

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETÉNEK
KÖZLEMÉNYEI

10. KÖTET

3. SZÁM

1962

BUDAPEST

Kiadásért felelős: Jánosy Lajos

Megrendelve: 1962. máj. 14. Pédányyszám: 450

Készült Rotaprint eljárással

1183. KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET, KIADÓI CSOPORT

NÉHÁNY VIZSGÁLAT A VVR-SZ REAKTOR-ZÓNA RÁCSORZÍTÁSAINAK A RENDSZER REAKTIVITÁSÁRA GYAKOROLT HATÁSÁVAL KAPCSOLATBAN

Írta: Vigassy József

Összefoglalás

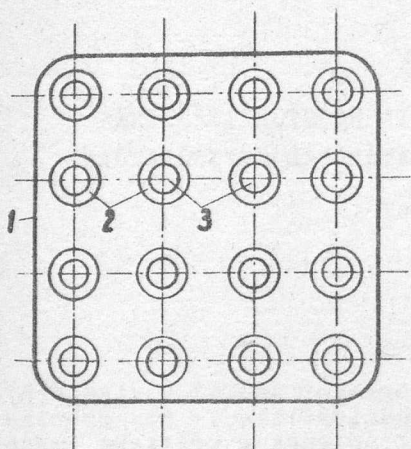
Ebben a dolgozatban össze szeretnénk foglalni azokat a vizsgálatokat, számításokat és méréseket, amelyeket a KFKI Reaktorfizikai- és Technikai Laboratóriumának keretében végeztünk a rácstorzításoknak a kritikus rendszerek reaktivitására gyakorolt hatásának vizsgálatára. A cikkben többféle, lényegében egycsoportos közelítést alkalmazó számítási módszert ismertetünk és ezeknek eredményeit összehasonlítjuk a VVR-Sz reaktor és az SR-1 rendszer kritikus tömegének összehasonlításából adódó eredményekkel, valamint az [1]-ben tárgyalt közvetlen mérésekkel.

Bevetés

A heterogén rendszerű reaktorokban a könnyű feltölthetőség, az elemek kezelhetősége és cserélhetősége, valamint biztonsági szempontok megkövetelik, hogy az aktív zóna lehetőleg azonos szerkezetű és azonos mennyiségű U^{235} -öt tartalmazó fűtőelemkötegekből legyen felépítve /1.ábra/. Viszont szabályozási, biztonsági és egyéb szempontok miatt a zónában más elemek, rudak, csatornák számára is helyet kell biztosítanunk. Egyes reaktorokban ezt az egyes kötegek között alkalmazott réssel oldják meg. /2.ábra/. A VVR-Sz reaktorban az egyes kötegeket geometriailag eltorzítják /3.ábra/ és így a kötegek között a sarokpontokon megfelelő szabad felhasználható keresztmetszet keletkezik. Azonban megváltozik a sarokpontok környezetében a fűtőelemek átlagos távolsága és így az egységcellák mérete is. Ez a végtelen sokszorozási tényező lokális értékének és egyben a zóna kritikus tömegének megváltozását idézheti elő.

A probléma a mi esetünkben más oldalról vetődött fel. Mint [1]-ben erről megemlékeztek, a VVR-Sz reaktor tartalék fűtőelemeiből 1959 novemberére szubkritikus rendszer /SR-1/ építettünk fel és azt találtuk, hogy extrapolált kritikus tömege kb. 150-200 gr-mal alatta marad a VVR-Sz reaktor kritikus tömegének. Az eltérés okát a rácstorzításokban kerestük, mivel az SR-1 zónában nem volt rácstorzítás. Ellenőrzésül felépítettük az SR-1 zónát rácstorzításokkal. Mint [1] -ben erről beszámoltunk, jól tudtuk reprodukálni a VVR-Sz reaktor kritikus tömegét /8.ábra/.

A jelen dolgozatban a rácstorzításoknak a rendszer reaktivitására gyakorolt hatását igyekeztünk számításokkal követni. Tekintettel arra, hogy a torzítások a reaktorzóna egész magasságán végigvonulnak, elégséges volt a problémát síkban tárgyalni. Noha a torzítások következtében kevés cella mé-

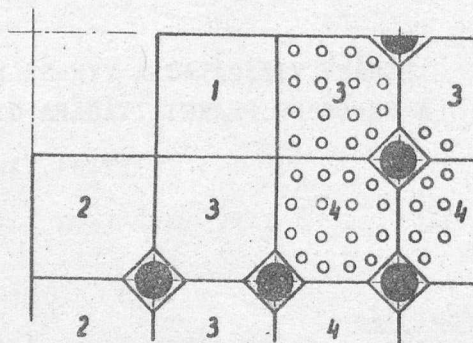


1. ábra

A VVRSz reaktorban alkalmazott fűtőelemköteg keresztmetszete [2] szerint

- 1/ Kötegburkolat /Al/
- 2/ fűtőelemburkoló Al-cső
- 3/ 10%-ra dúsított U-tartalmu fűtőelem

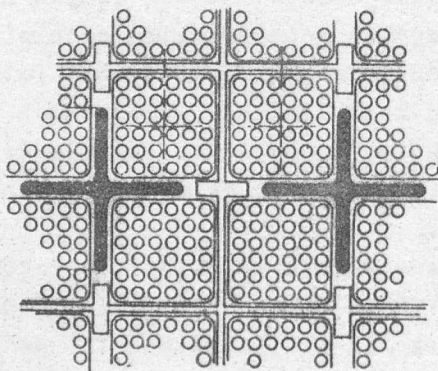
A közöket a hűtőviz /egyben moderátor/ tölti ki.



3. ábra

Különféle mértékben torzított fűtőelem kötegek a VVRSz rácsból

- 1/ torzítatlan alaptípus
 - 2/ 1
 - 3/ 2
 - 4/ 3
- } sarkon lecsapott köteg

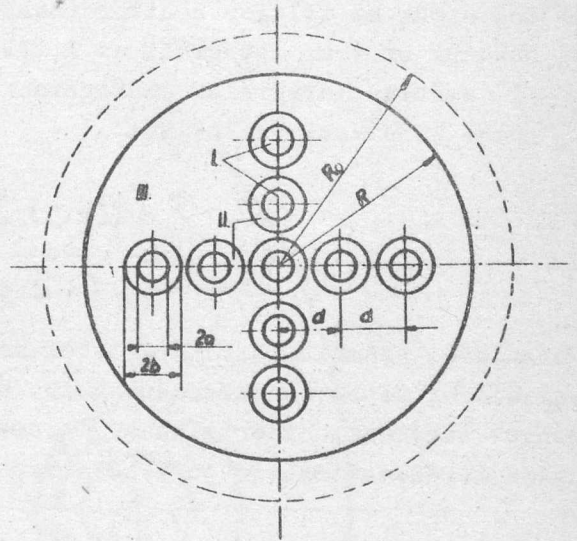


2. ábra

A Dresden reaktor keresztmetszetének egy részlete, a keresztalaku szabályozórudakkal [3] szerint

rete módosul, mégis megkíséreljük, hogy a torzítás környezetében fellépő eltérő szerkezetű zónarészleteket egymástól eltérő paraméterekkel rendelkező homogén mezőkkel modellezzük. Bár a [4] -ben ismertetett heterogén módszerrel szintén van lehetőség a helyi effektusok vizsgálatára, de esetünkben a fűtőelemek elég nagy száma a teljes tárgyalást ilyen módszerrel nem indokolja.

Az alkalmazott modellt és a geometriai elrendezést a 4. ábra mutatja. Az irodalomban szokásos módszer szerint az aktiv zóna keresztmetszetét vele egyenlő területű ekvivalens körrel helyettesítettük. A számítások egycsoport jellegének megfelelően a reflektort a sugár 7 cm-rel való megnövelésével vehettük figyelembe / [2] szerint a reflektormegtakarítás $\delta \approx 7$ cm/. A zónatorzítások modellje körkeresztmetszetű vizluk, melyet gyűrű alakban az alapzónánál sűrűbb zónarész vesz körül.



4. ábra

Számítási módszerek

Tekintettel arra, hogy a felvett modellre az egycsoport egyenlet megoldása bonyolult numerikus számítás igényel /lásd függelék/, egyszerűsített módszerekkel kíséreltük meg a probléma megoldását.

- I. vizluk
- II. sűrűbb zónarész
- III. alapzóna

| | | |
|------------------|--------|----|
| a = | 1,436 | cm |
| b = | 3,3028 | cm |
| d = | 7 | cm |
| R = | 18,733 | cm |
| R ₀ = | 25,733 | cm |

1/ Egycsoport perturbációszámítás

Az egycsoport számításban egy homogén közeget két adattal jellemezhetünk. Ezek kis megváltozásainak a rendszer reaktivitására gyakorolt hatását perturbációs módszerrel is meg lehet határozni. Esetünkben ezen paraméterek ugyan jelentősen megváltoznak, viszont a tartomány, ahol megváltoznak, elegendően kicsiny. [5] nyomán a számításra a

$$\rho = \frac{\delta k_{eff}}{k_{eff}} = \frac{\int \{ \delta [(k-1) \sum_a v] \phi^2 - \delta (Dv) |\text{grad } \phi|^2 \} dV}{\int k \sum_a v \phi^2 dV} \quad //$$

formulát alkalmazhatjuk, ahol k a rendszer un. végtelen sokszorozási tényezője és az integrálokat az egész reaktortér fölé kell elvégezni / k_{eff} a rendszer sokszorozási tényezője \sum_a a termikus absz. hatáskeresztmetszet, v a neutronok átlagsebessége, ϕ a perturbálatlan rendszer neutron fluxusa,

D diffúziós koefficiens./

A formula a perturbált rendszer reaktivitását határozza meg, ha az alaprendszer éppen kritikus volt.

Esetünkben válasszuk alaprendszerül az SR-1 rácstorzításoktól mentes zónáját, majd a 4. ábra szerint módosítsuk az alapzónát. Használjuk fel az /1/ formulát a következő egyszerűsítésekkel:

- 1/ hanyagoljuk el a számláló második tagját, mivel $\delta(D \cdot v)$ és $|\text{grad } \phi|$ egyaránt kicsiny.
- 2/ tekintsük az átlagos neutronsebességet konstansnak,
- 3/ bontsuk szét az integrált az I, II, és III zónarészeknek megfelelően /1. 4. ábra/ integrálok összegére. Mivel $\delta[(k-1) \cdot \sum_{\alpha} v]$ a zónarészekben belül konstans, /1/ helyett a

$$\rho = \frac{\sum_i \delta_i [(k-1) \cdot \sum_{\alpha} v_i] \int_{V_i} \phi^2 dV}{\sum_i (k \sum_{\alpha} v_i) \int_{V_i} \phi^2 dV} \quad /2/$$

formulával számolhatunk. Kiértékeléséhez meg kell határozni az $\int \phi^2 dV$ integrálokat az egyes tartományokban. Ebben nehézséget okoz az, hogy a tartományok nagyrészt excentrikusak, szemben a ϕ fluxus lefutásával, amely az egész keresztmetszeten jó közelítéssel a

$$\phi(r, \Theta) = J_0(\alpha_r r)$$

hengerszimmetrikus lefutást követi. / $\alpha_r = \frac{2.4048}{R_0}$ /

A nehézség leküzdhető koordinátatranszformációval. Az 5.sz. ábra jelöléseivel [6] szerint:

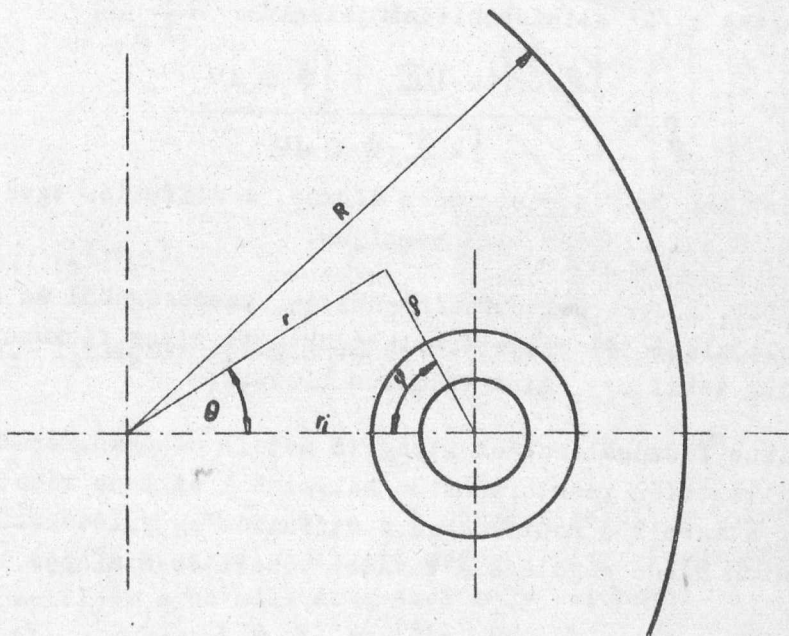
$$J_0(\alpha_r r) = J_0(\alpha_r \rho) J_0(\alpha_r r_i) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\alpha_r \rho) J_n(\alpha_r r_i) \cos n \varphi \quad /3/$$

Nekünk $\int_0^{2\pi} \int_{\rho_{1i}}^{\rho_{2i}} J_0^2(\alpha_r r) \rho d\rho d\varphi$ alakú integrálokra van szükségünk. A /3/ formula behelyettesítése és φ szerinti integrálással adódik, hogy

$$\int_{V_i} \phi^2 dV = \int_{\rho_{1i}}^{\rho_{2i}} 2\pi \left\{ J_0^2(\alpha_r \rho) J_0^2(\alpha_r r_i) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2(\alpha_r \rho) J_n^2(\alpha_r r_i) \right\} \rho d\rho$$

Amiből [6] szerint a megfelelő Lommel integrálok alkalmazásával adódik, hogy

$$\int_{V_i} \phi^2 dV = 2\pi \left\{ \mathcal{J}_0^2(\alpha_r r_i) \left| \frac{\rho^2}{2} [\mathcal{J}_1^2(\alpha_r \rho) + \mathcal{J}_0^2(\alpha_r \rho)] \right|_{\rho_{1i}}^{\rho_{2i}} + \right. \\ \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{J}_n^2(\alpha_r r_i) \left| \frac{\rho^2}{2} \left[\left(\frac{\partial}{\partial(\alpha_r \rho)} \mathcal{J}_n(\alpha_r \rho) \right)^2 + \left(1 - \frac{1}{\alpha_r^2 \rho^2} \right) \mathcal{J}_n^2(\alpha_r \rho) \right] \right|_{\rho_{1i}}^{\rho_{2i}} \right\} \quad / 4 /$$



5. ábra

Gyakorlati számítások megmutatták, hogy a praktikus esetekben a szumma első két tagjával számolva az eredmény már 6 tizedesre pontos. A fent előforduló $\mathcal{J}_0, \mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2$, és $\frac{d}{dx} \mathcal{J}_0(x), \frac{d}{dx} \mathcal{J}_1(x)$ és $\frac{d}{dx} \mathcal{J}_2(x)$ függvények a

$$\mathcal{J}_2(x) = \frac{2}{x} \mathcal{J}_1(x) - \mathcal{J}_0(x)$$

$$\frac{d}{dx} \mathcal{J}_1(x) = -\frac{1}{x} \mathcal{J}_1(x) + \mathcal{J}_0(x)$$

$$\frac{d}{dx} \mathcal{J}_0(x) = -\mathcal{J}_1(x)$$

$$\frac{d}{dx} \mathcal{J}_2(x) = \left(1 - \frac{4}{x^2} \right) \mathcal{J}_1(x) + \frac{2}{x} \mathcal{J}_0(x)$$

egyszerű formulák alapján számíthatók, így /4/ pl. kézi számológéppel numerikus kiértékelésre alkalmas.

A fentieket alkalmazva a /2/ formula kiértékelhető. Centrális esetben /4/ helyett speciális esetét a

$$\int_{V_0} \phi^2 dV = 2\pi \left| \frac{Q^2}{2} [\mathcal{J}_1^2(\alpha_r \rho) + \mathcal{J}_0^2(\alpha_r \rho)] \right|_{\rho_{1i}}^{\rho_{2i}} \quad /4*/$$

formulát alkalmazhatjuk.

2/ Termikus csoport perturbációszámítás

A számítás alap gondolata a következő:

a/ /2/ levezetése közben [5] a perturbált fluxust a perturbálatlan fluxussal közelíti meg. Próbáljuk meg alkalmasabban megközelíteni a fluxust és alkalmazzuk a /2/ általánosítását jelentő

$$\rho = \frac{\sum_i \delta_i [(k-1) \Sigma_a] \int_{V_i} \phi \cdot \phi' dV}{\int k \Sigma_a \phi \cdot \phi' dV} \quad /5/$$

formulát, ahol ϕ' a perturbált fluxus. A diffúziós együttható megváltozásának hatását itt is elhanyagoljuk.

b/ Tegyük fel, hogy a perturbációszámítás szemszögéből az egycsoport fluxuselozslást jól helyettesíthetjük a termikus fluxuselozslással, ϕ' -t számoljuk tehát úgy, mint termikus fluxust.

c/ A termikus fluxuselozslást kiegészítő modell alapján közelítsük meg. Ez a modell: végtelen reaktorzónában helyezünk el 1 db rácstorzítást és oldjuk meg a termikus neutronokra a diffúziós egyenleteket. A torzítás környezetében adódó megoldás a további közelítések alapja.

A vázolt gondolatmenet alapján a számítás a következő:

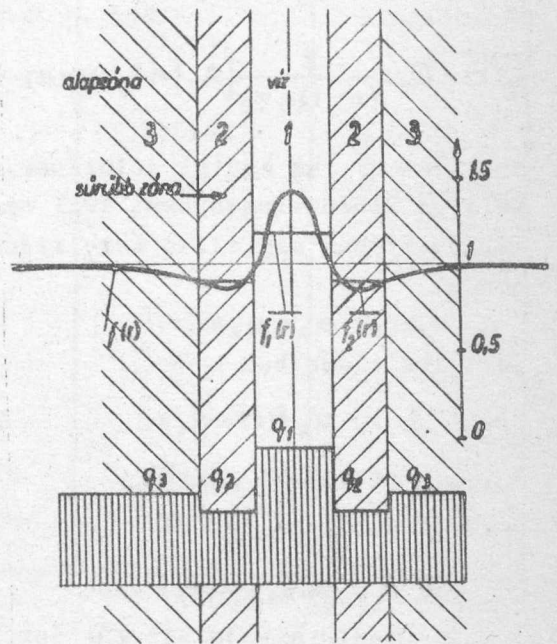
(A c/ pontban említett modell látható a 6.sz. ábrán.)

A termikus fluxuselozslás a modellben legyen $f(r)$, amelyet a végtelenben 1-re normáltunk. A fluxus forrása a q lelassulási sűrűség, amit a hidrogéntartalmu moderátorokat tartalmazó reaktorok számításában bevált módon a hidrogénionsűrűséggel, illetve az ω relatív vízkeresztmetszettel /≠ egységcellában lévő víz és az egész cella térfogatának viszonya/ vehetünk arányosnak. /Ez a közelítés csupán nagyobb átmérőjű vizlukak, neutroncsapdák esetén nem engedhető meg. Hasonló elven számítják a termikus kihasználási tényezőt is, pl. [5] -ben./ Ezekkel a közelítésekkel felírható a termikus fluxusra a

$$\left. \begin{aligned} \Delta f_1 - \kappa_1^2 \cdot f_1 + \frac{q_1}{D_1} &= 0 \\ \Delta f_2 - \kappa_2^2 \cdot f_2 + \frac{q_2}{D_2} &= 0 \\ \Delta f_3 - \kappa_3^2 \cdot f_3 + \frac{q_3}{D_3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad /6/$$

diffúziós egyenlet, ahol az index a 6. ábra alapján a megfelelő értelmezési tartományt, zónát jelzi és $x^2 = \frac{z \cdot a}{D}$. Határfeltételek:

$$\begin{aligned} \frac{df_1}{dr} \Big|_{r=0} &= 0 & D_1 \frac{df_1}{dr} \Big|_{r=r_1} &= D_2 \frac{df_2}{dr} \Big|_{r=r_1} \\ f_1 \Big|_{r=r_1} &= f_2 \Big|_{r=r_1} & D_2 \frac{df_2}{dr} \Big|_{r=r_2} &= D_3 \frac{df_3}{dr} \Big|_{r=r_2} \\ f_2 \Big|_{r=r_2} &= f_3 \Big|_{r=r_2} & \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{df_3}{dr} &= 0 \end{aligned}$$



6. ábra

Megoldások:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{q_1}{D_1 x_1^2} + A_1 \cdot I_0(x_1 r) \\ f_2 &= \frac{q_2}{D_2 x_2^2} + A_2 \cdot I_0(x_2 r) + B_2 \cdot K_0(x_2 r) \\ f_3 &= \frac{q_3}{D_3 x_3^2} + B_3 \cdot K_0(x_3 r) \end{aligned}$$

A normálási feltételből $q_3 \equiv D_3 \cdot x_3^2$. A normált termikus forrassűrűség ezek után az /1/ és /2/ közre a jelzett módon a hidrogénsűrűségek arányában számítható. Jelöljük a normált értékeket nagy betűkkel:

Q_1, Q_2 és Q_3 , akkor A_1, A_2, B_2 és B_3 az

$$\begin{aligned} A_1 I_0(x_1 r_1) - A_2 I_0(x_2 r_1) - B_2 K_0(x_2 r_1) &= \frac{Q_2}{D_2 x_2^2} - \frac{Q_1}{D_1 x_1^2} \\ - A_2 I_0(x_2 r_2) - B_2 K_0(x_2 r_2) + B_3 K_0(x_3 r_2) &= \frac{Q_2}{D_2 x_2^2} - 1 \\ A_1 D_1 x_1 I_1(x_1 r_1) - A_2 D_2 x_2 I_1(x_2 r_1) + B_2 D_2 x_2 K_1(x_1 r_1) &= 0 \\ - A_2 D_2 x_2 I_1(x_2 r_2) + B_2 D_2 x_2 K_1(x_2 r_2) - B_3 D_3 x_3 K_1(x_3 r_2) &= 0 \end{aligned}$$

lineáris inhomogén négyismeretlenes egyenletrendszer alapján számítható.

Ha ezek alapján az $f(r)$ függvényt a megfelelő kör és körgyűrű tartományra átlagoljuk, akkor adódik, hogy

$$\overline{f_1(r)} = Q_1 + \frac{2A_1}{x_1 a} I_1(x_1 a)$$

és

$$\overline{f_2(r)} = Q_2 + \frac{2}{(n^2-1)ax_2} [A_2 \{nI_1(x_2 na) - I_1(x_2 a)\} + B_2 \{nK_1(x_2 na) - K_1(x_2 a)\}] \quad / 7 /$$

ahol $n = \frac{b}{a}$ az eddigi jelölések szerint. Ezek után magában a reaktorban fellépő fluxusviszonyokat kell megbecsülni. Tegyük fel, hogy a torzítások környezetében megfelelő közelítéssel írja le a fluxust perturbálatlan esetben a

$$\phi = a_0 + a_1 x$$

perturbált esetben a

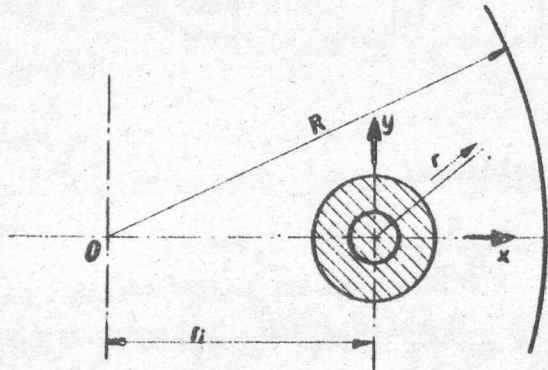
$$\phi = a_0 f(r) + a_1 x$$

formula /7.ábra/, ahol

$$a_0 = \mathcal{J}_0(\alpha_r r_i)$$

$$a_1 = -\alpha_r \mathcal{J}_1(\alpha_r r_i)$$

x pedig a bejelölt x, y derékszögű koordináta-rendszerben mért koordináta.



7. ábra

Ezen értékekkel

$$\int_{V_i} \phi \cdot \phi' dV = a_0^2 \cdot \overline{f_2(r)} P_i + a_1^2 \int_{P_i} x^2 dP_i \quad / 8 /$$

ahol P_i a zónarészletnek megfelelő siktartomány területe.

Az /5/ formula a /8/ formula alapján numerikusan kiértékelhető.

Számítási eredmények

Az ismertetett számítási eljárásokkal megkíséreltük meghatározni a rácstorzítások miatt jelentkező effektust. A zónarészek adatait a kritikus mérésekből [2] alapján számítottuk. Így a megfelelő paraméterek értékei nem egyeznek meg a magfizikai paraméterek alapján számítható értékekkel, hanem olyan egycsoport konstansok, amelyekkel az egycsoport tárgyalásmód helyes geometriai méreteket stb. ad.

| Anyagi konstans: | | | I.zóna vizluk | II.zóna gyűrűalaku zóna | III.zóna alapzóna |
|-------------------|------------------------------------|------------------|------------------|-------------------------------|----------------------|
| k | végtelen sokszorozási tényező | - | - | 1,6499 | 1,5942 |
| L^2 | diff.hossz négyzete | cm ² | 7,45 | 1,1883 | 1,3489 |
| τ | Fermi kor | " | - | - | 40,516 |
| Σ_a | term.absz.hatáskereszt- metszet | cm ⁻¹ | 0,022 | 0,1786 | 0,1490 |
| D | term.diff.együtth. | cm | 0,164 | 0,21216 | 0,20100 |
| $K = \frac{1}{L}$ | | cm ⁻¹ | 0,366 | 0,9175 | 0,861 |
| ω | cella vizfelülete | cm ² | 3,0625 | 2,0945 | 2,2775 |
| B^2 | egycsoport buckling | cm ⁻² | 0,02556 | 0,01384 | 0,011143 |

$$a = 1,436 \text{ cm,}$$

$$b = 2,3 \text{ a}$$

/l. 4. ábra/

Az alapzóna kritikus méretei:

$$H_0 = H + 2\delta = 50 + 2 \times 7 = 64 \text{ cm}$$

$$R_0 = R + \delta = 18,733 + 7 = 25,733 \text{ cm}$$

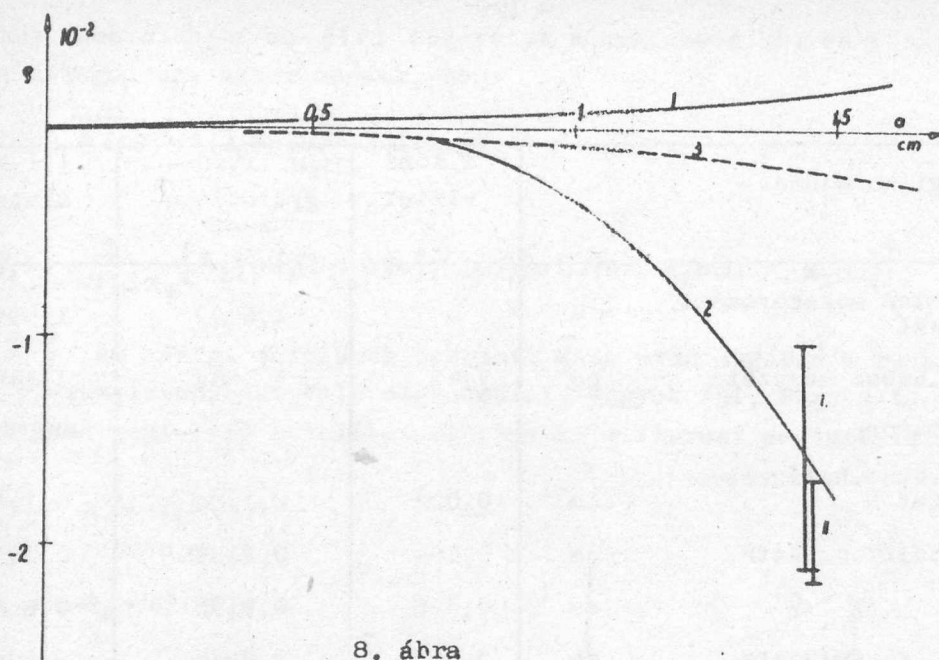
A számítások eredményét, valamint az összehasonlításra alkalmas mérési adatokat a 8. ábrán tüntetjük fel. Az 1/ görbe az egycsoport perturbációszámítás, a 2/ görbe a termikus csoport perturbációszámítás, a szaggatott 3/ görbe az exakt egycsoport számításból várható eredményt tünteti fel /l. függelék/ a, a zónatorzítás effektív sugarának függvényében. Elvégeztük ugyanis a számításokat arra az esetre is, amikor csak a centrális váctorzítás van a zónában. /lásd 9. ábra/. Az exakt egycsoport számítás bizonyos numerikus munkával ugyan, de ebben az esetben elvégezhető. Az itt adódott eredményekből becsültük a 8. ábra 3/ görbét.

