Vol. 16. No. 5. 1968

KFKI

KÖZLEMÉNYEK

СООБЩЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНОГО ИНСТИТУТА ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

REPORTS OF THE CENTRAL RESEARCH INSTITUTE FOR PHYSICS

Szerkeszti: Ádám András
Редактор: А.Адам
Editor: A. Ádám

MTA KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET KÖNYVTÁR- ÉS KIADÓI OSZTÁLYA
БИБЛИОТЕКА И ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ОТДЕЛ
ЦЕНТРАЛЬНОГО ИНСТИТУТА ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ВЕНГЕРСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
CENTRAL RESEARCH INSTITUTE FOR PHYSICS LIBRARY AND DOCUMENTATION DEPARTMENT

BUDAPEST, 114. POB 49.

Technikai szerkesztő: Nagy Imréné   Példányszám: 320
Megjelent: 1968. okt. 5.   Rotaszám: 3981

A kiadásért felelős: Jánossy Lajos

Megjelenik: kéthavonta
Előfizethető a 173.144-52. MNB bevételi számlán
Előfizetési dij: egyes szám 5,-Ft, egy évre: 30,-Ft /6 szám/

KFKI

KÖZLEMÉNYEK

Vol. 16. No. 5. 1968.

T A R T A L O M

Р Е З Ю М Е

I. Об оболочечном эффекте в сечениях реакций (n, 2n)
А.Адам, Л.Йэки

Показано, что с учетом оболочечного эффекта энергии порога реакции сечение реакций (n, 2n) можно определить выражением, зависящим только от параметров симметрии $\frac{N-Z}{A}$. Хорошее совпадение рассчитанных значений сечения с экспериментальными данными показывает, что действие оболочечного эффекта параметра плотности ядерных уровней $\underline{a}$ и действие энергии спаривания б при настоящей точности экспериментальных данных не обнаруживаются в сечениях реакций (n, 2n).

2. Угловая анизотропия осколков тройного деления при U-235 и U-238
И.Ковач, Л.Надь, Т.Надь и И.Виннаи

С помощью полупроводниковых детекторов была измерена угловая анизотропия осколков тройного деления. Измерения были проведены на U-235 облучением нейтронами с энергией 2,5 и I4 Мэв, и на U-238 с I4 Мэв. В случае нейтронов с энергией I4 Мэв получена анизотропия больше, чем анизотропия осколков двойного деления. При 2,5 Мэв обе анизотропии оказались равными.

3. Графитовая призма для прикладных нейтронно-физических измерений
Ш.Деме, Ж.Макра и З.Вереш

Нами построена графитовая призма с размерами I80см х I80см х 240см для исследований по прикладной нейтронной физике. Призма может быть применена для калибрации различных нейтронных детекторов, например активационных фольг и счетчиков. При изменении взаимного положения источника нейтронов и детектора, а также положения относительно призмы, спектр и поток использованных нейтронов изменяется в широких пределах. Поток медленных нейтронов определяется путем расчета при известном выходе источника или непосредственно путем измерения. С по-

мощью призмы легко и с удовлетворительной точностью можно сравнивать выход различных источников нейтронов. В будущем призма будет нами использована в первую очередь для калибрации нейтронных дозиметров широкого энергетического диапазона.

4. Субстехиометрические и групповые разделения с помощью экстракции хелатов металлов

А. Элек, Я. Боганч и Э. Сабо

В статье сообщаются соображения в связи с разработкой нового метода сепарации металлов, основанного на принципе субстехиометрии. Название метода указывает на проведение субстехиометрической сепарации какого - - то металла совместно с количественной экстракцией многих металлов. Обсуждается необходимость разработки метода. Выведены формулы для порогового значения рн и для охарактеризования селективности разделения.

5. О логическом планировании цифровых систем

Я. Бадински и Е. Вист

В первой части статьи излагаются теоретические основы, в дальнейшем показывается их непосредственная связь с комбинационными сетями. Под названием "минимализации" подразумевается одна из общих формулировок проблемы минимума. Рассматриваются алгорифмы для нахождения тупиковых или минимальных выражений. Отдельно занимаемся вопросом минимализации с помощью ЦВМ и даем блок-схему двух программ, которые были исследованы на ЦВМ ICT-1905.

6. Исследование цифрового стабилизатора спектра

Ф. Вайда

Были проведены расчеты для определения важнейших параметров цифрового стабилизатора спектра, выработанного Электронным Отделом. Применение приспособления приводит к расширению опорного пика также и в стационарном случае, однако это зависит от рассеяния распределения колебания, вмешивающегося сигнала, данного регулятором, и так возможно хорошо контролировать и ограничивать. Если изменение параметра, причиняющего погрешность является постоянным по времени, величина сдвига пика зависит от скорости сигнала, обозначающего погрешность, определенной в следующей форме:

$$\frac{\text{поправочная величина шага}}{\text{среднее время между отсчетами}}$$

и редуцируется практически до какой-угодно малой величины, соответствующим выбором параметров регулирующей системы. Результаты исследования созданного приспособления хорошо совпадают с расчитанными значениями.

S u m m a r i e s

1. Importance of the Shell Effect in the /n,2n/ Reaction Cross Section

A. Ádám and L. Jéki

It is shown that if the shell effect of the threshold energy for reaction is taken into account, the /n,2n/ reaction cross section can be described by a phenomenological equation which is a function of the symmetry parameter $\frac{N-Z}{A}$, only. The thus predicted cross section values are in good agreement with the experimental data, indicating thereby that the shell effect of the level density parameter a and the effect of the pairing energy δ do not appear in the value of the /n,2n/ cross section within the systematical error of the measurement.

2. Angular Anisotropy of Fragments from Ternary Fission of U-235 and U-238

I. Kovács, L. Nagy, T. Nagy, I. Vinnay

Angular anisotropy measurements on fragments from ternary fission are reported. Semiconductor technique was used. The bombarding neutron energies were 14 MeV for U-238 and 2,5 MeV or 14 MeV for U-235. Using 14 MeV neutrons, the angular anisotropy was found to be higher than, while for 2,5 MeV neutrons similar to that observed for binary fission.

3. Graphite Prism for Applied Neutron Physical Measurements

S. Deme, Zs. Makra, Z. Veres

A graphite prism, with the dimensions 180 cm by 180 cm by 240 cm, is described. The prism will be used for applied neutron physical measurements, such as the calibration of detectors and the determination of the yield of neutron sources. By varying the location of the neutron source and/or the detector, the spectrum as well as the flux of neutrons can be varied in a wide range. The flux can be evaluated from the activation of foils, or when a source of known yield is used, by calculation, too. The prism is applicable for the intercomparison of various neutron sources. The prism will be used primarily for the calibration of neutron survey equipment covering a wide range of energies.

4. Substoichiometric and Group Separations by Metal Chelate Extractions
A. Elek, J. Bogáncs, E. Szabó

The theory of a new separation method based on the substoichiometric principle is discussed. The name of the method implies the substoichiometric separation of a given metal with the simultaneous quantitative extraction of a group of other metals. It is shown why the development of the method is needed and the general relations determining the threshold value of pH and the selectivity of the separation are formulated.

5. Logic Design of Digital Systems
J. Bagyinszki and Éva Viszt

Theoretical considerations on the logic design of digital systems are presented with particular regard to the direct relationships with combination switching networks. A general formulation of the minimum problem is given and the algorithm for irredundant forms is discussed. The minimization by computer is dealt with separately and two schematic programs for ICT-1905 computer are described.

6. Investigation of a Digital Spectrum Stabilizer
F. Vajda

Calculations have been performed for estimating the main performance parameters of the digital spectrum stabilizer developed in the Electronic Department. The broadening of the reference peak, observable when the stabilizer is applied, even in the stationary case, is a function of the variance of the actuating signal distribution, only. Thus it can be kept under control and minimized. If the parameter responsible for the error changes at a constant rate, the drift of the peak position is determined by the drift rate, defined as correction step per mean value of the intervals between counts. With an appropriate choice of the control system parameters, the drift rate can be kept as small as required. The results obtained in a test were found to be in good agreement with the estimations.

DIGITÁLIS RENDSZEREK LOGIKAI TERVEZÉSÉRŐL

Irta: Bagyinszki János és Viszt Éva

Összefoglalás

Az első részben az elméleti alapok megadása található, majd rámutatunk ezek közvetlen kapcsolatára a kombinációs hálózatokkal. "Minimalizáció" cimszó alatt a minimum-probléma egy általános megfogalmazása található, majd irredundáns kifejezések keresésére vonatkozó algoritmust tárgyaljuk. Külön foglalkozunk a gépi minimalizáció kérdésével és közöljük a két, ICT 1905-ös számológépre elkészitett program blokksémáját.

Bevezetés

A témakör aktualitását az a tény emeli ki, hogy mig az automatizálás rohamos térhóditásával egyre nagyobb jelentőségre tesznek szert a digitális müködésü készülékek, ugyanakkor, bár hazánkban is számos intézetben foglalkoznak logikai tervezéssel, a tervezés elméleti alapjait kevesen ismerik, s igy nem minden esetben az optimális megoldások valósulnak meg.

A dolgozatban mérnöki szempontból talán a szokásosnál kissé "matematikusabb" megfogalmazásban tárgyaljuk a témát, ügyelve azonban arra, hogy ez ne menjen az érthetőség rovására.

A müszaki gyakorlatból ismert kifejezések, mint pl. hálózat, kapcsolóelem, stb. definició nélkül szerepelnek a dolgozatban.

I. Boole-algebra

1. Definició. Ha az L /véges/ halmazon értelmezett két, ① és ② idempotens, kommutativ, asszociativ müveletre /$a \circ a = a$, $a \circ b = b \circ a$, $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$; a $\circ$ jelenti ① és ② müveletek bármelyikét, de egy azonosságon belül csak az egyiket/ - melyek egymás duáljai - érvényes az

$$(a ① b) ② a = a \qquad /a, b \in L/$$

elnyelési tulajdonság, akkor ezt a kétmüveletes strukturát hálónak nevezzük.

Jelölje $A=\{A_r\}$ az L -re vonatkozó igaz állítások halmazát. A hálóelméleti dualitás elve azt mondja ki, hogy A -val együtt annak D(A) duálisa is igaz állítások halmaza.

A hálók egy sokat vizsgált osztályát képezik a disztributiv hálók.

2. Definició. Az olyan L hálót, amelyben tetszőleges a, b, c $\in L$ esetén teljesül az

$$a \textcircled{1} (b \textcircled{2} c) = (a \textcircled{1} b) \textcircled{2} (a \textcircled{1} c)$$

azonosság, disztributiv hálónak nevezzük.

Minden véges hálóban van egység és zéruselem; disztributiv hálóban ezek egyértelmüek/ $e \textcircled{1} a = a$, $0 \textcircled{2} a = a$ /.

3. Definició. Az a elem komplementumának nevezzük x -et, ha $a \in L$ -hez létezik olyan x, hogy

$$a \textcircled{1} x = e$$

és

$$a \textcircled{2} x = 0$$

ahol e és 0 jelölik az egység, illetve a zéruselemét L -nek. Jelöljük: $x = a'$ vagy $x = \bar{a}$.

4. Definició. A komplementumos, disztributiv hálót Boole-algebrának nevezzük.

Megjegyezzük, hogy az igy definiált Boole-algebrában az idempotencia a többi axióma következménye.

Bizonyitás nélkül megadunk néhány tételt, amelyeket a későbbiekben felhasználunk:

5. Tétel. a' egyértelmü.

6. Tétel. $a'' = a$

7. Tétel. $a \textcircled{1} (a' \textcircled{2} b) = a \textcircled{1} b$

8. Tétel. Boole-algebrában teljesül a De Morgan azonosság:

$$(a \textcircled{1} b)' = a' \textcircled{2} b'$$

9. Példa. Legyen $L = \{0,1\}$. Értelmezzük az ① és ② müveleteket, jelöljük + és o .

+	0	1
0	0	1
1	1	1

o	0	1
0	0	0
1	0	1

Komplementum képzés:

$$0' = 1$$

$$1' = 0$$

Jelöljük ezt a Boole-algebrát A -val [11, 18].

II. <u>Boole-függvények</u>

1. Definició. Az $f(x_1,\dots,x_n)$ n -változós Boole-függvény a $\{0,1\}$ halmaz n -szeres Descartes szorzatának /jelölése: H^n / egyértelmü leképezése a $\{0,1\}$ halmazra.

Az n -változós Boole-függvények száma tehát 2^{2^n}. Jelöljük ezt a halmazt F_n -nel.

Értelmezzük a + és o müveleteket, valamint a komplementum képzését F_n -ben.

2. Definició. Legyen $f,g,h \in F_n$, $f + g = h$ akkor és csak akkor, ha $f(x_1,\dots,x_n) + g(x_1,\dots,x_n) = h(x_1,\dots,x_n)$ az összes $(x_1,\dots,x_n) \in H^n$ -re, ahol a függvényértékek összegét megadja az 1. pontban a 9. példában szereplő A Boole-algebránál definiált + müvelet . Az $f \circ g = h$ és az $\bar{f} = g$ / $\bar{f}$ az f negáltját jelöli/ hasonlóan definiálható.

3. Tétel. F_n Boole-algebrát alkot az igy definiált + és o müveletekkel.

Az F_n vizsgálata kapcsán felmerül a Boole-függvények teljes rendszereinek kérdése.

4. Definició. Boole-függvények egy S rendszerét funkcionálisan teljesnek nevezzük, ha tetszőleges $f(x_1,\dots,x_n)$ n -változós Boole-függvény előállitható az S rendszer elemeinek és az $x_1,x_2,\dots,x_n$ változók szuperpoziciójaként, mindegyiket véges sokszor figyelembe véve.

5. Definició. Két függvény szuperpozicióján az a függvény értendő, amelyik ugy keletkezik, hogy az egyik függvény valamely változója helyébe a másik függvényt helyettesitjük, azaz összetett függvényt képezünk. Kettőnél több függvény esetére a definició ugy általánositható, hogy a külső függvény argumentumában szereplő belső függvény is lehet összetett függvény.

6. Definició. Boole-függvények egy S rendszerét bázisnak nevezzük, ha teljes rendszer és egyetlen valódi részhalmaza sem teljes.

A teljes rendszerek vizsgálatához szükséges a Boole-függvények néhány nevezetes osztályának áttekintése.

A Boole-függvények osztályai

1. A konstans 0 -t őrző függvények osztálya

7. Definició. Az $f(x_1,\dots,x_n)$ Boole-függvényt konstans 0 -t őrzőnek nevezzük, ha $f(0,0,\dots,0)=0$ igaz.

Számuk: 2^{2^n-1}

8. Tétel. Tetszőleges számu konstans 0 -t őrző függvény szuperpoziciója is 0 -t őrző függvény.

2. A konstans 1-et őrző függvények osztálya

9. Definició. Az $f(x_1,\dots,x_n)$ Boole-függvény konstans 1-et őrző, ha $f(1,1,\dots,1)=1$ igaz.

Számuk: 2^{2^n-1}

10. Tétel. Tetszőleges számu 1-et őrző függvény szuperpoziciója is 1-et őrző.

3. Az önmagával duális függvények osztálya

11. Definició. Az $f(x_1,\dots,x_n)$ Boole-függvényt önmagával duálisnak nevezzük akkor, ha

$$f(x_1,\dots,x_n)=\bar{f}(\bar{x}_1,\dots,\bar{x}_n)$$

Számuk: $2^{2^{n-1}}=\sqrt{2^{2^n}}$

12. Tétel. Tetszőleges számu önmagával duális függvény szuperpoziciója is önmagával duális.

4. A lineáris függvények osztálya

13. Definició. Az $f(x_1,\dots,x_n)$ Boole-függvényt lineárisnak nevezzük, ha kanonikus polinómja lineáris, azaz $f(x_1,\dots,x_n)=a_0\oplus a_1x_1\oplus\dots\oplus a_nx_n$ ahol $a_i\in\{0,1\}$ és $\oplus$ a mod 2 összeadást jelenti.

Számuk: 2^{n+1}

14. Tétel. Tetszőleges számu lineáris függvény szuperpoziciója is lineáris.

5. A monoton függvények osztálya

15. Definició. Az $f(x_1,\dots,x_n)$ Boole-függvényt monoton növőnek nevezzük, ha $(x_1,\dots,x_n) \leqq (y_1,\dots,y_n)$ esetén $f(x_1,\dots,x_n) \leqq f(y_1,\dots,y_n)$ áll fenn, ahol $(x_1,\dots,x_n)$ bináris vektorról azt mondjuk, hogy nem nagyobb az $(y_1,\dots,y_n)$ bináris vektornál, ha $x_i \leqq y_i$ fennáll $i=1,2,\dots,n$ -re.

Számuk: ismeretlen, csak asszimptótikus becslések ismertek.

16. Tétel. Véges számu monoton függvény szorzata és összege is monoton.
17. Tétel. Tetszőleges számu monoton függvény szuperpoziciója is monoton.
18. Tétel. Annak szükséges és elégséges feltétele, hogy Boole-függvények egy S rendszere funkcionálisan teljes legyen az, hogy S tartalmazzon legalább egy függvényt, amelyik nem őrzi a konstans 0 -t, egyet, amelyik nem őrzi a konstans 1-et, egyet, amelyik nem önmagával duális, egyet, amelyik nem lineáris és végül egyet, amelyik nem monoton.
19. Következmény. Minden minimális rendszer legfeljebb öt függvényből áll. Érvényes ennél a következménynél egy erősebb tétel is.
20. Tétel. Minden minimális teljes Boole-függvény rendszer legfeljebb 4 függvényből áll.
21. Példa. Háromváltozós esetben egy minimális teljes rendszer

$$f_1 = 0\ ,\quad f_2 = 1,\quad f_3 = x_1 x_2\ ,\quad f_4 = x_1 + x_2 + x_3$$

Mindezeket figyelembe véve elvileg könnyü megállapitani az n -változós Boole-függvények között az összes teljes rendszert. Ki kell választani azokat a függvényeket, amelyek nem monotonok, nem lineárisak, nem konstans 0 -t vagy 1-et őrzők, nem önduálisak és minden osztályból venni kell legalább egyet.

Az a probléma, hogy egy adott Boole-függvényt előállitsunk más - általában egyszerübb - Boole-függvények és a változók szuperpoziciójaként, felmerül logikai áramkörök tervezésénél is. Ennek a területnek vizsgálatától és az eredmények logikai tervezésben, pontosabban a Boole-kifejezések minimalizálásában való alkalmazásától várhatjuk, hogy a minimalizálás sok változós és bonyolult rendszerek esetére is közelebb kerülhet a gyakorlati igényekhez.
[2, 9, 11, 18].

III. Boole-kifejezések

Legyen n természetes szám, legyen

$$\mathcal{L} = \{0,1,x_1,\dots,x_n,\ \bar{x}_1,\dots,\bar{x}_n\}$$

$2n+2$ elemü halmaza a 0,1 számoknak és az $\tilde{x}_1,\ldots,\tilde{x}_n$ betüknek, ahol $\tilde{x}_i$ vagy x_i vagy $\bar{x}_i$ $/1 \leq i \leq n/$. Értelmezzünk $\mathcal{L}$ -en két müveletet $\boxed{1}$ és $\boxed{2}$ -t. Megjegyezzük, hogy ha $\boxed{1}$ és $\boxed{2}$ müveletekre egyaránt érvényes valamely azonosság, akkor a $\Box$ jelölést alkalmazzuk.

1. Definició. $\mathcal{L}$ fölötti Boole-kifejezésen vagy egyszerüen kifejezésen a következőt értjük:

1/ $\mathcal{L}$ minden eleme kifejezés

2/ Ha A és B kifejezések, akkor $A\Box B$ is az, $(A)\boxed{1}(B) \neq (A)\boxed{2}(B)$

2. Definició. α átmenet leképezés, amely megvalósitja a Boole-kifejezésben szereplő betük halmazának leképezését a H^n halmazba.

3. Definició. $|A|_\alpha$ az A Boole-kifejezés értéke az α átmenet leképezés esetén a következőképpen definiálható rekurzive:

1/ $|0|_\alpha = 0, \quad |1|_\alpha = 1$

2/ Ha x_i egy betü, akkor $|x_i|_\alpha = \alpha(x_i) \qquad i = 1,2,\ldots,n$

3/ Ha A egy kifejezés, $|\bar{A}|_\alpha = 1$ akkor és csak akkor, ha $|A|_\alpha = 0$.

4/ Ha A és B kifejezések, akkor $|A \boxed{1} B|_\alpha = 1$ akkor és csak akkor, ha $|A|_\alpha = 1$ vagy $|B|_\alpha = 1$.

5/ Ha A és B kifejezések, $|A\boxed{2}B|_\alpha = 1$ akkor és csak akkor, ha $|A|_\alpha = |B|_\alpha = 1$.

4. Definició. Két Boole-kifejezés, A és B ekvivalens, ha minden α esetén $|A|_\alpha = |B|_\alpha$

Jelöljük: $A \equiv B$

Boole-kifejezések között definiált ekvivalencia egy ekvivalencia reláció. Elvégezve a Boole kifejezések egy kompatibilis osztályozását e szerint az ekvivalencia reláció szerint 2^{2^n} ekvivalencia osztályt nyerünk.

5. Tétel. A nem ekvivalens Boole-kifejezések, pontosabban a Boole-kifejezések ekvivalencia osztályai Boole-algebrát alkotnak.

Jelölése: B_n

6. Tétel. Az érték $(|\,|)$ egy-egy értelmü leképezést létesit a B_n és F_n között, ahol ha A egy Boole-kifejezés, akkor $|A| = \bigcup_\alpha (\alpha, |A|_\alpha)$.

A tétel azt jelenti, hogy F_n elemei, vagyis a Boole-függvények reprezentálhatók Boole-kifejezésekkel és ekvivalens Boole-kifejezések ugyanazt a függvényt reprezentálják. Ez a tétel képezi elvi alapját annak a gyakorlatnak, hogy egy Boole-függvény leirásakor az ekvivalensek közül a minimálisat választjuk.

Ahhoz, hogy a minimum feltételt pontosan megfogalmazzuk, még szükségesek további fogalmak.

7. Definició. Egy A kifejezés $\ell(A)$ hosszát a következőképpen definiáljuk rekurzive:

1/ $\ell(A) = 1$ ha $A \in \mathcal{L}$

2/ $\ell(A) = \ell(B) + \ell(C)$ ha $A = B \boxdot C$

8. Definició. Legyen adott $A = \mathop{\boxdot}\limits_{i=1}^{r} A_i$ Boole-kifejezés, A_j -t az A kifejezés első foku komponensének nevezzük. /A kifejezés önmagának zérus foku komponense/.

9. Definició. s - vagy összeg-tipusunak nevezzük A -t, ha $A = \sum\limits_{i=1}^{r} A_i$ alaku, p - vagy szorzat-tipusunak nevezzük A -t, ha $A \doteq \prod\limits_{i=1}^{r} A_i$ alaku.

10. Definició. Az $F = \mathop{\square}\limits_{i=1}^{r} F_i$ kifejezés rendjét a következőképpen definiáljuk rekurzive:

1/ $\omega(F) = 1 + \max \omega(F_j)$

2/ $\omega(x) = 1$ ha $x \in \mathcal{L} \setminus \{0,1\}$

Boole-kifejezések jelentősebb tipusai

11. Definició. Egy F kifejezés diszjunktiv normál forma vagy polinom alak, ha F s -tipusu, azaż

$$F = \sum_{i=1}^{r} F_i$$

és minden elsőfoku komponense a változók p -tipusu kifejezése, azaz elemi konjunkció:

$$\prod_{k=1}^{s} x_{j_k}^{\alpha_k} \qquad j_k \in \{1,2,\dots,n\} \quad /1 \le k \le s/ \qquad j_k \neq j_\ell \quad \text{ha} \quad k \neq \ell$$

12. Definició. Egy F kifejezés kitüntetett diszjunktiv normál forma, vagy kanonikus polinom /KDNF/, ha $F = \sum\limits_{i=1}^{r} F_i$ -ben $F_i \neq F_j$ ha $i \neq j$ és minden i -re $s = n$.

Értéktáblázatával adott Boole-függvényből KDNF a következő tétel alapján állitható elő:

13. Tétel. Ha $f(x_1,\dots,x_n)$ n -változós Boole-függvény, akkor

$$f(x_1,\dots,x_n) = \sum_{(i_1,\dots,i_n) \in V} f(i_1,\dots,i_n)\, x_1^{i_1} \cdots x_n^{i_n}$$

ahol V az n -dimenziós bináris vektorok halmaza.

<u>14. Definició</u>. A KDNF elemi konjunkcióit <u>teljes elemi konjunkciónak</u> nevezzük.

A fentiekhez hasonlóan értelemszerüen definiálható még a konjunktiv normál forma és a kitüntetett konjunktiv normál forma is.

[7, 11, 13, 18, 23, 26].

IV. <u>Kombinációs kapcsoló hálózatok, szintézis és analizis</u>

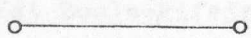
A Boole-kifejezések és a müszaki realizáció közötti kapcsolatot fogjuk megadni, áramköri megvalósitás nélkül.

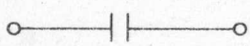
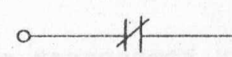
<u>1. Definició</u>. Egy olyan hálózatot, amelynek a t időpontban a kimenetei csak a t időpontban felvett bemeneti értékektől függenek, <u>kombinációs kapcsoló hálózat</u>nak nevezzük.

