

KKK 03431

A

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ
INTÉZETÉNEK
KÖZLEMÉNYEI

1956

11.052
7. X. 18.
Kovács

4. ÉVFOLYAM, 1. SZÁM

1930

3538/56 — Akadémiai ny.



A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETÉNEK
K Ö Z L E M É N Y E I

Erő János, Mátrai Tibor, Nagy László és Vödrös Dániel
közreműködésével szerkeszti:
Faragó Péter

4. évfolyam 1. szám

1956. január-február

T A R T A L O M J E G Y Z É K

	Oldal
1. Deézsi Irén: A nitrogénoxid-molekula un. γ -, ε -, β -, és σ - sávjairól.....	5
2. Friedländer Ervin és Kiss Dezső: Többszörös GM-impul- zusokkal kapcsolatos mérések.....	25
3. Rozsnyai Balázs: Háromtest kölcsönhatások matrixelemei és potenciális energiái Hartree - Fock közeli- tésben.....	35
4. Hedvig Péter, Németh László és ifj. Schay Géza: Folya- dékok dielektromos állandójának és veszteségszö- gének mérése a többszörös reflexió jelensége alapján, mikrohullámokon.....	48
5. Czike Kálmán és Fodor Józsefné: Nehésvíz félüzemi elő- állítása.....	68
6. Schmidt György: Hidegemisszió nagy áramsűrűségeknél...	76
7. Simonyi Károly: Az atomenergia hasznosításának lehető- sége.....	83
8. Lukovics Albert: Szcintillációs alfa-számláló.II.....	89
9. Vízolyi Endre: p-Terfenil előállítása.....	98
10. Szilvay Gézáné: Tekercsek önindukció és kölcsönös in- dukció változásának számítása mágneseződő pró- batest jelenlétében.....	102

Technikai szerkesztő: Stancsich Györgyné

A SPEKTROSZKÓPIAI OSZTÁLY KÖZLEMÉNYE
OSZTÁLYVEZETŐ: KOVÁCS ISTVÁN

A nitrogénoxid-molekula un. γ -, ϵ -, β - és δ -sávjairól.

Irta: Deézsi Irén

Ebben a referátumban összefoglalom azoknak a kutatásoknak legfőbb eredményeit, amelyek a NO-molekulaszinképében fellépő un. γ -, ϵ -, β - és δ -sávrendszerek értelmezésére irányultak. Egyben rámutatok a NO-molekula említett sávjaival kapcsolatos néhány még megoldásra váró problémára is.

A nitrogénoxid-molekula /NO/ sávrendszerei közül a legrégebben ismertek a γ -, ϵ -, β - és δ -sávok. Ezek a sávrendszerek a NO-molekula valamilyen gerjesztett állapota és az alapállapot közötti átmenetből jönnek létre. A NO-molekula alapállapota $X^2\Pi$ reguláris term. A γ -, ϵ - és δ -sávok felső állapotai rendre: $A^2\Sigma$, $D^2\Sigma$ és $C^2\Sigma$ termek, a β -sávrendszer felső állapota $B^2\Pi$. A γ -, ϵ - és δ -rendszerek sávjai ibolya felé, a β -rendszer sávjai pedig vörös felé árnyékolnak. Mind a négy sávrendszer aránylag egyszerű uton gerjeszthető és így érthető, miért oly hatalmas az az irodalom, amely ennek a kétatomos molekulának a tulajdonságaival foglalkozik. Már a múlt század végétől kezdve behatóan tanulmányozták a spektroszkópusok ezt a molekulát. A kutatások során mind abszorpcióban, mind pedig emisszióban készültek szinkép-felvételek erről a legismertebb négy sávrendszerről. A szokásos fényforrás általában levegőt, vagy nitrogénoxidot tartalmazó csőben történő kisülés, a β - és δ -sávok gerjesztésére azonban az aktiv nitrogén utóvilágítása bizonyult a legalkalmasabbnak.

A NO-molekula spektruma ugyan a legjobban ismeretek közé tartozik, de nem lehet a róla való ismereteket minden tekintetben megbízhatónak és véglegeseknek tekinteni. Így még mindig vannak a spektrumban nem azonosítható sávok, tehát lehetnek a NO-molekulának eddig ismeretlen elektrontermjei is. Egyáltalában nincsen lezárva az a kérdés, mekkora a NO disszociációs energiája.

Az egyes sávrendszerekben észlelhető predisszociációk pontos helye nincsen megállapítva és nincsen eldöntve az sem, hogy milyen term okozza ezeket a predisszociációkat. Hiányoznak még ugyanis a fenti kérdésekre esetleg választ adni tudó, nagyon pontos és magas rotációs kvantumszámokig terjedő rotációs analízisek.

Schmid Rezső és munkatársai sokat foglalkoztak a NO-molekulának ezzel a négy sávrendszerével. Jelentős mértékben gyarapították az ezekre vonatkozó ismereteket, mindig a legaktuálisabb problémák megoldása felé vezetve a kutatásokat. Miután Kovács István az Osztály vezetője az elmúlt hetekben a NO-molekulával kapcsolatos megoldatlan kérdésekre terelte a figyelmet, a Közpon-ti Fizikai Kutató Intézet Spektroszkópiai Osztályán megindultak a nitrogénoxid-dal kapcsolatos újabb kutatások. Célszerűnek látszott először a rendelkezésre álló hatalmas irodalmi anyagot valamiféle rendszer szerint áttekinteni, majd az általunk is megoldható problémákat külön összefoglalni. Jelen dolgozat ezt a célt szolgálja. Ebben az irodalom áttekintését - amennyire lehetett - sávrendszerek szerint, időrendi sorrendben adom.

A γ -, ϵ -, β - és σ -sávokra vonatkozó irodalom részletes tárgyalásától itt helyszűke miatt eltekintünk. A referátum teljes egészében a Magyar Fizikai Folyóiratban fog megjelenni az 1956. év folyamán, ugyanezen cím alatt.

Ebben a referátumban a NO-molekula négy legismertebb sávrendszerét tekintettük át. Annak ellenére, hogy ilyen sokan foglalkoztak ennek a molekulának a spektrumával és a spektrumból nyerhető elméleti következtetésekkel, mégis eléggé hiányos az a kép, amit magunknak erről a molekuláról alkothatunk. A megoldásra váró feladatok közül egy néhány-nak az áttekintése talán nem lesz hiábavaló.

Az itt tárgyalt egyes elektronállapotok vibrációs állandói - a σ - sávok felső állapotának kivételével - meg vannak határozva ugyan, de az egyes szerzők eredményei meglehetősen nagy eltéréseket mutatnak. Az $X^2\Pi$ -állapot állandói tekinthetők a legpontosabb értékeknek. Ezeket Gillette és Eyster [47] határozták meg igen nagy diszperzióju échellette rács-spektrométerrel. Mind Rosen [48], mind Herzberg [49] a molekulaállandók gyűjteményében a NO-molekula $X^2\Pi$ elektronállapotára ezeket a - Gillette és Eyster által meghatározott - állandókat közölte. A többi elektron-

állapotra nézve Rosen és Herzberg adatai nem mutatnak teljes egyezést. A saját megítélésem szerinti legmegbízhatóbb értékek alapján elkészítettem az $X^2\Pi$, $B^2\Pi$, $A^2\Sigma$ és $D^2\Sigma$ elektronállapotok potenciálgörbéit az emisszióban észlelhető vibrációs nivókkal /1. ábra/. Rydberg [50] formulája alapján állítottam elő a potenciális energiagörbéket, amelyek az egyensúlyi magtávolság közelében nagyon jól egyeznek a Morse [51] által javasolt függvény alapján nyerhető görbékkel. Természetesen ezek a görbék még egészen pontos konstansok esetén is csak megközelítik a valóságos viszonyokat, így ez az ábra sem alkalmas arra, hogy az egyes görbék metszéseiinek pontos helyéről adjon tájékoztatást, csupán az áttekintést könnyíti meg.

A valóságot sokkal jobban meg lehetne közelíteni akkor, ha a molekula vibrációs és rotációs állandói pontosabbak lennének. Intézetünkben adva vannak a lehetőségek olyan spektrumok felvételére, amelyek alapján nagyon pontos rotációs analízis végezhető. A rotációs analízisek elkészítése és a már meglévő analízisek kibővítése a magasabb rotációs állapotok felé nemcsak az említett konstansok meghatározása végett volna kíváncsú, hanem felvilágosítást adhatna az észlelhető predisszociációkból és esetleges perturbációkból olyan term /vagy termék/ létezésére és helyzetére, amely az eddigi analízisek alapján csak találgatások tárgya volt.

Már korábban - a β -sávokra vonatkozó részben - is említettem, hogy Kaplan 1931-ben írott dolgozata [39] után mintegy tizenöt éven át az volt az elképzelés, hogy a β -sávok felső állapotában a $v'=4$ nivó fölött predisszociáció következik be, egy még ismeretlen repulzív term hatására. 1943-ban Schmid, Gerő és munkatársaik több olyan jelenséget találtak a NO-molekula γ -sávjainak spektrumában, amely magyarázatra szorult. Mivel az alkalmazott gerjesztés mellett $v' > 4$ -el bíró β -sávokat ők sem kaptak, így természetesen magukévá tették Kaplan elgondolásait a β -sávok predisszociációjára vonatkozóan, és magyarázataikat ennek figyelembevételével adták meg.

A β - és γ -sávok kezdő állapotának elektrontermjei közel egyforma energiatartalmuak. Ezért, ha az egyes vibrációs nivókhoz tartozó rotációs termsorokat jó közelítéssel előállító $B_v^2 K(K+1)$ értékeket $K(K+1)$ függvényében ábrázoljuk, a β -sávokra kapott párhuzamos egyenesek több helyen átmetszik a γ -sávok

Az egyes sávrendszerekben észlelhető predisszociációk pontos helye nincsen megállapítva és nincsen eldöntve az sem, hogy milyen term okozza ezeket a predisszociációkat. Hiányoznak még ugyanis a fenti kérdésekre esetleg választ adni tudó, nagyon pontos és magas rotációs kvantumszámokig terjedő rotációs analízisek.

Schmid Rezső és munkatársai sokat foglalkoztak a NO-molekulának ezzel a négy sávrendszerével. Jelentős mértékben gyarapították az ezekre vonatkozó ismereteket, mindig a legaktuálisabb problémák megoldása felé vezetve a kutatásokat. Miután Kovács István az Osztály vezetője az elmúlt hetekben a NO-molekulával kapcsolatos megoldatlan kérdésekre terelte a figyelmet, a Központi Fizikai Kutató Intézet Spektroszkópiai Osztályán megindultak a nitrogénoxiddal kapcsolatos újabb kutatások. Célszerűnek látszott először a rendelkezésre álló hatalmas irodalmi anyagot valamiféle rendszer szerint áttekinteni, majd az általunk is megoldható problémákat külön összefoglalni. Jelen dolgozat ezt a célt szolgálja. Ebben az irodalom áttekintését - amennyire lehetett - sávrendszerek szerint, időrendi sorrendben adom.

A γ -, ϵ -, β - és σ -sávokra vonatkozó irodalom részletes tárgyalásától itt helyszűke miatt eltekintünk. A referátum teljes egészében a Magyar Fizikai Folyóiratban fog megjelenni az 1956. év folyamán, ugyanezen cím alatt.

Ebben a referátumban a NO-molekula négy legismertebb sávrendszerét tekintettük át. Annak ellenére, hogy ilyen sokan foglalkoztak ennek a molekulának a spektrumával és a spektrumból nyerhető elméleti következtetésekkel, mégis eléggé hiányos az a kép, amit magunknak erről a molekuláról alkothatunk. A megoldásra váró feladatok közül egy néhánynak az áttekintése talán nem lesz hiábavaló.

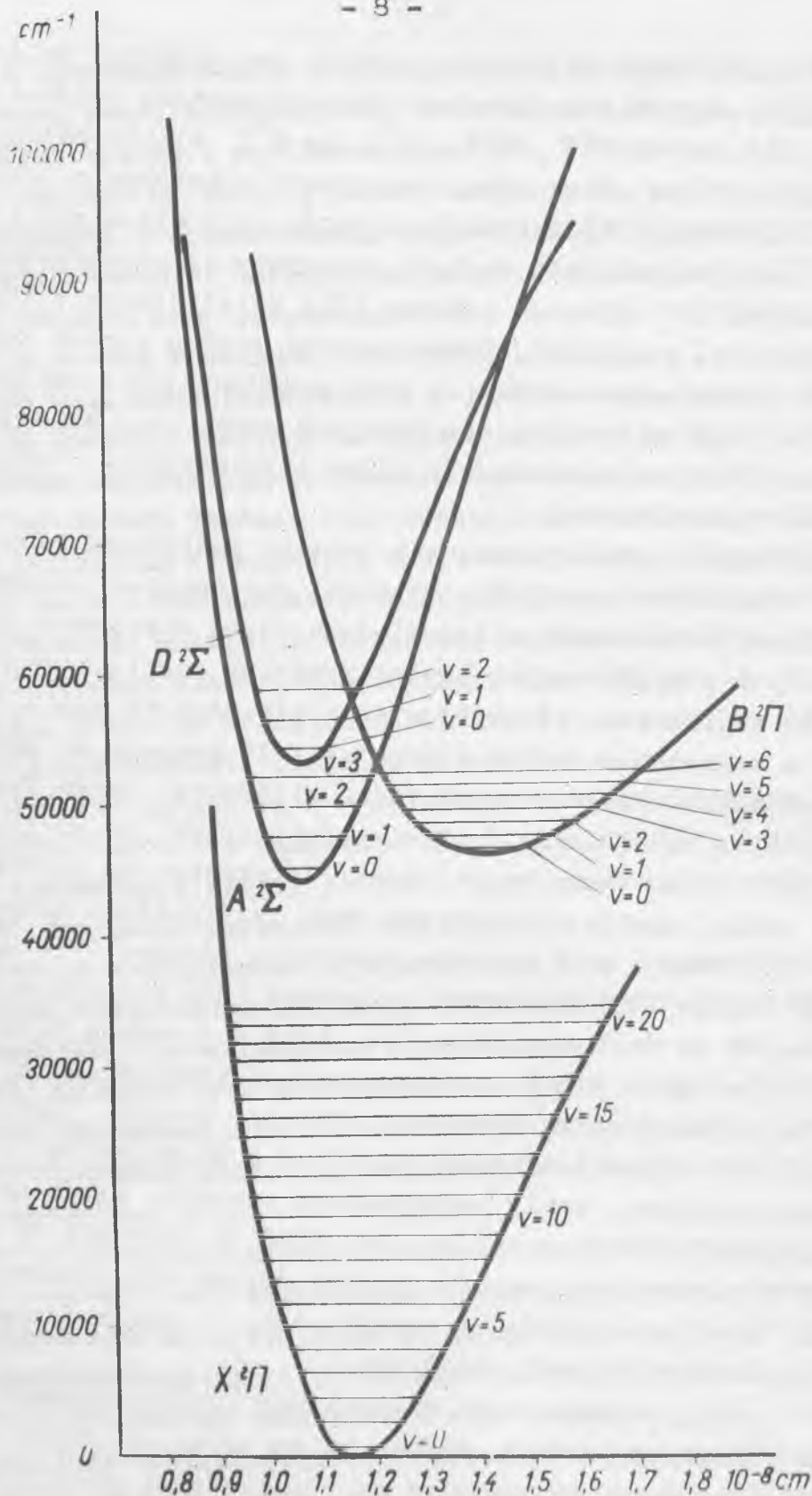
Az itt tárgyalt egyes elektronállapotok vibrációs állandói - a σ - sávok felső állapotának kivételével - meg vannak határozva ugyan, de az egyes szerzők eredményei meglehetősen nagy eltéréseket mutatnak. Az $X^2\Pi$ -állapot állandói tekinthetők a legpontosabb értékeknek. Ezeket Gillette és Eyster [47] határozták meg igen nagy diszperzióju échellette rács-spektrométerrel. Mind Rosen [48], mind Herzberg [49] a molekulaállandók gyűjteményében a NO-molekula $X^2\Pi$ elektronállapotára ezeket a - Gillette és Eyster által meghatározott - állandókat közölte. A többi elektron-

állapotra nézve Rosen és Herzberg adatai nem mutatnak teljes egyezést. A saját megítélésem szerinti legmegbízhatóbb értékek alapján elkészítettem az $X^2\Pi$, $B^2\Pi$, $A^2\Sigma$ és $D^2\Sigma$ elektronállapotok potenciálgörbéit az emisszióban észlelhető vibrációs nivókkal /1. ábra/. Rydberg [50] formulája alapján állítottam elő a potenciális energiagörbéket, amelyek az egyensúlyi magtávolság közelében nagyon jól egyeznek a Morse [51] által javasolt függvény alapján nyerhető görbékkel. Természetesen ezek a görbék még egészen pontos konstansok esetén is csak megközelítik a valóságos viszonyokat, így ez az ábra sem alkalmas arra, hogy az egyes görbék metszéseinek pontos helyéről adjon tájékoztatást, csupán az áttekintést könnyíti meg.

A valóságot sokkal jobban meg lehetne közelíteni akkor, ha a molekula vibrációs és rotációs állandói pontosabbak lennének. Intézetünkben adva vannak a lehetőségek olyan spektrumok felvételére, amelyek alapján nagyon pontos rotációs analízis végezhető. A rotációs analízisek elkészítése és a már meglévő analízisek kibővítése a magasabb rotációs állapotok felé nemcsak az említett konstansok meghatározása végett volna kívánatos, hanem felvilágosítást adhatna az észlelhető predisszociációkból és esetleges perturbációkból olyan term /vagy termék/ létezésére és helyzetére, amely az eddigi analízisek alapján csak találgatások tárgya volt.

Már korábban - a β -sávokra vonatkozó részben - is említettem, hogy Kaplan 1931-ben írott dolgozata [39] után mintegy tizenöt éven át az volt az elképzelés, hogy a β -sávok felső állapotában a $v'=4$ nivó fölött predisszociáció következik be, egy még ismeretlen repulzív term hatására. 1943-ban Schmid, Gerő és munkatársaik több olyan jelenséget találtak a NO-molekula γ -sávjainak spektrumában, amely magyarázatra szorult. Mivel az alkalmazott gerjesztés mellett $v' > 4$ -el bíró β -sávokat ők sem kaptak, így természetesen magukévá tették Kaplan elgondolásait a β -sávok predisszociációjára vonatkozóan, és magyarázataikat ennek figyelembevételével adták meg.

A β - és γ -sávok kezdő állapotának elektrontermjei közel egyforma energiataralmuak. Ezért, ha az egyes vibrációs nivókhoz tartozó rotációs termsorokat jó közelítéssel előállító $B_v K(K+1)/$ értékeket $K(K+1)/$ függvényében ábrázoljuk, a β -sávokra kapott párhuzamos egyenesek több helyen átmetszik a γ -sávok



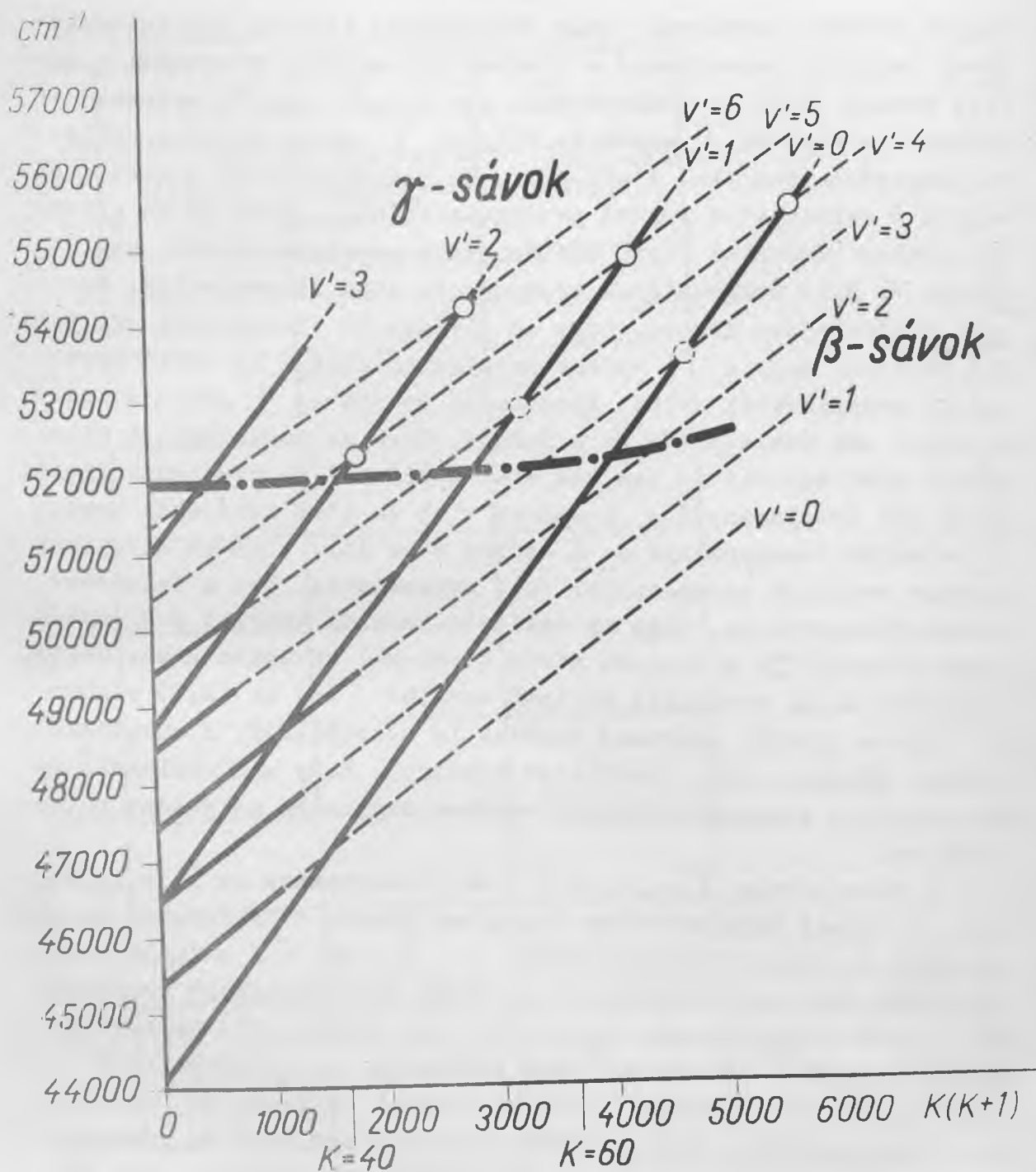
1. ábra. A NO-molekula potenciálgörbéi. Az $X^2\Pi$ állapot görbéjének adatai Gillette és Eyster [47]-től, az $A^2\Sigma$ állapotéi Feast [52]-től a $D^2\Sigma$ állapotéi Gaydon [23]-től és a $B^2\Pi$ állapotéi Schmid [14]-től származnak.

termsorait ábrázoló párhuzamos egyeneseket. Az átmetszések helyén perturbációt kellett volna észlelni, ha a két term közötti kölcsönhatás megfelelően nagy. A β -sávok addigi rotációs analízisei csak nagyon alacsony kvantumszámokig ($\sim K=30$ -ig) terjedtek, így elég kevés számú valódi metszéspont adódott. Ezeken a helyeken a γ -sávok megfelelő vonalain Schmid, Gerő és munkatársaik nem észleltek számbavehető perturbációt. A β -sávok $v'=4$ -es vibrációs nivója fölött az ábrában meghúzták a predisszociációs határgörbét és meghosszabbították a β -sávok rotációs termsorait ábrázoló egyeneseket. Az extrapolált termsorok és a γ -sávok valószínű termsorainak metszéspontjait vizsgálva azt találták, hogy a β -sávok predisszociációs határgörbéjének energiamagassága alatt lévő metszéspontok helyén a γ -sávokban számbavehető rendellenesség nincsen, tehát a két sávrendszer felső állapotának elektrontermjei közötti kölcsönhatás nagyon csekély. A predisszociációs határgörbe fölött lévő metszéspontok helyén azonban a γ -sávokban a megfelelő kvantumszámú vonalak intenzitáscsökkenést mutatnak. Ezek a vonalak a γ -rendszer $v'=0$ nivójához tartozó sávoknál a $K'=65$, a $v'=1$ nivójához tartozó sávoknál a $K'=48$ rotációs nivóról származnak. /Meg kell jegyezni, hogy Ballenegger Katalin disszertációjában [40] található, erre vonatkozó ábra szemmel láthatóan hibás. Gerő és Schmid megtalált kézírata alapján Valatin rekonstruálta a kézírathoz tartozó, de meg nem talált ábrát [18] és ebben a γ -sávok $v'=0$ -hoz tartozó és a β -sávok $v'=2$ -höz tartozó rotációs termsorainak metszéspontja nem $K'=65$ -nél van, hanem $K'=61$ körül./ - Ezekhez a kutatásokhoz csatlakoztak Kovács István és Budó Ágoston, amikor az akcidentális predisszociáció elméletéről írott dolgozatukban [53] eredményeiket összeegyeztették a NO-molekula γ -sávjain talált jelenségekkel. Ennek a dolgozatnak mindentől függetlenül meg van a maga tudományos értéke és szépsége, hiszen Kovács és Budó munkája előtt összesen csak két dolgozat jelent meg, amelyek ezzel a nagyon érdekes jelenséggel foglalkoztak. Az egyik dolgozat az akcidentális predisszociáció jelenségének felfedezőitől: C.Coster, F.Brons és A.v.d. Ziel-től származik [54], ezt a kísérleti jellegű dolgozatot követte G.P.Ittmann-nak egy rövid elméleti közleménye [55]. Kovács és Budó a jelenség elméleti megalapozásának részletes bemutatása után a NO-molekula γ -sávjain észlelt - akcidentális predisszo-

ciációnak tulajdonított - effektusokat kitűnő példának találták és be is mutatták. Eszerint tehát - mint Kaplan is feltételezte [39] - a NO-molekula $B^2\Pi$ elektrontermjét a $v'=4$ nivó fölött metszi egy repulzív term. A két term közötti erős kölcsönhatás következtében a $B^2\Pi$ termen e nivó fölött predisszociáció lép fel. Az $A^2\Sigma$ term nivóin ez a repulzív term nem hozna létre semmi rendellenességet a kicsiny kölcsönhatás miatt. A $B^2\Pi$ és $A^2\Sigma$ termek sem zavarják egymást észrevehető módon. Mégis azokon a helyeken, ahol a $B^2\Pi$ termnek a predisszociáció következtében emisszióban már nem létező diszkrét nivói metszenék az $A^2\Sigma$ term rotációs nivóit, vagyis ahol kis mértékben perturbáció van jelen, a $B^2\Pi$ term közvetítésével predisszociáció lép fel az $A^2\Sigma$ rotációs termsoraiban. Ezek volnának azok a helyek, amelyekről már szóltam, nevezetesen a $v'=0$ felső állapotú γ -sávokban a $K'=65$ nivóról származó vonalak és a $v'=1$ felső állapotú γ -sávokban a $K'=48$ -as rotációs nivóról eredő vonalak.

Mint ismeretes, időközben Gaydon [23] majd később Ogawa [22] is fényképezett $v'=5$ és $v'=6$ vibrációs nivóról eredő β -sávokat emisszióban. Az abszorpciós kutatások [19], [21] is arra az eredményre vezettek, hogy a β -sávokon $v'=6$ alatt nincsen predisszociáció. Ezek szerint Schmid, Gerő és munkatársaik által talált effektusok nem magyarázhatók akcidentális predisszociációként. Szükségesnek tartom megemlíteni, hogy ezekről a jelenségekről Schmid Rezső halála után Gerő Loránd csak egészen röviden tett említést az egyik dolgozatban [56] és nem jelölte meg azokat a helyeket, ahol az effektust észlelték. Az erre vonatkozó részletes tájékoztatást Ballenegger Katalin disszertációja [40] tartalmazza, amelyben azonban az elrajzolt ábra nem igazolja a dolgozatban foglalt állításokat.-

Herzberg [49] és Rosen [48] táblázataiban foglalt molekulaállandók felhasználásával elkészítettem a γ - és β -sávok rotációs termsorait ábrázoló diagrammot /2. ábra/. A rotációs analízisek alapján ismert termeket folytonos egyenesek ábrázolják, a még nem analizált termeket szaggatott egyenesek jelölik. Fel-tűnő, hogy a γ -sávoknak Schmid, Gerő és munkatársaik által megszerkesztett predisszociációs határgörbéje csaknem pontosan a β - és γ -sávok termsorainak metszéspontjain halad át.



2. ábra. Perturbáció és predisszociáció a β - és γ -sávok felső nivóin.

Nagyon érdekes ezenkívül, hogy Ballenegger Katalin disszertációjában említett perturbáció a $v'=2$ -es γ -sávokon $K'=39$ -nél - amelyet Schmid, Gerő és munkatársaik egy idegen termtől származónak véltek - a $v'=5$ -ös β -sávok és $v'=2$ -es γ -sávok metszéspontjának környékén van /kb. $K'=41$ -nél/. Ha elfogadjuk azt a feltevést, hogy a β -sávok $v'=6$ fölött predisszociálnak, akkor ez az effektus minden bizonnyal olyan akcidentális predisszociáció, amely Kovács és Budó dolgozatának eredményeit hűen illusztrálja. Nagyon valószínűnek tartom, hogy az elvégzendő vizsgálatok oda fognak vezetni, hogy a γ -sávok predisszociációja az eddig elfogadott energiaérték fölött következik be /de az ϵ sávok átfedése miatt nem észlelhető/ és a Schmid, Gerő és munkatársaik által talált predisszociáció nem más mint akcidentális predisszociáció, amely jól értelmezhető a β -sávok $v'=5$ és $v'=6$ nivójához tartozó rotációs termsoroknak a γ -sávok $v'=1$ ill. $v'=2$ -es nivójához tartozó rotációs termsorokkal való metszésével. Ezt a feltevést eléggé támogatja az, hogy az említett kutatók szerint a γ -sávok predisszociációja a $v'=1$ -es nivón $K'=64$ -nél következik be, mégis, a Valatin által megtalált kézirat szerint [18] az $(1,0)$ sávban a $K'=67$ -es nivóról származó vonalak is szerepelnek. A kutatások szerint könnyen olyan fordulatot vehetnek, hogy a NO-molekula az akcidentális predisszociációra valóban nagyszerű példaként mutatkozik be.

A NO-molekula γ -, ϵ -, δ - és β -sávjainak az ezideig mért sávfejeit táblázatokban foglaltam össze. A táblázatok az ibolya felé árnyékolt rendszereknél / γ , ϵ és δ / a dublett-fejek vörös felé eső komponensét, a vörös felé árnyékolt rendszer-nél / β / a dublett-fejek ibolya felé eső komponensét tartalmazzák, $\text{\AA}$ -ben $/10^{-8} \text{ cm}/$ és cm^{-1} -ben kifejezve. Az abszorpcióban fényképezett sávok adatai a-betűvel vannak jelölve. Az r-betű-jelzés azt jelenti, hogy a sávról rotációs analízis is készült.

Köszönöm Kovács Istvánnak az Osztály vezetőjének, hogy figyelmünket erre a témára felhívta.

