1988

Vol.14.No.1.1966

KFKI

KÖZLEMÉNYEK

ОБЩЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНОГО ИНСТИТУТА ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

EPORTS OF THE CENTRAL RESEARCH INSTITUTE FOR PHYSICS

Szerkeszti: Ádám András

Главный редактор: А. Адам

Editor: A. Ádám

A KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET KIADÓI CSOPORTJA

ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА ЦЕНТРАЛЬНОГО ИНСТИТУТА ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

PUBLISHING GROUP OF THE CENTRAL RESEARCH INSTITUTE FOR PHYSICS

BUDAPEST, 114. POB 49.

Technikai szerkesztő: Nagy Imréné — Példányszám: 320

Megjelent: 1966. febr. 5. — Rotaszám: 2449

A kiadásért felelős: Jánossy Lajos

Megjelenik: kéthavonta

Előfizethető: az MNB 100.015-70 bevételi számlán

Előfizetési dij: egyes szám 5,-Ft, egy évre: 30,-Ft /6 szám/

ÖSSZESITETT TARTALOMJEGYZÉK AZ 1966. ÉVBEN MEGJELENT SZÁMOKHOZ

Oldal

KFKI KÖZLEMÉNYEK

T A R T A L O M

Р е з ю м е

I. Разложение функции $e^{-x^2/2}\int_0^x e^{u^2/2}du$ по методу Чебышева

Г. Нэмет

В настоящей работе описывается разложение функции $e^{-x^2/2}\int_0^x e^{u^2/2}du$ по методу Чебышева. С практической точки зрения эти разложения более целесообразны, чем применяемые в литературе, так как они быстрее сходятся. Коэффициенты ряда Чебышева, относящиеся к $0 \le x \le a$, уменьшаются на 4^{-n} быстрее коэффициентов Тейлора. В случае $x \ge a$ вместо дивергентного асимптотического ряда дается конвергентный ряд Чебышева. Этот ряд сходится в порядке $e^{-\lambda n^{2/3}} O(n^{-1/3})$ $n \to \infty$, $Re\lambda > 0$.

2. Приближение примитивной функции функции Бесселя мнимого аргумента с индексом 0

Г. Нэмет

С целью вычисления интеграла $\int_0^x I_0(t)dt$ в настоящей работе даются точные полиномные приближения для 9 десятичных знаков ($I_0(t)$ обозначает функцию Бесселя мнимого аргумента).

3. Об обработке системы колец интерферометра Фабри-Перот

Л. Чиллаг и Л. Варга

Было исследовано, где целесообразно установить место щели спектрографа в направлении радиуса в системе колец интерферометра Фабри Перот для того, чтобы для доли порядка получить оценку с наименьшим рассеянием. Было найдено, что в большинстве случаев надо выбрать симметричное центру расположение.

4. Об одном простом определении параметров экспоненциальной кривой распада

Л. Варга

Изучается так называемый метод Прони распада на экспоненциальный компонент со статистической точки зрения, в простейшем случае: при определении параметров кривой распада с одним компонентом.

5. <u>Получение монохроматических холодных нейтронов с помощью монокристаллов</u>

Я. Гордон

Были измерены интенсивность и разрешение по длине волны в монохроматическом пучке нейтронов, отраженных от монокристаллов магнетита, германия и слюдовых пластинок, собранных в пакет. Монокристалл магнетита особенно пригоден для получения пучка холодных нейтронов с разрешением $\frac{\delta \cdot \lambda}{\lambda} \sim 2\%$.

6. <u>Угловое разрешение установки для исследования критического рассеяния нейтронов</u>

Я. Гордон и Е. Шоём

Рассеяние тепловых и холодных нейтронов успешно используется для изучения поведения магнитных материалов в окрестности точки кюри. Показано нами, что в случае, если горизонтальное и вертикальное расхождения по углам примененных коллиматоров малы относительно угла рассеяния, то угловые зависимости интенсивности и сечение совпадают; если $\left(\frac{\varepsilon_1}{\vartheta}\right)^2$ то коррекция меньше, чем $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$, где ε_1 - горизонтальный, ε_2 - вертикальный угол расхождения, ϑ - угол рассеяния.

7. <u>Измерение пропускаемости монохроматоров при монохроматическом свете с плоскостно-поляризованным входом</u>

К. Кантор и Т. Шаламон

Была измерена пропускаемость двух однотипных монохроматоров (Zeiss - SPM-2) в области спектра 360-800 nm, снабженных кварцевой и стеклянной призмами, а также плоской решеткой при направлении входящего монохроматического поляризованного света параллельно и перпендикулярно граням щели. Результаты измерений показывают, что величины пропускания должны быть определены по составляющим элементам экспериментально и отдельно для каждого монохроматора.

8. Анализ изотопов урана с масс-спектрометром методом термической ионизации
И. Опауски и Л. Матуш

Были проведены эксперименты по определению изотопного состава урана, основанные на измерении термической эмиссии урана с вольфрамовой нитью. Измерения с нитью, на которую наносился спеканием порошок вольфрама, проводились на приборе MI- I305; другая группа измерений - с графитной суспензией - на приборе CsF - 500. Оба прибора были однофокусированные, с ионным радиусом 20 см. Измерение ионного тока производилось усилителем постоянного тока. Установлено, что при соответственно выбранных условиях измерения, использованные типы приборов могут быть пригодными для определения изотопного состава урана термической ионизацией. Особенно пригодным оказалось использование суспензии порошка графита, поскольку при небольших количествах урана в течение продолжительного времени был получен постоянный ионный ток достаточно большой интенсивности U .

9. Определение интенсивности дозы нейтронов измерением потока и средней энергии
Ж. Макра

Было построено устройство для измерения средней энергии нейтронов с энергией E > I0 кэв. Принцип действия нашего устройства следующий : нейтронный поток, падающий на замедлитель, замедляется в нем, и пространственное распределение медленных нейтронов зависит от первичной энергии нейтронов. Измерение производится так, что перед детектором термических нейтронов, расположенном на поверхности полиэтиленового блока помещаются полиэтиленовые диски различной толщины.Описывая "методом первого столкновения" асимптотическое поведение пространственного распределения, калибровка по энергии и зависимость чувствительности от энергии устройства получаются в хорошем согласии с измерениями.

Summaries

1. Chebyshev Expansion of the Function $e^{-x^2/2}\int_0^x e^{u^2/2}du$

G.Németh

The Chebyshev expansions of the function $e^{-x^2/2}\int_0^x e^{u^2/2}du$ are considered. It is shown that, owing to their earlier convergence, these expansions are more practical than other expansions of the function known from the literature. The Chebyshev coefficients for $0 \le x \le a$ reduce by a factor of about by 4^{-n} higher than the Taylor coefficients. Instead of the divergent asymptotical expansion, a convergent Chebyshev series is given for $x \ge a$ the convergence of which is of the order $e^{-\lambda n^{2/3}} O(n^{-1/3})$ $n \to \infty$, $Re\,\lambda > 0$.

2. Approximation to the Elementary Bessel Function of Zero Index with Imaginary Argument

G.Németh

Polynomial approximations to 9 digit accuracy are given for the evaluation of the integral $\int_0^x I_0(t)dt$ where $I_0(t)$ stands for the Bessel function with imaginary argument.

3. On the Evaluation of Interference Patterns in Fabry-Perot Interferometer

L.Csillag and L.Varga

Investigations have been made to determine the optimum radial position of the spectrograph slit on the interference pattern to obtain the minimum standard deviation in the estimate of the fractional part ε . As a rule the position symmetrical to the centre proved to be the most satisfactory.

4. Simple Method for the Evaluation of the Parameters of Exponential Decay Curves
L.Varga

Expansion in exponential terms by the so-called Prony method is considered from the statistical aspect in the most simple case when the parameters of the decay curve with a single exponential term are evaluated.

5. Production of Monochromatic Cold Neutron Beam with the Use of Monocrystals
J.Gordon

Intensity and wavelength resolution measurements of monochromatic neutron beam reflected from magnetite, germanium monocrystals and myca sheets are reported. Monocrystalline magnetite proved to be particularly useful for the production of cold neutron beam with wavelength resolution $\frac{\delta\lambda}{\lambda} \sim 2\%$.

6. Angular Resolution of Critical Scattering Experiments
J.Gordon and J.Sólyom

Scattering of cold and thermal neutrons is a useful tool for investigating the behaviour of magnetic materials in the vicinity of their Curie temperature. It is shown that the angular distribution of the intensity approximates the cross section formula, if the vertical and horizontal angular divergence of the collimators applied is small as compared with the scattering angle. The correction is smaller than $\left(\frac{\varepsilon_1}{\vartheta}\right)^2$, if $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$, where ε_1 and ε_2 are the horizontal and vertical divergences, respectively, and ϑ is the scattering angle.

7. Transmission Efficiency of Monochromators for Monochromatic Plane-polarized Light
K.Kántor and T.Salamon

The transmission efficiency has been evaluated for two monochromators of identical type /Zeiss SPM-2/ with quartz and glass prisms and plane gratings in the spectral range from 360 to 800 nm when the incident monochromatic light was beeing polarized in the direction parallel and normal to the entrance slit. The results show that the transmission values have to be determined experimentally per monochromator for each of the dispersing elements involved.

8. Mass-Spectrometric Isotopic Analysis of Uranium Using Thermionic Emission

I.Opauszky and L.Matus

Experiments have been performed to determine the isotopic composition of uranium mass-spectrometrically. For the production of ions thermionic emission from tungsten filament has been used either in a form sintered with powdered tungsten or coated with graphite powder applied in aqueous suspension.

The measurements were carried out for the former with MI-1305,for the latter with CSF-500 model mass-spectrometer, each being a single focusing type with an ion beam radius of 20 cm and d.c. amplifier for ion detection. Both mass-spectrometers were found to be adequate for the isotopic analysis of uranium under appropriately chosen experimental conditions. The suspension method proved to be particularly useful because of its simplicity and the fairly stable and high thermionic ion intensity obtained for quite a long time from relatively small amounts of uranium.

9. A Device for the Measurement of Average Neutron Energies

S.Makra

A device for the determination of the average energies of relatively low neutron fluxes is described. Its principle of operation is based on that for a flux of fast or intermediate energy neutrons incident on a moderator, the space-distribution of thermalized neutrons is dependent on the incident neutron energy.

The space-distribution is measured by using a boron-lined thermal neutron counter and polyethylene discs of various thicknesses.The asymptotic behaviour of the space-distribution is described by the "first collision method". In this way the main characteristics of the instrument can be determined. Theoretical calculations are in good agreement with experimental results. The energy range covered by the instrument is from 10 keV to 15 MeV, its sensitivity is of the order of 10^{-1}-10^{-2} count per unit fluence.

AZ $e^{-x^2/2}\int_0^x e^{u^2/2}du$ FÜGGVÉNY CSEBISEV SORFEJTÉSE

Irta: Németh Géza

Összefoglalás

A dolgozatban az $e^{-x^2/2}\int_0^x e^{u^2/2}du$ függvény Csebisev sorfejtéseivel foglalkozunk. Ezek a sorfejtések praktikus szempontból célszerübbek az irodalomban használatosaknál, mivel gyorsabban konvergálnak. A $0 \leq x \leq a$-ra vonatkozó Csebisev sor együtthatói kb. 4^{-n}-nel gyorsabban csökkennek a Taylor sor együtthatóinál. Az $x \geq a$ esetben a divergens aszimptotikus sor helyett konvergens Csebisev sort adunk meg. E sor az

$$e^{-\lambda n^{2/3}} O(n^{-1/3}) \qquad n \to \infty \quad , \quad Re\lambda > 0$$

rendben konvergál.

1/ Bevezetés

Jelen dolgozatunkban az

$$F(x) = e^{-x^2/2}\int_0^x e^{u^2/2}du$$

függvény un. Dawson integrál Csebisev sorfejtésével foglalkozunk. Ismeretes [1] , hogy e sorfejtés részletösszegei a függvényt legjobban megközelitő polinomokhoz igen közel esnek, és igy a függvény értékeinek generálására akár kézi számoláshoz, akár elektronikus gépen program készitéshez kiválóan alkalmasak.

E függvényre az irodalomban jól kidolgozott táblázatok készültek [2] , [3], de ezek számológépben való függvénygenerálásra /vagy kis pontosságuk, vagy nagy terjedelmük miatt/ kevéssé alkalmasak.

Dolgozatunkban először az $F(x)$ függvény $0 \leq x \leq a$ a intervallumra vonatkozó Csebisev sorfejtését határozzuk meg. A sorfejtés együtthatói kb. 4^{-n}-nel gyorsabban csökkennek a Taylor sor megfelelő együtthatóinál.

Továbbá, $x \geq a$ esetére a jól ismert divergens aszimptotikus sor helyett konvergens Csebisev sort adunk meg. E sor konvergenciájának

$$e^{-\lambda \; n^{2/3}} \; O(n^{-1/3}) \qquad n \to \infty \; , \qquad Re\; \lambda > 0$$

a rendje. Mindkét esetben a sorfejtési együtthatókat rekurziv képletekből határozzuk meg.

Végezetül az együtthatók numerikus értékeit $a = 4$ esetén táblázatosan adjuk meg

2/ Csebisev sorfejtés $0 \leq x \leq a$ esetére

A $F(x)$ függvényt néhány egyszerü átalakitás után a következő alakba irhatjuk:

$$F(x) = x/2 \int_0^1 e^{-x^2/2\, u} (1-u)^{-1/2} du \; .$$

Helyettesitsük ide be az exponenciális függvény Taylor sorát, igy $F(x)$ Taylor sora adódik

$$F(x) = x - \frac{x^3}{1.3} + \frac{x^5}{1.3.5} + \cdots = x \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n x^{2n} \; ; \qquad a_n = O\left(\frac{2^{-n}}{\Gamma(n+3/2)}\right) \; .$$

Ha most az exponenciális függvény helyére az alábbi Csebisev-sort helyettesitjük,

$$e^{-\alpha s} = e^{-\alpha/2} I_0(\alpha/2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-\alpha/2} I_n\left(\frac{\alpha}{2}\right) T_n^*(s) \qquad 0 \leq s \leq 1 \; ,$$

ahol $T_n^*(s)$ a Csebisev polinomot, $I_n(x)$ a képzetes argumentumu reguláris Bessel-függvényt jelöli, és

$$x = at \; , \quad 0 \leq t \leq 1 \; , \quad s = t^2 \; , \quad \alpha = a^2/2 \; ,$$

megkapjuk $F(x)$ Csebisev sorát

$$F(x) = x \left\{ A_0(a) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n A_n(a) T_{2n}(x/a) \right\} \; , \qquad 0 \leq x \leq a \; ,$$

$$A_n(a) = \frac{1}{2} \int_0^1 I_n\left(\frac{a^2}{4} u\right) e^{-\frac{a^2}{4} u} (1-u)^{-1/2} du \; . \qquad /1/$$

Felhasználva, hogy rögzitett x -re

$$I_n(x) = \frac{(x/2)^n}{n!}\left\{1 + O\left(\frac{1}{n}\right)\right\}, \quad n \to \infty$$

könnyen meghatározhatjuk $A_n(a)$ aszimptotikus viselkedését $n \to \infty$ -re:

$$A_n(a) = O\left(\frac{a^{2n}\, 8^{-n}}{\Gamma(n+3/2)}\right).$$

Ebből a becslésből látható, hogy a Csebisev sor konvergenciája kb. 4^{-n}-es faktorral gyorsabb a Taylor sorhoz képest. Az A_n számokat integrálelőállitásuk segitségével könnyebben számolható alakra hoztuk:

$$A_0(a) = \frac{1}{a}\int_0^a e^{-u^2/2}\,du,$$

$$A_n(a) = A_{n+1}(a) + \frac{\sqrt{2\pi}}{a}\, e^{-a^2/4}\, I_{n+1/2}(a^2/4),$$

$$n = 0, 1, 2, \ldots$$

E képletek alapján a Csebisev sor együtthatóinak számitása rekurziv módon történhet.

3/ <u>Csebisev sorfejtés $x \geq a$ esetére</u>

Az $x \geq a$ -ra $F(x)$ számitását az

$$F(x) \sim \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + \frac{1.3}{x^5} + \frac{1.3.5}{x^7} + \cdots$$

aszimptotikus sor segitségével végzik [4], [5], ez a sor nyilvánvalóan divergens.

Mi most az $F(x)$ függvény Csebisev sorát fogjuk vizsgálni egy egyszerü integrálelőállitás segitségével.