<u>2. Definició</u>. Egy olyan hálózatot, melynek a t időpontban a kimenetei az összes $p(0 \le p \le t)$ időpontban felvett bemeneti értékektől függenek, <u>szekvenciális hálózat</u>nak /gépnek, automatának/ nevezzük. /Kauzalitási feltétel./

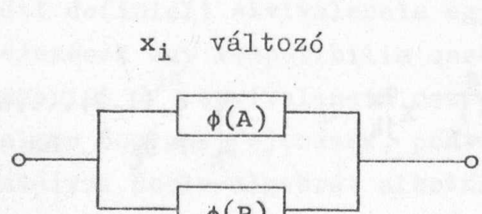
<u>3. Definició</u>. Komplementálást csak változónként tartalmazó F Boole-kifejezések és N kétpólusu soros-parallel kapcsoló hálózatok között kölcsönösen egyértelmü leképezés létesithető ugy, hogy $\phi(F) = N$, ahol ϕ a következőképpen definiált leképezés:

1/ $\phi(0)$: o o

2/ $\phi(1)$: 

3/ $\phi(x_i)$:  és $\phi(\bar{x}_i)$:  ha

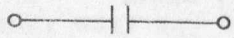
x_i változó

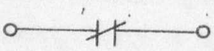
4/ $\phi(A+B)$: 

és

$\phi(A.B)$: 

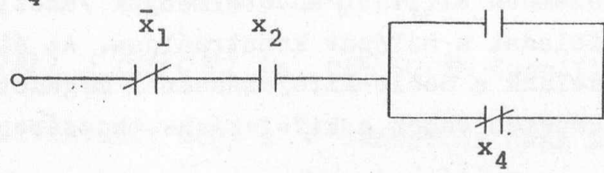
ha A és B a fenti értelemben megengedett Boole-kifejezések.

A  jelöli a normál állapotban /áram mentes/ nyitott,

 pedig a zárt kapcsolót.

4. Példa.

$F = \bar{x}_1 x_2 (x_3 + \bar{x}_4)$;



5. Definició. Az x kapcsoló elemet kapu-tipusunak nevezzük, hogy csak a bemenő pólusok bizonyos adott kombinációira ad a kimenő pólus jelet.

6. Definició. Az x kapcsoló elemet ág-tipusunak nevezzük, ha egy bemenettel és egy kimenettel rendelkezik.

7. Definició. Ha N egy ág-tipusu x_i /i=1,2,...n/elemekből konstruált kétpólusu hálózat, akkor N átviteli függvénye, f_N olyan Boole-függvény, amelynek értéke pontosan akkor 1, ha létezik zárt ut a hálózat pólusai között.

A definicióból következik, hogy ha N az F_N -hez rendelt kétpólusu soros-parallel hálózat, akkor az F_N által reprezentált f_N Boole-függvény az N átviteli függvénye.

6. Definició. Az N_1 és N_2 hálózatokat pontosan akkor tekintjük ekvivalensnek, ha $f_{N_1} = f_{N_2}$, azaz $F_{N_1} \equiv F_{N_2}$.

Jelöljük: $N_1 \equiv N_2$

7. Definició. Legyen $F_N = \sum_i P_i$ a nem soros-parallel N kétpólusu hálózathoz tartozó Boole-kifejezés, ahol P_i a pólusok közti i -edik ut mentén levő kapcsolóelemekhez tartozó betük szorzata - "ut-szorzat" - s az összegezés az összes utra vonatkozik. Akkor N átviteli függvénye az F_N által reprezentált+ f_N Boole-függvény.

Kapcsoló hálózatok analizise: konstruálandó az adott véges hálózathoz átviteli függvénye, azaz fel kell irni a hálózathoz rendelt Boole-kifejezést, erre vonatkozik a következő algoritmus.

8. Algoritmus.

1/ Kétpólusu ág-tipusu hálózatoknál a ϕ leképezés egy Boole-kifejezéshez rendeli hozzá a hálózatot. Folytatás 4/-nél.

2/ Ha az ág-tipusu hálózat k -pólusu, a $\binom{k}{2}$ póluspár mindegyikére alkalmazzuk a ϕ^{-1} leképezést. Folytatás 4./-nél.

3/ A k -kimenetü kapu-tipusu hálózat esetén a k kimenet mindegyikére alkalmazzuk a ϕ^{-1} leképezést. Folytatás 5./-nél.

4/ Az átviteli függvényt visszaállitjuk az ekvivalens Boole-kifejezésekből.

Kapcsoló hálózatok szintézisén a következőt értjük: adottak a tervezendő hálózattal szemben állitott követelmények /esetleg nem átviteli függvény formájában/, feladat a hálózat konstruálása. Az átviteli függvény felirása után hozzárendelünk a Boole-kifejezéseknél megadott módon egy Boole-kifejezést, a ϕ leképezés ehhez a kifejezéshez hozzárendeli a megfelelő hálózatot.

A kapcsoló hálózatok vizsgálatához nagyon hatásos ut a Boole-mátrix-analizis: erre azonban itt nem térünk ki.
[6, 11].

V. Minimalizáció

A szokásos szóhasználattal ellentétben nem a Boole-függvényt minimalizáljuk, hanem egy adott Boole-függvényhez megkeressük a vele ekvivalens Boole-kifejezések közül a minimálisat. A minimalizálási probléma általános preciz megfogalmazása a következő:

1. Definició. Legyen adott az $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ alaphalmazon értelmezett

$$f(x) = \{f_1(x),\ f_2(x), \dots,\ f_t(x)\}$$

Boole-függvény sorozat; f(x) elemei lehetnek részben meghatározott Boole-függvények is. Tekintsük az $f_j(x)$ -t reprezentáló Boole-kifejezések

$$\{F_{j1},\ F_{j2}, \dots,\ F_{ju_j}\} \quad /j=1,2,\dots,t/$$

halmazát, ahol u_j az $f_j(x)$ -et reprezentáló különböző Boole-kifejezések száma.

Legyen továbbá adott a

$$C\left(F_{1i_1},\ F_{2i_2}, \dots,\ F_{ti_t}\right)$$

olyan leképezés, amely f(x) -et reprezentáló kifejezéssorozatok halmazát a természetes számok egy véges részhalmazára képezi le egyértelmü módon. Az

$$\mathcal{F}_o = \{F_{1v_1},\ F_{2v_2}, \dots,\ F_{tv_t}\}$$

kifejezés-sorozaton minimális a $C(\mathcal{F})$ leképezés, ha minden lehetséges $\mathcal{F}$ -re áll, hogy

$$C(\mathcal{F}_o) \leq C(\mathcal{F})$$

A $C(\mathcal{F})$ leképezésről kézenfekvő megkövetelni a gyakorlatban jól teljesülő következő két feltételt:

1/ $C(\mathcal{F}) > C(\mathcal{G})$, valahányszor $\mathcal{F} = \mathcal{G} \square \mathcal{H}$, ahol $\mathcal{G}$ és $\mathcal{H}$ kifejezés-sorozatok $\mathcal{G} \square \mathcal{H} = \{G_1 \square H_1, \dots, G_t \square H_t\}$.

2/ $C(\mathcal{F} \square \mathcal{H}) > C(\mathcal{G} \square \mathcal{H})$ ha $C(\mathcal{F}) > C(\mathcal{G})$ fennáll.

2. Megjegyzés. Nyilvánvaló, hogy a C leképezés csak a monotonitás erejéig egyértelmü.

3. Definició. Azokat az eljárásokat, amelyek az $\mathcal{F}_0$ minimum helyhez, illetve helyekhez vezetnek, minimalizáló eljárásoknak nevezzük.

A C leképezést, valamint az $\mathcal{F}$-ek halmazát alkalmasan választva, a már ismert minimalizáló eljárásokhoz jutunk.

1/ Ha az $\mathcal{F}$-ek halmazára nem teszünk semmi megkötést, akkor egy adott C leképezésre vonatkozó zárójeles minimális kifejezéseket, illetve az azokat előállitó algoritmust nyerjük.

a/ Ha a C leképezés hosszjellegü, azaz

$$C(\mathcal{F}) = \sum_{j=1}^{t} \ell(F_{ji_j})$$

$\mathcal{F}$-re pedig áll 1/, akkor abszolut minimális kifejezéseket kapunk, illetve abszolut minimalizáló eljárást. Nyilvánvaló, hogy 2/ speciális esete 1/-nek.

3/ Ha a C leképezést olymódon választjuk meg, hogy teljesitse a megépitendő készülék költségére a gyakorlat által kirótt követelményeket, akkor C-t költségfüggvénynek nevezzük, s az algoritmust költség minimalizáló eljárásnak, az általa nyert kifejezéseket pedig költségminimális kifejezéseknek.

4/ Ha a C leképezés hosszjellegü és az $\mathcal{F}$ elemei pedig csak a normálformák lehetnek, akkor kétszintes kifejezésekről, illetve klasszikus minimalizáló eljárásokról beszélünk.

Tekintsük most azt az esetet, amikor $\mathcal{F}$ egyetlen Boole-függvényt reprezentáló kifejezések halmaza. Az ω rendü F kifejezés komponensei legyenek: $F_1, F_2, \dots, F_r$; $F = \overset{r}{\underset{i=1}{\square}} F_i$ A leképezést elég jól közeliti a következő rekurzió: $C(F) = \psi_\omega\big(C(F_1), C(F_2), \dots, C(F_r)\big)$. Megadását a mindenkori müszaki realizáció határozza meg; más a helyzet relés, diódás, tranzisztoros vagy ferrites elemek használata esetén, s más akkor, ha blokkokból vagy kártyákból, illetve integrált áramkörökből épitjük fel a készüléket.

A rekurzió kezdő értékeit nyilvánvalóan e tényezők határozzák meg. A probléma alapja lényegében az, hogy a költségek /áramköri elemek árai, a készülékek megépitéséhez szükséges munkabér stb./ direkt módon áramköri szinten jelentkeznek, s ezt akarjuk közelitőleg leirni logikai szinten. Ezért célszerünek látszik /különösen nagyobb volumenü gyártás esetén/ a költségfüggvényt a méréskiértékelések valószinüség-elméletéből ismert empirikus módszerekkel meghatározni. Minthogy a logikai szintet jelenleg lényegében az ÉS, VAGY, INVERTER szintek száma /a kifejezés rendje/ meghatározza /az áramköri terhelhetőségi feltételekkel együtt/, ezért a fent megadott tipusu költségfüggvényre sok, viszonylag nagyméretü elektronikus készülék adataiból következtethetünk a gyakorlatot "átlagosan" legjobban megközelitő elméleti költségfüggvényre.

A klasszikus minimalizáló eljárások alapját a Quine algoritmus képezi. Mielőtt az algoritmus ismertetésére rátérnénk, szükséges néhány alapvető fogalom bevezetése.

4. Definició. Egy bináris vektor sulyán a benne szereplő 1-esek számát értjük. Jelöljük w -vel.
5. Definició. Egy $E=x_1^{\alpha_1}\dots x_k^{\alpha_k}$ k-hosszuságu elemi konjukciónak $E'=x_{i_1}^{\alpha_1}\dots x_{i_\ell}^{\alpha_\ell}$ /elemi/ részkonjunkciója, ha $\{x_{i_1},\dots,x_{i_\ell}\}\subset\{x_1,\dots,x_k\}$.
6. Definició. Egy $f(x_1,\dots,x_n)$ n -változós Boole-függvény P primimplikánsa egy olyan $\ell(\ell\leq n)$ hosszuságu elemi konjunkció, melyre teljesül $P\to f$ és nincs P -nek olyan P' részkonjunkciója, hogy $P'\to f$ is teljesülne.

Primimplikánsok elemi konjunkciókból az $x_i x_j + x_i\bar{x}_j = x_i$ azonosság felhasználásával nyerhetők.

7. Definició. Az f függvény egy P primimplikánsát lényeges primimplikánsnak nevezzük akkor és csak akkor, ha részkonjunkciója f egy E /teljes/ elemi konjunkciójának és nincs f -nek $Q\ (\neq P)$ primimplikánsa, amely részkonjunkciója lenne E -nek.
8. Definició. A lényeges primimplikánsok összegét az f függvény magjának nevezzük.
9. Definició. Egy primimplikánst, amelynek következménye a függvény magja, de maga nem lényeges primimplikáns, lényegtelen primimplikánsnak nevezzük.
10. Tétel. Egy f Boole-függvény irredundáns előállitásában az összes lényeges primimplikánsnak szerepelnie kell és lényegtelen primimplikáns nem szerepelhet benne.
11. Definició. Azt a primimplikánst, amelyik sem nem lényeges, sem nem lényegtelen, választható primimplikánsnak nevezzük.

12. Definició. Egy f függvény röviditett diszjunktiv normál formája /RDNF/ az f összes primimplikánsainak összege.
13. Definició. Egy f függvény irredundáns diszjunktiv normál formája /IDNF/ primimplikánsainak összege olymódon, hogy nem szerepel benne egyetlen olyan primimplikáns sem, hogy azt elhagyva a kifejezés ugyanazt a függvényt határozza meg.
14. Definició. A minimális hosszuságu IDNF-eket minimális diszjunktiv normálformának nevezzük /MDNF/.
Irodalomban az {IDNF}\{MDNF} -beli normálformákat zsákutcás diszjunktiv normálformának nevezik.

Az igy definiált fogalmaknak megadjuk egy topológikus megfelelőjét az n -dimenziós egységkockán.
Ábrázoljuk az

$$x_{j_1}^{a_{j1}} \dots x_{j_s}^{a_{js}} \qquad x_j^{a_j} \in \{\mathcal{L}\setminus\{0,1\}\}, \quad s \leq n$$
$$a_j \in \{0,1\}$$

elemi konjunkciót a következőképpen: minden m -re, m ∈{1,2,...,n}\{$j_1,\dots,j_s$} vegyük hozzá a konjunkcióhoz tényezőként $(x_m + \bar{x}_m)$ -t; az igy kapott kifejezés ekvivalens az eredetivel. Hozzuk DNF-ra ezt a kifejezést. Minden elemi konjunkcióban szerepel negálva vagy negálatlanul az x_i betü Ilymódon teljes elemi konjunkciókat nyertünk. Rendeljünk hozzá minden teljes elemi konjunkcióhoz egy $(a_{j1},\dots, a_{jn})$ bináris vektort; ez a hozzárendelés egy-egy értelmü és $(a_{j1},\dots,a_{jn})$ $j=1,2,\dots,2^n$ az n -dimenziós egységkocka egy-egy csucsának felel meg.

A + müveletnek ponthalmazok egyesitése felel meg. $K^0(\bar{f})$ jelölje az n -dimenziós egységkocka azon pontjainak halmazát, amelyen a függvény a 0 értéket veszi fel, $K^0(f)$ pedig, ahol a függvény értéke 1 .

Egy ℓ hosszuságu elemi konjunkciónak egy $(n-\ell)$ -ed rangu részkocka vagy intervallum felel meg, röviden $(n - \ell)$ -kocka.

Igy tehát a csucsoknak 0 -kocka, élnek 1 -kocka, négyzetnek 2 -kocka a megfelelője stb.

Az n -dimenziós egységkocka egy r -részkockájának is megfeleltethetünk egy $(a_1,\dots,a_n)$ n -dimenziós vektort $a_i \in \{0,1,x\}$, ahol az x -et azokhoz a változókhoz rendeljük, amelyek nem szerepelnek az r -kockában.

$K^1(f)$ -el jelöljük a $K^o(f)$ által generált 1 -kockákat, $K^2(f)$-el a $K^1(f)$ által generált 2 -kockákat, ... , $K^r(f)$ -el a $K^{r-1}(f)$ által generált r -kockákat.

$K(f) = \bigcup_{i=o}^{n-1} K^i(f)$ az f által generált i -kockák halmazát jelöli.

$K^r(f)$ -et $K^{r-1}(f)$ -ből a $\delta_i(a_1,\ldots,a_n)$ generátor segitségével nyerjük.

15. Definició. Legyen $(a_1,\ldots,a_n)$, $a_i \in \{0,1,x\}$-kocka. $i=1,2,\ldots,n$ -re generátornak nevezzük a következő operátort:

$$\delta_i(a_1,\ldots,a_n) = \begin{cases} \emptyset & \text{ha } a_i = x \\ (a_1,\ldots,a_{i-1},x,a_{i+1},\ldots,a_n)=b & \text{ha } a_i \neq x \text{ és } b \in K(f) \\ \emptyset & \text{ha } a_i = x \text{ és } b \notin K(f) \end{cases}$$

ahol $\emptyset$ az üres kockát jelöli.

Példa: Legyen $f(x_1,x_2) = x_1x_2 + \bar{x}_1x_2 + x_1\bar{x}_2$

$K^o(f) = \{(1,1)\ ,\ (0,1)\ ,\ (1,0)\}$

$K^1(f) = \{(x,1)\ ,\ (1,x)\}$

$\delta_1(1,1) = (x,1)$ $\quad \delta_1(0,1) = (x,1)$

$\delta_2(1,1) = (1,x)$ $\quad \delta_2(0,1) = \emptyset$ mivel $(0,0) \notin K^o(f)$

Egy n-1 hosszuságu <u>primimplikánsnak</u> egy olyan r -dimenziós részkocka - maximális részkocka - felel meg, amelyre teljesül, hogy $\delta_i\, W^r = \emptyset$ $i=1,2,\ldots,n$ esetén.

A <u>lényeges primimplikánsnak</u> egy olyan maximális részkocka felel meg, amelynek nem létezik egyetlen olyan csucsa sem, amelyik egy másik maximális részkockához hozzátartozik.

A <u>kiválasztható primimplikáns</u> olyan maximális részkocka, amelynek van legalább egy olyan csucsa, amelyiket egy másik maximális részkocka is lefed, de nem minden csucsa ilyen tulajdonságu.

A lényegtelen primimplikánsnak egy olyan maximális részkocka a megfelelője, melynek minden csucsát lefedi más maximális részkocka.

A rövidített diszjunktiv normálformának $K^o(f)$ összes szóbajövő maximális rész-kockákkal való lefedése felel meg.

Az irredundáns diszjunktiv normálformának egy olyan maximális részkockákkal való lefedés felel meg, amelyben nincs egyetlen olyan részkocka sem, amelyet elhagyva a megmaradók $K^o(f)$ -et még lefednék; nevezzük ezt irredundáns lefedő rendszernek.

Minimális diszjunktiv normálformának minimális rangösszegü maximális részkockákkal való lefedés a megfelelője.

$Z = \bigcup_{i=o}^{n-1} Z^r$ jelölje a primkockák halmazát. / Z elemeiből alkotott diszjunktiv normálforma az RDNF./

Legyen adva $f(x_1,\ldots,x_n)$ $K^o(f)$ -el, Z számitására vonatkozik a Quine által adott algoritmus.

16. Algoritmus.

1/ Osztályozzuk $K^o(f)$ elemeit suly szerint. Jelöljük S_i -vel az i sulyu elemek halmazát.

2/ $i=o,1,2,\ldots,(n-1)$-re hasonlitsuk össze az S_i halmaz elemeit az S_{i+1} elemeivel. Ha találunk olyan S_i -beli elemet, amelyiknek valamely S_{i+1} -beli elemtől vett távolsága 1 , akkor jelöljük meg ezeket az elemeket és képezzünk ebből a két elemből 1-kockát.

3/ Azok az elemek $K^o(f)$ -ből, amelyeket nem jelöltünk meg, Z^o -ba kerülnek.

4/ $i = 1$

5/ Osztályozzuk az i -kockákat olymódon, hogy az x -el jelölt helyek egymás alá kerüljenek. Keressünk oszlopon belül 1 -távolságu elemeket, ha ilyeneket találunk, jelöljük meg és képezzünk belőlük (i+1) -kockát.

6/ Azok az i -kockák, amelyeket nem jelöltünk meg, alkotják Z^i -t.

7/ Ha nincs (i+1) -kocka, akkor $K^i = Z^i$, az algoritmus folytatódik a 9 / lépésnél.

8/ $i := i + 1$; az algoritmust az 5/ lépésnél folytatjuk.

9/ $Z = \bigcup\limits_{i=o}^{n-1} Z^i$

Az algoritmust illusztráljuk a következő példával.

Legyen adott $K^o(f)$ suly szerint csoportositva:

$$K^o = \left\{ \begin{array}{c|c|c|c|c} S_o & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ \hline & \mathrm{oool} & \mathrm{ooll} & \mathrm{olll} & \\ \mathrm{oooo} & \mathrm{oolo} & \mathrm{lool} & \mathrm{loll} & \mathrm{llll} \\ & \mathrm{looo} & \mathrm{lloo} & \mathrm{llol} & \end{array} \right\}$$

$Z^o = \emptyset$

$$K^1 = \left\{ \begin{array}{cccc} \mathrm{xooo} & \mathrm{oxll} & \mathrm{ooxo} & \mathrm{loox} \\ \mathrm{xlll} & \mathrm{lxll} & \mathrm{ooxl} & \mathrm{llox} \\ & & \mathrm{loxl} & \end{array} \right\}$$

$i = 1$

$Z^1 = \left\{ \begin{array}{c} \mathrm{xooo} \\ \mathrm{xlll} \end{array} \right\}$ $\qquad i = 2$

$$K^2 = \left\{ \begin{array}{c} \mathrm{xxll} \\ \mathrm{ooxx} \\ \mathrm{xoxl} \\ \mathrm{lxox} \end{array} \right\} \qquad K^2 = Z^2 \qquad Z = Z_1 \cup Z_2 = \left\{ \begin{array}{c} \mathrm{xooo} \\ \mathrm{xlll} \\ \mathrm{xxll} \\ \mathrm{ooxx} \\ \mathrm{xoxl} \\ \mathrm{lxox} \end{array} \right\}$$

A lényeges primkockák keresésére bontakozik a Quine által adott

17. Algoritmus.

1/ Konstruálunk egy mátrixot, sorait $K^o(f)$ elemei alkotják, oszlopait pedig Z elemei.

2/ Ha az i-edik $K^o(f)$-beli elemet tartalmazza a j-edik Z-beli elem, akkor az ij-edik helyre 1-et, ellenkező esetben o-át irunk. /Egy $A=(a_1,\ldots,a_n)$, $a_i \in \{O,1\}$ O-kockát tartalmaz egy $B=(b_1,\ldots,b_n)$, $b_i \in \{O,1,x\}$ prim részkocka, akkor és csak akkor, ha $i = 1,2,\ldots n$ esetén $b_i = x$ vagy, ha $b_i \neq x$ akkor $b_i = a_i$ /.

3/ Kijelöljük azokat a sorokat, amelyekben csak egyetlen 1 szerepel a mátrixban; a megfelelő primkocka lényeges.

4/ $A = \bigcup\limits_{i=o}^{n-1} A^r$ ahol A^r r-dimenziós lényeges primkocka.

Tekintsük az előző példát! Számoljuk ki K^o és Z ismeretében A-t!

K^o \ Z	xooo	x111	xx11	ooxx	xox1	1xox
0000	1	0	0	1	0	0
0001	0	0	0	1	1	0
0010	0	0	0	1	0	0
1000	1	0	0	0	0	1
0011	0	0	1	1	1	0
1001	0	0	0	0	1	1
1100	0	0	0	0	0	1
0111	0	1	1	0	0	0
1011	0	0	1	0	1	0
1101	0	0	0	0	0	1
1111	0	1	1	0	0	0

$$A = \begin{Bmatrix} 00xx \\ 1x0x \end{Bmatrix}$$

Megjegyezzük, még, hogy (xooo) lényegtelen primimplikáns.

A 10. Tétel értelmében A szerepel minden olyan kifejezésben, amelyik f -et reprezentálja.

A Quine algoritmus harmadik része megkeresi azon $K^o(f)$ -beli elemek primkockákkal való irredundáns lefedést, amelyeket A -val nem fedtünk le.

18. Algoritmus.

1/ $N^r = Z^r - A^r$, $r=0,1,\dots, n-1$ Legyen $C = \emptyset$.

2/ Legyen N^m a legmagasabb dimenziós nem üres részkocka. Rendezzük ezeket az m -kockákat valamilyen módon és jelöljük a_i -vel.

3/ Legyen $i = 1$

4/ $C' = C \cup \{a_i\}$

5/ Töröljük N^o -nak azon pontjait, amelyek C' -höz tartoznak. Ha az uj $N^o = \Phi$, akkor az algoritmus a 8/ lépésnél folytatódik.

6/ Ha az uj $N^o \neq \Phi$, akkor $i: = i+1$; $C: = c'$; ha $i \leq m$ akkor folytassuk a 4/ lépésnél.

7/ Ha $i > m$ és $N^m = \Phi$ folytassuk a 2/ lépésnél.

8/ A C'a keresett lefedés.

Folytassuk az előzőekben elkezdett példát! Készitsünk mátrixot; sorait K^o -nak azon elemei alkotják, amelyeket A -val nem fedtünk le, oszlopait pedig $Z\setminus A$.

	x000	x111	xx11	x0x1
0111	0	1	1	0
1011	0	0	1	1
1111	0	1	1	0

$K^o(f)$ lehetséges lefedései:

$C_1 = A\cup\{$ x0x1 , x111 $\}$

$C_2 = A\cup($xx11$)$

Az $f(x_1...,x_n)$ függvényt reprezentáló irredundáns DNF az $A\cup C'$ lefedőrendszerekhez tartozik.

A Quine algoritmus, amelynek Roth-féle topológikus megfogalmazását ismertettük, egy irredundáns kifejezést ad adott $f(x_1,...,x_n)$ függvényhez.

A 18. Algoritmus 2/ lépése nem egyértelmü, s ennek következménye az, hogy MDNF-et csak az összes IDNF-eket meghatározva nyerhetünk.

Ismertetünk egy módszert, amelynek segitségével az összes IDNF-ek meghatározhatók.

Legyen az $f(x_1,...,x_n)$ diszjunktiv normálformában adott, és $o(K^o(f)) = m$. Képezzük a primimplikánsokat, és rendeljünk hozzá mindegyik primimplikánshoz egy uj logikai változót, legyenek azok $Y_1,Y_2,...,Y_\ell$ ahol $\ell \leq m$.

Legyen $K_r \in K^o(f)$, $r = 1,2,...,m$

Jelölje $Y_{i_1}, Y_{i_2},...,Y_{i_k}$ $(k\leq\ell)$ azokat a primimplikánsokat, amelyek lefedik K_r -et.

Legyen $\mathcal{L} = \{0,1,\tilde{Y}_1,\tilde{Y}_2,...,\tilde{Y}_\ell\}$

Az $Y_{k_1} + Y_{k_2} +...+ Y_{k_r}$ $(r \leq \ell)$ <u>elemi diszjunkció</u> az $\mathcal{L}\setminus\{0,1\}$ fölött; értelmezettek a + és a $\circ$ az előzőkhöz hasonlóan $\mathcal{L}$ -en. Az elemi diszjunkciót az elemi konjunkcióval analóg módon definiálhatjuk.

