

2764 Be!

52

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

---

10. KÖTET

1. SZÁM

---

1962. MÁJ. 18.

1962

---

BUDAPEST







A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETÉNEK  
K Ö Z L E M É N Y E I

Erő János, Kiss István, Mátrai Tibor, Náray Zsolt és Pál Lénárd  
közreműködésével szerkeszti  
Fenyves Ervin

Budapest, 1963. évi 4. kötet, 1. szám

10. kötet

1962

*Handwritten signature*

1. szám

1988

T A R T A L O M J E G Y Z É K

	Oldal
Jánossy Lajos akadémikus 50 éves.....	3
1. Graff György: A fény klasszikus fluktuációja, a Fabry-Perot interferométeren való áthaladás után.....	5
2. Dési Sándor, Lajtai Albert és Nagy László: A hasadási termékek sebességeloszlása U-235 hasadásánál.....	15
3. Demeter István, Dézsi István és Keszthelyi Lajos: Mérések a Mössbauer-effektus segítségével.....	21
4. Lovas István: Interferencia jelenségek a direkt befogási reakcióknál.....	31
5. Menyhárd Nóra és Zimányi József: Maradék-kölcsönhatások atripping reakcióknál.....	47
6. Sebestyén Ákos és Telbisz Ferenc: Buborék- és Wilson-kamrában megfigyelt részecskék pályáinak hajlásszögkorrekciója mágneses tér jelenlétében....	55
7. Kiss István és Matus Lajos: D <sub>2</sub> O gőznyomása 0 C° alatt.....	61
8. Sándor Ferenc: Általános algoritmus numerikus kvadratura elvégzésére.....	65
9. Lócs Gyula: Mérési adatok magasabbfokú regressziója.....	69
KISÉRLETI TECHNIKA	
10. Matus Lajos, Kiss István, Vályi Nagy József: Nagyérzékenységű differenciál-manométer gőznyomás-izotópeffektusok mérésére.....	77
11. Koncz Sándor: Kétcsatornás impulzustároló berendezés.....	85

Technikai szerkesztő: Stancsich Györgyné

Kiadásért felelős: Dr. Jánoss Lajos

Megrendelve: 1962.jan.15.

Példányszám: 450

Készült Rotaprint eljárással

1028. KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET, KIADÓI CSOPORT



A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETÉNEK  
K Ö Z L E M É N Y E I

Erő János, Kiss István, Mátrai Tibor, Náray Zsolt és Pál Lénárd  
közreműködésével szerkeszti  
Fenyves Ervin

10.kötet

1962

1. szám

T A R T A L O M J E G Y Z É K

	Oldal
Jánossy Lajos akadémikus 50 éves.....	3
1. Graff György: A fény klasszikus fluktuációja, a Fabry-Perot interferométeren való áthaladás után.....	5
2. Dési Sándor, Lajtai Albert és Nagy László: A hasadási termékek sebességeloszlása U-235 hasadásánál.....	15
3. Demeter István, Dézsi István és Keszthelyi Lajos: Mérések a Mössbauer-effektus segítségével.....	21
4. Lovas István: Interferencia jelenségek a direkt befogási reakcióknál.....	31
5. Menyhárd Nóra és Zimányi József: Maradék-kölcsönhatások atripping reakcióknál.....	47
6. Sebestyén Ákos és Telbisz Ferenc: Buborék- és Wilson-kamrában megfigyelt részecskék pályáinak hajlás-szögkorrekciója mágneses tér jelenlétében....	55
7. Kiss István és Matus Lajos: D <sub>2</sub> O gőznyomása 0 C <sup>o</sup> alatt.....	61
8. Sándor Ferenc: Általános algoritmus numerikus kvadratura elvégzésére.....	65
9. Lőcs Gyula: Mérési adatok magasabbfoku regressziója.....	69
* KISÉRLETI TECHNIKA	
10. Matus Lajos, Kiss István, Vályi Nagy József: Nagyérzékenyű differenciál-manométer gőznyomás-izotóp-effektusok mérésére.....	77
11. Koncz Sándor: Kétcsatornás impulzustároló berendezés.....	85

Technikai szerkesztő: Stancsich Györgyné

10 4. 574

1028

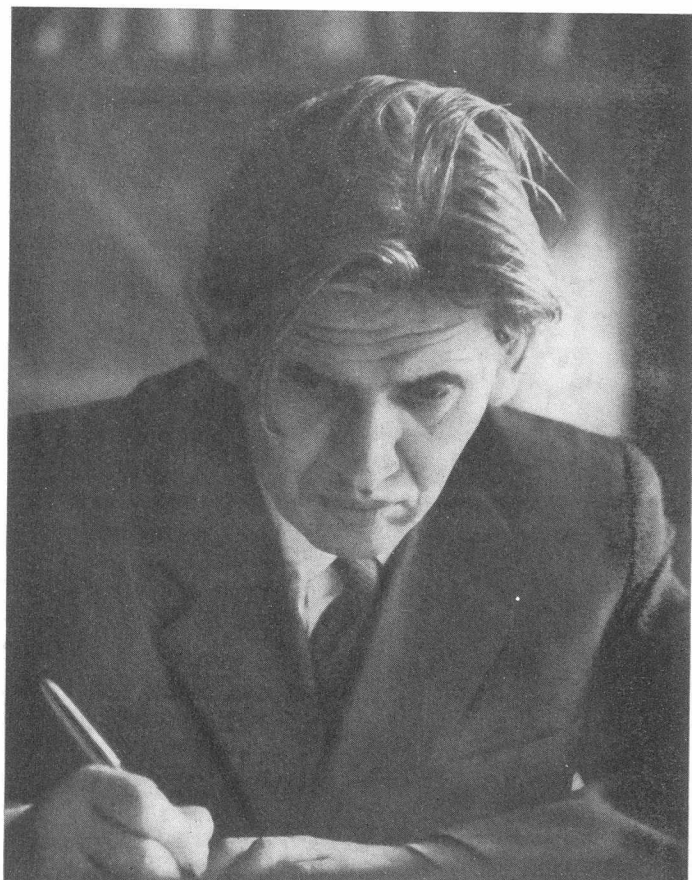
Kiadásért felelős: Dr. Jánoss Lajos

Megrendelve: 1962. jan. 15.

Példányszám: 450

Készült Rotaprint eljárással

1028. KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET, KIADÓI CSOPORT



*H. Perry*





## JÁNOSSY LAJOS AKADÉMIKUS 50 ÉVES

Jánossy Lajos akadémikus 1912-ben született Budapesten. Egyetemi tanulmányait a bécsi és berlini egyetemeken végezte el. Tudományos munkásságát W.Kohlhörster professzor berlini laboratóriumában kezdte el 1934-ben, majd Londonban és Manchesterben, a Nobel-díjas P.M.S.Blackett professzor intézetében folytatta 1936-tól 1947-ig. 1947-ben a dublini Institute for Advanced Studies professzora és kozmikus sugárzási laboratóriumának vezetője lett.

1950-ben a magyar kormány hívására hazatért Magyarországra, ahol a budapesti Eötvös Loránd Tudományegyetem professzorává nevezték ki. 1951 óta, mint a Központi Fizikai Kutató Intézet Kozmikus Sugárzási Laboratóriumának vezetője, majd 1956 óta, mint az Intézet igazgatója működik. 1958 óta az Eötvös Loránd Tudományegyetem Atomfizikai Tanszékét vezeti.

1948-ban az Ir Tudományos Akadémia tagjává, 1951-ben a Magyar Tudományos Akadémia tagjává, 1954-ben a Német Tudományos Akadémia, 1958-ban a Bulgár Tudományos Akadémia és 1961-ben a Mongol Tudományos Akadémia levelező tagjává választották. Jánossy Lajos akadémikust 1951-ben Kossuth-díjjal tüntették ki. Jánossy akadémikus az Országos Atomenergia Bizottság alelnöke és 1961 óta a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke. 1956-ban a dubnai Egyesített Atomkutató Intézet Tudományos Tanácsának tagjává és 1961-ben a bécsi Nemzetközi Atomenergia Ügynökség Kormányzótanácsának alelnökévé választották.

Jánossy Lajos akadémikus tudományos munkásságát a kozmikus sugárzás kísérleti és elméleti vizsgálata, a statisztikus folyamatok tanulmányozása, a relativitáselmélet és a kvantummechanika alapvető kérdéseinek vizsgálata és ez utóbbiával kapcsolatban a fény mikrostrukturájának kísérleti vizsgálata terén fejtette ki.

Legfontosabb tudományos eredményei a kozmikus sugárzás területén az áthatoló záporok felfedezése, a lokális és kiterjedt áthatoló záporok főbb tulajdonságainak tisztázása és a mezonkeltés mechanizmusára vonatkozó W.Heitlerrel közös vizsgálatainak voltak.

Több tudományos és népszerű tudományos könyvet írt a kozmikus sugárzással kapcsolatban. Ezek közül a Clarendon Press, Oxford kiadásában megjelent Cosmic Rays című monográfia, ma is a kozmikus sugárzás egyik fontos kézikönyve.

A statisztikus jelenségekre vonatkozó vizsgálatok eredményeképpen egyrészt a kozmikus sugárzási folyamatokban lejátszódó kaszkádfolyamatok általános elméletét dolgozta ki, másrészt a mérések kiértékelésének statisztikai problémáit és módszereit egy közvetlen befejezés előtt álló könyvben foglalta össze.

A speciális relativitáselmélet területén - az eredeti Lorentz-féle felfogásból kiindulva - egy az Einstein-féle relativitáselmélettől különböző, azonos fizikai eredményeket szolgáltatató, de ugyanakkor a materialista filozófia szempontjából ellentmondásmentesen megalapozott elmélet alapjait dolgozta ki.

A kvantummechanika alapvető kérdéseivel kapcsolatos vizsgálatai elsősorban az elmélet kísérleti alapjainak és ezen belül a fény kettős természetének vizsgálatára irányulnak. Az eddigi mérések eredményei egyrészt megmutatták, hogy egy Michelson-interferometer két karjában észlelt fotonok nem koincidálnak egymással, másrészt, hogy az interferenciakép még akkor is megjelenik, ha a fényintenzitás olyan gyenge, hogy az interferometerben gyakorlatilag egyszerre csak egy foton tartózkodik. A kísérleti vizsgálatok finomított formában történő folytatása pedig a fény klasszikus fluktuációinak kimutatásához vezetett. Ugyanakkor a kvantummechanika alapvető kérdéseinek elméleti vizsgálata a hidrodinamikai modell továbbfejlesztéséhez vezetett.

Jánossy Lajos tudományos kutató munkássága mellett széleskörű tudományszervezői és oktatói munkát is végzett. A Központi Fizikai Kutató Intézet felépítése, megszervezése, tudományos profiljának kialakítása elsősorban Jánossy Lajos akadémikus érdeme. Munkatársai közül kerültek ki a KFKI számos laboratóriumának és kutató csoportjának vezetői.

Jelentősen hozzájárult az elmélyült tudományos gondolkodásnak, a problémák kritikai vizsgálatának és a tudományos vitaszellemnek a kialakításához Intézetünkben.

Jánossy akadémikusnak 50. születésnapja alkalmából a KFKI minden dolgozója további eredményes munkát kíván.



A FÉNY KLASSZIKUS FLUKTUÁCIÓJA,  
A FABRY-PEROT INTERFEROMÉTEREN VALÓ ÁTHALADÁS UTÁN

Irta: Graff György

Összefoglalás

Megvizsgáltuk, hogy milyen mértékben módosítja a fényforrás elé helyezett Fabry-Perot-interferométer a fény intenzitásának fluktuációját. Számításunk eredményeképpen az adódott, hogy a kéttagu fluktuációs kifejezésnek az alapul vett klasszikus modellben szereplő elemi fényimpulzuseokaság feltételezett statisztikus eloszlására jellemző tagja megváltozik, míg az elemi impulzusok kölcsönhatásáról számot adó tag változatlan marad.

A Fabry-Perot interferométer elméletét a klasszikus optika részletelesen kidolgozta. A fluktuációs jelenségek vizsgálatával azonban kibővíthetjük a tárgyalást. Megvizsgáljuk, hogy milyen mértékben módosítja az interferométer a fénysugár intenzitásának fluktuációját.

Makroszkópikus fényforrás elé Fabry-Perot interferométert helyezünk.

Kiszámítjuk a fényintenzitás átlagértékét és fluktuációját az interferométer után elhelyezett fotomultiplier katódján. A számítás során Jánossy klasszikus közelítését használjuk [1], feltesszük, hogy a fényforrás atomjai rendezetlen módon, időben és térben véges, csökkenő amplitudóju hullámvonulatokat emittálnak, s az emittált impulzusok sokaságára alkalmazzuk a valószínűségszámítás módszereit. A sokaság első momentuma a térerősségek, a második az intenzitások, végül a negyedik az intenzitásszorzatok várható értékeit adja.

Legyenek  $\mathbf{k}$  és  $\mathbf{K}$  a katód két,  $\mathbf{r}_k$  illetve  $\mathbf{r}_K$  helyzetvektorral meghatározott pontjához tartozó indexek,  $t_k$  és  $t_K$  egy, a  $T$  időpillanatban az anód  $\mathbf{R}$  helyzetvektorú pontjában emittált impulzus frontjának a megfelelő indexű pontokba való érkezési pillanata. Ha eltekintünk az interferométer jelenlététől, a fénysugár lineáris polarizációja után az egy elemi impulzustól származó pillanatnyi intenzitás a katód  $\mathbf{s}$  pontjában [1] ( $\mathbf{s}=\mathbf{k},\mathbf{K}$ ).

$$J_s = [E_1^2(t_{A_s}) + E_2^2(t_{A_s})] \cos^2 \varepsilon$$

Itt a  $\gamma \ll \omega$  arányt, s a következő jelöléseket használtuk fel:

$$\left. \begin{aligned} E_1(t_{A_s}) &= E e^{-\gamma t_{A_s}} \cos(\omega t_{A_s} + \varphi) \\ E_2(t_{A_s}) &= E e^{-\gamma t_{A_s}} \sin(\omega t_{A_s} + \varphi) \end{aligned} \right\} \quad t_{A_s} > 0 \quad /2/$$

$$E_1(t_{A_s}) = E_2(t_{A_s}) = 0 \quad t_{A_s} < 0$$

ahol  $E$  az elemi impulzus amplitudója,  $\gamma$  csillapodási állandója,  $\omega$  frekvenciája,  $\varphi$  fázisának,  $\varepsilon$  polarizációjának szöge, továbbá

$$t_{A_s} = t_s - \frac{X_s}{c} - T,$$

ahol  $X_s = X(R, r_s)$  a fény által megtett út.

Legyen most a Fabry-Perot interferométer a fényforrás és a multiplier között. Ekkor egy fényimpulzus hatása a multiplier katódján az interferométer tükröző felületein való többszörös visszaverődés következtében megsokszorozódik, s [2]

$$E_m(t_{A_s}) = \sum_{p=0}^{\infty} (1 - \alpha^2) \alpha^{2p} E_m(t_{A_s}^p), \quad m = 1, 2, \quad /3/$$

ahol  $E_m(t_{A_s}^p)$  a  $t_{A_s}^p$  -nek /2/-vel azonos alakú függvénye,  $\alpha$  a reflexiókoefficiens

$$t_{A_s}^p = t_s - \frac{X'_s}{c} - T - p\tau_s.$$

Itt  $X'_s = X'(R, r_s)$  a fénynek az interferométeren való első áthaladása következtében megváltozott úthossza,  $\tau_s = \tau(R, s)$  pedig a fényimpulzus frontjának késése az interferométerben való kétszeres tükrözése után.  $X'_s$  és  $\tau_s$   $r_s$  -től való függését a berendezés geometriai elrendezése határozza meg.

A  $\Theta$  felbontóképességű, szokásos koincidencia-berendezés a fluktuáció  $\Theta$  időtartamra és valamilyen  $S = \int dr_s$  katódfelületre vonatkozó átlagát méri:

$$\chi = \frac{1}{S^2 \Theta^2} \int_0^{\Theta} \int_0^{\Theta} \int_0^{\Theta} \int_0^{\Theta} \left( \frac{\langle J^k J^k \rangle - \langle J^s \rangle^2}{\langle J^s \rangle^2} \right) dr_k dr_k dt_k dt_k \quad /4/$$

Ehhez  $\langle J^k J^k \rangle$  és  $\langle J^s \rangle$  kifejezést kell kiszámítanunk. Az egy pont óri időpillanatbeli fluktuáció a  $\tau_s = \tau(R)$  helyettesítéssel és a  $k = K$  átmenettel képzett  $\langle J^2 \rangle, \langle J \rangle$  kifejezések segítségével számítható ki.

Írjuk most az /1/ kifejezésbe a /3/ összefüggést, s emeljük ki az átlagozás jelét, akkor

$$J^k = \sum_{\ell, m=0}^{\infty} (1-\alpha^2) \alpha^{2(\ell+m)} [E_1(t_{AK}^{\ell}) E_1(t_{AK}^m) + E_2(t_{AK}^{\ell}) E_2(t_{AK}^m)] \cos^2 \varepsilon$$

/5/

$$J^K = \sum_{n, o=0}^{\infty} (1-\alpha^2) \alpha^{2(n+o)} [E_1(t_{AK}^n) E_1(t_{AK}^o) + E_2(t_{AK}^n) E_2(t_{AK}^o)] \cos^2 \varepsilon$$

$$J^k J^k = \sum_{\ell, m, n, o=0}^{\infty} (1-\alpha^2) \alpha^{2(\ell+m+n+o)} [E_1(t_{AK}^{\ell}) E_1(t_{AK}^m) E_1(t_{AK}^n) E_1(t_{AK}^o) +$$

$$+ E_1(t_{AK}^{\ell}) E_1(t_{AK}^m) E_2(t_{AK}^n) E_2(t_{AK}^o) + E_2(t_{AK}^{\ell}) E_2(t_{AK}^m) E_1(t_{AK}^n) E_1(t_{AK}^o) +$$

$$+ E_2(t_{AK}^{\ell}) E_2(t_{AK}^m) E_2(t_{AK}^n) E_2(t_{AK}^o)] \cos^4 \varepsilon .$$

/6/

adódik.

Vegyük tekintetbe a többkomponensű valószínűségeloszlások magasabbrendű momentumai és szemlinvariánsai között fennálló

$$M_{ab}^{(2)} = H_{ab}$$

$$M_{abcd}^{(4)} = H_{abcd} + H_{ab} H_{cd} + H_{ac} H_{bd} + H_{ad} H_{bc}$$

összefüggéseket. Ekkor /5/ és /6/ alapján az intenzitásokat, illetve az intenzitások szorzatait kifejező momentumokat a szemlinvariánsok következő kombinációból adják:

$$\langle J^k \rangle = \sum_{\ell, m=0}^{\infty} (1-\alpha^2) \alpha^{2(\ell+m)} \frac{1}{2} [H_{1\ell k, 1m k} + H_{2\ell k, 2m k}]$$

/7/

$$\langle J^K \rangle = \sum_{n, o=0}^{\infty} (1-\alpha^2) \alpha^{2(n+o)} \frac{1}{2} [H_{1n K, 1o K} + H_{2n K, 2o K}]$$



$$\langle J^k J^k \rangle = \sum_{\ell, m, n, o=0}^{\infty} (1-\alpha^2)^4 \alpha^{2(\ell+m+n+o)} \left[ \frac{3}{8} \sum_{a,b=1,2} H_{alk, amk, bnk, boK} + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \sum_{a,b=1,2} \{ H_{alk, amk} H_{bnk, boK} + H_{alk, bnk} H_{amk, boK} + H_{alk, boK} H_{amk, bnk} \} \right] \quad /8/$$

Itt

$$H_{m_1 p_1 s_1, m_2 p_2 s_2, m_3 p_3 s_3, m_4 p_4 s_4} = \\ = \langle E_{m_1}(t_{As_1}^{p_1}) E_{m_2}(t_{As_2}^{p_2}) E_{m_3}(t_{As_3}^{p_3}) E_{m_4}(t_{As_4}^{p_4}) \rangle' \quad /9/$$

és

$$H_{m_1 p_1 s_1, m_2 p_2 s_2} H_{m_3 p_3 s_3, m_4 p_4 s_4} = \\ = \langle E_{m_1}(t_{As_1}^{p_1}) E_{m_2}(t_{As_2}^{p_2}) \rangle' \langle E_{m_3}(t_{As_3}^{p_3}) E_{m_4}(t_{As_4}^{p_4}) \rangle' \quad /10/$$

A  $\langle \rangle'$  jel azt jelenti, hogy a polarizációs szög szerint már átlagoltunk - tehát még  $E$  -re,  $\psi$  -re,  $T$  -re,  $R$  -re,  $\omega$  -ra kell az átlagolást elvégezni, ahol  $E, \psi$  eloszlása egyenletes,  $\omega$  eloszlását pedig a később megadandó  $p(\omega)$  sűrűségfüggvény határozza meg. Az emissziós időpillanatokra való átlagolás az  $f(t)$  függvényre az

$$N \int_{-\infty}^{t_1} f(T) dT$$

operációt jelenti, ahol  $t_1 = t_{s'}^{p'}$  -itt  $s', p'$  a szemlinvariánsokban egyáltalán előforduló "legalacsonyabb" megfelelő indexek. /Az indexek így növekednek:  $k < K$ ;  $\ell < m < n < o$  / és  $N$  az emisszió időbeni "sűrűsége".

A /3/ után mondottak értelmében  $t_{As}$  helyett  $t_{As}^p$  -re felírt /2/ kifejezéseket az Euler formulák segítségével

$$E_1(t_{A_s}^P) = \frac{E}{2} \sum_{j_p=1}^2 e^{\delta_{j_p} t_{A_s}^P + i(-1)^{j_p-1} \varphi}$$

$$E_2(t_{A_s}^P) = \frac{E}{2i} \sum_{j_p=1}^2 (-1)^{j_p-1} e^{\delta_{j_p} t_{A_s}^P + i(-1)^{j_p-1} \varphi}$$

/11/

alakba írjuk át, ahol

$$\delta_1 = -\gamma + i\omega, \quad \delta_2 = -\gamma - i\omega$$

Először a /8/ kifejezés negyedrendű szemlinvariánsokat tartalmazó részét számítjuk ki. /9/-ből és /11/-ből látható, hogy ezt a

$$\frac{E^4}{16} \sum_{\underline{j}=1}^2 K(\underline{j}) e^{\sum_P (\delta_{j_p} t_{A_s}^P + i(-1)^{j_p-1} \varphi)}$$

/12/

kifejezés átlagolásával nyerjük, ahol

$$\underline{j} = j_1, j_2, j_3, j_4$$

$$K(\underline{j}) = 1 - (-1)^{j_e + j_m} - (-1)^{j_n + j_o} + (-1)^{j_e + j_m + j_n + j_o}$$

A fáziszög és az amplitudó szerinti átlagolás során /12/-ből

$$\frac{E^4}{16} \sum_{\underline{j}=1}^2 S(\underline{j}) K(\underline{j}) e^{\sum_P \delta_{j_p} t_{A_s}^P}$$

/13/

adódik, ahol  $S(\underline{j}) = 1$ , ha a  $\underline{j}$  értéknégyesek az 1. táblázatban előírtak,  $S(\underline{j}) = 0$  egyébként.

1. táblázat

$j_e$	$j_m$	$j_n$	$j_o$
2	2	1	1
2	1	2	1
2	1	1	2
1	2	2	1
1	2	1	2
1	1	2	2

Vezessük most be a következő jelöléseket:

$$t_{A_s}^P = \bar{t}_{A_s} - p\tau_s - T$$

azaz

$$\bar{t}_{A_s} = t_s - \frac{X'_s}{c},$$

és legyen

$$\bar{t}_{A_k} - \bar{t}_{A_k} = \tau_A.$$

Ezek felhasználásával a /13/ kifejezésnek az emissziós időpillanatok szerint képzett átlagértéke

$$\frac{n\bar{E}^4}{32} \sum_{j=1}^2 S(j)K(j) e^{\delta_{j_m}(\ell-m)\tau_k + \delta_{j_n}(\ell\tau_k - n\tau_k) + \delta_{j_o}(\ell\tau_k - o\tau_k)} e^{(\delta_{j_n} + \delta_{j_o})\tau_A} \quad /14/$$

ahol  $n = \frac{N}{2\gamma}$

Most az 1. táblázat figyelembe vételével elvégezzük a  $j$  indexekre való összegezést, - a kapott kifejezés a /8/-ban szereplő negyedrendű szeminvariánsok összege. Ezt  $\frac{3}{8}(1-\alpha^2)\alpha^{2(\ell+m+n+o)}$  -val szorozunk, majd az

$\ell, m, n, o$  indexekre összegeznünk kell. Mindezek után  $\langle J^k J^k \rangle$  /s ezzel egyben  $\langle J^k J^k \rangle - \langle J^s \rangle^2$  / negyedrendű szeminvariánsokat tartalmazó része adódik:

$$\frac{3}{32} n\bar{E}^4 \left\langle e^{(\delta_1 + \delta_2)\tau_A} \left\{ \frac{(1-\alpha^2)^4}{(1-\alpha^2 e^{(2\delta_1 + \delta_2)\tau_k})(1-\alpha^2 e^{-\delta_1\tau_k})(1-\alpha^2 e^{-\delta_2\tau_k})(1-\alpha^2 e^{-\delta_1\tau_k})} + \frac{(1-\alpha^2)^4}{(1-\alpha^2 e^{(2\delta_2 + \delta_1)\tau_k})(1-\alpha^2 e^{-\delta_2\tau_k})(1-\alpha^2 e^{-\delta_1\tau_k})(1-\alpha^2 e^{-\delta_1\tau_k})} \right\} \right\rangle \quad /15/$$

ahol az átlagolás  $\langle \rangle$  jele már csak a frekvenciára és az emisszió helyére vonatkozik.



A fentiekhez hasonló módon a /10/ és /11/ felhasználásával kiszámítva a /7/ és /8/-ban szereplő másodrendű szemelinvariánsokat és rendre elvégezve a szorzásokat és összegezéseket, az intenzitás átlagértékére

$$\langle J^s \rangle = \frac{n \bar{E}^2}{4} \left\langle \left\{ \frac{(1-\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2 e^{-\delta_2 \tau_s})(1-\alpha^2 e^{\delta_2 \tau_s})} + \frac{(1-\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2 e^{-\delta_1 \tau_s})(1-\alpha^2 e^{\delta_1 \tau_s})} \right\} \right\rangle \quad /16/$$

$\langle J^k J^k \rangle - \langle J^s \rangle^2$  másodrendű szemelinvariánsok szorzatait tartalmazó részére pedig

$$\frac{n^2 (\bar{E}^2)^2}{4} \left\langle \frac{(1-\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2 e^{-\delta_1 \tau_k})(1-\alpha^2 e^{\delta_1 \tau_k})} \right\rangle \left\langle \frac{(1-\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2 e^{-\delta_2 \tau_k})(1-\alpha^2 e^{\delta_2 \tau_k})} \right\rangle \quad /17/$$

adódik. A /15/, /16/, /17/ formulák mindazok, melyek /4/ kiszámításához szükségesek.

- . -

Számítsuk ki a fény intenzitásának fluktuációját egy időpillanatban, a multiplier katódjának egy pontjában.<sup>x/</sup> Ebben az esetben  $\tau_k = \tau_k = \tau(R) = \tau$  és  $\tau_A = 0$ . Ily módon /15/, /16/, /17/-ből

$$\begin{aligned} \langle J^2 \rangle - \langle J \rangle^2 &= \frac{3}{32} n \bar{E}^4 \left\langle \left\{ \frac{(1-\alpha^2)^4}{(1-\alpha^2 e^{(2\delta_1 + \delta_2)\tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_1 \tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_2 \tau})} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{(1-\alpha^2)^4}{(1-\alpha^2 e^{(2\delta_2 + \delta_1)\tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_1 \tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_2 \tau})} \right\} \right\rangle^{(\omega)} + \\ &\quad + \frac{n^2 (\bar{E}^2)^2}{4} \left\langle \frac{(1-\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2 e^{\delta_1 \tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_1 \tau})} \right\rangle^{(\omega)} \left\langle \frac{(1-\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2 e^{\delta_2 \tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_2 \tau})} \right\rangle^{(\omega)}, \\ \langle J \rangle &= \frac{n \bar{E}^2}{4} \left\langle \left\{ \frac{(1-\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2 e^{-\delta_2 \tau})(1-\alpha^2 e^{\delta_2 \tau})} + \frac{(1-\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2 e^{-\delta_1 \tau})(1-\alpha^2 e^{\delta_1 \tau})} \right\} \right\rangle^{(\omega)} \quad /18/ \end{aligned}$$

x/ Azon feltevés mellett, hogy a fényforrás pontszerűvé zsugorodik.

ahol  $\langle \rangle^{(\omega)}$  a frekvenciára való átlagolást jelenti.

