** cső vagy ehhez teljesen hasonló **ГИ-75, ГИ 90Б** csövek az ún. "világítótorony" csövek közé tartoznak s tulajdonképpen impulzus üzemre, igen nagy frekvenciákra készülnek. A határhullámhosszuk 10 cm, vagy még az alatt van. Számunkra ez a tulajdonságuk nem túl jelentős, sokkal fontosabb

az igen masszív mechanikus felépítés. Az igen rövid határhullámhossz csak kis csőkapacitások mellett érhető el. Ez egyuttal azt is jelenti, hogy az egyes elektródákat kis méretűekre készítik, ami már számunkra is fontos tényező. A csőön megengedhető disszipáció ugyanis függ a cső, illetve a megfelelő elektróda hőfokától. Ebből a szempontból az anód a leglényegesebb. Az ide megengedhető disszipáció:

$$P = \frac{300 - T^{\circ}\text{C}}{0,33} \text{ Watt}$$

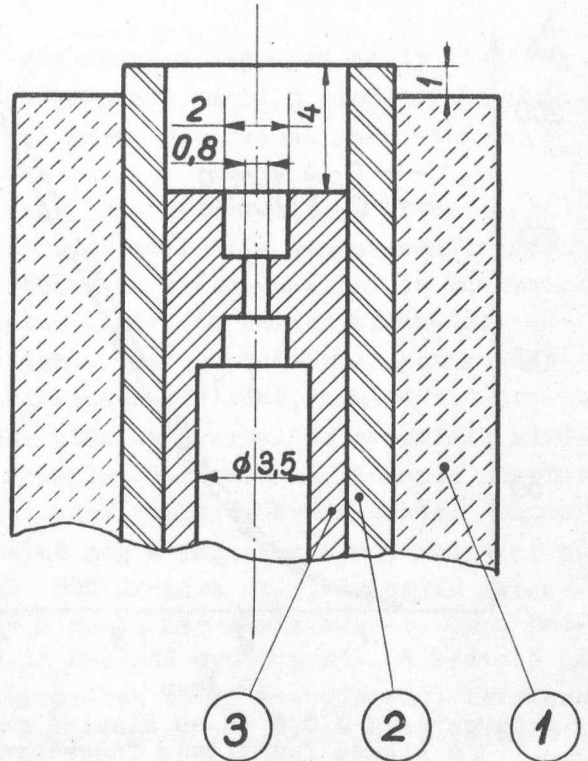
Ez már magában is mutatja, hogy olyan üzemmódról, ami a kis adócsöveknél, különösen a triódáknál szokásos, azaz az anód izzásig való igénybeviteléről itt szó sem lehet. A keramikus triódákat csak vagy áramló levegő, vagy megfelelő hűtőfolyadék igénybevitelével lehet használni. Ezzel a körülménnyel az alkalmazásnál számolni kell.



A keramikus tródás oszcillátor elkészítése után rátérhettünk a már korábban felmerült probléma, a gázfogyasztás csökkentésének megoldására. Itt messzemenően felhasználtuk mind az irodalomban fellelhető adatokat, mind saját tapasztalatainkat. Több változat után a 11. ábrán látható kivittet fogadtuk el.

Több mérésorozatban a  $\varnothing 0,8$  mm-s csatornán kívül kipróbáltuk az 1, 0,9 0,75 0,6 0,5 mm átmérőjű csatornákat is. A leggazdaságosabbnak a 0,80 mm-es csatorna bizonyult. Az ionforrás kedvező üzeméhez az oszcillátor frekvenciáját is be kellett állítani. A frekvenciától függ a forrás árama, elsősorban azért, mert a hangolással változik a gázkiszülésnek, mint az oszcillátor terhelésének az illesztése. Függ a nyaláb protontartalma is a frekvenciától. A választott, ill. beállított 55 MC-nál mind az áram nagysága, mind a várható protontartalom kielégítő. A következő görbék mutatják az ionforrás áramhozamát különféle gázfogyasztásnál a kihúzó feszültség függvényében /12. ábra/.

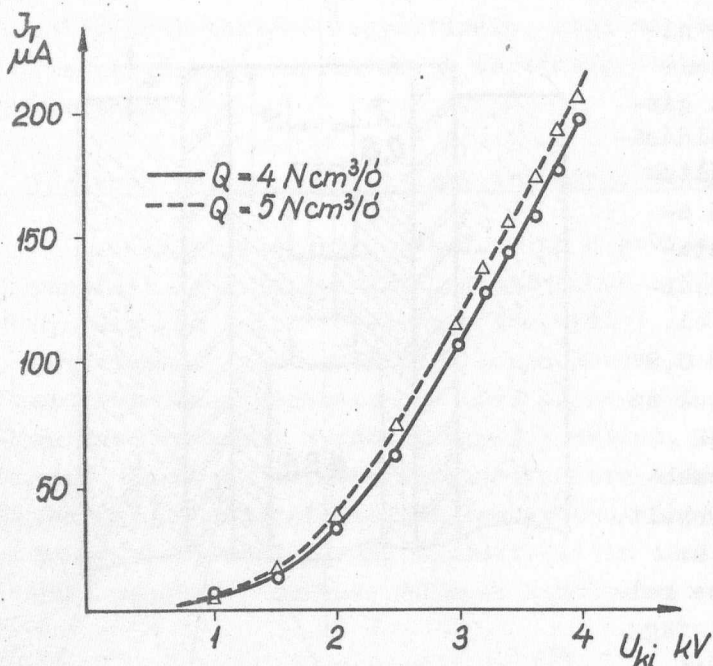
Igyekeztünk a forrást úgy beállítani - amint az ábrán látható - hogy a targetáram /s az összes áram is/ kb. 2 kV kihúzófeszültség felett a kihúzófeszültséggel lineárisan változzék. Ez nagyban megkönnyíti a generátorban az ionforrás vezérlését, mert tudhatjuk, adott feszültség növelés egyértelműen milyen áramnövelést eredményezhet. Általában az ionforrásokat csak úgy sikerül beállítani, hogy a kilépő áram a kihúzó feszültség függvényében maximumot mutat. Egy ilyen beállítás mérési eredményeit láthatjuk a 13. ábrán. A beállítást akkor tarthatjuk jónak - a magunk szempontjából - ha a számbajövő kihúzófeszültségeknél az áramváltozás lineáris lesz. Ehhez az az előfeltétel, hogy a kiszívócsúcs és a kvarc henger jó optikát képezzen a plazma emittáló részével. Ilyen beállításnál is bekövetkezik a görbe menetében a maximum, de csak olyan kihúzó feszültségeknél, amelyek számunkra különböző okok miatt érdektelenek. A 11. ábrán látható kiszívószonda rendszerénél a maximum az  $I_T = f / U_{ki}$  görbén 5,5 kV felett van. Az ionforrásból kilépő áram még sok paramétertől függ. Esetünkben azonban nem ezek részletes vizsgálata volt a cél, hanem olyan ionforrás létrehozása, mely előre megadott para-



11. ábra

Az ionforrás kiszívó rendszere

- 1. A ballon üvegfala
- 2. Kvarc henger
- 3. Kiszívó csúcs



12. ábra

A targetáram  $\varnothing$  0,8 mm-es kiszívó csatornánál a kihuzó feszültség függvényében

seket folytattunk, az eredmények az alábbi táblázatban láthatók. Az üzem első tíz órájában - kétszer 30 perctől eltekintve - folyamatos üzemmenetnél a különféle paraméterek változtatásából eredő hatásokat vizsgáltuk.

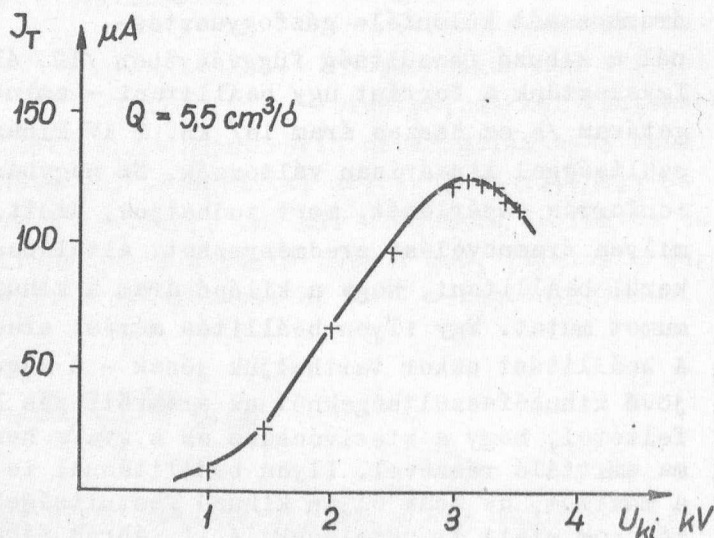
I. táblázat

Üzemóra:	10	11	12	13	14	15
Kihuzófesz.:	3,95	3,95	3,95	3,95	3,95	3,95
Targetáram:	180	196	182	210	208	208

A 10-13 üzemórában is még folytattunk vizsgálatokat, elsősorban a gázmennyiség szabályozásának hatásait mértük. Megállapítottuk, hogy az ionforrás 3,5 Ncm<sup>3</sup>/ó gázfogyasztásnál még kifogástalanul működik és 3,85 kV kihuzófeszültség alkalmazásakor 180 µA targetáramot /800-900 µA

métereknél előre megszabott mennyiségű áramot ad. Így pl. nem vizsgáltuk az áram függését az RF teljesítménytől. Megmértük ellenben, hogy mekkora primer oldali teljesítmény biztosítandó a forráshoz a kielégítő üzemenél. Azt találtuk, hogy a kihuzó feszültséget adó anódpótló és az oszcillátor anódpótlója a gyenge minőségű és nem túl szerencsés méretezésű vasmag miatt erősen melegszik. Egy megfelelő működésű, germánium dióddal konstruált anódpótló építése folyamatban van.