Az $Y_{i_1} + Y_{i_2} + \ldots + Y_{i_k}$ elemi diszjunkció lefedi K_r -et.

Irjuk fel azt az $\bar{\mathcal{L}} \setminus \{0,1\}$ -beli kifejezést, amelyik lefedi $K^o(f)$ -et, és jelöljük ezt E -vel.

$$E = \left(Y_{1_1} + \ldots + Y_{1_{k_1}}\right)\left(Y_{2_1} + \ldots + Y_{2_{k_2}}\right) \ldots \left(Y_{m_1} + \ldots + Y_{m_{k_m}}\right)$$

E -t <u>kiválasztási kifejezésnek</u> nevezzük.

E tehát maga is egy Boole-kifejezés $\bar{\mathcal{L}}^+$ -ban, mégpedig konjunktiv normálformában adott, és nem tartalmaz negált változót.

Az

$$Y_i(Y_i + Y_k) = Y_i$$

$$Y_i Y_i = Y_i$$

$$(Y_i + Y_k)(Y_i + Y_\ell) = Y_i + Y_k Y_\ell$$

azonosságok felhasználásával az E kifejezést diszjunktiv normál formára hozhatjuk.

A fenti azonosságok nem hoznak be negált változót, tehát E a következőképpen irható fel:

$$E = Y_{1_1} Y_{1_2} \ldots Y_{1_{j_1}} + Y_{2_1} Y_{2_2} \ldots Y_{2_{j_2}} + \ldots + Y_{q_1} Y_{q_2} \ldots Y_{q_{j_n}}$$

E definiciójából következik, hogy az egyes tagok az $Y_1, Y_2, \ldots, Y_\ell$ -eknek megfelelő primimplikánsokból egy-egy olyan kiválasztást adnak meg, amelyek lefedik $K^o(f)$ -et. Mivel E nem tartalmaz negált változót, ezért E -re alkalmazhatjuk a következő tételt.

<u>19. Tétel</u>. Egy Boole-függvény, amelyik a diszjunktiv vagy konjunktiv normálformájában csak negált vagy csak negálatlan változókat tartalmaz, azonos a magjával, azaz csak lényeges primimplikánsokat tartalmaz.

Alkalmazva a tételt azt mondjuk, hogy E csupa lényeges primimplikánst tartalmaz, tehát E tagjai az összes nem redundáns megoldást megadják.

Igaz az is, hogy E -t elegendő a választható primimplikánsokra felirni.

A minimum-keresés egy speciális esete, amikor a függvény részben értelmezett.

<u>20. Definició</u>. Legyen adva $f(x_1, \ldots, x_n)$ n -változós Boole-függvény és legyen $o\left(K^o(\bar{f}) \cup K^o(f)\right) \leq 2^n$.

Legyen $T = K \setminus \{K^{o}(\bar{f}) \cup K^{o}(f)\}$, ahol K az n -dimenziós bináris vektorok halmaza.
$t \in T$ esetén $f(t)$ a $\{0,1\}$ bármelyik elemét felveheti. Ekkor f -et <u>részben értelmezett függvénynek</u> nevezzük.

A minimum-problémában a T halmazhoz tartozó függvényértékek paraméterként szerepelnek, s a paraméterek értékét ugy választjuk meg, hogy a lefedés optimális legyen. Minimum kereséskor mindig $K^{o}(f)$ elemeiből indulunk ki, T elemeiből soha! Ha $K^{i}(f)$ -beli elemekből ugy tudunk csak $(i + 1)$ -dimenziós részkockát késziteni, hogy T -beli elemet vagy elemeket használnak fel, akkor ezen T -beli elemekhez tartozó függvényértéket 1 -nek tekintjük. Azon T -beli elemekhez pedig 0 -t rendelünk függvényértékként, melyeket nem tudunk felhasználni magasabb dimenziós részkockák kialakitásánál.

<u>Minimalizálás más bázisban</u>

Az eddigiekben adott $f(x_1,\dots,x_n)$ n-változós Boole-függvényhez az $\mathcal{L}^{+o}$ fölött kerestünk minimális kifejezést vagy kifejezéseket.

A minimalizáció problémája felvetődik és megfogalmazható más bázisban is.

Legyen adott $\{f_1,f_2,\dots,f_r\}$ Boole-függvények egy teljes rendszere. Minimális kifejezéssel kivánjuk ábrázolni ebben a rendszerben a $\phi(x_1,\dots,x_n)$ függvényt. Ehhez két problémát kell megoldani:

1/ $f_1,f_2,\dots,f_r$ függvényeknek milyen alaku kapcsolata állitja elő $\phi(x_1,\dots,x_n)$ -et.

2/ Minimum feltétel megfogalmazása ezen függvényekkel.

1/ Feleltessük meg $x_1,\dots,x_n$ -nek az ismert módon, az n -dimenziós bináris vektorokat és számozzuk meg őket 0 -tól 2^n-1 -ig. Definiáljuk a következő karakterisztikus függvényeket:

$$F_i = \begin{cases} 1 & \text{az } i \text{-edik } (x_1,\dots,x_n) \text{ esetén} \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

$$\Phi_i = \begin{cases} 0 & \text{az } i \text{-edik } (x_1,\dots,x_n) \text{ esetén} \\ 1 & \text{egyébként} \end{cases}$$

Igaz az, hogy $F_i = \bar{\Phi}_i$ illetve $\Phi_i = \bar{F}_i$.

Jelöljük T_1 -el azon $(x_1,\ldots,x_n)$ vektorok halmazát, ahol $\phi(x_1,\ldots,x_n) = 1$ és T_0 -vel pedig ahol $\phi(x_1,\ldots,x_n) = 0$. A karakterisztikus függvényekkel $\phi(x_1,\ldots,x_n)$ a következő módon irható le.

$$a/ \quad \phi(x_1,\ldots,x_n) = \sum_{i \in T_1} F_i$$

$$b/ \quad \phi(x_1,\ldots,x_n) = \prod_{i \in T_0} \Phi_i$$

Definició szerint a/ kitüntetett diszjunktiv normálformája ϕ -nek, b/ pedig kitüntetett konjunktiv normálformája ϕ -nek. Ezek után ábrázolni kell az $\{f_1,\ldots,f_r\}$ bázisban az összeadást és szorzást, valamint a karakterisztikus függvényeket. a/ és b/-be helyettesitve ezeket, nyerjük ϕ -nek az $\{f_1,\ldots,f_r\}$ bázisban való előállitását.

2/ A minimum meghatározása sokkal nehezebb probléma. Eddig csak a Sheffer és Pierce-függvényből álló egy-egy bázisban vizsgálták. Legelterjedtebb módszer jelenleg még az, hogy megkeresik a minimumot diszjunktiv normálformára és a minimális alakot irják át egy másik bázisban, pl. Sheffer illetve Pierce-függvényekre.

A másik kérdéskör a <u>Boole-egyenletrendszerekkel</u> kapcsolatos.

Logikai tervezés során a mellékfeltételek gyakran Boole-egyenletek formájában adhatók meg, továbbá szekvenciális hálózatok esetén is rekurziv Boole-egyenletek, illetve egyenletrendszerek lépnek fel.

Legyenek A, B, C, D Boole-kifejezések, továbbá

$$A = B \quad \text{és} \quad C = D$$

egyenlőségek.

Az egyenletrendszer visszavezethető egyetlen, bonyolultabb Boole-egyenletre:

$$A\bar{B} + \bar{A}B = 0$$

$$C\bar{D} + \bar{C}D = 0$$

és innen

$$A\bar{B} + \bar{A}B + C\bar{D} + \bar{C}D = 0$$

egyetlen egyenlet adódik.

Egy egyenlet megoldása viszont az itt alkalmazott eljárás megforditását használja fel.

A kimenetet meghatározó egyenletben a kimenetek függvényei a bemeneti függvényeknek és az időnek. Ezért a három megengedett müveleten kivül / ^{o} , + , - / még szükséges bevezetni a d idő operátort: $dx_t = x_{t+1}$ értelmezéssel. d hatványai és egyszerü tulajdonságai:

$$d^{o}A = A,\ d^{k+1} A = d(d^{k} A)\ ;$$

$$d(A') = (dA)'$$

$$d^{k}\, G\,(A,\dots,B) = G(d^{k} A,\dots,\ d^{k} B)$$

Minthogy egyrészt az előbbiekben láttuk, hogy minden Boole-egyenletrendszerhez konstruálható egy vele ekvivalens Boole-egyenlet, másrészt bizonyitható, hogy minden Boole-egyenlet visszavezethető olyanra, amely a d idő operátort csak első hatványon tartalmazza, ezért elegendő az alábbi alaku Boole-egyenletekkel foglalkozni:

$$H\left(i,\dots,j,x,\dots,y,d_{i},\dots,d_{j},dx,\dots,dy\right) = 0$$

ahol

H az argumentumának valódi Boole-függvénye

i ,...,j jelentik a bemeneti

x,...,y a kimeneti Boole-függvényeket.

A megoldási algritmusok tárgyalása nélkül csak megjegyezzük, hogy három eset lehetséges:

a/ a megoldás egyértelmü /determinisztikus/

b/ megoldás létezik, de nem egyértelmü /prediktiv/

c/ nem létezik megoldás.

[1, 8, 10, 11, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 27].

VI. Minimális költségü Boole-kifejezések halmazának konstruálása

Az algoritmus előállitja az összes lehetséges n -változós nem konstans Boole-függvényeket ábrázoló költségminimális kifejezések halmazát. Ebből esetenként kiválasztjuk egy adott $f(x_1,\dots,x_n)$ függvényt reprezentáló költségminimális kifejezéseket.

Az $\mathcal{S}_o = \mathcal{P}_o = \mathcal{S} = \{x_1,\bar{x}_1,\dots,x_n,\bar{x}_n\}$ halmazból kiindulva, az alábbi tulajdonságokkal rendelkező $\mathcal{S}_o,\mathcal{S}_1,\mathcal{P}_1,\mathcal{S}_2,\mathcal{P}_2,\dots$ kifejezéshalmaz sorozatot konstruáljuk rekurziv módon:

1/ Létezik olyan m természetes szám, hogy $\mathcal{S}_{m+j} = \mathcal{S}_m,\ \mathcal{P}_{m+j} = \mathcal{P}_m$

minden $j \geq 0$ -ra.

2/ $2 \leq i \leq m$ -re $\mathcal{S}_i \cup \mathcal{P}_i$ tartalmazza az i -nél nem nagyobb rendü kifejezéseket, melyek bármely nem konstans n -változós f Boole-függvényt előállitanak.

3/ $\mathcal{S}_i \cup \mathcal{P}_i$ halmazban minden kifejezés költsége minimális, vagy határozottan nagyobb, mint az ekvivalens kifejezések költsége $\mathcal{S}_{i+j} \cup \mathcal{P}_{i+j}$ halmazban, minden $j \geq 0$ -ra.

4/ $\mathcal{S}_m \cup \mathcal{P}_m$ a leggazdaságosabb kifejezések halmaza.

A δ -operátor és a költségfüggvény

1. Definició. Az F kifejezés δF duálisa F -ből ugy nyerhető, hogy felcseréljük benne a + és · müveleteket. Továbbá, ha $\mathcal{F}$ kifejezések halmaza, a duális halmaz:

$$\delta\mathcal{F} = \{\delta F | F \in \mathcal{F}\}$$

A definicióból adódik: $\delta\delta F = F$ és $\delta\delta\mathcal{F} = \mathcal{F}$.

2. Definició. A kifejezés B -tartalmazó $(B < A)$ ha $A \circ B = B$ /vagy: $A+B=A$/.

3. Lemma. Ha $F < G$, akkor $\delta G < \delta F$ és ha $F \equiv G$ akkor $\delta F \equiv \delta G$.

Igy, ha $F_1, \ldots, F_r$ komponensei F -nek, akkor $\delta F_1, \ldots, \delta F_r$ komponensei δF -nek, továbbá $\omega(\delta F) = \omega(F)$.

Ha $F < G$ akkor $\delta G < \delta F$ s hasonló állitás igaz $\mathcal{P}$ -tipusu F -ekre. /A továbbiakban a duál-állitást általában nem mondjuk ki./

Belátása: Definiáljuk a λ operátort ugy, hogy δF jelentse F betünkénti komplementálását. Ekkor $\lambda\delta F = \bar{\bar{F}}$. Ismeretes, hogy $F < G$ esetén $\bar{G} < \bar{F}$ és nyilvánvalóan $\lambda F < \lambda G$ következésképpen $\delta G < \delta F$

A további állitások triviálisak.

4. Definició. Az F kifejezés költségét leiró költségfüggvénynek nevezzük a C leképezést, amely minden kifejezéshez hozzárendel egy C(F) nem negativ egész számot, ha

1/ $C(F) > C(G)$ valahányszor $F = G \circ H$

2/ $C(F) > C(G) \Longrightarrow C(F \circ H) > C(G \circ H)$

3/ $C(\delta F) = C(F)$

Egy adott C költségfüggvényre vonatkozólag az F kifejezést minimális költségünek mondjuk az $\mathcal{F}$ halmazon, ha $F \in \mathcal{F}$ és $G \equiv F$, $G \in \mathcal{F}$ esetén $c(F) \leq c(G)$.

Megjegyzések:

a/ Ha F minimális költségü $\mathcal{F}$ -en, akkor δF is minimális költségü δF -en.

b/ Az F kifejezés költsége az 1/ - 3/-nak elegettevő olyan "függvény", amely nem az f -et reprezentáló Boole-kifejezés tartalmával, hanem annak szerkezetével kapcsolatos.

Az ω rendü F kifejezés komponensei legyenek $F_1,\ldots,F_r$; $F=\bigcirc_{i=1}^{r} F_i$. A költségfüggvényt elég jól közeliti a következő rekurzió: $c(F) = \phi_\omega\left(c(F_1),\ldots,c(F_r),r\right)$. Megadását a mindenkori müszaki realizáció határozza meg; más a helyzet relés, diódás, tranzisztoros vagy ferrites elemek használata esetén, s más akkor, ha blokkokból vagy kártyákból, illetve integrált áramkörökből épitjük fel a készüléket.

A rekurzió kezdő értékeit nyilvánvalóan e tényezők határozzák meg. A probléma lényegében abból adódik, hogy a költségek /áramköri elemek árai, a készülékek megépitéséhez szükséges munkabér, stb./ direkt módon áramköri szinten jelentkeznek, s ezt akarjuk megbecsülni logikai szinten. Ezért célszerünek látszik /különösen nagyobb volumenü gyártás esetén/ a költségfüggvényt a méréskiértékelések elméletéből ismert empirikus módszerekkel meghatározni.

Minthogy a logikai szintet jelenleg lényegében az ÉS VAGY, Inverter szintek száma /a kifejezés rendje/ meghatározza /az áramköri terhelhetőségi feltételekkel együtt/, ezért a fent megadott tipusu költségfüggvényre sok, viszonylag nagyméretü elektronikus készülék adataiból következtethetünk.

Ha speciálisan a költségfüggvényt lineárisnak tekintjük és r -ről függetlennek, valamint az inverterek sulyát zérusnak vesszük, $C(\text{ÉS}) = C(\text{VAGY}) = C_o$ választás mellett adódik az ismert hosszjellegü minimalizálás. Legyen a továbbiakban C egy rögzitett költségfüggvény. Jelölje $\mathcal{L}$ az $x_1,\bar{x}_1,\ldots,x_n,\bar{x}_n$ betükből felépitett összes kifejezések halmazát, és legyen $\mathcal{L}(\ldots)$ azon kifejezésekből álló részhalmaz, melyek kielégitik a zárójelben álló feltételeket. Pl. $\mathcal{L}(\omega \le h)$ azon kifejezések halmaza, melyeknek rendje nem haladja meg h -t.

5. Lemma. Ha F minimális költségü a $\mathcal{L}(\omega < h)$ [vagy $\mathcal{L}(\omega = h, \text{sum})$, vagy $\mathcal{L}(\omega = h), \text{product})$] halmazon $h > 1$ esetén, akkor F komponensei minimális költségüek a $\mathcal{L}(\omega < h - 1)$ [vagy $\mathcal{L}(\omega \le h\text{-}1, \text{product})$, vagy $\mathcal{L}(\omega \le h, \text{sum})$] halmazon.

Nyilvánvaló, hogy ez az eredmény az alapja minden rekurziv konstrukciónak.

6. Lemma. Van olyan m nem negativ egész szám, hogy $\omega(F) \leq m$ teljesül minden $\mathfrak{B}$ -ben minimális költségü F -re.

Γ operátor

Jelölje $S\mathcal{F}$ az $\mathcal{F}$ halmaz által tartalmazott kifejezések összegét.

7. Definició. $\mathcal{G}$ minimális G -tartalmazó halmaz, ha $G < S\mathcal{G}$ és $\mathcal{G}$ tetszőleges elemét elhagyva, $G \not< S\mathcal{G}'$ / $\mathcal{G} \setminus \mathcal{G}'$ az elhagyott elem./

Legyen F egy kifejezés és $\mathcal{F}$ a kifejezések olyan halmaza, amelyre $F < S\mathcal{F}$. Ha $\mathfrak{M}_1, \ldots, \mathfrak{M}_s$ minimális F -tartalmazó részhalmazai $\mathcal{F}$ halmaznak, akkor jelöljük: $\Gamma(F,\mathcal{F}) = \{ S\mathfrak{M}_j;\ S\mathfrak{M}_j \equiv F$

és $S\mathfrak{M}_j$ minimális költségü $\{S\mathfrak{M}_i, i \leq s\}$ -ben$\}$.

Nyilván, ha $F \equiv G$ akkor $\Gamma(F,\mathcal{F}) = \Gamma(G,\mathcal{F})$. Ezért, ha F reprezentálja az f Boole-függvényt, definiálható

$$\Gamma(f,\mathcal{F}) = \Gamma(F,\mathcal{F})$$

Végül jelölje $\Gamma\mathcal{F} = \cup\, \Gamma(f,\mathcal{F})$ ahol az egyesités az összes nem konstans n -változós Boole-függvényre van kiterjesztve. Γ tulajdonságaira az alábbi három Lemma ad információt:

8. Lemma. Ha $\mathcal{F}$ az összes állapotot tartalmazza /"kanonikus termek"/, akkor $\Gamma\mathcal{F} \neq \Phi$ minden nem konstans függvényre.

9. Lemma. Ha $F \in \Gamma\mathcal{F}$ és F $\mathcal{P}$-tipusu, akkor $F \in \mathcal{F}$.
Minden esetben $\omega(F) - 1 \leq \max \omega(G)$; $G \in \mathcal{F}$.

10. Lemma. Ha $F \in \Gamma\mathcal{F}$ és $G \equiv F$, továbbá $c(G) > c(F)$, akkor $G \in \Gamma\mathcal{F}$.

11. Konstrukció. Legyen $\mathcal{S} = \mathcal{S}_0 = \mathcal{P}_0$ az összes egyetlen betüre /nem számra/ redukált kifejezések halmaza: $\mathcal{S} = \{x_1, \bar{x}_1, \ldots, x_n, \bar{x}_n\}$ és legyenek $\mathcal{S}_i$ és $\mathcal{P}_i$ halmazok rekurzive megadva a következőképpen:

1/ $\mathcal{S}_1 = \Gamma\mathcal{S}_0$

2.a/ $\mathcal{P}_{2k-1} = \delta\mathcal{S}_{2k-1}$, $k > 0$

2.b/ $\mathcal{P}_{2k} = \Gamma\mathcal{P}_{2k-1}$, $k > 0$

3.a/ $\mathcal{S}_{2k} = \delta\mathcal{P}_{2k}$, $k > 0$

3.b/ $\mathcal{S}_{2k+1} = \Gamma\mathcal{S}_{2k}$, $k > 0$

Itt $\mathcal{S}_1$ és $\mathcal{P}_1$ az n betüből álló összes lehetséges egyszerüsitett összeg, illetve szorzat halmaza, $\mathcal{P}_2$ a normálformákat, $\mathcal{S}_2$ az összeg szorzatokat tartalmazza. /Egyszerüsitett szorzatok, illetve összegek: $x \circ \bar{x} = 0$, $x + \bar{x} = 1$ azonosságok által adott egyszerüsitések elvégzése után adódó kifejezések/.

A 9. Lemma felhasználásával i-re vonatkozó indukcióval adódik:

A 12. Lemma. Ha $F \in \mathcal{P}_i \cup \mathcal{S}_i$ akkor $\omega(F) \leq i$. Továbbá, ha $\omega(F) = i$ és $F \in \mathcal{P}_i$ [vagy $F \in \mathcal{S}_i$] akkor $F \in \mathcal{P}_i \setminus \mathcal{P}_{i-1}$ [vagy $F \in \mathcal{S}_i \setminus \mathcal{S}_{i-1}$] és ha i páros [páratlan], F s-tipusu, ha i páratlan [páros] F p-tipusu.

A 8. Lemma alkalmazásával adódik:

13. Tétel. Ha f nem konstans Boole-függvény, akkor $i \geq 2$ -re minden $\mathcal{P}_i$ és $\mathcal{S}_i$ halmaz tartalmaz f függvényt reprezentáló kifejezéseket. Ezen kifejezések minimalitás tulajdonsággal rendelkeznek.

14. Lemma. a/ Legyen F minimális költségü a $\mathcal{L}(\omega < i) \cup \mathcal{L}(\omega > i, \text{sum})$ kifejezés halmazon; akkor $F \in \mathcal{P}_i$ ha i páros és $F \in \mathcal{S}_i$ ha i páratlan. b/ Legyen F minimális költségü a $\mathcal{L}(\omega < i) \cup \mathcal{L}(\omega = i, \text{produkt})$ kifejezés-halmazon; akkor $F \in \mathcal{S}_i$ ha i páros és $F \in \mathcal{P}_i$ ha i páratlan.

A 14. Lemma megforditása is igaz:

15. Tétel. $i \geq 0$ -ra $\mathcal{P}_i \cup \mathcal{S}_i$ azon kifejezések halmaza, amelyek minimális költségüek a $\mathcal{L}(\omega < i) \cup \mathcal{L}(\omega = i, \text{sum})$ vagy a $\mathcal{L}(\omega < i) \cup \mathcal{L}(\omega = i , \text{product})$ halmazban.

16. Lemma. Legyen F minimális költségü $\mathcal{L}$ -ben és $\omega(F) = i$. Ha F összeg és i páros /páratlan/, akkor $F \in \mathcal{P}_k$ $(F \in \mathcal{S}_k)$, $k \geq i$ -re. Ha F szorzat és i páros /páratlan/, akkor $F \in \mathcal{S}_k$ $(F \in \mathcal{P}_k)$, $k \geq i$ -re.

A 6. Lemma és a 16. Lemma együtt az algoritmus végességét eredményezi.

16. Tétel. Létezik m egész szám ugy, hogy $\mathcal{P}_{m+j} = \mathcal{P}_m$, $\mathcal{S}_{m+j} = \mathcal{S}_m$ minden $j \geq 0$ -ra. Továbbá $\mathcal{P}_m \cup \mathcal{S}_m$ az összes, $\mathcal{L}$ -ben minimális költségü kifejezések halmaza.

[1, 4, 5, 24].

VII. Számológépek alkalmazása a minimalizálásban

Az elektronikus számológépek felhasználása nem numerikus számitások elvégzésére ma már igen elterjedt. Mivel a kézi minimalizáló algoritmusok $n \geq 5$ esetén már áttekinthetetlenekké, illetve nehezen kezelhetőkké váltak, felmerült annak szükségessége, hogy adott $f(x_1,\dots,x_n)$ Boole-függvényhez irredundáns kifejezéseket számológéppel kerestessünk. A számológép használata átmenetileg megoldotta a problémát, n értékét 10-ig növelve lehetett találni jó algoritmust, illetve problémamentesen meg lehetett oldani a minimalizálandó mennyiségek egy jó gépi ábrázolását. /Természetesen itt csak a kétszintes eljárásokról beszélünk, mert költségminimális eljárásoknál már $n = 4$ esetén is komoly nehézségek adódnak./ A gépi módszerek egy része az ismert kézi eljárások gépesitett változatai voltak /Harward kártya-módszer, Quine Mc Cluskey módszer stb./.

A változószám növelésével viszont, mivel a Boole-függvény értelmezési tartománya ezzel exponenciálisan nő, korlátozásokat kell bevezetnünk, amely viszont a vizsgálható Boole-függvények számára, a "minimalitás" mértékére stb. jelenthet erős megkötést, illetve korlátozásokat nem téve, a futtatási idő lenne megengedhetetlenül nagy. Valószinü, hogy a jövőben olyan algoritmusokat kell kidolgozni, amelyek a Boole-függvényeknek csak egy-egy osztályát vizsgálják, s az algoritmusok alapját az osztály-tulajdonságok fogják szolgáltatni. "Szerencsés" függvényosztály pl. a monoton függvények osztálya, amelyről ismert, hogy IDNF = MDNF = RDNF.

Gépi algoritmusokhoz a két legismertebb megadási módja a Boole-függvényeknek a következő:

1/ ha a függvény értéktáblázattal adott /KDNF reprezentálja/, akkor az értelmezési tartomány valamely pl. nagyság szerinti rendezéséhez hozzárendelünk egy 2^n hosszuságu bináris vektort, amelyik számológépen egy 2^n hosszuságu bit sorozatnak felel meg. /ICT 1905-ös számológépen ez $[2^n/23] + 1$ szónak felel meg./ Itt tehát az értékkészletet ábrázoltuk. Ez az ábrázolási mód akkor gazdaságos, ha $K^o(\bar{f}) << K^o(f)$ illetve, ha n nem tul nagy.

2/ $K^o(f)$ -et ábrázoljuk, illetve ha részben értelmezett a függvény, akkor $K^o(f)$ -et és T -t. Ha $k \in K^o(f)$ -nek egyetlen szót feleltetünk meg, akkor a szükséges szavak száma $o(K^o(f))$.