A fluktuáció

$$1 + \frac{1}{n} \frac{3\bar{E}^4}{4(\bar{E}^2)^2} F(\alpha, \gamma, \omega, \tau)$$

alaku, azon - minden fontos esetben teljesülő - feltétel mellett, hogy a  $p(\omega)$  eloszlás a frekvenciának valamilyen kezdőpontra vonatkozó szimmetrikus függvénye legyen. Itt

$$F(\alpha, \gamma, \omega, \tau) =$$

$$= \frac{2 \left\langle \left\{ \frac{1}{(1-\alpha^2 e^{(2\delta_1+\delta_2)\tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_1\tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_2\tau})} + \frac{1}{(1-\alpha^2 e^{(2\delta_2+\delta_1)\tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_1\tau})(1-\alpha^2 e^{-\delta_2\tau})} \right\} \right\rangle^{(\omega)}}{\left\langle \left\{ \frac{1}{(1-\alpha^2 e^{-\delta_2\tau})(1-\alpha^2 e^{\delta_1\tau})} + \frac{1}{(1-\alpha^2 e^{-\delta_1\tau})(1-\alpha^2 e^{\delta_2\tau})} \right\} \right\rangle^{2(\omega)}} \quad /19/$$

Ha most  $\alpha=0$ , - azaz az interferométert mintegy "kivesszük" a fényforrás és a multiplier közül -  $F(0, \gamma, \omega, \tau) = 1$ , s ilymódon a fluktuáció értékére visszaadódik egy előző számításunk eredménye [3] .

- . -

Tekintsük most az intenzitás átlagértékére vonatkozó /18/ formulát. Legyen egy pillanatra /csak az átlagolás jele alatt, tehát  $n = N/2\gamma$  -ban nem!/ $\gamma = 0$  , s legyen a frekvenciaeloszlás deltafüggvény,  $p(\omega) = \delta(\omega - \omega_0)$  Ekkor

$$J = J_0 \frac{(1-\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2 e^{-i\omega_0\tau})(1-\alpha^2 e^{i\omega_0\tau})} \quad /20/$$

ahol  $J_0 = \frac{n\bar{E}^2}{2}$  - az eredmény megegyezik a fényintenzitásnak a Fabry-Perot interferométer elméletéből általánosan ismert kifejezésével [2] .

/20/-ban az intenzitásnak akkor van maximuma, ha  $\omega_0\tau = 2\pi K$  , ahol  $K$  egész szám. Miután, a kifejezés  $\pm \omega_0$  -ban teljesen szimmetrikus, valamely, a delta függvénytől különböző, de szimmetrikus frekvenciaeloszlású intenzitásnak az ezen formula alapján számított átlagértéke szintén az  $\omega_0\tau = 2\pi K$  esetben éri el maximumát - ahol  $\omega_0$  értékét a

$$[p(\omega)]_{\max} = p(\omega_0)$$

összefüggés határozza meg.

A fényforrás atomjainak hőmozgása következtében fellépő Doppler-effektus miatt az intenzitás frekvenciaeloszlása az esetek többségében a normális eloszlása:

$$p(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{(\Delta\omega/2)^2}}$$

Ennek felhasználásával, numerikus integráció segítségével számítottuk ki a /19/ formulával adott  $F$  értékét az interferométerbeli fényutra jellemző  $\tau$  mennyiség függvényében, olyan  $\tau$  értékek mellett, amelyeknél az átlagos intenzitás a maximális, tehát  $\omega\tau = 2K\pi$ . Miután csak durva tájékoztató értékekre van szükségünk, a számolás egyszerűsítése érdekében  $\Delta\omega$  mellett  $\alpha$ -t elhanyagoltuk. Így a kiszámítandó mennyiség

$$F_{\Delta\omega}(\alpha, 0, \tau) = \frac{\sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{\Delta\omega \cdot \tau} \int_{-\Delta\omega \cdot \tau/2}^{\Delta\omega \cdot \tau/2} \frac{2(1-\alpha^2)^4}{(1+\alpha^4 - 2\alpha^2 \cos x)^2} e^{-\frac{x^2}{(\Delta\omega \cdot \tau/2)^2}} dx \right]}{\left[ \frac{1}{\Delta\omega \cdot \tau} \int_{-\Delta\omega \cdot \tau/2}^{\Delta\omega \cdot \tau/2} \frac{2(1-\alpha^2)^2}{(1+\alpha^4 - 2\alpha^2 \cos x)} e^{-\frac{x^2}{(\Delta\omega \cdot \tau/2)^2}} dx \right]^2}$$

Eredményül az adódott, hogy  $F$  a  $\tau$ -nak  $\Delta\omega\tau$  kis értékeinél kb. lineárisan növekvő függvénye, -  $\Delta\omega \cdot \tau \sim 1$  esetén  $F \sim 1,7$  adódik.

Eredményeinket a következőkben foglalhatjuk össze. A fénynek Fabry-Perot interferométeren való áthaladása után a fényintenzitás fluktuációja megváltozik. Ez a változás azonban csak a Poisson-eloszlás fluktuációjáról számot adó tagot érinti, a fluktuációs kifejezés másik tagja, amely az elemi impulzusok kölcsönhatása következtében lép fel, változatlan marad. Ez érthető is, hiszen az interferométer nem az elemi impulzusok kölcsönhatását, hanem eloszlását változtatja meg.

A probléma felvetéséért és állandó érdeklődéséért Jánossy Lajos akadémikusnak, értékes megjegyzéséiért N. Ziegler Mária tudományos munkatársnak tartozom köszönettel.

A numerikus számítás elvégzését Fodor Ágnesnek köszönöm meg.

#### I r o d a l o m

- [1] Jánossy L., Nuovo Cimento, 12, 309 /1959/
- [2] Novobáztzy-Neugebauer, Elektrodinamika és optika
- [3] Graff Gy. - Jánossy L., Acta Phys. Hung. 10, 291 /1959/

Érkezett 1962. január 26.

KFKI Közlemények 10.évf. 1.sz. 1962.





## A HASADÁSI TERMÉKEK SEBESSÉGELOSZLÁSA U<sup>235</sup> HASADÁSÁNÁL

Irta: Dési Sándor, Lajtai Albert és Nagy László

### Összefoglalás

Egy nsec-os idő-amplitudó konverter és sokcsatornás amplitudó analízátor segítségével megmértük az U-235 lassu neutronok hatására történő hasadásánál a keletkezett hasadási termékek sebességeloszlását. A hasadási termékek sebességének legvalószínűbb értékére  $0,960 \cdot 10^9$  cm/sec, illetve  $1,445 \cdot 10^9$  cm/sec adódott a nehéz, illetve könnyű hasadási termékekre vonatkozólag.

### Bevezetés

A hasadási termékek energiaeloszlásának mérésénél az energiaskála hitelesítését ismert energiájú alfa-részecskék segítségével végzik. Összevetve azonban az ionizációs kamrával kapott mérési eredményeket, pl. a hasadási termékek átlagos kinetikus energiáját, más módon - kalorimetrikus mérések alapján - mért értékekkel, azt tapasztalták, hogy a kétféle módon mért energiaértékek eltérése nagyobb, mint a mérési hibák, mégpedig az ionizációs kamrás mérések adják a kisebb értéket.

Knipp és Ling [1] mutatott rá első ízben az eltérés okára, amely szerint az ionizációs kamra gázában a hasadási termékek több energiát fordítanak egy ionpár keltésére, mint az alfa-részecskék, vagyis a két fajta részecske által létrehozott ionok számának aránya nem egyezik meg az energiák arányával. A szerzők rámutattak arra is, hogy a különböző tömegű hasadási termékek egy ionpár keltésére fordított energiája sem egyforma és így a létrehozott ionizáció nem pontosan arányos a hasadási termékek energiájával. Tehát az ionizációs kamrával végzett energiamérések korrekcióra szorulnak.

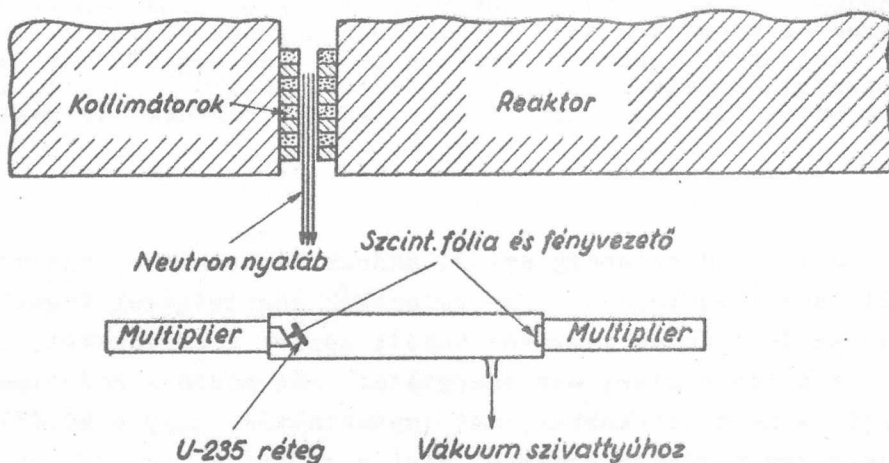
Leachman [2] a korrekció meghatározása céljából a következő módon járt el: kísérleti úton megállapította a hasadási termékek sebességeloszlását és a kapott értékeket összehasonlította az ionizációs kamrával nyert adatokból kiszámolt sebességértékekkel. Megállapította, hogy U-235 esetén  $w_k = 1,06 w_\alpha$  és  $w_n = 1,11 w_\alpha$  ahol  $w_k$  és  $w_n$  a legvalószínűbb könnyű, illetve nehéz hasadási termékek egy ionpár keltésére fordított energiája, míg  $w_\alpha$  az alfarészecskékre vonatkozik.

Leachman a mérésnél a hasadási termékek esetére alkalmazott mérési elve, a time-of-flight módszer a későbbiekben igen gyümölcsözőnek bizonyult

a maghasadási méréseknél. Ezt a módszert mi is fel akarjuk használni és ezért kifejlesztettük az ehhez szükséges mérés technikát. Ennek kipróbálását jelenti az alább ismertetett mérés, melynek során megmértük az U-235 lassu neutronok hatására történő hasadásánál a keletkezett hasadási termékek sebességeloszlását.

#### A berendezés ismertetése

A mérési elrendezés vázlatja az 1. ábrán látható. A repülési cső egy



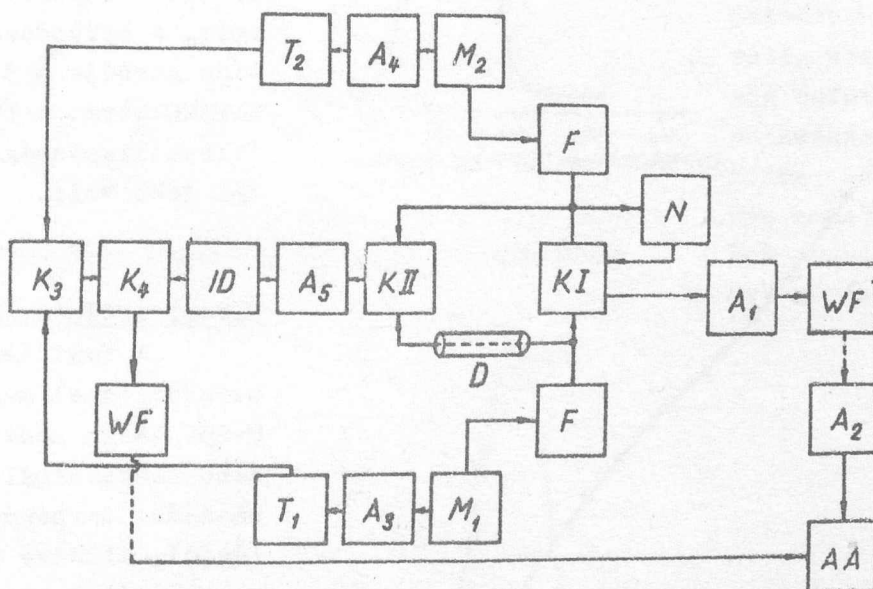
1. ábra

A mérési berendezés vázlatja

10 cm belső átmérőjű, kb. 1 m hosszú vashenger volt. Ennek egyik végén helyeztük el a kb. 5 cm átmérőjű, 35 %-ra dúsított U-235 targetet. Az uránréteg vastagságát, az önabszorpció alacsony tartása céljából  $45 \mu\text{gr}/\text{cm}^2$ -re választottuk. A hasadóanyagot hordozó réteg egy  $100 \mu\text{gr}/\text{cm}^2$  vastagságú alumínium fólia volt, amelyre az uránréteget vákuumpárolgatással vittük fel. A hasadási termékeket  $18 \mu$  vastagságú plastik szcintillációs fóliákkal detektáltuk. A hasadás pillanatát /nulla időpontot/ jelző detektort az uránrétegtől 35 mm-re, míg a másik detektort az előbbi detektorral ellentétes irányban 945 mm-re, a repülési cső tengely-irányában helyeztük el. /A nulla időt jelző detektor és az uránréteg közötti távolságra azért volt szükség, mert különben ezen detektor plexi fényvezetője közvetlenül a reaktor nyálábába nyult volna./ A null-idő detektor oldalán 6810-A az ellenkező oldalon 7264 típusu multipliert használtunk. Mindkét multiplier egy-egy plexi fény-

vezetőhöz csatlakozott, amelyek egyben a repülési cső vákuumlezárást is biztosították. A fényvezetőkre a plastik szcintillációs fóliákat műanyag ragasztóval rögzítettük. A mérések során a repülési csőben  $10^{-2}$  Hgmm nyomást tartottunk fent. Ilyen nyomás mellett a hasadási termékek jelentéktelen energiaveszteséget szenvednek a repülési csőben maradt gázban.

Mint hogy a hasadási termékek átlagos sebessége  $10^9$  cm/sec körül van, 1 % mérési pontosság elérése céljából a repülési időt  $10^{-9}$  sec pontossággal kellett mérni. Az időmérést egy nsec-os idő-amplitudó konverter, valamint egy 128 csatornás amplitudó analízátor segítségével végeztük el. A méréseknél használt elektronikus berendezés bloksémája a 2. ábrán látható.



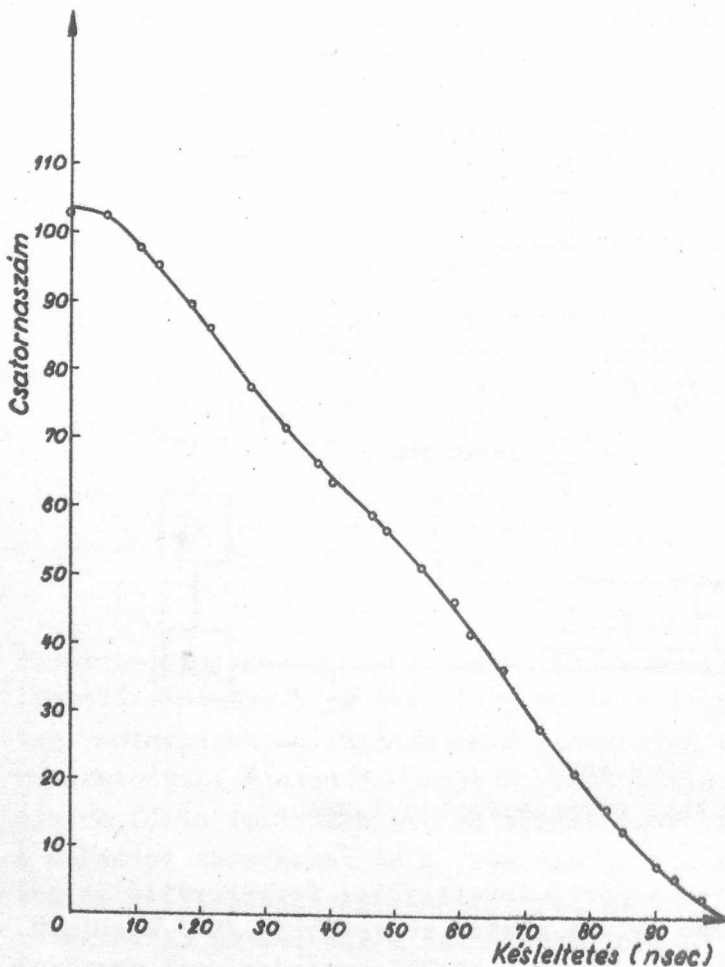
2. ábra

Az elektronikus berendezés bloksémája

Az  $M_1$ , illetve  $M_2$  multiplierek anódról levett jelei fázisfordító és jelformáló fokozatok /F/ után a 6BN6 csővel működő konverterre /KI/ kerülnek. A konverter felépítése megegyezik a [3] -ban közölt berendezéssel azzal a különbséggel, hogy a jelformáló fokozatok által kialakított impulzus hosszát a nagyobb mérési időintervallumnak megfelelően 100 nsec-nak választottuk. A konverter kimenő jelei az  $A_1$  előerősítőtől, a WF white-followerből és  $A_2$  főerősítőtől álló láncon keresztül jutnak a 128 csatornás amplitudó analízátorra /AA/. A multiplierek dinódáiról levett jelek erősítőknél / $A_3$  ille-

tőleg  $A_4$  / keresztül koincidenzába / $K_3$ / kapcsolt gyors diszkriminátorokra / $T_1$  és  $T_2$ / kerülnek. A  $K_3$  koincidenzá felbontóképessége  $\pm 150$  nsec. A háttér-csökkentés céljából a  $K_3$  koincidenzá kimenetét, valamint a KII segédkonverter kimenetét erősítés / $A_5$ / és megfelelő amplitudó diszkriminálás után /ID/ újabb  $K_4$  koincidenzába kapcsoltuk, melynek kimenő jele kapuzza az amplitudó analízátort.

A mérőberendezést Na-22 sugárforrás annihilációs gamma-sugárzásával, valamint késleltető kábelek segítségével hitelesítettük. A hitelesítés során mindkét detektor sztilbén kristály volt. A berendezés kalibrációs görbéje a 3. ábrán van feltüntetve. A berendezés felbontóképessége  $\pm 1$  nsec-nál jobb volt.



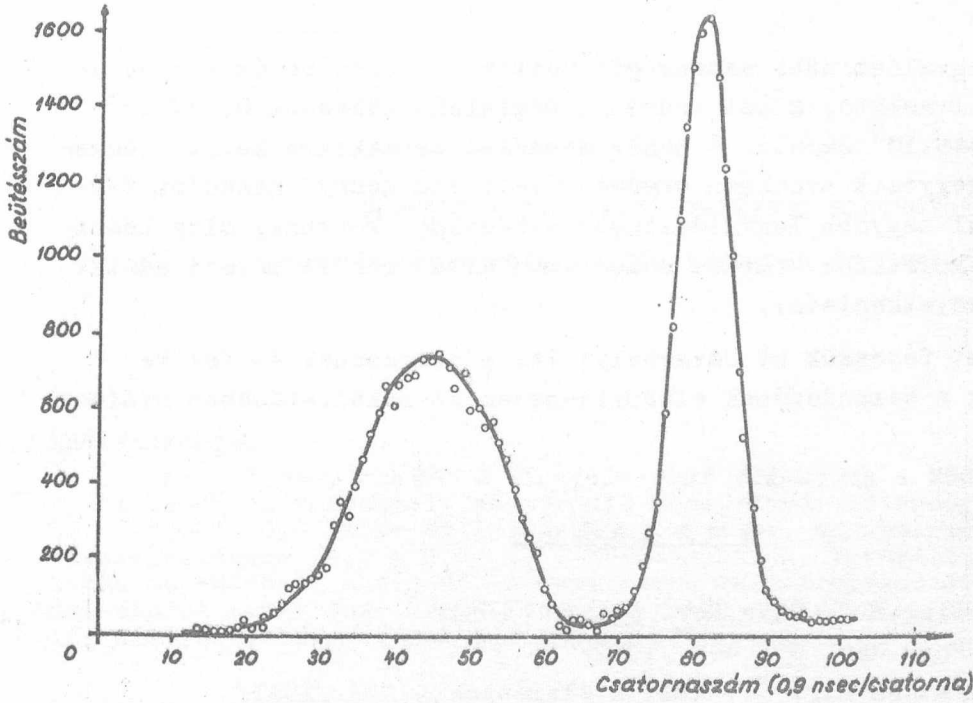
3. ábra

Az idő-amplitudó konverter hitelesítési görbéje

#### Mérési eredmények

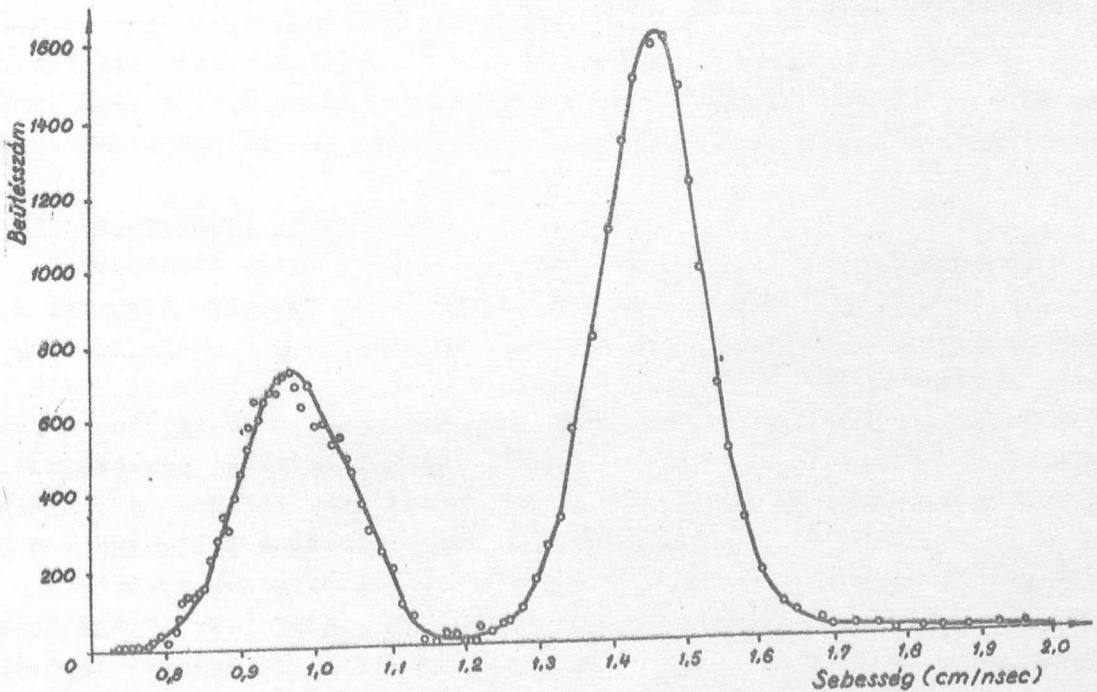
A fent ismertetett berendezéssel megmértük az U-235 lassu neutronokra történő hasadásánál keletkezett hasadási termékek repülési idejét, illetve sebesség-spektrumát a kísérleti atomreaktor egyik vízszintes csatornájánál. A közvetlenül mért /a háttér kivonás utáni/ repülési idő spektrumot a 4. ábrán tüntettük fel. Mint a rajzból látható, a könnyű és a nehéz hasadási termékeknek megfelelően két külön csúsból álló görbét kaptunk. A görbék alatti terület nagysága megegyezik, jelezvén,





4. ábra  
A hasadási termékek repülési időspektruma

hogy a mérés során ugyanannyi nehéz hasadási termék detektálódott, mint könnyű. A repülési idő és futási távolság figyelembe vételével számított sebesség-spektrum az 5. ábrán látható. A repülési idő, illetve sebességértékek kiszámításánál figyelembe vettük a nulla idő detektor és az uránréteg közötti távolság befutásához szükséges időt oly módon, hogy a könnyű hasadási termékek repülési idejének mérésénél a ne-



5. ábra  
A hasadási termékek sebességspektruma

héz komplementer legvalószínűbb sebességét vettük korrekcióba és viszont. Mint az ábrából leolvasható, a két csúcshoz megfelelő sebesség  $0,960 \cdot 10^9$  cm/sec, illetve  $1,445 \cdot 10^9$  cm/sec. A nehéz hasadási termékekre kapott legvalószínűbb érték megegyezik Leachman eredményével, míg könnyű hasadási termék esetén 1,8 %-kal nagyobb legvalószínűbb sebességet kaptunk, mint Leachman. Az eltérés szignifikáns voltára a Leachman által közölt mérési adatok alapján nem lehet következtetni.

Köszönetünket fejezzük ki Udvarhelyi Pál műszerésznek és Fekete György technikusnak a berendezések elkészítésében és működtetésében nyújtott segítségért.

#### I r o d a l o m

- [1] Knipp, J.K. and Ling, R.C. Phys. Rev. 82, 30 /1951/
- [2] Leachman, R.B., Phys. Rev. 87, 444 /1952/
- [3] Dési S., Lajtai A. és Nagy L., KFKI Közlemények 2, 283 /1961/

Érkezett 1961. november 15.

KFKI Közlemények 10.évf. 1.sz. 1962.

## MÉRÉSEK A MÖSSBAUER-EFFEKTUS SEGÍTSÉGÉVEL

Irtva: Demeter István, Dézsi István és Keszthelyi Lajos

### Összefoglalás

Fe<sup>57</sup> izotóp esetében vizsgálatokat végeztünk a Mössbauer-effektusra vonatkozóan. A rezonancia abszorpció abszorbens vastagságtól való függéséből  $f/300 \sim 0,6$  Debye-Waller faktort kaptunk. Az abszorpciós vonal félértékszélességére  $4,7 \pm 0,4 / 10^{-9}$  eV-ot kaptunk. Vizsgáltuk a vonal-alakot abban az esetben, amelyben az abszorbens rádiófrekvenciás térben volt. A vonal-alakot értelmezni lehetett a hőmérsékleti effektus és a belső mágneses tér hőmérsékletfüggésének a figyelembevételével.

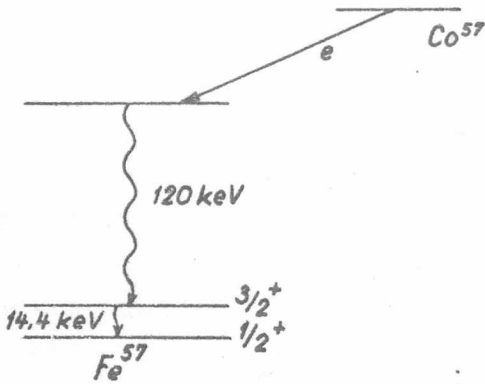
### 1/ Bevezetés

A Mössbauer-effektus segítségével zavaró effektusoktól mentesen tanulmányozhatjuk az atommagok gerjesztett állapotainak nivószélességét, Zeeman és a kvadrupólfelhasadását [1], [2]. A gerjesztett állapotok rendkívül kis szélessége lehetővé teszi azt, hogy a  $\gamma$ -kvantumok energiájának rendkívül kis változását  $10^{-11}$  -  $10^{-13}$ -szoros relatív változásokat is mérhessünk. Ezek a lehetőségek indokolják, hogy méréseket végezzünk a Mössbauer-effektus segítségével. Az alábbiakban összefoglaljuk az eddig végzett munkát.

### 2/ A Mössbauer-vonal intenzitása

Méréseinket a Fe<sup>57</sup> magok 14,4 keV energiájú  $\gamma$ -sugárzásával végeztük. A lényeges adatokat az 1. ábrán látható nivóséma tartalmazza [3]. A 14,4 keV energiájú  $\gamma$ -kvantumok intenzitása a nagy belső konverzió miatt  $\alpha = 15/15$ -ször kisebb, mint a 120 keV energiájú  $\gamma$ -kvantumok intenzitása. A Co<sup>57</sup> magok elektronbefogása és a belső konverzió miatt intenzív karakterisztikus röntgen-sugárzás lép ki  $\sim 6,3$  keV energiával/. A 14,4 keV energiájú  $\gamma$ -vonalat ezek közül kell kiválasztani oly módon, hogy a 6,3 és a 120 keV energiájú sugárzás minél kevésbé zavarjon.

A mérésre szcintillációs számlálót használtunk, 0,2 mm vastag 15 mm átmérőjű NaJ/Tl/ kristályt EMI 95368 típusu multipliere helyezve 0,1 mm Al réteggel fedtünk le. A vékony kristály 97 %-os hatásfokkal detektálja a 14,4 keV energiájú sugarakat és 6 %-os hatásfokkal a 120 keV energiájú  $\gamma$ -  
A vékony kristályt Woszka Rudolf /Orvosi Fizikai Intézet/ készítette.