A 8. ábrán az

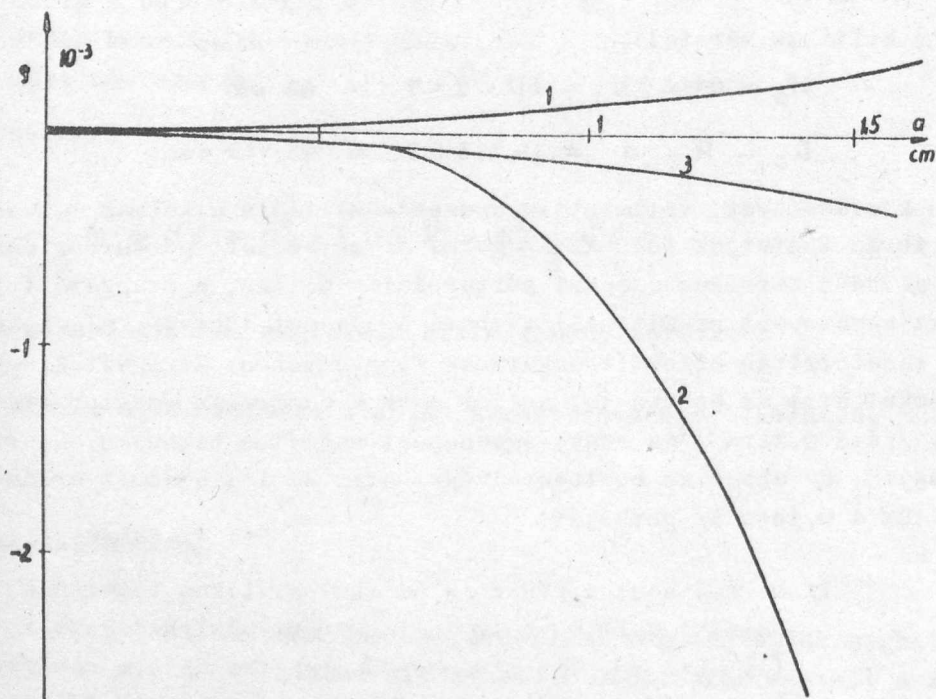
1/ mérési adat a VVR Sz és az SK-1 kritikus tömegének összehasonlításából, a II/ mérési adat pedig az [1] -ben végzett mérésekből származik.

Következtetések

A 8/ ábra alapján megállapíthatjuk, hogy a számítási módszerek közül a termikus csoport perturbációszámítás alkalmas arra, hogy egyszerűbb eszközökkel az effektust leírja. Ennek okát abban kell keresnünk, hogy ez a módszer



8. ábra
Számítások és mérések eredménye a 9 torzitással
rendelkező zónára



9. ábra
Számítási eredmények egy centrális rácstorzítás
esetén

szigorú értelemben véve nem egycsoport számítás és így figyelembe veszi a neutronspektrum módosulását a vizlukban. Könnyen belátható, hogy módszerünk nem veszi figyelembe a gyorsfluxus csökkenését az üreg közepén, ezért várható, hogy az effektust túlbecsüli. A 8/ ábrán ezt a túlbecslést nem lehet felismerni.

Megállapíthatjuk, hogy az egycsoport perturbációs számítás, valamint az exakt egycsoport számítás az effektust nem képes megmagyarázni; a számítások sokkal kisebb effektust adnak és egymásnak ellentmondó értelemben. Tekintettel arra, hogy a II. zóna és a vizluk ellentett értelemben befolyásolják a rendszer reaktivitását, valamint hogy kiinduló adatokkal szemben nem támasztottunk pontosági követelményeket, elképzelhető, hogy itt a közel egyenlő, de ellentétes effektusok eredményeképp fellépő hibák illuzórikussá tesznek minden további megfontolást ezekkel a módszerekkel kapcsolatban.

Vegyük észre a 8. ábra 2. görbéjének érdekes menetét. A görbe szerint a $\approx 0,8$ cm alatt igen kis effektussal, felette rohamosan növekvő effektussal lehet számolni. Ennek oka az, hogy az ilyen méretű vizlukban jelentős méretű spektrumeltolódás, ún. csapdahatás lép fel, ami a termikus neutronok relatív és abszolút számának erős megnövekedésével jár. Kisebb méretű vizlukak esetén ez az effektus nem jelentős.

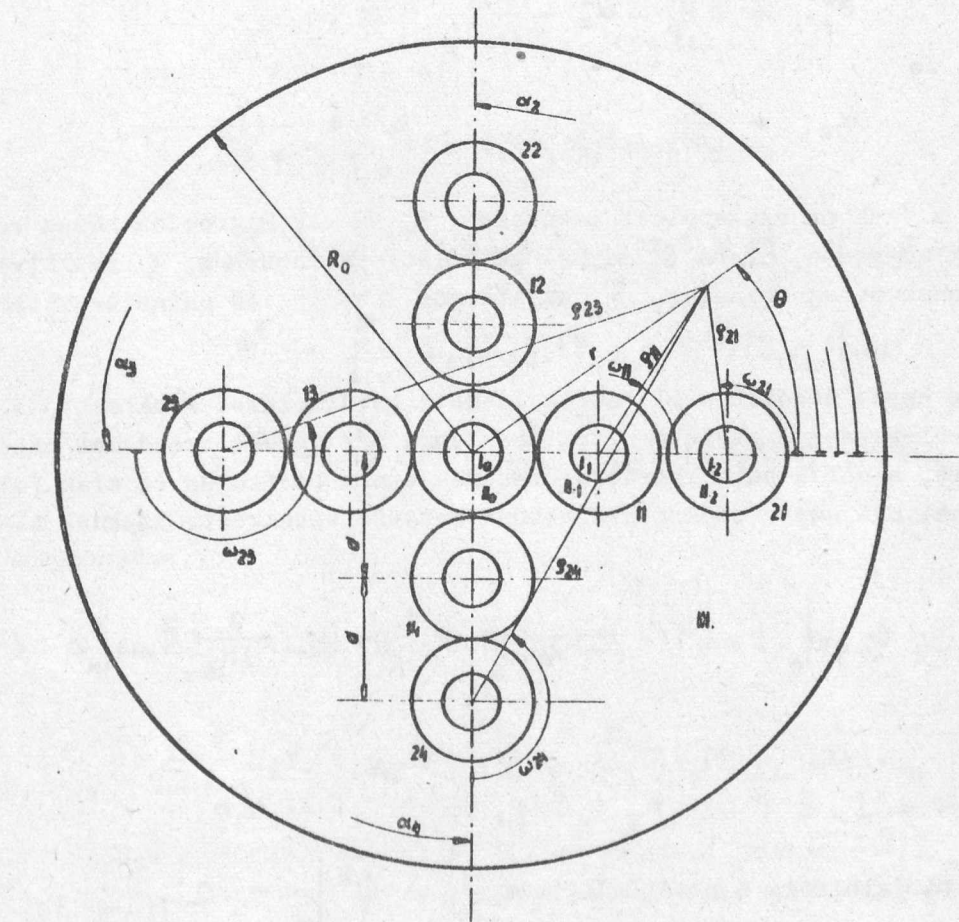
Végezetül köszönetet szeretnék mondani dr. H. Kiesewetter a WTBR munkatársának és Pál Lénárd, a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagjának értékes tanácsaikért, valamint a Számítástechnikai Osztály munkatársának, Szilágyi Zoltánnak, ki a numerikus munkák elvégzésében volt segítségemre.

I r o d a l o m

- [1] Pál L., Szabó F., Gyimesi Z., Bata I., Turi I., Acta Phys.Hung.
12, 205 /1960/
- [2] СССР, Министерство машиностроения проектный институт: Главный корпус,
XIX.: Физические и тепловые расчёты /VVRsz tervdokumentáció, 1956/
- [3] IAEA: Directory of Nuclear Reactors I. 1959.
- [4] Feinberg, S.M.: Heterogeneous Methods for Calculating Reactors:
Survey of Results and Comparison with Experiment. Proceedings of the
International Conference on the Peaceful Usis of Atomic Energy Vol.5,
Physics of Reactor Design P/669.
- [5] Glasstone, S.G. - Edlund, M.C.: The Elements of Nuclear Reactor Theory
D. Van Nostrand Comp. Inc. Princeton /New Jersey/ 1952.
- [6] Gray, A. - Mathews, G.B.: A treatise on Bessel Functions and their
applications to physics /second edition 1931/1/ 54
- [7] Fröhlich, R.: Über die Wirksamkeit von Abschaltstäben Thermischer
Reaktoren nach Zweigruppentheorie 192-198 Nukleonik 1960.IX. 2/5
- [8] Avery, R.: Two group diffusion theory for a ring of cylindrical rods
ANL-5729 Physics and Mathematics 1957.
- [9] Magnus, W. - Oberhettinger, F.: Formeln und Sätze für die speziellen
Funktionen der mathematischen Physik III/2 /3/ 2 Auf Berlin-Göttingen-
Heidelberg-Springer-Verlag 1948.

Függelék

A függelékben vázolni szeretnénk az exakt egycsoport számítás lehetőségét a 4/ ábrán látható modellre. Tekintettel arra, hogy hasonló jellegű számítás található [8] ill. [9]-ben, csak a fontosabb pontokra szoritkozom. [8] számításában felteszi, hogy a mi zónatorzításainknak megfelelő excentrikus szingularitások körszimmetrikusak. Esetünkben ez nem áll. [9] számításaiban figyelembe veszi ugyan az aszimmetriát, de a szinguláris helyek nála csak egy gyűrűben találhatóak. Mivel a 4/ ábrán látható módon esetünkben bonyolultabb a szingularitások elhelyezkedése, általánosabb alapokon kell a megoldásokat keresnünk.



10. ábra

Az 10. ábrán látható jelölésekkel^x oldjuk meg az egyes zónatartományokra felírható

$$\begin{array}{ll} \Delta_r \phi^I - B_{1r}^2 \phi^I = 0 & I_0, I_1, I_2 \text{ tartományon} \\ \Delta_r \phi^{II} + B_{2r}^2 \phi^{II} = 0 & II_0, II_1, II_2 \quad " \quad /9/ \\ \Delta_r \phi^{III} + B_{3r}^2 \phi^{III} = 0 & III_0, III_1, III_2 \quad " \end{array}$$

egyenletrendszer, ahol

$$\begin{array}{l} B_{1r}^2 = B_1^2 + \alpha_z^2 + \frac{\omega}{V \cdot D_1} \\ B_{2r}^2 = B_2^2 - \alpha_z^2 - \frac{\omega}{V \cdot D_2} \\ B_{3r}^2 = B_3^2 - \alpha_z^2 - \frac{\omega}{V \cdot D_3} \end{array} \quad /9a/$$

és

$$\alpha_z = \frac{\pi}{H_0} ; \quad \omega = \frac{\rho}{v \cdot \bar{\Sigma}_a} ;$$

ahol H_0 a reaktor extrapolált magassága, B_1^2 a víz migrációs hossz reciprokának négyzete, B_2^2 és B_3^2 anyagi görbületi paraméterek, ρ reaktivitás v a neutronok átlagsebessége, $\bar{\Sigma}_a$ az átlagos abszorpciós hatáskeresztmetszet.

Az egyes mezőket a 11. ábrán látható határfelületek választják el. A határfelületeknek megfelelően felírhatjuk a /9/ egyenletrendszer határfeltételeit. Mivel a belső határfelületeken a neutronfluxus és áram folytonos, tehát hat egyenletpárt nyerhetünk határfeltételként. Ezeknek alakja

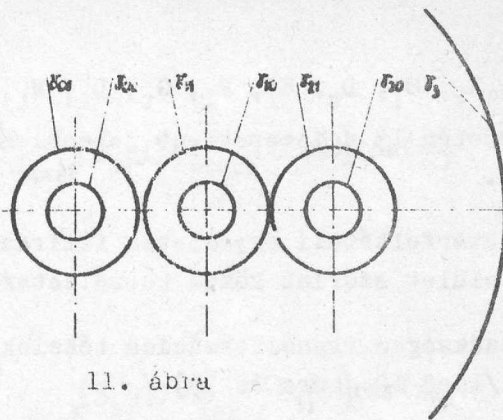
$$\phi_\alpha \Big|_\Gamma = \phi_{\alpha+1} \Big|_\Gamma ; \quad D_\alpha \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial n_\gamma} \Big|_\Gamma = D_{\alpha+1} \frac{\partial \phi_{\alpha+1}}{\partial n_\gamma} \Big|_\Gamma \quad /10/$$

ahol $\alpha = I, II$; $n_\gamma = r, \varrho, z$; $\Gamma = a, b$;

A külső határfelületre a határfeltétel: $\phi^{III} \Big|_{R_0} = 0$. /10a/

^{x/} A jobb alsó index első jegye i jelöli, hogy az illető torzítás hányadik gyűrűben van, a második jegy j pedig mutatja, hogy a gyűrű melyik tagja.

Tehát 13 határfeltételeli egyenletünk van. Tekintettel arra, hogy az /5/ egyenlet megoldásainak csak speciális helyeken lehet szingularitása és bizonyos szimmetria tulajdonságoknak is fenn kell állniuk, ezért a megoldásokat a tartományoknak megfelelően az



11. ábra

I₀ tartományban $\phi^I = \sum_{k=0}^{\infty} P_k \cdot I_k(B_1 r) \cos k\omega$ /11a/

II₀ " $\phi^I = \sum_{\ell=0}^{\infty} L_{\ell} \cdot I_{\ell}(B_1 \rho_{1i}) \cos \ell\omega_{1i}$ /11b/

I₂ " $\phi^I = \sum_{t=0}^{\infty} M_t \cdot I_t(B_1 \rho_{2i}) \cos t\omega_{2i}$ /12a/

II₀ " $\phi^II = \sum_{k=0}^{\infty} P_k \{ S_k J_k(B_2 r) + T_k Y_k(B_2 r) \} \cos k\omega$ /12b/

II₁ " $\phi^II = \sum_{\ell=0}^{\infty} L_{\ell} \{ E_{\ell} J_{\ell}(B_2 \rho_{1i}) + F_{\ell} Y_{\ell}(B_2 \rho_{1i}) \} \cos \ell\omega_{1i}$ /13a/

II₂ " $\phi^II = \sum_{t=0}^{\infty} M_t \{ G_t J_t(B_2 \rho_{2i}) + H_t Y_t(B_2 \rho_{2i}) \} \cos t\omega_{2i}$ /13b/

III tartományban

$$\phi^III = \sum_{k=0}^{\infty} [A_k J_{4k}(B_3 r) + B_k Y_{4k}(B_3 r)] \cos 4k\Theta +$$

$$+ \sum_{i=1}^4 \sum_{\ell=0}^{\infty} C_{\ell} Y_{\ell}(B_3 \rho_{1i}) \cos \ell\omega_{1i} + \sum_{i=1}^4 \sum_{t=0}^{\infty} D_t Y_t(B_3 \rho_{2i}) \cos t\omega_{2i}$$

/14/

sorok alakjában keressük, ahol a ϕ fluxus bal alsó indexe jelzi azt a torzítási középpontot, ami körül a felső indexnek megfelelő anyagi tartományban az illető fluxus létezik, k, 1, 2 összehozási indexek,

i = 1, 2, 3, 4;

$A_k, B_k, C_l, D_t, E_l, F_l, G_t, L_l, M_t, P_k, S_k, T_k$, pedig n -ed rendű közelítés esetén $13n$ ismeretlent jelent. Ez megfelel a 13 határfeltételi egyenletnek.

A határfeltételi egyenletek felírásához az egyes sorokat a megfelelő határfelület szerint közös koordinátarendszerbe kell transzformálni.

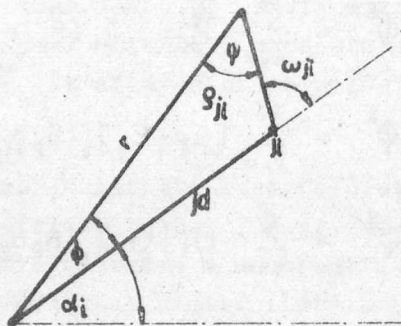
A szükséges transzformációs tételek mind egy addíciós tételen nyugszanak /lásd 12. ábra és [9] /

$$e^{i\nu\psi} \cdot \mathcal{Z}_\nu(B_3 \rho) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \mathcal{Z}_{\nu+k}(B_3 r) \mathcal{J}_k(B_3 d) e^{ik\phi} \quad /15/$$

ha $r > d$

Ez a formula érvényes a $\mathcal{Z}_\nu = \mathcal{J}_\nu, N_\nu$ Bessel, Neumann és a $H_\nu^{(1)}/, H_\nu^{(2)}/$ első és másodfajú Hankel függvényekre.

Most a [8] -ban alkalmazott módszer szerint a következő transzformációs formulákat vezethetjük le:



12. ábra

Ha $r > jd$

$$\sum_{i=1}^4 Y_t(B_3 \rho_{ji}) \cos t \omega_{ji} = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} Y_{4n}(B_3 r) [(-1)^t \mathcal{J}_{4n+t}(B_3 jd) + \mathcal{J}_{4n-t}(B_3 jd)] \cos 4n\theta \quad /16a/$$

$$\text{ha } \epsilon_n = \begin{cases} 1 & \text{ha } n = 0 \\ 2 & \text{ha } n > 0 \end{cases}$$

Ha $r < jd$

$$\sum_{i=1}^4 Y_t(B_3 \rho_{ji}) \cos t \omega_{ji} = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} \mathcal{J}_{4n}(B_3 r) (-1)^t [\mathcal{Y}_{t+4n}(B_3 jd) + \mathcal{Y}_{t-4n}(B_3 jd)] \cos 4n\theta \quad /16b/$$

Ha $\rho_{ji} < jd$

$$J_{4k}(B_3 r) \cos 4k\Theta = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{\ell}}{2} J_{\ell}(B_3 \rho_{ji}) [(-1)^{\ell} J_{4k+\ell}(B_3 jd) + J_{4k-\ell}(B_3 jd)] \cos \ell \omega_{ji} \quad /17a/$$

és

$$Y_{4k}(B_3 r) \cos 4k\Theta = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{\ell}}{2} Y_{\ell}(B_3 \rho_{ji}) [(-1)^{\ell} Y_{4k+\ell}(B_3 jd) + Y_{4k-\ell}(B_3 jd)] \cos \ell \omega_{ji} \quad /17b/$$

Ha $\rho_{j1} < \rho_{ji1}$

$$\sum_{\ell=1}^4 Y_{\ell}(B_3 \rho_{ji}) \cos \ell \omega_{ji} = \sum_{k=0}^{\infty} \{ Y_k(B_3 \rho_{j1}) \delta_{k\ell} +$$

/18/

$$+ \frac{\epsilon_k}{2} \sum_{i=2}^4 [Y_{\ell+k}(B_3 \rho_{j1}) \cos(\ell-k)\beta_i + (-1)^k Y_{\ell-k}(B_3 \rho_{j1}) \cos(\ell+k)\beta_i] J_k(B_3 \rho_{j1}) \} \cos k \omega_{j1}$$

Ezek után az egyes határfelületekre írjuk fel a határfeltételeket.

A δ_{00}, δ_{10} és δ_{20} felületekre transzformáció alkalmazása nélkül lehet megírni ezeket írni. n -ed rendű közelítésben nyomban $2n$ egyenletre esnek át, pl. a δ_{00} felület esetén ezek:

$$I_k(B_1 a) = J_k(B_2 a) S_k + Y_k(B_2 a) T_k$$

$$D_1 B_1 I'_k(B_1 a) = D_2 B_2 \{ J'_k(B_2 a) S_k + Y'_k(B_2 a) T_k \}$$

innen látható módon adódik, hogy

$$S_k = E_{\ell} = G_t = \frac{\pi}{2} B_2 a \left\{ I_k(B_1 a) Y'_k(B_2 a) - \frac{D_1 B_1}{D_2 B_2} I'_k(B_1 a) Y_k(B_2 a) \right\} \quad /19a/$$

$$T_k = F_{\ell} = H_t = \frac{\pi}{2} B_2 a \left\{ \frac{D_1 B_1}{D_2 B_2} I'_k(B_1 a) J_k(B_2 a) - I_k(B_1 a) J'_k(B_2 a) \right\} \quad /19b/$$

ahol $k = l = t$

A /16a/ formula megfelelő alkalmazásával felírhatjuk a /10a/ határfeltételi egyenletet. Rövid számolás után azt nyerjük, hogy

$$A_k = -b_k B_k + \sum_{\ell=0}^{\infty} c_{\ell k} C_{\ell} + \sum_{t=0}^{\infty} d_{tk} D_t \quad /20/$$

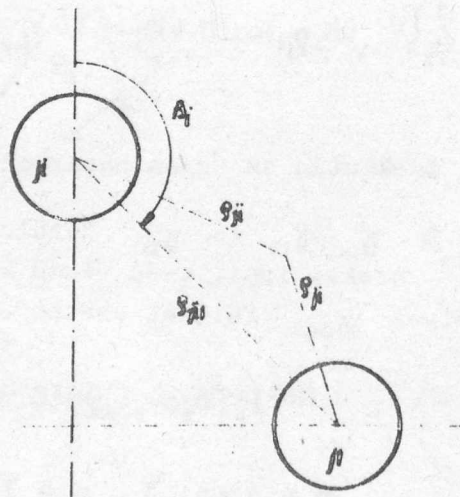
ahol

$$b_k = - \frac{Y_{4k}(B_3 R_0)}{J_{4k}(B_3 R_0)} ;$$

$$c_{\ell k} = -4 \frac{\epsilon_k}{2} \frac{Y_{4k}(B_3 R_0)}{J_{4k}(B_3 R_0)} [(-1)^{\ell} J_{4k+\ell}(B_3 d) + J_{4k-\ell}(B_3 d)] ;$$

$$d_{tk} = -4 \frac{\epsilon_k}{2} \frac{Y_{4k}(B_3 R_0)}{J_{4k}(B_3 R_0)} [(-1)^t J_{4k+t}(B_3 2d) + J_{4k-t}(B_3 2d)] . . .$$

A /19/ és /20/ összefüggések az ismeretlenek számát $6n$ -re redukálják. Ezekre még rendelkezésünkre áll a $\delta_{0,1}$, $\delta_{1,1}$ és $\delta_{2,1}$ felületekre felírható 6 határfeltételi egyenlet. Belátható, hogy megfelelő transzformációk alkalmazásával $6n$ lineáris homogen egyenletre jutunk. Ismeretlenek: P_k , L_1 , M_L , B_k , C_1 , D_L . Az is kiderül, hogy a P_k , L_1 és M_L -k mindegyike csupán két egyenletben fordul elő, és minden egyenletben közülük csak egy található. Így egyszerűen kiküszöbölhetők. n -ed rendű közeli-



13. ábra

tésben tehát $3n$ homogen lineáris egyenletünk marad ugyanannyi ismeretlennel. A reaktor kritikusági feltetele az, hogy a homogen egyenlet determinánsa nulla legyen. Valamely geometriai adatot, vagy a /9a/ egyenletben az ω felfutási együtthatót, vagy a ρ reaktivitást kell ehhez alkalmazásán megválasztani, ami n megfelelő értéke esetén láthatólag bizonyított numerikus feladat.

Érkezett 1962. márc. 7.

KFKI Közl. 10. évf. 5.szám, 1962.

EGYENES RÉSŰ NEUTRONSZELEKTOR ÁTERESZTÉSI FÜGGVÉNYÉVEL
KAPCSOLATOS VIZSGÁLATOK

Írta: Pavlicsek István, Nagy Tibor és Nagy László

Összefoglaló

Geometriai megfontolások alapján levezettük az egyenes résű neutronszelektor áteresztési függvényét. Megvizsgáltuk, hogy beállítási hibák milyen torzulást okoznak az áteresztési függvény menetében. Ennek ismeretében a mért áteresztési függvény alapján következtetni lehet a beállítási hiba helyére és nagyságára. A számításokat mérésekkel igazoltuk.

Bevezetés

A reaktor csatornáiból kijövő neutronok energiaspektruma igen széles. Ezen spektrum meghatározására, továbbá valamely anyaggal kölcsönható neutronok sebességének megállapítására sok esetben mechanikus neutronszelektort alkalmaznak. A szelektor azonban eltorzítja a reaktorból ráeső neutronok spektrumát, más szóval a szelektorra ráeső és a belőle kilépő neutronok spektruma különbözik egymástól. Amikor tehát mechanikus neutronszelektor segítségével kívánjuk megállapítani a reaktor neutronspektrumát, a kísérletileg mért spektrumot korrigálni kell a szelektor által okozott torzításnak megfelelően. Egyenes résű szelektorok esetére Egelstaff [1], Mosztovoj [2] és Hraskó [3] végeztek számításokat és meghatározták a torzításról számot adó un. áteresztési függvényt.