Integráljuk az $e^{\frac{1}{2}(z^2-x^2)}$ függvényt z szerint a komplex sikon, a $[0, x\,;\, x+iN\,,\, iN\,; 0]$ zárt téglalapon. Az $N \to \infty$ határátmenet elvégzése után egyszerü számolással azt kapjuk, hogy

$$F(x) = \int_0^\infty \sin xu\, e^{-u^2/2}\,du,$$

legyen továbbá $\sigma = \frac{a}{x}$, $(0 \leq \sigma < 1)$ és $\eta = u/\sigma$ akkor,

$$F(x) = \frac{1}{x}\int_0^\infty a \sin a\eta\, e^{-\frac{1}{2}\eta^2\sigma^2}\,d\eta.$$

Helyettesitsük be ide az exponenciális függvény Csebisev sorát /$\alpha = \frac{1}{2}\eta^2$, $s = \sigma^2$/, megcserélve az integrálás és összegezés sorrendjét $F(x)$ Csebisev sorát nyerjük:

$$F(x) = \frac{1}{x}\left\{ B_0(a) + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n B_n(a) T_{2n}(\sigma)\right\}, \quad \sigma = a/x \; ,$$

ahol /2/

$$B_n(a) = \int_0^{\infty} a \sin a\eta \, e^{-\frac{1}{4}\eta^2} I_n\left(\tfrac{1}{4}\eta^2\right) d\eta \, .$$

$$n = 0, 1, 2, \ldots$$

A B_n számok numerikus számolás céljára igen kényelmetlen alakban / erősen oszcilláló impropriusz integrál formájában/ adódtak. A következőkben a $B_n(a)$ integrálokat egyszerübb, könnyebben számolható alakra hozzuk. Számitsuk ki ugyanis a

$$H_n(p) = \int_0^{\infty} e^{-pa^2} B_n(a)\, da$$

integrált:

$$H_n(p) = \frac{\sqrt{\pi}}{2p^{3/2}} \int_0^{\infty} \eta e^{-\eta^2/4\left(1+\frac{1}{p}\right)} I_n\left(\tfrac{1}{4}\eta^2\right) d\eta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{p}} \frac{1}{\sqrt{1+2p}} \frac{(2p)^n}{\left(1+\sqrt{1+2p}\right)^{2n}} \, .$$

Ez utóbbi képletet felhasználhatjuk a $B_n(a)$ értékek explicit meghatározására. A $H_n(p)$ függvényekre, mint Laplace-transzformáltakra alkalmazva ugyanis az invertálás ismert technikáját, az első három $B_n(a)$ együtthatóra a következő kifejezéseket kapjuk:

$$B_0(a) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, a\, e^{-a^2/4} I_0(a^2/4) \; ,$$

$$B_0 - B_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, a^3 e^{-a^2/4}\left[I_0\left(\frac{a^2}{4}\right) + I_1\left(\frac{a^2}{4}\right)\right] - 2a^2 \; ,$$

$$B_0 - B_1 - 3(B_1 - B_2) = 4a^2(B_0 + B_1 - 1) \; .$$

A további B_n számokat rekurziós képletből fogjuk kiszámitani. Először a $H'_{n+1} + H'_{n+2}$ kifejezést vizsgáljuk meg:

$$H'_{n+1} + H'_{n+2} = \frac{d}{dp}\left[\sqrt{\frac{\pi}{p}}\,\frac{(2p)^{n+1}}{(1+\sqrt{1+2p})^{2n+3}}\right] =$$

$$= (2n+1)\sqrt{\frac{\pi}{p}}\,\frac{(2p)^{n}}{(1+\sqrt{1+2p})^{2n+3}} - (2n+3)\sqrt{\frac{\pi}{p}}\,\frac{1}{\sqrt{1+2p}}\,\frac{(2p)^{n+1}}{(1+\sqrt{1+2p})^{2n+4}} =$$

$$= (2n+1)\frac{1}{4}\left(H_n - H_{n+1} - H_{n+2} + H_{n+3}\right) - (2n+3)\frac{1}{2}\left[H_{n+1} - 2H_{n+2} + H_{n+3}\right]$$

Ebből rendezés után differencia-differenciálegyenletet nyerünk:

$$(2n+1)(H_n - H_{n+1}) - 2(2n+3)(H_{n+1} - H_{n+2}) + (2n+5)(H_{n+2} - H_{n+3}) = 4(H'_{n+1} + H_{n+3})$$

Elvégezve a „p" szerinti inverziót, $B_n(a)$ rekurziós képletét nyerjük:

$$(2n+1)(B_n - B_{n+1}) - 2(2n+3)(B_{n+1} - B_{n+2}) + (2n+5)(B_{n+2} - B_{n+3}) = -4a^2(B_{n+1} + B_{n+3}).$$

Megjegyezzük, hogy a $B_n(a)$ számok hipergeometriai függvényekkel is kifejezhetők. Ha a H_n kifejezést hipergeometriai függvénnyel irjuk fel:

$$H_n(p) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{p}}\,(p/2)^n\,{}_2F_1\left(n+\frac{1}{2}, n+1; 2n+1; -2p\right)$$

majd erre alkalmazzuk a reciprok átalakitást:

$$H_n(p) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{1}{p}\,{}_2F_1\left(n+1/2, -n+\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2p}\right) - \frac{n\sqrt{2}}{p^{3/2}}\,{}_2F_1\left(n+1, 1-n; 3/2; -\frac{1}{2p}\right)\right]$$

végül tagonként elvégezzük az invertálást, az alábbi eredményt kapjuk:

$$B_n(a) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\cdot a\cdot {}_2F_2\left(n+\frac{1}{2}, -n+\frac{1}{2}; \frac{1}{2}, 1; -\frac{a^2}{4}\right) -$$

$$- 2na^2\,{}_2F_2\left(n+1, -n+1; 3/2, 3/2; -a^2/4\right).$$

Rátérve a /2/ Csebisev sor konvergenciájának vizsgálatára, $B_n(a)$ aszimptotikus alakját határozzuk meg $n \to \infty$ esetére. A $B_n(a)$ kifejezés Laplace-transzformáltja segitségével az alábbi Mellin-integrállal adható meg:

$$B_n(a) = \frac{a}{i\sqrt{2\pi}}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\frac{(2p)^{n-\frac{1}{2}}}{(1+\sqrt{1+2p})^{2n}}\,\frac{e^{a^2p}}{\sqrt{1+2p}}\,dp\,.$$

Erre az integrálra alkalmaztuk a nyeregpont módszert, és a következő eredményt nyertük:

$$B_n(a) = e^{-\mu n^{2/3}}\, O(n^{-1/3}) \,, \quad n \to \infty \,,$$

$$\mu = 3.2^{-4/3}\left[1 - i\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right] .$$

4/ Numerikus alkalmazás

Az $F(x)$ függvény Csebisev sorainak együtthatóit /az A_n és B_n számokat/ csökkenő n -ek irányában haladó rekurzióval határoztuk meg /Miller módszer/.

A B_n számok rekurziv számitása közvetlenül a Miller módszerrel nem volt eredményes. K.A. Karpov volt szives felhivni a figyelmemet arra, hogy oszcilláló "Miller sorozat" esetén C.W. Clenshaw módszere célszerü lehet. E módszer [6] lényege az, hogy a $B_n(a)$ számok rekurziós képletét megoldjuk két / α_n és β_n / "Miller sorozatra" csökkenő „n" -ek irányában, az

$$\alpha_N = \varepsilon \,, \quad \alpha_{N+1} = \alpha_{N+2} = 0 \,, \qquad \varepsilon \neq \delta \,,$$
$$\beta_N = \delta \,, \quad \beta_{N+1} = \beta_{N+2} = 0 \,,$$

kezdő értékekkel indulva, majd α_n és β_n lineáris kombinációját képezzük:

$$B_n \sim A\alpha_n + B\beta_n \,.$$

Az A és B számok meghatározhatók pl. a

$$B_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} B_n = 1 \,,$$
$$B_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n B_n = aF(a)$$

egyenletek segitségével.

A numerikus számitást $a=4$ esetére végeztük el, és az A_n ill. B_n számokat az I. ill. II. táblázatban adjuk meg. Az /1/ és /2/ sorok alapján programot készitettünk az $F(x)$ függvény értékeinek generálására az URAL I. elektronikus számológépen. A program jól müködött.

A szerző köszönetet mond K.A. Karpovnak emlitett megjegyzéséért, továbbá Vizi Margitnak a gépi program elkészitésénél nyujtott segitségéért.

<u>Táblázat</u>

I.

n	$A_n=\frac{1}{2}\int_0^1 e^{-4u}\, I_n(4u)\,\frac{du}{(1-u)^{1/2}}$
0	0,313308 687321 3
1	0,376701 240299 6
2	0,189096 408228 4
3	79883 897938 8
4	28794 703729 6
5	8988 283306 1
6	2463 535049 7
7	600 172331 2
8	131 352910 1
9	26 063020 4
10	4 725630 9
1	788341 1
2	121723 2
3	17486 4
4	2348 0
5	295 9
6	35 1
7	3 9
8	4

F(4)= 0,270396 295813 4

II.

n	$B_n=\int_0^\infty 4\sin 4\eta\, e^{-\frac{1}{4}\eta^2}\, I_n\left(\frac{1}{4}\eta^2\right)d\eta$
0	1,037753 737286 0
1	-0,040410 793983 8
2	3012 302377 6
3	- 397 020838 1
4	33 764492 9
5	14 787228 6
6	- 7 919853 1
7	599501 5
8	- 784742 3
9	- 191892 0
10	- 88826 7
1	32757 5
2	13621 1
3	- 4991 3
4	- 2701 5
5	630 4
6	594 3
7	- 26 2
8	- 125 4
9	- 21 9
20	21 6
1	10 6
2	- 1 8
3	- 3 0
4	- 6
5	5
6	3

F(4)= 0,270396 295813 9

Irodalom

[1] Natanszon, I.P.: Konstruktiv függvénytan. Akadémiai Kiadó, Bp. /145.old./

[2] Lohmander, B. and Rittsen, S.: Table of the Function $y = e^{-x^2}\int_0^x e^{t^2} dt$. Lund 1958.8.p. /From Fysiogr. Sällsk. Lund° Förhdl./ 28, 45-52, /1958/

[3] Карпов, К.А.: Таблицы функции $\omega(z) = e^{-z^2}\int_0^z e^{t^2} dt$ в комплексной области. АН СССР, Москва (1954).

[4] Hummer, D.G.: Expansion of Dawson's Function. Math. of Comput. 18, 317 /1964/

[5] Wadsworth, D. van Z.: Improved Asymptotio Expansion for the Eror Function with Imaginary Argument. Math. of Comput. 18, 662 /1964/

[6] Clenshaw, C.W.: The Numerical Solution of Linear Differential Equations in Chebyshev Series. Proc.Camb. Philos. Soc. 53, /1957/

Érkezett: 1965. márc. 20.
KFKI Közl. 14. évf. 1.szám, 1966.

A KÉPZETES ARGUMENTUMU, NULLA INDEXÜ BESSEL-FÜGGVÉNY PRIMITIV FÜGGVÉNYÉNEK MEGKÖZELITÉSE

Irta: Németh Géza

Összefoglalás

A dolgozatban 9 decimális jegyre pontos polinom közelitéseket adunk meg az $\int_0^x I_0(t)\,dt$ integrál kiszámitásához /melyben $I_0(t)$ a képzetes argumentumu Bessel-függvényt jelöli/.

Polinom approximációkat készitettünk az

$$F(x)=\int_0^x I_0(t)\,dt$$

függvény, a képzetes argumentumu Bessel-függvény integráljának kiszámitásához.

A numerikus analizis irodalmában A.J.M.Hitchcock [1] és Y.L.Luke [2] foglalkoztak Bessel-függvények integráljának approximációjával.

Az alábbiakban az URAL I. gép számábrázolásának megfelelő pontosságu képleteket adunk meg $F(x)$ -re. A $0\leq x<\infty$ intervallumot két részre osztottuk, $([0,8],\ [8,\infty])$ és olyan alaku közelitést határoztunk meg, amely az argumentum kis értékeinél az

$$F(x)=x\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n}}{(n!)^2(2n+1)}\,, \qquad /1/$$

majd az argumentum nagy értékeinél az

$$F(x)\sim\frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(n+1/2)}{\Gamma(1/2)}\cdot\frac{\rho_n}{x^n}\,,\qquad x\to\infty \qquad /2/$$

$$\rho_n=\frac{1}{\pi}\int_0^1\omega^{-1/2}(1-\omega)^{-1/2}\,\frac{1-(\omega/2)^{n+1}}{1-\omega/2}\,d\omega \qquad /3/$$

alaku sorfejtéshez illeszkedik.

Az /1/ sor részletösszege helyett az

$$F(x) = x\left\{A_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} A_n T_{2n}(x/8)\right\}, \quad 0 \le x \le 8 \qquad /4/$$

Csebisev sorfejtés részletösszegét vettük. Az A_n számokat az

$$A_n + A_{n+1} = \frac{1}{2n+1}\left[I_n^2(4) - I_{n+1}^2(4)\right], \quad n = 0,1,2,\dots \qquad /5/$$

rekurziós képlet segitségével határoztuk meg, a numerikus számitást csökkenő „n" -ek irányában végrehajtva. / A /4/ és /5/ képletekben $T_n(x)$ a Csebisev polinomot, $I_n(x)$ a képzetes argumentumu Bessel-függvényt jelöli [3] /. A /4/ sor 11 tagu részletösszegét polinommá rendeztük, és az alábbi közelitést nyertük:

$$F(x) = x\left\{\sum_{n=0}^{10} a_n (x/8)^{2n} + h\right\}, \quad 0 \le x \le 8$$

$$\max_{0 \le x \le 8} |h(x)| \sim 5.10^{-10}$$

Az a_n számokat az I. táblázatban adjuk meg.

Az $x \ge 8$ esetben azt a tényt használtuk fel, hogy $\rho_n \to 2^{1/2}$, $n \to \infty$ és igy $F(x)$ aszimptotikája erősen hasonlit az erfi (x) függvény aszimptotikájához.

Ezt a megjegyzést pontosabban fogjuk megfogalmazni.

Legyen

$$\psi(x) = \sqrt{2\pi x}\; e^{-x} F(x); \quad \varphi(x) = 2x^{1/2} e^{-x}\int_0^{x^{1/2}} e^{u^2} du .$$

Meg fogjuk mutatni, hogy $\psi(x)$ és $\varphi(x)$ között az alábbi kapcsolat áll fenn:

$$\psi(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^1 \omega^{-1/2}(1-\omega)^{-1/2}\,\frac{\varphi(x) - \frac{\omega}{2}\varphi\left(\frac{2x}{\omega}\right)}{1 - \omega/2}\, d\omega \qquad /6/$$

A /6/ reláció helyességét legegyszerübben Laplace transzformációval láthatjuk be. Legyen λ/σ , és

$$\int_0^{\infty} \lambda^{-1/2} e^{-\lambda s}\varphi(\lambda/\sigma)\, d\lambda = \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}\int_0^1 \frac{1}{\left(s + \frac{1-u^2}{\sigma}\right)^{3/2}}\, du = \sqrt{\frac{\pi}{s}}\;\frac{1}{1+\sigma s} \qquad /7/$$

$$\int_0^\infty \lambda^{-1/2} e^{-\lambda s} \psi(\lambda/\sigma) d\lambda = \frac{\sqrt{2\pi\sigma}}{1+\sigma s} \int_0^1 e^{-\lambda(1+\sigma s)} I_0(\lambda) d\lambda = \sqrt{\frac{\pi}{s}} \frac{1}{(1+\sigma s)(1+\frac{1}{2}\sigma s)^{1/2}} \qquad /8/$$

A /8/ integrál eredményét az

$$\frac{1}{(1+\frac{1}{2}\sigma s)^{1/2}} = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \omega^{-1/2} (1-\omega)^{-1/2} \frac{1}{1+\frac{1}{2}\sigma s \omega} d\omega$$

integrálelőállitás segitségével az alábbi alakra hozhatjuk:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^1 \omega^{-1/2} (1-\omega)^{-1/2} \frac{1}{1-\omega/2} \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{s}} \frac{1}{1+\sigma s} - \frac{\pi}{s} \frac{1}{1+\frac{1}{2}\sigma s \omega} \cdot \frac{\omega}{2} \right\} d\omega$$

Ha ez utóbbi integrálban tagonként alkalmazzuk az inverz Laplace transzformációt, /7/ figyelembevételével kapjuk a kivánt /6/ relációt.

A /6/ relációt ugy alkalmaztuk $\psi(x)$ megközelitésére, hogy $\varphi(x)$ polinom közelitését helyettesitettük be az integrálba az x és a $\frac{2}{\omega} x$ helyen, és ω szerint tagonként integráltunk:

$$\psi(x) = \sum c_n \rho_n \sigma^n \qquad /9/$$

A /9/ kifejezésben szereplő c_n számokat [4] munkánkban szereplő Csebisev polinom sorfejtés részletösszegéből számitottuk ki. Ezeket a számokat ρ_n -el szorozva, az alábbi közelitést nyertük:

$$F(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left[\sum_{n=0}^{14} b_n (8/x)^n + k \right], \qquad x \geq 8,$$

$$\max_{x \geq 8} |k(x)| \sim 1.10^{-9}$$

A b_n számokat a II. táblázatban adjuk meg.

Köszönetnyilvánitás

A dolgozat eredeti cime "Az $\int_0^x I_0(t)dt$ integrálról" volt. A jelenlegi cim Békéssy András lektori munkáját dicséri.

Táblázatok

I.

n	a_n
0	1,00000000040
1	5,33333323541
2	12,80000391319
3	16,25390750669
4	12,64245769984
5	6,61756948531
6	2,49589067776
7	0,69279642419
8	0,16905745203
9	0,01778201395
10	0,00766666342

II.

n	b_n
0	0,99999999892
1	0,07812562226
2	0,01569620490
3	0,00661998921
4	-0,02196681423
5	0,22277357610
6	-1,28879256328
7	4,99544558946
8	-13,16149673712
9	23,76736004100
10	-29,22811079273
1	24,00109566448
2	-12,59664191197
3	3,82690494577
4	-0,51287035389

I r o d a l o m

[1] Hitchock, A.J.M.: Polynomial Approximations to the Bessel functions of order zero and one and to related functions. M.T.A.C. 11, 86-88 /1957/

[2] Luke, Y.L.: Integrals of Bessel functions. McGraw-Hill, London /1962/

[3] Градитейн,И.С., Рижик,И.М.: Таблицы интегралов. Гос.Изд.Физ.Мат.Лит. (Москва) I957.

[4] Németh G.: Az $e^{-x^2/2}\int_0^x e^{u^2/2}du$ függvény Csebisev sorfejtése. KFKI Közl. 14, 3-10 /1966/

Érkezett: 1965. okt. 10.

KFKI Közl. 14.évf. 1.szám, 1966.

A FABRY-PEROT INTERFEROMÉTER GYÜRÜRENDSZERÉNEK KIÉRTÉKELÉSÉRŐL

Irta: Csillag László és Varga László

Összefoglalás

Megvizsgáltuk, hogy a Fabry-Perot-féle interferométer gyürürendszerén hol célszerü rádiusz irányban elhelyezni a spektográf rését ahhoz, hogy a törtrendszámra a legkisebb szórásu becslést kapjuk. Azt találtuk, hogy általában a középpontra szimmetrikus elhelyezést kell választani.