A NO-molekula γ -sávjai

γ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	2269,3 44052,80 r Sch/1	2155,3 46382,62 r Sch/1/2/3	2053,1 48691,16 r Sch/3	1961,1 50975 G	1882,00 53135,0 T a	1804,38 55420,7 T a	1734,46 57654,8 T a	1671,37 59831,2 T a	1614,17 61951,3 T a	1563,48 63959,9 T a
1	2370,2 42177,63 r Sch/1 0	2245,9 44511,74 r Sch/1	2135,2 46819,19 0	2036,4 49090,41 0 r Sch/3						
2	2478,4 40336,43 r G Sch/1		2222,8 44974,27 0 r Sch/2	2115,7 47250,66 0						
3	2595,3 38519,68 r G Sch/2	2447,3 40848,98 0 r Sch/2	2316,5 43155,29 0 r Sch/1	2200,4 45432,05 0						
4	2721,9 36728,18 r G Sch/2	2558,6 39072,16 0 r G Sch/2	2417 41361,03 Sch r Sch/2	2290,7 43641,29 0 r Sch/1						
5	2859,3 34963,35 r Sch/2	2679,6 37307,94 0 r Sch/2	2523,2 39620,30 0	2386,1 41896,61 0 r Sch/2						
6	3008,7 33227,29 r Sch/2	2810,5 35570,40 0 r 0	2638,9 37883,30 0 r 0							
7		2952,0 33865,47 0	2763,6 36174,02 0 r 0							
8		3106,1 32185,41 0	2898,3 34492,90 0 r 0							
9		3274,3 30532,11 0	3043,7 32845,22 0							
10			3202,1 31220,51 0	2984,7 33494,46 0						

Jelölések és irodalmi hivatkozások:

0 M.Ogawa, Sci. Light 1 19 /1951/, 3 90 /1955/
 Sch/1 R.Schmid, Z.Physik 49 428 /1928/
 Sch/2 R.Schmid, Z.Physik 64 84 /1948/
 Sch/3 L.Gerő - R. Schmid, Valatin publ. / Proc.Phys.Soc. 60 533 /1948/
 G A.G.Gaydon, Proc.Phys.Soc. 56 95 /1944/
 T Y.Tanaka, J. Sci.Res. Inst. Tokyo, 43 28 /1949/

- 17 -
2. táblázat

A NO-molekula ϵ -sávjai

$\nu'' \nu'$	0	1	2	3
0	a 1877 L 53145,4 T	a 1800 L 55421,9 T	a 1730 L 57658,2 T	a 1657 L 2.fej: 59888,1 T
1	1949,7 G 51272 G	— 2.fej: 53559,3 T	— 3.fej: 55892,8 T	— 2.fej: 57981,8 T
2	2022,3 G 49432,63 r Sch	1935 B 51731,2 T	— 2.fej: 53939,8 T	
3	2099,8 G 47608,41 r Sch	2003,6 G 49893,93	1907 B ~ 52438	
4	2181,8 G 45819,32 r Sch,G,	2078,2 G 48103,16	1986,2 O ~ 50347	
5		2157,5 G 46335,33 r O		
6		2242,2 O 44585,18		
7		2331,1 O 42885,02		
8		2426,4 O 41200,80		

Jelölések és irodalmi hivatkozások:

B W.H.Bair, Astrophys.Journ. 52 301 /1920/
L S.W.Leifson, Astrophys.Journ. 63 73 /1926/
G A.G.Gaydon, Proc.Phys.Soc. 56 95 /1944/
Sch L.Gerő, R.Schmid, F.K.Szily, Physica 11 144 /1944/
T Y.Tanaka, Journ.Chem.Phys. 21 788 /1953/
O M.Ogawa, Sci.Light. 3 90 /1955/

4. táblázat

A NO-molekula δ -sávjai

	0	1	2	
0	1914,94 T 52221,0 T a	1833,75 T 54533,1 T a	1755,68 T 56958,0 T a	
1	1985,6 A 50363, A			
2	2061,3 A 48520 A			
3	2141,3 46685,2 Sch r Sch			
4	2226,8 44893,1 Sch			
5	2317,7 43133,3 Sch			

Jelölések és irodalmi hivatkozások:

Sch R.Schmid, Z.Physik 64 279 /1930/
A B.M.Anand, Ind.J.Phys. 17 246 /1943/
T Y.Tanaka, J.Sci.Res.Inst. Tokyo 43 28 /1949/

v	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	2185,52 L 45470	Alföldi 17(13)-64	21025 MR 47435	2082,55 T 48470,46	2020,82 T 49169,81	1982,04 T 50153,1	1945,33 T 51405,2	1909,70 T 52364,2	1877,80 T 53263,8	1845,52 T 54185,3	1815,23 T 55089,4	1787,00 T 55959,7	1761,28 T 56786,9	17400 SW 57471,3	1707,70 SW 58558	1688,38 SW 59228	1675,08 SW 59663
1				243,5 G 4637,92	2099,8 G 47608,41		20181 G 48533,30										
2			2283 Sch 43788,47	2232,0 G 44788,91	2184,4 B 45784,84	2139,1 G 46733,84	2096,4 G 47685,61										
3	2503 Sch 59940,02		2301,5 JJ 41986,34	2326,6 JJ 42067,06	2275 Sch 43942,44	(2325,8) G (44913,66)	2179,2 G 45373,88										
4	2620,51 JBM 3849,43	2551,8 JJ 39176,27	2487,8 JJ 40184,03	2427,8 JJ 41177,05	2371,6 G 42152,74												
5	2747,58 JBM 36386,78	2672,2 JJ 37411,24	2602,1 JJ 38419,03	2538,3 G 39415,88													
6	2884,25 JBM 34630,4	2802,59 JBM 35673,09	2725,4 JJ 36681,02			2523,2 JJ 38520,30											
7	3034,85 JBM 32942,28	2943,2 JJ 33946,72		2779,5 JJ 35967,11													
8	3192,97 JBM 31262,20		3002,8 JJ 32292,58	2945,95 JBM 33285,31													
9	3276,43 JBM 29609,13		3159,85 JBM 31638,19														
10	3572,39 JBM 27985,91	3446,0 JJ 29010,87	3330,7 JJ 30015,12		3250 JJ 31998,78												
11	3783,48 JBM 26209,45	3647,24 JBM 24710,81		3308,9 JJ 29412,87	3289,7 JJ 30589,19												
12	4027,81 JBM 24620,52	3868,3 JJ 25843,85			3353,2 JJ 29795,25												
13	4293,7 JJ 23284,44	4130,0 JJ 24300,32	3049,85 JBM 25383,82		3602,4 JJ 27206,25												
14	4591,9 0 21771,40	4305,7 JJ 22794,99	4200,68 JBM 23700,88														
15		4682,7 0 21300,20	4470,78 JBM 22317,07	4288,2 JJ 23313,27													
16		5035,4 0 19853,88	4704,4 JJ 20864,91	4574,02 JBM 21856,80													
17			5144,4 0 19444,35	4882,1 JJ 20433,45	4657,1 0 21420,80												
18				5252,7 JJ 19032,55	4903,6 0 20020,06	4762,8 0 20990,20											
19					5359,6 0 18652,04	5085,2 0 19620,86											
20						5465,4 0 18288,31											
21							5572,8 17932,35										

JJ R.C. Johnson, H.G. Jenkins, Phil. Mag. 2 621 /1926/
 JBM P.A. Jenkins, H.A. Barton, R.S. Mulliken, Phys.Rev. 30 150 /1927/.
 SCH E.Schmid, Z.Physik 64 84 /1930/.
 L M.Lambrey, Annales de physique 14 96 /1930/.
 G A.G. Gaydon, Proc.Phys. Soc. 56 160 /1944/.
 B Balleneiger Katalin, Dissertáció /1944/.
 T Y. Tanaka, J.Sci.Res.Inst. Tokyo, 43 28 /1949/.
 MR P.Migeotte, B. Rosen Bul. Soc.Roy.Sci. Liege 19 344 /1950/.
 SW L.H. Sutcliffe, A.D. Walsh, Proc.Phys.Soc. 66 209 /1953/.
 O M.Ogawa, Science of Light, 2 90 /1955/.



Irodalom:

- [1]. G.D.Liveing - J.Dewar, Proc.Roy.Soc. /A/ 34 418 /1882/.
- [2]. H.Deslandres, C.R. 101 1256 /1885/.
- [3]. H.Deslandres, Ann.Chim.phys. /6/ 15 5 /1888/.
- [4]. H.Deslandres - A.Kannapell, C.R. 139 584 /1904/.
- [5]. W.H.Bair, Astrophys.Journ. 52 301 /1920/.
- [6]. P.Lindau, Z.Physik 26 343 /1924/, 30 187 /1924/.
- [7]. M.Fassbender, Z.Physik 30 73 /1924/.
- [8]. Sigmund W.Leifson, Astrophys.Journ. 63 73 /1926/.
- [9]. Maria Guillery, Z.Physik 42 121 /1927/.
- [10]. M.Lambrey, C.R. Paris 185 382 /1927/.
- és C.R. Paris 186 1112 /1928/. 187 210 /1928/.
- [11]. A.Fowler - R.Strutt, Proc.Roy.Soc. 85 A 377 /1911/.
- Proc.Roy.Soc. 86 A 105 /1912/.
- Proc.Roy.Soc. 93 A 254 /1917/.
- [12]. M.Lambrey, Annales de Physique 14 96 /1930/.
- [13]. R.Schmid, Z.Physik 49 428 /1928/.
- és B.Pogány - R.Schmid, Z.Physik 49 162 /1928/.
- [14]. R.Schmid. Z.Physik 64 84 /1930/.
- [15]. Parkas Dénes, Disszertáció, Budapest, /1929/.
- [16]. A.G.Gaydon. Proc.Phys.Soc. 56 95 /1944/.
- [17]. P.Migeotte, Bul.Soc.Roy.Sci. Liège 16 40 /1945/.
- [18]. L.Gerő - R.Schmid. Proc.Phys.Soc. 60 533 /1948/.
- [19]. Yoshio Tanaka, J.Sci.Res.Inst. Tokyo 43 28 /1949/.
- [20]. G.Herzberg - L.G. Mundie, J.Chem.Phys. 8 263 /1940/.
- [21]. P.Migeotte - B.Rosen, Bul.Soc.Roy.Sci. Liège 19 344 /1950/.
- [22]. M.Ogawa, Science of Light 3 90 /1955/.
- [23]. A.G.Gaydon, Proc.Phys.Soc. 56 160 /1944/.
- [24]. L.Gerő, R.Schmid, F.K. von Szily, Physica 11 144 /1944/.
- [25]. Max Hellermann, Z.Physik 104 428 /1937/.
- [26]. G.Herzberg, L.G.Mundie, J.Chem.Phys. 8 263 /1940/.
- [27]. P.Migeotte, B.Rosen, Bul.Soc.Roy.Sci. Liège 16 49 /1945/.
- [28]. Yoshio Tanaka, J.Chem.Phys. 21 788 /1953/.
- [29]. P.Baer, E.Miescher, Nature 169 /1952/. és Helv.Phys.Acta
 26 91 /1953/.
- [30]. E.Percival Lewis, Astrophys.Journ. 20 49 /1904/.
- és Phys.Rev. /I/ 18 125 /1904/.

- [31]. R.C.Johnson, H.G.Jenkins, Phil.Mag. 2 621 /1926/.
- [32]. F.A.Jenkins, H.A.Barton, R.S.Mulliken, Nature 119 118 /1927/.
- [33]. F.A.Jenkins H.A.Barton, R.S.Mulliken, Phys.Rev. 30 150 /1927/. és H.A.Barton F.A.Jenkins, R.S.Mulliken, Phys.Rev. 30 175 /1927/.
- [34]. H.Sponer, Nature 117 81 /1926/.
- [35]. H.Sponer, J.J.Hopfield, Phys.Rev. 27 640 /1926/.
- [36]. R.Schmid, Z.Phys. 59 42 /1929/.
- [37]. F.Cavalloni, Z.Phys. 76 527 /1932/.
- [38]. J.Kaplan, Phys.Rev. 35/I. 600 /1930/.
- [39]. J.Kaplan, Phys.Rev. 37/II. 1406 /1931/.
- [40]. Ballenegger Katalin, Disszertáció, Budapest, /1944/.
- [41]. Sutcliffe, Walsh, Proc.Phys.Soc. A 66 209 /1953/.
- [42]. H.P.Knauss, Phys.Rev. 32 417 /1928/.
- [43]. R.Schmid, Z.Phys. 64 279 /1930/.
- [44]. R.S.Mulliken, Phys.Rev. 32 186 /1928/.
- [45]. B.M.Anand, Ind.J.Phys. 17 246 /1943/.
- [46]. P.J.Flory, H.L.Johnston, J.Am.Chem.Soc. 57 2641 /1935/.
- [47]. R.H.Gillette, H.Eyster, Phys.Rev. 56 1113 /1938/.
- [48]. B.Rosen, Constantes Sélectionnées. Données Spectroscopiques Concernant les Molécules Diatomiques /1951/.
- [49]. G.Herzberg, Molecular Spectra and Molecular Structure. I. Spectra of Diatomic Molecules. /1953/.
- [50]. R.Rydberg, Z.Physik 73 376 /1932/.
- [51]. P.M.Morse, Phys.Rev. 34 57 /1929/.
- [52]. M.W.Feast, Can.Journ.Res. A 28 488 /1950/.
- [53]. I.Kovács, Á.Budó, Journ.Chem.Phys. 15 166 /1947/.
- [54]. C.Coster, F.Bröns, A.v.d.Ziel, Z.Physik 84 304 /1933/.
- [55]. G.P.Ittmann, Naturwiss. 22 118 /1934/.
- [56]. Schmid Rezső+, Gerő Loránd, Mat.és Term.tud.Ért. 62 408 /1943/.

Érkezett 1956. jan. 9.

A KOZMIKUS SUGÁRZÁSI OSZTÁLY KÖZLEMÉNYE

OSZTÁLYVEZETŐ: JÁNOSSY LAJOS

Többszörös GM-impulzusokkal kapcsolatos mérések.

[Irt.: Friedländer Ervin^x és Kiss Dezső.

/x A Román Népköztársaság Akadémiája Fizikai Intézetének /Bukarest/ munkatársa; jelenleg Intézetünkben van tanulmányuton/.

A szerzők kidolgoztak egy egyszerű és közvetlen módszert GM-cső impulzusok átlagmultiplicitásának mérésére. A módszer alkalmazásával megmérték egy kozmikus sugárzási és egy radiológiai mérések céljaira készült GM-cső típus több példányánál az átlagmultiplicitásnak a tulfeszültségtől való függését. Bebizonyosodott, hogy a plátó emelkedését az átlagmultiplicitásnak a tulfeszültséggel való növekedése okozza. A mérési módszer általában alkalmas Poisson eloszlást követő jelenségeknek nem Poisson eloszlású jelenségektől való elválasztására.

I. BEVEZETÉS

Többször előfordul, hogy egy ionizáló résznek a GM-cső-vön való áthaladását jelző impulzus után néhányszor 100 μ sec-on belül újabb impulzus, illetve impulzusok lépnek fel, amelyeket nem újabb ionizáló részecske, hanem a cső működési mechanizmusának bizonyos sajáttsága hoz létre. Az ilyen impulzuscsoportokat a továbbiakban többszörös /multipllett/ impulzusoknak nevezzük; az egy csoporton belüli impulzusok átlagos számát pedig átlagmultiplicitásnak.

Multipllett GM-impulzusok létezése már régóta ismeretes: több szerző foglalkozott tanulmányozásaikkal [1]. E szerzők vizsgálatokban általában késleltetett koincidencia módszert alkalmaztak.

Méréseink elvégzésére mi egy sokkal egyszerűbb és közvetlenebb módszert dolgoztunk ki. E módszer alkalmazásaként megmértük a laboratóriumunkban használatos néhány GM-cső átlagmultiplicitását, mint a csőre kapcsolt tulfeszültség függvényét.

II. MÉRÉSI MÓDSZER ÉS KONTROLLMÉRÉSEK.

1. A mérési módszer.

A mérés elvét és a mérőkészülék blokkdiagramját az 1. ábra mutatja; az elektronika részleteit illetően utalunk a [2] -re.

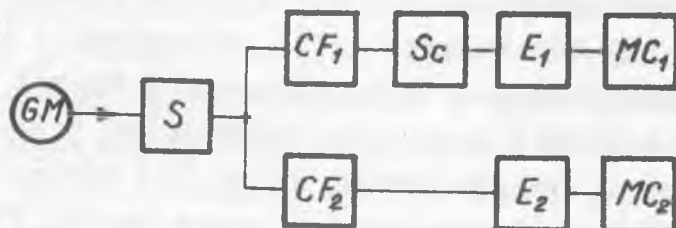
A GM-csövek impulzusait S formálókör teszi egységes amplitudójuvá és alakuvá. A formálókör egyben megakadályozza a kisülésnek a szál mentén való szétterjedését is és így csökkenti a holtidőt. A formálókör által szolgáltatott 2 μ sec széles jelet CF_1 és CF_2 katódcsatolású erősítők segítségével szimultán számoljuk két jelszámláló rendszerrel. Az első rendszer egy 16-os impulzusleosztóból /Sc/, egy jelnyújtó fokozatból / E_1 / és egy elektromágneses számlálóból / MC_1 / áll. A második jelszámláló rendszer hasonló felépítésű, csak hiányzik belőle az impulzusleosztó. Az első rendszer felbontási ideje az impulzusleosztó használatának következtében igen kicsi, kb. 7 μ sec, ezért minden impulzust megszámol /a többszörös impulzusok közötti idő jóval nagyobb mint 7 μ sec/. Ugyanakkor a második rendszer - felbontási ideje kb. 0,06 sec lévén-, az összes 0,06 sec-on belül érkező impulzusokat egyetlen impulzusként jelzi.

A két számlálórendszerrel mért beütésszám különbsége első közelítésben megadja a számlálási idő alatt fellépett /téves/ utókisülések számát. Figyelembe kell azonban venni - bár az ilyen esetek száma elenyészően kevés-, hogy az ionizáló részecskék statisztikus eloszlásának következményeként két /vagy esetleg több/ ionizáló részecske 0,06 sec-on belül is követheti egymást. Az ilyen eseteket a fenti módszerrel tévesen multipliett lökésenként regisztráljuk; korrigálnunk kell tehát a második rendszer holtidejére.

Ha a jelnyújtó fokozat holtideje kisebb, mint az elektromágneses számlálóé, /végfokozatunk esetében ez a helyzet/, akkor a számlálórendszer egy impulzusra eső holtideje függ kissé a beütésszámtól. Ilyenkor az impulzusleosztó használata nélkül kapott beütésszám /n/ és az ugyanezen idő alatt a csövön áthaladt és azt megszólaltató ionizáló részek száma / N_p / között a következő összefüggés áll fenn [3]:

$$n = N_p e^{-N_p \tau}$$

/1/



1. ábra.

ahol τ az elektromágneses számláló egy impulzusra eső átlagos holtideje. Ez a formula akkor érvényes, ha a beérkező részecskék csak egyetlen impulzust váltanak ki és ha a részecskék Poisson eloszlásnak vannak alávetve.

Jelentse χ a GM-lökések átlagmultiplicitását, azaz

$$\chi \equiv 1 + \langle \nu \rangle = 1 + \sum_{\nu=0}^{\infty} \nu \alpha_{\nu},$$

ahol α_{ν} annak a valószínűsége, hogy egyetlen részecske áthaladása ν téve utókisülést keltsen. Ekkor az impulzuselosztóval kapott beütésszám:

$$N = \chi N_p. \quad /2/$$

A /2/ és /1/ formula felhasználásával:

$$y \equiv \frac{n}{N} = \frac{1}{\chi} e^{-\frac{\tau}{\chi} N} \quad /3/$$

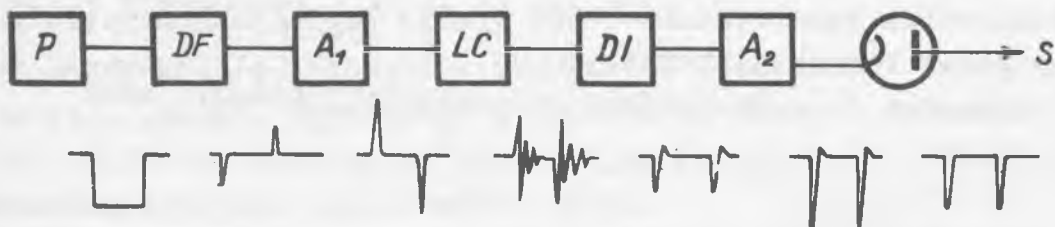
Mérjük a n -t és a N -t és ezekből a /3/ formula alapján grafikusan meghatározhatjuk a χ -t. Ugyanis a $\ln y$ -t az N függvényében ábrázolva egy egyenest kapunk, melynek a hajlásszöge $-\tau/\chi$, az Y tengelyből lementszett darab pedig $h = -\ln \chi$.

2. Kontrollmérések.

Annak érdekében, hogy meggyőződjünk az egyszeres és több-

szőrös kisüléseknek a készülék által történő tökéletes szétválasztásáról, ellenőrzésképpen GM cső helyett mesterséges kettős impulzusokkal vezéreltük az S formulókört. A kettős impulzusokon belül az impulzusok közötti távolságot 20 és 400 μsec között változtattuk. Ebben a tartományban az n/N viszonyra 1/2-od kell kapnunk, mivel csak az impulzuselosztó tudja felbontani a kettős impulzusokat. Készülékünk ennek a követelménynek 1 %-nál kisebb hibával eleget tett. /A 20-400 μsec -os intervallum a kontrollmérés céljaira elegendő, mivel pl. Kupperian et al [1] mérései szerint a GM-csővekben fellépő impulzuscsoportok egyes tagjai közötti átlagos időbeli távolság $< 350 \mu\text{sec}$./

A kettős impulzusgenerátor blokkdiagramját a 2. ábra mutat-



2. ábra

ja. P egy szokásos laboratóriumi impulzusgenerátor, amelynek impulzusait DF differenciálókörrel differenciáljuk, A_1 erősítővel erősítjük. A kapott jelekkel oszcillációt váltunk ki az LC körben. A keletkezett rezgéseket DI diódával egyenirányítjuk, integráljuk, majd A_2 -vel erősítjük és egy diódán keresztül visszük a kimenetre. A kimenőjelek időbeli távolságát a bemenő jel szélességének szabályozásával kényelmesen változtathatjuk. Az LC körös megoldás gondolata L.Reiffel-től származik [4].

Ezen túlmenően ellenőriztük, hogy a készülék nem érzékeny-e téves impulzusokra, zavarokra, olymódon, hogy a normális mérőhelyzetben a GM-cső feszültségét az indulási feszültség alá csökkenítettük. Ilyenkor természetesen egyik jelszámláló rendszernek sem szabad számlálnia. Ellenőriztük továbbá, hogy kis beütésszámmal, a plátó kezdetén a két számláló rendszer által szolgáltatott beütésszám valóban megegyezik-e. (A GM-cső plátójának kezdetén a

multipliett lökések száma elhanyagolható.)

III. MÉRÉSI EREDMÉNYEK

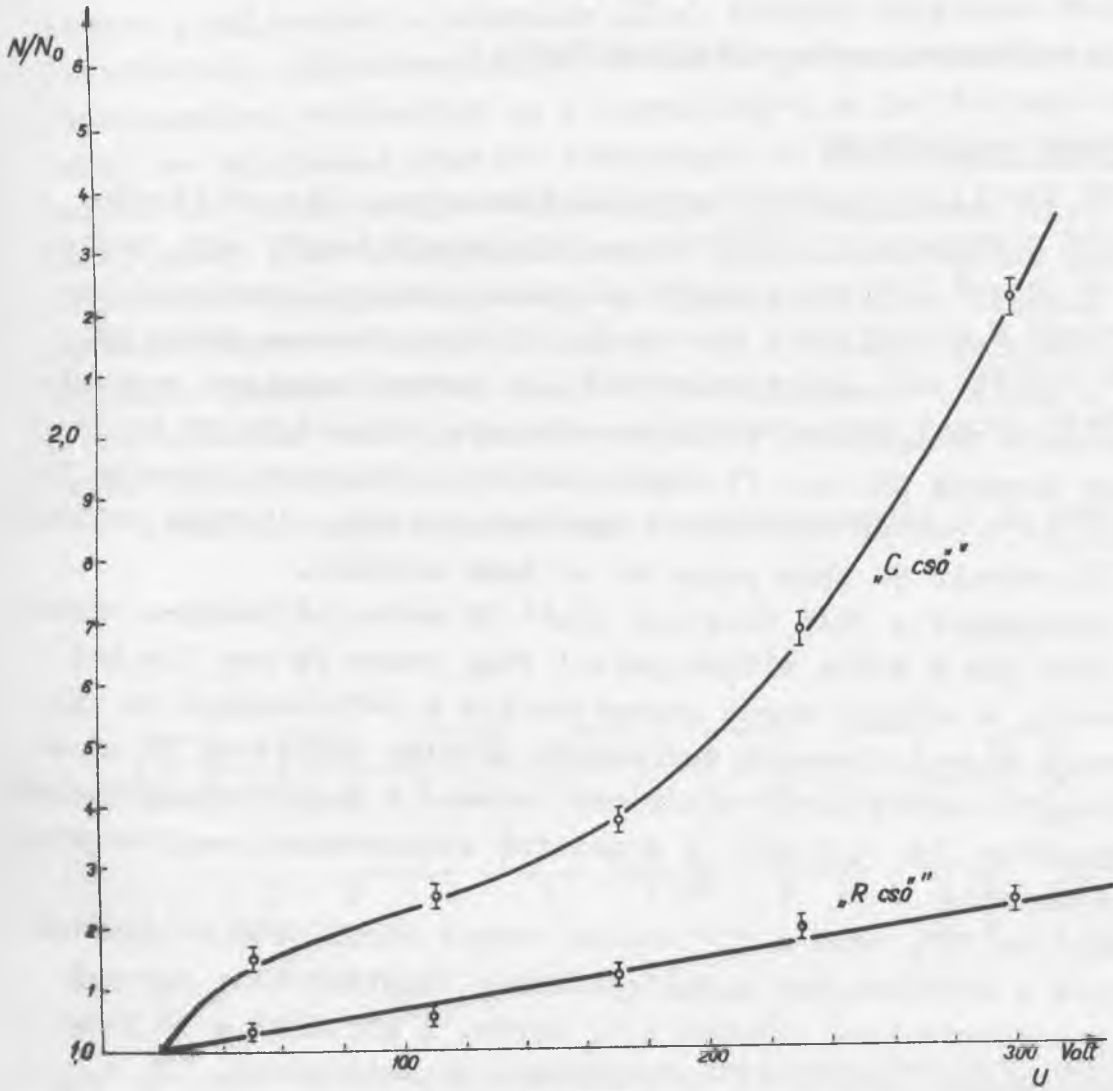
A fenti módszerrel két különböző GM típus több példányán végeztünk méréseket. Az első típus /"R-számlálócső"/ egy, radiológiai mérések céljaira készült üvegburájú GM-cső, amelynek katódjá alumínium, átmérője kb. 25 mm, érzékeny hossza pedig kb. 50 mm. A másik /"C-számlálócső"/ típusu csövek kozmikus sugárzási mérésekre szolgálnak, katódjuk vörösréz, átmérőjük 38 mm és érzékeny hosszuk 250 mm. /E típus részletes leírását illetően ld. [5] -t/. Az R csövek töltése 90 Hgmm argon és kb. 10 Hgmm etilbromid; a C csöveké 90 Hgmm argon és 10 Hgmm alkohol.

A méréseket a föld felszíne alatt 20 méter mélységben végeztük; ennek oka a mérés előzményeivel függ össze és nem fizikai természetű. A mérések során paraméterként a beütésszámot is változtattuk. Nagyon alacsony beütésszám elérése érdekében 15 cm-es ólomréteggel vettük körül a mérendő csövet. A nagy beütésszámokat γ -preparátum /kb. 0,1 mC/ és alumínium abszorbensek segítségével állítottuk elő.

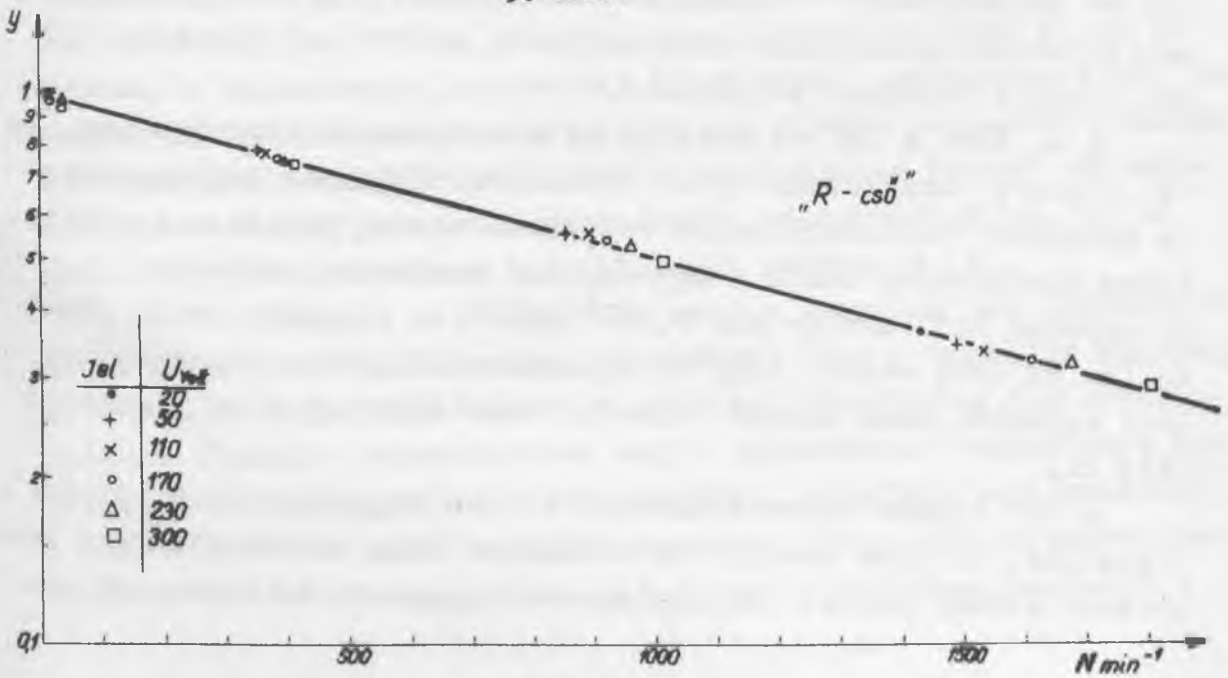
Mind az "R", mind a "C" típusu csövek közül több példánynak megmértük a beütésszámát a tulfeszültség függvényében; egy-egy ilyen karakterisztika látható a 3. ábrán. A görbéket a 20 V-os tulfeszültségnek megfelelő beütésszámmra normalizáltuk. (N_0 a 20V-os tulfeszültségre vonatkozó beütésszám.) Látható, hogy a karakterisztika plátójának szempontjából az "R" cső jónak, a "C" cső viszont rossznak tekinthető.

A 4. ábra a $\ln y$ -t mutatja az N beütésszám függvényében, az "R" típusra vonatkozóan. Mint látható a különböző beütésszámmra és különböző tulfeszültségre vonatkozó mérési pontok - a statisztikus hibahatáron belül - egy egyenes mentén helyezkednek el. Az egyenes hajlásszöge kb. $7,10^{-4} \text{ min}^{-1}$, a b értéke pedig közel nulla. Ez arra mutat, hogy az átlagmultiplicitás gyakorlatilag 1-el egyenlő, azaz minden ionizáló rész csak egyetlen impulzust vált ki.

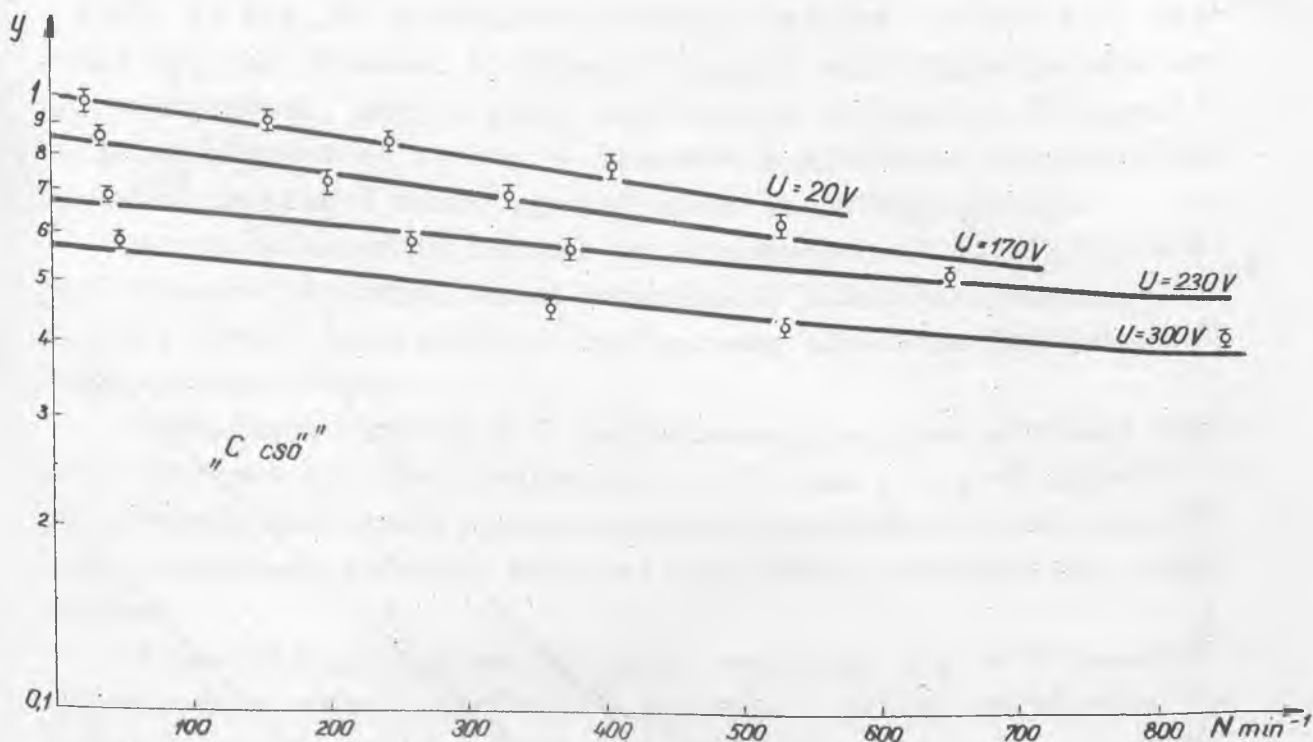
A "C" típusu csőre vonatkozó $\ln y$ - N függvényt az 5. ábrán láthatjuk. Az ábra szerint az összes 20 V-os tulfeszültségre vonatkozó mérési pontok lényegében véve ugyanarra az egyenesre es-



3. ábra.



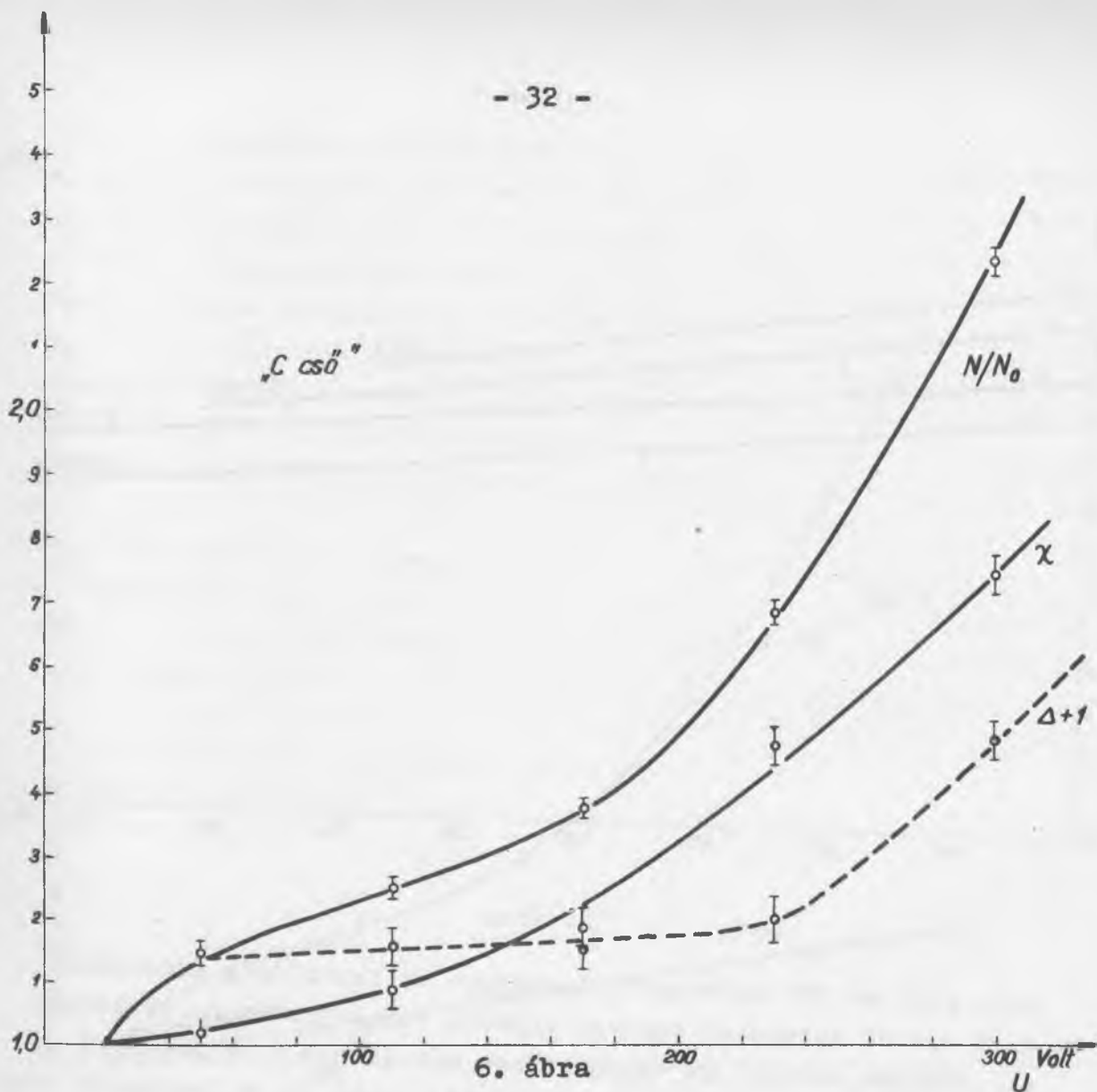
4. ábra.