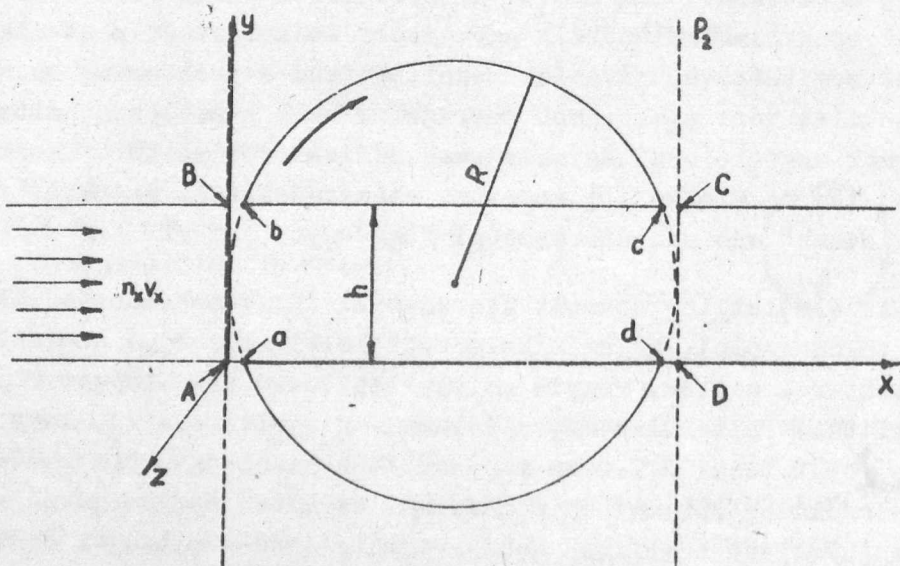
Az elméletileg számolt áteresztési függvényt azonban csak akkor lehetne felhasználni, ha az alkalmazott kollimátorok, a szelektor rotorja és a detektorok pontos, vagyis az elméleti számítás alapját képező ideális beállítást sikerülne megvalósítani. Figyelembe véve, hogy a kollimátorok és rotor rései 0,2-2 mm magasak és hosszuk együttesen 60-80 cm is lehet, a szokásos optikai és mechanikai eszközök segítségével az ideálist erősen megközelítő beállítás nehéz, igen kis résmagasságok esetén pedig legtöbbször lehetetlen.

A szelektor beállítási hibájának megállapítása nemcsak spektrumméréseknél fontos. Rossz beállítás következtében nagyon lecsökkenhet a szelektoron átjutó neutronintenzitás és ez kedvezőtlenül befolyásolja a különböző, neutronokkal végzett kísérleti vizsgálatokat.

Jelen cikkben kiszámítjuk az áteresztési függvényt. A levezetésnél alkalmazott geometriai megfontolások lehetővé teszik annak megállapítását, hogy különböző beállítási hibák mennyire torzítják el az áteresztési függvény menetét. Ennek ismeretében a mért áteresztési függvény alapján következtetni lehet a beállítási hiba helyére és nagyságára. A számításokat, mesterséges beállítási hibák előidézésével, mérésekkel igazoltuk.

A rotor áteresztési függvénye

Kiszámoljuk az egyenes rősrendszerü rotor áteresztési függvényét. Egyszerőség kedvéért egyetlen rést tetelezünk fel a rotoron és a kollimátorokon /1. ábra/. A rések magassága h , szélessége z_0 . Feltesszük továbbá, hogy a nyalámban a neutronok párhuzamosan mozognak és a különböző sebességü neutronok fluxusa egyenlő és konstans. Az időt attól a pillanattól számítjuk, amikor a neutronok áramlása éppen kezdetét veheti a P_1 si-

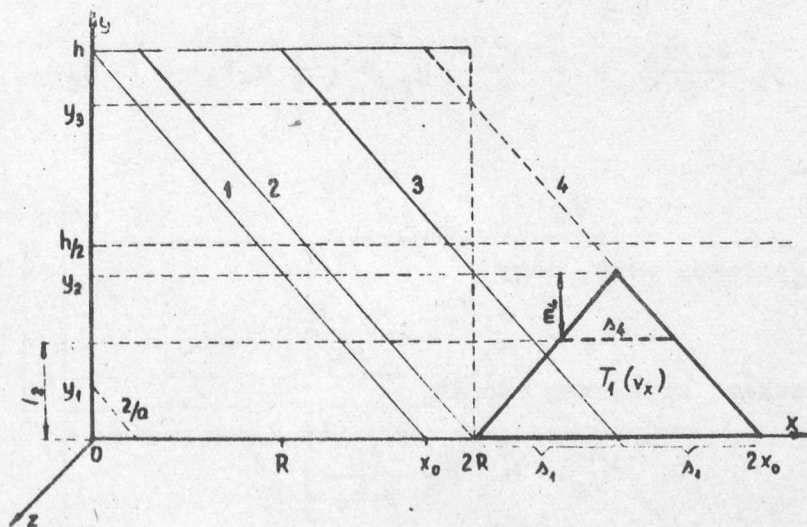


1. ábra

A rotor és a kollimátorok forgástengelyre merőleges metszete

kon át a rotor belseje felé, vagyis amikor a rotor b pontja a kollimátor A pontjához jut / \overline{bA} helyzet/. Jelöljük $t = t_0$ -al azt az időpontot, amikor a rotor cD helyzetbe kerül; t_0 -tól kezdve a rotorból nem jöhetnek ki neutronok. A rotoron átjutó leglassabb neutronok sebessége $v_0 = \frac{2R}{t_0}$; ennél kisebb sebességűek nem érhetik el a P_2 síkot.

A 2. ábrán egy $v_0 \leq v_x \leq 2v_0$ feltételnek eleget tevő v_x sebességű neutronnyaláb helyzetét szemléltetjük a rotoron való áthaladás során. A nyitástól számított $\frac{t_0}{2}$ idő múlva a rotor rése párhuzamos az x tengellyel /a neutronok sebességvektorával/. Ebben a pillanatban az $y = h$ magasságban repülő neutronok éppen bejutnak a rotorba, míg az $y = 0$ helyen $t = 0$ időben belépők $x_0 = v_x \frac{t_0}{2}$ utat futottak át x irányban. A fenti feltételnek megfelelően $R \leq x_0 \leq 2R$. Az 1 jelzésű sík a rotorba $\frac{t_0}{2}$ idő alatt bejutó v_x sebességű neutronok frontját ábrázolja. A rotorban ekkor az 1 sík alatti $\frac{x_0 h}{2}$ z_0 térfogatban vannak a neutronok.



2. ábra

A rotoron átjutott $(v_0, 2v_0)$ sebességtartományba eső neutronok (x, y) síkbeli helyzete $t = t_0$ időpontban

A $\frac{t_0}{2}$ időponthoz képest $t_1 = \frac{2R - x_0}{v_x}$ idő múlva a neutronfront a 2-es helyzetbe jut. Ezalatt a rotor a pontja y_1 utat tesz meg. A neutronok most a 2 és $2/a$ sikkal határolt térfogatban belül vannak a rotor belsejében.

A $\frac{t_0}{2} + t_1$ időpontban kezdetét veszi a neutronok kiáramlása a rotorból és a P_2 síkon át egyre több jut ki a résből. Neutronok kiáramlása a rotorból mindaddig növekszik, amíg a neutronfront olyan helyzetbe nem jut - jelöljük ezt a 3-as sikkal -, amikor a rotor c pontja és a neutronfront találkozik. A 2-es és 3-as sík közötti x irányu távolságot jelöljük s_1 -el, a megtételhez szükséges időt t_2 -vel, s a 3-as front $2R$ abszcisszájához tartozó ordinátát y_2 -vel.

A $\frac{t_0}{2} + t_1 + t_2$ időponttól kezdve a neutronok kiáramlása a P_2 síkon át lineárisan csökken a rotor teljes bezárásáig. E csökkenő szakasz időtartamát jelöljük t_3 -al. Ez idő alatt, mivel $t_3 = t_2$, a neutronfront x tengely irányban további s_1 távolságra halad előre. A neutronfront a 4-es helyzetbe jutott. A rotoron átjutó neutronok száma - n_x -el jelölve a v_x sebességű neutronok sűrűségét -

$$N_1(v_x) = T_1(v_x) \cdot z_0 \cdot n_x$$

ahol

$$T_1(v_x) = \frac{2s_1 y_2}{2} = \frac{2x_0 - 2R}{2} y_2 = \left(\frac{1}{2} v_x t_0 - R \right) \cdot y_2 \quad /1/$$

Az

$$y_2 : h = t_3 : \frac{t_0}{2}$$

arányból, figyelembe véve, hogy

$$t_3 = \frac{s_1}{v_x} = \frac{x_0 - R}{v_x}$$

y_2 -re a következő kifejezés adódik

$$y_2 = h \left(1 - \frac{2R}{v_x t_0} \right) \quad /2/$$

s ezt behelyettesítve /1/-be, kapjuk:

$$T_1(v_x) = \frac{1}{2} v_x t_0 h - 2Rh + \frac{2R^2 h}{v_x t_0}$$

Egyszerűség kedvéért tekintsük a v_0 sebességű neutronok sűrűségét egységnyinek / $n_0 = 1$ /, akkor a v_x sebességű neutronok sűrűsége, a feltételezett $n_x v_x = n_0 v_0$ összefüggésből:

$$n_x = \frac{v_0}{v_x} .$$

Tehát a rotoron átjutott olyan v_x sebességű neutronok számát, amelyek eleget tesznek a $v_0 \leq v_x \leq 2v_0$ feltételnek, kis átalakítás után n_x helyett u -t írva - a következő képlet fejezi ki:

$$N_1(v_x) = Rhz_0(1 - 2u + u^2) \quad (0,5 \leq u \leq 1)$$

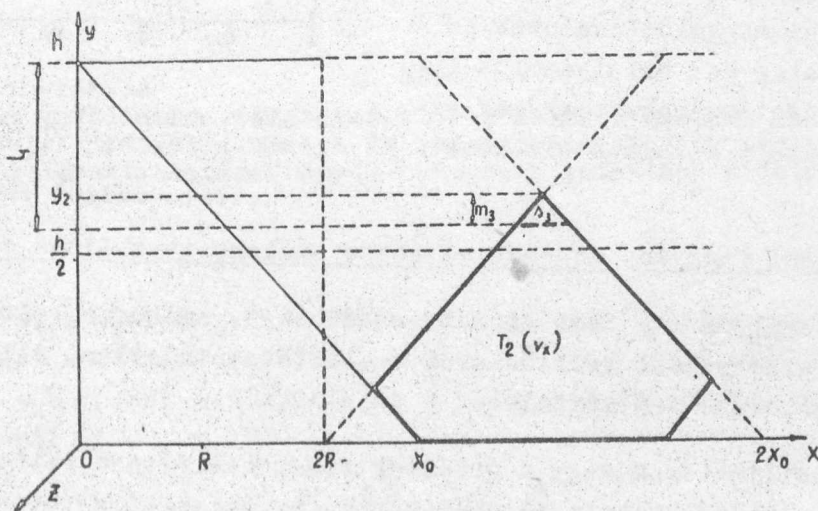
Hasonló geometriai megfontolásokkal számolható ki a rotoron átjutott $v_x \geq 2v_0$ sebességű neutronok száma a 3. ábra alapján. Ebben az esetben a rotoron átjutó neutronok számának meghatározása végett egy ötszög alakú $T_2(v_x)$ területtel kell számolni. Ennek oka az, hogy most a rotor d és a pontja is befolyásolja a rotoron átjutó neutronok számát. Jelöljük $N_2(v_x)$ -el az átjutott neutronok számát, akkor:

$$N_2(v_x) = T_2(v_x) \cdot z_0 \cdot n_x = Rhz_0 \left(\frac{1}{2} - u^2 \right) \quad (0 \leq u \leq 0,5)$$

A végtelen sebességű neutronok esetén $u = \frac{v_0}{v_x} = 0$, ezekből tehát a rotoron

$$N(\infty) = \frac{1}{2} Rhz_0$$

számu jut át.



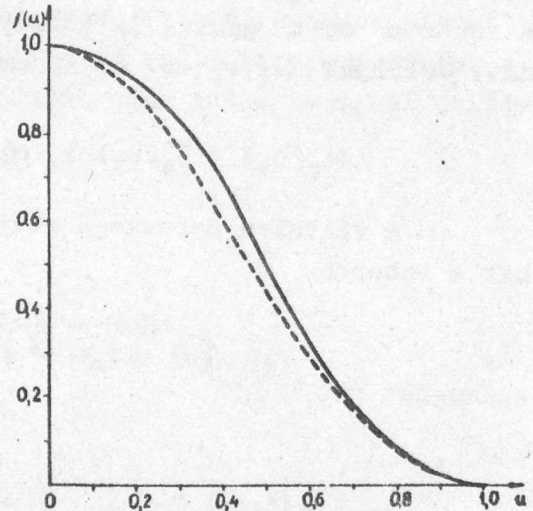
3. ábra

A rotoron átjutott $v_x \geq 2v_0$ sebességű neutronok (x, y) síkbeli helyzete $t = t_0$ időpontban

Ezek után a rotor átérésztési függvénye közvetlenül felírható:

$$f(u) = \frac{N(u_x)}{N(\infty)} = \begin{cases} 1 - 2u^2 & (0 \leq u \leq 0,5) \\ 2 - 4u + 2u^2 & (0,5 \leq u \leq 1) \end{cases}$$

Az $f(u)$ átérésztési függvényt a 4. ábrán ábrázoltuk. Itt feltüntetjük a Mosztovoj és Hraskó által számolt $f(u)$ görbét is. A két görbe közötti különbség oka az, hogy számításaink során nem vettük figyelembe az ún. "utolérési" effektust [3], vagyis azt a jelenséget, hogy egyes gyorsabb neutronok eléri a rotor nyílás alsó \overline{ad} falát, illetve a fal utóléri a lassabb /de még v_0 -nál nagyobb sebességű/ neutronok egy részét, mielőtt azok átjutnának a rotoron. Ez az effektus további neutroncsökkenést jelent, amint azt a Mosztovoj-Hraskó görbe tükrözi is. Mivel későbbi megfontolásainkat ez az elhanyagolás nem befolyásolja lényegesen, megelégszünk $f(u)$ -nak az általunk számolt közelítő értékével.



4. ábra
Az átérésztési függvény az "utolérési" effektus figyelembevételével /szaggatottan/ és figyelembevétele nélkül /kihuzva/

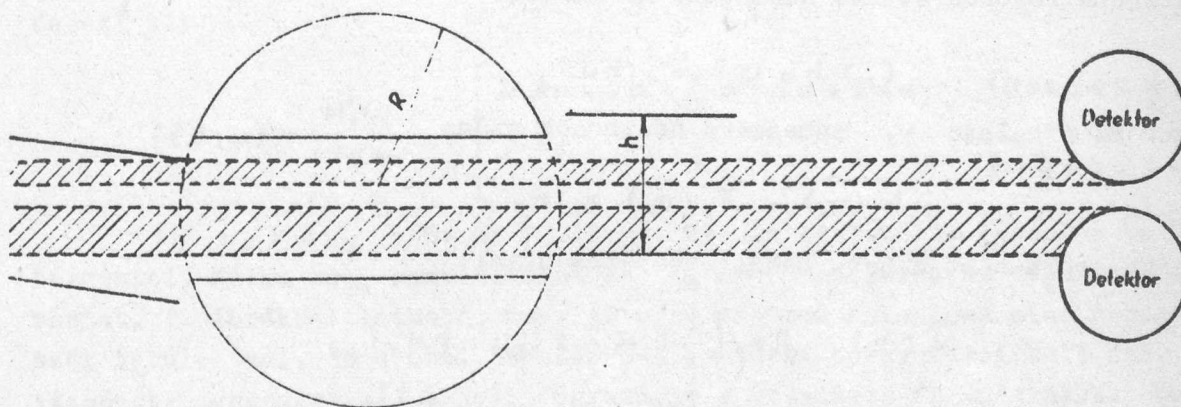
Az átérésztési függvény módosulása rossz szelektorbeállítás esetén

Vizsgáljuk meg most azokat az eseteket, amikor a rotor előtt és rotor után elhelyezett kollimátorok beállítása pontatlan, illetve a detektor elhelyezése nem megfelelő.

A kollimátorok vagy a detektor rossz beállítása felfogható úgy is, mintha a rotor nyitott állapotában / \overline{aA} helyzet/ a rotor részének megfelelő részét valamilyen, a neutronok számára átlátszatlan anyaggal lefednénk. Ez a fedés a kollimátorok ferdesége, illetve elcsuszása miatt juthat a rotor részének alsó, vagy felső felébe, részben vagy teljesen letakarhatja ezeket a részeket, vagy a detektor rossz elhelyezése miatt bármilyen közbülső helyre is /5. ábra/. Nevezzük a továbbiakban ezeket

a fedéseket alsó, felső, illetve közbülső takarásoknak, s vizsgáljuk meg külön-külön az alsó és felső takarásoknak az átteresztési függvényt befolyásoló hatását. A közbülső és az összetett hatások hasonló módon számolhatók.

Mint hogy a rotoron átjutó neutronok száma arányos a 2. és 3. ábrán kiserkesztett $T_1(v_x)$, illetve $T_2(v_x)$ területek nagyságával, azt kell megvizsgálni, hogy a rés letakarása esetén ezek a felületek hogyan módosulnak.



5. ábra

A rotor, kollimátorok és detektorok forgástengelyre merőleges metszete hibés kollimátor- és detektorbeállítások esetén. Csak a vonalkázott csikban haladó neutronok juthatnak a detektorokba

F e l s ő t a k a r á s

a/ $v_0 \leq v_x \leq 2v_0$ esetben teljes felső takarás sem okoz változást az átmenő neutronok számában, mert a $T_1(v_x)$ területű háromszög magassága $v_x = 2v_0$ -nál sem nyulik át a rés felső felébe /2. ábra/. Ekkor ugyanis /2/-ből

$$y_2 = h \left(1 - \frac{2R}{v_x t_0} \right) = \frac{h}{2} .$$

b/ $v_x \geq 2v_0$ esetben a 3. ábrán látható módon az l_1 nagyságú takarás a $T_2(v_x)$ -ből kivág egy s_3 alapú és m_3 magasságú $T_3(v_x)$ területű háromszöget. Az

$$y_2 : m_3 = 2x_0 - 2R : s_3$$

arányból, felhasználva /2/-t, számítható s_3 és $T_3(v_x)$ -re a következőt kapjuk:

$$T_3(v_x) = \frac{v_x t_0}{2h} (l_1 - hu)^2 .$$

Ha

$$l_1 \leq h - y_2 = \frac{2hR}{v_x t_0} = hu ,$$

akkor $T_3(v_x) = 0$, amint az a 3. ábrából is látszik. Ilyen vagy ennél kisebb takarás tehát nem okoz változást a v_x , illetve ennél kisebb sebességű neutronok rotoron átjutó számában. Ha viszont

$$l_1 \geq h - y_2 = hu ,$$

akkor az áthaladó v_x sebességű neutronok száma

$$\overline{N_3(v_x)} = T_3(v_x) \cdot z_0 \cdot n_x$$

értékü csökkenést mutat. Behelyettesítés után:

$$\overline{N_3(v_x)} = Rz_0 \left(\frac{1}{2} l_1 \alpha - 2l_1 u + hu^2 \right) ,$$

ahol a $\frac{2l_1}{h}$ relativ takarás értéket α -val helyettesítettük. Az ennek megfelelő áteresztési függvény /vagy nevezzük ezt inkább át nem eresztési függvénynek/:

$$\overline{f_3(u)} = \frac{\overline{N_3(v_x)}}{N(\infty)} = \frac{1}{2} \alpha^2 - 2\alpha u + 2u^2 \quad (0 \leq u \leq \frac{\alpha}{2}) .$$

Itt a határfeltétel az $l_1 \geq hu$ alapfeltételből adódik.

Az l_1 felső takarás által módosult áteresztési függvényt jelöljük $f(F; u)$ -val. Ennek értéke a következő:

$$f(F; u) = f(u) - \overline{f_3(u)} = 1 - \frac{1}{2} \alpha^2 + 2(\alpha - 2u) \cdot u \quad (0 \leq u \leq \frac{\alpha}{2}) .$$

Összefoglalva az a/ és b/ esetet:

$$f(F; u) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \alpha^2 + 2\alpha u - 4u^2 & (0 \leq u \leq \frac{\alpha}{2}) \\ 1 - 2u^2 & (\frac{\alpha}{2} \leq u \leq 0,5) \\ 2 - 4u + 2u^2 & (0,5 \leq u \leq 1) . \end{cases}$$

A l s ó t a k a r á s

a/ $v_0 \leq v_x \leq 2v_0$ /2. ábra/. A rotoron átjutó neutronok számával arányos $T_1(v_x)$ területet most az l_2 nagyságú takarás az s_4 alapu, m_4 magasságú és háromszög alakú $T_4(v_x)$ területre csökkenti. Így az átjutott neutronok száma:

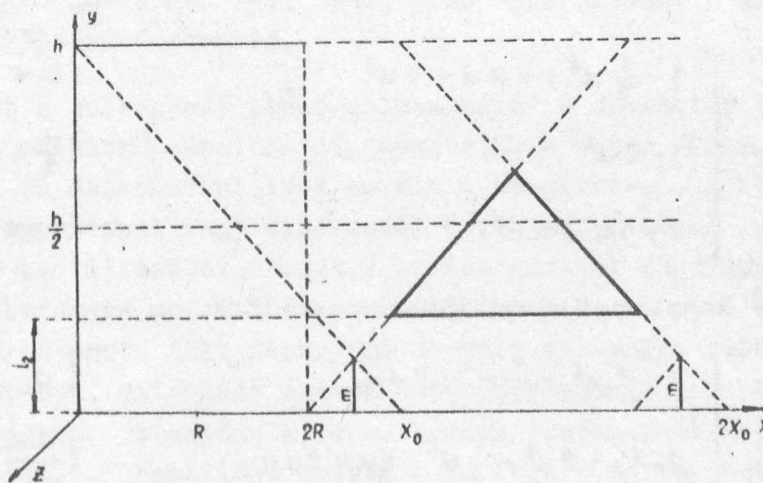
$$N'_1(v_x) = T_4(v_x) \cdot z_0 \cdot n_x.$$

Ha $l_2 \geq y_2 = h(1-u)$, ami az $\alpha = \frac{2l_2}{h}$ relativ takarás értékével kifejezve megfelel az $1 - \frac{\alpha}{2} \leq u \leq 1$ feltételnek, akkor $N'_1(v_x) = 0$. A számolásokat elvégezve, a módosult áteresztési függvényt a következő képlet fejezi ki:

$$f(A; u) = \frac{N'_1(v_x)}{N(\infty)} = \begin{cases} 2-4u+2u^2+\frac{1}{2}\alpha^2-2\alpha+2\alpha u & (0,5 \leq u \leq 1-\frac{\alpha}{2}) \\ 0 & (1-\frac{\alpha}{2} \leq u \leq 1) \end{cases}$$

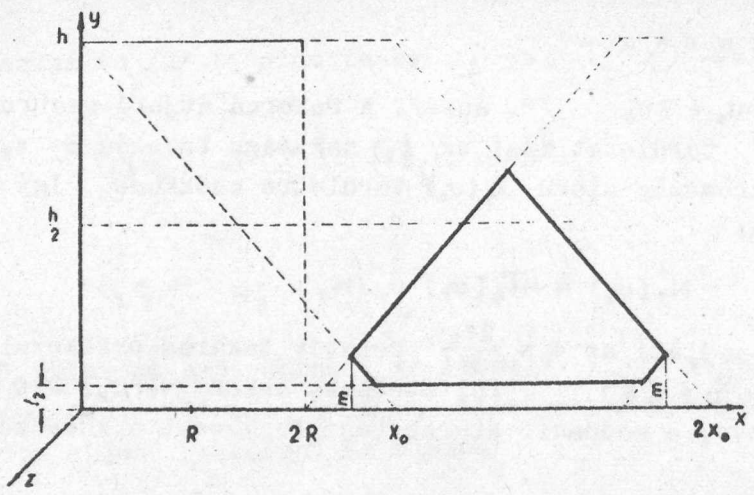
b/ $v_x \geq 2v_0$ /6. és 7. ábra/. Ezt az esetet két lépésben kell tárgyalni. Külön kell megvizsgálni az $l_2 \geq m$ és külön az $l_2 \leq m$ esetet. Az ábrákból látható, hogy az első esetben a levágás után háromszög területével, az utóbbi esetben pedig ötszög területével kell számolni. Ezek alapján az $f(A; u)$ függvényre a következő formulákat kapjuk:

$$f(A; u) = \begin{cases} 1-2u^2-\frac{1}{2}\alpha^2-2\alpha u & (0 \leq u \leq \frac{1-\alpha}{2}) \\ 2-4u+2u^2+\frac{1}{2}\alpha^2-2\alpha+2\alpha u & (\frac{1-\alpha}{2} \leq u \leq 0,5). \end{cases}$$



6. ábra

A rotoron átjutott ($v_0, 2v_0$) sebességtartományba eső neutronok (x, y) síkbeli helyzete $t = t_0$ időpontban l_2 nagyságú takarás esetén /vastagon kihuzott háromszög/



7. ábra

A rotoron átjutott $v_x \geq 2v_0$ sebességű neutronok (x, y) síkbeli helyzete $t=t_0$ időpontban l_2 nagyságú takarás esetén /vastagon kihuzott ötszög/

Itt az $u = \frac{1-\alpha}{2}$ határfeltétel az $l_2 = m$ egyenlőségnek felel meg.

Összegezzük a kapott eredményeket:

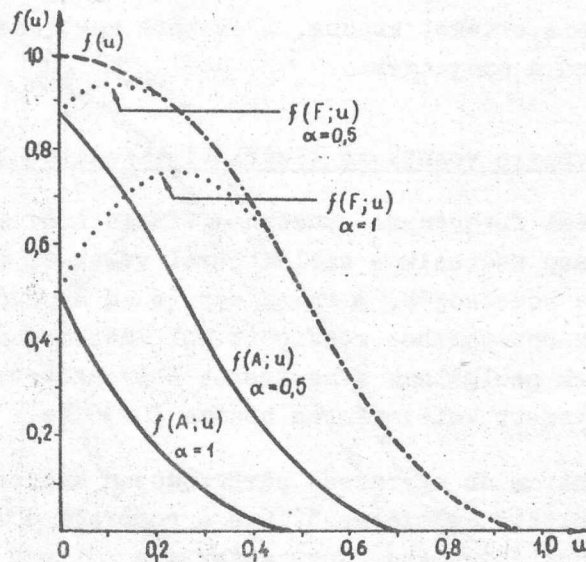
$$f(u) = \begin{cases} 1 - 2u^2 & (0 \leq u \leq 0,5) \\ 2 - 4u + 2u^2 & (0,5 \leq u \leq 1) \end{cases}$$

Felső, $\alpha = \frac{2l_1}{h}$ nagyságú relativ takarás esetén a módosult áteresztési függvény:

$$f(F; u) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}\alpha^2 + 2\alpha u - 4u^2 & (0 \leq u \leq \frac{\alpha}{2}) \\ 1 - 2u^2 & (\frac{\alpha}{2} \leq u \leq 0,5) \\ 2 - 4u + 2u^2 & (0,5 \leq u \leq 1) \end{cases}$$

és alsó, $\alpha = \frac{2l_2}{h}$ nagyságú relativ takarás esetén:

$$f(A; u) = \begin{cases} 1 - 2u^2 - \frac{1}{2}\alpha^2 - 2\alpha u & (0 \leq u \leq \frac{1-\alpha}{2}) \\ 2 - 4u + 2u^2 + \frac{1}{2}\alpha^2 - 2\alpha + 2\alpha u & (\frac{1-\alpha}{2} \leq u \leq 1 - \frac{\alpha}{2}) \\ (1 - \frac{\alpha}{2} \leq u \leq 1) \end{cases}$$



8. ábra

Az áteresztési függvény alakjai $\alpha = 0,5$ és $\alpha = 1$ mértékű alsó, illetve felső takarások esetén

A 8. ábrán $\alpha = 0,5$ és $\alpha = 1$ esetben ábrázoltuk az $f(u)$, $f(A;u)$ és az $f(F;u)$ görbékét. Látható az ábrából, hogy alsó takarás esetén $f(u)$ módosulása lényegesen nagyobb mértékű, mint felső takarás esetén. A formulákból leolvasható és az ábrán szemléletesen is jól látható, hogy míg a felső takarás csak maximálisan $0 \leq u \leq 0,5$ tartományban befolyásolja az $f(u)$ görbe menetét, addig alsó takarás esetén a teljes $f(u)$ görbe alakváltozást szenved.

