Vol. 12. No. 6. 1964

KFKI

KÖZLEMÉNYEK

ОБЩЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНОГО ИНСТИТУТА ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

EPORTS OF THE CENTRAL RESEARCH INSTITUTE FOR PHYSICS

Szerkeszti: Ádám András
Главный редактор: А. Адам
Editor: A. Ádám

A KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET KIADÓI CSOPORTJA
ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА ЦЕНТРАЛЬНОГО ИНСТИТУТА ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
PUBLISHING GROUP OF THE CENTRAL RESEARCH INSTITUTE FOR PHYSICS
BUDAPEST, 114. POB 49.

Technikai szerkesztő: Nagy Imréné
Megjelent: 1965. jan. 5.

Példányszám: 620
Rotaszám: 2000

A kiadásért felelős: Jánossy Lajos

KFKI KÖZLEMÉNYEK

T A R T A L O M

Р е з ю м е

I. Приближения полиномов для вычисления $\int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du$

Г.Немет

В работе даются формулы приближения с точностью на десять цифр для вычисления экспоненциального интеграла.

2. Приближения полиномов для вычисления функций $L_0(x)$ и $L_1(x)$

Г.Немет

В статье даются формулы приближения с точностью на девять цифр для вычисления $L_0(x)$ и $L_1(x)$.

3. Вычисление приведенной α - ширины для переходов на дырочное состояние конечного ядра

П.Береги

С помощью генеологических коэффициентов модели независимых частиц вычислили приведенные ширины тех α - переходов, при которых начальное ядро находится в основном состоянии, а конечное ядро в дырочно-возбужденном состоянии.

4. Кривая распада возбужденных атомных уровней и биение света

И.Бакош

Обсуждается движение атома, находящегося в суперпозиции возбужденных состояний (расстояние между уровнями больше ширины линии) и доказывается, что атом из возбужденных уровней отдельно пере-

ходит в состояние с более низкой энергией по экспоненциальному закону, а так называемое биение света измеряется идеальным детектором. Показывается зависимость биения от пространства и времени по мере наблюдаемости.

5. Измерение распределения энергии продуктов деления, образовавшихся при делении ядер U - 233, U - 234 и Pu - 239

Т.Надь, И.Павличек, Л.Надь

С помощью ионизационной камеры с сеткой было измерено распределение энергии продуктов деления, образовавшихся при делении, происходящем под влиянием термических нейтронов ядер U - 233, U - - 235 и Pu - 239. Результаты измерений, представляющих собой предварительное измерение для исследования тройного деления, показывают хорошее согласие с данными, полученными другими авторами.

6. Эффект Мэссбауера в сплаве Cu_3Au

Т.Блажо

Ширина линии Мэссбауера Au^{197} была измерена в сплаве Cu_3Au порядочного и непорядочного состояния при температуре жидкого воздуха. Ширина линии в непорядочном состоянии в два раза больше, чем в порядочном состоянии. Если предполагать, что причиной измерения линии является квадрупольное взаимодействие, то градиентная величина внутренней электрической силы поля составляет $0{,}5.10^{18}$ в/см^2.

7. Исследование тонкой структуры линий Бальмера 2 - 7 дейтерия

Л.Чиллаг

Тонкая структура линий Бальмера 2 - 7 была рассмотрена в газе дейтерия. Источником света служила разрядная трубка возбуждаемая высокой частотой, в которой газ дейтерия проходил с давлением 0,025 торр. Разрешение тонкой структуры обеспечилось интерферометром Фабри - Перо, соединенным со спектрографом.

8. <u>Исследование долгоживущего радиочастотного ионного источника</u>
Л.Вали, П.Гомбош и Й. Рос

Нами были рассмотрены свойства радиочастотного источника ионов, с малой мощностью, не имеющего электродов внутри разрядной трубки. Были определены характеристики: ионный ток, вытягивающий напряжение при разных расстояниях между электродами, имеющими сферическую геометрию. Характеристики имеют два участка, один из которых соответствует $V^{3/2}$, другой участок - линейный. Были определены состав и распространение энергии потока ионов, выходящих из ионного источника (источника ионов). При напряжении вытягивания 2 кв ионный пучок имеет рассеяние энергии 42 эв, отношение протонов 70 %, при наличии ионного тока 30 мк А - потребность газа $\sim 3 - 4$ см^3/час и продолжительность жизни больше, чем 300 часов.

S u m m a r i e s

1. Polynomial Approximations for the Evaluation of $\int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u}\,du$

G. Németh

Polynomial approximations to ten digit accuracy for evaluation of the exponential integral are given.

2. Polynomial Approximations to the Struve Functions $L_0(x)$ and $L_1(x)$

G. Németh

Polynomial approximations to 9 digit accuracy are given for the evaluation of $L_0(x)$ and $L_1(x)$

3. Evaluation of the Reduced α -cluster Width in Transitions to Hole-excited Final State

P. Beregi

Using the independent particle shell model c.f.p.-s, taking into account the spurious states too, the reduced width is evaluated for α -transitions, assuming the initial nucleus to be in the ground state and the final nucleus at a hole-excited level.

4. Decay Curves of Excited Atomic Levels and the Beat of Light

J. Bakos

Considering two excited levels, the energy gap between which exceeds the line width, the motion of the atom in the superposition of the excited states is studied. It is known that the atoms decay from both excited levels exponentially in time. The intensity measured with ideal detector contains, however, the beat of light. The dependence of the beat of light on space and time are evaluated.

5. Energy Distribution of Fission Fragments from U-233, U-234, Pu-239
T. Nagy, I. Pavlicsek, L. Nagy

Employing gridded ionization chamber, the energy distribution of fission fragments obtained by thermal neutron induced fission of U-233, U-235 and Pu-239 has been measured. The results of the measurement, performed as preliminary experiment in preparing the experimental investigation of ternary fission, are in good agreement with those of other authors.

6. Mössbauer Effect in Cu_3Au Alloy
T. Blazsó

The Au^{197} Mössbauer line width has been measured in both ordered and disordered Cu_3Au alloy at liquid air temperature. The line width in the disordered state was found to be twice that observed for ordered structure. If one assumes the broadening to be due to quadrupole interaction, the internal electric field gradient can be evaluated as $0{,}5 \cdot 10^{18}$ V/cm².

7. Investigation on the Fine Structure of the 2-7. Balmer Lines in Deuterium
L. Csillag

The fine structure of the 2-7. Balmer Lines in deuterium gas has been studied. The experimental apparatus is described. A high frequency discharge tube in which Deuterium of 0,025 torr pressure was circulated served as light source. Resolution of the lines is achived by crossing a quartz Fabry-Perot interferometer with a spectrograph.

8. On a RF Ion Source of Long Meanlife
L. Vályi, P. Gombos, J. Roósz

The features of a low intensity ion source of radiofrequency, having a discharge tube without electrode, are investigated. The characteristics of the ion current-extracting voltage have been measured for various distances between the electrodes of spherical geometry. The curves exhibit two portions of different behaviour, one varying with $V^{3/2}$, the other linearly. Composition and standard deviation in energy of the extracted ion beam have been determined. For 2 kV extracting voltage the standard deviation in energy was found to be 42 eV and the proton fraction 70 %. For ion current of 30 μa the gas consumption rate is $\sim$ 3-4 cm^3/h, meanlife more than 300 h.

POLINOM APPROXIMÁCIÓK $\int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u}du$ SZÁMITÁSÁHOZ

Irta: Németh Géza

Összefoglalás

A dolgozat 10 jegyre pontos polinom közelitéseket tartalmaz az exponenciális integrál számitásához.

Polinom approximációkat készitettünk az

$$F(x)=\int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u}du$$

függvény un. exponenciális integrál URAL I. elektronikus számológépen történő generálásához. /Megjegyezzük, hogy a képletek alkalmasak kézi számolásra, vagy megfelelő módositással más gépen való számolásra is. A 10 jegy pontosság az URAL I. gép számábrázolási terjedelme./Az approximációs együtthatókat a függvény alkalmas Csebisev polinomok szerinti sorfejtésének megfelelő részletösszegei segitségével számitottuk ki.Ismeretes [1] , hogy ez az eljárás aszimptotikusan "majdnem" a legjobb egyenletes megközelitést adja.

A $/0,\infty/$ intervallumot két részre osztva, a $/0,a/$ és az $/a,\infty/$ intervallumokra adunk meg közelitéseket. Mivel képleteink levezetése előtt nem világos, hogy "a" mely választása a legcélszerübb, "a" értékét egyenlőre nem rögzitjük.

1/ Először a /0,a/ intervallumot tekintve alkalmazzuk az exponenciális integrál alábbi kifejtését [2] :

$$\int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u}du=-\ln x-C+\int_0^x \frac{1-e^{-u}}{u}du\ , \qquad C=0,577\dots\ .$$

Az utóbbi integrált kissé átalakitjuk:

$$\int_0^x \frac{1-e^{-u}}{u}du=\int_0^1 x\int_0^1 e^{-xu\eta}\,du\,d\eta\ .$$

Bevezetve az x=at $0 \le t \le 1$ helyettesitést, a kettős integrált e^{-at} Csebisev sorfejtése segitségével Csebisev sorba fejthetjük:

$$\int_0^1\int_0^1 e^{-atu\eta}du\,d\eta = c_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n c_n T_n^*(t) \qquad 0 \le t \le 1 .$$

Itt $T_n^*(t)$ az alábbi Csebisev polinomot jelöli:

$$T_n^*(t) = T_n(2t-1) = \cos(n \arccos(2t-1)) \qquad n=0,1,2,\ldots,$$

és

$$c_n = \int_0^1\int_0^1 e^{-a/2\,u\eta} I_n\left(\frac{a}{2}u\eta\right)du\,d\eta = O\left(\frac{(a/4)^n}{(n+2)!}\right) .$$

A c_n becslése biztositja a Csebisev sor abszolut és egyenletes konvergenciáját.

A c_n együtthatók számitása a következő rekurziós képletek segitségével végezhetők el:

$$c_{n+1} - 2c_n + c_{n-1} = \frac{1}{n}\left(\gamma_{n-1} - \gamma_{n+1}\right) ,$$

$$\gamma_{n+1} - 2\gamma_n + \gamma_{n-1} = \frac{4}{a} e^{-a/2} I_n(a/2) ,$$

$$n = 1,2,3,\ldots$$

Ezek a képletek c_n integrál előállitásából parciális integrálással és az $I_n(x)$ Bessel függvények rekurziós képletének alkalmazásával nyerhetők. Ezektől az egyszerü számitásoktól a rövidség kedvéért eltekintünk.

2/ Nagy argumentum esetén az exponenciális integrál aszimptotikus sorfejtésével szokás dolgozni:

$$\int_x^{\infty}\frac{e^{-u}}{u}du = \frac{e^{-x}}{x}\int_0^{\infty}\frac{e^{-u}}{1+\frac{1}{x}u}du \cong \frac{e^{-x}}{x}\left\{1 - \frac{1!}{x} + \frac{2!}{x^2} - \frac{3!}{x^3} + \cdots\right\}$$

Itt a kapcsos zárójelben álló sor, amely formálisan ugy adódik, hogy az $1/(1+\frac{1}{x}u)$ kifejezést 1/x szerinti geometriai sorba fejtettük, nyilvánvalóan divergens. Mi most ezt a kifejezést Csebisev sorba fejtjük, és igy konvergens sorra jutunk.

Legyen $x \ge a$, és $a/x = \sigma \le 1$,

$$\int_0^\infty \frac{e^{-u}}{1+\frac{1}{x}u}\,du = \int_0^\infty \frac{a u^{-au}}{1+\sigma u}\,du .$$

Helyettesitsük be az integrálba $1/(1+\sigma u)$ $(u>0,\ 0\leq\sigma\leq 1)$ Csebisev-sorát, igy azt kapjuk, hogy

$$\int_0^\infty \frac{e^{-u}}{1+\frac{1}{x}u}\,du = d_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n d_n T_n^*(\sigma) , \qquad 0\leq\sigma\leq 1 .$$

ahol

$$d_n = \int_0^\infty a e^{-au} \frac{1}{\sqrt{1+u}} \frac{u^n}{(1+\sqrt{1+u})^{2n}}\,du .$$

A kapott Csebisev sor konvergenciáját bebizonyitandó, meg kell vizsgálnunk d_n viselkedését $n\to\infty$ esetére. A d_n számok integrálalakjára alkalmazva a Laplace módszert, az alábbi eredmény adódik:

$$d_n = e^{-3a^{1/3}n^{2/3}}\left\{A + 0\left(\frac{1}{n^{1/3}}\right)\right\}$$

Itt $\underline{A}$ az $\underline{n}$ -től független állandó. Ez a becslés biztositja a Csebisev sor abszolut és / σ -ban/ egyenletes konvergenciáját.

A d_n számok rekurzive határozhatók meg az alábbi képletek szerint:

$$d_0 = \sqrt{a\pi}\, e^{-a}\, erfc(\sqrt{a}) ,$$

$$d_1 = d_0 - 2a\int_0^\infty e^{-au} \frac{1}{1+u+\sqrt{1+u}}\,du ,$$

$$d_2 = 2 - 17d_0 - 11d_1 ,$$

$$(n+1)(d_n - 2d_{n+1} + d_{n+2}) - (n+2)(d_{n+1} - 2d_{n+2} + d_{n+3}) = 4a(d_{n+1} + d_{n+3}),$$

$$n = 0,1,2,\dots$$

E képletek közül az első három triviális, a negyedik /a rekurziós/képlet levezetése d_n integrálalakjából parciális integrálással és egyéb elemi átalakitásokkal nyerhető.

A függőben hagyott $\underline{a}$ paraméter célszerü megválasztása azon gyakorlati követelmény alapján történhet, hogy az előirt 10 jegynyi pontosságot mind a /0,a/, mind az /a, ∞ / intervallumra ugyanannyi tag figyelembe vételével érjük el. Képleteink alapján becsülve a$\sim$4 adódik. Ezért az a=4 választással végeztük el a c_n és d_n együtthatók számitását. A képletekben szereplő Bessel-függvények megfelelő értékeit Gray-Matthews [3] könyvéből vettük. A c_n együtthatók számitásánál a csökkenő n -ek irányában hajtottuk végre a rekurziót, igy nem volt szükségünk c_0 , c_1 és γ_0 , γ_1 ismeretére a rekurzió elinditásához. Ez az eljárás hasonlit Clenshaw [4] ill. Miller [5] algoritmusához.

A d_n számok számitását növekvő n -k irányában haladó rekurzióval végeztük el. Ujabban Luke és Wimp [6] bebizonyitották , hogy a d_n számitását megfelelő normálás mellett célszerübb Miller algoritmusával végrehajtani.

Az együtthatók kiszámitása után a megfelelő Csebisev sorok részletösszegeit visszarendeztük polinommá, és a következő eredményeket nyertük:

$$\int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = -\ln t + \sum_{n=0}^{12} a_n t^n + h_{12} ,$$

$$\bar{h}_{12} = \max_{0 \leq x \leq 4} \left| h_{12}(x/4) \right| \sim 2{,}1 \cdot 10^{-11} . \qquad 0 \leq x = 4t \leq 4 .$$

Itt az a_n együtthatók numerikus értéke az alábbi:

n	a_n
0	-1,963510 026021 4
1	3,999999 999978 8
2	-3,999999 994080 8
3	3,555555 270396 8
4	-2,666661 256806 4
5	1,706613 394739 2
6	-0,947836 822732 8
7	0,463236 215603 2
8	-0,200279 788748 8
9	0,075362 874163 2
10	-0,023215 892070 4
1	0,005089 158758 4
2	-0,000573 780787 2

Másrészt

$$\int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u}\,du = \frac{e^{-x}}{x}\left\{\sum_{n=0}^{13} b_n \sigma^n + h_{13}\right\} ,$$

$$\bar{h}_{13} = \max_{4 \le x \le \infty} \left| h_{13}(4/x) \right| \sim 3.10^{-11} .$$

ahol $x \ge 4 \ , \quad \sigma = 4/x$

n	b_n
0	0,999999 999967 7
1	-0,249999 986611 6
2	0,124999 066063 2
3	-0,093723 905472 0
4	0,093360 570931 2
5	-0,113587 483750 4
6	0,153120 156876 8
7	-0,203117 233766 4
8	0,236846 419148 8
9	-0,221921 843609 6
10	0,155131 104460 8
1	-0,074693 423923 2
2	0,021901 816627 2
3	-0,002932 657356 8

Az alkalmazásokban az

$$E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u}\,du = \int_1^\infty \frac{e^{-xu}}{u}\,du$$

függvényen kivül, ennek általánositásai, az

$$E_\nu(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-xu}}{u^\nu}\,du$$

függvények is gyakran szerepelnek. Mi csak a $0 < \nu \le 1$ esetre vonatkozó approximációk megszerkesztésével foglalkozunk.

Kis argumentum esetén $/0 \le x \le 4/$ $E_\nu(x)$ alábbi alakját használjuk fel:

$$E_\nu(x) = \Gamma(1-\nu)x^{\nu-1} - \frac{1}{1-\nu} + \int_0^1 u^{-1-\nu}\frac{1-e^{-xu}}{u}\,du .$$

Helyettesitsük be ide $\frac{1-e^{-4t}}{t}$ $0 \le t \le 1$ valamely közelitését:

$$\frac{1-e^{-4t}}{t} = \sum_{n=0}^{12} \alpha_n t^n + k .$$

A jelen esetben ilyen közelitést ugy nyertünk, hogy meghatároztuk az

$$\frac{1-e^{-4t}}{t} = q_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n q_n T_n^*(t) \quad , \quad 0 \le t \le 1 ,$$

Csebisev sorfejtés megfelelő részletösszegét. A sorfejtés q_n együtthatóit a

$$q_{n+1} - 2q_n + q_{n-1} = 4e^{-2} I_n(2) , \quad n = 1, 2, \dots ,$$

rekurziós képlet segitségével számitottuk ki. A behelyettesités után /elvégezve az u szerinti integrálást/, a következő képletet kaptuk:

$$E_\nu(x) = \Gamma(1-\nu)x^{\nu-1} - \frac{1}{1-\nu} + \sum_{n=0}^{12} \frac{\alpha_n}{n+2-\nu} t^{n+1} + K ,$$

$$\bar{K} \le \bar{k} \;;\; \bar{k} = \max_{0\le t\le 1} |k(t)| \sim 3.10^{-11} , \qquad 0 \le t = x/4 \le 1 .$$

n	α_n
0	3,999999 999982 8
1	-7,999999 994310 4
2	10,666666 346774 4
3	-10,666659 551641 6
4	8,533250 686054 4
5	-5,688314 521395 2
6	3,248214 762291 2
7	-1,617567 839027 2
8	0,705910 590668 8
9	-0,264597 353267 2
10	0,079833 753190 4
1	-0,016864 457523 2
2	0,001811 939328 0

A $\Gamma(x)$ számolására az alábbi képletet használhatjuk:

$$\frac{1}{\Gamma(x)} = \sum_{n=0}^{10} c_n x^{n+1} + h_{10}\,, \quad \bar{h}_{10} \sim 6.10^{-11}\,, \qquad 0 \le x \le 1.$$

n	c_n
1	0,999999 999942
2	0,577215 676788
3	-0,655878 477704
4	-0,041997 231200
5	0,166501 787776
6	-0,042051 677696
7	-0,009981 902848
8	0,007786 184704
9	-0,001737 228288
10	0,000142 868480

Az $x \ge 4$ esetére $E_\nu(x)$ -t az alábbi alakba irjuk át:

$$E_\nu(x) = \frac{e^{-x}}{x} \int_0^\infty 4e^{-4u} \frac{1}{(1+\sigma u)^\nu} du \; .$$

Alkalmazzuk most a következő integrálátalakitást:

$$\frac{1}{(1+\sigma u)^\nu} = \int_0^1 \frac{1}{\Gamma(\nu)\Gamma(1-\nu)} \omega^{\nu-1} (1-\omega)^{-\nu} \frac{1}{1+\omega\sigma u} d\omega$$

Igy

$$E_\nu(x) = \frac{e^{-x}}{x} \left\{ \frac{1}{\Gamma(\nu)\Gamma(1-\nu)} \int_0^1 \omega^{\nu-1}(1-\omega)^{-\nu} \left[\int_0^\infty 4e^{-4u} \frac{1}{1+\omega\sigma u} du \right] d\omega \right\}$$

adódik. A belső integrál Csebisev sorfejtését ismerjük. Alkalmazzuk most ezt a $\sigma\omega$ helyre, és végezzük el az integrálást tagonkint. Igy

$$E_\nu(x) = \frac{e^{-x}}{x} \left\{ \sum_{n=0}^{13} b_n \rho_n^{(\nu)} \sigma^n + h_{13} \right\} \, ,$$

$$\rho_0^{(\nu)} = 1 \;\; ; \; \rho_n^{(\nu)} = \frac{n+\nu}{n+1} \rho_{n-1}^{(\nu)} \, , \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\bar{h}_{13} \sim 3.10^{-11}\,, \qquad 0 \le \sigma = \frac{4}{x} \le 1 \; .$$

Megjegyezzük, hogy $E_\nu(x)$ számitásának ez a módszere - ismert polinom-approximáció sulyozása paramétertől függő faktorokkal - azonos a faktor-módszer [7] egy speciális esetével.

I r o d a l o m

[1] Natanszon,I.P.: Konstruktiv függvénytan. Akadémiai Kiadó, Bp. 1952 /145/

[2] Градштейн, И.С., Рыжик,И.М.: Таблицы...,Гос.Изд. Физ. Мат. Лит. Москва I962 /94I/ (8.2I4.I)

[3] Грей, Э.,Метюз. Г.Б.: Функции Бесселя. Изд. Иностр.Лит. Москва I953

[4] Clenshaw,C.W.: The numerical solution of linear differential equations in Chebyshev series. Proc. Cambridge Phil.Soc. 53, /1957/

[5] Britisch Association for the Advancement of Science, "Bessel functions, Part II. Mathematical Tables, Vol. X. Cambridge Univ.Press, 1952

[6] Luke,Y.L., Wimp,J.: Jacobi Polynomial Expansions. Mathematics of Computation 17, /1963/

[7] Németh,G.: Construction of Approximations to Functions by the Factor Method. Mathematics of Computation /sajtó alatt/

Érkezett: 1964. nov. 16.
KFKI Közl. 12.évf. 6.szám, 1964.

POLINOM APPROXIMÁCIÓK AZ $L_o(x)$ ÉS $L_1(x)$ STRUVE-FÜGGVÉNYEK SZÁMITÁSÁHOZ

Irta: Németh Géza

Összefoglalás

A dolgozat 9 jegyre pontos approximációs képleteket tartalmaz $L_o(x)$ és $L_1(x)$ számára.

Polinom approximációkat készitettünk az $L_o(x)$ és $L_1(x)$ un. képzetes argumentumu Struve függvények számitásához. Ezeket a függvényeket az

$$L_\nu(x)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(x/2)^{\nu+2m+1}}{\Gamma(m+3/2)\Gamma(\nu+m+3/2)}$$

sorfejtéssel szokás definiálni. /Ezzel egyenértékü definiciókat illetően v.ö.: [1] ./

Az $L_o(x)$ függvényt $0\le x\le 8$ esetére az alábbi Csebisev polinomsor részletösszegével approximáltuk:

$$L_o(at)=2\sum_{n=0}^{\infty} I^2_{n+1/2}(\tfrac{1}{2}a)T_{2n+1}(t) \qquad 0\le t\le 1 .$$

Nyilván $I_{n+1/2}(\frac{1}{2}a)=0\left(\frac{(a/4)^n}{\Gamma(n+3/2)}\right)$. A számitást a=8 esetére végeztük el,

és az alábbi közelitést nyertük:

$$L_o(x)=4/\pi\left(\sum_{n=0}^{11} a_n t^{2n+1}+h_{11}\right) \qquad 0\le t=x/8\le 1 .$$

$$\bar{h}_{11}=\max_{0\le t\le 1}\left|h_{11}(t)\right|\sim 5.10^{-11} .$$

Az a_n számokat az I. táblázatban adjuk meg. Az $L_1(x)$ függvényt $L_o(x)$ -hez hasonló sorral állitottuk elő:

$$L_1(at)=4at\sum_{n=0}^{\infty}\left\{I^2_{n+1/2}(\tfrac{1}{2}a)-I_{n+3/2}(\tfrac{1}{2}a)I_{n-1/2}(\tfrac{1}{2}a)\right\}T_{2n+1}(t) \qquad 0\le t\le 1.$$

Ennek a sornak 12 tagu részletösszegét számitottuk ki a=8 helyettesitéssel, és kaptuk:

$$L_1(x)=\frac{4}{\pi}\left\{\sum_{n=0}^{11} c_n t^{2n+2}+k_{11}\right\} \quad ; \quad \bar{k}_{11}\sim 1.10^{-11} \quad 0\le t=x/8\le 1 .$$

A c_n számokat a II. táblázatban adjuk meg. Továbbá $x \geq 8$ esetére $L_0(x)$ -t az alábbi integrál előállitás segitségével határoztuk meg:

$$L_0(x)=I_0(x)-\frac{2}{\pi}\sigma\int_0^{\infty}\frac{J_0(a\eta)}{1+\sigma^2\eta^2}\,d\eta .$$

Itt $\sigma=a/x$ és a=8. Az $I_0(x)$ approximációja jól ismert v.ö.: [2]. Ezért a továbbiakban csak az integrál számitásával foglalkozunk. Ez az integrál σ hatványai szerint $0\le\sigma\le 1$ Csebisev sorba fejthető:

$$\int_0^{\infty}\frac{J_0(a\eta)}{1+\sigma^2\eta^2}\,d\eta=S_0+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n S_n T_{2n}(\sigma) . \qquad 0\le\sigma\le 1$$

Az S_n számok a konfluens hipergeometriai függvény értékeivel kifejezhetők, éspedig:

$$S_n=\frac{1}{a}\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)W_{-n,0}(a)M_{n,0}(a)=e^{-2\sqrt{an}}\cos\left(2\sqrt{an}-\pi/4\right)O\left(n^{-1/2}\right) .$$

Az $S_n=p_n q_n$ számok numerikusan az alábbi rekurziós képletekből számolhatók ki:

$$p_0=I_0\left(\frac{1}{2}a\right) ; \qquad p_1=I_0\left(\frac{1}{2}a\right)-a\left[I_0\left(\frac{1}{2}a\right)-I_1\left(\frac{1}{2}a\right)\right]$$

$$(2n+1)(p_n-p_{n+1})-(2n+3)(p_{n+1}-p_{n+2})=-2ap_{n+1} \qquad n=0,1,2,\dots$$

$$q_n=K_0\left(\frac{1}{2}a\right) ; \qquad q_1=K_0\left(\frac{1}{2}a\right)+a\left[K_0\left(\frac{1}{2}a\right)-K_1\left(\frac{1}{2}a\right)\right]$$

$$(2n+1)(q_n-q_{n+1})-(2n+3)(q_{n+1}-q_{n+2})=2aq_{n+1}$$

Elvégezve a=8 helyettesitéssel a számitásokat, a következő eredményt kaptunk:

$$L_0(x)=I_0(x)-P_0(x) ,$$

$$P_0(x)=\frac{1}{4\pi}\sum_{n=0}^{10} b_n\sigma^{2n+1}+h_{10} ,$$

$$\bar{h}_{10} \sim 2.10^{-10} \quad ; \quad 0 \leq \sigma = 8/x \leq 1 \ .$$

A b_n számokat a III. táblázatban adjuk meg. Az $L_1(x)$ függvényt $x \geq 8$ esetére az alábbi integrál előállitás segitségével határozzuk meg:

$$L_1(x) = I_1(x) - \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi}\sigma \int_0^\infty \frac{\sigma\eta}{1+\sigma^2\eta^2} J_1(a\eta)\,d\eta \ .$$

Az $I_1(x)$ approximációja jól ismert, v.ö.: [2] . Mi csak az integrál számitásával foglalkozunk. Ez az integrál σ hatványai szerint Csebisev sorba fejthető:

$$\int_0^\infty \frac{\sigma\eta}{1+\sigma^2\eta^2} J_1(a\eta)\,d\eta = 2\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \omega_n T_{2n+1}(\sigma) \qquad 0 \leq \sigma \leq 1.$$

Az ω_n számok a konfluens hipergeometriai függvény értékeivel kifejezhetők, éspedig:

$$\omega_n = \frac{1}{a}\Gamma(n+\frac{3}{2})W_{-n-1/2,1/2}(a)M_{n+1/2,1/2}(a) = e^{-2\sqrt{an}}\cos(2\sqrt{an}-\pi/4)O(1) \ .$$

Az $\omega_n = \alpha_n \beta_n$ számok numerikusan az alábbi rekurziós képletekből számolhatók ki:

$$\alpha_0 = a\left[I(\tfrac{1}{2}a) - I_1(\tfrac{1}{2}a)\right] \ ; \qquad \alpha_1 = \frac{1}{2}\left[-2(a-1)\alpha_0 + a\left\{I_0(\tfrac{1}{2}a) + I_1(\tfrac{1}{2}a)\right\}\right]$$

$$(2n+1)(\alpha_n - \alpha_{n+1}) - (2n+3)(\alpha_{n+1} - \alpha_{n+2}) = -2a\alpha_{n+1}$$

$$\beta_0 = \frac{a}{2}\left[K_1(\tfrac{1}{2}a) - K_0(\tfrac{1}{2}a)\right] \ ; \qquad \beta_1 = (2a+1)\beta_0 - aK_0(\tfrac{1}{2}a)$$

$$\beta_n - 2\beta_{n+1} + \beta_{n+2} = \frac{2a}{2n+1}\beta_{n+1}$$

Elvégezve a=8 helyettesitéssel a számitásokat, a következő eredményt kaptuk:

$$L_1(x) = I_1(x) - P_1(x)$$

$$P_1(x) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{10} d_n \sigma^{2n} + k_{10} \ ;$$

$$\bar{k}_{10} \sim 5.10^{-10} \ ; \qquad 0 \leq \sigma = 8/x \leq 1.$$

A d_n számokat a IV. táblázatban adjuk meg.