5. ábra

nek, mint az "R" csöveknél. A nagyobb tulfeszültség értékeknél mért pontok ugyancsak egy-egy egyenes vonal mentén helyezkednek el, azonban ezeknek az egyeneseknek más és más a hajlásszöge és más az Y tengelyből általuk lemetezett darab is. A legkisebb négyzetek módszerével kiszámoltuk a különböző tulfeszültséghez tartozó h értékeket és ezekből a megfelelő χ -t. A χ -t mint az U tulfeszültség függvényét a 6. ábra mutatja. Ezen az ábrán felrajzoltuk az összehasonlítás kedvéért az ugyanarra a csőre vonatkozó N/N_0 hányadost is. Az ábra harmadik /szaggatott/ görbéje megadja az egyszeres kisülések és a nem multiplett kisülésekből származó téves beütések háttérének az összegét:

$$1 + \Delta = \frac{N}{N_0} - (\chi - 1) .$$



IV. A MÉRÉSI EREDMÉNYEK ÉRTELMEZÉSE

Az előző pontban leírt eredmények világosan mutatják, hogy jól működő GM-csőben gyakorlatilag csak egyszeres kisülések lépnek fel, míg rossz cső esetében az ionizáló rész által kiváltott impulzust gyakran kíséri egy vagy több téves kisülés.

A többszörös téves kisülések száma és így az átlagmultiplicitás értéke méréseink szerint nő a tulfeszültség emelésével. Figyelembe kell azonban venni, hogy a χ -növekedése nemcsak a téves kisülések számának a növekedése következtében léphet fel, hanem lehetséges az is, hogy a regenerálódási időbe eső impulzusok amplitudója a tulfeszültség emelésének következtében nagyobb lesz és így nagyobb valószínűséggel szóltatja meg a formálókört.

/Erre a lehetőségre Nagy László hívta fel figyelmünket./

A χ/U és $N/N_0/U$ görbéknek az azonos lefutása és az $1+\Delta$ grafikon középső részének a túlfeszültségtől való függetlensége arról tanuskodnak, hogy a plátó emelkedését valóban az átlagmultiplicitás növekedése okozta. A többszörös kisülések kiküszöbölése révén megjavítható tehát egy cső rossz karakterisztikája.

Mérési módszerünk nemcsak impulzuscsoportok multiplicitásának mérésére alkalmas, hanem használható általában Poisson eloszlást követő impulzusoknak nem Poisson eloszlású impulzusoktól való elválasztására.

Tudomásunk szerint a τ meghatározására jelen mérésben használt módszert még nem alkalmazták. A τ -nak a $\ln y - N$ görbéből való általunk kidolgozott meghatározása egyszerűbb és megbízhatóbb mint a szokásos módszer, amelynél egy görbe maximumát kell megkeresni.

Megemlítjük, hogy az "R" csőre vonatkozó $\ln y - N$ összefüggés lineáris volta kísérletileg igazolja - széles beütésszám tartományban - az /1/ formula helyességét.

- . - . -

Ezuton is köszönetünket fejezzük ki Szivek János és Mircea Oncescu kartársaknak a mérés véghezvitelében és a numerikus számításokban nyújtott segítségükért, továbbá Halmos Lászlóné kartársnőnek néhány rutinmérés elvégzéséért. A szerzők egyike /E.F./ itt fejezi ki köszönetét Jánossy Lajos professzornak az osztályán való szívélyes fogadásáért.

I r o d a l o m.

- [1] Fenton, A.G., Fuller, E.W. Proc.Phys.Soc. 62A, 32, 1949.
Kupperian, J.,Murray,P. Rev.Sci.Instr. 22, 60, 1951.
Picard,E., Rogozinski,A. J.Phys.Rad. 14, 445, 1953.
- [2] Zsdánszki, K. KFKI Közl. 3, 22. 1955.
- [3] Vekszler,V.,Grosev,L.,Iszajev,B. "Sugárzások vizsgálata
ionizációs módszerekkel" 289.
old., 1952.
- [4] Reiffel,L. Rev.Sci.Instr. 22, 704,1951.
- [5] Somogyi,A. KFKI Közl. 2, 38. 1954.

Érkezett 1955. dec. 14.

A KOZMIKUS SUGÁRZÁSI OSZTÁLY KÖZLEMÉNYE
OSZTÁLYVEZETŐ: JÁNOSSY LAJOS

Háromtest kölcsönhatások matrixelemei és potenciális energiái
Hartree - Fock közelítésben

Irta: Rozsnyai Balázs

Összefoglalás:

A relativisztikus effektusok figyelembevétele olyan típusu háromtesterőpotenciálokra vezet, amelyek kéttest potenciálok szorzataiból tevődnek össze. Kiszámítjuk ezen háromtesterők matrixelemeit centrális erőterhez tartozó hullámfüggvényekkel. Megadjuk a Hartree-Fock energiakifejezést általánosságban, valamint arra az esetre, mikor a részecskék lezárt héjjak szerint vannak csoportosítva.

Az utóbbi időben számos utalás történt arra vonatkozóan, hogy az atommagokban lényeges szerepük van a többtesterőknek. Az erre vonatkozó megfontolások elsősorban a magerők és magsűrűség telítettségének értelmezésével kapcsolatosak. Ezzel párhuzamosan önként felvetődik annak szükségessége, hogy a többtesterők egyes tulajdonságait már irányu alkalmazási lehetőségük miatt beható vizsgálat tárgyává tegyük.

A többtesterők leszámaztatása többféle módon lehetséges. Többtesterőkre vezet a kvantumtérelméletben a perturbációszámítás magasabb közelítése. Ugyancsak többtesterőkre jutunk akkor, ha a kölcsönhatást reprezentáló potenciál nemlineáris differenciálegyenletnek tesz eleget. Nemrégiben Szamosi és Marx [1] egy dolgozatukban kimutatták, hogy pontszerű nukleonnak skaláris mezőterben való mozgásegyenleténél a relativitáselmélet követelményeinek figyelembevétele arra vezet, hogy a potenciális energia kifejezésében fellép egy $\frac{V^2}{2mc^2}$ alakú tag, ahol V a kölcsönhatást reprezentáló potenciál, m a nukleon tömege, c a fénysebesség. Ugyanabban a dolgozatban ki van mutatva az is, hogy több részecske esetén az i -edik részecske potenciális energiájának kvadratikusan tagja egy $V_i = \sum_{j \neq i} \sum_{k \neq i} V_{ij} V_{ik}$ típusú, V -ben bilineáris kifejezést tartalmaz, amely mint látható, háromtesterőket ír le. A többtesterők közül ez látszik a

legegyszerűbb típusúnak, mivel 2 kéttesterő szorzatából áll.

Jelen dolgozat célja a V_{ij} V_{ik} típusu háromtesterők matrixelemeinek kiszámítása, valamint alkalmazása a Hartree-Fock energiakifejezésben. A matrixelemek kiszámításának módja teljesen analóg az atomspektroszkópiában ismeretes Slater [2] által kidolgozott módszerrel.

Vizsgáljuk a továbbiakban három részecskének valamely törzs által létrehozott centrális erőterben való mozgását. A részecske állapotát leíró kvantumszámok rendszere legyen $n^a, l^a, m_l^a, m_s^a, m_t^a$, röviden a . Az i -edik részecske hullámfüggvénye legyen

$$\psi(a|i) = \frac{R(n^a l^a | i)}{r_i} \Theta(l^a m_l^a | i) \phi(m_l^a | i) \delta(\sigma_i m_s^a) \delta(\tau_i m_t^a) \quad /1/$$

ahol

$$\phi(m_l^a | i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i m_l^a \varphi_i}$$

$\Theta(l^a m_l^a | i)$ 1-re normált l^a és m_l^a indexű hozzárendelt Legendre polinom $\cos \vartheta_i$ argumentummal, $\delta(\sigma_i, m_s^a)$ -vel a spinfüggvényt, $\delta(\tau_i, m_t^a)$ -vel az izotópspinfüggvényt jelöljük, r_i az erőcentrumtól mért távolság. $R(n^a l^a | i)$ -nek természetesen normálnak kell lennie.

Ilyen típusu hullámfüggvényekkel akarjuk kiszámítani a következő általános matrixelemet:

$$(a b c | V | d e f) = \iiint \psi(a|i) \psi(b|j) \psi(c|k) V_{ij} V_{ik} \psi(d|i) \psi(e|j) \psi(f|k) dq_i dq_j dq_k \quad /2/$$

dq jelenti a térkoordinátákra való integrálást és a spin - valamint az izotópspin koordinátákra való összegezést. V -ről a továbbiakban feltesszük, hogy csak egy helyfüggvény, ezt az általánosság megszorítása nélkül megtehetjük. Arra az esetre, ha V kicserélő operátorokat is tartalmaz, a cikk végén fogunk rátérni. A spinfüggvények ortonormáltsága miatt

$$\sum_{\sigma_i \sigma_j \sigma_k} \delta(\sigma_i m_s^a) \delta(\sigma_j m_s^b) \delta(\sigma_k m_s^c) \delta(\sigma_i m_s^d) \delta(\sigma_j m_s^e) \delta(\sigma_k m_s^f) = \\ = \delta(m_s^a, m_s^d) \delta(m_s^b, m_s^e) \delta(m_s^c, m_s^f) \quad /3/$$

tehát csak az olyan állapotok közötti matrixelem nem zérus, ahol az egyes részecskékhöz tartozó spin értéke nem változik. Hasonló kiválasztási szabályok érvényesek az izotópspinre.

A továbbiakban feltételezzük, hogy V_{ij} kifejezhető a Legendre polinomok szerint a következő alakban:

$$V_{ij} = \sum_{K=0}^{\infty} f_K(r_i, r_j) P_K(\cos \omega_{ij})$$

ahol ω_{ij} az r_i és r_j vektorok által bezárt szög. A gömbfüggvények additívitétele segítségével ez így is írható:

$$V_{ij} = \sum_{K=0}^{\infty} f_K(r_i, r_j) \frac{4\pi}{2K+1} \sum_{m=-K}^{+K} \theta(Km|i) \theta(Km|j) \phi(m|i) \phi^*(m|j) \quad /4/$$

Hasonlóan

$$V_{ik} = \sum_{K'=0}^{\infty} f_{K'}(r_i, r_k) \frac{4\pi}{2K'+1} \sum_{m'=-K'}^{+K'} \theta(K'm'|i) \theta(K'm'|k) \phi(m'|i) \phi^*(m'|k)$$

Tegyük ezeket a kifejezéseket /2/-be és vizsgáljuk először a szögektől függő részt. Tekintsük az így keletkezett négyes szumma

$Km, K'm'$ -edik tagját:

$$\begin{aligned} & \frac{4\pi}{2K+1} \frac{4\pi}{2K'+1} \int_0^{\pi} \theta(Km|i) \theta(K'm'|i) \theta(l^a m_i^a|i) \theta(l^d m_i^d|i) \sin \vartheta_i d\vartheta_i \times \\ & \int_0^{2\pi} \phi(m|i) \phi(m'|i) \phi^*(m_i^a|i) \phi(m_i^d|i) d\varphi_i \times \\ & \int_0^{\pi} \theta(Km|j) \theta(l^b m_i^b|j) \theta(l^e m_i^e|j) \sin \vartheta_j d\vartheta_j \times \\ & \int_0^{2\pi} \phi^*(m|j) \phi^*(m'|j) \phi(m_i^e|j) d\varphi_j \times \\ & \int_0^{\pi} \theta(K'm'|k) \theta(l^c m_i^c|k) \theta(l^f m_i^f|k) \sin \vartheta_k d\vartheta_k \times \\ & \times \int_0^{2\pi} \phi^*(m'|k) \phi(m_i^c|k) \phi(m_i^f|k) d\varphi_k \end{aligned}$$

A φ szerinti integrálok:

$$\frac{1}{4\pi^2} \delta(m_l^a - m_l^d; m + m') \delta(m; m_l^e - m_l^b) \delta(m'; m_l^f - m_l^c)$$

Ezek szerint

$$m_l^a + m_l^b + m_l^c = m_l^d + m_l^e + m_l^f$$

vagyis csak olyan állapotok közötti matrixelem nem zérus, ahol a teljes pályaimpulzusmomentum Z komponense nem változik. Az is látszik, hogy a négyes szumma kettőssé redukálódik, mert csak az $m = m_l^e - m_l^b$ ill. $m' = m_l^f - m_l^c$ értékekre nem zérus a matrixelem.

Ezek figyelembevételével a szögektől függő rész

$$\begin{aligned} & \sum_{K=0}^{\infty} \sum_{K'=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2K+1} \frac{4\pi}{2K'+1} \int_0^{\pi} \Theta(K, m_l^e - m_l^b | i) \Theta(K', m_l^f - m_l^c | i) \Theta(l^a m_l^a | i) \Theta(l^d m_l^d | i) \sin \vartheta_i d \vartheta_i \\ & \times \int_0^{\pi} \Theta(K, m_l^e - m_l^b | j) \Theta(l^e m_l^e | j) \Theta(l^b m_l^b | j) \sin \vartheta_j d \vartheta_j \times \\ & \times \int_0^{\pi} \Theta(K', m_l^f - m_l^c | k) \Theta(l^f m_l^f | k) \Theta(l^c m_l^c | k) \sin \vartheta_k d \vartheta_k \times \\ & \times \frac{1}{4\pi^2} \delta(m_l^a + m_l^b + m_l^c; m_l^d + m_l^e + m_l^f) \end{aligned}$$

Legyen

$$\begin{aligned} & \lambda^{KK'}(l, m_l, l', m_l'; m_\alpha, m_\beta, m_\gamma, m_\delta) = \\ & = \frac{2}{\sqrt{(2K+1)(2K'+1)}} \int_0^{\pi} \Theta(K, m_\alpha - m_\beta) \Theta(K', m_\gamma - m_\delta) \Theta(l m_l) \Theta(l' m_l') \sin \vartheta d \vartheta \end{aligned} \quad /5/$$

Továbbá bevezetjük még az atomspektroszkópiából ismeretes Slater-féle szimbólumot:

$$C^K(l m_l; l' m_l') = \sqrt{\frac{2}{2K+1}} \int_0^{\pi} \Theta(K, m_l - m_l') \Theta(l m_l) \Theta(l' m_l') \sin \vartheta d \vartheta$$

akkor ezek segítségével a matrixelemre a következő kifejezést kapjuk:

$$(a b c | V | d e f) = \delta(m_s^a, m_s^d) \delta(m_s^b, m_s^e) \delta(m_s^c, m_s^f) \delta(m_t^a, m_t^d) \delta(m_t^b, m_t^e) \delta(m_t^c, m_t^f) \times \\ \times \delta(m_t^a + m_t^b + m_t^c; m_t^d + m_t^e + m_t^f) \times \\ \times \sum_{K=0}^{\infty} \sum_{K'=0}^{\infty} \lambda^{KK'}(l, m_l^a, l', m_l^d; m_t^e, m_t^b, m_t^f, m_t^c) C^K(l, m_l^e; l', m_l^b) C^{K'}(l, m_l^f; l', m_l^c) \times \\ \times P^{KK'}(n^a l^a, n^b l^b, n^c l^c; n^d l^d, n^e l^e, n^f l^f)$$

ahol

$$P^{KK'}(n^a l^a, n^b l^b, n^c l^c; n^d l^d, n^e l^e, n^f l^f) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} R(n^a l^a | i) R(n^b l^b | j) R(n^c l^c | k) \times \\ \times f_k(r_i r_j) f_{k'}(r_i r_k) R(n^d l^d | i) R(n^e l^e | j) R(n^f l^f | k) d r_i d r_j d r_k$$

Ezek a Slater-féle R^K -kal analóg kétindexes hármas integrálok. A C^K mennyiségek ismeretesek és különböző helyeken tabellázva megtalálhatók. Csak akkor különböznek zérustól, ha

$$K + l + l' = 2g$$

g = egész szám

$$|l - l'| \leq K \leq l + l'$$

Ilymódon a végtelen kettős szummából csak néhány tag marad meg, s ezekre kell a $\lambda^{KK'}$ mennyiségeket kiszámolnunk. E célból fejtsük sorba két Legendre polinom szorzatát Legendre polinomok szerint a következőképpen:

$$\theta(l, m) \theta(l', m') = \sum_{L=|l-l'|}^{l+l'} a(l, l', L, m-m') \theta(L, m-m')$$

Szorozzuk be az egyenlet jobb- és baloldalát $\theta(L, m-m')$ vel és integráljunk $0 - \pi$ -ig, akkor kapjuk:

$$\int_0^{\pi} \theta(L, m-m') \theta(l, m) \theta(l', m') \sin \vartheta d \vartheta = a(l, l', L, m-m')$$

A baloldalon álló kifejezést már ismerjük, az nem más, mint

$$\sqrt{\frac{2L+1}{2}} C^L(l, m, l', m')$$

vagyis

$$\theta(lm) \theta(l'm') = \sum_{L=|l-l'|}^{l+l'} \sqrt{\frac{2L+1}{2}} C^L(lm; l'm') \theta(L, m-m')$$

Most már könnyen kiszámíthatjuk a $\lambda^{KK'}$ mennyiségeket

$$\begin{aligned} \theta(K, m_i^e - m_i^b) \theta(K', m_i^f - m_i^c) &= (-1)^{m_i^f - m_i^c} \theta(K, m_i^e - m_i^b) \theta(K', m_i^c - m_i^f) = \\ &= (-1)^{m_i^f - m_i^c} \sum_{L=|K-K'|}^{K+K'} \sqrt{\frac{2L+1}{2}} C^L(K m_i^e - m_i^b; K' m_i^c - m_i^f) \theta(L, m_i^e - m_i^b - m_i^c + m_i^f) \end{aligned} \quad /6/$$

Figyelembevéve /6/-ot, és azt, hogy $m_i^e - m_i^b - m_i^c + m_i^f = m_i^a - m_i^d$ kapjuk a következőt:

$$\begin{aligned} \lambda^{KK'}(l^a m_i^a, l^d m_i^d; m_i^e m_i^b, m_i^f m_i^c) &= \\ &= (-1)^{m_i^f - m_i^c} \sum_{L=|K-K'|}^{K+K'} \frac{2L+1}{\sqrt{(2K+1)(2K'+1)}} C^L(l^a m_i^a; l^d m_i^d) C^L(K m_i^e - m_i^b; K' m_i^c - m_i^f) \end{aligned}$$

Végeredményben

$$\begin{aligned} (abc | V | def) &= \delta(m_s^a, m_s^d) \delta(m_s^b, m_s^e) \delta(m_s^c, m_s^f) \delta(m_\tau^a, m_\tau^d) \delta(m_\tau^b, m_\tau^e) \delta(m_\tau^c, m_\tau^f) \times \\ &\times \delta(m_i^a + m_i^b + m_i^c; m_i^d + m_i^e + m_i^f) \times \\ &\times (-1)^{m_i^f - m_i^c} \sum_K \sum_{K'} \sum_{L=|K-K'|}^{K+K'} \frac{2L+1}{\sqrt{(2K+1)(2K'+1)}} C^L(l^a m_i^a; l^d m_i^d) C^L(K m_i^e - m_i^b; K' m_i^c - m_i^f) \times \\ &\times C^K(l^e m_i^e; l^b m_i^b) C^{K'}(l^f m_i^f; l^c m_i^c) P^{KK'}(n^a l^a n^b l^b n^c l^c; n^d l^d n^e l^e n^f l^f) \end{aligned} \quad /7/$$

Ily módon sikerült az $V_{ij} V_{ik}$ típusu háromtesterők általános matrixelemét a Slater-féle szimbolumokkal és a Slater féle R^K radiális integrálokkal analóg $P^{KK'}$ radiális integrálokkal kifejezni.

A /7/ matrixelem még a következő szimmetriatulajdonságokkal rendelkezik:

$$(abc | V | def) = (acb | V | dfe) = (def | V | abc) = (dfe | V | acb)$$

a $(bac | V | edf)$ típusu matrixelem viszont nem mutat az előb-

bihez képest semmiféle szimmetriát. Ez az asszimmetria azonban - mint látni fogjuk - a Hartree-Fock közelítésben feloldódik.

Nézzük most a $V_{ij} V_{ik}$ típusu háromtesterők kölcsönhatási energiáját Hartree-Fock közelítésben:

$$E = \sum_{i,j,k} \frac{(N-3)!}{N!} \int \sum_{a < b < c} \sum_{\alpha=3}^N \left| \begin{array}{ccc} \psi^*(a|i) & \psi^*(a|j) & \psi^*(a|k) \\ \psi^*(b|i) & \psi^*(b|j) & \psi^*(b|k) \\ \psi^*(c|i) & \psi^*(c|j) & \psi^*(c|k) \end{array} \right| V_{ij} V_{ik} \left| \begin{array}{ccc} \psi(a|i) & \psi(a|j) & \psi(a|k) \\ \psi(b|i) & \psi(b|j) & \psi(b|k) \\ \psi(c|i) & \psi(c|j) & \psi(c|k) \end{array} \right| dq_i dq_j dq_k$$

Az i, j, k szerint minden részecskehármasra összegezzünk, ez egy $\binom{N}{3}$ -al való szorzást jelent.

Ez már az a, b, c állapothatározók minden permutációjával szemben szimmetrikus kifejezés, ezért az állapothatározókra való összegezést kiterjeszthetjük mindegyikre $1 - N$ -ig, ez egy 6-al való szorzást jelent, de ha elvégezzük a beszorzást, csak 6 egymástól különböző tagot fogunk kapni. Jelöljük $\varphi(a|i)$ -vel az egyrészecskehullámfüggvénynek csak a térkoordinátáktól függő részét, akkor figyelembevéve a spin és izotópspin függvények ortogonalitását, kapjuk:

$$\begin{aligned} E = & \frac{1}{6} \iiint \rho(i) \rho(j) \rho(k) V_{ij} V_{ik} dV_i dV_j dV_k + \\ & + \frac{1}{6} \iiint \left[\rho_+(ijk) + \rho_+^*(ijk) + \rho_-(ijk) + \rho_-^*(ijk) \right] V_{ij} V_{ik} dV_i dV_j dV_k - \\ & - \frac{1}{6} \iiint \left[\rho(i) |\rho_+(jk)|^2 + \rho(j) |\rho_+(ki)|^2 + \rho(k) |\rho_+(ij)|^2 \right] V_{ij} V_{ik} dV_i dV_j dV_k \\ & - \frac{1}{6} \iiint \left[\rho(i) |\rho_-(jk)|^2 + \rho(j) |\rho_-(ki)|^2 + \rho(k) |\rho_-(ij)|^2 \right] V_{ij} V_{ik} dV_i dV_j dV_k \end{aligned}$$

/8/

ahol a dV -k jelentik a térkoordinátákra való integrálást, valamint

$$\rho(i) = \sum_{a=1}^N |\varphi(a|i)|^2; \quad \rho_+(ij) = \sum_a \varphi^*(a|i) \varphi(a|j); \quad \rho_-(ij) = \sum_a \varphi^*(a|i) \varphi(a|j)$$

$$\rho_+(ijk) = \sum_a \sum_b \sum_c \varphi^*(a|i) \varphi(a|j) \varphi^*(b|j) \varphi(b|k) \varphi^*(c|k) \varphi(c|i) \quad /9/$$

$$\rho_-(ijk) = \sum_a \sum_b \sum_c \varphi^*(a|i) \varphi(a|j) \varphi^*(b|j) \varphi(b|k) \varphi^*(c|k) \varphi(c|i)$$

a $\sum_{i,j,k}^{\uparrow,\downarrow}$ jelentik azonos spin és töltésállapotokra való összegezést.

Tekintsük végül azt az esetet, mikor egy $n l$ kvantum-számokhoz tartozó héj teljesen be van töltve. Ez esetben a /8/ energiakifejezés egyszerűbb alakra hozható.

Nézzük először /8/ első tagját, a közönséges kölcsönhatást jelentő tagot. Ez /9/ és /1/ alapján a következő:

$$\frac{4^3}{6} \sum_{m_i^a=-l}^l \sum_{m_i^b=-l}^l \sum_{m_i^c=-l}^l \iiint R^2(n l | i) R^2(n l | j) R^2(n l | k) \times \\ \times \frac{1}{8\pi^3} \Theta^2(l m_i^a | i) \Theta^2(l m_i^b | j) \Theta^2(l m_i^c | k) V_{ij} V_{ik} dv_i dv_j dv_k$$

A $\frac{4^3}{6}$ -as faktor a spinekre és töltésekre való összegezés következtében jön be.

A gömbfüggvények addíciótételéből következik, hogy

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{m=-l}^l \Theta^2(l m) = \frac{2l+1}{4\pi}$$

Ha még V_{ij} és V_{ik} -ra a /4/ helyettesítést alkalmazzuk, akkor a szögek szerinti integrálásnál csak a $K=0$, $K'=0$ tagok fognak zérustól különbözni. Ekkor a közönséges kölcsönhatást jelentő tag

$$\frac{4^3}{6} (2l+1)^3 P^{00}(nl \dots nl) \quad /8a/$$

Vizsgáljuk most a /8/-nak a háromtest kicserélődést tartalmazó tagját. Nézzük a $\rho_+(ijk)$ -t tartalmazó tagot:

$$\frac{1}{6} \sum_{m_i^a=-l}^l \sum_{m_i^b=-l}^l \sum_{m_i^c=-l}^l \iiint R^2(nl|i) R^2(nl|j) R^2(nl|k) V_{ij} V_{ik} \times$$

$$\times \theta(l m_i^a|i) \theta(l m_i^a|j) \phi^*(m_i^a|i) \phi(m_i^a|j) \theta(l m_i^b|j) \theta(l m_i^b|k) \times$$

$$\times \phi^*(m_i^b|j) \phi(m_i^b|k) \theta(l m_i^c|k) \theta(l m_i^c|i) \phi^*(m_i^c|k) \phi(m_i^c|i) dv_i dv_j dv_k$$

alkalmazva az addiciótételt és a /4/ sorfejtést kapjuk.

$$\frac{(2l+1)^3}{(4\pi)^3} \frac{1}{6} \sum_K \sum_{K'} R^2(nl|i) R^2(nl|j) R^2(nl|k) P_l(\cos \omega_{ij}) P_l(\cos \omega_{jk}) P_l(\cos \omega_{ik}) \times$$

$$\times P_K(\cos \omega_{ij}) P_{K'}(\cos \omega_{ik}) f_K(r_i r_j) f_{K'}(r_i r_k) dv_i dv_j dv_k$$

Itt a dv_j és dv_k szerinti integrálásnál felvehetünk egy olyan koordinátarendszert, melynek z tengelye a $\vartheta_i \varphi_i$ irányba mutat, ekkor $\omega_{ij} = \vartheta_j$; $\omega_{ik} = \vartheta_k$.

Ha $P_l(\cos \omega_{jk})$ -ra alkalmazzuk az addiciótételt és figyelembe vesszük azt, hogy a φ_j és φ_k szerinti integrálásnál csak az $m = 0$ tag nem tűnik el, továbbá, hogy

$$\theta(l 0 | j) = \sqrt{\frac{2l+1}{2}} P_l(\cos \vartheta_j)$$

akkor a következő kifejezést kapjuk:

$$\frac{1}{6} \left(\frac{2l+1}{4\pi} \right)^3 \sum_K \sum_{K'} \iiint R^2(nl|i) R^2(nl|j) R^2(nl|k) f_K(r_i r_j) f_{K'}(r_i r_k) \times$$

$$\times P_l(\cos \vartheta_j) P_l(\cos \vartheta_j) P_K(\cos \vartheta_j) P_l(\cos \vartheta_k) P_l(\cos \vartheta_k) P_K(\cos \vartheta_k) dv_i dv_j dv_k$$

Itt a ϑ_j és ϑ_k szerinti integrálásnál három Legendre polinom szorzatával állunk szemben. Bevezetjük a következő jelölést[3]:

$$C_{uvw} = \int_0^\pi P_u(\cos \vartheta) P_v(\cos \vartheta) P_w(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta =$$

$$= \frac{2(g!)^2 (u+v-w)! (v+w-u)! (w+u-v)!}{(2g+1)! (g-u)!^2 (g-v)!^2 (g-w)!^2}$$

ahol $2g = u + v + w$ $g = \text{egész}$.

Az integrál csak akkor nem zérus, ha

$$|u-v| \leq w \leq u+v; \quad |u-w| \leq v \leq v+w; \quad |v-w| \leq u \leq v+w$$

Ennek segítségével $/8/ \rho_+(ijk)$ -t tartalmazó tagjára kapjuk:

$$\frac{1}{6} \frac{(2l+1)^3}{4} \sum_K \sum_{K'} C_{lK} C_{lK'} P^{KK'}(nl \dots nl) \quad /8b/$$

Ugyanezt kapjuk a $\rho_+^*(ik), \rho_-(ijk), \rho_-^*(ijk)$ -t tartalmazó tagokra is.