Mindkét esetben a számológép szóhossza felső határt szab n -re - 1/ esetén is a számitás során elő kell állitani 2/-t - bár többszörös aritmetikát feltételezve n a szóhossz többszöröse is lehet, de a 2^n -es érték kétessé teszi a klasszikus eset ilyen kiterjesztését.

A részkockák ábrázolása a következőképpen történhet:

1/ kétdimenziós tömbökben ábrázoljuk. A tömb első eleme az előforduló, illetve az elhagyott változókról (1 - 0) ad információt, a tömb második eleme pedig a változókról feljegyzi, hogy negálatlanok vagy negáltak (1 - 0).

2/ hármas számrendszerben ábrázoljuk, x_i előfordul: 1, $\bar{x}_i$ fordul elő: 0, sem x_i sem $\bar{x}_i$ nem fordul elő: 2. Itt csak néhány ábrázolási módot emlitettünk, főként azokat, amelyeket az ICT 1905-ös számológépre készitett programjainkban magunk is felhasználtunk.

Két programot készitettünk. Az egyik program AM01 Butler, Warfield algoritmusát valósitja meg. A program legfeljebb 14 változós Boole-függvényhez keres irredundáns diszjunktiv normálformát. $K^o(f)$ -et ábrázoljuk, a részkockák ábrázolása binárisan kódolt hármas számrendszerben történik.

Megszoritás: $0 \leq o\left(K^o(f)\right) \leq 3 \cdot 10^3$ és a $(0,\dots,0)$ vektor nem szerepelhet. Az utóbbi oka programozástechnikai. A lényeges primimplikánsok megkeresése után a választható primimplikánsok keresésénél első szempontnak azt tekinti, hogy a lefedő részkocka minél magasabb dimenziós legyen. Egyenlő dimenzió esetén ugy választ, hogy azt a részkockát tartja meg, amelyik több, lényeges implikánsok által le nem fedett pontot tartalmaz. Az eredményül kapott irredundáns Boole-kifejezés függ a kiinduló adatok sorrendjétől.

A program forrásnyelve: ALGOL

480 ALGOL utasitást tartalmaz, memória-igénye 10-12000 szó $o\left(K^o(f)\right)$ -től függően.

Az eredményt LP /sornyomtató/-n kapjuk hármas számrendszerben tagonként.

A program periféria igénye: TR, LP időigénye: $o\left(K^o(f)\right)/10$ perc elég jó közelítés, bár az adatok minősége befolyásolja ezt.

A másik program AV01 és AV02 legfeljebb 23 változós Boole-függvényhez keresi meg az összes /illetve limitált/ IDNF-t. A program részben értelmezett függvényeket is tud kezelni.

A függvény megadása $K^o(f)$ -el és T -vel a részkockák ábrázolása pedig 2 -dimenziós tömbökkel történik. Egy IDNF megadása után folytatja a keresést egy ettől különböző IDNF-re, majd a választható implikánsok egy sorrend-cseréjét elvégezve folytatja az eljárást addig, amig minden IDNF-t meg nem határozott, vagy az IDNF-ek számára megadott határt el nem érte.

A program forrásnyelve: ALGOL/PLAN

700 ALGOL utasitást tartalmaz és 6 db egyenként kb. 30 utasitásból álló PLAN szegmenst.

Memóriaigénye $o\left(K^o(f)\right)$-től függően 16-20000 szó együttesen, de a két program egymás után futtatható, tehát esetenként 8-12000 szó elegendő.

Futási időkre a következő formulák adnak becslést:

$n \, . \, o\left(K^{o}(f) \cup T\right)/10$ /AVO1/

és AVO2 -re $n \, . \, o\left(K^{o}(f) \setminus K^{o}_{1}(f)\right)/5$ ahol $K^{o}_{1}(f)$ jelöli a lényeges implikánsok által lefedett elemek halmazát $K^{o}(f)$ -ben.

Az eredményt LP -n kapjuk az x_i, 'not', 'and', 'or', =, (,) szavak és jelek felhasználásával, Y1, Y2,...,YW -vel jelölve a különböző IDNF-eket.

A programok blokksémáját a függelékben adjuk meg.

[3, 12, 14, 17, 19].

VIII. Automatikus tervezés néhány problémája

A logikai tervezés további utja a digitális rendszerek automatikus tervezése, amelynek a gépi minimalizálás egyik fejezete.

A legutóbbi időkig a számológépes áramköri tervezést paraméterek optimalizálására használták, bár komplett integrált áramkör automatikus tervezése és gyártása is megvalósult már. Az alapvető probléma az áramköri elemek - elsősorban az aktiv alkatrészek - megfelelő számológépes modelljeinek kidolgozása és az ember és a gép közötti információcsere kialakitása.

Az automatikus logikai tervezés területéhez tartozó részfeladat a következő: egy elektronikus berendezést kell épiteni adott R számu logikai egységből, melyek egymással való kapcsolata, valamint az egységek funkciója ismert. Adott ezen kivül H féle kártya, minden kártyán meghatározott mennyiségü és minőségü logikai egység. Épitsük fel az elektronikus készüléket egy adott méretü dobozban limitált számu kártya felhasználásával ugy, hogy az a felépités a leggazdaságosabb legyen. A feladat nagyon sokrétü, s igen sok problémát kell megoldani. A feladat egy speciális esete , amikor adott már egy kártyaelrendezés, és a csatlakozó pontok egy összeköttetéséről szóló lista, s ennek alapján olyan elrendezést kivánunk megvalósitani, ahol a huzalhossz minimális. A huzalhossz minimalizálása először kártyák, majd csatlakozópontok cseréjével történik. Az algoritmus egyik része egy kártyakiválasztáson belül, csak a kártyák helyzetét változtatja, miközben az össz-huzalhosszra gyakorolt hatását vizsgálja.

Ezt csak példaként emlitettük, ezzel is jelezni kivántuk azt, hogy a logikai tervezés számos területe közül csak kiragadtunk néhányat, a problémakör sokkal szélesebb mind tartalmában mind módszerében. [25]

Irodalom

[1] Abhyankar, S.: Absolut minimal expressions of Boolean functions. IRE Trans. EC-7. 4, 268-276 /1958/

[2] Ádám, A.: Truth functions. Akadémiai Kiadó Budapest, 1968.

[3] Butler, K.J., Warfield, J.N.: A digital computer program for reducing logical statement to a minimal form. Proc. Nat. Electr. Conf. 1959. Chicago.

[4] Galabi, L.: A solution of the minimization problem for Boolean formulas. PML SR-7-3471 1960.

[5] Calabi, L.: On the theory of Boolean formulas: construction of formulas of minimal cost. J. Soc. Ind. Appl. Math. Vol 11. 3, 521-525 /1963/

[6] Calabi, L.: Relations between switching networks and Boolean formulas. AFCRL 153 /1961/

[7] Calabi, L., Samson, E.W.: On the theory of Boolean formulas: I. Subformulas and substitution operators. AFCRL 65-321. II. Allowable replacements for subformulas. AFCRL 65-640. III. Shortest and prime formulas. AFCRL 66-101.

[8] Choudhury, A.K., Basu, M.S., Das, S.R.: On a method of simplification of multiple output switching functions. J. Electr. and Contr. 16. No. 2. 223-237 /1964/

[9] Chu, Y.: Digitális számitógépek tervezésének alapjai. Müsz.K. Bp. 1966.

[10] Ewing, A.C., Roth, J.P., Wagner, E.G.: Algorithms for logical design. Commun. and Electron., No.56. 450-458 /1961/

[11] Harrison, M.A.: Introduction to switching and automata theory. McGrow Hill 1965.

[12] House, R.W., Radó, T.: On a computer program for obtaining irreducible representations for two level multiple input output logical systems. Journal ACM 10. No.1. 48-77 /1963/

[13] Ivanescu, P.L., Rudeanu, S.: Minimization of switching circuits in actual operation. Rev. Roum. Math. Pures et Appl. XII. 3. 407-444 /1967/

[14] Казаков, В.Д.: Минимизация логических функций большого числа переменных. Автоматика и телем. вып. 23 /1962/9. 1237-1242

[15] Ledley, R.S.: Boolean matrix equations in digital circuit design. IRE Trans. EC-8 131-139 /1959/

[16] McCluskey, E.J.: Simplifying of Boolean functions. BSTJ 35. 6. 1417-1444 /1956/

[17] Mott, H., Carrol, C.C.: Numerical procedures for Boolean function minimization.
IEEE Electr. Comput. EC-13 No.4. 470 /1964/

[18] Поспелов, Д.А.: Логические методы анализа и синтеза схем.
Москва, 1964.

[19] Prather, R.: Computational aids for determining the minimal form of a truth function.
J. Assoc. Comp. Mach. 7. 299-310 /1960/

[20] Roth, J.P.: Algebraic topological methods in synthesis. Proc. Inform. Symp. Theory of Switching 1957.

[21] Roth, J.P.: Minimization over Boolean trees. IBM Journal 4. No.5. 543-558 /1960/

[22] Roth, J.P., Karp, R.M.: Minimization over Boolean graphs.
IBM Journal 6. No.2. 227-238 /1962/

[23] Rudeanu, S.: Aximatization of certain problems of minimization.
Studia Logica 37-61 /1967/

[24] Samson, E.W., Calabi, L.: On the theory of Boolean Formulas: minimal including sums I.II. J. Soc. Ind. Appl. Math. 11. 212-223 /1963/

[25] Steinberg, A.: The backboard wiring problem a placement algorithm.
SIAM Rev. 3. No.1. 37-50 /1961/

[26] Waligórski, S.: On normal equivalents of truth functions.
Algorithmy No.1. 11. 73-95 /1962/

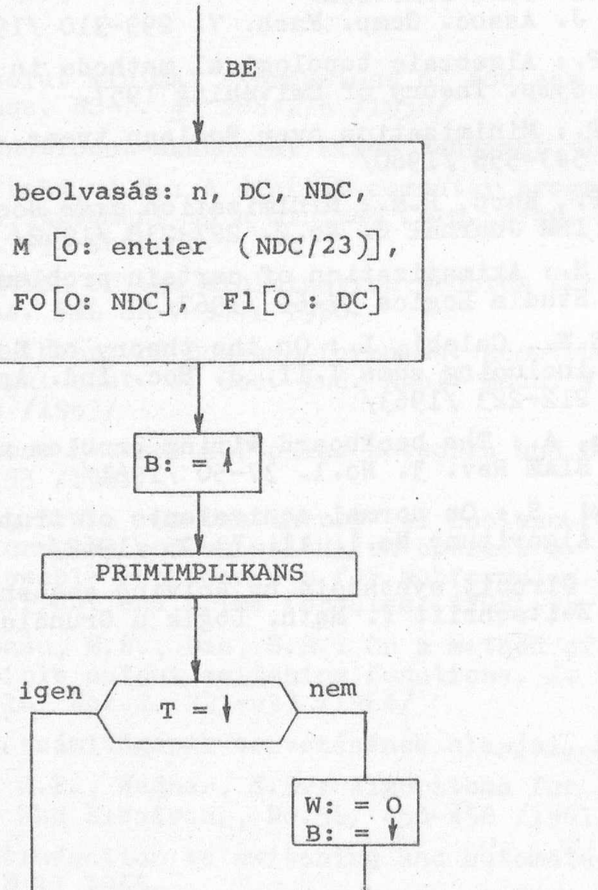
[27] Wang-Hao: Circuit synthesis by solving sequential Boolean equations.
Zeitschrift f. Math. Logik u Grundlagen d. Math. 5 /1959/

Érkezett: 1968. ápr. 1.
KFKI Közl. 16.évf. 5.szám, 1968.

F Ü G G E L É K 1

AZ AVO1 PROGRAM BLOKKVÁZLAT

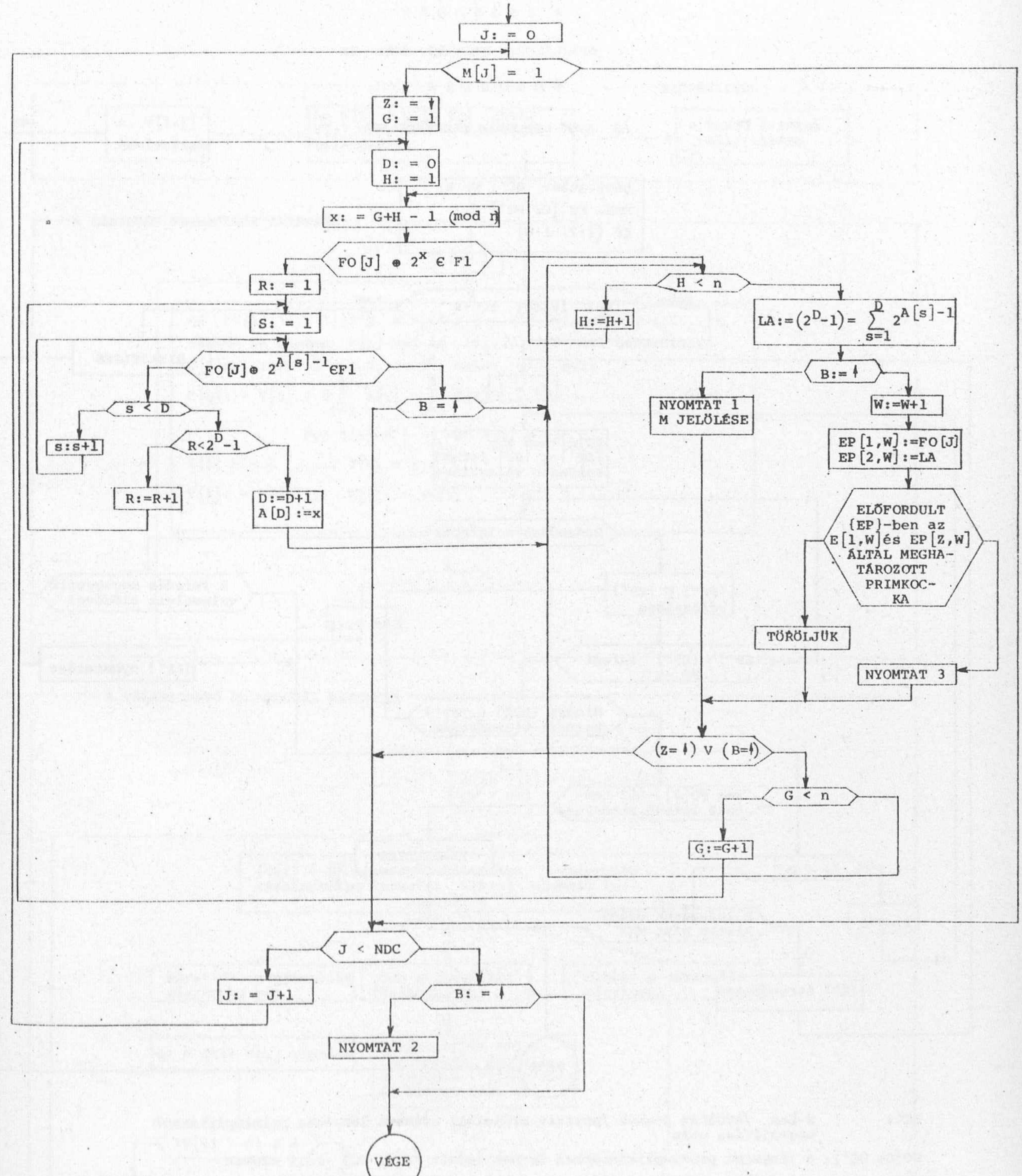
/FŐPROGRAM/



n: változók száma
FO = $K^{O}(f)$
F1 = $K^{O}(f) \cup T$
M: FO "előjel" tömbje
EP: a választható primkockákat gyüjtő tömb
T = ↓ ha FO minden elemét lefedtük lényeges primkockákkal
B = ↑ lényeges primkockák keresése
B = ↓ választható primkockák keresése

FÜGGELÉK 2

AZ AVO1 PROGRAM BLOKKVÁZLATA / PRIMIMPLIKANS /



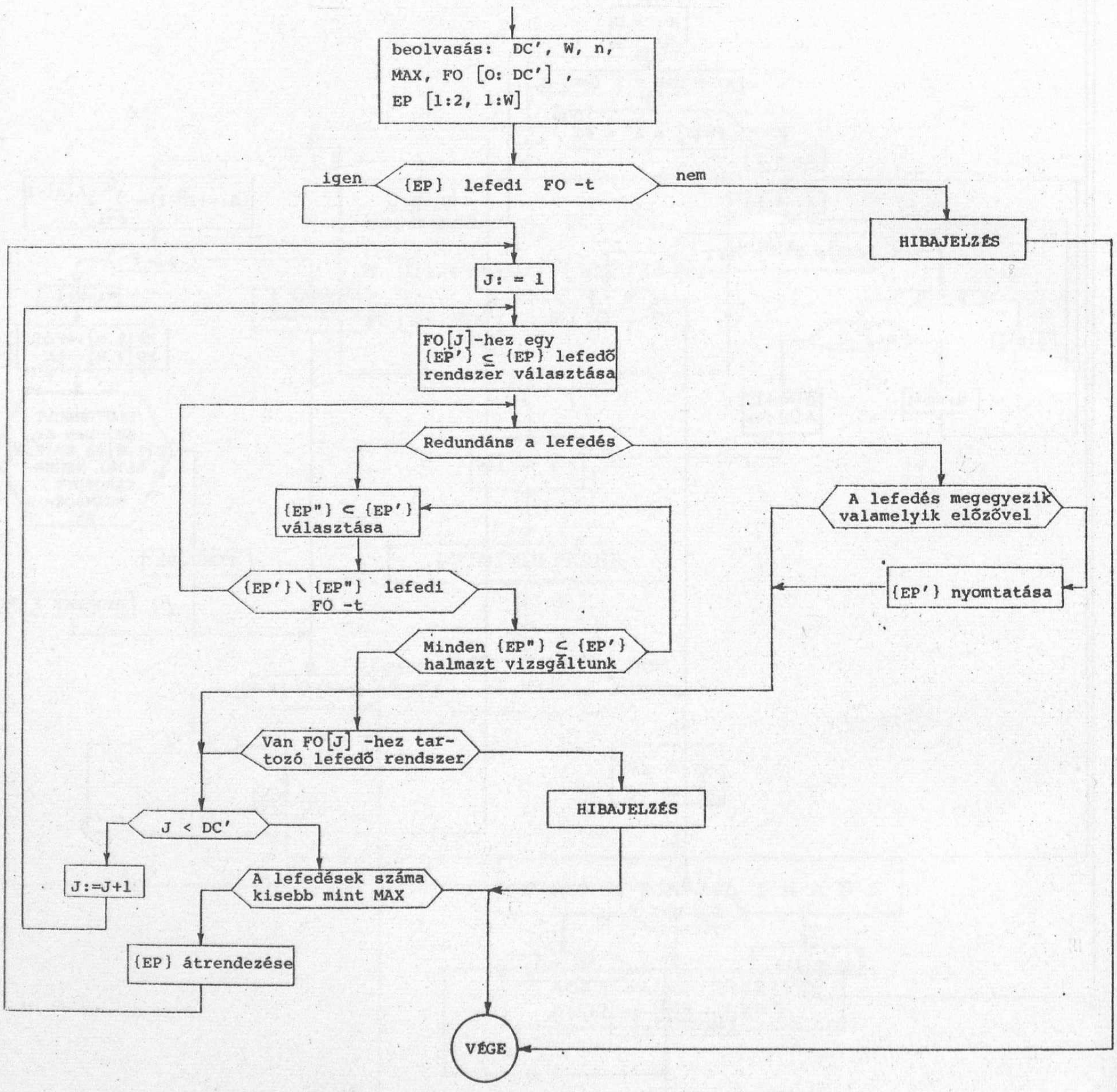
M JELÖLÉSE: a lényeges primkockák képzésére felhasznált elemeknek megfelelő előjelek ellenkezőjére változtatása

NYOMTAT 1 és NYOMTAT 2: a lényeges primkockák nyomtatása

NYOMTAT 3: a választható primkockák nyomtatása

FÜGGELÉK 3

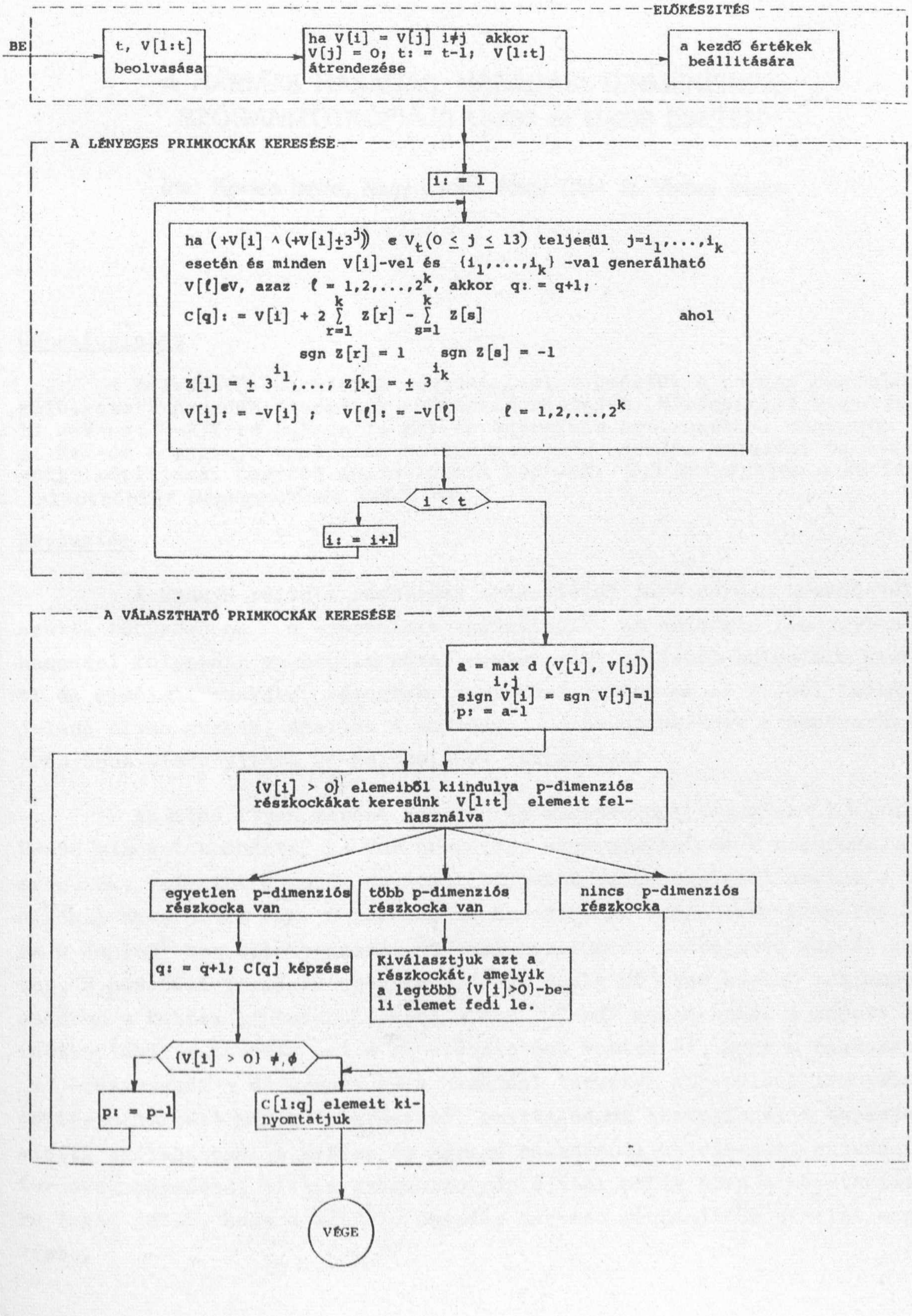
AZ AVO2 PROGRAM BLOKKVÁZLATA



DC':	M-ben /AVO1/ az 1-esek /pozitiv előjelek/ száma a lényeges primimplikánsok megtalálása után
FO[O: DC']:	a lényeges primimplikánsokkal le nem fedett FO[O: DC] -beli elemek
MAX:	a lefedő rendszerek számára egy felső korlát

FÜGGELÉK 4

AZ AMO1 PROGRAM BLOKVÁZLATA



A HÁRMAS HASADÁS HASADÁSI TERMÉKEINEK SZÖGANIZOTRÓPIÁJA U-235 és U-238 ESETÉN

Irta: Kovács István, Nagy László, Nagy Tibor és Vinnay István

Összefoglalás

Félvezető detektorok segitségével megmértük a hármas hasadáskor keletkezett hasadási termékek szöganizotrópiáját. Méréseinket U-238 magra 14 MeV-os, U-235-re 2,5 és 14 MeV-os energiáju neutronokkal végeztük. 14 MeV-os energiáju neutronok esetén a kettes hasadás hasadási termékeinek anizotrópiájánál nagyobb anizotrópiát kaptunk. 2,5 MeV esetén a kétféle anizotrópiát megegyezőnek találtuk.

Bevezetés

A könnyü töltött részecske emisszióval járó hármas hasadásnál az esetek többségében α -részecske emittálódik. Az emisszió /és egyben a hasadási folyamat/ mechanizmusának megismerése céljából különféle kisérleti és elméleti munkákat végeztek. Ezek közé tartoznak az utóbbi időben megjelenő olyan munkák, amelyek a hasadási α -részecskéknek a neutronnyaláb irányához viszonyitott szögeloszlását vizsgálják.

Az első ilyen mérést Ramanna és munkatársai végezték [1], akik U-238 magokat bombáztak 14 MeV energiáju neutronokkal, és a hasadási α-részecskék, valamint a nehéz hasadási termékek szögeloszlását emulziós technikával határozták meg. A kb. 180 db hasadási α -részecske szögeloszlására 0 és 180^{o}-ban kicsucsosodó, 90^{o}-nál minimummal rendelkező görbét kaptak, a hasadási termékek szögeloszlására pedig 90^{o}-ban kaptak maximumot, szemben a kettes hasadással, ahol a max. 0^{o}-nál mutatkozik. A kapott anizotrópiából a szerzők azt a következtetést vonták le, hogy a hasadási α -részecskék a deformált és a hasadási termékek kirepülési irányába töltéspolarizált magok nyakrészéből emittálódnak közvetlenül a hasadás előtti pillanatban. A kettes és hármas hasadásnál keletkezett hasadási termékek egymástól eltérő szöganizotrópiájából pedig arra a következtetésre lehet jutni, hogy a kétféle hasadás más-más mechanizmus szerint megy végbe.