Ezt a jelenséget lehet felhasználni a szelektor beállítás pontosságának ellenőrzésére. Ha ui. megmérjük a rotor $f(u)$ áteresztési függvényét és összehasonlítjuk az elméleti görbével, a két görbe között mutatkozó egyezésből vagy eltérésből következtethetünk a rendszer jó vagy rossz beállítására. Célszerű az áteresztési függvényt ellenkező irányú rotorforgás mellett is megmérni, mert ha az első esetben egy kis felső takarás esete állt fenn, ami csekély változást jelent az $f(u)$ görbe menetében, ellenkező irányú rotorforgatásnál a hibás beállítás alsó takarásként jelentkezik, s ez sokkal érzékenyebben befolyásolja a görbe menetét. Jó beállítás esetén a kétféle rotorforgással kapott görbéknek meg kell egyezniök egymással. Ha viszont a beállítás pontatlan,

ugy $f(u)$ -ra kétféle értéket kapunk, s ezekből meg lehet határozni mind a hiba jellegét, mind a nagyságát.

Az áteresztési függvényre vonatkozó kísérleti vizsgálatok

Az áteresztési függvényre vonatkozó vizsgálatainkat egy egyenes résrendszerű ún. lassu mechanikus szelektorral végeztük [4]. A szelektor adatai röviden a következők. A rotor egy 16 cm átmérőjű bakelit korong. A rotoron és a rotorházhoz rögzített kollimátorokon 3-3 db 2x20 mm keresztmetszetű rések szolgálnak a neutronok áteresztésére. A rotor előtt és után elhelyezett kollimátorok hossza 30-30 cm.

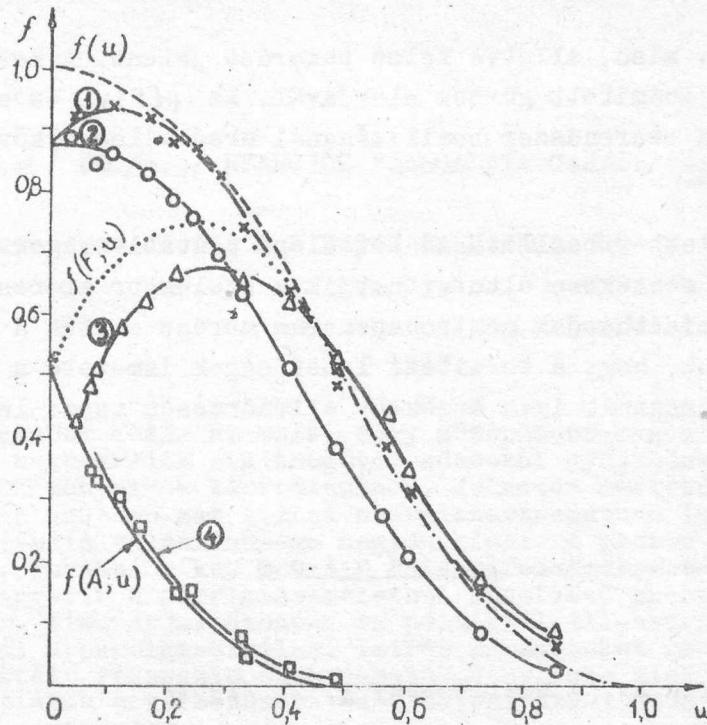
A detektor három db egymással párhuzamosan kapcsolt B^{10} -ben dúsított BF_3 gázzal töltött számlálócső. Ezt a rotortól 8 m távolságra úgy helyeztük a neutronnyaláb útjába, hogy átfogja a $h = 2$ mm széles rések által átengedett teljes nyalábot. Ilyen módon elkerültük az áteresztési függvényben a detektor okozta torzítást. A detektor jelei egy 100 csatornás időanalizátorba jutnak.

Ezzel a berendezéssel először megmértük a szelektor áteresztési függvényét mindkét irányu rotorforgás esetén és megbecsültük a még fennálló beállítási hibát. Ezután $\alpha = 1$ értéknek megfelelő mesterséges takarással megmértük az ilyen módon deformált áteresztési függvényt.

Az áteresztési függvények mérése a következőképpen történt. Az időanalizátor egy kijelölt csatornájába eső beütésszámokat mértük a rotor különböző ω szögsebessége mellett. Ilyen módon a különböző sebességű neutronok közül kiválasztottuk a v_x sebességűeket és ezek számának változását vizsgáltuk a rotor különböző szögsebessége esetén, amely az

$$u = \frac{v_0}{v_x} = R^2 \frac{\omega}{h v_x}$$

összefüggés szerint különböző u értékeknek felel meg. A rotor fordulatszámát 600-6000 ford/perc között változtattuk. Ezután a kapott - különböző u értékhez tartozó - beütésszámokat az elméleti $f(u)$ görbéhez normaláltuk. A normalási tényezőt úgy választottuk meg, hogy ezzel beszorozva a mért beütésszámokat, az u függvényében felrajzolt beütésszámok görbéje $u = 0,5$ értéknél illeszkedjék az $f(u)$ görbéhez.



9. ábra

Az elméleti és kísérleti áteresztési függvények görbéi

A 9. ábrán látható 1. jelzésű kísérleti áteresztési függvényt a rotor óramutató járásával megegyező irányú forgása mellett, a 2. számú ellenkező irányú rotorforgással mértük. A két görbe közötti különbségből - figyelembe véve a 8. ábra görbéit - látható, hogy a hiba abból ered, hogy a kollimátorok valamelyikének felső szélé beelég a rotor nyílásába. Azt is kiszámolhatjuk, hogy az így kialakult fedés milyen nagysága. Ehhez képezni kell az $f(F;u)$ és $f(A;u)$ hányadosát valamely u érték mellett és ezt a hányadost egyenlővé kell tenni a kísérleti görbe megfelelő helyén vett hányadossal. Az egyenletből α értéke, s ebből a fedés nagysága adódik. Jelen esetben a letakarási hiba 0,12 mm, ami a beállításban 6 % pontatlanságnak felel meg.

Az $\alpha = 1$ értékű takarás azt jelenti, hogy a kollimátorok rés-magasságainak a fele van letakarva. A 9. ábrán felrajzolt 3. és 4. számú görbék mérésénél 1 mm vastagságú bakelit lapokat helyeztünk a kollimátorok réseibe és a rotort egyszer az egyik, máskor a másik irányban forgat-

tuk, ami tehát alsó, illetve felső takarást jelent. A két görbe alakja jól egyezik a számított görbék alakjával. Az $f(F; u)$ és a 3. számú görbe eltérését a résrendszer beállításánál eredetileg elkövetett 0,12 mm-es hiba okozta.

A szelektor beállításánál fellépő pontatlanságok tehát - mint láttuk - nagy mértékben eltorzíthatják a szelektor áteresztési függvényét és meghamisíthatják neutronspektrum mérése esetén a spektrumot. Másrészt láttuk, hogy a torzítási lehetőségek ismerete a szelektor beállítás pontosságának igen érzékeny ellenőrzését teszi lehetővé.

I r o d a l o m

- [1] Egelstafı, P.A., J.Nucl.Energy 1, 57 /1954/
- [2] Мостовой, В.И., Певзнер, М.И., Цитович, А.П., Доклад на Женевской Конференции 4, 19 /1955/
- [3] Hraskó P., KFKI Közl. 8, 225 /1960/
- [4] Nagy L., Nagy T., Muzsnay L. és Pavlicsek I., KFKI Közl. 8, 203 /1960/

Érkezett 1962. március 30.

KFKI Közl. 10. évf. 3. szám, 1962.

$/n, \alpha /$ ÉS $/n, p /$ REAKCIÓK VIZSGÁLATA CsJ/Tl/-BAN

Irtta: Ezz el Din M.M.Sayed és Hrehuss Gyula

Összefoglalás

A vizsgálatok célja az volt, hogy közepnehéz magon létrehozott $/n, \alpha /$ és $/n, p /$ magreakciók segítségével adatokat gyűjtsünk a közbensőmag képződés körülményeinek tisztázásához. Jelentős mértékű protonemissziót találtunk a Coulomb-gát alatti energiatartományban is, jóllehet a kétrészecske emisszió valószínűsége nagyon kicsi. A proton spektrum nagyenergiájú része, továbbá a két reakció hatáskeresztmetszet-viszonyára kapott érték jól egyezik a párolgáselméletből következő spektrumalakokkal, illetve értékkel. Kimutatjuk azonban és példákkal illusztráljuk, hogy ilyen energiáknál a párolgáselméleti leírás paramétereit rendkívül érzéketlenek az emittált részecske spektrumának tényleges alakjára és a kísérleti tapasztalatok értelmezésére az elméleti számítások nem végezhetők el elegendő pontossággal.

E dolgozatban egy hosszabb méréssorozat első, tájékoztató jellemű részét ismertetjük. A mérések célja az, hogy egy közepes tömegszámú mag esetében, ahol a Coulomb-gát már jelentékeny mértékben befolyásolja a kisebb energiájú töltött részecskék emisszióját, ezek energiáeloszlásának és a reakció hatáskeresztmetszetének mérésével megvizsgáljuk, mennyiben írhatók le az $/n, \alpha /$ és $/n, p /$ magreakciók a közbensőmag elmélet keretein belül, párolgási mechanizmussal? Többen kimutatták ugyanis, hogy könnyebb magoknál $/A \lesssim 60 /$ az $/n, p /$ $/p, p' /$, $/\alpha, \alpha' /$ reakciók tanúsága szerint jóval több alacsony energiájú töltött részecske emittálódik, mint azt a párolgáselmélet alapján várható. E tapasztalatok magyarázatára már több - ezideig sikertelen - kísérletet tettek: feltételezték, hogy a magasan gerjesztett mag strukturájának fellazulása az effektív Coulomb-gát csökkenésére vezet; vagy kétrészecske emisszió történik úgy, hogy az első egy neutron, a második pedig a detektált töltött részecske; egy harmadik elgondolás pedig a cluster modell egy extrém esetének megvalósulását látja az $/n, p /$ processzusban: a mag két cluster állapotban van: az egyik a proton, a másik pedig a magtörzs lenne s minthogy a clusterok relatív kinetikus energiája viszonylag alacsony kell legyen, az alacsony energiájú protonok fellépte ezzel magyarázható.

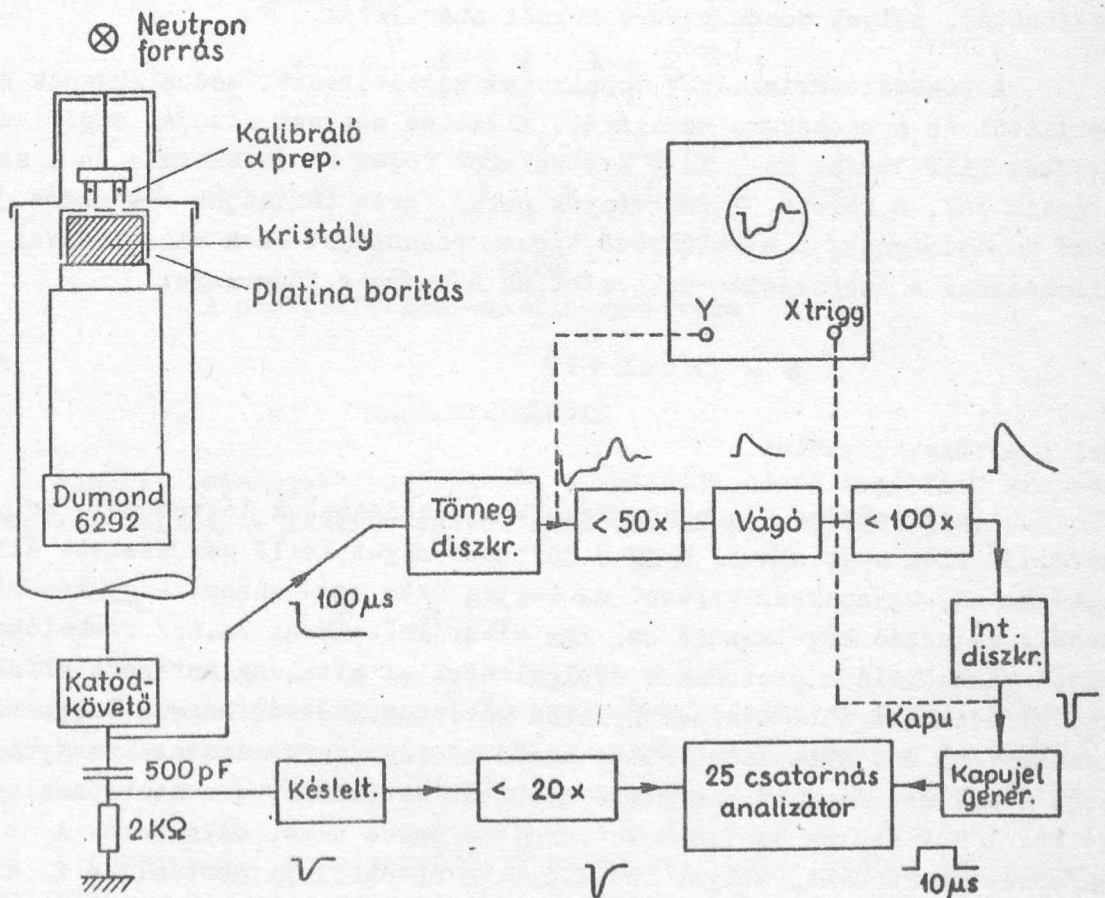
Ezek a magyarázatok azonban vagy nem tudnak számot adni kvantitativan a mért effektus nagyságáról, vagy egyenesen ellentmondásba kerülnek a később nyert kísérleti tapasztalatokkal. Mindazonáltal a méréseket - technikai okokból - többnyire csak könnyű magokon végezték el, ahol a közbensőmag képződés feltételei, például, hogy elegendő nagyszámú nukleon vegyen részt a bevitt energia elosztásában, nem teljesülnek nyilvánvalóan. Nem világos, hogy miként jöhet létre magreakció közbensőmag képződéssel kis tömegszámú magoknál.

Ha szögeloszlás mérést nem végezhetünk, a reakció során emittált protonok energia-eloszlása nyújt lehetőséget annak az eldöntésére, hogy a részecskék közbensőmag képződés során, párolgási mechanizmussal emittálódnak-e? Ekkor ugyanis az emittált részecske spektruma jellegzetes alakú és az eloszlás paraméterei is jellegzetes értékeket vesznek fel. A spektrum nagyenergiájú része exponenciális-szerűen csökken, ha azonban direkt reakciók is szerepet játszanak, jelentős többlet emissziót találunk ebben a tartományban.

A már említett technikai nehézségek mindig hozamproblémát jelentenek. A magreakciók száma kevés ahhoz, hogy jó statisztikával megmért energia vagy szögeloszlásokat kaphassunk. További probléma még, hogy a magreakciók megkülönböztetésére alkalmazott dE/dx detektorok a legkisebb detektálható részecske-energiát 3-4 MeV-ra korlátozzák. Az ehhez járuló 2-3 MeV ekvivalens target-vastagság ezt tovább rontja. A foto-emulziós mérés sem nyújt kedvezőbb körülményeket; bár itt két MeV-ban állapíthatjuk meg a legkisebb detektálható protonenergiát, e mérések közismerten rossz statisztikája - vagy ennek ellensúlyozására alkalmazott nagyobb targetvastagság végül is az előzőhöz hasonló helyzetet teremt.

A CsJ/Tl/ szcintillációs kristályra kidolgozott tömeg /jelalak/ diszkriminációs módszer lehetővé teszi azt, hogy kb. 0,5 MeV energiájú protonokat megkülönböztethessünk alfa részektől vagy elektronoktól, ugyanakkor amikor a szcintillációs energiamérést is alkalmazzuk [1]; A Cs és a J tiszta izotópok természetes előfordulásukban, mind rendszámuk, mind tömegszámuk nagyon közel esik egymáshoz, s ugyanakkor sem protonszámuk, sem neutronszámuk nem esik közel zárt héjakat jellemző mágikus számhoz. Nem várjuk tehát, hogy e magok strukturája lényegesen különböző, még kevésbé számít az esetleges kis különbség akkor, ha ténylegesen közbensőmag képződés útján jön létre a magreakció. Ilyen meggon-

dolás alapján gyors neutronokkal sugároztuk be CsJ/Tl/ szcintillációs kristályt, feltettük, hogy a mért töltött részecske spektrumok egy hipotetikus átlagmagon létrejött /n,p/, /n, α / reakciókból származnak, e mag tulajdonságai csak kevéssel különböznek a Cs-étől, vagy a J-étől. Az alkalmazott tömegdiszkrimináció elektronikus módszerekkel különválasztja a nehéz töltött részecskék okozta impulzusokat az elektronokétól, sőt lehetőséget nyújt a nehéz részek tömegszerinti megkülönböztetésére is. A mérőberendezés blokkdiagramját az 1. ábrán láthatjuk.



1. ábra
A mérőberendezés blokkdiagramja

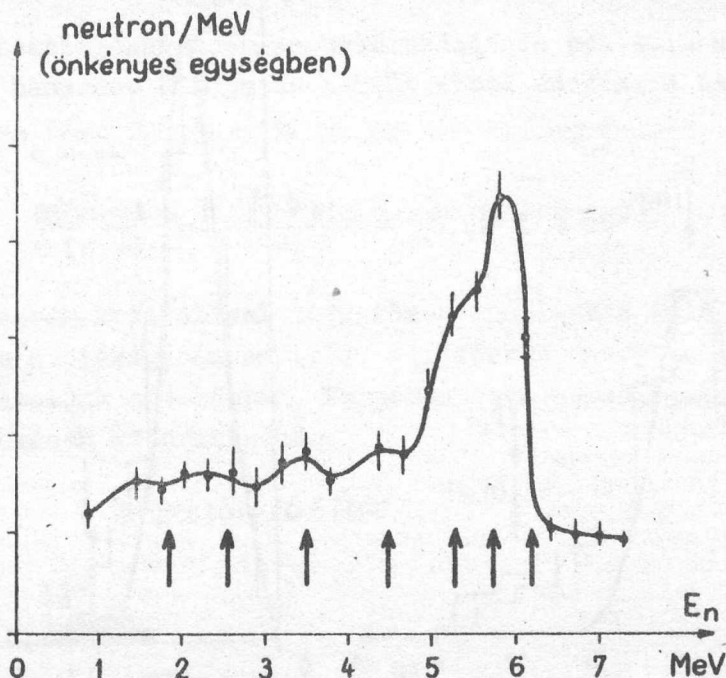
Méréseinket később fejtegetendő indokok alapján kétféle méretű kristállyal végeztük. Az egyik méretei: 2,8 cm átmérő, 1,4 cm magas, a másiké: 4,0 cm átmérőjű és 0,17 cm magas. Mindkét kristályt 0,20 mm vastag platinalemez borítással védtük a környezetből származó háttérsugárzás ellen, azonkívül energiakalibrálási és stabilitás ellenőrzés célból elzárható polonium és ThC' alfa-sugárzó preparátumokat helyeztünk a kristály közelébe. A tömegdiszkriminátor pontosan követte az [1]-ben kidolgozott formát és alkalmas kapujel generátort indítva kapuzta a 25 csatornás amplitúdó analizátort, mellyel a protonok és alfa-részek energiáját mértük. A vékony kristály esetében a tömegdiszkriminátorból kapott, mind a részecsketömegtől, mind az energiától függő impulzust oszcilloszkópra vittük, s lefényképeztük. Az oszcilloszkóp vízszintes eltérítő generátorát csak azok az impulzusok indíthatták, melyek nehéz részecskéktől származtak.

A tömegdiszkriminátor impulzusai meghatározott módon függnek az energiától és a részecske tömegétől. Előzetes mérések alapján empirikus formulát állítottunk fel, mely kapcsolatot fejez ki az energia és a szeperációs jel, S között. E függvények paramétereit tekintjük a tömegre jellemző mennyiségnek, s a különböző típusú reakciókat ezek eloszlásával jellemezzük: a szeperációs jel, mint az E energia függvénye:

$$S = \ln(cE + 1) \quad /1/$$

ahol c a tömegparaméter.

A magreakciót olyan neutronokkal szándékoztuk létrehozni, melyek energiája elég nagy ahhoz, hogy a közbenső magot kellő gerjesztett állapotba hozza, ugyanakkor viszont ne legyen elég nagy ahhoz, hogy két részecske emisszió következzen be. Így elkerülhetjük az $/n, np/$ reakciókat, melyek kisenergiájú protonokat szolgáltatva az általunk keresett effektust elfedik. Korábbi méréseink során bebizonyosodott, hogy a laboratóriumban lévő 2 C aktivitású Po-Be neutronforrás spektruma csak nagyon kevés 6 MeV-nél nagyobb energiájú neutronot tartalmaz, s a neutronok zöme egy kb. 1 MeV széles és 5,8 MeV energiájú csúcspont alatt található. A neutronforrás spektrumát, melyet recoilproton detektorral mértünk, a 2. ábrán láthatjuk.



2. ábra
A neutronforrás energia-spektruma

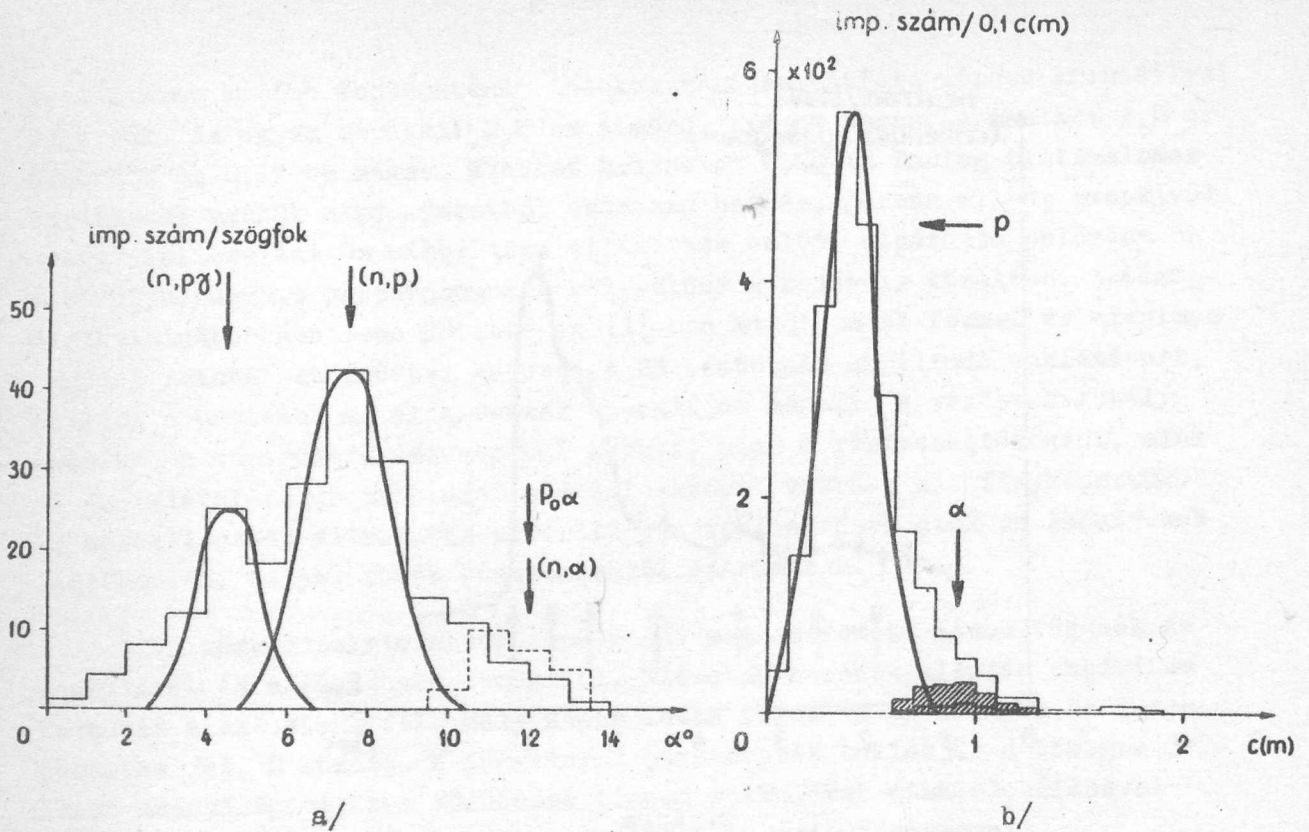
MÉRÉS EREDMÉNYEK

A mérés eredmények ismertetését a reakciók során keletkező részecskék tömegeloszlásának ismertetésével kezdjük. Az /1/ formulából következik hogy

$$c = \frac{e^S - 1}{E}$$

Minden egyes tömegdiszkriminátor-impulzusnál megmértük az S ill. E amplitudókat s az ezekből számolt c paraméter értékek eloszlását a 3. ábrán láthatjuk.

A tömegspektrum kalibrációját az energia-spektruméhoz hasonlóan Po , ThC , ill. ThC' alfa-sugárzásával végeztük. A vastag kristály esetében mért tömegeloszlást mintegy 240 adat alapján állítottuk össze, e mérés tulajdonképpen tájékoztató jellegű volt annak megállapítására, hogy mekkora az alfa-részecskék száma a protonokéhoz viszonyítva, azaz hogy a sokcsatornás analizátorral mért energiaeloszlás tisztán protonenergia-eloszlásnak tekinthető-e vagy sem?