Bevezetés

Kiterjedt monokromatikus fényforrás képe a Fabry-Perot-féle interferométer képsikjában olyan koncentrikus körrendszer, amelynél a körök R_k sugarainak négyzetei számtani sorozatot alkotnak:

$$R_{k+1}^2 = R_k^2 + \Delta \quad ; \qquad (k=1,2,\ldots) \, . \qquad /1/$$

A hullámhossz meghatározása szempontjából fontos ε törtrendszámot a belső kör sugarának és a Δ növekménynek ismeretében a következő összefüggés szolgáltatja [1] :

$$\varepsilon = \frac{R_1^2}{\Delta} \, . \qquad /2/$$

A valóságban nem körrendszerrel van dolgunk. Különböző fizikai tényezők /a fényforrás által kisugárzott fény véges spektrális sávszélessége, az interferométer apparativ vonalszélessége, a leképezés, a fotografikus rögzités stb. hibái/ miatt az egyes köröknek elmosódott körgyürük felelnek meg. A körrendszeren végzett mérési eredményeink tehát véletlen hibákkal terheltek. A gyakorlatban felmerül az a kérdés, hogy a körrendszer melyik részét helyezzük el a spektrográf résén, ha a törtrendszámot akarjuk meghatározni. Pontosabban a következőkről van szó:

Feltesszük, hogy egy adott hosszuságu réssel rendelkezünk, és a körrendszernek ezen a résen belüli részén tudunk csak mérést végezni, ismerve a mérési eredményeink eloszlását, hol célszerü a körrendszeren elhelyezni a résünket ahhoz, hogy ε -ra a legkisebb szórásu becslést kapjuk? Ilyen általánosan a probléma matematikai tárgyalása igen bonyolult. A rés helyzetét igy két paraméter jellenzi, és az ε -ra kapott becslés szórását két paraméter függvényében kell diszkutálni. Gyakorlati szempontból az látszik lényegesnek, hogy rádiusz irányban hol célszerü elhelyezni a résünket? A törtrendszámra kapott becslés szórása igy, mint a rés helyzetét jelző paraméternek a függvénye, egy lépcsős függvény. Elég tehát diszkrét réshelyezeteknél kiszámitani a szórás értékét. Mi ebben a tanulmányban három - a gyakorlati kiértékelésnél számitásbajövő - réshelyzetnél határoztuk meg a szórást:

I. Középpontra szimmetrikus a rés helyzete;
II. Középpontra aszimmetrikus a rés helyzete, de még a legbelső kört tartalmazza;
III. Középpontra aszimmetrikus a rés helyzete, és a belső kört már nem tartalmazza. / "Off centre" réselhelyezés/

A spektrográffal kombinált Fabry-Perot interferométernél, főként kis tükörtávolság és nagy fókusztávolságu leképező lencse használata esetén, a spektrográf résének hasznos tartományán csak egy-két gyürü fér el. Ilyen esetekben R.Ritschl [2] és S.Tolansky [3] az "off centre" réselhelyezést javasolják. Vizsgálataink alapján mi azonban azt mondhatjuk, hogy ez a legrosszabb réselhelyezés.

A probléma matematikai tárgyalása

Méréskor a gyürük középvonalának kijelölésénél követjük el a legnagyobb hibát, és a már kijelölt távolságok mérésekor elkövetett hibát az előbbihez képest elhanyagolhatjuk. A gyürük középvonalának kijelölésekor elkövetett hiba szórása a valóságban függ a meghatározandó R_1 és ε paraméterektől, sőt attól is, hogy hányadik gyürüről van szó. Tapasztalataink alapján azonban ettől a függéstől eltekinthetünk, csupán leegyszerüsitve azt mondjuk, hogy a legbelső gyürü középvonalának kijelölésekor elkövetett hiba szórásnégyzete kétszerese bármely másik gyürüre vonatkozó hiba szórásnégyzetének. Feltesszük továbbá, hogy a gyürü középvonalának kijelölésekor elkövetett hiba normális eloszlásu valószinüségi változó, amelynek várható értéke zérus, és szórása kicsi, belső gyürü esetén $2\sigma^2$, egyébként σ^2 .

Tegyük fel, hogy egy adott réshelyzetnél n független mérést végezhetünk. Legyenek ezek a mérési értékek $\eta_1, \ldots, \eta_n$. Jelölje ezeknek a várható értékét m_k :

$$m_k(R_1, \varepsilon) = \langle \eta_k \rangle \; ; \quad (k = 1,2, \ldots, n) \qquad /3/$$

és legyen a szórásmátrix $\overline{\overline{M}}$. Ekkor a paraméterek becslésére szolgáló egyenleteink [4] :

$$\begin{aligned} \bar{\zeta}\, \overline{\overline{M}}^{-1} \bar{m}_1 &= 0 \; ; \\ \bar{\zeta}\, \overline{\overline{M}}^{-1} \bar{m}_2 &= 0 \; ; \end{aligned} \qquad /4/$$

ahol a megfelelő vektorok komponensei:

$$\begin{aligned} \zeta_k &= \eta_k - m_k \; ; \\ m_{1k} &= \frac{\partial m_k}{\partial \varepsilon} \; ; \\ m_{2k} &= \frac{\partial m_k}{\partial R_1} \; ; \quad (k = 1,2, \ldots, n) \end{aligned} \qquad /5/$$

Becsléseink szórása pedig jó közelitéssel:

$$\langle (\delta \varepsilon)^2 \rangle = \frac{P_{22}}{P_{22} P_{11} - P_{12}^2} \; ;$$

$$\langle (\delta R_1)^2 \rangle = \frac{P_{11}}{P_{22} P_{11} - P_{12}^2} \; ; \qquad /6/$$

ahol

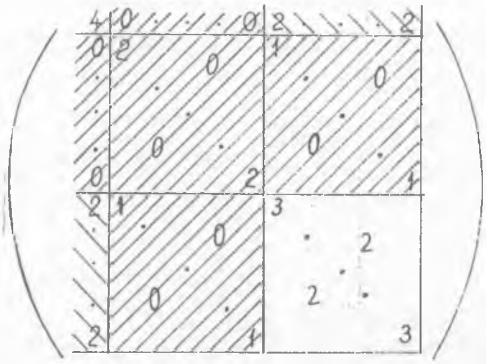
$$P_{ij} = -\bar{m}_i \overline{\overline{M}}^{-1} \bar{m}_j \; ; \quad i,j = 1,2$$

Méréseket a körök átmérőjére $(2R_k)$, valamint legbelső körtől mért távolságára $(R_k - R_1)$ fogunk végezni. Ezek a mennyiségek a legbelső kör sugarával és az ε törtrendszámmal /1/ és /2/ szerint a következőképpen fejezhetők ki:

$$\begin{aligned} 2R_k &= 2R_1 \sqrt{1 + \frac{k-1}{\varepsilon}} \; ; \\ R_k - R_1 &= R_1 \left(\sqrt{1 + \frac{k-1}{\varepsilon}} - 1 \right) \; ; \end{aligned} \quad (k = 2,3, \ldots) \qquad /7/$$

Számozzuk a méréseinket a következőképpen:

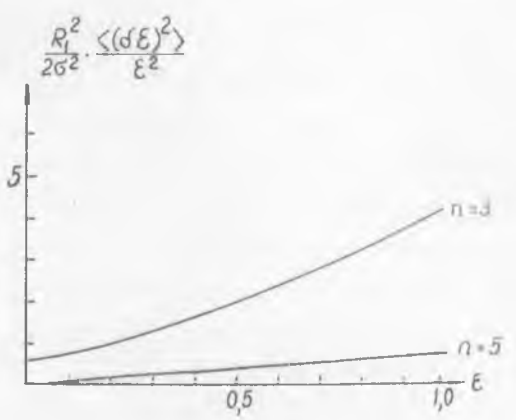
Először növekvő index szerint vesszük az átmérőkre kapott méréseket $(2R_1, 2R_2, 2R_3, \ldots)$, majd ugyancsak növekvő index szerint a belső körtől mért gyürüvastagságokat $(R_2 - R_1,\ R_3 - R_1, \dots)$. Ebben az esetben középpontra szimmetrikus réselhelyezésnél a méréseink szórásmátrixa az egyszerüsitett feltevés mellett:

$\overline{\overline{M}} =$  σ^2 ;

A II. réselhelyezésnél elmarad a mátrixból a sürüen bevonalazott rész /mivel csak egy átmérőt, a legbelsőt mérjük/, mig az "off centre" esetben a mátrix csak a vonalkázatlan részből áll.

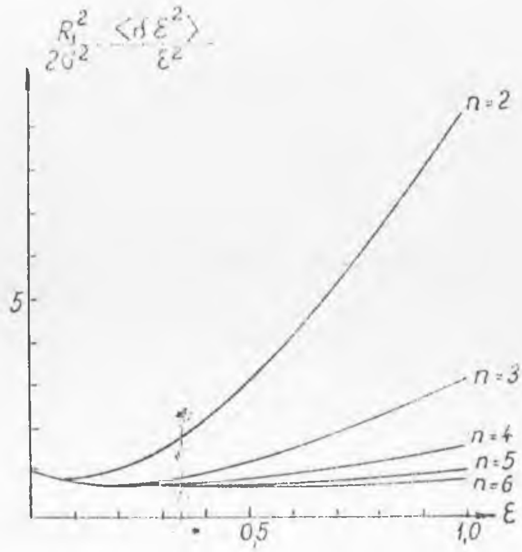
Numerikus eredmény

A törtrendszám becslésére - az I., I. és III. réselhelyezésnél - adódó relativ szórásnégyzeteket ábrázoltuk rendre az 1., 2. és 3. ábrán az ε függvényében $2\sigma^2/R_1^2$ egységekben mérve. Leolvasható az ábrákból, hogy amennyiben az I. réselhelyezésnél legalább három átmérőre tudunk mérést végezni, akkor ezt a réselhelyezést kell választani. Ha résünkkel nem tudunk befedni három átmérőt, akkor a II. réselhelyezéssel javithatunk a becslésünkön. Az "off centre" réselhelyezés azonban nagyságrendileg nagyobb szórást ad.



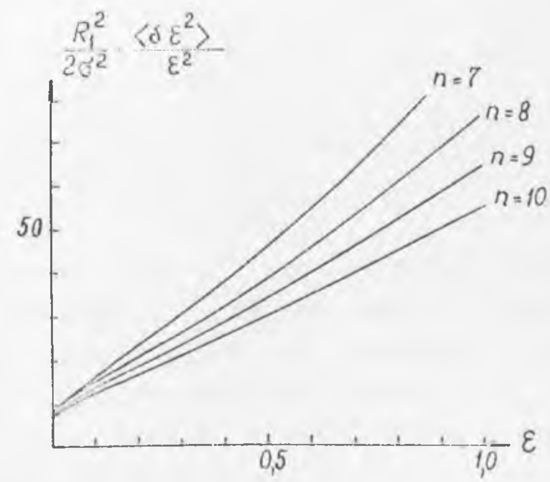
1. ábra

Az ε törtrendszám becslésének relativ szórásnégyzete középpontra szimmetrikus réselhelyezésnél n az összes lehetséges független mérések száma



2. ábra

Az ε becslésének relativ szórásnégyzete, ha a résünk a középpontra aszimetrikus, de a legbelső átmérőt még tartalmazza. n az összes lehetséges független mérések száma



3. ábra

Az ε becslésének relativ szórásnégyzete az "off centre" réselhelyezésnél. n az összes lehetséges független mérések száma.

I r o d a l o m

[1] Meissner, W.E.: JOSA 31, 405 /1941/

[2] Ritschl, R.: Zeitschr.f. Phys. 79, 1 /1932/

[3] Tolansky, S.: High resolution spectroscopy, London 136-138 /1947/

[4] Jánossy L.: Theory and practice of the evaluation of measurements, Oxford /1965/

Érkezett: 1965. okt. 10.

KFKI Közl. 14.évf. 1. szám, 1966.

EXPONENCIÁLIS BOMLÁSGÖRBE PARAMÉTEREINEK EGY EGYSZERÜ MEGHATÁROZÁSÁRÓL

Irta: Varga László

Összefoglalás

Statisztikus szempontból megvizsgáljuk az exponenciális komponensre bontás un. Prony-féle módszerét a legegyszerübb esetben: az egykomponensü bomlásgörbe paramétereinek meghatározásánál.

Bevezetés

Gyakran felmerülő probléma az

$$f(t) = \sum_{i=1}^{m} A_i \exp(-\lambda_i t) \qquad /1/$$

kifejezés A_i, λ_i paramétereinek becslése az $f(t)$-re végzett mérések alapján. A feladat megoldására általában a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazzák, amely iterációs eljárásra vezet. Az iterációs eljárásnak nagy hátránya az, hogy közelitő paraméterértékek szükségesek, amelyekhez hosszadalmas grafikus eljárással jutunk. "Prony-módszer" néven ismeretes [1] exponenciálisok összegére egy interpolációs eljárás, amely egyszerü, véges algoritmust szolgáltat a paraméterekre. Az eljárás a következő:

Ha $f(t)$ /1/ alaku, akkor t-től függetlenül található olyan $C_0, C_1, \ldots, C_m$ amelyekre

$$C_0 f(t) + C_1 f(t+h) + \cdots + C_m f(t+mh) = 0, \qquad /2/$$

tetszőleges $h > 0$ mellett, és ekkor a

$$C_0 + C_1 u + \cdots + C_m u^m = 0 \qquad /3/$$

pontosan m-edfoku polinom gyökei

$$u_i = \exp(-\lambda_i h); \quad i = 1, 2, \ldots, m.$$

Az ismeretlen paraméterértékek száma 2m. Ismernünk kell tehát az $f(t)$ értékét 2m helyen, mégpedig a /2/ egyenletnek megfelelően egymást h távolságra követő helyen, és ekkor C_i -k a következő lineáris egyenletrendszer megoldásaként adódnak:

$$C_0 f(t+ih)+C_1 f(t+(i+1)h)+\cdots+f(t+(i+m)h)=0 ; \qquad /4/$$

$$(i=0,1,\ldots,m-1) ,$$

$C_m=1$ választás mellett. Ezután a /3/ egyenlet gyökeiből megkapjuk az exponenseket. Az exponensek ismeretében már bármelyik m darab függvényérték felhasználásával lineáris egyenletrendszer megoldásaként megkapjuk az A_i -ket.

Megjegyzés

Bomlásgörbék esetében mindig integrális beütésszámot mérünk. Tagonként integrálva a /2/ egyenletet, meggyőződhetünk arról, hogy integrális beütésszám mérése esetén is változatlanul alkalmazható a fenti módszer. Legyen T a mérési idő, amelyet 2m egyenlő részre osztunk fel, és legyen

$$F(i)=\int_0^{\frac{T}{2m}} f(t+iT/2m)\,dt ; \qquad (i=0,1,\ldots,2m-1) , \qquad /5/$$

ekkor a C_i -k meghatározására szolgáló egyenletrendszer:

$$C_0F(i)+C_1F(i+1)+\cdots+F(i+m)=0$$

$$(i=0,1,\ldots,m-1) \qquad /6/$$

A /3/ polinom gyökei pedig: $u_i=\exp(-\lambda_i T/2m)$

Ha 2m-nél több mérési pontunk van, akkor az interpolációs eljárásoknál a C_i -k meghatározására felirják az összes lehetséges egyenleteket, és az igy nyert tulhatározott egyenletrendszert a legkisebb négyzetek módszerével oldják meg. Ezt találjuk pl. Whittaker és Robinson [1] könyvében is. Kérdés azonban, hogy valamely kiválasztott paraméter szempontjából ilyen módon javitható-e a becslés? Mi ebben a dolgozatban a legegyszerübb esetben, az egykomponensü bomlásgörbe esetében megmutatjuk, hogy a bomlási állandó becslésére általában az a hatásosabb becslés, amikor a mérési időt két részre osztjuk fel. A mérési időnek 2-nél több egyenlő részre történő felosztásával kapott információt a tulhatározott egyenletrendszernek a legkisebb négyzetek módszerével történő megoldása rosszul használja fel.

A becslések szórása

Osszuk fel tehát az adott T mérési intervallumot n egyenlő részre. Legyen ξ_i az $F(i)$ mért értéke $/i=0,1,\ldots,n-1/$. Feltesszük, hogy ξ_i Poisson eloszlást követ $F(i)$ várható értékkel. Egyetlen komponens esetében figyelembe véve /3/-at, a /6/ egyenletrendszer legkisebb négyzetek módszerével történő megoldása a

$$\bar{\lambda}=-\frac{n}{T}\ln\left(\sum_{i=0}^{n-2}p_i\frac{\xi_{i+1}}{\xi_i}\right);\quad \sum_{i=0}^{n-2}p_i=1\,, \qquad /7/$$

becslőfüggvény alkalmazásának az a speciális esete, amikor $p_i=1/(n-1)$ valamennyi i-re. Itt $\bar{\lambda}$ -al a bomlási állandó becsült értékét jelöltük. Mi optimális sulyok mellett fogjuk kiszámitani $\bar{\lambda}$ szórását, amely tehát annak felel meg, hogy a /6/ tulhatározott egyenletrendszert sulyozott legkisebb négyzetek módszerével oldjuk meg.

Feltételezve, hogy nagy beütésszámot mérünk, azaz ξ_i valószinüségi változó relativ szórása minden i-nél kicsi, jó közelitéssel érvényes a szórásra, hogy

$$\frac{\langle(\delta\bar{\lambda})^2\rangle}{\lambda^2}=\left(\frac{n}{x}\right)^2\frac{1+u}{uF(0)}\sum_{i=0}^{n-2}p_i^2\frac{1}{u_i}\,, \qquad /8/$$

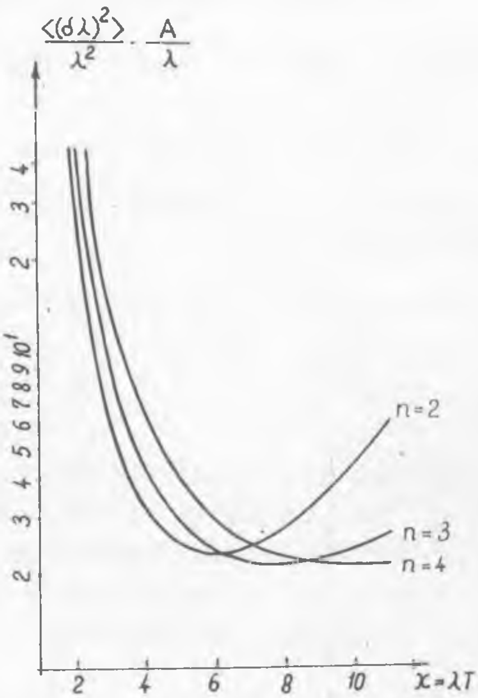
ahol $x=\lambda T$ és $u=\exp(-x/n)$. Ez a kifejezés minimumát a

$$p_i=\frac{u^i}{\sum_{k=0}^{n-2}u^k} \qquad /9/$$

sulyok mellett veszi fel. Ezek a sulyok tartalmazzák az ismeretlen paramétert, nem célszerü tehát velük képezni a /7/ becslőfüggvényt. Alkalmasak azonban arra, hogy a /7/ alaku becslések szórásának minimumát felirjuk:

$$\frac{\langle(\delta\bar{\lambda})^2\rangle}{\lambda^2}=\frac{\lambda}{A}\left(\frac{n}{x}\right)^2\frac{1+\exp(x/n)}{1-\exp(-(n-1)x/n)} \qquad /10/$$

Ezeket a relativ szórásgörbéket mutatja az 1. ábra. Megállapithatjuk,



1. ábra

hogy /7/ alaku becslőfüggvény esetén a felosztás számának növelésével általában nem javitható a becslés. Még optimális sulyok alkalmazása esetén is az a hatásosabb becslés, amelynél a mérési időt két részre osztjuk fel. Kis x értékek esetén a szórás a felosztás számával arányosan nő. Nagy x értékek esetén elvileg ugyan már nem a két részre történő felosztás adja a legjobb becslést, ha azonban ilyenkor lerövíditjük a mérési intervallumunkat ugy, hogy csak az első két mérési eredményt tartjuk meg, akkor a becslésünk szórása csak lényegtelenül növekszik.