1. ábra

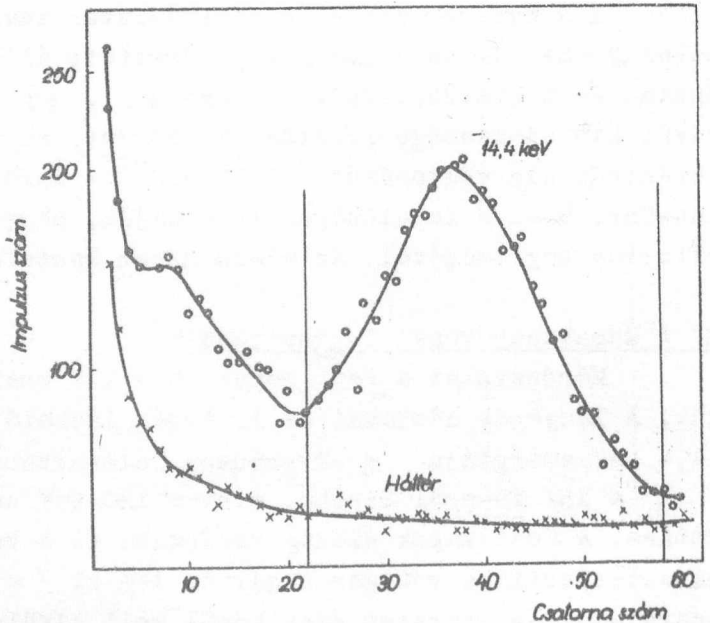
A  $\text{Co}^{57}$  mag elektronbefogással  $\text{Fe}^{57}$  izotóppá alakul át, amely  $\gamma$ -sugárakat bocsát ki

vastagságu Armco vas fóliára. Az elektrolízis befejezése után 1 órán át  $950\text{ }^\circ\text{C}$ -on vákuumban izitva alakítottuk ki a kívánt rácsszerkezetet. Abszorbensként különböző vastagságra hengerelt Armco vasfóliákat használtunk. Az abszorbens és forrás természetes vas / $\text{Fe}^{57}$  tartalom 2,2 %/ volt. A forrást egy hangszóró lengőtekercséhez ragasztottuk, amelyet különböző amplitudójú, 25 ciklus/sec frekvenciájú feszültséggel rezgettük. A mérőberendezés vázolata a 3. ábrán látható. Minden abszorbens vastagságnál mértük az átteresztett  $\gamma$ -sugárzás intenzitását, nyugvó forrás / $I_0$  /, nagy amplitudóval rezgő forrás / $I_\infty$  / esetén, és mértük a háttérrel / $I_B$  /. A mérés eredményét a

$$G(0) = \frac{I_\infty - I_0}{I_\infty - I_B}$$

sugarakat. Az Al réteg 10 %-ot engedett át a 6,3 keV energiájú  $\gamma$ -sugárzásból és 65 %-ot a 14,4 keV energiájú sugárzásból. Ezek után a 2. ábrán látható spektrumot kaptunk. A háttér mérésekor 0,1 mm vastag rézlemezt helyeztünk a forrás és a számláló közé. Ez 2,7 %-ot abszorbeál a 120 keV sugárzásból, a 14,4 keV energiájából pedig 99,7 %-ot. A mérésnél a diszkriminátor csatornája a nyílakkal jelzett tartományba jutó impulzusokat engedte át.

Hordozómentes  $\text{Co}^{57}$ -t elektrolyizáltunk oxalát komplex oldatából, természetes vas hordozóval  $20\text{ mg/cm}^2$



2. ábra

Amplitudóeloszlás  $\text{Fe}^{57}$  izotóp esetében

A mérés eredményét a



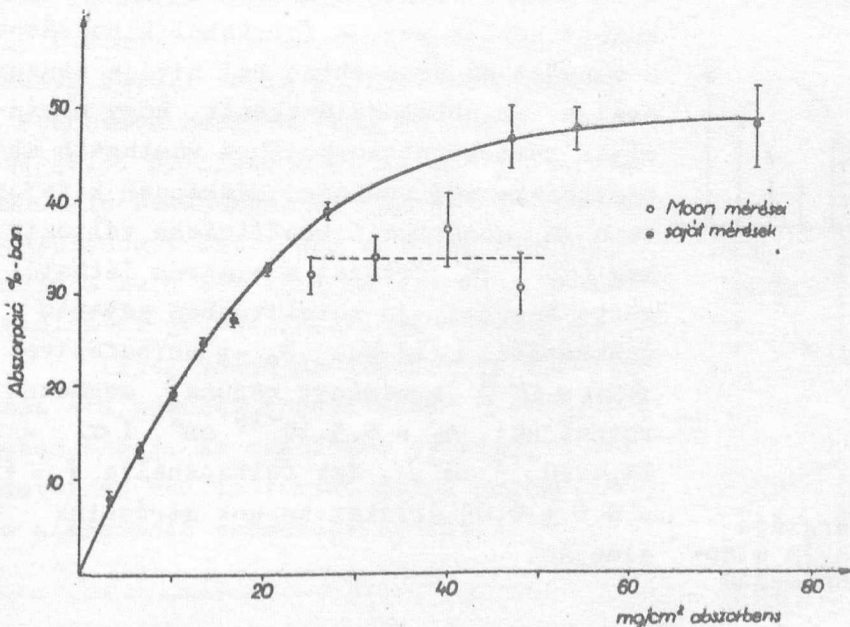
hányadost a 4. ábrán tüntettük fel; az abszorbens  $\text{mg}/\text{cm}^2$ -ben kifejezett vastagsága függvényében. Az ábrán feltüntettük Moon et al. mérésének eredményét is [4].

$G(0)$  értékéből a Mössbauer vonal intenzitását  $f(T)$  amely a hőmérséklettől a Debye-Waller formula szerint függ,

$$f(T) = \exp\left[-\frac{3}{2} \frac{R}{k\Theta} \left(1 + 4 \frac{\varphi(x)}{x}\right)\right],$$

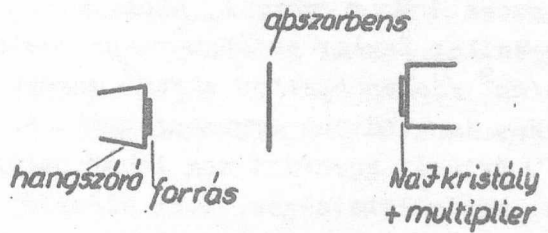
$R = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$ ,  $k$  a Boltzmann állandó,  $\Theta$  a kristály Debye hőmérséklete,  $x = \frac{\Theta}{T}$  és  $\varphi(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{t}{e^t - 1} dt$ ,  $E_\gamma$  a  $\gamma$ -sugarak energiája,  $M$  a kibocsátó atommag tömege,  $c$  a fénysebesség, a következőképpen kapjuk/a formula levezetését 1. [2] -ben/:

$$G(0) = f(T) \left[ 1 - e^{-\frac{N}{2}} \mathfrak{J}_0\left(i \frac{N}{2}\right) \right],$$



4. ábra

A mag-abszorpció függése az abszorbens vastagságától



3. ábra

A kísérleti berendezés vázolata

ahol

$$N = \frac{\lambda^2}{2\pi} g \frac{\Gamma_0}{\Gamma} f'(T) \cdot n = \sigma_0 f'(T) n,$$

$\lambda$  a  $\gamma$ -sugárzás hullámhossza,  $g$  a gerjesztett és alapállapot spinjétől függő szám

$$\left( g = \frac{2I_g + 1}{2I_a + 1} \right),$$

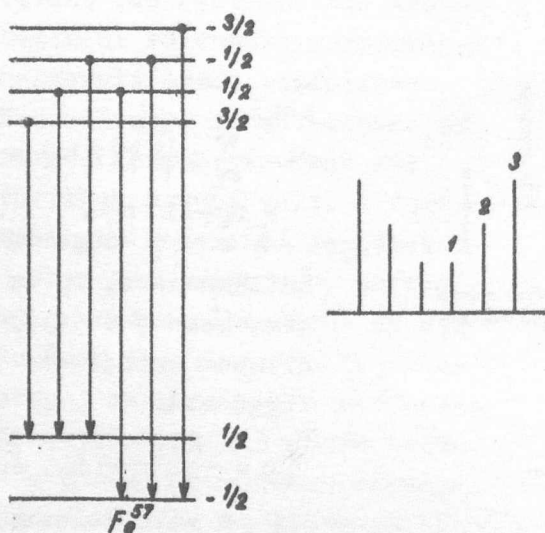
$\Gamma$  a nivó teljes szélessége /  $\gamma$ -sugárzás és belső konverzió szélessége együtt/,  $\Gamma_0$  az alapállapotba  $\gamma$ -sugárzással való átmenet

szélessége  $\left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma} = \frac{1}{\alpha+1}\right)$ , ahol  $\alpha$  a belső konverziós együttható,  $f'(T)$  a Debye-Waller faktor az abszorbens esetében,  $n$  az abszorbeáló magok száma/cm<sup>2</sup> /jelen esetben a Fe<sup>57</sup> magok száma/,  $J_0$  a nulladrendű Bessel-függvény imaginárius argumentummal. A mérési adatokból /1/ alapján  $f(T)$  és  $f'(T)$  értékét egyaránt meg lehet határozni. Ez első pillanatban különösnek tűnik, mégis lehetséges, mert először  $f(t)$ -től eltekintve az  $1 - e^{-N/2} J_0(i \frac{N}{2})$  függvény alakjából meghatározható az  $\frac{N}{n}$  hányados, ebből  $\sigma_0$  ismeretében  $f'(T)$  és ezután bármely  $N$  értéknél kapjuk, hogy

$$f(T) = \frac{G(0)}{1 - e^{-N/2} J_0(i \frac{N}{2})}$$

Esetünkben  $\sigma_0$  -t /1/ alapján meghatározva nem kapunk helyes eredményt, ugyanis /1/ abban az esetben helyes, ha a forrás egy vonalat emittál és az abszorbens ezt az egy vonalat abszorbeálja. A vasban azonban a belső mágneses tér következtében a magnivók a Zeeman-effektus következtében felhasadnak. A felhasadást és a lehetséges mágneses alapállapotok közötti átmeneteket az 5.ábrán tüntettük fel. Az átmenetek intenzitása - ha a belső mágneses

tér rendezetlen, vagyis a mágneses domek iránya tetszőleges - 3:2:1:1:2:3, a vonalak ábrán feltüntetett sorrendjében. A Mössbauer vonal intenzitása a hat vonal között oszlik meg. A forrásból kibocsátott 6 vonalat az abszorbens hat nívója abszorbeálja. Ez abban jelentkezik, hogy ugyanolyan mértékű abszorpcióhoz vastagabb abszorbensre van szükség. Másképpen kifejezve a  $\sigma_0$  abszorpció koefficiens változik meg ( $\sigma'_0$ ).  $\sigma'_0$  értékét a 4.ábrán látható görbe kezdeti, jó közelítésben egyenes szakaszából (/1/-ben  $J_0$  -t sorbafejtve  $G(0) \approx ff' \frac{N}{2}$  eredményt kapunk) meghatározhatjuk:  $\sigma'_0 = 6,3 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$ , ( $\sigma_0 = 14,4 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$ ). Ezt felhasználva  $f = f' = 0,6 \pm 0,05$  értéket kapunk méréseink alapján.



5.ábra

A Fe<sup>57</sup> mag 14,4 keV energiájú gerjesztett állapotának és alapállapotának Zeeman felhasadása

A Debye-Waller faktor szerint  $f = f' = 0,72$  kell legyen. A mért és számított  $f$  értékek között általában eltérés van, aminek az oka valószínűleg az, hogy a  $\odot$  Debye-hőmérsékletet fajhőmérésből határozzák meg és a Mössbauer-effektusnál a rácsnak más tulajdonságai szerepelnek, a  $\odot$  kiszámításához használt közelítések nem kielégítőek. A kapott  $f$  értékből  $\odot_M = 250^\circ K$ , a fajhőmérésből  $\odot = 355^\circ K$ .

### 3/ Vonalalak, mágneses felhasadás

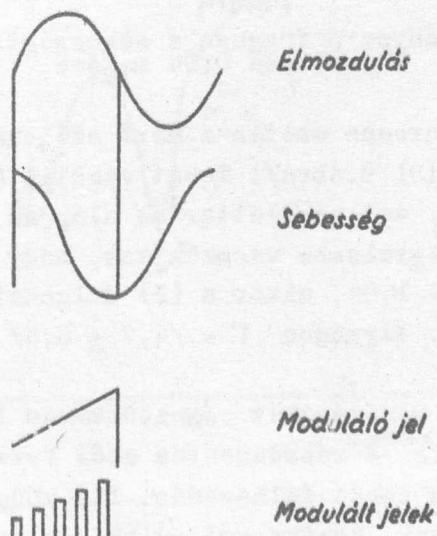
A forrás és az abszorbens egymáshoz viszonyított sebességét változtatva a Doppler-effektus segítségével növelhetjük, vagy csökkenthetjük az abszorbensbe jutó  $\gamma$ -sugarak energiáját. Ilyen módon pl. álló abszorbens és mozgó forrás esetében a forrás sebességét változtatva a vonal szélességét ( $\Gamma$ ) mérhetjük.

A 14,4 keV nivó  $1,4 \cdot 10^{-7}$  sec közepes élettartamából kiszámíthatjuk, hogy  $\Gamma = 4,6 \cdot 10^{-9}$  eV. A 14,4 keV energiájú  $\gamma$ -kvantum energiájának ilyen nagyságrendű megváltoztatásához  $v = c \cdot \frac{4,6 \cdot 10^{-9}}{1,44 \cdot 10^4} \approx 10^{-2}$  cm/sec sebesség-

gel kell a forrást mozgatni. Természetesen az ilyen nagyságrendű sebességet változtatni kell.

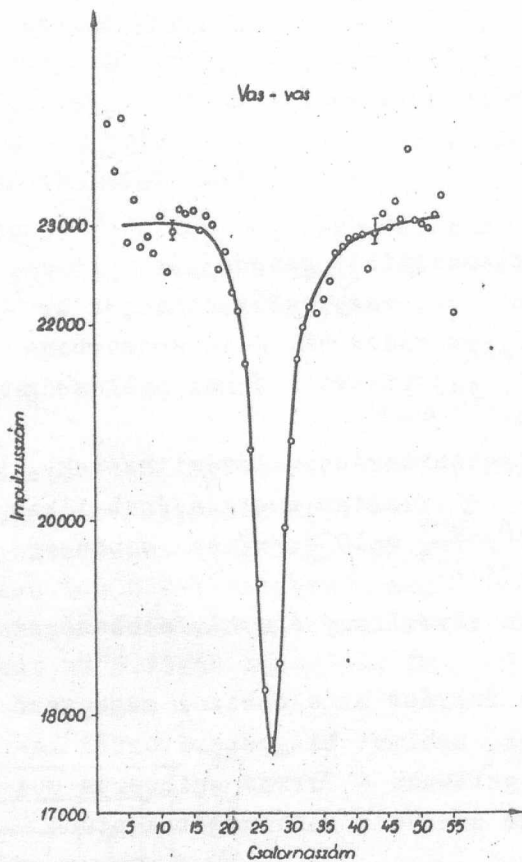
Mérőberendezésünk a következő volt: a forrást az előbbivel megegyező módon hangszóró lengőtekercséhez ragasztottuk, amelyet hanggenerátorból kaptunk 25 c/sec frekvenciájú feszültséggel rezgettünk. A forrás szinuszos mozgása következtében állandóan változó /cosinus szerint/ sebességet kaptunk /l. 6. ábra/. A sebességváltozás nulla sebesség körüli része közelítően lineáris. A szinuszos hangfrekvenciás jelből négy-szögjelet állítunk elő; ez egy amplitudó moduláló berendezésben lineárisan változó feszültséget indít meg /fűrészfűrészt/, amely a 14,4 keV vonalra állított diszkriminátor jelét lineárisan modulálja.

Ilyen módon az impulzusok amplitúdója - a mondott közelítésben - arányos a sebességgel. Az amplitudó spektrumot sokcsatornás analizátorral mérve megkapjuk az abszorpció sebességfüggését.



A moduláló berendezést Soós János /III. sz. Elektronika/ készítette.

6. ábra  
Modulált amplitudójú jelek előállítására



7. ábra

Abszorpció függése a sebességtől.  
1 csatorna 0,04 mm/sec

A 7. ábrán feltüntettük vas forrás - vas abszorbens esetében kapott eredményt. Ahhoz, hogy a vonalszélességet a mérésekből meghatározzuk, ismerni kell azt, hogy a csatornák mekkora sebességnek felelnek meg. Ezért a hangszóróra adott feszültséget növelve mértük a Zeeman-felhasadást /8. ábra/. A középső vonal mellett mindkét oldalon kaptunk egy-egy csúcsot, amelyek úgy keletkeztek, hogy csak 5-5 vonal /forrásban és abszorbensben/ energiája egyezett meg. A Zeeman vonalak távolsága /sebesség egységekben kifejezve/ Hanna et al méréseiből ismeretes [5]. Ennek segítségével kalibrálhatjuk berendezésünket. A kalibráció alapján egy csatorna a 7. ábrán 0,04 mm/sec sebességnek felel meg / a lineáris közelítésben /. A görbe szélessége  $6,1 \pm 0,5$  csatorna, tehát  $0,25 \pm 0,02$  mm/sec. Az abszorpciós görbe szélessége elektronvoltokban

$$\Gamma = \frac{1,44 \cdot 10^4 \cdot 0,025 \pm 0,002}{3 \cdot 10^{10}} =$$

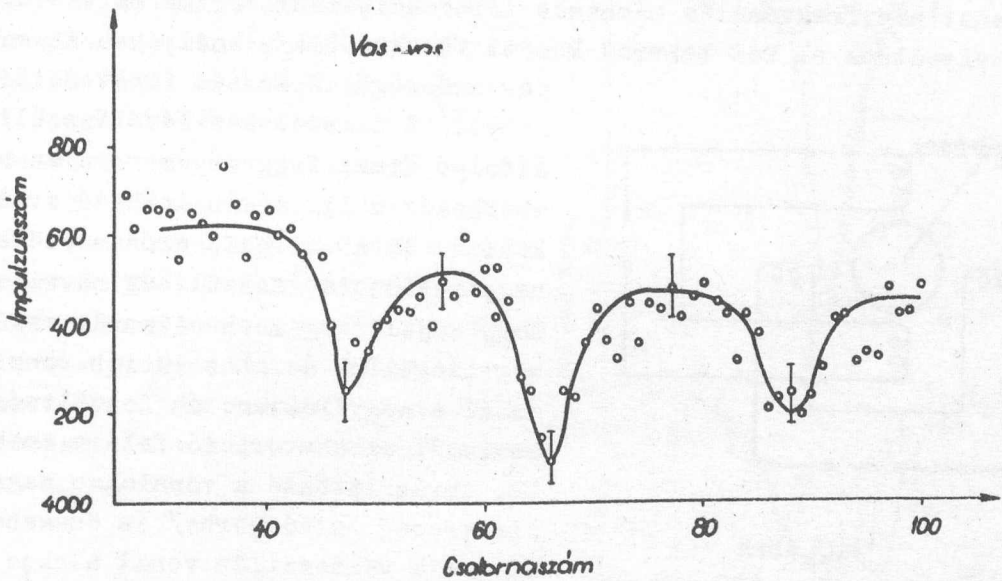
$$/1,1 \pm 0,1/ \cdot 10^{-8} \text{ eV. Vékony forrás és}$$

abszorbens esetén a mért szélesség az eredeti vonalszélesség kétszerese /1. [2] 9. ábra/. Tehát végülis  $\Gamma = /5,8 \pm 0,5/ \cdot 10^{-9} \text{ eV}$  nivószélességet kapunk, ami az élettartam alapján számított  $4,6 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$ -től nem nagyon tér el. Ha figyelembe vesszük azt, hogy  $20,5 \text{ mg/cm}^2$  vastag abszorbenst alkalmazva  $N = 1,84$ , akkor a [2] dolgozat 9. ábrája alapján azt kapjuk, hogy  $\Gamma'/\Gamma = 2,45$ . Ily módon  $\Gamma = /4,7 \pm 0,4/ \cdot 10^{-9} \text{ eV}$ -ot kapunk, ami már nagyon jó egyezést ad.

Méréseket végeztünk vas forrás és rozsdamentes acél abszorbens esetén is. A rozsdamentes acél forrásban gyakorlatilag nincsen mágneses tér, nincs tehát felhasadás. Ily módon a sebességet változtatva 6 vonalat kell kapnunk, középvonal nélkül, ellentétben a vas-vas összeállítással, ahol 11

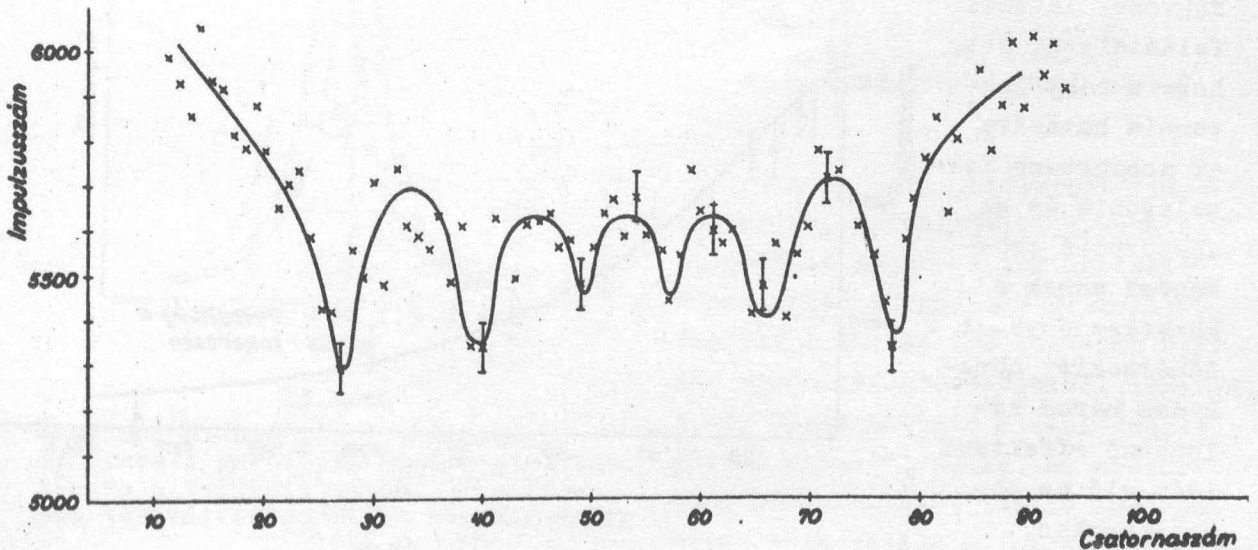


vonalat kapnánk a középvonallal együtt /ebből 3 látható a 8.ábrán/. A Zeeman spektrum a vas-acél esetben mérve a 9.ábrán látható.



8.ábra

Abszorpció függése a sebességtől vas forrás -  
vas abszorbens esetén



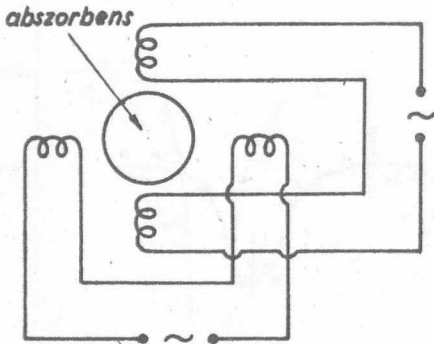
9.ábra

Abszorpció függése a sebességtől vas forrás -  
rozsdamentes acél abszorbens esetén



#### 4/ Hőmérsékletfüggés

Későbbi méréseink szempontjából szükséges volt megvizsgálni azt, hogy hogyan változik a Mössbauer-effektus intenzitása, a vonal alakja, ha az abszorbenst nagyfrekvenciás mágneses térbe helyezük. 20 mg/cm vastag vaslemez helyezettünk el két tekercs között /l. 10.ábra/, amelyeken át max. 2 amper erősségű, 2 Mc/sec frekvenciájú áram folyt<sup>x/</sup>. A tekercseken lévő feszültség /az átfolyó áram/ függvényében mérve az abszorpciót a 11. ábrán látható eredményt kaptuk. Az abszorpció erősen csökkent a nagyfrekvenciás feszültség növelésével.

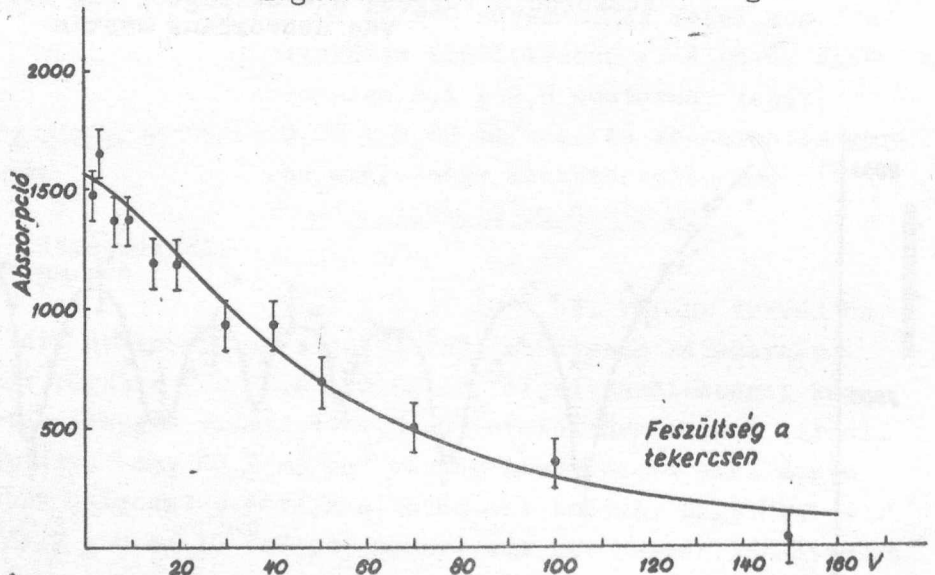


10.ábra

Nagyfrekvenciás mágneses tér előállítása az abszorbensben

Hogy a jelenség mechanizmusát megértsük, megvizsgáltuk az abszorpció vonal alakját, annál a nagyfrekvenciás feszültségnél, amelynél az abszorpció felére csökkent. A 12. ábrán látható a vonalalak nagyfrekvencia esetén /alsó görbe/ és összehasonlításképpen a változatlan vonal alakja /felső görbe/. Az abszorpció csökkenésével erősen megnövekedett a vonal szélessége..

A jelenségek értelmezésére kézenfekvőnek látszik feltételezni azt, hogy a nagyfrekvencia hatására az abszorbens felmelegszik és az abszorpció csökkenése ennek a következménye. A hőmérséklet növekedés három különböző effektust idéz elő az abszorbensben.

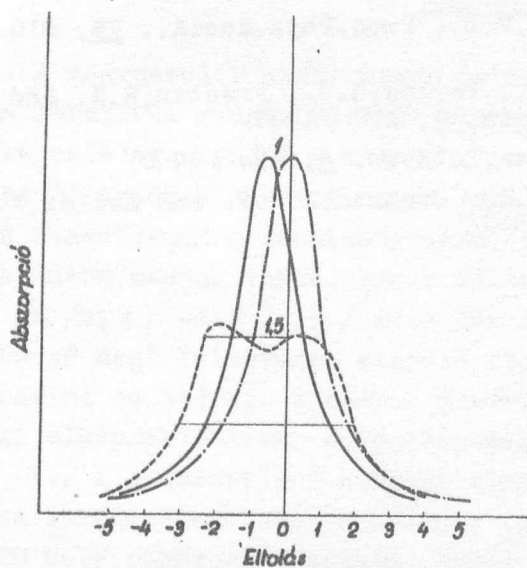


11. ábra

Az abszorpció függése a tekercseken lévő feszültségtől

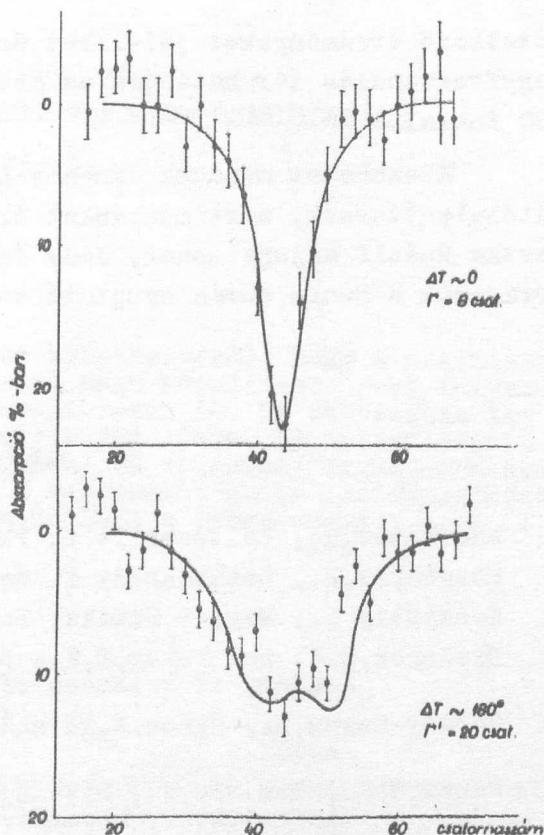
<sup>x/</sup> A berendezést Soós János 'III.sz. Elektronika/' készítette.

- 1/  $f'$  csökken a Debye-Waller formula szerint. Ez az effektus jelen esetben elhanyagolható, mert a  $\Gamma \times G(0)$  a két esetben körülbelül megegyezik.
- 2/A hőmérséklet változás hatására az energianívó eltolódik [6]. Ez az abszorpciós vonal eltolódását eredményezi kiszélesedés nélkül. A 13. ábrán feltüntettük az eltolódott vonalat az eredetihez viszonyítva. A forrás és abszorbens hőmérsékletének különbségére  $180^\circ$ -ot vettünk fel.
- 3/A belső mágneses tér intenzitása függ a hőmérséklettől [7]. A belső tér intenzitása a hőmérséklet növekedésével csökken. A vonalak /5. ábra/ közelednek egymáshoz.



13. ábra

A mérési eredmények értelmezése:  
 1/ eredeti görbe, 2/ hőmérséklet hatására eltolódott görbe, 3/ a mágneses tér változása miatt kiszélesedett görbe



12. ábra  
 Vonalak nagyfrekvenciás mágneses tér esetén, fent tér nélkül, lent térral

A 2. és 3. effektust figyelembevéve, felhasználva a vonaleltolódás és mágneses tér intenzitás hőmérséklet függésének állandóját, amelyet a [6] és [7] dolgozat alapján kísérleti eredményekből ismerünk, a 13. ábrán látható kiszélesedett görbét számítottuk ki. Az abszorbens hőmérsékletét itt is  $180^\circ$ -kal magasabbra vettük a forrás hőmérsékleténél. Ezt a görbét - az intenzi-

tásra való normálás után - berajzoltuk a 12. ábrán látható módon a mérési pontok közé. A jó egyezés mutatja, hogy a nagyfrekvenciás tér hatására be-

következő eredményeket jól lehet értelmezni, ha figyelembe vesszük, hogy a nagyfrekvenciás tér hatására az abszorbens szobahőmérsékletéről felmelegedik 180 fokkal.