Nézzük végül a kéttest kicserélődést tartalmazó tagokat:

$$\begin{aligned} & \frac{4}{6} \sum_{m_i^a=-l}^l \sum_{m_i^b=-l}^l \sum_{m_i^c=-l}^l \iiint R^2(nl|i) R^2(nl|j) R^2(nl|k) \frac{1}{2\pi} \theta^2(l, m_i^a|i) \times \\ & \theta(l, m_i^b|j) \theta(l, m_i^b|k) \phi^*(m_i^b|j) \phi(m_i^b|k) \theta(l, m_i^c|k) \theta(l, m_i^c|j) \phi^*(m_i^c|k) \phi(m_i^c|j) \times \\ & \times V_{ij} V_{ik} dv_i dv_j dv_k = \\ & = \frac{4}{6} \left(\frac{2l+1}{4\pi} \right)^3 \sum_K \sum_{K'} R^2(nl|i) R^2(nl|j) R^2(nl|k) f_K(r_i, r_j) f_{K'}(r_i, r_k) \times \\ & \times P_l(\cos \omega_{jk}) P_l(\cos \omega_{j\kappa}) P_K(\cos \omega_{ij}) P_{K'}(\cos \omega_{ik}) dv_i dv_j dv_k \end{aligned}$$

A 4 -es faktor itt is a spinekre és töltésekre való összegezés következtében jön be. Az integrálást dv_i és dv_k szerint elvégezhetjük oly módon, hogy a z tengely a $\hat{v}_j, \hat{\varphi}_j$ irányba mutasson, akkor $\omega_{jk} = \hat{v}_k$, $\omega_{ij} = \hat{v}_i$, $P_{K'}(\cos \omega_{ik})$ -ra alkalmazva az addíciótételt, az integrálás elvégzése után kapjuk:

$$\frac{1}{6} (2l+1)^3 \sum_K \frac{2}{2K+1} C_{lK} P^{KK}(nl \dots nl) \quad /8c/$$

Az előbbi levezetés gondolatmenetéhez teljesen analóg módon kapjuk:

$$\begin{aligned} & \iiint |\rho(k)| |\rho_+(ij)|^2 V_{ij} V_{ik} dv_i dv_j dv_k = \frac{2}{6} (2l+1)^3 \sum_K C_{lK} P^{K0}(nl \dots nl) \quad /8d/ \\ & \iiint |\rho(j)| |\rho_+(ki)|^2 V_{ij} V_{ik} dv_i dv_j dv_k = \frac{2}{6} (2l+1)^3 \sum_{K'} C_{lK'} P^{0K'}(nl \dots nl) \end{aligned}$$

Ugyanezeket kapjuk az ellentett spinvetületeket tartalmazó tagokra is. Végeredményben egy lezárt $n l$ héj energiája:

$$\begin{aligned} & \frac{(2l+1)^3}{6} \left[4^3 P^{00}(nl \dots nl) - 8 \sum_K C_{lK} P^{K0}(nl \dots nl) - \right. \\ & - 8 \sum_{K'} C_{lK'} P^{0K'}(nl \dots nl) - 8 \sum_K \frac{1}{2K+1} C_{lK} P^{KK}(nl \dots nl) + \\ & \left. + 2 \sum_K \sum_{K'} C_{lK} C_{lK'} P^{KK'}(nl \dots nl) \right] \quad (10) \end{aligned}$$

Teljesen hasonló gondolatmenet alapján egy $n l$ és $n' l'$ héj kölcsönhatási energiájára adódik:

$$\begin{aligned} & \frac{4^3}{6} \left\{ (2l+1)^2 (2l'+1) \left[2 P^{00}(nl n'l' nl; nl n'l' nl) + P^{00}(n'l' nl nl; n'l' nl nl) \right] + \right. \\ & + (2l+1)(2l'+1)^2 \left[2 P^{00}(n'l' nl n'l'; n'l' nl n'l') + P^{00}(nl n'l' n'l'; nl n'l' n'l') \right] \left. \right\} - \\ & - \frac{8}{6} \left\{ (2l+1)^2 (2l'+1) \sum_K \left[C_{lK} 2 P^{K0}(nl n'l' nl; n'l' nl nl) + C_{lK} P^{K0}(nl nl n'l'; nl nl n'l') \right] + \right. \\ & + (2l+1)(2l'+1)^2 \sum_K \left[C_{l'K} 2 P^{K0}(nl n'l' n'l'; n'l' nl n'l') + C_{l'K} P^{K0}(n'l' n'l' nl; n'l' n'l' nl) \right] \left. \right\} - \\ & - \frac{8}{6} \left\{ (2l+1)^2 (2l'+1) \sum_{K'} \left[C_{l'K'} 2 P^{0K'}(n'l' nl nl; nl n'l') + C_{l'K'} P^{0K'}(nl n'l' nl; nl n'l' nl) \right] + \right. \\ & + (2l+1)(2l'+1)^2 \sum_{K'} C_{l'K'} 2 P^{0K'}(nl n'l' n'l'; n'l' n'l' nl) + C_{l'K'} P^{0K'}(n'l' nl n'l'; n'l' nl n'l') \left. \right\} - \\ & - \frac{8}{6} \left\{ (2l+1)^2 (2l'+1) \sum_K \frac{1}{2K+1} \left[C_{lK} 2 P^{KK}(nl n'l' nl; nl nl n'l') + C_{lK} P^{KK}(n'l' nl nl; n'l' nl) \right] + \right. \\ & + (2l+1)(2l'+1)^2 \sum_K \frac{1}{2K+1} \left[C_{l'K} 2 P^{KK}(n'l' nl n'l'; n'l' n'l' nl) + C_{l'K} P^{KK}(nl n'l' n'l'; nl n'l' n'l') \right] \left. \right\} + \\ & + \frac{2}{6} \left\{ (2l+1)^2 (2l'+1) \sum_K \sum_{K'} \left[C_{lK} C_{l'K'} P^{KK'}(n'l' nl nl; nl n'l' nl) + C_{lK} C_{l'K'} P^{KK'}(nl nl n'l'; nl nl n'l') + \right. \right. \\ & + C_{lK} C_{l'K'} P^{KK'}(nl nl n'l'; n'l' nl nl) \left. \right] + (2l+1)(2l'+1)^2 \sum_K \sum_{K'} \left[C_{l'K} C_{l'K'} P^{KK'}(n'l' n'l' nl; n'l' n'l' nl) + \right. \\ & + C_{l'K} C_{l'K'} P^{KK'}(n'l' nl n'l'; n'l' n'l' nl) + C_{l'K} C_{l'K'} P^{KK'}(n'l' n'l' nl; nl n'l' n'l') \left. \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

Ugyancsak megadható három $n l$, $n' l'$, $n'' l''$ héj kölcsönhatási energiája.

$$\begin{aligned} & \frac{4^3}{3} (2l+1)(2l'+1)(2l''+1) [P^{00}(nl n'l' n''l''; nl n'l' n''l'') + P^{00}(n'l' nl n''l''; n'l' nl n''l'') + P^{00}(n''l'' n'l' nl; n''l'' n'l' nl)] \\ & - \frac{8}{3} (2l+1)(2l'+1)(2l''+1) \left\{ \sum_K [C_{l'l''K} P^{K0}(n'l' n''l'' nl; n''l'' n'l' nl) + C_{l'l''K} P^{K0}(nl n''l'' n'l'; n''l'' nl n'l') + \right. \\ & + C_{l'l''K} P^{K0}(n'l' nl n''l''; nl n'l' n''l'')] + \sum_{K'} [C_{l'l''K'} P^{0K'}(n'l' nl n''l''; n''l'' nl n'l') + \\ & + C_{l'l''K'} P^{0K'}(n''l'' n'l' nl; nl n'l' n''l'')] + C_{l'l''K'} P^{0K'}(n'l' n''l'' nl; nl n''l'' n'l')] + \\ & + \sum_K \frac{1}{2K+1} [C_{l'l''K} P^{KK}(nl n'l' n''l''; nl n''l'' n'l') + C_{l'l''K} P^{KK}(n'l' n''l'' nl; n'l' nl n''l'')] + \\ & + C_{l'l''K} P^{KK}(n''l'' n'l' nl; n''l'' nl n'l')] \left. \right\} + \frac{1}{3} (2l+1)(2l'+1)(2l''+1) \times \\ & \times \left\{ \sum_K \sum_{K'} [C_{l'l''K} C_{l'l''K'} P^{KK'}(nl n'l' n''l''; n''l'' nl n'l') + C_{l'l''K} C_{l'l''K'} P^{KK'}(n'l' nl n''l''; n''l'' n'l' nl) + \right. \\ & + C_{l'l''K} C_{l'l''K'} P^{KK'}(n''l'' n'l' nl; nl n''l'' n'l') + C_{l'l''K} C_{l'l''K'} P^{KK'}(nl n''l'' n'l'; n'l' nl n''l'')] + \\ & + C_{l'l''K} C_{l'l''K'} P^{KK'}(n''l'' nl n'l'; n'l' n''l'' nl) + C_{l'l''K} C_{l'l''K'} P^{KK'}(n'l' n''l'' nl; nl n'l' n''l'')] \left. \right\} \end{aligned}$$

Tekintsük végül röviden át azt az esetet, amikor a kölcsönhatást reprezentáló potenciál tartalmaz hely spin- és töltéscserélő operátorokat:

$$\bar{V}_{ij} = (W + M P_{\sigma ij} + B P_{\sigma ij} + H P_{\tau ij}) V_{ij} \quad /11/$$

V_{ij} a potenciál helytől függő része.

A $\bar{V}_{ij} \bar{V}_{ik}$ operátor ekkor összesen 16 tagból fog állni, amelynek minden egyes tagja a determináns hullámfüggvény $d e f$ állapothatározóihoz tartozó $n l m_e, m_s, m_\tau$ kvantumszámokat valamiképpen permutálja. Tekintettel arra, hogy a térkoordinátákhoz tartozó $n l m_e$, valamint az m_s és m_τ kvantumszámok általában különbözőkép permutálódnak, az eredmény egy másik deter-

mináns hullámfüggvény lesz, amelyben a $d e f$ állapothatározók megváltoznak valamilyen $d' e' f'$ -re, s ezzel kell kiszámolnunk a

$$\int \left| \begin{array}{ccc} \psi^*(a|i) & \psi^*(a|j) & \psi^*(a|k) \\ \psi^*(b|i) & \psi^*(b|j) & \psi^*(b|k) \\ \psi^*(c|i) & \psi^*(c|j) & \psi^*(c|k) \end{array} \right| V_{ij} V_{ik} \left| \begin{array}{ccc} \psi(d|i) & \psi(d|j) & \psi(d|k) \\ \psi(e|i) & \psi(e|j) & \psi(e|k) \\ \psi(f|i) & \psi(f|j) & \psi(f|k) \end{array} \right| dq_i dq_j dq_k$$

matricelemet. Ez végeredményben /7/ típusu matrixelemek lineár-kombinációja lesz. Ha eredetileg $a=d$; $b=e$; $c=f$, vagyis diagonális matrixelemekről van szó, akkor a $\overline{V}_{ij} \overline{V}_{ik}$ egyes tagjai azt eredményezik, hogy a különböző jellegű kicserélődési integrálok együtthatói megváltoznak a kicserélődési operátorokat nem tartalmazó taghoz képest.

I r o d a l o m :

- [1]. G.Szamosi - G.Marx, Acta Phys.Hung. 4. 219. /1954/
- [2]. I.C.Slater, Phys.Rev. 34, 1293. /1929/
Condon-Shortley: The Theory of Atomic Spectra, Chap.VI.
- [3]. Hobson: Spherical Harmonics, p. 87.
Gaunt: Trans.Roy.Soc.A 228, 195, 1929.

Érkezett 1956. jan. 12.

AZ ELEKTROMÁGNESES HULLÁMOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYE
OSZTÁLYVEZETŐ: FARAGÓ PÉTER

Folyadékok dielektromos állandójának és veszteségszögének mérése a többszörös reflexió jelensége alapján, mikrohullámokon.

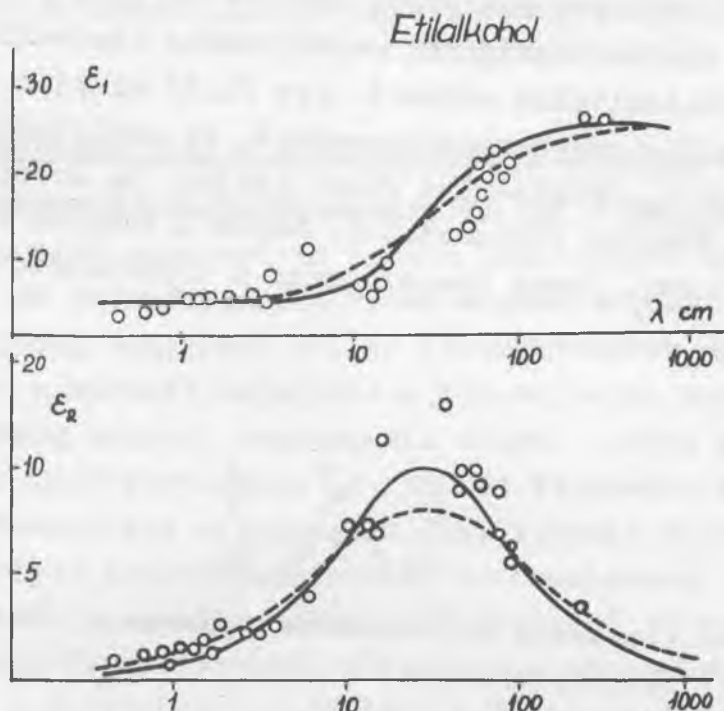
Irta: Hedvig Péter, Németh László és ifj. Schay Géza

Összefoglalás.

A folyékony dielektrikum határfelületeiről többszörösen reflektált sugarak egymással való interferenciája a mikrohullámu komplex dielektromos állandó mérését megnehezíti. Az effektus részletes elméleti és kísérleti vizsgálata azt mutatta, hogy közepes veszteségű folyadékok esetén maga ez az effektus használható fel a dielektromos állandó és veszteség meghatározására. A többi módszertől eltérően ez a mérés igen egyszerűen értékelhető ki és nincs szükség közelítő módszerek alkalmazására. Az elmélet ellenőrzésére és a módszer alkalmazhatóságának megállapítására méréseket végeztünk 3,1 cm-es hullámhosszon toluolra és alkohol-benzol elegyre. A mérések azt mutatják, hogy $\operatorname{tg} \delta \approx 0,1 - 0,001$ határok között ez a módszer jól alkalmazható és a mérés bizonytalansága maximálisan 1% ϵ -ra és 2% $\operatorname{tg} \delta$ -ra.

I. Bevezetés.

Az elmúlt néhány évtizedben folyadékok dielektromos állandójának és veszteségének meghatározására igen sok módszer alakult ki. Ennek dacára sem mondhatjuk azt, hogy már vannak olyan lehetőségek, amelyek segítségével a komplex dielektromos állandó egyszerűen és pontosan meghatározható. Ennek tulajdonítható az, hogy az irodalomban található nagyszámu mérés sem elég arra, hogy az elméletet megfelelően alátámassza. Különböző szerzők különböző módon végzett mérései között sokszor 20 - 30% eltérés is van. Az 1. ábrán Lane - Saxton [6] alapján az etilalkohol diszperziós és abszorpciós görbéje látható. Az egyes mérési pontok különböző szerzőktől és különböző mérési módszerekből származnak. A folytonos vonal a Debye elmélet alapján, egyetlen relaxációs idő segítségével számított elméleti görbe, a szaggatott vonal egy relaxációs idő eloszlás feltételezésével /Fröhlich/ számított görbe.



1. ábra

Látható, hogy az egyes szerzők mérései között az eltérés oly nagy, hogy a két elmélet összehasonlítása nem lehetséges.

Igen ritka az irodalomban a hibabecslés; a mérési módszer pontos analizise a várható mérési hiba szempontjából. Ennek oka az, hogy a mérések kiértékelése a legtöbb esetben rendkívül komplikált és sokszor nem is vihető keresztül közelítés nélkül.

A komplex dielektromos állandó mérésének alapproblémája a következő: Az anyagon áthaladó elektromágneses hullám a fellépő dielektromos polarizáció következtében megváltoztatja fázisbességét és amplitudóját. Ez a változás az anyag komplex törésmutatója segítségével jellemezhető [1] :

$$\hat{n} = n_1 - i n_2 \quad /1.1/$$

$$n_1 = \frac{v}{c} \quad /1.2/$$

$$n_2 = \frac{\beta c}{\omega} \quad /1.3/$$

Itt v a hullám fázissebessége az anyagban, c a fénysebesség, ω a hullám körfrekvenciája, β a hullám csillapítási együtthatója. A $\wedge$ jel a jelzett mennyiség komplex voltára utal.

A hullám fázissebességének megváltozása fáziseltolást eredményez. Ez a fáziseltolás mérhető. Így /1.2/ alapján a komplex törésmutató reális része meghatározható. Az amplitudócsökkenés megméréssel az n_2 imaginárius részt kapjuk. Az irodalomban általában nem a komplex törésmutatót, hanem a komplex dielektromos állandót adják meg. Ennek összefüggése a törésmutatóval a következő [1] :

$$\wedge \xi = \xi_1 - i \xi_2 \quad /1.4/$$

$$\xi_1 = n_1^2 - n_2^2 \quad /1.5/$$

$$\xi_2 = 2 n_1 n_2 \quad /1.6/$$

A dielektromos veszteség jellemzésére gyakran a δ veszteségi szög tangensét használják:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\xi_2}{\xi_1} = \frac{2 n_1 n_2}{n_1^2 - n_2^2} \quad /1.7/$$

A mérések eredménye - mint elsődleges adatot - a legtöbb esetben a komplex törésmutatót szolgáltatja.

Mikrohullámokon az egyébként egyszerűnek látszó fázissebességmérés és amplitudócsökkenés mérés megvalósítása nehézségbe ütközik. A mikrohullámu méréseknél ugyanis a próbaanyag méretei még erősen összemérhetők a hullámhosszal és így fellép a próbaanyag határfelületei között többszörösen reflektált sugarak közötti interferencia és az anyag határfelületein jelentkező diffrakció hatása. Folyadékok mérése esetén - ha a méréseket hullámvezető belsejében végezzük - diffrakció nem lép fel. A többszörös reflexió jelensége azonban fellép és mind az áthaladó hullám fázisát, mind pedig amplitudóját megváltoztatja.

Ez az effektus minden mérési módszernél fellép és a mérések kiértékelését rendkívül komplikálja. Az alábbiakban azt a problémát vizsgáljuk meg, hogy milyen mértékben alkalmazható a komplex dielektromos állandó meghatározására maga ez az egyébként

zavaró többszörös reflexió jelensége.

Mielőtt ennek tárgyalását elkezdjük, röviden végigtekintünk a komplex dielektromos állandó egyéb, eddig kialakult mérési lehetőségein.

a/ Interferometrián alapuló mérési módszerek.

A fázissebesség meghatározására és így a komplex törésmutató mérésére igen egyszerű és pontos lehetőséget adnak az interferométerek. Az interferenciás mérés szabad térben, vagy hullámvezető belsejében végezhető el. Az interferométer egyik sugárutjába helyezve a mérendő anyagot - a fáziseltolás meghatározásával - a sebesség azonnal megkapható. Szabad térben mikrohullámokon Michelson interferométert [2, 3] és Fabry-Perot [4, 5, 6] típusu interferométert alkalmaztak dielektromos mérések céljaira. Alkalmaztak olyan interferométereket is, amelyeknél az egyik sugárut szabadtéri, a másik sugárut hullámvezető belsejében fut. [7, 8] Az interferométereknél általában a többszörös reflexió jelensége és a diffrakció is fellép. A kiértékelésnél ezeket korrekció formájában veszik figyelembe. Az interferometriás módszer kisvesztességű anyagok komplex törésmutatójának reális részét képes csak pontosan meghatározni. Nagyobb veszteségeknél az alkalmazás már nehézségekbe ütközik. A törésmutató meghatározása mintegy 0,5 % pontossággal végezhető el folyadékok esetén.

Megjegyezzük, hogy az interferometriás módszer kiválóan alkalmas atmoszferikus törésmutató mérésekre és a mikrohullámok terjedési sebességének meghatározására. Ilyen méréseket Essen-Froome [9] és Froome [10] végeztek igen nagy pontossággal $/10^{-5}/$. Ezeknél a nagyobb távolságu méréseknél a többszörös reflexió nem lép fel, hiszen a mérendő anyagnak nincsenek határfelületei. Csupán a diffrakció okoz zavart.

A dielektromos veszteség meghatározása interferometriával általában nem végezhető el kényelmesen. A Fabry-Perot interferométerek, mint "szabadtéribeli üregrezonátorok" alkalmasak ugyan veszteségmérésekre, azonban ez csupán a rövid, milliméteres hullámtartományokban jelent figyelemreméltó lehetőséget.

b/ Rezonancia elven működő mérési módszerek.

Alacsonyfrekvencián a dielektromos állandó és veszteségmérés legegyszerűbb módja az, hogy a mérendő anyagot rezgőkör kondenzátorlemezei közé helyezzük és mérjük a rezgőkör elhangolódásának mértékét és jósági tényezőjének megváltozását. Ezt a módszert egyszerűen átvihetjük mikrohullámok esetére is. Itt a rezgőkör helyébe üregrezonátor lép, ennek belsejében helyezzük el a mérendő anyagot. Míg az üregrezonátort teljesen megtölti a mérendő anyag, addig ez a módszer igen egyszerű és pontos. A folyadékok legnagyobb részénél azonban a nagy veszteség miatt nem tölthetjük meg teljesen az üreget, mert ez a rezonanciagörbét annyira ellaposítaná, hogy az észlelhetetlenné válna. Ha azonban nem tölti ki a dielektrikum az üreget, többszörös reflexió lép fel és a kiértékelés igen komplikálttá válik.

Ledinegg és Urban [11] igen egyszerű és pontos módszert dolgoztak ki rezonancia elven. Mérésük lényege az, hogy egy alpmódban rezgő üregrezonátorba addig töltik a mérendő folyadékot, míg az első magasabb rezgési módus jelentkezik. A módszer dielektromos állandó mérésére $\pm 0,1$ % pontosságú eredményt ad és a veszteségmérés is pontosabbá tehető, mint az irodalomban ismert bármely mérési módszeré. Sajnos ez a módszer csak kisveszteségű anyagok esetén alkalmazható, hiszen elég vastag réteget kell az üregrezonátorba vinni ahhoz, hogy a magasabb módus jelentkezzen. A nagy rétegvastagság azonban az üreg jósági tényezőjét erősen lerontja, úgyhogy nagyobb veszteségek esetén rezonancia egyáltalában nem figyelhető meg.

Összefoglalva tehát: A rezonátoros módszerek igen kényelmes és egyszerű lehetőséget adnak a komplex dielektromos állandó meghatározására. A többszörös reflexió hatása következtében azonban a mérés közepes és nagyobb veszteségű anyagoknál rendkívül komplikált és legtöbb esetben csak közelítőleg számolható.

c/ Állóhullámok segítségével végzett mérések.

Ha egy hullámvezető lezárt végében helyezzük el a mérendő anyagot, a hullámvezető belsejében kialakult állóhullámkép megváltozik. Az állóhullámok csomópontjainak eltolódását és az ál-

Hullámviszonyt mérve az anyag komplex dielektromos állandója meghatározható. [8] Kis és nagyvesztésű anyagoknál egyaránt alkalmazható a módszer. A mérés kiértékelésével igen sok szerző foglalkozott és számos közelítés, egyszerűsítés született, ennek dacára a mai napig sincs olyan eljárás, amely ennek a mérési lehetőségnek pontos és egyszerű kiértékelését adná. Nagy - Pallagi - Pál [12] a módszer igen részletes elemzését adják és az irodalomban ugyszólván teljesen elhanyagolt hibabecslést is végeznek. A kiértékelés azonban így is igen komplikált. Tehát, ha ezt a módszert diszperziós és abszorpciós görbék felvételére kívánjuk alkalmazni - sőt ezeknek a görbéknek hőmérséklettől, koncentrációtól, vagy egyéb paraméterektől való függését kívánjuk vizsgálni - akkor ez a módszer ebben az állapotában még nem tekinthető megfelelőnek.

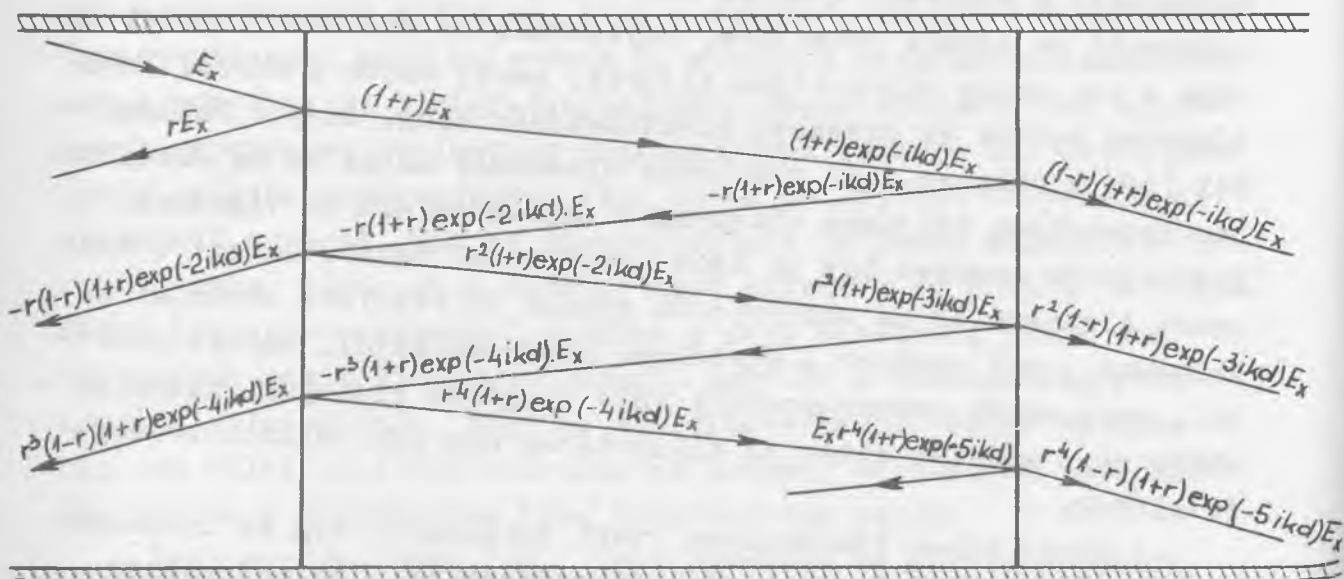
A fenti három főmódszeren kívül találhatók még az irodalomban speciális, más elveken alapuló mérések is. Így a Brewster-szög alatti mérések szabad térben és hullámvezetőben [13, 14, 15] melyek a Fresnel formulák alapján számítják ki a Brewster-szög alatt mért reflexiós és áthatolási koefficiens segítségével a komplex dielektromos állandót. A többszörös reflexió hatását itt is korrekcióval kell figyelembe venni. [13]

A rövid áttekintésből láthatjuk, hogy a többszörös reflexió jelensége az összes méréstípusoknál fellép és a kiértékelést komplikálttá teszi. Ezért ezt a célt tűztük magunk elé, hogy ezt a jelenséget részletesen megvizsgáljuk és megkíséréljük közvetlenül alkalmazni a komplex dielektromos állandó meghatározására.

II. A probléma elméleti vizsgálata

a/ A mérés elrendezése

A vizsgált folyékony dielektrikumot d vastagságú rétegben helyezük el a négyszögkeresztmetszetű hullámvezetőben. A dielektrikum planparallellemez alakot, alsó és felső határfelülete merőleges a hullámvezető falára. /2. ábra/ Balról az E_x -el jelölt TE_{01} módusu haladó hullám jön. A dielektrikumban többszörös reflexió lép fel. A jobbra továbbmenő sugarak interferenciája adja a dielektrikumon átmenő hullám intenzitását és ezt mérjük d



2. ábra

függvényeként. Ebből az intenzitás-rétegvastagság görbéből ϵ és $\tan \delta$ nagyon egyszerűen és elhanyagolás nélkül számítható. A következő b/, c/ és d/ pontokban levezetjük a kiértékeléshez szükséges formulákat és az e/ pontban összefoglaljuk a kiértékelés menetét.

b/ Hullámterjedés hullámvezetőben

Írjuk fel egy négyszögkeresztmetszetű hullámvezetőben z irányban haladó TE_{01} módusu hullám komponenseit!

$$\begin{aligned}
 E_x &= A \sin \frac{\pi}{b} y e^{i(\omega t - kz)} & E_y &= 0 & E_z &= 0 \\
 H_x &= 0 & H_y &= \frac{c}{\omega} k A \sin \frac{\pi}{b} y e^{i(\omega t - kz)} & H_z &= \frac{c\pi}{\omega b i} A \cos \frac{\pi}{b} y e^{i(\omega t - kz)}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

A H_z -re vonatkozó hullámegyenletből következik, hogy k-ra a

$$-k^2 + \frac{\epsilon \omega^2}{c^2} - \frac{4\pi\sigma\omega}{c^2} i = \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \quad /2.2/$$

egyenletnek kell teljesülnie.

Itt ϵ és σ a hullámvezetőt kitöltő anyag állandói, amelyeket /2.2/-ből k ismeretében kiszámíthatunk. k komplex szám, írjuk $k = k_r + ik_i$ alakban! k_r -t és k_i -t planparallel lemezen átment hullám mért intenzitásából fogjuk számítani.

c/ A hullám áthaladása egy sík határfelületen

Legyen a $z = 0$ felület két dielektrikum határa. Tekintsük a /2.1/ alatt felírt hullámot alulról beeső hullámnak! A visszavert és átmenő hullámot ugyanilyen alakban írjuk, csak E_x' , ... k' , A' ill. E_x'' , ... k'' , A'' szerepel E_x , ... k és A helyett.

/ $k' = -k$ / A határfeltételek $z = 0$ -ra:

$$E_x + E_x' = E_x'' \quad , \quad H_y + H_y' = H_y'' \quad \text{ill.} \quad /2.3.a/$$

$$A + A' = A'' \quad , \quad k(A - A') = k''A'' \quad /2.3.b/$$

A -t a beeső hullám amplitudóját ismertnek tekintjük, A' -t és A'' -t tehát kifejezzük vele:

$$A'' = \frac{2k}{k + k''} A = (1 + r) A \quad \text{és} \quad A' = \frac{k - k''}{k + k''} A = r A \quad /2.4/$$

Ezek a jól ismert Fresnel-féle formulák speciális esetei. Az $r = \frac{k - k''}{k + k''}$ reflexiós koeficiens előjelet vált, ha a közegeket, azaz a k és k'' szerepét felcseréljük.

d/ A hullám áthaladása planparallel lemezen

A 2. ábrán a többszörös reflexiót szemléltetjük /százalékoság céljából ferde sugarakkal, habár a beesés merőleges/. A /2.1/ alatt felírt hullám esik be a planparallel lemezre. Az áthaladt intenzitást akarjuk kiszámítani. Ehhez elég csak az E_x komponenssel számolni, mert az intenzitás arányos $|E_x|^2$ -el és csak intenzitások viszonyára lesz szükség. Az áthaladt hullámok E_x kompo-

nenseinek összege az ábra alapján:

$$\begin{aligned} \sum E_{xi} &= (1 - r^2)e^{-ikd} E_x (1 + r^2e^{-2ikd} + r^4e^{-4ikd} + \dots) = \\ &= \frac{(1 - r^2)e^{-ikd}}{1 - r^2e^{-2ikd}} E_x = \frac{(1 - r^2)e^{-ikd} r e^{dk_1}}{1 - r^2e^{2dk_1} e^{-i2dk_r}} \cdot A \sin \frac{\pi}{b} y \cdot e^{i(\omega t - kz)} \end{aligned} \quad /2.5/$$

Az áthaladt intenzitás arányos $|\sum E_{xi}|^2$ -el:

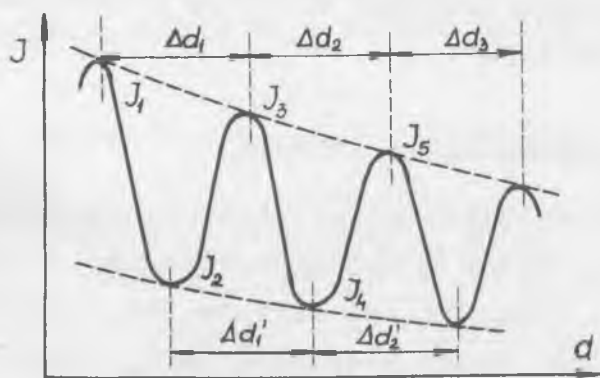
$$I = \alpha A^2 \frac{|1 - r^2|^2 e^{2dk_1}}{1 - |r|^2 e^{2dk_1} \cos 2(dk_r - \varphi) + |r|^4 e^{4dk_1}} \quad /2.6/$$

Itt $r = |r| e^{i\varphi}$

Az α arányossági tényező nem függ d -től.

I -t mérjük d függvényeként, a 3. ábra mutat egy tipikus ilyen görbét. k_r -t a következőképpen számíthatjuk: d_1 és d_3 legyen két szomszédos olyan hely, ahol $\cos 2(dk_r - \varphi) = 1$. Ezeket úgy határozhatjuk meg, hogy megrajzoljuk a mért görbét felülről érintő exponenciálisszerű görbét és az érintési pontoknak vesszük az abszcisszáit.

$$\Delta d = d_3 - d_1 = \frac{2\pi}{2k_r} \quad k_r = \frac{\pi}{\Delta d} \quad /2.7/$$



3. ábra

k_1 számítása kissé bonyolultabb: d_1 és d_3 -nál az intenzitásértékeket jelöljük I_1 és I_3 -al, ezek közt $/d_2, I_2/$ legyen az a pont, amelyre $\cos 2 / k_r d - \varphi / = -1$. Ha az

$$A = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} \quad \text{és} \quad B = \sqrt{\frac{I_2}{I_3}}$$

menyiségeket képezzük /2.6/ alapján és $|r|^2$ -et kiküszöböljük,

$x = e^{\frac{k_i \Delta d}{2}}$ -re a következő egyenletet nyerjük:

$$x^4 + (B - A)(x^3 + x) - 1 = 0 \quad /2.8/$$

Ennek egyetlen számbajövő megoldása

$$x = \sqrt{\left(\frac{B - A}{2}\right)^2 + 1} - \frac{B - A}{2} \approx 1 - \frac{B - A}{2}, \quad k_i = \frac{2 \log x}{\Delta d} \quad /2.9/$$

k_i és k_r ezen értékeit /2.2/-be helyettesítve és $\hat{\varepsilon} = \varepsilon(1 - i \operatorname{tg} \delta) = \varepsilon - i \frac{4 \pi \sigma}{\omega}$ figyelembevételével σ helyett $\operatorname{tg} \delta$ -t vezetve be, kapjuk, hogy

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{2\Delta d}\right)^2 - \left(\frac{\lambda \log x}{\pi \Delta d}\right)^2 \quad \text{és} \quad /2.10/$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\log x}{\pi \varepsilon} \left(\frac{\lambda}{2\Delta d}\right)^2 \quad /2.11/$$

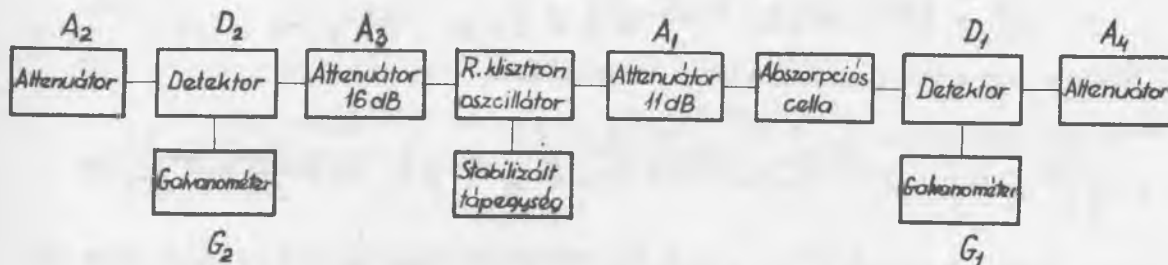
Itt $\lambda = 2\pi \frac{c}{\omega}$ a vákuumbeli szabadtéri hullámhossz.

e/ A kiértékelés menete

A felvett $I = I/d$ görbéből meghatározzuk /3. ábra/ Δd , I_1 , I_2 , I_3 , ill. $A = \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}$ és $B = \sqrt{\frac{J_2}{J_3}}$ értékeit. /2.9/ alapján x -et majd /2.10/ és /2.11/ alapján ε -t és $\operatorname{tg} \delta$ -t számoljuk. Látható, hogy a kiértékelés - és a továbbiak megmutatják, hogy a mérés menete is - rendkívül egyszerű. Hasonló számítás szabadtéri planparallel lemezre, ugyancsak a /2.10/ és /2.11/ formulákat adja, csak $\left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2$ helyett $\sin^2 \alpha$ irandó / α a beesés szöge/. Az eljárás és a többi betű jelentése ugyanaz, mint hullámvezető esetében.

III. A mérőberendezés.

A mérőberendezés vázlata a 4. ábrán látható. Az energiaforrás egy 3,2 cm-es reflex klystron. Ennek energiáját attenuátoron keresztül / A_1 / a mérőtérbe tápláljuk be. A mérőtér függőlegesen felállított négyszögkeresztmetszetű hullámvezetődarab. A mérőtérben levő folyadékról reflektált hullámok elnyeléséről Az A_1 attenuátoron kívül A_2 attenuátor gondoskodik. Az áthaladt mikrohullámu teljesítmény indikálását egy hasított tápvonalba



4. ábra

épített kristálydetektor adja. A hasított tápvonal segítségével a detektor helyes illesztése és a lezáró A_4 attenuátor jósága ellenőrizhető.

Az ábrán látható D_2 detektor az oszcillátor működésének ellenőrzésére szolgál.

1. Az abszorpciós cella

A dielektrikum befogadására egy 30 cm hosszúságú hullámvezető-darab szolgál. A cella hűtőköpennyel van ellátva, hogy a komplex dielektromos állandó hőmérsékletfüggését is vizsgálhassuk.

A dielektrikum betöltése a négyszögkeresztmetszetű hullámvezető szélesebb oldalán furt 1 mm $\varnothing$ lyukon keresztül történik.

A /2.1/ és 2.2/ -ben szereplő Δd rétegvastagságkülönbség mérése közlekedő edény egyik ágán történik, 0,1 mm pontosságu kettometérrel. d rétegvastagságot 2 - 8 cm között változtattuk. Mérés előtt a folyadék többszöri ki-be töltésével és az összekötő PVC cső mozgatásával értük el, hogy légbuborék ne maradjon a közlekedő edényben.