Táblázatok

n	I.(a_n)	n	II.(c_n)
0	3,999999 999202	0	10,666666 665857
1	28,444444 526212	1	45,511111 142349
2	72,816807 584992	2	83,220316 640224
3	95,108970 008704	3	84,541285 712704
4	75,147515 330816	4	54,652862 236058
5	39,748993 200128	5	24,460461 136077
6	15,047878 176768	6	8,026639 988326
7	4,291120 939008	7	2,017581 249331
8	0,934366 412800	8	0,395283 215155
9	0,181267 595264	9	0,067809 679770
10	0,016501 440512	10	0,006215 958528
1	0,005557 452800	1	0,001698 693120
n	**III.(b_n)**	**n**	**IV.(d_n)**
0	0,999999 998730	0	0,999999 999995
1	0,015625 747694	1	-0,015625 082500
2	0,002151 264952	2	-0,000727 002912
3	0,001799 848256	3	-0,000274 967808
4	-0,008165 060608	4	0,000770 262912
5	0,042804 871168	5	-0,003691 648000
6	-0,098736 054272	6	0,007290 836992
7	0,122452 541440	7	-0,007893 860352
8	-0,087854 022656	8	0,005165 645824
9	0,034681 126912	9	-0,001959 919616
10	-0,005866 258432	10	0,000335 544320

I r o d a l o m

[1] Градштейн, И.С., Рыжик, И.П.: Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Гос.Изд.Физ. Мат.Лит. Москва I963 996 (8.55I)

[2] Bourgoyne,F.D.: Polynomial Approximations M.T.A.C. 16, /80/ 1962

Érkezett: 1964.márc.10.
KFKI Közl. 12.évf. 6.szám, 1964.

AZ α -CLUSTER REDUKÁLT SZÉLESSÉGÉNEK KISZÁMITÁSA LYUK-GERJESZTETT VÉGMAGOKBA VALÓ ÁTMENETEKNÉL

Irta: Beregi Péter

Összefoglalás

A független részecske héjmodell származási együtthatói segitségével, figyelembe véve a hamis /spurious/ állapotokat is, kiszámitottuk a könnyü magok esetében azon α -átmenetek redukált szélességét, melyeknél a kezdőmag alapállapotban, a végmag lyuk-gerjesztett állapotban van.

1/ Bevezetés

Ismeretes, hogy a héjmodellben a mag tömegközéppontja nincs nyugalomban, hanem rezgőmozgást végez a koordinátarendszer kezdőpontja körül. Ez azt jelenti, hogy a héjmodell nem eltolás-invariáns. / Héjmodell alatt mindenütt a független részecske modellt értjük [1] ./ Elliott és Skyrme [2] megállapitották, hogy milyen kapcsolat áll fenn az oszcillátor-héjmodell

$$H_{héj} = \sum_{i=1}^{A} T_i + \sum_{i=1}^{A} \frac{1}{2} m\omega^2 \mathbf{r}_i^2 \qquad /1/$$

Hamilton-operátorának $\psi_{héj}$ sajátfüggvényei /itt T_i az i -ik nukleon kinetikus energiája/ és a nukleonok kölcsönös mozgását leiró eltolás-invariáns héjmodell /EIHM/

$$H_{bel} = \sum_{i=1}^{A} T_i + \sum_{i=1}^{A} \frac{1}{2} m\omega^2 (\mathbf{r}_i - \mathbf{R})^2 - \frac{1}{2mA}\mathbf{P}^2 \qquad /2/$$

Hamilton-operátora ψ_{bel} sajátfüggvényei között. Itt $\mathbf{R} = \frac{1}{A}\sum_{i=1}^{A}\mathbf{r}_i$, A a magban lévő nukleonok száma, $\mathbf{P}$ a tömegközéppont impulzusa. Ha csak egy betöltetlen héj van és az összes alacsonyabban fekvő héj be van töltve, ugy a Skyrme-Elliott tétel szerint irhatjuk:

$$\Psi_{héj} = \Psi_{000}(\mathbf{R})\Psi_{bel.} \qquad /3/$$

Ha lyuk /hole/ állapotok is vannak, akkor a $\Psi_{héj}$ a tömegközéppont $\Psi_{000}(\mathbf{R})$ nullrezgésein kivül a tömegközéppont néhány gerjesztett állapotát, az un. hamis /spurious/ állapotokat is tartalmazza. Ezeket a számitásoknál ki kell küszöbölni.

Kimutatták [3] , hogy ha ismerjük a mag belső hullámfüggvényeit, mint bizonyos belső koordináták függvényét, és azt sorba kell fejteni a héjmodell függvényei szerint /ilyen feladat merül fel például a reakciók héjmodellen alapuló leirásakor nukleonclusterek kirepülésekor/, ugy a sorfejtésnél kényelmesebb a $\Psi_{héj}$ függvények helyett az eltolás-invariáns $\Psi_{bel.}$ függvényekkel dolgozni.

A nukleon teljesen antiszimmetrikus hullámfüggvényét az EIHM-ben a következőképpen jelöljük [3] :

$$|AN[f]\alpha LST\rangle \qquad /4/$$

Itt N a főkvantumszám, $[f]$ a Young-ábra, L az eredő pályamomentum, S az eredő spin, T az eredő izospin, α az egyéb kvantumszámokat jelenti, melyek az állapot teljes meghatározásához szükségesek.

Szmirnov és Sitikova [3] bevezették a származási együtthatókat /SzE/ a /4/ függvények felépitésére. A SzE-k segitségével A nukleon teljesen antiszimmetrikus hullámfüggvényét fel lehet irni $A-1$ nukleon antiszimmetrikus függvényének és az ezzel vektoriálisan csatolt utolsó nukleonnak a többi $A-1$ nukleon tömegközéppontja körüli mozgása $|n\ell(\mathbf{R}_{A-1}-\mathbf{r}_A)\rangle$ függvényének lineáris kombinációjaként

$$\begin{aligned} |AN[f]\alpha LST\rangle &= \\ &= \sum \langle AN[f]\alpha LST\{|A-1N'[f']\alpha'L'ST';n\ell\rangle\cdot \\ &\cdot(L'M'\ell m|LM)(S'S'_z\tfrac{1}{2}\sigma|SS_z)(T'T'_z\tfrac{1}{2}\tau|TT_z)\cdot \\ &\cdot|A-1N'[f']\alpha'L'S'T'M'S'_zT'_z\rangle|n\ell m\sigma\tau(\mathbf{R}_{A-1}-\mathbf{r}_A)\rangle \end{aligned} \qquad /5/$$

ahol összegezni kell az összes lehetséges $N'[f']\alpha'L'S'T'mM'$

szerint, amelyek a kiválasztási szabályok és az $n+N'=N$ feltétel értelmében megengedettek.

A kétrészecske SzE-kat az

$$|A\alpha LST\rangle = \sum \langle A\alpha LST\{|A-2,\alpha' L'S'T';n\lambda,N_oL_oS_oT_o(L'')\rangle \cdot$$

$$\cdot (L'M'L''M''|LM)(\lambda M_\lambda L_o M_o|L''M'')(S'S'_z S_o \sigma_o|SS_z)(T'T'_z T_o \tau_o|TT_z) \cdot \qquad /6/$$

$$\cdot |A-2\,\alpha' L'S'T'M'S'_z T'_z\rangle \, \psi_{n\lambda M_\lambda}(\mathbf{R}_{A-2}-\mathbf{R}_2)|N_oL_oS_oT_oM_o\sigma_o\tau_o(\mathbf{r}_{A-1}-\mathbf{r}_A)\rangle$$

egyenlet definiálja [3] szerint.

Itt N_oL_o az utolsó két / $A-1$ és A / nukleon relativ mozgásának főkvantumszáma és pályamomentuma, $\psi_{n\lambda M_\lambda}(\mathbf{R}_{A-2}-\mathbf{R}_2)$ az utolsó két részecske tömegközéppontja mozgásának oszcillátorfüggvénye a többi $A-2$ nukleon tömegközéppontjához képest.

Szmirnov és Sitikova [3] meghatározták a $A=2,3,4,5$ magok legalsó $N=0,1,2$ állapotára vonatkozó SzE-kat és megmutatták, hogy speciális esetben kapcsolat áll fenn az EIHM SzE-i és a héjmodell SzE-i között. Ez utóbbiak a p- héjból 1, 2, 3 nukleon eltávolitása esetére ismertek [4, 5, 6].

Az atommag λ energia nivója α részecske kilépésére vonatkoztatott γ^2 redukált szélességét a

$$\gamma = \left(\frac{A}{4}\right)^{1/2} \frac{\hbar}{\sqrt{2\mu}} \sum_{M_{J_1}M_2} (J_1 M_{J_1} L_2 M_2|J_o M_{J_o}) \int \chi^*_\lambda \psi_1 \psi_\alpha Y_{L_2M_2}(\mathbf{R}_1-\mathbf{R}_\alpha)\, d\sigma \qquad /7/$$

kifejezés adja meg [7, 8] , ahol $|\mathbf{R}_1-\mathbf{R}_\alpha|=a$ a csatorna sugara, χ_λ a kezdeti mag λ nivójának belső hullámfüggvénye, ψ_1 és ψ_α a végmag, ill. az α -részecske belső hullámfüggvénye, $Y_{L_2M_2}$ a két kimenő részecske kölcsönös mozgása hullámfüggvényének szögtől függő része. μ a kimenő részek redukált tömege. $J_oM_{J_o}$, $J_1M_{J_1}$ a kezdeti mag és végmag teljes impulzusmomentuma, ill. annak vetülete. Itt a kimenő részecskék belső változói és ezen részecskék viszonylagos mozgásának szögtől függő része szerint integrálunk.

Ha /7/-et az $\mathbf{R}_1-\mathbf{R}_\alpha$ vektor radiális változója szerint is integráljuk a $\frac{1}{2}a^3R^2_{nL_2}(|\mathbf{R}_1-\mathbf{R}_\alpha|=a)=1$ határfeltétel figyelembevételével [9] és még megszorozzuk a $\sqrt{\frac{a\mu}{\hbar^2}}$ faktorral a dimenzió nélküli redukált α -szélességre, a következő kifejezést nyerjük:

$$\Theta_{A,n,L_2}=\binom{A}{4}^{1/2}\langle A,A-4[f_0]L_0S_0T_0\alpha_0\{|A-4,N_1=A-4-n,[f_1]L_1S_0T_0\beta;nL_2,40[4]000(L_2)\rangle \qquad /8/$$

vagyis a dimenzió nélküli α -szélesség csak egy konstans együtthatóban különbözik az EIHM bizonyos SzE-jától.

Ha egy atommag λ energianivójáról egy α -részecske távozik, akkor a végmag lyuk-gerjesztett állapotba kerülhet. Ezekre a lyukgerjesztett állapotokra kivánjuk a továbbiakban a redukált α -szélességet meghatározni héjmodell hullámfüggvényeink felhasználásával.

2/ <u>A redukált α -szélesség meghatározása</u>.

Feltételezzük, hogy a kezdeti mag alapállapotban van, ezért /3/ alapján esetünkben irhatjuk:

$$\chi_\lambda^{héj}=|S^4p^{A-4}L_0\alpha_0':[f_0]L_0S_0T_0\alpha_0\rangle=\psi_{000}(\mathbf{R}_A)|A,A-4[f_0]L_0S_0T_0\beta_0\rangle \qquad /9/$$

Feltételezzük továbbá, hogy a végmag lyuk-gerjesztett állapotban keletkezik. Ekkor azonban a héjmodell hullámfüggvénye a tömegközéppont hamis állapotait is tartalmazza

$\alpha^{nL_1\beta}_{k\ell L'}$ együtthatókkal:

$$\psi_1^{héj}=|S^n\alpha_1'p^{A-4-n}L_1\alpha_1'':[f_1]L_1M_1S_0T_0\alpha_1\rangle= \qquad /10/$$

$$=\sum_{\substack{k\ell L'\\ \beta mM'}}\alpha^{nL_1\beta}_{k\ell L'}(\ell mL'M'|L_1M_1)\,\psi_{k\ell m}(\mathbf{R}_{A-4})|A_1=A-4,\ N_1=A-4-n-k[f_1]L'M'S_0T_0\beta\rangle$$

/10/-ben összegezni kell az összes lehetséges $k\ell L'\beta mM'$ index szerint a

$$0\le k\le 4-n$$
$$|\ell|\le k$$
$$(-1)^\ell=(-1)^k$$
$$\ell+L'=L$$

feltételek mellett.

A redukált α -szélesség /8/ kifejezésében szereplő mennyiségek kiszámitásához fejtsük sorba a /2/ Hamilton-operátor sajátfüggvényeit a héjmodell sajátfüggvényei szerint:

$$\psi_{000}(\mathbf{R}_{A-4})|A-4,\ N_1=A-4-n[f_1]L_1M_1S_oT_o\alpha_1\rangle =$$
$$= a^{\beta_1}_{nL_1}|s^n p^{A-4-n}:[f_1]L_1M_1S_oT_o\beta_1\rangle + \qquad /12/$$
$$+ b^{\gamma}_{nL_1}|s^{n_1}p^{A-4-n_1-n_2}\ell^{n_2}:[f_1]L_1M_1S_oT_o\gamma\rangle$$

A /12/ kifejezés jobboldalán álló második tag azon héjfüggvényeket jelöli, melyekben 0s és 1p nukleonokon kivül más nukleonok /pl. 2s vagy 2d nukleonok/ is szerepelnek.

Vizsgáljuk meg a következő integrált:

$$J_{A,n,L_2}=\int\psi^*_{000}(\mathbf{R}_A)|A,A-4[f_o]L_oS_oT_oM_o\alpha_o\rangle^*\psi_{000}(\mathbf{R}_{A-4})|A-4,A-4-n,[f_1]L_1M_1S_oT_o\alpha_1\rangle\cdot$$
$$\cdot\psi_{nL_2M_2}(\mathbf{R}_\alpha)\psi^{bel}_\alpha\, d\tau \qquad /13/$$

Talmi-átalakitás segitségével /13/-ban válasszuk ki azon tagot, amely a $d\mathbf{R}_A$ szerinti integrálásnál nem nullát ad. Áttérve a pályamomentumok vetületétől független általános Talmi-együtthatókra [10, 11,] valamint a vetületektől független EIHM SzE-kre, J_{A,n,L_2} -re a következő kifejezést nyerjük:

$$J_{A,n,L_2}=\langle A,A-4[f_o]L_oS_oT_o\alpha_o\{|A-4,A-4-n[f_1]L_1S_oT_o\beta;nL_2,40[4]000(L_2)\rangle\cdot$$
$$\cdot\langle 00,nL_2:L_2|A-4,4|00,nL_2:L_2\rangle \qquad /14/$$

Másrészt fejezzük ki a /13/-ban szereplő EIHM hullámfüggvényeket /9/ és /12/ felhasználásával a héjhullámfüggvények segitségével. Ekkor /13/-ra kapjuk:

$$J_{A,n,L_2}=\alpha^{nL_1\beta}_{00L_1}\langle s^4p^{A-4}:[f_o]L_oS_oT_o\alpha_o|s^np^{A-4-n}:[f_1]L_1S_oT_o\alpha_1;s^{4-n}p^n:[4]L_200\rangle\cdot K_\alpha(n,L_2) \qquad /15/$$

Itt felhasználtuk, hogy a $|s^{4-n}\alpha'_2, p^n L_2 \alpha''_2 : [4] L_2 M_2 S = 0\ T=0\rangle$ függvény tartalmazza a $\psi_{nL_2M_2}(R_\alpha)\psi_\alpha^{bel}$ állapotokat a

$$K_\alpha(n,L_2) = \langle s^{4-n}p^n : [4] L_2 M_2 00 | \psi_{nL_2M_2}(R_\alpha)\psi_\alpha^{bel}\rangle \qquad /16/$$

együtthatóval. Figyelembe vettük azt is, hogy /12/-ben a $b^{\gamma}_{nL_1}$ együtthatóval álló tagok integráláskor nullát adnak. Ezenkivül felhasználtuk, hogy a héjfüggvényről a tömegközéppont szerint tiszta függvényekhez vezető transzformáció unitér jellegének következményeként

$$a^{\beta_1}_{nL_1} = \alpha^{nL_1\beta}_{k=0,\ell=0,L'=L_1}$$

A /14/ és /15/ kifejezések egybevetéséből a redukált α -szélességre a következő kifejezést nyerjük:

$$\Theta_{A,n,L_2} = (-1)^{L_2}\alpha^{n,L_1\beta}_{K=0,\ell=0,L'=L_1}\left(\frac{A}{4}\right)^{1/2}\left(\frac{A}{A-4}\right)^{n/2}.$$

$$\cdot\langle s^4 p^{A-4} : [f_0] L_0 S_0 T_0 \alpha_0 | s^n p^{A-4-n} : [f_1] L_1 S_0 T_0 \alpha_1; s^{4-n}p^n [4] L_2 00\rangle K_\alpha(n,L_2) \qquad /17/$$

Látjuk, hogy a redukált α -szélesség kiszámitásához szükséges a négyrészecske származási együtthatók, a $K_\alpha(n,L_2)$ és az $\alpha^{nL_1\beta}_{k\ell L'}$ együtthatók ismerete.

3/ <u>Származási együtthatók számitása kevert konfiguráció esetében.</u>

Korábban a kevert konfigurációkban a SzE-kat csak 1 és 2 részecske elkülönitése esetében tárgyalták [12, 13] . E munkák levezetésében lévő megfontolások általánositásával a következő képleteket nyerhetjük:

$$\langle \ell_1^{n_1}\alpha_1 L_1 S_1 T_1, \ell_2^{n_2}\alpha_2 L_2 S_2 T_2 : LST \{ | \ell_1^{n_1-a}\alpha'_1 L'_1 S'_1 T'_1, \ell_2^{n_2-b}\alpha'_2 L'_2 S'_2 T'_2 : L'S'T';$$

$$\ell_1^{a}\alpha''_1 L''_1 S''_1 T''_1, \ell_2^{b}\alpha''_2 L''_2 S''_2 T''_2 : L_0 S_0 T_0\rangle =$$

$$=(-1)^{a(n_2-b)}\sqrt{\frac{\binom{n_1}{a}\binom{n_2}{b}}{\binom{n_1+n_2}{a+b}}}\begin{pmatrix} L_1' & L_2' & L' \\ L_1'' & L_2'' & L_0 \\ L_1 & L_2 & L \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_1' & S_2' & S' \\ S_1'' & S_2'' & S_0 \\ S_1 & S_2 & S \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1' & T_2' & T' \\ T_1'' & T_2'' & T_0 \\ T_1 & T_2 & T \end{pmatrix}\cdot \qquad /18/$$

$$\langle \ell_1^{n_1}\alpha_1 L_1 S_1 T_1 \{| \ell_1^{n_1-a}\alpha_1' L_1' S_1' T_1', \ell_1^{a}\alpha_1'' L_1'' S_1'' T_1'' \rangle \langle \ell_2^{n_2}\alpha_2 L_2 S_2 T_2 \{| \ell_2^{n_2-b}\alpha_2' L_2' S_2' T_2', \ell_2^{b}\alpha_2'' L_2'' S_2'' T_2'' \rangle$$

Ha a nukleonok mind csak az első vagy csak a második héjból különülnek el, ugy

$$\langle \ell_1^{n_1}\alpha_1 L_1 S_1 T_1, \ell_2^{n_2}\alpha_2 L_2 S_2 T_2 : LST \{| \ell_1^{n_1-d}\alpha_1' L_1' S_1' T_1', \ell_2^{n_2}\alpha_2 L_2 S_2 T_2 : L'S'T'; \ell_1^{d}\alpha_0 L_0 S_0 T_0 \rangle =$$

$$=(-1)^{dn_2+L_1+L+L_1'+L'+S_1+S+S_1'+S'+T_1+T+T_1'+T'}\sqrt{\frac{\binom{n_1}{d}}{\binom{n_1+n_2}{d}}}\cdot$$

$$\cdot U(L_2 L_1' L L_0 : L'L_1)\, U(S_2 S_1' S S_0 : S'S_1)\, U(T_2 T_1' T T_0 : T'T_1)\cdot \qquad /19/$$

$$\cdot \langle \ell_1^{n_1}\alpha_1 L_1 S_1 T_1 \{| \ell_1^{n_1-d}\alpha_1' L_1' S_1' T_1', \ell_1^{d}\alpha_0 L_0 S_0 T_0 \rangle$$

illetve

$$\langle \ell_1^{n_1}\alpha_1 L_1 S_1 T_1, \ell_2^{n_2}\alpha_2 L_2 S_2 T_2 : LST \{| \ell_1^{n_1}\alpha_1 L_1 S_1 T_1, \ell_2^{n_2-d}\alpha_2' L_2' T_2' : L'S'T'; \ell_2^{d}\alpha_0 L_0 S_0 T_0 \rangle =$$

$$=\sqrt{\frac{\binom{n_2}{d}}{\binom{n_1+n_2}{d}}}\, U(L_1 L_2' L L_0 : L'L_2)\, U(S_1 S_2' S S_0 : S'S_2)\, U(T_1 T_2' T T_0 : T'T_2)\cdot \qquad /20/$$

$$\cdot \langle \ell_2^{n_2}\alpha_2 L_2 S_2 T_2 \{| \ell_2^{n_2-d}\alpha_2' L_2' S_2' T_2' ; \ell_2^{d}\alpha_2'' L_2'' S_2'' T_2'' \rangle$$

A /17/ képletben szereplő $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ kifejezés az általánositott Racah-együttható.

Mint látható, a /18/-/20/ kifejezésben lévő SzE-k nem mutatják meg az elkülönitett nukleon-cluster és végmag teljes Young-ábráját.

Vegyük például a legegyszerübb esetet. Nézzük a következő függvényt:

$$\left| s^2[2]L=0\;ST,\; p^2[2]LST : L00 \right\rangle$$

Láthatjuk, hogy a teljes Young-ábra lehet [4] és [22] is. Mindkét ábránál van állapot $S=0$ $T=0$ értékekkel, ilyen ábrák viszont kaphatók a $[2]\times[2]$ müveletnél. Az általuk levezetett képletben viszont a teljes Young-ábra van megadva. Az [1] munkában rámutattak a

$$\psi_\ell = \left|(n_1\ell_1)^{k_1}[f_1]L_1\alpha_1,(n_2\ell_2)^{k_2}[f_2]L_2\alpha_2:[\lambda]LST\right\rangle \qquad /21/$$

bázisfüggvényektől a

$$\psi = \left|(n_1\ell_1)^{k_1}[f_1]L_1S_1T_1\alpha_1,(n_2\ell_2)^{k_2}[f_2]L_2S_2T_2\alpha_2:LST\right\rangle \qquad /22/$$

bázisfüggvényekhez való átmenet lehetőségére. / α_1 és α_2 -ben nem foglaltatik bent S_1T_1 és S_2T_2 ./ Ezen átmenet együtthatói az $(\tilde{S}t)^{k_1+k_2}$ állapotot $(\tilde{S}t)^{k_1}$ és $(\tilde{S}t)^{k_2}$ szorzatokra való felbontást biztositó töltés-spin függvények származási együtthatóival határozhatók meg. Ennek segitségével a /17/-ben szereplő SzE-kat kifejezhetjük egy vagy több olyan SzE lineáris kombinációjaként, amilyenekre érvényesek a /18/-/20/ képletek.

A /21/ és /22/ függvények közötti transzformációs együtthatók kiszámitására kiindulunk a

$$\left|s^2[2]0,\; p^{10}[442]L:[4422]LS=0\;\;T=0\right\rangle =$$

$$= A\left|s^2[2]L=0\;\;S=1\;\;T=0,\; p^{10}[442]\,LS=1\;T=0:\;L00\right\rangle +$$

$$+ B\left|s^2[2]L=0\;\;S=0\;\;T=1,\; p^{10}[442]\,LS=0\;T=0:\;L00\right\rangle \qquad /23/$$

kifejezésből.

Vizsgáljuk meg az

$$J = \left\langle s^2[2]\,0,\; p^{10}[442]L:[4422]L00 \right| \left| p^8[44]\,L_1 00\,;\;\psi_{2L_2}(\mathbf{R}_\alpha)\,\psi_\alpha^{bel}\right\rangle \qquad /24/$$

integrált. Ha J -t egyrészt /23/ segitségével, másrészt a /16/-ban meghatározott $K_\alpha(n,L_2)$ együtthatók segitségével kifejezzük, ugy az $A-B=0$ feltételhez jutunk. Továbbá /23/ normáltsága miatt $A^2+B^2=1$ vagyis

$$A=B=\frac{1}{\sqrt{2}}\;. \qquad /25/$$

Ha ezekután vizsgáljuk az

$$\left|s^2[2]0,\ p^{10}[442]L:[444]L00\right\rangle =$$
$$= C\left|s^2[2]L10,\ p^{10}[442]L10:L00\right\rangle +$$
$$+ D\left|s^2[2]L0,\ p^{10}[442]L01:L00\right\rangle \qquad /26/$$

kifejezést, ugy /23/ és /26/ ortogonális mivoltából és /25/-ból következik, hogy $C=-D=\frac{1}{\sqrt{2}}$

4/ A $K_\alpha(n,L_0)$ együtthatók kiszámitása.