Irodalom

[1] Whittaker, E.T., Robinson G.: The Calculus of Observations, Glasgow, p.369. /1944/

Érkezett: 1965. nov. 19.
KFKI Közl. 14.évf. 1.szám, 1966.

MONOKROMATIKUS HIDEG NEUTRONOK ELŐÁLLITÁSA EGYKRISTÁLYOKKAL.

Irta: Gordon János

Összefoglalás

Mértük magnetit, germánium egykristályokról és csillámlemez csomagról reflektált monokromatikus nyaláb intenzitását és hullámhossz-felbontását. A magnetit egykristály különösen alkalmas $\frac{d\lambda}{\lambda} \sim 2\%$ felbontásu hideg neutronnyaláb előállitására.

Szilárdtestfizikai kutatásokban gyakran szükséges kis energiáju $(E \leq 5.10^{-3} eV)$ monokromatikus neutronnyaláb előállitása. Ilyen feladat adódik kritikus állapotu anyag vizsgálata esetén is, ahol a kritikus állapot energetikailag instabil, ezért a bemenő nyaláb által közölt energia csak igen kicsi lehet.

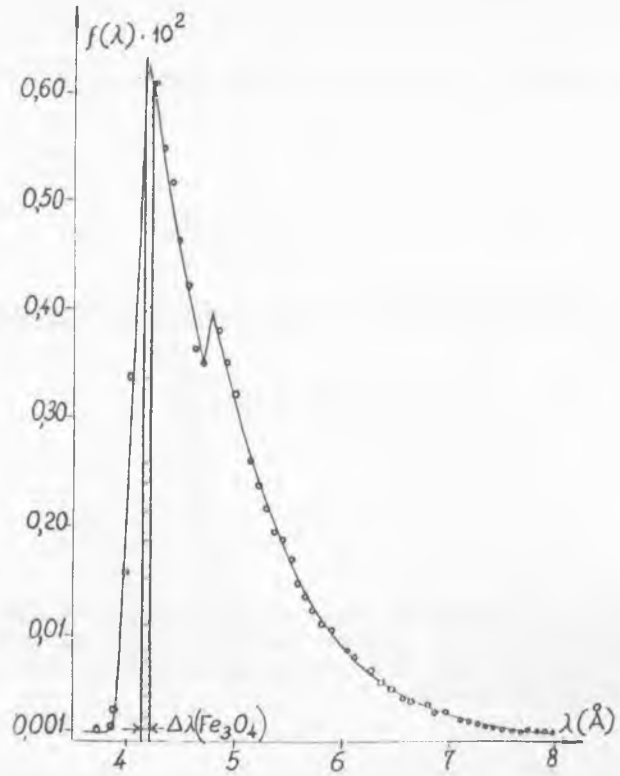
Kis energiáju neutronok monokromatizálásánál nagy rácsállandóju, jó reflektivitásu kristály szükséges. Annak feltétele, hogy a szórt nyaláb 90^{o}-nál kisebb szögben detektálható, de a direkt nyalábtól még könnyen elválasztható legyen az, hogy reflektáló hálózati sikok távolsága $3Å \leq d \leq 20Å$ tartományba essen, ha a neutron-energia = 5.10^{-3} eV. Megfelelően nagyméretü egykristályok száma meglehetősen korlátozott. Három kristály fajtát próbáltunk ki:

1/ Természetes magnetit kristályt; $(d_{111} = 4{,}85Å)$

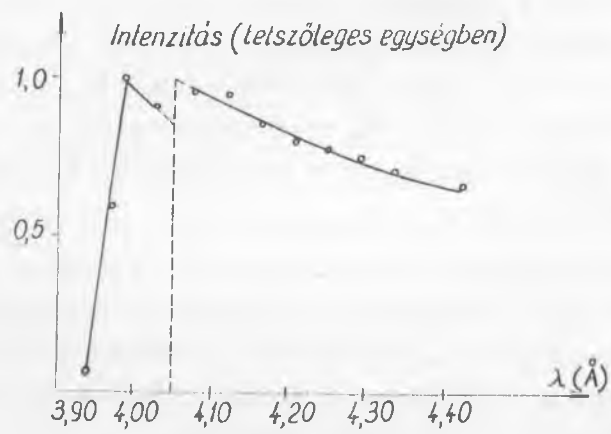
2/ Hasadási sikjaival párhuzamosan pakolt természetes muszkovit-csillám köteget; $(d_{001} = 9{,}96Å)$

3/ Mesterségesen növesztett 3 cm átmérőjü, 5 mm vastag germánium egykristályt $(d_{111} = 3{,}27Å)$

A vizsgálatokhoz berilliummal szürt neurton nyalábot használtunk fel. A beeső neutron nyaláb hullámhossz-eloszlását repülési idő módszerrel mértük.



1. ábra
A beeső neutron nyaláb hullámhossz-eloszlása repülési módszerrel mérve

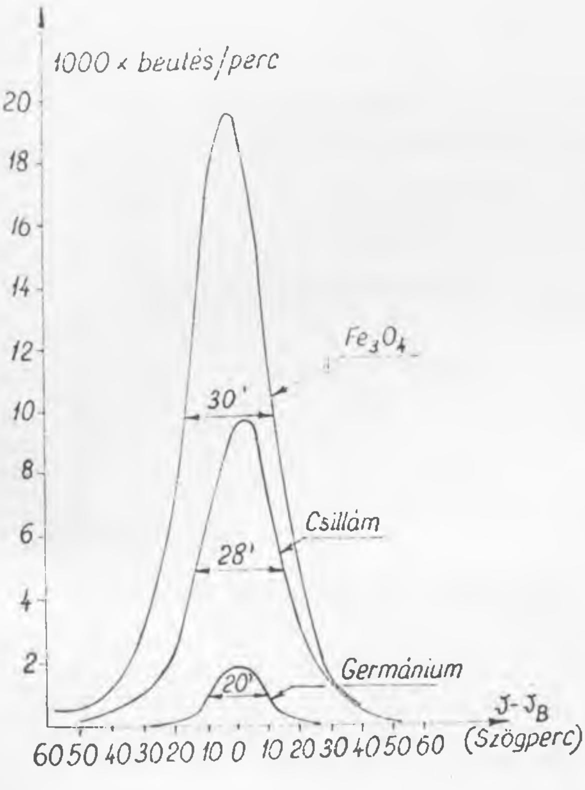


2. ábra
A beeső nyaláb hullámhossz-eloszlása Ge egykristállyal mérve

Az alkalmazott Soller-kollimátorok szögdivergenciája : 20-szögperc. A bemenő nyaláb csucs intenzitása 3x3 cm^2-es detektor felületen: $1,7.10^6$ neutron/perc.

Rögzitett detektorral, a kristályok elforgatásával nyert forgatási görbéket a 3. ábra mutatja.

Legyen a reflektált csucs-intenzitások aránya a δ_λ sávba eső bemenő neutron-intenzitáshoz: J_r/J_o és $\delta\lambda/\lambda = \mathrm{ctg}\,\vartheta\delta\vartheta$ a hullámhossz-felbontóképesség, ahol $\delta\vartheta$ a forgatási görbe félérték-szélessége, akkor az igy definiált felbontóképesség és luminozitás adatokat az alábbi táblázat tartalmazza:



3. ábra
Egykristályok forgatási görbéje

	Magnetit	Csillám	Germánium
$\delta\lambda/\lambda$	2 %	4 %	0,7 %
J_r/J_o	20 %	4 %	7 %

Következtetés

Lassu neutronok monokromatizálására mindhárom kristály alkalmas. Nagy reflektivitása és viszonylag jó felbontás miatt legkedvezőbb esetünkben a magnetit. Az általunk vizsgált darab felbontóképessége háromszorosan felülmulja az irodalomban publikáltét. A germánium alkalmazása ott előnyös, ahol rendkivül jó felbontóképességre van szükség. A csillámlemezek reflektivitása és felbontóképessége egyaránt gyengébb, mint az összehasonlitott kristályoké, igen egyszerü előállitása és jó intenzitás-hozama miatt mégis jól alkalmazható.

Köszönetnyilvánitás

Köszönetem fejezem ki Szebeni Péternek, a TÁKI munkatársának és Ravasz Csabának a Nemzeti Muzeum munkatársának a kölcsönadott kristályokért, továbbá Krén Emilnek és Szabó Pálnak a Szilárdtestfizikai Laboratórium munkatársainak az orientációs munkálatok elvégzéséért.

I r o d a l o m

McReinolds, A.W.: Phys. Rev. 88, 958 /1952/

Stiller, H.H., Danner, H.R.: Proc. on the Inelastic Scattering on Solids and Liquids, Vienna, 1960, 363.

Érkezett: 1965. szept. 6.
KFKI Közl. 14.évf. 1.szám, 1966.

KRITIKUS SZÓRÁSVIZSGÁLÓ BERENDEZÉS SZÖGFELBONTÓKÉPESSÉGE

Irta: Gordon János és Sólyom Jenő

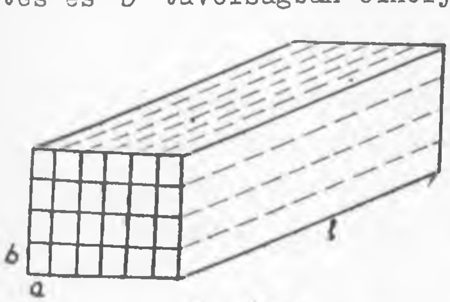
Összefoglalás

Mágneses anyagok Curie-pont környéki viselkedésének tanulmányozására jól felhasználható a termikus és hideg neutronok kisszögü szórása. Megmutatjuk, hogy az intenzitás szögfüggése közelitőleg megegyezik a hatáskeresztmetszetével, ha az alkalmazott kollimátorok vizszintes és függőleges szögdivergenciája kicsi a szórási szöghöz képest; a korrekció kisebb, mint $(\varepsilon_1/\vartheta)^2$, ha $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$, ahol ε_1 a vizszintes, ε_2 a függőleges szögdivergencia és ϑ a szórási szög.

Kritikus állapotu ferromágneses mintán történő neutron szórás vizsgálatok felvilágositást nyujtanak ferromágneses anyagok szuszceptibilitásának Curie-pont feletti viselkedésére [1], [2], [3], [4], [5]. A jelen dolgozat célja a berendezés felbontóképességével kapcsolatos korrekciók számitása.

A kisérleti elrendezésben a monokromatikus lassu neutronnyaláb előbb egy primér kollimátoron halad át, ami a beeső hullámvektorok szögtartományát szabja meg, majd a megfelelő hőmérsékletre hevitett mintáról szórt nyalábban egy szekundér kollimátor határozza meg a vektorok szögtartományát; végül a szórt nyaláb a detektorban abszorbeálódik.

Mindkét kollimátor hossza l és egymástól a távolságu vizszintes és b távolságban elhelyezett függőleges, párhuzamos lemezsorból áll. A szórt intenzitás eloszlását az



1. ábra

$$J(\varkappa, k_o, \vartheta) = \int^{\Omega_1^o} \int^{\Omega_2^o} \int^{F^o} \frac{d\sigma}{d\Omega} \, d\Omega_1 \, d\Omega_2 \, dF$$

integrál adja, ahol $F^o = a \cdot b$. A továbbbiakban célunk a primér és szekundér kollimátorok által meghatározott Ω_1^o, Ω_2^o térszögek olyan megválasztása, amelyek mellett a $\varkappa_1$ paraméter meghatározása egyszerü módszerekkel keresztülvihető.

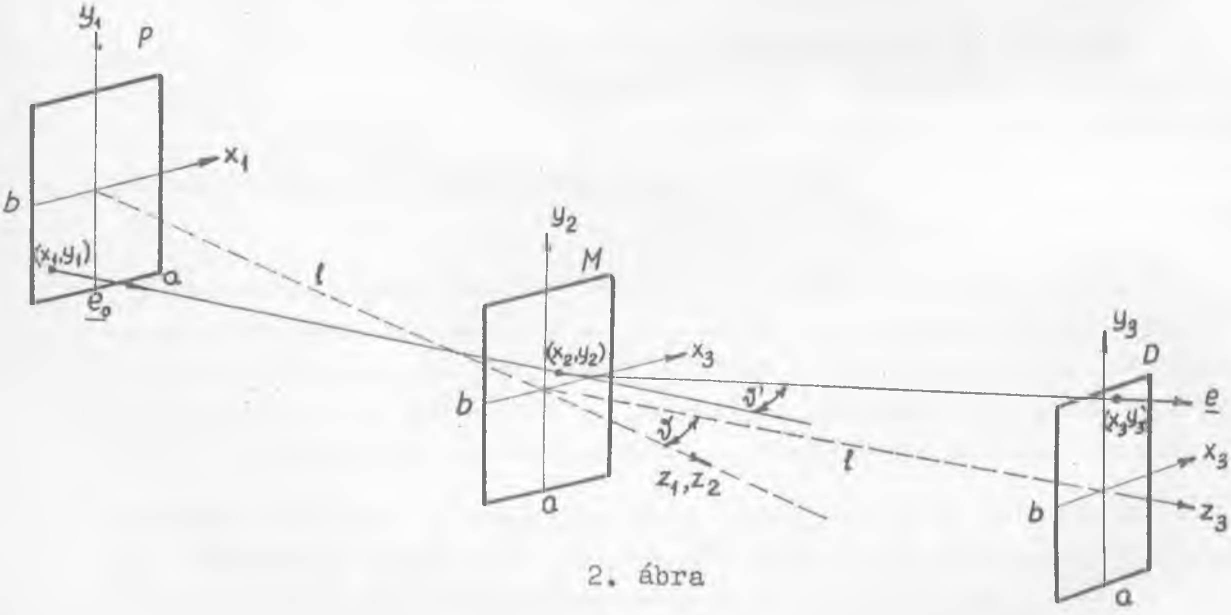
Számitásainkban feltesszük, hogy

a/ a primér neutron-intenzitás izotróp szögeloszlásu / legalább is a kollimátor által megengedett kis szögtartományban/;

b/ a kollimátor-lemezek tökélestes neutron-abszorbensek;

c/ a minta és a detektor felületének sikja olyan közel esik a megfelelő kollimátor kimenetekhez, hogy azok bármelyik pontjára csak egyetlen kollimátor-résből érkeznek neutronok.

Jelölje P a primér kollimátor bemenő siklapját, M a minta sikfelületét és D a detektorét. Az előzők szerint elég ezeknek egy kollimátor-réssel szemben fekvő tartományát vizsgálni.



2. ábra

A bejövő neutron hullámvektorának $\underline{e}_o$ egységvektora mutasson az (x_1, y_1) pontból az (x_2, y_2) pont felé, a szórt neutronok egységvektora pedig mutasson (x_2, y_2) -ből (x_3, y_3) -ba. Határozzuk meg a tényleges ϑ' szórási szöget a berendezéssel beállitott ϑ effektiv szórási szög és az előbbi koordináták güggvényében.

Ebből a célból az x_1, y_1, z_1 koordináta-rendszer $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$ egységvektoraival kifejezzük $\underline{e}_o$-t és $\underline{e}$-t ;

$$\underline{e}_0 = \frac{(x_2 - x_1)\underline{e}_1 + (y_2 - y_1)\underline{e}_2 + \ell \underline{e}_3}{\left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + \ell^2\right]^{1/2}}$$

$$\underline{e} = \frac{(\ell \sin\vartheta + x_3 \cos\vartheta - x_2)\underline{e}_1 + (y_2 - y_1)\underline{e}_2 + (\ell\cos\vartheta - x_3 \sin\vartheta)\underline{e}_3}{\left[(\ell \sin\vartheta + x_3\cos\vartheta - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (\ell\cos\vartheta - x_3 \sin\vartheta)^2\right]^{1/2}}$$

Bevezetjük a $\xi_i = \frac{x_i}{a}$, $\eta_i = \frac{y_i}{b}$ $(i = 1,2,3)$ uj változókat és két kis paramétert: $\varepsilon_1 = \frac{a}{\ell}$, $\varepsilon_2 = \frac{b}{\ell}$

majd $|\underline{e}_0 \times \underline{e}|^2 = \sin^2\vartheta' \approx \vartheta'^2$ et $\varepsilon_j \ll 1$ $(j=1,2)$ kis paraméterek szerint sorba fejtjük és a sorfejtésben másodrendig megyünk el.

$$|\underline{e}_0 \times \underline{e}|^2 \approx \vartheta'^2 \approx \vartheta^2 + \varepsilon_1 2\vartheta(\xi_3 - 2\xi_2 + \xi_1) + $$
$$+ \varepsilon_1^2(\xi_3 - 2\xi_2 + \xi_1)^2 + \varepsilon_2^2(\eta_3 - 2\eta_2 + \eta_1)^2 + \sigma(\varepsilon^2\vartheta)$$

A számitást statikus közelitésben végezzük.

Statikus közelitésben a hatáskeresztmetszet [1] ,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \text{konst}\ \frac{1}{\kappa_1^2 + k_0^2\vartheta^2}$$ ahol $\kappa_1^2 = \frac{\text{const}}{\chi}$; χ a ferromágneses szuszceptibilitás és k_0 a beeső neutronok hullámvektora. $\left(k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\right)$

Beirva a hatáskeresztmetszet kifejezésébe és itt is másodrendig sorba fejtve

$$\frac{d\sigma(\vartheta')}{d\Omega} = \frac{\text{Konst}/k_0^2}{(\varkappa_1/k_0)^2 + \vartheta^2}\left\{1 - \varepsilon_1 \frac{2\vartheta(\xi_3 - 2\xi_2 + \xi_1)}{(\varkappa_1/k_0)^2 + \vartheta^2} + \right.$$
$$\left. + \varepsilon_1^2\left[\left(\frac{2\vartheta(\xi_3 - 2\xi_2 + \xi_1)}{(\varkappa_1/k_0)^2 + \vartheta^2}\right)^2 - \frac{(\xi_3 - 2\xi_2 + \xi_1)^2}{(\varkappa_1/k_0)^2 + \vartheta^2}\right] - \varepsilon_2^2 \frac{(\eta_3 - 2\eta_2 + \eta_1)^2}{(\varkappa_1/k_0)^2 + \vartheta^2}\right.$$

A koordináta rendszer választása miatt $-\frac{1}{2} \le \xi_i \le \frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2} \le \eta_i \le \frac{1}{2}$ e határok közt integrálva:

$$J = \int_{\xi_1=-1/2}^{1/2} \cdots \int_{\eta_3=-1/2}^{1/2} \frac{d}{d\Omega}\sigma(\xi_1 \cdots \eta_3; \vartheta, \varkappa_1, k_0)\, d\xi_1 \cdots d\eta_3 \approx$$

$$J \approx \frac{\text{const}}{\varkappa_1^2 + k_0^2\vartheta^2}\left[1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\vartheta^2}\, Q\left(\frac{b}{a}\right)\right], \quad \text{ahol} \quad Q\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}{1+\Delta} - 2\,\frac{1}{(1+\Delta)^2}$$

és

$$\Delta = \left(\frac{\varkappa_1}{k_0\vartheta}\right)^2$$

A véges kollimációból eredő korrekció tényezője: Q második közelitésben. eltünik, ha

$$\frac{b}{a} = \left[\frac{4}{1+\Delta} - 1\right]^{1/2}$$

Például a Curie-hőmérsékleten $\varkappa_1 = 0$, ezért $\Delta = 0$ és $Q = 0$, ha $b = a\sqrt{3}$. $b = 2a$ választásnál $Q \le 0{,}78$ minden Δ-ra, ezért a teljes korrekció $\vartheta > \varepsilon$ esetén kisebb, mint $0{,}78\left(\frac{\varepsilon_1}{\vartheta}\right)^2$.