Igen lényeges kérdés volt számunkra, hogy az ionforrás mennyire bírja a tartós üzemet. Erre nézve is méré-

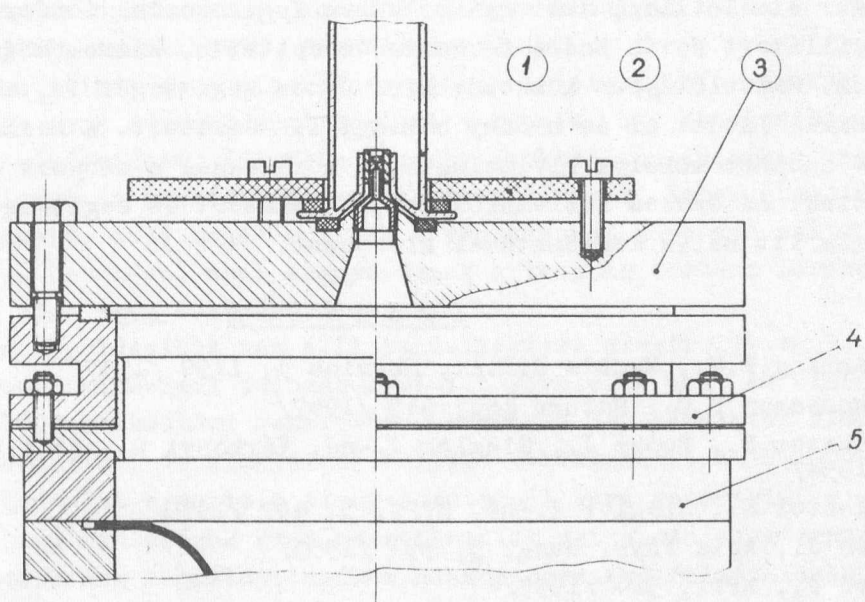


13. ábra

A targetáram alacsony kihuzófeszültségnél is mutathat maximumot

összáramot/ad. A forrásba bebocsájtott gáz mennyiségét - az adott kiszívócsúcsnál -  $3 \text{ Ncm}^3/6$  alá nem ajánlatos csökkenteni, mert a kisülés bizonytalaná válik, időnként kialszik. Az utolsó három üzemórában már valamennyi paramétert változatlanul hagytuk.

A mérések megmutatták, hogy az ionforrás az eredetileg kitűzött kívánalmaknak megfelel, kis bemenő teljesítmény mellett a szükségesnél jóval több áramot is szolgáltathat. Az áramtöbblet az előfokuszálási és más veszteségek fedezésére még igen jó szolgálatot tehet, de ha nem kívánatos, akkor is akár alacsonyabb kihuzófeszültséggel, akár blendézéssel könnyedén csökkenthető. Ez mindenesetre sokkal kellemesebb feladat, mintha kis áramot kellene megnövelni. A mágnesek elhagyása után az üveggallon semmiféle sérülést nem mutatott, akár hidegen, akár üzemben 20-21 ata-ig, tetszés szerinti ideig használhattuk. A kísérletek alatti üzem többszáz órára tehető, ehhez összesen 3 ballont használtunk el. Az első még a mágnesek alkalmazásakor néhány óra múltán kilyukadt, a második kb. 200 üzemóra után, az egyik felszerelésnél tört el, a harmadikon végeztük a munka nagyobbik részét, ez a ballon jelenleg is használatban van az egyik kaszkád gyorsítónál. A kedvező paraméterek megkeresése, majd a tartóssági próbák után az ionforrást felszereltük a tankgenerátor gyorsítócsővére. A felszerelés módját a 14. ábra mutatja.



14. ábra

Az ionforrás felszerelése a gyorsítócsőre

- |   |                           |
|---|---------------------------|
| 1. Az ionforrás ballonja                | 3. A gyorsítócső lezárása |
| 2. Leszorító és oszcillátor tartó lemez | 4. Csatlakozó társa       |
| 5. A gyorsítócső                        |                           |



Mult év decemberében a nyomásálló gázszelep, illetve száraz gáz hiányában egyelőre szabad levegőn megkezdjük a forrással a generátorban az iongyorsítást. Apróbb igazítások után a forrás a kísérleti standon mért módon működött, és szabadtéri gyorsítással a generátor targetén /100-500 kV feszültségnél/ először 8, majd 12, sőt 16-20  $\mu$ A áramot sikerült elérni. Ez jóval több, mint az ilyen feszültségeknél várható áram és arra utal, hogy a forrásból a dolgozat elején említett  $15^\circ$ -nál kisebb szög alatt lépnek ki az ionok. Az összáram így valamivel nyilván kevesebb, mint a becsült 800-900  $\mu$ A azonban mennyisége igényeinket még ebben az esetben is messzemenően kielégíti. Végezetül utalni kell arra is, hogy fontos lenne tudnunk a forrásból kilépő nyaláb proton százalékat is. Ezt megmérni azonban nem volt módunkban, így csak korábbi tapasztalataink alapján becslésre vagyunk utalva. Azt mondhatjuk, hogy esetünkben, mivel a forrás színe erősen vörös, spektrumában a H vonalak dominálnak, kb. 60-70 százalék protonra számíthatunk. E becslésünk meg megerősítik az irodalom adatai és személyes közlések is [8]. A nyaláb protontartalmát - a megfelelő körülmények létrehozása után - természetesen meg ellenőrizni fogjuk.

A nyomás alatti ionforrás kidolgozásánál számos problémát kellett megoldani, itt igénybe vettem szinte valamennyi kollégánk tapasztalatait, akik akár elméletileg, akár gyakorlatban foglalkoztak ionforrásokkal. Az első oszcillátort Novák Endre tervezte és építette, közreműködését itt is megköszönöm. Hasonlóképpen köszönöm Biró János segítségét is, aki üvegtechnikai tanácsokkal látott el és néhány ballont is készített. A mechanikai munkákat az AG-4 csoport műhelye kivitelezte, a méréseknél a csoport más tagjai is segítettek. Az összes közreműködőnek, a tanácsot és segítséget nyújtóknak szeretném itt hálás köszönetemet kifejezni.

#### I r o d a l o m

- [1] Penning, F.M., Moubis J.H.A., Physica 4, 1190 /1937/
- [2] Thonemann, P.C., Nature 160, 545 /1947/
- [3] Pásztor E., Roósz J., Siegler J.-né, Várkonyi L., KFKI Közl. 2, 395 /1954/
- [4] Pásztor E., Siegler J.-né, MFFI, 2, 497 /1955/
- [5] Erő J., Acta Phys. Hung. 2, 391 /1955/
- [6] Erő J., MFFI, 524 /1955/
- [7] Reifenschweiler, O., Ann. der Phys. 14, 33 /1954/
- [8] Fogel, Ja. M. et al. Elektrosztat. gen. Atomizdat 1959. p.113
- [9] Bruck, H. et al. Rapport C.E.A. No. 189. /1953/
- [10] Cranberg, L., J. of Appl. Phys. 23, 518 /1952/
- [11] Chick, D.R., Miranda, F.J., J. of Sci. Instr. 29, 340 /1952/
- [12] Chick, D.R. et al. Nuclear Instr. and Meth. 5, 205 /1959/

Érkezett 1961. február 21.

KFKI Közlemények, 8. évf. 1-2.sz., 1961.

## ELEKTRONÁGYU A 4 MV - OS TANKGENERÁTORHOZ

Irta: Pásztor Endre

Gyorsító Üzem

### Összefoglalás

A 4 MV-os tankgenerátor két gyorsítócsővel működhet, ezek ion és elektrongyorsításra használhatók. Szükséges volt tehát egy olyan elektronforrás kidolgozása, mely elegendő áramot ad és optikailag illeszkedik a gyorsítócsőhöz. Ismertetjük az elektronágyu kidolgozásánál figyelembe vett főbb szempontokat, az ágyu felépítését és a kipróbálás során végzett méréseket.

I/ A nyomás alatti elektrosztatikus generátorok részecskeforrásainak elég sok követelményt kell kielégíteniük. Ilyenek:

1. Erős mechanikus felépítés
2. Jó szerelhetőség, gyors javítás és pontos beállítás lehetősége
3. Hosszu élettartam
4. Kis bemenő teljesítmény, jó hatásfok
5. Összhang az optikában a gyorsítócső kivánalmaival
6. Viszonylag kis elektróda feszültségek stb.

Az elektronoptikai kivánalmak ismeretében az elektronforrásokat rendszerint elektrolit-tank mérések segítségével tervezik. Egy hozzávetőleges számítás alapján elkészített, jól felnagyított elektródarendszerben kimérik a potenciál vonalakat és kiszámítják az elektrópályákat. Ennek alapján helyesbitik a rendszert, majd megállapítják a véglegesnek mondható pályákat. Ezt követi az ágyu bemérése, ahol meggyőződnek a tankban történt mérések helyességéről és a kész ágyu működéséről.

Feladatunk megoldásához nem állt rendelkezésre elektrolit tank, s ez eleve bizonyos kompromisszumok tudomásulvételét követelte meg. Az első elgondolások az S-1000 szabadtéri generátoron szerzett tapasztalatok alapján Kostka Páltól származtak, de ezektől el kellett tekintenünk. Az S-1000-nél alkalmazott megoldásokat ugyanis a tankgenerátornál lévő geometriai viszonyok miatt csak nagy nehézségek árán használhattuk volna. Az elektronágyu tervezési paramétereinek megállapításához néhány egyszerű feltételezés látszott célszerűnek. Bár ekkor még a gyorsítócső optikai sajátosságait részleteiben nem számoltuk, megállapíthattuk a következőket:

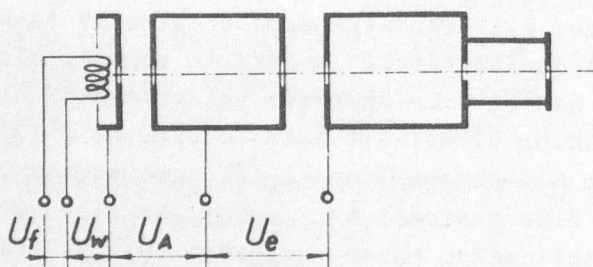
1/ A számításba jövő 35-40 kV előgyorsító feszültségnél a homogénterű gyorsítócső kimenete után összetartó nyalábot 4 MV-nál nem kapunk, akár összetartó, akár széttartó nyalábot lövünk is a csőbe.

2/ 2 MV-nál kaphatunk összetartó nyalábot, de ennek átmérője a target helyén nagyobb lesz, mint egy, a tengellyel párhuzamosan belőtt nyaláb átmérője.

E sajátságok tudatában kézenfekvőnek látszott ez a kompromisszumos megoldás, hogy az elektronágyu viszonylag kis átmérőjű paralel nyalábot szolgáltatson. Emellett eleve számoltunk azzal az esetleges kényszerűséggel, hogy a cső kimenetele után, a target előtt, strong-focusing, vagy más pl. mágneses lencsét kell alkalmazni. Így viszonylag nagy gyorsítófeszültség tartományban - 1-4 MV között - kaphatunk kielégítő viszonyokat, számítás szerint kb. 12-15 mm átmérőjű foltot.