Szmirnov és Chlebowska [12] meghatározták a $K_\alpha(n,L_0)$ együtthatókat azon esetekre, amikor 3, illetve 4 nukleon ugyanazon héjból válik ki:

$$K_\alpha(N,L_0)=2\delta_{N,3n+n'}\langle 3n,L'',n'\ell':L_0|3,1|3n+n',L_0,00:L_0\rangle\cdot \qquad /27/$$
$$\cdot\sum_{L'}\langle \ell^3[3]L''\{|\ell^2L'\rangle\langle n\ell,n\ell:L'|1,1|2n,L',00:L'\rangle\langle 2n,L',n\ell:L''|2,1|3n,L'',00:L''\rangle$$

illetve

$$K_\alpha(4n,L_0)=\sum_{L'L''}\langle \ell^4[4]L_0\{|\ell^2[2]L',\ell^2[2]L''\rangle\langle n\ell,n\ell:L'|1,1|2n,L',00:L'\rangle\cdot \qquad /28/$$
$$\cdot\langle n\ell,n\ell:L''|1,1|2n,L'',00:L''\rangle\langle 2n,L',2n,L'':L|2,2|4n,L,00:L\rangle$$

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor 2-2 nukleon más-más héjból válik ki. Fejezzük ki az

$$\left|(n_1\ell_1)^2[2]L_1ST,(n_2\ell_2)^2[2]L_2ST:L00\right\rangle$$

mind a négy részecskére antiszimmetrikus függvényt, mint a $\psi_i=|(n_i\ell_i)[2]L_iST\rangle$ függvények szorzatát $/i=1,2/$. Ezután a ψ_i függvényt irjuk fel a pálya- és a spin-izospin rész szorzataként. Ha ezután a pálya-részeket Talmi-átalakitás segitségével a tömegközéppont rendszerben kifejezzük és figyelembe vesszük, hogy a ψ_α^{bel} függvény is felirható, mint a pályamomentumtól függő és a spin-izospintől függő függvények szorzata, a következő kifejezést nyerjük a $K_\alpha^{(ST)}(n,L)$ együtthatóra:

$$K_\alpha^{(ST)}(n,L) = \langle (n_1\ell_1)^2[2]L_1ST,(n_2\ell_2)^2L_2ST:L00|\psi_{nLM}(R_\alpha)\psi_\alpha^{bel}\rangle =$$
$$= \sqrt{6}\,\delta_{n,2n_1+2n_2}\langle n_1\ell_1,n_1\ell_1:|1,1|2n_1,L_1,00:L_1\rangle\langle n_2\ell_2,n_2\ell_2:L_2|1,1|2n_2,L_2,00:L_2\rangle$$
$$\cdot\langle 2n_1,L_1,2n_2,L_2:L|2,2|2n_1+2n_2,L,00:L\rangle\langle[\tilde{4}]00[\tilde{2}]ST,[\tilde{2}]ST\rangle \qquad /29/$$

Az adott Young-sémához tartozó $K_\alpha(2,L_2)$ együtthatókat nem nehéz kifejezni a $K_\alpha^{(ST)}(2,L_2)$ együtthatók segitségével:

$$K_\alpha(2,L_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[K_\alpha^{(1,0)}(2,L_2) - K_\alpha^{(0,1)}(2,L_2)\right] \qquad /30/$$

Megjegyezzük, hogy a jelen dolgozatban szereplő általános Talmi-együtthatók a

$$\langle n_1\ell_1,n_2\ell_2:L|\mu_1,\mu_2|n_1+n_2,L,00:L\rangle =$$
$$=(-1)^{\frac{L+\ell_1+\ell_2}{2}-n_1-n_2}\cdot 2^{\frac{\ell_1+\ell_2-L}{4}}(\ell_1 0\ell_2 0|L0)\sqrt{\frac{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)}{2L+1}}\,\cdot$$
$$\sqrt{\frac{\left(\frac{n_1+n_2-L}{2}\right)!(L+n_1+n_2+1)!!}{\left(\frac{n_1-\ell_1}{2}\right)!\left(\frac{n_2-\ell_2}{2}\right)!(n_1+\ell_1+1)!!(n_2+\ell_2+1)!!}}\cdot\frac{\mu^{\frac{n_1}{2}}\mu^{\frac{n_2}{2}}}{(\mu_1+\mu_2)^{\frac{n_1+n_2}{2}}} \qquad /31/$$

alakban irhatók fel,*/ ahol az $n=n_1+n_2$ főkvantumszám ugy van meghatározva, hogy az energia sajátértéke $E_n=(n+\frac{3}{2})\hbar\omega$.

5/ <u>Az</u> $\alpha^{n,L_1,\beta}_{K,\ell,L'}$ <u>együtthatók kiszámitása.</u>

Az egyszerüség kedvéért tételezzük fel, hogy a kezdőmag O^{16} és ennek alapállapotáról a C^{12} végmag lehetséges lyuk-gerjesztett állapotaira történő átmeneteket vizsgáljuk. A következő esetek lehetségesek:

a/ $n=4$ esetében a végmag $\psi_1^{héj}$ hullámfüggvényében a Skyrme-Elliott tétel alapján egyetlen $\alpha^{4,L}_{k=0,\ell=0,L'=L}=1$ együttható van és igy irhatjuk:

---

*/ A [14] dolgozat /14/ képletében sajtóhiba van.

$$\psi_1^{héj} \equiv \left| s^4 p^8 : [444] LM00 \right\rangle = \psi_{000}(\mathbf{R}_{12}) \left| 12,8 [444] LM00 \right\rangle \qquad /32/$$

b/ $n=3$ esetén a végmag hullámfüggvényét modellünkben

$$\psi_1^{héj} \equiv \left| s^3 p^9 : [444] LMS=0 \; T=0 \right\rangle =$$

$$= \alpha^{3,L}_{0,0,L} \psi_{000}(\mathbf{R}_{12}) \left| 12,9 [444] LM00 \right\rangle + \qquad /33/$$

$$+ \alpha^{3,L}_{1,1,L-1} \sum_{mM'} (1mL-1M'|LM) \psi_{11m}(\mathbf{R}_{12}) | 12,8 [444] L-1, M'00 \rangle +$$

$$+ \alpha^{3,L}_{1,1,L+1} \sum_{mM'} (1mL+1M'|LM) \psi_{11m}(\mathbf{R}_{12}) | 12,8 [444] L+1, M'00 \rangle$$

alakban irhatjuk fel. Azonban az $\alpha^{3,L}_{0,0,L}$ együtthatót közvetlenül nem tudjuk kiszámitani. Határozzuk meg ezért az $\alpha^{3,L}_{1,1,L'}$ együtthatókat. Mint a /33/ kifejezésből látható:

$$\alpha^{3,L}_{1,1,L'} = \left\langle s^3 p^9 : [444] LM00 \right| \sum_{mM'} (1mL'M'|LM) \psi_{11m}(\mathbf{R}_{12}) \left| 12,8 [444] L'M'00 \right\rangle \qquad /34/$$

Vezessük be a tömegközéppont mozgásához tartozó oszcillációs kvantum-keltő operátort [15] , amelyet a következő egyenlet definiál:

$$A_k^{+(1)} = \frac{1}{\sqrt{A}} \sum_{i=1}^{A} a_k^{+(1)}(i) \quad \text{ahol} \quad a_k^{+(1)}(i) = \frac{1}{(2m\hbar\omega)^{1/2}} \left(\rho^{(1)}_{i,k} + im\omega r^{(1)}_{i,k} \right) \qquad /35/$$

A keltő-operátor a következőkép hat a tömegközéppont hullámfüggvényére:

$$A_k^{+(1)} \psi_{000}(\mathbf{R}) = \psi_{1,l=1,m=k}(\mathbf{R}) \qquad /36/$$

Fejezzük ki a $\psi_{11m}(\mathbf{R}_{12})$ függvényt /36/ segitségével, majd használjuk fel a /32/ egyenlőséget, figyelembe véve, hogy az $A_m^{+(1)}$ operátor szimmetrikus az összes részecskékre nézve. Megmutatható, hogy /3.3/ kifejezhető, mint bizonyos SzE-k és az

$$\langle p: l=1, m=0, S'\tau' | a_0^{+(1)} | s: 0, S'\tau' \rangle \qquad /37/$$

egyrészecske-matrixelem szorzata. Mivel a /37/-ben szereplő mennyiség eggyel egyenlő, a /34/ együttható csak a kevert konfiguráció SzE-i segitségével fejeződik ki, melyeket előállithatunk a /19/ - /20/ kifejezések alapján.

Konkréten meghatározva $\alpha^{3,L}_{1,1,L-1}$ és $\alpha^{3,L}_{1,1,L+1}$ együtthatókat, $\alpha^{3,L}_{0,0,L}$ -t a $\psi_1^{héj}$ normált mivoltából határozhatjuk meg a

$$\sum_{k\ell L'\beta}(\alpha^{n,L,\beta}_{k,\ell,L'})^2=1$$

feltételből.

c/ $n=2$ esetében az $\alpha^{2,L}_{2,\ell,L'}$ együtthatókat a tömegközéppont mozgása szerinti két-kvantum-keltő operátor [15]

$$B^{+j}_k=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{m,n}(1m\,1n|jk)A^{+(1)}_m A^{+(1)}_n \qquad /39/$$

segitségével számitjuk ki. Ezen operátor a következőképpen hat a $\psi_{ooo}(\mathbf{R})$ függvényre:

$$B^{+j}_k\,\psi_{ooo}(\mathbf{R})=\psi_{2,\ell=j,m=k}(\mathbf{R}) \qquad /40/$$

/40/ és /32/ segitségével fejezzük ki az $\alpha^{2,L}_{2,\ell,L'}$ együttatókat:

$$\alpha^{2,L}_{2,\ell,L'}=\langle s^2p^{10}:LM\alpha\Big|\sum_{mM'}(L''mL'M'|LM)B^{+L''}_m\Big|s^4p^8L'M'\alpha'\rangle \qquad /41/$$

Felhasználva /40/-et, /35/-öt és azt, hogy

$$\langle p^2[2]L''m=0\,S'\tau'\Big|\sum_q(1q\,1-q|L''0)a^+_q a^+_{-q}\Big|s^2[2]\,00S'\tau'\rangle=1 \qquad /42/$$

/41/-et a következő alakra hozhatjuk a héjmodell matrixelemei kiszámitásának általános módszerével:

$$\alpha^{2,L}_{2,\ell,L'}=\frac{11}{\sqrt{2}}\sum_{S,T}\langle s^2p^{10}:[444]L00\{|s^2p^8:[442]L'ST;p^2[2]L''ST\rangle\cdot$$

$$\cdot\langle s^4p^8:[444]L'00|s^2p^8:[442]L'ST;s^2[2]0ST\rangle \qquad /43/$$

Ilyen SzE-kat már ki tudunk számolni a korábban ismertetettek alapján.

Az $\alpha^{2,L}_{1,1,L'}$ együtthatókat /36/ és /12/ sorfejtés segitségével számithatjuk ki. Mivel a jobboldalra csak kvantumkeltő operátorok hatnak, csak egy zérustól különböző tag marad a héj-matrixelemekben.

d/ Az $n=1$ esetben szükségünk lesz a tömegközéppont mozgásához tartozó három-kvantum-keltő operátorra. Ezt a következőképpen határozhatjuk meg:

$$C^{+L}_{M}=\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_{L'M'm}(L'M'1m|LM)\langle p^{3}[3]L\{|p^{2}[2]L'\rangle B^{+L'}_{M'}A^{+(1)}_{m} \qquad /44/$$

vagy más formában

$$C^{+L}_{M}=\frac{1}{\sqrt{6}}\sum_{\substack{L'M'\\ mm'm''}}(1m'1m''|L'M')(L'M'1m|LM)\langle p^{3}[3]L\{|p^{2}[2]L'\rangle A^{+(1)}_{m'}A^{+(1)}_{m''}A^{+(1)}_{m} \qquad /44/a/$$

A származási együtthatók azért jelentek meg, mert az A^{+} vektor-operátorok kommutálnak egymással és a C^{+} operátorok szimmetrikusak ezen operátorok felcserélésére nézve.

A C^{+L}_{M} operátor ilyen megválasztása biztositja a /36/és/40/-hez hasonló feltétel teljesülését:

$$C^{+L}_{M}\,\psi_{000}(\mathbf{R})=\psi_{3,l=L,m=M}(\mathbf{R}) \qquad /45/$$

Megmutatható, hogy az igy bevezetett C^{+L}_{M} operátor megegyezik a [16] dolgozat más uton levezetett operátoraival.

e/ Az $n=0$ esetben szükségünk van az D^{+L}_{M} operátorokra, amelyeket a következőképpen irhatunk fel:

$$D^{+L}_{M}=\frac{1}{\sqrt{6}}\sum_{\Lambda_1\Lambda_2\mu_1\mu_2}\langle p^{4}[4]L\{|p^{2}[2]\Lambda_1 p^{2}[2]\Lambda_2\rangle(\Lambda_1\mu_1\Lambda_2\mu_2|LM)B^{+\Lambda_1}_{\mu_1}B^{+\Lambda_2}_{\mu_2}=$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{\Lambda_1\mu_1\mu_2}\langle p^{4}[4]L\{|p^{3}[3]\Lambda_1,p\rangle(\Lambda_1\mu_1 1\mu_2|LM)C^{+\Lambda_1}_{\mu_1}A^{+(1)}_{\mu_2} \qquad /46/$$

Érvényes, hogy

$$D^{+L}_{M}\,\psi_{000}(\mathbf{R})=\psi_{4,L,M}(\mathbf{R}) \qquad /47/$$

Az $n=1$ és $n=0$ esetekben az $\alpha^{n,L_1,\beta}_{K,\ell,L'}$ együtthatókat a korábban tárgyaltakhoz hasonló módon számithatjuk ki.

6/ A $\Theta_{A=12,n=2,L=2}$ redukált szélesség kiszámitása.

Mint ismeretes, a $p^6[42]$ nukleonkonfigurációnál két D - állapot van. Mindkét állapot $|s^2p^6:[44]2_\beta MS=0\,T=0\rangle$ héj-hullámfüggvénye $\alpha^{2,2_\beta}_{k,\ell,L'}$ $/\beta=\mathrm{I},\mathrm{II}/$ együtthatóit ki tudjuk számitani a fentiek alapján. Felirhatjuk, hogy

$$|s^2p^6:[44]2_\beta MS=0\;T=0\rangle=$$

$$=\sum_{k\ell L' mM'}\alpha^{2,2_\beta}_{k,\ell,L'}(\ell m L'M'|2M)\,\psi_{k\ell m}(\mathbf{R}_A)|8,6-k[44]L'M'S=0\;T=0\rangle \qquad /48/\beta/$$

Szorozzuk meg /48/I/bal-, ill. jobboldalát /48/II/bal-, illetve jobboldalával és integráljunk a megfelelő változók szerint. Minthogy mind az oszcillátor függvények, mind a belső függvények ortonormáltak, a

$$\psi^{héj}_{\mathrm{I}}=|s^2p^6:[44]2_{\mathrm{I}}M00\rangle \qquad \psi^{héj}_{\mathrm{II}}=|s^2p^6:[44]2_{\mathrm{II}}M00\rangle$$

héj-hullámfüggvények ortonormált mivoltának megkövetelése a

$$\sum_{k\ell L'}\alpha^{2,2_{\mathrm{I}}}_{k,\ell,L'}\,\alpha^{2,2_{\mathrm{II}}}_{k,\ell,L'}=0 \qquad /49/$$

feltétel megkövetelésével egyenértékü. Ha /49/-be behelyettesitjük a $\alpha^{2,2_\beta}_{k\neq 0,\ell,L'}$ együtthatók kiszámitott értékét, ugy fent kellene állnia az

$$\alpha^{2,2_{\mathrm{I}}}_{0,0,2}\,\alpha^{2,2_{\mathrm{II}}}_{0,0,2}=0 \qquad /50/$$

feltételnek is, amelyik azonban nem teljesül, mivel az

$$\left(\alpha^{2,2_\beta}_{0,0,2}\right)^2=1-\sum_{k\neq 0,\ell,L'}\left(\alpha^{2,2_\beta}_{k\ell L'}\right)^2 \qquad /51/$$

képlet alapján kiszámitott $\alpha^{2,2_\beta}_{0,0,2}$ együtthatók zérustól különbözőek és $\alpha^{2,2_{\mathrm{I}}}_{0,0,2}=\alpha^{2,2_{\mathrm{II}}}_{0,0,2}$

Számitásainkban mindeddig feltételeztük egyetlen

$|A=8\ N=6[44]L=2M\ S=0\ T=0\rangle$ belső függvény létezését, ez, mint láttuk, ellentmondásra vezet. Tegyük fel, hogy két ortonormált belső függvény létezik:

$$|8,6,2\rangle_{(1)} \quad \text{és} \quad |8,6,2\rangle_{(2)}$$

Ha a /48/I/ felbontásban csak az egyik, a /48/II/ felbontásban csak a másik van jelen, ugy $\psi_{I}^{héj}$ és $\psi_{II}^{héj}$ valóban ortogonális. A redukált α szélességre ebben az esetben a

$$\Theta^2_{12,n=2,L=2} = \left(\alpha^{2,2}_{0,0,2}\right)^2 \left[\langle I\rangle^2 + \langle II\rangle^2\right] \qquad /52/$$

kifejezést kapjuk, ahol

$$\langle\beta\rangle = \binom{12}{4}^{1/2} \frac{12}{8} \langle s^4 p^8 : [444]000 \| s^2 p^6\, 2_\beta : [44]200\, ; s^2 p^2 : [4]200\rangle K_\alpha(2,2) \qquad /53/$$

$$/\beta = I, II/$$

7/ A $\alpha^{n,L_1,\beta}_{K=0,\ell=0\ L'=L_1}$ <u>együtthatók kiszámitása.</u>

A redukált α -szélességek kiszámitására elegendő az

$\alpha^{n,L_1,\beta}_{K=0,\ell=0,L'=L_1}$ együtthatók ismerete. Megmutatjuk, hogy a p-héjban ezek kiszámitását tovább lehet egyszerüsiteni.

Bevezetve $A'=A-4$ jelölést, a /10/ formulát /15/felhasználásával a

$$|s^n\alpha'_1, p^{A'-n}\alpha''_1 L : [f_1] L_1 M_1 S_o T_o \alpha_1\rangle =$$

$$= \alpha^{n,L_1,\beta}_{0,0,L'=L_1} \psi_{000}(\mathbf{R}_A) |A', A'-n[f_1]\beta_1 L_1 M_1 S_o T_o\rangle + \qquad /54/$$

$$+ \sum_{K\neq 0\,\ell L'\beta' m M'} (\ell m L'M'|L_1 M_1)\alpha^{n+k,L',\beta}_{0,0,L'} \alpha^{n,L_1,\beta}_{K,\ell,L'} F^{+(K)}_{\ell m} |s^{n+k} p^{A'-n-k} : [f_1]\beta' L'M' S_o T_o\rangle +$$

$+\cdots$ /azon tagok, melyekben nemcsak $0s$ és $1p$ nukleonok vannak/ alakba irhatjuk, ahol

$$F^{+(k)}_{\ell m}\,\Psi_{000}(\mathbf{R}) = \Psi_{k\ell m}(\mathbf{R}) \qquad /55/$$

Igy az $\alpha^{n,L_1,\beta}_{K\neq 0,\ell,L'}$ együtthatók általánosan a következőkép fejezhetők ki:

$$\alpha^{n,L_1,\beta}_{k,\ell,L'} = \sum_{mM'} (\ell m L'M'|L_1M_1)\,\alpha^{n+k,L',\beta'}_{0,0,L'}\,\cdot \qquad /56/$$

$$\cdot\langle s^n p^{A'-n}:[f_1]L_1M_1S_oT_o\alpha_1|F^{+(k)}_{\ell m}|s^{n+k}p^{A'-n-k}:[f_1]L'M'S_oT_o\beta'\rangle$$

Mint láttuk, a jobboldalon álló kifejezés átirható a

$$\alpha^{n,L_1,\beta}_{k,\ell,L'} = (-1)^{k(A'-n-k)+S_1+S_1'+S+S'+T_1+T_1'+T+T'}\cdot\frac{\alpha^{L',n+k}_{0,0,L'}}{(\sqrt{A'})^k\sqrt{k!}}\binom{A'}{k}k!\sqrt{\frac{\binom{A'-n}{k}}{\binom{A'}{k}}}\sqrt{\frac{\binom{n+k}{k}}{\binom{A'}{k}}}\cdot$$

$$\cdot\sum_{S,T}\langle p^{A'-n}:\alpha_2L_1S_2T_2\{|p^{A'-n-k}:\alpha_2'L'S_2'T_2';p^k:\alpha_2''L''ST\rangle\cdot$$

$$\cdot\langle s^{n+k}:\alpha_1 0 S_1T_1\{|s^n:\alpha_1'0S_1'T_1';s^k:\alpha_1''0S.T\rangle\cdot$$

$$\cdot U(S_1'S_2'S_oS:S'S_2)\,U(T_1'T_2'T_oT:T'T_2)\,U(S_2'S_1'S_oS:S'S_1)\cdot$$

$$\cdot U(T_2'T_1'T_oT:T'T_1)\,U(0L'L_1L'':L'L'')\,U(L'0L'0:L'0)$$

alakban. Itt $\frac{1}{\sqrt{k!}}$ az $F^{+k}_{\ell m}\to(A^+)^k\frac{1}{\sqrt{k!}}$ müveletnél, $\frac{1}{(\sqrt{A'})^k}$ az $(A^+)^k\to\left[\frac{1}{\sqrt{A'}}\sum_i a^+(i)\right]^k$ müveletnél, $\binom{A}{k}k!$ az összes index szerinti összegzésnél, a többi együttható a kevert konfiguráció SzE-inak egyszerü SzE-khoz való leszármaztatásánál jelenik meg.

Az $\alpha^{n,L_1,\beta}_{0,0,L_1}$ együtthatókat a /38/ feltételből kapjuk meg.

Vizsgáljuk meg a rögzitett k -hoz tartozó $\alpha^{n,L_1,\beta'}_{k,\ell,L'}$ együtthatók négyzetének összegéből kapott csoportokat. Miután az /57/-ben szereplő két utolsó Racah-együttható eggyel egyenlő, ezért minden ilyen csoportról elmondhatjuk, hogy L_1 -től függetlenek, ha az $\alpha^{n,L_1,\beta'}_{o,o,L'=L_1}$ együtthatók nem függenek L_1 -től. Ezt könnyen bebizonyithatjuk a teljes indukció módszerével.

Ugyanis $|s^4 p^{A'-4} L'\rangle$ esetére érvényes a Skyrme-Elliott tétel, azaz $\alpha^{n=4,L',\beta}_{o,o,L'=L_1}=1$. Az $|s^3 p^{A'-3} L_1\rangle$ függvény felbontásánál megjelenik a $\sum\limits_{L'}(\alpha^{n=3,L_1,\beta'}_{1,1,L'})^2$ csoport. Mindegyik tag kifejezhető /57/ segitségével. Miután az L' -től nem függő $\alpha^{4,L',\beta}_{o,o,L'}$ együtthatókkal fejezhetők ki, ezért az /58/ csoport nem függ L_1 -től. Ezért $\alpha^{3,L_1,\beta}_{o,o,L'}$ sem függ L_1 -től, stb.

Mindez lényegesen lerövidíti az $\alpha^{n,L_1,\beta}_{o,o,L_1}$ együtthatók számitását a p-héjban, ugyanis igy egyszerre kiszámitható néhány $\alpha^{n,L_1,\beta}_{k,\ell,L'}$ együttható négyzetének összege és rögzitett n esetében elegendő egy $\alpha^{n,L',\beta}_{o,o,L'}$ együtthatót kiszámitani.

A jelen munkában tárgyalt módszer segitségével konkrét számitásokat is végeztünk. A számitási eredményeket a [17] és [18] dolgozatok tartalmazzák.

Befejezésül köszönetet szeretnék mondani J.F.Szmirnovnak a módszer kidolgozásában, Siklós Tivadarnak jelen dolgozat végleges megfogalmazásában nyujtott segitségéért.

Irodalom

[1] Elliott,J.P., Lane,A.M.: Handbuch der Physik, Band XXXIX

[2] Elliott,J.P., Skyrme,T.H.R.: Proc.Roy.Soc., A 232, 561 /1955/

[3] Смирнов, Ю.Ф., Шитикова, К.В.:"Изв. АН СССР Сер.Физ." I963, 27, № II

[4] Jahn,H.A., Wieringer,H.:Proc.Roy.Soc., A 209, 502 /1951/

[5] Elliott,J.P., Hope,J.: H.a. Jahn, Philos.Trans.Soc., A 246, 241 /1953/

[6] Chlebowska,D.: Acta Phys. Pol. XXV, 4 /1964/

[7] Lane,A.M.: Proc.Roy.Soc., A 66, 177 /1953/

[8] Thomas,R.G.: Phys.Rev. 88, 1109 /1952/

[9] Балашов, В.В., Неудачин, В.Г., Смирнов, Ю.Ф., Юдин, Н.П.: ЖЭТФ, 37, I385 /I959/

[10] Смирнов, Ю.,Ф.: Ядерные реакции при малых и средних энергиях II. Изв. АН /I962/

[11] Smirnov,Yu.F.: Nucl.Phys. 29, 246 /1962/

[12] Elliott,J.P., Flowers,B.H.: Proc.Roy.Soc. A 229, 536 /1955/

[13] Смирнов, Ю.Ф.: Дипломная работа МГУ /I957/

[14] Смирнов, Ю.,Ф., Хлебовска, Д.: Ядерные реакции при малых и средних энергиях II, Изв. АН СССР /I962/,

[15] Baranger,E., Lee: Nucl.Phys. 22, 157 /1961/

[16] Неудачин, В.Г., Смирнов, Ю., Ф.:"Нуклонные ассоциации в легких ядрах"

[17] Beregi P.. Дипломная работа МГУ /I963/

[18] Beregi,P.: Neudachin,V.G., Smirnov,Yu.F., Zelenskaia,N.: Nucl.Phys. /megjelenés alatt/

Érkezett: 1964.okt. 25.
KFKI Közl. 12. évf. 6.szám, 1964

A GERJESZTETT ATOMI NIVÓK BOMLÁSI GÖRBÉJE ÉS A FÉNY LEBEGÉS

Irta: Bakos József

Összefoglalás

Két gerjesztett nivó esetén, mely nivók egymástól való távolsága nagyobb, mint a vonalszélesség, tárgyaljuk a gerjesztett állapotok szuperpoziciójában lévő atom mozgását és bebizonyitjuk, hogy az atom a két gerjesztett állapot mindegyikéből külön-külön időben exponenciális függvény szerint bomlik alacsonyabb energiáju állapotba. Az ideális detektorral mért intenzitás azonban tartalmazza az un. fénylebegést is. Megadjuk a lebegés megfigyelhetőségének tér és idő függését.

Bevezetés

A gerjesztett állapotban lévő atom időben exponenciális törvény szerint alacsonyabb gerjesztési állapotba, ill. alapállapotba jut. Ezen időbeli folyamat fontosságára való tekintettel számos elméleti és kisérleti mü foglalkozott már vele. Az elméleti munkák közül Wigner és Weisskopf [1] munkája alapvető jelentőségü. Számitásaikból - melyeket a kvantummechanika és kvantált elektromágneses tér alapulvételével végeztek - , kiderült, hogy legtöbb gyakorlati esetben az exponenciális bomlási törvény egy fotonos közelitésben exakt törvénynek tekinthető. Kizárták azonban azt az esetet, amikor kaszkád folyamatban két, vagy tött egymás után következő lépcsőben a vonalszélességeken belül megegyező frekvenciáju kvantum keletkezik. Nem tárgyalták azt a sokszor előforduló esetet sem, amikor az atom két egymáshoz közelfekvő de egyébként éles stacionárius állapotok szuperpoziciójával jellemzett állapotból bomlik alacsonyabb energiáju állapotba.