Köszönetet mondunk Jánossy Lajos professzor úrnak, Pál Lénárd igazgatóhelyettesnek, mert munkánkat állandó érdeklődésükkel kísérték, továbbá Woszka Rudolf adjunktusnak, Soós János tud. munkatársnak, Klamm Katalin laboránsnak a munka során nyújtott segítségért.

### I r o d a l o m

- [1] Mössbauer, R., Zeitschrift f. Physik, 151, 124 /1958/  
Mössbauer, R., Zeitschrift f. Naturforschung, 14a, 211 /1959/
- [2] Keszthelyi L., Magyar Fizikai Folyóirat, 9, 289 /1961/
- [3] Dželepov, B.S. and Peker, L.K., Decay Schemes of Radioactive Nuclei, Academy of Sciences of the USSR Press, Moscow, 1958.
- [4] Cordey-Hayes, M., Dyson, N.A. and Moon, P.B., Proc. Phys. Soc. A., 75, 810 /1960/
- [5] Hanna, S.S., Heberle, J., Littlejohn, C., Perlow, G.J., Preston, R.S. and Vincent, D.H., Phys. Rev. Letters, 4, 177 /1960/
- [6] Pound, R.V. and Rebka, S.A., Jr. Phys. Rev. Letters, 4, 274 /1960/
- [7] Nagle, D.E., Fraunfelder, H., Taylor, R.D., Cochran, D.R.F. and Keller, W.E., Phys. Rev. Letters, 2, 364 /1960/

Érkezett 1962. január 5.

KFKI Közlemények 10. évf. 1. sz. 1962.

## INTERFERENCIA JELENSÉGEK A DIREKT BEFOGÁSI REAKCIÓKNÁL

Írta: Lovas István

### Összefoglalás

Néhány kísérleti eredmény arra enged következtetni, hogy a nukleonok atommagokba történő befogódásakor a "közbenső mag" képződéssel járó folyamat mellett szerephez jut egy direkt reakció mechanizmus is. Ha ez valóban így van, akkor a két folyamat között interferencia jön létre. Az interferencia megfigyelhető hatásait vizsgáljuk meg  $/n, \gamma/$  és  $/p, \gamma/$  reakciók esetén. Az  $/n, \gamma/$  reakciónál az interferencia a rezonancia görbe aszimmetriáját idézi elő. A  $/p, \gamma/$  reakciónál pedig módosítja a szögeloszlást és a lineáris polarizáció mértékét.

### I. Bevezetés

A magreakciók megértésére és leírására a Bohr-féle "közbenső mag" feltevés rendkívül gyümölcsözőnek bizonyult. Csaknem két évtizedig ez a feltevés képezte az alapját a magreakciók megismerésére irányuló kutatásoknak. Az utóbbi évtizedben azonban egyre inkább az érdeklődés középpontjába került az olyan reakcióknak a tanulmányozása, amelyek közbenső mag kialakulás nélkül, direkt úton mennek végbe. Ennek ellenére a nukleonok radiációs befogását azaz az  $/n, \gamma/$  és a  $/p, \gamma/$  reakciókat a legutóbbi időkig csak a Bohr-féle "közbenső mag" feltevésen alapuló statisztikus elmélet segítségével tudtuk elképzelni és leírni. Bizonyos kísérleti tények azonban ellentmondanak az eddigi elképzeléseknek. A leglényegesebb ellentmondások a következők:

1./ A statisztikus elmélet alapján azt várjuk, hogy a radiációs befogás hatáskeresztmetszete a közepes energiának megfelelő tartományban  $/10-20 \text{ MeV}/$  rohamosan csökken. Ezzel szemben a tapasztalat szerint a hatáskeresztmetszet közelítőleg konstans.

2./ A lassú neutronok befogásakor keletkező gamma-sugárzás energiaspektruma a statisztikus elmélet szerint közelítőleg a

$$\frac{d\sigma_{n\gamma}}{dE_\gamma} \sim E_\gamma^3 \rho(E_k - E_\gamma)$$



függvénnyel írható le, feltéve, hogy az átmenet elektromos dipól jellegű.  $\sigma/E$  az emittált gamma-sugárzás,  $E_k$  a neutron kötési energiája,  $\rho/E$  pedig a mag átlagos nivósűrűsége. Ennek a függvénynek 2-3 MeV körül van maximuma és a nagyobb energiák felé monoton csökken. Ezzel szemben igen sok mag esetén a ténylegesen mért gammaspektrumban a nagy energiájú részen intenzív maximumok jelentkeznek [1].

Megvizsgálva a különböző magok neutronbefogását követő gamma-sugárzás energiaspektrumát, azt tapasztaljuk, hogy a nagy energiájú részen észlelhető maximum helye egyre inkább a kötési energia értéke felé tolódik, amint a 70-es, ill. a 208-as tömegszám felé közeledünk.

Lane és Lynn [2] ezt a jelenséget, és egyben a statisztikus elmélettől való eltérést a következőképpen értelmezték:

A lassu neutronok potenciál szórás szenvednek a magerők térében és ebből a szabad szórás  $s$  állapotból fogódnak be oly módon, hogy nem alakul ki közbenső mag, hanem a neutronok egyetlen lépésben, direkt úton jutnak egy kötött  $p$  végállapotba, miközben elektromos dipól jellegű gamma-kvantum emittálódik.

Természetesen ilyen direkt befogás csak akkor mehet végbe, ha a magnak vannak betöltetlen  $p$  állapotai. A tömegszám növekedésével a betöltetlen  $p$  állapotok egyre közelebb esnek az alapállapothoz; tehát a befogási állapot és a  $p$  állapotok közötti energiakülönbség, azaz a kibocsátott gamma-sugárzás energiája egyre jobban megközelíti a kötési energia értékét. A  $p$  héjak lezáródása után tehát a 70-es, ill. a 208-as tömegszám felett a direkt befogás lehetősége megszűnik. A direkt befogás valószínűsége annál nagyobb, minél jobban megközelítik a  $p$  állapotok a tiszta egyrészecske állapotot.

Lane és Lynn a magreakciók diszperziós elmélete alapján kimutatta, hogy ilyen direkt neutron befogás valóban lehetséges és az elméletileg várható hatáskeresztmetszet értékeket rendszeresen összehasonlították a meglévő kísérleti adatokkal [3]. Annak ellenére, hogy a probléma bonyolultsága miatt csak a nagyságrendek összehasonlítása volt lehetséges, nagyon valószínű, hogy a direkt neutron befogási folyamat ténylegesen megvalósul bizonyos atommagoknál.

Lane és Lynn analíziséből azonban kiderül az is, hogy azokban az esetekben, amikor a végállapot közelítőleg egyrészecske állapot, a hatáskeresztmetszetet meghatározó szórás matrixelemhez a csatornatartomány jelentős járulékot ad, mint azt Thomas már régebben megmutatta [4]. Ezek szerint, ha a



végállapot közelítőleg egyrészcseke állapot, akkor az ide vezető átmenet valószínűsége megnő és lehetséges, hogy ez ad magyarázatot a gamma-spektrumban tapasztalható anomáliákra.

Az elmondottakból kitűnik, hogy rendkívül célszerű lenne egy olyan közvetlen kísérlet elvégzése, amely egyértelműen dönt a direkt befogási folyamat léteéről és szerepéről. Nem látszik ezért feleslegesnek megvizsgálni azokat a jelenségeket, amelyek segítségével a direkt befogási folyamat létezéséről, illetve szerepéről részletesebb információkat szerezhetünk.

Ha a direkt befogási reakció ténylegesen megvalósul, akkor a direkt úton végbemenő és a közbenső mag kialakulással járó befogási folyamat között interferencia jelentkezik. Ez az interferencia számos mérhető effektust eredményez. A következőkben az interferenciának három észlelhető hatását fogjuk röviden elemezni.

Nevezetesen megvizsgáljuk

- /a/ az  $/n, \gamma/$  reakció hatáskeresztmetszetének,
- /b/ a  $/p, \gamma/$  reakció gamma-szögeloszlásának,
- /c/ a  $/p, \gamma/$  reakcióból származó gamma-sugárzás lineáris polarizációjának energiafüggését egy izolált rezonancia hely környezetében.

Látni fogjuk, hogy a direkt és a rezonancia befogás közötti interferencia lényeges változást idéz elő mindhárom esetben. Legegyszerűbb, de legérdekesebb az  $/n, \gamma/$  reakció hatáskeresztmetszetének a változása.

A rezonancia és a potenciál szórás interferenciájának hatásához hasonlóan itt is várható, hogy a nagyenergiájú gamma-sugárzással járó neutron befogás parciális hatáskeresztmetszete egy izolált rezonancia előtt az energia függvényében előbb egy minimális értéket vesz fel és csak azután növekszik hirtelen.

## II. A radiációs befogást leíró mátrix-elem

A kezdeti szabad  $\psi_c(3M)$  állapotból a  $\psi_f(3_f M_f)$  kötött végállapotba való, elektromos dipól sugárzással járó átmenetet leíró mátrix-elem:

$$S_{fc}^{(3)} = \left( \frac{16\pi}{9\hbar} \right)^{1/2} k_\gamma^{3/2} \frac{1}{3} (\psi_f \| E1 \| \psi_c)$$

$$\left( \frac{1}{3} \equiv \sqrt{23+1} \right)$$

/1/

alaku, ahol  $k_\gamma$  a kibocsátott gamma-kvantum hullámszáma. A redukált mátrix-elem szokásos definíciója:

$$(\psi_f \| E1 \| \psi_c) = \frac{\hat{3}_f}{\hat{3}} \sum_{Mm} (3M1m | 3_f M_f) \varrho \sum_{k=1}^A \int \psi_f^*(3_f M_f) \cdot r_k Y_{1m}^*(\Theta_k \phi_k) \left(\frac{1}{2} - t_{3k}\right) \psi_c(3M) d\tau \quad /2/$$

Ahol  $A$  a mag tömegszámát,  $t_{3k}$  a  $k$ -adik nukleon izospinjének harmadik komponensét jelenti. Az integrálás az összes nukleon koordinátájára történik.

A dipóloperator redukált mátrix-elemének meghatározásához ki kell számítanunk a mag belső térfogatától és a csatornatartománytól származó járulékot. Ezért mind a kezdeti, mind pedig a végállapot függvényt meg kell adni a mag belső térfogatában is és a csatorna tartományban is.

A kezdeti állapot függvénye a csatornában:

$$\psi_c = \frac{1}{v^{1/2}} (I_c(kr) - S_{cc} O_c(kr)) \varphi_c \quad r > R \quad /3/$$

ahol  $v$  a beeső neutron sebessége,  $k$  a hullámszám vektora  $v = \frac{\hbar k}{M}$ ;  $M$  a redukált tömeg/  $\varphi_c$  az un. csatornafüggvény, amely a mag összes belső koordinátájától függ és tartalmazza a neutron spin függvényét is.  $I_c(kr)$  és  $O_c(kr)$  be- és kifutó hullámot ír le, amelyek aszimptotikusan:

$$I_c(kr) \longrightarrow e^{-ikr} \quad O_c(kr) \longrightarrow e^{+ikr}$$

alakúak.  $S_{cc}$  a szórás mátrix diagonális eleme.  $S_{cc}$ -t, valamint a  $\psi_c$  függvényt a mag belső térfogatában az  $R$  mátrix elmélet segítségével határozhatjuk meg [5]. Ha egy izolált rezonancia környezetében vizsgáljuk a neutron befogást, akkor feltehetjük, hogy az  $R$  mátrix:

$$R = \sum_{\lambda'} \frac{(\vec{\gamma}_{\lambda'} \times \vec{\gamma}_{\lambda'})}{E_{\lambda'} - E} \quad /4/$$

két tagra bontható:

$$R = \sum_{\lambda' \neq \lambda} \frac{(\vec{\gamma}_{\lambda'} \times \vec{\gamma}_{\lambda'})}{E_{\lambda'} - E} + \frac{(\vec{\gamma}_{\lambda} \times \vec{\gamma}_{\lambda})}{E_{\lambda} - E} = R^{\infty} + \frac{(\vec{\gamma}_{\lambda} \times \vec{\gamma}_{\lambda})}{E_{\lambda} - E}$$

ahol  $R^{\infty}$  a kiszemelt  $\lambda$  rezonancián kívüli összes rezonancia hatását tartalmazza és ez egy diagonális mátrix. A  $\vec{\gamma}_{\lambda}$  redukált nívószélesség vektor komponenseit, a  $\gamma_{\lambda c}$  mennyiségeket a  $\gamma_{\lambda c} = \left(\frac{\hbar^2}{2MR}\right) \int X_{\lambda} \psi_c^* dS$  képlet definiálja. Ebben az esetben az  $S$  mátrix diagonális eleme

$$S_{cc} = e^{-2i\phi'_c} \left[ 1 + i \frac{\Gamma_{\lambda c}}{E_{\lambda} + \Delta_{\lambda} - E - \frac{1}{2}\Gamma_{\lambda}} \right] \quad /5/$$

alakba írható, ahol a potenciál szórásból származó  $\phi'_c$  fázistolás és a keménygömb-szórás  $\phi_c$  fázistolása közötti összefüggés:

$$e^{-2i\phi'_c} = e^{-2i\phi_c} \left( \frac{1 - R_{cc}^{\infty} L_c^*}{1 - R_{cc}^{\infty} L_c} \right) \quad /6/$$

A parciális szélesség:

$$\Gamma_{\lambda c} = \frac{2P_c \gamma_{\lambda c}^2}{(1 - R_{cc}^{\infty} S_c)^2 + (R_{cc}^{\infty} P_c)^2} \quad /7/$$

A teljes szélesség:

$$\Gamma_{\lambda} = \sum_c \Gamma_{\lambda c} \quad /8/$$

A nívó eltolódás:

$$\Delta_{\lambda} = \sum_c \frac{P_c (R_{cc}^{\infty} P_c) - S_c (1 - R_{cc}^{\infty} S_c)}{(1 - R_{cc}^{\infty} S_c)^2 + (R_{cc}^{\infty} P_c)^2} \gamma_{\lambda c} \quad /9/$$

Ezekben a képletekben szereplő  $S_c$  és  $P_c$  mennyiség az

$$L_c = \left[ kr \frac{dO_c(kr)}{d(kr)} \cdot \frac{1}{O_c(kr)} \right]_{r=R} = S_c + iP_c \quad /10/$$

logaritmikusan derivált valós és képzetes részét jelenti a kölcsönhatási rádiusznek megfelelő távolságban.

A  $\psi$  függvény a mag belső térfogatában:

$$\psi_c = -i\hbar^{1/2} e^{-i\phi'_c} \frac{\Gamma_{\lambda c}^{1/2} X_\lambda}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - \frac{i}{2}\Gamma_\lambda} \quad /11/$$

Határozzuk meg előbb a szórás mátrix  $S_{fc}$  elemének a mag belső térfogatából származó járulékat:

$$\begin{aligned} S_{fc}(\text{belső}) &= -i \left( \frac{16\pi}{9} \right)^{1/2} \frac{k^{3/2} \Gamma_{\lambda c}^{1/2} e^{-i\phi'_c}}{(2\beta+1)^{1/2}} \frac{(\psi_f \parallel E \parallel X_\lambda)}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - \frac{i}{2}\Gamma_\lambda} = \\ &= -i e^{-i\phi'_c} \frac{\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \Gamma_{\lambda f}^{1/2}}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - \frac{i}{2}\Gamma_\lambda} \end{aligned} \quad /12/$$

Itt a redukált mátrix-elemben szereplő integrál az  $r < R$  tartományra terjesztendő ki.

A csatornatartományból származó járulékat két részből, egy rezonáns és egy nem rezonáns részből tevődik össze, amint az, a / 3 /-ből látható. A rezonáns csatorna járulékat a belső tartománytól származó járulékhöz hasonló módon határozhatjuk meg.

A csatornatartományban a  $X_\lambda$  függvény egy  $O_c$  kifutó hullámnak megfelelően folytatódik:

$$X_\lambda(r) = \frac{X_\lambda(R)}{O_c(kR)} \cdot O_c(kr) \quad r > R \quad /13/$$



Hasonlóképpen a  $\psi_f$  végállapot függvény a csatornatartományban

$$\psi_f(r) = \frac{\int \psi_f \psi_f^* dS}{O_f(k_f R)} \cdot O_f(k_f r) \varphi_f \quad r > R \quad /14/$$

alaku, ahol  $\varphi_f$  a kötött végállapotban lévő teljes rendszer összes koordinátájától függő függvény, kivéve a befogott neutron  $r$  radiális koordinátáját.  $O_f(k_f r)$  kötött végállapotban levő neutron radiális függvénye, amely exponenciálisan csökkenő tendenciát mutat. Ezek alapján a szórás mátrix-elem rezonáns csatorna járuléka:

$$S_{fc}(\text{rez. csat.}) = -i \left( \frac{16\pi}{9} \right)^{1/2} \frac{k_f^{3/2} \Gamma_{\lambda c}^{1/2} e^{-i\phi_c}}{(2J+1)^{1/2}} \frac{\int \psi_f \psi_f^* dS}{O_c(kR) O_f(k_f R)}$$

$$\frac{(O_f(k_f r) \varphi_f \parallel E \parallel X_\lambda(R) O_c(kr))}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - \frac{i}{2} \Gamma_\lambda} =$$

/15/

$$= -i e^{-i\phi_c} \frac{\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \delta \Gamma_{\lambda f}^{1/2}}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - \frac{i}{2} \Gamma_\lambda}$$

Itt természetesen az integrálás a  $r > R$  tartományra történik. Megjegyezzük, hogy a  $\delta \Gamma_{\lambda f}$  fotonszélesség valós, ha a  $P_c$  penetrációs faktor kicsi ( $P_c \ll 1$ ). Látható, hogy ez a rezonáns csatorna járulék akkor jelentős, ha a  $\psi_f$  végállapotfüggvény erősen kinyulik a csatornatartományba. Ez pedig akkor valósul meg, ha a végállapot egyrészezske állapot, vagy legalábbis nagy sullyal tartalmaz egyrészezske komponenst. Ebből világos, hogy egyrészezske típusu végállapot esetén az átmeneti valószínűség megnövekszik. Ez kvalitatíve már önmagában magyarázni tudná a gamma-spektrumban fellépő anomáliákat.

Van azonban még egy, a csatornatartományból származó járulék az  $S_{fc}$  szórás mátrix-elemhez. Ez a járulék a potenciál szórásból származik és az következésképp nem rezonáns jellegű.



$$S_{f,c}(\text{pot.}) = \left( \frac{16\pi}{g\hbar v} \right)^{1/2} \frac{k_f^{3/2}}{(2\beta+1)^{1/2}} \frac{\int \psi_f \psi_f^* dS}{O_f(k_f R)} \quad /16/$$

$$\cdot (O_f(k_f r) \psi_f \parallel E \parallel (I_c - e^{-2i\phi_c} O_c) \psi_c) = D_p$$

Ennek a járuléknak megfelelő hatáskeresztmetszetet nevezhetjük "direkt" befogási keresztmetszetnek.

A teljes  $S_{f,c}$  szórási mátrix-elem tehát:

$$\begin{aligned} S_{f,c} &= S_{f,c}(\text{pot.}) + S_{f,c}(\text{belső rez.}) + S_{f,c}(\text{csat. rez.}) = \\ &= D_p - ie^{-i\phi_c} \frac{\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \Gamma_{\lambda f}^{1/2}}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - \frac{i}{2} \Gamma_\lambda} - ie^{-i\phi_c} \frac{\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \delta \Gamma_{\lambda f}^{1/2}}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - \frac{i}{2} \Gamma_\lambda} \end{aligned} \quad /17/$$

III. Az  $/n, \gamma/$  reakció hatáskeresztmetszetének energiatfüggése egy izolált rezonancia környezetében

Az  $/n, \gamma/$  reakció hatáskeresztmetszete:

$$\sigma_{n\gamma} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\hat{J}} \frac{\hat{J}^2}{\hat{S}_t^2 \hat{S}_n^2} \sum_{s_l} |S_{fc}^{(s)}|^2 \quad /18/$$

$/S_t$  a targetmag,  $S_n$  a neutron,  $S$  a csatornaspin/. Az alacsony energiájú tartományban csak az  $s$  állapotból történik befogás és a rendszer általában egyetlen jól definiált  $J$  impulzusmomentum értékkel rendelkezik. Ezért:

$$\begin{aligned} \sigma_{n\gamma} &= \frac{\pi}{k^2} \frac{\hat{J}^2}{2 \hat{S}_t^2} |S_{f,c}|^2 = \frac{\pi}{k^2} \frac{\hat{J}^2}{2 \hat{S}_t^2} \left\{ |D_p|^2 + \frac{\Gamma_{\lambda c} (\Gamma_{\lambda f}^{1/2} + \delta \Gamma_{\lambda f}^{1/2})^2}{(E_\lambda - E)^2 + \frac{\Gamma_\lambda^2}{4}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2 \Gamma_{\lambda c}^{1/2} (\Gamma_{\lambda f}^{1/2} + \delta \Gamma_{\lambda f}^{1/2})}{(E_\lambda - E)^2 + \frac{\Gamma_\lambda^2}{4}} \left[ \frac{\Gamma_\lambda}{2} \text{Re}(D_p^* e^{-i\phi_c}) - (E_\lambda - E) \text{Im}(D_p^* e^{-i\phi_c}) \right] \right\} \end{aligned} \quad /19/$$

Itt az energiától csak alig függő első tag a direkt befogást, a második a rezonancia befogást, a harmadik pedig az interferenciát írja le.

A hatáskeresztmetszet:

$$\sigma_{ng} = \frac{\pi}{k^2} \frac{2\beta+1}{2(2S+1)} \left\{ |Dp|^2 \frac{\Gamma_{\lambda c} \left[ \frac{2(\Gamma_{\lambda f}^{1/2} + \delta \Gamma_{\lambda f}^{1/2})}{\Gamma_{\lambda}} \right]^2}{x^2+1} + \right. \quad /20/$$

$$\left. + \frac{2\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \left[ \frac{2(\Gamma_{\lambda f}^{1/2} + \delta \Gamma_{\lambda f}^{1/2})}{\Gamma_{\lambda}} \right] \operatorname{Re}(Dp^* e^{-i\phi'_c}) - 2x\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \left[ \frac{2(\Gamma_{\lambda f}^{1/2} + \delta \Gamma_{\lambda f}^{1/2})}{\Gamma_{\lambda}} \right] \operatorname{Im}Dp^* e^{-i\phi'_c}}{x^2+1} \right\}$$

Itt bevezettük az  $x = \frac{E - (E_{\lambda} + \Delta_{\lambda})}{\Gamma_{\lambda}/2}$  mennyiséget, amely az E neutron energiának az  $(E_{\lambda} + \Delta_{\lambda})$  rezonancia energiától való eltérését mutatja a nivószélesség felének megfelelő egységekben mérve. Mivel a keménygömb szórásfázistolása  $\phi_c = -kR$  ; /R a mag sugara/ és a potenciál szórás  $\phi'_c$  fázistolása  $\phi_c$  nagyságrendjébe esik, azért lassu neutronok esetén  $e^{-i\phi'_c}$  közelítőleg 1. Könnyen be lehet látni a /16/ kifejezésben szereplő mennyiségek vizsgálatával, hogy Dp közelítőleg egy imaginárius mennyiség, ezért

$$\operatorname{Re}(Dp^* e^{-i\phi'_c}) \approx 0 \quad \operatorname{Im}(Dp^* e^{-i\phi'_c}) \approx -|Dp| \quad /21/$$

Ezek alapján:

$$\sigma_{ng}(x) = \sigma_r(0) \left\{ \frac{\sigma_p}{\sigma_r(0)} + \frac{1 + 2\sqrt{\frac{\sigma_p}{\sigma_r(0)}} x}{x^2+1} \right\} \quad /22/$$

ahol

$$\sigma_r(0) = \frac{\pi}{k^2} \cdot \frac{2\beta+1}{2(2S+1)} \frac{\Gamma_{\lambda c} (\Gamma_{\lambda f}^{1/2} + \delta \Gamma_{\lambda f}^{1/2})^2}{\frac{\Gamma_{\lambda}^2}{4}} \quad /23/$$

a rezonancia hatáskeresztmetszet a rezonanciának megfelelő energiánál

$$\sigma_p = \frac{16\pi^2}{9\hbar k^2 v} \frac{k_f^3}{2(2S+1)} \left[ \frac{\int \psi_f \psi_f^* dS}{O_f(k_f R)} \right]^2 \left| (\psi_f \cdot O_f(k_f r) \parallel E_1 \parallel (I_c - e^{-2i\phi_c'} O_c) \psi_c \right|^2 \quad /24/$$

a "potenciál" vagy "direkt" befogás hatáskeresztmetszete.

Látjuk, hogy a hatáskeresztmetszet energiatfüggésének kísérleti meghatározásával felvilágosítást nyerhetünk a  $\frac{\sigma_p}{\sigma_r(0)}$  hatáskeresztmetszet viszony nagyságára vonatkozólag. Az ábrán feltüntettük a  $\sigma_{n\gamma}(x)$  hatáskeresztmetszet menetét különböző  $\sigma_p/\sigma_r(0)$  értékek esetén. ( $\sigma_p/\sigma_r(0) = \delta$ ).

A maximális és minimális hatáskeresztmetszet értékeknek megfelelő energiakülönbség:

$$E_{\max} - E_{\min} = \frac{\Gamma_\lambda}{2} \sqrt{\frac{\sigma_r(0)}{\sigma_p}} + 4 \quad /25/$$

Az elmondottakból kitűnik, hogy ha a direkt reakció mechanizmus ténylegesen megvalósul az  $n, \gamma$  reakciókban, akkor hatása többek között abban nyilvánul meg, hogy az eddig általánosan elfogadott nézettel ellentétben, a rezonancia hatáskeresztmetszet görbe nem szimmetrikus jellegű.

Az aszimmetriának a kísérleti kimutatása és a  $\sigma_p/\sigma_r(0)$  viszony meghatározása természetesen csak azoknál a magoknál lehetséges, amelyeknél vannak be nem töltött, közelítőleg egyrészezske jellegű p állapotok és amelyeknél izolált rezonanciák előfordulnak.

Az is nyilvánvaló, hogy az aszimmetriát abban az esetben lehet kimutatni, ha a  $\sigma_{n\gamma}(c.f)$  parciális hatáskeresztmetszetet mérjük, azaz nem általában a  $n, \gamma$  reakció hatáskeresztmetszetét, hanem annak csak azt a részét, amely egy kiszemelt, vagy esetleg több azonos jellegű végállapotba vezet. Ez kísérletileg annyit jelent, hogy a gamma-spektrumból a nagy energiájú részen jelentkező intenzív csúcsok közül egyet, vagy esetleg többet kiválasztunk és ezen nagy energiájú gamma-sugárzás kibocsátására vezető  $n, \gamma$  reakciók hatáskeresztmetszetét mérjük. Az /22/ mutatja, hogy az aszimmetria kimutatása csak olyan izolált rezonanciáknál remélhető eredményesnek, ahol a  $\sigma_p/\sigma_r(0)$  viszony nem túlzottan kicsiny ( $\frac{\sigma_p}{\sigma_r(0)} \geq 10^{-2}$ ).

IV. A  $/p, \gamma/$  reakcióból származó gamma-sugárzás szögeloszlásának és lineáris polarizációjának energia függése egy izolált rezonancia környezetében

A szögeloszlást és a polarizációt célszerű együttesen vizsgálni, mert mindkét probléma azonos formalizmussal tárgyalható.

A gamma-sugárzás irány- és polarizációeloszlását megadó függvényt vegyes reprezentációban írjuk fel, azaz a proton befogást csatornaspin reprezentációban, a gamma emissziót pedig természetesen teljes impulzusmomentum  $/J/$  reprezentációban fejezzük ki [4].

$$W(\vartheta\varphi) = \sum_{\substack{se\ell' \\ kLL'}} A_k(\ell\ell'\ell's; S) A_k(LL'; \mathfrak{J}_f\mathfrak{J}\mathfrak{J}') \cdot < \mathfrak{J}_f L \mathfrak{J} \parallel U \parallel \mathfrak{J} \ell S > < \mathfrak{J}_f L' \mathfrak{J}' \parallel U \parallel \mathfrak{J}' \ell' S >^* P_k^{LL'}(\vartheta\varphi) \quad /26/$$

$$[ < \mathfrak{J}_f L \mathfrak{J} \parallel U \parallel \mathfrak{J} \ell S > \equiv S_{fc}^{(\mathfrak{J})} \quad f \equiv (\mathfrak{J}_f, L) \quad c \equiv (\ell, S) ]$$

Itt  $A_k(\ell\ell'\ell's; S)$  és  $A_k(LL'; \mathfrak{J}_f\mathfrak{J}\mathfrak{J}')$  lényegében Clebsch-Gordan és Racah együtthatókból felépített kifejezések:

$$A_k(\ell\ell'\ell's; S) = (-)^{s-s'} \hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\mathfrak{J}} \hat{\mathfrak{J}}' (\ell\ell'\ell's | k_0) W(\mathfrak{J}\mathfrak{J}'\ell\ell'; kS) \quad /27/$$

$$A_k(LL'; \mathfrak{J}_f\mathfrak{J}\mathfrak{J}') = (-)^{\mathfrak{J}_f - \mathfrak{J}' + L' - L + k - 1} \hat{\mathfrak{J}} \hat{\mathfrak{J}}' \hat{L} \hat{L}' (L_1 L' - 1 | k_0) W(\mathfrak{J}\mathfrak{J}' L L'; k\mathfrak{J}_f)$$

A  $P_k^{LL'}(\vartheta\varphi)$  függvény definíciója:

$$P_k^{LL'}(\vartheta\varphi) = P_k(\cos \vartheta) - (\pm)_{L'} \frac{(L_1 L' - 1 | k_2)}{(L_1 L' - 1 | k_0)} \left[ \frac{(k-2)!}{(k+2)!} \right]^{1/2} P_1 P_{k2}(\cos \vartheta) \cos 2\varphi \quad /28/$$

$P_k(\cos \vartheta)$  ill.  $P_{kr}(\cos \vartheta)$  a közönséges ill. a leszármasztatott Legendre polinomokat jelöli. A  $(\pm)_L$  előjel függvény értéke +1, ha az  $L$ ' sugárzás elektromos, és -1, ha mágneses jellegű.  $p_i$  a mérőberendezés li-  
near polarizációs hatásfoka.