A bevezetőként felsorolt kivánalmak közül a fentiekben az egyik legfontosabbnak, az optikának a gyorsítócsőhöz való viszonyát tisztáztuk. Az ágyu elektródafeszültségeit többé-kevésbé a generátor felső, nagyfeszültségű elektródájában elhelyezett feszültségforrások definiálták, ott nem volt sok választási lehetőség. A hosszú élettartam érdekében - valamivel rosszabb hatásfokot számbavéve - erős felépítésű W spirált választottunk. Névleges fűtőfeszültsége 6,3 V, a fűtőáram az izzitástól függően 3,5-5 A. A fűtőtranszformátor az előgyorsító feszültségnek megfelelően kb. 40-45 kV egyenfeszültségre szigetelve készült. A feszültséget a transzformátor primer oldalán variackal szabályoztuk. Az elérendő elektronáramot 100-200  $\mu$ A-ban állapítottuk meg, a generátor tulajdonságainak megfelelően.

II/ Az ágyu elektronoptikai felépítésének meghatározásánál célszerű volt eleve két lencse felhasználásából kiindulni. Az első, a Wehnelt-anód kombináció az elektronáram nagyságát szabja meg, míg a második a fókuszálásról gondoskodik, elvégezvén egyben az előgyorsítást is.



1. ábra

- Az elektronágyu elvi kapcsolása
- $U_f$  = fűtőfeszültség
  - $U_w$  = Wehnelt henger feszültsége
  - $U_a$  = anódfeszültség
  - $U_e$  = előgyorsítófeszültség

Első feladat a katódlencse tulajdonságainak meghatározása volt. Itt egybevettük az irodalom /pl. [1], [2], [3], [4] / adatait és ebből számítottuk a geometria méreteit. Só Öszszefoglalva a katódlencséről a következőket mondhatjuk; az egyszerűség kedvéért sík katódot feltételezünk s egyenlőre egy, a katódhoz képest pozitív aperturával számolunk:



A katód egy pontjából kilépő elektronok sebességük irányának statisztikus eloszlása miatt különféle irányokba indulnak és az őket gyorsító tér hatására parabola pályán mozognak. A parabola geometriai tulajdonságai miatt a parabolákhoz az aperturán való átlépésnél olyan érintőket húzhatunk, melyek a katód mögött  $D/2$ -re találkoznak. / $D$  a katód-apertúra távolság./ Ha az aperturának a katóddal ellentétes oldalán nincs erőter, akkor itt a sugarak széttartókká válnak, úgy, mintha a katód mögöl  $D/3$  távolságból indulnának. Ez azt jelenti, hogy a valódi katód helyett egy mögötte  $d/3$  távolságban lévő virtuális katóddal kell számolni. Egy aperturával nem tudunk összetartó nyalábot előállítani, de ha mögéje egy másodikat is helyezünk azt is elérhetjük.

Ilyen feltételek mellett ez a két elektróda mint katódlencse - kettős apertúra még számolható. Ha azonban a Wehnelt elektródára negatív feszültséget kapcsolunk, a viszonyok bonyolódnak, nyalábszűkület, cross-over keletkezik. Ilyenkor eldöntendő, a cross-overt, vagy a katódot képezzük-e le. Miután elektrolit-tank méréseket nem végezhattünk, meg kellett elégednünk azszal, hogy mind a Wehnelt hengert, mind az anódelektrodát állíthatóvá készítettük egymáshoz és a katódhoz képest, s így biztosítottuk a bemérésnél a korrigálás lehetőségét. Erre szükség is volt; az eredeti 5 mm katód-Wehnelt távolságot kb. 1 mm-re csökkentettük.

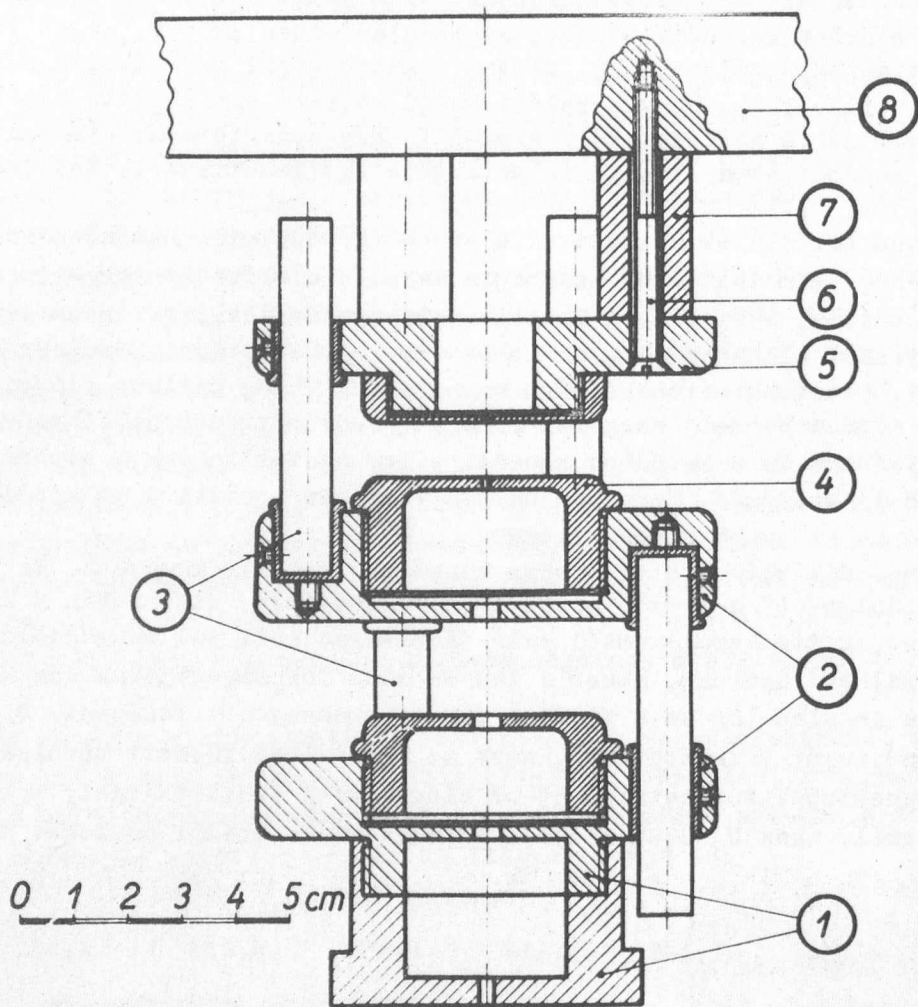
A második előgyorsító lencse konstrukciója már könnyebb. Az irodalomban jól kidolgozott a kettős aperturák fókuszálása. Itt csupán a lencséknek az első, katód-komplexumtól való távolságát kell jól meggondolnunk. Ha paralel nyalábot akarunk, akkor a lencse első fókuszpontjának oda kell esnie, ahova az első lencse a katódot vagy a cross-overt leképezi.  $D/d=2$  viszonyu aperturát választottunk, azza az elektródák közötti távolság kétszerese az aperturák furatainak. 35 kV előgyorsító feszültséggel, 5 kV anód-feszültségnél, azaz  $U_2/U_1=7$  mellett a lencsére az alábbi adatokat kaptuk:

$z_1$	$f_1$	$h_1$	$h_2$	$f_2$	$z_2$
-2,3d	-1,19d	-1,11d	1,43d	3,23d	1,8d

A  $z$ -vel a lencse középvonalától mért fókusz-távolságokat jelöltük, míg  $f$  szokás szerint a fősikoktól mért fókusz-távolságokat adja [5]. Ezek már megadják a fősikok helyzetét a középvonalhoz képest. A negatív előjelek a lencse középtől az elektronok mozgási irányával ellentétes irányba mérendő távolságokat jelzik. Az utólagos korrigálások lehetőségére az egyik elektródát itt is állíthatóvá készítettük.

III/ A mechanikai felépítés kidolgozása két fő szempont szerint történt: elsősorban a mechanikai és elektromos szilárdságot tartottuk szem előtt. Az első próbálkozások nem sikerültek, a tartószigetelő porcelán nem bírta a melegeledést, megrepedt. Ezt követőleg, változtatva a felépítést, kvarcból készült lábakat használtunk. Ezeknél a mechanikai szilárdsággal volt baj, sorra eltörtek. E néhány sikertelen próba után alakult ki a végleges elrendezés

melyet a 2. ábra mutat. Itt a tartók méretre köszörült kalitból vannak. Az igen fontos, nagy pontosságu, egy tengelybe való szerelést külön szerszámmal biztosítottuk.



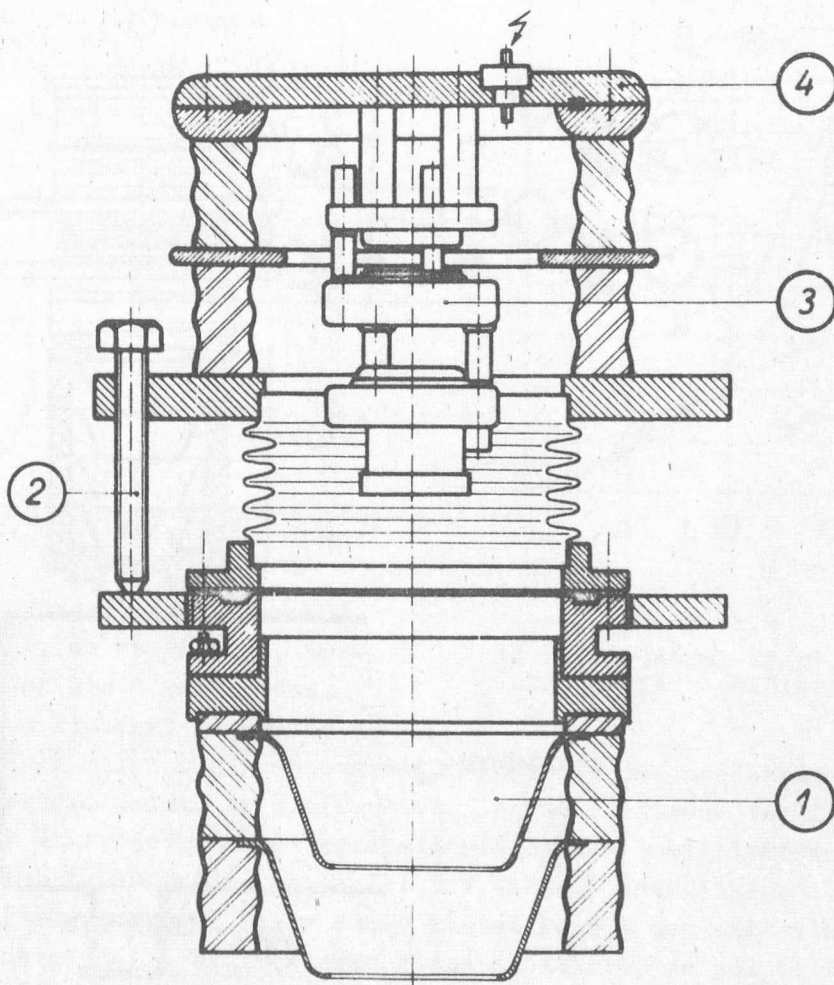
2.ábra

Az elektronágyu szerkezete

- |                       |                   |
|-----------------------|-------------------|
| 1. Kollimáló blendék  | 5. Wehnelt henger |
| 2. Előgyorsító lencse | 6. Tartócsavar    |
| 3. Tartó szigetelők   | 7. Közdarab       |
| 4. Anódhenger         | 8. Lezáró-lemez   |

Az ágyut egy, két porcelán gyűrűből álló csődarab felső lezáró lemeze tartja, három csavar, illetve közdarab segítségével. A két porcelángyűrű közé egy fémgyűrűt ragasztottunk, mely az előgyorsító lencséhez feszültségbevezetésként szolgál. A gyorsító tengelyével azonos szerelést illetve beállítást

elősegítő billenthetőséget egy csőmembrán toldat biztosítja három állító csavarral együtt. Az egész szerelvény a gyorsítócső megfelelően kiképzett felső végéhez csatlakozik, a csőnek a generátorba való beszerelése után. Az együttes a 3. ábrán látható.