Irodalom

[1] Van Hove, L.: Phys. Rev. 95, 1374 /1954/

[2] Gersh, H.A., Shull, C.G., Wilkinson, M.K.: Phys.Rev, 103, 525 /1956/

[3] Jacrot, B., Constantinovic, J., Parette, G., Cribier, D.: Inelastic Scattering of Neutrons in Solids and Liquids /IAEA/ Vienna, 1963

[4] Passel, L., Blinowski, K., Nielsen, P., Brun, T.: International Conference on Magnetism, Nottingham, 1964.

[5] Möller, B., Blinowski, K., Mackintosh, T., Brun, T.: International Conference on Magnetism, Notthingham, 1964

Érkezett: 1965. okt. 22.
KFKI Közl. 14.évf. 1.szám, 1966.

MONOKROMÁTOROK TRANSZMISSZIÓKÉPESSÉGÉNEK MÉRÉSE, MONOKROMATIKUS, SIKBAN POLAROZOTT BELÉPŐ FÉNY ESETÉN

Irta: Kántor Károly és Salamon Tamás

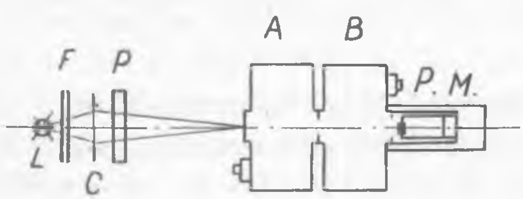
Összefoglalás

Két azonos tipusu, kvarc és üvegprizmával, valamint sikráccsal felszerelt monokromátor /Zeiss SPM-2/ transzmisszióját mértük, a belépő rés élével párhuzamos és rá merőleges irányban polarizált monokromatikus belépő fény esetén a 360-800 nm szinképtartományban. A mérések eredményei azt mutatják, hogy a transzmisszió értékeket minden egyes monokromátorra, bontó elemenként külön-külön kisérletileg kell meghatározni.

A monokromátorok hullámhossztól függő transzmisszió értékeit a gyártó cégek általában nem közlik. Különböző hullámhosszaknál végzett mérések kvantitativ összehasonlitásához /pl. intenzitásmérés, érzékelők érzékenységének meghatározása, stb./ azonban a hullámhossztól függő transzmisszió értékek ismeretére van szükség.

A monokromátorok transzmisszióját a transzmissziós és reflexiós veszteségek a hullámhossztól függően csökkentik [1] . A transzmissziós veszteségek a rés ablakok, lencsék, prizmák anyagában fellépő abszorpcióból, a reflexiós veszteségek pedig a monokromátorban lévő tükrök /sik, gömb/ reflexióképességéből, a lencsék és prizmák határfelületein fellépő reflexiókból, továbbá rácsos monokromátoroknál a rácsnak a "blaze" által meghatározott irányfüggő reflexióképességéből [2]tevődnek össze. A reflexiós veszteségek a hullámhosszon kivül a belépő fény polarizációs irányától is függnek. Mivel gyári készülékeknél a monokromátor egyes elemeinek adatai a felhasználó előtt ismeretlenek, a transzmissziónak számitással történő meghatározása eleve kilátástalan. A transzmisszió kisérleti meghatározása azonban aránylag egyszerü eszközökkel elvégezhető. A következőkben ismertetni kivánjuk a Zeiss SPM - 2 [3] monokromátoron a 360-800 nm szinképtartományban elvégzett mérésünket és a mérések eredményeit.

Az előzetes mérések azt mutatták, hogy különösen rácsok esetében a két polarizációs irányban a transzmisszió értékei jelentékeny mértékben különböznek. Ezért a rés élével párhuzamos / $\parallel$ / és rá merőleges /$\perp$/ polarizációs irányban / elektromos térerő/ mért transzmisszió értékek $T_\parallel/T_\perp$ hányadosát /továbbiakban modulációját/ a rácsoknál közvetlenül is mérni kivántuk. A monokromátor megvilágitását tehát olymódon kellett felépiteni, hogy a polarizáció irányának megváltoztatása /polaroid forgatása/ a monokromátorba belépő fénynyalábon intenzitásváltozást ne okozzon. Ezt olymódon értük el, hogy izzószálas fényforrás helyett, pontfénylámpát/az izzószálat izzó wolframgömb helyettesiti/ használtunk, mivel izzószálas fényforrásnál a polaroid elforgatásából adódó esetleges kismértékü képeltolódás a belépő résen már jelentős fényváltozást okozhat,továbbá a polaroid forgáspontját az optikai tengelybe állitottuk és igy a nyaláb a polaroidnak mindig ugyanazon /csak elforgatott/ részén halad át. Az ilymódon összeállitott megvilágitással a polaroid forgatásakor észlelt intenzitásváltozás 1% alatt maradt.



1. ábra
A mérés elrendezése.
L pontfénylámpa, F szinszürő, C kondenzor, P forgatható polaroid lemez, A és B monokromátorok, P.M. fotomultiplier.

A mérés elrendezését az 1. ábrán láthatjuk. Az L fényforrás egy 220 V 50 Hz hálózatról stabilizátorral táplált 150 W-os pontfénylámpa /Hilger C.P. 150 A.c./, F a 600-800 nm szinképtartományban használt szinszürő, amely az 550 nm alatti hullámhosszuságu mért fények csökkentésére szolgált, C lencse, amely a pontfénylámpa egyik izzó gömbjét kb. 3x nagyitásban képezte le a belépő résre, A és B SPM-2 monokromátorok, P.M. fotomultiplier 360-650 nm között E.M.I. 6256 B és 550-800 nm között Valvo 150 C.V.P.

A modulációs értékek közvetlen meghatározásakor a P polaroidot egy motor kb. 6 ford./perc sebességgel forgatta és egy elektromos jeladó jelezte, hogy a polaroid által átbocsátott fény polarizációs iránya a rés élével párhuzamos.

A mérésnél először az A helyen lévő monokromátor belépő rése után mértük a kilépő monokromatikus fény intenzitását az adott szinképtartományban /prizmák esetén 50 nm-ként, rácsoknál 20 nm-ként/ mindkét polarizációs irányban /a P polaroid 90°-al történő átállitásával/ $J_0(\lambda,\parallel)$ és

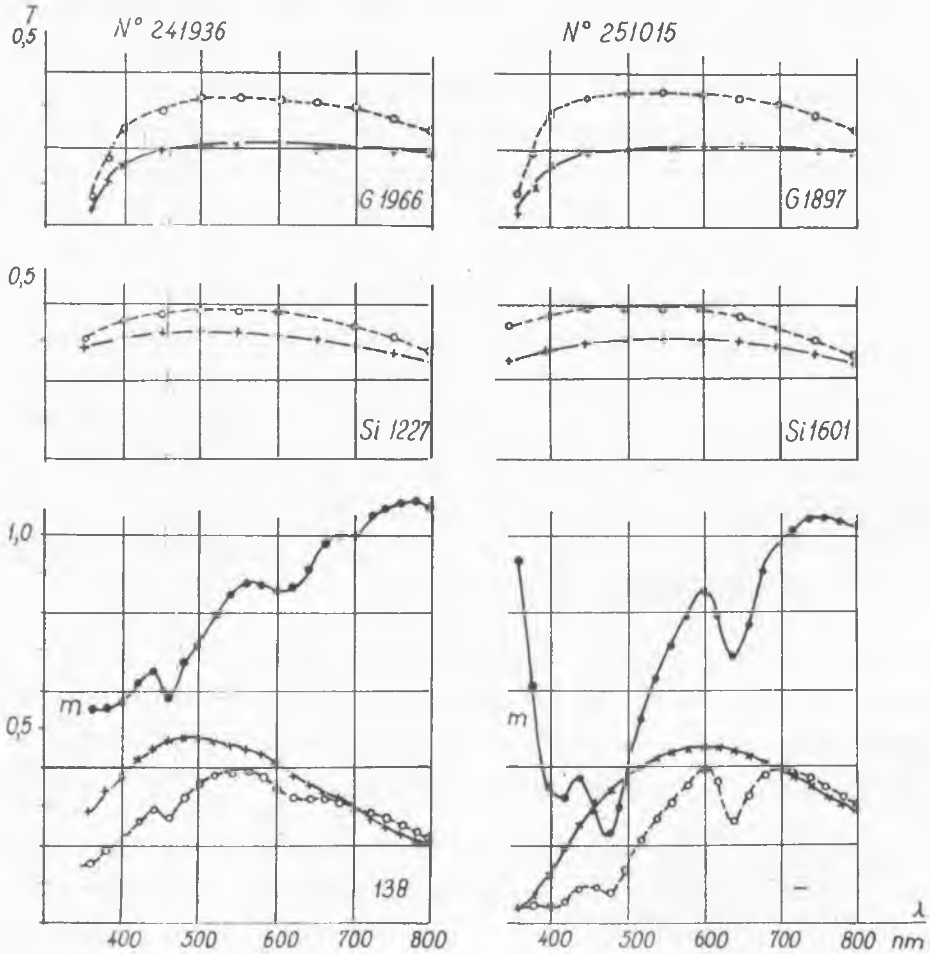
$J_o(\lambda,\perp)$, majd a két, réseikkel érintkező monokromátoron áthaladó fény intenzitását $J_1(\lambda,\parallel)$ és $J_1(\lambda,\perp)$ a B helyen lévő monokromátor kilépő rése mögött. A két monokromátort egy közös optikai padra fogtuk fel, amelyen a B helyen lévő monokromátor J_o mérésekor könnyen hátracsusztatható volt. A két monokromátor hullámhossz skálájának kis eltolódásai miatt, az J_1 értékeit ugy határoztuk meg, hogy a B monokromátornál a névleges hullámhossz környékén a hullámhossz dobjának forgatásakor mérhető maximális intenzitást olvastuk le. Ezután az azonos hullámhosszakhoz és polarizációs irányokhoz tartozó J_1 és J_o értékeiből a B helyen lévő monokromátorra vonatkozó transzmisszió értékét $T=J_1/J_o$ képlettel számoltuk. A méréseket háromféle bontóelemmel /kvarcprizma, üvegprizma és sikrács/ végeztük. Egy-egy mérésnél mindkét monokromátorban, azonos tipusu bontóelemek voltak. A mérés után a két monokromátort felcseréltük és ekkor az eddig a monokromatikus megvilágitást adó helyen lévő monokromátor transzmisszió értékeit határoztuk meg. A ki- és belépő rések nyilása minden mérésnél az A helyen lévő monokromátornál 0,2 x 1 mm, a B helyen lévő monokromátornál 1,5 x 10 mm volt.

A használt multiplier katódérzékenységének a katód különböző helyein tapasztalt erős változása miatt, különös gondot forditottunk arra, hogy mind az J_o , mind az J_1 intenzitás mérésénél a fény a katódnak ugyanazon helyére jusson.

A modulációs értékeket a sikrácsok esetén az A helyen lévő monokromátor mögött közvetlenül mérhető intenzitásnak, a polaroid motorikus forgatása közben mérhető max., ill. minimális értékeiből számoltuk. Az intenzitásváltozást regisztráló galvanométerrel mértük, amely egyuttal a függőleges polarizációs irányhoz tartozó jelet is rögzitette.

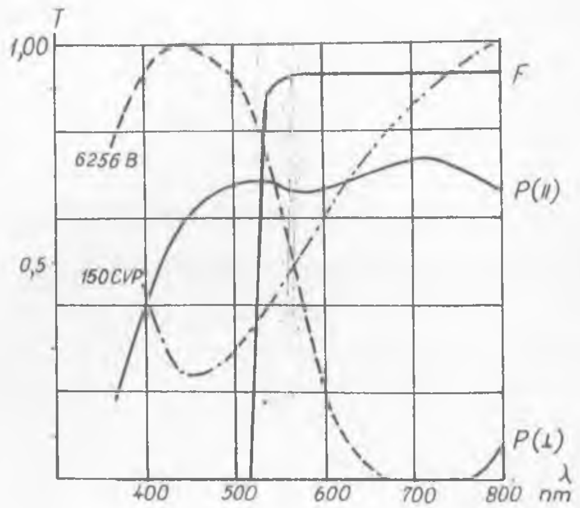
Méréseink eredményeit a 2. ábrán mutatjuk be. A rácsoknál a transzmisszió értékei mellett egyuttal az intenzitásmoduláció közvetlenül mért értékeit is feltüntettük. A 3. ábrán az alkalmazott polaroid párhuzamos és keresztezett állásban mért transzmisszióját / $P_\parallel$, $P_\perp$ / az F vágószürő transzmisszióját és a multiplierek /gyárilag közölt/ katódérzékenységét láthatjuk a hullámhossz függvényében.

Méréseink eredményeit kvantitative összefoglalva, a következőket állapithatjuk meg: az SPM-2 monokromátoroknál, a 360-800 nm közötti hullámhossztartományban, kvarc és üvegprizma esetén a transzmisszió maximális értéke vizszintes polarizációs iránynál van és a változás a hullámhossz függvényében lassu. A két monokromátor azonos tipusu bontóelemekre vonatkozó transzmissziós értékei nagyjából megegyeznek.A vizs-



2. ábra

A mért transzmissziós értékek a Zeiss SPM-2 No.241936 monokromátornál üvegprizma /G.1966/,kvarcprizma /Si.1227/ és sikrács /138/, továbbá a No.251015 monokromátornál üvegprizma /G.1897/, kvarcprizma /Si.1601/ és sikrács /-/ használatakor, a hullámhossz függvényében. A rácsoknál közvetlenül mért intenzitásmoduláció értékeit, az m -el jelzett görbék mutatják. A megvilágitó fény polarizációs iránya a /+/-el jelzett görbéknél a rés élével párhuzamos, a /o/-val jelzett görbéknél a rés élére merőleges



3. ábra

A használt polaroid lemez transzmissziója lineárisan polarizált fényre, a polarizáció irányával párhuzamos P(∥) és rá merőleges P(⊥) esetben, az F vágószürő transzmissziója és a használt fotomultiplierek relatív katódérzékenysége a hullámhossz függvényében.

gált két rács esetében viszont az elsőrendü szinképben a transzmisszió maximális értéke a függőleges polarizációs irányban van /700 nm felett a vizszintes polarizációban nagyobb a transzmisszió/, de a hullámhossztól való függés, különösen a vizszintes polarizációban erős és a két rácsnál erősen eltérő értékeket ad /feltehetően a más "blaze" szög és karcolatprofil miatt/.

Mindezek alapján monokromátorokkal végzendő kvantitativ mérések előtt a megfelelő bontóelemmel felszerelt monokromátor hullámhossztól függő transzmisszióját célszerü bontóelemenként meghatározni.

I r o d a l o m

[1] Mátrai T.: Gyakorlati spektroszkópia. Müszaki Kiadó Budapest,1963
[2] Stroke, G.W.: Physics Letters 5, 45 /1963/
[3] Schiek, O., Winter, E.: Appl. Opt. 4, 195 /1960/

Érkezett: 1965. julius 30.
KFKI Közl. 14.évf. 1.szám, 1966.

AZ URÁN TÖMEGSPEKTROMETRIÁS IZOTÓPANALIZISE TERMIKUS IONIZÁCIÓVAL

Irta: Opauszky István és Matus Lajos

Összefoglalás

Az urán izotópösszetételének meghatározására kisérleteket végeztünk wolframporral szinterezett és grafitpor szuszpenzióval bevont wolframszál termikus urán emissziójára vonatkozóan. Az előbbihez MI-1305-ös, az utóbbihoz CSF-500-as tipusu készüléket használtunk. Mindkét készülék egyszeres fókuszálásu, az ionrádiusza 20 cm. Az iondetektálás egyenáramu erősitővel történt. Megállapitottuk, hogy megfelelően megválasztott mérési feltételek mellett az alkalmazott tipusu készülékek is alkalmasak lehetnek az urán izotópösszetételének termikus ionkeltéssel történő meghatározására. Különösen a grafitpor szuszpenziós módszer bizonyult alkalmasnak, mivel egyszerü és kis uránmennyiséggel huzamos időn keresztül konstans és elegendően nagy U^{+} ionintenzitást szolgáltat.

Bevezetés

Az atomreaktorok felhasználásának elterjedésével egyre gyakrabban merül fel az urán izotóp-összetétel, elsősorban az ^{235}U-koncentráció ismeretének szükségessége.

Az urán izotóp-összetételének meghatározására a következő módszerek jöhetnek számitásba.

1/ Tömegspektrometria
2/ Spektroszkópia
3/ Aktivációs analizis
4/ Gamma-spektroszkópia
5/ Hasadási termékek analizise hasadási kamrával
6/ Neutron abszorpció
7/ Zéró teljesitményü reaktorok teljesitményének a kritikus értéktől való eltérésének mérése

Valamennyi módszer közös jellemzője, hogy költséges berendezést igényel. Mig azonban a tömegspektrometriás módszer tetszőleges koncentráció intervallumban kis anyagmennyiség / mg - μg / felhasználása mellett is

± 1,0 %-os, vagy annál nagyobb pontossággal alkalmazható, a többi módszer csak bizonyos esetekben / pl. adott koncentráció intervallumban/ szolgáltathat kielégitő eredményeket. Ez magyarázza azt a tényt,hogy urán izotópösszetétel meghatározására csaknem kizárólag tömegspektrométereket alkalmaznak.