Az egyszerűség kedvéért vizsgáljuk azt az esetet, amikor a rezonáns közbenső állapot egyetlen jól meghatározott  $l = l_0$  pályamomentummal rendelkező proton befogásával alakul ki és az elbomlás ugyancsak jól meghatározott /tisztá/  $L_0$  multipolaritású gamma-kvantum emissziójával megy végbe. Ugyanakkor a direkt befogás  $l = 0$  pályamomentummal történik, a kibocsátott gamma-sugárzás pedig elektromos dipóljellegű  $L = 1$ . Ezen egyszerűsítő feltevések alapján elvégezzük az

$$l, l' = \begin{cases} l_0 \\ 0 \end{cases} \quad L, L' = \begin{cases} L_0 \\ 1 \end{cases} \quad \mathfrak{J}, \mathfrak{J}' = \begin{cases} \mathfrak{J} \\ \mathfrak{S} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(rez.)} \\ \text{(dir.)} \end{matrix} \quad /29/$$

helyettesítéseket, majd bevezetjük a következő jelöléseket.

$$w_s(l_0 l_0 L_0 L_0; \vartheta \varphi) = \sum_k A_k(L_0 L_0; \mathfrak{J}_f \mathfrak{J}'_f) A_k(l_0 \mathfrak{J} l_0 \mathfrak{J}; \mathfrak{S}) P_k^{L_0 L_0}(\vartheta \varphi) \quad /30/$$

$$w_s(l_0 0 L_0 1; \vartheta \varphi) = \sum_k A_k(L_0 1; \mathfrak{J}_f \mathfrak{J}'_f) A_k(l_0 \mathfrak{J} 0 \mathfrak{S}; \mathfrak{S}) P_k^{L_0 1}(\vartheta \varphi)$$

Ezek után a gamma-sugárzás irány és polarizációs eloszlását megadó függvény a következőképpen fest:

$$w(\vartheta \varphi) = \sum_s w_s(l_0 l_0 L_0 L_0; \vartheta \varphi) \frac{\Gamma_{\lambda s} \Gamma_{\lambda L_0}}{(E_\lambda - E)^2 + \frac{\Gamma_\lambda^2}{4}} + \hat{S} |D_s|^2 + \quad /31/$$

$$+ w_s(l_0 0 L_0 1; \vartheta \varphi) \frac{\Gamma_{\lambda s}^{1/2} \Gamma_{\lambda L_0}^{1/2} |D_s| [2(E_\lambda - E) \cos 2\phi - \Gamma_\lambda \sin 2\phi]}{(E_\lambda - E)^2 + \frac{\Gamma_\lambda^2}{4}}$$

Itt  $\phi$  a rezonancia, illetve direkt befogásnál fellépő nukleáris és Coulomb fázistolásoknak a különbsége. Ebből a formulából világosan látható, hogy a direkt befogás jelenléte az eloszlásfüggvényben, részben egy izotróp hátte-



ret, rezben pedig az interferencia révén, a rezonancia hely környezetében egy energiától igen erősen függő járulékot ad. Ha a szögeloszlást kívánjuk vizsgálni, azaz polarizációra érzéketlen detektorral mérünk, akkor  $p_1 = 0$  és ezért az eloszlás függvényében szereplő  $P_k^{LL'}(\vartheta\varphi)$  függvény helyére egyszerűen a  $P_k(\cos \vartheta)$  Legendre polinom kerül. Abban az esetben, amikor  $\ell_0$  értéke páratlan, a rendszernek nincs határozott paritása és az abban nyilvánul meg, hogy a szögeloszlás  $90^\circ$ -ra nem szimmetrikus.

Konkrét esetekre alkalmazva a fenti általános eredményt, meg lehet mutatni, hogy a szögeloszlásban fellépő folytonos paraméterek a következők:

- 1./ rezonancia energia:  $E_\lambda$
- 2./ a teljes rezonancia szélesség:  $\Gamma_\lambda$
- 3./ a csatorna spin keverési aránya
- 4./ a nukleáris és Coulomb fázis-tolások különbsége:  $\phi$
- 5./ a direkt és a rezonancia befogás hatáskeresztmetszeteinek aránya:  $\frac{\sigma_p}{\sigma_r(0)}$

Az első négy paraméter értékét a rezonancia görbe kísérleti meghatározásával, illetve számítással meg lehet állapítani úgy, hogy a szögeloszlás kifejezésében csak a  $\sigma_p/\sigma_r(0)$  hatáskeresztmetszet viszony marad szabadon. Ilymódon a szögeloszlás mérésével a hatáskeresztmetszet viszony meghatározható.

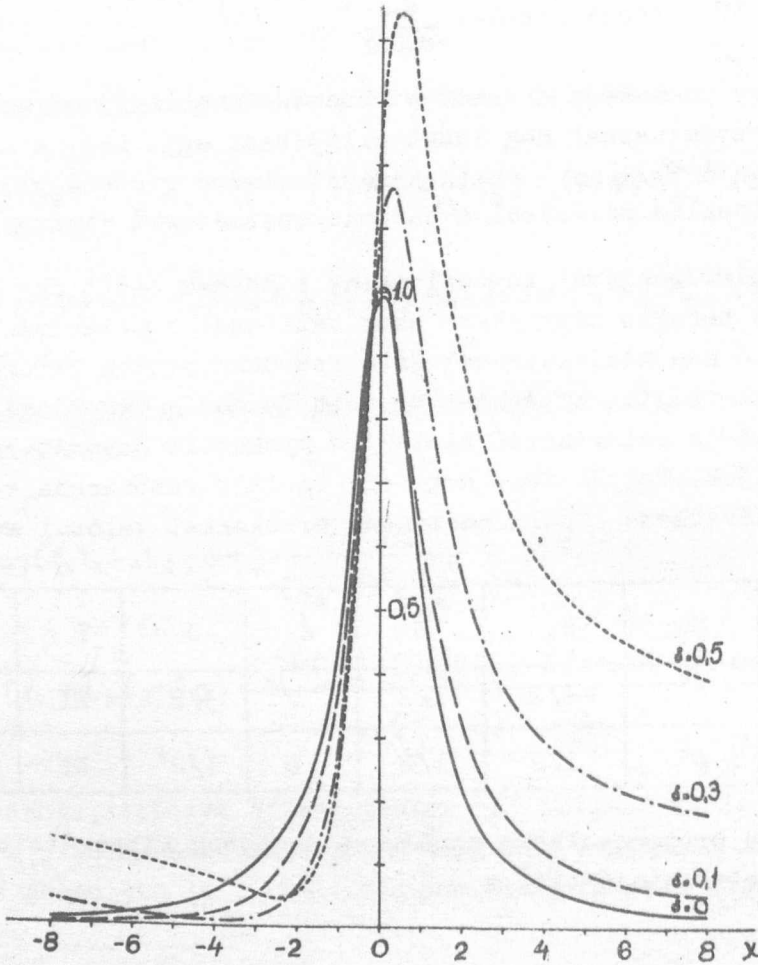
A lineár polarizációval kapcsolatban, mindennek előtt meg kell említeni, hogy a direkt befogás csak akkor okoz változást a polarizáció mértékében, ha a közbenső mag kialakulással járó rezonans proton befogás  $\ell_0 \geq 2$  pályamomentummal történik. Egyébként az interferencia tag kiesik. A direkt befogásnak a lineáris polarizáció mértékére gyakorolt hatását egy egyszerű példán illusztráljuk. Tegyük fel, hogy egy izolált rezonancia környékén a protonbefogás a következő impulzusmomentum értékekkel valósul meg:

	$S_t$	$S_p$	$S$	$\ell$	$J$	$L$	$J_f$
rez.	$0^+$	$1/2$	$1/2$	$2$	$3/2^+$	$E1$	$1/2^-$
dir.	$0^+$	$1/2$	$1/2$	$0$	$1/2^+$	$E1$	$1/2^-$

Ebben az esetben a protonnyalábra merőleges irányban kibocsátott gamma-sugárzás lineár polarizációfokát a

$$P = \frac{1}{P_1} \frac{W(\frac{\pi}{2}, 0) - W(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})}{W(\frac{\pi}{2}, 0) + W(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})} = \frac{3(1 + 2\sqrt{\frac{\sigma_p}{\sigma_r(0)}}(x \cos 2\phi - \sin 2\phi))}{5 + 2\sqrt{\frac{\sigma_p}{\sigma_r(0)}}(x \cos 2\phi - \sin 2\phi) + 2\frac{\sigma_p}{\sigma_r(0)}(x^2 + 1)}$$

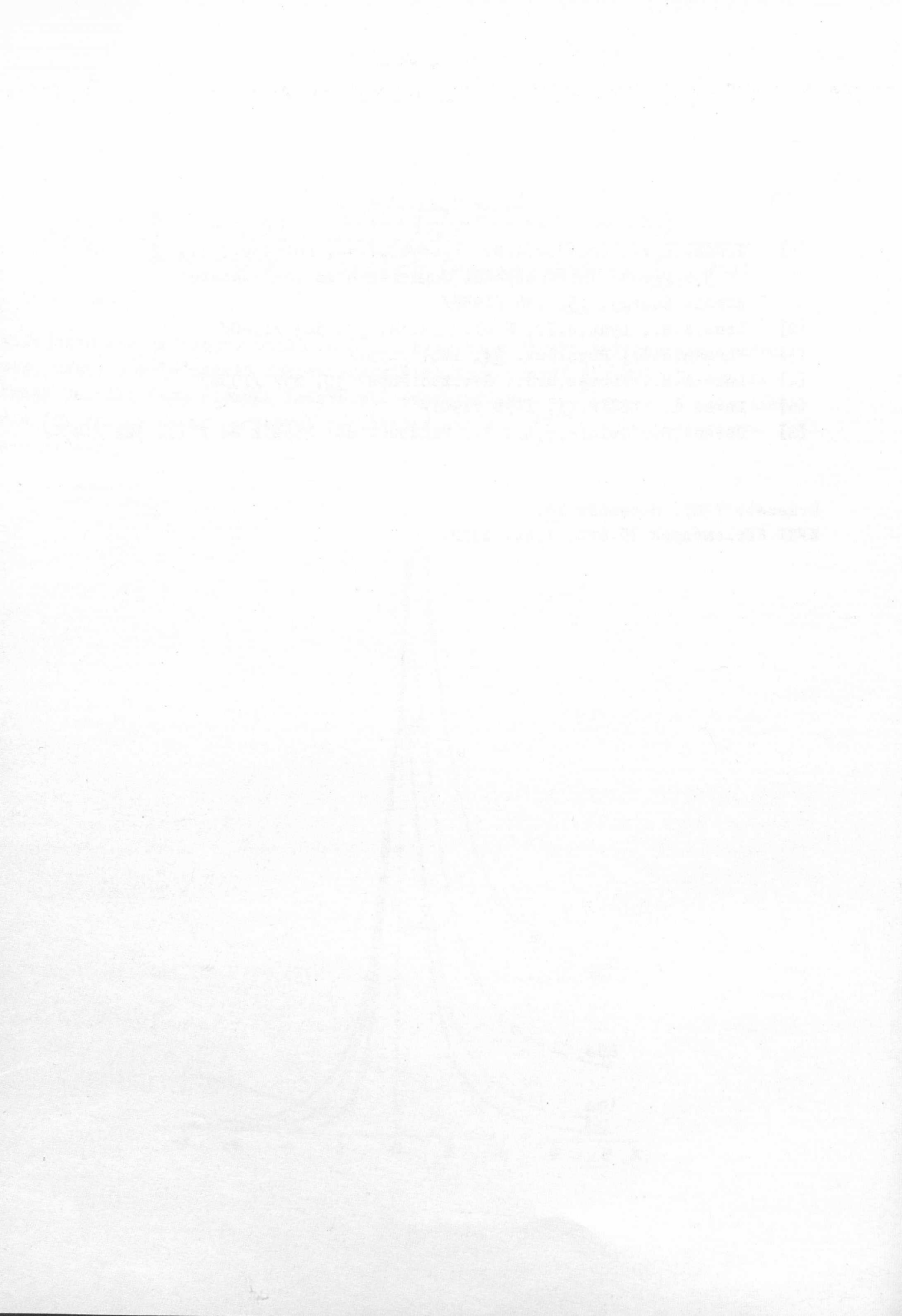
kifejezés szolgáltatja. Ebből látható, hogy ha a direkt befogás nem valósul meg, akkor a polarizáció fok az energiától függetlenül  $P = 3/5$ . Direkt befogás jelenlétében viszont határozott energiafüggés mutatkozik. A polarizáció fok változásának mérésével meghatározható a  $\frac{\sigma_p}{\sigma_r(0)}$  hatáskeresztmetszet viszony.



I r o d a l o m

- [1] Grosev, L.V., Demidov, A.M., Lucenko, V.N., Pelekov, V.I.,  
of the Second International Conference on the Peaceful  
Atomic Energy, 15, 138 /1958/
- [2] Lane, A.M., Lynn, J.E., Nucl. Physics, 17, 563 /1960/
- [3] Thomas, R.G., Phys. Rev. 84, 1061 /1951/
- [4] Lane, A.M., Thomas, R.G., Rev. Mod. Phys. 30, 257 /1958/
- [5] Lovas I., ZSETF, 41, 1178 /1961/
- [6] Devons, S., Goldfarb, L.J.B., Handbuch der Physik Bd XLII. 362 /1957/

Erkezett 1961. december 14.  
KFKI Közlemények 10.évf. 1.sz. 1962.



## MARADÉK-KÖLCSÖNHATÁSOK STRIPPING REAKCIÓKNÁL

Irta: Menyhárd Nóra és Zimányi József

### Összefoglalás:

Az anomális /d,p/ stripping reakció magyarázatára figyelembe vettük a beeső nukleonoknak a targetmaggal való nemcentrális kölcsönhatását. A számított szögeloszlásnak a tapasztalattal való összehasonlítása azt mutatta, hogy kis bombázó energiákon a feltételezett mechanizmus valóban szerepet játszhat.

Stripping reakcióknak azokat a /d,p/ és /d,n/ reakciókat nevezzük, melyek lefolyása a következőképpen képzelhető el [1]: a bombázó deuteron neutronja a targetmag magerőterébe jutva leszakad és befogódik a targetmagba, míg a visszamaradó proton szabad részecskeként tovább halad.

Mivel a proton bármekkora energiát vihet magával, a neutron közvetlenül negatív energiájú állapotba juthat, a maradékmag alap vagy alacsonyán gerjesztett állapotát hozva létre. A befogódás többnyire egyetlen  $\ell_n$  pályamomentummal történik, melynek értéke a távozó protonok szögeloszlását meghatározza. Ez a jellegzetesség a

$$\langle \psi_b e^{+ik_p r_p} | V_{an} + V_{ap} | \psi_a \varphi_d \rangle$$

111

stripping mátrixelemből már Born közelítésben számolt differenciális hatáskeresztmetszetben [2] is fellép és széleskörű magspektroszkópiai alkalmazást tett lehetővé a stripping reakciók felismerése óta eltelt időben. /A sikhullámu Born közelítés /1/-ből  $V_{ap}$  elhanyagolásával és  $\varphi_d$  sikhullámmal való helyettesítésével áll elő; az /1/-ben használt jelölések a következők:  $\psi_b$  a végmag,  $\psi_a$  a targetmag,  $\varphi_d$  a beeső deuteron,  $e^{+ik_p r_p}$  a sikhullámproton hullámfüggvénye,  $V_{an}$ , ill.  $V_{ap}$  a neutron-targetmag ill. protontargetmag kölcsönhatási operátor./ A kísérleti anyag növekedésével azonban egyre nyilvánvalóbbá vált, hogy ez az egyszerű elmélet nem kielégítő: a tapasztalattal ellenkező eredményt ad a távozó protonok polarizációjára és a megfigyelttől kisebb-nagyobb mértékben eltérőt a szögeloszlásra. Ezért az utóbbi években ismét az érdeklődés előterébe került a stripping reakciók mechanizmusának mind kísérleti, mind elméleti vizsgálata.



A tapasztalt eltérések legnagyobb részét kielégítően tudja értelmezni a torzított hullámú elmélet [3] /DWBA/, melyben figyelembe veszik a folyamat kezdeti, illetve végállapotában a Born közelítésben szabadnak tekintett részecskepárok rugalmas kölcsönhatásait; tehát az /1/ matrixelemben egyrészt  $\varphi_d$  síkhullám-alakja helyett optikai potenciálon szóródott deuteron hullámfüggvényt írunk, másrészt  $V_{ap}$ -t is számításba veszünk, optikai potenciál formájában.

Van azonban néhány eset, melyben még a DWBA sem használható a szögeloszlások értelmezésére, mert az /1/ matrixelem ebben a közelítésben az impulzusmomentum megmaradás tétele miatt zérussá válik, feltéve, hogy a reakció folyamán keletkező magot a héjmodell helyesen írja le. Ez a helyzet a  $B^{10}/d,p/B^{11*}/2,14$  MeV/ reakció esetén is: a neutron által bevitt, a héjmodellel összhangban lévő nagyságú impulzusmomentumon kívül a magnak valamilyen módon még legalább egységnyi impulzusmomentumhoz kell jutnia. Ezt a plusz impulzusmomentumot a Butler elmélet átlagos neutron-mag potenciálja, vagy a DWBA elméletben még ehhez járuló átlagos proton-mag potenciál közvetíteni nyilván nem tudja. Vegyük azonban észre, hogy a kölcsönhatási operátorból az átlagos potenciál levonása után megmaradó individuális- vagy maradék-kölcsönhatásokat, tehát a

$$V(u, \xi) = \bar{V}(u) + \delta V(u, \xi) \quad /2/$$

formális felbontás második tagját elhanyagoltuk mind a neutronmag, mind a proton-mag kölcsönhatás esetén. Ezek nyilván sokkal kisebb járulékot adnak a hatáskeresztmetszethez, mint a normál stripping tag és akkor válnak csak észlelhetővé, ha az valamilyen oknál fogva zérus.

A  $V(u, \xi)$  kölcsönhatási operátor felbontása az impulzusmomentum-átadás szempontjából /2/-nél sokkal megfelelőbb és explicitebb módon is elvégezhető. Az inelasztikus nukleon-mag szóródásnál fellépő kölcsönhatási operátor Goldfarb és Johnson [4] által alkalmazott kifejtésének mintájára, irreducibilis tenzorok szerinti sorfejtéssel, a spinfüggést is tekintetbe véve:

$$V(u, \xi) = \sum_{jLs\mu} \chi_{j(Ls)}^{\mu+}(u) \chi_{j(Ls)}^{\mu}(\xi) V_{j(Ls)}(r, \xi) \quad /3/$$

ahol

$$\chi_{j(Ls)}^{\mu}(u) = \sum_{M,\nu} T_L^M(\Omega) T_s^{\nu}(\sigma) (LMs\nu | j\mu)$$

és  $T_L^M(\Omega)$  ill.  $T_s^V(\sigma)$  szférikus tenzorok a térvektorok ill. a spinvektorok terében.

/3/-ből az átlagos potenciálhoz lényeges járulék csak a  $j = L = s = 0$  tagból származik, a nemcentrális és spinfüggő tagok legnagyobb része a /2/ felbontásbeli maradékkölcsönhatásba számít és így az /1/ matrixelemhez adott járulékok kiszámítása, szem előtt tartva, hogy az anomáliák stripping reakciók magyarázatát keressük, érdekesnek látszik.

Észszerű feltevés, hogy a maradékkölcsönhatások rövidhatótávolságúak, tehát akkor érvényesülnek, ha a megfelelő részecske elég közel jut a maghoz. Ez a neutronnál mindig bekövetkezik, a protonnál viszont csak elég nagy reakció -Q esetén [5].

Foglalkozzunk először a neutron-mag maradékkölcsönhatással, melynek járuléka a stripping amplitudóhoz, a radiális integráloktól eltekintve, analitikusan kiszámítható. A /3/ felbontásban az  $L = 0$   $s = 1$  -es tag impulzusmomentum-átadás szempontjából nem megfelelő, a neutron spinflip sem a neutron+targetmag rendszer teljes impulzusmomentumát, sem a neutron pályamomentumát nem tudja megváltoztatni. Belátható az is, hogy a szögeloszlás s értéktől nem függ, ezért /3/-ből csak az  $s = 0$  tagokat vettük figyelembe.

Ilyen módon számolva az /1/ matrixelemből  $V_{ap}$  elhanyagolásával a differenciális hatáskeresztmetszetre a következő kifejezést kaptuk:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim [G(K)]^2 \sum_{\ell} A_{\ell}(j_a, j_b) [j_{\ell}(kR)]^2 \quad /4/$$

Itt

$$K = |\underline{K}| = |\underline{k}_p - \frac{1}{2} \underline{k}_d| = [k_p^2 + \frac{1}{4} k_d^2 - k_p k_d \cos \vartheta]^{1/2}$$

$$k = |\underline{k}| = |\underline{k}_d - \frac{M_a}{M_b} \underline{k}_p| = [\frac{M_a^2}{M_b^2} k_p^2 + k_d^2 - 2 \frac{M_a}{M_b} k_p k_d \cos \vartheta]^{1/2}$$

$G(K)$  a deuteron hullámfüggvényének Fourier transzformáltja,  $j_{\ell}$  szferikus Bessel-függvény,  $A_{\ell}(j_a, j_b)$  pedig a következő:

$$A_{\ell}(j_a, j_b) = \frac{1}{2} \sum_f \left| \hat{f} \frac{\hat{j}_b \hat{\ell}}{\hat{j}_n} \sum_{j_s \ell_n j_n L} \begin{matrix} j_s \\ j_n \ell_n \end{matrix} \begin{matrix} \ell \\ j_n \end{matrix} \begin{matrix} L \\ j_n \end{matrix} \begin{matrix} L \\ j_n \end{matrix} \right| i^{L+\ell-\ell_n} (-1)^{L+j_s-j_a}$$

$$\langle j_s \| L \| j_a j_n \ell_n \rangle \langle L \ell \ell_n | \ell_n 0 \rangle W(\frac{1}{2} \ell_n j_b j_s ; j_n f) W(\ell \ell_n j_a j_s ; L f) |^2$$

ahol  $j_a$  a targetmag,  $j_b$  a maradékmag spinje:  $l_n$  és  $j_n$  a neutron magbéli pálya- és teljes impulzusmomentuma,  $l$  a neutron pályamomentuma, mellyel a deuteron elhagyja,  $L$  a kölcsönhatás "multipólrendje",  $j_s$  pedig a targetmag lehetséges állapotainak spinértékein fut végig:  $f$  egyszerű összegezési index.  $\Theta_{j_n l_n}$  a redukált neutron szélesség. A redukált matrixelem definíciója:

$$\int \psi_{j_s m_s}^*(\xi) u_{j_n l_n}(r_n) V_L(r_n, \xi) T_L^{M*}(\xi) \psi_{j_a m_a}(\xi) r_n^2 dr_n d\xi =$$

$$= (-1)^{L-M} \cdot (L-M j_a m_a | j_s m_s) \langle j_s \| L \| j_a, j_n l_n \rangle$$

A nemcentrális neutron-maradékkölcsönhatások létrehozta reakciót a következő módon szemléltethetjük: a neutron a deuteron  $\vec{l}$  pályamomentummal hagyja el. E pályamomentum egy részét,  $\vec{l}$  -et, a neutron befogadása előtt átadja a targetmagnak, így annak spinje  $j_a$  -ról  $j_s$  -re változik. Ezután az  $l_n$  pályamomentumu befogódás révén kialakul a  $\vec{j}_s + \vec{l}_n + 1/2 = \vec{j}_b$  spinű végmag.

Minden olyan esetben, amikor a neutron nem ad át külön impulzusmomentumot a mának /centrális kölcsönhatás/  $l = l_n$  és így kapjuk a közismert stripping szögeloszlást, melyet az  $l_n$  pályamomentum jellemez. Érdekes még megjegyezni, hogy amennyiben a stripping reakciót a centrális és nemcentrális kölcsönhatás együttesen hozza létre, a két kölcsönhatás matrixelemeinek interferenciájából származó szögeloszlás ugyanolyan, mint a csak centrális részből származó. Ezért, ha a reakció centrális kölcsönhatással is létrejöhet, a protonok szögeloszlásának méréséből a nemcentrális tagok folyamatban való részvételére következtetni nem lehet.

Az anomális stripping reakció értelmezésére Bowcock [6] a proton spin-flip mechanizmust javasolja: a proton spinvetülete a magerő-térben átfordul és az így létrejövő impulzusmomentumváltozást a mag veszi fel olymódon, hogy közben a szerkezetében változás jön létre. A Bowcock által használt  $f(\xi, r_p, \sigma_p)$ , közelebbről meg nem határozott kölcsönhatási operátor a proton-mag maradékkölcsönhatás egy része: a /3/ sorfejtés  $L=0$   $j=s=1$  tagjának felel meg. Ezt felismerve felmerül a kérdés, hogy a nemcentrális, de spinfüggetlen proton-mag maradékkölcsönhatás milyen járulékot ad a stripping reakció differenciális hatás keresztmetszetéhez. E problémát a numerikus számítás nehézségei miatt csak konkrétan a  $B^{10}/d,p/B^{11*}/2,14$  MeV/reakciónál vizsgáltuk. Kiszámoltuk a protonok szögeloszlását  $E_d = 8$  MeV és  $E_d = 0,5$  MeV bombázó energiára, néhány egyszerűsítő feltevessel. Az így

kapott szögeloszlás azonban nem egyezik a mért szögeloszlással. Az inelasztikus, nem spin-függő proton-mag kölcsönhatás tehát - legalábbis az általunk használt egyszerűsítések mellett - nem tudja értelmezni a  $B^{10}/d,p/B^{11*}$  reakcióban keletkezett protonok szögeloszlását.