3. ábra

A gyorsítócső felső vége, az elektronágyuval

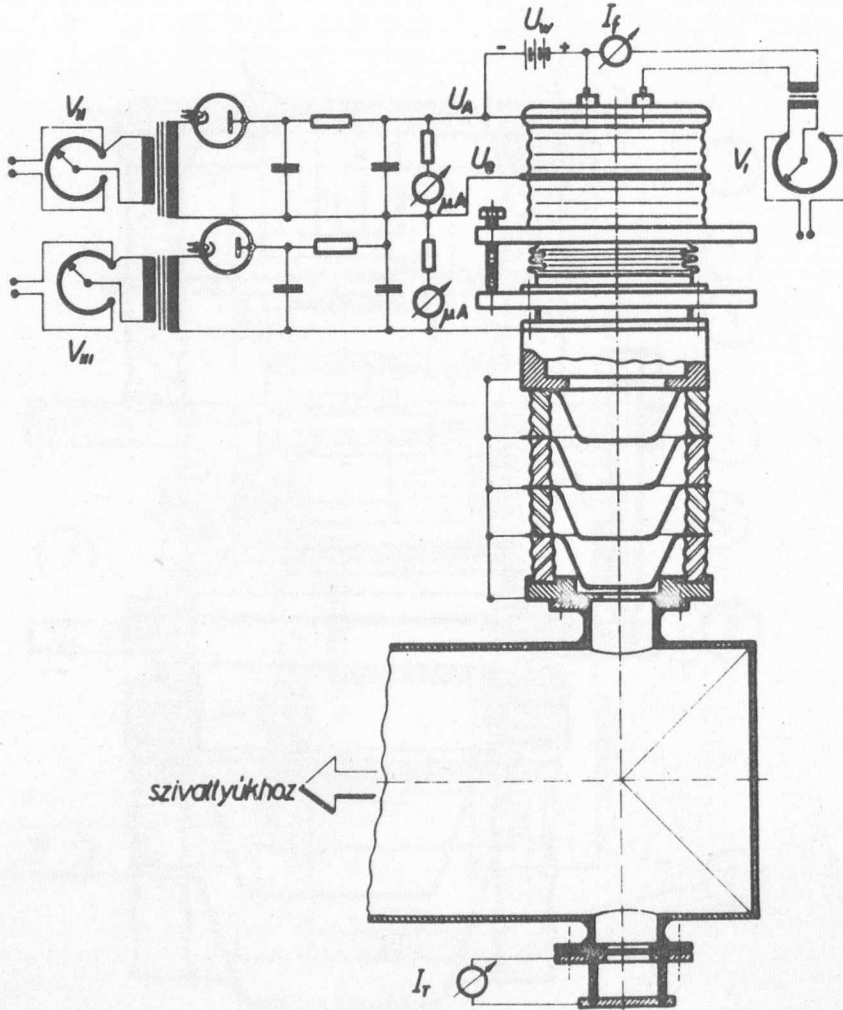
- 1. Gyorsítócső
- 2. Állítócsavar

- 3. Elektronágyu
- 4. Lezáró-lemez

A felépítés biztosítja a mechanikai szilárdságot és vakuum-zárást akár 20 atm külső nyomás esetén is. Ezt kipróbáltuk. Az izzószál fűtővezetékeit szigetelten vezettük át a felső lezáró tárcsán s így a katódra a Wehnelt elektródához képest akár pozitív, akár negatív feszültséget lehetett adni.



IV/ Az elektronágyut a mechanikai felépítés kidolgozása után kipróbáltuk. A próbához a generátor alsó vakuumszonkját a szivattyúkkal együtt felhasználtuk. Az ágyut egy próbaképpen ragasztott 4 elemes csődarabra szereltük. Itt adjuk meg a mérés kapcsolási sémáját is.

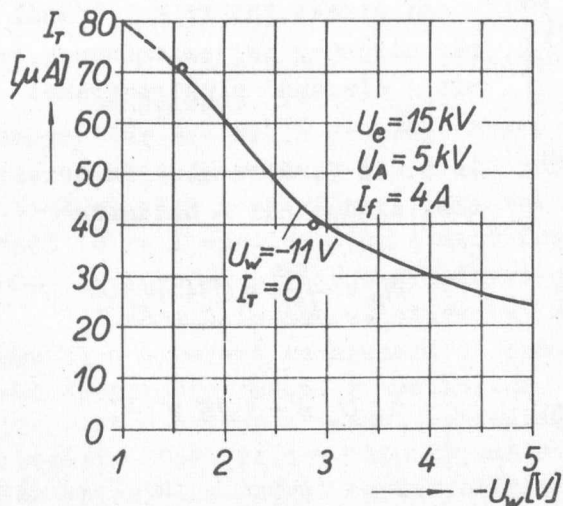


4. ábra

Kísérleti elrendezés az elektronágyu kipróbálásához

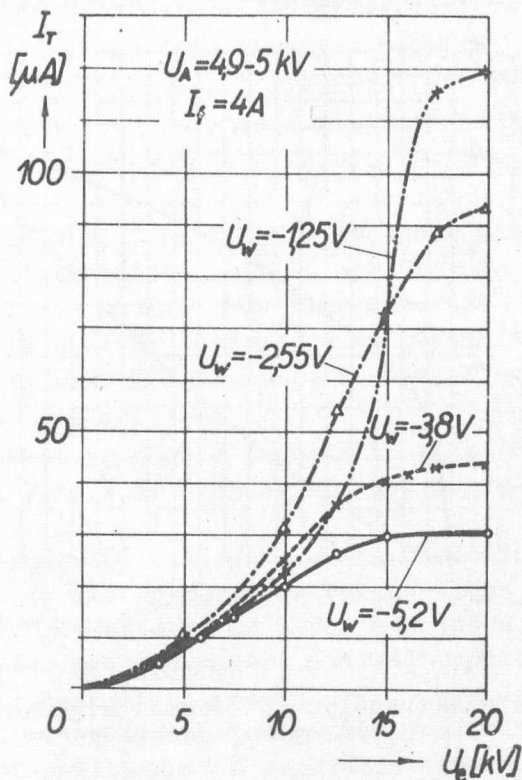
A csődarabbal előzőleg a gyorsítócső egyes elemeinek elektromos szilárdságát mértük; itt csak mint mechanikus tartók szerepeltek, az elektródákat rövidre zártuk. Az áramot a targeten mértük. Willemittel bevont alumíniumlemez segítségével a folt méretét is ellenőriztük. Megmértük a Wehnelt hanger hatását az áram nagyságára. Az 5. ábra az idevágó görbéket mutatja.

A 6. ábrán egy adott, pl. 15 kV-os előgyorsításnál láthatjuk a Wehnelt feszültség hatását. A teljes lezáráshoz -11 V kell.



6. ábra

Az elektronáram függése a Wehnelt henger feszültségétől



5. ábra

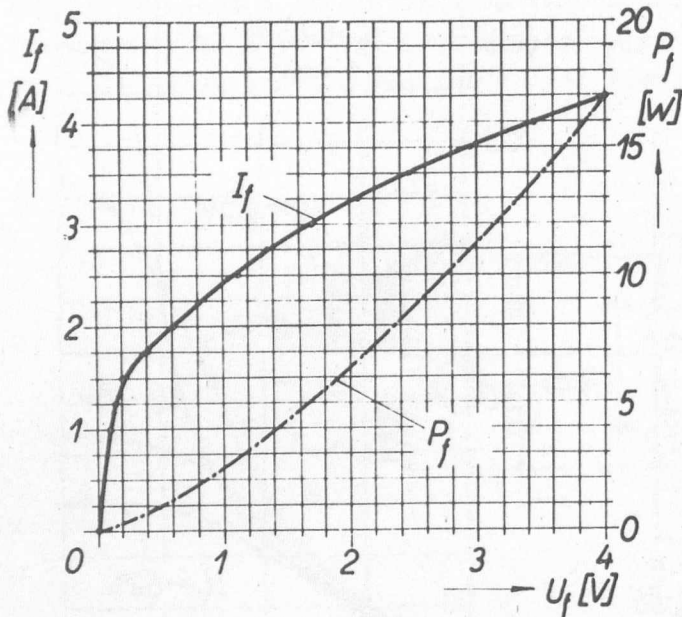
Az elektronáram függése az előgyorsító feszültségtől

Az értékek némileg eltérnek a számított helyzettől, de ez érthető, mert a belső átütések miatt kénytelenek voltunk a  $D/d=2$  viszonyt megváltoztatni és  $D$ -t megnövelni. A végleges beállítás geometriája: anód-Wehnelt távolság 6 mm, apertúra  $\varnothing=1mm$ . Az előfokuszáló lencse elektróda távolsága 18 mm, a furatok 7 mm átmérőjűek. A két kollimálható blende 3 milliméteres. Ennél a beállításnál azt tapasztaltuk, hogy 1-1,5 V Wehnelt feszültségnél, vagy azon felül a folt átmérője kb. 6 mm-es és 20 kV-tól kezdve nem változik mérete, tehát ilyen energiánál a nyaláb ugyan kissé széttartó, de jól kollimált. Ez, - figyelemmel a bevezetőben említett csótulajdonságokra - kielégítő eredmény. Ez vonatkozik az áram nagyságára is. A fűtőáram kis növelésével az áram minden probléma nélkül növelhető.