3. ábra

A C paraméter eloszlása a vastag és vékony kristályban mérve

Az ábrán megfigyelhető, hogy a vastag kristály esetében a protonvonal fölhasad, ugyanakkor a vékony kristály esetében ez nem látható. Deuteron emisszió energetikailag tiltott volt, így mindkét vonalat bizonyosan protonoknak kellett tulajdonítani. Mind a vastag, mind a vékony kristálynál megtalálható az alfa-részekre jellemző, a kalibráló preparátumok segítségével ellenőrzött vonal, az ebből megállapított alfa-részecske/proton számarány az $/n, \alpha/$ ill. $/np/$ reakciók hatáskeresztmetszetének hányadosa.

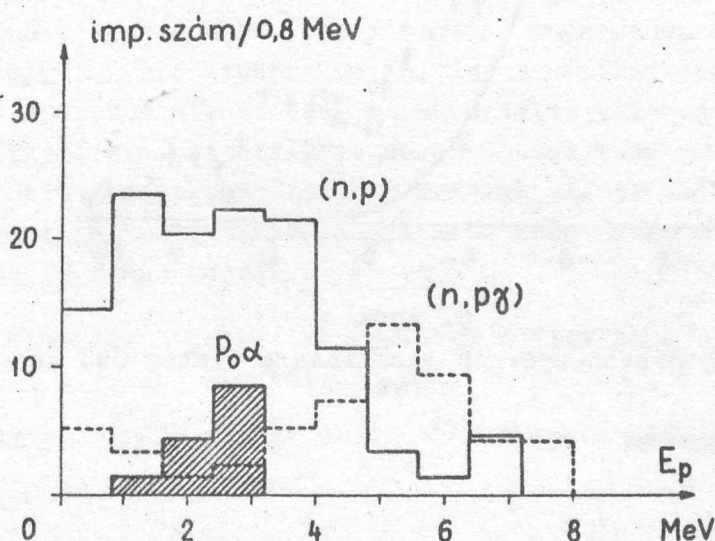
A c tömegparaméterre vonatkozóan Gauss-eloszlást tételeztünk fel, melynek félértékszélességét a protoncsúcs azon részéből határoztuk meg, melyet nem befolyásolhatott az alfa-vonal. Ilyen módon határoztuk meg a c paraméter mért eloszlásából a protonok számát, N_p -t, az alfa-részek számát pedig a tömegparaméter eloszlásban mért összes részecskék számának és N_p -nek a különbsége adja.

A két reakció hatáskeresztmetszet-hányadosának hibáját a mért eloszlás statisztikus ingadozásából következtettük, mivel ez a proton-

vonatkozó félértékszélességének meghatározását is pontatlanná teszi, N_p s ezen keresztül a hányados hibája is főként ebből adódik. A hatáskeresztmetszetek hányadosa így

$$\frac{\sigma(n,\alpha)}{\sigma(n,p)} = \frac{N-N_p}{N_p} = 0,22 \pm 0,05$$

A vastag kristállyal mért tömegeloszlásban talált kettős protoncsucs fő- és mellékágában emittált részecskék energiaeloszlását különválasztva ábrázoljuk a 4. ábrán. Ez jelentősen hozzásegített bennünket a felhasadás okának kiderítéséhez.

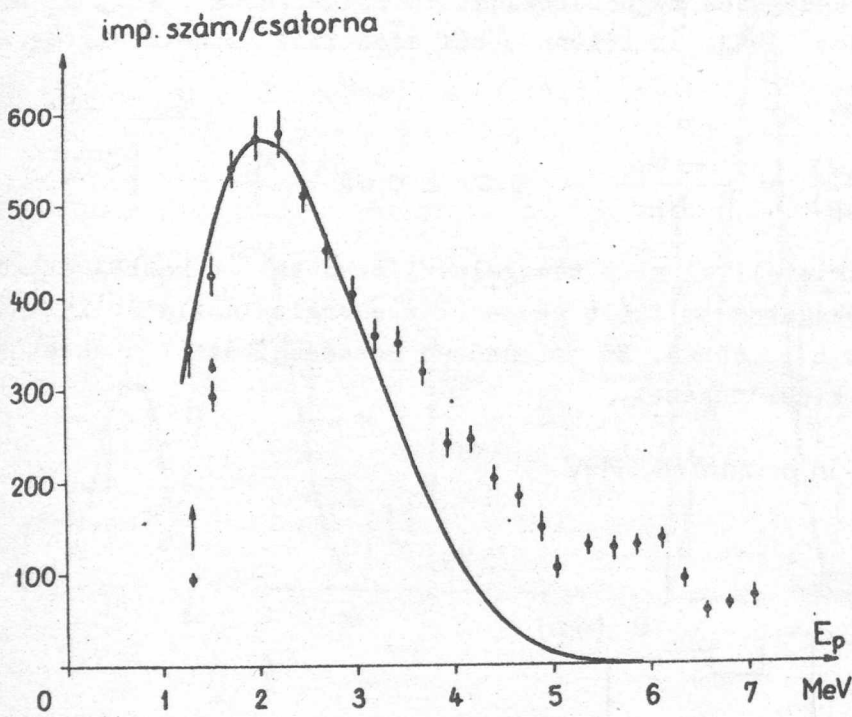


4. ábra

A protoncsucs fő- és mellékágába eső részecskék energiaeloszlása

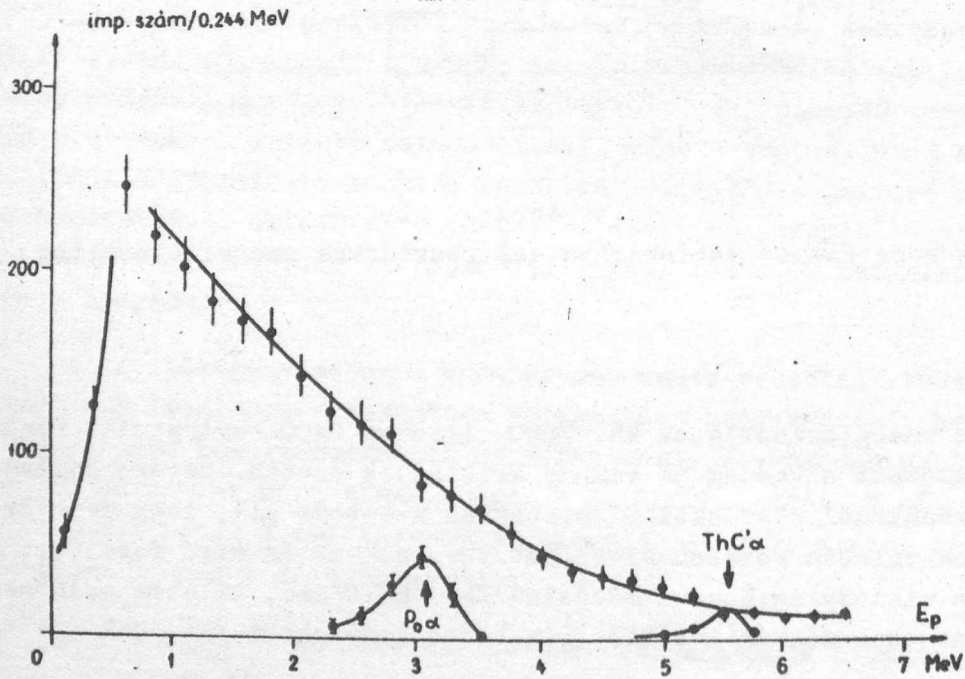
Az energiaeloszlások kb. 7000, illetve 2400 regisztrált részecskére vonatkoznak a vastag és vékony kristályok esetén. Méréseredményeinket csatornánkénti statisztikai próbáknak vetettük alá, hogy meggyőződjünk, vajon valóban Poisson-eloszlást követnek-e? Az erre fordított fáradságot a viszonylag hosszú mérésidő /kb. $6 \cdot 10^4$ sec, illetve $5 \cdot 10^4$ sec/ és a kis másodpercenkénti beütésszám tette indokolttá /kb. $0,1 \text{ sec}^{-1}$ /.

A mért energia eloszlásokat az 5. és a 6. ábrán tüntettük fel.



5. ábra

Az /n,p/ reakció proton-energia eloszlása a vastag CsJ kristályban mérve



6. ábra

Az /n,p/ reakció proton energia eloszlása vékony kristályban mérve

A hatáskeresztmetszet értékekre a következőket kaptuk:

Vastag CsJ

$$\sigma(n,p) = 0,85 \text{ mb} \pm 25\%$$

Vékony CsJ

$$\sigma(n,p) = 0,88 \text{ mb} \pm 25\%$$

$$\sigma(n,\alpha) \approx 0,20 \text{ mb}$$

A hibákat a következő tényezők szabják meg:

- 1/ Az effektív neutronhozam bizonytalansága. A bombázó neutronspektrum folytonos, s a hatáskeresztmetszet neutron energiától való függését nem ismerjük, így nem tudjuk, hogy a neutronspektrum kisenergiájú tartománya pontosan milyen járulékot jelent a reakció-hozamban. Figyelembe véve azonban azt, hogy a Coulomb-gát a kisebb energiájú protonok emisszióját megnehezíti, a tisztán sugárzásos átmenet alacsony neutronenergián valószínűbbé válik, így a neutronspektrum alacsony energiájú részét a nivósűrűség exponenciális változásával súlyozva vesszük figyelembe. Az effektív neutronhozam bizonytalanságának tekintjük ezért a neutronspektrum 5 MeV-nál alacsonyabb részének a nivósűrűséggel súlyozott integrálját /T = 1 MeV maghőmérsékletet véve/. Így a hiba 25 %-nak adódik.
 - 2/ A mért beütésszám statisztikus jellege miatti hiba 1,2 % a vastag, illetve 2 % a vékony kristálynál.
- A többi tényező hibája még az utóbbiakéhoz képest is elhanyagolható.

A méréseredmények diszkussziója

1. A méréseredmények összehangolása

Az előzőkben ismertetett méréseredmények nem egyértelműek. Elsősorban tisztázandó a vastag és vékony kristályok egymástól eltérő tömegspektruma, ugyancsak különböző jellegű a kétféle kristályban mért energiaeloszlás: a nagyméretű kristályban több nagyenergiájú protont találunk, mint a vékonyban, viszont a hatáskeresztmetszetek mindkét esetben meg-egyeznek. Nem lehet tehát az, hogy az egyik mérésnél a kisenergiájú spektrumtartomány egyszerűen lemarad pl. amplitudó diszkrimináció miatt.

Méréseinket kvantitatíve is összehangba tudtuk egymással hozni a következő egyszerű megfontolással: amikor a közbenső mag gerjesztési energiája kisebb, mint két nukleon kötési energiája, az /n,p/ reakció

során keletkezett maradékmag gamma-emisszióval szabadul meg gerjesztésétől. Ha a kristály γ -detektálási hatásfoka elég nagy ahhoz, hogy az események jelentős hányadában γ -abszorpció létrejöjjön, a protonokkal gyakorlatilag egyidőben detektált gamma-részecskék mind a tömeg, mind az energia-spektrumot el fogják torzítani.

Belátható, hogy a tömegspektrum úgy torzul, hogy az abszorbeált gamma-energia átlagértékétől függő helyen megjelenik egy másik "protonvonal", mert hiszen a proton-impulzusra szuperponálódó elektronimpulzus a jelalakot is eltorzítja. Az energiaspektrum torzulása az összeadódó proton- és elektronimpulzus amplitudók következményeképpen a kisenergiájú protonok számának látszólagos csökkenésében jelentkezik.

Kiszámítjuk, hogy hány gamma-kvantumnak kell a kristályból emittálódnia ahhoz, hogy a 3/a ábrán látható $/n, p\gamma/$ protoncsucs éppen a mért intenzitású legyen. A kristályban abszorbeálódott kvantumok száma legyen A_γ , az emittáltaké pedig B_γ :

$$B_\gamma = \frac{A_\gamma}{\mu \cdot \bar{l}}$$

ahol μ a gamma-abszorpció koefficiens CsJ-ra és \bar{l} az az átlagos távolság, amit egy, a kristály bármelyik pontjából emittált foton befut, tetszőleges irányban haladva, míg eléri a kristály felületét. \bar{l} -et Monte Carlo módszerrel határoztuk meg. Feltettük még, hogy az emittált gammák átlagos energiája 3 MeV, az ennek megfelelő abszorpció koefficienssel számolva $\frac{A_\gamma}{B_\gamma} = 28\%$ adódik, ugyanakkor a $p\gamma$ tömegvonal alatti részecskék számát az összes protonszámhoz képest ugyancsak 28%-nak mértük.

Megszerkesztettük a 3/a. ábra tömegspektrumának különböző vonalaihoz tartozó energiaeloszlást, ezek a 4. ábrán láthatók. Leolvasható, hogy a gamma-abszorpció nélkül regisztrált proton energia eloszlás az elméleti statisztikus spektrumalakot jobban megközelíti, másrészt pedig a gamma abszorpcióval regisztrált proton + gammaspektrum a maximális $E_{pmax} = E_n + Q = 5,8$ MeV energia értékhez tartozik.

Áttérve most a vastag és a vékony kristályban mért spektrumok összehasonlítására, az 5. és 6. ábrákra utalunk. A vékony kristályban a gamma-abszorpció valószínűsége elenyésző $\sim 3\%$, így az abban mért protonspektrumot nem torzítja el az előbb tárgyalt effektus! Ezt a 3/b. ábrán látható tömegspektrum is igazolja. A vastag kristályban mért energia

eloszlás 1,3 MeV-tal a nagyobb energiák felé van eltólva. n_k -val jelölve a vékony, n_n -el a vastag kristályos mérésben nyert /normált/ energia eloszlást, az abszorbeált gamma fotonok relativ száma

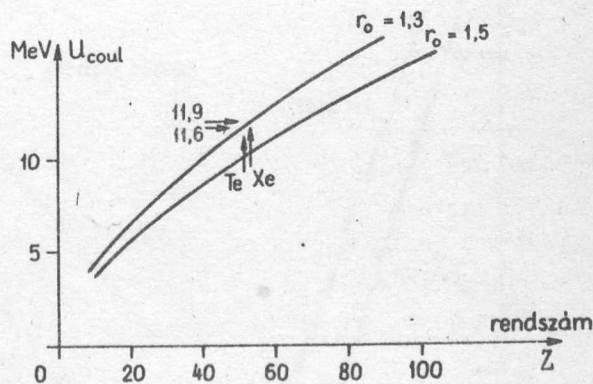
$$\frac{\int_{1,3}^{6,5} [n_n(E_p) - n_k(E_p)] dE_p}{\int_0^{6,5} n_k(E_p) dE_p} = 32\%$$

Ezt összevetve az előbb kapott 28 %-os értékkel, az egyezést jónak mondhatjuk.

2. Hatáskeresztmetszet értékek

A $\sigma(n, \alpha) / \sigma(n, p)$ hatáskeresztmetszet arányra kapott $\rho = 0,22 \pm 0,05$ érték jó egyezésben van a párolgás-elméletből számolt értékkel. Le Couteur [2] megadja a lekerekített potenciálfallal számolt hatáskeresztmetszet arányt, mely esetünkben $\sigma(n, \alpha) / \sigma(n, p) = 0,216$ -nak adódott, igen jó egyezésben a tapasztalattal. Ennek ellenére problematikusnak látjuk a helyzetet, mivel az energia eloszlásból nyilvánvalóan következik, hogy a Coulomb-gát kisebb az elméletileg vártnál /lásd 7. ábra/

Mindezek ellenére a vastag kristályos mérésnél az a szerencsés eset adódott elő, hogy az előző pontban tárgyalt effektus a nagyobb energiák felé tolta el az egész energiaspektrumot, így a tömegdiszkriminátor érzékenységi küszöbe fölé került a spektrum gyakorlatilag teljes része. A kétféle kristállyal kapott hatáskeresztmetszet értékek egyezése így indokolt is.



7. ábra A Coulomb-gát magassága a protonszám függvényében, kétféle magugár együttható értékre.

3. A maradékmag nivósűrűségére vonatkozó vizsgálatok

Az /n,p/ reakció során keletkezett maradékmag hőmérsékletét a következőképpen határozhatjuk meg. Képezzük a

$$\log \omega = \log \frac{n(E_p)}{E_p \cdot \sigma_c(E_p)}$$

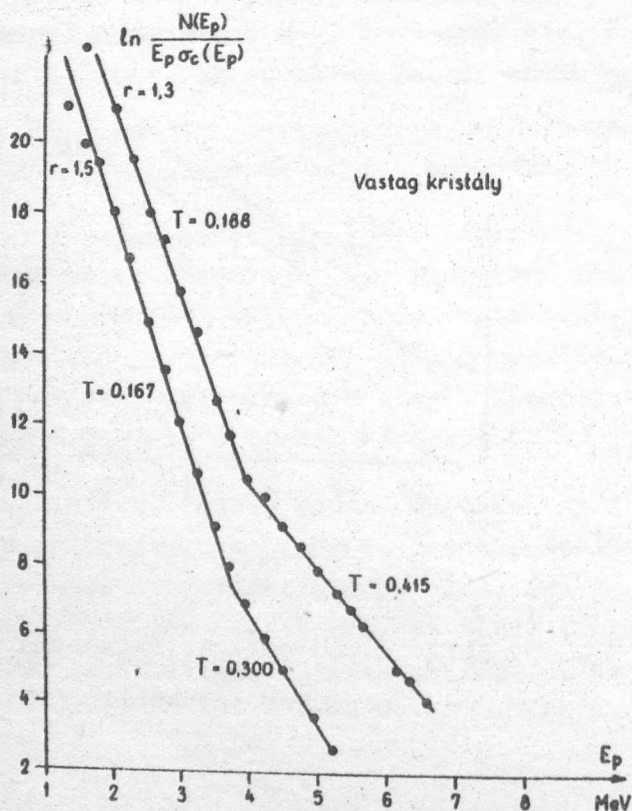
logaritmikus nivósűrűséget /entrópiát/. Ennek E_p szerinti deriváltja szolgáltatja a maghőmérséklet reciprokl értékét

$$\frac{1}{T} = \frac{d}{dE_p} \log \frac{n(E_p)}{E_p \cdot \sigma_c(E_p)}$$

itt σ_c / E_p a közbenső mag inverz uton történő gerjesztésének hatáske- resztmetszeve és n/E_p az energia eloszlása.

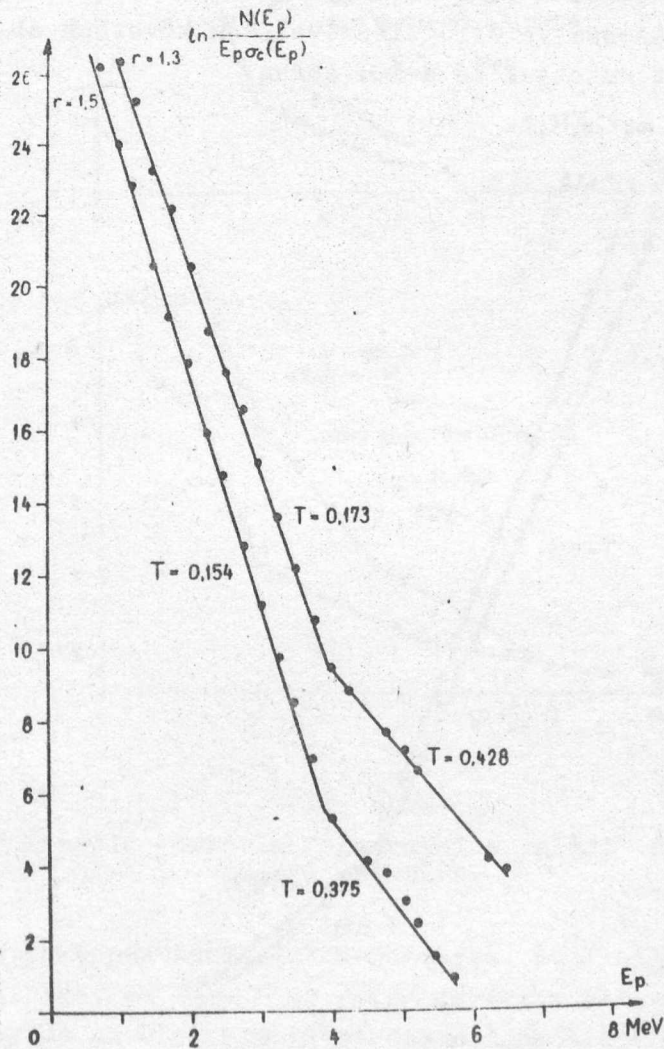
σ_c / E_p értékeit Shapiro táblázatából készült diagramm segí- ségével adtuk meg [3].

A 8. és 9. ábrán a vastag, illetve vékony kristály esetében mért energia eloszlásból meghatározott logaritmikus nivósűrűség függvényeket tüntetjük fel.



8. ábra
A vastag kristály energia-
spektrumával számolt entrópia
függvény

E függvények paraméterei a magsugar együtthatók. Rendkívül érdekes, hogy a várt egyetlen egyenes helyett két egyenes szakaszból összetett függvényt kaptunk, melyek töréspontja 4 MeV-nél van, teljesen azonos módon mások méréseivel, melyeket azok magasabb gerjesztési energiával végbemenő reakciók esetén észleltek. Ilyen esetekben a két egyenes szakasz felléptét azzal magyarázzák, hogy nemcsak /n,p/, hanem /n,np/ reakció is felléphet, míg a meredekebb szakasz /alacsonyabb hőmérséklettel/ az /n,np/ processzus jelenlétét mutatja, a kisebb meredekségű az /n,p/ reakcióval létrejött maradékmagra vonatkozik. A jelen esetben /n,np/ reakcióról szó sem lehet, a meredekebb szakaszt a Coulomb-gát által megszabottnál kisebb energiájú protonok jelentős többlete okozza.



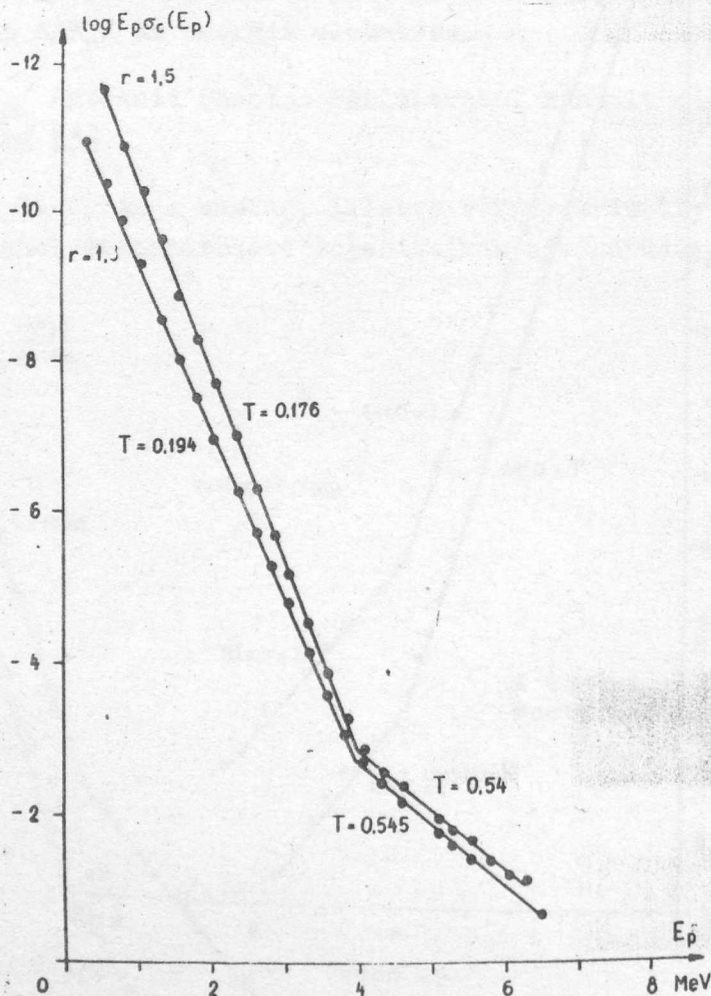
9. ábra

A vékony kristály energiaspektrumával számolt entrópia függvény

A számított maghőmérséklet értékeket az ábrán tüntettük fel, az illető egyenes-szakasz mellett. Feltűnő, hogy a vastag kristály bizonyosan torz spektruma ellenére a hőmérsékletek igen jól egyeznek a vékony kristályra vonatkozókkal. Ez figyelmeztetett bennünket arra, hogy a spektrum nagyobb energiájú részén az entrópia függvény igen érzéketlen a spektrum tényleges menetére. Könnyen beláthatjuk, hogy a

$$\log \omega = \log n(E_p) - \log E_p \cdot \sigma_c(E_p)$$

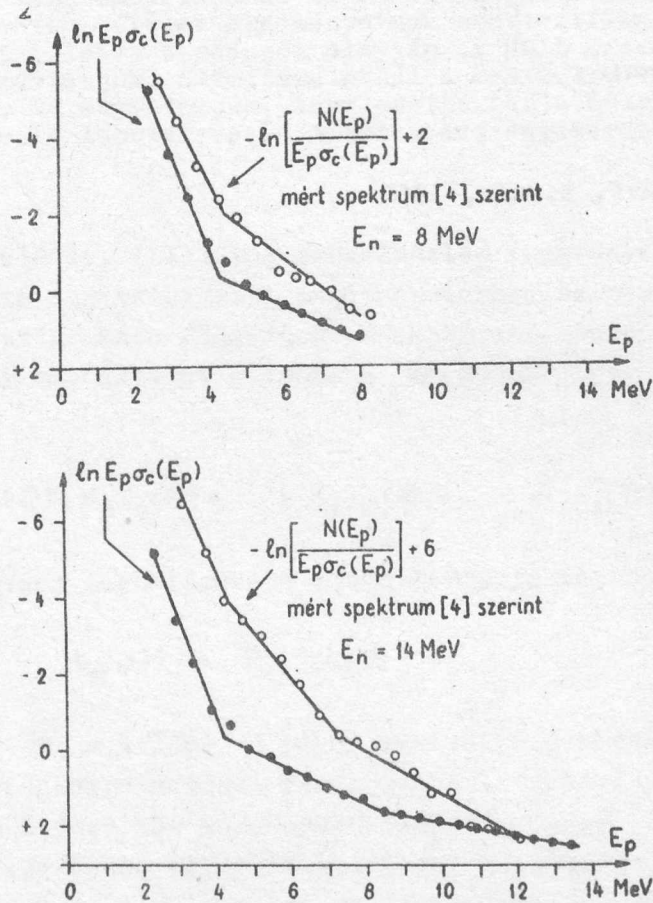
kifejezésben a második tag dominál: míg a spektrum esetleges torzulása egy, legfeljebb azonban két nagyságrendnyi változást jelent n/E_p -ben, a második tag argumentuma akár 10 nagyságrendet is változhat. Az első tag egyszerű konstanssá való rögzítésével sem követünk el 10-20 %-nál nagyobb hibát. Ezt mutatjuk be a 10. ábrán.



10. ábra

A CsJ-ra számolt logaritmikusan átlagolt szintésűrűség, n/E_p = konstans energia eloszlásra.