A laboratóriumok nagy többségében elterjedt 10-20 cm-es ionrádiuszu, 100-300-as felbontóképességü kémiai, vagy izotóp tömegspekrométerek csak gáz-halmazállapotu uránvegyület, az uránhexafluorid izotóp analizisére lehetnek alkalmasak, ha beeresztőrendszerük, ionforrásuk és ionkamrájuk kimelegithető a memóriaeffektus kiküszöbölése céljából. Nem gázhalmazállapotu uránvegyületek izotópanalizisére az ilyen készülékek felbontóképessége, érzékenysége csak speciális megoldások alkalmazásával lehet elegendő. Ezekre két mód kinálkozik:

1/ az ionkeltés effektivitásának növelése
2/ a detektálás érzékenységének növelése.

Jelen munkában az 1/ pont néhány kérdésével kivánunk foglalkozni.

Ionkeltési módszerek

A tömegspektrometriás izotópanalitika egyik központi kérdése a megfelelő ionkeltési módszer kiválasztása, melynek a rendelkezésre álló berendezés, anyagmennyiség és a kivánt pontosság figyelembevételével kell megtörténnie.

Az urán tömegspektrometriás izotóp analizisére, miként az elemek többségében, háromfajta ionkeltési módszer alkalmazható.

1/ Gázhalmazállapotu uránvegyület elektronütköztetéses ionizációja / UF_6 / [1] .

2/ Szilárd halmazállapotu uránvegyület gőzének elektronütköztetéses ionizációja / U_3O_8 / [2] .

3/ Szilárd halmazállapotu uránvegyület termikus emissziója

Az első teljes urán izotópanalizist Nier szilárd halmazállapotu vegyületeken, UBr_4 -on és UCl_4 -on végezte el [2] . Ez a módszer azonban viszonylag nagy anyagmennyiséget igényel, erősen szennyezheti az ionforrást /ezzel a készülék jó müködésének veszélyeztetése mellett számottevő háttéreffektust is okozhat/ amellett a metodika is nehézkes, mivel minden egyes anyagminta után az ionkamrát le kell levegőzni.

A második világháboru alatt és után a hatalmas gázdiffuziós ^{235}U-dusitó üzemek müködésével kapcsolatban csaknem kizárólag az üzemek munkaanyagát az UF_6 -ot közvetlenül használták fel urán izotópanalitikai célokra, tehát a mintát semmiféle kémiai, vagy fizikai müveletnek nem kellett alávetni.

A módszer nagy előnye a másik két módszerhez viszonyitva elsősorban gyorsaságában rejlik, mivel az egyes minták analizisének elvégzése után nem szükséges a kamra lelevegőztetése. Az UF_6 alakban történő uránizotóp összetétel analizis még azzal a speciális előnnyel is rendelkezik, hogy a gázok tömegspektrometriájában sok nehézséget okozó izotópcsucs szuperpozició elmarad, mivel a fluornak csak egy természetes izotópja van. Megneheziti viszont a mérést az UF_6 erős adszorpciós tulajdonsága miatt fellépő memoriaeffektus [6] , erős korroziv hatása [3] és nagyfoku toxicitása [4] .

Az urándusitó üzemeket kivéve azonban az esetek nagy többségében az analizálandó urán nem UF_6 , hanem más, elsősorban U_3O_8 /vagy más oxid/ alakban fordul elő és az analizist igen gyakran néhány mg, sőt μg mennyiséggel kell elvégezni. Ilyen mennyiségek UF_6 -dá történő átalakitása csak igen nehezen, vagy egyáltalán nem végezhető el, ezért az utóbbi évtizedben megjelent munkák zöme az urán termikus ionizációjával végzett analizisek problémájával foglalkozik.

Termikus ionkeltés

Ismeretes, hogy ha magas olvadáspontu fémfelületre valamilyen másik elem nehezen párolgó sóját felvisszük és a fémet kellően magas hőmérsékletre melegitjük, a fém felületéről az anyag egy része ionok, másik része pedig semleges atomok, vagy molekulák alakjában távozik.

A felületet elhagyó ionok, ill. atomok száma között az alábbi un. Saha-Langmuir egyenlet állapit meg összefüggsét

$$\beta = \frac{N^+}{N_0} = \eta \cdot e^{\frac{\varepsilon(\phi - V)}{kT}}$$

aholis N^+ az inok, N_o a semleges részecskék számát jelenti, η konstans az un. termodinamikai suly, ϕ a fém kilépési munkája, a V a vizsgálandó anyag ionizációs potenciálja, ε az elektromos töltés egység, K a Boltzmann állandó, T pedig az absz. hőmérséklet.

Eszerint tehát az ionok száma a semleges részecskék számához képest annál nagyobb, minél nagyobb a fém kilépési munkája és minél kisebb a vizsgálandó elem ionizációs potenciálja. A termikus ionkeltés ezért elsősorban az alkáli elemeknél alkalmazható előnyösen alacsony ionizációs potenciáljuk miatt. Káliumból / $V = 4{,}32$ eV / pl. már μg-nyi mennyiségek elegendők az analizis elvégzéséhez, ha megfelelően nagy kilépési munkáju fémet /pl. W, Ta, Re, Pt / alkalmazunk. /Kilépési munka értékeire lásd pl. Hodgman, Charles D. "Handbook of Chemistry and Physics" 44. ed. 2655-2663 old. /1963/ /.

Bár a termikus ionkeltés alkalmazása technikailag nehézkes u. is minden mérés után a kamrát le kell levegőzni, a módszernek két igen fontos előnye van:

1/ A mérés elvégzéséhez kis anyagmennyiség szükséges.
2/ Memoriaeffektus nem lép fel.

Az első a rendszerint kicsiny rendelkezésre álló anyagmennyiség, a második a mérés reprodukálhatósága szempontjából játszik fontos szerepet.

Az urán izotóp összetételének termikus ionkeltés módszerével történő meghatározásához a $(\phi - V)$ kis értéke, az izzószálon létrejövő potenciálesésből eredő energia inhomogenitás, az ionizáció idején uralkodó magas hőfok /1500-2000°C/, valamint az egyes minták nagy ^{235}U koncentráció különbsége miatt /0,1 % - 100 % ^{235}U/ általában csak speciális, nagy teljesitőképességü /vagy kettős fókuszálásu, vagy 20 cm - nél nagyobb ionrádiuszu, vagy 5-15 kV gyorsitó feszültségü, ill. ezen paramétereket együttesen alkalmazó/ készülékek használhatók [5], [7], [8], [9]. Az utóbbi néhány évben ugyan már megkezdték ilyen készülékek gyártását, ezek ára azonban kb. kétszerese a "normál" készülékekének és igen nehezen beszerezhetők.

Azok a munkák, amelyek az urán izotópösszetételének meghatározására a laboratóriumok nagy többségében elterjedt, nem speciálisan e célra épitett tömegspektrométerek alkalmazásával foglalkoznak, nemcsak azért jelentősek, mert a laboratóriumok ilyen speciális készülékekkel nem rendelkeznek, hanem mert értékes hozzájárulást jelentenek a termikus ionizáció tömegspektrometriai alkalmazhatóságának gyakorlati és elméleti kérdéseihez is. Az ionkeltésnek e módszere ugyanis koránt sincs olyan mértékben tisztázva, mint az elektronütköztetéses ionelőállitásé.

Az irodalomban közölt eredmények, valamint saját kisérleti tapasztalatunk alapján megállapitottuk, hogy nem speciális készülékek is alkalmasak lehetnek urán izotópanalizisére abban az esetben, ha az ionkeltésnél a következő négy feltétel közül valamelyik, vagy egyidejüen néhány teljesül.

1/ Nagy fajlagos fémfelület

2/ Olyan idegen anyagok jelenléte, amelyek a fém kilépési munkájának értékét növelik.

3/ Az analizálandó uránvegyület meghatározott kémiai állapota.

4/ Az ionforrás geometriája.

Kisérleteink elsősorban arra irányultak, hogy megvizsgáljuk az első három feltétel kielégitésének, és ennek alapján az $^{238}U/^{235}U$ arány meghatározásának néhány lehetőségét.

Termikus ionforrás nagy fajlagos fém-felülettel

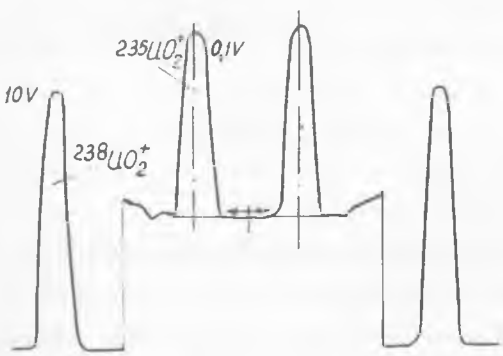
Nagy fajlagos fémfelület kialakitásának legegyszerübb módja finom szemcséjü pornak a fém felületére történő ráégetése "szinterelése ". Porózus, nagy fajlagos fémfelület előállitható fémoxidok termikus bontása folytán is [10]. Ebben az esetben azonban számolnunk kell az oxigénnek mint idegen anyagnak az ionizáció hatásfokára kifejtett hatásával is /lásd alább/. Méréseinkhez wolframporral szinterezett wolframlemezt alkalmaztunk /8,0 x 1,0 x 0,2 mm/, amelyre kb. 2 mg uranilnitrát oldatot cseppentettünk fel. A szálat infralámpa alatt kb. 20 percig száritottuk, majd vákuumban /10^{-5} Hgmm nyomáson/ előizzitottuk. Az előizzitás folyamán az uranilnitrátot uránoxiddá / U_3O_8 / alakitottuk át. A reakció lefolyását a minta szinváltozása jelzi, /zöld ⟶ sárgásbarna ⟶ fekete/.

Az igy előkészitett szálat a tömegspektrométer ionforrásába helyeztük és lassan, kb. fél óra alatt a kivánt hőfokra /kb. 1700-2000°C/ felizzitottuk. 600-700°C-on K^+ ionok jelennek meg spektrumban, amelyre a készülék optimális ionoptikája beállitható /jusztirozható/.

A spektrumban UO_3^+ , UO_2^+ , UO^+ és U^+ ionok jelennek meg, melyek intenzitás aránya az UO_2^+ ionokét 100-nak véve kb. 1:100:20:3. A mérésre tehát célszerüen az UO_2^+ ionokat használtuk.

Szinterezés nélküli wolframszálról mindössze kb. 10. percig $\sim 2.10^{-13}$ A ionintenzitást kaptunk, ami $\alpha \sim 10^{-10}$-nek felel meg, ha α-val jelöljük az ionkihozatot, amely alatt a detektor által mért és a bevitt uranilnitrát által képviselt összes töltés hányadosát értjük feltételezvén, hogy az uranilnitrát teljes mennyiségében UO_3 -á alakul a szál izzitásakor. /Az igy mért ionkihozat értéke természetesen nemcsak a választott rendszer fizikai-kémiai jellemzőitől, hanem az ionforrás geometriájától, valamint a tömegspektrométer áteresztőképességétől /fényerejétől/ is függ./ Ezzel szemben szinterezett W -lemezről 1-2 óra hosszat, /viszonylag/ konstans, átlagban $1,5.10^{-11}$ A intenzitásu UO_2^+ ionáramot nyertünk, ami $\alpha \sim 10^{-7}$-nek felel meg, s ez a sima W -lemezzel kapott ionkihozat kb. ezerszerese.

Szinterezett wolfram szállal kapott természetes urán spektrumot mutat be az 1. ábra.



1. ábra

Mint az ábrából megállapitható, a készülék felbontása elegendő, a csucsmagasságok jól leolvashatók. Az $^{238}U/^{235}U$ hányados értékére több leolvasás középértékeként 138,2 kaptunk. Az irodalomban található érték 138,8 [11] .

A stinterezés hatása elsősorban a nagy fémfelület kialakitásában és a minta jobb tapadásában keresendő.

Idegen anyagok hatása

Gyakorlatilag igen fontosak és elméletileg nagyon érdekesek azok a vizsgálatok, amelyek idegen anyagok jelenlétének az ionizáció effektivitására kifejtett hatásával foglalkoznak. A bórax [21] és a Saureisen cement alkalmazása a termikus ionizációban már régóta ismeretes [13] [14] . Ezen anyagok hatása a minta jobb tapadásában és ezen keresztül a vizsgálandó anyag és az izzószál intenzivebb érintkezésében keresendő.

Idegen anyagok, elsősorban az elektronegativ elemek hatása azonban a fém felület kilépési munkájának megváltozásában is megnyilvánulhat. A Saha-Langmuir összefüggés csak szigoruan tiszta fém felületek esetében irja le helyesen a folyamatokat. Weiershausen [15] mérései szerint oxigén jelenlétében a W -szál felületéről kilépő Cu^+ , ill. Ag^+ ionok száma lényegesen nagyobb lehet, mint az a Saha-Langmuir egyenletből várható lenne, aminek az az oka, hogy az adszorbeált O_2 megnöveli a W kilépési munkájának értékét. Fenner [16] a Re kilépési munkájának növekedését tapasztalta O_2-gáz jelenlétében. Az oxigénen kivül azonban más anyagok is fejthetnek ki hasonló hatást Zmbov [17] [18] mérései szerint a Cl_2-gáz a wolfram felületén kovalens kötéssel megkötődik, s az igy kapott $W-Cl$ képződmény már nagyobb kilépési munkával rendelkezik. Studier [19] a benzol termikus bomlásakor keletkező szén hatását találta kedvezőnek a Re ionizálü képességére.

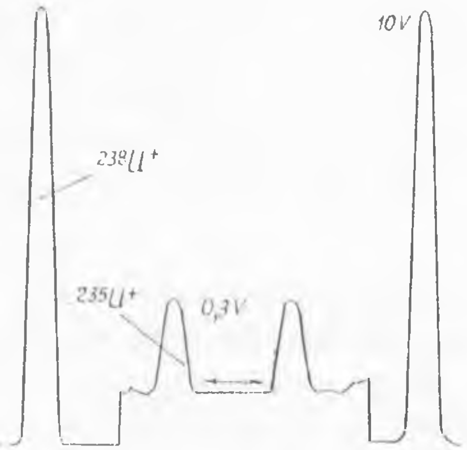
Mi a méréseinkhez grafitpor /RW-III Extra Ringsdorf Werke/ vizes szuszpenzióját alkalmaztuk, amelyet az előzőleg gondosan megtisztitott wolfram-szálra vittünk fel, majd a szuszpenziót infralámpa alatt megszáritottuk. Az egy méréshez felhasznált grafitpor mennyisége cca. 0,1 mg volt. Ezután kb. 10 μg uranilnitrátot cseppentettünk fel a szuszpenzióra vizes oldat formájában, majd az igy elkészitett mintát a tömegspektrométerbe helyeztük. A méréshez CSF-500 tipusu tömegspektrométert használtunk. A szál hőmérsékletét fokozatosan emeltük, miközben CO^+ , N_2^+ , NO^+ , CO_2^+ ionok keletkezését /egyidejü elektronütköztetéses ionizáció alkalmazása mellett/ figyeltük meg nagyobb mennyiségben, amelyek az uranilnitrát bomlása és az uránoxidnak a grafittal történő reakciója folytán keletkeztek. Mintegy 1500°C körüli hőmérsékleten U^+, UO^+ és UO_2^+ ionok jelentek meg, amelyek közül az U^+ ionok intenzitása volt a legnagyobb. 1700°C felett gyakorlatilag csak U^+ ionok vannak jelen cca. 10^{-9} A intenzitásban és ez az intezitás kb. 1 óra hosszat állandó maradt, $(\alpha \sim 10^{-3})$ s igy $^{238}U/^{235}U$ arányt könnyen meghatározhattuk.

I. táblázat

Sor szám	$^{238}U/^{235}U$
1	137.11
2	139.16
3	138.82
4	137.72
5	137.58
6	138.20
7	138.70
Közelitő érték	138.18 ± 0,38

Grafitporos módszerrel több mérési sorozatban kapott $^{238}U/^{235}U$ értékeket mutat be az I. táblázat.

A felbontóképesség illusztrálására a 2. ábra szolgál.



2. ábra

A grafit hatása az ionemisszióra

Az uranilnitrátból keletkező UO_3 disszociációs egyensulya redukáló agens /jelen esetben grafit / hatására eltolódik a fém urán keletkezésének irányában az alábbi egyensulyi reakciók szerint.

$$UO_3 \rightleftharpoons UO_2 + O \qquad /1/$$

$$UO_2 \rightleftharpoons UO + O \qquad /2/$$

$$UO \rightleftharpoons U + O \qquad /3/$$

Ennek eredményeképpen az ionizáció eloszlásában a különböző ionfajták között olyan irányu változás jön létre, amelynek következtében az U -ionok mennyisége megnő, az UO_2 -ből keletkező többi ionfajta, az UO^+, UO_2^+, UO_3^+ mennyiségének rovására. /Magasabb uránoxidok, pl. UO_4^+ stb. keletkezésének valószinüsége igen kicsi, ezért ezekkel nem foglalkozunk. /Megjegyezzük, hogy a különböző kémiai állapotoknak megfelelő ionintenzitások nem közvetlen mértékegységei az adott kémiai állapotban meglévő koncentrációknak, hanem valamennyire külön érvényes a Saha-Langmuir egyenlet más és más ϕ ill. V értékekkel , ezért a kémiai egyensulyból közvetlenül az ionintenzitások nem számithatók ki./

A redukció hatása több szempontból is előnyös. A fém-urán ionokon történő mérés a kisebb /238, ill. 235/ tömegszámok miatt jobb felbontóképességet és ezáltal nagyobb pontosságot eredményez, mint amilyet az UO^+ /tömegszám 254, ill. 251/, ill. az UO_2^+ ionok /tömegszám 270, ill. 267/ esetében kaphatunk. Igen pontos $^{238}U/^{235}U$ arány meghatározásoknál UO_2^+ ionokon történő mérésnél az oxigén izotóp összetételéből

---

* /A tömegspektrometriai tapasztalatok tanusága szerint az /1/ reakció, magas hőmérsékleten redukáló agens jelenléte nélkül is erősen jobbra tolódik./

/^{16}O, ^{17}O, ^{18}O/ eredő ion szuperpoziciót is figyelembe kell venni, ami U^+, ill. UO^+ ionok esetében elmarad /u.is 270-es tömegszámot kapunk az $^{238}U^{16}O_2^+$ ionokon kivül az $^{235}U^{17}O^{18}O^+$ ionoktól is/.

Hasonló intenzitás növekedés érhető el azáltal is, ha redukáló szer helyett oxidáló szert viszünk a rendszerbe. Goris [10] Ta_2O_5-os oxidációt alkalmazott és ezáltal csaknem kizárólag UO_2^+ ionokat kapott.