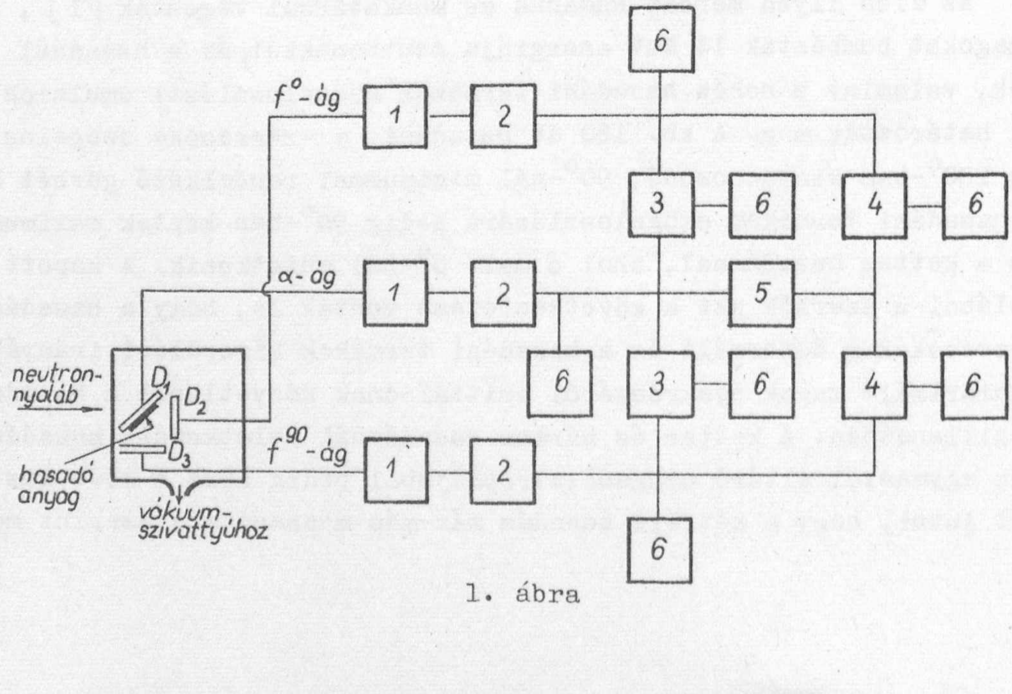
Hattangadi és munkatársai 3 MeV-os neutronokkal bombázott U-235 magok hasadásánál keletkezett hasadási α -részecskék szögeloszlását vizsgálták [2]. Az α -részecskéket szilicium félvezető detektorokkal, a hasadási termékeket pedig gázszcintillációs számlálóval regisztrálták. Az α -részecskék szögeloszlására a mérések eredményeként az [1] munkában 14 MeV-os neutronokkal kapott anizotrópiával megegyező irányu, (32 ± 12) %-os anizotrópiát találtak. Nadkarni két különböző módszerrel megismételte a [2]-ben közölt mérést, s a pontosabb mérések eredményeként a hasadási termékek anizotrópiájára $N(17^o)/N(80^o) = (0{,}85 \pm 0{,}12)$, illetve $N(0^o)/N(90^o) = (0{,}89 \pm 0{,}10)$ értéket kapott [3] . Az első esetben a hasadási termékeket rácsos ionizációs kamrával, az α -részecskéket CsI szcintillátorral, a második esetben mindkét részecsketipust félvezető detektorral detektálta.

Gillet és munkatársai [4] megismételték az [1] mérést. Publikációjukban 106 hármas hasadásból kapott hasadási α -részecske szögeloszlását közlik. Szerzők szerint, szemben az [1]-ben kapott eredménnyel, legfeljebb kis anizotrópia lehetséges.

A hasadási α -részecskék szöganizotrópiájának kérdése tehát még nem tisztázódott megnyugtatóan. További vizsgálatok szükségesek. Jelen munkában U-238 mag esetén 14 MeV energiáju neutronokkal, U-235 mag esetén pedig 2,5 és 14 MeV energiáju neutronokkal végeztünk az előzőekhez hasonló jellegü méréseket.

<u>Mérési módszer</u>

A berendezés blokksémáját az 1. ábra mutatja.



1. ábra

A hasadási α -részecskéket és a hasadási termékeket szilicium félvezető detektorokkal detektáltuk (D_1,D_2,D_3) , amelyek vákuumkamrában foglaltak helyet. A D_1 detektor detektálta a hasadási α -részecskéket, D_2 és D_3 a nehéz hasadási termékeket. A D_2 detektor a neutronnyaláb irányához képest 0^o-ban, a D_3 a 90^o-ban kilépő hasadási termékeket regisztrálta. Ez az elrendezés lényegében azonos a méréseink befejezése után megjelent publikációban közölttel [3]. A detektorban keletkezett impulzusok töltésérzékeny előerősitőkön (1) át 50 mV határérzékenységü diszkriminátorok (2) bemeneteire, majd koincidencia-berendezésbe (3) jutottak. A véletlen koincidenciákat az α -ág jeleinek 2 μsec-os késleltetése (5) után a (4) koincidencia-berendezésekkel számoltuk. A blokksémában (6) jelzi a szkélereket. A formált impulzusok 120-170 nsec-os felfutásuak voltak. Ennek megfelelően a koincidencia-csatornák szélességeit 200 nsec-nak választottuk.

A detektorok hatásos felülete 300 mm^2, a D_2 és D_3 detektornak D_1 detektortól való távolsága 2-2 cm volt. A D_1 detektort az 1,4 cm átmérőjü neutronforrástól 2,5 cm-re helyeztük el. A D_1 fajlagos ellenállása 3000, a D_2 és D_3 detektoré 300-300 ohmcm.

A hasadó anyagokat 9,7 mg/cm^2 vastagságu rozsdamentes acélfóliára vittük fel. A fólia a hasadási termékeket és a hasadó anyag radioaktiv bomlásából származó α -részecskéket elnyeli, a hasadási α -részecskék többsége viszont át tud rajta hatolni. A fóliára a réteget ecseteléssel vittük fel, vastagságuk kb. 2 mg/cm^2. A rétegek átmérője 22 mm, amit blendével 19 mm-re csökkentettünk le. A rétegtartót a D_1 detektorra ugy helyeztük rá, hogy a rajta levő réteg a D_2-D_3 detektorok irányába nézzen. A D_2 és D_3 detektoroknak a D_1 detektortól való távolságát a rétegből kirepülő α -részecskék számlálásával állitottuk be azonosra. A rétegtartó hátlapjára az α -oldali detektor és elektronika ellenőrzése céljából percenként kb. 500 α -részecskét sugárzó U-235 réteget kentünk fel.

A rétegek besugárzásához a neutronokat 200 kV-os gyorsitóval [5] D(d,n) és T(d,n) reakció utján állitottuk elő. Deutérium-target alkalmazásakor kb. 500 μA targetárammal dolgoztunk, tricium-target esetén azonban ezt az értéket a 14 MeV-os neutronok okozta nagy háttér miatt 10-20 μA-re kellett korlátozni.

Az α -oldalon a hasadási α -részecskék energiájából a targettartó által elnyelt energián kivül elektromos diszkriminációval kb. 5 MeV-ot vágtunk le. Az f -oldalakon a diszkriminációs szinteket a hasadási termékek alsó határára, kb. 30 MeV-re állitottuk be.

A 14 MeV-os neutronokkal végzett méréseknél óránként átlagban 5, 2,5 MeV-os neutronok esetén 1 koincidencia-eseményt regisztráltunk. Ezért a mérések hosszu időt vettek igénybe. Az azonos mérési feltételek biztositása érdekében a mérőberendezés főbb paramétereit a [6] cikkben leirt módon naponta kétszer ellenőriztük és szükség esetén helyesbitettük. Különös gondot kellett forditani a detektorok müködésére, mivel azok /főleg a nagyobb fajlagos ellenállásu D_1 -detektor/ a nagy neutronintenzitás hatására fokozatosan leromlottak. A detektorok és az erősitők müködésének stabilitását a természetes α -részecskék spektrumainak rendszeres felvétele alapján ellenőriztük.

A teljes mérőberendezés hitelesitése végett megmértük a termikus neutronok hatására előálló kettes hasadások hasadási termékeinek szögeloszlását. Ez esetben a várakozásnak megfelelően izotróp szögeloszlást kaptunk.

Mérési eredmények

Az f^{o}- és f^{90}-ágban a D_2 és D_3 detektorból jövő impulzusok a nagy diszkriminációs küszöb miatt kizárólag hasadásokból származtak, ezek száma tehát a kettes hasadások számát adta. Ugyanakkor a D_1 detektor jeleinek a D_2 és D_3 detektor jeleivel adott koincidenciák száma - a véletlen koincidenciák levonása után - a hármas hasadások számát szolgáltatta.

Az I. táblázat mérési eredményeinket tartalmazza. Itt H^{o} és H^{90} azoknak a hármas hasadásoknak a számát jelenti - a véletlen koincidenciaszámok levonása után - amelyeknél a hasadási termékek a neutronnyaláb irányához képest 0^{o}-, ill. 90^{o}-ban repültek ki. $(H/K)^{o}$ és $(H/K)^{90}$ a hármas és kettes hasadások viszonyszámát jelenti a megfelelő irányokban. E viszonyszámok hányadosa nem függ a kettes hasadások anizotrópiájától, továbbá érzéketlen a D_2 és D_3 detektorok és a hasadóanyag közötti távolság beállitásának pontatlanságára, az energiaküszöbök esetleges megváltozására.

	U-235			U-238		
	$(H/K)^{o}/(H/K)^{90}$	H^{o}	H^{90}	$(H/K)^{o}/(H/K)^{90}$	H^{o}	H^{90}
2,5 MeV	1,06±0,13	153	130			
14 MeV	1,30±0,11	949	592	1,45±0,12	1204	607

Ismeretes, hogy a kettes hasadás hasadási termékei előre irányuló szöganizotrópiát mutatnak. Méréseink szerint 14 MeV-os neutronok hatására bekövetkező hármas hasadás esetén az anizotrópia még erőteljesebb: U-235 esetén 30 %-kal, U-238 esetén pedig 45 %-kal nagyobb, mint kettes hasadásnál. Minthogy a hasadási α -részecskék nagy valószinüséggel a hasadási termékek repülési irányára merőleges irányba emittálódnak, eredményeinkből az következik, hogy a hasadási α -részecskék szögeloszlása a neutronok irányához képest 90^o-ban kicsucsosodó; vagyis ellentétes irányu anizotrópiát kaptunk, mint Ramanna és munkatársai [1].

2,5 MeV-os energiáju neutronokkal végzett méréseink szerint a hármas és kettes hasadáskor a hasadási termékek szöganizotrópiája a hibahatáron belül megegyezik és összefér Nadkarni [3] eredményével.

Magas gerjesztési energiákon, a statisztikus modellen alapuló számitások szerint [7] a hasadási termékek szögeloszlásának anizotrópiája:

$$\frac{W(0^o)}{W(90^o)} = 1 + \frac{I_m^2}{8K_o^2}$$

ahol K_o a hasadó mag impulzusmomentum-vetületének átlagértéke a mag szimmetriatengelyének irányában, I_m pedig a lehetséges maximális impulzusmomentuma.

Méréseink szerint a hármas hasadás hasadási termékeinek anizotrópiája nagyobb, mint a kettes hasadás termékeinek anizotrópiája, amiből a fenti képlet alapján arra következtethetünk, hogy a hármas hasadáshoz vezető állapotokban a K_o átlagérték kisebb, vagyis az α -emisszió valószinüsége kisebb K értékek esetén nagyobb.

A mérésben felhasznált berendezések jelentős részének megtervezéséért köszönetünket fejezzük ki Szabó Lászlónak.

Balás Dénes és Udvarhelyi Pál kartársaknak a mérésekhez nyujtott technikai segitségért, Keve Kingának a szükséges numerikus számitások elvégzéséért mondunk köszönetet.

Irodalom

[1] Ramanna, R., Nair, K.G., Kapoor, S.S.: Phys. Rev. 129, 1350 /1963/

[2] Hattangadi, V.A., Methasiri, T., Nadkarni, D.M., Ramanna, R., Rama Rao, P.N.: Proceedings of the Symposium on the Physics and Chemistry of Fission, Vienna, Vol. II. 397 /1965/

[3] Nadkarni, D.M.: Nucl.Phys. A112, 241 /1968/
[4] Gillet, A., Thu Phong Doan, Carles, C., Chastel, R.: Compt.Rend. 262, 296 /1966/
[5] Pásztor E., Veress I.: KFKI Közl. 13, 273 /1965/
[6] Nagy L., Nagy T., Vinnay I.: KFKI Közl., 15 85 /1967/
[7] Halpern, I., Strutinski, V.M.: Proc.Soc.U.N.Conf. Peaceful Uses At. Energy, Geneva, 1958, v. 15, p. 408.

Érkezett: 1968. jul. 9.
KFKI Közl., 16.évf. 5.szám, 1968.

MEGJEGYZÉSEK AZ (n, 2n) REAKCIÓK HATÁSKERESZTMETSZETÉNEK HÉJEFFEKTUSÁRÓL

Irta: Ádám András és Jéki László

Összefoglalás

Megmutatjuk, hogy a Q reakció küszöbenergia héjeffektusának figyelembevételével az /n,2n/ reakciók hatáskeresztmetszete leirható egy csak az $(N-Z)/A$ szimmetriaparamétertől függő összefüggéssel. A számitott hatáskeresztmetszet értékek jó egyezése a kisérleti értékekkel arra mutat, hogy az a nivósürüség-paraméter héjeffektusának és a δ párenergiának hatása a kisérleti adatok jelenlegi pontossága mellett nem mutatható ki az /n,2n/ reakció hatáskeresztmetszetekben.

Bevezetés

Az utóbbi években számos szerző megállapitotta, hogy a 14 MeV energiáju neutronokkal előidézett /n,p/, /n,α/ és /n,2n/ reakciók hatáskeresztmetszetében héjeffektusok jelentkeznek, amelyeket az állapotsürürüség-paraméter /a/ és a reakció küszöbenergia /Q/ mágikus neutron- illetve protonszámoknál jelentkező változásaival, valamint a δ párenergiával hoztak kapcsolatba [1-5].

Az /n,p/ reakciókat vizsgálva Gardner és Rosenblum [6] megmutatta, hogy a kisérleti adatok jelenlegi pontossága mellett héjeffektus nem mutatható ki a hatáskeresztmetszetben. Az /n,p/ reakciók hatáskeresztmetszetét széles tömegszámtartományban a kisérleti adatokkal igen jó egyezésben irja le a Levkovski-egyenlet [7]:

$$\sigma(n,p) = c_1 \cdot f(A) \cdot \exp\left(-c_2 \cdot \frac{N-Z}{A}\right)$$

$$\text{ahol} \quad f(A) = \left(A^{1/3} + 1\right)^2 \qquad /1/$$

Gardner szerint a Levkovski-egyenlet által leirt "target effektus" a meghatározója a hatáskeresztmetszetnek, a valódi héjeffektusok csak másodrendben jelenthetnek korrekciót.

Az /n,2n/ reakciók hatáskeresztmetszetében jelentkező héjeffektusok területén kevésbé tisztázott a helyzet, mint az /n,p/ reakciók esetében. P. Strohal [1] erős minimumot mutatott ki az /n,2n/ hatáskeresztmetszetben N = 50-nél. M. Bormann [2] páratlan protonszámnál N = 20, páros protonszámnál N = 28, 50 körül fellépő maximumot, illetve minimumokat a reakció küszöbenergia változásaival magyarázza, mig a páratlan protonszámnál N = 28, 50, 82 és 126-nál, páros protonszámnál N = 82, 126-nál fellépő maximumokat az állapotsürüség-paraméter héjeffektusának hatására vezeti vissza. F. Manero [3], a protonpárosságot is figyelembe véve, kapcsolatot talált a neutron és proton héjak és alhéjak lezáródása és a hatáskeresztmetszet értékei között. B. Cuzzocrea és S. Notarrigo [4] a Q függés eliminálása után is minimumokat mutat ki N = 20, 28, 50, valamint N = 71 és 90-nél. R. Rieder [20] saját mérései alapján cáfolja a héjeffektus létezését az N = 50 körüli tartományban. P. Hille [9] a mért hatáskeresztmetszet adatok sima $\frac{N-Z}{A}$ függése alapján kvalitative megállapitja, hogy a jelenlegi mérési hibák mellett nem mutatható ki semmilyen héjeffektus. M.P.Menon és M.Y.Cuypers [21] mérései alapján megállapitja a nivósürüség-paraméter héjeffektusának és a párenergiának hatását a hatáskeresztmetszetre N = 82 környékén.

Fenomenológikus egyenlet

Az /n,p/ reakciókra vonatkozóan Levkovski megállapitotta, hogy a protonkibocsátás valószinüsége nő a relativ protonkoncentráció növekedésével. Várható, hogy a neutronkibocsátás valószinüsége a relativ neutronkoncentrációval lesz kapcsolatos, tehát növekvő $\frac{N-Z}{A}$ -val növekvő /n,2n/ hatáskeresztmetszet várható. Mint már megmutatták [8-9], az /n,2n/ reakció hatáskeresztmetszetében erős N-Z függés észlelhető. Az összegyüjtött kisérleti adatokat megkiséreljük leirni egy

$$\sigma_{emp}(n,2n) = \left[1 - c_1 \cdot f(A) \cdot \exp\left(-c_2 \cdot \frac{N-Z}{A}\right)\right] \cdot c_3 \qquad /2/$$

$$\text{ahol} \qquad f(A) = \left(A^{1/3} + 1\right)^2$$

alku fenomenológikus egyenlettel, mely a Levkovski megállapitásai alapján várt összefüggést tartalmazza a hatáskeresztmetszet és a relativ neutronkoncentráció között. Az egyenletben szereplő konstansokat fitteléssel határozzuk meg.

A különböző magokon 14 MeV bombázó neutronenergiánál mért hatáskeresztmetszet-adatok összevetését megnehezitik a különböző Q értékek, mivel a reakcióküszöb közelében a hatáskeresztmetszet erősen függ $E_{exc} = E_n - Q$ értékétől. Ahhoz, hogy az /n,2n/ hatáskeresztmetszetek alapján a nivósürüség és a párenergia héjeffektusának hatására következtethessünk, ki kell küszöbölni a reakció küszöbenergia héjeffektusát oly módon, hogy $E_{exc}=E_n-Q=$ const-nak megfelelő bombázó energiánál hasonlitjuk össze a hatáskeresztmetszet-értékeket. Célunk az, hogy a Q függést kiküszöbölve megvizsgáljuk, leirhatók-e a kisérleti adatok a /2/ fenomenológikus egyenlettel. Igy eldönthető, hogy van-e szerepe az a és δ héjeffektusának.

Eredmények

Az összegyüjtött adatok többsége közvetlen mérési eredmény $E_n = Q + 3$ MeV energián. Néhány esetben a 14 MeV-en mért értékből extrapoláltunk $E_n = Q + 3$ MeV energiára. Az extrapolációt a Weisskopf-formulával végeztük [10]:

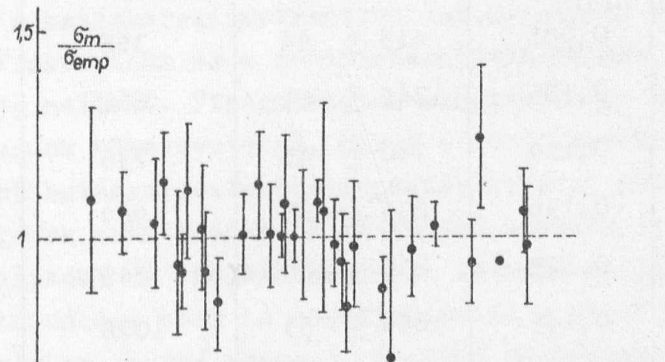
$$\sigma(n, 2n) = \sigma_c \cdot \left[1 - \left(1 + \frac{E_{exc}}{T}\right)_e - \frac{E_{exc}}{T}\right]$$

$$\text{és } T = \sqrt{\frac{E_n}{0{,}115 . A}}$$

σ_c értékét a Weisskopf-formulának a gerjesztési függvényhez illesztéséből határoztuk meg. Q értékeit [11] táblázatából vettük. A kisérleti adatokat a /2/ egyenlettel fitteltük. A fittelésből meghatározott legjobb paraméterek:

$$c_1 = 0{,}061$$
$$c_2 = 8{,}6$$
$$c_3 = 2050 \text{ mbarn}$$

A kisérleti és a számitott értékek egyezése a $4 \leq$ N-Z ≤ 21 tartományba eső magok esetében igen jónak mondható /1. ábra, 1. táblázat/.



1. ábra
A mért és /2/ egyenletből számitott hatáskeresztmetszet-értékek hányadosa $\frac{N-Z}{A}$ függvényében

1. táblázat

A /2/ egyenlet paramétereinek meghatározására felhasznált /n,2n/ hatáskeresztmetszet mérési eredmények / σ_m / és a legjobb paraméterrel számitott hatáskeresztmetszet-értékek / σ_{emp} /.

Target mag	$\frac{N-Z}{A}$	σ_m	σ_{emp}	Ref
1.	2.	3.	4.	5.
^{55}Mn	0,091	750 ± 112	731	8 M x
^{56}Fe	0,071	500 ± 40	470	2 M
^{59}Co	0,085	570 ± 105	609	13 M
^{63}Cu	0,079	495 ± 74	478	8 M
^{65}Cu	0,108	810 ± 120	805	8 M
^{64}Zn	0,063	254 ± 50	232	2 M
^{66}Zn	0,091	550 ± 83	598	8 M
^{70}Zn	0,143	1065 ± 130	1092	8 E x
^{69}Ga	0,101	690 ± 65	685	13 M
^{71}Ga	0,127	780 ± 100	941	8 M
^{70}Ge	0,086	447 ± 45	486	14 M
^{76}Ge	0,158	1095 ± 120	1169	14 E
^{75}As	0,120	910 ± 40	838	13 M
^{74}Se	0,081	415 ± 44	368	15 E
^{76}Se	0,105	745 ± 81	661	15 E
^{79}Br	0,114	740 ± 45	738	16 E
^{81}Br	0,136	835 ± 65	949	16 E
^{85}Rb	0,129	830 ± 125	849	8 M
^{87}Rb	0,149	1056 ± 53	1026	13 M
^{84}Sr	0,095	380 ± 50	452	1 M
^{86}Sr	0,116	701 ± 110	699	2 M

x M: mérés $E_n = Q + 3$ MeV energián
E: $E_n = Q + 3$ MeV energiára extrapolált 14 MeV-es mérési adat

1.	2.	3.	4.	5.
^{88}Sr	0,136	215 ± 24 ^{xx}	898	1 M
^{89}Y	0,124	751 ± 80	764	2,8,20 M
^{90}Zr	0,111	608 ± 30	605	2 M
^{93}Nb	0,118	384 ± 60^{xx}	664	2 E
^{92}Mo	0,087	280 ± 40	251	8 M
^{100}Mo	0,160	1295 ± 180	1045	17 E
^{103}Rh	0,126	642 ± 80	682	2 E
^{107}Ag	0,121	630 ± 141	592	18 E
^{109}Ag	0,138	553 ± 262	777	18 E
^{108}Cd	0,111	490 ± 75	453	19 E
^{116}Cd	0,172	1044 ± 147	1066	19 E
^{123}Sb	0,171	1090 ± 100	1025	13 M
^{127}J	0,165	900	951	13 M

xx A mérési eredmény csak az alapállapotra vezető reakció hatáskeresztmetszetét tartalmazza.

Következtetések

Mivel a /2/ fenomenológikus egyenlet egyaránt jól adja meg a hatáskeresztmetszet-értékeket az N = 50 mágikus szám környékén és attól távol, megállapithatjuk, hogy a reakció küszöbenergia héjeffektusának kiküszöbölése után a hatáskeresztmetszetben nem mutatható ki az a nivósürüség-paraméter héjeffektusának és a protonenergiának hatása a kisérleti adatok jelenlegi hibája mellett. Vizsgálataink alapján a δ_n neutron párenergia hatására nem tudunk következtetni, mivel a rendelkezésre álló, aktivációs analizissel mért hatáskeresztmetszet-adatok kivétel nélkül páros neutronszámu targetmagokra vonatkoznak. A különböző szerzők által megállapitott héjeffektusok egyedül Q héjeffektusának következményei. P. Cuzzocrea [4] a Q függés eliminálása után is megállapitotta a héjeffektusok létezését, azonban az általa az /n,2n/ reakció telitési hatáskeresztmetszetére és a maghőmérsékletre tett feltevések megalapozatlannak tünnek.

A /2/ egyenlet alapján becsülhető bármely magra az /n,2n/ reakció hatáskeresztmetszete. Az E_{exc} = 3 MeV-re számitott értékből /3/ felhasználásával tetszőleges energián meghatározhatjuk a hatáskeresztmetszetet.