Hogy az entrópia függvény mennyire érzéketlen a tényleges energia eloszlásra, azt más mérés példájával is illusztrálhatjuk. Tekintsük a 11. ábrát, ahol A. Armstrog és L. Rosen [4] által megmért $Zn^{64}/n,p/Cu^{64}$ reakció entrópia függvényeit ábrázoltuk. Ők 8 MeV és 14 MeV-os neutron energiával mértek. Ugyancsak feltüntettük a teljesen izotróp protonenergia eloszlásra/"fehér" spektrum/ vonatkozó entrópia függvényeket is. Ezek menete teljesen hasonló.



11. ábra

A $Zn^{64}/n,p/Cu^{64}$ reakció entrópia függvényei a valódi- és a "fehér" spektrummal számolva.

Következésképpen tehát azt mondhatjuk, hogy amíg az energia eloszlás "sima" alakja, az $/n,\alpha/$ és $/n,p/$ reakciók hatáskeresztmetszetének mért viszonya a párolgáselméletet támasztják alá az esetünkben, a Coulomb-gát által megengedettnél jóval kisebb energiájú protonok nagy száma az inverz reakció hatáskeresztmetszetével kapcsolatban nyílt problémákat támaszt.

I r o d a l o m

- [1] Varga L., Nucl. Instr. and Meth. 14, 24 /1961/
- [2] Le Couteur, K.J., Proc. Phys. Soc. LXV, 9/A, 1952.
- [3] Shapiro, M.M., Phys. Rev. 90, 171 /1953/
- [4] Armstrong, A.H.-Rosen, L., Nucl. Phys. 19, 40 /1960/

Érkezett 1962. június 26.

KFKI Közl., 10. évf. 3.szám, 1962.

SZÖGKORRELÁCIÓS MÉRÉSEK STATISZTIKUS KIÉRTÉKELÉSE

Irta: Rupp Erzsébet, Tóth Imre és Zámori Zoltán

Összefoglalás

Intézetünk több csoportjánál végeznek szöghkorreláció illetve szögeloszlás méréseket. Ezen mérések eredményeinek statisztikus kiértékelésére szolgáló módszert, illetve a módszer alapján az URAL számológépre kidolgozott programot ismertetjük. Számításainknál a maximális valószínűség módszeréből indulunk ki, de megmutatjuk, hogy esetünkben a súlyozott legkisebb négyzetek módszere is lehetséges és alkalmazása egyszerűbb.

1. Bevezetés

A szöghkorreláció, illetőleg szögeloszlás függvények az impulzusmomentum kvantumelmélete segítségével a magátmenetekben szereplő spin értékek ismeretében számolhatók. Ezen függvények a különböző rendű Legendre polinómok sorával fejezhetők ki. Általában tehát a $W(\Theta)$ szöghkorrelációs függvény a következő alakú:

$$W(\Theta) = A_1 b_1(\Theta) + A_2 b_2(\Theta) + \dots + A_6 b_6(\Theta) + \dots + A_s b_s(\Theta) \quad , \quad /1/$$

ahol a $b_\sigma(\Theta)$ függvény meghatározott rendű Legendre polinomot reprezentál:

$$b_\sigma(\Theta) = P_\nu(\cos \Theta) \quad . \quad /2/$$

Szögeloszlásnál a Θ a kilépő és beeső részecskék haladási irányai között szöget jelenti, szöghkorrelációnál pedig azt a szöget, melyet az ugyanazon magból egymásután kijövő két részecske kilépési irányai bezárnak egymással.

Az /1/ kifejezésben szereplő különböző Legendre polinómok rendje a vizsgált problémától függ /pl. $\gamma - \gamma$ szöghkorrelációnál, ha polarizációt nem mérünk, $\nu_\sigma = 2(\sigma - 1)$. Lásd [1] és [2] /. Az eloszlásfüggvény leírásához szükséges polinómok s számát az átmenetben szereplő impulzusmomentum értékek egyértelműen meghatározzák. A Legendre polinómok A_σ együtthatói ugyancsak attól függenek, hogy az átmenetben milyen impulzusmomentum értékek fordulnak elő.

Ha a különböző Θ szögeknél mérjük a részecske beütésszámokat, ezek intenzitása, illetve az intenzitásuk várható értéke az /1/ kifejezéssel lesz arányos. A mért beütésszám-adatokból tehát statisztikus elemzés segítségével az A_σ szöghkorrelációs együtthatók - bizonyos hibával - meghatározhatók, s így ezek ismeretében általában eldönthető, hogy az átmenetek a vizsgált atommag milyen spin értékű állapotait érintették.

2. A maximális valószínűség és a súlyozott legkisebb négyzetek módszere szöghelyeken szöghelyeken valószínűség problémája esetében

A szöghelyeken valószínűség illetve szöghelyeken valószínűség függvény meghatározása céljából végezzünk beütésszám-méréseket a $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_r$ szöghelyeken. A mérési idő minden szöghelyen legyen azonos, az egyes mért beütésszámok pedig legyenek rendre n_1, n_2, \dots, n_r . A Θ_ρ szöghelyen mért n_ρ beütésszám valószínűségi változó. Tudjuk, hogy ennek $\langle n_\rho \rangle$ várható értékét a megfelelően normált $W(\Theta)$, ismert alakú, de ismeretlen paramétereket tartalmazó $W(\Theta)$ szöghelyeken valószínűség függvény adja meg a $\Theta = \Theta_\rho$ szöghelyen, azaz

$$\langle n_\rho \rangle = W(\Theta_\rho) \quad /3/$$

Kérdés most az, hogy milyen A_ρ paraméter értékek mellett lesz a $W(\Theta)$ /1/ alakú kifejezés olyan, hogy e függvény értékét minden szöghelyen mért beütésszám- adatok várható értékeként a legnagyobb valószínűséggel lehessen elfogadni [3] ?

Ismeretes, hogy a részecskék adott idő alatt mért beütésszáma Poisson eloszlás szerint ingadozik. A Poisson eloszlást a várható értéke egyértelműen jellemi. Esetünkben annak a valószínűsége, hogy a ρ -adik szöghelyen a beütésszám éppen n_ρ legyen, $\langle n_\rho \rangle$ várható értékkel:

$$P(n_\rho) = \frac{\langle n_\rho \rangle^{n_\rho}}{n_\rho!} e^{-\langle n_\rho \rangle} = \frac{W_\rho^{n_\rho}}{n_\rho!} e^{-W_\rho} \quad /4/$$

Itt bevezettük a $W(\Theta_\rho) = W_\rho$ rövidítést.

Ha több szöghelyet mérünk, akkor annak az együttes valószínűsége, hogy a $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_r$ szöghelyeken n_1, n_2, \dots, n_r beütésszámok legyenek, az a /4/ alakú valószínűségek szorzatával egyenlő, mivel az egyes szöghelyeken történő mérések függetlenek:

$$P = \prod_{\rho=1}^r \frac{W_\rho^{n_\rho}}{n_\rho!} e^{-W_\rho} \quad /5/$$

Meghatározhatjuk, hogy egy mérésorozatból kapott n_1, n_2, \dots, n_r beütésszámok esetén az /1/ alakú kifejezésben milyen A_1, A_2, \dots, A_r együtthatók teszik ezt a valószínűséget maximálissá, amely tulajdonképpen a paraméterek "mért" értékeit, $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_r$ -et adják. /U.i. a szereplő paraméterek fizikai állandók, azonban a különböző mérések ezek un. "mért" értékeit szolgáltatják, a megfelelő statisztikus hibák keretein belül./ Tekintsük P logaritmusát és ezt maximálizáljuk:

x/Tekintettel arra, hogy a mérési idő az egyes szöghelyeken megegyezik, ennek értékét mint normálási tényezőt tekintjük./

$$\ln P = \sum_{\varphi=1}^r -W_{\varphi} - \ln n_{\varphi}! + n_{\varphi} \ln W_{\varphi} .$$

Deriválva az \bar{A}_{τ} együtthatók szerint és az eredményeket nullával tévén egyenlővé, egy egyenletrendszert kapunk, amelyből $r > s$ esetén az együtthatók számolhatók. Végezzük el a differenciálást

$$\frac{\partial \ln P}{\partial \bar{A}_{\tau}} = \sum_{\varphi=1}^r - \frac{\partial W_{\varphi}}{\partial \bar{A}_{\tau}} + n_{\varphi} \frac{1}{W_{\varphi}} \frac{\partial W_{\varphi}}{\partial \bar{A}_{\tau}} ,$$

amiből a szélsőérték szükséges feltétele alapján kis rendezés után

$$\sum_{\varphi=1}^r \frac{1}{W_{\varphi}} [n_{\varphi} - W_{\varphi}] \frac{\partial W_{\varphi}}{\partial \bar{A}_{\tau}} = 0 . \quad /6/$$

Itt τ értéke ugyancsak 1-től s -ig fut. Beírva ide W_{φ} /1/ alakját, az egyenletrendszerből \bar{A}_{σ} értékei számolhatók. Vegyük észre, hogy a /6/ egyenletrendszer a nevezőben lévő W_{φ} kifejezés miatt az \bar{A}_{σ} változóiban nem lineáris, s általános megoldása emiatt sok nehézséggel jár.

Megmutatjuk, hogy a súlyozott legkisebb négyzetek módszere a /6/ egyenletrendszerhez igen hasonló, de számítástechnikai szempontból könnyebben kezelhető egyenletrendszerhez vezet.

A súlyozott legkisebb négyzetek módszerénél a feltétel ugyanis az, hogy

$$H = \sum_{\varphi=1}^r \omega_{\varphi} [n_{\varphi} - W_{\varphi}]^2 = \min . \quad /7/$$

legyen, azaz olyan paraméterekkel rendelkező adott alakú W_{φ} függvényt keressünk, hogy az n_{φ} és W_{φ} közötti eltérés-négyzetek összegükben minimálisak legyenek. A /7/ kifejezésben ω_{φ} az ugynevezett súlyfaktor, amelyet célszerű úgy választani, hogy $\omega_{\varphi} = \frac{1}{\sigma_{\varphi}^2}$ legyen, ahol $\sigma_{\varphi}^2 = \langle (\delta n_{\varphi})^2 \rangle$, a mérési eredmények várható hiba négyzete. Ekkor ugyanis a nagyobb hibával rendelkező eredmények kisebb súllyal fognak szerepelni a minimalizálandó összegben. Mivel itt n_{φ} beütésszámokat jelent, amelyek, mint ismeretes, Poisson eloszlást követnek, a súlyfaktor:

$$\omega_{\varphi} = \frac{1}{\langle (\delta n_{\varphi})^2 \rangle} = \frac{1}{\langle n_{\varphi} \rangle} . \quad /8/$$

Ha most a súlyfaktorba a beütésszámok várható értéke helyett közelítőleg magát a mért beütésszámokat írjuk:

$$\omega_p \approx \frac{1}{n_p}, \quad /9/$$

ugy a szélsőérték feladat elvégzése után a paraméterek "mért" értékeire vonatkozóan a következő egyenletrendszert nyerjük:

$$\frac{\partial H}{\partial A_\tau} = \sum_{p=1}^r \frac{1}{n_p} [n_p - W_p] \frac{\partial W_p}{\partial A_\tau} = 0 \quad /10/$$

Látható, hogy /10/ analógiát mutat a /6/ egyenletrendszerrel, a különbség csak az, hogy $\frac{1}{W_p}$ helyett itt $\frac{1}{n_p}$ szerepel. Mint a részletesebb számítások mutatni fogják, szöghkorrelációs probléma esetében a /10/ egyenletrendszer megoldása számítástechnikailag egyszerűbb, mert a paraméterek "mért" értékeire vonatkozóan lineáris egyenletrendszerre vezet.

3. Az együtthatók kiszámítása

A szöghkorreláció-mérés során nyert beütésszám adatokból a súlyozott legkisebb négyzetek módszere alapján fogjuk meghatározni az A_σ együtthatók "mért" értékét, \bar{A}_σ -t. Ehhez az előbbi fejezetek alapján a következő egyenletek állnak rendelkezésünkre:

$$\sum_{p=1}^r \omega_p [n_p - W_p] \frac{\partial W_p}{\partial A_\tau} = 0 \quad \tau = 1, 2, \dots, \sigma, \dots, s \quad /11/$$

ahol

$$W(\Theta_p) = \sum_{\sigma=1}^s \bar{A}_\sigma b_\sigma(\Theta_p) \quad /12/$$

vagy a $W(\Theta_p) = W_p$ és $b_\sigma(\Theta_p) = b_{\sigma p}$ jelöléseket használva:

$$W_p = \sum_{\sigma=1}^s \bar{A}_\sigma b_{\sigma p} \quad /13/$$

és

$$\omega_p = \frac{1}{\langle (\delta n_p)^2 \rangle} \quad /14/$$

Itt az általános tárgyalásban a beütésszámok $\langle (\delta n_p)^2 \rangle$ szórás négyzetét egyelőre még nem közelítjük a beütésszámok mért n_p értékével, pusztán csak azt tesszük fel, hogy ez a súlyfaktorban szereplő szórás-négyzetnek a mérés alapján egy mért értéke ismeretes. Így a paraméter kiértékelési módszerünk álta-

lánosabb lesz és akkor is felhasználható, ha a mért valószínűségi változók nem a részecske számlálásnál fellépő Poisson eloszlást követik.

A /11/ kifejezésbe /12/-öt behelyettesítve és a kijelölt differenciálást elvégezve, a következő egyenletrendszert kapjuk:

$$\sum_{\rho=1}^r \omega_{\rho} [n_{\rho} - \sum_{\sigma=1}^s \bar{A}_{\sigma} b_{\sigma\rho}] b_{\tau\rho} = 0$$

vagyis

$$\sum_{\rho=1}^r \omega_{\rho} n_{\rho} b_{\tau\rho} = \sum_{\sigma=1}^s \bar{A}_{\sigma} \sum_{\rho=1}^r \omega_{\rho} b_{\sigma\rho} b_{\tau\rho} \quad /15/$$

τ minden értékére ($\tau = 1, 2, \dots, s$) .

Ebből az egyenletrendszerből fejezzük ki az s darab együtthatót. Feltesszük, hogy $r > s$, azaz több ponton végeztünk méréseket, mint ahány ismeretlen paraméter van a problémánkban. Használjuk ki a mátrix algebra adta lehetőségeket, s ezért vezessük be a következő jelöléseket:

$$\sum_{\rho=1}^r \omega_{\rho} b_{\sigma\rho} b_{\tau\rho} = Q_{\sigma\tau} \quad /16/$$

$$\sum_{\rho=1}^r \omega_{\rho} n_{\rho} b_{\tau\rho} = R_{\tau} \quad /17/$$

Most az \bar{A}_{σ} és R_{τ} értékeket egy s komponensű \bar{A} és R vektor komponenseinek, a $Q_{\sigma\tau}$ értékeket pedig egy $s \times s$ négyzetes Q mátrix elemeinek fel-fogva, a /15/ egyenletrendszer a következő egyszerű alakú mátrix egyenletbe írható:

$$\underline{R} = \underline{Q} \underline{\bar{A}} = \underline{Q} \underline{\bar{A}} \quad /18/$$

Itt a hullámos felülhúzás transzponáltat jelöl. A második egyenlőség a Q mátrix /16/ alapján belátható szimmetriájából következik.

Ebből a minket érdeklő \bar{A} vektort kifejezve:

$$\underline{\bar{A}} = \underline{Q}^{-1} \underline{R} \quad /19/$$

Ez az egyenlet komponensekbe kiírva expliciten az egyes \bar{A}_{σ} együtthatókat szolgáltatja:

$$\bar{A}_{\sigma} = \sum_{\tau=1}^s Q_{\sigma\tau}^{+} R_{\tau} \quad /20/$$

Itt $Q_{\sigma\tau}^+$ a \underline{Q} mátrix inverzének $\sigma\tau$ elemét jelenti, azaz

$$(\underline{Q}^{-1})_{\sigma\tau} = Q_{\sigma\tau}^+ \quad /21/$$

4. Az \bar{A}_σ mért paraméter értékek hibáinak kiszámítása

Az n_ρ beütésszámok valószínűségi változók. Így, az ezekből a /20/a- alaku egyenleteken keresztül nyert \bar{A}_σ együtthatók szintén valószínűségi változók. Ha az n_ρ mért adatok hibái ismertek, akkor ezeknek az \bar{A}_σ együtthatóknak a hibái is számíthatók. Ezt a számítást fogjuk most elvégezni.

A /20/ egyenletbe R_τ kifejezését /17/ alapján beírva:

$$\begin{aligned} \bar{A}_\sigma &= \sum_{\tau=1}^s Q_{\sigma\tau}^+ R_\tau = \sum_{\tau,\rho}^{s,r} Q_{\sigma\tau}^+ b_{\tau\rho} \omega_\rho n_\rho = \\ &= \sum_{\rho=1}^r \omega_\rho n_\rho \sum_{\tau=1}^s Q_{\sigma\tau}^+ b_{\tau\rho} \end{aligned}$$

Vezessük be ideiglenesen a további analízisek leegyszerűsítése céljából a következő jelölést:

$$\sum_{\tau=1}^s Q_{\sigma\tau}^+ b_{\tau\rho} = B_{\sigma\rho} \quad , \quad /22/$$

ezt felhasználva,

$$\bar{A}_\sigma = \sum_{\rho=1}^r B_{\sigma\rho} \omega_\rho n_\rho \quad /23/$$

A /23/ kifejezésben az n_ρ valószínűségi változók csak explicite jelennek meg, $B_{\sigma\rho}$ és ω_ρ nem tartalmazza impliciten sem az n_ρ valószínűségi változókat.

A mért együttható értékek hibájának számításához képezzük a /23/ kifejezésnek a valószínűségi változók szerinti teljes megváltozását:

$$\delta \bar{A}_\sigma = \sum_{\rho=1}^r B_{\sigma\rho} \omega_\rho \delta n_\rho$$

Ugyanezt az eltérést felírva a τ -adik együttható esetére,

$$\delta \bar{A}_\tau = \sum_{\kappa=1}^r B_{\tau\kappa} \omega_\kappa \delta n_\kappa$$

képezhetjük ezek sorozatát

$$(\delta \bar{A}_\sigma \delta \bar{A}_\tau) = \sum_{\rho,\kappa}^r B_{\sigma\rho} B_{\tau\kappa} \omega_\rho \omega_\kappa \delta n_\rho \delta n_\kappa$$

Itt tulajdonképpen δn_ρ a beütésszám eltérése várható értékétől. $\delta n_\rho = (n_\rho - \langle n_\rho \rangle)$ és $\delta \bar{A}_\sigma$ az együttható mért \bar{A}_σ értékének eltérése az együttható valódi, A_σ értékétől $\delta \bar{A}_\sigma = (\bar{A}_\sigma - A_\sigma)$. Képezzük az eltérések szorzatának várható értékét:

$$\langle\langle \delta \bar{A}_\sigma \delta \bar{A}_\tau \rangle\rangle = \sum_{\rho, \kappa}^r B_{\sigma\rho} B_{\tau\kappa} \omega_\rho \omega_\kappa \langle\langle \delta n_\rho \delta n_\kappa \rangle\rangle .$$

Mivel az egyes szöghelyeken mért beütésszám ingadozások egymástól függetlenek, azért

$$\langle\langle \delta n_\rho \delta n_\kappa \rangle\rangle = \delta_{\rho\kappa} \langle\langle \delta n_\rho \delta n_\rho \rangle\rangle , \quad /23b/$$

ahol $\delta_{\rho\kappa}$ a Kronecker szimbólum. Ezt beírva a fenti formulába, és figyelembe véve a /14/ kifejezést, azt kapjuk, hogy

$$\langle\langle \delta A_\sigma \delta A_\tau \rangle\rangle = \sum_{\rho=1}^r B_{\sigma\rho} B_{\tau\rho} \omega_\rho . \quad /24/$$

Visszaemlékezve a /22/ alatti definícióra,

$$B_{\sigma\rho} = \sum_{\nu=1}^s Q_{\sigma\nu}^+ b_{\nu\rho}$$

$$B_{\tau\rho} = \sum_{\mu=1}^s Q_{\tau\mu}^+ b_{\mu\rho} .$$

Ezeket /24/-be behelyettesítve

$$\langle\langle \delta \bar{A}_\sigma \delta \bar{A}_\tau \rangle\rangle = \sum_{\rho, \nu, \mu}^{r, s} Q_{\sigma\nu}^+ Q_{\tau\mu}^+ b_{\nu\rho} b_{\mu\rho} \omega_\rho ,$$

de /16/ szerint

$$\sum_{\rho=1}^r \omega_\rho b_{\nu\rho} b_{\mu\rho} = Q_{\nu\mu} = Q_{\mu\nu} ,$$

így

$$\langle\langle \delta \bar{A}_\sigma \delta \bar{A}_\tau \rangle\rangle = \sum_{\nu, \mu}^s Q_{\sigma\nu}^+ Q_{\tau\mu}^+ Q_{\mu\nu} = \sum_{\nu}^s Q_{\sigma\nu}^+ \delta_{\nu\tau} = Q_{\sigma\tau}^+ ,$$

azaz

$$\langle\langle \delta \bar{A}_\sigma \delta \bar{A}_\tau \rangle\rangle = Q_{\sigma\tau}^+ , \quad /25/$$

speciálisan pedig, ha $\sigma = \tau$, akkor

$$\langle\langle \delta \bar{A}_\sigma \delta \bar{A}_\sigma \rangle\rangle = Q_{\sigma\sigma}^+ . \quad /26/$$

A /26/ és /25/ formulákat az \bar{A}_σ "mért" együtthatók hibáit, illetve az együtthatók hibakorrelációját adják meg. Ez utóbbi értelmezésére még visszatérünk.

5. A szöghkorrelációs együtthatók "mért" értékeinek összevetése az elméletileg számított értékekkel

Ha a mérési adatok alapján a /20/ egyenlet segítségével számított \bar{A}_σ együtthatókat behelyettesítjük az /1/ egyenletbe, úgy ez a függvény a mért beütésszámok várható értékének legjobb becslését fogja adni a mérési szög függvényében. Így tehát ez a függvény a mért beütésszámok szerint van normálva.

Az elméletileg számítható szögeloszlás függvényt viszont úgy szokták normálni, hogy a Legendre polinomok sora az egységgel kezdődjék.

$$W_\varphi^{elm} = 1 + a_2 b_2 \varphi + a_3 b_3 \varphi + \dots + a_s b_s \varphi \quad /27/$$

Az így normált szöghkorrelációs függvény a_σ együtthatóit lehet egyértelműen kapcsolatba hozni a vizsgált magátmenetekben szereplő impulzusmomentum értékekkel.

Mivel minden szögeloszlás és szöghkorrelációs függvényben $b_1(\Theta) = -P_0(\cos\Theta) = \text{const} = 1$; így az /1/ és /27/ egyenlet együtthatói közötti kapcsolat a következő:

$$a_\sigma = \frac{A_\sigma}{A_1} \sim \frac{\bar{A}_\sigma}{A_1} = \bar{a}_\sigma$$

Ezek tehát azok a tulajdonképpeni szöghkorrelációs együtthatók, amelyek az elméletileg számítottakkal a lehetséges spin értékek eldöntése céljából összehasonlíthatók. Ezen összehasonlításhoz szükségünk van \bar{a}_σ -nak - az a_σ mért értékének - hibájára is. Ennek kiszámításához írjunk fel két \bar{a} együtthatót:

$$\bar{a}_\sigma = \frac{\bar{A}_\sigma}{A_1} \quad ; \quad \bar{a}_\tau = \frac{\bar{A}_\tau}{A_1}$$

Képezzük ezek teljes megváltozását:

$$\delta \bar{a}_\sigma = \frac{\partial \bar{a}_\sigma}{\partial A_1} \delta \bar{A}_1 + \frac{\partial \bar{a}_\sigma}{\partial A_\sigma} \delta \bar{A}_\sigma$$

$$\delta \bar{a}_\tau = \frac{\partial \bar{a}_\tau}{\partial A_1} \delta \bar{A}_1 + \frac{\partial \bar{a}_\tau}{\partial A_\tau} \delta \bar{A}_\tau$$

Szorozzuk össze a két kifejezést, és vegyük mindkét oldal várható értékét

$$\begin{aligned} \langle (\delta \bar{a}_\sigma \delta \bar{a}_\tau) \rangle &= \frac{\partial \bar{a}_\sigma}{\partial A_1} \frac{\partial \bar{a}_\tau}{\partial A_1} \langle (\delta \bar{A}_1)^2 \rangle + \frac{\partial \bar{a}_\sigma}{\partial A_1} \frac{\partial \bar{a}_\tau}{\partial A_\tau} \langle (\delta \bar{A}_\sigma \delta \bar{A}_\tau) \rangle + \\ &+ \frac{\partial \bar{a}_\sigma}{\partial A_\sigma} \frac{\partial \bar{a}_\tau}{\partial A_1} \langle (\delta \bar{A}_\sigma \delta \bar{A}_1) \rangle + \frac{\partial \bar{a}_\sigma}{\partial A_\sigma} \frac{\partial \bar{a}_\tau}{\partial A_\tau} \langle (\delta \bar{A}_1 \delta \bar{A}_\tau) \rangle \end{aligned}$$

Mivel

$$\frac{\partial \bar{a}_\sigma}{\partial \bar{A}_1} = - \frac{\bar{A}_\sigma}{\bar{A}_1^2}$$

$$\frac{\partial \bar{a}_\sigma}{\partial \bar{A}_\sigma} = \frac{1}{\bar{A}_1}$$

Ezt felhasználva és a /25/ összefüggést szem előtt tartva

$$\langle (\delta \bar{a}_\sigma \delta \bar{a}_\tau) \rangle = \frac{1}{\bar{A}_1^2} Q_{\sigma\tau}^+ - \frac{\bar{A}_\sigma}{\bar{A}_1^3} Q_{1\tau}^+ - \frac{\bar{A}_\tau}{\bar{A}_1^3} Q_{1\sigma}^+ + \frac{\bar{A}_\sigma \bar{A}_\tau}{\bar{A}_1^4} Q_{11}^+ \quad /29/$$

/29/ alapján az \bar{a}_σ szöghkorrelációs együtthatók hibái, illetőleg hibakorrelációi is meghatározhatók. Vezessünk be most az \bar{A} -hoz tartozó \underline{Q} mátrixhoz hasonlóan az \bar{a} -hoz egy \underline{O} mátrixot. Így /25/-tel analóg módon

$$\langle (\delta \bar{a}_\sigma \delta \bar{a}_\tau) \rangle = O_{\sigma\tau}^+ \quad /30/$$

Az \underline{O}^{-1} mátrixot szórás-mátrixnak is szokás nevezni. A \underline{O}^{-1} szórás-mátrix fő diagonális elemei adják a megfelelő "mért" együtthatók szórás négyzetét.

Megnézzük most, hogy mi a jelentése a fő diagonálison kívül fekvő szórás-mátrix elemeknek.