További méréseink az ágyu un. primér hatásfokára vonatkoztak. A primér hatásfoknak nevezett mennyiséget az  $1 \mu A$  targetáramra fordított teljesítménnyel definiáljuk, azaz

$$N_p = \frac{P_f}{J_T} \text{ W}/\mu A$$

A mérési eredmények a 7. ábrán láthatók; a görbe a fűtőszálra kapcsolt fűtőfeszültség függvényében mutatja a fűtőteljesítményt, illetve áramot. 16-17 W fűtőteljesítménnyel - ami direkt fűtött W katódnál még alacsony teljesítménynek számít - elegendő elektronáramot kapunk.



7. ábra

Az elektronágyu fűtőfeszültségének és fűtőáramának összefüggése

Az 5. és 7. ábra alapján a telítési állapotnál a hatások

$$N_p = \frac{17}{120} = 0,14 \text{ W}/\mu\text{A}$$

$$U_w = -1,25 \text{ V}$$

Ez igen jó érték, összehasonlítva pl. egy ionforrásból kihozott áramra fordítandó teljesítménnyel, ahol kizárólag a nagy-

frekvenciás teljesítményt számítva - a kihuzó és előfokuszáló feszültség teljesítmény igényétől eltekintve 0,2-0,3 W/ $\mu$ A szokott lenni.

A teljes hatásokot, azaz a fókuszáló, illetve anódfeszültség-forrás, valamint a fűtés együttes teljesítményszükségletét a targetáramhoz viszonyítva, nem vizsgáltuk. A feszültségforrások üresjáratú teljesítményéhez képest az ágyu alig jelentett többletet, s azt a gyorsító felső elektródájában lévő 800 Hz-es, 1,5 kVA teljesítményű generátor könnyen fedezi. A primer hatások jelentősége is elsősorban abban áll, hogy utmutatást nyújt az ágyu által el-sugározandó teljesítmény megbecsléséhez. A mechanikai kivitelben alkalmazott ragasztások miatt ugyanis óvakodni kellett az ágyu, illetve környezetének erősebb felmelegedésétől.

Az elektronágyu kipróbálásánál kapott mérési adatokból és egyéb tapasztalatokból a következőket állapíthatjuk meg:

Az elektronágyu áramerősség, mechanikai szilárdság, hatások, felvett teljesítmény tekintetében teljesíti az előre felállított követelményeket. Sajnos kompromisszummal kellett megelégedni a gyorsítócsővel való elektronoptikai összhangnál. Ez kisebb részben annak következménye, hogy elektrolit tank hiányában sok tekintetben erősen közelítő számításokra, illetve feltevésekre voltunk utalva. Az innen származó hátrányokat az állítható mechanikai felépítéssel eltüntettük. Amin nem tudtunk segíteni, az a generátor nagyfeszültségű elektródájában elhelyezett feszültségforrások korlátozott fe-



szültségéből származik. Ahogyan az I/ pontban vázolt közelítő feltevéseknél rámutattunk, a rendelkezésre álló előgyorsító feszültség bizonyos mértékű megalkuvásra kényszerített s így a nagyobb előgyorsításnál elérhető jobb fókuszálása, kissé széttartó nyaláb helyett párhuzamos nyalábot állítottunk elő. Ez azonban még 4 MV gyorsítófeszültségnél is megfelelő méretű 10-13 mm átmérőjű foltot eredményez a targeten.

Lényegesen javít a nyaláb fókuszálhatóságán, ha a gyorsítócsőben lévő homogén tér maximális erősségét csak fokozatosan állítjuk elő, mert így a nehézségeket okozó nagy törőerejű belépő blende hatását hosszabb utra osztottuk el. Ezt a lehetőséget azonban figyelmen kívül hagytuk, mert használatánál le kell mondani a generátor feszültség 5-10 %-áról. Ezt el akarjuk kerülni, inkább az utólagos nyaláb-korrigálást választjuk.

A konklúziókat összefoglalva kimondhatjuk, hogy a bemutatott elektronágyúval a 4 MeV-os tankgenerátor számára a generátor szükségleteinek megfelelő elektronforrással rendelkezünk.

Az elektronforrással kapcsolatos munkák 1957. április 20-án kezdődtek, a bemérés 1957. októberében fejeződött be. Az első gyorsítócső elkészülte után az ágyut a csővel együtt beépítettük a generátorba és 1958. márciusban kipróbáltuk. Az ágyu kifogástalanul működött, azonban a generátorral kapcsolatos problémák miatt igen kis targetáramot kaptunk. A problémák egy részének megoldása után 1958. október 1-én került sor az első, még nem nyomásalatti gyorsításra, amikor kb. 300 kV gyorsítófeszültségnél a generátor targetén 4  $\mu$ A elektronáramot kaptunk, ami valamivel jobb, mint az ilyen feszültségnél várható érték.

Befejezésül köszönöm mindazok segítségét, akik munkámat támogatták, elsősorban Kostka Pál és Klopfer Ervin munkatársaimét, akikkel minden lényeges problémát megvitattunk. Az ágyu mechanikai munkáit Cserge Lajos kartárs készítette nagy gonddal és pontossággal. A ragasztásoknál, a vákuumtechnikai munkában és a méréseknél Czellar Katalin segített, neki külön köszönettel tartozom.

#### I r o d a l o m

- [1] Faragó P., Pócza J.: Elektronfizika. Akadémiai Kiadó Budapest, 1954.
- [2] Pierce J.R.: Theory and Design of Electron Beams. D. Van Nostrand 1954. 2.ed.
- [3] Wendt G.: Z. für angew. Phys. 3, 219 /1951/
- [4] Glaser W.: Grundlagen der Elektronoptik. Wien, Springer Verlag, 1952.
- [5] Zworykin W.: Electron Microscope and El. Optics. J. Wiley and Sons, Inc. New York, 1958.

Érkezett 1961. február 1.

KFKI Közlemények 9. évf. 1-2. sz., 1961.



# ELEKTRONIKUS IMPULZUSSZÁMLÁLÓ ÉS TÁROLÓ ÁRAMKÖR<sup>x/</sup>

Irta: Ember György

Elektronikus Laboratórium II.

## Összefoglalás

A cikk az impulzusszámláló és tároló elektronikus hálózatok megvalósításának eddig nem használatos néhány lehetőségét tárgyalja. Az eddig szokásos egyenáramu állapotjelzőknek váltóáramu állapotjelzőkkel való helyettesítése útján úgy találtuk, hogy a frekvencia és a fázis alkalmazása az eddigieknél gazdaságosabb számláló láncok realizálását teszi lehetővé. A cikk ismerteti az ezekkel előirt eredményeket és utal a fázist állapotjelzőként felhasználó impulzus-helyzetmodulációs számláló rendszer nagy felbontóképességű gyors számlálóként történő alkalmazására is.

## 1. Bevezetés

A méréstechnikában az eddig használatos analóg módszerek mellett - különösen precíziós méréseknél - egyre gyakrabban találkozunk a digitális mérési módszerek alkalmazásával. A digitális mérések során szinte minden esetben felmerül az impulzusszámlálás problémája, sőt a mérések jelentős részénél maga a mérés impulzusok megszámlálására vezethető vissza. A nukleáris mérések területén különösen nagy fontossággal bír ez a probléma, hiszen itt általánosan kifejezve időben statisztikusan fellépő nagyszámú jelenség pontos számát kell - általunk előirt mérési feltételek mellett - meghatározunk.

A probléma fontosságának megfelelően a kérdéssel már igen régóta és kiterjedten foglalkoznak. Ezen munkák során számos impulzusszámlálási megoldás született, amelyek azonban többnyire vagy gazdaságossági, vagy megbízhatósági szempontból nem kielégítőek és így még ma is az impulzusszámláló berendezések többsége a több, mint négy évtizede ismert Eccles-Jordan féle két stabil állapotú billenőkörökből felépített számlálóláncokat tartalmazza. Ennek a rendszernek a legnagyobb hátránya, hogy viszonylag sok aktív áramköri elemet /elektroncsövet vagy tranzisztort/ tartalmaz, azaz nem gazdaságos. Közismert tény, hogy egy 10 impulzus számlálására és tárolására alkalmas dekad egység minimálisan 8 triódát vagy 8 tranzisztort tartalmaz, ami a gazdasági hátrányokon túlmenően - különösen gyorsműködésű és nagy tárolóképességű számlálóláncok esetén - nagy fogyasztást és melegedési problémákat is okoz.

Intézetünkben az elmúlt évek során vizsgálatokat végeztünk az impulzusszámlálás és tárolás alapvető problémáival kapcsolatban, különös tekintet-

---

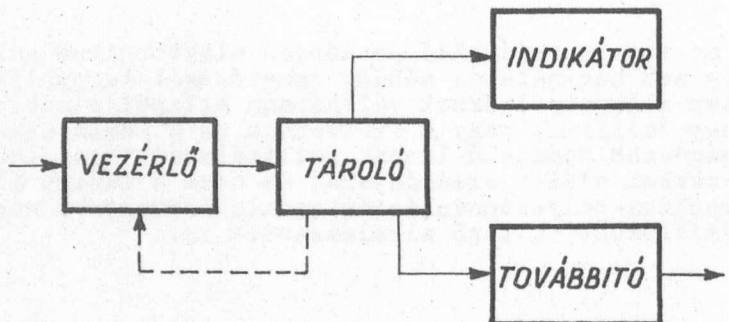
<sup>x/</sup> Elhangzott: Imeko Konferencián, Bp. 1961. jun.



tel a gyors működés és gazdaságosság feltételeire. Ezen munkánk során sikerült bizonyos eredményeket elérnünk, melyeket ezen cikk keretében szeretnénk ismertetni.

## 2. Az impulzusszámláló áramkörökkel szemben támasztott követelmények

Amint az általánosan ismert, egy impulzusszámláló lánc működését az 1. ábrán látható blokksema szerint képzelhetjük el legegyszerűbb formában.



1. ábra

Az egyes blokkok működése az ábrából világosan látható; a rendszer leglényegesebb részét a tároló alkotja, amely fizikai paramétereinek valamely előírt kombinációjával jelzi a betárolt impulzusok számát, amely a tárolóhoz csatolt indikátoron közvetlenül leolvasható. A vezérlő egység gondoskodik arról, hogy a beérkező számlálandó impulzus hatására a tárolóban olyan paraméter kombináció álljon elő, amely a korábban betárolt impulzusszámhoz képest eggyel nagyobb számnak felel meg. Ennek megfelelően a vezérlő egység folyamatosan kell, hogy érzékelje a pillanatnyilag tárolt impulzusszámot, ez az 1. ábrán a szaggatottan rajzolt összeköttetés segítségével történik. Végül a tároló teljes kapacitásának betöltése után - amikor rendszerint a tároló ismét előlről kezdi működését, vagyis alapállapotba kerül - a továbbító áramkör ezt érzékeli és egy továbbító jelet szolgáltat, amely esetleg egy újabb impulzusszámláló működtetésére vagy egyéb célra felhasználható.