Vegyük alaposabban szemügyre ezt az anomális reakciót. 0,17 és 8 MeV bombázó deuteron energia között állnak rendelkezésünkre kísérleti adatok. 0,17, 0,18 és 0,22 MeV-en a szögeloszlás izotróp: ez közbelső magos mechanizmusra utal. 0,25 MeV-nél azonban már erős anizotrópia lép fel. Mivel a hatáskeresztmetszet energiafüggése sima, ezt az anizotrópiát nem tulajdoníthatjuk rezonancianívó hatásának. Ha figyelembe vesszük, hogy a szomszédos nivókra vezető /d,p/ reakciók kifejezetten stripping szögeloszlást mutatnak, akkor ebben az esetben is direkt reakcióra gyanakodhatunk. Paris, Valckx és Endt [7] /1954/ és Harrison [8] /1960/ mérései szerint 0,59 MeV-ig a szögeloszlás  $\ell_n = 3$ -as Butler görbe és egy compound háttér inkoherens szuperpozíciójával értelmezhető. Mivel azonban a  $B^{11*}$  /első gerj.áll./-ban az  $f$ -konfiguráció még nem lép fel, az  $\ell_n = 3$ -as normál, centrális kölcsönhatást tartalmazó stripping matrixelem zérus. Ebből következnek, hogy a reakciót centrális kölcsönhatás nem közvetítheti. /4/ formulánk viszont alkalmas a reakció értelmezésére. Vegyük a paritásmegmaradás által megengedett legalacsonyabb  $L$  értéket:  $L = 2$ -t. A neutron  $B^{11*}$ -beli  $\ell_n = 1$ -es pályamomentum értékének, valamint a  $B^{10}$ ,  $B^{11*}$  spinértékeinek /  $j_a = 3$ ,  $j_b = 1/2$  / beírásával /10/-ből:

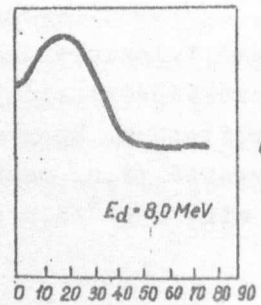
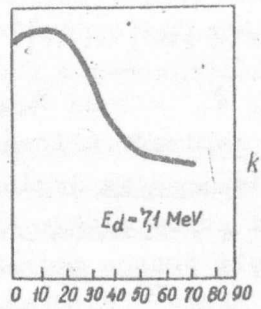
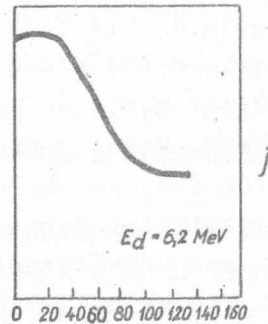
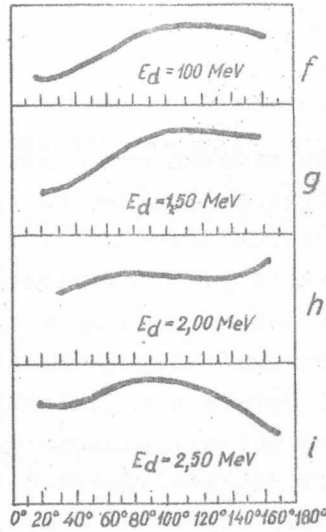
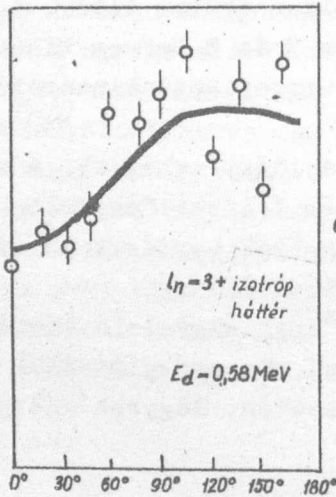
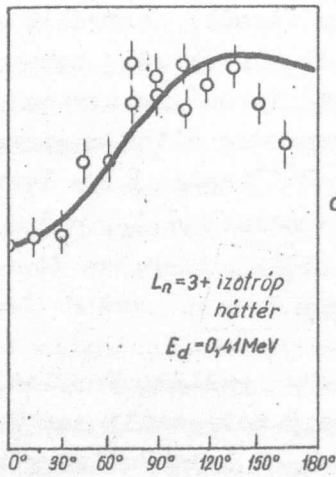
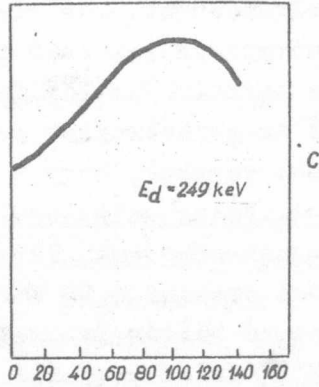
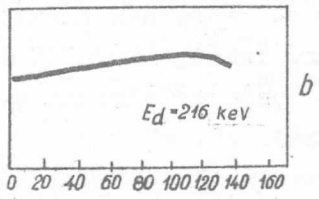
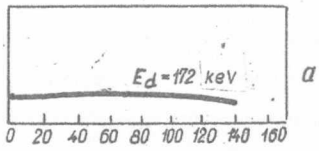
$$\sigma(\mathcal{J}) \propto [G(K)]^2 j_\ell^2(KR)$$

ami éppen a szükséges,  $\ell_n = 3$ -as Butler szögeloszlás. Körülbelül 1,5-2 MeV fölött a szögeloszlás meglepő változáson megy keresztül: maximuma kis szögeknél lép fel, a maximum helye leginkább  $\ell_n = 1$ -es Butler görbével adható meg, de a kísérleti görbe alakja attól igen erősen eltér. A már említett és Bowcock által számolt proton spin-flip a 7 és 8 MeV-es kísérleti görbét elég jól fitteli. Hasonló mondható az ugynevezett kicserélődéses strippingre is, melyet French [9] számolt.

Mіндеzek alapján a következő megállapítást tehetjük: a normál stripping tiltottsága több, egymással versengő és feltehetően különböző energiafüggésű folyamatot enged felszínre jutni, melyek egyrészt maradékkölcsönhatásokból, másrészt kicserélődési effektusokból állnak.

Meg kell még említenünk, hogy a  $B^{11*}$ -nek megfelelő izobár  $C^{11*}$  /1,95 MeV/ állapotra vezető /d,n/ reakciónál kis energián [10] hasonló jelenségek észlelhetők, mint a  $B^{10}/d,p/B^{11*}$  esetén. Nagyobb energián [11] vi-





szont a  $C^{11}$  normál Butler  $l_n = 1$ -es szögeloszlással illeszthető, ami további problémát jelent, mert az eltérést a /d,p/ reakció esetén a végállapotban fellépő Coulomb kölcsönhatás távolról sem képes magyarázni.

További információt várhatunk e reakciók mechanizmusának tisztázására a polarizációra vonatkozó számításokból és mérésekből.

### I r o d a l o m

- [1] Butler, S.T., Hittmar, O.H., Nuclear stripping reactions Wilcy 1957 N.Y.
- [2] Bhatia, A.B., Huang, K., Huby, R., Newns, H.C., Phil.Mag. 43, 485 /1952/
- [3] Huby, R., Refai, M.Y., Satchler, G.R., Nuclear Phys. 9, 94-107 /1958-59/
- [4] Goldfarb, L.J.B., Johnson, R.C., Nucl.Phys., 18, 353-/1960/
- [5] Wilkinson, D.H., Phil.Mag. 3, 1185 /1958/
- [6] Bowcock, J.E., Phys.Rev., 112, 923 /1958/
- [7] Paris, C.H., Valckx, F.P.G., Endt, P.M., Physica 20, 573 /1954/
- [8] Harrison, G.R., Schmidt, G.D., Curtis, C.D., Phys.Rev., 117, 532 /1960/
- [9] French, A.P., Phys.Rev., 107, 1655 /1957/
- [10] Paris, C.H., Endt, P.M. Physica 20, 585 /1954/
- [11] Cerneo, M., Nucl.Phys. 2, 113 /1956/57/

Érkezett 1961. november 24.

KFKI Közlemények 10.évf. 1.sz. 1962.



BUBORÉK- ÉS WILSON-KAMRÁBAN MEGFIGYELT RÉSZECSKÉK  
PÁLYÁINAK HAJLÁSSZÖGKORREKCIÓJA MÁGNESES TÉR JELENLÉTÉBEN

Irta: Sebestyén Ákos és Telbisz Ferenc

Összefoglalás

Elemi részecskék kölcsönhatásait buborék- illetve Wilson-kamrában vizsgálva az alkalmazott mágneses tér miatt a részecske pályák mért hajlásszögértékeit korrigálni kell. Meghatároztuk a korrekció értékét tetszőleges számú szekundér részecske esetére.

Bevezetés

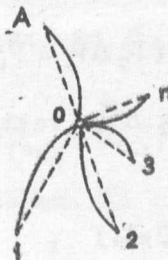
Az elemi részecskék kölcsönhatásainak tanulmányozásakor buborék- és Wilson-kamrában gyakran alkalmaznak mágneses teret a töltött részek impulzusának meghatározására. E mágneses tér miatt a kinematikai vizsgálatokban lényeges szerepet játszó kirepülési szögek mért értékeit korrigálni kell. Ennek a korrekciónak a szerepét vizsgáljuk meg töltött primér és tetszőleges számú töltött szekundér részecske esetére. Megadjuk továbbá a szórások komplanaritásában fellépő korrekció értékét is.

Számításainkban a következő feltevéseket tesszük:

- 1/ Az impulzusok nagyok, tehát a töltött részek pályájának görbülete kicsiny.
- 2/ A részecskék fékeződése elhanyagolható.

I. A kirepülési szög korrekciója

- a/ Tekintsünk egy kölcsönhatást, amelyben a szekundér részek száma  $n$  /1. ábra/. A kölcsönhatás pontját jelöljük  $O$ -val.





Legyen  $A$  egy pont a primér részecske pályáján. Legyenek  $1, 2, \dots, n$  az első, második, ...,  $n$ -ik szekundér pályáján, egy-egy pont. Ismeretesek az  $A, O, 1, 2, \dots, n$  pontok koordinátái, a primér részecske impulzusának  $P$ , a szekundérek impulzusainak  $P_1, P_2, \dots, P_n$  abszolút értéke, a mágneses tér  $\vec{H}$  erőssége /a felülvonással vektorokat jelöltünk/.

Kiszámítható az  $\vec{AO}$  vektor és az  $\vec{O}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) vektorok által bezárt szög. Ez a szög azonban nem adja meg pontosan az  $i$ -ik részecske kirepülési szögét, hiszen ez utóbbi a primér részecske pályájának és az  $i$ -edik részecske pályájának  $O$  pontbeli érintőinek hajlásszöge. Jelöljük a primér részecske impulzusát a  $O$  és  $A$  pontban  $\vec{P}_0$  illetve  $\vec{P}_A$ -val. Legyen továbbá az  $i$ -edik szekundér impulzusa a  $O$  és  $i$  pontban  $\vec{P}_{i,0}$  illetve  $\vec{P}_{i,i}$ . Ha teljesül az első feltevés, akkor a  $\vec{P}_0 + \vec{P}_A$  vektor az  $AO$  húrral, a  $\vec{P}_{i,0} + \vec{P}_{i,i}$  vektor  $oi$  húrral párhuzamos. A primér részecske pályájának érintő vektora a  $O$  pontban  $\vec{P}_0/P$  az  $i$ -ik szekundér pályájának érintő vektora a  $O$  pontban  $\vec{P}_{i,0}/P_i$ , itt felhasználtuk a második feltevést: ha a fékeződés elhanyagolható, akkor a részecskék impulzusának abszolút értéke nem változik a pálya mentén. Az  $AO$  és  $oi$  hurok hajlásszöge tehát:

$$\cos \vartheta'_i = \frac{(\vec{P}_A + \vec{P}_0) \cdot (\vec{P}_{i,0} + \vec{P}_{i,i})}{|\vec{P}_A + \vec{P}_0| |\vec{P}_{i,0} + \vec{P}_{i,i}|} \quad /1/$$

A valódi szórás szög pedig:

$$\cos \vartheta_i = \frac{\vec{P}_0 \cdot \vec{P}_{i,0}}{P P_i} \quad /2/$$

az  $i$ -ik szekundér részecskére.

Vezessük be a  $\vec{P}_0 - \vec{P}_A = \Delta \vec{P}$  és a  $\vec{P}_{i,i} - \vec{P}_{i,0} = \Delta \vec{P}_i$  különbség vektorokat. Az első feltevés miatt a  $\Delta \vec{P}$  és  $\Delta \vec{P}_i$  vektorok hossza kicsiny a  $P$  és  $P_i$  abszolút értékekhez képest. Számítsuk ki /1/ számlálóját azzal a közelítéssel, hogy a másodrendben kicsiny mennyiségeket elhanyagoljuk:

$$(\vec{P}_A + \vec{P}_0) \cdot (\vec{P}_{i,0} + \vec{P}_{i,i}) \approx 4\vec{P}_0 \cdot \vec{P}_{i,0} + 2(\vec{P}_0 \Delta \vec{P}_i - \vec{P}_{i,0} \Delta \vec{P}) \quad /3/$$

Számítsuk ki továbbá a  $\Delta \vec{P}$  illetve  $\Delta \vec{P}_i$  vektorokat. Irjuk fel e célból a Lorentz féle erőtvénnyt:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{e}{c} (\vec{v} \times \vec{H}) \quad ; \quad /4/$$

a  $\vec{v}$  sebességvektort fejezzük ki a  $\vec{P}$  impulzussal és az  $E$  energiával:

$$\vec{v} = c^2 \frac{\vec{P}}{E}$$

Fejezzük ki továbbá a  $\frac{d\vec{P}}{dt}$  deriváltat az ivhossz szerinti deriválttal:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d\vec{P}}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{d\vec{P}}{ds} v = \frac{d\vec{P}}{ds} c^2 \cdot \frac{P}{E}$$

itt felhasználtuk azt, hogy a  $\frac{ds}{dt}$  derivált nem más, mint a részecske sebessége.

Beírva /4/-be  $\frac{d\vec{P}}{dt}$  és  $\vec{v}$  értékeit nyerjük, hogy

$$\frac{d\vec{P}}{ds} = \frac{e}{c} \frac{\vec{P} \times \vec{H}}{P}$$

Nem túl nagy  $\Delta s$  távolság és nagy impulzus, azaz kicsiny görbület esetén:

$$\Delta \vec{P} \approx \frac{e}{c} \frac{\vec{P} \times \vec{H}}{P} \Delta s$$

Ezen képlet ismeretében tehát /3/-ban szereplő  $\Delta \vec{P}$  illetőleg  $\Delta \vec{P}_i$  vektorok a  $\vec{P}_0$  illetőleg  $\vec{P}_{i,0}$  vektorokkal, valamint a  $\Delta s_A \approx |\vec{OA}|$ ,  $\Delta s_i \approx |\vec{O}_i|$  távolságokkal kifejezhető:

$$\Delta \vec{P} \approx \frac{e}{c} \frac{\vec{P}_0 \times \vec{H}}{P} \Delta s_A ; \quad \Delta \vec{P}_i = \frac{e_i}{c} \frac{\vec{P}_{i,0} \times \vec{H}}{P_i} \Delta s_i$$

Itt  $e$  és  $e_i$  a primer részecske és az  $i$ -ik szekundér részecske töltése. Tehát

$$(\vec{P}_A + \vec{P}_0)(\vec{P}_{i,0} + \vec{P}_{i,i}) = 4 \left[ \vec{P}_0 \vec{P}_{i,0} + \frac{1}{2c} \left( \frac{\vec{P}_0 \vec{P}_{i,0} \vec{H} e_i \Delta s_i}{P_i} - \frac{\vec{P}_{i,0} \vec{P}_0 \vec{H} e \Delta s_A}{P} \right) \right] \quad /5/$$

Itt az  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \times \vec{c})$  jelölést használtuk.

$\cos \vartheta'$  értékének kiszámításához még /1/ nevezőjét is egyszerűbb alakra hozzuk. Azt állítjuk, hogy

$$|\vec{P}_0 + \vec{P}_A| \approx 2P, \quad |\vec{P}_{i,0} + \vec{P}_{i,i}| \approx 2P_i \quad /12/$$

az általunk használt közelítésben. Az első egyenlőséget bebizonyítjuk, a második bizonyítása hasonló:

$$|\vec{P}_A + \vec{P}_0| = |2\vec{P}_0 - \Delta \vec{P}| = \sqrt{(2\vec{P}_0 - \Delta \vec{P})^2} \approx \sqrt{4P^2 - 2\vec{P}_0 \Delta \vec{P}}$$

Látható azonban  $\Delta \bar{P}$  kifejezéséből, hogy a  $\bar{P}_0 \Delta \bar{P} = 0$  azaz  $\Delta \bar{P}$  merőleges  $\bar{P}_0$ -ra. Tehát

$$|\bar{P}_A + \bar{P}_0| \approx 2P$$

/5/ és /6/ segítségével írhatjuk

$$\begin{aligned} \cos \vartheta'_i &= \frac{\bar{P}_0 \bar{P}_{i,0}}{P P_i} + \frac{1}{2c} \left( \bar{e}_0 \bar{e}_{i,0} \bar{H} \frac{\Delta s_i e_i}{P_i} - \bar{e}_{i,0} \bar{e}_0 \bar{H} \frac{\Delta s_{Ae}}{P} \right) = \\ &= \cos \vartheta_i - \frac{1}{2c} \bar{e}_{i,0} \bar{e}_0 \bar{H} \left( \frac{\Delta s_{Ae}}{P} + \frac{\Delta s_i e_i}{P_i} \right) \end{aligned}$$

Itt felhasználtuk a /2/ összefüggést, és bevezettük a

$$\frac{\bar{P}_0}{P} = \bar{e}_0 \quad \frac{\bar{P}_{i,0}}{P_i} = \bar{e}_{i,0}$$

egységvektor jelöléseket.

b/ Alkalmazzuk az a/ pontban levezetett korrekciót azon szokásos esetre, amikor a primér nyaláb irányára merőleges homogén mágneses tér van jelen. Koordináta rendszerünk  $z$  tengelyét  $\bar{H}$  irányban,  $y$  tengelyét a primér nyaláb irányába felvéve:

$$\cos \vartheta'_i = \cos \vartheta_i - \frac{1}{2c} L_i H \left( \frac{\Delta s_{Ae}}{P} + \frac{\Delta s_i e_i}{P_i} \right)$$

Itt bevezettük az  $\bar{e}_{i,0}$  vektor  $L_i$ ,  $M_i$ ,  $N_i$  komponenseit, ezek nem mások, mint az  $i$ -ik részecske kirepülési irányának iránycosinuszai.

## II. A komplanaritás korrekciója

Elasztikus szórások vizsgálatánál a kölcsönhatásnak ki kell elégítenie az ugynevezett komplanaritási feltételt. Akkor mondunk egy szórási eseményt komplanárisnak, ha a kölcsönhatási pontban a részecske pályákhoz fektetett érintő vektorok egy síkban fekszenek. A komplanaritás mértéke ezen vektorok vegyesszorzata:

$$c = \frac{\bar{P}_0 \bar{P}_{1,0} \bar{P}_{2,0}}{P P_1 P_2}$$

Ha a húr-vektorokból képezzük ezt a vegyesszorzatot, akkor  $c$ -től különböző  $c'$  értéket kapunk

$$c' = \frac{(\bar{P}_0 + \bar{P}_A)(\bar{P}_{1,0} + \bar{P}_{1,1})(\bar{P}_{2,0} + \bar{P}_{2,2})}{|\bar{P}_0 + \bar{P}_A| |\bar{P}_{1,0} + \bar{P}_{1,1}| |\bar{P}_{2,0} + \bar{P}_{2,2}|}$$

Ismét bevezetve a  $\Delta\bar{P}$  illetőleg  $\Delta\bar{P}_i$  különbség vektorokat, és ezeket ugyanolyan közelítésben számolva, mint fentebb, valamint  $c$ -ben a másodrendűen kicsiny tagokat elhanyagolva nyerjük

$$c' = c + \frac{H}{2c} \left[ \cos \vartheta_1 N_2 \left( -\frac{\Delta s_{Ae}}{P} - \frac{\Delta s_1 e_1}{P_1} \right) + \cos \vartheta_2 N_1 \left( \frac{\Delta s_{Ae}}{P} + \frac{\Delta s_2 e_2}{P_2} \right) \right],$$

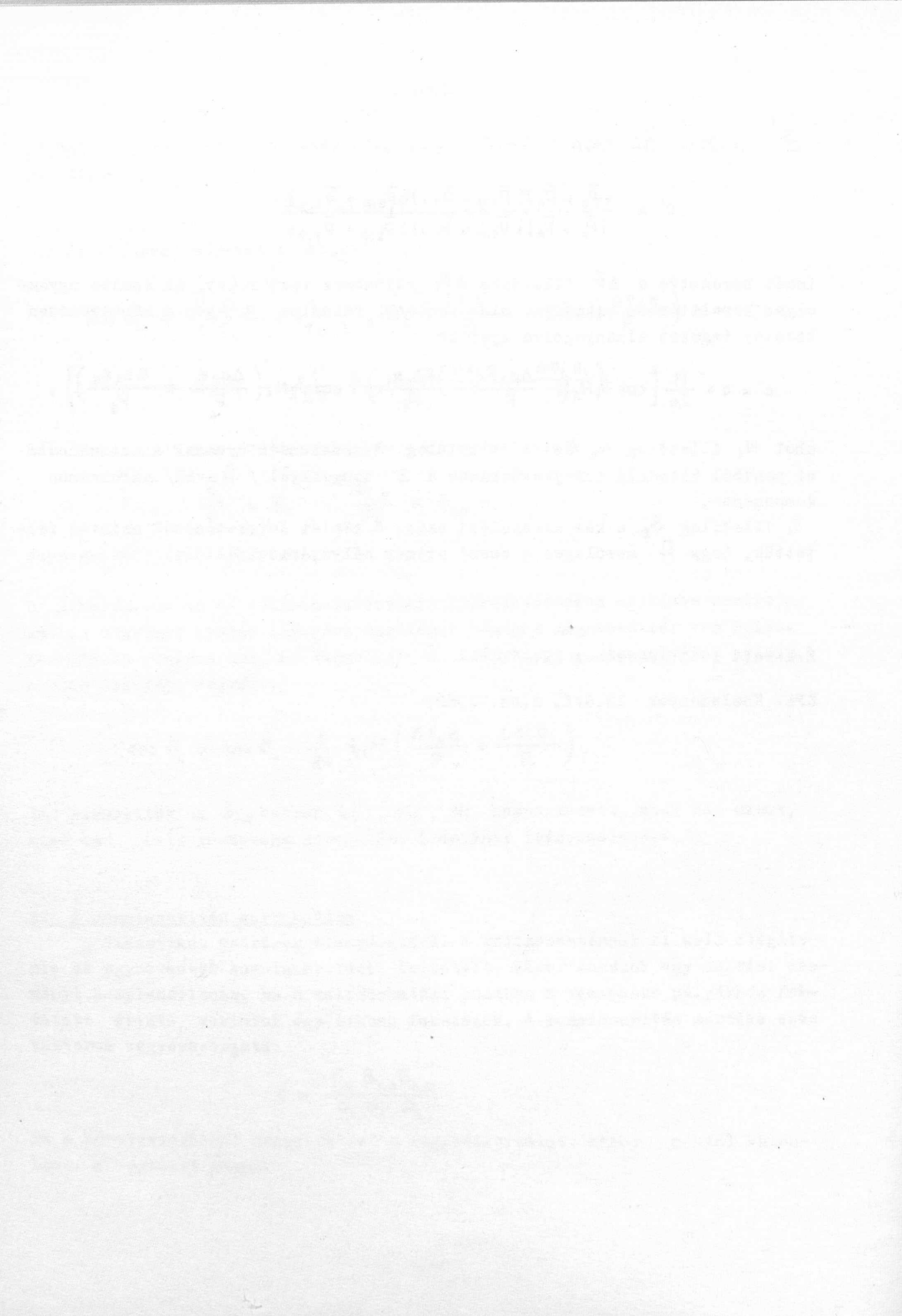
ahol  $N_1$  illetőleg  $N_2$  az 1 illetőleg 2 szekundér nyomnak a kölcsönhatási pontból kiinduló irányvektorának a  $z$  tengellyel /  $\bar{H}$ -val/ párhuzamos komponense.

$\vartheta_1$  illetőleg  $\vartheta_2$  a két kirepülési szög. A képlet levezetésénél szintén feltettük, hogy  $\bar{H}$  merőleges a beeső primér pályájára.

Érkezett 1961. december 29.

KFKI Közlemények 10.évf. 1.sz. 1962.





## D<sub>2</sub>O GŐZNYOMÁSA 0 C° ALATT

Irta: Kiss István és Matus Lajos

### Összefoglalás

A jég és nehézjég gőznyomásának összehasonlítása alapján meghatároztuk a nehézjég illékonyságának hőmérsékletfüggését 0° és - 30 C° közötti intervallumban.

Míg a folyadékállapotú nehézvíz gőznyomását igen sokan tanulmányozták, addig a szilárd D<sub>2</sub>O gőznyomásáról csak kevés adatot találhatunk az irodalomban. Bartholomé és Clusius [1], valamint Niwa és Shimazaki [2] 0 és +3,82C°, a víz és a nehézvíz olvadáspontja közötti hőmérsékleti intervallumban mérték meg a D<sub>2</sub>O gőznyomását és megállapították annak hőmérsékletfüggését. Johannin-Gilles és Johannin [3] közvetlen tenziometrikus módszerrel határozták meg a nehézjég gőznyomását. Adataik szerint - 24 C°-on a természetes izotópösszetételű jég és a D<sub>2</sub>O gőznyomása azonos. Ez a megállapítás ellentmondásban van azzal a tapasztalattal, hogy a H<sub>2</sub>O és D<sub>2</sub>O gőznyomása közötti relatív különbség a hőmérséklet csökkenésével növekszik. Ismeretes továbbá, hogy a H<sub>2</sub>O és D<sub>2</sub>O gőznyomása + 225 C°-on azonos [4], így tehát az izotópeffektus kétszeres irányváltása következne be, ami a jelzett hőmérsékleti intervallumban elméletileg is nehezen volna értelmezhető. Ezért érdekesnek látszott a D<sub>2</sub>O tenziójának pontos meghatározása alacsony hőmérsékleteken.

A gőznyomás mérésére saját készítésű differenciál membránmanométereket [5] alkalmaztunk, amelyben a D<sub>2</sub>O gőznyomását a természetes izotópösszetételű jéggel hasonlítottuk össze. Két különböző manométert használtunk 10<sup>-3</sup> illetve 2.10<sup>-2</sup> Hgmm érzékenységgel a 0,15 illetve 1,5 Hgmm-ig terjedő nyomáskülönbség intervallumban.

Természetes vízként készler desztillált vizet használtunk, melyet többszöri kiforralás és fagyasztás segítségével vákuumban gázmentesítettünk. A nehézvíz, melynek D-tartalmát tömegspektrométerrel is ellenőriztük, 99,86%-ban tartalmazott D-ot, fajsúlya,  $d_{25}^{25} = 1,1076$ . Gáztalanítását a természetes vízéhez hasonlóan végeztük.

A hőmérséklet mérésére 0,1 C° pontosságu, hitelesített higanyos hőmérőt használtunk. A 0 C° és - 30 C° közötti hőmérsékleti intervallumban végzett mérések eredményét, valamint a D<sub>2</sub>O ezek alapján a természetes viz gőznyomásának ismeretében [6] kiszámított gőznyomását a következő táblázat tartalmazza.

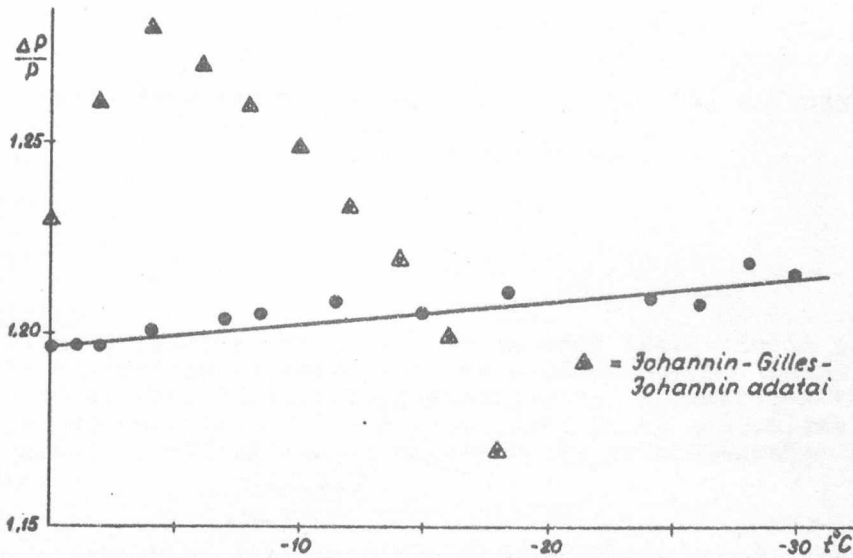
t C°	Δp Hgmm	P <sub>D<sub>2</sub>O</sub> Hgmm
0,0	0,900	3,679
- 1,0	0,834	3,383
- 2,0	0,765	3,115
- 4,0	0,655	2,625
- 6,0	0,565	2,200
- 8,4	0,465	1,781
- 11,4	0,360	1,362
- 14,8	0,260	1,004
- 18,4	0,190	0,714
- 22,0	0,135	0,505
- 24,0	0,111	0,415
- 26,0	0,089	0,341
- 28,0	0,077	0,274
- 29,9	0,062	0,228

A H<sub>2</sub>O és D<sub>2</sub>O relatív illékonyság különbségének hőmérsékletfüggése az ábrán látható. A D<sub>2</sub>O gőznyomásadatai alapján a legkisebb négyzetek elvének felhasználásával kiszámítottuk a tenzióegyenlet állandóit. Eszerint a D<sub>2</sub>O gőznyomásának hőmérsékletfüggése a 0 C° és - 30 C° közötti tartományban a következő:

$$\log p = - \frac{2716,3}{T} + 10,515$$

Az ábra, valamint a tenzióegyenlet alapján megállapítható, hogy Niwa és Shimazaki [2] 0° és + 3,8 C° között végzett mérésének eredményeiből származó tenzióegyenlet.

$$\log p = - \frac{2748,46}{T} + 10,62219$$



közel érvényes  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  alatt is. Johannin-Gilles és Johannin [3] által kapott eredményekkel ellentétben tehát azt találtuk, hogy a  $\text{H}_2\text{O}$  és  $\text{D}_2\text{O}$  relatív illékonyságának különbsége a hőmérséklet csökkenésével növekszik.

Köszönetet mondunk Nyári István technikusnak a mérések kivitelezésében nyújtott aktív, önálló közreműködéséért.

### I r o d a l o m

- [1] Bartholomé, E., Clusius, K., Z. Phys. Chem. B/28, 175 /1935/
- [2] Niwa, K., Shimazaki, E., J. Faculty Sci. Hokkaido Imp. Univ. Ser. III. 3. 35 /1940/
- [3] Johannin-Gilles, A., Johannin, P., Compt. rend. 239, 1470 /1954/
- [4] Kirshenbaum, J., Physical properties of heavy water, McGraw Hill Book Co. /1951/
- [5] Matus L., Kiss I., Vályi Nagy J., KFKI Közl. 10, 1, 77, /1962/
- [6] Hodgman, C. D., Handbook of Chemistry and Physics 31th Ed. Chemical Rubber Pub. Co. Cleveland /1956/57/

Érkezett 1961. november 23.

KFKI Közlemények 10. évf. 2. sz. 1962.