A hullámvezető méretei elég nagyok, úgyhogy a kapillaritás csak kis mértékben rontja el a folyadékfelület sík voltát.

Alul csillám ablak és gumi tömítés zárja el a hullámvezetődarabot.

2. Detektálás

Az abszorpciós cella után elhelyezett D_1 detektor a mi esetünkben egy állóhullámviszonymérő volt. Ezzel történt az átmenő intenzitás és a hullámhossz mérése. Az állóhullámviszonymérő egy 12 cm hosszúságú hasított tápvonal-darab, melyből 2-3 mm-re be-nyúló szondával csatoljuk az energiát dugattyuval hangolható koaxiális hullámvezető-darabba. A koaxiális érben helyezkedik el a Ge dióda /DS 35/. Innen közvetlenül egy $2 \cdot 10^{-9}$ A/skála érzékenysé-
gű galvanométerhez csatlakozunk.

A kristályon átfolyó áram a mérések alatt nem haladta meg $2 \cdot 10^{-7}$ A értéket. Ezen a szakaszon a kristály karakterisztikája négyzetesnek vehető, ezért a galvanométer kitérését az intenzitással arányosnak tekintettük.

Az átmenő intenzitás mérésénél, minthogy A_4 attenuátor nem szüntette meg teljesen az állóhullámot, egy maximumra álltunk be. A maximum helye a folyadékréteg vastagságának változtatásával nem változott lényegesen.

D_2 detektor egy antennával csatolt négyszög-keresztmetszetű hullámvezető-darab, dugattyuval hangolva. A hullámvezetőben egy DS 35 kristálydióda van elhelyezve. Innen közvetlenül egy $2 \cdot 10^{-8}$ A/o érzékenysé-
gű galvanométerhez csatlakozunk. D_2 detektor az oszcillátor stabilitását ellenőrzi.

3. Attenuátorok

Az elméleti megfontolások arra az esetre vonatkoznak, mikor az oszcillátor felől tiszta haladó hullám jön. A hullámvezető lezárásai, a klisztron antennája és a detektor szondája azonban zavaró reflexiókat okoznak. Megfelelő attenuátorok elhelyezésével sikerült ezeket a reflexiókat erősen lecsökkenteni. A D_1 detektor szondájának reflexióját kis szondamélység alkalmazásával igye-
keztük csökkenteni.

Nehézséget okozott a megfelelő minőségű attenuátorok készítése. Southworth [16] leírása alapján különböző alaku fa, cement és szénpor-tartalmu attenuátorokat próbáltunk ki. Keményfából készült, nedvességváltozás ellen lakk bevonattal ellátott attenuátorok váltak be legjobban. A_1 és A_2 segítségével 1,06 intenzitás-
állóhullámarányt értünk el.

4. Energiaforrás

A 3 cm-es hullámokat egy OSW 2013 reflex klisztron állítja elő. A gyorsító feszültséget Orion stabilizált anódpótló szolgáltatja. A reflektor feszültséget telepről vettük.

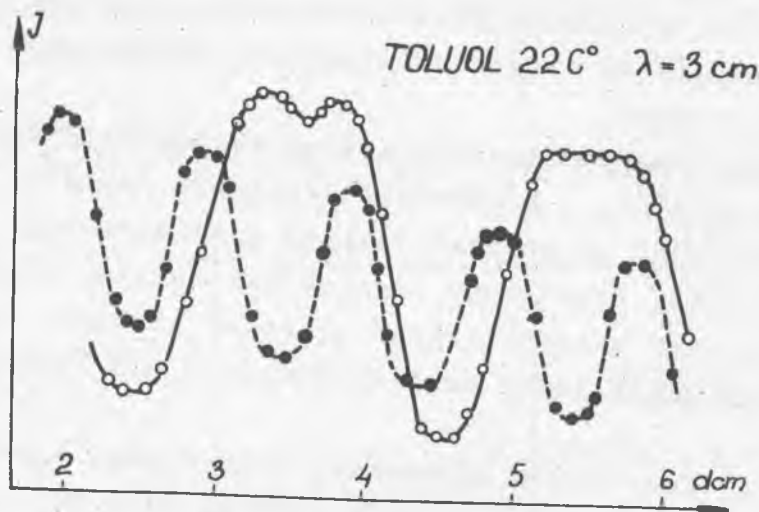
Szükséges volt a detektor zérus pontját időnként - minden 4 - 5 intenzitás mérés után - ellenőrizni. E célból lekapcsoltuk az oszcillátor rezgését, oly módon, hogy a reflektor feszültséget adó potenciométer egy részét rövidre zártuk egy kapcsolóval. Így a reflektorfeszültség megváltozása miatt megszűnik a rezgés. A zajszintet és a tényleges rezgési amplitudót ilyen módon el lehetett különíteni. A rezgés pár másodpercre történő lekapcsolása után beállt 1 - 2 sec alatt az eredeti oszcillációs amplitudó.

IV. Hibaforrások. nehézségek

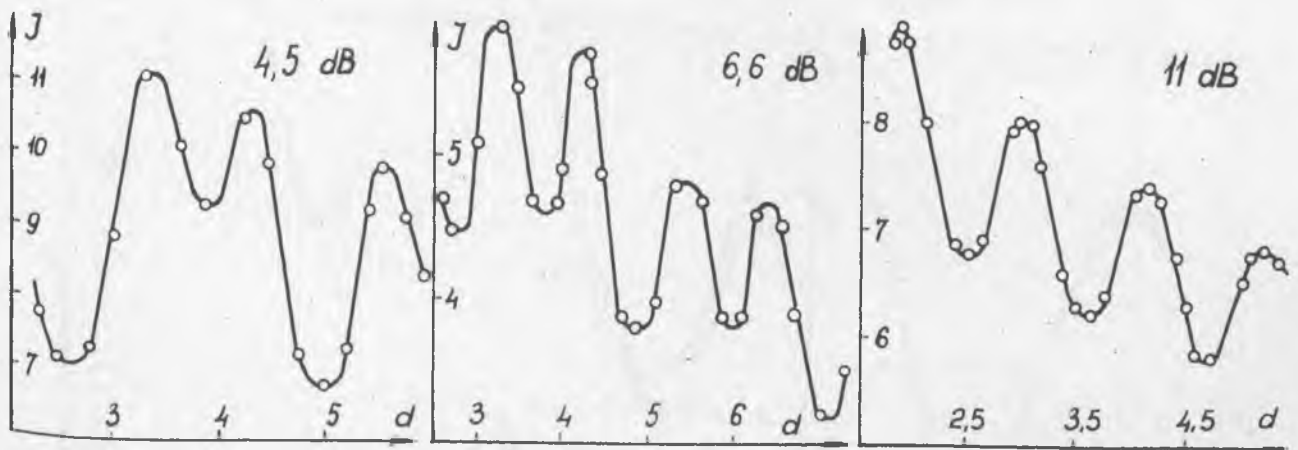
1. Helyes mértékű attenuáció

A_1 és A_2 attenuátorokat úgy készítettük el, hogy minél nagyobb gyengítést és minél kisebb reflexiót okozzanak. Igen fontos volt az abszorpciós cella és az oszcillátor közti attenuátor megválasztása. Ez küszöböli ki a klisztron antennájának saját reflexióját és azt, hogy a változó terhelés elhúzza a klisztron frekvenciáját. Gyenge csillapítás következtében teljesen hamis eredmények jöhetnek ki. Ennek ellenőrzésére méréseket végeztünk különböző csillapítások esetén. Egy ilyen mérés eredményéül kapott görbe az 5. ábrán látható. A folytonos vonallal kihuzott görbe attenuátor nélküli mérésből, a szaggatott vonal 11,5 dB attenuáció esetén végzett mérésből származik. Látható, hogy attenuátor nélkül minden második maximum elsikkad, ami ξ és $tg \delta$ meghatározásában igen nagy hibát jelent. /A 6. ábrán látható, hogyan függ az I/d görbe menete A_3 attenuátor nagyságától.

11 dB attenuációnál már a számítotthoz hasonló exponenciális esésű görbét kapunk./



5. ábra



6. ábra

/Megjegyzés: a számításnál figyelembe véve az antenna- és hullámvezető végének reflexióját, kvalitatíve kiadódott a 6. ábrán látható görbe, $2 \Delta d$ periodicitása, mely a Δd periódicitású görbére szuperponálódott. Erősebb csillapítás esetén az átmenő energia erősen lecsökken, I mérése pontatlanná válik./

2. Az oszcillátor ingadozásai

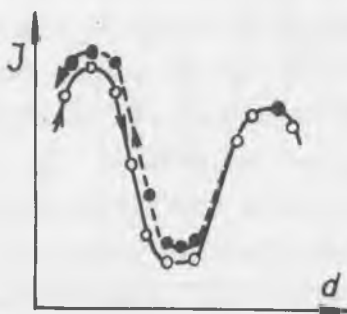
a/ A bekapcsolás után hosszabb idő múlva éri el a klisztron az üzemi hőmérsékletet. Háromszor 4 órás mérést végeztünk /üres hullámvezetővel/ a stabilitás ellenőrzésére. A mérések azt mutatták, hogy bekapcsolás után kb. 1,5 órával szűnnek meg a nagyobb amplitudó ingadozások.

b/ Csekély légáramlások is erősen megváltoztatták az oszcillációs amplitudót, a hőmérséklet változás kapcsán. Ezért természetes szellőzésű burkolatot tettünk a klisztronra.

c/ A hálózati feszültség ingadozásai folytán az anódpotló kijövő feszültsége a stabilizáció ellenére is kissé változott. Ez a klisztron oszcillátor amplitudójában 2 - 3 %-os ingadozásokat okozott.

Ezért úgy végeztük a méréseket, hogy minden egyes mérésnél oda - vissza végig mentünk az I/d görbén. Ha a két görbe egybeesik, fel tehetően nem változott az oszcillátor amplitudója mérés közben.

A 7. ábrán látható egy olyan mérésből származó görbe, ahol mérés közben az oszcillátor amplitudója megváltozott.



7. ábra

V. Mérési eredmények

1. Hullámhossz mérés

5 mérést végeztünk az állóhullámarány mérővel. 4 állóhullám maximum távolságát mértük. /Ennyi volt az ÁHV mérő szondájának a mozgási lehetősége./

Az eredmény

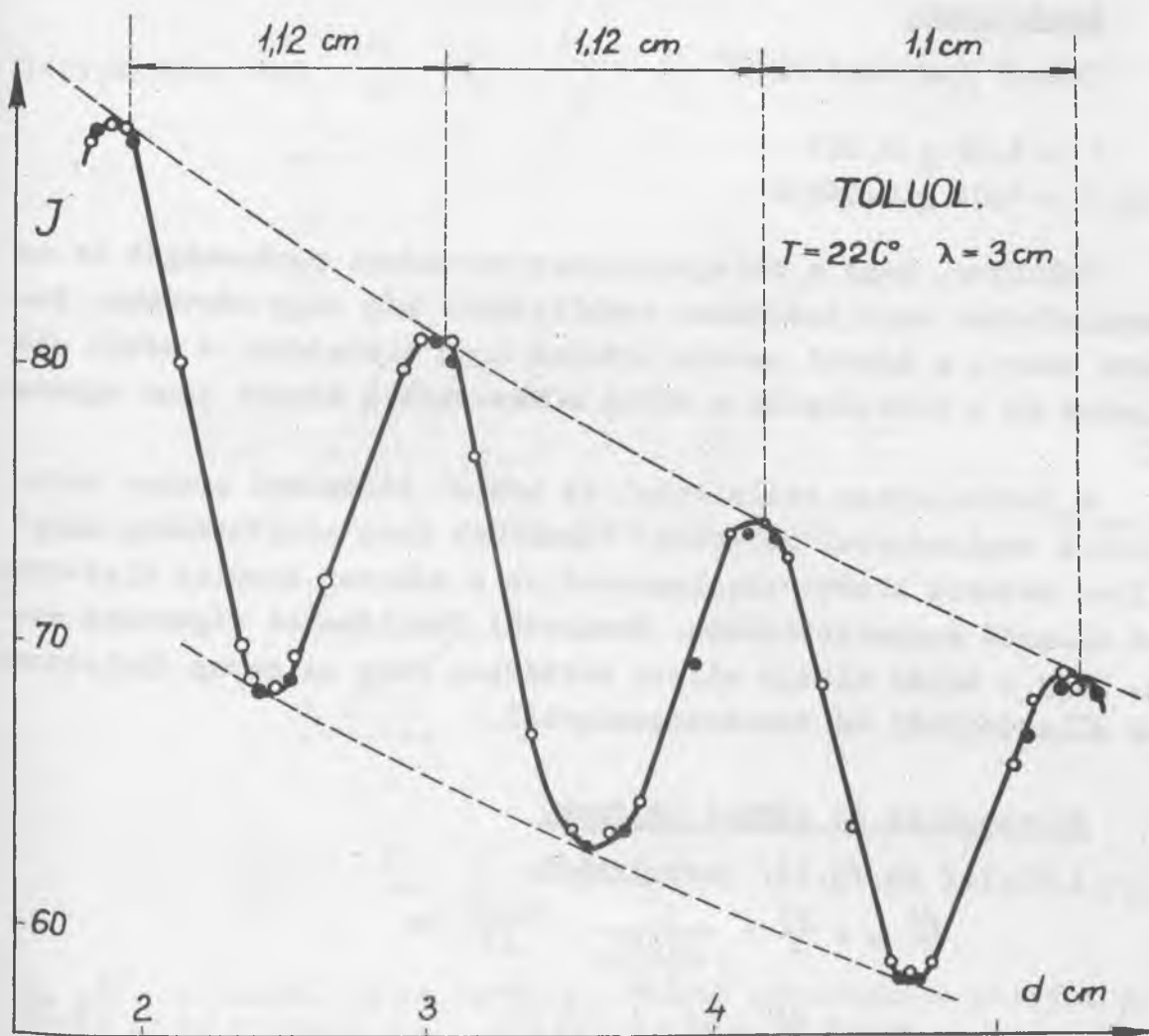
$$\lambda' = 4,2 \text{ cm}, \quad \text{innen}$$

$$\lambda = 3,1 \pm 0,02 \text{ cm}$$

λ = szabadtéri hullámhossz.

2. Rétegvastagság-függés mérése

A berendezés megbízható működésének ellenőrzésére szükséges volt először kimérni egy 3-4 periódusból álló görbét. /8. ábra/



8. ábra

Az oda-vissza történt mérésnél kapott pontok egyezése biztosítja, hogy az amplitudó nem változott mérés közben.

A görbe menete egyezik a számítottal: a periódusok egyenlők, az exponenciális jellegű burkoló megfigyelhető. A további mérése-

ket úgy végeztük, hogy két egymásutáni maximumot és a köztük levő minimumot mértük oda-vissza. Így kevésbé változhatik az amplitúdó, mint ha több egymásutáni perióduson mennénk végig.

Azokat a méréseket tekintettük megbízhatónak, melyeknél az oda-vissza törtéendő mérésnél kapott intenzitások 1%-nál kevesebbrel tértek el.

Eredmények:

Toluol /puriss/ 22 C°

$$\varepsilon = 2,39 \pm 0,022$$

$$\operatorname{tg} \delta = 0,02 \pm 0,00034$$

Tekintve, hogy a rétegvastagság mérésének pontosságát és az energiaforrás amplitudójának stabilitását még nagy mértékben fokozni lehet, a kapott szórás értékek igen biztatóak. A mérés elvégzése és a kiértékelés a többi módszerekhez képest igen egyszerű.

A továbbiakban etilalkohol és benzol különböző arányu keverékének segítségével méréseket végeztünk arra vonatkozóan, hogy milyen határok között alkalmazható ez a módszer komplex dielektromos állandó meghatározására. Ezenkívül becsléseket végeztünk arra, hogy a mérés hibája milyen mértékben függ az anyag dielektromos állandójától és veszteségszögétől.

Hibabecslés és mérési határok.

A /2.10/ és /2.11/ formulákból:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} &\approx 2 \frac{d\lambda}{\lambda} + \frac{2}{\left(\frac{2\Delta d}{b}\right)^2 + 1} \cdot \frac{d(\Delta d)}{\Delta d} \approx \\ &\approx 2 \frac{d\lambda}{\lambda} + \left[2 - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\lambda}{2b} \right)^2 \right] \dots\dots\dots /5,1/ \end{aligned}$$

ε értéke tehát a mérési pontosságot alig befolyásolja, legfeljebb Δd értékén keresztül, mivel

$$\Delta d \approx \frac{\lambda}{4 \sqrt{\varepsilon - \left(\frac{\lambda}{2b} \right)^2}} \quad /5,2/$$

és kis Δd mérésének nagy a relatív hibája. Másrészt:

$$\frac{d(\operatorname{tg} \delta)}{\operatorname{tg} \delta} = -\frac{1}{\log x} \frac{dx}{x} + \frac{2 \left(\frac{\Delta d}{b}\right)^2}{\left(\frac{\Delta d}{b}\right)^2 + \frac{1}{4}} \cdot \frac{d(\Delta d)}{\Delta d} =$$

$$= \frac{1}{\pi \left[\left(\frac{\Delta d}{b}\right)^2 + \frac{1}{4}\right] \operatorname{tg} \delta} \frac{dx}{x} + \frac{2 \left(\frac{\Delta d}{b}\right)^2}{\left(\frac{\Delta d}{b}\right)^2 + \frac{1}{4}} \cdot \frac{d(\Delta d)}{\Delta d} \quad \text{----- /5,3/}$$

Itt $x \approx 1 - \frac{B-A}{2}$ -ből $dx = \frac{dB}{2} - \frac{dA}{2}$

Tegyük fel, hogy $\frac{dJ_1}{J_1} = \frac{dJ_2}{J_2} = \frac{dJ_3}{J_3} = \frac{dJ}{J}$, ekkor

$$dB = B \frac{dJ}{J}$$

$$dA = A \frac{dJ}{J}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{A+B}{2-B+A} \frac{dJ}{J}$$

$$\frac{d(\operatorname{tg} \delta)}{\operatorname{tg} \delta} \approx \frac{A+B}{2-B+A} \frac{1}{\pi \left[\left(\frac{\Delta d}{b}\right)^2 + \frac{1}{4}\right] \operatorname{tg} \delta} \cdot \frac{dJ}{J} + \frac{2 \left(\frac{\Delta d}{b}\right)^2}{\left(\frac{\Delta d}{b}\right)^2 + \frac{1}{4}} \cdot \frac{d(\Delta d)}{\Delta d} \quad \text{----- /5,4/}$$

Rendszerint $\frac{\lambda}{2} < b < \lambda$, úgy vehetjük, hogy $b \approx \frac{3}{4} \lambda$. Ekkor

$$\frac{\Delta d}{b} \approx \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\pi} \frac{A+B}{2-B+A} \approx \frac{1}{2}$$

$$\frac{d(\operatorname{tg} \delta)}{\operatorname{tg} \delta} \approx \frac{2}{\operatorname{tg} \delta} \frac{dJ}{J} + \frac{1}{2} \frac{d(\Delta d)}{\Delta d} \quad \text{----- /5,5/}$$

Ha $\frac{dJ}{J} = 0,01\%$, és ha $\operatorname{tg} \delta$ -t 2%-nál pontosabban akarjuk mérni, a fenti becslés szerint $\operatorname{tg} \delta > 0,01$ kell legyen. $\operatorname{tg} \delta$ -nak felső határt az szab, hogy túl nagy $\operatorname{tg} \delta$ esetén [$\operatorname{tg} \delta \approx 0,5$] nagyon kicsi lesz. Ekkora $\operatorname{tg} \delta$ esetén azonban már nem is lenne érdemes így mérni, mivel a reflexiók együtthatót, a többszörös visszaverődések elhanyagolásával, közvetlenül mérhetjük.

A mérések és a becslés eredményeit a következőkben foglalhatjuk össze:

1. Az effektus a közepes és kisvesztességű anyagoknál jól

kimutatható, de $\operatorname{tg} \delta > 0,1$ értékek esetén már elmosódik és csak nehezen észlelhető. Tehát a módszer csak közepes és kisveszteségű anyagok esetén alkalmazható.

2. Azonos kiinduló feltételek mellett /amplitúdóstabilitás és rétegvastagság-mérési bizonytalanság/, - a $\operatorname{tg} \delta$ értékének változásával a 0-0,1 határok között, - az ε hibája nem változik lényegesen, a $\operatorname{tg} \delta$ hibája azonban az igen kis és az igen nagy veszteségek felé növekszik. Veszteségmérést, - elfogadható pontossággal, csak a $\operatorname{tg} \delta \approx 0,5 - 0,01$ határok között lehet végezni. Dielektromos állandómérést az egész észlelési tartományban megfelelő pontossággal lehet végezni. A dielektromos állandó meghatározási pontosságát csaknem kizárólag a rétegvastagság és a hullámhossz mérési pontossága határozza meg, így az itt elért 0,9% szórás valószínűleg erősen csökkenthető.

A veszteségmérés hibájának csökkentésére már gondos amplitúdó és frekvenciastabilizáció is szükséges.

3. A többi mérési módszerrel összehasonlítva azt láthatjuk, hogy a módszernek a közepes veszteségtartományokban lényeges előnyei vannak: egyszerűsége és kiértékelésének exakt volta. Kisveszteségű anyagok esetén az üregrezonátoros mérések jobbak, mert kiértékelésüknél már egyszerűsítő közelítéseket alkalmazhatunk, érzékenységük pedig nagyobb, mint a fenti módszeré.

Megjegyzések.

Köszönetet mondunk Faragó Péter osztályvezetőnek munkánk támogatásáért, Pavlicsek Istvánnak a mérés néhány előkísérletének elvégzéséért és Koszó Évának az elméleti kiértékeléshez adott értékes szempontjaiért.

Irodalom.

- [1] Böttcher: Theory of dielectric polarisation /1953/
- [2] Culshaw: Proc.Roy.Soc. B 66/1953. 597
- [3] Hedvig - Kurucz: KFKI Közl. 2/1954. 353
- [4] Culshaw: Proc.Phys.Soc. B 66/1953,597
- [5] Astman: Rev.Sci.I. 24/1953, 873
- [6] Lane-Saxton: Proc.Roy.Soc. A 213/1952, 400, 473
- [7] Froome: Proc.Roy.Soc. A 213/1952, 123.
- [8] Montgomery: Microwave measurements, MIT. 11.
- [9] Essen - Froome: Suppl.N.Cim. 3/1952, 277
- [10] Froome: Nature, 169/1952, 107
- [11] Ledinegg - Urban: Acta Phys.Austr. 3/1949, 82 4/1951, 9, 197
- [12] Nagy I. - Pallagi - Pál: KFKI Közl. 5/1955, 563
- [13] Benoit - Talpey: Suppl. N.Cim. 3/1952, 231
- [14] Kotozonow: Zs.Tech.Fiz. 21/1951, 801
- [15] Rabenhorst: Ann.Phys. 16/1955, 163
- [16] Southworth: Microwave transmission
- [17] Whiffen - Thompson: Transaction Far. Soc. 1946, /Dielectrics/.

Érkezett 1955. dec. 31.

AZ ATOMFIZIKAI OSZTÁLY KÖZLEMÉNYE

OSZTÁLYVEZETŐ: SIMONYI KÁROLY

Nehézzvíz félüzemi előállítása

Irta: Czike Kálmán és Fodor Józsefné

A fizikai kutatás céljaira szolgáló /kb. 1 g/ hónap/nehézzvíz előállítására már nem elégséges az a kísérleti berendezés, melyet a szeparációs tényezőre vonatkozó vizsgálataink során alkalmaztunk. [1] A kis üvegcellák törékeny volta, nagy számuk miatti nehézkes kezelésük indokoltá tette olyan módszer kidolgozását, mellyel lehetőleg folyamatosan, biztonságosan, egyszerűen üzemszerűen lehet dolgozni.

A nehézzvíz előállítására az elektrolizises módszert alkalmaztuk.

Elméleti megfontolások

A nehézzvíz előállítására vonatkozó kísérleteinkből megállapítottuk [1,2] hogy a szétválasztási tényező α függ a lugkoncentrációtól, a hőmérséklettől és a katód anyagi minőségétől. Optimális körülmények között akkor megy végbe az elektrolízis, ha a hőmérséklet alacsony, a lug koncentráció 0,5 n KOH, és nikkel katódon elektrolizálunk. A kívánt koncentrációju nehézzvíz előállításához szükséges kiindulási víz mennyisége függ még a kiindulási víz deutériumoxid tartalmától is. Az I. táblázat a kiindulási víz szükségletet mutatja néhány α érték mellett. A II. táblázatban különböző kiindulási koncentrációk mellett szükséges vízmennyiséget tüntettük fel azonos α érték mellett.

I. táblázat

Kiindulási elektrolitban a deutérium móltörtje 0,00015
Végő elektrolitban a deutérium móltörtje 0,80.

α	1 g 80 mól %-os D előállításához szükséges anyag mennyisége l-ben
4	159,2 l
5	68,1 l
6	40,9 l

II. táblázat

Kiindulási anyag D mól %-a	1 g 80 mól %-os D előállításához szükséges anyag mennyisége, $\alpha = 5$ esetében
0,015	68,1 l
0,070	10,0 l
0,098	4,36 l.

Az elektrolízis menetét két módon végezhetjük:

- a/ A kiindulási anyagot több lépcsőben meghatározott arányban besűrítjük,
 b/ az elektrolízis folyamán elbontott vizet állandóan pótoljuk. Ebben az esetben az utántöltést addig érdemes csinálni, míg az eltávozó gáz el nem éri a betöltött víz deutérium tartalmát. A III. táblázat különböző α értékek mellett a gázban eltávozott deutériumoxid tartalmát és azt a kezdeti és végtérfogati arányt tartalmazza, melynél a betáplált víz D_2O tartalma megegyezik az eltávozott gázéval.

III. táblázat

α	D_2O %, mely a gázban elvész	A kezdeti és végső térfogat aránya ha a D_2O koncentráció a gázban megegyezik a normális vizével
5	33,1	7,5
6	30,2	8,6
7	27,7	9,7

A folyadék D_2O tartalmát d és α -t ismerve, a következő közelítéssel lehet a gáz D_2O d' tartalmát kiszámítani: [3]

$$d = \alpha \cdot d'$$

Az eltávozott gázzal elveszett D_2O tartalmat %-ban a következő képlet adja:

$$100 \cdot \frac{V_0 \cdot d_0 - V_0 \cdot d_0 \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}}{V_0 \cdot d_0} = 100 / 1 - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} / \%$$

V_0 a kiindulási térfogat, d_0 a folyadék D_2O tartalma, α a szétválasztási tényező.

A kiinduláshoz szükséges mennyiséget csökkenteni lehet, ha az eltávozó gáz deutérium tartalmát regeneráljuk. Ha V_0 kezdeti térfogatot V' -vel kell csökkenteni egyszerű elektrolízissel és a visszanyerést addig folytatjuk, míg a térfogat V_1 -től V_2 -ig csökken,

$$\int_{V_2}^{V_1} \frac{V_0}{V^\alpha} dV = V_0 \cdot \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \int_{V_2}^{V_1} \frac{dV}{V} = 2,3 V_0 \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \log \frac{V_1}{V_2}$$

Tuloldali képletből számított mennyiséggel lehet a kezdeti térfogatot csökkenteni.

A IV. táblázat $V_1/V_2 = 2$ mellett a kezdeti V_0 csökkenését mutatja %-ban különböző α -k mellett.

IV. táblázat

$\alpha =$	5	6	7	
Kezdeti V_0 csökkenése %-ban	9,3	8,1	7,2	$V_1/V_2 = 2$

Az égetést akkor érdemes elkezdni, amikor az eltávozó gáz D tartalma nagyobb, mint a kiindulási vizé. A gáz visszanyerése erősen csökkenti α befolyását.

A berendezés leírása

W.A.Brown [4] és A.F. Dagget nyomán az üvegcellák helyett vas cellákat alkalmaztunk, nikkel anóddal.

A berendezés lényegében elősűrités céljaira szolgált és két fokozatban működött. Az első fokozat 6 db. egyenként 3 liter elektrolitot befogadó vashengerből állott /1. ábra/, mely egyben katódul is szolgált. Átlyuggatott ugyancsak henger alakú nikkel anód nyult be az edénybe, ami a henger falától plexi hasábokkal volt elszigetelve. Az anód fém nyele a cellákat lezáró korong alakú vas fedőn vezetett ki keménygummi szigeteléssel. A fejlődő gázok a fedőlapon elhelyezett 3 db. 0,5 cm átmérőjű kivezető lyukon ill. az ezekhez csatlakozó kb. 10 cm hosszú üvegcsöveken távoztak el. A cellák külső fala rozsdagátló festékkal volt bevonva. Az edények hűtőkádban voltak elhelyezve. Jó hűtési viszonyok esetén az elektrolit hőfoka kb 2 fokkal volt melegebb a hűtőviz-nél, és a párolgási veszteség több kísérlet átlagaképen kb. 3 %-nak adódott az eredeti elektrolit térfogatra vonatkoztatva. A párolgási veszteséget pontosan nem tudtuk meghatározni, mert az elektrolizáló berendezés éjjel-nappal működött és az áramerősségben több amper ingadozás lépett fel. Az elektrolit hőfoka átlagban 15°C volt. A vas hengerek fedőlapja egyuttal mint biztonsági szelep is működött, mert a fedőlap a vas hengerhez nem volt odaerősítve. Megfigyeléseink szerint véletlen ivhuzódás következtében beállott robbanásnál a fedőlap kilöködött az anóddal

együtt és további robbanás egy esetben sem történt. A cellákat sorba kötöttük, az elektrolizáló áramot egyenáramu dinamó szolgáltatatta.

Kiindulási anyag

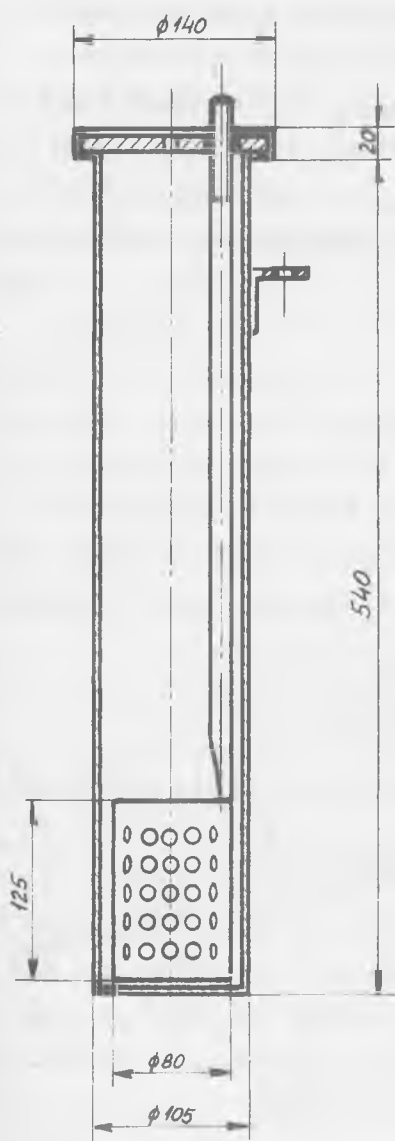
Kísérleteink során részben csapvizből indultunk ki, részben a Budapesti Oxigén Gyár használt elektrolitjából. Méréseink szerint a csapviz deutériumoxid tartalma 0,016 s % D_2O , a használt elektrolit átlagosan 0,07 s%. KOH-val 0,5 n lugskoncentrációt állítottunk elő, ugyanis kísérleteink szerint ennél a KOH koncentrációnál a legnagyobb α értéke. Az áram gazdaságosabb kihasználása érdekében töményebb elektrolit alkalmazása lett volna indokolt, mint a hidrogént és oxigént előállító üzemekben. Az elektrolízis során azonban az elektrolit amugyis betöményedik, s hogy lugkiválás nélkül nagy mértékben tudjunk sűríteni, szintén kis kiindulási koncentráció kívánatos.

Lugos elektrolit helyett lehetett volna savas elektrolitot alkalmazni, de ebben az esetben ólom elektródákkal kellett volna dolgozni és a keletkező ólomiszap erősen rontotta

α értékét. Azonkívül lugos elektrolit alkalmazása esetén a kapocsfeszültség is kisebb, és kevesebb energia szükséges.

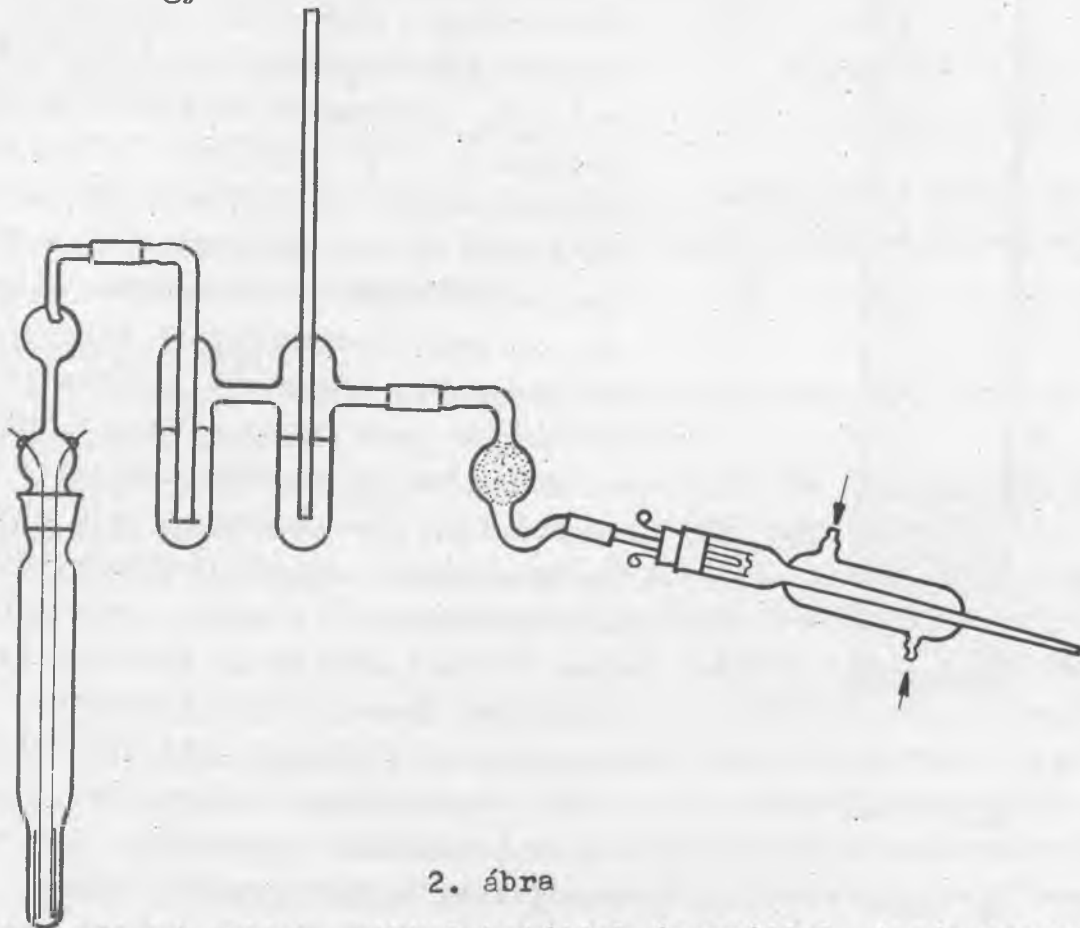
Az elektrolízis menete

A kiindulási 0,5 n KOH elektrolitot az első lépésben 6 db 3 literes vashengerben elektrolizáltuk, térfogatának 1/5-ére. 100 A áramerősség mellett 3,5 V feszültségesést mértünk. A katódikus áramsűrűség 0,3-0,4 A/cm² volt. A kivett anyag 1/5-ét félretettük a második lépés lugosítására, a többit széndioxiddal semlegesítettük és desztilláltuk.