Az exponenciális bomlási törvény igazolására méréseket is végeztek. Ezek közül Wiener [2] klasszikus kisérletét Heron, McWhirter és Rhoderick [3, 4] modern magfizikai technikával végzett mérését kell megemliteni. Mindketten igazolták, hogy a gerjesztett atomok exponenciális törvény szerint bomlanak. Nem közlik azonban méréseik pontosságát. A mérések legtöbbjében a gerjesztett nivó többé vagy kevésbé degenerált nivó. Lehetőség van tehát arra, hogy a kisérlet folyamán óhatatlanul fellépő zavaró elektromos és mágneses terek /földmágnesesség/ a gerjesztett nivók degenerációját feloldják. Ekkor a már emlitett esettel állunk szemben, amikor a gerjesztett nivó nem egy, hanem több egymáshoz közelfekvő szeparált, ill. egymásba nyuló nivóból áll. Koherens gerjesztés esetén azonban ezen állapotok között interferencia lép fel [5, 6, 7]. Az eredmény az, hogy még az egyes gerjesztett nivó bomlási törvénye egy meghatározott, gyakorlatilag igen fontos esetben exaktul exponenciális, addig az együttesen mért bomlási görbében periódikus változásokat találunk.

Ezt az un. fény-lebegést szemiklasszikus alapon, ill. periódikus gerjesztés esetén tárgyalták [8, 9, 10, 11] és kisérletileg meg is mérték [12, 13, 14, 15]. Számitásaikban felhasználták azt az addig még nem bizonyitott feltevést, hogy a nivók ebben az esetben is exponenciálisan bomlanak.

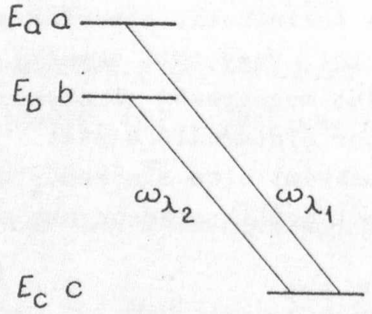
Jelen munkában a kvantummechanika és a kvantált elektromágneses tér alapján tárgyaljuk a bomlási folyamatot abban az esetben, ha a két koherensen gerjesztett állapot szuperpoziciójából bomlik az atom alacsonyabb energiáju állapotba. Bebizonyitjuk, hogy ha a nivók szélessége kisebb, mint a nivók egymástól való távolsága, a gerjesztett nivók különkülön, egyfotonos közelitésben exaktul, exponenciális törvény szerint bomlanak. Megadjuk az ideális detektorral mérhető bomlási görbe alakját, mely tartalmazza a fénylebegést és definiáljuk a lebegés kimutathatóságát. Kifejezést kapunk a jelenség térbeli megfigyelhetőségére.

I.

Az 1. ábra mutatja az atom három lehetséges energiaállapotát /a, b, c/. Az állapotokhoz tartozó energiák $E_a > E_b > E_c$. Legyen az atom a $t=0$ időpillanatban a három állapot szuperpoziciójával jellemzett állapotban.

$$|\psi(0)\rangle = P^{o}_{ao\lambda}|\psi_{ao\lambda}\rangle + P^{o}_{bo\lambda}|\psi_{bo\lambda}\rangle + $$

$$+ P_{co\lambda}|\psi_{co\lambda}\rangle \qquad /1/$$



1. ábra

Az atom időben az a és b állapotokból a c állapotba kerül és egy fotont emittál. Tehát a rendszert

$$|\psi(t)\rangle = P_{a o\lambda}(t)|\psi_{a o\lambda}\rangle + P_{b o\lambda}(t)|\psi_{b o\lambda}\rangle + P_{c o\lambda}(t)|\psi_{c o\lambda}\rangle + \sum_{\lambda} P_{c 1\lambda}(t)|\psi_{c 1\lambda}\rangle \qquad /2/$$

állapotfüggvény irja le. Annak valószinüsége, hogy ω_λ frekvenciáju foton jelenik meg $|P_{c1\lambda}|^2$. $P_{c1\lambda}(t)$ faktorokat az időtől függő Schrödinger egyenletből határozhatjuk meg. Az időtől függő Schrödinger egyenlet kölcsönhatási reprezentációban a következő alaku

$$i\hbar \dot{P}_{a o\lambda} = \sum_{\lambda} H'_{a o\lambda, c1\lambda} P_{c1\lambda}$$

$$i\hbar \dot{P}_{b o\lambda} = \sum_{\lambda} H'_{b o\lambda, c1\lambda} P_{c1\lambda} \qquad /3/$$

$$i\hbar \dot{P}_{c o\lambda} = 0$$

$$i\hbar \dot{P}_{c1\lambda} = H'_{c o\lambda, a o\lambda} P_{a o\lambda} + H'_{c1\lambda, b o\lambda} P_{b o\lambda}$$

A $H'_{a o\lambda, c1\lambda}$ a kölcsönhatási operátor mátrix eleme

$$H'_{a o\lambda, c1\lambda} = H_{a o\lambda} \exp i(E_{a o\lambda} - E_{c1\lambda}) \frac{t}{\hbar}$$

$$H_{c1\lambda, a o\lambda} = -\frac{e}{\mu} \sqrt{\frac{4\pi c^2 \hbar}{2\omega_\lambda}} \langle \psi_c | (\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_\lambda) e^{-i\boldsymbol{\varkappa}_\lambda \mathbf{r}} | \psi_a \rangle \qquad /4/$$

Itt e az elektron töltése, c a fénysebesség, $\mu = mc^2$, m az elektron tömege, $\mathbf{u}$ az impulzus vektor operátora, $\mathbf{e}_\lambda$ az elektromágneses vektorpotenciál irányába mutató egységvektor, $\boldsymbol{\varkappa}_\lambda$ az elektromágneses tér terjedési vektora, $\mathbf{r}$ a helyzet vektor, $\langle\psi_c|$ ill. $|\psi_a\rangle$ a c ill. a állapotban lévő atom stacionárius hullámfüggvénye.

Tegyük fel azt az esetet, hogy azonos λ állapotba az a, b nivóról való szimultán átmenet valószinüsége kicsi. Ekkor a tartományt két egymásba nem nyuló λ_1 ill. λ_2 tartományra bonthatjuk szét, azaz λ_2 -ben $\lambda_1 = 0$ és forditva /2. ábra/. A mozgásegyenlet is két független egyenletrendszerre szeparálódik:

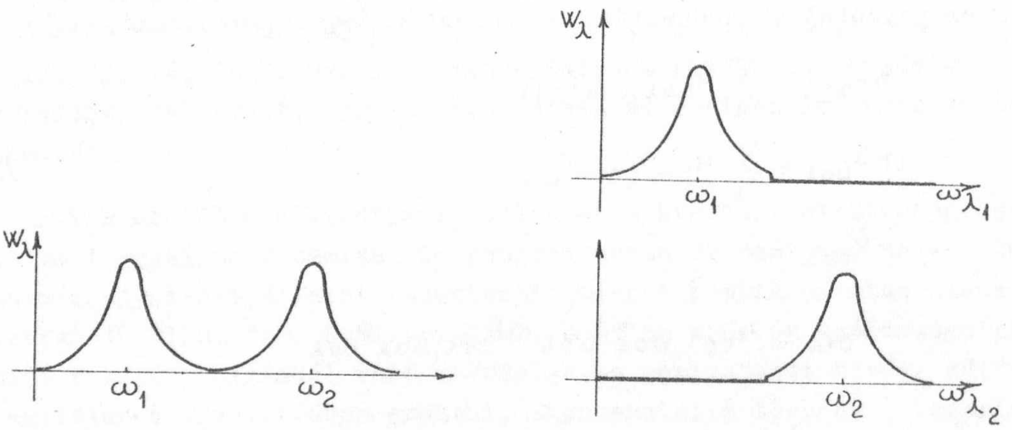
a/ $$i\hbar \dot{P}_{a o\lambda} = \sum_{\lambda_1} H'_{a o\lambda, c1\lambda_1} P_{c1\lambda_1}$$

$$b/\quad i\hbar \dot{P}_{bo\lambda} = \sum_{\lambda_2} H'_{bo\lambda,\, c1\lambda_2} P_{c1\lambda_2}$$

$$c/\quad i\hbar \dot{P}_{co\lambda} = 0 \qquad /5/$$

$$d/\quad i\hbar \dot{P}_{c1\lambda_1} = H'_{c1\lambda_1 ao\lambda} P_{ao\lambda}$$

$$e/\quad i\hbar \dot{P}_{c1\lambda_2} = H'_{c1\lambda_2\, bo\lambda} P_{bo\lambda}$$



2. ábra

Az összetartozó egyenletek az a/ és a d/, valamint a b/ és az e/. A c/ egyenletnek a megoldása rögtön felirható $P_{co\lambda} = P^o_{co\lambda}$ = konstans.

Az a/, d/ és a b/, e/ egyenletrendszerek megoldása az irodalomból ismert [1, 16]

$$a/\quad P_{ao\lambda} = P^o_{ao\lambda} e^{-\frac{\gamma_1 t}{2}}$$

$$b/\quad P_{bo\lambda} = P^o_{bo\lambda} e^{-\frac{\gamma_2 t}{2}} \qquad /6/$$

$$c/\quad P_{c1\lambda_1} = H_{c1\lambda_1, ao\lambda} \frac{1 - e^{i(\omega_{\lambda_1} - \omega_1)t - \frac{\gamma_1 t}{2}}}{\hbar(\omega_{\lambda_1} - \omega_1 + i\frac{\gamma_1}{2})}\ ; \quad \omega_1 = \frac{E_a - E_c}{\hbar}$$

$$d/\quad P_{c1\lambda_2} = H_{c1\lambda_2, bo\lambda} \frac{1 - e^{i(\omega_{\lambda_2} - \omega_2)t - \frac{\gamma_2 t}{2}}}{\hbar(\omega_{\lambda_2} - \omega_2 + i\frac{\gamma_2}{2})}\ ; \quad \omega_2 = \frac{E_b - E_c}{\hbar}$$

A $\frac{\gamma_1}{2}$ ill. $\frac{\gamma_2}{2}$ az a ill. b nivó csillapitási konstansai.

Feltételeztük, hogy a γ_1 nem függ a nivók energiabizonytalanságain belül az energia exakt értékétől. A megoldásokat egy másik formába is felirhatjuk [16], amikor is

$$a/\quad P_{a o\lambda} = -\frac{P^{o}_{a o\lambda}}{2\pi i}\int dE \frac{e^{i(E_a - E)\frac{t}{\hbar}}}{E - E_a - \sum_{\lambda_1} |H_{a o\lambda, c1\lambda_1}|^2 \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_1})}$$

$$b/\quad P_{b o\lambda} = -\frac{P^{o}_{b o\lambda}}{2\pi i}\int dE \frac{e^{i(E_b - E)\frac{t}{\hbar}}}{E - E_b - \sum_{\lambda_2} |H_{b o\lambda, c1\lambda_2}|^2 \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_2})}$$

/7/

$$c/\quad P_{c1\lambda_1} = -\frac{1}{2\pi i}\int dE \frac{H_{c1\lambda_1, a o\lambda}\, e^{i(E_c + \hbar\omega_{\lambda_1} - E)\frac{t}{\hbar}} \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_2})}{E - E_a - \sum_{\lambda_1} |H_{a o\lambda, c1\lambda_1}|^2 \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_2})}$$

$$d/\quad P_{c1\lambda_2} = -\frac{1}{2\pi i}\int dE \frac{H_{c1\lambda_2, b o\lambda}\, e^{i(E_c + \hbar\omega_{\lambda_2} - E)\frac{t}{\hbar}} \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_2})}{E - E_b - \sum_{\lambda_2} |H_{b o\lambda, c1\lambda_2}|^2 \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_2})}$$

Figyelembe véve az /1/ kezdő feltételt

$$0 = P_{c1\lambda_1}(0) = -\frac{1}{2\pi i}\int dE \frac{H_{c1\lambda_1, a o\lambda}\zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_1})}{E - E_a - \sum_{\lambda_1} |H_{a o\lambda, c1\lambda_1}|^2 \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_1})} \qquad /8/$$

hasonló kifejezést kapunk a $P_{c1\lambda_2}(0)$ -ra is a /7/ d/-ből. /8/-at visszahelyettesitjük /7/ c/-be és a következőt kapjuk:

$$P_{c1\lambda_1}(t) = \frac{1}{2\pi i}\int dE \frac{H_{c1\lambda, a o\lambda}}{E - E_a - \sum_{\lambda_1} |H_{a o\lambda, c1\lambda_1}|^2 \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_1})} \cdot \frac{e^{i(\hbar\omega_{\lambda_1} + E_c - E)\frac{t}{\hbar}} - 1}{\hbar\omega_{\lambda_1} + E_c - E}$$

és hasonló kifejezést kapunk a $P_{c1\lambda_2}(t)$ -re is.

Ha feltételezzük, hogy γ_1, ill. γ_2 tart a 0 -hoz és ezután $t \to \infty$ a /6/ c/ d/ kifejezésekből kapjuk:

$$P_{c1\lambda_1} = \frac{1}{\hbar} H_{c1\lambda_1, a0\lambda} \zeta(\omega_{\lambda_1} - \omega_1)$$
$$P_{c1\lambda_2} = \frac{1}{\hbar} H_{c1\lambda_2, b0\lambda} \zeta(\omega_{\lambda_2} - \omega_2) \qquad /10/$$

Ez annak az esetnek felel meg, amikor a gerjesztett állapotról az átmeneti valószinüség nagyon kicsi és az emissziót az emisszió kezdetétől számitva sok idő mulva /egység a fény periódusideje/ figyeljük meg.

Ha nem tesszük azt a kikötést, hogy az átmeneti valószinüség kicsi, csupán azt, hogy az emisszió kezdetétől számitva sok periódusnyi távolságban vagyunk kiváncsiak a $P_{c1\lambda_1}$, $P_{c1\lambda_2}$ koefficiensekre, ekkor a /9/-es kifejezésből kapjuk, hogy

$$P_{c1\lambda_1}(t) = -\frac{1}{2\pi i}\int dE \frac{H_{c1\lambda_1, a0\lambda}\, \zeta(\hbar\omega_{\lambda_1} + E_c - E)}{E - E_a - \sum_{\lambda_1} |H_{c1\lambda_1, a0\lambda}|^2 \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_1})} \qquad /11/$$

és hasonló kifejezés $P_{c1\lambda_2}$ -re.

A /7/ kifejezésekben az integrandus nevezőjében álló $\sum$ a ζ függvény tulajdonsága alapján egy reális és egy imaginárius részre bontható.

$$\sum_{\lambda_1} |H_{a0\lambda, c1\lambda_1}|^2 \zeta(E - E_c - \hbar\omega_{\lambda_1}) = \frac{1}{2} i\hbar\, \mathrm{Im}\,\Gamma_1 + \frac{1}{2}\hbar\, \mathrm{Re}\,\Gamma_1 \qquad /12/$$

Az $\mathrm{Re}\,\Gamma_1$ a nivó sugárzási korrekciója és a $\mathrm{Im}\,\Gamma_1 = \gamma_1$ a csillapitási konstans. Valóban a /7/a, /7/b kifejezések szolgáltatják a /6/c, /6/d kifejezéseket, ha feltételezzük, hogy a Γ_1 az adott nivó energiabizonytalanságán belül nem függ az energia exakt értékétől. A nivók energia értékeibe a továbbiakban beleértjük a sugárzási korrekciókat is.

II.

Az ω_{λ_1} ill. ω_{λ_2} frekvenciáju fotonok időbeli találati valószinüsége szokás szerint

$$|P_{c1\lambda_1}|^2 = |H_{c1\lambda_1, a\lambda 0}|^2 \frac{1 - \cos(E_{c1\lambda} - E_a)\frac{t}{\hbar}}{|E_a - E_{c1\lambda_1}|^2} \qquad /13/$$

és hasonló kifejezés $|P_{c1\lambda_2}|^2$ -re. A detektorok /pl. elektronsokszorozó/ nem ezt a valószinüséget mérik. A fotókatódból kilépő elektronok száma az elektromos térerősség négyzetével arányos. Ennek megfelelően a detektor által mért intenzitás az elektromos térerősség vektoroperátor pozitiv frekvenciákat tartalmazó részének mátrix elemével lesz arányos [17]

$$P_a = \sum_f |\langle f|\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r},t)|i\rangle|^2 = \langle i|\mathbf{E}^{(-)}\mathbf{E}^{(+)}|i\rangle \qquad /14/$$

ahol

$$\mathbf{E}^{(-)} = -\frac{i}{c}\sum_\lambda q_\lambda^+ \mathbf{A}_\lambda^* \omega_\lambda$$

$$\mathbf{E}^{(+)} = \frac{i}{c}\sum_\lambda q_\lambda \mathbf{A}_\lambda \omega_\lambda \qquad \mathbf{A}_\lambda = \mathbf{e}_\lambda \sqrt{4\pi c^2}\, e^{i\boldsymbol{\varkappa}_\lambda \mathbf{r}} \qquad /15/$$

és az $|i\rangle$ és a $|f\rangle$ a kezdő és a végállapot hullámfüggvényei, q_λ^+ az emissziós, q_λ az abszorpciós operátor, $\mathbf{e}_\lambda$ a polarizációs egységvektor és $\boldsymbol{\varkappa}_\lambda$ a terjedési vektor. Feltettük, hogy $L^3 = 1$ térfogatban végeztük a sorfejtést. A rendszer állapotát leiró hullámfüggvény, ami az $|i\rangle$ -nek felel meg

$$|\psi\rangle = |P_{ao\lambda}\psi_{ao\lambda} + P_{bo\lambda}\psi_{bo\lambda} + P_{co\lambda}\psi_{co\lambda} +$$

$$+ \sum_{\lambda_1} P_{c1\lambda_1}\psi_{c1\lambda_1} + \sum_{\lambda_2} P_{c1\lambda_2}\psi_{c1\lambda_2}\rangle \qquad /16/$$

A λ_1, λ_2 tartományra való bontást végrehajtjuk az elektromos térerősség operátoránál is.

$$\mathbf{E}^{(-)} = -\frac{i}{c}\sum_{\lambda_1} q_{\lambda_1}^+ \mathbf{A}^*_{\lambda_1}\omega_{\lambda_1} - \frac{i}{c}\sum_{\lambda_2} q_{\lambda_2}^+ \mathbf{A}^*_{\lambda_2}\omega_{\lambda_2}$$

$$\mathbf{E}^{(+)} = \frac{i}{c}\sum_{\lambda_1} q_{\lambda_1}\mathbf{A}_{\lambda_1}\omega_{\lambda_1} + \frac{i}{c}\sum_{\lambda_2} q_{\lambda_2}\mathbf{A}_{\lambda_2}\omega_{\lambda_2} \qquad /17/$$

Az abszorpció valószinüsége tehát

$$P_a = \langle\psi|\mathbf{E}^{(-)}\mathbf{E}^{(+)}|\psi\rangle =$$

$$= \frac{1}{c^2}\Big(\sum_{\lambda_1'}\sum_{\lambda_1''}\frac{\hbar}{2}\sqrt{\omega_{\lambda_1'}\omega_{\lambda_1''}}\, e^{i(\omega_{\lambda_1''}-\omega_{\lambda_1'})}\langle\psi|P_{c1\lambda_1'}\psi_{c1\lambda_1''}\rangle \mathbf{A}_{\lambda_1'}\mathbf{A}^*_{\lambda_1''} +$$

$$+\sum_{\lambda_1}\sum_{\lambda_2}\frac{\hbar}{2}\sqrt{\omega_{\lambda_2}\omega_{\lambda_1}}\,e^{i(\omega_{\lambda_2}-\omega_{\lambda_1})}\langle\psi|P_{c1\lambda_1}\psi_{c1\lambda_2}\rangle A_{\lambda_1}A^*_{\lambda_2}+$$

$$+\sum_{\lambda'_2}\sum_{\lambda''_2}\frac{\hbar}{2}\sqrt{\omega_{\lambda'_2}\omega_{\lambda''_2}}\,e^{i(\omega_{\lambda''_2}-\omega_{\lambda'_2})}\langle\psi|P_{c1\lambda'_2}\psi_{c1\lambda''_2}\rangle A_{\lambda'_2}A^*_{\lambda''_2}+ \qquad /18/$$

$$+\sum_{\lambda_2}\sum_{\lambda_1}\frac{\hbar}{2}\sqrt{\omega_{\lambda_2}\omega_{\lambda_1}}\,e^{i(\omega_{\lambda_1}-\omega_{\lambda_2})}\langle\psi|P_{c1\lambda_2}\psi_{c1\lambda_1}\rangle A_{\lambda_2}A^*_{\lambda_1}$$

Felhasználva azt, hogy a különböző energiáju állapotokat leiró hullámfüggvények ortogonálisak

$$\langle\psi|P_{c1\lambda'_1}\psi_{c1\lambda''_1}\rangle = P^*_{c1\lambda''_1}P_{c1\lambda'_1}$$

$$\langle\psi|P_{c1\lambda_1}\psi_{c1\lambda_2}\rangle = P^*_{c1\lambda_2}P_{c1\lambda_1} \qquad /19/$$

$$\langle\psi|P_{c1\lambda'_2}\psi_{c1\lambda''_2}\rangle = P^*_{c1\lambda''_2}P_{c1\lambda'_2}$$

$$\langle\psi|P_{c1\lambda_2}\psi_{c1\lambda_1}\rangle = P^*_{c1\lambda_1}P_{c1\lambda_2}$$

A P faktorokat a két lehetséges közelitésben a /10/ és /11/ kifejezések adják meg. Mindkettőben szerepelnek a kölcsönhatási operátor mátrix elemei, melyet a /4/ kifejezés ad meg nem relativisztikus esetben. Csupán elektromos dipolus átmenetet véve figyelembe, a /4/ kifejezés egyszerüsithető, ugyanis $\frac{\mathbf{u}}{\mu}=\frac{\mathbf{v}}{c}$ ahol $\mathbf{v}$ a sebesség vektor operátor és $\mathbf{v}=-i\,\omega_\lambda\mathbf{x}$, ahol $\mathbf{x}$ az eltérés vektor, valamint $\mathbf{d}=+e\,\mathbf{x}$, ahol $\mathbf{d}$ az elektromos dipolmomentum vektor. Ezeket felhasználva tehát

$$H_{c1\lambda_1,\,a0\lambda}=-i\sqrt{2\pi\hbar\omega_{\lambda_1}}\,\cos(\mathbf{d},\mathbf{e}_{\lambda_1})\,d_{1ca} \qquad /20/$$

Itt $\mathbf{d}_1$ a $a \to c$ átmenetnél a dipolusmomentum és d_{1ca} ezen dipolusmomentum mátrix eleme $d_{1ca} = \langle \psi_c | d | \psi_a \rangle$

Felhasználva /20/-at és az első tipusu közelitést alkalmazva, tehát először $\gamma_1, \gamma_2 \to 0$ utána $t \to \infty$ kapjuk

$$
\begin{aligned}
P_a = 4\pi^2 \Big[& \sum_{\lambda_1'} \sum_{\lambda_1''} \omega_{\lambda_1'} \omega_{\lambda_1''} \cos(\mathbf{e}_{\lambda_1'} \mathbf{e}_{\lambda_1''}) \cos(\mathbf{d}_1 \mathbf{e}_{\lambda_1''}) \cos(\mathbf{d}_1 \mathbf{e}_{\lambda_1'}) |d_{1ca}|^2 \cdot \\
& \cdot e^{i(\omega_{\lambda_1''} - \omega_{\lambda_1'})t} e^{-i(\boldsymbol{\varkappa}_{\lambda_1''} - \boldsymbol{\varkappa}_{\lambda_1'})\mathbf{r}} \zeta^*(\omega_{\lambda_1''} - \omega_1) \zeta(\omega_{\lambda_1'} - \omega_1) + \\
& + \sum_{\lambda_1} \sum_{\lambda_2} \omega_{\lambda_1} \omega_{\lambda_2} \cos(\mathbf{e}_{\lambda_1} \mathbf{e}_{\lambda_2}) \cos(\mathbf{d}_1 \mathbf{e}_{\lambda_1}) \cos(\mathbf{d}_2 \mathbf{e}_{\lambda_2}) d_{2cb}^* d_{1ca} \cdot \\
& \cdot e^{i(\omega_{\lambda_2} - \omega_{\lambda_1})t} e^{-i(\boldsymbol{\varkappa}_{\lambda_2} - \boldsymbol{\varkappa}_{\lambda_1})\mathbf{r}} \zeta^*(\omega_{\lambda_2} - \omega_2) \zeta(\omega_{\lambda_1} - \omega_1) + \\
& + \sum_{\lambda_2''} \sum_{\lambda_2'} \omega_{\lambda_2''} \omega_{\lambda_2'} \cos(\mathbf{e}_{\lambda_2''} \mathbf{e}_{\lambda_2'}) \cos(\mathbf{d}_2 \mathbf{e}_{\lambda_2''}) \cos(\mathbf{d}_2 \mathbf{e}_{\lambda_2'}) |d_{2cb}|^2 \cdot \\
& \cdot e^{i(\omega_{\lambda_2''} - \omega_{\lambda_2'})t} e^{-i(\boldsymbol{\varkappa}_{\lambda_2''} - \boldsymbol{\varkappa}_{\lambda_2'})\mathbf{r}} \zeta^*(\omega_{\lambda_2''} - \omega_2) \zeta(\omega_{\lambda_2'} - \omega_2) + \\
& + \sum_{\lambda_1} \sum_{\lambda_2} \omega_{\lambda_1} \omega_{\lambda_2} \cos(\mathbf{e}_{\lambda_1} \mathbf{e}_{\lambda_2}) \cos(\mathbf{d}_1 \mathbf{e}_{\lambda_1}) \cos(\mathbf{d}_2 \mathbf{e}_{\lambda_2}) d_{1ca}^* d_{2cb} \cdot \\
& \cdot e^{i(\omega_{\lambda_1} - \omega_{\lambda_2})t} e^{-i(\boldsymbol{\varkappa}_{\lambda_1} - \boldsymbol{\varkappa}_{\lambda_2})\mathbf{r}} \zeta^*(\omega_{\lambda_1} - \omega_1) \zeta(\omega_{\lambda_2} - \omega_2) \Big]
\end{aligned}
\qquad /21/
$$

A λ_1, λ_2 szerinti összegezések az oszcillátorokra való összegezéseket jelentik. Ezen összegek ω_λ szerinti integrálokká alakithatók át, ha tekintetbe vesszük az oszcillátorok sürüségét

$$
\rho(\omega_\lambda) d\omega_\lambda d\Omega = \frac{\omega_\lambda^2 d\omega_\lambda}{(2\pi c)^3} d\Omega \qquad /22/
$$

A fellépő integrálok tehát a következő alakuak:

$$B(\omega_i)=\frac{1}{\hbar}\int \omega_\lambda^3 e^{-i(\omega_\lambda t-\frac{\omega_\lambda}{c}\mathbf{e}_{\varkappa\lambda}\mathbf{r})}\zeta(\omega_\lambda-\omega_i)\,d\omega_\lambda \qquad /23/$$

Itt $\frac{\omega_\lambda}{c}\mathbf{e}_{\varkappa\lambda}=\boldsymbol{\varkappa}_\lambda\cdot\mathbf{e}_{\varkappa\lambda}$ tehát a terjedési irányba mutató egységvektor. Ennek felhasználásával /21/ lényegesen egyszerübb alakra irható. Tegyük azt fel még, hogy a megfigyelést az $\mathbf{e}_\varkappa$ irányba és $d\Omega$ kupszögben végezzük és a polarizáció iránya $\mathbf{e}$. Ekkor

$$P_a=\frac{d\Omega^2\hbar^2}{(2\pi)^4c^6}\Big[|B(\omega_1)|^2|d_{1ca}|^2\cos^2(\mathbf{d}_1\mathbf{e})+B^*(\omega_2)B(\omega_1)d^*_{2cb}d_{1ca}\cdot$$

$$\cdot\cos(\mathbf{d}_2\mathbf{e})\cos(\mathbf{d}_1\mathbf{e})+|B(\omega_2)|^2\cos^2(\mathbf{d}_2\mathbf{e})|d_{2cb}|^2+ \qquad /24/$$

$$+B^*(\omega_1)B(\omega_2)d^*_{1ca}d_{2cb}\cos(\mathbf{d}_1\mathbf{e})\cos(\mathbf{d}_2\mathbf{e})\Big]$$

A /23/ integrál azonban könnyedén számolható, ugyanis

$$\lim_{t\to\infty}\zeta(x)e^{-ixt}=-2\pi i\,\delta(x) \qquad /25/$$

A /23/ integrandusában ez a függvény szerepel, ha $t>0$. Ezt felhasználva, az integrált elvégezzük

$$B(\omega_i)=-2\frac{1}{\hbar}\pi i\,\omega_i^3 e^{i\frac{\omega_i}{c}\mathbf{e}_\varkappa\mathbf{r}}e^{-i\omega_i t} \qquad /26/$$

Behelyettesitve /26/-ot /24/-be, kapjuk

$$P_a=\frac{d\Omega^2}{c^6 2\pi}\Big[\omega_1^6|d_{1ca}|^2\cos^2(\mathbf{d}_1\mathbf{e})+\omega_2^6|d_{2cb}|^2\cos^2(\mathbf{d}_2\mathbf{e})+$$

$$+2\cos(\mathbf{d}_2\mathbf{e})\cos(\mathbf{d}_1\mathbf{e})\,\omega_1^3\omega_2^3 R(d^*_{2cb}d_{1ca}e^{-i[(\omega_1-\omega_2)t-\frac{\omega_1-\omega_2}{c}\mathbf{e}_\varkappa\mathbf{r}]}\Big] \qquad /27/$$

A /27/ kifejezésből látható, hogy a koherensen gerjesztett két nivóról származó fény egy része egymással interferál. A mért intenzitás $\omega_1-\omega_2$ frekvenciája harmonikus függvénye az időnek. A /27/ kifejezés hiányossága, hogy nem tartalmazza a nivók időben való bomlásának törvényét, hiszen a közelitésben $\gamma \to 0$ tételeztünk fel.