Megjegyzendő, hogy az előzőekben vázolt funkcionális séma az összes impulzusszámláló berendezésnél megtalálható, csak legfeljebb az egyes feladatokat végző áramkörök felépítése - főként az egyszerűbb berendezéseknél - egybefonódik és az egyes elemek esetleg több feladatot is ellátnak.

### 3. A tárolási célra alkalmas hálózatok

Amint az előbb említettem, a rendszer leglényegesebb elemét a tároló vagy memória képezi, amelyet elektronikus szempontból egy olyan elektromos hálózatnak tekinthetünk, amelynek egynél több stabil elektromos állapota van. Ez a megfogalmazás még az utóbbi években kifejlesztett memóriarendszereknél /pl. mágneses vagy elektrostatikus tárolók/ sőt a dinamikus memóriáknál is alkalmazható megfelelő értelmezés esetén.

Nézzük meg, hogy milyen követelményeket kell támasztanunk egy impulzusok tárolására alkalmas elektromos hálózattal szemben. Nyilvánvalóan olyan áramkört kell készíteni, amely a tárolt impulzusok számát elektromos állapotjelzőinek - amelyek alatt a hálózat előre kijelölt egyes csomópontjai között fellépő feszültségeket illetve a hálózat egyes ágaiban folyó áramokat értjük - előre meghatározott értékkombinációjával egyértelműen jelzi. Ebből következik, hogy az  $n$  számú impulzus tárolására alkalmas hálózat legalább  $n$  egymástól egyértelműen megkülönböztethető stabil állapottal kell rendelkezzen. A stabilitás alatt azt értjük, hogy a  $k$ -edik impulzushoz tartozó elektromos állapotnak mindaddig fenn kell állnia, amíg a  $k+1$ -edik impulzus meg nem érkezik, amikor a hálózat a  $k+1$ -edik stabil állapotba megy át a vezérlő áramkör hatására. Vagyis stabil állapotoknak nevezhetjük az áramkör azon elektromos állapotait, amelyeknél az állapotjelzők az időben nem változnak. A stabilitás feltételeit úgy is megfogalmazhatjuk, hogy az egyes stabil elektromos állapotoknak energetikailag lokális minimumoknak kell lenniök, mivel a hálózat automatikusan a minimális energiájú pontba áll be.

Ha ezek alapján végiggondoljuk a különböző használatos impulzusszám-láló berendezések tároló áramköreit - pl. bistabil billenőkörökből felépített tároló láncok, dekatronos tárolók, potenciálszkópos tárolók, stb. - úgy találjuk, hogy ezek olyan sok stabil állapottal rendelkező hálózatok, ahol az egyes stabil állapotok jelzése mindig visszavezethető a  $j$ -edik és  $k$ -edik csomópontok között fellépő

$$U_{j,k} = U_0 \quad \text{egyenfeszültségekre.}$$

Ez más szóval azt jelenti, hogy ezek a hálózatok egyenáramu stabil állapotokkal rendelkeznek, vagyis minden stabil állapotot az egyes csomópontok között fellépő egyenfeszültségek illetve az egyes ágakban folyó egyenáramok jellemzik.

### 4. $U_j$ paraméterek bevezetése

Felmerült a kérdés, hogy milyen eredményhez vezet, ha az egyenáramu stabil állapotok helyett

$$U_{j,k}(t) = U_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

alaku váltóáramu feszültséggel jellemzett stabil állapotokat vezetünk be. Azonnal látszik, hogy ekkor az amplitudón  $(U_0)$  kívül még két másik paraméter is adódik, nevezetesen a frekvencia  $(\omega)$  és a fázis  $(\varphi)$ . Hogy ezek a jellemzők stabilak, az onnan következik, hogy közülük akármelyiket a másik kettőtől és ami a döntő szempont, az időtől függetlenül mérhetjük. Az irodalomban eddig használt definícióval ellentétben nevezük tehát egy áramkör elektromos állapotait stabilnak akkor, ha a periódikusan változó feszültség vagy áram három jellemzője közül legalább az egyik időben állandó. Ezt úgy írhatjuk le, hogy szemben az eddigi feltétellel, amikor

$$\frac{dU_{j,k}(t)}{dt} = 0$$

három új kritériumot állíthatunk fel, és pedig ezek

$$\frac{\partial U_0}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$$

Ezek után azt is mondhatjuk, hogy az előzőekben említett eddig használatos rendszerek ennek olyan speciális esetei, amikor

$$\omega = 0 \text{ és } \varphi \text{ tetszőleges}$$

Nézzük meg, hogy milyen eredményhez vezet a frekvencia illetve a fázis állapotjelzőként történő felhasználása.

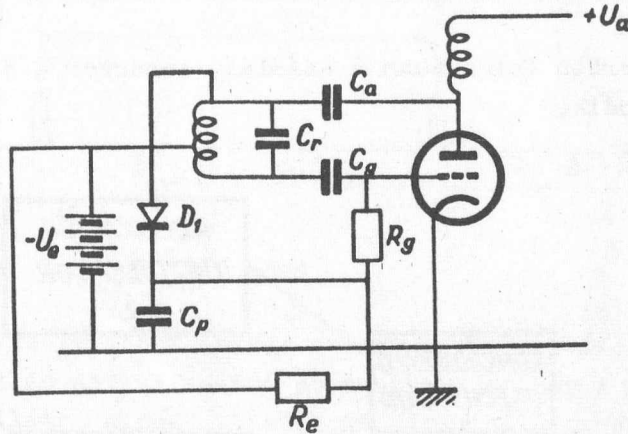
## 5. Az $\omega$ paraméter

A frekvenciát választva állandó amplitudó és fázis mellett, elvben a tároló hálózatot egy olyan oszcillátorként képzelhetjük el, amely különböző frekvenciájú rezgésekre képes és az egyes  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n$  frekvenciájú rezgések egy-egy stabil állapotot jelentenek, amelyek bármelyikében az oszcillátor tetszésszerűen idig megmarad. Ez a problémakör az irodalomból jól ismert, tudomásom szerint elsőnek Van der Pool foglalkozott vele 1934-ben, igen kimerítően. Ő a stabilitás kérdését nem vetette fel ilyen formában, de olyan oszcillátort készített, amely stabilan rezeghet két előírt frekvencia bármelyikén. Az ilyen típusú áramköröket továbbfejlesztették és az utóbbi években számológépeknél tárolási célokra készítették olyan egycsöves kapcsolást is, amely ezer stabil állapottal rendelkezett. Számlálási célokra ezek az áramkörök azonban nem alkalmasak, mert a vezérlés és indikáció igen nagy nehézségekbe ütközik. A mi vizsgálataink szerint számlálásra ez a



rendszer csak akkor használható fel kielégítően, ha olyan csapán két stabil frekvenciával rendelkező hálózatot építünk fel, amelyek közül az egyik frekvenciát zérusnak választjuk. Végeredményben így egy olyan oszcillátort nyerünk, amelynek két stabil állapota van, nevezetesen, amikor oszcillál és amikor nem.

Az általunk megépített kapcsolás a következő volt:



2. ábra

Amint a 2. ábrából látható, a kapcsolás lényegében véve egy hárompont-kapcsolású oszcillátor, amelynek rácsa nyugalomban elő van feszítve, úgy, hogy a cső lezár. Ha valamilyen módszerrel megindítjuk a rezgést, akkor az oszcillátor anódköréhez csatolt  $D_1$  diódából és  $C_p$  kondenzátorból felépített egyenirányítókör akkora pozitív feszültséget állít elő, amely nagyobb, mint  $-U_e$  és így a rendszer rezegve marad.

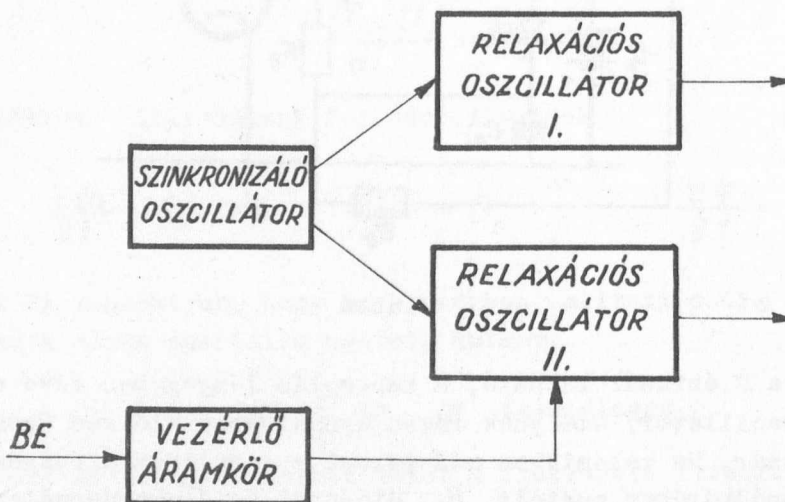
A triggerelés megoldására számos lehetőség van. Pl. a legegyszerűbb az, hogy a cső rácására egy kis kondenzátoron keresztül adjuk rá a számláló jelét pozitív impulzusok formájában. Ha az áramkör rezeg, akkor ez a kondenzátor feltöltődik a rácscatód diódán keresztül és az impulzus visszafutásakor lezárja a csövet. Ha a cső előtte le volt zárva, akkor viszont a jel elindítja a rezgést.

A kapcsolás előnyének mondható egyszerűsége és kis fogyasztása. Viszonylag gyors működésű, ugyanis megfelelő méretezés esetén az oszcilláció 8-10 periódus alatt teljesen felfut, illetve megáll és ez 100 MHz körüli oszcillációs frekvenciát feltételezve már 0,1  $\mu$ sec körüli átbillenési időt eredményez. Ezek a megfontolások a gyakorlati mérések során teljes mértékben beigazolódtak.

## 6. A $\varphi$ paraméter

Sokkal jobb eredményeket tudtunk elérni a fázisnak, mint állapotjelzőnek a felhasználásával. Itt - miután csak két jel egymáshoz viszonyított fáziseltéréséről lehet a gyakorlatban beszélni - azt valósítottuk meg, amikor két azonos frekvenciájú, de érdektelen amplitudójú jel egymáshoz viszonyított különböző diszkrét értékű fázishelyzetei jelentik az egyes stabil állapotokat.

Legegyszerűbb formájában a számláló rendszer a 3. ábra szerinti blokk-séma alapján működik.