I r o d a l o m

[1] Strohal, P., Cindro, N., Eman, B.: Nucl.Phys. 30, 49 /1951/
[2] Bormann, M.: Nucl. Phys. 65, 257 /1965/
[3] Manero, F.: Int. Conf. on the Study of Nuclear Structure with Neutrons, Antwerp /July 19-23 1965/ p. 120
[4] Cuzzocrea, P., Notarrigo, S.: Report INFN/BE 65/3.
[5] Chatterjee, A.: Nucl.Phys. 47, 521 /1963/, Nucl.Phys. 49, 686 /1963/
[6] Gardner, D.G., Rosenblum, S.: Nucl.Phys. A96, 121 /1967/
[7] Левковский, В.Н., ЖЭТФ. 45, 305 /1963/
[8] Csikai, J., Pető, G.: Acta Phys. Hung. 23, 87 /1967/
[9] Hille, P.: Nucl.Phys. A107, 49 /1968/
[10] Blatt, J.M., Weisskopf, V.F.: Theoretical Nuclear Physics, John Wiley et Sons Inc., New York /1952/
[11] Howerton, R.J. et al. Report UCRL-14000 /1964/
[12] Barr, D.W., Brown, C.I., Gilmore, J.S.: Phys. Rev. 123, 859 /1965/
[13] Jessen, P. et al. Compilation of experimental excitation function of some fast neutron reactions up to 20 MeV, Hamburg /1965/
[14] Wood, R.E. et al. Phys. Rev. 154, 1108 /1967/
[15] Rao, P.V., Fink, R.W.: Phys.Rev. 154, 1023 /1967/
[16] Minetti, B., Pasquarelli, A.: Report PT-IN 43 /1967.március/
[17] Cuzzocrea, P., Perillo, E.: Nucl.Phys. A103, 616 /1967/
[18] Cuzzocrea, P., Perillo, E., Notarrigo, S.: Report INFN/BE 867/13.
[19] Yu, Y.W., Gardner, D.G.: Nucl.Phys. A98, 451 /1967/
[20] Rieder, R.: Int. Conf. on the Study of Nuclear Structure with Neutrons, Antwerp /July 19-23 1965/, p. 123.
[21] Menon, H.P., Cuypers, M.Y.: Phys. Rev. 156, 1340 /1967/

Érkezett: 1968. jun. 18.
KFKI Közl., 16.évf. 5.szám, 1968.

DIGITÁLIS SPEKTRUMSTABILIZÁTOR VIZSGÁLATA

Irta: Vajda Ferenc

Összefoglalás

Számitásokat végeztünk az Elektronikus Főosztályon kifejlesztett digitális spektrumstabilizátor legfontosabb paramétereinek meghatározására. A berendezés alkalmazása stacioner esetben is a referenciacsucs kiszélesedését okozza, ez azonban a szabályozó által szolgáltatott beavatkozó jel ingadozás-eloszlásának szórásától függ, és igy jól kézben tartható és korlátozható. Ha a hibát okozó paraméter változása az időben állandó, a csucs-eltolódás mértéke a korrekciós lépésnagyság/beütések közötti átlagos idő formájában definiált hibajelsebességtől függ, és a szabályozó rendszer paramétereinek megválasztásával gyakorlatilag tetszőleges kicsivé tehető. A létrehozott berendezés vizsgálatának eredményei jó egyezést mutatnak a számitott értékekkel.

1. Bevezetés

Az elmult időszakban az Elektronikus Főosztályon egy, az egész energiaspektrométer-rendszert /detektor-erősitő-konverter/ magába foglaló digitális, visszacsatolt szabályozó tipusu spektrumstabilizátort fejlesztettünk ki. A nukleáris mérésmetodika fejlődése, valamint az utóbbi időben uj, korszerü detektortipusok egyre nagyobb elterjedése szükségessé tették a nukleáris mérőrendszerek továbbfejlesztését. A félvezető részecskedetektorok és elsősorban a germánium detektorok megjelenése a spektroszkópiai mérőrendszerekben egyrészt nagy felbontóképességü konverterek alkalmazását, másrészt az erősitő - analizátor rendszerek stabilitásának növelését teszik szükségessé [1] . Ez azt jelenti, hogy néhány MeV energia közelében, - ahol az előerősitő vonalszélesitő hatása már elhanyagolható, - a detektorok által biztositott felbontóképesség kihasználásához 10^{-4} alapszint /kivonás/, illetve konverziós tényező /erősités/ stabilitással rendelkező rendszerekre van szükség.

Egy másik alapvető terület, ahol a nyert kisérleti adatok pontosságának, stabilitásának és reprodukálhatóságának a növelése egyre inkább előtérbe kerül, az aktivációs analizis. A sokkomponensü amplitudóspektrumok gépi dekomponálásánál a kiértékelő módszerek jelentős része szükségessé teszi az energiaskála nagymértékü pontosságát és reprodukálhatóságát [2]

Kis aktivitásokkal való méréseknél /általában az un. alacsony-hátterü rendszereknél, mint például az egésztest számlálók/ az előbbi problémák bizonyos mértékig hatványozottabb formában jelentkeznek. Itt a stabilizálás szükségességét a kis beütésszámokból statisztikusan következő hosszu mérési idők és az igy szükséges megfelelő hosszu ideju stabilitásértékek is indokolják [3].

A következőkben a létrehozott digitális spektrumstabilizátor [4] [5] hatását vizsgáljuk meg a mérőrendszer legfontosabb paramétereire, a csucshelyzetre és a csucs félértékszélességére.

2. Definiciók és közelitések

A következő egységekben számolunk:

Az amplitudót /x/ a korrekciós lépésnagyság egységében fogjuk mérni, vagyis annak a változásnak az egységében, amelyet az eloszlás kezdőpontja végez minden egyes "korrekció" esetén.

Az x koordináta kezdőpontját a mért események eloszlása középértékével egybeesőnek választjuk.

Az időt /t/ a bemenő átlagbeütésszám reciprokának egységében, vagyis a beütések közötti közepes idő egységében mérjük.

A stabilizáló rendszer olyan, hogy adott - a rendszer pillanatnyi origójának megfelelő - értéknél nagyobb amplitudóju beütés ezt az origót pozitiv irányba és a kisebb amplitudóju beütés negativ irányba mozgatja egy egységgel.

A következő három eloszlást definiálhatjuk:

A /x/ dx : a "valódi" eloszlás /beütés valószinüsége x és x + dx között/.

B /x/ dx : az előbbiekben meghatározott origó valószinüsége x és x + dx között.

C /x/ dx : a mért eloszlás /annak a valószinüsége, hogy egy mért beütés az x és x + dx között van a B/x/ eloszlás által meghatározott origóra vonatkoztatva./

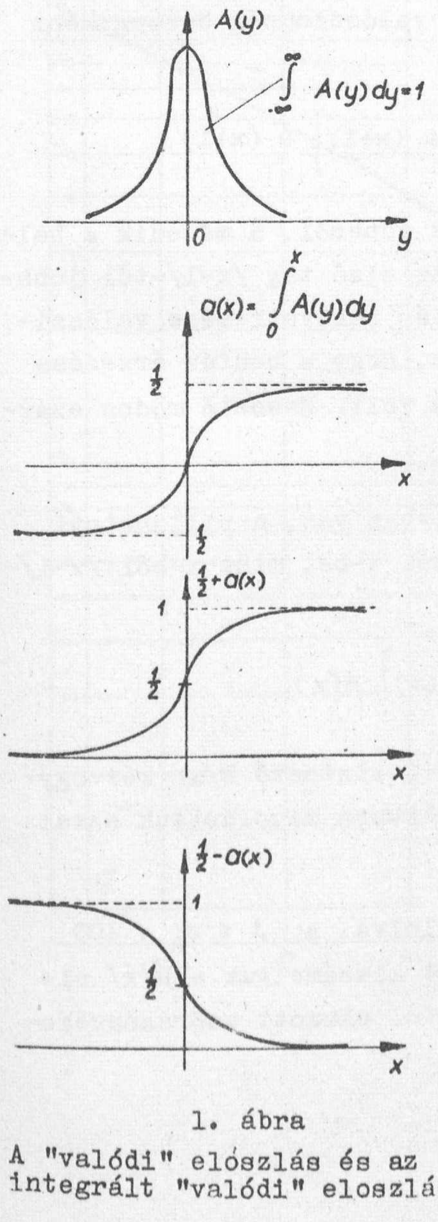
z /t/ dt : annak a valószinüsége, hogy az egymást követő beütések közötti idő t és t + dt közötti időintervallumba esik. Az egységválasztásból következik, hogy

$$\bar{t} = \int_0^\infty t \,.\, z/t/ \; dt = 1$$

A következő közelitéseket tesszük:

1/ A számitás során az eloszlásokat x-ben folytonosnak fogjuk tekinteni, tehát figyelmen kivül hagyjuk, hogy az eloszlások hisztogramok a véges számu csatornába való adatgyüjtésnek megfelelően.

2/ Mint ahogy az előbb - a B/x/ eloszlás által meghatározott pillanatnyi origó definiálásánál-hallgatólagosan már feltételeztük, a stabilizáló rendszer ablakszélességeit a számitásnál - az eloszlás szempontjából - végtelennek tekintjük, tehát az A/x/ eloszlásnak megfelelő minden beütés részt vesz a stabilizációs folyamatban.



1. ábra
A "valódi" eloszlás és az integrált "valódi" eloszlás

Definiálhatjuk a következő <u>integrált valószinüségi eloszlást</u>:

$$a(x) = \int_0^x A(y)\, dy$$

Mivel A/x/ középértéke az x = o-nál van és természetesen

$$\int_{-\infty}^{\infty} A(y)\, dy = 1$$

$$a(\pm\infty) = \pm \frac{1}{2}$$

Igy $\left[\frac{1}{2} - a(x) \right]$, illetve $\left[\frac{1}{2} + a(x) \right]$ beütések előfordulásának valószinüsége az x tengely jobb, illetve bal oldalán. Ha az eredeti A/x/ eloszlás szimmetrikus, akkor a/x/ az x páratlan függvénye /1. ábra/.

Számitásainkban a B/x/ eloszlás meghatározására fogunk törekedni. T.i., ha B/x/ egyszer már ismert, a C/x/ eloszlás közvetlenül számitható

$$C(x) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x+y)\, B(y)\, dy$$

Mivel ez az integrál minden olyan lehetséges esetet figyelembe vesz ahhoz, hogy x-nek megfelelő amplitudóju beütést kapjunk a mért eloszlásban, ha a "B" eloszlás által definiált pillanatnyi origó y-nál van és a valódi eloszlásnak megfelelő amplitudó /x+y/.

A várható értékek, illetve szórások közötti összefüggés:

$$\bar{x}_C = \bar{x}_A - \bar{x}_B$$

$$\sigma_C^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2$$

3. Stacioner /hibajelmentes/ rendszer

A stabilizátor rendszer hatására az eloszlás ki fog szélesedni, vagyis az A/x/ valódi eloszlás helyett mért C/x/ oszlás szélesebb lesz a pillanatnyi origónak a számlálás következtében való - a B/x/ eloszlásnak megfelelő - ingadozása következtében.

Ebben az esetben a B/x/ eloszlás - amely más szóval annak a valószinüsége, hogy az origó éppen x-nél van - két valószinüség összegeként irható fel:

$$B(x) = \left[\frac{1}{2} - a\,(x-1)\right] B(x-1) + \left[\frac{1}{2} + a\,(x+1)\right] B\,(x+1)$$

Az egyenlet jobb oldalán az első tag a jobbról, a második a balról x-be való lépés valószinüségét fejezi ki. Az első tag /x-1/-től jobbra lévő tartománynak megfelelő amplitudóju beütés bekövetkezése valószinüségének és annak a valószinüségnek a szorzata, hogy a beütés érkezése előtt a pillanatnyi origó éppen az /x-1/ helyen volt. Hasonló módon származtatható a második tag is.

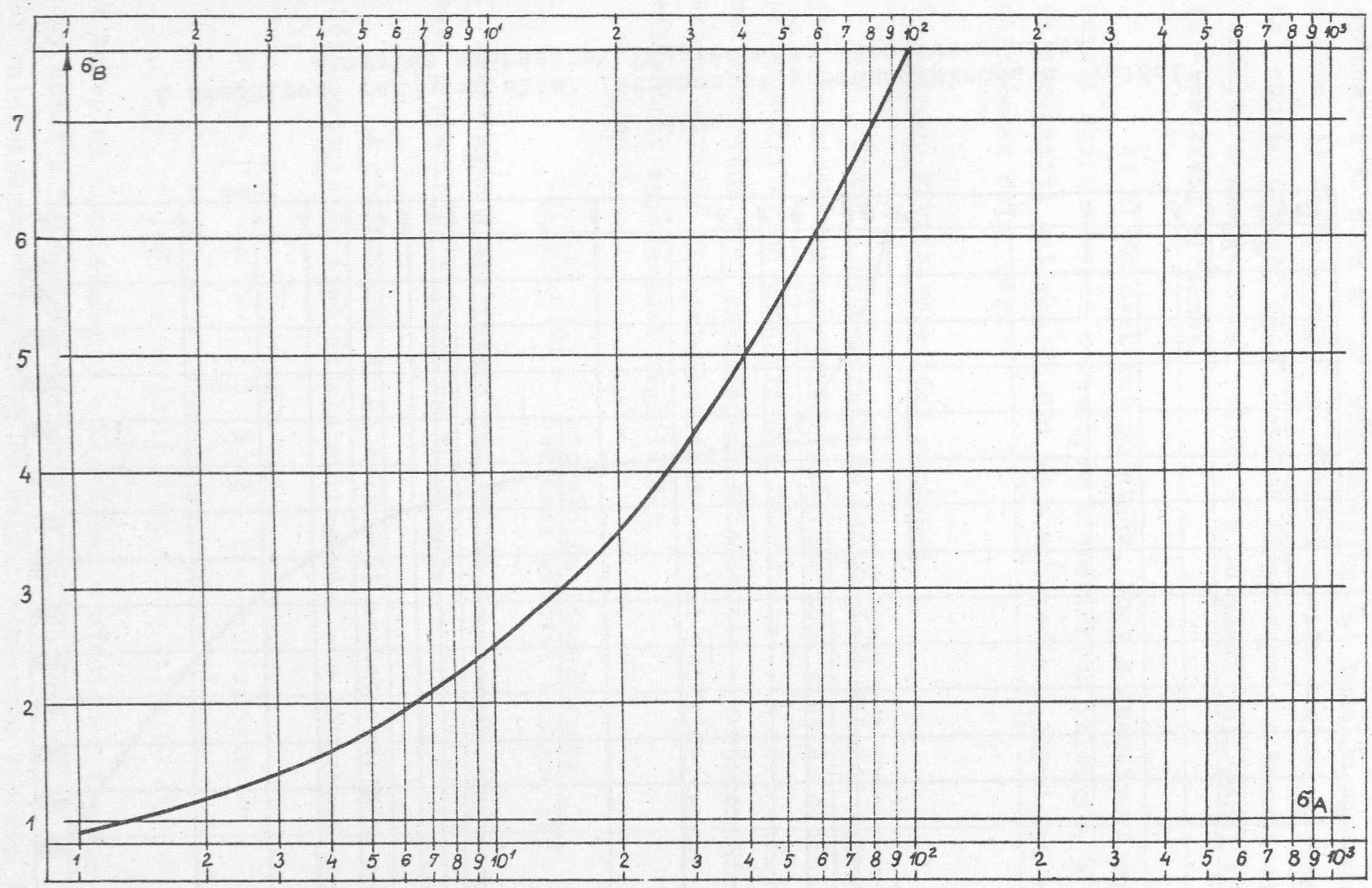
Mivel a rendszer statisztikus egyensulyban van, a pillanatnyi origó ugyanolyan valószinüséggel mozdul /x-1/-ből x-be, mint x-ből /x-1/-be, vagyis irható, hogy

$$\left[\frac{1}{2} - a\,(x-1)\right] B\,(x-1) = \left[\frac{1}{2} + a(x)\right] B(x)$$

Ez az összefüggés rekurziós formulának tekinthető B/x/ két egymás melletti értéke között. Az egyenletet numerikusan megoldottuk azzal a feltételezéssel, hogy A/x/ Gauss-eloszlás.

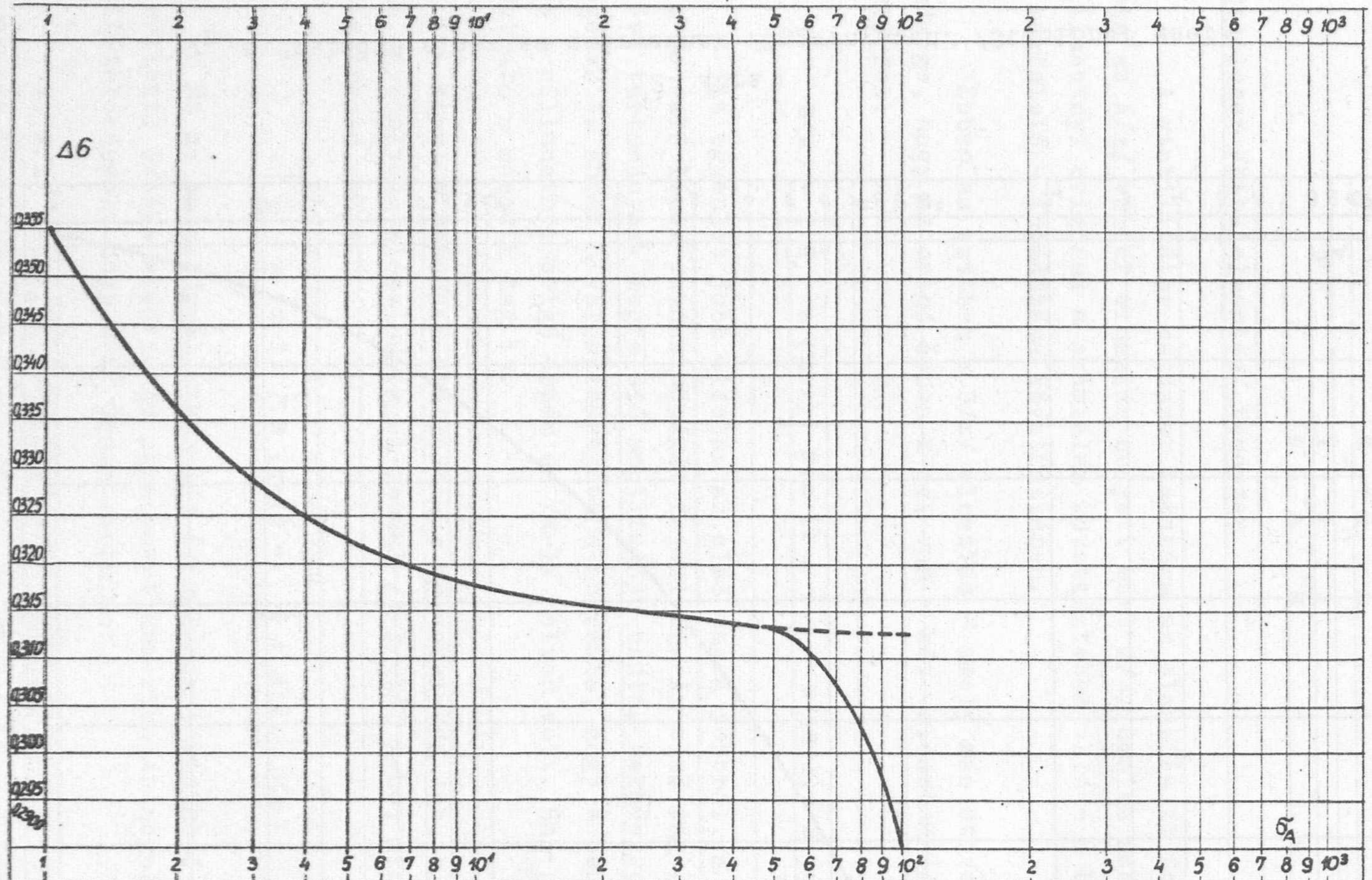
Az A/x/ eloszlás szórását σ_A -val jelölve, a $1 \leq \sigma_A \leq 100$ /korrekciós lépésnagyságban mért/ határok között kiszámoltuk a B/x/ eloszlást /ennek σ_B szórását/ és a szabályozó által okozott szórásnövekedést

$$\Delta\sigma = \sigma_C - \sigma_A$$



2. ábra

σ_B a "valódi" eloszlás szórásának függvényében. /Stacioner eset/



3. ábra
A szabályozó rendszer által létrehozott szórásnövekedés a "valódi" eloszlás szórásának függvényében./Stacioner eset/

vagyis a valódi eloszlás és a szabályozó alkalmazása esetén mért eloszlás szórásainak különbségét. A 2. ábrán a σ_B értékét ábrázoltuk σ_A függvényében, a 3. ábra a $\Delta\sigma$ szórásnövekedést mutatja ugyancsak σ_A függvényében. Az ábrán a nagy σ értékek esetén - mivel a programban a számitásnál csupán negyven tagot vettünk figyelembe - a kapott eredmények nem pontosak, és a szaggatottal jelölt - a folyamat jellegéből következően várható - értéktől eltérnek.

Az eredmények azt mutatják, hogy a szabályozó rendszer által okozott szórásnövekedés kicsi, és kismértékben változik. A vizsgált esetben és a megadott határok között ez a növekedés 0,313-0,356 korrekciós lépésnagyságnak felel meg.

4. Állandó hibajelsebességü rendszer

Ennek a rendszernek az időfüggését állandó hibajelsebességgel jellemezhetjük. A hibajelsebesség nem más, mint az előzőekben megadott pillanatnyi origó vándorlása a koordináta, - a mért események eloszlásának középvonalával egybeesőnek választott, - kezdőpontjához képest. Ha ezt az állandó hibajelsebességet α -val jelöljük, ennek dimenziója a választott egységeknek megfelelően

$$[\alpha] = \frac{\text{korrekciós lépésnagyság}}{\text{beütések közötti átlagos idő}}$$

Természetesen stabilizáció csak akkor lehetséges, ha $\alpha < 1$, mig az $\alpha = 0$ eset a stacioner állapotnak felel meg.

A pillanatnyi origó helyzetét meghatározó B/x/ eloszlásra - az előbbi stacioner eset általánositásaként - a következő egyenlet irható fel:

$$B(x) = \left[\frac{1}{2} - a\,(x-1)\right] \int_0^\infty B\,(x - 1 - \alpha t)\; z(t)\,dt +$$

$$+ \left[\frac{1}{2} + a\,(x+1)\right] \int_0^\infty B\,(x + 1 - \alpha t) . z(t)\,dt.$$

Az egyenlet értelmezésére - hasonlóan a stacioner esethez-elmondhatjuk, hogy annak a valószinüségét, hogy a pillanatnyi origó az x helyen van, két valószinüség - a jobbról és balról x-be való érkezés valószinüsége - összegeként irhatjuk fel.

Az egyenletet nagymértékben egyszerüsithetjük azzal a feltételezéssel, hogy B/x/ egész értékei között a lineáris interpoláció elegendő pontosságot biztosit.

Vagyis irható, hogy

$$B(x-1-\alpha t) = B(x-1) + \alpha t\,[B(x-2) - B(x-1)]$$

$$B(x+1-\alpha t) = B(x+1) + \alpha t\,[B(x) - B(x+1)]$$

mivel $\int_0^\infty z(t)\,dt = 1$ és az időegység választásból következően

$$\int_0^\infty t\, z(t)\,dt = 1$$

ezeket az előbbi egyenletbe helyettesitve

$$B(x) = \left[\frac{1}{2} - a(x-1)\right]\left\{B(x-1) + \alpha\left[B(x-2) - B(x-1)\right]\right\} +$$

$$+ \left[\frac{1}{2} + a(x+1)\right]\left\{B(x+1) + \alpha\left[B(x) - B(x+1)\right]\right\}$$

Ezt az egyenletet átrendezve egy rekurziós összefüggést kapunk B/x/ négy egymás melletti értéke között.

$$B(x+1) = B(x)\,\frac{1}{1-\alpha}\left\{\frac{1}{\frac{1}{2} + a(x+1)} - \alpha\right\} - B(x-1)\,\frac{\frac{1}{2} - a(x-1)}{\frac{1}{2} + a(x+1)}\, -$$

$$- B(x-2)\,\frac{\frac{1}{2} - a(x-1)}{\frac{1}{2} + a(x+1)} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

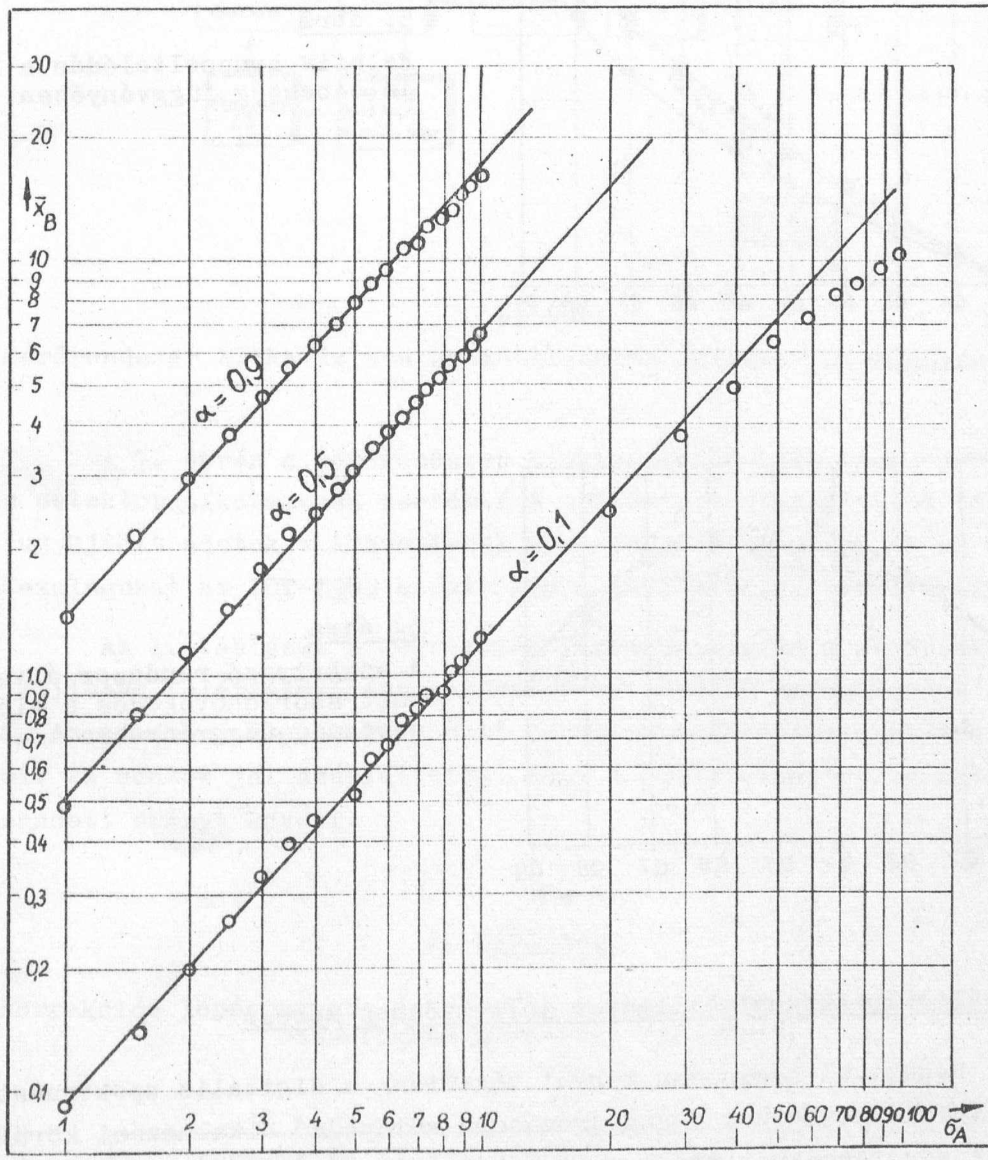
Mint az egyenletből látható, a beütések időbeli eloszlása nem szerepel, ha lineáris interpolációt alkalmazunk, csupán az átlagos beütésszám az α -ban explicit formában.