## ÁLTALÁNOS ALGORITMUS NUMERIKUS KVADRATURA ELVÉGZÉSÉRE

Irta: Sándor Ferenc

### Összefoglalás

Módszert ismertetünk analitikusan vagy táblázatosan adott függvény határozott integráljának képzésére. Az eljárás automatikusan kiválasztja a megengedhető hibához tartozó leggazdaságosabb, egyenlőtlen intervallumfelosztást és gondoskodik arról - a csonkítási hibák minimalizálása érdekében - hogy páronként lehetőleg azonos nagyságrendű részintegrálok kerüljenek összegezésre.

Az alábbiakban általános algoritmust ismertetünk, amely tetszőleges analitikusan vagy táblázatosan megadott integrálható függvény határozott integrálját képezi megadott intervallumon, megadott hibakorláton belül. Az algoritmus különösen digitális számológépen való felhasználásra szolgál és a rajta alapuló gépi program szubrutinként képezhető ki /általánosságánál fogva célszerű lebegőpontosan programozni/. Más kvadratura-algoritmussal szemben két fő célkitűzést valósít meg:

1/ A megadott pontossági követelmény figyelembevételével a lehető legkevesebb intervallum-osztást használja, azaz a lehető legkevesebb abszcissa-értéknél teszi szükségessé az integrandusba való behelyettesítést.

2/ A lehető legnagyobb mértékben igyekszik elkerülni a kerekítési hibákat, melyek a részintervallumokhoz tartozó integrálközelítések felszummázásából adódnak.

Az 1. célkitűzés megvalósítása úgy történik, hogy az intervallumosztások finomításánál mindig csak az a részintervallum kerül további felosztásra, melynek viszonylagos hibája a megengedettnél nagyobb. A 2. célkitűzés megvalósításának módja: a részintegrálok összegezése páronként történik, úgy, hogy mindig két szomszédos és azonos hosszúságú intervallumhoz tartozó integrálközelítés adódik össze. Ismeretes, hogy ha az egyes részintegrálok felszummázása szukcessziven történik, az eredmény kerekítési hibája /lebegőpontos számolásnál is! / közelítőleg annyi /bináris ill. decimális/ helyértéket érhet el, ahány /bináris ill. decimális/ nagyságrend különbség van a teljes intervallum és a részintervallumok hossza között.

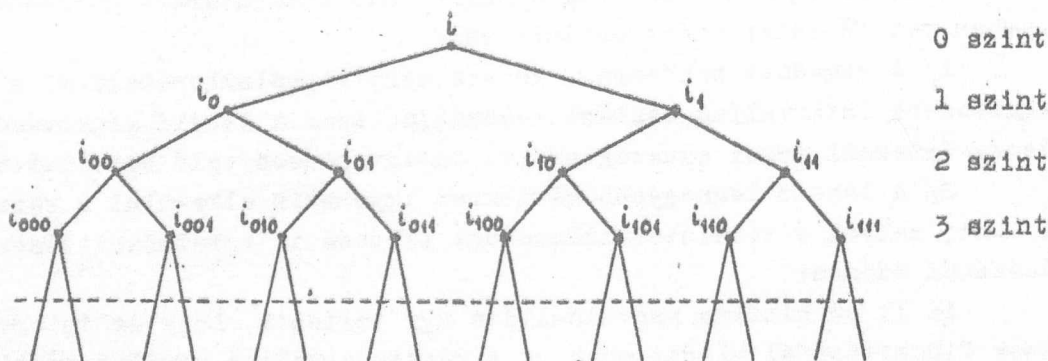
Az alábbi leírás és blokkdiagram egyszeres integrálra vonatkozik, a módszer azonban kiterjeszthető /egymásba skatulyázott algoritmusok alapján/ többszörös integrálok képzésére is.

Az algoritmus leírása

Legyen az integrálandó függvény  $f(x)$  és keressük annak határozott integrálját az  $(k_i, v_i)$  intervallumon, adott  $\epsilon$  hibával. Itt egy integrálközelítésről akkor mondjuk azt, hogy  $\epsilon$ -nál kisebb a hibája, ha az adott közelítés a hozzátartozó intervallumfelosztás részintervallumainak felezése által nyert új intervallumfelosztásból származó integrálközelítéstől  $\epsilon$ -nál kevesebbel tér el. Algoritmuskban az utóbbi, sűrűbb felosztáshoz tartozó integrálközelítést fogadjuk el megoldásnak. Ez a módszer matematikailag nem exakt, de a numerikus kvadratura gyakorlatában bevált, különösen, ha az  $f(x)$  függvény lefutása az intervallumfelosztáshoz képest "sima".

Bevezetjük a következő jelölést: az  $i$  intervallum felezése által kapott két részintervallum:  $i_0$  és  $i_1$ , az ezek felezésével kapott részintervallumok  $i_{00}, i_{01}, \dots, i_{10}, i_{11}$ , általában az  $a = i_{l_1, l_2, \dots, l_n}$  intervallum felezésével nyert részintervallumok  $a_0 = i_{l_1, l_2, \dots, l_n, 0}$  és  $a_1 = i_{l_1, l_2, \dots, l_n, 1}$  /az  $l_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) indexek 0 vagy 1 értéket vehetnek fel/.  $a_0$ -t és  $a_1$ -et intervallumpárnak nevezzük,  $a_0, a_1$ -nek,  $a_1, a_0$ -nak a párja.

Bináris gráfban ábrázolva:



A gráf pontjai a rész-intervallumokat jelentik

Adott  $a = i_{l_1, l_2, \dots, l_n} = (k_a, v_a)$  intervallumhoz hozzárendeljük a következő mennyiségeket:

$\tilde{A}$  : az intervallum kódja : összesen  $n_{max}$  bit

$l_1, l_2, \dots, l_n$	$s_1, s_2, \dots, s_{(n_{max}-n)}$
az int.indexei	tetszőleges bitek.

$A$  : az  $f(x)$  függvény integráljának közelítő értéke az intervallumon. Egyszerűség céljából feltesszük, hogy a közelítő integrált a trapéz-szabály

szerint képezzük /akkor csak az intervallum végpontjain kell behelyettesíteni a függvénybe; egyébként az algoritmus bármilyen más integrálközelítést lehetővé tesz/. Ez esetben

$$A = \frac{f(k_a) + f(v_a)}{2} (v_a - k_a)$$

$A^*$  : az intervallumon vett integrálközelítés hibája

$$A^* = A - (A_0 + A_1)$$

ahol  $A_0$  és  $A_1$  az  $a_0$  és  $a_1$  intervallumokhoz rendelt mennyiségek, definíció értelmében.

Az intervallum indexei egyértelműen meghatározzák az intervallumot:

$$k_a = k_i + 0, l_1 l_2 \dots l_n (v_i - k_i)$$

$$v_a = k_i + (0, l_1 l_2 \dots l_n + 2^{-n})(v_i - k_i)$$

ahol

$$0, l_1 l_2 \dots l_n = l_1 \cdot 2^{-1} + l_2 \cdot 2^{-2} + \dots + l_n \cdot 2^{-n}, \text{ bináris tört}$$

Az intervallum kódja,  $\tilde{A}$  csak az intervallum  $n$  szintjével együtt adja meg az intervallum indexeit: a kód első  $n$  bitje jelenti az indexeket.

$\tilde{A}$  és  $n$  tehát együttesen egyértelműen meghatározzák az intervallumot.

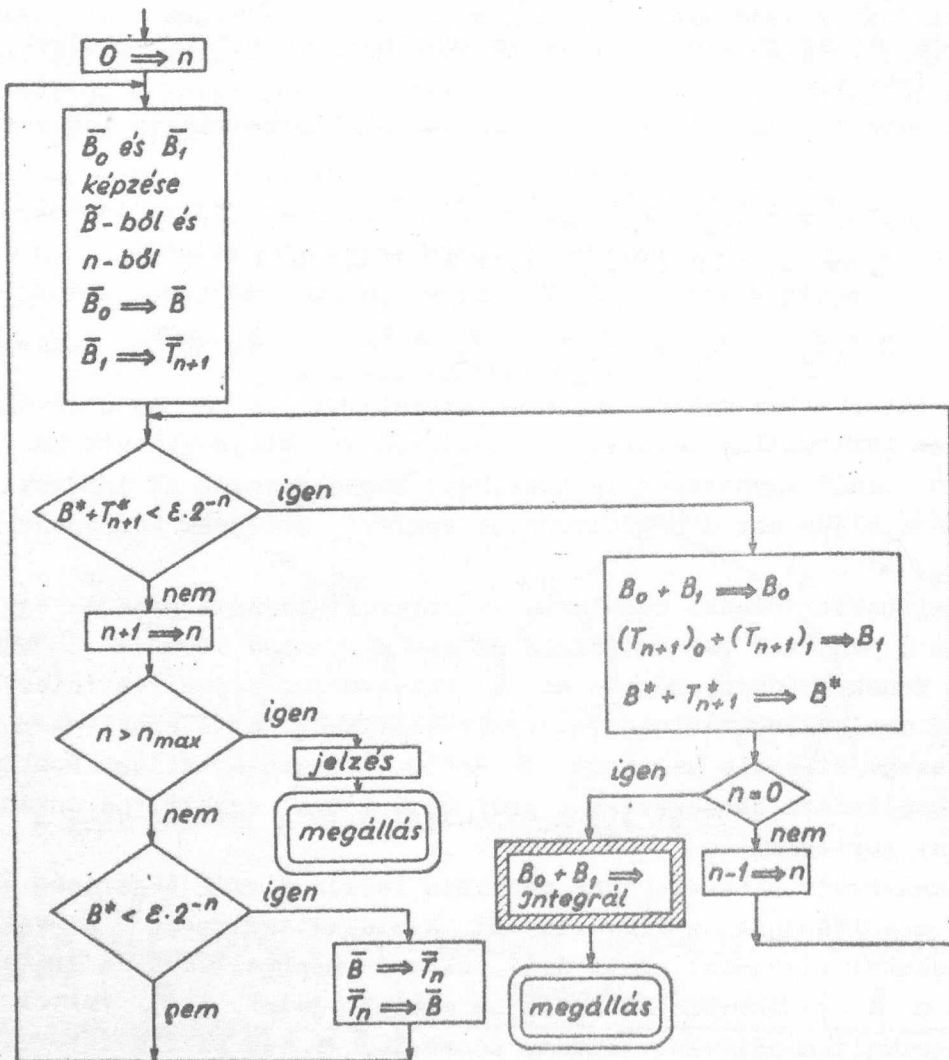
$\tilde{A}$  -val jelöljük azt a négydimenziós vektort, amelynek komponensei:

$$\tilde{A}, A_0, A_1, A^*$$

A kitűzött feladat megoldása az ábrázolt bináris gráfnak egy, az  $i$  pontból a  $0$  indexek felé kiinduló és az  $i$  pontba visszatérő bejárásával történik. Ennek eredményeképpen az  $i$  intervallum olyan részintervallumokra bomlik, amelyekhez tartozó integrálközelítések fenti értelemben vett hibáinak összege kisebb a megadott  $\varepsilon$ -nál. A részintervallumokhoz tartozó integrálközelítések összegezése a gráf bejárásával együtt, páronként és szintenként történik.

A mellékelt blokkdiagramm pontosan leírja a gráf bejárását és ezzel a feladat megoldásának az algoritmusát. A blokkdiagrammban  $b$ -vel jelöljük a mindenkor vizsgálat alatt álló változó intervallumot /a gráfnak egy pontját/, a  $\bar{B}$  vektorjelölés ennek az adatait jelzi. A  $\bar{T}_n$  vektor ( $n=1,2,\dots$ ) tárolt intervallum-adatokat jelent, annak az  $n$ -ed szintű intervallumnak az adatait, amelynek a párjánál folytatódott a gráf bejárása. Kiinduláskor, az első blokkban, a  $0$  szint kerül beállításra és ez azt jelenti, hogy az alapintervallum,  $i$  kerül  $b$  helyére. Az  $f(x)$  függvénybe való behelyettesítés a második blokkban  $\bar{B}_0$  és  $\bar{B}$ , képzésével történik. Az eljárás végességének biz-

tosítása céljából a lehetséges szinteknek van egy  $n_{\max}$  felső határa. Ennek túllépése esetén a folyamat megakad, nem végezhető el. Az algoritmus stabilis: ha átmeneti hiba folytán a gráf bejárása helytelen irányba terelődne, a következő lépés ezt korrigálja.





## MÉRÉSI ADATOK MAGASABBFOKU REGRESSZIÓJA

Irta: Lócs Gyula

### Összefoglalás

Mérési adatok magasabbfoku regressziós polinomjának gépi meghatározására programot készítettünk az URAL elektronikus számológépre. A cikkben bebizonyítjuk a regressziós polinom létezését és unicitását, ismertetjük a polinomegyütthetők numerikus kiszámítása közben fellépő problémákat valamint a gépi programot. Vázoljuk hatékonyabb numerikus módszerek kidolgozásának lehetőségét.

### Bevezetés

Mérési adatok kiértékelésénél gyakran előfordul, hogy valahonnan előre tudjuk, hogy az adatok közötti kapcsolatot egy magasabbfoku polinom írja le, a polinom együtthetői azonban nem ismeretesek. A feladat ilyenkor a polinom-együtthetők meghatározása oly módon, hogy a kiszámított együtthetőkkel képzett  $n$ -ed fokú görbe a lehető legjobban illeszkedjék a mérési adatokra. A közelítés mértékéül - többé-kevésbé önkényesen - a

$$Q = \sum_{i=1}^N g_i (\alpha_i - p_i)^2 \quad /1/$$

számértéket választjuk, ahol  $\alpha_i$  a függvény "empirikus" értéke a  $t_i$  helyen,  $p_i$  pedig az ugyanezen helyhez tartozó számított érték. A fentiek szerint

$$p_i = \sum_{j=0}^L c_j t_i^j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad /2/$$

N

$L$  jelenti az approximáló polinom fokszámát. Az /1/-ben szereplő  $g_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) mennyiségeket súlynak nevezzük;  $g_i$  szokásos választásai  $g_i = \frac{1}{\sigma_{\alpha_i}^2}$ , ahol  $\sigma_{\alpha_i}$  az  $\alpha_i$  mért érték szórása, vagy  $g_i = 1$  minden  $i$ -re. Az előbbi esetben "súlyozott", az utóbbiban "súlyozatlan" legkisebb négyzetek módszeréről beszélünk. Legjobban approximálnak azt a polinomot nevezzük, amelyre /1/ minimumot vesz fel. Létezését és unicitását a 2.§-ban bizonyítjuk arra az esetre, midőn  $g_i \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

1.§. A kiegyenlítés Gauss-féle normálegyenletei

Az /1/-et minimalizáló  $p(t)$  polinom analitikus meghatározása céljából /2/-t helyettesítsük be /1/-be:

$$Q = \sum_{i=1}^N g_i \left( \alpha_i - \sum_{j=0}^L c_j t_i^j \right)^2 \quad /3/$$

Szélsőértéket csak az a  $c_k$  ( $k = 0, 1, \dots, L$ ) értékrendszer adhat, amelyre  $\frac{\partial Q}{\partial c_k} = 0$  fennáll minden  $k$ -ra.

Elvégezve a differenciálást:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial Q}{\partial c_k} = \sum_{i=1}^N g_i \left( \alpha_i - \sum_{j=0}^L c_j t_i^j \right) t_i^k = 0 \quad (k = 0, 1, \dots, L) \quad /4/$$

Átrendezéssel:

$$\sum_{j=0}^L c_j \sum_{i=1}^N g_i t_i^{j+k} = \sum_{i=1}^N g_i \alpha_i t_i^k \quad (k = 0, 1, \dots, L) \quad /5/$$

Az /5/ lineáris egyenletrendszert Gauss-féle normálegyenletrendszernek nevezzük [2].

2.§. A normálegyenletrendszer együtthatómátrixának tulajdonságai

Az /5/ egyenletrendszert a tömörebb

$$\underline{\underline{G}} \underline{c} = \underline{H} \quad /5a/$$

alakban is írhatjuk, ahol  $\underline{\underline{G}} = (G_{jk}) = \left( \sum_{i=1}^N g_i t_i^{j+k} \right)$ ,

$$\underline{c} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_L \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \underline{H} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N g_i \alpha_i t_i^0 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^N g_i \alpha_i t_i^L \end{bmatrix}$$

A  $\underline{\underline{G}}$  mátrixról konstrukciója alapján nyilvánvaló, hogy szimmetrikus, azaz  $G_{jk} = G_{kj}$  minden  $j$ -re és minden  $k$ -ra.

Kimutatható, hogy  $\underline{\underline{G}}$  pozitív definit, azaz tetszőleges valós  $\underline{c}$  vektor mellett

$$\underline{c}^* \underline{\underline{G}} \underline{c} \geq 0 \quad /6/$$

és az egyenlőség akkor és csak akkor áll fenn, ha  $\underline{c}$  a zérusvektor.

Bizonyítás

A  $\underline{G}$  mátrix szétbontható egy 4 tényezős mátrixszorzatra a következő módon:

$$\underline{G} = \underline{A}^* \underline{W}^* \underline{W} \underline{A} \quad /7/$$

ahol

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^L \\ 1 & t_2 & t_2^L \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_N & t_N^L \end{bmatrix}$$

$$\underline{W} = \underline{W}^* = \langle \sqrt{g_1}; \sqrt{g_2}; \dots \sqrt{g_N} \rangle$$

diagonálmátrix, és a csillag a transzponálás műveletét jelenti.

A mátrixszorzások elvégzésével meggyőződhetünk arról, hogy a fenti előállítás valóban helyes.

A /7/ kifejezést /6/-ba helyettesítve,

$$\underline{c}^* \underline{G} \underline{c} = \underline{c}^* \underline{A}^* \underline{W}^* \underline{W} \underline{A} \underline{c} = | \underline{W} \underline{A} \underline{c} |^2 \geq 0 \quad /8/$$

/Vektor abszolút értékén önmagával való skalárszorzatát értjük./

Abból, hogy  $\underline{c}$  nem zérusvektor, csak abban az esetben következik, hogy  $\underline{W} \underline{A} \underline{c}$  sem az, ha tudjuk, hogy nem lehet  $\underline{W} \underline{A}$  valamennyi sorvektorára ortogonális.

Látható azonban, hogy  $\underline{W} \underline{A}$  sorvektorai között pontosan  $L$  darab lineárisan független van, hacsak  $t_i \neq t_k$ , valahányszor  $i \neq k$  /feltettük, hogy  $L < N$  azaz a kiegyenlítési feladat nem alulhatározott./ Ennél fogva, ha  $\underline{c}$  ortogonális lenne  $\underline{W} \underline{A}$  soraira, ez azt jelentené, hogy találtunk egy  $L$  dimenziós nem zérusvektort, amely merőleges  $L$  darab lineárisan független  $L$  dimeziós vektorra. Ez nyilván lehetetlen. Következésképp  $\underline{W} \underline{A} \underline{c} \neq 0$ , ha  $\underline{c} \neq 0$ . Ezzel állításunkat igazoltuk.

Ha a súlyok között egy vagy több zérus is előfordul, a bizonyítás akkor marad érvényes, ha a zérusok száma  $N - L$ -nél nem nagyobb. Ellenkező esetben  $\underline{W} \underline{A} \underline{c} = 0$  -ből nem következik, hogy  $\underline{c} = 0$ .

Az előző bizonyításból az is kiderül, hogy a  $\underline{G}$  mátrix nem szinguláris, ha  $L < N - k$ , ahol  $L$  az approximáló polinom fokszáma,  $N$  a mérési adatok száma és  $k$  a súlyok között előforduló zérusok száma. Ezen feltétel mellett  $\underline{G}$  mindig invertálható. Az /5a/ lineáris egyenletrendszernek

tehát minden  $H \neq 0$  jobboldal mellett van egy és csakis egy megoldása, és az - elvileg - a Cramer szabály segítségével előállítható.

A  $G$  mátrix inverzének valószínűségszámítási jelentése van; a főátlójában fekvő elemek a  $c$  vektor komponenseinek szórásnégyzetei, a többi elem szoros kapcsolatban van a komponensek korrelációs együtthatóival. A legkisebb négyzetek módszerének valószínűségszámítási tárgyalására nézve l. pl. [4] .

### 3.§. A normálegyenletek megoldásával kapcsolatban felmerülő numerikus problémák

Az előző §-ban már megjegyeztük, hogy a Cramer-szabály lineáris algebrai egyenletrendszerek megoldására elvileg alkalmas, gyakorlati módszerként azonban nem megfelelő. Ennek az az oka, hogy általában  $n^4$  nagyságrendű a módszer által támasztott műveleti igény, szemben a numerikus analízis ismert módszereivel, amelyek  $n^3$  nagyságrendű műveletet igényelnek, ahol  $n$  a rendszer rendszáma. Utalunk a Gauss, Jordan, Doolittle, stb. módszerre, valamint az iterációs módszerek számos változatára /l. pl. [3] , [5] /.

Itt jegyezzük meg, hogy lineáris egyenletrendszer megoldása az együtthatómátrix invertálása és az inverznek a jobboldallal való beszorzása útján általában nem gazdaságos eljárás; és csak akkor alkalmazzuk, ha az inverzre külön is szükségünk van.

Az /5/ egyenletrendszer megoldására először direkt eliminációs módszert próbáltunk alkalmazni /Gauss-módszer/. A rendszer azonban gyakran az ún. "rosszul kondicionált" egyenletrendszerek kategóriájába tartozik, és ilyen rendszer eliminációval csak igen pontatlanul oldható meg, sőt, az is előfordul, hogy a kapott megoldás teljesen értéktelen a kerekítési hibák miatt.

"Rosszul kondicionált"-nak nevezünk egy egyenletrendszert, ha determinánsa kb. akkora, mint amekkora az együtthatók kerekítési hibája. A fogalomnak csak véges jegyszámmal való számolás esetén van értelme, abszolút pontos adatok esetén /ilyenek a gyakorlatban szinte sohasem fordulnak elő/ bevezetésére nincs szükség.

Az, hogy egy rendszer jól vagy rosszul kondicionált, természetesen attól függ, hogy milyen pontosak az együtthatók. A pontosság növelésével a rendszer rosszul-kondicionáltságán valamennyit segíteni lehet. Ez azért lényeges szempont, mert a rosszul kondicionált rendszerek hajlamosak a kerekítési hibák felnagyítására.

A rosszul kondicionáltság szemléletesen annyit jelent, hogy a rend-

szeregyenletei "majdnem" ellentmondók /vagy majdnem egyetmondók/. Ilyen rendszerre példa az

$$\begin{aligned} 1,000 x + 2,000 y &= 5,032 \\ 1,001 x + 2,000 y &= 3,011 \end{aligned} \quad /9/$$

rendszer, melynek megoldásai  $x = 2021$ ,  $y = 1013$ . Determinánsa  $D = 0,002$ , ami beleesik a jegyek kerekítési hibájának nagyságrendjébe, ha ezeket 3 tizedesre tekintjük adottnak. Ha /9/ második egyenletében  $x$  együtthatójaként  $1,002$ -t írunk elő, az új megoldáspár  $x = 1011$  és  $y = -515$ -nek adódik, ami a megoldásoknak az együtthatóktól való igen éles függését mutatja. Ez a jelenség jellemző sajátja a "kicsiny" determinánsú rendszereknek.

A determináns kicsinységét többféleképpen lehet értelmezni. A jelen § elején közölt definíció csak egyik lehetőség a sok közül; a determináns nagyságára nézve mindenféle norma állapítható meg, pl. a sajátértékek segítségével, stb. Ezek ismertetésére itt nem térünk ki.

Rosszul kondicionált egyenletrendszerekre nézve l. [1] .

Az eliminációs módszerek alkalmatlansága miatt a figyelem egyre inkább az iterációs módszerre terelődött.

Ismeretes, hogy a Gauss-Seydel iteráció /l. [5] / minden szimmetrikus és pozitív definit együtthatómátrixszal bíró egyenletrendszer esetén minden kezdőérték mellett konvergens. A 2.§-ban bizonyítottak értelmében tehát elvben nincs akadálya a módszer alkalmazásának.

A Gauss-Seydel iterációs séma  $n$ -ismeretlenes rendszerre a következőképpen írható fel:

Jelöljük  $x_j^{(k)}$ -val az  $x_j$  ismeretlen ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) -edik itertáltját. Tegyük fel, hogy ismeretesek az  $x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_\ell^{(k+1)}$  valamint az  $x_{\ell+1}^{(k)}, x_{\ell+2}^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}$  közelítő megoldások. - Fentiek felhasználásával az  $x_{\ell+1}^{(k+1)}$  mennyiség a következőképpen számítható ki:

$$x_{\ell+1}^{(k+1)} = \frac{1}{a_{\ell+1, \ell+1}} \left( b_{\ell+1} - \sum_{j=1}^{\ell} a_{\ell+1, j} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=\ell+2}^n a_{\ell+1, j} x_j^{(k)} \right) \quad /10/$$

( $\ell = 0, 1, \dots, n-1$ )

A /10/ iterációt a  $\epsilon$  kivánt pontosság eléréséig kell folytatni. /A  $\sum_{j=n+1}^n a_{n+2, j} x_j^{(k)}$  szimbolumon 0 értendő./

Az URAL számológépre program készült, általános  $n$ -ed foku regressziós feladat megoldására, a /10/ iteráció felhasználásával. A program részletesebb ismertetésére a 4.§-ban kerül sor.



Megjegyezzük, hogy a rosszul kondicionált normálegyenletek megoldására vonatkozó kutatásaink még távolról sem tekinthetők lezártak. A gépi programok hatékonyabbá tétele érdekében kívánatosnak tartjuk a következő vizsgálatok elvégzését:

- 1/ A Gauss-Seydel módszer konvergenciájának megjavítása érdekében
  - a/ konvergenciagyorsítás az u.n. "linearitási tényező" segítségével,
  - b/ az iteráció jó kezdőértékének előállítása valamilyen grafikus, vagy maga a gép által végig számolt numerikus módszerrel,
  - c/ konvergenciagyorsítás időről-időre alkalmazott csoportos relaxióval, l. [6] .
- 2/ További hatékonyabb numerikus módszerek kipróbálása, nevezetesen
  - a/ a konjugált-gradiens módszer kipróbálása normálegyenletek megoldására, l. [7] .
  - b/ az un. "exkavátor"-módszer kipróbálása a  $\underline{G}$  mátrix invertálására, különösen magasabb ( $n \geq 4$ ) fokszám esetén.
- 3/ A legjobbnak ígérkező módszerek gépi programjának elkészítése és a módszerek gépi kipróbálása.

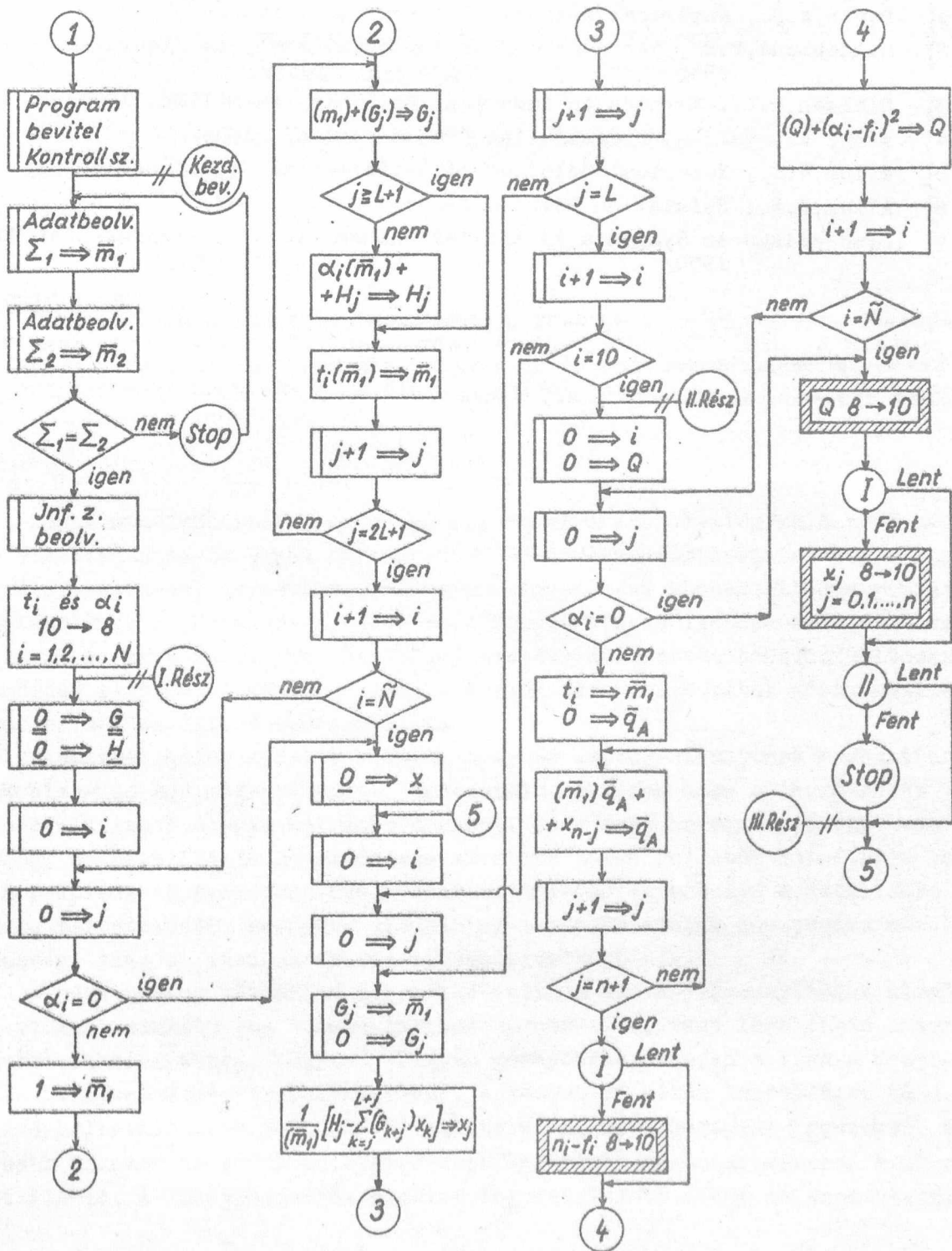
#### 4. §. A magasabbfoku regresszió gépi programja

Az URAL gépre elkészült egy általános regressziós program, amely alkalmas legfeljebb 128 adat legfeljebb 8-adfoku regressziós polinomegyütthatóinak kiszámíttatására. A program az /5/ egyenletrendszert a Gauss-Seydel módszerrel oldja meg. Ennek a módszernek a választását a gépi program szempontjából az az igen fontos körülmény támasztja alá, hogy a módszer a  $\underline{G}$  mátrix explicit felírása nélkül, csak a mátrix elemeit alkotó szummák felhasználásával egyszerűen kódolható, aminek következtében a memóriaigény jelentősen csökken. Ha az /5/ rendszert direkt eliminációval kívánók megoldani, szükség volna a  $\underline{G}$  mátrix explicit előállítására is. /A direkt elimináció elvetésének - mint már kifejtettük - mégsem ez a főoka./

A gépi program három főrészből áll. Az első főrész beolvassa az előírt abszcisszákat és ordinátákat, és gondoskodik azoknak tizesből nyolcas számrendszerbe való átfordításáról. A második részben történik a  $\underline{G}$  mátrixot felépítő szummák előállítása és a normálegyenletek rendszerének Gauss-Seydel iterációval való megoldása a /10/ formulák alapján. A harmadik főrész minden tizedik /tizesben/ iteráció után kerül végrehajtásra, és előállítja a /3/ négyzetes eltérést, s azt lebegőpontos decimális alakban kinyomtatja, majd visszatér a második főrészre és tovább iterál. Az iterációt a kellő pontosság eléréséig kell folytatni. Az iteráció befejezése után kinyomtatja az egyenlet megoldásait, azaz a keresett parabolaegyütthatókat.