1. ábra

A második lépcső cellái hasonlóak voltak az első lépcső celláihoz, csak 1 liter térfogatúak. 3 ilyen cellába került a ledesztillált elektrolit. Az áramerősség 50 A, a katódikus áramsűrűség $0,46 \text{ A/cm}^2$ volt. Az elektrolízist addig folytattuk, míg a térfogat ötödére csökkent. Semlegesítés és desztillálás után az elektrolit égető berendezésbe került, ahol az eltávozó gáz deutérium tartalmát regeneráltuk. A harmadik lépcső az égető berendezéssel egyesített elektrolizáló cella volt /2. ábra/. A cel-



2. ábra

lák üvegből készültek, nikkal katóddal és anóddal. A gáz cseppfogón, homokzáron és nyomásmérőn keresztül az égető fejbe jutott, melyben izzó platina drót segítségével vízzé égettük el. Az így nyert deutériumoxidot tartalmazó vizet az előző lépcső kiindulási anyagához adtuk hozzá. Az elektrolízist addig folytattuk, míg a kívánt mennyiségű és töménységű deutériumoxidot el nem értük.

Az ilyen szakaszos elektrolízis nagy hátránya, hogy minden besűrítés után az elektrolitot le kell desztillálni, az edényeket ki kell tisztítani és újra meglugosítva folytatható az elektrolízis.

E műveletek nemcsak időveszteséget jelentenek, hanem a desztillációnál és az átöntéseknél elkerülhetetlen anyagveszteséget is.

Az elektrolízis folyamatosabbá tételére a besűrités helyett az első lépcsőben a kiindulási anyagot addig töltöttük az edényekbe, míg az eltávozó gáz deutérium tartalma el nem érte a betáplált folyadékét. A III. táblázat adatai szerint 5α -val számolva a kezdeti és végtérfogat arány 7,5 lehet feltöltés esetén.

Az első lépcsőben kb. ötszörös feltöltést alkalmaztunk, és azután az elektrolitot ötödére sűritettük. Ebben az esetben a második lépés már égetés lehet, mert ezzel a módszerrel az előbbi szakaszos elektrolízis két lépését egyesítettük.

A második lépcső az égetéssel egyesített elektrolízis, melynél szintén nem sűritést, hanem utántöltést alkalmaztunk. Az V. táblázat tartalmazza az utántöltéses elektrolízis üzemi adatait.

V. táblázat

Utántöltéses elektrolízis

Lépcső	Kiindulási mennyiség	Kiindulási D_2O s %	Végső térfogat	Végső D_2O s %	V_o/V	α	veszteség
I	50200 ml	0,0983	3620 ml	0,838	13,8	5,4	320 ml
II	3300 ml	0,838	525 ml	4,057	6,2	7,2	33 ml
III	492 ml	4,057	30 ml	31,20	16,4	4,1	6 ml
IV	24 ml	31,20	5,1 ml	83,4	4,8	5,2	--

Égetéssel nyert víz D_2O tartalma

Lépcső	Égetett víz mennyisége	Égetett víz D_2O tartalma s %.
III.	450 ml	2,15
IV.	16 ml	17, 8

Az eredmények azt mutatják, hogy a legnagyobb veszteséget a desztilláláskor fellépő anyagveszteség okozza.

A deutériumoxid koncentráció meghatározása.

A deutériumoxid koncentrációt 10 s%-ig uszós sűrűségméréssel határoztuk meg, [5] nagyobb koncentrációnál az elegy fagyáspontját mértük. Ezt a módszert előző dolgozatunkban részletesen ismertettük [6].

Az edények tisztítása

Az elektrolízis megkezdése előtt minden esetben gondosan megtisztítottuk a vas henger falát és az anódot. A vas hengert hígított sósavval, a nikkel anódot bécsi mésszel tisztítottuk. Az elektródák szennyezése, különösen az elzsirosodás jelentékenyen rontja α értékét.

Az eljárás gazdaságossága

1 g 83,4 s %-os nehézvíz előállításához csapvizből kiindulva 1000 Kwó, a 0,0983 s %-os hidroxigén elektrolit maradékból előállítva 105 Kwó energia szükséges. 42 filléres ipari árammal számolva a Hydroxigén elektrolitból előállított nehézvíz 1 g-ja 44,1 Ft-ba kerül. Ehhez az árhoz hozzá kell még adni az előállításához szükséges KOH árát, a munkadíjat és a rezsiköltséget. Külföldön 1 g 99 %-os nehézvíz ára 0,2 dollár, ez az ár azonban az egyre nagyobb méretű előállítás következtében állandóan csökken.

Kísérleti berendezésünk hatásfoka legalább olyan jó, mint az irodalomban ismertetett ipari jellegű nehézvizet előállító üzemeké, ahol az alkalmazott magas hőfok miatt sokszor igen kicsi, 3 körüli α -val dolgoznak [7]. Ennek ellenére nagyobb mértékben való nehézvíz előállítása elektrolízises módszerrel Magyarországon nem volna gazdaságos, mert olcsó villamosenergia nem áll rendelkezésünkre.

Az elektrolízis befejezése után történő desztillációknál visszamaradó KOH szintén anyagi veszteséget jelent, mert az így nyert KOH erősen szennyezett, és csak a legtisztább KOH-t lehet lugosításra használni.

Mint már említettük, eljárásunkban a laboratóriumi égető nehezséget jelent. Az alkalmazott hűtőkád nagy terjedelme, a többszöri festés ellenére fellépő rozsdásodás is kellemetlen. Ezért hűtőköpennyel ellátott elektrolizáló edények készítését és üzembiztos nagyobb teljesítményű égető konstruálását vettük tervbe. Ezek az elképzelések azonban egyelőre nem kerültek megvalósításra.

E helyen is köszönetet mondunk Simonyi Károly egyetemi tárnak, a Központi Fizikai Kutató Intézet Atomfizikai Osztálya vezetőjének és Trencsényi Dezsőné technikai munkatársunknak.

Összefoglalás

Elektrolizises módszerrel 5 g 83,4 s%-os nehézvizet állítottunk elő vas cellákban nikkel anódot alkalmazva. A kiindulási elektrolit a Hidroxigén gyártól kapott 0,0983 s %-os D_2O tartalmu használt elektrolit lug volt 0,5 n KOH koncentrációval.

Az elősűritést folyamatos utántöltéssel végeztük, majd az így nyert folyadék térfogatot ötödére redukálva égető berendezésben elektrolizáltunk tovább. Az eltávozó gázt égetéssel regenerálva, az így nyert folyadékot az előző lépcső anyagához adtuk hozzá. Az egyes lépések között a besűrűsödött lugot széndioxidos neutralizálás után ledesztilláltuk.

A fenti körülmények között 1 g 83,4 s %-os nehézviz előállításához 105 Kwó szükséges, mely 44,1 Ft-nak felel meg, szemben a világpiaci 0,2 dolláros árral.

Irodalom:

- [1] Cziike Kálmán, Fodor Józsefné: K.F.K.I. Közlemények, 2. évf. 2. szám /1954/.
- [2] Cziike Kálmán, Fodor Józsefné: K.F.K.I. Közlemények, 2. évf. 4. szám /1954/.
- [3] Goldfinger és Scheepers: J. Chim. Phys. 628 /1934/.
- [4] Brown és Dagget: J. Chem. Phys. 216 /1935/.
- [5] Kirshenbaum I.: Physical Properties and Analysis of Heavy Water, 1951.
- [6] Cziike Kálmán, Fodor Józsefné: K.F.K.I. Közlemények, 3. évf. 6. szám /1955/.
- [7] Washburn és Smith: Bur. of Stand. J. Research, 13, 599/1934/

Érkezett 1956. jan. 5.

AZ ATOMFIZIKAI OSZTÁLY KÖZLEMÉNYE

OSZTÁLYVEZETŐ: SIMONYI KÁROLY

Hidegemisszió nagy áramsűrűségeknel

Irta: Schmidt György

Összefoglalás: Levezetünk egy formulát, a hidegemissziós áramsűrűség feszültségfüggésére síkelektrodák esetén, amely a tértöltés hatását is exaktul figyelembeveszi. A formula kis áramsűrűségnél a hidegemissziót leíró Fowler-Nordheim, nagynál pedig a tértöltéses Child-Langmuir formulába megy át.

Elektronok hidegemisszióját fémekből a hullámmechanikai számításokkal levezetett Fowler-Nordheim formula a tapasztalattal kielégítő egyezésben leírja. Az elmúlt években sok olyan mérést végeztek a formula igazolására, amelyeknél az emittáló csúcson fellépő áramsűrűség igen nagy volt [1], [2], [3], [4] és [5]. Azt találták, hogy a mért görbe nagy áramsűrűségeknel eltér a számítottól és pedig olyan értelemben, hogy adott feszültséghez kisebb áram tartozik, mint azt a számítás alapján várni lehetne. Az eltérést a tértöltés hatásának tulajdonítják és becsléseket végeztek ennek igazolására. A kérdés vizsgálatának szerepe van a téremissziós mikroszkópia [6], [7] és a vákuumban történő elektromos kisülések vizsgálatának szempontjából is [8] és [9]. Ezért célszerűnek látszik exakt formulákat megadni, hogy a kérdés numerikusan is tárgyalható legyen.

A számítás síkelektrodákra aránylag egyszerűen végezhető el. Legyen a katód az y - z síkban elhelyezve és vele párhuzamosan x távolságra az anód. Az elektrodák közötti térben a potenciáeloszlást a

$$\Delta u = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad /1/$$

Poisson egyenlet határozza meg. A ρ töltéssűrűség kifejezhető a j áramsűrűség és v elektronsebesség segítségével:

$$\rho = \frac{j}{v} \quad /2/$$

Az elektronok sebessége, ha kezdő sebességük a katódnál 0:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad /3/$$

Vagyis:

$$\Delta u = \frac{\dot{\gamma}}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} u^{-\frac{1}{2}} = \alpha u^{-\frac{1}{2}} \quad /4/$$

ahol

$$\alpha = \frac{\dot{\gamma}}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} \quad /5/$$

Derékszögű koordináták esetén a geometriai elrendezést figyelembe véve a potenciálra a következő egyszerű alakú differenciálegyenletet kapjuk:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \alpha u^{-\frac{1}{2}} \quad /6/$$

Ez könnyen megoldható egy kis átalakítással:

$$\frac{d}{dx} \frac{du}{dx} = \alpha u^{-\frac{1}{2}} \quad /7/$$

$$d \frac{du}{dx} = \alpha u^{-\frac{1}{2}} \frac{dx}{du} du \quad /8/$$

vagyis

$$\frac{du}{dx} d \frac{du}{dx} = \alpha u^{-\frac{1}{2}} du \quad /9/$$

Integrálva mindkét oldalt

$$\left(\frac{du}{dx} \right)^2 - K = 4 \alpha u^{\frac{1}{2}} \quad /10/$$

A K integrációs állandó meghatározható a következő feltételből: ha $x = 0$ $U = 0$ és $du/dx = E_0$, ahol E_0 a katód felületén uralkodó térerősség. Ebből rögtön következik, hogy $K = E_0^2$ és /10/ egyenletünk:

$$\left(\frac{du}{dx} \right)^2 - E_0^2 = 4 \alpha u^{\frac{1}{2}} \quad /11/$$

alakú lesz. A levezetés idáig teljesen megegyezik a Child-Langmuir formula ismert levezetésével. A továbbiakban azonban ott feltételezzük, hogy $E_0 = 0$, hiszen az elektronok termikus emisszió útján tér nélkül lépnek ki a katódból. A mi esetünkben azonban $E_0 \neq 0$. A megoldandó differenciálegyenlet tehát:

$$\frac{du}{dx} = \sqrt{4 \alpha u^{\frac{1}{2}} + E_0^2} \quad /12/$$

illetve

$$\int \frac{du}{\sqrt{4 \alpha u^{\frac{1}{2}} + E_0^2}} = \int dx \quad /13/$$

Legyen:

$$4 \alpha U^{1/2} + E_0^2 = \varphi^2 \quad - 78 -$$

/14/

akkor

$$U = \left(\frac{\varphi^2 - E_0^2}{4 \alpha} \right)^2$$

/15/

és

$$dU = \frac{(\varphi^2 - E_0^2) \varphi}{4 \alpha^2} d\varphi$$

/16/

Az integrálás a φ változó szerint most már keresztülvihető:

$$\int \frac{\varphi^2 - E_0^2}{4 \alpha^2} d\varphi = \frac{\varphi^3}{12 \alpha^2} - \frac{E_0^2 \varphi}{4 \alpha^2} + C = \frac{(4 \alpha U^{1/2} + E_0^2)^{3/2}}{12 \alpha^2} - \frac{E_0^2}{4 \alpha^2} (4 \alpha U^{1/2} + E_0^2) + C = X$$

/17/

A C integrációs állandó értéke, az $x = 0$ helyen felírható határfeltételből határozható meg, ott u.i. $U = 0$. Tehát

$$\frac{E_0^3}{12 \alpha} - \frac{E_0^3}{4 \alpha} + C = 0$$

/18/

amiből

$$C = \frac{E_0^3}{6 \alpha^2}$$

/19/

Végeredményben tehát a feszültség az x koordinátának a következő függvénye:

$$x = \frac{1}{4 \alpha^2} \left[\frac{(4 \alpha U^{1/2} + E_0^2)^{3/2}}{3} - E_0^2 (4 \alpha U^{1/2} + E_0^2)^{1/2} \right] + \frac{E_0^3}{6 \alpha^2}$$

/20/

Fenti formula ellenőrzése céljából megnézzük, hogy $E_0 \rightarrow 0$ esetén átmegy-e a Child-Langmuir formulába. Valóban ekkor:

$$U^{3/4} = \frac{3}{2} \sqrt{\alpha} x$$

/21/

adódik.

Bennünket elsősorban az érdekel, hogy adott $x = x_0$ távolságban elhelyezett anódra $U = U_0$ feszültséget kapcsolva, mekkora j áramsűrűséget kapunk /i-t α tartalmazza/. Ehhez azonban ismerni kell a j áramsűrűség és E_0 közti összefüggést. Ezt szolgáltatja éppen téremisszió esetén a Fowler-Nordheim formula:

$$j = 1,55 \cdot 10^{-6} \frac{E_0^2}{V_a} \exp \left[-6,88 \cdot 10^7 V_a^{3/2} / E_0 \right] \varphi \left(\frac{3,62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E_0}}{V_a} \right)$$

/22/

Adott U és x esetén /20/ és 22-ből egyértelműen adódik két ismeretlen E_0 és j /ill. α / értéke. A megoldás numerikus kivitelezése azonban nagyon körülményes. Minthogy bennünket a gyakorlatban általában az az eset érdekel, amikor a téröltés hatása ki-

csi, erre vonatkozólag érdemes közelítő eljárást kidolgozni.

Ha a tértöltés hatása kicsi, akkor $E_0^2 \gg 4 \alpha U^{1/2}$ és így

$$(4 \alpha U^{1/2} + E_0^2)^{3/2} = E_0^3 + \frac{3}{2} E_0 \cdot 4 \alpha U^{1/2} + \frac{3}{8} E_0^{-1} (4 \alpha U^{1/2})^2 - \frac{3}{48} E_0^{-3} (4 \alpha U^{1/2})^3 + \dots /23/$$

és

$$(4 \alpha U^{1/2} + E_0^2)^{1/2} = E_0 + \frac{1}{2} E_0^{-1} 4 \alpha U^{1/2} - \frac{1}{8} E_0^{-3} (4 \alpha U^{1/2})^2 + \frac{3}{48} E_0^{-5} (4 \alpha U^{1/2})^3 - \dots /24/$$

sorfejtésekben a felírtaknál magasabb rendű tagok elhanyagolhatók. A 20 egyenletbe való behelyettesítés céljából szorozzuk meg 23-at $1/3$ -al, 24-et pedig E_0^2 -el és az előbbiből vonjuk ki az utóbbit:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} E_0^3 - E_0^3 + \frac{1}{8} (4 \alpha U^{1/2})^2 + \frac{1}{8} E_0^{-1} (4 \alpha U^{1/2})^2 - \frac{1}{48} E_0^{-3} (4 \alpha U^{1/2})^3 - \frac{3}{48} E_0^{-3} (4 \alpha U^{1/2})^3 = \\ = - \frac{2}{3} E_0^3 + 4 E_0^{-1} \alpha^2 U - \frac{16}{3} E_0^{-3} \alpha^3 U^{3/2} \end{aligned} \quad /25/$$

Ezt 20-ba behelyettesítve:

$$\begin{aligned} x = - \frac{1}{6} \frac{E_0^3}{\alpha^2} + E_0^{-1} U - \frac{4}{3} E_0^{-3} \alpha U^{3/2} + \frac{E_0^3}{6 \alpha^2} \\ = \frac{U}{E_0} - \frac{4}{3} \left(\frac{\sqrt{U}}{E_0} \right)^3 \alpha \end{aligned} \quad /26/$$

Ez a kifejezés már lényegesen egyszerűbb alaku és fizikailag is jól interpretálható. Vezessük be a

$$\frac{4}{3} \left(\frac{\sqrt{U}}{E_0} \right)^3 \alpha = \Delta x \quad /27/$$

jelölést. Akkor

$$\frac{U}{E_0} = x + \Delta x \quad /28/$$

és

$$E_0 = \frac{U}{x + \Delta x} \quad /29/$$

Ha nincs tértöltés, akkor $\Delta x = \alpha = 0$, és $E_0 = U/x$, amint az várható. A tértöltés hatása a katódtérerősségre olyan, mintha az U feszültség egy Δx -el megnövelt anódtávolságon lépne fel.

Konkrét esetben, adott x elektródatávolság mellett a feszültség és áramsűrűség közti összefüggést a következőképpen számíthatjuk ki:

1. Kis áramsűrűségeknél: A Fowler-Nordheim törvény segítségével kiszámítjuk az adott E_0 katódtérerősséghez tartozó j emissziós áramsűrűséget, ebből pedig (5) összefüggés segítségével α -t. Nulladik közelítésnek induljunk ki (27) összefüggésben

$U = E_0 x$ értékből. Akkor

$$\Delta x = \frac{4}{3} \left(\frac{\sqrt{E_0 x}}{E_0} \right)^3 \alpha = \frac{4}{3} \left(\frac{x}{E_0} \right)^{\frac{3}{2}} \alpha \quad /30/$$

Ha $\Delta x \ll x$, akkor a tértöltésnek ennél az áramsűrűségnél még nincs jelentős szerepe és U_{kor} kiszámítása

$$U_{\text{kor}} = E_0 (x + \Delta x)$$

felhasználásával történhetik.

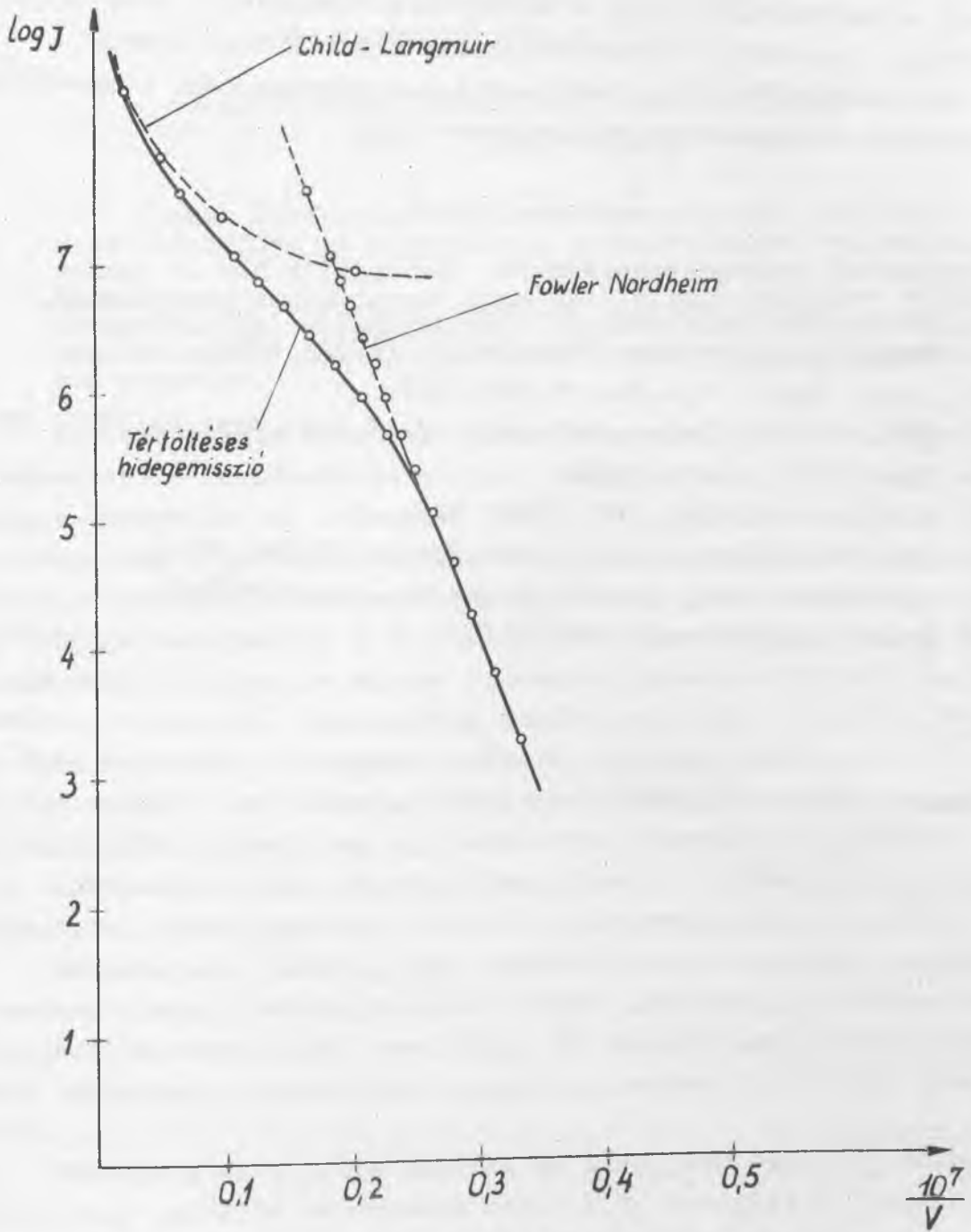
Ha Δx már megközelíti x nagyságrendjét, akkor célszerű U_{kor} értéket behelyettesítve (27)-be, kiszámítani Δx korrigált értékét is. Így szukcessziv aproximációval eljuthatunk U -nak - jelen közelítésen belül - pontos értékéhez.

2. Nagy áramsűrűségeknél, ahol Δx már x nagyságrendjében van az előbbi közelítés már nem használható, és kénytelenek vagyunk (20)-at közvetlenül megoldani. Nulladik közelítésnek célszerű itt is a 31-ből kapott U_{kor} értékből kiindulni. Ezt (20) jobb oldalába behelyettesítve / α -val és E_0 -al együtt/ kapunk valamilyen x értéket. U -nak különböző / U_{kor} -nál nagyobb/ értékeket adva eljuthatunk a keresett exakt megoldáshoz, amikor is az egyenlet baloldalán az elektróda-távolságnak megfelelő x értéket kapjuk. A számítás nagyon fáradtságos, annál is inkább, mert (20)-ban nagy számok kis különbségeként kapjuk x -et, ami miatt az egyes tagok kis százalékos hibája is x -ben esetleg nagyságrendi eltérést okoz.

Elvégeztem a számítást $V_a = 4$ eV és $x = 0,1$ mm esetére. A (22)-nek megfelelő j és E_0 értékpárokat a [10] cikkben közölt táblázatból vettem át. Az 1. ábrán feltüntettem az ily módon számított görbe mellett a Fowler-Nordheim és a Child-Langmuir formulából számított görbéket is. Amint várható kis áramsűrűségnél az előbbi, igen nagy áramsűrűségnél viszont az utóbbi közelíti meg jól az exakt görbét.

A Fowler-Nordheim törvénytől a görbe 10^5 - 10^6 A/cm² áramsűrűségnél kezd eltérni kvalitatíve hasonlóan, mint a kísérletileg felvett görbéknél /1/- /5/. Kvalitatív egyezésnél többet nem is várhatunk, hiszen a számítás nem sokkal szemben álló csucsra, hanem párhuzamos síkelektrodákra vonatkozott.

Fizikailag magától értetődő, hogy csucs esetén ugyanaz az áramsűrűség, az elektronpályák széttartó tendenciája miatt kevésbé csökkenti a katód térerősségét, mint a számított esetben.



1. ábra.

Igy az a megfigyelés, hogy a tértöltéstartomány 10^7 A/cm² körül kezdődik, legalábbis hozzávetőlegesen megerősítést nyert.

Köszönettel tartozom Rósa Antal laboránsnak, aki a numerikus számítások elvégzésében segítségemre volt.

I R O D A L O M

- [1] Dyke és Trolan: Phys.Rev.89. /1953/ 799.
- [2] Dyke, Trolan, Martin, Barbour: Phys.Rev.91 /1953/ 1043.
- [3] Dolan, Dyke, Trolan: Phys.Rev.91 /1953/ 1054
- [4] Dolan, Dkye: Phys.Rev.95/1954/327.
- [5] Dyke, Trolan, Dolan és Barmes: J.of Appl.Phys.24/1953/ 570.
- [6] Dyke: Proc.I.R.E. 1955.
- [7] E.Müller: Z.Phys. 126 /1949/ 642.
- [8] Kisliuk, Boyle, Germer: Phys.Rev.98 /1955/ 560.
- [9] G.Schmidt: Acta Physica Hungarica. Megjelenőben
- [10] Dolan: Phys. Rev.91 /1953/ 510.

Érkezett 1956. jan. 10.

AZ ATOMFIZIKAI OSZTÁLY KÖZLEMÉNYE
OSZTÁLYVEZETŐ: SIMONYI KÁROLY

Az atomenergia hasznosításának lehetősége

Irta: Simonyi Károly

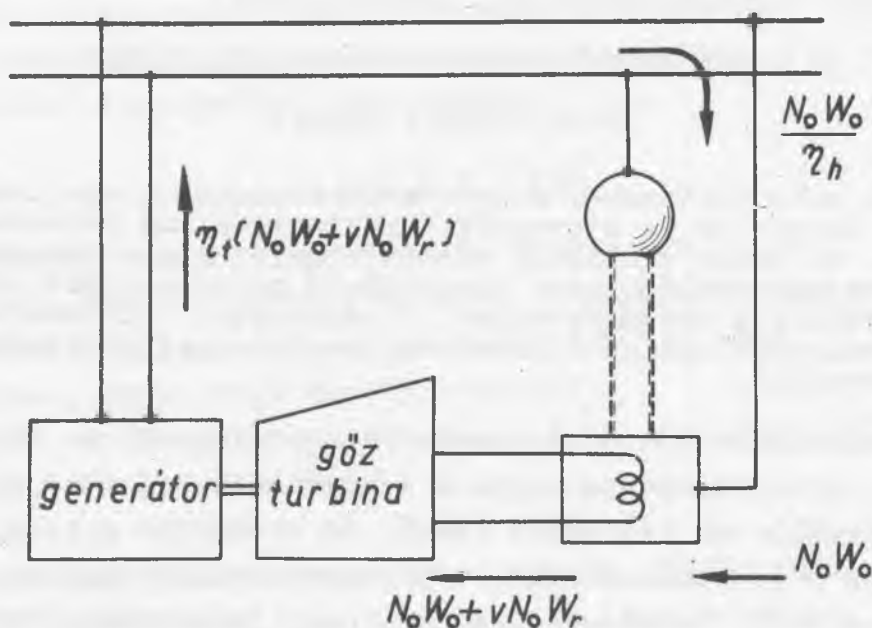
A cikk elsősorban a gyorsítóberendezések esetleges szerepét tárgyalja az atomenergia makroszkópikus felszabadításában. Az eddig publikált adatok alapján már a targetteljesítmény makroszkópusan kimutatható megnövekedése várható a magreakciók eredményeképpen. A részecskék hatótávolságának megnövekedése ionizált gázokban komoly energia-felszabaduláshoz vezethet.

Az atomenergia makroszkópikus felhasználásának ma két módja ismeretes: A maghasadáson alapuló láncreakció, illetve az igen magas hőmérsékleten létrejövő fúzió. Ez utóbbinak a jelen pillanatban csak a robbanásszerűen, tehát nem szabályozhatóan lefolyó alakja ismeretes. Természetesen igen nagy jelentősége van ez utóbbi jelenségnek is a folyamatos energiatermelés szolgálatába való beállításának és minden bizonnyal számtalan kutató foglalkozik a kérdéssel; mindezideig azonban egy-két - sajtónyilatkozatban megjelent - mondaton túlmenő utaláson kívül még a vizsgálatok irányára vonatkozóan sem jelentek meg tudomásunk szerint publikációk, eltekintve egy reaktorral kombinált megoldástól [1]. Az alábbiakban ezzel kapcsolatban néhány lehetőségre szeretnék rámutatni, amely esetleg a kérdés előbbreviteléhez vezethet.

Hangsúlyozni szokás, hogy gyorsító berendezésekkel nem lehet hasznos energianyereségre szert tenni. Lawrence, illetőleg Bhabha sajtónyilatkozata utal arra, hogy az energiatermelésben szerephez juthatnak a gyorsítók. Vizsgáljuk meg ezt a kérdést közelebbről.

Közlünk az 1. ábra szerint az időegység alatt N_0 részecskével egy gyorsító berendezés útján $N_0 W_0$ energiát η_h hatásfokkal. Hozzon létre ezen részecskék mindegyike v valószínűséggel magreakciót, amelynél W_r energia szabadul fel. Az így felszabaduló meleget η_t termikus hatásfokkal alakítsuk vissza villamos energiává. Annak feltétele, hogy ez a ciklus saját energiafogyasztását ellássa, illetve még a hálózatnak hasznos energiát is tudjon adni:

$$\eta_h \eta_t (N_0 W_0 + v N_0 W_r) \geq N_0 W_0$$



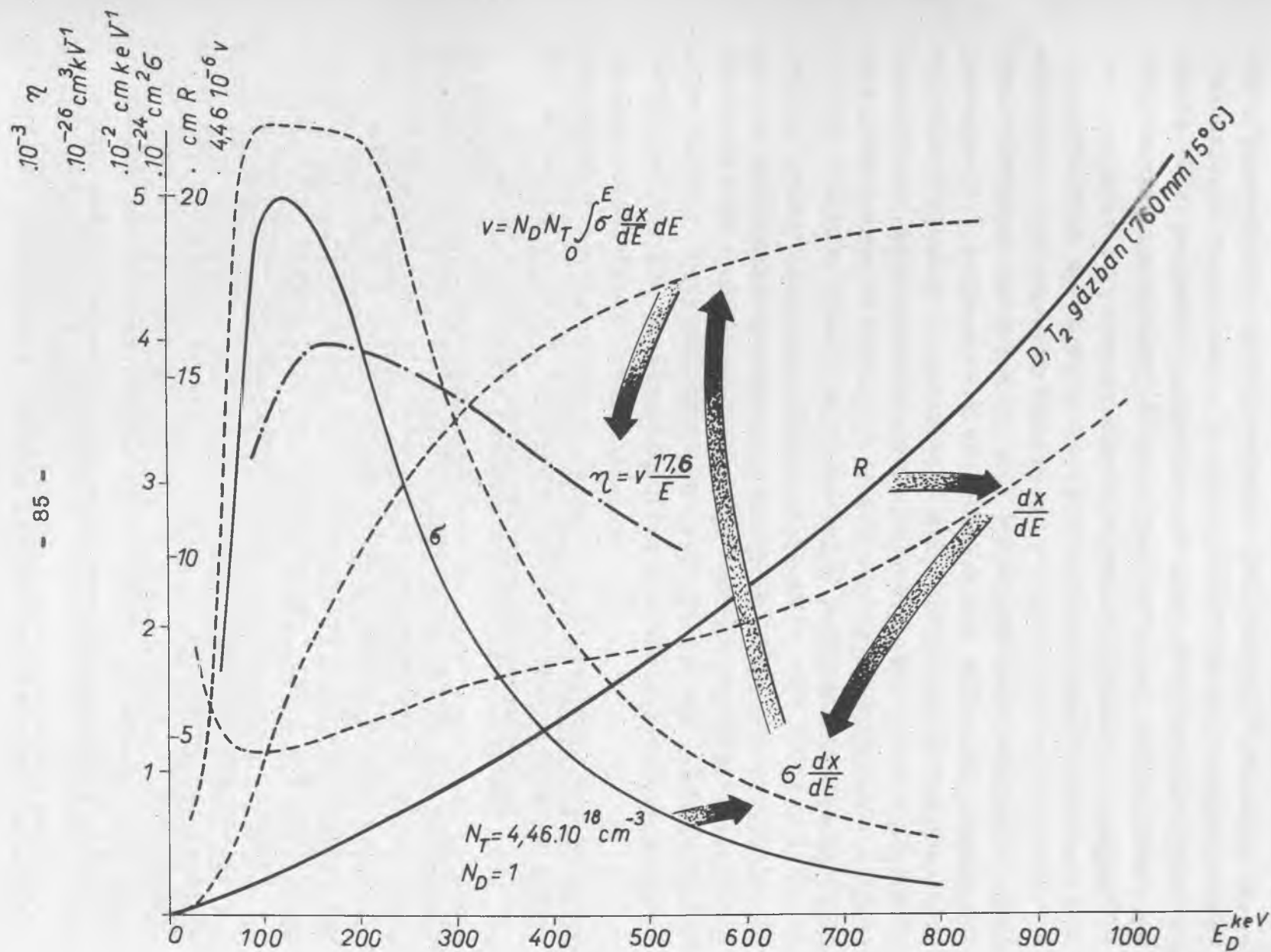
1. ábra

vagyis

$$\nu \frac{W_r}{W_0} \geq \frac{1}{\eta_h \eta_t} - 1 \quad //$$

Ha figyelembe vesszük azt, hogy egy reakció bekövetkezésének valószínűsége általában nagyon kicsiny, 10^{-6} - 10^{-9} körül van, W_r/W_0 értéke viszont csak 10 nagyságrendű, továbbá a hálózattól kivett teljesítmény általában kW nagyságrendű, míg a target-teljesítmény csak néhány watt, így az egyenlet baloldala 10^{-5} - 10^{-8} értékű, a jobboldala viszont 10^3 értékű, tehát 10^8 , illetve 10^{11} tényező hiányzik az energia termeléshez. Ezért szokás általában azt mondani, hogy a gyorsító nem alkalmas energia-termelésre. Vizsgáljuk azonban az itt szereplő egyes tényezők javításának lehetőségét.