A számitást A/x/-re Gauss-eloszlást feltételezve különböző α -értékekre végeztük el. A 4. ábrán a B eloszlás várható értékét /$\bar{x}_B$/ adtuk meg $\alpha = 0{,}1$; 0,5 és 0,9 esetén az "A" valódi eloszlás szórásának / σ_A / függvényében. A mért C eloszlás várható értéke, mivel

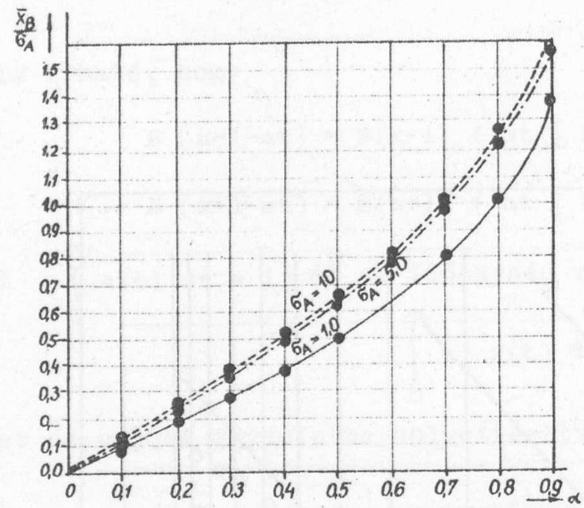
$$\bar{x}_A = 0, \quad \bar{x}_C = -\bar{x}_B .$$

Az 5. ábrán a $\sigma_A = 1{,}0$; 5,0 és 10,0 paraméterek mellett - σ_A -ra vonatkoztatott - relativ csucseltolódás értékét rajzoltuk fel az α függvényében. Ez az érték arányosan változik α -val, és kis α értékekre az összefüggés közel lineáris.

A 6. ábrán a szabályozó rendszer által okozott szórásnövekedés / $\Delta\sigma = \sigma_C - \sigma_A$ / értékét ábrázoltuk α függvényében. Hasonlóan a stacioner esethez, a csucsszélesedésre jellemző mennyiség itt is kis értékü és az α ill. σ_A értéktől való függése is kismértékü.

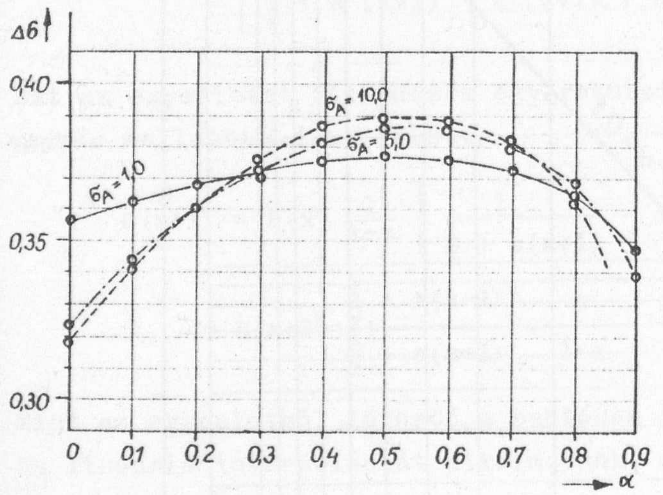


4. ábra
A "B" eloszlás várható értéke a "valódi" eloszlás szórásnak függvényében. /Állandó hibajelsebességü rendszer./



5. ábra

Relativ csucseltolódás a hibajelsebesség függvényében



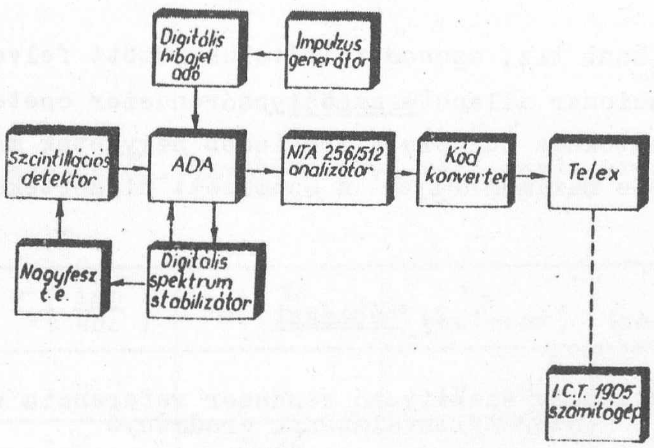
6. ábra

A szabályozó rendszer által okozott szórásnövekedés a hibajelsebesség függvényében

5. Digitális spektrumstabilizátor jellemzőinek mérése

Rendkivül nagyszámu mérést végeztünk a digitális spektrumstabilizátor tulajdonságainak meghatározására különböző alkalmazási körülmények között. A következőkben itt csupán néhány jellemző mérési példát adunk meg a részletes vizsgálati eredmények közlése helyett.

A vizsgálatokat mesterséges paraméterváltozások segitségével végeztük. Ehhez egy digitális léptetőmotoros segédáramkört használtunk, amelynek segitségével az egyes egységek kezelőszervei változtathatók. Ez lehetővé tette az egyes mérőrendszer paraméterek /erősités, alapszintkivonás, detektor tápfeszültség stb./ meghatározott változtatását széles határok között és a változási sebesség módositását is egyszerü és ugyanakkor digitális módon /ennek az áramkörnek a bemenő átlagfrekvenciáját változtatva/.



7. ábra

A mérőrendszer blokkvázlata szcintillációs detektor alkalmazása esetén

A 7. ábrán a mérőrendszer blokkvázlatát láthatjuk. /Szcintillációs detektor alkalmazása esetén./ A sokcsatornás analizátor tárolójában összegyüjtött adatokat közvetlenül lyukszalagra irtuk ki, és az igy nyert adatszalagokat az ICT-1905 számitógép segitségével értékeltük ki.

Az 1. táblázat a korrekciós lépésnagyság és a félértékszélesség /illetve félértékszélesség-növekedés/ közötti összefüggést szemlélteti. Az eredmények a szabályozott rendszer referenciavonalának félértékei. Az adatok jól szemléltetik, hogy a félértékszélesség növekedése a megadott arányt követi.

1. <u>táblázat</u>

A korrekciós lépésnagyság és a referenciacsucs félértékszélessége közötti összefüggés mérésének eredménye

Korrekciós lépésnagyság [csatorna]	Referenciavonal félértékszélessége [csatorna]
0,03	18,78 ± 0,15
0,05	18,82 ± 0,15
0,15	18,92 ± 0,15
0,25	19,05 ± 0,15
0,4	19,18 ± 0,15

A 2. táblázat tiz, azonos feltételek között felvett mérés eredményét mutatja stacioner állapotu szabályozórendszer esetén. A megadott adatok a mérési pontokhoz sulyozott legkisebb négyzetek módszerével illesztett Gauss görbe maximumhelyei a számitott hibaértékekkel.

2. táblázat

Stacioner állapotu szabályozó rendszer referencia vonalhelyzet szórásvizsgálatának eredménye

$n_o \pm \Delta n_o$	193,44 ± 0,09	193,52 ± 0,06	193,46 ± 0,09
[csatorna]	193,46 ± 0,08	193,40 ± 0,14	193,53 ± 0,09
	193,62 ± 0,09	193,49 ± 0,10	193,42 ± 0,11
	193,36 ± 0,12		

Az átlagérték $\bar{n}_o$ = 193,47 csatorna, a négyzetes szórás értéke pedig $\sigma_{\bar{n}_o}$ = 0,05 csatorna, jó közelitését adja az elméletileg várható értéknek.

Egy állandó hibajelsebességü mesterséges erősitésváltozással való mérés eredményeit vetjük össze a következőkben az elméleti uton nyert összefüggésekkel.

A 3. táblázatban a következő legfontosabb adatokat foglaltuk össze: f_o : hibajelfrekvencia /a hibajelet előállitó digitális segédáramkört meghajtó impulzussorozat frekvenciája/, γ_o : hibajel lépésnagyság /a meghajtó sorozat egy impulzusának hatására bekövetkező erősitésváltozás/, $n_o \pm \Delta n_o$: a mérési pontokhoz sulyozott legkisebb négyzetek módszerével illesztett Gauss-görbe maximumhelye illetve annak hibája.

További adatok: ablakszélesség: 4 csatorna. Korrekciós lépésnagyság: 0,15 csatorna. Átlagbeütésszám egy-egy ablakban: 17 beütés/sec. Mérési idő T = 134 sec.

Ennek alapján a teljes relativ erősitésváltozás:

$$\frac{\Delta A}{A} = f_o \cdot \gamma_o T$$

kifejezés alapján számitható /l. 3. táblázat/.

3. táblázat

Mesterséges erősitésváltozással való mérés eredménye

Mérés száma	$f_o\left[\frac{imp}{sec}\right]$	$\gamma_o\left[\frac{‰}{beütés}\right]$	n_o [csatorna]	Δn_o [csatorna]	$\frac{\Delta A}{A}$ [%]
1	0	0	192,86	0,05	0
2	1,6	0,46	192,12	0,05	10
3	3,2	0,46	191,57	0,05	20
4	8,0	0,46	190,17	0,07	50

A csucs félértékszélessége: 19,2 csatorna, vagyis σ = 8,1 csatorna /ami 34-nek felel meg a 0,25 korrekciós lépésnagyság egységében számolva/.

Az egyes ablakokba eső beütések közötti átlagos időegységére vonatkoztatott - korrekciós lépésnagyságban megadott - relativ hibajelsebességek értékei tehát:

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{19.2/0.15}{134.17} = \frac{128}{2280} = 0{,}056$$

$$\alpha_3 = 0{,}112$$

$$\alpha_4 = 0{,}280$$

A mért csucseltolódások /az α_1 = 0 esetre vonatkoztatva/

$\bar{\bar{x}}_2$ = 0,74 csatorna /4,9 a korrekciós lépésnagyságban számolva

$\bar{\bar{x}}_3$ = 1,29 csatorna /8,6 - " - - " - - " -

$\bar{\bar{x}}_4$ = 2,69 csatorna /17,9 - " - - " - - " -

jó egyezést mutatnak az elméletileg számitott - a 4. és 5. ábrák görbéiből is nyerhető - értékekkel.

Irodalom

[1] Heath, R.C., Black, W., Cline, J.E.: Instrumental Requirement for High-resolution Gamma-ray Spectrometry Using Lithium-drifted Germanium Detectors. IEEE Trans NS.13. No.3. June 1966. p. 445.

[2] Quittner P.: Aktivációs analitikai vizsgálatok reaktor eutronokkal. Kandidátusi értekezés 1967.

[3] Comunetti, A.M.: A New Gain Stabilizing System for Scintillation Spectrometers. Nuclear Instruments and Methods. 37, 125-134 /1965/

[4] Vajda F.: Cifrovaja sztabilizacija szpektra. IV. Szimpozium po radioelektronike /25-28. 10, 1966/ Prága, 1967. 441-456.old.

[5] Vajda F., Vajda J.: Digitális spektrumstabilizálás, Mérés és Automatika 15, 269-272 /1967/

Érkezett: 1968. jul. 9.
KFKI Közl. 16.évf. 5.szám, 1968.

SZUBSZTÖCHIOMETRIKUS ÉS CSOPORTOS ELVÁLASZTÁSOK FÉM-KELÁTOK EXTRAKCIÓJÁVAL

Irta: Elek Antal, Bogáncs János és Szabó Elek

Összefoglalás

A szubsztöchiometria elvét felhasználva egy uj elválasztási módszer kidolgozásával kapcsolatos meggondolásainkat közöljük.

A módszer elnevezése több fémnek teljes és egy bizonyos fémnek szubsztöchiometrikus egyidejü extrakciójára utal. Tárgyaljuk a módszer kidolgozásának szükségességét. Általános formulát vezettünk le az elválasztás szelektivitásának jellemzésére és a küszöb pH értékre.

A radiokémiai elválasztásokat igénylő aktivációs analizisben és az izotóphigitásos analizisben a szubsztöchiometrikus elv alkalmazása igen sok előnnyel jár [1, 2]. Legjelentősebb közülük az, hogy az elválasztást a korábban alkalmazott módszerekhez viszonyitva nagyobb szelektivitással és előre megszabott kitermeléssel lehet elvégezni.

A szubsztöchiometrikus folyadékextrakciós elválasztás feltételeinek levezetése Ruzicka és Stary nevéhez füződik [1. 2]. Ők a következő egyenletből indultak ki:

$$M + m/HA/_{org} \rightleftharpoons /MA_m/_{org} + mH \quad , \qquad /1/$$

ahol az "org" jel a szerves fázist jelenti. Itt és a továbbiakban a töltéseket az egyszerüség kedvéért nem tüntetjük fel. A szerzők a komplexképző HA reagenst kisebb mennyiségben adagolták, mint amennyi a jelenlévő fém /M/ mennyiségének sztöchiometrikusan megfelelt volna. Levezettek egy összefüggést az elválasztás küszöb pH értékére azon feltétel alapján, hogy a szerves reagensnek több mint 99,9 %-a a komplex $/MA_m/$ képződésére használódik fel. A szelektivitás elméleti meghatározására szintén levezettek egy formulát.

Az ily módon végzett szubsztöchiometrikus elválasztás az aktivációs analizisben igen előnyösen alkalmazható a keresett elemeknek a matrixtól egyenként történő elkülönitésére. Azonban az egyenként történő elkülönitésre sok esetben nincs szükség, mivel a kérdéses elemek gyakran egymás jelenlétében is meghatározhatók különböző módszerek segitségével, pl. jó felbontóképességü gamma-spektrométerek alkalmazásával, stb. Hasonló módon határozott meg Krivánek munkatársaival rezet különböző anyagokban [3] . A réz-dietil-ditiokarbamátnak kloroformba történő szubsztöchiometrikus extrakciójakor szerves fázisba került a higany és az arany is, de azok nem zavarták a réz gamma-spektrum alapján történő meghatározását. Forditva is igaz az állitás. A réz sem zavarja a vele együtt extrahálódott és nálánál nagyobb extrakciós állandóval rendelkező higany és arany gamma-spektrometriás azonositását, és ezáltal lehetőség van mennyiségi meghatározásukra is. Az emlitett tulajdonságokkal rendelkező elemek valamely más elem szubsztöchiometrikus extrahálásával egyidőben történő mennyiségi elválasztására dolgoztuk ki eljárásunkat. Az elválasztás lényegéből fakadóan adtuk az e l j á r á s n a k a szubsztöchiometrikus és csoportos elválasztás nevet.

Tekintsük a következő egyensulyi rendszert:

$$M_i + m_i/HA/_{org} \rightleftarrows /M_iA_{m_i}/_{org} + m_iH\,, \qquad /2/$$

$$M + m\,/HA/_{org} \rightleftarrows /MA_m/_{org} + mH\,, \qquad /3/$$

$$M_j + m_j/HA/_{org} \rightleftarrows /M_jA_{m_j}/_{org} + m_jH\,, \qquad /4/$$

ahol i = 1,...,a és M_i a gyakorlatilag teljes mértékben extrahálandó fémek valamelyikét, M csak a részben extrahálandó fémet, j = 1,...,b és M_j az extrahálni nem kivánt fémek valamelyikét /beleértve a matrixot is/, m_i, m és m_j pedig a megfelelő fémek vegyértékét jelenti. HA , ill. A valamilyen kelátképzőt, ill. annak egyvegyértékü anionját jelenti.

A /2/, /3/ és /4/ reakciók extrakciós állandói a következők:

$$K_i = \frac{\left[M_iA_{m_i}\right]_{org}\left[H\right]^{m_i}}{\left[M_i\right]\left[HA\right]_{org}^{m_i}}\,, \qquad /5/$$

$$K = \frac{\left[M\,A_m\right]_{org}\left[H\right]^{m}}{\left[M_b\right]\left[HA\right]_{org}^{m}}\,, \qquad /6/$$

$$K_j = \frac{\left[M_jA_{m_j}\right]_{org}[H]^{m_j}}{[M_j]\left[HA\right]_{org}^{m_j}} \quad . \qquad /7/$$

A további következtetések szempontjából tudni illik, hogy az extrakciós állandók kifejezésének jobb oldalán a [H] -nak mindenhol egy és ugyanaz az érték tulajdonitandó, mivel egy és ugyanabban a rendszerben beálló egyensulyokról van szó. Ugyanez az állitás érvényes a $[HA]_{org}$ értékét illetően is. Ha tehát az /5/, /6/ és /7/ kifejezéseket átrendezzük, a következőt kapjuk:

$$\frac{[H]}{[HA]_{org}} = \left(K_i \frac{[M_i]}{[M_iA_{m_i}]_{org}}\right)^{\frac{1}{m_i}} = \left(K \frac{[M]}{[MA_m]_{org}}\right)^{\frac{1}{m}} = \left(K_j \frac{[M_j]}{[M_jA_{m_j}]_{org}}\right)^{\frac{1}{m_j}} \qquad /8/$$

A /8/ összefüggésből az a következtetés vonható le, hogy a /2/, /3/ és /4/ reakciókkal jellemzett rendszerben bármely fém extrakciós állandója és reciprok megoszlási hányadosa szorzatának az illető fém töltésének reciprokára emelt hatványa számszerüleg a $[H]/[HA]_{org}$ arány értékével egyenlő, másrészt az emlitett szorzatok megfelelő hatványai mindig egyenlőek egymással, függetlenül attól, hogy a $[H]/[HA]_{org}$ arány milyen értékkel rendelkezik.

A szubsztöchiometrikus és csoportos elválasztáshoz a következő követelményeknek kell teljesülniük:

$$E_i \geqslant 99{,}9\ \% \ , \qquad /9/$$

$$E = 10\text{-}90\ \% \ , \qquad /10/$$

és attól függően, hogy az M_j fémek valamelyikének a jelenléte a szerves fázisban mennyire hat zavarólag a további mérések folyamán

$$E_j \leqslant 10^{-1}\text{-}10^{-4}\ \% \quad . \qquad /11/$$

E_i , E és E_j az M_i , M és M_j fémek extrakciós fokát jelenti.

Felhasználva az

$$\frac{[M]}{[MA_m]_{org}} = \frac{100-E}{E} \cdot \frac{V_{org}}{V} \qquad /12/$$

általános összefüggést, ahol V_{org} és V a szerves és a vizes fázisok térfogatát jelenti, a /9/, /10/ és /11/ követelmények figyelembevételével a /8/ kifejezést átrendezve megkapjuk az elválaszthatóság feltételét:

$$\left(10^{-3} K_i \frac{V_{org}}{V}\right)^{\frac{1}{m_i}} \geqslant \left(\frac{100-E}{E} K \frac{V_{org}}{V}\right)^{\frac{1}{m}} \geqslant \left(\frac{100-E_j}{E_j} K_j \frac{V_{org}}{V}\right)^{\frac{1}{m_j}}, \qquad /13/$$

amely információt ad az elválasztás szelektivitásáról olyan esetekben is, amikor a jelenlévő fémek vegyértékei nem egyenlőek egymással.

Ahhoz, hogy az M elem tényleg a kívánt E kihozatallal extrahálódjon, a $[H]/[HA]_{org}$ viszonynak a következő képlet szerint számolható értékkel kellene egyenlőnek lennie:

$$\frac{[H]}{[HA]_{org}} = \left(\frac{100-E}{E} K \frac{V_{org}}{V}\right)^{\frac{1}{m}} \qquad /14/$$

Azonban a $[H]/[HA]_{org}$ viszonynak a /14/ képlet által megkövetelt értéken való tartása fölöslegesen komplikálná az extrakció végrehajtását. Helyette Ruzickához és Staryhoz [1, 2] hasonlóan a pH küszöb értékére vezettünk le egy kifejezést, abból a követelményből kiindulva, hogy az adagolt kelátképző reagensnek 99,9 %-a az M_i és M fémek kelátjai képződésére használódik fel, vagyis

$$[HA]_{org} V_{org} \leqslant 0{,}001\, c_{HA} V_{org} \qquad /15/$$

A szükséges reagens mennyiséget a következő kifejezés adja meg:

$$c_{HA} V_{org} = \left(\sum_{i=1}^{a} m_i c_{M_i} + \frac{E}{100} m c_M\right) V \qquad /16/$$

ahol c_{M_i} és c_M az extrahálandó fémek eredeti koncentrációját jelenti a vizes fázisban.

A /15/ és /16/ kifejezések figyelembevételével a /14/ képletet átrendezve a pH küszöbértékére a következőt kapjuk:

$$pH \geqslant -\frac{1}{m}\lg\left(\frac{100-E}{E}\cdot\frac{V_{org}}{V}\right)-\frac{1}{m}\lg K$$

$$-\lg\left[0{,}001\left(\sum_{i=1}^{a} m_i c_{M_i}+\frac{E}{100}\, m\, c_M\right)\frac{V}{V_{org}}\right], \qquad /17/$$

amely a Ruzicka és Stary [1, 2] által levezetett formulának egy általánosabb változata.

A /17/ képlet alapján számolt pH-nál csak abban az esetben végezhető el az extrakció, ha a szerves reagens disszociációja elhanyagolható, vagyis $pH \leqslant pK_{HA} + \lg P_{HA} + \lg(V_{org}/V)$, ahol K_{HA} és P_{HA} a szerves reagens disszociációs állandóját és megoszlási hányadosát jelenti.

A fém-kelátok extrakciós állandói és a /13/, /17/ kifejezések alapján előre megállapitható, hogy milyen fémekre, milyen pH érték fölött alkalmazható a szubsztöchiometrikus és csoportos elválasztás módszere. Ha a kiválasztott M_i, M és M_j fémek kielégitik a /13/ feltételt, akkor a /17/ kifejezés alapján számolt pH érték fölött történő extrakciókor a /9/, /10/ és /11/ követelmények teljesülni fognak.

Irodalom

[1] Ruzicka, I., Stary, I.: Atomic Energy Review, Vol. 2. No.4, Vienna 1964

[2] Ruzicka, I., Stary, I.: Talanta 8, 228 /1961/

[3] Krivánek, M., Kukula, F., Slunecko, I.: Talanta 12, 721 /1965/

Érkezett: 1968. aug. 6.

KFKI Közl. 16.évf. 5.szám, 1968.

GRAFIT PRIZMA ALKALMAZOTT NEUTRONFIZIKAI MÉRÉSEKHEZ

Irta: Deme Sándor, Makra Zsigmond, és Veres Zoltán*/

Összefoglalás

Széles energiatartományban végzett neutrondozimetriai méréseink szükségessé tették olyan hitelesitő berendezés épitését, mely alkalmas a termikus és epitermikus neutrondetektorok kalibrálására, a kisintenzitásu neutronforrások /elsősorban fotoneutron források/ hozamának meghatározására, valamint a moderációs elven alapuló dózismérők széles energiaspektrumu neutronokkal történő ellenőrzésére. A leirt célra a rendelkezésre álló reaktortisztaságu grafitból a gyorsneutronok szabad uthosszához képest nagyméretü grafitprizmát épitettünk.

Jelen közleményünkben leirjuk a prizma iránt támasztott követelményeket, az alkalmazott konstrukciót, és utalunk a felhasználás lehetőségeire.

Bevezetés

A neutrondozimetriában használt termikus neutrondetektorok, valamint a termikus neutronokra is érzékeny doziméterek közvetlen hitelesitése nagy nehézségekbe ütközik, különösen abban az esetben, ha a detektorok izotrop sugárzási térre vonatkozó érzékenységét kivánjuk meghatározni. Termikus neutron pontforrást utánozni lehet parafin, vagy polietilén gömbbe helyezett gyorsneutron-forrással [1], de ilyen megoldásnál a gyorsneutron-forrás hozamának legfeljebb 10-15 %-át kitevő termikus neutronhozammal lehet számolni, igy a gyors neutronok zavaró hatása igen jelentős. Sok alkalmazásnál hátrány az a körülmény is, hogy a lassu neutronok spektruma - a kisméretü moderátor miatt - nem felel meg a Maxwell-eloszlásnak. Ilyen esetekben a termikus neutronok iránti érzékenység meghatározása a kadmiumviszony méréssel - különösen a nagy méretü detektoroknál - csak közelitő pontossággal végezhető el. A kisméretü detektorok, elsősorban az aktiváláson alapulók kalibrálására jól megfelel az NBS /National Bureau of Standards, USA/ által kidolgozott - két neutronforrást, valamint parafinmoderátort és homogenizáló grafitbetétet tartalmazó - összeállitás [2], de ez nem megfelelő a nagyméretü, egyes esetekben

---

* Jelenleg az MTA Izotóp Intézete munkatársa.

30 cm-es átmérőt is elérő, moderációs elven alapuló doziméterek hitelesitésére.