Pontosabb közelitést ad az, ha csupán azt tételezzük fel, hogy időben az emisszió kezdetétől számitva /egység a fény periódusideje/ elég távol vagyunk. Ekkor a $P_{c1\lambda}$ faktorokat a /11/-es kifejezések adják meg. Hogy az abszorpció valószinüségét megkapjuk, helyettesitsük be /11/-et /18/-ba és az eredmény megegyezik /24/-el, csupán $B(\omega_i)$ helyére kell $C(\omega_i)$ -t helyettesiteni, ahol

$$C(\omega_1) = -\frac{1}{2\pi i}\int d\omega_\lambda \int dE \frac{\omega_\lambda^3 e^{-i(\omega_\lambda t - \varkappa_\lambda \mathbf{r})}}{E - E_a - \frac{1}{2} i\hbar \mathrm{Im}(\Gamma_1)} \zeta(\hbar\omega_\lambda + E_c - E) \qquad /28/$$

Figyelembe véve azonban a /8/ kezdeti feltételt és azt, hogy

$$\zeta(x) + \zeta(-x) = -2\pi i \delta(x)$$

kapjuk, hogy

$$C(\omega_1) = \int d\omega_\lambda \int dE \frac{\omega_\lambda^3 e^{-i(\omega_\lambda t - \varkappa_\lambda \mathbf{r})}}{E - E_a - \frac{1}{2} i\hbar \mathrm{Im}(\Gamma_1)} \delta(\hbar\omega_\lambda + E_c - E) \qquad /29/$$

Végrehajtva a $d\omega_\lambda$ szerinti integrálást, kapjuk, hogy

$$C(\omega_1) = \frac{1}{\hbar}\int d\omega \frac{(\omega - \omega_c)^3 e^{-i[(\omega-\omega_c)t - \frac{\omega-\omega_c}{c}\mathbf{e}_\varkappa \mathbf{r}]}}{\omega - \omega_a - i\frac{\gamma_1}{2}} \qquad /30/$$

ahol $\omega_a = \frac{E_a}{\hbar}$, $\omega_c = \frac{E_c}{\hbar}$, $\omega = \frac{E}{\hbar}$. Abból a célból, hogy a $C(\omega_1)$-ben kijelölt integrált elvégezzük, átrendezzük /30/-at:

$$C(\omega_1) = \frac{1}{\hbar} e^{i[(\omega_a-\omega_c)t - \frac{\omega_a-\omega_c}{c}\mathbf{e}_\varkappa \mathbf{r}]}\int d\xi \frac{[\xi + (\omega_a - \omega_c)]^3 e^{i(\xi t - \frac{\xi}{c}\mathbf{e}_\varkappa \mathbf{r})}}{\xi - i\frac{\gamma_1}{2}} \qquad /31/$$

A /31/-es kifejezésben előforduló integrál /F/ felbontható a következő formába:

$$F = (\omega_a - \omega_c)^3 \int d\xi \frac{e^{-i(\xi t - \frac{\xi}{c}\mathbf{e}_\varkappa \mathbf{r})}}{\xi - i\frac{\gamma_1}{2}} + O(\xi) \qquad /32/$$

Az F integrálban az $O(\xi)$ a következő tipusu integrálok összegét jelenti:

$$\int d\xi \frac{\xi^n e^{-i\xi(t - \frac{\mathbf{e}_\varkappa \mathbf{r}}{c})}}{\xi - i\frac{\gamma_1}{2}} \qquad /33/$$

Ezen integrálokat a $\gamma_1 \to 0$ közelitésben tudjuk számolni. Ekkor az integrálban szereplő $\frac{1}{\xi - i\frac{\gamma_1}{2}} \to \zeta_{\frac{\gamma_1}{2}}(\xi)$ és $\zeta(x)e^{-ixt} \to -2\pi i\delta(x)$ és az integrálok értéke 0. Az F kifejezés első tagja minden közelités nélkül számolható

$$F = (\omega_a - \omega_c)^3 e^{-\frac{\gamma_1}{2}(t - \mathbf{e}_x \frac{\mathbf{r}}{c})}(-2\pi i) \qquad /34/$$

Tekintetbe véve, hogy $\omega_a - \omega_c = \omega_1$, kapjuk, hogy

$$c(\omega_1) = \frac{\omega_1^3}{\hbar} e^{i(\omega_1 t - \frac{\omega_1}{c}\mathbf{e}_x\mathbf{r})} e^{-\frac{\gamma_1}{2}(t - \mathbf{e}_x \frac{\mathbf{r}}{c})}(-2\pi i) \qquad /35/$$

Ezt /24/-be helyettesitve kapjuk

$$P_a = \frac{d\Omega^2}{c^6 2\pi}\Big(\omega_1^6 |d_{1ca}|^2 \cos^2(\mathbf{d}_1\mathbf{e}) e^{-\gamma_1(t - \frac{\mathbf{e}_x\mathbf{r}}{c})} +$$

$$+ \omega_2^6 |d_{2cb}|^2 \cos^2(\mathbf{d}_2\mathbf{e}) e^{-\gamma_2(t - \frac{\mathbf{e}_x\mathbf{r}}{c})} + \qquad /36/$$

$$+ 2\omega_1^3\omega_2^3 \cos(\mathbf{d}_2\mathbf{e})\cos(\mathbf{d}_1\mathbf{e}) e^{-\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2}(t - \mathbf{e}_x\frac{\mathbf{r}}{c})} \cdot$$

$$\cdot R(d^*_{2cb} d_{1ca} e^{-i[(\omega_1 - \omega_2)t - \frac{\omega_1 - \omega_2}{c}\mathbf{e}_x\mathbf{r}]}\Big)$$

Mint látható, az abszorpció valószinüsége három tagból áll. Ezek közül az első kettő azt az esetet irja le, amikor az ω_1 , ill. ω_2 frekvenciáju oszcillátor egymástól függetlenül emittál ω_1 ill. ω_2 frekvenciáju kvantumot és ezt az ideális detektor abszorbeálja.

Lényegében tehát az első két tag mindegyike az emisszió és az abszorpció valószinüségének szorzata. Az időfüggés tiszta exponenciális és az exponensben a retardált idő szerepel, tehát a kifejezés leirja az abszorpciónak a térkoordinátáktól való függését is. Az elektromos dipolus iránykarakterisztikáját irja le a mindkét tagban szereplő koszinuszos szorzó. A harmadik tag veszi figyelembe azt a fontos tényt, hogy a két sugárzó oszcillátort azonos időpillanatban, tehát koherensen gerjesztettük. Az $a \rightarrow c$ és a $b \rightarrow c$ átmenetek szimultán zajlanak le, s a két tér interferenciája keletkezik. Az interferencia megfigyelhetősége nyilvánvalóan függ a két dipól iránykarakterisztikáitól. Ezt veszi figyelembe a két koszinuszos faktor. Az időfüggés az exponenciális csillapodáson kivül, nyilvánvalóan harmonikus és a frekvencia a két oszcillátor frekvenciájának különbsége. Az exponensben ismét a retardált idő szerepel. Ezáltal a térszerü harmonikus függés is figyelembe van véve.

A /36/ képlet alapján definiálhatjuk a lebegés kimutathatóságát is. A $t' = t - \frac{\mathbf{e}_x \mathbf{r}}{c} \sim 0$ retardált időpillanatban, feltéve, hogy $\gamma_1, \gamma_2 << \omega_1, \omega_2$

$$V = \frac{2\omega_1^3 \omega_2^3 \cos(\mathbf{d}_1\mathbf{e}) \cos(\mathbf{d}_2\mathbf{e}) \operatorname{Re}[d_{2cb}^* d_{1ca}]}{\omega_1^6 \cos^2(\mathbf{d}_1\mathbf{e}) |d_{1ca}|^2 + \omega_2^6 \cos^2(\mathbf{d}_2\mathbf{e}) |d_{2cb}|^2} \qquad /37/$$

Az előzőkből látható tehát, hogy koherensen gerjesztett nivók esetén az együttes bomlási görbe periódikus strukturát tartalmaz. Ez a periódikus struktura azonban csak polarizátor alkalmazása és megfelelő gerjesztési feltételek mellett jelentkezik tisztán. A lebegés kimutathatósága függ a választott polarizációs iránytól és a dipolusok irányától is. Csak $\mathbf{d}_1\mathbf{e} = \mathbf{d}_2\mathbf{e}$ $d_{1ca} = d_{2cb}$ esetén kapunk maximális kontrasztot. Ez a lebegés megfigyelhetőségének optimális esete.

I r o d a l o m

[1] Weisskopf,V., Wigner,E.: Zeit. f. Phys. 63, 54 /1930/

[2] Wien,W.: I. Ann. d. Phys. 60, 597 /1919/
II. Ann. d. Phys. 66, 229 /1921/
III. Ann. d. Phys. 73, 483 /1924/

[3] Heron,S., McWhirter,R.W.: Rhoderick,E.H., Nature, 174, 564 /1954/

[4] Heron,S., McWhirter,R.W., Rhoderick,E.H.: Proc. Roy. Soc. 234, 565 /1956/

[5] Подгорецкий, М.У.: ОИЯИ препринт Р 49I /I960/

[6] Podgoreckij,M.I., Chrustalev,O.A.: Fortschritte der Physik, 12, /4/, 235 /1964/

[7] Dehmelt,H.G.; Phys. Rev. 105, /6/ 1924 /1957/

[8] Константинов, О.Б., Перел, Б.У.: ЖЭТФ 45, 279 /I963/

[9] Александров, Е.,Б., Козлов, В.,П.: Опт. и сектр I6, /3/, 533 /I964/

[10] Dodd,J.N., Series,G.W.: Proc.Roy.Soc. 263, 353 /1961/

[11] Barratt,J.B.: Proc.Roy.Soc. 263, 371 /1961/

[12] Dodd,J.N., Fox,W.N., Series,G.W., Taylor,M.J.: Proc.Phys.Soc. 74, 789 /1959/

[13] Series,G.W.: Adv. Quant. El. p. 128 /1961/

[14] Александров, Е.Б.: Опт. и Спектр I4, 436 /I963/

[15] Александров, Е.Б.: Опт. и Спектр I6, 377 /I964/

[16] Heitler,W.: The quantum theory of radiation /1954/

[17] Glauber,R.J.: Phys. Rev. 130, /6/, 2529 /1963/

Érkezett: 1964. okt. 20.
KFKI Közl. 12. évf. 6.szám, 1964.

U-233, U-235 ÉS Pu-239 MAGOK HASADÁSÁNÁL KELETKEZŐ HASADÁSI TERMÉKEK ENERGIAELOSZLÁSÁNAK MÉRÉSE

Irta: Nagy Tibor, Pavlicsek István és Nagy László

Összefoglalás

Rácsos ionizációs kamra alkalmazásával megmértük az U-233, U-235 és Pu-239 magok termikus neutronok hatására történő hasadásakor keletkező hasadási termékei energiaeloszlását. A neutronokat a reaktor egyik vizszintes csatornájából nyertük. A hármas hasadás vizsgálatához előmérésként szolgáló ezen mérések eredményei jó egyezést mutatnak a mások által kapott eredményekkel.

A kisérleti berendezés

A közeljövőben nagyenergiáju alfa-részecske kibocsátásával járó un. hármas hasadási jelenségek vizsgálatával kivánunk foglalkozni. Az itt közölt mérések célja részben a hármas hasadási vizsgálatokhoz használatos ionizációs kamra kissé egyszerübb változatán a mérési módszerek elsajátitása, részben a rendszer hitelesitésére használt U-235 mellett az U-233 és Pu-239 hasadási termékei kevéssé mért energiaeloszlásának megmérése.

Az ionizációs kamra hengeres edény, melynek átmérője 21 cm, mélysége 8,5 cm. Anyaga rozsdamentes acél. A gyüjtő elektród távolsága a rácstól 1,4 cm, a nagyfeszültségü elektródtól pedig 5,4 cm volt. Az előbbi adatot, továbbá a rács egyéb paramétereit, ezek között az alkalmazott feszültséget Bunemann, Cranshaw és Harvey [1] számitásai alapján választottuk meg. A kamrát 2 atm tulnyomásu argonnal töltöttük meg, amely mellett a hasadási termékek maximálisan 1 cm utat tehetnek meg a kamrában. A hasadási termékek impulzusainak felfutásértékei a drift-sebességek és a különböző kirepülési szögek figyelembevételével 4-8 μsec intervallumba esnek [2].

Kiszaju kaszkód kapcsolásu előerősitőt készitettünk, amit közvetlenül a kamra falára erősitettünk. Az előerősitő bemenő fokozatának elektroncsöveit mintegy 100 db-ból választottuk ki, 50 órás égetés után. Azokat a csöveket használtuk, amelyeknél a meredekség és a rácsáram viszonya a legnagyobb volt; ez biztositotta a legmegfelelőbb jel/zaj viszonyt.

A kamra gyüjtőelektródján keletkező feszültségimpulzusok - amelyek nagysága alfa-részecskék esetén kb. 1 mV, hasadási termékek esetén 10-20 mV - az előerősitő és katódkövető után US-2 tipusu erősitőbe, majd ezután 128 csatornás amplitudóanalizátorba jutnak. Az erősitőben levő differenciáló és integráló tagok időállandóit a maximális jel/zaj viszony biztositása végett az impulzusfelfutással nagyjából azonos értéküekre választottuk [3].

Az erősitőlánc linearitásának és stabilitásának mérése, valamint a hasadási termékek energiájának meghatározása végett kis jelszintü higanykapcsolós impulzusgenerátort készitettünk. Ebben a higanykapcsoló egy akkumulátor feszültségét szaggatta, amit pontos jelamplitudó előállitása végett a generátor minden egyes üzembehelyezése előtt öszszehasonlitottunk a generátorba beépitett normálelem feszültségével. Ezzel a generátorral rendszeresen ellenőriztük az erősitőlánc erősitését.

A mérés módszere

A mérésekhez a kamrát argon gázzal töltöttük meg, amit a benne levő elektronegativ gázmolekuláktól gondosan meg kellett tisztitani. Evégből a kamrához gáztisztitó berendezést kapcsoltunk, amelyben kb. 100g mennyiségü, kis darabokra vágott fémkalcium szolgált a molekuláris gázok elnyelésére. Gázbetöltés előtt a kamrát és a hozzá kapcsolt gáztisztitót közel 10^{-5} Hgmm nyomásig leszivtuk, majd a kalciummal töltött kályhát kb. 460°C-ra fütöttük fel, hogy a kalcium a benne abszorbeált gázokat leadja és képessé váljon az ezután betöltött argon gáz megtisztitására. Az argon gázt folyékony nitrogénes csapdán át töltöttük be a kamrába. Kb. két órával a betöltés után az argon gyakorlatilag teljesen megtisztul [4]. Ennek bekövetkezéséről ugy is meggyőződtünk, hogy gáztisztitás közben a 128 csatornás analizátorral mértük a vizsgált réteg alfa-részecskéinek impulzusait, s azok amplitudóinak telitésbe jutása jelzi a gáz teljes megtisztulását.

Az energiaskála meghatározása végett először megmértük a vizsgált hasadó anyag ismert energiáju alfa-részecskéi által keltett impulzusok amplitudóeloszlását, s meghatároztuk, hogy a spektrum csucsa a 128 csatornás analizátor melyik csatornájába esik. Ezután a higanygenerátorból ismert nagyságu jeleket vittünk a változatlan erősitési tényezőjü erősitőláncon keresztül az analizátorra, s megállapitottuk, mekkora jel felel meg az előbb mért alfa-eloszlás csucsának. Ezt követően - megfelelő erősitésváltoztatás után - felvettük a hasadási termékek energiaspektrumát, majd megmértük, hogy ugyanezen erősités mellett a 128 csatornás analizátor egyes csatornáinak a higanygenerátor mekkora jelei felelnek meg. Az alfa-eloszlás csucsához tartozó higanygenerátor-jelamplitudó, az alfa-részecske energiája és a hasadási termékeknek megfelelő higanygenerátor-jelamplitudók ismeretében az energiaskálát egyszerü számitással meghatároztuk.

Ennél a számolásnál feltételeztük, hogy az egy ionpár keltéséhez szükséges energia a hasadási termékek esetén ugyanakkora, mint alfa-részecskék esetén, bár valójában ez nem igy van. Brunton és Hanna ionizációs kamrával végzett méréseinél kiderült [5], hogy a hasadási termékek fenti feltételezés alapján megállapitott átlagos kinetikus energiája kisebbnek adódik, mint a kalorimetrikus mérésekből adódó átlagos kinetikus energia [6].

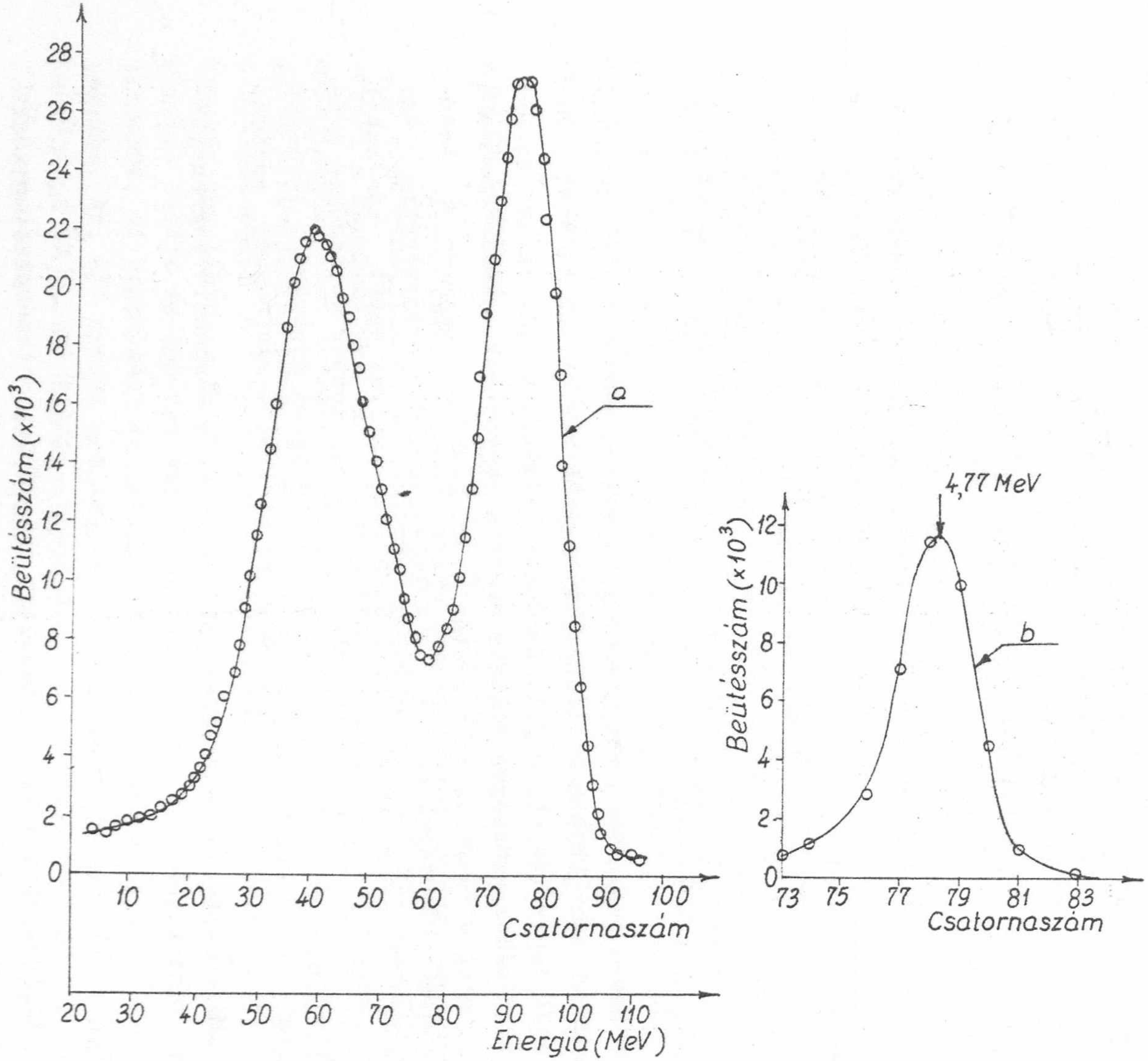
Ezt a jelenséget Knipp és Ling azzal magyarázta, hogy a hasadási termékek energiájuknak viszonylag nagyobb részét veszitik el nem közvetlenül ionizálás utján /pl. ütközések révén/, s ily módon az egy ionpár keltéséhez szükséges átlagos energia nagyobbnak adódik hasadási termékek, mint alfa-részecskék esetén [7]. Leachman megmérte a hasadási termékek sebességeloszlását, s a legvalószinübb sebességekre kapott eredményeket egybevetette az ionizációs kamrával nyert adatokból számitottakkal [8]. Megállapitotta, hogy az egy ionpár keltéséhez szükséges átlagenergia a legvalószinübb könnyü és nehéz hasadási termékek esetén 6 %-kal, illetve 11 %-kal nagyobb, mint alfa-részecskék esetén.

Méréseink összehasonlitó jellege miatt a korrekció végrehajtásától eltekintettünk.

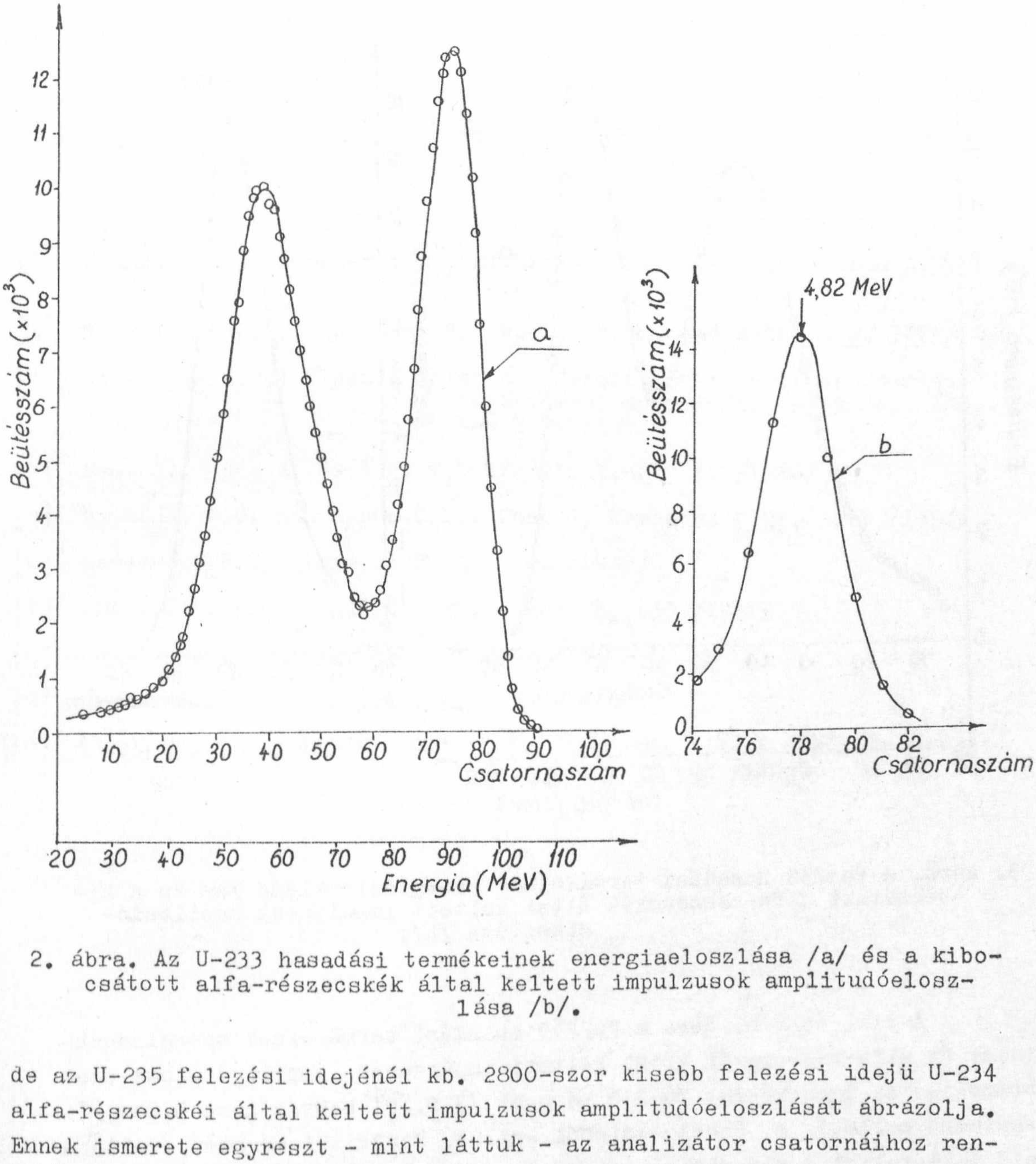
Eredmények

Az 1/a. ábra az U-235 hasadási termékeinek energiaeloszlását ábrázolja. A 36 %-os dusitású U-235 réteg vákuumpárologtatással készült, vastagsága 150 μg/cm². A rétegben önabszorpció miatt a hasadási termékek átlagosan 1,5 %-os energiaveszteséget szenvednek. Ennek figyelembevételével a kapott legvalószinübb energiaértékek a következők: 59,7 MeV és 93,6 MeV. Ezek az értékek jól egyeznek az irodalmi értékekkel [5, 9, 10].