Tekintsük az egyes mért paraméter értékek eltéréseinek $(\delta a_\sigma \delta a_\tau)$ szorzatát, amely a várható értékétől /lásd /30/ / nem nagyon térhet el:

$$(\delta \bar{a}_\sigma \delta \bar{a}_\tau) \sim O_{\sigma\tau}^+$$

másképpen

$$(\delta \bar{a}_\sigma \delta \bar{a}_\tau) = \alpha^2 O_{\sigma\tau}^+ ;$$

vagy mindkét oldalt $O_{\tau\sigma}$ -val beszorozva:

$$O_{\tau\sigma} (\delta \bar{a}_\sigma \delta \bar{a}_\tau) = \alpha^2 O_{\tau\sigma} O_{\sigma\tau}^+ \quad /31/$$

Az összes előforduló paraméterek eltéréseire jellemző korrelációs kifejezés: kapunk, ha /31/-et összegezzük, először σ szerint:

$$\sum_{\sigma=2}^s O_{\tau\sigma} (\delta \bar{a}_\sigma \delta \bar{a}_\tau) = \alpha^2 \sum_{\sigma=2}^s O_{\tau\sigma} O_{\sigma\tau}^+ = \alpha^2$$

továbbá τ szerint:

$$\sum_{\tau=2}^s \sum_{\sigma=2}^s O_{\tau\sigma} (\delta \bar{a}_\sigma \delta \bar{a}_\tau) = \alpha^2 (s-1) \quad /32/$$

Részletesebben kiírva /32/-t:

$$\sum_{\tau=2}^s \sum_{\sigma=2}^s O_{\tau\sigma} (\bar{a}_\sigma - \bar{a}_\sigma) (\bar{a}_\tau - \bar{a}_\tau) = \alpha^2 (s-1)$$

A /32/ kifejezés egy általános ellipszoid egyenlete, mielőtt azonban ennek leírásával foglalkoznánk, nézzük meg, mi határozza meg α^2 értékeit.

Vezessük be a következő mennyiséget:

$$\Theta = \frac{1}{s-1} \sum_{\sigma, \tau=2}^s O_{\tau\sigma} (\bar{a}_\sigma - \bar{a}_\sigma)(\bar{a}_\tau - \bar{a}_\tau)$$

amelynek várható értéke nyilvánvalóan 1, azaz:

$$\langle \Theta \rangle = 1$$

ui. /30/ szerint $\langle (\bar{a}_\sigma - a_\sigma)(\bar{a}_\tau - a_\tau) \rangle = O_{\sigma\tau}^+$.

Feltéve, hogy a mért paraméterek értékei Gauss eloszlást követnek, kimutatható, hogy Θ eloszlása Γ eloszlást és nagy s értékek mellett Gauss eloszlással közelíthető [4]. Így Θ szórása:

$$\langle (\delta\Theta)^2 \rangle = \frac{2}{s-1}$$

Mennyire térhet el Θ a várható értéktől, $\langle \Theta \rangle$ -től? Ennek mértékét Θ szórása szabja meg, a következő egyenlőtlenséget írhatjuk fel:

$$\langle \Theta \rangle - \beta \langle (\delta\Theta)^2 \rangle^{1/2} < \Theta < \langle \Theta \rangle + \beta \langle (\delta\Theta)^2 \rangle^{1/2} \quad /33a/$$

A fenti egyenlőtlenség valószínűségének kifejezése felírható, mert Θ eloszlása ismeretes. A β konkrét értékét az fogja meghatározni, hogy milyen valószínűséggel követeljük meg a /33 a/ egyenlőtlenség fennállását.

Nagy s értékekre a /33 a/ egyenlőtlenség érvényes és valószínűsége a Gauss féle hibafüggvénnyel egyenlő, így β értékei táblázatokban találhatóak $E\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}}\right) = \text{erf } x$ [5].

Kis s értékekre Θ eloszlására vonatkozóan a Γ eloszlást kell figyelembe venni, akkor Θ alsó és felső határa különböző lesz, sőt, s -től explicite is függ. /33 a/ helyett a következő egyenlőtlenség áll fenn:

$$\langle \Theta \rangle - \beta_1^{(s-1)} \langle (\delta\Theta)^2 \rangle^{1/2} < \Theta < \langle \Theta \rangle + \beta_2^{(s-1)} \langle (\delta\Theta)^2 \rangle^{1/2} \quad /33b/$$

A /33 b/ egyenlőtlenség valószínűsége Θ Γ eloszlása alapján felírható, amelynek alapján a $\beta_1^{(s-1)}$ és $\beta_2^{(s-1)}$ együtthatók számíthatók.

Igy a /33 a/ illetve /33 b/ alapján azt mondhatjuk, hogy a

$$\Theta = \langle \Theta \rangle + \chi \langle (\delta\Theta)^2 \rangle^{1/2}$$

egyenlőség tetszőleges valószínűséggel fennáll χ egy meghatározott - és a megkövetelt valószínűség értékének alapján számolható - tartományára, ahol

$$|\chi| \leq \beta, \quad \text{illetve} \\ -\beta^{(s-1)} \leq \chi \leq \beta_2^{(s-1)}$$

Milyen követelményt jelent ez /32/-re vonatkozóan? Tekintettel Θ definíciójára és fenti kifejezésére, továbbá /32/-re, láthatjuk, hogy

$$\alpha^2 = \langle \Theta \rangle + \chi \langle (\delta\Theta)^2 \rangle^{1/2} = 1 + \chi \sqrt{\frac{2}{s-1}}$$

Megadható tehát az az ellipszoid /illetve ellipszoid gyűrű, mivel χ -nek alsó és felső határa van/, amelyre az együtthatók eltérései eshetnek. Az, hogy milyen biztonsággal akarjuk ezt a tartományt kijelölni, megszabja az ellipszoid kiterjedését.

Ha például $s-1 = 2$; ugy /32/ egy ellipszis tartományt jelöl meg és $\alpha^2 = 1 + \chi$. Tekintettel s kis értékére a /33 b/ egyenlőtlenség érvényes. Legyen /33 b/ valószínűsége $1 - \varepsilon = 0,997$, tehát elég nagy biztonsággal kívánjuk meg /33 b/ fennállását. Ugy [4] alapján $\beta_1^2 = 1,00$ és $\beta_2 = 4,81$, tehát $0 \leq \alpha^2 \leq 5,81$ jellemzi az ellipszist.

Térjünk vissza a /32/ összefüggés diszkutálására. Mivel /32/ egy általános ellipszoid egyenlete, így az $s-1$ dimenziós \underline{a} vektor végpontjának egy a /32/ egyenlet által leirt hasonló dimenziós ellipszoidon kell feküdnie. Az ellipszoid annál nagyobb, minél nagyobb α^2 . Az ellipszoid középpontja az \underline{q} vektor végpontja.

Kérdés még az, hogy milyen nagy egy ilyen meghatározott α^2 -hoz és meghatározott \underline{O}^{-1} szórás-mátrixhoz tartozó ellipszoid? Milyen nagyok az ellipszoid tengelyek és például milyen állásu, milyen irányu az ellipszoid?

Vizsgáljuk meg ezt a kérdést ismét két paraméter esetére. / $s-1 = 2$ /
Igy /32/ egy két dimenziós ellipszist ír le. Irjuk ki most a /32/ egyenletet

$$O_{22}(\delta a_2)^2 + 2O_{23}\delta a_2\delta a_3 + O_{33}(\delta a_3)^2 = \alpha^2(s-1)$$

Irjuk az \underline{O} mátrix elemei helyébe az inverz mátrix elemeivel kifejezett értékeket

$$\frac{O_{33}^+}{\Delta}(\delta a_2)^2 + \frac{O_{22}^+}{\Delta}(\delta a_3)^2 - \frac{2\delta a_2\delta a_3}{\Delta} O_{23}^+ = \alpha^2(s-1)$$

Szorozzuk be az egyenletet a szórás-mátrix determinánisaival és osszuk el a diagonális elemek szorzatával. Igy

$$\frac{(\delta a_2)^2}{(s-1)\alpha^2 O_{22}^+} - \frac{(\delta a_3)^2}{(s-1)\alpha^2 O_{33}^+} - \frac{2\delta a_2\delta a_3}{(s-1)\alpha^2 \sqrt{O_{22}^+ O_{33}^+}} \frac{O_{23}}{\sqrt{O_{22}^+ O_{33}^+}} = \frac{\Delta}{O_{22}^+ O_{33}^+} \quad /34/$$

Ezt összehasonlítjuk az ellipszis egyenletének egyik ismert alakjával

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad /35/$$

Az ellipszisnek ez az alakja úgy jön ki, ha az

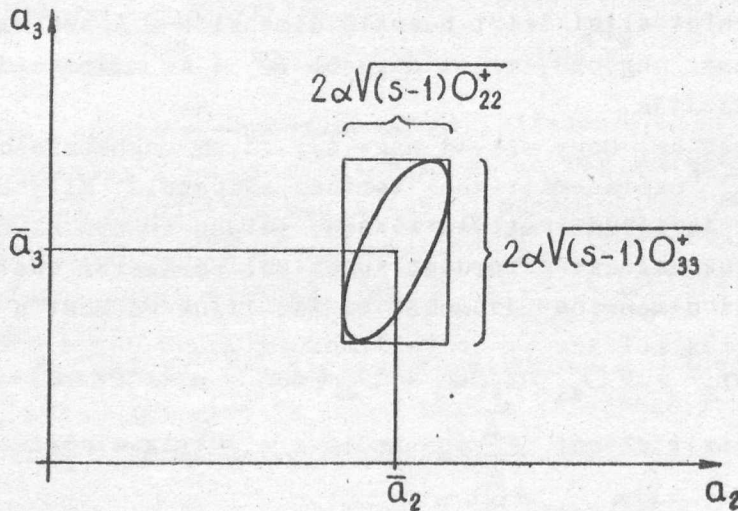
$$\begin{aligned}x &= a \sin \omega \\y &= b \sin (\omega + \delta)\end{aligned}$$

paraméteres alakból az ω paramétert kiküszöböljük.

/34/ és /45/ összehasonlításából kitűnik, hogy a hibaellipszis az a_{σ} együtthatók várható értéke körüli $2\alpha\sqrt{(s-1)O_{\sigma\sigma}^+}$ oldalhosszu téglalapban foglal érintőlegesen helyet, s általában nem tengely-szimmetrikus, nagy tengelyének dőlés szöge a δ paraméter alapján számítható. A két ellipszis összehasonlításából az is kitűnik, hogy

$$\cos \delta = \frac{O_{23}^+}{\sqrt{O_{22}^+ O_{33}^+}} \quad /36/$$

amiből látható, hogy a szórás-matrix diagonálison kívül fekvő elemei a hiba ellipszis nagyságát nem, pusztán csak dőlésének szögét határozzák meg.



1. ábra

Háttér effektusok figyelembevétele

A szöghorreláció és szögeloszlás méréseknél gyakran előfordulnak bizonyos háttér sugárzások, amelyek a mérésszögtől függetlenek. /Ha a háttér-sugárzás is szögfüggő, akkor tulajdonképpen két szögeloszlás függvény szuperpozíciójával állunk szemben. Ezzel az esettel nem foglalkozunk./

A mérésszög értékétől független háttér beütésszám lehet például a véletlen koincidenciáknak megfelelő beütésszám. /Ha például egy magreakciónál a vizsgált átmenetnek megfelelő sugárzáson kívül még igen sokféle átmenet sugárzása éri a detektort s hoz létre benne véletlen koincidenciákra képes jeleket./

A szögeloszlásban az aszimmetriát létrehozó \bar{n}_φ beütésszám, mint az n_φ összbeütésszám és az ugyanannyi ideig mért n_0 háttér beütésszám különbsége kapható:

$$\bar{n}_\varphi = n_\varphi - n_0 \quad /37/$$

Tekintettel arra, hogy n_φ és n_0 függetlenek, az \bar{n}_φ szórása:

$$\langle (\delta \bar{n}_\varphi)^2 \rangle = \langle (\delta n_\varphi)^2 \rangle + \langle (\delta n_0)^2 \rangle$$

ahol $\delta \bar{n}_\varphi = -\langle n_\varphi \rangle$

és $\delta n_\varphi = -\langle n_\varphi \rangle$

$$\delta n_0 = -\langle n_0 \rangle$$

Tudjuk azonban, hogy a beütésszámok Poisson eloszlást követnek, tehát

$$\langle (\delta n_\varphi)^2 \rangle = \langle n_\varphi \rangle \quad \text{és} \quad \langle (\delta n_0)^2 \rangle = \langle n_0 \rangle, \quad \text{így}$$

$$\langle (\delta n_\varphi)^2 \rangle = \langle n_\varphi \rangle + \langle n_0 \rangle.$$

Olyan esetekben tehát, ahol háttér is fellép, a /11/ kifejezésbe n_φ helyett

\bar{n}_φ kerül és $\omega_\varphi = \frac{1}{\langle (\delta n_\varphi)^2 \rangle}$ helyett

$$\omega_\varphi = \frac{1}{\langle (\delta \bar{n}_\varphi)^2 \rangle} = \frac{1}{\langle n_\varphi \rangle + \langle n_0 \rangle} \sim \frac{1}{n_\varphi + n_0} \quad /38/$$

7. A statisztikus kiértékelés gépi programja

A gépi program elkészítése a 3., 4., 5. és 6. fejezetekben levezetett formulák alapján történt.

A feladat gépi megoldásához 10-es számrendszerben kell megadni a következő adatokat:

- a/ Az adott szögeloszlás-problémákból és mérési elrendezésből adódó \underline{b} matrix $s \times r$ darab elemét;
- b/ A különböző szöghelyeken mért r darab n_φ beütésszámot;
- c/ A háttérsugárzásból adódó n_0 beütésszám átlagértékét, ahol a háttér beütésszám ugyanarra az időre normált, mint az n_φ beütésszámok. /Az átlagérték helyett a $\beta = \frac{n_0}{n_1}$ hányados értékét adjuk meg. Sok mérésnél ugyanis a koincidencia spektrumokból ez az érték közvetlenül leolvasható; 2. ábra./

Ezeknek az adatoknak a gépbe való bevitele lyukszalagról történik, és a bevitel után a program első része a 10-es számrendszerben megadott mennyiségeket 2-es számrendszerbe fordítja át.

A gép ezután képezi az

$$\bar{n}_\varphi = n_\varphi - n_0$$

értékeket és az ezeknek megfelelő szórás négyzeteket a /38/ formulát használva/ melyeknek reciprokát a súlyfaktor értékének fogadjuk el:

$$\omega_p = \frac{1}{n_p + n_0}$$

Az \bar{n}_p , ω_p , $b_{\sigma p}$ értékek ismerete alapján a gép a /16/ és /17/ formulák alapján képezi a \underline{Q} mátrix és az \underline{R} vektor elemeit. / Az idézett formulákban szereplő n_p értékek helyett a gép természetesen mindig az \bar{n}_p értéket használja./

Ezután a gép elvégzi a \underline{Q} mátrix invertálását. Az invertált, un. szórás-mátrix a /25/ kifejezésnek megfelelően mindjárt az A_{σ} együtthatók szórásnégyzetét és hibakorrelációit adja. A gép ezután a /20/ kifejezésnek megfelelően kiszámolja az A_{σ} együtthatókat.

A továbbiakban a /28/ kifejezésnek megfelelően számítjuk a normált a_{σ} együtthatók értékét, a /29/ illetve /30/ kifejezések alapján pedig az ezen együtthatóknak megfelelő \underline{Q}^{-1} szórás-mátrix elemeit.

A mérési helyek r száma, és az, hogy hány s -féle Legendre polinommal végezzük el az illesztést, bizonyos határokon belül tetszőlegesen változtatható. A megfelelő r és s értékeket esetenként a kezelő asztalról visszük be. Így a program bármilyen Legendre-polinomokkal leírható szögkorrelációs és szögeloszlás mérések kiértékelésére alkalmas.

A számítás végig fixpontosan történik, megfelelően skálafaktorozott mennyiségekkel. A számítás eredményeinek skálafaktorát a gép kinyomtatja.

Kívánságnak megfelelően a következő eredmények nyomtathatók ki:

a/ Az A_{σ} együtthatók és a \underline{Q}^{-1} szórásmatrix elemei;

b/ A normált a_{σ} együtthatók, az \underline{Q}^{-1} mátrix elemei és a normált együtthatók szórásnégyzetéből vont négyzetgyök, azaz az $[(\underline{Q}^{-1})_{\sigma\sigma}]^{1/2}$ mennyiségek;

c/ Az a/ és b/ pontban szereplő mennyiségek.

Az eredményeknek a mérésekkel való könnyebb azonosíthatósága céljából a gép mindig kinyomtatja a háttér n_0 beütésszám átlagértékére jellemző

$\beta = \frac{n_0}{n_1}$ mennyiséget, továbbá valamennyi szöghelyen mért n_p beütésszámot.

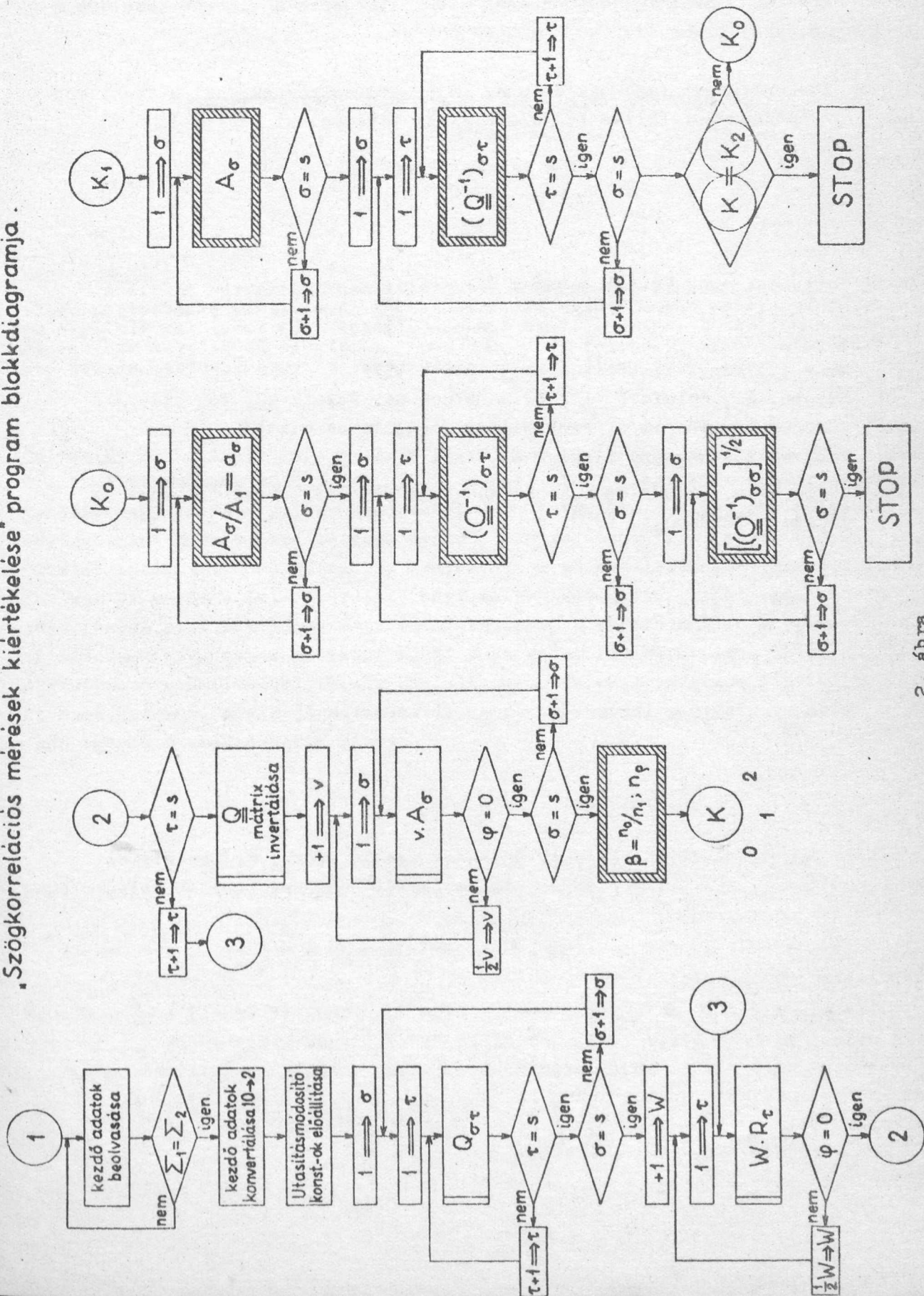
Az egész program a felhasznált szubrutinokkal együtt a memóriának 1144 nem teljes rekeszét foglalja el, így a különböző adatok és eredmények tárolására 904 nem teljes rekesz marad fenn, ami az

$$\max(s) = 8; \quad \max(r) = 20$$

értékek megvalósítását teszi lehetővé. s és r maximális értékét - ha szükséges - tovább lehet növelni az URAL géphez tartozó mágnesszalag egység alkalmazásával.

Az eddig elkészült feladatok között maximálisan $s = 3$, $r = 5$ értékek fordultak elő. Egy ilyen feladat számítási ideje az URAL gépen 5 perc.

"Szöggörrelációs mérések kiértékelése" program blokkdiagramja.



2. ábra

A feladat gépi feldolgozásának szemléltetésére a 2. ábrán közöljük a program blokkdiagramját.

Köszönetünket fejezzük Jánossy Lajos professzornak, aki a fenti módszer alkalmazására felhívta figyelmünket és tanácsaival segített.

I r o d a l o m

- [1] Mráz J., Magy. Fiz. Folyóirat 5, 217 /1957/
- [2] Devons, S., Goldfarb, L.J.B. Handbuch der Physik 42, 362 /1957/
- [3] Jánossy L.: Theory of Probability /megjelenés alatt/
- [4] Jánossy L., Nárayné Ziegler M., KFKI Közl. 9, 183 /1961/
- [5] Сегал Б.И., Семенднєв К.А. Пятизначные математические таблицы Москва - Ленинград, 1950.

Érkezett 1962 máj. 14.

KFKI Közl. 10. évf. 3. sz. 1962.

MEGJEGYZÉSEK A HARMONIKUS OSZCILLÁTOR PERTURBÁCIÓ SZÁMITÁSÁHOZ

Irtta: Németh Géza

Összefoglalás

A cikk a harmonikus oszcillátorral kapcsolatos kvantummechanikai időfüggő perturbáció számítással foglalkozik. Az egydimenziós esetre szorítkozva explicit megoldást ad a legáltalánosabb esetre, amikor tetszőleges kezdeti állapotban tartózkodó elektront $P_0 \times f(t)$ / f tetszőleges/ alakú perturbáció éri és keressük, hogy t idő múltán, milyen állapot jön létre.

Bevezetés

A kvantummechanikai egy elektron /ill. több elektron/ probléma tárgyalása nagy matematikai nehézségekkel jár. A legtöbb esetben variációs és perturbációs módszerekre vagyunk utalva, amelyek csak "kis" amplitudójú "rövid" ideig tartó perturbációk esetén adnak jó közelítéseket. Jánossy professzor ur vetette fel a kérdést, hogy milyen módszerrel lehet igen hosszú ideig tartó perturbáció hatását tanulmányozni. A kérdés megválaszolása ilyen általánosan igen nehéznek látszik. Mi most először a harmonikus potenciál perturbáció számításával fogunk foglalkozni. Bár ez a probléma fizikailag kevésbé érdekes, mégis jó matematikai előtanulmányként szolgálhat, mivel igen egyszerű eredményekre vezet.

I.

Ismeretes [1], hogy az egy elektron probléma saját függvényeit az egydimenziós Schrödinger egyenletből számíthatjuk:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_n + V(x) \varphi_n = E_n \varphi_n ;$$

ahol $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ a Planck állandó, m az elektron tömege, Δ a Laplace operátor φ_n az E_n saját energiához tartozó saját függvény, $V(x) = V_0 x^2$ a perturbálatlan potenciál. φ_n explicit kifejezése a következő:

$$\varphi_n = (2\pi)^{-1/4} (n!)^{-1/2} (4\alpha)^{1/4} \text{He}_n(\sqrt{4\alpha} x) e^{-\alpha x^2} ; \quad \alpha = \sqrt{\frac{mV_0}{2\hbar^2}} ; \quad \omega = \frac{E_1 - E_0}{\hbar} = \sqrt{\frac{2V_0}{m}}$$

és a saját érték $E_n = \hbar\omega(n+1/2)$.

Tegyük fel most, hogy az alapállapotban tartózkodó elektront $P(x,t)$ alakú perturbáció éri a $t=0$ időponttól kezdve. Felad meghatározni a perturbált rendszer állapotfüggvényét. Jelöljük ezt $\psi(x,t)$ -vel; $\psi(x,t)$ az időfüggő Schödinger egyenletből

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + [V(x) + P(x,t)] \psi = 0$$

számítható ki. Kezdeti feltételül a $\psi(x,0) = \varphi_0(x)$ reláció szolgál. A megoldás a Dirac-féle szuperpozíciós módszerrel tárgyalható /annak egy iskolapéldája/. Vegyük fel a perturbált állapotfüggvényt a perturbálatlanok szuperpozíciójaként.

$$\psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(t) \varphi_n(x) e^{-\frac{iE_n}{\hbar}t}$$

A kezdeti feltétel szerint

$$c_n(0) = \delta_{n,0} \quad (\delta_{n,k} = 1, \text{ ha } n=k, \text{ különben } 0)$$

A $c_n(t)$ együtthatókat az alábbi végtelensokismeretlenes differenciálegyenletrendszerből számíthatjuk ki:

$$\frac{\hbar}{i} \frac{dc_n(t)}{dt} + P_0 \frac{f(t)}{\sqrt{4\alpha}} \left\{ \sqrt{n} e^{i\omega t} c_{n-1}(t) + \sqrt{n+1} e^{-i\omega t} c_{n+1}(t) \right\} = 0$$

A megoldás igen egyszerű alakú:

$$c_n(t) = \frac{\zeta^n}{(n!)^{1/2}} \left[\int_0^t f(t') e^{i\omega t'} dt' \right]^n \exp \left\{ \zeta^2 \int_0^t f(t') e^{-i\omega t'} \int_0^{t'} f(t'') e^{i\omega t''} dt'' dt' \right\},$$

ahol $\zeta = -\frac{iP_0}{2\hbar\sqrt{\alpha}}$.