A termikus egyensulynak ilymódon történő eltolása folytán nyert ionintenzitás növekedés ritkán éri el az 1-2 nagyságrendet. Méréseink tanusága szerint azonban az U^+-ionok intenzitás növekedése ennél lényegesen nagyobb. 10 μg uranilnitráttal, 10^{-9} A ionintenzitással és 1 óra időtartalommal számolva $\alpha \simeq 10^{-3}$ adódik, ami a szinterezett szállal kapott α értéknél több nagyságrenddel nagyobb, ami tehát a termikus egyensuly eltolódásából származó ionintenzitás növekedéssel egyedül nem magyarázható. /A nagy α érték változásnál figyelembe kell venni azt is, hogy a szinterezett szálas mérést nem ugyanazon a készüléken végeztük, mint a grafit szuszp. mérést/.

A jelenség okának pontos kideritésére méréseket nem végeztünk, de feltehetően számolnunk kell a nagyfeleslegben lévő grafit és az UO_2 között a következő reakciók lejátszódásával is:

$$UO_2 + 3C \xrightarrow{>1300°C} UC + 2CO \qquad /4/$$

$$UO_2 + 4C \xrightarrow{>1900°C} UC_2 + 2CO \qquad /5/$$

Emellett tanuskodik a spektrumban jelentkező viszonylag nagy CO^+ ionintenzitás is. Az ionintenzitás nagymértékü megnövekedésének további oka lehet a képződött UC, ill. UC_2 U^+ ionemissziója is, melyet magasabb hőmérsékleten / > 1800°C/ Studier és munkatársai [19], a benzol termikus bomlása folytán keletkezett szén és Re szál esetében kisérletileg ki is mutattak.

Az O_2-hez, ill. Cl_2-hoz hasonlóan azonban a C is kedvező hatással lehet a kilépési munka értékének alakulására, vagy W_2C képződése [20], vagy pedig adszorbtive megkötött szén réteg keletkezése folytán.

A feleslegben jelenlevő szén azonban azt a lehetőséget sem teszi kizárttá, hogy az ionizáció nem is a wolfram, hanem a szén felületén játszódik le legalábbis nagyrészben, és igy nem a wolfram, hanem a szén kilépési munkájával kell számolnunk.

A kérdés tisztázására egyelőre még nem áll elegendő adat rendelkezésre. Az eddigi irodalmi adatok tanulsága, valamint saját tapasztalatunk alapján is azonban az látszik valószinünek, hogy a szén hatása összetett.

I r o d a l o m

[1] Chamberlain, O. et al.: Phys. Rev. 70, 580 /1946/

[2] Nier, A.O.: Phys. Rev. 55, 150 /1939/

[3] White, J.R. et al: Phys. Rev. 74, 991 /1948/

[4] Nier, A.O.: Anal. Chem. 20, 188 /1948/

[5] Fornwalt, D.E. et al.: PWAC-393 The "Determination of Uranium Isotope Abundances and Reaktor Fuel Burnup by Mass-Spectrometry"

[6] Bir, R.: Rapport CEA No.1756 "Methode de Reduction de erreurs des memoire dans les analyses isotopiques de l'hexafluorure d'uranium par spectrometrie de masse"

[7] Dietz, L.A. et al.: Anal. Chem. 32, 1276 /1960/

[8] Lounsbury, M.: Canad. J. of Chem. 43, 259 /1956/

[9] Barton, G.W. at el.: Anal. Chem. 32, 1599 /1960/

[10] Goris, P.: IDO-14590 "Improved Sample Bonding and Emission with Tantalum Surface Ionization Filaments" /1962/

[11] Bainbridge, K.T. and Nier, A.O.: "Relativ Isotopic Abundances of the Elements" Preliminary Report No.9. Nucl.Sci. Ser. /1950/

[12] Nief, G.: "Applied Mass Spectrometry" 253.o. The Inst. of Petr. London 1954

[13] Hand, I.E.: Rev. Sci. Inst. 24, 181 /1953/

[14] Palmer, G.H. et al.: "Applied Mass Spectrometry" 47.o. The Inst. of Petroleum, London 1954

[15] Weiershausen, W., Waldron, J.D.: "Adwances in Mass Spectrometry" 120.o. Pergamon Press 1959 London

[16] Fenner, N.C.: J. Sci. Instr. 41, 48 /1964/

[17] Zmbov, K.F.: Bull. of the Boris Kidric Inst. of Nucl. Sci. 13, No.2. 17 /1962/

[18] Zmbov, K.F.: Doktori értekezés, Bull. off the Boris Kidric Inst. of Nucl.Sci. /megjelenés alatt/

[19] Studier, M.H. at el.: J. of Phys. Chem. 66, 133 /1962/

[20] Robertson, A.J.B., Waldron, J.D.: "Advances in Mass Spectrometry" 559.o. Pergamon Press 1959, London

[21] Nief, G.: "Applied Mass Spectrometry" 253.o. The Inst.of Petroleum, 1954, London.

Érkezett: 1965. ápr. 24.
[illegible] Közl. 14.évf. 1.szám, 1966.

NEUTRON DÓZISINTENZITÁS MEGHATÁROZÁS FLUXUS ÉS ÁTLAGENERGIA MÉRÉSSEL

Irta: Makra Zsigmond

Összefoglalás

Készüléket szerkesztettünk E > 10 keV energiáju neutronok átlagenergiájának mérésére. Berendezésünk müködési elve a következő: moderátor tömbre eső neutronnyaláb a tömb belsejében termalizálódik, aholis a termikus neutronok térbeli eloszlása függ a primer neutronenergiától. A mérés ugy történik, hogy egy polietilén tömb felületén elhelyezett termikus neutron detektor elé különböző vastagságu polietilén korongokat helyezünk. A térbeli eloszlás aszimptotikus viselkedését az "első ütközési módszerrel" irva le, a berendezés energia hitelesitése és érzékenységének energiafüggése a mérésekkel megegyezőnek adódik.

Bevezetés

Neutron sugárzási terek, például kritikus rendszerek,neutron generátorok környezetének a mérésénél általában összetett információkra van szükségünk. A neutronfluxus meghatározása - mivel a fizikai dózis a neutronenergiától erősen függ, nyilván nem elegendő. Nem elegendő azonban a fizikai dózis meghatározása sem, mivel a neutronok relativ biológiai hatásossága /RBE/ is az energia függvénye. Ilyen módon az RBE-t is figyelembe vevő biológiai dózis a fizikait 2-10,5-szeresen meghaladja / 1. táblázat/. E miatt a neutronenergia meghatározása sugárvédelmi szempontból fontos feladat.

Pontosan dózis karakterisztikáju neutron detektort késziteni nem egyszerü, ezért a dózist gyakran közvetve, pl. fluxus és energia mérésből határozzuk meg. /Ezekkel a kérdésekkel részletesen foglalkoztunk az [1] és [2] közleményben./

A viszonylag egyszerü és kis fluxusoknál is alkalmazható neutronenergia mérésnek természetesen nagy szerepe van más jellegü feladatoknál is, mint például reaktor "kifolyási" spektrumok mérése, vagy különféle magreakciók vizsgálata.

1. táblázat

Relativ biológiai hatásosság - neutron energia összefüggés

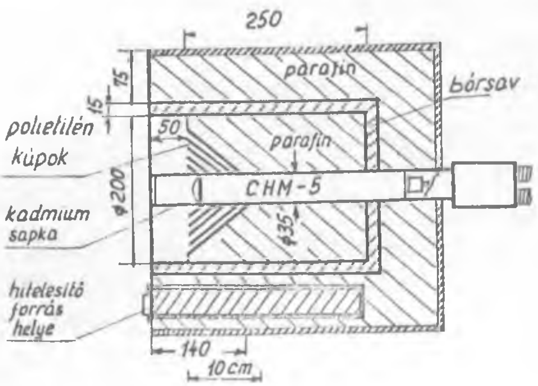
Neutron energia	RBE
termikus	3
100 eV	2
5 keV	2,5
20 keV	5
100 keV	8
500 keV	10
1 MeV	10,5
2,5 MeV	8
5 MeV	7
7,5 MeV	7
10 MeV	6,5

A következőekben egy fluxusra egyenletes érzékenységü számlálóval és egy neutron átlagenergia mérővel végzett vizsgálatainkról számolunk be.

A fluxusmérő detektor

Fluxus meghatározásra a következőkben ismertetendő átlagenergia mérőn kivül egy egyenletes érzékenységü detektort /Hanson-McKibben féle "Long Counter"/ is használtunk. Ez, nagy mérete folytán, érzékenyebb az átlagenergia mérőnél, továbbá a fluxus meghatározására igy két, független mérést tudtunk összevetni. Ezenkivül az átlagenergia mérő bemérésénél a fluxusmérőt ellenőrző számlálóként használtuk.

Az eredeti, Hanson-McKibben féle kivitelt [3], [4] Vályi László ugy módositotta [5], [6], hogy a számláló érzékenysége 25 keV alatt, egészen a termikus energiáig, állandó legyen. Az eredeti kivitelnél a homlokfalba furt nyolc lyuk nem emeli meg kellő képpen a kisenergiás érzékenységet, ezért Vályi ezek helyett parafin kupokat alkalmazott /1. 1.ábra/. Mi ezt a megoldást követtük, csak parafin helyett polietilént használtunk a kupok anyagául. Detektorként a szokásosnál nagyobb, 35 mm átmérőjü CHM-5 proporcionális számlálót használtunk. A számlálócső átmérőjének megnövelése a 0,025 eV-5 MeV érzékenység menetét nem befolyásolja, de az 5-15 MeV tartományban az érzékenységet megnöveli [7]. Ezenkivül

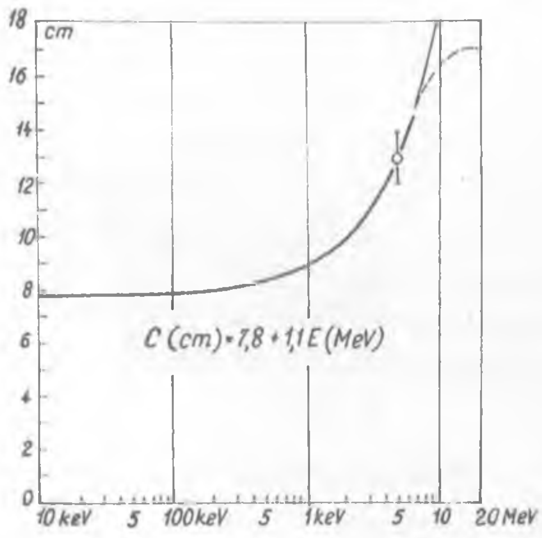


1. ábra
A fluxusmérő detektor metszete

természetesen megnő az abszolut érzékenység is.

De Pangher "precíziós Long Counter" konstrukciójának megfelelően a detektor tengelyével párhuzamosan furt lyukba hitelesitő Ra-α-Be neutronforrás helyezhető. Amikor a forrás nincs a detektorban, a nyilást plexi dugó zárja el [8].

Detektorunk érzékenységét $4{,}1.10^6 \pm 10$ % neutron/sec hozamu Po-α-Be forrással /átlagenergiája: $\bar{E} = 4{,}6$ MeV/és /d,t/ reakcióval előállitott 14,6 MeV energiáju neutronokkal határoztuk meg. A mérési pontokhoz 0,025 eV - 5 MeV között [4] görbéjét, 5-15 MeV között [7] görbéjét illesztettük.

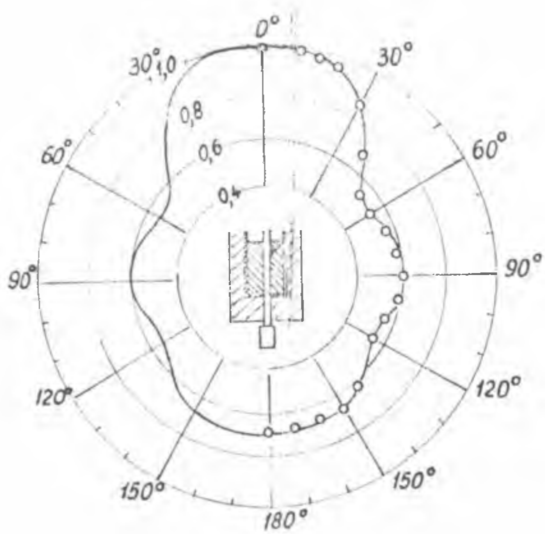


2. ábra
A fluxusmérő c effektiv homlokfelület mélységének változása a neutronenergia függvényében. A folytonos görbe De Pangher tapasztalati összefüggése, a mérési pontot Po-Be neutronforrással vettük fel. A pontozott görbe a lassitó tömb hosszának megfelelő értékhez simul

A detektor abszolut érzékenysége 4,6 MeV energián 0,70 imp/neutron.cm^{-2}, 14,6 MeV-en pedig 0,40 imp/neutron.cm^{-2}. A fluxusmérés hibája sehol sem nagyobb ± 20 %-nál.

Az abszolut érzékenység méréshez ismernünk kell a detektor c effektiv homlokfelület mélységét. A számlálási sebesség négyzetgyökének reciprokát, mint a forrástól mért r távolság függvényét ábrázolva egyenest kapunk, mely az r tengelyből kimetszi az effektiv homlokfelület-mélységnek megfelelő pontot. Ez függ az energiától, 4,6 MeV-re 13±1 cm - t kaptunk. /A parafin kup csucsától számitva./ Ez rajta fekszik

De Pangher c=7,8+1,1E görbéjén [8], /2. ábra/. Az összefüggés nyilván csak addig érvényes, amig $c \leq l$ ahol l az érzékeny térfogat hossza/, ezért 14,6 MeV-en c=17 cm-t használtunk.



3. ábra
A fluxusmérő irányérzékenysége

Megvizsgáltuk a detektor irányérzékenységét is. Az oldalsó és hátsó árnyékolás különösen diffuz sugárzási terek vizsgálatánál fontos, de pontszerü forrásokkal való mérésnél is előnyös, mivel csökkenti a környezetből szóródott neutron sugárzás hatását.

Az irányérzékenységet Po-α-Be forrással vettük fel. A detektort az effektiv homlokfelületnek megfelelő sikon átmenő függőleges tengely körül forgattuk, 10^{o}-os lépésekben. A kapott görbét a 3. ábra mutatja. Megjegyzendő, hogy a környezetből szóródó neutronokra, mivel főleg nagyszögü szórás lép fel és igy a neutronenergia jelentősen csökken, a detektor árnyékolása hatásosabb. A mérésnél a detektor padló fölötti magassága 160 cm,a forrás-detektor távolság 150 cm volt. Ilyen elrendezésnél a szórt neutronok~50 imp/perc számlálási sebességet okoztak, ami az egyenesen detektorba jutó neutronok jelének 10-20 %-át tette ki.

A neutron-átlagenergia mérő

A mérés elve

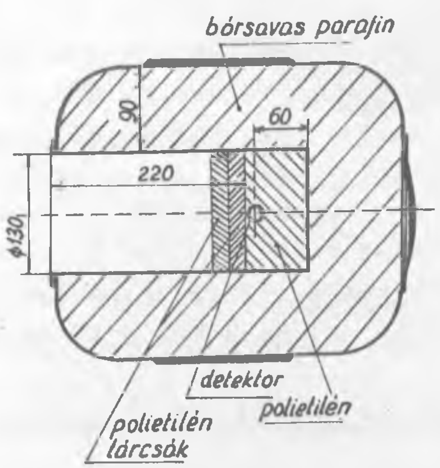
Lassitó anyaggal kitöltött féltérre essék merőlegesen energiáju neutronnyaláb. Az E energiáju neutronok fluxusa a moderátor mélységében, a homlokfalra merőlegesen befelé haladva exponenciálisan fog csökkeni. Az exponens a $\sum_t(E)$ teljes hatáskeresztmetszet negativjával egyenlő. Mivel $\sum_t$ általában függ az energiától, az ütközést nem szenvedett neutronok hely-eloszlásának meghatározásával a beeső neutronnyaláb energiája meghatározható lenne.

A primer neutronnyaláb eloszlását körülményes mérni, azonban hidrogéntartalmu anyagra közelitőleg érvényes a következő megfontolás. A neutron már az első ütközésnél sok energiát veszit, miáltal a közepes szabad uthossza is lecsökken, igy első közelitésben a termalizálódás helye azonosnak vehető az első ütközés helyével. A termikus neutronok hely - eloszlását viszont kényelmesen ki lehet mérni. Ezen az uton a termikus eloszlásból a gyors eloszlást és ezen keresztül a beeső neutronok energiáját megmérhetjük.

A gyakorlatban 10-20 cm méretü lassitóanyag tömb is megfelel. Oleson parafin hengerben indium fóliákat helyezett el [9], Block és Shon polietilén tömbben BF_3 gáz töltésü proporcionális számlálóval mért [10].

Berendezésünk kivitelénél Block és Shon megoldását követtük.

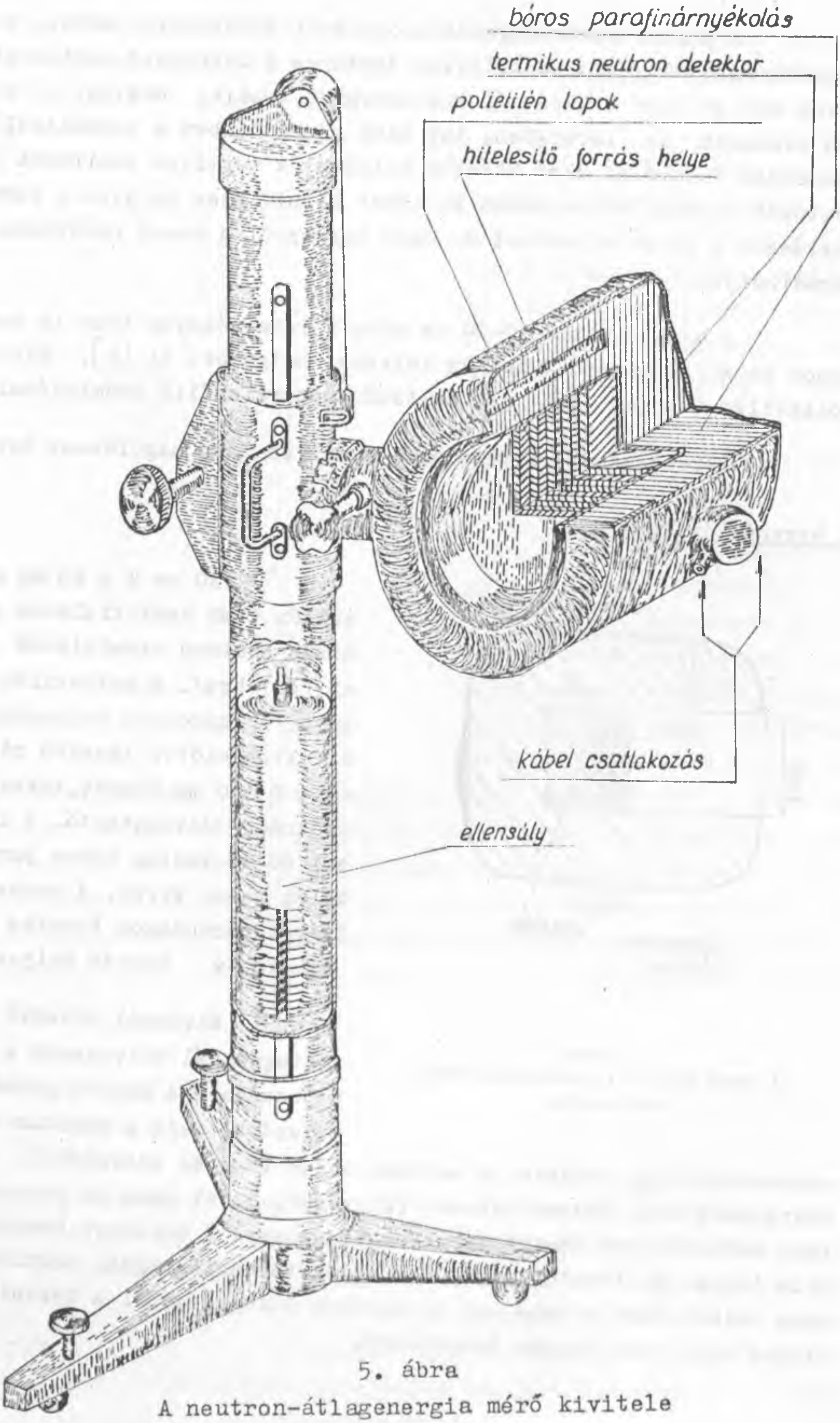
A berendezés kivitele



4. ábra
A neutron-átlagenergia mérő metszete

130 mm Ø x 68 mm méretü polietilén tömb homlokfalának sikjában termikus neutron számlálócső helyezkedik el /4. ábra/. A polietilén tömb elé polietilén korongok helyezhetők, igy a detektor előtti lassitó réteg vastagsága 0-160 mm között, tetszőleges lépcsőkben, változatható. A lassitó tömböt 90 mm vastag bóros parafin árnyékolás veszi körül. A rendszer tengelyével párhuzamos furatba hitelesitő Ra-α-Be forrás helyezhető.