Az 1/b. ábra az U-235 mellett kb. egy százalékban jelen levő,



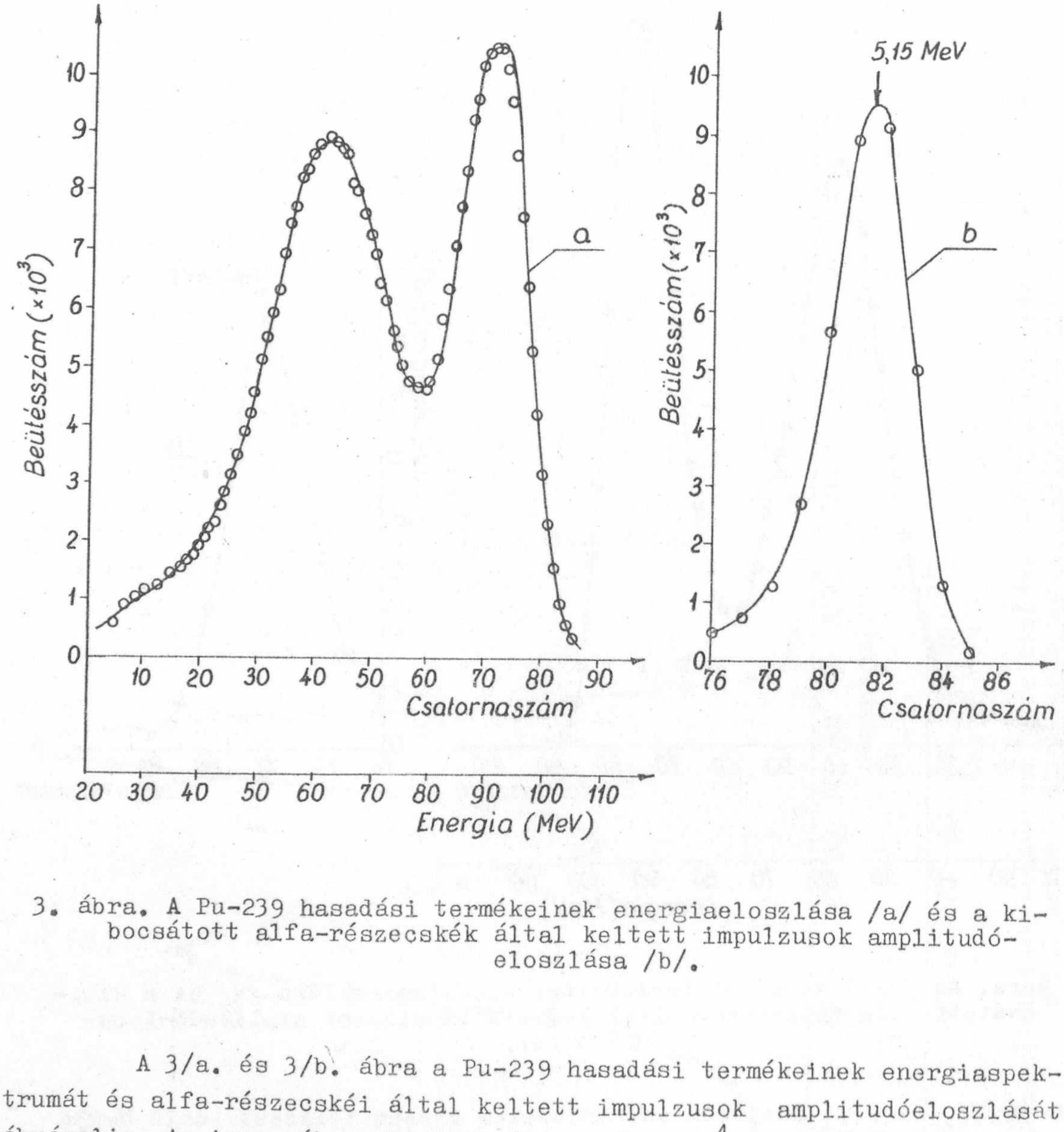
1. ábra. Az U-235 hasadási termékeinek energiaeloszlása /a/ és a kibocsátott alfa-részecskék által keltett impulzusok amplitudóeloszlása /b/.



2. ábra. Az U-233 hasadási termékeinek energiaeloszlása /a/ és a kibocsátott alfa-részecskék által keltett impulzusok amplitudóeloszlása /b/.

de az U-235 felezési idejénél kb. 2800-szor kisebb felezési idejü U-234 alfa-részecskéi által keltett impulzusok amplitudóeloszlását ábrázolja. Ennek ismerete egyrészt - mint láttuk - az analizátor csatornáihoz rendelhető energiák kiszámitása végett szükséges, másrészt megadja a berendezés felbontóképességét. Ez utóbbi /vagyis a spektrum maximumának felénél mért teljes szélesség/ jelen esetben 4,1 %.

Az U-233 hasadási termékeinek energiaspektrumát és alfa-részecskéi által keltett impulzusok amplitudóeloszlását a 2/a. és 2/b. ábra mutatja. Ez a réteg elektrolitikus uton készült. Vastagsága 0,2 μg/cm². Itt önabszorpció nincs. A legvalószinübb energiaértékek: 56,9 MeV és 91,3 MeV.



3. ábra. A Pu-239 hasadási termékeinek energiaeloszlása /a/ és a kibocsátott alfa-részecskék által keltett impulzusok amplitudóeloszlása /b/.

A 3/a. és 3/b. ábra a Pu-239 hasadási termékeinek energiaspektrumát és alfa-részecskéi által keltett impulzusok amplitudóeloszlását ábrázolja. Az igen vékony Pu-239 réteget /3,2.10^4 beütés/perc 5,5cm rétegátmérő mellett/ a Szovjetunióból kaptuk. Rendkivül mérgező voltára való tekintettel a réteget vékony müanyagfólia fedi. Méréseink szerint ez az energiaveszteség szempontjából nem tulságosan jelentős. A legvalószinübb energiákra kapott értékek: 63,0 MeV és 92,4 MeV.

I r o d a l o m

[1] Bunemann,O., Cranshaw,T.E. and Harvey,J.A.: Can.J.Research A,27, 191 /1949/

[2] Nagy,T., Nagy,L. and Dési,S.: Nucl. Instr. and Methods 8, 327 /1960/

[3] Gillespie,A.B.: Signal, Noise and Resolution in Nuclear Counter Amplifiers. McGraw-Hill Book Co., Inc., New York /1953/

[4] Dési S., Nagy L. és Nagy T.: KFKI Közl. 8, 11 /1960/

[5] Brunton, D.C. and Hanna,G.C.: Can. J. Research A,28, 190 /1950/

[6] Henderson,M.C.: Phys. Rev. 58, 774 /1940/

[7] Knipp,J.K. and Ling,R.C.: Phys. Rev. 82, 30 /1951/

[8] Leachman,R.B.: Phys. Rev. 87, 444 /1952/

[9] Deutsch,M. and Ramsey,M.: MDDC, 945 /1946/

[10] Дмитриев, В.Н., Драпчинский. Л.В., Петржак, К.А. и Романов, Ю.Ф.: ДАН СССР I27, 53I /I959/

Érkezett: 1964. okt. 25.
KFKI Közl. 12. évf. 6. szám, 1964.

MÖSSBAUER EFFEKTUS A Cu_3Au ÖTVÖZETBEN

Irta: Blazsó Tibor*/

Összefoglalás

Rendezett és rendezetlen Cu_3Au ötvözetben mértük az Au^{197} Mössbauer vonal szélességét cseppfolyós levegő hőmérsékleten. A vonalszélesség rendezetlen állapotban 2-szer nagyobb, mint rendezett állapotban. Ha feltesszük, hogy a kiszélesedést kvadrupól kölcsönhatás okozza, akkor a belső elektromos térerősség gradiens értéke $0{,}5.10^{18}$ V/cm².

1/ Bevezetés

A szilárdtestfizikai kutatások egyik jelentős problémaköre a kristályos anyagok rendezettségének a vizsgálata. Léteznek ugyanis olyan /főként fém/ ötvözetkristályok, amelyekben csak alacsony hőmérsékleten vannak a különböző alkotóelemek atomjai az elemi cella meghatározott helyén. A hőmérséklet növekedésével egyre inkább növekszik annak a valószinüsége, hogy az egyes alkotóelemek helyet cseréljenek. Végül létezik egy olyan hőmérséklet, amely felett a kristály teljesen "rendezetlen", azaz az egyes rácshelyeken statisztikusan oszlanak el az atomok. Ezt a hőmérsékletet átalakulási hőmérsékletnek nevezzük. A teljesen rendezett és teljesen rendezetlen állapot között részben rendezett állapotok is előfordulnak. A rendezett állapottól való eltérés mértékéül bevezették a "rendezettség" fogalmát, amelyet vagy a hosszu rend-paraméterrel vagy pedig a rövid rend-paraméterrel mérünk [1]. A kétféle paraméter /homogén kristályban/ összefüggésben van egymással. Számértéküket ugy választjuk meg, hogy rendezetlen állapotban 0, rendezettben 1 legyen. A hosszu rend paraméter a következőképpen függ a hőmérséklettől: alacsony hőmérsékleten elég széles tartományban értéke közel 1, majd egyre inkább csökken, és az átalakulási hőmérsékleten igen meredeken zérussá válik [1].

---

*/ Jelenleg a Méréstechnikai Központi Kutató Laboratórium dolgozója.

A fenti csoport egyik jellemző képviselője a Cu_3Au egyfázisu ötvözet. A kristály szerkezete köbös lapcentrált, a lapközépeken Cu, a kocka csucsain Au atomok foglalnak helyet /rendezett állapotban/. Itt tehát egy Au atom legközelebbi szomszédai Cu atomok. A Cu_3Au ötvözettel kapcsolatban intézetünkben sok tapasztalat jött össze [2].

Ismeretes, hogy a Mössbauer-effektus alkalmazása igen hathatós segitséget nyujt az anyagok belső szerkezetének megismerésére vonatkozóan. Nevezetesen, az effektus lehetővé teszi a gamma-sugárzás energiájának igen kis /kb. 10^{-11} - 10^{-13}-szoros/ relativ változásainak mérését. Ez alkalmas arra, hogy az atommagokon nem magfizikai /hanem kémiai, héjfizikai stb./ hatásokat is kimutassunk. A Cu_3Au ötvözet esetében várhatjuk, hogy a rendezett és rendezetlen anyag Mössbauer-vonala különbözni fog egymástól. Az eltérés okát kideritve adatokat nyerhetünk az ötvözet belső szerkezetéről.

Az alkotó két elem közül az Au alkalmas Mössbauer vizsgálatra. Az Au^{197} mag 77 keV-os gamma-nivója segitségével több szerző végzett Mössbauer méreseket [4, 5].

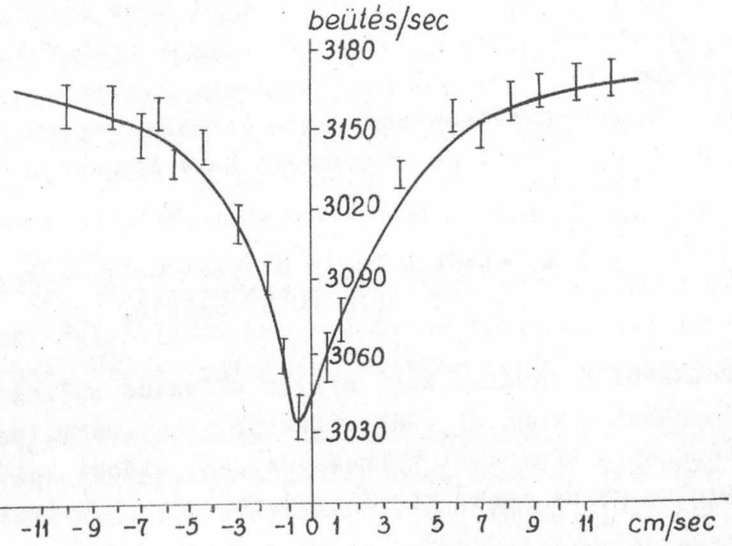
2/ Mérések

A vizsgálandó anyagot abszorbensként használtuk, a forrás aktivált természetes Pt volt. A forrás spektrumában 3 gamma vonal /300 keV, 150 keV és a 77 kev vonal/, valamint 66 és 69 keV-os Röntgen vonal található. Ez utóbbiakat nem tudtuk szcintillációs számlálóval elválasztani a 77 keV-os gamma-vonaltól. Az effektus nagyságát ez a háttér kb. 1/3-ra csökkentette. Mind a forrás, mind az abszorbens 77 K^o-on voltak. A forrás vizsgálata céljából a Mössbauer vonalat először tiszta Au abszorbenssel vettük fel. Itt a mért effektus igen kicsi, 0,8 % volt. A mérésekből kiadódott, hogy a forrás Lamb-Mössbauer faktora megközeliti az elméleti értéket /14 %-ot/, az abszorbensnél viszont ennél kisebb /igy 185 K^o helyett 90 $\pm$ 10 K^o a mérésből visszaszámolt Debye hőmérséklet [3]/.

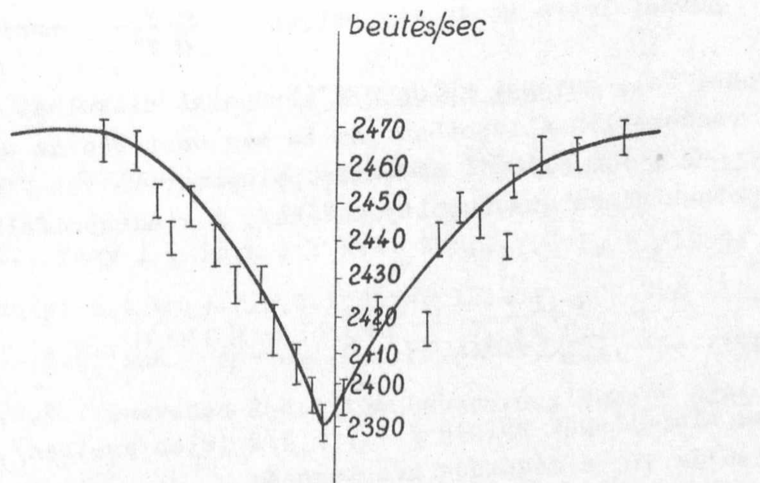
Ezután került sor a Cu_3Au abszorbens alkalmazására. A vizsgált anyagminta 1 mm vastag volt, a méréseket ugyanazzal a mintával végeztük rendezetlen és rendezett állapotban. A sebességspektrumokat az 1. és 2. ábrán láthatjuk.

3/ Eredmények és következtetések

A Cu_3Au abszorbenssel kapott eredmények a következők. Rendezett kristálynál az effektus nagysága 4.4 $\pm$ 0.2 %, félértékszélesség



1. ábra. Rendezett Cu_3Au Mössbauer vonala



2. ábra. Rendezetlen Cu_3Au Mössbauer vonala
Az 1. ábrával való összehasonlításból
látható a kiszélesedés

3.6 ± 0,5 mm/sec , rendezetlennél az effektus nagyság 3.2 ± 0,3 %, a félértékszélesség 6.5 ± 0.5 mm/sec. Ezeket az eredményeket a következőképpen értelmezhetjük: feltesszük, hogy a rendezett kristályban nincs semmilyen effektus, ami kiszélesitené a vonalat. Ekkor, mint ismeretes, a félértékszélességből és a természetes vonalszélességből meg lehet határozni f'-t, az abszorbens Lamb-Mössbauer faktorát. Eredmény:

f' = 7 ± 1 %, ebből a Cu_3Au ötvözet Debye-hőmérsékletére 180 ± 20 K^o adódik.

Felmerül a kérdés, hogy milyen effektus szélesiti ki rendezetlen állapotban a vonalat. Két effektus jöhet számitásba: az izomér eltolódás és a kvadrupól felhasadás. Az előbbi valószinütlennek látszik, mert a görbe csak kiszélesedett, de középeltolódása nem változott.

Rendezetlen állapotban az Au atomok és Cu-atomok egymáshoz képest nem szabályosan helyezkednek el. A mérésben vizsgált Au atomok szomszédai Au atomok vagy réz-atomok lehetnek teljesen rendezetlen módon. A rendezetlen környezet elektromos térerősség gradienst

$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ hozhat létre az Au mag helyén. $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ annyi különböző

értéket vehet fel, amennyi különböző környezet alakulhat ki az Au mag körül rendezetlen állapotban. Az Au mag esetében az alapállapotnak ismert $Q = +\ 0,5.10^{-24}$ cm^2 quadrupolnyomatéka van / a gerjesztett állapotnak nincs quadrupolnyomatéka/. A kvadrupolfelhasadás értéke

$$\Delta E = \frac{eQ}{4J(2J-1)} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \left[3m_J^2 - J(J+1)\right] ,$$

ahol J az alapállapot spinje / $J = 3/2$ jelen esetben/, e az elektron töltése és m_J a mágneses kvantumszám.

A kiszélesedést tehát valószinüen sok, különböző nagyságu kvadrupol felhasadás eredője okozza. Az egyes felhasadások előfordulási arányát nem tudjuk, azonban egy átlagos felhasadást meg tudunk adni abból a feltételezésből, hogy a kiszélesedett vonalat két, a rendezett kristály görbéjével egyenlő szélességü vonal összegéhez hasonlitjuk. A görbéknek a következő feltételeket szabtuk:

1/ a területük összege egyenlő legyen a kiszélesedett görbéjével,

2/ a félértékszélesség helyén ugyanazt az értéket adják, mint a kiszélesedett görbe. Lorentz alakot feltételezve a számolás könnyen elvégezhető volt. Eredményül adódik, hogy a közelitő görbék 2,1 mm/sec-re vannak egymástól. Ebből az értékből egy átlagos térerősség gradienst lehet meghatározni. A számitásból $0,5 \cdot 10^{18}$ V/cm² adódik. Ez az érték kb. azonos nagyságrendbe esik a különböző anyagoknál mért térerősséggradiensekkel.

A mérést több szempontból továbbfolytatva, további információkat nyerhetünk. Feltétlenül hasznos lenne felvenni a Mössbauer vonalat, mint az abszorbens vastagság, esetleg a rendezettség függvényét.

A dolgozat alapját az intézet Magfizika I. Laboratóriumában 1963/64-ben végzett diplomamunka képezte. Ezuton szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Dr. Keszthelyi Lajosnak, a fizikai tudományok doktorának, valamint Dézsi Istvánnak, mert munkámat állandó figyelemmel kisérték és sok elméleti és gyakorlati probléma megoldásában voltak segitségemre, Nagy Imrének /KFKI Szilárdtestfizika/, aki a mérésre szolgáló anyagmintát rendelkezésemre bocsátotta és azon a szükséges átalakitásokat elvégezte, Molnár Bélának /KFKI Magfizika II. Laboratórium/, aki a radioaktiv preparátumokat készitette.

Irodalom

[1] Seitz,F., Turnbull,K.: Solid State Physics. John Whiley and Sons. 1961.

[2] Nagy E., Nagy I., Tóth J.: KFKI Közl. 7.évf. 5 /1959/

[3] Keszthelyi L.: Magy.Fiz.Folyóirat IX.köt. 289-326 old.

[4] Roberts,L.D. and Thomson,J.O.: Phys.Rev. 129, 664 /1963/

[5] Grant,R.W.: Lawrence Radiation Laboratory Report. UCRL - 10649.

Érkezett: 1964. VIII. 28.
KFKI Közl. 12.évf. 6.szám, 1964.

A DEUTERIUM 2-7. BALMER-VONALÁNAK FINOMSZERKEZETI VIZSGÁLATA

Irta: Csillag László

Összefoglalás

Deuteriumgázban vizsgáltuk a 2-7. Balmer-vonal finomszerkezetét. Ebben az első közleményben ismertetjük a kisérleti berendezést. A fényforrásul szolgáló nagyfrekvenciával gerjesztett kisülési csőben 0.025 torr nyomásu deuteriumgáz áramlott. A finomszerkezet feloldását spektrográffal keresztezett kvarc Fábry-Perot interferométer biztositotta.

1/ Bevezetés

A hidrogénatom spektrumában elvégzett nagypontosságu mérések eddig elsősorban a Balmer-sorozat H_α vonalára korlátozódtak. A sorozat további vonalainak finomszerkezetét csak hézagosan, vagy egyáltalában nem vizsgálták. Nevezetesen az első öt Balmer-vonal főkomponenseinek távolságát és intenzitásviszonyát mérte G. Hansen [1] 1925-ben, továbbá Houston és Hsieh [2] 1936-ban. Eredményeik az akkori elméleti értékektől eltértek és csak később, a Lamb-shift felfedezése után derült ki helyes voltuk [3]. Egyik alkalommal sem mérték meg azonban az egyes komponensek hullámhosszát. Pedig ezek révén egyrészt további információkat lehet szerezni a hidrogénatom erősebben gerjesztett elektronállapotairól, másrészt pontosabb igazolást nyerhet a finomszerkezeti formula.

Munkánk ezért arra irányult, hogy meghatározzuk a Balmer-sorozat minél több vonalában a finomszerkezeti komponensek hullámhosszát és intenzitásviszonyát. Ebben az első részben ismertetjük a kisérleti berendezést. A mérési módszert és az eredményeket a 2. rész tartalmazza.

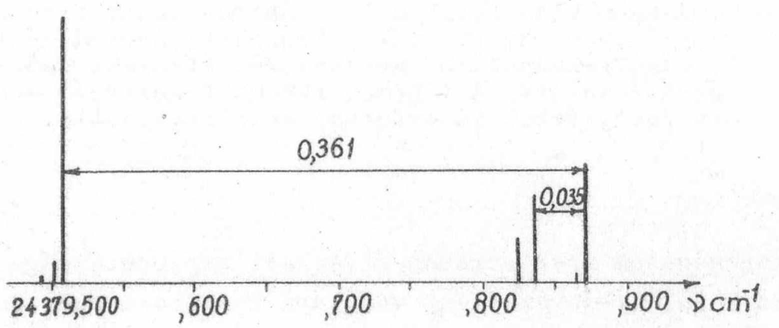
2/ A Balmer-vonalak szerkezete

A hidrogénatom energianivóit elméletileg a Lamb-shifttel korrigált Sommerfeld-Dirac féle finomszerkezeti formula adja meg:

$$T_{n,l,j} = \frac{R_H}{n^2} + \frac{R_H\alpha^2}{n^3}\left[\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} - \Lambda(n,l,j)\right] + \cdots \ cm^{-1}$$

Ebben az R_H Rydberg-állandó és az α finomszerkezeti állandó mellett az n, l, j kvantumszámok szerepelnek. /A Λ tag a Lamb-féle termeltolódást adja./ Az ezekre vonatkozó kiválasztási szabályok határozzák meg a nivók között lehetséges átmeneteket. A formulából kitünik, hogy egy nivó értékét elsősorban a csupán az n főkvantumszámot tartalmazó első tag, az un. Balmer-term szabja meg, a második tag az elsőhöz képest kicsi és csak kis n -nél számottevő.

Példaképen az 1. ábra mutatja a H_ε vonal finomszerkezetét. A



1. ábra

függőleges vonalak hossza a számitott intenzitásviszonyokat jelzi. A többi Balmer-vonal szerkezete hasonló ehhez. A vonalakban az egyes komponensek a két legintenzivebb "főkomponens" köré csoportosulnak. Ezek távolsága kb. az alapnivó $2P_{3/2} - 2P_{1/2}$ távolságával: 0,365 cm^{-1} -gyel egyenlő.

A valóságban az egyes komponensek nem elkülönült éles vonalak, hanem többé-kevésbbé egymásba olvadnak. A hidrogénatom kis tömege miatt a Balmer-vonalak különösen erősen mutatják a Doppler- kiszélesedést és igen érzékenyek egyéb kiszélesedési effektusokra is/Stark-kiszélesedés, nyomási kiszélesedés/. Az egymásbaolvadás miatt a közeleső komponensek egyáltalában nem választhatók szét és a főkomponensek is csak akkor, ha a fényforrás hőmérséklete elég alacsony. A főkomponensek távolsága az egymásbaolvadás miatt kissé "összezsugorodik". A kialakuló két főkomponens, ill. ezek részleges egymásbaolvadása látható pl. az 5. és 6. ábrán.

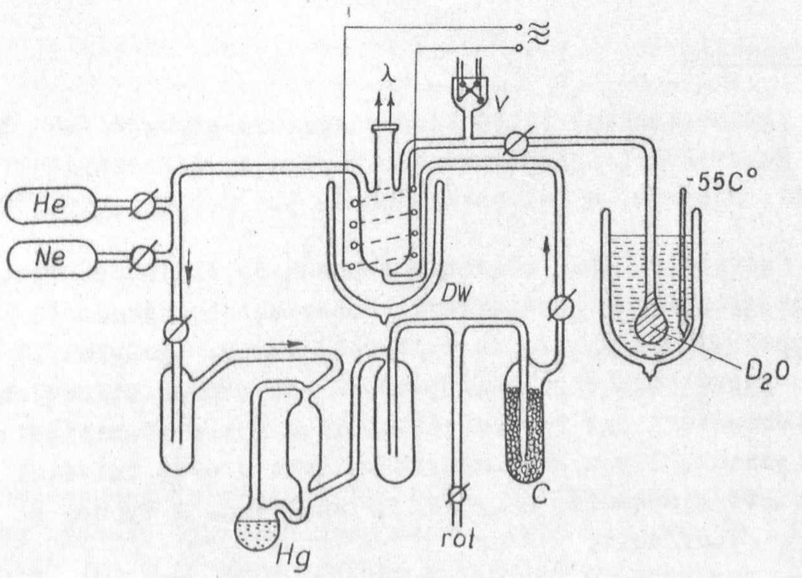
A hidrogénspektrum vizsgálatánál további nehézséget jelent a sokvonalas és folytonos molekula-spektrum háttér zavaró hatása. Ez rendesen már az ötödik-hatodik vonalnál lehetetlenné teszi a mérést. Ismeretes, hogy Wood-csőben, vizgőz hozzákeverésével vagy nemesgáz-puffergázzal a molekulaspektrum jelentősen visszaszoritható. A spektrum kellő intnzitását azonban csak viszonylag nagy nyomáson /kb. 0,5 torr/ és áramsürüségnél /kb. 80 mA/cm²/ lehet biztositani.

Éppen ezért néhány Wood-csöves előkisérlet után mérésünkhöz egy másik gerjesztési módszert, az elektróda nélküli gyürü- kisülést használtuk fel [4]. G.Herzberg [5] már 1927-ben megmutatta, hogy ily módon igen intenziv, rendkivül tiszta atomspektrumot lehet előállitani. Finomszerkezeti vizsgálatokhoz azonban eddig még nem használták.

Fényforrás

A fényforrásban igen alacsony nyomásu / p = 0,025 torr / tiszta deuteriumgázt használtunk, 50 Mc/s nagyfrekvenciás generátorral gerjesztett elektródanélküli kisülésben. Deuterium használata esetében a Doppler kiszélesedés $\sqrt{2}$-ed részére lecsökkent. Az alacsony nyomás és a gyenge gerjesztés miatt egyéb kiszélesedési mechanizmus nem játszott szerepet.

A fényforrás felépitési vázlatát mutatja a 2. ábra. A deuterium egy gázcirkulációs rendszerben áramlik körbe. A cirkulációt



2. ábra

higanydiffuziós szivattyu /Hg/ tartja fenn. A gáz állandó tisztitását cseppfolyós nitrogénnel hütött aktiv szén /C/ végzi. A spektrum gerjesztését a 6 cm átmérőjü és 20 cm hosszu kisülési csőben tizmenetes külső tekercs hozza létre. A gerjesztő teljesitmény kb. 50 wattra becsülhető. A deuteriumot 99 %-os nehéz vizből állitottuk elő oly módon, hogy az előzőleg evakuált kisülési csőbe viz-recipiensből kisnyomásu /0,05 torr/ nehézviz-gőzt engedtünk és a nagyfrekvenciás kisülésben disszociáló gőzből az oxigént aktiv szénnel elnyelettük. Ily módon kb. 1 órai kisülés után 0,025 torr nyomásu tiszta deuteriumgázzal telt meg a rendszer. A finomszerkezeti felvételeknél a kisülési csövet a gerjesztő tekerccsel együtt cseppfolyós nitrogénbe meritettük, a molekulaspektrum visszaszoritására pedig a cirkuláló deuteriumhoz alacsony nyomásu nehézviz-gőzt kevertünk, mely ráfagyott a csőfalra. A vizgőz-tenziót a vizrecipiens hőmérsékletével szabályoztuk /-55 C^o/.