η_h kis értékét elsősorban a kis targetáram és a gyorsítók viszonylagos bonyolult, sok segédberendezést - szivattyúk, ionforrás stb. - igénylő volta okozza. Nagy feszültségeknél és főleg nagy áramerősségeknél a gyorsítók segédberendezéseinek technikai tökéletesítésével ez a hatásfok elvileg a rendes villamosgépek igen jó hatásfokát megközelítheti. Minthogy nagyságrendi megfontolásokról van szó és a nagy target-teljesítmények megva-



lósításának lehetőségét Lawrence bebizonyította, ezt a következőkben egységnyiinek vesszük.

v kis értéke a reakciók kis hatáskeresztmetszetéből adódik. Pillanatnyilag a rendelkezésre álló adatok [2] szerint úgy látszik, hogy az /1/ egyenlet baloldala a $T^3(d,n)H_e^4$ reakciónál veszi fel legnagyobb értékét /2. ábra/. A deutérium hatótávolságából tritiumgázban, illetve a reakció hatáskeresztmetszetéből 0,2 MeV energiájú primer részecskénél $\sigma \sim 10^{-4} - 10^{-5}$ adódik, viszont W_r/W értéke felfelé kerekítve 10^2 , így a baloldal értéke $10^{-2} - 10^{-9}$ érték körül van, ami az előző 8-10 nagyságrend helyett már csak 2-3 nagyságrendet jelent. Annyit minden esetre leszögezhetünk, hogy a magreakció eredményeképpen a target hőteljesítménye majdnem 1 %-al, tehát makroszkópusan jól kimutatható értékkel nő meg.

A 2. ábrán a reakció ismert hatáskeresztmetszetéből, valamint a hatótávolságból grafikusan meghatároztuk a reakció bekövetkezésének valószínűségét, valamint a hatásfokot is a deuterónlövődék energiájának függvényeképpen.

Mint hogy a kis energiaértékek felé a specifikus ionizáció erősen megnő, így viszonylag kis utat fut be egy részecske és így kis valószínűséggel ütközik kis energiával. Nagy energiával növekvő hatáskeresztmetszetű reakcióknál várható a befektetett energia nagyobb százaléku visszatérítése.

Eddig még teljesen figyelmen kívül hagytuk azt a tényt, hogy a gyors neutronok, amelyek a reakciónál felszabadulnak, további magreakciók révén energiát szabadíthatnak fel. Így a tritiumtargetet U-238-val burkolva - - mint ahogy azt az utalások a H-bombánál is sejtetik - a gyors neutronok igen nagy valószínűséggel hasítást hozhatnak létre. Ez a target-teljesítmény 5 %-os emelkedését is vonhatja maga után.

Tekintsünk el, mint ahogy az előző becslésnél ugyancsak eltekintettünk, az ionoknak a magokon való rugalmas szórásából eredő energiaveszteségtől. Akkor csak egyetlen energiaveszteség van: a target-atomok elektronjaival való kölcsönhatás. Ezen energiaveszteség szabja meg a hatótávolságot. Ha ezt a hatótávolságot tetszésszerűen növelni tudnánk egy megadott részecske energiánál, mindegyik kövedéknek lehetősége nyílnék magreakció létrehozására, így biztosan hasznos többlet-energiát kaphatnánk.

Vajjon van-e mód a hatótávolság hatásos megnövelésére? Hogy erre a kérdésre felelhessünk, vizsgáljunk meg egymásik energia-
közlési módot:

Közeljünk a részecskékkel impulzusszerűen nagy energiát úgy, hogy deutérium-tritium keveréken keresztül kondenzátort sütünk ki. Így néhány kWs összenergia könnyen megvalósítható, ami 2-3000 eV átlagos részecske-energiának felel meg. Ez az elképzelhető leg-
egyszerűbb típusú gyorsító. Élünk egy pillanatra azzal az egészen durva feltevessel, hogy az így előálló ionizált gáz a Maxwell-eloszlást követi, akkor az összes ionoknak körülbelül 10^{-3} -
szorosa 20-25 keV energiánál nagyobb értékkel rendelkezik. Ezek mindegyike ütközni fog egy maggal, anélkül, hogy ionizáció útján energiát veszítene, mert az elektronokkal hőmérsékleti egyensúlyban van. Így igen nagy valószínűséggel mindegyik reakciót fog létrehozni, minthogy $T^3/d,n/He^4$ reakció hatáskeresztmetszete már ennél az energiánál is tekintélyes. Ilyen módon egészen durván a

$$\nu \frac{W_r}{W_0} \sim 10$$

érték is kiadódhat, ami 500 %-al több, mint a minimálisan szükséges mennyiség. Itt persze igen sok elhanyagolással éltünk: nem vettük figyelembe a nagyenergiájú részecskéknek a semleges gáz-
térbe, illetve az elektródába való szétdiffundálását, ahol az energiacsökkenés már ismét az ionizáción keresztül történik. Ez utóbbiak azonban felületi jelenségek: viszonyuk ahazsnos energia-
termelő folyamatokhoz a térfogat kellő növelésével csökkenthető. Ugyanakkor nem vettük figyelembe a reakció-termékek esetleges to-
vábbi magreakciójából adódó energiátöbbletét. Legfőképpen pedig nem vettük figyelembe azt a tényt, hogy ez a gáz rögtön elveszti-
tené energiáját sugárzás útján, illetőleg emiatt az átlagos részecskeenergia nem is nőhetne az itt megadott értékre. A kelet-
kezett maximális energiájú részecskék száma éppen a magreakción keresztül kísérletileg ellenőrizhető.

Hasonló igen erős klasszikus energia-koncentráció más módon is megvalósítható: így például fókuszált robbanó hullámok segítségével, esetleg ultrahanggal.[3].

Ha ezek közvetlen hasznos többletenergiát nem is adnak, arra esetleg jók, hogy annyira ionizálják a gáztargetet, hogy abban a külön gyorsítóval belőtt részecskék hatótávolsága erősen meg-

növekedjék. Így impulzusszerűen működő gyorsító szinkronizált lökésekkel ionizált gáztargettel esetleg hasznos többletenergiát adhat.

Felmerül az a kérdés, hogy ha több energia szabadul fel, mint amennyit befektettünk, nem fog-e ez feltétlenül "magfizikai" hőmérsékletre való begyulladásához vezetni. Az egyes elemi energiatranszferensek hatáskeresztmetszetének különbözősége miatt más lesz az a térfogat, amellyel az energiát közöltük, és más az a térfogat, amelyben az energia felszabadul. Így a begyulladás csak meghatározott feltételek mellett következhet be.

Természetesen minden módszer, amely a hatótávolság megnövekedéséhez vezet, segíti a többletenergia felszabadítást. Az egyetlen részecske átlagos hatótávolságának megnövekedését vonhatja maga után például a gyorsítók óriási áramerőssége is.

Mint ahogy láttuk, eddig deutériumról, tritiumról, U-238-ról volt szó. Az U-238 a szaporító reaktornak is nyersanyaga, a tritiumot pedig éppen a reaktorokban állítjuk elő. Az atomreaktorokon túlmenő energiatranszferencia problémája ilyen módon nem oldódik meg természetesen. Az itt ajánlott elrendezés csak a láncreakció nélküli, illetve a magfizikai hőmérsékletre való begyulladás nélküli makroszkópikus energiatranszferencia lehetőségét igazolhatná.

Köszönetemet fejezem ki azoknak, akikkel ezt a kérdést diskutáltuk, elsősorban Kálmán Gábornak akinek egy megjegyzését felhasználtam, Szalay Sándor professzornak egy kritikai megjegyzéséért, továbbá Neszmélyi Andrásnak a számítások elvégzéséért.

I R O D A L O M

- [1] F.E.O'Meara: An Enhanced Reactor Phys.Rev. 89 /1953/ 982.
- [2] Arnold et alii: Cross Sections for the Reactions D/d,p/T etc. Phys.Rev.93 /1954/ 483.
- [3] I.Thibaud et D.Perrier: Luminosité a la rencontre d'ondes de choc..

Érkezett 1956. jan. 11.

A RADIOLÓGIAI OSZTÁLY KÖZLEMÉNYE

OSZTÁLYVEZETŐ: BOZÓKY LÁSZLÓ

Szcintillációs alfa-számláló

II.

Irta: Lukovics Albert

A "KFKI Közleményei" egyik régebbi számában [6] leírt előzetes mérések után az alábbiakban a szcintillációs számlálóra vonatkozó általános megfontolásokat, a készülék leírását, karakteristikamérések eredményeit és energiamérésre vonatkozó következtetéseinket tárgyaljuk. Ismertetjük számlálónk hat különböző foszfor alkalmazása mellett kapott "plátómeredekségét" és "plátóhosszát".

A szcintillációs számlálóban egy energiával bíró részecske vagy kvantum a fotomultiplier fotokatódja elé helyezett foszforban fényfelvillanást kelt. Az elektromos töltéssel rendelkező részecskék közvetlenül gerjesztik a foszfort, amely ezután fényki-bocsátással visszatér a nem gerjesztett állapotba. Ha a beeső sugárzás elektromos töltéssel nem rendelkező részecskékből áll, akkor a sugárzás és a foszfor anyagának kölcsönhatása eredményeként nagyenergiájú töltött részecske kell, hogy keletkezzék, pl. fotoelektromos effektus, Compton-szórás vagy párképződés, magütközés vagy magreakció révén. Az így keletkezett fényimpulzus fotonjainak egy része a multiplier fotokatódjára esik és abból fotoelektronokat vált ki. A fotoelektronimpulzust ezután a fotomultiplier szekunder emittáló rendszere felerősíti és így a fotomultiplier anódján áramimpulzust kapunk. Ezen áramimpulzusnak megfelelő feszültségimpulzust a multiplier munkaellenállásán általában egy katódcsatolású előerősítő után impulzuserősítővel felerősítjük és az így kapott impulzusokat egy diszkriminátorral válogatjuk. A diszkriminátorból kapott jeleket scalerrel megszámloljuk. /A szcintillációs számláló blokksémája az 1. ábrán látható./

A mi készülékünk összeállítása a következő: foszforként a feladatnak megfelelően cinkszulfid típusu foszforokat alkalmaztunk. Előző méréseinket RCA 1P21 multiplierrel végeztük, jelen méréseinkben RCA 5819 fotomultipliert használtunk, mert ez stabilitása miatt sokkal megbízhatóbb és a végleges összeállításban



1. ábra

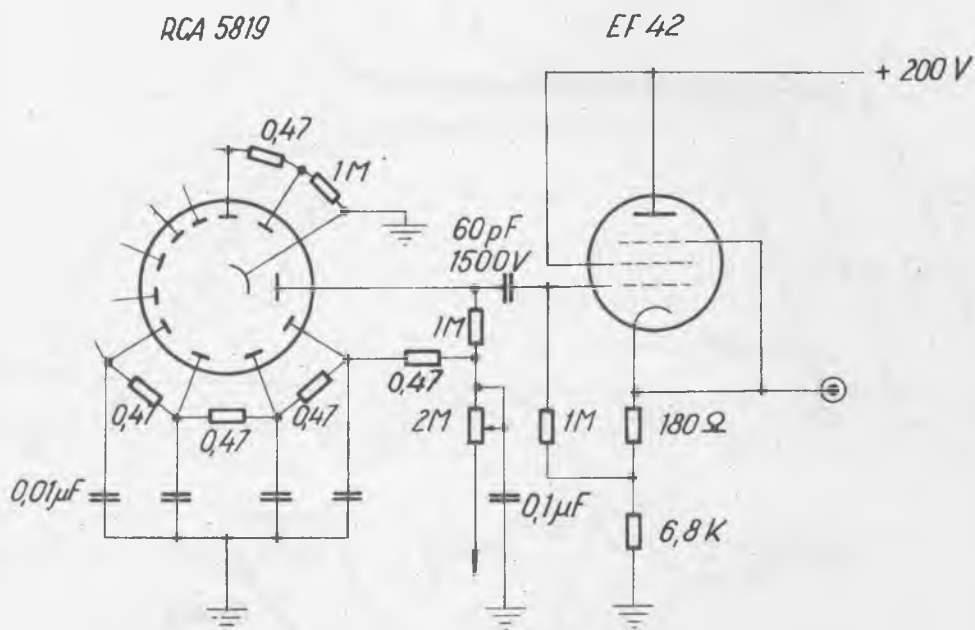
sokkal előnyösebb nagy felületű végablakos fotokatódja miatt. Ezen típusnál a végablak domboru, nem csiszolt felületéhez a megfelelő optikai csatolást egy plexihenger alkalmas hozzáillesztésével értük el. A multipliert külső mágneses terek befolyásának csökkentése érdekében 2 mm vastag vascsővel árnyékoltuk.

A multiplier tápfeszültségét anódtelepekről kapta, mert egyéb nagystabilitású tápfeszültségforrás, mely az osztólánc tápáramát szolgáltathatta volna, nem állt rendelkezésünkre. A tápfeszültséget 0,1 uF-os kondenzátorral szűrtük az esetleges nagyfrekvenciás zavarok ellen.

A leosztólánc ellenállásait 1-2%-os pontossággal azonosnak választottuk, mert ha a leosztólánc feszültségelosztása nem egyenletes, az elektronok fókuszálása nem lesz megfelelő és csökken a fotomultiplier erősítése. A katód és az első dinóda közötti ellenállást a cső specifikációnak megfelelően a többi ellenállás kétszeresének választottuk. A nagy töltés leadásakor esetleg fellépő feszültségingadozások elkerülésére az utolsó négy dinóda kapacitását 0,01 μ F-al megnöveltük.

Leginkább a foszfor világításának megfelelő, vagy ennél valamivel nagyobb anódköri időállandót szoktak választani. Cink-szulfid típusú foszforok esetén ez 10^{-5} sec, ezért az anódköri munkaellenállást 1 MOhm-ra választottuk. /Az anódkör szórt kapacitása az alkalmazott katódcsatolt erősítő miatt 10 pF/. A számológépet és előerősítőt, melynek kapcsolási rajza a 2. ábrán látható, a szokásos szempontok figyelembevételével építettük meg.

A katódcsatolt előerősítő után következik egy 500 kc sávszélességű impulzuserősítő, melynek erősítése 50-500 között változtatható. A mérések alatt 200-szoros erősítést használtunk. Ugyanezen készülékdoboz tartalmazza a diszkriminátort, melynek előfeszültsége 0-50 V között szabályozható. A diszkriminációs bizonytalanság kisebb, mint 150 mV, a felbontóképesség $3 \cdot 10^{-5}$ sec



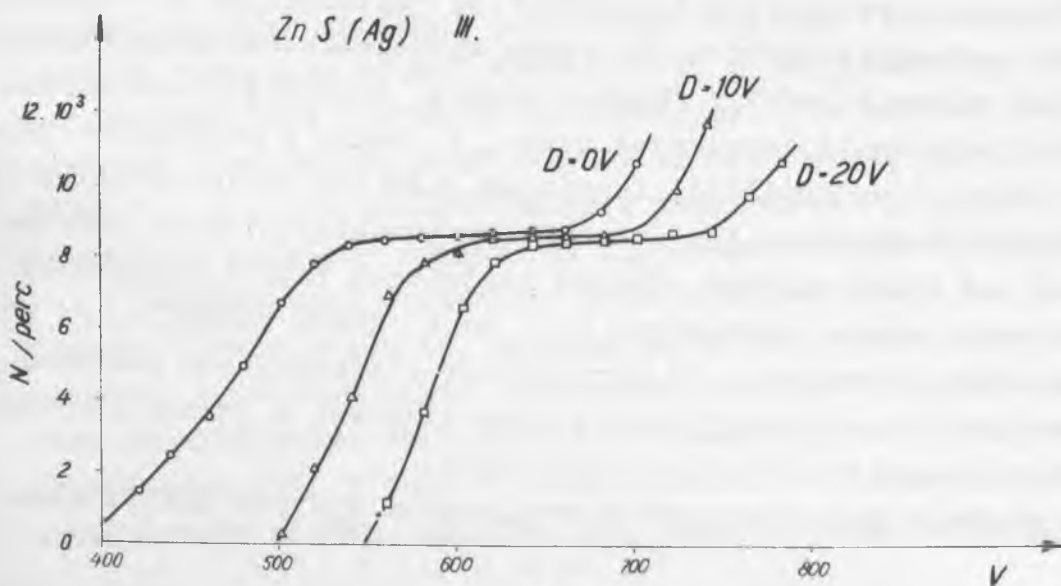
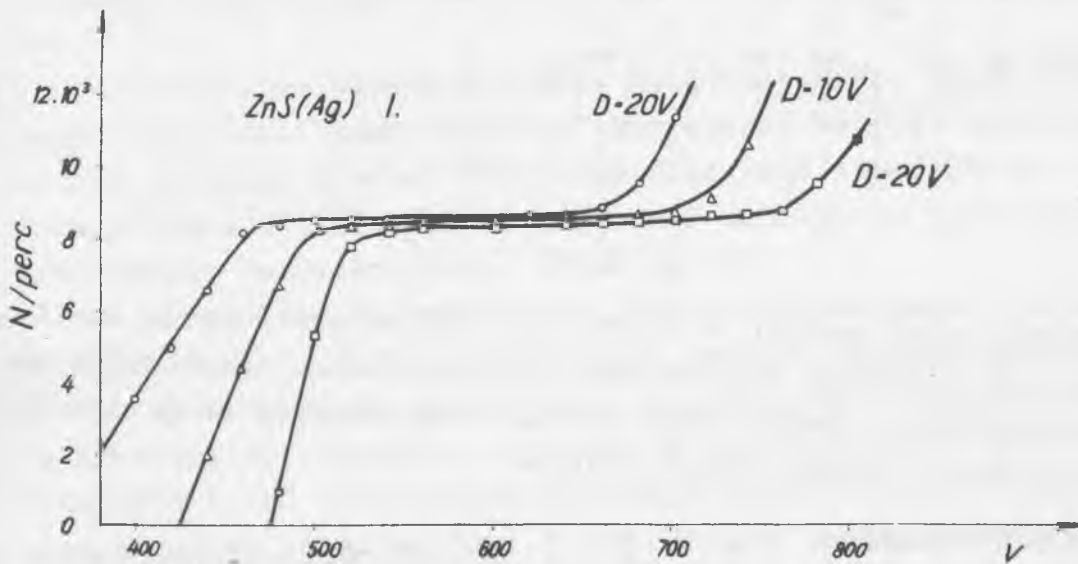
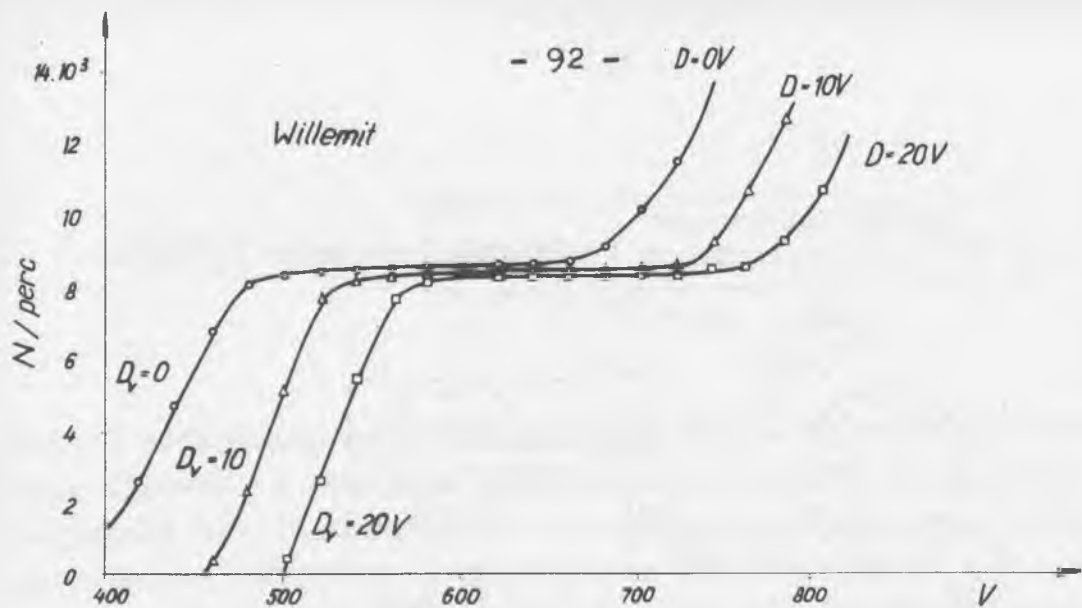
2. ábra

periodikus jelek esetén; a kijövő jel időtartama 3 μ sec. Amplitudója 0-20 V között folyamatosan változtatható. Az erősítőt és diszkriminátort a Radiológiai Osztály elektronikus csoportja készítette Ember György tervei alapján.

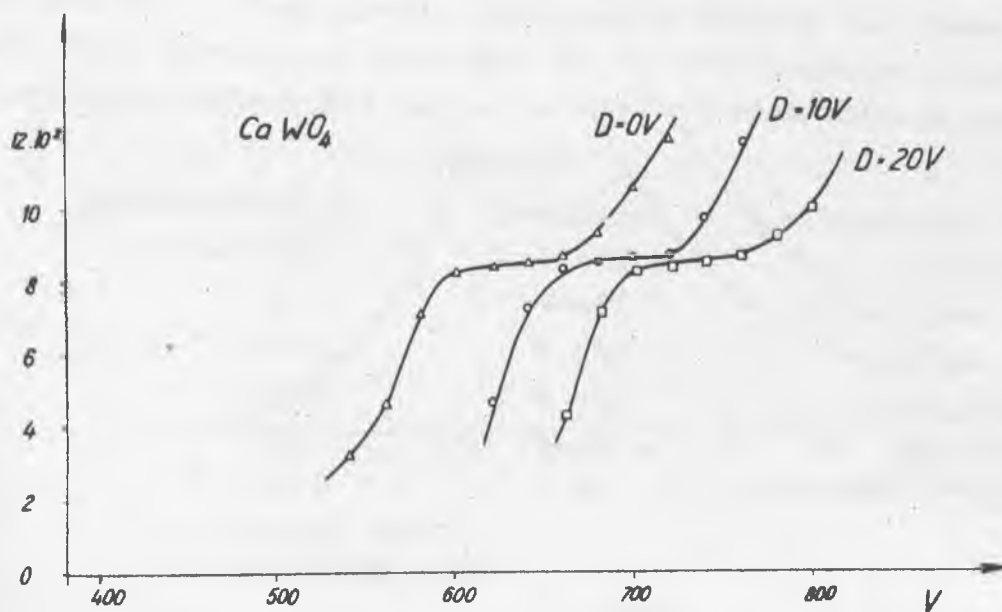
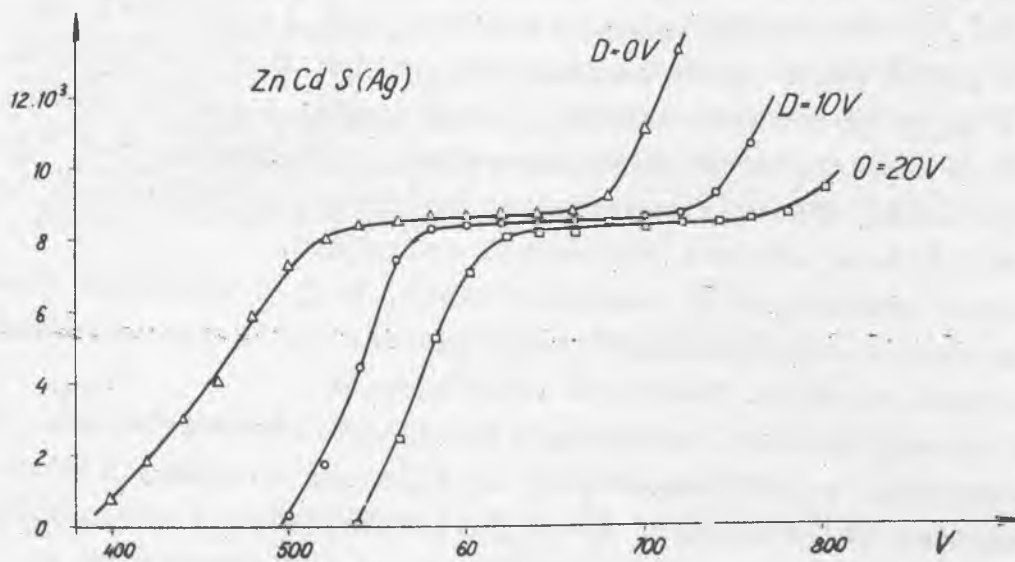
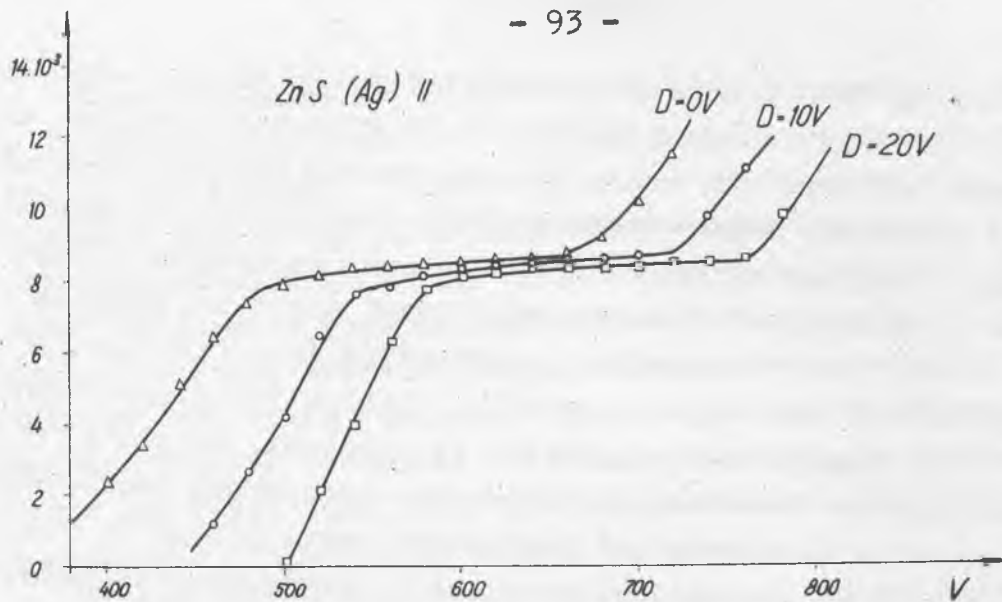
Mérési eredmények

A szcintillációs alfa-számláló működési karakterisztikáját a Geiger-Müller csövek működési karakterisztikájának megfelelően értelmezhetjük.[7]. Ha állandó intenzitású alfa-preparátummal besugározzuk a szcintilláló foszfort és változtatjuk a fotomultiplier tápfeszültségét, a GM csövek működési karakterisztikájához közel hasonló $N=f/V_t$ függést kapunk, ahol N a diszkriminátor után megszámlolt impulzusok száma, V_t pedig a multiplier tápfeszültsége. A szcintilláló foszforok, illetve szcintillációs alfa számláló esetében így értelmezett karakterisztikát hat különböző, az előző mérések alapján legjobbnak talált foszfornál mértük meg. A mérési eredmények a 3. és 4. ábrán láthatók. /A görbénél, mint paraméter a diszkriminátor-előfeszültség szerepel./ A diszkriminátor-előfeszültség változtatásával a görbék lényegében csak lineáris eltolódást szenvednek.

A működési karakterisztika értelmezése szcintillációs szám-



3. ábra.



4. ábra.

láló esetén más, mint a GM csövek karakterisztikájánál. Amint az ábrákból láthatjuk, a fotomultiplier tápfeszültségét növelve, az impulzusszám kezdetben nő, majd /közepes feszültségtartományban/ viszonylag konstans. A feszültség további növelésével az impulzusszám egyre nagyobb mértékben nő. A kezdeti szakaszban az impulzusszám a szcintilláló foszfor sajátosságai miatt nő. Ugyanis ha azonos energiájú részecskékkel gerjesztjük is a foszfort, a kapott impulzusok nem lesznek egyenlők. Cinkszulfid típusu foszforoknál az impulzusok 50%-os szórást is mutatnak. Emiatt nő a viszonylag egyenes szakaszon a beütésszám alacsonyabb tápfeszültségeknél, ezen kívül a beérkező részecskék energiájában is van kisebb szórás és ez is a kijövő impulzusok nagyságának szórását eredményezi. A viszonylag egyenes szakaszt itt is plátónak nevezzük. A plátó végén kezdetben lassan, majd a tápfeszültség növelésével egyre gyorsabban növekvő impulzusokat a multiplier null-effektusa okozza, amely mint ismeretes, a fotomultiplier egyik alaptulajdonsága. Ez a fotomultiplier hűtésével csökkenthető, de ez csak különleges mérések végzésénél szükséges.

A mérési eredményekből megállapítható, hogy a különböző foszforok nem azonos tulajdonsággal rendelkeznek. A 3. és 4. ábrából leolvashatjuk az egyes foszforok plátóhosszát.

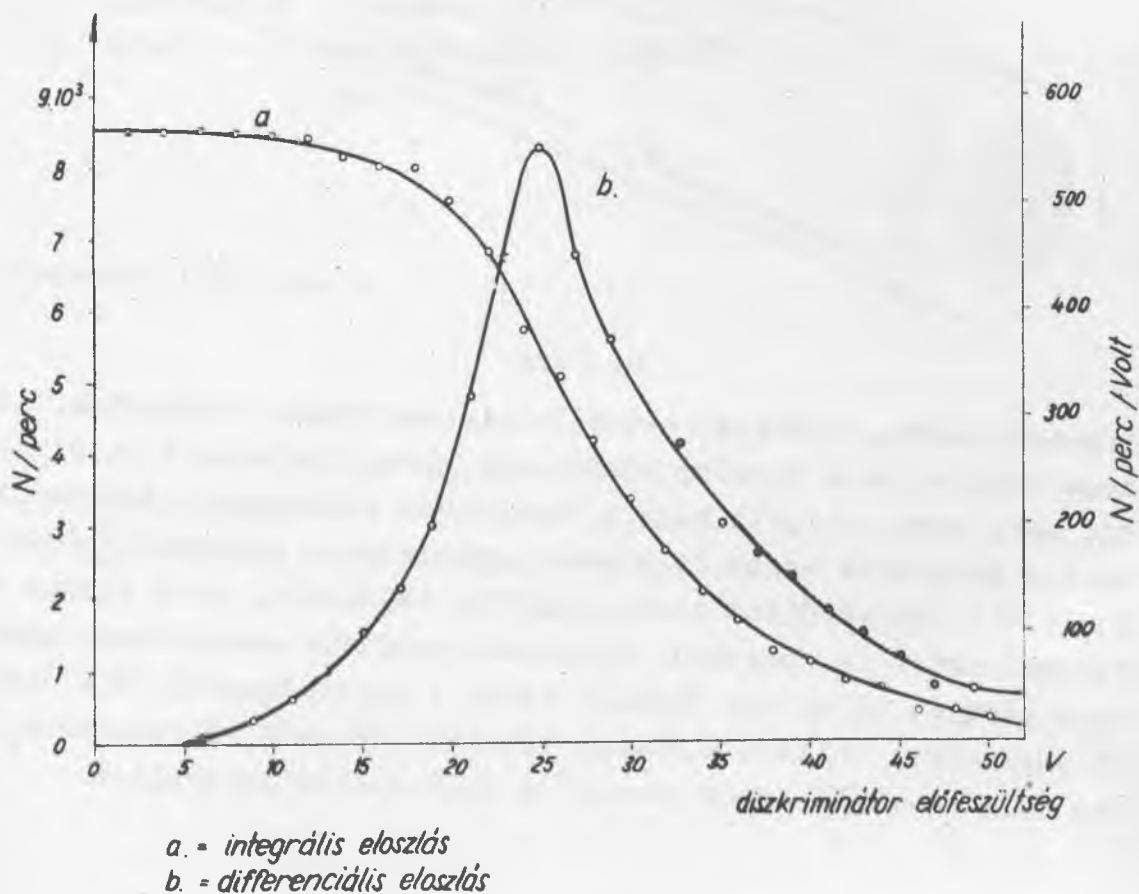
A GM csövek működési karakterisztikájának kiértékelésénél egy másik mennyiség, a plátómeredekség is alkalmas a számláló használhatóságának jellemzésére. Ezt a jellemző adatot a szcintillációs számlálóknál is meghatározhatjuk és ez értelemszerűen az impulzusszám 100 V-kénti viszonylagos növekedését jelenti a plátó közepére vonatkoztatva. A hat különböző foszfornál mért plátóhosszat és plátómeredekséget az 1. sz. táblázatban láthatjuk.