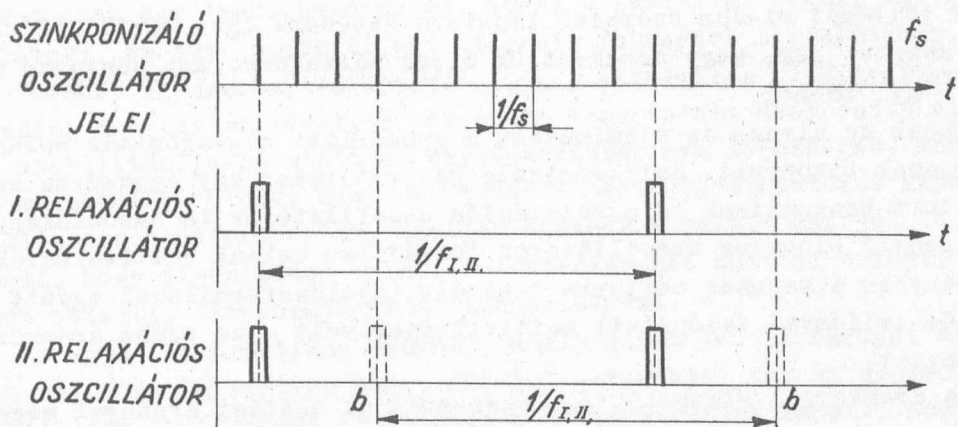


3. ábra

Egy szinkronizáló oszcillátor jeleivel két azonos önfrekvenciájú relaxációs oszcillátort szinkronizálunk. A szinkronizáló frekvenciát ( $f_s$ ) a relaxációs oszcillátorok  $f_{I,II}$  frekvenciájának többszörösére választva

$$f_s = k \cdot f_{I,II}$$

úgy is mondhatjuk, hogy a relaxációs oszcillátorok, mint periódikus frekvenciaosztók fognak működni. Az egyes jelek a 4. ábrán láthatók.



4. ábra

Az ábrán az oszcillátorok jeleit az egyszerűség kedvéért impulzus alakúnak tüntettük fel és azt az esetet ábrázoltuk, amikor  $k = 10$ , azaz mindkét relaxációs oszcillátor minden tizedik szinkronizáló impulzus megjelenésekor billen és jelet szolgáltat. Könnyen belátható, hogy miután a szinkronizáló jelek azonosak és a relaxációs oszcillátorok egymástól függetlenül működnek, ezért nemcsak az az egy állapot állhat fenn, amikor a két relaxációs oszcillátor azonos időben, tehát azonos szinkronizáló impulzus hatására billen, hanem billenéseik a szinkronizáló jel ismétlődési idejének egészszámu többszörösével megegyező idővel egymáshoz képest eltolódhatnak. Mivel az osztási arány  $k$ , így összesen  $k$  olyan egyértelműen megkülönböztethető fázishelyzet állhat elő, amelyek bármelyikében a rendszer stabilan meg tud maradni. Ilyen pl. a 4. ábrán a II. relaxációs oszcillátor  $b$ -vel jelölt és szaggatottan rajzolt jelének helyzete a referenciát képező I. relaxációs oszcillátor jeléhez képest.

A most ismertetett módon egy olyan rendszert tudunk létrehozni, amely a relaxációs oszcillátorok periódikus osztási arányával egyenlő számú stabil helyzettel rendelkezik. Ez a rendszer információ tárolási célra már igen jól használható, nézzük meg azonban, hogy impulzusszámlálási célra hogyan lehet felhasználni.

Tekintsük alapállapotnak azt a helyzetet, amikor a két relaxációs oszcillátor jelei egybeesnek. Ha valamilyen módon gondoskodunk arról, hogy minden számlálандó impulzus hatására az egyik oszcillátor jele előző helyzetéhez képest  $1/f_s$  -nyi idővel korábban vagy később következzen be, úgy a rendszer közvetlenül felhasználható impulzusszámlálásra. Ez az időbeli eltolás igen könnyen és stabilan biztosítható; a legegyszerűbb módszer az, hogy ha a relaxációs oszcillátor - amely bármilyen kivitelű lehet, pl.



blocking oszcillátor, multivibrátor, fűrészgenerátor, stb. - időzítő kondenzátornak töltését minden beérkező impulzus hatására igen rövid idő alatt egyszer megnöveljük, vagy csökkentjük olyan mértékben, ami pontosan megfelel  $1/f_s$  -nyi időnek.

Ennek az elvnek az alkalmazása a gyakorlati megvalósítás során igen gazdaságosnak bizonyult. Szinkronizáló generátorként egy egycsöves szinuszos oszcillátort használtunk és a relaxációs oszcillátorok is hasonlóképpen egy csövet igénylő blocking oszcillátorok formájában voltak realizálhatók. Így végeredményben a kapuzás céljaira használt impulzusformálóval együtt - amely egy kettős triódával felépített multivibrátor volt - az egész áramkör 5 triódát igényelt.

Az áramkörrel elérhető tárolóképeség az osztási aránnyal megegyező. Miután az a cél, hogy minél kevesebb elemmel a legnagyobb tárolóképeséget érjük el, ezt célszerű a legnagyobb értékre megválasztani, ennek azonban hátrált szab a stabilitás, amely az egész áramkör szempontjából döntő fontosságú. Hasonló felépítésű, de állandó osztási arányú frekvenciaosztó áramkörök a lokátorteknikában már régóta ismeretesek és innen nyert irodalmi adatok, valamint az általunk végzett kísérletek alapján úgy találtuk, hogy a stabilitás rohamosan csökken, ha az osztási arányt 20-25 fölé emeljük. Ezek figyelembevételével, valamint a 10-es számrendszerhez történő ragaszkodás alapján az osztási arányt 10-re választottuk, tehát az áramkör 10 impulzus számlálására elegendő.

A gyakorlatban használatos impulzusszámlálóktól azonban ennél lényegesen nagyobb,  $10^6$ - $10^8$  körüli tárolóképeséget követelünk meg. Az impulzus helyzetmodulációs rendszerrel is elérhető egyszerű módon a tárolókapacitás növelése; a legegyszerűbb módszer az, hogy ha több számlálót kapcsolunk egymás meán. Ekkor azonban a kapcsolást ki kell bővítenünk egy továbbító áramkörrel, amely a két relaxációs oszcillátor együttállásakor egy továbbítójelet ad a következő számláló fokozat számára. Ez az áramkör a jól ismert koincidencia kapcsolások bármelyikével megvalósítható, csak annyi módosítás szükséges, hogy a koincidencia felléptekor - ami itt a két impulzus többszöri megjelenését is jelentheti, ugyanis a koincidencia helyzet tetszésszerűen ideig tarthat - csupán egyetlen kimenő jelet szolgáltatson. Ez azonban számos módszerrel pl. egy integrálókör alkalmazásával biztosítható.

Nagy jelentőséggel bír azonban az a tény, hogy a szinkronizáló oszcillátort és a referenciajelet előállító relaxációs oszcillátort nem kell minden egyes fokozat számára külön-külön elkészíteni, hanem ezek az összes számláló áramkörök számára közösíthetők. Ez könnyen belátható abból a tényből, hogy az egyes fokozatok működési frekvenciáit azonosra is választhatjuk - hiszen erre semmiféle egyéb megkötésünk nincs - és ebben az esetben azonos jellel, tehát egyetlen oszcillátorral szinkronizálhatjuk az összes fokozatot és hasonlóképpen az összes fokozat számára közösen használhatjuk az

"álló" preferenciajelet adó relaxációs oszcillátort is. Ezáltal elérhető, hogy a közös szinkronizáló és referencia oszcillátorok mellett a számláló dekadonként csak egy impulzusformálót, amely a vezérlést végzi, egy relaxációs oszcillátort, és egy továbbító koincidencia fokozatot tartalmazzon.

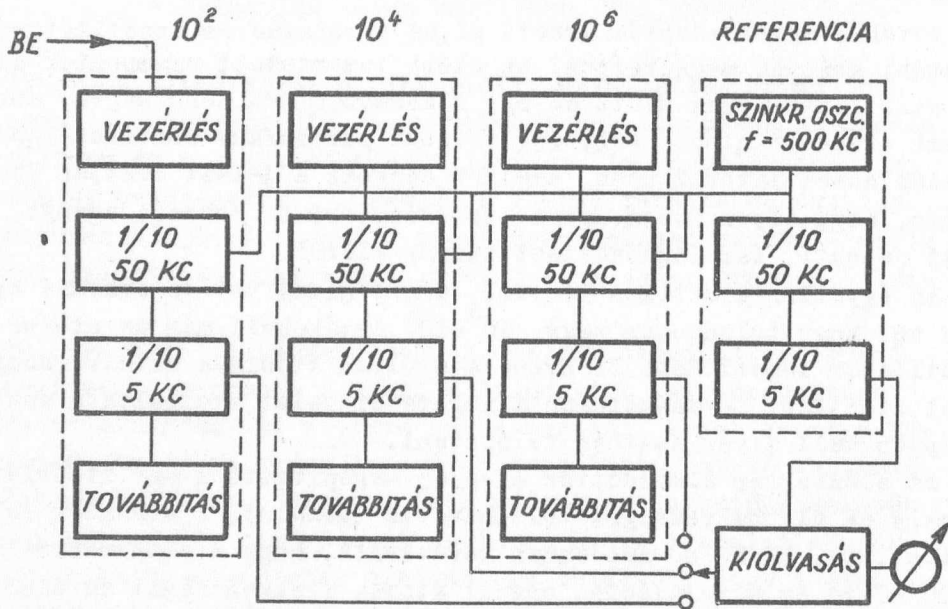
További egyszerűsítés érhető el, ha a relaxációs oszcillátorok periódikus osztási arányát megnöveljük. Az előbb ismertetett szempontok alapján azonban stabilitási okok miatt ez egy fokozatban nem lehetséges, annak azonban semmi akadálya nincs, hogy még további periódikus osztókat kapcsoljunk a relaxációs oszcillátorok után, amelyek ezeknek a jeleit osztják le. Könnyen belátható, hogy ilyen módon szinte tetszésszerű osztási arányt, vagy ami ugyanazt jelenti, tárolókapacitást tudunk elérni.

Az egyetlen praktikus tényező, amely gátat vet az osztási arány növelésének az, hogy túlságosan nagy,  $10^4$ - $10^6$  értékeknél már az utolsó relaxációs oszcillátor ismétlődési frekvenciája olyan kicsinek adódik, hogy nem építhető fel stabilan. Természetesen a referenciajelet szolgáltató osztót is hasonlóképpen kell ilyen esetben felépíteni.