Az intenzitás-vizsgálatokhoz a rendszert He- ill. Neon-puffergázzal is meg lehetett tölteni.

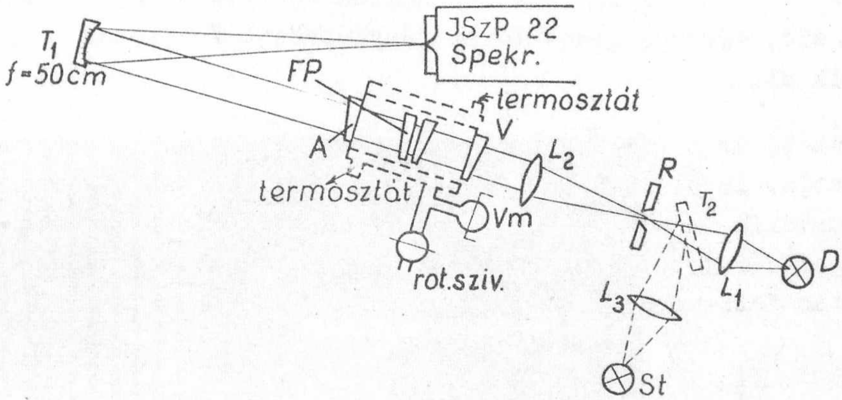
Az ismertetett berendezéssel elég intenziv és tiszta atomspektrumot sikerült előállitani. A finomszerkezet feloldása nélkül két perces expoziciós időnél az első tiz vonalat fényképezni lehetett. A molekulaspektrum csak a 10-12 vonalnál kezdett jelentkezni. A vonalak Doppler-szélességéből számitott gázhőmérséklet kb. 250 K^o-nak adódott. Nagyobb gáznyomás használata esetén a gázhőmérséklet jelentőmegnőtt.

Optikai berendezés

A finomszerkezet felbontására kvarcspektrográffal keresztezett kvarc Fabry-Perot interferométer szolgált. A használt térköz 5,85 mm, ill. 3,65 mm, a felbontóképesség 500.000 ill. 350.000 volt.

A felvételek első részében a szokásos /külső leképezéses/interferométer elrendezést használtuk. Ennél az elrendezésnél a leghosszabb expoziciós idő 1/2 óra volt / D_β - D_ε vonalak/. Hosszabb expozicióju felvételekhez a hőmérsékleti változások kiküszöbölésére a F.P. interferométert egy termosztáttal 1/10 fokra stabilizált vakuumkamrába helyeztük. Ilyen körülmények mellett 4 órás felvétel alatt sem mutatkozott elmozdulás a gyürük helyzetében. A nyomás a vakuumkamrában $\frac{1}{10}$ torr volt.

A káros másodlagos interferenciaképek kiküszöbölésére a kamrához ék-alakura csiszolt kvarc-záróablakot /ékszög 1/2°/ és másodlagos fényforrásként rést használtuk. A 3. ábra mutatja az optikai rendszer felépitési vázlatát. A D deteriumfényforrás képét az L_1



3. ábra

lencse az R résre képezi le. Innen az L_2 lencsén át nagyjából párhuzamos fénynyaláb esik az interferométerre. A F.P. gyürürendszer a T_1 homoru tükör fokuszában a spektrográf résére képződik le élesen. A T_2 betólható tükör az összehasonlitó standard lámpa / St / / az első méréssorozatban Kr , a másodikban Hg^{198}/ bevetitésére szolgál.

Felvételek

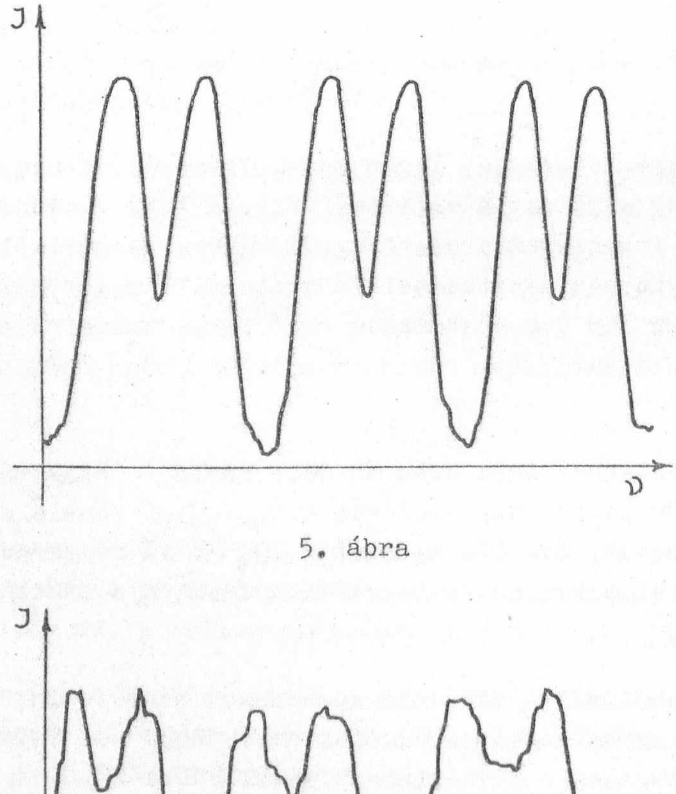
A felvételekhez Agfa Blau és Gelb Rapid spektrállemezeket használtunk. 10-20 perces expozicióval a D_β - D_ε vonalakat, 30 - 60 perccel a D_ζ vonalat, mig 120 perccel a D_η -t is fényképezni lehetett. A D_α vonalat a kvarcspektrográf konstrukciója miatt nem lehetett fényképezni.

Az összehasonlitó standard spektrumot rendszerint a deuterium-spektrummal egybefényképeztük, tekintve, hogy nem voltak egybeeső vonalak. Az esetleges csik-elmozdulás ellenőrzésére a standard spektrumot a deuteriumspektrum előtt és után két részletben vettük fel.

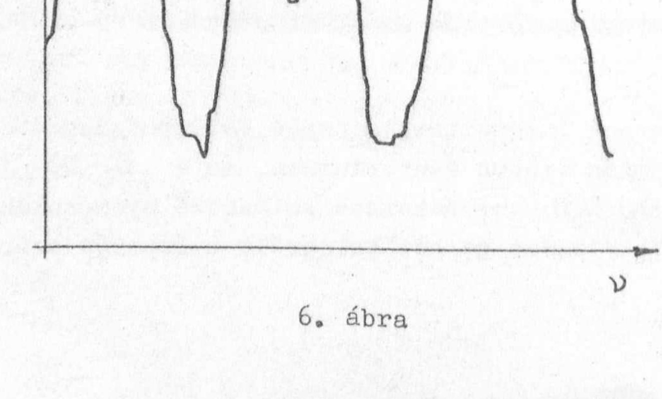
A komponensek intenzitásviszonyát fotografikus uton mértük, előbb alacsony nyomásu tiszta deuteriumban, majd D_2-Ne, D_2-He, ill. hütetlen csőben, D_2 - D_2O keverékekben különböző nyomásokon. A méréshez szükséges feketedési görbét kalibrált 6-lépcsős szürke szürő segitségével határoztuk meg.

A 4. ábra az egyik két órás felvételt mutatja. Az alsó sávban a bejelölt $D_\beta - D_\eta$ vonalak mellett a Hg^{198} standard erősebb szinképvonalai láthatók / a vonal mentén a szokásos Fabry-Perot csikrendszer /. A felső sávban a fotografikus feketedési görbe felvételére szolgáló, lépcsős gyengitővel fényképezett folytonos szinkép helyezkedik el.

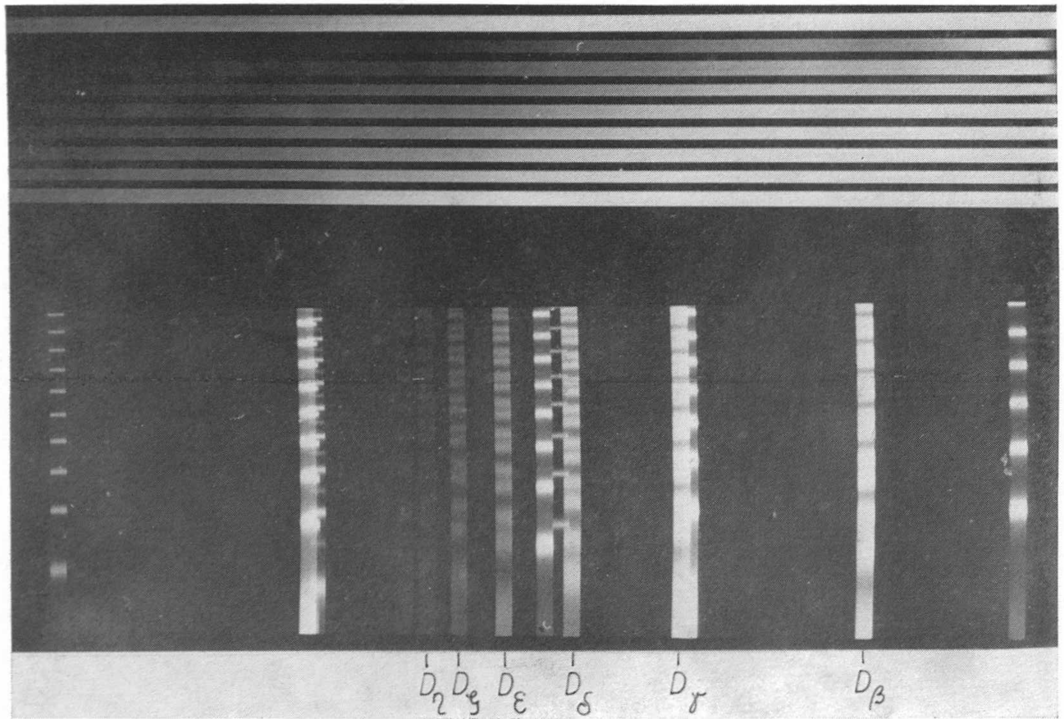
Az 5. és 6. ábra a D_β és D_η vonalak egy regisztrogram-részletét mutatja. Az 5. ábra jól fedett negativján a két főkomponens élesen különválik. A 6. ábrán a gyenge fedettség miatt a szemcsehiba okozta ingadozás jóval erősebb, de a főkomponensek szétválása még határozottan felismerhető.



5. ábra



6. ábra



4. ábra

A részletes mérési eredményeket egy következő dolgozatban ismertetjük.

I r o d a l o m

[1] Hansen, G.: Ann.d.Phys. 78, 558 /1925/

[2] Houston,W., Hsieh,Y.M.: Phys.Rev. 45, 263 /1934/

[3] Csillag L.: KFKI Közl. 9, 113 /1961/

[4] Csillag L., M.Császár L.: KFKI Közl. 10, 124 /1962/

[5] Herzberg,G.: Ann.d.Phys. 84, 553 /1927/

Érkezett: 1964. okt. 20.
KFKI Közl. 12.évf. 6.szám, 1964.

HOSSZU ÉLETTARTAMU RÁDIOFREKVENCIÁS IONFORRÁS VIZSGÁLATA

Irta: Vályi László, Gombos Péter és Roósz József

Összefoglalás

Megvizsgáltuk egy kis intenzitásu, elektródanélküli kisülési csővel rendelkező, rádiofrekvenciás ionforrás tulajdonságait. Kimértük az ionáram-kihuzófeszültség karakterisztikákat, a gömbi geometriával rendelkező elektródák közötti távolság különböző értékeinél. A karakterisztikák két szakasszal rendelkeznek, amely közül az egyik szakasz $V^{3/4}$-nek megfelelő, a másik szakasz pedig lineáris jellegü. Meghatároztuk az ionforrásból kijövő ionnyaláb összetételét és energiaszórását. Az ionforrás 2 kV-os kihuzófeszültség esetén 42 eV-os energiaszórással, 70 %-os protonaránnyal, 30 uA ionáram esetén $\sim$ 3-4 cm³/óra gázfogyasztással és több, mint 300 órás élettartammal rendelkezik.

Bevezetés

A Thonemann által első izben használt és vizsgált rádiofrekvenciás /RF/ ionforrásnak [1] az azóta eltelt időben számos változatát vizsgálták és használták fel különböző speciális feladatokhoz.

A RF ionforrásokat az elektródák elhelyezése szempontjából két csoportba sorolhatjuk:

1/ a Thonemann által kidolgozott tipus, ahol az anód és katód /kiszivó elektróda/ a kisülési csőben nyert elhelyezést [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9],

2/ az elsőizben Bayly és Ward által alkalmazott [10] tipus, ahol az anód és katód a kisülési csövön kivül helyezkedik el [10, 11, 12, 13, 15, 15].

Mindkét csoporthoz tartozó RF ionforrások ionösszetétel, energiaszórás, RF-teljesitmény és gázfelhasználás szempontjából, közel azonosnak tekinthetők. Azonban az első csoportba tartozó tipusok élettartam szempontjából - ami különösen a nyomás alatti Van de Graaff-generátoroknál lényeges - elmaradnak a második csoportba tartozó tipusokhoz képest.

A rövidebb élettartamnak az oka egyrészt a kiszivócsucs környezete ionoptikai tulajdonságainak megváltozása, mivel a kiszivócsucsot körülvevő kvarccső az ionbombázás hatására porladó fémkatód anyagával bevonódik, elveszti szigetelő tulajdonságát és igy a kiszivócsucs környezetében a potenciáleloszlás megváltozik. Másrészt a kisülési cső falára lecsapódó anódfém anyaga megnöveli az ionrekombináció fokát és a kisülési cső falának vezetőképességét, amely az iváram növekedését és - az ionkoncentráció csökkenése miatt - a kijutó ionáram esését vonja maga után.

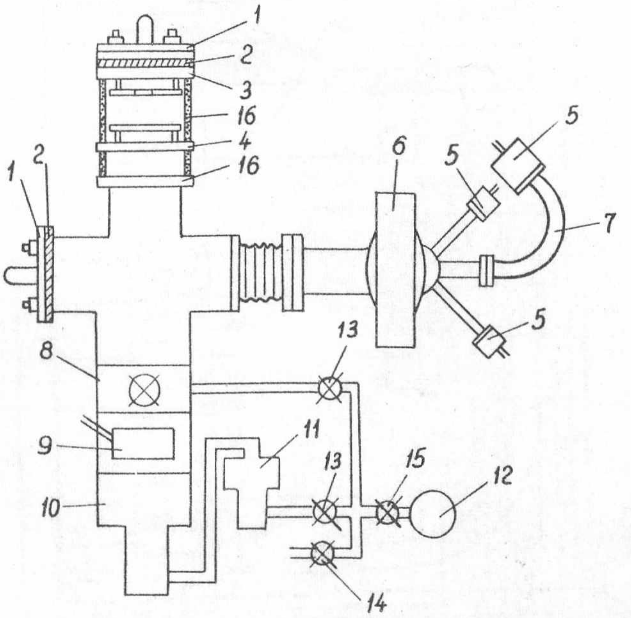
Ezek a jelenségek a második csoportba tartozó tipusoknál nem jelentkeznek, mivel az elektródák a kisülési edényen kivül helyezkednek el, igy az előző csoportba tartozó tipusok élettartamának többszöröse lehet és elérheti az 500 órát is.

A dolgozatban egy gömbi geometriával rendelkező elektródás, a második csoportba tartozó RF ionforrás tipus vizsgálatát ismertetjük.

Kisérleti berendezések

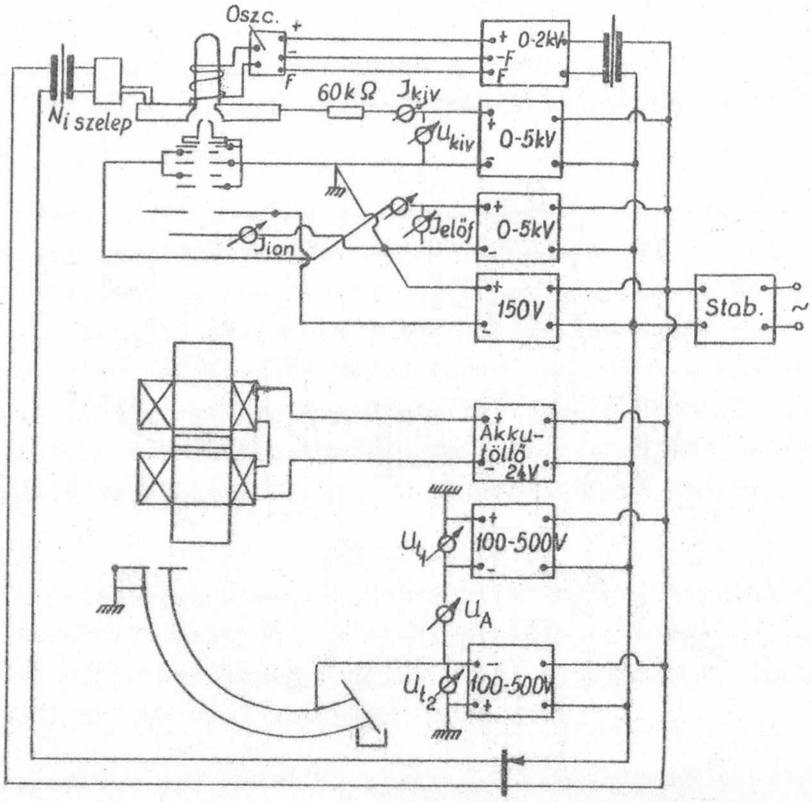
A vizsgálatokhoz használt kisérleti berendezés blokksémája az 1. és 2. ábrán látható.

A kisérleteknél felhasznált ionforrás és előfókuszáló rendszer /3. ábra/ mechanikai szempontból egységet képez. A kisülési cső /3. ábra, 1-es/ pyrex-üvegből készül. A gáz bevezetése a kisülési csőbe az alaplemezbe furt /3. ábra 4-es/ csatornán keresztül, a kisülési tér alsó részén, az ionok kivezetésére szolgáló blendenyilástól távol történik. A gázbeömlés szabályozását nikkelszeleppel végeztük. A gömbi geometriáju elektrodák egyikét /3. ábra 2-es/ az alaplemez centrumában képeztük ki. A 2 mm Ø blendenyilás környékét a plazmától egy 2.5 mm átmérőjü furatu kvarctárcsával /3. ábra 3-as/ árnyékoltuk le. A másik elektrodát - a kiszivóelektrodát - /3. ábra 5-ös/ teflongyürü közbeiktatásával /3. ábra 6-os/ rögzitettük az alaplemezhez ugy, hogy a teflongyürü az elektromos szigetelés és tömités szempontjából is megfelelő legyen. A kiszivó elektróda ioncsatornája 0,8 mm Ø-jü és 7 mm hosszu. A gáz átáramlás további csökkentésére és az ionnyaláb geometriai formálására 4 db 1 mm-től 1,6 mm-ig 0,2 mm-ként változó nyilásu blendét /3.ábra 7-es/ helyeztünk a kiszivóelektrodába.



1. ábra

1. Ionforrás
2. Plexi szigetelő tárcsa
3. Ellentér elektróda
4. Targetlemez
5. Ellenteres Faraday-henger
6. Elektromágneses analizátor
7. Elektrostatikus analizátor
8. Tányérszelep
9. Cseppfolyós nitrogénes kifagyasztó
10. 200 l/sec szivósebességü olajdiffuziós szivattyu
11. 50 l/sec szivósebességü olajdiffuziós szivattyu
12. 4 m³/h szivósebességü forgószivattyu
13. Elővákuum csap
14. Fellevegőző csap
15. Mágneses szelep
16. Szigetelő üveghenger



2. ábra
A mérőberendezés elektromos kapcsolásának blokk sémája

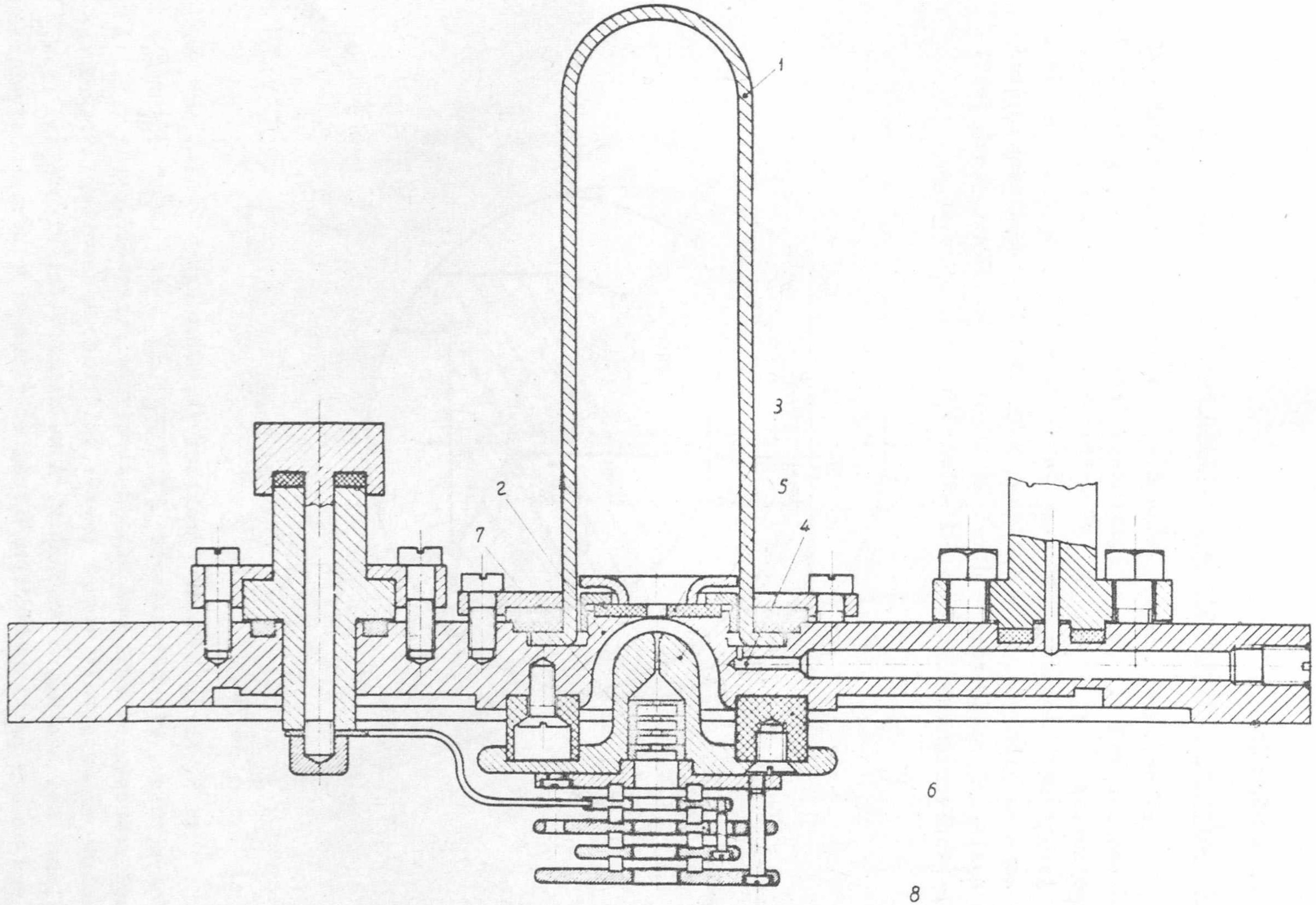
Az előfókuszáló rendszer /3. ábra 8-as/ amely közvetlenül kapcsolódik a kiszivóelektródához, egy 5 elektródás periodikus elektrosztatikus lencse [16,17]. Az elektródákon 6 mm Ø blendenyilás van és az elektrodák egymástól való távolsága 1,6 mm.

A kisülési csőben az ionizálást két ГС 90 Б keramikus triodával rendelkező ellenütemü oszcillátor segitségével végeztük. Az oszcillátor 45 Mc frekvencián ~ 120 W teljesitménnyel dolgozik.

Az ionnyaláb összetételének vizsgálatát 15 cm sugaru, 45°-os, mágneses analizátorral /1. ábra 6-os/ végeztük el. Az eltéritett nyaláb áramát egy ellenteres blendével ellátott Faraday-hengerrel /1. ábra 5-ös/ mértük, kvadráns elektrométer segitségével.

Az ionnyaláb energiaszórásának meghatározása elektrosztatikus energiaanalizátorral [8, 9] történt.

Az ionforrás müködéséhez szükséges 10^{-6} - 10^{-5} Hg mm vákuumot folyékony levegős kifagyasztóval ellátott, olajdiffuziós vákuumrendszer-



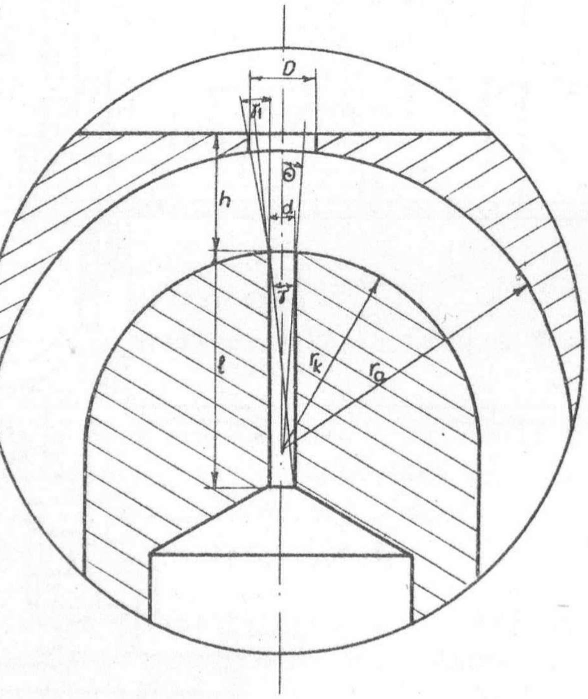
3. ábra

rel /1. ábra/ állitottuk elő. A kisérleti berendezés elektromos kapcsolásának vázlata a 2. sz. ábrán látható.