$\psi(x,t)$ sorát $c_n(t)$ ismeretében most már felszummázhatjuk

$$\psi(x,t) = (2\pi)^{-1/4} (4\alpha)^{1/4} e^{-\alpha x^2 - i\omega_0 t} \exp \left\{ \sqrt{4\alpha} x \zeta \int_0^t e^{-i\omega(t-t')} f(t') + i\omega \zeta^2 \int_0^t \left[\int_0^{t'} e^{-i\omega(t-t'')} f(t'') dt'' \right]^2 dt' \right\}.$$

Megjegyezzük, hogy az átmeneti valószínűségek tetszőleges perturbáció esetén Poisson-eloszlást alkotnak [2] :

$$|c_n(t)|^2 = A^n \frac{1}{n!} e^{-A} ; \quad A = \frac{P_0^2}{4\alpha\hbar^2} \left| \int_0^t f(t') e^{i\omega t'} dt' \right|^2 .$$

Vizsgáljuk most kissé általánosabban a problémát. Tegyük fel, hogy a kezdeti állapot nem az alapállapot, hanem valamilyen $F(x)$ függvénnyel leírt állapot. Ha $F(x)$ -t sorbafejtjük a perturbálatlan saját függvények szerint, látható, hogy

$$F(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \varphi_k(x)$$

miatt elég a $\psi(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \psi_k(x,t)$ felbontást alkalmazni, ahol $\psi_k(x,t)|_{t=0} = \varphi_k(x)$ $k = 0, 1, 2, \dots$

Tehát meg kell határozni a $\psi_k(x,t)$ függvényeket. A $k=0$ esethez tartozó megoldást ismertettük már, a $k \neq 0$ nulla esetről hasonló az eljárás. A megoldás a következő:

$$\psi_k(x,t) = \psi_0(x,t) \frac{e^{-ik\omega t}}{(k!)^{1/2}} H_{e_k} \left(\sqrt{4\alpha} x + \frac{P_0}{\hbar\sqrt{\alpha}} \int_0^t f(t') \sin \omega(t-t') dt' \right) .$$

Alkalmazzuk most ezeket az eredményeket a sűrűségeloszlás és a sebességeloszlás meghatározására [3] :

$$\rho_k(x,t) = |\psi_k(x,t)|^2 = \varphi_k^2 \left(x + \frac{P_0}{2\hbar\alpha} \int_0^t f(t') \sin \omega(t-t') dt' \right)$$

$$v_k(x,t) = \frac{i\hbar}{2m} \left[\frac{\partial}{\partial x} \ln \psi_k - \frac{\partial}{\partial x} \ln \bar{\psi}_k \right] = - \frac{P_0}{m} \int_0^t f(t') \cos \omega(t-t') dt' .$$

Látható, hogy a sebesség a helykoordinátától nem függ és a sűrűség alakja időben nem változik, ezek a tulajdonságok szilárd test-szerű mozgást fejeznek ki, azaz azt jelentik, hogy a perturbáció mereven rázza az elektront. Természetesen ez a tulajdonság elmosódik, ha a kezdeti állapot nem tiszta stacioner állapot, hanem kevert. Így pl: $\psi(x,0) = c_0 \varphi_0(x) + c_1 \varphi_1(x)$ esetében:

$$\rho(x,t) = \left(\frac{2\alpha}{\pi} \right)^{1/2} e^{-\alpha X^2} \left\{ c_0^2 + 4\alpha c_1^2 X^2 + 2c_0 c_1 \sqrt{4\alpha} X \cos \omega t \right\}$$

$$v(x,t) = - \frac{P_0}{m} \int_0^t f(t') \cos \omega(t-t') dt' - \frac{\hbar\sqrt{\alpha}}{m} \frac{2c_0 c_1 \sin \omega t}{c_0^2 + 4\alpha c_1^2 X^2 + 2c_0 c_1 \sqrt{4\alpha} X \cos \omega t}$$

ahol $X = x + \frac{P_0}{2\hbar\alpha} \int_0^t f(t') \sin \omega(t-t') dt'$.

Visszatérve a v_k és q_k mennyiségekhez láthatjuk, hogy a hosszú ideig tartó perturbáció kérdése könnyen tanulmányozható. Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor a perturbáció frekvenciája épp a rezonancia-frekvencia, legyen:

$$f(t) = \sin \omega t$$

Ekkor

$$v_k(x,t) = - \frac{P_0}{2m} t \sin \omega t \quad ,$$

azaz a sebesség amplitudója az idővel lineárisan nő és arányos a perturbációs amplitudóval /amely tetszőleges lehet/. Másodszor: vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a perturbáció frekvenciája nem azonos a rezonancia-frekvenciával. Legyen $f(t) = \sin \omega_a t$ $\omega_a \neq \omega$. Így

$$v_k(x,t) = - \frac{P_0 \omega_a}{m(\omega^2 - \omega_a^2)} [\cos \omega_a t - \cos \omega t] .$$

Innen látszik, hogy a sebesség amplitudója $\omega_a \neq \omega$ esetében korlátos.

Végezetül megjegyezzük, hogy az általános esetben /azaz, ha $\psi(x,t)|_{t=0} = F(x)$, $F(x)$ tetszőleges állapot/ $\psi(x,t)$ az alábbi sorral adható meg:

$$\psi(x,t) = \psi_0(x,t) \sum_{k=0}^{\infty} a_k \frac{e^{-ik\omega t}}{(k!)^{1/2}} H_{e_k}(\sqrt{4\alpha}(x+s)) .$$

Ez a sor felszummázható:

$$\psi(x,t) = \psi_0(x,t) (2\pi)^{-1/4} (4\alpha)^{1/4} (1 - e^{-2i\omega t})^{-1/2} \exp\left\{ \alpha \frac{(x+s)^2}{\cos \omega t} e^{-i\omega t} \right\} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha(y - \frac{x+s}{\cos \omega t})^2 \operatorname{ctg} \omega t} F(y) dy ,$$

ahol

$$s = \frac{P_0}{2\hbar\alpha} \int_0^t \sin \omega(t-t') f(t') dt' .$$

$\psi(x,t)$ képlete $F(x)$ explicit ismeretében igen jól használható, pl. a sűrűség eloszlásra az alábbi képletet nyerjük:

$$\rho(x,t) = |\psi(x,t)|^2 = \frac{\alpha}{\pi \sin \omega t} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha \left(y - \frac{x+s}{\cos \omega t}\right)^2 \operatorname{ctg} \omega t} F(y) dy \right|^2$$

sőt $v(x,t)$ képlete is hasonló alakú, csak kissé bonyolultabb.

Ezen képletek segítségével az igen hosszú ideig tartó perturbáció problémája analitikusan megoldást nyert. Konkrét $F(x)$ esetén könnyen elemezhetők $\rho(x,t)$ és $v(x,t)$ tulajdonságai.

I r o d a l o m

- [1] Marx Gy., Kvantummechanika. Műsz. kiad. Budapest, 1957. 144-150.o.
- [2] Döring, W., Einführung in die Quantenmechanik, Göttingen, 1955. 340-47.o.
- [3] Ebben az esetben $|c_n^{(k)}(t)|^2$ nem Poisson eloszlás, hanem az alábbi alakú:

$$\frac{k!}{n!} A^{n-k} e^{-A} \left\{ \sum_{\ell=0}^{\min(n,k)} \binom{n}{\ell} (-1)^\ell \frac{A^{k-\ell}}{(k-\ell)!} \right\}^2$$

Ez az eloszlás könnyen tanulmányozható a generátor függvénye alapján:

$$G(u,v) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} u^n v^k |c_n^{(k)}(t)|^2 = \frac{1}{1-u^2 v^2} e^{-A \frac{(1-u)(1-v)}{1-uv}}$$

Érkezett 1962. április 25.

KFKI Közlemények 10.évf. 3.sz. 1962.

FELÜLETI ZÁRÓRÉTEGES FÉLVEZETŐ DETEKTOROK NEHÉZ.
TÖLTÖTT RÉSZECSEKÉK MÉRÉSÉRE

Irta: Biró János, Deme Sándor, Fehér István és Puskás László^{x/}

Összefoglalás

Beszámolunk felületi záróréteges szilícium detektorok hazai előállításáról. 5mm²-es felületű detektorokkal 6 MeV-es α - részecskék esetén 0,9 %-os felbontóképességet értünk el.

Az utóbbi időben a nukleáris mérés technika területén fokozott érdeklődés nyilvánul meg a félvezető részecske detektorok iránt. Ezek a detektorok nagyon jó energia felbontóképességgel [1] és linearitással rendelkeznek, amely igen rövid jelfelfutási idővel, kis geometriai méretekkel, a gamma háttérsugárzás iránti meglehetősen kis érzékenységgel párosul. További előny még egyszerű tápfeszültségforrások használatának lehetősége. Megfelelő kiképzésben a félvezető részecske detektorok neutron detektálásra és neutron spektroszkópia céljára is felhasználhatók [2]. A fentemlített előnyök következtében a félvezető detektorok sok esetben kiszoríthatják a korábban használt, más típusú detektorokat [3].

A félvezető részecske detektorok működését és előállításának elvét részletesen leírták [1, 4, 5, 6] sőt a hazai irodalomban is részletesen ismertették [7].

A Központi Fizikai Kutató Intézetben kísérletek folynak félvezető detektorok hazai előállítására. Az irodalomban leírt technológiák közül mi a [8] -ban közölt technológia kissé módosított változatát használtuk fel, mint jelenlegi körülményeink között a legjobban megvalósíthatót.

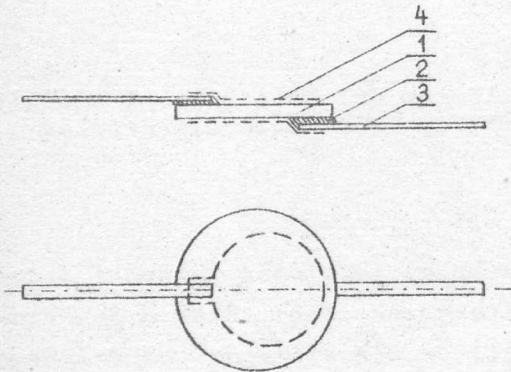
Alapanyagként nagy tisztaságú szilícium egykristályt használtunk. Az általunk használt technológia röviden a következő:
100-150 Ohm cm-es fajlagos ellenállású, n-típusú szilícium egykristályból előbb 0,8-1 mm vastagságú szeleteket, majd ebből ultrahanggal működő vágógéppel 5-10 mm átmérőjű korongokat vágunk ki. A megfelelően lecsiszolt korongokat CP-4A maróban néhány percig szobahőmérsékleten maratjuk. A maratás összetétele a következő:

| | |
|-------------------------|-------------|
| konc. salétromsav | 2 térf.rész |
| jégecet | 1 térf.rész |
| 40 %-os hidrogénfluorid | 1 térf.rész |

^{x/}Puskás László a Konverta gyár munkatársa

Maratás után gondos mosás következik ioncserélt vízben, majd a korongokat szárítószekrényben 60-80 C°-on kiszáritjuk és szobahőmérsékleten egy-két napig állni hagyjuk őket, hogy a felületi oxidréteg kialakulhasson.

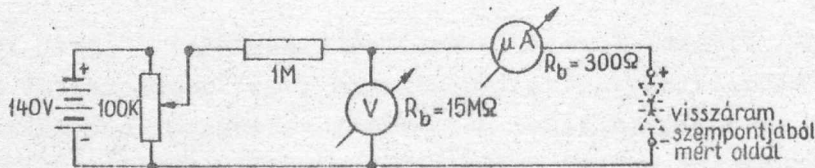
Az arany párolást megelőzően a korongok két oldalára araldittal 0,1 mm vastag 1,5 mm széles, 20 mm hosszú ezüst szalagot ragasztunk, melyek a detektor kivezetéséül szolgálnak majd /1.ábra/.



1.ábra

Felületi záróréteges szilícium részecske-detektor. 1- szilícium korong, 2- aralditréteg, 3- ezüst kivezetőszalag, 4- felpárolt aranyréteg

árama az általában használt 20-40 V-os előfeszültségeknél. A bemérésnél használt összeállítást a 2.ábra, egy 10 mm²-es aktív felületű detektor jellegzetes visszáram karakterisztikáját a 3.ábra mutatja.



2.ábra

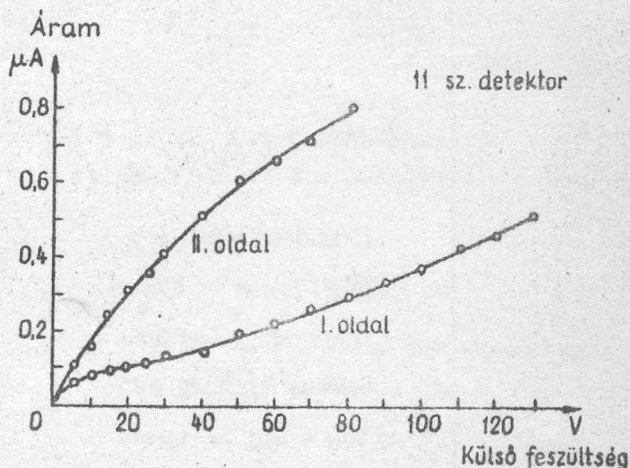
Félvezető detektor visszáram-mérő összeállítása

A felbontókéesség vizsgálatát vákuumkamrában, vékony ThC+ThC' forrással végeztük. A méréshez használt elektronikus készülékek blokkvázlatát a 4.ábra mutatja. A detektorkör negatív jelét az US-2 /Szirény/ előerősítője 20-szorosan erősíti, majd a főerősítővel 60-80 V-ra erősítjük fel. Az ablakerősítő jeleit AI-100 /Raduga/ típusu amplitudóanalizátor dolgozza fel. A méréshez használt US-2 főerősítőjét átalakítottuk úgy, hogy az 0,5; 1;

1,5 és 2 μsec -os differenciálási és integrálási időállandóval rendelkeznek.

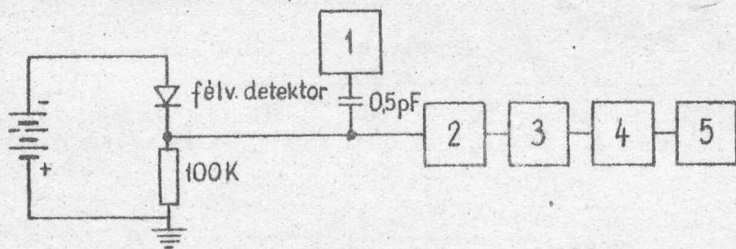
Az erősítőrendszer kalibrálására 2^o/oo-es pontosságú higanyrelés impulzusgenerátort használtunk.

Po-210 preparátummal végzett méréseink nem mutattak 2%-nál jobb felbontóképességet, mert a forrás önabszorpciója jelentősen befolyásolta a mért felbontóképességet, amit a spektrum aszimmetriája is igazolt.



3. ábra

Egy detektor feszültség-áram karakterisztikája



4. ábra

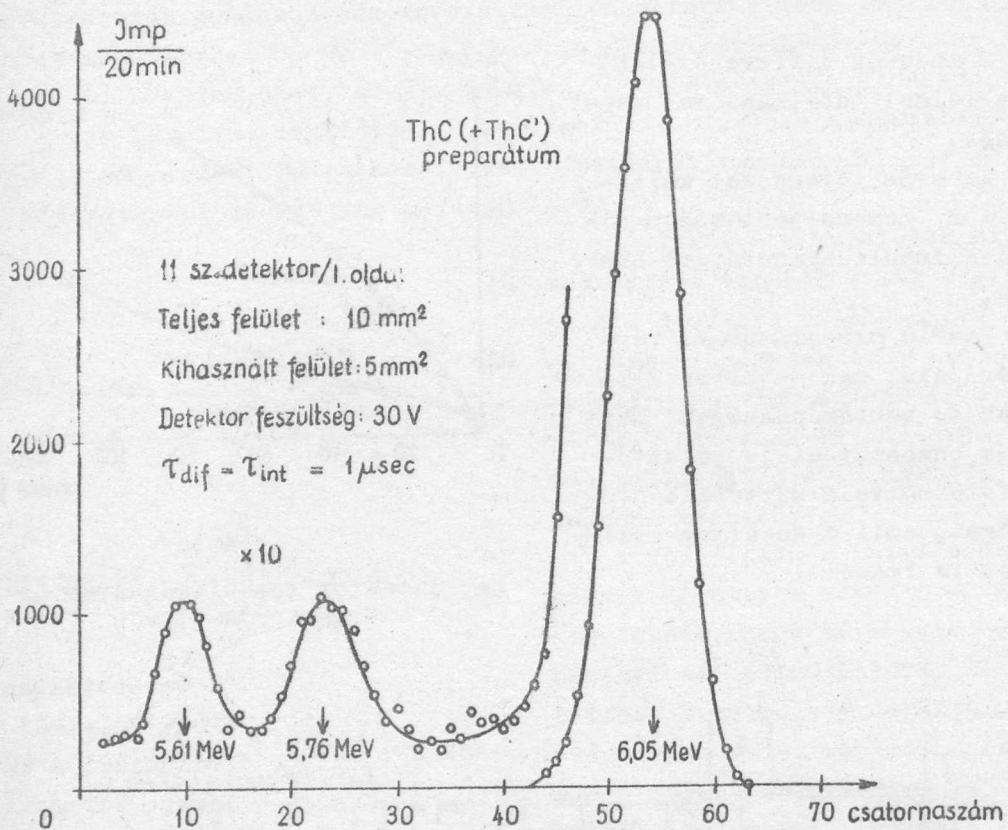
A felbontóképesség vizsgálatához használt összeállítás blokkvázlata. 1- hitelesítő impulzus generátor, 2- előerősítő, 3- erősítő, 4- ablakerősítő, 5- sokcsatornás analízátor

A továbbiakban vékony $\text{ThC}_2\text{ThC}'$ preparátumokat a Tn gáz aktív termékeinek kisméretű platinafelületre való elektrosztatikus összegyűjtésével készítettünk.

A forrás elé egy vékony, aranyozott Vyns-fóliát helyeztünk el a visszalökődési szennyeződé-

sek elkerülésére, /mely különösen Po-210 esetében zavarhat/.

A 10 mm²-es felületű detektorból a jobb felbontóképesség elérése céljából csak a középső 5 mm²-es felületet használtuk ki. A detektorral felvett ThC α -spektrumot az 5. ábra mutatja. A 6,047 és 6,086 MeV-es részecskékre együttesen 1,2 %-os energia felbontást kaptunk, amelyből a monoenergetikus részecskékre átszámított felbontóképesség 0,9 %. Ezt az eredményt 30 V-os detektorfeszültségnél kaptuk. Az erősítőrendszer differenciáló és integráló időállandója 1 μsec volt. A rendszer linearitását és az energiaskálát az 5,765 MeV-es és az 5,603 ill. 5,622 MeV-es csúcsokkal kalibráltuk.



5. ábra

Egy 5 mm²-es felületű detektorral felvett ThC α -spektrum.

Az elektronikus berendezés saját felbontóképessége 0,3 %-nál jobb volt. A továbbiakban jobb felbontóképességet elsősorban a detektor visszarámának csökkentésével és jobb minőségű szilícium alapanyag használatával lehet elérni.

Ha a detektor zárórétegében az ionizáló részecske teljes egészében leadja energiáját, akkor $4,4 \times 10^{-14}$ Coulomb /MeV töltés szabadul fel [1]. Ez a Po-210 5,3 MeV-es energiájú α -részecskéinek esetében $2,3 \times 10^{-13}$ Coulombot tesz ki. Ez a töltés jelenik meg a detektoron. A feszültségimpulzus nagysága egyenesen arányos a töltésmennyiséggel és fordítva arányos a detektorkapacitás és az erősítő bemeneti kapacitásának összegével. Mérések szerint az erősítő bemeneti kapacitás a detektor-befogófejjel együtt esetünkben mintegy 15 pF. A detektor kapacitását a Poisson egyenlet integrálása és az n-típusú szilíciumra vonatkozó állandók behelyettesítésével kapott alábbi képlet alapján számítjuk ki:

$$C \approx 1,8 \cdot 10^4 / \sqrt{\rho(u+u_0)} \quad \text{pF/cm}^2$$

ahol ρ - a szilícium egykristály fajlagos ellenállása ohmcm-ben, u - záróirányú feszültség voltban, u_0 - a felület és a belső tér között lévő kontakt potenciál, mely kb. 0,6 V.

Egy általunk készített detektor esetében

$$\rho = 100 \text{ ohmcm}$$

$$s = 0,1 \text{ cm}^2, \text{ ahol } s \text{ a detektor érzékeny}$$

felülete

$$C_d = C \cdot s \quad \text{pF}$$

$$C_d = \frac{1,8 \cdot 10^4 \cdot 10^{-1}}{\sqrt{10^2(u+u_0)}} = \frac{1,8 \cdot 10^2}{\sqrt{u+u_0}} \text{ pF}$$

A teljes bemenőkapacitás C' egyenlő az erősítőbemenet C_0 és a detektor C_d kapacitásának összegével:

$$C' = C_d + C_0$$

ahonnan az erősítő bemenetén megjelenő A impulzus amplitudó voltban

$$A = \frac{2,3 \cdot 10^{-13}}{\frac{1,8 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{u+u_0}} + 1,5 \cdot 10^{-11}} \text{ V.}$$

Az erősítőrendszer kimenetén megjelenő impulzusamplitudó

$$A' = kA$$

ahol k az effektív erősítési tényező.

A detektor kapacitását, tetszőleges előfeszültségnél, meg lehet határozni az erősítő bemenetén létrejövő jel nagyság csökkenésből, ha a detektorral párhuzamosan ismert kapacitást kapcsolunk. A fenti módszerrel mért érték

$$U = 40 \text{ V-nál } 29 \pm 1 \text{ pF} \quad \text{míg a számított érték } C_d \approx \frac{1,8 \cdot 10^2}{\sqrt{40,6}} = 28 \text{ pF}$$

ami jól egyezik a mért értékkel.

Innen megkaphatjuk a A és a k értékét, ha $A' = 52 \text{ V}$

$$A = \frac{2,3 \cdot 10^{-13}}{2,8 \cdot 10^{-11} + 1,5 \cdot 10^{-11}} = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

$$k = \frac{A'}{A} = \frac{52}{5,3 \cdot 10^{-3}} \sim 10^4$$

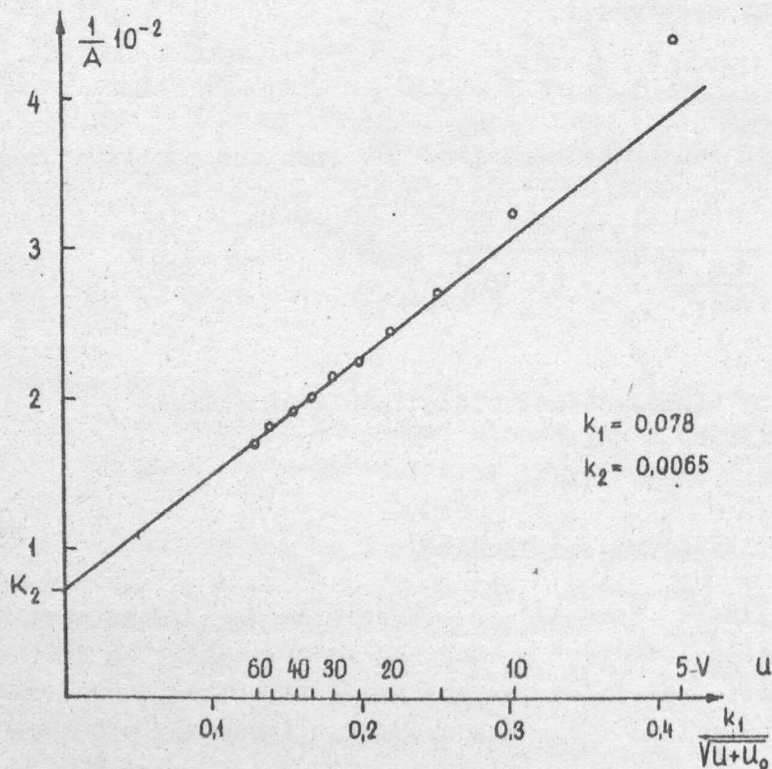
Ha felvesszük a jel nagyság függését a detektorfeszültségtől, akkor

$$A' = kA = \frac{10^4 \cdot 2,3 \cdot 10^{-13}}{\frac{1,8 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{u+u_0}} + 1,5 \cdot 10^{-11}} = \frac{153}{\frac{12}{\sqrt{u+u_0}} + 1}$$

ahonnan

$$\frac{1}{A'} = \frac{0,078}{\sqrt{u+u_0}} + 0,0065$$

Kísérletileg meghatároztuk az $\frac{1}{A'} = f(u)$ összefüggést és a 6. ábrán látható eredményt kaptuk.



6. ábra

A detektoron megjelenő impulzus nagyság függése az előfeszültségtől. A görbe az $\frac{1}{A'} = \frac{k_1}{\sqrt{u+u_0}} + k_2$ összefüggést ábrázolja.

A 6. ábra szerint a detektoron megjelenő feszültségimpulzus 10 voltos feszültségig követi az $\frac{1}{C}$ törvényt. Kisebb feszültségnél a záróréteg olyan vékony, hogy az α -részecske már nem adja le teljes energiáját a rétegben, ezért a detektor 10 volt alatt nem lineáris 5,3 MeV-es α -részecskékre. Ha megállapítottuk, hogy hány volt felett lineáris a detektorunk ismert energiájú α -sugárzásra, akkor a [9]-ben közölt nomogramm segítségével meghatározhatjuk, hogy más α -energia esetén hány volt a minimálisan szükséges előfeszültség.

A fentiekben leírt detektorok csak a kísérleti előállítás első példányainak tekinthetők, a jövőben további fejlesztésre van szükség. Jobb felbontóképességet kell elérni az érzékeny felület egyidejű növelése mellett, esetleg más technológia felhasználásával. Igény merülhet fel nagyobb, 300-3000 ohmcm-es fajlagos ellenállású szilícium alapanyagból készült detektorokra vonatkozóan is, nagyobb energiájú protonok és β -részecskék méréséhez.

Detektoraink egy részét a jövőben neutron mérési célra kívánjuk felhasználni, melyhez szükséges Li^6 , B^{10} és protonradiátorként szolgáló anyagokból megfelelő rétegek előállítása. Meggyőződésünk szerint a különlegesen kiképzett szilíciumdetektorok alkalmasak lesznek bizonyos neutronozimetriai feladatok megoldására is.

A kísérleti példányok és a tervezett fejlesztés lehetővé teszik a félvezető részecskedetektorok magfizikai mérésekhez való szélesebbkörű hazai felhasználását.

Köszönetet mondunk Tonelli Miklósnak a mechanikus munkák kivitelezéséért.

I r o d a l o m

- [1] Dearnaley, G. and Whitehead: Nucl. Inst. and Meth. 12, 207 /1961/
- [2] Love, T.A. and Murray, R.B., IRE Transaction on NS. 8, N 1, 91 /1961/
- [3] Owen, R.B., New scientist 13, 326 /1962/
- [4] Brown, W.L., IRE Transactions on NS, 8, No. 1, 2 /1961/
- [5] Engler, H.D., Nucleonik 2, 215 /1960/
- [6] Blankenship, J.L. and Borkowski, C.I., IRE Transactions on NS, 7, N 2-3 /190 /1960/
- [7] Fényes T. Atomki Közl. III. 1, 43 /1961/
- [8] Бредель В.В., Михеев В.Л., Поликанов С.М.: Приборы и техн. экс. 1961 №6 44.
- [9] Blankenship, J.L., Nucleonics 18, 98 /1960/

Érkezett 1962. május 14.

KFKI Közl. 10.évf. 3.szám, 1962.