Mérésnél növekvő moderátor vastagságnál felvesszük a számlálási sebességet. A kapott görbe először emelkedik, majd a maximum elérése után exponenciálisan csökken. A maximum helye függ az energiától, azonban az energiának elég lassan változó függvénye, ezért csak az exponenciális szakasz meredekségét használtuk energiamérésre. A detektor homlokfelülete kadmium lappal boritható, a 0-30 mm moderátorvastagságnál kadmiummal és kadmium nélkül mért számlálási sebességek különbségéből a berendezésre eső fluxus termikus hányada becsülhető.



5. ábra
A neutron-átlagenergia mérő kivitele

A mérőfej háromkerekü talpon gördithető, a talpra szerelt 180 cm magas oszlopon pedig függőleges irányban csucstatható. Ezt a mozgást az oszlop belsejében felfüggesztett ellensuly könnyiti meg. A mérőfej ezen kivül vizszintes tengely körül 360°-ban forgatható /5. ábra/.

A termalizálódott neutronok detektálására CHM-9 (SzNM-9) tipusu belső falán bór bevonatu, argon- neon töltésü koronasszikra számláló csövet használtunk. Ez a detektor az első méréseinknél használt, azonos méretü /135x19 mm/, CHM-3 jelü BF_3 gáz töltésü proporcionális csőnél kb. háromszor érzékenyebb, jelei pedig három nagyságrenddel nagyobbak. A cső tápfeszültség igénye 800-1000 V, a szükséges erősités 200x-500x.

Az átlagenergiamérő jellemzőinek meghatározása

Átlagenergiamérőnk paraméterei közül - mivel a müszert energia és fluxus mérésre kivánjuk használni - a legfontosabb a termalizálódott neutronok lecsengése energiafüggésének, valamint az érzékenység energiafüggésének meghatározása. Ha ugyanis a termikus neutronok hely-eloszlását felvesszük és ebből meghatározzuk az átlagenergiát, akkor az érzékenység energiafüggésének ismeretében a fluxust is meghatározhatjuk, e két adatból pedig a dózisintenzitást számithatjuk ki.

E két jellemzőt elméleti uton - az előzőekben emlitett - "első ütközési módszerrel" határoztuk meg, méréseket pedig 2,5 MeV, 4,6 Mev /átlag/ és 14,6 MeV energián végeztünk.

A termikus neutronok hely-eloszlásának energiafüggése

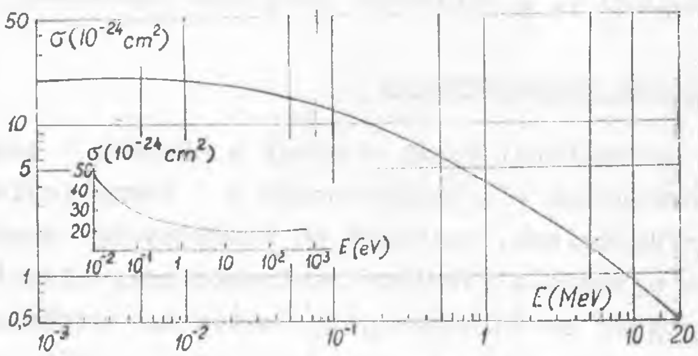
Ha feltesszük, hogy a neutronok az első ütközés helyén termalizálódnak és, hogy ebben a folyamatban a szén atomoknak nem, hanem a hidrogén atomoknak van szerepe, akkor a hely-eloszlás $k(E).\exp\{-\sum_H(E)x\}$ alaku lesz, ahol $\sum_H(E)$ a hidrogén teljes hatáskeresztmetszete. /$k(E)$ meghatározásával később foglalkozunk./ Ez a közelités a tényleges eloszlástól a következőek miatt tér el.

a/ A neutronok egy részének az első ütközés után is jelentős energiája marad. A szórási szög és az energiaveszteség összefüggése olyan, hogy a nagyobb energiáju neutronok előre szóródnak. Ennek következtében a tényleges csökkenés a számitottnál kevésbé meredek lesz.

b/ A szénatomok is lassitják a neutronokat.

c/ A moderátor tömb véges méretei, illetve a tömböt körülvevő bóros parafin elnyelő hatása, valamint a termikus neutron detektorban bekövetkező elnyelés is befolyásolja a görbe menetét.

A b/ hatást, mivel a C/H arány a polietilénben 0,5, valamint a C atomoknak átadott energia a H atomoknak átadott energiának átlagosan csak 28 %-a, továbbá $\sum_C < \sum_H$ $E < 2\,MeV$ esetén és $\sum_C \approx \sum_H$, $2\,MeV < E < 15\,MeV$, jelen közelitésben elhanyagoltuk.



6. ábra

A hidrogén teljes hatáskeresztmetszete

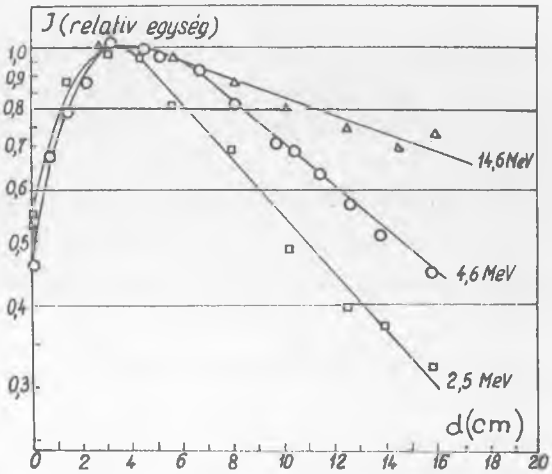
Az a/ és c/ hatás a görbe abszolut értékét megváltoztatja /a relaxációs hossz - energia görbén nyujtást okoz a relaxációs - hossz tengely irányában/, azonban mivel első közelitésben a görbe jellegét nem változtatja meg, ezért a módszer energiatartományára és érzékenységére vonhatunk le következtetéseket.

A hidrogén hatáskeresztmetszet görbéjéből [11] /6. bára/ látható, hogy a módszer a ~ 10 keV-15 MeV tartományban energiamérésre használható. 1 eV és ~ 10 keV között az energiára érzéketlen. 1 eV alatt a relaxációs hossz megint függ az energiától.

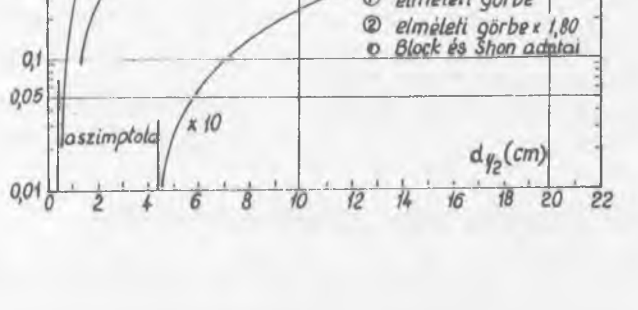
A $\sum_H(E)$ alapján számitott polietilén felezőréteg vastagság - energia görbét a 8. ábrán tüntettük fel. A 2,5 MeV, 4,6 MeV és 14,6 MeV energiáju neutronokkal felvett hely-eloszlási görbékből /7.ábra/ meghatározott felezőréteg vastagsághoz az elméleti görbe 1,80-szorosa illeszthető. Az ábrán saját méréseink mellett Block és Shon mérési pontjait is feltüntettük.

A detektor érzékenységének energiafüggése

A lassitó tömbre eső neutronfluxusnak egy hányada a homlokfelületről visszaszóródik. A bejutó neutronoknak egy része termalizálódás



7. ábra
Különböző energiáju neutronok által létrehozott termikus neutron eloszlások polietilénben.



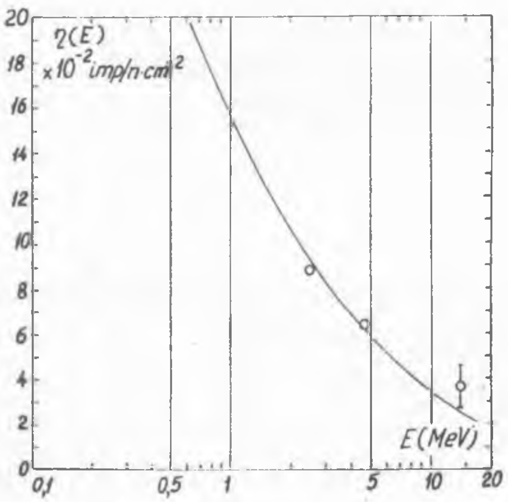
8. ábra
A termalizálódott neutronok fluxusa exponenciális csökkenése felező vastagsága polietilénben, a neutron-energia függvényében

előtt kiszökik, a termalizálódott neutronoknak egy hányada pedig kidiffundál a tömbből. Ha első közelitésként ezeknek a veszteségeknek a beeső neutronok energiájától való függését elhanyagoljuk, akkor érvényes a következő megfontolás: az egész tömbre összegezett termikus fluxus a homlokfelületre eső teljes fluxusnak c -szerese lesz /$c < 1$ /, ahol c nem függ az energiától:

$$\eta(E) = c\int_0^\infty \exp\left\{-\frac{x}{\lambda(E)}\right\} dx = c\lambda(E)$$

ahol $\eta(E)$ a detektor érzékenységét adja.

A számitás pontosabbá tételéhez diffuziós és transzport elméleti korrekciók szükségesek, azonban már az igy számitott görbe és a mérési adatok egyezése is jónak mondható /9. ábra, 2. táblázat/. A 2.táblázatban két energiára vett érzékenység viszonyt tüntettünk fel mérési eredményeink, számitásaink, illetve Block és Shon [10] görbéje alapján. Mint látható, Block és Shon elméleti indoklás nélkül adott exponenciális görbéje mérési adatainktól erősen eltérő eredményt ad.



9. ábra
Az energiamérő érzékenységének változása a neutron energia függvényében

Az abszolut érzékenységet a Po-α-Be forrás ismert hozamából határoztuk meg. Ez η = = 0,066 imp/n.cm² a termikus neutron hely-eloszlási görbe csucsára vonatkoztatva. A 2,5 MeV és 14,6 MeV energiáju pontoknál a neutrongenerátor hozamát a fluxusmérővel ellenőriztük.

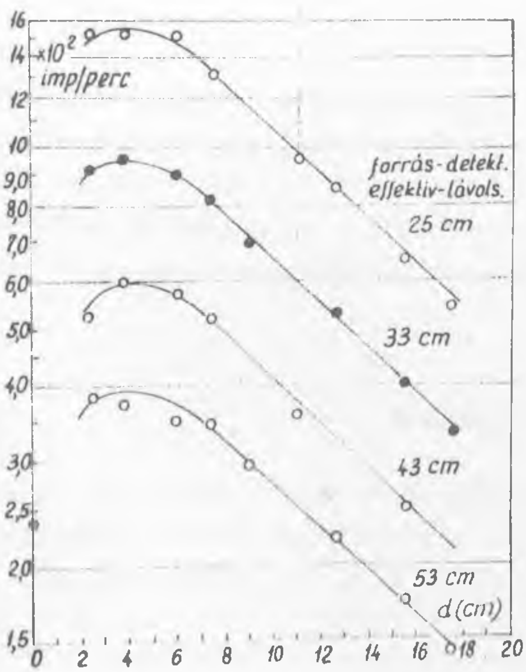
<u>Effektiv homlokfelület mélység, irányérzékenység</u>

A számlálási sebesség és a forrás-detektor távolság összefüggéséből - az előző detektornál követett eljáráshoz teljesen hasonlóan - meghatároztuk a detektor effektiv homlokfelületének helyét. Ez a detektor első sikja mögött 15±2 cm-re fekszik. A különböző forrás - detektor távolságoknál felvett hely - eloszlás görbék egybevágóak /10.ábra/, tehát a sugárnyaláb divergenciája a mérést nem befolyásolja.

II. táblázat

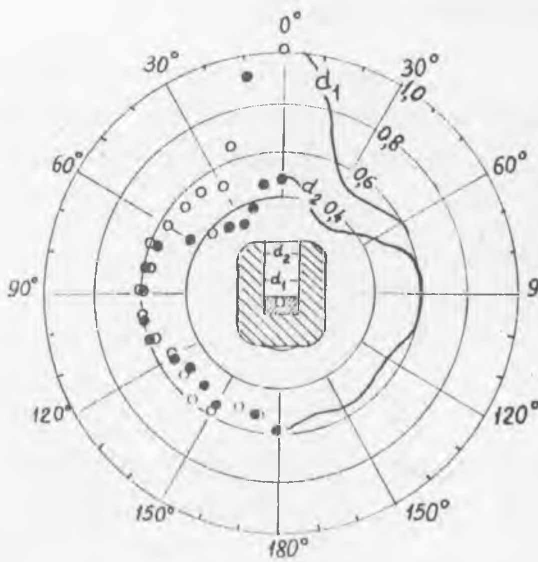
Számitott és mért érzékenység viszonyok Block és Shon adataival összehasonlitva

	Elméleti	Mért	Block és Shon
$\frac{\eta\ 2,5\ \mathrm{MeV}}{\eta\ 14,6\ \mathrm{MeV}}$	3,50	2,25±0,35	9,1
$\frac{\eta\ 4,6\ \mathrm{MeV}}{\eta\ 14,6\ \mathrm{MeV}}$	2,43	1,70±0,50	6,5



10. ábra

Különböző forrás-detektor távolságoknál felvett hely-eloszlás görbék /4,6 MeV átlagenergiáju neutronokkal./



11. ábra

A neutronenergia mérő irányérzékenysége. d_1 : 45 mm moderátor vastagságnál, d_2: 160 mm moderátor vastagságnál

A 11. ábrán a detektor irányérzékenységét tüntettük fel. /Az ábra egyik oldalán csak a mérési pontokat, a másik felén a pontokhoz illesztett görbét ábrázoltuk./ Nagyobb polietilén vastagságoknál az oldalirányu érzékenység viszonylag megnő, ezért erősen szórt sugárzási terek vizsgálatánál nem célszerü nagyobb / ~ 120-160 mm/ moderátor vastagságnál mérni.

Összefoglalás

Egyszerüen használható és érzékeny neutronenergia mérőt készitettünk. A berendezés müködését jól leiró elméletet is kidolgoztunk, ami feleletet ad több, eddig még nem vizsgált kérdésre. Bár az első ütközési elmélet közelitő volta ellenére is használható eredményeket ad, a továbbiakban célszerünek látszik az elméletet a második ütközések és a szén atomok szerepének figyelembe vételével finomitani.

Berendezésünket eddig sugárvédelmi dozimetriai és reaktorfizikai mérésekre használtuk, ezekről következő közleményünkben számolunk be.

Köszönetnyilvánitás

A számos értékes ötletért és megbeszélésért köszönettel tartozom Szatmári Zoltánnak. Vályi László a fluxusmérővel kapcsolatban, Mészáros István az energiamérő müszaki terveinél nyujtott segitséget. Zalán Béla a méréseknél és egyes technikai problémák megoldásánál müködött közre. A neutrongenerátort a II. Magfizikai Laboratórium bocsátotta rendelkezésemre.

I r o d a l o m

[1] Makra Zs.: Neutron-dozimetria.Magy.Fiz.Folyóirat, XIII 1-18 /1965/

[2] Makra Zs.: Neutron-dozimetria. Őszi Sugárvédelmi Is. Mátrafüred, 1964

[3] Hanson, A.O., McKibben, J.L.: A Neutron Detector Having Uniform Sensitivity from 10 keV to 3 MeV. Phys. Rev. 72,673-677 /1947/

[4] Allen, W.D.: Flat Response Counters, Marion, Fowler: Fast Neutron Physics könyvében, Part I. 361-377

[5] Vályi L.: Államvizsga szakdolg. Budapest, 1956.

[6] Vályi L.: Egyenletes érzékenységü neutron számláló KFKI Közl. 319-333 /1956/

[7] Вацет, Тонапетян, Дорофеев: Детектор нейтронов с постоянной чувствительностью к нейтронами с энергиями от 0,025 до I4 Мэв. Атомная Энергия, 7, (I956) I72-I74.

[8] De Pangher, Physical Aspects of Irradiation, NBS Handbook 85. 47-48

[9] Oleson, F.B.: Neutron Monitoring with Indium Foils. BNL 351 /T-62/

[10] Block, S., Shon, F.J.: Neutron Dose Measurements by an Attenuation Technique Health Physics 8, 533-541 /1962/

[11] Hughes, D.J., Harvey, J.A.: Neutron Cross Sections, BNL 325

Érkezett: 1965. szept. 14.

KDKI Közl. 14.évf. 1.szám, 1966.