Az előzőekben elmondottak alapján megépítettünk egy kísérleti számlálót, amely az elv helyességét volt hivatva igazolni. A készülék felbontóképesége kicsi, kb. 50 KC/s, ami onnan következik, hogy a szinkronizáló frekvenciát 500 KC-ra és a relaxációs oszcillátorok frekvenciáját az első osztónál 50 KC-ra, a másodiknál pedig 5 KC-ra választottuk. Hangsúlyozandó, hogy a készülékben felhasznált módszerek nem alkalmasak a felbontóképeség lényeges növelésére, de ezt nem is tűztük ki célul, inkább csak a készülék stabilitását és használhatóságát akartuk megvizsgálni az elv gyakorlati kipróbálása mellett. Az impulzusszámláló blokkévéje az 5. ábrán látható.

A számlált és betárolt impulzusok indikálása többféle módon is történhet, erre a lokátortechnikából számos módszer ismeretes. Itt ugyanis két impulzus időbeli távolságát kell pontosan meghatározni, illetve egy ezzel az időbeli helyzettel arányos feszültséget, illetve áramot előállítani. Mi a legegyszerűbb módszert, a fázisdetektálást választottuk, amelyet az adott feltételeknek megfelelően bizonyos fokig módosítottunk.

A készülék egy sokszor előnyösen alkalmazható tulajdonságát szeretném kiemelni. Gyakran szükség van olyan számlálóra, amely előre-hátra számlálásra képes, vagyis un. reverzibilis számláló. Ez ennél a rendszerrel viszonylag egyszerűen megoldható, ilyenkor két vezérlő egységet kell alkalmazni a relaxációs oszcillátor helyzetének változtatására, amelyek közül az egyik ugyanazon töltésmennyiséggel növeli, a másik pedig csökkenti az időzítő kondenzátor töltését. Ily módon az egyik vezérlőre adott impulzusok előreszámlálást, a másikkra adott impulzusok pedig hátraszámlálást eredményeznek



5. ábra

### 7. A gyors számlálás lehetőségei

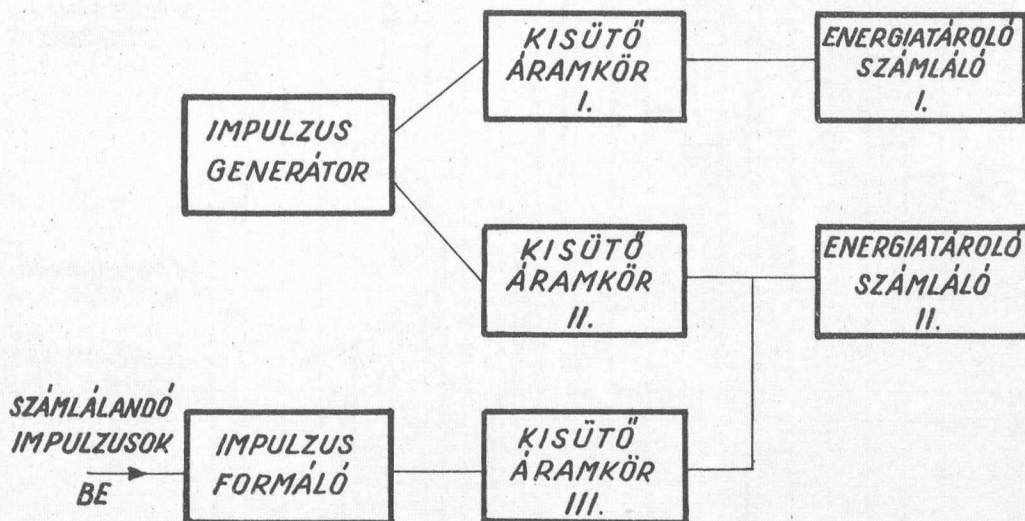
Az impulzus helyzetmodulációs számlálási elv előnyösen felhasználható nagy felbontóképességet igénylő, un. gyors impulzusszámlálási célra is. A következőkben ezt a ma egyre nagyobb érdekességre számot tartó alkalmazási lehetőséget szeretném röviden ismertetni.

Amint az ismeretes, a használatos impulzusszámlálók gyors alkalmazását az a körülmény korlátozza, hogy a tárolórendszernek egyik stabil állapottól a másikba történő átbillenéséhez jelentős feszültségváltozások szükségesek. Gondoljunk például a gyors számlálásnál ma szinte kizárólagosan használt bistabil billenőkörre, ahol még a speciálisan gyors kivitel esetén is 30-50 V körüli feszültségváltozások lépnek fel az anódkörben és az elkerülhetetlenül jelenlévő anód és rácsköri szórt kapacitásoknak ilyen feszültségváltozásokra kell töltődni, illetve kisülni, amelyet az anódáram fedez.

Nézzük meg azonban, hogy mi a helyzet az impulzus helyzetmodulációs számláló esetében. Építsünk fel a relaxációs oszcillátorokat az irodalomból jól ismert energiatárolás számlálók formájában, melyek legegyszerűbb kivite-



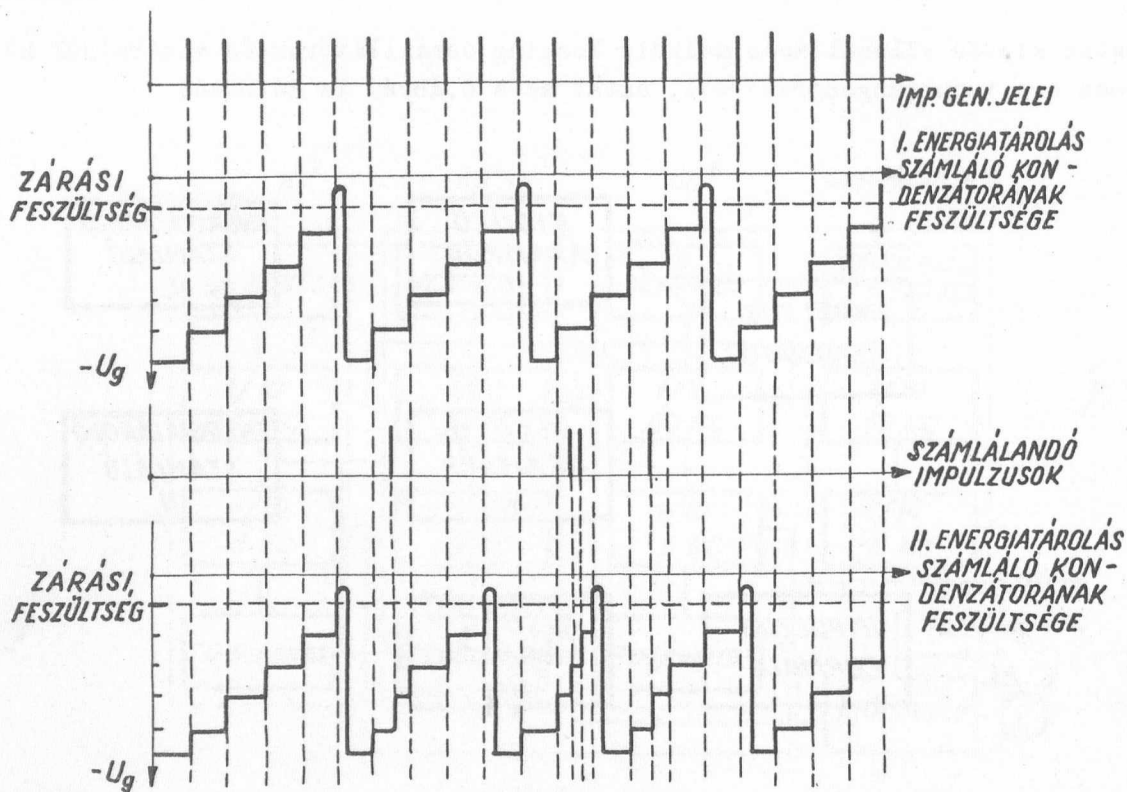
lükben kisütő ellenállások nélküli blocking oszcillátorok és vezéreljük közösen egy impulzusgenerátorról, amint az a 6.ábrán is látható.



6. ábra

A periódikus jeleket adó impulzusgenerátor mindkét energiatároló számláló egy-egy kisütő áramkörét vezérli, amelyek biztosítják azt, hogy minden impulzus hatására az energiatároló kondenzátor azonos töltéssel - vagy ami ugyanazt jelenti - azonos feszültségértékkel süljön ki. Az  $n$ -edik impulzus beérkezésekor - ahol a nyilvánvalóan a tárolható impulzusszámmal megegyezik - a kondenzátor feszültsége eléri a blocking oszcillátorként csatolt cső nyílási rácsfeszültség értékét és a kondenzátor visszatöltődik az eredeti feszültség szintre és a működését kezdi előlről. Miután a két áramkör felépítése azonos, az együttfutás és az egymáshoz viszonyított helyzet biztosított van. Ha azonban számlálandó impulzus érkezik az impulzusformálóra, akkor a kisütőáramkör III. is működni kezd és ugyanakkora töltést visz el a kondenzátorból, mint a periódikusan működő kisütő áramkörök. Ennek következtében a fázisú lesz a II. energiatároló jele az I.-hez képest és ez az állapot áll fenn a következő számlálandó impulzus beérkezéséig.

Az int az a 7. ábrán feltüntetett időgörbékből is látható, az elrendezés kisebb feszültségváltozásokkal működik, mint a szokásos bistabil áramkörök. A gyakorlatban a feszültséglépcső néhány V körüli értékig csökkenthető, ennyi szükséges a kielégítő stabilitáshoz, ez viszont azt jelenti, hogy elvben ilyen arányban 10-20-szor olyan nagy felbontóképesség érhető el vele, mint a bistabil körökkel.



7. ábra

Felmerülhet a kérdés, hogy mi történik az olyan impulzussal, amely pontosan a feltöltődés pillanatában érkezik, vajon elvesz-e ez a számlálás szempontjából. Ha a feltöltést az energiatárolós számlálóknál szokásos módon oldjuk meg, vagyis a tárolókondenzátort állandó feszültségre töltjük fel, akkor ez valóban megtörténhet. Ha azonban a feltöltésnél állandó töltést viszünk a kondenzátorra, akkor a feltöltés ideje alatt bejövő impulzus által kisütött töltés értékével csökken a tényleges töltés és így nem következik be számlálási veszteség.

Ezt az utóbb ismertetett gyors számláló elrendezést nem építettük meg végleges formájában, csupán kísérleti áramköröket készítettünk, amelyeken méréseket végeztünk. A mérési eredmények jól egyeztek a várt működéssel és igazolták várakozásunkat.

### 8. Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni az Intézet Igazgatóságának, hogy támogatta és lehetővé tette az elv kipróbálásához szükséges kísérleti berendezések elkészítését és kipróbálását. Köszönettel tartozom továbbá Csemez Klára és Marton Zoltán technikusoknak, akik a kísérletek elvégzésében, valamint a berendezések elkészítésében lelkes munkájukkal nagy segítségemre voltak.