Mérési Eredmények

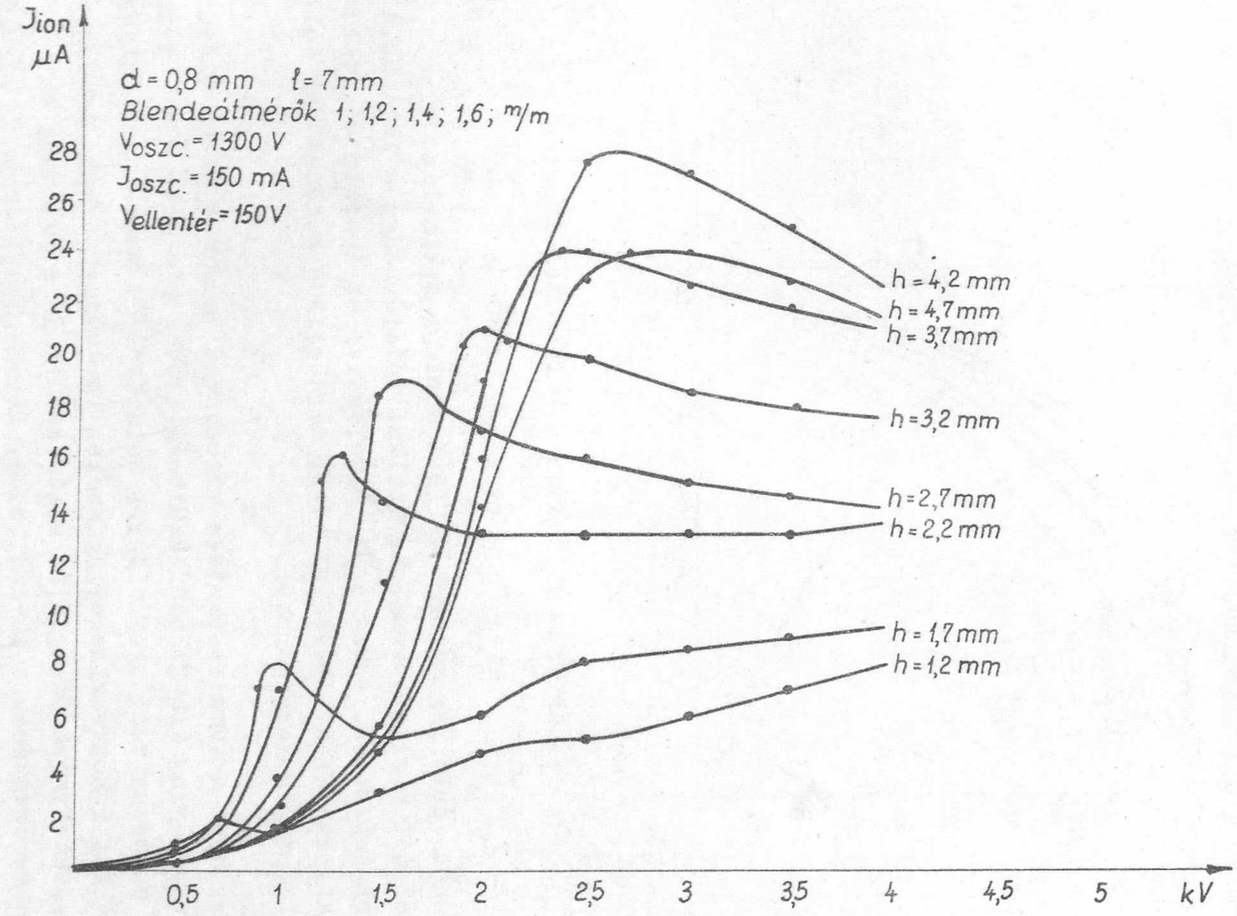
1/ Az ionforrás ionáram-kihuzófeszültség karakterisztikái

Az ionforrás ionáram-kihuzófeszültség karakterisztikáit a kiszivórendszer h, ℓ, d és D paramétereinek különböző értékeinél vizsgáltuk. A h, ℓ, d és D paraméterek alatt a 4. ábrán alkalmazott jelöléseket értjük: h -val jelöltük a kiszivóelektróda és a vele szemben elhelyezkedő - a plazma potenciálját meghatározó, D átmérőjü nyilással rendelkező - elektród közötti távolságot, ℓ-el jelöljük a kiszivóelektródban lévő d -átmérőjü furat hosszát.



4. ábra

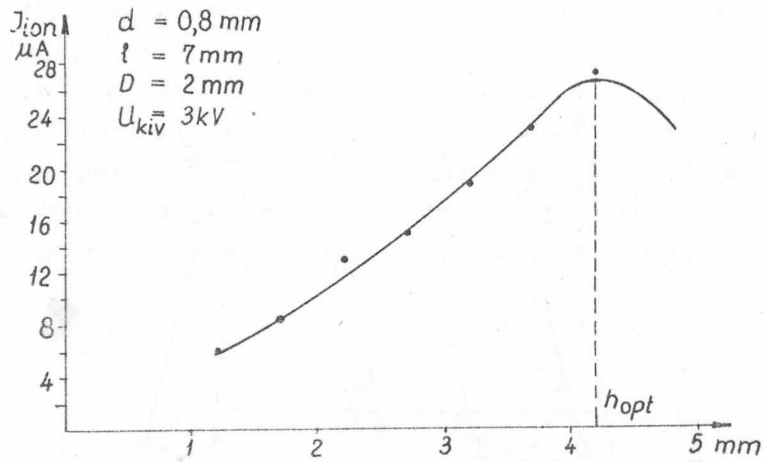
Az 5. ábrán látható karakterisztikákat egy $\sim$ 3-4 cm³/ óra gázfogyasztásu, kis intenzitásu $\frac{D}{d} = \frac{2}{0,8} = 2,5$ és $\frac{\ell}{d} = \frac{7}{0,8} = 8,8$ paraméterarányszámokkal rendelkező kiszivórendszernél vettük fel. A maximális áramátvitelt $h = 4,2$ mm-nél találtuk. A karakterisztikák egyértelmüen két szakaszra oszthatók. A kezdeti felfutási szakasz $\sim V_{ki}^{3/2}$ jellegü és egy adott kihuzófeszültség értéknél a h növekedésével az



5. ábra
Hosszuélettartamu ionforrás karakterisztikáinak változása a kihuzó és plazmaelektród közti h távolság függvényében

ionáram intenzitás egyértelmüen csökken, mint ahogy azt a [13] dolgozatban is mérték. A görbék második szakasza - eltérően az első szakasz parabolikus jellegétől - lineáris.

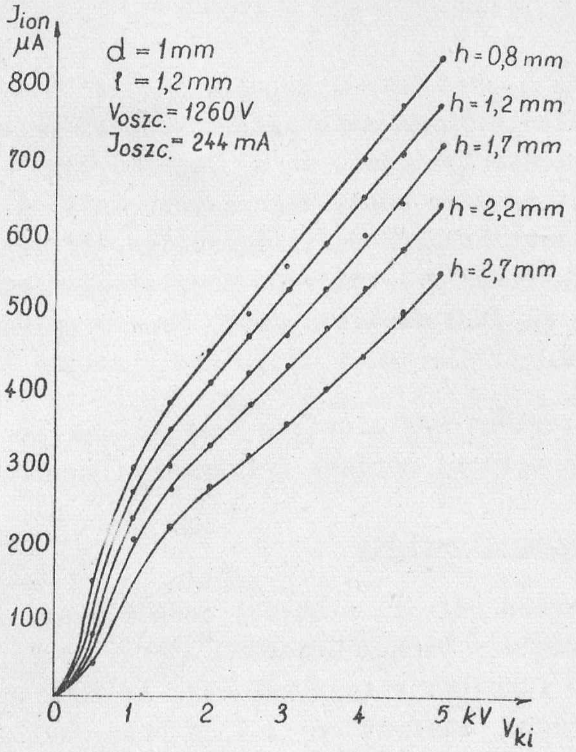
Ebben a szakaszban az ionáram a h változásával maximumon megy át /6. ábra/.



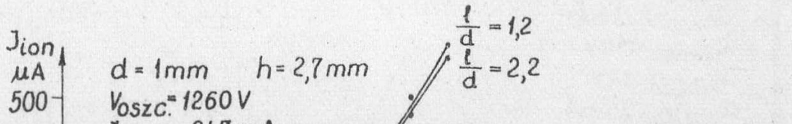
6. ábra
Az ionáram változása a h távolság függvényében

Tehát adott paraméterek mellett van egy optimális h_{opt} távolság, amelynél a kiszivórendszer optikai tulajdonsága a legjobb. A görbe első szakaszában /6. ábra/ a h növelésével az ionáram nő, ellentétben a karakterisztikák /5. ábra/ első, parabolikus szakaszának jellegével és a [13] mérési eredménnyel.

Az, hogy a karakterisztika vizszintes szakasszal rendelkezik - amely már viszonylag kis kihuzófeszültség esetén elérhető - a gyorsitó rendszerek szempontjából igen előnyös tulajdonság, mert áramintenzitás változás nélkül lehet - viszonylag széles tartományban - az ionforrásból kilépő részecskenyaláb energiáját változtatni. Ez a jelenség az $\frac{l}{d}$ viszonyszám nagy értékének tulajdonitható. Ennek igazolására vizsgáltuk meg $\frac{D}{d} = \frac{2}{1} = 2$, $h = 2{,}7$mm állandó és $\frac{l}{d} = 8$ - , $\frac{l}{d} = 1{,}2$ -ig változó paraméterértékek mellett, az $\frac{l}{d}$ viszony változtatásának hatását a karakterisztikák jellegére / 7/a. ábra/. Azt találtuk, hogy egy bizonyos l-érték után a karakterisztikák egyenletes szakasza megszünik. Az l további csökkenésével a görbék lineáris szakasza egyre meredekebbé válik és esetünkben $D > 1$ értékeknél sem forma, sem ionáram intenzitás szempontjá-



7/a. ábra
Hosszuélettartamu ionforrás karakterisztikáinak változása a kiszivóelektródán lévő furathossz ℓ függvényében



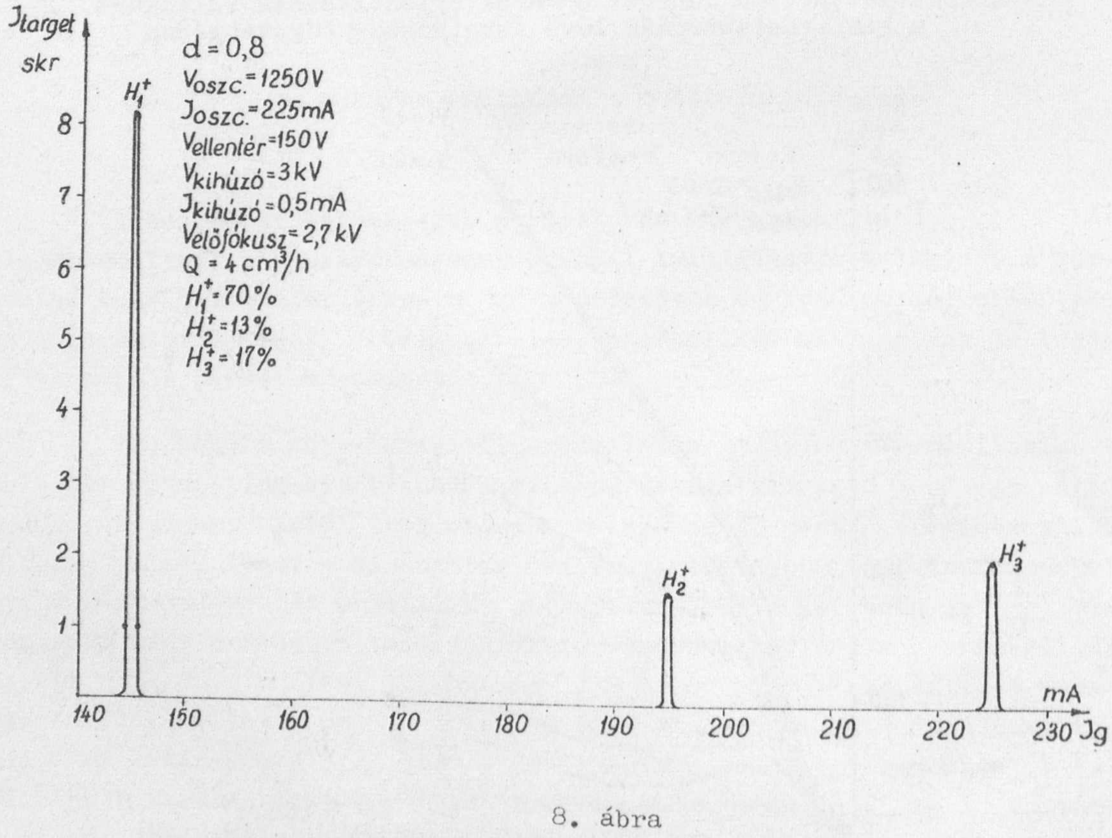
7/b. ábra
Hosszuélettartamu ionforrás karakterisztikáinak változása a h távolság függvényében

ból, lényeges változást nem mutatnak. Az utóbbi jelenség oka valószinüleg az, hogy az ionkoncentráció és a D átmérőjü emittáló felület által meghatározott ionáram mennyiség nagyobbrészt átjut a kiszivóelektróda nyilásán, adott kihuzófeszültség esetén. Az ilyen l értékek mellett a karakterisztika h -tól való függésének vizsgálata azt mutatja, /7/b. ábra/ hogy az $l < D$ esetében az 5. ábra görbéinek első szakaszával megegyező jellegü.

A karakterisztikák lineáris szakaszának oka még nem tisztázott, ezzel kapcsolatos további mérések folyamatban vannak.

2/ Az ionnyaláb tömegeloszlása

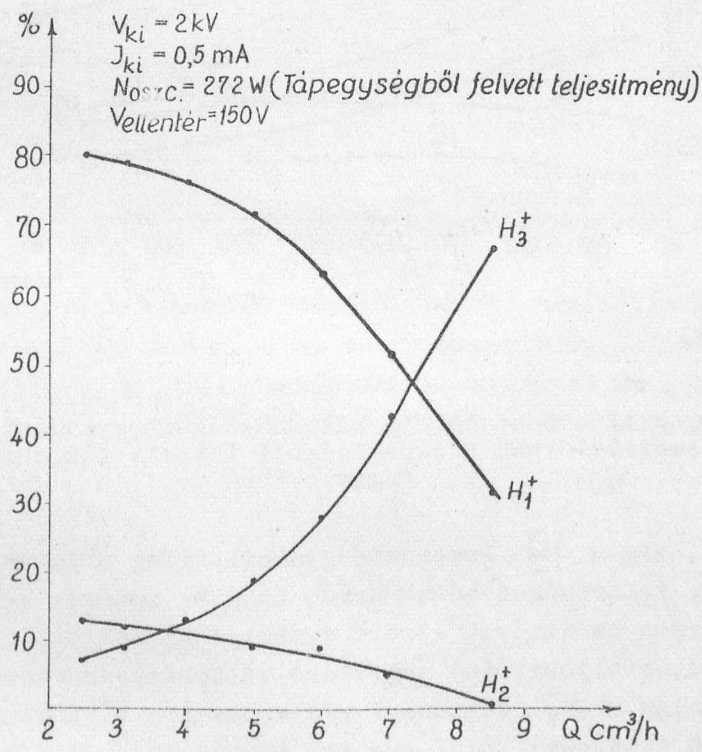
Az elektróda nélküli kisülési csőből származó ionnyaláb tömegeloszlásának a kisülési térben uralkodó nyomástól és az oszcillátorteljesitménytől való függését vizsgáltuk meg. Az ionforrásból kijövő ionnyaláb tömegspektruma, amelyet ~ 3-4 cm³/órás gázfogyasztás és közepes oszcillátorteljesitmény mellett vettünk fel, a 8. sz. ábrán látható. Ez



8. ábra
Az ionnyaláb tömegeloszlása

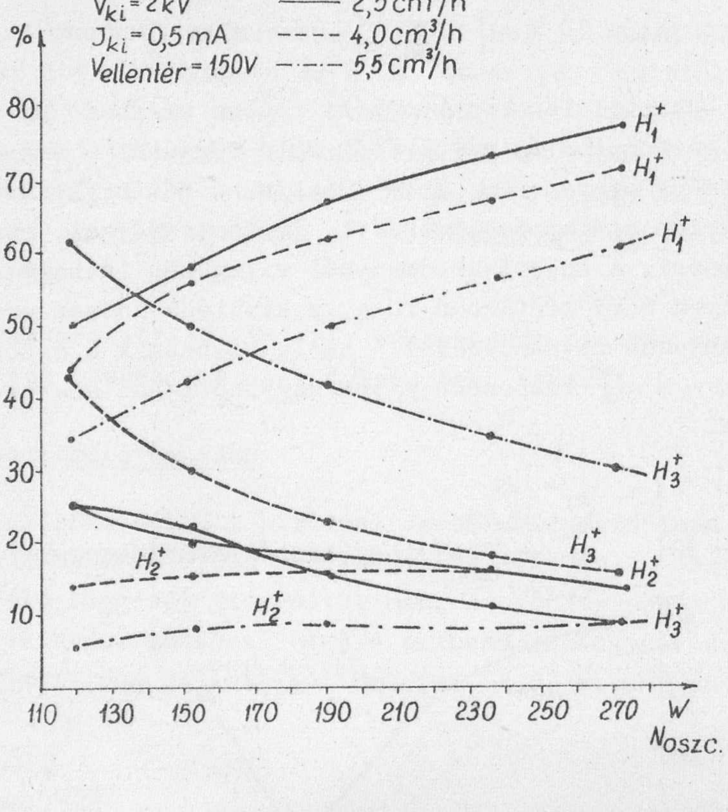
esetben az ionnyaláb 70 % H_1^+ 13% H_2^+ és 17% H_3^+ iont tartalmazott.

Az ionnyaláb összetételének a kisülési csőben uralkodó nyomástól - esetünkben a gázfogyasztás mértékétől való függését - nagyobb oszcillátorteljesitmény esetén a 9. ábra mutatja. A gázfogyasztás mértékét egy Ni diffuziós szelep segitségével, jó pontossággal reprodukálhatóan tudtuk mérni. A kapott eredményből világosan látható, hogy a H_1^+ és a H_3^+ milyen nagy mértékben függ, a kisülési csőben uralkodó nyomástól. A gáznyomás növekedésével - amely egybeesik a szabad uthossz rövidülésével - a H_3^+ komponens egyre nagyobb %-ban szerepel a H_1^+ és H_2^+ rovására.



9. ábra
Az ionnyaláb összetétele a gázfogyasztás függvényében

Az ionnyaláb összetételének az oszcillátor teljesitményétől való függését három különböző nyomásérték esetén a 10. ábrán tüntetjük fel. Mindhárom ábra egyértelmüen azt mutatja, hogy a nagyobb oszcillátorteljesitmények esetén a H_1^+ aránya nő, az alacsonyabb oszcillátorteljesitményeknél kapott értékekhez képest, ugyanakkor a H_3^+ kom-



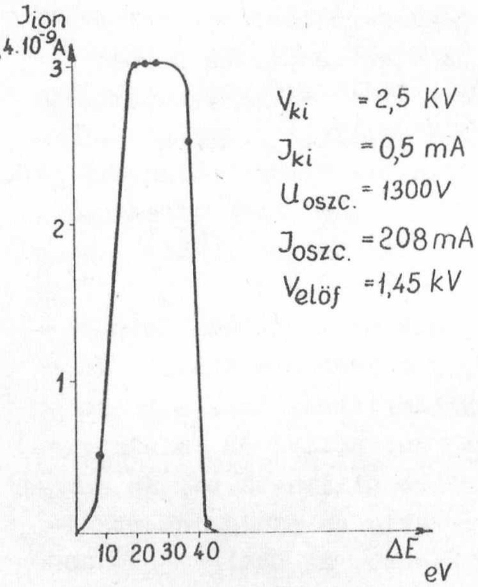
10. ábra

Az ionnyaláb összetétele különböző gázfogyasztás esetén, az oszcillátornak a tápegységből felvett teljesitménye függvényében

ponens csökken, mig a H_3^+ komponens gyakorlatilag alig változik. A mért eredmények lehetőséget adnak arra, hogy az ionáram komponenseinek arányát bizonyos határok között szabályozni tudjuk, a gáznyomás és oszcillátorteljesitmény megfelelő változtatása esetén. Igy mind a H_1^+, mind a H_3^+ komponens részarányát a feladatnak megfelelően be lehet állitani: /pl.: negativ ionnyaláb előállitásához szükséges nagy H_3^+ részarány is könnyen beállitható, lásd. 9. 10. ábra/.

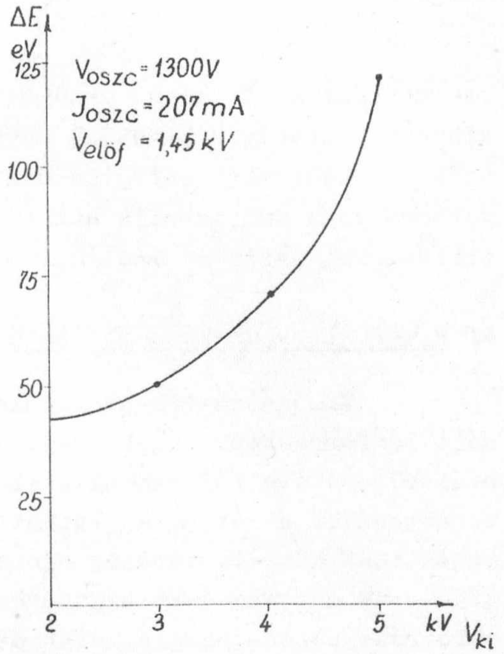
3/ <u>Az ionnyaláb energiaszórása</u>

Az általunk használt ionforrás - amelynek kiszivórendszere $\frac{D}{d} = 2,5$, $\frac{l}{d} = 8,8$ és $h = 4,2$ mm paraméterekkel rendelkezik - energiaspektruma 2,5 kV kihuzófeszültség és közepes RF teljesitmény esetén a 11/a.sz. ábrán látható. Az energiaszórást az adott kiszivó-



11/a. ábra

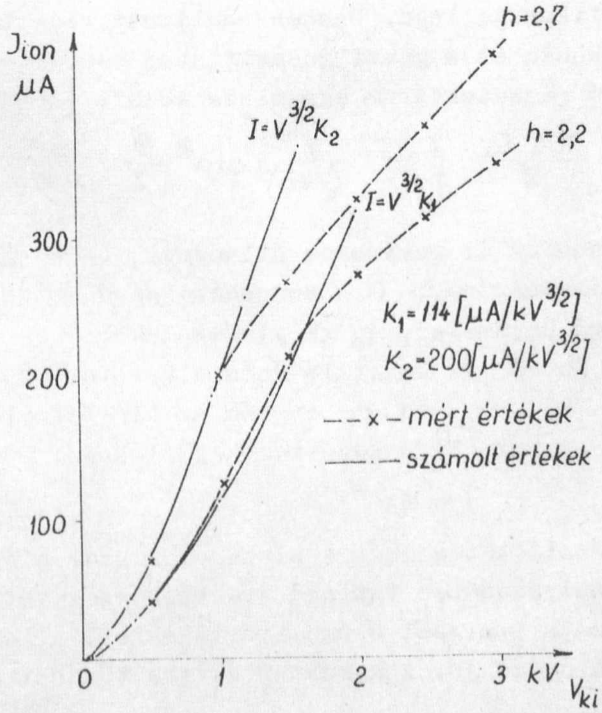
Az ionnyaláb energiaspektruma



11/b. ábra

Az ionnyaláb energiaszórása a kihuzófeszültség függvényében

rendszer optimális optikai beállitásánál kapott maximális ionáramintenzitás értéknél mértük /5. ábra/ és az energiaspektrum teljes szélessége $\sim$ 40 eV-nak adódott. A kihuzófeszültség növelésével az ionnyaláb energiaszórása a 11/b.ábrán feltüntetett mértékben növekedett. Az energiaszó-



12. ábra

rás mértéke az általunk vizsgált kiszivórendszerü ionforrásnál 4 kV kihuzófeszültségig kisebb a bevezetőben az első csoportba sorolt ionforrásoknál mért energiaszórásnál, és 4-5 kV kihuzófeszültségü tartományban sem haladja meg az azokkal mért értéket, azonos oszcillátorteljesitmény esetén.

4/ A mérési eredmények értékelése

Vizsgálataink azt mutatták, hogy a kisérletekben felhasznált ionforrástipus igen stabilan müködő, jól kézbentartható ionnyalábösszetétellel rendelkezik. Az ionnyaláb intenzitása a h változtatásával az 5. ábrán látható maximális intenzitás és minimális intenzitás között, tetszés szerinti értékekre állitható be. Az energiaszórás mértéke 4 kV kihuzófeszültség értékig az eddig ismert ionforrástipusok energiaszórás értékeinél kisebb. Az eddig ~ 300 órás élettartamvizsgálat után, az ionforrás és előfókuszálórendszer elektrodái és szigetelő alkatrészei a további müködtetésre alkalmas állapotban voltak, igy még tovább müködtetjük a teljes élettartam meghatározása céljából. Az élettartamvizsgálat ideje alatt az ionáram intenzitása azonos paraméterek esetén gyakorlatilag nem változott.

A mérési eredményekből felhasználva az 5. és 7. ábrákon lévő karakterisztikákat, megállapithatjuk, hogy a görbék felfutási szakasza parabolikus jellegü. Összehasonlitást végeztünk a karakterisztikák e szakasza és a gömbi geometriával rendelkező kiszivórendszerre vonatkozó részecskeáram egyenlete között [18],

$$I = \frac{16\pi\varepsilon_0}{9}\sqrt{2\eta}\,\frac{V^{3/2}}{(-\alpha)^2}\sin^2\frac{\Theta}{2} \qquad /1.a/$$

/ahol az ε_0 a vákuum dielektromos állandója, $\eta = \frac{e}{m}$ töltés-tömeg viszony adott részecskére, $-\alpha$ a koncentrikus gömbi elektrodák $\frac{r_a}{r_k}$ viszonyától függő paraméter, r_a a plazmaelektrod és r_k a kihuzóelektrod sugara és Θ az emittáló felülethez tartozó fél kupszög./ Mivel egy adott h, r_a és r_k esetén az /1/ formulában az α és Θ is állandó, igy az /1/ a következőkép irható:

$$I = KV^{3/2} \qquad /1.b/$$

A 12. ábrán ábrázolt két görbét a kiszivórendszer elektrodái közel koncentrikus elhelyezéséhez tartozó h értékeknél vettük fel és hasonlitottuk össze a 1/a.-ból számolt értékekkel. A kezdeti szakaszban a megegyezés egész jó. A karakterisztika további szakaszában tapasztalt nagymértékü h és ℓ függés a kiszivórendszer geometriájából, a tértöltéshatásból és az ionkoncentráció véges voltából adódhat. Az optimális áramátvitelhez tartozó h_{opt} adott ℓ, d és D értékek mellett, egyszerü, tisztán geometriai megfontolásból, jó közelitéssel meghatározható; ismeretes, hogy egy d átmérőjü és ℓ hosszuságu hengeren a maximális áram $tg\,\gamma = \frac{d}{\ell}$ által meghatározott belépési szögnél lehetséges [18]. Esetünkben a maximális áramátvitel akkor következik be, ha

$$tg\,\gamma = tg\,\gamma' \qquad /2/$$

/ahol $tg\,\gamma' = \frac{D-d}{2h}$ lásd 4. ábra/ mivel ekkor a D átmérőjü emittáló felület kihasználása maximális. A 2 feltételből a h_{opt}-ra

$$h_{opt} \approx \frac{\ell(D-d)}{2d} \qquad /3/$$

összefüggés adódik.

A 3 formulából számolt és a karakterisztikákból leolvasható maximális ionáram esetéhez tartozó h_{opt}-értékek egész jó megegyezést mutatnak.

I r o d a l o m

[1] Thonemann,P.C.: Nature 158, 61 /1946/ Proc.Roy.Soc. 61, 483 /1948/

[2] Hall,R.N.: Rev. Sci. Intr. 19, 905 /1948/

[3] Moak,C.D., Reese, W.M.: Good Nocleonics 9, 3 /1951/

[4] Reifenschweiler,O.: Ann.d.Phys. 14, 33 /1954/

[5] Harold,P., Russel,A., Rohn,T.: Rev.Sci.Inst. 25, 989 /1954/

[6] Erő János: Magy.Fiz.Folyóirat III. 529 /1955/

[7] Морозов В.М. Докл. А.Н. СССР, I955. I02, 6I.

[8] Erő János: Acta Phys. Hung. 5, 391 /1956/

[9] Erő J., Vályi L.: KFKI. Közl. 5, 414 /1957/

[10] Bayly,A.J., Ward,A.G.: Canad. I.Res. 36, 69 /1948/

[11] Moreau,J. Vienet,R.: Rapp. C.E.A. AC-4972 /jan.1957/

[12] Reifenschweiler,O.: Elektrotech. Masch-Bau Österr, 74, 96 /1957/

[13] Thonemann,P.C., Harrison,E.R.: A.E.R.E. GP/R 1190

[14] Серо́инов А.Н., Морока В.М., П.Т.Э № 5, 27 /I960/

[15] Валтер А.К. и другие. Электростатические ускорители заряженных частиц. Москва /I963/

[16] Páris Gyula; KFKI Közl. 9, 301 /1961/

[17] Gombos P., Roósz J., Vályi L.: KFKI. Közl. 12, 241 /1964/

[18] Páris Gyula: KFKI Közl., 9, 57 /1961/

Érkezett: 1964. okt. 25.
KFKI Közl. 12.évf. 6.szám, 1964.

33 /1948/

/

/1957/

ных