Megjegyezzük, hogy a jelenleg elkészült program nem teszi lehetővé a súlyozást, a súlyozott legkisebb négyzetek módszerének programja előkészületben van.

### Általános magasabbfokú regresszió.



I r o d a l o m

- [1] Booth, A.D., Numerical Methods /Butterworths, 1957/
- [2] Hildebrand, F.B., Introduction to Numerical Analysis /McGraw-Hill Books, 1956/
- [3] Nielsen, K.L., Methods in Numerical Analysis /Macmillan, 1956/
- [4] Rényi A., Valószínűségsszámítás /Tankönyvkiadó, 1954/
- [5] Milne, W.E., Numerical Solution of Differential Equations /Wiley, 1953/
- [6] Allen, D.N., Relaxation Methods /McGraw Hill, 1954/
- [7] Proceedings on Symposia in Applied Mathematics VI. /McGraw-Hill Books, 1956/

Érkezett 1962. január 2.

KFKI Közlemények 10.évf. 1.sz. 1962.

NAGYÉRZÉKENYSÉGŰ DIFFERENCIÁL-MANOMÉTER  
GŐZNYOMÁS-IZOTÓPEFFEKTUSOK MÉRÉSÉRE

Írta: Matus Lajos, Kiss István, Vályi Nagy József

Összefoglalás

Síkmembrános differenciál-manométert készítettünk gőznyomás-izotóp-effektusok mérése céljából. A manométer érzékenysége  $10^{-5}$  Hgmm. A manométert a jég gőznyomása alapján hitelesítettük és használhatóságát a nehézsúlyú gőznyomásának meghatározása alapján ellenőriztük.

Gőznyomás-izotópeffektusok meghatározására két elvileg különböző módszer alkalmazható. Az egyik az effektus kiszámítása izotópváltozatok elegyből álló, egymással termodinamikai egyensúlyban lévő kondenzált- és gőzfázis összetételének meghatározása, illetve a folyadékfázis izotóp-összetétel változásának az egyensúlyi /un. Rayleigh/ desztilláció során történő változásának mérése alapján. A másik módszer a tiszta izotópváltozatok gőznyomásának közvetlen mérése ill. összehasonlítása.

A desztillációs módszer előnye, hogy az izotóp-effektusok meghatározásához elegendő egy meghatározott összetételű, gyakran maga a természetes összetételű izotópelegy. Hátránya viszont, hogy nagy anyagmennyiségre van szükség, a desztilláció hosszadalmas művelete során jelentős hibaforrás lehet a bekövetkező frakcionálódás, azaz eltérés az egyensúlyi desztilláció szigorú feltételétől, amelynek alapján az izotópmolekulák gőznyomása közötti különbség, azaz az izotópeffektus kiszámítása történik.

A gőznyomások közvetlen méréséhez egészen kis anyagmennyiségek elegendők, viszont szükség van tiszta izotópkomponensekre, vagy legalábbis ismert összetételű elegysorra, hogy az elegyek gőznyomása alapján a tiszta komponensek gőznyomására\*extrapolálhassunk. A közvetlen mérés lehetőséget ad a szilárd halmazállapotú anyagok vizsgálatára is, és viszonylag egyszerűbb és gyorsabb módszer az effektus hőmérsékletfüggésének meghatározására, mint a desztilláció. A gőznyomásmérés e célra legmegfelelőbb módja az összehasonli-

tó módszer, azaz valamely izotópban dúsított vegyület és a természetes izotóppösszetételű vegyület gőznyomása közötti különbség meghatározása.

Keesom és Haantjes [1] 1935-ben alkalmaztak először differenciálmanométert neon izotópok gőznyomásában mutatkozó eltérés kimutatására. Ilyen módszert alkalmaztak Mühlenpfordt és munkatársai [2] a  $\text{BF}_3$  gőznyomás izotópeffektusának meghatározására, valamint ujabban Johns [3] az East és Kuhn [4] által leírt manométerrel könnyű elemek vegyületeire vonatkozóan végzett méréseket. Egyes esetekben az effektus elég nagy ahhoz, hogy folyadék manométerrel is kellő pontossággal észlelhető a gőznyomáskülönbség, sok esetben azonban a folyadékmanométereknél érzékenyebb műszerek szükségesek az izotópeffektusok méréséhez.

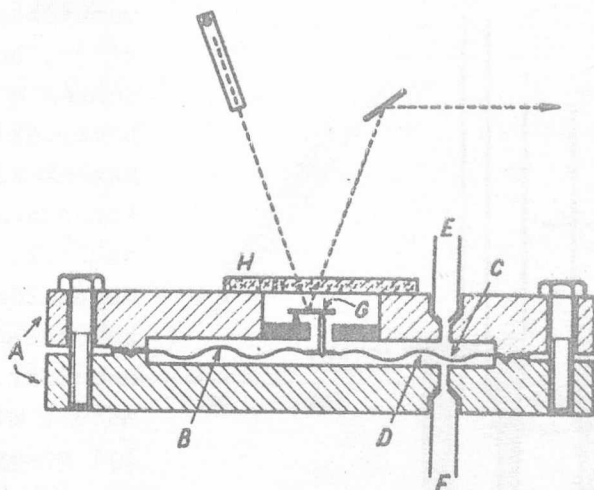
Az általunk meghatározni kívánt izotópeffektusok várható értékei olyanok, amelyek méréséhez 0,1 - 0,001 Hgmm nyomáskülönbségek mérésére alkalmas manométer szükséges. Erre a célra a különböző típusú differenciálmanométerek közül a Dibeler és Cordero [5]-féle síkmembrános mutatkozott a legmegfelelőbbnek.

#### A készülék leírása

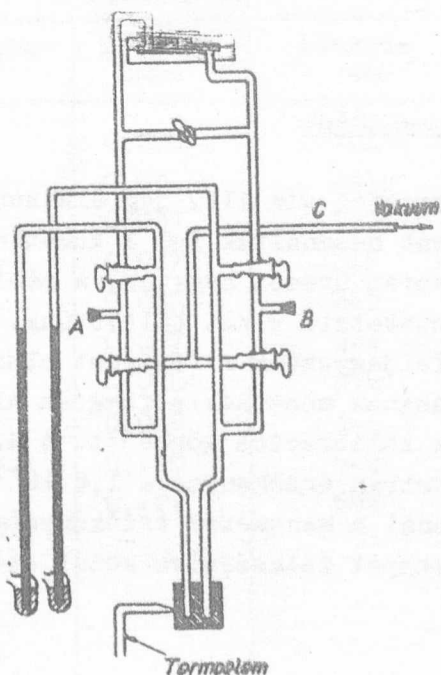
A differenciálmanométer /1. ábra/ teste /A/ két korongalakú fém-részből áll, melyek vágóéles tömítő-peremmel csatlakoznak egymáshoz. Az összeszorított tömítőperem tartja kifeszítve a mérőmembránt /B/, mely egyben így tömítőanyagul is szolgál. A 10 cm átmérőjű, koncentrikusan hullámosított membrán a manométerház belső terét két részre /C, D/ osztja, melyhez a két csövön /E, F/ keresztül csatlakozik az összehasonlítandó két folyadék-gőz rendszer.

Az érzékenységet a membránlemez vastagsága és anyagi minősége szabja meg. A számunkra megfelelő érzékenységet 0,02 mm-es alumínium és 0,05 mm-es rézlemezekkel értük el. Ha a C és D térfélben a nyomás különböző, a membrán elmozdul, az elmozdulást a /G/ tükörről visszavert, egy tőle két méter távolságban elhelyezett ernyőre vetített fénypont elmozdulása jelzi. A megvilágításhoz a galvanométereknél szokásos rendszert alkalmaztuk. A fény a fémtesthez csiszolt, kerek üveglap-ablakon /H/ át jut a manométerbe.





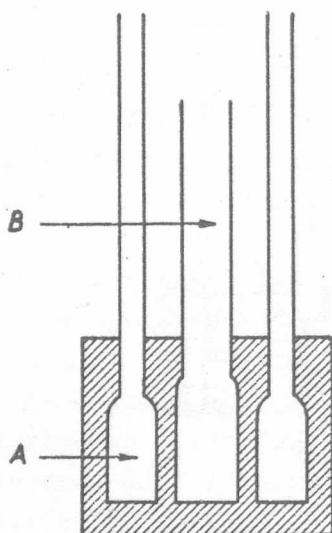
1. ábra



2. ábra

A manométer üvegből készült rendszeren keresztül /2.ábra/ csatlakozik az egyensúlyi edényhez. A szükséges gázmanipulációk lebonyolításához megfelelő csapok szolgálnak. Az A és B csomkokon keresztül történik a vizsgálandó minták betöltése, míg a C vezeték nagyvákuumrendszerhez csatlakozik.

Az egyensúlyi edény /3. ábra/ egy vörösréz tömb, mely 3 kamrát tartalmaz. Kettőben a vizsgálandó anyagok vannak /A/, egyben a hőmérő foglal helyet /B/. A vörösréz jó hő-

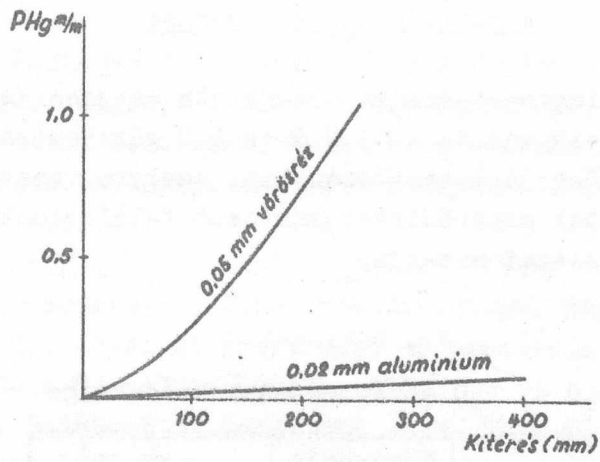


3. ábra

#### A készülék hitelesítése

A manométer kalibrálására a természetes víz ill. jég alacsony hőmérsékleteken is pontosan ismert gőznyomását használtuk fel a következő módon. A membrán egyik oldalához csatlakozó kamrát üresen hagytuk, a másikba kétszer desztillált, természetes izotópösszetételű vizet töltöttünk. Ezután a réztömb hőmérsékletét változtattuk és feljegyeztük a fénypont elmozdulását az ernyőn /I. táblázat/. A jég gőznyomásának hőmérsékletfüggése alapján [6] megszerkesztettük a különböző membránok kalibrációs görbéjét. A 4. ábrán látható, hogy a 0,02 mm-es alumínium membrán érzékenysége  $1,8 \cdot 10^{-3}$  Hgmm/cm elmozdulás, míg a 0,05 mm-es rézmembránál a manométer érzékenysége  $5 \cdot 10^{-2}$  Hgmm/cm elmozdulás. A kamrák szerepét felcserélve közel azonos kalibrációs görbéket kaptunk.

vezetőképesége biztosítja, hogy a két folyadék és a hőmérő azonos hőmérsékleten legyen. A kamrák kivezetőcsövei rozsdamentes acélból készültek, mely rosszabb hővezetőképesége miatt különösen jól megfelel a célnak. Mind a manométer, mind az egyensúlyi edény fém-üveg forrasztással csatlakozik az üvegrendszerhez.



4. ábra

I. táblázat

A differenciál-manométer hitelesítése

0,02 mm Al			0,05 mm Cu		
hőmérséklet C°	nyomás Hgmm	kitérés mm	hőmérséklet C°	nyomás Hgmm	kitérés mm
-51,1	0,026	121	-46	0,047	13
-49,7	0,031	141	-42	0,050	25
-48,3	0,037	169	-40	0,060	32
-46,3	0,047	215	-38	0,090	40
-44,5	0,057	265	-34	0,140	60
-43,1	0,067	314	-30	0,230	85
-42,0	0,076	358	-25,8	0,380	123
-40,8	0,088	415	-22,6	0,530	156
-38,8	0,110	529	-20,4	0,670	186
-37,9	0,121	684	-18,6	0,800	213
			-16,6	1,00	246
			-14,8	1,17	278
			-12,2	1,51	333
			-10,6	1,75	368

A szilárd D<sub>2</sub>O gőznyomása

A készülék alkalmazhatóságának vizsgálata céljából megmértük a természetes izotópösszetételű viz és a 99,8 %-os D<sub>2</sub>O gőznyomása közötti különbséget a 0 C° körüli hőmérséklettartományban, amelyre vonatkozóan az irodalomban több szerző által megerősített adatokat találhatunk [6]. A kapott eredményeket a II. táblázat mutatja.

II. táblázat

A H<sub>2</sub>O és D<sub>2</sub>O gőznyomásának különbsége

hőmérséklet C°	gőznyomás különbség /Torr/	relatív illékonyosság
-0,0	0,900	0,197
-1,0	0,834	0,198
-2,0	0,765	0,197

A kapott eredményekből kiszámítottuk a H<sub>2</sub>O tenziójának ismeretében [7] a D<sub>2</sub>O gőznyomását, ami 0 C° hőmérsékleten 3,67 Hgmm-nek adódott. Ez az érték más szerzők [6] által kapott 3,65 Hgmm-rel jó egyezést mutat.

Mivel a berendezés viszonylag egyszerű és az eredmények jól reprodukálhatók, a differenciál-manométer felhasználható könnyű elemek izotópösszetételének gyors analizisére illékony vegyületeikben. A manométer érzékenységét az izotópeffektus nagyságának és a kívánt pontosságnak figyelembe vételével kell megválasztani. Ugyanazon készülék érzékenysége a membrán cseréjével változtatható.

A manométerrel végzett mérések eddigi tapasztalatai alapján pl. a D<sub>2</sub>O koncentrációjának meghatározása a 10 - 90 % intervallumban kb. 5 % pontossággal lehetséges.

I r o d a l o m

- [1] Keesom, W.H., Haantjes, J., Physica 2. 986 /1935/
- [2] Mühlenpfordt, J., Gagua, T., Siewert, G., Zühlke, K., Proc.Int.Symp. on Isotope Separation Amsterdam, 1957 North Holland Publ. Co. 1958. p.408.
- [3] Johns, T.F., Proc.Int.Symp. on Isotope Separation, Amsterdam, 1957. North Holland Publ.Co. 1958. p.74.
- [4] East, H.G., Kuhn, H., J.Sci.Instr. 23. 185 /1946/
- [5] Dibeler, V.H., Cordero, F., J.Res.Nat.Bur.Stand, Wash. 46. 1 /1951/
- [6] Kirshenbaum, I., Physical Properties and Analysis of Heavy Water, McGraw Hill Book Co., Inc. 1951. p 21.
- [7] Hodgman, C.D., Handbook of Chem. and Phys. 31th Ed. Chemical Rubber Publ Co., Cleveland, 1956/57.

Érkezett 1961. nov.23.

KFKI Közlemények 10.évf. 1.sz. 1962.





## KÉTCSATORNÁS IMPULZUSTÁROLÓ BERENDEZÉS

Irta: Koncz Sándor

### Összefoglalás

Egy impulzustároló berendezést ismertetünk, amely a mérendő impulzusokat a változó mérési körülményeknek megfelelően két scalerbe gyűjti, és ily módon bizonyos magfizikai mérések automatizálására alkalmas.

### I. Bevezetés

Magfizikai méréseknél gyakran merül fel az a követelmény, hogy egy adott sugárzás intenzitását különböző feltételek között határozzuk meg. Például szükséges lehet, hogy a sugárzás intenzitását egy abszorbens közbeiktatásával és abszorbens nélkül mérjük. Számos ehhez hasonló példát lehetne még felsorolni. A méréseredmény pontossága és megbízhatósága érdekében célszerű a mérésre szánt időt több szakaszra osztani és szakaszonként a mérési feltételeket változtatni. Ily módon kiküszöbölhető egyrészt a mérőberendezés esetleges instabilitásból származó hiba, másrészt egyéb, időben lassan változó külső behatásokból származó pontatlanság.

Ha a mérés elvégzéséhez szükséges idő nagy, akkor a periodikus változtatás igen időtrábló és fáradságos feladat. Ilyen esetben célszerű a periodikus változtatást automatizálni.

A neutron-gamma reakciók vizsgálata kapcsán ez a probléma a következő módon merült fel.

Polarizált neutronok atommagba történő befogódásakor keletkező gamma-sugárzás cirkulárisan poláros. A mérési feladat a cirkuláris polarizáció fokának a megállapítása. Ez olyan módon történik, hogy a gamma-sugárzást egy vas abszorbensen engedjük keresztül és meghatározzuk az abszorpció mértékét előbb úgy, hogy a vas a gamma-sugárzás haladási irányával párhuzamosan majd pedig ellentétesen van mágnesezve.

Az abszorpció különbségből következtetni lehet a cirkulár polarizáció fokára.

A közvetlen feladat tehát az, hogy egy olyan berendezést készítsünk, amely a gamma-sugárzás intenzitását méri, miközben periodikusan váltakozik a vas abszorbens mágnesezési iránya.

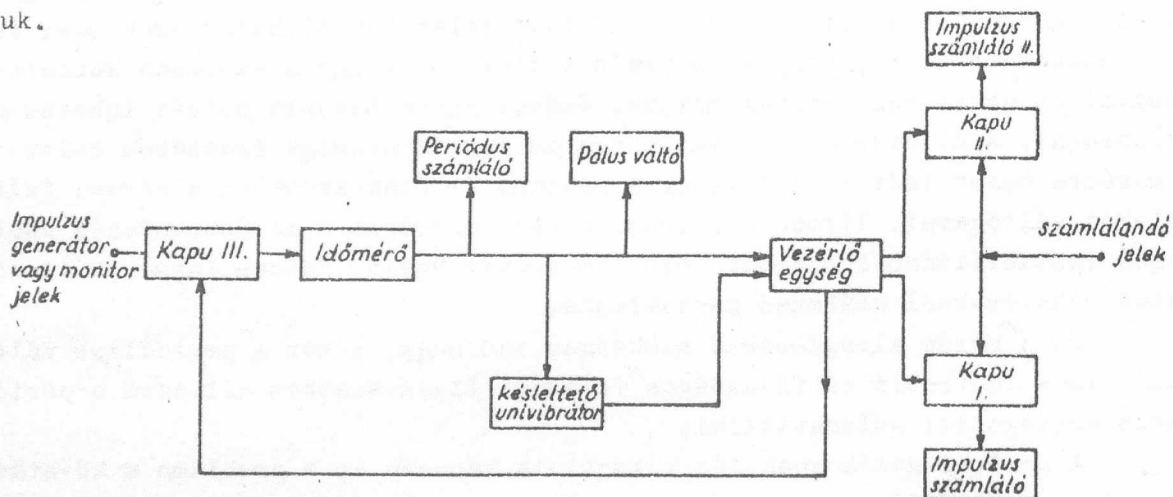
A berendezés egy szcintillációs számlálóból áll, amelynek impulzusait két impulzus számlálóba gyűjtjük. Az első impulzus számlálóba jutnak a jelek abban az időszakaszban, amikor a mágneses tér iránya megegyezik a gamma-sugárzás haladási irányával, a következő periódusban, amikor a mágneses tér iránya ellenkezőre fordul, a jeleket a második impulzus számlálóba gyűjtjük.

A megépített berendezés mágneses tér irányának változtatását és az impulzus számlálók átkapcsolását automatikusan végzi.

A továbbiakban a berendezés elvét és az építés kapcsán szerzett tapasztalatokat ismertetjük.

## II. A berendezés elvi vázlatja

A berendezés főbb egységeit és működését az 1. ábrán tanulmányozhatjuk.



Kétsatornás impulzus tároló-berendezés blokkvázlata

1. ábra

Kétsatornás impulzus tároló-berendezés blokkvázlata

A számlálандó jelek a KI. és KII. kapukon keresztül érkeznek az I Sc. II Sc. impulzus számlálóba.

A vezérlőegység gondoskodik arról, hogy mindig a megfelelő kapu legyen nyitva és így a jelek a megfelelő skékélerben tárolódjának. A vezérlőegységet az időmérőegység jelei működtetik. Az időmérőegység, amelyet a kívánt mérési időnek megfelelően állítunk be /2-600 másodpercenként/ jelet küld a vezérlőegységnek és ezzel egyidejűleg megindít egy készletelő univibrátort is.

Az időmérőből érkezett jel hatására a vezérlőegység lezárja a KI, KII, KIII kapukat. Ettől kezdve tehát mind az /I Sc., II Sc./ impulzus számlálóknak, mindpedig az időmérőnek bemenete le van zárva. Ekkor a vezérlőegység kinyitja a KI és KII kapuk közül a soronkövetkezőt, azaz éppen azt, amelyik az előző mérési szakaszban zárva volt. Ugyanakkor kinyílik a KIII kapu is, és ezáltal újból működni kezd az időmérőegység. Az időmérő által adott jel, amely a vezérlőegységet és a késleltető univibrátort működésbe hozta, még további két egységet vezérel. Ezek közül az egyik egy pólusváltó rendszer, amely a gamma-sugárzás útjába helyezett vas abszorbens mágnes polaritását változtatja ellenkezőre, a másik egy periódus számláló, amely jelzi a már lefutott mérési periódusok számát. Mire a mágneses polaritásváltás megtörtént és a periódus számláló befejezte működését a késleltető univibrátor visszatér alapállapotába.

A mérési időtartam leteltével az időmérő ismét jelet küld a vezérlőegységnek és a folyamat kezdődik előlről. A berendezés az ismerttetett munkafolyamatokat mindaddig periódikusan ismétli, amíg külső beavatkozással meg nem állítjuk. A továbbiakban a berendezés főbb egységeit ismertetjük kissé részletesebben.

### III. A berendezés főbb egységei

#### 1/ Időmérő egység

Az időmérő egység lényegében egy közönséges szkéler, amelynek bemenetére egy kapu fokozaton keresztül /KIII/ periódikus jelet adunk. Amikor az impulzusszámláló teljesen megtelt, egy jelformálón keresztül jelet ad ki. Ez a jel működteti a vezérlőegységet, amely többek között arról is gondoskodik, hogy az időmérő számlálót töltő jelek útját a KIII kapu segítségével lezárja. Ily módon az időmérő számláló éppen üresen, tehát 0 állásban várja a KIII kapu kinyitását.

Az időmérő számláló feltöltéséhez szükséges idő természetesen a meghajtó jel frekvenciájától függ. Az időmérő számláló meghajtása kétféleképpen történhet belső, illetve külső impulzusok segítségével. A belső meghajtást oly módon valósítjuk meg, hogy a hálózati 50 Hz váltófeszültséget négyeszőgessítjük. Egy kettős impulzusosztó közbeiktatásával szükség esetén a frekvencia felére csökkenthető, azaz a mérési idő megkétszerezhető. A külső meghajtás tetszőleges alaku impulzusokkal történhet. Külső meghajtásra egy monitor számlálójeleit is használhatjuk.

Az időmérő és impulzusszámláló tárolási kapacitása  $10^4$  ill.  $2 \cdot 10^4$  impulzus. Tekintve, hogy az impulzusszámláló maximális számlálási sebessége

10 kc, ennek megfelelően a minimális mérési idő 2 sec. Ezen érték felett a kívánt mérési idő az óragenerátor frekvenciájával állítható be. Az időmérő számláló akkor kezd újra működni, amikor a vezérlőegység a KIII kaput újra kinyitja.

Az előzőekben említett periódus számláló, amely az időmérő egységhez tartozik, egy mechanikus /Sodeco/ számlálóból és egy meghajtó univibrátorból áll.

## 2/ Vezérlőegység

A berendezés legfontosabb része a vezérlőegység, amelynek részletes kapcsolási vázlatát a 2. ábrán láthatjuk. A vezérlőegység két multivibrátort tartalmaz. Az egyik multivibrátor /MI/ a csatornaváltást végzi, azaz gondoskodik arról, hogy a mérési idő alatt a KI és KII kapuk közül mindig csak az egyik kapu legyen nyitva, és az egymást követő mérési periódusokban szerepet cseréljenek. A második multivibrátor /MII/ feladata az, hogy lezárja a KI, KII, KIII kapuk mindegyikét a mérési periódusok közötti szünetekben. Az impulzus számláló lekapuzása azért szükséges, mert ezen szünetek alatt történik a csatornaváltás és a mágneses polaritás változtatás. Az időmérő egység által adott jel az MII multivibrátort azonnal, az MI-t pedig késleltetve billenti át. Az MI multivibrátor két anódja egy leválasztó rendszeren keresztül a KI és KII kapukhoz csatlakozik. A lezárt cső anódján a feszültség + 60 Voltos a vezetőcső anódján pedig kb. 0 Volt. Ennek megfelelően az egyik kapu 60 Voltos feszültséggel záródik, a másik pedig nyitott állapotban van. Amikor az időmérő egység jelének hatására a multivibrátor átbillen, a nyitott kapu lezáródik és a zárt kinyílik, azaz csatornaváltás történik. Az MI multivibrátor átbillenése a mérési szakaszok közötti szünetben következik be, amelynek időtartamára az MII multivibrátor az MI multivibrátor állapotától függetlenül az összes kaput zárva tartja. A szünetben történő műveletek befejeződése után a késleltető multivibrátor jele az MII multivibrátort /de csak ezt/ visszabillenti alapállapotába. A KI és KII egyikének kivételével az összes kapu felszabadul.

A csatornaváltó MI multivibrátor a most kezdődő mérési szakasz alatt mindvégig zárva tartja azt a kaput, amelyik az előző mérési szakaszban éppen nyitott állapotban volt.

## 3/ Kapu fokozatok

A KI, KII és KIII kapu azonos kivitelben készült, a szokásos kristálydiódás megoldást alkalmazva, amint ez a 2. ábrán látható.





#### 4/ Mágneses polaritásváltás

A mágneses polaritásváltó mechanikus kapcsolókból /relé/ épül fel, amely kapcsolók a vas abszorbens köré elhelyezett mágnesező tekercsben változtatják az áram irányát.

A mechanikus kapcsolórendszer működtetése egy kétstabil állapotú multivibrátor és egy ezt követő relé-behúzó elektroncső segítségével történik.

#### IV. Megjegyzések

Az MI, MII multivibrátorokba és a polaritásváltóba beépített ködfénylámpák állandóan jelzik a berendezés pillanatnyi állapotát és ezek segítségével a rendszer működésének helyessége közvetlenül ellenőrizhető.

A mérések folyamán; különösen ellenőrzési célból gyakran szükséges, hogy a berendezést kézi indítással szakaszosan is működtethessük. Ezért beépítettünk egy átkapcsolót, amelynek helyzetétől függően a berendezés folyamatos, illetve indított üzemmódban dolgozik.

Hangsúlyoznunk kell, hogy az egész berendezés helyes működésének az az alapvető feltétele, hogy a két impulzusszámláló a számlálandó jelekkel szemben teljesen azonos módon viselkedjék. Ez annyit jelent, hogy a két impulzusszámláló felbontási idejének /számlálási sebességének/ és a bemenő érzékenységének egyformának kell lennie.

Befejezésül megemlítjük, hogy a ténylegesen megépített berendezés iker kivitelben készült, azaz alkalmas két szcintillációs számláló jeleinek egyidejű feldolgozására.

Érkezett 1961. december 14.

KFKI Közlemények 10.évf. 1.sz. 1962.