A doziméterek keV-es tartományban végrehajtandó hitelesitéséhez jól megfelelnek az egy vagy több monoenergiás neutroncsoportot kibocsátó fotoneutron-források [3]. Ha ezeket a forrásokat kalibrálásra kivánjuk használni, akkor ismerni kell abszolut hozamukat. Az abszolut hozam csak nagyon durva közelitésben számitható, meghatározása a szokásos módszerrel mangánfürdő aktiválásával [4] a kis /10^5 neutron/s nagyságrendü forráshozam következtében fellépő nagy statisztikus hiba miatt pontatlan. Az egyenletes érzékenységü fluxusmérő /long counter/ érzékenysége a termikus-0,5 MeV energiáju tartományban minegy 10-20 % energiafüggést mutat, ezért segitségével a fotoneutron források energiatartományában nem érhető el olyan pontosság, mint a gyors tartományban.

A széles energiatartományban alkalmazott neutrondoziméterek mért, illetve számitott hatásfokának ellenőrzésére nagyon alkalmasak azok a neutronforrások, melyek a termikustól több MeV-es energiáig terjedő tartományban folytonos, ismert energiaeloszlásu és emellett jól számitható abszolut intenzitásu spektrumot bocsátanak ki.

Az előzőekben leirt feladatok mindegyikét sikerrel oldhatjuk meg a gyorsneutronok szabad uthosszánál lényegesen nagyobb méretü grafitprizmával [5] , amely lehetővé teszi a különböző neutronforrásoknak, valamint neutrondetektoroknak a prizmában, illetve az utóbbiaknak a prizma közelében való elhelyezését is. A mérési feladatok megoldásának módját közleményünk "Alkalmazások" részében ismertetjük.

A prizma konstrukciója

A prizma felépitéséhez szovjet gyártmányu reaktortisztaságu grafitot használtunk. E grafit főbb jellemzői a következők [6] :

Termikus neutron abszorpciós hatáskeresztmetszet 4,5 mbarn
Termikus neutron szórási hatáskeresztmetszet 4,8 barn
Sürüség 1,65 g/cm³
Nyomószilárdság 7 ... 10 kp/cm².

A grafit 200x200x600 mm-es élhosszuságu, ±0,3 mm-es pontossággal megmunkált tömbök formájában állt rendelkezésre. A prizma teljes méreteinek kiválasztásánál nem törekedtünk az irodalomban leirt 2135 x 2135 x 3050 mm-es méret [5] reprodukálására, mert esetünkben nem számitással meghatározott abszolut fluxus megvalósitása, vagy a grafit reaktorfizikai tulajdonságainak tanulmányozása volt az elsődleges cél, hanem az előzőkben ismertetett feladatok megoldása. Ugyanezen okból hagyhattuk el a prizma kadmiumboritását is, mely az eredeti kisérleteknél a termikus neutronok szempontjából a vákuummal megegyező határfeltételeket biztositotta.

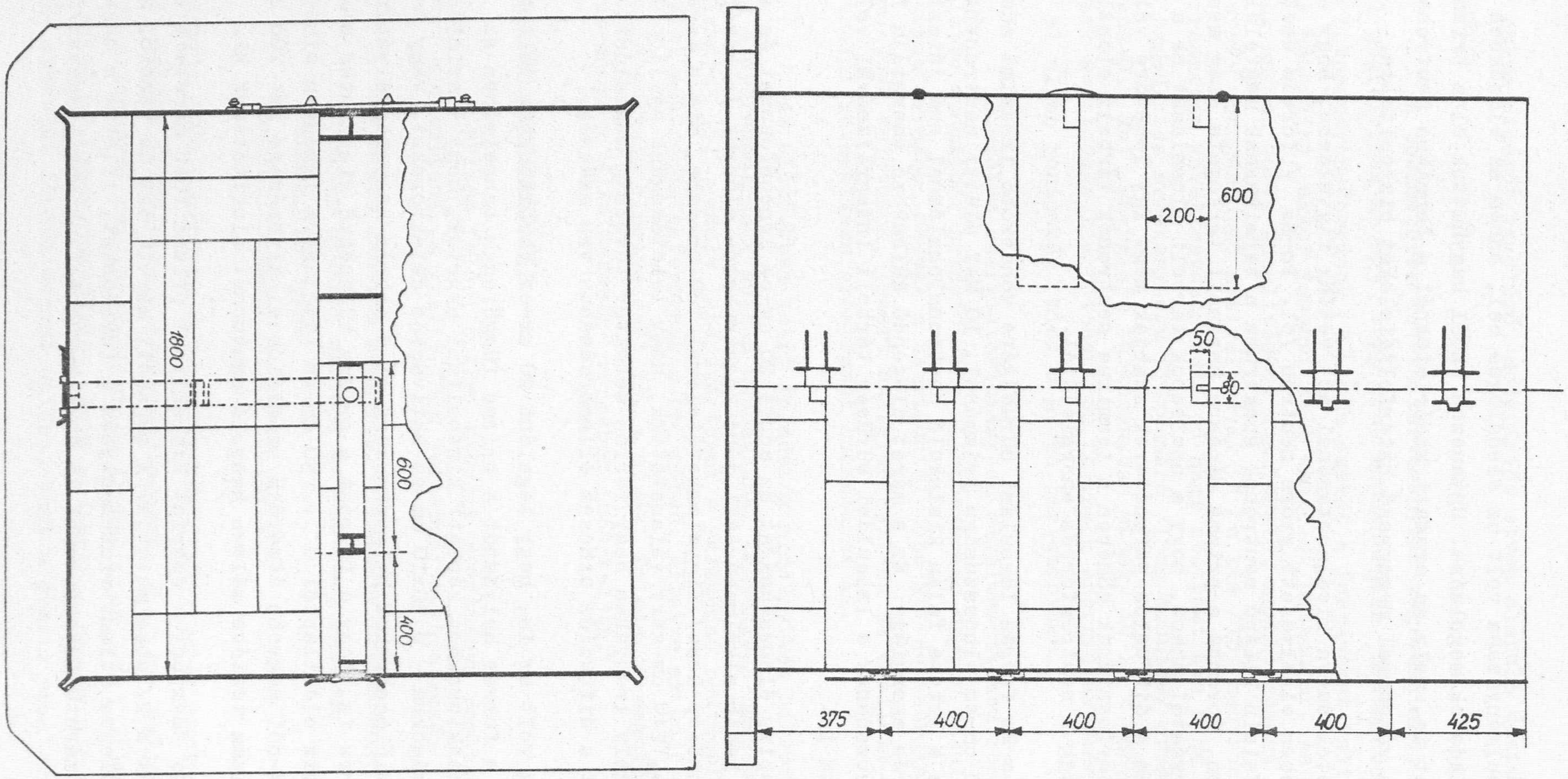
A méretek durva kiválasztásánál azt vettük figyelembe, hogy a prizma tengelyében elhelyezett gyors neutron /pl. Po-Be / forrás esetén a prizma oldalfalain kilépő neutronok spektruma a termikusnak megfelelő eloszlású legyen, továbbá a prizma mérésre használt térfogata elég messze essék a forrástól ahhoz, hogy a neutronok térbeli eloszlását ne a lassulási, hanem a diffuziós paraméterek szabják meg. Igy lehetővé válik, hogy a prizma térfogatának zömében a termikus neutronok térbeli eloszlása csak kevéssé függ a neutronforrás energiájától.

A Ra-α-Be forrás lassulási sürüségére vonatkozó irodalmi adatok alapján 150-200 cm-es élhosszuságu prizmánál, 10 MeV alatti neutronenergiákat tekintve a prizma falán kialakuló neutroneloszlásnál nem játszik szerepet a forrás energiája. Ez a méret elegendő különböző energiáju források relativ hozamának a lassulási sürüség térbeli integrálásával való meghatározásához is.

Az alaplap élhosszuságát az adott 20 cm-es lépcsőfokozat és a páratlan számu hasáb alkalmazásával járó konstrukciós előnyök /a középvonalaknál tömbközép lesz/ figyelembevételével 180 cm-esre, mig a magasságot nagyobbra, 240 cm-esre választottuk, hogy lehetőségünk nyiljon legalább egy tengely irányában nagy forrás-detektor távolság megvalósitására. Erre főként a diffuziós uthossz ellenőrzéséhez van szükség.

Célunk volt az is, hogy legalább 20 cm-es fokozatokban változtatni lehessen a forrás helyzetét a prizma függőleges tengelyében az alaphoz és a detektorokhoz képest. Biztositani akartuk, hogy - szintén 20 cm-es távolságokra - Ø 50x10 mm-es aktivációs detektorokat, vagy max. Ø 20 mm-es számlálócsöveket helyezhessünk el a prizma hossztengelyében. Szükség volt arra is, hogy a forrást a prizma különböző vizszintes sikjaiban valamelyik oldallaptól 0 ... 90 cm-es távolságra lehessen elhelyezni. A 20 mm-nél nagyobb átmérőjü számlálók elhelyezésére két 200 mm-es átmérőjü, a prizma testébe mélyen benyuló csatornát alakitottunk ki.

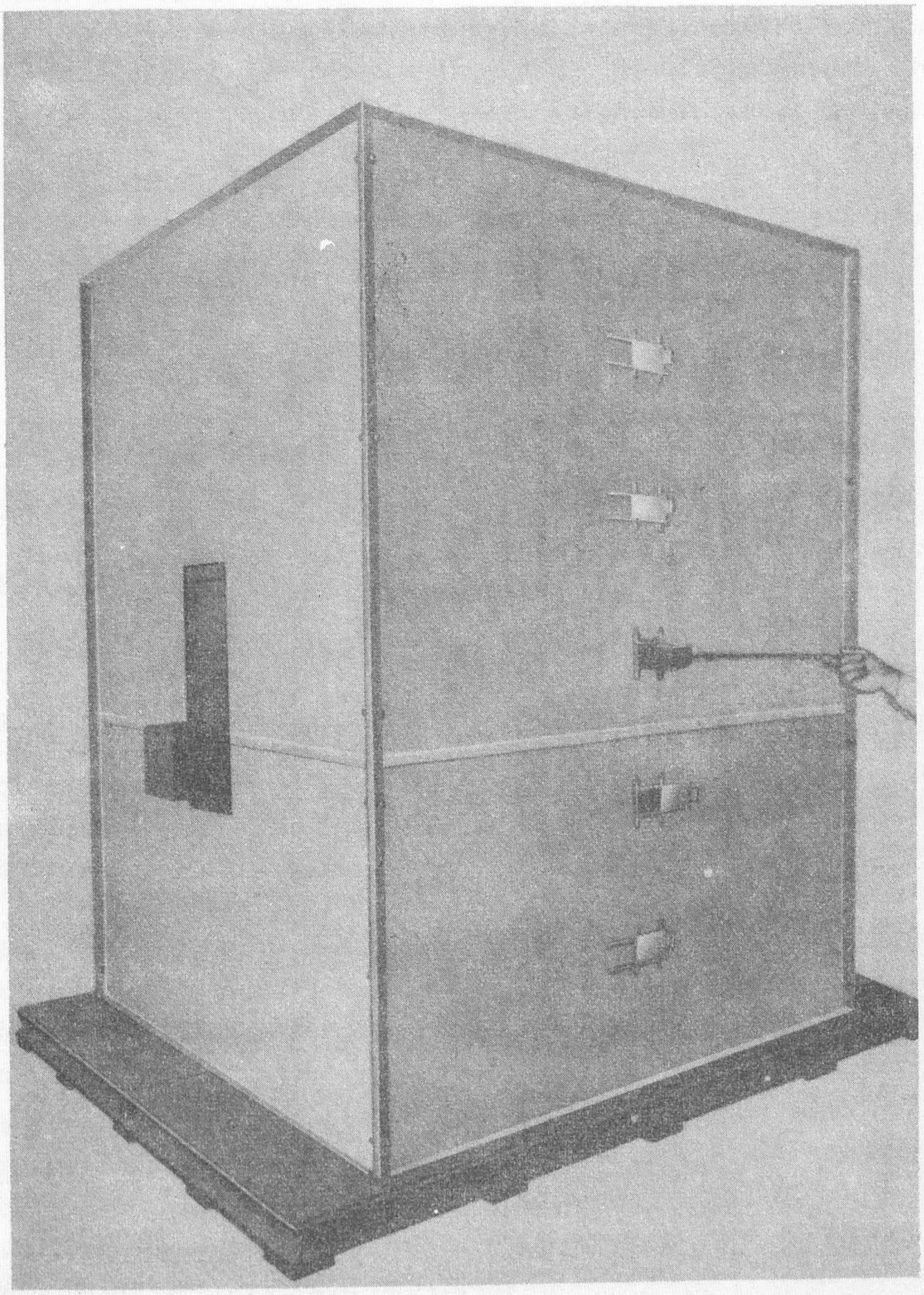
A fenti szempontok szerint kialakitott prizma főbb méreteit az 1. ábra, nézetét a 2. ábra mutatja. A megadott méretü 324 db tömbből álló prizma függőleges szimmetriatengelyébe a forrásokat, illetve a megadott maximális méretü detektorokat 11 db kihuzható fiók segitségével le-



1. ábra

A grafitprizma . oldal- és felülnézeti rajza.

1 alaplap, 2 grafittömbök 3 kihuzható fiókok,
4 kihuzható grafit tömbök, 5 ajtók, 6 aluminium-
borítás



2. ábra

A prizma nézete. A kihuzható grafit tömbök a hornyaikba illesztett acél ruddal mozgathatók

het elhelyezni. A fiókok és dugóik a prizma anyagával megegyező grafitból készültek, és semmilyen más anyagot nem tartalmaznak, kihuzásukat a grafitba vágott hornyok teszik lehetővé. A nagyméretü detektorok beméréséhez való két 200 x 200 x 600 mm-es grafittömböt szintén ki lehet huzni a prizmából.

A prizma alapja hegesztett szögvas kereten elhelyezett simára megmunkált vaslap. Az egész prizmát aluminiumlemez boritás védi a mechanikus behatásoktól és a szennyeződéstől. A kihuzható fiókok nyilását eltolható ajtó takarja.

A tömbök gyári megmunkálása részünkre elegendően pontos volt. A fiókok és a dugók elkészitése forgácsolással történt. A burkolatot csavarok erősitik össze, igy ez viszonylag könnyen bontható.

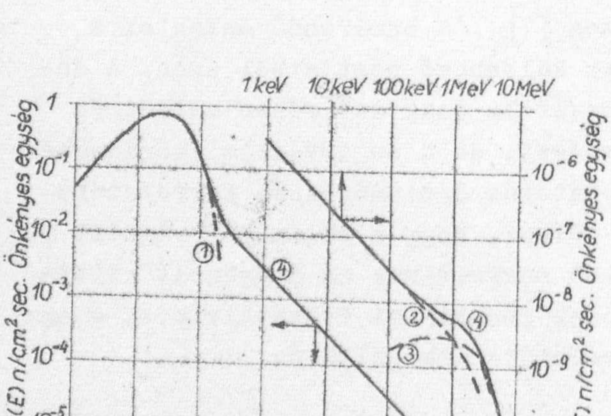
A prizma alkalmazásai

1. Termikus neutron-forrásként. A grafitprizma jól termalizált neutronok létrehozására alkalmas, ha belsejében gyorsneutron-forrást helyezünk el. Ha a gyorsneutron-forrás hozama 10^7 neutron/s nagyságrendü, akkor a prizma belsejében a forrástól számitott 20...100 cm-es távolságban a termikus neutronok fluxusa 10^4 ... 10^3 neutron/cm².s. Kisebb fluxus a forrás-detektor távolság növelésével, vagy kisebb hozamu forrás alkalmazásával érhető el. Erre nagyméretü számlálócsövek beméréséhez lehet szükség. A prizma nemcsak a belsejébe, hanem a mellé helyezett termikus neutron detektorok bemérésére is alkalmazható. Ilyen esetben a prizma véges kiterjedésü sikforrásnak tekinthető. A középpontban elhelyezett 10^7 neutron/s hozamu forrásnál a felszinen 10^2 neutron/cm²s nagyságrendü fluxust kapunk. A fluxust aktivációs detektor /pl. arany/ abszolut aktivitásának mérésével határozhatjuk meg [7] . A bemérendő detektorra eső neutronfluxus a prizma felszinének különböző pontjaiból ered. A detektor irányérzékenységének figyelembevétele csak az erősen anizotróp érzékenységü detektoroknál okoz nehézséget, de a sugárvédelmi méréseknél leggyakrabban használt gömbalaku moderátoros dózismérőknél korrekcióra nincs szükség. További könnyebbséget jelent, hogy a prizmánál végzett mérések geometriai feltételei rendszerint megfelelnek az árnyékolt kritikus rendszerek közelében végzett mérések geometriai feltételeinek, s igy mind a mérés, mind a hitelesités korrekciója elkerülhető.

Amennyiben nem a prizma teljes oldallapjáról, hanem kisebb felületről - többé-kevésbé meghatározott irányból - érkező neutronokkal kivánunk dolgozni, a prizmára ablakkal ellátott kadmium lemezt helyezhetünk.

2. Neutronforrások kalibrálása. Mint ismeretes [5], a végtelen méretü moderátor közegben - ha az abszorpció elhanyagolható - a q lassitási sürüség térfogati integrálja megegyezik a forráshozammal. A lassitási sürüség meghatározása kadmiummal boritott rezonanciadetektorral történhet. A q abszolut értékének pontos meghatározása nehézségekbe ütközik, mert ehhez szükség van a hatáskeresztmetszet, valamint a fluxusdepressziós adatok pontos ismeretére, és a mérést az abszolut aktivitás meghatározásának hibája is terheli. Sokkal jobb eredményt érhetünk el a források relativ hozamának meghatározásával. Ehhez szükséges, hogy legyen egy más módszerrel standardizált forrásunk, melynek hozamát nagy pontossággal ismerjük. Ha a mérendő forrás energiaspektruma közelitőleg megegyezik az etalon forrásával, akkor adott forráshelyzetnél a forrástól elég távol /L > 50 cm/ mért fluxusok viszonya megadja a források hozamának arányát is. Ha az energiaspektrumok jelentősen eltérnek /pl. a Ra- α -Be és az Sb- γ -Be források esetében/, akkor szükség van a q érték meghatározására a prizma több pontjában, de ebben az esetben csak a térfogati integrálok arányát kell ismerni, s igy a mérést a q érték abszolut meghatározásának hibái nem terhelik. Ha a rezonancianeutronok szempontjából közel telitési vastagságu fóliákat és kis hátterü számlálót [8] alkalmazunk, akkor a 10^5 neutron/s hozamu fotoneutron források hozama is $\pm 5\%$-os pontossággal meghatározható a prizma segitségével.

3. Széles energiatartományu hitelesitő forrásként. Ha gyengén abszorbeáló moderátort tartalmazó közegbe gyorsneutron-forrást helyezünk, akkor a moderátorban, vagy annak közelében a 3. ábrán látható spektrumtipus alakul ki. A spektrumot három összetevőre bonthatjuk. A termalizálódott neutronok Maxwell-eloszlásuak, /3. ábra (1) jelü görbe/ a még nem termalizálódott, de szóródást szenvedett neutronok 1/E eloszlásuak (2)



3. ábra

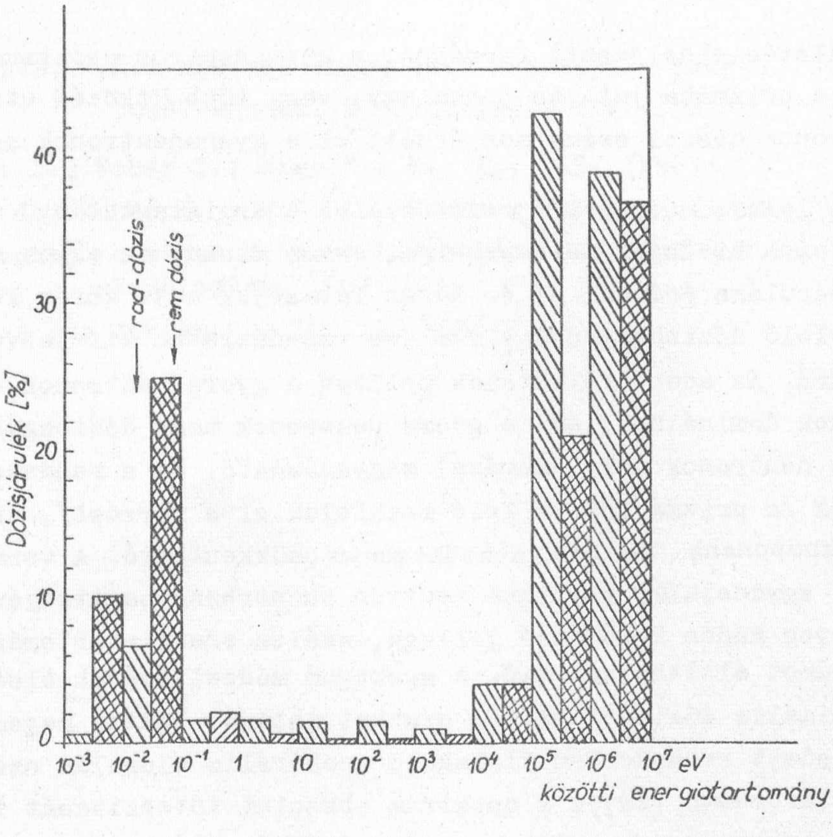
Moderátorban elhelyezett gyorsneutron-forrás hatására kialakuló spektrumtipus.

(1) Maxwell-spektrum,

(2) 1/E-spektrum,

(3) forrás-spektrum

(4) az előbbi három spektrum összege



4. ábra

Egy-egy energiadekádba eső neutronok dózishányada a 3. ábrán közölt spektrumnál többszörös ütközési rad dózisban /egyszer vonalkázott oszlopok/ és többszörös ütközési rem dózisban /keresztbe vonalkázott oszlopok/ kifejezve. /A dózisátszámitási tényezők a [9] irodalom alapján./

görbe), mig a nem szóródott neutronok spektruma $N_f(E)/\sigma(E)$, ahol $N_f(E)$ a forrás-spektrum, $\sigma(E)$ pedig a moderátor teljes hatáskeresztmetszete. Abban az esetben, ha $\sigma(E)=$ konst., a nem-szóródott neutronok spektruma megegyezik a forrás-spektrummal/3 görbe/. Az ábrán a teljes neutronspektrumot $N(E)$ -vel jelöltük /4 görbe/. Könnyü belátni, hogy az egyes spektrumkomponensek aránya attól függ, hogy a moderátor mely pontján helyezzük el a forrást, és mely pontban vizsgáljuk a spektrumot. Vegyük azt az esetet, amikor a spektrumkomponenseket a moderátoron kivül, de annak közelében kivánjuk megbecsülni. Ha a forrást a prizma középpontjában helyezzük el, akkor a termikus neutronok fognak dominálni elhanyagolhatóan kis $1/E$ és gyors neutron komponenssel. Ha a forrást a felszinhez közelitjük, akkor számottevően nem változó termikus komponens mellett a másik két komponens fog erősödni, határesetben, a prizma felületén elhelyezett forrásnál, a gyorsneutron-spektrum fog dominálni- mig a prizmába jutó és onnan egy, vagy több ütközés után visszaszóródó neutronok összes száma nem érheti el a gyorsneutronok számát.

Ha a leirt, moderált forrást széles energiatartományu doziméterek kalibrálására kivánjuk felhasználni, akkor minket az egyes energiacsoportok dózisjáruléka érdekel. A 4. ábrán láthatjuk a 3. ábrán közölt spektrumnak megfelelő dózishányadokat rem - és rad-dózisban kifejezve egy-egy energia dekádra. Az adott feltételek mellett a gyors neutronok és a termikus neutronok dominálnak, ami a gyors neutronok nagy dózisegyenértékével és a termikus neutronok nagy számával magyarázható. Ha a rendszert erősebben moderáljuk /a prizma közepe felé mozditjuk el a forrást/, akkor a gyorsneutron-komponens szinte tetszőlegesen csökkenthető. A termikus komponenst ezzel egyidejüleg termikus neutron abszorbens segitségével szürhetjük ki. Ilyen módon különböző jellegü, széles energiatartományt átfogó neutronspektrumot állithatunk elő. A spektrum módositásának elsősorban a szükséges minimális dózisintenzitás szabhat határt. Fontos megemliteni azt, hogy az adott rendszerben kialakuló spektrális eloszlás számitógéppel jól meghatározható [10], s a spektrum abszolut intenzitását is kiszámithatjuk, ha ismerjük a gyorsneutron-forrás erősségét.

A felsorolt alkalmazási lehetőségek elsősorban a sugárvédelmi területet érintették, de a prizma emellett reaktorfizikai méréseknél is felhasználható.

Végezetül köszönetet mondunk Háber Gyulának a prizma részletrajzainak elkészitéséért és a MÜKÜ dolgozóinak a prizma felépitéséért.

Irodalom

[1] Васильев и др.: Исследование источника тепловых нейтронов. Гос.Ком. Сов.Мин. СССР по использ. ат.эн. Москва, 1962.

[2] Murphey, W.M., Chin, J.: Neutron Dosimetry, Vol. II. 513. IAEA, Bécs 1963.

[3] Hanson, A.O., Marion, J.B., Fowler, J.L.: Fast Neutron Physics I. Intersci. Publ., New York, 1960. könyvében

[4] Andrási A., Deme S., Nagy J.: KFKI Közl., 14, 267 /1966/

[5] Hughes, D.J.: Pile Neutron Research. Addison-Wesley, Cambridge /Mass/, 1953. 80.old.

[6] Федоров, Н.Д.: Краткий справочник инженера - физика.
Госатомиздат. Москва, I96I. стр. I20

[7] Dézsi I., Fehér I.: Magy.Fiz.F., 11, 285, /1963/

[8] Biró J., Fehér I., Szabó L., Szamosi Gy.: Magy.Kém.F., 71, 533 /1965/

[9] Protection against Neutron Radiation. NBS Handbook 63.
Washington, 1957.

[10] Vértes P.: Nukleonik, 10, 148 /1967/

Érkezett: 1968. jun. 3.
KFKI Közl., 16.évf. 5.szám, 1968.