1.sz. táblázat

Foszfor megnevezése	Plátóhossz	Plátómeredekség
ZnS/Ag/I	200 V	1,8%/100 V
Villemit	180 V	2,2% "
ZnS/Ag/II	140 V	2,7% "
ZnS/Ag/III	120 V	2,5% "
ZnCdS/Ag/	140 V	2,6% "
CaWO ₄	80 V	4,4% "

Ezen, valamint az előző mérések alapján megállapítható, hogy a legalkalmasabb foszfor a ZnS/Ag/ 10 μ -os szemcseátmérőjű apró kristályos alakban. A plátó egyébként még hosszabb volna, ha a használt preparátum alfa sugarainak teljes energiája a foszforban abszorbeálódott volna. Ennek biztosítása végett a preparátumot teljesen a foszfor felületéhez kellett volna helyezni, de így a foszforok cserélhetősége a geometria megváltoztatása nélkül nem lett volna keresztülvihető. Egy esetben /éppen a legjobb ZnS/Ag/ foszfor esetében/ a mérést elvégeztük és a kapott plátóhossz 300 V-nál több volt. Az ehhez szükséges feltételek azonban a méréseknél legtöbbször teljesíthetetlenek.

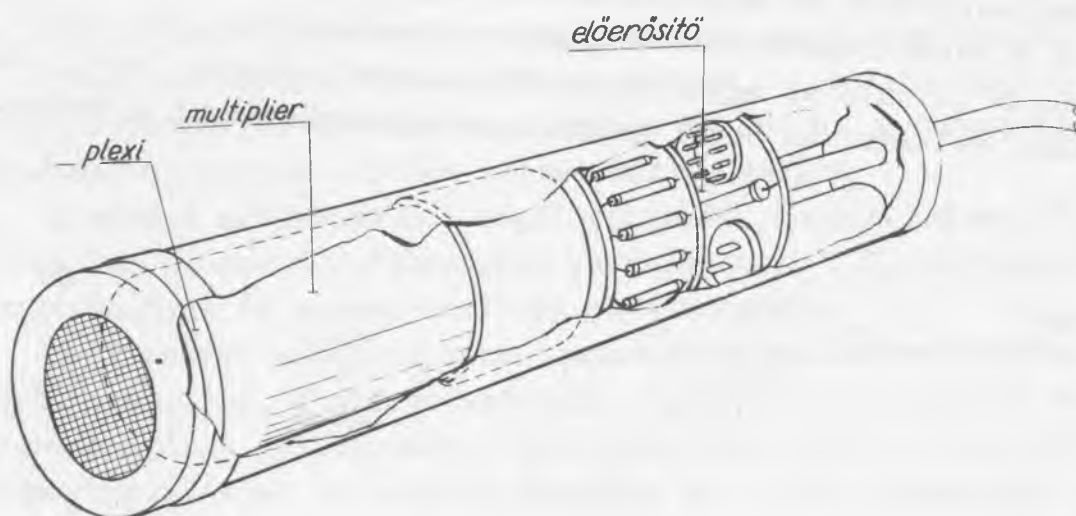
Vizsgálatokat végeztünk a foszforok energiaméréseknél való alkalmasságára vonatkozólag is. Az előző mérésekből és jelenlegi vizsgálatainkból is megállapítható, hogy integrálás eloszlásgörbéből a beeső részecskék energiájára következtetni nem lehet. Az 5. ábrán látható az egyik cinkszulfidezüstfoszforral mért integrális, valamint az ebből grafikusan megszerkesztett differen-



5. ábra

ciális eloszlásgörbe. Az energia szerinti felbontóképesség igen kicsi. Egy másik módszerrel /az ismert hatótávolságmérés szcintillációs módszerének felhasználásával /már lehetséges energiameérés. Méréseinkben a preparátum távolságának csökkentésével, a szcintillációs impulzusok megjelenésével 0,05 mm-es pontossággal tudtuk megállapítani a polonium alfa sugarainak hatótávolságát. A körülmények normalizálásával /hőmérséklet stabilizálás, nyomáscsökkentés/ ez a módszer pontosabb energiameghatározásra is alkalmas.

A mérések alapján megterveztünk és megépítettünk egy laboratóriumi használatra alkalmas szcintillációs alfa-számlálót. A számlálófej vázlatos rajza a 6. ábrán látható. Foszforként a



6. ábra

legmegfelelőbb, ezüsttel aktivált cinkszulfidot használtuk. A fotomultiplier és a foszfor között egy plexi-fényvezető található, mely arra szolgál, hogy a foszforban keletkezett fényimpulzust a fotokatód egész felületén egyenletesen elossza. A foszfor előtt fényzáróként alumíniumfólia található, mely egyben mint fényreflektor is szerepel. Az alumíniumfóliát mechanikus nyomás vagy sérülés ellen egy fémháló védi. A multiplierkör és előerősítő kapcsolási rajza a 2. ábrán látható. Az erősítő, diszkriminátor és a számláló egyéb részeit a cikk elején tárgyaltuk.

Összefoglalás

Vizsgálatokat végeztünk ezüsttel aktivált cinkszulfid, ezüsttel aktivált cinkkadmiumszulfid, willemit és kalciumwolframat foszforokkal alfa-szcintilláló foszforként való használhatóságuk megállapítása céljából. Meghatároztuk egy szcintillációs alfa számláló működési karakterisztikáját ezen foszforok használata esetén. Energiamérésre vonatkozó megfontolások tárgyalása után egy laboratóriumi használatra alkalmas szcintillációs alfa-számlálót ismertettünk.

Ezuttal is köszönetet mondok a Híradástechnikai Kutató Intézetben Szabó Jánosnak, aki a foszforokat rendelkezésemre bocsátotta és a foszforokról tájékoztattott.

Irodalom:

Irodalomjegyzék egy része [6] -ban található.

- [6] Lukovics A.: KFKI Közlemények 3,513, /1955/
- [7] Robinson I.B.-Arnold J.R., Rev.Sci,Instr.20,549 /1949/
- [8] Kallmann H., Phys.Rev.75, 623 /1949/
- [9] Lifsic T.M.: Uszpehi fiz.nauk 50, 364 /1953.
- [10] Náray Zs.: Magyar Fizikai Folyóirat 2. 325 /1954/ és 2.443 /1954/

Érkezett 1956.jan.5.

A RADIOLOGIAI OSZTÁLY KÖZLEMÉNYE
OSZTÁLYVEZETŐ: BOZÓKY LÁSZLÓ

p-Terfenil előállítása

Irta: Vizsolyi Endre

Bevezetés

Szerves folyadékok felhasználása a szcintillációs részecske-számlálás céljaira Ageno és munkatársainak /1949-1950/, Kallmann /1950/, valamint Reynolds és munkatársainak /1950/ nevéhez fűződik; ma már gyakran alkalmazott technikának mondható.

Az elsőnek alkalmazott [1] egyben legismertebb és legjobb hatásfoku szerves folyadék-foszforok közé tartoznak a terfenil különböző oldatai.

A p-terfenil igen sokféle oldószerben - benzol, toluol, xilol, fenilciklohexán, feniléter, p-dioxán stb. - alkalmazható. A leghatásosabb szerves folyadékfoszforok egyike: terfenil /5 g/liter/ xilolban, vagy fenilciklohexánban.

A p-terfenil maga 208°C -on /egyres szerzők szerint 213°C -on/ olvadó, fehér, áttetsző, selymes fényű kristályos vegyület. Szerves kristályfoszforként is szokták használni /szcintillációs hatásfoka az antracénhez viszonyítva kb. 65%/, azonban ez ritkábban történik, mint folyadékfoszforként való alkalmazása. Utóbbi esetben a koncentrációtól, az oldószerek minőségétől és a sugárzásoktól függően a maximális szcintillációs hatásfok - szintén szilárd antracénhez viszonyítva - kb. 48%.

Az osztályunkon folyó munka szükségessé tette, hogy a nagy-energiájú részecskeszámlálás céljaira többek között terfenilt előállítsunk.

Általános és elvi szempontok

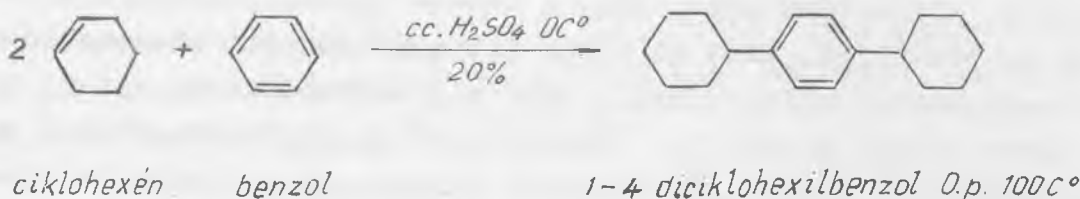
A p-terfenil előállítására többféle módszer ismeretes [2] ; ezeknek kritikai összefoglalása a [3] alatt idézett műben található.

Eljárásunk kidolgozása során laboratóriumi adottságaink folytán arra kellett törekednünk, hogy igen egyszerű, ugyanakkor viszonylag jó kitermelésű előállítási módszert dolgozzunk ki. A fő súlyt természetesen arra fektettük, hogy jó hatásfoku, a fluoreszcenciát kioltó szennyezésektől mentes anyagot kapjunk.

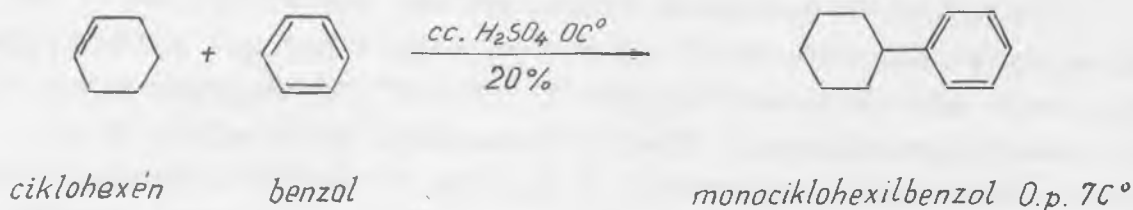
A p-terfenil előállítása elvileg két lépésben történt:

Első lépés:

Ciklohexént tömény kénsavas közegben kapcsolunk benzollal. A ciklohexén : benzol mól-arányt 3:2-nek választjuk [4], hogy optimális mennyiségben 1-4 diciklohexilbenzol képződjék.



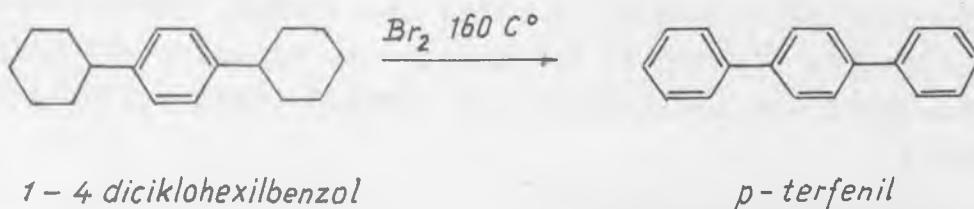
A reakcióelegyből el lehet különíteni a melléktermékként képződő monociklohexilbenzolt.



/A monociklohexilbenzol - vagy fenilciklohexán - értékesíthető, mivel a p-terfenil oldószereként használatos./

Második lépés:

Az 1-4 diciklohexilbenzolt bróm hozzáacsepegtetésével 160 C°-on dehidrogénezzük. [5].



A keletkező nyers p-terfenilt tisztítás céljából vákuumban háromszor szublimáljuk, végül benzol-alkohol elegyből kristályosítjuk.

Az eljárás leírása

Ciklohexén kapcsolása benzollal

156 g benzol és 92 g tömény kénsav jéggel hűtött elegyéhez erős kevergetés közben kb. 2.órán keresztül választótölcsérből

lassan 246 g ciklohexént csepegtetünk. A ciklohexén hozzáadása után még fél óráig keverjük az anyagot. A két fázisra szétváló folyadékot ezután választótölcsérbe öntjük át. A szénhidrogén fázist hideg kénsavval mossuk, a keletkezett észterek elbontása céljából. /Ügyeljünk arra, hogy a kénsav hozzáadásakor felmelegedés ne történjék, mert az anyag ilyenkor könnyen elszenesedik./ A kénsavnyomokat meleg vízzel, majd hig szódaoldattal, végül újra tiszta vízzel mossuk ki. /Meleg vizet és hig szódaoldatot az emulzióképződés meggátlása céljából használunk./ Ezután kalcium-kloridon szárítjuk, majd desztilláljuk.

A monociklohexilbenzol és az 1-4 diciklohexilbenzol elkülönítése

A keletkezett anyagokat frakcionáltan desztilláljuk. A 760 Hg mm nyomásnál 235-245 C°-on átdestilláló anyagot külön fogjuk fel, majd újra átdestilláljuk. A 237,5 C° forráspontu anyag tiszta monociklohexilbenzol /fenilciklohexán/. Kitermelés: 95 g /20%; ciklohexénre számítva/. A 300-380 C° között átdestilláló olajszerű anyagot, mely hamar megdermed, szintén külön fogjuk fel, ez az 1-4 diciklohexilbenzol fő tömegét tartalmazza.

Az 1-4 diciklohexilbenzol dehidrogénezése

Az 1-4 diciklohexilbenzolhoz 160 C°-on lassan brómot /a molekuláris anyagmennyiségre 12 atom brómot számolva/ csepegtetünk. A bróm teljes hozzáadása kb. 3-4 órát vesz igénybe, miközben hidrogénbromid gáz távozik. Az oldat megsötétül, fokozatosan megszilárdul és kis részben el is szenesedik. Az anyag olvadáspontja végül 160-180 C°-ra emelkedik; ez a dermedt tömeg tartalmazza a p-terfenilt.

A p-terfenil tisztítása

A p-terfenilt 200-220 C°-on 1 Hg mm körüli nyomásnál szublimáljuk. A szublimációt kétszer megismételjük, majd ezután benzol és alkohol 2:1 arányu elegyéből az anyagot átkristályosítjuk. Átkristályosítás után az irodalomban leggyakrabban közölt értékkel megegyező 208 C° olvadáspontu terfenilt kaptunk. /Kitermelés: 20,5g /6%; az eredeti ciklohexénre számítva/

Irodalom:

- [1] R.Hofstadter-S.H.Liebson-I.O.Elliot: Phys.Rev.78, 1950, 81 old.
- [2] E.Clar: Aromatische Kohlenwasserstoffe, Springer, 1952, 356 old.
- [3] France-Heilbron-Hey: J.Chem.Soc., 1938, 1364 old.
- [4] B.Corson-V.N.Ipatieff: J.Am.Chem.Soc. 59, 1937. 645 old.
- [5] v.Braun: Ber.66, 1933, 1481 old.

Érkezett 1956.I.10.

A FERROMÁGNESES OSZTÁLY
OSZTÁLYVEZETŐ: PÁL LÉNÁRD

és a

MTA MATEMATIKAI KUTATÓ INTÉZET DIFFERENCIÁLEGYENLETEK OSZTÁLYA
OSZTÁLYVEZETŐ: FREUD GÉZA

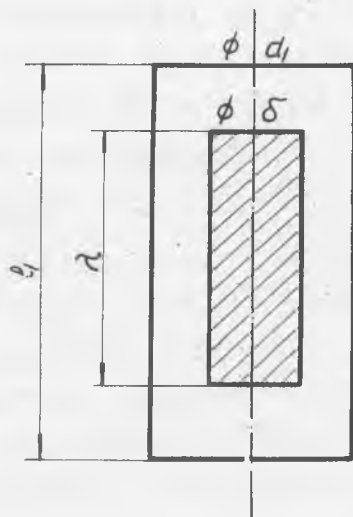
KÖZLEMÉNYE

Tekercsek önindukció és kölcsönös indukció változásának számítása
mágneseződő próbatest jelenlétében

Irta: Szilvay Gézáné

A Központi Fizikai Kutató Intézet Ferromágneses Osztályán mágneses anyagvizsgáló berendezés szerkesztésével kapcsolatban merült fel az alábbi probléma.

a/ l_1 hosszúságú, d_1 átmérőjű henger-
alaku egyrétegű tekercs önindukciós
együtthatója L_0 . A tekercsben elhelye-
zünk λ hosszúságú δ átmérőjű henger-
alaku ferromágneses próbatestet úgy,
hogy a próbatest tengelye és közép-
pontja a tekercs tengelyével és közép-
pontjával essék egybe. A próbatest je-
lenlétében a tekercs önindukciós együtt-
hatója megváltozik. Meghatározandó a
próbatessel ellátott tekercs L ön-
indukciós együtthatója, pontosabban a
 $\Delta L = L - L_0$ önindukció változás.

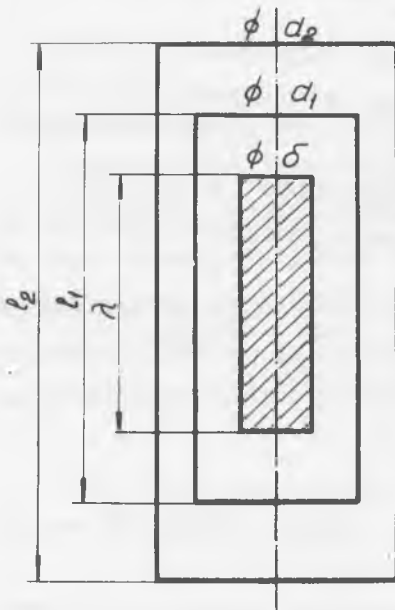


1. ábra

b/ Az a/ pontban leírt próbatessel
ellátott tekercset helyezzük el egy
 $l_2 > l_1$ hosszúságú, $d_2 > d_1$ átmérőjű tekercsben olymódon, hogy
középpontjuk és tengelyeik egybeessenek. A két tekercs közt - a
próbatess behelyezése nélkül - a kölcsönös indukció együttható-
ja M_0 .

A próbatest behelyezésekor a tekercsek közti kölcsönös in-
dukciós együttható megváltozik, értéke M lesz. Keresendő a
 $\Delta M = M - M_0$ kölcsönös indukcióváltozás.

A probléma megoldását olyan módszerrel végeztük el, mely egy-
időben az a/ és b/ feladat megoldását is szolgáltatja. Számítá-



2. ábra

sainkban felhasználtuk azt a tényt, hogy a mágneses tér homogén. Ezt megtehettük, mert az a berendezés, mely számára ez a számítás készült, biztosítja a mágneses tér homogenitását.

A 2. ábra szerint elrendezett tekercsekben áram folyik. A tekercsekbe helyezett ferromágneses próbatest mágnesezésének és az egyes tekercsekben folyó áramok kölcsönhatási energiája /lásd [1] IV.rész 2. fejezet

$$221 \text{ oldal/ } W_m = \frac{1}{2} \left[\Delta L_1 J_1^2 + \right. \\ \left. + 2 \Delta M J_1 J_2 + \Delta L_2 J_2^2 \right] \quad /1/$$

A W_m kölcsönhatási energia ismeretében a keresett indukciós együtthatókat meghatározhatjuk. Másrészt fenn-

áll a

$$W_m = \frac{1}{2} \int \underline{A} \cdot \underline{i} \, dv \quad /2/$$

összefüggés /lásd [1] IV.rész 2. fejezet 220 oldal/, ahol $\underline{A}$ a próbatest mágnesezéséből származó mágneses tér vektorpotenciálja és $\underline{i}$ az áramsűrűség.

A fentiek alapján megoldásunk menete a következő:

- I. Kiszámítjuk a ferromágneses próbatest vektorpotenciálját.
- II. A vektorpotenciálnak az $\underline{i}$ áramsűrűséggel való szorzatát integráljuk a tekercs térfogatára.
- III. A II-ben kapott eredményünket /1/-el összehasonlítva meghatározzuk a keresett ΔL_1 , ΔL_2 , ΔM indukciós együtthatókat.

Számításainkat MKS mértékrendszerben végezzük el, s így eredményünk

$$\left[L \right] = \frac{VS}{A} = \text{Henry}$$

dimenziója.

I. Ferromágneses próbatest vektorpotenciáljának számítása

A próbatestet tengelyével párhuzamos elemi dipolusok összegének tekintjük. Kiszámítjuk egy elemi dipolus vektorpotenciálját, s. ezt összegezzük az egész próbatestre.

Tegyük fel, hogy egy elemi dipolus $\underline{B}$ mágneses indukcióju mágneses teret hoz létre. A $\underline{B}$ mágneses indukcióvektor az elemi dipolus

$$V = - \frac{1}{4 \pi \mu_0} \underline{m} \operatorname{grad} \frac{1}{\rho} \quad /3/$$

skalár potenciálból a /lásd [2] 308 oldal/

$$\underline{B} = - \mu_0 \operatorname{grad} V \quad /4/$$

összefüggés segítségével számolható. $\underline{m}$ a dipolus mágneses nyomatéka, μ_0 a vákuum mágneses permeabilitása ($\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \frac{VS}{AM}$), ρ pedig a próbatest tengelyétől mért távolság.

Vektorpotenciálnak azt a vektort nevezzük, melynek rotációja a mágneses indukcióvektor

$$\underline{B} = \operatorname{rot} \underline{A} \quad \text{és} \quad \operatorname{div} \underline{A} = 0 \quad /5/$$

/4/ és /5/ összehasonlításából

$$\operatorname{rot} \underline{A} = - \mu_0 \operatorname{grad} V$$

Ezt az egyenletet a (ξ, ρ, ψ) dipolus középponthez rögzített hengerkoordinátarendszerben, melynél a dipolus iránya egybeesik a ξ koordináta irányával /lásd [3] 22. Aufgabe 37 és 739 oldal/ komponensként írjuk fel.

$$\frac{\partial(\rho A_\psi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \psi} = - \mu_0 \rho \frac{\partial V}{\partial \xi} \quad /6/$$

$$\frac{\partial A_\xi}{\partial \psi} - \rho \frac{\partial A_\psi}{\partial \xi} = - \mu_0 \rho \frac{\partial V}{\partial \rho}$$

$$\text{továbbá} \quad \frac{\partial A_\rho}{\partial \xi} - \frac{\partial A_\xi}{\partial \rho} = - \mu_0 \frac{\partial V}{\partial \psi} = 0$$

$$\operatorname{div} \underline{A} = \frac{\partial A_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\psi}{\partial \psi}$$

megoldása. Ezen egyenletrendszer megoldása

$$A_{\xi} = A_{\rho} = 0 \quad -105-$$

$$A_{\psi} = \frac{m}{4\pi} \cdot \frac{\rho}{(\rho^2 + \xi^2)^{3/2}}$$

komponensekkel bíró vektorpotenciál.

Vizsgáljuk most már az egész próbatest potenciálját. (r, z, φ) új hengerkoordinátarendszerünk kezdőpontját a ferromágneses próbatest középpontjában vesszük fel és a z tengely a próbatest tengelyével egyezze meg. Összegezzük az elemi dipolusok vektorpotenciálját a próbatest térfogatára, akkor a próbatest vektorpotenciálja komponensekben:

$$A_z = A_r = 0$$

$$\begin{aligned} A_{\varphi} = \frac{m}{2} \left\{ \left[\frac{2d^3 - 3d\delta^2}{2(d+\delta)^2} - \frac{d^2}{d+\delta} + d \right] \left[\frac{\frac{\lambda}{2} - z}{\sqrt{(\frac{\lambda}{2} - z)^2 + (\frac{d+\delta}{2})^2}} + \right. \right. \\ \left. + \frac{\frac{\lambda}{2} + z}{\sqrt{(\frac{\lambda}{2} + z)^2 + (\frac{d+\delta}{2})^2}} \right] + \frac{d}{6} \left[\frac{\frac{\lambda}{2} - z}{\sqrt{(\frac{\lambda}{2} - z)^2 + \frac{d^2}{4}}} + \frac{\frac{\lambda}{2} + z}{\sqrt{(\frac{\lambda}{2} + z)^2 + \frac{d^2}{4}}} \right] + \\ + \frac{d^2(d+\delta)}{4} \left[\frac{1}{(\frac{\lambda}{2} - z)\sqrt{(\frac{\lambda}{2} - z)^2 + (\frac{d+\delta}{2})^2}} + \frac{1}{(\frac{\lambda}{2} + z)\sqrt{(\frac{\lambda}{2} + z)^2 + (\frac{d+\delta}{2})^2}} \right] + \\ + \frac{5}{3} \frac{d^3}{8} \left[\frac{1}{(\frac{\lambda}{2} - z)\sqrt{(\frac{\lambda}{2} - z)^2 + \frac{d^2}{4}}} + \frac{1}{(\frac{\lambda}{2} + z)\sqrt{(\frac{\lambda}{2} + z)^2 + \frac{d^2}{4}}} \right] + \\ + \frac{d^5}{24} \left[\frac{1}{(\frac{\lambda}{2} - z)^3\sqrt{(\frac{\lambda}{2} - z)^2 + \frac{d^2}{4}}} + \frac{1}{(\frac{\lambda}{2} + z)^3\sqrt{(\frac{\lambda}{2} + z)^2 + \frac{d^2}{4}}} \right] - \\ - \frac{3}{2} d \left[\ln \frac{\frac{\lambda}{2} - z + \sqrt{(\frac{\lambda}{2} - z)^2 + (\frac{d+\delta}{2})^2}}{\frac{\lambda}{2} - z + \sqrt{(\frac{\lambda}{2} - z)^2 - \frac{d^2}{4}}} - \ln \frac{-\frac{\lambda}{2} - z + \sqrt{(\frac{\lambda}{2} + z)^2 + (\frac{d+\delta}{2})^2}}{-\frac{\lambda}{2} - z + \sqrt{(\frac{\lambda}{2} + z)^2 + \frac{d^2}{4}}} \right] + \\ + \frac{d^2}{2(d+\delta)} \left[\frac{\sqrt{(\frac{\lambda}{2} - z)^2 + (\frac{d+\delta}{2})^2}}{\frac{\lambda}{2} - z} + \frac{\sqrt{(\frac{\lambda}{2} + z)^2 + (\frac{d+\delta}{2})^2}}{\frac{\lambda}{2} + z} \right] - \end{aligned}$$

$$-\frac{5}{3} d \left[\frac{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2} - z\right)^2 + \frac{d^2}{4}}}{\frac{\lambda}{2} - z} + \frac{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2} + z\right)^2 + \frac{d^2}{4}}}{\frac{\lambda}{2} + z} \right] -$$

$$-\frac{d^3}{6} \left[\frac{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2} - z\right)^2 + \frac{d^2}{4}}}{\left(\frac{\lambda}{2} - z\right)^3} + \frac{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2} + z\right)^2 + \frac{d^2}{4}}}{\left(\frac{\lambda}{2} + z\right)^3} \right]$$

ahol $\mathcal{M}$ a térfogategység mágneses nyomatéka VSM^{-2} -ben mérve. Az $\mathcal{M}$ mágneses nyomaték mágneses energia változást létesít, ez viszont az önindukció, illetve kölcsönös indukció megnövekedését eredményezi. Számításunkkal tehát ezt az indukciós együttható növekményt nyerjük.

II. Mágneses energia számítása

Helyezzük el próbatestünket egy tekercsben /1. 1 ábra/ és számítsuk ki a mágneses energiát. A tekercset alkotó vezető egy henger felszínét borítja be. Feltételezzük azt, hogy az áram ezen a hengerfelületen oszlik el, és sűrűsége

$$\underline{i} = \frac{nJ}{l} \quad /8/$$

ahol n a menetszám, J a tekercsben folyó áram és l a tekercs hossza. /8/ értékét a mágneses energia /2/ kifejezésébe helyettesítve feltételünkből kifolyólag természetesen térfogati integrál helyett csak a tekercs felszínére kell integrálnunk:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_F \frac{nJ}{l} A_\varphi dF \quad /9/$$

A_φ a próbatest I-ben kiszámított vektorpotenciálja. A felületelemet hengerkoordinátákban írjuk fel:

$$dF = r d\varphi dz$$

Igy /9/ a következő lesz:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \int_0^{2\pi} A_\varphi \frac{nJ}{l} r d\varphi dz =$$

$$= \frac{\pi}{2} \frac{d}{l} nJ \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} A_\varphi dz$$

Az integrálást elvégezve:

$$W_m = \frac{\pi}{4} n \frac{d}{l} J \mathcal{M} \cdot F(l, d, \lambda, \delta)$$

ahol

$$\begin{aligned}
 F(l, d, \lambda, \delta) = & \frac{d(6d^2 + 9d\delta + 2\delta^2)}{(d+\delta)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{l+\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{d+\delta}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{l-\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{d+\delta}{2}\right)^2} \right] - \\
 & - 6d \left[\sqrt{\left(\frac{l+\lambda}{2}\right)^2 + \frac{d^2}{4}} - \sqrt{\left(\frac{l-\lambda}{2}\right)^2 + \frac{d^2}{4}} \right] + 3d\lambda \ln \frac{d}{d+\delta} + \\
 & + \frac{3}{2} d^2 \left[\ln \frac{-\frac{d+\delta}{2} + \sqrt{\left(\frac{l+\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{d+\delta}{2}\right)^2}}{-\frac{d+\delta}{2} + \sqrt{\left(\frac{l-\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{d+\delta}{2}\right)^2}} - \ln \frac{-\frac{d}{2} + \sqrt{\left(\frac{l+\lambda}{2}\right)^2 + \frac{d^2}{4}}}{-\frac{d}{2} + \sqrt{\left(\frac{l-\lambda}{2}\right)^2 + \frac{d^2}{4}}} \right] + \\
 & + 3d \frac{l+\lambda}{2} \left[\ln \frac{-\frac{l+\lambda}{2} + \sqrt{\left(\frac{l+\lambda}{2}\right)^2 + \frac{d^2}{4}}}{-\frac{l+\lambda}{2} + \sqrt{\left(\frac{l+\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{d+\delta}{2}\right)^2}} \right] - \\
 & - 3d \frac{l-\lambda}{2} \left[\ln \frac{-\frac{l-\lambda}{2} + \sqrt{\left(\frac{l-\lambda}{2}\right)^2 + \frac{d^2}{4}}}{-\frac{l-\lambda}{2} + \sqrt{\left(\frac{l-\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{d+\delta}{2}\right)^2}} \right]
 \end{aligned}$$

Számítsuk ki $\mathcal{M}$ mágneses nyomaték értékét a 3. ábra szerinti tekercsekben. Az 1.-el jelzett tekercsben J_1 áram folyik, a 2.-vel jelzettben J_2 . J_1 a tekercs belsejében a próbatest távollétében és a próbatest helyén $J_1 b_1$, J_2 pedig $J_2 b_2$ mágneses indukciót hoz létre. Tételezzük fel, hogy az indukció olyan, hogy lineárisan szuperponálható. Ekkor a próbatest nélküli tekercsek belsejében

$$J_1 b_1 + J_2 b_2$$

mágneses indukció jön létre.

Igy a keresett mágneses nyomaték

$$\mathcal{M} = (\mu - 1) (J_1 b_1 + J_2 b_2)$$

A kettős tekercsben a próbatest mágnesezése következtében keletkező mágneses energia egyrészt az J_1 áram és a próbatest mágnesezésének kölcsönhatási energiájából,

$$W_{m_1} = (\mu - 1) \left[J_1 b_1 + J_2 b_2 \right] \frac{\pi}{4} \frac{d_1}{l_1} n_1 F(l_1, d_1, \lambda, \delta) J_1$$

másrészt az J_2 áram és a próbatest mágnesezésének kölcsönhatási energiájából:

$$W_{m_2} = (\mu - 1) \left[J_1 b_1 + J_2 b_2 \right] \frac{\pi}{4} \frac{d_2}{l_2} n_2 F(l_2, d_2, \lambda, \delta) J_2$$

tevődik össze.

A teljes mágneses energia tehát:

$$W_m = W_{m_1} + W_{m_2} = \frac{\pi}{4} (\mu - 1) \left[J_1 b_1 + J_2 b_2 \right] \left[\frac{d_1}{l_1} n_1 J_1 F(l_1, d_1, \lambda, \delta) + \frac{d_2}{l_2} n_2 J_2 F(l_2, d_2, \lambda, \delta) \right]$$



3. ábra

III. Az indukciós együtthatók meghatározása

A mágneses energia kifejezését rendezzük át J_1 és J_2 hatványai szerint:

$$W_m = \left[\frac{\pi}{4} (\mu - 1) \frac{d_1}{l_1} n_1 b_1 F(l_1, d_1, \lambda, \delta) \right] J_1^2 + \left[\frac{\pi}{4} (\mu - 1) \left(\frac{d_1}{l_1} n_1 b_2 F(l_1, d_1, \lambda, \delta) + \frac{d_2}{l_2} n_2 b_1 F(l_2, d_2, \lambda, \delta) \right) \right] J_1 J_2 + \left[\frac{\pi}{4} (\mu - 1) \frac{d_2}{l_2} n_2 b_2 F(l_2, d_2, \lambda, \delta) \right] J_2^2 \quad /10/$$

/10/-et az /1/-képlettel összehasonlítva, a két összefüggés között egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha együtthatói a két képletben azonosak.

Innen:

$$\Delta L_1 = \frac{\pi}{2} (\mu - 1) \frac{n_1 d_1}{l_1} F(l_1, d_1, \lambda, \delta) \cdot b_1$$

$$\Delta L_2 = \frac{\pi}{2} (\mu - 1) \frac{n_2 d_2}{l_2} F(l_2, d_2, \lambda, \delta) \cdot b_2 \quad /11/$$

$$\Delta M = \frac{\pi}{4} (\mu - 1) \left[\frac{n_1 d_1}{l_1} F(l_1, d_1, \lambda, \delta) \cdot b_2 + \frac{n_2 d_2}{l_2} F(l_2, d_2, \lambda, \delta) \cdot b_1 \right]$$

A /11/ összefüggések szolgáltatják feladatunk megoldását.

I r o d a l o m

- [1] Simonyi Károly: Elméleti villamosságтан.
- [2] Urbanek: Műszaki elméleti villamosságтан.
- [3] G.Joos: Lehrbuch der theoretischen Physik. VIII. Auflage.

Érkezett 1955. dec. 30.

A kiadásért felelős: Felsőoktatási Jegyzetellátó V. igazgatója
1956

A kézirat nyomdába érkezett: I.23. Példányszám: 400

Készült: Rotaprint lemezzről

a MNOSz 5601-50 Á és MNOSz 5602-50 Á szabványok szerint
terjedelemben 30 ábrával

Készült a Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalatnál

Felelős vezető: Bojkovszky Lajos

Táskaszám: 5611888
